

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

FLÁVIO MAMEDE PEREIRA GOMES

CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES: PROPRIEDADES E
MODELAGEM TERMOMECÂNICA SIMPLIFICADA

Goiânia

2011

FLÁVIO MAMEDE PEREIRA GOMES

**CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES: PROPRIEDADES E
MODELAGEM TERMOMECÂNICA SIMPLIFICADA**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado em Engenharia Civil Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Área de Concentração: Estruturas e Materiais de Construção

Orientador: Prof. Dr. André Luiz Bortolacci Geyer

Goiânia

2011



Termo de Ciência e de Autorização para Disponibilizar as Teses e Dissertações Eletrônicas (TEDE) na Biblioteca Digital da UFV

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás-UFV a disponibilizar gratuitamente através da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD/UFV, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

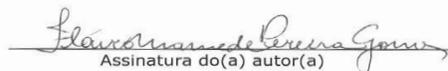
2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor(a): Flávio Mamede Pereira Gomes	
CPF: 589.614.531-49	E-mail: flaviomamede.gomes@gmail.com
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? <input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não	
Vínculo Empregatício do autor	FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS
Agência de fomento:	não
Pais:	UF: CNPJ: Sigla:
Título: Concreto nas Primeiras Idades: Propriedades e Modelagem Termomecânica Simplificada	
Palavras-chave:	Concreto, propriedades, primeiras idades, hidratação, fluência, viscoelasticidade, termomecânica, modelagem, calorímetro
Título em outra língua:	Early-ages concrete: Properties and simplified thermomechanical modelling
Palavras-chave em outra língua:	Concrete, properties, early ages, hydration, creep, viscoelasticity, thermomechanical, modelling, calorimeter,
Área de concentração:	Estruturas e Materiais de Construção
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	18/11/2011
Programa de Pós-Graduação:	CMEC
Orientador(a):	André Luiz Bortolacci Geyer
CPF:	E-mail: ageyer@eec.ufv.br
Co-orientador(a):	Vladimir Antonio Paulon
CPF:	E-mail: viadipaulon@gmail.com

3. Informações de acesso ao documento:

Liberação para disponibilização?¹ total parcial

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação. O Sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.


Assinatura do(a) autor(a)

Data: 09 / 02 / 2012

¹ Em caso de restrição, esta poderá ser mantida por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Todo resumo e metadados ficarão sempre disponibilizados.

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)
GPT/BC/UFV**

Gomes, Flávio Mamede Pereira.
633c Concreto nas primeiras idades [manuscrito]: propriedades e modelagem termomecânica simplificada / Flávio Mamede Pereira Gomes. - 2011.
160 f. : il., figs, tabs.
Orientador: Prof^ª. Dr^ª. André Bortolacci Geyer;
Co-orientador: Vladimir Antonio Paulon.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil, 2011.
Bibliografia.
Inclui lista de figuras e tabelas.
Apêndices.
1. Concreto – Propriedades. I. Título.

CDU: 691.32

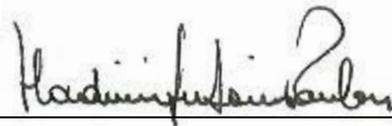
FLÁVIO MAMEDE PEREIRA GOMES

**CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES: PROPRIEDADES E
MODELAGEM TERMOMECÂNICA SIMPLIFICADA**

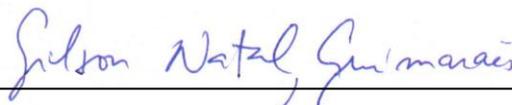
Dissertação apresentada ao curso de Mestrado em Engenharia Civil Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, aprovado em 18 de novembro de 2011, pela Banca Examinadora constituída pelos seguintes professores e examinadores:



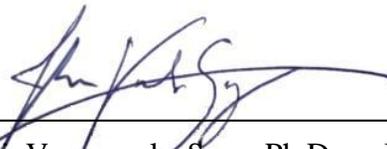
Prof. Dr. André Luiz Bortolacci Geyer – UFG



Prof. Dr. Vladimir Antonio Paulon – UNICAMP



Prof. Gilson Natal Guimarães, Ph.D. – UFG



Prof. Flávio Vasconcelos Souza Ph.D. --UFG

Resumo

Estruturas de concreto de dimensões suficientemente grandes ou com restritas condições de dissipação de calor, estão particularmente sujeitas à fissuração nas primeiras idades. Diversos fenomenos ocorrendo simultaneamente, tais como retração autógena, retração plástica ou de secagem, variações de temperatura, provocam deformações que podem ser a principal causa de fissuração do concreto jovem, caso a estrutura esteja restringida, devendo ter o comportamento satisfatoriamente modelado e previsto. As propriedades térmicas e mecânicas do concreto podem ser determinadas por ensaios normatizados ou por modelos previsores das propriedades dependentes do tempo e valores tabelados para as demais propriedades térmicas. A metodologia de cálculo pode se tornar complexa, considerando a influência da temperatura na exotermia da reação, dentro do quadro teórico dos acoplamentos termo-químico-mecânicos, ou pode ser realizada de maneira simplificada, que é o objeto desta dissertação. Quanto ao comportamento mecânico, o concreto é considerado material viscoelástico. Simplificações são adotadas em função de recursos e tempo disponíveis, ou em função de especificidades do problema a ser modelado. A modelagem de estruturas de concreto nas primeiras idades com geometrias simples, tais como laje de reservatório, blocos de fundação e muros de arrimo, é realizada considerando o material simplesmente elástico para efeito do conhecimento do coeficiente de restrição, que correlaciona a tensão em um ponto da estrutura à tensão de uma barra restringida. Isto permite o cálculo expedito de tensões de origem térmica de um ponto da estrutura, baseado apenas no histórico de temperaturas e do grau de restrição, além é claro das propriedades do material, validada para algumas situações de contorno, disponibilizando ao meio técnico não especializado informações relevantes sobre medidas preventivas e mitigadoras de efeitos indesejáveis a serem adotadas.

Abstract

Large dimension concrete structures or those with restrictive conditions for heat dissipation are particularly subject to cracking in the early ages. Several phenomena may occur simultaneously, such as autogenous reactions, plastic shrinkage or drying, and temperature variations, leading to deformations which may be the main cause of cracking in the early ages of concrete, if the structure is restrained. Thus, the behavior of the concrete must be satisfactorily modeled and foreseen. The thermal and mechanic properties of concrete can be determined by standard tests or by prediction models, depending on the time and values established for the remaining thermal properties. The calculation methodology may become complex, considering the influence of temperature in the exothermic of the reaction, within the theoretical framework of the thermo-chemical-mechanical couplings. However, it may be simplified, as it is the aim of this paper to demonstrate. As for the mechanical behavior, concrete is considered a viscoelastic material. The simplifications are adopted in relation to the resources and time available, or in relation to the specifications of the problem to be modeled. The modeling of the concrete structures with simple geometry in the early ages, such as reservoirs, foundation block or retaining walls is made by considering the material simply as elastic for purpose learning the coefficient of restraint, which correlates the tension in a certain point of the structure to the tension in a restrained bar. This allows a swifter calculation of thermal tensions in a specific point in the structure, based solely in the history of temperature and degree of restraint, in addition to the properties of the material, which is valid for some boundary situations. This enables the technical personnel not specialized to access relevant information about preventive and mitigating measures to be adopted against undesirable effects.

Dedicatória

À minha amada esposa, Sabrina, pelo amor e compreensão.

Aos meus filhos, pelos quais vale a pena tanto trabalho.

Aos meus pais pela educação que me deram.

A Deus, Uno e Trino, ao Filho, nosso Salvador e Redentor, toda honra e glória.

E à nossa querida Mãezinha do céu, Santíssima Virgem Maria, que tanto amamos.

“MONTES SICUT CERA TABEFACI SUNT A FACIE DOMINI A FACIE DOMINATORIS OMNIS TERRAE”

“As montanhas se derretem como cera ante a face do Senhor de toda a terra”. (Sl 96, 5)

Agradecimentos

Nenhum trabalho é possível levar a cabo sem contar com a preciosa ajuda dos amigos. Por mais árido e solitário que sejam os estudos, dependemos de tantas pessoas, que seria tarefa difícil citar a todos, se não estivessem tão próximos do coração, o que expresso em sinceros agradecimentos.

Gostaria de agradecer primeiramente ao engenheiro Walton Pacelli de Andrade, quem me proporcionou a ingresso nesta carreira tão desafiadora que é a tecnologia de concreto. Obrigado, Pacelli pelo apoio, pela confiança, pelos conhecimentos. Não somente eu, mas a engenharia de barragens e a tecnologia de concreto no mundo lhe devem homenagem. Mais do que minhas humildes palavras, a história certamente há de lhe dar o verdadeiro reconhecimento. Acrescento meus mais sinceros agradecimentos ao meu chefe em FURNAS, caro Moacir Alexandre Souza de Andrade, a quem procuro retribuir com fidelidade, esforço e aplicação a ajuda que recebi quando mais precisei, o incentivo para iniciar o mestrado, o apoio durante estes anos. O bem que me fez jamais será esquecido, espero retribuir ao menos uma pequena parte.

Faço menção especial ao meu amigo Elcio Antônio Guerra, que me endireitou o “caminho das pedras” em concreto, que é a dosagem, misto de arte e ciência. Não só pelo conhecimento técnico, mas pelas atitudes e exemplo de trabalho e dedicação. Ao grande mestre Eduardo Gambale, meu grande incentivador nas modelagens, sem o qual nada disso seria possível, e sua filha Patrícia. Aos estagiários de FURNAS, José Profiro e Kelligton Neves, a quem passei a admirar, ao Carlos Jorge, Gilvan e Lauro, Bruno e José Júnior. A tantos ex-colegas, mas sempre amigos, Alexandre Chaves, Francesca Chein, e também, meu amigo João Bosco Moreira do Carmo, Rodolfo Pinto e Eduardo Alves. Alfredo Liduário, amigo de casa, de família e também de música.

Aos amigos e colegas engenheiros de FURNAS, com os quais compartilho esta alegria, são muitos anos de convivência, respeito e amizade. Com vocês aprendi muito. Flávio de Lima, Luciana dos Anjos, Alexandre Castro, Ricardo Barbosa, Nicole, Elizabeth, Marlos, Heloísa, Armelin, Taylor, Maurice, Marco Aurélio, Daiane, Vanessa, Paulo

Fernando e meu grande amigo Elyσιο Ruggeri, companheiro de estudos avançados. Este sim, ensinou-me tanta coisa, com paciência e zelo, que fica difícil não considerá-lo um “pai” na Mecânica. Sem esquecer o grande Quintiliano Mascarenhas Guedes, nosso ilustre professor, que sempre respondeu as questões mais difíceis até chegar no resultado final. Um abraço especial aos amigos da Informática, grande Ricardo Souza, Gustavo Henrique, Luciano Ferreira, Luciano Ribeiro e Rodrigo. Sem esquecer de meus amigos especiais, Pedro de Carvalho Barros, Renato Fernandes e Rodrigo Silveira. Aos técnicos dos laboratórios, valioso patrimônio de FURNAS, principalmente ao Zito, Luiz Antônio, Joaquim, Tizzo, Alício, Edson, Sílvio e toda a “nata” do Concreto. E aos nossos chefes Rubens Machado Bittencourt e Newton Goulart Graça.

Aos professores de universidades com os quais tive contato e que contribuíram em momentos decisivos do trabalho, em especial aos professores da UFRJ, Romildo Toledo, Silvano e principalmente o prof. Eduardo Fairbairn, pela solicitude nas importantes discussões técnicas que me abriram os horizontes. Espero poder trabalhar com vocês um dia. Aos professores da Engenharia Mecânica da UFSC, Saulo Guths que tanto contribuiu nos primeiros passos do meu aprendizado sobre calorimetria isotérmica, Paulo Mendonça e Eduardo Fancello que tiveram tanta paciência em receber-me como visitante, ajudando-me com a viscoelasticidade. E ao Antônio de Assis Brito Netto, com a valiosa bibliografia sobre viscoelasticidade, será difícil retribuir. Ao ilustre professor Miguel Azenha, da Universidade do Porto, que gentilmente presenteou-me com seus trabalhos mais recentes e com importantes conselhos sobre o estado da arte no assunto de modelagem do concreto nas primeiras idades. Ao prof. João Luiz Calmon e Sérgio Botassi, da Universidade Federal do Espírito Santo, pela paciência e verdadeiro exercício de inteligência emocional diante de minhas perguntas inquisidoras (São Belarmino, dai-me paciência!) e colocações “inexoráveis”. Obrigado pelas importantes contribuições a este trabalho e espero continuar realizando bons trabalhos com os srs. em nossos projetos atuais e futuros. Ao prof. Gilson Gítrana, da Universidade Federal de Goiás, por me ensinar os primeiros passos no FlexPDE, mesmo não eu sendo aluno seu. Ao prof. Vladimir Paulón, quem por primeiro me ensinou nas salas de aula da UNICAMP, as maravilhas dos concretos especiais, dos concretos para barragens e os problemas de durabilidade do concreto, que hoje tenho a honra de ter como co-orientador e participante da Banca Examinadora.

Aos professores coordenadores do Curso de Mestrado em Engenharia Civil - CMEC - Gilson Guimarães, Ronaldo Barros, Ênio Pazzini e, claro, meu professor orientador e amigo prof. André Geyer, pelo apoio e confiança a mim depositada. Aos colegas do CMEC, meus novos amigos, Cláudio Eduardo, Suélio, Adilson, Patrícia, Emmele, Amanda, Diógenes, Marcos Vinícius e tantos outros. Sucesso para todos.

Uma dedicatória a especial ao engenheiro Flávio Souza, PhD., da Universidade Federal do Ceará, pela abnegação e profundidade com que tem ajudado na viscoelasticidade e na termodinâmica. Para mim é uma honra tê-lo como professor e amigo.

Às pessoas que marcaram minha vida profissional, em FURNAS e fora dela, a começar pelo meu grande amigo Douglas Fernandes e família, que além de amizade me tiveram quase que como filho, durante o tempo no Rio de Janeiro. Ao incomparável amigo Miguel Frasson, professor da USP de São Carlos, por ter me ajudado com tanta caridade, no momento mais difícil que foi a mudança estratégica para o LaTeX, durante noites e madrugadas no Google Talk. Seria pouco não dizer que você foi o Arcanjo dessa dissertação. Não foi fácil começar e sem sua ajuda nunca teria conseguido. Você foi simplesmente incrível! O meu mais sincero e profundo muito obrigado, que Deus lhe retribua em abundantes graças, porque tenho certeza de não conseguir fazê-lo à altura, tamanho o bem que me fez.

Enfim, agradeço à minha família, pai e mãe, pelo exemplo de dedicação ao trabalho que sempre me deram. Em especial ao meu pai, Evaristo, que faço questão de repetir aqui as palavras ditas em meu discurso de formatura: “agradeço a meu pai porque um dia me ensinou a importância do estudo quando se dispôs a dar seu próprio teto para que eu pudesse estudar fora”. Isso não tem preço, mas graças a Deus também não foi preciso, pois “Deus dá o frio conforme o cobertor”. Em especial, mas muito especial mesmo, à minha querida esposa, Sabrina, que tanto amo, pela paciência e incentivo, em meio a tanto trabalho no cuidado das crianças, Gabriel Henrique e Maria Clara, que chegaram durante este rico período que foi o Mestrado. A esta família que dedico tanto esforço e Deus sabe o quanto o trabalho foi árduo. Peço a Ele permitir que este trabalho produza frutos para o sustento desta família. “*Non nobis Domine sed nomini tuo da gloriam*”.

Sumário

RESUMO	5
ABSTRACT	6
DEDICATÓRIA.....	7
AGRADECIMENTOS	8
SUMÁRIO	11
LISTA DE FIGURAS	14
LISTA DE TABELAS	16
1 INTRODUÇÃO	17
1.1 IMPORTÂNCIA E JUSTIFICATIVA DO TEMA.....	17
1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	19
1.2.1 <i>Objetivo geral</i>	19
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i>	19
1.3 LIMITAÇÕES DA PESQUISA	20
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	21
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	24
2.1 HISTÓRICO.....	24
2.2 O PROBLEMA TÉRMICO.....	29
2.2.1 <i>Conceitos termodinâmicos</i>	29
2.2.2 <i>Propagação de calor com geração interna</i>	31
2.2.3 <i>Acoplamento termo-químico e influência da temperatura</i>	34
2.3 O PROBLEMA MECÂNICO	44
2.3.1 <i>Teoria da viscoelasticidade linear com envelhecimento</i>	47
2.3.2 <i>Influência da temperatura e maturidade</i>	56
3 METODOLOGIA	58
3.1 MÉTODO DA CAPACIDADE DE DEFORMAÇÃO	59
3.2 2 MÉTODO DAS TENSÕES	61
3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	63
4 PROPRIEDADES E MODELOS PREVISORES	66
4.1 ELEVAÇÃO ADIABÁTICA DE TEMPERATURA	66

4.1.1	<i>Modelos previsores para elevação adiabática</i>	69
4.1.2	<i>Proposta de modelo predictor</i>	72
4.2	CALOR ESPECÍFICO	75
4.3	CONDUTIVIDADE TÉRMICA	80
4.4	DIFUSIVIDADE TÉRMICA	81
4.5	COEFICIENTE DE EXPANSÃO TÉRMICA.....	83
4.6	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO UNIAXIAL.....	84
4.6.1	<i>Modelo do ACI</i>	85
4.6.2	<i>EUROCODE 2</i>	85
4.7	RESISTÊNCIA À TRAÇÃO.....	86
4.7.1	<i>Modelo do ACI</i>	86
4.7.2	<i>EUROCODE 2</i>	87
4.8	MÓDULO DE ELASTICIDADE	87
4.8.1	<i>Modelo do ACI</i>	88
4.8.2	<i>EUROCODE 2</i>	89
4.9	FLUÊNCIA	89
4.9.1	<i>ACI Model</i>	92
4.9.2	<i>Bazant-Panula (Modelo B2), apud AZENHA (2004)</i>	92
4.9.3	<i>Bazant-Baweja (modelo B3)</i>	93
4.9.4	<i>CEB MC90-99, apud ACI (2008)</i>	94
4.9.5	<i>FURNAS (US Bureau of Reclamation)</i>	97
5	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	99
5.1	PROPRIEDADES	101
5.1.1	<i>Influência da temperatura na elevação adiabática</i>	101
5.1.2	<i>Influência da temperatura na resistência à compressão</i>	103
5.1.3	<i>Modelos previsores para fluência</i>	106
5.2	MODELAGEM TERMOMECÂNICA	110
5.2.1	<i>Benchmarks de modelagem</i>	111
5.2.2	<i>2.2 Estudo do coeficiente de restrição</i>	124
5.2.3	<i>2.3 Estudo de caso – Cubo 3D</i>	126
5.2.4	<i>2.4 Estudo de caso – Laje de reservatório</i>	131
5.2.5	<i>2.5 Estudo de caso – Aduela pré-moldada</i>	137
5.2.6	<i>2.6 Estudo de caso – Muro de arrimo</i>	142
5.2.7	<i>2.7 Estudo de caso – Bloco de apoio</i>	149

6	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	155
6.1	1 <i>BENCHMARKS</i> DE MODELAGEM.....	155
6.2	ESTUDOS DO COEFICIENTE DE RESTRIÇÃO	156
6.3	ESTUDO DE CASO - LAJE DE RESERVATÓRIO.....	158
6.4	ESTUDO DE CASO - MURO DE ARRIMO.....	159
6.5	ESTUDO DE CASO - BLOCO DE APOIO - UHE PEIXE ANGICAL	160
7	CONCLUSÃO.....	163
7.1	SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS	166
	BIBLIOGRAFIA	168

Lista de Figuras

FIGURA 2.1: INFLUÊNCIA DA RETRAÇÃO E FLUÊNCIA NA FISSURAÇÃO DO CONCRETO (Troxell, G.E.; Davis, H.E.; Kelly, J.W., COMPOSITION AND PROPERTIES OF CONCRETE, MCGRAW-HILL, NEW YORK, P.342, 1968, APUD MEHTA E MONTEIRO, 2008, GENTILMENTE CEDIDO).....	26
FIGURA 2.2: INFLUÊNCIA DO NÍVEL DE TENSÃO NA FORMAÇÃO E PROPAGAÇÃO INTERNA DE FISSURAS SOB CARREGAMENTO À COMPRESSÃO UNIAXIAL. (MEHTA E MONTEIRO, 2008, GENTILMENTE CEDIDO).....	28
FIGURA 2.3: CALORÍMETRO SEMI-ADIABÁTICO, CHAMADO GARRAFA DE LANGAVANT. LABORATÓRIO DE CONCRETO DE FURNAS.	33
FIGURA 2.4: FOTO DE CALORÍMETRO ISOTÉRMICO PARA CIMENTO MODELO TAMAIR. (TA INSTRUMENTS, 2009).....	34
FIGURA 2.5: EXEMPLO DE RESULTADO EXPERIMENTAL A PARTIR DE CALORÍMETRO ISOTÉRMICO (AZENHA, 2009).....	40
FIGURA 2.6: EXEMPLO DE RESULTADO EXPERIMENTAL A PARTIR DE CALORÍMETRO ISOTÉRMICO: FUNÇÃO UNITÁRIA $f(\xi)$ DO GRAU DE HIDRATAÇÃO (AZENHA, 2009. ALI, O GRAU DE HIDRATAÇÃO ξ É REFERIDO COMO αT).....	40
FIGURA 2.7: DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE GERAÇÃO DE CALOR NA HIDRATAÇÃO DO CONCRETO.....	41
FIGURA 2.8: TAXAS DE GERAÇÃO DE CALOR E ATIVIDADE TÉRMICA - Ea/R (MAEKAWA ET.AL., 1999; APUD AZENHA, 2009).	44
FIGURA 2.9: COMBINAÇÃO DE CONDIÇÕES DE CARGA, RESTRIÇÃO E UMIDADE (MEHTA E MONTEIRO, 2008).....	46
FIGURA 2.10: A) TENSÃO APLICADA EM $t = t_0$, CONSTANTE ATÉ $t = t_1$; B) DEFORMAÇÃO APLICADA EM $t = t_0$, CONSTANTE ATÉ $t = t_1$; C) TENSÃO X DEFORMAÇÃO	47
FIGURA 2.11: A) DEFORMAÇÃO APLICADA EM $t = t_0$, CONSTANTE ATÉ $t = t_1$; B) TENSÃO RESULTANTE: $\delta(t - t_0) = +\infty$, $\delta(t - t_1) = -\infty$ E $\delta(t_0 \neq t \neq t_1) = 0$	48
FIGURA 2.12: MODELO DE MAXWELL: MOLA E AMORTECEDOR EM SÉRIE.....	48
FIGURA 2.13: A) TENSÃO APLICADA EM $t = t_0$, CONSTANTE ATÉ $t = t_1$; B) DEFORMAÇÃO RESULTANTE: $\varepsilon(t_0 = +0) = \sigma_0/E$	49
FIGURA 2.14: MODELO DE KELVIN: MOLA E AMORTECEDOR EM SÉRIE.....	49
FIGURA 2.15: A) TENSÃO APLICADA EM $t = t_0$, CONSTANTE ATÉ $t = t_1$; B) DEFORMAÇÃO RESULTANTE: $\varepsilon(t_0 = +0) = 0$	50
FIGURA 2.16: A) MODELO DE KELVIN-VOIGT GENERALIZADO; B) MODELO DE MAXWELL-WIECHERT OU MODELO DE MAXWELL GENERALIZADO. (MEHTA E MONTEIRO, 2008).....	51
FIGURA 2.17: TENSÕES NAS FACES DE UM ELEMENTO SÓLIDO E EXPRESSÃO TENSORIAL.....	53
FIGURA 2.18: APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA.....	55
FIGURA 3.1: GRAU DE RESTRIÇÃO À TRAÇÃO – Kr (ACI, 2007).....	61
FIGURA 3.2: REPRESENTAÇÃO DE UM ELEMENTO TRIANGULAR COM 3 NÓS.....	64
FIGURA 4.1: CALORÍMETRO ADIABÁTICO — CORTE LONGITUDINAL DA SALA (FURNAS, 2007).....	67

FIGURA 4.2: CALORÍMETRO ADIABÁTICO — APARELHAGEM DE MEDIÇÃO	67
FIGURA 4.3: A) CALORÍMETRO ADIABÁTICO - APARELHAGEM DE MEDIÇÃO; B) COLOCAÇÃO DA AMOSTRA. (FURNAS, 2007)	68
FIGURA 4.4: INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DE LANÇAMENTO E DA FINURA DO CIMENTO NA ELEVAÇÃO ADIABÁTICA DE TEMPERATURA, SEGUNDO O ACI 207.2R-07 (ACI, 2007).	69
FIGURA 4.5: MODELO PREVISOR PARA ELEVAÇÃO ADIABÁTICA CORRESPONDENTE AO ACI 207.2R-07; A) CONSUMO DE CIMENTO: 223 KG/M ³ ; B) TEMPERATURA INICIAL: 75°F OU 23,8°C	74
FIGURA 5.1: RESULTADO DE ENSAIO EM CALORÍMETRO ISOTÉRMICO A 20°C, 30°C E 40°C (XIONG E BREUGEL, 2001) E AJUSTE POR SÉRIE DE FUNÇÕES HILL.	102
FIGURA 5.2: INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NO PARÂMETRO α DA SÉRIE DE FUNÇÕES HILL.	103
FIGURA 5.3: RESULTADO DE ENSAIOS DE RESISTENCIA À COMPRESSÃO A 5°C, 35°C E 60°C E AJUSTE POR FUNÇÕES HILL EM FUNÇÃO DO TEMPO.	104
FIGURA 5.4: RESULTADO DE ENSAIOS DE RESISTENCIA À COMPRESSÃO A 5°C, 35°C E 60°C E AJUSTE POR FUNÇÕES HILL EM FUNÇÃO DO GRAU DE HIDRATAÇÃO POR HIDRÓXIDO DE CÁLCIO.	104
FIGURA 5.5: RESULTADO DE ENSAIOS DE RESISTENCIA À COMPRESSÃO A 5°C, 35°C E 60°C E AJUSTE POR FUNÇÕES HILL EM FUNÇÃO DO TEMPO EQUIVALENTE.	105
FIGURA 5.6: RESULTADO DE ENSAIOS DE RESISTENCIA À COMPRESSÃO A 5°C, 35°C E 60°C EM FUNÇÃO DO GRAU DE HIDRATAÇÃO.	105
FIGURA 5.7: INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO POR ARRHENIUS E WLF.	106
FIGURA 5.8: ENSAIO DE FLUÊNCIA E MODELO PREVISOR DO ACI, NAS IDADES DE 4, 7, 28 E 96 DIAS.	108
FIGURA 5.9: ENSAIO DE FLUÊNCIA E MODELO PREVISOR BAZANT-PANULA, NAS IDADES DE 4, 7, 28 E 96 DIAS.	109
FIGURA 5.10: ENSAIO DE FLUÊNCIA E MODELO PREVISOR BAZANT-BAWEJA, NAS IDADES DE 4, 7, 28 E 96 DIAS.	109
FIGURA 5.11: ENSAIO DE FLUÊNCIA E MODELO PREVISOR CEB, NAS IDADES DE 4, 7, 28 E 96 DIAS.	109
FIGURA 5.12: ENSAIO DE FLUÊNCIA E MODELO DO <i>BUREAU</i> , NAS IDADES DE 4, 7, 28 E 96 DIAS. OBS: PARÂMETROS DO MODELO OBTIDOS POR REGRESSÃO E NÃO POR VALORES TÍPICOS.	110

Lista de Tabelas

TABELA 1: CALORES DE HIDRATAÇÃO DOS COMPONENTES DO CLÍNQUER (J/G).....	70
TABELA 2: CALOR DE HIDRATAÇÃO PARA DIVERSOS TIPOS DE CIMENTOS E ELEVÇÃO ADIABÁTICA DE CONCRETO CONTENDO 223 KG/M ³ DE CIMENTO.	71
TABELA 3: CALOR DE HIDRATAÇÃO PARA CIMENTOS NACIONAIS.	72
TABELA 4: CALOR DE HIDRATAÇÃO PARA CP III E CP IV, SEGUNDO LEVANTAMENTOS RECENTES EM FURNAS.....	72
TABELA 5: CALOR ESPECÍFICO DE MATERIAIS CONSTITUINTES E CONCRETOS (LIDUÁRIO, 2006).	77
TABELA 6: CALOR ESPECÍFICO DE AGREGADOS E INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA (AZENHA, 2004).	77
TABELA 7: PROPRIEDADES TÉRMICAS DO CONCRETO E TIPO LITOLÓGICO DO AGREGADO (ELETROBRÁS, 2003).	78
TABELA 8: PROPRIEDADES TÉRMICAS DE CONCRETOS (ACI, 2007).	79
TABELA 9: CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE AGREGADOS (ACI, 2007).	81
TABELA 10: CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE CONCRETOS, EM W/M ² C (BAMFORTH <i>ET AL.</i> , 2007).....	81
TABELA 11: DIFUSIVIDADE TÉRMICA DE AGREGADOS (ACI, 2007).	82
TABELA 12: DIFUSIVIDADE TÉRMICA DE AGREGADOS E OBRAS BRASILEIRAS (FURNAS, 1997).	82
TABELA 13: COEFICIENTE DE EXPANSÃO TÉRMICA DE AGREGADOS (ACI, 2007).	84
TABELA 14: COEFICIENTE DE EXPANSÃO TÉRMICA DE AGREGADOS E CONCRETOS, SEGUNDO <i>EUROCODE 2</i> (BAMFORTH <i>ET AL.</i> , 2007).	84
TABELA 15: COEFICIENTES <i>a</i> e <i>b</i> PARA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO, SEGUNDO ACI 209.2R-08 (ACI, 2008).	85
TABELA 16: VALORES TÍPICOS PARA <i>a</i> e <i>b</i> DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA UTILIZADO POR FURNAS.....	97
TABELA 17: VALORES MÓDULO DE ELASTICIDADE E COEFIC. DE FLUÊNCIA (ELETROBRÁS, 2003).	98
TABELA 18: COMPOSIÇÃO DA DOSAGEM E PROPRIEDADES.....	106
TABELA 19: PROPRIEDADES DO CONCRETO ENDURECIDO.....	107

1 *Introdução*

1.1 Importância e justificativa do tema

Estruturas de concreto de dimensões suficientemente grandes ou com restritas condições de dissipação de calor, estão particularmente sujeitas à fissuração nas primeiras idades. Atualmente, cada vez mais estruturas estão sujeitas a este tipo de fissuração, devido ao aumento do consumo de cimento, em vista de se obter concretos de elevado desempenho. O presente trabalho tem por objetivo o estudo do comportamento do concreto nas primeiras idades, considerando “primeiras idades” (*early ages*), o período em que suas propriedades variam rapidamente. Nesse período, as mudanças significativas em sua microestrutura devido ao avanço da hidratação são percebidas macroscopicamente por meio da variação das propriedades com o tempo. Enquanto as propriedades se desenvolvem, principalmente as relacionadas ao endurecimento e à impermeabilidade, a matriz cimentícia apresenta variações de volume de diferentes origens. As reações de hidratação do cimento com a água produzem uma massa de hidratos que ocupam menor volume que os reagentes, ocasionando retração autógena. A perda de água não hidratada que ocupa os poros capilares de diferentes tamanhos provoca retração plástica ou de secagem, sendo influenciada pela temperatura do meio externo, velocidade do vento e condições da superfície. As variações de temperatura, principalmente devido à exotermia das reações de hidratação, provocam deformações, de dilatação e contração, que em certos casos podem ser a principal causa de fissuração do concreto jovem.

Portanto, não é sem motivo que os primeiros estudos sobre a fissuração do concreto jovem se desenvolveram em função dos problemas observados durante a construção de barragens decorrentes de tensões de origem térmica (FAIRBAIRN *et al.*, 2007). Desde a década de 30 já se estudava a adição de material pozolânico para reduzir a geração interna de calor.

As propriedades do concreto, e, portanto, seu comportamento estrutural, são conseqüência da atuação simultânea de todos os fatores — termo-quimo-higro-mecânicos — afetando sua integridade nas primeiras idades, em geral ainda durante o processo construtivo,

fatores estes nem sempre conhecidos e menos ainda corretamente considerados. As condições de apoio ou aderência impostas à estrutura, ou mesmo as restrições internas, transformam o somatório de deformações por variações de volume em tensões capazes de superar a resistência do material provocando fissuras. Uma vez instalado o quadro de fissuração, o concreto perde resistência, podendo chegar ao comprometimento da segurança da estrutura, além de ficar sujeito à percolação de água e, portanto, às patologias decorrentes, ficando comprometida também sua durabilidade. Assim, jamais suportará os esforços ou atenderá à finalidade para a qual foi projetado sem vultoso esforço financeiro.

Apesar da complexidade dos fenômenos envolvidos no processo de hidratação, considerando a geração interna de calor, as variações de volume de diversas origens e as relações deformação-tensão dependentes do tempo, o comportamento do concreto nas primeiras idades pode ser satisfatoriamente modelado e previsto, de modo a verificar se as premissas de projeto podem ser atendidas. As propriedades térmicas e mecânicas do concreto podem ser determinadas por ensaios normatizados ou, na falta destes, por modelos previsores das propriedades dependentes do tempo e valores tabelados para as demais propriedades. A metodologia de cálculo pode ser complexa e trabalhosa, considerando a influência da temperatura na exotermia da reação, dentro do quadro teórico dos acoplamentos termo-químico-mecânicos, ou pode ser realizada de maneira simplificada. Quanto ao comportamento mecânico, o concreto, bem como os materiais compósitos à base de cimento, possui comportamento de sólido viscoelastoplástico sujeito ao envelhecimento, ao dano e à influência da temperatura, afetado pela retração de secagem, pela variação autógena e pelas condições de contorno complexas e transientes da estrutura real. Não raro, o concreto é considerado um material elastoplástico (FAIRBAIRN, et. al., 2007; SILVOSO, 2003) para efeito da otimização dos principais fatores intervenientes no quadro de fissuração: a temperatura de lançamento de camadas de concreto, a altura e o intervalo de lançamento, e o consumo de cimento. Diversos pesquisadores consideram o concreto material viscoelástico (GAMBALE, et. al., 1991 e 1992; SANTOS, 2004) em vista de, ao que parece, melhor se ajustar aos estudos de caso. Simplificações são adotadas em função de recursos e tempo disponíveis, ou em função de especificidades do problema a ser modelado, podendo ser ou não razoáveis conforme do nível de segurança exigido e do grau de aproximação da realidade.

Segundo Azenha (2004), o conhecimento ou monitoramento da evolução das propriedades mecânicas do concreto nas primeiras idades permitem não só combater a fissuração, mas também obter informações importantes para a tomada de decisões sobre remoção de fôrmas e escoramentos, aplicação de protensão, proporcionando maior segurança e redução de custos relacionados com a aceleração do processo construtivo. Obras de maior porte, como grandes pontes, barragens, usinas nucleares, grandes edifícios e estruturas massivas devem necessariamente ser verificadas quanto à fissuração nas primeiras idades, para respaldar medidas preventivas e mitigadoras dos efeitos indesejáveis de deformação excessiva, perda de resistência, integridade estrutural e comprometimento da durabilidade.

1.2 Objetivos da pesquisa

1.2.1 Objetivo geral

Realizar a modelagem numérico-computacional pelo método dos elementos finitos de estruturas de concreto nas primeiras idades com geometrias simples, tais como laje de reservatório, blocos de fundação e muros de arrimo. O cálculo será realizado considerando o material simplesmente elástico para efeito do conhecimento do coeficiente de restrição, que correlaciona a tensão em um ponto da estrutura à tensão de uma barra restringida. Assim, dada a importância do conhecimento do potencial de fissuração devido à geração interna de calor, o cálculo das tensões de origem térmica utilizando o coeficiente de restrição permite disponibilizar ao meio técnico não especializado informações relevantes sobre medidas preventivas e mitigadoras de efeitos indesejáveis a serem adotadas, podendo, inclusive, fornecer esforços termomecânicos para consideração no cálculo estrutural das estruturas armadas.

1.2.2 Objetivos específicos

Repropor o gráfico do coeficiente de restrição relatado pelo ACI 207.2R-07 para mais de uma situação de condição de contorno, a saber, além de um bloco engastado na base,

a de um bloco solidário a uma fundação, condição frequentemente encontrada em obras correntes.

Divulgar a metodologia do cálculo expedito de tensões de origem térmica de um ponto da estrutura, baseado apenas no histórico de temperaturas e do grau de restrição, além das propriedades do material, validada para certas situações de geometria simples.

Disponibilizar informações sobre propriedades térmicas a serem consideradas no cálculo do campo de temperaturas da estrutura (relatadas em capítulo à parte), bem como das propriedades mecânicas dependentes do tempo, tais como a resistência à compressão, à tração, o módulo de elasticidade e a fluência.

1.3 Limitações da pesquisa

O estudo mais completo e detalhado do potencial de fissuração do concreto exige considerá-lo material viscoelastoplástico sujeito ao dano, dentro do quadro teórico termodinâmico da mecânica dos meios porosos. A mecânica do dano e a mecânica da fratura requerem estudos muito mais aprofundados, pois, além da complexidade da disciplina, deve compreender os diversos fenômenos de variações de volume atuando simultaneamente de maneira acoplada. A modelagem da propagação de fissuras requer ferramentas computacionais mais sofisticadas, bem como hardware adequado. Parece constituir o estado da arte em modelagem da fissuração a modelagem multi-escala do material sujeito ao dano (KIM, 2009; SOUZA, 2005 e 2009; CHAMILCO, 2006; ZOBEIRI, 2006; MESHAKA, 2002).

Acrescentando a interação do concreto com as armaduras, as fôrmas, e a simulação realista das condições de contorno, principalmente de apoio, o trabalho de modelagem fica extremamente complexo.

Este trabalho pretende aprofundar os estudos relacionados ao campo de temperaturas, mas tratar simplificadamente o comportamento termomecânico do concreto, em vista de difundir estas considerações às estruturas correntes citadas: laje, bloco e muro. Em vista da complexidade dos fenômenos envolvidos e das ferramentas disponíveis, adotou-se desconsiderar a plasticidade no comportamento do concreto, bem como os comportamentos

não-lineares e redistribuição de tensões devido à microfissuração. Pelos mesmos motivos, não serão consideradas a retração de secagem e autógena no modelo mecânico do material.

1.4 Estrutura da dissertação

A dissertação tem a estrutura básica conforme segue:

O Capítulo 1 - Introdução - apresenta resumidamente o tema ser abordado pela dissertação nos aspectos gerais, mostrando a importância e atualidade do tema proposto, a saber, que cada vez mais estruturas encontram-se sujeitas a fissuração de origem térmica nas primeiras idades devido principalmente ao aumento da área específica e do consumo de cimento médio em comparação com décadas passadas. Blocos de fundação, muros de arrimo, lajes de reservatório são estruturas de geometria simples que podem contar com critérios de verificação do problema térmico e potencial de fissuração nas primeiras idades de maneira simplificada.

O Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica - apresenta, primeiramente, um sucinto histórico sobre o problema térmico provocado pela geração de calor em concretos massivos. O grande avanço da tecnologia de concreto no Brasil a partir dos trabalhos do Dr. Roy Carlson, com a mudança de paradigma da resistência mecânica para a consideração de aspectos de durabilidade. Já na década de 90, a partir dos trabalhos de Ulm e Coussy (1995 a 1998) em poromecânica termoquimicamente ativa e o avanço da informática, foi possível enormes desenvolvimentos em termos de modelagem computacional pelo método dos elementos finitos.

Em seguida, a revisão bibliográfica trata o tema basicamente sob o enfoque do problema térmico e o problema mecânico a ele associado. O item sobre o problema térmico destaca a geração interna de calor proveniente da reação exotérmica de hidratação do cimento com a água. A correta consideração do problema convém ainda levar em consideração a influência da temperatura na exotermia da reação. Este pode ou não ser negligenciável dependendo da estrutura considerada, aspectos estes fora do escopo desta dissertação. O problema mecânico é abordado tendo em vista o comportamento dependente do tempo, isto é, o concreto como material viscoelástico. Este aspecto é ainda pouco

conhecido e menos ainda corretamente considerado, certamente devido à enorme complexidade do material. Apesar das complexidades, simplificações são adotadas a fim de resolver problemas práticos.

O Capítulo 3 - Metodologia - considera a metodologia para se avaliar o potencial de fissuração. Brevemente considerada, o método semi-empírico da capacidade de deformação representa a maneira expedita que se avaliava o potencial de fissuração em uma época que não havia ainda alcançado os benefícios da era da informática. O método das tensões é apresentado de maneira mais defensável, uma vez que não está intrinsecamente ligado a um único critério de ruptura, como o está a capacidade de deformação. Partindo das mesmas informações, representa um cálculo também expedito das tensões baseado no histórico de temperaturas, das propriedades mecânicas e do coeficiente de restrição. Este último é o fator de incerteza deste método, uma vez que está ligado a um tipo de geometria e condição de contorno padrão. As estruturas reais costumam ser bem menos generosas quanto a esse aspecto. Por fim, é apresentado em linhas gerais o método dos elementos finitos, que se baseia na discretização de uma estrutura genérica, método este amplamente estudado, validado e adequado ao cálculo do comportamento mecânico da maioria das estruturas. Com as ferramentas atualmente disponíveis, torna-se a melhor opção para se prever o comportamento das estruturas. Não obstante, estudos específicos realizados por meio deste método podem permitir que recomendações particularizadas ofereçam critérios simples de verificação quanto à segurança contra a fissuração.

A fim de permitir ao meio técnico o acesso a informações necessárias quanto as propriedades do concreto e seus materiais constituintes, o Capítulo 4 - Propriedades e Modelos Previsores - apresenta um resumo das propriedades térmicas e principais modelos previsores para as propriedades dependentes do tempo. Importantes informações são trazidas dos documentos do *American Concrete Institute*: ACI 207.2R-07 e ACI 209.2R-08 (ACI, 2007 e 2008), tais como os modelos previsores para resistência à compressão e tração, módulo de elasticidade e fluência do concreto. No caso da fluência, esta importante propriedade que descreve o comportamento viscoelástico do concreto, é apresentado, além do modelo do ACI, os modelos previsores *Bazant-Panula*, *Bazant-Baweja* e uma tentativa de se estabelecer parâmetros típicos para o modelo do *US. Bureau of Reclamation*, adotado por FURNAS.

Coube ao Capítulo 5 - Apresentação dos Resultados - apresentar os resultados das modelagens realizadas, com o intuito de permitir respostas aos objetivos propostos. Inicialmente, é apresentada modelagens-*benchmark*, que permitem obter confiança no equacionamento proposto, bem como permitir sensibilidade para se analisar quadros mais completos de comportamento, não passíveis de verificação analítica. Em seguida, um estudo do coeficiente de restrição é apresentado com o objetivo de posterior análise crítica ao método simplificado das tensões. Pretende-se com o coeficiente de restrição a correlação entre a tensão real na estrutura e a tensão calculada de maneira simples em uma barra uniaxial. Existe um grau de incerteza na resposta do coeficiente de restrição associado a o quanto a condição de contorno real se aproxima da que foi adotada como premissa do coeficiente de restrição. Isto torna este método, ainda que possível e por vezes até necessário ser utilizado, um tanto perigoso se não for utilizado com bastante critério e experiência. Não obstante, estruturas com geometria simples, tais como lajes, blocos e muros de arrimo ou pilares, podem passar a contar com relevante critério de verificação quanto à fissuração nas primeiras idades.

O Capítulo 6 - Discussão dos Resultados e Considerações Finais - trata da análise e discussão dos resultados, bem como das considerações finais e sugestões para futuras pesquisas. Por fim, uma breve bibliografia sobre o tema, das obras consultadas e realmente utilizadas no trabalho.

2 *Revisão bibliográfica*

2.1 Histórico

Nos primórdios da utilização do concreto em grandes obras, notadamente em barragens, pouco ou nenhum controle era utilizado, nem mesmo separação de faixas de tamanhos dos agregados, sendo comum a utilização de concreto ciclópico¹. Na construção da barragem de Roosevelt (USA), anterior a 1930, foi registrado um consumo de cimento médio de 168 kg/m³. A Barragem de Hoover (USA) começou a ser construída, no início da década de 30, com 223 metros de altura, passando a ser em 1937 a mais alta do mundo. Utilizou-se pela primeira vez serpentinas para pós-refrigeração do concreto e cimento de baixo calor de hidratação como medidas para mitigar os efeitos indesejáveis do aumento de temperatura no interior da estrutura.

Segundo Kuperman (1995), a tecnologia de concreto no Brasil alcançou grande impulso a partir dos trabalhos do Dr. Roy W. Carlson, da Universidade de Berkeley, iniciados durante a construção das barragens de Três Marias e Jupia. Nesta época, uma nova geração de engenheiros tecnologistas de concreto tiveram a oportunidade de estudar nos EUA.

Entre os avanços em tecnologia do concreto obtidos pode-se citar o método de dosagens baseado no módulo de finura dos agregados, o zoneamento das estruturas de acordo com a taxa de trabalho, a alteração da idade de controle da resistência, a substituição de cimento por *fly ash* ou cinza volante, para reduzir o calor gerado e minimizar o potencial de reação álcali-agregado, e o cálculo térmico das estruturas de concreto pelo método de Carlson.

A grande e pioneira contribuição trazida por Carlson foi a de tentar compatibilizar a resistência do concreto com a sua durabilidade, tendo em vista a minimizar o potencial de fissuração provocado pela retração de origem térmica do concreto em grandes massas. Não

¹ Concreto em que pedras de dimensão acima de 150mm são adicionadas manualmente.

obstante o pioneirismo brasileiro alcançado na década de 70, apenas recentemente a norma brasileira de concreto armado acrescentou critérios e parâmetros voltados para a durabilidade.

Os avanços em tecnologia de concreto devido ao estudo de novos materiais, tais como adições minerais e aditivos químicos, trouxeram novos e complexos aspectos a serem considerados quanto à fissuração.

Nas décadas de 80 e 90, diversos pesquisadores contribuíram para o avanço deste tema, tais como Machida e Uehara (1987), Emborg (1985), Calmon (1995), entre outros *apud* Santos (2004).

Novo marco de desenvolvimento no tocante à compreensão da fissuração de origem térmica e química do concreto, principalmente nas primeiras idades, foi alcançado após os trabalhos de Ulm e Coussy (1995, 1996, 1998). Segundo Fairbairn *et.al.* (2007), estes pesquisadores desenvolveram um rigoroso e consistente quadro teórico termodinâmico, que considera o concreto um meio poroso termoquimicamente reativo. Apesar da complexidade e formalismo da mecânica dos meios porosos, este quadro teórico é prático e aplicável a problemas reais de engenharia.

No Brasil, a COPPE é a instituição que mais estudou, aplicou e desenvolveu os conceitos originais de Ulm e Coussy, demonstrando em mais de duas décadas, uma enormidade de trabalhos de reconhecimento internacional. Em 2002, em parceria com FURNAS, coordenaram um ambicioso projeto de modelagem computacional do concreto nas primeiras idades. No âmbito desse projeto, diversos trabalhos foram relatados, sendo os mais importantes as teses de mestrado e doutorado de Carvalho (2002), Silvano (2002 e 2003), Faria (2004) e Alves (2008).

A análise de estruturas de materiais à base de cimento se faz imperativa dentro do quadro teórico dos acoplamentos termo-químico-mecânicos quando os carregamentos devidos aos efeitos da hidratação são predominantes (FAIRBAIRN *et.al.*, 2007). Tais carregamentos são as deformações, causadoras das tensões, devidas às variações transientes de volume por efeitos térmicos (exotermia das reações de hidratação) e químicos (retração autógena). Para que o problema termo-químico-mecânico seja modelado com precisão, é de fundamental importância que seja considerada a termo-ativação da exotermia das reações de hidratação. As reações exotérmicas tem por característica o aumento da velocidade ou da

taxa de hidratação com o aumento da temperatura. Do ponto de vista experimental, é necessário que se conheça as propriedades do material em função do grau de hidratação. Do ponto de vista numérico, é necessário que se determine os campos de hidratação e de temperatura, cuja solução é não-linear, porque a evolução da temperatura de um instante para o outro depende do grau de hidratação e a evolução do grau de hidratação depende da temperatura em dado instante. A partir desses campos determinados, as propriedades elasto-plásticas podem ser determinadas, e, portanto, campo de deformações e tensões correspondentes.

O concreto é um material que apresenta comportamento de fluência quando submetido a tensão constante, conforme é mostrado na Figura 2.1, bem como comportamento de relaxação de tensões quando submetido a deformação constante.

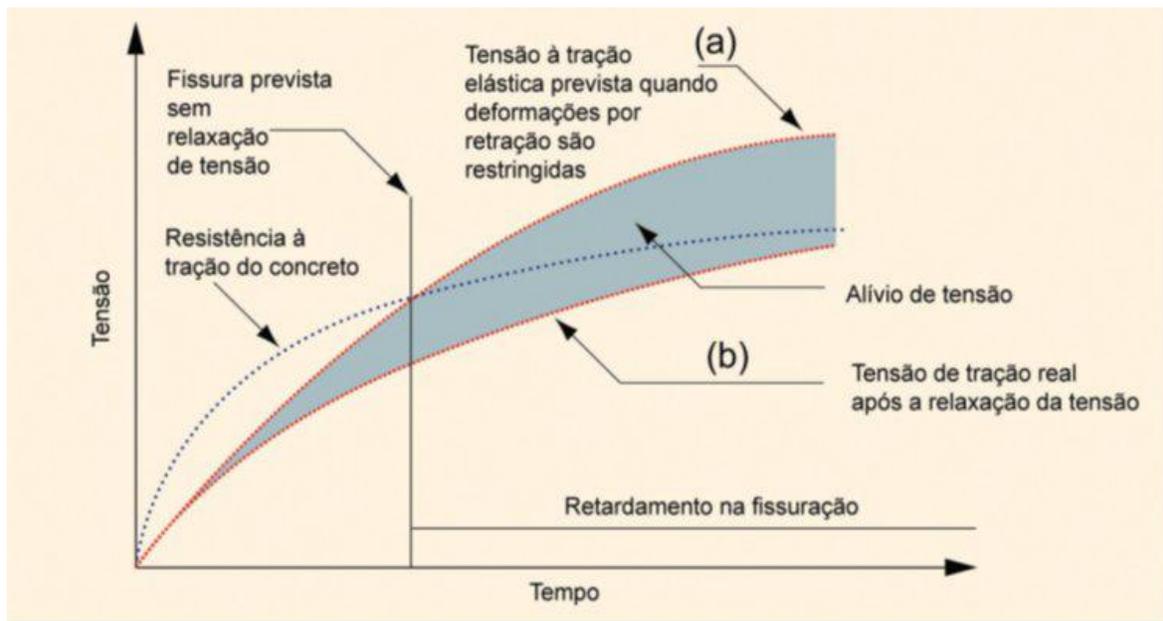


Figura 2.1: Influência da retração e fluência na fissuração do concreto (Troxell, G.E.; Davis, H.E.; Kelly, J.W., Composition and Properties of Concrete, McGraw-Hill, New York, p.342, 1968, *apud* Mehta e Monteiro, 2008, gentilmente cedido).

A resistência do concreto à tração apresenta-se como uma função crescente com o tempo. As tensões de tração, que aparecem quando deformações por retração são restringidas, quando superam a resistência do material, provocam fissura. O comportamento de fluência ou relaxação, conforme o caso, é característica do material viscoelástico. As fissuras que apareceriam em certo instante se o material fosse simplesmente elástico, são

retardadas para um tempo bem posterior, podendo nem ocorrer, uma vez que há alívio de tensões no material viscoelástico devido à relaxação.

O concreto, bem como os materiais compósitos à base de cimento, nas primeiras idades, possui comportamento de sólido viscoelastoplástico sujeito ao envelhecimento e à influência da temperatura, afetado pela retração de secagem, pela variação autógena e pelas condições de contorno complexas e transientes da estrutura real. Quando carregado acima de certos limites, a abertura de micro fissuras internas provoca alterações nas propriedades elásticas do material. Com o crescimento da carga, as micro fissuras aumentam de tamanho e volume, tendendo a se interconectarem. A partir de 80% da carga última, a estrutura interna torna-se instável e a propagação das fissuras ocorre mesmo sem incremento de carga (Figura 2.2).

O material sujeito ao dano vai apresentando comportamento progressivamente não-linear em relação às propriedades inicialmente consideradas lineares, tais como o módulo de elasticidade e a fluência. Os trabalhos mais avançados encontrados neste tema são os trabalhos de Lackner e Mang (2004), que considera o concreto um material também elastoplástico, Alves (2008), da COPPE/UFRJ, que considera a fluência e a otimização da construção de barragens utilizando computação de alto desempenho paralela; e Benboudjema e Torrenti (2008), do LCPC/França, já considerando o concreto material viscoplástico com influência da temperatura nas constantes viscoelásticas e a mecânica do dano.

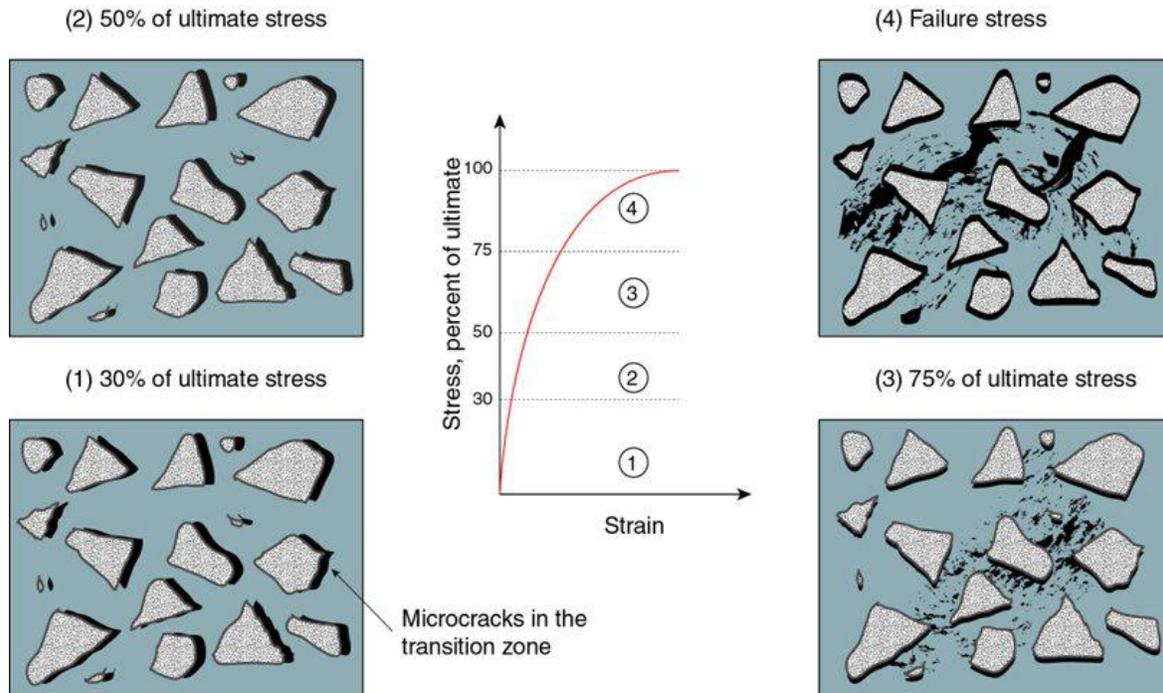


Figura 2.2: Influência do nível de tensão na formação e propagação interna de fissuras sob carregamento à compressão uniaxial. (Mehta e Monteiro, 2008, gentilmente cedido).

Os trabalhos de Azenha (2004 e 2010) consideram a modelagem do campo de umidade, de acordo com a equação geral da difusão, necessário à correta consideração da retração de secagem no cálculo das deformações, quando as condições ambientais e geométricas – vento, temperatura e área superficial em relação ao volume da estrutura – o exigem.

O estudo mais completo e detalhado do potencial de fissuração do concreto convém considerá-lo material viscoelastoplástico sujeito ao dano. A mecânica do dano e a mecânica da fratura requerem estudos mais aprofundados. A modelagem da propagação de fissuras requer ferramentas computacionais mais sofisticadas, bem como hardware adequado. Constitui o estado da arte em modelagem da fissuração, a modelagem do material sujeito ao dano (KIM, 2009; CHAMILCO, 2006; ZOBEIRI, 2006; MESHAKA, 2002) e a modelagem multi-escala (SOUZA, 2006 e 2009).

2.2 O problema térmico

2.2.1 Conceitos termodinâmicos

A *temperatura* pode ser definida somente para sistemas em equilíbrio, em que a velocidade das partículas é descrita pela distribuição de Boltzmann. A temperatura controla o fluxo de calor entre dois sistemas termodinâmicos (MENCZEL e PRIME, 2009; INCROPERA, 2008). *Calor* é uma forma de energia que, em processo espontâneo, flui de um corpo a temperatura mais alta a outro a temperatura mais baixa.

O *fluxo de calor* pode ser definido como um processo no qual dois sistemas termodinâmicos trocam energia. O fluxo de calor mantém-se até que a temperatura entre os dois sistemas (ou corpos) tornem-se iguais, estado este chamado de equilíbrio térmico. Para um processo infinitesimal, pode-se escrever²:

$$dU = \delta Q + \delta W$$

em que dU é a variação da energia interna e W é o trabalho realizado.

No caso de trabalho realizado apenas com a variação de volume dV do sistema, tem-se:

$$dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - p dV$$

a variação total de energia sendo:

$$\Delta U = Q + W = Q + \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

e a variação da quantidade de calor,

$$\delta Q = dU + p dV = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_V dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + p dV$$

que pode ser reescrita como:

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV$$

Se um processo ocorre para um volume constante e nenhum outro trabalho é levado

² As quantidades δQ e δW não são diferenciais, porque Q e W não são variáveis de estado, em geral. O calor (Q) torna-se variável de estado somente para processos reversíveis (MENCZEL e PRIME, 2009).

em consideração, então $dU = \delta Q$. Então, para estas condições, a variação de energia interna é igual à quantidade de calor adicionada ou retirada do sistema, e o calor Q torna-se uma variável de estado.

Fluxo de calor

Existem três formas de fluxo de calor: por condução, por convecção e por radiação. No caso de condução, o calor flui da parte mais quente de um corpo até a parte mais fria. Se o fluxo de calor por condução ocorre entre dois corpos, estes têm que estar em contato físico. A condução de calor ocorre por difusão, uma vez que os átomos ou moléculas doam uma parte de sua energia cinética às vizinhas. No caso de convecção, o calor é transferido de uma superfície sólida a um fluido em movimento, como gás ou líquido, ou vice-versa. Na radiação, o calor é irradiado das superfícies dos sistemas na forma de energia eletromagnética. Para este tipo de transferência de calor não é necessário um meio material, sendo usual entre superfícies sólidas. A intensidade e a frequência da radiação dependem somente da temperatura superficial.

Calor latente ou calor “escondido” é a quantidade de calor absorvida ou emitida durante uma mudança de fase, assim chamada porque a temperatura não varia durante o processo. O termo corrente atual é *calor de transição*.

Entropia é provavelmente a mais importante variável de estado, que caracteriza a desordem do sistema. A entropia, denotada por S foi introduzida por Clausius, em 1865. A variação de entropia entre dois estados é dada por:

$$\Delta S = S_B - S_A \geq \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \rightarrow dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

A *capacidade térmica* é uma extremamente importante variável de estado em calorimetria. A capacidade térmica a pressão constante (C_p) e a volume constante (C_v) indica a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de uma amostra em 1°C. A capacidade térmica por unidade de massa do material é chamada de calor específico, dado em J/(mol·K) ou J/(kg·K).

Pela definição de capacidade térmica a pressão constante (C_p), tem-se:

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\delta H}{\partial T} \right)_p$$

e a capacidade térmica a volume constante (C_v)

$$C_v = \left(\frac{\delta Q}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\delta H}{\partial T} \right)_V$$

Tanto em ensaios calorimétricos quanto em situação real de obra é evidentemente impossível manter volume constante com variação de temperatura. Por esta razão, determina-se sempre C_p ao invés de C_v .

2.2.2 Propagação de calor com geração interna

Equação do calor

A equação do fluxo de calor que sai de um elemento infinitesimal é conhecida como equação de Fourier. A geração interna de calor devido às reações de hidratação menos o calor que sai do elemento por condução (ou convecção, se for de contorno) resulta em calor armazenado pelo elemento. Este fenômeno pode ser descrito pela equação³:

$$\rho_e c_e \dot{T} = k \nabla^2 T + \dot{Q} \quad (2.1)$$

em que:

ρ_e , c_e e k são a massa específica, calor específico e condutividade térmica, respectivamente, são em geral consideradas constantes do material e independentes da temperatura.

T e \dot{T} é a temperatura no ponto e taxa de variação da temperatura, respectivamente.

\dot{Q} é a taxa de variação da geração interna de calor no ponto.

A taxa de geração interna de calor \dot{Q} não é constante ao longo do processo de hidratação do concreto. Pode ser determinada experimentalmente por meio de ensaios calorimétricos adiabáticos, semi-adiabáticos ou isotérmicos. É influenciada pela temperatura em dado instante e pelo grau de hidratação, cujo efeito pode ser desprezado dentro de certas limitações.

³ Particularizada para material isotrópico. É a equação do balanço de energia em termos de taxa, ou seja, derivada em relação ao tempo. O que entra menos o que sai é igual ao que fica. O que “entra” é a geração interna, \dot{Q} . O que sai, é o divergente do gradiente. O gradiente é positivo da temperatura menor para a maior, e o fluxo é positivo da temperatura maior para a menor. Por isso, este termo tem sinal negativo, que se anula com o “menos” do que sai. O que fica, é armazenado com variação de temperatura.

Ensaio para determinação da geração interna de calor - Calorimetria

Existem diversos tipos de calorímetros, aparelho cuja função é determinar a geração de calor de um material. Aqui serão abordados os três tipos mais comuns de calorímetros utilizados em cimento e concreto: calorímetro adiabático, semi-adiabático e isotérmico.

O calorímetro adiabático é aquele em que não há fluxo de calor através da superfície da amostra. A reação de hidratação provoca variação de temperatura na amostra, que é medida. O ambiente circundante é mantido à mesma temperatura, para que não haja fluxo de calor. No ensaio adiabático, o termo $k\nabla^2 T$ da equação do calor é igual a zero, ou seja, não existe variação de temperatura nas direções x , y , z do espaço, caso em que todo o calor gerado internamente é armazenado pelo próprio material. Uma vez que a taxa de geração interna de calor cessa após certo tempo, a temperatura aumenta continuamente enquanto existe geração de calor, até se estabilizar em um patamar constante. Então a equação 1 torna-se:

$$\dot{Q} = \rho_e c_e (\Delta T^{\text{ad}}) \quad (2.2)$$

A determinação da geração interna de calor do concreto é mais comum ser realizado com calorímetro adiabático pelo fato de que no interior do concreto-massa a elevação máxima de temperatura é um valor próximo da elevação adiabática de temperatura (FURNAS, 1997). Basicamente o sistema é formado por um recipiente isolado, colocado em ambiente que possui controle de temperatura, mantida idêntica à temperatura da amostra. O Capítulo 4 apresenta mais detalhes sobre esta propriedade.

No calorímetro semi-adiabático mede-se a variação de temperatura da amostra e calcula-se a quantidade de calor produzida pelas reações. Para tanto, é necessário conhecer o calor específico da amostra, a capacidade térmica do calorímetro e as perdas de calor através das paredes isolantes do calorímetro.

A Figura 2.3 mostra um calorímetro semi-adiabático, conhecido como Garrafa de Langavant, apropriado para o estudo do calor de hidratação do cimento. O procedimento de ensaio está descrito pela NBR 12006 (ABNT, 1990). A temperatura no interior da amostra é medida por um termômetro de precisão, normalmente termoresistor de platina. Na falta de outros ensaios com o concreto integral, a geração interna de calor pode ser estimada a partir do calor de hidratação do cimento determinado por este ensaio (FURNAS, 1997).



Figura 2.3: Calorímetro semi-adiabático, chamado Garrafa de Langavant. Laboratório de Concreto de FURNAS.

No ensaio em calorímetro isotérmico, a temperatura do ambiente é controlada e mantida abaixo da temperatura da amostra para que haja retirada do calor gerado internamente pela amostra, de modo que a temperatura da amostra permaneça constante. O calor gerado internamente é todo dissipado para o ambiente circundante.

Na técnica de calorimetria isotérmica, é efetuada a medição da taxa de calor produzida na reação de hidratação, não havendo, portanto, necessidade de conhecer o calor específico da amostra ou a constante do calorímetro. Esta técnica apresenta mais estabilidade, sem necessidade de calibração várias vezes ao ano. Segundo WADSÖ (2003), calorímetros isotérmicos são mais sensíveis em relação aos demais métodos para o estudo de hidratação do cimento, uma vez que a temperatura das reações é mantida.

A taxa de energia é medida por sensores de fluxo de calor, baseados em termopilhas. A amostra é colocada em recipiente, em cuja base é fixado o sensor de fluxo de calor, mantido a temperatura constante por sistema termostatizado, com circulação de ar ou água. Note-se que existe um segundo dispositivo chamado de referência, onde é colocada amostra com massa semelhante e inerte. O sinal obtido do dispositivo de medição é subtraído do sinal do dispositivo de referência, como forma de compensar eventuais trocas de calor como meio externo. A Figura 2.4 mostra um calorímetro isotérmico modelo TAMAir, formado por oito recipientes de medição, sendo que a temperatura é mantida constante através de circulação de ar.



Figura 2.4: Foto de calorímetro isotérmico para cimento modelo TAMAir. (TA Instruments, 2009).

Determina-se com o calorímetro isotérmico o fluxo de calor para o ambiente, que é justamente o termo \dot{Q} da equação do calor ($\rho_e c_e \dot{T} = k \nabla^2 T + \dot{Q}$ (2.1): $\dot{Q} = \dot{Q}_{amb}$.

Relevantes trabalhos foram conduzidos por Xiong e Breugel (2001), demonstrando aplicação no cálculo da energia de ativação. No Brasil, a utilização de calorímetro isotérmico foi relatada por Quarcione e Cincotto (2008), em estudos com pasta de cimento. Encontra-se em andamento pesquisa de FURNAS e a UFSC/LMPT para o desenvolvimento de um calorímetro isotérmico para amostras de concreto, baseado na medição e controle do fluxo de calor através da superfície da amostra, conforme relatado por Guths (1994).

2.2.3 Acoplamento termo-químico e influência da temperatura

A fim de complementar a revisão bibliográfica, é apresentada a correta consideração do acoplamento termoquímico e da influência da temperatura na exotermia da reação, a partir dos trabalhos desenvolvidos por Azenha (2004 e 2009) e Fairbairn *et.al.* (2007), Alves (2008) e Silvosso (2003), na linha dos trabalhos desenvolvidos por Ulm e Coussy (1995 e 1996) e Breugel (2001).

Grau de hidratação e equação diferencial correspondente

O grau de hidratação pode ser definido em relação a qualquer propriedade (X), mecânica ou física, como o calor de hidratação acumulado ou a elevação adiabática de

temperatura, como sendo o parâmetro normalizado da propriedade⁴.

$$\xi = \frac{X(t) - X_0}{X_\infty - X_0}. \quad (2.3)$$

Assim, a equação do calor pode ser reescrita como:

$$\rho_e c_e \dot{\theta} = k \nabla^2 \theta + L \dot{\xi} \quad (2.4)$$

sendo L o calor total gerado internamente (acumulado).

Se a determinação da geração interna de calor for realizada por meio de ensaio adiabático, L pode ser dado por:

$$L = \Delta T_\infty^{ad} \rho_e c_e \quad (2.5)$$

Se a determinação da geração interna de calor for determinada por meio de calorímetro isotérmico, cujo resultado é dado em unidade de potencia por unidade de massa de cimento, L pode ser dado pelo calor total por unidade de massa de cimento vezes o consumo de cimento (AZENHA, 2009):

$$L = Q_{total} C_{cim} \quad (2.6)$$

Se o grau de hidratação não fosse também função da temperatura, fosse função apenas do tempo, bastaria resolver a equação diferencial do calor mostrada em 4. Todavia, a taxa de geração interna de calor ($L\dot{\xi}$), em dado instante, depende da temperatura e do próprio grau de hidratação naquele instante. Significa que existe uma segunda equação diferencial a ser resolvida simultaneamente à equação do calor, a equação diferencial que rege a reação química. Em termos práticos, uma vez que não se mede diretamente a reação química, adota-se como medida de seu avanço o grau de hidratação em relação a alguma propriedade, conforme dito anteriormente. Na equação diferencial do calor, a temperatura depende da taxa do grau de hidratação e na segunda equação a taxa do grau de hidratação depende do próprio grau e da temperatura. Este sistema de equações diferenciais de variáveis escalares - temperatura e grau de hidratação - é não-linear, pois uma variável depende da outra em uma

⁴ Interpretação do autor, baseado em Zhang *et.al* (2008), Ulm e Coussy (1995 e 1996) e Carino *et.al.* (1992). O grau de hidratação é na maioria das vezes adotado segundo a evolução da geração interna de calor acumulada, portanto em processo com temperatura variável, e também segundo a evolução da resistência ou outra propriedade em processo isotérmico, relatado por diversos pesquisadores.

equação e vice-versa na outra equação. Este sistema de equações também é dito “acoplado”, daí a razão de ser este problema chamado de termoquímico.

Determinação da equação diferencial do grau de hidratação

A taxa de hidratação $\dot{\xi}$ é influenciada tanto pela temperatura quanto pelo próprio grau da hidratação, podendo ser descrita como produto de duas funções, isolando os fatores influentes, resultando na seguinte equação diferencial ($\dot{\xi} = k(T) \cdot f(\xi)$) (2.7):

$$\dot{\xi} = k(T) \cdot f(\xi) \quad (2.7)$$

A determinação da equação diferencial do grau de hidratação é proposta com ligeiras diferenças pelos autores Azenha (2004 e 2009) e Fairbairn *et al.* (2007), tendo em comum o fato de não apresentarem a função analítica e sim uma série discreta de intervalos em que é correlacionado a taxa do grau de hidratação com o grau de hidratação (afinidade química normalizada). Metodologias diferentes também são adotadas em relação aos trabalhos de Azenha (2004) e Fairbairn *et al.* (2007), que mostraram a geração interna de calor a partir de ensaios em calorímetro adiabático, em comparação ao encontrado em Azenha (2009), que mostrou a geração interna de calor a partir de ensaios em calorímetro isotérmico para os cimentos de Portugal.

O ponto de partida são os dados obtidos experimentalmente. A propriedade “calor acumulado” ou mesmo a resistência à compressão, em diversas temperaturas isotérmicas, deve ser ajustada segundo uma função do tempo. Do mesmo modo, a elevação adiabática de temperatura, ensaiada em diversas temperaturas iniciais, deve ser ajustada segundo uma função do tempo. Dependendo da expressão ou modelo de função escolhida, ter-se-á uma equação diferencial diferente.

Um modelo encontrado na bibliografia para a equação diferencial do grau de hidratação, definido em termos da geração interna de calor (D’ALOIA e CHANVILLARD, 2002), é o modelo exponencial de Avrami-Erofeev, ou simplesmente modelo de Avrami (BISHNOI e SCRIVENER, 2009), que pode ser usado para descrever a função da elevação adiabática com o tempo.

Equação diferencial: $\dot{\xi} = k n (1 - \xi)[- \ln(1 - \xi)]^{(1-1/n)}$ (2.8)

Grau de hidratação:
$$\xi = \frac{\Delta T^{ad}(t)}{\Delta T^{ad}_{\infty}} = 1 - e^{-(k t)^n} \quad (2.9)$$

Segundo este modelo, o parâmetro k explica a influência da temperatura na exotermia da reação. O expoente n , quando independe da temperatura e do tempo (ou seja, do próprio grau de hidratação), depende apenas da amostra, que é dita, então, termo-reologicamente simples⁵ em relação a esta propriedade.

Outro modelo encontrado na bibliografia é o modelo referido por Faria (2004) como função Hill (Função Hill: $T^{ad}(t) - T_0^{ad} = \Delta T^{ad}(t) = \Delta T_{\infty}^{ad} \frac{t^c}{a^c + t^c}$ (2.10), cuja equação diferencial pode ser facilmente deduzida.

Função Hill:
$$T^{ad}(t) - T_0^{ad} = \Delta T^{ad}(t) = \Delta T_{\infty}^{ad} \frac{t^c}{a^c + t^c} \quad (2.10)$$

A taxa de variação do grau de hidratação pode ser descrita como:

$$\dot{\xi} = \frac{T^{ad}}{\Delta T_{\infty}^{ad}} = \frac{a^c c t^{c-1}}{(a^c + t^c)^2}. \quad (2.11)$$

Trabalhando convenientemente esta equação, tem-se que:

Equação diferencial:
$$\dot{\xi} = \frac{c}{a} \xi^{1-1/c} (1 - \xi)^{1+1/c} \quad (2.12)$$

Esta equação diferencial foi utilizada por Lackner e Mang (2004), embora com expoentes diferentes. Se, por hipótese, o material é termo-reologicamente simples em relação à propriedade ΔT^{ad} , então dois ensaios realizados em temperaturas iniciais T_0^{ad} diferentes possuem curvas $\Delta T^{ad}(t)$ diferidas apenas pelo parâmetro a da curva.

Influência da temperatura na equação diferencial da reação química

Segundo a equação diferencial genérica da reação química ($\dot{\xi} = k(T) \cdot f(\xi)$ (2.7), a função $k(T)$ traduz a influência da temperatura na exotermia da reação. Diversos autores (ULM e COUSSY, 1995, 1996; BENAMEUR *et.al.*, 2000; BRODA, *et.al.*, 2002) descreveram a cinética da hidratação do cimento e a influência da temperatura pela equação

⁵ Um material é dito termo-reologicamente simples em relação a certa propriedade quando a influência da temperatura nesta propriedade pode ser explicada por uma simples translação horizontal na escala $\ln(t)$. Esta translação é conhecida como "shift factor"

de *Arrhenius*, independentemente do histórico de temperaturas ou se o processo termodinâmico é adiabático ou isotérmico.

$$k(T) = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (2.13)$$

Segundo Ulm e Coussy (1995, 1996), a afinidade química normalizada, função do grau de hidratação na equação de Arrhenius, pode ser calculada a partir de ensaio em calorímetro adiabático, de acordo com a seguinte equação, que supõe conhecida a energia de ativação E_a :

$$\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT^{ad}(t)}\right), T^{ad} \text{ dada em } K \quad (2.14)$$

A energia de ativação pode ser calculada conforme ASTM C 1074 (1993). Os trabalhos de Pinto (1999 e 2004) e Carvalho (2002) mostraram a aplicabilidade do método para explicar a influência da temperatura na hidratação. Conforme $(\dot{\xi} = k(T) \cdot f(\xi))$ (2.7), é evidente que, para um mesmo grau de hidratação e considerando a lei de Arrhenius $(\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT^{ad}(t)}\right))$, T^{ad} dada em K (2.14), a seguinte relação pode ser obtida entre as taxas de hidratação $\dot{\xi}_1$ e $\dot{\xi}_2$:

$$\dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2 \exp\left[\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2^{ad}} - \frac{1}{T_1^{ad}}\right)\right] \quad (2.15)$$

Dessa forma, é possível calcular a energia de ativação E_a em cada instante com base nos ensaios com calorímetro adiabático, segundo a equação derivada de $(\dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2 \exp\left[\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2^{ad}} - \frac{1}{T_1^{ad}}\right)\right])$ (2.15):

$$E_a = R \left[\left(\frac{1}{T_2^{ad}} - \frac{1}{T_1^{ad}}\right) \ln\left(\frac{\dot{\xi}_1}{\dot{\xi}_2}\right) \right]. \quad (2.16)$$

Esses autores não propuseram uma expressão analítica para a afinidade química normalizada em função do grau de hidratação.

A afinidade química normalizada também pode ser calculada com o grau de hidratação definido pelo ganho de resistência do material ζ em condições isotérmicas (ULM e COUSSY, 1996). Dessa maneira, sendo T a temperatura isotérmica em Kelvin, tem-se:

$$\xi = \frac{\zeta(t) - \zeta_0}{\zeta_\infty - \zeta_0}, \quad \dot{\xi} = \frac{\dot{\zeta}}{\Delta\zeta_\infty}, \quad (2.17)$$

$$\tilde{A}(t) = \frac{\zeta}{\Delta\zeta_{\infty}} \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) = \tilde{A}(\xi). \quad (2.18)$$

Discussão sobre a energia de ativação

Sobre a interpretação e aplicabilidade do método da energia de ativação para explicar a influência da temperatura na exotermia das reações, deve-se reconhecer que é contra intuitiva a interpretação usual como sendo a energia necessária de ser fornecida para que os reagentes possam se transformar em produtos, uma vez que a reação de hidratação é espontânea (CARVALHO, 2002).

Diversos autores têm discutido as variações encontradas para a energia aparente de ativação. Xiong e Breugel (2001) estudaram a influência da relação água/cimento e de algumas adições ao cimento Portland comum e mostraram que a E_a varia não só conforme a relação água cimento utilizada na dosagem, mas também de um cimento para outro, e até mesmo durante o processo de hidratação. Zhang *et.al.* (2008) afirmaram conclusivamente que:

- a) diferentes concretos podem ter diferentes E_a 's para uma dada propriedade;
- b) diferentes propriedades podem ter diferentes E_a 's para um mesmo concreto;
- c) diferentes estágios de hidratação podem ter diferentes E_a 's.

Em síntese, não existe um único valor de energia de ativação para todas as propriedades do concreto ou diferentes composições de traço, aditivos, adições e consumos. Portanto, a energia de ativação não pode ser encarada como uma propriedade, e tão somente como um parâmetro de ajuste. Como tal, deve ser calculado segundo o melhor ajuste alcançado, diferentemente do proposto pelo método ASTM C 1074 (ASTM, 1993).

Acrescente-se o fato de não haver expressão analítica para a afinidade química normalizada, o cálculo da energia aparente de ativação é realizado de modo que até mesmo as variações aleatórias dentro dos ensaio tendem a ser interpretadas como variações da energia de ativação.

Modelo utilizado para o campo de temperaturas

Por fim, embora diversos pesquisadores tenham abordado o problema

termoquímico e a influência da temperatura na exotermia da reação, a equação diferencial final utilizada na modelagem do campo de temperaturas desta dissertação foi deduzida a partir de Azenha (2004 e 2009).

A modelagem do campo de temperaturas depende de se obter, a partir dos dados experimentais, os parâmetros e a equação constitutiva que rege o fenômeno da geração interna de calor. É apresentado em Azenha (2004) o equacionamento utilizado em caso de se partir de dados experimentais obtidos por meio de calorímetro adiabático. E em Azenha (2009) é apresentado o equacionamento utilizado em caso de se partir de dados experimentais obtidos por meio de calorímetro isotérmico.

O calorímetro isotérmico fornece a taxa de geração interna de calor em função do tempo, bem como o calor acumulado em função do tempo, conforme a Figura 2.5.

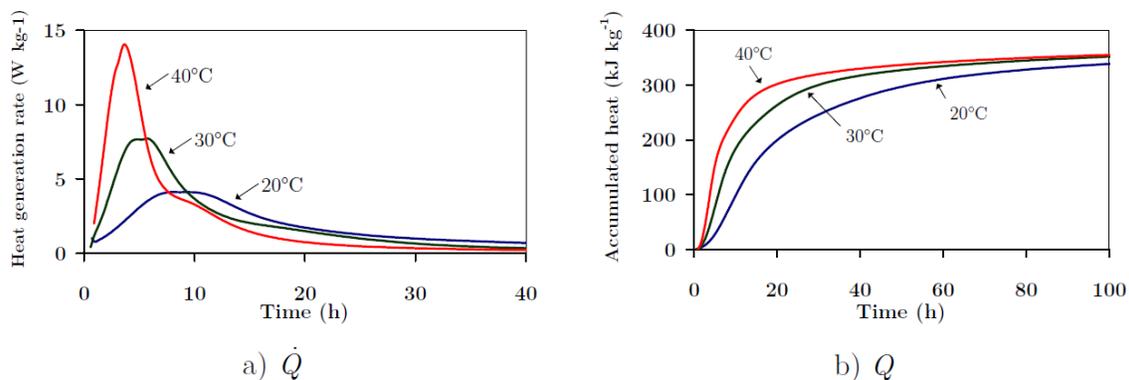


Figura 2.5: Exemplo de resultado experimental a partir de calorímetro isotérmico (AZENHA, 2009).

A partir dos dados experimentais, e considerando que $\xi = Q(t)/Q_{total}$, é possível colocar \dot{Q} em função de ξ e, dividindo-se \dot{Q}/Q_{pico} , a função $f(\xi)$, que é a função do grau de hidratação que tem pico unitário, e independente da temperatura, conforme a Figura 2.6.

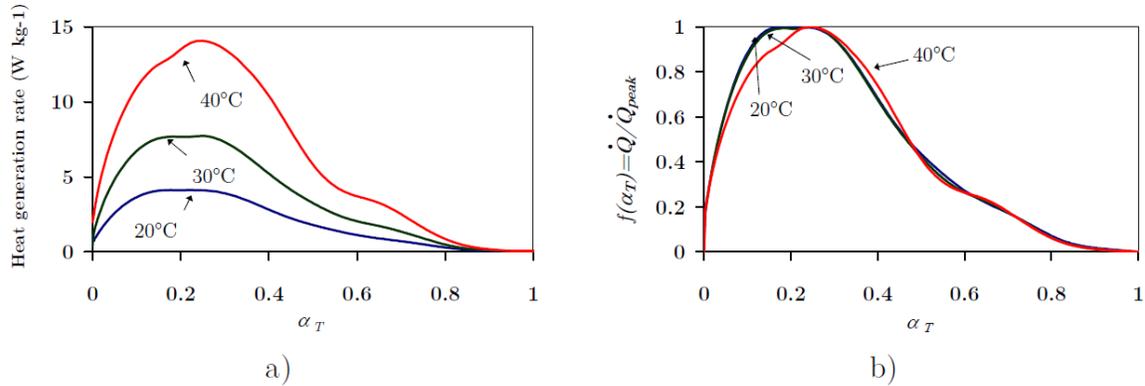


Figura 2.6: Exemplo de resultado experimental a partir de calorímetro isotérmico: função unitária $f(\xi)$ do grau de hidratação (AZENHA, 2009. Ali, o grau de hidratação ξ é referido como α_T).

O Q_{pico} é função da temperatura, sendo maior quanto maior for a temperatura isotérmica do ensaio. A partir dos dados experimentais em várias temperaturas isotérmicas, é possível calcular a atividade térmica, E_a/R .

$$Q_{pico} = A_T \exp\left(-\frac{E_a}{R T}\right) \quad (2.19)$$

Assim, o equacionamento da geração interna de calor leva às seguintes equações:

$$\dot{Q}(\xi, T) = f(\xi) A_T \exp\left(-\frac{E_a}{R T}\right) \quad (2.20)$$

$$\dot{\xi} = f(\xi) \frac{A_T}{Q_{total}} \exp\left(-\frac{E_a}{R T}\right) \quad (2.21)$$

Se o material é termo-reologicamente simples, então a velocidade da reação pode ser descrita pela equação de Arrhenius. Ocorre que a hidratação do cimento é um processo em que várias reações acontecem simultaneamente. Ainda que cada uma possa ser considerada termo-reologicamente simples à geração de calor, a soma do calor gerado geralmente não é. O conceito dos modelos multi-componentes será apresentado adiante.

Para calorímetro adiabático, a metodologia foi traduzida de Azenha (2004), originalmente descrita por Breugel (2001), conforme a Figura 2.7. Assume-se que o processo de hidratação se inicia adiabaticamente, de acordo com a curva adiabática da mistura. Quando o calor começa a se dissipar para o exterior, a velocidade da reação de hidratação torna-se inferior àquela que se verificaria em condições adiabáticas. Assim, a derivada \dot{Q} da curva real de hidratação $Q(t)$, também denominada por curva do processo, começa a desviar-se da curva adiabática (Figura 2.7).

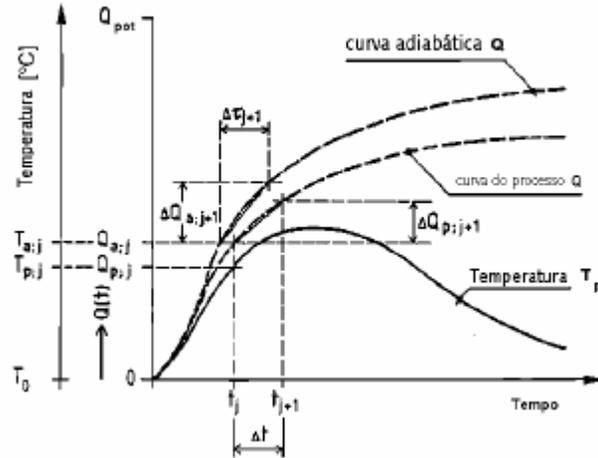


Figura 2.7: Determinação da função de geração de calor na hidratação do concreto.

Se a reação tivesse ocorrido de forma adiabática até uma quantidade de calor idêntica a $Q_{p;j}$, a temperatura do sistema seria $T_{a;j}$, e o calor gerado no intervalo de tempo Δt seria dado por $\Delta Q_{a;j+1}$. Atendendo ao caráter adiabático da reação, a temperatura $T_{a;j}$ é determinada através da relação:

$$T_{a;j} = T_0 + \frac{Q_{p;j} C}{\rho c} \quad (2.22)$$

Note-se que o raciocínio é feito para um mesmo grau de hidratação:

$$\xi = \frac{(T_{a;j} - T_0)}{(T_{a;\infty} - T_0)} = \frac{(T_{a;j} - T_0)}{\Delta T_{\infty}^{ad}} = \frac{Q_{p;j}}{Q_{p;\infty}} \quad (2.23)$$

De acordo com a lei de *Arrhenius*, pode-se escrever sobre \dot{Q} de um processo adiabático e de um processo qualquer:

$$\dot{Q}^{ad}(t) = A \exp\left(-\frac{E_a/R}{T^{ad}(t)}\right) \quad (2.24)$$

$$\dot{Q}^p(t) = A \exp\left(-\frac{E_a/R}{T(t)}\right) \quad (2.25)$$

resultando em:

$$\dot{Q}^p(t) = \dot{Q}^{ad}(t) \exp\left(\frac{E_a/R}{T^{ad}(t)} - \frac{E_a/R}{T(t)}\right) \quad (2.26)$$

Ou ainda, sabendo-se que $\xi = Q^p / \Delta Q_{\infty}$ e $\xi^{ad} = Q^{ad} / \Delta Q_{\infty}$, tem-se que

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}^{ad} \exp\left(\frac{E_a/R}{T^{ad}(t)} - \frac{E_a/R}{T(t)}\right) \quad (2.27)$$

De acordo com 10, se o processo é adiabático, a equação diferencial da reação química é:

$$\dot{\xi}^{ad} = k_1 \xi^{k_2} (1 - \xi)^{k_3} \quad (2.28)$$

Considerando $(\xi = \frac{(T_{a;j} - T_0)}{(T_{a;\infty} - T_0)} = \frac{(T_{a;j} - T_0)}{\Delta T_{\infty}^{ad}} = \frac{Q_{p;j}}{Q_{p;\infty}})$ (2.23), tem-se a equação

diferencial na sua forma final, efetivamente utilizada nas modelagens termoquímicas:

$$\dot{\xi} = k_1 \xi^{k_2} (1 - \xi)^{k_3} \exp\left(\frac{E_a/R}{\xi \Delta T_{\infty}^{ad} + T_0} - \frac{E_a/R}{T}\right) \quad (2.29)$$

em que k_1 , k_2 , k_3 e E_a/R são obtidos diretamente por ajuste dos ensaios de elevação adiabática em diversas temperaturas iniciais e T_0 é a temperatura inicial da modelagem.

Modelos multicomponentes

Diversos autores têm adotado para a geração interna de calor de materiais à base de cimento modelos chamados multicomponentes. Isto advém do fato que a hidratação do cimento é o resultado de várias reações ocorrendo simultaneamente. O trabalho de D'Aloia e Chanvillard (2002), bem como de Maekawa *et.al.*, (1999), *apud* Azenha (2004) e Fairbairn *et.al.*(2007) descrevem a cinética da hidratação em termos das reações dos quatro principais componentes do cimento (C_3S , C_2S , C_3A e C_4AF) e do gesso, do ponto de vista da geração de calor, sendo que cada reação sofrerá de maneira diferente a influência da temperatura na taxa de geração de calor ($Q = \int \dot{Q}_i dt$ (2.30).

$$Q = \int \dot{Q}_i dt \quad (2.30)$$

Esta abordagem, embora citada por diversos pesquisadores, não é utilizada em todo seu potencial. Não raro, é utilizada para calcular o valor da geração de calor total ou final, ou seja, como um modelo previsor da elevação adiabática de temperatura, mas traduzida a um único grau de hidratação e uma única energia de ativação aparente para o material.

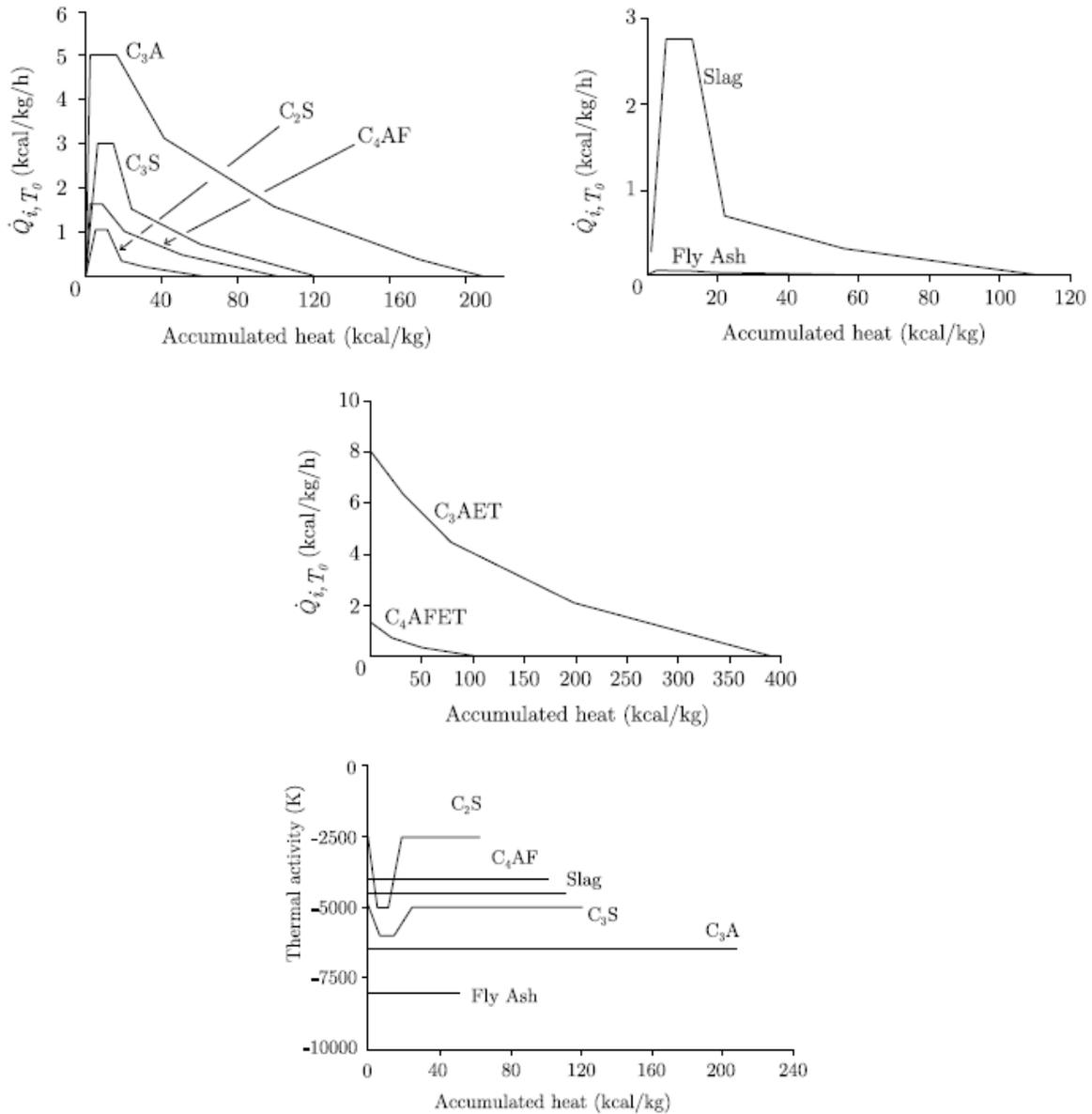


Figura 2.8: Taxas de geração de calor e atividade térmica - E_a/R (MAEKAWA *et.al.*, 1999; *apud* AZENHA, 2009).

2.3 O problema mecânico

Na análise de corpos deformáveis, a importância do conhecimento das propriedades mecânicas dos materiais empregados está no estabelecimento das equações constitutivas que governam seus comportamentos na natureza, como as equações de movimento e relações de

compatibilidade. Desta forma, a correta avaliação dos parâmetros pertinentes, em testes experimentais, e a modelagem matemática adequada das propriedades representadas, possibilitam a obtenção de uma relação entre as tensões e deformações, atuantes e resultantes, nestes corpos. Para casos correntes em engenharia, a teoria da elasticidade, pela lei de Hooke particularizada a materiais isotrópicos, fornece à análise mecânica uma equação independente do tempo, com parâmetros dos materiais facilmente determináveis. Os resultados obtidos por esta lei são satisfatórios apenas em um campo limitado de aplicação. Neste contexto, a viscoelasticidade é uma teoria mais complexa, capaz de representar fenômenos além daqueles modelados pela elasticidade, introduzindo ao assunto do estudo dos corpos deformáveis a relação *temporal* entre as tensões e deformações presentes no corpo.

Particularmente para o concreto, a viscoelasticidade será necessariamente com envelhecimento, devido ao caráter evolutivo de suas propriedades com o avanço da hidratação. A caracterização experimental quanto à fluência deve considerar em separado o fenômeno da retração autógena, que deve ser descontada da deformação devido ao carregamento mantido no ensaio de fluência. De modo a não misturar os fenômenos, o concreto ensaiado tanto à fluência quanto à retração autógena devem ser mantidos selados para evitar a perda de umidade, uma vez que a perda de umidade leva o concreto a sofrer retração por secagem, cujas deformações correspondentes devem ser consideradas como fenômeno separado.

Na prática, todos os fenômenos ocorrem simultaneamente. Um bom quadro ilustrativo dos diversos tipos de fenômenos, alguns ocorrendo simultaneamente, pode ser encontrado na Figura 9.

Mecanismo	Diagrama	Deformação vs. Tempo	Tensão vs. Tempo	Observações
Fluência Básica				Sem movimento de umidade entre concreto e o ambiente (sem retração por secagem) Tensão constante ao longo do tempo
Relaxação da Tensão				Deformação constante ao longo do tempo
Retração por Secagem (Não restringida)				O elemento está livre para se mover Nenhuma tensão é gerada
Retração por Secagem (Restringida)				Desenvolvimento de tensão de tração
Retração por Secagem (Sob deformação constante)				O exemplo anterior é um caso específico com $\xi = 0$
Fluência + Retração por Secagem				A deformação total não é a soma das deformações elásticas, por fluência básica e retração por secagem. A deformação decorrente da fluência por secagem deveria ser incluída.
Retração por Secagem + Relaxação de Tensão (Restringida)				A tensão de relaxação se opõe à tensão devida à retração por secagem
Retração por Secagem + Relaxação de Tensão (Sob deformação Constante)				A tensão de retração e relaxação agem na mesma direção

Figura 2.9: Combinação de condições de carga, restrição e umidade (MEHTA e MONTEIRO, 2008).

2.3.1 Teoria da viscoelasticidade linear com envelhecimento

Os modelos viscoelásticos-lineares usuais são compostos de dois elementos básicos: mola e amortecedor (ou pistão) (FINDLEY, 1989). O elemento mola é a representação da lei de Hooke, onde E é a constante da mola, ou módulo de elasticidade (de Young). Este material é considerado perfeitamente elástico (Figura 2.10).

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.31)$$

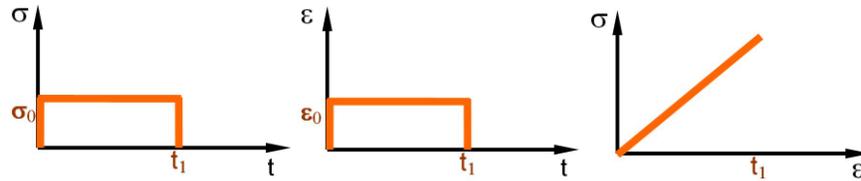


Figura 2.10: a) tensão aplicada em $t = t_0$, constante até $t = t_1$; b) deformação aplicada em $t = t_0$, constante até $t = t_1$; c) tensão x deformação

O elemento amortecedor é a representação do fluido newtoniano, onde η é a viscosidade.

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \quad (2.32)$$

$$\therefore d\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} dt = \varepsilon_1 = \int_{t_0}^{t_1} \frac{\sigma}{\eta} dt \varepsilon_1 = \frac{\sigma}{\eta} (t_1 - t_0). \quad (2.33)$$

Mantida a tensão constante, o fluido se deforma a uma taxa de deformação constante com o tempo. O fluido newtoniano ideal é perfeitamente inelástico, ou seja, não armazena nenhuma energia para retornar ao estado inicial. Retirada a tensão, toda a energia foi dissipada sob a forma de atrito interno.

Por outro lado, se uma deformação constante é imposta no amortecedor, a tensão sofre um acréscimo instantâneo até um valor infinito, caindo rapidamente até zero e permanecendo assim daí por diante. Este comportamento para um mudança brusca na deformação é indicada matematicamente pela função Delta de Dirac, $\delta(t)$, onde $\delta(t) = 0$ para $t \neq 0$ e $\delta(t) = \infty$ para $t = 0$ (Figura 2.11).

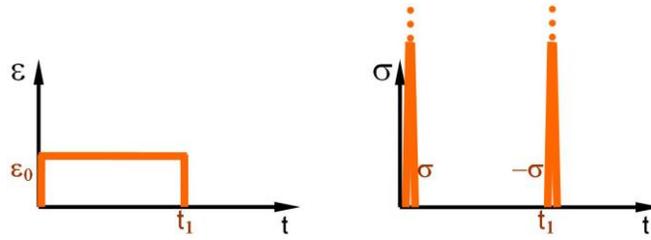


Figura 2.11: a) deformação aplicada em $t = t_0$, constante até $t = t_1$; b) tensão resultante: $\delta(t - t_0) = +\infty$, $\delta(t - t_1) = -\infty$ e $\delta(t_0 \neq t \neq t_1) = 0$.

Assim, a tensão resultante da aplicação brusca de uma deformação ε_0 é indicado como segue:

$$\sigma(t) = \eta \varepsilon_0 \delta(t). \quad (2.34)$$

Uma tensão infinita é impossível na realidade. Logo, pode-se concluir que é impossível impor instantaneamente uma deformação finita em um amortecedor.

Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell é formado por dois elementos consistindo em uma mola e um amortecedor em série (Figura 2.12). As relações entre tensão e deformação da mola e amortecedor seguem de $(\sigma = E\varepsilon. \quad (2.31)$ e $(\sigma = \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.32)$, simultaneamente:

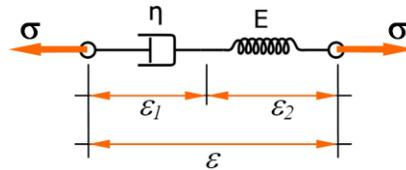


Figura 2.12: Modelo de Maxwell: mola e amortecedor em série.

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon}_1 \quad (2.35)$$

$$\sigma = E \varepsilon_2 \quad (2.36)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.37)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 \quad (2.38)$$

As equações $(\sigma = \eta\dot{\varepsilon}_1 \quad (2.35)$ – $(\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 \quad (2.38)$ contém quatro variáveis incógnitas σ , ε , ε_1 e ε_2 . Destas, ε_1 e ε_2 são variáveis internas e σ e ε são variáveis externas. Assim, a relação entre tensão e deformação pode ser obtida eliminando-se ε_1 e ε_2

das equações. Inserindo $(\sigma = \eta \dot{\epsilon}_1 \quad (2.35)$ e a derivada em relação ao tempo de $(\sigma = E \epsilon_2 \quad (2.36)$ na equação $(\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 \quad (2.38)$, temos:

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (2.39)$$

A variação da deformação com o tempo sob várias condições de tensão e a variação da tensão com o tempo sob várias condições de deformação podem ser agora obtidas resolvendo a equação diferencial $(\dot{\epsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (2.39)$.

Aplicando uma tensão constante $\sigma = \sigma_0 H(t - t_0)$ para $t = t_0$, a equação $(\dot{\epsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (2.39)$ torna-se uma equação diferencial de primeira ordem de σ onde, por integração e com a condição inicial dada, tem-se (Figura 2.13):

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} t. \quad (37)$$

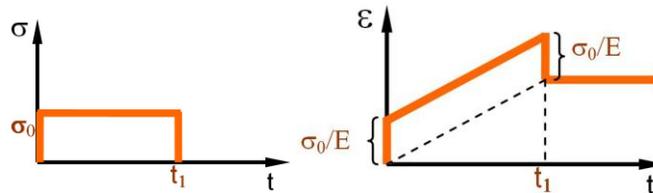


Figura 2.13: a) tensão aplicada em $t = t_0$, constante até $t = t_1$; b) deformação resultante: $\epsilon(t_0 = +0) = \sigma_0/E$.

A recuperação elástica após a retirada da tensão em $t = t_1$ é evidente. Comentário adicional se faz necessário para explicar o trecho horizontal subsequente, pois introduz o Princípio da Superposição de Efeitos, de Boltzmann.

O modelo de Kelvin-Voigt

⁶ A função $H(t - t_0)$ é conhecida como função de Heaviside, importante para demonstrações matemáticas em viscoelasticidade; ela descreve o salto da função $\sigma(t)$ em t_0 ou qualquer outro instante.

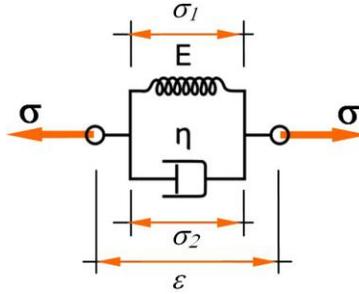


Figura 2.14: Modelo de Kelvin: mola e amortecedor em série.

O modelo de Kelvin é formado por dois elementos consistindo em uma mola e um amortecedor em paralelo (Figura 2.14).

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (2.40)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (2.41)$$

As relações entre tensão e deformação da mola e amortecedor seguem de $(\sigma = \sigma_1 + \sigma_2)$ (2.40) e $(\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2)$ (2.41), simultaneamente, de maneira que para o modelo de Kelvin pode-se deduzir que:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.42)$$

Aplicando uma tensão constante $\sigma = \sigma_0 H(t - t_0)$ para $t = t_0$, a equação $(\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon})$ (2.42) torna-se uma equação diferencial de primeira ordem em ε , onde por integração e com a condição inicial dada, aplicando a transformada de Laplace⁷, temos:

$$\frac{\sigma_0}{s} = E\bar{\varepsilon} + \eta s\bar{\varepsilon}, \quad (2.43)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\eta s \left(\frac{E}{\eta} + s \right)} \quad (2.44)$$

Aplicando a Transformada Inversa de Laplace, chega-se a $(\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-t/\tau}))$, $\tau = \frac{\eta}{E}$, (2.45) e $(\frac{\varepsilon}{\sigma_0} = J(t) = \frac{1}{E} (1 - e^{-t/\tau}))$ (2.46), cuja interpretação gráfica pode ser vista na Figura 2.15:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-t/\tau}), \quad \tau = \frac{\eta}{E}, \quad (2.45)$$

⁷ Importante manobra matemática para solução de equações diferenciais, comumente usada na viscoelasticidade, em que é realizada uma mudança de variável de $f(t)$ para $g(s)$, segundo a integral: $L[f(t)] = g(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st} dt$

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_0} = J(t) = \frac{1}{E} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.46)$$

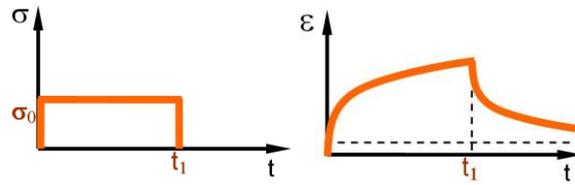


Figura 2.15: a) tensão aplicada em $t = t_0$, constante até $t = t_1$; b) deformação resultante: $\varepsilon(t_0 = +0) = 0$.

Modelos generalizados

Poucos materiais podem ser descritos por meio do modelo de Maxwell ou de Kelvin-Voigt. Na prática, os sólidos apresentam uma resposta elástica uando solicitado à tensão, e uma recuperação igualmente elástica quando retirada esta carga, como o modelo de Maxwell. Por outro lado, em geral, a deformação dependente do tempo segue a lei exponencial, tanto após a aplicação da carga quanto de sua retirada, como no modelo de Kelvin. A combinação destes dois modelos, em série ou em paralelo, é capaz de representar bem o comportamento viscoelástico de qualquer material.

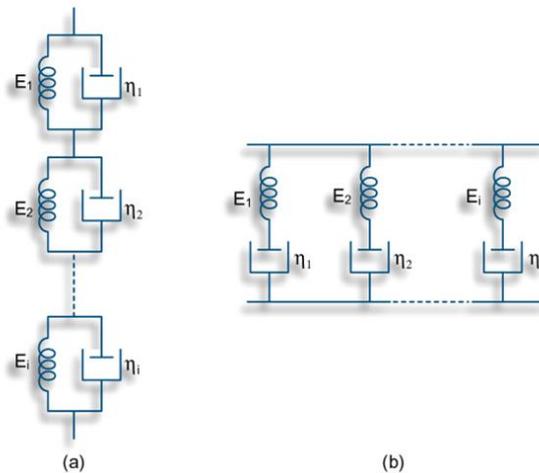


Figura 2.16: a) Modelo de Kelvin-Voigt generalizado; b) Modelo de Maxwell-Wiechert ou modelo de Maxwell generalizado. (MEHTA e MONTEIRO, 2008)

A equação da relaxação para o modelo de Maxwell generalizado fica facilmente descrita como:

$$E(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^N E_i \exp(-t/\tau_i) \quad (2.47)$$

$$\tau_i = \eta_i/E_i$$

Já a equação da fluência fica mais facilmente descrita pelo modelo de Kelvin generalizado:

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^N E_i [1 - \exp(-t/\rho_i)] \quad (2.48)$$

$$\rho_i = \eta_i/E_i$$

$$\eta_0 = \infty$$

Linearidade

O conceito de linearidade aplicado à viscoelasticidade significa que o material deve obedecer a dois princípios simultaneamente (SOUZA, 2005), da proporcionalidade e da superposição, este último conhecido como princípio da superposição de Boltzmann.

$$\varepsilon[c\sigma(t)] = c\varepsilon[\sigma(t)] \quad (2.49)$$

$$\varepsilon[\sigma_1(t - t_1) + \sigma_2(t - t_2)] = \varepsilon[\sigma_1(t - t_1)] + \varepsilon[\sigma_2(t - t_2)] \quad (2.50)$$

O concreto pode ser considerado um material viscoelástico linear dentro do intervalo de tensões a que é submetido em serviço. Exceto se carregado a idades muito baixas, ou se o patamar de tensão aplicada causa um quadro de fissuração significativo, a fluência e a recuperação da fluência respeitam o limite da proporcionalidade e da superposição. O limite de tensão para que o concreto possa ser considerado viscoelástico linear depende do tipo de concreto. Comumente considera-se de 40% a 60% da carga última de ruptura, podendo chegar a 75% ou 80% no caso de concretos de alta resistência ou argamassas (NEVILLE, 1997).

Equação constitutiva

A equação constitutiva viscoelástica estabelece a relação entre as deformações e as tensões. Dependendo do problema real a ser modelado, é possível considerar as tensões e deformações em uma ou duas dimensões, desconsiderando a terceira. Uma barra de aço, embora possa ser analisada considerando a estrição e, portanto, um sólido tridimensional, é tipicamente um problema que se pode desconsiderar duas dimensões. Certas estruturas, tais como muros de arrimo, em que uma dimensão muito supera as demais, podem ser consideradas bidimensionais, analisadas apenas na seção típica, desprezando-se efeitos na

terceira dimensão. E por último, um problema pode ser considerado plano (bidimensional) quanto às tensões e completo (tridimensional) quanto às deformações, e vice-versa. Qualquer simplificação do problema real pode ou não ser razoável dependendo se a resposta da análise simplificada difere significativamente da análise completa, ou se o ganho em eficiência (custo e prazo) compensa a simplificação. A Figura 2.17 mostra um elemento sólido e as tensões correspondentes em cada face e direção.

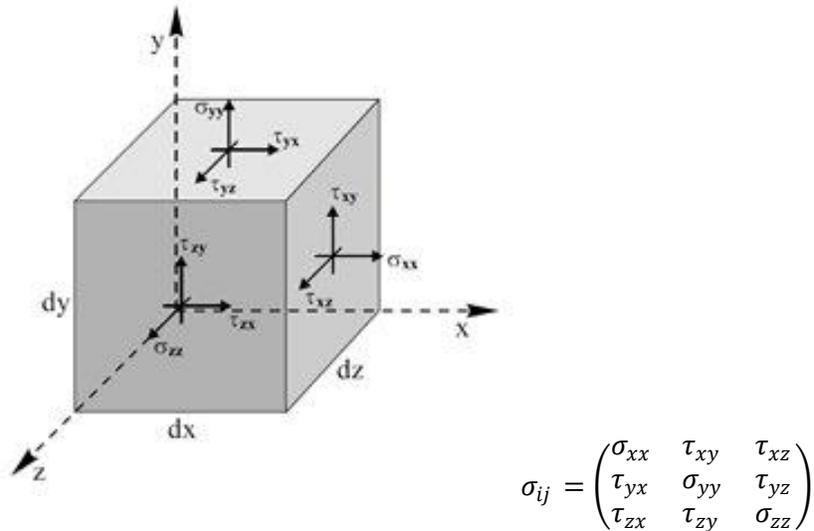


Figura 2.17: Tensões nas faces de um elemento sólido e expressão tensorial.

A lei de Hooke, equação constitutiva elástica para o estado tripla de tensões em material isotrópico, pode ser escrita como (MASE e MASE, 1999):

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda\text{ITr}(\boldsymbol{\varepsilon}), \quad (2.51)$$

ou ainda, na forma matricial simplificada:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1-\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Assim como a lei de Hooke estabelece para materiais elásticos a relação entre tensão e deformação, os materiais viscoelásticos podem ter seu comportamento descrito pela seguinte equação, em notação tensorial.

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t C_{ijkl}(t-\tau) \frac{\partial^{\varepsilon_{kl}} \tau}{\partial d^{\varepsilon_{kl}}} \tau. \quad (2.53)$$

Algumas considerações podem ser feitas de modo a simplificar a equação constitutiva viscoelástica. A grande maioria dos materiais viscoelásticos, tais como polímeros, borrachas, plásticos e metais a altas temperaturas, podem ser considerados materiais isotrópicos, sendo viscoelásticos apenas quanto às tensões de cisalhamento, sendo então simplesmente elásticos quanto às variações de volume.

Segundo Murcia (1999), Santos *et.al.* (2003) e Brito Neto (2006), tal não é o caso do concreto. O concreto pode ter o comportamento viscoelástico considerando o coeficiente de Poisson simplesmente elástico e não dependente do tempo, o que torna o problema bastante simplificado. Sendo também considerado isotrópico, a equação constitutiva pode ser escrita como:

$$\sigma_{ij}(t) = Y_{ijkl} \int_0^t E(t-\tau) \frac{\partial^{\varepsilon_{kl}} \tau}{\partial d^{\varepsilon_{kl}}} \tau. \quad (2.54)$$

O tensor Y_{ijkl} é função apenas do coeficiente de Poisson elástico. Na forma matricial, o tensor Y_{ijkl} pode ser descrito como (53).

$$[Y_{ijkl}] = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Em caso de se considerar o envelhecimento, como é típico no caso do concreto, a equação $(\sigma_{ij}(t) = Y_{ijkl} \int_0^t E(t-\tau) \frac{\partial^{\varepsilon_{kl}} \tau}{\partial d^{\varepsilon_{kl}}} \tau. (2.54)$ fica:

$$\sigma_{ij}(t) = Y_{ijkl} \int_0^t E(t-\tau, \tau) \frac{\partial^{\varepsilon_{kl}} \tau}{\partial d^{\varepsilon_{kl}}} \tau. \quad (2.56)$$

A equação constitutiva da viscoelasticidade também pode ser escrita na forma diferencial, para o caso unidimensional.

$$\sigma + p_1 \frac{\partial \sigma}{\partial t} + p_2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + \dots + p_n \frac{\partial^n \sigma}{\partial t^n} = q_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + q_2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} + \dots + q_n \frac{\partial^n \varepsilon}{\partial t^n} \quad (2.57)$$

em que os parâmetros p_i e q_i são obtidos experimentalmente. Para o estado tridimensional, basta trocar σ por σ_{ij} e ε por ε_{ij} .

Por último, é importante estabelecer a relação entre o módulo de relaxação $E(t - \tau, \tau)$ e os módulos volumétrico (K) e desviatório (G), uma vez que os programas comerciais de elementos finitos pedem como dados de entrada as constantes viscoelásticas dos módulos de relaxação volumétrico e desviatório. Para o caso do concreto, considerando o coeficiente de Poisson constante, estas relações são as mais simples:

$$G(t - \tau, \tau) = \frac{E(t-\tau, \tau)}{2(1+\nu)}, \quad K(t - \tau, \tau) = \frac{E(t-\tau, \tau)}{3(1-2\nu)}. \quad (2.58)$$

Princípio da Correspondência Elástico-Viscoelástico (PCEV)

O Princípio da Correspondência Elástico-Viscoelástico estabelece que, se a solução analítica para um problema elástico linear é conhecida, pode-se obter a solução viscoelástica linear do problema (SCHAPERLY, 1965; FLUGGE, 1978; FINDLEY *et.al.*, 1989; LAKES, 1998; *apud* BRITO NETO, 2006). Dada a solução elástica analítica ou numérica do problema, deverá ser aplicada a transformada de Laplace a esta solução; em seguida, deverão ser feitas as substituições dos parâmetros elásticos do material por sua respectiva função viscoelástica; e finalmente realizar a inversão da transformada de Laplace para obter a solução no domínio do tempo. Segundo o mesmo autor (BRITO NETO, 2006), o princípio da correspondência permite chegar aos resultados da Figura 2.18.

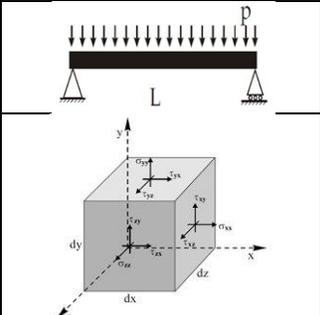
Problema	Solução elástica	Solução viscoelástica
	$w(x) = \frac{p}{24EI} (x^4 - 2Lx^3 + L^3x)$	$w(x) = \frac{p}{24I} (x^4 - 2Lx^3 + L^3x)J(t)$
	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)$	$\varepsilon_x = (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)J(t)$

Figura 2.18: Aplicação do princípio da correspondência.

O segundo resultado mostrado na Figura 2.18 introduz uma importante consequência, aplicável às estruturas de concreto sujeitas à fissuração nas primeiras idades. A solução viscoelástica pode ser determinada a partir da formulação por elementos finitos simplesmente elástica.

Segundo Brison e Brison (2008), alguns cuidados devem ser tomados ao se utilizar

o princípio da correspondência da maneira que está sendo proposta. Nunca deve ser usado diretamente em problemas de valores de contorno “mistos”, isto é, que combinam aplicação de cargas e deslocamentos ou deformações, nem em problemas cujas condições de contorno variem com o tempo. Uma vez que o fenômeno tratado é de deformações impostas somente, tal princípio pode ser aplicado.

2.3.2 Influência da temperatura e maturidade

O método da maturidade para considerar o efeito da temperatura na evolução das propriedades do concreto é conhecido de longa data, com os trabalhos pioneiros de Saul (1951), depois de Freiesleben-Hansen e Pedersen (1977), Carino e Lew (1983), Carino (1984) e Carino e Tank (1992). No Brasil, merece destaque o trabalho de Pinto e Hover (1999) e Pinto (2004), pela aplicação do conceito de energia de ativação, conforme a equação $(M(t) = \int_0^t \exp \left[\frac{Ea}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T(\tau)} \right) \right] d\tau$, temperatura em K. (2.59).

$$M(t) = \int_0^t \exp \left[\frac{Ea}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T(\tau)} \right) \right] d\tau, \text{ temperatura em K} \quad (2.59)$$

Em recente trabalho sobre a discussão da energia de ativação não ser uma propriedade, ZHANG *et.al* (2008), sugerem que a equação da maturidade pode ser mais geral

$$(M(t) = \int_0^t \frac{k(T(\tau))}{k(T_{ref})} d\tau. (2.60):$$

$$M(t) = \int_0^t \frac{k(T(\tau))}{k(T_{ref})} d\tau. \quad (2.60)$$

De acordo com os autores, a maturidade pode ser descrita por meio de qualquer função que relacione determinada propriedade a uma temperatura de referência à mesma propriedade em um histórico de temperaturas diferente. A equação de Arrhenius torna-se, então, um caso particular.

Influência da temperatura segundo o modelo WLF

Embora incomum na engenharia civil, nas demais engenharias (mecânica, química, de materiais, e outras), a influência da temperatura na propriedade é descrita por outra

função, de dois parâmetros, chamada WLF (*Williams-Landel-Ferry*). Assim, a propriedade passa a ser descrita de acordo com a função tempo equivalente, que considera a influência da temperatura na propriedade.

Importante ressaltar que a propriedade deve *antes* ser ajustada por uma função adequada, cujos parâmetros podem absorver a influência da temperatura. De outro modo, a influência da temperatura poderia erroneamente “justificar” variações pontuais na determinação em cada instante da propriedade.

Um material é dito termo-relogicamente simples em relação a certa propriedade quando a influência da temperatura nesta propriedade pode ser explicada por uma simples translação do gráfico da propriedade *versus* $\ln(t)$. Algebricamente, a escala de tempo fica multiplicada (ou dividida) por um fator constante, a^T , comumente chamado de “*shift-factor*”, tal que:

$$\phi_T(t) = \phi_{T_{ref}}(t_{eq}), \quad (2.61)$$

em que ϕ é uma propriedade qualquer.

A partir da relação mostrada é possível definir a variável tempo reduzido ou tempo equivalente de maneira geral, tal que:

$$t_{eq} = \int \frac{dt}{a^T} \quad (2.62)$$

$$a^T = \exp[k(T, T_{ref})] \quad (2.63)$$

O modelo WLF indica uma expressão hiperbólica para o fator de translação a^T em função da temperatura, sendo que as constantes c_1 e c_2 são parâmetros de ajuste.

$$a^T = a^{ref} \cdot \exp \left[\frac{-c_1(T-T_{ref})}{c_2+(T-T_{ref})} \right]. \quad (2.64)$$

A partir da descrição geral da *maturidade* e do *tempo equivalente* é possível entender porque os coeficientes que aparecem multiplicando o tempo nas equações de evolução temporal da propriedade absorvem a influência da temperatura: o coeficiente a na função Hill e o coeficiente K na equação de Avrami-Eurofeev. São justamente os parâmetros que multiplicam a escala de tempo. A equação de Avrami, de maneira evidente. A função Hill, dividindo-se o numerador e o denominador por a^c .

3 *Metodologia*

Faz-se necessário um esclarecimento quanto ao significado deste capítulo. A metodologia para se avaliar o potencial de fissuração de origem térmica nas primeiras idades será necessariamente um método aproximado de cálculo. Entende-se por método aproximado para a previsão do comportamento a forma de se calcular algum parâmetro que possa ser comparado ao valor limite de trabalho do material para se dizer algo sobre sua fissuração. Esta dissertação limita-se a tecer observações quanto ao método da capacidade de deformação, ao método das tensões e ao método dos elementos finitos. Evidentemente, o método da capacidade de deformação está essencialmente ligado ao critério de ruptura baseado na máxima deformação que o material pode alcançar sem fissurar. Já o método das tensões, não necessariamente. O método das tensões consiste em calcular o campo de temperaturas e, a partir dele, calcular o histórico de tensões de alguns pontos da estrutura previamente escolhidos. O cálculo das tensões requer o uso do coeficiente de restrição, que será objeto de parte do estudo desta dissertação.

Sobre os critérios de ruptura, pode-se dizer que o mais simples é relacionado apenas e somente com a tensão máxima (principal); é chamado de critério de Rankine (FAIRBAIRN *et al.*, 2007). Outros critérios baseados no tensor de tensões podem ser encontrados na bibliografia. Aurich (2009) utilizou o critério de Otossen, baseado na resistência à tração e compressão do material, e cujo parâmetro de comparação com o valor último é calculado utilizando-se os invariantes do tensor de tensões. Outros critérios de ruptura podem basear-se no tensor de tensões e de deformações, bem como incorporar o efeito escala⁸.

Não é pretensão desta dissertação discorrer sobre critérios de ruptura. O que se pretende é avaliar o potencial de fissuração, segundo um critério de ruptura simples, utilizando, além do método dos elementos finitos, o método aproximado de cálculo de tensões a partir de: histórico de temperaturas, coeficiente de dilatação térmica, módulo de elasticidade do material e grau de restrição. É um procedimento altamente recomendável que

⁸ Trabalhos de Shah, S.P. ou Hossain & Weiss, conforme comentário oral do Prof. Túlio Bittencourt, da POLI-USP durante banca examinadora de mestrado em FURNAS.

necessita ser mais bem difundido no meio técnico menos especializado.

Enquanto o método da capacidade de deformação é um tanto quanto empírico, o método das tensões possui certo nível de incerteza relacionado ao grau de restrição adotado. O método dos elementos finitos é o método mais utilizado atualmente na análise de estruturas. Tanto a elasticidade quanto a viscoelasticidade podem ser tão simples de modelar quanto o campo de temperaturas. Assim, o gráfico semi-empírico do grau de restrição, introduzido em 2 para um bloco de largura L e altura H, (ACI 207.2R-07) poderia ser dispensado no caso de estruturas com geometria mais complexa. Poder-se-ia calcular as deformações elásticas de origem térmica, para então, a partir daí, realizar o cálculo do histórico de tensões viscoelásticas correspondentes apenas dos pontos identificados como mais críticos, tal como é recomendado em FURNAS (1997). Ou poder-se-ia calcular diretamente, sem aproximações ou outras premissas além das do próprio método dos elementos finitos. No entanto, a análise simplificada, baseada no coeficiente de restrição, continua sendo válida e vantajosa para um sem número de estruturas correntes que não são verificadas de maneira nenhuma quanto à fissuração de origem térmica.

3.1 Método da capacidade de deformação

O método da capacidade de deformação sob carregamento lento é um método aproximado expedito para auxiliar e apoiar a tomada de decisão quanto ao risco de fissuração do concreto sob determinadas condições. Conceitualmente, equivale a um critério de ruptura do material provocado por deformação limite última determinada a partir das informações do módulo de elasticidade, tração na flexão e fluência. Este método foi proposto por Houghton (1976) e consiste na seguinte expressão:

$$\varepsilon_{\text{lim}}(t_j) = \frac{f_{ct}(t_j)}{E(t_j)} + \frac{f_{ct}(t_j) + f_{ct}(t_0)}{2} C_2(t_j - t_0, t_0) \quad (3.1)$$

onde:

$\varepsilon_{\text{lim}}(t_j)$ – capacidade de deformação na idade t_j ;

$f_{ct}(t_j)$ e $f_{ct}(t_0)$ – resistência do concreto à tração na idade t_j e t_0 ;

$E(t_j)$ – módulo de elasticidade do concreto na idade t_j ;

$C_2(t_j - t_0, t_0)$ – núcleo de fluência do concreto na idade t_j para uma carga nascida na idade t_0 .

Carlson, Houghton e Polivka (1976) fazem os seguintes comentários sobre o método utilizado para a determinação da capacidade de deformação.

“O método seria exato, se o módulo de ruptura fosse a resistência à tração verdadeira, e o módulo de elasticidade na compressão fosse o verdadeiro valor da relação tensão-deformação na ruptura à tração. Por causa do valor da resistência à tração na flexão ser superior 20% a 40% da resistência à tração verdadeira e o módulo de elasticidade na compressão ser mais elevado na mesma quantidade que a relação tensão-deformação na tração, o método aproximado dá o verdadeiro valor com bastante aproximação. Embora os métodos aproximados sejam úteis para planejamentos preliminares, eles não deverão ser utilizados para a substituição de ensaios diretos para obras importantes”.

Segundo FURNAS (1997), a capacidade de deformação pode ser calculada em pequenos intervalos de tempo, obtendo-se desta forma a capacidade de deformação a partir da idade inicial de carregamento e nos diversos intervalos de tempo. Dessa forma, poderia ser comparada à história de deformações provocada pela história de temperaturas. A deformação total em dado instante seria comparada à capacidade de deformação calculada dessa maneira⁹.

Nesta mesma linha, foi proposto por Harrisson (1992, *apud* AZENHA, 2004) o método empírico, mas contemplando os principais fatores influentes no risco à fissuração. Se a deformação de tração é restringida durante o resfriamento, ou seja, após atingir a temperatura máxima, e for superior à capacidade de deformação do concreto, ocorre fissuração.

$$\varepsilon_{\text{lim}} \geq \alpha(T_{\text{máx}} - T_{\text{amb}})KxKr \quad (3.2)$$

onde Kx é recomendado 0.5, um fator de modificação relacionado às simplificações adotadas, e Kr é o coeficiente de restrição.

⁹ Tentativas de confirmação disso pelo autor terminaram infrutíferas, induzindo à conjectura que esta afirmação não procede

3.2 2 Método das tensões

O método das tensões é bastante utilizado para análise da fissuração do concreto massa por sua simplicidade de cálculo. A tensão em um ponto do concreto não fissurado é diretamente proporcional à deformação. Sendo esta imposta, por variação de volume de origem térmica ou retração, a tensão na direção horizontal é máxima próximo à base, diminuindo progressivamente até a superfície superior. A variação do módulo de elasticidade ao longo da altura, por exemplo, em consequência da concretagem em camadas, interfere no esquema, devendo ser considerado um fator de correção. O ACI 207.2R-07 (ACI, 2007) descreve como considerar o grau de restrição em função da altura (relativa), bem como a consideração do módulo de elasticidade.

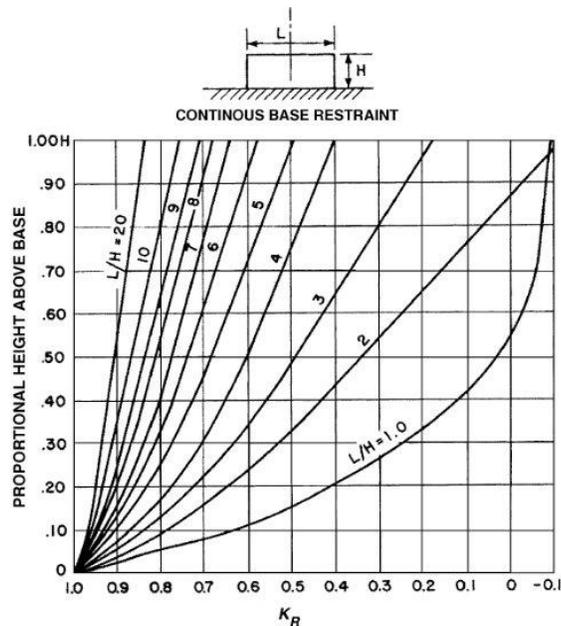


Figura 3.1: Grau de restrição à tração – K_r (ACI, 2007)

Este ábaco foi desenvolvido de dados experimentais, originalmente proposto por Carlson (1937) e posteriormente adotado pelo *US Bureau of Reclamation* (1965). A diferença de módulo de elasticidade entre o concreto e a fundação deve ser considerada, de acordo com a seguinte equação.

$$K_f = \frac{A_f E_f}{A_f E_f + A_g E_c}, \quad (3.3)$$

em que:

K_f restrição da fundação

A_f área da seção transversal da fundação, em geral adotada como $2,5 A_g$

E_f modulo de elasticidade da fundação ou outro elemento de restrição

A_g área da seção transversal de concreto

E_c modulo de elasticidade do concreto

Assim, a tensão de tração em qualquer ponto do eixo médio pode ser calculada segundo a equação.

$$\sigma_t = K_r K_f E_c \alpha \Delta T. \quad (3.4)$$

O grau de restrição utilizado para o cálculo da tensão de tração é conceitualmente o mesmo comentado no método da capacidade de deformação. As deformações a serem calculadas para se comparar com a máxima deformação, chamada de capacidade de deformação, devem ser calculadas como na equação 63, mas o valor do grau de restrição deve ser adotado como descrito nesta seção.

Certas considerações devem ser tecidas sobre os métodos. A tensão de tração calculada de acordo com $\sigma_t = K_r K_f E_c \alpha \Delta T$. (3.4 ou a deformação de origem térmica de acordo com 63 é horizontal e não contempla o estado de tensões ou deformações em um ponto. Além do mais, um caso real, de construção em camadas, cada camada tem uma idade diferente, um histórico de temperatura diferente, e, portanto, uma evolução do módulo de elasticidade diferente, o que tornaria mesmo o cálculo simplificado muito complexo. Por último, a análise seria restrita a pontos do interior da massa de concreto, próximos à linha central, não contemplando análise junto à superfície. Na superfície do concreto, com temperatura altamente influenciada pela temperatura ambiente e pelas condições de cura, em geral existe apenas um leve aumento de temperatura. Mesmo assim, com o interior se aquecendo e expandindo, são geradas tensões de tração no material com alta probabilidade de abertura de fissuras (AZENHA, 2004), efeito impossível de ser identificado pelos métodos até agora propostos.

3.3 Método dos elementos finitos

As modernas abordagens, respaldadas em teorias mais complexas, descritoras de comportamentos não lineares, necessitam das ferramentas computacionais para a realização das análises numéricas dos problemas tratados. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é o que mais suscita estudos e pesquisas e, obviamente, o que mais trabalhos executados possui. O MEF foi desenvolvido na década de 50 como uma resposta à crescente demanda por procedimentos de análise capazes de tratar estruturas de geometria e comportamentos complexos (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, vol. 1, 2008).

Conceitualmente, o MEF pode ser definido como um processo matemático através do qual um domínio contínuo, de variáveis contínuas, é substituído por elementos, em que as variáveis do problema são conhecidas nos nós do elemento. Cada elemento pode ser analisado separadamente e a solução é obtida através da imposição de compatibilidade de deslocamentos e equilíbrio de forças ao longo dos elementos conectados entre si (ALLEN e HAISLER, 1985 *apud* SOUZA, 2005).

Além disso, deve-se adotar uma função solução, geralmente um polinômio de grau $n - 1$, onde n é o número de nós em cada aresta do elemento, de modo que o sistema de equações a ser resolvido para a estrutura completa transforme-se em um sistema linear onde as variáveis a serem determinadas são os graus de liberdade especificados nos nós dos elementos (REDDY, 1993 *apud* SOUZA, 2005).

$$[k]^e \{d\}^e = \{f\}^e \quad (3.5)$$

onde:

$[k]^e$ matriz de rigidez do elemento e;

$\{d\}^e$ vetor de deslocamentos nodais do elemento e;

$\{f\}^e$ vetor de forças nodais do elemento e, contendo contribuições de forças induzidas pelas deformações, por forças concentradas nos nós, por forças distribuídas na superfície do elemento e por forças distribuídas no volume do elemento.

A matriz de rigidez dos elementos é obtida através da solução da seguinte integral sobre o volume do elemento:

$$[k]^e = \int_{V^e} [B^e]^T [C^e] [B^e] \cdot dV^e, \quad (3.6)$$

onde:

V^e volume do elemento;

$[C^e]$ matriz constitutiva, contendo as propriedades do material;

$[B^e]$ matriz de relação deformações-deslocamentos nodais

A matriz constitutiva do elemento é determinada de acordo com tipo de problema ou fenômeno analisado. A matriz $[B^e]$, no entanto, é determinada com base nas funções de forma que dependem do tipo do elemento.

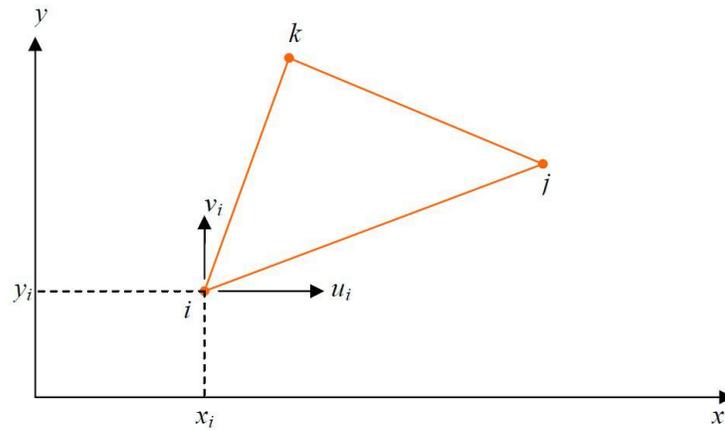


Figura 3.2: Representação de um elemento triangular com 3 nós.

Neste caso, a função de forma relacionada ao nó i é a equação de um plano dada por:

$$\psi_i^e = \frac{(a_i + b_i x + c_i y)}{2A^e} \quad (3.7)$$

onde A^e é a área do elemento, e:

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad (3.8)$$

$$b_i = y_j - y_k, \quad (3.9)$$

$$c_i = x_k - x_j. \quad (3.10)$$

Os deslocamentos horizontais e verticais no interior do elemento podem ser obtidos através das seguintes equações respectivamente:

$$u^e = u_i \psi_i^e + u_j \psi_j^e + u_k \psi_k^e, \quad (3.11)$$

$$v^e = v_i \psi_i^e + v_j \psi_j^e + v_k \psi_k^e. \quad (3.12)$$

De posse das funções de forma, pode-se determinar a matriz $[B^e]$:

$$[B^e] = \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Para a estrutura completa, composta pelo conjunto de elementos, tem-se:

$$[K] \cdot \{D\} = \{F\} \quad (3.14)$$

$[K]$ matriz de rigidez da estrutura global;

$\{D\}$ vetor de deslocamentos nodais global;

$\{F\}$ vetor de forças nodais global.

Sendo que:

$$[K] = \prod_{e=1}^{ne} [k]^e \quad (3.15)$$

$$\{F\} = \prod_{e=1}^{ne} \{f\}^e \quad (3.16)$$

onde ne é o número de elementos e Π é o operador de montagem da matriz de rigidez global e do vetor de forças nodais global.

Após obter-se a solução para os deslocamentos nodais a partir da equação 76, calcula-se as deformações e as tensões no interior dos elementos, conforme segue:

$$\{\varepsilon\}^e = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} = [B]^e \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\{\sigma\}^e = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [C]^e \{\varepsilon\}^e \quad (3.18)$$

Maiores detalhes sobre o MEF podem ser encontrados na vasta literatura sobre o assunto, tais como ZIENKIEWICZ (1971 e 2008), COOK *et.al.* (1989) e REDDY (1993), para citar apenas alguns.

4 *Propriedades e modelos previsores*

A obtenção dos parâmetros necessários para o cálculo do campo de temperaturas e de tensões de origem térmica pode tornar-se tarefa trabalhosa. As propriedades dos materiais e do concreto devem ser conhecidas por meio de ensaios ou obtidas na bibliografia especializada de materiais e concretos semelhantes. No Brasil, o melhor compêndio sobre propriedades do concreto foi editado por Walton Pacelli de Andrade (FURNAS, 1997), pela editora PINI.

Em tecnologia de concreto utiliza-se amplamente as recomendações norte-americanas do *American Concrete Institute* e européias encontradas no *CEB-FIB*, aqui referidas principalmente de Bamforth (2007) como EUROCODE 2. Para o propósito desta dissertação, serão fornecidos parâmetros e equações com considerações dos principais fatores influentes, compendiando as recomendações internacionais e os dados de FURNAS (1997), para as seguintes propriedades:

- Elevação adiabática
- Calor específico
- Condutividade térmica
- Difusividade térmica
- Coeficiente de expansão térmica
- Resistência à compressão uniaxial
- Resistência à tração uniaxial
- Módulo de elasticidade
- Fluência

4.1 Elevação adiabática de temperatura

A elevação adiabática de temperatura é a elevação de temperatura do concreto proveniente do calor gerado em condições adiabáticas, pela hidratação do cimento com a água. A condição adiabática é a condição na qual um sistema está termodinamicamente

equilibrado, ou seja, o sistema se transforma sem que haja troca ou ganho de calor para o meio externo (LIDUÁRIO, 2006). Isto pode ser conseguido controlando-se a temperatura do meio circundante ao corpo-de-prova, de modo que ela sempre permaneça igual à temperatura (em elevação) medida em seu interior. Deste modo, sem que haja diferença de temperatura entre o corpo-de-prova e o meio circundante, não há trocas de calor e esta condição sem troca de calor é chamada de adiabática. O ensaio para a determinação desta importante propriedade está normatizado pela NBR 12819 (ABNT, 1993). As Figuras Figura 4.1 a Figura 4.2 mostram a sala, o calorímetro localizado no Laboratório de Concreto de FURNAS, em Goiânia, e a colocação do corpo-de-prova. A temperatura no interior da amostra e no ambiente da sala são medidas por termômetros de platina. O desempenho do equipamento está diretamente relacionado com a capacidade do sistema de controle conseguir manter a temperatura do ambiente circundante igual à temperatura do interior da amostra.

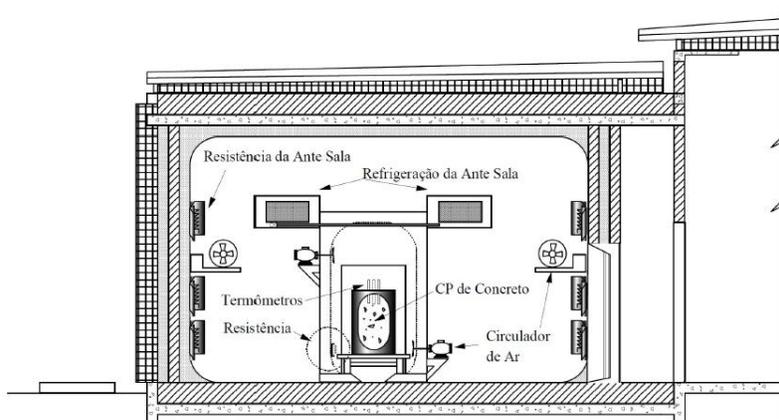


Figura 4.1: Calorímetro adiabático — Corte longitudinal da sala (FURNAS, 2007)

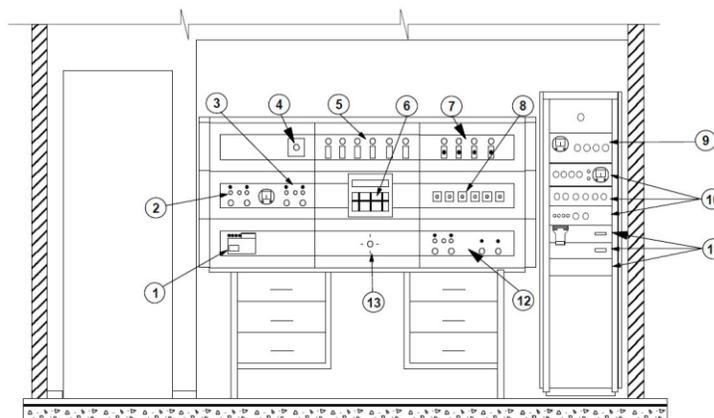


Figura 4.2: Calorímetro adiabático — Aparelhagem de medição: 1–Ponte de Wheatstone; 2–Controlador automático (Aquecimento adiabático); 3–Controlador automático (Aquecimento

anti-sala); 4–Timer (Controle de tempo para registro gráfico); 5–Painel de ventilação e aquecimento; 6–Controlador gráfico do ensaio; 7–Painel de controle de refrigeração; 8–Painel de controle dos compressores de refrigeração; 9–Detector de nulo; 10–Ponte termométrica; 11–Impressora digital; 12–Controlador automático para refrigeração; 13–Seletor de canais para leitura de termômetro.



Figura 4.3: a) Calorímetro adiabático - aparelhagem de medição; b) colocação da amostra. (FURNAS, 2007)

Em geral, a elevação adiabática é apresentada em termos de uma curva de evolução da temperatura com a idade, desde as primeiras horas após a mistura até quando a temperatura se mantém estável. Em FURNAS (1997), podem ser encontrados resultados de diversos ensaios para as mais diferentes obras e tipos de concreto, bem como a influência do tipo litológico e da dimensão máxima característica dos agregados do concreto.

Os principais fatores que afetam a elevação adiabática de temperatura são o tipo, o consumo e a finura do cimento e a temperatura de lançamento do concreto. O ACI 207.2R-07 (ACI, 2007) apresenta dois gráficos de referência para a elevação adiabática de temperatura, um em função da temperatura de lançamento do concreto e outro em função da finura do cimento, conforme mostrado na Figura 4.4.

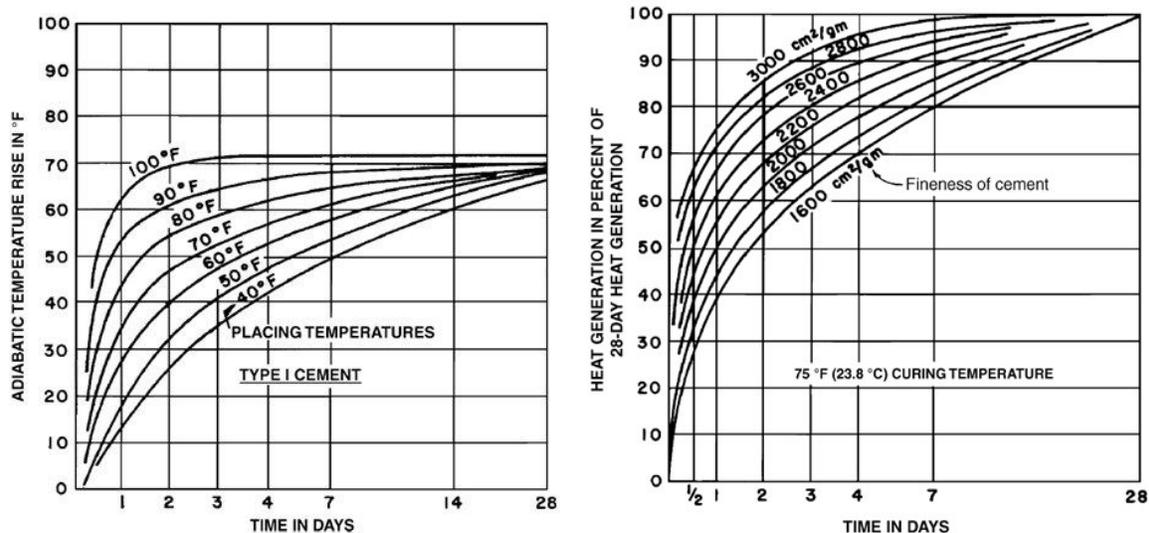


Figura 4.4: Influência da temperatura de lançamento e da finura do cimento na elevação adiabática de temperatura, segundo o ACI 207.2R-07 (ACI, 2007).

Além destes fatores, muitos outros podem afetar a geração interna de calor. Para obras de maior importância, principalmente envolvendo grandes volumes de concreto, realização de ensaios torna-se indispensável. Na ausência ou impossibilidade de realização destes ensaios, pode ser útil a estimativa da elevação adiabática a partir de informações disponíveis. A primeira informação necessária e sempre possível é o tipo do cimento utilizado. Em seguida, a informação do calor de hidratação do cimento é também bastante comum e ensaios desta propriedade podem ser realizados rápida e facilmente, podendo-se com ele obter uma boa estimativa da elevação adiabática.

4.1.1 Modelos previsores para elevação adiabática

Diversos estudos têm sido relatados sobre a previsão desta importante propriedade que é a elevação adiabática de temperatura (AZENHA, 2004; FARIA, 2004). Entre os modelos mais conhecidos podem ser mencionados o HYMOSTRUC, da Universidade de Delft, o modelo DuCOM, da Universidade de Tóquio, e o CEMHY3D do *National Institute of Standards and Technology* dos Estados Unidos da América, que ultrapassam largamente a simples previsão do comportamento exotérmico (AZENHA, 2004).

No Brasil, importante estudo relatado em Faria (2004) baseou-se em modelo de rede

neural. A partir de banco de dados de análise química de cimentos e resultados de elevação adiabática realizados com o mesmo cimento, o modelo de rede neural é calibrado para prever a elevação adiabática quando uma nova análise química é adicionada.

Na linha dos modelos multicomponentes, é conhecido que cada componente do cimento Portland gera potencialmente uma quantidade de calor determinada. Há uma certa divergência entre pesquisadores devido à técnica utilizada para medição (AZENHA, 2004), mas basicamente o calor gerado por cada componente, ponderado por sua quantidade no cimento Portland (por exemplo, pela composição de Bogue), permite calcular a quantidade potencial de calor gerado pelo cimento.

Tabela 1: Calores de hidratação dos componentes do clínquer (J/g).

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
	C_3S	C_2S	C_3A	C_4AF	C	MgO
Woods	570	260	840	125	—	—
Bogue	500	260	866	125	—	—
Lerch <i>et al.</i>	500	260	866	420	1166	850
Thorwaldson	—	—	—	1166	—	—
Chatharin	500	251	1340	420	1172	—
Adam	—	—	500	170	840	—
Newkirk	560	1360	300	—	—	—
Maekawa <i>et al.</i>	500	260	866	420	—	—
Schindler <i>et al.</i>	500	260	866	420	1186	850
KrauB <i>et al.</i>	500	250	1340	420	1150	840

O cálculo do calor total gerado por unidade de massa de cimento, de acordo com os valores de calor gerado por cada componente, conforme Tabela 1, já bastante complexo para fins práticos, é ainda considerado simplista. Por exemplo, o modelo DuCOM considera o calor de hidratação de cada componente do cimento modelado separadamente, mas com intervenção de parâmetros que têm em conta a interdependência das várias reações e a disponibilidade de água, além de fenômenos como a retração autógena e o desenvolvimento das resistências mecânicas, questões relacionadas à durabilidade e transporte de agentes agressivos no interior poroso do concreto. A função que expressa a libertação de calor global por parte do cimento é posteriormente obtida a partir da soma proporcionada da contribuição das diversas componentes (MAEKAWA *et al.*, 1999, *apud* AZENHA, 2004)

Para fins de modelagem do campo de temperaturas de maneira simplificada, convém obter uma equação em função do tempo que permita levar em consideração pelo menos os principais fatores influentes na evolução de temperaturas, acima relatados. Um bom modelo predictor de prática utilização deveria levar em consideração estes fatores. Na bibliografia sobre o tema, foi encontrado apenas o modelo japonês utilizado por Aurich (2009), conforme (??). Outros modelos podem ser encontrados em Santos (2004), porém sem valores para os parâmetros e sem conexão com os principais fatores influentes.

$$T^{ad}(t) = \Delta T_{max}^{ad} (1 - e^{-1.25t}) + T_0 \quad (4.1)$$

Uma vez que a elevação adiabática de temperatura é diretamente proporcional ao consumo de cimento, tem-se o conceito de coeficiente de elevação adiabática, $\bar{\theta}$, que é a elevação adiabática dividida pelo consumo de cimento. O coeficiente de elevação adiabática pode ser calculado a partir do calor de hidratação (ACI, 2007; LIDUÁRIO, 2006; AURICH, 2009), conforme (93):

$$\bar{\theta} = \frac{Q}{\rho c} \quad (4.2)$$

onde:

$\bar{\theta}$ – c oeficiente de elevação adiabática do concreto;

Q – calor de hidratação do cimento;

ρ – massa específica do concreto;

c – calor específico do concreto.

A partir do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007-4.1), pode-se deduzir o coeficiente de elevação adiabática para os diversos tipos de cimento segundo a classificação ASTM, conforme mostrado na Tabela 2. A coluna com o cimento correspondente à NBR é complemento do autor.

Tabela 2: Calor de hidratação para diversos tipos de cimentos e elevação adiabática de concreto contendo 223 kg/m³ de cimento.

Tipo de cimento		Calor de hidratação		Elevação adiabática	
NBR	ASTM	cal/g	J/kg	°F	°C
CP I	Tipo I	87	364	67	37.2
CP II (F, E ou Z)	Tipo II	76	318	59	32.8
CP V	Tipo III	105	440	81	45.0
baixo calor	Tipo IV	60	251	46	25.5

Tomando-se como referência os valores compendiados por LIDUÁRIO (2006), de acordo com o banco de dados de FURNAS, tem-se como referência os valores apresentados na Tabela 3. Note-se valores sistematicamente inferiores aos apresentado pelo ACI.

Tabela 3: Calor de hidratação para cimentos nacionais.

Tipo de cimento	Calor de Hidratação	
	cal/g	J/kg
NBR		
CP I	66.9 a 75.0	280 a 314
CP II-F	57.1 a 65.9	239 a 276
CP II-E	61.6	258
CP II-Z	51.1 a 59.7	214 a 250
CP III	51.6 a 61.4	216 a 257
CP IV	50.6 a 61.6	212 a 258
CP V-ARI	54.7 a 79.3	229 a 332

Para os cimentos segundo a NBR tipos CP III e CP IV é mais difícil estabelecer parâmetros devido à extensa faixa de variação para as adições de escória e pozolana, respectivamente. No caso do CP III, a porcentagem de escória pode ser de 30% a 70%. No caso do CP IV, pode ser de 15% a 40%. Sem contar que a procedência, composição química e natureza das adições modificam sua capacidade de gerar calor em presença de cimento e água.

Tabela 4: Calor de hidratação para CP III e CP IV, segundo levantamentos recentes em FURNAS.

Tipo de cimento		Calor de Hidratação	
NBR	ASTM	cal/g	J/kg
CP III e CP IV	n.a.	87	200 a 340 — médio: 300

Com as informações mostradas, fica evidente que adotar valores de calor de hidratação baseado em referências deve ser feito com bastante critério, preferindo-se sempre a realização de ensaios.

4.1.2 Proposta de modelo previsor

Na falta de um modelo previsor que permita prever de maneira expedita a curva de elevação adiabática em função do tempo, é proposta uma equação para a curva de elevação adiabática, considerada a partir da equação geral $(\theta(t) = C\bar{\theta}\xi(t))$ (4.3), conforme segue:

$$\theta(t) = C\bar{\theta}\xi(t) \quad (4.3)$$

em que:

C – consumo de cimento;

$\bar{\theta}$ – coeficiente de elevação adiabática do concreto;

$\xi(t)$ – grau de hidratação em função do tempo;

A equação de ξ em função do tempo pode ser descrita como:

$$\xi = (1 - e^{-1.25t})$$

como é o caso do modelo japonês (equação $T^{ad}(t) = \Delta T_{max}^{ad} (1 - e^{-1.25t}) + T_0$ (4.1), ou

ainda como a função Hill (FARIA, 2003), em ($\xi = \frac{t^b}{a^b + t^b}$ (4.4):

$$\xi = \frac{t^b}{a^b + t^b} \quad (4.4)$$

em que a e b são coeficientes de ajuste.

Note-se que o grau de hidratação tende a 1 quando t tende para infinito. Na prática, considera-se que não ocorre mais geração de calor após 28 dias. E, por conseguinte, o produto $C\bar{\theta}$ é a elevação adiabática final, após cessar a reação exotérmica. O coeficiente de elevação, $\bar{\theta}$, pode ser obtido a partir dos valores de calor de hidratação tabelados ou obtido de ensaios. As constantes a e b definem a evolução da cinética da reação, expressa em termos do grau de hidratação.

Na falta de um modelo predictor que considere os principais fatores influentes (consumo de cimento, temperatura de lançamento e finura do cimento), baseado nos gráficos apresentados pelo ACI (2007) é apresentado provisoriamente os seguintes parâmetros e equações para as constantes a e b .

$$\begin{aligned} \theta_{lan\grave{c}} (^{\circ}F) &= 1.8 \cdot \theta_{lan\grave{c}} (^{\circ}C) + 32, \\ a_{ref} &= \frac{210}{\theta_{lan\grave{c}} (^{\circ}F)} - 2, \quad a_{ref} \text{ dado em dias} \\ b &= \begin{cases} 0.9, & \theta_{lan\grave{c}} \geq 60^{\circ}F \\ 1, & \theta_{lan\grave{c}} < 60^{\circ}F \end{cases} \end{aligned}$$

onde $\theta_{lan\grave{c}}$ é a temperatura de lançamento do concreto.

A influência da finura do cimento pode ser considerada no parâmetro a da curva, a

partir da finura de referência, 2400 cm²/g.

$$a = a_{\text{ref}} F,$$

sendo que o fator F deve ser tomado como:

$$F = 3,09 \frac{\text{finura}}{2400 \text{ cm}^2/\text{g}} - 2,09$$

A partir destas considerações, os gráficos do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007-4.4) podem ser reproduzidos graficamente com base nestas equações como mostrado nas Figuras Figura 4.5-a e b.

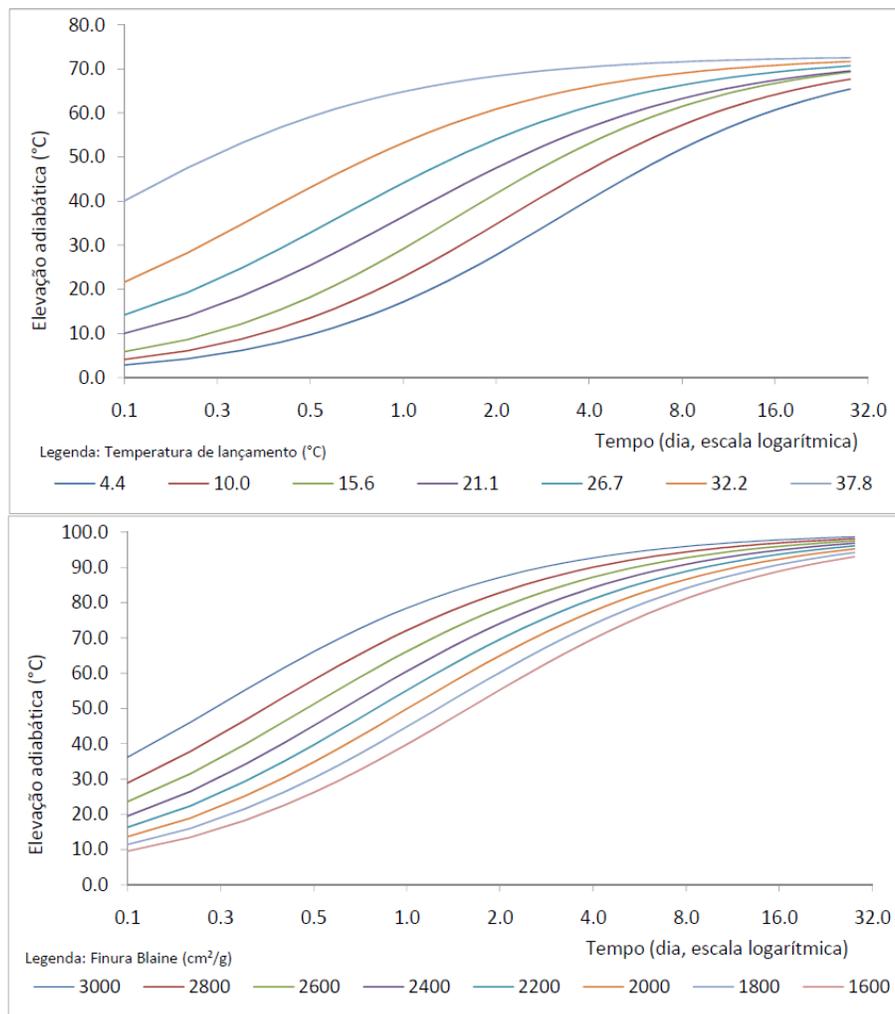


Figura 4.5: Modelo predictor para elevação adiabática correspondente ao ACI 207.2R-07; a) Consumo de cimento: 223 kg/m³; b) Temperatura inicial: 75°F ou 23,8°C

Convém considerar que a finura apenas em tese influencia de modo somente a

acelerar ou não a cinética da reação. Atualmente, os cimentos são utilizados em um patamar de finura Blaine bem mais alto que na década de 70, em duas ou três vezes. O aumento da área específica pode aumentar a tendência à aglomeração dos grãos de cimento, o que pode resultar em mais cimento não hidratado ao final da reação (MEHTA e MONTEIRO, 2008), o que torna o comportamento real reologicamente complexo, difícil de descrever em termos de modelos previsores. Ademais, diversos outros fatores concorrem para influenciar a mistura resultando na reação mais completa ou não do cimento com a água. Entre eles, pode-se citar a relação água cimento utilizada, o tipo e quantidade de aditivos químicos e a própria granulometria do cimento a sua interação com as adições (PILEGGI, 2001).

Ajustes de curva realizados com a função Hill em ensaios de elevação adiabática de temperatura feitos pelo autor tem apresentado valores para o expoente b em torno de 2 ou mesmo 2.5. No entanto, ainda encontra-se em preparação um banco de dados de ensaios para análise mais consistente de parâmetros para compor o modelo predictor.

4.2 Calor específico

O calor específico é definido pela quantidade de calor requerida para elevar de 1°C a temperatura de uma massa unitária de material, expresso em J/g.°C (NBR 12817, ABNT, 1993, *apud* LIDUÁRIO, 2006), ou seja, expressa a capacidade de “armazenamento” de calor de um material. Os valores típicos de calor específico de concreto estão na faixa de 840 a 1170 J/kg.°C, segundo Mehta e Monteiro (1994) e Neville (1997), e entre 840 J/kg.K e 1260 J/kg.K, segundo FURNAS (1997) *apud* LIDUÁRIO (2006). A mesma faixa de variação é citada por Azenha (2004), em que o valor do “calor específico do betão endurecido oscila usualmente entre valores de 800 e 1170 J/kg.K, segundo Breugel (1980) e Silveira (1996)”.

Entre os principais fatores que influenciam o calor específico do concreto estão o grau de saturação e a temperatura.

Temperatura

O calor específico aumenta com o aumento da temperatura (SILVEIRA, 1961; NEVILLE, 1997; FURNAS, 1997; ACI, 2007), embora seja sugerido verificar

experimentalmente esta influência (MORABITO, 2001 *apud* AURICH, 2009).

Diversos pesquisadores não consideram significativa a influência da temperatura no calor específico para efeito de modelagem do campo de temperaturas (CALMON, 1995; SANTOS, 2004). Segundo Azenha (2004), em Lura e Breugel (2001) são propostas as seguintes relações para determinação do calor específico do cimento e agregados em função da temperatura (T em °C e calor específico em J/kg.K), embora utilize também o calor específico constante na modelagem:

$$c_{\text{cim}} = 0.1812\sqrt{T} + 2.618T + 431,$$

$$c_{\text{agreg}} = 0.0604\sqrt{T} + 0.468 + 622.$$

Segundo o mesmo autor, para efeito de modelagem do campo de temperaturas, o calor específico é constante ao longo do tempo ou com o avanço do grau de hidratação.

Grau de saturação

A umidade ou teor de água livre no concreto influencia de forma considerável no calor específico do concreto uma vez que entre os materiais constituintes a água é o que possui maior calor específico. O calor específico aumenta com a umidade, tendo o seu valor máximo com o concreto saturado. Segundo Liduário (2006), esta relação pode ser descrita de acordo com a equação proposta por Whiting *et al.* (1978):

$$c = \frac{c_{\text{sat}} + U_{\text{sat}} (U - 1)}{1 + U_{\text{sat}} (U - 1)} \quad (4.5)$$

em que:

c – calor específico do concreto a um dado grau de saturação;

c_{sat} – calor específico do concreto saturado;

U_{sat} – teor de umidade do concreto saturado;

U – teor de umidade do concreto em uma dada situação.

Segundo Breugel (1980) *apud* Azenha (2004) e Aurich (2009), concordando com FURNAS (1997), o calor específico do concreto pode ser estimado de acordo com a média do calor específico de cada constituinte, ponderada pela porcentagem de cada um na composição. A água pode apresentar valores diferentes para o calor específico, conforme estiver livre ou adsorvida nos poros capilares. A água livre tem calor específico igual a 4187

J/kg°C, e a água adsorvida, 2220 J/kg°C (BAMFORTH, *et al.*, 2008)¹⁰.

Na Tabela 5, estão apresentados os valores de calor específico de materiais constituintes e de concretos encontrados em Liduário (2006). Na Tabela 6, estão apresentados valores de calor específico para os materiais constituintes, destacada a influência da temperatura (AZENHA, 2004).

Outros resultados de calor específico podem ser encontrados em ELETROBRÁS (2003), com dados obtidos do Laboratório de Concreto de FURNAS, em Goiânia, conforme apresentado na Tabela 7. Acrescenta-se os resultados do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007), conforme Tabela 8, juntamente com os resultados de outras propriedades térmicas.

Tabela 5: Calor específico de materiais constituintes e concretos (LIDUÁRIO, 2006).

<i>Material</i>	<i>Origem</i>	<i>Calor específico (J/kg.K)</i>	
		Agregado	Concreto
Quartzito		758	971
Granito		733	980
Calcário		783	992
Riolito		800	992
Basalto		723	1005
Dolomito		854	—
Basalto	Itaipú	858	—
Gnaisse	Angra dos Reis	777	—
Metagrauvaca	Tucuruí	837	—
Cascalho	Ilha Grande	1034	—
Gnaisse	Xingó	1080	—
Areia quartzosa		795	—
Argamassa 1:1, a/c 0,4		1259	—
Pasta de cimento, a/c 0,4		1469	—
Cimento		661	—

Tabela 6: Calor específico de agregados e influência da temperatura (AZENHA, 2004).

<i>Material</i>	<i>Calor específico (J/kg.K)</i>			
	21.1°C	32.2°C	43.3°C	54.4°C
Água	4187	4187	4187	4187
Cimento	456	536	662	825
Quartzo	699	745	795	867
Basalto	766	758	783	837

¹⁰ O que não deixa de parecer estranho e mereça ser investigado!

Dolomito	804	821	854	888
Granito	716	708	733	775
Calcário	749	758	783	821
Quartzito	691	724	758	791
Riolito	766	775	800	808

Tabela 7: Propriedades térmicas do concreto e tipo litológico do agregado (ELETROBRÁS, 2003).

Tipo Litológico	Procedência	Temp. (°C)	Calor específico (J/kg.°C)		Condut. térmica (W/m.°C)	Difusiv. térmica (10 ⁻³ .m ² /dia)	Coef. expansão (10 ⁻⁶ /°C)
			seco	s.s.s.			
Rochas Metamórficas							
Anfibólio/Gnaiss	Itumbiara	20	806	970	n. disp.	0.1140	n. disp.
		40	853	1016		0.1120	
		60	903	1067		0.1100	
Gnaiss	Angra, Xingó, Anta, Simplício, Cana Brava, Sapucaia	20	886	1021	n. disp.	0.1040	10.99
		40	916	1056		0.1032	
		60	976	1106		0.0998	
Quartzito	Corumbá, Estreito	20	868	1003	3.77	0.1836	12.45
		40	909	1045		0.1840	
		60	950	1083		0.1765	
Xisto	Cana Brava	20	928	1041	3.62	0.1597	11.01
		40	980	1093		0.1564	
		60	1028	1136		0.1506	
Quartzo micaxisto	Cana Brava	20	900	950	n. disp.	0.1141	12.32
		40	942	992		0.1127	
		60	996	1042		0.1110	
Rochas Sedimentares							
Metagrauvaca	Tucuruí	20	896	995	2.95	0.1189	10.64
		40	935	1034		0.1191	
		60	980	1080		0.1161	
Calcário	Palmeiras, São Domingos, Subes. Itaberá, Brasília	20	959	1064	2.55	0.1001	11.67
		40	996	1103		0.1060	
		60	1101	1171		0.0961	
Siltito	Formoso, Três Marias	20	855	1040	n. disp.	0.0969	13.21
		40	893	1075		0.1030	
		60	968	1145		0.1021	
Rochas Magmáticas							
Basalto	Itaipu, Tucuruí, Itumbiara, Cach. Dourada	20	860	1020	2.40	0.0812	9.51
		40	907	1065		0.0793	
		60	958	1113		0.0768	
Granito	Serra da Mesa, Lajeado	20	830	1025	2.94	0.0920	9.76
		40	906	1038		0.0901	
		60	973	1116		0.0910	
Granito-Gnaiss	Funil	20	743	869	2.63	0.1319	10.72

		40	827	941		0.1325	
		60	899	1008		0.1326	
Gabro	Cana Brava	20	885	1001	2.97	0.1093	10.18
		40	916	1031		0.1064	
		60	977	1089		0.1035	
Granodiorito	Cach. Porteira, Jacuf 1	20	832	960	2.96	0.1107	10.19
		40	861	1008		0.1140	
		60	969	1092		0.1036	
Fonolito	O. Utsumi	20	832	1025	n.disp.	0.0800	n. disp.
		40	865	1079		0.0780	
		60	958	1142		0.0780	
Hematita	Angra dos Reis	20	815	945	n.disp.	0.1550	9.10
		40	865	995		0.1440	
		60	920	1050		0.1430	
Granulito	Miel 1 - Colômbia	20	879	970	2.79	0.1107	7.49
		40	896	987		0.1075	
		60	894	984		0.1053	
Outros Minerais							
Cascalho	Iraqe, Cana Brava, Itaparica, Serra da Mesa	20	825	1157	3.86 a 4.81	0.1618	10.21
		40	889	1216		0.1619	
		60	948	1266		0.1638	

Tabela 8: Propriedades térmicas de concretos (ACI, 2007).

Estrutura	Agregado graúdo	Temp. (°C)	Coef. Expansão ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)		Conduct. térmica (kJ/m.h.°C)	Calor específico (kJ/kg.°C)	M. Esp. (kg/m^2)	Difusiv. ($10^{-3}.\text{m}^2/\text{h}$)
			Dmáx38mm	Dmáx100mm				
Hoover	calcário e granito	10,0	9,5	8,6	10,6	0,887	2500	4,7
		38,0			10,4	0,941		4,4
		66,0			10,3	1,050		3,9
Grand Coulee	basalto	10,0	7,9	8,3	6,7	0,916	2534	2,9
		38,0			6,7	0,967		2,7
		66,0			6,8	1,075		2,5
Friant	quartzito granito e riolito	10,0	—	—	7,7	0,904	2465	3,4
		38,0	—	—	7,7	0,962		3,2
		66,0	—	—	7,7	1,017		3,1
Shasta	andesito e ardósia	10,0	—	8,6	8,2	0,916	2510	3,6
		38,0			8,2	0,975		3,3
		66,0			8,2	1,033		3,2
Angostura	calcário	10,0	7,2	—	9,3	0,925	2423	4,2
		38,0			9,2	0,992		3,8
		66,0			9,1	1,054		3,5
Kortes	granito gabro e quartzo	10,0	9,4	8,1	10,0	0,870	2433	4,6
		38,0			10,0	0,925		4,4

		66,0			9,9	0,979		4,1
Hungry Horse	arenito	10,0	9,7	9,4	10,1	0,895	2425	4,6
		38,0			10,0	0,937		4,4
		66,0			9,9	0,983		4,2
Monticello	arenito metasiltito quartzito e riolito	10,0	9,4	—	9,8	0,941	2454	4,3
		38,0			9,7	0,992		4,0
		66,0			9,5	1,046		3,7
Anchor	arenito latita e calcário	10,0	10,1	8,1	7,1	0,950	2388	3,2
		38,0			7,1	1,013		3,0
		66,0			7,2	1,079		2,8
Glen Canyon	calcário quartzito e arenito	10,0	—	—	13,3	0,908	2407	6,0
		38,0			12,8	0,971		5,5
		66,0			12,3	1,033		4,9
Flaming Gorge	calcário e arenito	10,0	—	—	11,1	0,925	2411	5,0
		38,0			10,9	0,979		4,6
		66,0			10,8	1,038		4,3
Yellowtail	calcário e andesito	10,0	—	7,7	9,7	0,946	2444	4,2
		38,0			9,5	1,000		3,9
		66,0			9,2	1,054		3,6
Dworshak	granito gnaissé	38,0	—	9,9	8,4	0,920	2467	3,9
Ilha Solteira	quartzito e basalto	38,0	—	12,5	10,8	0,920	2552	4,6
Itaipu	basalto	38,0	—	7,8	6,6	0,975	2537	2,7
Theodore Roosevelt Modification	granito	10,0	7,7	—	10,7	0,979	2380	4,6
		38,0			10,9	1,037		4,4
		66,0			10,6	1,088		4,1
Olivenhain	granodiorito	38,0	9,7	—	5,9	0,880	2360	2,8

4.3 Condutividade térmica

Condutividade térmica é a capacidade do concreto conduzir calor e pode ser definido como a taxa de fluxo de calor por unidade de gradiente de temperatura, causa da movimentação térmica. A composição mineralógica dos agregados e a dosagem do concreto, a massa específica e a temperatura do concreto têm influência sobre a condutividade térmica. Valores típicos para a condutividade térmica de concretos convencionais podem ser encontrados na Tabela 9.

Tabela 9: Condutividade térmica de agregados (ACI, 2007).

<i>Tipo litológico do agregado</i>	<i>Condutividade térmica</i>	
	(W/m·°C)	(kJ/m·h·°C)
Quartzito	4.5	16.2
Dolomito	4.2	15.1
Riolito	2.2	7.9
Calcário	2.6 a 3.3	9.4 a 11.9
Granito	2.6 a 2.7	9.4 a 9.7
Basalto	1.9 a 2.2	6.8 a 7.9

Em *EUROCODE 2* (BAMFORTH *et al.*, 2007) são apresentados resultados de condutividade térmica de concretos produzidos com diferentes tipos litológicos de agregados, distinguindo entre concretos com agregado miúdo artificial do mesmo tipo litológico do agregado graúdo e agregado miúdo natural. Apresenta também valores diferentes para o concreto nas primeiras idades e concreto “velho”, conforme mostrado na Tabela 11.

Tabela 10: Condutividade térmica de concretos, em W/m·°C (BAMFORTH *et al.*, 2007).

<i>Tipo litológico do agregado</i>	<i>Areia artificial</i>		<i>Areia natural</i>	
	<i>concr. jovem</i>	<i>concr. velho</i>	<i>concr. jovem</i>	<i>concr. velho</i>
Quartzito	2.9	2.5	2.9	2.5
Granito, gabro	1.4	1.2	2.0	1.8
Basalto	1.3	1.1	1.9	1.7
Calcário, arenito	1.0	0.9	1.8	1.6

Outros resultados de condutividade térmica podem ser encontrados em ELETROBRÁS (2003), com dados obtidos do Laboratório de Concreto de FURNAS, em Goiânia, conforme apresentado na Tabela 7. Acrescenta-se os resultados do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007), conforme Tabela 8, juntamente com os resultados de outras propriedades térmicas.

4.4 Difusividade térmica

Difusividade térmica indica a rapidez com que o concreto sofre mudança de temperatura. Dito de outro modo, mede a capacidade do material de conduzir energia térmica, em relação à capacidade de armazená-la (INCROPERA, 2008). Numericamente, é a

condutividade dividida pela capacidade calorífica volumétrica (massa específica vezes calor específico). O valor da difusividade é afetado principalmente pelo tipo litológico do agregado, cujos valores típicos são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11: Difusividade térmica de agregados (ACI, 2007).

<i>Tipo litológico do agregado</i>	<i>Difusividade térmica</i>	
	(m ² /dia)	(10 ⁻³ .m ² /h)
Quartzito	0.129	5.4
Calcário	0.113	4.7
Dolomito	0.111	4.6
Granito	0.096	4.0
Riolito	0.078	4.2
Basalto	0.072	4.0

Assim como o calor específico, é possível conjecturar que a difusividade do concreto pode ser calculada de acordo com a média da difusividade de cada constituinte ponderada pelo volume. A difusividade aumenta com o aumento do volume total de agregado, o que por sua vez explica que concretos com dimensão máxima característica maiores, que em geral possuem maior volume total de agregado, possuem maior difusividade (FURNAS, 1997). Isto explica também porque o aumento do consumo de água diminui a difusividade (NEVILLE, 1997). Não foi encontrado na bibliografia valores de difusividade dos materiais cimentícios e da água, isoladamente. A modelagem multiescala poderia ser utilizada para se estudar quaisquer propriedades do concreto integral baseada na propriedade de seus componentes (SOUZA, 2009). Na Tabela 12 estão apresentados valores de difusividade térmica de diversos agregados encontrados em obras brasileiras.

Tabela 12: Difusividade térmica de agregados e obras brasileiras (FURNAS, 1997).

<i>Agregado</i>	<i>Obra</i>	<i>Difusividade térmica (m²/dia)</i>
Gnaisse	Angra dos Reis	0.097
Quartzito	Estreito	0.189
Calcário	Itaberá	0.128
Metagrauvaca	Tucuruí	0.096
Basalto	Itumbiara	0.063
Fonolito	OsmuUtsumi	0.078
Granodiorito	Cachoeira Porteira	0.108
Granito	Serra da Mesa	0.102
Cascalho	Itaparica	0.154

Outros resultados de difusividade térmica podem ser encontrados em ELETROBRÁS (2003), com dados obtidos do Laboratório de Concreto de FURNAS, em Goiânia, conforme apresentado na Tabela 7. Acrescenta-se os resultados do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007), conforme Tabela 8, juntamente com os resultados de outras propriedades térmicas.

4.5 Coeficiente de expansão térmica

O coeficiente de dilatação térmica linear é definido como a relação entre a variação de uma dimensão linear, por unidade de comprimento, causada por uma variação de temperatura, expressa em termos de deformação específica por °C (LIDUARIO, 2006). Essa relação pode ser expressa pela equação ($\Delta L = L\alpha\Delta\theta$) (4.6):

$$\Delta L = L\alpha\Delta\theta \quad (4.6)$$

onde:

ΔL – variação de comprimento;

L – comprimento;

α – coeficiente de dilatação;

$\Delta\theta$ – variação de temperatura.

Na Tabela 13 estão apresentados valores de coeficiente de expansão térmica de agregados de diversas litologias, segundo ACI (2007). Na Tabela 14 estão apresentados valores de coeficiente de expansão térmica de agregados e concretos de diversas litologias, segundo *EUROCODE 2* (BAMFORTH *et al.*, 2007).

Outros resultados de coeficiente de expansão térmica podem ser encontrados em ELETROBRÁS (2003), com dados obtidos do Laboratório de Concreto de FURNAS, em Goiânia, conforme apresentado na Tabela 7. Acrescenta-se os resultados do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007), conforme Tabela 8, juntamente com os resultados de outras propriedades térmicas.

Tabela 13: Coeficiente de expansão térmica de agregados (ACI, 2007).

<i>Material constituinte</i>	<i>Coefficiente de expansão térmica (10⁻⁶/°C)</i>
Granito	7 a 9
Basalto	6 a 8
Calcário	6
Dolomito	7 a 10
Arenito	11 a 12
Quartzito	11 a 13
Marmore	4 a 7
Concreto	7.4 a 13

Tabela 14: Coeficiente de expansão térmica de agregados e concretos, segundo *EUROCODE 2* (BAMFORTH *et al.*, 2007).

<i>Material constituinte</i>	<i>Coefficiente de expansão térmica (10⁻⁶/°C)</i>		
	<i>Rocha</i>	<i>Concreto</i>	<i>Adotar</i>
Granito	1.8 a 11.9	8.1 a 10.3	10
Basalto	4.0 a 9.7	7.9 a 10.4	10
Calcário	1.8 a 11.7	4.3 a 10.3	9
Dalerite	4.5 a 8.5	média de 9.2	9.5
Arenito	4.3 a 12.1	9.2 a 13.3	12.5
Quartzito	7.0 a 13.2	11.7 a 14.6	14
Mármore	2.2 a 16.0	4.4 a 7.4	7

4.6 Resistência à compressão uniaxial

A resistência à compressão, no Brasil, é realizada em corpos-de-prova cilíndricos, segundo o procedimento descrito na NBR 5739/94 (ABNT, 1994). É o principal parâmetro de projeto das estruturas de concreto, além de correlacionar-se a diversas outras propriedades, sendo principalmente função da relação água/cimento, da idade, do teor de ar incorporado, do tipo e propriedades do cimento e adições, do tipo, quantidade forma e granulometria dos agregados

Com o objetivo principal o de obter parâmetros para realizar simulações numérico-computacionais, este tópico será apenas um resumo das equações e modelos encontrados na bibliografia, quando não se dispõe de dados experimentais.

Em Santos (2004), os seguintes modelos podem ser encontrados na bibliografia para $f_c(t)/f_{c28}$, sem contudo apresentar valores para todos parâmetros:

- BYFORS (1980)

$$\frac{a_1 t^{b_1}}{1 + \frac{a_1}{a_2} t^{b_1 - b_2}}$$

- a_1 , a_2 e b_1 em função do tipo de cimento e da classe de resistência do concreto
- CARINO e LEW (2001)

$$\frac{0.81(T-T_0)(t-t_0)}{1+0.81(T-T_0)(t-t_0)}$$

$$t_0 = \frac{6.9}{T} \text{ } ^\circ\text{C}$$

4.6.1 Modelo do ACI

O modelo americano pode ser descrito segundo consta no ACI 209.2R-08 (ACI, 2008), com os coeficientes a e b dados pela Tabela 16.

$$f_c(t) = \frac{t}{a+bt} f_{c28} \quad (4.7)$$

Tabela 15: Coeficientes a e b para resistência à compressão, segundo ACI 209.2R-08 (ACI, 2008).

Tipo de cimento	Cura normal		Cura acelerada	
	a	b	a	b
I (ASTM)	4.0	0.85	1.0	0.95
III (ASTM)	2.3	0.92	0.70	0.98

4.6.2 EUROCODE 2

O modelo *EUROCODE 2* encontra-se descrito em Bamforth *et al.* (2007), conforme segue:

$$f_c(t) = f_{c28} \cdot \beta_{cc}(t) \quad (4.8)$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right] \quad (4.9)$$

em que s depende do tipo de cimento utilizado:

- $s = 0.20$ (cimento de endurecimento rápido (correspondente ao nosso ARI))
- $s = 0.25$ (cimento de endurecimento normal)
- $s = 0.38$ (cimento de endurecimento lento, p.ex. cimentos com adição pozolânica)

4.7 Resistência à tração

Da mesma maneira como para a resistência à compressão, diversos modelos podem ser encontrados na bibliografia, sendo os principais:

- BYFORS (1980)

$$f_{ct} = 0.115f_c(t) - 0.022$$

para $f_c(t) < 20\text{MPa}$, f_{ct} e f_c em MPa;

$$f_{ct} = 0.105[f_c(t) - 20]^{0.839} + 2.28$$

para $f_c(t) > 20\text{MPa}$, f_{ct} e f_c em MPa.

- GOMÉZ (1986)

$$f_{ct} = 0.11[f_c(t)]^{0.97}$$

f_{ct} e f_c em kp/cm^2

- IWAYAMA *et.al.* (1986)

$$f_{ct} = 0.58[f_c(t)]^{0.67}$$

f_{ct} e f_c em kp/cm^2

- NBR 6118 (2003)

$$f_{ct} = 0.3f_{ck}^{2/3} \tag{4.10}$$

f_{ct} e f_c em MPa

4.7.1 Modelo do ACI

Segundo o ACI 207.2R-07 (ACI, 2007), a resistência à tração pode ser dada pelas equações ($f_{ct} = 0.56\sqrt{f_c}$, (concreto normal, cura úmida) (4.11) e ($f_{ct} = 0.50\sqrt{f_c}$, (concreto normal, secagem leve) (4.12):

$$f_{ct} = 0.56\sqrt{f_c}, \text{ (concreto normal, cura úmida)} \tag{4.11}$$

ou ainda

$$f_{ct} = 0.50\sqrt{f_c}, \text{ (concreto normal, secagem leve)} \quad (4.12)$$

f_{ct} e f_c em MPa (é sugerido utilizar a f_c média, e não o f_{ck}).

4.7.2 EUROCODE 2

O modelo do EUROCODE 2 (BAMFORTH, 2007) para a resistência à tração a ser considerada em projeto é basicamente a mesma equação proposta pela NBR 6118 (ABNT, 2003). Acrescenta-se que para classes de resistência característica superiores a 60 MPa, a equação a ser utilizada é conforme ($f_{ct} = 2.12 \ln(1 + f_{cm}/10)$) (4.13):

$$f_{ct} = 2.12 \ln(1 + f_{cm}/10) \quad (4.13)$$

f_{ct} e f_c em MPa (é sugerido utilizar a f_c média, e não o f_{ck}).

Se for utilizada a resistência à tração na compressão diametral obtida por meio de ensaio, f_{ctd} , então $f_{ct} = 0.7f_{ctd}$. Para considerar a evolução da propriedade com o tempo, é adotado $f_{ct} = \beta_{cc}(t)^\alpha$, sendo $\alpha = 1$ para $t > 28$ dias e $2/3$ para $t \geq 28$ dias.

4.8 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade, ou módulo de Young, é uma propriedade de importância capital em projeto de estruturas. Define a relação entre as deformações e as tensões. Uma vez que o concreto está sujeito ao envelhecimento e à fluência, e a não-linearidades de diversas naturezas, o módulo de elasticidade “padronizado” requer que sejam estabelecidas as condições de sua determinação. Conforme mostrado na Figura 2, para que o módulo de elasticidade seja medido dentro do trecho linear da curva tensão-deformação, a carga máxima a ser aplicada no ensaio deve ser inferior a 40% da carga última de ruptura.

Outro fator importante é a velocidade de carregamento, legitimando a classificação do módulo de elasticidade em estático e dinâmico. O módulo de elasticidade estático refere-se ao ensaio com aplicação de carga crescente contínua a velocidade entre 0,3 e 0,6

MPa/s. O módulo de elasticidade dinâmico é determinado por meio de carregamento cíclico de menor intensidade em intervalos de tempo bastante reduzidos. Devido à menor tensão de ensaio no ensaio dinâmico, admite-se que não são induzidas microfissuras no concreto, bem como pode-se também afirmar que não ocorre fluência devido à curta duração da aplicação da carga. Em conseqüência, o módulo dinâmico refere-se mais corretamente a efeitos elásticos. É admitido como sendo igual ao módulo tangente inicial determinado no ensaio estático e, portanto, maior do que o módulo secante, que necessariamente tem embutida uma parcela de deformação por fluência.

- Majorana *et.al.* (1990), *apud* Santos, (2004)

$$E_c = 7155\sqrt{f_c}$$

E e f_c em MPa;

- Gomez (1986)

$$E_c = 3500(f_c(t))^{0.75}$$

E e f_c em kp/cm^2 ;

- NBR 6118 (2003)

$$E_c = 5600\sqrt{f_{ck}}$$

E e f_{ck} em MPa;

- Byfors (1980)

$$E_c = \frac{9930f_c^{2.675}}{1+1.370f_c^{2.204}}$$

E e f_c em MPa;

4.8.1 Modelo do ACI

Entre os fatores influentes mais importantes no módulo de elasticidade, além das condições-padrão do ensaio, estão o módulo de elasticidade dos agregados e sua correspondente fração volumétrica no concreto. Entre os modelos previsores que consideram estes parâmetros, destaca-se o modelo proposto pelo ACI 209.2R-08 (ACI, 2008), que leva

em consideração a massa específica do concreto, uma vez que esta propriedade é diretamente relacionada ao módulo de elasticidade. A equação proposta pelo ACI (2008) está apresentada em $(E_c(t) = 0,043\gamma^{1.5}\sqrt{f_c(t)}, E_{fcem}MPa)$ (4.14)

$$E_c(t) = 0,043\gamma^{1.5}\sqrt{f_c(t)}, E_{fcem}MPa \quad (4.14)$$

4.8.2 EUROCODE 2

O modelo para módulo de elasticidade do *EUROCODE 2* (BAMFORTH *et al.*, 2007) também leva em consideração a influência do agregado, por meio de fator de correção correlacionado com a densidade do agregado. Embora mais complicado, foi utilizado por Aurich (2009), consistindo nas equações $(\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{1/2})$ (4.17) e seguintes.

$$E_{c28} = 22 \cdot \alpha_E \left(\frac{f_{c28}}{10}\right)^{0.3} \quad (4.15)$$

$$E_c(t) = \beta_E(t)E_{cm} \quad (4.16)$$

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{1/2} \quad (4.17)$$

E_{c28} – módulo de elasticidade secante e idade 28 dias

f_{c28} – resistência média à compressão na idade de 28 dias (MPa)

α_E – coeficiente que depende do agregado

$$\alpha_E = \begin{cases} 1.2 & \text{para basalto ou calcário denso} \\ 1.0 & \text{para agregados quartzitos e agregados silicosos} \\ 0.9 & \text{para calcário} \\ 0.7 & \text{para arenito} \end{cases} \quad (4.18)$$

$\beta_E(t)$ – coeficiente que descreve a evolução de E_c com o tempo

$\beta_{cc}(t)$ – definido na equação da resistência à compressão

4.9 Fluência

Uma vez que a revisão bibliográfica aborda os conceitos fundamentais da viscoelasticidade, notadamente o conceito de relaxação e fluência, pode-se passar

diretamente à consideração dos modelos previsores.

É comum encontrar as equações dos modelos previsores de fluência, a *compliance function* (110), separando-se a parcela de deformação elástica da deformação dependente do tempo, aqui referida como fluência propriamente dita. A discussão sobre o que é a parcela elástica, que depende da duração do ensaio, pertence à seção anterior. Resta considerar que a parcela elástica é conceitualmente instantânea e a restante é a parcela dependente do tempo, chamada de fluência propriamente dita. Para fins práticos, o módulo de elasticidade ensaiado de acordo com a NBR 8522/2008, que geralmente dura cerca de 5 minutos, pode ser adotado nas simulações computacionais como a parcela elástica da *compliance function*.

A função da fluência, $C(t, t_0)$, pode ser decomposta em duas funções, sendo que a primeira, $C_1(t_0)$, será função da idade de início de carregamento e a segunda será função do tempo de carregamento. Esta última, $C_2(t - t_0)$, será aqui referida como *núcleo da fluência*, objeto de estudo dos modelos previsores.

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + C(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + C_1(t_0)C_2(t - t_0). \quad (4.19)$$

Outra forma encontrada para a *compliance function* é apresentada como (111), em que o núcleo da fluência é dividido pelo módulo de elasticidade, sendo então denominado coeficiente de fluência.

$$J(t, t_0) = \frac{1 + \phi(t, t_0)}{E(t_0)}. \quad (4.20)$$

Um fenômeno que sempre ocorre concomitantemente à fluência, mesmo nas condições padronizadas de ensaio, é a variação (ou retração) autógena. É a variação de volume devido exclusivamente ao avanço da hidratação, cujos produtos tem geralmente volume menor que os reagentes. Concretos com elevado volume de pasta e consumo de cimento possuem retração autógena bastante elevada, constituindo sozinha causa importante de fissuração em estruturas de concreto restringidas.

Considerações especiais devem ainda ser feitas quando a estrutura estiver sujeita a retração por secagem. A parcela de deformação correspondente à secagem provoca uma parcela de deformação lenta chamada de fluência de secagem. A interação destes dois fatores, deformação mecânica e de secagem, é responsável pela extenuante complexidade deste tema em tecnologia de concreto, como pode ser visto em Rodrigues (2010).

Devido a estes fenômenos ocorrerem simultaneamente, o ensaio de fluência deve necessariamente ser realizado em corpos-de-prova selados para evitar perda de umidade e, portanto, retração de secagem associada, bem como deve ser realizado tendo sempre um corpo-de-prova gêmeo, também selado, inclusive com medição de perda de massa¹¹, para o ensaio concomitante de variação autógena.

As variações de temperatura, por mais que no ambiente em torno do corpo-de-prova seja mantida constante, são medidas pelo mesmo extensômetro que mede a deformação, e são descontadas considerando o coeficiente de expansão térmica, a fim de se obter a deformação unicamente causada pelo carregamento.

Por fim, a definição de fluência elaborada ante os fatores considerados pode ser tomada como *deformação dependente do tempo providada exclusivamente por carregamento constante*.

Modelos previsores para o núcleo da fluência

Diversos modelos para a fluência podem ser encontrados na bibliografia especializada. Para o concreto em particular (NEVILLE, 1970), os modelos ou equações para a fluência devem ter como características para o comportamento reológico sob carregamento mantido e posterior descarregamento: a) deformação elástica inicial, uma vez que se trata de um sólido; b) deformação dependente do tempo; c) deformação permanente dependente do tempo, principalmente para níveis de tensão mais altos; d) recuperação com parcela elástica e dependente do tempo; e) deformação residual permanente. Desde a década de 70, existe mais de uma dúzia de modelos propostos, cada qual com uma explicação diferente para o mecanismo associado à fluência.

Atualmente, entre os principais modelos previsores da fluência encontrados, serão apresentados nesta dissertação os seguintes: a) ACI; b) CEB-FIP; c) BAZANT (B-2 e B-3); d) FURNAS. Este último é conforme recomendação do *U.S. Bureau of Reclamation*, muito utilizado em concreto para barragens devido à sua simplicidade. Em recente documento, o ACI 209.2R-08 (ACI, 2008) descreve detalhadamente os modelos previsores do ACI, CEB,

¹¹ Como referência, em pesquisas realizadas em FURNAS, o limite para aceitação deste ensaio é que a perda de massa seja inferior a 0.5%; existem pesquisas em que este limite foi 0.1%.

Bazant-Baweja e GL2000. Os modelos do ACI, CEB e Bazant-Baweja apresentados nesta dissertação será conforme este documento. O modelo Bazant-Panula sera apresentado conforme apontado em AZENHA (2004). O modelo do *Bureau* será apresentado com valores para os parâmetros segundo FURNAS (1997), complementado com levantamentos mais recentes realizados pelo autor.

4.9.1 ACI Model

O modelo predictor de fluência do ACI é baseado na equação (111), em que o módulo de elasticidade $E(t_0)$ é tomado como em (105), e o coeficiente ϕ é tomado por:

$$\phi(t - t_0) = \phi_\infty \frac{(t-t_0)^\psi}{d+(t-t_0)^\psi}$$

cujos parâmetros básicos podem ser tomados como: $d = 10$ (dias), $\psi = 0.6$ e $\phi_\infty = 2.35$ ou considerando o *fator de forma*: $d = 26e^{1.42 \cdot 10^{-2}(V/S)}$ (SI), $\psi = 1.0$ e $\phi_\infty = 2.35$.

O parametro ϕ_∞ pode absorver diversos fatores influentes por meio de um fator de multiplicação, γ_C , sendo então tomado como $\phi_\infty = 2.35\gamma_C$

$$\gamma_C = \gamma_{C(t_0)}\gamma_{C(RH)}\gamma_{C(V/S)}\gamma_{C(s)}\gamma_{C(a\%)}\gamma_{C(\alpha)}$$

$$\gamma_{C(t_0)} = 1.25t_0^{-0.118}, (t_0 \text{ em dias, cura úmida}),$$

$$\gamma_{C(t_0)} = 1.13t_0^{-0.094}, (t_0 \text{ em dias, cura acelerada}),$$

$$\gamma_{C(RH)} = 1.27 - 0.67h, (h > 0.4)$$

$$\gamma_{C(V/S)} = \frac{2}{3}(1 + 1.13e^{-0.0213(V/S)}),$$

$$\gamma_{C(s)} = 0.82 + 0.00264s, (s \text{ é o abatimento (slump), em mm})$$

$$\gamma_{C(a\%)} = 0.88 + 0.0024a\%, (a\% = \% \text{ de areia em peso}),$$

$$\gamma_{C(\alpha)} = 0.46 + 0.09\alpha > 1, (\alpha \text{ é o teor de ar, em \%})$$

4.9.2 Bazant-Panula (Modelo B2), *apud* AZENHA (2004)

O modelo da Dupla Potência, chamado de modelo Bazant-Panula, ou modelo B2, é

um dos modelos mais utilizados para previsão do comportamento do concreto nas primeiras idades, devido principalmente à sua facilidade de cálculo e boa correlação com resultados experimentais. Foi demonstrado que este modelo constitui um caso particular da Teoria da Solidificação (BAZANT e PRASANNAN, 1989, *apud* AZENHA, 2009) para fluência de curta duração.

Além dos parâmetros típicos do modelo apresentados, outros valores podem ser calibrados em função de resultados experimentais de fluência.

$$\phi(t - t_0, t_0) = \phi_1(t_0^{-m} + \alpha_{DPL})(t - t_0)^n$$

com parâmetros:

$$\phi_1 \text{ entre } 3 \text{ e } 6$$

$$m = 1/3$$

$$n = 1/8$$

$$\alpha_{DPL} = 0.05$$

$$t_0 \text{ em dias}$$

OBS: segundo AURICH (2009), o t_0 elevado a $(-m)$ pode ser considerado “tempo equivalente”, absorvendo a influência da temperatura.

4.9.3 Bazant-Baweja (modelo B3)

O modelo de Bazant-Baweja para previsão da fluência é outra variante desenvolvida por Bazant e seus colaboradores da Northwestern University. O modelo é aplicável a concretos contendo relação água/cimento entre 0.35 e 0.85, agregado total por kg de cimento, a/c , entre 2.5 e 13.5, resistência média à compressão entre 17 MPa e 70 MPa, e consumo de cimento entre 160 e 720 kg/m^3 . Ou seja, abrange uma ampla faixa de concretos. Restringe-se também a tensões de serviço, menores que 45% da carga última de ruptura. Abrange também a fluência de secagem, que está fora do escopo desta dissertação.

O módulo de elasticidade é tomado como sendo $E_{cm28} = 4737\sqrt{f_{cm28}}$ e não é tomado como função da idade de início de carregamento, t_0 , mas apenas da idade de 28 dias.

A *compliance function* dos modelos pode ser descrita como

$$J(t, t_0) = \frac{0.6}{E_{cm28}} + C_0(t, t_0) + C_d(t, t_0, t_c)$$

mas a parcela C_d é aqui desconsiderada por referir-se à fluência de secagem.

As equações que definem o modelo estão listadas abaixo, com os parâmetros apresentados em seguida. Basicamente, é composto por três termos, sendo o primeiro viscoelástico dependente da idade t_0 , o segundo viscoelástico independente de t_0 e um terceiro termo de deformação plástica dependente de t_0 ¹².

$$C_0(t, t_0) = q_2 Q(t, t_0) + q_3 \ln[1 + (t - t_0)^n] + q_4 \ln(t/t_0)$$

$$Q(t, t_0) = Q_f(t_0) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_0)}{t_0^{-m} \ln[1 + (t - t_0)^n]} \right)^{r(t_0)} \right]^{-1/r(t_0)}$$

$$Q_f(t_0) = [0.086t_0^{2/9} + 1.21t_0^{4/9}]^{-1}$$

$$r(t_0) = 1.7(t_0)^{0.12} + 8.0$$

com parâmetros:

$$m = 0.5$$

$$n = 0.1$$

$$q_2 = 185.4 \cdot 10^{-6} C^{0.5} f_{cm28}^{-0.9}$$

$$q_3 = 0.29(w/c)^4 q_2$$

$$q_4 = 20.3 \cdot 10^{-6} (a/c)^{-0.7}$$

4.9.4 CEB MC90-99, *apud* ACI (2008)

O modelo de fluência do CEB MC90-99 descrito nesta dissertação foi tomando por base o documento do *American Concrete Institute* sobre modelos previsores, ACI 209.2R-08 (ACI, 2008). É válido para concretos de resistência entre 12 MPa e 80 MPa, sob cura normal não superior a 14 dias, exposto a umidade relativa ambiente entre 40% to 100% e temperatura ambiente de 5°C to 30°C. A idade de início de carregamento deve ser superior a 1 dia e o carregamento não superior a 40% da carga última de ruptura. Embora este modelo

¹² aparentemente, é o que acresce à deformação inicial $\frac{0.6}{E_{cm28}}$ para as idades inferiores a 28 dias

contemple equações para prever a retração de secagem, não serão apresentadas por estar fora do escopo desta dissertação.

A *compliance function* apresenta uma ligeira variação em relação à equação

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cm}(t_0)} + \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{cm28}}. \quad (4.21)$$

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cm}(t_0)} + \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{cm28}}. \quad (4.21)$$

sendo t_0 a idade de início de carregamento.

$$E_{cm}(t) = E_{cm28} \cdot \alpha_E \cdot \exp \left[\frac{s}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right]$$

sendo

$$s = \begin{cases} 0.20 & \text{para cimento de endurecimento rápido} \\ 0.25 & \text{para cimento de endurecimento normal} \\ 0.38 & \text{para cimento de endurecimento lento} \end{cases}$$

$$\alpha_E = \begin{cases} 1.2 & \text{para basalto e agregados densos} \\ 1.0 & \text{para quartzitos} \\ 0.9 & \text{para agregado rolado} \\ 0.7 & \text{para arenitos} \end{cases}$$

$$E_{cm28} = 21500 \sqrt[3]{\frac{f_{cm28}}{f_{cm0}}}, \text{ EefcmMPa} \quad (4.22)$$

$$f_{cm28} = f_{ck} + 8.0 \quad (4.23)$$

O f_{ck} é a resistência característica tal qual a definição brasileira, abaixo da qual apenas 5% dos resultados podem ficar.

O coeficiente de fluência do modelo CEB é definido aos 28 dias, conforme o conjunto de equações:

$$\phi_{28}(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0)$$

$$\phi_0 = \phi_{RH}(h) \beta(f_{cm28}) \beta(t_0)$$

$$\phi_{RH}(h) = \left[1 + \frac{1-h/h_0}{\sqrt[3]{0.1[(V/S)/(V/S)_0]}} \alpha_1 \right] \alpha_2$$

$$\beta(f_{cm28}) = \frac{5.3}{\sqrt{f_{cm28}/f_{cm0}}}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1+(t_0/t_1)^{0.2}}$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{3.5 f_{cm0}}{f_{cm28}} \right]^{0.7}$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{3.5 f_{cm0}}{f_{cm28}} \right]^{0.2}$$

onde f_{cm28} é a resistência média à compressão aos 28 dias, $f_{cm0} = 10$ MPa, h é a umidade relativa do ar, em decimal, $h_0 = 1$, (V/S) é a relação volume-superfície, em mm , $(V/S)_0 = 50mm$, $t_1 = 1$ dia, t_0 é a idade de início de carregamento, e α_1 e α_2 são coeficientes que dependem da resistência média à compressão.

O efeito do tipo de cimento e da temperatura de cura sobre o coeficiente de fluência pode ser levado em consideração pela modificação da idade de carregamento.

$$t_0 = t_{0,T} \left[\frac{9}{2+(t_{0,T}/t_{1,T})^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0.5 \text{ dias} \quad (4.24)$$

onde $t_{0,T}$ é a idade de carregamento ajustada à temperatura do concreto, e $t_{1,T} = 1$ dia. α depende do tipo de cimento, sendo igual a -1 para cimento de endurecimento lento, 0 para endurecimento normal e 1 para endurecimento rápido.

O coeficiente $\beta_c(t - t_0)$ que descreve a curva da fluência com o tempo de carregamento, pode ser determinada de acordo com a equação $\left(\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t-t_0)/t_1}{\beta_H + (t-t_0)/t_1} + 1 \right]^{0.3} \right)$ (4.25).

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t-t_0)/t_1}{\beta_H + (t-t_0)/t_1} + 1 \right]^{0.3} \quad (4.25)$$

com

$$\beta_H = 150[1 + (1.2 \cdot h/h_0)^{18}](V/S)/(V/S)_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad (4.26)$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{3.5 f_{cm0}}{f_{cm28}} \right]^{0.5} \quad (4.27)$$

O modelo do CEB pode ainda levar em consideração o efeito do histórico de temperatura, o que é conveniente em simulações termomecânicas, embora não pareça nada simples de utilizar. A faixa de variação de temperatura em que se aplica é de 5°C e 80°C.

$$E_{cm28}(T) = E_{cm28}(1.06 - 0.003 \cdot T/T_0) \quad (4.28)$$

sendo $T_0 = 1^\circ\text{C}$.

O coeficiente de fluência aos 28 dias levando em consideração o efeito da temperatura pode ser tomado como:

$$\phi_{28}(t, t_0, T) = \phi_0 \beta_c (t - t_0) + \Delta\phi_{T,trans}$$

$$\Delta\phi_{T,trans} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \left[13.65 - \frac{4000}{273 + \frac{T(\Delta t_i)}{T_0}} \right]$$

4.9.5 FURNAS (US Bureau of Reclamation)

O modelo de equação logarítmica para representar a função de fluência é o modelo mais simples entre os apresentados. Consiste em determinar apenas um parâmetro de ajuste para o ensaio de fluência, aqui chamado de ϕ , encontrado na bibliografia também como Fk . Após obter este parâmetro para cada ensaio com idade de início de carregamento diferente, obtém-se uma correlação entre ele e a idade de início de carregamento.

$$C_2(t - t_0) = \phi(t_0) \ln(t - t_0 + 1)$$

$$C_1(t, t_0) = \phi(t_0) = a + b/t_0$$

Este modelo é frequentemente utilizado por FURNAS (1997), que apresenta valores desse parâmetro para diversos concretos. Valores típicos para os parâmetros a e b foram calculados pelo autor para cada grupo de rocha, apresentados na Tabela 16.

Tabela 16: Valores típicos para a e b do coeficiente de fluência utilizado por FURNAS.

<i>Tipo de rocha</i>	ϕ ($\cdot 10^{-6}$)	
	a	b
metamórfica	5.22	22.3
magmática		35.2
sedimentar		13.2

Os valores encontrados para o coeficiente de fluência de concretos feitos com diversos tipos litológicos de agregados podem ser encontrados em ELETROBRÁS (2003), para diversos $D_{m\acute{a}x}$ de agregados.

Tabela 17: Valores módulo de elasticidade e coefic. de fluência (ELETROBRÁS, 2003).

Litologia	Obra	Dmáx. (mm)	Fluência - Fk (10 ⁻⁶ /MPa)							Módulo de elasticidade - E (GPa)						
			Idade de carregamento (dia)							Idade de ensaio (dia)						
			2	3	5	7	28	90	365	2	3	7	28	90	180	365
Rochas Metamórficas																
Gnaisse	Angra, Anta, Simplício, Sapucaia, Cana Brava	19	15.7	-	9.1	6.1	-	-	-	8.3	9.9	14.3	17.2	19.0	20.3	21.9
		25	-	12.3	-	11.0	6.9	6.1	5.0	-	13.9	15.9	20.5	24.4	26.2	28.0
		38	15.1	14.2	10.9	12.1	6.8	-	-	10.5	-	16.9	19.0	21.4	22.8	25.0
		76	13.0	-	7.7	-	6.7	-	-	9.0	-	13.1	16.0	17.8	20.9	19.1
		152	4.5	-	4.5	-	4.5	-	-	6.4	-	11.3	15.3	19.8	21.9	23.5
Quartzito	Corumbá	19	17.4	24.0	-	18.1	18.9	-	-	12.3	15.5	14.3	18.1	21.1	23.2	24.0
		38	18.8	-	18.3	-	6.6	-	-	11.3	-	13.9	17.2	19.9	20.9	21.7
		76	7.1	-	4.8	8.4	4.8	4.5	-	-	8.9	12.5	16.6	17.0	21.2	21.0
		100	-	24.0	-	7.8	6.4	-	-	-	-	15.1	20.6	23.5	23.1	24.0
		152	5.7	-	5.5	-	3.8	-	-	4.5	-	8.1	10.6	14.1	14.9	15.7
Xisto	Cana Brava	38	-	15.9	-	13.7	9.9	7.7	3.5	2.6	4.0	5.5	9.8	11.7	13.1	14.5
		100	-	18.8	-	10.5	8.1	5.9	3.4	-	4.3	4.5	7.6	10.9	11.2	14.4
Cloritaxisto	Corumbá	100	-	6.0	-	5.3	5.1	4.6	-	-	-	14.6	17.8	20.3	20.7	23.0
Quartzo-Micaxisto	Cana Brava	25	-	9.1	-	6.1	3.4	-	-	-	28.2	33.8	40.9	44.6	-	-
		50	-	8.2	-	6.1	4.1	-	-	-	25.7	32.9	40.6	43.0	-	-
Rochas Sedimentares																
Metagrauvaca	Tucuruí	38	-	6.4	-	6.7	6.7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		76	-	-	-	8.5	8.0	5.6	3.3	-	-	-	-	-	-	-
		152i	-	9.0	-	8.3	7.2	4.1	4.8	-	-	28.1	34.8	38.5	38.2	42.3
		152p	-	12.1	-	11.1	9.6	5.5	5.8	-	-	26.7	32.3	38.3	38.6	38.6
		152	-	7.7	-	2.4	2.5	-	-	-	34.4	38.1	42.0	48.3	-	-
Calcário	Brasília	19	-	7.7	-	2.4	2.5	-	-	-	34.4	38.1	42.0	48.3	-	-
Rochas Magmáticas																
Basalto	I. Grande, Tucuruí, Itumbiara, São Carlos	19	-	-	-	7.8	5.7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		38	-	-	-	-	-	-	-	-	19.9	26.4	32.3	33.5	-	-
		76	-	-	-	17.3	13.6	5.8	-	-	-	9.5	15.7	20.8	-	-
		152	6.7	-	-	6.1	3.9	1.8	0.9	-	-	20.2	27.5	31.7	31.8	36.6
Diabásio	C. Magalhães	50	-	-	-	8	6.3	4.1	-	-	-	12.5	15.9	24.4	-	-
Basalto Latito	Pirajú	50	-	-	-	44	6.7	4.3	-	-	-	14.1	18.2	20.7	21.7	-
		100	-	-	-	15.9	8.5	7.9	-	-	-	18.7	23.7	25.9	27.7	-
Gabro	Cana Brava	25	-	17.7	-	13.3	6.4	-	-	-	-	30	42.2	44.7	46.5	48.2
		50	-	17.7	-	13.3	6.5	-	-	-	15.3	24.1	41.1	43.2	44.7	44.5
		100	6.4	-	-	5.5	3.1	-	-	20.4	-	18.5	29.4	38.8	39.4	38.3
Granito	Lajeado, Serra da Mesa	19	17.7	17.5	18.5	11.6	9.3	-	-	8.8	11.9	16.3	20	22.6	24.9	23.7
		50	-	11.9	-	7.9	7.1	3.4	3.4	-	19.6	24.2	25.5	28.6	29.7	30.8
		76	31.8	10.8	-	7.2	6.3	3.1	2.7	-	18.8	17	22.1	24.7	35.1	36.4
		100	-	5.3	-	5	-	3.4	3.7	-	-	-	-	-	-	-
		152	-	-	-	5.5	5.4	3.9	-	-	-	12.4	16.1	18.3	19.0	19.7
Granito-Gnaisse	Castanhão	50	-	-	-	-	19.5	12.1	11.6	-	-	4.3	7	8.5	10.3	-
	Funil	152	-	-	-	-	-	2.6	2.7	-	15.7	21.6	25.8	29.3	31.1	34.4
Granito	Serra da Mesa	38	10.0	-	8.7	8.3	6.7	-	-	1.5	-	13.8	17.9	20.4	21.7	24.3
Gabro	Cana Brava	38	6.3	-	5.7	-	6.0	-	-	3.3	-	14.9	23.1	28.8	31.1	34.5

5 *Apresentação dos resultados*

O resultado propriamente dito da pesquisa desta dissertação é tentar prover o meio técnico não especializado de recomendações simples e seguras para avaliar a extensão do problema térmico e avaliar o potencial de fissuração a este associado. Basicamente, recomendar o cálculo da evolução das tensões de origem térmica baseado em poucas informações disponíveis, tais como as propriedades térmicas e as propriedades mecânicas e elásticas. Seja baseado em informações tabeladas ou modelos previsores, seja baseado em ensaios realizados, o cálculo de tensões será realizado segundo o método das tensões, o que exigirá o conhecimento do grau de restrição. O grau de restrição é possível ser conhecido mediante a modelagem pelo método dos elementos finitos, o método mais geral e amplamente difundido para a solução de problemas dentro da engenharia. Como o uso do método dos elementos finitos exige conhecimento técnico especializado, hardware e software adequados, seu uso durante o processo construtivo de obras correntes de engenharia ainda continua restrito. As tensões de origem térmica são tipicamente problemas de processo construtivo, ocorrendo nas primeiras idades. Para atender de forma rápida, com a devida aproximação de engenharia, propõe-se o uso do cálculo aproximado de tensões baseado no coeficiente de restrição, de útil aplicação para estruturas com geometrias típicas regulares como lajes, blocos e muros.

A apresentação dos resultados começa por apresentar a aplicação do equacionamento revisitado no Capítulo 2 em relação à influência da temperatura na elevação adiabática, baseado nas informações do artigo de Xiong e Breugel (2001), bem como a influência da temperatura na evolução da resistência à compressão baseado nas informações do artigo de Pinto (2004). A apresentação de curvas segundo os modelos previsores de fluência completam o quadro de apresentação das propriedades. Comparativamente, a partir de resultados de caracterização experimental, são apresentadas as curvas de fluência para cada idade de início de carregamento, resultando em uma família de curvas representando o comportamento real do material e o efeito do envelhecimento.

Em seguida, são apresentados os resultados das modelagens realizadas, divididas nos seguintes subitens:

- *Benchmarks* de modelagem
- Estudo do coeficiente de restrição
- Estudos de caso

As modelagens ditas *benchmarks* são aquelas que possuem resposta analítica, deduzidas à partir das equações da elasticidade, com a qual se compara a resposta numérica obtida na modelagem. No caso da presente dissertação, as modelagens foram realizadas com o software de elementos finitos chamado FlexPDE, que resolve equações diferenciais parciais aplicando internamente o método de Galerkin, com boa saída gráfica. Embora fácil e intuitivo de se utilizar, exige que o usuário escreva suas próprias equações, o que requer perfeito entendimento matemático e físico do problema a ser modelado. Com resposta analítica conhecidas são as simulações isostáticas de corpo-de-prova com deslocamento restringido na base e no topo, apenas na direção vertical. São apresentadas as soluções analíticas para o caso de material elástico com módulo de elasticidade constante, e um segundo caso com módulo de elasticidade variável, que introduz propriamente a modelagem termomecânica.

Antes de passar à modelagem termomecânica propriamente dita, é feito um estudo do coeficiente de restrição, segundo definido pelo ACI 207.2R-07 (ACI, 2007). O estudo do coeficiente de restrição é realizado para o caso de um corpo (bloco) engastado na base, exatamente o caso em que o referido documento apresenta os valores deste coeficiente ao longo da altura relativa (Figura 18). Em seguida, é apresentado o caso de um corpo (bloco) sobre e solidário a outro corpo (fundação). Na discussão dos resultados, são apresentadas as diferenças entre o resultado das modelagens e o apresentado no documento do ACI.

Por fim, são apresentados os estudos de caso. O primeiro estudo de caso é referente ao cálculo de tensões de origem térmica pelo método simplificado, ou seja, utilizando o coeficiente de restrição para o cálculo das tensões de um ponto a partir do histórico de temperaturas desse ponto. O objetivo deste primeiro estudo é verificar a influência da temperatura de lançamento no risco de fissuração segundo a metodologia proposta. O segundo estudo refere-se a um cálculo do campo de temperaturas de uma aduela pré-moldada. O cálculo realizado é tridimensional, cujo objetivo é verificar a real temperatura interna da peça, que, mesmo sendo esbelta, eleva-se acima do valor considerado

limite para a não ocorrência de fissuração devido à formação de etringita tardia. O terceiro estudo de caso refere-se à modelagem apresentada em Azenha (2004), referente a um muro de arrimo, calculado o campo de temperaturas e de tensões pelo modelo termo-químico-mecânico acoplado. A modelagem pela metodologia simplificada é apresentada em comparação à modelagem completa. Por último, é apresentada a modelagem de um bloco de apoio de fundação, cuja temperatura em um ponto do interior foi medida por termômetro de resistência elétrica. Foi realizada a modelagem do campo de temperatura pelo modelo termoquímico em 3D pela COPPE (FAIRBAIRN *et al.*,2007). Comparativamente, foi calculado o campo de temperaturas da seção típica, em 2D, com o software FlexPDE utilizado nesta dissertação. Complementando o estudo, foi calculado o histórico de tensões do ponto analisado, variando a propriedade da fluência, para efeito de verificar sua influência no resultado final.

5.1 Propriedades

5.1.1 Influência da temperatura na elevação adiabática

Em artigo sobre calorimetria isotérmica, Xiong e Breugel (2001) estudaram duas relações água/cimento (0,4 e 0,6) e dois tipos de cimento, variando a temperatura de ensaio em 20°C, 30°C e 40°C. A título de demonstração do entendimento e validade do equacionamento proposto na revisão bibliográfica, é apresentado o ajuste da função Hill (Função Hill: $T^{ad}(t) - T_0^{ad} = \Delta T^{ad}(t) = \Delta T_{\infty}^{ad} \frac{t^c}{a^c + t^c}$ (2.10) aos dados de ensaio relatados no artigo, apenas para o cimento Portland comum e relação a/c 0,4 (Figura 5.1).

Os ajustes mostrados graficamente estão apresentados para cada temperatura, conforme as equações:

- Temperatura isotérmica de 20°C:

$$\Delta\theta(t) = 35,14 \frac{t^{4,84}}{13,534,84 + t^{4,84}} + 50,77 \frac{t^{2,32}}{25,762,32 + t^{2,32}} \quad (5.1)$$

- Temperatura isotérmica de 30°C:

$$\Delta\theta(t) = 35,14 \frac{t^{4,84}}{8,02^{4,84} + t^{4,84}} + 50,77 \frac{t^{2,32}}{16,11^{2,32} + t^{2,32}} \quad (5.2)$$

- Temperatura isotérmica de 40°C:

$$\Delta\theta(t) = 35,14 \frac{t^{4,84}}{5,62^{4,84} + t^{4,84}} + 50,77 \frac{t^{2,32}}{14,67^{2,32} + t^{2,32}} \quad (5.3)$$

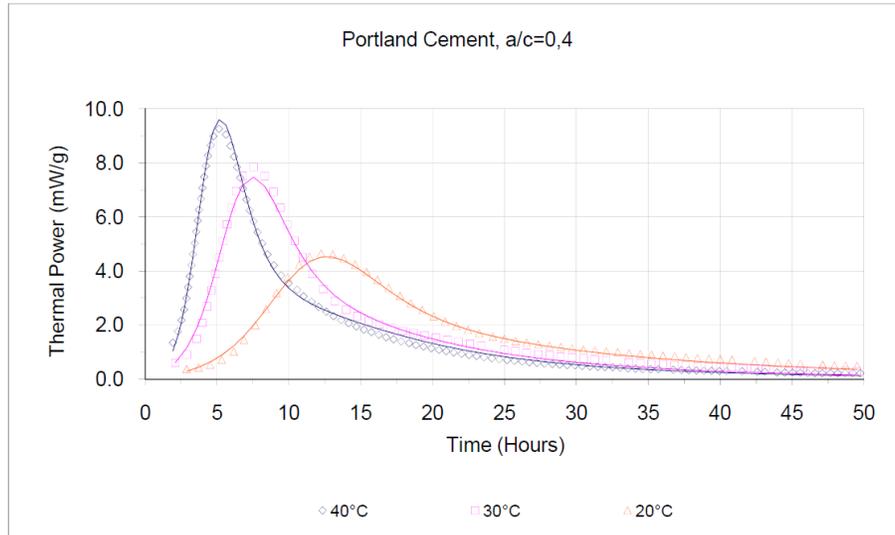


Figura 5.1: Resultado de ensaio em calorímetro isotérmico a 20°C, 30°C e 40°C (XIONG e BREUGEL, 2001) e ajuste por série de funções Hill.

O ajuste feito por meio de série de funções segue a mesma idéia dos modelos reológicos baseados em molas e amortecedores. A aplicação de uma série de funções em ajuste de curva de elevação adiabática foi utilizado por Zhang et. al. (2008) para um modelo do tipo japonês, conforme equação $(T^{ad}(t) = \Delta T_{max}^{ad} (1 - e^{-1.25t}) + T_0)$ (4.1). Em termos de séries de funções, a geração interna de calor, embora complexa, ainda pode ser considerada termo-reologicamente simples, desde que se considere a influência da temperatura apenas no parâmetro a da função. Graficamente, pode-se observar na Figura 26 os coeficientes a de cada termo da série de funções Hill em função da temperatura. Este gráfico corrobora a nova interpretação para a energia de ativação segundo a equação de Arrhenius, proposta por Zhang et. al. (2008), segundo a qual a energia de ativação não é nada mais do que um parâmetro de ajuste, bem como apresenta o potencial de utilização da função WLF para expressar a influência da temperatura em qualquer propriedade, no caso, a geração interna de calor.

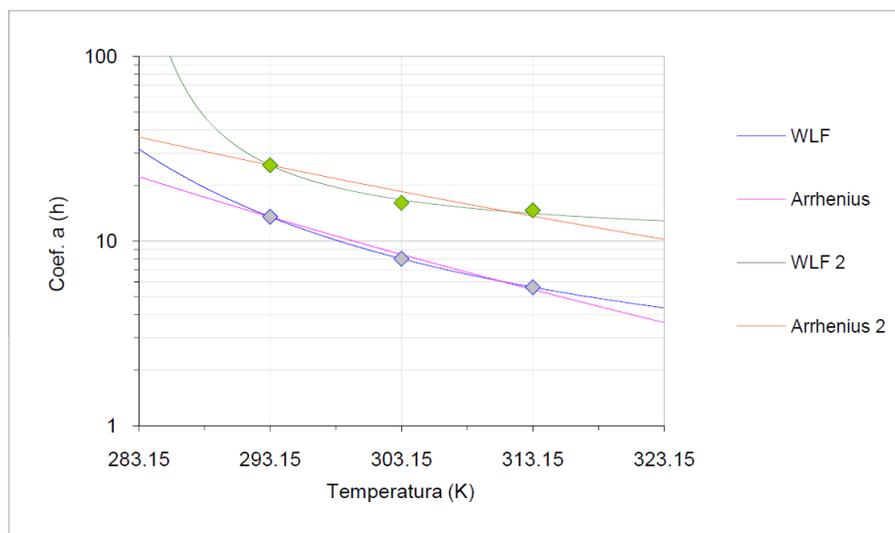


Figura 5.2: Influência da temperatura no parâmetro a da série de funções Hill.

5.1.2 Influência da temperatura na resistência à compressão

A influência da temperatura na resistência à compressão é comumente estabelecida por meio da função *maturidade*, conforme definido em 3.2. Pretende-se apresentar o equacionamento proposto, a partir do trabalho apresentado por Pinto (2004). Neste trabalho, é apresentado resultados de ensaios de resistência à compressão de três grupos de corpos-de-prova curados às temperaturas isotérmicas de 5°C, 35°C e 60°C. O autor comparou os resultados obtidos com o grau de hidratação definido em relação à quantidade de hidróxido de cálcio em certa idade. O hidróxido de cálcio é um produto da reação de hidratação do cimento com a água e certamente a quantidade reagida é legítima de se adotar como sendo o grau de hidratação. Não obstante, a influência da temperatura em cada propriedade do concreto é diferente. Defende-se nesta dissertação que determinar a influência da temperatura em certa propriedade pode ser feito definindo-se o grau de hidratação como o parâmetro normalizado desta propriedade, conforme 2.3.

Os resultados dos ensaios relatados em Pinto (2004), de resistência à compressão em função da idade e do grau de hidratação, bem como os ajustes segundo a função Hill com eliminação de dados espúrios, pode ser observado nas Figuras 27 e 28. Em seguida, os mesmo dados em função do grau de hidratação definido como o parâmetro normalizado da

propriedade, bem como do tempo equivalente, que nada mais é do que a translação sobre o eixo $\ln(t)$ das funções ajustadas para a temperatura de referência, estão mostrados nas Figuras Figura 5.3e Figura 5.4.

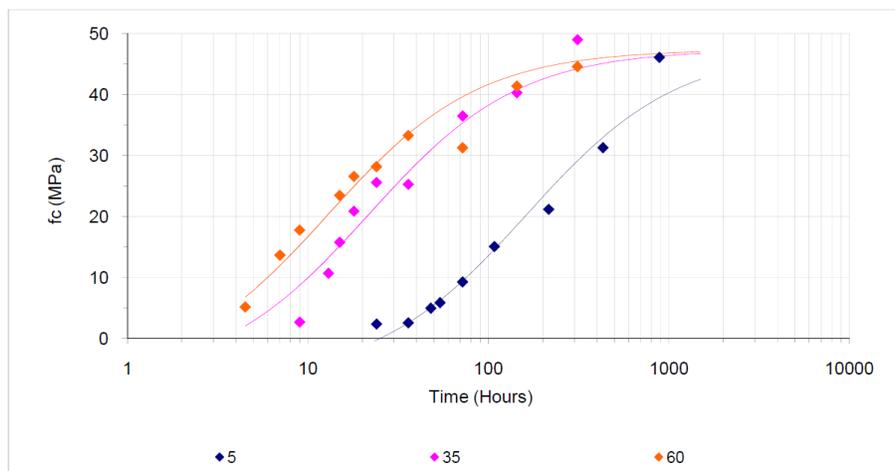


Figura 5.3: Resultado de ensaios de resistencia à compressão a 5°C, 35°C e 60°C e ajuste por funções Hill em função do tempo.

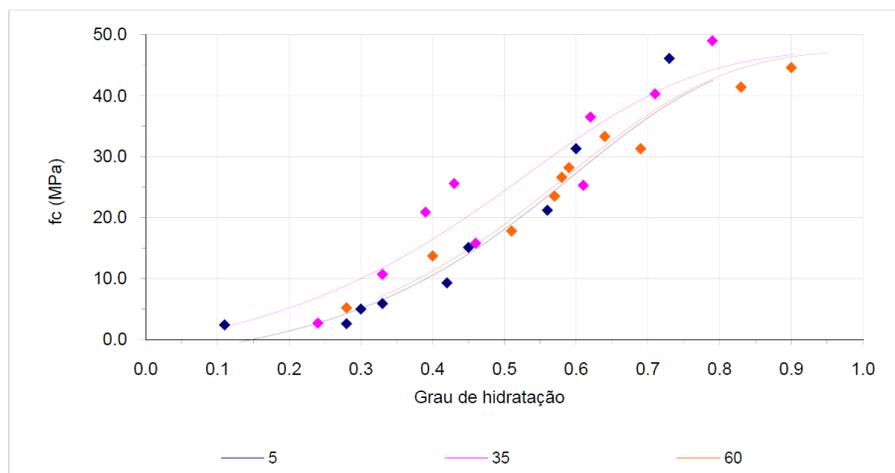


Figura 5.4: Resultado de ensaios de resistencia à compressão a 5°C, 35°C e 60°C e ajuste por funções Hill em função do grau de hidratação por hidróxido de cálcio.

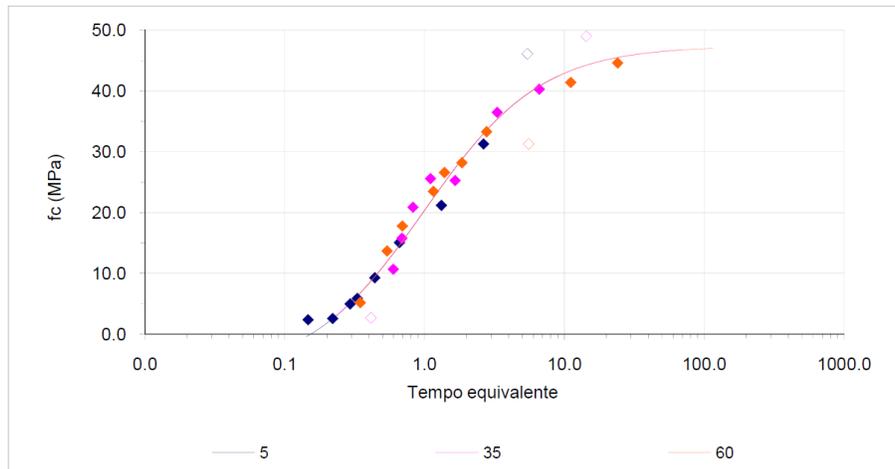


Figura 5.5: Resultado de ensaios de resistencia à compressão a 5°C, 35°C e 60°C e ajuste por funções Hill em função do tempo equivalente.

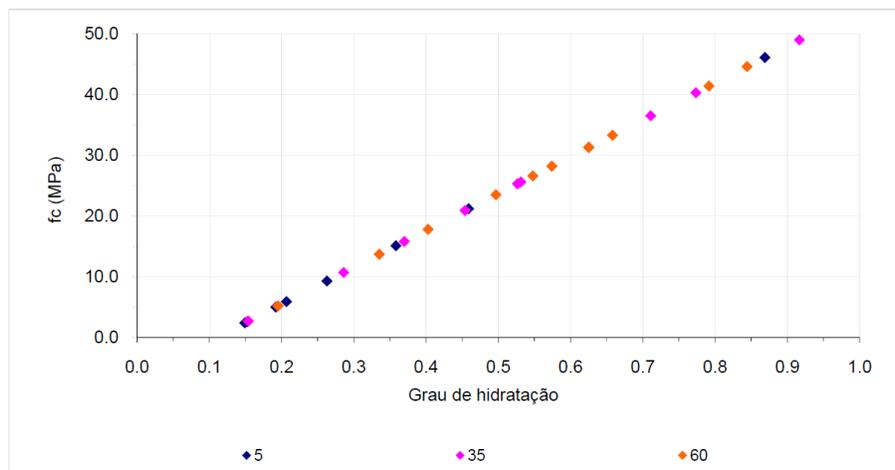


Figura 5.6: Resultado de ensaios de resistencia à compressão a 5°C, 35°C e 60°C em função do grau de hidratação.

Os ajustes das funções Hill para os resultados de resistência à compressão em cada temperatura chegaram nas seguintes equações:

- Temperatura isotérmica de 5°C:

$$f_c(t) = 54,06 \frac{t^{1,04}}{163,40^{1,04} + t^{1,04}} \quad (5.4)$$

- Temperatura isotérmica de 35°C:

$$f_c(t) = 54,06 \frac{t^{1,04}}{21,75^{1,04} + t^{1,04}} \quad (5.5)$$

- Temperatura isotérmica de 60°C:

$$f_c(t) = 54,06 \frac{t^{1,04}}{12,97^{1,04} + t^{1,04}} \quad (5.6)$$

Os coeficientes a em função da temperatura, bem como as funções do tipo Arrhenius e WLF que os correlaciona está apresentado na Figura 5.7.

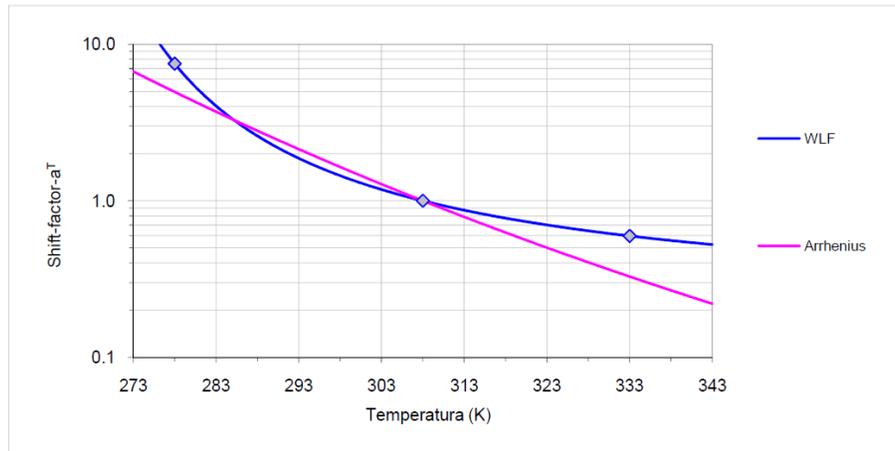


Figura 5.7: Influência da temperatura na resistência à compressão por Arrhenius e WLF.

Estes resultados permitem observar que a energia de ativação pode não ser um bom tipo de função de ajuste para explicar a influência da temperatura em determinada propriedade. A partir deste ponto de vista torna-se evidente por que razão é encontrado no meio técnico afirmações que a energia de ativação varia com a temperatura.

5.1.3 Modelos previsores para fluência

No Capítulo 4, foram apresentados quatro modelos previsores para a fluência do concreto, conforme o documento ACI 209.2R-08 (ACI, 2008). Neste item, serão apresentados exemplos de aplicação dos modelos para uma dosagem conhecida e caracterizada experimentalmente quanto à fluência nas idades de 4, 7, 28 e 96 dias.

A dosagem considerada tem a composição conforme a Tabela 18 e as propriedades do concreto endurecido conforme mostrado na Tabela 19.

Tabela 18: Composição da dosagem e propriedades

CP III 32-RS	Água	Areia	Brita	γ_c	w/c	Dmáx	m	%areia	α	slump
	kg/m ³					(mm)	(kg)		(%)	(mm)
	190	1002	966	2469	0.606	25.0	6.28	50.9	3.5	120

Tabela 19: Propriedades do concreto endurecido

<i>Idade</i> (dias)	<i>Resist. compress.</i> (MPa)	<i>Tração flex.</i> (MPa)	<i>Tração diam.</i> (MPa)	<i>Mód. elast.</i> (GPa)	<i>Coef. Poisson</i>
	10.7	1.57	1.51	30.70	0.22
	17.3	2.81	2.04	32.70	0.20
	26.2	4.54	2.76	44.40	0.22
	31.3	5.66	3.16	47.30	0.22
	35.2	6.13	3.25	45.30	0.34

Os ensaios de fluência para esta dosagem foram realizados para as idades de início de carregamento de 4, 7, 28 e 96 dias, sendo que o carregamento de ensaio foi tomado como 40% da resistência à compressão na respectiva idade.

Os resultados obtidos a partir dos modelos de fluência relatados no Capítulo 4 estão mostrados nas Figura 32 a 36, comparados com a fluência obtida experimentalmente. Os modelos do ACI, Bazant-Baweja e CEB podem ser ditos propriamente modelos previsores. O modelo Bazant-Panula apresentado tem como parâmetros os valores típicos relatados em Azenha (2004). Já o modelo do *US. Bureau of Reclamation*, baseado na curva logarítmica, foi calculado por regressão não-linear pelo método dos mínimos quadrados. Trata-se, portanto, de ajuste aos dados experimentais.

Os modelos previsores utilizam-se de outras informações além da composição e propriedades da dosagem. Pela impossibilidade de relatar passo-a-passo todo o equacionamento para se chegar às curvas de fluência obtidas pelos modelos, são informados todos os parâmetros utilizados nos cálculos e alguns valores calculados.

- ACI umidade relativa (h) igual a 1 relação volume-superfície (V/S) igual a 30, referente a corpo-de-prova 15x30cm; $d = 39.81$; $\psi = 1.0$

- Bazant-Panula (B2) módulo de elasticidade em função da idade ajustando os valores experimentais da dosagem com a função $E_{\infty} \cdot t^c / (a^c + t^c)$, com: $E_{\infty} = 34577$ MPa; $a = 5.3$ dias; $c = 1.1$; $\phi_1 = 2.50$; $m = 1/3$; $\alpha_{DPL} = 0.05$; $n = 1/8$

- Bazant-Baweja (B3) $q_1 = 2.151 \times 10^{-5}$, calculado; $q_2 = 1.735 \times 10^{-4}$, calculado; $q_3 = 6.787 \times 10^{-6}$, calculado; $q_4 = 5.610 \times 10^{-6}$, calculado; $m = 0.5$; $n = 0.1$

- CEB umidade relativa (h) igual a 1; relação volume-superfície (V/S) igual a 30, referente a corpo-de-prova 15x30cm $s = 0.38$, para cimento de endurecimento lento (CP

III 32-RS); $\alpha_E = 1.2$, para agregado denso (anfíbolito com $\gamma_C = 3.0 \text{ kg/m}^3$); $\beta_H = 3243.15$, calculado

• FURNAS módulo de elasticidade idem Bazant-Panula; coeficiente de fluência, ϕ , tomado como $a + b/t^c$; $a = 0.0$; $b = 48.0$; $c = 0.54$

Embora muito se tenha buscado em termos de modelos previsores, a experiência de FURNAS mostra que, sempre que possível, a realização de ensaios é preferível aos modelos previsores, principalmente para a propriedade da fluência. Conforme será discutido no Capítulo 6, a simplicidade do modelo pela curva logarítmica, ajustado aos dados experimentais, apresenta melhor resultado que os modelos incomparavelmente mais complexos.

Uma questão interessante e ainda não fechada é se a fluência (parcela dependente do tempo) quanto maior, melhora ou piora a situação do concreto-massa. Será abordada em maiores detalhes nas considerações finais, mas parece ser típico que, para o caso de deformações impostas por variação de temperatura e para uma mesma deformação inicial, a fluência maior provoca maior tensão máxima de tração, caso o tempo de resfriamento não seja demasiado longo. Assim, os modelos do ACI e CEB, que apresentaram fluência sistematicamente menor estariam contra a segurança, e não a favor como se poderia pensar.

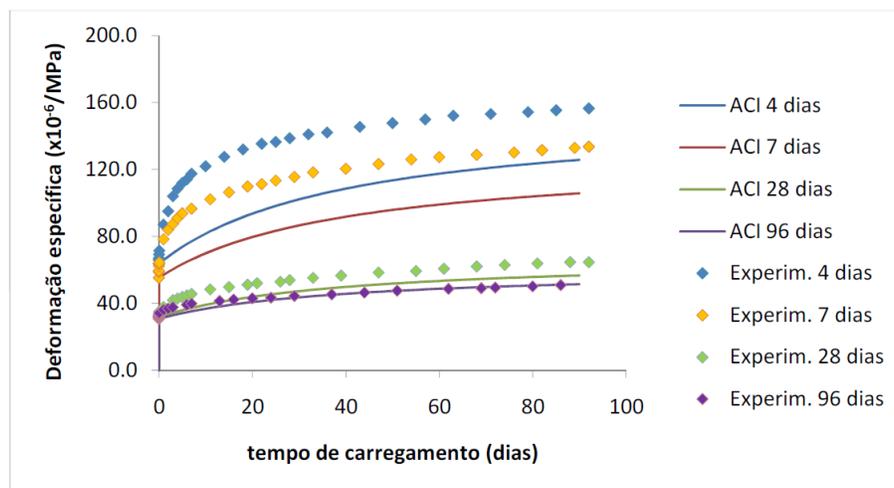


Figura 5.8: Ensaio de fluência e modelo predictor do ACI, nas idades de 4, 7, 28 e 96 dias.

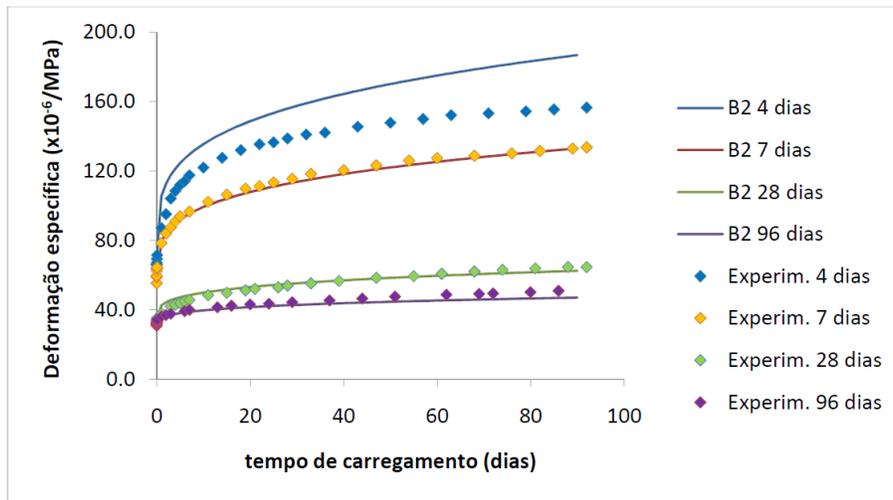


Figura 5.9: Ensaio de fluência e modelo predictor Bazant-Panula, nas idades de 4, 7, 28 e 96 dias.

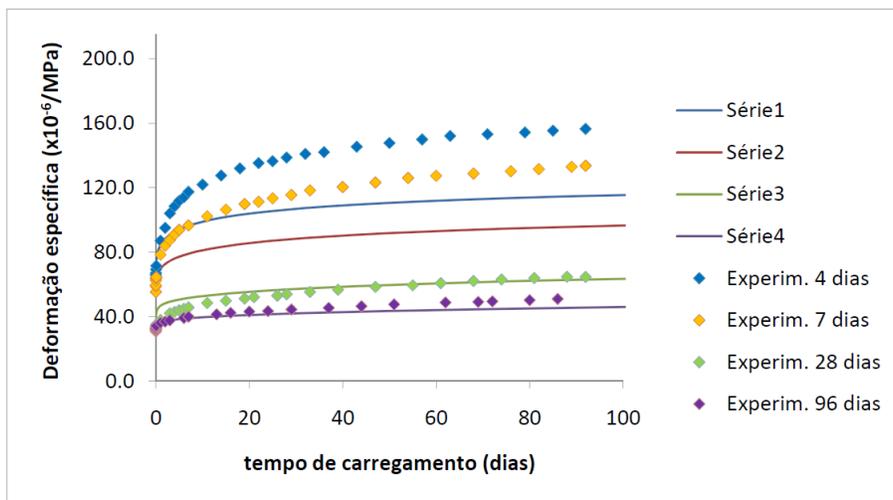


Figura 5.10: Ensaio de fluência e modelo predictor Bazant-Baweja, nas idades de 4, 7, 28 e 96 dias.

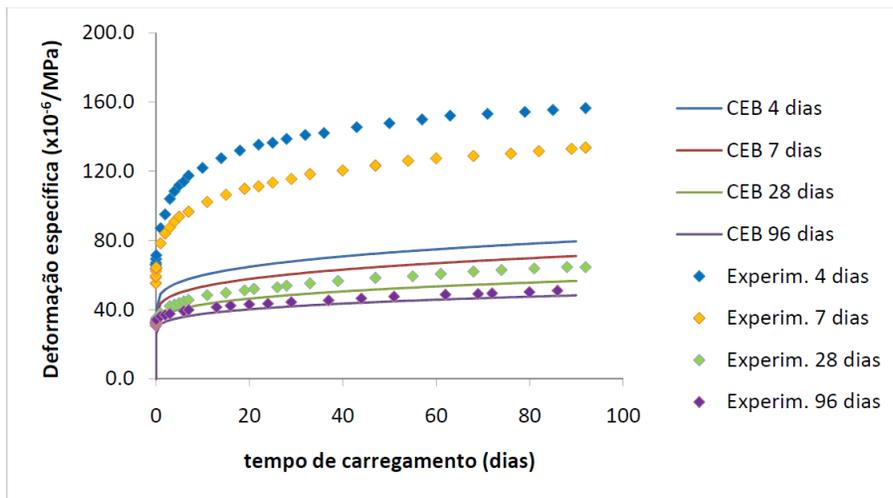


Figura 5.11: Ensaio de fluência e modelo predictor CEB, nas idades de 4, 7, 28 e 96 dias.

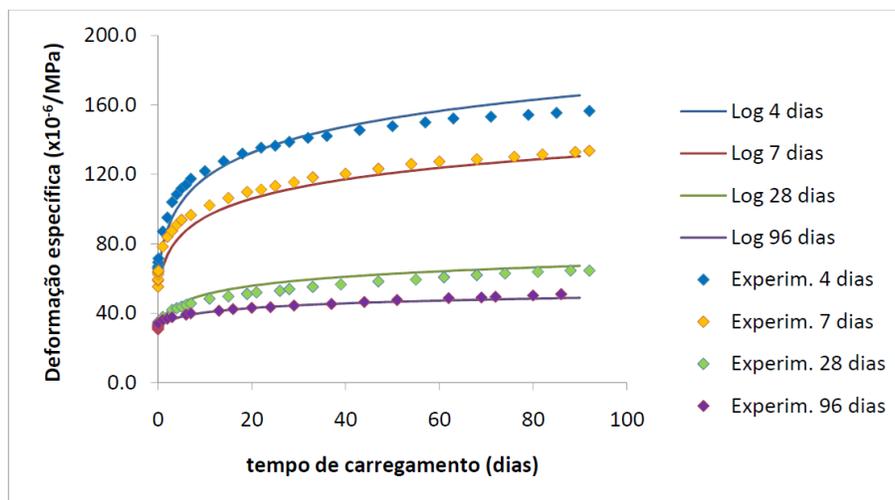


Figura 5.12: Ensaio de fluência e modelo do *Bureau*, nas idades de 4, 7, 28 e 96 dias. OBS: parâmetros do modelo obtidos por regressão e não por valores típicos.

5.2 Modelagem termomecânica

A modelagem termomecânica permite o cálculo aproximado do campo de tensões, de deformações e deslocamentos de estruturas, baseando-se nas propriedades dos materiais e nas condições de contorno do problema. A proposta desta dissertação é obter por meio de modelagem informações acerca do campo de temperaturas e do grau de restrição para possibilitar o uso expedito em situações de serviço que exijam resposta rápida, tal como ocorre durante o processo construtivo, desde que estejam dentro dos limites de aproximação das geometrias analisadas.

Antes de se considerar como corretas as informações advindas da modelagem, é necessário validar o código computacional que as estará gerando. O software proposto para realizar as modelagens é o FlexPDE, que possui como característica ser um software educacional, ou seja, o usuário escreve suas próprias equações. Para validação das modelagens termomecânicas, foram realizadas primeiramente modelagens *benchmarks*, aquelas cujas soluções analíticas são conhecidas.

Equacionada a termoelasticidade, é realizado um estudo do coeficiente de restrição, segundo definido pelo ACI 207.2R-07 (ACI, 2007). O estudo do coeficiente de restrição é realizado para o caso de um corpo (bloco) engastado na base, exatamente o caso em que o

referido documento apresenta os valores ao longo da altura relativa (Figura 18). Em seguida, é apresentado o caso de um corpo (bloco) sobre e solidário a outro corpo (fundação). Na discussão dos resultados, são apresentadas as diferenças entre o resultado das modelagens e o apresentado no documento do ACI.

Consolidada a validade do uso do coeficiente de restrição para, a partir do histórico de temperaturas de um ponto, gerar o histórico de tensões correspondente, são apresentados os estudos de caso. O primeiro referente a uma laje de reservatório, em que a partir do campo de temperaturas, do coeficiente de restrição e das propriedades elásticas e viscoelásticas são calculadas as tensões de origem térmica. É verificada a influência da temperatura de lançamento nas tensões calculadas, e comparadas à resistência do material, permitindo uma razoável avaliação do potencial de fissuração de origem térmica. O segundo estudo de caso refere-se ao campo de temperaturas em 3D calculado para uma aduela pré-moldada sob cura térmica, para fins de verificação do potencial de fissuração devido à formação de etringita tardia. O terceiro estudo de caso refere-se à modelagem apresentada em Azenha (2004) de um típico muro de arrimo, calculado pelo modelo termo-químico-mecânico acoplado, em comparação com a modelagem simplificada. Por último, o estudo de caso de um bloco de apoio de fundação, em que a temperatura em um ponto do interior da massa de concreto foi medida e também calculada pelo modelo termo-químico-mecânico, conforme apresentado por Fairbairn *et al.* (2007). Foi realizada para este bloco a modelagem simplificada do campo de temperaturas e, complementarmente, um cálculo do histórico de tensões deste ponto analisado, variando a propriedade da fluência para verificação da influência no valor final da tensão encontrado.

5.2.1 *Benchmarks* de modelagem

Benchmark 1

O primeiro *benchmark* de modelagem para termoelasticidade é um problema de deformação imposta por variação de temperatura com módulo de elasticidade E constante. Impõe-se restrição a deslocamentos na base e no topo na direção vertical, bem como na lateral esquerda, na direção horizontal, por conta de simetria, conforme Figura 37.

Os valores dos parâmetros utilizados são:

- $\nu = 0.20$
- $E = 20 \text{ GPa}$
- $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $\Delta T = 40^\circ\text{C} \begin{cases} T = 25 + 10t, \text{ para } 0 < t \leq 4 \text{ dias} \\ T = 65 - 10t, \text{ para } 4 < t \leq 8 \text{ dias} \end{cases}$

A solução analítica pode ser determinada a partir da equação geral da termoelasticidade para o estado plano de tensões (ZIENKIEWCS e TAYLOR, 2008):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \frac{E}{1-\nu} (\alpha \Delta T) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Sabe-se, a partir das condições de contorno, que:

- $\varepsilon_y = 0$, por conta da restrição imposta na base e no topo;
- $\sigma_x = 0$, por causa da ausência de restrição na lateral.

Substituindo-se na equação (5.7), calcula-se facilmente

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \frac{E}{1-\nu} (\alpha \Delta T) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(5.7), calcula-se facilmente

$$\varepsilon_x = (1 + \nu)\alpha\Delta T = 48.0 \times 10^{-5} \quad (5.8)$$

$$\sigma_y = -E\alpha\Delta T = -8.0\text{MPa} \quad (5.9)$$

Os resultados do *benchmark* 1 estão apresentados nas Figuras Figura 5.13 a Figura 5.23.

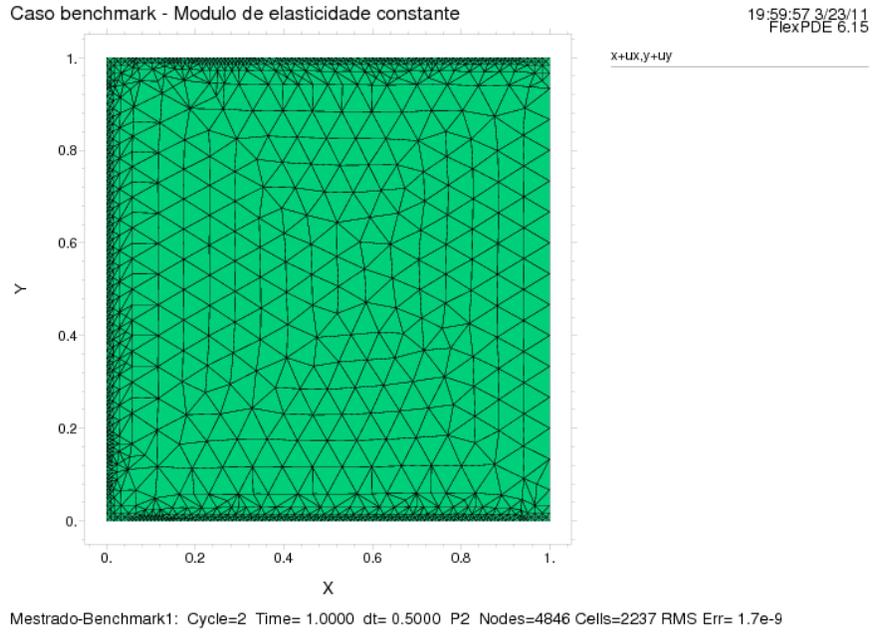


Figura 5.13: Resultado de *benchmark* 1-Malha de elementos finitos utilizada em $t = 1$.

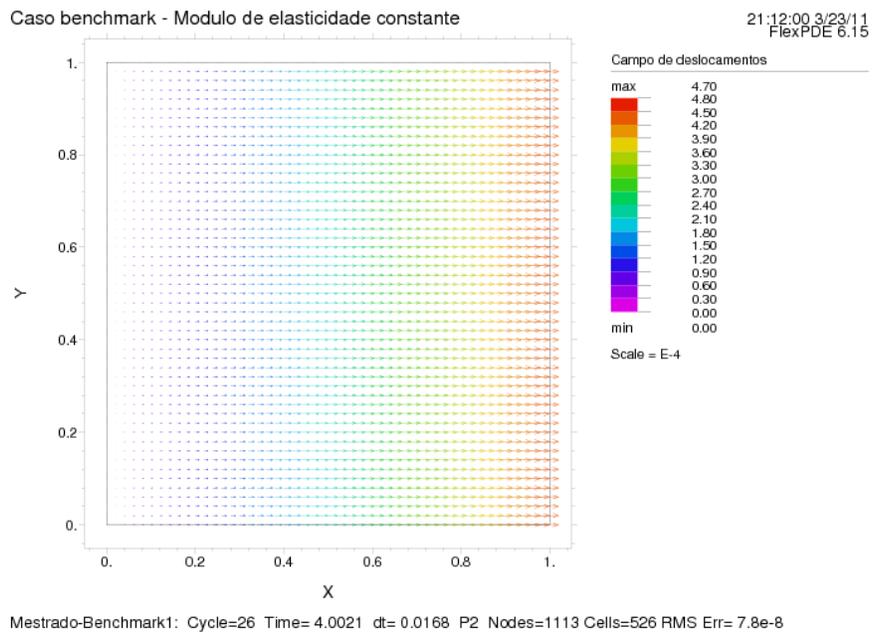


Figura 5.14: Resultado de *benchmark* 1-Campo de deslocamentos em $t = 4$.

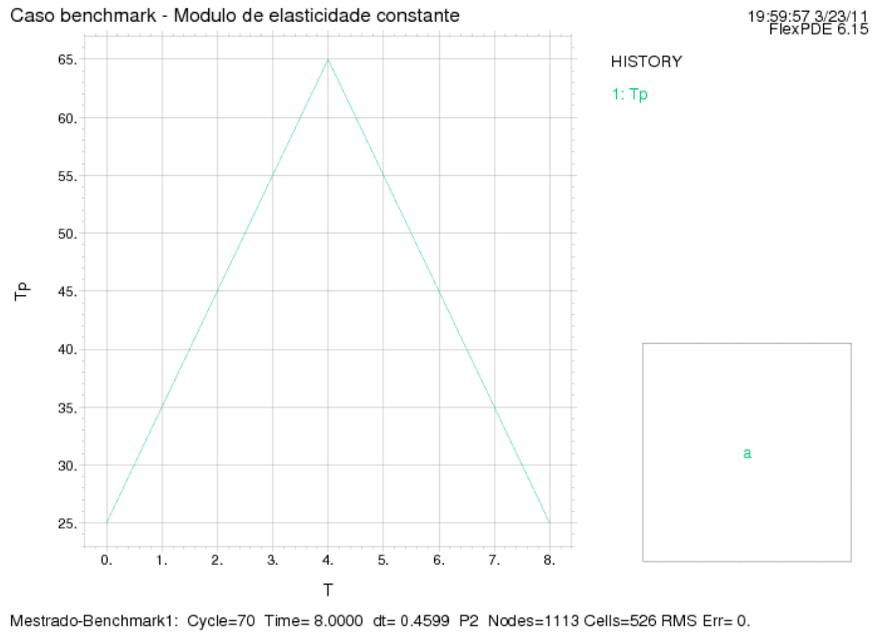


Figura 5.15: Resultado de *benchmark* 1-Temperatura x tempo.

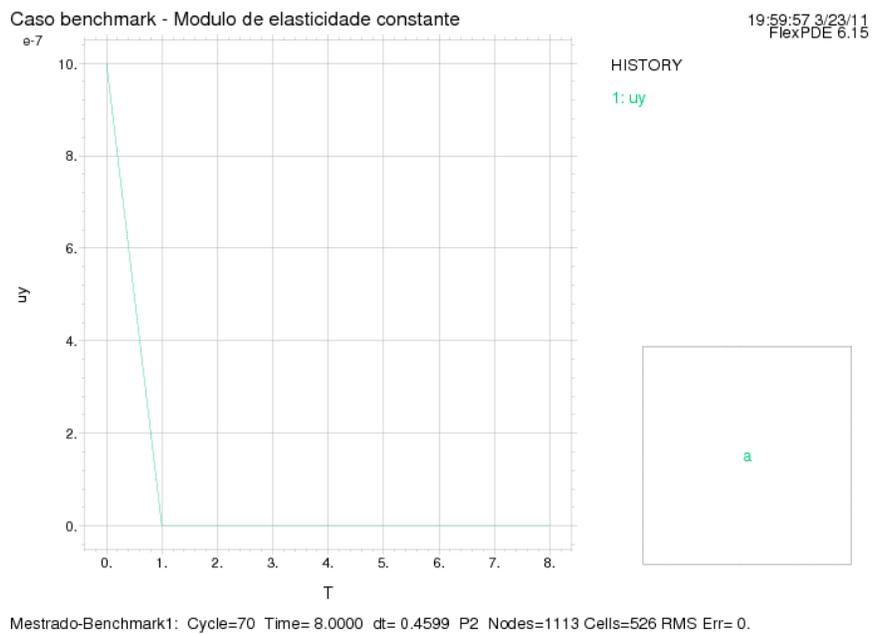


Figura 5.16: Resultado de *benchmark* 1-Deslocamento vertical x tempo.

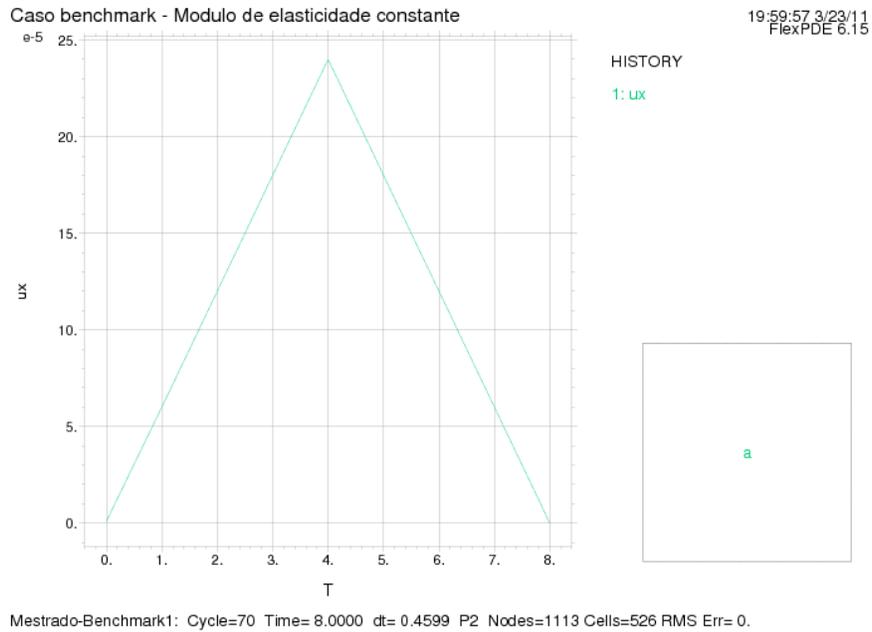


Figura 5.17: Resultado de *benchmark* 1-Deslocamento horizontal x tempo.

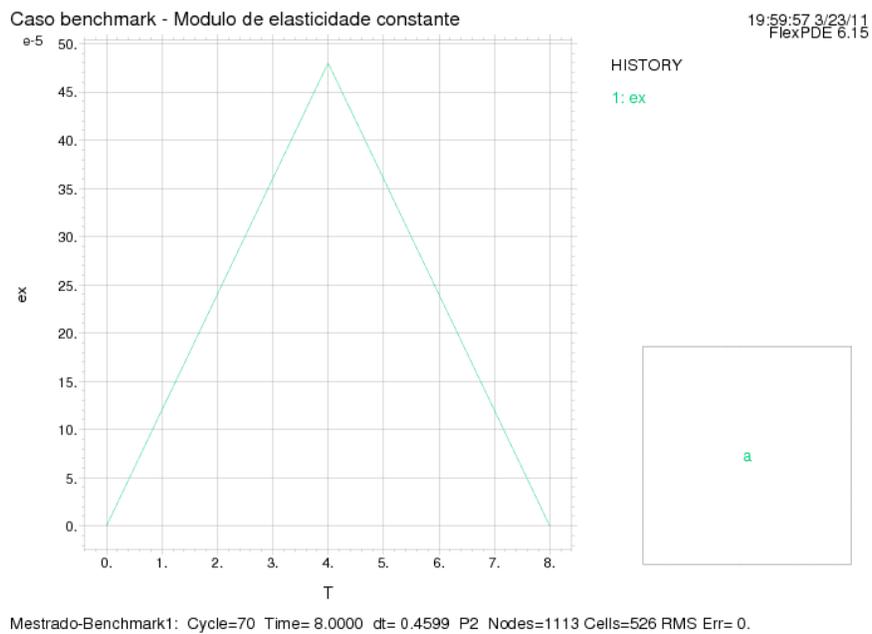


Figura 5.18: Resultado de *benchmark* 1-Deformação horizontal x tempo.

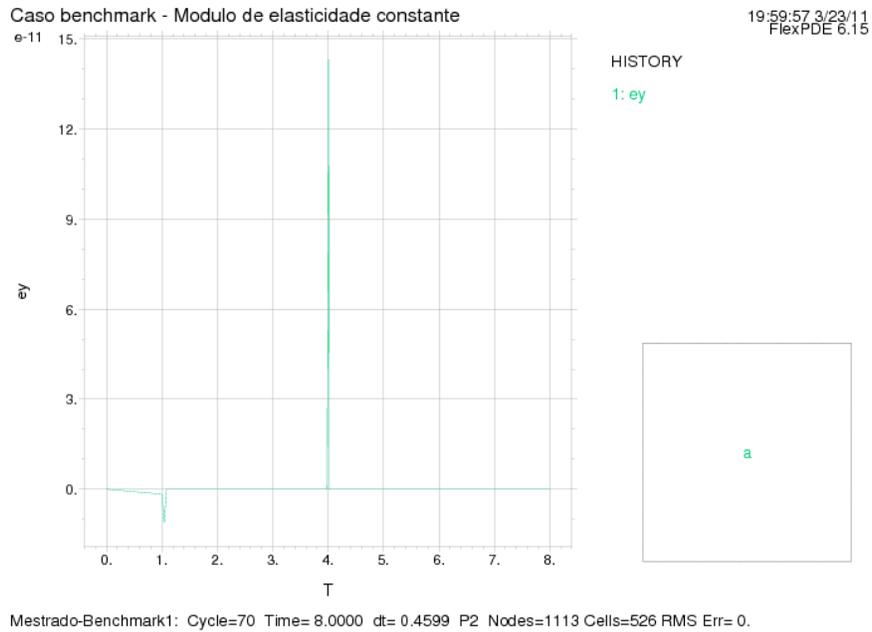


Figura 5.19: Resultado de *benchmark 1*-Deformação vertical x tempo.

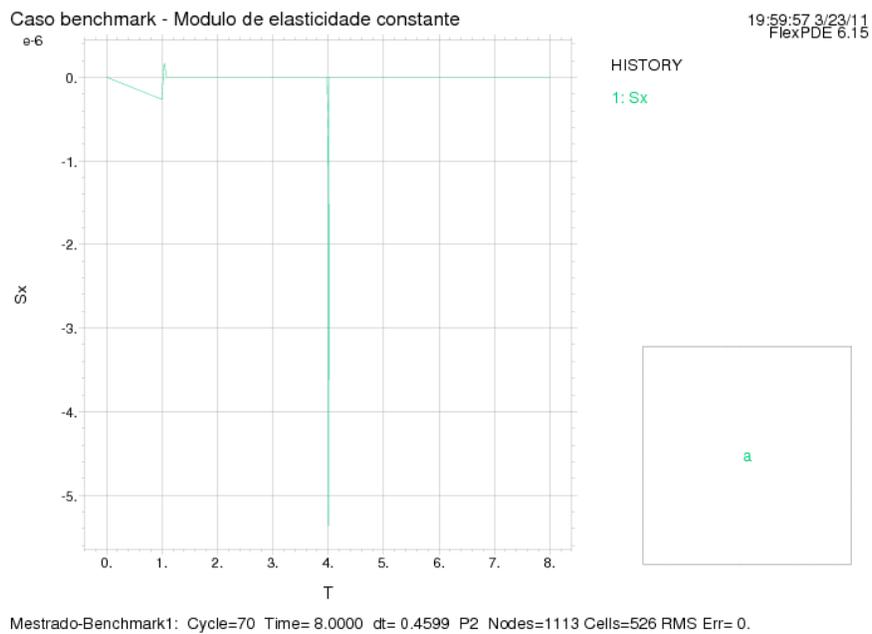


Figura 5.20: Resultado de *benchmark 1*-Tensão na direção horizontal x tempo.

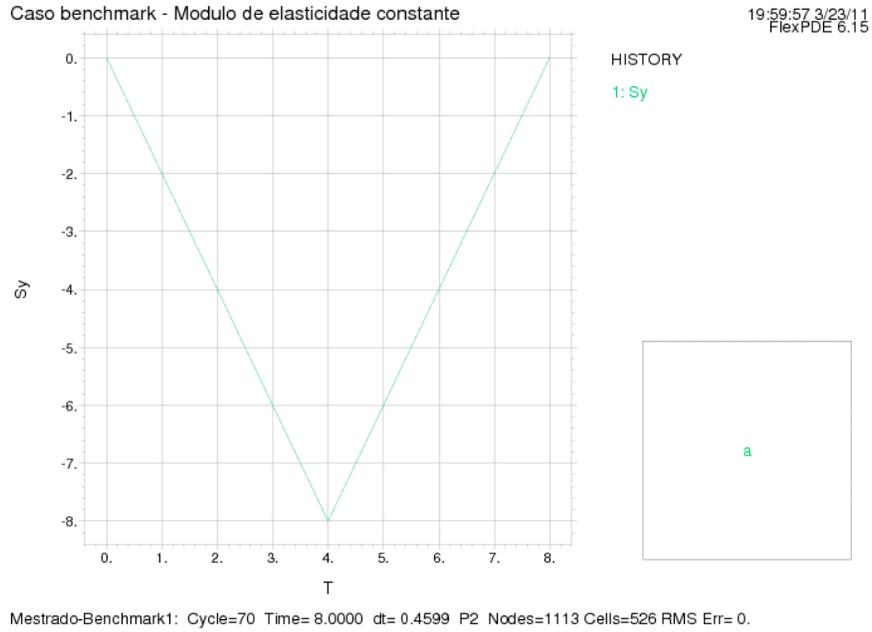


Figura 5.21: Resultado de *benchmark* 1-Tensão na direção vertical x tempo.

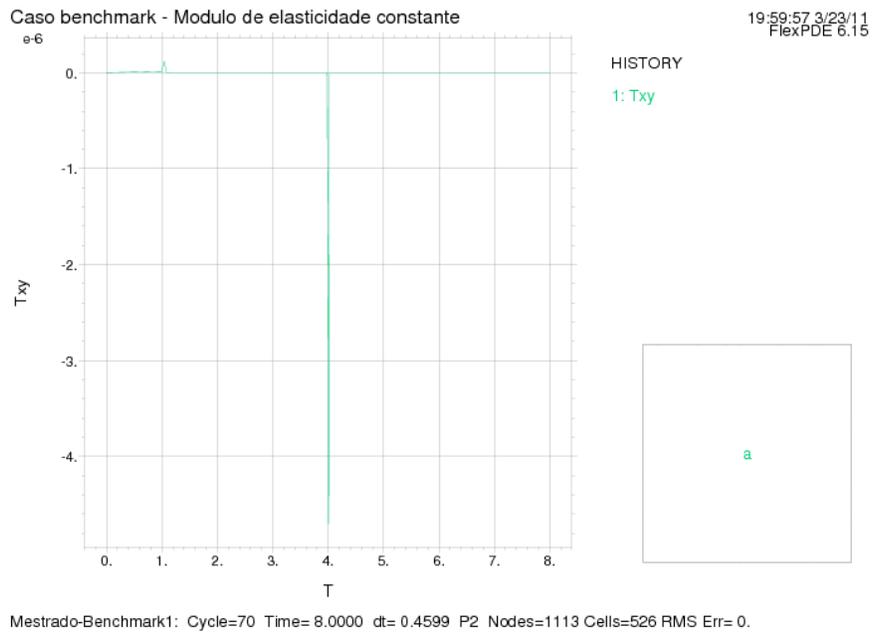


Figura 5.22: Resultado de *benchmark* 1-Tensão de cisalhamento x tempo.

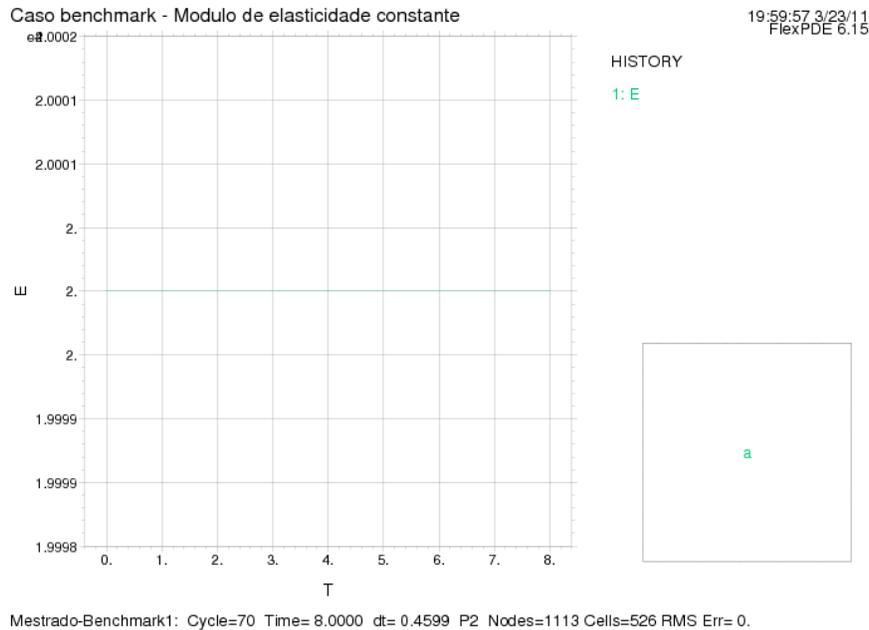


Figura 5.23: Resultado de *benchmark* 1-Módulo de elasticidade x tempo.

Benchmark 2

O segundo *benchmark* de modelagem para termoelasticidade é um problema de deformação imposta por variação de temperatura com módulo de elasticidade E variável com o tempo, simulando o envelhecimento do concreto, por uma função linear para se comparar à solução analítica. Impõe-se restrição a deslocamentos na base e no topo na direção vertical, bem como na lateral esquerda, na direção horizontal, por conta de simetria, tal como no *benchmark* 1, conforme Figura 5.13.

Os valores dos parâmetros utilizados são:

- $\nu = 0.20$
- $E = \begin{cases} 10 + 2.5t \text{ (GPa)}, & \text{para } 0 < t \leq 4 \text{ dias} \\ 20 \text{ (GPa)}, & \text{para } 4 < t \leq 8 \text{ dias} \end{cases}$
- $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $\Delta T = 40 \text{ } ^\circ\text{C} \begin{cases} T = 25 + 10t, & \text{para } 0 < t \leq 4 \text{ dias} \\ T = 65 - 10t, & \text{para } 4 < t \leq 8 \text{ dias} \end{cases}$

A solução analítica pode ser determinada a partir da equação geral da termoelasticidade para o estado plano de tensões, conforme já mostrado em $(\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} +$

$\lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk}$ ou $\sigma = 2\mu\varepsilon + \lambda \text{Tr}(\varepsilon)$, (2.51). Este caso tem as mesmas condições de contorno que o anterior.

Para $t \leq 4$, com a temperatura variando de 25°C a 65°C, a tensão na direção y varia segundo uma equação do segundo grau dada por:

$$\sigma_y = -E\alpha\Delta T = (10 + 2.5t)10^3 10^{-5}(25 + 10t - 25), \text{ em MPa}$$

Em $t = 0$, $\sigma_y = 0$, e em $t = 4$, $\sigma_y = -8.0$

Após $t = 4$, com módulo de elasticidade igual a 20 GPa e a temperatura variando de 65°C para 25°C, a tensão σ_y retorna para o valor zero. Os resultados do *benchmark 2* estão apresentados nas Figuras Figura 5.24 a Figura 5.33.

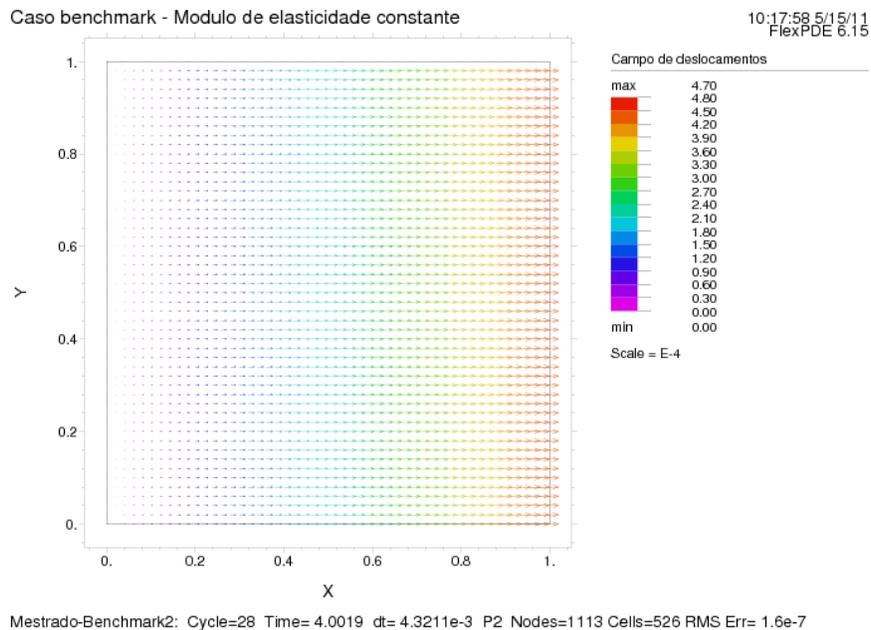


Figura 5.24: Resultado de *benchmark 2*-Campo de deslocamentos em $t = 4$.

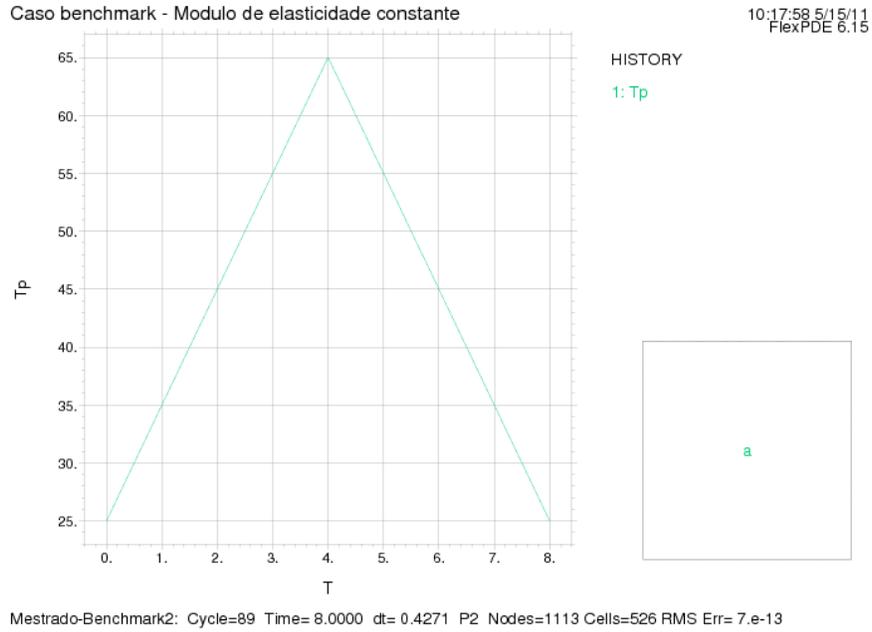


Figura 5.25: Resultado de *benchmark 2*-Temperatura x tempo.

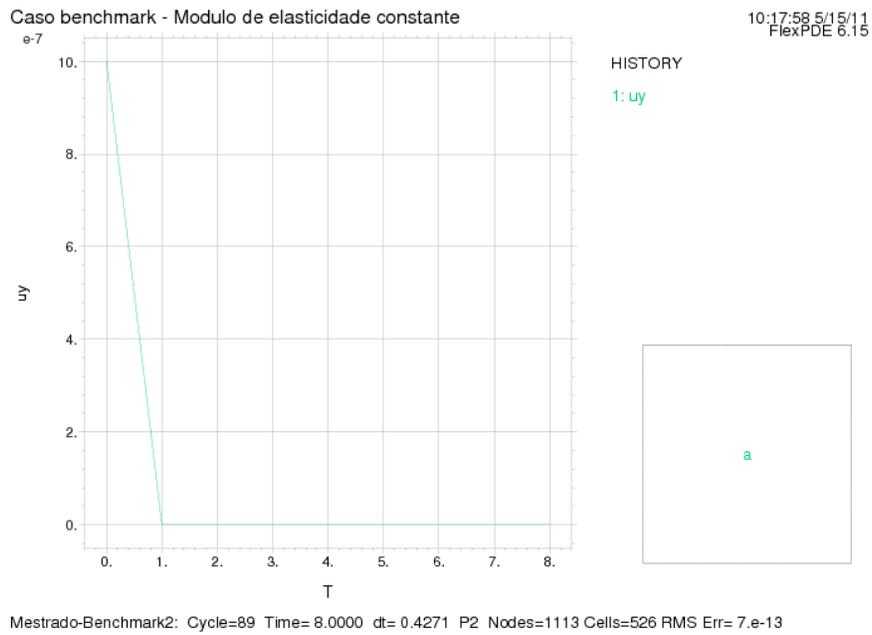


Figura 5.26: Resultado de *benchmark 2*-Deslocamento vertical x tempo.

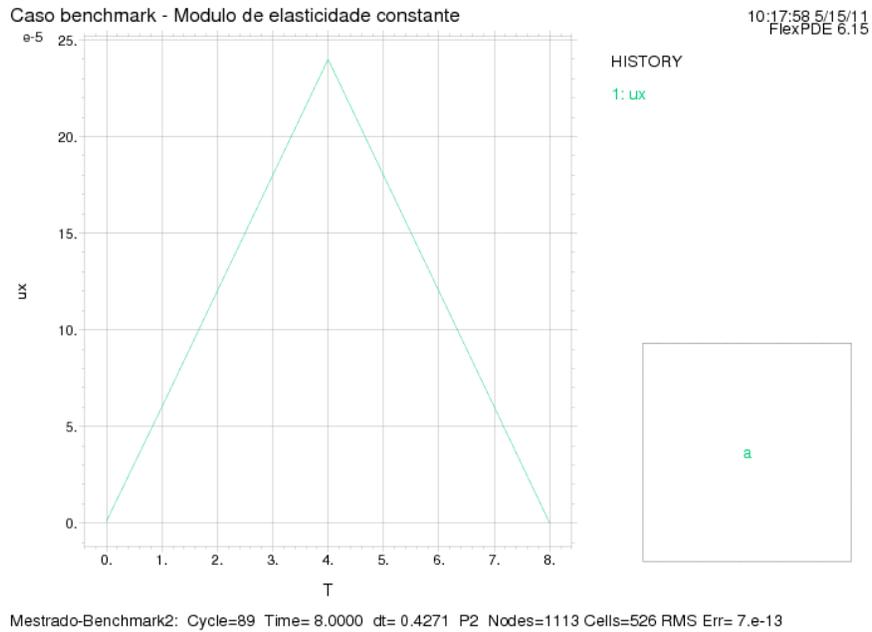


Figura 5.27: Resultado de *benchmark 2*-Deslocamento horizontal x tempo.

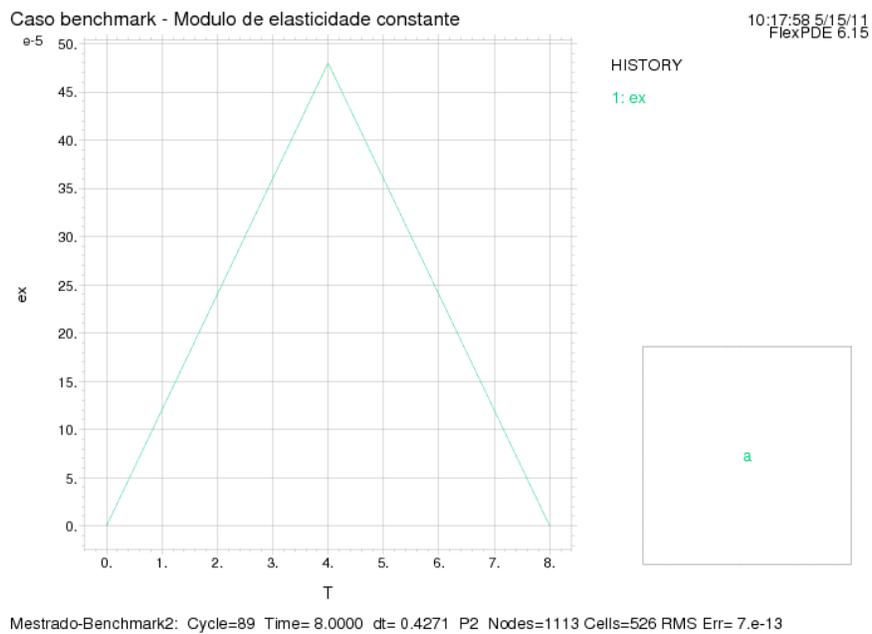


Figura 5.28: Resultado de *benchmark 2*-Deformação horizontal x tempo.

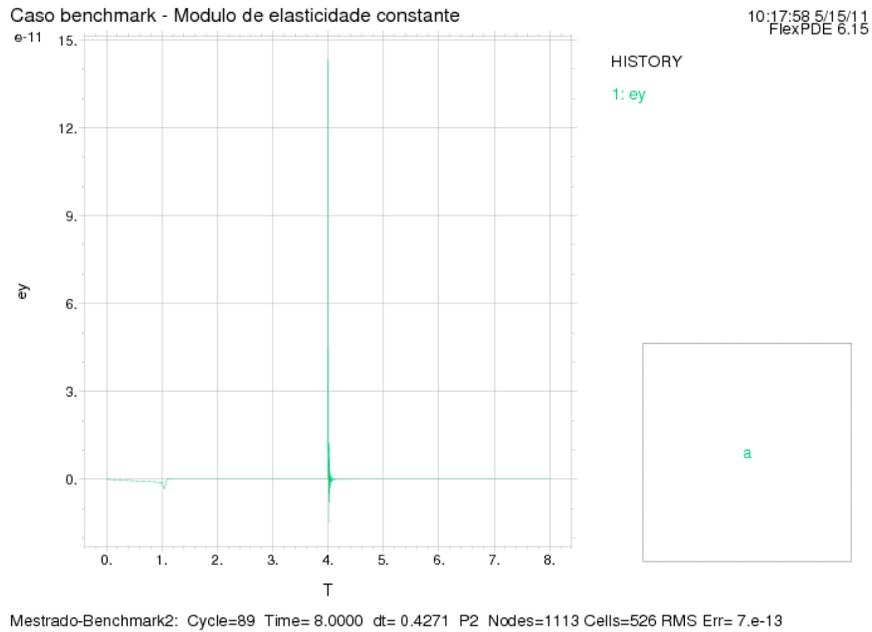


Figura 5.29: Resultado de *benchmark 2*-Deformação vertical x tempo.

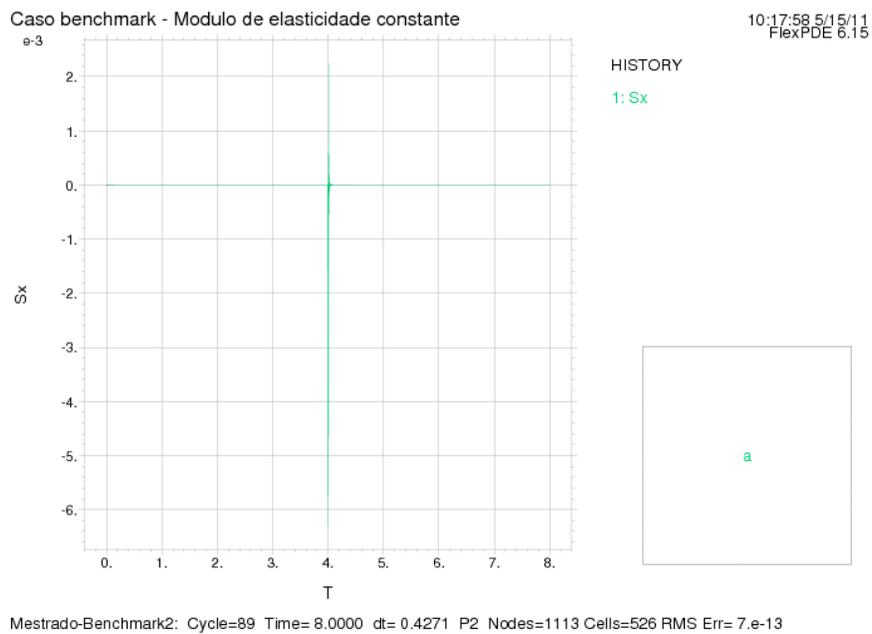


Figura 5.30: Resultado de *benchmark 2*-Tensão na direção horizontal x tempo.

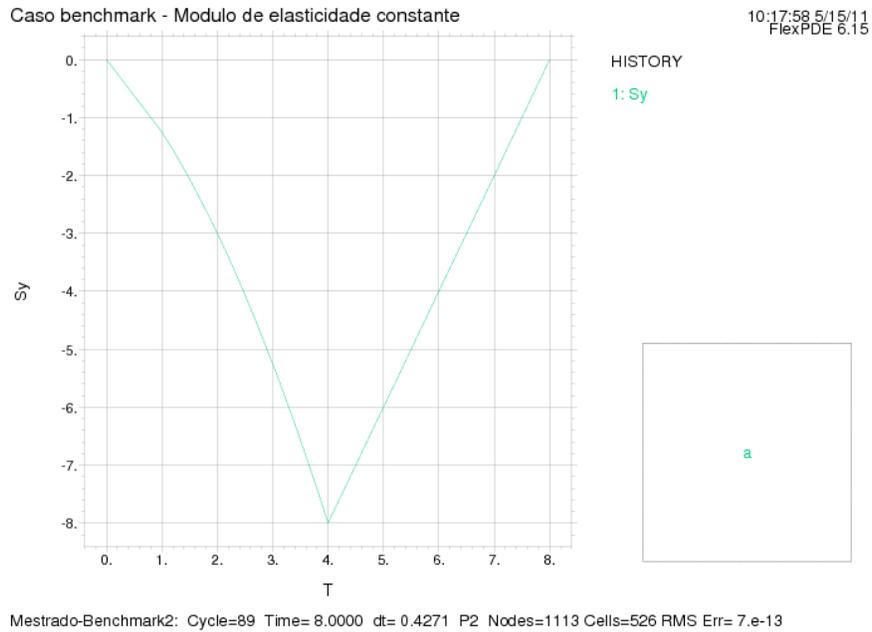


Figura 5.31: Resultado de *benchmark 2*-Tensão na direção vertical x tempo.

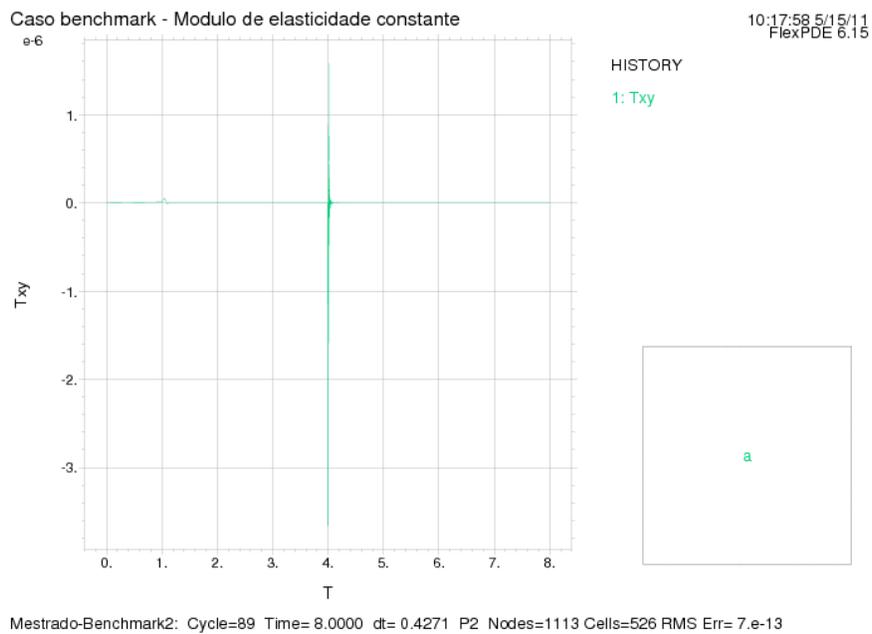


Figura 5.32: Resultado de *benchmark 2*-Tensão de cisalhamento x tempo.

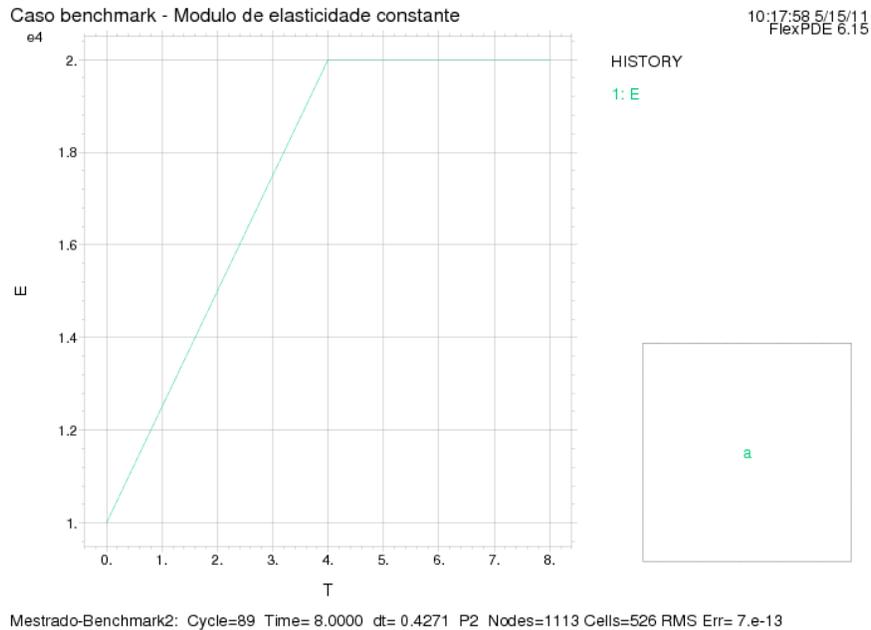


Figura 5.33: Resultado de *benchmark* 2-Módulo de elasticidade x tempo.

5.2.2 Estudo do coeficiente de restrição

O estudo do coeficiente de restrição tem por objetivo determinar a tensão resultante em uma direção devido à variação de temperatura, em relação à tensão originada pela mesma variação de temperatura em uma barra unidimensional com deslocamento restringido, como nos casos *benchmark*. Esta relação é, por definição, o coeficiente de restrição Kr , conforme já mencionado em 3.2. O Kr é calculado ao longo da altura da peça na seção média.

Uma vez determinada a correlação existente entre a tensão unidimensional e a tensão real calculada pelo método dos elementos finitos, basta calcular a tensão unidimensional a partir do histórico de temperaturas para, em seguida, determinar as tensões reais.

O ACI 207.2R-07 (ACI, 2007) relata estudo semelhante, amplamente utilizado, semi-empírico, baseado nos estudos de Carlson (1937) e, posteriormente, adotado pelo *US. Bureau of Reclamation* (1965). Contudo, diz que a condição de contorno refere-se a um bloco engastado na base. Consiste em um gráfico com o coeficiente de restrição em função

da altura relativa h/H , para diversas relações L/H , conforme apresentado na Figura 3.1, aqui duplicada por comodidade.

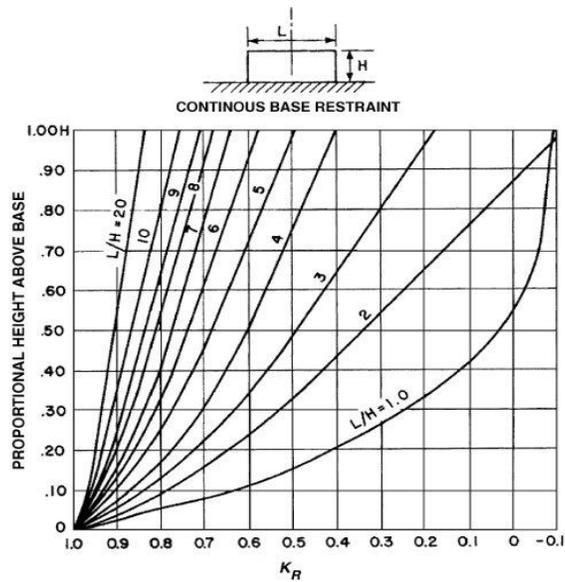


Figura 5.34: Grau de restrição à tração – K_r , segundo ACI 207.2R-07 (ACI, 2007)

O presente trabalho propõe duas condições de contorno para análise: um bloco engastado na base e um bloco solidário a outro bloco maior que representa a fundação, acreditando que esta segunda condição seja mais frequentemente encontrada. Foram analisadas relações L/H variando de 1,0 até 20,0. Os resultados estão apresentados nas Figuras 58 e 59.

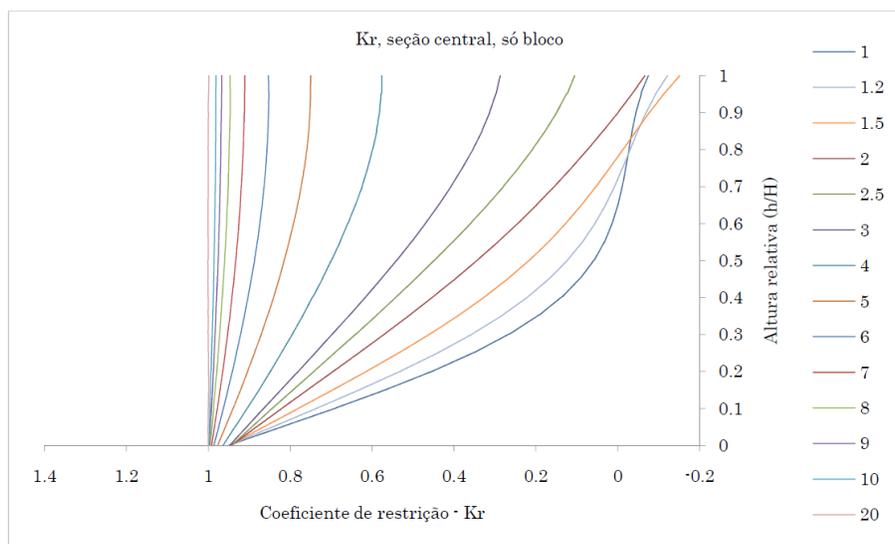


Figura 5.35: Grau de restrição – K_r – de bloco engastado na base

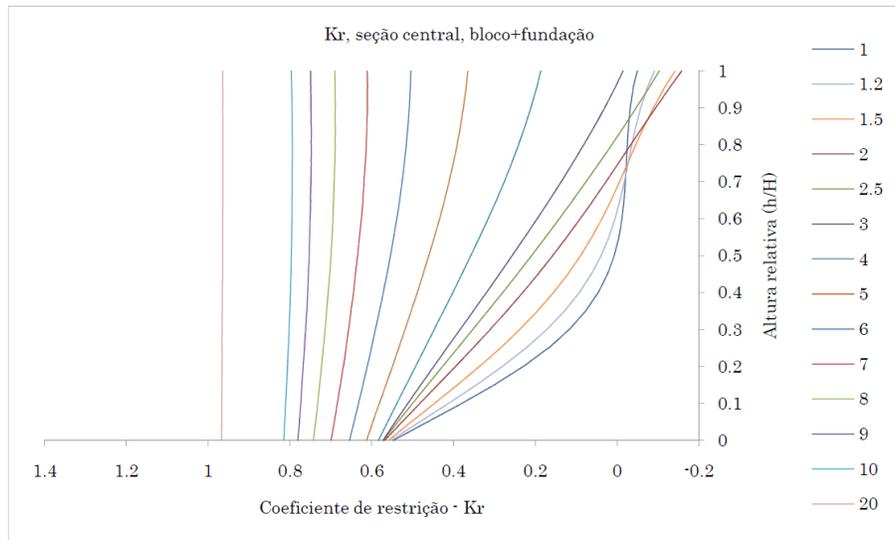


Figura 5.36: Grau de restrição – K_r – de bloco sobre fundação

Estes resultados mostram diferenças significativas quando se considera condições de contorno diferentes. Diante disto, não pouca responsabilidade cabe ao projetista e ao executor ao se utilizar dessas informações para o cálculo expedito da tensão de origem térmica. Não obstante, a utilização do coeficiente de restrição para o cálculo das tensões baseado no histórico de temperatura pode levar a resultados bastante precisos, nos casos em que as condições reais se aproximam das condições de contorno da simulação.

Outros aspectos dessa utilização serão discutidos no capítulo 6

5.2.3 Estudo de caso – Cubo 3D

A modelagem do campo de temperaturas com geração interna de calor não conta com *benchmark* com solução analítica conhecida para comparação. Sendo o problema modelado com acoplamento termoquímico, uma solução analítica torna-se impossível. No entanto, é possível aferir a validade da formulação apresentada na revisão bibliográfica a partir de comparação com resultados experimentais. Embora a obtenção do campo de temperaturas seja relativamente simples, mesmo com geração interna de calor, a consideração do acoplamento termo-químico exige cuidados especiais na modelagem computacional devido à sua maior complexidade. Duas formulações foram apresentadas para o campo de temperaturas, dependendo se o ensaio para a determinação da geração interna de

calor foram realizados a partir de calorímetro adiabático ou isotérmico. Para este estudo de caso de um cubo em 3D foi utilizada a formulação para calorímetro isotérmico. A modelagem deste cubo em 3D foi primeiramente apresentada em Azenha (2009). Trata-se de modelagem do campo de temperaturas com medição experimental em diversos pontos do interior do cubo e com imagens feitas por termógrafo de infravermelho do exterior. A modelagem da referida tese foi realizada com o software DIANA e referendada por outros softwares de elementos finitos, segundo o autor.

O cubo tem 40cm de aresta, moldado em fôrmas de madeira. As fôrmas laterais foram retiradas após 8.6h e o monitoramento foi realizado até 24h após a moldagem. As propriedades do concreto e as condições de contorno do estudo foram conforme segue:

- propriedades térmicas

condutividadetérmica: 9.36 kJ/(m.h.°C)

massa específica: 2336.1 kg/m³

calor específico: 1.027 kJ/(kg.°C)

atividade térmica (Ea/R): 5715 K

- temperatura ambiente: 20.3°C

- temperatura de lançamento: 26°C

• grau de hidratação inicial: 0.06 (devido às operações iniciais, desde a mistura até o início do monitoramento);

- coeficiente de convecção concreto-madeira-ar: 18.72 kJ/m²h°C

A equação diferencial do calor e da hidratação é, conforme apresentado em

$$(\rho_e c_e \dot{\theta} = k \nabla^2 \theta + L \dot{\xi} \quad (2.4),$$

$$\rho_e c_e \dot{\theta} = k \nabla^2 \theta + L \dot{\xi} \quad (5.10)$$

$$\dot{\xi} = f(\xi) \frac{A_T}{\Delta Q_{total}} \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (5.11)$$

Sendo:

$$L = \Delta Q_{total} C_{cim}$$

- $\Delta Q_{total} = 386.3 \text{ W/kg}$

- $C_{cim} = 430 \text{ kg/m}^3$

- $A_T = 1.205 \cdot 10^9 \text{ 1/s}$

$$f(\xi) = c_0 * \xi^{c_1} * (1 - \xi)^{c_2} \quad c_0 = 6.16 \quad c_1 = 0.721 \quad c_2 = 2.95$$

Os coeficientes da função $f(\xi)$ foram determinados por ajuste em relação aos valores apresentados por Azenha (2009) em forma de tabela. Para efeito de registro, seguem os dados ali apresentados para a função $f(\xi)$.

ξ	0.0	0.05	0.1	0.125	0.15	0.175	0.2
$f(\xi)$	0.0	0.626	0.883	0.95	0.988	0.995	0.997
ξ	0.22	0.23	0.24	0.25	0.275	0.3	0.325
$f(\xi)$	1.0	1.0	1.0	0.995	0.98	0.946	0.91
ξ	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65
$f(\xi)$	0.832	0.683	0.544	0.435	0.347	0.273	0.218
ξ	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1.0
$f(\xi)$	0.173	0.123	0.072	0.035	0.018	0.009	0.0

Os resultados da modelagem podem ser visualizados nas Figuras Figura 5.37 a Figura 5.40. Para melhor comparação dos resultados entre as modelagens, são apresentados os gráficos da temperatura em função do tempo para os tres pontos analisados: central (P-18), próx. à lateral (P-9) e próx. ao vértice (P-3).

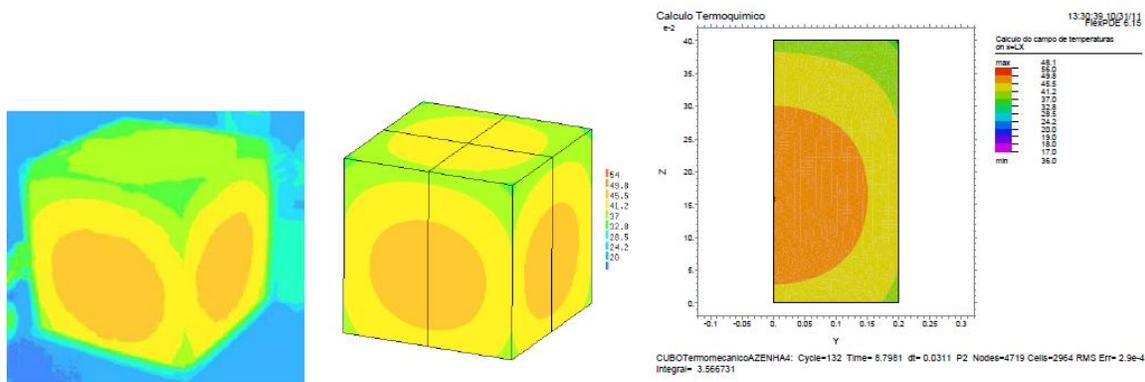


Figura 5.37: Cubo 3D - 8.8 h: a) termógrafo e b) Modelagem DIANA (AZENHA, 2009); c) FLEXPDE

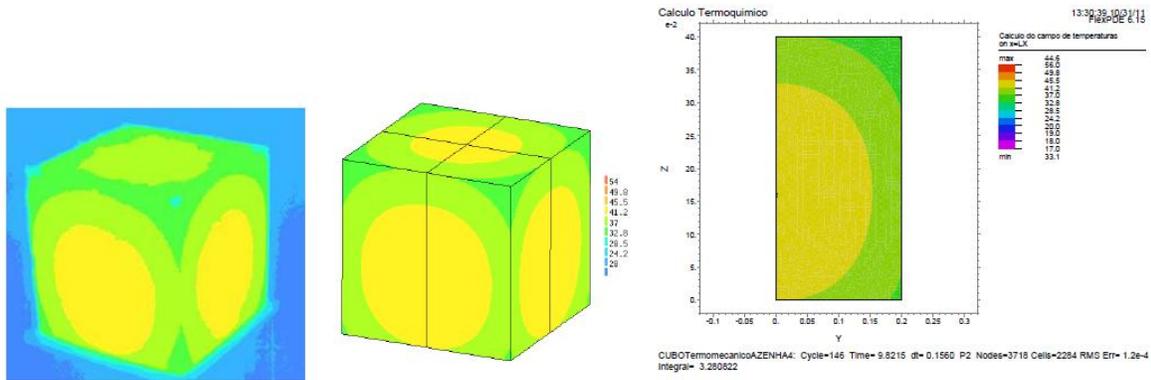


Figura 5.38: Cubo 3D - 9.8 h: a) termógrafo e b) Modelagem DIANA (AZENHA, 2009); c) FLEXPDE

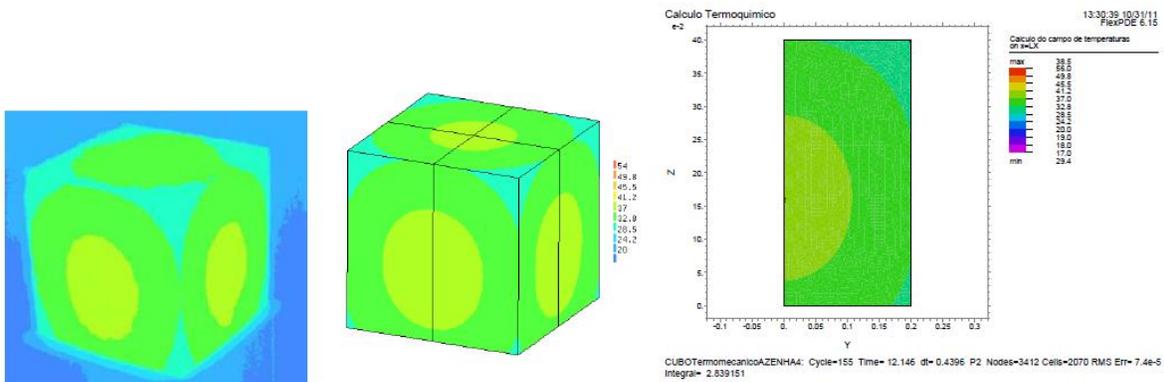


Figura 5.39: Cubo 3D - 12.2 h: a) termógrafo e b) Modelagem DIANA (AZENHA, 2009); c) FLEXPDE

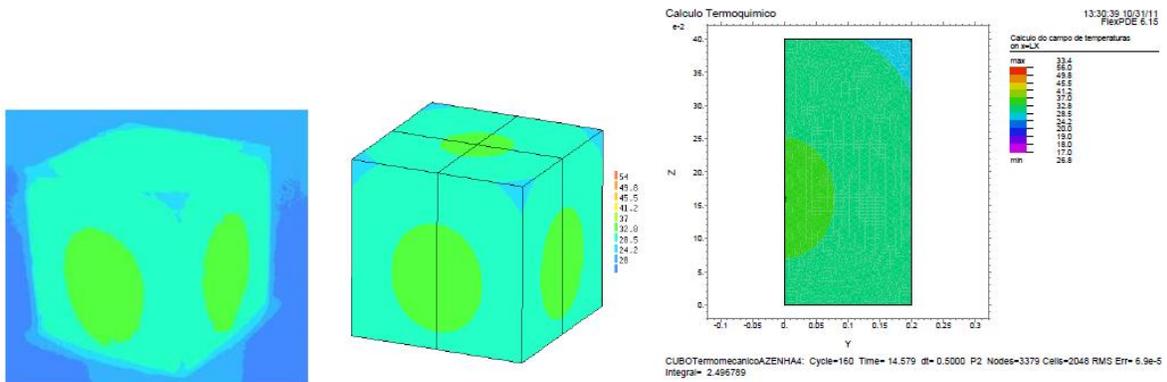


Figura 5.40: Cubo 3D - 14.6 h: a) termógrafo e b) Modelagem DIANA (AZENHA, 2009); c) FLEXPDE

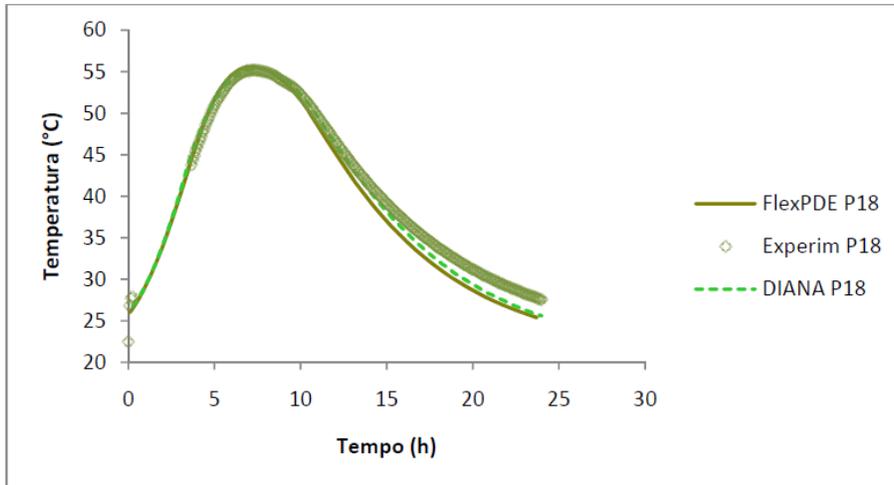


Figura 5.41: Cubo 3D - Comparativo entre FlexPDE, experimento e modelagem DIANA - P-18

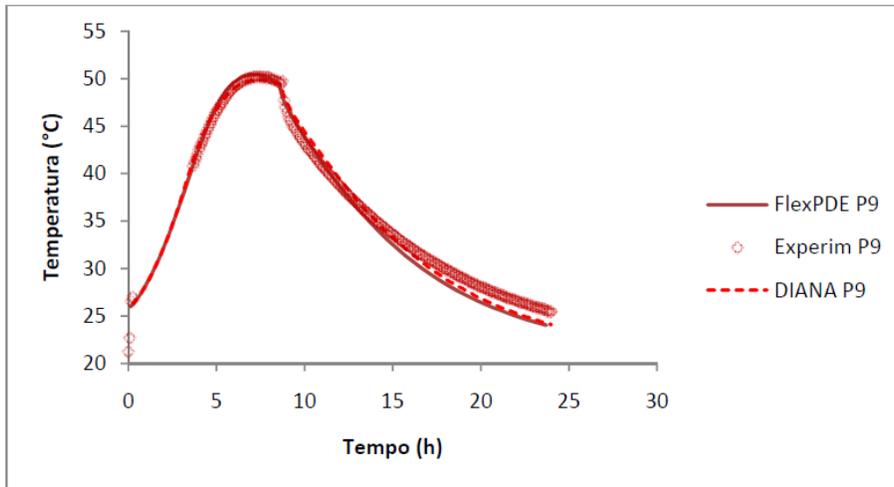


Figura 5.42: Cubo 3D - Comparativo entre FlexPDE, experimento e modelagem DIANA - P-9

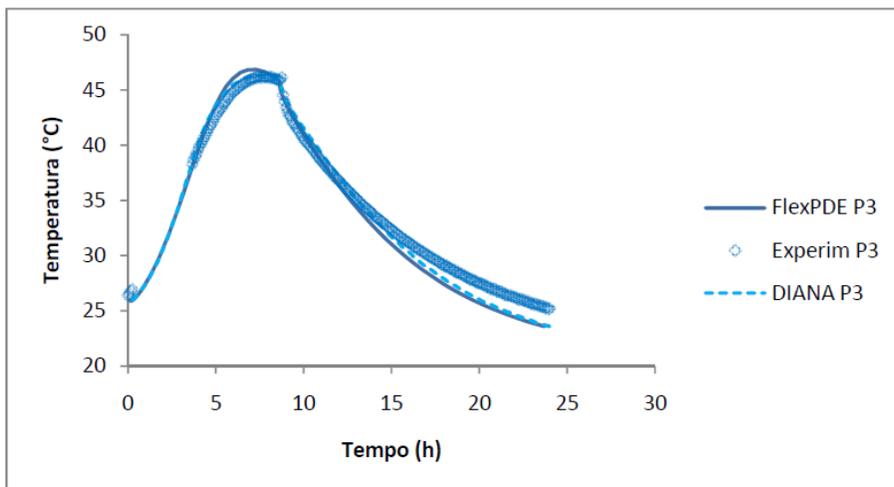


Figura 5.43: Cubo 3D - Comparativo entre FlexPDE, experimento e modelagem DIANA - P-3

5.2.4 Estudo de caso – Laje de reservatório

O estudo de caso apresentado refere-se a laje de reservatório com relação $L/H = 20$ (aproximadamente), com o objetivo de verificar a influência da temperatura de lançamento no risco de fissuração. O risco de fissuração corresponde à situação em que a tensão principal maior de tração calculada em certo ponto da estrutura supera a resistência do material. As tensões são provocadas pela geração interna de calor com aumento de temperatura e posterior resfriamento devido às trocas de calor pelas superfícies. A análise das deformações de origem térmicas e tensões correspondentes foi feita considerando o material simplesmente elástico com envelhecimento (módulo de elasticidade variando com o tempo). As condições de contorno foram restrições a deslocamentos nas direções horizontal e vertical na base da fundação e livre nas demais (restrição na lateral esquerda, na direção horizontal, por conta de simetria).

Os parâmetros, propriedades e condições usadas na simulação foram conforme segue.

- Altura = 95 cm, largura real = 18 m
- Temperatura ambiente: 27°C
- Temperatura inicial da fundação: 27°C
- Temperatura de lançamento do concreto: variável de 33°C a 40.5°C
- Coeficiente de convecção da fundação: através da linha de simetria e da base horizontal, 0; demais, $18 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$
- Coeficiente de convecção da laje de concreto: até 48h, $1080 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$, simulando cura com água; após 48h, $18 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$
- Propriedades térmicas e mecânicas da fundação: condutividade térmica: $9.36 \text{ kJ}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$ calor específico: $0.89845 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ massa específica: $2370 \text{ kg}/\text{m}^3$ coeficiente de dilatação térmica linear: $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ módulo de elasticidade: 30 GPa coeficiente de Poisson: 0.20
- Propriedades térmicas e mecânicas do concreto: condutividade térmica: $9.36 \text{ kJ}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$ calor específico: $0.89845 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ massa específica: $2370 \text{ kg}/\text{m}^3$ elevação adiabática de temperatura (t em dias):

$$T^{ad} = 51.75[1 - \exp(-1.25t)]$$

• coeficiente de dilatação térmica linear: $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ resistência à compressão (ACI, 2008), (t em dias):

$$f_c = 35 \frac{t}{4+0.85t}$$

• módulo de elasticidade (ACI, 2008), (t em dias):

$$E = 0.043 \cdot 2370^{1.5} f_c^{0.5} + 0.01$$

• coeficiente de Poisson: 0.20

O campo de temperaturas da estrutura, mostrado para diversos instantes de tempo nas Figuras Figura 5.45 a Figura 5.50, foi obtido através do software FlexPDE. Uma vez determinado este campo, varia-se a temperatura de lançamento, visando verificar a influência na temperatura máxima alcançada. O resultado da influência da temperatura de lançamento no histórico de temperaturas de um ponto situado no meio da camada de concreto jovem pode ser contemplado na Figura 5.51.

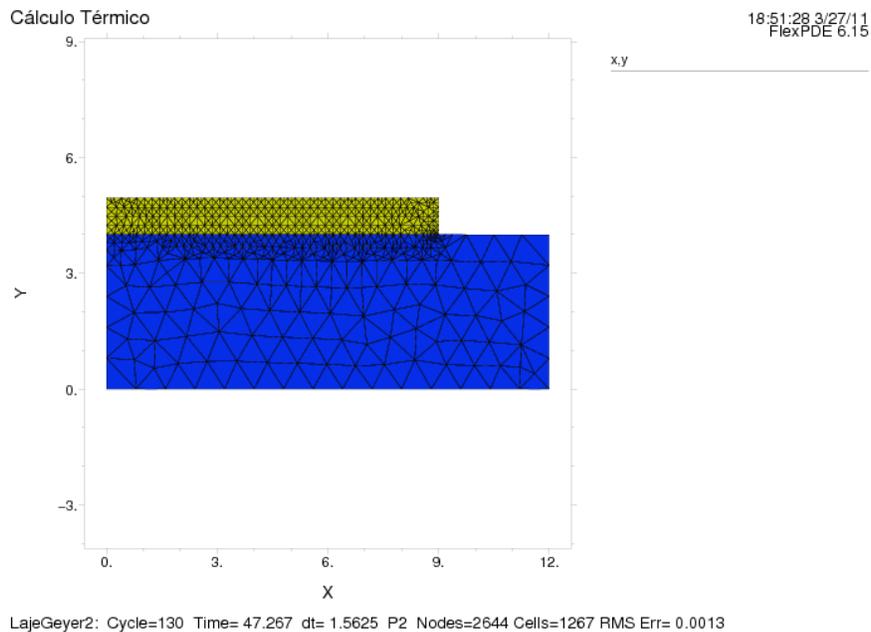


Figura 5.44: Laje de reservatório – Malha de elementos finitos utilizada

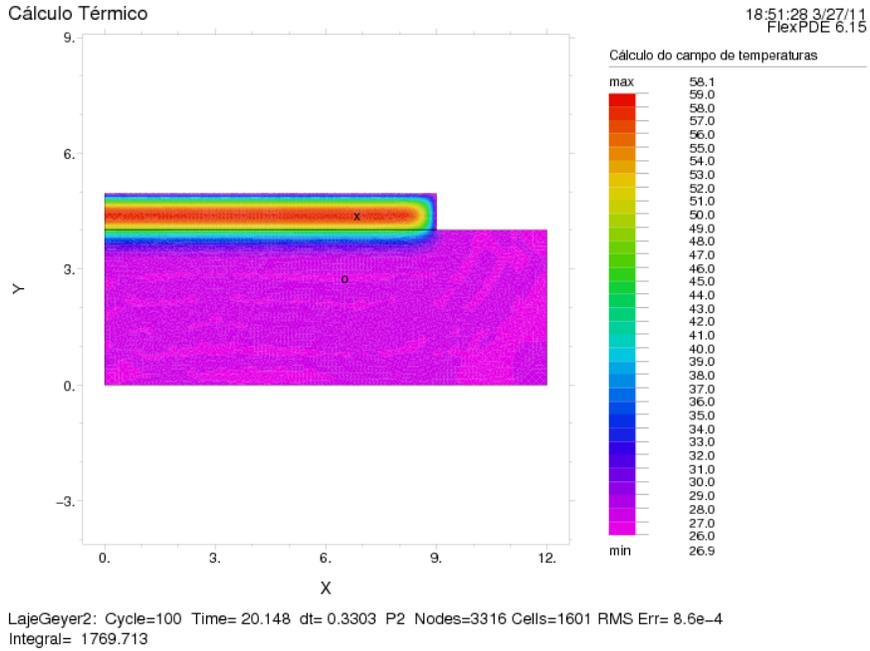


Figura 5.45: Laje de reservatório – Perfil de temperaturas em $t = 20h$

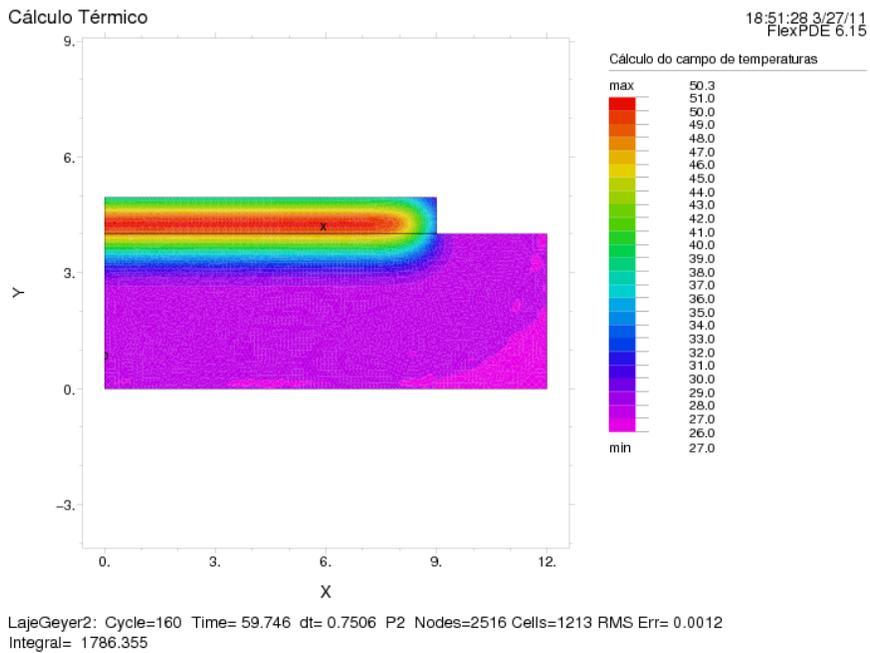


Figura 5.46: Laje de reservatório – Perfil de temperaturas em $t = 60h$

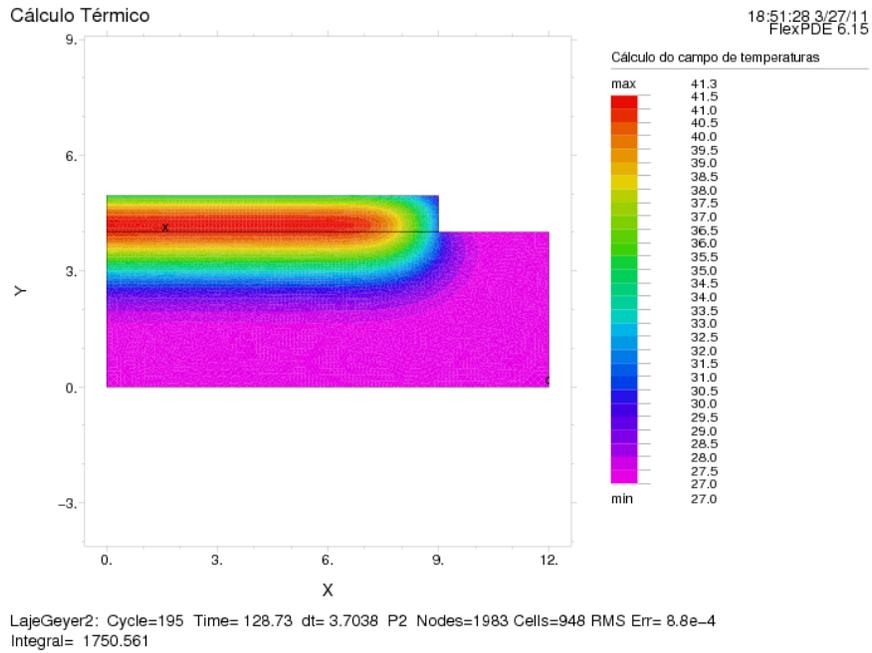


Figura 5.47: Laje de reservatório – Perfil de temperaturas em $t = 120h$

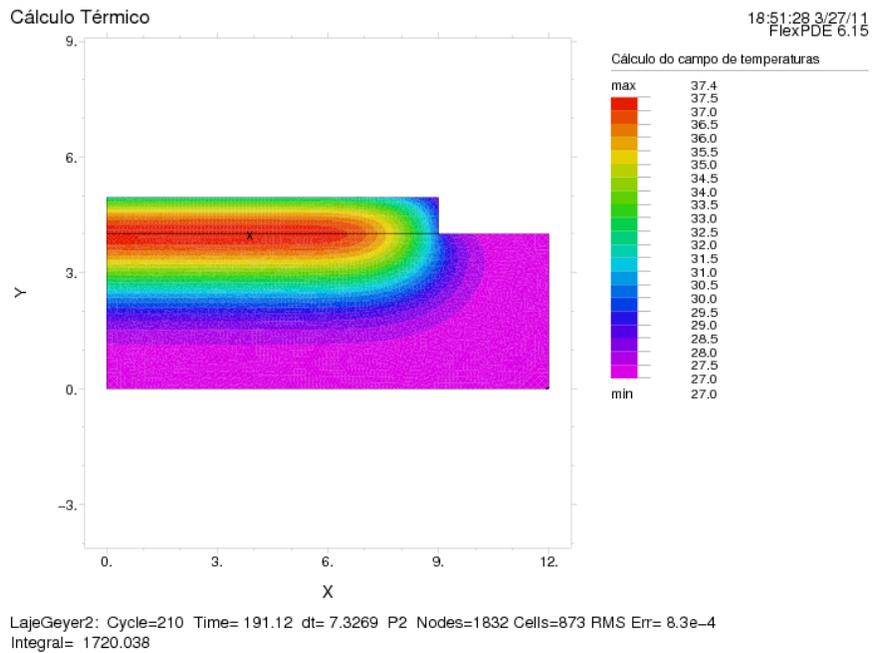


Figura 5.48: Laje de reservatório – Perfil de temperaturas em $t = 180h$

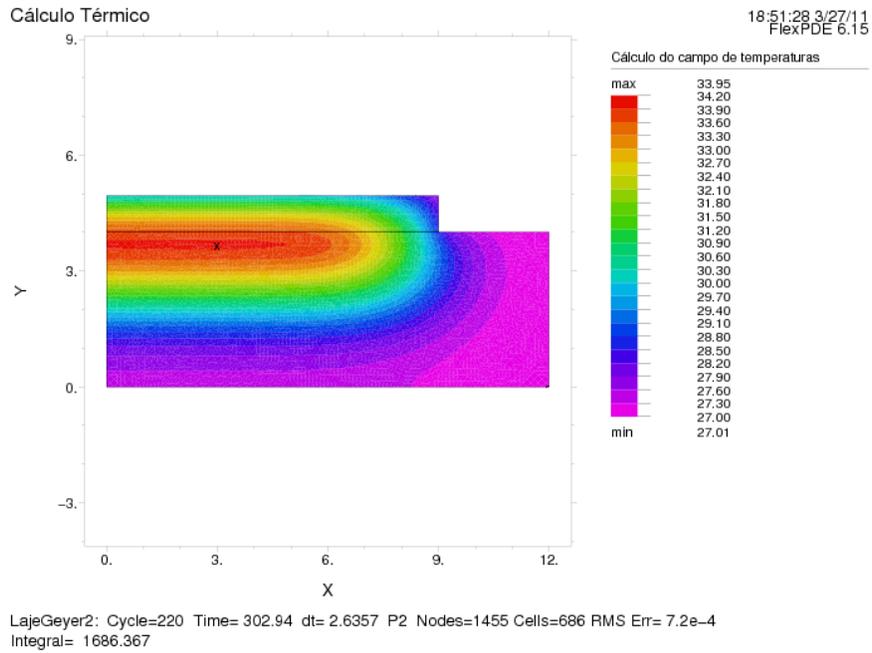


Figura 5.49: Laje de reservatório – Perfil de temperaturas em $t = 300h$

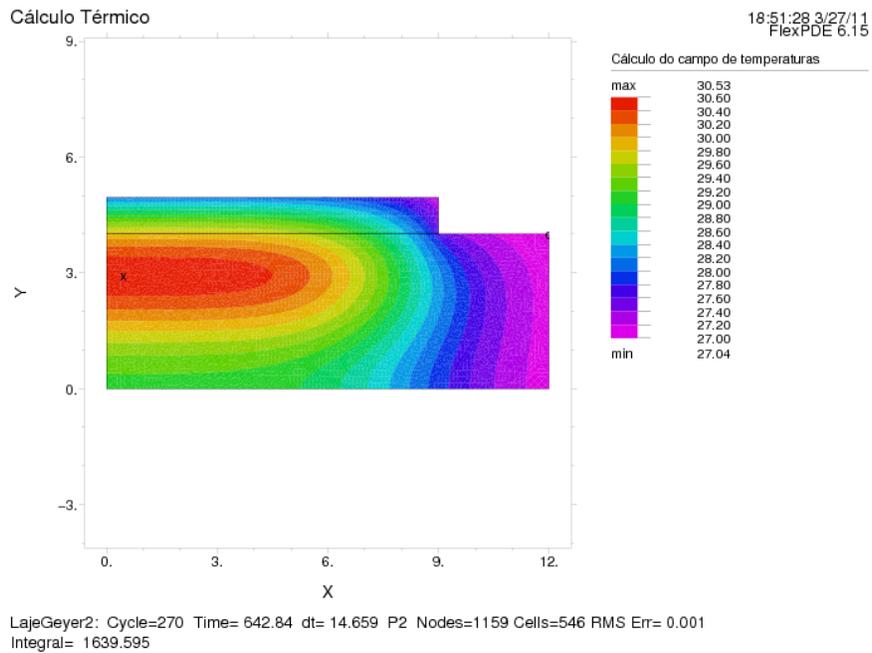


Figura 5.50: Laje de reservatório – Perfil de temperaturas em $t = 640h$

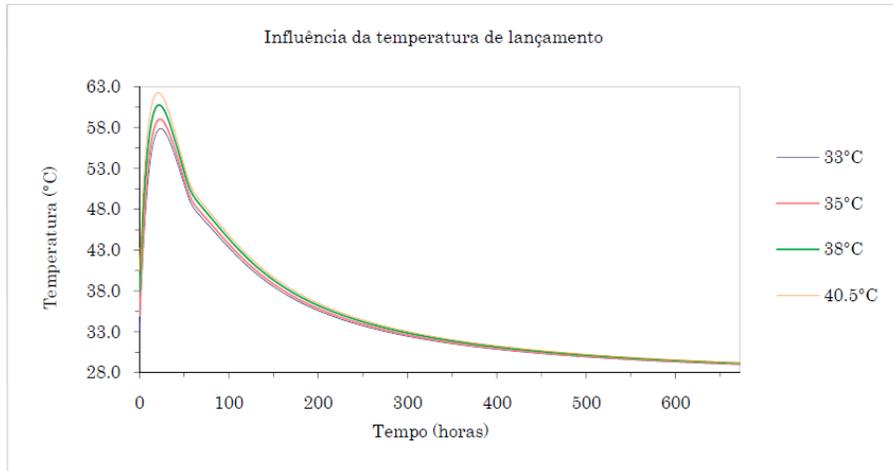


Figura 5.51: Laje de reservatório – Influência da temperatura de lançamento

De posse do histórico de temperaturas, procede-se ao cálculo das tensões instaladas nesse mesmo ponto, levando-se em consideração a fluência e demais propriedades mecânicas do material. A resistência à compressão, à tração, o módulo de elasticidade e a fluência foram adotados segundo os modelos do ACI, apresentados no Capítulo 4. O cálculo das tensões foi realizado conforme a equação (??) e o resultado pode ser observado nas Figuras Figura 5.52 e Figura 5.53

$$\begin{bmatrix} J_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 & \dots & 0 \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ J_{n1} & J_{n2} & J_{n3} & \dots & J_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \vdots \\ \Delta\sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 \\ \vdots \\ \sum \Delta\varepsilon_j \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

em que:

$$\sum \Delta\varepsilon_j = K_r \alpha [T(t) - T_{lanc}]$$

$$J_{ij} = J(t_i, z_j) = J(t, z) = \frac{1 + \phi(t, z)}{E(z)}$$

O coeficiente de restrição, K_r , é igual a 0.97, conforme $L/H=20$ da Figura 5.36. Esta

equação $\begin{bmatrix} J_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 & \dots & 0 \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ J_{n1} & J_{n2} & J_{n3} & \dots & J_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \vdots \\ \Delta\sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 \\ \vdots \\ \sum \Delta\varepsilon_j \end{bmatrix} \quad (5.12)$ representa a

aplicação direta da equação constitutiva viscoelástica na forma integral. Por superposição de

efeitos, cada $\Delta\sigma$ nascido na idade z irá provocar no tempo t uma parcela de deformação dependente de $t - z$ e de z , devido ao envelhecimento. O somatório das deformações dependentes do tempo de cada $\Delta\sigma$ até o tempo t é igual às deformações impostas pela variação de temperatura até o tempo t .

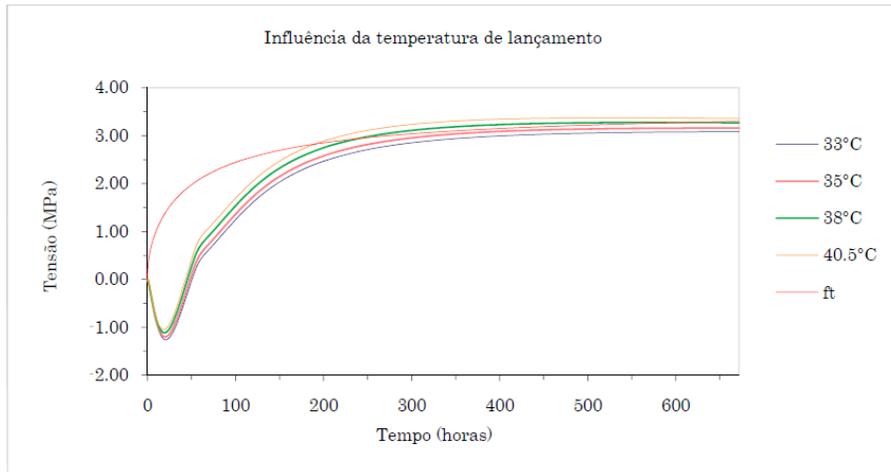


Figura 5.52: Laje de reservatório – Evolução das tensões *versus* Resistência à tração

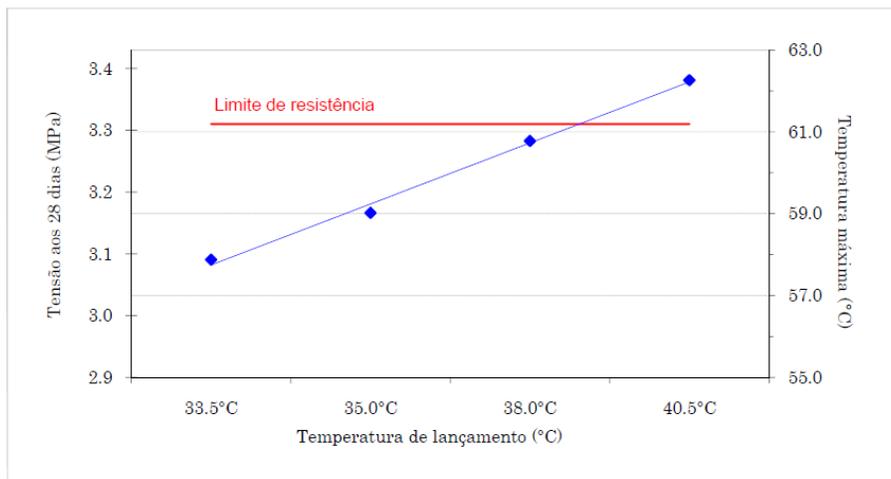


Figura 5.53: Laje de reservatório – Comparativo da influência da temperatura com o limite de resistência

5.2.5 Estudo de caso – Aduela pré-moldada

O estudo de caso da aduela pré-moldada consiste na condução de calor pela peça com geração interna pelo concreto. Este caso não requer a análise das deformações de origem

térmicas e tensões correspondentes, pois a peça é capaz de livre movimentação, restringida somente pelas formas, consideradas muito mais flexíveis que a peça. A geometria da peça, bem como a malha de elementos finitos 3D utilizada pode ser vista na Figura 5.54.

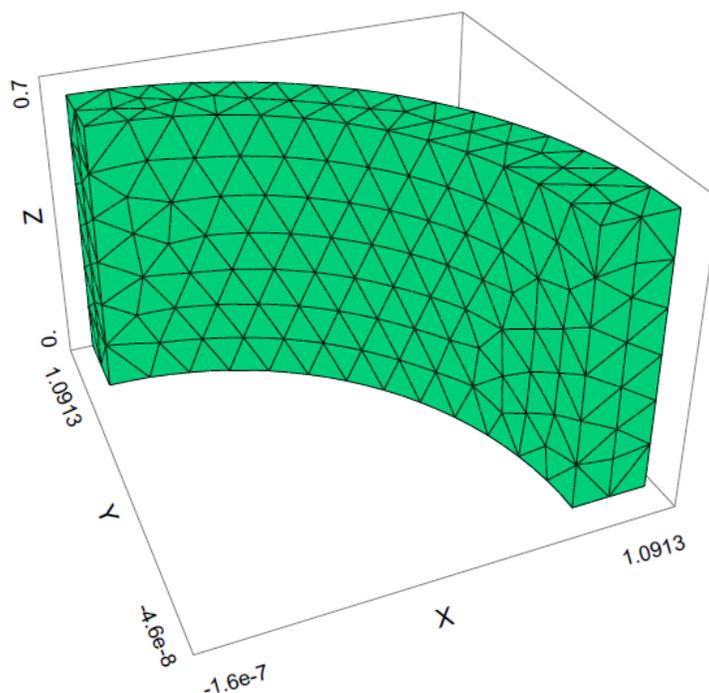


Figura 5.54: Aduela pré-moldada – Malha de elementos finitos

No eixo de simetria, foram fixados os deslocamentos perpendiculares ao plano de corte, bem como o fluxo de calor igual a zero. Nas superfícies em contato com a atmosfera foi considerado fluxo convectivo, com coeficiente de convecção simulando as condições de cura térmica com água e, posteriormente, contato com o ar.

A intenção deste estudo é mostrar a importância da verificação do campo de temperaturas em peças de dimensões usuais, quando se realiza cura térmica em patamares próximos ao limite recomendado. A temperatura recomendada como limite para cura em peças pré-moldadas é 65°C, temperatura acima da qual existe risco considerável de formação de etringita tardia (componente da reação do cimento com a água), capaz de fissurar toda a peça. Frequentemente, a temperatura do interior da peça eleva-se acima daquela especificada como limite.

Neste estudo, a temperatura de lançamento do concreto na peça é 33°C e a

temperatura do ambiente circundante varia de 40°C até 65°C em duas horas, mantendo-se neste patamar por 6 horas. Após esse tempo de cura térmica, a peça é retirada do banho para desforma, quando então considera-se a temperatura ambiente igual a 27°C. Durante o tempo em que está imersa, o coeficiente de convecção é considerado 300 W/(m².°C). Após a retirada do banho térmico, à temperatura ambiente, o coeficiente de convecção considerado foi de 5 W/(m².°C). A evolução do campo de temperaturas no interior da peça é mostrada nas Figuras 78 até 83. Os parâmetros, propriedades e condições usadas na simulação foram conforme segue.

- Temperatura externa: crescente de 40°C até 65°C em 2h, mantendo-se em 65°C até 8h, a partir de então 27°C
- Temperatura de lançamento do concreto: 33°C
- Coeficiente de convecção da laje de concreto: até 8h, 1080 kJ/(m².h.°C), simulando o contato com a água da cura térmica; após 8h, 18 kJ/(m².h.°C)
- Propriedades térmicas do concreto: condutividade térmica: 9.36 kJ/(m.h.°C) calor específico: 0.89845 kJ/(kg.°C) massa específica: 2435 kg/m³ elevação adiabática de temperatura (*t* em dias):

$$T^{ad} = 65.4[1 - \exp(-1.25t)]$$

As figuras da direita representam a aduela em planta, enquanto as da esquerda representam um corte no plano X=0.90m.

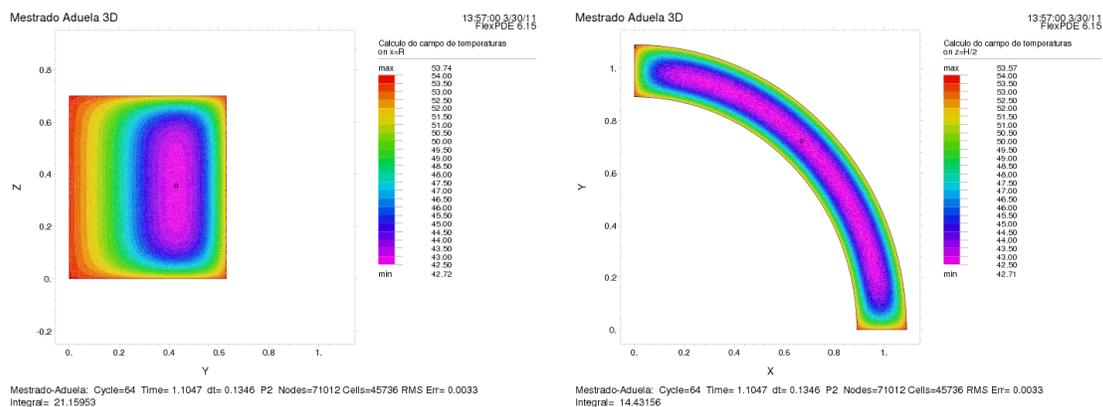


Figura 5.55: Aduela pré-moldada – Campo de temperatura em *t* = 1h

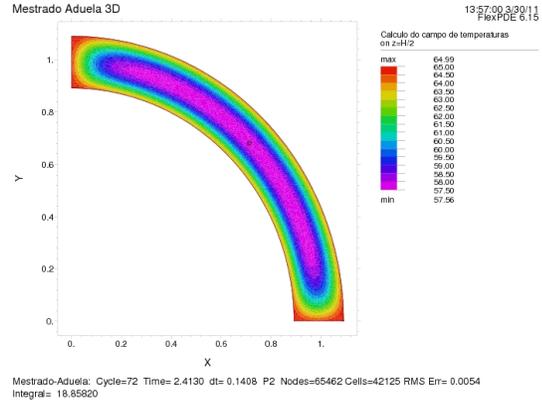
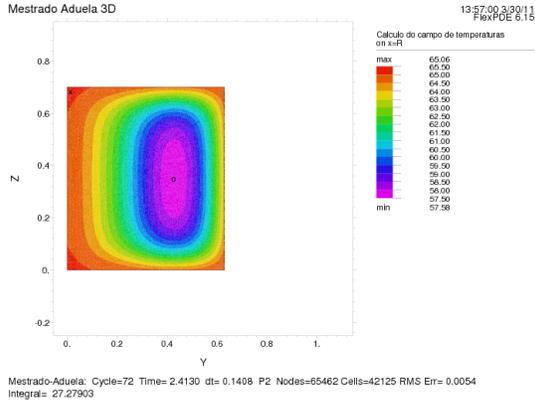


Figura 5.56: Aduela pré-moldada – Campo de temperatura em $t = 2.4hs$

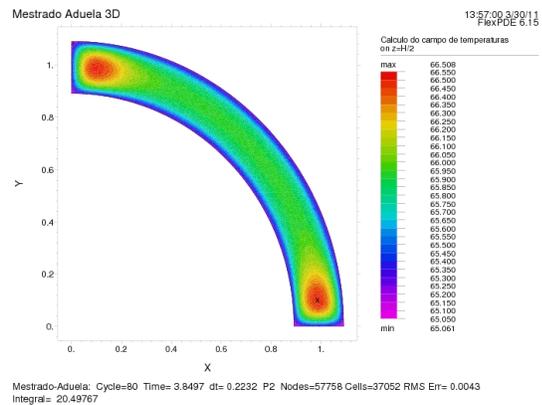
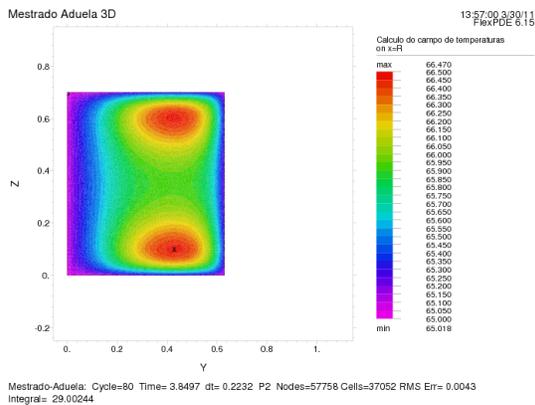


Figura 5.57: Aduela pré-moldada – Campo de temperatura em $t = 3.8hs$

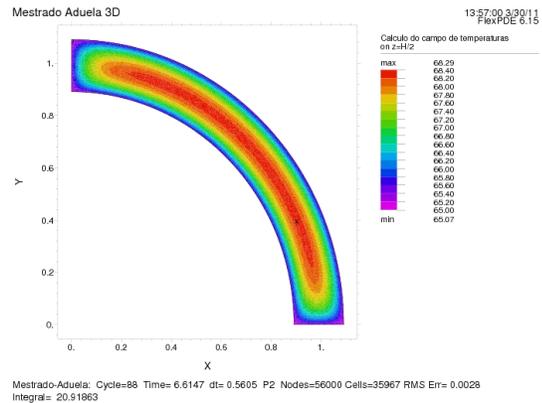
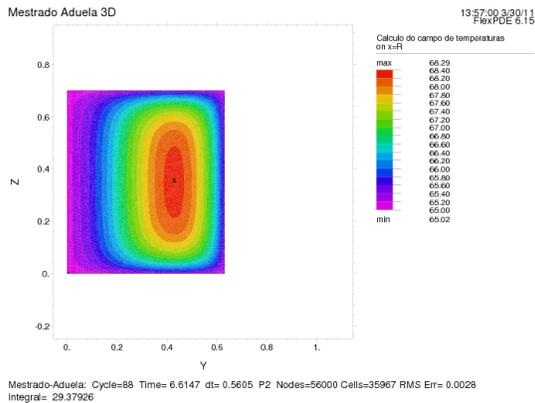


Figura 5.58: Aduela pré-moldada – Campo de temperatura em $t = 6.8hs$

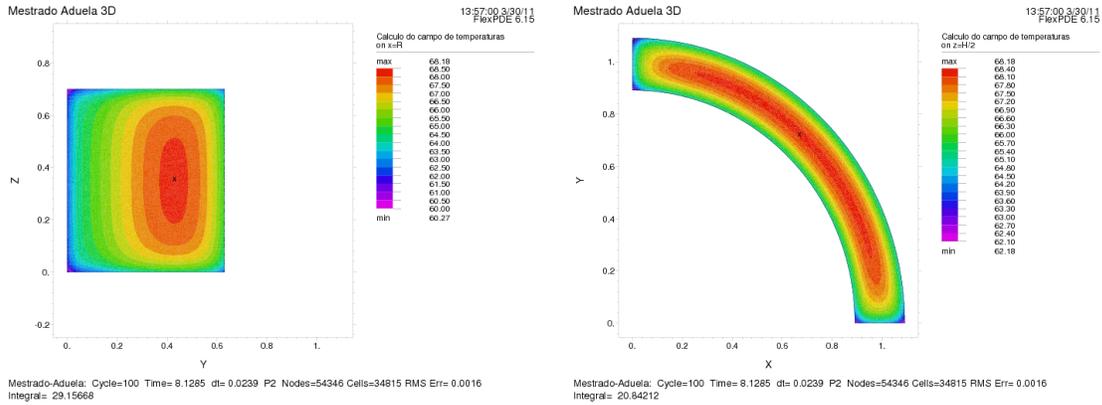


Figura 5.59: Aduela pré-moldada – Campo de temperatura em $t = 8.1hs$

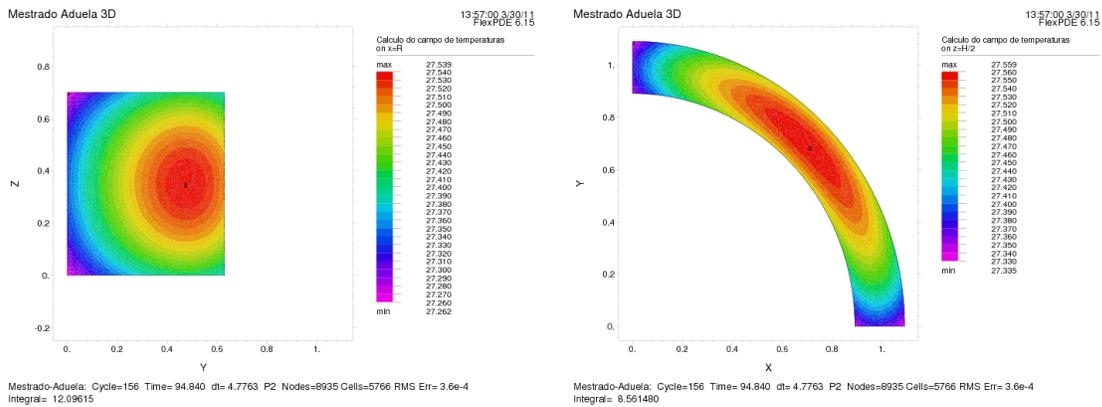


Figura 5.60: Aduela pré-moldada – Campo de temperatura em $t = 100hs$

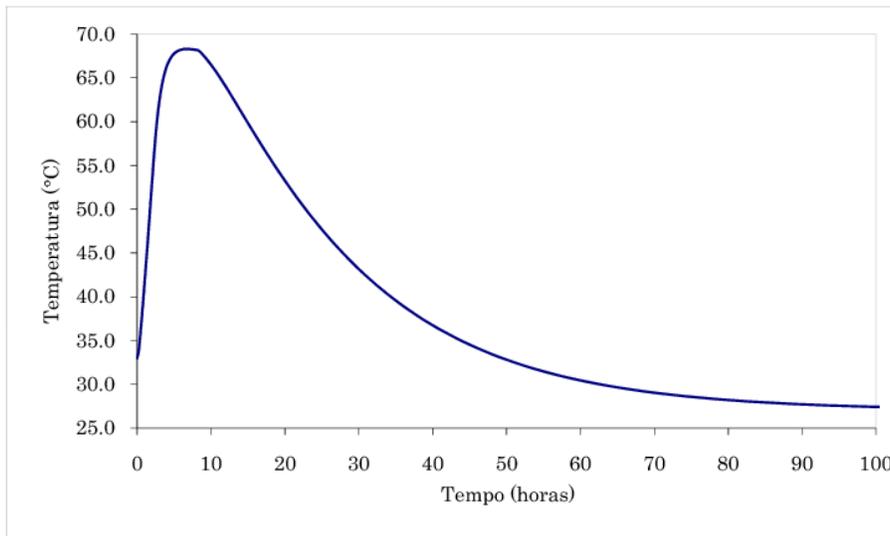


Figura 5.61: Aduela pré-moldada – Evolução da temperatura do centro da peça

A evolução de temperatura de um ponto no centro da peça pode ser visto na Figura 5.61. A temperatura máxima atinge 68.5°C, que ultrapassa o limite recomendado de 65°C.

Considerando que a peça não conta com alto consumo de cimento e é relativamente esbelta, constata-se que estruturas correntes merecem cuidados e critérios quanto ao risco de fissuração de origem térmica, não somente devido a restrições, que provocam tensões na estrutura quando em resfriamento. Peças pré-moldadas de dimensões correntes podem alcançar temperaturas internas acima da temperatura de controle do banho térmico, o que pode ocasionar sérios problemas de durabilidade devido à fissuração pela formação de etringita tardia.

5.2.6 Estudo de caso – Muro de arrimo

O estudo de caso do muro de arrimo pretende analisar o comportamento nas primeiras idades do concreto do muro sobre uma sapata de fundação. Este estudo, embora típico, foi reproduzido a partir dos dados de Azenha (2004), que realizou o cálculo do campo de temperaturas e de tensões de origem térmica em 3D e de maneira simplificada em 2D. Segundo o mesmo autor, a restrição imposta pela fundação ao muro, sendo esta de concreto já endurecido, conduz ao aparecimento de tensões de tração podendo levar ao aparecimento de fissuras verticais na região central e diagonais próximas aos extremos, conforme se pode observar na Figura 85

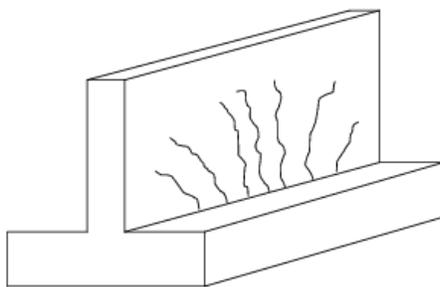


Figura 5.62: Muro de arrimo – Padrão típico de fissuração de origem térmica, de Azenha (2004)

Interessante notar que para este estudo, a simulação térmica deve ser realizada para a seção transversal, tendo em vista que o fluxo de calor preponderante ocorre pelas superfícies laterais, enquanto que para o cálculo de tensões deve ser considerada a seção longitudinal, com o comprimento longitudinal sendo a largura L , para efeito de cálculo do coeficiente de restrição.

A comparação com o trabalho de Azenha (2004) torna-se relevante pois foi realizado considerando os acoplamentos termoquímicos no campo de temperaturas, reproduzindo o que já havia sido feito por Lura e Breugel (2001). No campo das tensões, foi realizado o cálculo simplificado, da maneira como foi proposta nesta dissertação, demonstrando que com reduzido esforço computacional pode-se ter uma boa estimativa das tensões instaladas e, portanto, do potencial de fissuração da estrutura.

Os parâmetros utilizados na simulação foram conforme segue.

- Largura x altura do bloco de fundação: 3.0 m x 1.0 m
- Largura x altura do muro: 0.4 m x 3.0 m
- Temperatura externa e temperatura da fundação: 20°C
- Temperatura de lançamento do concreto: 20°C
- Coeficiente de convecção: uma vez que é aproveitado o eixo de simetria para diminuir o esforço computacional, o coeficiente de convecção no eixo de simetria é zero; igualmente na base da fundação; nas laterais do bloco da fundação em contato com o ar e na face superior do muro, 18 kJ/(m².h.°C) nas laterais do muro, até 72h é 11 kJ/(m².h.°C); após 72h é 18 kJ/(m².h.°C)
- Propriedades térmicas do concreto: condutividade térmica: 9.36 kJ/(m.h.°C), idem para a fundação capacidade térmica: 2150 kJ/m³.°C), idem para a fundação elevação adiabática de temperatura (*t* em dias):

$$T^{ad} = 59.44 \frac{t^c}{a^c + t^c}, \text{sendo } \begin{cases} a = 13.62 \\ c = 2.831 \end{cases}$$

Para efeito de comparação de resultados, a atividade térmica (energia de ativação dividida pela constante universal dos gases ideais), que corresponde à influência da temperatura na exotermia da reação, foi considerada 5500K, segundo Azenha (2004). Também foi considerada igual a zero, para efeito do cálculo simplificado objeto desta dissertação, cuja comparação com o cálculo termoquímico será discutida no Capítulo 6.

O contorno de temperaturas em diversos instantes de tempo, sem consideração da termoativação, pode ser visualizado na Figura 5.63. Para comparação, o resultado apresentado por Azenha (2004) é mostrado na Figura 5.64.

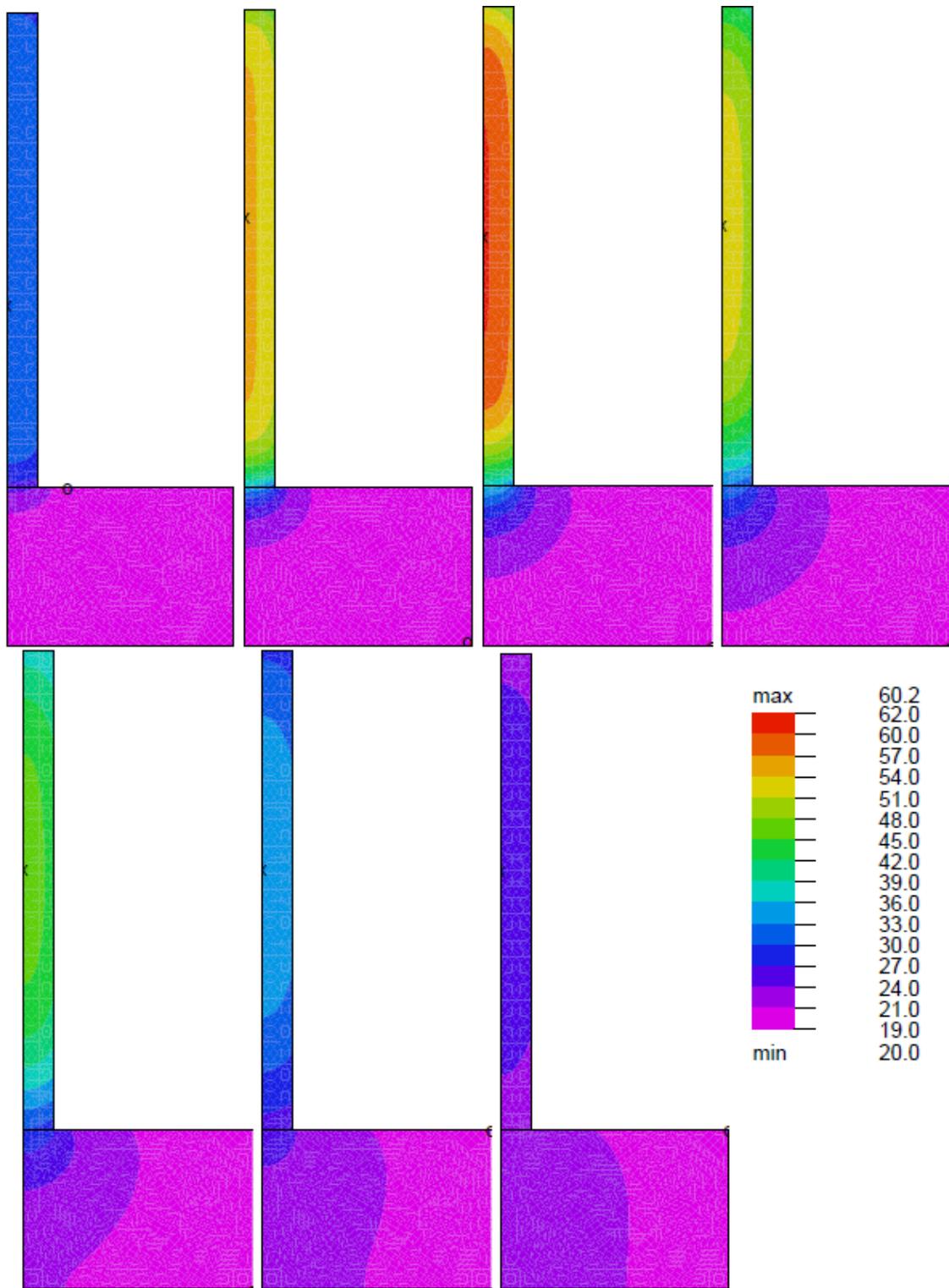


Figura 5.63: Muro de arrimo – Contorno de temperaturas: a) 8h; b) 16h; c) 24h; d) 36h; e) 48h; f) 72h; g) 96h

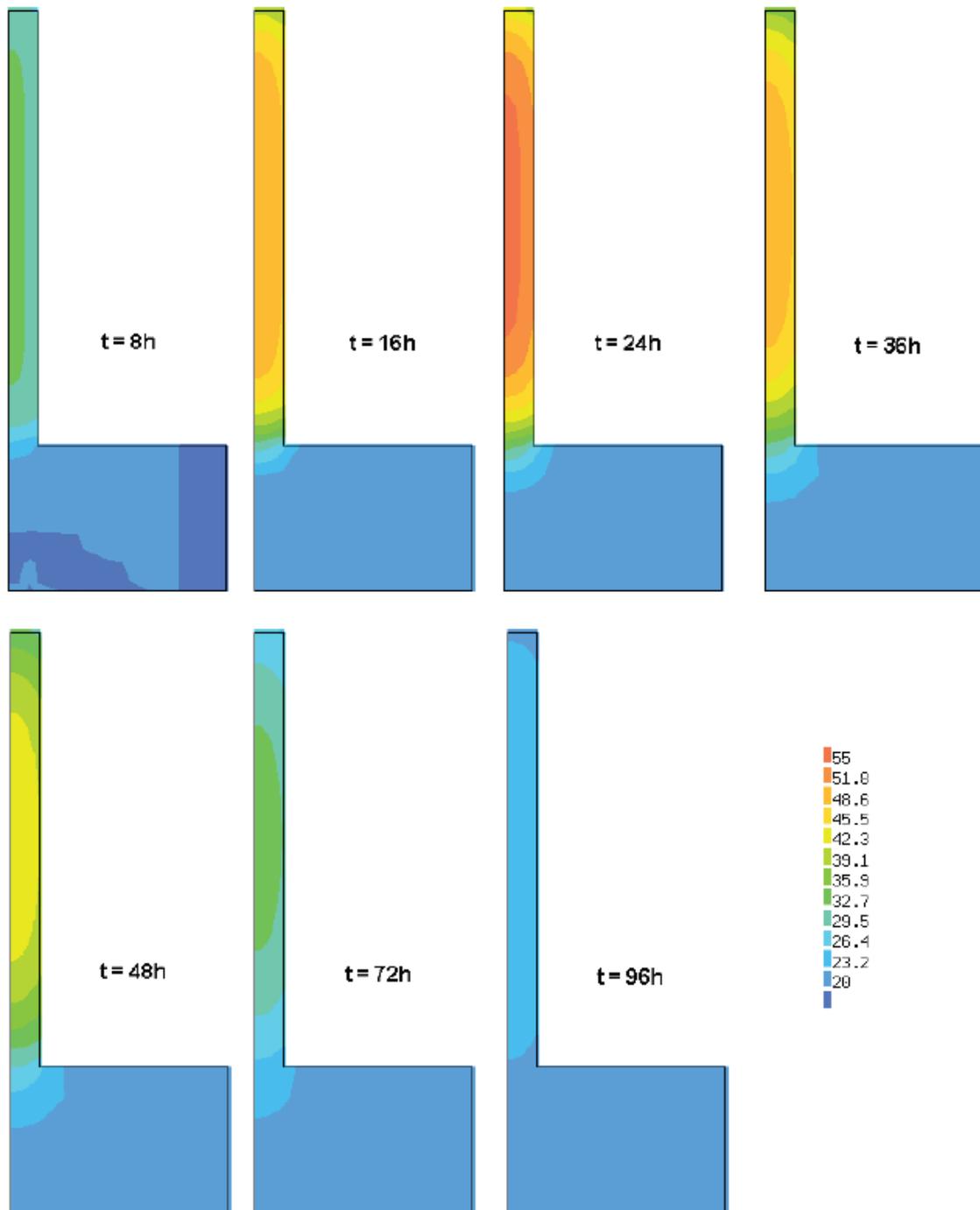


Figura 5.64: Muro de arrimo – Contorno de temperaturas segundo Azenha (2004): a) 8h; b) 16h; c) 24h; d) 36h; e) 48h; f) 72h; g) 96h

O histórico de temperaturas dos pontos situados na parte superior do muro, no centro e na parte inferior, segundo calculado com o FlexPDE sem a consideração da termoativação, pode ser visto na Figura 5.65.

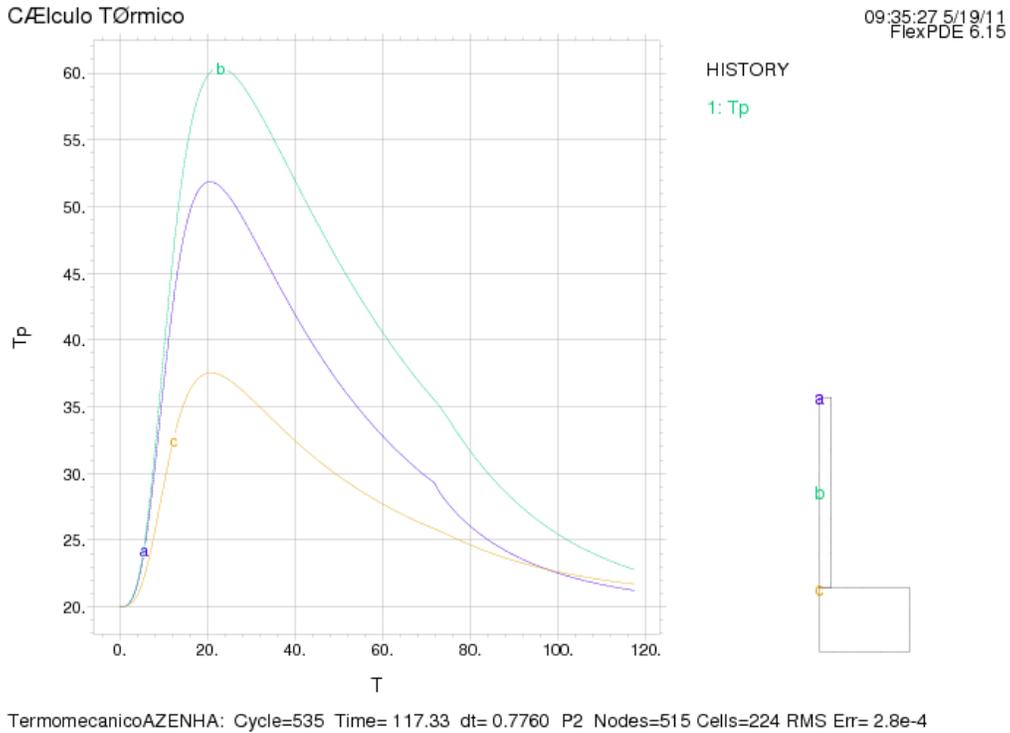


Figura 5.65: Muro de arrimo – Histórico de temperaturas, resultado obtido com o FlexPDE

Para comparação do resultado obtido, é apresentado na Figura 5.66 o histórico de temperaturas dos pontos situados na parte superior do muro, no centro e na parte inferior, segundo calculado com o FlexPDE, considerando $Ea/R=5500K$ referenciado como Termoquímico e $Ea/R=0K$ referenciado como Térmico, bem como o resultado encontrado em Azenha (2004).

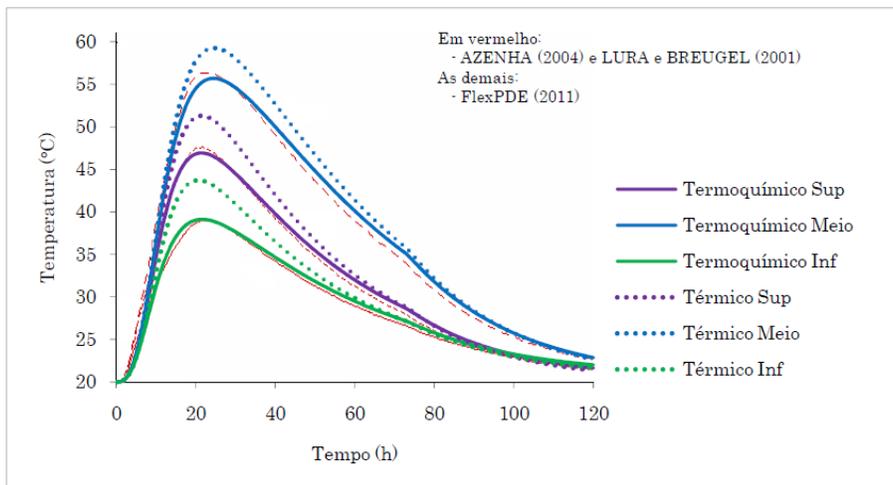


Figura 5.66: Muro de arrimo – Histórico de temperaturas: comparação entre FlexPDE e Azenha (2004)

O resultado apresentado na forma de contorno de temperaturas não permite perceber a diferença entre o cálculo simplificado e o cálculo termoquímico, embora a diferença seja quase 5°C (quase 10%). Já o histórico de temperaturas dos três pontos analisados permite visualizar a diferença entre metodologias, sendo maior a diferença quanto menor a temperatura máxima do ponto considerado. Isto se explica pelo fato de a diferença do cálculo térmico e termoquímico ser proporcional ao afastamento da elevação adiabática de temperatura, que é maior quanto menor a temperatura máxima do ponto considerado.

Além do campo de temperaturas, foi calculado o campo de tensões, segundo a metodologia apresentada nesta dissertação, para os pontos superior, meio e inferior. A partir do histórico de temperatura do ponto mencionado, e do coeficiente de restrição do ponto, de posse das propriedades mecânicas do material, calcula-se a evolução das tensões, de acordo

com a equação
$$\begin{pmatrix} J_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 & \dots & 0 \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ J_{n1} & J_{n2} & J_{n3} & \dots & J_{nn} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \vdots \\ \Delta\sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 \\ \vdots \\ \sum \Delta\varepsilon_j \end{bmatrix} \quad (5.12). \quad \text{É}$$

necessária uma consideração adicional sobre o coeficiente de restrição para este caso. Os gráficos das Figuras 58 e 59 foram obtidos em estado plano de tensão, enquanto o muro, por ser bastante comprido, pode ser considerado um estado plano de deformações. O que pode ser feito, neste caso, é analisar a seção longitudinal do muro, esta sim, sujeita a um estado plano de tensões, quando então os gráficos do coeficiente de restrição seriam válidos.

A largura do bloco, tomada no sentido longitudinal, foram estudadas tal como apresentado em Azenha (2004): 8m, 16m e 32m. Sendo a altura do muro igual a 3m e 1m de fundação, os coeficientes de restrição de cada ponto e para cada largura de muro, obtidos por meio de modelagem, são conforme segue:

- largura = 8m (L/H=2.7 e h/H=0.5): Kr = 0.225
- largura = 16m (L/H=5.3 e h/H=0.5): Kr = 0.492
- largura = 32m (L/H=10.7 e h/H=0.5): Kr = 0.808

O cálculo das tensões de acordo com a equação

$$\begin{bmatrix} J_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 & \dots & 0 \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ J_{n1} & J_{n2} & J_{n3} & \dots & J_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \vdots \\ \Delta\sigma_n \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 \\ \vdots \\ \sum \Delta\varepsilon_j \end{bmatrix} \quad (5.12) \text{ não foi possível de ser realizado de acordo com o relatado em}$$

Azenha (2004), pois a função de fluência utilizada apresentou problema numérico de acordo com esta metodologia. A função de fluência utilizada para o cálculo das tensões foi, então, a função utilizada por FURNAS do *U.S. Bureau of Reclamation*:

$$C_2(t - t_0) = \phi(t_0) \ln(t - t_0 + 1)$$

$$C_1(t, t_0) = \phi(t_0) = a + b/t_0$$

onde t_0 é a idade de carregamento.

As constantes a e b adotadas foram $a = 32.14$ e $b = 61.98$, lembrando que esta equação refere-se ao tempo em dias.

O módulo de elasticidade adotado para o cálculo foi:

$$E(t) = 28.6 \frac{t^{1.95}}{8.9^{1.95} + t^{1.95}}$$

com o tempo em horas e módulo em GPa.

Na Figuras Figura 5.67 a Figura 5.69 são apresentados comparativamente as tensões do ponto central de acordo com o histórico de temperaturas calculado pelo cálculo térmico simplificado e pelo cálculo termoquímico, para avaliar neste caso específico a diferença entre ambos em termos de tensões. Não possível estabelecer comparativo do cálculo das tensões com o autor devido ao modelo de fluência por ele utilizado apresentar problema numérico no cálculo expedito aqui adotado.

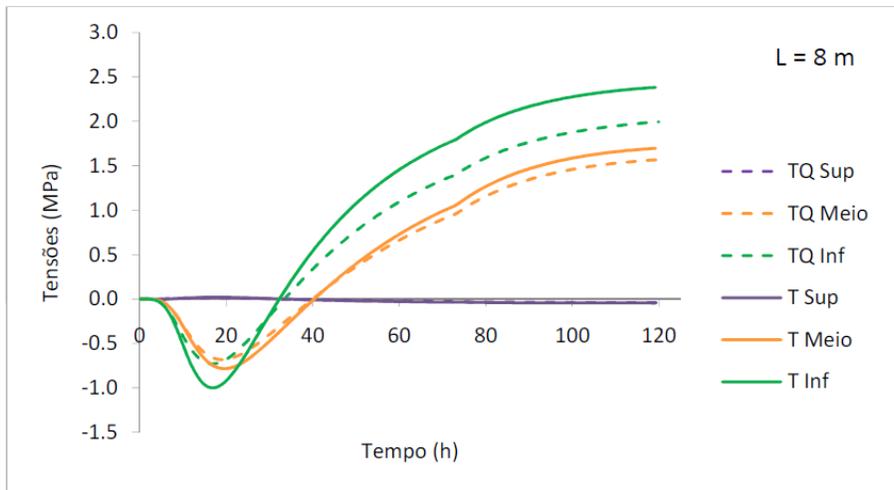


Figura 5.67: Tensões de origem térmica – Comparação Térmico e Termoquímico para o ponto central, para largura do muro 8m

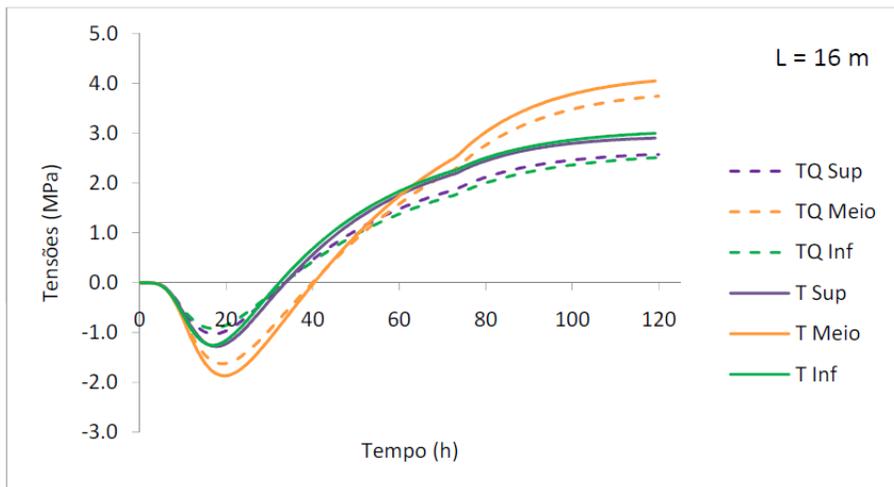


Figura 5.68: Tensões de origem térmica – Comparação Térmico e Termoquímico para o ponto central, para largura do muro 16m

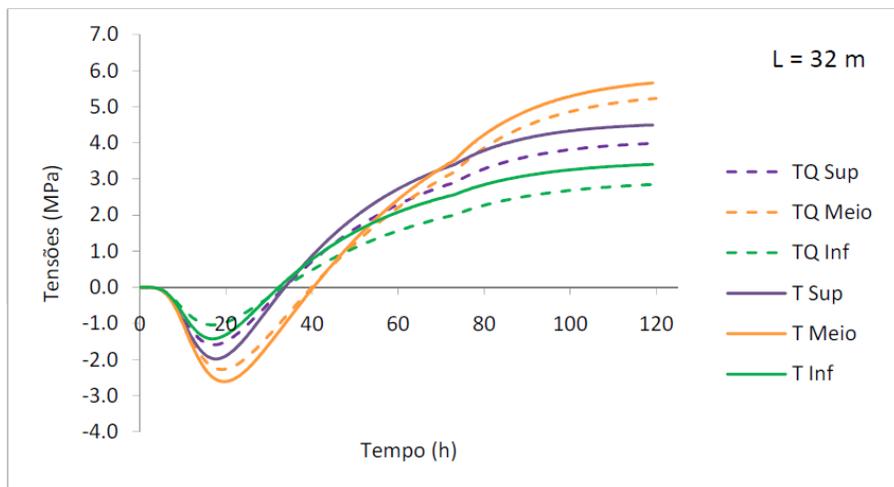


Figura 5.69: Tensões de origem térmica – Comparação Térmico e Termoquímico para o ponto central, para largura do muro 32m

5.2.7 Estudo de caso – Bloco de apoio

O estudo de caso deste bloco de apoio refere-se a modelagem do campo de temperaturas da maneira apresentada em comparação com o modelo termoquímico apresentado em Fairbairn *et al.* (2007). O bloco de apoio pertence a parte da estrutura da tomada d'água da UHE Peixe Angical. O concreto foi lançado com pré-refrigeração através de gelo em escamas, à temperatura de aproximadamente 19°C.

O concreto antigo possui 13m de comprimento por 8m de altura, enquanto que o bloco de apoio apresenta 9m de comprimento por 4m de altura. O ponto analisado da estrutura, instrumentado com termômetro de resistência elétrica, encontra-se a 1m de altura e a 4.5m da lateral do bloco.

O consumo de cimento da dosagem estudada foi de 291 kg/m³ e o agregado graúdo de tipo litológico granito-gnaiss.

Os parâmetros utilizados na simulação foram conforme segue.

- Temperatura externa e temperatura da fundação: 30.5°C, considerada a temperatura média anual do ambiente
- Temperatura de lançamento do concreto: 19°C
- Coeficiente de convecção: nas laterais do concreto antigo em contato com o ar, 54 kJ/(m².h.°C) nas laterais do bloco de apoio em contato com o ar, 54 kJ/(m².h.°C)
- Propriedades térmicas do concreto: condutividade térmica: 10.1 kJ/(m.h.°C), idem para a fundação calor específico: 1.09 kJ/(kg.°C), idem para a fundação massa específica: 2290 kg/m³ elevação adiabática de temperatura (*t* em dias):

$$T^{ad} = 28.74 \frac{t^{c_1}}{a^{c_1+t c_2}}$$

$$\text{sendo: } \begin{cases} a = 18.994 \\ c_1 = 5.062 \\ c_2 = 5.0 \end{cases}$$

O resultado da evolução da temperatura do ponto considerado pode ser visualizado na Figura 93. As temperaturas foram calculadas com o software FlexPDE, em comparação com a modelagem realizada pela COPPE (FAIRBAIRN *et al.*, 2007) pelo modelo termoquímico em 3D e com a modelagem simplificada calculada com o programa de FURNAS de uso consagrado, embora antigo, chamado de CALBITEM.

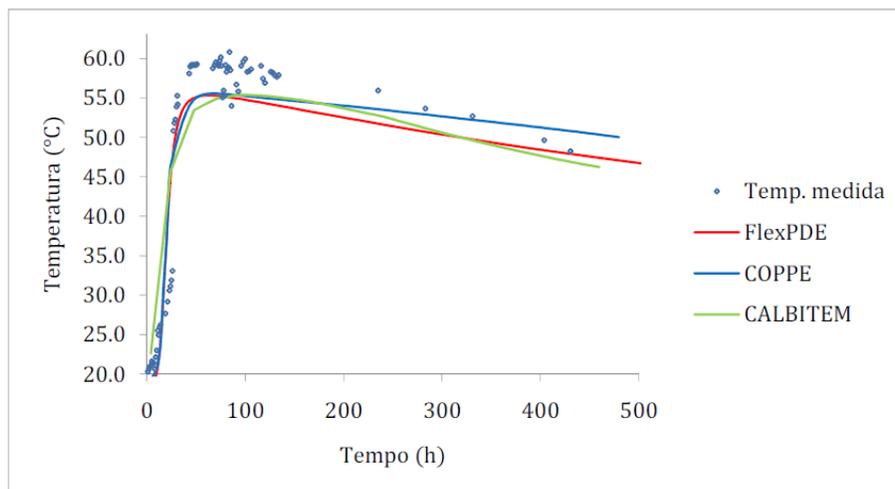


Figura 5.70: Muro de arrimo – Histórico de temperaturas: comparação entre FlexPDE, CALBITEM e COPPE 3D

O contorno das temperaturas, tanto da modelagem com o FlexPDE (Figuras Figura 5.72 a Figura 5.74), quanto da modelagem realizada pela COPPE (Figuras Figura 5.75 a Figura 5.76), podem ser visualizadas abaixo.

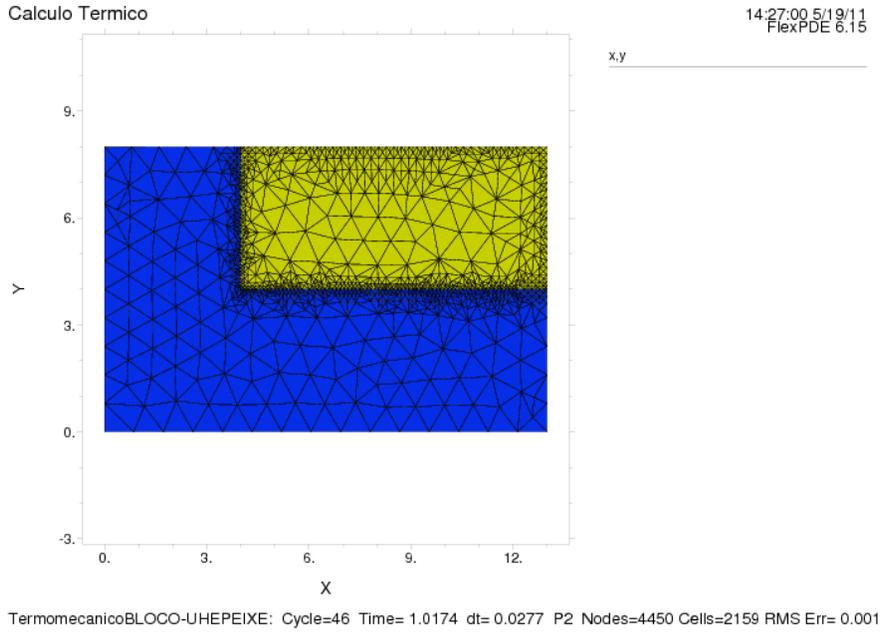


Figura 5.71: Muro de arrimo – Malha de elementos finitos utilizada no FlexPDE

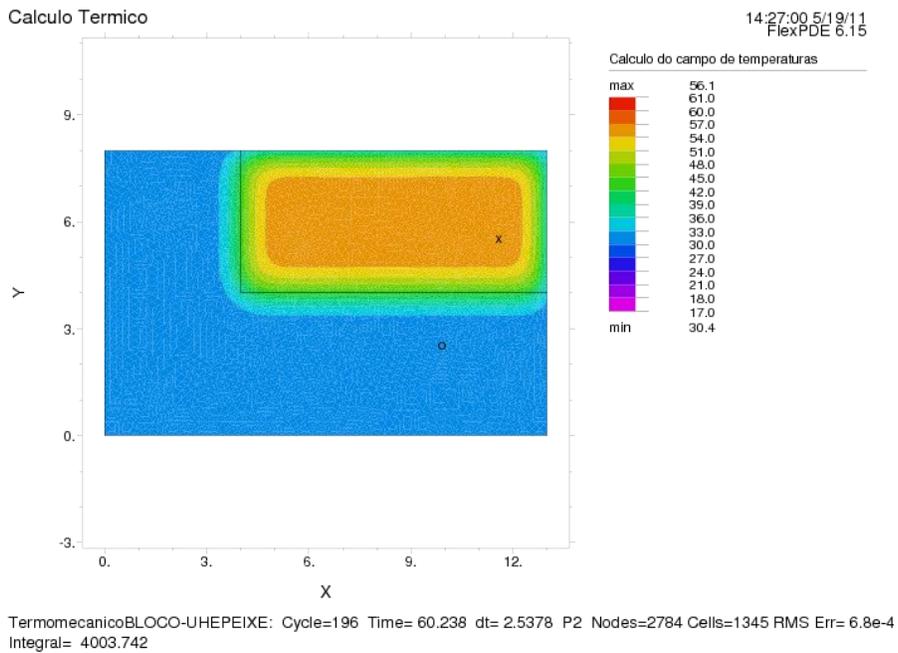


Figura 5.72: Muro de arrimo – Contorno de temperatura após 60h (FlexPDE)

Calculo Termico

14:27:00 5/19/11
FlexPDE 6.15

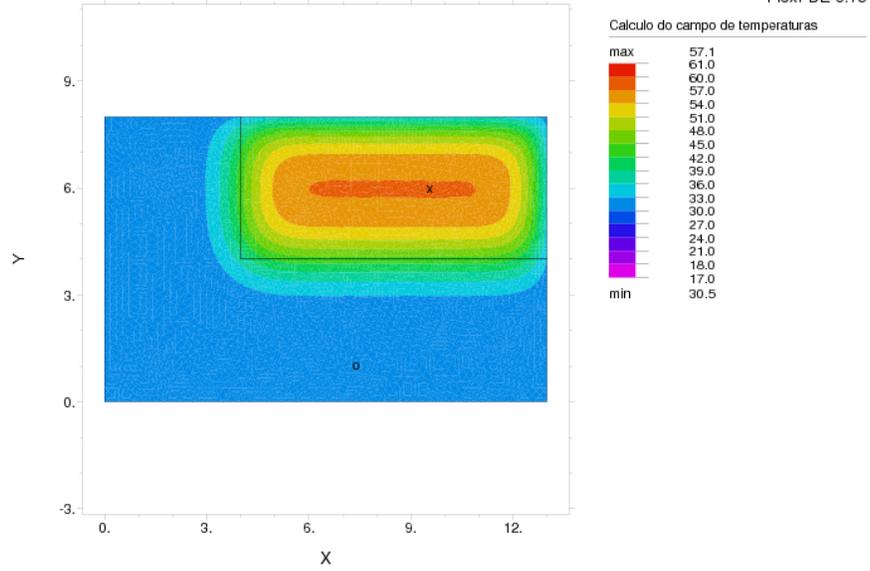


Figura 5.73: Muro de arrimo – Contorno de temperatura após 108h (FlexPDE)

Calculo Termico

14:27:00 5/19/11
FlexPDE 6.15

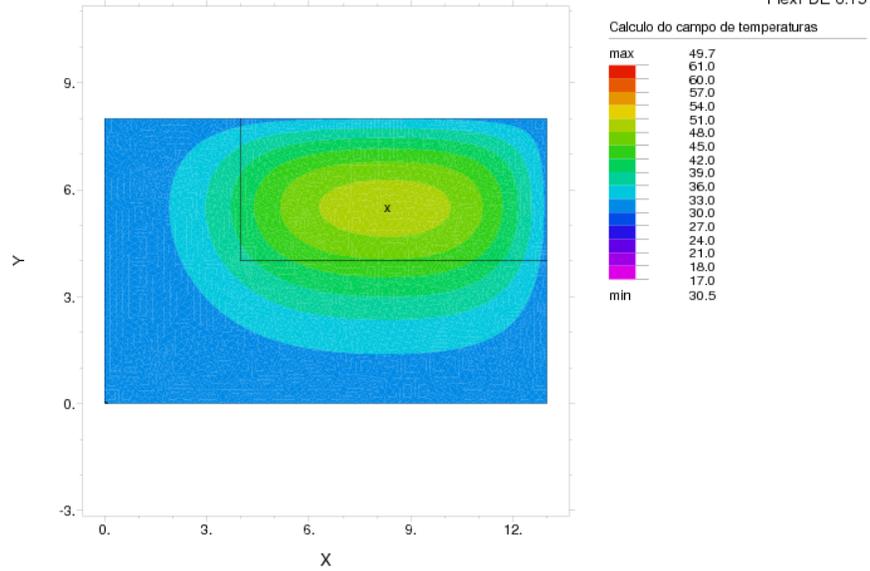


Figura 5.74: Muro de arrimo – Contorno de temperatura após 496h (FlexPDE)

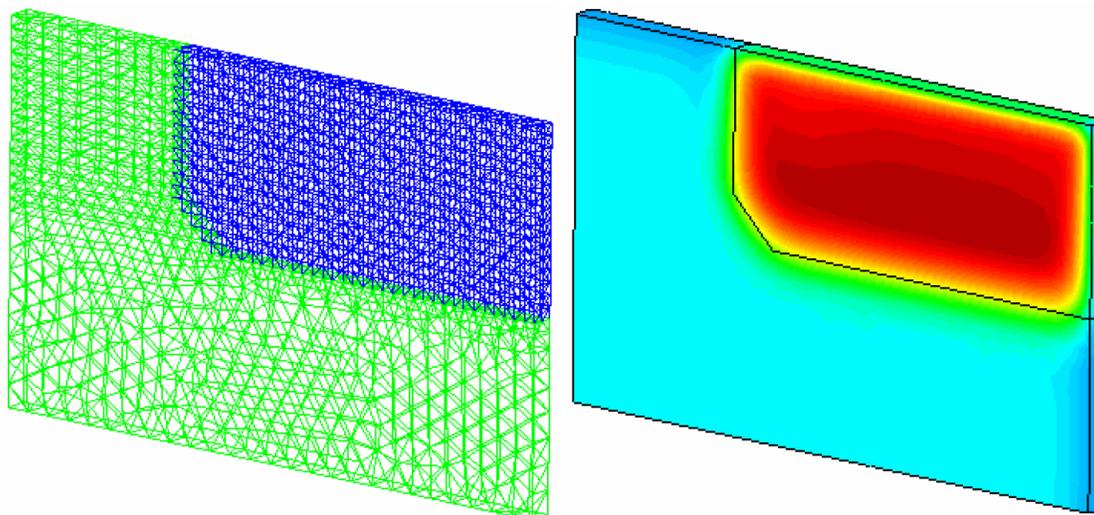


Figura 5.75: Muro de arrimo – a) Malha de elementos finitos utilizada pela COPPE; b) Contorno de temperatura após 60h (COPPE 3D)

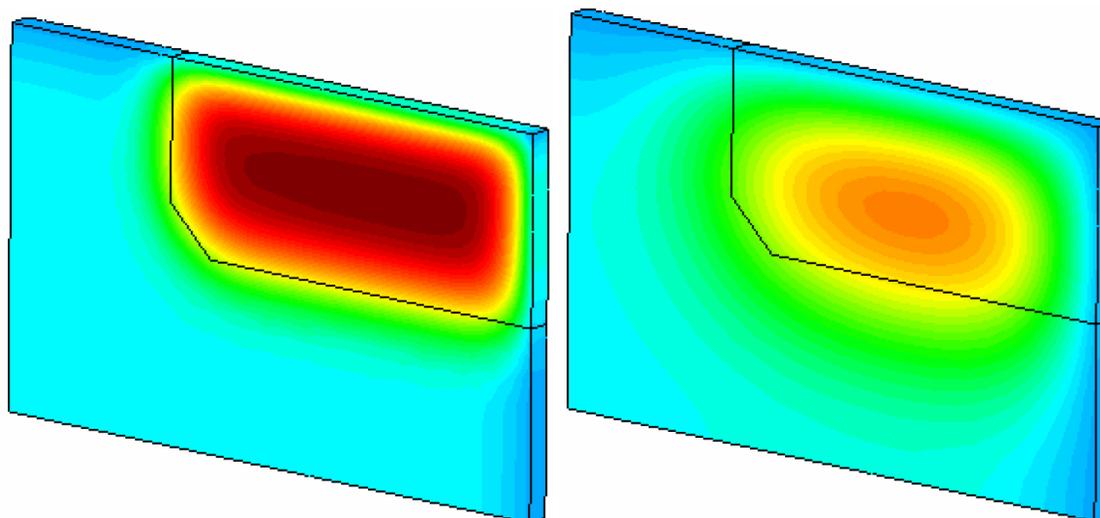


Figura 5.76: Muro de arrimo – Contorno de temperatura após: a) 108h; b) 528h (COPPE 3D)

Temperatura

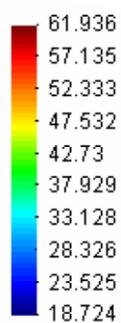


Figura 5.77: Muro de arrimo – Escala de temperatura da modelagem COPPE 3D

6 *Discussão dos resultados*

6.1 *Benchmarks* de modelagem

Os casos-benchmarks servem para validar a modelagem, no aspecto teórico e numérico-operacional. A aplicação das equações da elasticidade em casos simples demonstra a aplicabilidade da formulação e o entendimento da física do problema.

A segunda etapa é passar da teoria à aplicação, ou seja, no caso do presente estudo, utilizar um método aproximado que permita o cálculo das tensões de origem térmica. Utilizou-se a ferramenta computacional chamada FlexPDE 6.15, um software de elementos finitos genérico que resolve equações diferenciais parciais. Diferentemente de outros programas comerciais robustos, o FlexPDE é um software considerado educacional, pois exige que se escreva em linguagem própria (*script*) as equações constitutivas do fenômeno considerado.

No caso do presente estudo, as equações do problema térmico e mecânico foram escritas pelo autor¹³. Os casos descritos como *benchmarks* são:

- corpo restringido no topo e na base, livre para se deformar para os lados;
- corpo restringido no topo e na base, com módulo de elasticidade variável.

Esta modelagem benchmark com módulo de elasticidade variável introduz o conceito de envelhecimento do material concreto.

Não é do conhecimento do autor *benchmarks* de modelagem para as análises termomecânicas completas. O que se tem relatado são modelagens comparadas a experimentos (AZENHA, 2010; AURICH, 2009), mais ou menos ajustadas por retroanálise (FAIRBAIRN, et.al. 2007).

Um esforço internacional criado para alavancar o tema de benchmarks de modelagem para concreto, culminou na experiência do CONCRACK.org, para benchmarks em fissuração e retração:

¹³ Inclusive no caso das equações baseadas nos exemplos de utilização do software

“ConCrack is international Benchmark for Control of Cracking in R.C. Structures. ConCrack is part of the national French project CEOS.fr Comportement et Evaluation des Ouvrages Speciaux vis-à-vis de la fissuration et du retrait (Behaviour and Assessment of special construction works concerning cracking and shrinkage)”

In: <http://www.concrack.org/>. Acessado em 10/03/2011

6.2 Estudos do coeficiente de restrição

Historicamente, desde quando se começou a tomar medidas para mitigar o potencial de fissuração de origem térmica em concreto-massa (CARLSON, 1937 apud ACI, 2007), é utilizado o coeficiente de restrição nas análises.

Em uma época em que não se dispunha de ferramentas computacionais, nem mesmo de métodos numéricos como o método dos elementos finitos, as análises baseadas no coeficiente de restrição foram e ainda são de aproximação bastante razoável. Segundo esse critério, dois fatores são levados em consideração: a tensão na estrutura em relação à tensão de uma barra biengastada, e um fator de correção em relação ao módulo de elasticidade do material em relação a outro pré-existente.

O presente estudo permite concluir que a diferença devido à condição de contorno considerada é maior que a correção em relação ao módulo de elasticidade. Significa que em alguns casos pode-se estar contra a segurança, conforme se pode deduzir pela comparação mostrada nas Figuras 101 e 102, para relações $L/H = 1,0$ e $10,0$, respectivamente.

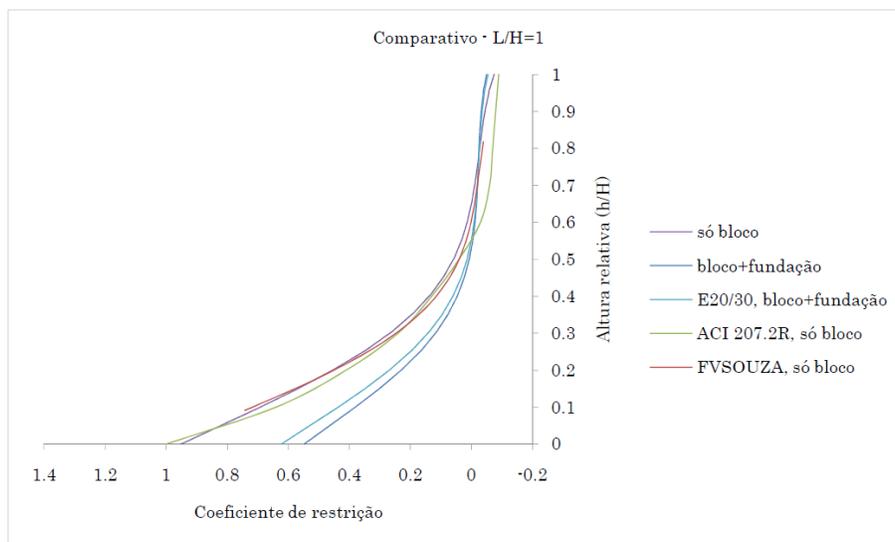


Figura 6.1: Comparativo do K_r para $L/H = 1$

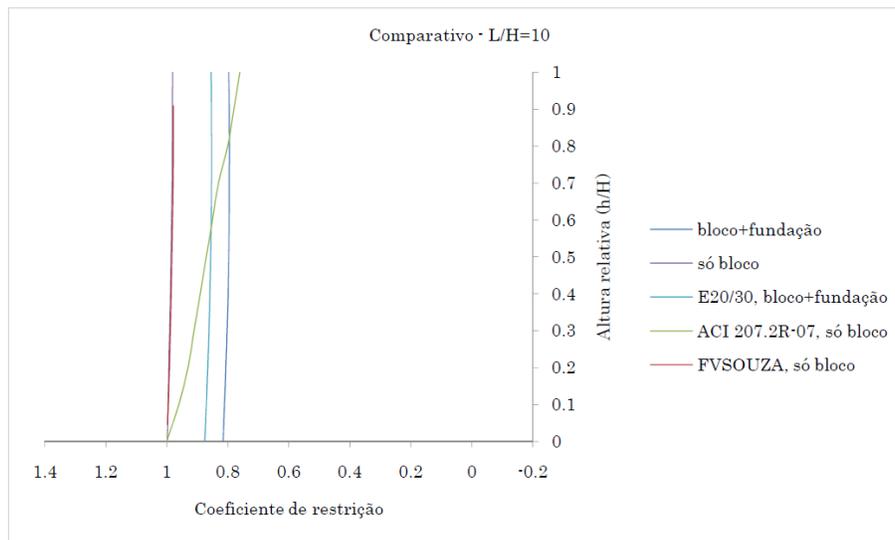


Figura 6.2: Comparativo do K_r para $L/H = 10$

Considerando primeiramente $L/H = 1$, a recomendação do ACI 207.2R-07 (ACI, 2007) para o coeficiente de restrição confere perfeitamente com a modelagem feita apenas com o bloco restringido na base, independentemente da relação altura relativa (h/H). Já a modelagem considerando bloco + fundação, para relações (h/H) inferiores a 0,6 a diferença é significativa. Por exemplo, tomando-se por base a altura relativa $h/H = 0,1$, enquanto a influência do módulo de elasticidade da fundação de 20GPa para 30GPa aumenta o coeficiente de restrição de 0,38 para 0,44, a condição de contorno - bloco+fundação ou somente bloco - permite uma diferença de 0,38 para 0,70.

A curva comentada na legenda como *FVSOUZA* é advinda de modelagem realizada

pelo software MULTIMECH desenvolvido por SOUZA (2009), considerando o material viscoelástico sem envelhecimento. Esta modelagem foi conclusiva que, considerando o material elástico ou viscoelástico sem envelhecimento, o coeficiente de restrição é o mesmo e independente do tempo.

Considerando agora a relação $L/H = 10$, pode-se chegar às mesmas conclusões. A influência do módulo de elasticidade da fundação de 20 GPa para 30 GPa aumenta o coeficiente de restrição de 0,80 para 0,87. Já considerando apenas o bloco restringido na base, o coeficiente de restrição passa a ser 1,0, independentemente da relação altura relativa h/H considerada. Por outro lado, o estudo permitiu também concluir uma diferença significativa em relação ao proposto pelo ACI.207.2R-07 (ACI, 2007). Considerando apenas o bloco restringido na base, enquanto o ACI recomenda um coeficiente de restrição de 0,80 para $h/H = 0,8$, a modelagem do bloco indica um coeficiente de restrição igual a 1,0. Curiosamente, a recomendação do ACI aproxima-se da modelagem considerando bloco+fundação, o que justifica-se pelo fato de a recomendação do ACI reportar-se aos estudos realizados por Carlson (1937), ditos semi-empíricos.

6.3 Estudo de caso - Laje de reservatório

O estudo de caso da laje de reservatório pode ser considerado um caso típico. Estruturas com a menor dimensão próxima de 1m devem necessariamente ser verificadas quanto à fissuração de origem térmica. Percebe-se que as tensões originadas quase alcançam a resistência do material, chegando mesmo a ultrapassá-la dependendo da temperatura de lançamento. Sem contar que diversos fatores não considerados nesta análise podem ainda agravar o quadro de fissuração. Por exemplo, se a estrutura for exposta a ventos e baixa umidade relativa do ar, a retração de secagem acrescenta-se às deformações de origem térmica, provocando maiores tensões de tração na estrutura restringida. Se o concreto contar ainda com alto consumo de cimento, por vezes necessário em vista das recomendações voltadas para a durabilidade (limitação da relação água/cimento), a retração autógena pode se tornar mais significativa, induzindo uma maior fissuração.

Por conta das simplificações e incertezas não levadas em consideração na análise do

potencial de fissuração, convém adotar um maior coeficiente de segurança para a estrutura, para a relação resistência/esforços. No presente estudo de caso, a limitação da temperatura de lançamento permitiu à estrutura ficar apenas 10% abaixo do limite de resistência. Por esta razão e pelo exposto anteriormente, medidas adicionais tendo em vista a mitigação do potencial de fissuração se fazem necessárias. A medida mais comum e econômica de ser adotada é a concretagem em mais de uma camada. No caso em questão, a concretagem em duas camadas, com realização de cura com água durante pelo menos um dia, poderia reduzir a elevação de temperatura de 24°C para 12°C, reduzindo aproximadamente pela metade as tensões máximas geradas.

Segundo Azenha (2009), o coeficiente de segurança, considerado como o inverso da tensão principal de tração máxima em relação à resistência à tração do material, deve ser maior que 2. Significa que as tensões de tração devem ser inferiores a 50% da carga última de ruptura do material. Além de ser um adequado coeficiente de segurança nas verificações quanto ao problema térmico, dentro desse limite o modelo físico adotado para abordar o problema permanece válido.

Sobre a metodologia de cálculo das tensões viscoelásticas em um ponto da estrutura, baseadas no histórico de temperaturas, nas propriedades mecânicas do material e no coeficiente de restrição, é uma aproximação plenamente aceitável do ponto de vista de engenharia. Em vista da rapidez da análise, estruturas que hoje não contam com nenhuma verificação quanto ao problemas das tensões de origem térmica, passam a contar com uma metodologia eficiente para a estimativa destas tensões.

6.4 Estudo de caso - Muro de arrimo

O estudo de caso do muro de arrimo mostrou a diferença entre o cálculo térmico simplificado, objeto desta dissertação e o cálculo termoquímico, que leva em consideração a influência da temperatura na exotermia da reação. A geração interna de calor em termos da elevação adiabática de temperatura difere da geração interna de calor em ensaio adiabático quanto maior for a diferença entre temperatura do processo de cura/endurecimento e a elevação de temperatura em processo adiabático. Em caso de estruturas de dimensões

relativamente menores, como é o caso do muro de arrimo estudado (largura 40 cm), a dissipação de calor para o ambiente pelas superfícies em relação ao volume da estrutura é alta, de modo que a elevação de temperatura máxima da estrutura chega a no máximo 60% da elevação adiabática de temperatura. A elevação de temperatura em ensaio adiabático considerada na modelagem foi de 60°C. Já a elevação máxima de temperatura alcançada pela estrutura foi de 35°C, ou seja, 58.3%.

Isto implicou uma diferença entre o cálculo térmico-termoquímico máxima de 5°C, ou aproximadamente 10%. Embora difícil de perceber em gráfico de contorno de temperaturas ao longo do tempo, pode ser facilmente verificado na figura que mostra a evolução de temperatura dos pontos superior, médio e inferior do muro.

Em estruturas ainda mais esbeltas, a diferença encontrada em termos relativos tende a aumentar, embora a diferença em termos absolutos deva diminuir, pois a temperatura máxima alcançada pela estrutura diminui na mesma proporção. Quanto mais esbelta é a estrutura em relação ao seu volume, menor será a elevação máxima de temperatura alcançada pela estrutura.

Convém destacar que, em termos de tensões, a diferença encontrada ainda é baixa, sendo prioritariamente influenciada pelo envelhecimento do módulo de elasticidade e do coeficiente de fluência. A diferença encontrada nas tensões calculadas com o histórico de temperaturas de ambos os casos foi inferior a 15%. As incertezas comumente encontradas nas propriedades levadas em consideração podem ser ainda maiores.

6.5 Estudo de caso - Bloco de apoio - UHE Peixe Angical

O estudo de caso do bloco de apoio da tomada d'água da UHE Peixe Angical permite demonstrar a validade da análise simplificada frente ao modelo mais robusto termoquímico, corroborando o estudo de caso do muro de arrimo. Comparadas às temperaturas medidas, ambas modelagens apresentam coerência e ao mesmo tempo divergência. Enquanto fisicamente o modelo termoquímico é mais representativo da realidade, uma série de outras limitações, tais como:

- dificuldade operacional em simular exatamente a variação da temperatura

ambiente,

- incerteza em relação aos coeficientes de convecção reais,
- influência da radiação térmica,
- concretagem por forma deslizante em vez de lançamento “instantâneo”,
- temperaturas de lançamento variáveis,

permite afirmar que, por melhor que seja o modelo físico teórico da modelagem, as condições de contorno reais são variáveis aleatórias. Sempre irá existir simplificações. A questão da engenharia é adequar a capacidade de previsão às restrições de recursos e prazos para se estudar o fenômeno.

Outro fato que merece ser levado em conta é que o ponto escolhido para comparação, um ponto bem interior da estrutura, é teoricamente o ponto em que a diferença entre a modelagem simplificada e a termoquímica é mínima. Um ponto situado no interior de uma grande massa de concreto tem a evolução de temperatura próxima da elevação adiabática, neste caso em torno de 41°C. A elevação de temperatura máxima do ponto considerado foi de 37°C. Outras estruturas mais esbeltas ou pontos mais próximos à superfície devem apresentar maior diferença.

Outra análise importante a ser feita com este estudo de caso é a consideração das tensões geradas. Escolhida uma mesma função de módulo de elasticidade e fluência para o histórico de temperaturas calculado pela modelagem simplificada e termoquímica, considerando o coeficiente de restrição do ponto igual a 1, tem-se o seguinte histórico de tensões, de acordo com a Figura 103.

- parâmetros da fluência (modelo *Bureau*): $\begin{cases} a = 6 \times 10^{-6} \\ b = 2 \times 10^{-5} \end{cases}$
- equação do módulo de elasticidade (em MPa, sendo t em dias):

$$E(t) = 13200 \frac{t}{4.79+t}$$

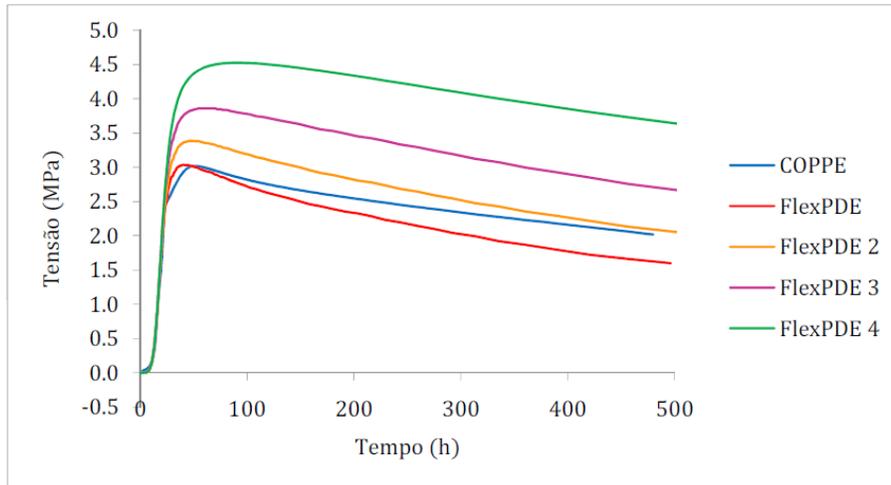


Figura 6.3: Comparativo de tensões Térmico x Termoquímico do Bloco de apoio

As linhas vermelha e azul correspondem à modelagem térmica com o FlexPDE e termoquímica da COPPE. A tendência das curvas de tensão refletem o mesmo comportamento das curvas de temperatura. Enquanto o pico de tensão de compressão coincide para ambas modelagens, o resfriamento mais lento mostrado pela modelagem termoquímica reflete-se na relaxação mais lenta de tensões.

As curvas referidas como FlexPDE 2 e FlexPDE 3 são, respectivamente, as tensões calculadas com coeficiente de fluência sendo a metade do primeiro e depois igual a zero. A curva referida como FlexPDE 4 é considerando o material simplesmente elástico. Este comportamento permite concluir que a influência da função de fluência do cálculo das tensões viscoelásticas é significativamente menor do que se poderia supor. E mais, o cálculo de tensões baseado na equação constitutiva viscoelástica é muito mais relevante do que a escolha da função de fluência. Se o material fosse perfeitamente elástico, a tensão quando o módulo de elasticidade for 12.6 GPa (valor utilizado no cálculo para $t = 92.5\text{h}$) é $\sigma_c = -E \cdot \alpha \Delta T = 12600 \cdot 10^{-5} \cdot (54.9 - 19.0) = 4.53 \text{ MPa}$. Resumindo, tem-se as tensões máximas para as situações analisadas:

- fluência de referência: modelagem COPPE: 3.01 MPa;
modelagem FlexPDE: 3.03 MPa)
- fluência pela metade (FlexPDE 2): 3.39 MPa
- fluência zero (FlexPDE 3): 3.87 MPa
- material perfeitamente elástico: 4.53 MPa

7 *Conclusão*

O estado da arte do conhecimento em tecnologia de concreto é fronteira extremamente dinâmica. Enorme é ainda o potencial de desenvolvimento teórico e experimental. A capacidade de computação dos problemas de engenharia, com novas ferramentas de cálculo, permitem abordagens mais robustas e talvez até mais precisas. Contudo, o grau de especialização exigido para atuação no estado da arte em qualquer assunto, especificamente na tecnologia de concreto, tende a perder-se a visão global dos fenômenos. Sem uma visão global, perde-se a noção de prioridade, ou mesmo de ordem de grandeza das questões envolvidas. Um tecnólogo de concreto ultra-especialista em retração por autodessecação dificilmente conseguirá atuar na solução de um quadro instalado de fissuração, em que ocorre simultaneamente diversos fenômenos. Especialistas em modelagem computacional, muito mais preocupados com a coerência numérica do que com a validação experimental, acostumados a estimar propriedades em lugar de obtê-las experimentalmente, ficariam extremamente supostos ao detectar os enormes desvios entre as modelagens e a realidade; e ainda diriam que é culpa da realidade, pois as contas estão certas!

Podemos resumir a importância da presente dissertação em alguns pontos fundamentais:

- estruturas correntes, tais como laje de reservatório, blocos de fundação e muros de arrimo podem sofrer significativas tensões de origem térmica;
- o uso do coeficiente de restrição em modelagem simplificada das tensões;
- o reconhecimento da importância do cálculo termoquímico para certas estruturas como um efeito de segunda ordem;
- a importância do comportamento viscoelástico do concreto no comportamento estrutural do concreto armado, principalmente em pesquisas no tema;

Um ponto particularmente importante da presente dissertação foi a validação numérica do coeficiente de restrição, adotado desde 1937 por Roy W. Calson na consideração das tensões de origem térmica em barragens. Foi surpreendente verificar que tal coeficiente é exatamente o mesmo sendo o material elástico e viscoelástico, e mais, independente do tempo. É possível conjecturar ainda que, mesmo considerando a

viscoelasticidade com envelhecimento, esta afirmação continua verdadeira. Não seria mais verdadeira no caso da consideração da influência da temperatura nas propriedades mecânicas, elásticas e viscoelásticas. É necessário reconhecer que a termoativação é um efeito de segunda ordem, embora nem sempre secundário. A análise mais completa e robusta em certos casos deve ser realizada. Mas mesmo nestes casos, e esta é a defesa desta dissertação, é relevante a análise simplificada antes da consideração mais complexa. É com a análise simplificada que se adquire a ordem de grandeza das variáveis envolvidas e se considera as diversas hipóteses para um primeiro nível de otimização.

Em relação ao modelo constitutivo do concreto, é evidente que a viscoelasticidade é relevante para descrever o comportamento desse material. Requer-se desenvolvimento teórico que seja termodinamicamente consistente no caso da consideração do envelhecimento químico, que pode não ser termo-reologicamente simples. A física do fenômeno requer ainda ser melhor estudada, pois a consideração incorreta acaba sempre por traduzir-se em erros numéricos bem estranhos. É o que ocorre comumente quando se considera equações de mero ajustamento aos dados de fluência, que nem sempre advém da captura da física do fenômeno. Um caso específico e bastante relevante desse comentário é a consideração dos modelos previsores de fluência. Exceto o modelo do *Bureau*, com os demais apresentados ocorreram problemas numéricos quando aplicados ao cálculo de tensões referido em (?). Esta metodologia de cálculo de tensões viscoelásticas de um ponto advém da aplicação direta da formulação viscoelástica integral. Recursos numéricos adicionais são requeridos para se contornar os problemas encontrados quando se aplica a formulação direta com os modelos previsores relatados.

No capítulo 4, "Propriedades e Modelos Previsores", foram apresentados alguns modelos previsores para as propriedades dependentes do tempo. As funções de tempo tendo como parâmetros os principais fatores influentes na propriedade é de grande importância para as modelagens computacionais. Em especial para a elevação adiabática, buscou-se apresentar uma equação simples que pudesse levar em consideração pelo menos o tipo de cimento, a finura e a temperatura de inicial do ensaio. É necessário pesquisas mais abrangentes para a validação do modelo e a escolha mais correta dos parâmetros para os cimentos nacionais.

Convém ressaltar ainda que, não obstante a busca por novos modelos previsores ser

ocupação constante de pesquisadores em tecnologia de concreto, por mais que se siga a correta metodologia da pesquisa mais moderna, com análise estatística consistente, dificilmente uma pesquisa em tecnologia de concreto conseguiria alcançar resultados de abrangência geral. Certo pesquisador relata que certa equação pode ser utilizada para concretos autoadensáveis, mas pesquisa foi realizada apenas com um tipo de agregado, um tipo de areia, um tipo de cimento. Variou-se o tipo de aditivo, mas diversos fabricantes de aditivos do mesmo tipo produzem materiais completamente diferentes. Dada a enorme quantidade de parâmetros e fatores influentes, dificilmente se consegue a necessária generalidade para a utilização de equações. Daí a importância em se escolher bem as equações a se utilizar em modelagens, de preferência com experiência prévia sobre sua utilização e funcionamento. E ainda, conhecer quais as propriedades mais interferentes no fenômeno estudado e realizar os ensaios necessários para diminuir o grau de incerteza sobre as propriedades utilizadas.

Quanto à importância do tema estudado, considerações acerca do comportamento viscoelástico do concreto permitem vislumbrar consequências relevantes em pesquisas sobre o concreto armado. Nas mais diversas pesquisas em estruturas de concreto armado é comum encontrar variações em resultados que deveriam ser semelhantes da ordem de 30%, 50% ou mesmo 100%! Poucas pesquisas relatam todas as “incoerências” encontradas, expurgando os resultados estranhos. O estudo da viscoelasticidade permite conjecturar que uma causa bastante comum de resultados estranhos é a velocidade de carregamento. O pesquisador, interessado em mapear e fotografar a abertura de fissuras das peças estruturais, parte da premissa que o módulo de elasticidade do concreto endurecido, naquela idade, é igual à do corpo-de-prova que vai à prensa naquela mesma data. Mas o resultado é fortemente influenciado pelo comportamento viscoelástico do concreto, e, portanto, pela velocidade de carga. O controle deste importante fator interveniente no comportamento estrutural do concreto armado torna-se relevante para as pesquisas nesta área.

Como resultado desta pesquisa pode-se difundir um resultado extremamente geral. É proposta uma metodologia de análise de estruturas nas primeiras idades, ou seja, influenciadas pelo problema térmico. Assim, estruturas que atualmente não contam com nenhum critério de verificação, podem contar com uma metodologia de cálculo para o potencial de fissuração baseado nas tensões calculadas de maneira expedita, considerando o

material viscoelástico com envelhecimento, podendo-se adotar medidas simples e de baixo custo para mitigar o risco de fissuração nas primeiras idades.

7.1 Sugestões para futuras pesquisas

Uma vez que a presente dissertação teve como objetivo divulgar uma metodologia simplificada para a consideração do fenômeno térmico em estruturas de concreto, maior parte do esforço foi direcionado a fundamentar e comparar a metodologia simplificada com modelos mais robustos propugnados por outros pesquisadores.

Na linha de modelagens simplificadas e eficiente, respondendo aos limites desta dissertação, como sugestão para futuras pesquisas propõe-se:

- o acoplamento do fenômeno de retração de secagem na modelagem termomecânica simplificada, com a consideração da fluência de secagem juntamente com a fluência básica, bem como a proposição de modelo predictor simplificado para a retração e fluência de secagem;

- a consideração da retração autógena no modelo termomecânico considerado, parcela de deformação que também deve ser descontada da parcela de deformação térmica, bem como a proposição de modelo predictor simplificado para a retração autógena;

- a comparação de modelagens simplificadas com modelagens mais completas para verificação da razoabilidade das aproximações em maior número de casos e tipos.

Não obstante o foco desta dissertação tenha sido apresentar a modelagem termomecânica simplificada, foi comentado o estado da arte sobre o problema térmico e tensional. Durante a dissertação, foi verificado haver grande potencial de pesquisas e melhoria de entendimento teórico em questões específicas, tais como:

- a influência da temperatura modelada particularmente para cada propriedade, após os dados experimentais da propriedade ter sido ajustado por equação analítica; e também a tradução da influência da temperatura por outro modelo mais flexível que é o WLF, bastante comum nas demais engenharias e pouco utilizado na engenharia civil;

- a consideração dos modelos multicomponentes para a geração interna de calor traduzida em termos de série de funções como a função Hill ou Avrami-Erofeev, com a

influência da temperatura diferente para cada termo da série;

- a caracterização viscoelástica do concreto em escala real e da pasta de cimento em escala miniatura, para várias temperaturas de ensaio e para vários níveis e estados de tensão
- a caracterização viscoelástica em ensaios de curta duração no domínio da frequência para separação do efeito do envelhecimento e da influência da temperatura, o que demandaria a especificação de novos equipamentos de ensaio;
- a caracterização direta dos fenômenos acoplados, tal como a fluência sob secagem e sob variação de temperatura, para o entendimento das inter-relações dos fenômenos caracterizados separadamente.

Por fim, a modelagem multi-escala de material compósito à base de cimento, material viscoelastoplástico sujeito ao envelhecimento e à influência da temperatura, dentro de um quadro teórico termo-químico-higro-mecânico acoplado, com otimização do processo construtivo, parece ser um patamar extremamente promissor para a qualidade, precisão e rapidez de resposta em ritmo de produção. Os processos construtivos tem sido cada vez mais exigentes em termos de prazo, atropelando a capacidade de experimentação, porque a realização de ensaios requer tempo. A modelagem multi-escala pode permitir passar de uma caracterização completa e extremamente rápida de amostras em miniatura, com mínimo gasto de materiais, à modelagem do comportamento do material compósito em escala real. A técnica de modelagem multi-escala tem ganhado relevância nos últimos anos (SOUZA, 2009, 2010a e 2010b). Técnicas de homogeneização, como o Método da Zona Coesiva, são aplicadas aos componentes com propriedades previamente conhecidas, tais como os agregados e a pasta de cimento, para a previsão do comportamento do concreto integral. Esta técnica mostra-se adequada para a análise de materiais compósitos em geral, especificamente para o concreto com adição de fibras, ou mesmo para a modelagem do concreto armado.

Se enormes são os desafios, tanto mais promissores são os resultados, que hão de vir como consequência de esforço constante e bem orientado.

Bibliografia

ALTENBACH, H.; NAUMENKO, K.; GORASH, Y. Numerical benchmarks for creep-damage modeling. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, April 2008.

ALVES, Iuri Alves. *Solução em paralelo de um modelo termo-químico-mecânico para concreto jovem*. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Report on Early-Age Cracking: Causes, Measurement, and Mitigation*. Farmington Hills, 2010.

_____. *Report on Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures*. Farmington Hills, 2009.

_____. *Report on Thermal and Volume Change Effects on Cracking of Mass Concrete*. Farmington Hills, 2007.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *ASTM C 1074: Standard Practice for Estimating Concrete Strength by the Maturity Method*. West Conshohocken, PA, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 12006: Cimento – Determinação do calor de hidratação pelo método da garrafa de Langavant*. Rio de Janeiro, 1990.

_____. *NBR 12819: Concreto e argamassa – Determinação da elevação adiabática da temperatura*. Rio de Janeiro, 1993.

_____. *NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos - Método de ensaio*. Rio de Janeiro, 1994.

_____. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto: procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

AURICH, Mauren. *Simulação computacional do concreto nas primeiras idades*. Tese (Doutorado em Engenharia) — Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

AZENHA, Miguel Ângelo Dias. *Comportamento do betão nas primeiras idades: Fenomenologia e análise termo-mecânica*. Dissertação (Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2004.

AZENHA, Miguel Ângelo Dias. *Numerical simulation of the structural behaviour of concrete since its early ages*. Tese (Doctor of Philosophy in Civil Engineering) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2009.

BAMFORTH, P. *et al. Properties of concrete for use in Eurocode 2*. CCIP-029. The Concrete Centre, January, 2008.

BAŽANT, Z.P. Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete. *Materials and Structures*, v. 5, n. 3, p. 135–141, 1972. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02539255>.

BAŽANT, Z.P.; OSMAN E. Double power law for basic creep of concrete. *Materials and Structures. RILEM*, v. 9, n. 49, 1976.

BENAMEUR, H.K.; WIRQUIN, E.; DUTHOIT, B. Determination of apparent activation energy of concrete by isothermal calorimetry. *Cement and Concrete Research*, v. 30, p. 301–305, 2000.

BENBOUDJEMA, F. e TORRENTI, J.M. Early-age behaviour of concrete nuclear containment. *Nuclear Engineering and Design*, v. 238, p. 2495–2506, 1983.

BENTZ, D.P. A review of early-age properties of cement-based materials. *Cement and concrete research*, v. 38, p. 196–204, 2008.

BETTEN, J. *Creep Mechanics*. 3 ed. Berlin: Springer, 2008.

BISHNOI, S. e SCRIVENER, K.L. Studying nucleation and growth kinetics of alite

hydration using [mu]ic. *Cement and Concrete Research*, v. 39, n. 10, p. 849 – 860, 2009. ISSN "0008-8846".

BREUGEL, K. VAN. *Artificial cooling of hardening concrete*. Tese (Doutorado) — Delft University of Technology, Delft, 1980.

BREUGEL, K. VAN. *Simulation of Hydration and Formation of Structure in Hardening Cement-Based Materials*. Tese (Doutorado) — Delft University of Technology, Delft, 1991.

BRINSON, Hal F.; BRINSON, L. Catherine. *Polymer engineering science and viscoelasticity, an introduction*. New York: Springer, 2008.

BRITO NETO, Antônio de Assis. *Incorporação de aspectos metrológicos na simulação estrutural em materiais viscoelásticos*. Tese (Doutor em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

BRODA, M.; WIRQUIN, E.; DUTHOIT, B. Conception of an isothermal calorimeter for concrete-determination of the apparent activation energy. *Materials and Structures (RILEM)*, v. 35, p. 389–394, August 2002.

BYFORS, J. Plain concrete at early ages. *Swedish Cement and Concrete Research Institute*. Stockholm, 1980.

CALMON, João Luiz. *Estudio térmico y tensional en estructuras masivas de hormigón: Aplicacion a las presas durante la etapa de construcción*. Tese (Doctorale) — Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, 1995.

CARINO, N. J. The maturity method: theory and application. *Journal of Cement, Concrete, and Aggregates (ASTM)*, v. 6, n. 2, p. 61–73, 1984.

CARINO, N. J.; LEW, H. S. Temperature effects on strength-maturity relations of mortar. *ACI Materials Journal*, v. 80, n. 3, p. 177–182, 1983.

- CARINO, N. J.; LEW, H. S. *The maturity method: from theory to application*. 2001.
- CARINO, N. J.; TANK, R. C. Maturity functions for concrete made with various cements and admixtures. *ACI Materials Journal*, v. 89, n. 2, p. 188–196, 1992.
- CARLSON, R. W. Drying shrinkage of large concrete members. *ACI Journal*, v. 33, p. 327–336, 1937.
- CARLSON, R. W. *Memorandum to Dr. Flávio H. Lyra. Subject: Itaipu concrete*. December, 1975.
- CARLSON, R. W.; HOUGHTON, D. L.; POLIVKA, M. Causes and control of cracking in reinforced mass concrete. In: *Journal Proceedings*. Detroit-USA: American Concrete Institute, 1979. p. 821–837.
- CARVALHO, Adriano dos Guimarães de. *Energia de ativação dos concretos: experimentação e modelagem*. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2002.
- CEZARIO, Flávio. *Uma formulação para o método dos elementos de contorno aplicada a problemas viscoelásticos lineares, quasi-estáticos e dinâmicos, no domínio do tempo*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2009.
- CHAMILCO, Gusmán Eulalio Isla. *Modelagem computacional micromecânica de Poro-viscoelasticidade*. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) — Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, 2006.
- D'ALOIA, L. e CHANVILLARD, G. Determining the apparent activation energy of concrete: Ea-numerical simulations of the heat of hydration of cement. *Cement and Concrete Research*, v. 32, n. 8, p. 1277–1289, 2002.
- EMBORG, M. *Temperature stresses in massive concrete structures – Viscoelastic models and laboratory tests*. Tese (Licentiate Thesis) — Division of Structural Engineering, Lulea University of Technology, Lulea, Swedish, 1985.

FAIRBAIRN, E. M. R.; TOLEDO, R. D.; RIBEIRO, F. L. B.; SILVOSO, M. M.; GUERRA, E. A.; FERREIRA, I. A. *Modelagem do concreto a poucas idades com aplicações em barragens: Novos paradigmas e novas soluções*. 2007. Parceria FURNAS/COPPETEC (não publicado).

FARIA, Étore Funchal. *Predição da exotermia da reação de hidratação do concreto através de modelo termo-químico e modelo de dados*. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2004.

FERREIRA, D.; AZENHA, M.; FARIA, R. Monitorização do comportamento do betão nas primeiras idades: Validação experimental de modelos numéricos. *Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões, APAET, Mecânica Experimental*, v. 16, p. 25–37, 2008.

FINDLEY, W.N.; LAI, J.S.; ONARAN, K. *Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials*. Dover: New York, 1989.

FLUGGE, W. *Viscoelasticity*. 2 ed. Berlin: Springer-Verlag, 1978.

FREIESLEBEN HANSEN, P.; PEDERSEN, E.J. Maturity computer for controlled curing and hardening of concrete. *Nordic Concrete Research*, v. 1, p. 21–25, 1977.

FURNAS, EQUIPE DE. *Concretos massa, estrutural, projetado e compactado com rolo-Ensaio e propriedades*. São Paulo: PINI, 1997. Laboratório de Concreto.

GAMBALE, E. A.; FONTOURA, J. T.; GUEDES, Q. M.; PACELLI, W. A. Resolução numérica do modelo viscoelástico linear com envelhecimento do concreto e sua aplicação no cálculo das tensões de origem térmica em barragens de CCR. In: *34 REIBRAC*. Curitiba: IBRACON, 1992.

GAMBALE, A. G.; FONTOURA, J. T.; PIMENTA, M. D.; GUEDES, Q. M. A evolução da tensão obtida a partir da deformação medida em um material viscoelástico. In: *XXV Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural*. Porto Alegre, 1991.

GUTHS, Saulo. *Anémomètre a effet Peltier e fluxmètre thermique - conception et*

réalisation: Application a l'étude de la convection naturelle. Tese (Doutorado em Ciências Térmicas) — Université D'artois, 1994.

FREIESLEBEN HANSEN, P.; JENSEN, O.M. A sample holder for the study of isothermal heat of hydration of cement. *Materials and Structures (RILEM)*, v. 31, p. 133–136, March 1998.

HOUGHTON, D.L. Determining tensile strain capacity of mass concrete. In: *Journal Proceedings*. American Concrete Institute, 1976. v. 73, p. 691–700.

INCROPERA, F. P. et.al. *Fundamentos transferência de calor e massa*. 6 ed.. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

KIM, Y. R.; GUDDATI, M. N.; UNDERWOOD, B. S.; YUN, T. Y.; SUBRAMANIAN, V. *Development of a Multiaxial Viscoelastoplastic Continuum Damage Model for Asphalt Mixtures*.. Report No. FHWA-HRT-08-073. Federal Highway Administration, 2009.

KIM, Y. Richard. *Modeling of asphalt concrete*. 1. ed. ASCE Press, McGrawHil Construction, 2009. Ebook.

KUPERMAN, S.C. Brazilian roller compacted concrete dams – past, present and future. *Proceedings International Symposium on RCC Dams*, Santander, Spain, IECA-CNEGP, Vol. 3, pp. 1323-1349, 1995.

LACKNER, R.; MANG, H. A. Chemoplastic material model for the simulation of early-age cracking: From the constitutive law to numerical analyses of massive concrete structures. *Cement & Concrete Composites*, v. 26, n. 5, p. 551–562, July 2004.

LIDUÁRIO, Alfredo Santos. *Contribuição ao estudo das propriedades térmicas do concreto convencional na presença das adições minerais*. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil). Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2006.

MACHIDA, N.; UEHARA, K. Nonlinear thermal stress analysis of a massive concrete structure. *Pergamon Journals - Computers & Structures*, v. 26, n. 12, p. 287–296, 1987.

MAEKAWA, K.; CHAUBE, R.; KISHI, T. *Modelling of concrete performance*. E & FN SPON., 1999.

MASE, G. Thomas e MASE, George E. *Continuum mechanics for engineers*. 2 ed.. ed. New York: CRC Press LLC, 1999.

MEHTA, P. Kumar e MONTEIRO, Paulo J. M. *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. São Paulo: PINI, 2008.

MENCZEL, J. D. e PRIME, R. B. *Thermal analysis of polymers, fundamentals and applications*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009.

MESHAKA, Yves. *Couplage thermomécanique et approche non entière de l'irréversibilité en viscoélasticité*. Tese (Doctorale) — Institut National Polytechnique de Lorraine, Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, Vandoeuvre, 2002.

MURCIA, Juan Vela. *Formulaciones tridimensionales de la retracción y la fluencia del hormigón: Significado y errores de las-extrapolaciones unidimensionales de la fluencia*. *Revista Hormigón y Acero*, 1995.

NEVILLE, Adam. M. *Creep of concrete: plain, reinforced and prestressed*. Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1970.

NEVILLE, Adam. M. *Propriedades do Concreto*. 2. ed. São Paulo: PINI, 1997. Tradução: Salvador E. Giammusso.

PILEGGI, R. G. *Ferramentas para o Estudo e Desenvolvimento de Concretos Refratários*. Tese (Doutor em Engenharia e Ciência dos Materiais). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. 204p.

PINTO, Roberto Caldas A. *The effect of curing temperatures on the development of mechanical properties of fresh and hardened high-strength silica fume mixtures - A maturity approach*. Tese (Philosophy Doctor) — Cornell University, Ithaca (NY), 1997.

PINTO, R. C. A.; HOVER, K. C. Application of maturity approach to setting time. *ACI*

Materials Journal, v. 96, n. 6, p. 686–691, 1999.

PINTO, Roberto Caldas de Andrade. Determinação da energia aparente de ativação da hidratação do cimento. *e-Mat - Revista de Ciência e Tecnologia de Materiais de Construção Civil*. Vol. 1, n. 2, p. 95-104, Novembro, 2004.

QUARCIONI, V. A.; CINCOTTO, M. A. Influência da cal hidratada nas idades iniciais da hidratação do cimento portland: estudo em pasta. *Boletim Técnico - BT/PCC/506*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008.

REDDY, J.N. *An Introduction to the Finite Element Method*. 2 ed.. ed. New York: McGrawHill, 1993.

RODRIGUES, Giana Sousa Sena. *Contribuição ao estudo da retração e da fluência e seus mecanismos de atuação a baixas idades em concretos estruturais*. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil). Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

SANTOS, Sérgio Botassi dos. *Uma contribuição ao estudo do comportamento termomecânico de estruturas maciças de concreto: modelagem viscoelástica linear e aplicações*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

SASSONE, M.; CHIORINO, M. A. Design aids for the evaluation of creep induced structural effects. In: GARDNER, D. J.; WEISS, J. (Ed.). *SP-227: Shrinkage and Creep of Concrete*. American Concrete Institute, 2005. Special Publication 11, p. 239–259. Disponível em: <http://areeweb.polito.it/ricerca/creepanalysis/Designaids.pdf>.

SAUL, A. G. A. Principles underlying the steam curing of concrete at atmosphere pressure. *Magazine of Concrete Research*, p. 127–140, March 1951.

SCHAPERLY, R.A. A method of viscoelastic stress analysis using elastic solutions. *Journal of The Franklin Institute*, v. 279, p. 268–289, 1965.

SILVEIRA, Antônio F. da. *As variações de temperatura nas barragens*. Memória N° 177,

Laboratório Nacional de Engenharia Civil-LNEC. Lisboa, 1961.

SILVOSO, Marcos Martinez. *Modelagem numérica do concreto a poucas idades*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

SILVOSO, Marcos Martinez. *Otimização da Fase Construtiva de Estruturas de Concreto em Face dos Efeitos da Hidratação via Algoritmos Genéticos*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

SOUZA, Flávio Vasconcelos. *Modelo multi-escala para análise estrutural de compósitos viscoelásticos suscetíveis ao dano*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) — Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005.

SOUZA, Flávio Vasconcelos. *Multiscale Modeling of Impact on Heterogeneous Viscoelastic Solids with Evolving Microcracks*. Tese (Doctor of Philosophy) — Department of Engineering Mechanics, University of Nebraska, Lincoln-Nebraska, 2009.

SOUZA, Flavio V.; ALLEN, David H. Modeling failure of heterogeneous viscoelastic solids under dynamic/impact loading due to multiple evolving cracks using a two-way coupled multiscale model. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, v. 14, n. 2, p. 125–151, May 2010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11043-009-9099-4>.

SOUZA, Flavio V.; ALLEN, David H. Multiscale modeling of impact on heterogeneous viscoelastic solids containing evolving microcracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 82, n. 4, p. 464–504, April 2010.

TRANSPORTATION RESEARCH BOARD. *Control of Cracking in Concrete, State of the Art*. Circular, Number E-C107. October, 2006.

ULM, Josef-Franz.; COUSSY, Olivier. Modeling of thermochemomechanical couplings of concrete at early ages. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 121, n. 7, p. 785–794, December 1995.

ULM, Josef-Franz.; COUSSY, Olivier. Strength growth as chemo-plastic hardening in early age concrete. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 122, n. 12, p. 1123–1132, December 1996.

ULM, Josef-Franz.; COUSSY, Olivier. Couplings in early-age concrete: from material modeling to structural design. *International Journal of Solids and Structures*, v. 35, n. 31, p. 4295–4311, November 1998.

ULM, F.-J.; COUSSY, O.; BAŽANT, Z.P. The “chunnel” fire I: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete. II: Analysis of concrete damage. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 125, n. 3, p. 283–289, March 1999.

U.S. BUREAU OF RECLAMATION. *Thermal Properties of Concrete, Boulder Canyon Project Final Reports, Part VII, Bulletin 1*. Denver, Colorado, 1940.

U.S. BUREAU OF RECLAMATION. *Control of Cracking in Mass Concrete Structures*. Denver, Colorado, 1965.

XIONG, X.; BREUGEL, K. van. Isothermal calorimetry study of blended cements and its application in numerical simulations. *HERON*, v. 16, n. 3, 2001.

YE, G.; SUN, Z.H.; VOIGT, T.; BREUGEL, K. van; SHAH, S.P. A micromechanical model for characterization of cement paste at early age validated with experiments. *International RILEM Symposium on Concrete Science and Engineering*, p. 1–11, 2004.

ZIENKIEWICZ, O.C. *The Finite Element Method in Engineering Science*. Londres, Reino Unido: McGrawHill, 1971.

ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L. *El Método de los Elementos Finitos*. 6 ed. Vols. 1 e 2. Barcelona, Espanha: CIMNE, 2008.

ZOBEIRI, Nima. *Viscoelastic constitutive models for evaluation of residual stresses in thermoset composites during cure*. Tese (Doctor of Philosophy) — Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, 2006.

