

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA,
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE
CONCRETO COM FIBRAS UTILIZANDO
MECÂNICA DO DANO**

WANDERLEI MALAQUIAS PEREIRA JUNIOR

D0095E14
GOIÂNIA
2014

WANDERLEI MALAQUIAS PEREIRA JUNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE
CONCRETO COM FIBRAS UTILIZANDO
MECÂNICA DO DANO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Mecânica das Estruturas

Orientador: Prof. Dr. José Julio de Cerqueira Pituba

Co-Orientador: Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo

D0095E14
GOIÂNIA
2014

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)
GPT/BC/UFG**

P436a

Pereira Junior, Wanderlei Malaquias

Análise numérica de estruturas de concreto com fibras utilizando mecânica do dano [manuscrito] / Wanderlei Malaquias Pereira Junior. - 2014.

157 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. José Julio de Cerqueira Pituba, Co-Orientador: Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil, 2014.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras, tabelas, abreviaturas e símbolos.

1. Estruturas de concreto 2. Engenharia civil 3. Vigas de concreto armado. I. Título.

CDU 624.012.3

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):		WANDERLEI MALAQUIAS PEREIRA JUNIOR	
CPF:		024.806.551-30	
E-mail:		w.junioreng@gmail.com	
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? <input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não			
Vínculo empregatício do autor:		Nenhum	
Agência de fomento:		Campanha Nacional de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior	Sigla: CAPES
País:	Brasil	UF: Go	CNPJ: 13.164.235 / 0001 - 60
Título:		Análise numérica de estruturas de concreto com fibras utilizando mecânica do dano	
Palavras-chave:		Mecânica do dano, plasticidade, concreto com fibras de aço, flexão.	
Título em outra língua:		Numerical analysis of concrete reinforced with steel fibers structures using damage mechanics	
Palavras-chave em outra língua:		Damage mechanics, plasticity, concrete reinforced with fibers, flexural	
Área de concentração:		Mecânica das Estruturas	
Data defesa: (dd/mm/aaaa)		21/08/2014	
Programa de Pós-Graduação:		Programa de Pós-graduação em Geotecnia, Mecânica das Estruturas e Construção civil	
Orientador (a):		José Júlio de Cerqueira Pituba	
E-mail:		julio.pituba@pq.cnpq.br	
Coorientador (a):		Daniel de Lima Araújo	
E-mail:		araujodl@terra.com.br	

3. Informações de acesso ao documento:

Liberação para disponibilização?¹ total parcial

Em caso de disponibilização parcial, assinale as permissões:

Capítulos. Especifique: _____

Outras restrições: _____

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O Sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Wanderlei Malaquias Pereira Junior
Assinatura do (a) autor (a)

Data: 21 / 08 / 2014

¹ Em caso de restrição, esta poderá ser mantida por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Todo resumo e metadados ficarão sempre disponibilizados.



Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil

FOLHA DE APROVAÇÃO

Análise Numérica de Estruturas de Concreto com Fibras Utilizando Mecânica do Dano

Wanderlei Malaquias Pereira Junior

Dissertação defendida e aprovada pela banca constituída pelos senhores:


Prof. Dr. José Júlio de Cerqueira Pituba (GECON/UFG)


Prof.ª Dr.ª Sylvania Regina Mesquita de Almeida (GECON/UFG)


Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei (PEU-UEM)

Goiânia, 21 de agosto de 2014

*A Marlúcia, Wanderlei e Rayssa...pelo apoio incondicional nesta jornada que só eles sabem
como foi difícil.*

A Lettícia, minha companheira, sou eternamente grato...

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter me dado bastante força para chegar ao fim desta jornada tão árdua.

Em especial a minha Madrinha que desde o princípio me encoraja a participar ativamente da vida acadêmica e alçar voos mais altos.

Aos amigos de velha data e aos novos amigos formados durante este período, principalmente aqueles que participaram das inúmeras madrugadas resolvendo listas e listas. Também em especial ao Rodolfo pela grande ajuda durante este período.

Aos professores do GECON deixo meus agradecimentos por terem conduzido com grande sabedoria e perícia todos esses anos de ensinamentos a nós alunos e pela grande contribuição na nossa formação como profissionais. Em especial aos professores José Julio e Daniel que com muita paciência, dedicação e competência me orientarão durante este trabalho.

A todos que, de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

À CAPES pelo auxílio financeiro.

“Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá.”

(Ayrton Senna)

RESUMO

O trabalho trata de uma contribuição à modelagem numérica do comportamento mecânico de estruturas de concreto com fibras de aço utilizando modelos constitutivos baseados na Mecânica do Dano. O mesmo, apresenta a formulação de um modelo de Dano proposto que admite o concreto como material inicialmente isótropo e elástico, mas com a evolução do processo de danificação o material exhibe deformações plásticas, anisotropia e bimodularidade induzidas pelo dano. A incorporação das fibras na modelagem é efetuada através de um procedimento de homogeneização. O modelo constitutivo para o concreto, assim como a técnica de homogeneização para tratar do caso do concreto com fibras são implementados em um programa para análise de estruturas de barras com elementos finitos estratificados em camadas. A identificação paramétrica do modelo constitutivo, juntamente com a proposta de homogeneização, é realizada utilizando resultados experimentais encontrados na literatura. Por fim, análises numéricas de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço e sujeitas à flexão são conduzidas no sentido de avaliar a aplicabilidade do modelo constitutivo tratado neste trabalho. Procura-se, assim, contribuir para o estudo da deformabilidade de vigas de concreto fibroso em serviço, com o intuito de agregar resultados e discussões numa futura proposta de norma técnica brasileira para este tipo de estrutura.

Palavras-chave: mecânica do dano, plasticidade, concreto com fibras de aço, flexão.

ABSTRACT

The work is a contribution to the mechanical numerical modeling of concrete structures with steel fibers using constitutive models based on Damage Mechanics behavior. The same, presents the formulation of a model proposed Damage admits that the concrete as initially isotropic elastic material, but with the evolution of the damage process, the material exhibits plastic deformations, anisotropy and bimodularidad induced damage. The incorporation of fibers in the modeling is performed through a homogenization procedure. The constitutive model for the concrete as well as the homogenization technique for dealing with the case of fiber concrete are implemented on a structural analysis program bar finite element laminated in layers. The parametric identification of the constitutive model together with the proposed homogenization is carried out using experimental results from the literature. Finally, numerical analysis of reinforced concrete beams reinforced with steel fibers and subjected to bending are conducted to assess the applicability of the constitutive model considered in this work. An attempt is thus contribute to the study of the deformation of fibrous concrete beams in service, in order to aggregate results and discussions in a future proposal of Brazilian technical standard for this type of structure.

Keywords: damage mechanics, plasticity concrete with steel fibers bending

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Microestrutura do concreto	35
Fonte: Disponível em:< http://dc106.4shared.com/doc/i7qoAVVR/preview.html > Acesso em : 21 de novembro de 2012.	35
Figura 2.2 - Formação de uma superfície de fratura (adaptado pelo autor - IBRACON, 2005)	37
Figura 2.3 - Modo I de fraturamento (BARBIRATO, 1999)	38
Figura 2.4 - Modo II de fraturamento (BARBIRATO, 1999).....	38
Figura 2.5 - Modo III de fraturamento (BARBIRATO, 1999).....	38
Figura 2.6 - Danificação em tração com início na zona de interface (MAZARS, 1984).....	39
Figura 2.7 - Comportamento de isotropia transversal em tração uniaxial no concreto (PITUBA,2003)	39
Figura 2.8 - Danificação em compressão com início na zona de interface (BUYUKOZTURK <i>et al.</i> 1971 <i>apud</i> PITUBA 2003).	40
Figura 2.9 - Fibra de aço corrugado	43
Fonte: Disponível em:< http://pt.aliexpress.com/item/Corrugation-Steel-Fiber/302132127.html >. Acesso em: 06 de março de 2013.	43
Figura 2.10 - Fibra com ganchos nas extremidades e seção retangular	44
Fonte: Disponível em:< http://pt.made-in-china.com/co_lenscenfiber/product_Steel-Fiber-Hooked-End-for-Concrete_hihnshgrg.html >. Acesso em: 06 de março de 2013.	44
Figura 2.11 - Fibra com ganchos nas extremidades e seção circular	44
Fonte: Disponível em:< http://www.cofercan.net.br/images/construcaocivil/dramix.pdf >. Acesso em: 06 de março de 2013.	44
Figura 2.12 – Efeito da evolução das trincas no concreto simples (FIGUEIREDO, 2000)	48
Figura 2.13 -Efeito da evolução das trincas no CRFA (FIGUEIREDO, 2000)	48
Figura 2.14 - Representação de uma fissura no concreto reforçado com fibras (adaptado – WECHARATANA;SHAH, 1983 <i>apud</i> PASA, 2007)	49
Figura 2.15 - Representação do arrancamento da fibra da matriz (adaptado pelo autor - BENTUR; MINDESS, 1990)	51

Figura 2.16 – Esquema de tensões e deformações: a) Deformações na fibra; b) Distribuições de tensões de cisalhamento ao longo da interface fibra-matriz (adaptado pelo autor – BENTUR; MINDESS, 1990)	51
Figura 2.17 - Representação das tensões de cisalhamento na interface (BENTUR; MINDESS,1990)	52
Figura 2.18 - Distribuição das tensões de cisalhamento na interface fibra-matriz após a fissura quando o deslocamento ocorre antes (a) e após a fissuração (b) (BENTUR; MINDESS, 1990)	52
Figura 2.19 – Diagrama simplificado de força de arrancamento por escorregamento - adaptado Bartos (1980)	53
Figura 2.20 - Curva carga deflexão influenciada pelo volume de fibras (FIGUEIREDO, 2000)	54
Figura 2.21 – Distribuições possíveis de tensão ao longo de uma a fibra em função do comprimento crítico (BENTUR; MINDESS, 1990)	56
Figura 2.22 - Influência do volume de fibras na curva tensão deformação para situação de compressão (BENTUR; MIDNESS, 1990)	57
Figura 2.23 - Corpo de prova com fibra de aço rompido à compressão axial (MOSCATELLI, 2011)	58
Figura 2.24 - Curvas tensão x deformação para diferentes tipos de concentração de fibras (adaptado pelo autor - JÚNIOR <i>et al.</i> , 2010): a) Concreto simples, b) Concreto reforçado com fibras (volume de fibras de 1%), c) Concreto reforçado com fibras (volume de fibras de 2%);	59
Figura 2.25 - Curva tensão x deformação normalizada em função da tensão (DHAKAL <i>et al.</i> , 2005)	60
Figura 2.26 - Diagrama idealizado por Velasco (2008)	61
Figura 2.27 - Curva carga <i>versus</i> deslocamento típica para tensão de tração em CRFA (VISALVANICH; NAAMAN, 1983 <i>apud</i> ACI 544.4R-88, 1988)	63
Figura 2.28 - Diagrama tensão <i>versus</i> deformação pré nucleação (VELASCO,2008)	65
Figura 2.29 - Modelo tri-linear idealizado por Velasco (2008)	66
Figura 2.30 - Curva típica para relação carga x deslocamento para flexão (ACI 544.1R-96) .	68
Figura 2.31 - Resultados de resistência a Flexão para o CRFA (adaptado pelo autor - MOSCATELLI, 2001)	69

Figura 2.32 - Prisma ensaiado à flexão (adaptado pelo autor - MOSCATELLI, 2011).....	69
Figura 2.33 - Sólido representativo com modelo de tensões e deformações (PITUBA, 2003)	71
Figura 2.34 - Elemento sólido do qual é extraído o volume representativo (PITUBA, 1998).	72
Figura 2.35 - Conceito de deformação equivalente (PITUBA, 1998).....	74
Figura 2.36 - Esboço da variação do módulo de elasticidade de um material que apresenta danificação (GUELLO, 2002)	75
Figura 2.37 - Conceito de tensão equivalente (PITUBA, 1998)	76
Figura 3.1 - Modelo elasto-plástico perfeito para armaduras (PASA, 2007).....	79
Figura 3.2 - Elemento finito empregado no código computacional (PITUBA, 2003).....	88
Figura 3.3 - Modelo do comportamento da interface fibra / matriz (LA BORDERIE, 1991) .	92
Figura 3.4 – Comportamento carga <i>versus</i> deslocamento numérico sobre efeito de compressão direta.....	94
Figura 3.5 – Comportamento carga <i>versus</i> deslocamento numérico sobre efeito de tração direta.....	94
Figura 3.6 - Modelo de viga proposta por Lacerda e Pituba (2012).....	95
Figura 3.7 – Comportamento carga <i>versus</i> deslocamento numérico da viga de Lacerda e Pituba (2012) sobre flexão a 4 pontos.	95
Figura 4.1 – Avaliação do parâmetro Y01 PITUBA, 2003.....	97
Figura 4.2 – Avaliação do parâmetro A1 PITUBA, 2003.....	98
Figura 4.3 – Avaliação do parâmetro B1 PITUBA, 2003.....	98
Figura 4.4 – Avaliação do parâmetro $\beta 1$ (PITUBA, 2003).....	98
Figura 4.5 – Avaliação do parâmetro Y02 PITUBA, 2003.....	99
Figura 4.6 - Avaliação do parâmetro A2 PITUBA, 2003.....	99
Figura 4.7 - Avaliação do parâmetro B2 (PITUBA,2003).....	100
Figura 4.8 - Avaliação do parâmetro $\beta 2$ (PITUBA,2003).....	100
Figura 4.9 - Avaliação I do parâmetro σ_{pic}	102
Figura 4.10 - Avaliação II do parâmetro σ_{pic}	102
Figura 4.11 - Avaliação I do parâmetro ϵ_{rupt}	103
Figura 4.12 - Avaliação II do parâmetro ϵ_{rupt}	103
Figura 4.13 - Avaliação I do parâmetro σ_s	105
Figura 4.14 - Avaliação II do parâmetro σ_s	105

Figura 4.15 – Avaliação da superfície de influência dos parâmetros da proposta de homogeneização de La Borderie (1991) em conjunto com o modelo de dano de Pituba e Fernandes (2011).	108
Figura 5.1 - Comparação da curva tensão <i>versus</i> deformação numérica e experimental, de Velasco (2008), para situação de compressão	111
Figura 5.2 - Comparação da curva tensão <i>versus</i> deformação numérica e experimental, de Velasco (2008), para situação de tração axial	112
Figura 5.3 - Comparação entre as curvas carga <i>versus</i> deslocamento numérica e experimental para situação flexão a 4 pontos.....	113
Figura 5.4 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 1,0% de fibras.	114
Figura 5.5 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 1,5% de fibras.	114
Figura 5.6 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 2,0% de fibras.	115
Figura 5.7 – Representação gráfica do dano a tração no prisma de concreto com 1,0% de fibras de aço.....	116
Figura 5.8 - Representação gráfica do dano a tração no prisma de concreto com 1,5% de fibras de aço.....	117
Figura 5.9- Representação gráfica do dano a tração no prisma de concreto com 2,0% de fibras de aço.....	117
Figura 5.10 - Evolução do dano na 1º camada em função dos elementos do prisma.....	118
Figura 5.11- Flexão em 4 pontos utilizada para identificação das variáveis de fibras.....	120
Figura 5.12 - Comparação da curva carga <i>versus</i> deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto sem fibras.....	120
Figura 5.13 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 2.0% de fibras.	122
Figura 5.14 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 2.5% de fibras.	122
Figura 5.15 - Geometria da viga experimentada por Lopes (2005).....	123
Figura 5.16- Modelo de armadura da viga experimentado por Lopes (2005).....	124
Figura 5.17 - Representação esquemática da estratificação da viga de Lopes (2005)	124

Figura 5.18 - Resultado numérico do modelo <i>versus</i> experimental da viga de Lopes (2005)	125
Figura 5.19 – Avaliação a 53 kN do dano a tração na viga V2 de concreto com concentração de 2,00% de fibras	126
Figura 5.20 - Avaliação a 63 kN do dano a tração na viga V2 de concreto com concentração de 2,00% de fibras	126
Figura 5.21 - Avaliação a 68 kN do dano a tração na viga V2 de concreto com concentração de 2,00% de fibras	126
Figura 5.22 - Avaliação da evolução do dano a em função do elemento na 1º camada.....	127
Figura 5.23 - Avaliação do dano a tração no carregamento de 85,8 kN onde foi determinado o mapeamento experimental das fissuras da Viga V2 de Lopes (2005).....	127
Figura 5.24 - Mapeamento de fissuras Lopes (2005)	128
Figura 5.25 - Curva numérica <i>versus</i> experimental do corpo de prova da viga V9 de Oliveira (2007) com 1,25% de fibras	132
Figura 5.26 - Curva numérica <i>versus</i> experimental do corpo de prova da viga V8 de Oliveira (2007) com 0,75% de fibras	133
Figura 5.27 - Curva numérica <i>versus</i> experimental do corpo de prova de 100 mm x 100 mm x 450 mm da viga V7 de Oliveira (2007) com 0,50% de fibras.....	134
Figura 5.28 - Curva numérica x experimental do corpo de prova de 150 mm x 150 mm x 500 mm da viga V7 de Oliveira (2007) com 0,50% de fibras.....	135
Figura 5.29 - Curva numérica x experimental do corpo de prova de 200 mm x 200 mm x 800 mm da viga V7 de Oliveira (2007) com 0,50% de fibras.....	135
Figura 5.30- Dimensões, em milímetros, da viga experimentada por Oliveira (2007)	136
Figura 5.31 - Modelo de viga com armadura experimentada por Oliveira (2007).....	136
Figura 5.32 - Resultado numérico <i>versus</i> experimental da viga V7 de Oliveira (2008)	138
Figura 5.33 - Danificação a tração na viga V7 para força de 44,75 kN	139
Figura 5.34 - Danificação a tração na viga V7 para força de 60 kN	139
Figura 5.35 - Comparação do dano na primeira camada dos elementos	140
Figura 5.36 - Carga <i>versus</i> deslocamento numérico e experimental da viga V8 de Oliveira (2008)	141
Figura 5.37 - Avaliação da Danificação a tração da viga V8 de Oliveira (2008)	142
Figura 5.38 - Danificação numérica por elemento na 1º camada da viga	143

Figura 5.39 – Carga <i>versus</i> deslocamento numérico e experimental da viga V9 de Oliveira (2008)	144
Figura 5.41- Identificação paramétrica através da viga V7 com 0,5% de fibras.....	147
Figura 5.42 - Identificação paramétrica através da viga V8 com 0,75% de fibras.....	147
Figura 5.43 - Identificação paramétrica através da viga V9 com 1,25% de fibras.....	148

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Tipos de fibras de aço e suas classificações (adaptado pelo autor – FIGUEIREDO <i>et al.</i> , 2008).....	46
Tabela 4.1 – Parâmetros de dano e módulo de elasticidade utilizados por Pituba (2003).	97
Tabela 4.2 – Parâmetros de referência do modelo de homogeneização.	101
Tabela 4.3 – Parâmetros de do modelo de dano e módulo de elasticidade.	101
Tabela 4.4 – Avaliação da carga de pico em função das combinações dos parâmetros da proposta de homogeneização de La Borderie (1991).....	107
Tabela 5.1 - Características da fibra de aço segundo Velasco (2008).....	110
Tabela 5.2 - Propriedades mecânicas das fibras de aço (VELASCO, 2008)	110
Tabela 5.3 - Propriedades mecânicas dos concretos utilizados na modelagem numérica (VELASCO, 2008).....	110
Tabela 5.4 - Parâmetros de dano identificados para o concreto sem fibras e submetido a compressão	111
Tabela 5.5 - Parâmetros de dano identificados para o concreto sem fibras e submetido a tração	112
Tabela 5.6- Parâmetros de dano e módulo de elasticidade identificados a partir do ensaio de flexão a 4 pontos em corpos de prova prismáticos.....	113
Tabela 5.7 - Parâmetros de La Borderie (1991) para concretos com 1,0%, 1,5% e 2,0% de fibras de aço.....	115
Tabela 5.8 - Análise geral de danificação por concentração de fibras	118
Tabela 5.9- Características da fibra de aço segundo Lopes (2005).....	119
Tabela 5.10 - Propriedades mecânicas dos concretos utilizados na modelagem numérica (MAIRA, 2005)	119
Tabela 5.11 - Parâmetros de Dano e módulo de elasticidade identificados a partir do ensaio de flexão a 4 pontos em corpos de prova prismáticos.....	121
Tabela 5.12 - Parâmetros de La Borderier (1991) das curvas calibradas para 2.0% e 2.5% de fibras na matriz cimentícia.	123
Tabela 5.13 – Dados do aço utilizado na modelagem numérica.	124

Tabela 5.14 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V2 para uma força de 68,45 kN.....	129
Tabela 5.15 - Características da fibra de aço segundo Oliveira (2007).....	129
Tabela 5.16 - Propriedades mecânicas dos concretos utilizados na modelagem numérica (MAIRA, 2005).....	130
Tabela 5.17 - Parâmetros de Dano e do modelo de homogeneização para o concreto com 1,25% de fibras de aço.....	131
Tabela 5.18 - Parâmetros de La Borderier (1991) da curva calibrada para concreto da viga V8 com 0,75% de aço.....	132
Tabela 5.19 - Parâmetros de La Borderie (1991) da curva calibrada para o concreto da viga V7 com 0,50% de fibras.....	133
Tabela 5.20 - Dados do aço utilizado na modelagem das vigas.....	137
Tabela 5.21 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V7.....	140
Tabela 5.22 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V8.....	143
Tabela 5.23 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V9.....	146
Tabela 5.24 - Parâmetros de La Borderie (1991) das novas curvas calibradas.....	148

LISTA DE ABREVIATURAS

ACI	<i>American Concrete Institute</i>
CRFA	Concreto Reforçado com fibras de aço
MDC	Mecânica do Dano Contínuo
PCA	<i>Portland Cement Association</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

• SÍMBOLOS ROMANOS

- A_1 e B_1 Variáveis de dano associadas a tração.
- A_2 e B_2 Variáveis de dano associadas a compressão.
- C -Concentração de fibras de aço no modelo de homogeneização.
- D -Tensor de dano de quarta ordem.
- D_1 - variável escalar representativa da danificação na direção perpendicular ao plano local de isotropia transversal em regimes de tração predominantes.
- D_2 - variável escalar representativa da danificação na direção perpendicular ao plano local de isotropia transversal em regimes de compressão predominantes.
- D_3 - variável escalar representativa da danificação no plano local de isotropia transversal em regimes de compressão predominantes.
- D_4 - variável escalar representativa da danificação gerada pelo cisalhamento em regimes de tração predominantes.
- D_5 - variável escalar representativa da danificação gerada pelo cisalhamento em regimes de compressão predominantes.
- D_t -Tensor de dano de quarta ordem a tração.
- D_c - Tensor de dano de quarta ordem a compressão.
- d - Diâmetro nominal da fibra.
- E - Módulo de elasticidade do material – valor nominal.
- E_e - Módulo de elasticidade do material – valor efetivo.
- E_t - tensor constitutivo de rigidez elástica de quarta ordem do material danificado em regime de tração.

- E_c - tensor constitutivo de rigidez elástica de quarta ordem do material danificado em regime de compressão.
- F -Força nominal aplicada.
- F_{pico} -Carga de pico
- $F_{pico,num}$ Carga de pico numérica
- $F_{pico,exp}$ Carga de pico experimental
- f_c - Resistência característica a compressão.
- g_t - potencial anelástico em tração.
- g_c - potencial anelástico em compressão.
- l - Comprimento da fibra de aço.
- L -Comprimento inicial.
- I - Tensor identidade de segunda ordem.
- II - Tensor identidade de quarta ordem.
- S - Área íntegra do sólido infinitesimal.
- S_d - Área efetiva do sólido infinitesimal.
- S_0 - Área de defeitos.
- W_i^j - potencial quadrático de energia complementar.
- Y_i - energia liberada durante o processo de danificação.
- Y_{0t} parâmetro de referência para início de dano em tração.
- Y_{0c} parâmetro de referência para início de dano em compressão.

• SÍMBOLOS GREGOS

- σ - Tensão nominal.
- σ_e - Tensão efetiva.
- σ_f - Tensão na fibra de aço.

σ_m	- Tensão na matriz cimentícia.
σ_{pic}	- Tensão de pico
σ_s	- Tensão de escoamento
ε	- Deformação nominal.
ε_e	- Deformação efetiva.
ε_{rupt}	- Deformação de ruptura.
λ	- Fator de forma.
ν	-Coeficiente de Poisson.
Δd	-variação do comprimento inicial.
δ	-deslocamento.
β_t	Variáveis de dano associadas a tração.
β_c	Variáveis de dano associadas a compressão.
ϕ	Bitola da barra de aço.
.	

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	29
INTRODUÇÃO	29
1.1 OBJETIVOS	31
1.2 JUSTIFICATIVA	32
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	32
CAPÍTULO 2	34
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	34
2.2 ASPECTOS GERAIS SOBRE O CONCRETO E SEU COMPORTAMENTO MECÂNICO	34
2.2.1 Concreto como material estrutural	34
2.2.1.1 Fenômeno de microfissuração do concreto	36
2.2 CONCRETO COM FIBRAS DE AÇO	40
2.2.1 Fibras de aço	42
2.2.2 Aspectos gerais sobre o funcionamento das fibras no concreto	47
2.2.2.1 Processo de fissuração da matriz cimentícia com adição de fibras aço	47
2.2.2.2 Mecanismos de transferência de tensão	50
2.2.2.3 Volume crítico de fibras	53
2.2.2.4 Comprimento crítico das fibras	55
2.2.3 Comportamento mecânico do CRFA	56
2.2.3.1 Comportamento do CRFA à compressão	56
2.2.3.2 Comportamento do CRFA à tração	62
2.2.3.3 Comportamento do CRFA à flexão	67
2.3 INTRODUÇÃO À MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO	70
2.3.1 Variável de dano em meios contínuos	70
2.3.2 Definição da variável de dano pelo principio da equivalência	73
2.3.2.1 Equivalência de deformação efetiva e nominal	74
2.3.2.2 Equivalência de tensão efetiva e nominal	75
2.3.2.3 Equivalência de energia	76

CAPÍTULO 3	78
MODELAGEM COMPUTACIONAL	78
3.1 MODELO PLÁSTICO PARA ARMADURAS	78
3.2 MODELO DE DANO DE PITUBA E FERNANDES (2011)	79
3.2.1 Tensor constitutivo do modelo de dano	79
3.2.2 Versão do modelo para o caso unidimensional	87
3.3 MODELO DE HOMOGENEIZAÇÃO DE LA BORDERIE (1991) PARA O CASO DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS	91
3.4 AVALIAÇÃO QUALITATIVA DA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE HOMOGENEIZAÇÃO DE LA BORDERIER (1991)	93
CAPÍTULO 4	96
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS MODELOS UTILIZADOS	96
4.1 SENSIBILIDADE DAS VARIÁVEIS DE DANO PARA CONCRETO SIMPLES .	96
4.2 SENSIBILIDADE DAS VARIÁVEIS DO PROCEDIMENTO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA CONCRETO COM FIBRAS	100
CAPÍTULO 5	108
ANÁLISES NUMÉRICAS	108
5.1 EXEMPLO I	109
5.1.1 Caracterização dos materiais	109
5.1.2 Caracterização das variáveis de dano e das fibras	110
5.1.3 Análise do dano	116
5.2 EXEMPLO II	118
5.2.1 Caracterização dos materiais	119
5.2.2 Caracterização das variáveis de dano e das fibras	119
5.2.3 Modelagem das vigas	123
5.3 EXEMPLO III	129
5.3.1 Caracterização dos materiais	129
5.3.2 Caracterização das variáveis de dano e das fibras	130
5.3.3 Modelagem das vigas	136
CAPÍTULO 6	150
CONCLUSÕES E SUGESTÕES	150

6.1 CONCLUSÕES	150
6.2 SUGESTÕES	151
REFERÊNCIAS	153

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Todo sistema mecânico quando submetido a carregamentos, sejam eles estáticos ou dinâmicos, ou de natureza térmica, apresentam uma resposta, porém prevê-la neste sistema mecânico pode tornar a análise muito complexa, pois ela está ligada diretamente com a lei constitutiva do material que faz parte de seus componentes em análise. Dentre alguns trabalhos relacionados a diferentes modelos constitutivos para análise, podemos citar alguns bastante difundidos como: Matallah e La Borderie (2009), Bielski *et al.* (2006) e Pituba e Fernandes (2011).

Com os avanços tecnológicos da engenharia, tornou-se cada vez mais necessário a busca por ferramentas que pudessem, com maior precisão, prever o comportamento de estruturas e sistemas mecânicos em geral. Dentre as várias ferramentas que surgiram ao longo do tempo podemos destacar a Mecânica do Dano Contínuo (MDC), que se caracteriza por fazer uma análise da evolução de microfissuras causadas por efeitos térmicos ou de natureza mecânica. Kachanov¹ (1958 *apud* Pituba, 1998) foi pioneiro na formalização da MDC e buscou formular modelos de ruptura para metais durante um período de deformação lenta.

A utilização da MDC na Engenharia tornou-se importante devido ao fato que a mesma proporciona bons resultados para as respostas de sistemas mecânicos compostos de materiais complexos como o concreto. Este, por ser um material granular, caracteriza-se por apresentar uma resposta não linear. Pode-se destacar como pioneiro na modelagem do concreto, o trabalho de Mazars (1984), que um modelo constitutivo utilizando Mecânica do Dano Contínuo. Apesar de se basear em uma modelagem constitutiva simples, Mazars buscou representar com eficiência o comportamento não linear do concreto.

¹KACHANOV, L. M. Time of the rupture process of non-linear solid mechanics. **Otd. Tech. Nauk.**, v. 8, pp. 28-31, 1958.

Segundo Proença (2000), o concreto é um material multifase, composto por uma mistura de agregados graúdos e areia (fases cristalinas) e de um gel de cimento hidratado (fase não cristalina). Devido a essa estrutura, o estudo de mecanismos físicos de deformação e ruptura se tornam difíceis de serem analisados e até mesmo separados. Com o advento da Mecânica do Dano Contínuo, a análise de materiais que apresentam respostas não lineares tornou-se possível numericamente. No passado, as respostas de materiais como concreto a certos tipos de carregamentos só poderiam ser obtidas através de ensaios experimentais complexos.

O concreto é com toda certeza o material mais utilizado para a construção e formação de estruturas, em geral no Brasil e no mundo, tornando a aplicação da Mecânica do Dano Contínuo interessante ao nível de pesquisa aplicada.

Segundo Guello (2002), o comportamento não linear do concreto, que se dá mesmo em baixos níveis de tensão, é influenciado pela microfissuração inicial e pela sua propagação durante o processo de carregamento. Logo, pode-se perceber a importância de um modelo de fissuração que se aproxime da realidade. Porém essa não é uma tarefa simples, pois a identificação das variáveis paramétricas como a formulação do modelo se caracteriza pelo alto grau de complexidade. Portanto, é importante definir o que se quer estudar para assim perceber o escopo de resultados que este modelo pode gerar.

Entre os vários tipos de concreto utilizados, destaca-se o reforçado com fibras de aço (CRFA) que vem se tornando uma alternativa viável para obras correntes de Engenharia Civil. Segundo Franco (2008), a tecnologia do concreto reforçado com fibras de aço vem sendo estudada e aprimorada ao longo dos anos de uma maneira intensa. Sua utilização é indicada como alternativa técnica / economicamente viável para diversos tipos de aplicações. Mesmo para casos de certas estruturas convencionais em concreto armado, nas quais a matriz de concreto é reforçada por um misto combinado entre fibras de aço mais armaduras convencionais, pode gerar benefícios e trazer melhorias em relação às propriedades do elemento estrutural quando comparado a outras soluções.

Dentre os trabalhos pioneiros na área destaca-se é o de La Borderie (1991), no qual há uma regra de homogeneização com modelo de dano para concreto reforçado com fibras, e o de Hameed *et al.* (2011), que se utiliza modelos de Dano e Plasticidade para modelagem do concreto com fibras em 3 dimensões. Os parâmetros de evolução de dano foram estabelecidos

através da curva tensão *versus* deformação nas situações de tração e compressão. Os resultados obtidos foram bem próximos dos valores experimentais utilizados no programa de ensaios.

Por outro lado, Li e Li (1999) estudaram a aplicação de modelos de dano para análise de concreto com fibras na situação de tração. Nesse artigo, o concreto possuía a característica de endurecimento com incrementos de deformação, demonstrando bons resultados quando comparados às análises experimentais. O mesmo pode ser dito do trabalho proposto por Lee e Liang (2004), porém aplicando a MDC para o concreto celular reforçado com fibras.

O Concreto Reforçado com Fibras de Aço é um material em ampla ascensão de utilização. Justifica-se assim porque os grandes centros de pesquisas estudam novas metodologias para a modelagem do comportamento mecânico desse material.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal do trabalho é simular, de forma simples para aplicações práticas, respostas complexas do comportamento mecânico do concreto reforçado com fibras de aço utilizando o modelo constitutivo proposto por Pituba e Fernandes (2011).

Para tanto, procura-se identificar numericamente os parâmetros do modelo constitutivo em questão no âmbito de uma metodologia de homogeneização proposta por La Borderie (1991) para minimizar o erro entre as respostas numéricas e as dos modelos experimentais de concreto com fibras aço. Tais resultados experimentais encontram-se disponíveis na literatura em Lopes (2005), Oliveira (2007) e Velasco (2008) e foram obtidos de ensaios em corpos de prova cilíndricos e prismáticos que contemplem sua caracterização mecânica, como por exemplo, a curva tensão *versus* deformação à compressão e à tração, módulo de elasticidade, entre outros.

Outro objetivo é verificar a aplicabilidade de modelos constitutivos de dano na análise de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço de modo a ilustrar as potencialidades de utilização de tais modelos e suas aplicações no âmbito da Engenharia de Estruturas, com foco na análise da deformabilidade de vigas de concreto reforçado com fibras submetidas à flexão em regime de serviço.

1.2 JUSTIFICATIVA

Como o concreto se caracteriza por ser um material de matriz cimentícia, um dos principais problemas a ser analisado é a evolução do processo de fissuração no sólido. Esse processo causa vários problemas que abrangem desde questões estruturais até patológicas do material. Conhecer modelos constitutivos apropriados a esses materiais de características frágeis possibilitam uma melhor utilização dos mesmos, permitindo diminuir custo de produção e melhorar o desempenho de peças estruturais.

A utilização de concreto reforçado com fibras no Brasil é nova. Segundo Franco (2008), data-se da década de 90. No entanto a primeira normatização sobre o assunto só surge em 2007, mostrando a necessidade de estudos relacionados à área.

O estudo do comportamento mecânico do concreto reforçado com fibras de aço ainda possui um avanço tímido. Portanto, é necessária a busca de alguma clareza no âmbito da aplicação de fibras de aço como material de reforço da matriz cimentícia de estruturas de concreto. Conclui-se, portanto, que a contribuição de pesquisas que apresentem resultados mais claros sobre o comportamento mecânico do concreto com fibras é justificável.

No âmbito da Mecânica Computacional, a proposta de emprego de modelos constitutivos e técnicas de homogeneização para a modelagem do comportamento mecânico do concreto com fibras vêm crescendo devido ao aumento da utilização desse material.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O texto desta dissertação é dividido em seis capítulos, com o conteúdo dos próximos capítulos descrito a seguir.

O Capítulo 2º apresenta uma revisão bibliográfica sobre os materiais utilizados nos testes experimentais e nas simulações numéricas deste trabalho. Apresenta ainda uma breve revisão sobre o concreto com fibras de aço e seu comportamento como material estrutural, como uma revisão relativa a mecânica do dano e suas definições básicas.

No Capítulo 3° são apresentadas as formulações do modelo de Pituba e Fernandes (2011) na sua versão geral e uniaxial, a qual é utilizada no modelo para as simulações numéricas. Também é apresentado o modelo de homogeneização de La Borderie (1991) que é utilizado neste trabalho para inclusão das fibras de aço no problema analisado como o modelo de plasticidade para as armaduras das vigas analisadas neste trabalho.

No Capítulo 4 são apresentadas as análises de sensibilidade paramétrica do modelo como um todo.

No Capítulo 5° são apresentados os resultados obtidos ao longo da pesquisa.

No Capítulo 6° são apresentadas as conclusões da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo traz alguns conceitos relacionados aos objetos de estudo deste trabalho, tais como: classificação do Concreto Reforçado com Fibras de aço (CRFA) e seu comportamento mecânico, além de tópicos sobre Mecânica do Dano Contínuo de interesse para o desenvolvimento da pesquisa. Estes conceitos serão aplicados posteriormente para o melhor entendimento da modelagem a ser utilizada, assim como os resultados numéricos obtidos ao longo da pesquisa.

2.1 ASPECTOS GERAIS SOBRE O CONCRETO E SEU COMPORTAMENTO MECÂNICO

2.1.1 Concreto como material estrutural

Desde o início do século XX, novos materiais e métodos de cálculo foram desenvolvidos, desafios cada vez maiores foram vencidos, obras arrojadas e mais rápidas foram executadas, mesmo que nem sempre acompanhadas dos devidos avanços nos processos construtivos e de capacitação de mão de obra. O concreto, devido às suas características de fácil moldagem, facilidade de execução e custo relativamente baixo, veio ao encontro do novo modo de agir, no sentido de construir-se mais rápido, com mais arrojo e a custos competitivos (IBRACON, 2005).

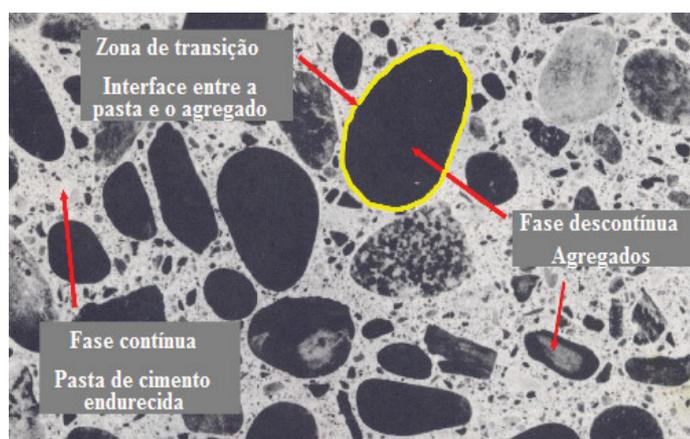
Devido à grande utilização do concreto como material estrutural, torna-se de extrema importância entender o seu comportamento para dimensionar as estruturas feitas com esse material. Porém o concreto é um material granular que apresenta comportamento não linear no seu estado de serviço.

Em nível mesoscópico o concreto possui duas fases que podem ser distinguidas facilmente, a dos agregados graúdos que são distribuídos em meio contínuo formado por uma pasta de argamassa. Em nível microscópico o concreto, já não apresenta somente duas fases, e sim

três. A terceira fase recebe o nome de zona de transição. Segundo Mehta e Monteiro (1994), essa região representa uma área interfacial entre as partículas de agregado graúdo e a pasta. Sendo uma camada delgada tipicamente de 10 a 50 μm de espessura ao redor do agregado graúdo, a zona de transição é geralmente a mais fraca entre todos os componentes do concreto e, conseqüentemente, exerce uma influência muito maior sobre o comportamento mecânico dele. Além disso, cada uma das fases é de natureza multifásica das quais cada partícula de agregado pode conter vários minerais, e também microfissuras e vazios.

Devido a esse elevado grau de heterogeneidade do material, a tarefa de elaboração de um modelo constitutivo se torna-se cada vez mais complexa. Na Figura 2.1 pode ser observada a microestrutura de um concreto comum.

Figura 2.1 - Microestrutura do concreto



Fonte: Disponível em: <<http://dc106.4shared.com/doc/i7qoAVVR/preview.html>> Acesso em : 21 de novembro de 2012.

De acordo com Mehta e Monteiro (1994), não são necessários níveis elevados de energia para estender as fissuras já existentes na zona de transição. Mesmo com tensões de 40 a 70 % da resistência última, já são obtidos grandes incrementos de deformação por unidade de força aplicada. Isso explica o fato de que o concreto apresenta um comportamento mais dúctil em regimes de compressão. A propagação de tais fissuras se dá de forma mais acelerada levando a um comportamento mais fragilizado em regimes de tração. É através de análises que se pode formular modelos mais precisos para o comportamento do concreto como material estrutural.

2.1.1.1 Fenômeno de microfissuração do concreto

Para que a análise do concreto represente uma resposta mais fiel ao seu comportamento na natureza, é necessário um estudo do comportamento da sua microestrutura.

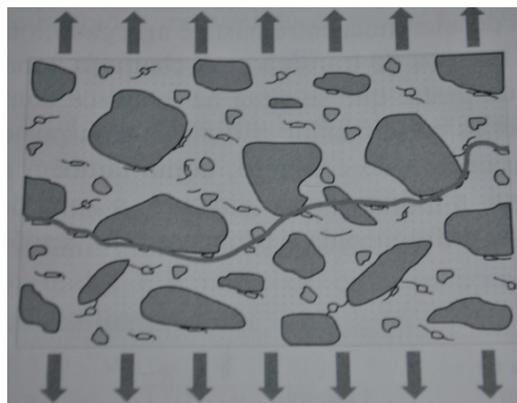
O concreto nas suas primeiras idades, ou seja, no estado em que ainda existe ganho de resistência significativo, é exposto a diversos tipos de ações naturais, como temperatura, umidade. Devido ao processo químico de hidratação do cimento requerer água para que o mesmo seja realizado, o concreto geralmente sofre dois fenômenos que estão relacionadas às ações externas que são, segundo Mehta e Monteiro (1994):

- Contração térmica: é uma deformação de contração associada ao resfriamento;
- Retração por secagem: é uma deformação associada a perda de umidade do conjunto para o meio externo;

Esses fenômenos estão diretamente associados à fissuração inicial presente na zona de transição do concreto. Fissuração essa que ocorre mesmo sem a atuação de um carregamento, devido à sua associação com fenômenos químicos.

Quando uma estrutura está sob regime de carregamento acontece um fenômeno típico, chamado de propagação de fissuras, isto é, as fissuras pré-formadas que estão localizadas na zona de transição, em estágio mais avançado de carregamento vão se conectando no espaço tridimensional até que a danificação da microestrutura forme uma superfície de fratura, ocorrendo a ruptura do concreto. Na Figura 2.2 é possível observar um esquema ilustrativo da formação de uma superfície de fratura.

Figura 2.2 - Formação de uma superfície de fratura (adaptado pelo autor - IBRACON, 2005)



O processo de evolução do dano, ou danificação, varia de acordo com o tipo de sollicitação. Os principais mecanismos de danificação, comuns a todos os estados de sollicitação, podem ser caracterizados observando-se na média escala a resposta do material nos estados uniaxiais de tração e de compressão (PITUBA, 2003).

Nesse sentido, a Mecânica da Fratura Linear Elástica define como principal critério que o fenômeno de propagação de trincas se deve somente ao efeito das tensões atuantes no corpo.

A mesma definiu três maneiras de fraturamento para uma estrutura submetida a carregamentos externos. Segundo Souza (2001) são elas:

- Modo I: Quando a fissuração se propaga no plano por abertura normal à face da fissura;
- Modo II: É caracterizado por uma propagação no plano, provocada pelo escorregamento entre as faces na direção do comprimento da fissura;
- Modo III: Quando a fissura se propaga no espaço por escorregamento entre as faces na direção normal ao comprimento da fissura;

As Figuras 2.3, 2.4 e 2.5 ilustram os modos de fraturamento I, II e III respectivamente.

Figura 2.3 - Modo I de fraturamento (BARBIRATO, 1999)

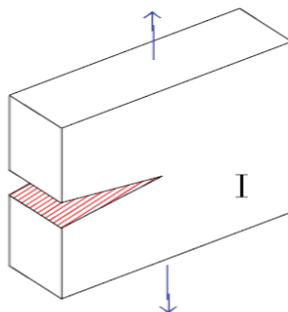


Figura 2.4 - Modo II de fraturamento (BARBIRATO, 1999)

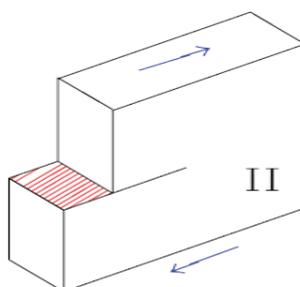
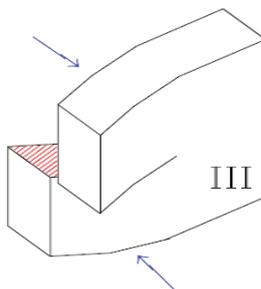


Figura 2.5 - Modo III de fraturamento (BARBIRATO, 1999)

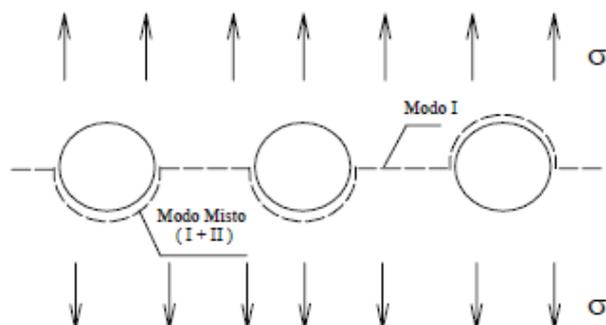


Por outro lado, por meio de simplificações, admitindo-se por simplicidade que os agregados embutidos na pasta de cimento tenham geometria circular, a evolução da danificação no concreto sob regime de tração acontece da seguinte forma:

- No início do processo de carregamento ocorre uma combinação entre o primeiro e o segundo modo de abertura de fissuras ao longo de um hemisfério do grão, sendo que este posicionamento de início de fissuração vai depender do estado inicial do material em estudo;
- Com a elevação do nível de carregamento, há uma completa danificação do material que envolve o grão, e quando isto ocorre, a propagação de fissuras é instável e do modo I na direção perpendicular ao carregamento.

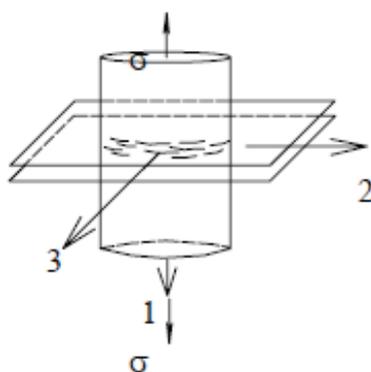
A Figura 2.6 apresenta o modelo de ruptura simplificado, para concreto simples.

Figura 2.6 - Danificação em tração com início na zona de interface (MAZARS, 1984)



O comportamento do concreto simples à tração gera uma isotropia no plano perpendicular à direção do carregamento, devida ao efeito intenso de fissuração do mesmo, e dá um caráter aproximado de isotropia transversal ao comportamento mecânico do concreto. A Figura 2.7 apresenta um esboço de fissuração do concreto submetido à tração simples.

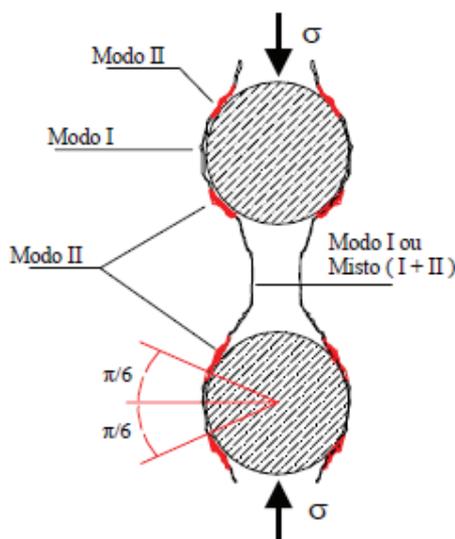
Figura 2.7 - Comportamento de isotropia transversal em tração uniaxial no concreto (PITUBA,2003)



Já em compressão uniaxial, a danificação tem as características indicadas na Figura 2.8. A primeira fissura aparece com modo II de abertura na região do contorno do agregado, aproximadamente a 30° em relação à horizontal. A fissura progride ao longo da interface e passa a apresentar o modo I de abertura. Em seguida, sua evolução se dá na direção da sollicitação, deixando a região de interface para se propagar na matriz. Para elevados níveis de

solicitação evidencia-se um panorama de fissuras paralelas à direção de carregamento (BUYUKOZTURK² *et al.* 1971 *apud* PITUBA 2003).

Figura 2.8 - Danificação em compressão com início na zona de interface (BUYUKOZTURK *et al.* 1971 *apud* PITUBA 2003).



O comportamento de material isótropo transversal pode também ser admitido para o concreto de alta resistência em casos de compressão uniaxial. Mais uma vez a direção paralela ao carregamento tem um comportamento diferente das outras duas direções (PITUBA, 2003).

2.2 CONCRETO COM FIBRAS DE AÇO

O processo de fissuração de peças estruturais, seja ela de origem mecânica ou de processos naturais de cura, é um fator de grande influência na durabilidade de estruturas de concreto. A maneira mais simples para controle de abertura de fissuras é dada pela utilização de uma armadura especial que combate esse efeito de fissuração. Porém com a evolução da tecnologia e da ciência dos materiais, a criação de novos produtos multifuncionais possibilitou uma grande melhoria no requisito de abertura de fissuras em peças estruturais. Dentre essas novas tecnologias pode-se destacar o concreto com fibra de aço (CRFA), que produz compósitos

² BUYUKOZTURK, O.; NILSON, A. H.; SLATE, F. O. Deformation and fracture of paritulate composite. **J. Eng. Mech.**, ASCE, v. 98, 1972.

com maior resistência ao processo de fissuração e matrizes cimentícias com maior resistência a esse processo de fissuração, além de outras melhorias no material estrutural.

Segundo Ekane (1999) a adição de baixas taxas de fibras curtas e aleatoriamente distribuídas, (menores que 5%) proporciona às matrizes cimentícias armadas com fibras potencialidade de redução de aberturas de fissuras, alta absorção de energia, alta ductilidade e alta resistência; sendo os dois últimos possíveis apenas quando os parâmetros que controlam o comportamento do compósito forem adequadamente projetados.

O principal fenômeno por trás do melhor comportamento do concreto armado com fibras tem sido atribuído ao efeito de grampeamento das fissuras, que se forma devido ao atrito e aderência durante o arrancamento das fibras (BENTUR; MINDESS, 1990).

A utilização de materiais, como a fibra, para melhorar o desempenho de materiais que possuem comportamento frágil, é muito antiga. Segundo Grossi (2006) trechos bíblicos apontam a utilização dessa técnica para reforço de objetos e materiais de construção como vasos, tijolos e telhas. Além dele, temos Joseph Louis Lambot que foi o precursor da ideia de utilização de fios de aço como material de reforço para matrizes cimentícias.

Para Franco (2008), as primeiras pesquisas relacionadas ao concreto com fibras datam da década de 50 do século passado, sendo que tal tecnologia foi impulsionada na década de 60. No Brasil, as fibras de aço surgiram no início da década de 90 e seu maior campo de aplicação são os pisos industriais, substituindo totalmente as armaduras convencionais, apresentando os mesmos níveis de segurança e de integridade da estrutura.

De acordo com Grossi (2006) alguns relatórios emitidos pela PCA (Portland Cement Association) em 1971, relatam a construção da primeira laje de concreto reforçado com fibras de aço nos Estados Unidos.

A utilização do concreto com fibras é nova e portanto, ainda existem barreiras técnicas a respeito do seu desempenho. Normalizações a respeito do assunto ainda são muito limitadas. Uma primeira tentativa para normalização dessa nova tecnologia ocorreu em 2007 quando a ABNT promoveu o lançamento de duas novas normas. A NBR 15530 (ABNT, 2007) está relacionada à normatização de fibras de aço para concreto. Já a revisão da norma NBR 8890

(ABNT, 2007) passou a prever o uso de fibras de aço no concreto de tubos para águas pluviais.

2.2.1 Fibras de aço

A fibra de aço é um material extremamente dependente do seu modelo de fabricação e da matéria prima de origem, possuindo vários formatos e dimensões, que também vão definir seu tipo de utilização.

Para Moscatelli (2011), a fibra de aço é um produto caracterizado geometricamente por uma das dimensões (comprimento) que prevalece sobre as outras (diâmetro, ancoragem), podendo apresentar superfície lisa ou corrugada, formas retilíneas ou com ancoragem nas extremidades e tem comprimento que varia entre 30 e 60 mm.

Segundo ACI 544.1 R-96 (1996) as fibras destinadas a reforço da matriz cimentícia do concreto possuem comprimentos variando entre 12,7 mm e 63,5 mm e fator de forma (relação entre o comprimento da fibra e seu diâmetro equivalente) variando entre 30 e 100, sendo deste modo suficientemente curtas para se dispersarem aleatoriamente numa mistura fresca de concreto.

De uma forma geral, as fibras de aço são caracterizadas em função de três fatores específicos:

- Fator de forma: Esse fator é definido pela relação entre o comprimento e o diâmetro equivalente da fibra. A equação (2.1) define este parâmetro;

$$\lambda = \frac{L}{D} \quad (2.1)$$

- Resistência mecânica: A resistência mecânica da fibra é definida pela sua resistência à tração, sendo que essa propriedade é caracterizada pelo esforço necessário para a ruptura, dividido pela área da seção transversal da fibra;
- Geometria da fibra: Como o fator de forma, a geometria da fibra também é muito dependente do processo de fabricação da fibra. Segundo Moscatelli (2011), porém, a geometria influencia de forma significativa a ductilidade dos compósitos e a

resistência ao arrancamento. Estudos realizados comprovam que as fibras com ganchos nas extremidades proporcionam aos compósitos maiores níveis de ductilidade à flexão, aumentando a tenacidade do compósito;

De acordo com Figueiredo (2000) são três os tipos de fibras metálicas disponíveis no mercado brasileiro. O primeiro tipo é a fibra de aço corrugado, que é produzida a partir do fio chato que sobra da produção da lâ de aço. Seu processo de produção se caracteriza em cortar o fio até o comprimento desejado, variando de 25 mm a 50 mm, e conformado longitudinalmente para se obter o formato corrugado. Isto tem por objetivo melhorar a aderência da fibra com a matriz. Há também vantagens como o baixo custo e a pouca ou nenhuma interferência na consistência do concreto. A Figura 2.9 apresenta um exemplo de fibra de aço corrugado:

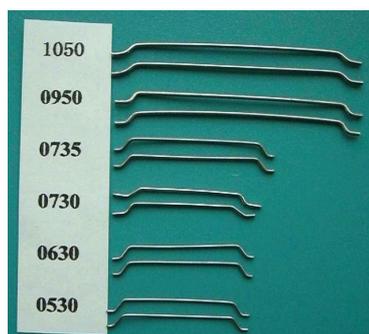
Figura 2.9 - Fibra de aço corrugado



Fonte: Disponível em:< <http://pt.aliexpress.com/item/Corrugation-Steel-Fiber/302132127.html> >. Acesso em: 06 de março de 2013.

Segundo Figueiredo (2000), outro tipo de fibras de aço foi desenvolvido e posteriormente produzido com o objetivo específico de atuar como reforço do concreto. Trata-se de uma fibra com gancho na extremidade e seção retangular produzida a partir de chapas de aço que são cortadas na largura da fibra e, concomitantemente, conformadas de modo a se obter o formato desejado do gancho de ancoragem. Como representado na Figura 2.10.

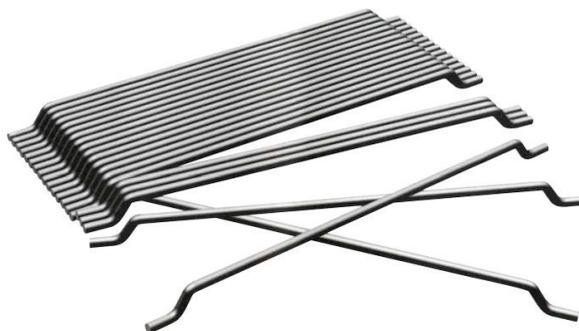
Figura 2.10 - Fibra com ganchos nas extremidades e seção retangular



Fonte: Disponível em: < http://pt.made-in-china.com/co_lenscenfiber/product_Steel-Fiber-Hooked-End-for-Concrete_hihnshgrg.html>. Acesso em: 06 de março de 2013.

Ainda por Figueiredo (2000), o terceiro tipo de fibra-de aço possui um formato similar ao do segundo com a diferença básica na forma circular característica da seção transversal. Estas fibras são produzidas a partir de fios trefilados progressivamente, até se chegar ao diâmetro desejado. Com isto, acabam por apresentar uma maior resistência mecânica (dado o seu encruamento), a qual pode ser ainda maior quando da utilização de aços com maior teor de carbono. Apresentam comprimentos variando de 25 mm a 60 mm e diâmetros de 0,5 mm a 1,0 mm. A Figura 2.11 nos mostra esta fibra de aço.

Figura 2.11 - Fibra com ganchos nas extremidades e seção circular



Fonte: Disponível em: < <http://www.cofercan.net.br/images/construcaocivil/dramix.pdf>>. Acesso em: 06 de março de 2013.

Numa visão geral, as fibras de aço caracterizam-se por possuir alto módulo de elasticidade e alta resistência, fornecendo bons resultados no regime de pós-fissuração quando comparada a outras fibras.

Por outro lado, a utilização em larga escala de concreto com fibras no Brasil ainda é bem pequena. Porém, devido aos avanços tecnológicos na ciência de materiais, principalmente

aqueles relacionados ao setor da construção, a normatização de novas técnicas construtivas e materiais se tornou necessária. Figueiredo *et.al.* (2008) e a NBR 15530 (ABNT, 2007) estabelecem parâmetros de classificação para as fibras de aço de baixo teor de carbono e definem os requisitos mínimos de forma geométrica, tolerâncias dimensionais, defeitos de fabricação, resistência à tração e dobramento.

Com isso, procura-se garantir que o produto fornecido em conformidade com estes requisitos tenha potencial para proporcionar um desempenho adequado ao concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), desde que sejam observados os cuidados com a dosagem e controle do material. Esta abordagem normativa tenta de forma abrangente englobar todas as modalidades de fibras comercializadas no mercado, porém não engloba 100% dos produtos. A NBR 15530 (ABNT, 2007) se atém ao produto fibra, sem regular a verificação de desempenho da mesma no concreto. Essa abordagem possibilita uma garantia de comportamento mínimo, mas não de desempenho, pois isso depende de outros fatores como consumo de fibras e a resistência da matriz.

De acordo com a NBR 15530 (ABNT, 2007) são três os tipos de fibra para concreto:

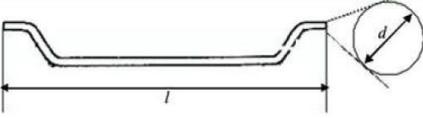
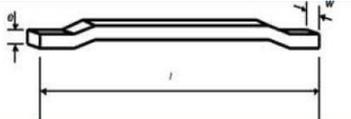
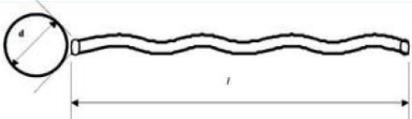
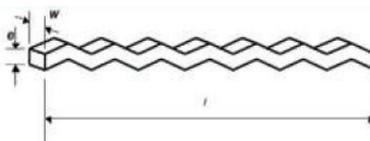
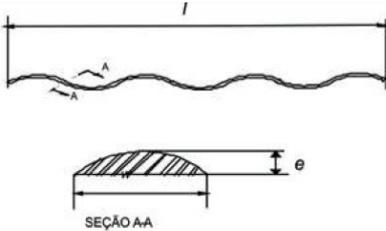
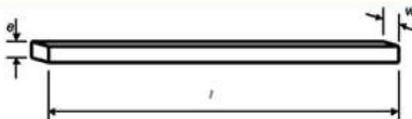
- Tipo A: Fibra de aço com ancoragem nas extremidades;
- Tipo C: fibra de aço corrugada;
- Tipo R: fibra de aço reta;

Além de classificações por tipologia da fibra, a NBR 15530 (ABNT, 2007) especifica classes que estão relacionadas ao material de origem da fibra, sendo as seguintes classes:

- Classe I: fibra oriunda de arame trefilado a frio;
- Classe II: fibra oriunda de chapa laminada cortada a frio;
- Classe III: fibra oriunda de arame trefilado e escarificado;

Essa forma de classificação permite a escolha da fibra em função apenas da sua geometria, não havendo classificação por desempenho da fibra em critérios como tenacidade e trabalhabilidade, e da resistência do aço de origem da fibra. É importante ressaltar que a garantia de um concreto com bom desempenho está totalmente ligada à boa interação entre matriz e fibra de aço. A Tabela 1 apresenta a classificação estabelecida pela NBR 15530 (ABNT, 2007).

Tabela 2.1 - Tipos de fibras de aço e suas classificações (adaptado pelo autor – FIGUEIREDO *et al.*, 2008)

Tipo da fibra	Classe da fibra	Geometria da fibra
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

A especificação de fibras de aço para concreto produzida pela ABNT em 2007 pode ser considerada um marco da tecnologia do CRFA no Brasil. Ela traz avanços tecnológicos incorporados, como o nível de exigência elevado para a resistência do aço, o que é perfeitamente compatível com a condição de produção de fibras instalada no país (FIGUEIREDO *et. al.*, 2008).

2.2.2 Aspectos gerais sobre o funcionamento das fibras no concreto

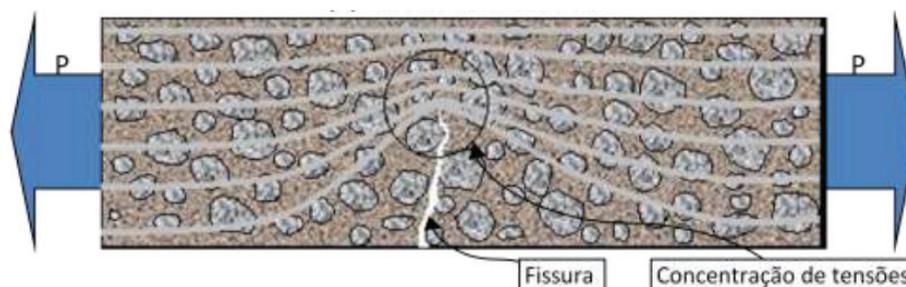
A fibra de aço é usada principalmente para controle da fissuração e em determinados casos, a armadura principal pode ser substituída pela mesma, por exemplo, em pisos de concreto. Este material pode ser utilizado em lajes de edifícios, pavimentos e túneis, como também em recuperações de estruturas (SCOARIS, 2005).

A fibra de aço quando misturada ao concreto simples se comporta como uma barreira para a propagação da fissuração ao longo da peça de concreto, todavia a capacidade de impedir estes efeitos de tração causados pela fissuração é principalmente determinada pela interação entre a matriz cimentícia e a fibra em questão, tornando então o estudo do comportamento mecânico entre a fibra e a matriz cimentícia de grande importância na determinação das propriedades mecânicas finais do concreto.

2.2.2.1 Processo de fissuração da matriz cimentícia com adição de fibras aço

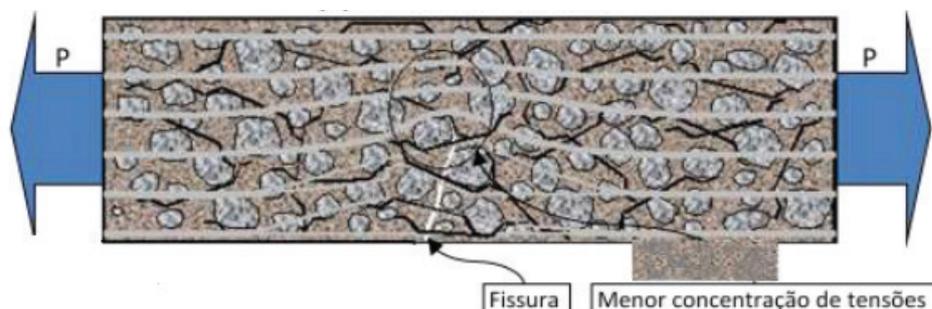
O processo de evolução de trincas em peças de concreto ou em qualquer outro material de comportamento frágil ocorre devido ao efeito da alteração das linhas de tensões e consequentemente o acúmulo de tensões na região de ponta da trinca. Este efeito é conhecido na Mecânica dos Materiais, como concentração de tensões. A Figura 2.12 retrata bem o efeito da evolução de trincas em peças de concreto simples. Pode-se intensificar este efeito a cada ciclo ou instante de carregamento, até que a peça perca sua capacidade de suporte, chegando assim a sua ruína.

Figura 2.12 – Efeito da evolução das trincas no concreto simples (FIGUEIREDO, 2000)



A adição de fibras de concreto mitiga esse efeito, pois as mesmas funcionam como ponte de transferência para as tensões internas no sólido, fazendo com que a concentração de tensão na ponta da trinca seja reduzida e, conseqüentemente, a velocidade de propagação da trinca. Portanto, o concreto passa a ter um comportamento pseudo-dúctil, ou seja, apresenta uma capacidade portante pós-fissuração. Conforme ilustra a Figura 2.13, observa-se uma menor concentração de tensões na ponta da trinca o que explica o efeito da diminuição da velocidade de propagação da mesma.

Figura 2.13 -Efeito da evolução das trincas no CRFA (FIGUEIREDO, 2000)



O comportamento do concreto com adição de fibras é controlado por processos de transferência de tensão da matriz para as fibras. Em matrizes frágeis, como o concreto, o efeito da transferência de tensão é influenciado por uma série de fatores, tais como (PASA, 2007):

- A condição da matriz, antes ou após a fissuração;
- Propriedades mecânicas da matriz e da fibra;
- Geometria da fibra (comprimento, forma, diâmetro e mecanismos de ancoragem);
- Teor de fibras no compósito;

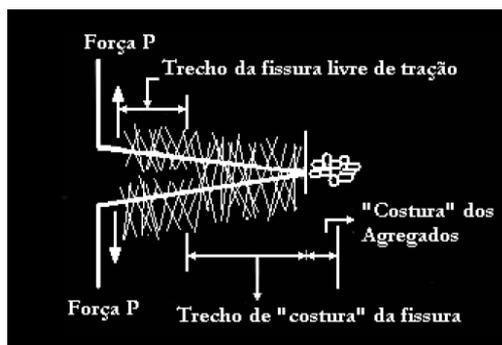
Conforme dito anteriormente, o comportamento mecânico do CRFA está totalmente ligado à capacidade de aderência da fibra de aço na matriz de concreto. Este comportamento pseudo-dúctil que induz no concreto um comportamento plástico, faz com que haja um aumento da energia necessária para levar a estrutura à ruptura e, segundo Holanda (2002), a primeira fissura não consegue levar a estrutura a ruína, ou seja, ocorre um ganho de resistência à fissuração no material em questão.

Devido a este ganho de resistência à fissuração, o processo de propagação da mesma se modifica, gerando uma zona de fissuração um pouco diferente quando comparada a zona de fissuração do concreto convencional. Segundo Pasa (2007) esta nova zona de fissuração pode ser classificada em três partes:

- Zona livre de tração, onde a matriz já se encontra fissurada e as fibras de aço estão arrancadas ou rompidas;
- Zona de costura, onde as tensões de tração são transmitidas da matriz para as fibras por meio de atrito;
- Zona de microfissuração, onde a transmissão das tensões de tração se dá através do próprio sólido.

A Figura 2.14 apresenta este modelo de zona de fissuração no CRFA.

Figura 2.14 - Representação de uma fissura no concreto reforçado com fibras (adaptado – WECHARATANA;SHAH³, 1983 *apud* PASA, 2007)



³ WECHARATANA, M. e SHAH, S. P., A Model for predicting fracture resistance of fibre reinforced concrete. **Cement and Concrete Research**, v.13, p. 819-829, 1983.

Em suma, conclui-se que é de extrema importância o entendimento dos mecanismos de aderência e mecanismos de atuação da fibra para que se conheça o ciclo de ruptura da estrutura em questão.

2.2.2.2 Mecanismos de transferência de tensão

Segundo Scoaris (2005) as fibras retas apresentam dois mecanismos básicos de transferência de tensão: O mecanismo elástico e o mecanismo por atrito. Antes da fissuração, por aderência, ela é o mecanismo dominante. Os deslocamentos longitudinais da fibra e da matriz na interface são geometricamente compatíveis. A tensão de aderência desenvolvida na interface é necessária para distribuir o carregamento externo entre as fibras e a matriz, já que possuem diferentes módulos de elasticidade. Dessa forma, os dois componentes apresentarão a mesma deformação na interface. Segundo Balaguru e Shah (1992) quando uma força de tração é aplicada à matriz, parte dela é transferida para a superfície das fibras. Devido à diferença de rigidez entre a fibra e a matriz, aparecem tensões tangenciais ao longo da superfície da fibra, as quais auxiliam na transferência de parte da força aplicada para as fibras. A distribuição de tensões tangenciais ao longo da interface não é uniforme. A Figura 2.15 representa o arrancamento de uma fibra de uma matriz cimentícia e a Figura 2.16 apresenta a distribuição de tensões ao longo da interface fibra-matriz.

Figura 2.15 - Representação do arrancamento da fibra da matriz (adaptado pelo autor - BENTUR; MINDESS, 1990)

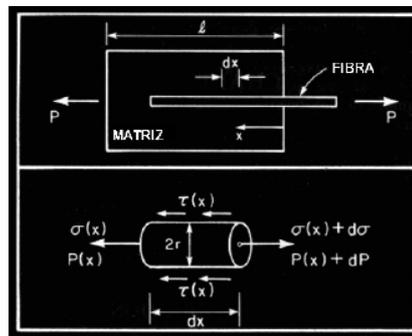
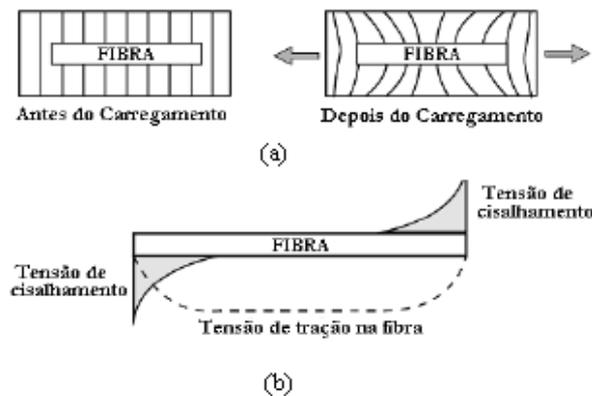


Figura 2.16 – Esquema de tensões e deformações: a) Deformações na fibra; b) Distribuições de tensões de cisalhamento ao longo da interface fibra-matriz (adaptado pelo autor – BENTUR; MINDESS, 1990)



Ao longo do processo de carregamento devido à elevação do nível de carga acontece o desacoplamento entre fibra e matriz, passando assim o mecanismo dominante de transferência por aderência para transferência por atrito. Este ponto ocorre quando as tensões tangenciais na interface dos materiais supera a resistência de aderência do mesmo, promovendo assim o deslizamento entre as faces. Este processo de desligamento da fibra em relação a sua matriz faz com que ocorram deslocamentos relativos entre a fibra e a matriz. A tensão de atrito desenvolvida é uma tensão tangencial, considerada uniformemente distribuída ao longo da interface fibra-matriz.

A Figura 2.17 aponta esse desenvolvimento de carregamento e a marcação do ponto de mudança de transferência que ocorre no mecanismo de fissuração e a Figura 2.18 a distribuição de tensões ao longo da interface.

Figura 2.17 - Representação das tensões de cisalhamento na interface (BENTUR; MINDESS,1990)

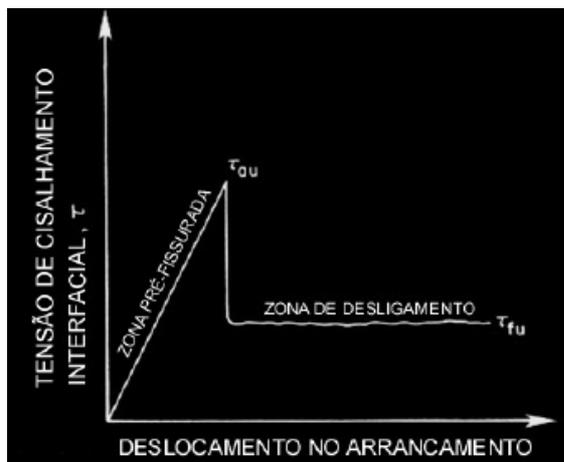
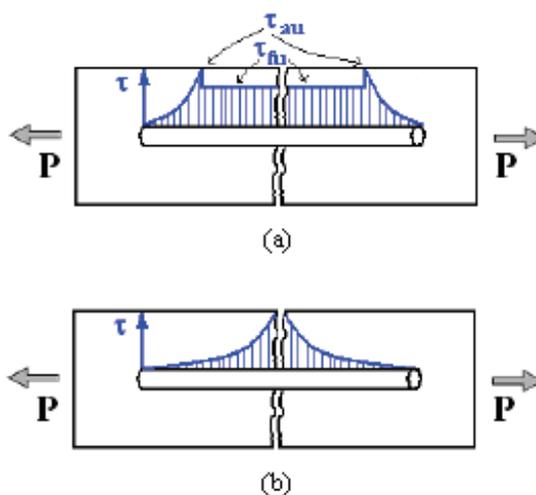


Figura 2.18 - Distribuição das tensões de cisalhamento na interface fibra-matriz após a fissura quando o deslocamento ocorre antes (a) e após a fissuração (b) (BENTUR; MINDESS, 1990)

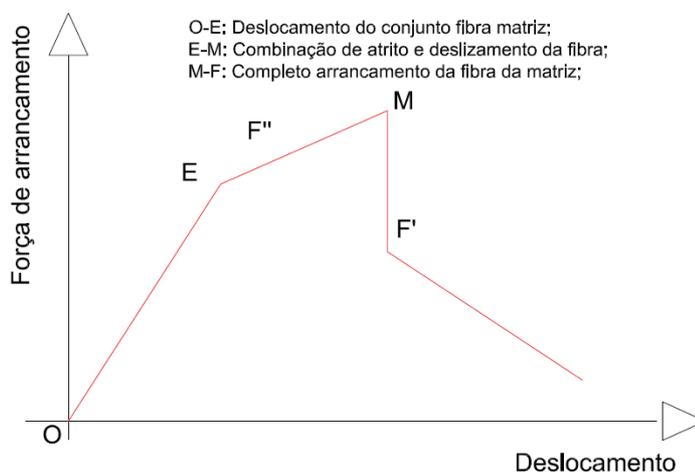


Estudos realizados para a investigação dos mecanismos de transferência de tensões na interação fibra-matriz geralmente consistem na análise de curvas de carga de arrancamento por escorregamento da fibra (PASA, 2007).

O modelo para fibras retas é apresentado por Bentur e Mindess (1990) e pode ser observado na Figura 2.19, na qual o trecho OE caracteriza todas as transferências de tensões por aderência que ocorrem entre a fibra e o concreto. Em certo nível de carregamento se inicia o processo de deslocamento das fibras em relação à matriz, representado no trecho EM, até que ocorre o descolamento total entre fibra e matriz representado no trecho MF'. A partir do

trecho F' é marcante a presença do mecanismo de transferência por atrito, fazendo com que a curva decresça gradualmente, até o total arrancamento da fibra de aço da matriz.

Figura 2.19 – Diagrama simplificado de força de arrancamento por escorregamento - adaptado Bartos (1980)



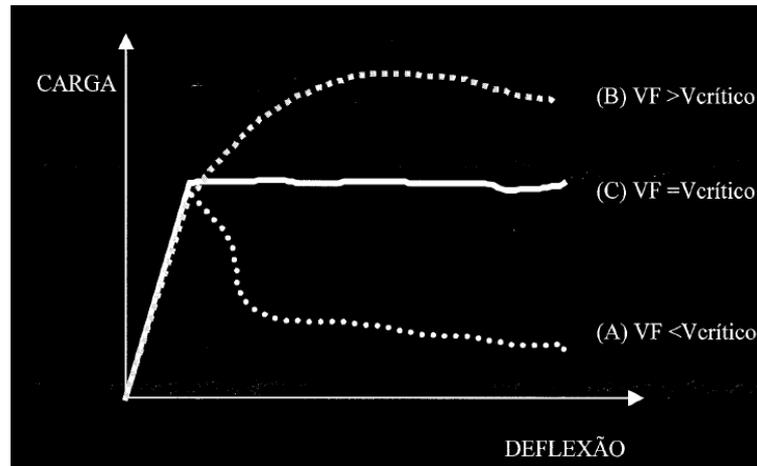
Para um melhor entendimento dessas propriedades e desses mecanismos de transferência devem-se introduzir alguns conceitos básicos relacionados às fibras de aço e sua utilização no concreto, no que segue.

2.2.2.3 Volume crítico de fibras

Conceitualmente o volume crítico é o volume correspondente ao teor de fibras que mantém a mesma capacidade portante para o compósito a partir da ruptura da matriz. Ou seja, abaixo do volume crítico, no momento em que haja a ruptura da matriz, ocorre necessariamente uma queda na carga que o material tem capacidade de suportar. Acima do volume crítico, o compósito continua aceitando níveis de carregamentos crescentes mesmo após a ruptura da matriz.

A Figura 2.20 apresenta uma relação carga *versus* deflexão para volumes críticos definidos. Em uma interpretação da Figura 2.20, pode-se perceber um trecho elástico linear, que está relacionado com o regime de pré-fissuração, e também um trecho de pós-fissuração, nos quais pode-se identificar facilmente o volume de fibras presentes no compósito, diferenciando-se em abaixo, igual ou superior ao crítico.

Figura 2.20 - Curva carga deflexão influenciada pelo volume de fibras (FIGUEIREDO, 2000)



A modelagem do volume crítico foi proposta por Aveston *et al*⁴. (1971 *apud* Figueiredo, 2000) a qual trata de um compósito ideal, com fibras contínuas e alinhadas à direção do esforço principal. Considera uma situação ideal em que as fibras são contínuas e perfeitamente alinhadas ao eixo de tensões principais. Porém essa não é a situação real, já que as fibras estão distribuídas de forma desordenada e não possuem alinhamento padrão. Para isto, a equação de volume crítico sofreu uma correção, adicionando na mesma os fatores de eficiência, que consideram a inclinação da fibra, permitindo a correção do volume crítico (V_{fcrit}), bem próximo da realidade experimental do CRFA, chegando à equação (2.2).

$$V_{fcrit} = \frac{\varepsilon_{mu} \cdot E_c}{\sigma_u \cdot \eta_1} \quad (2.2)$$

Onde:

ε_{mu} - Representa a deformação última da matriz;

E_c - Módulo de Elasticidade da matriz;

σ_u - Tensão última das fibras;

η_1 - Fator de correção para orientação da fibra que majora o V_{fcrit} (fator de eficiência);

⁴AVESTON, J.; COOPER, G. A.; KELLY, A. Single and multiple fracture. *In*: Conference on the Properties of Fiber Composites, London, United Kingdom, 1971. **Proceedings**. NPL. p. 15-26.

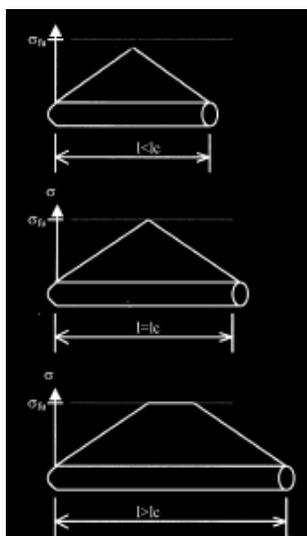
2.2.2.4 Comprimento crítico das fibras

Outro fator que ajuda a compreender os mecanismos de ação de uma fibra e os mecanismos de transferência é o conceito de comprimento crítico, que pode ser definido como aquele que, quando da ocorrência de uma fissuração perpendicular à fibra e posicionada na região média do seu comprimento, proporciona uma tensão no seu centro igual à sua tensão de ruptura. Esse fator está diretamente ligado à utilização de fibras descontinuas e de comprimento reduzido.

Quando a fibra tem um comprimento menor que o crítico, a carga de arrancamento proporcionada pelo comprimento embutido na matriz não é suficiente para produzir uma tensão que supere a resistência da fibra. Nessa situação, com o aumento da deformação e consequentemente da abertura da fissura, a fibra que está atuando como ponte de transferência de tensões pela fissura será arrancada do lado que possuir menor comprimento embutido.

Esse é o caso normalmente encontrado para as fibras de aço no concreto de baixa e moderada resistência. Quando se tem um concreto de elevada resistência mecânica, melhora-se a condição de aderência entre a fibra e a matriz e, nestes casos, é possível ultrapassar o valor do comprimento crítico causando rupturas de algumas fibras. A Figura 2.21 apresenta uma distribuição de tensões possíveis para as situações do comprimento igual, menor ou maior que o comprimento crítico.

Figura 2.21 – Distribuições possíveis de tensão ao longo de uma a fibra em função do comprimento crítico (BENTUR; MINDESS, 1990)

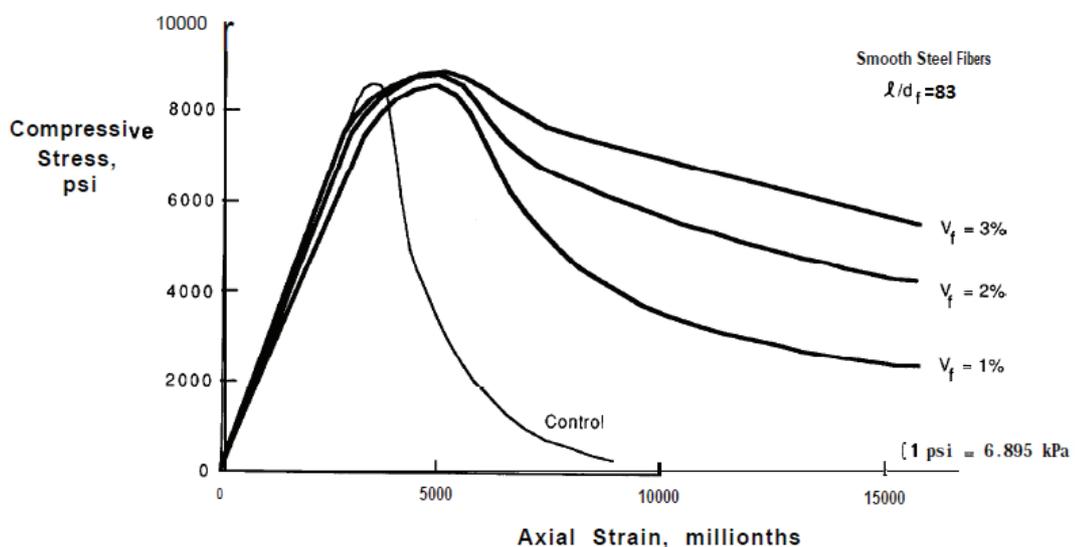


2.2.3 Comportamento mecânico do CRFA

2.2.3.1 Comportamento do CRFA à compressão

O concreto simples é um compósito com resistência à compressão elevada. Portanto, a análise do comportamento do CRFA nesse regime torna-se um fator secundário, pois a chave da questão no compósito concreto é a sua pouca capacidade de resistência à tração. Bentur e Mindess (1990) apontam em estudos que a adição de fibras de aço ao concreto produz pouco ou nenhum aumento de resistência à compressão no material. Na Figura 2.22 pode-se observar o resultado típico de um ensaio de compressão axial de um CRFA.

Figura 2.22 - Influência do volume de fibras na curva tensão deformação para situação de compressão (BENTUR; MIDNESS, 1990)



Pode-se observar que a adição de fibras em todos os concretos não provocou ganho de resistência. Figueiredo (200) aponta que alguns pesquisadores afirmam que a adição de fibras em excesso e sua má compactação podem acarretar concretos com resistência à compressão inferior ao esperado. Por outro lado, um fator que deve ser observado nessa análise é o aumento da tenacidade do material, fator que é simplesmente explicado pelo efeito de ponte de ligação que as fibras desempenham no material.

A principal influência da fibra de aço no concreto é bastante visível no regime de pós-fissuração, no qual o aumento da tenacidade e resistência à fissuração, combinadas, resultam em um concreto com maior deformação até sua ruptura, apresentando uma boa ductilidade. Da Figura 2.23 percebe-se uma suavização da curva tensão *versus* deformação para cada incremento do percentual de fibras. A Figura 2.23 mostra claramente o efeito de grampeamento das fibras onde, mesmo após à ruptura por compressão axial, as partes que estão rompidas não se descolam completamente do corpo de prova.

Figura 2.23 - Corpo de prova com fibra de aço rompido à compressão axial (MOSCATELLI, 2011)



Algumas propostas foram apresentadas no sentido de modelar numericamente o comportamento mecânico do CRFA. Mais recentemente, Júnior *et. al.* (2010) estudou o comportamento à compressão de concretos reforçados com fibras de aço com resistência entre 40 e 60 MPa. Naquele trabalho, as fibras de aço apresentavam 35 mm de comprimento e ganchos na sua extremidade e relação de aspecto igual a 64. O modelo utilizado para análise numérica das tensões e das deformações foi baseado no modelo de Carreira e Chu (1985), conforme apresentado na equação (2.3).

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{\beta \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c,0}} \right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c,0}} \right)^\beta} \quad (2.3)$$

Onde:

σ_c - Representa a tensão na matriz cimentícia do concreto;

f_c - Representa a resistência à compressão do concreto;

ε_c - Deformação correspondente do concreto;

$\varepsilon_{c,0}$ - Deformação de pico correspondente do concreto;

β - Fator de correlação;

Os fatores de correlação, $\varepsilon_{c,0}$ e β , para concreto com fibras em questão, são obtidos através de uma regressão não linear dos dados obtidos em ensaios experimentais descritos pelas equações (2.4) e (2.5).

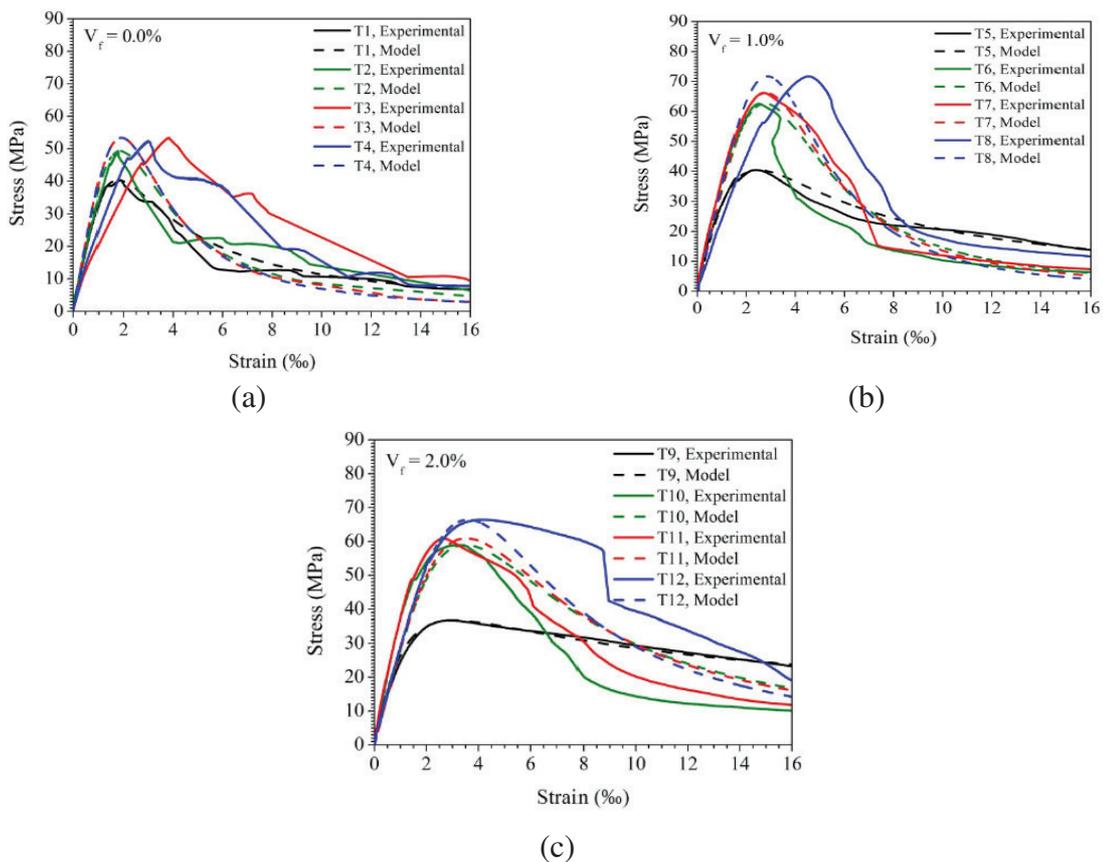
$$\beta = (0,0536 - 0,5754V_f)f_c \quad (2.4)$$

V_f – Volume de fibras no concreto

$$\varepsilon_{c,0} = (0,00048 - 0,01886V_f) \ln f_c \quad (2.5)$$

As modelagens numéricas e experimentais foram feitas para o concreto simples e o CRFA com 1 e 2% de volume de fibras. A Figura 2.24 apresenta os resultados obtidos na pesquisa.

Figura 2.24 - Curvas tensão x deformação para diferentes tipos de concentração de fibras (adaptado pelo autor - JÚNIOR *et al.*, 2010): a) Concreto simples, b) Concreto reforçado com fibras (volume de fibras de 1%), c) Concreto reforçado com fibras (volume de fibras de 2%);



Da Figura 2.24 percebe-se que o modelo apresenta bons resultados no trechos ascendentes da curva quando comparados aos resultados experimentais. Segundo Júnior *et al.* (2010) a modelagem numérica apresentou em 50% dos casos uma aproximação de mais de 90% do valor teórico da deformação de pico, o que valida o modelo numérico utilizado. Já em Dhakal *et al.* (2005) foram utilizados dois tipos de fibras e teores para experimentação. A fim de realizar uma modelagem genérica, os autores propuseram uma modelagem para curva normalizada de tensão *versus* deformação, conforme a equação (2.6), conseguindo assim, dentro de uma faixa pequena de valores, propor um modelo para tensão *versus* deformação que independe do teor de fibras e o tipo de fibra utilizado. A Figura 2.25 apresenta os resultados para tensão *versus* deformação normalizado.

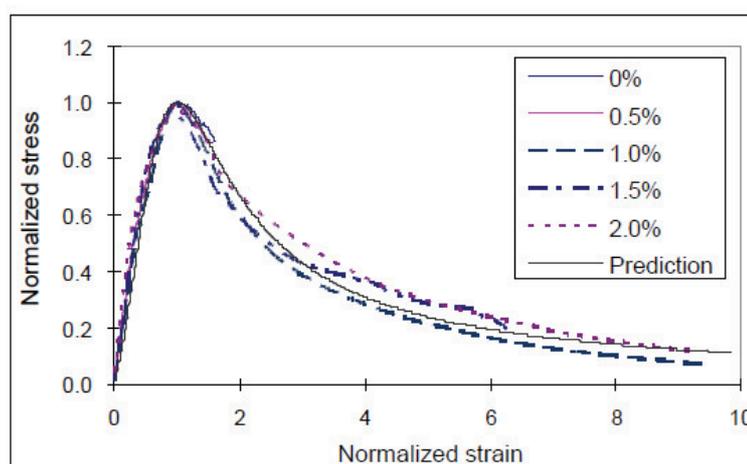
$$\sigma_n = \frac{\varepsilon_n}{1 - \varepsilon_n + \varepsilon_n^2} \quad (2.6)$$

Onde:

σ_n – Tensão de compressão normalizada;

ε_n – Deformação normalizada;

Figura 2.25 - Curva tensão x deformação normalizada em função da tensão (DHAKAL *et al.*, 2005)



Neves e Fernandes de Almeida (2005) propuseram a equação (2.7), adaptada do modelo de Vipulanandam e Paul (1990), para modelagem do CRFA com resistências de 30 e 60 MPa, fibras de aço com diâmetro de 0,38 e 0,55 mm e comprimento de 30 mm.

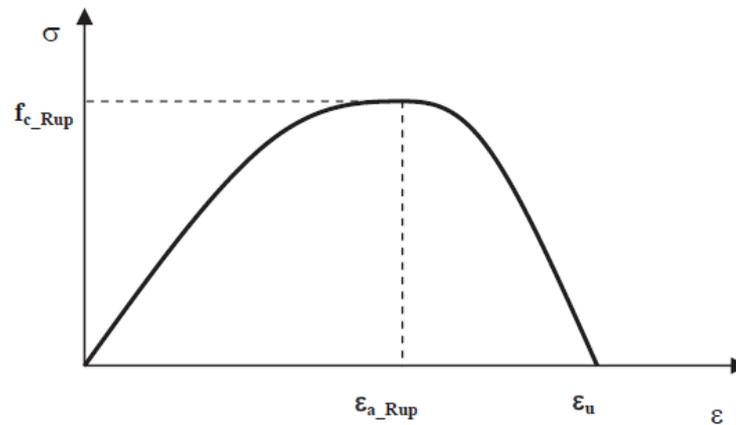
$$\sigma = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}{(1-p-q) + q\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right) + p\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^{1-\frac{q}{p}}} \right) f_c \quad (2.7)$$

Onde:

p e q – Parâmetros que representam a deformabilidade do material;

Em Velasco (2008) foi utilizado um modelo que considera duas equações: uma para o ramo ascendente da curva e outra para o ramo descendente. A Figura 2.26 apresenta o modelo esquemático proposto neste trabalho.

Figura 2.26 - Diagrama idealizado por Velasco (2008)



Para modelagem dessa curva, foi proposta a equação (2.8):

$$\sigma(\varepsilon) \begin{cases} f_{c_rup} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{a_rup}} \right)^{\eta_1} \right], \varepsilon \leq \varepsilon_{a_rup} \\ f_{c_rup} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{a_rup}}{\varepsilon_u} \right)^{\eta_2} \right], \varepsilon_{a_rup} < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_u = kc \cdot \varepsilon_{a_rup} \quad (2.9)$$

Em que:

$\sigma(\varepsilon)$ – é a tensão na matriz cimentícia ;

f_{c_rup} – é a tensão máxima de compressão;

ε_{a_rup} – é a deformação específica axial correspondente a tensão máxima de compressão;

k_c - um coeficiente que correlaciona deformação específica última ε_u com ε_{a_rup} ;

η_1 e η_2 - são potências que expressam a curvatura, respectivamente, do ramo ascendente e descendente da curva;

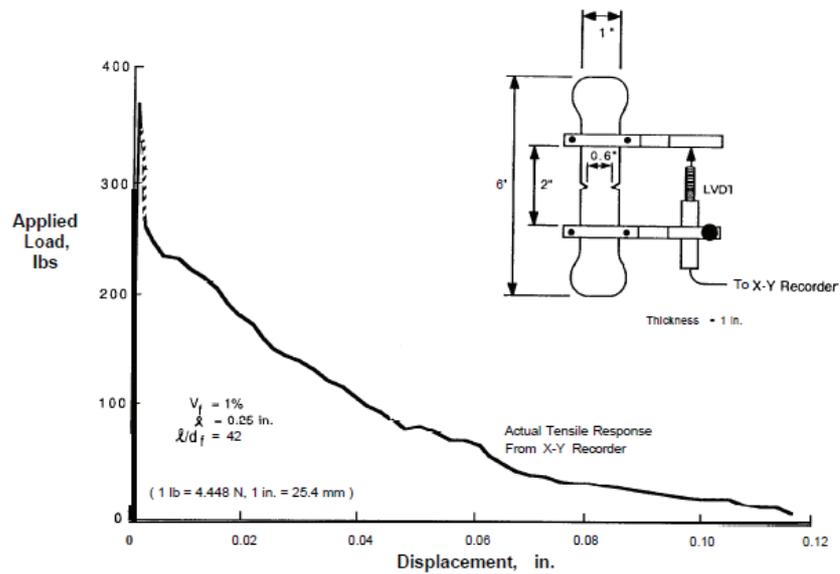
De acordo com Velasco (2008), a equação que descreve o ramo ascendente é similar ao modelo proposto pelo EUROCODE 2 (CEB, 2004).

2.2.3.2 Comportamento do CRFA à tração

Não existem testes padronizados que determinem a curva de tensão *versus* deformação em concreto na situação de tração direta. As curvas dependem do tamanho do corpo de prova, do método de teste, da rigidez da máquina de teste, e do tipo de aparelhagem de medição utilizado (ACI 544.4R-88, 1988).

Na análise de ruptura à tração é importante salientar que a primeira fratura que ocorre no CRFA é similar ao concreto comum e que o comportamento pós-fissuração vai ter total dependência com o modelo de fibras empregado no concreto. Na Figura 2.27, observa-se um modelo de CRFA e o seu diagrama carga *versus* deslocamento correspondente.

Figura 2.27 - Curva carga *versus* deslocamento típica para tensão de tração em CRFA (VISALVANICH; NAAMAN⁵, 1983 *apud* ACI 544.4R-88, 1988)



Furlan Júnior (1995) adverte que ganhos significativos de resistência somente são obtidos a partir de volumes elevados de fibras. A organização ACI, no seu documento 544.1R-96 (1996), observa que incrementos de resistência na tração direta são de 30% a 40% para adição de volume de fibras de 1,5 %.

Ramadoss e Nagamani (2008) determinaram, por meio do método de regressão de mínimos quadrados, o valor da resistência à tração para concreto de alto desempenho com fibras de aço, chegando à equação (2.8).

$$f_{spf} = f_{sp} + 0,638(RI) \quad (2.8)$$

Onde:

f_{spf} – Resistência à tração do concreto de alto desempenho reforçado com fibras, em MPa;

f_{sp} – Resistência à tração do concreto simples, em MPa;

⁵ VISALVANICH, K., NAAMAN, A. E. Fracture Model for Fiber Reinforced Concrete, **ACI JOURNAL**, v. 80, n. 2, pp. 128-138, 1983.

RI – Índice de reforço de fibras de aço;

Mangat (1975) determina a resistência por meio da lei de mistura das fibras de aço com a matriz cimentícia. As leis consideram questões que envolvem o espaçamento das fibras distribuídas de forma aleatória na mistura, bem como a efetividade da ligação entre a fibra e a matriz. Ele chega na equação (2.9), na qual o valor de 0,34 corresponde a uma correção feita para a distribuição aleatória das fibras na matriz. Esta equação foi obtida do ensaio com fibras curtas de seção circular.

$$\sigma_c = \sigma_m(1 - v_f) + 0,34 \tau (l/d)v_f \quad (2.9)$$

Onde:

σ_m – Tensão última da matriz cimentícia;

v_f – Volume de fibras no compósito;

τ – Tensão média de cisalhamento;

Shende e Pande (2011), por meio de processos experimentais, propuseram um modelo matemático de predição da tensão de tração que envolve o volume de fibras e uma proporção geométrica que depende do gancho da fibra. Foram utilizadas proporções de 1% a 3%, para volume de fibras, chegando à equação (2.10).

$$\sigma_{st} = 0,95 \sigma_m \cdot v_f \cdot P \cdot e^{QA} \quad (2.10)$$

Onde:

σ_m – Tensão última da matriz cimentícia;

v_f – Volume de fibras no compósito;

P, Q – Polinômios de ajuste da curva definidos nas equações (2.11) e (2.12);

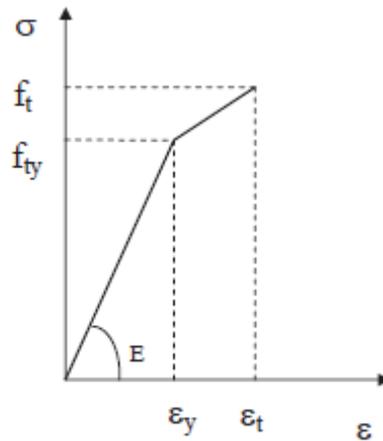
A – Aspecto geométrico do gancho das fibras;

$$P = 1,29276 - 0,337135 \cdot v_f \quad (2.11)$$

$$Q = -0,08029 + 0,01255 \cdot v_f \quad (2.12)$$

Velasco (2008) utilizou a metodologia da determinação da curva tensão *versus* deformação / abertura de fissuras para determinação dos diagramas de tensão *versus* deformação. A metodologia baseia-se em uma equação que descreve o comportamento até a nucleação da fissura e uma curva que descreve esse comportamento em regime de pós-fissuração. O modelo utilizado para curva ascendente foi o de um diagrama bilinear conforme Figura 2.28.

Figura 2.28 - Diagrama tensão *versus* deformação pré nucleação (VELASCO,2008)



Para a modelagem numérica desse diagrama utilizou-se a equação (2.13), que se abaixo:

$$\sigma(\varepsilon) \begin{cases} E \cdot \varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ \frac{(f_t - f_{ty})(\varepsilon - \varepsilon_y)}{(\varepsilon_u - \varepsilon_y)} + f_{ty}, & \varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (2.13)$$

Em que:

E - Módulo de Elasticidade;

f_t - Tensão de formação da microfissura (Resistência à tração);

f_{ty} - Tensão de perda de linearidade;

ε_y - Deformação específica correspondente à perda de linearidade;

ε_u - Deformação específica correspondente à formação de microfissuras;

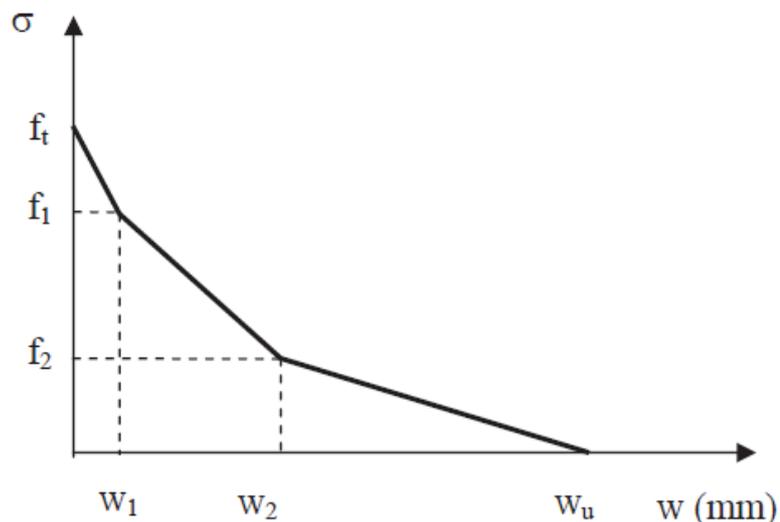
Essa modelagem é similar à utilizada na NBR 6118 (2003), que descreve o comportamento sob tração. O valor de f_{ty} pode ser descrito como uma função linear de f_t de acordo com a equação (2.14).

$$f_{ty} = kt \cdot f_t \quad (2.14)$$

Este parâmetro kt é empírico e na NBR 6118 (2003), vale 0.9.

O comportamento pós-fissuração foi numericamente modelado por meio de uma curva tensão *versus* abertura de fissuras, considerando para o mesmo um diagrama trilinear conforme Figura 2.29. Esse modelo de abertura de fissuras foi utilizado devido a algumas dificuldades para obtenção da deformação do material devida à fragilidade do mesmo na situação de tração.

Figura 2.29 - Modelo tri-linear idealizado por Velasco (2008)



As equações (2.15) a (2.18) representam o modelo tri-linear apresentado por Velasco (2008).

$$f_1 = k_1 \cdot f_t \quad (2.15)$$

$$f_2 = k_2 \cdot f_t \quad (2.16)$$

$$w_1 = \frac{w_u}{c_1} \quad (2.17)$$

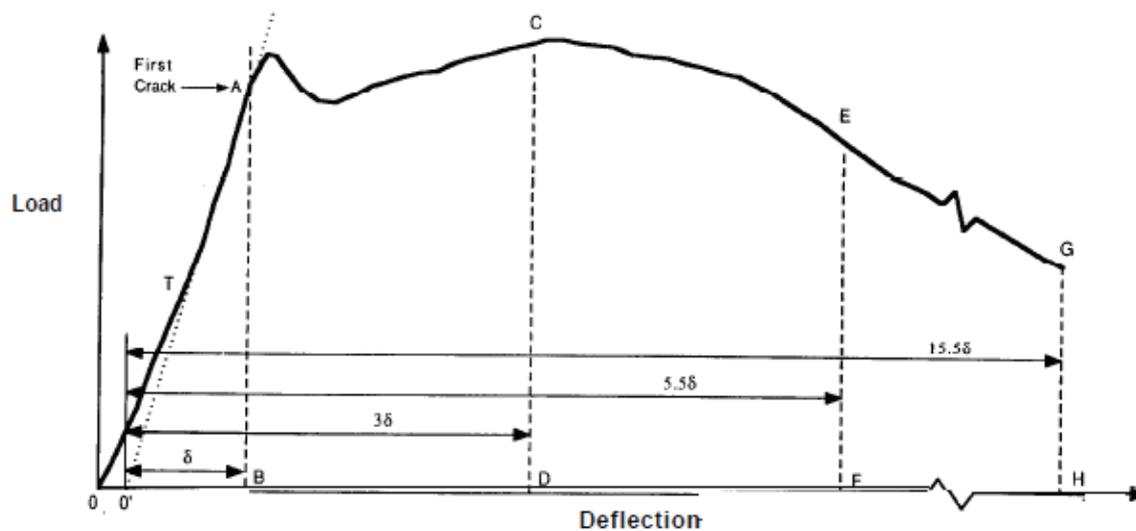
$$w_2 = \frac{w_u}{c_2} \quad (2.18)$$

Os parâmetros k_1 e k_2 são empíricos do modelo, dependentes da fração volumétrica do reforço fibroso. Já w_1 e w_2 são aberturas de fissura escritas como uma fração da abertura de fissura última w_u .

2.2.3.3 Comportamento do CRFA à flexão

A resistência à flexão é uma das propriedades mecânicas mais afetadas pela adição de fibras ao concreto comum quando comparada à resistência à compressão e a resistência à tração. Segundo ACI 544.1R-96 (2000) isso ocorre devido ao comportamento pseudodúctil desenvolvido pelo concreto, cuja distribuição de tensões e deformações fica alterada após a introdução das fibras. Resultados experimentais já conseguiram comprovar a eficiência das fibras no que se refere à resistência à flexão de elementos reforçados de concreto (GROSSI, 2006). A Figura 2.30 apresenta um modelo típico de curva carga *versus* deslocamento para o CRFA.

Figura 2.30 - Curva típica para relação carga x deslocamento para flexão (ACI 544.1R-96)



Moscattelli (2011) também estudou a resistência à tração na flexão com cargas aplicadas nos terços do vão, sendo os resultados apresentados na da Figura 2.34. Observou-se uma diminuição da resistência com um consumo de 40 kg/m³ de fibras de aço, apontando que o consumo ideal de fibras era de 20 kg/m³.

Figura 2.31 - Resultados de resistência a Flexão para o CRFA (adaptado pelo autor - MOSCATELLI, 2001)

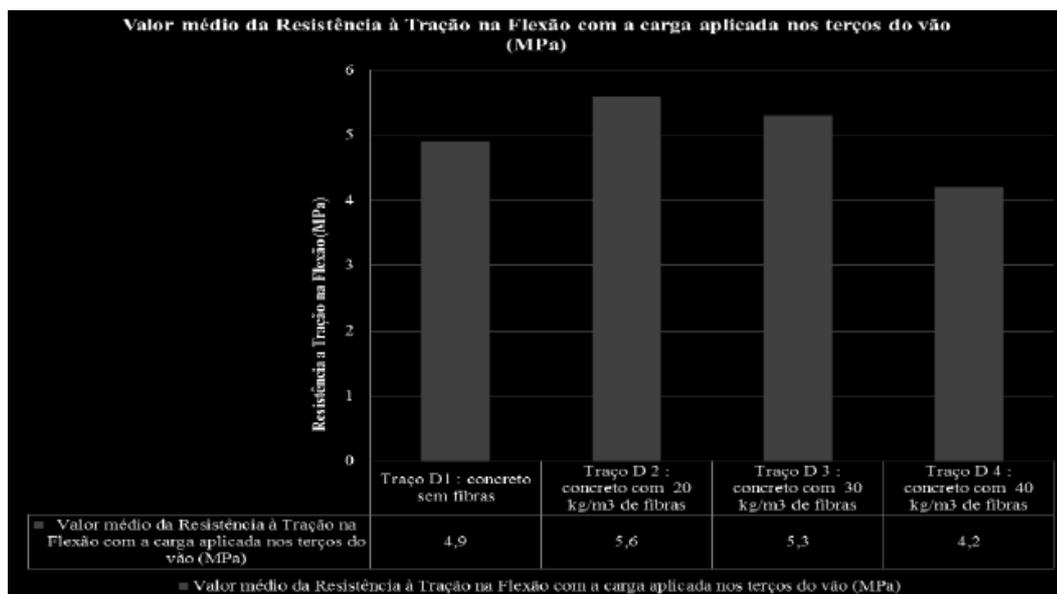


Figura 2.32 - Prisma ensaiado à flexão (adaptado pelo autor - MOSCATELLI, 2011)



Por fim, a Figura 2.32 apresenta um prisma no momento do ensaio e logo após a sua ruptura por flexão.

Van Zijl e Mbewe (2013) apresentaram um estudo numérico do comportamento à flexão em vigas de CRFA, com e sem barras de aço na seção, fazendo avaliações paramétricas para verificar a aplicabilidade do modelo em situações reais de projeto.

Abdul-Ahad e Aziz (1999) apresentaram o comportamento de vigas com seção T compostas de concreto reforçado com fibras de aço, obtendo resultados satisfatórios quando comparado aos resultados experimentais das vigas ensaiadas. A metodologia utilizada foi embasada nas metodologias de abordagem do ACI para o assunto.

2.3 INTRODUÇÃO À MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO

A Mecânica do Dano Contínuo é uma ferramenta que analisa a evolução da danificação de um material através da evolução do processo de microfissuração do mesmo. A Mecânica do Dano Contínuo se diferencia da Mecânica da Fratura por analisar o sistema segundo um processo de fissuração distribuída. Já a Mecânica da Fratura trata de uma descontinuidade ou localização do processo de fissuração no sólido. Portanto, a fratura pode ser entendida como uma etapa posterior à fissuração.

Segundo Pituba (1998), o trabalho pioneiro que introduziu o conceito de Mecânica do Dano Contínuo foi o de Kachanov⁶ (1958 *apud* Pituba, 1998), que tratou sobre modelagem da fissuração em rupturas frágeis de metais que estão em regime de deformação lenta.

2.3.1 Variável de dano em meios contínuos

Considere-se um corpo de comprimento inicial L e seção transversal com área S_1 . Admite-se que o corpo esteja sob ação de uma força de tração F , sofrendo assim um alongamento δ . Considerando-se que o sistema se comporte de forma homogênea e que o meio esteja sem fissuração, a relação tensão *versus* deformação é representada pelas equações (2.19) e (2.20).

$$\sigma = \frac{F}{S_1} \quad (2.19)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad (2.20)$$

Considera-se que o material constituinte do sólido, no seu estado real, apresenta um estado fissurado e, portanto, de forma generalizada essas fissuras contribuem para a variação do comprimento inicial com um valor Δd . Como consequência disso, as equações (2.19) e (2.20) são alteradas para suas formas efetivas, expressas a seguir:

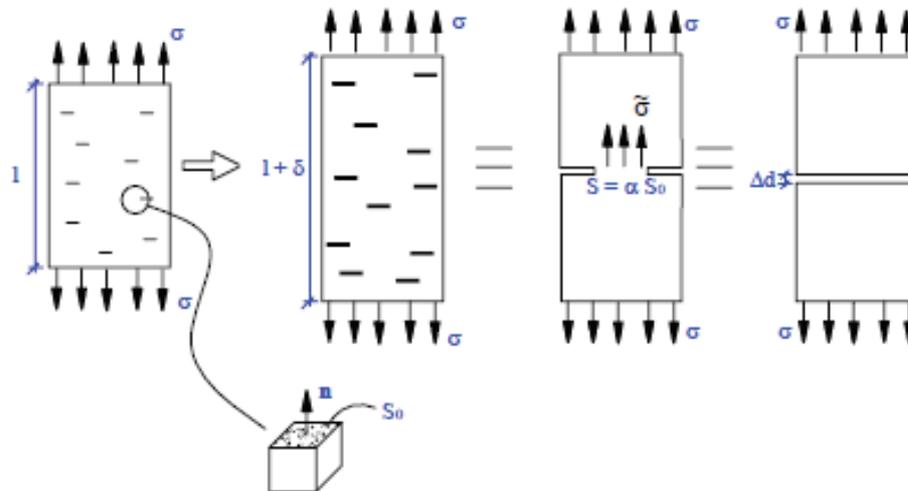
⁶KACHANOV, L. M. Time of the rupture process of non-linear solid mechanics. **Otd. Tech. Nauk.**, v. 8, pp. 28-31, 1958.

$$\sigma_e = \frac{F}{S_e} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_e = \frac{\delta - \Delta d}{L} \quad (2.22)$$

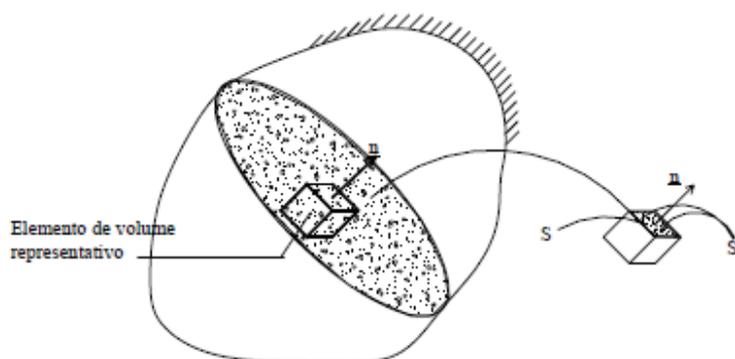
A Figura 2.33 apresenta uma explicação gráfica do equacionamento.

Figura 2.33 - Sólido representativo com modelo de tensões e deformações (PITUBA, 2003)



Do sólido em questão extrai-se um elemento de volume representativo, porém esse elemento deve ser grande o suficiente para representar a distribuição homogênea ao longo do mesmo, e simultaneamente pequeno o suficiente para representar um ponto material do contínuo. Na Figura 2.34 é possível observar tal sólido.

Figura 2.34 - Elemento sólido do qual é extraído o volume representativo (PITUBA, 1998)



Com as considerações acima é possível admitir que as funções que representam os fenômenos nesse elemento sejam contínuas. Sendo que a área S de uma das faces do elemento é definida por um plano cujo versor normal tem a direção n conforme a Figura 2.34. As microfissuras e microdefeitos que contribuem para o dano existente nessa seção têm formas e direções quaisquer. Para o plano em questão há uma área S_d que é a parcela de área que contribui efetivamente para a resistência do elemento. Logo, pode-se definir a área com defeitos como:

$$S_0 = S - S_d \quad (2.23)$$

Segundo, Lemaitre e Chaboche (1984) e Lemaitre (1985) *apud* PITUBA (1998) chega-se em:

$$D_n = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{S_0}{S} \quad (2.24)$$

Este modelo representa uma medida local de Dano. A variável D_n assume valores no seguinte intervalo de $0 \leq D_n \leq 1$, onde $D_n = 0$ para situações da qual o material se encontra íntegro e $D_n = 1$ nas situações em que se tem a completa danificação do elemento.

Para que esse dano seja considerado anisotrópico, os valores de D_n devem variar de acordo com a direção do versor n , agora para considerações de dano isotrópico a variável D_n deve também possuir valores equivalentes independente da direção do versor \vec{n} , representando uma distribuição uniforme de microfissuras e microdefeitos ao longo do elemento em análise.

2.3.2 Definição da variável de dano pelo princípio da equivalência

A escrita das leis constitutivas pode ser guiada de três maneiras: através do princípio de equivalência de deformações, tensões ou energia. Estes princípios servem para a escrita dos modelos de danificação em um meio integro equivalente a um meio fissurado.

Fazendo a mesma analogia de área efetivamente resistente, para o conceito de tensões, pode-se obter a tensão efetivamente resistente do sistema. Para consideração de dano isotrópico, a medida de D é uma variável escalar do problema, obtendo-se:

$$S_d = S - S_0 = S (1 - D) \quad (2.25)$$

Aplicando agora o conceito de tensão efetiva chega-se a:

$$\sigma_e = \frac{F}{S_d} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (2.26)$$

Em um segundo tipo de modelagem de dano, que considera a proporção de alongamento relativa aos defeitos e o alongamento total, define-se a equação (2.27):

$$D^* = \Delta d / \delta \quad (2.27)$$

Levando em conta a nova variável, pode-se deduzir a equação de deformação dada por:

$$\varepsilon_e = (1 - D^*)\varepsilon \quad (2.28)$$

Conforme a Figura 2.34 parte-se da hipótese básica de que o volume do material danificado é o mesmo para as situações de deformação equivalente e tensão equivalente, logo a variável de Dano pode ser definida como $D = D^*$, obtendo-se a equação (2.29) de tensão efetiva.

$$\sigma_e = E \varepsilon_e \quad (2.29)$$

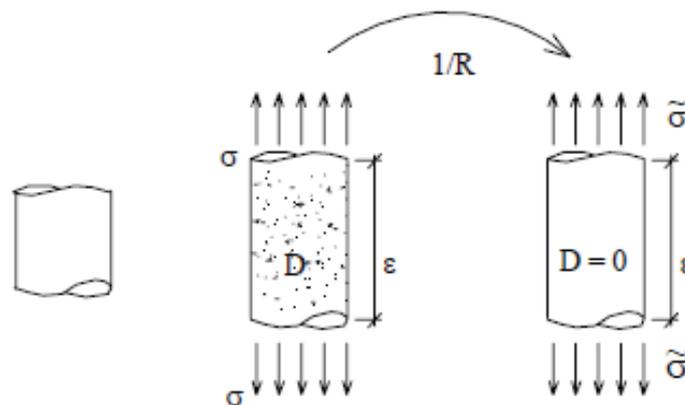
2.3.2.1 Equivalência de deformação efetiva e nominal

Segundo Lemaitre e Chaboche (1990), pela hipótese da equivalência de deformações “o estado de deformação de um material com dano é obtido da lei de comportamento do material íntegro onde a tensão nominal é substituída pela tensão efetiva.”

Para uma análise mais complexa do problema a variável de Dano (D_n) seria definida em função da direção do vetor \vec{n} , transformando a tensão efetiva em um tensor de tensões.

De acordo com Guello (2002) o estado de deformação unidimensional ou tridimensional de um material com dano é obtido da lei do comportamento do material íntegro, cuja tensão nominal é substituída pela tensão efetiva, conforme representação da Figura 2.35.

Figura 2.35 - Conceito de deformação equivalente (PITUBA, 1998)



Observa-se que as Figuras do item 2.3 obtidas de Pituba (1998,2003), as expressões $\check{\epsilon}$ e $\check{\sigma}$ são referências às tensões e às deformações efetivas e neste texto tensão e deformações efetivas são representadas com o sub-índice e . Outra consideração importante diz respeito ao módulo de elasticidade íntegro que em Pituba (1998, 2003) e Guello (2002), são representados como E_0 e neste trabalho são representados apenas como E .

Considerando o princípio da equivalência, iguala-se as deformações efetiva e nominal:

$$\epsilon_e = \epsilon \quad (2.30)$$

$$\sigma_e = E\epsilon \quad (2.31)$$

Escreve-se então, a partir da equação (2.31), a equação (2.32) que vem da substituição da tensão efetiva descrita na equação (2.26):

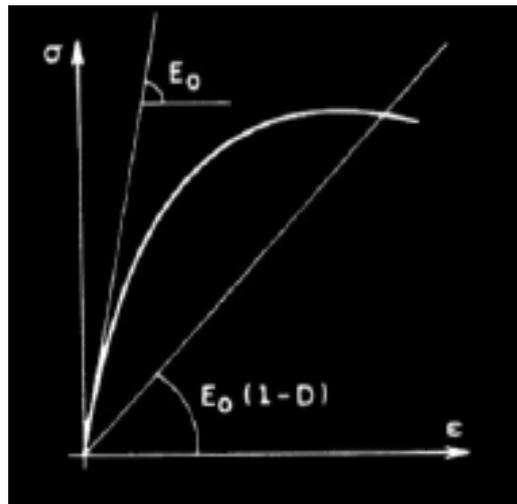
$$\sigma_e = E\varepsilon \Rightarrow \frac{\sigma}{(1-D)} = E\varepsilon \therefore \sigma = (1-D)E\varepsilon \quad (2.32)$$

Da expressão (2.32) obtêm-se uma relação que define o módulo secante de rigidez elástica E para um meio contínuo de reposta equivalente ao meio deteriorado.

$$E_e = (1-D)E \quad (2.33)$$

Onde este novo valor de E_e representa o módulo de elasticidade após a danificação do material. A variação deste novo módulo pode ser observada na Figura 2.36.

Figura 2.36 - Esboço da variação do módulo de elasticidade de um material que apresenta danificação
(GUELLO, 2002)



A variável de Dano é representada pela equação (2.34):

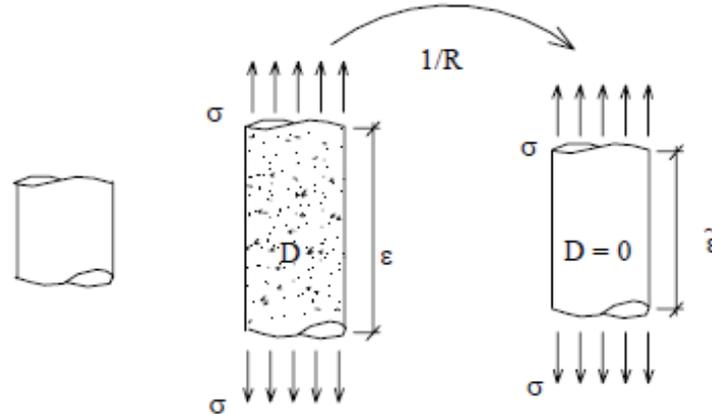
$$D = 1 - \frac{E_e}{E} \quad (2.34)$$

2.3.2.2 Equivalência de tensão efetiva e nominal

Pelas teorias de Lemaitre e Chaboche (1990), a hipótese da equivalência de tensões é definida da seguinte forma "o estado de tensão associado a um meio danificado é obtido da lei de

comportamento do material íntegro em que a deformação nominal é substituída pela deformação efetiva".

Figura 2.37 - Conceito de tensão equivalente (PITUBA, 1998)



Igualando as tensões efetivas e tensões nominais ($\sigma = \sigma_e$), chega-se à equação (2.35):

$$\sigma = E \epsilon_e \Rightarrow \sigma = E \epsilon (1 - D) = (1 - D) E \epsilon \quad (2.35)$$

Analisando as equações (2.32) e (2.35) pode-se perceber que as hipóteses de equivalência de tensão e de deformação chegam na mesma definição de variável de danificação escalar.

2.3.2.3 Equivalência de energia

Igualando a energia equivalente efetiva elástica à energia equivalente nominal elástica ($\sigma_e \epsilon_e = \sigma \epsilon$), a tensão nominal passa a ser escrita segundo a equação (2.36).

$$\sigma_e = E \epsilon_e \Rightarrow \frac{\sigma}{(1 - D)} = E \epsilon (1 - D) \therefore \sigma = (1 - D)^2 E \epsilon \quad (2.36)$$

Chegando a um novo valor da variável de Dano, mostrado na equação (2.37).

$$D = 1 - \left(\frac{E_e}{E} \right)^{1/2} \quad (2.37)$$

As hipóteses de equivalência apresentadas e suas consequências sobre relações constitutivas resultantes no caso uniaxial, podem ser generalizadas para casos multiaxiais, permitindo relacionar tensores de segunda ordem de tensão e de deformação por meio de um tensor

constitutivo de rigidez secante elástica com dano (PITUBA, 2003). Assim pode-se obter o tensor geral de rigidez em meio danificado, que é representado pela equação (2.38):

$$E = (II - D).E_0.(II - D)^T \quad (2.38)$$

Nota-se, finalmente, que as formas gerais que permitem contemplar a anisotropia induzida pela danificação podem ser consideradas (PITUBA, 2003). Observando que o Tensor dado na equação (2.38) possui completa simetria

CAPÍTULO 3

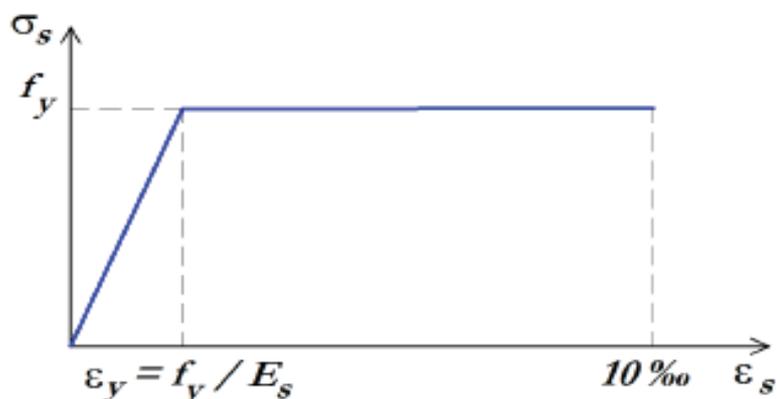
MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste capítulo são apresentados os conceitos gerais relativos ao modelo de Pituba e Fernandes (2011) na sua simplificação para o caso uniaxial que será utilizado neste trabalho. Apresenta-se também o modelo elasto-plástico perfeito para as armaduras e o procedimento de homogeneização para se levar em conta a contribuição das fibras no comportamento mecânico das estruturas analisadas. Para a versão uniaxial é apresentada a formulação e o modelo de elementos finitos de barras estratificadas utilizadas no código de elementos finitos.

3.1 MODELO PLÁSTICO PARA ARMADURAS

Neste trabalho, utilizou-se um modelo uniaxial para descrição do comportamento mecânico da armadura embutida nas estruturas de CRFA, lembrando que os comportamentos mecânicos das barras são basicamente para esforços axiais na estrutura. O aço, aqui representado em seu modelo elasto-plástico, possui comportamento equivalente em regime de tração e compressão. Adota-se então um diagrama que representa o regime de tensão *versus* deformação que é um diagrama bilinear.

Figura 3.1 - Modelo elasto-plástico perfeito para armaduras (PASA, 2007)



3.2 MODELO DE DANO DE PITUBA E FERNANDES (2011)

O modelo de Dano a ser utilizado nas análises numéricas deste trabalho foi proposto por Pituba e Fernandes (2011). O modelo obedece ao exposto no capítulo 2 no âmbito do princípio de equivalência de energia entre meio real danificado e meio contínuo equivalente estabelecido na Mecânica do Dano (LEMAITRE, 1996).

Além disso, o concreto é aqui entendido como um material que pertence à categoria dos meios inicialmente isotrópicos que passam a apresentar isotropia transversal e resposta bimodular induzidas pelo dano.

No que segue, descrevem-se os tensores de dano correspondentes aos estados predominantes de tração e de compressão, em um critério para a divisão do espaço das deformações que é apresentado. Descrevem-se ainda os critérios para a ativação e a evolução da danificação e para a identificação do plano local de isotropia transversal do material. Finalmente, apresentam-se expressões para as leis de evolução das variáveis de dano para o modelo.

3.2.1 Tensor constitutivo do modelo de dano

O modelo de Pituba e Fernandes (2011) representa o caráter bimodular ocasionado pelo processo de danificação definindo dois tensores que simulam os comportamentos predominantes de tração e compressão. O modelo geral ainda contempla o efeito da anisotropia induzida pelo processo de danificação.

Para casos em que o estado predominante é a tração, o tensor de Dano, fica definido pela equação (3.1):

$$D_t = f_1(D_1, D_4, D_5)(A \otimes A) + 2f_2(D_4, D_5)[(A \otimes I + I \otimes A) - (A \otimes A)] \quad (3.1)$$

Sendo que:

$$f_1(D_1, D_4, D_5) = D_1 - 2f_2(D_4, D_5) \quad (3.2)$$

$$f_2(D_4, D_5) = 1 - (1 - D_4)(1 - D_5) \quad (3.3)$$

A variável escalar D_1 representa a danificação na direção perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material e D_4 é a variável representativa da danificação gerada pelo cisalhamento entre as bordas das fissuras pertencentes àquele plano. A variável D_5 é ativada somente se tiver havido compressão prévia com danificação correspondente.

O tensor I é o tensor identidade de segunda ordem e o tensor A é, por definição, (CURNIER *et al.*⁷ 1995 *apud* PITUBA, 2003), formado pelo produto tensorial do versor perpendicular ao plano de isotropia transversal por ele mesmo.

Já o tensor que representa efeitos dominantes de compressão é representado pela equação (3.4).

$$D_c = f_1(D_2, D_4, D_5)(A \otimes A) + f_2(D_3)[(I \otimes I) - (A \otimes A)] \\ + 2f_3(D_4, D_5)[(A \otimes I + I \otimes A) - (A \otimes A)] \quad (3.4)$$

Sendo que:

$$f_1(D_2, D_4, D_5) = D_2 - 2f_3(D_4, D_5) \quad (3.5)$$

⁷ CURNIER, A.; HE, Q.; ZYSSET, P. Conewise linear elastic materials. **Journal of Elasticity**, vol. 37, pp. 1-38, 1995

$$f_2(D_3) = D_3 \quad (3.6)$$

$$f_3(D_4, D_5) = 1 - (1 - D_4)(1 - D_5) \quad (3.7)$$

A variável D_2 (danificação perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material) penaliza o módulo de elasticidade nessa direção e juntamente com D_3 (representante da danificação no plano de isotropia transversal) penaliza o coeficiente de Poisson em planos perpendiculares ao de isotropia transversal.

Observa-se que, com a forma descrita, é possível capturar a danificação dos módulos de cisalhamento e ao mesmo tempo atender à hipótese de salto tangencial nulo do tensor constitutivo (PITUBA; FERNANDES 2011). A variável D_4 representa os efeitos de tração pré-existentes.

Através do princípio de equivalência de energia chega-se aos seguintes tensores de rigidez, para tração e compressão respectivamente.

$$E_t = \lambda_{11}[I \otimes I] + 2\mu_1[I \otimes I] - \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5)[A \otimes A] - \lambda_{12}^+(D_1)[A \otimes I + I \otimes A] - \mu_2(D_4, D_5)[A \otimes I + I \otimes A] \quad (3.8)$$

$$E_c = \lambda_{11}[I \otimes I] + 2\mu_1[I \otimes I] - \lambda_{22}^-(D_2, D_3, D_4, D_5)[A \otimes A] - \lambda_{12}^-(D_2, D_3)[A \otimes I + I \otimes A] - \lambda_{11}^-(D_3)[I \otimes I] - \frac{(1 - 2\nu_0)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3)[I \otimes I] - \mu_2(D_4, D_5)[A \otimes I + I \otimes A] \quad (3.9)$$

Onde $\lambda_{11} = \lambda_0$ e $\mu_1 = \mu_0$.

Os outros valores, segundo o modelo, são existentes somente para valores de Dano diferente de zero. Com isso é possível verificar os efeitos bimodular e anisotrópico induzidos pela danificação, sendo esta a proposta do modelo. Eles são definidos pelas equações (3.10) a (3.15).

$$\lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5) = (\lambda_0 + 2\mu_0)(2D_1 - D_1^2) - 2\lambda_{12}^+(D_1) - 2\mu_2(D_4, D_5) \quad (3.10)$$

$$\lambda_{12}^+(D_1) = \lambda_0 D_1 \quad (3.11)$$

$$\mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0[1 - (1 - D_4)^2(1 - D_5)^2] \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{22}^-(D_2, D_3, D_4, D_5) \\ = (\lambda_0 + 2\mu_0)(2D_2 - D_2^2) - 2\lambda_{12}^-(D_2, D_3) + \frac{(v_0 - 1)}{v_0} \lambda_{11}^-(D_3) \\ - 2\mu_2(D_4, D_5) \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\lambda_{12}^-(D_2, D_3) = \lambda_0[(1 - D_3)^2 - (1 - D_2)(1 - D_3)] \quad (3.14)$$

$$\lambda_{11}^-(D_3) = \lambda_0(2D_3 - D_3^2) \quad (3.15)$$

Para a melhor visualização dos tensores constitutivos, segue a apresentação dos mesmos na forma matricial admitindo por simplificação que a direção 1 é perpendicular ao plano de isotropia transversal.

$$E_T = \begin{bmatrix} (\lambda_0 + 2\mu_0)(1 - D_1)^2 & \lambda_0(1 - D_1) & \lambda_0(1 - D_1) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_0(1 - D_1) & (\lambda_0 + 2\mu_0) & \lambda_0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_0(1 - D_1) & \lambda_0 & (\lambda_0 + 2\mu_0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0(1 - D_4)^2(1 - D_5)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0(1 - D_4)^2(1 - D_5)^2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$E_C = \begin{bmatrix} (\lambda_0 + 2\mu_0)(1 - D_2)^2 & \lambda_0(1 - D_2)(1 - D_3) & \lambda_0(1 - D_2)(1 - D_3) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_0(1 - D_2)(1 - D_3) & (\lambda_0 + 2\mu_0)(1 - D_3)^2 & \lambda_0(1 - D_3)^2 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_0(1 - D_2)(1 - D_3) & \lambda_0(1 - D_3)^2 & (\lambda_0 + 2\mu_0)(1 - D_3)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0(1 - D_4)^2(1 - D_5)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_0(1 - D_4)^2(1 - D_5)^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

O modelo de Dano apresentado em Pituba e Fernandes (2011) propõe dois tensores de dano que permitem assim considerar o efeito bimodular do concreto. Com isso ocorre a necessidade da criação de um critério para definição do efeito preponderante na estrutura, sendo que este é definido pela função g .

$$g(\varepsilon, D_T, D_C) = N(D_T, D_C) \cdot \varepsilon^e \quad (3.18)$$

Para casos mais gerias de solicitações, a equação (3.18) modifica-se para a equação (3.19).

$$g(\varepsilon, D_T, D_c) = N(D_T, D_c) \cdot \varepsilon^e = \gamma_1(D_1, D_2) \varepsilon_V^e + \gamma_2(D_1, D_2) \varepsilon_{11}^e \quad (3.19)$$

Onde γ_1 e γ_2 são definidos pelas equações (3.20) e (3.21).

$$\gamma_1(D_1, D_2) = \{1 + H(D_2)[H(D_1) - 1]\}\eta(D_1) + \{1 + H(D_1)[H(D_2) - 1]\}\eta(D_2) \quad (3.20)$$

$$\gamma_2(D_1, D_2) = D_1 + D_2 \quad (3.21)$$

As funções de Heaveside empregadas na relação acima são estabelecidas pela equação (3.20).

$$H(D_i) = 1 \text{ para } D_i > 0 \text{ e } H(D_i) = 0 \text{ para } D_i = 0 \text{ com } i = 1,2 \quad (3.22)$$

As funções $\eta(D_1)$ e $\eta(D_2)$ são definidas, respectivamente, para os casos de tração, supondo que não tenha danificação prévia de compressão, supondo que não tenha havido danificação prévia de tração, sendo expressas como (PITUBA,2003).

$$\eta(D_1) = \frac{-D_1 + \sqrt{3 - 2D_1^2}}{3} \quad (3.23)$$

$$\eta(D_2) = \frac{-D_2 + \sqrt{3 - 2D_2^2}}{3} \quad (3.24)$$

Como visto na formulação do modelo, a danificação induz uma anisotropia no comportamento do concreto. Sendo, portanto, o material inicialmente isótropo linear, é conveniente separar os critérios de danificação em: critério para início de danificação, quando o material deixa de ser isótropo; e critério para carga e descarga, entendido aqui num sentido de evolução ou não das variáveis de dano, quando o material já se apresenta como transversalmente isótropo. Essa divisão é justificada pela diferença existente entre as energias de deformação elástica complementares de um material isótropo e de um material transversalmente isótropo (PITUBA, 2003).

A ativação inicial dos processos de danificação é governada por uma limitação da quantidade de energia que pode ser empregada em processos puramente reversíveis. Sugere-se como critério para identificação de início da danificação a comparação entre a energia elástica complementar W_e^* , calculada localmente considerando-se o meio inicialmente íntegro, isótropo e puramente elástico, e um valor de referência Y_{0T} , ou Y_{0C} , obtido de ensaios

uniaxiais de tração, ou de compressão, respectivamente. De forma resumida, o critério é dado por (PITUBA, 2003):

$$f_{T,C}(\sigma) = W_e^* - Y_{0T,0C} < 0 \quad f_T \dot{D}_T = 0 \quad \text{e} \quad f_C \dot{D}_C = 0 \quad (3.25)$$

Então $D_T = 0$ (ou seja, $D_1 = D_4 = 0$) e o regime de resposta do material é elástico linear e isotrópico para estados predominantes de tração. Valendo o mesmo para os casos de compressão.

Considerando-se uma situação geral de meio danificado em regime predominante de tração, o critério para a identificação de acréscimos de danificação é representado pela seguinte relação:

$$f_T(\sigma) = W_e^* - Y_{0T}^* \leq 0 \quad (3.26)$$

Em que o valor de referência Y_{0T}^* é definido pela máxima energia elástica complementar determinada ao longo do processo de danificação até o estado atual, isto é:

$$Y_{0T}^* = \text{MAX}(Y_{0T}^*, W_{e+}^*) \quad (3.27)$$

As condições teóricas de carregamento-descarregamento ficam então dadas pelas relações:

$$f_T \leq 0, \dot{D}_T \geq 0, f_T \dot{D}_T = 0; \quad \text{Se } f_T = 0, \dot{f}_T \dot{D}_T = 0 \quad (3.28)$$

A energia elástica complementar do meio danificado se expressa segundo formas diferentes, dependendo se os estados de deformação predominantes são de tração ou de compressão. Por conveniência, admite-se, por exemplo, que seja conhecido o plano de isotropia transversal e que tenha sido adotado um sistema de coordenadas locais tal que a direção 1 seja perpendicular àquele plano. Logo, para o caso de estados predominantes de tração e de compressão valem as relações:

$$W_{e^+}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E(1-D_1)^2} + \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}{2E} - \frac{\nu(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E(1-D_1)} - \frac{\nu(\sigma_{22}\sigma_{33})}{E} + \frac{(1+\nu)}{E(1-D_4)^2(1-D_5)^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + \frac{(1+\nu)}{E}\sigma_{23}^2 \quad (3.29)$$

$$W_{e^-}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E(1-D_2)^2} + \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}{2E(1-D_3)^2} - \frac{\nu(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E(1-D_2)(1-D_3)} - \frac{\nu(\sigma_{22}\sigma_{33})}{E(1-D_3)^2} + \frac{(1+\nu)}{E(1-D_4)^2(1-D_5)^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + \frac{(1+\nu)}{E}\sigma_{23}^2 \quad (3.30)$$

Nos casos em que se configura carregamento, isto é, cujo $\dot{D}_T \neq 0$ ou, $\dot{D}_C \neq 0$ é necessário atualizar os valores das variáveis escalares de dano que aparecem nos tensores D_T e D_C , considerando-se suas leis de evolução. Pituba (2003) adotou leis de evolução das variáveis de dano escritas em função de suas variáveis associadas, as quais correspondem à energia liberada durante o processo de evolução do dano, LEMAITRE (1996).

Dos potenciais de energia complementar (3.29) e (3.30) decorrem as variáveis associadas ao dano. As expressões para a energia liberada durante o processo de evolução do dano, em estados predominantes de tração e de compressão são dadas, respectivamente, por:

$$Y_T = \frac{\partial W_{e^+}^*}{\partial D_1} + \frac{\partial W_{e^+}^*}{\partial D_4} = Y_1 + Y_4 \quad (3.31)$$

$$Y_C = \frac{\partial W_{e^-}^*}{\partial D_2} + \frac{\partial W_{e^-}^*}{\partial D_3} + \frac{\partial W_{e^-}^*}{\partial D_5} = Y_2 + Y_3 + Y_5 \quad (3.32)$$

Onde:

$$Y_1 = \frac{\sigma_{11}^2}{E(1-D_1)^3} - \frac{\nu(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E(1-D_1)^3} \quad (3.33)$$

$$Y_2 = \frac{\sigma_{11}^2}{E(1-D_1)^3} - \frac{\nu(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E(1-D_2)^2(1-D_3)} \quad (3.34)$$

$$Y_3 = \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}{E(1 - D_3)^3} - \frac{\nu(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E(1 - D_2)(1 - D_3)^2} + \frac{2\nu\sigma_{22}\sigma_{33}}{E(1 - D_3)^2} \quad (3.35)$$

$$Y_4 = \frac{(1 + \nu)}{E(1 - D_4)^3(1 - D_5)^2} (2\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{13}^2) \quad (3.36)$$

$$Y_5 = \frac{(1 + \nu)}{E(1 - D_5)^3(1 - D_4)^2} (2\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{13}^2) \quad (3.37)$$

Por outro lado, as leis de evolução das avriáveis escalares de dano que compõem os tensores, apresentam a seguinte forma geral:

$$D_i = 1 - \frac{1 + A_i}{A_i + e^{[B_i(Y_i - Y_{0i})]}} \quad (3.38)$$

As variáveis A_i , B_i , Y_{0i} são os parâmetros a serem identificados. O sub-índice i está relacionado à variável de dano escalar que está sendo calculada. Os parâmetros Y_{01} são entendidos como limites iniciais para a ativação da danificação. A identificação paramétrica do modelo é realizada através de ensaios experimentais de tração uniaxial para a obtenção dos parâmetros, B_1 , $Y_{01} = Y_{0T}$, de ensaios de compressão uniaxial para a identificação dos parâmetros A_2 , B_2 , $Y_{02} = Y_{0C}$ e finalmente de ensaios de compressão biaxial para obter A_3 e B_3 (PITUBA, 2003). Já os parâmetros das variáveis ligadas ao cisalhamento devem ser identificados através de ensaios de cisalhamento direto.

Por outro lado, quando o processo de danificação é ativado, a formulação passa a envolver o tensor A que, por sua vez, depende do conhecimento da normal ao plano de isotropia transversal. Então, devem-se definir regras para a localização dessa normal para um dado estado de deformação.

Em Pituba (2003), sugere-se um critério para a localização do plano de isotropia transversal baseado nos sinais das taxas das deformações principais. Inicialmente propõe-se que a isotropia transversal decorrente do dano se manifesta somente se existirem taxas positivas de deformação, ao menos em uma das direções principais. Em seguida, definem-se algumas regras para identificar sua localização. Em primeiro lugar, um estado de deformação em que

uma das taxas de deformação é não nula ou de sinal contrário às demais, aplica-se a seguinte regra:

“No espaço das deformações principais, se duas das três taxas das deformações forem de alongamento, encurtamento ou nulas, o plano definido por elas será o plano de isotropia”.

Nesse caso enquadra-se, por exemplo, a tração uniaxial, resultando que o plano de isotropia transversal é perpendicular à direção da tensão de tração. Entretanto, há casos não abrangidos por essa regra. Por exemplo, o estado de deformação plana em que as deformações não nulas são de sinais contrários. Para essa situação, vale uma segunda regra:

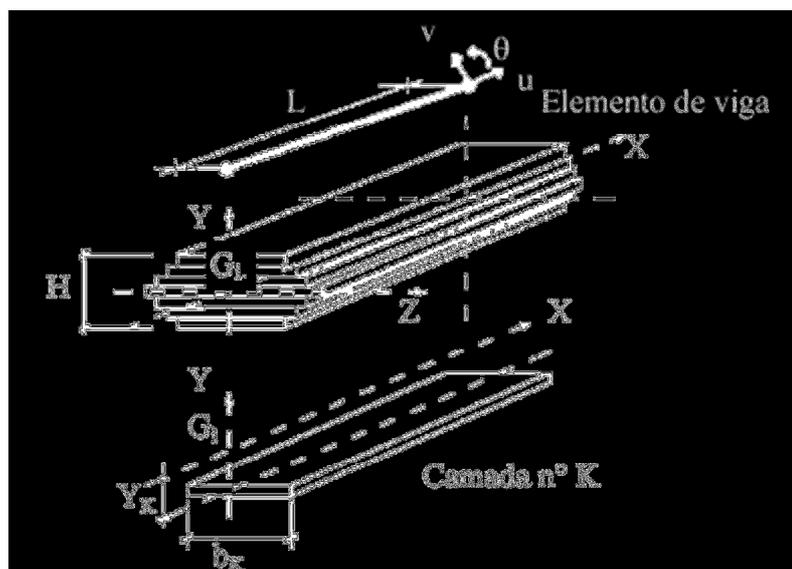
Num estado de deformação plana, em que as taxas das deformações principais no plano tenham sinais contrários, o plano local de isotropia transversal do material fica definido pelas direções da deformação principal permanentemente nula e da deformação cuja taxa seja positiva.

Um outro caso particular ocorre quando todas as taxas de deformações principais são positivas. Para esses estados vale uma terceira regra, segundo a qual assume-se que a direção de maior alongamento seja perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material.

3.2.2 Versão do modelo para o caso unidimensional

O modelo de dano em estudo está implementado em linguagem Fortran em um código computacional baseado no Método dos Elementos Finitos para a análise numérica de estruturas em barras discretizadas com seção transversal estratificada (ver Figura 3.2), permitindo assim colocar na seção transversal camadas equivalentes de aço ou concreto. Tal código é identificado aqui como EFICOS. Ao longo deste trabalho admite-se perfeita aderência entre concreto e aço, definindo assim para cada camada suas características, como módulo de elasticidade e deformações anelásticas equivalentes, utilizando regra de homogeneização para tal fim.

Figura 3.2 - Elemento finito empregado no código computacional (PITUBA, 2003)



O modelo de Pituba (2003) inicialmente não contabilizava valores de deformações permanentes, ou seja, para situações de descarregamento o modelo recupera totalmente o valor de deformação na peça. Porém em situações reais de carregamento e descarregamento, isto não ocorre, logo observa-se que estas deformações permanentes não são desprezíveis e devem ser consideradas para aproximação da realidade em situações de descarregamento.

De fato, as deformações anelásticas e a danificação evoluem simultaneamente. Segundo La Borderie (1991), a microfissuração e a existência de vazios no material estão na origem dos dois fenômenos. Por um lado os microvazios são uma causa para as deformações anelásticas, pois impedem que as microfissuras fechem totalmente num processo de descarregamento. Por outro lado, nota-se numa microfissura que suas faces são irregulares, sendo esta outra razão para a dificuldade do seu fechamento total (PITUBA, 2003).

Como critério geral, admite-se que as deformações residuais surgem após o início da danificação. Limita-se a proposta apenas aos casos uniaxiais, pois se tratando de um modelo de dano com anisotropia induzida, as deformações plásticas em estados mais complexos de sollicitação devem ser melhor avaliadas.

Nesse contexto, e tendo-se em vista a bimodularidade, PITUBA (2003) propõe uma lei de evolução não associativa para as deformações residuais, inspirada na proposta de COMI (2000), dada por:

$$\dot{\varepsilon}^P = \frac{\partial g_T}{\partial \sigma} \dot{D}_T + \frac{\partial g_C}{\partial \sigma} \dot{D}_C \quad (3.39)$$

Vê-se que g_T e g_C são potenciais anelásticos.

Admitindo-se, ainda por simplificação, que as deformações plásticas são compostas exclusivamente por deformações volumétricas, nos moldes de alguns modelos contidos na literatura Ramtani *et al.*⁸ (1992), os potenciais podem ser expressos por:

$$g_T = \beta_T(D_T)I_1 \quad (3.40)$$

$$g_C = \beta_C(D_C)I_1 \quad (3.41)$$

Sendo I_1 o primeiro invariante do tensor de tensões.

Segue daí que a equação (3.39) assume a forma descrita a seguir:

$$\dot{\varepsilon}^P = \beta_T(D_T)I_1 \dot{D}_T + \beta_C(D_C)I_1 \dot{D}_C \quad (3.42)$$

As funções de dano $\beta_T(D_T)$ e $\beta_C(D_C)$, são dependentes do material. No caso do modelo proposto para aplicação ao concreto, assumem-se as seguintes funções:

$$\beta_T(D_T) = \frac{\beta_1}{(1 - D_1)^2} \quad (3.43)$$

$$\beta_C(D_C) = \frac{\beta_2}{(1 - D_2)^2} \quad (3.44)$$

Finalmente, a lei de evolução para as deformações plásticas levando-se em conta o efeito unilateral, resulta:

⁸ RAMTANI, S.; BERTHAUD, Y.; MAZARS, J. Orthotropic behavior of concrete with directional aspects: modeling and experiments. **Nuclear Engineering Design**, vol. 133, pp. 97-111, 1992.

$$\dot{\varepsilon}^P = \left(\frac{\beta_1}{(1 - D_1)^2} \dot{D}_1 + \frac{\beta_2}{(1 - D_2)^2} \dot{D}_2 \right) \mathbf{I} \quad (3.45)$$

Observa-se que nesta proposta, β_1 e β_2 são parâmetros diretamente relacionados às evoluções das deformações plásticas induzidas pelo dano em tração e em compressão, respectivamente. Quando os valores desses parâmetros são impostos como nulos, recupera-se o modelo originalmente proposto, ou seja, comportamento elástico-danificado sem a consideração de deformações plásticas.

É importante observar que, a identificação dos parâmetros β_1 e β_2 necessita da realização de ensaios uniaxiais de tensão em tração e compressão, respectivamente, com carregamento e descarregamento.

Admitindo para o problema que a direção longitudinal representa a direção perpendicular ao plano de isotropia transversal, a versão uniaxial do modelo de dano é descrita brevemente pelas equações seguintes:

$$E(\varepsilon) = \begin{cases} E_C & \text{se } g(\varepsilon, D_T, D_C) < 0 \\ E_T & \text{se } g(\varepsilon, D_T, D_C) > 0 \end{cases} \quad (3.46)$$

$$E_T = E(1 - D_1)^2(1 - D_2)^2 \quad (3.47)$$

$$E_C = E(1 - D_2)^2 \quad (3.48)$$

Já as energias associadas ao desenvolvimento do modelo se reduzem ao formato simplificado abaixo:

$$W_{e+}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E(1 - D_1)^2(1 - D_2)^2} \quad (3.49)$$

$$W_{e-}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E(1 - D_2)^2} \quad (3.50)$$

$$Y_T = \frac{\partial W_{e+}^*}{\partial D_1} = Y_1 \quad (3.51)$$

$$Y_C = \frac{\partial W_{e-}^*}{\partial D_2} = Y_2 \quad (3.52)$$

$$Y_1 = \frac{\sigma_{11}^2}{2E(1 - D_1)^3(1 - D_2)^2}; Y_2 = \frac{\sigma_{11}^2}{E(1 - D_2)^3} \quad (3.53)$$

No âmbito da análise uniaxial, as variáveis de dano que possuem evolução são as variáveis D_1 e D_2 e suas leis de evolução continuam sendo dadas pela equação (3.36). Os ensaios necessários para a completa identificação paramétrica do modelo são, portanto, ensaios de tração e compressão uniaxiais.

3.3 MODELO DE HOMOGENEIZAÇÃO DE LA BORDERIE (1991) PARA O CASO DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS

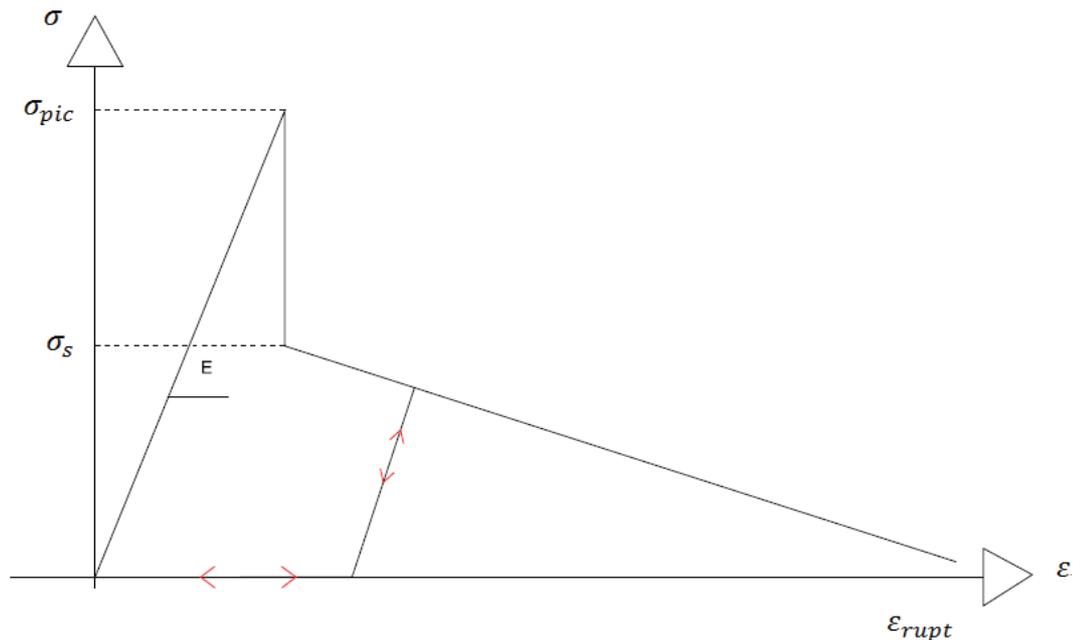
Toda a base para análise mecânica de estruturas de concreto com fibras leva em conta o conhecimento das interações do conjunto fibra/matriz, sendo que estes processos comandam o funcionamento de uma estrutura quando submetida a situações de carregamento e descarregamento.

De fato, uma análise completa do comportamento deveria levar em conta os vários fenômenos relacionados ao comportamento mecânico das fibras, do concreto e da interface. Segundo La Borderie (1991), modelar o comportamento mecânico das fibras ou do concreto não tem grandes dificuldades. Entretanto, o comportamento da interface fibra/concreto é diferente do comportamento isolado da fibra ou do concreto.

La Borderie (1991) focou seu estudo no comportamento da interface evidenciado em ensaios de arrancamento de fibras de aço de uma matriz cimentícia.

Das observações dos resultados dos ensaios, a proposta de modelagem uniaxial da homogeneização do comportamento da interface fibra/matriz cimentícia é a representada na Figura 3.3. Tal proposta foi implementada no código de cálculo destacado no item 3.2.2 para a realização deste trabalho.

Figura 3.3 - Modelo do comportamento da interface fibra / matriz (LA BORDERIE, 1991)



Na Figura 3.3 observa-se os parâmetros tensão de pico (σ_{pic}), tensão inicial de patamar do escoamento (σ_s) e deformação limite (ϵ_{rupt}) propostos para representar o comportamento da interface fibra/matriz.

Por outro lado, via método de homogeneização cinemática de Voigt, La Borderie (1991) propõe a seguinte expressão para o cálculo da tensão homogeneizada do conjunto:

$$\sigma_{CRFA} = (1 - C)\sigma_m + C\sigma_f \quad (3.51)$$

Onde:

σ_{CRFA} : Tensão no material homogeneizado, dito CRFA;

C : Concentração de fibras de aço;

σ_m : Tensão na matriz cimentícia;

σ_f : Tensão na interface fibra/matriz;

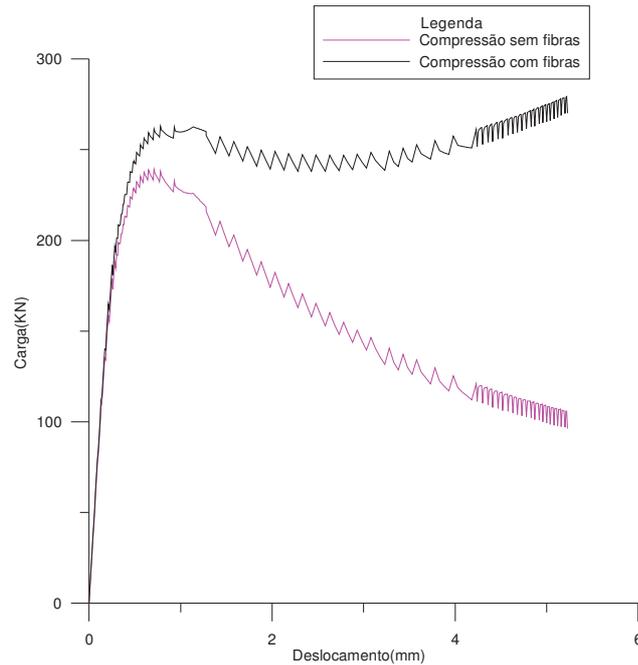
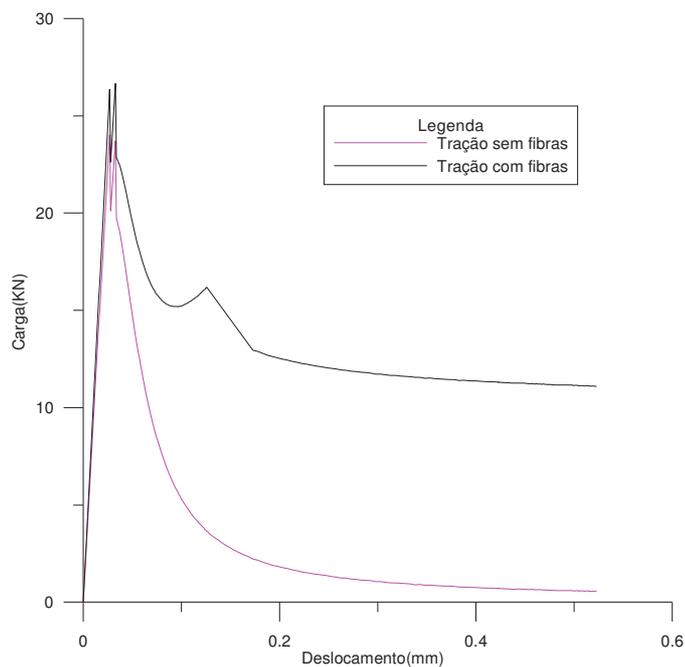
Observa-se que foi introduzida uma hipótese simplificadora, onde a deformação é suposta idêntica para a matriz e na interface Além disso, a orientação das fibras que é aleatória e não

privilegiada no sentido da solicitação, não é levada em conta na modelagem proposta. Contudo, acredita-se que para os objetivos propostos para este trabalho, tais limitações têm pouca interferência nos resultados numéricos da proposta de modelagem para estruturas de concreto com fibras, pois as análises a serem realizadas serão em versão unidimensional.

3.4 AVALIAÇÃO QUALITATIVA DA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE HOMOGENEIZAÇÃO DE LA BORDERIER (1991)

Para avaliação da implementação computacional foram feitos testes qualitativos para verificar a influência da adição de fibras sobre o comportamento força versus deslocamento de vigas de concreto simples e de concreto armado reforçado com fibras de aço.

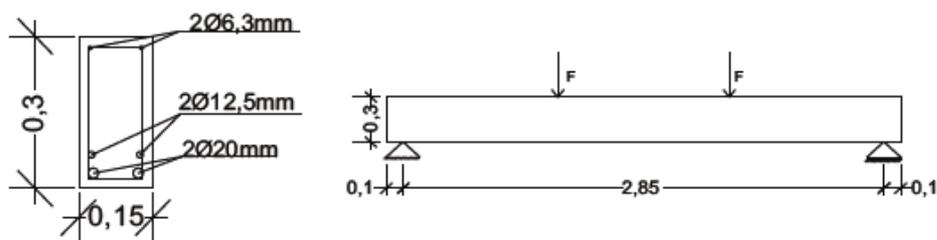
Primeiramente foram avaliadas peças retangulares de 100 mm x 10 mm x 300 mm submetidas à tração ou compressão uniaxial. Foi traçado o deslocamento correspondente ao ponto central da seção transversal do prisma. A proporção do volume de fibras utilizada para o ensaio de compressão foi de 0,5% (Figura 3.4) e para o ensaio de tração, uma concentração de fibras de 1,5%. Os resultados são mostrados na Figura 3.5.

Figura 3.4 – Comportamento carga *versus* deslocamento numérico sobre efeito de compressão diretaFigura 3.5 – Comportamento carga *versus* deslocamento numérico sobre efeito de tração direta

É possível perceber que a primeira avaliação numérica do modelo representa bem os resultados de compressão e tração. Na situação de compressão tem-se um leve aumento na tensão de pico e na situação pós-fissuração um ganho de resistência considerável. Já na situação de tração, percebemos uma suavização da curva devido ao efeito de grampeamento das fissuras feito pelas fibras de aço.

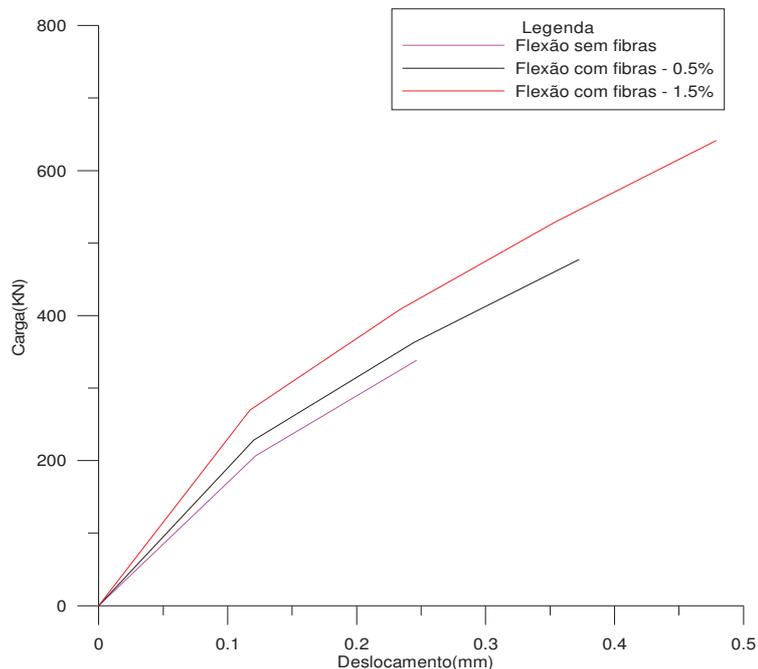
A segunda avaliação qualitativa é relativa ao comportamento de uma viga submetida à flexão. Esta viga é armada com aço tipo CA-50 e possui variações na concentração de fibras (0,0%, 0,5% e 1,5%). Esta viga foi originalmente analisada por Lacerda; Pituba (2012), sendo a geometria ilustrada na Figura 3.6.

Figura 3.6 - Modelo de viga proposta por Lacerda e Pituba (2012).



A Figura 3.7 apresenta o comportamento Força versus deslocamento numérico da viga de referência com variações na concentração de fibras.

Figura 3.7 – Comportamento carga *versus* deslocamento numérico da viga de Lacerda e Pituba (2012) sobre flexão a 4 pontos.



Pela análise gráfica é possível perceber o ganho de resistência e rigidez à medida que ocorre o aumento no volume de fibras na mistura, evidenciando que o modelo apresenta um resultado inicial como esperado.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS MODELOS UTILIZADOS

A avaliação da influência das variáveis na resposta numérica é essencial visto que o modelo utilizado neste trabalho é sensível a certos parâmetros, principalmente às variáveis relacionadas ao comportamento de tração. Portanto, nessa sessão são apresentadas algumas análises de sensibilidade que ajudaram na identificação paramétrica do modelo, visto que esta etapa é primordial para que os resultados numéricos apresentem boa qualidade quando comparados com os resultados experimentais que serão utilizados como base neste trabalho.

Portanto nesta seção será avaliada a influência dos parâmetros do modelo de dano para o concreto e os parâmetros do modelo de homogeneização proposto por La Borderie (1991) que serão utilizados nas modelagens numéricas apresentadas no Capítulo 5.

4.1 SENSIBILIDADE DAS VARIÁVEIS DE DANO PARA CONCRETO SIMPLES

A primeira avaliação de sensibilidade é baseada em Pituba (2003), que analisou a influência dos parâmetros de Dano de um modelo biaxial, que para este trabalho é reduzido para o modelo de uniaxial. Portanto as variáveis consideradas para este modelo são A_i , B_i , $Y0_i$, β_i , em que a notação i traz a referência do regime predominante, classificado pelo hiperplano definido no modelo de Pituba e Fernandes (2011):

- $i = 1$ (Tração);
- $i = 2$ (Compressão);

Para avaliação paramétrica, Pituba (2003) utilizou como parâmetros de partida aqueles mostrados na Tabela 4.1. As curvas tensão *versus* deformação foram obtidas modelando um prisma submetido à tração ou compressão uniaxial.

Tabela 4.1 – Parâmetros de dano e módulo de elasticidade utilizados por Pituba (2003).

Parâmetros	Tração	Compressão
E (MPa)	15600	31850
A	70	-0,5
B (MPa^{-1})	22110	5
Y0 (MPa)	0,000015	0,002
β	0,0001	0,0001

O primeiro teste realizado foi para as variáveis relativas à tração. Pituba (2003) analisou separadamente a influência de cada parâmetro.

Na Figura 4.1 é possível verificar primeiramente o efeito da variável $Y0_1$. Verifica-se a alteração da tensão de pico do material, que marca o início do trecho não linear do material. Já na Figura 4.2 é possível observar que A_1 marca a inclinação do trecho de início de Dano.

Na Figura 4.3 é visível a influência de B_1 em vários trechos do regime tensão *versus* deformação do material, alterando bastante a deformação de pico assim como a tensão de pico, além da sua influência na curvatura da região pós-pico. Já a variável β_1 tem bastante influência no efeito pós – pico, regulando o efeito de “softening” do material.

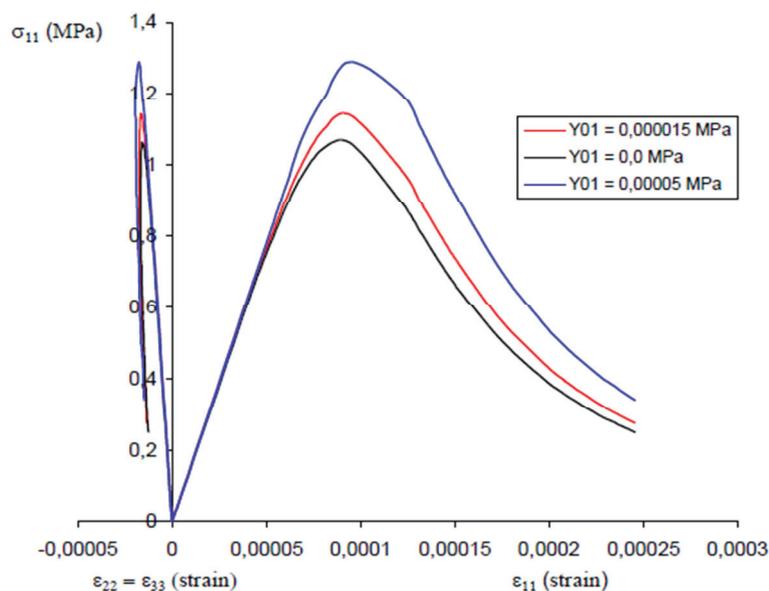
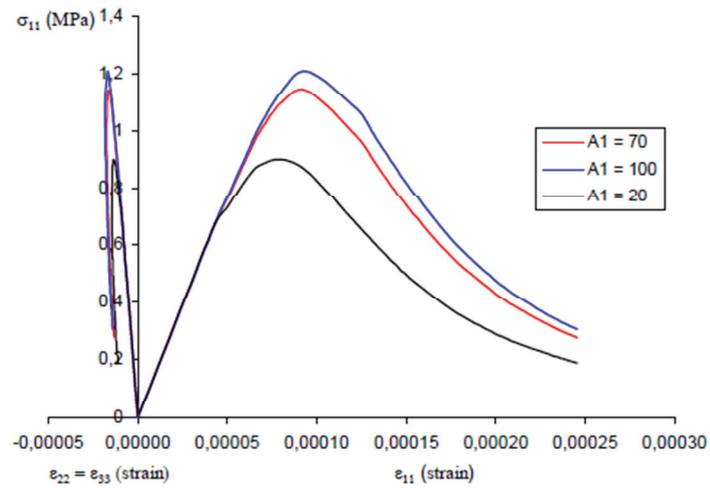
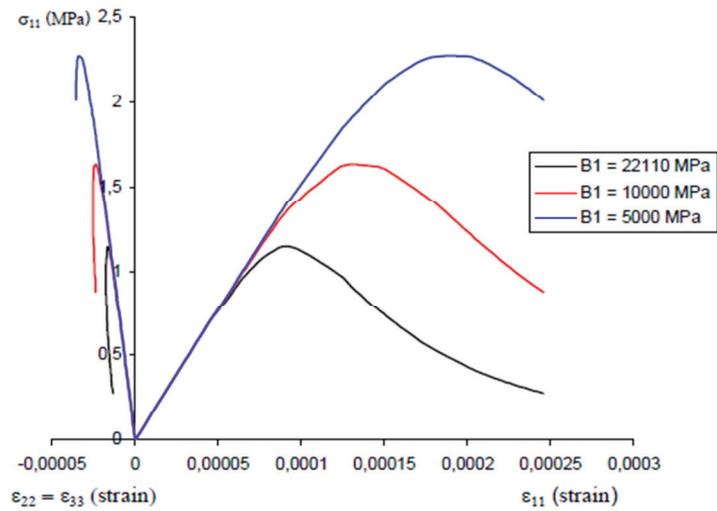
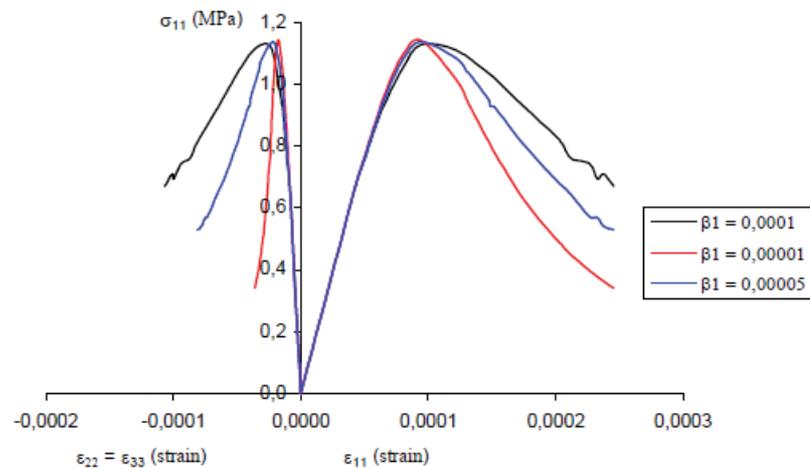
Figura 4.1 – Avaliação do parâmetro $Y0_1$ (PITUBA, 2003).

Figura 4.2 – Avaliação do parâmetro A_1 (PITUBA, 2003).Figura 4.3 – Avaliação do parâmetro B_1 (PITUBA, 2003).Figura 4.4 – Avaliação do parâmetro β_1 (PITUBA, 2003).

Segundo Pituba (2003) as avaliações feitas para tração são válidas para a situação de compressão, porém com observação na comparação de A_2 e B_2 , das quais os mesmos assumem igualdade de importância na avaliação da tensão de pico.

Figura 4.5 – Avaliação do parâmetro $Y0_2$ (PITUBA, 2003).

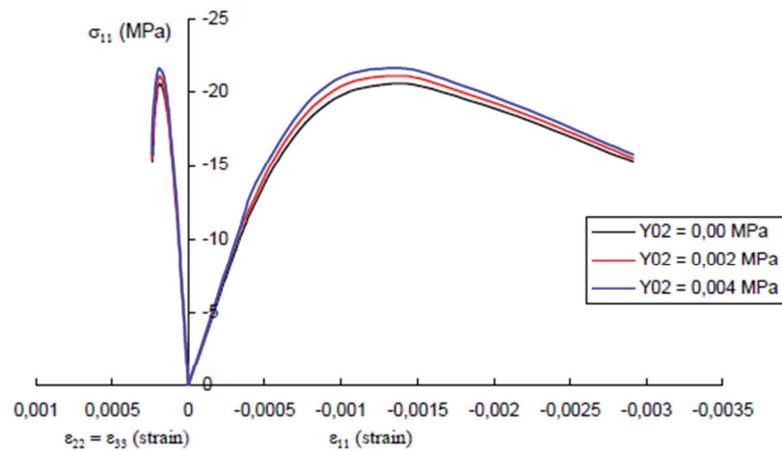
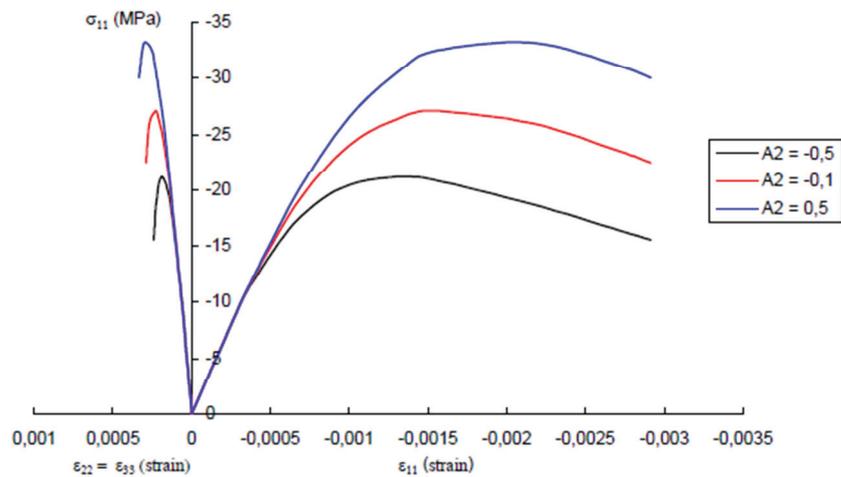
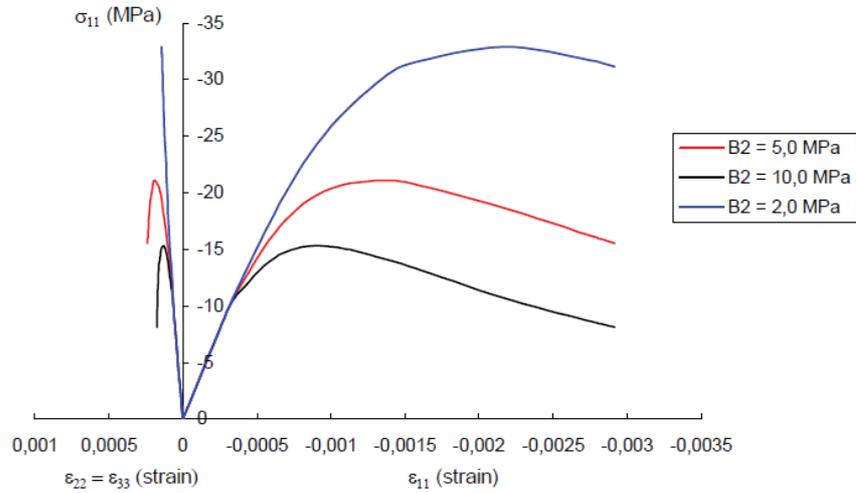
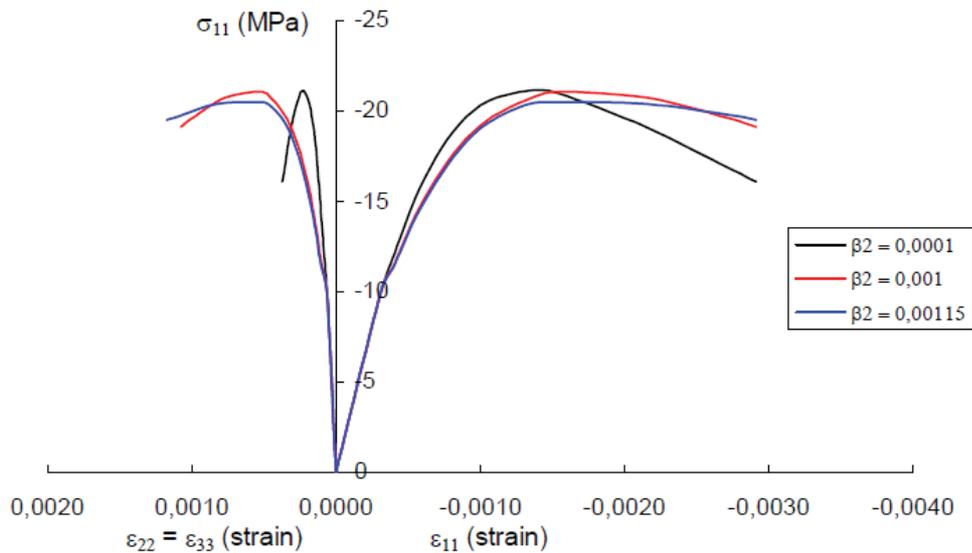


Figura 4.6 - Avaliação do parâmetro A_2 (PITUBA, 2003).



As avaliações de B_2 e β_2 são apresentadas nas Figuras 4.7 e 4.8.

Figura 4.7 - Avaliação do parâmetro B_2 (PITUBA,2003).Figura 4.8 - Avaliação do parâmetro β_2 (PITUBA,2003).

4.2 SENSIBILIDADE DAS VARIÁVEIS DO PROCEDIMENTO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA CONCRETO COM FIBRAS

A avaliação de sensibilidade do concreto com fibras utilizou comparações nos resultados numéricos de carga x deslocamento das mesmas peças simuladas por Velasco (2008). Os prismas possuem geometria de 100 mm x 100 mm x 400 mm com vão livre de 300 mm. A Tabela 4.2 apresenta os valores tomados como referência para a elaboração das análises.

Tabela 4.2 – Parâmetros de referência do modelo de homogeneização.

Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Deformação de ruptura (m/m)
110	60% da tensão de pico	0,03
580	80% da tensão de pico	0,06
920	95% da tensão de pico	0,1

Os parâmetros do modelo de dano utilizados para esta análise de sensibilidade são apresentados na Tabela 4.3. Lembrando que estes parâmetros de Dano não são alterados nesta análise, pois a intenção neste item é verificar a influência dos parâmetros do modelo de homogeneização proposto por La Borderie (1991).

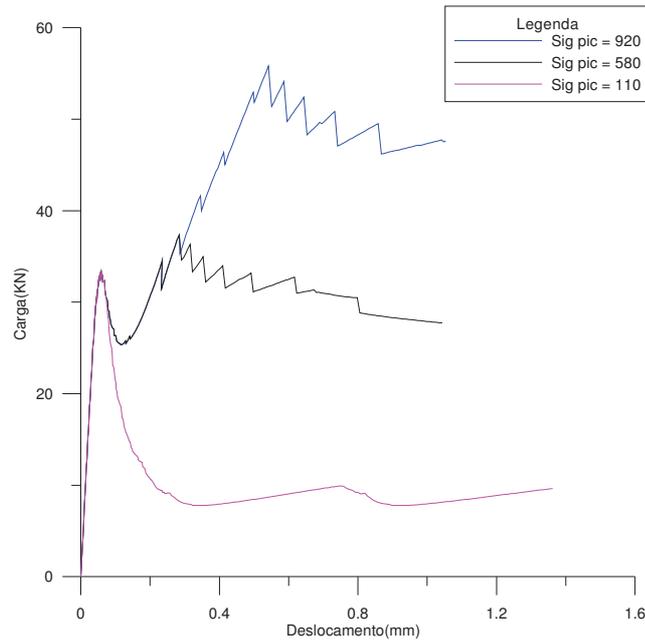
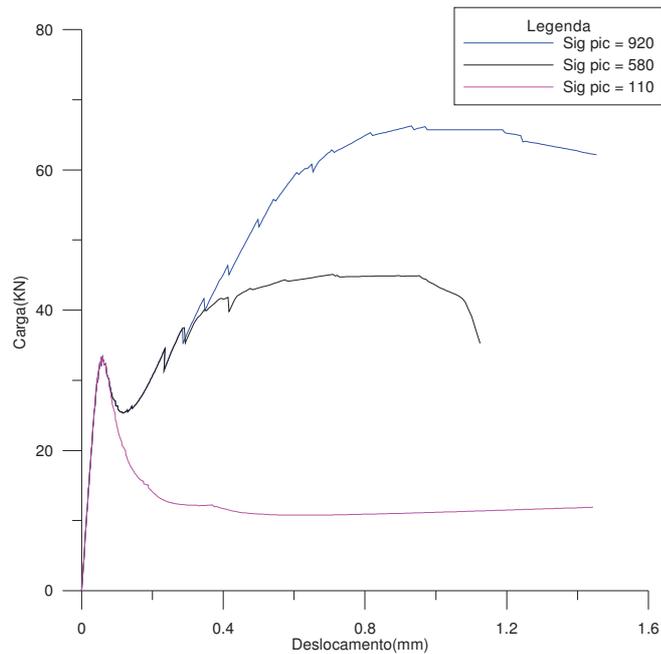
Tabela 4.3 – Parâmetros de do modelo de dano e módulo de elasticidade.

Parâmetros	Tração (1)	Compressão (2)
E (MPa)	41000	
A	15	0,7
B (MPa ⁻¹)	1030	2,5
$Y0$ (MPa)	0,000085	0,004945
β	0,00000045	0,0003

As Figuras 4.9 a 4.14 apresentam as análises de sensibilidade do modelo com fibras. Para os testes de sensibilidade adotou-se o módulo de elasticidade das fibras igual a 200 GPa e concentração de fibras de 1,00%.

A primeira análise é realizada com a variação da tensão de pico (σ_{pic}) e fixando os valores para tensão de escoamento (σ_s) em 60% de σ_{pic} e $\varepsilon_{rupt} = 0,03$.

A segunda análise é uma variação da tensão de pico (σ_{pic}) com uma variação da tensão de escoamento (σ_s) fixada no problema. Nesta análise a tensão de escoamento foi aumentada para 95% do valor da tensão de pico do problema. As Figuras 4.9 e 4.10 apresentam os resultados obtidos nesta análise.

Figura 4.9 - Avaliação I do parâmetro σ_{pic} Figura 4.10 - Avaliação II do parâmetro σ_{pic} 

A terceira e quarta análise são referentes à variação da deformação de ruptura no problema. Na terceira análise a tensão de pico é fixada em 110 MPa e há uma deformação de escoamento em 60% do valor da tensão de pico, que é apresentada na Figura 4.11. A quarta análise é referente à variação da deformação de ruptura porém tomando $\sigma_{pic} = 920$ MPa e

valores de tensão de escoamento em 95% da tensão de pico.

Figura 4.11 - Avaliação I do parâmetro ϵ_{rupt}

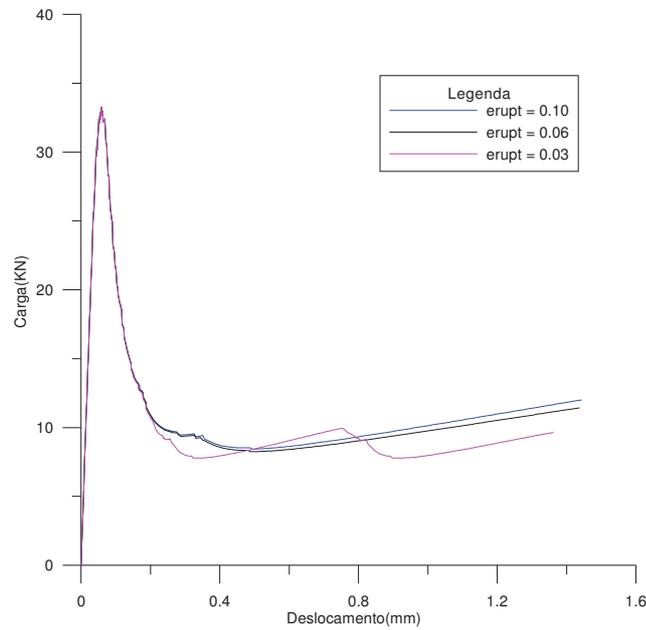
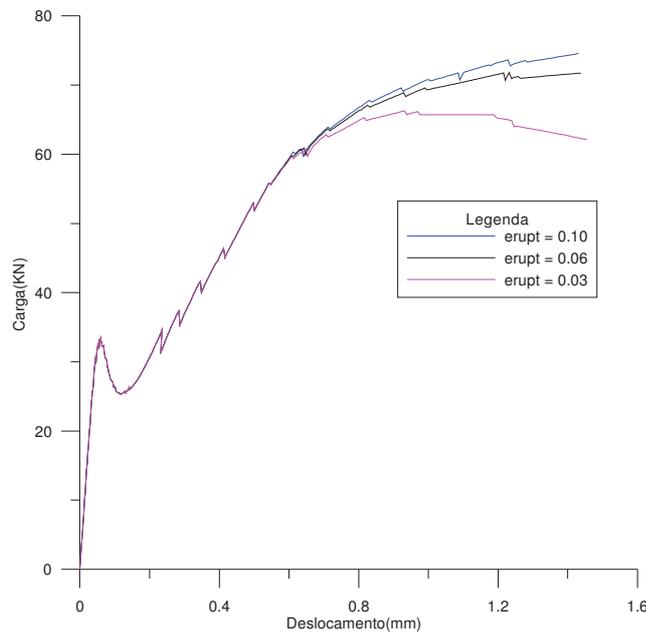
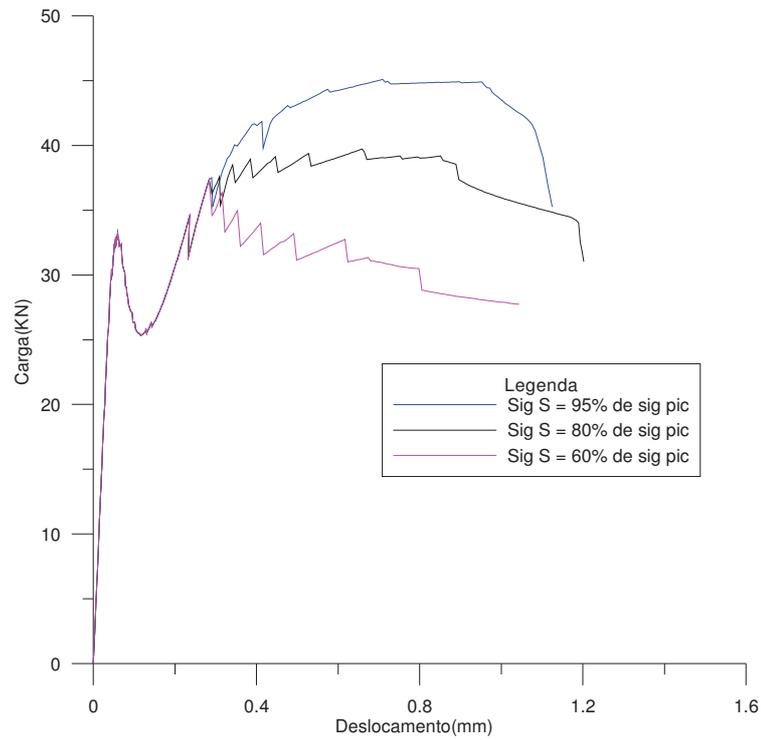
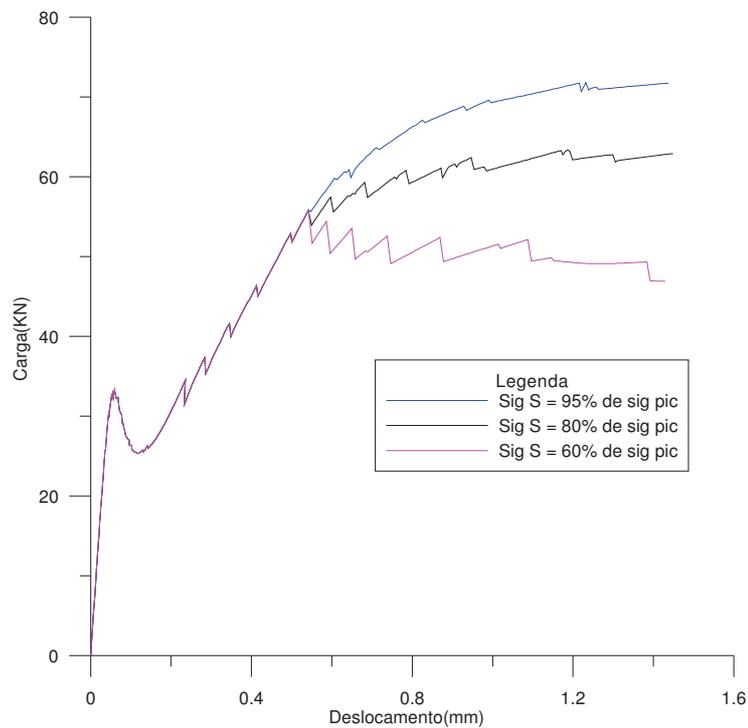


Figura 4.12 - Avaliação II do parâmetro ϵ_{rupt}



Para fechar as avaliações de sensibilidade do padrão carga x deslocamento do modelo, no quinto e sexto teste foi avaliada a influência da tensão de escoamento. O quinto teste fixa a tensão de pico em 590 MPa e deformação de ruptura em 0,03 m/m e o resultado é apresentado

na Figura 4.13. O sexto teste fixa a tensão de pico em 920 MPa e deformação de ruptura em 0,06 m/m, sendo o resultado apresentado na Figura 4.14.

Figura 4.13 - Avaliação I do parâmetro σ_s Figura 4.14 - Avaliação II do parâmetro σ_s 

É possível perceber que a tensão de pico (σ_{pic}) tem uma influência maior que tensão de escoamento σ_s na carga de pico do prisma simulado. Esta avaliação fica bem visível quando

se observa o deslocamento de 0,4 mm, tomado como referência nas Figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12. Neste caso, é possível perceber que para baixos níveis de carregamento a tensão de escoamento não tem grande influência na resposta numérica. Somente em níveis elevados de carregamento, com alto grau de fissuração, este parâmetro começa a ter influência considerável sobre a resposta numérica. Logicamente, a carga de pico tem grande parte do seu valor numérico influenciado pela tensão de pico do modelo.

A variável de deformação de ruptura tem influência bastante pontual na capacidade de deformação do modelo. Quanto maior o valor de ε_{rupt} mais deformação na zona de pós-fissuração o modelo numérico é capaz de apresentar.

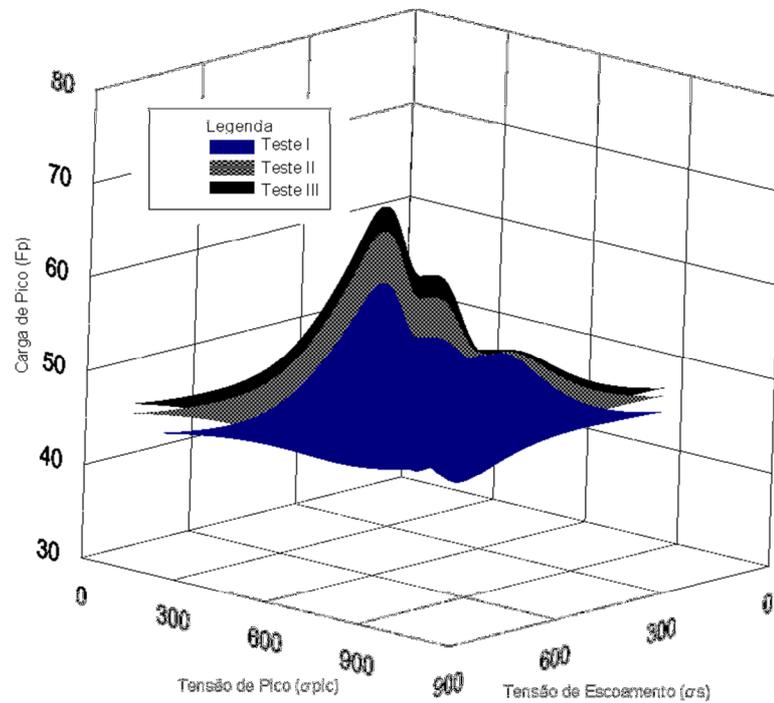
Para avaliação dos parâmetros que influenciam a tensão de pico no modelo, é possível apresentar uma superfície que relaciona a carga de pico (F_{pico}) x tensão de escoamento (σ_s) x tensão de pico (σ_{pic}). A Tabela 4.4 apresenta os dados da superfície.

Tabela 4.4 – Avaliação da carga de pico em função das combinações dos parâmetros da proposta de homogeneização de La Borderie (1991)

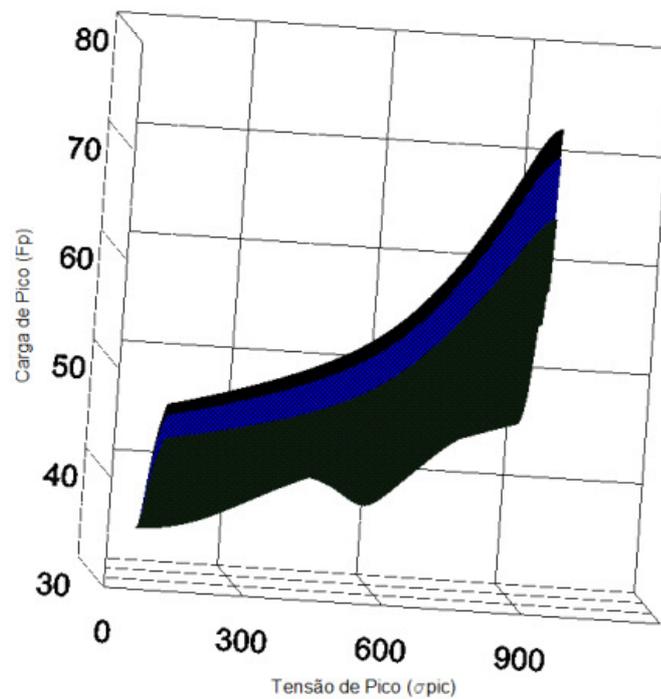
Nº do Teste	Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Carga de pico (kN)	Deformação de ruptura (m/m)
Teste I	110	66	33,2508	0,03
	110	88	33,2508	
	110	104,5	33,2508	
	580	348	37,3509	
	580	464	39,7248	
	580	551	45,1116	
	920	552	55,8006	
	920	736	59,1259	
	920	874	66,2725	
Teste II	110	66	33,2508	0,06
	110	88	33,2508	
	110	104,5	33,2508	
	580	348	37,3509	
	580	464	42,8541	
	580	551	49,1940	
	920	552	55,8006	
	920	736	63,3699	
	920	874	71,8108	
Teste III	110	66	33,2508	0,100
	110	88	33,2508	
	110	105	33,2508	
	580	348	37,3509	
	580	464	44,4037	
	580	551	51,0901	
	920	552	55,8006	
	920	736	65,8189	
	920	874	74,5565	

A influência da tensão de pico no valor da carga de pico é bastante visível na Tabela 4.4 e na Figura 4.15, sendo que a mudança da tensão de escoamento não tem grande influência na carga de pico.

Figura 4.15 – Avaliação da superfície de influência dos parâmetros da proposta de homogeneização de La Borderie (1991) em conjunto com o modelo de dano de Pituba e Fernandes (2011).



(a)



(b)

CAPÍTULO 5

ANÁLISES NUMÉRICAS

Neste capítulo, os materiais utilizados na confecção dos elementos estruturais analisados para validar a modelagem proposta são caracterizados. Também são apresentadas as identificações paramétricas necessárias e as respectivas análises numéricas de prismas de concreto simples e vigas de concreto armado reforçado com fibras.

A identificação paramétrica de cada exemplo não segue o mesmo padrão devido às fontes bibliográficas não seguirem padrões únicos de análise. Por sua vez, são avaliados numericamente três exemplos quem têm estudos experimentais de CRFA.

Para simular numericamente os elementos estruturais compostos por CRFA levando-se em conta os processos de danificação foi implementada uma rotina para o modelo de homogeneização proposto por La Borderie (1991) no Código Computacional de Elementos Finitos conforme formulação do Item 3.2.2. Segundo o modelo de homogeneização de La Borderie (1991), três propriedades devem ser caracterizadas, a saber:

- σ_{pico} – Tensão de pico;
- σ_y – Tensão de escoamento;
- ε_{rupt} – Deformação de ruptura;

Essas variáveis são baseadas em ensaios de arrancamento das fibras em matrizes de concreto, nem sempre disponíveis. Portanto, para calibragem destas variáveis foram utilizados apenas os gráficos relacionas à tração.

Para validar as identificações realizadas, avaliou-se a carga de pico numérica que foi comparada com a carga experimental, garantindo uma diferença entre essas duas cargas menor que 5%.

Neste trabalho, o foco principal das análises se deu na verificação da aplicabilidade da modelagem proposta na simulação das peças em regime de carregamento de serviço Dentro

desse contexto, adotou-se 40% da força de ruína para definição do patamar de serviço da peça estudada.

5.1 EXEMPLO I

O primeiro exemplo trata da simulação numérica de alguns ensaios realizados por Velasco (2008). Tal trabalho estudou concretos auto adensáveis com adições minerais que possibilitam incorporação de altas frações volumétricas de fibra de aço, possibilitando a produção de concretos com desempenho elevado em termos mecânicos e reológicos. As adições minerais utilizadas foram a Sílica ativa, a Cinza volante e a microfibra de Volastonita.

5.1.1 Caracterização dos materiais

As fibras utilizadas no concreto em estudo foram do tipo A-I segundo classificação da NBR 15530 (2007) – (ver Tabela 2.1) com gancho nas extremidades. As características da fibra de aço são apresentadas na Tabela 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 - Características da fibra de aço segundo Velasco (2008)

Propriedade analisada	Valor
Massa Específica (kg/m ³)	7800
Comprimento (mm)	35
Diâmetro (mm)	0,54
Relação de aspecto (l/d)	65

Tabela 5.2 - Propriedades mecânicas das fibras de aço (VELASCO, 2008)

Propriedade analisada	Fabricante	Ensaio
Módulo de elasticidade (GPa)	200	202
Resistência a tração (MPa)	1150	1342

Por outro lado, os traços utilizados para a produção dos concretos foram previamente estudados por Lopes (2005) considerando um concreto inicial com resistência à compressão de 40 MPa aos seus 28 dias. Para modelagem numérica das vigas foi escolhido o concreto de referência MCWSF e suas variações com 1,0%, 1,5% e 2,0% de fibras de aço com as características informadas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3- Propriedades mecânicas dos concretos utilizados na modelagem numérica (VELASCO, 2008)

Concreto	Nomenclatura	f_c de ruptura (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson (ν)	Percentual de fibras (%)
1	MCWSF	55,1	35,7	0,17	0,00
2	MCWSFA10	61,7	34,8	0,19	1,00
3	MCWSFA15	70,0	37,4	0,19	1,50
4	MCWSFA20	72,4	37,7	0,21	2,00

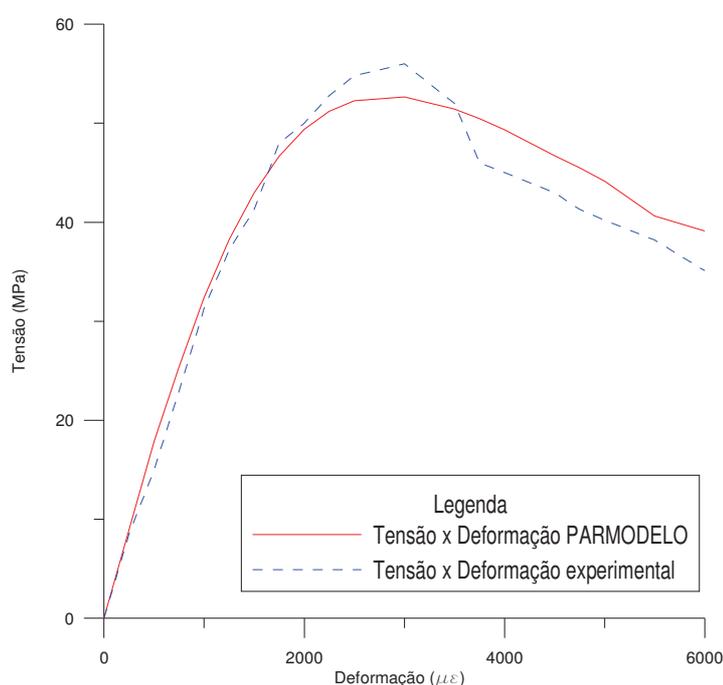
5.1.2 Caracterização das variáveis de dano e das fibras

Para avaliação das misturas com fibras, primeiramente deve-se obter as variáveis do modelo de dano para o concreto de referência, que neste caso é o traço 1 (MCWSF), sem fibras, da Tabela 5.3. Utilizando uma rotina automatizada para a identificação paramétrica do modelo de dano, chamada PARMODELO desenvolvida em Pituba (2003), as variáveis para compressão e tração foram obtidas. Tal rotina consiste na obtenção de uma curva tensão x deformação numérica, para compressão e tração axiais, que se aproxima da curva experimental tomada como referência. Para tanto, a rotina minimiza o erro da diferença entre as respostas numérica e experimental por meio de um procedimento de mínimos quadrados.

A curva tensão *versus* deformação à compressão obtida numericamente e que mais se aproximou da curva de referência está representada na Figura 5.1. As variáveis de Dano identificadas para essa curva estão descritas na Tabela 5.4.

.Tabela 5.4 - Parâmetros de dano identificados para o concreto sem fibras e submetido a compressão

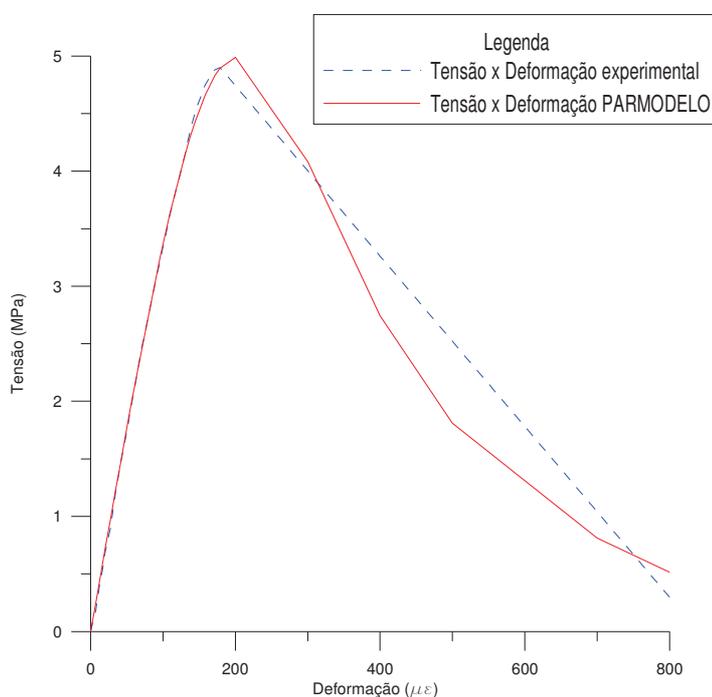
Variáveis de Dano	Valores
A_2	0,7
$B_2 (MPa^{-1})$	2,5
$Y0_2 (MPa)$	0,004945
β_2	0,000300

Figura 5.1 - Comparação da curva tensão *versus* deformação numérica e experimental, de Velasco (2008), para situação de compressão

A curva tensão x deformação à tração experimental foi obtida de corpos de prova prismáticos 100 mm x 100 mm x 400 mm moldados na direção horizontal. O trecho pós-pico para o traço sem fibras não foi determinado por Velasco (2008) e como o modelo de dano tem variáveis referentes ao trecho pós-pico, o mesmo foi representado por uma equação linear onde o ponto de finalização da reta representaria uma tensão residual de 0,37 MPa e deformação de 0,08μ m/m. A comparação das curvas experimental e numérica é apresentada na Figura 5.2 e os parâmetros de Dano identificados são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Parâmetros de dano identificados para o concreto sem fibras e submetido a tração

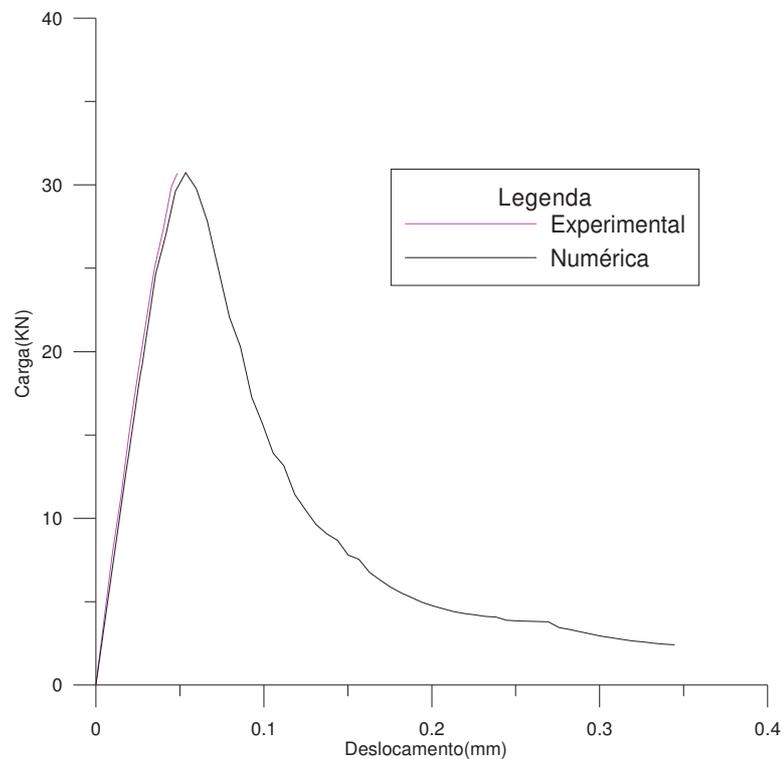
Variáveis de Dano	Valores
A_1	15
$B_1 (MPa^{-1})$	1200
$Y0_1 (MPa)$	0,000086
β_1	0,000025

Figura 5.2 - Comparação da curva tensão *versus* deformação numérica e experimental, de Velasco (2008), para situação de tração axial

De modo a validar os valores iniciais encontrados para os parâmetros do modelo de dano à tração pelo PARMODELO, utilizou-se o código de elementos finitos EFICOS para determinar o comportamento numérico carga x deslocamento dos prismas sem fibras ensaiados por Velasco (2008). Esses prismas tinham dimensão de 100 mm x 100 mm x 400 mm com vão livre de 300 mm. A malha de elementos finitos utilizada para essa análise de prismas é para uma seção estratificada em 10 camadas e 19 elementos longitudinais

A curva numérica obtida para o corpo de prova sem fibras é apresentado na Figura 5.3.

Figura 5.3 - Comparação entre as curvas carga *versus* deslocamento numérica e experimental para situação flexão a 4 pontos



Observa-se dessa figura uma boa aproximação da curva numérica com o trecho pré-pico da curva experimental. Não foi possível comparar analisar o trecho pós-pico pois o mesmo não foi determinado no ensaio. Dessa análise, os parâmetros do Dano à tração foram corrigidos e estão listados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6- Parâmetros de dano e módulo de elasticidade identificados a partir do ensaio de flexão a 4 pontos em corpos de prova prismáticos.

Parâmetros	Tração	Compressão	$F_{pico,num}/F_{pico,exp}$
E (MPa)		41000	
A	15	0,7	
B (MPa^{-1})	1030	2,5	0,0860%
$Y0$ (MPa)	0, 00085	0,04945	
β	0,00000045	0,0003	

Na sequência foram determinados os parâmetros da homogeneização de La Borderie (1991) para o concreto com fibras. Para isso, os parâmetros do modelo de dano e módulo de elasticidade obtidos para o concreto sem fibras foram mantidos constantes e apenas as variáveis da homogeneização foram identificados. Essa identificação foi realizada por meio

da modelagem de corpos de prova prismáticos submetidos à flexão a quatro pontos. As curvas experimentais e numéricas são apresentadas nas Figuras 5.4 a 5.6.

Figura 5.4 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 1,0% de fibras.

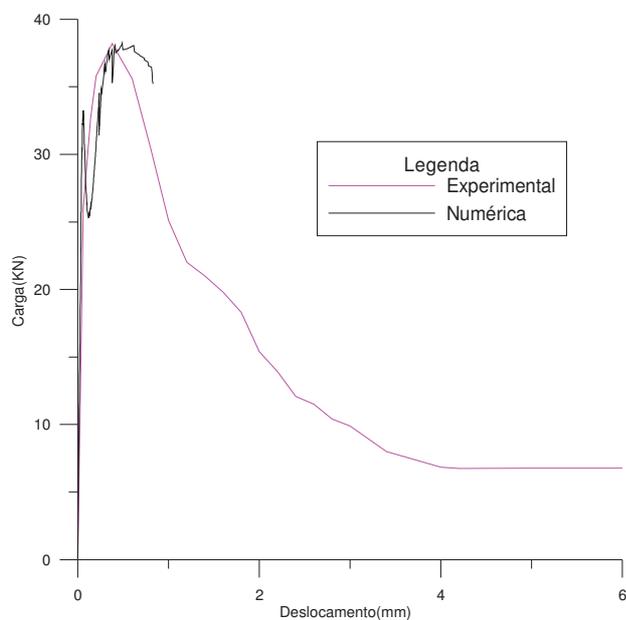


Figura 5.5 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 1,5% de fibras.

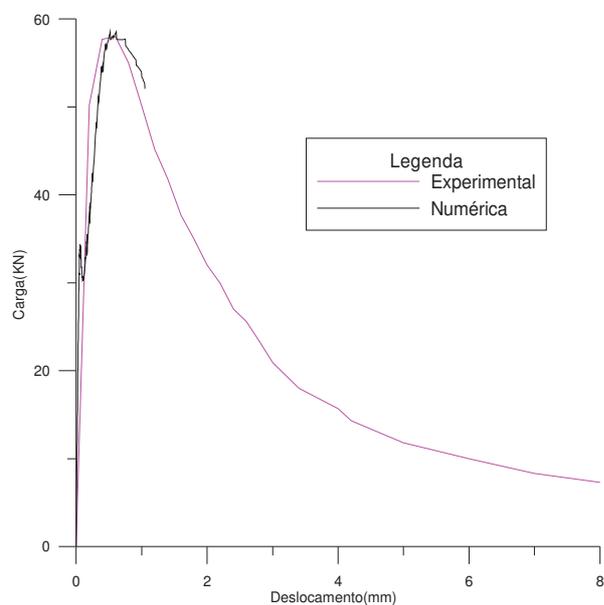
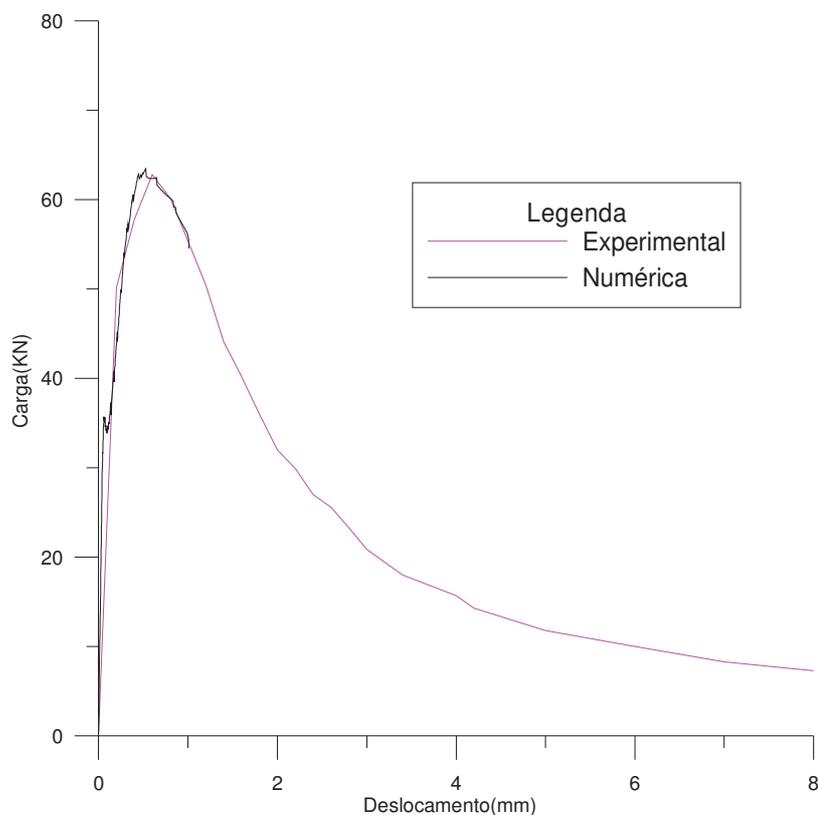


Figura 5.6 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 2,0% de fibras.



Os valores finais dos parâmetros do modelo de homogeneização de La Borderie (1991) obtidos da comparação das curvas numérica e experimental são apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Parâmetros de La Borderie (1991) para concretos com 1,0%, 1,5% e 2,0% de fibras de aço.

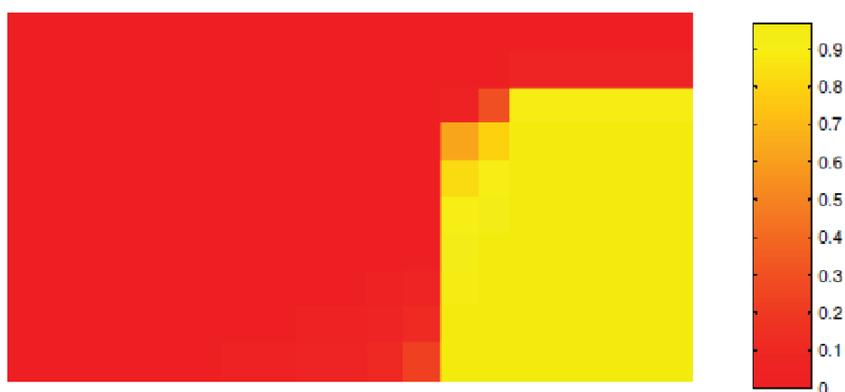
Volume de Fibras	$F_{pico, num}$ (kN)	Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Deformação de ruptura (m/m)	$F_{pico, num} / F_{pico, exp}$
1,00%	38,20	530,00	477,00	0,0200	0,0460%
1,50%	58,00	570,00	513,00	0,0220	0,9600%
2,00%	62,80	460,00	414,00	0,0220	1,0800%

5.1.3 Análise do dano

No que segue todos os valores de deslocamentos capturados pelo modelo numérico são no meio do vão, para comparação com os resultados experimentais obtidos por Velasco (2008).

Para analisar a distribuição da danificação nos prismas de CRFA, os valores de dano em tração num carregamento próximo ao pico foram representados graficamente (Figura 5.7, para concreto com 1% de fibras). Pode-se observar que existe uma danificação acentuada na face inferior e no meio do prisma, diminuindo o processo de danificação conforme se aproxima do apoio.

Figura 5.7 – Representação gráfica do dano a tração no prisma de concreto com 1,0% de fibras de aço



Para o concreto com de 1,50% de fibras, o modelo numérico convergiu apenas até 1,05 mm de deslocamento, próximo à carga de pico. A danificação no prisma próxima à carga de pico é apresentada na Figura 5.8.

Figura 5.8 - Representação gráfica do dano a tração no prisma de concreto com 1,5% de fibras de aço



Para o concreto com 2% de fibras, A danificação no prisma próxima à carga de pico é apresentada na Figura 5.9.

Figura 5.9- Representação gráfica do dano a tração no prisma de concreto com 2,0% de fibras de aço



Analisando essas figuras, é possível perceber que os prismas com maior concentração de fibras resistem a maiores carregamentos com consequente ampliação da região danificada. Isto se deve ao efeito de grampeamento das fissuras pelas fibras na região de tração.

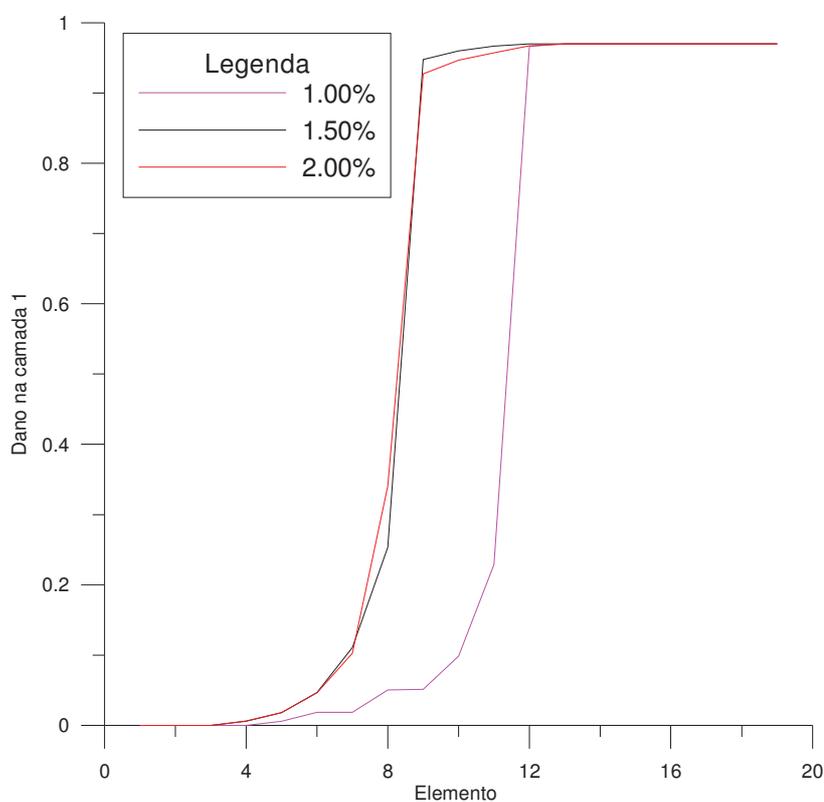
A Tabela 5.8 apresenta, para os três percentuais de fibra, o elemento em que a danificação se intensifica, com valores superiores a 0,9 de Dano. Observa-se que o valor da variável de dano em tração apresenta um valor maior à medida de que se distânciam do apoio em todas as análises. A Figura 5.10 apresenta a evolução do dano ao longo do prisma na força de pico do modelo numérico. Pode-se concluir que o aumento da concentração de fibras leva a uma diminuição do valor de dano, porém permite uma maior região com acentuada danificação.

Isso possibilita um incremento da força de pico no corpo de prova com o aumento do volume de fibras. Lembrando que as análises feitas para estas variações das fibras mudam a carga de pico do prisma analisado, que fica evidenciado na análise das Figuras 5.7, 5.8 e 5.9.

Tabela 5.8 - Análise geral de danificação por concentração de fibras

Concentração de fibras	Elemento Danificado	Dano no elemento	Coordenada inicial do elemento (m)
1,00%	12	0,9663	0,1333
1,50%	9	0,9479	0,1083
2,00%	9	0,9273	0,1083

Figura 5.10 - Evolução do dano na 1ª camada em função dos elementos do prisma



5.2 EXEMPLO II

O exemplo II é baseado no trabalho de Lopes (2005) que consiste no estudo da substituição parcial da armadura de flexão por fibras de aço e assim analisar o comportamento estrutural das vigas até sua ruptura.

5.2.1 Caracterização dos materiais

As fibras utilizadas no concreto em estudo foram o tipo A-I. As características da fibra de aço são apresentadas na Tabela 5.9.

Tabela 5.9- Características da fibra de aço segundo Lopes (2005)

Propriedade analisada	Valor
Módulo de elasticidade (GPa)	200
Resistência a tração (MPa)	1150
Massa Especifica (kg/m ³)	7850
Comprimento (mm)	35
Diâmetro (mm)	0,55
Relação de aspecto (l/d)	64

Já a tabela 5.10 apresenta as propriedades mecânicas do concreto utilizado na confecção do elemento estrutural analisado neste exemplo.

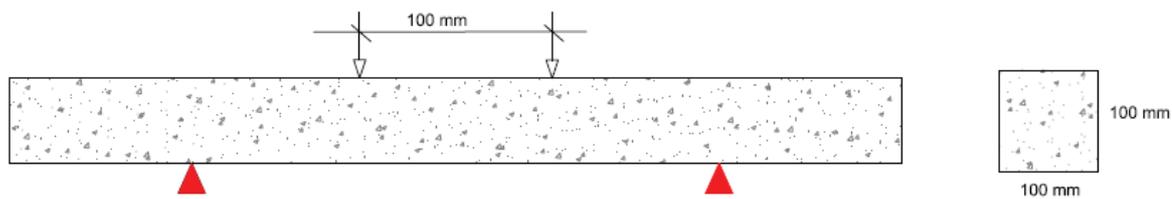
Tabela 5.10 - Propriedades mecânicas dos concretos utilizados na modelagem numérica (MAIRA, 2005)

Concreto	Nomenclatura	f_c de ruptura (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson (ν)	Percentual de Fibras (%)
1	F0V5SPrx1	59,06	34,91	0,20	0,00
2	FAb2,5V5SPg1	69,92	32,03	0,17	2,50
3	FAb2V5SPg1	64,22	30,19	0,22	2,00

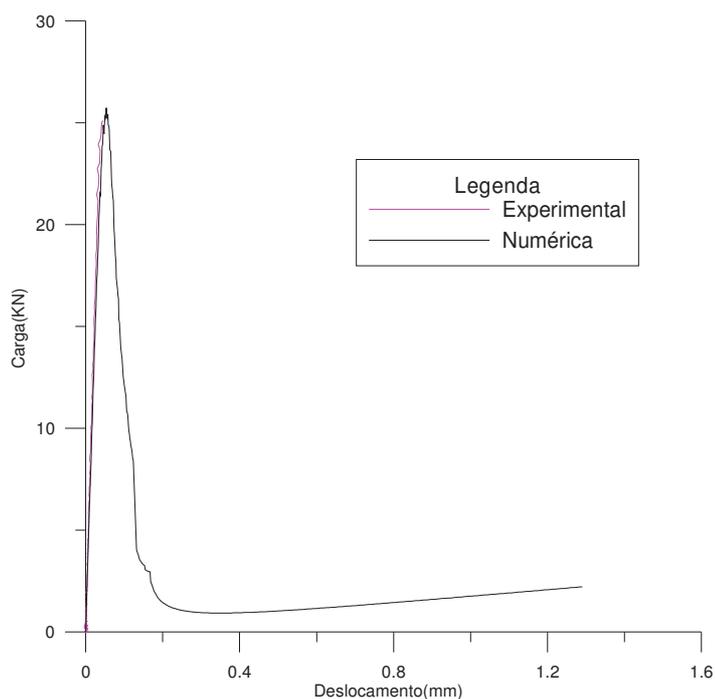
5.2.2 Caracterização das variáveis de dano e das fibras

As variáveis das fibras neste exemplo foram identificadas através do ensaio de flexão em 4 pontos em prismas 100 mm x 100 mm x 400 mm, com vão livre de 300 mm, conforme a Figura 5.11.

Figura 5.11- Flexão em 4 pontos utilizada para identificação das variáveis de fibras



Seguindo a mesma metodologia do exemplo I, aqui também se representou apenas a metade do prisma. Para os prismas simulados, as Figuras 5.12, 5.13 e 5.14 apresentam as curvas numéricas que mais se aproximaram dos ensaios experimentais com limitação de 5,00% na variação da carga de pico numérica em relação à carga de pico experimental.

Figura 5.12 - Comparação da curva carga *versus* deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto sem fibras.

Vale ressaltar que para a situação da análise com fibras todos os parâmetros do modelo de dano do concreto sem fibras foram fixados, variando apenas os parâmetros do modelo de homogeneização de La Borderie (1991), até que a curva numérica apresentasse variação de menos de 5,00% na carga de pico numérica. Os parâmetros do modelo de dano para o

concreto sem fibras, obtidos através da simulação apresentada na Figura 5.12, são apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 - Parâmetros de Dano e módulo de elasticidade identificados a partir do ensaio de flexão a 4 pontos em corpos de prova prismáticos.

Parâmetros	Tração	Compressão	$F_{pico, num}$ (kN)	$F_{pico, num} / F_{pico, exp}$
E (MPa)	34910			
A	15	0,7		
B (MPa^{-1})	1290	2,5	25,746	2,52%
Y0 (MPa)	0,000086	0,004945		
β	0,00000045	0,0003		

Para este exemplo foram calibrados os parâmetros do modelo de homogeneização de La Borderie (1991) apenas utilizando dois prismas com variação no percentual de fibras de aço de 2,0% e 2,5%. As Figuras 5.13 e 5.14 apresentam os resultados numéricos obtidos e comparados com os resultados experimentais.

Figura 5.13 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 2.0% de fibras.

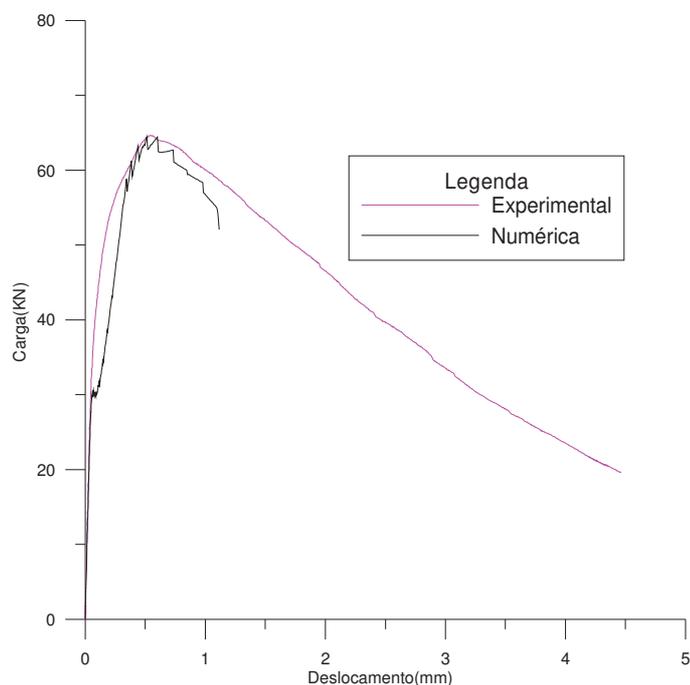
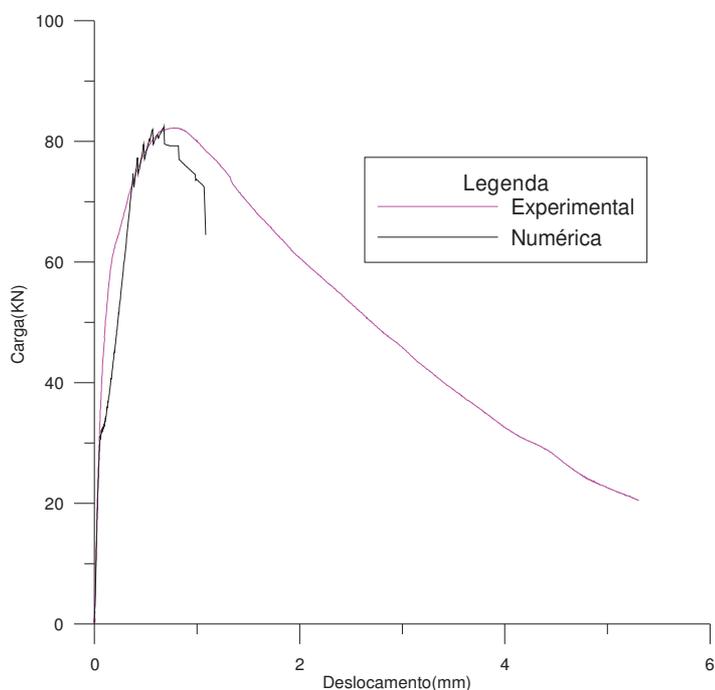


Figura 5.14 - Comparação da curva carga x deslocamento numérica e experimental para situação de flexão a 4 pontos para o concreto com 2.5% de fibras.



De acordo com as análises realizadas nos prismas com 2,0% e 2,5% de fibras, a Tabela 5.12 apresenta os valores dos parâmetros do modelo de homogeneização de La Borderie (1991).

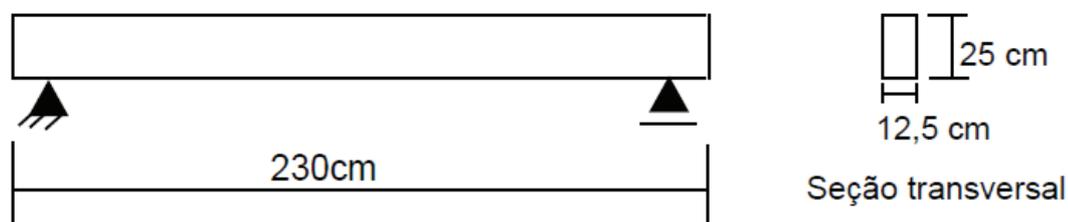
Tabela 5.12 - Parâmetros de La Borderier (1991) das curvas calibradas para 2.0% e 2.5% de fibras na matriz cimentícia.

Volume de Fibras	$F_{pico, num}$ (kN)	Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Deformação de ruptura (m/m)	$F_{pico, num} / F_{pico, exp}$
2,00%	64,49	525,00	420,00	0,0250	0,2444%
2,50%	82,36	550,00	440,00	0,0250	0,1608%

5.2.3 Modelagem das vigas

A geometria da viga ensaiada neste exemplo, assim como a distribuição de armadura, está ilustrada nas Figuras 5.15 e 5.16. A viga utilizada para modelagem deste exemplo foi a viga V2 de Lopes (2005) com 2,00% de fibras de aço, visto que para o prisma de 2,5 % de fibras nenhuma viga foi ensaiada nesta referência bibliográfica de Lopes (2005).

Figura 5.15 - Geometria da viga experimentada por Lopes (2005)



Para a modelagem numérica dessa viga utilizou-se 50 elementos longitudinais e seção transversal com 24 camadas. A distribuição das camadas encontra-se ilustrada na Figura 5.17.

Figura 5.16- Modelo de armadura da viga experimentado por Lopes (2005)

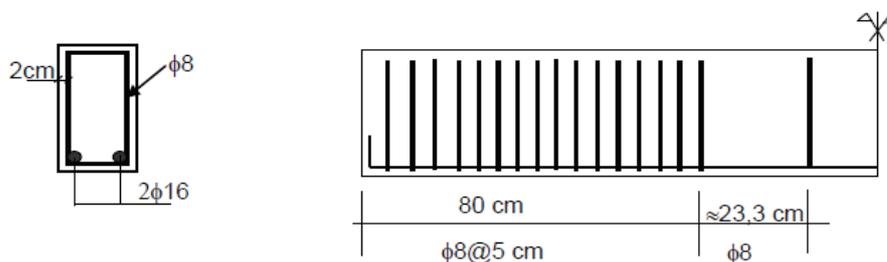
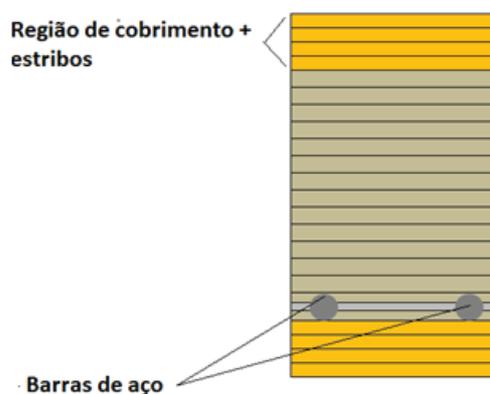


Figura 5.17 - Representação esquemática da estratificação da viga de Lopes (2005)



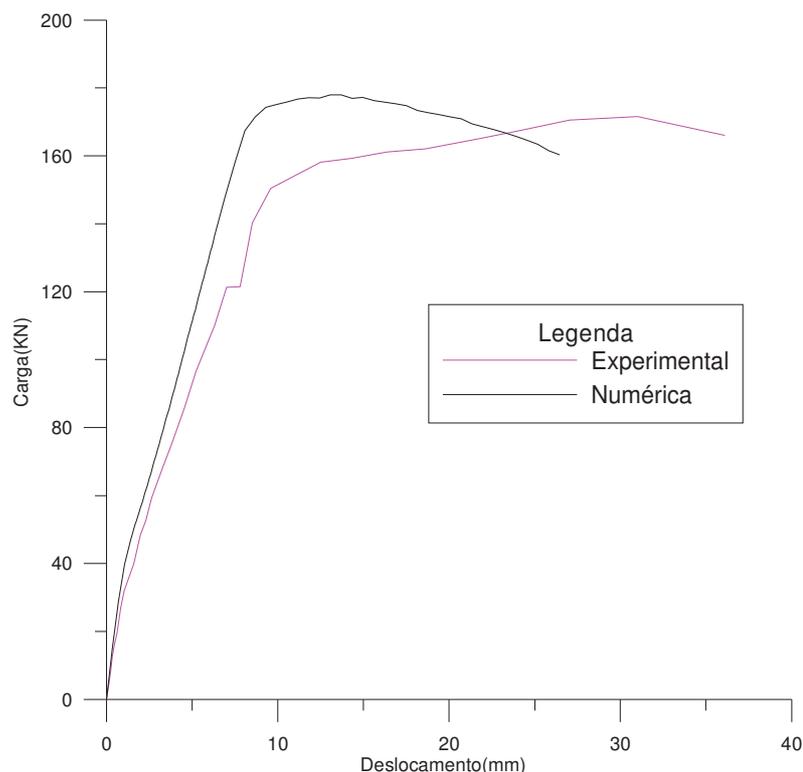
O aço utilizado na modelagem da viga seguiu os dados fornecidos por fabricantes de aço CA-50 e tem seus respectivos valores de acordo com a Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Dados do aço utilizado na modelagem numérica.

Parâmetro	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade do aço	210000	MPa
Tensão de escoamento	500	MPa
Tensão última	550	MPa
Massa específica	7850	kg/m ³
Deformação de ruptura	1.000	%

Já os valores dos parâmetros do modelo de dano e parâmetros do modelo de homogeneização são apresentados na Tabela 5.12 e 5.13, visto que esses parâmetros não foram corrigidos em nenhum momento na simulação.

A comparação entre os resultados numérico e experimental da viga com 2% de fibras é apresentada na Figura 5.18.

Figura 5.18 - Resultado numérico do modelo *versus* experimental da viga de Lopes (2005)

A análise dessa viga é restrita a situações de carregamento em regime de serviço, que é delimitado em cerca de 40% da carga de pico que para esta viga é cerca de 68,45 kN com deslocamento de 3,297 mm no meio do vão. Esses são valores obtidos do ensaio da viga.

Para verificar a aplicabilidade do modelo de dano acoplado com o modelo de homogeneização das fibras de aço, checka-se primeiramente o valor numérico correspondente ao carregamento de serviço. A carga numérica de 68,45 kN apresentou o deslocamento de 2,6951 mm. Isto representa um erro de 18,25% para o carregamento analisado.

As avaliações de danificação de tração nas regiões próximas a esse carregamento são apresentadas nas Figuras 5.19 a 5.21 nos estágios de carregamento de 53 kN, 63 kN e 68 kN. Esta avaliação foi dividida em três etapas para que se possa avaliar a evolução do dano, na peça.

Figura 5.19 – Avaliação a 53 kN do dano a tração na viga V2 de concreto com concentração de 2,00% de fibras



Figura 5.20 - Avaliação a 63 kN do dano a tração na viga V2 de concreto com concentração de 2,00% de fibras



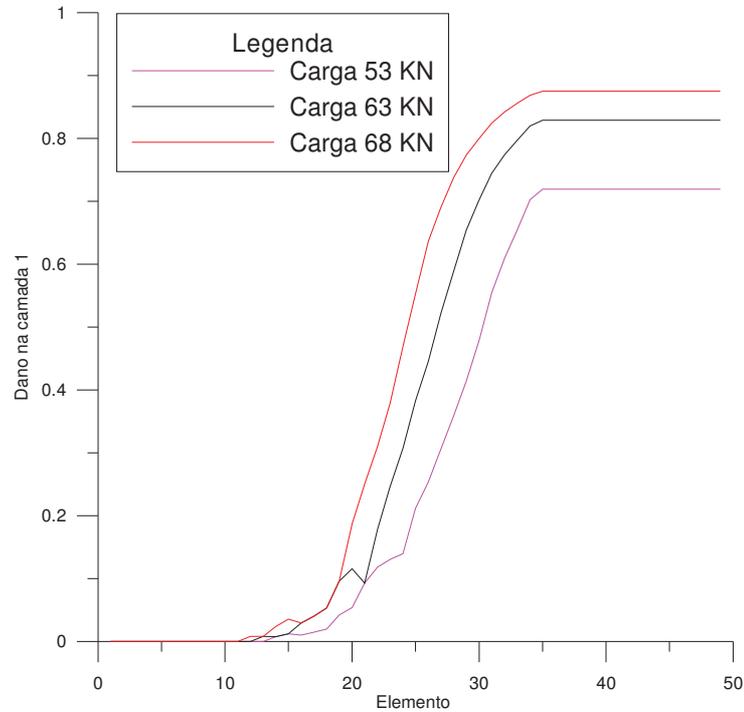
Figura 5.21 - Avaliação a 68 kN do dano a tração na viga V2 de concreto com concentração de 2,00% de fibras



Analisando a evolução da danificação em tração é possível perceber que a medida que o carregamento aumenta a danificação aumenta e se dissipa cada vez mais ao longo da viga. Observa-se, também, que a danificação em regime de serviço já apresenta valores elevados,

que nas regiões mais tracionadas se aproximam de 0,9. Isto é verificado com maior eficácia na Figura 5.22 que apresenta a evolução do dano na 1ª camada.

Figura 5.22 - Avaliação da evolução do dano a em função do elemento na 1ª camada



Apenas para ilustrar o padrão de fissuração desta viga, pode-se utilizar o mapeamento de fissuração da Viga V2, feito por Lopes (2005), comparando com o relatório de distribuição de dano na modelagem numérica, conforme Figuras 5.23 e 5.24.

Figura 5.23 - Avaliação do dano a tração no carregamento de 85,8 kN onde foi determinado o mapeamento experimental das fissuras da Viga V2 de Lopes (2005)

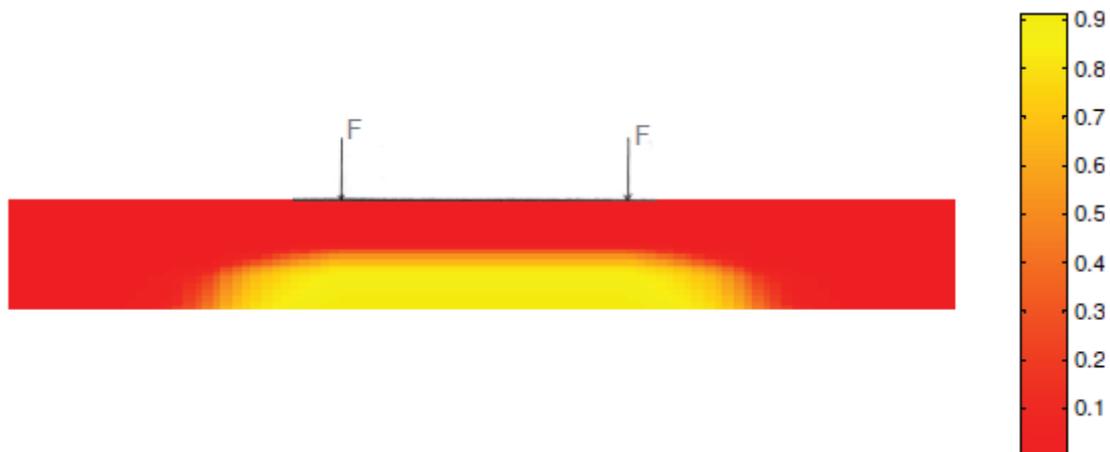
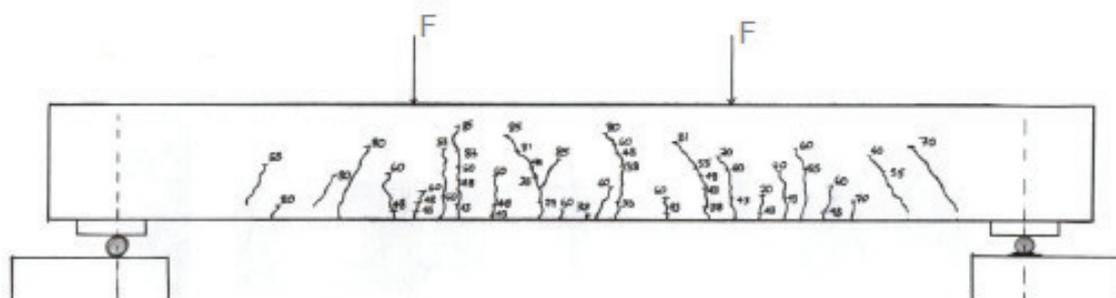


Figura 5.24 - Mapeamento de fissuras Lopes (2005)



Da mesma maneira que o mapeamento real, o modelo de danificação apresenta uma concentração de fissuras na região de flexão pura, além de que o modelo não considera a tensão de cisalhamento, então as fissuras da região de flexão simples não são bem representadas.

Por fim, para avaliação do modelo, aplicou-se a equação para cálculo da flecha de acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2003). A Tabela 5.14 apresenta os devidos resultados para a formulação da NBR 6118 (ABNT, 2003) e utilizando o deslocamento elástico em vigas deduzido de acordo com o conceito de linha elástica de vigas. Ressalta-se que é uma estimativa, pois o modelo da NBR 6118 (ABNT, 2003) não considera o concreto como fibroso.

Verifica-se da Tabela 5.14 o deslocamento menor obtido pela modelagem proposta neste trabalho quando comparado ao valor obtido do ensaio da viga. Portanto, para este exemplo em particular, a modelagem proposta não se mostrou eficaz quando comparado ao método proposto pela NBR 6118. (ABNT, 2003). Isso demonstra que a identificação paramétrica por meio da modelagem dos prismas pode ter levado a uma resposta mais rígida da estrutura. Contudo, a carga de ruína da viga foi bem representada, com uma diferença de 3,75% com relação ao valor obtido do ensaio da viga.

Tabela 5.14 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V2 para uma força de 68,45 kN.

Metodologia	Carga comparada	Deslocamento (mm)	Erro
NBR 6118	68,45	3,688	11,86%
Mecânica de Dano	68,45	2,6951	18,25%
Experimental	68,45	3,29691	-----

5.3 EXEMPLO III

O exemplo III é baseado no trabalho de Oliveira (2007) que consiste no estudo da redução da armadura mínima de flexão e adição de fibras de aço na matriz, analisando o comportamento estrutural de vigas de concreto armado até sua ruptura.

5.3.1 Caracterização dos materiais

Segundo Oliveira (2007), a fibra utilizada é a fibra de aço tipo A-I, cujas características são apresentadas na Tabela 5.15. Na Tabela 5.16 são apresentadas as propriedades mecânicas do concreto utilizado.

Tabela 5.15 - Características da fibra de aço segundo Oliveira (2007)

Propriedade analisada	Valor
Módulo de elasticidade (GPa)	200
Resistência a tração (MPa)	1100
Massa Especifica (kg/m ³)	7850
Comprimento (mm)	60
Diâmetro (mm)	0,75
Relação de aspecto (l/d)	80

Tabela 5.16 - Propriedades mecânicas dos concretos utilizados na modelagem numérica (MAIRA, 2005)

Viga	f_{cm} (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson (ν)	Percentual de fibras (%)
V7	55,27	51,10	0,21	0,50
V8	53,27	45,20	0,18	0,75
V9	62,33	40,67	0,18	1,25

5.3.2 Caracterização das variáveis de dano e das fibras

Corpos de prova prismáticos de diferentes dimensões foram selecionados para avaliação do comportamento Carga x Deslocamento no estudo de Oliveira (2007). Os corpos de prova selecionados para análise são os de 150 mm x 150 mm x 500 mm (com vão livre de 400 mm), 100 mm x 100 mm x 450 mm (com vão livre de 300 mm) e 200 mm x 200 mm x 800 mm (com vão livre de 600 mm).

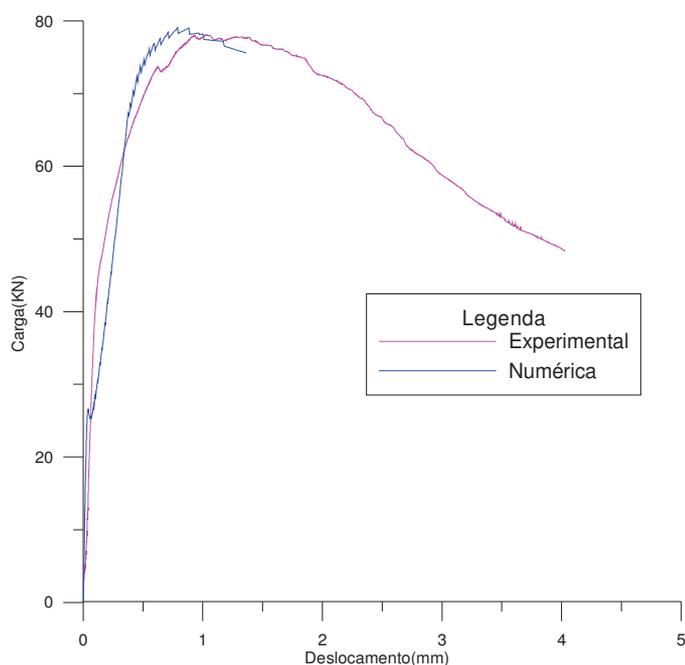
Para caracterização dos parâmetros do modelo de dano utilizou-se o corpo de prova prismático com fibras de aço da Viga V9, pois o único tipo de prisma sem fibras existente, era o prisma com entalhe e testes iniciais no modelo de prisma com entalhe não apresentaram resultado satisfatório, visto que o mesmo já tinha uma fratura induzida e o modelo de dano utilizado neste trabalho não conseguiu obter soluções numéricas convergidas em situações com alta concentração de fissuras evidenciada por taxas elevadas de dano nas camadas. Os resultados obtidos a partir do corpo de prova de 150 mm x 150 mm x 500 mm com concentração de 1,25% de fibras de aço são apresentados na Tabela 5.17.

Tabela 5.17 - Parâmetros de Dano e do modelo de homogeneização para o concreto com 1,25% de fibras de aço

Parâmetro	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade do concreto	33700,00	MPa
A_t	12,00	
A_c	0,70	
B_t	6500,00	MPa ⁻¹
B_c	2,5	MPa ⁻¹
Y_{0t}	0,00000300	MPa
Y_{0c}	0,00494500	MPa
$Beta\ t$	0,00000295	
$Beta\ c$	0,00030000	
Módulo de elasticidade das fibras	210000,00	MPa
Tensão de pico	430,00	MPa
Tensão de escoamento	344,00	MPa
Deformação de ruptura	0,040	m/m
Percentual de fibras	1,25	%

A partir dessa definição, para as demais avaliações numéricas apenas os valores dos parâmetros do modelo de homogeneização foram modificados. Portanto, os dados relativos ao modelo de dano para o concreto ficaram fixos. A identificação paramétrica do corpo de prova prismático da Viga V9 é apresentada na Figura 5.25. O percentual de erro entre a carga de pico numérica e carga de pico experimental para este prisma é de 1,24%. Nesta situação a carga numérica é de 79,07 kN.

Figura 5.25 - Curva numérica versus experimental do corpo de prova da viga V9 de Oliveira (2007) com 1,25% de fibras

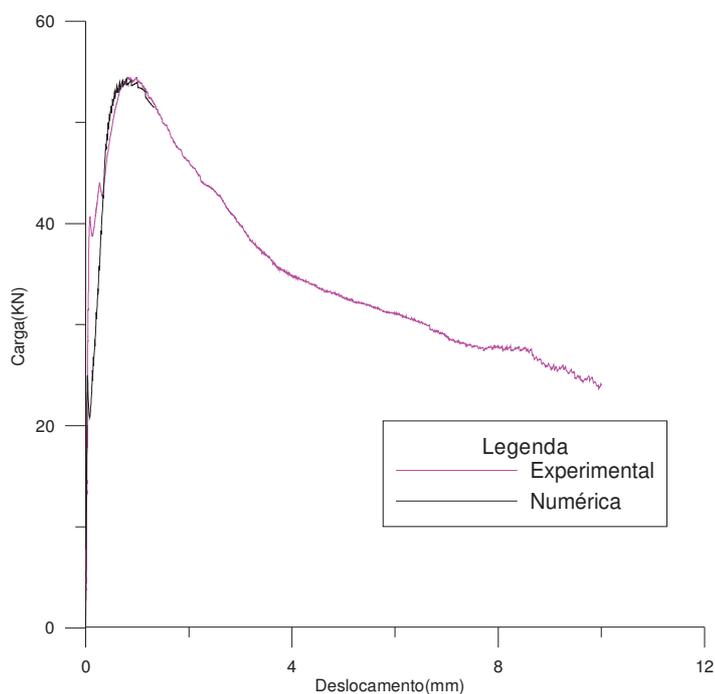


Para a viga V8, com percentual de fibras de 0,75%, apenas o corpo de prova de 150 mm x 150 mm x 500 mm foi modelado. Os valores obtidos na análise são apresentados na Tabela 5.18.

Tabela 5.18 - Parâmetros de La Borderier (1991) da curva calibrada para concreto da viga V8 com 0,75% de aço

Volume de Fibras	$F_{pico, num}$ (kN)	Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Deformação de ruptura (m/m)	$F_{pico, num} / F_{pico, exp}$
0,75%	54,31	480,00	384,00	0,040	0,254%

Figura 5.26 - Curva numérica versus experimental do corpo de prova da viga V8 de Oliveira (2007) com 0,75% de fibras



Para a viga V7, com 0,50% de fibras de aço, foram analisados os três tamanhos de corpos de prova. Os valores obtidos para o modelo de homogeneização são apresentados na Tabela 5.19. Os resultados mostram uma dependência dos resultados obtidos com o tamanho dos prismas.

Tabela 5.19 - Parâmetros de La Borderie (1991) da curva calibrada para o concreto da viga V7 com 0,50% de fibras.

Volume de Fibras	$F_{pico, num}$ (kN)	Tipo de prisma	Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Deformação de ruptura (m/m)	$F_{pico, num} / F_{pico, exp}$
0.50%	22,89	100 x 100 x 450 mm	675.00	540.00	0.040	0.180%
0.50%	46,84	150 x 150 x 500 mm	615.00	492.00	0.040	1.134%
0.50%	61,17	200 x 200 x 800 mm	430.00	344.00	0.040	0.015%

Nas Figuras 5.27, 5.28 e 5.29 são apresentadas as respostas numérica e experimental para os três tamanhos de corpos de prova com volume de fibras de 0,50%.

Figura 5.27 - Curva numérica versus experimental do corpo de prova de 100 mm x 100 mm x 450 mm da viga V7 de Oliveira (2007) com 0,50% de fibras

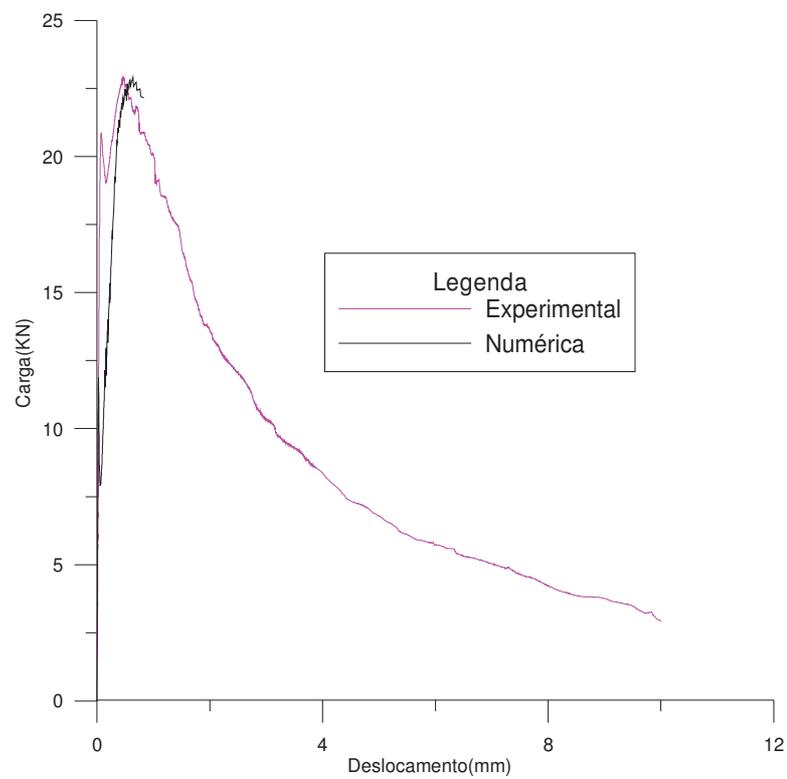


Figura 5.28 - Curva numérica x experimental do corpo de prova de 150 mm x 150 mm x 500 mm da viga V7 de Oliveira (2007) com 0,50% de fibras

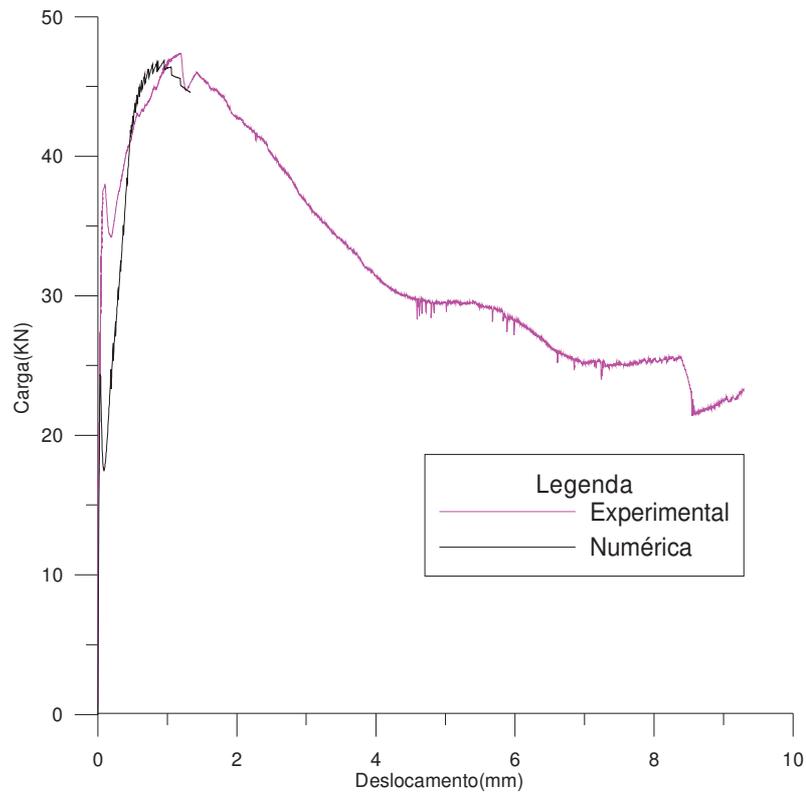
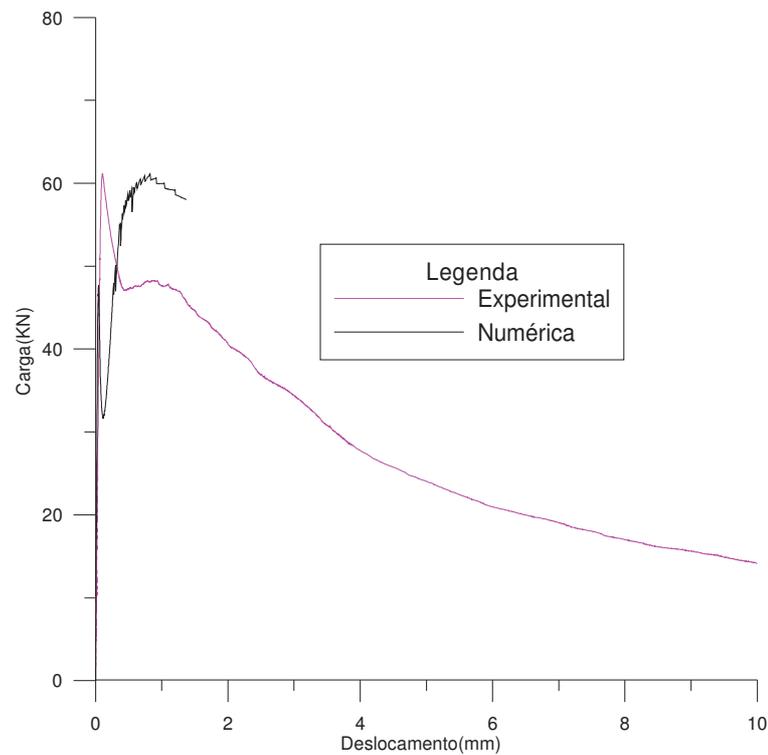


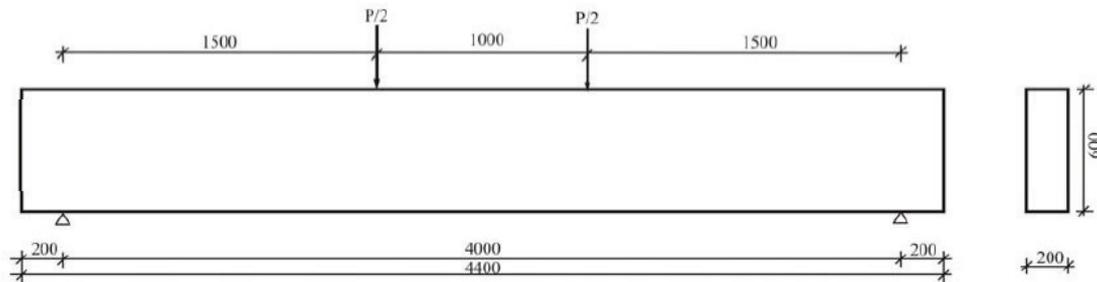
Figura 5.29 - Curva numérica x experimental do corpo de prova de 200 mm x 200 mm x 800 mm da viga V7 de Oliveira (2007) com 0,50% de fibras



5.3.3 Modelagem das vigas

A modelagem das vigas seguiu o mesmo padrão dos corpos de prova. Na Figura 5.30 são apresentadas as características geométricas da viga modelada numericamente neste trabalho e originalmente ensaiada por Oliveira (2007).

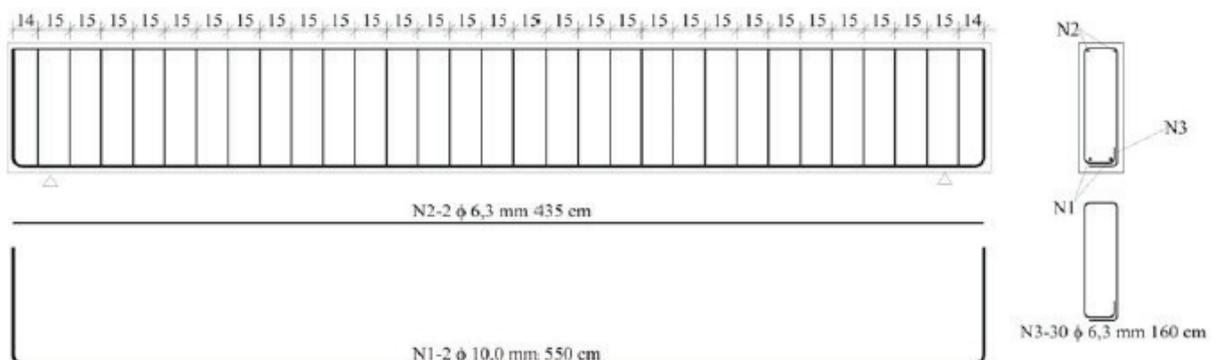
Figura 5.30- Dimensões, em milímetros, da viga experimentada por Oliveira (2007)



Para a modelagem numérica dessa viga, utilizou-se uma divisão de 50 elementos na direção longitudinal e seção transversal com 24 estratificações, conforme mostrado na Figura 5.17 do exemplo II.

Três vigas foram ensaiadas. Elas têm geometria e distribuição de armadura semelhantes, sendo a única diferença entre elas o percentual de fibras de aço utilizado na matriz cimentícia. A Figura 5.31 apresenta o detalhamento da armadura das vigas utilizadas. Observa-se, ainda, que a taxa de armadura para essa viga é bastante reduzida, o que leva à formação de fissuração localizada.

Figura 5.31 - Modelo de viga com armadura experimentada por Oliveira (2007)



Os valores dos parâmetros do modelo de dano e do modelo de homogeneização para a viga V9 com 1,29% de fibras são apresentados na Tabela 5.17 e nas Tabelas 5.18 e 5.19 as

variáveis de homogeneização das vigas V7 com 0,50% de fibras e viga V8 com 0,75% respectivamente.

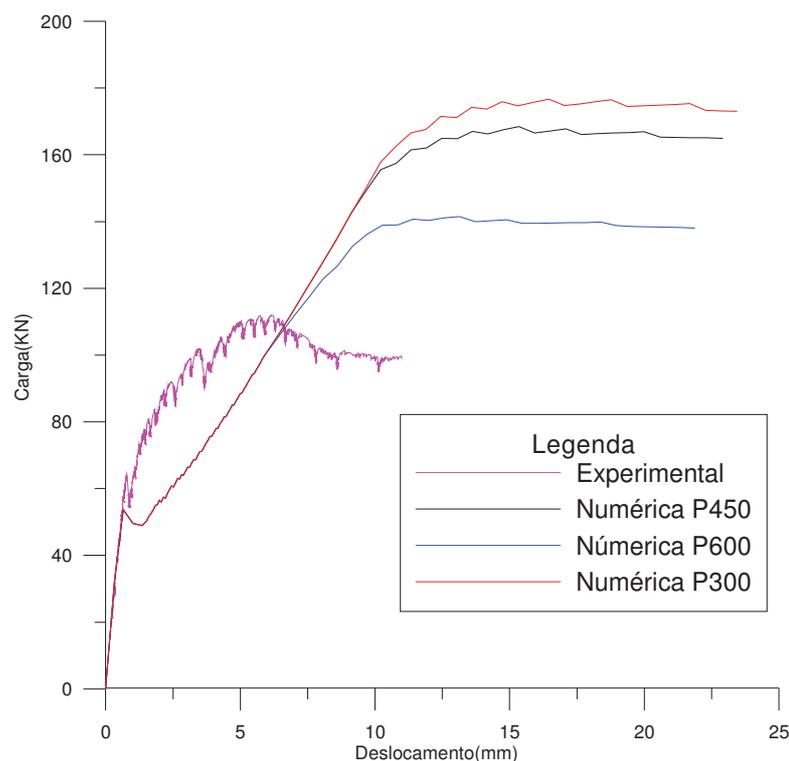
Cada viga analisada utilizou os valores experimentais do aço informados no trabalho de Oliveira (2007), onde a Tabela 5.20 apresenta os dados utilizados para as três vigas.

Tabela 5.20 - Dados do aço utilizado na modelagem das vigas

Viga	Módulo de elasticidade do aço (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Tensão última (MPa)	Massa específica (kg /m3)	Deformação de ruptura (%)
V7	210000	628	729	7860	1,115
V8	210000	628	729	7860	1,115
V9	210000	651	790	7860	1,013

A Figuras 5.32 apresenta as comparações de carga *versus* deslocamento no meio do vão numérica e experimental da viga V7. A Tabela 5.19 apresenta os valores utilizados na simulação dessa viga, lembrando que a mesma foi simulada utilizando dados obtidos de três tamanhos diferentes de corpo de prova. Da mesma maneira que o Exemplo II, as análises realizadas são todas no regime de serviço.

Figura 5.32 - Resultado numérico versus experimental da viga V7 de Oliveira (2008)



As legendas P450, P600 e P300 referem-se ao vão livre do prisma, sendo P450 o prisma de 150 mm x 150 mm x 500 mm, P600 o prisma de 200 mm x 200 mm x 800 mm e P300 o prisma de 100 mm x 100 mm x 450 mm.

É possível observar nesta modelagem que o modelo possui um efeito escala que é bastante visível em regiões de carregamento mais elevado, sendo que o prisma com maiores dimensões apresentou melhores resultados quando comparado a sua totalidade com o gráfico. Como a análise deste trabalho se restringe a regimes de serviço e os resultados para regime de serviço são coincidentes, todas as análises são feitas com o prisma de 600 mm de vão livre.

A força de ruína experimental da viga é de 111,88 kN e a força de serviço estimada para análise da mesma é de 44,75 kN. Neste caso, o deslocamento no meio do vão da viga para este carregamento é de 0,503 mm. Já da análise numérica, o deslocamento correspondente a esse carregamento é de 0,514 mm, apresentando um erro de 2,19 %.

A Figura 5.33 apresenta o perfil de dano em tração próximo ao regime de carregamento de 50 kN.

Figura 5.33 - Danificação a tração na viga V7 para força de 44,75 kN



É possível perceber que mesmo em regiões de baixos carregamentos a viga já apresenta uma danificação acentuada no meio do vão, danificação a qual leva a criação de uma fratura prejudicando assim a análise do modelo em questão. Na análise executada aqui, o modelo numérico tenta reproduzir uma fratura por volta de 55 kN, porém há uma recuperação de rigidez dada em grande parte pela contribuição das armaduras, as quais começam um processo de plastificação acima de 120 kN. Contudo, naquele estágio de carregamento, o processo de danificação é influenciado claramente pela identificação realizada nos diferentes prismas, evidenciando portanto, um efeito escala na identificação paramétrica da modelagem proposta.

Para avaliar a evolução do dano analisou-se também a danificação em tração na viga no estágio de carregamento próximo a 60 kN. A Figura 5.34 apresenta a danificação na viga.

Figura 5.34 - Danificação a tração na viga V7 para força de 60 kN

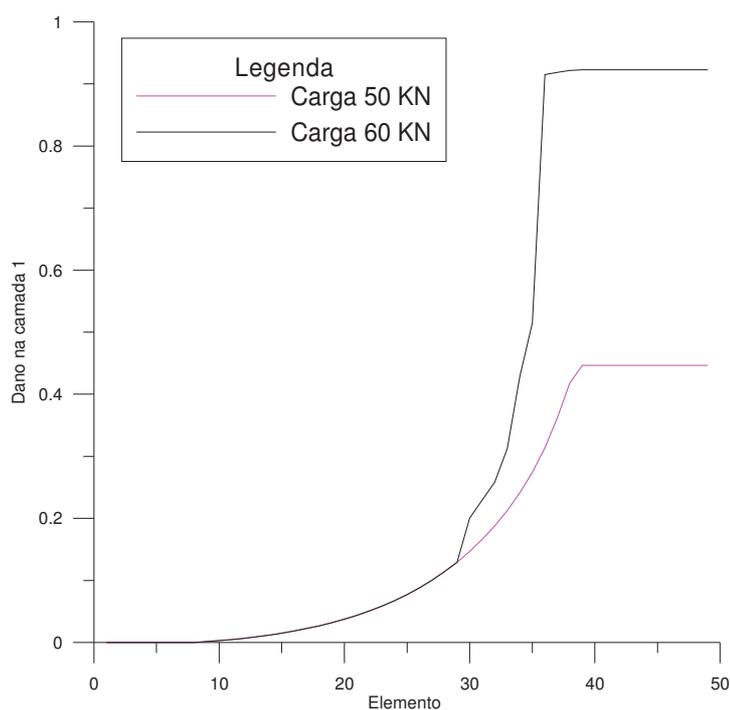


É possível perceber que em baixos regimes de carregamento a danificação no meio da viga já é bem intensa levando a criação de fraturas na região do meio do vão da viga. Em suma, com

pequenas variações de carregamento mesmo em regimes de serviço é possível perceber a grande variação da danificação da viga V7.

Comparando a evolução da danificação é possível perceber o aumento do processo de microfissuração da Viga V7 na 1ª camada de cada elemento analisado, quando comparamos a Figura 5.35.

Figura 5.35 - Comparação do dano na primeira camada dos elementos



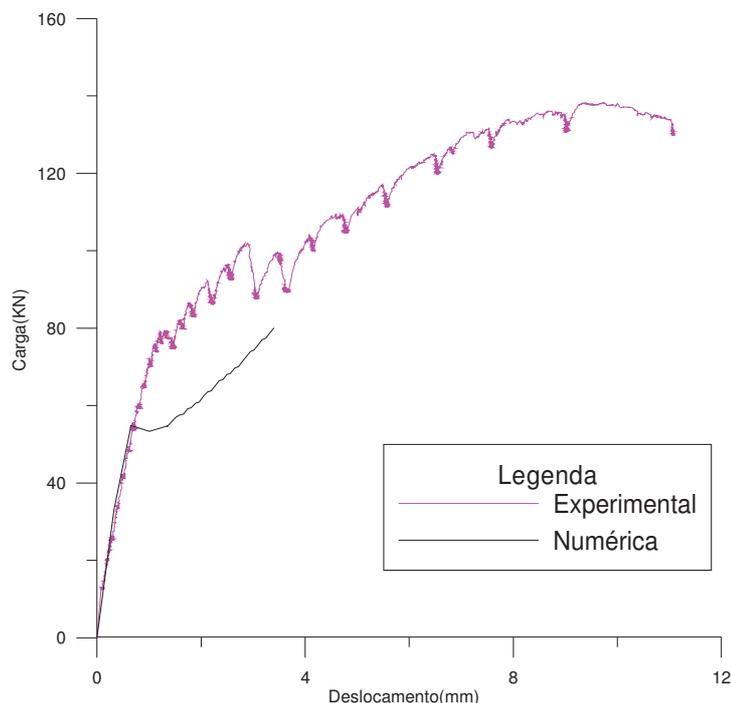
A Tabela 5.21 apresenta o cálculo da flecha através das duas metodologias.

Tabela 5.21 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V7

Metodologia	Carga comparada (kN)	Deslocamento (mm)	Erro
NBR 6118	44,75	0,428	14,91%
Mecânica do Dano	44,75	0,514	2,19%
Experimental	44,75	0,503	-----

Já a Figura 5.36 apresenta o comportamento carga *versus* deslocamento numérico e experimental da viga V8, com 0,75% de fibras. Para esta viga, a análise numérica não conseguiu obter resultados após valores próximos de 80 kN.

Figura 5.36 - Carga versus deslocamento numérico e experimental da viga V8 de Oliveira (2008)



A força de serviço da viga V8 é calculada a partir da força de ruína da viga, que foi de 138,21 kN, apresentando um valor de 55,29 kN e deslocamento aproximado de 0,730 mm. Para a viga simulada numericamente, o deslocamento para essa força foi de 1.398 mm com erro de 91,51%. Para regiões de carregamento abaixo de 53 kN o modelo de dano apresentou um erro menor quando comparado com o deslocamento dado pela análise experimental. Para a carga numérica e experimental de referência de 52,11 kN o erro ficou em 7,25%. A avaliação da danificação em tração para as cargas próximas de 52 kN é apresentada na Figura 5.37.

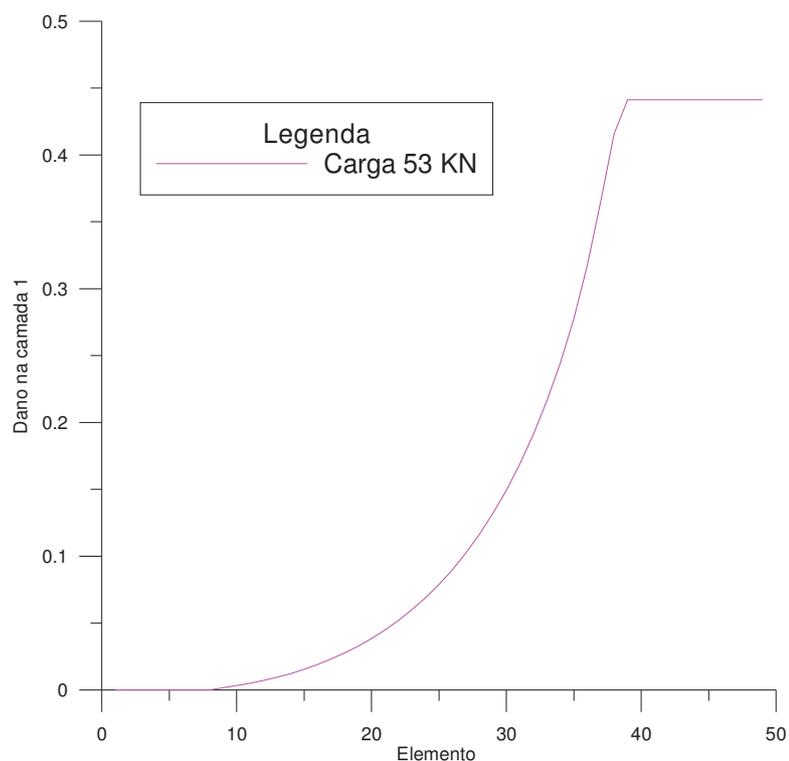
Figura 5.37 - Avaliação da Danificação a tração da viga V8 de Oliveira (2008)



Um dos fatores que leva a este salto no diagrama carga *versus* deslocamento numérico é a questão do processo de fissuração intenso provocando fratura na peça, fratura a qual não é representada pelo modelo de dano, que é um modelo de danificação distribuída.

A Figura 5.38 apresenta a evolução do dano da primeira camada em função do número do elemento finito para uma força de 53 kN.

Figura 5.38 - Danificação numérica por elemento na 1ª camada da viga



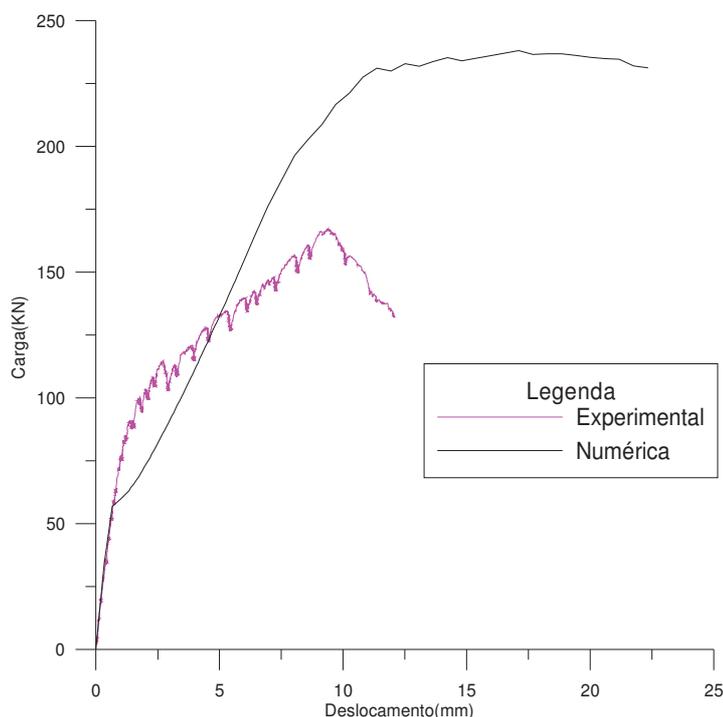
A Tabela 5.22 apresenta a comparação entre as metodologias para encontrar o deslocamento na viga V8.

Tabela 5.22 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V8

Metodologia	Carga comparada (kN)	Deslocamento (mm)	Erro
NBR 6118	26,06	0,510	22,84%
Mecânica do Dano	26,06	0,614	7,11%
Experimental	26,06	0,661	-----

Para a viga V9, o comportamento numérico e experimental é apresentado na Figura 5.39.

Figura 5.39 – Carga versus deslocamento numérico e experimental da viga V9 de Oliveira (2008)



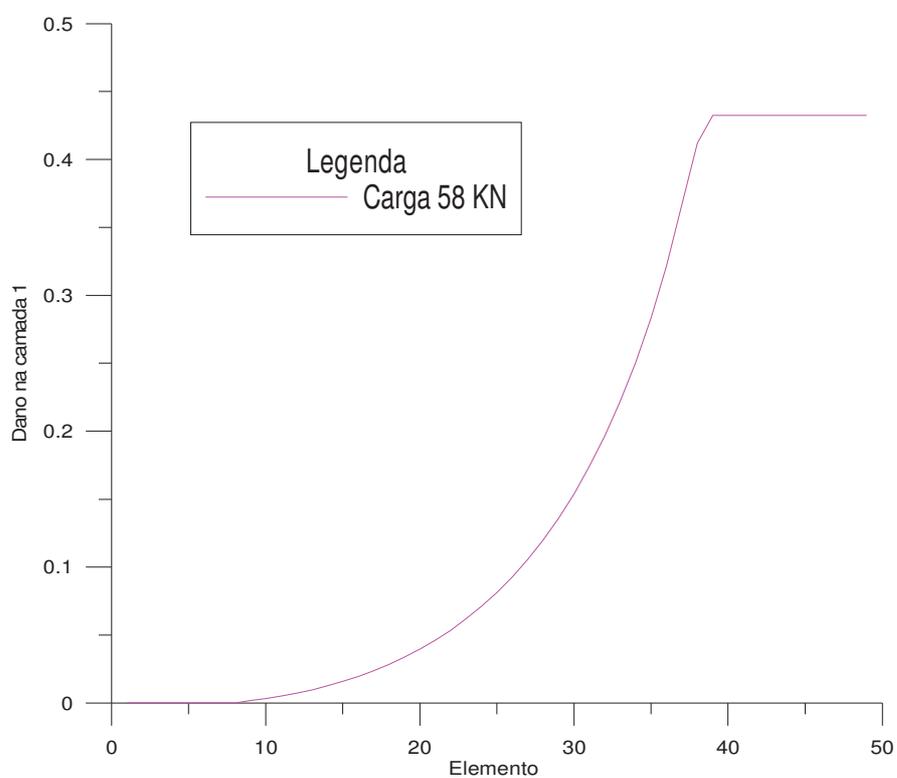
A carga de serviço desta viga é calculada para carga de pico de 167,10 kN, que gera uma carga máxima de serviço de 66,84 kN. Comparando esta carga máxima de serviço com a carga numérica correspondente encontramos um erro no deslocamento da faixa de 86,85% no estágio, para carga de pico experimental 0,844 mm de deslocamento e através de interpolação para carga numérica encontramos um deslocamento de 1,56 mm. Como na viga V8 em estágios de carregamentos bem próximos o modelo conseguiu apresentar um erro menor que a faixa de 20,00 % na comparação dos deslocamentos para o carregamento de 58,62 kN este erro cai para a faixa de 17,11% na avaliação dos deslocamentos correspondentes.

A Figura 5.40 apresenta a distribuição do dano em tração na peça simulada e a Figura 5.41 apresenta a evolução do dano na 1ª camada dos elementos da viga correspondente ao carregamento de aproximadamente 58 kN.

Figura 5.40 - Avaliação da danificação a tração da viga V9 de Oliveira (2008)



Figura 5.41 - Danificação numérica por elemento na 1ª camada da viga



A Tabela 5.23 apresenta a comparação entre as metodologias para encontrar o deslocamento na viga V9.

Tabela 5.23 - Comparação do deslocamento numérico com deslocamento experimental da Viga V9

Metodologia	Carga comparada (kN)	Deslocamento (mm)	Erro
Método de Branson	26,06	0,512	30,204%
Mecânica do Dano	26,06	0,861	7,110%
Experimental	26,06	0,735	-----

As Viga V7, V8 e V9 apresentaram uma distribuição de dano em tração similar na comparação das distribuições de dano e evolução do dano por camada, porém é visível um leve aumento na faixa de serviço das vigas com a medida que é acrescentada fibra na matriz cimentícia.

Para uma avaliação da possível influência da orientação de fibras no problema, as três vigas do exemplo III foram simuladas novamente a fim de encontrar novos parâmetros de homogeneização para as mesmas, verificando assim a influência da orientação das fibras. As Figuras 5.41, 5.42 e 5.43 apresentam as curvas carga *versus* deslocamento para as novas identificações.

Figura 5.41 - Identificação paramétrica através da viga V7 com 0,5% de fibras.

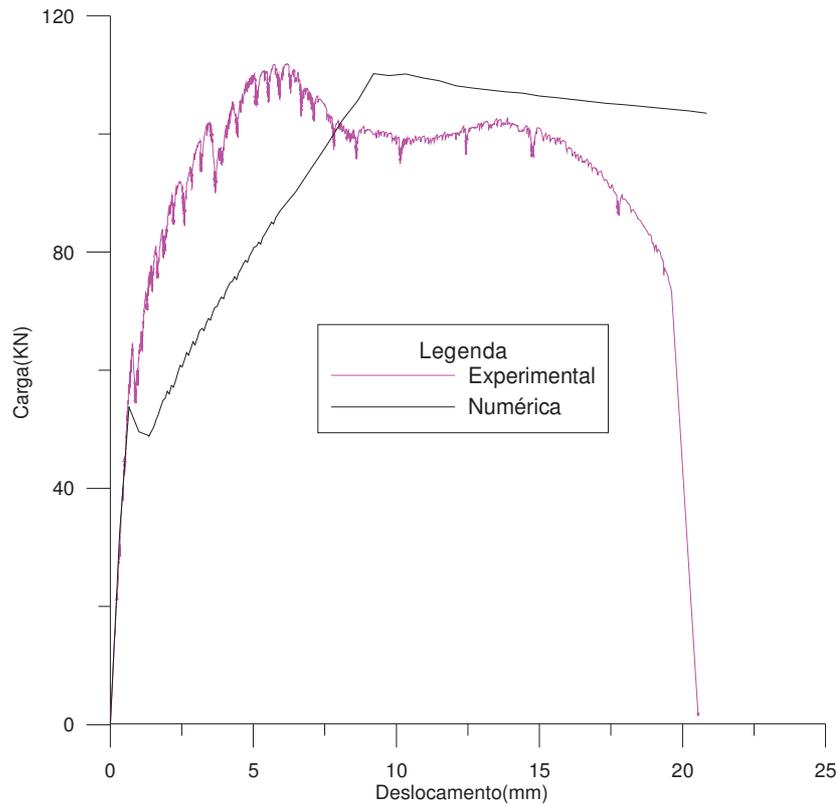


Figura 5.42 - Identificação paramétrica através da viga V8 com 0,75% de fibras.

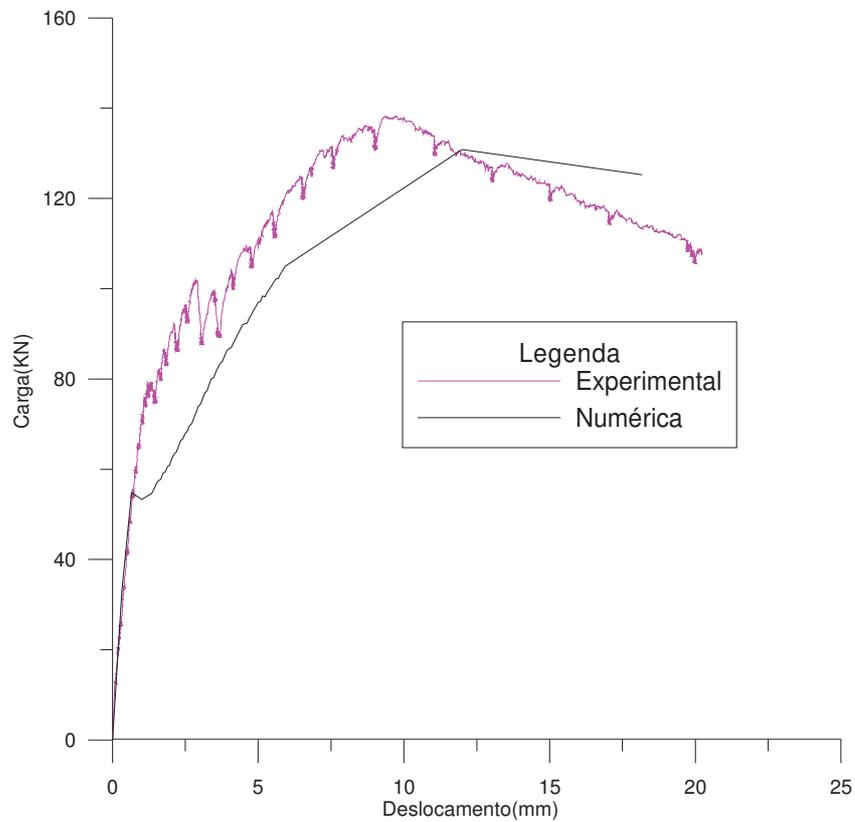
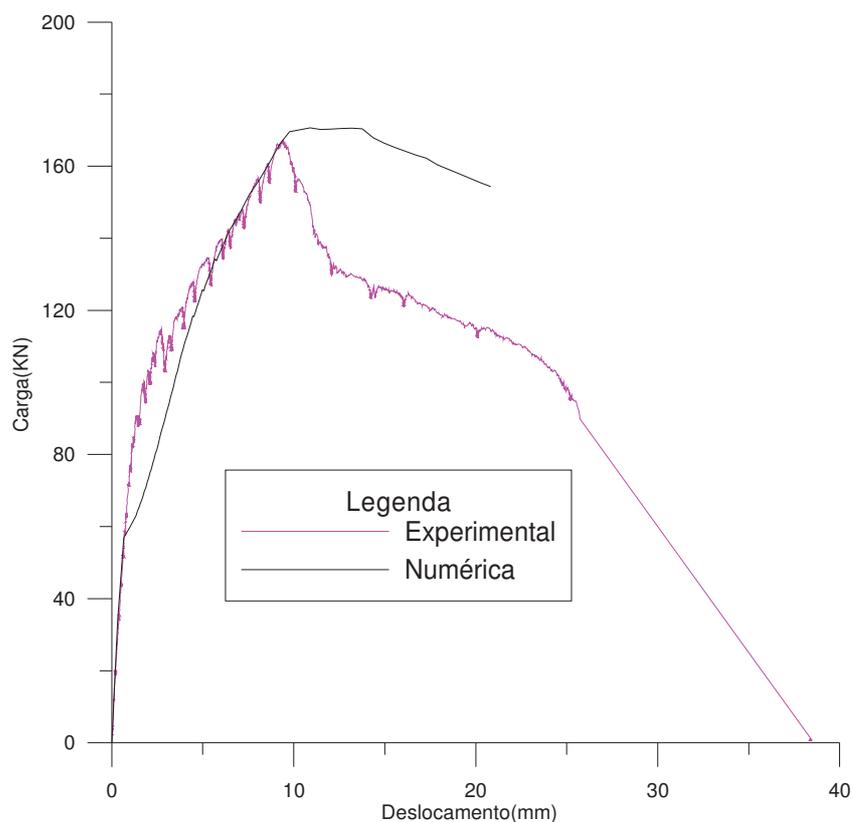


Figura 5.43 - Identificação paramétrica através da viga V9 com 1,25% de fibras.



As novas curvas foram calibradas por meio dos resultados das próprias vigas ensaiadas. Apenas os dados relativos a homogeneização foram alterados para verificar a influência da orientação da fibra de aço no problema e os dados relativos ao concreto foram mantidos os mesmos das análises numéricas relativas a Oliveira (2008). A Tabela 5.24 apresenta os novos valores respectivos aos parâmetros da homogeneização.

Tabela 5.24 - Parâmetros de La Borderie (1991) das novas curvas calibradas

Viga	Volume de fibras (%)	F_{pico} (kN)	Tensão de pico (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Deformação de ruptura (m/m)	$F_{pico, num} / F_{pico, exp}$
V7	0,50	110,21	220,00	187,00	0,020	1,49%
V8	0,75	130,88	240,00	204,00	0,020	5,69%
V9	1,25	170,66	245,00	208,50	0,020	2,09%

A primeira observação feita é relativa aos problemas de convergência da viga V8, por isso o erro maior de 5,00% onde a mesma apresentou convergência completa apenas com o valor que é apresentado na Tabela 5.24.

É possível visualizar para as vigas simuladas que com as mudanças de volumes de fibras existe uma dependência relativa a orientação das fibras que pode influenciar os resultados obtidos na análise numérica em questão

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Nesta seção são apresentadas as conclusões obtidas deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

6.1 CONCLUSÕES

Primeiramente, é importante ressaltar a funcionalidade do modelo de dano na análise do regime de serviço das peças estudadas, pois foi possível perceber que em regiões medianas do regime de serviço (definido neste trabalho como cerca de 40% da carga de ruína) o modelo numérico se comportou bem, apresentando baixos erros em relação ao ensaio experimental.

Outro fato observado em todos os exemplos é o alto processo de danificações nas camadas mais tracionadas, mesmo em regime de serviço. Isto é um fator preponderante nesta análise, visto que o modelo representa bem zonas de microfissuração distribuída. Na medida em que esse padrão de fissuração se intensifica, naturalmente há a junção das microfissuras que levam ao processo de fratura do material. Dessa forma, na medida em que o carregamento aumenta e esse processo de fissuração se intensifica, é esperado que o modelo de dano passe a apresentar problemas de convergência na sua resposta numérica, fato que fica evidenciado nas situações após regime de serviço. Essa característica é mais acentuada nos prismas de concreto simples ou com fibras, onde há a formação de fraturas localizadas devido à ausência da armadura de flexão. Assim, o modelo de dano, por ser distribuído, não consegue capturar o efeito da localização de deformação.

Um fator preponderante na análise numérica de estruturas é a identificação paramétrica do material utilizado na modelagem. Foi possível observar que as respostas obtidas na modelagem das vigas no exemplo III se distanciaram da resposta experimental no regime pós pico. Além do modelo de dano não considerar a situação de formação de fraturas, uma observação importante é o fato da possível influência do efeito escala e do efeito de orientação das fibras nas vigas. Em ambos os exemplos, II e III, a identificação paramétrica

das propriedades do material foi realizada em corpos de prova prismáticos com dimensões menores que as das vigas. Como o modelo de dano utilizado não leva em conta esses dois fatores, pode ser que a resposta numérica tenha sido afetada, fazendo com que as vigas tenham uma resistência numérica acima do valor obtido dos ensaios. Esse efeito foi sentido com mais intensidade no exemplo III. Com a mudança do tamanho dos corpos de prova prismáticos da viga V7, houve alteração nos parâmetros de entrada da homogeneização e, conseqüentemente, na resposta numérica da viga. A influência da orientação das fibras pode ser evidenciada quando a identificação dos parâmetros da homogeneização do modelo foi realizada nas próprias vigas. Neste caso, houve redução da tensão de pico do modelo, quando comparado aos valores obtidos dos corpos de prova, e o aumento dessa mesma tensão na viga não foi proporcional ao aumento do volume de fibras. Para o exemplo II é importante ressaltar que mesmo com as limitações da modelagem, a mesma conseguiu obter êxito em trechos iniciais do regime de serviço e na questão da representação da carga de pico experimental, conclusão que é explicada devido ao fato de que as dimensões do prisma e da viga se aproximam mitigando os efeitos que contribuem para o aumento da rigidez da resposta numérica.

Concluí-se que o modelo de Dano pode ser aplicado na análise de vigas de concreto armado com reforço fibroso, onde os resultados apresentados neste trabalho validam o emprego do modelo principalmente em regime de serviço para análise de estruturas. Em uma análise preliminar, quando a resposta desse modelo é comparada com o deslocamento avaliado pelo critério especificado na NBR 6118 (ABNT, 2003), o modelo de dano tende a fornecer valores mais próximos dos observados nos ensaios.

6.2 SUGESTÕES

Como sugestões para trabalhos futuros, são citadas algumas situações que podem melhorar as análises, podendo, assim, o trabalho progredir neste tema.

Outro problema que gera questionamentos específicos é o efeito da orientação da fibra, que não é considerada nas equações de homogeneização do modelo deste trabalho. Este fator parece ter influência, Logo, a introdução de uma variável que considera este fator de orientação melhoraria as respostas numéricas obtidas com o modelo de dano unidimensional.

Ainda sobre a questão dos parâmetros e considerações do modelo, neste trabalho foi utilizado um modelo unidimensional que não considera efeito de cisalhamento. Fica como sugestão a utilização do modelo na sua forma biaxial e triaxial para que se possa comparar os resultados obtidos na situação uniaxial, verificando assim a precisão do mesmo quando comparado a modelos mais complexos.

Também sobre o modelo e uma das questões mais relevantes sobre a utilização de fibras é o efeito pós fissuração. No caso, após a primeira fissura, quando a fibra de aço realiza o efeito de grampeamento das fissuras, para uma melhor representação deste efeito pós fissuração é aconselhável propor um modelo combinado de dano e fratura ou propor uma versão não-local do modelo de dano, visto que o modelo aqui proposto é de microfissuração distribuída e quando tem-se um alto grau de danificação o mesmo não consegue convergir ou não apresenta bons resultados.

REFERÊNCIAS

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15530**: Fibras de aço para concreto - Especificação. Rio de Janeiro, 2007, 7 p.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8890**: Tubo de concreto de seção circular para águas pluviais e esgotos sanitários – Requisitos e métodos de ensaios. Rio de Janeiro, 2007, 30 p.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003, 221 p.

ACI – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI. **State of the Art Report on Fiber Reinforced Concrete (ACI 544.1R-96)**. 1. Publisher: ACI Standard. 1996. Farmington Hills.

ACI – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI. **Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete (ACI 544.4R-88)**. 1. Publisher: ACI Standard. 1988. Farmington Hills.

ABDUL-AHAH, R. B.; AZIZ, O. Q. Flexural strength of reinforced concrete T-beams with steel bars, **Cement and Concrete Composites**, Iraq, p. 263-268, 1999.

AKAZACA, T. Tension Test Method for Concrete. **RILEM Bulletin**, Paris, n. 16, p. 13-23, 1953.

BALAGURU, P. M.; SHAH, S. P. **Fiber Reinforced Cement Composites**. 1. ed. Nova York: McGraw-Hill, 1992. 530 p.

BARBIRATO, J. C. C. **Método dos Elementos de Contorno com a reciprocidade dual para a análise transiente tridimensional da Mecânica do Fraturamento**. 246 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

BENTUR, A.; MINDESS, S., **Fiber Reinforced Cementitious Composites**. 1. ed. Londres: Elsevier Applied Science, 1990. 595 p.

BARTOS, P. Analysis of Pull-Out Tests on Fiber Embedded in Brittle Matrices, **Journal of Material Science**, v.15, p. 3122-3128, 1980.

BIELSKI, J.; SKRZYPEK, J. J.; KUNA-CISKAL, H. Implementation of a model of coupled elastic-plastic unilateral damage material to finite element code. **International Journal of Damage Mechanics**, v. 15, pp. 5-39, 2006.

CARNEIRO, F. L. L. B., BARCELLOS, A. Tensile Strength of Concrete. **RILEM Bulletin**, Paris, n. 13, p. 97-123, 1953.

CARREIRA, D., CHU, K. Stress – strain relationship for plain concrete in compression, **ACI journal**, v. 83, n. 6, pp. 797-804, 1985;

CUCCHIARA, C., MENDOLA, L. L., PAPIA, M. Effectiveness of stimps and steel fibres as shear reinforcement. **Cement and Concrete Composites**, v. 26, n.7, p. 777-786, 2004.

CURNIER, A.; HE, Q.; ZYSSET, P. Conewise linear elastic materials. **Journal of Elasticity**, vol. 37, pp. 1-38, 1995

EKANE, E. B. **Estudo de fissuração em concreto armado com fibras e armadura convencional**. 1999. 206 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

EUROCODE - EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 2. **Design of concrete structures – part 1.1: general rules and rules for buildings**, European Committee for Standardization, Brussels, 2004.

DHAKAL, R. P., WANG, C., MANDER, J. B. Behavior of steel fibre reinforced concrete in compression. *In: International Symposium on Innovation & Sustainability of Structures in Civil Engineering Computers & Structures*. Nanjing, Jiangu, 2005.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com fibras de aço**. 1. ed. São Paulo: 2000, 71 p.

FIGUEIREDO, A. D., NETO, P. J. C., FARIA, H. M. A nova normalização brasileira sobre fibras de aço. **Revista Concreto**. São Paulo, nº 50, p. 67-75, 2008.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. 2011. 247 f. Tese (Livre-Docência) – Departamento de Engenharia de Construção Civil, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

FRANCO, B. L. M. A Tecnologia do Concreto Reforçado com Fibras de Aço. **Revista Concreto**. São Paulo, nº 50, p. 42-47, 2008.

FURLAN JUNIOR, S. **Vigas de concreto com taxas reduzidas de armadura de cisalhamento: influência do emprego de fibras curtas e de protensão**. 1995. 386 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

GROSSI, B. F. **Uma contribuição para a modelagem numérica do concreto com fibras curtas de aço**. 196 f. Tese (Doutorado em Engenharia de estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

GUELLO, G. A. **Simulação Computacional de Estruturas de Concreto por meio da Mecânica do Dano**. 2002. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

HAMEED, R., SELIER, A., TURATSINZE, A., DUPRAT, F. Damage Modeling of Metallic Fiber-Reinforced Concrete. **Engineering Procedia**. France, v. 10, p. 1670-1678, 2011.

HOLANDA, K. M. A. **Análise dos Mecanismos Resistentes e das Similaridades de Efeitos da Adição de Fibras na Resistência e na Ductilidade à Punção de Lajes-cogumelo e ao Cisalhamento de Vigas de Concreto**. 2002. 279 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

IBRACON - INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. **Concreto: Ensino, Pesquisa e Realizações**. São Paulo, 2005, 753p.

JÚNIOR, L. A. O., BORGES, V. L. S., DANIN, A. R., MACHADO, D. V. R., ARAÚJO, D. L., DEBS, M. K. E., RODRIGUES, P. F. Stress-strain curves for steel fiber-reinforced concrete in compression. **Revista Matéria**. Rio de Janeiro, v. 15, p. 260-266, 2010.

JONES, P. A., AUSTIN, S. A., ROBINS, P. J. Predicting the flexural load–deflection response of steel fibre reinforced concrete from strain, crack-width, fibre pull-out and distribution data. **Materials and Structures**. Loughborough,, v. 41, p. 449-463, 2008.

LA BORDERIE, C. **Phenomenes unilateraux dans un materiau endommageable: modelisation et application a l’analyse de structures en beton**. 140 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Paris, Paris, 1991.

LACERDA, M. M. S., PITUBA, J. J. C.. Simplified damage models applied in the numerical analysis of reinforced concrete structures. **Ibracon Structures and Materials Journal**. São Paulo, v. 5, p. 26-37, 2012.

LEE, H. K., LIANG, Z. Computational modeling of the response and damage behavior of fiber reinforced cellular concrete. **Computers & Structures**. Estados Unidos da América, v. 82, p. 581-592, 2004.

LEMAITRE, J. **A course on damage mechanics**. 2. ed. Berlim: Springer Verlag, 1996.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of solid materials**. Cambridge University Press, 1990. 556 p.

LI, F., LI, Z. Continuum damage mechanics based modeling of fiber reinforced concrete in tension. **International Journal of Solid and Structures**. Hong Kong, v. 38, p. 777-793, 1999.

LOPES, M. M. **Substituição parcial de armadura de flexão por fibras de aço em vigas de concreto**. 2005. 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

MANGAT, P. S. Tensile strength of steel fiber reinforced concrete. **Cement and Concrete Research**. v. 6, p.245-252, 1976.

MATALLAH, M.; LA BORDERIE, C. (2009). Inelasticity–damage-based model for numerical modeling of concrete cracking, *Eng Fract Mech.*, vol. 76, pp. 1087-1108.

MAZARS, J. (1984). **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure**. 1984. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de Paris, Paris, 1984.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. 1. ed. São Paulo: Pini, 1994. 572 p.

MOSCATELLI, I. **Fibras de aço em concreto em concreto de cimento portland aplicados a pavimento**. 2011. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

NANNI, A. Splitting-tension test for fiber reinforced concrete. **ACI Materials JOURNAL**, v.85, n.4, p. 229-233, 1988.

NEVES, R. D.; FERNANDES DE ALMEIDA, J. C. O.. (2005). Compressive behaviour of steel fibre reinforced concrete. **Structural Concrete**, v. 6.

OLIVEIRA, C. A. S. **Avaliação da redução de armadura mínima de flexão em vigas de concreto armado com adição de fibras de aço**. 2008. 231 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2008.

PASA, V. F. **Análise do comportamento de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço via método dos elementos finitos**. 2007. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

PITUBA, J. J. C. **Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo**. 1998. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

PITUBA, J. J. C. **Sobre a formulação de um modelo de dano para concreto**. 2003. 151 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

PITUBA, J. J. C.; FERNANDES, G. R. (2011). An Anisotropic Damage Model for Concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 137, pp 610-624.

PROENÇA, S. P. B. **Introdução à Mecânica do Dano e Fraturamento**. 1. ed. São Carlos: 2000, 18 p.

RAMADOSS, P.; NAGAMANI, K. Tensile strength and durability characteristics of high-performance fiber reinforced concrete . **The Arabian Journal for Science and Engineering**, , vol. 33, n. 2B, pp. 307-319, 2008.

RAMTANI, S.; BERTHAUD, Y.; MAZARS, J. Orthotropic behavior of concrete with directional aspects: modeling and experiments. **Nuclear Engineering Design**, vol. 133, pp. 97-111, 1992.

SCOARIS, M. R. **Concretos Reforçados com Fibras: Avaliação das Propriedades Mecânicas Através do Método da Maturidade**. 2005. 260 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 249.

SHENDE, A. M.; PANDE, A. M. Experimental study and prediction of tensile strength for steel fiber reinforced concrete. **International journal of civil and structural engineering**. v. 1, n. 4, p.910-917, 2011.

SOUZA, R. A. **Análise de fraturamento em estruturas de concreto utilizando programas de análise estrutural**. 2001. 249 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 249.

VAN ZIJL, G. P. A. G., MBEWE, P. B. K. Flexural modelling of steel fibre-reinforced concrete beams with and without steel bars, **Engineering Structures**, v. 53, pp. 52-62, 2013.

VELASCO, R. V. **Concretos auto-adensáveis reforçados com elevadas frações Volumétricas de fibras de aço: propriedades reológicas, Físicas, mecânicas e térmicas**. 2008. 349 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

VIPULANANDAN, C., PAUL, E. Performance of epoxy and polyester polymer concrete, **Materials Journal** , v. 87, n. 3, pp. 241-252, 1990;