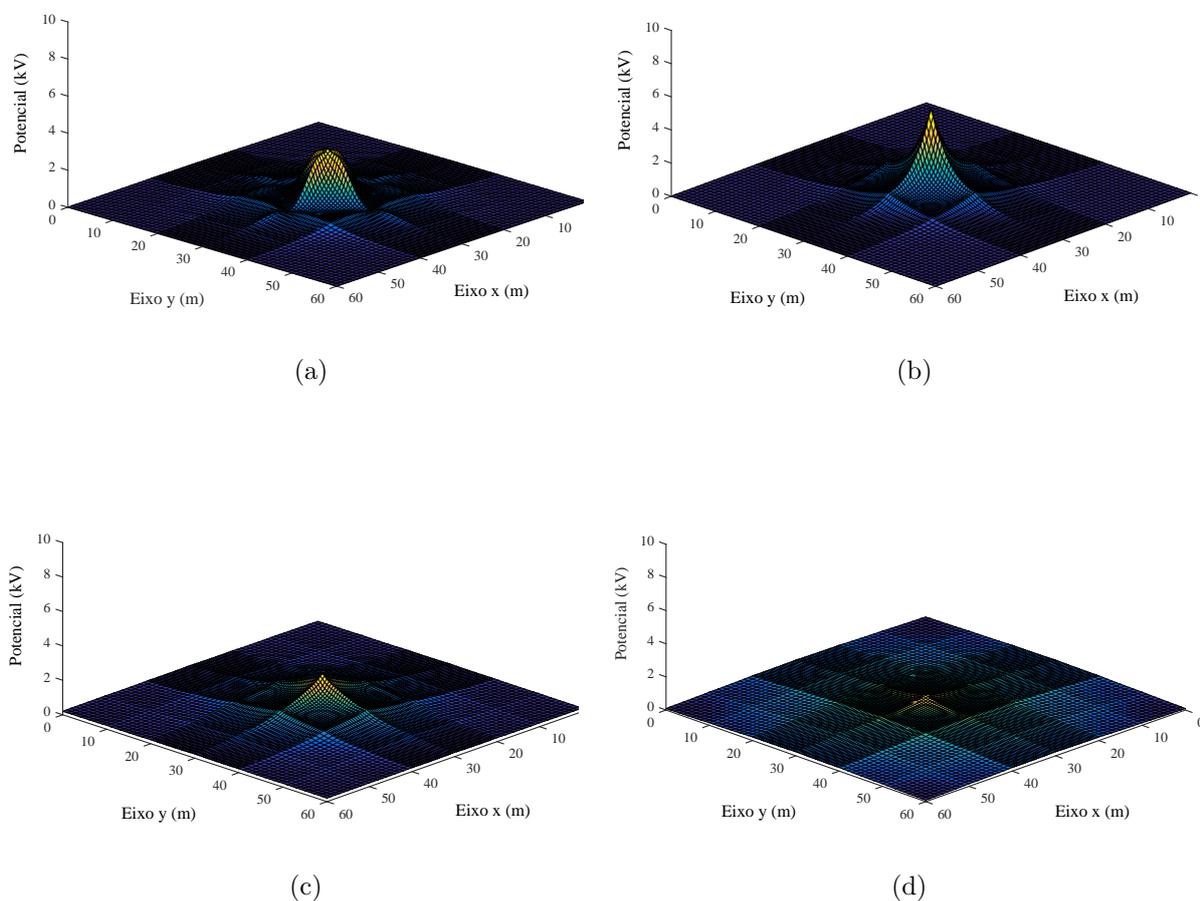


Figura 4.17 – Potenciais transitórios na malha 60 m x 60 m para corrente injetada no meio para (a) $t = 0,1 \mu\text{s}$; (b) $t = 0,5 \mu\text{s}$; (c) $t = 1 \mu\text{s}$; e (d) $t = 10 \mu\text{s}$.



4.4.2 Campo elétrico na superfície do solo

O intuito desta subseção é apresentar os resultados do campo elétrico na superfície do solo de eletrodos energizados obtidos por meio da modelagem descrita neste trabalho e comparar tais resultados com o modelo desenvolvido em [Greev \(1992\)](#).

CASO 14: O campo elétrico na superfície do solo para eletrodo horizontal

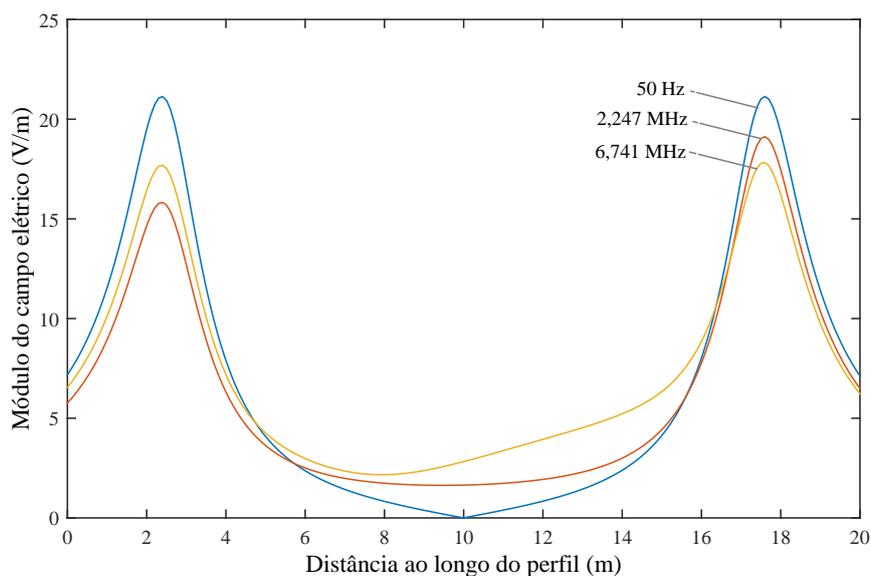
Condições do estudo:

- tipo de configuração: eletrodo horizontal;
- profundidade do aterramento: $D = 1 \text{ m}$;
- raio do eletrodo: $a = 7 \text{ mm}$;

- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 2000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 4$;
- comprimento total do eletrodo: $L_e = 15 \text{ m}$.

Este caso apresenta os resultados obtidos para o campo elétrico na superfície do solo para um eletrodo horizontal estendido de 2,5 m para 17,5 m. A energização do eletrodo é por injeção de uma corrente de $(1 + j0) \text{ A}$ em três frequências distintas: 0 Hz, 2,247 MHz e 6,741 MHz. Os resultados do campo elétrico para tais frequências são apresentados na Figura 4.18 e podem ser comparados com os resultados obtidos por Greev (1992). Observa-se que os resultados estão em concordância, apresentando pequenas diferenças em altas frequências, que podem ser justificadas pelo fato de que, neste trabalho, o cálculo do campo elétrico \vec{E}_v é determinado a partir de uma soma de fontes infinitesimais de corrente transversal (vide Anexo A).

Figura 4.18 – Distribuição da componente x do campo elétrico na superfície do solo.



5 Conclusões

A incidência de descargas atmosféricas constitui em um dos principais fatores de solicitação do sistema elétrico. Quando os eletrodos de aterramento são submetidos a uma corrente de descarga atmosférica (ou outra corrente impulsiva qualquer), eles apresentam um comportamento bastante particular. Por esse motivo, o projeto e dimensionamento do aterramento devem ser feitos por meio de uma avaliação detalhada para obter a configuração mais adequada.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver uma ferramenta computacional capaz de simular diversas configurações de aterramento que permitam analisar o comportamento transitório em altas frequências, considerando solos homogêneos.

Primeiramente foi feito um estudo das equações de Maxwell aplicadas a condutores cilíndricos imersos em um meio linear, isotrópico, homogêneo e infinito. A partir de então foi possível estabelecer uma modelagem compacta e sofisticada que permite investigar e representar de forma fisicamente consistente o sistema de aterramento quando submetido às solicitações impulsivas.

O modelo proposto é apresentado nos Capítulos 2 e 3 desta dissertação. Esse modelo inclui os acoplamentos eletromagnéticos entre os segmentos dos eletrodos enterrados em um meio semi-infinito. Devido ao fato da formulação ser desenvolvida no domínio da frequência, é possível incluir e avaliar os efeitos da variação com a frequência das características elétricas do solo, resistividade e permissividade, no desempenho do aterramento em altas frequências. Além disso, na modelagem adotada é utilizado o Método dos Momentos para solucionar numericamente as equações integrais presentes no equacionamento de Maxwell. A solução global do modelo para obter os resultados de interesse é desencadeada com auxílio da teoria de circuitos elétricos.

A modelagem foi implementada computacionalmente para diferentes configurações de aterramento, como eletrodos horizontais, hastes verticais e malhas reticuladas. Para tanto, são fornecidas as dimensões do aterramento e os parâmetros eletromagnéticos do solo. Com isso, são obtidos diversos resultados no domínio da frequência e do tempo que retratam o desempenho do aterramento.

No Capítulo 4 são apresentados diversos resultados obtidos pela aplicação da modelagem que permite investigar a sensibilidade do aterramento em função das variáveis envolvidas no sistema de aterramento. Por meio desses resultados, foi possível entender com clareza o funcionamento do aterramento e as diferentes maneiras de buscar melhorias no seu desempenho.

De um modo geral, constatou-se que a impedância de aterramento se comporta como uma resistência no espectro inferior de frequência. Em altas frequências, há a influência dos efeitos reativos na impedância. Quanto à resistividade, percebeu-se que solos mais resistivos possuem, em frequências inferiores, módulos de impedâncias mais elevados. Em frequências superiores, os efeitos indutivos são preponderantes em solos de baixa resistividade e, nos solos mais resistivos, os efeitos reativos ora são capacitivos ora são indutivos. Quanto ao comprimento, em baixas frequências, o módulo da impedância diminui quase na mesma proporção em que o comprimento aumenta. Nas frequências elevadas, as impedâncias de aterramento dos eletrodos de menor comprimento apresentam características capacitivas e, nos eletrodos de comprimentos maiores, predominam características indutivas. Também foi possível perceber que hastes verticais são mais efetivas quando comparadas com as configurações básicas de mesmo comprimento. No caso de eletrodos horizontais, o aprofundamento desses não ocasiona a redução considerável da impedância de aterramento.

A análise da elevação do potencial no domínio do tempo mostra que o aterramento apresenta desempenho mais satisfatório quando há a inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência. A não inclusão da variação desses parâmetros conduz a resultados conservativos. O pico da elevação do potencial reduz com o aumento do comprimento do eletrodo. Porém, essa redução do pico do potencial é verificada até o comprimento efetivo, a partir do qual acréscimos adicionais no comprimento do eletrodo não resultam em diminuições significativas no valor máximo do potencial em relação ao infinito.

Quanto à sensibilidade da impedância impulsiva, percebeu-se que a resistência de aterramento diminui com o aumento do comprimento do eletrodo. A impedância impulsiva é aproximadamente igual a resistência até atingir o comprimento efetivo. A partir desse comprimento, a impedância impulsiva é praticamente constante. O valor e a variação da impedância impulsiva são mais elevados em solos mais resistivos, assim como o comprimento efetivo.

Verificou-se que o comprimento efetivo apresenta valores distintos quando avalia-se o sistema de aterramento para diferentes formas de onda de corrente injetada de mesma amplitude, sendo que, ondas mais lentas implicam em comprimentos efetivos maiores. A partir da impedância impulsiva, observou-se que as ondas lentas só estabelecem níveis menores de potencial que as ondas rápidas para comprimentos maiores que o comprimento efetivo de uma onda de corrente rápida.

A validação do modelo implementado foi realizada comparando-se com outros trabalhos científicos o campo elétrico para um eletrodo horizontal e os potenciais na superfície do solo devido à injeção de uma corrente impulsiva no canto e no centro de uma malha, apresentando resultados bastante próximos.

Os resultados ilustrados no Capítulo 4 estão em consonância com diversos resultados publicados na literatura técnica. Esses resultados mostram a generalidade de aplicação do HEM e a potencialidade da ferramenta computacional desenvolvida.

As propostas de continuidade deste trabalho consistem na inclusão dos efeitos não lineares relacionados à ionização do solo na modelagem desenvolvida; inclusão da estratificação do solo; melhoria no equacionamento simplificado dos efeitos da interface solo-ar; investigação das tensões de toque e passo nas proximidades do aterramento; e validação experimental da modelagem desenvolvida através da medição das correntes impulsivas e dos potenciais induzidos.

Por fim, com base no desenvolvimento teórico e nos resultados apresentados, espera-se contribuir para o tema que envolve aterramentos elétricos sob correntes impulsivas.

Referências

- ADAMS, A. T. “Method of Moments Applications. Volume I - An Introduction to the Method of Moments”. Report RADC-TR-73-217, Syracuse University, v. 1, p. 5–23, 1974.
- ALÍPIO, R. S. “*Modelagem Eletromagnética de Aterramentos Elétricos nos Domínios do Tempo e da Frequência*”. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (PPGMMC/CEFET-MG), Belo Horizonte, Brasil, Dezembro 2008.
- BURKE, G. J.; MILLER, E. K. “Modeling Antennas Near to and Penetrating a Lossy Interface”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-32, n. 10, p. 1040–1049, October 1984.
- CIDRÁS, J.; OTERO, A. F.; GARRIDO, C. “Nodal Frequency Analysis of Grounding Systems Considering the Soil Ionization Effect”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 15, n. 1, p. 103–107, Janeiro 2000.
- DAWALIBI, F. “Electromagnetic Fields Generated by Overhead and Buried Short Conductors. part 1 â single conductor. part 2 â ground network”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, PWRD-1, n. 4, p. 105–119, October 1986.
- DAWALIBI, F.; MUKHEDKAR, D. “Multi Step Analysis of Interconnected Grounding Electrodes”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-95, n. 1, p. 113–119, January/February 1976.
- DAWALIBI, F.; SELBY, A. “Electromagnetic Fields of Energized Conductors”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3, p. 1275–1284, July 1993.
- GAZZANA, D. da S. “*Contribuição ao Estudo de Análise de Aterramento Impulsivo e em Altas Frequências Associado à Avaliação da Suportabilidade dos Seres Humanos com Base no Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM)*”. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul(PPGEE/UFRGS), Porto Alegre, Brasil, Julho 2012.
- GRCEV, L. “Computation of Transient Voltages Near Complex Grounding Systems Caused by Lightning Currents”. *International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, p. 1393–400, 1992.
- GRCEV, L. “Computer Analysis of Transient Voltages in Large Grounding Systems”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 2, p. 815–823, April 1996.
- GRCEV, L.; AMAUTOVSKI-TOSEVA, V. “Grounding Systems Modeling for High Frequencies and Transients: Some Fundamental Considerations”. *IEEE Bologna PowerTech Conference*, Bologna, Italy, June 2003.
- GRCEV, L.; DAWALIBI, F. “An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 4, p. 1773–1781, November 1990.

- GRCEV, L.; POPOV, M. “On High-Frequency Circuit Equivalents of a Vertical Ground Rod”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2, p. 1598–1603, April 2005.
- HARRINGTON, R. F. “*Field Computation by Moment Methods*”. New York: IEEE Press, 1993.
- HEIDLER, F.; CVETIĆ, J. M.; STANIĆ, B. V. “Calculation of Lightning Current Parameters”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 2, p. 399–404, April 1999.
- HEPPE, R. J. “Computation of Potential at Surface Above an Energized Grid or Other Electrode, Allowing for Non-Uniform Current Distribution”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, n. 6, p. 1978–1989, Nov./Dec. 1979.
- JIA, W.; XIAOQING, Z. “Double-Exponential Expression of Lightning Current Waveforms”. *4th Asia-Pacific Conference on Environmental Electromagnetics (CEEM 2006)*, p. 320–323, 2006.
- LIU, Y.; ZITNIK, M.; THOTTAPPILLIL, R. “An Improved Transmission-Line Model of Grounding System”. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 43, n. 3, p. 348–355, August 2001.
- MATLAB®. USA: The MathWorks, Inc., 1984. <<http://www.mathworks.com>>.
- MAZZETTI, C.; VECA, G. M. “Impulse Behavior of Ground Electrodes”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102, n. 9, p. 3148–3156, September 1983.
- MELIOPOULOS, A. P.; MOHARAM, M. G. “Transient Analysis of Grounding Systems”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102, n. 2, p. 389–399, February 1983.
- MENTER, F. E.; GRCEV, L. “EMTP-Based Model for Grounding System Analysis”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 4, p. 1838–1849, October 1994.
- OLSEN, R. G.; WILLIS, M. C. “A Comparison of Exact and Quasi-Static Methods for Evaluating Grounding Systems at High Frequencies”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Bologna, Italy, v. 11, n. 2, p. 1071–1081, April 1996.
- OTERO, A. F.; CIDRÁS, J.; DEL ÁLAMO, J. L. “Frequency-dependent Grounding System Calculation by Means of Conventional Nodal Analysis Technique”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3, p. 873–878, Julho 1999.
- PAPALEXOPOULOS, A. D.; MELIOPOULOS, A. P. “Frequency Dependent Characteristics of Grounding”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, PWRD-2, n. 4, p. 1073–1081, October 1987.
- PORTELA, C. “Frequency and Transient Behavior of Grounding Systems; I Physical and Methodological Aspects”. *Proceedings of the IEEE International symposium on electromagnetic compatibility*, Austin, United States of America, p. 379–384, August 1997.
- PORTELA, C. “Frequency and Transient Behavior of Grounding Systems; II Practical Application Examples”. *Proceedings of the IEEE International symposium on electromagnetic compatibility*, Austin, United States of America, p. 385–390, August 1997.

- PORTELA, C. “Measurement and Modeling of Soil Electromagnetic Behavior”. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC*, Seattle, United States of America, p. 1004–1009, August 1999.
- PORTELA, C. “Influence in Lightning Effects of Soil Electromagnetic Behavior in Frequency Domain”. *Proceedings of the International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, Cracow, Poland, v. 1, p. 394–399, 2002.
- PORTELA, C.; TAVARES, M. C. “Modeling, Simulation and Optimization of Transmission Lines. Applicability and Limitations of Some Used Procedures”. *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.
- RACHIDI, F. et al. “Current and Electromagnetic Field Associated with Lightning-Return Strokes to Tall Towers”. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 43, n. 3, p. 356–367, August 2001.
- RAMAMOORTY, M. et al. “Transient Performance of Grounding Grids”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 4, p. 2053–2059, October 1989.
- SALARI FILHO, J. C. “Efeito das Descargas Atmosféricas no Desempenho de Linhas de Transmissão – Modelagens nos Domínios do Tempo e da Frequência”. Tese (Doutorado) — Coordenação dos Programas de Pós-Graduação da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 2006.
- SCHROEDER, M. A. O. “Modelo Eletromagnético para Descontaminação de Ondas de Corrente de Descargas Atmosféricas: Aplicação às Medições da Estação do Morro do Cachimbo”. Tese (Doutorado) — Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais (CPDEE/UFMG), Belo Horizonte, Brasil, Março 2001.
- SOARES JÚNIOR, A. “Investigação do Comportamento dos Aterramentos Típicos De Linhas de Transmissão Frente a Descargas Atmosféricas”. Dissertação (Mestrado) — Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais (CPDEE/UFMG), Belo Horizonte, Brasil, Dezembro 1996.
- SOARES JÚNIOR, A. “Modelagem de Linhas de Transmissão para Avaliação de Desempenho frente a Descargas Atmosféricas”. Tese (Doutorado) — Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais (CPDEE/UFMG), Belo Horizonte, Brasil, Março 2001.
- SOMMERFELD, A. “*Partial Differential Equations in Physics*”. New York: Academic Press, 1949.
- SUNDE, E. D. *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*. New York: Dover Publications, 1968.
- TAKASHIMA, T.; NAKAE, T.; ISHIBASHI, R. “Calculation of Complex Fields in Conducting Media”. *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, EI-15, n. 1, p. 1–7, February 1980.

- TAKASHIMA, T.; NAKAE, T.; ISHIBASHI, R. “High Frequency Characteristics of Impedances to Ground and Field Distributions of Ground Electrodes”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100, n. 4, p. 1893–1900, April 1981.
- VELAZQUEZ, R.; MUKHEDKAR, D. “Analytical Modeling of Grounding Electrodes Transient Behavior”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-103, n. 6, p. 1314–1322, June 1984.
- VERMA, R.; MUKHEDKAR, D. “Impulse Impedance of Buried Ground Wire”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99, n. 5, p. 2003–2007, Setembro/Outubro 1980.
- VISACRO, S. “*Modelagem de Aterramentos Elétricos*”. Tese (Doutorado) — Coordenação dos Programas de Pós-Graduação da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), Rio de Janeiro, Brasil, Julho 1992.
- VISACRO, S. “*Aterramentos Elétricos*”. São Paulo: Artliber, 2002.
- VISACRO, S.; SOARES JÚNIOR, A. “HEM: A Model for Simulation of Lightning-Related Engineering Problems”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2, p. 1206–1208, April 2005.

Anexos

ANEXO A – Potenciais e Campos Elétricos Produzidos por Fontes Infinitesimais de Corrente

Este anexo, baseado em (PORTELA, 1997a), apresenta as informações necessárias para o cálculo do potencial escalar (V) e o campo elétrico (\vec{E}_V) referentes à fonte pontual de carga e à fonte infinitesimal de corrente transversal. Também são apresentadas as expressões para o cálculo do potencial vetor magnético (\vec{A}) e do campo elétrico \vec{E}_A , que surgem no meio devido à fonte infinitesimal de corrente longitudinal.

As expressões contidas neste anexo se baseiam nas equações de Maxwell para modelar o comportamento do sistema de aterramento. Conforme as condições impostas por essas equações, o modelo correto para representar os elementos infinitesimais corresponde ao dipolo elétrico. Porém, as expressões apresentadas neste anexo contêm determinadas aproximações que permitem obter os campos eletromagnéticos, considerando tais elementos como fontes filamentosas e infinitesimais de corrente.

A.1 Fonte pontual de carga

Considera-se uma carga esférica de raio r_0 com densidade volumétrica ρ_v localizada em uma posição fixa em um meio homogêneo. Se r_0 tender a um valor muito pequeno, consequentemente ρ_v tende a uma carga pontual Q , com variação no tempo e pode ser representada pela seguinte forma complexa (PORTELA, 1997a):

$$Q = |Q| e^{j\omega t} \quad (\text{A.1})$$

O potencial escalar V e o vetor campo elétrico \vec{E}_V associados à carga Q em um ponto genérico P situado a uma distância r do centro da pequena esfera que envolve essa carga, em que $r \gg r_0$, são calculados pelas equações (A.2) e (A.3) (PORTELA, 1997a).

$$V = K \frac{Q}{4\pi} h_{1/2}^{(1)}(\zeta) \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{E}_V = -\vec{\nabla}V = -j\gamma K \frac{Q}{4\pi} h_{3/2}^{(1)}(\zeta) \vec{a}_r, \quad (\text{A.3})$$

sendo:

- \vec{a}_r - vetor unitário na direção radial em relação à carga pontual;

- $h_{1/2}^{(1)}(\zeta)$ e $h_{3/2}^{(1)}(\zeta)$ - funções de Bessel esféricas de argumento complexo ζ (letra grega denominada zeta ou dzeta), definidas como:

$$h_{1/2}^{(1)}(\zeta) = -j \frac{1}{\zeta} e^{j\zeta} \quad (\text{A.4})$$

$$h_{3/2}^{(1)}(\zeta) = -\frac{d[h_{1/2}^{(1)}(\zeta)]}{d\zeta} = -\left(\frac{1}{\zeta} + j\frac{1}{\zeta^2}\right) e^{j\zeta} \quad (\text{A.5})$$

$$\zeta = j\gamma r \quad (\text{A.6})$$

- K - é determinada a frente.

Substituindo as equações (A.4) e (A.6) em (A.2) e as equações (A.5) e (A.6) em (A.3), as expressões do potencial escalar V e do vetor campo elétrico \vec{E}_V são reescritas a seguir:

$$V = -K \frac{Q}{4\pi \gamma r} e^{-\gamma r} \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{E}_V = K \frac{Q}{4\pi r^2} \left(\frac{1 + \gamma r}{\gamma}\right) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \quad (\text{A.8})$$

Para concluir as expressões do potencial e do campo elétrico, resta determinar K , que é determinada a partir da lei de Gauss. Para a aplicação dessa lei leva-se em consideração que o meio é homogêneo, linear e isotrópico, isto é, as propriedades dielétricas independem da direção do campo, então obtém-se:

$$\oint_S \vec{E}_V \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{vol} \rho_v dv, \quad (\text{A.9})$$

sendo que, $d\vec{s}$ é um elemento infinitesimal de área de uma esfera de raio r centrada na carga Q , em que, $Q = \int_{vol} \rho_v dv$. A partir dessas considerações, obtém-se:

$$\vec{E}_V = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon} \vec{a}_r \quad (\text{A.10})$$

Fazendo r tender a um valor muito pequeno, de tal forma que se possa supor $|\gamma r| \ll 1$, K é de fato independente da distância radial r . Desse modo, comparando as expressões (A.8) e (A.10), obtém-se uma aproximação para K , dada a seguir:

$$K \cong \frac{\gamma}{\varepsilon} \quad (\text{A.11})$$

O potencial escalar e o campo elétrico associados à carga pontual são então obtidos pelas equações (A.12) e (A.13).

$$V = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r} e^{-\gamma r} \quad (\text{A.12})$$

$$\vec{E}_V = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r^2} (1 + \gamma r) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \quad (\text{A.13})$$

A seguir, o desenvolvimento mostrado nesta seção é estendido para uma fonte pontual de corrente.

A.2 Fonte pontual de injeção de corrente

Se no meio em causa, passa-se a considerar a análise de uma fonte infinitesimal de corrente eléctrica total I_T , representada por $I_T = |I_T| e^{j\omega t}$, que flui para fora da superfície esférica de raio r muito reduzido (tal que, $|\gamma r| \ll 1$) e centrada na carga Q , sendo que, I_T corresponde à soma da corrente de condução I_C e a corrente de deslocamento I_D , isto é:

$$I_T = I_C + I_D \quad (\text{A.14})$$

As correntes I_C e I_D são relacionadas às densidades de corrente de condução ($\vec{J}_C = \sigma \vec{E}_V$) e de deslocamento ($\vec{J}_D = j\omega \varepsilon \vec{E}_V$), sendo explicitadas em (A.15) e (A.16), respectivamente.

$$I_C = \oint_S \vec{J}_C \cdot d\vec{s} \quad \rightarrow \quad I_C = \sigma E_V (4\pi r^2) \quad (\text{A.15})$$

$$I_D = \oint_S \vec{J}_D \cdot d\vec{s} \quad \rightarrow \quad I_D = j\omega \varepsilon E_V (4\pi r^2) \quad (\text{A.16})$$

Ao substituir a equação (A.13), em módulo, nas expressões (A.15) e (A.16) e, em seguida, na equação (A.14), tem-se:

$$I_T = (\sigma + j\omega \varepsilon) \frac{Q}{\varepsilon} \quad (\text{A.17})$$

Logo, isolando Q , obtém-se:

$$Q = \frac{\varepsilon}{\sigma + j\omega \varepsilon} I_T \quad (\text{A.18})$$

A partir de (A.18) e das equações (A.12) e (A.13) são obtidos o potencial e o campo eléctrico em um meio uniforme e homogêneo devido a uma fonte pontual de corrente transversal, cujas equações são apresentadas a seguir:

$$V = \frac{1}{4\pi (\sigma + j\omega \varepsilon)} \frac{I_T}{r} e^{-\gamma r} \quad (\text{A.19})$$

$$\vec{E}_V = \frac{1}{4\pi (\sigma + j\omega \varepsilon)} \frac{I_T}{r^2} (1 + \gamma r) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \quad (\text{A.20})$$

A.3 Fonte infinitesimal de injeção de corrente

Neste estudo, o eletrodo elementar é constituído por elementos infinitesimais e cada elemento infinitesimal é suposto como uma fonte pontual de injeção de corrente. Logo, a partir das expressões (A.19) e (A.20), respectivamente, o potencial e o campo eléctrico infinitesimais que surgem devido a uma fonte infinitesimal, que injeta uma corrente dI_T em um meio uniforme e homogêneo, são obtidos pelas seguintes expressões:

$$dV = \frac{1}{4\pi (\sigma + j\omega \varepsilon)} \frac{dI_T}{r} e^{-\gamma r} \quad (\text{A.21})$$

$$d\vec{E}_V = \frac{1}{4\pi (\sigma + j\omega \varepsilon)} \frac{dI_T}{r^2} (1 + \gamma r) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \quad (\text{A.22})$$

A.4 Fonte infinitesimal de corrente longitudinal

Considera-se um filamento condutor de comprimento infinitesimal dl percorrido longitudinalmente por uma corrente I_L com variação no tempo, representada por $I_L = |I_L| e^{j\omega t}$. O potencial vetor magnético (\vec{A}) e o campo elétrico não \vec{E}_A associados à fonte infinitesimal de corrente longitudinal em um ponto P a uma distância $r \gg dl$ são obtidos conforme (PORTELA, 1997a), como apresentados a seguir:

$$d\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_L}{r} e^{-\gamma r} d\vec{l} \quad (\text{A.23})$$

$$d\vec{E}_A = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_L}{r} e^{-\gamma r} d\vec{l} \quad (\text{A.24})$$