



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO (EMC)
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO

FRANÇOIS DE SOUZA MARTINS

Otimização do Desempenho de Enrolamentos de Máquinas Elétricas Através de Algoritmo de Enxames de Partículas Multiobjetivo

Goiânia

2022



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

☒ [X] Dissertação ☐ [] Tese ☐ [] Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

François de Souza Martins

3. Título do trabalho

**“Otimização do Desempenho de Enrolamentos de Máquinas Elétricas
Através de Algoritmo de Enxames de Partículas Multiobjetivo”**

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento ☒ [X] SIM ☐ [] NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;

- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Bernardo Pinheiro De Alvarenga, Professor do Magistério Superior**, em 04/11/2022, às 09:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **FRANCOIS DE SOUZA MARTINS, Discente**, em 04/11/2022, às 11:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3311986** e o código CRC **253ED0A1**.

FRANÇOIS DE SOUZA MARTINS

Otimização do Desempenho de Enrolamentos de Máquinas Elétricas Através de Algoritmo de Enxames de Partículas Multiobjetivo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica e de Computação (PPGEEC), da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, da Universidade Federal de Goiás (UFG) como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação.

Área de concentração: Engenharia elétrica.

Linha de pesquisa: Máquinas elétricas.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga

Goiânia

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Martins, François de Souza
Otimização do Desempenho de Enrolamentos de Máquinas
Elétricas Através de Algoritmo de Enxames de Partículas Multiobjetivo
[manuscrito] / François de Souza Martins. - 2022.
39 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia,
2022.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, algoritmos,
lista de figuras, lista de tabelas.

1. Força magnetomotriz. 2. Otimização de enrolamentos. 3. Enxame
de partículas. 4. Otimização multiobjetivo . I. Alvarenga, Bernardo
Pinheiro de, orient. II. Título.

CDU 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 13 da sessão de Defesa de Dissertação de **François de Souza Martins**, que confere o título de Mestre em **Engenharia Elétrica e de Computação**, na área de concentração em **Engenharia Elétrica**.

Aos vinte e oito dias do mês de outubro de dois mil e vinte e dois, a partir das **14h00min.**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “**Otimização do Desempenho de Enrolamentos de Máquinas Elétricas Através de Algoritmo de Enxames de Partículas Multiobjetivo**”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor **Bernardo Pinheiro de Alvarenga - (EMC/UFG)**, com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor, **Ivan Marques de Toledo Camargo - (ENE-UnB)** Membro Externo e **Prof. Dr. Wander Gonçalves da Silva - (EMC/UFG)** Membro Externo, **cuja participação ocorreram através de videoconferência** através do link: <https://meet.google.com/ubb-hzus-myg>. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Bernardo Pinheiro de Alvarenga, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e oito dias do mês de outubro de dois mil e vinte e dois.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Bernardo Pinheiro De Alvarenga, Professor do Magistério Superior**, em 28/10/2022, às 16:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wander Gonçalves Da Silva, Professor do Magistério Superior**, em 28/10/2022, às 16:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **IVAN MARQUES DE TOLEDO CAMARGO, Usuário Externo**, em 07/11/2022, às 12:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3287085** e o código CRC **AD239B63**.

*Dedico este trabalho à minha mãe sublime,
pelo inesgotável e sempre ávido incentivo ao estudo.*

Agradecimentos

Agradeço à minha família pelo amoroso apoio que recebi, tão necessário e reconfortante, em todas as decisões tomadas durante essa caminhada.

Agradeço à Universidade Federal de Goiás e à Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, assim como ao Prof. Dr. Bernardo Alvarenga, meu orientador, por permitir a mim e muitos outros alunos a oportunidade e o suporte para buscar sempre desafios maiores.

*“O homem não pode se refazer sem sofrimento,
pois ele é tanto o mármore quanto o escultor.”
(Alexis Carrel, tradução nossa)*

Resumo

O presente trabalho demonstra a otimização da operação de enrolamentos de máquinas elétricas. As grandezas em estudo são a força magnetomotriz e a indutância de dispersão de cabeça de bobina, oriundas da distribuição discreta dos condutores em máquinas elétricas. Uma rotina computacional utilizando metaheurística de enxame de partículas multiobjetivo foi proposto. O aplicativo desenvolvido é capaz de gerar a distribuição dos condutores no entreferro para diversas configurações de máquinas (mono ou polifásicas, de camada única ou dupla, de enrolamentos inteiros ou fracionários, com passo pleno ou encurtado, com presença de ranhuras vazias, entre outras), bem como a distribuição de força magnetomotrizes e a indutância de dispersão das cabeças de bobina. Tomando-se como um enrolamento ótimo aquele que apresenta, simultaneamente, menor distorção harmônica da força magnetomotriz e menor indutância de dispersão, utilizou-se o algoritmo de otimização multiobjetivo por enxame de partículas para a obtenção da configuração ótima referente aos parâmetros referidos para uma dada máquina elétrica.

Palavras-chave: Força Magnetomotriz; Otimização de Enrolamentos; Enxame de Partículas; Otimização Multiobjetivo.

Abstract

The present work demonstrates the optimization of the operation of electric machine windings. The parameters under study are the magnetomotive force and the end winding leakage inductance, obtained from the discrete distribution of conductors in the airgap. A multi-objective particle swarm metaheuristic optimization routine was proposed. The developed application is capable of generating the airgap conductor distribution for different machine configurations (single or poly-phase, single or double-layer, integral or fractional slots, full or shortened pitch, with the presence of empty slots, etc.), as well as the magnetomotive force curves and the end winding leakage inductance. Taking as an optimal winding the one that presents, simultaneously, less harmonic distortion of the magnetomotive force and less leakage inductance, the optimization by multi-objective particle swarm algorithm was used to obtain the optimal electrical machine parameter configuration.

Keywords: Magnetomotive Force; Winding Optimization; Particle Swarm; Multi-Objective Optimization.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Bobinas pré-fabricadas.	29
Figura 2.2 – Processo manual de alocação das bobinas nas ranhuras do estator de uma máquina elétrica.	29
Figura 2.3 – Enrolamento imbricado de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	31
Figura 2.4 – Enrolamento ondulado de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	31
Figura 2.5 – Enrolamento concêntrico de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	32
Figura 2.6 – Enrolamento de camada única em um estator de uma máquina elétrica.	33
Figura 2.7 – Enrolamento de camada dupla em um estator de uma máquina elétrica.	34
Figura 2.8 – Disposição dos condutores em uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	34
Figura 2.9 – Disposição dos condutores em uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos, passo de bobina de $y = 4$ ranhuras e camada dupla.	34
Figura 2.10 – Disposição dos condutores em um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e dupla camada com passo de bobina de $y = 4$ ranhuras e $\beta = 4/6$	36
Figura 2.11 – Forma de onda da força magnetomotriz de um motor de indução trifásico de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 4$ polos, camada única e $q = 1$	37
Figura 2.12 – Disposição dos condutores em uma máquina trifásica de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 4$ polos, camada única e $q = 1$	37
Figura 2.13 – Forma de onda da força magnetomotriz de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos, camada única e $q = 2$	38
Figura 2.14 – Diagrama de enrolamento para uma máquina trifásica com $Z = 36$ ranhuras, $2p = 14$ polos, dupla camada, passo de bobina de $y = 3$ ranhuras.	39
Figura 2.15 – estrela de fasores para uma máquina trifásica com $Z = 36$ ranhuras, $2p = 14$ polos, dupla camada e passo de bobina $y = 3$ ranhuras.	40
Figura 2.16 – Estrela de fasores para um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	44
Figura 2.17 – Ilustração da direção de rolagem do “membro direito” das tabelas de distribuição de enrolamentos primitivas de sistemas normais ou não reduzidos.	47

Figura 2.18–Ilustração da troca dos quadrantes 1 e 3 das tabelas de distribuição de enrolamentos primitivas de sistemas reduzidos.	48
Figura 3.1 – Determinação do campo magnético associado a um condutor inserido no entreferro de uma máquina elétrica.	53
Figura 3.2 – FMM produzida por n_s condutores da fase 1 pertencentes a ranhura 1 com corrente $i_a = I$ máxima para uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	54
Figura 3.3 – Diagrama de enrolamentos para uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	54
Figura 3.4 – FMM produzida por uma bobina da fase 1 alocada nas ranhuras 1 e 7 de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	55
Figura 3.5 – FMM produzida por todas as bobinas da fase 1 de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	55
Figura 3.6 – FMM total de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	56
Figura 3.7 – Curva de FMM de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única aproximada pela série de Fourier.	58
Figura 3.8 – Aproximação pela série de Fourier da curva de FMM de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única aproximada pela série de Fourier.	59
Figura 4.1 – Fluxo de dispersão de ranhura em uma máquina elétrica.	61
Figura 4.2 – Fluxo de dispersão de ponta de dente de uma máquina elétrica em vista de corte axial.	62
Figura 4.3 – Fluxo de dispersão de cabeça de bobina de uma máquina elétrica em vista de corte lateral.	62
Figura 4.4 – Fluxo de dispersão de polos de uma máquina elétrica.	63
Figura 4.5 – Duas cabeças de bobinas losangulares adjacentes de um estator de máquina elétrica.	64
Figura 4.6 – Detalhe de dimensões das ranhuras de uma máquina elétrica.	66
Figura 4.7 – Representação de um estator de máquina elétrica com uma bobina existente entre as ranhuras 1 e 6.	66
Figura 4.8 – Detalhe da fase 1 da estrela de fasores para um motor de indução trifásico de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	67
Figura 5.1 – Fluxograma de otimização por enxame de partículas (PSO).	71
Figura 5.2 – Fronteira de Pareto definida pelas soluções em verde de uma otimização biobjetivo se aproximando da borda da região de restrição.	73
Figura 5.3 – Fronteira de Pareto definida pelas soluções em verde de uma otimização biobjetivo na borda da região de restrição.	74

Figura 5.4 – Determinação de $p_{g_{best}}$ pelo critério de densidade.	75
Figura 5.5 – Determinação de $p_{g_{best}}$ pelo critério de nichos.	75
Figura 5.6 – Determinação de $p_{g_{best}}$ pelo critério de dominância ϵ	76
Figura 5.7 – Fluxograma de otimização multiobjetivo por enxame de partículas (MOPSO).	77
Figura 7.1 – Fronteira de Pareto ideal e MOPSO para o cenário de validação 1. . . .	82
Figura 7.2 – Fronteira de Pareto ideal e MOPSO para o cenário de validação 2. . . .	84
Figura 7.3 – Fronteira de Pareto computada pelo MOPSO para o cenário de aplicação 1.	86
Figura 7.4 – Fronteira de Pareto computada pelo MOPSO para o cenário de aplicação 2.	88
Figura 7.5 – Fronteira de Pareto computada pelo MOPSO para o cenário de aplicação 3.	90
Figura A.1 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensi- onal por enxame de partículas na iteração de número 0.	97
Figura A.2 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensi- onal por enxame de partículas na iteração de número 1.	97
Figura A.3 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensi- onal por enxame de partículas na iteração de número 2.	98
Figura A.4 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensi- onal por enxame de partículas na iteração de número 3.	98
Figura A.5 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensi- onal por enxame de partículas na iteração de número 4.	99

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Forma geral da distribuição das contribuições individuais de FEM em uma estrela de fasores. Cada elemento representa uma ranhura da máquina.	42
Tabela 2.2 – FEM associada a primeira fase em um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	43
Tabela 2.3 – FEM associada ao enrolamento de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	44
Tabela 2.4 – Estrutura básica da tabela de distribuição de enrolamentos.	45
Tabela 2.5 – Tabela de distribuição de enrolamentos primitiva de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	46
Tabela 2.6 – Subtabela 1 de distribuição de enrolamentos de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	46
Tabela 2.7 – Subtabela 2 de distribuição de enrolamentos de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	47
Tabela 2.8 – Tabela de distribuição de enrolamentos de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.	48
Tabela 2.9 – Tabela de distribuição de enrolamentos ainda não reordenada para sistemas reduzidos.	49
Tabela 2.10–Tabela de distribuição de enrolamentos reordenada para sistemas reduzidos.	49
Tabela 2.11–Tabela de distribuição de enrolamentos primitiva com a exclusão das ranhuras vazias para a primeira camada de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.	50
Tabela 2.12–Tabela de distribuição de enrolamentos da primeira camada após a rolagem em $\zeta = m/2 - 1 = 2$ linhas de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.	50
Tabela 2.13–Tabela de distribuição de enrolamentos da segunda camada de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.	51
Tabela 2.14–Tabela de distribuição de enrolamentos de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.	51

Tabela 3.1 – Parâmetros a_n , b_n e C_n para os 10 primeiros termos da aproximação da FMM pela série de Fourier de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.	58
Tabela 3.2 – DHT para máquinas trifásicas de dupla camada com passo de bobina $y = 2$ ranhuras, quantidade de ranhuras Z variando de 3 a 30 o número de polos $2p$ variando de 2 a 10.	60
Tabela 7.1 – Cenários para validação das soluções encontradas pela aplicação. . . .	81
Tabela 7.2 – Valores computados da fronteira de Pareto ideal do cenário de validação 1.	82
Tabela 7.3 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de validação 1.	83
Tabela 7.4 – Valores computados da fronteira de Pareto ideal do cenário de validação 2.	84
Tabela 7.5 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de validação 2.	85
Tabela 7.6 – Cenários de aplicação.	85
Tabela 7.7 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de aplicação 1.	87
Tabela 7.8 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de aplicação 2.	89
Tabela 7.9 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de aplicação 3.	90
Tabela A.1 – Valores computados de $f(\vec{p}_{gbest})$ e \vec{p}_{gbest} para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.	99
Tabela A.2 – Valores computados para partícula 1 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.	100
Tabela A.3 – Valores computados para partícula 2 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.	100
Tabela A.4 – Valores computados para partícula 3 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.	100
Tabela A.5 – Valores computados para partícula 4 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.	100
Tabela A.6 – Valores computados para partícula 5 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.	101

Lista de abreviaturas e siglas

CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
DHT	Distorção harmônica total
FEM	Força eletromotriz
FMM	Força magnetomotriz
fpm	Fator primo máximo
mdc	Máximo divisor comum
PSO	Particle swarm optimization (otimização por enxame de partículas)
PWM	Pulse width modulation (modulação por largura de pulso)
WDT	Winding distribution table (tabela de distribuição de enrolamento)

Lista de símbolos

α	ângulo elétrico entre ranhuras do enrolamento de base.
α_{disp}	Ângulo de defasamento da estrela de fasores para sistemas simétricos.
α_{ph}	Ângulo entre bobinas de fases.
α_Z	Ângulo entre ranhuras.
β	Razão entre o passo de bobina e o passo polar.
ζ	Número de rolagens do “membro direito” da tabela de distribuição de enrolamento.
σ	Ângulo de inclinação da cabeça de bobina.
μ_0	Constante de permeabilidade magnética do vácuo.
τ_0	Período da onda fundamental na Série de Frouier.
τ_p	Passo polar.
$\tau_{s(ave)}$	Distância média entre ranhuras adjacentes.
ϕ_k	Ângulo associado ao fasor presente na ranhura do enrolamento base.
a_0	Coefficiente constante da série de Fourier.
a_n	Coefficiente que acompanha as cossenóides da série de Fourier.
b_c	Largura de sulco de ranhura.
b_n	Coefficiente que acompanha as senóides da série de Fourier.
C	Número de caminhos paralelos por fase para condução de corrente elétrica.
c_1	Constante de peso de influência individual.
c_2	Constante de peso de influência coletiva.
C_f	Magnitude da onda fundamental da série de Frouier.
C_n	Magnitude do n-ésimo harmônico da série de Frouier.
D	Denominador do número de ranhuras por polo e fase fracionário.

δ_i	Densidade da solução i .
d_{ij}	Distância entre a solução i e a solução j .
$F(\theta)$	Série de Fourier.
\vec{H}	Vetor intensidade de campo magnético.
H_r	Magnitude da componente tangencial do vetor intensidade de campo magnético.
H_t	Magnitude da componente radial do vetor intensidade de campo magnético.
k_{dn}	Fator de distribuição do n -ésimo harmônico.
k_{pn}	Fator de passo do n -ésimo harmônico.
k_{sq_i}	Fator de inclinação do n -ésimo harmônico.
l_{e1}	Parâmetro geométrico da cabeça de bobina.
l_{e2}	Parâmetro geométrico da cabeça de bobina.
L_{ew}	Indutância de dispersão de cabeça de bobina por fase.
$L_{ew/ranhura}$	Indutância de dispersão de cabeça de bobina por ranhura e fase.
m	Número de fases.
m_g	Subgrupos de sistemas de enrolamentos reduzidos.
m_u	Número de fases dos sistemas pertencentes aos subgrupos de enrolamentos reduzidos.
\mathbb{N}	Conjunto dos números naturais.
n	Ordem harmônica da série de Fourier.
n_c	Número de colunas da tabela de distribuição de enrolamento.
n'_c	Número de colunas da tabela de distribuição de enrolamento base.
n_{es}	Número de ranhuras vazias.
n_{lay}	Número de camadas.
n_s	Número de voltar por ranhura.
N_s	Número de voltas conectadas em série por fase.

p	Número de par de polos.
p'	Número de pares de polos do enrolamento base.
$\vec{p}_{i,t}(\vec{x})$	Posição da i-ésima partícula no hiperespaço de buscas na iteração t .
\vec{p}_i^{best}	Melhor posição já encontrada pela i-ésima partícula durante sua trajetória.
\vec{p}_{gbest}	Melhor posição já encontrada pelo enxame até o momento.
q	Número de ranhuras por polo e fase.
R	Numerador do número de ranhuras por polo e fase fracionário.
r_1	Número aleatório entre 0 e 1.
r_2	Número aleatório entre 0 e 1.
t	Iteração atual no PSO e MOPSO.
t'	Máximo divisor comum entre o número de ranhuras e o número de pares de polos.
t_e	Largura de dente de ranhura.
V_{fase}	Soma geométrica dos fasores de tensão de ranhura de uma fase.
$V_{ranhura}$	Magnitude do fasor tensão de uma ranhura.
V_{tot}	Diferença geométrica dos fasores de tensão de ranhura de uma bobina.
$\vec{v}_{i,t}(\vec{x})$	Velocidade da partícula computada para a iteração t .
W	Coefficiente de inércia.
x_{ji}	Posição da i-ésima partícula na j-ésima dimensão do hiperespaço de buscas.
y	Passo de bobina.
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros.
Z	Número de Ranhuras.
Z'	Número de ranhuras do enrolamento base.

Sumário

1	Introdução	23
1.1	Motivação	23
1.2	Objetivos	24
1.2.1	Objetivo Principal	24
1.2.2	Objetivos Específicos	24
1.3	Revisão Bibliográfica	24
1.4	Organização da Dissertação	26
2	Projeto de Enrolamentos de Máquinas Elétricas de Corrente Alternada	28
2.1	Parâmetros Construtivos de Enrolamentos Elétricos	28
2.2	Tipos de enrolamentos	28
2.3	Número de Fases	32
2.4	Número de Camadas	33
2.5	Passo de Bobina	34
2.6	Distribuição dos Condutores	35
2.6.1	Enrolamentos Integrais	38
2.6.2	Enrolamentos Fracionários	39
2.7	Condições de Factibilidade e Simetria	41
2.7.1	Condições de Factibilidade	41
2.7.2	Condições de Simetria	41
2.8	Tabela de Distribuição de Enrolamentos	45
3	Distorção Harmônica Total de um Enrolamento	52
3.1	Introdução	52
3.2	Força Magnetomotriz (FMM)	52
3.3	Distorção Harmônica Total (DHT)	57
4	Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina	61
4.1	Introdução	61
4.1.1	Fluxos de Dispersão que não Atravessam o Entreferro	61
4.1.2	Fluxos de Dispersão que Atravessam o Entreferro	63
4.2	Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina	64
4.2.1	Determinação da Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina em Enrolamentos Losangulares.	64
4.2.2	Exemplo de Cálculo de Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina.	67
4.3	Aplicabilidade	68
5	Otimização por Enxame de Partículas	69
5.1	Introdução	69
5.2	Otimização Monobjetivo	69

5.2.1	Partículas e o Comportamento Coletivo	69
5.3	Otimização Multiobjetivo	70
5.3.1	Estratégias de resolução	70
5.3.2	Fronteiras de Pareto	72
5.3.3	Escolha de p_{gbest}	73
5.3.4	Otimização Multiobjetivo por Enxame de Partículas (MOPSO)	76
6	Metodologia	78
6.1	Introdução	78
6.2	Definição do Espaço de Busca	78
6.3	Resolução por MOPSO	79
6.3.1	Inicializando Partículas	79
6.3.2	Funções Objetivo	79
6.3.3	Otimização	80
7	Resultados	81
7.1	Testes de Validação	81
7.1.1	Cenário de Validação 1	81
7.1.2	Cenário de Validação 2	83
7.2	Aplicação	85
7.2.1	Cenário de Aplicação 1	86
7.2.2	Cenário de Aplicação 2	88
7.2.3	Cenário de Aplicação 3	88
8	Conclusão	91
8.1	Conclusões da pesquisa	91
8.2	Sugestões para trabalhos futuros	91
	Referências	93
	Apêndices	95
	APÊNDICE A Exemplo de Otimização por Enxame de Partículas Monobjetivo	96

1 Introdução

1.1 Motivação

Uma das preocupações no projeto de máquinas elétricas está centrada na correta determinação dos parâmetros construtivos dos enrolamentos visando a minimização do conteúdo harmônico existente na forma de onda da força magnetomotriz do entreferro.

A existência de harmônicos na curva de força magnetomotriz acarreta na diminuição de desempenho de máquinas com o surgimento de correntes parasitas e fluxos de dispersão, elevação de perdas no cobre e no ferro, aumento da saturação magnética, vibrações mecânicas e ruídos (FRANCO, 2015). Ainda, há alteração no torque e na velocidade apresentados pela máquina, uma vez que a curva de força magnetomotriz é deformada pelo conteúdo harmônico se distanciando de uma onda puramente senoidal, caso ideal para mitigação dos efeitos supracitados (CHEN; WANG, 2017).

Características como torque de partida, torque máximo, correntes de rotor e correntes de estator estão intrinsecamente ligados a indutância de dispersão apresentada pela máquina (LIPO, 2017). Essas características afetam diretamente o desempenho dos motores e geradores e suas aplicabilidades, assim como os materiais empregados para suas construções sendo de interesse financeiro e energético a otimização destes efeitos.

Há vasta literatura de otimização de parâmetros de projetos de máquinas para os tipos mais comuns de enrolamentos: trifásicos e monofásicos (HADŽISELIMOVIĆ et al., 2011) (SILVA et al., 2018). No entanto, há muito a ser explorado na obtenção de otimizações em máquinas de configurações alternativas como, por exemplo, variações em números de fases ou considerando-se ranhuras propositalmente vazias, entre outras.

O avanço e investimento em novos conceitos de máquinas está sempre em evolução, sendo possível verificar diversas aplicações de máquinas polifásicas que apresentam vantagens sobre os sistemas convencionais como menor conteúdo harmônico na curva de força magnetomotriz presente no entreferro, diminuição de ruído, vibração e aquecimento e, para alguns tipos de máquinas, como as de ímãs permanentes, tem-se ainda melhora no *cogging torque*. (GUPTA et al., 2020).

Assim, a criação de um aplicativo capaz de permear pelas principais características que compõem os enrolamentos e encontrar as melhores alternativas para sua construção evitando um custo computacional elevado é de grande valor para o avanço de projetos de máquinas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Principal

Este trabalho objetiva a criação de um aplicativo capaz de auxiliar nos projetos de enrolamentos monofásicos e polifásicos ao encontrar as configurações otimizadas de parâmetros de projeto que minimizem, simultaneamente, o conteúdo harmônico da força magnetomotriz presente no entreferro das máquinas e a indutância de dispersão de cabeça de bobina do enrolamento.

1.2.2 Objetivos Específicos

Relacionados abaixo estão os objetivos secundários deste trabalho:

- Desenvolver um aplicativo em *Python* capaz de gerar o diagrama de distribuição dos condutores em enrolamentos mono ou polifásicos, de camada única ou dupla, com quantidades arbitrárias de ranhuras (ocupadas ou vazias), polos e passo de bobina. Uma vez que este objetivo é parte de um projeto de máquinas completo, este trabalho visa implementar e validar a solução sem restrições para as possíveis configurações de parâmetros. Ainda, exibir graficamente os diagramas e curvas computadas;
- Dado um diagrama de enrolamento, computar a curva de força magnetomotriz no entreferro, determinar seu coeficiente de distorção harmônica e calcular a indutância de dispersão das cabeças de bobina considerando suas geometrias;
- Otimizar as configurações de projetos de máquinas a partir da distorção harmônica total e da indutância de dispersão dos enrolamentos estudados utilizando metaheurística de enxame de partículas multiobjetivo;

1.3 Revisão Bibliográfica

As condições necessárias para obtenção de enrolamentos factíveis foram descritas por [Jokinen, Hrabovcova e Pyrhonen \(2013\)](#), assim como as restrições construtivas de enrolamentos simétricos. Os autores discorrem detalhadamente sobre as peculiaridades existentes em sistemas normais (enrolamentos com quantidades ímpares de fases), reduzidos (enrolamentos com quantidades pares de fases e não múltiplas de 3) e não reduzidos (enrolamentos com quantidades pares de fases e múltiplas de 3). Ainda, são introduzidos conceitos de estrelas de fasores e enrolamentos de base, úteis para verificação de simetria e construção de diagramas de enrolamentos.

É elucidado por [Smolensky \(1983\)](#) a concepção de enrolamentos do tipo imbricado, em onda ou concêntrico assim como as conexões possíveis entre as bobinas e suas formas construtivas.

Em [Schmitz e Novotny \(1965\)](#) é determinada a intensidade de campo magnético (\vec{H}) no entreferro em função da distribuição de condutores no estator das máquinas elétricas. Através da aproximação senoidal da força magnetomotriz gerada descreve-se um tratamento analítico de menor complexidade e com aproximação satisfatória.

Em [Caruso et al. \(2018\)](#) é demonstrada a formulação matemática de âmbito geral para a determinação de diagramas de distribuição de condutores em enrolamentos simétricos. O método apresentado pelos autores é chamado de *Winding Distribution Table* (WDT) e provê um algoritmo capaz de determinar o pertencimento das fases para cada ranhura considerada, assim como o sentido das correntes nas bobinas pressentes na ranhura. É capaz de lidar com enrolamentos do tipo normal, reduzido e não reduzido e considerar ranhuras propositalmente vazias. Em seu trabalho são exibidos exemplos de aplicação para diversas configurações de projeto, obtendo-se resultados satisfatórios na geração dos diagramas de distribuição dos condutores.

Corroborando para a verificação dos resultados de simetria dos enrolamentos, em [Bianchi e Prè \(2006\)](#) tem-se o uso da chamada estrela de fasores no projeto de máquinas elétricas.

Em [Hague \(1917a\)](#) tem-se a modelagem matemática analítica da força magnetomotriz presente no entreferro de máquinas elétricas. Este trabalho demonstra a obtenção da curva total de força magnetomotriz através da superposição das contribuições de cada condutor. É complementado por [Franco \(2015\)](#), que traz a aproximação da curva de força magnetomotriz por séries de Fourier para posterior tratamento numérico e expõe a consideração da geometria da ranhura e sua influência na curva de força magnetomotriz.

A determinação da indutância de dispersão presentes nos enrolamentos trifásicos simétricos é explorada por [Lipo \(2017\)](#). Seu trabalho leva em consideração a geometria das cabeças de bobina que sofrem influência de parâmetros como o passo de bobina, dimensões das ranhuras, número de camadas, entre outros. Para o presente trabalho, foi extrapolada a formulação para máquinas contendo um número arbitrário de fases.

Tem-se a demonstração e implementação de algoritmos de enxame de partículas monobjetivos (em inglês, PSO) descritos em [Brownlee \(2011\)](#) como estratégias para resolução de problemas numéricos de elevado custo computacional. O trabalho de [Liu et al. \(2007\)](#) demonstra a adaptação do PSO para problemas multiobjetivos (em inglês, MOPSO) com uso do conceito de fronteira de Pareto e lógica nebulosa. Já em [Coello e Lechuga \(2002\)](#) a implementação de um algoritmo MOPSO com a divisão do espaço de busca em subespaços evidencia uma maior distribuição das soluções e menor risco de

convergência prematura para mínimos locais. Por fim, em [Reyes-Sierra, Coello et al. \(2006\)](#) há a compilação abrangente das principais técnicas de otimização multiobjetivo utilizando enxame de partículas, tratando do alcance de influência e de técnicas para a definição melhor partícula do enxame.

No trabalho de [Silva et al. \(2018\)](#) é estudada a otimização multiobjetivo de torque médio, eficiência, corrente de estator em regime permanente, fator de potência e perdas por correntes parasitas de uma máquina de ímãs permanentes no rotor e enrolamentos concêntricos fracionários em diversos pontos de operação simulados por elementos finitos.

Ainda, em [Chen e Wang \(2017\)](#) é investigada a redução de conteúdo harmônico da força magnetomotriz para motores de ímãs permanentes com enrolamentos fracionários.

Em [Franco \(2015\)](#) há a otimização de configurações de projetos de enrolamentos trifásicos para obtenção de menor distorção harmônica da força magnetomotriz. É demonstrado um método de determinação do diagrama de enrolamentos de uma máquina a partir dos ângulos elétricos e mecânicos presentes, respectivamente, nos polos magnéticos e entre as ranhuras do estator. Posteriormente são demonstrados os cálculos de forças magnetomotorizes no entreferro de máquina, sua caracterização pela série de Fourier e computação da distorção harmônica total. Algoritmos genéticos evolutivos foram utilizados para o processo de otimização que são, ao final, comparados com resultados expostos na literatura.

1.4 Organização da Dissertação

O presente [Capítulo 1](#) descreve, na [seção 1.1](#), a motivação primordial da pesquisa ao passo que na [seção 1.2](#) os objetivos traçados são detalhados. A [seção 1.3](#) traz as contribuições das principais referências bibliográfica consultadas e, por fim, a [seção 1.4](#) dispõe sobre a organização textual do trabalho.

No [Capítulo 2](#) estão descritos os principais parâmetros de escolha no projeto de enrolamentos de máquinas elétricas. Em seguida é detalhado o método de determinação do diagrama de enrolamentos através do diagrama de distribuição de enrolamentos (em inglês, WDT) e demonstrado o uso da estrela de fasores para verificação da simetria do enrolamento. Por fim, os métodos são expostos através de exemplos de aplicação.

No [Capítulo 3](#) se encontra a descrição da composição da curva de força magnetomotriz presente no entreferro da máquina, sua aproximação através da série de Fourier e a determinação da distorção harmônica total como parâmetro de avaliação de qualidade. Ainda, é exemplificada a computação da força magnetomotriz para uma dada configuração de enrolamento.

No [Capítulo 4](#) tem a descrição dos principais tipos de fluxo e dispersão presentes

em máquina elétricas e o aprofundamento na determinação da indutância de dispersão de cabeça de bobina.

Logo, no [Capítulo 5](#) está descrita a estratégia de otimização multiobjetivo baseada em enxame de partículas. Para elucidação da metaheurística são apresentados fluxogramas de execução e no [Apêndice A](#) um exemplo de aplicação do algoritmo monobjetivo.

Assim, o [Capítulo 6](#) demonstra a metodologia utilizada como estratégia para otimização do projeto de enrolamentos de máquinas de corrente alternada perpassando pelo refinamento do espaço de soluções, das funções de avaliação e da lógica de otimização.

Então, no [Capítulo 7](#), estão descritos os teste de exatidão e robustez em dois diferentes espaços de buscas e a posterior aplicação da metodologia em três cenários distintos de maior complexidade.

Por fim, tem-se a conclusão do trabalho no [Capítulo 8](#).

2 Projeto de Enrolamentos de Máquinas Elétricas de Corrente Alternada

2.1 Parâmetros Construtivos de Enrolamentos Elétricos

Tem-se convencionado a divisão dos principais tipos de máquinas elétricas entre corrente alternada (CA) e corrente contínua (CC). Esta divisão se dá pelo tipo de excitação na fonte de alimentação em caso de motores ou do tipo de tensão/corrente de saída para geradores. Neste trabalho, limita-se ao estudo de máquinas de corrente alternada. A indústria de fabricação de máquinas CA é bem consolidada e tem passado por anos de evolução e melhoria em seus processos realizando avanços no desempenho das máquinas quanto a potência, dimensões e materiais empregados.

A correta escolha dos parâmetros construtivos de máquinas como o número de fases, polos, camadas, tipos de enrolamento e passos de bobinas é de fundamental importância para o sucesso dos projetos. Linhas de pesquisa e desenvolvimento de enrolamentos híbridos com, por exemplo, grupos de bobinas com passos distintos, tem ganhado espaço, porém possuem grande dificuldade de implementação prática visto que os parques fabris não possuem a alta adaptabilidade de máquinas e processos exigidas para suas fabricações. Em outra via, há também a crescente pesquisa na otimização de enrolamentos não híbridos que melhoram os projetos de máquinas entregando resultados superiores e alta praticidade pois exigem pouca ou nenhuma alteração nas linhas de produção.

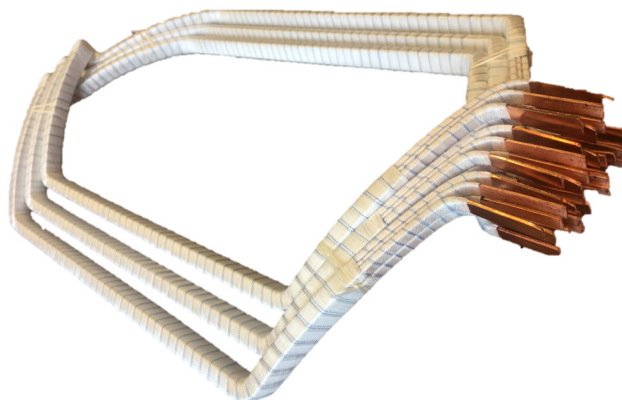
Assim, é válido ressaltar e compreender os principais parâmetros que compõem a configuração de enrolamentos das máquinas CA conforme as próximas seções.

2.2 Tipos de enrolamentos

Em máquinas CA os tipos mais comuns de enrolamentos são: imbricado, ondulado ou concêntrico. A compreensão dos tipos de enrolamentos permite que se construa a correta distribuição de condutores ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)).

Para os principais tipos de enrolamentos, por conveniência de manufatura, são pré-fabricadas bobinas de formato ligeiramente losangulares com quantidades iguais de espiras. A depender da aplicação da máquina, tais bobinas são compostas por fios, fitas ou barras de cobre isoladas por esmalte não condutor. Na [Figura 2.1](#) há um exemplo de bobina pré-fabricada. Estas bobinas são então alocadas nos sulcos ou ranhuras do estator e/ou rotor da máquina e são isoladas de outras bobinas e do ferro através de materiais poliméricos não condutores, conforme a [Figura 2.2](#).

Figura 2.1 – Bobinas pré-fabricadas.



Fonte: Adaptado do site *Preformed Windings*

Figura 2.2 – Processo manual de alocação das bobinas nas ranhuras do estator de uma máquina elétrica.



Fonte: Adaptado do site *Tekwellservices*.

Quanto aos tipos de enrolamentos:

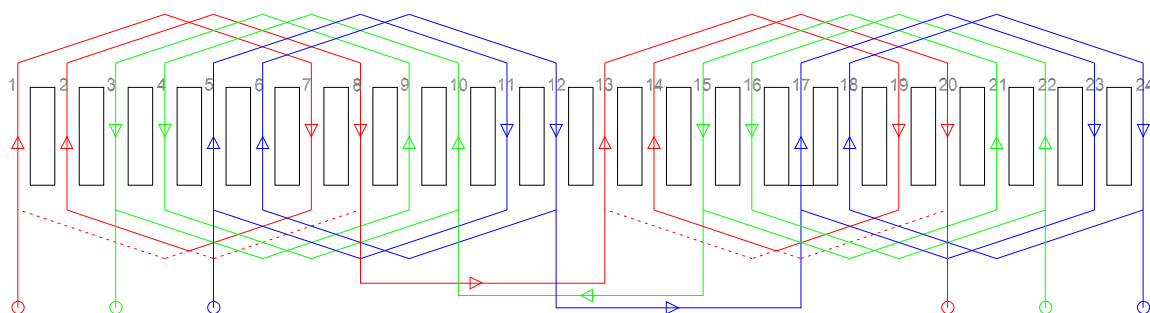
- Enrolamento imbricado: O enrolamento imbricado é construído através da conexão de em série de bobinas adjacentes. Esta configuração permite uma maior facilidade de construção tanto em camada única ou dupla uma vez que as bobinas possuem todas o mesmo tamanho e geometria. Além disso, é possível a realização de encurtamento do passo de bobina, que trará benefícios de desempenho para determinadas máquinas e aplicações (SMOLENSKY, 1983);
- Enrolamento ondulado: O enrolamento ondulado é semelhante ao imbricado, diferindo apenas nas conexões entre as bobinas. Aqui cada bobina é conectada a outra bobina dois passos polares a frente (SMOLENSKY, 1983);
- Enrolamento concêntrico: O enrolamento concêntrico difere dos demais por possuir bobinas de tamanho diferentes. Cada polo de cada fase possui um conjunto de bobinas que começam ocupando ao menos duas ranhuras adjacentes e, progressivamente, aumentam de tamanho ocupando as ranhuras adjacentes até o limite da zona polar destinada a ele (SMOLENSKY, 1983);

Para melhor compreensão dos tipos de enrolamentos supracitados, a [Figura 2.3](#), [Figura 2.4](#) e [Figura 2.5](#) esquematizam a diagramação de enrolamentos do tipo imbricado, ondulado e concêntrico, respectivamente, para um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única. As figuras demonstram a vista achatada do estator da máquina onde os retângulos de cor preta são as faces dos “dentes” do estator e os caminhos livres numerados por onde os condutores passam são os sulcos das ranhuras. Cada cor (vermelho, azul e verde) dos diagramas representam uma fase do sistema. Partindo dos terminais de conexão com a rede (pequenos círculos nas terminações dos condutores) o sentido das setas representam o sentido de enrolamento das bobinas e, conseqüentemente, das correntes que as percorrem. As linhas pontilhadas representam as voltas que são dadas pelos condutores para formação das bobinas, enquanto as linhas preenchidas mostram o caminho geral percorrido pelos condutores de uma fase de um terminal a outro.

Observa-se que as bobinas losangulares pré-fabricadas são idênticas para os tipos imbricado e ondulado, diferindo-se apenas na interconexão entre as bobinas de uma mesma fase. Por outro lado, as bobinas para o tipo concêntrico são específicas, uma vez que cada bobina possui uma geometria distinta, não podendo ser facilmente reconfiguradas em outros tipos de enrolamentos.

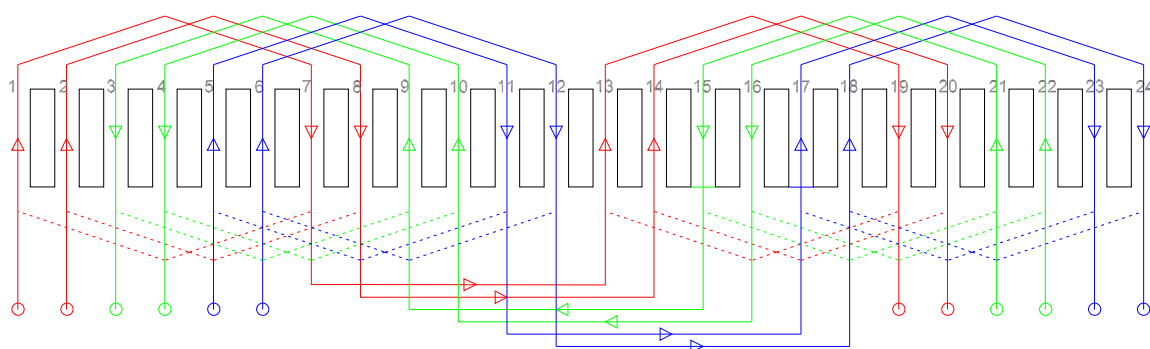
Estas características influenciam diretamente na forma de onda da força magnetomotriz presente no entreferro da máquina, assim como na indutância de dispersão apresentada pelo enrolamento.

Figura 2.3 – Enrolamento imbricado de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.



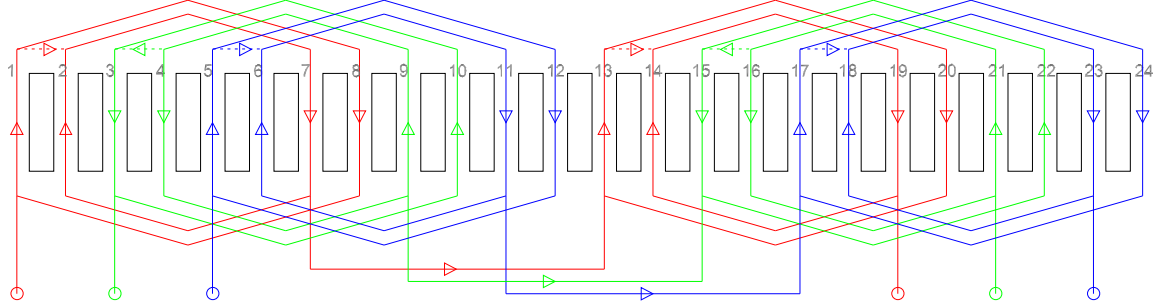
Fonte: do autor, 2022.

Figura 2.4 – Enrolamento ondulado de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

Figura 2.5 – Enrolamento concêntrico de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

Para restrição da complexidade de lidar com todos os tipos de enrolamentos, este trabalho considerou apenas enrolamentos do tipo imbricado e ondulado em seu desenvolvimento.

2.3 Número de Fases

As máquinas elétricas podem pertencer ao grupo de monofásicas, possuindo apenas uma fase, ou ao grupo de polifásicas, possuindo uma quantidade maior ou igual a duas fases. A quantidade de fases, representada por m , classifica a máquina em:

- Sistemas normais: possuem uma quantidade ímpar de fases, como sistemas com 3, 5 ou 7 fases, não apresentando assimetria/carregamento de ponto neutro (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013);
- Sistema reduzido: possui uma quantidade par de fases e não múltiplas de 3, como sistemas com 2, 4 ou 8 fases, apresentando assimetria/carregamento de ponto neutro (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013);
- Sistemas não reduzidos: possui uma quantidade par de fases e múltiplas de 3, como sistemas com 6 ou 12 fases, não apresentando assimetria/carregamento de ponto neutro (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013);

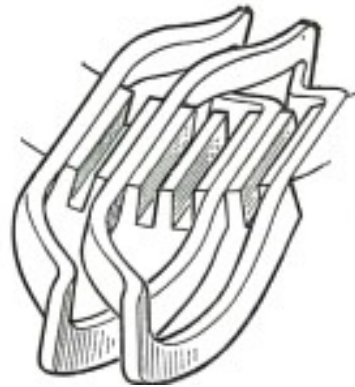
A consideração de sistemas monofásicos ou polifásicos, com quantidades ímpares e pares de fases sendo sistemas normais, reduzidos ou não reduzidos, torna abrangente a solução proposta nesta pesquisa.

2.4 Número de Camadas

Os enrolamentos são, na grande maioria das vezes, construídos com camada única ou camada dupla.

Quando de camada única, cada ranhura comporta somente um lado de bobina, logo, o número de bobinas é metade do número de ranhuras Z . Assim, o passo de bobina é sempre pleno (os lados das bobinas de uma mesma fase compreendem 180° magnéticos, uma vez que não se tem liberdade para alteração deste parâmetro). Na [Figura 2.6](#) há a representação da alocação de bobinas de camada única em um corte do estator de uma máquina elétrica. Observa-se que a bobina preenche totalmente a ranhura, não havendo possibilidade de compartilhar o sulco com outra bobina.

Figura 2.6 – Enrolamento de camada única em um estator de uma máquina elétrica.



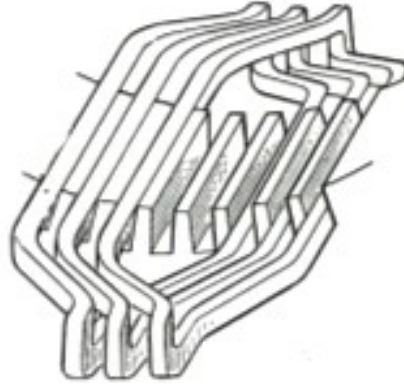
Fonte: Adaptado de ([SMOLENSKY, 1983](#))

Quando de camada dupla, cada ranhura comporta dois lados de bobinas, logo, o número de bobinas é igual ao número de ranhuras Z . Assim, tem-se maior liberdade na escolha do passo de bobina, evitando-se os casos em que o passo de bobina escolhido provoque o cancelamento dos polos magnéticos da máquina. Na [Figura 2.7](#) há a representação da alocação de bobinas de dupla camada em um corte do estator de uma máquina elétrica. Observa-se que a bobina preenche cerca de metade da ranhura, havendo a possibilidade de compartilhar o sulco com outra bobina.

Para ilustração, há na [Figura 2.8](#) o enrolamento de camada única de uma máquina trifásica com $Z = 24$ ranhuras e $2p = 4$ polos. Na [Figura 2.8](#) a primeira linha indica o número das ranhuras, na segunda linha estão representadas as fases presentes no enrolamento, sendo cada uma delas associadas a um número e cor. Ainda, o sinal dos números contidos na segunda linha indicam o sentido de enrolamento da bobina e, conseqüentemente, sentido da corrente naquela ranhura.

Na [Figura 2.9](#) o enrolamento de dupla camada (com passo de bobina de 4 ranhuras)

Figura 2.7 – Enrolamento de camada dupla em um estator de uma máquina elétrica.



Fonte: Adaptado de (SMOLENSKY, 1983)

de máquina uma trifásica com $Z = 24$ ranhuras e $2p = 4$ polos é ilustrado. A segunda e terceira linhas da Figura 2.9 representam, respectivamente, a primeira e segunda camadas do enrolamento.

Figura 2.8 – Disposição dos condutores em uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2	1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2

Fonte: do autor, 2022.

Figura 2.9 – Disposição dos condutores em uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos, passo de bobina de $y = 4$ ranhuras e camada dupla.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2	1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2
-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2	1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2	1	1

Fonte: do autor, 2022.

2.5 Passo de Bobina

Define-se o passo polar τ_p como sendo a distância, em número de ranhuras, para se obter π radianos elétricos dentro do enrolamento, conforme a Equação 2.1.

$$\tau_p = \frac{Z}{2p} \quad (2.1)$$

O passo de bobina y é caracterizado como a distância, em número de ranhuras, entre os lados de uma bobina.

Determina-se β como a razão entre o passo de bobina y e o passo polar τ_p , conforme a [Equação 2.2](#) e geralmente é mantido em sua forma fracionária.

$$\beta = \frac{y}{\tau_p} \quad (2.2)$$

Enrolamentos que possuam β menor que 1 são ditos de passo encurtado, por outro lado, os que possuem β maior que 1 são ditos de passo aumentado e aqueles que possuem β igual a 1 são chamados de enrolamentos de passo pleno.

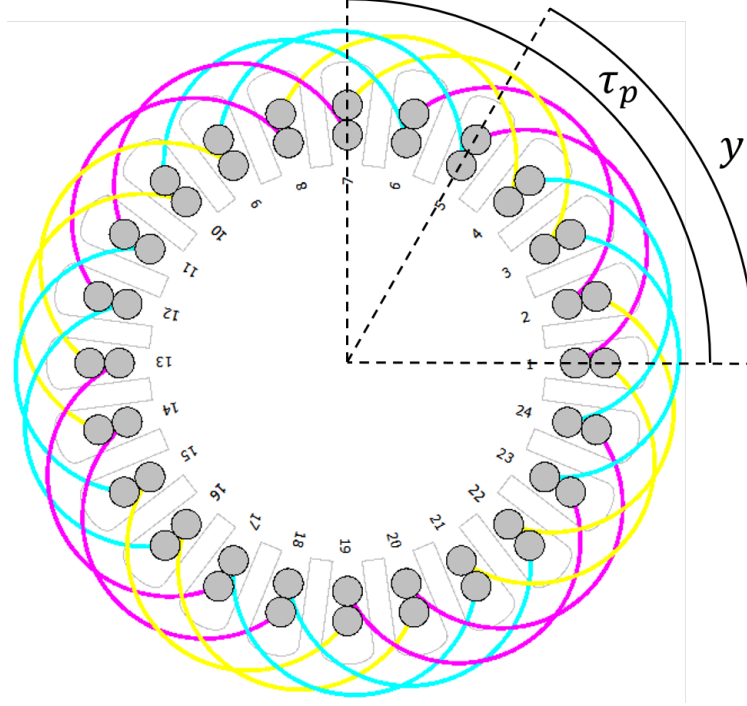
Enrolamentos de passo encurtados apresentam, em algumas configurações, a supressão de harmônicos na força magnetomotriz do entreferro sendo uma importante estratégia para elaboração de projetos de máquina. Pode-se construir e analisar enrolamentos de passo aumentado que, a depender dos parâmetros, também suprimirem os harmônicos da curva de força magnetomotriz, porém elevam as perdas por dispersão de fluxo e perdas no cobre dado o aumento da cabeça de bobina (extremidades das bobinas que não estão diretamente alocadas nas ranhuras da máquina) ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)). Ainda assim, todas essas possibilidades são consideradas neste trabalho uma vez que se trata de uma otimização multiobjetivo que dependerá do cenário de projeto a ser resolvido.

Na [Figura 2.10](#) tem-se a representação do enrolamento para um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos, passo de bobina de $y = 4$ ranhuras (passo encurtado) e dupla camada, cujo diagrama de enrolamento está mostrado na [Figura 2.9](#). Observa-se que para essa máquina $\tau_p = Z/2p = 24/4 = 6$ ranhuras e $\beta = y/\tau_p = 4/6$. Nota-se que, tomando-se a primeira ranhura (numerada como 1), após 6 ranhuras tem-se o passo polar τ_p , por outro lado, tomando-se novamente a primeira ranhura, após 4 ranhuras tem-se o passo de bobina y . Os arcos coloridos com linhas preenchidas entre dois círculos cinzas representam a ligação entre os lados de uma bobina e cada cor representa uma fase do sistema. Por exemplo: o lado de bobina que está no sulco de ranhura 01 está conectado com o lado de bobina do sulco de ranhura 05 e pertence à fase 01 na cor magenta. Os círculos em cor cinza representam as camadas dos enrolamentos.

2.6 Distribuição dos Condutores

Os enrolamentos podem ser classificados em enrolamentos concentrados ou distribuídos com o auxílio do número de ranhuras por polo e fase q , conforme [Equação 2.3](#).

Figura 2.10 – Disposição dos condutores em um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e dupla camada com passo de bobina de $y = 4$ ranhuras e $\beta = 4/6$.



Fonte: do autor, 2022.

$$q = \frac{Z}{2p \cdot m} \quad (2.3)$$

Onde m é o número de fases, Z é o número de ranhuras e $2p$ o número de polos.

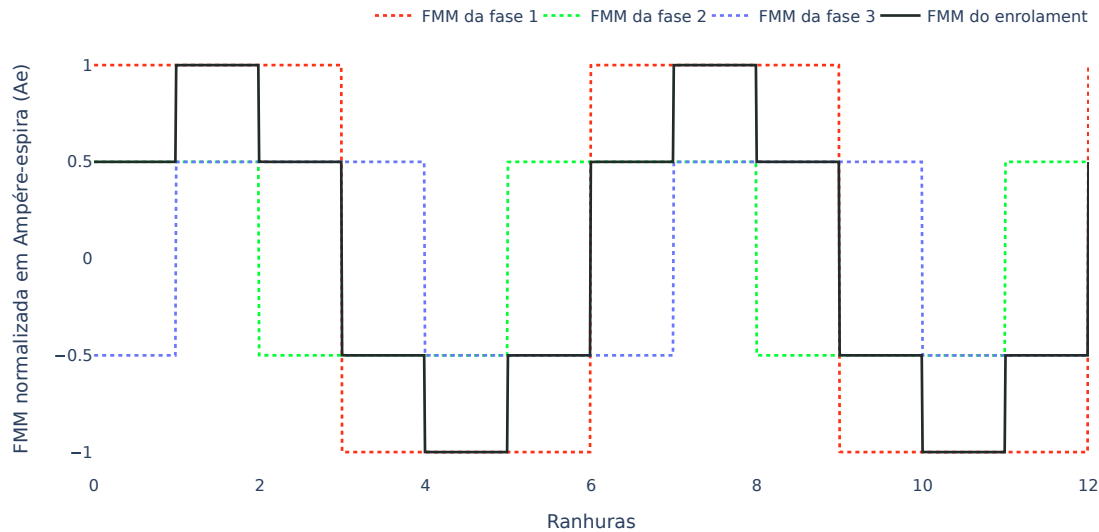
Para enrolamentos onde $q = 1$ há um conteúdo harmônico elevado na força magnetomotriz resultante e são, portanto, evitados. Porém, havendo $q \neq 1$, tem-se enrolamentos distribuídos que apresentam menor distorção harmônica e propiciam melhor desempenho para a máquina (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013).

Tal fato pode ser exemplificado pela comparação da forma de onda da força magnetomotriz (FMM) de um enrolamento de um motor de indução trifásico de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única da Figura 2.11 que possui $q = 1$ e um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única da Figura 2.13 que possui $q = 2$. As curvas pontilhadas representam a composição da FMM das contribuições individuais de cada bobina pertencente a cada fase, onde cada cor representa uma fase do sistema. A curva preta em linha preenchida refere-se à composição das contribuições de FMM de todas as fases. A amplitude da FMM computada foi normalizada para melhor representação gráfica.

Há menor distorção harmônica total na máquina de $q = 2$ ($DHT \cong 0,1634$), onde a FMM tem maior semelhança com uma onda senoidal, do que na máquina de $q = 1$ ($DHT \cong 0,3058$). O presente trabalho avalia a qualidade da FMM através da computação da distorção harmônica total (DHT). A computação da FMM e da DHT são apresentadas em detalhes no [Capítulo 3](#).

Na [Figura 2.12](#) há o diagrama de enrolamento da máquina de $q = 1$ e na [Figura 2.8](#) o diagrama da máquina de $q = 2$. Para ambas a primeira linha do diagrama indica o número das ranhuras, a segunda linha representa as fases presentes no enrolamento, sendo cada uma delas associadas a um número e cor. O sinal dos números contidos na segunda linha indica o sentido de enrolamento e corrente das bobinas.

Figura 2.11 – Forma de onda da força magnetomotriz de um motor de indução trifásico de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 4$ polos, camada única e $q = 1$.



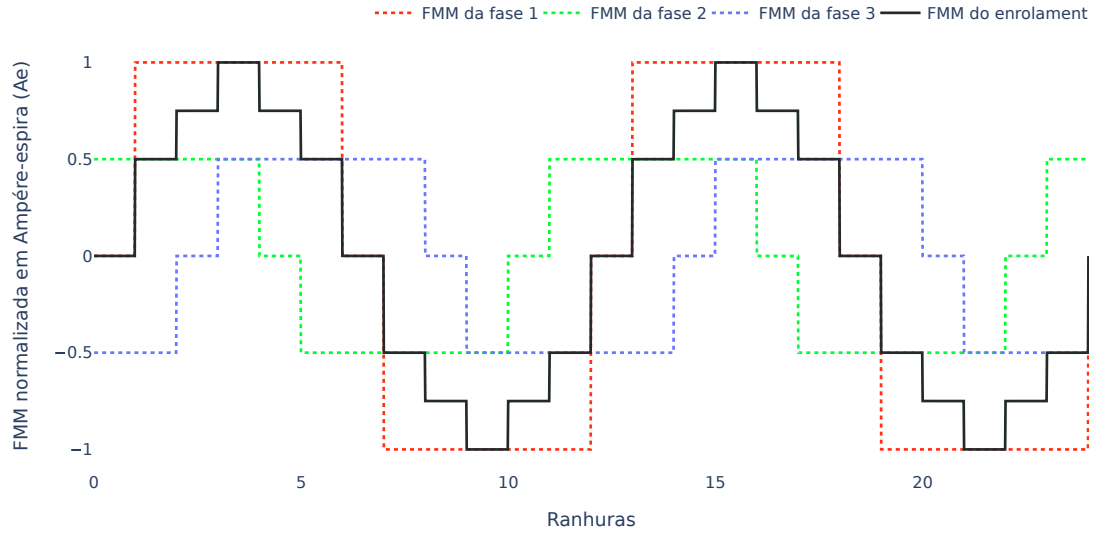
Fonte: do autor, 2022.

Figura 2.12 – Disposição dos condutores em uma máquina trifásica de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 4$ polos, camada única e $q = 1$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-3	2	-1	3	-2	1	-3	2	-1	3	-2

Fonte: do autor, 2022.

Figura 2.13 – Forma de onda da força magnetomotriz de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos, camada única e $q = 2$.



Fonte: do autor, 2022.

Ainda, os enrolamentos distribuídos se subdividem em dois outros grupos: enrolamentos integrais, quando $q \in \mathbb{N}$, e enrolamentos fracionários, quando $q \notin \mathbb{Z}$. Esta diferenciação é explorada na [subseção 2.6.1](#) e [subseção 2.6.2](#).

2.6.1 Enrolamentos Integrais

Caracterizam-se por possuírem a mesma quantidade de condutores para cada polo e fase, sendo simétrico. Este tipo de enrolamento apresenta um período magnético igual ao dobro do passo polar τ_p , logo a curva de força magnetomotriz se repete também neste mesmo intervalo ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)).

Para ilustração, segue na [Figura 2.8](#) e [Figura 2.9](#) o diagrama de distribuição dos condutores onde

$$q = \frac{Z}{2p \cdot m} = \frac{24}{4 \cdot 3} = 2$$

Portanto, há 2 ranhuras por polo e fase. Para a primeira fase, representada na [Figura 2.8](#) e [Figura 2.9](#) pelo número 1, observa-se que o primeiro condutor da primeira fase está alocado na ranhura de número 1 e como $\tau_p = 6$, avançando-se o dobro do passo polar τ_p , chega-se à ranhura de número 13 onde a estrutura da primeira fase se repete,

conforme esperado.

Elevando-se o valor de q tem-se uma diminuição da distorção harmônica da força magnetomotriz do enrolamento, porém isso implica em aumento considerável nas dimensões da máquina acarretando maior complexidade e elevando os gastos de fabricação.

2.6.2 Enrolamentos Fracionários

Possuem quantidade de ranhuras por polo e fase não pertencente ao grupo dos inteiros, sendo representada na forma fracionária

$$q = \frac{R}{D} \quad (2.4)$$

Assim, deveria haver um número fracionário de bobinas por polo e fase o que é fisicamente inviável pois uma mesma bobina teria de pertencer a mais de uma fase. Porém, para os casos onde as condições de construção e simetria descritos na [seção 2.7](#) são satisfeitos é possível criar enrolamentos-base com equilíbrio de forças magnetomotrizes valendo-se da concatenação de mais de uma zona polar.

Para elucidação, há na [Figura 2.14](#) a diagramação do enrolamento de uma máquina trifásica com $Z = 36$ ranhuras, $2p = 14$ polos, dupla camada, passo de bobina de $y = 3$ ranhuras e

$$q = \frac{Z}{2p \cdot m} = \frac{36}{14 \cdot 3} = \frac{6}{7}$$

Figura 2.14 – Diagrama de enrolamento para uma máquina trifásica com $Z = 36$ ranhuras, $2p = 14$ polos, dupla camada, passo de bobina de $y = 3$ ranhuras.

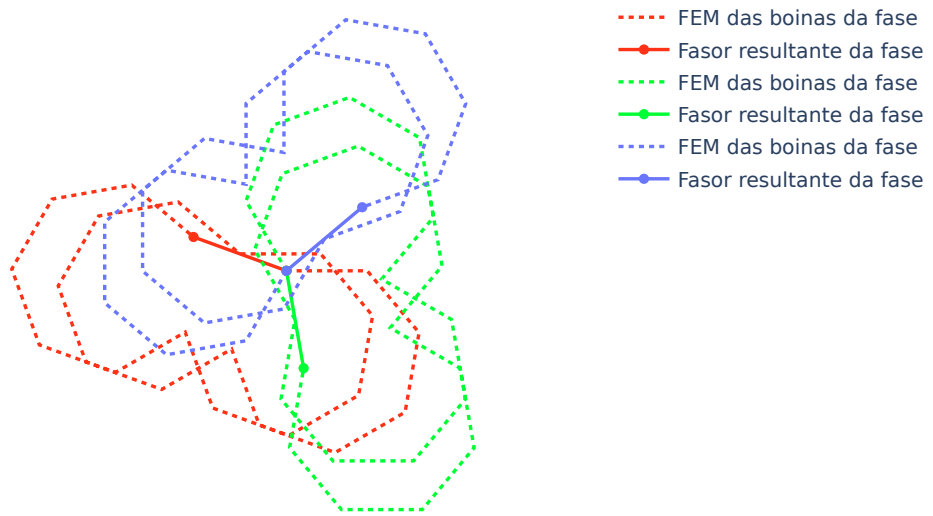
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	-3	2	-1	3	-2	-3	2	-1	3	-2	1	2	-1	3	-2	1	-3	-1	3	-2	1	-3	2	3	-2	1	-3	2	-1	-2	1	-3	2	-1	3
-2	1	-3	-1	3	-2	1	-3	2	3	-2	1	-3	2	-1	-2	1	-3	2	-1	3	1	-3	2	-1	3	-2	-3	2	-1	3	-2	1	2	-1	3

Fonte: do autor, 2022.

Observa-se que a quantidade de lados de bobinas de cada fase não é a mesma dentro de um período polar, conforme esperado, porém a somatória das contribuições das bobinas de todas as fases torna o sistema simétrico. Tal simetria pode ser verificada pela estrela de fasores conforme demonstrado na [Figura 2.15](#). As linhas pontilhadas são as contribuições individuais de tensão de cada ranhura pertencente a cada fase (maiores detalhes na [subseção 2.7.2](#)) e as linhas preenchidas são as somatórias geométricas das contribuições individuais de cada ranhura. Percebe-se que o sistema resultante está em

equilíbrio pois os fasores possuem a mesma amplitude de tensão e a defasagem entre cada uma delas é de 120° .

Figura 2.15 – estrela de fasores para uma máquina trifásica com $Z = 36$ ranhuras, $2p = 14$ polos, dupla camada e passo de bobina $y = 3$ ranhuras.



Fonte: do autor, 2022.

Sendo q um número racional, não se pode construir enrolamentos de passo pleno pois o passo polar τ_p não é um número inteiro. Logo, enrolamentos do tipo fracionários são também de passo encurtado ou aumentado (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013).

Ainda, os enrolamentos fracionários apresentam maior liberdade de escolha de parâmetros construtivos uma vez que o número de ranhuras não necessita ser múltiplo do número de polos (LIPO, 2017).

2.7 Condições de Factibilidade e Simetria

2.7.1 Condições de Factibilidade

Conforme descrito em (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013) e (CARUSO et al., 2018), para se obter enrolamentos factíveis o número de bobinas por fase deve ser inteiro, conforme Equação 2.5.

$$n_{lay} \cdot \frac{Z - n_{es}}{2m} \in \mathbb{N} \quad (2.5)$$

Onde n_{lay} é o número de camadas e n_{es} é o número de ranhuras vazias.

Ainda, o ângulo entre as bobinas das fases α_{ph} deve ser um múltiplo inteiro do ângulo entre ranhuras α_Z , portanto:

- Para sistemas normais (número de fases ímpares) ou sistemas não reduzidos (número de fases pares e múltiplos de 3):

$$\frac{\alpha_{ph}}{\alpha_Z} = \frac{2\pi}{2\pi m t'} = \frac{Z}{m t'} \in \mathbb{N} \quad (2.6)$$

- Para sistemas reduzidos (número de fases pares e não múltiplos de 3):

$$\frac{\alpha_{ph}}{\alpha_Z} = \frac{2\pi}{\pi m t'} = \frac{Z}{m t'} \in \mathbb{N} \quad (2.7)$$

Onde t' é o máximo divisor comum entre o número de ranhuras Z e o número de pares de polos p e representa quantos subsistemas (estruturas de repetição básicas) há no enrolamento completo.

Uma vez que a escolha de parâmetros do projeto da máquina respeite as condições descritas na Equação 2.5, Equação 2.6 e Equação 2.7 o enrolamento é factível.

2.7.2 Condições de Simetria

A simetria de um enrolamento pode ser verificada através da estrela de fasores. Cada bobina do enrolamento gera uma força eletromotriz (FEM) associado a um ângulo de defasamento conforme sua posição geométrica e a quantidade de subsistemas existentes para este enrolamento, configurando um fasor. Ao se realizar a soma vetorial das contribuições dos fasores das bobinas de uma mesma fase, obtém-se o fasor resultante de tensão desta fase. Assim, determina-se simétrico o enrolamento que possui todos os fasores resultantes de mesma magnitude e com mesmos ângulos de defasagem entre si, gerando um diagrama fasorial simétrico.

Para ilustração, considere um motor de indução trifásico com $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e de camada única. Para essa máquina, tem-se

$$t' = mdc(Z, p) = mdc(24, 2) = 2 \text{ estruturas de repetição.}$$

Há, portanto, $t' = 2$ subdiagramas de FEM sobrepostos sendo cada um deles formados por $Z' = Z/t' = 12$ elementos defasados um do outro por α conforme a [Equação 2.8](#).

$$\alpha = t' \cdot \frac{360^\circ}{Z} \quad (2.8)$$

Para o exemplo considerado $\alpha = 2 \cdot 360/24 = 30^\circ$.

Obtém-se a forma geral da [Tabela 2.1](#), havendo t' linhas e Z/t' colunas, onde cada ranhura está associado ao ângulo elétrico ϕ_k conforme a [Equação 2.9](#).

$$\phi_k = k \cdot \alpha \quad (2.9)$$

Onde $k = 0, 1, 2, \dots, Z/t' - 1$.

Tabela 2.1 – Forma geral da distribuição das contribuições individuais de FEM em uma estrela de fasores. Cada elemento representa uma ranhura da máquina.

ϕ_k	0°	α°	$2\alpha^\circ$	\dots	$(Z/t' - 1)\alpha^\circ$
linha 1	1	2	3	\dots	Z/t'
linha 2	$Z/t' + 1$	$Z/t' + 2$	$Z/t' + 3$	\dots	$2(Z/t')$
linha 3	$2(Z/t') + 1$	$2(Z/t') + 2$	$2(Z/t') + 3$	\dots	$3(Z/t')$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
linha t'	$(t' - 1)Z/t' + 1$	$(t' - 1)Z/t' + 2$	$(t' - 1)Z/t' + 3$	\dots	Z

Fonte: do autor, 2022.

Para o enrolamento exemplificado, tem-se o diagrama de distribuição dos condutores conforme a [Figura 2.8](#) demonstrando a alocação das fases e a direção da corrente (que influenciará no sentido da FEM gerada por este lado da bobina). Para a formação da estrela de fasores, em cada ranhura calcula-se a contribuição de FEM do condutor alocado (uma vez que este trabalho se limita ao estudo de bobinas construídas com a mesma quantidade de espiras, como descrito no [Capítulo 1](#) e, portanto, tais contribuições são sempre de mesma amplitude). Aqui, a estrela de fasores tem o intuito único de verificação da simetria do enrolamento e, para simplificação, adota-se a contribuição de cada bobina com módulo unitário.

Tomando-se a ranhura 1, tem-se a presença de apenas um lado de bobina, pertencente a fase 1 e com direção positiva de corrente, conforme a [Figura 2.8](#). Assim a contribuição de FEM deste elemento é calculada como sendo

$$FEM_{1,1} = 1\angle\phi_1 = 1\angle 0^\circ$$

Onde o ângulo ϕ_1 associado é

$$\phi_1 = k \cdot \alpha = 0 \cdot 30^\circ = 0^\circ$$

De maneira similar a contribuição de FEM da segunda ranhura é

$$FEM_{1,2} = 1\angle\phi_2 = 1\angle 30^\circ$$

e

$$\phi_2 = k \cdot \alpha = 1 \cdot 30^\circ = 30^\circ$$

Caso um condutor possua um sentido negativo de corrente (representada por um número negativo no diagrama de enrolamentos) o argumento da FEM gerada é defasado em 180° .

Percebe-se que as bobinas pertencentes a primeira fase ocupam as ranhuras 1, 2, 7, 8, 13, 14, 19 e 20. Assim, pode-se criar a [Tabela 2.2](#) contendo a contribuição de todos os lados de bobinas da fase 1 e, na última linha da tabela, a FEM resultante.

Tabela 2.2 – FEM associada a primeira fase em um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

FEM_{fase,ϕ_k}	Ranhura	Sentido da corrente	ϕ_k	Fasor
$FEM_{1,1}$	1	+1	0°	$1\angle 0^\circ$
$FEM_{1,2}$	2	+1	30°	$1\angle 30^\circ$
$FEM_{1,7}$	7	-1	180°	$1\angle 0^\circ$
$FEM_{1,8}$	8	-1	210°	$1\angle 30^\circ$
$FEM_{1,13}$	13	+1	360°	$1\angle 0^\circ$
$FEM_{1,14}$	14	+1	390°	$1\angle 30^\circ$
$FEM_{1,19}$	19	-1	540°	$1\angle 0^\circ$
$FEM_{1,20}$	20	-1	570°	$1\angle 30^\circ$
FEM_1	—	—	—	$7,72\angle 15^\circ$

Fonte: do autor, 2022.

De maneira similar, pode-se determinar a FEM total gerada pelas demais fases, conforme a [Tabela 2.3](#).

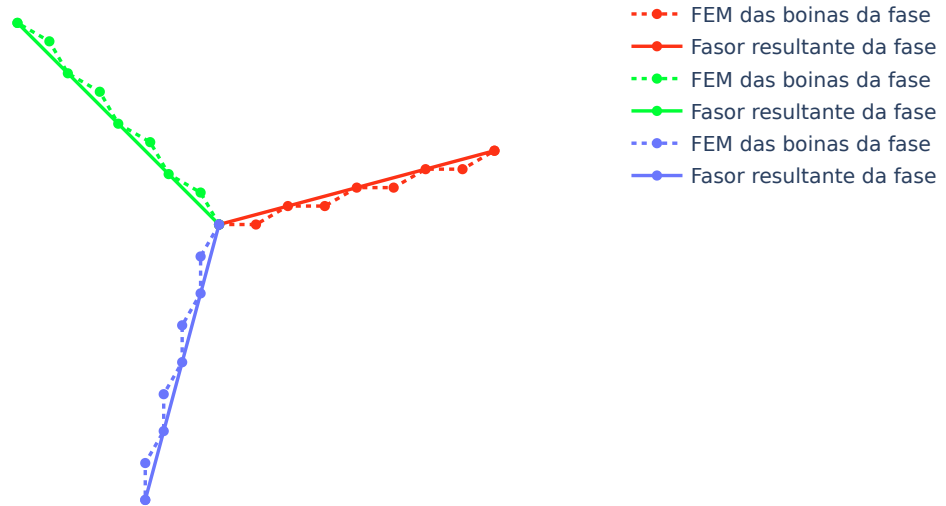
Tabela 2.3 – FEM associada ao enrolamento de um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

FEM_{fase}	Fasor
FEM_1	$7,72\angle 15^\circ$
FEM_2	$7,72\angle 135^\circ$
FEM_3	$7,72\angle -105^\circ$

Fonte: do autor, 2022.

Na [Figura 2.16](#) está a representação da estrela de fasores para esse enrolamento onde as linhas tracejadas são as contribuições individuais de cada lado de bobina e em preenchimento sólido estão os somatórios das contribuições individuais.

Figura 2.16 – Estrela de fasores para um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

O ângulo de defasamento α_{disp} para sistemas normais ou não reduzidos pode ser

calculado conforme [Equação 2.10](#) e para os casos em que o sistema for reduzido, utiliza-se [Equação 2.11](#).

$$\alpha_{disp} = \frac{360^\circ}{m} \quad (2.10)$$

$$\alpha_{disp} = \frac{180^\circ}{m} \quad (2.11)$$

Portanto, há simetria entre os fasores estando defasados corretamente em $\alpha_{disp} = 360^\circ/m = 360^\circ/3 = 120^\circ$ uns dos outros e que todos os fasores apresentam a mesma magnitude sendo este, por tanto, um enrolamento simétrico.

2.8 Tabela de Distribuição de Enrolamentos

A tabela de distribuição de enrolamentos (em inglês, WDT) é um método de determinação da distribuição dos enrolamentos para máquinas AC mono e polifásicas descrito em ([CARUSO et al., 2018](#)).

Inicia-se o método a partir de uma tabela vazia contendo m linhas e n_c colunas, conforme a [Tabela 2.4](#) onde

$$n_c = \frac{Z}{m} \quad (2.12)$$

Tabela 2.4 – Estrutura básica da tabela de distribuição de enrolamentos.

a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1n_c}
a_{21}	a_{22}	\dots	a_{2n_c}
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
a_{m1}	a_{m2}	\dots	a_{mn_c}

Fonte: do autor, 2022.

Assume-se que o primeiro elemento da tabela a_{11} corresponde a ranhura 1. Então, a partir da posição da ranhura recém alocada, conta-se, da esquerda para a direita e de cima para baixo, p (número de pares de polos) elementos e posiciona-se a ranhura 2. Para alocação da ranhura 3, soma-se p elementos a posição recém alocada da ranhura 2. O procedimento continua até que todas as ranhuras tenham sido alocadas. Caso, ao adicionar p elementos se chegue a uma posição já ocupada por outra ranhura, desloca-se para a posição adjacente até que se chegue a uma posição vazia.

Para ilustração deste método, considere a máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos, de camada única e sua tabela de distribuição de enrolamentos primitiva conforme a [Tabela 2.5](#)

Tabela 2.5 – Tabela de distribuição de enrolamentos primitiva de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

1	13	2	14	3	15	4	16
5	17	6	18	7	19	8	20
9	21	10	22	11	23	12	24

Fonte: do autor, 2022.

De fato, a tabela de distribuição de enrolamentos para esta máquina consiste em $t' = 2$ subsistemas e, portanto, duas subtabelas onde

$$Z' = \frac{Z}{t'} \quad (2.13)$$

$$p' = \frac{p}{t'} \quad (2.14)$$

$$n'_c = \frac{Z'}{t'} \quad (2.15)$$

Portanto, as subtabelas possuem $Z' = 24/2 = 12$ ranhuras e $p' = 2/2 = 1$ polo. A primeira subtabela recebe as ranhuras de 1 até 12 e contém 1 par de polos, conforme a [Tabela 2.6](#). A segunda tabela, por sua vez, contém as ranhuras de 13 a 24, possuindo também 1 par de polos, conforme a [Tabela 2.7](#)

Tabela 2.6 – Subtabela 1 de distribuição de enrolamentos de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

Fonte: do autor, 2022.

Para sistemas normais (número ímpar de fases) ou não reduzidos (número par de fases e múltiplo de 3), após a formação da tabela primitiva, é necessário rolar as linhas do “membro direito” da tabela para cima ζ vezes e multiplicar todos os elementos do “membro direito” por -1 , sendo

Tabela 2.7 – Subtabela 2 de distribuição de enrolamentos de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24

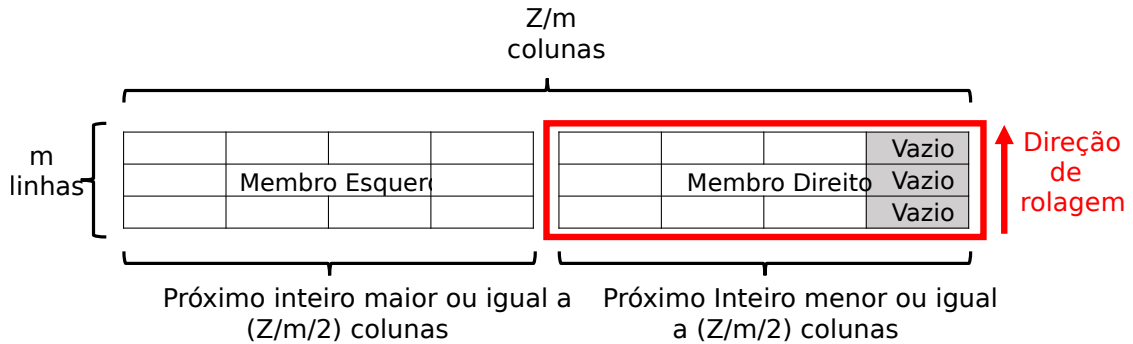
Fonte: do autor, 2022.

$$\zeta = \frac{m-1}{2}, \text{ caso } m \text{ seja ímpar.} \quad (2.16)$$

$$\zeta = \frac{m}{2} - 1, \text{ caso } m \text{ seja par.} \quad (2.17)$$

Este procedimento está esquematizado na [Figura 2.17](#).

Figura 2.17 – Ilustração da direção de rolagem do “membro direito” das tabelas de distribuição de enrolamentos primitivas de sistemas normais ou não reduzidos.



Fonte: do autor, 2022.

Note que para algumas configurações de parâmetros de máquinas a tabela de distribuição de enrolamentos resulta em um número ímpar de colunas impossibilitando que os “membros direito e esquerdo” possuam a mesma quantidade de colunas. Nestes casos, o número de colunas do “membro esquerdo” deve ser arredondado para o próximo inteiro maior ou igual a $Z/m/2$ e o “membro direito” deve ser arredondado para o próximo inteiro menor ou igual a $Z/m/2$. É importante tratar essa assimetria em implementações computacionais.

Caso o enrolamento possua ranhuras vazias, estas devem ser removidas da tabela de distribuição de enrolamentos excluindo-se as últimas colunas a direita. Na [Figura 2.17](#) há um exemplo de um enrolamento que possui 3 ranhuras vazias, logo, deve-se excluir

a última coluna a direita da tabela. Após a remoção das colunas os “membros direito e esquerdo” da tabela devem ser redistribuídos.

Após a rolagem de linhas do “membro direito”, cada linha da tabela representará as ranhuras ocupadas por uma fase e a direção da corrente nos condutores, como representado na Tabela 2.8 (rolagem da Tabela 2.5) onde cada cor está associada a uma fase.

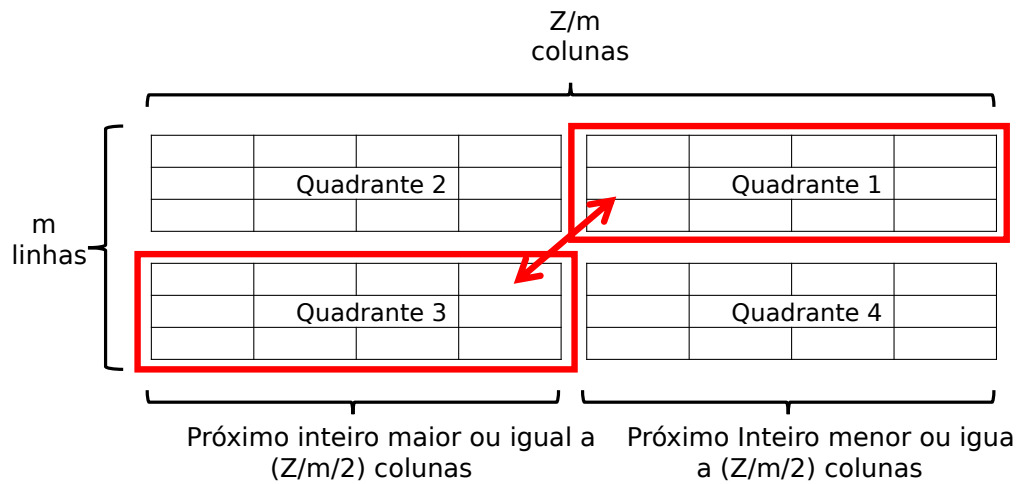
Tabela 2.8 – Tabela de distribuição de enrolamentos de uma máquina trifásica de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única.

1	13	2	14	-7	-19	-8	-20
5	17	6	18	-11	-23	-12	-24
9	21	10	22	-3	-15	-4	-16

Fonte: do autor, 2022.

Caso um sistema reduzido esteja sendo considerado a tabela de distribuição de enrolamentos não é afetada pela rolagem vertical descrita anteriormente. Nestes casos, os quadrantes 1 e 3 da Figura 2.18 são trocados e então o “novo membro direito” da tabela é multiplicado por -1 . Após esta operação as linhas da tabela primitiva devem ser reordenadas de maneira intercalada como mostrado na Tabela 2.9 e Tabela 2.10.

Figura 2.18 – Ilustração da troca dos quadrantes 1 e 3 das tabelas de distribuição de enrolamentos primitivas de sistemas reduzidos.



Fonte: do autor, 2022.

Sistemas reduzidos cujo número de fases não são potência de 2 são compostos por m_g subgrupos de sistemas com m_u fases cada, onde

$$m_u = fpm(m) \quad (2.18)$$

Tabela 2.9 – Tabela de distribuição de enrolamentos ainda não reordenada para sistemas reduzidos.

Fases	col. 1	col. 2	...	col. Z/m
1
2
\vdots	\ddots	...
$\frac{m}{2}$
$\frac{m}{2} + 1$
$\frac{m}{2} + 2$
\vdots	\ddots	...
m

Fonte: do autor, 2022.

Tabela 2.10 – Tabela de distribuição de enrolamentos reordenada para sistemas reduzidos.

Fases	col. 1	col. 2	...	col. Z/m
1
$\frac{m}{2} + 1$
2
$\frac{m}{2} + 2$
\vdots	\ddots	...
$\frac{m}{2}$
m

Fonte: do autor, 2022.

é o fato primo máximo de m e

$$m_g = \frac{m}{m_u} \quad (2.19)$$

Logo, um sistema que possui 12 fases pode ser decomposto em $m_g = 4$ subgrupos de sistemas com $m_u = 3$ fases cada. As fases pares de cada subgrupo devem ser multiplicadas por -1 para se obter simetria radial e evitar o uso de linha de neutro.

Caso a máquina possua duas camadas, deve-se concatenar a tabela de distribuição de enrolamentos originalmente computada para camada única com uma cópia sua, porém deslocada pelo passo de bobina y e multiplicada por -1 .

Para elucidação, uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias apresenta uma tabela de distribuição de enrolamentos primitiva com a exclusão das ranhuras vazias para a primeira

camada conforme a [Tabela 2.11](#). Na [Tabela 2.12](#) tem-se a tabela da primeira camada após a rolagem em $\zeta = m/2 - 1 = 2$ linhas e a multiplicação do “membro direito” por -1 . Já na [Tabela 2.13](#) há a tabela de distribuição para a segunda camada (cópia da tabela da primeira camada, deslocada por $y = 7$ ranhuras de passo de bobina e multiplicada por -1 . Por fim, em [Tabela 2.14](#) há a versão final da tabela de distribuição de enrolamentos para esta máquina.

Tabela 2.11 – Tabela de distribuição de enrolamentos primitiva com a exclusão das ranhuras vazias para a primeira camada de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.

1	19	2	20	3	21
4	22	5	23	6	24
7	25	8	26	9	27
10	28	11	29	12	30
13	31	14	32	15	33
16	34	17	35	18	36

Fonte: do autor, 2022.

Tabela 2.12 – Tabela de distribuição de enrolamentos da primeira camada após a rolagem em $\zeta = m/2 - 1 = 2$ linhas de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.

1	19	2	-26	-9
4	22	5	-29	-12
7	25	8	-32	-15
10	28	11	-35	-18
13	31	14	-20	-3
16	34	17	-23	-6

Fonte: do autor, 2022.

Tabela 2.13 – Tabela de distribuição de enrolamentos da segunda camada de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.

−8	−26	−9	33	16
−11	−29	−12	36	19
−14	−32	−15	3	22
−17	−35	−18	6	25
−20	−2	−21	27	10
−23	−5	−24	30	13

Fonte: do autor, 2022.

Tabela 2.14 – Tabela de distribuição de enrolamentos de uma máquina com $m = 6$ fases, $Z = 36$ ranhuras, dupla camada, passo de bobina de $y = 7$ ranhuras e com $n_{es} = 6$ ranhuras vazias.

1	19	2	−26	−9	−8	−26	−9	33	16
4	22	5	−29	−12	−11	−29	−12	36	19
7	25	8	−32	−15	−14	−32	−15	3	22
10	28	11	−35	−18	−17	−35	−18	6	25
13	31	14	−20	−3	−20	−2	−21	27	10
16	34	17	−23	−6	−23	−5	−24	30	13

Fonte: do autor, 2022.

3 Distorção Harmônica Total de um Enrolamento

3.1 Introdução

Quando um condutor é percorrido por corrente elétrica nota-se o surgimento de um campo magnético que está intrinsecamente associado a natureza da própria corrente. Esse fenômeno eletromagnético é estudado em máquinas elétricas de forma profunda pois seus enrolamentos são projetados intencionalmente para lidarem com fluxos magnéticos. O campo magnético formado por uma bobina ao ser percorrida por um valor instantâneo de corrente depende de alguns parâmetros como a geometria da bobina, o valor e forma de onda da corrente, os coeficientes de permeabilidade magnética e comprimentos dos meios em que a bobina está inserida, entre outros.

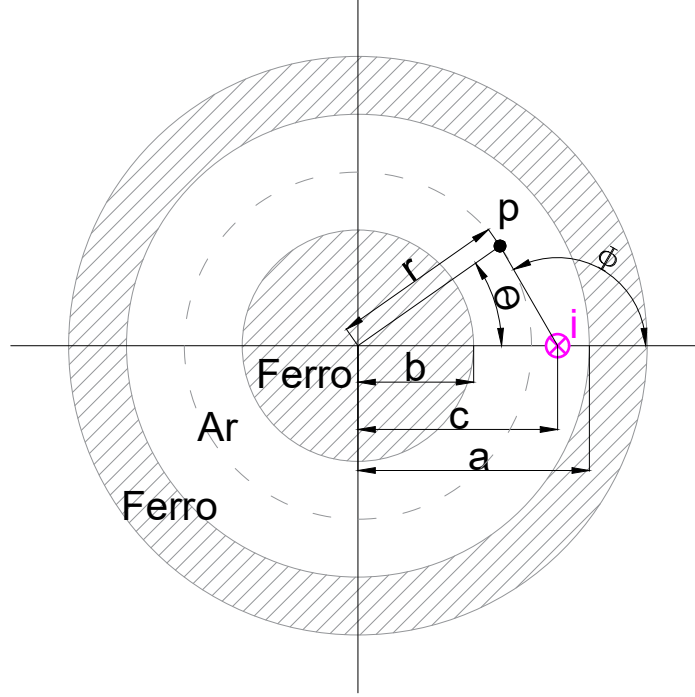
3.2 Força Magnetomotriz (FMM)

Conforme demonstrado em (HAGUE, 1917b) os campos magnéticos radiais e tangenciais gerados por condutores inseridos no entreferro de máquinas elétricas, como mostrado pela Figura 3.1, estão descritos na Equação 3.1 e Equação 3.2 respectivamente. Essas equações são válidas para $r \neq c$. Para $r = c$ o primeiro termo da Equação 3.1 é substituído por zero e o primeiro termo da Equação 3.2 é substituído por $1/2$.

Na Figura 3.1 são considerados o estator e rotor de uma máquina elétrica rotativa com entreferro de ar onde o ponto de interesse na investigação dos campos magnéticos está representado por p e dista do centro da máquina por r . O condutor transportando corrente é representado por i e tem sentido de “entrada na página”. São representadas por b , c e a as distâncias entre o centro da máquina e a superfície do rotor, entre o centro da máquina e o condutor e entre o centro da máquina e a superfície interna do estator, respectivamente. Ainda, o ângulo entre o eixo horizontal e o seguimento de reta definido pelo centro da máquina e r é representado por θ e o ângulo entre o eixo horizontal e o seguimento de reta definido pelo ponto p e o condutor i é representado por Φ .

$$H_r = \frac{2i}{r} \left\{ \frac{r \cdot c \cdot \sin(\theta)}{r^2 - 2r \cdot c \cdot \cos(\theta) + c^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{c^n} \left[\left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} + \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin(\theta) \right\} \quad (3.1)$$

Figura 3.1 – Determinação do campo magnético associado a um condutor inserido no entreferro de uma máquina elétrica.



Fonte: do autor, 2022.

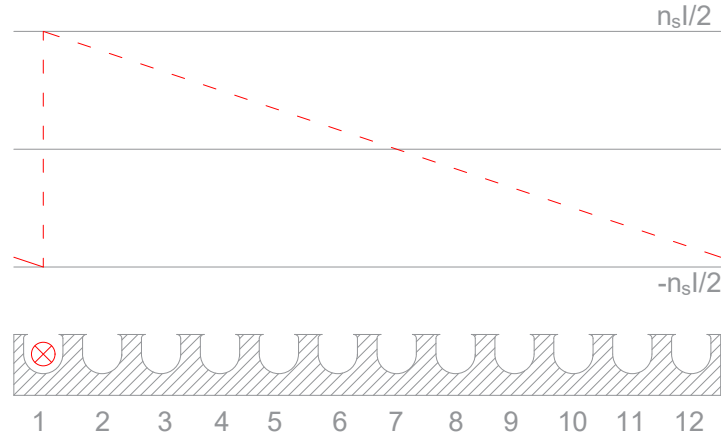
$$H_t = -\frac{2i}{r} \left\{ \frac{r(r - c \cdot \cos(\theta))}{r^2 - 2r \cdot c \cdot \cos(\theta) + c^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{c^n} \left[\left(\frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} + \left(\frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \cos(\theta) \right\} \quad (3.2)$$

No entanto, conforme demonstrado por (HAGUE, 1962) a forma de onda da FMM gerada no entreferro de uma máquina por um condutor conduzindo corrente i pode ser satisfatoriamente aproximada de uma onda tipo “dente de serra” com amplitude de $i/2$. Este trabalho se vale desta aproximação para a computação da FMM das máquinas estudadas.

Na Figura 3.2 há a representação da FMM gerada por n_s condutores da fase 1 de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única em um momento onde a corrente da fase 1, $i_a = I$, que atravessa a ranhura 1 tem máxima amplitude positiva. Observa-se que a onda semelhante a um “dente de serra” possui amplitude de $n_s I/2$ de período π e acompanha o deslocamento espacial da ranhura.

Ilustrado pela Figura 3.3, o retorno destes condutores se dá pela ranhura 7 formando uma bobina pertencente à fase 1. Assim, na Figura 3.4 está demonstrada a contribuição de

Figura 3.2 – FMM produzida por n_s condutores da fase 1 pertencentes a ranhura 1 com corrente $i_a = I$ máxima para uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

FMM dos condutores de ambas ranhuras. Percebe-se ainda, a curva retangular resultante da somatória das contribuições individuais dos condutores pertencentes a cada ranhura (HAGUE, 1962).

Figura 3.3 – Diagrama de enrolamentos para uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.

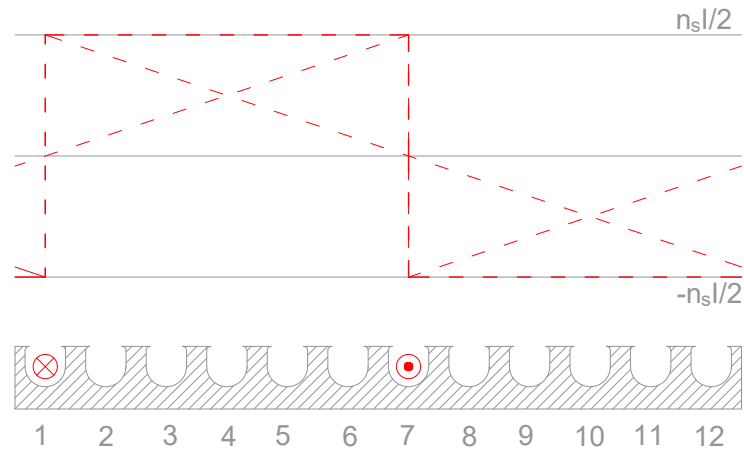
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2

Fonte: do autor, 2022.

Na Figura 3.5 tem-se a contribuição de todos os condutores da fase 1 alocados nas ranhuras 1, 2, 7 e 8.

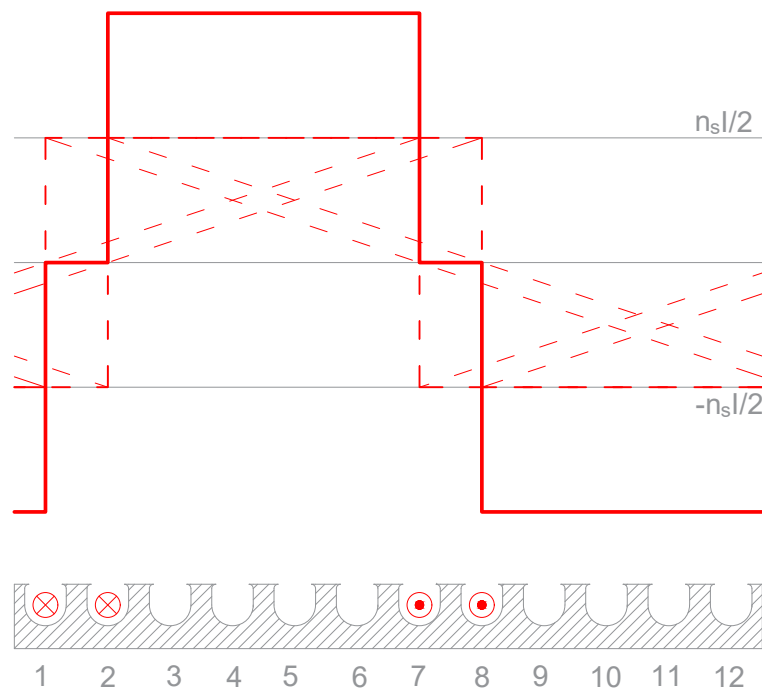
Tomando-se o momento de máxima amplitude positiva de corrente para a fase 1, as demais fases apresentam metade da amplitude máxima negativa, uma vez que se trata de um sistema trifásico equilibrado com defasamento de 120° entre as fases. Assim, pode-se construir a contribuição das demais fases e, compondo-as, tem-se a FMM total do enrolamento, conforme a Figura 3.6. Nota-se que esta é uma onda viajante no tempo pois, à medida que o sistema trifásico varia a corrente existente em cada fase, a onda “viaja” espacialmente.

Figura 3.4 – FMM produzida por uma bobina da fase 1 alocada nas ranhuras 1 e 7 de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.



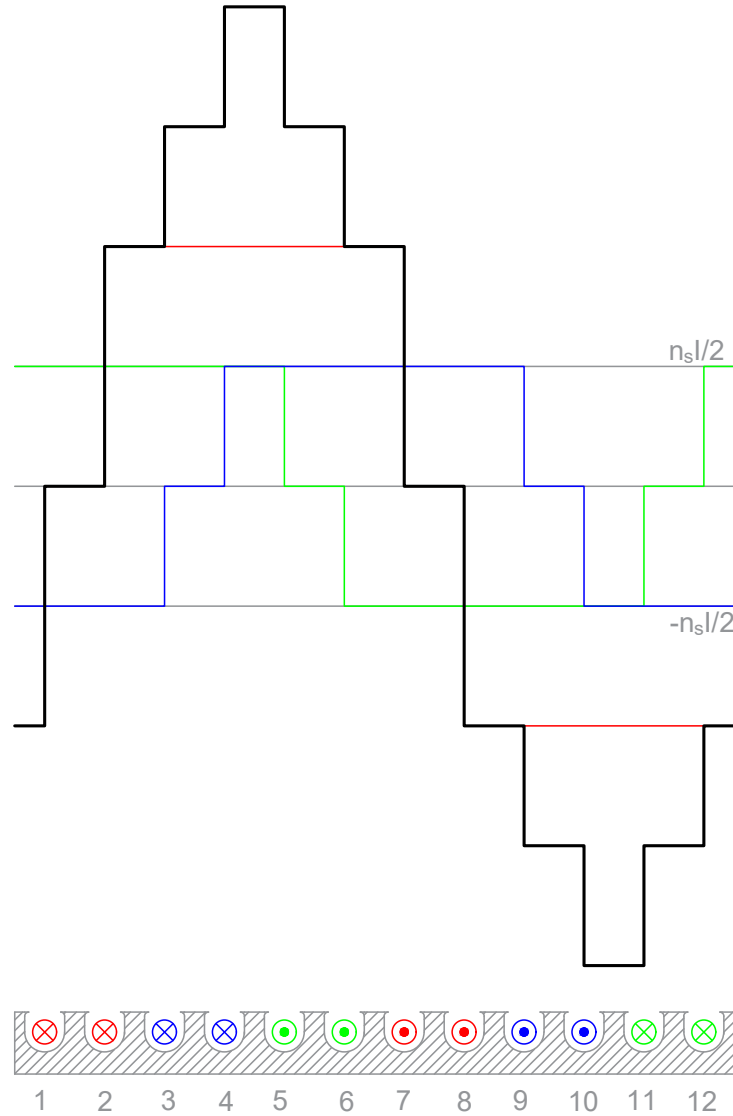
Fonte: do autor, 2022.

Figura 3.5 – FMM produzida por todas as bobinas da fase 1 de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

Figura 3.6 – FMM total de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

Em (HAGUE, 1917b) são sugeridos dois métodos para a computação da FMM: o método gráfico, como sendo mais simplório e rápido, e o método analítico. Este trabalho se vale da criação das curvas de FMM através do método gráfico como demonstrado no exemplo anterior uma vez que a implementação computacional torna essa abordagem direta e satisfatória.

3.3 Distorção Harmônica Total (DHT)

Uma vez obtida a curva de FMM para uma dada máquina, pode-se proceder com a aproximação gerada pela série de Fourier $F(\theta)$, conforme a [Equação 3.3](#).

$$F(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(n \frac{2\pi}{\tau_0}\right) + b_n \sin\left(n \frac{2\pi}{\tau_0}\right) \quad (3.3)$$

Onde,

$$a_0 = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} F(\theta) d\theta \quad (3.4)$$

$$a_n = \frac{2}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} F(\theta) \cos\left(n \frac{2\pi}{\tau_0}\right) d\theta \quad (3.5)$$

$$b_n = \frac{2}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} F(\theta) \sin\left(n \frac{2\pi}{\tau_0}\right) d\theta \quad (3.6)$$

Sendo τ_0 o período da onda fundamental, em radianos, n a ordem harmônica e θ a posição angular, também em radianos.

Na [Figura 3.7](#) tem-se a computação da curva de FMM para uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única e na [Figura 3.8](#) está representada sua aproximação pela série de Fourier, conforme posposto na [Equação 3.3](#) com limite máximo de harmônicos de $n = 200$. Ainda, na [Tabela 3.1](#) tem-se a_n , b_n e C_n para os 10 primeiros termos da série de Fourier, sendo C_n definido pela [Equação 3.7](#).

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (3.7)$$

Neste trabalho, tem-se a intenção de verificar a qualidade da onda de FMM gerada pelo enrolamento proposto, portanto esta onda é normalizada a fim de se obter curvas no intervalo de -1 a 1 Ae. Ainda, o principal parâmetro utilizado para averiguar a qualidade da onda gerada é a distorção harmônica total (DTH).

A DHT é um importante parâmetro de qualidade da FMM gerada, uma vez que quantifica numericamente a influência dos harmônicos presentes na FMM. A DHT é determinada conforme mostrado na [Equação 3.8](#).

$$DHT = \frac{1}{C_f} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} C_n^2} \quad (3.8)$$

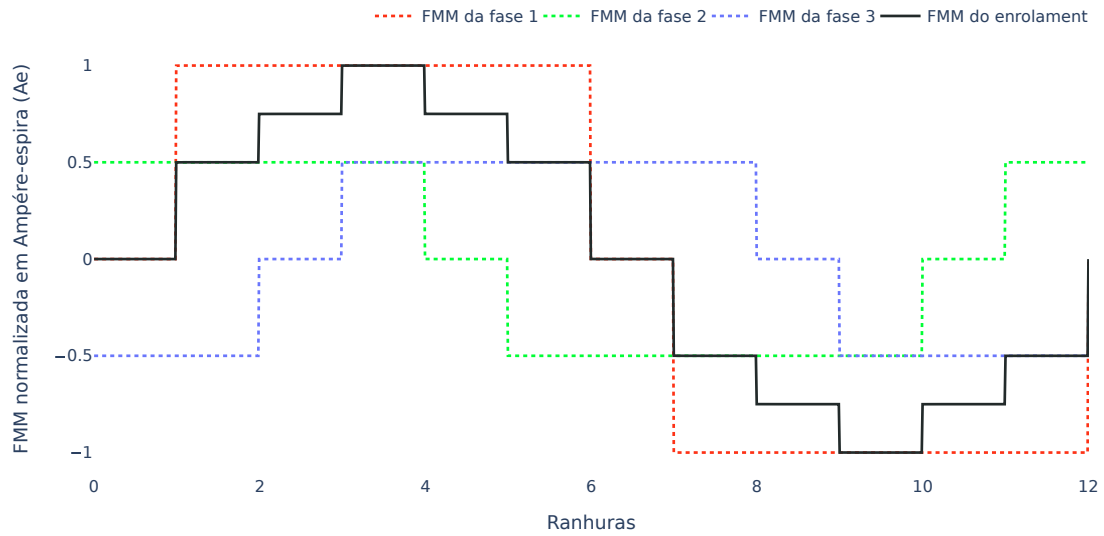
Onde,

Tabela 3.1 – Parâmetros a_n , b_n e C_n para os 10 primeiros termos da aproximação da FMM pela série de Fourier de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.

n	a_n	b_n	C_n
1	-0,23442	0,892529	0,922803
2	-0,00058	0,000907	0,001077
3	-0,00047	0,000423	0,000639
4	-0,00037	0,000187	0,000421
5	-0,04799	0,014142	0,050039
6	-0,00090	0,0000272	0,000903
7	0,033807	0,007815	0,034699
8	-0,00039	-0,00016	0,000424
9	-0,00050	-0,00039	0,000642
10	-0,00063	-0,00087	0,001085

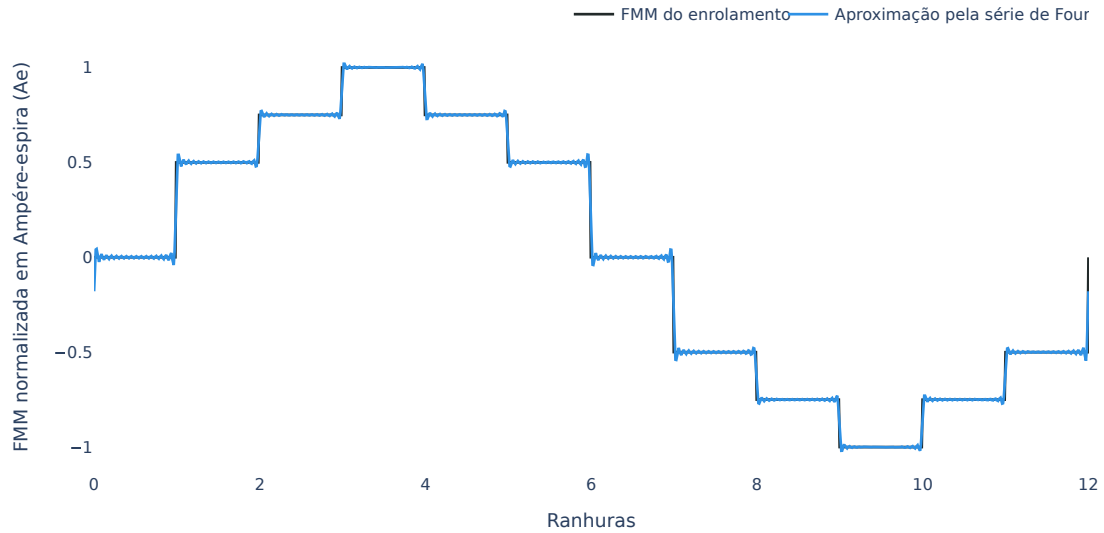
Fonte: do autor, 2022.

Figura 3.7 – Curva de FMM de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única aproximada pela série de Fourier.



Fonte: do autor, 2022.

Figura 3.8 – Aproximação pela série de Fourier da curva de FMM de uma máquina trifásica com $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única aproximada pela série de Fourier.



Fonte: do autor, 2022.

$$C_f = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (3.9)$$

Desta forma, pode-se comparar diversos tipos de enrolamentos determinando a qualidade da FMM de cada um através da DHT, conforme demonstrado na [Tabela 3.2](#) onde se tem o estudo deste parâmetro para máquinas trifásicas de dupla camada com passo de bobina $y = 2$ ranhuras, quantidade de ranhuras Z variando de 3 a 30 e o número de polos $2p$ variando de 2 a 10. A presença de traços na [Tabela 3.2](#) representam os enrolamentos não factíveis ou não simétricos.

Quanto mais próximo de zero estiver a DHT, menor é o conteúdo harmônico presente e, portanto, menor distorção haverá na onda de FMM do enrolamento proposto.

Tabela 3.2 – DHT para máquinas trifásicas de dupla camada com passo de bobina $y = 2$ ranhuras, quantidade de ranhuras Z variando de 3 a 30 o número de polos $2p$ variando de 2 a 10.

	$2p = 2$	$2p = 4$	$2p = 6$	$2p = 8$	$2p = 10$
$Z = 3$	0,6800	0,6800	-	0,6800	0,6800
$Z = 6$	0,3096	0,6755	-	0,6755	0,3096
$Z = 9$	0,2578	0,5183	0,6727	1,4496	1,4534
$Z = 12$	0,1662	0,3061	-	0,6703	1,0177
$Z = 15$	0,2055	0,3281	-	0,6195	0,6677
$Z = 18$	0,1889	0,2550	0,3031	0,5136	0,6370
$Z = 21$	0,2157	0,2382	-	0,4696	0,5545
$Z = 24$	0,2124	0,1634	-	0,3005	0,4914
$Z = 27$	0,2294	0,2127	0,2523	0,3751	0,4609
$Z = 30$	0,2291	0,2031	-	0,3236	0,2970

Fonte: do autor, 2022.

4 Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina

4.1 Introdução

O surgimento de indutâncias de dispersão se deve às parcelas dos fluxos magnéticos que não participam do processo de conversão eletromecânica de energia da máquina rotativa. As indutâncias de dispersão tendem a elevar o efeito pelicular nos condutores dentro das ranhuras, contribuindo para maiores perdas no cobre do estator (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013).

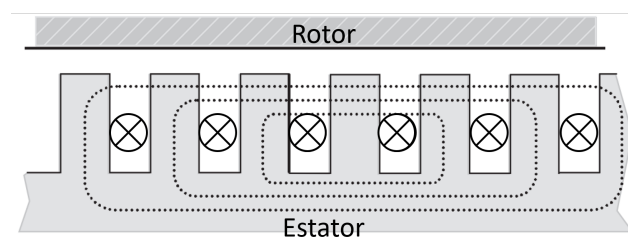
Os fluxos de dispersão se forma de duas formas distintas em uma máquina: linhas de fluxo que não atravessam o entreferro, conforme a subseção 4.1.1, ou linhas de fluxo que atravessam o entreferro, mas não participam do fluxo concatenado de magnetização, conforme subseção 4.1.2.

4.1.1 Fluxos de Dispersão que não Atravessam o Entreferro

Segundo Jokinen, Hrabovcova e Pyrhonen (2013), este tipo de fluxo geralmente se apresenta das seguintes maneiras:

- Fluxo de dispersão de ranhura, conforme a Figura 4.1, onde, na parte inferior, são mostradas as ranhuras e dentes de um estator com condutores alocados em seus sulcos, o entreferro e o rotor liso na porção superior da figura. O \otimes indica o sentido de condução de corrente entrando do plano da página. As linhas de fluxo magnético geradas por esses condutores, representadas em linhas pontilhadas, não atravessam o entreferro da máquina e, portanto, não contribuem para a conversão eletromecânica de energia;

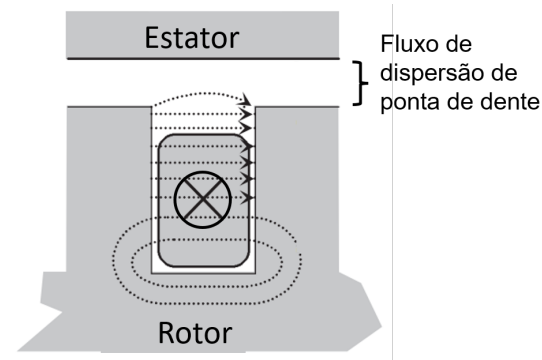
Figura 4.1 – Fluxo de dispersão de ranhura em uma máquina elétrica.



Fonte: Adaptado de (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013).

- Fluxo de dispersão de ponta de dente, conforme a [Figura 4.2](#), onde se tem a vista em corte axial de uma máquina com enrolamentos no rotor. As linhas de fluxo espalhadas entre as “pontas dos dentes” do rotor não atravessam o entreferro;

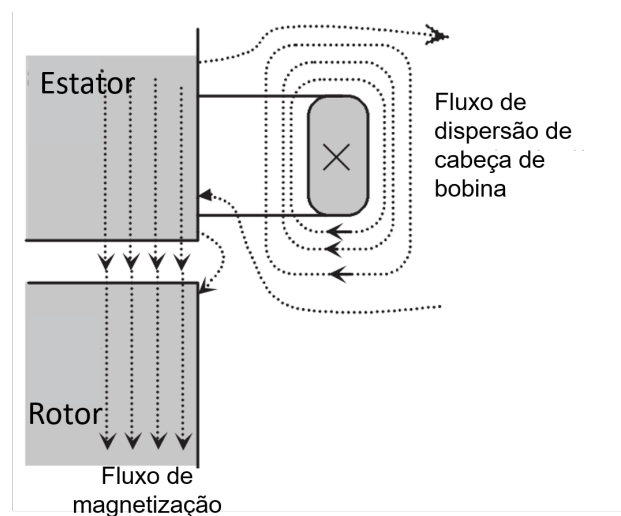
Figura 4.2 – Fluxo de dispersão de ponta de dente de uma máquina elétrica em vista de corte axial.



Fonte: Adaptado de ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)).

- Fluxo de dispersão de cabeça de bobina, ilustrando pela [Figura 4.3](#) do corte lateral de uma máquina elétrica com enrolamentos no estator. Correspondem às linhas de fluxo fora do pacote magnético e entreferro provenientes das cabeças ou voltas das bobinas. Esse fluxo tem grande impacto no desempenho da máquina e será alvo de estudo deste trabalho;

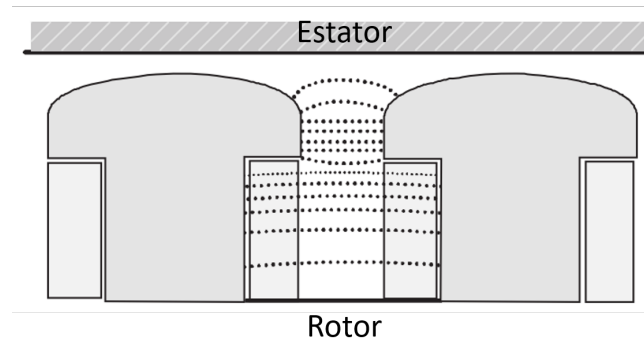
Figura 4.3 – Fluxo de dispersão de cabeça de bobina de uma máquina elétrica em vista de corte lateral.



Fonte: Adaptado de ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)).

- Fluxo de dispersão de polos, presente na [Figura 4.4](#) que demonstra uma máquina de polos salientes no rotor. As linhas de fluxo presentes entre as cabeças dos polos não atravessam o entreferro;

Figura 4.4 – Fluxo de dispersão de polos de uma máquina elétrica.



Fonte: Adaptado de ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)).

4.1.2 Fluxos de Dispersão que Atravessam o Entreferro

[Jokinen, Hrabovcova e Pyrhonen \(2013\)](#), este tipo de fluxo surge da não concatenação completa dos fluxos gerados pelas bobinas no entreferro e pode se dividir em: ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)):

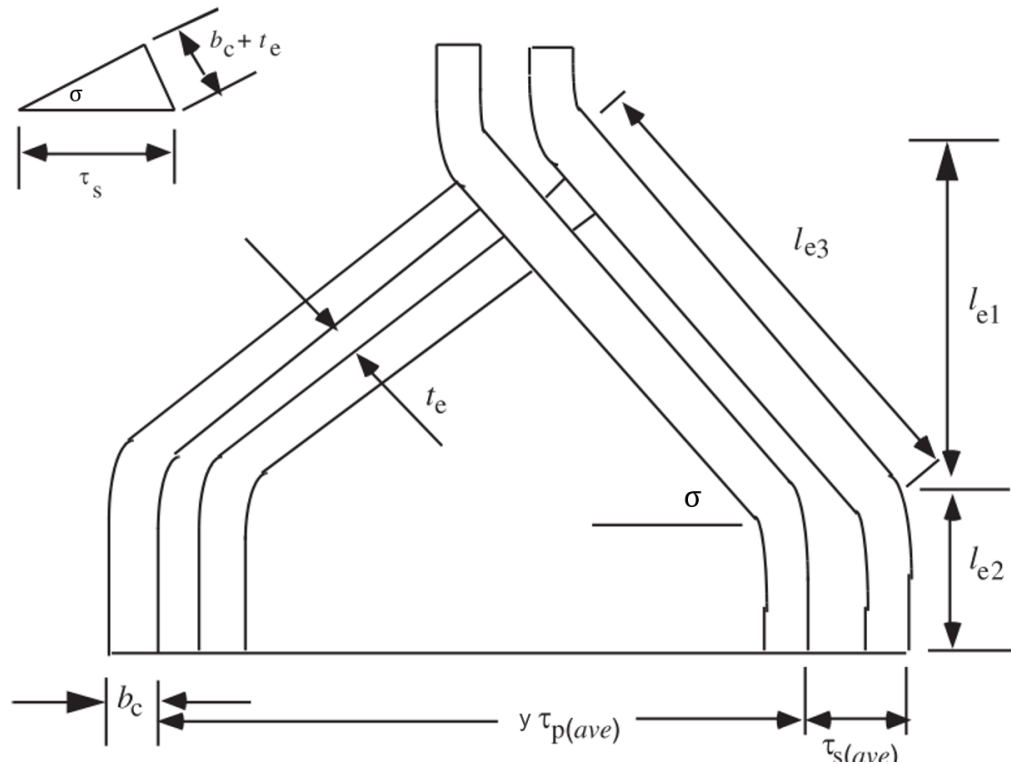
- Fluxo de dispersão por enrolamento de passo encurtado. Uma vez que o passo encurtado das bobinas se torna menor que o passo polar, o fluxo concatenado entre as bobinas do estator e rotor de uma máquina é enfraquecido. Este efeito geralmente não é tratado como dispersão, mas sim incluído no cálculo do fator de passo k_p ;
- Fluxo de dispersão por inclinação. Este efeito é semelhante ao de passo encurtado gerando um acoplamento enfraquecido entre estator e rotor, sendo geralmente contabilizado no cálculo do fator de inclinação k_{sq} ;
- Fluxo de dispersão por distribuição espacial dos condutores. Como a distribuição espacial dos condutores é discreta, a força magnetomotriz presente no entreferro não é puramente senoidal e são introduzidos harmônicos no fluxo de magnetização da máquina;

4.2 Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina

4.2.1 Determinação da Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina em Enrolamentos Losangulares.

Em Lipo (2017) e Liwschitz-Garik (1946) tem-se o estudo analítico e empírico da indutância de dispersão proveniente de enrolamentos com bobinas em formatos losangulares conforme a Figura 4.5 que representa duas cabeças de bobinas adjacentes de um estator de uma máquina elétrica. Tais trechos das bobinas apresentam fluxo de dispersão que pode ser determinado pela Equação 4.1.

Figura 4.5 – Duas cabeças de bobinas losangulares adjacentes de um estator de máquina elétrica.



Fonte: Adaptado de (LIPO, 2017).

$$L_{ew/ranhura} = 2,4\mu_0 k_{p1}^2 k_{d1}^2 n_s^2 \left(l_{e2} + \frac{l_{e1}}{2} \right) \quad (4.1)$$

$$n_s = \frac{2mCN_s}{Z} \quad (4.2)$$

Onde $L_{ew/ranhura}$ é a indutância de dispersão de cabeça de bobina por ranhura de uma única fase considerando-se as duas cabeças que cada bobina apresenta em suas

extremidades. μ_0 é a constante de permeabilidade magnética do vácuo, k_{p1} e k_{d1} são, respectivamente, o fator de passo e o fator de distribuição, ambos para a frequência fundamental, n_s é o número de voltas por ranhura. l_{e2} e l_{e1} são parâmetros geométricos construtivos do enrolamento conforme mostrado na [Figura 4.5](#). N_s é o número de voltas conectadas em série por fase, m é o número de fases do sistema, C é o número de caminhos paralelos por fase para condução de corrente elétrica e Z é o número de ranhuras da máquina.

Determina-se a indutância de dispersão de cabeça de bobina por fase L_{ew} conforme a [Equação 4.4](#).

$$L_{ew} = \frac{Z}{mC^2} \cdot L_{ew/ranhura} \quad (4.3)$$

$$L_{ew} = \frac{9,6}{Z} \mu_0 m k_{p1}^2 k_{d1}^2 N_s^2 \left(l_{e2} + \frac{l_{e1}}{2} \right) \quad (4.4)$$

Sendo, l_{e1} relacionado com b_c e t_e pela [Equação 4.5](#). Ainda, conforme mostrado na [Figura 4.5](#), tem-se a relação entre $\tau_{s(ave)}$ e o ângulo de inclinação da cabeça de bobina σ dada pela [Equação 4.6](#). A [Figura 4.6](#) apresenta a estrutura de um estator onde b_c corresponde a largura do sulco da ranhura (sendo, neste trabalho, igual à largura do feixe de condutores das bobinas alocadas nesta mesma ranhura), t_e representa a largura do dente da ranhura e $\tau_{s(ave)}$ é a largura da ranhura.

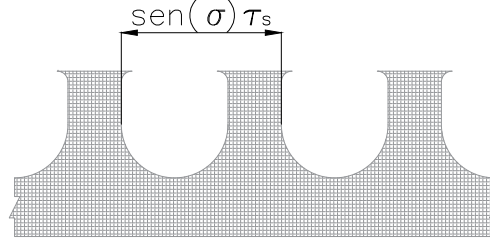
$$l_{e1} = \frac{y\tau_{p(ave)}(b_c + t_e)}{2\sqrt{\tau_{s(ave)}^2 - (b_c + t_e)^2}} \quad (4.5)$$

$$b_c + t_e = \text{sen}(\sigma)\tau_s \quad (4.6)$$

Como descrito na [seção 2.2](#) e [subseção 2.7.2](#), este trabalho considera enrolamentos do tipo imbricado e ondulado com bobinas geometricamente simétricas, logo $\tau_s = \tau_{s(ave)}$ e $y\tau_{s(ave)} = y\tau_{p(ave)}$. Os parâmetros geométricos construtivos das bobinas, para todas as máquinas estudadas, foram tomados como sendo $l_{e2} = 15\text{mm}$, $\tau_s = 10\text{mm}$, $\sigma = 30^\circ$ e, portanto, $b_c + t_e = 5\text{mm}$.

A componente fundamental do fator de passo k_{p1} é determinado conforme a [Equação 4.7](#). Sendo V_{tot} a diferença geométrica dos fasores de tensão de ranhura de uma bobina e $V_{ranhura}$ a magnitude do fasor tensão de uma só ranhura ([JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013](#)), conforme ilustrado na [Figura 4.7](#) onde se tem a representação de um estator de máquina elétrica rotativa com uma bobina entre as ranhuras 1 e 6.

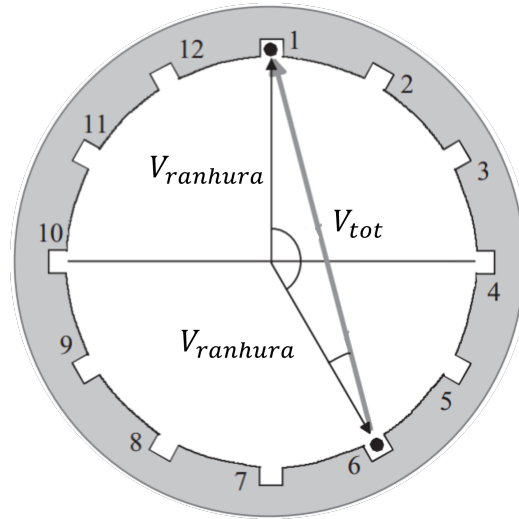
Figura 4.6 – Detalhe de dimensões das ranhuras de uma máquina elétrica.



Fonte: do autor, 2022.

$$k_{p1} = \frac{V_{tot}}{2V_{ranhura}} \quad (4.7)$$

Figura 4.7 – Representação de um estator de máquina elétrica com uma bobina existente entre as ranhuras 1 e 6.

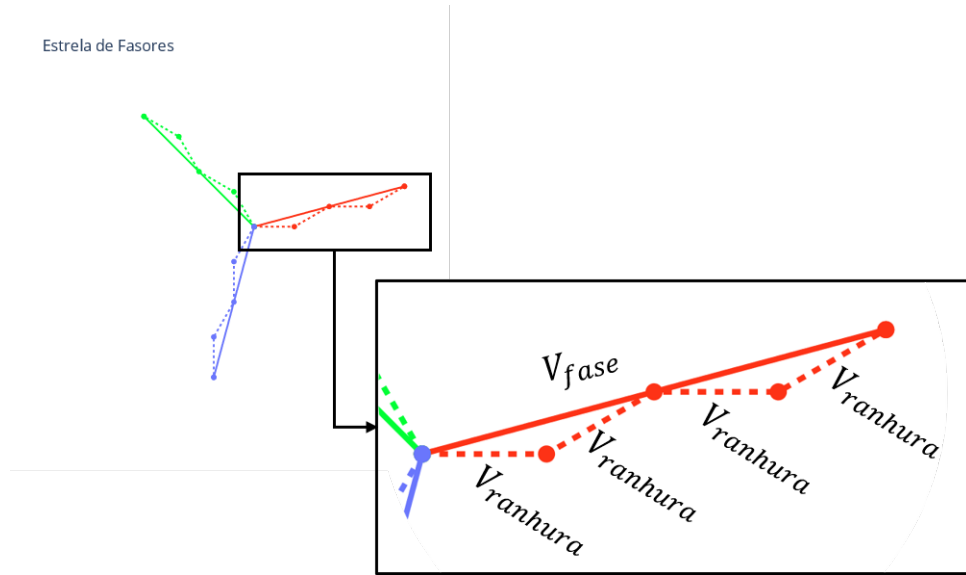


Fonte: Adaptado de (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013).

O fator de distribuição em sua componente fundamental k_{d1} é determinado de acordo com a Equação 4.8. Sendo V_{fase} a soma geométrica dos fasores de tensão de ranhura das k bobinas de uma mesma fase, cada uma com magnitude igual a $V_{ranhura_i}$ (JOKINEN; HRABOVCOVA; PYRHONEN, 2013), representado na Figura 4.8 onde se tem a estrela de fasores para um motor de indução trifásico de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única. As linhas pontilhadas representam os k fasores de tensão de ranhura e a linha preenchida suas somas geométricas V_{fase} .

$$k_{d1} = \frac{V_{fase}}{\sum_{i=1}^k V_{ranhura_i}} \quad (4.8)$$

Figura 4.8 – Detalhe da fase 1 da estrela de fasores para um motor de indução trifásico de $Z = 12$ ranhuras, $2p = 2$ polos e camada única.



Fonte: do autor, 2022.

Como o intuito deste trabalho é de comparação entre diversos enrolamentos para determinar a configuração com menor indutância de dispersão utilizou-se $N_s = 1$ para todas as máquinas estudadas a fim de facilitar a representatividade do modelo.

4.2.2 Exemplo de Cálculo de Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina.

Para elucidação do cálculo da indutância de dispersão de cabeça de bobina para um motor de indução trifásico de $Z = 24$ ranhuras, $2p = 4$ polos e camada única, com diagrama de enrolamento conforme a Figura 2.9 e fasores de ranhura da fase 1 representados na Tabela 2.2. Assim, para essa máquina, tem-se:

$$k_{p1} = \frac{V_{fase}}{\sum_{i=1}^k V_{ranhura_i}} = \frac{FEM_1}{FEM_{ranhuras}} \cong \frac{7,72}{8} \cong 0,965$$

$$FEM_{ranhuras} = FEM_{1,1} + FEM_{1,2} + FEM_{1,7} + FEM_{1,8} + FEM_{1,13} + FEM_{1,14} + \\ FEM_{1,19} + FEM_{1,20}$$

Uma vez que se trata de uma máquina de camada única o passo de bobina é igual ao passo polar $y = 6$ ranhuras, logo os lados de uma mesma bobina estão a 180° um do outro e, portanto

$$k_{p1} = \frac{V_{tot}}{2V_{ranhura}} = \frac{FEM_{ranhura_1-ranhura_7}}{2 \cdot FEM_{ranhura_1}} = \frac{1+1}{2 \cdot 1} = 1$$

Assim,

$$l_{e1} = \frac{y\tau_{p(ave)} \cdot (b_c + t_e)}{2\sqrt{\tau_{s(ave)}^2 - (b_c + t_e)^2}} = \frac{6 \cdot 0,01 \cdot (0,005)}{2\sqrt{0,01^2 - (0,005)^2}} \cong 0,0173m$$

Logo,

$$L_{ew} = \frac{9,6}{Z} \mu_0 m k_{p1}^2 k_{d1}^2 N_s^2 \left(l_{e2} + \frac{l_{e1}}{2} \right)$$

$$L_{ew} \cong \frac{9,6}{24} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot 0,965^2 \cdot 1^2 \left(0,015 + \frac{0,0173}{2} \right)$$

$$L_{ew} \cong 3,3225 \cdot 10^{-7} H$$

4.3 Aplicabilidade

Este trabalho explora a determinação da curva da FMM e da indutância de dispersão de cabeça e bobina em máquina usuais e não usuais, com número arbitrário de fases, ranhuras, polos, entre outros. Assim, o esforço computacional para obtenção de soluções de casos não usuais torna-se grande, em especial para elevados números de ranhuras e fases, sendo necessário uma estratégia de resolução, explanada no [Capítulo 5](#), para manter a usabilidade da aplicação proposta em tempo viável de cálculo.

5 Otimização por Enxame de Partículas

5.1 Introdução

As metaheurísticas modernas são utilizadas em diversos campos da ciência e engenharias para solução de problemas que exigem demasiado esforço computacional (geralmente por conterem um vasto espaço de busca e/ou por possuírem funções computacionalmente custosas de se calcular) pois propiciam formas mais eficientes de explorar o espaço de busca e encontrar soluções otimizadas. Logo, para viabilizar a aplicação proposta neste trabalho, faz-se necessário a utilização de metaheurísticas capazes de reduzir a patamares aceitáveis o tempo de computação das soluções.

Inspiradas por fatores biológicos, como a evolução das espécies, a inteligência coletiva de animais, o comportamento de bactérias ou insetos e até mesmo a estrutura cerebral humana, esses algoritmos visam implementar um espelhamento destas características na busca de resoluções de problemas modelados matematicamente ([BROWNLEE, 2011](#)).

Dentre as inúmeras implementações existentes de metaheurísticas este trabalho se vale da otimização por enxame de partículas (do inglês, PSO) e de conceitos de resolução de problemas multiobjetivos como fronteiras de Pareto ([REYES-SIERRA; COELLO et al., 2006](#)) para encontrar propostas otimizadas de enrolamentos elétricos que produzam, simultaneamente, curvas de FMM com menores DHT e menores indutâncias de dispersão de cabeça de bobina.

5.2 Otimização Monobjetivo

5.2.1 Partículas e o Comportamento Coletivo

A otimização por enxame de partículas é inspirada no comportamento de espécies que vivem em bandos ou colônias. Quando indivíduos dessas espécies estão a procura de alimentos eles se valem de inteligência individual para explorarem a região em sua volta mas também se orientam de forma coletiva, muitas vezes abdicando de suas descobertas individuais ao perceberem que algum outro indivíduo do bando encontrou uma melhor fonte de alimentos (solução ótima) e essa é a principal característica de um algoritmo de inteligência coletiva: a capacidade de perceber o espaço de soluções não somente de forma individual mas sim em comunidade.

Nesta metaheurística cada partícula é inicializada no espaço de busca de maneira aleatória contendo dois parâmetros fundamentais:

- Posição: representa a posição $\vec{p}_{i,t}(\vec{x})$ da i -ésima partícula no hiperespaço de buscas. Dentro da modelagem matemática, cada dimensão x_{ji} se refere a posição da i -ésima partícula na j -ésima dimensão, conforme [Equação 5.1](#), onde t se refere a atual iteração.

$$\vec{p}_{i,t}(\vec{x}) = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{ji}) \quad (5.1)$$

A cada iteração, uma nova posição para onde a partícula se deslocará deve ser calculada através da [Equação 5.2](#).

$$\vec{p}_{i,t+1}(\vec{x}) = \vec{p}_{i,t}(\vec{x}) + \vec{v}_{i,t}(\vec{x}) \quad (5.2)$$

Onde \vec{v}_i é a velocidade da partícula computada para a iteração considerada.

- Velocidade: para cada posição $\vec{p}_{i,t}(\vec{x})$ assumida pela partícula, haverá um vetor velocidade $\vec{v}_{i,t}(\vec{x})$ que determinará o quanto a partícula se deslocará em cada dimensão j na próxima iteração, varrendo o campo de busca, conforme [Equação 5.3](#)

$$\vec{v}_{i,t}(\vec{x}) = W \vec{v}_{i,t-1}(\vec{x}) + c_1 r_1 [\vec{p}_i^{best} - \vec{p}_{i,t}(\vec{x})] + c_2 r_2 [\vec{p}_{gbest} - \vec{p}_{i,t}(\vec{x})] \quad (5.3)$$

Onde \vec{p}_i^{best} é a melhor posição já encontrada pela i -ésima partícula durante sua trajetória, \vec{p}_{gbest} é a melhor posição já encontrada pelo enxame até o momento, r_1 e r_2 são números aleatórios entre 0 e 1 para introduzir incerteza no modelo de busca evitando enviesamento e conversão prematura das soluções. As constantes de peso de influência da estratégia de busca individual e coletiva são c_1 e c_2 , respectivamente. W é o coeficiente de inércia que tende a manter a partícula em sua trajetória traçada na iteração t ([COELLO; LECHUGA, 2002](#)).

Essa dinâmica é capaz de guiar as partículas (candidatas a soluções) a explorarem o espaço de busca ao encontro de soluções ótimas.

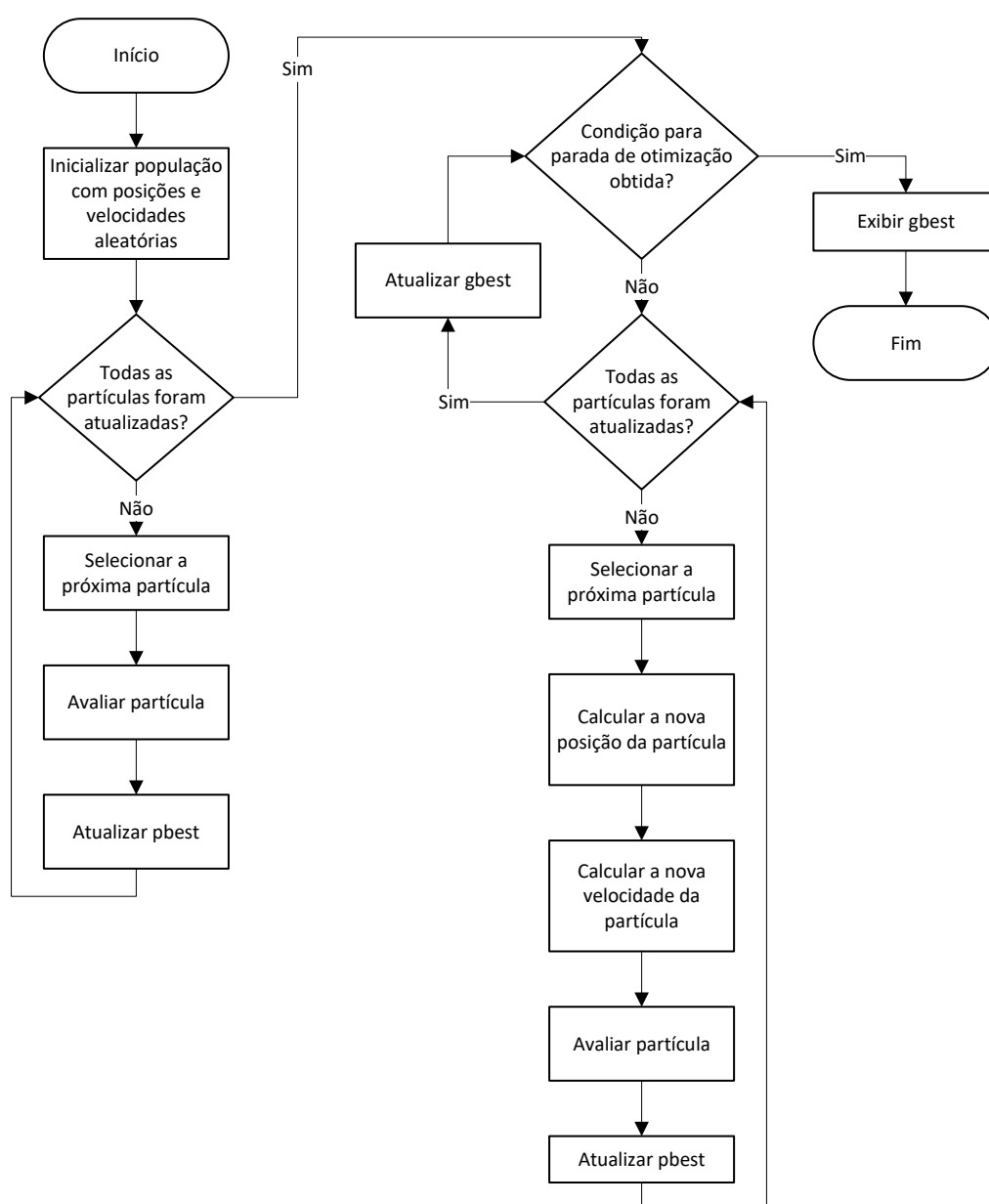
A estratégia de otimização pro enxame de partículas (PSO) está ilustrada no fluxograma da [Figura 5.1](#). Para melhor compreensão do funcionamento do algoritmo há no [Apêndice A](#) um exemplo didático de aplicação do PSO.

5.3 Otimização Multiobjetivo

5.3.1 Estratégias de resolução

Problemas multiobjetivos são aqueles que possuem mais de uma função de avaliação a serem otimizadas simultaneamente. Como não se pode eleger as melhores soluções com base em apenas uma função objetivo, duas técnicas principais são empregadas para lidar com este impasse ([REYES-SIERRA; COELLO et al., 2006](#)):

Figura 5.1 – Fluxograma de otimização por enxame de partículas (PSO).



Fonte: do autor, 2022.

- Criar uma outra função de avaliação f_{multi} que englobe as k funções a serem otimizadas, como dado na [Equação 5.4](#).

$$f_{multi} = e_1 f_1 + e_2 f_2 + \dots + e_k f_k \quad (5.4)$$

Onde e_1, e_2, \dots, e_k são fatores de ponderamento que determinam o peso de cada função objetivo na solução final. Este método traz a possibilidade de se encontrar um valor único que satisfaça f_{multi} mas, em contrapartida, especialmente para casos não analíticos ou que não se pode conhecer o intervalo de valores resultantes das avaliações, eleva a complexidade dada a necessidade de balancear os fatores da nova função de avaliação;

- Utilizar o critério de fronteira de Pareto para obtenção de soluções ótimas no espaço de busca a partir das dimensões das funções objetivo consideradas. A vantagem em se utilizar esse conceito é a equidade de peso entre as funções objetivo, evitando o esforço de definição de uma nova função. Neste trabalho, o conceito de fronteira de Pareto, explicado com detalhes na [subseção 5.3.2](#), é utilizado durante as otimizações.

5.3.2 Fronteiras de Pareto

Em um problema de otimização multiobjetivo como descrito na [Equação 5.5](#) o conceito de dominância é utilizado para classificar a qualidade das soluções em todas as k dimensões sujeitas às condições de restrição representadas na [Equação 5.6](#) e [Equação 5.7](#).

$$\min [\vec{y}(\vec{x})] := [f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})] \quad (5.5)$$

$$g_i(\vec{x}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.6)$$

$$h_j(\vec{x}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (5.7)$$

Onde $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é o vetor de variáveis independentes, $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, k$ são as funções objetivo. $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, m$ e $h_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $j = 1, 2, \dots, p$ são as funções de restrição do problema.

Logo, estabelece-se as seguintes definições ([REYES-SIERRA; COELLO et al., 2006](#)):

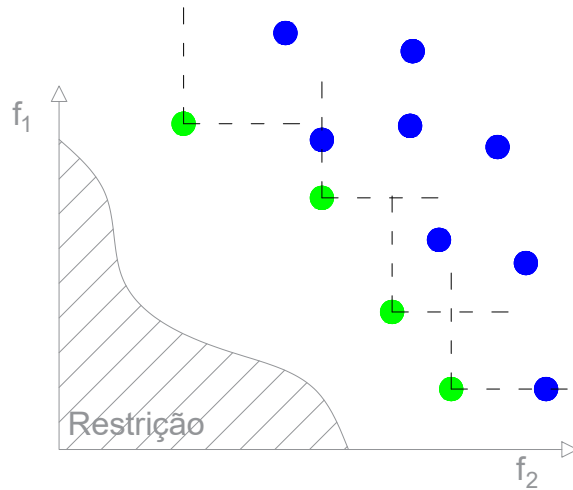
- definição 1: dado dois vetores $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^k$ diz-se que \vec{u} domina \vec{v} , denotado por $\vec{u} \prec \vec{v}$, se $u_i \leq v_i$ para todas as dimensões de $i = 1, 2, \dots, k$ e se $u_i < v_i$ para, pelo menos, uma dimensão de $i = 1, 2, \dots, k$;

- definição 2: dado um conjunto vetores $A \in \mathbb{R}^k$, diz-se que $\vec{u} \in A$ é não dominado se não há algum vetor $\vec{v} \in A$ tal que $\vec{v} \prec \vec{u}$;

Assim, a fronteira de Pareto, que representa o conjunto de soluções ótimas de um problema de otimização multiobjetivo, é formado pelo conjunto de soluções não dominadas que estão na região factível (obedecem a $g_i(\vec{x})$ e $h_j(\vec{x})$).

Tem-se na [Figura 5.2](#) um exemplo de otimização biobjetivo das funções objetivo f_1 e f_2 onde as soluções dominadas estão em cor azul e as soluções não dominadas de cor verde, compondo a fronteira de Pareto. Os segmentos de reta em linha pontilhada de cada solução da fronteira de Pareto demonstram suas respectivas fronteiras de dominância. Ainda, a região hachurada representa a região restringida por $g_i(\vec{x})$ e $h_j(\vec{x})$ que, para esse caso, limitam a otimização a sua borda, uma vez que se trata de uma minimização.

Figura 5.2 – Fronteira de Pareto definida pelas soluções em verde de uma otimização biobjetivo se aproximando da borda da região de restrição.



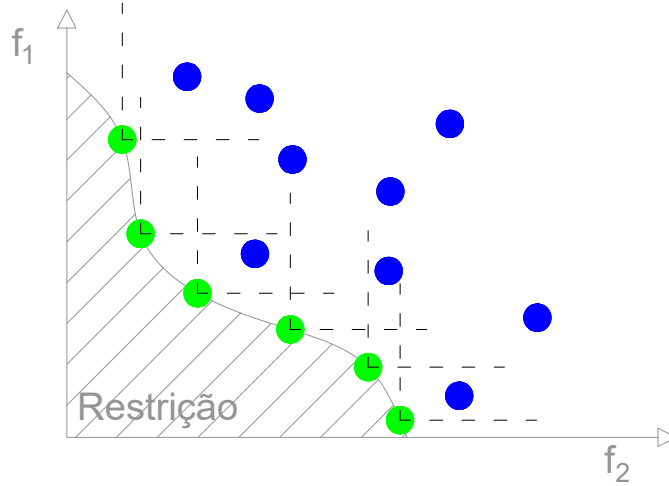
Fonte: do autor, 2022.

Ao final do processo de otimização espera-se encontrar a fronteira de Pareto que contenham as melhores soluções e que pertençam a região factível, assim, para o exemplo dado, espera-se que as soluções ótimas ocupem a borda da região de restrição, conforme a [Figura 5.3](#).

5.3.3 Escolha de p_{gbest}

Uma vez que a otimização por enxame de partículas necessita de eleger um líder do bando (p_{gbest}) durante as iterações, surge a necessidade de classificar as soluções da

Figura 5.3 – Fronteira de Pareto definida pelas soluções em verde de uma otimização biobjetivo na borda da região de restrição.



Fonte: do autor, 2022.

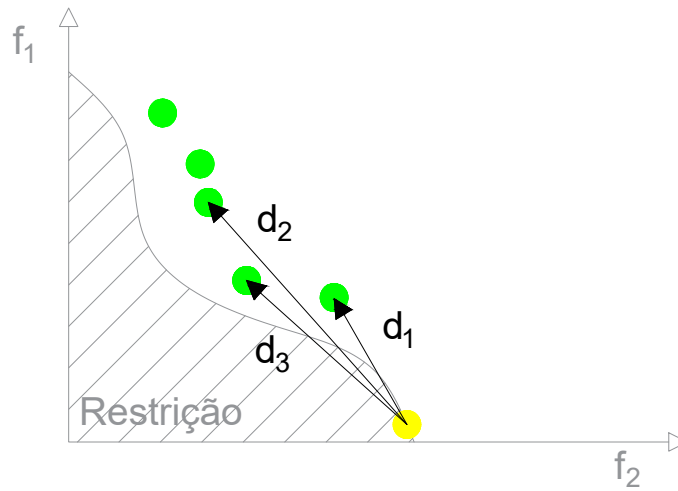
fronteira de Pareto por algum critério de qualidade. Para isso [Reyes-Sierra, Coello et al. \(2006\)](#) trazem as seguintes alternativas:

- Critério de densidade: deve-se ordenar as soluções da fronteira de Pareto pela densidade populacional, sendo considerada a melhor (p_{gbest}) aquela que possuir menor densidade δ_i e, portanto, estiver mais isolada do restante do bando. Assim, selecionada uma solução, ordena-se de forma crescente as distâncias entre essa solução e as demais no hiperespaço de soluções e calcula-se a densidade através da [Equação 5.8](#) considerando-se as primeiras k soluções mais próximas da solução em voga.

$$\delta_i = \frac{k}{\sum_{j=1}^k d_{ij}} \quad (5.8)$$

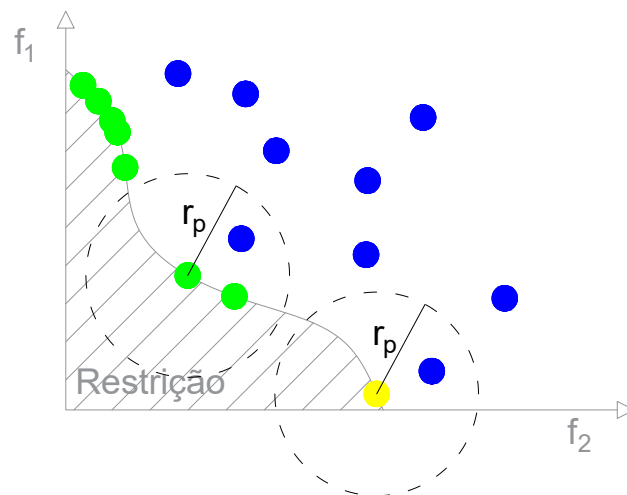
Onde d_{ij} é a distância entre a solução i e a solução j .

Na [Figura 5.4](#) há a ilustração da determinação de p_{gbest} , solução em amarelo, pelo critério de densidade. Sendo $k = 3$ para este exemplo, tomou-se a distâncias das três soluções mais próximas da solução em voga, d_1 , d_2 e d_3 . Logo, a solução líder do bando é aquela que está mais isolada do grupo. Isso garante uma melhor distribuição das soluções na fronteira de Pareto promovendo a diversidade ao espalha-las ([LIU et al., 2007](#)).

Figura 5.4 – Determinação de p_{gbest} pelo critério de densidade.

Fonte: do autor, 2022.

- Critério de nicho: para cada partícula da fronteira de Pareto determina-se quantas soluções estão englobadas em uma circunferência de raio r_p (nicho) centrada na solução em voga. Aquela que possuir menor quantidade de vizinhos na região delimitada por r_p é eleita como p_{gbest} , como ilustrado na [Figura 5.5](#).

Figura 5.5 – Determinação de p_{gbest} pelo critério de nichos.

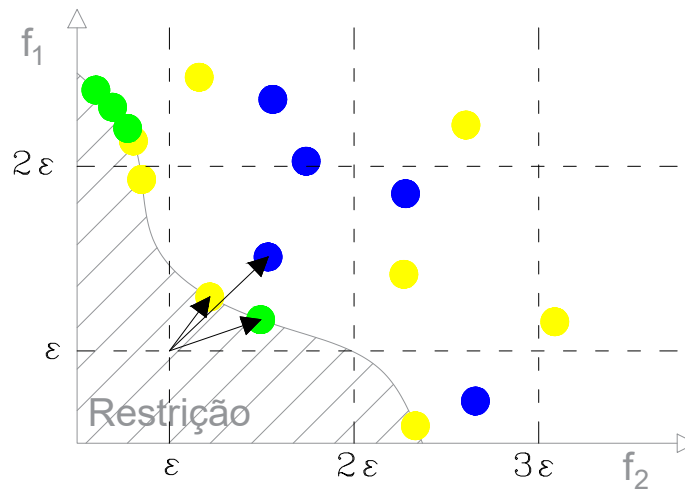
Fonte: do autor, 2022.

Esta é também outra maneira de priorizar as soluções mais isoladas do hiperespaço garantindo diversidade. Na [Figura 5.5](#) a solução em amarelo representa p_{gbest} pois

em eu nicho há apenas uma solução, enquanto nas demais há uma quantidade maior;

- Critério de dominância ϵ : segmenta-se o hiperespaço de soluções em hipercubos de aresta ϵ e define-se para cada subespaço gerado seu respectivo p_{gbest} como sendo aquele que apresenta menor distância entre o vértice de minimização e a solução. Como ilustração, a Figura 5.6 mostra um caso bidimensional onde para cada região delimitada, elege-se um líder, em amarelo;

Figura 5.6 – Determinação de p_{gbest} pelo critério de dominância ϵ .



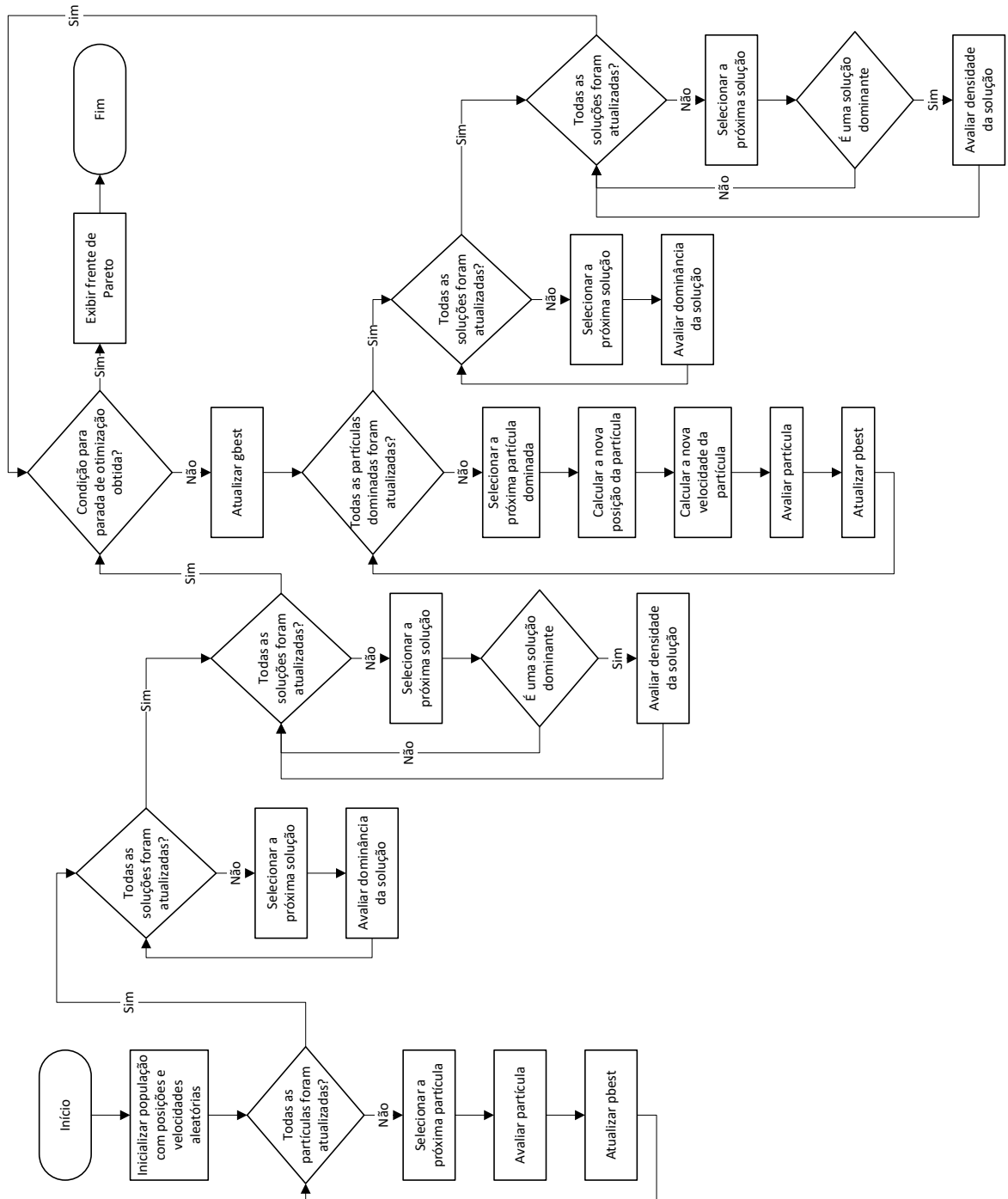
Fonte: do autor, 2022.

O presente trabalho se vale do critério de densidade para determinação de p_{gbest} e orientação das partículas durante as otimizações dada sua capacidade de eleger um líder global de todo o enxame e facilidade de implementação.

5.3.4 Otimização Multiobjetivo por Enxame de Partículas (MOPSO)

Na Figura 5.7 está o fluxograma da metaheurística de otimização por enxame de partículas (PSO) em problemas multiobjetivos (do inglês, MOPSO).

Figura 5.7 – Fluxograma de otimização multiobjetivo por enxame de partículas (MOPSO).



6 Metodologia

6.1 Introdução

Conforme a [seção 1.2](#), este trabalho visa a otimização de parâmetros construtivos de máquinas elétricas minimizando, simultaneamente, a distorção harmônica da curva de força magnetomotriz do entreferro e a indutância de dispersão de cabeça de bobina dos enrolamentos.

Para tal, uma aplicação em *Python* para computação do diagrama de enrolamentos pela WDT, cálculo da distorção harmônica total da FMM, determinação da dispersão de cabeça de bobina e otimização por MOPSO foi desenvolvida. A aplicação gera resultados visuais da fronteira de Pareto contendo as soluções otimizadas, além da estrela de fasores, do diagrama de enrolamento, da composição da curva de força magnetomotriz e de sua aproximação pela série de Fourier para qualquer enrolamento factível e simétricos escolhido pelo usuário.

6.2 Definição do Espaço de Busca

Inicia-se a aplicação pela definição dos intervalos de busca dos parâmetros de projeto de enrolamentos elétricos, conforme [Capítulo 2](#), sendo:

- Número de fases $m \in \mathbb{Z}^{*+} \mid m_j \leq m \leq m_k$;
- Número de ranhuras $Z \in \mathbb{Z}^{*+} \mid Z_j \leq Z \leq Z_k$;
- Número de pares de polos $p \in \mathbb{Z}^{*+} \mid p_j \leq p \leq p_k$;
- Número de camadas $n_{lay} \in \mathbb{Z}^{*+} \mid 1 \leq n_{lay} \leq 2$;
- Passo de bobina $y \in \mathbb{Z}^{*+} \mid y_j \leq y \leq y_k$;

Onde \mathbb{Z}^{*+} é o conjunto dos números inteiros positivos exceto zero, \mathbb{Z}^+ é o conjunto dos números inteiros positivos incluindo zero e os índices j e k significam, respectivamente, os valores iniciais e finais do intervalo de busca do parâmetro considerado.

Após a determinação do espaço de busca, o aplicativo verifica se os valores são coerentes e capazes de serem simulados e otimizados. Em caso positivo, procede para as etapas seguinte. Em acaso negativo, retorna mensagem de erro ao usuário e espera uma nova entrada de intervalos.

6.3 Resolução por MOPSO

6.3.1 Inicializando Partículas

Sendo factíveis os intervalos do espaço de busca, o aplicativo procede iniciando a população de partículas para a otimização contendo parâmetros no formato da [Equação 6.1](#), onde p_i é a i -ésima partícula da população.

$$p_i = [pos_i, vel_i, pbest_i, av_i, pareto_i] \quad (6.1)$$

Cada partícula p_i contém cinco vetores, conforme a [Equação 6.2](#), um vetor de posição pos que contém os parâmetros construtivos da máquina, um vetor de velocidade vel que determina quanto a partícula se deslocará em cada uma das dimensões (parâmetros construtivos) do espaço de busca, um vetor que armazena $pbest$ como sendo a posição que resultou em melhores valores de funções-objetivo durante a trajetória da partícula, um vetor av_i que contém o a avaliação da partícula para DHT e L_{ew} e, por fim, um vetor $pareto_i$ que contém a informação de dominância da partícula, sendo “verdadeiro” caso seja uma solução dominante e “falso” se for uma solução dominada.

$$\begin{aligned} p_i[pos_i] &= [m_i, Z_i, p_i, nlay_i, y_i]; \\ p_i[vel_i] &= [v_{im}, v_{iz}, v_{ip}, v_{inlay}, v_{iy}]; \\ p_i[pbest_i] &= [m_{ipbest}, Z_{ipbest}, p_{ipbest}, nlay_{ipbest}, y_{ipbest}]; \\ p_i[av_i] &= [DHT_i, L_{ew_i}]; \\ p_i[pareto_i] &= [dom_i]; \end{aligned} \quad (6.2)$$

Após a inicialização de cada partícula, o aplicativo realiza a avaliação de cada um dos candidatos a soluções conforme a [subseção 6.3.2](#).

6.3.2 Funções Objetivo

Dado uma partícula p_i , a aplicação verifica se as condições de factibilidade do enrolamento são satisfeitas e, em caso positivo, procede-se com a construção da WDT e o consequente diagrama de enrolamento, em caso negativo um alto valor de DHT e L_{ew} é atribuído ao enrolamento, isso é necessário para possibilitar o tratamento matemático pelo qual o aplicativo é implementado, uma vez que transformará essa partícula em uma solução ruim para o problema de minimização por MOPSO sendo dominada pelas partículas com posições factíveis.

Ao se construir a WDT para a partícula p_i em voga, verifica-se a simetria do enrolamento através da estrela de fasores e, uma vez constatada, admite-se a computação

da curva de FMM e sua aproximação pela série de Fourier, a determinação da DHT e a computação da indutância de dispersão de cabeça de bobina L_{ew} . Porém, caso o enrolamento se mostre assimétrico, a mesma estratégia de atribuição de uma elevada DHT e L_{ew} à partícula é adotada.

6.3.3 Otimização

Ao se calcular as novas posições das partículas através da [Equação 5.2](#) poderão ser obtidos valores reais, não somente inteiros. Portanto, ao final da computação da nova posição deve-se arredondar os valores resultantes de cada dimensão para o inteiro mais próximo a fim de garantir coerência entre as possibilidades físicas e a modelagem matemática do problema.

O processo iterativo de resolução por MOPSO segue o fluxograma da [Figura 5.7](#). A partir dos testes realizados nos cenários de validação 1 e 2, descritos em [Tabela 7.1](#), foram selecionados os seguintes parâmetros presentes na [Equação 5.3](#) por apresentarem melhor desempenho em velocidade de convergência para fronteiras de Pareto próximas às ideais: $W = 0,3$, $c_1 = 0,5$ e $c_2 = 1$. Ainda, as populações totais dos enxames utilizados nas otimizações é de cerca de 5% do número total de possibilidades dada pela permutação dos intervalos de buscas.

O critério de densidade é utilizado para determinação de p_{gbest} que orienta o movimento em bando. A fim de garantir maior diversidade de soluções, o algoritmo cria uma lista de todas as densidades δ_i calculadas em ordem crescente e, caso $p_{gbest}[av_{gbest}]$ perdure com o mesmo valor por mais de $gbest_{ret}$ iterações, elege-se como nova p_{gbest} a partícula que possui a segunda menor densidade. Caso a nova p_{gbest} também perdure por mais $gbest_{ret}$ iterações, a próxima partícula na lista ordenada de densidades é eleita como nova p_{gbest} . Este procedimento continua de forma subsequente até o atingimento do critério de parada do laço de iterações ou até que todas as partículas pertencentes à fronteira de Pareto sejam consideradas. Neste trabalho considerou-se $gbest_{ret} = 4$ por apresentar resultados satisfatórios durante testes.

Ainda, para essa aplicação, o laço de iterações é interrompido caso a densidade associada a nova p_{gbest} seja a quinta menor da lista de densidades, sendo este o critério de parada do processo de otimização pois implica em não estar havendo avanços na busca de melhores soluções.

Após a interrupção do laço de otimização, é plotada a fronteira de Pareto contendo o conjunto de soluções ótimas (minimização simultânea de DHT e L_{ew}) para o caso proposto.

7 Resultados

7.1 Testes de Validação

Para validação de exatidão e robustez da aplicação, o algoritmo foi submetido a dois cenários de validação distintos, conforme a [Tabela 7.1](#). Para cada cenário foram computadas todas as soluções possíveis (sem estratégias de otimização) para checar seus conjuntos de soluções de maneira integral ao identificar ótimos locais e globais a fim de compará-los com as soluções que foram encontradas pelo MOPSO. A última coluna da [Tabela 7.1](#) representa a quantidade de enrolamentos possíveis dentro do espaço de busca definido permutando-se os parâmetros construtivos.

A partir dos testes de validação foi possível a correta escolha do coeficiente de inércia $W = 0,3$ e dos coeficientes de influência individual $c_1 = 0,5$ e coletiva $c_2 = 1$, conforme a [subseção 6.3.3](#).

Tabela 7.1 – Cenários para validação das soluções encontradas pela aplicação.

Cenário	m	Z	p	n_{lay}	y	Possibilidades
1	3	3 a 90	1 a 3	2	1 a 4	1056
2	6	120 a 180	3 a 5	1 a 2	1 a 6	1281

Fonte: do autor, 2022.

7.1.1 Cenário de Validação 1

Conforme a [Tabela 7.1](#), o espaço de busca pertencente ao cenário de validação 1 é mostrado abaixo, sendo um sistema normal (número ímpar de fases) e restrito a enrolamentos de camada dupla.

Número de fases $m = 3$

Número de ranhuras $Z = [3, 90]$

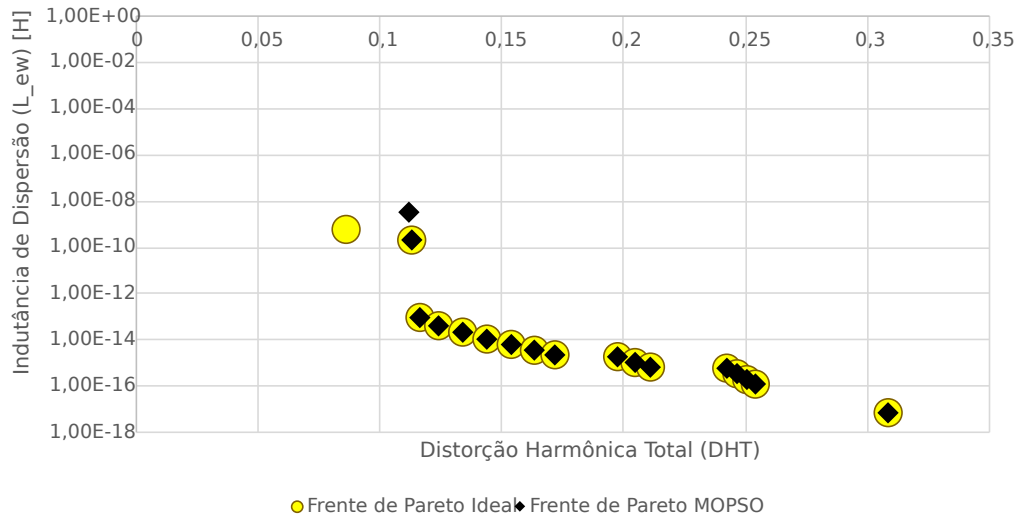
Número de pares de polos $p = [1, 3]$

Número de camadas $n_{lay} = 2$

Passo de bobina $y = [1, 4]$

Na Figura 7.1, em círculos amarelos há a fronteira de Pareto ideal (ótimos globais encontrados pela computação de todas as possibilidades), com valores computados relacionados na Tabela 7.2, e em losangos pretos a fronteira de Pareto computada pelo MOPSO, representada na Tabela 7.3. Na Figura 7.1 o eixo das ordenadas L_{ew} , em henry (H), está em escala logarítmica de base 10, enquanto o eixo das abscissas DHT está em escala aritmética, para melhor apresentação da figura.

Figura 7.1 – Fronteira de Pareto ideal e MOPSO para o cenário de validação 1.



Fonte: do autor, 2022.

Tabela 7.2 – Valores computados da fronteira de Pareto ideal do cenário de validação 1.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	$L_{ew}[\text{H}]$
3	72	3	2	4	0,08607861	5,98528E-10
3	90	3	2	4	0,113089585	2,09244E-10
3	51	2	2	4	0,116411498	9,31415E-14
3	57	2	2	4	0,124068198	4,06575E-14
3	63	2	2	4	0,134001625	2,139E-14
3	69	2	2	4	0,143908916	1,08351E-14
3	75	2	2	4	0,153884642	6,33565E-15
3	81	2	2	4	0,163339263	3,56003E-15
3	87	2	2	4	0,171816852	2,24593E-15
3	75	2	2	3	0,197520705	1,88071E-15
3	81	2	2	3	0,204662716	1,05554E-15
3	87	2	2	3	0,210942557	6,65293E-16
3	69	2	2	2	0,242346026	5,92851E-16
3	75	2	2	2	0,246491026	3,45777E-16
3	81	2	2	2	0,250533174	1,93904E-16
3	87	2	2	2	0,254051899	1,22133E-16
3	87	2	2	1	0,308450584	7,03567E-18

Tabela 7.3 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de validação 1.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	$L_{ew}[\text{H}]$
3	36	2	2	4	0,111919504	3,28425E-09
3	90	3	2	4	0,113089585	2,09244E-10
3	51	2	2	4	0,116411498	9,31415E-14
3	57	2	2	4	0,124068198	4,06575E-14
3	63	2	2	4	0,134001625	2,139E-14
3	69	2	2	4	0,143908916	1,08351E-14
3	75	2	2	4	0,153884642	6,33565E-15
3	81	2	2	4	0,163339263	3,56003E-15
3	87	2	2	4	0,171816852	2,24593E-15
3	75	2	2	3	0,197520705	1,88071E-15
3	81	2	2	3	0,204662716	1,05554E-15
3	87	2	2	3	0,210942557	6,65293E-16
3	69	2	2	2	0,242346026	5,92851E-16
3	75	2	2	2	0,246491026	3,45777E-16
3	81	2	2	2	0,250533174	1,93904E-16
3	87	2	2	2	0,254051899	1,22133E-16
3	87	2	2	1	0,308450584	7,03567E-18

Assim, para o cenário de validação 1, as soluções obtidas pelo algoritmo atingiram uma exatidão de 94%, encontrando 16 das 17 soluções ótimas globais.

7.1.2 Cenário de Validação 2

Mostrado abaixo está o espaço de busca do cenário de validação 2, conforme a [Tabela 7.1](#). Trata-se de um sistema não reduzido (número par de fases e múltiplo de 3) contemplando enrolamentos de camada única e dupla.

Número de fases $m = 6$

Número de ranhuras $Z = [120, 180]$

Número de pares de polos $p = [3, 5]$

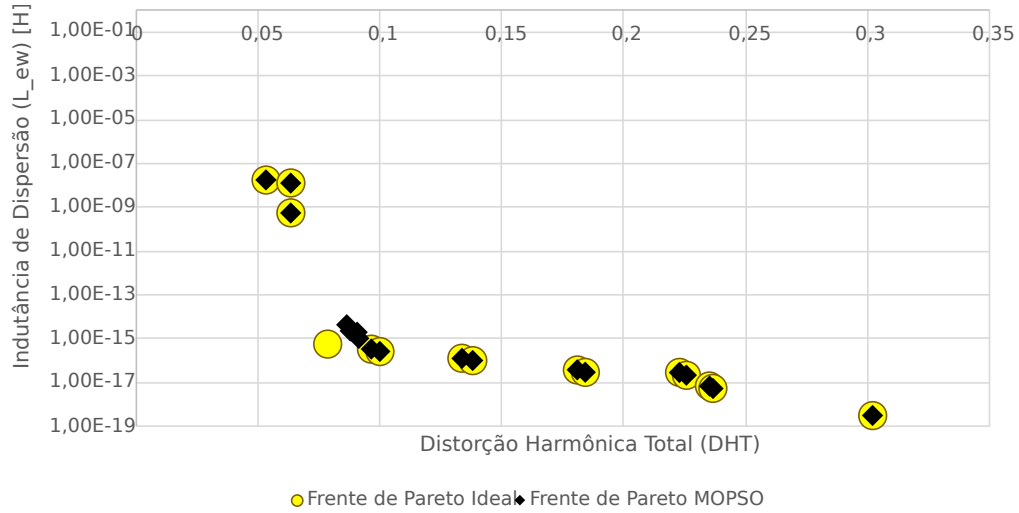
Número de camadas $n_{lay} = [1, 2]$

Passo de bobina $y = [1, 6]$

Na [Figura 7.2](#) representado em círculos amarelos está a fronteira de Pareto ideal, cujo valores calculados estão na [Tabela 7.4](#), e em losangos pretos está a fronteira de Pareto computada pelo MOPSO, apresentada na [Tabela 7.5](#). Na [Figura 7.2](#) o eixo das ordenadas

L_{ew} , em henry (H), está em escala logarítmica de base 10, enquanto o eixo das abscissas DHT está em escala aritmética, para melhor apresentação da figura.

Figura 7.2 – Fronteira de Pareto ideal e MOPSO para o cenário de validação 2.



Fonte: do autor, 2022.

Tabela 7.4 – Valores computados da fronteira de Pareto ideal do cenário de validação 2.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	$L_{ew}[H]$
6	180	3	1	1	0,05325357	1,74934E-08
6	180	5	1	1	0,06343477	1,25711E-08
6	180	5	2	6	0,063435867	5,43632E-10
6	168	5	2	6	0,078554096	5,66157E-16
6	162	5	2	5	0,096481773	3,29769E-16
6	168	5	2	5	0,099979424	2,57034E-16
6	162	5	2	4	0,13365682	1,26583E-16
6	168	5	2	4	0,138080912	9,8648E-17
6	162	5	2	3	0,180970157	3,73344E-17
6	168	5	2	3	0,184290755	2,90916E-17
6	132	5	2	2	0,22290722	2,86225E-17
6	138	5	2	2	0,225747661	2,10986E-17
6	162	5	2	2	0,23522222	6,83259E-18
6	168	5	2	2	0,236640977	5,3236E-18
6	168	5	2	1	0,302106803	3,0609E-19

No cenário de validação 2 a performance do algoritmo foi de 93%, encontrando 14 das 15 soluções ótimas globais.

Tabela 7.5 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de validação 2.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	$L_{ew}[H]$
6	180	3	1	1	0,05325357	1,74934E-08
6	180	5	1	1	0,06343477	1,25711E-08
6	180	5	2	6	0,063435867	5,43632E-10
6	144	5	2	6	0,086392749	4,28516E-15
6	138	5	2	6	0,087806476	2,23575E-15
6	144	5	2	5	0,090690319	1,94726E-15
6	138	5	2	5	0,091362469	1,01628E-15
6	162	5	2	5	0,096481773	3,29769E-16
6	168	5	2	5	0,099979424	2,57034E-16
6	162	5	2	4	0,13365682	1,26583E-16
6	168	5	2	4	0,138080912	9,8648E-17
6	162	5	2	3	0,180970157	3,73344E-17
6	168	5	2	3	0,184290755	2,90916E-17
6	132	5	2	2	0,22290722	2,86225E-17
6	138	5	2	2	0,225747661	2,10986E-17
6	162	5	2	2	0,23522222	6,83259E-18
6	168	5	2	2	0,236640977	5,3236E-18
6	168	5	2	1	0,302106803	3,0609E-19

7.2 Aplicação

Uma vez comprovada a exatidão do algoritmo de otimização nos teste da [seção 7.1](#), obtendo-se em todos os casos uma precisão maior que 90%, pode-se extrapolar a metodologia de resolução para casos com vastos espaços de busca e de configurações complexas, conforme a [Tabela 7.6](#).

Tabela 7.6 – Cenários de aplicação.

Cenário	m	Z	p	n_{lay}	y	Possibilidades
1	3	3 a 300	1 a 6	1 a 2	1 a 4	8940
2	5 a 7	70 a 210	1 a 6	1 a 2	1 a 4	12690
3	9 a 12	90 a 250	1 a 5	1 a 2	1 a 8	28980

Fonte: do autor, 2022.

Para os casos de aplicação descritos nesta seção aos quais o algoritmo foi submetido tem-se a fronteira de Pareto computada pelo MOPSO e não há comparação entre com a solução ideal (ótimos globais) pois, conforme elucidado na [seção 4.3](#), há elevado esforço computacional na exploração integral dos espaços de busca, inviabilizando esse tipo de solução.

7.2.1 Cenário de Aplicação 1

Conforme a [Tabela 7.6](#), o espaço de busca pertencente ao cenário de aplicação 1 é mostrado abaixo, sendo um sistema trifásico que abrange enrolamentos de camada única e dupla.

Número de fases $m = 3$

Número de ranhuras $Z = [3, 300]$

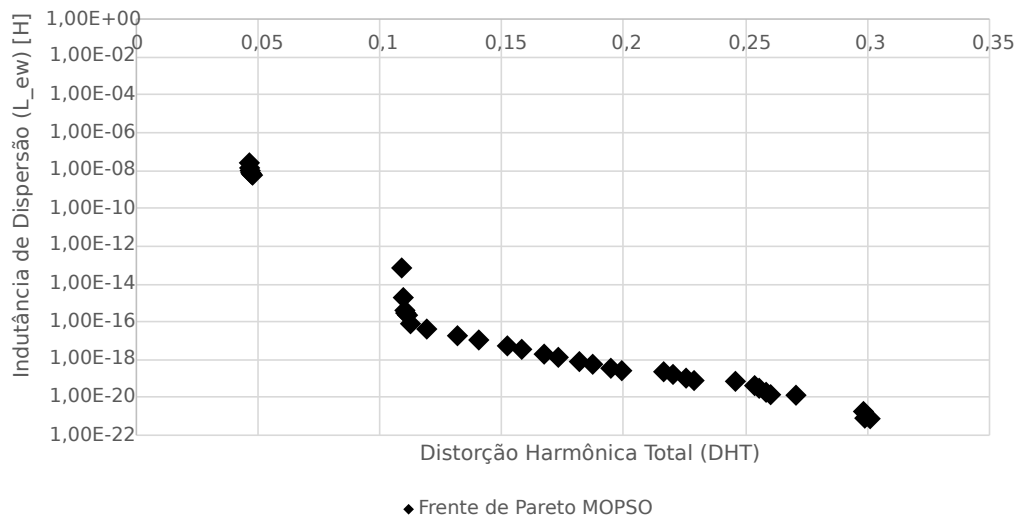
Número de pares de polos $p = [1, 6]$

Número de camadas $n_{lay} = [1, 2]$

Passo de bobina $y = [1, 4]$

Na [Figura 7.3](#), em losangos pretos há a fronteira de Pareto computada pelo MOPSO, representada na [Tabela 7.7](#). Na [Figura 7.3](#) o eixo das ordenadas L_{ew} , em henry (H), está em escala logarítmica de base 10, enquanto o eixo das abscissas DHT está em escala aritmética, para melhor apresentação da figura.

Figura 7.3 – Fronteira de Pareto computada pelo MOPSO para o cenário de aplicação 1.



Fonte: do autor, 2022.

Os resultados encontrados, que somam 36 enrolamentos distintos, demonstram uma distribuição de soluções satisfatória na frende de Pareto, indicativo de não enviesamento prematuro da solução, conforme esperado.

Tabela 7.7 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de aplicação 1.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	$L_{ew}[H]$
3	300	1	1	1	0,046412592	2,54685E-08
3	300	2	1	1	0,046525203	1,35608E-08
3	288	3	1	1	0,04674206	9,66146E-09
3	288	4	1	1	0,047030254	7,6781E-09
3	300	5	1	1	0,047287619	6,41946E-09
3	288	6	1	1	0,047817143	5,69657E-09
3	135	6	2	4	0,108964037	6,90271E-14
3	114	5	2	4	0,109607722	1,90701E-15
3	117	5	2	4	0,110280697	4,00731E-16
3	123	5	2	4	0,110590196	2,86681E-16
3	111	5	2	4	0,111337548	2,22307E-16
3	129	5	2	4	0,112516436	7,80792E-17
3	141	5	2	4	0,119268193	4,18081E-17
3	159	5	2	4	0,131770495	1,81006E-17
3	171	5	2	4	0,140607859	1,0856E-17
3	189	5	2	4	0,152322532	5,40355E-18
3	201	5	2	4	0,158207354	3,50572E-18
3	219	5	2	4	0,167387547	1,92781E-18
3	231	5	2	4	0,173239717	1,32494E-18
3	249	5	2	4	0,181873879	7,85137E-19
3	261	5	2	4	0,187349427	5,63933E-19
3	279	5	2	4	0,194752554	3,54179E-19
3	291	5	2	4	0,199220998	2,63406E-19
3	249	5	2	3	0,216408286	2,31333E-19
3	261	5	2	3	0,220234822	1,66147E-19
3	279	5	2	3	0,225576538	1,0434E-19
3	291	5	2	3	0,228901562	7,75948E-20
3	297	4	2	3	0,245870062	7,12544E-20
3	249	5	2	2	0,253750879	4,23058E-20
3	261	5	2	2	0,255633091	3,03832E-20
3	279	5	2	2	0,258490148	1,90794E-20
3	291	5	2	2	0,260258561	1,41884E-20
3	297	4	2	2	0,270665744	1,30288E-20
3	297	5	2	1	0,298421498	1,84649E-21
3	291	5	2	1	0,298942353	8,15406E-22
3	297	4	2	1	0,301084264	7,48759E-22

7.2.2 Cenário de Aplicação 2

O espaço de busca pertencente ao cenário de aplicação 2 está relacionado abaixo, assim como na [Tabela 7.6](#), sendo sistemas normais e não reduzidos que abrangem enrolamentos de camada única e dupla.

Número de fases $m = [5, 7]$

Número de ranhuras $Z = [70, 210]$

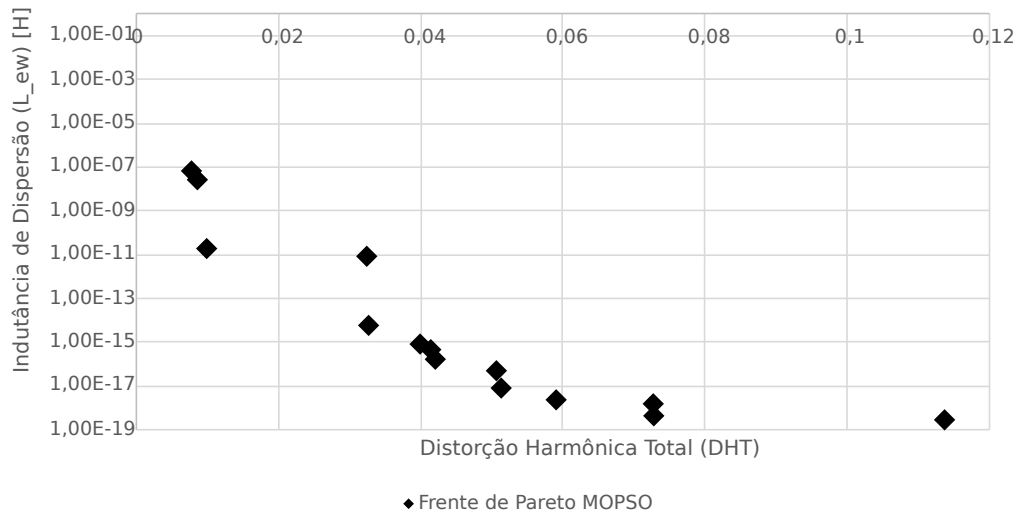
Número de pares de polos $p = [1, 6]$

Número de camadas $n_{lay} = [1, 2]$

Passo de bobina $y = [1, 4]$

Na [Figura 7.4](#), em losangos pretos há a fronteira de Pareto computada pelo MOPSO, representada na [Tabela 7.8](#). Na [Figura 7.4](#) o eixo das ordenadas L_{ew} , em henry (H), está em escala logarítmica de base 10, enquanto o eixo das abscissas DHT está em escala aritmética, para melhor apresentação da figura.

Figura 7.4 – Fronteira de Pareto computada pelo MOPSO para o cenário de aplicação 2.



Fonte: do autor, 2022.

Novamente, observa-se uma distribuição satisfatória das soluções na fronteira de Pareto encontrada, computando valores em ambos limites de DHT e L_{ew} .

7.2.3 Cenário de Aplicação 3

Assim como nos casos anteriores, o cenário de aplicação 3 e seu espaço de busca estão relacionados abaixo e na [Tabela 7.6](#), composto por sistemas normais e não reduzidos

Tabela 7.8 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de aplicação 2.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	$L_{ew}[\text{H}]$
9	216	4	2	3	0,005964989	8,7551E-12
11	176	1	2	8	0,008666662	8,15585E-12
11	242	3	2	8	0,011195736	1,30466E-14
11	231	4	2	8	0,011558415	9,73349E-16
11	231	4	2	7	0,015147068	5,40537E-16
11	231	2	2	5	0,016674807	5,32709E-16
11	231	4	2	6	0,017174628	2,75434E-16
11	231	4	2	5	0,018132869	1,24895E-16
11	231	4	2	4	0,025502405	4,78866E-17
11	231	4	2	3	0,02854818	1,4111E-17
11	231	5	2	2	0,040938569	1,29628E-17
11	209	4	2	2	0,041259756	5,18423E-18
11	231	4	2	2	0,042603095	2,58083E-18
11	242	5	2	1	0,076101279	2,15028E-18
11	209	5	2	1	0,0764143	1,50403E-18
11	231	5	2	1	0,076485408	7,45075E-19
11	209	4	2	1	0,076545759	2,98002E-19
11	231	4	2	1	0,076686595	1,4834E-19

que abrangem enrolamentos de camada única e dupla.

Número de fases $m = [9, 12]$

Número de ranhuras $Z = [90, 250]$

Número de pares de polos $p = [1, 5]$

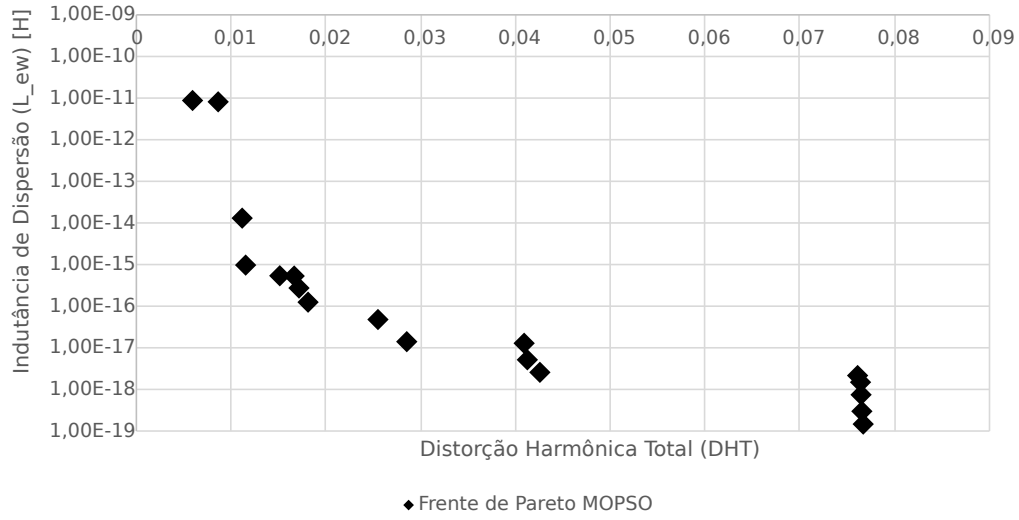
Número de camadas $n_{lay} = [1, 2]$

Passo de bobina $y = [1, 8]$

Na [Figura 7.5](#), em losangos pretos há a fronteira de Pareto computada pelo MOPSO, representada na [Tabela 7.9](#). Na [Figura 7.5](#) o eixo das ordenadas L_{ew} , em henry (H), está em escala logarítmica de base 10, enquanto o eixo das abscissas DHT está em escala aritmética, para melhor apresentação da figura.

Uma vez mais, tem-se boa distribuição das soluções na fronteira de Pareto computada.

Figura 7.5 – Fronteira de Pareto computada pelo MOPSO para o cenário de aplicação 3.



Fonte: do autor, 2022.

Tabela 7.9 – Valores computados da fronteira de Pareto MOPSO do cenário de aplicação 3.

m	Z	p	n_{lay}	y	DHT	L_{ew} [H]
7	210	1	1	1	0,00779756	6,58638E-08
7	210	3	1	1	0,008623251	2,59245E-08
7	210	5	2	3	0,009915332	1,87753E-11
7	210	3	2	4	0,032433084	8,35537E-12
7	210	4	2	4	0,032692391	5,7791E-15
7	203	4	2	4	0,039948182	8,26489E-16
7	175	3	2	4	0,041451318	4,58382E-16
7	203	3	2	4	0,042076484	1,6338E-16
7	203	5	2	3	0,05065965	5,01271E-17
7	203	6	2	4	0,051346289	7,99278E-18
7	203	6	2	3	0,059062714	2,35588E-18
5	205	6	2	3	0,07273258	1,54384E-18
7	203	6	2	2	0,07280063	4,30955E-19
5	205	6	2	2	0,113725216	2,82406E-19

8 Conclusão

8.1 Conclusões da pesquisa

Ao realizar a otimização de minimização biobjetiva através da metaheurística de enxame de partículas da distorção harmônica total da curva de força magnetomotriz e da indutância de dispersão de cabeça de bobina com esforço computacional cerca de 20 vezes menor do que seria empregado na busca completa no espaço de soluções o algoritmo se mostrou eficaz na otimização de parâmetros construtivos de máquinas elétricas. Foram obtidas exatidões superiores a 90% durante os testes de validação, demonstrando a assertividade no encontro de soluções ótimas. Assim, a aplicação torna-se útil na resolução de espaços de busca complexo e extensos.

Para uma máquina elétrica qualquer de enrolamentos factíveis a aplicação é capaz de gerar graficamente a composição do diagrama de enrolamento através da WDT e a estrela de fasores. Uma vez que o enrolamento se mostra simétrico, pode-se computar a composição por fase da curva de FMM e sua respectiva aproximação pela série de Fourier, cumprindo assim o objetivo de demonstrar graficamente os resultados ao usuário.

8.2 Sugestões para trabalhos futuros

Visto o potencial da solução resultante da pesquisa, propõem-se os seguintes avanços de implementações e refinamentos como sugestão para futuros trabalhos:

- Inclusão de enrolamentos com topologia concêntrica;
- Inclusão da influência da geometria da ranhura na curva de FMM;
- Inclusão da capacidade de análise e otimização para enrolamentos com ranhuras faltantes e com passos de bobina distintos para o mesmo enrolamento;
- Inclusão de outras metaheurísticas, como colônia de formigas e enxame de abelhas, assim como algoritmos evolucionários, como opções de solucionadores do estudo em questão. Ainda, refinar o tempo de execução das metaheurísticas;
- Otimização simultânea de outros tipos de indutância de dispersão, como descrito no [Capítulo 4](#), considerando a geometria da máquina e os formatos das bobinas;
- Otimização simultânea de dissipação de calor e eficiência térmica dos enrolamentos;

- Ampliação da capacidade gráfica de resultados da aplicação com diagrama de enrolamento em coordenadas polares, FMM em coordenadas polares sobreposta ao esquemático de enrolamento da máquina. Possibilitar ao usuário o desenho de geometrias a serem consideradas na otimização;
- Disponibilização da solução para acesso *online* em aplicação *web*;

Referências

BIANCHI, N.; PRÈ, M. D. Use of the star of slots in designing fractional-slot single-layer synchronous motors. IEE Proceedings-Electric Power Applications, IET, v. 153, n. 3, p. 459–466, 2006. Citado na página 25.

BROWNLEE, J. Clever algorithms: nature-inspired programming recipes. [S.l.]: Jason Brownlee, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 69.

CARUSO, M. et al. A general mathematical formulation for winding layout arrangement of electrical machines. Energies, v. 11, n. 2, 2018. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/11/2/446>>. Citado 3 vezes nas páginas 25, 41 e 45.

CHEN, X.; WANG, J. Magnetomotive force harmonic reduction techniques for fractional-slot non-overlapping winding configurations in permanent-magnet synchronous machines. Chinese Journal of Electrical Engineering, v. 3, n. 2, p. 102–113, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 26.

COELLO, C. C.; LECHUGA, M. S. Mopso: A proposal for multiple objective particle swarm optimization. In: IEEE. Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No. 02TH8600). [S.l.], 2002. v. 2, p. 1051–1056. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 70.

FRANCO, A. L. C. Otimização aplicada ao projeto de enrolamentos de máquinas CA. Tese (Doutorado), 2015. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 26.

GUPTA, S. K. et al. A review on developments of polyphase machines. Journal of Information and Optimization Sciences, Taylor Francis, v. 41, n. 1, p. 327–343, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/02522667.2020.1721628>>. Citado na página 23.

HADŽISELIMOVIČ, M. et al. Winding type influence on efficiency of an induction motor. Przegľad Elektrotechniczny, R. 87, nr 3, p. 61–64, 2011. Citado na página 23.

HAGUE, B. The mathematical treatment of the magnetomotive force of armature windings. Journal of the Institution of Electrical Engineers, IET, v. 55, n. 268, p. 489–514, 1917. Citado na página 25.

HAGUE, B. The mathematical treatment of the magnetomotive force of armature windings. The Journal of The Institution of Electrical Engineers, v. 55, n. 268, p. 489–514, Jul 1917. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 56.

HAGUE, B. The Principles of Electromagnetism Applied to Electrical Machines:(formerly Titled: Electromagnetic Problems in Electrical Engineering). [S.l.]: Dover Publications, 1962. v. 246. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

JOKINEN, T.; HRABOVCOVA, V.; PYRHONEN, J. Design of rotating electrical machines. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado 13 vezes nas páginas 24, 28, 32, 35, 36, 38, 40, 41, 61, 62, 63, 65 e 66.

LIPO, T. A. Introduction to AC machine design. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 23, 25, 40 e 64.

- LIU, D. et al. A multiobjective memetic algorithm based on particle swarm optimization. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), IEEE, v. 37, n. 1, p. 42–50, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 74.
- LIWSCHITZ-GARIK, M. Electric machinery. [S.l.]: Van Nostrand, 1946. v. 2. Citado na página 64.
- REYES-SIERRA, M.; COELLO, C. C. et al. Multi-objective particle swarm optimizers: A survey of the state-of-the-art. International journal of computational intelligence research, v. 2, n. 3, p. 287–308, 2006. Citado 5 vezes nas páginas 26, 69, 70, 72 e 74.
- SCHMITZ, N. L.; NOVOTNY, D. W. Introductory electromechanics. [S.l.]: Ronald Press, 1965. Citado na página 25.
- SILVA, R. C. P. et al. Multiple operating points based optimization: Application to fractional slot concentrated winding electric motors. IEEE Transactions on Industrial Electronics, v. 65, n. 2, p. 1719–1727, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 26.
- SMOLENSKY, A. I. Electrical machines. [S.l.]: Mir, 1983. Citado 4 vezes nas páginas 25, 30, 33 e 34.

Apêndices

APÊNDICE A – Exemplo de Otimização por Enxame de Partículas Monobjetivo

Para ilustração da dinâmica de funcionamento do PSO, considere o caso em que se queira otimizar, através da minimização, uma função de avaliação $f(x_1, x_2)$:

$$\text{Objetivo: } \min [f(x_1, x_2)]$$

$$\text{Função de Avaliação: } f(x_1, x_2) = 1 + x_1^2 + x_2^2$$

$$\text{Restrição: } \begin{cases} x_1 \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x_1 \leq 10 \\ x_2 \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x_2 \leq 10 \end{cases}$$

A função $f(x_1, x_2)$ é um paraboloide centrado no terceiro eixo e $\min[f(x_1, x_2)] = f(0, 0) = 1$, logo, a solução ótima está em $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.

Para esta resolução foram utilizados $c_1 = 0,2$, $c_2 = 1$ e $W = 0,15$.

Instanciando-se 5 partículas aleatoriamente no espaço de busca, conforme a [Figura A.1](#) tem-se o ponto de partida para o algoritmo de otimização. Na figura, ao lado esquerdo está a superfície delimitada por $f(x_1, x_2)$ em tons de cinza, os pontos azuis são os valores da função de avaliação aplicados nas posições das partículas $f(\vec{p}_{i,t}(\vec{x}))$ sendo $\vec{p}_{i,t}(\vec{x}) = [x_{1_i}, x_{2_i}]$ a posição da i -ésima partícula. Ainda, destacado na cor verde, está o melhor valor da função de avaliação do enxame, $f(\vec{p}_{gbest})$.

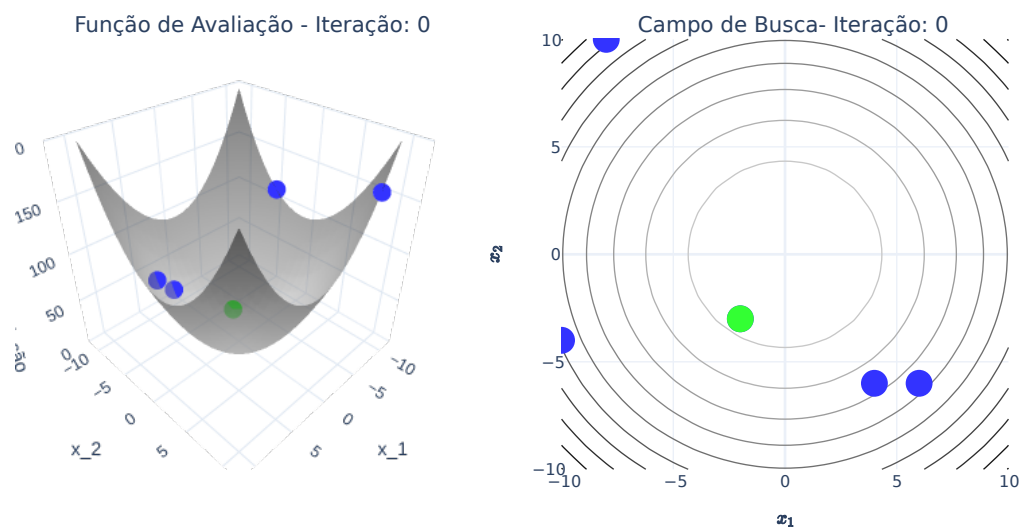
Já no lado direito da [Figura A.1](#) tem-se as curvas de nível da projeção de $f(x_1, x_2)$. Os pontos azuis representam as posições das partículas $\vec{p}_{i,t}(\vec{x})$ e, destacado em verde, a posição \vec{p}_{gbest} da partícula que possui a melhor função de avaliação do enxame.

Para esta primeira iteração tem-se $\vec{p}_{gbest} = [-2; -3]$ e $f(\vec{p}_{gbest}) = 14$.

Na [Figura A.2](#) há a atualização das posições e valores da função de avaliação das partículas para a iteração 1. O movimento de cada partícula no espaço de busca pode ser acompanhado pelo rastro de posição e trajetória representado em tons semitransparentes. Uma vez que as velocidades utilizadas na atualização das posições foram instanciadas aleatoriamente, as partículas se movem de forma aleatória e podem se distanciar da região de soluções ótimas, como é possível se observar na [Figura A.2](#). Porém, uma das partículas se aproxima do ponto ótimo e tem-se agora $\vec{p}_{gbest} = [-1; -1]$ e $f(\vec{p}_{gbest}) = 3$.

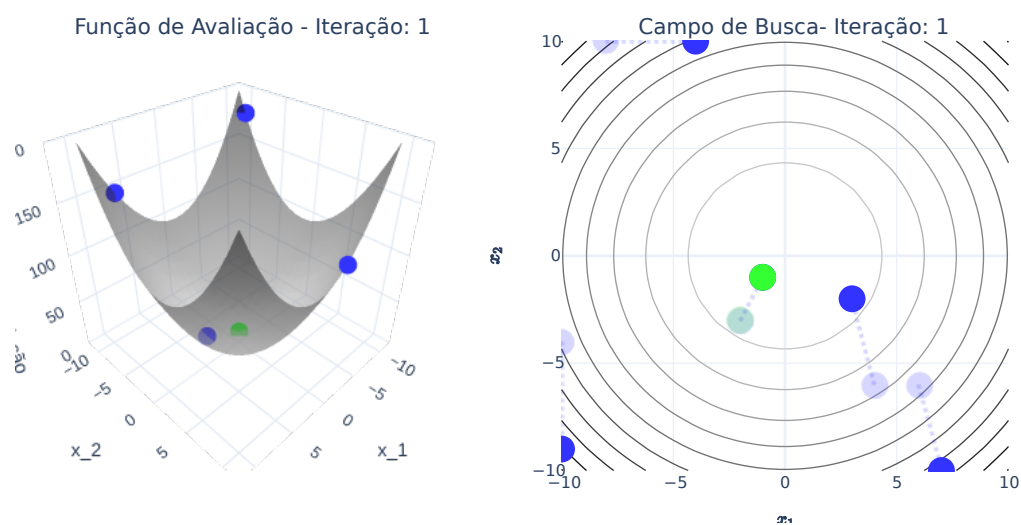
A atualização para a iteração 2 está representada na [Figura A.3](#). Mais uma vez, há um avanço em direção a solução ótima chegando em $\vec{p}_{gbest} \cong [-0,85; -0,7]$ e $f(\vec{p}_{gbest}) \cong 2,21$. É possível perceber que o movimento das partículas tende a se orientar

Figura A.1 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensional por enxame de partículas na iteração de número 0.



Fonte: do autor, 2022.

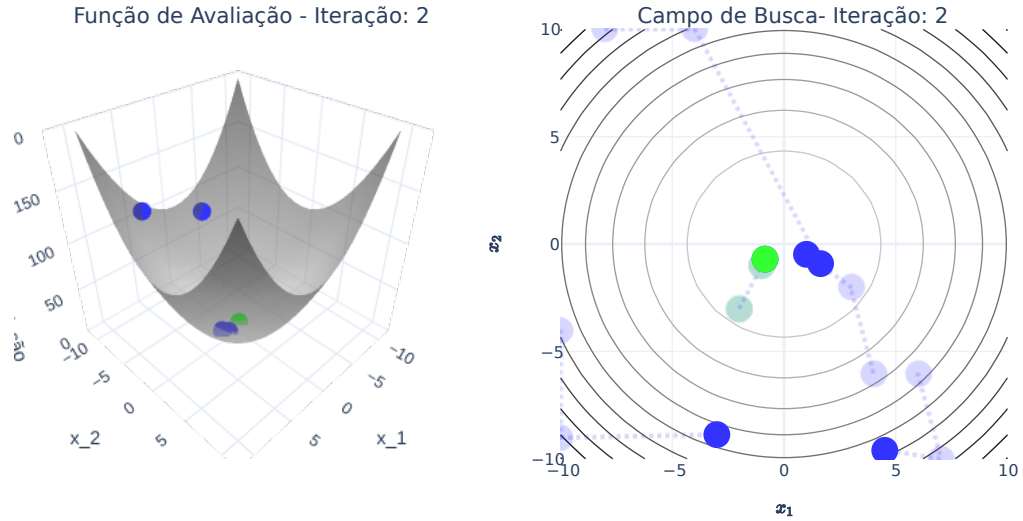
Figura A.2 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensional por enxame de partículas na iteração de número 1.



Fonte: do autor, 2022.

pela posição de \vec{p}_{gbest} , fazendo-as aproximarem-se da melhor solução encontrada até o momento.

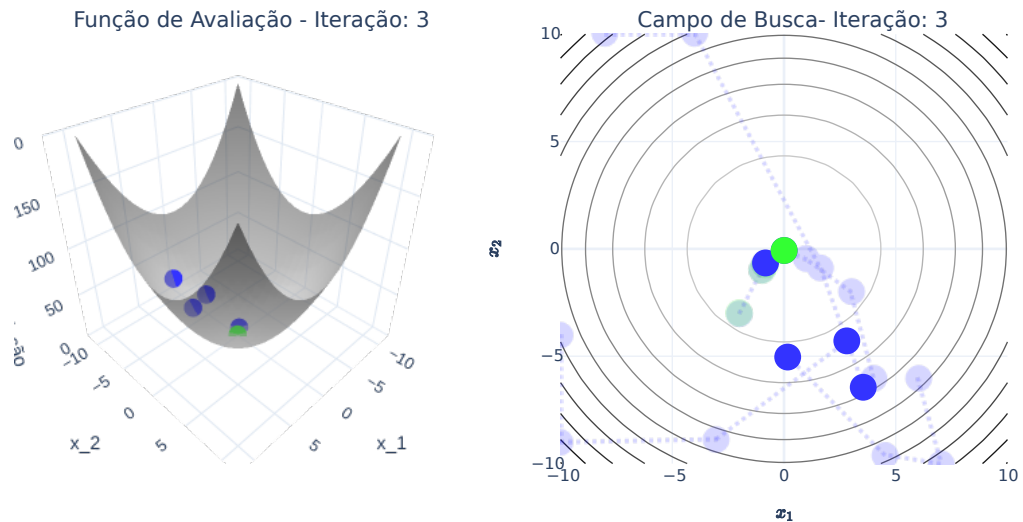
Figura A.3 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensional por enxame de partículas na iteração de número 2.



Fonte: do autor, 2022.

Outro avanço é representado na iteração 3 da [Figura A.4](#) onde $\vec{p}_{gbest} \cong [-0,01; -0,07]$ e $f(\vec{p}_{gbest}) \cong 1,01$, se aproximando satisfatoriamente da solução ótima.

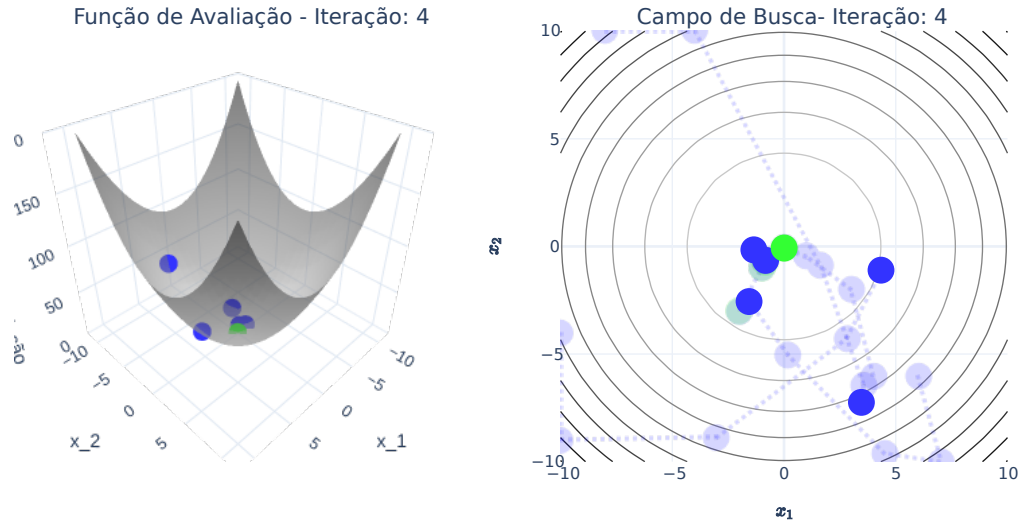
Figura A.4 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensional por enxame de partículas na iteração de número 3.



Fonte: do autor, 2022.

Por fim, na Figura A.5 tem-se a permanência de \vec{p}_{gbest} com as partículas tendendo a se direcionar para o ponto de solução ótima, conforme esperado.

Figura A.5 – Exemplo de otimização monobjetiva em um espaço de busca bidimensional por enxame de partículas na iteração de número 4.



Fonte: do autor, 2022.

Na Tabela A.1 estão os valores de $f(\vec{p}_{gbest})$ e \vec{p}_{gbest} computados que foram utilizados na ilustração da otimização por enxame de partículas da Figura A.1 à Figura A.5. Na Tabela A.2, Tabela A.3, Tabela A.4, Tabela A.5 e Tabela A.6 estão representados, respectivamente, os valores de $f(\vec{p}_i)$, \vec{p}_i , \vec{v}_i , \vec{p}_i^{best} para as partículas 1, 2, 3, 4 e 5, além das constantes aleatórias r_{1i} e r_{2i} .

Tabela A.1 – Valores computados de $f(\vec{p}_{gbest})$ e \vec{p}_{gbest} para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.

Iteração	$f(\vec{p}_{gbest})$	\vec{p}_{gbest}
0	14,00	[-2; -3]
1	3,00	[-1; -1]
2	2,21	[-0,85; -0,7]
3	1,01	[0,01; -0,07]
4	1,01	[0,01; -0,07]

Fonte: do autor, 2022.

Tabela A.2 – Valores computados para partícula 1 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.

Iteração	$f(\vec{p}_1)$	\vec{p}_1	\vec{v}_1	\vec{p}_1^{best}	r_{11}	r_{21}
0	14,00	[-2; -3]	[1; 2]	[-2; -3]	0,94	0,62
1	3,00	[-1; -1]	[0,15; 0,3]	[-1; -1]	0,44	0,01
2	2,21	[-0,85; -0,7]	[0,02; 0,05]	[-0,85; -0,7]	0,44	0,95
3	2,11	[-0,83; -0,66]	[0; 0,01]	[-0,83; -0,66]	0,13	0,29
4	2,10	[-0,82; -0,65]	[0,24; 0,17]	[-0,82; -0,65]	0,49	0,80

Fonte: do autor, 2022.

Tabela A.3 – Valores computados para partícula 2 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.

Iteração	$f(\vec{p}_2)$	\vec{p}_2	\vec{v}_2	\vec{p}_2^{best}	r_{12}	r_{22}
0	73,00	[6; -6]	[1; -4]	[6; -6]	0,46	0,33
1	150,00	[7; -10]	[-2,49; 0,39]	[6; -6]	0,08	0,49
2	113,68	[4,51; -9,61]	[-4,34; 4,57]	[4,51; -9,61]	0,32	0,20
3	26,42	[0,16; -5,04]	[-1,73; 2,48]	[0,16; -5,04]	0,17	0,54
4	10,01	[-1,56; -2,56]	[-0,35; 3,08]	[-1,56; -2,56]	0,52	0,87

Fonte: do autor, 2022.

Tabela A.4 – Valores computados para partícula 3 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.

Iteração	$f(\vec{p}_3)$	\vec{p}_3	\vec{v}_3	\vec{p}_3^{best}	r_{13}	r_{23}
0	53,00	[4; -6]	[-1; 4]	[4; -6]	0,85	0,31
1	14,00	[3; -2]	[-1,99; 1,52]	[3; -2]	0,09	0,18
2	2,24	[1,01; -0,48]	[-1; 0,4]	[1,01; -0,48]	0,37	0,65
3	1,01	[0,01; -0,07]	[-1,36; -0,08]	[0,01; -0,07]	0,60	0,23
4	2,85	[-1,35; -0,16]	[-0,2; -0,01]	[0,01; -0,07]	0,97	0,21

Fonte: do autor, 2022.

Tabela A.5 – Valores computados para partícula 4 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.

Iteração	$f(\vec{p}_4)$	\vec{p}_4	\vec{v}_4	\vec{p}_4^{best}	r_{14}	r_{24}
0	117,00	[-10; -4]	[0; -5]	[-10; -4]	0,19	0,87
1	182,00	[-10; -9]	[6,99; 0,12]	[-10; -4]	0,33	0,53
2	88,82	[-3,01; -8,88]	[5,82; 4,59]	[-3,01; -8,88]	0,82	0,31
3	27,26	[2,81; -4,29]	[1,53; 3,18]	[2,81; -4,29]	0,33	0,41
4	21,05	[4,34; -1,1]	[-0,91; 2,19]	[4,34; -1,1]	0,61	0,49

Fonte: do autor, 2022.

Tabela A.6 – Valores computados para partícula 5 para as iterações de 0 a 4 do exemplo de ilustração da otimização por enxame de partículas.

Iteration	$f(\vec{p}_5)$	\vec{p}_5	\vec{v}_5	\vec{p}_5^{best}	r_{15}	r_{25}
0	165,00	[-8; 10]	[4; 0]	[-8; 10]	0,14	0,84
1	117,00	[-4; 10]	[5,64; -10,91]	[-4; 10]	1,00	0,35
2	4,51	[1,64; -0,91]	[1,91; -5,53]	[1,64; -0,91]	0,84	0,15
3	55,12	[3,54; -6,45]	[-0,08; -0,8]	[1,64; -0,91]	0,41	0,71
4	65,49	[3,46; -7,25]	[-2,68; 4,86]	[1,64; -0,91]	0,16	1,00

Fonte: do autor, 2022.