

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA,
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**OTIMIZAÇÃO DE ELEMENTOS PRÉ-
MOLDADOS DE CONCRETO: LAJES
ALVEOLARES E VIGAS COM CABO RETO**

REBECA FREITAS VASCONCELOS

D0097E14
GOIÂNIA
2014

REBECA FREITAS VASCONCELOS

**OTIMIZAÇÃO DE ELEMENTOS PRÉ-
MOLDADOS DE CONCRETO: LAJES
ALVEOLARES E VIGAS COM CABO RETO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Mecânica das Estruturas

Orientadora: Sylvia Regina Mesquita de Almeida, DSc.

D0097E14

GOIÂNIA

2014

Ficha catalográfica elaborada automaticamente
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Freitas Vasconcelos, Rebeca
Otimização de Elementos Pré-Moldados de Concreto: Lajes
Alveolares e Vigas com Cabo Reto [manuscrito] / Rebeca Freitas
Vasconcelos. - 2014.
118 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Sylvania Regina Mesquita de Almeida.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de
Engenharia Civil (EEC) , Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Civil - Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, Goiânia, 2014.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista
de tabelas.

1. Otimização Paramétrica. 2. Branch and Bound. 3. Protensão. 4.
Concreto Pré-Moldado. 5. Lajes Alveolares. I. Mesquita de Almeida,
Sylvia Regina, orient. II. Título.

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	Rebeca Freitas Vasconcelos				
E-mail:	rebeca.eng@gmail.com				
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim		<input type="checkbox"/> Não		
Vínculo empregatício do autor	Nenhum				
Agência de fomento:	CAPES			Sigla:	CAPES
País:	Brasil	UF:	GO	CNPJ:	
Título:	Otimização de Elementos Pré-Moldados de Concreto: Lajes Alveolares e Vigas com Cabo Reto				
Palavras-chave:	Otimização paramétrica; <i>Branch and Bound</i> ; Protensão; Concreto pré-moldado; Lajes Alveolares; Vigas com cabo reto.				
Título em outra língua:	Optimization of precast concrete components: hollow core panels and pretensioned beams				
Palavras-chave em outra língua:	Parametric optimization; <i>Branch and Bound</i> ; Prestressing; Precast concrete; Hollow core slabs; beams with straight cable.				
Área de concentração:	Mecânica das estruturas				
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	26/08/2014				
Programa de Pós-Graduação:	Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil (PPG-GECON)				
Orientador (a):	Sylvia Regina Mesquita de Almeida				
E-mail:	sylviaalm@gmail.com				

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Rebeca Freitas Vasconcelos Data: 11 / 04 / 16
Assinatura do (a) autor (a)

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.



Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil

FOLHA DE APROVAÇÃO

Otimização de Elementos Pré-Moldados de Concreto: Lajes Alveolares e Vigas com Cabo Reto

Rebeca Freitas Vasconcelos

Dissertação defendida e aprovada pela banca constituída pelos senhores:

Prof.ª Dr.ª Sylvia Regina Mesquita de Almeida (GECON/UFG)

Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo (GECON/UFG)

Prof. Dr. Ricardo Carrazedo (USP-São Carlos)

Goiânia, 26 de agosto de 2014

A Deus e ao meu esposo, Luís Henrique.

A eles meu eterno amor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, autor da vida e redentor, por me dar a vida, me capacitar, me sustentar e ser o motivo da minha alegria. A Ele toda honra e toda glória.

Ao meu esposo, Luís Henrique, pelo apoio em quaisquer circunstâncias, por nunca me deixar desistir, por desempenhar as minhas funções em momentos cruciais para que a nossa vida e nossa casa não se tornassem um caos, por seu amor, carinho, compreensão, orgulho e admiração que são as minhas motivações para ir além.

A minha querida orientadora, Sylvia, por sua incrível paciência, por ser meu exemplo de profissional, pelas orientações e ensinamentos e por tornar cada encontro uma lição de vida.

A minha família, pelo apoio, compreensão e por nossos momentos de descontração que tornaram esse período mais agradável.

Aos professores da área de estruturas do PPG-GECON, pelas críticas e elogios que me fizeram crescer, por fazerem de mim uma mestre e pelo prazer de ensinar.

Aos meus colegas de turma, pelas trocas de conhecimento, por compartilharmos momentos de preocupação, angústia, e muitas risadas.

Ao secretário do programa, Ricardo, por sua prontidão e eficiência em atender e tirar dúvidas.

À CAPES e à UFG, pelo apoio financeiro e instrumentos de estudo.

RESUMO

Este trabalho apresenta a aplicação de técnicas de otimização para o dimensionamento de lajes alveolares e vigas com cabo reto pré-moldadas e protendidas, considerando o cálculo tanto das perdas imediatas quanto das dependentes do tempo. Para as lajes, a formulação permite que o projetista obtenha as dimensões ótimas da altura do painel, dos diâmetros dos alvéolos e dos cabos, e do número de cabos. Nas vigas, são obtidas a altura da viga, o diâmetro e o número dos cabos. São, ainda, observadas as condições de serviço para esforços de flexão, limitações construtivas e condições de falha. Exemplos ilustrativos são apresentados usando o algoritmo de *Branch and Bound* e o *Lingo*(PLS). São feitos, ainda, comparativos entre o peso e o custo do painel e entre os resultados obtidos pelo algoritmo e tabelas de dimensionamento encontradas na literatura que seguem normas brasileiras. Conclui-se que o projeto ótimo apresenta inúmeras vantagens se comparado ao projeto convencional, que os métodos de variação discreta caracterizam melhor as variáveis ótimas do problema, que as restrições relativas às tensões normais do ELS são determinantes na obtenção das dimensões ótimas das estruturas e que painéis de menor peso não necessariamente representam o menor custo.

Palavras-chave: Otimização paramétrica; *Branch and Bound*; Protensão; Concreto pré-moldado; Lajes Alveolares; Vigas com cabo reto.

ABSTRACT

This work presents the application of optimization techniques for the design of hollow core slabs and beams with precast and prestressed straight cable, considering the calculation of both the immediate losses as the time-dependent. For the slabs formulation allows the designer to obtain the optimal dimensions of the height of the panel, the diameters of the cables and the alveoli, and the number of cables. The beams are obtained beam height, diameter and the number of cables. Are still subject to the conditions of service for bending stresses, constructive limitations and failure conditions. Illustrative examples are presented using the Branch and Bound algorithm and Lingo (PLS), further comparison is made between the weight and the cost of the panel, and from the results of the algorithm and sizing Munte tables that follow Brazilian standards. We conclude that the optimal design has many advantages compared to conventional design, methods of discrete variation that best characterize the optimal variables of the problem, restrictions on the normal stresses ELS are crucial in obtaining the optimal dimensions of the structures and lower panels weight does not necessarily represent the lowest cost.

Keywords: Parametric optimization; Branch and Bound; Prestressing; Precast concrete; Hollow core slabs; beams with straight cable.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Variação da deformação lenta irreversível, $\varepsilon_{ccf}(t)$, com o tempo.....	51
Figura 2.2 - Variação de $\beta_f(t)$	54
Figura 2.3 - Variação do $\beta_s(t)$	55
Figura 3.1 - Painéis alveolares: (a) pista de protensão; (b) colocação na obra	59
Figura 3.2 – Características geométricas do painel alveolar.....	60
Figura 3.3 - Posição da linha neutra no painel, demarcando a área resistente do concreto. a) Linha neutra na capa de regularização. b) Linha neutra acima dos alvéolos. c) Linha neutra sobre os alvéolos	70
Figura 3.4 – Viga pré-moldada - colocação na obra.....	77
Figura 3.5 – Características geométricas da viga isostática	77
Figura 3.6 - Posição da linha neutra na viga, demarcando a área resistente do concreto. a) Linha neutra na laje. b) Linha neutra na mesa. c) Linha neutra na nervura.....	81
Figura 4.1 – Representação esquemática do algoritmo de <i>Branch and Bound</i>	86
Figura 5.1 – Características geométricas do painel alveolar.....	91
Figura 5.2 – Características geométricas da viga isostática	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Classes de agressividade ambiental.....	34
Tabela 2.2 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental	35
Tabela 3.1 - Carregamento apresentados nos painéis	62
Tabela 3.2 - Condições, combinações e limites para verificação de tensões normais.....	64
Tabela 3.3 - Coeficientes δ_{gi} , δ_{qi} e ψ_{q1} em cada etapa de análise.....	65
Tabela 3.4 - Carregamentos apresentados nas vigas.....	79
Tabela 3.5 - Coeficientes δ_{gi} , δ_{qi} e ψ_{q1} em cada etapa de análise.....	80
Tabela 5.1 - Parâmetros de projeto dos exemplos	90
Tabela 5.2 - Variáveis de projeto para exemplo 1	92
Tabela 5.3 - Parâmetros de projeto do exemplo 1	92
Tabela 5.4 - Resultados do exemplo 1	93
Tabela 5.5 – Perdas diferidas de protensão nas soluções do exemplo 1	94
Tabela 5.6 - Parâmetros da análise do exemplo 2	95
Tabela 5.7 - Estudo da adequação dos parâmetros adotados	96
Tabela 5.8 - Variáveis de projeto do exemplo 2.....	97
Tabela 5.9 - Resultados do exemplo 2	98
Tabela 5.10 - Resultados do exemplo 3	99
Tabela 5.11 - Variáveis de projeto do exemplo 4.....	101
Tabela 5.12 - Parâmetros de projeto do exemplo 4	101
Tabela 5.13 - Resultados do exemplo 4	101
Tabela 5.14 – Perdas diferidas de protensão nas soluções do exemplo 4.....	102
Tabela 5.15 - Resultados do exemplo 4	103
Tabela 5.16 - Resultados do exemplo 4	104
Tabela A.1 – Ações permanentes diretas agrupadas.....	109
Tabela A.2 – Ações permanentes diretas consideradas separadamente	110
Tabela A.3 – Ações variáveis consideradas conjuntamente	111
Tabela A.4 – Ações variáveis consideradas separadamente	111

Tabela A.5 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \gamma_{f3}$ para ELU	112
Tabela A.6 – Valores do coeficiente γ_{f2}	112
Tabela A.7 – Combinações últimas	113
Tabela A.8 – Combinações de serviço	113
Tabela A.9 - Valores de ψ_{1000} , em porcentagem	114
Tabela A.10 - Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração	115
Tabela A.11 - Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento	115
Tabela A.12 – Limites para deslocamento	117
Tabela A.13 – Tolerância de fabricação de elementos pré-moldados	119
Tabela A.14 - Coeficiente de minoração devido à superfície rugosa	120

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	- Associação Brasileira de Normas e Técnicas
B&B	- <i>Branch and Bound</i>
CAA	- Classe de Agressividade Ambiental
CAA I	- Classe de Agressividade Ambiental Fraca
CAA II	- Classe de Agressividade Ambiental Moderada
CAA III	- Classe de Agressividade Ambiental Forte
CAA IV	- Classe de Agressividade Ambiental Muito Forte
CAPES	- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CF	- Combinação frequente
CPI	- Cimento Portland Comum
CPII	- Cimento Portland Composto
CPIII	- Cimento Portland Auto-Forno
CPIV	- Cimento Portland Pozolâmico
CPV-ARI	- Cimento Portland de Alta Resistência Inicial
CQP	- Combinação quase permanente
CR	- Combinação rara
D	- Desfavorável
E	- Ações Excepcionais
ELS	- Estado Limite de Serviço
ELS-CE	- Estado Limite de Serviço de Compressões Excessivas
ELS-D	- Estado Limite de Serviço de Descompressão
ELS-DEF	- Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas
ELS-DP	- Estado Limite de Serviço de Descompressão Parcial

ELS-F	- Estado Limite de Serviço de Formação de Fissura
ELS-SN	- Estado Limite de Serviço de Solicitações Normais
ELS-VE	- Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas
ELS-W	- Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras
ELU	- Estado Limite Último
F	- Favorável
G	- Ações Permanentes
MSV	- Melhor solução viável
NBR	- Norma Brasileira
NV	- Solução não viável
PPG-GECON	- Programa de Pós-graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil
PLS	- Programação Linear Sequencial
Q	- Ações variáveis
RB	- Relaxação baixa
RC	- Restrição Construtiva
RELU	- Restrições do Estado Limite Último
RELS_D	- Restrições do Estado Limite de Serviço de Deformação
RFEND	- Restrição ao fendilhamento
RTN	- Restrição de Tensões Normais nas fases construtivas e em serviço do Estado Limite de Serviço
V	- Solução viável

LISTA DE SÍMBOLOS

a_p	- Área efetiva de um cabo
a_v	- Distância entre os pontos de momento nulo e máximo na peça
A_c	- Área de concreto da seção composta
A_{capa}	- Área da capa de regularização
A_{capap}^N	- Área de protensão necessária para absorver os esforços da capa de regularização
$A_{c,nerv}$	- Área da seção transversal do concreto da nervura
A_{laje}	- Área da laje
A_{mp}^N	- Área de protensão necessária para absorver os esforços da mesa
A_{np}^N	- Área de protensão necessária para absorver os esforços da nervura
A_p	- Área de protensão
A_p^N	- Área de protensão necessária
$A_{p\ região}^N$	- Área de protensão necessária para absorver os esforços da respectiva região
$A_{região}$	+ Área da respectiva região
A_s	- Área da seção transversal da viga
A_{sw}	- Área da armadura transversal
A_t	- Área da seção composta na viga
A_{spm}	- Área da seção transversal do painel
A_{viga}	- Área da seção transversal da viga
b	- Largura do painel / viga
b_f	- Largura útil da laje
B_i	- Largura inferior da viga
B_s	- Largura superior da viga
b_w	- Largura útil

b_w^{nerv}	- Largura útil da nervura
cob	- Cobrimento da armadura
d	- Altura útil
d_0	- Altura útil limite entre a mesa e a nervura
D_a	- Diâmetro dos alvéolos
D_p	- Diâmetro da armadura de protensão
e_p	- Excentricidade da armadura de protensão
E_{ci}	- Módulo de elasticidade tangente do concreto
E_{cs}	- Módulo de elasticidade secante do concreto, aos 28 dias
E_{cs_prot}	- Módulo de elasticidade secante do concreto no momento da protensão
E_p	- Módulo de elasticidade do aço
$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$	- Função do crescimento da resistência do concreto com a idade
f_{cd}	- Resistência de cálculo à compressão do concreto
$f_{cd\ capa}$	- Resistência de cálculo à compressão do concreto da capa de regularização
$f_{cd\ laje}$	- Resistência de cálculo à compressão do concreto da laje
f_{ck}	- Resistência característica à compressão do concreto do painel / da viga aos 28 dias
$f_{ck\ capa}$	- Resistência característica à compressão do concreto da capa de regularização aos 28 dias
f_{ckj}	- Resistência característica à compressão do concreto com j dias de idade
$f_{ck\ laje}$	- Resistência característica à compressão do concreto da laje aos 28 dias
$f_{ctd, fis}$	- Tensão resistente de fissuração
$f_{ctk, inf}$	- Resistência característica do concreto à tração
$f_{ct, m}$	- Resistência média do concreto à tração
f_{gl}	- Flecha devido a carga permanente do painel / da viga

f_{g2}	- Flecha devido a carga permanente da capa de regularização / da laje / do telhado
f_{g3}	- Flecha devido a carga permanente do revestimento
F_{obj}	- Função objetivo
f_p	- Flecha devido a protensão
f_{ptk}	- Resistência à tração do aço
f_{yd}	- Tensão de escoamento de cálculo do aço
f_{ywd}	- Tensão na armadura transversal passiva
f_{pyk}	- Tensão de escoamento característica do aço
f_q	- Flecha devido a carga variável de utilização
g_1	- Carga permanente do painel / viga
g_2	- Carga permanente da capa de regularização / laje / telhado
g_3	- Carga permanente do revestimento
g_{ed}	- Carga estática equivalente de cálculo permanente
g_k	- Carga estática característica permanente
h	- Altura do painel / viga
h_c	- Altura da capa de regularização
h_{fic}	- Espessura fictícia da peça
h_i	- Altura da parte retangular inferior da viga
h_{ii}	- Altura da parte triangular inferior da viga
hL	- Altura da laje
h_{pav}	- Espessura do revestimento
h_s	- Altura da parte retangular superior da viga
h_{si}	- Altura da parte triangular superior da viga
I_{base}	-
I_c	- Momento de inércia da seção do pré-moldado

I	- Inferior
inf	- Inferior
I_s	- Momento de inércia da viga
I_{spm}	- Momento de inércia da seção transversal do painel
I_{st}	- Momento de inércia total em relação ao novo centro de gravidade
k	- Meia altura do núcleo de rigidez na nervura
l_{pt1}	- Valor inferior de projeto para o comprimento de transmissão
L	- Comprimento do painel / viga
L_0	- Comprimento inicial do cabo
L_{grade}	- Comprimento do cabo que excede
L_{pista}	- Comprimento da pista
M_{capad}	- Momento absorvido pela capa de regularização
$M_{d,max}$	- Momento máximo de projeto
M_g	- Momento devido às cargas permanentes
M_{g1}	- Momento devido à carga permanente do painel /da viga
M_{g2}	- Momento devido à carga permanente da capa de regularização / da laje / do telhado
M_{g3}	- Momento devido à carga permanente do revestimento
M_{lajed}	- Momento absorvido pela laje
M_{md}	- Momento absorvido pela mesa
M_{nd}	- Momento absorvido pela nervura
M_p	- Momento efetivamente transmitido ao concreto
M_q	- Momento devido às cargas variáveis
M_{q1}	- Momento devido à carga variável de utilização
M_{q2}	- Momento devido à carga variável de montagem
M_{Rd}	- Momento resistente de cálculo

$M_{região}$	- Momento absorvido pela região
M_{sd}	- Momento solicitante de cálculo
n_a	- Número de alvéolos
n_c	- Número de cabos
$P(t)$	- Força de protensão respectiva a cada etapa analisada
P_0	- Força de protensão após a deformação inicial do concreto
P_∞	- Força de protensão em serviço
P_a	- Força efetivamente transmitida ao concreto contabilizando as perdas por atrito, por escorregamento da ancoragem e por relaxação da armadura
P_{final}	- Força de protensão após ocorrerem todas as perdas
P_i	- Força de protensão inicial
P_{nd}	- Força de neutralização
q_1	- Carga variável de utilização
q_2	- Carga variável de montagem
R_{capad}	- Reação absorvida pela capa de regularização
R_{lajed}	- Reação absorvida pela laje
R_{md}	- Reação absorvida pela mesa
R_{nd}	- Reação absorvida pela nervura
$R_{região}$	- Reação absorvida pela região
R_{sd}	- Reação solicitante de cálculo a ser absorvida
s	- Coeficiente
s	- Espaçamento entre elementos da armadura transversal
s	- Superior
sup	- Superior
t	- Idade efetiva do concreto, em dias
U	- Umidade relativa do ambiente

u_{ar}	- Parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar
t_0	- Idade inicial, em dias
T_i	- Temperatura média diária do ambiente, em °C
T_{proj}	- Temperatura de projeto, em °C
U	- Umidade relativa
V_{sd}	- Esforço cortante de solicitação de cálculo
V_{Rd1}	- Resistência de projeto ao cisalhamento
V_{Rd2}	- Resistência de cálculo das diagonais comprimidas
W_{nerv}	- Módulo resistente da nervura
W_s	- Módulo de resistência da viga
W_{spm}	- Módulos de resistência do painel
W_{st}	- Módulos de resistência da seção composta do painel
W_T	- Módulo de resistência da seção composta da viga
y_{CGt}	- Centro de gravidade da seção composta
y_s	- Ordenada das fibras extremas da viga
y_{spm}	- Ordenada das fibras extremas do pré-moldado
y_{st}	- Ordenadas das fibras extremas da seção composta
x	- Posição da linha neutra
x_{1Lim}	- Posição limite entre a capa / laje e o painel / a viga
x_{2Lim}	- Posição limite entre a mesa e a nervura
Z	- Braço de alavanca
Z	- Braço de alavanca referente à respectiva região
α	- Coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento
α	- Ângulo de inclinação da armadura transversal
β_1	- Coeficiente

β_a	- Coeficiente de amplificação dinâmica
β_{a1}	- Coeficiente de amplificação dinâmica do transporte para carga permanente desfavorável
β_{a2}	- Coeficiente de amplificação dinâmica do transporte para carga permanente favorável
β_c	- Coeficiente de minoração aplicado ao concreto devido à superfície rugosa
β_d	- Coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo ($t-t_0$) decorrido após o carregamento
β_f	- Coeficiente relativo à deformação lenta irreversível
β_s	- Coeficiente relativo à retração, no instante t ou t_0
$\chi(t, t_0)$	- Coeficiente de fluência do aço
δ_{anc}	- Valor do deslizamento dado pelo fabricante do equipamento
$\Delta\varepsilon_p$	- Redução na deformação da armadura
δ_{gi}	- Fator que indica a presença ou ausência do carregamento permanente i em cada combinação de análise
ΔL_p	- Pré-alongamento do cabo
ΔP_{anc}	- Redução na força transmitida ao concreto devida à ancoragem
ΔP_{ri}	- Perda de protensão devida à relaxação inicial da armadura, ocorrida entre o estiramento e o corte dos cabos
δ_{qi}	- Fator que indica a presença ou ausência do carregamento permanente i em cada combinação de análise
ΔP_{imd}	- Perdas imediatas
ΔP_{dif}	- Perdas diferidas
Δt	- Tempo de estiramento do cabo em dias
$\Delta t_{ef,i}$	- Período, em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente (T_i), pode ser admitida constante

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$	- Perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado
$\Delta\sigma_{pi}$	-Redução da tensão na armadura
ε_{1s}	- Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto
ε_{2s}	- Coeficiente dependente da espessura fictícia da peça
ε_c	- Deformação específica do concreto
ε_{cc}	- Deformação por fluência do concreto
ε_{cca}	- Deformação rápida por fluência
ε_{ccd}	- Parcela reversível da deformação por fluência
ε_{ccf}	- Parcela irreversível da deformação por fluência
ε_{cP}	- Deformação do concreto na fibra do centro de gravidade
$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$	- Deformação por retração entre t e t_0
$\varepsilon_{cs \infty}$	- Deformação final por retração
$\varepsilon_{c,tot}$	- Deformação específica total do concreto
ε_{p0}	- Deformação resultante do aço
ε_{pa}	- Deformação na armadura durante a transmissão da força ao concreto
γ	- Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U%)
γ_a	- Peso específico do aço
γ_{ca}	- Peso específico do concreto armado
γ_{cs}	- Peso específico do concreto simples
γ_f	- Coeficiente de ponderação
γ_{f1}	- Coeficiente de ponderação que considera a variabilidade das ações
γ_{f2}	- Coeficiente de ponderação que considera a simultaneidade de atuação das ações e tem valor variável conforme a verificação de projeto

γ_f	- Coeficiente de ponderação que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações
$\varphi(t, t_0)$	- Coeficiente de fluência do concreto no instante t , para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0
φ_{1c}	- Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U , em porcentagem e da consistência do concreto
φ_{2c}	- Coeficiente dependente da espessura fictícia da peça
φ_a	- Coeficiente de deformação rápida
φ_d	- Coeficiente de deformação lenta reversível
$\varphi_{d\infty}$	- Valor final do coeficiente de deformação lenta reversível
φ_f	- Coeficiente de deformação lenta irreversível
$\varphi_{f\infty}$	- Coeficiente de deformação lenta irreversível
ρ_l	- Taxa de armadura
ρ_p	- Taxa geométrica da armadura de protensão
σ	- Tensão normal de projeto nas fases de análise
$\overline{\sigma_c}$	- Limite de compressão prescrito para tensão normal no concreto
σ_{cP}	- Tensão no concreto
σ_{cP0}	- Tensão no concreto localizada no centro de gravidade da armadura após a deformação inicial do concreto
σ_{cp_cisa}	- Tensão de compressão do concreto devido à força de protensão de projeto
$\sigma_{cpfinal}$	- Tensão no concreto na fibra do centro de gravidade da armadura
σ_{P0}	- Tensão efetiva na armadura
σ_{Pa}	- Tensão na armadura durante a transmissão da força
σ_{pi}	- Tensão na armadura na operação de protensão
σ_{sp}	- Tensão na nervura mais solicitada

$\overline{\sigma}_T$	- Limite de tração prescrito para a tensão normal no concreto
τ_{rd}	- Tensão de cisalhamento resistente
τ_{sd}	- Tensão de cisalhamento solicitante
ψ_{1000}	- Valor médio da relaxação medido após 1000 h à temperatura constante de 20°C em uma faixa da tensão localizada entre 50% e 80% da resistência característica da armadura
$\psi(t, t_0)$	- Coeficiente de relaxação, medido desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado
Ψ_1	- Fator de redução de combinação frequente para ELS
Ψ_2	- Fator de redução de combinação quase permanente para ELS
Ψ_{ELS-D}	- Fator de redução da combinação para verificação do ELS-D
Ψ_{ELS-F}	- Fator de redução da combinação para verificação do ELS-F
Ψ_{q1}	- Fator de redução nas combinações de serviço

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	26
1.1. TRABALHOS NA ÁREA DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS	27
1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO	29
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	29
2. CONCEITOS BÁSICOS SOBRE PROTENSÃO	30
2.1. AÇÕES E COEFICIENTES	30
2.1.1. Classificação quanto à aderência	30
2.1.2. Classificação quanto ao grau de protensão	31
2.1.3. Estados limites	33
2.1.4. Ações a serem consideradas em projeto	34
2.1.5. Coeficientes de ponderação de ações	36
2.1.5.1. Coeficientes de ponderação das ações nos estados limites últimos (ELU)	36
2.1.5.2. Coeficientes de ponderação das ações nos estados limites de serviço (ELS).....	37
2.1.6. Combinações de ações	37
2.1.6.1. Combinações últimas.....	37
2.1.6.2. Combinações de serviço	38
2.2. PROPRIEDADES DO CONCRETO	39
2.3. ETAPAS DE ANÁLISE.....	40
2.4. TENSÃO DE PROTENSÃO INICIAL.....	41
2.5. PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO	42
2.5.1. Perdas por atrito.....	42
2.5.2. Perdas por deslizamento da armadura e acomodação da ancoragem.....	43
2.5.3. Perdas por relaxação do aço	44
2.5.4. Perdas por deformação imediata do concreto.....	45
2.5.5. Perdas por fluência do concreto.....	47
2.5.6. Perdas por retração do concreto.....	52
2.5.7. Processo simplificado para computar as perdas progressivas.....	54
3. CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO E APLICAÇÃO.....	57
3.1. PAINEL ALVEOLAR.....	57

3.1.1.	Características geométricas e mecânicas do painel.....	58
3.1.2.	Carregamentos	60
3.1.3.	Restrições do projeto ótimo.....	60
3.1.3.1.	Verificações construtivas	61
3.1.3.2.	Verificações de tensões normais nas fases construtivas e em serviço (ELS-SN) ...	61
3.1.3.3.	Verificação do ELS de deformações (ELS-DEF)	65
3.1.3.4.	Verificação de cisalhamento da interface entre dois concretos (ELU-C1).....	66
3.1.3.5.	Verificação de solicitações normais (ELU-SN).....	67
3.1.3.6.	Verificação de solicitações tangenciais (ELU-ST)	70
3.1.3.7.	Verificação de fendilhamento longitudinal.....	72
3.1.4.	Caracterização do problema de otimização.....	73
3.2.	VIGA ISOSTÁTICA COM CABO RETO	74
3.2.1.	Características geométricas e mecânicas da viga	75
3.2.2.	Carregamentos	77
3.2.3.	Restrições do projeto ótimo.....	77
3.2.3.1.	Verificações construtivas	77
3.2.3.2.	Verificações de tensões normais nas fases construtivas e em serviço (ELS-SN) ...	78
3.2.3.3.	Verificação do ELS de deformações (ELS-DEF)	78
3.2.3.4.	Verificação de solicitações normais (ELU-SN).....	78
3.2.3.5.	Verificação de solicitações tangenciais (ELU-ST)	80
3.2.4.	Caracterização do problema de otimização.....	82
4.	OTIMIZAÇÃO	83
4.1.	ALGORITMO DE BRANCH AND BOUND	83
4.2.	PLS	85
5.	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	87
5.1.	EXEMPLO 1.....	88
5.2.	EXEMPLO 2.....	92
5.2.1.	Calibração dos parâmetros de projeto	93
5.2.2.	Otimização	95
5.3.	EXEMPLO 3.....	96
5.4.	EXEMPLO 4.....	97
5.4.1.	Estudo das soluções com variáveis discretas e contínuas.....	98

5.4.2. Solução com variáveis discretas e todas as restrições de projeto.....	100
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	103
6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	104
REFERÊNCIAS.....	105
APÊNDICE A	107

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Uma das principais dificuldades no dimensionamento de peças de concreto protendido diz respeito à estimação das dimensões dos elementos e os dados relativos à protensão, como número e diâmetro dos cabos, de tal forma que satisfaçam às condições previstas nas normas que regem o assunto. Na forma convencional de projeto essa estimativa é feita pelo projetista com base em sua experiência e de maneira intuitiva. No decorrer do processo de análise, caso as condições não sejam atendidas, modificam-se os parâmetros relativos às dimensões e/ou à protensão e realiza-se uma nova análise. Trata-se de um projeto de tentativa e erro que perdura até a obtenção de uma estrutura que satisfaça a todos os critérios de projeto. Em estruturas protendidas, é grande o número de variáveis estimadas. Consequentemente o processo de obtenção da conformação final da estrutura abrange diversos ciclos de análise – dimensionamento, que muitas vezes é encerrado ao se encontrar uma solução aceitável, e não necessariamente a melhor solução.

A otimização é a parte da ciência que procura encontrar de forma sistematizada a melhor solução para um determinado problema, atendendo a condições que limitam o espaço das soluções viáveis, denominadas restrições do problema, segundo um critério que mede a qualidade de cada solução, denominado função – objetivo. As grandezas para as quais se buscam valores diretamente são denominadas variáveis de projeto e as que mantêm seu valor constante, ou mudam em função da mudança das variáveis de projeto, são denominados parâmetros de projeto. Trata-se de um ramo de pesquisa que vêm sendo aplicado à solução de inúmeros problemas, da engenharia à análise econômica, dos projetos a execução.

As técnicas de otimização direcionam uma busca sistematizada da solução ótima, onde o processo, além de ser executado de forma automatizada, fornece a melhor solução do problema sem que seja necessário pesquisar todas as possíveis soluções. Por isso, a área de otimização vem progredindo bastante desde o final do século passado e ocupando espaço em vários campos da engenharia. Os diversos desenvolvimentos nessa área retratam a importância da busca pelo projeto ótimo, mais econômico, seguro e eficiente, que forneça resultados mais satisfatórios para um mercado cada vez mais rigoroso e competitivo.

1.1. TRABALHOS NA ÁREA DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS

A literatura apresenta vários trabalhos que consideram a aplicação de métodos de otimização a problemas de projeto de estruturas protendidas. Aplicados a painéis pré-moldados, o trabalho de Almeida (2004) otimizou três tipos de estruturas protendidas: o traçado de cabos em vigas pré-moldadas de pontes em regime de pós-tração; as dimensões e a área de armadura em vigotas pré-moldadas para lajes; e as dimensões e a área de armadura em painéis alveolares pré-moldados. Para tanto utilizou-se o software LINGO, baseado em um algoritmo de Programação Linear Sequencial (PLS). No caso dos painéis, as variáveis de projeto eram a altura do painel, o diâmetro do alvéolo e a área da armadura de protensão e tinha como função objetivo o peso do painel. As perdas iniciais foram calculadas e as perdas progressivas estimadas.

Aires (2005) resolveu o problema de painéis alveolares com o uso do algoritmo de otimização PLS e o *Branch and Bound* (B&B), tendo o custo do painel como função objetivo. O segundo admite uma variação discreta das variáveis de projeto, e apesar da solução obtida pela PLS ser supostamente mais econômica, os valores das variáveis de projeto, em especial o diâmetro da armadura, precisa ser aproximado para valores comerciais. Em alguns casos, essa solução arredondada é menos econômica que a solução obtida com o algoritmo de B&B, que geralmente resulta um arranjo diferente de variáveis de projeto.

Rodrigues e Santos (2010), na análise do painel alveolar, implementaram um código computacional com processo de busca que percorre todas as combinações possíveis das variáveis de projeto com valores discretos sem usar nenhum algoritmo específico de otimização. Suas variáveis de projeto consideradas foram: a altura do painel, o diâmetro dos alvéolos e o diâmetro da armadura de protensão; com a minimização do peso como função objetivo. As perdas foram calculadas.

Petrucelli (2009) desenvolve seu trabalho em torno das considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas, trazendo um estudo acerca das etapas de projeto para obtenção de uma laje alveolar que atenda as normas brasileiras e a obtenção de um percentual para as perdas estimadas.

Castilho (2003) apresenta a otimização de painéis alveolares e vigotas protendidas utilizando Algoritmos Genéticos (AGs) em busca do menor custo para as estruturas em estudo.

Quiroga e Arroyo (1991) trabalham por meio de otimização linear no projeto ótimo de tabuleiros de pontes de concreto protendido visando a obtenção do comprimento e da geometria dos cabos de pré-tração.

Quanto à aplicação em projeto de vigas, Iunes (1998) e Esteves (2002) aplicaram técnicas de otimização para obter o traçado ótimo de cabos em vigas isostáticas e hiperestáticas de concreto protendido, com as perdas estimadas. Já Almeida (2001), calculou as perdas por atrito e estimou as demais.

O projeto ótimo de vigas de concreto protendido simplesmente apoiadas é apresentado no trabalho de Erbatur *et al* (1992) tendo como função objetivo o peso e o custo mínimo, para três seções diferentes de vigas.

Utilizando programação quadrática sequencial (PQS) Khaleel e Itani (1993) apresentam um estudo sobre otimização de vigas de concreto protendido simplesmente apoiadas para obtenção das dimensões geométricas ótimas, da força de protensão, da armadura e do cisalhamento.

Al-Gahtani *et al* (1995) trazem uma formulação de projeto ótimo para vigas contínuas de concreto protendido considerando as verificações a flexão, fissuração, cisalhamento, as dimensões geométricas da peça e a geometria do cabo; buscando o menor custo, menor consumo de concreto, de aço e menor peso da viga.

No presente trabalho, fez-se a análise de um painel alveolar de concreto protendido, considerando as mesmas variáveis de projeto consideradas por Rodrigues e Santos (2010) e a análise de uma viga isostática com cabo reto, ambas submetidas ao regime de pré-tração, e tendo como função objetivo o peso das estruturas. Foram desenvolvidos ainda comparativos quanto à função objetivo do custo do painel alveolar através das funções desenvolvidas por Castilho (2003).

Como procedimento de pesquisa da solução ótima, implementou-se o processo de busca utilizado por Rodrigues e Santos (2010), onde percorrem-se todas as combinações possíveis das variáveis de projeto com valores discretos, nomeado no presente trabalho como busca exaustiva. Implementou-se, ainda, o algoritmo de *Branch and Bound* e utilizou-se o software LINGO, baseado em um algoritmo de Programação Linear Sequencial (PLS), para comparativos.

1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia para a obtenção da solução ótima de painéis alveolares e vigas de concreto protendido executados em regime de pré-tensão. Leva-se em consideração as perdas de protensão imediatas e diferidas, as condições de serviço para esforços de flexão, as limitações construtivas e as condições de ruptura à flexão. Utilizam-se dois métodos de otimização: um heurístico e com variáveis discretas e outro de programação matemática e com variáveis contínuas.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Buscando favorecer a compreensão, o texto foi dividido em cinco capítulos e um apêndice cujo conteúdo é apresentado a seguir.

No capítulo 2 apresentam-se conceitos básicos sobre protensão, englobando esforços, perdas de protensão e estados limites. Faz-se, ainda, um levantamento das exigências gerais de projeto especificadas pela normatização brasileira, quanto a combinações de ações e coeficientes de ponderação, além das etapas necessárias para dimensionamento de estruturas pré-moldadas em regime de pré-tensão.

O capítulo 3 apresenta a aplicação das técnicas de otimização a painéis alveolares e a vigas pré-tracionadas e as particularidades do problema, como: características das estruturas, dos carregamentos e esforços atuantes; as fases de análise; as restrições do problema de otimização e sua formulação em geral.

O capítulo 4 trata dos métodos de otimização de *Branch and Bound* e Programação Linear Sequencial (PLS), utilizados na obtenção dos resultados.

No capítulo 5 são apresentados ensaios numéricos aplicados às lajes alveolares e às vigas protendidas de concreto.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

CONCEITOS BÁSICOS SOBRE PROTENSÃO

Este capítulo apresenta os conceitos básicos sobre protensão que embasam as aplicações em otimização deste trabalho. Apresentam-se definições pertinentes ao projeto de estruturas protendidas, como classificações e estados limites. Em seguida, apresentam-se as ações e as combinações de ações a serem consideradas em projeto e a avaliação das propriedades da armadura e do concreto. Por fim, apresenta-se a formulação para o cálculo das perdas de protensão a serem usadas nas verificações dos ELU e dos ELS.

2.1. AÇÕES E COEFICIENTES

Esta seção apresenta definições, ações e coeficientes da NBR 6118 (ABNT, 2007) importantes para o projeto de estruturas de concreto protendido. São apresentadas classificações quanto à aderência e ao grau de protensão, definição de fatores utilizados em projeto como os estados limites, os coeficientes e as combinações de ações a serem consideradas.

2.1.1. Classificação quanto à aderência

Um dos fatores relevantes para o projeto de estruturas protendidas diz respeito ao momento do tracionamento da armadura ativa, definindo a forma de aderência entre o concreto e a armadura de protensão. Assim, a NBR 6118 (ABNT, 2007) apresenta a seguinte classificação: concreto com armadura ativa pré-tracionada; concreto com armadura ativa pós-tracionada; e concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência.

O **concreto com armadura ativa pré-tracionada**, também denominado protensão com aderência inicial, é o processo no qual a armadura de protensão é tensionada antes do lançamento do concreto, quando se inicia o processo de aderência entre o concreto e a armadura. Após o endurecimento do concreto os fios são desligados do bloco de ancoragem, momento em que a força de protensão é transferida ao concreto. Nesse caso, a ancoragem realiza-se unicamente por aderência.

O **concreto com armadura ativa pós-tracionada**, também denominado protensão com aderência posterior, é o processo no qual a armadura é colocada em dutos ou bainhas no interior da peça a ser concretada e a armadura só é tensionada e ancorada após o lançamento e o endurecimento do concreto. A aderência é criada posteriormente pela injeção de nata de cimento às bainhas, o que tem ainda o benefício adicional de proteger a armadura da corrosão.

O **concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência**, também denominado protensão sem aderência, é o processo no qual a armadura fica solta no interior da bainha, o que permite seu deslizamento. Portanto a armadura é solidária ao concreto apenas através da ancoragem. Esse processo tem o benefício adicional de, em caso de necessidade, permitir a substituição dos cabos de protensão. No entanto, perde-se a proteção natural da nata de cimento, devendo ser então protegidos contra corrosão nas bainhas.

2.1.2. Classificação quanto ao grau de protensão

Atualmente as normas para projeto de estruturas de concreto não fazem mais distinção entre concreto armado e concreto protendido, preferindo uma classificação única pelo grau de protensão. Assim, as estruturas de concreto são classificadas em: concreto simples; concreto armado; concreto protendido nível 1 (substituindo a nomenclatura protensão parcial); concreto protendido nível 2 (substituindo a nomenclatura protensão limitada); e concreto protendido nível 3 (substituindo a nomenclatura protensão total).

O tipo de protensão a ser empregado em um projeto é escolhido em função do tipo de construção e da agressividade do meio ambiente, bem como, pelo nível de fissuração permitido. A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto e ocorre independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto. A Tabela 2.1 apresenta as classes de agressividade ambiental previstas pela NBR 6118 (ABNT, 2007), relacionando-as com o risco de deterioração da estrutura. Em função dessas classes, são estabelecidas as exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, apresentadas na Tabela 2.2. A mesma tabela estabelece as combinações de ações que devem ser utilizadas nas verificações do comportamento da estrutura em serviço.

Tabela 2.1 – Classes de agressividade ambiental. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1) 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1) 2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1) 3)}	Elevado
		Respingos de maré	

¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Tabela 2.2 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	-----
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendidonível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendidonível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D ¹⁾	Combinação quase permanente
Concreto protendidonível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ¹⁾	Combinação frequente

¹⁾ A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p=25$ mm.

2.1.3. Estados limites

Os estados limites, divididos em último (ELU) e de serviço (ELS), são os limites de comportamento que devem ser respeitados e verificados para que a estrutura apresente desempenho adequado às suas finalidades. Esta seção apresenta as definições e as divisões e subdivisões dos estados limites previstos na NBR 6118 (ABNT, 2007).

Os **estados limites últimos (ELU)** relacionam-se ao colapso, ou a qualquer forma de ruína, da estrutura, que leve à paralisação do seu uso. São divididos da seguinte forma:

- a. Estado limite de perda do equilíbrio da estrutura;
- b. Estado limite de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, devido às solicitações normais e tangenciais;
- c. Estado limite de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, devido aos efeitos de segunda ordem;

- d. Estado limite provocado por solicitações dinâmicas;
- e. Estado limite de colapso progressivo;
- f. Estados limites que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

Os **estados limites de serviço (ELS)** relacionam-se com a durabilidade da estrutura, sua aparência, o conforto do usuário, entre outros. A NBR 6118 (ABNT, 2007) prevê os seis estados limites descritos a seguir.

Estado limite de formação de fissuras (ELS-F): Estado limite onde se inicia a formação de fissuras. Dá-se no instante em que a tensão de tração máxima na seção transversal for igual à resistência do concreto à tração na flexão ($f_{ct,f}$).

Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W): Neste estado as fissuras se apresentam com aberturas iguais ao máximo especificado.

Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF): Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para utilização normal.

Estado limite de descompressão (ELS-D): Estado onde em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula, não havendo assim tração no restante da seção.

Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP): Neste, garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas.

Estado limite de compressões excessivas (ELS-CE): Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido.

Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE): Estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da construção.

2.1.4. Ações a serem consideradas em projeto

Devem ser respeitadas as peculiaridades das ações consideradas e as normas a elas aplicáveis conforme o tipo de construção.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007), a análise estrutural deve considerar a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura,

levando em consideração os possíveis estados limites. As ações podem ser classificadas em permanentes, variáveis ou excepcionais.

Ações permanentes (G): Ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção ou crescem no tempo, tendendo a um valor limite constante. Para a segurança, nas verificações de projeto devem-se considerar seus valores representativos mais desfavoráveis. As principais ações permanentes são:

- ◆ Peso próprio;
- ◆ Peso dos elementos construtivos fixos e de instalações permanente;
- ◆ Empuxos permanentes;
- ◆ Retração do concreto;
- ◆ Fluência do concreto;
- ◆ Deslocamentos de apoio;
- ◆ Imperfeições geométricas, locais ou globais;
- ◆ Protensão.

As três primeiras são classificadas como ações diretas, enquanto as cinco últimas são classificadas de ações indiretas.

Ações variáveis (Q): Sofrem variações significativas em torno da média durante a vida da construção. As principais ações variáveis são:

- ◆ Cargas acidentais previstas para o uso da construção;
- ◆ Ação do vento;
- ◆ Ação da água;
- ◆ Ações variáveis durante a construção;
- ◆ Variações uniformes de temperatura;
- ◆ Variações não uniformes de temperatura;
- ◆ Ações dinâmicas.

As quatro primeiras são classificadas como ações diretas, as duas seguintes como ações indiretas, e a última é classificada como ação dinâmica.

Ações excepcionais (E): Constituem situações excepcionais de carregamento cujos efeitos não possam ser controlados por outros meios. Essas ações têm seus valores definidos em cada caso particular por normas específicas.

2.1.5. Coeficientes de ponderação de ações

A variabilidade das ações de projeto deve ser levada em consideração no projeto das estruturas. Nos códigos brasileiros atuais, as ações são tomadas por seus valores característicos, os quais devem ser majorados pelo coeficiente de ponderação γ_f , de tal forma que os valores de cálculo das ações sejam encontrados multiplicando seus valores característicos pelos respectivos coeficientes de ponderação previstos para cada estado limite.

2.1.5.1. Coeficientes de ponderação das ações nos estados limites últimos (ELU)

Nas verificações dos estados limites últimos o coeficiente de ponderação das ações, γ_f , é dado pela expressão (2.1).

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \gamma_{f3} \quad (2.1)$$

Onde:

γ_{f1} - é a parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f que considera a variabilidade das ações;

γ_{f3} - é a parte que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações.

As ações de dimensionamento podem ser calculadas considerando cada ação majorada separadamente por seu coeficiente de ponderação ou agrupadas, usando um único coeficiente. Os valores a serem adotados para os coeficientes de ponderação das ações permanentes e variáveis, consideradas separadamente ou agrupadas, são apresentados no Apêndice A deste trabalho pelas Tabelas A.1 a A.5.

2.1.5.2. Coeficientes de ponderação das ações nos estados limites de serviço (ELS)

O coeficiente de ponderação das ações para estado limite de serviço, em geral, é dado pela equação (2.2).

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (2.2)$$

Onde:

γ_{f2} - é a parte que considera a simultaneidade de atuação das ações e tem valor variável conforme a verificação de projeto.

Sendo:

$\gamma_{f2} = 1$ - para combinações raras;

$\gamma_{f2} = \psi_1$ - para combinações frequentes;

$\gamma_{f2} = \psi_2$ - para combinações quase permanentes.

Os valores a serem adotados para os coeficientes de ponderação das ações no ELS são apresentados na Tabela A.6.

2.1.6. Combinações de ações

O carregamento a ser considerado em projeto é definido pela combinação de ações que têm probabilidades relevantes de atuarem simultaneamente, durante um período predeterminado, sobre a estrutura. A combinação das ações deve ser feita de forma a determinar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. As verificações de segurança, em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço devem ser realizadas em função de combinações últimas e de combinações de serviço, respectivamente.

2.1.6.1. Combinações últimas

As combinações últimas são classificadas em normais, especiais ou de construção e excepcionais, conforme descrito na NBR 6118 (ABNT, 2007).

Combinações últimas normais: Em cada combinação devem ser incluídos os valores característicos das ações permanentes e da ação variável principal. Cada combinação deve conter também os valores reduzidos das demais ações variáveis, consideradas como secundárias.

Combinações últimas especiais ou de construção: Nelas devem estar contidos os valores característicos das ações permanentes e da ação variável especial, quando a mesma existir. Para as demais ações variáveis, que tenham probabilidades relevantes de ocorrência simultânea, utilizam-se seus valores reduzidos de combinação.

Combinações últimas excepcionais: Cada combinação deve figurar, com seus valores representativos, as ações permanentes e a ação variável excepcional (quando existir), e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível de ocorrência simultânea com valores reduzidos de combinação. Nesse caso se enquadram, entre outras, sismo, incêndio e colapso progressivo.

As combinações últimas a serem consideradas em projeto são apresentadas na Tabela A.7 do Apêndice A.

2.1.6.2. Combinações de serviço

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007), devem ser verificadas combinações de serviço classificadas de acordo com sua permanência na estrutura.

Combinações quase permanentes de serviço: São combinações que atuam durante a maior parte da vida da estrutura. Podem ser consideradas na verificação de estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF).

Combinações frequentes de serviço: São aquelas que se repetem muitas vezes durante a vida da estrutura. Podem ser consideradas na verificação dos estados limites de formação de fissuras (ELS-F), de abertura de fissuras (ELS-W) e de vibrações excessivas (ELS-VE). Podendo também ser consideradas para verificações de estados limites de deformações excessivas (ELS-DEF) decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações.

Combinações raras de serviço: Combinações que raramente ocorrem durante o período de vida da estrutura. Sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras (ELS-F).

As combinações de serviço a serem consideradas em projeto são apresentadas na Tabela A.8 do Apêndice A.

2.2. PROPRIEDADES DO CONCRETO

Consoante ao processo construtivo, o projeto de estruturas protendidas é dividido em várias etapas. Para tanto, se faz necessário conhecer a resistência à compressão e à tração do concreto de acordo com a idade do mesmo.

A NBR 6118 (ABNT, 2007) afirma que, na ausência de resultados experimentais, quando a verificação se faz antes de 28 dias, adota-se para a estimativa da resistência à compressão a expressão (2.3), sendo β_1 dado pela equação (2.4).

$$f_{ckj} = \beta_1 f_{ck} \quad (2.3)$$

$$\beta_1 = e^{s \left[1 - \sqrt{\left(\frac{28}{t} \right)} \right]} \quad (2.4)$$

Onde:

- f_{ckj} - é a resistência característica do concreto aos j dias de idade;
- f_{ck} - é a resistência característica do concreto aos 28 dias;
- t - é a idade efetiva do concreto, em dias.

No cálculo da expressão (2.4), adotam-se os seguintes valores para s :

- $s=0,38$ - para concreto de cimento CP III e IV;
- $s=0,25$ - para concreto de cimento CP I e II;
- $s=0,20$ - para concreto de cimento CPV-ARI.

Essa verificação deve ser feita aos t dias, para as cargas aplicadas até essa data. Devendo ainda ser feita a verificação para a totalidade das cargas aplicadas aos 28 dias.

Quanto à resistência à tração, a NBR 6118 (ABNT, 2007) admite que, na falta de ensaios, seu valor característico seja dado pelas equações (2.5) e (2.6), válidas para $f_{ck} \geq 7 \text{MPa}$. Em ambas as expressões, tanto f_{ck} quanto f_{ckj} são dados em MPa.

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ckj}^{2/3} \quad (2.5)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (2.6)$$

Onde:

$f_{ct,m}$ - é a resistência média do concreto à tração;

$f_{ctk,inf}$ - é a resistência característica do concreto à tração.

Outra propriedade importante é o módulo de elasticidade. Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2007), pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade usando a expressão (2.7). Enquanto que, o módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, dever ser calculado pela expressão (2.8).

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (2.7)$$

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} \quad (2.8)$$

2.3. ETAPAS DE ANÁLISE

A análise estrutural deve ser realizada levando em consideração todas as fases pelas quais possam passar os elementos, capaz de apresentar condições desfavoráveis quanto aos estados limites últimos e de serviço. Para a verificação dos elementos, consideram-se as seguintes fases de construção para elementos pré-tracionados:

- g. de fabricação;
 - ◆ Corte dos fios (imediatamente após a protensão).
- h. de manuseio;
 - ◆ Içamento e transporte na indústria.
- i. de armazenamento;

- j. de transporte;
 - ◆ Içamento e transporte na obra.
- k. de montagem;
 - ◆ Montagem.
 - ◆ Pavimentação.
- l. de construção (preliminar e final).
 - ◆ Em serviço.

2.4. TENSÃO DE PROTENSÃO INICIAL

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007), os valores limites por ocasião da operação de protensão são apresentados nas expressões (2.9) a (2.13). Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007), os valores característicos da resistência ao escoamento (f_{pyk}), da resistência à tração (f_{ptk}) e do alongamento após a ruptura, das cordoalhas, devem atender os valores mínimos especificados na NBR 7483 (ABNT, 2008b), e os mesmos valores para os fios, devem satisfazer o estabelecido pela NBR 7482 (ABNT, 2008a).

- m. Na armadura pré-tracionada, para aços de relaxação normal (2.9) e baixa (2.10), respectivamente:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 f_{ptk} \\ 0,90 f_{pyk} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 f_{ptk} \\ 0,85 f_{pyk} \end{cases} \quad (2.10)$$

- n. Na armadura pós-tracionada, para aços da classe de relaxação normal (2.11) e baixa (2.12), respectivamente:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 f_{ptk} \\ 0,87 f_{pyk} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 f_{ptk} \\ 0,82 f_{pyk} \end{cases} \quad (2.12)$$

- o. Nos aços CP-85/105, fornecidos em barras, os limites passam a ser:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,72 f_{ptk} \\ 0,88 f_{pyk} \end{cases} \quad (2.13)$$

Sendo:

f_{ptk} - a tensão característica de ruptura do aço;

f_{pyk} - a tensão característica do escoamento do aço;

σ_{pi} - a tensão na armadura na operação de protensão.

Ao final da operação de protensão, a tensão σ_{p0} da armadura pré ou pós-tracionada, decorrente da força de protensão inicial aplicada, não deve superar os limites acima estabelecidos.

Assim, a força de protensão inicial (P_i) para melhor aproveitamento dos cabos é calculada através da expressão (2.14).

$$P_i = A_p \sigma_{pi} \quad (2.14)$$

2.5. PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO

“Denominam-se perdas de protensão a todas as perdas verificadas nos esforços aplicados aos cabos de protensão.” (PFEIL, 1980). São calculadas em relação ao valor inicial aplicado pelo aparelho tensor e classificadas quanto à época (imediatas ou progressivas) e quanto ao agente causador (atrito, deslizamento nas ancoragens, encurtamento do concreto, e relaxação do aço).

2.5.1. Perdas por atrito

As perdas por atrito são perdas imediatas que ocorrem devido ao atrito gerado entre o cabo e a bainha ou o cabo e o concreto, nos pontos de desvio da armadura. Estão presentes apenas em elementos de pós-tração, onde há o uso de bainhas e desenvolvimento curvo e sinuoso, previstos ou não em projeto. No caso de pré-tração, o próprio processo executivo elimina as perdas.

As lajes alveolares e as vigas, objetos de estudo deste trabalho, são executadas em regime de pré-tração. Dada a ausência de perdas por atrito nesses elementos, não será apresentado aqui o equacionamento para cálculo dessas perdas.

2.5.2. Perdas por deslizamento da armadura e acomodação da ancoragem

Ao se efetivar a ancoragem de um cabo, há sempre um pequeno deslizamento, acarretando diminuição de tensão na armadura. Essas perdas, decorrentes da acomodação das cunhas na ancoragem, ocorrem tanto nas estruturas de pré quanto de pós-tração e são classificadas como perdas imediatas.

Adotam-se então, para o cálculo das mesmas, valores fornecidos pelo fabricante do aparelho tensor. O pré-alongamento do cabo é dado pela equação (2.15) e a redução na deformação da armadura pela equação (2.16).

$$\Delta L_p = L_0 \frac{\sigma_{pi}}{E_p} \quad (2.15)$$

Sendo:

ΔL_p - o pré-alongamento do cabo;

L_0 - o comprimento inicial do cabo;

E_p - o módulo de elasticidade do aço;

σ_{pi} - a tensão na armadura na operação de protensão.

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\delta_{anc}}{L_0 + \Delta L_p} \quad (2.16)$$

Onde:

δ_{anc} - é o valor do deslizamento dado pelo fabricante do equipamento;

$\Delta \varepsilon_p$ - é a redução na deformação da armadura.

A redução na tensão da armadura, $\Delta \sigma_p$, é calculada por (2.17) e a perda de protensão pelo escorregamento dos fios na ancoragem é dada por (2.18).

$$\Delta \sigma_p = E_p \Delta \varepsilon_p \quad (2.17)$$

$$\Delta P_{anc} = A_p \Delta \sigma_p \quad (2.18)$$

Sendo:

ΔP_{anc} - a redução na força transmitida ao concreto devida à ancoragem;

A_p - a área da seção transversal do cabo resultante;

$\Delta \sigma_p$ - a redução da tensão na armadura.

2.5.3. Perdas por relaxação do aço

Fluência do aço é o alongamento que o mesmo sofre com o decorrer do tempo se mantido sob uma tensão constante. Já relaxação do aço é a redução de tensão com alongamento constante. No caso do aço protendido, os dois fenômenos são interligados e causam perdas na força transmitida ao concreto. Para amenizar o valor dessas perdas existem tratamentos térmicos, com o qual se obtém o aço de relaxação baixa (RB).

A perda por relaxação do aço se dá ao longo do tempo e pode ser calculada genericamente pela expressão (2.19).

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta \sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (2.19)$$

Onde:

$\psi(t, t_0)$ - é o coeficiente de relaxação, medido desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado.

$\Delta \sigma_{pr}(t, t_0)$ - é a perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado.

Na Tabela A.9, do apêndice A, encontram-se os valores médios da relaxação medidos após 1000h à temperatura constante de 20°C em uma faixa da tensão inicial localizada entre 50% e 80% da resistência característica da armadura. Para o tempo infinito, pode-se adotar $\psi(t, t_0) \approx 2,5 \psi_{1000}$.

Para tempos diferentes de 1000 h, sempre a 20°C, a intensidade de relaxação pode ser calculada pela expressão (2.20), com o tempo medido em dias. Em situações onde a temperatura difere de 20°C, deve-se fazer a correção do tempo utilizando a equação (2.21).

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (2.20)$$

$$\Delta t_{\text{corrigido}} = \frac{T_{\text{proj}} \Delta t}{20^\circ \text{C}} \quad (2.21)$$

Onde:

T_{proj} - é a temperatura de projeto em °C.

Δt - é o tempo de estiramento do cabo em dias.

Então, no caso de pré-tração, a perda de força de protensão causada pela relaxação inicial do aço entre o estiramento e o corte dos cabos pode ser calculada através da expressão (2.22). Estrutura pós-tracionadas não apresentam perdas por relaxação inicial.

$$\Delta P_{ri} = \frac{P_{in} \psi_{\text{prot}}}{100} \quad (2.22)$$

Onde:

ΔP_{ri} - é perda de protensão devida à relaxação inicial da armadura, ocorrida entre o estiramento e o corte dos cabos;

P_{in} - é a força de estiramento dos cabos.

2.5.4. Perdas por deformação imediata do concreto

Nas estruturas pós-tracionadas, a deformação imediata ou inicial do concreto dá-se na ancoragem e nas pré-tracionadas no corte dos cabos. Quando se executa protensão em um elemento com pós-tração, é comum fazê-lo em etapas. Assim, as sucessivas protensões de n cabos provocam uma deformação elástica no concreto e, conseqüentemente, um afrouxamento da armadura, gerando uma perda de protensão nos cabos já protendidos.

Nos elementos pré-tracionados a força transmitida ao concreto pelo corte do cabo, gera um encurtamento da fibra do centro de gravidade do elemento. Esse encurtamento reduz

igualmente a fibra do concreto e o cabo, devido à perfeita aderência do concreto e da armadura. Assim, a tensão no concreto, no centro de gravidade da armadura, é dada pela equação (2.23):

$$\sigma_{cP} = \frac{P_a}{A_c} + \frac{M_p e_p}{I_c} \quad (2.23)$$

Sendo:

P_a - a força efetivamente transmitida ao concreto contabilizando as perdas por atrito, por escorregamento da ancoragem e por relaxação da armadura;

M_p - o momento efetivamente transmitido ao concreto;

e_p - a excentricidade da armadura de protensão;

A_c - a área de concreto;

I_c - o momento de inércia da seção do pré-moldado.

A deformação do concreto na fibra do centro de gravidade da armadura é dada por:

$$\varepsilon_{cP} = \frac{\sigma_{cP}}{E_{cs_prot}} \quad (2.24)$$

Onde:

E_{cs_prot} - é o módulo de elasticidade tangente do concreto no momento da protensão.

A tensão e a deformação na armadura são dadas, respectivamente, por (2.25) e por (2.26).

$$\sigma_{Pa} = \frac{P_a}{A_p} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{Pa} = \frac{\sigma_{Pa}}{E_p} \quad (2.26)$$

Onde:

σ_{Pa} - é a tensão na armadura durante a transmissão da força;

ε_{Pa} - é a deformação na armadura durante a transmissão da força ao concreto.

Considera-se que a deformação na armadura é igual à deformação no concreto na fibra localizada no centro de gravidade da armadura.

Assim, a partir da deformação inicial do concreto, pode-se calcular a deformação resultante do aço dada por (2.27).

$$\varepsilon_{p0} = \varepsilon_{pa} - \varepsilon_{cp} \quad (2.27)$$

A partir da deformação do aço, calcula-se a nova tensão efetiva na armadura e a força de protensão após a deformação inicial do concreto, dadas pelas expressões (2.28) e (2.29), respectivamente.

$$\sigma_{p0} = E_p \varepsilon_{p0} \quad (2.28)$$

$$P_0 = \sigma_{p0} A_p \quad (2.29)$$

Por fim, a tensão no concreto localizada no centro de gravidade da armadura após a deformação inicial do concreto é dada por:

$$\sigma_{cp0} = \frac{P_0}{A_c} + \frac{M_p e_p}{I_c} \quad (2.30)$$

2.5.5. Perdas por fluência do concreto

“A fluência ou deformação lenta do concreto é o encurtamento do mesmo devido à ação de forças permanentemente aplicadas.” (SCHMID, 1998). De acordo com o Anexo A da NBR 6118 (ABNT, 2007), a deformação por fluência do concreto (ε_{cc}) é composta por duas partes: uma rápida e outra lenta. A deformação rápida (ε_{cca}) ocorre durante as primeiras 24 h após a aplicação da carga e é irreversível. Já a deformação lenta é, por sua vez, composta por duas outras parcelas, uma irreversível (ε_{ccf}) e outra reversível (ε_{ccd}).

As equações (2.31) a (2.33) apresentam as expressões utilizadas para o cálculo da deformação por fluência do concreto.

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + \varphi) \quad (2.32)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (2.33)$$

Sendo:

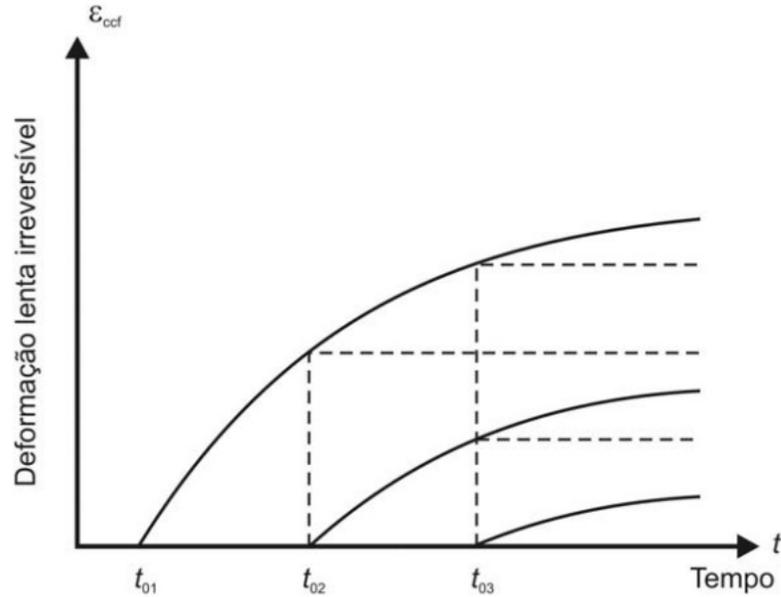
- ε_{cc} - a deformação por fluência do concreto;
- ε_{cca} - a deformação rápida por fluência;
- ε_{ccf} - a parcela irreversível da deformação por fluência;
- ε_{ccd} - a parcela reversível da deformação por fluência;
- ε_c - a deformação específica do concreto;
- $\varepsilon_{c,tot}$ - a deformação específica total do concreto;
- φ_a - o coeficiente de deformação rápida;
- φ_f - o coeficiente de deformação lenta irreversível;
- φ_d - o coeficiente de deformação lenta reversível.

Quando as tensões são as de serviço admite-se, para o cálculo dos efeitos de fluência, a seguintes hipóteses:

- p. A deformação por fluência ε_{cc} varia linearmente com a tensão aplicada;
- q. Para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos de fluência se superpõem;
- r. A deformação rápida produz deformações constantes ao longo do tempo; os valores do coeficiente φ_a são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da carga e a sua resistência final;
- s. O coeficiente de deformação lenta reversível φ_d depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final e o seu desenvolvimento ao longo do tempo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da carga;
- t. O coeficiente de deformação lenta irreversível φ_f depende da:
 - umidade relativa do ambiente (U);
 - da consistência do concreto no lançamento;
 - da espessura fictícia da peça h_{fic} ;
 - da idade fictícia do concreto no instante (t_0) da aplicação da carga;

- da idade fictícia do concreto no instante considerado (t);
- u. Para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível, em função do tempo, correspondentes a diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações, conforme a Figura 2.1.

Figura 2.1 - Variação da deformação lenta irreversível, $\varepsilon_{ccf}(t)$, com o tempo. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).



Esse fenômeno é expresso pelo coeficiente de fluência, $\varphi(t, t_0)$, dado pela equação (2.34).

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d \quad (2.34)$$

Onde:

t - é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 - é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, em dias;

β_f - é o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível;

β_d - é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo $(t - t_0)$ decorrido após o carregamento;

$\varphi_{d\infty}$ - é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível;

$\varphi_{f\infty}$ - é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_a - é o coeficiente de fluência rápida, dado por (2.35);

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (2.35)$$

Sendo:

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ - a função do crescimento da resistência do concreto com a idade.

O valor final do coeficiente de deformação lenta reversível ($\varphi_{d\infty}$) é considerado igual a 0,4, como recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2007). Já o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível ($\varphi_{f\infty}$) é composto pelo produto de duas parcelas, como mostra a equação (2.36). A Tabela A.10 do Apêndice A apresenta os valores usuais para a determinação dos coeficientes de fluência, φ_{1c} , e de retração, ε_{1s} .

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (2.36)$$

Sendo:

φ_{1c} - o coeficiente dado na Tabela A.10 (apêndice A) dependente da umidade relativa do ambiente U, em porcentagem e da consistência do concreto;

φ_{2c} - o coeficiente dependente da espessura fictícia da peça, dado por (2.37).

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (2.37)$$

Onde:

h_{fic} - é a espessura fictícia da peça, em metros.

Define-se como espessura fictícia o valor obtido de (2.38) para o intervalo de $0,05 \leq h_{fic} \leq 1,6$. Para valores de h_{fic} fora do intervalo, adotam-se os extremos correspondentes.

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (2.38)$$

Onde:

A_c - é a área da seção transversal da peça;

u_{ar} - é a parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar;

γ - é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U%). Seu valor pode ser calculado pela equação (2.39) e é dado na Tabela A.10 (Apêndice A).

$$\gamma = 1 + e^{-7,8 + 0,1U} \quad (2.39)$$

A idade a ser considerada é a idade fictícia em dias, dada pela equação (2.40). Essa expressão não se aplica a cura a vapor.

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (2.40)$$

Onde:

T_i - é a temperatura média diária do ambiente, em °C;

$\Delta t_{ef,i}$ - é o período, em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente (T_i), pode ser admitida constante;

α - é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento. Na falta de dados experimentais permite-se o uso dos valores constantes da Tabela A.11 (Apêndice A).

O coeficiente relativo à deformação lenta reversível (β_d), dado em função do tempo decorrido após o carregamento, é calculado através da expressão (2.41), enquanto o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível (β_f) é dado pela expressão (2.42). A Figura 2.2 apresenta o comportamento de β_f com a idade fictícia e com a espessura fictícia.

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (2.41)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (2.42)$$

Onde:

$$A = 42h_{fic}^3 - 350h_{fic}^2 + 588h_{fic} + 113$$

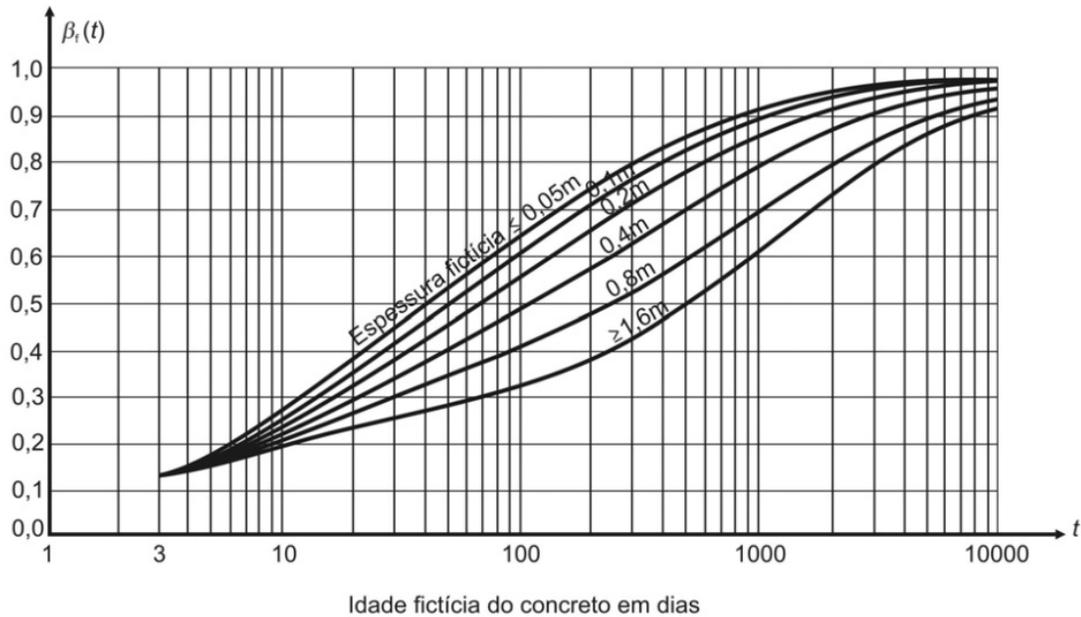
$$B = 768h_{fic}^3 - 3060h_{fic}^2 + 3234h_{fic} - 23$$

$$C = -200h_{fic}^3 + 13h_{fic}^2 + 1090h_{fic} + 183$$

$$D = 7579h_{fic}^3 - 31916h_{fic}^2 + 35343h_{fic} + 1931$$

t - é o tempo, em dias ($t \geq 3$).

Figura 2.2 - Variação de $\beta_s(t)$. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).



2.5.6. Perdas por retração do concreto

“Retração é o encurtamento do concreto devido à evaporação da água desnecessária à hidratação do cimento. A retração depende da umidade relativa do ambiente, da consistência do concreto no lançamento e da espessura fictícia da peça.” (SCHMID,1998).

A NBR 6118 (ABNT, 2007) fornece a expressão (2.43) para o cálculo da retração do concreto entre os instantes t e t_0 .

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (2.43)$$

Onde:

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ - é a deformação por retração entre t e t_0 ;

$\varepsilon_{cs\infty}$ - é deformação final por retração;

β_s - é o coeficiente relativo à retração, no instante t ou t_0 .

O valor final da retração é dado pelo produto duas parcelas:

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \varepsilon_{2s} \quad (2.44)$$

Sendo:

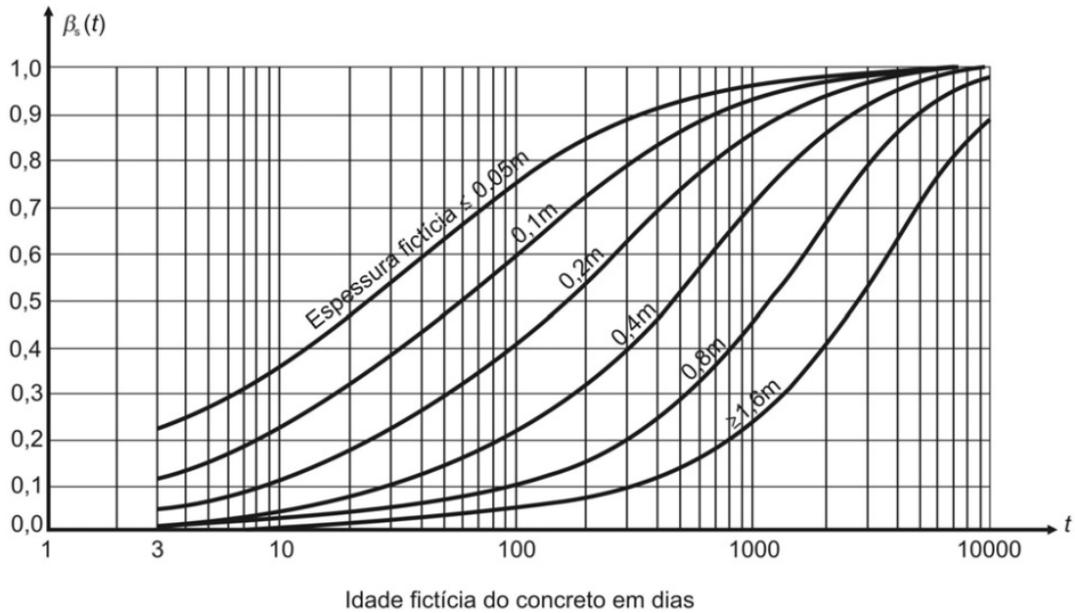
ε_{1s} - o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto, dado na Tabela A.10 (Apêndice A);

ε_{2s} - o coeficiente dependente da espessura fictícia da peça, dado por (2.45).

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} \quad (2.45)$$

O coeficiente relativo à retração é dado pela equação (2.46) e seu comportamento é apresentado na Figura 2.3.

Figura 2.3 - Variação do $\beta_s(t)$. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).



$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (2.46)$$

Onde:

$$A = 40$$

$$B = 116h_{fic}^3 - 282h_{fic}^2 + 220h_{fic} - 4,8$$

$$C = 2,5h_{fic}^3 - 8,8h_{fic} + 40,7$$

$$D = -75h_{fic}^3 + 585h_{fic}^2 + 496h_{fic} - 6,8$$

$$E = -169h_{fic}^4 + 88h_{fic}^3 + 584h_{fic}^2 - 39h_{fic} + 0,8$$

2.5.7. Processo simplificado para computar as perdas progressivas

Deve-se levar em conta a interação entre as perdas progressivas dadas pela fluência e retração do concreto e pela relaxação do aço. Para tanto, a NBR 6118 (ABNT, 2007) apresenta dois métodos que podem ser utilizados: o processo simplificado para o caso de fases únicas de operação e o processo aproximado. No presente trabalho aplica-se o primeiro processo, aplicável quando satisfeitas as seguintes condições:

- v. A concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, sejam executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra.
- w. Os cabos possuam entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das áreas das seções dos cabos componentes, situado na posição da resultante dos esforços neles atuantes (cabo resultante).

A primeira condição é atendida para todas as estruturas escolhidas para análise nesse trabalho, pois as fases de concretagem e protensão são próximas. A segunda condição, no caso da laje, é automaticamente atendida pelo fato das barras estarem alinhadas, porém, para as vigas, serão adicionadas restrições que garantam essa condição.

Sendo as duas condições atendidas nos casos em estudo, a redução da tensão no aço devido às perdas progressivas é dada por (2.47)

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) E_p - \alpha_p \sigma_{c,p0g} \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p} \quad (2.47)$$

Onde:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (2.48)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \varphi(t, t_0) \quad (2.49)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \quad (2.50)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \quad (2.51)$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \quad (2.52)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} \quad (2.53)$$

Sendo:

$\sigma_{c,p0g}$ - a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 , sendo positiva se de compressão;

$\varphi(t, t_0)$ - o coeficiente de fluência do concreto no instante t , para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0 ;

σ_{p0} - a tensão na armadura ativa devido à protensão e à carga permanente mobilizada no instante t_0 , positiva se de tração;

$\chi(t, t_0)$ - o coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ - a retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0 ;

$\psi(t, t_0)$ - o coeficiente de relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0 ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$ - a variação da tensão no aço de protensão entre t_0 e t ;

ρ_p - a taxa geométrica da armadura de protensão;

e_p - a excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto;

A_p - a área da seção transversal do cabo resultante;

A_c - a área da seção transversal do concreto;

I_c - o momento central de inércia na seção do concreto.

Por fim, a força transmitida ao concreto no tempo t é dada por:

$$P = P_0 + A_p \Delta \sigma_p \tag{2.54}$$

CAPÍTULO 3

CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO E APLICAÇÃO

Este capítulo apresenta os dois problemas de otimização abordados neste trabalho, a otimização de parâmetros de dimensionamento de lajes alveolares e vigas com cabo reto. Ambos são elementos de concreto, protendidos em regime de pré-tração. Para cada elemento são apresentadas as características geométricas, as variáveis de projeto, as restrições do problema de otimização e a função objetivo.

O conteúdo descrito neste capítulo adota a convenção de sinais comum na análise de estruturas, com compressão negativa e tração positiva.

3.1. PAINEL ALVEOLAR

O painel alveolar em estudo apresenta comportamento de laje armada em uma direção. Seu processo construtivo prevê a concretagem em faixas em pista de protensão industrial (Figura 3.1(a)), colocação na obra em justaposição (Figura 3.1(b)) e solidarização com capa de regularização, a qual pode ou não ter função estrutural de aumento da resistência à flexão. Admite-se que, em serviço, o painel trabalhe em protensão completa ou limitada.

Figura 3.1 – Painéis alveolares: (a) pista de protensão (<http://www.olmetitaly.com>); (b) colocação na obra (<http://www.r4tecn.com.br>).



(a)

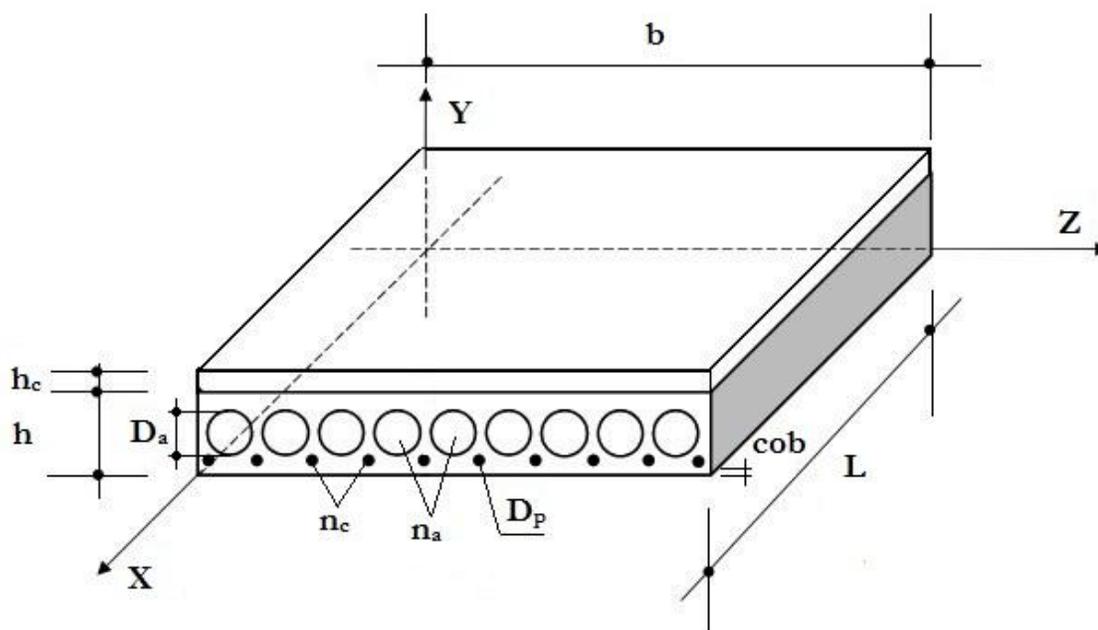


(b)

3.1.1. Características geométricas e mecânicas do painel

As propriedades geométricas do painel e o sistema de eixos adotado em projeto estão representados na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Características geométricas do painel alveolar.



Sendo:

h - a altura do painel;

b - a largura do painel;

L - o comprimento do painel;

D_a - o diâmetro dos alvéolos;

D_p - o diâmetro da armadura de protensão;

h_c - a altura da capa de regularização;

cob - o cobrimento da armadura;

n_a - o número de alvéolos;

n_c - o número de cabos.

Como admite-se neste estudo protensão completa ou protensão limitada, o painel apresenta comportamento elástico linear em serviço. Assim, as expressões (3.1) a (3.4) indicam, respectivamente, a área da seção transversal do painel (A_{spm}), seu momento de inércia (I_{spm}), as ordenadas das fibras extremas (y_{spm}) e os módulos de resistência (W_{spm}), respectivamente. O índice *inf* refere-se à fibra inferior da seção transversal do painel e o índice *sup* à fibra superior.

$$A_{spm} = hb - \frac{\pi D_a^2}{4} n_a \quad (3.1)$$

$$I_{spm} = \frac{bh^3}{12} - \frac{\pi D_a^4}{64} n_a \quad (3.2)$$

$$y_{spm}^{inf} = \frac{h}{2} \text{ e } y_{spm}^{sup} = -\frac{h}{2} \quad (3.3)$$

$$W_{spm}^{inf} = \frac{I_{spm}}{y_{spm}^{inf}} \text{ e } W_{spm}^{sup} = \frac{I_{spm}}{y_{spm}^{sup}} \quad (3.4)$$

Nas situações em que a capa de regularização exerce função estrutural, a área da seção transversal passa a ser a da seção composta A_c , calculada pela equação (3.5). As equações (3.6) e (3.7) representam, respectivamente, o centro de gravidade da seção composta, y_{CGt} , e as ordenadas das fibras extremas y_{st} . A equação (3.9) representa o momento de inércia total em relação ao novo centro de gravidade, I_{st} , e as equações (3.10) os módulos de resistência W_{st} .

$$A_c = A_{spm} + bh_c \quad (3.5)$$

$$y_{CGt} = \frac{A_{spm} 0,5h + bh_c (h + 0,5h_c)}{A_c} \quad (3.6)$$

$$y_{st}^{inf} = y_{CGt}, \quad y_{st\ painel}^{sup} = y_{CGt} - h \quad \text{e} \quad y_{st\ capa}^{sup} = y_{CGt} - (h + h_c) \quad (3.7)$$

$$I_{base} = I_{spm} + A_{spm} (0,5h)^2 + \frac{bh_c^3}{12} + bh_c \left(h + \frac{h_c}{2} \right)^2 \quad (3.8)$$

$$I_{st} = I_{base} - A_c y_{CGt}^2 \quad (3.9)$$

$$W_{st}^{\text{inf}} = \frac{I_{st}}{y_{st}^{\text{inf}}}, \quad W_{stp}^{\text{sup}} = \frac{I_{st}}{y_{st}^{\text{sup}} \text{ painel}}, \quad \text{e} \quad W_{stc}^{\text{sup}} = \frac{I_{st}}{y_{st}^{\text{sup}} \text{ capa}} \quad (3.10)$$

O painel pode apresentar n_c cabos com área efetiva a_p . Assim, a área de protensão (A_p) e a excentricidade da armadura em relação ao centro de gravidade da seção pré-moldada (e_p) são dados pelas expressões (3.11) e (3.12), respectivamente.

$$A_p = n_c a_p \quad (3.11)$$

$$e_p = \frac{h}{2} - \frac{D_p}{2} - cob \quad (3.12)$$

3.1.2. Carregamentos

O carregamento permanente (g) é formado pelo peso próprio da estrutura e de seus elementos fixos, enquanto o carregamento acidental (q) é definido conforme a NBR 6120 (ABNT, 1980). A Tabela 3.1 apresenta as parcelas de carregamento utilizadas neste trabalho.

Tabela 3.1 – Carregamentos apresentados nos painéis.

Permanente (g)	Acidental (q)
g_1 – Peso próprio do painel	q_1 – Carga acidental de utilização
g_2 – Peso da capa de regularização	q_2 – Carga acidental de montagem
g_3 – Peso do revestimento	

3.1.3. Restrições do projeto ótimo

Visando garantir a viabilidade física do painel e o atendimento às condições de projeto previstas nas normas brasileiras, são impostas restrições em relação às fases construtivas, em serviço e no estado limite último, levando em consideração em cada caso as combinações de carregamentos apropriadas. Também é necessário impor condições que garantem que a solução é factível, observadas naturalmente pelos projetistas e aqui denominadas restrições construtivas. Essas verificações se apresentam no processo de otimização como restrições do projeto ótimo.

3.1.3.1. Verificações construtivas

Visando garantir peça factíveis e a observância de cobrimento necessário para a armadura, as restrições construtivas estabelecem altura e largura mínima para o painel, dadas pelas equações (3.13) e (3.14), respectivamente.

$$\frac{h - D_a}{2} \geq cob \quad (3.13)$$

$$\frac{b - n_a D_a}{n_a} \geq 2 \left[\sqrt{\left(\frac{D_a}{2} + cob\right)^2 - \left(\frac{D_a}{2}\right)^2} - \frac{D_a}{2} \right] \quad (3.14)$$

3.1.3.2. Verificações de tensões normais nas fases construtivas e em serviço (ELS-SN)

Como o painel apresenta comportamento elástico linear em serviço, as tensões normais devem respeitar os limites de tração e compressão nas diferentes fases de análise, conforme as equações (3.15) e (3.16).

$$\sigma \leq \overline{\sigma_c} \quad (3.15)$$

$$\overline{\sigma_T} \leq \sigma \quad (3.16)$$

Onde:

σ - tensão normal de projeto nas fases de análise;

$\overline{\sigma_c}$ - limite de compressão prescrito para a tensão normal no concreto;

$\overline{\sigma_T}$ - limite de tração prescrito para a tensão normal no concreto.

Como a relação tensão x deformação ainda é linear, basta verificar as tensões nas fibras superiores e inferiores do painel, tanto para compressão, quanto tração. As condições, as combinações e os limites utilizados para as verificações de tensões normais, são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Condições, combinações e limites para verificação de tensões normais.

Condições a serem verificadas				Limites	
				σ_c	σ_t
Durante a construção				$0,7 f_{ckj}$	$-f_{ctkj}$
Em serviço	Concreto Protendido nível 2 (protensão limitada)	ELS-F	Combinação frequente (CF)	$0,7 f_{ck}$	$-f_{ctk}$
		ELS-D	Combinação quase permanente (CQP)		0
	Concreto Protendido nível 3 (protensão completa)	ELS-F	Combinação rara (CR)		$-f_{ctk}$
		ELS-D	Combinação frequente (CF)		0

Onde:

ELS-F - Estado limite de serviço de formação de fissuras;

ELS-D - Estado limite de serviço de descompressão.

Para o cálculo das tensões nas fibras inferior (σ^I) e superior do painel (σ^{Sp}), bem como na fibra superior da capa de regularização (σ^{Sc}), têm-se as equações (3.17) a (3.19), respectivamente.

$$\sigma^I = \frac{P(t)}{A_c} - \frac{P(t)e_p}{W_{spm}^{inf}} + \delta_{g1} \frac{M_{g1}}{W_{spm}^{inf}} + \delta_{g2} \frac{M_{g2}}{W_{spm}^{inf}} + \delta_{g3} \frac{M_{g3}}{W_{st}^{inf}} + \delta_{q1} \frac{\psi_{q1} M_{q1}}{W_{st}^{inf}} + \delta_{q2} \frac{M_{q2}}{W_{st}^{inf}} \quad (3.17)$$

$$\sigma^{Sp} = \frac{P(t)}{A_c} - \frac{P(t)e_p}{W_{spm}^{sup}} + \delta_{g1} \frac{M_{g1}}{W_{spm}^{sup}} + \delta_{g2} \frac{M_{g2}}{W_{spm}^{sup}} + \delta_{g3} \frac{M_{g3}}{W_{stp}^{sup}} + \delta_{q1} \frac{\psi_{q1} M_{q1}}{W_{stp}^{sup}} + \delta_{q2} \frac{M_{q2}}{W_{stp}^{sup}} \quad (3.18)$$

$$\sigma^{Sc} = \delta_{g3} \frac{M_{g3}}{W_{stc}^{sup}} + \delta_{q1} \frac{\psi_{q1} M_{q1}}{W_{stc}^{sup}} + \delta_{q2} \frac{M_{q2}}{W_{stc}^{sup}} \quad (3.19)$$

Onde:

$P(t)$ - força de protensão respectiva a cada etapa analisada, correspondente a idade t do concreto;

e_p - excentricidade do cabo na seção do painel;

M_{g1}, M_{g2} e M_{g3} - parcelas da carga permanente devidas ao peso próprio do painel, da capa de regularização e do revestimento respectivamente;

- M_{q1} e M_{q2} - parcelas da carga accidental de serviço e de montagem, respectivamente;
- A_c - área de concreto da seção transversal;
- W_{spm}^{inf} e W_{spm}^{sup} - módulos de resistência da seção do painel em relação à borda inferior e superior da seção;
- W_{st}^{inf} , W_{stp}^{sup} e W_{stp}^{sup} - módulos de resistência da seção composta em relação à borda inferior e superior na altura da transição entre o painel e a capa e na fibra superior da capa;
- Ψ_{q1} - fator de redução nas combinações de serviço;
- δ_{gi} e δ_{qi} - fatores que indicam a presença ou ausência do carregamento i em cada combinação de análise.

Os fatores que indicam presença ou ausência de carregamentos e os coeficientes utilizados, conforme a etapa analisada, são apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Coeficientes δ_{gi} , δ_{qi} e Ψ_{q1} em cada etapa de análise.

Etapa		δ_{g1}	δ_{g2}	δ_{g3}	δ_{q1}	δ_{q2}	Ψ_{q1}
Construção	Corte dos fios	1	0	0	0	0	0
	Içamento e transporte na indústria	β_{a1} ou β_{a2}	0	0	0	0	0
	Içamento e transporte na obra	β_{a1} ou β_{a2}	0	0	0	0	0
	Montagem	1	1	0	0	1	0
	Revestimento	1	1	1	0	1	0
ELS	Em serviço	1	1	1/0	1	0	Ψ_{ELS-F} ou Ψ_{ELS-D}

Sendo:

Ψ_{ELS-F} - Fator de redução da combinação para verificação do ELS-F;

Ψ_{ELS-D} - Fator de redução da combinação para verificação do ELS-D.

Os coeficientes Ψ_{ELS-F} e Ψ_{ELS-D} têm seus valores dependentes do tipo do concreto utilizado e consequentemente da combinação de ação verificada, conforme Tabela 3.2. Assumindo o

valor 1 para combinações raras, ψ_1 para combinações frequentes e ψ_2 para combinações quase permanentes. Os valores de ψ_1 e ψ_2 são apresentados na Tabela A.6 (Apêndice A).

É importante lembrar que nas fases de transporte e retirada da fôrma, o efeito dinâmico deve ser computado na carga permanente, conforme orientação da NBR 9062 (ABNT, 2006). Quando uma análise dinâmica não puder ser efetuada, a sollicitação dinâmica pode ser considerada de forma aproximada, por uma análise estática equivalente, adotando-se um coeficiente de amplificação dinâmica conforme a expressão (3.20).

$$g_{ed} \geq \beta_a g_k \quad (3.20)$$

Sendo:

g_k - a carga estática característica permanente;

g_{ed} - a carga estática equivalente de cálculo permanente;

β_a - o coeficiente de amplificação dinâmica.

A NBR 9062 (ABNT, 2006) prevê ainda os seguintes valores para o coeficiente β_a :

$\beta_a = 1,3$ - na ocasião do transporte, com carga permanente em situação desfavorável;

$\beta_a = 0,8$ - na ocasião do transporte com carga permanente em situação favorável, ou outro valor definido em verificação experimental comprovada;

$\beta_a = 1,3$ - na ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem do elemento;

$\beta_a = 1,4$ - na ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem do elemento sob circunstâncias desfavoráveis, tais como formato do elemento ou detalhes que dificultem a sua extração da fôrma ou superfície de contato com a fôrma maior que 50m²;

$\beta_a < 1,3$ - na ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem quando os elementos forem de peso superior a 300 kN. O valor de β_a deve ser estabelecido conforme experiência local, bem como formas e equipamentos de levantamentos adotados;

$\beta_a = 4$ - para projetos dos dispositivos de levantamento, para saque, manuseio e montagem, em contato com a superfície do elemento ou ancorado no concreto.

3.1.3.3. Verificação do ELS de deformações (ELS-DEF)

No projeto de painéis alveolares deve-se realizar quatro verificações quanto à flecha. Duas estão apresentadas na Tabela A.12 (Apêndice A), proveniente da NBR 6118 (ABNT, 2007). Dizem respeito aos deslocamentos visíveis em elementos estruturais e às vibrações sentidas no piso e são dadas pelas equações (3.21) e (3.22).

$$(f_{p6} + f_{g1})(1 + \varphi_{(T_1, \infty)}) + f_{g2}(1 + \varphi_{(T_4, \infty)}) + f_{g3}(1 + \varphi_{(T_5, \infty)}) + \psi_A f_q \leq \frac{L}{250} \quad (3.21)$$

$$f_q \leq \frac{L}{350} \quad (3.22)$$

Onde:

ψ_A - Para protensão limitada, valor igual a ψ_l . Em caso de protensão completa, assume valor igual a 1;

T_1, T_4 e T_5 - Tempos de aplicação do corte dos fios, da capa e do revestimento respectivamente.

As equações (3.23) a (3.27) apresentam as flechas devidas às parcelas de carregamento utilizadas nas equações (3.21) e (3.22).

$$f_p = -\frac{2M_p L^2}{9\sqrt{3}E_{cs}I_p} \quad (3.23)$$

$$f_{g1} = \frac{5M_{g1}L^2}{48E_{cs}I_p} \quad (3.24)$$

$$f_{g2} = \frac{5M_{g2}L^2}{48E_{cs}I_p} \quad (3.25)$$

$$f_{g3} = \frac{5M_{g3}L^2}{48E_{cs}I_{sc}} \quad (3.26)$$

$$f_q = \frac{5M_{q1}L^2}{48E_{cs}I_{sc}} \quad (3.27)$$

Por fim, a demais verificações são oriundas da NBR 9062 (ABNT, 2006), e estão apresentadas na Tabela A.13 (Apêndice A). Referem-se à tolerância de fabricação de elementos pré-moldados, visando à linearidade de painéis e lajes, considerando a deformação positiva e negativa, dada pela equação (3.28).

$$f_p + f_{g1} \leq \pm \frac{L}{1000} \quad (3.28)$$

3.1.3.4. Verificação de cisalhamento da interface entre dois concretos (ELU-C1)

A NBR 9062 (ABNT, 2006) permite que elementos compostos (ou mistos) sejam calculados como peça monolítica, desde que atenda a condição de cisalhamento na interface dos dois concretos. Esse caso se aplica à estrutura em estudo, quando a capa exerce função estrutural. Assim, impõe-se através da equação (3.29) que a tensão resistente τ_{rd} seja superior ou igual à tensão solicitante τ_{sd} , dadas pelas equações (3.30) e (3.31).

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd} \quad (3.29)$$

$$\tau_{rd} = \beta_c f_{cd\ capa} \quad (3.30)$$

$$\tau_{sd} = 1,4 A_{capa} 0,85 \frac{f_{cd\ capa}}{b a_v} \quad (3.31)$$

Onde:

- β_c - Coeficiente de minoração aplicado ao concreto devido à superfície rugosa, dado na Tabela A.14 (Apêndice A);
- $f_{cd\ capa}$ - Resistência de cálculo da capa de regularização;
- A_{capa} - Área da capa de regularização;
- b - Largura da peça;
- a_v - Distância entre os pontos de momento nulo e máximo, respectivamente, na peça.

3.1.3.5. Verificação de solicitações normais (ELU-SN)

Está incluso nessa verificação o cálculo da força de neutralização P_{nd} , que agregada à armadura de protensão anula as tensões no concreto em uma das faces da seção transversal. Essa tensão é hipotética, usada apenas para caracterizar a posição em que a deformação se iguala ao pré-alongamento da armadura ε_{pnd} . A força de neutralização é calculada por meio das equações (3.32) e (3.33) e a deformação de pré-alongamento pela equação (3.34).

$$P_{nd} = P_{final} + \sigma_{cpfinal} A_p \frac{E_p}{E_{cs}} \quad (3.32)$$

$$\sigma_{cpfinal} = \frac{P_{final}}{A_{spm}} + \frac{M_p e_p}{I_{spm}} + \frac{M_{g1} + M_{g2}}{W_{spm}} + \frac{M_{g3} + M_q}{W_{st}} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_{pnd} = \frac{P_{nd}}{A_p E_p} \quad (3.34)$$

Onde:

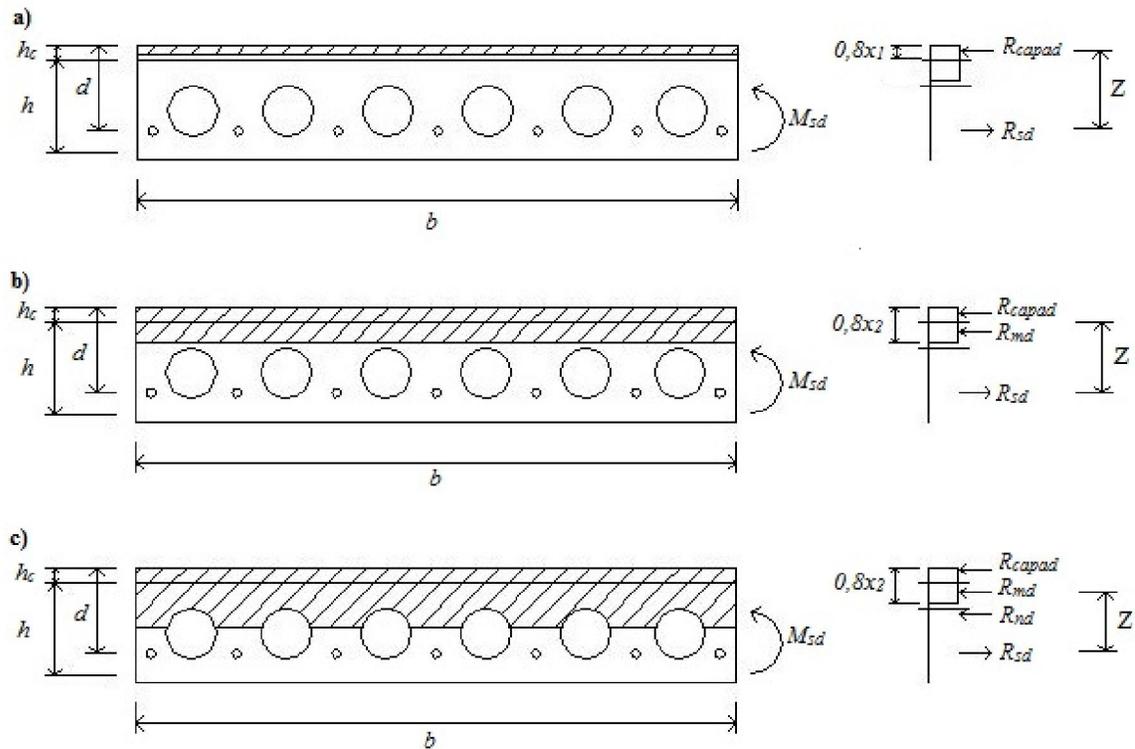
- P_{final} - Força de protensão após ocorrerem todas as perdas;
- $\sigma_{cpfinal}$ - Tensão no concreto na fibra do centro de gravidade da armadura, computando todas as perdas de protensão;
- A_p - Área da armadura de protensão;
- E_p - Módulo de elasticidade da armadura de protensão;
- E_{cs} - Módulo de elasticidade secante do concreto, aos 28 dias;
- $M_p, M_{ge} M_q$ - Momentos fletores devido a protensão, os carregamentos permanentes e os carregamento variáveis, respectivamente.

A área de aço necessária A_p^N para resistir aos carregamentos atuantes nas combinações referentes ao ELU é calculada como tradicionalmente se faz no dimensionamento a flexão composta reta. O momento atuante é dado pela equação (3.35), sendo γ_f dado pelas Tabelas A.1 a A.5 (Apêndice A).

$$M_{sd} = \gamma_f (M_g + M_q) \quad (3.35)$$

A linha neutra pode se localizar na capa de regularização (Caso I) (quando a mesma estiver exercendo função estrutural), na área acima dos alvéolos (Caso II) ou na região das nervuras (Caso III), conforme indica a Figura 3.3.

Figura 3.3 - Posição da linha neutra no painel, demarcando a área resistente do concreto. a) Linha neutra na capa de regularização. b) Linha neutra acima dos alvéolos. c) Linha neutra sobre os alvéolos.



Para o caso da laje alveolar com capa estrutural, a situação limite da linha neutra entre a capa e a laje, ou seja, entre o caso I e II, é dada pela equação (3.36). Já para a situação limite da linha neutra entre o caso II e III, é dada pela equação (3.37).

$$0,8 x_{1Lim} = h_c \tag{3.36}$$

$$0,8 x_{2Lim} = \frac{h - D_a}{2} + h_c \tag{3.37}$$

Assim sendo, calcula-se o d e o d_0 para a situação limite, dadas pelas equações (3.38) e (3.39), respectivamente.

$$d = h + h_c - cob - \frac{D_p}{2} \tag{3.38}$$

$$d_0 = \frac{M_{sd}}{0,85 f_{cd} b \left(\frac{h - D_a}{2} + h_c \right)} + \left(\frac{h - D_a}{4} + \frac{h_c}{2} \right) \quad (3.39)$$

Se $d \geq d_0$, ou seja, $0,8 x \leq 0,8 x_{lim}$, tem-se o caso I ou II, com a linha neutra acima do alvéolo.

Se $d < d_0$, ou seja, $0,8 x > 0,8 x_{lim}$, tem-se o caso III, com a linha neutra no alvéolo.

Calcula-se então a reação, o momento absorvido e a parcela da área de aço para cada região da estrutura que estiver acima da linha neutra, conforme as Equações (3.40) a (3.42), respectivamente.

$$R_{região d} = 0,85 f_{cd}^{região} A_{região} \quad (3.40)$$

$$M_{região d} = R_{região d} z_{região} \quad (3.41)$$

$$A_{p\ região}^N = \frac{R_{região d}}{f_{yd}} \quad (3.42)$$

Caso o momento absorvido pela capa ($M_{capa d}$) seja igual ou maior que o momento solicitante (M_{sd}), conclui-se que a linha neutra se encontra na capa estrutural (Caso I). Caso a linha se encontre na mesa (Caso II) ou na nervura (Caso III) o momento a ser absorvido é determinado pela diferença entre o momento solicitante (M_{sd}) e o somatório dos momentos acima da região a que o cálculo se refere, conforme exemplificado na equação (3.43)

$$M_{nd} = M_{sd} - (M_{capa d} + M_{md}) \quad (3.43)$$

Calcula-se então a relação x/d , dada pela equação (3.44).

$$\frac{x}{d} = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1,6 M_{nd}}{0,68 f_{cd} b d^2}} \right) \quad (3.44)$$

O cálculo da tensão no domínio 2, quando a deformação do concreto é inferior a 0,2 %, conduz a uma equação do terceiro grau. Por simplicidade em relação ao algoritmo de otimização, e sem prejuízo do dimensionamento, adota-se a simplificação recomendada por Rocha (1987); Assim, limita-se o valor de z para possibilitar o uso do diagrama retangular da norma também no domínio 2. Tal limitação é dada pela equação (3.45).

$$\frac{z}{d} \geq 0,931 \quad (3.45)$$

Sendo:

$$z = d - 0,4 x \quad (3.46)$$

Por fim, calcula-se a armadura necessária para absorver os esforços, por meio da equação (3.47), e verifica-se por meio da equação (3.48), se a armadura utilizada para o dimensionamento é maior que a armadura necessária.

$$A_p^N = A_{capap}^N + A_{mp}^N + A_{np}^N \quad (3.47)$$

$$A_p \geq A_p^N \quad (3.48)$$

3.1.3.6. Verificação de solicitações tangenciais (ELU-ST)

A NBR 14861 (ABNT, 2011) orienta que duas condições sejam verificadas para o caso de lajes alveolares, expressas pelas equações (3.49) e (3.50).

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.49)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.50)$$

A primeira visa garantir a não necessidade de armadura transversal. Para tanto a força solicitante V_{sd} deve ser inferior à resistência de projeto ao cisalhamento V_{Rd1} . Essa verificação é realizada para a seção simples e composta da laje.

Essa mesma norma orienta que a verificação em relação à força cortante seja feita na seção transversal mais crítica ao longo do vão da estrutura, a partir da distância de $0,5h$ da extremidade do seu apoio. Portanto a força cortante solicitante V_{sd} para elementos bi apoiados é dada pela equação (3.51), e a resistência de projeto V_{Rd1} , dada pela equação (3.52) e calculada através das equações (3.53) a (3.59).

$$V_{sd} = \frac{bL(g+q)}{2} \frac{L-h}{L} \gamma_f \quad (3.51)$$

$$V_{Rd1} = \left[\tau_{Rd} k (1,2 + 40\rho_1) + 0,15 \sigma_{cp_cisa} \right] b_w d \quad (3.52)$$

Sendo:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \frac{f_{ctk}}{1,4} \quad (3.53)$$

$$k = |1,6 - d|, \text{ sendo } k \geq |1| \quad (3.54)$$

$$\rho_1 = \frac{A_p}{b_w d}, \text{ sendo } \rho_1 \leq |0,02| \quad (3.55)$$

$$b_w = b - (D_a n_a) \quad (3.56)$$

$$\sigma_{cp_cisa} = \frac{P_{final}}{A_c} \alpha \quad (3.57)$$

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1, \text{ sendo } l_x = 0,5h \quad (3.58)$$

$$l_{pt2} = 85\phi \quad (3.59)$$

Onde:

V_{Rd1} - a força cortante resistente de cálculo na seção, com ou sem capa estrutural;

A_p - a área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

b_w - o somatório das nervuras da laje alveolar;

τ_{rd} - a tensão resistente de cálculo;

ρ_1 - a taxa de armadura;

P_{final} - a força de protensão final depois de todas as perdas;

A_c - a área da seção transversal de concreto da laje alveolar pré-moldada;

σ_{cp_cisa} - a tensão de compressão do concreto devido à força de protensão de projeto para o caso da laje sem alvéolo preenchido.

A segunda condição garante que a força cortante solicitante V_{sd} não ultrapasse a resistência de cálculo das diagonais comprimidas do concreto V_{Rd2} , obtida por (3.60).

$$V_{Rd2} = 0,5 \alpha_{v1} f_{cd} b_w 0,9d \quad (3.60)$$

Onde:

$$\alpha_{v1} = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200}, \text{ sendo } \alpha_{v1} \geq 0,5 \quad (3.61)$$

Sendo:

f_{cd} - Resistência de dimensionamento do concreto da laje.

3.1.3.7. Verificação de fendilhamento longitudinal

Durante o processo produtivo, não se permite que a liberação das cordoalhas de protensão gere nenhum tipo de fissuração longitudinal nas nervuras. Dessa forma, deve-se garantir que a tensão na nervura mais solicitada (σ_{sp}) seja inferior à tensão de tração do concreto ($f_{ctkj,inf}$). Essa verificação provém da NBR 14861 (ABNT, 2011) e é traduzida na equação (3.62).

$$\sigma_{sp} \leq f_{ctkj,inf} \quad (3.62)$$

Com:

$$\sigma_{sp} = \frac{P_0}{b_w^{nerv} e_p} \frac{15 \alpha_e^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{l_{pt1}}{e_p}\right)^{1,5}} (1,3 \alpha_e + 0,1) \quad (3.63)$$

$$\alpha_e = \frac{(e_p - k)}{h} \quad (3.64)$$

$$k = \frac{W_{nerv}}{A_{c,nerv}} \quad (3.65)$$

Onde:

$f_{ctkj,inf}$ - Valor da resistência a tração característica inferior do concreto, na data em que é realizada a liberação da protensão com base no controle tecnológico do concreto;

b_w^{nerv} - Largura da nervura individualmente;

e_p - Excentricidade da força de protensão;

l_{pt1} - Valor inferior de projeto para o comprimento de transmissão (fixado em 60ϕ);

h - Altura da nervura;

k - Meia altura do núcleo de rigidez na nervura, calculada pela razão entre o módulo resistente da nervura W_{nerv} e a área da seção transversal de concreto $A_{c,nerv}$.

3.1.4. Caracterização do problema de otimização

Para a aplicação deste trabalho, as variáveis de projeto são: a altura do painel h ; o diâmetro dos alvéolos D_a ; o diâmetro da armadura de protensão D_p ; e o número de cabos n_c . Todas as demais grandezas envolvidas na análise são parâmetros de projeto, ou seja, não se alteram durante o processo de otimização. As aplicações apresentadas no Capítulo 4 adotam dois tipos de função objetivo: o peso e o custo do painel. A equação (3.66) apresenta a função objetivo representando o peso do painel, enquanto que as equações (3.67) e (3.68) representam o custo do painel.

$$Peso = \left(\left(b h - \frac{n_a \pi D_a^2}{4} - n_c A_p \right) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a \right) L \quad (3.66)$$

As equações (3.67) e (3.68) foram obtidas por Castilho (2003) a partir do custo de indústrias de pré-moldados no estado de São Paulo. Embora o trabalho tenha sido realizado há mais de 10 anos, considera-se que o crescimento dos custos se deu de forma proporcional nesse período e ainda pode ser aplicada a uma rotina de otimização.

$$Custo_{s/capa} = 11,578 \log(h) + 12,663 + 0,0528 h + 1,1 (24,75 fck + 74,25) (0,063 \log(h) - 0,0721) + (0,0633 \log(h) - 0,0721) + 2,4075 A_p \quad (3.67)$$

$$Custo_{c/capa} = 11,578 \ln(h) - 13,178 + 0,048 (24,75 fck_{capa} + 74,25) h_c + 0,0528 h + 1,27 h_c + 1,1 (24,75 fck + 74,25) (0,0633 \ln(h) - 0,0721) + 2,407 A_p \quad (3.68)$$

Em painéis nos quais a capa exerce função estrutural tem-se um total de 60 restrições. O problema de otimização pode então ser descrito na forma geral apresentada na equação (3.69).

Obter h, D_a, D_p e n_c que

$$\text{minimiza } \text{Peso} = \left[\left(bh - \frac{n_a \pi D_a^2}{4} - n_c A_p \right) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a \right] L$$

e/ou

$$\begin{aligned} \text{Custo}_{c/capa} = & 11,578 \ln(h) - 13,178 + 0,048(24,75 fck_{capa} + 74,25) h_c + 0,0528h \\ & + 1,27h_c + 1,1(24,75 fck + 74,25)(0,0633 \ln(h) - 0,0721) + 2,407 A_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{tal que } RC_i & \geq 0, & i = 1, 2 \\ RTN_j & \leq 0, & j = 1, \dots, 48 \\ RELU_k & \leq 0, & k = 1, \dots, 5 \\ RELS_D_l & \leq 0, & l = 1, \dots, 4 \\ RFEND_m & \leq 0, & m = 1 \end{aligned}$$

(3.69)

Sendo:

RC - Restrições construtivas;

RTN - Restrições de tensões normais nas fases construtivas e nos ELS;

$RELU$ - Restrições do ELU;

$RELS_D$ - Restrições do ELS-D;

$RFEND$ - Restrição de fendilhamento.

3.2. VIGA ISOSTÁTICA COM CABO RETO

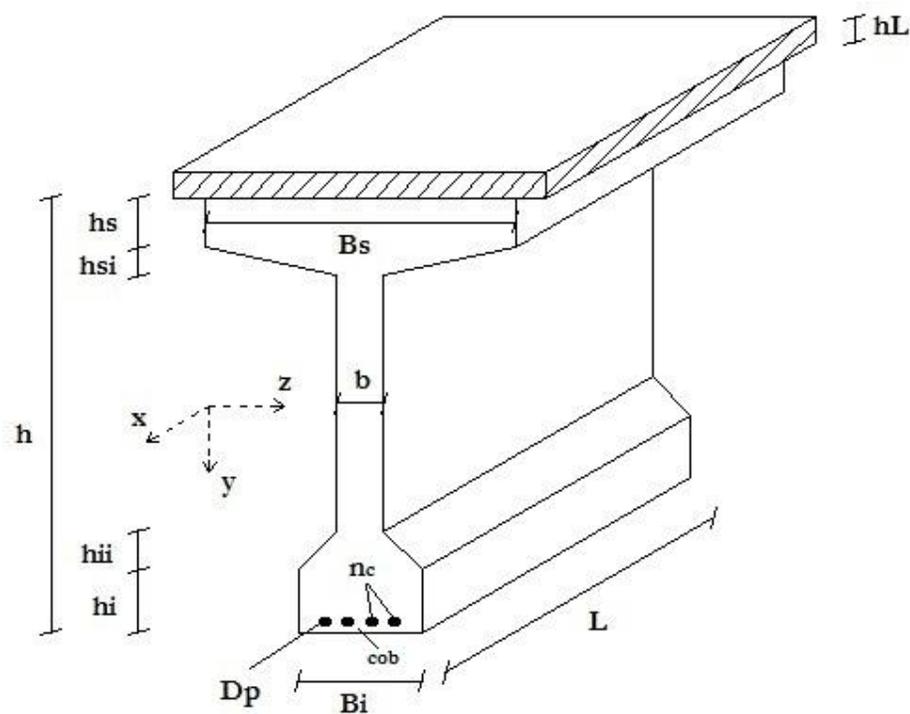
A viga isostática em estudo neste trabalho tem cabo reto pré-tracionado e pode estar submetida tanto à protensão completa quanto à protensão limitada. Pode ou não suportar laje e esta pode ou não apresentar função estrutural, contribuindo como mesa de compressão no dimensionamento a flexão. A Figura 3.4 apresenta um exemplo de aplicação desse tipo de viga e sua colocação na obra.

Figura 3.4 – Viga pré-moldada - colocação na obra (<http://santa-catarina.all.biz>).

3.2.1. Características geométricas e mecânicas da viga

As propriedades geométricas da viga em estudo neste trabalho e o sistema de eixos adotado em projeto estão representados na Figura 3.5.

Figura 3.5 – Características geométricas da viga isostática.



Sendo:

h - altura da viga;

hL - altura da laje;

L - comprimento da viga;

hs, hsi, hi e hii - alturas da seção da viga;

Bs, Bi e b - larguras da seção a viga;

D_p - diâmetro da armadura de protensão;

cob - cobrimento da armadura;

n_c - número de cabos.

Como admite-se neste estudo protensão completa ou protensão limitada, a viga apresenta comportamento elástico linear em serviço. As expressões (3.70) a (3.73) representam a área da seção transversal da viga (A_s), seu momento de inércia (I_s), as ordenadas das fibras extremas (y_s) e os módulos de resistência (W_s), respectivamente.

$$A_s = Bs \cdot hs + \left(\frac{Bs - b}{2} \right) \cdot hsi + b \cdot (h - hs - hi) + \left(\frac{Bi - b}{2} \right) \cdot hii + Bi \cdot hi \quad (3.70)$$

$$I_s = I_{base} + A_s \cdot y_{CGs}^2 \quad (3.71)$$

$$y_{inf s} = y_{CGs} \text{ e } y_{sup s} = -(h - y_{CGs}) \quad (3.72)$$

$$W_s^I = \frac{-I_s}{y_{inf s}} \text{ e } W_s^S = \frac{-I_s}{y_{sup s}} \quad (3.73)$$

Nos casos onde há laje, esta pode ser considerada como mesa de compressão, a área da seção transversal passa a ser A_t , deslocando então o centro de gravidade y_{CGt} . As ordenadas das fibras extremas y_t , o momento de inércia total em relação ao novo centro de gravidade I_t e os módulos de resistência W_T são dados pelas expressões (3.74) a (3.79), respectivamente.

$$A_t = A_s + bf \cdot hL \quad (3.74)$$

$$y_{CGt} = \frac{\left[y_{CGs} \cdot A_s + A_{laje} \cdot \left(h + \frac{hL}{2} \right) \right]}{A_t} \quad (3.75)$$

$$y_{inf t} = y_{CGt} \text{ , } y_{sup t}^V = -(h - y_{CGt}) \text{ e } y_{sup t}^L = -(h + hL - y_{CGt}) \quad (3.76)$$

$$I_{base} = \frac{Bs \cdot hs^3}{12} + \frac{\left(\frac{Bs - b}{2} \right) \cdot hsi^3}{18} + \frac{b \cdot (h - hs - hi)^3}{12} + \frac{\left(\frac{Bi - b}{2} \right) \cdot hii^3}{18} + \frac{Bi \cdot hi^3}{12} \quad (3.77)$$

$$I_t = \left[I_{base} + \frac{bf \cdot hL^3}{12} \cdot \left(h + \frac{hL}{2} \right) \right] + A_t \cdot y_{CGt}^2 \quad (3.78)$$

$$W_T^I = \frac{-I_t}{y_{inf t}}, \quad W_T^{SV} = \frac{-I_t}{y_{sup t}} \quad \text{e} \quad W_T^{SL} = \frac{-I_t}{y_{sup t}} \quad (3.79)$$

Utilizando a_p como a área efetiva de um cabo, o cálculo da área de protensão (A_p) e da excentricidade da armadura em relação ao centro de gravidade da seção pré-moldada (e), são obtidos pelas expressões (3.80) e (3.81), respectivamente.

$$A_p = n_c a_p \quad (3.80)$$

$$e = y_{CGs} - cob - \frac{D_p}{2} \quad (3.81)$$

3.2.2. Carregamentos

Os carregamentos considerados na análise das vigas estão apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Carregamentos apresentados nas vigas.

Permanente (g)	Acidental (q)
g ₁ – Peso próprio da viga	q ₁ – Carga acidental de utilização
g ₂ – Peso própria laje / telhado	q ₂ – Carga acidental de montagem
g ₃ – Peso próprio do revestimento	

3.2.3. Restrições do projeto ótimo

Esta seção apresenta as verificações feitas para as vigas visando garantir a viabilidade física e o atendimento às condições de projeto.

3.2.3.1. Verificações construtivas

As restrições construtivas estabelecem altura e largura mínima para a viga, dadas pelas equações (3.82) e (3.83), respectivamente.

$$h \geq \frac{4}{3} cob + D_p \quad (3.82)$$

$$b \geq D_p n_c + cob (n_c + 1) \quad (3.83)$$

3.2.3.2. Verificações de tensões normais nas fases construtivas e em serviço (ELS-SN)

As verificações relativas às tensões normais são realizadas para a viga de forma análoga a da laje alveolar, respeitando os mesmos limites e combinações apresentados pela Tabela 3.2. As tensões nas fibras da extremidade podem ser determinadas pelas equações (3.17) a (3.19). Os fatores que indicam presença ou ausência de carregamentos e coeficientes utilizados, apresentados na Tabela 3.5, conforme a etapa analisada. Os efeitos dinâmicos são considerados para a viga assim como para a laje alveolar.

Tabela 3.5 – Coeficientes δ_{gi} , δ_{qi} e ψ_{qi} em cada etapa de análise.

Etapa		δ_{g1}	δ_{g2}	δ_{g3}	δ_{q1}	δ_{q2}	Ψ_{q1}
Construção	Corte dos fios	1	0	0	0	0	0
	Içamento e transporte na indústria	β_{a1} ou β_{a2}	0	0	0	0	0
	Içamento e transporte na obra	β_{a1} ou β_{a2}	0	0	0	0	0
	Montagem	1	1	0	0	1	0
	Revestimento (quando houver laje)	1	1	1	0	1	0
ELS	Em serviço	1	1	1/0 (com / sem laje)	1	0	Ψ_{ELS-F} ou Ψ_{ELS-D}

Os coeficientes Ψ_{ELS-F} e Ψ_{ELS-D} são determinado de forma análoga a aplicação do painel alveolar.

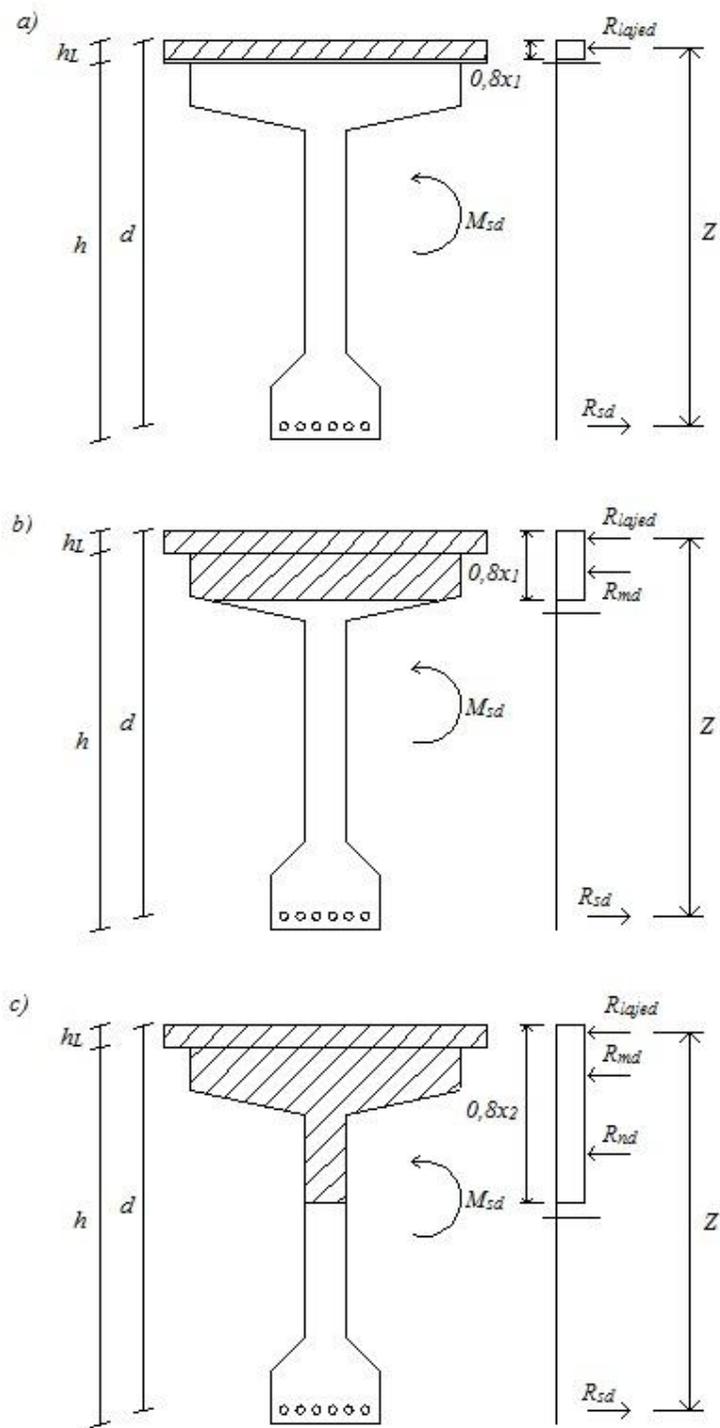
3.2.3.3. Verificação do ELS de deformações (ELS-DEF)

As verificações relativas aos estados limites de serviço de deformações excessivas para as vigas são as mesmas consideradas para as lajes alveolares.

3.2.3.4. Verificação de solicitações normais (ELU-SN)

As verificações relativas aos estados limites de serviço de solicitações normais e às etapas construtivas são feitas para as vigas de forma análoga ao painel alveolar, sendo as possíveis posições da linha neutra apresentadas na Figura 3.6.

Figura 3.6 - Posição da linha neutra na viga, demarcando a área resistente do concreto. a) Linha neutra na laje. b) Linha neutra na mesa. c) Linha neutra na nervura.



A situação limite da linha neutra entre a laje e a viga, ou seja, entre os casos I e II, é dada pela equação (3.84). Já para a situação limite da linha neutra entre os casos II e III, é dada pela equação (3.85).

$$0,8 x_{1Lim} = h_L \quad (3.84)$$

$$0,8 x_{2Lim} = h_s + h_{si} + h_L \quad (3.85)$$

Assim, calcula-se as alturas úteis d e d_0 para a situação limite conforme as equações (3.86) e (3.87), respectivamente.

$$d = h + h_L - cob - \frac{D_p}{2} \quad (3.86)$$

$$d_0 = \frac{M_{sd}}{0,85 f_{cd} B_s (h_s + h_{si} + h_L)} + \left(\frac{(h_s + h_{si} + h_L)}{2} \right) \quad (3.87)$$

Se $d \geq d_0$, ou seja, $0,8 x \leq 0,8 x_{1lim}$, tem-se a linha neutra na laje ou na mesa (caso I ou II).

Se $d < d_0$, ou seja, $0,8 x_2 > 0,8 x_{2lim}$, tem-se a linha neutra na nervura (caso III).

O cálculo da reação, do momento e da área de aço é feito para a viga assim como para a laje alveolar, assim como a verificação da área de protensão obtida através das equações (3.40) a (3.48).

3.2.3.5. Verificação de sollicitações tangenciais (ELU-ST)

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007), a resistência do elemento estrutural em uma determinada seção transversal é considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as condições apresentadas pelas equações (3.88) e (3.89).

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.88)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} \quad (3.89)$$

A equação (3.88) corresponde à verificação da compressão diagonal do concreto e a equação (3.89) corresponde ao cálculo da armadura transversal, dadas respectivamente pelas equações (3.90) e (3.91), para diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^\circ$, com a força cortante solitante de cálculo V_{sd} dada pela equação (3.92).

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{V2} f_{cd} b_w d \quad (3.90)$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (3.91)$$

$$V_{sd} = \frac{b_w L(g+q)}{2} \frac{L-h}{L} \gamma_f \quad (3.92)$$

Com:

$$\alpha_{V2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (3.93)$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\text{sen} \alpha + \cos \alpha) \quad (3.94)$$

$V_c = 0$ - nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$ - na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção.

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (3.95)$$

Sendo:

b_w - a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d ;

d - a altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

s - o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} , medido segundo o eixo longitudinal do elementos estrutural;

f_{ywd} - a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor f_{yd} no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores 435 MPa;

α - o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Neste trabalho, a armadura de cisalhamento não é levada em consideração no processo de otimização. Por esta razão, apenas a equação (3.88) corresponde a uma restrição do problema.

3.2.4. Caracterização do problema de otimização

As variáveis de projeto no caso da viga são: a altura da viga h ; o diâmetro da armadura de protensão D_p ; e o número de cabos n_c . Todas as demais grandezas envolvidas na análise são parâmetros de projeto. Assim, a função objetivo é o peso viga, dada pela equação (3.96).

$$Peso = [(A_{viga} - n_c A_p) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a] L \quad (3.96)$$

Nos casos com a presença de laje sobre a viga tem-se um total de 57 restrições. O problema de otimização fica então definida na forma geral apresentada na expressão (3.97).

$$\begin{aligned} & \text{Obter } h, D_p \text{ e } n_c \text{ que} \\ & \text{minimiza } Peso = [(A_{viga} - n_c A_p) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a] L \\ & \text{tal que } RC_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \\ & \quad \quad RTN_j \leq 0, \quad j = 1, \dots, 48 \\ & \quad \quad RELU_k \leq 0, \quad k = 1, \dots, 3 \\ & \quad \quad RELS_D_l \leq 0, \quad l = 1, \dots, 4 \end{aligned} \quad (3.97)$$

Sendo:

RC - Restrições construtivas;

RTN - Restrições de tensões normais nas fases construtivas e nos ELS;

$RELU$ - Restrições do ELU;

$RELS_D$ - Restrições do ELS-D.

CAPÍTULO 4

OTIMIZAÇÃO

O desenvolvimento de métodos de análise da melhor solução de um problema através de algoritmos numéricos é obtido através da otimização. Para uso desses métodos, precisa-se entender o processo convencional de projeto, que se dá início quando o projetista, define valores iniciais das variáveis do problema, verificando as que se enquadram nos critérios de projeto. No entanto, quando há muitas variáveis, os valores de partida comumente, satisfazem poucos ou nenhum dos critérios estabelecidos. Daí então, parte-se para nova inserção de valores com base na experiência do projetista e na análise anterior. Desta forma, o projeto convencional é contemplado por diversas e sucessivas análises, em um processo de tentativa e erro, até que se atinja uma solução admissível, que normalmente não reflete a solução mais adequada do sistema.

4.1. ALGORITMO DE *BRANCH AND BOUND*

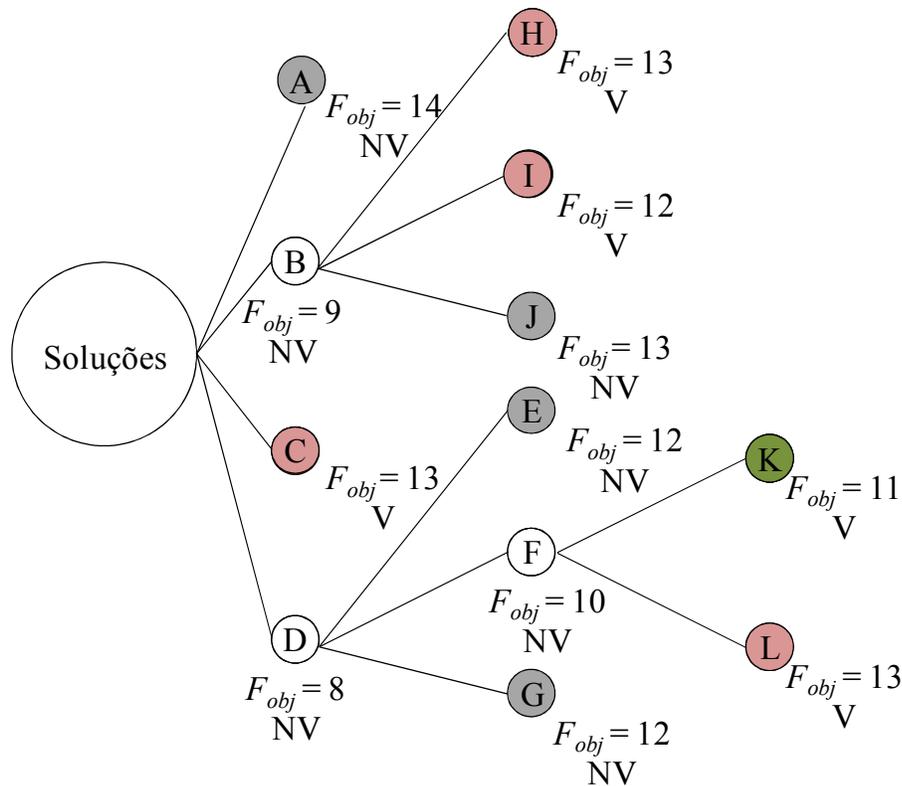
O algoritmo de *Branch and Bound* é uma técnica heurística de otimização discreta que organiza as possíveis soluções do problema na forma de uma árvore com ramos como subconjuntos de soluções. A escolha desse algoritmo se deu por haver garantia de se encontrar o ponto de ótimo, o que não acontece na maioria das técnicas de otimização heurísticas. Além disso, as variáveis de projeto consideradas neste trabalho tem características eminentemente discreta, pois o diâmetro dos cabos de protensão dependem dos valores encontrados comercialmente. Embora as dimensões da seção transversal possam ser consideradas variáveis contínuas, considerá-las como discretas não introduz grandes limitações ao problema, uma vez que as dimensões devem obedecer aos padrões da fábrica de elementos pré-moldados.

A ideia do algoritmo é que o conjunto de soluções pode ser dividido em subconjuntos com base nos valores de uma das variáveis de projeto formando ramos. Cada ramo, por sua vez, pode ser subdividido em novos ramos gerando assim a aparência de árvore. Denomina-se nó o ponto gerador do ramo, responsável por suas características básicas. Faz-se a avaliação da função objetivo de todas as soluções possíveis de cada nó. As restrições são verificadas

apenas para a melhor solução do nó, o que permite classificá-la em viável ou não viável, caso atendam ou não ao conjunto das restrições.

A etapa seguinte corresponde à classificação dos nós. Primeiro se identifica a melhor solução viável (MSV) e, a seguir, confronta-se as demais soluções com ela. Deste confronto, classificam-se os nós não viáveis em promissores e não promissores. Os nós promissores são os nós não viáveis que apresentam melhor solução com função objetivo melhor que a da MSV, enquanto os nós não promissores são os nós não viáveis que apresentam melhor solução com função objetivo pior que a da MSV. A Figura 4.1 apresenta uma representação esquemática do algoritmo de *Branch and Bound*. Os nós viáveis são identificados em vermelho, os promissores em branco, os não promissores em cinza e a solução ótima em verde. Os nós recebem nomes em ordem alfabética à medida que são desenvolvidos.

Figura 4.1 – Representação esquemática do algoritmo de *Branch and Bound*.



No esquema da Fig. 4.1 o conjunto de todas as soluções possíveis é dividido em quatro subconjuntos, gerando os nós *A*, *B*, *C* e *D* do primeiro nível. A função objetivo é analisada para todos os elementos, obtendo-se a melhor solução de cada subconjunto. As restrições são então avaliadas para cada melhor solução do nó, classificando-os como viáveis e não viáveis

(A , B e D não viáveis e C viável). Na etapa de classificação, o subconjunto das soluções viáveis é analisado e a melhor solução viável (MSV) passa a ser candidata a solução ótima corrente (nó C no exemplo da Fig. 4.1). Na etapa de identificação de nós promissores, o subconjunto dos nós não viáveis é confrontado com a melhor solução viável e dividido em promissores e não promissores. Promissores são os nós cuja melhor solução, embora não viável, apresenta valor de função objetivo melhor que o da melhor solução viável e não promissores os demais. Passa-se então a etapa de poda dos nós não promissores (nó A no exemplo da Fig. 4.1). Evita-se assim analisar as restrições de soluções sem possibilidade de fornecer a solução ótima.

No desenvolvimento da segunda iteração, escolhe-se o nó mais promissor para desenvolvimento, que apresenta o menor valor de função objetivo (nó D no exemplo da Fig. 4.1). O desenvolvimento do nó consiste em repartir suas soluções em novos subconjuntos (E , F e G no exemplo da Fig. 4.1). Completam o ciclo as etapas de classificação dos novos nós (E , F e G não viáveis), atualização da MSV (nó C mantido) e identificação do nó mais promissor (nó B).

O ciclo de iterações prossegue na quarta iteração com o desenvolvimento do nó mais promissor (B), gerando novos nós (H , I e J), classificação (H e I viáveis e J não viável), atualização da MSV (nó I), poda (nós E , G e J) e identificação do nó mais promissor (nó F). Na quinta iteração desenvolve-se o nó mais promissor (F), gerando novos nós (K e L), classificação (K e L viáveis), atualização da MSV (nó K). O algoritmo é encerrado por não haver mais nós a serem podados nem desenvolvidos.

4.2. PROGRAMAÇÃO LINEAR SEQUENCIAL (PLS)

O método de solução de problemas não lineares é dado por programação linear sequencial, que tem por objetivo estabelecer restrições dos problemas não lineares. Assim, aproxima-se do problema inicial por sucessivos subproblemas lineares equivalentes, que são solucionados por métodos de programação linear. Essa aproximação é possível devido o desenvolvimento da função em série de Taylor, que contempla cada trecho da função objetivo e das restrições não lineares, onde o intervalo das variáveis iniciais por subproblema linear é limitada por limites móveis.

A PLS inicia-se com a linearização da função objetivo e das restrições não lineares do problema em torno de um ponto x_p . Esta linearização pode ser expressa de maneira geral por (4.1).

$$\bar{f}(x) = f(x_p) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{p_i}) \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x_p} \quad (4.1)$$

Onde:

$\bar{f}(x)$ - função linearizada;

x_p - ponto em torno do qual se faz a linearização.

No entanto, a validação da função de aproximação entre limites máximos e mínimos vizinho ao ponto x_p , nominado limites móveis, dos quais devem aproximar-se em 15% dos valores da variáveis x_i . Portanto, dada a linearização, o problema assume a forma em 4.2. Em 4.2 a validade da vizinhança do ponto x_p , indica a linearização das restrições limitadoras das variáveis x_i .

Obter x que

$$\begin{aligned} & \text{minimiza ou maximiza } \bar{f}(x) \\ & \text{tal que } \bar{h}_k(x) h_k(x) = 0, k = 1, \dots, n_e \\ & \bar{g}_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, n_g \end{aligned} \quad (4.2)$$

Por ser um problema linear, o ponto ótimo depara-se em um dos limites móveis, ponto extremo, onde este novo ponto em derredor do qual o novo trecho do problema passará por nova linearização e assim sucessivamente, até que se atinja a convergência da solução. Esta é dada por verificação quando há variação do valor da função objetivo, que corresponde a determinada tolerância estabelecida ou quando após a linearização houver baixa diferenciação do novo ponto em relação ao anterior.

CAPÍTULO 5

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Este capítulo apresenta exemplos de aplicação para dimensionamento ótimo em lajes alveolares e vigas com cabo reto. Os três primeiros exemplos apresentam aplicações a lajes alveolares e visam mostrar o potencial do algoritmo de *Branch and Bound* (B&B) em relação às soluções com variáveis contínuas, comparar a solução obtida via otimização com valores praticados por empresas de pré-moldados e a aplicação a uma situação real de projeto. O quarto exemplo apresenta uma aplicação a vigas e visamos mostrar o potencial do algoritmo de *Branch and Bound* (B&B) em relação às soluções com variáveis contínuas e a aplicação a uma situação real de projeto.

A Tabela 5.1 apresenta os parâmetros de projeto utilizados em comum para todos os exemplos apresentados.

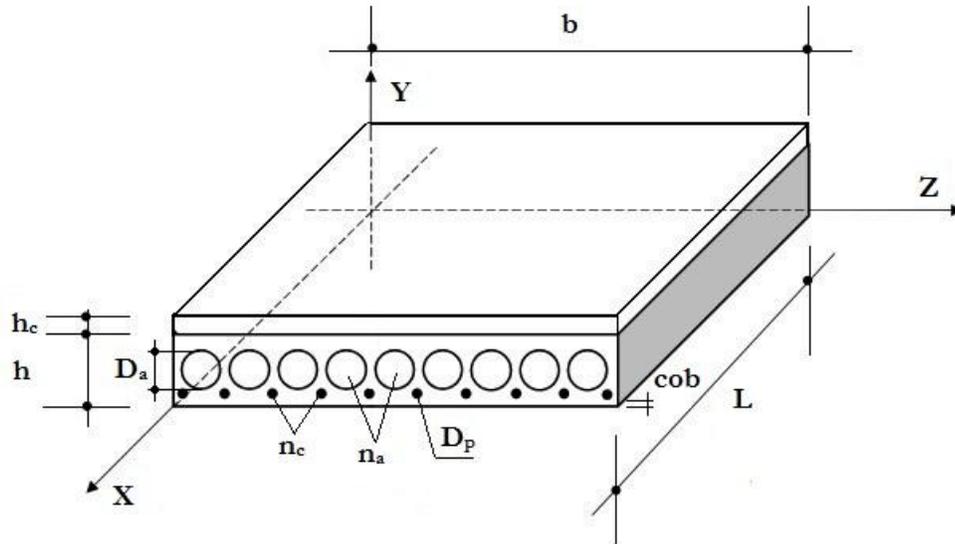
Tabela 5.1 - Parâmetros de projeto dos exemplos.

PARÂMETRO	VALOR
Abatimento	0 a 4 cm
Cobrimento (<i>cob</i>)	2,5 cm
Coefficiente de amplificação dinâmica desfavorável (β_{a1})	1,3
Coefficiente de amplificação dinâmica favorável (β_{a2})	0,8
Coefficiente de minoração devido à superfície rugosa (β_c)	0,3
Comprimento da pista de protensão (L_{pista})	120 m
Comprimento do cabo que excede a pista (L_{grade})	70 cm
Deslizamento da ancoragem (δ_{anc})	4 mm
Fator de redução de combinação frequente (ψ_1)	0,4
Fator de redução de combinação quase permanente (ψ_2)	0,3
Módulo de elasticidade do aço (E_p)	202.000 MPa
Peso específico do aço (γ_a)	78,5 kN/m ³
Peso específico do concreto armado (γ_{ca})	25 kN/m ³
Peso específico do concreto simples (γ_{cs})	24 kN/m ³
Resistência à tração do aço (f_{ptk})	1897,70 MPa
Temperatura de projeto	30 °C
Tempos para fluência e retração do concreto	0,75/1,75/28/31/35 dias
Tempos para relaxação do aço	1,75/2,75/29/32/36 dias
Tensão de escoamento do aço (f_{pyk})	1708,20 MPa
Tipo de aço	RB
Tipo de cimento	CP V-ARI
Tipo de protensão	Protensão Limitada (nível 2)
Umidade relativa (U)	40% - ambiente seco

5.1. EXEMPLO 1

Este exemplo tem como objetivo justificar a escolha de um método de otimização discreta, no caso o algoritmo de *Branch and Bound* (B&B), em relação aos métodos de otimização contínua. Para essa última análise, é usado o programa comercial LINGO (LINDO, 2002), que utiliza um algoritmo de Programação Linear Sequencial (PLS).

Figura 5.1 – Características geométricas do painel alveolar.



Na Figura 5.1, tem-se:

- h - a altura do painel;
- b - a largura do painel;
- L - o comprimento do painel;
- D_a - o diâmetro dos alvéolos;
- D_p - o diâmetro da armadura de protensão;
- h_c - a altura da capa de regularização;
- cob - o cobrimento da armadura;
- n_a - o número de alvéolos;
- n_c - o número de cabos.

O LINGO trabalha com um arquivo ASC II de entrada de dados onde se define explicitamente a função objetivo e as restrições. Assim, o cálculo das perdas diferidas não pode ser feito conforme o prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2007), uma vez que há expressões diferentes para diferentes valores das variáveis de projeto. Assim, visando possibilitar o uso do LINGO, neste primeiro exemplo as perdas diferidas foram estimadas em ambos os métodos de otimização (LINGO e B&B), tomando por base o estudo desenvolvido por Petrucelli (2009). As perdas diferidas foram estimadas em 15% do valor da força de protensão enquanto o

cálculo das perdas imediatas foi incorporado à formulação. Ainda, visando possibilitar o uso do LINGO de forma coerente, o número de cabos foi considerado um parâmetro e não uma variável de projeto, uma vez que essa grandeza tem natureza discreta e não há sentido em adota-lo com uma variação contínua.

A Tabela 5.2 apresenta os valores possíveis para as variáveis de projeto no algoritmo B&B. Os parâmetros de projeto utilizados neste do exemplo são apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.2 - Variáveis de projeto para o exemplo 1.

VARIÁVEL	VALORES
Altura do painel (h)	De 6 a 10 cm com intervalo de 1 cm
Diâmetro do alvéolo (D_a)	De 3 a 7 cm com intervalo de 1 cm
Diâmetro do cabo de protensão (D_p)	9,5 / 11,0 / 12,7 / 15,2 mm

Tabela 5.3 - Parâmetros de projeto do exemplo 1.

PARÂMETRO	VALOR
Número de cabos	3
Comprimento do painel (L)	5,00 m
Largura (b)	1,20 m
Número de alvéolos (n_a)	6
Espessura da capa de regularização (h_c)	5,0 cm
Espessura do revestimento (h_{pav})	1,0 cm
Resistência à compressão do painel (f_{ck})	50 MPa
Resistência à compressão da capa de regularização (f_{ckcapa})	30 MPa
Carga permanente do revestimento (g_3)	0,24 kN/m ²
Carga variável de utilização (q_1)	3,00 kN/m ²
Carga variável de montagem (q_2)	0,50 kN/m ²
Tipo de painel	Com capa estrutural
Tipo de perdas diferidas	Estimadas

Devido às limitações na forma de comunicação com o programa LINGO, nas análises pelos dois métodos são consideradas apenas as restrições construtivas e as restrições de tensões do ELS. A simplificação não limita ou invalida o objetivo desta aplicação, que é o de ressaltar a

aplicabilidade e o potencial das técnicas de otimização discreta nesse tipo de problema. Além disso, estudos anteriores mostraram que a grande maioria das soluções não viáveis não atende a estas restrições. O problema assume então a forma da expressão (5.1), com 3 variáveis de projeto e 48 restrições.

Obter h, D_a e D_p que

$$\begin{aligned} \text{minimiza } \text{Peso} &= \left[\left(b h - \frac{n_a \pi D_a^2}{4} - n_c A_p \right) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a \right] L \\ \text{tal que } RC_i &\geq 0, \quad i = 1, 2 \\ RTN_j &\leq 0, \quad j = 1, \dots, 46 \end{aligned} \quad (5.1)$$

A Tabela 5.4 apresenta os resultados obtidos com a utilização do algoritmo de B&B e com o programa LINGO. O programa LINGO utiliza uma variação contínua do campo das variáveis de projeto e, por isso, os resultados fogem dos valores adotados pela indústria. O procedimento prático seria arredondar os valores obtidos para o valor comercial mais próximo, o que chegaria nos resultados encontrados pelo B&B. No caso, foram utilizados os valores comerciais imediatamente superiores aos valores de h e D_p , o valor comercial imediatamente inferior ao valor de D_a .

Tabela 5.4 - Resultados do exemplo 1.

RESULTADOS	B&B	LINGO (PLS)
h	8,00 cm	7,86 cm
D_a	4,00 cm	4,52 cm
D_p	15,2 mm	15,2 mm
$Peso$	11,06 kN	10,60 kN

Observando-se os resultados da Tabela 5.4 constata-se que, conforme esperado, a solução obtida com o LINGO apresenta menor peso em relação à solução obtida com o algoritmo de B&B. Entretanto, os valores obtidos para as variáveis não correspondem aos valores comerciais disponíveis para a armadura de protensão, além de apresentarem valores de difícil execução para a estrutura de concreto. O arredondamento dos resultados obtidos com o programa LINGO para os valores mais próximos conduz a solução obtida com o algoritmo B&B. Mostra-se, assim, a pertinência de se utilizar um método de variação discreta para a busca da solução ótima neste tipo de problema, para evitar o arredondamento.

A fim de validar o valor estimado para as perdas de protensão fornecido por Petrucelli (2009), foi feita a análise das soluções obtidas considerando-se o cálculo das perdas diferidas do algoritmo de B&B conforme prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2007). A Tabela 5.5 apresenta a força de protensão inicial P_i , após as perdas imediatas P_0 e em serviço P_∞ , assim como o cálculo das perdas imediata (ΔP_{imd}) e diferida (ΔP_{dif}) dada pelas expressões (5.2) e (5.3), respectivamente.

$$\Delta P_{imd} = \frac{P_i - P_0}{P_i} \quad (5.2)$$

$$\Delta P_{dif} = \frac{P_0 - P_\infty}{P_0} \quad (5.3)$$

Tabela 5.5 – Perdas diferidas de protensão nas soluções do exemplo 1.

RESULTADOS	B&B	LINGO (PLS)
P_i	790,42 kN	790,42 kN
P_0	720,82 kN	719,28 kN
P_∞	612,70 kN	611,39 kN
ΔP_{imd}	8,8%	9,0%
ΔP_{dif}	22,4%	15%

Os resultados apresentados pela Tabela 5.5 demonstram que as perdas estimadas por Petrucelli (2009) não caracterizam bem o problema, pois as perdas calculadas excedem o valor das perdas estimadas.

5.2. EXEMPLO 2

O objetivo deste exemplo é validar o algoritmo utilizado comparando-o com resultados fornecidos na literatura. O manual da Munte (MELO, 2004) traz tabelas de lajes alveolares dimensionadas conforme as normas brasileiras e seus limites para conferência e dimensionamento de lajes alveolares. Neste exemplo comparam-se os resultados obtidos pelo algoritmo de dimensionamento com os valores de dimensões das referidas tabelas.

5.2.1. Calibração dos parâmetros de projeto

As tabelas da Munte (MELO, 2004) não fornecem diretamente o valor da carga de pavimentação g_3 , ou de sua espessura, nem o valor da carga de utilização q . São fornecidos limites de $g_3 + q$ para as verificações dos estados limites de resistência à flexão, formação de fissuras, deformações e resistência ao cisalhamento. Assim, foram adotados nesta análise os valores apresentados na Tabela 5.6 para os parâmetros que determinam a resistência e, a seguir, foi feita a comparação de resultados apresentados na Tabela 5.7. Observa-se que os valores adotados na Tabela 5.6 estão adequados para a análise subsequente.

Tabela 5.6 - Parâmetros da análise do exemplo 2.

PARÂMETRO	VALOR
Comprimento do painel (L)	10,00 m
Largura (b)	1,20 m
Número de alvéolos (n_a)	6
Espessura da capa de regularização (h_c)	5,0 cm
Espessura do revestimento (h_{pav})	1,0 cm
Resistência à compressão do painel (f_{ck})	50 MPa
Resistência à compressão da capa de regularização ($f_{ck_{capa}}$)	30 MPa
Carga permanente do revestimento (g_3)	0,24 kN/m
Carga variável de utilização (q_1)	3,00 kN/m
Carga variável de montagem (q_2)	0,50 kN/m
Tipo de laje	Com capa estrutural
Altura do Painel (h)	20 cm
Diâmetro do alvéolo (D_a)	15,5 cm
Diâmetro da armadura de protensão (D_p)	12,7 mm
Número de cabos (n_c)	7

Tabela 5.7 - Estudo da adequação dos parâmetros adotados.

VERIFICAÇÕES		MUNTE	Análise
Vão (m)		10,00	10,00
Cargas Limites (valores característicos)	(g_3+q) flexão limite M_{Rd} (kgf/m ²)	593	374
	(g_3+q) fissuração limite= $f_{ctd,fis}$ (kgf/m ²)	462	
	(g_3+q) deformação limite= $L/300$ (kgf/m ²)	907	
	(g_3+q) cortante limite= V_{Rd} (kgf/m ²)	690	
	(g_3+q) máximo (kgf/m ²)	462	
Momento	$M_{d,max}$ (kgfm/pç)	17014	14474
Deformações	Inicial (cm) limite= $L/150$	-2,41	-1,78
	Final (cm) limite= $L/300$	1,39	2,49

A análise do painel com as características apresentadas na Tabela 5.6 não atende a restrição relativa ao ELS de deformação em relação à tolerância de fabricação de elementos pré-moldados quanto a planicidade. Assim, na aplicação subsequente, serão feitas duas aplicações do algoritmo de otimização. A primeira, denominada B&B-1, é feita eliminando-se a referida restrição, enquanto a segunda, denominada B&B-2, é feita considerando-se todas as restrições.

5.2.2. Otimização

O problema de otimização analisado nesta seção tem então a forma apresentada na expressão (5.3), tendo como variáveis de projeto altura do painel (h), o diâmetro do alvéolo (D_a), o diâmetro do cabo de protensão (D_p) e o número de cabos (n_c). A função objetivo é o peso do painel. O problema apresenta então 4 (quatro) variáveis de projeto e 57 restrições na primeira análise (B&B-1) e 58 restrições na segunda análise (B&B-2).

Obter h, D_a, D_p e n_c que

$$\begin{aligned} \text{minimiza } \text{Peso} &= \left[\left(b h - \frac{n_a \pi D_a^2}{4} - n_c A_p \right) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a \right] L \\ \text{tal que } RC_i &\geq 0, \quad i = 1, 2 \\ RTN_j &\leq 0, \quad j = 1, \dots, 46 \\ RELU_k &\leq 0, \quad k = 1, \dots, 5 \\ RELS_{-D_l} &\leq 0, \quad l = 1, \dots, 4 \\ RFEND_m &\leq 0, \quad m = 1 \end{aligned} \quad (5.3)$$

A Tabela 5.8 apresenta a faixa de variação das variáveis de projeto adotada no processo de otimização desta seção. As áreas nominais de um cabo de protensão (a_p) correspondentes aos diâmetros de 9,5 mm, 11,0 mm, 12,7 mm e 15,2 mm são, respectivamente 0,555 cm², 0,755 cm², 1,014 cm² e 1,435 cm².

Tabela 5.8 - Variáveis de projeto do exemplo 2.

VARIÁVEL	VALOR
Altura do painel (h)	De 14 a 26 cm com intervalos de 2 cm
Diâmetro do alvéolo (D_a)	De 13 a 18 cm com intervalos de 0,5 cm
Diâmetro do cabo de protensão (D_p)	9,5 / 11,0 / 12,7 / 15,2 mm
Número de cabos (n_c)	De 4 a 10 cabos

A Tabela 5.9 apresenta as soluções ótimas para aplicações do algoritmo de B&B. Observa-se que as soluções obtidas pelo B&B-1 e pelo Munte (MELO, 2004), que não verificam uma das restrições relativa ao ELS de deformação, apresentam menor peso que o B&B-2. Demonstrando que para painéis as verificações de deformações do estado limite de serviço são relevantes.

Tabela 5.9 - Resultados do exemplo 2.

RESULTADOS	MUNTE	B&B-1	B&B-2
h	20 cm	20 cm	22 cm
D_a	15,5 cm	16,5 cm	16 cm
D_p	12,7 mm	12,7 mm	9,5 mm
n_c	7	6	10
<i>Peso</i>	33,14 kN	28,80 kN	37,43 kN

5.3. EXEMPLO 3

O objetivo desta aplicação é verificar a adequação do uso do peso do painel como função objetivo ou se há necessidade do uso de funções mais complexas que levem em consideração o custo diferenciado dos materiais. Para tanto, são obtidas as soluções ótimas considerando-se tanto o peso quanto o custo do painel como função objetivo. Nos dois casos foi utilizado o algoritmo de B&B com todas as restrições, conforme as expressões (5.3) e (5.4). Foram utilizados os mesmos parâmetros do exemplo 2 apresentados na Tabela 5.6 e as mesmas discretizações para as variáveis de projeto apresentadas na Tabela 5.8.

Obter h, D_a, D_p e n_c que

$$\text{minimiza } \text{Custo}_{c/capa} = 11,578 \ln(h) - 13,178 + 0,048 (24,75 fck_{capa} + 74,25) h_c + 0,0528 h \\ + 1,27 h_c + 1,1 (24,75 fck + 74,25)(0,0633 \ln(h) - 0,0721) + 2,407 A_p$$

$$\text{tal que } \begin{aligned} RC_i &\geq 0, & i &= 1, 2 \\ RTN_j &\leq 0, & j &= 1, \dots, 48 \\ RELU_k &\leq 0, & k &= 1, \dots, 5 \\ RELS_{-D_l} &\leq 0, & l &= 1, \dots, 4 \\ RFEND_m &\leq 0, & m &= 1 \end{aligned}$$

(5.4)

Os resultados do exemplo 3 são apresentados na Tabela 5.10. Observa-se que painéis de menor peso, não necessariamente representam o menor custo. Sendo assim, torna-se importante para a obtenção da solução ótima fatores como: o local onde o painel é produzido, o fornecedor de matéria prima, o valor da mão-de-obra e a distância do local de utilização do painel. Pois dependendo dos parâmetros a serem analisados pode-se economizar alterando as dimensões do painel.

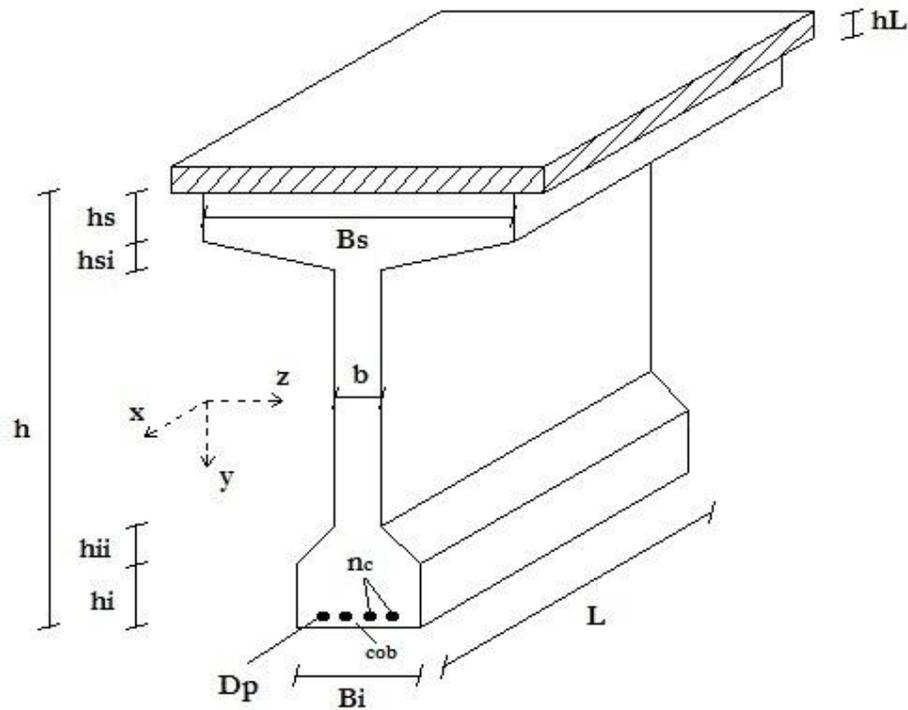
Tabela 5.10 - Resultados do exemplo 3.

RESULTADOS	$F_{obj} = Peso$	$F_{obj} = Custo$
h	20 cm	20 cm
D_a	16,5 cm	16 cm
D_p	12,70 mm	11,00mm
n_c	6	8
$Peso$	28,80kN	31,28kN
$Custo$	R\$/m ³ 104,80	R\$/m ³ 104,69
Número da iteração	1473	1272

5.4. EXEMPLO 4

O exemplo 4 apresenta um estudo da otimização de uma viga isostática com seção transversal em “I” e protendida com cabo reto. É desenvolvido de forma análoga ao exemplo 1, com uma análise comparativa entre a solução com variáveis discretas (B&B) e a solução com variáveis contínuas (LINGO).

Figura 5.2 – Características geométricas da viga isostática.



Na Figura 5.2:

h - altura da viga;

hL - altura da laje;

L - comprimento da viga;

h_s, h_{si}, h_i e h_{ii} - alturas da seção da viga;

B_s, B_i e b - larguras da seção a viga;

D_p - diâmetro da armadura de protensão;

cob - cobrimento da armadura;

n_c - número de cabos.

5.4.1. Estudo das soluções com variáveis discretas e contínuas

Da mesma forma que no exemplo 1, na análise comparativa entre os métodos de otimização consideram-se apenas as restrições construtivas e as restrições relativas às tensões normais nas fases construtivas e nos ELS, e novamente o número de cabos é fixado tornando-se um parâmetro de projeto. O problema em questão tem então 2 (duas) variáveis de projeto e 50 (cinquenta) restrições, conforme a expressão (5.5).

$$\begin{aligned}
 & \text{Obter } h \text{ e } D_p \text{ que} \\
 & \text{minimiza } \text{Peso} = \left[(A_{\text{viga}} - n_c A_p) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a \right] L \\
 & \text{tal que } RC_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \\
 & \quad \quad RTN_j \leq 0, \quad j = 1, \dots, 48
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Os valores discretos das variáveis de projeto para o algoritmo de B&B são apresentados na Tabela 5.11 enquanto os valores dos parâmetros do projeto são apresentados na Tabela 5.12. Estimou-se que as perdas diferidas sejam de 15%.

Tabela 5.11 - Variáveis de projeto do exemplo 4.

VARIÁVEL	VALOR
Altura da viga (h)	De 30 a 90 cm com intervalos de 10 cm
Diâmetro do cabo de protensão (D_p)	9,5 / 11,0 / 12,7 / 15,2 mm
Número de cabos (n_c)	Fixo: 2 / Variável: 1 a 5 cabos

Tabela 5.12 - Parâmetros de projeto do exemplo 4.

PARÂMETRO	VALOR
Comprimento da viga (L)	8,00 m
Larguras da viga ($B_s / B_i / b$)	1,00 / 0,40 / 0,15 m
Alturas definidas da viga ($h_s / h_{si} / h_i / h_{ii}$)	16 / 9 / 20 / 12,5 cm
Espessura da laje (hL)	10,0 cm
Resistência à compressão da viga (f_{ck})	50 MPa
Resistência à compressão da laje ($f_{ck_{laje}}$)	30 MPa
Carga permanente da laje (g_2)	3,00 kN/m
Carga permanente do revestimento (g_3)	1,44 kN/m
Carga variável de utilização (q_1)	3,60 kN/m
Carga variável de montagem (q_2)	0,50 kN/m
Armadura de estribo	$\phi 6.3$ c/ 10
Tipo de viga	Com laje estrutural

A Tabela 5.13 apresenta os resultados obtidos pelo algoritmo de B&B e pelo programa LINGO.

Tabela 5.13 - Resultados do exemplo 4.

RESULTADOS	B&B	LINGO (PLS)
h	60,0 cm	57,5 cm
D_p	12,7 mm	12,14 mm
$Peso$	63,56kN	62,82kN

Observando-se os resultados da Tabela 5.13 constata-se que, conforme esperado, a solução obtida com o LINGO apresenta menor peso em relação à solução obtida com o algoritmo

B&B. Entretanto os valores obtidos para as variáveis não correspondem aos valores comerciais disponíveis para a armadura de protensão, além de apresentarem valores de difícil execução para a estrutura de concreto. O arredondamento dos resultados obtidos com o programa LINGO para os valores mais próximos conduz a uma solução com peso igual a solução obtida com uso do algoritmo B&B.

Mostra-se, assim, a pertinência de se utilizar um método de variação discreta para a busca da solução ótima neste tipo de problema, pois evita o processo de arredondamento dos resultados.

A fim de validar o valor estimado para as perdas de protensão, foi feita a análise das soluções obtidas considerando-se o cálculo das perdas diferidas para o algoritmo de B&B conforme prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2007). A Tabela 5.14 apresenta os resultados da força de protensão inicial P_i , após as perdas imediatas P_0 e em serviço P_∞ , assim como o cálculo das perdas imediata (ΔP_{imd}) e diferida (ΔP_{dif}) dada pelas expressões (5.2) e (5.3), respectivamente.

Tabela 5.14 – Perdas diferidas de protensão nas soluções do exemplo 4.

RESULTADOS	B&B	LINGO (PLS)
P_i	275,97 kN	336,14 kN
P_0	263,38 kN	317,92 kN
P_∞	224,17 kN	270,23 kN
ΔP_{imd}	4,56%	5,42%
ΔP_{dif}	14,88%	15,00%

Ao contrário do painel, as perdas diferidas calculadas para as vigas são inferiores ao estimado nesta aplicação (15%).

5.4.2. Solução com variáveis discretas e todas as restrições de projeto

Apresenta-se a seguir a solução para o processo de otimização considerando-se as perdas diferidas calculadas, o número de cabos como variável de projeto ou como parâmetro de projeto e a verificação de todas as restrições, conforme a expressão (5.6), apresentando 3 (três) variáveis de projeto e 57 (cinquenta e sete) restrições. Os valores discretos das variáveis

de projeto para o algoritmo de B&B são os apresentados na Tabela 5.11 e os valores dos parâmetros do projeto são os apresentados na Tabela 5.12.

Obter h, D_p e n_c que

$$\text{minimiza } \text{Peso} = [(A_{\text{viga}} - n_c A_p) \gamma_{cs} + n_c A_p \gamma_a] L$$

$$\begin{aligned} \text{tal que } RC_i &\geq 0, & i = 1, 2 \\ RTN_j &\leq 0, & j = 1, \dots, 48 \\ RELU_k &\leq 0, & k = 1, \dots, 3 \\ RELS_{-D_l} &\leq 0, & l = 1, \dots, 4 \end{aligned} \quad (5.6)$$

A Tabela 5.15 apresenta os resultados obtidos pelo algoritmo de B&B para o problema (5.5), considerando o número de cabos fixo, aqui denominada B&B-1, e para o problema (5.6) considerando o número de cabos variável, aqui denominada B&B-2.

Tabela 5.15 - Resultados do exemplo 4.

RESULTADOS	B&B-1	B&B-2
h	70,0 cm	60,0 cm
D_p	12,7 mm	11,0 mm
n_c	2	3
Peso	66,39kN	63,63kN

Os resultados da Tabela 5.15 mostram que o peso obtido pela análise onde o número de cabos é variável é menor que o peso com o número de cabos fixo.

A Tabela 5.16 apresenta os resultados fornecidos pelo algoritmo de B&B verificando apenas as restrições construtivas e as restrições relativas as tensões normais, denominada B&B-1 e, a análise denominada B&B-2, que apresenta os resultados onde todas as restrições são verificadas. Para ambos os casos as perdas são calculadas e o número de cabos é variável, tendo os valores de variáveis e parâmetros fornecidos pelas Tabelas 5.11 e 5.12, respectivamente.

Tabela 5.16 - Resultados do exemplo 4.

RESULTADOS	B&B-1	B&B-2
h	60 cm	60,0 cm
D_p	11,0 mm	11,0 mm
n_c	3	3
$Peso$	63,63kN	63,63kN

Os resultados da Tabela 5.16 mostram que as restrições relativas aos ELU e a ELS de deformações não alteram a solução ótima do problema em questão.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentada e desenvolvida uma metodologia para obtenção da solução ótima em dois tipos de pré-moldados de concreto protendido. Foram estudadas duas aplicações:

- ◆ 1ª Aplicação: lajes alveolares pré-moldadas e protendidas de concreto, submetidas à pré-tração;
- ◆ 2ª Aplicação: vigas isostáticas com cabo reto pré-moldadas e protendidas de concreto submetidas à pré-tração.

Para cada uma das aplicações foi desenvolvido um programa computacional no MATLAB (THE MATHWORKS, 2007), com a implementação do algoritmo de *Branch and Bound*, e a implementação de uma parte do algoritmo acoplada ao programa de otimização LINGO (LINDO, 2002).

Essa metodologia constitui um avanço em relação à usualmente aplicada na otimização de vigas e lajes protendidas por considerar o cálculo das perdas diferidas de protensão e não apenas a estimativa do valor dessas perdas. A metodologia leva em consideração ainda as condições de serviço para esforços de flexão, as limitações construtivas e as condições de ruptura a flexão e a cisalhamento. Analisou-se, também, no caso dos painéis alveolares, a adequação de duas diferentes funções objetivo: peso e custo de fabricação.

O algoritmo de *Branch and Bound* mostrou-se eficiente e mais adequado à solução dos problemas que os métodos que consideram a variação contínua das variáveis de projeto. A avaliação do espectro das soluções confirma que as restrições relativas aos ELS de tensões normais são determinantes para a solução ótima nas estruturas protendidas analisadas.

A comparação das funções objetivo, do peso e do custo da laje alveolar atentam para outros parâmetros que influenciam na obtenção da solução ótima.

Pode-se observar que o algoritmo desenvolvido permite a obtenção das dimensões ótimas das estruturas em um tempo curto, se comparado a uma análise convencional de projeto. Sendo

que a solução encontrada pelo algoritmo é a solução ótima entre as variáveis de projeto dadas pelo projetista, enquanto que na sistemática convencional de projeto são necessárias várias análises para se chegar a uma boa solução.

6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são apresentadas algumas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros:

- ◆ Desenvolvimento de funções de custo que definam melhor o processo de fabricação e transporte das estruturas.
- ◆ Implementação de melhorias do algoritmo de *Branch and Bound* com a inclusão da técnica de relaxação das restrições.
- ◆ Comparação de resultados com outros métodos de otimização discreta, com avaliações em termos de custo computacional.
- ◆ Consideração de várias cordoalhas ou cabos em uma mesma nervura, no caso das lajes alveolares, ou em diferentes níveis de altura, no caso das vigas.
- ◆ No caso das lajes alveolares, consideração da possibilidade de outras formas de alvéolos, que não apenas a circular.
- ◆ Extensão da metodologia para outros tipos de estruturas, como:
 - ◆ vigas pré-moldadas protendidas com cabo curvo;
 - ◆ estruturas submetidas a pós-tração;
 - ◆ estruturas hiperestáticas.

REFERÊNCIAS

- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007, 221p.
- ABNT_____. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas e edificações – Procedimento. Rio de Janeiro, 1980, 6p.
- ABNT_____. **NBR 7482**: Fios de aço para concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 2008a, 8p.
- ABNT_____. **NBR 7483**: Cordoalhas de aço para concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 2008b, 7p.
- ABNT_____. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2004, 15p.
- ABNT_____. **NBR 9062**: Projeto e Execução de Estrutura de Concreto Pré-Moldado. Rio de Janeiro, 2006, 59p.
- ABNT_____. **NBR 14861**: Lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido – Requisitos e procedimentos. Rio de Janeiro, 2011, 36p.
- AIRES, R.P.S. **Técnicas de otimização aplicadas ao projeto de painéis alveolares pré-moldados de concreto protendido**. 2005. 114f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e da Computação) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2005.
- AL-GAHTANI, S. S.; AL-SAADOUN, S. S.; ABUL-FEILAT, E. A. Design optimization of continuous partially prestressed concrete beams. **Computers & Structures**, Great Britain, v.55, n.2, p. 365-370, 1995.
- ALMEIDA, A. F. **Otimização de componentes pré-moldados de concreto protendidos**. 2004. 177f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2004.
- ALMEIDA, S. R. M. **Contribuição ao projeto ótimo de cabos em vigas de concreto protendido**. 2001. 144f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil - Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, PUC- Rio, Rio de Janeiro, 2001.
- CASTILHO, V. C. **Otimização de componentes de Concreto Pré-moldado Protendidos mediante Algoritmos Genéticos**. 2003. 283f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- ERBATUR, F., AL ZAIS, R., DAHMAN, N.A. Optimization and sensitivity of prestressed concrete beams. **Computers & Structures**, Great Britain, v. 45, n. 5/6, p.881-886, 1992.
- ESTEVES, M.S.V. **Otimização do traçado de cabo em vigas de concreto protendido considerando o estado limite último de flexão**. 2002. 106f. Dissertação (Mestrado em

Engenharia Civil - Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, PUC- Rio, Rio de Janeiro, 2002.

IUNES, Y. B. F. **Traçado ótimo de cabos em vigas de concreto protendido.** 1998. 105f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1998.

KHALEEL, M. A.; ITANI, R. Y. Optimization of partially prestressed concrete girders under multiple strength and serviceability criteria. **Computers & Structures**, Great Britain, v.49, n.3, p. 427-438, 1993.

LINDO. “LINDO - An Optimization Modeling System”, The Scientific Press, fourth edition, Graduate School of Business University of Chicago, 2002.

MATLAB.THE MATHWORKS, The language of technical computing, 2007.

MELO, C. E. E. **Manual Munte de projetos em pré-fabricados de concreto: Munte Construções Industrializadas.** 1. Ed. São Paulo: Pini, 2004. 492 p.

PETRUCELLI, N. S. **Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas.** 2009. 106 f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil - Sistemas Construtivos de Edificações), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

PFEIL, W. **Concreto Protendido: Processos construtivos, perdas de protensão, sistemas estruturais.** Rio de Janeiro: LTC Editora, 1980. 411p.

ROCHA, A. M. **Concreto armado.** 22. Ed. São Paulo: Nobel, 1985-1987. v.1. 484 p.

RODRIGUES, L.; SANTOS, F.L. **Projeto de painéis alveolares protendidos com método de busca automática da solução.** 2010. 84 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2010.

SAMARTÍN QUIROGA, A.; UTRILLA ARROYO, M. A. Optimization of prestressed concrete bridge decks. **Computers & Structures**, Great Britain, v.41, n.3, p. 553-559, 1991.

SCHMID, M. T. **Perda da força de protensão.** 2.ed. [s.l.] 1998. 17p.

APÊNDICE A

VALORES DAS NORMAS BRASILEIRAS PARA PROJETO DE ESTRUTURAS PROTENDIDAS

As normas brasileiras NBR 6118 (ABNT, 2007) e NBR 8681 (ABNT, 2004) regulam respectivamente o projeto de estruturas de concreto e as ações a serem consideradas nesses projetos. Este apêndice apresenta as tabelas dessas normas pertinentes a este trabalho.

6.2. A.1. COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DE AÇÕES

As ações de dimensionamento do ELU podem ser calculadas considerando cada ação majorada separadamente ou agrupada. As Tabelas A.1 e A.2 apresentam os valores dos coeficientes de ponderação para as ações permanentes diretas agrupadas e separadamente, respectivamente.

Tabela A.1 – Ações permanentes diretas agrupadas. Fonte: Tabela 2 da NBR 8681 (ABNT, 2004).

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes ¹⁾	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes ¹⁾	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes ¹⁾	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral ²⁾	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 ³⁾	1,20	1,0

¹⁾ Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações.

²⁾ Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5kN/m².

³⁾ Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5kN/m².

Tabela A.2 – Ações permanentes diretas consideradas separadamente. Fonte: Tabela 1 da NBR 8681 (ABNT, 2004).

Combinação	Tipo de ação	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal ³⁾	Peso próprio de estruturas metálicas	1,25	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,30	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,40	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,50	1,0
Especial ou de construção ³⁾	Peso próprio de estruturas metálicas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,20	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,30	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,40	1,0
Normal ⁴⁾	Peso próprio de estruturas metálicas	1,10	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,40	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,50	1,0
Especial ou de construção ⁴⁾	Peso próprio de estruturas metálicas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,20	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,30	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,40	1,0
Excepcional	Peso próprio de estruturas metálicas	1,10	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,15	1,0
	Elementos construtivos industrializados ¹⁾	1,15	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,20	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos ²⁾	1,30	1,0

¹⁾ Por exemplo: paredes e fachadas pré-moldadas, gesso acartonado.

²⁾ Por exemplo: paredes de alvenaria e seus revestimentos, contrapisos.

³⁾ Utilizado para processos com menor controle.

⁴⁾ Utilizado para processos com maior controle.

As Tabelas A.3 e A.4 apresentam os coeficientes para ações variáveis consideradas conjuntamente e separadamente, respectivamente.

Tabela A.3 – Ações variáveis consideradas conjuntamente. Fonte: Tabela 5 da NBR 8681 (ABNT, 2004).

Combinação	Tipo de estrutura	Coefficiente de ponderação
Normal	Pontes e edificações tipo 1	1,5
	Edificações tipo 2	1,4
Especial ou de construção	Pontes e edificações tipo 1	1,3
	Edificações tipo 2	1,2
Excepcional	Estruturas em geral	1,0

¹⁾ Quando as ações variáveis forem consideradas conjuntamente, o coeficiente de ponderação mostrado nessa tabela se aplica a todas as ações, devendo-se considerar também conjuntamente as ações permanentes diretas. Nesse caso permite-se considerar separadamente as ações indiretas como recalque de apoio e retração dos materiais conforme tabela 3, da NBR 6118 (ABNT, 2007) e o efeito de temperatura conforme a tabela anterior.

Tabela A.4 – Ações variáveis consideradas separadamente. Fonte: Tabela 4 da NBR 8681 (ABNT, 2004).

Combinação	Tipo de ação	Coefficiente de ponderação
Normal	Ações truncadas ¹⁾	1,2
	Efeito de temperatura	1,2
	Ação do vento	1,4
	Ações variáveis em geral	1,5
Especial ou de construção	Ações truncadas ¹⁾	1,1
	Efeito de temperatura	1,0
	Ação do vento	1,2
	Ações variáveis em geral	1,3
Excepcional	Ações variáveis em geral	1,0

¹⁾ Ações truncadas são consideradas ações variáveis cuja distribuição de máximos é truncada por um dispositivo físico de modo que o valor dessa ação não pode superar o limite correspondente. O coeficiente de ponderação mostrado na tabela se aplica a esse valor limite.

A Tabela A.5 apresenta as partes dos coeficientes do ELU que consideram a variabilidade das ações e, os desvios gerados nas construções e aproximações feitas em projetos.

Tabela A.5 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \gamma_{f2}$ para ELU. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ¹⁾	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:

D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

¹⁾ Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Os coeficientes de ponderação das ações do ELS podem ser encontrados na Tabela A.6.

Tabela A.6 – Valores do coeficiente γ_{f2} . Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1 ¹⁾	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

¹⁾ Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga.

²⁾ Edifícios residenciais.

³⁾ Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

6.3. A.2. COMBINAÇÕES DE AÇÕES

Nas Tabelas A.7 e A.8 são apresentadas as combinações utilizadas nas verificações do ELU e do ELS, respectivamente.

Tabela A.7 – Combinações últimas. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ¹⁾	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \Psi_{0e} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{k\max}$ e $P_{k\min}$ para a força desfavorável e favorável, respectivamente.
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,\min}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \Psi_{0j} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ²⁾	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \Psi_{0e} F_{eqk}$	
Excepcionais ²⁾	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \Psi_{0j} F_{qjk} + \gamma_{eq} \Psi_{0e} F_{eqk}$	

¹⁾ No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de $\gamma_g = 1,0$. No caso de estruturas usuais de edifícios essas combinações que consideram γ_g reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.

²⁾ Quando F_{g1k} ou F_{g1exc} atuarem em tempo muito pequeno ou tiverem probabilidade de ocorrência muito baixa Ψ_{0j} , pode ser substituído por Ψ_{2j} .

Tabela A.8 – Combinações de serviço. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d, ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \Psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d, ser} = \sum F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d, ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1k} + \sum \Psi_{1j} F_{qjk}$

6.4. A.3. PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO

A Tabela A.9 apresenta os valores médios da relaxação medidos após 1000h à temperatura constante de 20°C em uma faixa da tensão inicial localizada entre 50% e 80% da resistência característica da armadura

Tabela A.9 - Valores de ψ_{1000} , em porcentagem. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

σ_{p0}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde:

RN é a relaxação normal;

RB é a relaxação baixa.

As Tabelas A.10 e A.11 apresentam os coeficientes necessários para a determinação das perdas por fluência e retração do concreto.

Tabela A.10 - Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007).

Ambiente	Umidade U %	Fluência ϕ_{1c} ¹⁾³⁾			Retração $10^{-4} \epsilon_{1s}$ ²⁾³⁾			γ ⁴⁾
		Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67 cm						
		0 – 4	5 – 9	10 – 15	0 – 4	5 – 9	10 – 15	
Na água	-	0,6	0,8	1,0	+1,0	+1,0	+1,0	30,0
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	-1,0	-1,3	-1,6	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	-2,5	-3,2	-4,0	1,5
Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	-4,0	-5,2	-6,5	1,0

¹⁾ $\phi_{1c} = 4,45 - 0,035U$ para abatimento no intervalo de 5cm a 9 cm e $U \leq 90\%$.

²⁾ $10^4 \epsilon_{1s} = -6,16 - (U/484) + (U^2/1590)$ para abatimento de 5 cm a 9 cm e $U \leq 90\%$.

³⁾ Os valores de ϕ_{1c} e ϵ_{1s} para $U \leq 90\%$ e abatimento entre 0 cm e 4 cm são 25% menores e para abatimentos entre 10 cm e 15 cm são 25% maiores.

⁴⁾ $\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 U)$ para $U \leq 90\%$.

NOTAS

1 Para efeito de cálculo, as mesmas expressões e os mesmos valores numéricos podem ser empregados no caso de tração.

2 Para o cálculo dos valores de fluência e retração, a consistência do concreto é aquela correspondente a obtida com o mesmo traço sem adição de superplastificantes e superfluidificantes.

Tabela A.11 - Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento. Fonte:

NBR 6118 (ABNT, 2007).

Cimento Portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Onde:

CP I e CP I-S – Cimento Portland comum;

CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland composto;

CP III – Cimento Portland de alto forno;

CP IV – Cimento Portland pozolânico;

CP V-ARI – Cimento Portland de alta resistência inicial;

RS – Cimento Portland resistente a sulfatos (propriedade especificada alguns dos tipos de cimento citados).

6.5. A.4. LIMITES PARA ELS-DEF

A Tabela A.12 apresenta os limites para deslocamentos utilizados nas verificações de deformações do ELS, fornecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2007).

Tabela A.12 – Limites para deslocamento Fonte: Adaptada da Tabela 13.2 da NBR 6118 (ABNT, 2007).

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^{1)}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 + \text{contraflecha}^{2)}$
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$l/500^{3)}$ ou 10mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}^{4)}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$l/250^{3)}$ ou 25mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\Psi_1 = 0,30$)	$H/1700$ ou $H_i/850^{5)}$ entre pavimentos ⁶⁾
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$l/400^{7)}$ ou 15mm
Efeitos em elementos não estruturais	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$l/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$l/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elementos considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		

¹⁾ As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

²⁾ Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $l/350$.

³⁾ O vão l deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.

⁴⁾ Rotação nos elementos que suportam paredes.

⁵⁾ H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

⁶⁾ Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H representa o comprimento do lintel.

⁷⁾ O valor l refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

NOTAS

1 Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.

2 Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor l é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o menor vão.

3 O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na seção 11 da NBR 6118 (ABNT, 2007).

4 Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

A Tabela A.13 por sua vez apresenta as tolerâncias de fabricação de elementos pré-moldados, provenientes da NBR 9062 (ABNT,2006).

Tabela A.13 – Tolerância de fabricação de elementos pré-moldados. Fonte: Adaptada da Tabela 1 da NBR 9062 (ABNT, 2006).

Grupo de elementos pré-moldados	Seção ou dimensão		Tolerância
	Grupo de elementos pré-moldados	Comprimento	$L \leq 5\text{m}$
$5\text{ m} < L \leq 10\text{ m}$			+/- 15 mm
$L > 10\text{m}$			+/- 20 mm
Seção transversal		- 5 mm e + 10 mm	
Distorção		+/- 5 mm	
Linearidade		+/- L/1000	
Painéis, lajes, escadas e elementos em placa	Comprimento	$L \leq 5\text{m}$	+/- 10 mm
		$5\text{ m} < L \leq 10\text{ m}$	+/- 15 mm
		$L > 10\text{m}$	+/- 20 mm
	Espessura		- 5 mm, + 10 mm
	Planicidade	$L \leq 5\text{ m}$	+/- 3 mm
		$L > 5\text{ m}$	+/- L/1000
	Distorção	Largura ou altura $\leq 1\text{ m}$	+/- 3 mm cada 30 cm
		Largura ou altura $> 1\text{ m}$	+/- 10 mm
Linearidade		+/- L/1000	
Telhas e/ou elementos delgados	Comprimento	$L \leq 5\text{m}$	+/- 10 mm
		$5\text{ m} < L \leq 10\text{ m}$	+/- 15 mm
		$L > 10\text{m}$	+/- 20 mm
	Espessura	$e \leq 50\text{ mm}$	- 1 mm e + 5 mm
		$e > 50\text{ mm}$	- 3 mm e + 5 mm
	Distorção		+/- 5 mm
Linearidade		+/- L/1000	
Estacas	Comprimento		+/- L/300
	Seção transversal (ou diâmetro)		+/- 5%
	Espessura da parede para seções vazadas		+13/ -6 mm
	Linearidade		+/- L/1000

Onde L é o comprimento do elemento pré-moldado.

Por fim, a Tabela A.14 apresenta os valores do coeficiente de minoração devido à superfície rugosa.

Tabela A.14 - Coeficiente de minoração devido à superfície rugosa. Fonte: Adaptada da Tabela 5 da NBR 9062 (ABNT, 2006).

$A_s / b_s \%$	β_c
$\leq 0,2$	0,3
$\geq 0,5$	0,6