UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA, ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

ANÁLISE PARAMÉTRICA DA VIBRAÇÃO DO SOLO INDUZIDA PELO TRÁFEGO FERROVIÁRIO

ANA FLÁVIA PAULINO DE CARVALHO

D0129E16 GOIÂNIA 2016





TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: [X] Dissertação [] Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Nome completo do autor: Ana Flávia Paulino de Carvalho

Título do trabalho: Análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [] NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Ana flária Paulino de Corvelho Assinatura do (a) autor (a)²

Data: <u>19 / 10 / 2016</u>

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

²A assinatura deve ser escaneada.

ANA FLÁVIA PAULINO DE CARVALHO

ANÁLISE PARAMÉTRICA DA VIBRAÇÃO DO SOLO INDUZIDA PELO TRÁFEGO FERROVIÁRIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Mecânica das Estruturas

Orientador: Zenón José Guzmán Nuñez del Prado, DSc.

D0129E16 GOIÂNIA 2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Carvalho, Ana Flávia Paulino de Análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário [manuscrito] / Ana Flávia Paulino de Carvalho. - 2016. 109 f.: il.
Orientador: Prof. Dr. Zenón José Guzmán Nuñez del Prado. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil (EEC) , Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, Goiânia, 2016. Bibliografia.
Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.
1. Vibração no solo. 2. Vibração induzida pela ferrovia. 3. Propagação da vibração. 4. Ferrovia. 1. Prado, Zenón José Guzmán Nuñez del, orient. II. Título.



Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil



Ata de Nº 0129 da sessão de julgamento da Dissertação da aluna Ana Flávia Paulino de Carvalho da área de concentração Mecânica das Estruturas do PPG em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil.

Aos 17 dias do mês de junho de 2016, às 09h00, na sala Caryocar, Bloco A, 2º andar, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, reuniu-se a banca examinadora designada na forma regimental pela Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil para julgar a Dissertação intitulada "Análise Paramétrica da Vibração do Solo Induzida pelo Tráfego Ferroviário", apresentada pela aluna Ana Flávia Paulino de Carvalho, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de MESTRE, área de concentração Mecânica das Estruturas. A Banca Examinadora foi Presidida pelo Prof. Dr. Zenón José Guzmán N. del Prado (GECON/UFG), tendo como membros a Prof.ª Dr.ª Renata Machado Soares (GECON/UFG) e o Prof. Dr. Ramon Saleno Y. R. C. Silva (VALEC). Aberta a sessão pública, a candidata teve a oportunidade de expor o trabalho. Após a exposição, a aluna foi arguida oralmente pelos membros da Banca, os quais concluíram pelos seguintes resultados:

Membro	Instituição	Função	Resultado
Zenón José Guzmán N. del Prado	GECON/UFG	Presidente	Aprovada
Renata Machado Soares	GECON/UFG	Examinadora Interna	Aprovada
Ramon Saleno Y. R. C. Silva	VALEC	Examinador Externo	Aprovado

(X) Tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema de sua Dissertação, a Banca Examinadora concluiu pela **aprovação** da candidata **sem restrições.**

() Não tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema de sua Dissertação, a Banca Examinadora concluiu pela **reprovação** da candidata, conforme as seguintes justificativas:

Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-Graduação desta Universidade, foi lavrada a presente ata que, lida e julgada conforme, segue assinada pelos membros da **Banca Examinadora** e pela **candidata**.

mons enator Ramon Saleno Y. R. C. Silva Renata Machado Soares PPG-GECON/UFG VALEC

an N. del Prado GECON/UFG

Candidata: Ana Flávia Paulino de Carvalho Ano 1 lorro Paulino de Correlto

.

Aos meus amados pais, Alvando e Leontina, que são meus maiores exemplos de humildade, generosidade e sabedoria.

"O saber a gente aprende com os mestres e com os livros. A sabedoria, se aprende é com a vida e com os humildes." (Cora Coralina)

AGRADECIMENTOS

É com muita honra e estima que expresso a minha imensurável gratidão a todo o apoio despendido a mim durante esta caminhada e que foram imprescindíveis para esta conquista.

A Deus, por me amparar e iluminar a todo instante, me dando força para superar as dificuldades e me guiando ao melhor caminho a cada incerteza.

Aos meus pais, Alvando e Leontina, e à minha irmã, Ana Lívia, a minha eterna gratidão. Todo o amor, compreensão, apoio e proteção que a mim dedicaram nesta jornada foram a razão e o alicerce para o início, meio e fim desta conquista.

Ao meu namorado, Diogo, por seu companheirismo e por sempre acreditar e torcer por mim. Meu amor e meu profundo agradecimento pelo apoio, carinho e compreensão em todos os momentos.

Aos meus familiares, que sempre confiaram em mim e me deram força e estímulo para que eu conseguisse completar mais esta etapa.

Aos meus amigos e colegas de trabalho, por todo o apoio e compreensão.

Ao meu orientador, professor Zenón, pela oportunidade do tema e por sempre me acolher com prontidão e empenho, compartilhando seu admirável conhecimento, desde a época da minha graduação.

Ao companheiro de trabalho Ramon e à professora Renata, por todo apoio e por integrarem a banca avaliadora desta dissertação.

Aos demais docentes e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, que contribuíram para a minha formação.

A todos os colegas de Mestrado, que me incentivaram e tornaram esta caminhada mais tranquila e prazerosa.

À CAPES e à FAPEG, pelo apoio financeiro.

Por fim, a todos que de alguma forma contribuíram para que o sonho do Mestrado se tornasse realidade.

RESUMO

A expansão da malha ferroviária aliada ao processo de urbanização acarretaram na necessidade de análise do impacto da propagação da vibração no solo induzida pelo tráfego de trens. Neste trabalho é desenvolvida uma análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário a partir da representação do trem através de uma carga pontual normal ao solo movendo-se com velocidade constante. Esta carga de roda é distribuída elasticamente sobre a pista ferroviária composta pelos trilhos, dormentes e lastro, gerando o carregamento resultante no solo. O solo é formulado como um sólido homogêneo, elástico, isotrópico e linear e os seus deslocamentos são calculados através do uso da transformada tripla de Fourier, assumindo que a velocidade de tráfego do trem é inferior à velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado. A metodologia deste trabalho se baseia no desenvolvimento de um programa computacional com a utilização da ferramenta numérica MATLAB. Após a validação deste programa, as influências das vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário são analisadas parametricamente a partir da variação do tipo e da velocidade do trem, das características da pista ferroviária, das propriedades do solo e da distância entre o ponto de observação e a ferrovia. Os resultados obtidos apresentam a forte influência dos diversos parâmetros do problema no deslocamento e na velocidade instantânea da vibração do solo, principalmente quando a velocidade do trem se aproxima à velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado. Os valores de vibração encontrados são então comparados com os níveis aceitáveis estabelecidos nas normas vigentes de acordo com o tipo e uso humano da construção que se encontra próxima à ferrovia.

Palavras-chave: Vibração no solo. Vibração induzida pela ferrovia. Propagação da vibração. Ferrovia.

ABSTRACT

The expansion of the railway network together with the urbanization process resulted in the train induced vibrations analysis. In this work was developed a parametric analysis of ground vibration induced by railway traffic from the representation of the train through a point load, normal to the ground, moving with constant velocity. The wheel load is elastically distributed on the railway track composed by rails, sleepers and ballast, generating the resulting load on the ground. The soil is formulated as a homogeneous, elastic, isotropic and linear solid material, and their displacements are calculated by the use of triple Fourier transform, assuming that the velocity of the train traffic is less than the Rayleigh waves. The methodology of this study is based on developing a computational code using the numerical tool MATLAB. After the validation of this program, the influences of the vibrations induced by rail traffic are analyzed parametrically considering variation in the type and train speed, the characteristics of the railway track, the soil properties and the distance between the observation point and the railroad. The results show the strong influence of several parameters of the problem in the displacement and the instantaneous velocity of ground vibration, especially when the train speed approaches to the speed of Rayleigh waves in the soil. The vibration values obtained are then compared with acceptable levels of current regulations according to the type and human use of buildings which are close to the railway.

Key words: Soil vibration. Train induced vibrations. Wave propagation in railway.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Matriz de transportes de cargas do Brasil (CNT (2016))	. 21
Figura 2.1 - Componentes do problema de vibração (adaptada de Bahrekazemi (2004))	. 25
Figura 2.2 - Trem para transporte de passageiros em Natal (CBTU, 2015)	. 26
Figura 2.3 - Trem para transporte de cargas (ANTF, 2015)	. 26
Figura 2.4 - (a) Esquema dos componentes do trem (adaptada de Bahrekazemi (2004));	
(b) Principais componentes do trem (adaptada de RANDON (2016))	. 27
Figura 2.5 - Componentes da via permanente da ferrovia	. 28
Figura 2.6 - Aparelhos de fixação elástica	. 28
Figura 2.7 - Diferentes tipos de ondas: P, S e Rayleigh (R) (Woods (1968))	. 31
Figura 2.8 - Forma de propagação da (a) Onda P; (b) Onda S; (c) Onda de Rayleigh	
(adaptada de Clough e Penzien (2003))	. 32
Figura 2.9 - Plano de instrumentação para medição em Kåhög, feita em maio de 2002	
(adaptada de Bahrekazemi (2004))	. 36
Figura 2.10 - Diagrama esquemático do método híbrido (adaptada de Yang e Hung (2009))	40
Figura 2.11 - Curvas de critérios de vibração genéricas para equipamentos sensíveis	
(adaptada de Amick (1997))	. 46
Figura 3.1 - (a) Modelo discreto com um grau de liberdade; (b) Diagrama de corpo livre	. 48
Figura 3.2 - (a) Carga móvel concentrada; (b) Carga móvel distribuída (adaptada de	
Silva (2012))	. 50
Figura 3.3 - Representação esquemática do modelo dinâmico discreto A1 (adaptada de	
Silva (2012))	. 50
Figura 3.4 - Representação esquemática do modelo dinâmico discreto A2 (adaptada de	
Silva (2012))	. 51
Figura 3.5 - Representação esquemática do modelo dinâmico discreto A3 (adaptada de	
Silva (2012))	. 53
Figura 3.6 - Representação esquemática do modelo da pista ferroviária	. 56
Figura 3.7 - Corrugação do trilho (Kalousek e Grassie (2000))	. 58
Figura 3.8 - Sistema cartesiano adotado e componentes do deslocamento	. 59
Figura 3.9 - Configuração das cargas, do trem e do ponto de observação	. 63
Figura 4.1 - Diagrama dos módulos do programa	. 72
Figura 4.2 - Arquivo de entrada de dados	.73

Figura 4.3 - Arquivo de saída de dados
Figura 5.1 - Esquema do estudo de caso
Figura 5.2 - Deslocamento vertical para o ponto de observação (x , y , z) = (0, 0, 1) para o
presente trabalho e para Yang e Hung (2009)
Figura 5.3 - Deslocamento longitudinal para o ponto de observação $(x, y, z) = (0, 0, 1)$
para o presente trabalho e para Yang e Hung (2009)
Figura 5.4 - Deslocamento transversal para o ponto de observação $(x, y, z) = (0, 1, 1)$
para o presente trabalho e para Yang e Hung (2009)
Figura 5.5 - Função de uma carga de roda distribuída elasticamente
Figura 5.6 - Deslocamentos máximos para cada modelo de carregamento (a) W_z em (x,
y, z) = (0, 0, 1); (b) U_z em (x, y, z) = (0, 0, 1); (c) V_z em (x, y, z) = (0, 1, 1) sem pista
ferroviária e com pista ferroviária
Figura 5.7 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a
velocidade do trem 324 km/h, 252 km/h, 180 km/h, 108 km/h, 36 km/h
Figura 5.8 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical com a carga
de 32,5 T, 17,335 T, 10 T
Figura 5.9 - Função do efeito de oscilação
Figura 5.10 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a
velocidade do trem de 36 km/h com as frequências de oscilação 0 Hz e 10 Hz
Figura 5.11 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a
velocidade do trem de 108 km/h com as frequências de oscilação 0 Hz e 10 Hz 89
Figura 5.12 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a
velocidade do trem de 180 km/h com as frequências de oscilação 0 Hz e 10 Hz 89
Figura 5.13 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a
velocidade do trem de 252 km/h com as frequências de oscilação 0 Hz e 10 Hz 90
Figura 5.14 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a
velocidade do trem de 324 km/h com as frequências de oscilação 0 Hz e 10 Hz
Figura 5.15 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical com o trilho
Yang e Hung (2009), TR-57, UIC-60
Figura 5.16 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical com o solo
Argila 1, Argila 2, Cascalho, Areia95
Figura 5.17 - Deslocamentos máximos com a variação do solo Argila 1, Argila 2,
Cascalho, Areia

Figura 5.18 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a	
velocidade do trem 324 km/h, 252 km/h, 180 km/h, 108 km/h, 36 km/h	97
Figura 5.19 - Posicionamento dos pontos de observação	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Critérios para avaliação do conforto humano (adaptada de ISO 2631-1	
(1997))	44
Tabela 2.2 - Critérios para avaliação do impacto da vibração propagada pelo solo para	
pessoas em edifícios comuns (adaptada de Federal Railroad Administration (2012))	44
Tabela 2.3 - Critérios para avaliação do impacto da vibração propagada pelo solo para	
pessoas em edifícios especiais (adaptada de Federal Railroad Administration (2012))	45
Tabela 2.4 - Critérios para avaliação do impacto da vibração em edificações (adaptada	
de DIN 4150-3 (1999))	45
Tabela 2.5 - Descrição dos critérios das curvas mostradas na Figura 2.11 (adaptada de	
Amick (1997))	47
Tabela 3.1 - Relação entre a velocidade do trem e os polos e pontos de bifurcação	67
Tabela 5.1 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com a velocidade	
do trem	83
Tabela 5.2 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com a carga	86
Tabela 5.3 - Características dos trilhos TR-57 e UIC-60	92
Tabela 5.4 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com o trilho	93
Tabela 5.5 - Propriedades dos solos	94
Tabela 5.6 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com o tipo de solo	95
Tabela 5.7 - Variação dos deslocamentos máximos W_z com a distância transversal da	
pista	98
Tabela 5.8 - Variação das velocidades máximas W_z com a distância transversal da pista	
e comparação com os critérios da FRA (2012)	98
Tabela 5.9 - Variação das velocidades máximas W_z com a distância transversal da pista	
e comparação com os critérios da DIN-4150-3 (1999)	99

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Bidimensional
2.5D	Dois-ponto-cinco-dimensional
3D	Tridimensional
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANTF	Associação Nacional dos Transportadores Ferroviários
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CBTU	Companhia Brasileira de Trens Urbanos
CNT	Confederação Nacional do Transporte
DIN	Deutsches Institut für Normung
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes
EUA	Estados Unidos da América
FAPEG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás
FRA	Federal Railroad Administration
ISO	International Organization for Standardization
MET	Microscópio Eletrônico de Transmissão
NBR	Norma Brasileira
PNLT	Plano Nacional de Logística e Transportes
r.m.s.	Valor Quadrático Médio
SEM	Microscópio Eletrônico de Varredura
SPT	Standard Penetration Test
TKU	Toneladas / Quilômetro Útil
TUE	Trem Unidade Elétrico
VdB	Vibração em Decibéis

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos:

a	Distância entre os rodeiros e o eixo de cada truque
$A_1, A_2, A_3,$ $B_1, B_2, B_3,$ C_1, C_2, C_3	Constantes independentes de z
b	Distância entre eixos de cada truque e o centro de massa do corpo do veículo
С	Coeficiente de amortecimento
С	Matriz de amortecimento
c_p	Velocidade das ondas P
Cr	Coeficiente de amortecimento da suspensão primária
C_R	Velocidade das ondas R
C_{s}	Velocidade das ondas S
C_t	Coeficiente de amortecimento da suspensão secundária
d(x)	Deslocamento vertical da pista ferroviária
$\frac{d}{dt}$	Derivada em relação à <i>t</i>
$\frac{d^2}{dt^2}$	Derivada segunda em relação à <i>t</i>
$\frac{d}{dz}$	Derivada em relação à z
$\frac{d^2}{dz^2}$	Derivada segunda em relação à z
D	Parâmetro do método de Eason (1965)
Ε	Módulo de elasticidade

i	Unidade imaginária
Ι	Inércia
\bar{f}	Transformada tripla de Fourier de f
f_0	Frequência do efeito de oscilação
F(x)	Função de distribuição da carga da roda
F(t)	Força externa em função do tempo
$F_t(t)$	Resultante das forças aplicadas em um corpo
f(t)	Força da interação entre as rodas e os trilhos
G	Parâmetro do método de Eason (1965)
Н	Parâmetro do método de Eason (1965)
H^{l}	Parâmetro do método de Eason (1965)
J_{t1}, J_{t2}	Inércia rotacional do truque
J_{v}	Inércia rotacional do corpo do veículo
k	Coeficiente de rigidez
Κ	Parâmetro do método de Eason (1965)
K	Matriz de rigidez
k _r	Coeficiente de rigidez da suspensão primária
<i>k</i> _t	Coeficiente de rigidez da suspensão secundária
т	Massa
Μ	Matriz de massa
m_1, m_2	Parâmetros do método de Eason (1965)
M_2	Número de Mach
m_r, m_{r1}, m_{r2} m_{r3}, m_{r4}	Massa da roda
m_{t1}, m_{t2}	Massa do truque
m_{v}	Massa do veículo

n_1, n_2	Parâmetros do método de Eason (1965)
p_1	Componente da carga P_1
P_1	Carga vertical
p_2	Componente da carga P_2
P_2	Carga longitudinal
<i>p</i> ₃	Componente da carga P_3
<i>P</i> ₃	Carga transversal
Q_1	Parâmetro do método de Eason (1965)
Q_2	Parâmetro do método de Eason (1965)
Q_3	Parâmetro do método de Eason (1965)
Q_4	Parâmetro do método de Eason (1965)
r	Parâmetro de mudança de variável do método de Eason (1965)
R_1, R_2	Parâmetros do método de Eason (1965)
S	Coeficiente de rigidez da fundação elástica
t	Tempo
и	Deslocamento ao longo da direção x
u	Vetor de deslocamentos normalizados
U	Vetor de deslocamentos
U_x	Deslocamento em <i>u</i> com carga aplicada na direção <i>x</i>
U_y	Deslocamento em <i>u</i> com carga aplicada na direção <i>y</i>
U_z	Deslocamento em u com carga aplicada na direção z
v	Deslocamento ao longo da direção y
V _t	Velocidade do trem
V_x	Deslocamento em v com carga aplicada na direção x
V_y	Deslocamento em v com carga aplicada na direção y

V_z	Deslocamento em v com carga aplicada na direção z
W	Deslocamento ao longo da direção z
W_x	Deslocamento em <i>w</i> com carga aplicada na direção <i>x</i>
W_y	Deslocamento em w com carga aplicada na direção y
W_z	Deslocamento em w com carga aplicada na direção z
x	Coordenada cartesiana
У	Coordenada cartesiana
Z.	Coordenada cartesiana
Z	Vetor de deslocamento
ż	Velocidade na direção do eixo z
Ż	Vetor de velocidade
ï.	Aceleração na direção do eixo z
Ż	Vetor de aceleração
Zr, Zr1, Zr2, Zr3, Zr4	Deslocamento vertical absoluto da roda
$\dot{z}_r, \dot{z}_{r1}, \dot{z}_{r2},$ $\dot{z}_{r3}, \dot{z}_{r4}$	Velocidade da roda
$\ddot{z}_r, \ddot{z}_{r1}, \ddot{z}_{r2}, \\ \ddot{z}_{r3}, \ddot{z}_{r4}$	Aceleração da roda
Z_{t1}, Z_{t2}	Deslocamento vertical do truque
$\dot{z}_{t1}, \dot{z}_{t2}$	Velocidade do truque
$\ddot{z}_{t1}, \ddot{z}_{t2}$	Aceleração do truque
Z _V	Deslocamento vertical total do corpo do veículo
ż _v	Velocidade do corpo do veículo
\ddot{z}_{v}	Aceleração do corpo do veículo

Símbolos Gregos:

α	Comprimento característico da pista ferroviária
α_1	Parâmetro das ondas P
α_2	Parâmetro das ondas S
β	Parâmetro do método de Eason (1965)
γ1, γ2	Parâmetros do método de Eason (1965)
δ	Delta de Dirac
$\frac{\partial}{\partial x}$	Derivada parcial em relação a <i>x</i>
$\frac{\partial}{\partial y}$	Derivada parcial em relação a y
$\frac{\partial}{\partial z}$	Derivada parcial em relação a z
$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}$	Derivada segunda parcial em relação a τ
η	Coordenada do plano complexo
θ	Ângulo do método de Eason (1965)
θ_{t1}, θ_{t2}	Rotação longitudinal do truque
$\dot{\theta}_{t1}, \dot{\theta}_{t2}$	Velocidade rotacional do truque
$\ddot{\theta}_{t1}, \ddot{\theta}_{t2}$	Aceleração rotacional do truque
$ heta_v$	Rotação longitudinal do corpo do veículo
$\dot{ heta}_{_{\mathcal{V}}}$	Velocidade rotacional do corpo do veículo
$\ddot{ heta}_{v}$	Aceleração rotacional do corpo do veículo
λ	Constante de elasticidade de Lamé
μ	Módulo de cisalhamento de Lamé
V	Coeficiente de Poisson

ξ	Coordenada do plano complexo
ρ	Densidade da massa por unidade de volume
σ_x	Tensão normal na direção x
σ_y	Tensão normal na direção y
σ_z	Tensão normal na direção z
τ	Coordenada temporal
$ au_{xy}$	Tensão de cisalhamento nas direções xy
$ au_{yz}$	Tensão de cisalhamento nas direções yz
τ_{zx}	Tensão de cisalhamento nas direções zx
ϕ	Ângulo do método de Eason (1965)
χ	Parâmetro de mudança de variável do método de Eason (1965)
ω	Frequência

SUMÁRIO

CAPÍ	ГULO 1 - INTRODUÇÃO	. 21
1.1.	JUSTIFICATIVA	22
1.2.	OBJETIVO	23
1.3.	METODOLOGIA	23
1.4.	ESTRUTURA DO TRABALHO	24
CAPÍ	TULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1.	FONTE EMISSORA DA VIBRAÇÃO	25
2.1.1.	Veículo ferroviário	25
2.1.2.	Pista ferroviária	28
2.2.	PROPAGAÇÃO DA VIBRAÇÃO NO SOLO	30
2.2.1.	Tipos de ondas	30
2.2.2.	Medição da vibração	34
2.2.3.	Previsão empírica	36
2.2.4.	Simulação numérica	39
2.2.4.1	. Classificação do modelo	40
2.3.	ASPECTOS NORMATIVOS DO IMPACTO DA VIBRAÇÃO	. 43
2.3.1.	Resposta humana	. 43
2.3.2.	Construções	45
2.3.3.	Equipamentos sensíveis	46
CAPÍ	TULO 3 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	. 48
3.1.	MODELOS MATEMÁTICOS DO VEÍCULO FERROVIÁRIO	. 48
3.1.1.	Equação diferencial de movimento	. 48
3.1.2.	Modelos matemáticos da carga dinâmica	. 49
3.1.2.1	. Carga móvel concentrada ou distribuída	49
3.1.2.2	. Modelo dinâmico discreto A1	50
3.1.2.3	. Modelo dinâmico discreto A2	. 51
3.1.2.4	. Modelo dinâmico discreto A3	53
3.2.	MODELO MATEMÁTICO DA PISTA FERROVIÁRIA	56
3.2.1.	Interação entre a roda e o trilho	. 57
3.3.	MODELO MATEMÁTICO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS NO SOLO	58

CAPÍTULO 4 - PROGRAMA COMPUTACIONAL		
4.1.	O PROGRAMA	72
4.1.1.	Inicialização	73
4.1.2.	Leitura de dados	74
4.1.3.	Cálculo da carga do trem	74
4.1.4.	Cálculo do deslocamento e da velocidade instantânea do solo	74
4.1.5.	Finalização	76
CAPÍ	TULO 5 - RESULTADOS NUMÉRICOS	77
5.1.	VALIDAÇÃO DO PROGRAMA	77
5.2.	MODELO DE CARREGAMENTO	80
5.2.1.	Modelo de carregamento adotado	
5.3.	VELOCIDADE DO TREM	
5.4.	CARGA DO TREM	
5.5.	INTERAÇÃO ENTRE A RODA E O TRILHO	
5.6.	TRILHO	
5.7.	SOLO	
5.8.	DISTÂNCIA DO PONTO DE OBSERVAÇÃO À PISTA	
CAPÍ	TULO 6 - CONCLUSÃO	101
6.1.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
6.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	105
REFE	RÊNCIAS	106

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, o setor de transportes enfrentou cerca de duas décadas de absoluta ausência de um planejamento estratégico com visão de médio e longo prazos, até que em 2007 o Ministério dos Transportes apresentou o Plano Nacional de Logística e Transportes (PNLT). Uma das premissas do PNLT é a necessidade de efetivar o melhor equilíbrio na matriz de transportes de cargas do Brasil (MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES, 2007), cujo cenário atual é ilustrado na Figura 1.1, sendo os percentuais de participação de cada modal estimados em função das quantidades de toneladas transportadas por quilômetro útil (TKU). Assim, foi dada ênfase a ações e projetos de adequação e expansão do sistema ferroviário brasileiro, buscando sua melhor integração multimodal com o sistema rodoviário.





A premissa constante de maior agilidade no transporte de mercadorias e de passageiros no setor ferroviário é fonte propulsora para a elevação da velocidade dos trens, o aumento das cargas transportadas e o crescimento dos fluxos de tráfego. Tais fatores acarretam o aumento da solicitação das vias.

Por outro lado, com o processo de urbanização, são construídas ferrovias cada vez mais próximas de edificações. Este quadro faz com que as influências das vibrações induzidas pelo tráfego de trens se tornem gradativamente mais fortes, enquanto que com o desenvolvimento da sociedade, a exigência do público sobre os ambientes fica cada vez mais rigorosa.

Dessa forma, a vibração induzida pela ferrovia, que parecia ter sido tolerada no passado, é cada vez mais considerada como um dos principais poluidores ambientais nos países onde a malha ferroviária já é consolidada, despertando a atenção das autoridades das cidades, dos engenheiros e pesquisadores, segundo Xia, Zhang e Cao (2005).

Muitas das investigações nesta área têm se centrado na utilização de modelos de previsão, que demandam o entendimento do estado da arte do problema, composto pela fonte emissora da vibração, o trajeto e o receptor. Estes modelos deparam com a dificuldade de determinar valores exatos para as propriedades do solo e compreenderem seu comportamento, além da dificuldade de modelar precisamente a fonte de vibração e a reação resultante em um campo próximo e distante. Ademais, no caso da ferrovia, a via transmite forças por eixo para o solo e isto deve ser levado em consideração.

1.1. JUSTIFICATIVA

Uma das principais dificuldades na concepção de ferrovias em áreas urbanas é a limitação dos níveis de vibração, haja vista o número de variáveis atreladas ao problema, como as características do veículo, a velocidade do tráfego, o tipo de solo, bem como o raio de influência desta vibração.

A expansão da malha ferroviária brasileira, aliada ao processo de urbanização, acarretou na necessidade de análise do impacto da propagação da vibração do solo induzida pelo tráfego de trens. Esse impacto pode ser perceptível e desagradável para os ocupantes de edificações vizinhas à ferrovia, além de que o efeito contínuo de um tráfego intenso pode eventualmente ocasionar danos nestas edificações. A deterioração da geometria da via, que tem como consequências o desconforto dos passageiros, maiores custos de manutenção da pista e a diminuição da sua disponibilidade no ciclo de vida útil, também é uma preocupação.

Sendo assim, torna-se importante o desenvolvimento de programas computacionais capazes de realizar análises e verificações quanto à influência da vibração induzida pelo tráfego ferroviário. O conhecimento destas respostas de vibração contribui para um maior entendimento a respeito deste fenômeno, bem como possibilita uma melhor concepção de projeto e de sistemas de mitigação para problemas existentes.

1.2. OBJETIVO

O objetivo principal do presente trabalho é estudar as vibrações do solo induzidas pelo tráfego de trens, a partir de uma implementação numérica em MATLAB. Como objetivos específicos, têm-se:

- Desenvolver uma análise paramétrica da propagação da vibração no solo induzida pelo tráfego ferroviário, considerando a influência do tipo e velocidade do trem, das características da pista ferroviária, das propriedades do solo e da distância entre o ponto de observação e a ferrovia;
- Validar o programa computacional desenvolvido;
- Comparar os resultados obtidos com os níveis aceitáveis estabelecidos nas normas vigentes.

1.3. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho se baseia no desenvolvimento de um programa computacional com a utilização da ferramenta numérica MATLAB. Neste programa, o trem é representado através de uma carga pontual distribuída elasticamente pela pista ferroviária. A propagação da vibração no solo será obtida através da aplicação desta carga movendo-se a uma velocidade inferior à velocidade das ondas de Rayleigh em um semi-espaço homogêneo, elástico, isotrópico e linear.

Sendo assim, após a validação do programa, será feita uma análise paramétrica variando os seguintes aspectos:

- Modelo de carregamento: com e sem pista ferroviária;
- Velocidade do trem: 36, 108, 180, 252 e 324 km/h;
- Carga do trem: 10, 17,335 e 32,5 T;
- Interação entre a roda e o trilho: com e sem irregularidade;
- Tipo de trilho: TR-57 e UIC-60;
- Propriedades do solo: argila, cascalho e areia;
- Distância entre o ponto de observação e a pista ferroviária: 10, 20, 30 e 40 m.

Por fim, os resultados obtidos serão comparados com os níveis aceitáveis estabelecidos nas normas vigentes.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

A organização do trabalho foi definida da seguinte forma:

- Capítulo 1 Nesse capítulo é apresentada uma introdução ao tema, na qual é abordada a justificativa da pesquisa, visando expor os objetivos e a metodologia para alcançá-los, bem como a estrutura do trabalho;
- Capítulo 2 Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica que expõe o estado da arte, com as principais definições do problema e um histórico a respeito do tema proposto, contemplando os trabalhos mais relevantes existentes na literatura;
- Capítulo 3 Neste capítulo estão contidas as definições dos modelos do trem, da pista ferroviária e do solo, apresentando a formulação matemática que envolve o problema;
- Capítulo 4 Neste capítulo são descritas as etapas do programa computacional desenvolvido utilizando a ferramenta numérica MATLAB;
- Capítulo 5 Este capítulo apresenta os resultados numéricos obtidos no presente trabalho e uma análise sobre os mesmos;
- Capítulo 6 Neste capítulo são expostas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário é gerada devido à interação do trem em movimento na pista e sua repercussão depende do terreno subjacente. Segundo Bahrekazemi (2004), o entendimento de como a fonte emissora da vibração, o trajeto e o receptor influenciam na situação da vibração é crucial para a previsão das respostas. A Figura 2.1 ilustra o estado da arte do problema de vibrações induzidas pelo tráfego de trens, onde o veículo é descrito como a fonte, as ondas geradas se deslocam no solo através do trajeto e, finalmente, chegam às edificações que são os receptores. Sendo assim, é feita uma abordagem sobre a fonte de vibração, a propagação da vibração no solo e os aspectos normativos do impacto da vibração.

Figura 2.1 - Componentes do problema de vibração (adaptada de Bahrekazemi (2004))



2.1. FONTE EMISSORA DA VIBRAÇÃO

A fonte emissora da vibração é composta pelo veículo ferroviário, o qual transita sobre a pista ferroviária.

2.1.1. Veículo ferroviário

Os veículos ferroviários compreendem os trens para transporte de passageiros (Figura 2.2) e os trens para transporte de carga (Figura 2.3). De acordo com Correa (2008), os trens destinados ao transporte de passageiros são denominados de TUE (Trem Unidade Elétrico) e

em sua composição há um carro motor, um ou mais carros reboques e outro carro reboque com cabine de condução.



Figura 2.2 - Trem para transporte de passageiros em Natal (CBTU, 2015)

Já os veículos ferroviários destinados ao transporte de carga são constituídos por uma locomotiva, em que a mais usual é a Diesel-elétrica, e uma grande quantidade de vagões. Os vagões são definidos de acordo com o tipo de produto que transportam e pelos componentes diretamente relacionados às funções de carga e descarga nos terminais.



Figura 2.3 - Trem para transporte de cargas (ANTF, 2015)

Os principais componentes do trem, do ponto de vista da geração da vibração, são a caixa do veículo, o truque, as rodas e os dispositivos de suspensão primária e secundária, representados na Figura 2.4.





De acordo com Correa (2008), as caixas dos veículos são produzidas em aço, reunindo conforto, segurança, velocidade e economia. Devem ser suficientemente resistentes para absorver os esforços impostos devido ao carregamento, contudo, devem ser leves e devem apresentar geometria com pouca resistência aerodinâmica, para que possam desenvolver grande velocidade sem acréscimo de massa.

Os truques são formados por dois conjuntos de rodeiros juntamente com o sistema de suspensão: um primário, composto por molas ou rolamento e adaptador fixados entre os rodeiros e o chassi do truque; e outro secundário, formado por bolsas de ar ou molas e cunhas de fricção fixadas entre a caixa do veículo e o chassi do truque. Correa (2008) destaca que "os

truques têm como vantagem a redução da base rígida dos veículos, assim como diminuição das vibrações transmitidas aos passageiros, devido às imperfeições existentes nas vias férreas".

As rodas são geralmente fabricadas em aço especial e são conectadas aos pares nos eixos, formando os rodeiros. O peso da caixa do veículo é transferido às rodas pela estrutura do truque, que é conectada pelo sistema de suspensão primária. As rodas, por sua vez, transferem a carga para os trilhos.

2.1.2. Pista ferroviária

Os principais componentes da via permanente ferroviária são os trilhos, dormentes, aparelhos de fixação, lastro e sublastro, como pode ser visto nas Figuras 2.5 e 2.6.



Figura 2.5 - Componentes da via permanente da ferrovia

As características da via permanente, como espessura do lastro e dimensões dos dormentes e trilhos, dependem basicamente da bitola. Denomina-se bitola a distância entre as faces internas de duas filas de trilhos, medida a 16 mm abaixo da cota do topo do boleto, o qual é constituído da superfície superior do trilho sobre a qual deslizam as rodas dos veículos (VALEC, 2012).

Na Conferência Internacional de Berna, em 1907, foi adotado como bitola internacional o valor de 1,435 m (CORREA, 2003). No Brasil, a bitola padrão é de 1,60 m, denominada de bitola larga. Contudo, existem também algumas ferrovias com a bitola internacional e outras com a bitola métrica (1 m), além da existência de bitolas mistas, onde três ou mais trilhos correm em paralelo em uma única linha a fim de permitir que trens de diferentes bitolas possam operar no mesmo trecho.

Os trilhos constituem a superfície de rolamento para as rodas e normalmente são feitos de aço. As suas funções são:

- Guiar e sustentar os veículos;
- Resistir diretamente às tensões que recebem das rodas dos veículos e transmití-las aos dormentes;
- Servir de condutor elétrico, quando necessário.

Por ser o principal elemento da estrutura ferroviária, o trilho está sujeito a diversas ações devido ao tráfego do veículo sobre ele. Estas ações podem produzir irregularidades em sua superfície de rolagem, assim como ao longo do seu eixo longitudinal vertical e horizontal, acarretando no aumento do carregamento dinâmico aplicado à estrutura (CORREA, 2003).

Os dormentes são elementos estruturais que se apoiam sobre o lastro ou sobre a própria estrutura e onde os trilhos estão presos, situando-se em direção transversal a estes. Eles recebem as cargas do trilho e as repassam ao lastro, devendo garantir a fixação e a distância invariável entre os trilhos. Devem também manter a estabilidade da via nos sentidos horizontal, vertical e longitudinal e podem ser fabricados de madeira, aço, concreto ou misto (dois blocos de concreto ligados por uma barra metálica).

Os aparelhos de fixação são acessórios responsáveis por manter o trilho preso aos dormentes, permitindo que haja monoliticidade entre eles. Para fixação dos dormentes de concreto, são

utilizados os grampos, o isolador, a ombreira e a palmilha, que é instalada a fim de aumentar a elasticidade da via, conforme mostrado na Figura 2.6.

O lastro constitui-se em uma camada intermediária de material granular, que se situa entre o sublastro e os dormentes. O material tradicionalmente empregado como lastro ferroviário é a pedra britada nº 3. As suas principais funções são:

- Transmitir e distribuir uniformemente os esforços do tráfego do veículo sobre a estrutura abaixo;
- Garantir uma ancoragem contra movimento lateral, vertical e longitudinal da via;
- Permitir a rápida drenagem, para que a água não se acumule em torno dos dormentes;
- Reduzir as irregularidades da pista;
- Constituir uma camada elástica para absorver os choques advindos da carga dinâmica.

Já o sublastro é a camada de material que completa a plataforma ferroviária e que recebe o lastro, devendo absorver os esforços transmitidos deste e transferí-los para o terreno subjacente. O sublastro também é responsável por evitar o fenômeno do bombeamento de finos do subleito e diminuir a altura necessária de lastro (DNIT, 2012).

2.2. PROPAGAÇÃO DA VIBRAÇÃO NO SOLO

Quando uma ação dinâmica é aplicada ao solo, que é considerado como um semi-espaço elástico, propagam-se dois tipos básicos de ondas: as ondas de corpo e as ondas de superfície. As ondas de corpo são constituídas pelas ondas de compressão (ondas P) e pelas ondas de cisalhamento (ondas S), enquanto que a onda de superfície é a onda de Rayleigh (ondas R).

A energia associada ao solo é transmitida adiante a partir da fonte por uma combinação das ondas P, S e R. De acordo com Woods (1968), as ondas de corpo propagam radialmente para fora a partir da fonte ao longo de frentes de ondas hemisféricas, ao passo que as ondas de superfície propagam radialmente para fora em uma frente de onda cilíndrica.

2.2.1. Tipos de ondas

Como pode ser visto na Figura 2.7, as primeiras ondas a chegar ao ponto de observação são as ondas P, também designadas por ondas primárias. Segundo Costa (2011), o processo de

propagação das ondas P implica o movimento de contração e dilatação do material. Este tipo de onda, que pertence ao grupo das ondas volumétricas, propaga-se em qualquer direção do meio e não envolve rotação, podendo ser consideradas como dilatacionais.



Figura 2.7 - Diferentes tipos de ondas: P, S e Rayleigh (R) (Woods (1968))

A segunda onda a chegar é a onda S, designada como onda secundária e que também pertence ao grupo das ondas volumétricas. O seu processo de propagação implica na deformação a volume constante, com um deslocamento transversal normal à direção da frente de onda, sendo considerada como onda rotacional. O movimento das suas partículas pode apresentar componentes normais ou paralelas ao plano vertical da direção de propagação da onda, sendo então usual a sua decomposição em ondas SV (propagação com movimento inscrito no plano) e ondas SH (propagação com movimento normal ao plano).

Com uma velocidade de propagação ligeiramente inferior a das ondas S, propagam-se as ondas de Rayleigh. Ao contrário das ondas de corpo, as ondas de Rayleigh apenas se propagam junto à superfície do meio e caracterizam-se por uma deformação volumétrica e distorcional. Elas podem ser divididas em uma componente vertical e outra horizontal, sendo que ambas decaem com a profundidade, mas com proporções distintas.

As ondas de corpo e as ondas de superfície encontram um volume cada vez maior de material à medida que se propagam, acarretando na diminuição da densidade de energia conforme se distanciam da fonte. Este descaimento de densidade de energia é chamado de amortecimento geométrico. A forma de propagação das ondas de corpo e de superfície é ilustrada na Figura 2.8.





A velocidade de tráfego da ferrovia pode ser classificada de acordo com a velocidade de propagação das ondas de corpo. Se a velocidade do tráfego for inferior à velocidade das ondas S, ela é caracterizada como subcrítica. Se estiver entre as velocidades das ondas S e P, é considerada transcrítica, e, por outro lado, se for superior à velocidade das ondas P é classificada como supercrítica.

As ondas de corpo e de superfície se propagam a velocidades que são uma função das propriedades elásticas e de densidade do solo. De acordo com Ortigao (2007), os perfis de rigidez do solo podem ser medidos por métodos diretos, onde são colhidas amostras em diferentes profundidades que são sujeitas a ensaios de laboratório apropriados, ou através da realização de ensaios de carga "in situ". A rigidez também é frequentemente determinada indiretamente utilizando o Standard Penetration Test (SPT), que é um método atraente uma

vez que o ensaio de SPT é realizado rotineiramente como parte da maioria das investigações do solo. No entanto, neste caso, os parâmetros de rigidez são determinados utilizando relações empíricas, sendo em grande parte com precisão muito limitada.

Segundo Ortigao (2007), outra forma de medir a velocidade das ondas no solo é utilizando métodos geofísicos. Os métodos geofísicos invasivos requerem penetração física do solo ou perfuração de poço para determinar a velocidade das ondas diretamente, onde são utilizados geofones, acelerômetros ou piezocones sísmicos, os quais são precisos, mas possuem alto custo. Já os métodos não-invasivos são usados para determinar perfis de velocidade das ondas a partir da superfície do solo. Estes incluem a reflexão da superfície, refração da superfície e a análise espectral das ondas de superfície; são geralmente mais adequados para o trabalho de exploração geofísica e geralmente não fornecem perfis precisos de velocidades de ondas corpo para fins de engenharia geotécnica.

Miller e Pursey (1955) determinaram a distribuição de energia transmitida pelas ondas P, S e R, geradas a partir de um disco circular vibrando normalmente a uma superfície livre de um semi-espaço sólido e isotrópico. Do total da energia transmitida, 67% correspondem às ondas R, 26% às ondas S e 7% às ondas P. Conclui-se que 2/3 da energia total transmitida a partir de uma fonte corresponde às ondas de Rayleigh, que decaem mais lentamente com a distância do que as ondas de corpo.

De modo geral, o comportamento do solo é considerado como não linear. Todavia, é possível afirmar que o tráfego de trens gera ondas de vibração no solo cuja propagação geralmente induz a pequenas deformações: de acordo com Kouroussis *et al.* (2014), a deformação por cisalhamento é menor que 10⁻⁵ na maioria dos casos. Sendo assim, para esta ordem de grandeza de amplitudes de deformação, o solo pode ser considerado como um meio visco-elástico linear isotrópico, podendo ser composto de várias camadas horizontais homogêneas. Esta consideração para o comportamento do solo já é amplamente consolidada na literatura, como pode ser visto nos trabalhos de Sheng, Jones e Thompson (2006), Galvín e Domínguez (2007) e Lombaert e Degrande (2009).

Em um solo estratificado, a reflexão e a refração aumentam a complexidade do problema. Cada camada pode ser definida pelas ondas do corpo, mas as ondas de superfície no meio estratificado são dispersivas. A frequência de fases de velocidades dependentes dos diferentes modos de vibração do meio estratificado é considerada de acordo com a configuração e espessura de cada camada. Para este caso, se faz necessário o uso de ferramentas numéricas.

A seguir, são apresentadas as formas de previsão da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário, sendo elas através de medição, previsão empírica e simulação numérica.

2.2.2. Medição da vibração

Para a medição da vibração "in loco", é essencial a implantação de um número adequado de sensores em pontos de controle pré-determinados de forma que a resposta representativa da transmissão de ondas possa ser medida simultaneamente. Para isso, requerem-se equipamentos eletrônicos sofisticados.

De acordo com Bahrekazemi (2004), o processo completo de aquisição e processamento de dados é composto pelas fases de coleta, registro, preparação, qualificação e análise. A coleta consiste no uso de um transdutor - instrumento que converte energia de vibração em energia elétrica – tais como: acelerômetro, geofone e sismômetro. O acelerômetro é usado para medir a aceleração da partícula e é geralmente utilizado para medições de fortes movimentos de terra. O geofone é usado para medir a velocidade da partícula, sendo que o sismômetro é basicamente um geofone muito sensível que é usado para medir vibrações relativamente fracas no solo, por isso é mais adequado para ser utilizado a distâncias maiores da linha.

Depois de recolher os dados do transdutor, ocorre a fase de registro, na qual o sinal é condicionado e amplificado para a frequência de amostragem escolhida, exceto no caso do uso de geofone. Em seguida, estes dados são gravados em um disco rígido.

Posteriormente, em laboratório, os dados são analisados e podem ser transformados para a frequência de amostragem necessária para o efeito de análise. A fase de preparação dos dados inclui a conversão dos dados de analógico para digital, que atualmente é realizada durante a fase de coleta e edição, e a remoção dos sinais de dados falsos e corrompidos, que normalmente é realizada visualmente por uma pessoa experiente.

A próxima fase é a qualificação dos dados. Nesta etapa, os dados são testados para que possam ser reconhecidas suas características básicas, como ser estacionário (apresentar as mesmas componentes de frequência durante toda a duração) ou não, a presença de periodicidade e a sua normalidade, que são as três questões mais importantes que podem ser
consideradas. Finalmente, os dados são analisados através de métodos apropriados para determinar, por exemplo, o valor médio dos dados e seu espectro de frequência. Após um número significativo de medições coletadas, estes resultados podem ser utilizados como base para a previsão dos níveis de vibração de estruturas em condições similares.

Dawn e Stanworth (1979) apresentaram os resultados experimentais obtidos durante os estudos feitos na ferrovia British Railway, localizada em Londres, e discutiram o problema da vibração a partir do ponto de vista de geração, propagação, resposta da construção e percepção.

Melke e Kraemer (1983) sugeriram um método para investigar vibrações induzidas pela ferrovia em áreas urbanas, utilizando técnicas de medição de diagnóstico. Motivados pelo fato de que o modelo empírico encontra problemas em predizer os resultados para estruturas diferentes que não possuem base de dados de medições, e que os efeitos das várias mudanças de parâmetros e medidas de controle de vibração correspondentes também são difíceis de prever, os autores propuseram um método que busca proporcionar uma melhor compreensão dos mecanismos de geração de vibração e de propagação encontrados em condições operacionais reais, formando um complemento útil para modelos de previsão de vibração empíricos e analíticos neste campo.

Os autores apresentaram resultados preliminares a partir da análise de bandas de um terço de oitava e concluíram que o aumento dos níveis de vibração em certas frequências pode ser associado aos efeitos de ressonância e ao acoplamento quando se atinge a frequência do solo e a frequência de passagem pelos dormentes, e estes efeitos devem ser levados em consideração nos modelos de previsão. Todavia, devido à exigência de ensaios cuidadosamente controlados, este método não é sempre utilizado na prática.

No trabalho de Bahrekazemi (2004), foram apresentadas medições em quatro locais diferentes da Suécia feitas pelo Royal Institute of Technology. As condições geotécnicas destes locais são classificadas como solo com baixa capacidade de suporte a solo com argila orgânica, uma vez que são as condições mais propícias para o problema de vibração induzida pela ferrovia. Na Figura 2.9, tem-se o plano de instrumentação da medição feita em Kåhög, na Suécia, onde houve reclamações de pessoas que viviam perto da ferrovia sobre a vibração excessiva do solo induzida principalmente pela passagem de trens com cargas pesadas. Na medição foi utilizada uma combinação de geofones, acelerômetros e medidores de tensão.



Figura 2.9 - Plano de instrumentação para medição em Kåhög, feita em maio de 2002 (adaptada de Bahrekazemi (2004))

Segundo Yang e Hung (2009), um campo de medição completo e minucioso é a forma mais cara e demorada dentre os métodos de previsão da vibração. Além disso, o acesso à pista para instalação dos instrumentos requer permissão especial e a interrupção do tráfego de trem não é possível com tanta frequência.

2.2.3. Previsão empírica

O trabalho pioneiro de Lamb (1903) contempla a maioria dos elementos que são essenciais para o estudo analítico da propagação da vibração no solo. Em seu artigo, Lamb (1903) considerou a vibração supostamente devida a uma força impulsiva aplicada verticalmente em um ponto de uma superfície semi-infinita de um sólido elástico e isotrópico. Variações deste

caso também foram discutidas, e então, as soluções encontradas por Lamb (1903) foram utilizadas por outros pesquisadores como base para o desenvolvimento de modelos de previsão empíricos.

Diante da complexidade do problema de previsão da transmissão de vibrações no solo, fundamentada na dificuldade de compreensão do comportamento do meio, o modelo de previsão empírico surge como uma abordagem viável, apesar de aproximada. A construção de um modelo simplificado é razoável para prever as respostas com base nos resultados empíricos e teóricos disponíveis. A fim de fornecer estimativas preliminares, a maioria dos modelos de previsão existentes na literatura é composta por várias equações independentes, cada qual contendo um parâmetro de controle que pode afetar, em certa medida, a resposta final.

No seu trabalho, Gutowski e Dym (1976) combinaram dados de medição com a essência da teoria para desenvolverem um modelo de previsão, o qual é obtido por uma função de atenuação na forma simplificada, levando em consideração os efeitos da atenuação do material e da geometria.

Nelson e Saurenman (1987) apresentaram um procedimento para previsão da vibração e do ruído gerados pela ferrovia utilizando dados empíricos. A partir destes dados, os autores buscaram separar os parâmetros que são inerentes à estrutura de cada ferrovia, como as características do veículo e as condições geotécnicas do solo, e então realizaram testes de impacto para a quantificação dos fatores de correção destes parâmetros a fim de determinar a resposta da vibração no solo.

Madshus, Bessason e Harvik (1996) desenvolveram um modelo semi-empírico para a previsão da vibração de baixa frequência induzida pela ferrovia em áreas com condições de solo com baixa capacidade de suporte, para fins de planejamento de uma nova linha ferroviária de alta velocidade na Noruega. Este modelo inclui cinco fatores estatisticamente independentes: o nível de vibração específico do tipo de trem, a velocidade do tráfego, a distância da ferrovia, a qualidade da pista e a amplificação do edifício. Foi sugerido que todas as instituições utilizem um tratamento unificado e sistemático dos dados empíricos a fim de criarem um banco de dados em comum.

O SP Swedish National Testing and Research Institute (2000) utilizou no seu trabalho dados de medição de dois locais no sudoeste da Suécia, com a passagem de três diferentes tipos de

trens. Os níveis de vibração medidos foram utilizados para calcular a dependência da distância para as vibrações do solo e estimar um nível de vibração de referência para cada tipo de trem. Uma fórmula de previsão empírica para a velocidade de vibração foi construída, utilizando resultados de um estudo norueguês. Devido ao número limitado de medições, esta fórmula de previsão só é válida para uma pequena gama de velocidades do trem.

Nesse estudo, foi concluído que trens lentos, longos e pesados geram mais vibrações em baixas frequências do que os trens curtos e rápidos. Estas vibrações de baixas frequências sofrem um amortecimento pouco significativo no solo, possibilitando que propaguem por regiões mais distantes da fonte, ocasionando maior perturbação às construções vizinhas.

With, Bahrekazemi e Bodare (2006) apresentaram uma validação do EnVib-01, um modelo empírico para prever vibrações no solo induzidas pela ferrovia, a fim de ser utilizado na fase preliminar de projeto. O modelo é simples de usar e fornece uma breve avaliação da magnitude e distribuição do movimento do solo na vizinhança da pista. A sua validação se deu a partir de duas medições de campo na Suécia.

De fato, as vibrações são frequentemente previstas usando métodos empíricos, tal como o procedimento de avaliação detalhado da vibração prescrito pela Federal Railroad Administration (FRA) do Departamento de Transportes dos EUA. Este procedimento de avaliação foi desenvolvido para permitir que os dados de medição da vibração em um local possam ser utilizados para prever a vibração em outro local onde as condições geológicas são completamente diferentes (FEDERAL RAILROAD ADMINISTRATION, 2012). As vibrações do solo são calculadas baseadas em densidades de força, medidas quando o trem está percorrendo a pista, e em mobilidade de transferência linear a partir da fonte, medida "in loco" para explicar o efeito da geologia local na propagação da onda. A vantagem desta abordagem feita pela FRA é que ela leva em consideração todos os parâmetros importantes. No entanto, só pode ser utilizada quando está disponível uma estimativa apropriada da densidade de força e da mobilidade de transferência.

Verbraken, Lombaert e Degrande (2011) desenvolveram um estudo utilizando expressões analíticas derivadas para a densidade de força e para a mobilidade de transferência do procedimento da FRA, usando um acoplamento do método dos elementos finitos e do método dos elementos de contorno. Os autores concluíram que os modelos empíricos permitem uma avaliação precisa da propagação de vibrações através do solo, enquanto que os modelos

numéricos permitem uma grande flexibilidade em lidar com diferentes modelos de trem e pista. Em previsões híbridas, as vantagens de ambas as abordagens são combinadas.

2.2.4. Simulação numérica

Com o advento de computadores de alto desempenho em meados da década de 70, os métodos numéricos emergiram como uma ferramenta efetiva para resolver os problemas de propagação de onda, dos quais se destacam o método dos elementos de contorno, o método dos elementos finitos e suas variações.

Portanto, as pesquisas mais recentes são conduzidas por uma abordagem analítica. A adoção desta abordagem geralmente impõe restrições na geometria e nas propriedades dos materiais do problema considerado, além de que soluções com forma fechada não são facilmente disponibilizadas para a maioria das situações práticas. Contudo, tem a vantagem que não são dispendiosas como a abordagem experimental, uma vez que um teste de campo completo pode custar muito caro.

O método dos elementos de contorno é muito usado para resolver problemas de propagação de ondas, estando presente em trabalhos significativos de Beskos (1987¹, 1997² *apud* YANG; HUNG, 2009).

Através deste método, o amortecimento da radiação - que representa a perda de energia devido à propagação das ondas para o infinito - pode ser levado em consideração com precisão através do uso de soluções fundamentais adequadas. Contudo, as irregularidades da pista e do solo subjacente são aspectos difíceis de serem considerados, a não ser que se utilizem funções de Green mais complicadas ou uma subdivisão mais refinada do domínio interior.

Já o método dos elementos finitos é mais versátil e favorável nas aplicações, sendo que aspectos como irregularidades geométricas e solos estratificados podem ser modelados facilmente. Contudo, o problema encontrado neste método consiste no fato do solo ser semi-

¹ BESKOS, D. E. Boundary element methods in dynamic analysis. **Applied Mechanics Reviews**, v. 40, p. 1-23, 1987.

² BESKOS, D. E. Boundary element methods in dynamic analysis: Part II (1986-1996). **Applied Mechanics Reviews**, v. 50, n. 3, p. 149-197, 1997.

infinito de natureza, não podendo ser modelado por elementos de tamanho finito. Consequentemente, o amortecimento da radiação não pode ser modelado com precisão.

Para superar este problema, geralmente são utilizados métodos auxiliares para modelar a região infinita, tornando o método híbrido. Sendo assim, o domínio do sistema solo-estrutura é dividido em dois subdomínios que são o campo próximo e o campo distante, conforme a Figura 2.10 (YANG, HUNG, 2009). O campo próximo é composto pela estrutura (veículo e pista) e pela região de solo de interesse, sendo modelado pelos elementos finitos convencionais. Já o campo distante é um domínio semi-infinito excluindo o campo próximo. Na análise por meio de elementos finitos, a matriz de impedância do campo distante é estabelecida em termos dos pontos nodais da interface, representada pela linha pontilhada da Figura 2.10, relacionando as forças nodais com os deslocamentos nodais.





Na literatura são encontrados diversos métodos para modelar a propriedade de infinito do campo distante do método híbrido. Entre eles, pode-se citar o método dos elementos de contorno, o contorno viscoso, o elemento infinito e o método de célula de elemento finito infinitesimal consistente, discutidos por Wolf e Song (1996).

2.2.4.1. Classificação do modelo

Em relação à dimensão do modelo do semi-espaço, existem três abordagens:

• Bidimensional (2D);

- Tridimensional (3D);
- Dois-ponto-cinco-dimensional (2.5D).

O modelo 2D pode ser adotado sob as condições de que o carregamento externo possa ser considerado como uma carga linear infinita, e que as propriedades do material e da geometria do sistema sejam idênticas ao longo da direção do carregamento linear, sendo que assim o pressuposto de deformação plana se aplica. De acordo com Gutowski e Dym (1976), a vibração gerada ao longo da ferrovia pode ser modelada como uma carga linear desde que o receptor esteja a menos de aproximadamente $1/\pi$ do comprimento do trem.

Balendra *et al.* (1989) determinaram a vibração do estado estacionário de um sistema metrôsolo-construção usando um modelo 2D adequado de elementos finitos juntamente com contorno viscoso.

Hall (2003) utilizou na sua pesquisa o programa computacional ABAQUS e um modelo mais simples baseado no método da viga com fundação Winkler para simular vibrações no solo induzidas por trem. Foi considerado um modelo bidimensional axissimétrico perpendicular ao trem e com carga estacionária para estudar a resposta do solo ao redor da pista, e outro modelo bidimensional ao longo da pista e com cargas móveis para estudar a resposta da estrutura.

Nejati, Ahmadi e Hashemolhosseini (2012) desenvolveram um modelo de diferenças finitas em 2D para calcular a vibração na superfície do solo induzida pela passagem de um metrô em um túnel. Para isso, primeiramente consideraram um modelo longitudinal de trem e então calcularam a variação da força normal dos vagões. Então, o carregamento dinâmico do trem foi aplicado em um modelo numérico 2D como uma carga pontual e assim o deslocamento da superfície do solo foi extraído.

Andersen e Jones (2006) investigaram a qualidade da informação que pode ser obtida a partir de um modelo bidimensional de um túnel ferroviário, comparando com o modelo tridimensional, com a utilização do método dos elementos finitos em conjunto com o método dos elementos de contorno.

Os autores concluíram que os modelos 2D produzem resultados qualitativamente coincidentes com os resultados dos modelos 3D na maioria das frequências. Em adição a isto, um modelo tridimensional acoplando o método dos elementos finitos e o método dos elementos de

contorno não é facilmente desenvolvido. O custo computacional deve ser levado em consideração, e neste trabalho a análise tridimensional demorou cerca de 1000-2000 vezes mais do que a análise bidimensional. Sendo assim, pode-se considerar que para os problemas cuja principal preocupação é o comportamento qualitativo, e não quantitativo, um modelo em 2D é considerado suficiente. Já o modelo tridimensional completo é necessário para previsões absolutas de transmissão de vibração.

Por essa razão, apenas uma quantidade limitada de autores realizaram trabalhos seguindo a linha de pesquisa em modelo tridimensional para estudar as vibrações transmitidas pelo solo. Percebe-se que para problemas envolvendo grandes variações nas propriedades do material e da geometria do sistema solo-estrutura, um modelo completo em 3D se faz necessário para capturar efeitos locais que ficam escondidos pelo modelo 2D.

Neste sentido, Xia, Cao e De Roeck (2010) desenvolveram um modelo de interação dinâmica integrando o trem, a pista e o solo, este considerado estratificado e tridimensional. Já no trabalho de Bronsert *et al.* (2013), um modelo numérico 3D foi desenvolvido no domínio do tempo para analisar a variação da rigidez de suporte entre o aterro e a estrutura de uma ponte a fim de avaliar estratégias para mitigar o assentamento diferencial das zonas de transição.

Kouroussis *et al.* (2014) apresentaram um modelo de elementos finitos tridimensional completo para a previsão da vibração no solo induzida pela ferrovia, analisando a influência da dimensão do domínio e do tamanho do elemento no intuito de otimizar a precisão e complexidade computacional, considerando o solo homogêneo ou estratificado.

Devido à natureza periódica do carregamento e da geometria do semi-espaço ao longo da direção da ferrovia, surge o modelo 2.5D como um terceiro tipo de modelagem para simular o problema 3D. A partir desta abordagem, usa-se as mesmas condições adotadas para o modelo 2D em relação ao carregamento e às propriedades do material e geométricas, e então considera-se um perfil 2D perpendicular à pista, mas que leva em conta o efeito da carga em movimento na terceira dimensão, a fim de simular o comportamento dinâmico 3D do semi-espaço. Este modelo possibilita a consideração do efeito da radiação Mach, que ocorre quando a velocidade do trem aumenta e se aproxima da velocidade crítica do solo.

Para obter um modelo em 2.5D, Yang e Hung (2001) desenvolveram uma extensão do modelo 2D abordado por Yang, Kuo e Hung (1996) para modelar o sistema solo-estrutura no domínio do número de onda e frequência, usando elementos finitos e infinitos. Sendo assim,

usou-se basicamente a mesma malha 2D para gerar a resposta 3D do problema considerado, a partir da introdução de um grau de liberdade extra em cada nó para representar a transmissão de onda fora do plano, em adição aos dois graus de liberdade no plano usados convencionalmente para o elemento em estado plano de tensão.

Costa, Calçada e Cardoso (2012), apresentaram um modelo numérico onde a resposta do sistema pista-solo é simulada por um esquema eficiente baseado no acoplamento em 2.5D do método dos elementos finitos e do método dos elementos de contorno. Já a interação dinâmica do trem com a pista é atendida, sendo o trem simulado por um modelo multi-corpo onde as principais massas são conectadas por conjuntos mola-amortecedor.

Sendo assim, quando o problema considerado não é suficientemente atendido utilizando modelos com análise bidimensional, a maioria dos trabalhos atuais estão adotando a abordagem em 2.5D ao invés do 3D, visto o fato de ser um esquema computacional mais eficiente.

2.3. ASPECTOS NORMATIVOS DO IMPACTO DA VIBRAÇÃO

Os primeiros a perceber o impacto da vibração são as pessoas que estão no interior do trem. Após a propagação da vibração no solo, ela é recebida pelas fundações da construção e então é propagada através das demais partes, causando sensações às pessoas e afetando equipamentos que estão no interior do edifício.

2.3.1. Resposta humana

A resposta humana para a vibração é influenciada por diversos fatores. Alguns deles são físicos, como a amplitude, a duração e a frequência da vibração. Outros são psicológicos, como o tipo da população, a idade, o gênero e a expectativa. Portanto, a resposta humana à vibração é um tanto subjetiva e será diferente para pessoas diferentes.

A ISO 2631-1 (1997) apresenta um guia para os efeitos da vibração quanto ao conforto humano. A Tabela 2.1 contempla valores que representam indicações aproximadas de reações prováveis para várias magnitudes de vibração em transportes públicos. É importante ressaltar que as reações a várias magnitudes dependem das expectativas dos passageiros no que diz respeito à duração da viagem e ao tipo de atividade que esperam realizar durante a mesma,

como por exemplo ler, comer, escrever, entre outras, além de muitos outros fatores, como ruído acústico e temperatura.

Magnitude da aceleração	Conforto humano	
Menor que 0,315 m/s ²	não desconfortável	
0,315 m/s ² a 0,63 m/s ²	um pouco desconfortável	
0,5 m/s ² a 1 m/s ²	razoavelmente desconfortável	
0,8 m/s ² a 1,6 m/s ²	desconfortável	
1,25 m/s ² a 2,5 m/s ²	muito desconfortável	
Maior que 2 m/s ²	extremamente desconfortável	

Tabela 2.1 - Critérios para avaliação do conforto humano (adaptada de ISO 2631-1 (1997))

A Federal Railroad Administration (2012) do Departamento de Transportes dos EUA estabelece na Tabela 2.2 os níveis máximos de vibração de acordo com o uso humano da construção, bem como a frequência do evento.

Tabela 2.2 - Critérios para avaliação do impacto da vibração propagada pelo solo para pessoas em edifícios comuns (adaptada de Federal Railroad Administration (2012))

Categoria de uso do solo	Nível máximo de vibração propagada pelo solo (VdB, ref. 1 ⁻⁶ pol/s)			Nível máximo de vibração propagada pelo solo (mm/s)		
	Eventos	Eventos	Eventos	Eventos	Eventos	Eventos
	frequentes1	ocasionais ²	raros ³	frequentes1	ocasionais ²	raros ³
Categoria 1 : construções onde a vibração interferiria nas operações internas	65 VdB^4	65 VdB^4	65 VdB^4	0,05	0,05	0,05
Categoria 2 : residências e construções onde as pessoas normalmente dormem	72 VdB	75 VdB	80 VdB	0,10	0,14	0,25
Categoria 3 : terras institucionais usadas principalmente no período diurno	75 VdB	78 VdB	83 VdB	0,14	0,20	0,36
Notas:	-					

1. Eventos frequentes são definidos como mais de 70 eventos do mesmo tipo de vibração por dia.

2. Eventos ocasionais são definidos como entre 30 e 70 eventos do mesmo tipo de vibração por dia.

3. Eventos raros são definidos como menos de 70 eventos do mesmo tipo de vibração por dia.

4. Este critério limite é basedo em níveis que são aceitáveis para os equipamentos mais moderadamente sensíveis, tais como os microscópios ópticos. A sensibilidade à vibração, de fábrica ou de pesquisa, exigirá uma avaliação detalhada para definir os níveis de vibração aceitáveis. A garantia de níveis de vibração mais baixos em uma construção frequentemente requer um projeto especial do sistema de climatização e pisos rígidos.

Há ainda edifícios que, pelo seu uso, podem ser muito sensíveis a vibrações, merecendo uma atenção especial durante a avaliação de impacto ambiental. Para estes edifícios, a Federal Railroad Administration (2012) estabelece os critérios para níveis aceitáveis de vibração de acordo com a Tabela 2.3.

Tipo de ambiente da construção	Nível má vibração p pelo solo (V po	áximo de propagada /dB, ref. 1 ⁻⁶ l/s)	Nível máximo de vibração propagada pelo solo (mm/s)				
eons er agao	Eventos	Eventos	Eventos	Eventos			
	frequentes1	ocasionais	frequentes ¹	ocasionais			
	nequences-	ou raros ²		ou raros ²			
Salas de concerto	65 VdB	65 VdB	0,05	0,05			
Estúdios de TV	65 VdB	65 VdB	0,05	0,05			
Estúdios de gravação	65 VdB	65 VdB	0,05	0,05			
Auditórios	72 VdB	80 VdB	0,10	0,25			
Teatros	72 VdB	80 VdB	0,10	0,25			
Notas:							
1. Eventos frequentes são definidos como mais de 70 eventos de vibração por dia.							
Salas de concerto Estúdios de TV Estúdios de gravação Auditórios Teatros Notas: 1. Eventos frequentes são defir	Eventos frequentes1Eventos ocasionai ou raros265 VdB65 VdB65 VdB65 VdB65 VdB65 VdB65 VdB80 VdB72 VdB80 VdB72 VdB80 VdB		Eventos frequentes ¹ 0,05 0,05 0,05 0,10 0,10 entos de vibra	ocasiona ou raros 0,05 0,05 0,05 0,25 0,25 ção por d			

Tabela 2.3 - Critérios para avaliação do impacto da vibração propagada pelo solo para pessoas em edifícios especiais (adaptada de Federal Railroad Administration (2012))

Eventos frequentes são definidos como mais de 70 eventos de vibração por dia.
 Eventos ocasionais ou raros são definidos como menos de 70 eventos de vibração por dia.

2.3.2. Construções

A ISO 4866 (2010) traz diretrizes para a medição e o processamento de dados de vibração, abrangendo a avaliação dos efeitos de vibrações em estruturas. Os edifícios são simplificadamente classificados de acordo com sua provável reação a vibrações mecânicas transmitidas pelo solo, de acordo com o tipo de construção, fundação, solo e importância social. De acordo com esta norma, a duração da força de excitação dinâmica é um parâmetro tão importante quanto a frequência e o alcance da intensidade da vibração.

Para vibrações de curta e longa duração, a norma alemã DIN 4150-3 (1999) estabelece valores limites para a velocidade de vibração da partícula, considerando a tipologia dos edifícios e as frequências predominantes, de acordo com a Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Critérios	s para avaliação	do impacto da	vibração em	edificações	(adaptada de I	DIN 4150-3 (1999))
------------------------	------------------	---------------	-------------	-------------	----------------	--------------------

	Vibra	Vibração de			
Tinog do ogtinitum		longa duração			
ripos de estrutura	1 Hz a 10 Hz	10 Hz o 50 Hz	50 Hz a 100	em pavimentos	
		10 HZ a 50 HZ	Hz	superiores	
Edifícios comerciais e industriais	20 mm/s	20 a 40 mm/s	40 a 50 mm/s	10 mm/s	
Habitações	5 mm/s	5 a 15 mm/s	15 a 20 mm/s	5 mm/s	
Edifícios delicados	3 mm/s	3 a 8 mm/s	8 a 10 mm/s	2,5 mm/s	

2.3.3. Equipamentos sensíveis

A vibração no solo induzida pelo tráfego de trens pode interferir no desempenho de equipamentos sensíveis, como, por exemplo, microscópios eletrônicos, que estiverem operando dentro de construções próximas à ferrovia. Portanto, pode-se tornar necessário mitigar estas vibrações, e o tipo de contramedida adequada deve ser decidido dependendo das condições específicas da linha, da construção e da sensibilidade do equipamento.

A ISO 10811-1 (2000) e a ISO 10811-2 (2000) contemplam as questões de medição, avaliação e classificação da vibração em edifícios com equipamentos sensíveis. Normalmente o manual do fabricante do equipamento fornece a informação necessária sobre o nível máximo de vibração que ele pode estar submetido. Na ausência desta informação, a Figura 2.11 fornece as diretrizes gerais sobre os critérios de vibração para equipamentos sensíveis. As cinco classes de equipamentos mostradas pelas curvas da Figura 2.11 são detalhadas na Tabela 2.5, de acordo com Amick (1997).





Critério da curva	Descrição do uso	Amplitude r.m.s. ¹ (µm/s)	Detalhes do tamanho ²
	Adequado na maioria das instâncias para microscópios óticos	•	
VC-A	de até 400X, microbalanças, balanças óticas e alinhadores de	50	8
	proximidade e de projeção.		
	Apropriado para microscópios óticos de até 1000X,		
VC-B	equipamento de inspeção e litografia (incluindo deslizante), com	25	3
	largura da linha de até 3 µm.		
	Um bom padrão para a maioria dos equipamentos de inspeção e		
VC-C	litografia (incluindo microscópios eletrônicos) para detalhes de	12,5	1
	tamanho de até 1µm.		
	Adequado na maioria das instâncias para os equipamentos mais		
VC-D	exigentes, incluindo microscópios eletrônicos (MET's e SEM's)	6	0,30
	e sistemas E-Beam, operando até os limites de sua capacidade.		
	Um critério difícil de ser atingido na maioria dos casos. É		
	assumido para ser adequado para os sistemas sensíveis mais		
VC-E	exigentes, incluindo pequenos sistemas baseados em laser, e	3	0,10
	outros sistemas que requerem uma extraordinária estabilidade		
	dinâmica.		
Notas:			

Tabela 2.5 - Descrição dos critérios das curvas mostrad	las na Figura 2.11	(adaptada de	Amick (1997))
---	--------------------	--------------	---------------

1. Medida nas faixas de um terço de oitava da frequência acima da extensão de 8 a 100 Hz.

2. O detalhe do tamanho se refere à largura da linha no caso de fabricação microeletrônica, a partícula (ou célula) na pesquisa médica e farmacêutica, e etc.

CAPÍTULO 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Os veículos ferroviários são sistemas mecânicos com vários graus de liberdade. Durante sua passagem sobre a pista, o efeito de seu peso próprio combinado com o da inércia de sua massa provocam vibrações que se propagam pelo solo. As equações que descrevem o modelo do trem, da pista e do solo são discutidas a seguir.

3.1. MODELOS MATEMÁTICOS DO VEÍCULO FERROVIÁRIO

3.1.1. Equação diferencial de movimento

Seja o modelo de um sistema fundamental e simples com um grau de liberdade representado na Figura 3.1 (a). Este modelo possui os seguintes componentes: um elemento de massa m, representando as características de massa e inércia da estrutura; um elemento de mola k, representando a força de restauração elástica e a capacidade de energia potencial; um elemento de amortecimento c, representando as características de atrito e perdas de energia; e uma força de excitação em função do tempo F(t), correspondendo à ação de uma força externa sobre o sistema estrutural. Considera-se que t é o tempo e z equivale ao deslocamento do sistema.



Figura 3.1 - (a) Modelo discreto com um grau de liberdade; (b) Diagrama de corpo livre

Para resolver um problema envolvendo dinâmica, é necessário seguir um método que conduza a uma análise sistemática e organizada. Sendo assim, é feito um diagrama de corpo livre do sistema a fim de descrevê-lo matematicamente, demonstrado na Figura 3.1 (b). A base teórica advém da Segunda Lei de Newton:

$$\sum F_t(t) = F(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dz}{dt} \right)$$
(3.1)

Sendo $F_t(t)$ a resultante das forças aplicadas no corpo, que é proporcional à taxa de variação da massa pela aceleração por ele adquirida. Considerando que a massa não varia com o tempo, obtém-se a Equação (3.2):

$$\sum F_{t}(t) = F(t) = m \frac{d^{2}z}{dt^{2}} = m \ddot{z}$$
(3.2)

Com o objetivo de descrever o movimento deste modelo, Paz (1985) utiliza a aplicação da Segunda Lei de Newton e do Princípio de D'Alembert para obter a equação de movimento:

$$m\ddot{z} + c\,\dot{z} + k\,z = F(t) \tag{3.3}$$

Sendo que \ddot{z} , \dot{z} e z são a aceleração, a velocidade e o deslocamento do corpo, respectivamente.

3.1.2. Modelos matemáticos da carga dinâmica

O trem pode ser modelado a partir de configurações mais simples, como um conjunto de cargas concentradas movendo-se a uma velocidade constante sobre o solo, e até modelos que consideram um conjunto de elementos básicos massa, mola e amortecedor interconectados, como os sistemas abordados por Silva (2012).

3.1.2.1. Carga móvel concentrada ou distribuída

Em uma simplificação da análise dinâmica da interação veículo-pista, o veículo pode ser considerado como uma carga móvel concentrada em um ponto ou distribuída, como um conjunto de forças na posição de cada eixo do trem que trafega a uma velocidade constante, conforme a Figura 3.2.(a) e (b), respectivamente. Neste modelo, não são levadas em

consideração as forças inerciais do veículo, considerando que elas são muito menores do que seu peso próprio, e as ações transmitidas aos trilhos são constantes.





3.1.2.2. Modelo dinâmico discreto A1

O modelo A1 consiste em um sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade, onde o trem, que é um corpo rígido de massa m_v , está apoiado sobre um sistema de suspensão de rigidez k_r e amortecimento c_r , que por sua vez está ligado a uma roda de massa m_r . Dentre os deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade, z_v é o deslocamento total do veículo e z_r é o deslocamento absoluto da roda, como representado na Figura 3.3.

Figura 3.3 - Representação esquemática do modelo dinâmico discreto A1 (adaptada de Silva (2012))



Aplicando-se o Princípio de D'Alembert e efetuando o equilíbrio das forças atuantes, chegase às equações de movimento do sistema:

$$m_{\nu} \ddot{z}_{\nu} + c_r (\dot{z}_{\nu} - \dot{z}_r) + k_r (z_{\nu} - z_r) = 0$$

$$m_r \ddot{z}_r - c_r (\dot{z}_{\nu} - \dot{z}_r) - k_r (z_{\nu} - z_r) = 0$$
(3.4)

Reescrevendo as Equações (3.4) na forma matricial, obtêm-se a Equação (3.5).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Z}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Z}} + \mathbf{K}\mathbf{Z} = \mathbf{0} \tag{3.5}$$

Sendo assim, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema são, respectivamente:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_v & 0\\ 0 & m_r \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_r & -c_r\\ -c_r & c_r \end{pmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_r & -k_r\\ -k_r & k_r \end{pmatrix}$$
(3.6)

Da mesma forma, obtêm-se os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente:

$$\ddot{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} \ddot{z}_{v} \\ \ddot{z}_{r} \end{pmatrix}; \quad \dot{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} \dot{z}_{v} \\ \dot{z}_{r} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{v} \\ z_{r} \end{pmatrix}$$
(3.7)

3.1.2.3. Modelo dinâmico discreto A2

Visando a melhoria da modelagem do trem, o modelo A2 permite a simulação das suspensões dianteira e traseira do veículo, considerando dois eixos com distância *a* do centro de massa, sendo apresentado na Figura 3.4. O veículo é representado por um corpo rígido de massa m_v e inércia rotacional J_v , apoiado sobre dois sistemas de suspensão de rigidez k_r e amortecimento c_r , que por sua vez estão ligados cada um a uma roda de massa m_{r1} e m_{r2} . O modelo possui quatro graus de liberdade, sendo eles o deslocamento vertical do veículo z_v , sua rotação θ_v e os deslocamentos verticais absolutos das rodas, z_{r1} e z_{r2} .

Figura 3.4 - Representação esquemática do modelo dinâmico discreto A2 (adaptada de Silva (2012))



Aplicando-se o Princípio de D'Alembert e efetuando o equilíbrio das forças atuantes, obtêmse às equações de movimento do sistema:

$$m_{v}\ddot{z}_{v} + c_{r}(2\dot{z}_{v} - \dot{z}_{r1} - \dot{z}_{r2}) + k_{r}(2z_{v} - z_{r1} - z_{r2}) = 0$$

$$J_{v}\ddot{\theta}_{v} + c_{r}a(\dot{z}_{r1} - \dot{z}_{r2} + 2\dot{\theta}_{v}a) + k_{r}a(z_{r1} - z_{r2} + 2\theta_{v}a) = 0$$

$$m_{r1}\ddot{z}_{r1} - c_{r}(\dot{z}_{v} - \dot{z}_{r1} - \dot{\theta}_{v}a) - k_{r}(z_{v} - z_{r1} - \theta_{v}a) = 0$$

$$m_{r2}\ddot{z}_{r2} - c_{r}(\dot{z}_{v} - \dot{z}_{r2} + \dot{\theta}_{v}a) - k_{r}(z_{v} - z_{r2} + \theta_{v}a) = 0$$
(3.8)

Reescrevendo as Equações (3.8) na forma matricial, obtêm-se a Equação (3.9).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Z}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Z}} + \mathbf{K}\mathbf{Z} = \mathbf{0} \tag{3.9}$$

Sendo assim, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema são, respectivamente:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{v} & 0 \\ J_{v} & \\ & m_{r1} \\ 0 & m_{r2} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2c_{r} & 0 & -c_{r} & -c_{r} \\ 0 & 2c_{r}a^{2} & c_{r}a & -c_{r}a \\ -c_{r} & c_{r}a & c_{r} & 0 \\ -c_{r} & -c_{r}a & 0 & c_{r} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 2k_{r} & 0 & -k_{r} & -k_{r} \\ 0 & 2k_{r}a^{2} & k_{r}a & -k_{r}a \\ -k_{r} & k_{r}a & k_{r} & 0 \\ -k_{r} & -k_{r}a & 0 & k_{r} \end{pmatrix}$$
(3.10)

onde a inércia rotacional J_{ν} equivale a:

$$J_{\nu} = \frac{m_{\nu}a^2}{12}$$
(3.11)

Da mesma forma, obtêm-se os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente:

$$\ddot{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} \ddot{z}_{v} \\ \ddot{\theta}_{v} \\ \ddot{z}_{r1} \\ \ddot{z}_{r2} \end{pmatrix}; \quad \dot{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} \dot{z}_{v} \\ \dot{\theta}_{v} \\ \dot{z}_{r1} \\ \dot{z}_{r2} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{v} \\ \theta_{v} \\ z_{r1} \\ z_{r2} \end{pmatrix}$$
(3.12)

3.1.2.4. Modelo dinâmico discreto A3

O modelo dinâmico discreto A3 permite representar mais detalhadamente o veículo, contando com dez graus de liberdade e sendo composto por um corpo do veículo, dois truques, quatro conjuntos de rodas e dois grupos de dispositivos de suspensão mola-amortecedor. A Figura 3.5 contempla a representação de um veículo, sendo que para o corpo do veículo e cada truque são considerados dois graus de liberdade (deslocamento vertical e rotação longitudinal), enquanto que para cada conjunto de roda é considerado apenas um grau de liberdade referente ao deslocamento vertical.

Ainda de acordo com a Figura 3.5, z_{r1} a z_{r4} representam os deslocamentos das rodas de massas m_{r1} a m_{r4} ; z_{t1} e z_{t2} representam os deslocamentos e θ_{t1} e θ_{t2} as rotações dos truques de massas m_{t1} e m_{t2} e inércias rotacionais J_{t1} e J_{t2} ; z_v representa o deslocamento e θ_v a rotação do corpo do veículo de massa m_v e inércia rotacional J_v . A distância entre os rodeiros e o eixo de cada truque é a e a distância entre eixos de cada truque e o centro de massa do corpo do veículo é igual a b. Os sistemas de suspensão secundária possuem molas de rigidez k_t e amortecedores de coeficiente c_t . Já os sistemas de suspensão primária possuem molas de rigidez k_r e amortecedores de coeficiente c_r .





Este modelo pode ser visto como uma superposição de três modelos A2, conforme a numeração da Figura 3.5, e então as suas matrizes de massa, amortecimento e rigidez podem

ser obtidas pela superposição das matrizes correspondentes aos três elementos A2. A obtenção destas matrizes também pode ser feita pela aplicação do Princípio de D'Alembert e efetuando o equilíbrio das forças e momentos atuantes, chegando-se às equações de movimento do sistema:

$$\begin{split} m_{\nu}\ddot{z}_{\nu} + c_{t}(2\dot{z}_{\nu} - \dot{z}_{t1} - \dot{z}_{t2}) + k_{t}(2z_{\nu} - z_{t1} - z_{t2}) &= 0 \\ J_{\nu}\ddot{\theta}_{\nu} + c_{t}b(\dot{z}_{t1} - \dot{z}_{t2} + 2a\dot{\theta}_{\nu}) + k_{t}b(z_{t1} - z_{t2} + 2a\theta_{\nu}) &= 0 \\ m_{t1}\ddot{z}_{t1} - c_{r}(\dot{z}_{r1} + \dot{z}_{r2} - 2\dot{z}_{t1}) - c_{t}(\dot{z}_{\nu} - \dot{z}_{t1} - b\dot{\theta}_{\nu}) - k_{r}(z_{r1} + z_{r2} - 2z_{t1}) - k_{t}(z_{\nu} - z_{t1} - b\theta_{\nu}) &= 0 \\ J_{t1}\ddot{\theta}_{t1} + c_{r}a(\dot{z}_{r1} - \dot{z}_{r2} + 2a\dot{\theta}_{\nu}) + k_{r}a(z_{r1} - z_{r2} + 2a\theta_{\nu}) &= 0 \\ m_{t2}\ddot{z}_{t2} - c_{r}(\dot{z}_{r3} + \dot{z}_{r4} - 2\dot{z}_{t2}) - c_{t}(\dot{z}_{\nu} - \dot{z}_{t2} + b\dot{\theta}_{\nu}) - k_{r}(z_{r3} + z_{r4} - 2z_{t2}) - k_{t}(z_{\nu} - z_{t2} + b\theta_{\nu}) &= 0 \\ J_{t2}\ddot{\theta}_{t2} + c_{r}a(\dot{z}_{r3} - \dot{z}_{r4} + 2a\dot{\theta}_{\nu}) + k_{r}a(z_{r3} - z_{r4} + 2a\theta_{\nu}) &= 0 \\ m_{r1}\ddot{z}_{r1} - c_{r}(\dot{z}_{t1} - \dot{z}_{r1} - a\dot{\theta}_{t1}) - k_{r}(z_{t1} - z_{r2} + a\theta_{t1}) &= 0 \\ m_{r2}\ddot{z}_{r2} - c_{r}(\dot{z}_{t1} - \dot{z}_{r3} - a\dot{\theta}_{t2}) - k_{r}(z_{t2} - z_{r3} - a\theta_{t2}) &= 0 \\ m_{r4}\ddot{z}_{r4} - c_{r}(\dot{z}_{t2} - \dot{z}_{r4} + a\dot{\theta}_{t2}) - k_{r}(z_{t2} - z_{r4} + a\theta_{t2}) &= 0 \end{split}$$

Reescrevendo as Equações (3.13) na forma matricial, obtêm-se a Equação (3.14).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Z}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Z}} + \mathbf{K}\mathbf{Z} = \mathbf{0} \tag{3.14}$$

Sendo assim, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema são, respectivamente:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{v} & \ddots & \ddots & \ddots & & & & 0 \\ 0 & J_{v} & & & & & & & \\ & m_{t1} & & & & & & \\ & J_{t1} & & & & & & \\ & & M_{t2} & & & & & \\ & & & M_{t2} & & & & & \\ & & & & M_{t2} & & & & \\ & & & & M_{t2} & & & & \\ & & & & & M_{t3} & 0 \\ 0 & & & & \ddots & \ddots & & 0 & m_{r4} \end{bmatrix}$$

Capítulo 3

54

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2c_t & & & & \\ 0 & 2c_t b^2 & & Simétrica & & \\ -c_t & c_t b & c_t + 2c_r & & & \\ 0 & 0 & 0 & 2c_r a^2 & & & \\ -c_t & -c_t b & 0 & 0 & c_t + 2c_r & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_r a^2 & & \\ 0 & 0 & -c_r & c_r a & 0 & 0 & c_r & & \\ 0 & 0 & -c_r & -c_r a & 0 & 0 & 0 & c_r & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & c_r a & 0 & 0 & c_r & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & -c_r a & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix}$$
(3.15)

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2k_t & & & \\ 0 & 2k_t b^2 & & Simétrica \\ -k_t & k_t b & k_t + 2k_r & & \\ 0 & 0 & 0 & 2k_r a^2 & & \\ -k_t & -k_t b & 0 & 0 & k_t + 2k_r & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_r a^2 & & \\ 0 & 0 & -k_r & k_r a & 0 & 0 & k_r & & \\ 0 & 0 & -k_r & -k_r a & 0 & 0 & 0 & k_r & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & k_r a & 0 & 0 & k_r & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & -k_r a & 0 & 0 & 0 & k_r & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & -k_r a & 0 & 0 & 0 & k_r & \\ \end{bmatrix}$$

onde as inércias rotacionais J_v , $J_{t1} e J_{t2}$ equivalem a:

$$J_{v} = \frac{m_{v}b^{2}}{12}$$
(3.16)

$$J_{t1} = \frac{m_{t1}a^2}{12} \tag{3.17}$$

$$J_{t2} = \frac{m_{t2}a^2}{12} \tag{3.18}$$

Da mesma forma, obtêm-se os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente:

Ż =	$ \begin{pmatrix} \ddot{z}_{v} \\ \ddot{\theta}_{v} \\ \ddot{z}_{t1} \\ \ddot{\theta}_{t1} \\ \ddot{z}_{t2} \\ \ddot{\theta}_{t2} \\ \ddot{z}_{r1} \\ \ddot{z}_{r2} \\ \ddot{z}_{r3} \\ \ddot{z}_{r4} \end{pmatrix}; \dot{\mathbf{Z}} = $	$ \begin{pmatrix} \dot{z}_{v} \\ \dot{\theta}_{v} \\ \dot{z}_{t1} \\ \dot{\theta}_{t1} \\ \dot{z}_{t2} \\ \dot{\theta}_{t2} \\ \dot{z}_{r1} \\ \dot{z}_{r2} \\ \dot{z}_{r1} \\ \dot{z}_{r2} \\ \dot{z}_{r3} \\ \dot{z}_{r4} \end{pmatrix}; \mathbf{Z} = $	$ \begin{pmatrix} z_{v} \\ \theta_{v} \\ z_{t1} \\ \theta_{t1} \\ z_{t2} \\ \theta_{t2} \\ z_{r1} \\ z_{r2} \\ z_{r1} \\ z_{r2} \\ z_{r3} \\ z_{r4} \end{pmatrix} $	(3.19)
------------	---	---	---	--------

3.2. MODELO MATEMÁTICO DA PISTA FERROVIÁRIA

No presente trabalho, o trem é representado através de uma carga móvel concentrada, a qual equivale à carga do vagão suportada por um eixo, assim como apresentado na seção 3.1.2.1. Sendo assim, considera-se a carga da roda como uma força exercida da pista ferroviária para o solo. Para isso, utiliza-se a curva de deflexão da pista a fim de simular a distribuição da carga da roda, em função das propriedades elásticas da pista e da magnitude da carga por eixo. (KRYLOV; FERGUSON, 1994).

Neste contexto, o trilho é considerado como uma viga de Euller-Bernoulli infinita suportada por uma fundação elástica de rigidez *s*, que representa os dormentes e o lastro, como mostrado na Fig. 3.6. Para a carga da roda P_I distribuída elasticamente, atuando em x = 0, tem-se que o deslocamento vertical *d* é representado pela equação (3.20) (ESVELD, 2014).





onde α é o comprimento característico da pista ferroviária, que depende do módulo de elasticidade *E* e da inércia *I* do trilho:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{4EI}{s}} \tag{3.21}$$

Consequentemente, a função de distribuição da carga pode ser escrita como:

$$F(x) = \frac{P_1}{2\alpha} \exp\left(\frac{-|x|}{\alpha}\right) \left[\cos\left(\frac{|x|}{\alpha}\right) + \sin\left(\frac{|x|}{\alpha}\right)\right]$$
(3.22)

Desta forma, para cada coordenada x da pista ferroviária, obtêm-se a carga da roda distribuída elasticamente pela pista e que será transmitida ao solo.

3.2.1. Interação entre a roda e o trilho

A carga transmitida pelo trem ao solo é constituída por um termo estático, que se deve principalmente ao peso do trem, e por um termo dinâmico, provocado quando há irregularidades no trilho ou defeitos no veículo. De acordo com Correa (2003), estas forças de interação dinâmica excitam o sistema massa-mola-amortecedor do veículo, e quando somadas à parcela estática, aumentam a vibração do solo.

O termo dinâmico é extremamente complexo e de difícil definição, uma vez que o trem está em constante interação com a pista e, por sua vez, com o solo, durante o seu movimento. Para que as forças de interação entre a roda e o trilho possam ser encontradas, todos os vagões do trem, juntamente com a pista e com o solo, devem ser precisamente incluídos em um modelo analítico. Além disso, é necessário um modelo matemático que caracterize com exatidão as irregularidades geométricas dos trilhos e das rodas.

Neste trabalho, será considerada a irregularidade longitudinal do trilho, que ocorre na superfície de rodagem, em forma de ondas, conforme representado na Fig. 3.7. O desgaste ondulatório do trilho, ou corrugação, se manifesta como irregularidade periódica ou ondulações que se desenvolvem no trilho (e algumas vezes também nas rodas), sem que necessariamente haja uma causa comum ou um tratamento, segundo Kalousek e Grassie (2000). A corrugação constitui um problema para muitas ferrovias, aumentando a manutenção requerida na via ferroviária e nos veículos e submetendo os trilhos a vibrações, reduzindo o conforto nas viagens, além de provocar uma maior poluição sonora.



Figura 3.7 – Corrugação do trilho (Kalousek e Grassie (2000))

Uma forma matemática de representar a irregularidade do trilho no plano vertical é através de uma função harmônica ou uma série de Fourier completa, de acordo com Correa (2003). Por simplificação, na presente análise, o termo dinâmico f(t) é assumido como uma função harmônica cossenoidal dependente apenas da frequência única f_0 , conforme a Equação (3.23) definida por Yang e Hung (2009).

$$f(t) = \cos(2\pi f_0 t)$$
(3.23)

Para calcular a carga total com o efeito de oscilação, muitiplica-se o termo estático da carga da Eq. (3.22) pelo termo dinâmico da Eq. (3.23). Nota-se que quando $f_0 = 0$, f(t)=1, implicando que o efeito de oscilação não é considerado, restanto apenas o termo estático da carga da roda.

Como a Equação (3.23) não representa a força de interação exata entre as rodas e os trilhos, tem-se que ela pode ser analisada de forma meramente qualitativa da influência do componente dinâmico da carga do veículo em vibrações no solo.

3.3. MODELO MATEMÁTICO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS NO SOLO

Considera-se um solo homogêneo, elástico, isotrópico e linear com densidade ρ , coeficiente de Poisson v e módulo de elasticidade E, conforme configuração da Fig. 3.8, sendo x, y e z as coordenadas cartesianas e u, v e w os respectivos campos do deslocamento em cada direção. A

Lei de Hooke generalizada para este sólido é fornecida pelas Equações (3.24) a (3.29), de acordo com Sadd (2005).





$$\sigma_x = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$
(3.24)

$$\sigma_{y} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$
(3.25)

$$\sigma_{z} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$
(3.26)

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$
(3.27)

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$
(3.28)

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$
(3.29)

onde σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} são as componentes do tensor de tensão e λ e μ são as constantes de Lamé, onde λ é a constante de elasticidade e μ é o módulo de cisalhamento ou módulo de rigidez, segundo Sadd (2005).

Neste trabalho, a fim de determinar os deslocamentos no solo induzidos pelo tráfego ferroviário, utiliza-se a formulação de Eason (1965), que considera o problema de um sólido tridimensional elástico, isotrópico, homogêneo e semi-infinito que possui um carregamento móvel com velocidade constante aplicado na sua superfície.

Assumindo a ausência de forças de corpo, as equações de movimento neste sistema de coordenadas são conforme as Equações (3.30) a (3.32).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}$$
(3.30)

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^{2} v}{\partial t^{2}} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^{2} v}{\partial \tau^{2}}$$
(3.31)

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}$$
(3.32)

onde *t* é o tempo e τ é uma coordenada temporal, tal que:

$$\tau = c_p t \tag{3.33}$$

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \tag{3.34}$$

sendo c_p a velocidade de propagação das ondas P no solo.

Considerando o solo através de um sólido semi-infinito, é conveniente adotar como superfície o plano z = 0, com o eixo z dirigido para o interior do sólido. Para esta configuração, representada na Fig. 3.8, são necessárias transformadas integrais adequadas para a solução das Equações (3.24) a (3.32). Então, define-se a transformada tripla de Fourier na Eq. (3.35) e a sua inversa em (3.36).

$$\bar{f}(\xi,\eta,z,\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty-\infty}^{\infty} f(x,y,z,\tau) e^{i(\xi x+\eta y+\omega\tau)} dx dy d\tau$$
(3.35)

$$f(x, y, z, \tau) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty - \infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(\xi, \eta, z, \omega) e^{-i(\xi x + \eta y + \omega \tau)} d\xi d\eta d\omega$$
(3.36)

onde $\xi \in \eta$ são coordenadas do plano complexo, ω é a frequência e *i* é a unidade imaginária.

Aplica-se a transformada tripla de Fourier da Eq. (3.35) nas Equações (3.24) a (3.32), através da multiplicação de cada equação por $e^{i(\xi x + \eta y + \omega \tau)}$ e integração em torno do espaço $xy\tau$. Sendo assim, elas são transformadas do domínio do tempo e das coordenadas cartesianas para o domínio da frequência e das coordenadas complexas, gerando as equações resultantes em (3.37) a (3.45).

$$\overline{\sigma}_{x} = -i\xi(\lambda + 2\mu)\overline{u} - i\eta\lambda\overline{v} + \lambda\frac{d\overline{w}}{dz}$$
(3.37)

$$\overline{\sigma}_{y} = -i\xi\lambda\,\overline{u} - i\eta(\lambda + 2\mu)\overline{v} + \lambda\frac{d\overline{w}}{dz}$$
(3.38)

$$\overline{\sigma}_{z} = -i\xi\lambda \,\overline{u} - i\eta\lambda\overline{v} + (\lambda + 2\mu)\frac{d\overline{w}}{dz}$$
(3.39)

$$\bar{\tau}_{xy} = -i\eta\mu\,\bar{u} - i\xi\mu\,\bar{v} \tag{3.40}$$

$$\bar{\tau}_{yz} = -i\eta\mu\,\overline{w} + \mu\frac{d\overline{v}}{dz} \tag{3.41}$$

$$\bar{\tau}_{zx} = \mu \frac{d\bar{u}}{dz} - i\xi\mu\,\overline{w} \tag{3.42}$$

$$-i\xi\overline{\sigma}_{x} - i\eta\,\overline{\tau}_{xy} + \frac{d\overline{\tau}_{zx}}{dz} = -\omega^{2}(\lambda + 2\mu)\overline{u}$$
(3.43)

$$-i\xi\bar{\tau}_{xy} - i\eta\,\bar{\sigma}_{y} + \frac{d\bar{\tau}_{yz}}{dz} = -\omega^{2}(\lambda + 2\mu)\bar{\nu}$$
(3.44)

$$-i\xi\bar{\tau}_{zx} - i\eta\,\bar{\tau}_{yz} + \frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} = -\omega^2(\lambda + 2\mu)\overline{w}$$
(3.45)

onde o sinal (-) acima do símbolo é utilizado para denotar a transformada tripla de Fourier.

Substituindo as Equações (3.37) a (3.42) nas Equações (3.43) a (3.45) e reagrupando-as, são obtidas as equações de equilíbrio para as componentes transformadas do deslocamento \overline{u} , \overline{v} e \overline{w} .

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \beta^2 \xi^2 - \eta^2 + \beta^2 \omega^2\right) \overline{u} - \xi \eta \left(\beta^2 - 1\right) \overline{v} - i\xi \left(\beta^2 - 1\right) \frac{d\overline{w}}{dz} = 0$$
(3.46)

$$-\xi\eta\left(\beta^2-1\right)\overline{u} + \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 - \beta^2\eta^2 + \beta^2\omega^2\right)\overline{v} - i\eta\left(\beta^2-1\right)\frac{d\overline{w}}{dz} = 0$$
(3.47)

$$-i\xi\left(\beta^{2}-1\right)\frac{d\overline{u}}{dz}-i\eta\left(\beta^{2}-1\right)\frac{d\overline{v}}{dz}+\left(\beta^{2}\frac{d^{2}}{dz^{2}}-\xi^{2}-\eta^{2}+\beta^{2}\omega^{2}\right)\overline{w}=0$$
(3.48)

sendo β um parâmetro em função das constantes de Lamé, tal que:

$$\beta^2 = \frac{\left(\lambda + 2\mu\right)}{\mu} \tag{3.49}$$

A partir de uma combinação das Equações (3.46), (3.47) e (3.48), resulta a equação de equilíbrio a seguir.

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - n_1^2\right) \left(\frac{d^2}{dz^2} - n_2^2\right)^2 \left(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}\right) = 0$$
(3.50)

onde:

$$n_1 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - \omega^2}$$
(3.51)

$$n_2 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - \beta^2 \omega^2}$$
(3.52)

sendo $n_1 e n_2$ parâmetros de simplificação.

Considerando n_1 e n_2 raízes da Eq. (3.50), uma solução geral apropriada para esta equação, tendo em vista um sólido semi-infinito, com z > 0, é definida como:

$$\overline{u} = A_1 e^{-n_1 z} + (B_1 + C_1 z) e^{-n_2 z}$$
(3.53)

$$\overline{v} = A_2 e^{-n_1 z} + (B_2 + C_2 z) e^{-n_2 z}$$
(3.54)

$$\overline{w} = A_3 e^{-n_1 z} + (B_3 + C_3 z) e^{-n_2 z}$$
(3.55)

onde A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 , B_3 , C_1 , C_2 e C_3 são constantes independentes de *z*. Substituindo as componentes transformadas do deslocamento das Equações (3.53), (3.54) e (3.55) nas equações de equilíbrio (3.46), (3.47) e (3.48), encontram-se certas relações de dependência entre os coeficientes de cada uma das equações de equilíbrio, conforme descrito a seguir.

$$A_1 = \frac{i\xi A_3}{n_1} \tag{3.56}$$

$$A_2 = \frac{i\eta A_3}{n_1} \tag{3.57}$$

$$B_{3} = -\frac{i}{n_{2}} \left(\xi B_{1} + \eta B_{2} \right) \tag{3.58}$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = 0 \tag{3.59}$$

Dessa forma, as expressões para as componentes do deslocamento transformado são reescritas, sendo dependentes apenas das constantes A_3 , $B_1 e B_2$.

$$\overline{u} = \frac{i\xi A_3}{n_1} e^{-n_1 z} + B_2 e^{-n_2 z}$$
(3.60)

$$\bar{v} = \frac{i\eta A_3}{n_1} e^{-n_1 z} + B_2 e^{-n_2 z}$$
(3.61)

$$\overline{w} = A_3 e^{-n_1 z} - \frac{i}{n_2} (\xi B_1 + \eta B_2) e^{-n_2 z}$$
(3.62)

As expressões para as componentes de tensão transformadas podem ser obtidos substituindo os deslocamentos de (3.60) a (3.62) nas Equações (3.37) a (3.42). Especificamente, as Equações (3.39), (3.41) e (3.42) resultam em:

$$\frac{\overline{\sigma}_{z}}{\mu} = \frac{(\beta^{2} - 2)\omega^{2}A_{3}}{n_{1}}e^{-n_{1}z} + 2\left\{-n_{1}A_{3}e^{-n_{1}z} + i(\xi B_{1} + \eta B_{2})e^{-n_{2}z}\right\}$$
(3.63)

$$\frac{\bar{\tau}_{yz}}{\mu} = -2i\eta A_3 e^{-n_1 z} - \frac{e^{-n_2 z}}{n_2} \left\{ \xi \eta B_1 + \left(n_2^2 + \xi^2\right) B_2 \right\}$$
(3.64)

$$\frac{\bar{\tau}_{zx}}{\mu} = -2i\xi A_3 e^{-n_1 z} - \frac{e^{-n_2 z}}{n_2} \left\{ \xi \eta B_2 + \left(n_2^2 + \xi^2\right) B_1 \right\}$$
(3.65)

Considerando a definição da Fig. 3.8, tem-se que o trem se move a uma velocidade constante V_t ao longo do eixo x, sendo P_1 , P_2 e P_3 as cargas correspondentes ao trem, com o ponto de observação de coordenadas (x, y, z), conforme ilustrado na Fig. 3.9.

Figura 3.9 - Configuração das cargas, do trem e do ponto de observação



Sendo assim, as constantes A_3 , $B_1 \in B_2$ são determinadas pelas condições de contorno na superfície do solo, em z = 0. Assume-se que as componentes da tensão são prescritas sobre toda a superfície e então essa condição é satisfeita para:

$$\overline{\sigma}_z = -\overline{p}_1, \qquad \overline{\tau}_{zx} = -\overline{p}_2, \qquad \overline{\tau}_{yz} = -\overline{p}_3 \tag{3.66}$$

em z = 0, sendo \overline{p}_1 , \overline{p}_2 e \overline{p}_3 as componentes da carga aplicada (P_1 , P_2 e P_3 , respectivamente) no domínio transformado.

Substituindo as Equações (3.63) a (3.65) na Equação (3.66), são encontradas as constantes A_3 , $B_1 \in B_2$, conforme as Equações (3.67) a (3.69).

$$2\mu DA_{3} = n_{1} \left\{ \overline{p}_{1} \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2} \beta^{2} \omega^{2} \right) + in_{2} \left(\xi \, \overline{p}_{2} + \eta \, \overline{p}_{3} \right) \right\}$$

$$2\mu DB_{1} = -i\xi n_{1}n_{2} \overline{p}_{1} + \frac{1}{n_{2}} \left\{ \eta \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2} \beta^{2} \omega^{2} - 2n_{1}n_{2} \right) \left(\eta \, \overline{p}_{2} - \xi \, \overline{p}_{3} \right)$$

$$+ n_{2}^{2} \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2} \beta^{2} \omega^{2} \right) \overline{p}_{2} \right\}$$

$$(3.67)$$

$$(3.68)$$

$$2\mu DB_{2} = -i\eta n_{1}n_{2}\overline{p}_{1} + \frac{1}{n_{2}} \left\{ \xi \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2} - 2n_{1}n_{2} \right) \left(\xi \overline{p}_{3} - \eta \overline{p}_{2} \right) + n_{2}^{2} \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2} \right) \overline{p}_{3} \right\}$$

$$(3.69)$$

A. F. P. CARVALHO

onde D é um parâmetro tal que:

$$D = \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2}\right)^{2} - n_{1}n_{2}\left(\xi^{2} + \eta^{2}\right)$$
(3.70)

Substituindo as constantes A_3 , B_1 e B_2 encontradas nos componentes do deslocamento transformado das Equações (3.60) a (3.62), obtêm-se suas expressões finais:

$$2\mu D\bar{u} = i\xi \{ \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2}\right)\bar{p}_{1} + in_{2}(\xi\bar{p}_{2} + \eta\bar{p}_{3}) \} e^{-n_{1}z} \\ - \left\{ i\xi n_{1}n_{2}\bar{p}_{1} - \frac{1}{n_{2}} \left[\eta \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2} - 2n_{1}n_{2}\right) (\eta \bar{p}_{2} - \xi\bar{p}_{3}) \right. \\ + n_{2}^{2} \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2}\right)\bar{p}_{2} \right] \} e^{-n_{2}z}$$

$$(3.71)$$

$$2\mu D\bar{v} = i\eta \{ \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2}\right)\bar{p}_{1} + in_{2}(\xi\bar{p}_{2} + \eta\bar{p}_{3}) \} e^{-n_{1}z} \\ - \left\{ i\eta n_{1}n_{2}\bar{p}_{1} - \frac{1}{n_{2}} \left[\xi \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2} - 2n_{1}n_{2}\right) (\xi\bar{p}_{3} - \eta\bar{p}_{2}) \right. \\ + n_{2}^{2} \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\beta^{2}\omega^{2}\right)\bar{p}_{3} \right] \} e^{-n_{2}z}$$

$$(3.72)$$

$$2\mu D\overline{w} = n_1 \left\{ \left(\xi^2 + \eta^2 - \frac{1}{2}\beta^2 \omega^2 \right) \overline{p}_1 + i n_2 \left(\xi \, \overline{p}_2 + \eta \, \overline{p}_3 \right) \right\} e^{-n_1 z} - \left\{ n_1 \left(\xi^2 + \eta^2 \right) \overline{p}_1 + i \left(\xi \, \overline{p}_2 + \eta \, \overline{p}_3 \right) \left(\xi^2 + \eta^2 - \frac{1}{2}\beta^2 \omega^2 \right) \right\} e^{-n_2 z}$$
(3.73)

Para o caso de um trem em movimento, infere-se que as suas cargas verticais são muito maiores que as suas cargas longitudinais e transversais. Desta forma, considera-se uma carga pontual de magnitude P_1 movendo-se ao longo do eixo x a uma velocidade constante V_t normal à superfície do solo, como visto na Fig. 3.9. Assume-se, então, que o carregamento aplicado não possui componentes de cisalhamento, tendo que $\overline{p}_2 = \overline{p}_3 = 0$, e então a carga p_1 é representada por:

$$p_1 = P_1 \delta(y) \delta(x - V_t t) = P_1 \delta(y) \delta(x - \alpha_1 \tau)$$
(3.74)

onde $\delta(y)$ é a função delta de Dirac e α_1 um parâmetro das ondas P, tal que:

$$\alpha_1 = \frac{V_t}{c_p} \tag{3.75}$$

Aplicando a transformada tripla de Fourier na Equação (3.74), tem-se:

$$\overline{p}_1 = \frac{P_1}{\left(2\pi\right)^{\frac{1}{2}}} \delta\left(\omega + \alpha_1 \xi\right)$$
(3.76)

A fim de obter as componentes do deslocamento no domínio do tempo e das coordenadas cartesianas, aplica-se a transformada tripla inversa de Fourier da Eq. (3.36) nas Equações

(3.71) a (3.73), assumindo que $\overline{p}_2 = \overline{p}_3 = 0$ e substituindo \overline{p}_1 pela Equação (3.76), resultando em integrais triplas. Resolve-se a integral em relação à frequência ω , resultando assim nas componentes do deslocamento:

$$u = \frac{P_1 i}{8\pi^2 \mu} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{\xi}{G} \left\{ \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right] e^{-m_1 z} - m_1 m_2 e^{-m_2 z} \right\} e^{-i \left[\xi (x - V_1 t) + \eta y \right]} d\xi d\eta$$
(3.77)

$$v = \frac{P_1 i}{8\pi^2 \mu} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{G} \left\{ \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right] e^{-m_1 z} - m_1 m_2 e^{-m_2 z} \right\} e^{-i \left[\xi (x - V_t t) + \eta y \right]} d\xi d\eta$$
(3.78)

$$w = \frac{P_1}{8\pi^2 \mu} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{m_1}{G} \left\{ \left[\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \right) \right] e^{-m_1 z} - \left(\xi^2 + \eta^2 \right) e^{-m_2 z} \right\} e^{-i \left[\xi (x - V_t t) + \eta y \right]} d\xi d\eta$$
(3.79)

onde:

$$\alpha_2 = \beta \alpha_1 = \frac{V_t}{c_s} \tag{3.80}$$

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{3.81}$$

$$m_1 = \sqrt{\eta^2 + \xi^2 \left(1 - \alpha_1^2\right)}$$
(3.82)

$$m_2 = \sqrt{\eta^2 + \xi^2 (1 - \alpha_2^2)}$$
(3.83)

$$G = \left[\eta^{2} + \xi^{2} \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_{2}^{2}\right)\right]^{2} - m_{1}m_{2} \left(\xi^{2} + \eta^{2}\right)$$
(3.84)

sendo c_s a velocidade de propagação das ondas S no solo, α_2 um parâmetro das ondas S e m_1 , m_2 e G parâmetros de simplificação.

As componentes de tensão no domínio transformado podem ser obtidas através da substituição das Equações (3.71) a (3.73) nas Equações (3.37) a (3.42). Após assumir que $\bar{p}_2 = \bar{p}_3 = 0$ e substituir \bar{p}_1 pela Equação (3.76), aplica-se a transformada tripla inversa de Fourier e integra-se em relação a ω , resultando em:

$$\sigma_{x} = \frac{P_{1}}{4\pi^{2}} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi^{2}}{G} \left\{ \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \xi^{2} \right) \left[1 + \alpha_{1}^{2} \left(\frac{1}{2} \beta^{2} - 1 \right) \right] e^{-m_{1}z} - m_{1}m_{2}e^{-m_{2}z} \right\}$$

$$e^{-i[\xi(x-V_{t}t)+\eta y]} d\xi d\eta \qquad (3.85)$$

$$\sigma_{y} = \frac{P_{1}}{4\pi^{2}} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{1}{G} \left\{ \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \xi^{2} \right) \left[\eta^{2} + \alpha_{1}^{2} \xi^{2} \left(\frac{1}{2} \beta^{2} - 1 \right) \right] e^{-m_{1}z} - \eta^{2} m_{1} m_{2} e^{-m_{2}z} \right\}$$

$$e^{-i \left[\xi (x - V_{t}t) + \eta y \right]} d\xi d\eta \qquad (3.86)$$

$$\sigma_{z} = -\frac{P_{1}}{4\pi^{2}} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{1}{G} \left\{ \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \xi^{2} \right)^{2} e^{-m_{1}z} - m_{1}m_{2} \left(\xi^{2} + \eta^{2} \right) e^{-m_{2}z} \right\}$$

$$e^{-i[\xi(x-V_{t}t)+\eta y]} d\xi d\eta \qquad (3.87)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{P_1 i}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{m_1 \eta}{G} \left(\xi^2 + \eta^2 - \frac{1}{2}\alpha_2^2 \xi^2\right) \left(e^{-m_1 z} - e^{-m_2 z}\right) e^{-i[\xi(x-V_t t) + \eta y]} d\xi d\eta$$
(3.88)

$$\tau_{zx} = -\frac{P_{1}i}{4\pi^{2}} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{m_{1}\xi}{G} \left(\xi^{2} + \eta^{2} - \frac{1}{2}\alpha_{2}^{2}\xi^{2}\right) \left(e^{-m_{1}z} - e^{-m_{2}z}\right) e^{-i[\xi(x-V_{t}t)+\eta_{y}]} d\xi d\eta$$
(3.89)

$$\tau_{xy} = \frac{P_1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{\xi\eta}{G} \left\{ \left(\xi^2 + \eta^2 - \frac{1}{2}\alpha_2^2 \xi^2 \right) e^{-m_1 z} - m_1 m_2 e^{-m_2 z} \right\} e^{-i[\xi(x-V_t t) + \eta y]} d\xi d\eta$$
(3.90)

Considerando as componentes do deslocamento das Equações (3.77) a (3.79) e as correspondentes componentes de tensão em (3.85) a (3.90), no plano complexo η , tem-se que elas possuem pontos de bifurcação, que são o limiar de estabilidade para os quais o comportamento do sistema é alterado, quando $m_1 = 0$ e $m_2 = 0$, que equivalem a:

$$\eta = \pm i\xi \left(1 - \alpha_1^2\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \eta = \pm i\xi \left(1 - \alpha_2^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
(3.91)

e polos nos zeros da função G, que acontecem quando:

$$\eta = \pm i\xi \left(1 - \frac{V_t^2}{c_R^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(3.92)

onde c_R é a velocidade de propagação das ondas de Rayleigh no solo.

Geralmente a velocidade das ondas no solo se comporta da seguinte forma: $c_R < c_s < c_p$. Sendo assim, faz-se a análise da Tabela 3.1, que classifica os pontos de bifurcação e os polos em números reais e imaginários, dependendo da relação da velocidade do trem com a velocidade das ondas de corpo e de superfície no solo.

Pode ser notado na Tabela 3.1 que o único caso em que os pontos de bifurcação e os polos são puramente imaginários acontece quando $V_t < c_R$. Desta forma, o presente método se aplica enquanto $V_t < c_R$, deixando de ser aplicável sem modificação para $V_t > c_R$. Ainda assim, estes valores relativamente baixos da velocidade do trem - inferiores à velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado - são de importância suficiente para garantir uma investigação.

	Pontos de	bifurcação	Polos
do trem	$\eta = \pm i \xi (1 - \alpha_1^2)^{1/2}$	$\eta = \pm i\xi (1-\alpha_2^2)^{1/2}$	$\eta = \pm i\xi \left(1 - \frac{V_t^2}{c_R^2}\right)^{1/2}$
$V_t < c_R$	imaginários	imaginários	imaginários
$c_R < V_t < c_s$	imaginários	imaginários	reais
$c_s < V_t < c_p$	imaginários	reais	reais
$V_t > c_p$	reais	reais	reais

Tabela 3.1 - Relação entre a velocidade do trem e os polos e pontos de bifurcação

Considerando a velocidade subcrítica do trem, define-se o número de Mach M_2 como sendo uma medida adimensional da velocidade, correspondente à razão entre a velocidade do trem e a velocidade das ondas S no solo:

$$M_2 = \frac{V_t}{c_s} \tag{3.93}$$

Para resolver as Equações (3.77), (3.78) e (3.79), são feitas mudanças de variáveis a fim de reduzir as integrais duplas em integrais simples, como segue:

$$x - V_t t = r\cos\theta, \qquad y = r\,sen\theta \tag{3.94}$$

$$\xi = \chi \cos \phi, \qquad \eta = \chi \, sen\phi \tag{3.95}$$

Sendo assim, as mudanças de variáveis são aplicadas nas Equações (3.77), (3.78) e (3.79), tornando-as integrais em relação à $\chi e \phi$, conforme Eq. (3.96) para a componente *u* do deslocamento.

$$u = \frac{P_{1}i}{8\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \frac{\cos\phi}{H} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_{2}^{2}\cos^{2}\phi\right) e^{-\chi\gamma_{1}z} - \gamma_{1}\gamma_{2}e^{-\chi\gamma_{2}z} \right\} e^{-i\chi r\cos(\theta - \phi)} d\phi d\chi$$
(3.96)

onde os parâmetros de simplificação γ_1 , γ_2 e H são:

$$\gamma_1 = \left(1 - \alpha_1^2 \cos^2 \phi\right)^{\frac{1}{2}}$$
(3.97)

$$\gamma_2 = \left(1 - \alpha_2^2 \cos^2 \phi\right)^{1/2} \tag{3.98}$$

$$H = \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_2^2 \cos^2 \phi\right)^2 - \gamma_1 \gamma_2$$
(3.99)

Reduzindo o intervalo de integração da Eq. (3.96) pela metade, tem-se que:

$$u = \frac{P_1}{4\pi^2 \mu} \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{\cos\phi}{H} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2\phi \right) e^{-\chi\gamma_1 z} - \gamma_1 \gamma_2 e^{-\chi\gamma_2 z} \right\} \sin[\chi \operatorname{rcos}(\theta - \phi)] d\phi d\chi \qquad (3.100)$$

Resolve-se a integral da Eq. (3.100) em relação à χ , resultando em:

$$u = \frac{P_1 r}{4\pi^2 \mu} \int_0^{\pi} \frac{\cos\phi\cos(\theta - \phi)}{H} \left\{ \frac{1 - \frac{1}{2}\alpha_2^2\cos^2\phi}{R_1^2} - \frac{\gamma_1\gamma_2}{R_2^2} \right\} d\phi$$
(3.101)

onde os parâmetros de simplificação R_1 e R_2 são:

$$R_{1} = \left\{ r^{2} \cos^{2}(\theta - \phi) + \gamma_{1}^{2} z^{2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(3.102)

$$R_{2} = \left\{ r^{2} \cos^{2}(\theta - \phi) + \gamma_{2}^{2} z^{2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(3.103)

Nota-se que o parâmetro *H*, que aparece no integrando da Equação (3.101), se torna zero quando $\cos \phi = 0$. Por outro lado, o integrando não possui singularidades desde que $\cos \phi < c_R/V_t$. Esta condição limita a solução a ser obtida para valores de $V_t < c_R$. Sendo assim, desde que esta condição seja satisfeita, a integral da Equação (3.101) pode ser resolvida numericamente.

Utilizando a mesma metodologia do tratamento do componente de deslocamento u que resultou na Eq. (3.101), obtêm-se as resultantes para os demais componentes de deslocamento e de tensão das Equações (3.78), (3.79) e (3.85) a (3.90).

$$v = \frac{P_1 r}{4\pi^2 \mu} \int_0^{\pi} \frac{\sin\phi \cos(\theta - \phi)}{H} \left\{ \frac{1 - \frac{1}{2}\alpha_2^2 \cos^2\phi}{R_1^2} - \frac{\gamma_1 \gamma_2}{R_2^2} \right\} d\phi$$
(3.104)

$$w = \frac{P_1 z}{4\pi^2 \mu} \int_0^{\pi} \frac{\gamma_1}{H} \left\{ \frac{\gamma_1}{R_1^2} \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi \right) - \frac{\gamma_2}{R_2^2} \right\} d\phi$$
(3.105)

$$\sigma_{x} = \frac{P_{1}}{2\pi^{2}} \int_{0}^{\pi} \frac{\cos^{2} \phi}{H} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \cos^{2} \phi\right) \left[1 + \alpha_{1}^{2} \left(\frac{1}{2} \beta^{2} - 1\right)\right] \left[\frac{1}{R_{1}^{2}} - \frac{2r^{2} \cos^{2} (\theta - \phi)}{R_{1}^{4}}\right] - \gamma_{1} \gamma_{2} \left[\frac{1}{R_{2}^{2}} - \frac{2r^{2} \cos^{2} (\theta - \phi)}{R_{2}^{4}}\right] \right\} d\phi$$
(3.106)

$$\sigma_{y} = \frac{P_{1}}{2\pi^{2}} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{H} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_{2}^{2}\cos^{2}\phi\right) \left[\sin^{2}\phi + \left(\frac{1}{2}\beta^{2} - 1\right)\alpha_{1}^{2}\cos^{2}\phi\right] \left[\frac{1}{R_{1}^{2}} - \frac{2r^{2}\cos^{2}(\theta - \phi)}{R_{1}^{4}}\right] - \gamma_{1}\gamma_{2}\sin^{2}\phi \left[\frac{1}{R_{2}^{2}} - \frac{2r^{2}\cos^{2}(\theta - \phi)}{R_{2}^{4}}\right] \right\} d\phi$$

$$(3.107)$$

$$\sigma_{z} = -\frac{P_{1}}{2\pi^{2}} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{H} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_{2}^{2}\cos^{2}\phi\right)^{2} \left[\frac{1}{R_{1}^{2}} - \frac{2r^{2}\cos^{2}(\theta - \phi)}{R_{1}^{4}}\right] -\gamma_{1}\gamma_{2} \left[\frac{1}{R_{2}^{2}} - \frac{2r^{2}\cos^{2}(\theta - \phi)}{R_{2}^{4}}\right] \right\} d\phi$$
(3.108)

$$\tau_{yz} = -\frac{P_1 rz}{\pi^2} \int_0^{\pi} \frac{\gamma_1 \mathrm{sen}\phi}{H} \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_2^2 \cos^2\phi\right) \cos(\theta - \phi) \left(\frac{\gamma_1}{R_1^4} - \frac{\gamma_2}{R_2^4}\right) d\phi$$
(3.109)

$$\tau_{zx} = -\frac{P_1 r z}{\pi^2} \int_0^{\pi} \frac{\gamma_1 \cos \phi}{H} \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \cos^2 \phi \right) \cos(\theta - \phi) \left(\frac{\gamma_1}{R_1^4} - \frac{\gamma_2}{R_2^4} \right) d\phi$$
(3.110)

$$\tau_{xy} = \frac{P_1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \frac{\cos\phi \sin\phi}{H} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_2^2 \cos^2\phi \right) \left[\frac{1}{R_1^2} - \frac{2r^2 \cos^2(\theta - \phi)}{R_1^4} \right] -\gamma_1 \gamma_2 \left[\frac{1}{R_2^2} - \frac{2r^2 \cos^2(\theta - \phi)}{R_2^4} \right] \right\} d\phi$$
(3.111)

Conforme indicado anteriormente, é necessário um processo de limite para quando $\cos \phi \rightarrow 0$ a fim de não anular o parâmetro *H* contido no denominador das Equações (3.101) e (3.104) a (3.111), eliminando a possibilidade de indeterminação. Este processo de limite pode ser evitado escrevendo-se:

$$H^{1} = \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_{2}^{2}\cos^{2}\phi\right)^{2} + \gamma_{1}\gamma_{2}$$
(3.112)

$$K = \beta^{2} - 1 - \alpha_{2}^{2} \left(\frac{3}{2}\beta^{2} - 1\right) \cos^{2}\phi + \frac{1}{2}\beta^{2}\alpha_{2}^{4}\cos^{4}\phi - \frac{1}{16}\beta^{2}\alpha_{2}^{6}\cos^{6}\phi$$
(3.113)

$$Q_1 = \frac{\gamma_1 \gamma_2 z^2 (\beta^2 - 1)}{R_1^2 R_2^2}$$
(3.114)

$$Q_{2} = \frac{\gamma_{1} \left[1 - \alpha_{2}^{2} \left(1 + \frac{1}{4} \beta^{2} \right) \cos^{2} \phi + \frac{1}{4} \alpha_{2}^{4} \cos^{4} \phi \right]}{R_{1}^{2} \left[\gamma_{1} \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \cos^{2} \phi \right) + \gamma_{2} \right]}$$
(3.115)

$$Q_{3} = \frac{1 - \alpha_{2}^{2} \left(1 - \frac{1}{4} \beta^{2}\right) \cos^{2} \phi}{R_{1}^{2} \left[1 - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \cos^{2} \phi + \gamma_{1} \gamma_{2}\right]}$$
(3.116)

$$Q_{4} = \frac{1 - \alpha_{2}^{2} \left(1 - \frac{1}{4} \beta^{2}\right) \cos^{2} \phi}{R_{2}^{2} \left[1 - \frac{1}{2} \alpha_{2}^{2} \cos^{2} \phi + \gamma_{1} \gamma_{2}\right]}$$
(3.117)

onde H^1 , K, Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 são parâmetros auxiliares.

Então, os componentes do deslocamento das Equações (3.101), (3.104) e (3.105) são reescritos nas Equações (3.118) a (3.120), sendo denominados de U_i , onde suas componentes U, $V \in W$ são os deslocamentos ao longo das direções x, $y \in z$, respectivamente, e o subscrito i = x, y, ou z representa a direção ao longo da qual o carregamento é aplicado. Para a carga pontual aplicada isoladamente nas direções $x \in y$, sendo estas $P_2 \in P_3$, respectivamente, é feita uma dedução análoga ao caso da carga pontual aplicada em z, resultando assim nos deslocamentos das Equações (3.121) a (3.126).

$$U_{z} = \frac{P_{1}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{rH^{1}\cos\phi}{K} [(Q_{1} - Q_{3})\cos(\theta - \phi)]d\phi$$
(3.118)

$$V_{z} = \frac{P_{1}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{rH^{1} \mathrm{sen}\phi}{K} [(Q_{1} - Q_{3}) \mathrm{cos}(\theta - \phi)] d\phi$$
(3.119)

$$W_{z} = \frac{P_{1}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{zH^{1}}{K} (Q_{1} + Q_{2}) d\phi$$
(3.120)

$$U_{x} = z \frac{P_{2}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \left[\frac{H^{1}}{K} (Q_{4} - Q_{1}) \cos^{2} \phi + \frac{2}{R_{2}^{2}} \right] d\phi$$
(3.121)

$$V_{x} = z \frac{P_{2}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{H^{1}}{K} (Q_{4} - Q_{1}) \cos\phi \sin\phi d\phi$$
(3.122)

$$W_{x} = r \frac{P_{2}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{H^{1}}{K} (Q_{4} + Q_{1}) \cos\phi \cos(\theta - \phi) d\phi$$
(3.123)

$$U_{y} = z \frac{P_{3}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{H^{1}}{K} (Q_{4} - Q_{1}) \cos\phi \sin\phi d\phi$$
(3.124)

$$V_{y} = z \; \frac{P_{3}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \left[\frac{H^{1}}{K} (Q_{4} - Q_{1}) \operatorname{sen}^{2} \phi + \frac{2}{R_{2}^{2}} \right] d\phi$$
(3.125)

$$W_{y} = r \frac{P_{3}}{4\pi^{2}\mu} \int_{0}^{\pi} \frac{H^{1}}{K} (Q_{4} + Q_{1}) \operatorname{sen}\phi \cos(\theta - \phi) d\phi$$
(3.126)

Podem ser obtidas expressões similares para as componentes de tensão. As Equações (3.118) a (3.126) são adequadas para resolução numérica em qualquer ponto no interior do solo, com
exceção para a sua superfície, onde elas não são válidas, uma vez que, em z = 0, a integral do limite não é igual ao limite da integral. Para considerar a carga de roda distribuída elasticamente pela pista ferroviária, a carga pontual P_1 presente nas Equações (3.118) a (3.120) é substituída pela carga F(x) expressa na Eq. (3.22).

CAPÍTULO 4 PROGRAMA COMPUTACIONAL

Para desenvolver a análise paramétrica do problema de vibração do sistema trem-pista-solo a partir da formulação matemática vista no Capítulo 3, foi utilizada a ferramenta numérica computacional MATLAB, na sua versão 7.12.0.635 (R2011a), que se trata de um software interativo de alta performance voltado para o cálculo numérico.

4.1. O PROGRAMA

O programa computacional desenvolvido no MATLAB é capaz de calcular numericamente o deslocamento do solo induzido pelo tráfego ferroviário, a partir de um arquivo de entrada de dados com todas as informações necessárias referentes a cada estudo de caso. O programa é composto pelos módulos dispostos no diagrama da Figura 4.1, os quais são detalhados nas seções seguintes.

Figura 4.1 - Diagrama dos módulos do programa



4.1.1. Inicialização

Primeiramente, cria-se um arquivo de entrada de dados que fornece todas as informações necessárias para obter os resultados do programa. Estas informações são compostas pelos parâmetros do trem, da pista, do solo e do ponto de observação, conforme exemplo ilustrado na Fig. 4.2.

Sendo assim, na etapa de inicialização, ocorre a abertura deste arquivo de entrada de dados e então é criado um arquivo para a saída de dados.

Figura 4.2 - Arquivo de entrada de dados



4.1.2. Leitura de dados

Neste módulo, o arquivo de entrada de dados é lido pelo programa, e então os parâmetros do trem, da pista, do solo e do ponto de observação são armazenados a fim de serem utilizados nos cálculos das etapas posteriores.

4.1.3. Cálculo da carga do trem

Nesta etapa, é realizado o cálculo da carga pontual que o trem transmite ao solo, a partir da indicação do tipo de carregamento adotado no arquivo de entrada de dados. São analisados dois casos: a carga do trem aplicada diretamente no solo e a carga do trem distribuída elasticamente pela pista ferroviária.

No primeiro caso, com a desconsideração da pista ferroviária, a carga resultante é equivalente ao peso do trem correspondente a uma roda, transmitida diretamente ao solo. Este peso (P_1) é calculado a partir da massa do vagão correspondente a uma roda multiplicada pela aceleração da gravidade, ambos disponibilizados no arquivo de entrada de dados.

Já para o caso da carga do trem distribuída elasticamente pela pista ferroviária, o cálculo da carga resultante é feito através da Eq. (3.22), onde são necessários os dados de entrada do peso do trem correspondente a uma roda (P_1), do comprimento característico da pista (α) e da coordenada x do ponto de observação.

Se o efeito de oscilação provocado pela interação entre a roda e o trilho for considerado, ele é calculado através da Eq. (3.23), a partir de uma frequência f_0 estabelecida, e então é multiplicado pela carga resultante do trem. A variável do tempo presente na Eq. (3.23) é definida na etapa do cálculo do deslocamento e da velocidade instantânea do solo.

4.1.4. Cálculo do deslocamento e da velocidade instantânea do solo

Além da carga pontual resultante do trem calculada na seção 4.1.3, os dados de entrada utilizados nesta etapa são:

- A velocidade do trem;
- O coeficiente de Poisson, a densidade e as velocidades das ondas no solo;
- As coordenadas do ponto de observação.

Inicialmente, é definido um intervalo de tempo para o qual serão calculados os deslocamentos e as velocidades instantâneas do solo.

Para calcular o deslocamento do solo em cada passo de tempo, resolve-se a integral presente nas Equações (3.118) a (3.126) utilizando a função *quad* do MATLAB, cujo método numérico se baseia na quadratura de Simpson adaptativa. A função *quad* também engloba o cálculo de todos os parâmetros necessários para obter o deslocamento do solo, tais como:

- β Eq. (3.49);
- *α*₁ Eq. (3.75);
- *α*₂ Eq. (3.80);
- *μ* Eq. (3.81);
- $\gamma_1 e \gamma_2$ Equações (3.97) e (3.98), respectivamente;
- $R_1 \in R_2$ Equações (3.102) e (3.103), respectivamente;
- H^1 Eq. (3.112);
- ◆ *K* Eq. (3.113);
- Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 Equações (3.114) a (3.117), respectivamente.

Estes parâmetros são calculados juntamente com cada equação do deslocamento do solo -Equações (3.118) a (3.126) - com o termo ϕ variando na integral de 0 a π , obtendo então os resultados pontuais dos deslocamentos do solo para cada tempo do intervalo predefinido. A velocidade instantânea é calculada a partir do deslocamento inicial e final do solo para cada passo de tempo.

Vale ressaltar que estes cálculos são válidos apenas se a velocidade do trem for inferior à velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado. Sendo assim, os resultados obtidos são impressos no arquivo de saída de dados, conforme apresentado na Fig. 4.3. A partir deste conjunto de pontos resultantes, são geradas as curvas dos gráficos correspondentes a cada análise paramétrica.

	A	В	С
584	Tempo (s)	Deslocamento Wz	Velocidade Wz
585	-0,05	0,072297403962	
586	-0,0495	0,073129213117	1,6636183102
587	-0,049	0,07397837367	1,6983211052
588	-0,0485	0,074845387862	1,7340283846
589	-0,048	0,075730781841	1,7707879583
590	-0,0475	0,076635107359	1,8086510344
591	-0,047	0,077558943613	1,8476725083
592	-0,0465	0,078502899252	1,887911278
593	-0,046	0,079467614546	1,9294305888
594	-0,0455	0,080453763752	1,9722984116
595	-0,045	0,081462057679	2,0165878549
596	-0,0445	0,082493246489	2,0623776184
597	-0,044	0,083548122733	2,1097524883
598	-0,0435	0,084627524674	2,1588038822
599	-0,043	0,085732339897	2,2096304464
600	-0,0425	0,086863509253	2,2623387127
601	-0,042	0,088022031164	2,3170438204
602	-0,0415	0,089208966319	2,3738703113
603	-0,041	0,090425442822	2,4329530052

Figura 4.3 - Arquivo de saída de dados

4.1.5. Finalização

Ao concluir os demais módulos, o programa é finalizado com sucesso.

Para uma nova análise paramétrica, o arquivo de entrada de dados é alterado de acordo com o parâmetro analisado, e então são executadas novamente todas as etapas do programa computacional definidas na Figura 4.1.

CAPÍTULO 5 RESULTADOS NUMÉRICOS

A fim de obter os resultados da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário, desenvolveu-se um programa computacional utilizando a ferramenta numérica MATLAB, como visto no Capítulo 4. Inicialmente validou-se o programa para depois realizar uma análise paramétrica do problema proposto a partir da variação das características do trem, da pista, do solo e da posição do ponto de observação.

5.1. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

Para a validação do programa desenvolvido, foram utilizados os dados de entrada do estudo de caso abordado por Yang e Hung (2009), e então os resultados obtidos foram comparados com os resultados destes autores. Neste caso, o trem é representado através de uma carga pontual móvel P_1 normal ao solo, sendo que este possui as propriedades de coeficiente de Poisson v = 0.25, densidade $\rho = 2.000 \text{ kg/m}^3$ e velocidades de propagação das ondas sendo $c_R = 331.2 \text{ km/h}, c_s = 360 \text{ km/h} \text{ e } c_p = 623.52 \text{ km/h}.$

Admite-se o sistema de coordenadas estabelecido na Fig. 3.9, e então o estudo de caso é ilustrado na Fig. 5.1, considerando que o trem se move a uma velocidade constante $V_t = 324$ km/h ao longo do eixo *x*, a qual é inferior à velocidade das ondas de Rayleigh no solo. Os deslocamentos resultantes são apresentados na forma adimensional normalizada por $\mathbf{u}_i = 2\pi \, \mu z \, \mathbf{U}_i / P_1$, onde μ é o módulo de cisalhamento do solo, *z* é a coordenada do ponto de observação e \mathbf{U}_i é o vetor de deslocamentos expressos nas Equações (3.118) a (3.120).





Na Fig. 5.2, considera-se o ponto de observação localizado a 1 m de profundidade da pista, com coordenadas (x, y, z) = (0, 0, 1), para obter o deslocamento vertical do solo (W_z), descrito pela Eq. (3.120). Para o intervalo de tempo entre -0,05 e 0,05 s, tem-se que o tempo t = 0 corresponde ao momento em que a carga pontual passa através da origem, representada por x = 0.

Figura 5.2 - Deslocamento vertical para o ponto de observação (x, y, z) = (0, 0, 1)

----- Presente trabalho $\diamond \diamond \diamond$ Yang & Hung (2009)

Verifica-se na Fig. 5.2 que o deslocamento vertical do solo aumenta à medida que a carga se aproxima do ponto de observação, atingindo seu valor máximo quando a carga está aplicada sobre ele (t = 0), sendo equivalente a 7,14. Quando a carga se afasta deste ponto, o deslocamento diminui, tendendo a zero. Como a carga é pontual, ela atua como um impulso, cuja duração tende a zero, o que explica a concentração dos maiores valores de deslocamentos verticais próximos à origem. Comparando a curva obtida no presente trabalho com os resultados pontuais de Yang e Hung (2009), nota-se que atingiram valores coincidentes.

Na Fig. 5.3, considera-se o ponto de observação de coordenadas (x, y, z) = (0, 0, 1) para obter o deslocamento longitudinal do solo (U_z) , descrito pela Eq. (3.118). Analisando a Fig. 5.3, percebe-se que quando a carga está se aproximando do ponto de observação, o solo apresenta um deslocamento longitudinal de contração, ao passo que quando o trem se afasta o deslocamento longitudinal é de dilatação. Para tempos maiores, os deslocamentos longitudinais tendem a zero. Os valores máximos dos deslocamentos de contração e de dilatação são iguais e opostos, equivalendo a 0,87 em módulo. Já quando a carga está sobre o ponto de observação, o deslocamento longitudinal é nulo, sendo um ponto de inflexão.



Observa-se que, assim como na Fig. 5.2, a curva obtida no presente trabalho coincide com os resultados pontuais de Yang e Hung (2009).



Figura 5.3 – Deslocamento longitudinal para o ponto de observação (x, y, z) = (0, 0, 1)

Presente trabalho $\diamond \diamond$ Yang & Hung (2009)

Na Fig. 5.4, considera-se o ponto de observação de coordenadas (x, y, z) = (0, 1, 1) para obter o deslocamento transversal do solo (V_z), descrito pela Eq. (3.119), uma vez que o deslocamento V_z é nulo quando y = 0.





Ao analisar a Fig, 5.4, nota-se que os deslocamentos transversais do solo são de dilatação quando o tempo está entre 0,05 e 0,016 s, em módulo. Já no intervalo entre -0,016 e 0,016 s, os deslocamentos transversais são de contração, atingindo seu valor máximo de 0,24 em t = 0.

Dessa forma, tem-se que, assim como na Fig. 5.2, o deslocamento atinge seu ápice quando a carga está aplicada no ponto de observação e tende a zero quando se afasta dele. Comparando a curva obtida no presente trabalho com os resultados pontuais de Yang e Hung (2009), nota-se também que eles atingiram valores coincidentes.

Através das Figuras 5.2, 5.3 e 5.4, pôde-se constatar que o deslocamento vertical máximo é maior do que o deslocamento longitudinal, que por sua vez é maior que o deslocamento transversal ($W_z > U_z > V_z$). Foi verificado em todas as figuras que os resultados atingidos no presente trabalho foram coincidentes com os valores obtidos por Yang e Hung (2009). Desta forma, o programa desenvolvido apresenta um resultado satisfatório, estando válido para uma análise paramétrica do problema de vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário.

5.2. MODELO DE CARREGAMENTO

Para um trem em movimento, infere-se que as suas cargas verticais são muito maiores que as suas cargas longitudinais e transversais. Por isso, são considerados apenas os deslocamentos causados por uma carga vertical ao solo, representada por P_1 na Fig. 5.1 do esquema do estudo de caso. Sendo assim, foram analisados dois modelos de carregamento. Um deles é obtido através de uma carga pontual que equivale à carga estática transmitida pela roda do trem diretamente ao solo, desconsiderando a pista ferroviária composta pelo trilho, dormentes e lastro.

O segundo modelo de carregamento é obtido através de uma carga pontual que equivale à carga de roda distribuída elasticamente pela pista ferroviária, como abordado na seção 3.2. Desta forma, a carga estática transmitida pela roda do trem é aplicada sobre o trilho, que é tratado como uma viga de Euler-Bernoulli infinita suportada por uma fundação elástica constituída pelos dormentes e pelo lastro, e então essa carga é distribuída ao solo.

Considerando o comprimento característico da pista ferroviária $\alpha = 0.8$ m, adotado por Yang e Hung (2009), é calculada a função de uma carga de roda distribuída elasticamente, através da Eq. (3.22). Variando *x* entre -8 e 8 m, obtêm-se a Fig. 5.5, sendo que *x* = 0 representa o ponto em que a carga está sendo aplicada. Nota-se que o valor do carregamento atinge seu máximo em *x* = 0, e tende a zero à medida que se afasta deste ponto.



Figura 5.5 - Função de uma carga de roda distribuída elasticamente

5.2.1. Modelo de carregamento adotado

Para definir um modelo de carregamento a ser adotado na análise paramétrica, considerou-se a massa transmitida pela roda equivalente a 10 T (98,07 kN), utilizada por Yang e Hung (2009). Sendo assim, considerando os modelos de carregamento com e sem pista ferroviária, obteve-se na Fig. 5.6.(a) e (b) os deslocamentos verticais e longitudinais máximos, respectivamente, para o ponto de observação (x, y, z) = (0, 0, 1), e os deslocamentos transversais máximos para o ponto (x, y, z) = (0, 1, 1) na Fig. 5.6.(c), de acordo com a variação do fator M_2 , definido pela Eq. (3.93).

Analisando os resultados obtidos pela Fig. 5.6, pode-se constatar que, para a carga estática transmitida pela roda do trem diretamente ao solo, os deslocamentos máximos para todas as direções são maiores que os deslocamentos máximos para a carga de roda distribuída elasticamente, uma vez que este primeiro modelo não contempla o trilho e nem a camada elástica que é composta pelos dormentes e pelo lastro. Dessa forma, nota-se que a abordagem da carga estática aplicada diretamente ao solo leva a maiores respostas para os deslocamentos, podendo ser considerada majorada e conservadora.

A partir desta constatação, o modelo de carregamento adotado para a análise paramétrica é a carga de roda distribuída elasticamente pela pista ferroviária, já que este modelo descreve com maior exatidão o modelo real, considerando a rigidez à flexão do trilho e o suporte elástico exercido pelos dormentes e pelo lastro.



↔ → Sem pista ferroviária ● ● ●Com pista ferroviária

Figura 5.6 - Deslocamentos máximos para cada modelo de carregamento (a) W_z em (x, y, z) = (0, 0, 1); (b) U_z em (x, y, z) = (0, 0, 1); (c) V_z em (x, y, z) = (0, 1, 1)

Percebe-se que, assim como para o carregamento, os deslocamentos verticais (W_z) do solo são superiores aos deslocamentos longitudinais (U_z) e transversais (V_z) , como já constatado na seção 5.1. Sendo assim, as respostas seguintes serão concentradas em deslocamentos verticais causados por cargas verticais (W_z) , conforme descrito pela Eq. (3.120).

(c)

5.3. VELOCIDADE DO TREM

Considera-se o trem representado por uma carga de roda distribuída elasticamente sobre a pista ferroviária, com massa de 10 T e comprimento característico da pista $\alpha = 0.8$ m. O solo

possui coeficiente de Poisson v = 0,25, densidade $\rho = 2.000 \text{ kg/m}^3$ e velocidades de propagação das ondas sendo $c_R = 331,2 \text{ km/h} (92 \text{ m/s}), c_s = 360 \text{ km/h} (100 \text{ m/s})$ e $c_p = 623,52 \text{ km/h} (173,2 \text{ m/s})$, assim como no estudo de caso da validação do programa na seção 5.1.

Na Fig. 5.7.(a) e (b) são apresentados, respectivamente, os deslocamentos e as velocidades instantâneas verticais do solo, considerando a variação da velocidade do trem (V_t) de 36 km/h (10 m/s), 108 km/h (30 m/s), 180 km/h (50 m/s), 252 km/h (70 m/s) e 324 km/h (90 m/s). A velocidade instantânea é calculada a partir do deslocamento inicial e final para cada espaço de tempo, e o ponto de observação se encontra a 1 m de profundidade da pista, com coordenadas (x, y, z) = (0, 0, 1).



Figura 5.7 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a velocidade do trem

Na Tabela 5.1, estão representados os resultados dos valores máximos para cada velocidade do trem.

Tabela 5.1 -	Variação dos	máximos	deslocamentos	e velocidades	W_{z} com a	velocidade do tr	rem
	3				A 1		

Velocidade do trem (km/h)	Máx. deslocamento W_z (mm)	Máx. velocidade W_z (mm/s)
324	3,48	465,17
252	0,97	54,21
180	0,73	23,94
108	0,65	11,46
36	0,61	3,47

Conforme já mencionado na seção 5.1, a carga pontual atua como um impulso, cuja duração tende a zero, o que explica a concentração dos maiores valores de deslocamentos verticais próximos à origem (t = 0), no intervalo de -0,0125 a 0,0125 s. Neste contexto, percebe-se que quanto menor a velocidade do trem, mais suave é esse impulso, como pode ser visto comparando a curva de $V_t = 324$ km/h com a de $V_t = 36$ km/h. Consequentemente, é observado que ao afastar do ponto de observação os deslocamentos correspondentes a velocidades mais altas do trem tendem a zero mais rapidamente do que os deslocamentos correspondentes a velocidades mais baixas.

Na Fig. 5.7.(b), observa-se que para t < 0 as velocidades verticais instantâneas do solo são positivas, para t > 0 elas são negativas e em t = 0 a velocidade é nula. Isso ocorre devido ao comportamento dos deslocamentos verticais da Fig. 5.7.(a), que aumentam com o tempo para t < 0, diminuem com o tempo para t > 0, e tem em t = 0 um ponto de inflexão.

Em geral, verifica-se na Fig. 5.7.(a) e (b) que quanto maior a velocidade do trem, maiores são os valores de deslocamentos e velocidades instantâneas verticais máximos do solo. Na Tabela 5.1, percebe-se que os maiores deslocamentos e velocidades W_z ocorrem quando a velocidade do trem se aproxima da velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado, equivalente a 331,2 km/h. Para este caso, os deslocamentos e velocidades máximos são muito maiores que os resultados para as demais velocidades do trem. Sendo assim, pode-se dizer que a velocidade das ondas de Rayleigh no solo é uma velocidade crítica para o tráfego ferroviário e que governa diretamente o tipo de resposta.

Yang e Hung (2009) obtiveram a mesma conclusão a respeito da velocidade das ondas de Rayleigh, comparando este fenômeno ao efeito de radiação Mach, que ocorre quando um avião ultrapassa a barreira do som, provocando ondas de choque. Da mesma forma, quando um trem em movimento supera a velocidade crítica das ondas de Rayleigh, um efeito de radiação significativo pode ser esperado para os movimentos do solo. Sendo assim, a teoria clássica da propagação de ondas se torna insuficiente. Esta constatação foi verificada por muitos autores, como Krylov (1995), Xia, Cao e De Roeck (2010), Bian *et al.* (2015), entre outros.

5.4. CARGA DO TREM

Com a finalidade de realizar a análise paramétrica da carga do trem, foram utilizados valores encontrados em referências bibliográficas. A especificação de projeto de superestrutura da VALEC (2011) estabelece como parâmetro técnico a carga máxima por eixo de 32,50 T (318,71 kN), que é condicionante ao tráfego em suas ferrovias. Já em Romero (2002), o trem de passageiros Eutostar 373/1 possui a carga por eixo de 17,335 T (170 kN).

Sendo assim, é feita a análise paramétrica comparando com a carga de 10 T (98,07 kN) já utilizada nas seções 5.2 e 5.3, considerando a velocidade do trem de 342 km/h. O comprimento característico da pista é $\alpha = 0,8$ m e as propriedades do solo são as mesmas da seção 5.1.

Na Fig. 5.8.(a) e (b) são apresentados, respectivamente, os deslocamentos e velocidades instantâneas verticais do solo considerando a variação da carga por eixo do trem sendo de 10 T, 17,335 T e 32,5 T. O ponto de observação se encontra em (x, y, z) = (0, 0, 1).



Figura 5.8 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical com a carga de

Percebe-se que, na Fig. 5.8.(a), as curvas referentes às três cargas por eixo possuem o mesmo comportamento. O deslocamento W_z aumenta à medida que a carga se aproxima do ponto de observação, atingindo seu valor máximo quando a carga está aplicada sobre ele, em t = 0. Quando a carga se afasta deste ponto, o deslocamento diminui, tendendo a zero.

Na Fig. 5.8.(b), também nota-se que as curvas referentes às três cargas por eixo possuem o mesmo comportamento, uma vez que estão relacionados com os deslocamentos da Fig. 5.8.(a). As velocidades instantâneas são positivas antes de passar pelo ponto de observação e negativas após esse ponto.

Os resultados dos valores máximos para cada carga por eixo do trem estão representados na Tabela 5.2.

Carga (t)	Máx. deslocamento W _z (mm)	Máx. velocidade W_z (mm/s)
10	3,48	465,17
17,335	6,03	806,37
32,5	11,31	1.511,80

Tabela 5.2 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com a carga

Percebe-se na Fig. 5.8.(a) e (b) que quanto maior a carga correspondente ao peso do trem em cada roda, maiores são os deslocamentos e velocidades do solo para todo o intervalo de tempo entre -0,05 e 0,05 s. Sendo assim, a carga de 32,5 T corresponde às maiores respostas, seguida da carga de 17,335 T e de 10 T, conforme resultados apresentados na Tabela 5.2. Analisando os valores constantes na Tabela 5.2, é possível notar que os deslocamentos e velocidades máximas do solo são diretamente proporcionais à carga aplicada, sob uma dependência linear. Isto pode ser comprovado uma vez que os deslocamentos e velocidades máximos para a carga de 17,335 T são 1,7335 vezes maiores que os mesmos resultados para a carga de 10 T, e a mesma relação é obtida para a carga de 32,5 T. Esta dependência linear também pode ser deduzida através da análise da Eq. (3.120), onde tem-se que o deslocamento vertical é diretamente proporcional ao valor da carga por eixo.

5.5. INTERAÇÃO ENTRE A RODA E O TRILHO

Considera-se uma carga de 10 T elasticamente distribuída sobre a pista ferroviária, a qual possui o comprimento característico $\alpha = 0.8$ m e as propriedades do solo de acordo com a seção 5.1. Os deslocamentos e as velocidades instantâneas verticais do solo causados por uma carga distribuída elasticamente são comparados com as respostas da mesma carga sob o efeito de oscilação, originário da interação entre a roda e o trilho provocada por irregularidades longitudinais do trilho, conforme exposto na seção 3.2.1. A frequência de vibração adotada é

equivalente a 10 Hz, de acordo com Yang e Hung (2009). Na Fig. 5.9, obtêm-se a função do termo dinâmico da carga para esta frequência de vibração, através da Eq. (3.23).



Figura 5.9 - Função do efeito de oscilação

Percebe-se na Fig. 5.9 que a amplitude da função é 1, independente da frequência de vibração adotada, e que o período equivale a $1/f_0$.

Nas Figuras 5.10 a 5.14, são apresentados os deslocamentos e velocidades instantâneas verticais do solo, considerando a carga com o efeito de oscilação ($f_0 = 10$ Hz) e sem o efeito de oscilação ($f_0 = 0$), para as velocidades do trem de 36 km/h, 108 km/h, 180 km/h, 252 km/h e 324 km/h, no ponto de observação (x, y, z) = (0, 0, 1).

Na Fig. 5.10.(a), a velocidade do trem é de 36 km/h. Observa-se que, para a carga com o efeito de oscilação, os deslocamentos também oscilam entre movimentos de contração e dilatação, e os valores máximos de cada pico são limitados à envoltória representada pelos deslocamentos com $f_0 = 0$ Hz. Isso ocorre devido ao fato de que, nestes picos de oscilação, a função do termo dinâmico da carga equivale a 1, de acordo com a Fig. 5.9, e então a carga resultante com o efeito de oscilação se iguala à carga estática neste ponto. Por essa mesma razão, o deslocamento máximo para ambos os casos são iguais. Nota-se também que ambos os deslocamentos tendem a zero com o aumento do tempo.

Já na Fig. 5.10.(b), observa-se que a velocidade máxima com o efeito de oscilação é cerca de 10,5 vezes maior do que a velocidade máxima sem o efeito de oscilação. Isso ocorre devido ao fato de que os deslocamentos com oscilação da Fig. 5.10.(a) variam mais rapidamente com o tempo do que os deslocamentos sem o efeito de oscilação, induzindo a maiores velocidades

instantâneas e fazendo com que o gráfico da Fig. 5.10.(b) também apresente oscilações. Percebe-se que as velocidades instantâneas em ambos os casos tendem a zero com o aumento do tempo, porém com o efeito de oscilação as respostas propagam por uma duração mais longa.

Figura 5.10 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a velocidade do trem de 36 km/h com as frequências de oscilação



 $---f_0 = 0$ Hz $---f_0 = 10$ Hz

Na Fig. 5.11.(a), a velocidade do trem é de 108 km/h, e nota-se que o comportamento dos deslocamentos com o efeito da oscilação é o mesmo discutido na Fig. 5.10.(a). Já em relação às velocidades instantâneas, observa-se na Fig. 5.11.(b) que a velocidade máxima com o efeito de oscilação é cerca de 3 vezes maior do que a velocidade máxima sem o efeito de oscilação, sendo uma razão menor do que a observada para a velocidade do trem de 36 km/h da Fig. 5.10.(b).

Foram constatadas pequenas distorções na curva da velocidade instantânea com o efeito de oscilação, e isso se deve ao método numérico de obtenção da velocidade instantânea, que é encontrada quando se considera um intervalo de tempo muito próximo à zero. Nota-se também que as velocidades instantâneas com e sem o efeito de oscilação tendem a zero com o aumento do tempo, porém, quando a oscilação é considerada, as respostas propagam por uma duração mais longa.

km/h com as frequências de oscilação $---f_0 = 0$ Hz $---f_0 = 10$ Hz 0.75 36.00 27.00 0.60 18.00 0.45 9.00

Figura 5.11 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a velocidade do trem de 108



Para a Fig. 5.12.(a), a velocidade do trem é de 180 km/h e o comportamento dos deslocamentos com o efeito da oscilação ainda é o mesmo discutido na Fig. 5.10.(a).

Figura 5.12 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a velocidade do trem de 180 km/h com as frequências de oscilação

0.80 50.00 40.00 0.60 30.00 Deslocamento $W_{_{\mathcal{F}}}(\text{mm})$ Velocidade W_{z} (mm/s) 20.00 0.40 10.00 0.00 0.20 -10.00 -20.00 0.00 -30.00 -40.00 -0.20 -50.00 0.10 -0.20 -0.10 0.00 0.10 0.20 -0.20 -0.10 0.00 0.20 Tempo (s) Tempo (s) (a) (b)

 $---f_0 = 0$ Hz $---f_0 = 10$ Hz

Já em relação às velocidades instantâneas, observa-se na Fig. 5.12.(b) que a velocidade máxima com o efeito de oscilação é cerca de 1,7 vezes maior do que a velocidade máxima

sem o efeito de oscilação, o que demonstra que quanto maior a velocidade do trem, menor é a influência do efeito de oscilação da carga na velocidade máxima do solo. Como já observado, as velocidades instantâneas com e sem o efeito de oscilação tendem a zero com o aumento do tempo, porém, quando a oscilação é considerada, as respostas propagam por uma duração mais longa.

Na Fig. 5.13.(a), a velocidade do trem é de 252 km/h, e também pode ser notado o mesmo comportamento dos deslocamentos com o efeito da oscilação discutido na Fig. 5.10.(a), porém a oscilação é menor, se aproximando mais da envoltória dos deslocamentos sem o efeito de oscilação.

Em se tratando das velocidades instantâneas, observa-se na Fig. 5.13.(b) que a velocidade máxima com o efeito de oscilação é apenas 1,25 vezes maior do que a velocidade máxima sem o efeito de oscilação, comprovando que a influência do efeito de oscilação da carga na velocidade máxima do solo diminui com o aumento da velocidade do trem. Quando a oscilação é considerada, as respostas propagam por uma duração mais longa até tender a zero do que quando ela é desprezada. Porém, nota-se na Fig. 5.13.(b) que as respostas com oscilação tendem a zero mais rapidamente do que para os demais casos já discutidos.





Para a Fig. 5.14, a velocidade do trem é de 324 km/h, que se aproxima da velocidade das ondas de Rayleigh no solo. Na Fig. 5.14.(a), observa-se que o comportamento dos

deslocamentos com o efeito da oscilação já é quase coincidente com os deslocamentos sem este efeito. Em relação às velocidades instantâneas da Fig. 5.14.(b), constata-se também que as respostas com o efeito de oscilação se aproximam muito das respostas sem oscilação, sendo que a razão entre as velocidades máximas para cada caso é de 1,05. Ambas as respostas também tendem a zero com o aumento do tempo.

Figura 5.14 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a velocidade do trem de 324 km/h com as frequências de oscilação



$$---f = 0$$
 Hz $---f = 10$ Hz

Em geral, nota-se nas Figuras 5.10 a 5.14 que a influência do efeito de oscilação nos deslocamentos máximos é diferente da influência nas velocidades máximas. Enquanto que os deslocamentos máximos são mantidos com o efeito da oscilação, as velocidades máximas aumentam o seu valor, e quanto menor é a velocidade do trem, maior é esse aumento.

Comparando os deslocamentos e velocidades no tempo para o caso da carga de roda estática $(f_0 = 0)$ com o caso da carga de roda dinâmica $(f_0 = 10 \text{ Hz})$, observa-se que as respostas oscilam e propagam por uma duração mais longa até tender a zero no caso da carga de roda dinâmica, e este comportamento diminui com o aumento da velocidade do trem. Sendo assim, quanto menor é a velocidade do trem, maiores são as oscilações de contração e dilatação das respostas de deslocamento e de velocidade instantênea com a consideração da carga dinâmica.

Como já abordado na seção 3.2.1, a força de interação exata entre as rodas e os trilhos só pode ser encontrada quando os vagões do trem, juntamente com a pista e o solo, forem precisamente incluídos em um modelo analítico e considerando um modelo matemático que

91

caracterize com exatidão as irregularidades geométricas dos trilhos e das rodas. Sendo assim, para o caso da carga com o efeito de oscilação, os resultados apresentados nas Figuras 5.10 a 5.14 são uma ilustração meramente qualitativa da influência do componente dinâmico da carga do veículo em vibrações no solo.

5.6. TRILHO

Na análise paramétrica do trilho, foram considerados os trilhos TR-57 e UIC-60, que são utilizados no Brasil e cujas características descritas pela norma ABNT NBR 7590 (2012) se encontram na Tabela 5.3. Uma carga de 10 T elasticamente distribuída move-se a uma velocidade constante de 324 km/h, sobre um solo com as propriedades expostas na seção 5.1.

Trilho	kg/m	Área da seção transversal (cm ²)	Momento de inércia (cm ⁴)	Módulo de resistência do boleto (cm ³)
TR-57	56,90	72,56	2.730,48	297,00
UIC-60	60,21	76,70	3.038,30	333,60

Tabela 5.3 - Características dos trilhos TR-57 e UIC-60

A partir dos valores de momento de inércia da Tabela 5.3, foram calculados os comprimentos característicos da pista ferroviária para cada trilho de acordo com a Eq. (3.21), considerando a rigidez dos dormentes e do lastro equivalente a 65.800 kN/m², de acordo com Cheng, Au e Cheung (2001), e o módulo de elasticidade do aço de 2,1x10⁸ kN/m². Sendo assim, para o TR-57 o comprimento característico é $\alpha = 0,77$ m, e para o UIC-60, $\alpha = 0,79$ m.

Na Fig. 5.15.(a) e (b), estão apresentados, respectivamente, os deslocamentos e as velocidades instantâneas verticais do solo, com a variação do tipo de trilho e com o ponto de observação em (x, y, z) = (0, 0, 1).

Nota-se na Fig. 5.15.(a) que as curvas de deslocamento referentes aos três tipos de trilho possuem o mesmo comportamento e são muito próximas. O deslocamento W_z aumenta à medida que a carga se aproxima do ponto de observação, atingindo seu valor máximo quando a carga está aplicada sobre ele, em t = 0. Quando a carga se afasta deste ponto, o deslocamento diminui, tendendo a zero.

Na Fig. 5.15.(b), também é percebido que as curvas de velocidade referentes aos três tipos de trilho possuem o mesmo comportamento e são muito próximas, uma vez que estão relacionados com os deslocamentos da Fig. 5.15.(a). As velocidades instantâneas são positivas

antes de passar pelo ponto de observação, negativas após esse ponto e nulas quando estão sobre ele.



Figura 5.15 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical com o trilho

Na Tabela 5.4, são destacados os valores máximos de deslocamento e velocidade para cada caso.

Tabela 5.4 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com o trilho

Trilho	Comprimento característico α (m)	Máx. deslocamento W_z (mm)	Máx. velocidade W_z (mm/s)
Yang e Hung (2009)	0,80	3,48	465,17
TR-57	0,77	3,62	483,29
UIC-60	0,79	3,52	471,06

Percebe-se na Fig. 5.15.(a) e (b) que quanto menor o comprimento característico da pista ferroviária, maiores são os deslocamentos e velocidades do solo. Como o comprimento característico é diretamente proporcional ao momento de inércia do trilho, tem-se que o momento de inércia é inversamente proporcional à carga resultante, segundo a Eq. (3.22), e consequentemente ao deslocamento do solo. Dessa forma, quanto menor o momento de inércia do trilho, maiores são os deslocamentos e velocidades do solo.

Sendo assim, o trilho TR-57 corresponde às maiores respostas, seguido do trilho UIC-60 e do trilho adotado por Yang e Hung (2009), conforme consta na Tabela 5.4. É possível notar

também que os valores das respostas do solo são inversamente proporcionais ao comprimento característico do trilho, sob uma dependência linear.

5.7. SOLO

Com a finalidade de avaliar a influência do tipo de solo na resposta final do deslocamento e da velocidade, fez-se uma análise paramétrica através da variação de suas propriedades. Considerando a velocidade do trem de 324 km/h, são analisadas as respostas no tempo para os quatro tipos de solo apresentados na Tabela 5.5, sendo que a argila 1 foi o solo adotado nas seções 5.1 a 5.6 e os demais tipos de solo foram extraídos de Ortigao (2007).

Tipo de solo	<i>c_R</i> (km/h)	<i>cs</i> (km/h)	c_p (km/h)	V
Argila 1	331,2	360	623,52	0,25
Argila 2	513	540	5400	0,49
Cascalho	615,6	648	2700	0,47
Areia	837	900	1728	0,31

Tabela 5.5 - Propriedades dos solos

Considera-se uma carga de 10 T distribuída elasticamente em uma pista com comprimento característico $\alpha = 0,80$ m. Os resultados com o ponto de observação em (x, y, z) = (0, 0, 1) estão ilustrados na Fig. 5.16.(a) e (b) para os deslocamentos e velocidades instantâneas verticais, respectivamente.

Na Fig. 5.16.(a), o comportamento das curvas de deslocamento é o mesmo para os quatro tipos de solo. Percebe-se que o deslocamento W_z aumenta à medida que a carga se aproxima do ponto de observação, atingindo seu valor máximo quando a carga está aplicada sobre ele, em t = 0. Quando a carga se afasta deste ponto, o deslocamento diminui, tendendo a zero. No intervalo de tempo variando entre -0,05 e 0,05 s, tem-se que os deslocamentos da argila 1 são muito maiores do que os deslocamentos dos demais tipos de solo.

Na Fig. 5.16.(b), também nota-se que o comportamento das curvas de velocidade instantânea é o mesmo para os quatro tipos de solo, uma vez que estão relacionados com os deslocamentos da Fig. 5.16.(a). Da mesma forma, tem-se que as velocidades da argila 1 são muito maiores do que as velocidades dos demais tipos de solo.



Figura 5.16 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical com o solo

Na Tabela 5.6, são destacados os valores máximos de deslocamento e velocidade instantânea para cada tipo de solo.

Solo	<i>c_R</i> (km/h)	Máx. deslocamento W_z (mm)	Máx. velocidade W_z (mm/s)
Argila 1	331,2	3,48	465,35
Argila 2	513	0,28	18,70
Cascalho	615,6	0,18	11,26
Areia	837	0,10	5,57

Tabela 5.6 - Variação dos máximos deslocamentos e velocidades W_z com o tipo de solo

As maiores respostas de deslocamento e velocidade ocorrem para a argila 1 devido ao fato de que a velocidade crítica do tráfego do trem é quando esta se aproxima da velocidade das ondas de Raleigh no solo considerado. Como a velocidade do trem de 324 km/h se aproxima mais da velocidade c_R da argila 1, nela ocorreu as maiores respostas.

Na Tabela 5.6, nota-se claramente que os valores de deslocamento e velocidade máximos são maiores para os solos com velocidade c_R mais próximos da velocidade do trem, sendo em ordem decrescente a argila 1, a argila 2, o cascalho e a areia.

Na Fig. 5.17, tem-se os deslocamentos máximos para cada tipo de solo, em relação ao fator M_2 , que varia entre 0,1 e 0,9. Pôde-se notar que, para cada tipo de solo, o deslocamento obteve seu ápice quando a velocidade do trem se aproximou da velocidade crítica, que equivale à velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado. Percebe-se que quanto maior a velocidade das ondas de Rayleigh no solo, menores são as respostas de deslocamento, considerando a velocidade subcrítica do trem.



Figura 5.17 - Deslocamentos máximos com a variação do solo

5.8. DISTÂNCIA DO PONTO DE OBSERVAÇÃO À PISTA

A fim de verificar a influência da distância transversal do ponto de observação à pista na resposta final do deslocamento e da velocidade instantânea, é desenvolvida uma análise paramétrica variando a velocidade do trem de 36 km/h a 324 km/h, considerando os mesmos dados de entrada da seção 5.3.

Assim, foram executadas envoltórias para os deslocamentos e velocidades instantâneas máximos do solo, considerando a coordenada y do ponto de observação variável de 0 a 40 m. Assumindo que as demais coordenadas do ponto de observação são x = 0 e z = 1 m, obtêm-se as respostas do solo, representadas na Fig. 5.18.(a) e (b), respectivamente.

A partir da Fig. 5.18.(a), pode-se constatar que os deslocamentos máximos do solo diminuem com o aumento da distância transversal do ponto de observação à pista. Para a velocidade mais alta do trem (324 km/h), a qual se aproxima da velocidade das ondas de Rayleigh no

solo considerado, tem-se as maiores respostas e elas são atenuadas mais lentamente com o aumento da distância à pista do que para as demais velocidades do trem. Analisando o gráfico também é possível visualizar que os maiores deslocamentos para todas as velocidades se concentram a aproximadamente 10 m de distância da pista, tendendo a zero mais rapidamente a partir deste ponto.



Figura 5.18 - (a) Deslocamento vertical; (b) Velocidade instantânea vertical para a velocidade do trem

Analisando a Fig. 5.18.(b), percebe-se o mesmo comportamento da Fig. 5.18.(a), onde as velocidades instantâneas máximas do solo diminuem com o aumento da distância transversal do ponto de observação à pista. Nota-se que as maiores velocidades instantâneas se concentram a cerca de 5 m de distância da pista, tendendo a zero mais rapidamente a partir deste ponto.

Os valores máximos dos deslocamentos do solo obtidos na Figura 5.18.(a) são apresentados na Tabela 5.7 para os pontos de observação localizados a 0 m, 10 m, 20 m, 30 m e 40 m de distância transversal da pista, conforme ilustrado na Fig. 5.19.

Para estes pontos de observação, os valores máximos das velocidades instantâneas do solo são representados nas Tabelas 5.8 e 5.9, e então são comparados com os critérios estabelecidos pela FRA (2012) em relação ao uso humano da construção e com os critérios prescritos pela DIN-4150-3 (1999) em relação ao impacto à construção, respectivamente.



Figura 5.19 - Posicionamento dos pontos de observação

	-				-
Velocidade do		Máx. c	leslocamento W	z (mm)	
trem (km/h)	y = 0 m	y = 10 m	y = 20 m	y = 30 m	y = 40 m
324	3,48	0,47	0,23	0,16	0,12
252	0,97	0,066	0,033	0,022	0,016
180	0,73	0,046	0,023	0,015	0,011
108	0,65	0,039	0,020	0,013	0,0098
36	0,61	0,037	0,018	0,012	0,0092

Tabela 5.7 – Variação dos deslocamentos máximos W_z com a distância transversal da pista

Tabela 5.8 – Variação das velocidades máximas W_z com a distância transversal da pista e comparação com os critérios da FRA (2012) - Não aceitável Aceitável

Velocidade do		Máx.	velocidade W_z (mm/s)	
trem (km/h)	y = 0 m	y = 10 m	y = 20 m	y = 30 m	y = 40 m
324	465,17	12,17	3,16	1,41	0,78
252	54,21	0,32	0,080	0,035	0,019
180	23,94	0,11	0,027	0,011	0,0046
108	11,46	0,049	0,011	0,0037	0,0018
36	3,47	0,014	0,0033	0,0012	0,00053

Velocidade do		Máx.	velocidade W_z (1	mm/s)	
trem (km/h)	y = 0 m	y = 10 m	<i>y</i> = 20 m	y = 30 m	y = 40 m
324	465,17	12,17	3,16	1,41	0,78
252	54,21	0,32	0,080	0,035	0,019
180	23,94	0,11	0,027	0,011	0,0046
108	11,46	0,049	0,011	0,0037	0,0018
36	3,47	0,014	0,0033	0,0012	0,00053

Tabela 5.9 – Variação das velocidades máximas W_z com a distância transversal da pista e comparação com os critérios da DIN-4150-3 (1999) - Não aceitável Aceitável

Então é feita a comparação dos valores encontrados na Tabela 5.8 com os critérios das Tabelas 2.2 e 2.3, que apresentam os níveis máximos de vibração de acordo com o uso humano da construção, de acordo com a Federal Railroad Administration (2012). Para a velocidade do trem de 324 km/h, tem-se que as velocidades do solo em todos os pontos pertencentes à faixa de 40 m estão acima dos níveis aceitáveis, cujo menor valor é 0,05 mm/s para construções de categoria 1, salas de concerto, estúdios de TV e estúdios de gravação. Para a velocidade do trem de 252 km/h, até cerca de 20 m da pista, as velocidades do solo ultrapassam os níveis mínimos aceitáveis. Em relação à velocidade do trem de 180 km/h, isso ocorre até aproximadamente 10 m da pista. Já para as velocidades do trem de 108 km/h e 36 km/h, as velocidades do solo ultrapassam os níveis mínimos aceitáveis até aproximadamente 5 m da pista.

Os resultados apresentados na Tabela 5.9 são comparados com os critérios estabelecidos pela DIN 4150-3 (1999) representados na Tabela 2.4, que indicam os níveis máximos de vibração em relação ao impacto à construção. Para a velocidade do trem de 324 km/h, tem-se que as velocidades do solo até aproximadamente 20 m da pista estão acima dos níveis aceitáveis, cujo menor valor é de 3 mm/s para edifícios delicados. Para as velocidades do trem de 252 km/h, 180 km/h e 108 km/h, apenas a uma curta distância da pista (inferior a 10 m) as velocidades do solo ultrapassam os níveis mínimos aceitáveis. Já para a velocidade do trem de 36 km/h, tem-se que as velocidades do solo até aproximadas do solo em praticamente todos os pontos pertencentes à faixa de 40 m estão abaixo dos níveis aceitáveis.

Sendo assim, após a definição da velocidade operacional da ferrovia, a análise da área de impacto da vibração nas construções vizinhas é fundamental para a definição da largura da faixa de domínio, a qual representa a área não edificável destinada apenas à construção e

operação da ferrovia, sendo limitada pelo alinhamento das cercas que separam a ferrovia dos imóveis marginais.

CAPÍTULO 6 CONCLUSÃO

Neste capítulo são apresentadas as considerações finais sobre a análise paramétrica da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário e algumas sugestões para trabalhos futuros.

6.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de estudar as vibrações do solo induzidas pelo tráfego de trens a uma velocidade inferior à velocidade das ondas de Rayleigh, foi desenvolvido um programa computacional através da ferramenta numérica MATLAB. Este programa foi validado através da comparação com os resultados obtidos por Yang e Hung (2009), considerando o trem representado por uma carga pontual móvel e o solo como um semi-espaço homogêneo, elástico, isotrópico e linear. Na comparação, as respostas de ambos foram coincidentes, tornando o programa desenvolvido válido para uma análise paramétrica do problema proposto.

Para um trem em movimento, infere-se que as suas cargas verticais são muito maiores que as suas cargas longitudinais e transversais. Por isso, foi considerada apenas a vibração causada por uma carga pontual vertical ao solo. Constatou-se que, assim como para o carregamento, os deslocamentos verticais do solo são superiores aos deslocamentos longitudinais e transversais. Sendo assim, as respostas se concentraram em deslocamentos e velocidades instantâneas verticais do solo causados por cargas pontuais verticais.

Os deslocamentos máximos do solo para a carga estática transmitida pela roda do trem diretamente ao solo são maiores do que para a carga de roda distribuída elasticamente pela pista ferroviária. Sendo assim, o modelo de carregamento adotado para a análise paramétrica é a carga de roda distribuída elasticamente, já que este modelo descreve com maior exatidão o estado da arte, considerando a rigidez à flexão do trilho e o suporte elástico exercido pelos dormentes e pelo lastro.

A seguir, são apresentadas as principais observações e conclusões pertinentes em cada análise paramétrica.

• Velocidade do trem:

- O deslocamento vertical do solo aumenta à medida em que a carga se aproxima do ponto de observação, atingindo seu valor máximo quando a carga está aplicada sobre ele. Quando a carga se afasta deste ponto, o deslocamento diminui, tendendo a zero.
- Como a carga do trem é pontual, ela atua como um impulso, cuja duração tende a zero, o que explica a concentração dos maiores valores de deslocamentos verticais próximos do ponto de aplicação da carga.
- Quanto menor a velocidade do trem, mais suave é esse impulso. Consequentemente, é observado que ao afastar do ponto de observação, os deslocamentos do solo correspondentes a velocidades mais altas do trem tendem a zero mais rapidamente do que os deslocamentos correspondentes a velocidades mais baixas.
- Para t < 0 as velocidades verticais instantâneas do solo são positivas, para t > 0 elas são negativas e em t = 0 a velocidade é nula.
- Quanto maior a velocidade do trem, maiores são os valores de deslocamento e velocidade verticais máximos do solo.
- Os maiores deslocamentos e velocidades verticais ocorrem quando a velocidade do trem se aproxima da velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado. Sendo assim, pode-se dizer que ela é uma velocidade crítica para o tráfego ferroviário.
- Carga do trem:
 - Quanto maior a carga correspondente ao peso do trem em cada roda, maiores são os deslocamentos e velocidades do solo. As respostas do solo são diretamente proporcionais à carga aplicada, sob uma dependência linear.
- Interação entre a roda e o trilho:
 - Comparando os deslocamentos e velocidades do solo no tempo para o caso da carga de roda estática com o caso da carga de roda dinâmica, observa-se que as respostas oscilam e propagam por uma duração mais longa até tender a zero no caso da carga de roda dinâmica, e este comportamento diminui com o aumento da velocidade do trem.

- A consideração do termo dinâmico da carga não influencia no deslocamento máximo do solo. Já a velocidade máxima do solo aumenta o seu valor, e quanto menor é a velocidade do trem, maior é esse aumento.
- Os resultados apresentados considerando a carga com o efeito de oscilação são uma ilustração meramente qualitativa da influência do componente dinâmico da carga do veículo em vibrações no solo.
- Trilho:
 - Quanto menor o momento de inércia do trilho, menor o comprimento característico da pista ferroviária. Consequentemente, maiores são os deslocamentos e velocidades instantâneas do solo. As respostas do solo são inversamente proporcionais ao comprimento característico da pista, sob uma dependência linear.
- Solo:
 - Os valores de deslocamento e velocidade máximos são maiores para os solos com velocidade das ondas de Rayleigh mais próximas da velocidade do trem.
 - Para cada tipo de solo, o deslocamento atinge seu ápice quando a velocidade do trem se aproxima da velocidade crítica do solo.
 - Quanto maior a velocidade das ondas de Rayleigh no solo, menores são as respostas de deslocamento, considerando a velocidade subcrítica do trem.
- Distância do ponto de observação à pista:
 - Os deslocamentos e as velocidades máximas do solo diminuem com o aumento da distância transversal do ponto de observação à pista.
 - Quanto mais a velocidade do trem se aproxima da velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado, maiores são as respostas do solo e elas são atenuadas mais lentamente com o aumento da distância do ponto de observação à pista.

Os resultados da seção 5.8, obtidos através da variação da distância do ponto de observação à pista, foram comparados com os níveis máximos de vibração de acordo com o uso humano da construção, definido pela Federal Railroad Administration (2012), e de acordo com o tipo de construção, segundo a DIN 4150-3 (1999). Para cada velocidade do trem, foi verificada a distância da pista cujas velocidades instantâneas do solo ultrapassam os critérios aceitáveis, representando a faixa lateral à pista onde não poderia haver uma construção, dependendo do seu tipo e uso.

Sendo assim, após a definição da velocidade operacional da ferrovia, a análise da área de impacto da vibração nas construções vizinhas é fundamental para a definição da largura da faixa de domínio, a qual representa a área não edificável destinada apenas à construção e operação da ferrovia.

Pode-se concluir que para uma análise precisa da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário, é necessário o conhecimento dos valores exatos das propriedades do solo. A velocidade crítica do trem, equivalente à velocidade das ondas de Rayleigh no solo considerado, governa diretamente as respostas do solo, elevando a vibração.

Em relação ao modelo do trem e da pista ferroviária, conclui-se que a simplificação realizada no presente trabalho, por representá-los através de uma carga pontual elasticamente distribuída sobre a pista, não considera todos os componentes do trem e nem a completa interação com a pista. Ainda assim, de acordo com Correa (2003), a força estática no ponto de contato da roda sobre o trilho, se movendo a uma velocidade constante, pode ser utilizada para a modelagem da carga de veículos ferroviários quando o efeito de inércia dos veículos for muito menor que o seu peso próprio, podendo assim ser desprezado.

O método de Eason (1965) utilizado se limita ao estudo das vibrações do solo induzidas por trens a uma velocidade inferior à velocidade das ondas de Rayleigh. Considerando que "os trens a velocidades superiores a 250 km/h são considerados de alta velocidade", de acordo com Lacerda (2008), conclui-se que as velocidades utilizadas neste método são de importância suficiente para garantir uma investigação.

Portanto, pode-se afirmar que o estudo do impacto das vibrações do solo induzidas pelo tráfego ferroviário contribui para um maior entendimento a respeito deste fenômeno, bem como possibilita uma melhor concepção de projeto e de sistemas de mitigação para problemas existentes. Sendo assim, o programa computacional desenvolvido pode subsidiar laudos

técnicos que têm como finalidade avaliar o impacto da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário nas edificações próximas a ferrovias.

6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O comportamento da vibração do solo induzida pelo tráfego ferroviário está condicionado a diversos fatores, dentre eles foram analisados a carga e a velocidade do trem, o tipo de trilho, as propriedades do solo e a distância entre o ponto de observação e a pista. Mas há outras características que podem ser analisadas para colaborar no compreendimento deste fenômeno, como sugerido a seguir:

- Considerar os modelos dinâmicos discretos A1, A2 e A3 deduzidos nas seções 3.1.2.2,
 3.1.2.3 e 3.1.2.4, respectivamente, e desenvolver a interação dinâmica trem-pista-solo;
- Resolver as componentes do deslocamento das Equações (3.77) a (3.79) para as velocidades transcríticas e supercríticas do trem, analisando o comportamento das vibrações do solo;
- Considerar as irregularidades mais frequentes das rodas do veículo e da pista ferroviária, através de análises probabilísticas de várias amostras;
- Analisar os efeitos de sistemas de mitigação das vibrações no solo, tais como trincheiras abertas e preenchidas usadas como barreira;
- Para uma simulação mais completa, utilizar modelos tridimensionais dos veículos para simulação da carga dinâmica, juntamente com a modelagem tridimensional dos trilhos, dormentes, lastro e solo.

REFERÊNCIAS

ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7590:** Trilho Vignole – Requisitos. Rio de Janeiro, 2012, 43 p.

AMICK, H. On generic vibration criteria for advanced technology facilities: with a tutorial on vibration data representation. **Journal of the Institute of Environmental Sciences**, Califórnia, v. XL, n. 5, p. 35-44, 1997.

ANDERSEN, L.; JONES, C. J. C. Coupled boundary and finite element analysis of vibration from railway tunnels: a comparison of two- and three-dimensional models. **Journal of Sound and Vibration**, Denmark, v. 293, p. 611-625, 2006.

ANTF: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS TRANSPORTADORES FERROVIÁRIOS, disponível em <u>http://www.antf.org.br/index.php/material-rodante</u>, capitulado em 22 de Abril de 2015.

BAHREKAZEMI, M. **Train-induced ground vibration and its prediction**. 2004. 168 f. Tese (Doutorado em Mecânica dos Solos e das Rochas) – Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura, Instituto Real de Tecnologia, Estocolmo, 2004.

BALENDRA, T.; CHUA, K. H.; LO, K. W.; LEE, S. L. Steady-state vibration of subwaysoil-building system. **Journal of Engineering Mechanics**, Singapore, v. 115, n. 1, p. 145-162, 1989.

BIAN, X.; JIANG, H.; CHANG, C.; HU, J.; CHEN, Y. Track and ground vibrations generated by high-speed train running on ballastless railway with excitation of vertical track irregularities. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, China, v. 76, p. 29-43, 2015.

BRONSERT, J.; BAEBLER, M.; CUÉLLAR, P.; RÜCKER, W. Numerical modeling of train-track-interaction at bridge transition zones considering the long-term behavior. *In*: 11th INTERNATIONAL CONFERENCE ON VIBRATION PROBLEMS, 2013, Lisbon, Portugal. **Proceedings...** Lisbon, 2013, p. 1-10.

CBTU: COMPANHIA BRASILEIRA DE TRENS URBANOS, disponível em <u>http://www.cbtu.gov.br/index.php/pt/galerias/fotos/natal/images/natal</u>, capitulado em 22 de Abril de 2015.

CHENG, Y. S.; AU, F. T. K.; CHEUNG, Y. K. Vibration of railway bridges under a moving train by using bridge-track-vehicle element. **Engineering Structures**, China, v. 23, p. 1597-1606, 2001.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures.** 3. ed. Estados Unidos: Computers & Structures, Inc, 2003. 730 p.

CNT, disponível em <u>http://www.cnt.org.br/Boletim/boletim-estatistico-cnt</u>, capitulado em 28 de Junho de 2016.

CORREA, W. L. **Controle das vibrações induzidas pela interação dinâmica entre trenstrilhos-dormentes-estrutura de aço de pontes ferroviárias.** 2008. 216 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
COSTA, P. A.; CALÇADA, R.; CARDOSO, A. S. Track–ground vibrations induced by railway traffic: In-situ measurements and validation of a 2.5D FEM-BEM model. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Portugal, v. 32, p. 111-128, 2012.

COSTA, P. M. B. A. **Vibrações do sistema via-maciço induzidas por tráfego ferroviário:** modelação numérica e validação experimental. 2011. 436 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2011.

DAWN, T. M.; STANWORTH, C. G. Ground vibrations from passing trains. Journal of Sound and Vibration, England, v. 66, n. 3, p. 355-362, 1979.

DIN: DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 4150-3:** Structural vibration – Part 3: Effects of vibration on structures. Alemanha, 1999, 11 p.

DNIT: DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. **ISF 212:** Projeto de superestrutura da via permanente conjunto lastro, sublastro e camada final de terraplanagem. Brasília, 2012, 8 p.

EASON, G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force. **International Journal of Engineering Science**, Grã Bretanha, v. 2, p. 581-609, 1965.

ESVELD, C. Modern railway track. 3. ed. West Germany: MRT-Productions, 2014. 725 p.

FEDERAL RAILROAD ADMINISTRATION. **High-Speed Ground Transportation Noise** and **Vibration Impact Assessment**. Washington, D C, 2012, 248 p.

GALVÍN, P.; DOMÍNGUEZ, J. Analysis of ground motion due to moving surface loads induced by high-speed trains. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, Spain, v. 31, p. 931-941, 2007.

GUTOWSKI, T. G.; DYM, C. L. Propagation of ground vibration: a review. Journal of Sound and Vibration, Estados Unidos, v. 49, n. 2, p. 179-193, 1976.

HALL, L. Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Sweden, v. 23, p. 403-413, 2003.

ISO: INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 10811-1:** Mechanical vibration and shock – Vibration and shock in buildings with sensitive equipment – Part 1: Measurement and evaluation. Geneva, 2000, 22 p.

ISO: _____. **ISO 10811-2:** Mechanical vibration and shock – Vibration and shock in buildings with sensitive equipment – Part 2: Classification. Geneva, 2000, 18 p.

ISO: _____. **ISO 2631-1:** Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements. Suíça, 1997, 33 p.

ISO: _____. **ISO 4866:** Mechanical vibration and shock – Vibration of fixed structures – Guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on structures. Índia, 2010, 44 p.

KALOUSEK, J.; GRASSIE, S. Rail corrugation: causes and cures. **International Railway Journal and Rapid Transit Review**, New York, v. 40, n. 7, p. 24-26, 2000.

KOUROUSSIS, G.; VAN PARYS; L.; CONTI, C.; VERLINDEN, O. Using threedimensional finite element analysis in time domain to model railway-induced ground vibrations. **Advances in Engineering Software**, Belgium, v. 70, p. 63-76, 2014. KRYLOV, V. Generation of ground vibrations by superfast trains. **Applied Acoustics**, Nottingham, v. 44, p. 149-164, 1995.

KRYLOV, V.; FERGUSON, C. Calculation of low-frequency ground vibrations from railway trains. **Applied Acoustics**, Nottingham, v. 42, p. 199-213, 1994.

LACERDA, S. M. Trens de alta velocidade: Experiência internacional. **Revista de BNDES**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 29, p. 61-80, 2008.

LAMB, H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. **Philosophical Transactions**, Londres, v. 203, p. 1-42, 1903.

LOMBAERT, G.; DEGRANDE, G. Ground-borne vibration due to static and dynamic axle loads of InterCity and high-speed trains. **Journal of Sound and Vibration,** Bélgica, v. 319, p. 1036-1066, 2009.

MADSHUS, C.; BESSASON, B.; HARVIK, L. Prediction model for low frequency vibration from high speed railways on soft ground. **Journal of Sound and Vibration**, Norway, v. 193, n. 1, p. 195-203, 1996.

MELKE, J.; KRAEMER, S. Diagnostic methods in the control of railway noise and vibration. **Journal of Sound and Vibration**, Germany, v. 87, n. 2, p. 377-386, 1983.

MILLER, G. F.; PURSEY, H. On the partition of energy between elastic waves in a semiinfinite solid. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, Middlesex, v. 233, n. 1192, p. 55-69, 1955.

MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES. **Plano Nacional de Logística e Transportes:** Relatório Executivo. Brasília, 2007, 70 p.

NEJATI, H. R.; AHMADI, M.; HASHEMOLHOSSEINI, H. Numerical analysis of ground surface vibration induced by underground train movement. **Tunnelling and Underground Space Technology**, Iran, v. 29, p. 1-9, 2012.

NELSON, J. T.; SAURENMAN, H. A prediction procedure for rail transportation groundborne noise and vibration. **Transportation Research Record**, Washington, v. 1143, p. 26-35, 1987.

ORTIGAO, J. A. R. **Wave propagation and microstrain behaviour of soils.** 1. ed. Rio de Janeiro: Terratek, 2007. 44 p.

PAZ, M. **Structural Dynamics**. 2. ed. New York: Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1985. 561 p.

RANDON, disponível em <u>http://www.randon.com.br/pt/products/v/vagoes-ferroviarios/vagoes-ferroviarios</u>, capitulado em 13 de Maio de 2016.

ROMERO, P. M. Interacción vehículo-estructura y efectos de resonancia en puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad. 2002. 383 f. Tese (Doutorado) – Department Mecánica Estructural y Construcciones Industriales, E. T. S. I. Industriales (UPM), Madrid, 2002.

SADD, M. H. **Elasticity:** Theory, applications, and numerics. 1. ed. Oxford: Elsevier Butterworth Heinemann, 2005. 474 p.

SHENG, X.; JONES, C.J.C.; THOMPSON, D.J. Prediction of ground vibration from trains using the wavenumber finite and boundary element methods. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 293, p. 575-586, 2006.

SP SWEDISH NATIONAL TESTING AND RESEARCH INSTITUTE. **Prediction of ground vibration from railways**. Sweden, 2000, 103 p.

VALEC. **Especificação de serviço de superestrutura:** Construção da superestrutura. Brasília, 2012, 18 p.

VALEC. Projeto de superestrutura. Brasília, 2011, 4 p.

VERBRAKEN, H.; LOMBAERT, G.; DEGRANDE, G. Verification of an empirical prediction method for railway induced vibrations by means of numerical simulations. **Journal of Sound and Vibration**, Belgium, v. 330, p. 1692-1703, 2011.

WITH, C.; BAHREKAZEMI, M.; BODARE, A. Validation of an empirical model for prediction of train-induced ground vibrations. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Sweden, v. 26, p. 983-990, 2006.

WOLF, J. P.; SONG, C. Finite-element modelling of unbounded media. *In*: 11th WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 1996, Mexico. **Proceedings...** Switzerland: Elsevier Science Ltd., 1996, v 70.

WOODS, R. D. Screening of surface waves in soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Michigan, v. 4, p. 951-979, 1968.

XIA, H.; CAO, Y. M.; DE ROECK, G. Theoretical modeling and characteristic analysis of moving-train induced ground vibrations. **Journal of Sound and Vibration**, Belgium, v. 329, p. 819-832, 2010.

XIA, H.; ZHANG, N.; CAO, Y. M. Experimental study of train-induced vibrations of environments and buildings. **Journal of Sound and Vibration**, China, v. 280, p. 1017-1029, 2005.

YANG, Y. B.; HUNG, H. H. A 2.5D finite/infinite element approach for modelling viscoelastic bodies subjected to moving loads. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v 51, p. 1317-1336, 2001.

YANG, Y. B.; HUNG, H. H. **Wave propagation for train-induced vibrations:** A finite/infinite element approach. 1. ed. Singapura: World Scientific Publishing Company, 2009. 471 p.

YANG, Y. B.; KUO, S. R.; HUNG, H. H. Frequency-independent infinite elements for analysing semi-infinite problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 39, p. 3553-3569, 1996.