

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO
COORDENAÇÃO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO DE TRAJETOS E ALOCAÇÃO DE TORRES EM
PROJETOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS

CAIO JOSÉ FERNANDES PÓVOA

GOIÂNIA
2018

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: Dissertação Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

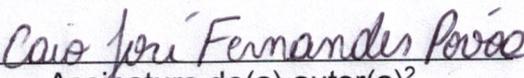
Nome completo do autor: Caio José Fernandes Póvoa

Título do trabalho: Estratégias de Otimização de Trajetos e Alocação de Torres em Projetos de Linhas de Transmissão Aéreas

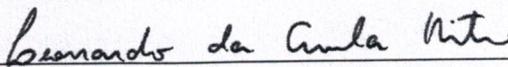
3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:



Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 02 / 04 / 2018

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

CAIO JOSÉ FERNANDES PÓVOA

**ESTRATÉGIAS DE OTIMIZAÇÃO DE TRAJETOS E ALOCAÇÃO DE TORRES EM
PROJETOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS**

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação – EMC UFG, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
ORIENTADOR: PROF. DR. LEONARDO DA CUNHA BRITO

GOIÂNIA

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Fernandes Póvoa, Caio José
Estratégias de Otimização de Trajetos e Alocação de Torres em Projetos de Linhas de Transmissão Aéreas [manuscrito] / Caio José Fernandes Póvoa. - 2018.
97 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo da Cunha Brito.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia, 2018.

Bibliografia.

Inclui mapas, abreviaturas, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Otimização. 2. Linha de transmissão aérea. 3. Computação Evolucionária. 4. Nelder-Mead. 5. Algoritmo memético. I. da Cunha Brito, Leonardo, orient. II. Título.

CDU 621.3



Ata de Defesa de Dissertação de Mestrado

Ata da sessão de julgamento da Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, área de concentração Engenharia de Computação, do candidato **CAIO JOSÉ FERNANDES PÓVOA**, realizada em 22 de março de 2018.

Aos vinte e dois dias do mês de março de dois mil e dezoito, às 15:30 horas, na sala Caryocar brasiliensis, bloco "A" da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Universidade Federal de Goiás (UFG), reuniram-se os seguintes membros da Comissão Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, os Doutores: Leonardo da Cunha Brito – Orientador (EMC/UFG), Marcos Lajovic Carneiro – PUC/Go e Geyverson Teixeira de Paula – EMC/UFG para julgar a Dissertação de Mestrado de **Caio José Fernandes Póvoa**, intitulada **"Estratégias de Otimização de Trajetos e Alocação de Torres em Projetos de Linhas de Transmissão Aéreas"**, apresentada pelo candidato como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre, em conformidade com a regulamentação em vigor. O Professor Doutor Leonardo da Cunha Brito, Presidente da Comissão, abriu a sessão e apresentou o candidato que discorreu sobre seu trabalho, após o que, foi arguido(a) pelos membros da Comissão na seguinte ordem: Marcos Lajovic Carneiro e Geyverson Teixeira de Paula. A parte pública da sessão foi então encerrada e a Comissão Examinadora reuniu-se em sessão reservada para deliberar. A Comissão julgou então que o candidato, tendo demonstrado conhecimento suficiente, capacidade de sistematização e argumentação sobre o tema de sua Dissertação, foi considerado **aprovado** e deve satisfazer as exigências listadas na Folha de Modificação, em anexo a esta Ata, no prazo máximo de 60 dias, ficando o professor orientador responsável por atestar o cumprimento destas exigências. Os membros da Comissão Examinadora descreveram as justificativas para tal avaliação em suas respectivas Folhas de Avaliação, anexas a esta Ata. Nada mais havendo a tratar, o presidente da Comissão declarou encerrada a sessão. Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-graduação desta Universidade, a presente Ata foi lavrada, lida e, julgada conforme, segue assinada pelos membros da Comissão supracitados e pelo candidato. Goiânia, 22 de março de 2018.

Comissão Examinadora designada:

- Leonardo da Cunha Brito
Prof. Dr. Leonardo da Cunha Brito - Orientador (EMC/UFG) (Avaliação: APROVADO)
- Marcos Lajovic Carneiro
Prof. Dr. Marcos Lajovic Carneiro – PUC/GO (Avaliação: APROVADO)
- Paula
Prof. Dr. Geyverson Teixeira de Paula – EMC/UFG (Avaliação: APROVADO)
- _____
Prof. Dra. Cacilda de Jesus Ribeiro – EMC/UFG (Avaliação: _____)
- _____
Prof. Dr. Leonardo Rodrigues Araújo Xavier de Menezes – UnB (Avaliação: _____)

Candidato:

Caio José Fernandes Póvoa
CAIO JOSÉ FERNANDES PÓVOA

Dedico este trabalho à minha família e amigos pelo apoio fornecido ao longo desta fase acadêmica da minha vida. Dedico também ao meu orientador Leonardo Brito, fundamental para o desenvolvimento deste projeto, bem como aos demais professores que participaram desta etapa da minha formação. Por fim, e acima de tudo, a Deus, pela força provida em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor Dr. Leonardo da Cunha Brito pela orientação e confiança ao longo do desenvolvimento desta pesquisa. Agradeço também pela disponibilidade e pela ajuda para contornar os obstáculos que surgiram durante este período e pelos conhecimentos apresentados em sala nas disciplinas por ele ministradas.

Ao Professor Dr. Rodrigo Pinto Lemos e à Professora Dra. Ana Cláudia Marques do Valle pelo fornecimento das cartas de recomendação para o meu ingresso no mestrado.

Aos Professores Drs. do Programa de Pós-Graduação da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás pelos conhecimentos apresentados em sala de aula.

À minha família, amigos e a todos que direta ou indiretamente participaram da minha formação, fica aqui o meu agradecimento.

“A persistência é o menor caminho para o sucesso”

Charles Chaplin

RESUMO

Esta dissertação de mestrado descreve métodos de otimização de trajetos e alocação de torres de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica, com o objetivo de obedecer a restrições técnicas, estruturais e construtivas, e de reduzir custos financeiros. As soluções encontradas são apresentadas graficamente a partir da plotagem do perfil da linha de transmissão, e da sua representação em três dimensões sobre o mapa de relevo da região. Para a avaliação dos projetos, utilizam-se elementos de análise estrutural, destacando-se a Análise Estrutural Matricial para o estudo dos esforços e deformações nas torres e seus componentes. São propostos três métodos que utilizam abordagens diferentes. Primeiramente, será considerado um algoritmo de otimização baseado na Computação Evolucionária, caracterizando-se pela aplicação da seleção natural ao longo de gerações, em indivíduos gerados a partir de mutações e recombinações. O segundo algoritmo apresentado é inspirado no consagrado método de Nelder-Mead, sendo as transformações triangulares, por ele apresentadas, adaptadas e implementadas fisicamente a linhas de transmissão. O último método de otimização é uma hibridação dos dois métodos anteriores. Por fim, será feita uma comparação de desempenho dos algoritmos apresentados, a partir da aplicação de cada um deles a três estudos de caso distintos para validá-los.

Palavras-chave: Linha de Transmissão, Energia Elétrica, Otimização, Análise Estrutural, Multiobjetivo, Computação Evolucionária, SOLT-CE, Nelder-Mead, SOLT-NMB, Híbrido, Memético, SOLT-HBD.

ABSTRACT

This dissertation of master degree describes methods of optimizing routes and allocating towers of overhead power lines, with the objective of meeting technical, structural and constructive constraints, and reducing financial costs. The generated solutions are graphically presented through the transmission line profile and its 3-dimension representation upon the elevation map of the area. For the projects evaluation, elements of structural analysis are used, highlighting the Matrix Structural Analysis for the study of efforts and deformations in the towers and their components. Three methods are proposed, each one using different approaches. First, it will be shown an optimization algorithm based on Evolutionary Computation, characterized by the application of natural selection on individuals generated from mutations and genetic crossover. The second algorithm was inspired by the well-known Nelder-Mead optimization method. The triangular transformations addressed in the original method were adapted and physically implemented to transmission lines. The last optimization algorithm presented is a hybridization of the two previous methods. Finally, a performance comparison of the algorithms, in which each one of them will be applied to three different cases, will be carried out in order to validate them.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Exemplo de torre de transmissão	23
Figura 2.2 – Visão lateral de uma torre de transmissão defletida	26
Figura 3.1 – Representação cromossômica das soluções	34
Figura 3.2 – Recombinação gênica	36
Figura 3.3 – Mutação simples	37
Figura 3.4 – Mutação com especiação	38
Figura 3.5 – Trajeto da solução inicial representado no mapa de relevo	40
Figura 3.6 - Fluxograma de geração de novos indivíduos na população	41
Figura 3.7 – Fluxograma do SOLT-CE.....	43
Figura 3.8 – Solução inicial do SOLT-NMB	44
Figura 3.9 – Seleção dos vértices do triângulo (3 torres).....	45
Figura 3.10 – Perturbação inicial no vértice central.....	45
Figura 3.11 – Reflexão do triângulo.....	46
Figura 3.12 – Reflexão do triângulo em trecho sem alinhamento	47
Figura 3.13 – Expansão do triângulo	48
Figura 3.14 – Expansão do triângulo em trecho sem alinhamento	48
Figura 3.15 – Contração do triângulo.....	49
Figura 3.16 – Contração do triângulo em trecho sem alinhamento	50
Figura 3.17 – Encolhimentos do triângulo	50
Figura 3.18 – Encolhimento 1	51
Figura 3.19 – Encolhimento 2	51
Figura 3.20 – Encolhimento 3	52
Figura 3.21 – Encolhimento 4	52
Figura 3.22 – Fluxograma da rodada do SOLT-NMB	54
Figura 3.23 – Fluxograma de decisão ao fim de cada rodada	56
Figura 3.24 – Fluxograma do SOLT-HBD	59
Figura 4.1 – Interface de definição dos pontos de origem e destino da L.T	60
Figura 4.2 – Perfil da L.T.	61
Figura 4.3 – Representação da linha de transmissão sobre o mapa de relevo.....	61
Figura 4.4 – Torre de transmissão simples utilizada nas simulações.....	62

Figura 4.5 – Estrutura em 69kV, circuito simples, suspensão/autoportante/madeira	63
Figura 4.6 – Torre de transmissão estaiada utilizada na simulação	63
Figura 4.7 – Estudo de Caso 1: Trajeto inicial	66
Figura 4.8 – Estudo de Caso 1: Perfil da L.T. da solução inicial	66
Figura 4.9 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso ..	67
Figura 4.10 - Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso ..	68
Figura 4.11 – Processo evolutivo do melhor resultado do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso	68
Figura 4.12 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso	70
Figura 4.13 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso	71
Figura 4.14 – Progresso dos melhores resultados do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso	71
Figura 4.15 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso	72
Figura 4.16 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso	73
Figura 4.17 – Melhores resultados da primeira etapa do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso	73
Figura 4.18 – Evolução da segunda etapa do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso	74
Figura 4.19 – Melhores soluções para o primeiro estudo de caso.....	75
Figura 4.20 – Estudo de Caso 2: Trajeto inicial	76
Figura 4.21 – Estudo de Caso 2: Perfil da L.T. da solução inicial	76
Figura 4.22 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o segundo estudo de caso	77
Figura 4.23 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o segundo estudo de caso ..	78
Figura 4.24 – Processo evolutivo do melhor resultado do SOLT-CE para o segundo estudo de caso	78
Figura 4.25 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso	79
Figura 4.26 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso	80
Figura 4.27 – Progresso dos melhores resultados do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso	80

Figura 4.28 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso	81
Figura 4.29 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso	82
Figura 4.30 – Melhores resultados da primeira etapa do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso	82
Figura 4.31 – Evolução da segunda etapa do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso.....	83
Figura 4.32 – Melhores soluções para o segundo estudo de caso	84
Figura 4.33 – Estudo de Caso 3: Trajeto inicial	85
Figura 4.34 – Estudo de Caso 3: Perfil da L.T. da solução inicial	85
Figura 4.35 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso	86
Figura 4.36 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso ...	87
Figura 4.37 – Processo evolutivo do melhor resultado do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso	87
Figura 4.38 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso	88
Figura 4.39 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso	89
Figura 4.40 – Progresso dos melhores resultados do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso	89
Figura 4.41 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso	90
Figura 4.42 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso	91
Figura 4.43 – Melhores resultados da primeira etapa do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso	91
Figura 4.44 – Evolução da segunda etapa do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso.....	92
Figura 4.45 – Melhores soluções para o terceiro estudo de caso	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Distâncias Básicas de Segurança de uma L.T.	20
Tabela 2.2 – Parâmetros de entrada da Análise Estrutural Matricial	23
Tabela 2.3 – Variáveis de Saída da MSA.....	25
Tabela 2.4 – Itens para estimativa de custo de linhas de transmissão.....	30
Tabela 4.1 – Distância entre o ponto de partida e chegada da L.T.	62
Tabela 4.2 – Custos unitários	64
Tabela 4.3 – Características do cabo condutor.....	64
Tabela 4.4 – Cargas máximas recomendadas para os cabos na condição de trabalho de maior duração, sem dispositivo de proteção contra vibração.....	64
Tabela 4.5 – Parâmetros restritivos considerados nos estudos de caso.....	65
Tabela 4.6 – Critérios de parada adotados	65
Tabela 4.7 – Resultados do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso	67
Tabela 4.8 – Resultados do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso	70
Tabela 4.9 – Resultados do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso.....	72
Tabela 4.10 – Comparação de resultados para o primeiro estudo de caso.....	74
Tabela 4.11 – Resultados do SOLT-CE para o segundo estudo de caso	77
Tabela 4.12 – Resultados do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso	79
Tabela 4.13 – Resultados do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso	81
Tabela 4.14 – Comparação de resultados para o segundo estudo de caso	83
Tabela 4.15 – Resultados do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso.....	86
Tabela 4.16 – Resultados do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso.....	88
Tabela 4.17 – Resultados do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso	90
Tabela 4.18 – Comparação de resultados para o terceiro estudo de caso	92

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CE	Computação Evolucionária
ONS	Operador Nacional do Sistema
SIN	Sistema Interligado Nacional
SOLT-CE	Sistema de Otimização de Linhas de Transmissão – Computação Evolucionária
SOLT-NMB	Sistema de Otimização de Linhas de Transmissão – Nelder-Mead <i>Based</i>
SOLT-HBD	Sistema de Otimização de Linhas de Transmissão – Híbrido
L.T.	Linha de Transmissão
SIG	Sistema de Informação Geográfica
MSA	Análise Estrutural Matricial (<i>Matrix Structural Analysis</i>)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Introdução	15
1.2	Objetivos.....	16
1.3	Estrutura do Trabalho	16
2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E FUNÇÕES-OBJETIVO	18
2.1	Formulação do Problema.....	18
2.2	Parâmetros Restritivos de Avaliação e Fatores de Violação	19
2.2.1	Distância Mínima Cabo-Solo	19
2.2.2	Comprimento dos Vãos	21
2.2.3	Deflexão dos Cabos nas Estruturas de Suporte	21
2.2.4	Deflexão Estrutural das Torres	22
2.2.4.1	Análise Estrutural Matricial	22
2.2.5	Declividade do Terreno	26
2.2.5.1	Declividade ao Longo do Trajeto.....	27
2.2.5.2	Declividade nos Pontos de Instalação das Torres	27
2.3	Funções-Objetivo.....	28
2.3.1	Função-Objetivo Prioritária.....	28
2.3.2	Função-Objetivo Fator de Qualidade	29
2.3.3	Função-Objetivo Avaliação de Custos	30
2.4	Função de Avaliação de Soluções	31
3	ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	33
3.1	Algoritmo 1: Computação Evolucionária (SOLT-CE).....	33
3.1.1	Representação Cromossômica.....	33
3.1.2	Inicialização da População	35
3.1.3	Operadores Reprodutivos	35
3.1.3.1	Recombinação Gênica.....	35
3.1.3.2	Mutação Simples	36

3.1.3.3	Mutação com Especiação	37
3.1.4	Função de Adaptação e Seleção	38
3.1.5	Processo Evolutivo no SOLT-CE.....	39
3.2	Algoritmo 2: Otimização Nelder-Mead <i>Based</i> (SOLT-NMB).....	43
3.2.1	Transformações Triangulares Adaptadas	44
3.2.1.1	Triângulo Inicial	44
3.2.1.2	Reflexão.....	46
3.2.1.3	Expansão	47
3.2.1.4	Contração.....	49
3.2.1.5	Encolhimento.....	50
3.2.2	Dinâmica do Processo de Otimização SOLT-NMB.....	53
3.3	Algoritmo 3: Otimização Híbrida (SOLT-HBD)	57
3.3.1	Primeira Etapa da Otimização	57
3.3.2	Segunda Etapa de Otimização	58
4	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	60
4.1	Visão Geral do Programa.....	60
4.2	Parâmetros de Projeto	62
4.2.1	Estrutura das Torres.....	62
4.2.2	Custos unitários considerados	64
4.2.3	Características do Cabo	64
4.2.4	Restrições.....	65
4.2.5	Critério de Parada	65
4.3	Estudo de Caso 1	65
4.3.1	Resultados SOLT-CE – Estudo de Caso 1	67
4.3.2	Resultados SOLT-NMB – Estudo de Caso 1	70
4.3.3	Resultados SOLT-HBD – Estudo de Caso 1	72
4.3.4	Discussão dos Resultados do Estudo de Caso 1	74
4.4	Estudo de Caso 2	75
4.4.1	Resultados SOLT-CE – Estudo de Caso 2	77
4.4.2	Resultados SOLT-NMB – Estudo de Caso 2	79

4.4.3 Resultados SOLT-HBD – Estudo de Caso 2	81
4.4.4 Discussão dos Resultados do Estudo de Caso 2	83
4.5 Estudo de Caso 3	85
4.5.1 Resultados SOLT-CE – Estudo de Caso 3	86
4.5.2 Resultados SOLT-NMB – Estudo de Caso 3	88
4.5.3 Resultados SOLT-HBD – Estudo de caso 3	90
4.5.4 Discussão dos Resultados do Estudo de Caso 3	92
5 CONCLUSÃO	94
REFERÊNCIAS.....	96

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

O território brasileiro é percorrido por uma extensa malha de transmissão de energia elétrica, parte integrante do Sistema Interligado Nacional (SIN), responsável por fazer a interligação dos quatro subsistemas existentes no país (Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e a maior parte da Região Norte), visando o suprimento do mercado consumidor. Essa integração possibilita a transferência de energia entre os subsistemas, permitindo explorar a diversidade da matriz energética brasileira e possibilitando uma gestão eficiente das fontes de energia disponíveis. Deste modo, é possível, por exemplo, um controle dos estoques de água dos reservatórios das usinas hidrelétricas, que constituem o meio de geração de energia elétrica com maior representatividade no país [3].

Observa-se uma constante necessidade de expansão da malha de transmissão, tendo como objetivo o reforço e a ampliação do sistema existente. Segundo dados do Operador Nacional do Sistema (ONS), em 2016, o SIN possuía uma rede de transmissão de 134.765km de extensão, composta por trechos de diferentes faixas de tensão, que vão de 230kV em corrente alternada a 800kV em corrente contínua. A expectativa para o ano de 2019 é que haja um aumento para 154.748 km, totalizando um crescimento de cerca de 20.000 km na rede existente.

O projeto de uma nova linha de transmissão, se feito manualmente, é um processo de alta complexidade que demanda tempo e que, de maneira geral, não leva a uma solução ótima. Deve-se considerar durante o planejamento, não apenas o aspecto técnico específico desse tipo de empreendimento, mas também o impacto financeiro, socioeconômico e ambiental decorrente dele [10]. Tendo isso em vista, faz-se necessária a utilização de ferramentas de otimização computacionais como elementos facilitadores e que possibilitam a elaboração de melhores projetos.

Uma das principais questões relacionadas ao projeto de linhas de transmissão de energia elétrica é a definição do seu encaminhamento e dos pontos de alocação das estruturas de suportes do sistema, de modo a respeitar restrições necessárias, mantendo a economicidade.

Esta dissertação trata de métodos para a definição de um trajeto otimizado para uma linha de transmissão aérea, com a qual deseja-se ligar dois pontos de interesse pré-definidos, juntamente com a alocação de torres para suporte dos condutores elétricos ao longo do caminho.

Para isso, toma-se como base o levantamento topográfico da região de interesse e restrições de caráter técnico, estrutural e construtivo a serem respeitadas.

Propõe-se neste documento três estratégias de otimização distintas. A primeira delas envolve a utilização da Computação Evolucionária para a solução do problema. Será apresentado também um algoritmo inspirado no método de otimização simplex Nelder-Mead, com adaptações ao tipo de problema tratado. E, por fim, é proposto um algoritmo híbrido baseado nos princípios de algoritmos meméticos, que associa a busca baseada em população da Computação Evolucionária a uma busca local realizada pelo método adaptado baseado no algoritmo de Nelder-Mead.

1.2 Objetivos

O objetivo deste projeto de mestrado é propor métodos para otimização de encaminhamento de linhas de transmissão aéreas, a partir dos quais se estabelece um trajeto ótimo que interliga dois pontos de interesse pré-definidos no mapa de relevo de uma região, ao mesmo tempo em que se faz a alocação das torres de transmissão ao longo do caminho.

A otimização proposta tem caráter multiobjetivo, de modo que a avaliação de cada uma das soluções geradas ao longo do processo é feita baseada em funções-objetivo que consideram o custo monetário envolvido, além de aspectos restritivos de ordem técnica, estrutural e construtiva, que devem ser necessariamente obedecidos para que o projeto seja exequível.

Serão apresentados três algoritmos de otimização, que serão referenciados pela abreviatura SOLT (Sistema de Otimização de Linhas de Transmissão). São eles o SOLT-CE baseado nos princípios da Computação Evolucionária (CE), o SOLT-NMB (Nelder-Mead *Based*), inspirado no método de busca Nelder-Mead, e o SOLT-HBD que é um algoritmo híbrido (HBD) oriundo da associação dos algoritmos anteriores.

Por fim, objetiva-se demonstrar a eficácia dos métodos propostos a partir da realização de estudos de casos no quais os três algoritmos propostos são aplicados a um mesmo problema, analisando-se o desempenho apresentado por cada um.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho divide-se em cinco capítulos, os quais apresentam a formulação do problema alvo dos estudos e seu detalhamento, os algoritmos propostos e a base teórica a eles relacionada, bem como resultados alcançados em experimentos computacionais e as conclusões da pesquisa desenvolvida.

No capítulo 1, é apresentada uma visão geral do trabalho, definem-se os objetivos desta dissertação e detalha-se a sua estruturação.

No capítulo 2, é feita a formulação do problema, apresentando os parâmetros de projeto considerados, os fatores de violação de restrições, as funções-objetivo relacionadas ao problema e a função de avaliação aplicada.

O capítulo 3 apresenta os três algoritmos de otimização propostos para a solução do problema, juntamente com o embasamento teórico que levou ao desenvolvimento de cada um deles.

O capítulo 4 apresenta os resultados experimentais da aplicação dos métodos propostos a três estudos de caso, e é feito um comparativo de desempenhos entre eles.

Por fim, o capítulo 5 trata das conclusões da pesquisa realizada, além de propor sugestões para estudos futuros.

2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E FUNÇÕES-OBJETIVO

2.1 Formulação do Problema

O problema de otimização do encaminhamento de linhas de transmissão de energia elétrica já foi tratado por alguns autores, que utilizam diferentes métodos computacionais para encontrar um trajeto ótimo entre um determinado ponto de origem e um destino. De maneira geral, observa-se que os processos de otimização propostos têm como base mapas provenientes de Sistemas de Informação Geográfica (SIG), sendo que, a partir deles, aplica-se uma determinada estratégia de busca para encontrar um trajeto ótimo, que minimize custos financeiros e respeite eventuais restrições da região.

Monteiro et al. [12] utiliza a Programação Dinâmica para o processo de encaminhamento de linhas de transmissão juntamente com a divisão do mapa em regiões com custos associados. Shu et al. [11] realiza o processo de otimização com base em Programação Inteira Mista. Skok et al. [9], por sua vez, aprofunda-se no problema considerando a otimização de rotas de redes de linhas como um todo para atendimento de uma região ampla, e utiliza para esse fim um algoritmo genético.

Depreende-se da bibliografia existente que os métodos de otimização apresentados têm como objetivo a busca pelo melhor trajeto, porém sem que seja tratado o problema de distribuição e alocação de estruturas de suporte para os cabos elétricos (torres) ao longo do caminho escolhido.

Os algoritmos apresentados neste trabalho resolvem o problema de encaminhamento ótimo de linhas de transmissão de energia elétrica aéreas entre dois pontos definidos pelo projetista e, de maneira simultânea, realizam a alocação das torres ao longo do trajeto, respeitando-se restrições de caráter técnico, estrutural e construtivo. O processo é baseado na avaliação de cada uma das soluções geradas quando implementada no mapa de relevo da região de interesse.

São descritos três algoritmos de otimização, que utilizam como estratégia de busca a Computação Evolucionária, um método adaptado da otimização Nelder-Mead e, por fim, um sistema de busca híbrido envolvendo os dois anteriores.

É importante ressaltar que, antes de se dimensionar uma linha de transmissão, é necessário o levantamento de uma série de informações preliminares. A partir delas pode-se determinar, por exemplo, os parâmetros de projeto a serem seguidos e os nós da rede que

necessitam de interligação. Algumas informações relevantes acerca do projeto a ser desenvolvido são a tensão nominal do trecho que se deseja construir, a carga estimada que deverá ser suprida pela linha, as características do solo da região, bem como as condições climáticas a que ela está sujeita e um levantamento da ocupação do terreno onde o empreendimento será instalado [4].

A análise de todos esses dados resulta em um planejamento específico para cada projeto, uma vez que implicam em diferentes dimensionamentos de condutores elétricos, estruturas de sustentação e suas ferragens e distâncias de seguranças a serem guardadas, dentre outros aspectos.

Para os objetivos desta pesquisa, parte-se da premissa de que os parâmetros de projetos já foram estabelecidos previamente, focando-se então na busca por um melhor trajeto e por alocações ideais para cada uma das torres do trecho, de modo a buscar uma opção com custo financeiro minimizado, respeitando-se restrições determinadas.

2.2 Parâmetros Restritivos de Avaliação e Fatores de Violação

Um projeto de linhas de transmissão, para ser exequível, deve observar um conjunto de restrições. Deste modo, durante o processo de otimização, faz-se necessária a quantificação de eventuais violações a restrições que existam nas soluções, as quais devem ser obrigatoriamente minimizadas, para que, só depois, possa-se avaliar os recursos financeiros a serem empregados.

O dimensionamento considerado neste trabalho leva em conta cinco tipos de restrições, sendo elas a distância mínima a ser garantida entre os condutores elétricos e o solo, a extensão máxima permitida para os vãos entre torres, a deflexão dos cabos nos pontos de suporte de cada torre, a deflexão estrutural a que as estruturas de suporte dos cabos podem ser submetidas e a declividade do terreno ao longo do eixo da linha de transmissão.

Posto isso, para cada solução gerada, é feita uma mensuração do grau de violação de cada uma das restrições mencionadas, encontrando-se, assim, os fatores de violação. Ao fim de cada iteração do processo de otimização, aplica-se os fatores de violação das soluções geradas às funções-objetivo do problema, para a composição da função de avaliação de cada um dos indivíduos encontrados. Os fatores de violação e funções-objetivo serão tratados em detalhes nas próximas sessões.

2.2.1 Distância Mínima Cabo-Solo

As distâncias de segurança são os afastamentos mínimos recomendados entre os cabos condutores e seus acessórios energizados e quaisquer partes da própria linha, terreno ou obstáculos atravessados [8]. A norma brasileira ABNT NBR 5422:1984 disponibiliza tabelas e

fórmulas para o cálculo desse afastamento, levando em consideração uma série de aspectos tais como a acessibilidade do local a pedestres, veículos rodoviários e ferroviários, além daquilo que se encontra embaixo da linha de maneira permanente, como, por exemplo, telhados e águas navegáveis. A Tabela 2.1 mostra um conjunto de distâncias básicas estabelecidas na norma.

Tabela 2.1 – Distâncias Básicas de Segurança de uma L.T.

Natureza da região ou obstáculo atravessado pela linha ou que dela se aproxime	Distância básica (m)
Locais acessíveis apenas a pedestres	6,0
Locais onde circulam máquinas agrícolas	6,5
Rodovias, ruas e avenidas	8,0
Ferrovias não eletrificadas	9,0
Ferrovias eletrificadas ou com previsão de eletrificação	12,0
Suporte de linha pertencente à ferrovia	4,0
Águas navegáveis	$H_{embarcação} + 2,0$
Águas não navegáveis	6,0
Linhas de energia elétrica	1,2
Linhas de telecomunicações	1,8
Telhados e terraços	4,0
Paredes	3,0
Instalações transportadoras	3,0
Veículos rodoviários e ferroviários	3,0

Fonte: Adaptada de ABNT ^[8] (1985 p. 25).

É importante ressaltar que, para o dimensionamento tratado nesta dissertação, levou-se em consideração apenas a limitação de distância mínima entre o cabo e o solo, supondo-se a ausência de demais obstáculos nos arredores da linha de transmissão projetada.

Para avaliar o parâmetro restritivo em questão, dadas as posições de cada torre na solução em análise, divide-se cada um dos vãos de cabos entre elas em n_{pc} pontos e é então simulada a catenária formada pelo cabo [19] [20] baseada nas suas características e na tração à qual ele está submetido, encontrando-se assim a altura $h_{i,j}$ dos condutores em relação ao solo nesses pontos. Feito isso, para cada um dos n_{pc} pontos de avaliação da catenária de cada um dos vãos existentes, identificam-se aqueles que se encontram em uma altura inferior ao limite recomendado $h_{mín}$ e calcula-se o quanto estão abaixo.

A equação (1) mostra a fórmula de cálculo da violação do j-ésimo ponto da catenária formada pelo cabo do i-ésimo vão.

$$fatorDistCaboSolo_{i,j} = \begin{cases} |h_{i,j} - h_{mín}|, & \text{se } h_{i,j} < h_{mín} \\ 0, & \text{se } h_{i,j} \geq h_{mín} \end{cases} \quad (1)$$

Em seguida, essas violações são somadas para compor o fator de violação distância cabo-solo ($fatorDistCaboSolo$), conforme mostrado na equação (2).

$$fatorDistCaboSolo = \sum_i^{n_{v\tilde{a}os}} \sum_j^{n_{pc}} fatorDistCaboSolo_{i,j} \quad (2)$$

2.2.2 Comprimento dos Vãos

Cada um dos tipos de estruturas de torres de linhas de transmissão tem um vão máximo que deve ser respeitado e que é limitado pela sua resistência mecânica e pela distância de segurança entre cabos e o solo [4].

Essa restrição é contemplada no processo de otimização a partir da avaliação da extensão de cada um dos vãos da solução. Assim, aqueles que violam essa condição tem a parcela que excedeu o valor limite armazenado e, posteriormente, é feita uma soma totalizadora dessas parcelas encontrando-se o fator de violação do vão ($fatorVao$), conforme equações (3) e (4).

$$fatorVao_i = \begin{cases} L_{v\tilde{a}o} - L_{m\acute{a}x}, & \text{se } L_{v\tilde{a}o} > L_{m\acute{a}x} \\ 0, & \text{se } L_{v\tilde{a}o} \leq L_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (3)$$

$$fatorVao = \sum_{i=1}^{n_{v\tilde{a}os}} fatorVao_i \quad (4)$$

2.2.3 Deflexão dos Cabos nas Estruturas de Suporte

As estruturas usadas em uma linha de transmissão são divididas em três classes, de acordo com a função que elas exercem: classe tangente, angular e de tensão. De maneira geral, cerca de 80% das torres utilizadas em projeto são da classe tangente, que suportam angulações muito pequenas na direção dos cabos condutores [4].

O estabelecimento de uma limitação da deflexão dos cabos nas torres visa evitar que sejam instaladas estruturas em que o ângulo de entrada e o de saída dos cabos de energia tenham uma diferença muito acentuada, o que exigiria torres mais robustas para suportar os esforços mecânicos advindos dos cabos, implicando em um maior custo financeiro.

Para avaliar a violação, é estabelecido um valor de deflexão máximo $\theta_{m\acute{a}x}$ que deve ser obedecido ao longo de toda linha de transmissão. Para cada uma das torres em que a angulação dos cabos for maior que a desejada, calcula-se a parcela que excedeu o valor limite estipulado

(equação (5)), e, então, essas parcelas são somadas (equação (6)) e armazenadas em uma variável específica $fatorAng$.

$$fatorAng_i = \begin{cases} \theta_i - \theta_{m\acute{a}x}, & \text{se } \theta_i > \theta_{m\acute{a}x} \\ 0, & \text{se } \theta_i \leq \theta_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (5)$$

$$fatorAng = \sum_{i=1}^{n_{torres}} fatorAng_i \quad (6)$$

2.2.4 Deflexão Estrutural das Torres

Deflexões em estruturas podem ocorrer devido a várias razões, tais como o regime de temperatura, aplicação de cargas, falhas de fabricação e assentamento, e devem ser limitadas de modo a garantir a integridade e estabilidade, prevenindo assim danos no material que as constituem. Para isso, é preciso saber restrições de deslocamento ou rotação que ocorrem em conexões e suportes. Em suportes que resistem a força, deve-se restringir o deslocamento, e nos que resistem a momento, a rotação [5].

Para a análise estrutural das torres de transmissão, utiliza-se a Análise Estrutural Matricial (MSA – *Matrix Structural Analysis*), que é baseada no método dos deslocamentos e fornece as rotações, deslocamentos e forças internas resultantes dos esforços externos em cada um dos nós e membros da estrutura [13]. A MSA é apresentada na seção 2.2.4.1.

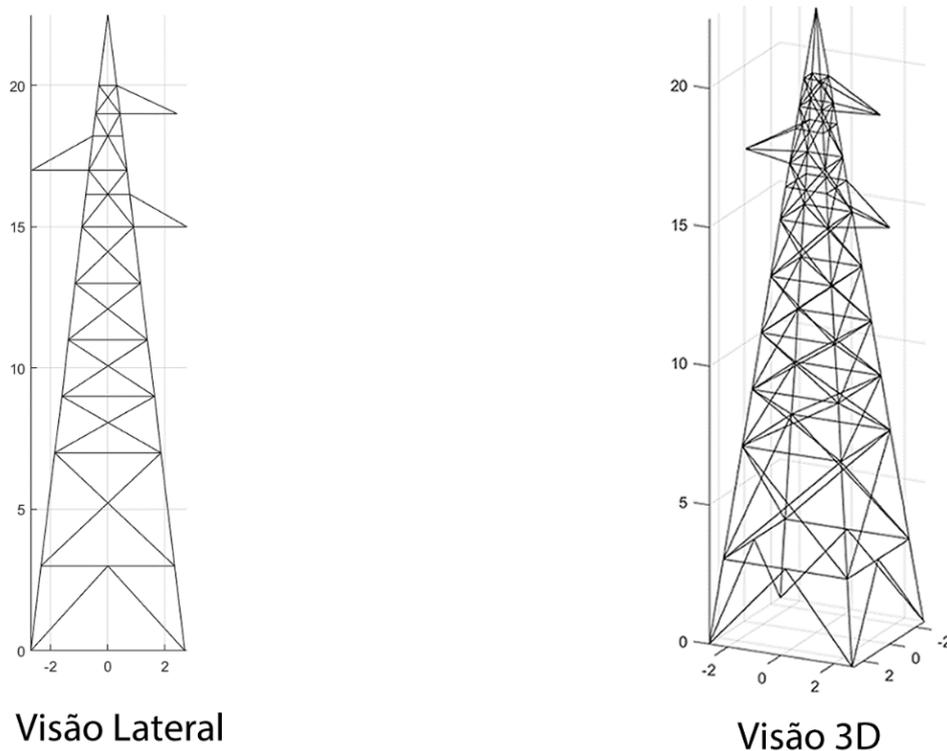
2.2.4.1 Análise Estrutural Matricial

O ponto de partida para a análise estrutural matricial é a divisão da estrutura que se deseja analisar em uma série de elementos finitos discretos, que representam cada um dos membros que compõe a torre, além da determinação dos nós, que, por sua vez, são os pontos de junção desses membros. As relações de força e deslocamento de cada um dos elementos são determinadas com a aplicação de equações de equilíbrio e agrupadas para a formação de matrizes de análise estrutural [5]. A partir da MSA é possível encontrar os deslocamentos, as rotações e forças internas até então desconhecidos para cada um dos nós

Em sua grande maioria, as torres de transmissão são estruturas treliçadas, de base quadrangular ou retangular, constituídas geralmente por cantoneiras ou tubos metálicos [16].

A Figura 2.1 mostra a visão lateral e uma visão em três dimensões de um exemplo de torre metálica formada por treliças.

Figura 2.1 – Exemplo de torre de transmissão



Fonte: Autoria própria.

É necessário que se identifique, para o correto preenchimento dos parâmetros matriciais da MSA, cada um dos membros e nós da estrutura, bem como as suas respectivas posições e características construtivas, tais como o material constituinte e suas propriedades, área de seção transversal, dentre outras.

Para a obtenção das coordenadas dos elementos da torre inicialmente utilizou-se o software AutoCAD® para elaboração de desenho detalhado em três dimensões da estrutura, e posteriormente as informações foram transferidas para o software MATLAB®, que foi escolhido para a implementação dos otimizadores apresentados neste trabalho.

A Tabela 2.2 mostra os parâmetros de entrada necessários para o preenchimento da MSA.

Tabela 2.2 – Parâmetros de entrada da Análise Estrutural Matricial

Variáveis	Dimensão	Descrição
m	1 x 1	Número total de membros
n	1 x 1	Número total de nós
Coord	n x 3	Coordenadas dos nós <i>Colunas 1:3 Coordenadas X,Y,Z</i>
Con	m x 4	Conectividade e liberdade <i>Coluna 1 nó de início</i>

			<i>Coluna 2 nó final</i> <i>Coluna 3 indica se o membro está livre (=0) ou não (=1) no seu início</i> <i>Coluna 4 indica se o membro está livre (=0) ou não (=1) no seu final</i>
Re	n x 6		Grau de liberdade de cada nó <i>Colunas 1:3 flag indicando deslocamento nas direções globais X,Y,Z</i> <i>Colunas 4:6 flag indicando rotação em torno dos eixos globais X,Y,Z</i>
Load	n x 6		Cargas concentradas nos nós <i>Colunas 1:3 forças nas direções globais X,Y,Z</i> <i>Colunas 4:6 momentos em torno dos eixos globais X,Y,Z</i>
w	m x 3		Carregamento uniforme no sistema local de coordenadas <i>Colunas 1:3 componentes x, y e z de w</i>
E	1 x m		Módulo de elasticidade do material
G	1 x m		Módulo de cisalhamento
A	1 x m		Área da seção transversal
Iz	1 x m		Momento de inércia em torno do eixo local z-z
Iy	1 x m		Momento de inércia em torno do eixo local y-y
J	1 x m		Constante torcional
St	n x 6		Assentamento dos apoios e deslocamento de nós livres <i>Colunas 1:3 flag indicando deslocamento nas direções globais X,Y e Z</i> <i>Colunas 4:6 flag indicando rotação em torno dos eixos globais X,Y e Z</i>

Fonte: Adaptada de Rahami ^[13] (2010, p. 3).

Para cada uma das soluções candidatas geradas ao longo do processo iterativo de otimização, realiza-se a simulação da catenária dos vãos de cabos da linha, obtendo-se os esforços externos que incidem sobre os nós das estruturas de suporte dos cabos. Essas informações são dados de entradas que serão inseridos na matriz, para então serem encontradas as deflexões dos nós das torres.

Fornecendo-se os valores de entrada necessários para definir o arranjo estrutural e a distribuição de forças ao longo da estrutura, aplica-se a rotina de solução da MSA [14] para encontrar os valores de saída indicados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Variáveis de Saída da MSA

Variável	Dimensão	Descrição
Q	12 x m	Forças internas e momentos no sistema de coordenadas local <i>Linhas 1:3 Componentes de forças na direção x,y,z no nó inicial do membro</i> <i>Linhas 4:6 componentes de momentos em torno dos eixos x,y,z no nó inicial do membro</i> <i>Linhas 7:9 componentes de forças na direção x,y,z no nó final do membro</i> <i>Linhas 10:12 componentes de momentos em torno dos eixos x,y,z no nó final do membro</i>
V	6 x n	Deflexão no sistema global de coordenadas <i>Linhas 1:3 deslocamento nas direções X, Y e Z</i> <i>Linhas 4:6 rotação em torno dos eixos X, Y e Z</i>
R	6 x n	Reação dos nós, no sistema global de coordenadas <i>Linhas 1:3 componentes de forças nas direções X, Y e Z</i> <i>Linhas 4:6 componentes de momentos em torno dos eixos X, Y e Z</i>

Fonte: Adaptada de Rahami ^[13] (2010, p. 5).

A avaliação da deflexão das torres é feita então baseada na máxima deflexão $\Delta d_{m\acute{a}x}$, definida pelo projetista, à qual os nós de cada uma das estruturas podem estar sujeitos individualmente. A partir dessa informação, avaliam-se os deslocamentos $\Delta d_{i,j}$ dos nós existentes de cada uma das torres, e mede-se, então, o quanto cada um deles violou o limite determinado.

A equação (7) mostra a fórmula de cálculo da violação do j-ésimo nó pertencente à i-ésima torre.

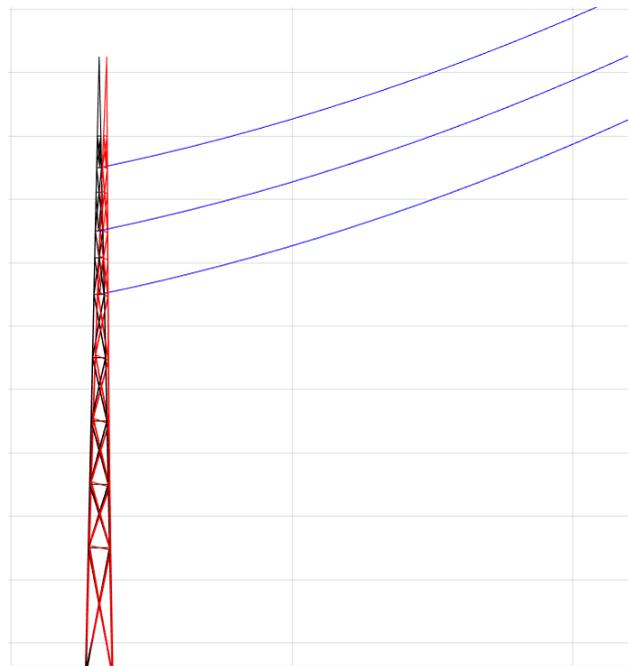
$$fatorDeflex_{i,j} = \begin{cases} |\Delta d_{i,j}| - \Delta d_{m\acute{a}x}, & \text{se } |\Delta d_{i,j}| > \Delta d_{m\acute{a}x} \\ 0, & \text{se } |\Delta d_{i,j}| \leq \Delta d_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (7)$$

As violações são somadas e armazenadas na variável *fatorDeflex*, conforme equação (8).

$$fatorDeflex = \sum_{i=1}^{n_{torres}} \sum_{j=1}^{n_{nos}} fatorDeflex_{i,j} \quad (8)$$

Os valores de saída da MSA permitem a visualização da deflexão das torres devido às solicitações mecânica que nelas agem. Deste modo, no programa desenvolvido neste trabalho, a cada projeto avaliado, plota-se a linha de transmissão em três dimensões. A Figura 2.2 mostra um exemplo de projeto em que uma determinada torre apresenta um alto grau de deflexão.

Figura 2.2 – Visão lateral de uma torre de transmissão defletida



Fonte: Autoria própria.

Na figura estão representados os cabos condutores na cor azul, a torre antes da deflexão, isto é, sem ser submetida a esforços, na cor preta; e a torre defletida em vermelho. É possível notar que há uma inclinação da torre no sentido dos cabos, conforme esperado.

É importante destacar que para a modelagem das torres, considerou-se que elas se encontram firmemente presas ao solo, de modo que os nós localizados em suas bases não apresentam graus de liberdade, sendo, portanto, considerados nós fixos.

2.2.5 Declividade do Terreno

O último tipo de restrição considerado diz respeito à complexidade do terreno ao longo do qual será executado a linha. Terrenos com trechos muito inclinados envolvem um maior número de torres, sendo necessário o uso de estruturas mais elevadas, além de dificultar o processo de instalação, devido a obstáculos de acessibilidade.

O fator de inclinação do terreno pode ser associado a custos [12] e calculado a partir de uma média das inclinações do terreno ou do gradiente do relevo da região. Outra maneira de se tratar o problema da declividade é considerando-o como uma restrição a ser obedecida pelo projeto. O algoritmo proposto adota a segunda abordagem, avaliando tanto a inclinação do terreno de maneira geral, como, separadamente, a inclinação nos pontos em que as torres são alocadas.

2.2.5.1 Declividade ao Longo do Trajeto

O cálculo do fator de violação de inclinação do trajeto é feito por amostragem, de modo que, a cada intervalo determinado do trecho da linha de transmissão, avalia-se a derivada do perfil do solo naquele ponto, tanto na direção do trajeto quanto na direção perpendicular a ele, encontrando-se os ângulos de inclinação ponto a ponto. Assim, consegue-se uma avaliação em duas dimensões do relevo nos locais de interesse.

Deste modo, cada uma das n_{aval} inclinações obtidas (α_i) é comparada com um valor máximo estabelecido pelo usuário ($\alpha_{máximo, trajeto}$), e armazena-se, posteriormente, em uma variável *fatorIncl1*, a soma da declividade do relevo naqueles pontos que violam a restrição definida, conforme mostrado nas equações (9) e (10).

$$fatorIncl1_i = \begin{cases} |\alpha_i|, & \text{se } |\alpha_i| > \alpha_{máximo, trajeto} \\ 0, & \text{se } |\alpha_i| \leq \alpha_{máximo, trajeto} \end{cases} \quad (9)$$

$$fatorIncl1 = \sum_{i=1}^{n_{aval}} fatorIncl1_i \quad (10)$$

É válido ressaltar que, em termos práticos, muitas vezes é inviável encontrar um caminho que obedeça integralmente a esse tipo de limitação ao longo de toda a sua extensão. Por esse motivo, pode ser estabelecida uma tolerância, permitindo-se que uma determinada parcela da linha possa se localizar em regiões mais inclinadas.

2.2.5.2 Declividade nos Pontos de Instalação das Torres

É possível que um limite mais rigoroso seja adotado para a inclinação do solo nos pontos de instalação das torres, já que esses são pontos críticos que impactam no tipo estrutura e fundação das torres e que afetam a viabilidade de instalação da linha em determinadas regiões.

Posto isso, é feita a mesma avaliação tratada anteriormente em cada um desses locais, com a definição de uma inclinação máxima permitida $\beta_{máximo, torre}$ e armazenamento das

eventuais violações de cada ponto em uma variável $fatorInclin2$, como indicado nas equações (11) e (12).

$$fatorIncl2_i = \begin{cases} |\beta_i|, & \text{se } |\beta_i| > \beta_{\text{máximo,torre}} \\ 0, & \text{se } |\beta_i| \leq \beta_{\text{máximo,torre}} \end{cases} \quad (11)$$

$$fatorIncl2 = \sum_{i=1}^{n_{\text{torres}}-2} fatorIncl2_i \quad (12)$$

É importante destacar que, nessa avaliação, excluem-se as torres inicial e final do trajeto, já que essas são fixas e não podem ter suas posições ajustadas para locais menos íngremes. Além disso, também para este caso, é possível estabelecer uma tolerância, de maneira a permitir que um certo número de torres seja instalado em locais de inclinação mais elevada.

De posse dos fatores de violação de cada uma das restrições relacionadas, pode-se então fazer a avaliação das funções-objetivo do problema a partir da associação dos valores encontrados, conforme detalhado nas próximas seções.

2.3 Funções-Objetivo

O método de otimização proposto é multiobjetivo, uma vez que a avaliação das soluções geradas é feita com base em três funções-objetivo, que são minimizadas individualmente, havendo uma ordem de prioridade para a avaliação de cada uma delas. As três funções consideradas são a função-objetivo prioritária, a função-objetivo fator de qualidade e a função custo.

As duas primeiras funções dizem respeito ao atendimento das restrições de projeto, e devem ser minimizadas, até serem zeradas, antes que a avaliação de custo seja levada em conta, uma vez que essa é uma condição necessária para tornar o projeto exequível. Tendo isso em vista, a otimização de custos, que visa a economicidade do projeto, apenas é considerada quando as restrições estabelecidas são atendidas integralmente.

2.3.1 Função-Objetivo Prioritária

O início do processo de otimização é focado na busca pelo atendimento às restrições estabelecidas pelo projetista, já tratadas na sessão 2.2. Isso é garantido a partir da minimização das funções-objetivo de restrição: função-objetivo prioritária e fator de qualidade, cujos valores estão vinculados aos diversos fatores de violação.

Inicialmente, o programa deve priorizar a minimização da função-objetivo prioritária, que consiste em atender às restrições relacionadas ao encaminhamento da linha de transmissão, isto é, as restrições de relevo e de deflexão dos cabos nas estruturas de suporte. Deste modo, na primeira etapa de otimização é encontrado um trajeto prévio que apresenta um relevo mais suave e que não possui angulações muito acentuadas, e que será o ponto de partida para a posterior distribuição das torres ao longo de sua extensão.

A função-objetivo prioritária é composta pela soma dos fatores de violação de declividade do solo ao longo do trajeto (*fatorIncl1*) e nos pontos de instalação das torres, (*fatorIncl2*) e de deflexão dos cabos nas estruturas de suporte (*fatorAng*). A equação (13) mostra esta composição.

$$funcaoObjetivo1 = fatorIncl1 + fatorIncl2 + fatorAng \quad (13)$$

É importante destacar que, pelo fato de as ordens de grandezas dos fatores de violação considerados serem diferentes, há a necessidade de se realizar a normalização de cada um deles antes da realização da soma.

Na avaliação daquelas soluções em que o valor de *funcaoObjetivo1* é zerado, é considerada a segunda função-objetivo, denominada fator de qualidade.

2.3.2 Função-Objetivo Fator de Qualidade

A segunda função-objetivo, ou fator de qualidade, é referente às demais restrições não contempladas pela função anterior, ou seja, àquelas referentes à distância mínima cabo-solo exigida por norma, às deflexões estruturais das torres e ao tamanho máximo do vão dos condutores elétricos.

O fator de qualidade apenas é levado em conta quando a solução proposta atende às restrições prioritárias, posto que está vinculado à distribuição de torres, que só faz sentido na medida em que já se tem uma prévia de trajeto definido a partir da minimização da função anterior.

A função-objetivo fator de qualidade é composta pela soma dos fatores de violação da distância mínima cabo-solo (*fatorDistCaboSolo*), do comprimento máximo dos vãos de projeto (*fatorVao*) e da deflexão estrutural das torres (*fatorDeflex*), conforme indicado na equação (14). Também neste caso, deve ser feita a normalização de cada um dos fatores antes da realização da soma.

$$funcaoObjetivo2 = fatorDistCaboSolo + fatorVao + fatorDeflex \quad (14)$$

Para aquelas soluções para as quais *funcaoObjetivo1* e *funcaoObjetivo2* tenham valores nulos, considera-se na avaliação o fator custo monetário envolvidos no projeto, tratado na próxima sessão.

2.3.3 Função-Objetivo Avaliação de Custos

A última das funções a serem minimizadas durante o processo iterativo de otimização é a que diz respeito aos custos financeiros envolvidos na execução do projeto. A construção da função de avaliação de custos se inicia com o levantamento do valor unitário de cada um dos componentes que serão empregados no tipo de projeto a ser desenvolvido.

O documento Diretrizes para Projeto Básico de Sistemas de Transmissão, da Eletrobrás, [7] enumera uma série de itens que devem ser considerados na elaboração do orçamento. A Tabela 2.4 contém a listagem de equipamentos, serviços e materiais que devem ser levantados durante um projeto de linhas de transmissão.

Tabela 2.4 – Itens para estimativa de custo de linhas de transmissão

Item Geral	Subitem	Materiais/Equipamentos/Serviços
1 – Terrenos e Servidões	1.1	Terrenos e Servidões
2 - Engenharia	2.1	Projeto
	2.2	Topografia e Sondagem
	2.3	Meio Ambiente
3 - Material	3.1	Estruturas
	3.2	Cabos Condutores
	3.3	Cabos Para-Raios
	3.4	Ferragens e Acessórios
	3.5	Isoladores
	3.6	Aterramento
4 – Construção e Montagem	4.1	Faixa de Servidão e Acessos
	4.2	Fundações
	4.3	Montagem de Estruturas
	4.4	Instalação de Cabos
	4.5	Aterramento
5 – Administração/Fiscalização	5.1	Administração/Fiscalização
6 - Eventuais	6.1	Eventuais

Fonte: Elaborada a partir de ELETROBRAS ^[7] (1997, p. 32).

Neste trabalho o foco é o funcionamento do processo de otimização para o problema de encaminhamento de L.T, não havendo necessidade de uma análise precisa de custos, o que deveria ser feito para um caso real. Sendo assim, foram considerados nessa avaliação, de maneira direta, os subitens 3.1 e 3.2, a partir do levantamento de custos com torres e com os cabos condutores, já que a contabilização desses itens consegue fornecer uma visão satisfatória do funcionamento dos algoritmos.

Assim, para cada solução candidata gerada são contabilizadas as quantidades de torres instaladas e a extensão dos cabos utilizados, para proceder à avaliação de custos, que é composta pelas parcelas referentes aos custos com as estruturas de suporte dos cabos e aos próprios condutores de energia, como mostra a equação (15).

$$funcaoObjetivo3 = custoTorres + custoCabos \quad (15)$$

2.4 Função de Avaliação de Soluções

Definidas as três funções-objetivo do problema, elas são então agrupadas em uma função de avaliação que será responsável por guiar o processo de otimização. Conforme discutido, é estabelecida uma ordem de prioridade para avaliação de cada uma das funções ao longo do processo de otimização. Isso é garantido pela estruturação de uma função de avaliação que integra todas as funções-objetivo, retornando um único valor como resultado.

Sendo assim, tendo-se um conjunto de soluções candidatas geradas ao final de uma iteração, deve-se ter um meio de avaliação que permita fazer uma classificação de melhores projetos de modo que se priorize, em ordem, os menores valores para a primeira, segunda e terceira função-objetivo.

Para isso, armazena-se os valores das funções-objetivo de cada uma das soluções candidatas em vetores-coluna RP (Restrições Prioritárias), Q (Qualidade) e C (Custo). A equação (16), representada na linguagem MATLAB[®], mostra o cálculo da função avaliação dos membros do conjunto de soluções geradas.

$$\begin{aligned} avaliacao = & (RP + \max(C) + \max(Q)).* (RP > 0.0) \dots & (16) \\ & \dots + (Q + \max(C)).*(RP == 0.0).*(Q > 0.0) \dots \\ & \dots + C.*(RP == 0.0).*(Q == 0.0) \end{aligned}$$

Analisando a equação (16), pode-se notar que as soluções que não têm as restrições prioritárias satisfeitas têm a função de avaliação calculada tomando-se o seu valor de

funcaoObjetivo1 somados aos piores valores de qualidade e custos do conjunto; aquelas que têm as restrições prioritárias satisfeitas, mas ainda não têm o fator de qualidade zerado, são avaliadas pela soma de suas respectivas qualidades com o pior valor para custo do conjunto; e aquelas que têm todas as restrições satisfeitas são avaliadas a partir dos seus respectivos valores da função custo. Deste modo, naturalmente, terão melhores resultados os projetos que tiverem as restrições atendidas e que tiverem o menor custo.

É importante destacar a possibilidade de ocorrência de projetos que possuem um mesmo valor para *avaliacao*, apesar de apresentarem custos diferentes. Para lidar com essa situação, aplica-se um critério para desempate caso isso ocorra entre dois ou mais projetos na primeira posição dentre os melhores classificados, e a seleção do melhor é feita com base naquele de menor custo. Deste modo, procura-se evitar a elevação excessiva da terceira função-objetivo nas primeiras fases da otimização, além de ser um recurso importante para o tratamento de estagnação em mínimos locais.

3 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Algoritmo 1: Computação Evolucionária (SOLT-CE)

O primeiro método de otimização proposto neste trabalho é baseado nos princípios da Computação Evolucionária, que faz uso de modelos computacionais de processos evolutivos, tais com a adaptação de indivíduos ao longo das gerações, visando a melhora da capacidade de sobrevivência, a partir de processos como a seleção natural, sobrevivência do mais adaptado e reprodução [1].

A inspiração da Computação Evolucionária é a evolução biológica, que, por sua vez, tem como teoria fundamental a Seleção Natural de Charles Robert Darwin [6]. A teoria de Darwin diz que, em um ambiente com população estável e recursos escassos, os indivíduos competem entre si para sobreviverem, de modo que aqueles que têm as melhores características têm mais chances de sobrevivência e reprodução, repassando seu código genético para futuras gerações.

A segunda parte da teoria de Charles Darwin afirma que, durante o processo de reprodução, ocorrem eventos aleatórios que causam alterações nas características dos filhos gerados, levando ao surgimento de novos traços na população. Caso as alterações impliquem numa melhor adaptação do indivíduo ao ambiente e suas condições, então as chances de sobrevivência dele aumentam [1].

O objetivo do primeiro algoritmo é, portanto, utilizar a dinâmica do processo evolucionário como modelo para otimização do trajeto e da alocação de torres em projetos de linhas de transmissão de energia elétrica. As próximas sessões tratam sobre o funcionamento do método proposto, detalhando-se cada um dos elementos que o compõe.

3.1.1 Representação Cromossômica

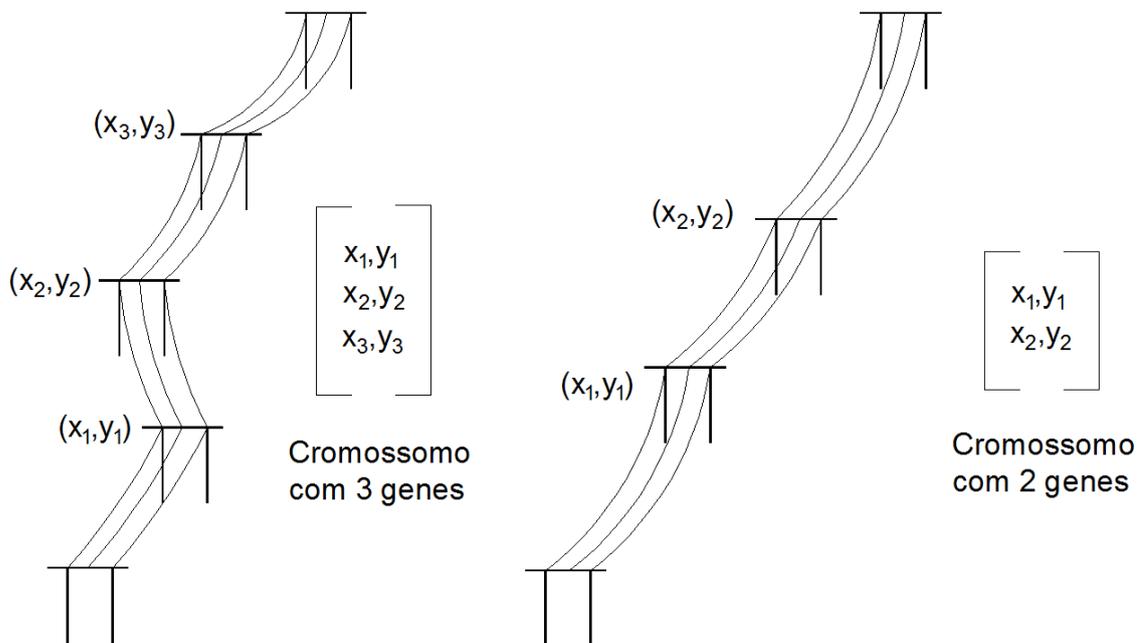
Os algoritmos evolucionários são estratégias de busca estocásticas em que o espaço de busca são os valores para cada um dos genes que compõem um cromossomo. Sendo assim, antes de mais nada, é necessário o estabelecimento de uma codificação para as soluções do problema na forma de cromossomos, de forma que cada uma delas será um indivíduo com um código genético específico.

Sob o ponto de vista da Computação Evolucionária aplicada ao estudo tema deste trabalho, tem-se o conjunto de torres de sustentação dos alimentadores (cabos) que transportam energia elétrica entre a origem e o destino como sendo os indivíduos da população de

determinada geração. As características desses indivíduos são representadas na forma de cromossomo e a posição das torres ao longo do trajeto, excluindo-se as torres inicial e final, cujas posições são fixas, são os genes que o compõem. Por sua vez, cada um dos valores que as variáveis otimizáveis do problema podem assumir corresponde aos chamados alelos.

A Figura 3.1 mostra a representação cromossômica de indivíduos de uma população. Como é possível observar, cada um dos genes que fazem parte do cromossomo é representado como uma coordenada bidimensional no espaço do mapa de relevo da região de interesse. A partir das coordenadas, é possível a simulação da solução e a avaliação dos fatores de violação a ela vinculados.

Figura 3.1 – Representação cromossômica das soluções



Fonte: Autoria própria.

Devido à natureza do problema, não é possível saber de antemão qual a quantidade de torres que farão parte da solução ótima, já que a quantidade de torres a serem instaladas é uma das variáveis a serem otimizadas. Com base nisso, é natural que a população contenha indivíduos com quantidade de genes diferentes, que correspondem a espécies diferentes, e que devem competir entre si pela sobrevivência em gerações posteriores. Deste modo, no processo evolucionário estabelecer-se-á um cenário de competição interespecífica, em que espécies diferentes disputam entre si pela sobrevivência em um mesmo ambiente [17].

3.1.2 Inicialização da População

Um passo inicial importante é a geração de um conjunto de indivíduos que farão parte da população inicial. Em algoritmos evolucionários, de maneira geral, o método de geração dos indivíduos da geração zero (G_0) consiste em atribuir valores aleatórios, pertencentes ao domínio permitido, aos genes de cada cromossomo. A razão disso é a necessidade de que se tenha uma representatividade mais uniforme do espaço de busca por inteiro. Caso contrário, se alguma região for negligenciada, é possível que ela não chegue a ser explorada, podendo comprometer a eficácia da otimização.

No algoritmo desenvolvido, primeiramente, é gerado um trajeto retilíneo entre o ponto definido como a origem e o ponto final da L.T. do projeto, ao longo do qual são distribuídas torres com uma distribuição aproximadamente uniforme, de modo que as restrições de vão máximo e distância mínima cabo-solo sejam atendidas. O indivíduo resultante tem então o valor de seus genes alterados aleatoriamente para gerar cada um dos membros da população inicial.

Dois parâmetros importantes que devem ser definidos nesta etapa são o tamanho das populações, que será fixo ao longo de todo o processo iterativo, e a quantidade de gerações a serem consideradas. Os dois encontram-se diretamente relacionados, uma vez que a alteração de um valor geralmente leva à alteração do outro para que se mantenha a eficiência do processo.

Uma quantidade maior de indivíduos aumenta a diversidade da população, proporcionando uma melhor exploração do espaço de busca de interesse. Populações maiores requerem um maior esforço computacional por geração, demandando mais tempo a cada iteração, mas, por outro lado, podem levar à necessidade de uma quantidade menor de gerações para se encontrar um resultado satisfatório. Já se a opção for por populações menores, o tempo de execução de cada iteração será reduzido, porém os indivíduos representarão uma parcela menor do espaço de busca, e pode ser que sejam necessárias mais gerações.

3.1.3 Operadores Reprodutivos

Os últimos parâmetros de inicialização do algoritmo evolucionário desenvolvido são as probabilidades de ocorrência de dois fenômenos aleatórios durante a reprodução de uma população: a mutação e a recombinação gênica. Esses operadores reprodutivos são responsáveis por introduzir novas características na população, o que leva ao surgimento de soluções diferentes com diferentes graus de adaptação.

3.1.3.1 Recombinação Gênica

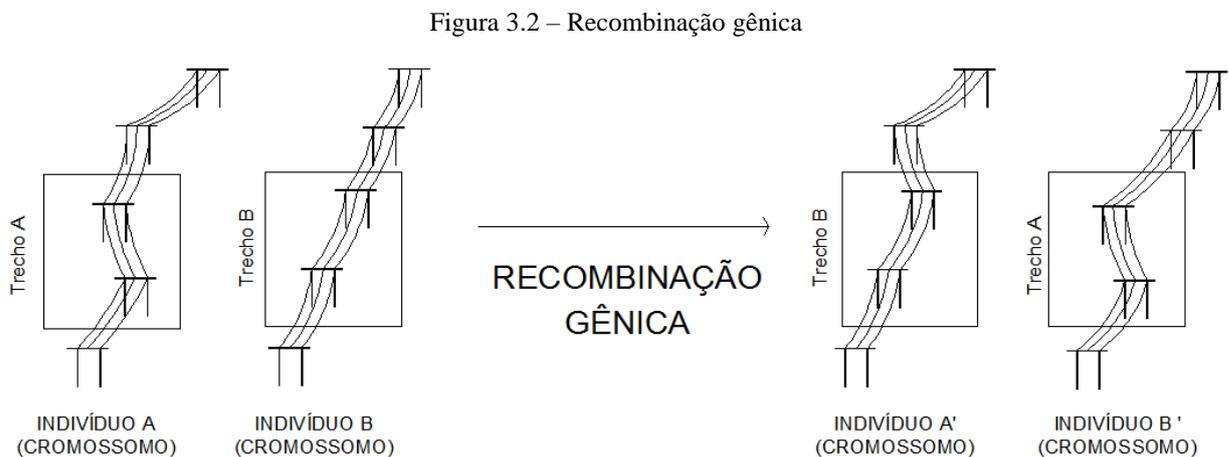
A recombinação gênica é o processo de criar um ou mais novos indivíduos a partir da recombinação de materiais genéticos aleatoriamente selecionados de um ou mais pais [1]. Esse

fenômeno pode ser dividido em três categorias principais de acordo com o número de pais envolvidos na reprodução:

- **Assexuada:** quando a reprodução envolve apenas um pai.
- **Sexuada:** quando são utilizados dois pais para a geração de novos indivíduos.
- **Multi-Recombinação:** quando o processo reprodutivo envolve mais de dois pais.

O algoritmo SOLT-CE utiliza a recombinação sexuada, sendo que dois pais de uma mesma espécie são aleatoriamente selecionados dentre os membros da população e é realizada uma recombinação gênica entre seus cromossomos, na qual são trocados trechos de materiais genético e não apenas genes individuais. Isto é, aleatoriamente selecionam-se dois pontos de seccionamento do cromossomo, e então os trechos de genes de ambos os cromossomos envolvidos compreendidos entre esses pontos são trocados entre si, dando origem a dois novos indivíduos.

No âmbito da otimização de linhas de transmissão, a recombinação ocorre entre duas soluções que possuem a mesma quantidade de torres, as quais têm trechos contínuos de mesmo tamanho trocados para a geração de duas novas soluções candidatas, da mesma espécie dos pais. A Figura 3.2 mostra um exemplo de recombinação entre dois indivíduos de uma população.

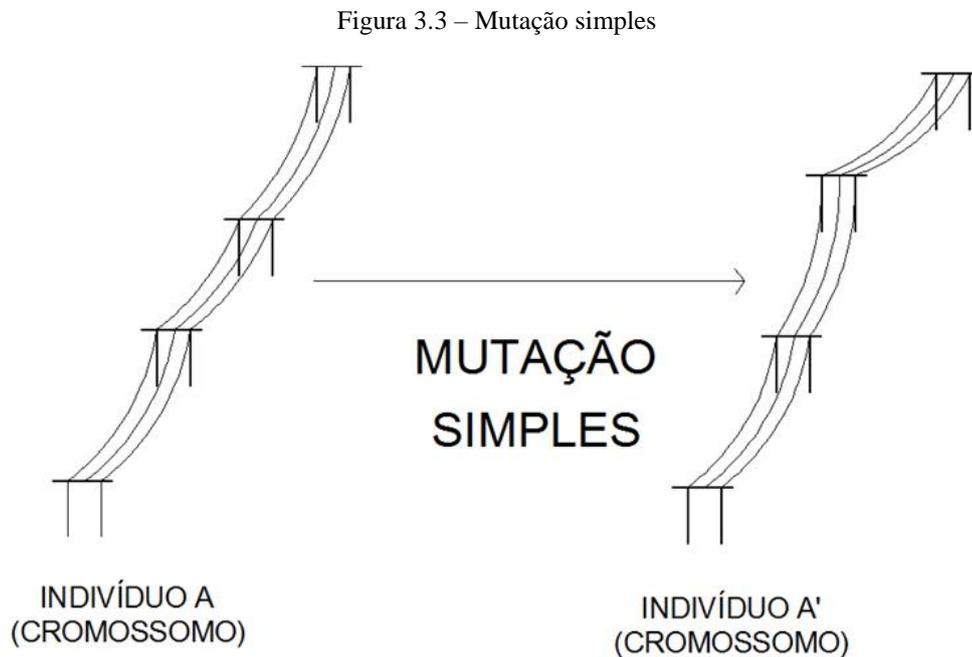


3.1.3.2 Mutação Simples

O outro operador reprodutivo utilizado é a mutação. Trata-se do processo de mudar aleatoriamente os valores dos genes em um cromossomo, tendo como objetivo a introdução de novo material genético para aumentar a diversidade.

No algoritmo desenvolvido, consideram-se dois tipos de mutação, sendo o primeiro a mutação simples, que consiste na alteração do valor de um único gene de um indivíduo para

gerar um filho com novas características. A Figura 3.3 mostra como se dá a mutação simples na otimização de L.T. proposta.



Fonte: Autoria própria.

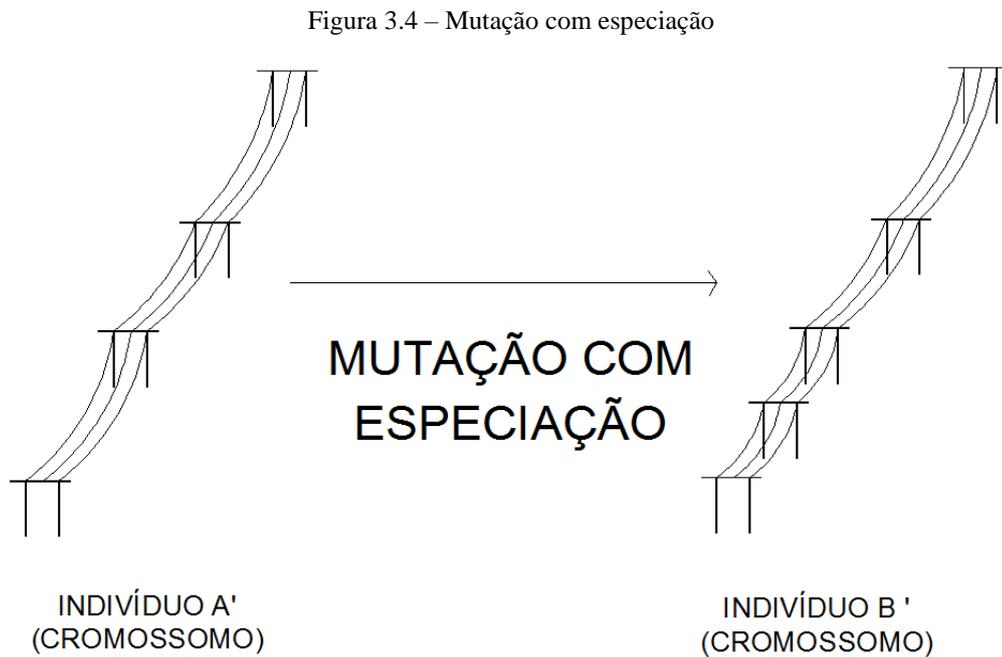
Pode-se notar que a terceira torre de baixo para cima teve sua posição alterada, enquanto as outras mantiveram suas características originais. É importante destacar que, visando ao aperfeiçoamento do processo, a faixa de valores dentro da qual as posições das torres podem variar é dinâmica e vai sendo alterada conforme a quantidade de iterações bem-sucedidas, isto é, que conseguiram melhorar em relação à anterior. Assim, quando são obtidos muitos sucessos em iterações consecutivas, adota-se uma postura mais ousada e aumenta-se essa faixa para buscar resultados ainda melhores. Já se houver uma sequência de gerações sem melhoras de resultado, reduz-se o grau da mutação para possibilitar uma melhor exploração de uma região específica.

3.1.3.3 Mutação com Especiação

Devido à natureza do problema tratado neste trabalho, que envolve otimizar tanto o trajeto quanto a alocação de torres de linhas de transmissão, não é possível saber de antemão a quantidade de torres que estarão presentes na solução final. Sendo assim, é necessário que se considere não só a alteração de valores de genes, mas também a inserção ou retirada aleatória destes, a fim de se criar novas espécies ao longo das gerações.

Para contemplar essa possibilidade, inseriu-se no algoritmo SOLT-CE o conceito de especiação, que trata da criação de novas espécies a partir das existentes [18]. Com isso, ao

longo das gerações surgem novas soluções candidatas, com quantidades diferentes de torres, como ilustrado Figura 3.4.



Fonte: Autoria própria.

Como é possível observar, inseriu-se uma nova torre no primeiro vão da L.T, ao passo que as demais torres foram mantidas inalteradas. A inserção ou retirada de genes é totalmente aleatória. No caso da adição, seleciona-se primeiramente um vão e posteriormente adiciona-se uma torre nas suas proximidades. Caso seja realizada a remoção, uma das torres é selecionada e retirada do projeto.

Há um cuidado para que a mutação não distorça o material genético considerado bom presente na população. Para garantir a preservação desses trechos de soluções, no caso da mutação simples, altera-se apenas um gene por cromossomo, e, para a mutação com especiação, adiciona-se ou remove-se uma única torre, mantendo-se as demais com suas características anteriores à reprodução.

3.1.4 Função de Adaptação e Seleção

Durante a otimização, o tamanho da população é mantido constante. Posto isso, à luz do darwinismo, sabe-se que haverá uma competição entre seus membros pela sobrevivência, uma vez que, com a reprodução dos pais, haverá um excesso populacional que deverá ser eliminado. Sendo assim, define-se um parâmetro de avaliação e um critério de seleção para a escolha dos indivíduos que irão compor à próxima geração.

Em uma população, o grau de adaptação de cada um dos membros é diferente e pode-se mensurá-lo a partir da chamada função de adaptação. No contexto deste trabalho, a função

de adaptação dos indivíduos das populações geradas ao longo do processo evolutivo é a função de avaliação discutida na seção 2.4, que compara o atendimento às restrições e, por fim, os custos.

Após se ter calculado a função de adaptação de cada um dos indivíduos (pais e filhos), é feita a seleção daqueles que sobreviverão e terão a chance de se reproduzir na geração futura. Para isso, utiliza-se o operador de seleção.

O processo de seleção deve ser balanceado entre a seleção aleatória de indivíduos e a seleção somente dos melhores indivíduo, para que seja possível, ao mesmo tempo, direcionar a evolução em direção às soluções candidatas de melhor avaliação e manter a diversidade dentro da população [2].

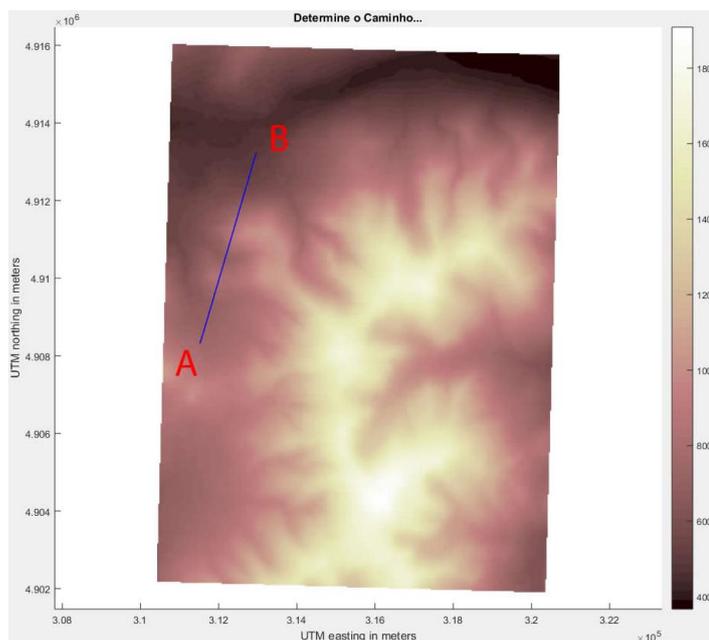
No método proposto, após a reprodução, classificam-se os melhores indivíduos de acordo com a função de adaptação, considerando os filhos gerados e os pais, e os primeiros são selecionados para a próxima geração. Porém, para lidar com a situação de convergência precoce para um resultado, que faria com que o otimizador ficasse estagnado em mínimos locais, estipula-se uma probabilidade de que um ou mais indivíduos quaisquer dentre os não selecionados inicialmente sobrevivam para a próxima geração. Deste modo, consegue-se que as sucessivas gerações apresentem indivíduos cada vez mais adaptados, enquanto mantém-se uma variabilidade no código genético da população ao longo do tempo.

3.1.5 Processo Evolutivo no SOLT-CE

O ponto de partida do algoritmo SOLT-CE é a inicialização dos parâmetros de evolução referentes ao tamanho populacional, quantidade de gerações consideradas e às taxas de mutação simples, mutação com especiação e recombinação gênica. No âmbito da mutação com especiação, deve-se definir ainda as probabilidades de ocorrência de adição e de subtração de torres.

O usuário deve indicar no mapa de relevo da região os pontos de origem e de destino da linha, e, com essa informação, gera-se uma solução inicial. O indivíduo inicial consiste em trajeto retilíneo com uma distribuição relativamente uniforme de torres, baseada em um valor de vão típico definido previamente, de modo que se consegue atender às restrições de distância mínima cabo-solo e vão máximo entre torres. A Figura 3.5 mostra um exemplo de trajeto inicial no mapa de relevo da região.

Figura 3.5 – Trajeto da solução inicial representado no mapa de relevo



Fonte: Autoria própria.

A partir do indivíduo inicial, são produzidos os demais indivíduos que farão parte da primeira geração. Para isso, seleciona-se aleatoriamente um único gene desse indivíduo, e é feita uma perturbação em seu valor, alterando-se a posição da torre correspondente. O processo é repetido até que a quantidade de membros da população, definida pelo usuário, seja alcançada.

Dá-se então início ao processo evolutivo, a partir da aplicação de operadores reprodutivos e de seleção. Assim, dada uma população de tamanho N , são gerados N novos indivíduos, cujas alterações em relação aos pais ocorrem baseadas nas probabilidades de ocorrência dos fenômenos relacionados à mutação e recombinação gênica. Nesta etapa, a cada geração, são selecionados indivíduos pais aleatoriamente, ou seja, todos os componentes da população têm a mesma chance de se reproduzirem, visando manter uma diversidade genética maior durante o processo.

Primeiramente é feita a escolha do operador reprodutivo a ser aplicado para gerar o novo indivíduo, baseada nas probabilidades estipuladas pelo usuário. De acordo com essa escolha, selecionam-se os pais que se reproduzirão. O processo de escolha do operador reprodutivo e dos pais é feita sucessivamente até que se tenha gerado N novos membros da população.

O operador reprodutivo de mutação considerado no SOLT-CE baseia-se na reprodução assexuada, isto é, um único pai gera um único filho, que pode diferir apenas pelo valor de um de seus genes ou pela quantidade deles. Quando da ocorrência de uma mutação simples, seleciona-se uma torre qualquer do projeto pai, excetuando-se as torres inicial e final, e altera-se a sua posição no plano XY dando origem ao seu descendente. Caso ocorra uma mutação com

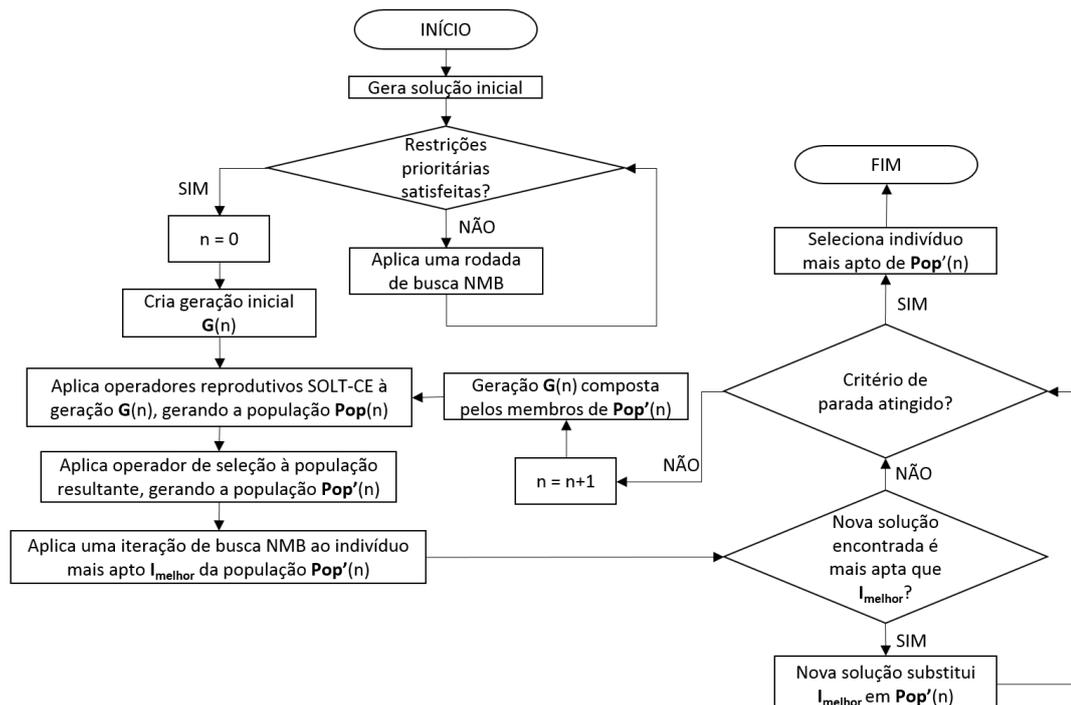
especialização, ou remove-se uma torre intermediária qualquer, ou adiciona-se uma nova torre nas vizinhanças de um vão aleatoriamente selecionado, produzindo-se, então, um indivíduo de uma nova espécie na população. Para evitar a perda de trechos de materiais genéticos de boa qualidade durante a evolução, a mutação é feita em um único gene do indivíduo progenitor, preservando-se os demais.

É importante ressaltar que a amplitude da perturbação que pode ser causada na posição de uma determinada torre é dinâmica. Sendo assim, a cada conjunto de sucessivas gerações, de tamanho definido por usuário, avalia-se em quantas houve melhora. Caso a taxa de melhora encontrada seja igual ou superior a uma porcentagem de referência definida pelo usuário, aumenta-se a faixa em torno da qual a posição da torre pode oscilar para explorar uma área maior, caso contrário, é feita uma redução, para que seja feita uma busca local mais minuciosa.

Já no caso da recombinação gênica, a reprodução envolvida tem característica sexuada, de modo que dois indivíduos trocam trechos de materiais genéticos e produzem dois novos descendentes. É importante ressaltar que o cruzamento só pode ocorrer entre membros da população que sejam da mesma espécie. Além disso, não se considera a possibilidade de surgimento de uma nova espécie nessa situação. Logo, os pontos de seccionamento do material genético de ambos os pais devem ser o mesmo.

A Figura 3.6 apresenta as etapas para a geração de novos indivíduos, considerando-se uma população de tamanho N .

Figura 3.6 - Fluxograma de geração de novos indivíduos na população



Fonte: Autoria própria.

É possível notar que a cada iteração i são selecionados dois pais e gerados dois descendentes, de modo que o processo se repete $N/2$ vezes até totalizar $2N$ indivíduos na população.

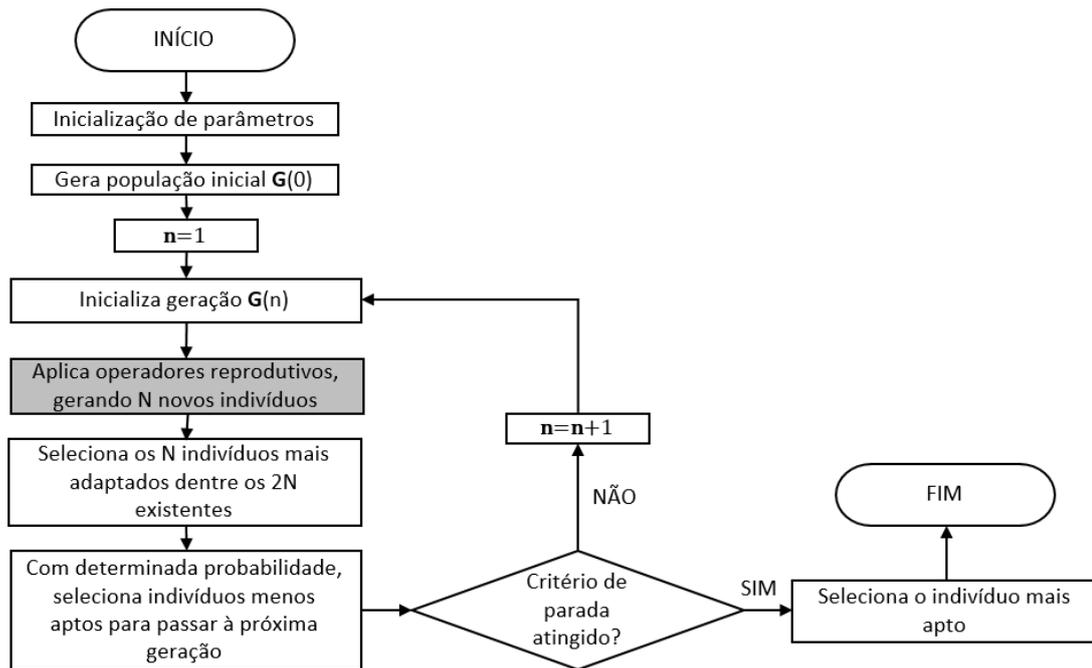
Após a reprodução, os indivíduos iniciais de uma determinada população e seus filhos passam a coexistir dentro daquela geração, que passa a ser composta por $2N$ membros. Há então uma competição entre eles pela sobrevivência, já que o tamanho da população é limitado a N . Com isso, selecionam-se os melhores baseados na função de adaptação do problema e eles passarão para a próxima geração. Porém, considera-se uma probabilidade, estipulada pelo usuário, de que um ou mais indivíduos que não estejam entre os melhores sobrevivam. Como a quantidade de indivíduos da população é fixa, toma-se o cuidado de que eles substituam os piores dentre os já selecionados, garantindo-se assim que os mais aptos não sejam descartados e mantendo-se o tamanho N da população.

A cada execução do programa, o processo evolutivo apresenta comportamento diferente quanto à convergência para um resultado, podendo essa ser mais lenta ou mais rápida, de modo que se torna uma tarefa imprecisa a definição de uma quantidade fixa de gerações de indivíduos para a otimização.

Tendo em vista a condição necessária de que a solução encontrada atenda plenamente a todas as restrições estabelecidas pelo usuário, adota-se no SOLT-CE um critério de parada que é levado em consideração somente após a obtenção de uma solução que respeite todas essas restrições. Isto é, o processo de otimização é realizado ininterruptamente até o momento em que a função-objetivo prioritária e o fator de qualidade são zerados. A partir desse momento avalia-se a melhora dos resultados ao longo de gerações consecutivas, baseada na ocorrência de redução da quantidade de torres do melhor indivíduo, uma vez que esse é o item de maior peso na contabilização de custos monetários do projeto. Assim, se decorridas N_G gerações seguidas sem que seja encontrada uma proposta de projeto com um quantitativo reduzido de torres de transmissão, o processo evolutivo é encerrado.

O processo de otimização SOLT-CE pode ser resumido pelo fluxograma presente na Figura 3.7, em que o processo destacado se refere àquele descrito na Figura 3.6.

Figura 3.7 – Fluxograma do SOLT-CE



Fonte: Autoria própria.

A próxima sessão trata de outro método de otimização para o mesmo problema, porém com uma outra abordagem que utiliza um método de busca inspirado no consagrado método de Nelder-Mead.

3.2 Algoritmo 2: Otimização Nelder-Mead Based (SOLT-NMB)

O algoritmo de Nelder-Mead é um conhecido método simplex para a minimização de funções de múltiplas variáveis. Um simplex é uma figura geométrica em N dimensões, constituída por N+1 pontos. Para duas variáveis, por exemplo, um simplex é representado por um triângulo e o método passa a ser uma busca que compara os valores da função-objetivo em cada um dos 3 vértices. O vértice no qual a função-objetivo apresenta o pior resultado é descartado e substituído por um novo, e o processo continua com a formação de sucessivos triângulos nos quais a função-objetivo apresenta valores cada vez menores. O tamanho dos triângulos formados, então, vai sendo reduzido até que os vértices apresentem uma convergência e seja encontrado um ponto mínimo local [15].

O método de otimização SOLT-NMB é inspirado no padrão de busca do algoritmo Nelder-Mead, consistindo na aplicação sistemática das transformações propostas por ele (reflexão, expansão, contração e encolhimento) de maneira adaptada ao problema em questão.

3.2.1 Transformações Triangulares Adaptadas

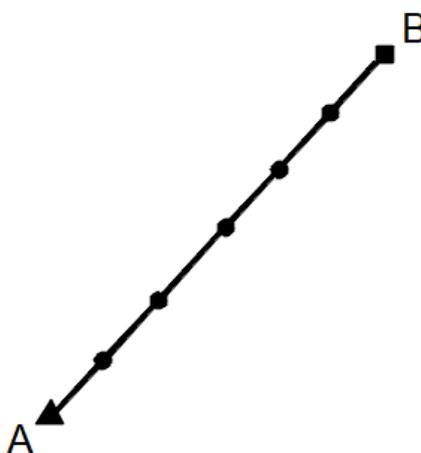
O algoritmo de busca desenvolvido é baseado no método de Nelder-Mead para um simplex de três vértices, sendo os movimentos do simplex imaginário implementados fisicamente na linha de transmissão a ser projetada.

Para isso, foram feitas adaptações das transformações triangulares de reflexão, expansão, contração e encolhimento do simplex para torná-las aplicáveis de maneira física a trechos do trajeto em processo de otimização. O funcionamento do processo de busca é descrito nas seções seguintes.

3.2.1.1 Triângulo Inicial

Tendo o usuário definido os pontos de origem e de destino da linha de transmissão, gera-se uma solução que será o ponto de partida do processo de busca, conforme processo detalhado na sessão 3.2.2. Assim, tem-se um projeto inicial (P_0), conforme Figura 3.8.

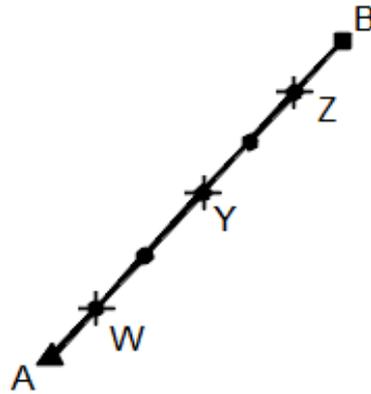
Figura 3.8 – Solução inicial do SOLT-NMB



Fonte: Autoria própria.

A partir de P_0 são selecionadas três torres aleatórias para serem os três vértices do triângulo no qual serão aplicadas as adaptações dos processos de reflexão, expansão, contração e encolhimento do método de Nelder-Mead. A Figura 3.9 destaca as torres escolhidas, localizadas nos pontos indicados por W , Y e Z . É importante ressaltar que a primeira e a última torre, localizadas na origem e final da linha, respectivamente, são fixas e não devem ter suas posições alteradas ao longo do processo.

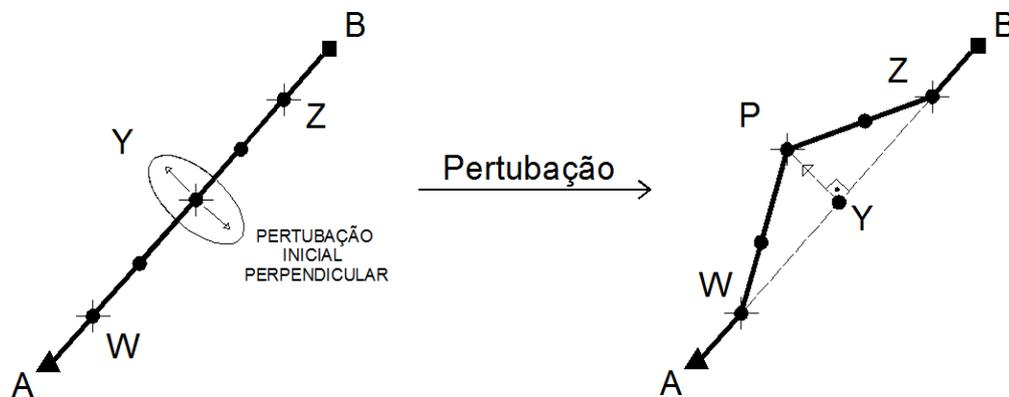
Figura 3.9 – Seleção dos vértices do triângulo (3 torres)



Fonte: Autoria própria.

Antes de aplicar a primeira transformação ao triângulo, é feita uma avaliação quanto ao alinhamento da torre intermediária selecionada, em Y , em relação às torres terminais selecionadas, em W e Z . Caso estejam alinhadas, insere-se uma perturbação aleatória na torre em Y , para desfazer esse alinhamento. A perturbação é ilustrada na Figura 3.10.

Figura 3.10 – Perturbação inicial no vértice central



Fonte: Autoria própria.

Observa-se que a torre intermediária é deslocada perpendicularmente à linha \overline{WZ} , passando a se localizar em um ponto P . A equação (17) é utilizada para encontrar o ponto P .

$$P = Y + \rho(Z - W)\angle 90^\circ, \quad \rho \sim U(-1, 1) \quad (17)$$

Onde ρ é um valor aleatório obtido a partir de uma distribuição uniforme entre -1 e 1.

Logo, P é gerado oscilando-se o ponto Y em torno do eixo perpendicular a \overline{WZ} , com uma amplitude máxima WZ , correspondente à distância entre as torres terminais selecionadas W e Z .

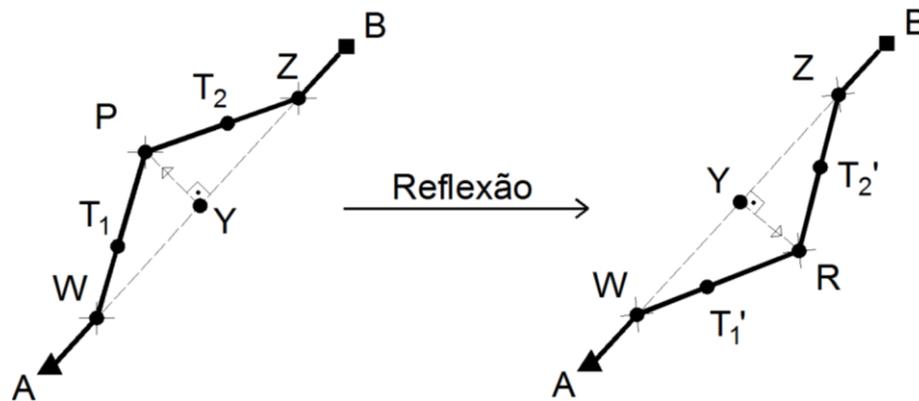
A partir da configuração de torres resultante da perturbação, quando essa for necessária, iniciam-se as transformações, sendo primeiramente aplicada a reflexão.

É importante ressaltar que a dinâmica da reflexão e das demais transformações, aqui demonstradas tomando como exemplo um trajeto com sete torres, pode ser facilmente expandida para projetos com quantidades maiores ou menores.

3.2.1.2 Reflexão

A primeira transformação que é aplicada ao triângulo WPZ é a reflexão em relação à linha \overline{WZ} . Para isso, é traçado um segmento de reta entre P e Y , de comprimento d . Em seguida, o segmento é estendido além de Y até uma distância d , localizando-se assim o ponto refletido R , conforme representado na Figura 3.11.

Figura 3.11 – Reflexão do triângulo



Fonte: Autoria própria.

A equação (18) mostra a fórmula vetorial para a reflexão do ponto P .

$$\begin{aligned} R &= Y + (Y - P) \\ R &= 2Y - P \end{aligned} \quad (18)$$

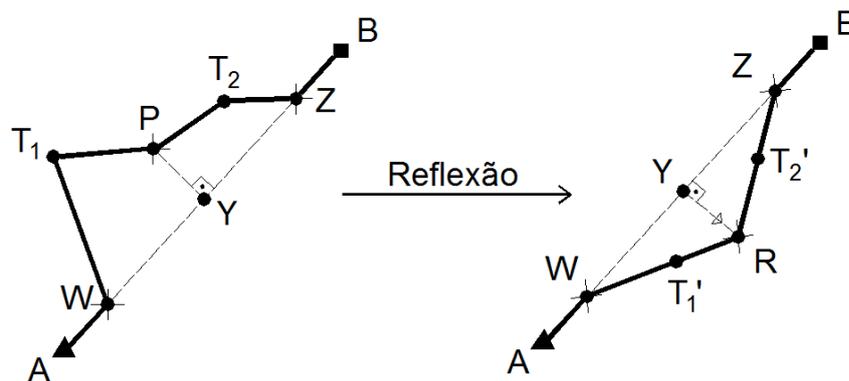
Nota-se que, entre os vértices do triângulo, há torres intermediárias, localizadas em T_1 e T_2 . Essas torres acompanham o movimento do vértice P , mantendo assim a formação triangular do trajeto na região. Para isso, a projeção desses pontos sobre os novos segmentos de retas formados pelos vértices W , R e Z é feita de maneira proporcional, e as distâncias dos pontos T_1' e T_2' em relação aos vértices W e Z , respectivamente, são obtidas conforme expressões abaixo

$$WT_1' = WR \cdot \frac{WT_1}{WT_1 + PT_1} \quad (19)$$

$$ZT'_2 = ZR \cdot \frac{ZT_2}{ZT_2 + PT_2} \quad (20)$$

A Figura 3.12 mostra um caso que ocorre ao longo do processo de otimização. No trecho do trajeto entre W e Z , as torres intermediárias localizadas em T_1 e T_2 não estão alinhadas com os vértices selecionados.

Figura 3.12 – Reflexão do triângulo em trecho sem alinhamento



Fonte: Autoria própria.

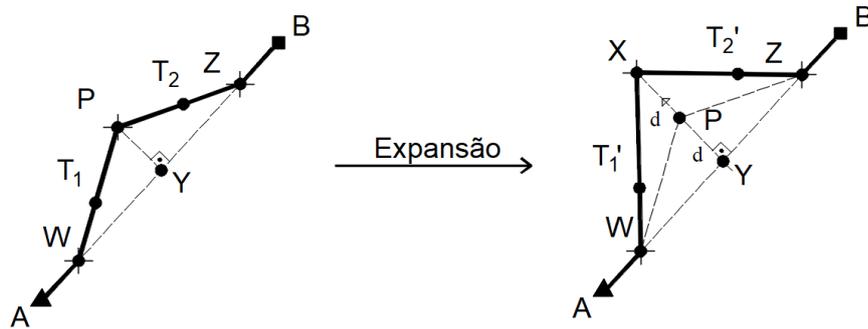
Neste caso, é feita a reflexão do ponto P e as torres de T_1 e T_2 são projetadas sobre os novos segmentos \overline{WR} e \overline{RZ} , respectivamente, restabelecendo-se a formação triangular do trajeto entre W e Z . Do mesmo modo, as novas distâncias WT'_1 e ZT'_2 entre as torres intermediárias e as torres terminais do trecho são encontradas utilizando-se as equações (19) e (20).

3.2.1.3 Expansão

Compara-se então o valor da função de avaliação do problema para a configuração de torres antes e depois da reflexão. Caso a reflexão tenha levado a um melhor resultado, então houve um movimento das torres no sentido de minimização e é possível que uma solução ainda melhor seja encontrada se o ponto R for deslocado a uma distância maior no mesmo sentido. Por outro lado, se houver uma piora com a reflexão, espera-se que o sentido de minimização da função seja o oposto, e, portanto, é feita uma expansão do ponto não-refletido P no sentido oposto ao da reflexão.

O processo de expansão do ponto P é representado na Figura 3.13, sendo que o mesmo raciocínio é aplicado para a expansão do ponto R , se esse for o caso.

Figura 3.13 – Expansão do triângulo



Fonte: Autoria própria.

A expansão é feita ao longo da reta que passa por P e Y . Dado o segmento \overline{YP} , de comprimento d , encontra-se a nova posição X do vértice central dobrando-se a sua extensão. Deste modo, forma-se o triângulo expandido WXZ .

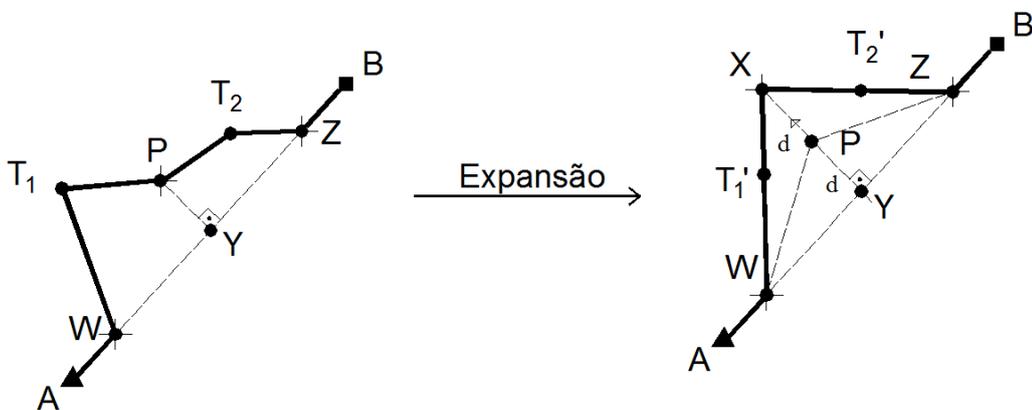
A equação (21) mostra a fórmula vetorial para a expansão do ponto P .

$$\begin{aligned} X &= P + (P - Y) \\ X &= 2P - Y \end{aligned} \quad (21)$$

Assim como ocorre com a reflexão, as torres intermediárias localizadas no trecho que compõe o triângulo são projetadas sobre o novo caminho WXZ de maneira proporcional às suas localizações antes da expansão, utilizando-se as equações (19) e (20).

Novamente é importante destacar a ocorrência de casos como o da Figura 3.14. A expansão ocorre de maneira semelhante à Figura 3.12, de modo que o vértice central é deslocado e as demais torres acompanham o novo alinhamento WXZ , reestabelecendo-se a formação triangular do trecho de interesse.

Figura 3.14 – Expansão do triângulo em trecho sem alinhamento

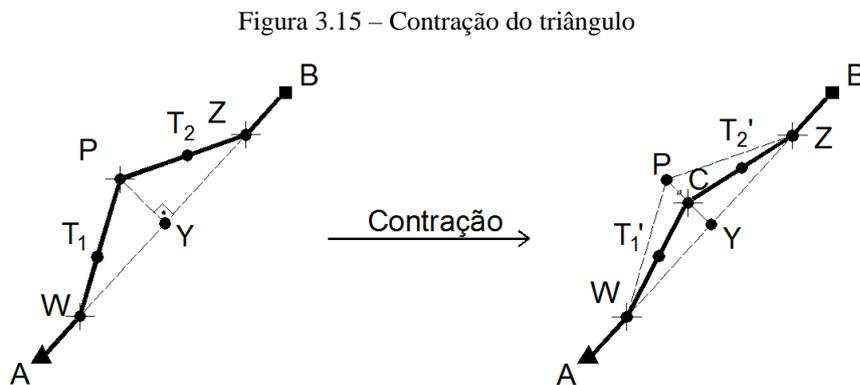


Fonte: Autoria própria.

3.2.1.4 Contração

Se a expansão tiver resultado em melhora, a iteração é encerrada e reinicia-se o processo de busca utilizando-se o trajeto expandido como a solução inicial. Por outro lado, caso a expansão não tenha resultado em um valor menor para a função de avaliação se comparado aos dois trajetos anteriormente gerados, talvez o melhor trajeto não esteja tão afastado do trajeto inicial. Assim, aplica-se o operador de contração ao triângulo inicial (Figura 3.10) e ao triângulo formado pela reflexão dele (Figura 3.11).

A contração é feita ao longo do segmento de reta \overline{PY} , de comprimento d , conforme Figura 3.15. A nova posição do vértice P é o ponto médio de \overline{PY} , levando à formação do triângulo contraído WCZ . O mesmo processo é feito com o trajeto refletido encontrado anteriormente.



Fonte: Autoria própria.

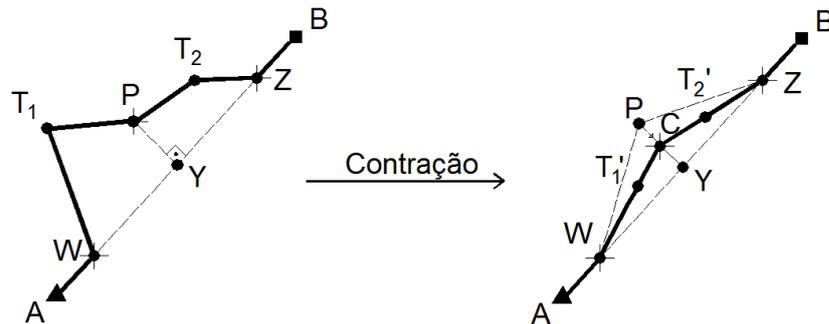
A fórmula vetorial para a contração do ponto P é:

$$C = P + 0.5(Y - P)$$

$$C = 0.5P + 0.5Y \quad (22)$$

As torres localizadas entre os vértices são projetadas sobre as arestas do triângulo contraído, conforme explicado para as transformações anteriores. É importante destacar que, também na contração, no caso de as torres intermediárias não estarem alinhadas com os vértices do triângulo, é feita a projeção delas ao longo das novas arestas, restabelecendo-se a configuração triangular do trecho selecionado, conforme Figura 3.16.

Figura 3.16 – Contração do triângulo em trecho sem alinhamento



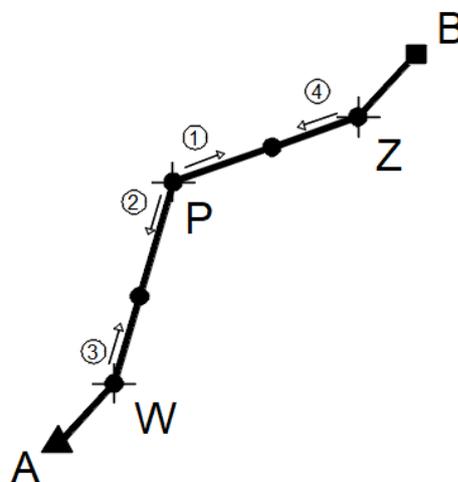
Fonte: Autoria própria.

Os trajetos resultantes das duas contrações são comparados entre si. O melhor dentre eles (P_C) é então comparado com o melhor trajeto encontrado após a reflexão e expansão. Caso haja melhora no resultado, encerra-se a iteração e repete-se todos os passos, utilizando-se a melhor solução encontrada como solução inicial (P_0) para a próxima iteração, até que o critério de parada seja alcançado.

3.2.1.5 Encolhimento

Por fim, se nem a expansão, e nem a contração levarem a resultados melhores que a solução inicial e a solução refletida P_R da iteração, aplica-se o encolhimento ao melhor projeto entre P_R e P_0 . Essa etapa é a que envolve o maior número de possibilidades de transformação e consiste no deslocamento individual de cada um dos vértices, ao longo das arestas do triângulo, conforme indicado na Figura 3.17. Caso a contração aplicada anteriormente resulte em uma melhora de resultados, finaliza-se a sequência de transformações e reinicia-se o processo de busca utilizando-se o trajeto contraído como a solução inicial (P_0).

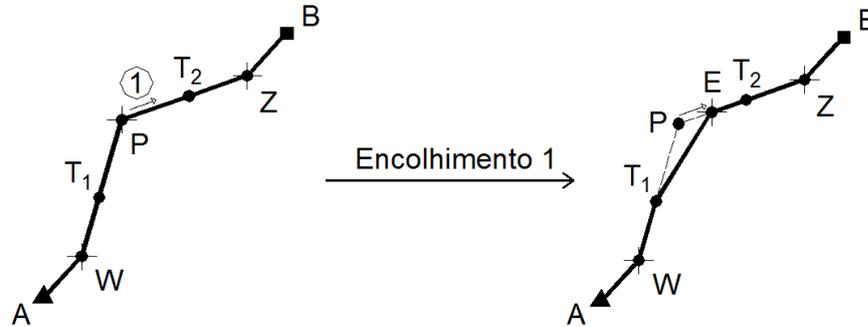
Figura 3.17 – Encolhimentos do triângulo



Fonte: Autoria própria.

Inicialmente, aplica-se o encolhimento ao vértice central P . O encolhimento neste caso consiste no deslocamento do ponto nas direções 1 e 2, gerando duas novas soluções candidatas. O deslocamento na direção 1 é representado na Figura 3.18.

Figura 3.18 – Encolhimento 1



Fonte: Autoria própria.

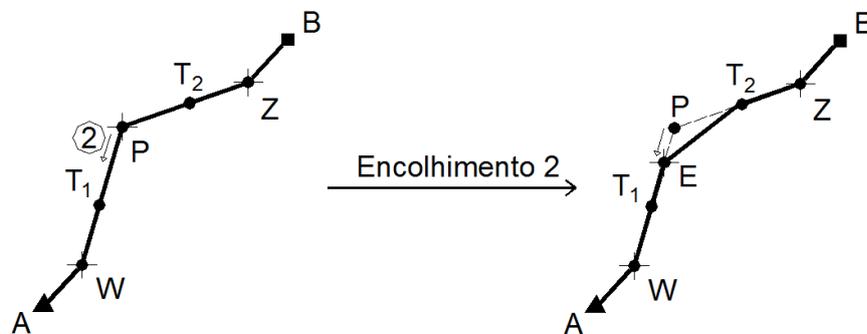
Para encontrar o ponto encolhido E , o ponto P é deslocado ao longo do segmento $\overline{PT_2}$. Para possibilitar uma melhor exploração do caminho, a distância de deslocamento é gerada aleatoriamente para cada caso. Ao contrário das transformações anteriores, as torres localizadas entre os vértices do triângulo não têm suas posições alteradas. A fórmula vetorial para o encolhimento 1 do ponto P é:

$$E = P + \rho(T_2 - P), \quad \rho \sim U(0, 1) \quad (23)$$

Onde ρ é um valor aleatório obtido a partir de uma distribuição uniforme entre 0 e 1.

A seguir, é aplicado o encolhimento na direção 2 ao ponto P , conforme Figura 3.19.

Figura 3.19 – Encolhimento 2



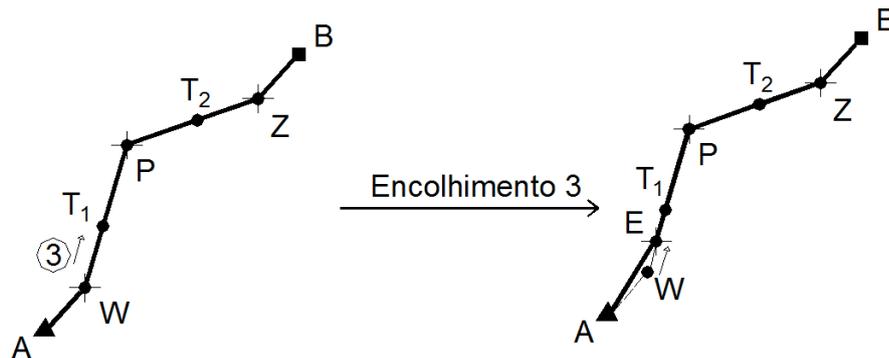
Fonte: Autoria própria.

Para encontrar o ponto E , deve-se deslocar o ponto P aleatoriamente ao longo do segmento $\overline{PT_1}$. Neste caso, a fórmula vetorial para o encolhimento do ponto P é:

$$E = P + \rho(T_1 - P), \quad \rho \sim U(0, 1) \quad (24)$$

O próximo encolhimento a ser avaliado é o do vértice W . Para isso, o ponto W é deslocado ao longo de $\overline{WT_1}$, conforme representação da Figura 3.20.

Figura 3.20 – Encolhimento 3



Fonte: Autoria própria.

A fórmula vetorial para o encolhimento do ponto W é:

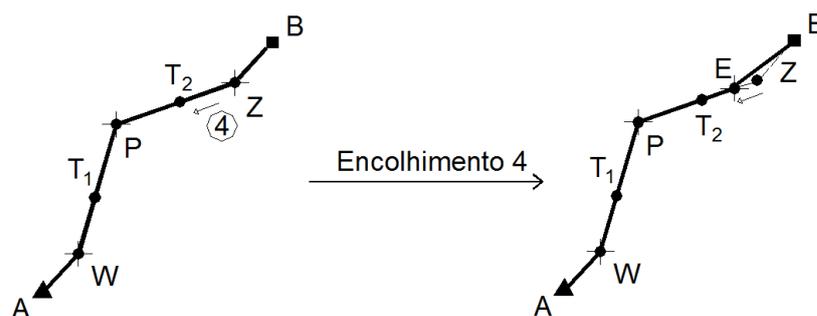
$$E = W + \rho(T_1 - W), \quad \rho \sim U(0, 1) \quad (25)$$

Por fim, deve-se avaliar o encolhimento do vértice Z , que é feito ao longo de $\overline{ZT_2}$ de acordo com a fórmula a seguir:

$$E = Z + \rho(T_2 - Z), \quad \rho \sim U(0, 1) \quad (26)$$

O encolhimento de Z está representado na Figura 3.21.

Figura 3.21 – Encolhimento 4



Fonte: Autoria própria.

É importante destacar que, no caso do encolhimento, apenas um dos vértices é movimentado de cada vez, de modo que são geradas quatro propostas de soluções diferentes a partir do projeto inicial, cada qual com a posição de apenas uma das torres alteradas.

Os indivíduos resultantes dos quatro encolhimentos são então comparados entre si, selecionando-se o melhor (P_E). O projeto P_E é então comparado com o projeto inicial P_0 e P_R , e o melhor dentre eles passa a ser o trajeto inicial da próxima iteração.

Adicionalmente às transformações apresentadas, procurando evitar a situação de estagnação em mínimos locais, admite-se, com determinada probabilidade, que a perturbação aleatória representada na Figura 3.10 ocorra independentemente de os vértices do triângulo estarem alinhados ou não.

O conjunto de transformações descritas baseadas no método de Nelder-Mead são então aplicadas em sequência, a cada iteração, ao melhor trajeto encontrado até o momento pelo algoritmo, até que o critério de parada estabelecido seja atingido.

3.2.2 Dinâmica do Processo de Otimização SOLT-NMB

O SOLT-NMB é iniciado com a definição de parâmetros relacionados às torres e aos cabos que compõem a linha de transmissão, além da seleção do mapa de relevo da região em que o projeto será desenvolvido. Em seguida, o usuário deve indicar no mapa os pontos de origem e de destino da linha de transmissão que se deseja construir, e, com isso, é traçado um trajeto retilíneo interligando os dois pontos, conforme mostrado na Figura 3.5 para o algoritmo SOLT-CE.

A partir dessas informações, é executada uma rotina que gera uma solução inicial que respeita algumas das restrições do problema, e que será o ponto de partida para o processo de otimização, cujo método de busca envolve a utilização das transformações triangulares tratadas na seção 3.2.1.

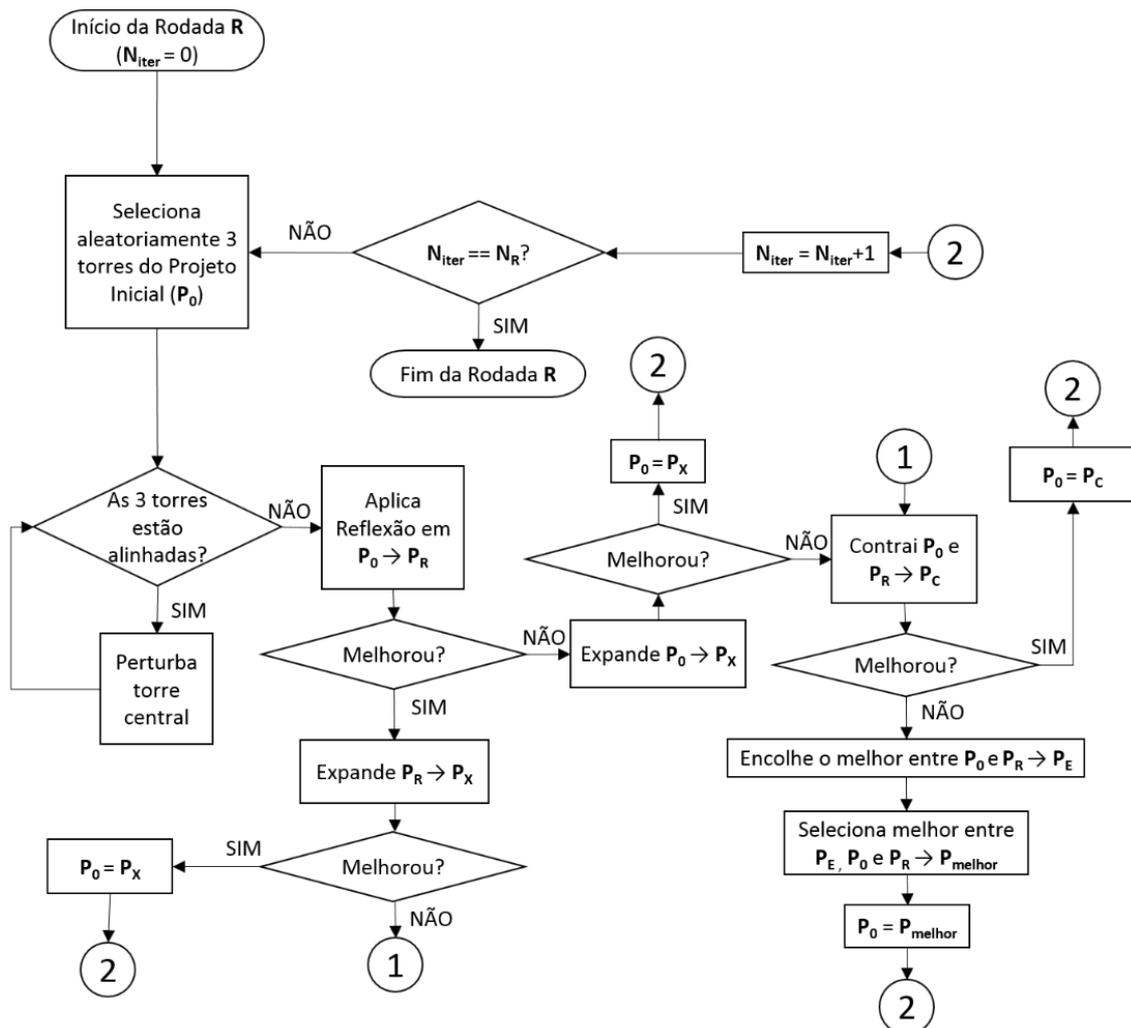
Como dito anteriormente, não é possível saber inicialmente qual a quantidade de torres que será instalada ao longo da linha de transmissão de energia elétrica para que se tenha um projeto que respeite as restrições consideradas e que seja econômico financeiramente. Sendo assim, o processo de busca deve abranger soluções com números de torres diferentes.

Para tratar essa questão, o processo de otimização é feito por rodadas, cada qual com uma quantidade fixa de torres, e que consistem na aplicação da rotina de busca local reiteradas vezes. Cada rodada dá-se início com um determinado projeto, no qual aplicam-se a sequência transformações adaptadas de Nelder-Mead uma quantidade N_R de vezes sem que sejam adicionadas nem removidas torres.

Em cada uma das rodadas, primeiramente, é feita a reflexão do encaminhamento do projeto inicial P_0 , gerando-se o projeto refletido P_R . Se essa operação resultar em melhora, aplica-se a expansão na solução resultante; caso contrário, a expansão é aplicada a P_0 . Para a situação em que a expansão resultar em melhora, encerra-se a iteração e reinicia-se a rodada utilizando a solução expandida P_X como sendo a solução inicial P_0 . Já para os casos em que não se obtiver um melhor resultado, é feita a contração tanto do trajeto P_R quanto do trajeto P_0 , produzindo-se dois novos indivíduos, que devem ser comparados, selecionando-se o melhor (P_C). A solução P_C é então comparada a P_0 e P_R . Havendo melhora, encerra-se a rodada, iniciando-se outra em que o trajeto inicial será o P_C . Caso contrário, é feita a expansão de P_0 , produzindo-se quatro novos indivíduos que devem ser comparados entre si, escolhendo-se o melhor (P_E). Por fim, escolhe-se o melhor entre P_0 , P_R e P_E para ser a solução inicial da rodada seguinte.

A Figura 3.22 mostra um fluxograma que detalha o funcionamento de cada rodada.

Figura 3.22 – Fluxograma da rodada do SOLT-NMB



Fonte: Autoria própria.

Concluída a rodada, é realizado um processo de escolha para definir se será adicionada ou removida uma torre no melhor projeto encontrado.

Inicialmente, quando as restrições prioritárias, representadas pela primeira função-objetivo, ainda não estão integralmente satisfeitas, a definição quanto à adição ou remoção de torres ao fim de uma rodada é feita da seguinte maneira: caso a busca da presente rodada tenha levado a um resultado melhor que os obtidos em rodadas anteriores, remove-se, na atual solução encontrada (P_{RO}), uma dentre as cinco torres que se encontram mais próximas das torres adjacentes, considerando-se uma maior probabilidade de que se remova a torre localizada entre os menores vãos. Já se não tiver havido melhora no resultado, recupera-se a melhor solução até então obtida no processo (P_{MP}), e é feita a adição de uma torre a ela naquele vão que possuir o maior grau de violações, que, por sua vez, consiste na soma direta dos fatores de violação associado a cada um dos vãos. Com o novo projeto gerado, reiniciam-se as buscas.

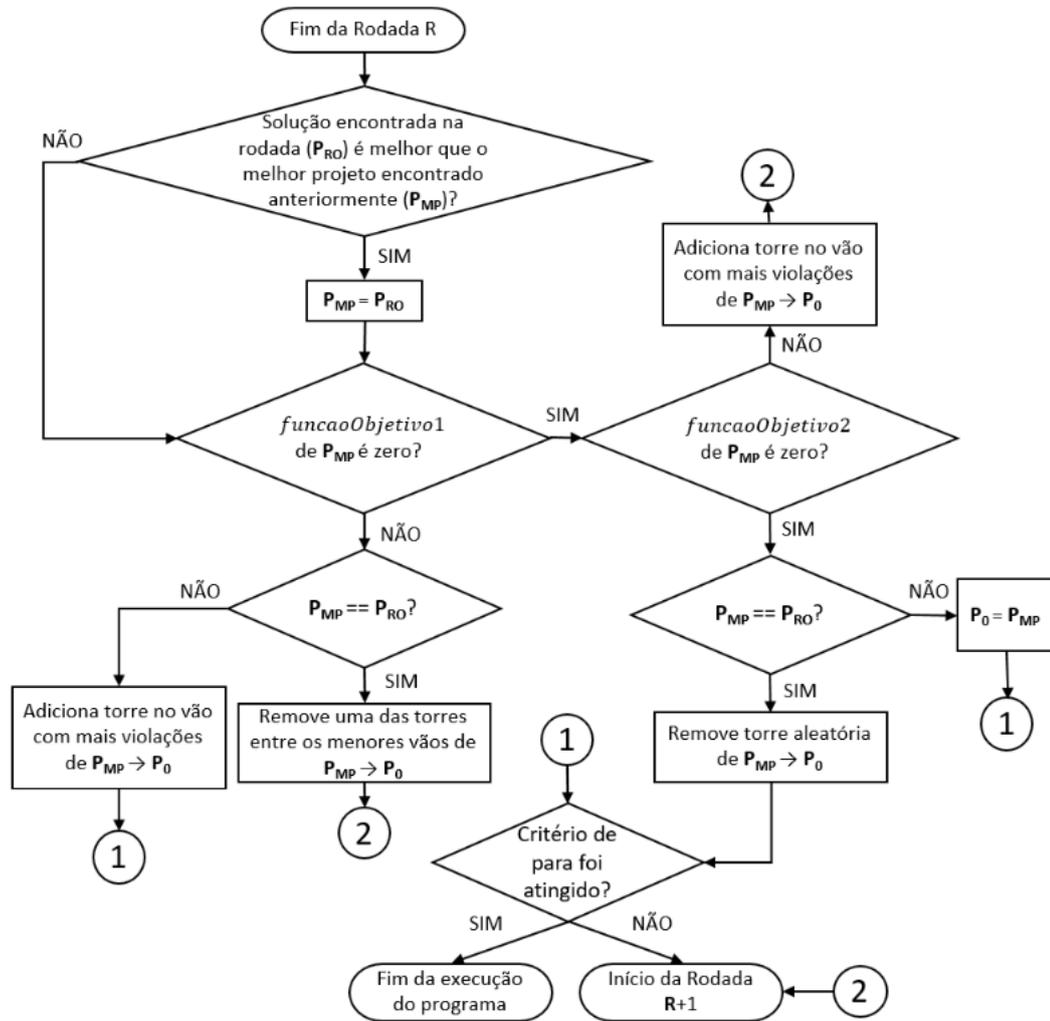
Quando a primeira função-objetivo é zerada, o algoritmo passa a minimizar a segunda função-objetivo (fator de qualidade). Nessa etapa, se o fator de qualidade ainda não está zerado, é feita a adição de uma torre na melhor solução já encontrada, no vão com mais violações. Além disso, para tornar a minimização do fator de qualidade mais eficiente, estabelece-se que uma das torres do vão com maior grau de violação será necessariamente um dos três vértices que formará o próximo triângulo a ser otimizado. Deste modo, prioriza-se a otimização dos trechos com mais violações, evitando-se que o algoritmo gaste tempo com aqueles onde não há violações.

Por fim, tendo sido minimizadas as duas funções anteriores, é iniciada a otimização de custos, e a seleção das torres que comporão os vértices dos triângulos volta a ser completamente aleatória.

Para esse caso, quando a quantidade de torres da solução gerada ao fim da rodada é menor que a quantidade presente na melhor solução encontrada até o momento, porém não houve melhora na avaliação, recupera-se a melhor solução P_{MP} e inicia-se mais uma rodada de buscas a partir dela, para tentar uma redução ainda maior de seus custos. Ao fim dessa nova busca feita a partir de P_{MP} , remove-se novamente uma torre e reiniciam-se as buscas. É importante ressaltar, que, nessa etapa, também se admite que a torre a ser removida não seja necessariamente aquela que está mais próxima de suas vizinhas. Para isso, admite-se, com determinada probabilidade, que seja selecionada uma torre aleatória pertencente a um dos trechos em que há uma maior proximidade entre as estruturas. O processo de otimização de custos prossegue até que o critério de parada seja atingido.

A Figura 3.23 mostra um fluxograma que detalha o processo de definição quanto à adição ou remoção de torres ao fim de cada rodada, e que consiste na continuação daquele representado na Figura 3.22.

Figura 3.23 – Fluxograma de decisão ao fim de cada rodada



Fonte: Autoria Própria.

O processo de otimização é realizado até que o critério de parada seja atingido. No algoritmo desenvolvido, enquanto as restrições não estão totalmente satisfeitas, o programa continua sendo executado livremente. A partir do momento em que as duas primeiras funções-objetivo são zeradas e a otimização de custos se inicia, é feita uma avaliação semelhante à realizada no algoritmo SOLT-CE, de maneira que, caso decorra uma quantidade de rodadas consecutivas, determinada pelo usuário, em que não se obtenha um resultado com quantidade menor de torres, a otimização é finalizada.

A próxima sessão trata do terceiro algoritmo proposto, que é um algoritmo memético e que consiste de uma hibridação dos dois métodos de otimização propostos anteriormente.

3.3 Algoritmo 3: Otimização Híbrida (SOLT-HBD)

O SOLT-HBD é um algoritmo híbrido baseado nos princípios dos algoritmos meméticos, desenvolvido com a proposta de aliar a busca do SOLT-CE à do SOLT-NMB, procurando unir as principais qualidades encontradas em cada um deles. Assim, o método proposto é mais dinâmico quanto ao surgimento de soluções com quantidades de torres diferentes a cada iteração se comparado ao SOLT-NMB, pois incorpora o conceito de especiação e competição interespecífica, ao mesmo tempo em que procura manter a eficácia da busca através de transformações triangulares do segundo algoritmo apresentado neste trabalho.

Algoritmos Meméticos têm princípios de Algoritmos Evolucionários e utilizam uma técnica de busca global baseada em populações combinada com o uso sistemático de um método de busca local em soluções individuais para encontrar mínimos locais [2]. Portanto, pode-se considerar o SOLT-HBD como um híbrido do SOLT-CE e SOLT-NMB, em que a busca global é realizada com o uso da Computação Evolucionária, e a busca local é feita com o algoritmo inspirado no método de Nelder-Mead.

O processo de otimização do programa desenvolvido divide-se em duas fases distintas, cada qual utilizando uma estratégia de busca específica.

3.3.1 Primeira Etapa da Otimização

Assim como nos métodos SOLT-CE e SOLT-NMB, inicialmente deve-se definir os parâmetros iniciais de projeto, dentre eles os pontos inicial e final da linha a ser projetada. A partir desses dados é gerada a solução que dará início ao processo de otimização.

A primeira parte do SOLT-HBD é voltado para o atendimento das restrições prioritárias, sendo elas as restrições de declividade do terreno e a restrição de máxima deflexão dos cabos nas estruturas de suporte. Sendo assim, ao final desta fase, o programa tem um trajeto prévio para a L.T. que se aproxima bastante do trajeto final, já que a etapa seguinte é voltada principalmente para a alocação de torres e resulta em apenas pequenas alterações no encaminhamento.

Para isso, utiliza-se a estratégia de busca do SOLT-NMB até que as restrições mensuradas pelas primeira função-objetivo sejam atendidas. Assim, o usuário deve definir a quantidade N_R de vezes que será aplicada a rotina de busca inspirada no método de Nelder-Mead em cada rodada.

A dinâmica do processo de otimização é o descrito na seção 3.2, porém, diferentemente do SOLT-NMB, a primeira parte do algoritmo é interrompida antes de as duas primeiras funções-objetivo serem zeradas. O critério de parada dessa primeira parte da execução é o

momento em que os fatores de violação das restrições prioritárias da solução encontrada são zerados.

3.3.2 Segunda Etapa de Otimização

Dando continuidade após a primeira etapa da otimização, em um segundo momento, o algoritmo passa a focar na minimização das outras duas funções-objetivo, relativas ao fator de qualidade do projeto e aos custos monetários envolvidos. Nesta etapa, o algoritmo passa a funcionar como um algoritmo memético, em que se associa um método de busca global (CE) e um método de busca local (NMB), que é aplicado ao melhor indivíduo encontrado em cada geração.

Deve-se, antes de mais nada, estabelecer os parâmetros de evolução referentes ao tamanho populacional, quantidade de gerações e às taxas de mutação simples, recombinação gênica e mutação com especiação e suas variações com adição ou supressão de torres.

A partir da solução encontrada na primeira etapa da otimização, gera-se uma população inicial com o tamanho N definido, composta de indivíduos de uma mesma espécie. A partir da mutação de um único gene da solução encontrada na fase anterior, aleatoriamente selecionado, de cada vez, dá-se origem a um novo indivíduo. Esse processo é repetido até que se tenha N membros na geração inicial.

Aplicam-se os operadores reprodutivos e de seleção aos indivíduos da população inicial e das seguintes, conforme detalhado na sessão 3.1. A escolha dos membros da geração que se reproduzirão e dos fenômenos reprodutivos é totalmente aleatória, tendo todos as mesmas chances de gerarem descendentes, o que favorece a manutenção de uma maior diversidade genética durante o processo evolutivo.

Considera-se no algoritmo SOLT-HBD que a primeira etapa resulta em uma boa aproximação do trajeto final da L.T. Por esse motivo, limita-se a possibilidade de os operadores reprodutivos gerarem alterações significativas no encaminhamento encontrado na etapa anterior. Para isso, a adição de torres é feita de maneira aleatória em regiões mais próximas do trajeto. Adicionalmente, a mutação simples permite uma menor oscilação da posição da torre selecionada se comparada a como ocorre no SOLT-CE.

Também nesse algoritmo utiliza-se uma faixa de valores dinâmica para a amplitude da perturbação de posição a que uma determinada torre pode estar sujeita. Assim, caso haja uma sequência de gerações com uma determinada percentagem de melhoras em relação às anteriores, admite-se uma ampliação restrita da região na qual determinada torre pode se mover quando da mutação; caso contrário, a faixa é reduzida.

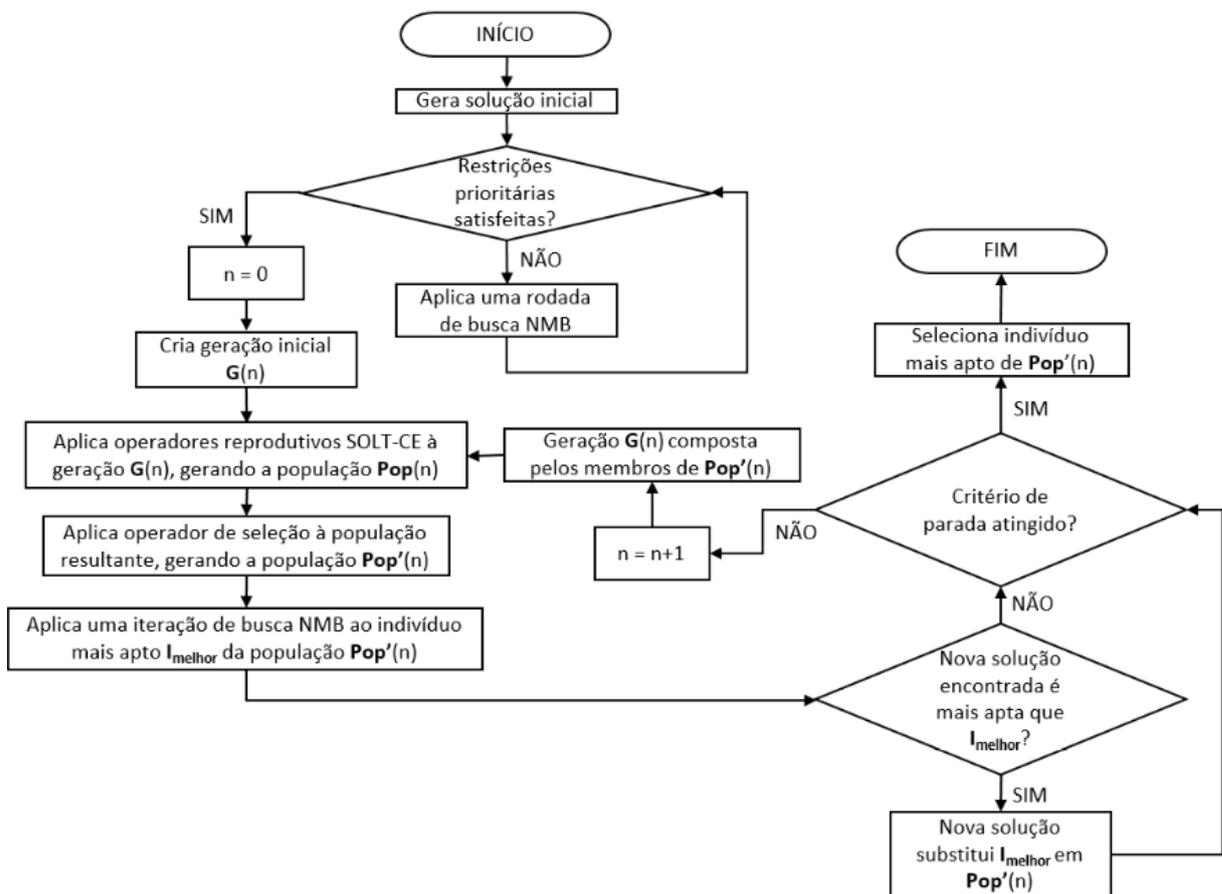
Ao final de cada uma das gerações, após serem escolhidos os indivíduos que sobreviverão, aquele com melhor função de adaptação dentre todos é selecionado para que seja promovida uma busca local a partir dele. Deste modo, aplica-se uma iteração da busca SOLT-NMB, ou seja, são executadas sequencialmente, uma única vez, as transformações triangulares, tomando esse membro como a solução inicial P_0 .

Finalizada a rotina, comparam-se os resultados obtidos antes e depois da busca local, sendo que, caso a busca local tenha encontrado uma melhor solução, o projeto resultante substituirá o anterior na próxima geração de indivíduos. Caso contrário, o processo evolutivo segue para a próxima geração sem alterações nos membros de sua população.

O processo combinado de busca global promovida pelo SOLT-CE seguido de busca local tomando o melhor indivíduo de cada geração como sendo a solução inicial e utilizando o SOLT-NMB prossegue até que a quantidade de gerações definidas pelo usuário seja alcançada. Ao fim da otimização, o indivíduo com menor valor para a função de adaptação é considerado a solução final.

A Figura 3.24 resume a dinâmica do processo de otimização do SOLT-HBD.

Figura 3.24 – Fluxograma do SOLT-HBD



Fonte: Autoria própria.

4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

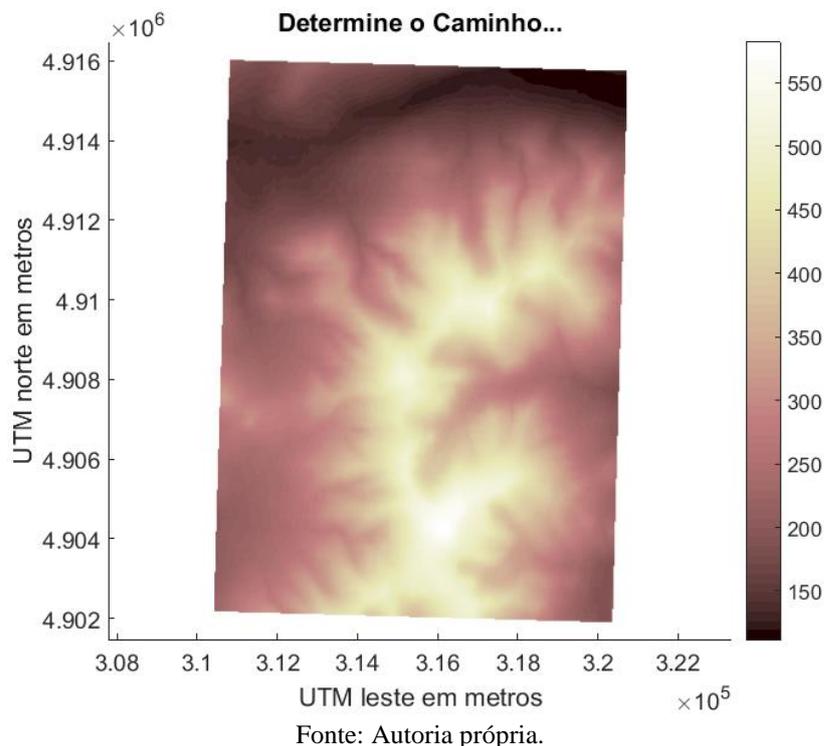
4.1 Visão Geral do Programa

Os algoritmos apresentados foram implementados na plataforma MATLAB® e executados em um computador de processador Intel® Core™ i7 7500U (2.7 GHz até 3.5 GHz, 4 MB L3 Cache), e memória 8 GB DDR4.

Os programas desenvolvidos para a aplicação do SOLT-CE, SOLT-NMB e SOLT-HBD apresentam o mesmo funcionamento geral, diferenciando-se apenas nas estratégias de otimização utilizadas em cada caso.

Inicialmente, o usuário define, no mapa de relevo da região, os dois pontos que se deseja interligar com a nova linha de transmissão de energia elétrica a ser projetada, a partir da interface mostrada na Figura 4.1.

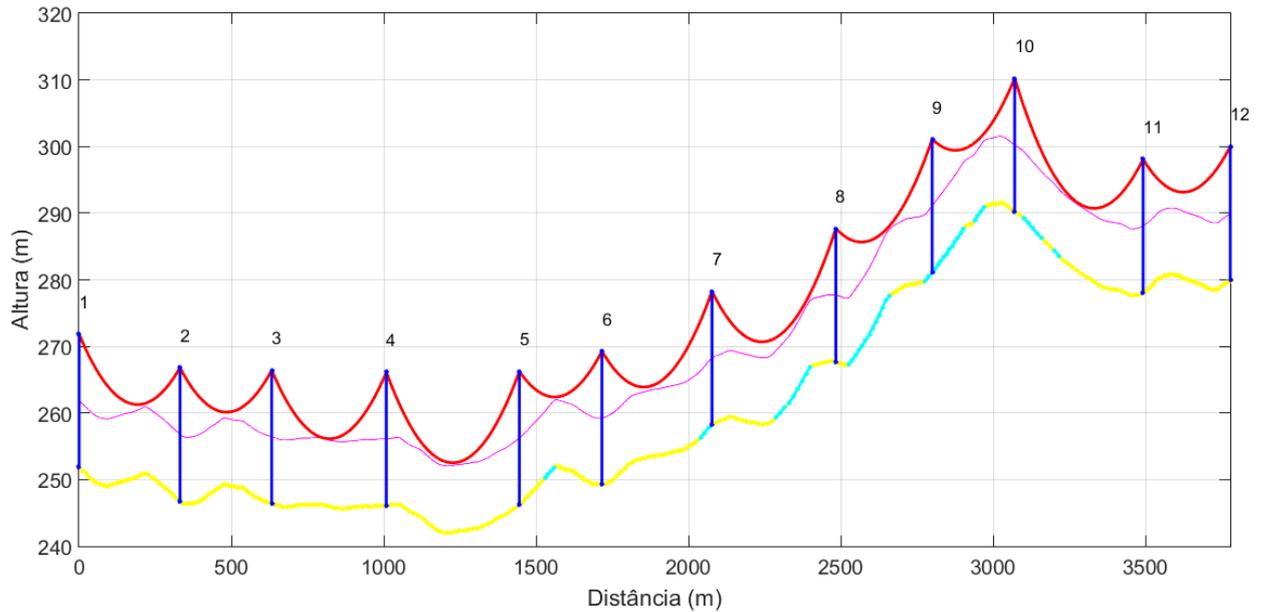
Figura 4.1 – Interface de definição dos pontos de origem e destino da L.T



Tanto a solução inicial quanto as soluções parciais e a final, encontradas ao longo do processo, são apresentadas de duas maneiras diferentes que possibilitam uma análise detalhada do projeto.

A Figura 4.2 mostra o perfil da linha de transmissão, que consiste na planificação do trajeto resultante.

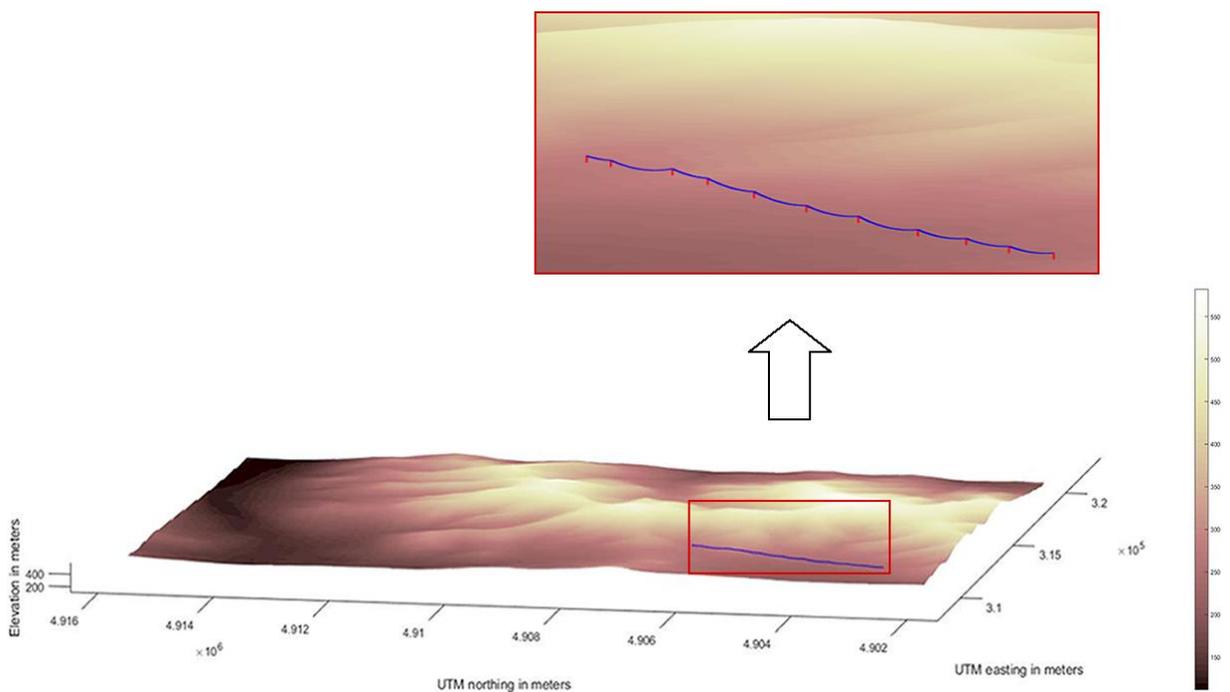
Figura 4.2 – Perfil da L.T.



Na figura, as torres de transmissão são representadas pelas linhas de cor azul escuro e os cabos elétricos, pelas linhas de cor vermelha. A linha magenta é um referencial para a altura mínima permitida entre o cabo e o solo. Já o solo é apresentado em duas cores distintas, sendo os trechos destacados em amarelo correspondentes àqueles com declividade dentro do limite definido pelo usuário e os trechos em ciano, àqueles que violam esse limite.

A Figura 4.3 mostra a visão em três dimensões da L.T. sobre o mapa da região.

Figura 4.3 – Representação da linha de transmissão sobre o mapa de relevo



Na figura anterior, é possível visualizar as torres de transmissão representadas na cor vermelha, bem como os cabos elétricos, que, por sua vez, estão na cor azul.

4.2 Parâmetros de Projeto

Os estudos de caso discutidos nas próximas sessões consistem em projetos de três linhas de transmissão com extensões diferentes, conforme Tabela 4.1, otimizados com a utilização dos métodos SOLT-CE, SOLT-NMB e SOLT-HBD. O objetivo das simulações é possibilitar um comparativo entre o desempenho dos algoritmos quando aplicados a diferentes situações.

Tabela 4.1 – Distância entre o ponto de partida e chegada da L.T.

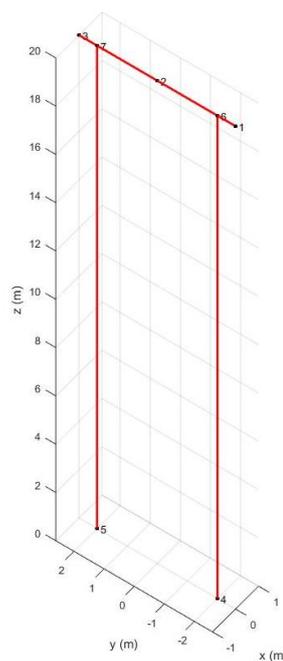
Estudo de Caso	Distância em linha reta entre origem e destino da L.T.
1	3,78 km
2	5,29 km
3	8,50 km

Os resultados apresentados foram obtidos a partir da aplicação dos três tipos de otimização apresentados, implementados na plataforma

4.2.1 Estrutura das Torres

Para os estudos de caso tratados neste trabalho, dado o esforço computacional elevado necessário para a simulação do modelo de torre apresentado na Figura 2.1, foi utilizada a torre de transmissão fictícia representada na Figura 4.4 para os trechos intermediários.

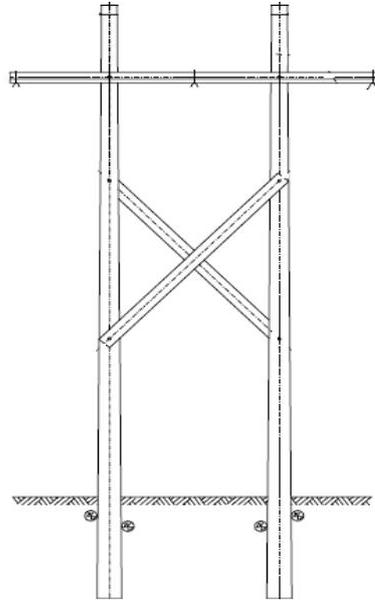
Figura 4.4 – Torre de transmissão simples utilizada nas simulações



Fonte: Autoria própria.

A torre em questão foi inspirada na estrutura em 69kV, circuito simples, suspensão autoportante de madeira presente na documentação [21] da ANEEL, sendo ela constituída de dois postes de madeira de eucalipto e cruzeta metálica, conforme mostrado na Figura 4.5.

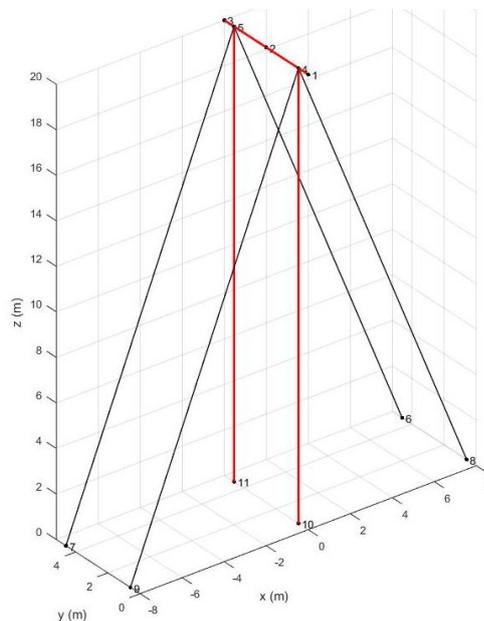
Figura 4.5 – Estrutura em 69kV, circuito simples, suspensão/autoportante/madeira



Fonte: ANEEL [21] (2016, p.7).

As estruturas localizadas nas extremidades da linha de transmissão estão sujeitas a um esforço mecânico mais elevado, uma vez que possuem cabos conectados em apenas um de seus lados. Tendo isso em vista, para esses pontos, utilizou-se a torre da Figura 4.6 para simular a utilização de estais na estrutura simples da Figura 4.5.

Figura 4.6 – Torre de transmissão estaiada utilizada na simulação



Fonte: Autoria própria.

4.2.2 Custos unitários considerados

Para o levantamento de custos das soluções de projeto encontradas, considerou-se as parcelas relativas aos valores monetários das torres e dos cabos condutores de energia elétrica, conforme Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Custos unitários

Material	Custo Unitário
Torre de Transmissão Simples	R\$ 50.000,00
Torre de Transmissão Estaiada	R\$ 55.000,00
Cabo CAA	R\$ 20.000,00/km

4.2.3 Características do Cabo

O cabo condutor utilizado para as simulações é do tipo 795 CAA, de alumínio com alma de aço, de código Drake. As características do material estão relacionadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Características do cabo condutor

Seção AWG	Código	Diâmetro do Cabo (mm)	Massa Nominal (kg/km)	Resistência Mecânica Calculada (daN*)
795	Drake	28,11	1626,5	13.970

*daN = decanewton

Fonte: Adaptada de CELG GT ^[8] (2015, p.20).

Na condição de trabalho de maior duração, se não forem adotadas medidas de amortecimento dos efeitos vibratórios nos cabos, recomenda-se que o esforço de tração sobre eles seja limitado aos valores da Tabela 4.4 [8].

Tabela 4.4 – Cargas máximas recomendadas para os cabos na condição de trabalho de maior duração, sem dispositivo de proteção contra vibração

Cabos	% da carga de ruptura
Aço AR	16
Aço EAR	14
Aço-cobre	14
Aço-alumínio	14
CA	21
CAA	20
CAL	18
CALA	16
CAA-EF	16

Fonte: CELG GT ^[8] (2015, p. 11).

Sendo assim, limitou-se a tração de projeto em 20% da carga de ruptura do cabo 795 CAA escolhido.

4.2.4 Restrições

A Tabela 4.5 mostra os valores para os parâmetros restritivos de projeto considerados nos estudos de caso tratados.

Tabela 4.5 – Parâmetros restritivos considerados nos estudos de caso

Parâmetro Restritivo	Valor
Declividade máxima do terreno ao longo do trajeto	5%
Declividade máxima do terreno nos pontos de inserção de torres	5%
Deflexão máxima dos nós das torres	1 cm
Distância mínima cabo-solo	10 m
Vão máximo	500 m
Deflexão dos cabos nas torres	30°

Para a avaliação das declividades de terreno, considerou-se uma tolerância de 10%, isto é, em 1/10 dos pontos nos quais é feita a avaliação pode haver violação da restrição estipulada.

4.2.5 Critério de Parada

Os critérios de parada adotados para todos os estudos de caso estão descritos na Tabela 4.6. É importante ressaltar que, até que as restrições sejam totalmente atendidas, a otimização transcorre sem interrupções. Deste modo, os critérios de parada estipulados passam a ser considerados a partir do momento em que a otimização de custos é iniciada.

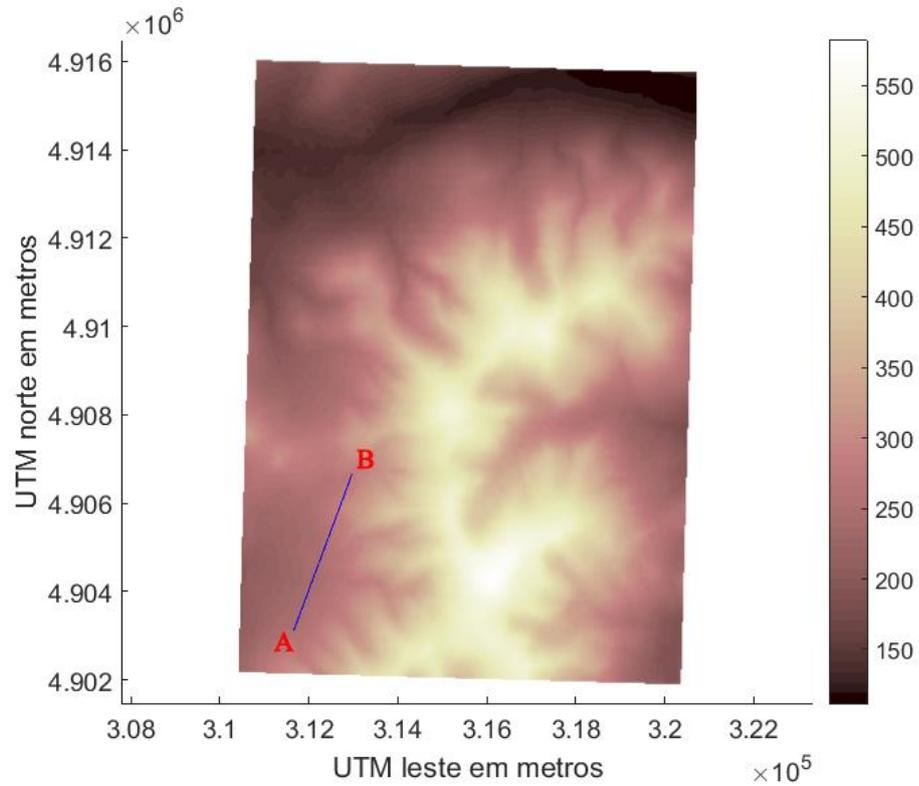
Tabela 4.6 – Critérios de parada adotados

Algoritmo	Critério de parada
SOLT-CE	200 gerações consecutivas sem redução da quantidade de torres do melhor indivíduo
SOLT-NMB	10 rodadas consecutivas sem redução na quantidade de torres do melhor indivíduo
SOLT-HBD	200 gerações consecutivas sem redução da quantidade de torres do melhor indivíduo

4.3 Estudo de Caso 1

A primeira situação estudada trata da interligação de dois pontos cuja distância em linha reta é de 3,78 km, o que representa uma situação de projeto de pequena extensão, conforme Figura 4.7.

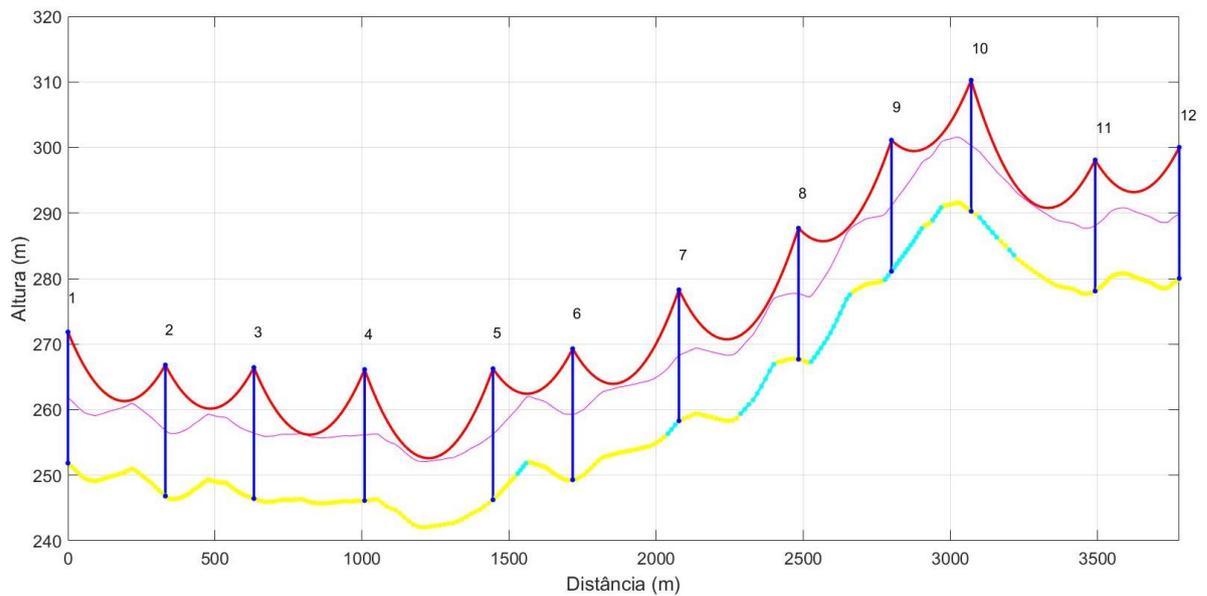
Figura 4.7 – Estudo de Caso 1: Trajeto inicial



Fonte: Autoria própria.

A partir da reta que interliga os pontos A e B, é gerada uma solução inicial cujo perfil é apresentado na Figura 4.8.

Figura 4.8 – Estudo de Caso 1: Perfil da L.T. da solução inicial



Fonte: Autoria própria.

É possível observar que o projeto inicial obedece às restrições de vão máximo e de distância mínima entre cabos e solo. Além disso, nota-se que, entre o marco de 1.500m e de 3.300m, há trechos de declividade superior ao limite de 5% estabelecido, o que é indicado pela presença da cor ciano na linha representativa do relevo.

Foram realizadas cinco execuções de cada algoritmo para otimização da linha de transmissão que interliga os pontos A e B.

4.3.1 Resultados SOLT-CE – Estudo de Caso 1

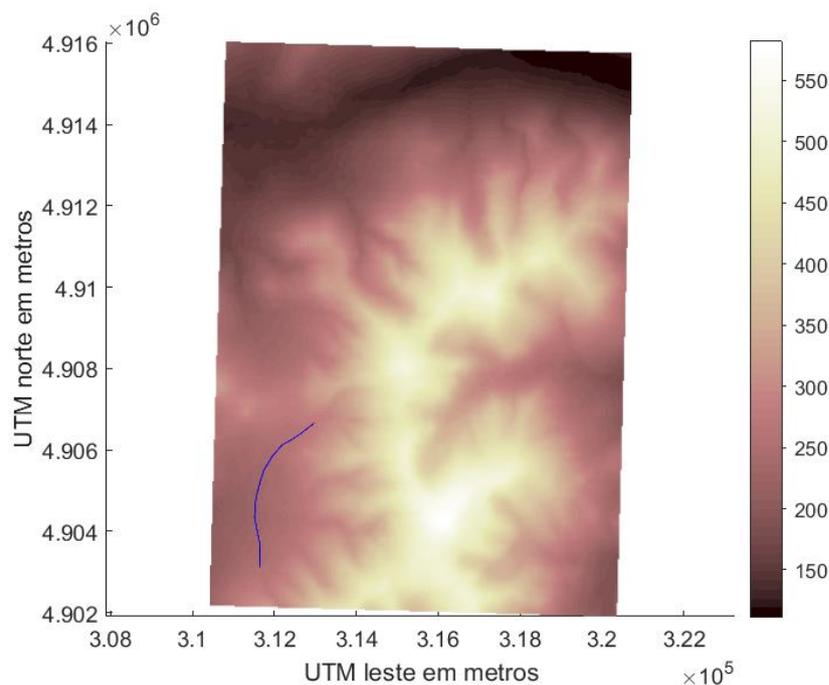
A Tabela 4.7 resume os resultados obtidos para as execuções do algoritmo SOLT-CE.

Tabela 4.7 – Resultados do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso

SOLT-CE	Nº de torres	Custo (R\$)	Gerações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	14	959.281,33	925	46.252	1h 37min 20s	4,160
Média dos resultados	15,2	1.029.303,72	778,6	38.932	1h 21min 56s	4,312
Desvio Padrão	0,7	47.374,19	102,6	5.129,3	12min 56s	0,215

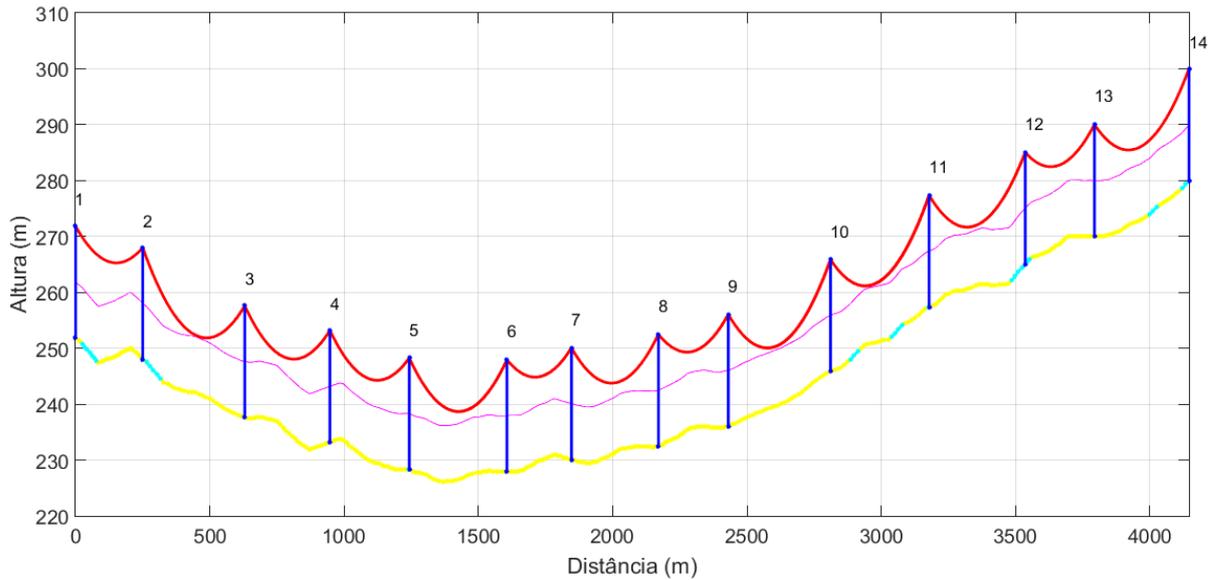
O melhor resultado alcançado está representado na Figura 4.9 e na Figura 4.11 por meio da apresentação do trajeto no mapa de relevo e do perfil de linha de transmissão projetada, respectivamente.

Figura 4.9 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

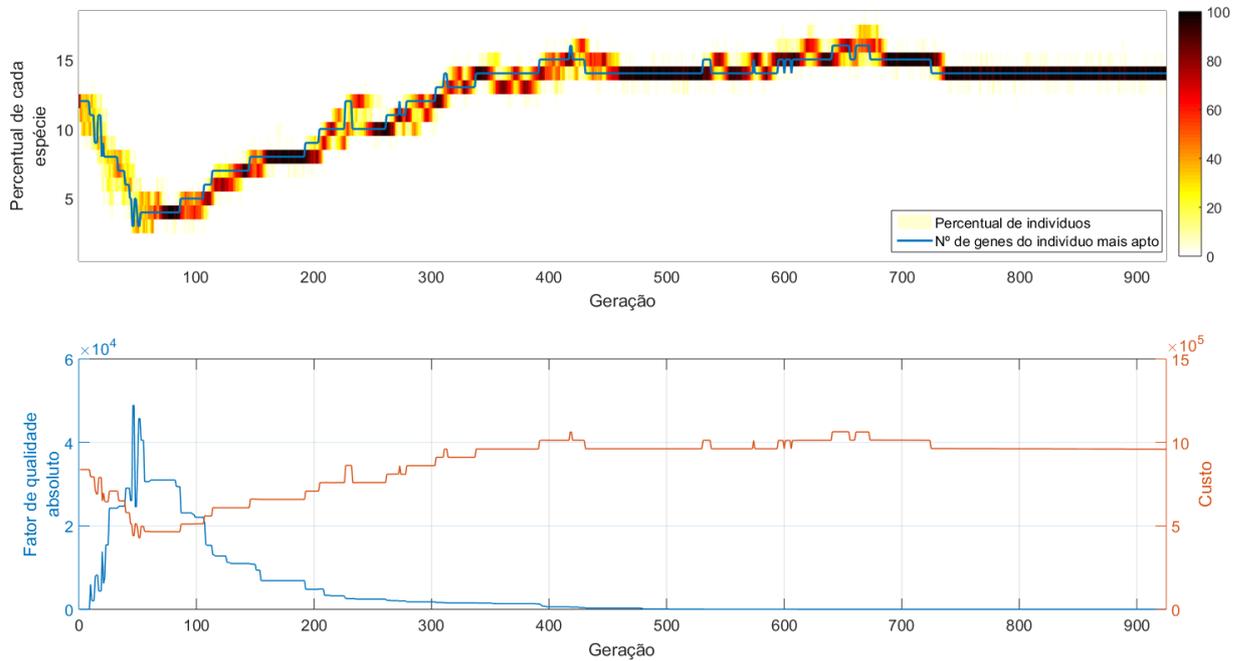
Figura 4.10 - Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

O andamento do processo evolutivo que resultou na melhor solução está representado por meio da Figura 4.11.

Figura 4.11 – Processo evolutivo do melhor resultado do SOLT-CE para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

O primeiro gráfico mostra a composição das populações de cada uma das gerações, apresentando a percentagem de indivíduos de cada espécie presente nelas, bem como, por meio da linha de cor azul, o número de genes/torres do indivíduo mais apto da população. O segundo

gráfico mostra a curva de evolução do fator de qualidade absoluto e dos custos do indivíduo mais apto de cada geração.

No primeiro gráfico a representatividade percentual de cada espécie dentro de cada geração é apresentada a partir do uso de células retangulares coloridas numa escala de tons de amarelo. Assim, nesse contexto, a presença da cor branca indica a ausência de indivíduos daquela espécie na população, e a cor preta indica que a totalidade das soluções presentes na população apresenta a mesma quantidade de genes. Tendo isso em vista, pode-se perceber por esse gráfico a atuação da especiação e da competição interespecífica, que provoca o surgimento e desaparecimento de espécies ao longo da evolução, sendo que ao final, os seres tendem a apresentarem a mesma quantidade de torres, mostrando a convergência a uma região do espaço de busca.

É interessante notar o formato da curva do primeiro gráfico, que é bem característico e se manifesta em todos os casos. Inicialmente há uma queda natural na quantidade de genes dos indivíduos motivada pela busca pelo atendimento das restrições prioritárias de relevo e deflexão dos cabos, que se dá de maneira mais eficaz quando há menos torres envolvidas. Em um segundo momento, indivíduos de cromossomos com mais genes passam a prevalecer devido ao início do processo de minimização dos demais fatores de restrição considerados. Por fim, por volta da geração 620, os indivíduos com quantidades de torres cada vez menores passam a ser os mais aptos, uma vez que, nessa etapa, passa a ocorrer a minimização de custos.

Outro ponto a se destacar é o comportamento da curva do fator de qualidade absoluto, presente no segundo gráfico. Na primeira parte há um crescimento, porque os indivíduos mais aptos são selecionados com base apenas nos menores valores para a primeira função objetivo, referente às restrições prioritárias. Logo, o fator de qualidade não tem influência na aptidão de cada solução nesse momento, o que faz com que os melhores indivíduos possam ter um alto fator de qualidade. Por volta da 50ª geração, a curva passa a cair progressivamente, o que mostra que a primeira função objetivo foi minimizada e o fator de qualidade passa então a determinar o grau de adaptação dos indivíduos.

Pode-se observar que, mesmo na etapa de minimização da segunda função-objetivo, há alguns trechos da curva em azul nos quais há picos locais. Isso se deve ao fato de a curva se referir ao fator de qualidade absoluto e não diretamente ao valor da segunda função-objetivo. O cálculo da função fator de qualidade é feito a partir da soma dos fatores de violação normalizados, ao passo que o fator de qualidade absoluto, representado pela curva azul, é uma soma direta dos fatores de violação, isto é, sem normalização. Deste modo, não há

necessariamente uma relação linear entre a curva mostrada na Figura 4.11 e a segunda função-objetivo, ainda que ambas alcancem a minimização completa ao mesmo tempo.

4.3.2 Resultados SOLT-NMB – Estudo de Caso 1

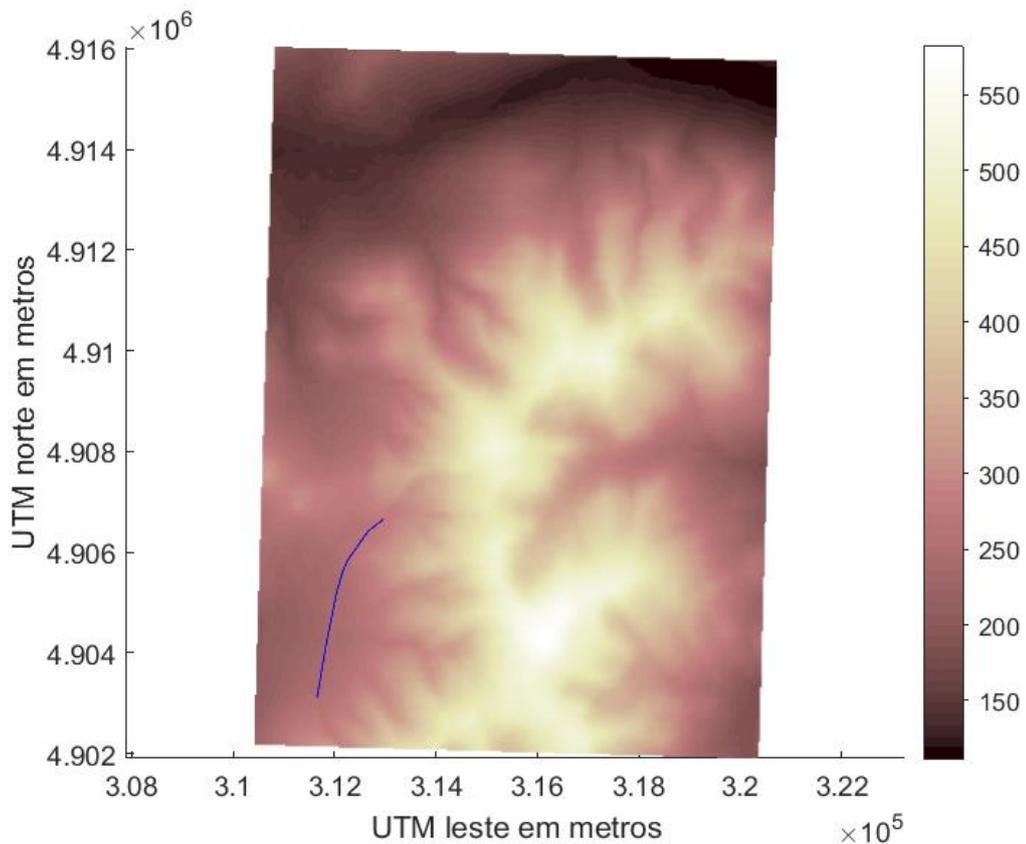
O resumo dos resultados encontrados a partir das cinco execuções do algoritmo SOLT-NMB está presente na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Resultados do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso

SOLT-NMB	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	12	844.146,06	1.750,0	13.978,0	29min 34s	3,894
Média dos resultados	12,6	875.327,34	1.270,0	10.118,6	21min 34s	3,914
Desvio Padrão	0,5	25.435,17	276,8	2.232,8	4min 39s	0,028

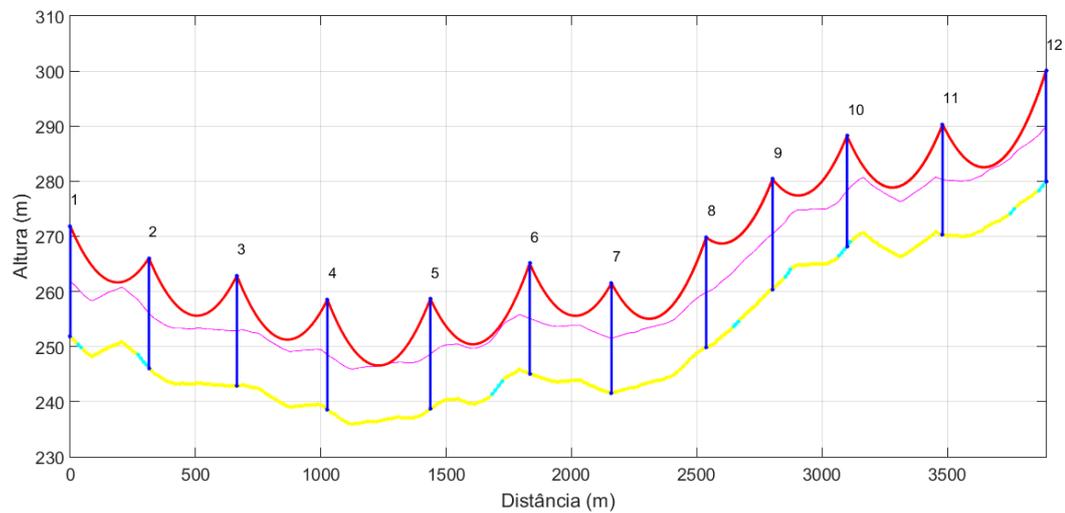
A Figura 4.12 e a Figura 4.13 mostram o trajeto e o perfil da linha de transmissão da solução final encontrada.

Figura 4.12 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

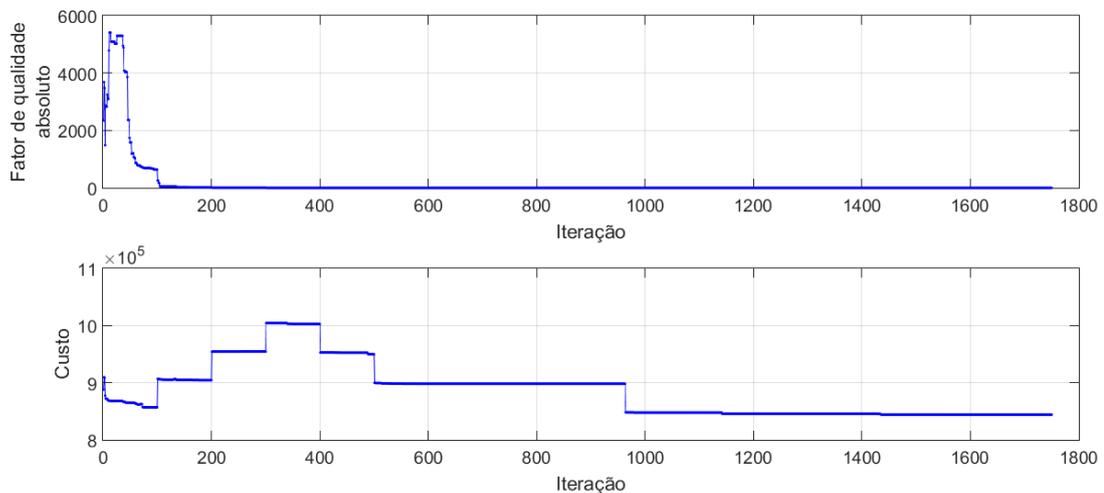
Figura 4.13 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.14 mostra o comportamento do fator de qualidade absoluto e do custo monetário das melhores soluções encontradas após cada iteração ao longo da otimização.

Figura 4.14 – Progresso dos melhores resultados do SOLT-NMB para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria Própria.

É possível observar que, assim como ocorre no SOLT-CE, nas primeiras iterações há uma elevação do fator de qualidade absoluto, seguida de uma queda progressiva até sua minimização completa, devido à busca pelo atendimento das restrições prioritárias nos momentos iniciais.

Deve-se ressaltar que a estratégia de busca do SOLT-NMB utilizada em todos os casos tratados neste trabalho é feita inicialmente com rodadas compostas de 100 iterações sucessivas, ao fim das quais é feito o processo de escolha quanto à adição ou remoção de torres, conforme discutido na sessão 3.2.2. Após o atendimento das restrições, e consequente início da

otimização de custos, a dinâmica se altera. Nesse momento, passam a ser feitas tentativas de remoção de torres do melhor projeto. Caso a retirada resulte em um melhor resultado, tenta-se subtrair outra torre e são executadas mais 100 iterações sem alteração no total de estruturas; caso contrário, são realizadas 50 novas iterações a partir da melhor solução encontrada buscando-se melhorar seus custos. Deste modo, nessa etapa passa a haver uma alternância entre rodadas com 100 iterações e 50 iterações, para que haja uma maior agilidade do processo.

4.3.3 Resultados SOLT-HBD – Estudo de Caso 1

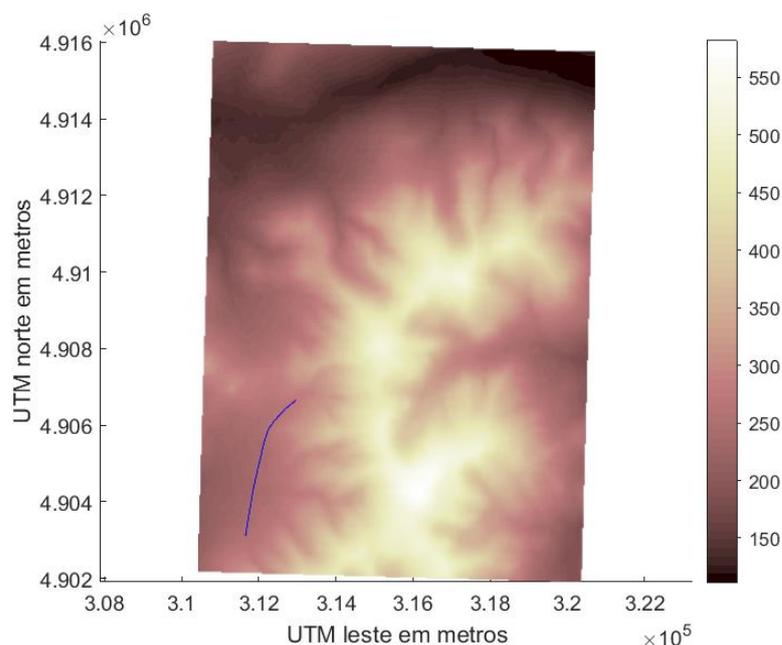
A Tabela 4.9 mostra os resultados obtidos com a utilização do SOLT-HBD para o projeto de uma linha de transmissão para interligar os pontos A e B mostrados na Figura 4.7.

Tabela 4.9 – Resultados do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso

SOLT-HBD	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (m)
Melhor Solução	13	894.667,74	418,0	19.226,0	37min 53s	3,903
Média dos resultados	13,4	917.356,29	479,2	18.752,8	38min 40s	3,948
Desvio Padrão	0,5	23.047,89	136,0	2.547,8	5min 6s	0,051

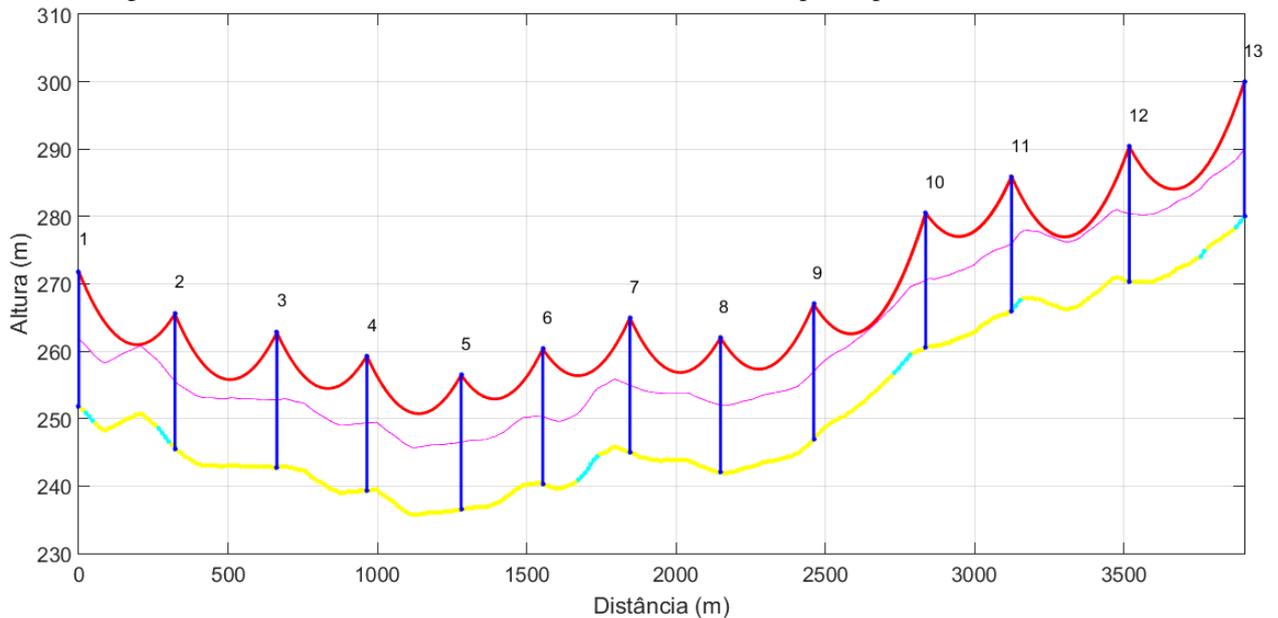
As representações gráficas do trajeto e do perfil da linha de transmissão do melhor resultado encontrado dentre as cinco execuções do algoritmo híbrido estão presentes na Figura 4.15 e na Figura 4.16, respectivamente.

Figura 4.15 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso



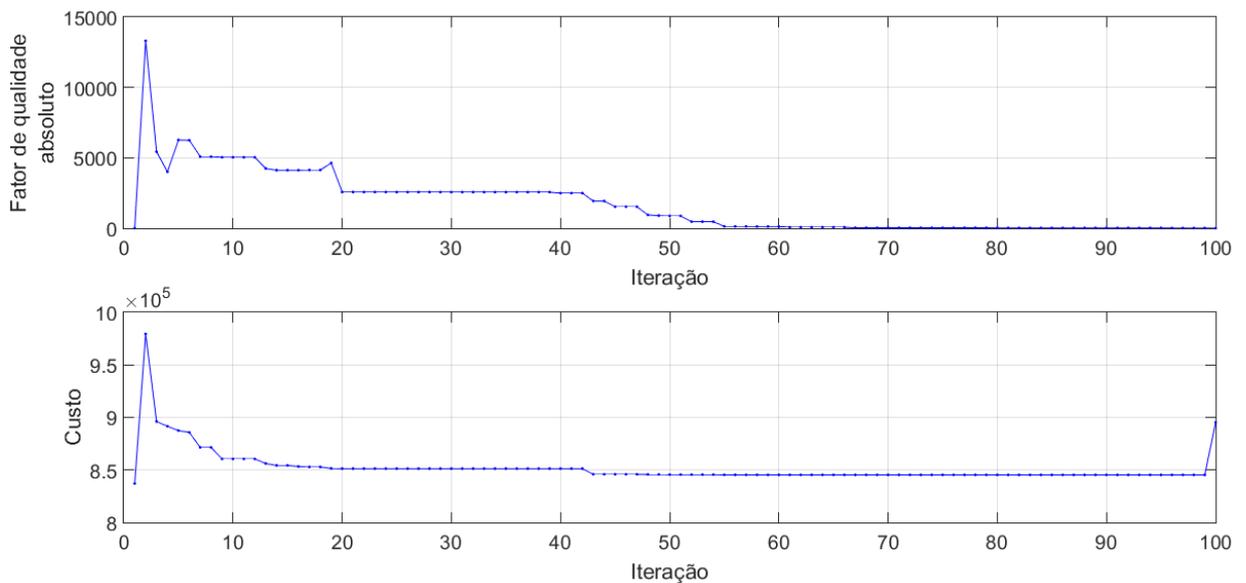
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.16 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso



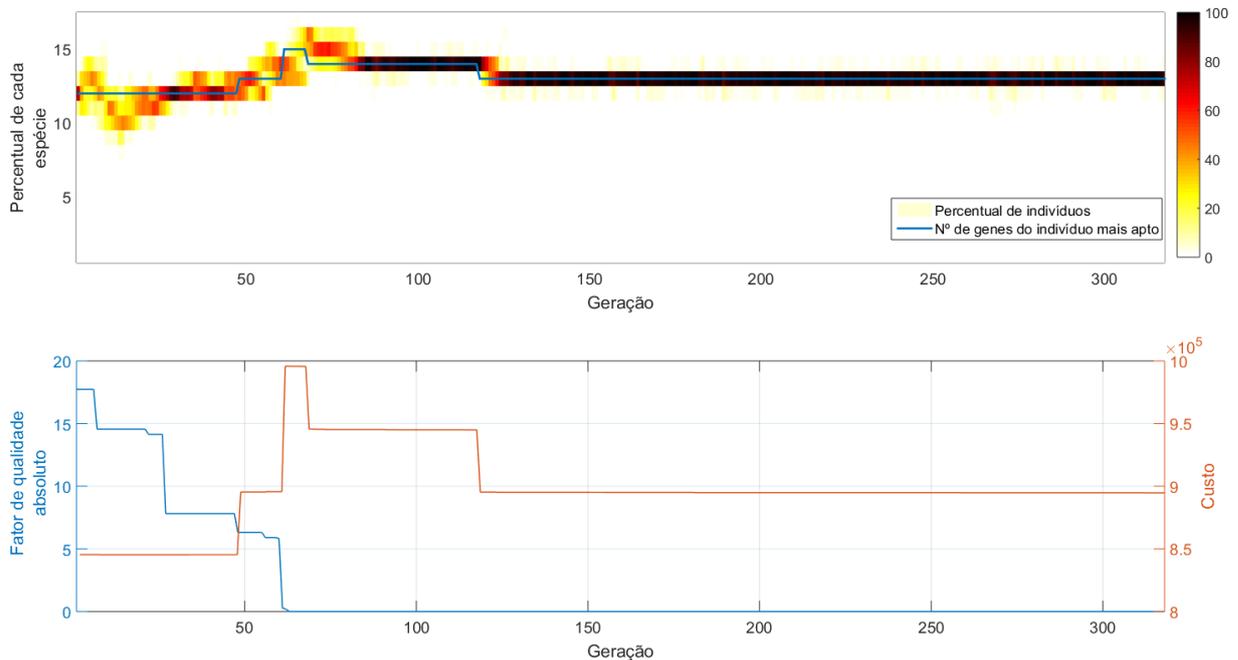
A primeira etapa do SOLT-HBD é voltada para o atendimento das restrições prioritárias e utiliza o método de busca do SOLT-NMB. O progresso do fator de qualidade e da função custo das melhores soluções encontradas nessa fase está apresentado na Figura 4.17.

Figura 4.17 – Melhores resultados da primeira etapa do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso



Na segunda etapa de otimização, utiliza-se os princípios de algoritmos meméticos, fazendo-se uso da estratégia do SOLT-CE para a busca geral e aplicando-se a busca local baseada nas transformações triangulares do SOLT-NMB no melhor indivíduo de cada geração. A evolução dessa fase do processo está apresentada na Figura 4.18.

Figura 4.18 – Evolução da segunda etapa do SOLT-HBD para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria

4.3.4 Discussão dos Resultados do Estudo de Caso 1

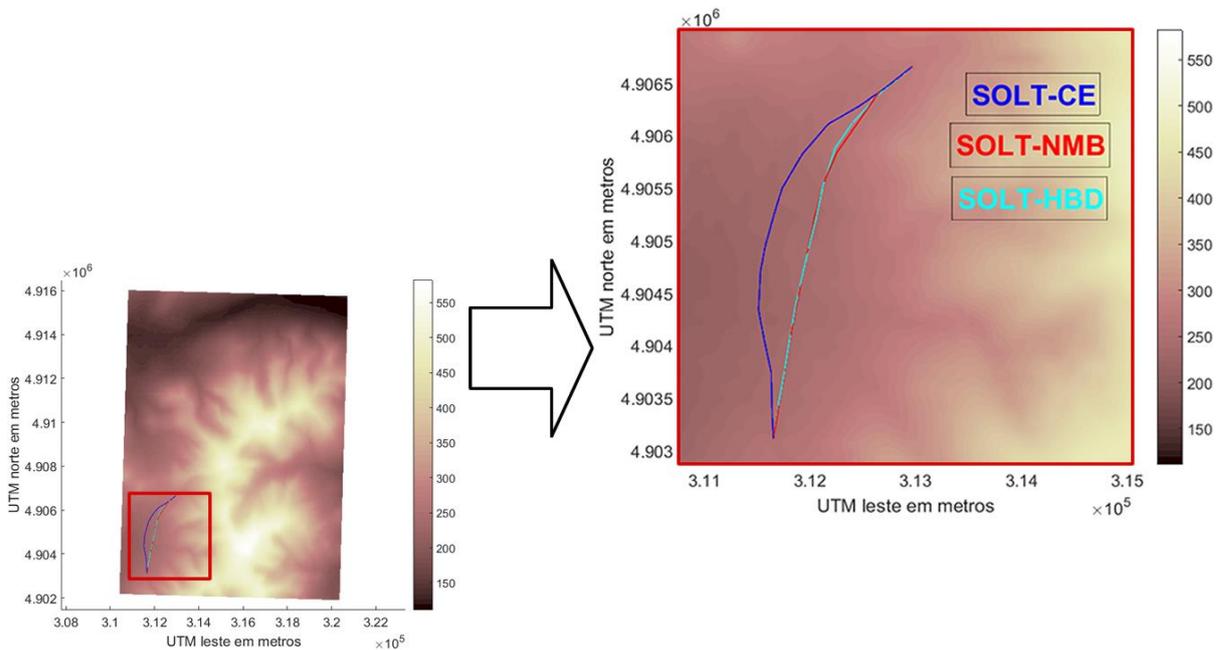
A Tabela 4.10 mostra uma comparação dos resultados obtidos a partir da aplicação dos algoritmos ao primeiro estudo de caso.

Tabela 4.10 – Comparação de resultados para o primeiro estudo de caso

		SOLT-CE	SOLT-NMB	SOLT-HBD
Melhor Solução	Nº de torres	14	12	13
	Custo (R\$)	959.281,33	844.146,06	894.667,74
	Nº de avaliações	46.252	13.978	19.226
	Tempo	1h 37min 20s	29min 34s	37min 53s
	Comprimento da L.T. (km)	4,160	3,894	3,903
Média dos Resultados	Nº de torres	15,2	12,6	13,4
	Custo (R\$)	1.029.303,72	875.327,34	917.356,29
	Nº de avaliações	38.932,0	10.118,6	18.752,8
	Tempo	1h 21min 56s	21min 34s	38min 40s
	Comprimento da L.T. (km)	4,312	3,914	3,948

A Figura 4.19 mostra, no mesmo mapa de relevo, o trajeto das melhores soluções obtidas após as execuções dos algoritmos no primeiro estudo de caso, sendo as linhas das cores azul, vermelha e ciano referentes às soluções obtidas com o SOLT-CE, SOLT-NMB e SOLT-HBD respectivamente.

Figura 4.19 – Melhores soluções para o primeiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

Para o primeiro estudo de caso, a melhor solução encontrada foi obtida a partir do algoritmo SOLT-NMB, consistindo em um projeto com 12 torres e com um custo de R\$ 844.146,06. O SOLT-HBD resultou em uma solução com 13 torres, obtendo assim o segundo melhor resultado. Já o SOLT-CE obteve como melhor resposta um projeto com 14 torres, tendo, portanto, uma performance inferior aos demais.

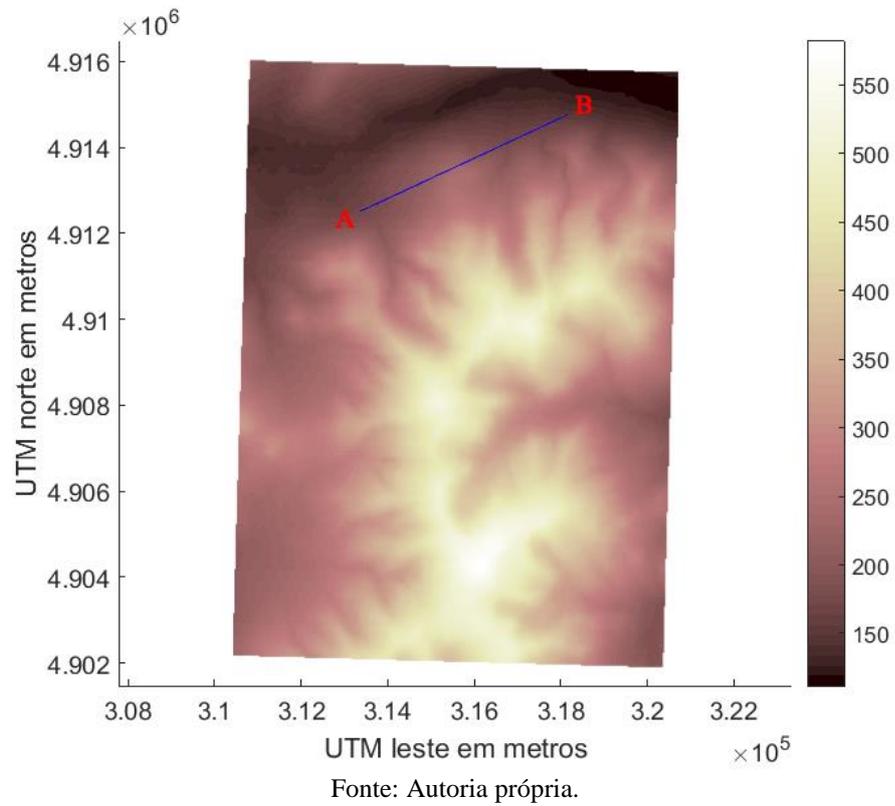
O tempo médio de execução do SOLT-HBD foi 1,8 vezes maior que o do SOLT-NMB, ao passo que o média de duração das execuções do SOLT-CE foi 3,8 vezes maior que o do algoritmo inspirado no método de Nelder-Mead.

Tendo esses dados em vista, de maneira geral, observou-se que o algoritmo SOLT-NMB apresentou um desempenho superior, tendo resultado em uma média de custos menor, além de ter requerido um tempo médio e quantidade de avaliações inferiores aos demais métodos de otimização propostos.

4.4 Estudo de Caso 2

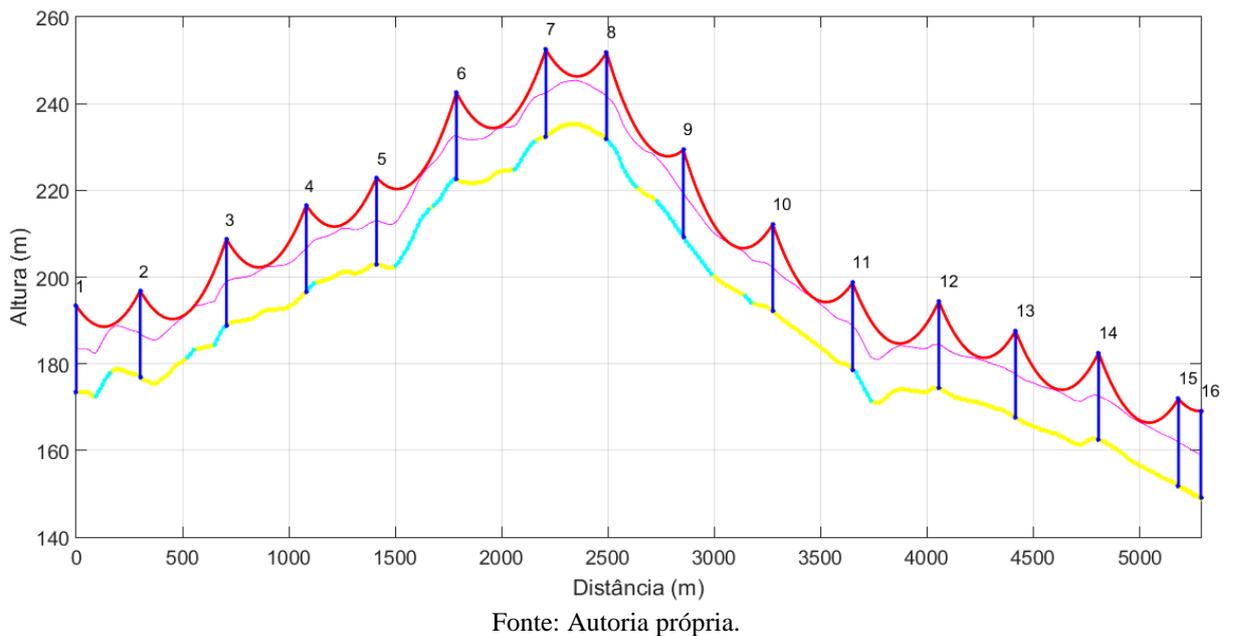
A segunda situação tema de estudo neste trabalho consiste na interligação de dois pontos cuja distância em linha reta é de 5,29 km, o que representa uma situação de projeto de média extensão, conforme Figura 4.20.

Figura 4.20 – Estudo de Caso 2: Trajeto inicial



A partir da reta que interliga os pontos A e B, é gerada uma solução inicial cujo perfil é apresentado na Figura 4.21.

Figura 4.21 – Estudo de Caso 2: Perfil da L.T. da solução inicial



Também para este estudo de caso, foram realizadas cinco execuções de cada algoritmo para otimização da linha de transmissão.

4.4.1 Resultados SOLT-CE – Estudo de Caso 2

A Tabela 4.11 apresenta um resumo dos resultados obtidos após as execuções do SOLT-CE.

Tabela 4.11 – Resultados do SOLT-CE para o segundo estudo de caso

SOLT-CE	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	21	1.457.257,34	771	38.552	1h 43min 54s	6,606
Média dos resultados	23	1.560.725,60	1.101	55.072	3h 8min 5s	6,665
Desvio Padrão	1,4	74.980,04	167,0	8.348,3	42min 53s	0,080

O trajeto projetado no mapa de relevo da região e o perfil da melhor solução encontrada estão apresentados na Figura 4.22 e na Figura 4.23.

Figura 4.22 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o segundo estudo de caso

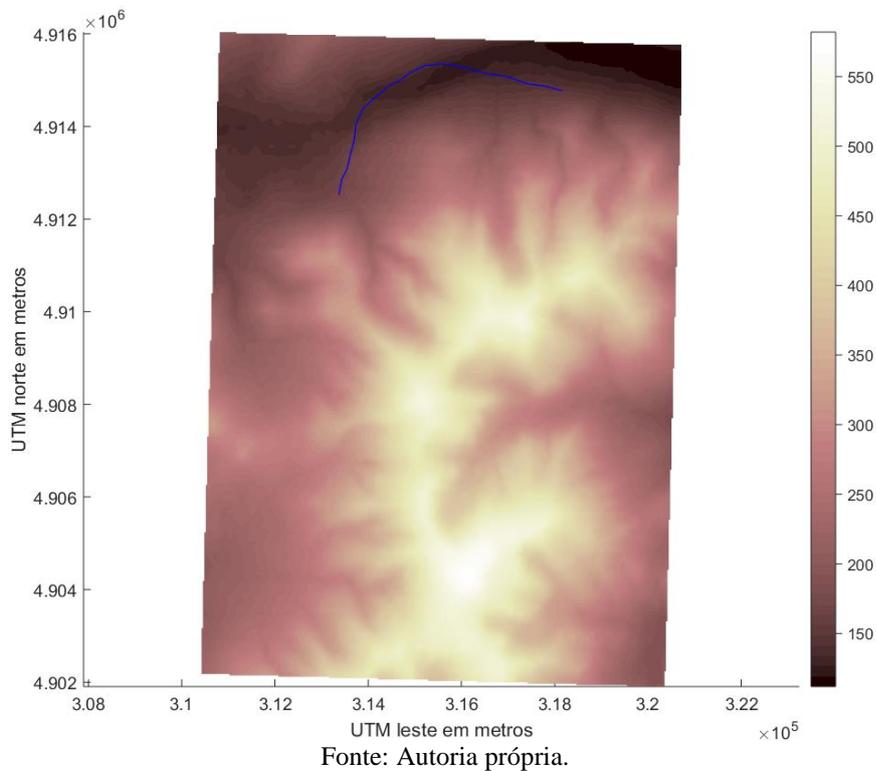
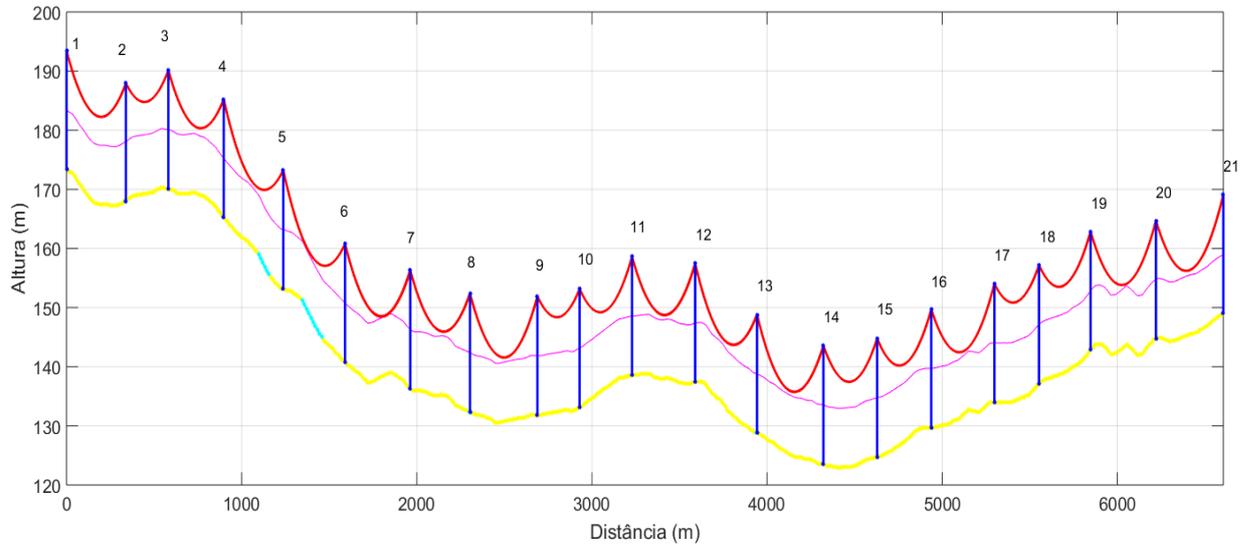
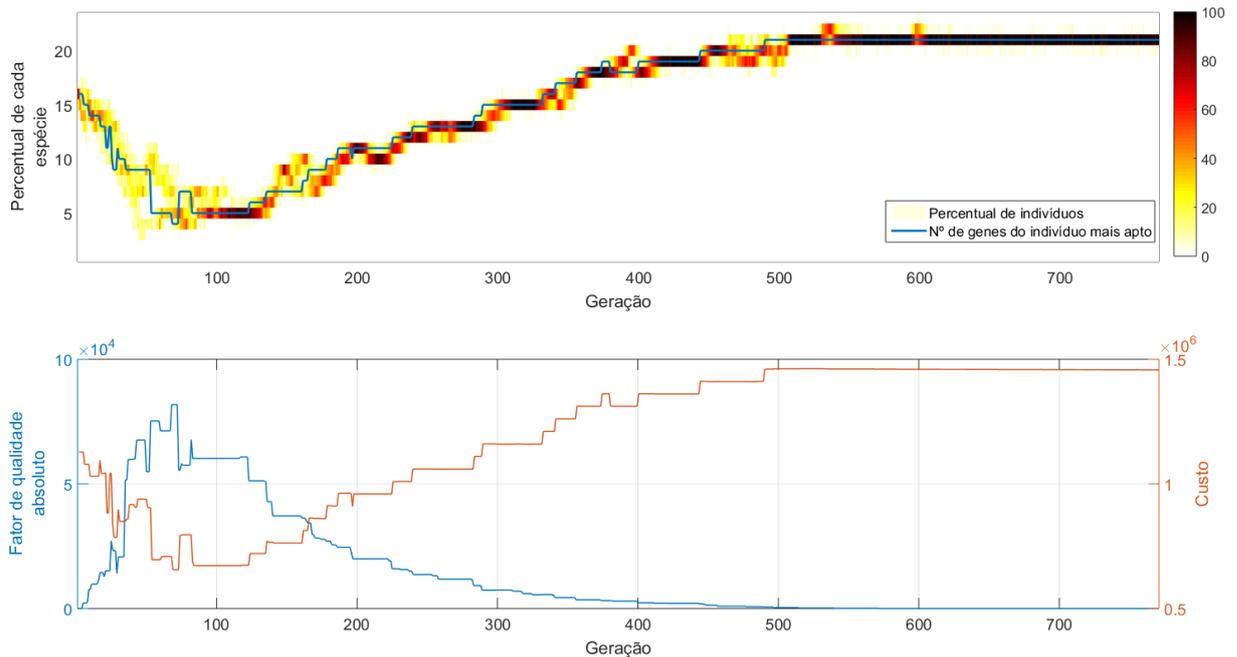


Figura 4.23 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o segundo estudo de caso



A evolução ocorrida ao longo da execução que levou ao melhor resultado obtido está representada na Figura 4.24.

Figura 4.24 – Processo evolutivo do melhor resultado do SOLT-CE para o segundo estudo de caso



O comportamento das curvas é semelhante ao verificado na aplicação do SOLT-CE ao primeiro caso, havendo uma queda inicial na quantidade de genes das espécies, seguida de uma elevação, tornando possível identificar claramente os momentos em que cada uma das funções-objetivo é minimizada. É possível observar, porém, que, após a minimização do fator de

qualidade, por volta da 500ª geração, não houve queda na quantidade de genes da melhor solução, apesar de ter havido redução de custos devido à economia de cabos.

4.4.2 Resultados SOLT-NMB – Estudo de Caso 2

A Tabela 4.12 apresenta o resumo dos resultados obtidos com as cinco execuções do algoritmo inspirado no método de Nelder-Mead.

Tabela 4.12 – Resultados do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso

SOLT-NMB	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	19	1.330.259,17	1.750	14.526	43min 13s	6,158
Média dos resultados	19,4	1.353.119,37	2.270	18.809	55min 8s	6,205
Desvio Padrão	0,8	42.025,94	551,91	4.610,50	12min 40s	0,041

A Figura 4.25 e a Figura 4.26 representam graficamente o trajeto e o perfil da L.T. da melhor solução encontrada.

Figura 4.25 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso

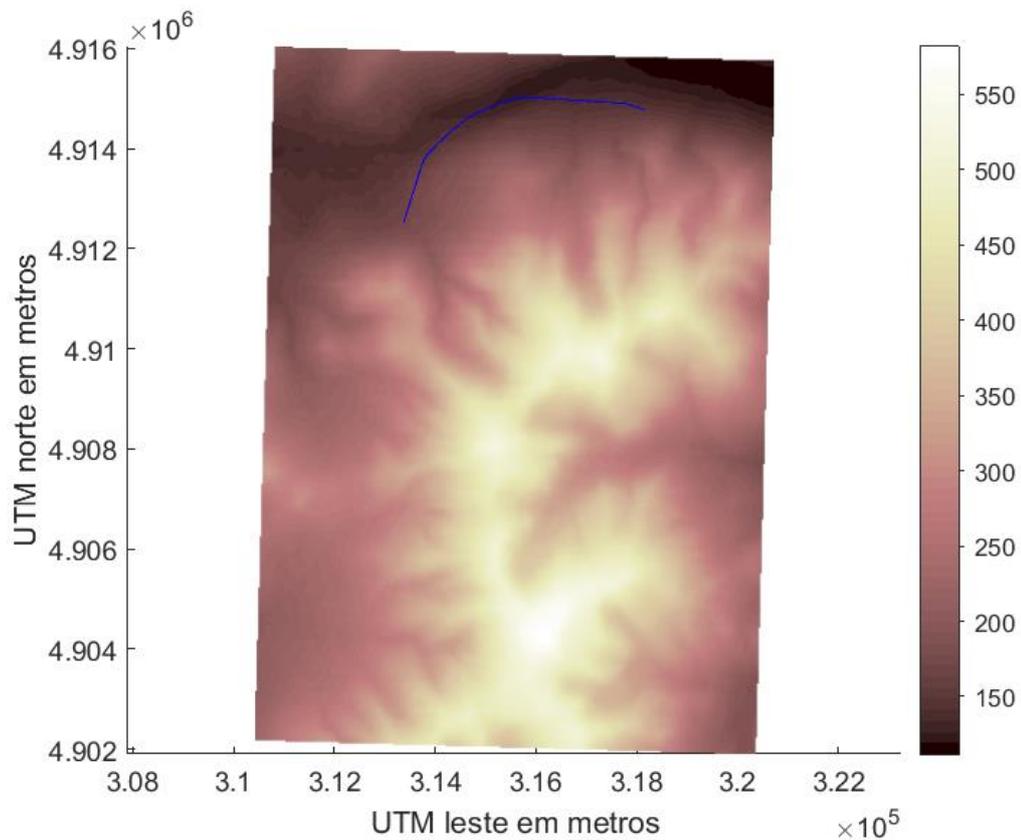
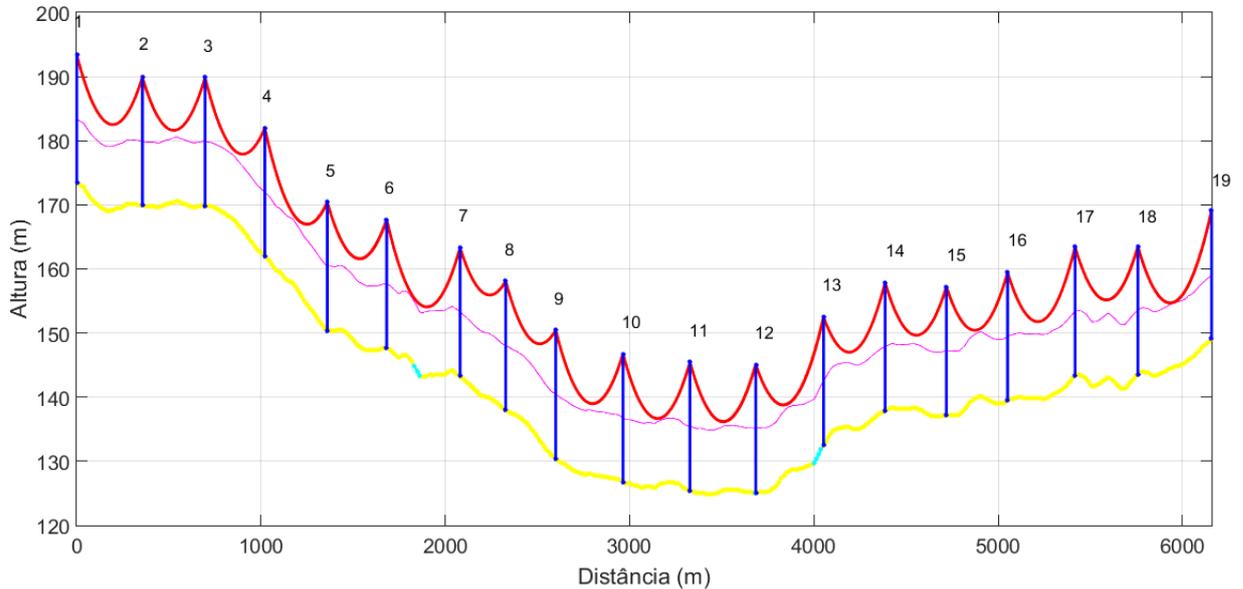


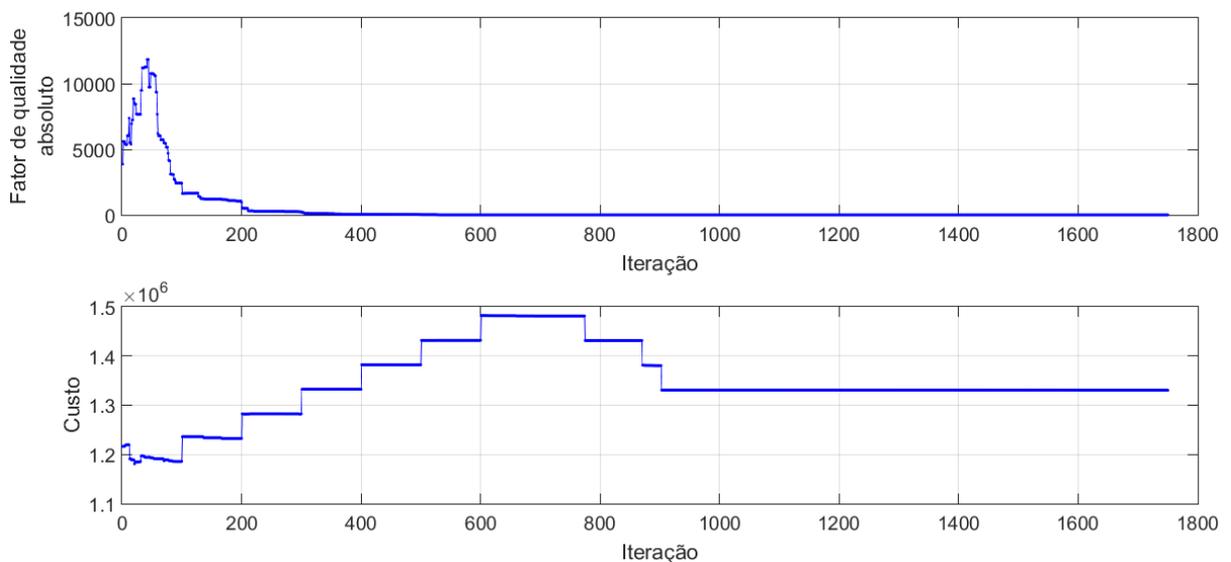
Figura 4.26 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.27 mostra o fator de qualidade absoluto e do custo monetário das melhores soluções encontradas após cada iteração ao longo da otimização.

Figura 4.27 – Progresso dos melhores resultados do SOLT-NMB para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

A análise do gráfico de evolução dos custos dos melhores resultados de cada iteração neste caso permite visualizar com clareza a dinâmica de busca do algoritmo SOLT-NMB.

Pode-se observar, que após as restrições prioritárias terem sido satisfeitas (ponto caracterizado pelo pico no fator de qualidade absoluto), o custo da melhor solução inicia um crescimento. Isso ocorre porque, quando o programa passa considerar a minimização da

segunda função-objetivo, ao fim de cada rodada é adicionada uma torre no vão com maior grau de violações. Deste modo, cada acréscimo implica sempre em melhora das restrições, o que faz com que os custos das melhores soluções apresentem um comportamento crescente na forma de degraus, cada qual com duração de 100 iterações, que compõem cada rodada.

4.4.3 Resultados SOLT-HBD – Estudo de Caso 2

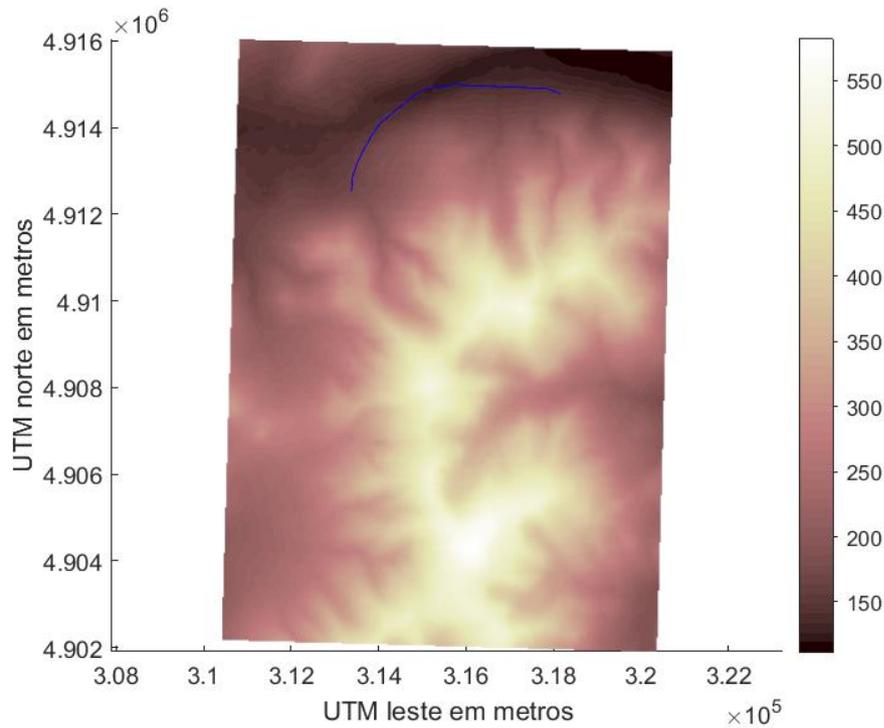
Os resultados obtidos após cinco execuções do algoritmo híbrido proposto na solução do segundo caso são apresentados na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 – Resultados do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso

SOLT-HBD	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	21	1.431.061,72	695	30.418	1h 35min 53s	6,172
Média dos resultados	22	1.483.856,65	694	24.372	1h 16min 41s	6,219
Desvio Padrão	0,6	32.347,44	264,8	4.083,2	11min 25s	0,029

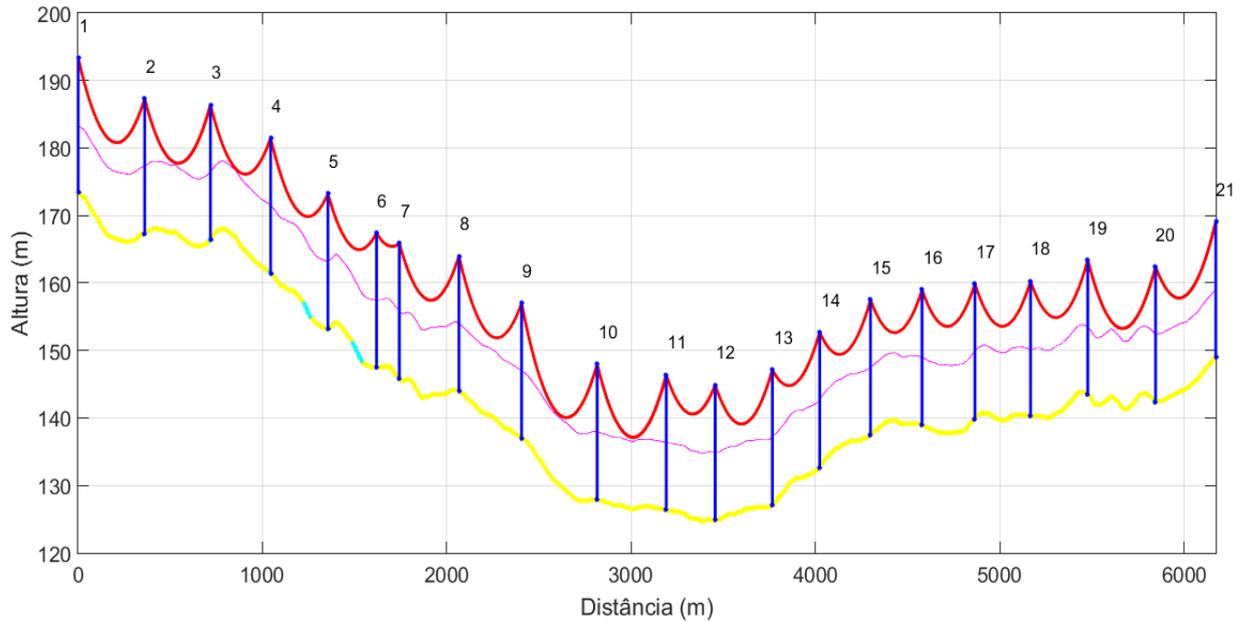
As representações gráficas do trajeto e do perfil da L.T. da melhor solução encontrada encontram-se na Figura 4.28 e na Figura 4.29.

Figura 4.28 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

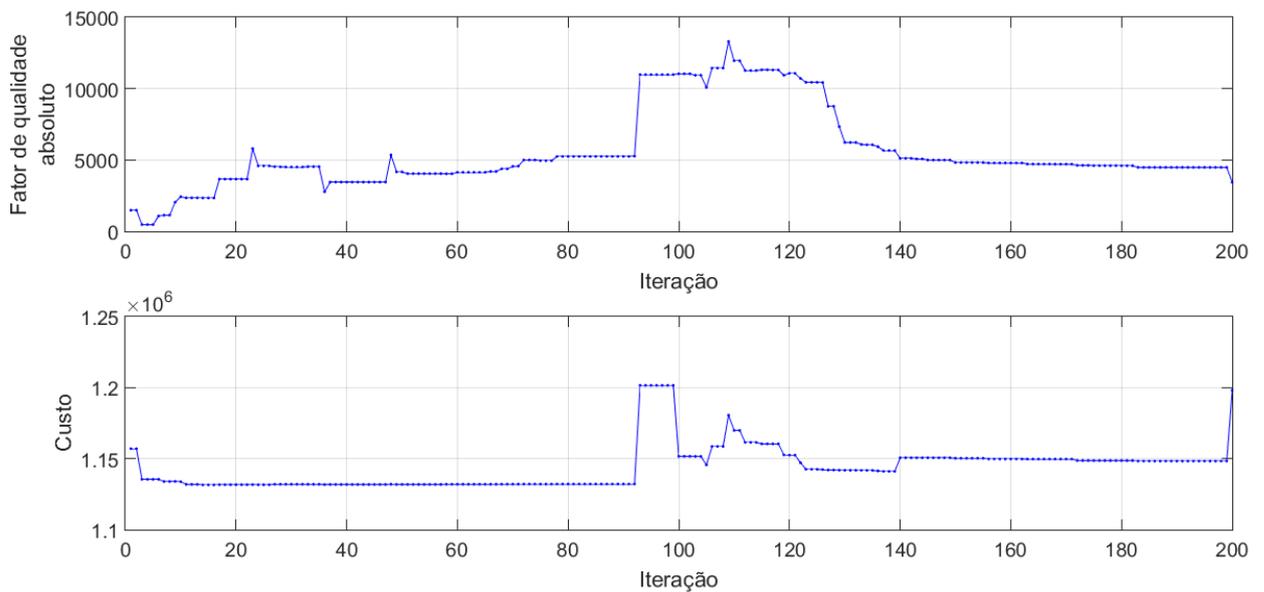
Figura 4.29 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

As curvas de evolução do fator de qualidade e da função custo das melhores soluções encontradas na primeira fase da otimização híbrida estão apresentadas na Figura 4.30.

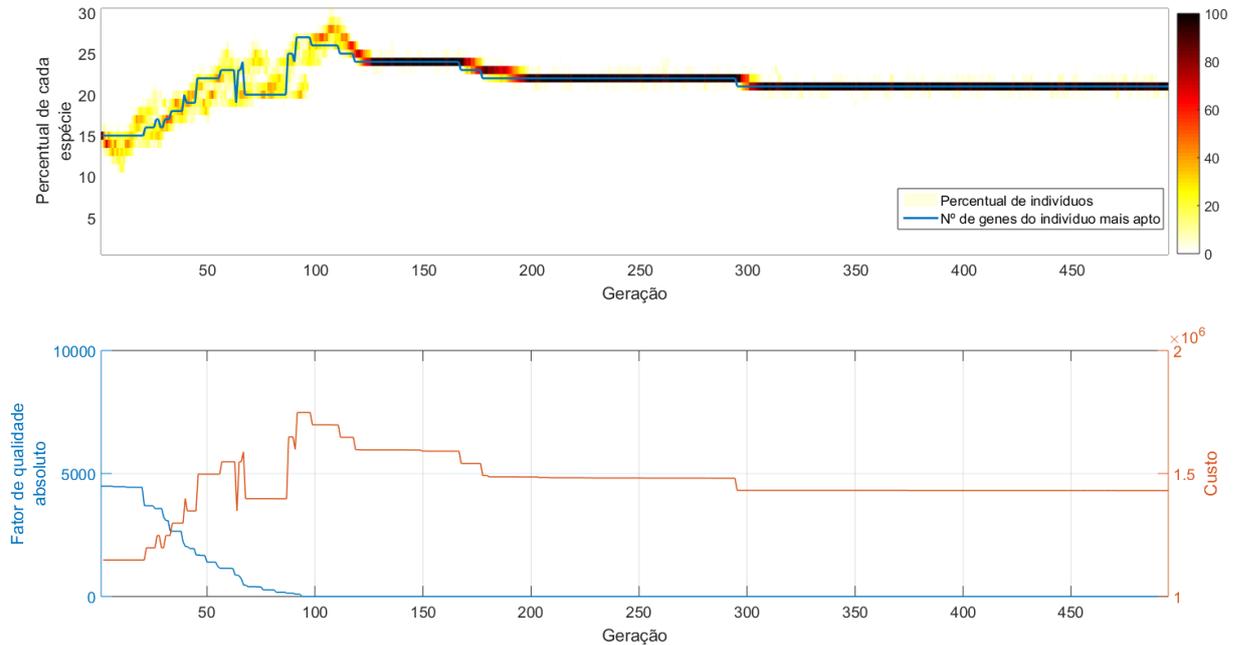
Figura 4.30 – Melhores resultados da primeira etapa do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.31 mostra o processo de evolução que ocorre na segunda etapa da otimização que gerou o melhor resultado.

Figura 4.31 – Evolução da segunda etapa do SOLT-HBD para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

É interessante perceber a proximidade entre as torres 6 e 7. Devido à necessidade de estabelecimento de um critério de parada único para todas as execuções do algoritmo, o processo foi encerrado com as duas estruturas relativamente próximas, porém, é provável que, caso existissem novas gerações, uma delas seria removida e o custo seria reduzido ainda mais.

4.4.4 Discussão dos Resultados do Estudo de Caso 2

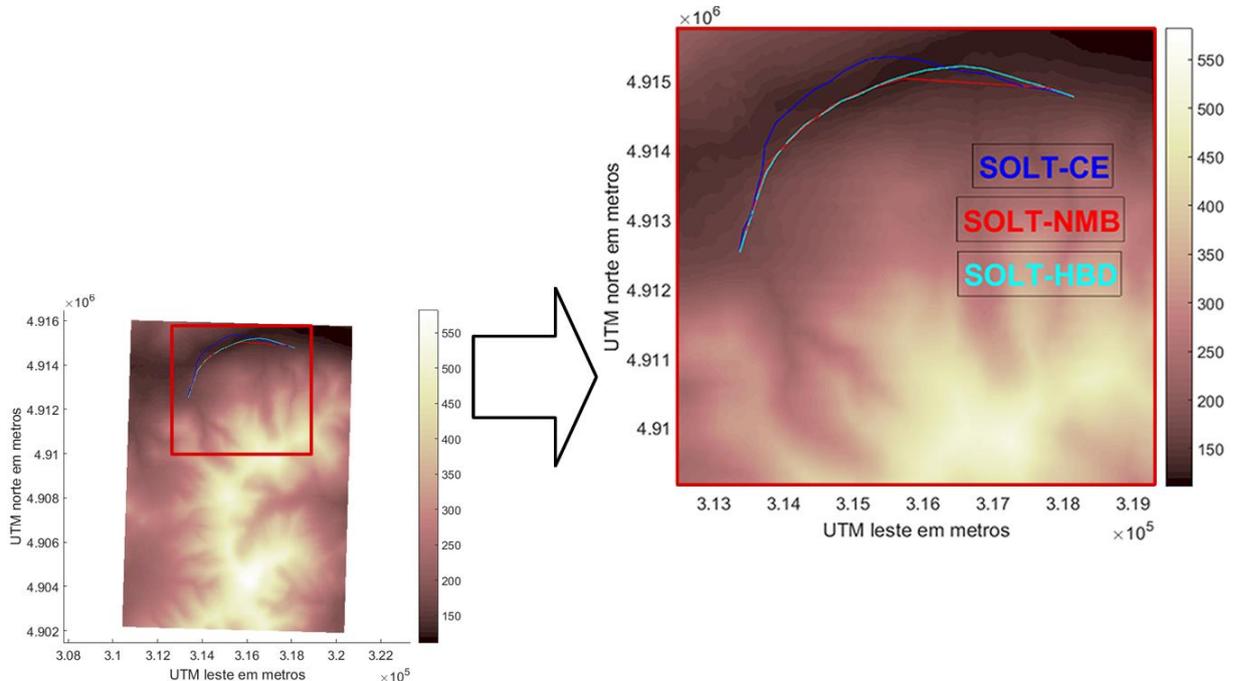
A Tabela 4.14 mostra uma comparação dos resultados obtidos a partir da aplicação dos algoritmos ao segundo estudo de caso.

Tabela 4.14 – Comparação de resultados para o segundo estudo de caso

		SOLT-CE	SOLT-NMB	SOLT-HBD
Melhor Solução	Nº de torres	21	19	21
	Custo (R\$)	1.457.257,34	1.330.259,17	1.431.061,72
	Nº de avaliações	38.552	14.526	30.418
	Tempo	1h 43min 54s	43min 13s	1h 35min 53s
	Comprimento da L.T. (km)	6,606	6,158	6,172
Média dos Resultados	Nº de torres	23	19,4	22
	Custo (R\$)	1.560.725,60	1.353.119,37	1.483.856,65
	Nº de avaliações	55.072	18.809	24.372
	Tempo	3h 8min 5s	55min 8s	1h 16min 41s
	Comprimento da L.T. (km)	6,665	6,205	6,219

A Figura 4.32 mostra os trajetos das melhores soluções obtidas após as execuções do SOLT-CE, SOLT-NMB e SOLT-HBD.

Figura 4.32 – Melhores soluções para o segundo estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

Assim como ocorrido na situação analisada anteriormente, a melhor solução encontrada foi obtida a partir do algoritmo SOLT-NMB. O projeto em questão apresenta 19 torres e possui um custo de R\$ 1.330.259,17. Adicionalmente, o tempo e a quantidade de avaliações requeridos foi bastante inferior aos demais.

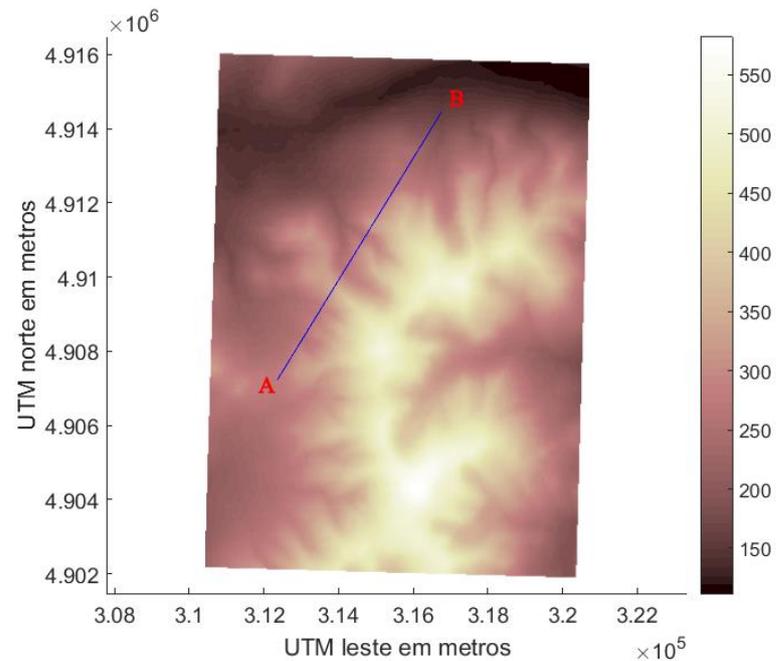
O SOLT-HBD apresentou um desempenho intermediário, com uma melhor solução composta por 21 torres. O tempo médio de cada uma das execuções foi de 4.601,4 segundos, sendo 1,4 vezes maior que a média do SOLT-NMB. É possível perceber a partir da análise do perfil da melhor linha de transmissão encontrada pelo algoritmo híbrido, que havia um potencial de redução ainda maior na quantidade de torres de projeto, com conseqüente redução de custos. Isso poderia ser alcançado caso fosse utilizado um número maior de gerações sem melhora como critério de parada, porém ainda assim o resultado encontrado não equivaleria ao obtido pelo SOLT-NMB, além de levar a uma elevação substancial no tempo de execução.

O projeto mais econômico encontrado pelo SOLT-CE possui 21 torres, porém a média dos resultados obtidos é de 23 estruturas, sendo, deste modo, novamente o algoritmo com performance inferior. Além disso, o tempo médio por execução desse algoritmo foi cerca de 3,4 vezes maior que o apresentado pelo SOLT-NMB.

4.5 Estudo de Caso 3

A última situação tratada neste trabalho consiste na interligação de dois pontos cuja distância em linha reta é de 8,50km, o que representa uma situação de projeto de maior extensão se comparado aos demais tratados neste trabalho, conforme Figura 4.33.

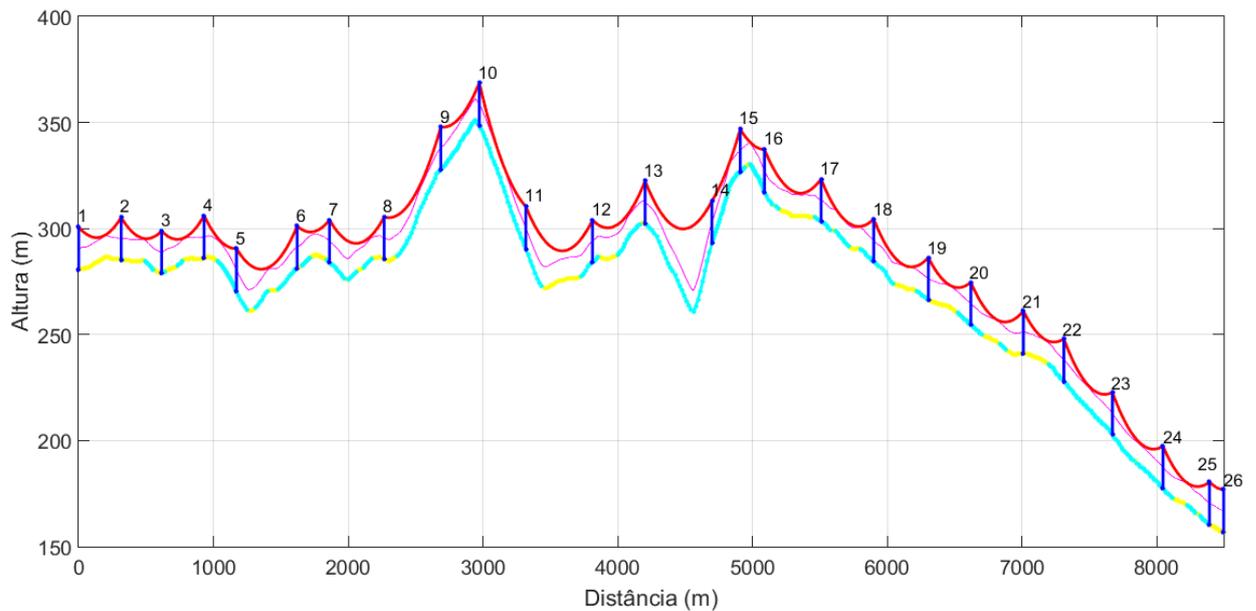
Figura 4.33 – Estudo de Caso 3: Trajeto inicial



Fonte: Autoria Própria

O perfil da linha de transmissão gerada como solução inicial é apresentado na Figura 4.34.

Figura 4.34 – Estudo de Caso 3: Perfil da L.T. da solução inicial



Fonte: Autoria Própria.

Nota-se que o relevo do caminho retilíneo que interliga os pontos A e B tem inclinação superior àquela estabelecida como limite em quase que na totalidade de sua extensão. Tendo isso em vista, esse exemplo é usado para ilustrar uma situação crítica de dimensionamento de linha de transmissão.

Para este estudo de caso, foram executados cinco vezes cada um dos algoritmos propostos, sendo os resultados apresentados nas sessões seguinte.

4.5.1 Resultados SOLT-CE – Estudo de Caso 3

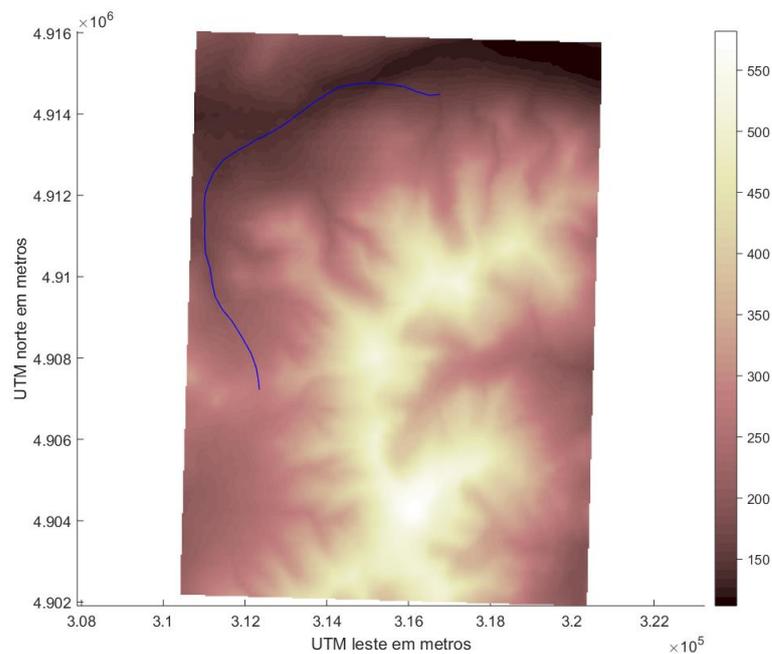
Os resultados obtidos a partir das cinco execuções do algoritmo evolucionário proposto estão apresentados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Resultados do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso

SOLT-CE	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	38	2.629.704,38	2.041	102.052	8h 50min 25s	11,967
Média dos resultados	41,6	2.839.902,93	2.183	109.142	10h 17min 42s	12,471
Desvio Padrão	2,2	125.990,26	194,0	9.702,2	1h 41min 26s	0,304

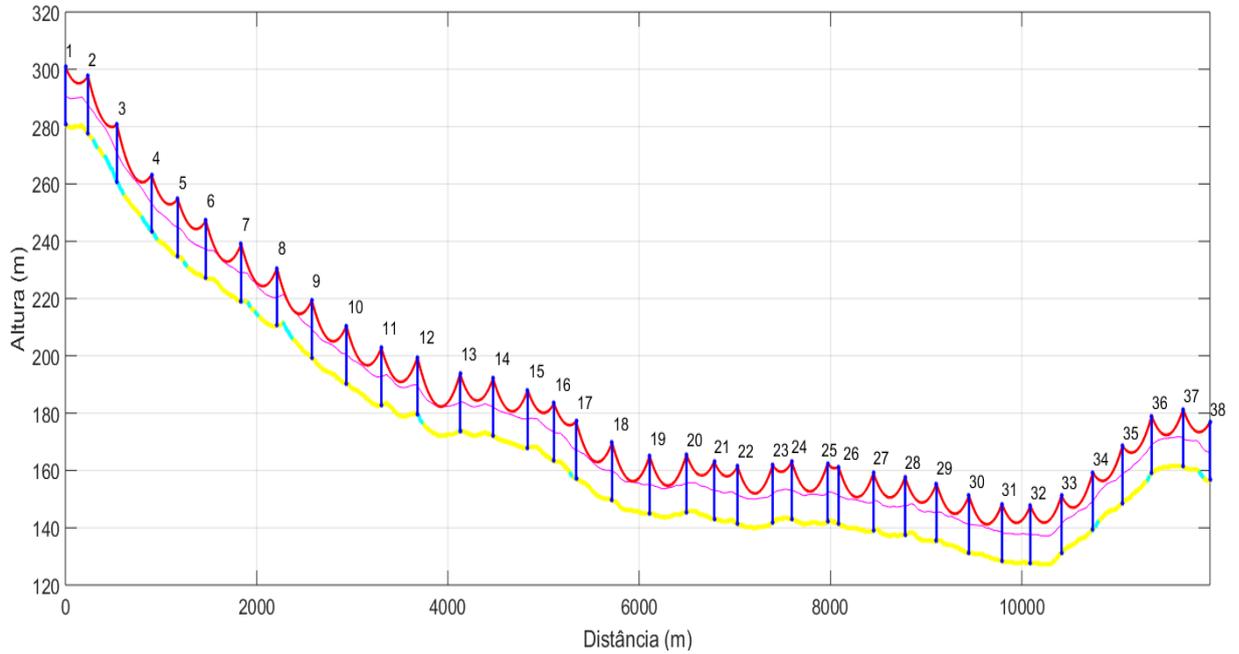
O trajeto e o perfil da linha de transmissão encontrada como melhor solução estão apresentados na Figura 4.35 e Figura 4.36.

Figura 4.35 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

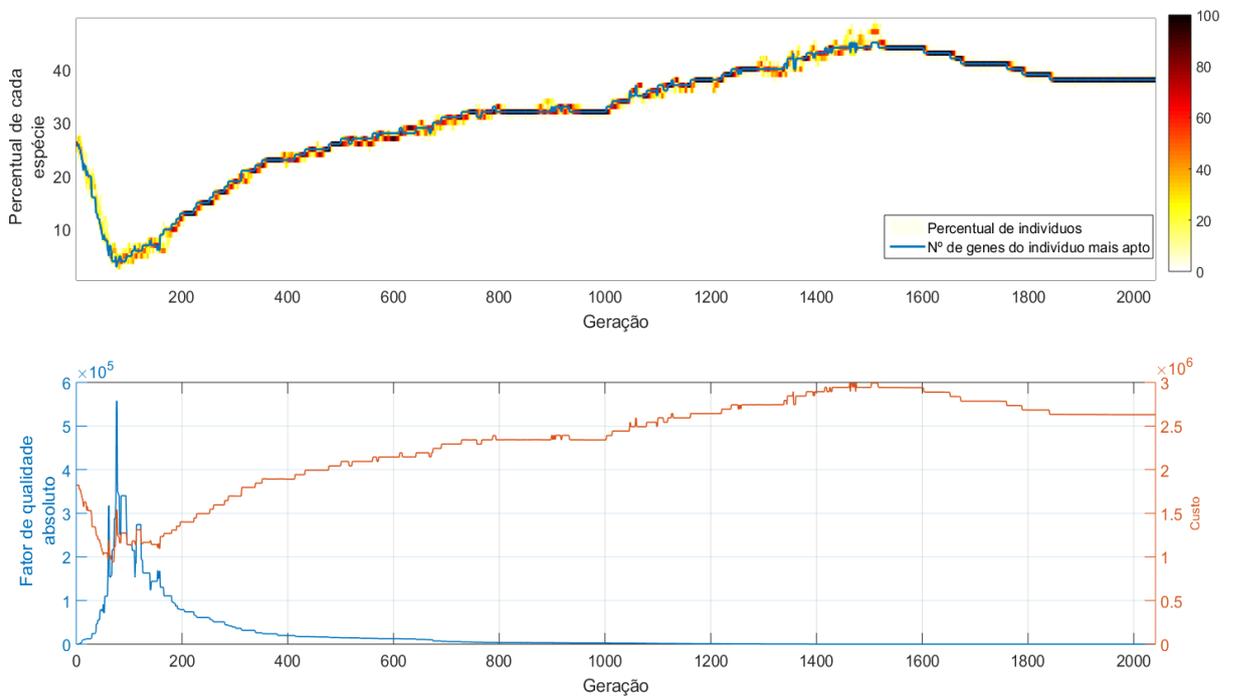
Figura 4.36 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

O andamento do processo evolutivo da execução do SOLT-CE que resultou no melhor resultado está apresentado na Figura 4.37.

Figura 4.37 – Processo evolutivo do melhor resultado do SOLT-CE para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

4.5.2 Resultados SOLT-NMB – Estudo de Caso 3

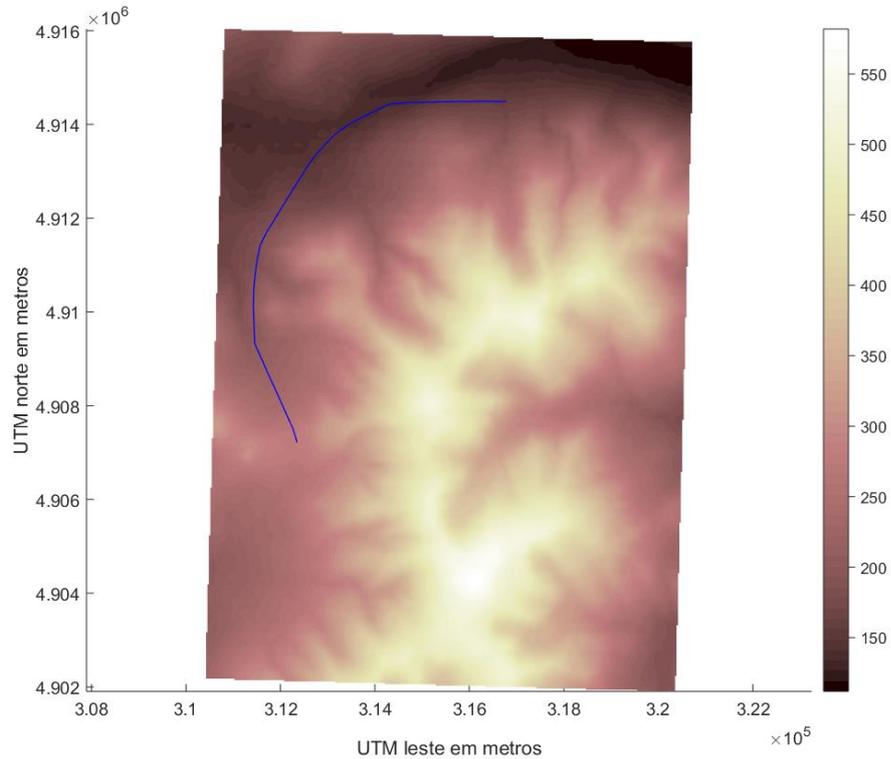
A Tabela 4.16 mostra os resultados obtidos com a aplicação do SOLT-NMB ao terceiro caso em estudo.

Tabela 4.16 – Resultados do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso

SOLT-NMB	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	34	2.374.389,66	2.400	19.980	1h 34min 40s	11,050
Média dos resultados	36,20	2.498.143,00	3.300	27.785	2h 4min 29s	11,278
Desvio Padrão	1,5	81.124,02	1.018,3	8.558,6	35min 2s	0,269

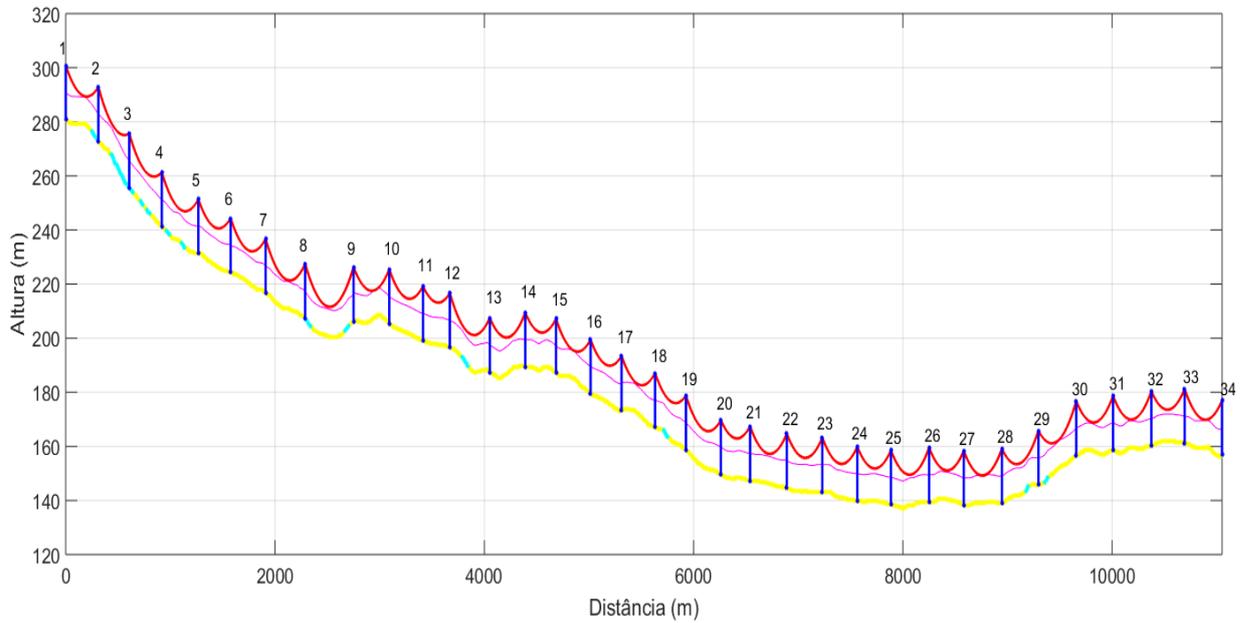
O trajeto e o perfil da linha de transmissão referente ao melhor resultado obtido durante as execuções estão representados na Figura 4.38 e na Figura 4.39.

Figura 4.38 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

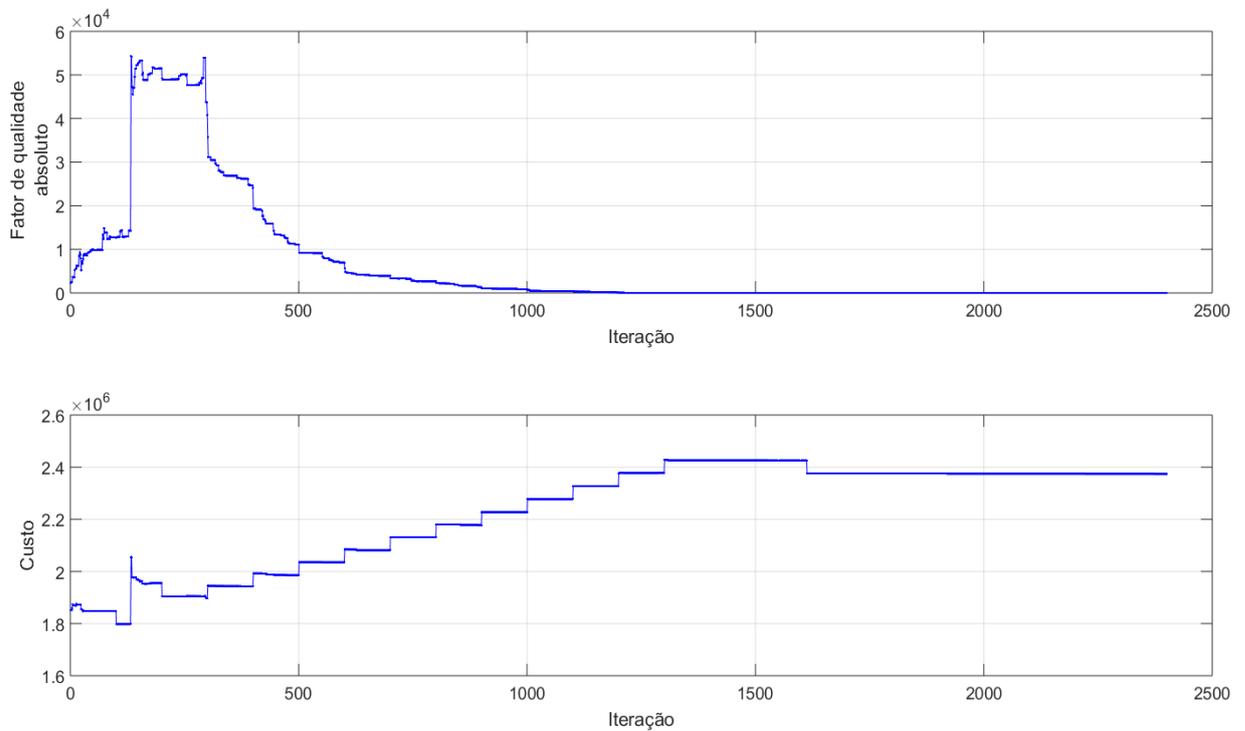
Figura 4.39 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.40 mostra o fator de qualidade absoluto e o custo das melhores soluções encontradas após cada iteração ao longo da otimização.

Figura 4.40 – Progresso dos melhores resultados do SOLT-NMB para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

4.5.3 Resultados SOLT-HBD – Estudo de caso 3

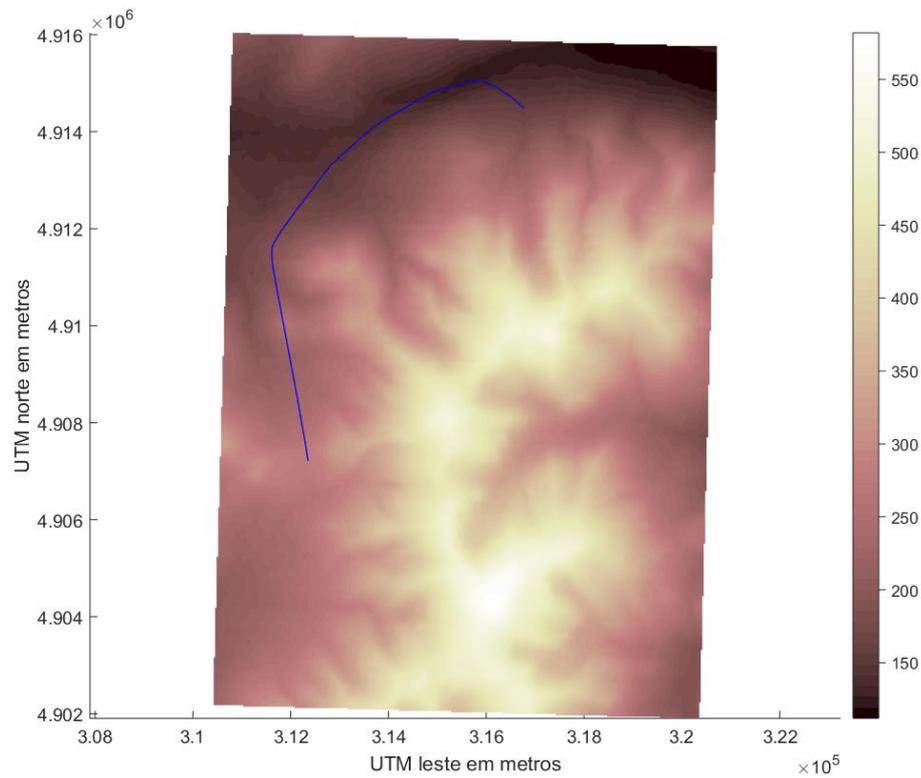
Os resultados obtidos após cinco execuções do algoritmo híbrido proposto na solução do terceiro caso são apresentados na Tabela 4.17.

Tabela 4.17 – Resultados do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso

SOLT-HBD	Nº de torres	Custo (R\$)	Iterações	Nº de avaliações	Tempo	Comprimento da L.T. (km)
Melhor Solução	38	2.583.569,88	2.357	62.765	4h 50min 57s	11,202
Média dos resultados	39	2.654.077,39	1.517	51.570	4h 13min 21s	11,544
Desvio Padrão	0,6	40.447,22	585,9	10.668,1	44min 8s	0,188

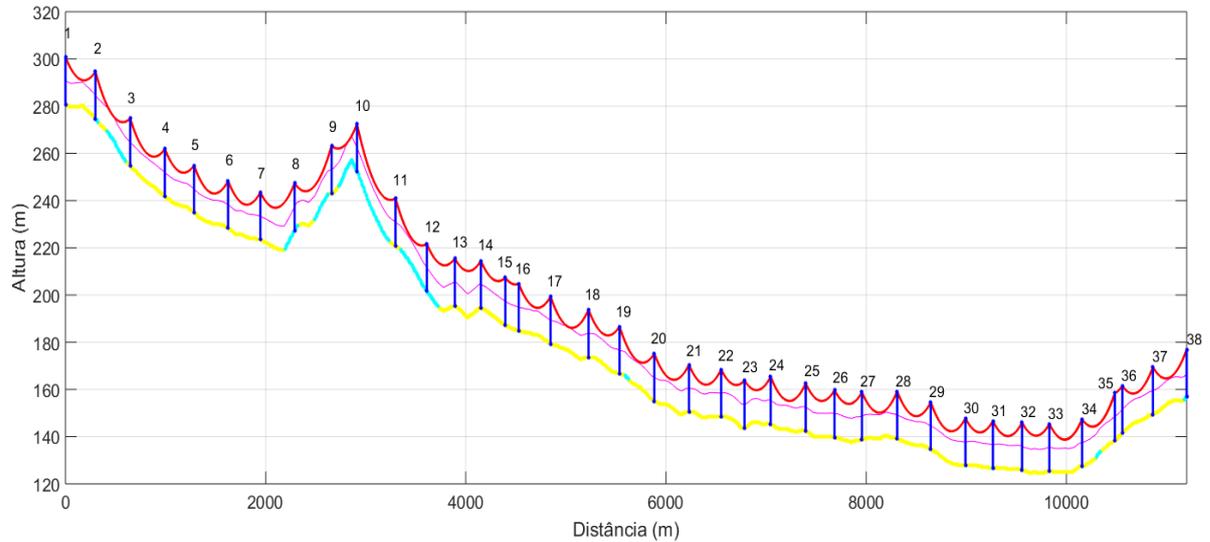
A Figura 4.41 e a Figura 4.42 representam graficamente o trajeto e o perfil da L.T. da melhor solução encontrada.

Figura 4.41 – Trajeto da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.42 – Perfil da L.T. do melhor resultado do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso

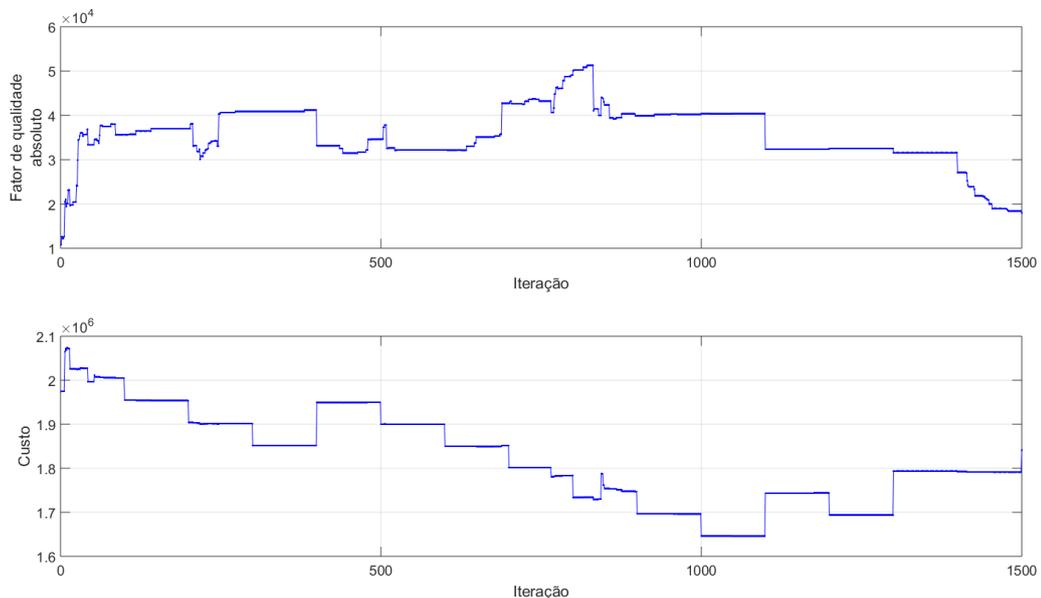


Fonte: Autoria própria.

A curva de evolução do fator de qualidade e da função custo das melhores soluções encontradas na primeira fase da otimização híbrida está apresentada na Figura 4.43.

Novamente, neste caso, é possível notar uma maior proximidade entre algumas torres, sendo elas a 15 e 16, e as torres 35 e 36. A Figura 4.41 mostra que há duas regiões em que o trajeto apresenta angulações mais fechadas, sendo que as estruturas mencionadas estão localizadas nesses trechos. Tendo isso em vista, é interessante destacar que essa proximidade tem como motivo o atendimento da restrição de deflexão angular dos cabos discutida na sessão 21, uma vez que a presença de duas estruturas próximas permite distribuir a angulação em mais pontos.

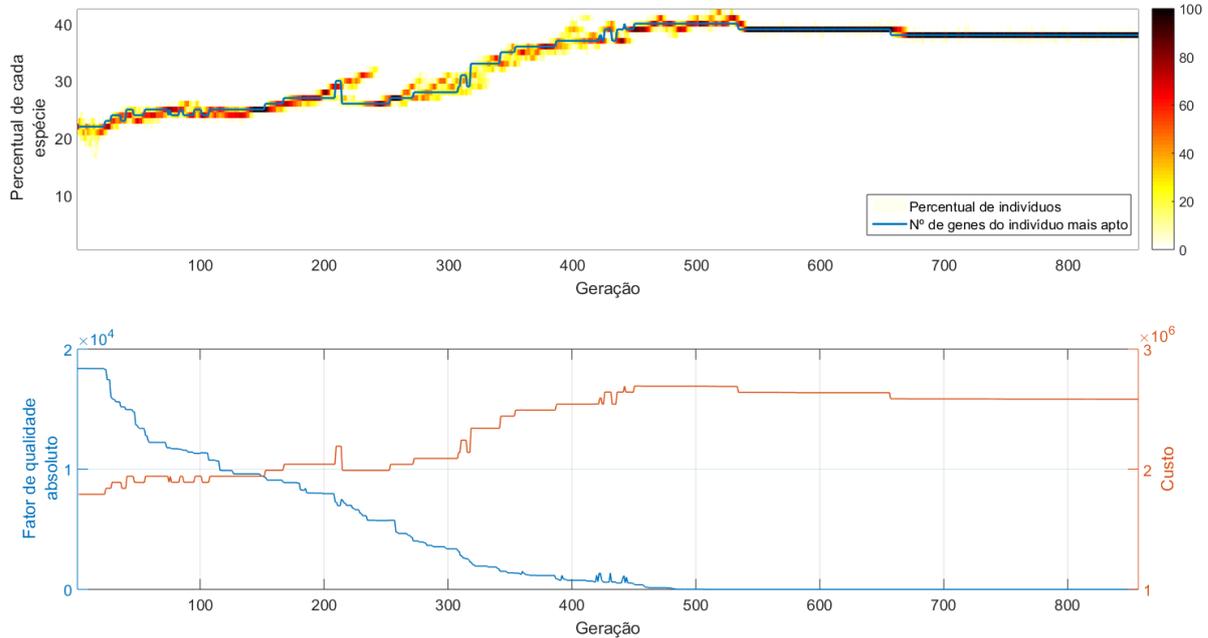
Figura 4.43 – Melhores resultados da primeira etapa do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

Por fim, a Figura 4.44 mostra o processo de evolução que ocorreu na segunda etapa da otimização que gerou o melhor resultado.

Figura 4.44 – Evolução da segunda etapa do SOLT-HBD para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

4.5.4 Discussão dos Resultados do Estudo de Caso 3

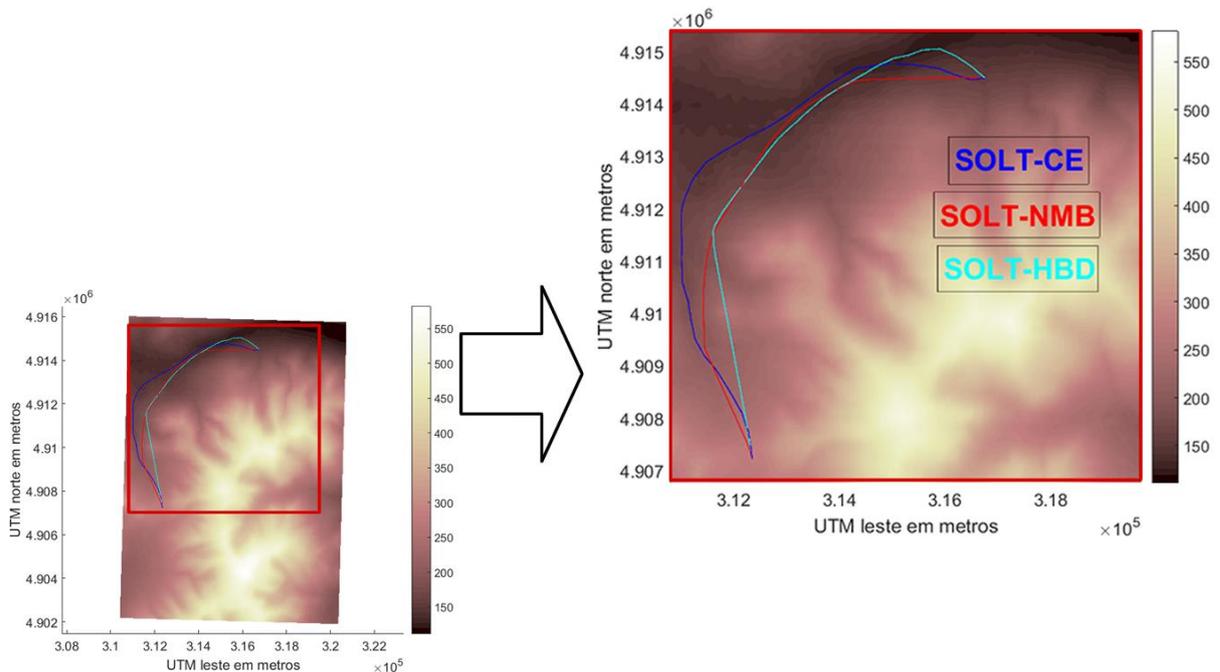
Os resultados obtidos com os três algoritmos aplicados ao terceiro estudo de caso estão comparados na Tabela 4.18.

Tabela 4.18 – Comparação de resultados para o terceiro estudo de caso

		SOLT-CE	SOLT-NMB	SOLT-HBD
Melhor Solução	Nº de torres	38	34	38
	Custo (R\$)	2.629.704,38	2.374.389,66	2.583.569,88
	Nº de avaliações	102.052	19.980	62.765
	Tempo	8h 50min 25s	1h 34min 40s	4h 50min 57s
	Comprimento da L.T. (km)	11,967	11,050	11,202
Média dos Resultados	Nº de torres	41,6	36,2	39
	Custo (R\$)	2.839.902,93	2.498.143,00	2.654.077,39
	Nº de avaliações	109.142	27.785	51.570
	Tempo	10h 17min 42s	2h 4min 29s	4h 13min 21s
	Comprimento da L.T. (km)	12,471	11,278	11,544

A Figura 4.45 mostra os trajetos das melhores soluções obtidas com o SOLT-CE, SOLT-NMB e SOLT-HBD.

Figura 4.45 – Melhores soluções para o terceiro estudo de caso



Fonte: Autoria própria.

O terceiro de caso aplicado aos algoritmos propostos resultou, novamente, em um desempenho superior do SOLT-NMB em relação aos demais, tendo ele apresentado a melhor solução individual após as cinco execuções, além de uma média de tempo e quantidade de avaliações menor.

O SOLT-HBD obteve como melhor resultado um projeto com 38 torres, assim como o SOLT-CE, com uma pequena diferença de custos entre eles. Porém, o primeiro apresentou uma média de custos de R\$ 2.654.077,39, ao passo que o segundo alcançou uma média de R\$ 2.839.902,93. Assim, o SOLT-HBD mostrou um desempenho intermediário entre os três, e o SOLT-CE teve um desempenho inferior aos demais.

É interessante perceber, a partir de uma comparação com os resultados dos demais casos estudados, que a performance do SOLT-NMB tende a ser ainda melhor que a dos demais quanto maior e mais complexa for a linha de transmissão que se deseja otimizar.

5 CONCLUSÃO

O planejamento e projeto de novas linhas de transmissão de energia elétrica devem considerar aspectos técnicos, estruturais, construtivos, ao mesmo tempo em que deve buscar a economia de recursos. Sendo assim, trata-se de um processo complexo, demorado, e que, geralmente, se feito de maneira manual, não leva a uma solução ótima. Por esse motivo, a utilização de mecanismos de otimização computacionais são ferramentas importantes para auxiliar o projetista.

Este trabalho tratou do problema de encaminhamento de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica juntamente com a alocação de torres ao longo do trajeto, objetivando-se encontrar um projeto que atendesse às restrições definidas pelo usuário, relativas à declividade do terreno, deflexões estruturais das torres, deflexão dos cabos, extensão máxima de vãos e distância mínima entre cabo e solo, e que mantivesse a economicidade dos recursos.

Para tratar essa questão, foram propostos três algoritmos de otimização com abordagens distintas: o SOLT-CE, SOLT-NMB e SOLT-HBD. O primeiro utiliza os princípios da Computação Evolucionária, fazendo uso dos fenômenos de mutação, recombinação gênica, especiação e competição interespecífica, aplicados a sucessivas gerações de indivíduos visando à obtenção de indivíduos progressivamente mais aptos. O segundo método apresentado é inspirado no consagrado método de Nelder-Mead, cujas transformações triangulares e a dinâmica foram adaptadas ao problema tema deste trabalho. Já o SOLT-HBD é uma hibridação dos algoritmos anteriores, associando uma busca inicial feita de acordo com o SOLT-NMB, seguida de uma segunda etapa de caráter memético, em que se utiliza a busca global SOLT-CE juntamente com a aplicação do SOLT-NMB ao melhor indivíduo de cada geração.

Os três métodos foram comparados em três situações de projeto distintas, tendo sido realizadas cinco execuções de cada um dos três métodos para cada cenário. O primeiro estudo de caso consistiu na interligação de dois pontos distantes de 3,78 km em linha reta. O segundo, visava à construção de uma linha de transmissão entre dois pontos cuja distância em linha reta é de 5,29 km. Por fim, o último projeto se referia à conexão de dois pontos distantes de 8,50 km em linha reta.

O algoritmo SOLT-NMB apresentou desempenho superior aos dos demais nas três situações, tendo obtido tanto o melhor resultado individual em cada caso, quanto a melhor média de custos no conjunto das execuções, tendo requerido, para isso, uma quantidade significativamente menor de tempo e de avaliações.

Os outros métodos propostos também conseguiram chegar a soluções para todos os cenários estipulados, tendo encontrado um trajeto com relevo mais suave, sem grandes deflexões de cabos, além de atender às demais restrições. No entanto, os resultados obtidos, se comparados aos apresentados pelo SOLT-NMB, foram inferiores, sendo que a diferença de desempenho entre eles se mostra maior quanto mais extensa e complexa é a linha de transmissão que se deseja construir. Assim, de maneira geral, a hibridação dos métodos SOLT-CE e SOLT-NMB não representou melhoria de desempenho, tendo resultado em uma performance intermediária entre eles.

Portanto, os métodos propostos se mostraram eficientes em encontrar soluções de projeto que contemplam às restrições consideradas, sendo que o SOLT-NMB apresentou um desempenho superior, proporcionando a obtenção de uma maior economia de recursos.

É importante ressaltar que, apesar de os algoritmos se revelarem um importante auxílio no projeto de uma linha de transmissão aérea de energia elétrica, a sua utilização não elimina a necessidade de avaliação crítica dos resultados obtidos por parte de um projetista qualificado.

Por fim, como sugestão de trabalhos futuros sugere-se o aprimoramento dos algoritmos desenvolvidos com a consideração de outras restrições, como as de ordem socioeconômicas e ambientais, que tendem a estabelecer zonas proibitivas à instalação de linhas elétricas aéreas. Deste modo, a otimização de projeto tornar-se-á mais completa, tornando possível a consideração de regiões com outros tipos de obstáculos além do relevo, já considerado no âmbito desta dissertação.

REFERÊNCIAS

- [1] ENGELBRECHT, A. **Computation Intelligence: an introduction**. Chippenham: John Wiley & Sons, 2007.
- [2] BROWNLEE, J. **Clever Algorithms: Nature-Inspired Programming Recipes**. 2011.
- [3] OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. **Website ONS**. Disponível em: < <http://ons.org.br/> > Acesso em: 28/03/2018.
- [4] FARR, H. H. **Transmission Line: Design Manual**. Denver: United States Department of the Interior, 1980.
- [5] HIBBELER, R. C. **Structural Analysis**. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2012.
- [6] DARWIN, C. R. **On the Origin of Species by Means of Natural Selection or The Preservation of Favoured Races in Struggle for Life**. New York: D. Appleton and Company, 1861.
- [7] ELETROBRAS - CENTRAIS ELÉTRICAS BRASILEIRAS SA. **Diretrizes Para Projeto Básico de Sistemas de Transmissão: Linhas e Subestações**. Novembro 1997.
- [8] ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5422 NB 182: Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica**. 1985.
- [9] SKOK, M.; SKRLEC, D.; KRAJCAR, S. **Genetic Algorithm and GIS Enhanced Long Term Planning of Large Link Structured Distribution Systems**. In Proceedings of the 2002 Large Engineering Systems Conference on Power Engineering, 2002.
- [10] GILL, R. S.; JEWELL, W. T.; GROSSARDT, T.; BAILEY, K. **Landscape Features in Transmission Line Routing**. In Transmission and Distribution Conference and Exhibition, 2005/2006.
- [11] SHU, J.; WU, L.; LI, Z.; SHAHIDEHPOUR, M.; ZHANG, L.; HAN, B. **A New Method for Spatial Power Network Planning in Complicated Environments**. In IEE Transactions on Power Systems, vol. 27, no. 1, February 2012.
- [12] MONTEIRO, C.; RAMÍREZ-ROSADO, I. J.; MIRANDA, V.; ZORZANO-SANTAMARÍA, P. J.; GARCÍA-GARRIDO, E.; FERNÁNDEZ-JIMÉNEZ, L. A. **GIS Spatial Analysis Applied to Electric Line Routing Optimization**. In IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no. 2, April 2005.

- [13] RAHAMI, H. **Matrix Structural Analysis – MSA: Beam, Truss, Frame, 2 & 3 Dimensions**. University of Tehram, 2010. Disponível em: https://docuri.com/download/helpmsa_59c1cdc9f581710b2862f820_pdf> Acesso em: 04 jan. 2018.
- [14] **MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS**, Version 1.0: MATLAB function. Hossein Rahami, 2010. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27012-matrix-structural-analysis?focused=5148840&tab=function>>. Acesso em 04 jan. 2017.
- [15] MATHEWS, J. H.; FINK, K. K. **Numerical Methods Using Matlab**. New Jersey: Prentice-Hall, 4th Edition, 2004. p. 430-436.
- [16] DIAS, J. R.; **Análise e Dimensionamento de Estruturas Metálicas Treliçadas de Transporte de Energia Eléctrica de Acordo com o EC3(EN) e a EN50341-1**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2007.
- [17] TOWNSEND, C. R.; BEGON, M.; HARPER, J. L. **Fundamentos em Ecologia**. 3^a edição. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- [18] BERLOCHER, S. H. **Origins: A Brief History of Research on Speciation**. In HOWARD, D. J.; BERLOCHER, S. H. *Endless Forms: Species and Speciation*. New York: Oxford University Press, 1998.
- [19] LABEGALINI, P. R.; LABEGALINI, J.A.; FUCHS, R. D.; DE ALMEIDA, M. T. **Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão**. São Paulo: Edgar Blücher, 1992.
- [20] WILLIAMS, A. **Structural Analysis: In Theory and Practice**. Amsterdam: Butterworth-Heinemann/Elsevier, 2009.
- [21] ANEEL – AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Módulos Construtivos de Linhas de Distribuição Aéreas: Catálogo Referencial de Módulos Padrões de Construção de Subestações, Linhas e Redes de Distribuição de Energia Eléctrica**. Janeiro 2016. Disponível em:< http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2009/052/documento/anexo_ii_nt_304_-_linhas_de_distribuicao_aereas.pdf> Acesso em: 05 fev. 2018;
- [22] CELG Geração e Transmissão. **Norma Técnica 42: Cabos Nus de Alumínio com Alma de Aço: Especificação**. 2015.