

Marcela Gonçalves Magalhães

**Melhoria da Eficiência da Estimação de  
Frequências de Potenciais Evocados Visuais de  
Estado Estacionário utilizando Métodos  
Paramétricos de Alta Resolução**

Goiânia

2019

---

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR  
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES  
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFQ**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFQ) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFQ), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico:     Dissertação     Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

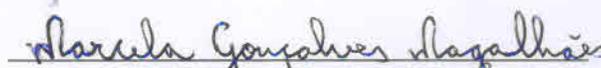
Nome completo do autor: Marcela Gonçalves Magalhães

Título do trabalho: Melhoria da Eficiência da Estimção de Frequências de Potenciais Evocados Visuais de Estado Estacionário Utilizando Métodos Paramétricos de Alta Resolução.

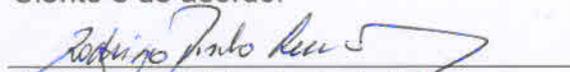
3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento  SIM     NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

  
Assinatura do(a) autor(a)

Ciente e de acordo:

  
Assinatura do(a) orientador(a)<sup>2</sup>

Data: 9 / 04 / 2019

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

<sup>2</sup> A assinatura deve ser escaneada.

Marcela Gonçalves Magalhães

**Melhoria da Eficiência da Estimação de Frequências de Potenciais Evocados Visuais de Estado Estacionário utilizando Métodos Paramétricos de Alta Resolução**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação

Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica Mecânica e de Computação

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos

Goiânia

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Gonçalves Magalhães, Marcela  
Melhoria da Eficiência da Estimação de Frequências de Potenciais Evocados Visuais de Estado Estacionário Utilizando Métodos Paramétricos de Alta Resolução [manuscrito] / Marcela Gonçalves Magalhães. - 2019.  
68 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia, 2019.

Bibliografia.

Inclui siglas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. EEG. 2. Estimação de Frequências. 3. Potenciais Evocados Visuais. 4. Métodos Paramétricos. I. Pinto Lemos, Rodrigo, orient. II. Título.

CDU 62:61



## Ata de Dissertação de Mestrado

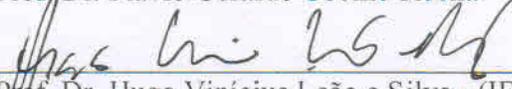
Ata da sessão de julgamento da Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, área de concentração Engenharia de Computação, da candidata **Marcela Gonçalves Magalhães**, realizada em 28 de fevereiro de 2019.

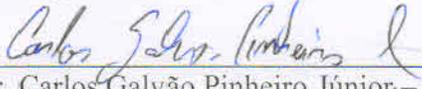
Aos vinte e oito dias do mês de fevereiro de dois mil e dezenove, às 14:00 horas, nas dependências da Escola de Engenharia Elétrica e de Computação (EMC) da Universidade Federal de Goiás (UFG), reuniram-se os seguintes membros da Comissão Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação: Os Doutores Rodrigo Pinto Lemos – Orientador (EMC/UFG), Flávio Geraldo Coelho Rocha (EMC/UFG), Hugo Vinícius Leão e Silva (IFG) e Carlos Galvão Pinheiro Júnior (EMC/UFG) para julgar a Dissertação de Mestrado de **Marcela Gonçalves Magalhães**, intitulada “**Melhoria da Eficiência da Estimção de Frequências de Potenciais Evocados Visuais de Estado Estacionário Utilizando Métodos Paramétricos de Alta Resolução**”, apresentada pela Candidata como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestra, em conformidade com a regulamentação em vigor. O Professor Doutor Rodrigo Pinto Lemos, Presidente da Comissão, abriu a sessão e apresentou a candidata que discorreu sobre seu trabalho, após o que, foi arguida pelos membros da Comissão na seguinte ordem: Flávio Geraldo Coelho Rocha, Hugo Vinícius Leão e Silva e Carlos Galvão Pinheiro Júnior. A parte pública da sessão foi então encerrada e a Comissão Examinadora reuniu-se em sessão reservada para deliberar. A Comissão julgou então que a candidata, tendo demonstrado conhecimento suficiente, capacidade de sistematização e argumentação sobre o tema de sua Dissertação, foi considerada **aprovada** e deve satisfazer as exigências listadas na Folha de Modificação de Dissertação de Mestrado, em anexo a esta Ata, no prazo máximo de 30 dias, ficando o professor orientador responsável por atestar o cumprimento dessas exigências. Os membros da Comissão Examinadora descreveram as justificativas para tal avaliação em suas respectivas Folhas de Avaliação, anexas a esta Ata. Nada mais havendo a tratar, o presidente da Comissão declarou encerrada a sessão. Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-graduação desta Universidade, a presente Ata foi lavrada, lida e, julgada conforme, segue assinada pelos membros da Comissão supracitados e pela candidata. Goiânia, 28 de fevereiro de 2019.

### Comissão Examinadora Designada:

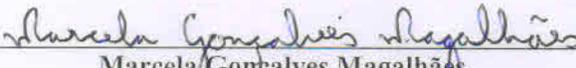
  
Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos – Orientador (EMC/UFG) (Avaliação: APROVADA)

  
Prof. Dr. Flávio Geraldo Coelho Rocha – (EMC/UFG) (Avaliação: APROVADA)

  
Prof. Dr. Hugo Vinícius Leão e Silva - (IFG) (Avaliação: Aprovada)

  
Prof. Dr. Carlos Galvão Pinheiro Júnior – (EMC/UFG) (Avaliação: Aprovada)

Candidata:

  
Marcela Gonçalves Magalhães

# Agradecimentos

Primeiramente a minha mãe, Gilca Gislene Gonçalves, e meus tios Manoel, Lili e Vilma, por todo o apoio nessa caminhada e paciência nos momentos difíceis.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rodrigo P. Lemos, pela orientação, ensinamentos e confiança em todo o período de pesquisa e desenvolvimento deste trabalho. Muito obrigada!

Ao Programa de Pós-Graduação da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás – UFG, e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pelo apoio recebido.

A todo o grupo de pesquisa INCOMM, pela ajuda, apoio e diversão, caminhando juntos na busca de conhecimento.

Aos meus amigos, desde a época da graduação em engenharia que continuam sempre por perto e me ajudando no que for preciso.

Aos professores e funcionários administrativos da EMC/UFG, pela disponibilidade e colaboração.

E, finalmente, a todos àqueles que direta ou indiretamente tenham contribuído para o desenvolvimento desta dissertação de mestrado.

*“Não importa quanto a vida possa ser ruim,  
sempre existe algo que você pode fazer, e triunfar.  
Enquanto há vida, há esperança.”  
(Stephen Hawking, 2012)*

# Resumo

Este trabalho apresenta uma análise de processamento de sinais eletroencefalográficos com foco nos potenciais evocados visuais de estado estacionário. Procura-se melhorar a eficiência de estimação das frequências de sinais cerebrais da região occipital do escalpo que são produzidas em resposta a estímulos visuais arbitrários. Para isso, utilizaram-se primeiramente sinais senoidais sintéticos e depois sinais eletroencefalográficos obtidos de um banco de dados público. Para a estimação, empregou-se o filtro de erro de predição aplicado de maneira adaptativa por meio do algoritmo LMS e também foram desenvolvidas versões dos métodos MODE e MODEX para estimação de frequências. Esses métodos foram comparados com a abordagem clássica do problema pela Transformada Rápida de Fourier quanto à raiz do erro médio quadrático de estimação para diferentes valores de relação sinal-ruído, o esforço computacional e o tempo de execução. A filtragem adaptativa e os estimadores trabalhados apresentaram erros de estimação inferiores àqueles da abordagem clássica para SNRs acima de 5 dB. Apesar da complexidade e os tempos de execução das abordagens propostas terem apresentado valores maiores do que os da FFT, eles são parcialmente compensados pela redução do tempo necessário para aquisição de dados, de tal forma que o aumento da acurácia e da robustez vale o incremento no esforço de processamento. Enfim, conclui-se que métodos de estimação DOA podem ser aplicados com sucesso na estimação de frequências, particularmente para sinais de EEG, possibilitando desenvolver aplicações mais sofisticadas no futuro.

**Palavras-chave:** EEG, Estimação de Frequências, Potenciais Evocados Visuais, Métodos Paramétricos.

# Abstract

This work presents an analysis of electroencephalographic signal processing focusing on visual evoked potentials of steady state. It is sought to improve the estimation efficiency of the brain signal frequencies of the occipital region of the scalp that are produced in response to arbitrary visual stimuli. For this, we first use synthetic sinusoidal signals and then electroencephalographic signals obtained from an open-access public database. For the estimation, we used the prediction error filter applied in an adaptive way through the LMS algorithm and also developed versions of the MODE and MODEX methods for frequency estimation. These methods were compared with the classical approach of the problem, which uses the Fast Fourier Transform, in terms of root mean square error estimation for different values of signal-to-noise ratio, computational effort and execution time. The adaptive filtering and the worked estimators presented estimation errors lower than those of the classical approach for SNRs above 5 dB. Although the complexity and execution times of the proposed approaches have presented higher values than those of the FFT, they are partially offset by the reduction in the time required for data acquisition, so that the increase in accuracy and robustness is worth the increase in processing effort. Finally, it can be concluded that DOA estimation methods can be applied successfully in frequency estimation, particularly for EEG signals, allowing the development of more sophisticated applications in the future.

**Keywords:** EEG, Frequency Estimation, Visual Evoked Potentials, Parametric Methods.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
1.1	Motivação	12
1.2	Objetivo geral	13
1.3	Objetivos específicos	14
1.4	Metodologia	14
1.5	Organização dos capítulos	15
<b>2</b>	<b>O sinal de EEG em interfaces cérebro-máquina</b>	<b>17</b>
2.1	Características do sinal de EEG	17
2.1.1	Modelagem do Sinal	18
2.1.2	Considerações de simulação e posição dos sensores	22
2.2	Interfaces Cérebro-Máquina	23
2.2.1	Exemplos de interfaces	24
2.2.2	Potenciais Evocados Visuais em Estado Estacionário - SSVEP	25
2.3	Medida de desempenho de métodos de estimação das frequências do sinal	25
<b>3</b>	<b>Estimação de Frequência em sinais EEG</b>	<b>27</b>
3.1	O filtro de Erro de Predição - <i>FEP</i>	27
3.2	Algoritmo adaptativo de mínimos quadrados - <i>LMS - Least-Mean-Square algorithm</i>	29
3.3	Os Algoritmos MODE e MODEX	30
<b>4</b>	<b>Seleção de Estimativas</b>	<b>34</b>
4.1	Método Direto para seleção	34
4.2	Função de Máxima Verossimilhança	35
<b>5</b>	<b>Análise e resultados de desempenho de estimação e tempo de execução</b>	<b>37</b>
5.1	Avaliação da acurácia na estimação e robustez ao ruído	37
5.1.1	Avaliações com sinais modelados	37
5.1.2	Avaliações com sinais reais	49
5.2	Complexidade Computacional	58
5.3	Tempo de execução	59
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>62</b>
6.1	Sugestões para trabalhos seguintes	63
	<b>Referências</b>	<b>64</b>

# Lista de abreviaturas e siglas

BCI	<i>Brain-Computer Interface</i>
DOA	Direção de Chegada ( <i>Direction Of Arrival</i> )
ECoG	Eletrocorticografia
EEG	Eletroencefalograma
ELA	Esclerose Lateral Amiotrófica
FEP	Filtro de Erro de Predição
FFT	Transformada rápida de Fourier ( <i>Fast Fourier Transform</i> )
ICM	Interface Cérebro-Máquina
IM	Imaginação Motora
LED	Diodo Emissor de Luz ( <i>Light Emitting Diode</i> )
LMS	Algoritmo de Mínimos Quadrados ( <i>Least-Mean-Square algorithm</i> )
MATLAB	MATrix LABoratory
MLE	Estimador de Máxima Verosimilhança ( <i>Maximum Likelihood Estimation</i> )
MODE	<i>Method Of Direction Estimation</i>
MODEX	<i>MODE with EXtra roots</i>
PE	Potencial Evocado
PEV	Potencial Evocado Visual
PSD	Densidade Espectral de Potência ( <i>Power Spectral Density</i> )
REQM	Raiz do Erro Quadrático Médio
SE	Sinais Espontâneos
SNR	Relação Sinal-Ruído ( <i>Signal-to-Noise Ratio</i> )
SSVEP	Potenciais Evocados Visuais de Estado Estacionário
UCLA	Universidade da Califórnia, Los Angeles

# Lista de ilustrações

Figura 1.1	–Diagrama de blocos geral de uma interface. . . . .	12
Figura 2.1	–Divisão das regiões funcionais do cérebro. . . . .	18
Figura 2.2	–Espectro de um sinal real com frequência de estimulação de 6Hz. . . . .	19
Figura 2.3	–Espectro de um sinal modelado com frequência de estimulação de 6Hz. . . . .	19
Figura 2.4	–Características de respostas a estímulos em frequências de 10, 20 e 30 Hz. . . . .	20
Figura 2.5	–Resposta SSVEP ideal para um estímulo de 6 Hz. . . . .	21
Figura 2.6	–Espectros do sinal real, modelado e ruído, com frequência de 6 Hz. . . . .	22
Figura 2.7	–Sistema 10/20. . . . .	23
Figura 3.1	–Estrutura do Filtro de Erro de Predição . . . . .	28
Figura 3.2	–Sobreposição das respostas de magnitude do filtro inverso do FEP obtido pelo algoritmo LMS de frequências 10 Hz e 45 Hz e SNR = 5 dB. . . . .	30
Figura 3.3	–Sinal senoidal com $N - 1$ amostras. . . . .	31
Figura 4.1	–Superfície da Função de Máxima Verosimilhança para o filtro LMS nas frequências 10 Hz e 45 Hz com SNR =10 dB. . . . .	36
Figura 4.2	–Superfície da Função de Máxima Verosimilhança para o filtro LMS nas frequências 10 Hz e 45 Hz com SNR =-5 dB. . . . .	36
Figura 5.1	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 1s de amostragem. . . . .	39
Figura 5.2	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 1 s de amostragem. . . . .	39
Figura 5.3	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem. . . . .	40
Figura 5.4	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem. . . . .	41
Figura 5.5	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem. . . . .	42
Figura 5.6	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem. . . . .	43
Figura 5.7	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 1 s de amostragem. . . . .	44
Figura 5.8	–Comparação da REQM <i>versus</i> SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 1 s de amostragem. . . . .	45

Figura 5.9 –Comparação da REQM <i>versus</i> SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem. . . . .	46
Figura 5.10 –Comparação da REQM <i>versus</i> SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem. . . . .	46
Figura 5.11 –Comparação da REQM <i>versus</i> SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem. . . . .	47
Figura 5.12 –Comparação da REQM <i>versus</i> SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem. . . . .	48
Figura 5.13 –Espectro gerado pela amostragem total do banco de dados utilizado, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz. . . . .	50
Figura 5.14 –Espectro gerado pela FFT com 1 s de amostragem, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz. . . . .	51
Figura 5.15 –Espectro gerado pelo LMS com 1 s de amostragem, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz. . . . .	51
Figura 5.16 –Gráfico do EQM <i>versus</i> Iterações pra o algoritmo LMS, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz. . . . .	52
Figura 5.17 –Espectro gerado pelo MODE com 0,5 s, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz. . . . .	53
Figura 5.18 –Espectro gerado pelo MODEX com 0,5 s, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz. . . . .	53
Figura 5.19 –Espectro gerado pela amostragem total do banco de dados utilizado, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz. . . . .	54
Figura 5.20 –Espectro gerado pela FFT com 1 s de amostragem, na composição das frequências 06 Hz e 10 Hz. . . . .	55
Figura 5.21 –Espectro gerado pelo LMS com 1 s de amostragem, na composição das frequências 06 Hz e 10 Hz. . . . .	55
Figura 5.22 –Gráfico do EQM <i>versus</i> Iterações pra o algoritmo LMS, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz. . . . .	56
Figura 5.23 –Espectro gerado pelo MODE com 0,5 s, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz. . . . .	57
Figura 5.24 –Espectro gerado pelo MODEX com 0,5 s, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz. . . . .	57

# Lista de tabelas

Tabela 2.1 –Faixas de frequências dos ritmos cerebrais. . . . .	17
Tabela 5.1 –Notação Big-O para complexidade computacional. . . . .	58
Tabela 5.2 –Complexidade computacional dos métodos pesquisados. . . . .	58
Tabela 5.3 –Tempos médios de execução em ms, para 1000 experimentos. . . . .	60
Tabela 5.4 –Tempos médios de execução em ms, para 1000 experimentos. . . . .	61
Tabela 5.5 –Tempos médios contabilizando amostragem e execução em s. . . . .	61

# 1 Introdução

A Interface Cérebro-Máquina (ICM), também conhecida como *Brain-Computer Interface* (BCI), é uma técnica de comunicação direta entre o cérebro e um dispositivo externo, viabilizando a interação do usuário ao seu ambiente. Para pessoas acometidas de deficiências severas, a criação de novas plataformas para a recuperação e acesso a ações básicas do dia-a-dia é de extrema importância. Assim, o desenvolvimento de tecnologias assistivas viabiliza a participação e atividades de indivíduos cuja mobilidade seja reduzida (BRASIL, 2015).

Um dos primeiros relatos de desenvolvimento da ICM surgiu nos anos de 1970 (ARAFAT, 2011), com a publicação de um artigo da Universidade da Califórnia (UCLA), que apresentava a possibilidade de criação de um canal de comunicação utilizando aquisição de sinais cerebrais por meio de Eletroencefalograma (EEG). Os métodos não-invasivos são os mais disseminados no uso de ICM, captando os sinais por meio de eletrodos posicionados em diversos pontos na parte externa do crânio, o escalpo. Entre esses métodos, o EEG foi o primeiro a ser descoberto e o que ainda hoje possui maior aplicação, essencialmente por seu baixo custo e modelos comercialmente difundidos (LEE; TAN, 2006).

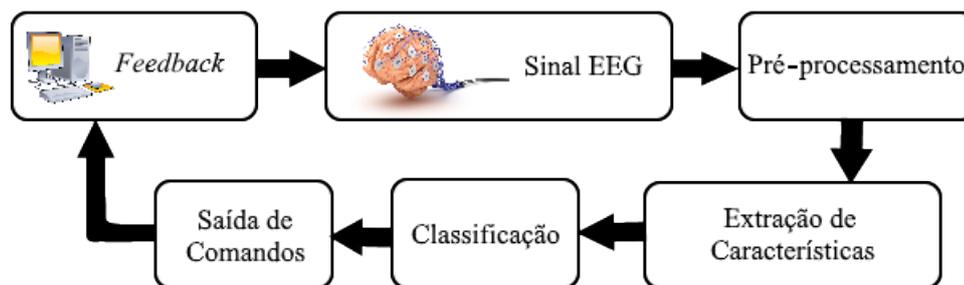
Diferentes áreas cerebrais produzem estímulos de acordo com o objetivo da atividade realizada. Assim, é necessário entender qual o foco para cada interface. Um dos mais promissores tipos de sinais é o Potencial Evocado Visual (PEV), baseado na geração de estímulos visuais em determinadas frequências por meio de estampas ou luzes oscilantes, estando incluídos os de regime permanente, geralmente chamados de *Steady-State Visual Evoked Potentials* (SSVEP). Esses impulsos são utilizados para determinar onde está o foco visual do indivíduo na tela. Isso permite, por exemplo, relacionar o ponto focal com alguma função específica em um teclado virtual (CAPATI; BECHELLI; CASTRO, 2016).

Rotineiramente, as interfaces de uso comercial utilizam sinais captados de modo não-invasivo, geralmente EEG (VOURVOPOULOS; LIAROKAPIS, 2014). Possuindo uma alta resolução temporal e baixo custo, a aquisição de sinais é facilitada, mas os dados sofrem com a baixa relação sinal-ruído e pequena resolução espectral. Por tal motivo, escolhem-se sinais em regiões cerebrais que esses obstáculos possam ser ultrapassados, caso dos potenciais evocados visuais gerados na região occipital do escalpo. Esse tipo de sinal atinge altas taxas de transferência, é encontrado na maior parte da população e não depende de treinamento cognitivo (KELLY et al., 2005).

O desenvolvimento de uma interface passa por diversas etapas, ilustrado na Figura 1.1, em que a extração de características e classificação dos dados estão entre as mais importantes. Normalmente, são usados métodos clássicos e de fácil aplicação para a identi-

ficação de frequências, como o caso da Transformada Rápida de Fourier (FFT) (WANG; WANG; JUNG, 2011) (GüNEYSU; AKIN, 2013) (JR et al., 2016) (İŞCAN; NIKULIN, 2018).

Figura 1.1 – Diagrama de blocos geral de uma interface.



Entretanto, além de ser mais susceptível a ruídos, essa abordagem requer intervalos relativamente longos de tempo de aquisição dos sinais de EEG de tal forma a proporcionar uma satisfatória resolução em frequência nos espectros gerados pela FFT. Algumas pesquisas indicam intervalos de aquisição de EEG superiores a quatro segundos, resultando em tempos de resposta ainda mais longos para o sistema de comunicação alternativa quando se considera o acréscimo do tempo de processamento (HAKVOORT; REUDERINK; OBBINK, 2011) (LIN; LEE, 2007). Idealmente, buscam-se métodos que facilitam a detecção das respostas em curtos intervalos de tempo e com uma boa taxa de acertos.

## 1.1 Motivação

A quantidade de pesquisas na área de ICM vem crescendo a cada ano, em parte devido ao desenvolvimento tecnológico que proporciona meios concepção e implementação dessas interfaces e também em função do crescimento e o envelhecimento da população em geral (LENZI, 2012). Até o presente momento, a técnica de EEG continua sendo largamente utilizada como método não-invasivo para interfaces. O cenário de pesquisa continua em plena expansão, sempre na busca da resolução dos mais variados problemas motores e de comunicação, e também da otimização da aquisição de sinais (CHEN et al., 2018) (YIN et al., 2015) (FAN et al., 2015) (CHABUDA; DURKA; ŻYGIEREWICZ, 2018) (BASTOS-FILHO et al., 2018) (ZHANG et al., 2015).

As interfaces possuem limitações e a aquisição do sinal está sujeita a problemas como ruídos e perdas. Por isso, diferentes métodos de extração e classificação podem ser empregados, o que interfere na confiabilidade e precisão dos sistemas (MAK; WOLPAW, 2009) (WANG et al., 2016) (CHEN et al., 2017). Os estudos têm se voltado principalmente para a área médica com as Tecnologias Assistivas, promovendo independência e qualidade

de vida a indivíduos acometidos por doenças severas como a Esclerose Lateral Amiotrófica (ELA), lesões espinhais ou degenerações cerebrais que, apesar de lhes terem afetado o córtex motor, permitem captar sinais SSVEP de qualidade (LEBEDEV, 2016).

Nos sistemas reais procura-se um rápido reconhecimento de padrões para a geração da resposta no controle, e as etapas de aquisição até o *feedback* de resposta influenciam nesse tempo. Na fase de extração são utilizadas técnicas antigas e muito conhecidas na literatura, caso da FFT (JR et al., 2016). Entretanto, a dependência do número de amostras e a falta de robustez ao ruído demonstram a necessidade de abordagens mais atuais e que proporcionam respostas semelhantes ou melhores em menor tempo.

Com o estudo do problema, pesquisaram-se métodos com rápida capacidade de estimação e que possuíssem acurácia e robustez suficiente para uma aplicação em tempo real. Métodos de alta resolução podem então ser o caminho para um processamento de sinais mais preciso, com uma quantidade menor de informações e, conseqüentemente, uma resposta em tempo reduzido. O filtro de erro de predição foi inicialmente pensado pela capacidade de produzir uma saída em que seus coeficientes ótimos inversos produzem um filtro de síntese do sinal procurado e por possuir uma boa resolução espectral mesmo com um número reduzido de amostras (HELSEY; GRIFFITHS, 1976).

Com inspiração na área de estimação de Direção de Chegada (DOA), outra alternativa de estudo são os métodos MODE (*Method Of Direction Estimation*) e MODEX (*MODE with EXtra roots*), atualmente utilizados para estimação de fontes em arranjos de sensores. A literatura já demonstra que essas abordagens apresentam boa acurácia e robustez em suas áreas de aplicação, com esforço computacional que possibilita aplicações em tempo real, se observada a capacidade de processamento dos hardware atuais.

Com essas abordagens de estimação de parâmetros geralmente não possuindo grande dependência com a quantidade de amostras de um sinal e produzindo uma resposta com boa resolução espectral, faz-se interessante investigar seu uso para a estimação de frequências de estimulação em interfaces. O incremento na exatidão e velocidade de detecção de sinais SSVEP proporcionado pelos métodos contribui para ganhos de resposta nos sistemas.

## 1.2 Objetivo geral

O presente trabalho propõe-se a melhorar a acurácia e reduzir o tempo necessário para estimação das frequências de sinais SSVEP. Para isso, empregaram-se métodos paramétricos de alta resolução espectral. Espera-se melhorar a identificação e classificação de dados utilizados em ICM, diminuindo o tempo de resposta e aumentando a robustez do sistema mesmo com uma quantidade menor de amostras de dados.

### 1.3 Objetivos específicos

Os objetivos específicos dividem-se nos seguintes tópicos:

- Analisar a acurácia dos métodos pesquisados para dados de SSVEP;
- Analisar a robustez de resposta proporcionada pelas abordagens;
- Avaliar a estimação em relação a redução de duração do intervalo de aquisição do sinal;
- Avaliar o desempenho de estimação do métodos estudados e compará-los com a abordagem clássica; e
- Comparar os métodos citados quanto ao tempo de execução e esforço computacional.

### 1.4 Metodologia

Para alcançar os objetivos levantados, primeiramente pesquisou-se sobre sinais SSVEP e suas características e então buscaram-se bancos de dados públicos de sinais para aplicação no estudo. O foco estava em sinais gerados nos sensores da região occipital com registros de diferentes frequências de estimulação nas faixas de frequência tradicionais de SSVEP. Com a escolha do banco a ser utilizado ([VILIC, 2013](#)), foram analisados os sinais com o objetivo de escolher a modelagem matemática mais adequada para o uso em simulações posteriores.

O banco de dados, com 27 registros, é formado por sinais com frequência variando entre 6 e 12 Hz, onde, para cada uma das frequências, há três registros. Ele utilizou uma estimulação por estampas numa tela de LCD a 60 cm do indivíduo, e captou os sinais no sensor da região occipital, denominado pelo padrão internacional como  $O_z$ . Conhecendo o tipo de sinal a ser trabalhado, percebeu-se que a modelagem do sinal poderia ser realizada por séries de Fourier e que assim seria possível mais variações e composições de frequência fora as relacionadas ao banco de sinais.

A modelagem serve para ampliar a base de dados a serem processados, permitindo simular os dados adquiridos especificando-se as frequências dos sinais e as condições de degradação dos mesmos devido ao ruído. Compreendendo como os sinais de SSVEP são gerados e suas particularidades, buscou-se os métodos que são usados na etapa de extração de características. A FFT é um método clássico e ainda muito utilizado em aplicações, entretanto possui algumas limitações na estimação de frequências. Conhecendo as barreiras que a FFT possui, levantou-se a hipótese que métodos de alta resolução poderiam ser usados para contornar esses problemas.

Os métodos de alta resolução possibilitam a estimação de parâmetros com valores próximos sem a necessidade de um grande volume de dados. Partindo de outras aplicações próximas na literatura, escolheu-se três abordagens diferentes para o problema de estimação: filtro de erro de predição, MODE e MODEX. Então, com a modelagem pronta e os métodos escolhidos, analisou-se as abordagens conforme a acurácia, robustez, esforço computacional e tempo médio de execução dos algoritmos.

Para a análise de acurácia e robustez dos métodos foi utilizado o cálculo da Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM), variando os parâmetros de relação sinal-ruído (SNR) das simulações. Desse modo, avaliou-se o valor da REQM para cada SNR para conferir a acurácia de cada método. Conhecendo também o limiar de desempenho, visto no gráfico gerado na análise, observa-se a robustez das abordagens conforme o ruído aumenta.

Para entender as mudanças que o tamanho da janela de dados causa na estimação, as mesmas avaliações de acurácia e robustez foram realizadas com diferentes tempos de amostragem. O maior tempo foi escolhido conforme a literatura indica e foi diminuído em 25% e 50%, testando a perda de estimação conforme a quantidade de dados diminui. Esses valores de tempo também foram computados para a análise de tempo de execução que se seguiu.

A literatura já apresenta os esforços computacionais de cada método, assim, esses foram tabelados conforme a notação Big-O para complexidade computacional. No caso da avaliação de tempos de execução, primeiro avaliou-se os tempos apenas da execução dos algoritmos e então computou-se os tempos para aquisição das amostras. Desse modo, analisou-se as diferenças de tempo de cada abordagem e se essas compensariam o ganho em estimação.

Após a realização das simulações no modelo de sinal, partiu-se para testes utilizando o banco de dados público. Geraram-se os espectros de frequência de cada abordagem, comparando com o espectro obtido quando utilizadas todas as amostras do registro correspondente. Assim, avaliou-se se os métodos continuavam apresentando resultados coerentes com os vistos nos sinais modelados. Finalizando essa análise, definiu-se então as conclusões da pesquisa realizada.

## 1.5 Organização dos capítulos

O trabalho foi organizado para a boa fundamentação do tema trabalhado e as características do problema envolvendo o EEG, definindo a modelagem utilizada e a natureza do estudo. Apresenta-se qual a abordagem clássica do objeto de estudo e propõe-se a utilização de métodos mais robustos como o algoritmo LMS e o métodos MODE e MODEX. Assim, são expostos os resultados obtidos, com comparações de desempenho e estimação, finalizando com as considerações finais e trabalhos futuros.

O Capítulo 2 inicia a apresentação geral do tema, com referências teóricas sobre as características do sinal de EEG e sua relação com as Interfaces Cérebro-Máquina. É definido o modelo de sinal utilizado e sua relação com o ruído, assim como são feitas considerações sobre a aquisição de dados. Faz-se também um embasamento sobre a ICM e mais formalmente comentam-se as características do SSVEP. Por fim, são esclarecidas as medidas de desempenho utilizadas.

O Capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica dos métodos de estimação de frequência pesquisados, o Filtro de Erro de Predição, juntamente com o Algoritmo LMS. Propõe-se e se desenvolve uma formulação dos métodos MODE e MODEX de estimação DOA para sua aplicação à estimação de frequências.

No Capítulo 4 apresentam-se os métodos para a seleção das estimativas de frequências encontradas, primeiramente enunciando o método direto e apresentando suas limitações. Então, outro tipo de seleção é mostrado, esse derivado da função de Máxima Verossimilhança que tem sua origem também na estimação DOA.

O Capítulo 5 mostra os resultados das comparações dos métodos discutidos quanto ao desempenho de estimação, tempo de execução de cada método e complexidade computacional.

O Capítulo 6 trata a análise do impacto das melhorias propostas sobre os resultados de desempenho de estimação. Além disso, traz propostas para trabalhos futuros.

## 2 O sinal de EEG em interfaces cérebro-máquina

Os sinais eletroencefalográficos em humanos foram captados pela primeira vez pelo cientista alemão Hans Berger em 1929. No estudo publicado na época, foram registrados os sinais capturados por meio de um galvanômetro demonstrando a possibilidade de registro e utilização desses dados em futuras pesquisas (VAID; SINGH; KAUR, 2015). Desde então, existe uma crescente no uso do EEG tanto para a área de diagnósticos quanto para trabalhos científicos. Por possuir uma faixa de frequência com sinais entre 0 Hz e 100 Hz, é necessário identificar em qual faixa são encontradas as características do sinal buscado.

Na construção de interfaces, diferentes biopotenciais viabilizam a aquisição de sinais, estando divididos entre métodos invasivos e não invasivos. A escolha frequentemente é feita pela precisão, custo e facilidade de aquisição, com o EEG apresentando um bom custo/benefício (MACHADO et al., 2018).

### 2.1 Características do sinal de EEG

Os sinais captados pela eletroencefalografia possibilitam a identificação de diferentes patologias como epilepsia, distúrbios do sono entre outras doenças psiquiátricas e neurológicas. Além disso, as diversas frequências obtidas podem ser relacionadas a diferentes estados do organismo, como estado de alerta, sono profundo e vigília (NIEDERMEYER; SILVA, 2005). Assim, são caracterizados os diferentes ritmos de sinais, denominados  $\delta$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ , cada um associado a uma faixa de frequências específicas, conforme a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Faixas de frequências dos ritmos cerebrais.

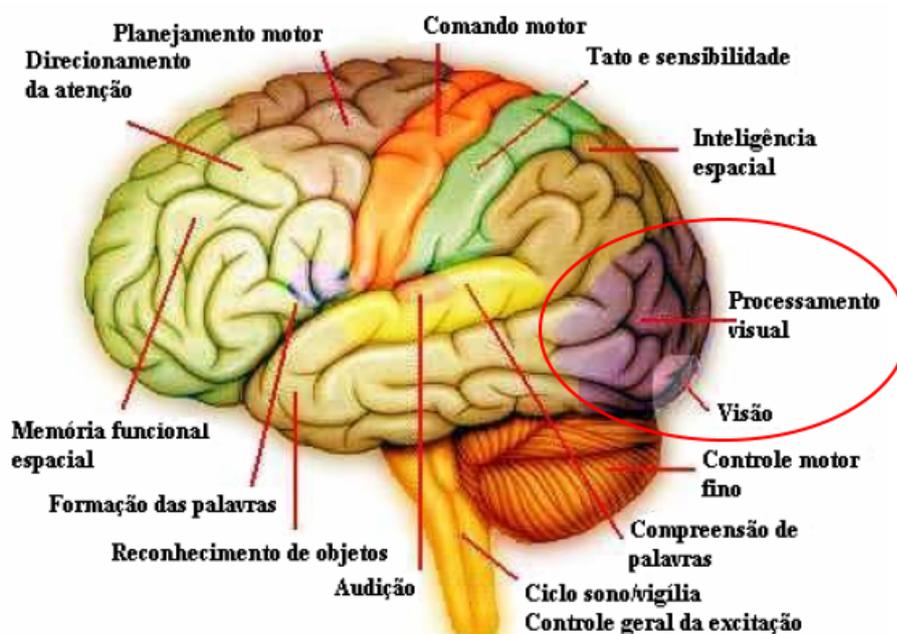
Ritmo	Faixa de Frequências	Estado
$\delta$	0,5 - 4	Sono profundo
$\theta$	4 - 7	Sono leve
$\alpha$	8 - 13	Estado de vigília
$\beta$	13 - 30	Estado de alerta

Fonte: Adaptada (NIEDERMEYER; SILVA, 2005)

Essas frequências são interceptadas em diferentes regiões cerebrais e cada uma dessas áreas está ligada com algum tipo de função. Todas as frequências descritas aparecem no registro do EEG, entretanto com uma maior ou menor predominância dependendo

do local analisado. As divisões cerebrais foram largamente estudadas, possibilitando a distribuição de eletrodos por todo o escalpo de uma maneira organizada. No caso de sinais SSVEP, a região acionada por estímulos visuais é a occipital, responsável pelo processamento visual, como mostrada na Figura 2.1

Figura 2.1 – Divisão das regiões funcionais do cérebro.



Fonte: (Vilela, 2005)

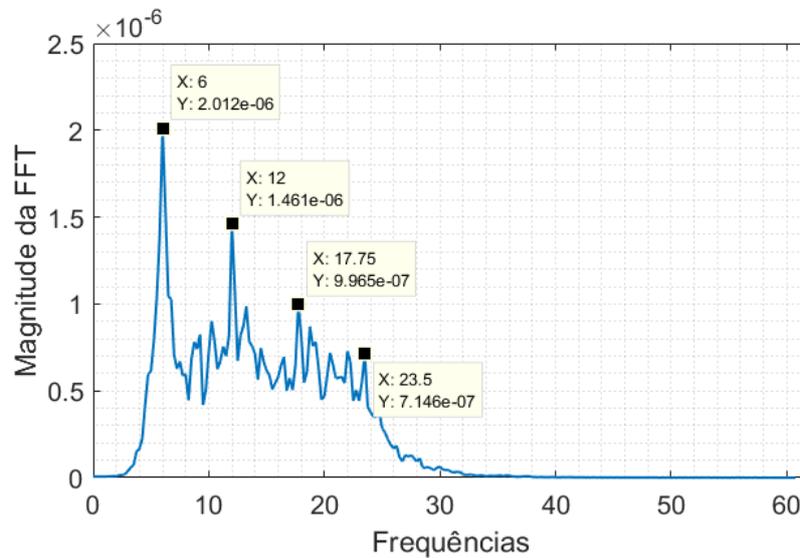
### 2.1.1 Modelagem do Sinal

O processamento dos sinais depende de uma modelagem matemática adequada aos dados de pesquisa e a aplicação que se pretende fazer. Para isso, os testes iniciais feitos com sinais sintéticos são de suma importância. Com eles é possível a escolha e controle de parâmetros como os valores de frequência buscados e a verificação do funcionamento do algoritmo implementado. Garante-se dessa maneira respostas coerentes dos métodos quando aplicados em registros reais. Assim, a modelagem deve refletir as características dos registros reais e permitir o controle de parâmetros para as simulações.

Partindo do banco de sinais reais (VILIC, 2013), sabe-se que os sinais SSVEP possuem característica *quasi*-periódica (HERRMANN, 2001) e não senoidal, proporcionando um espectro no domínio na frequência como mostrado na Figura 2.2, referente a um registro na frequência de estimulação 6 Hz já filtrado. Tal registro foi escolhido, pois mostra mais claramente a frequência principal e suas harmônicas. Devido a essa característica, é possível a modelagem matemática partir da teoria de séries de Fourier, criando um sinal como a

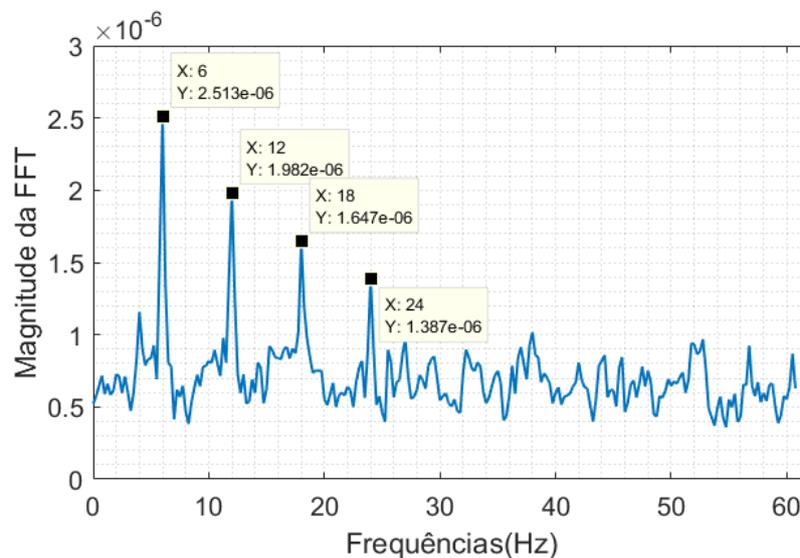
soma de senoides de frequências múltiplas inteiras da taxa de cintilação, denominadas componentes harmônicas.

Figura 2.2 – Espectro de um sinal real com frequência de estimulação de 6Hz.



Com essa abordagem, pode-se aplicar um modelo que apresentará características próximas da realidade, podendo ser utilizado para simulações dos métodos pesquisados. Quando criado um sinal originado pela soma de senoides e adicionando ruído branco, obtém-se o espectro indicado pela Figura 2.3, isso sem a aplicação de qualquer filtragem.

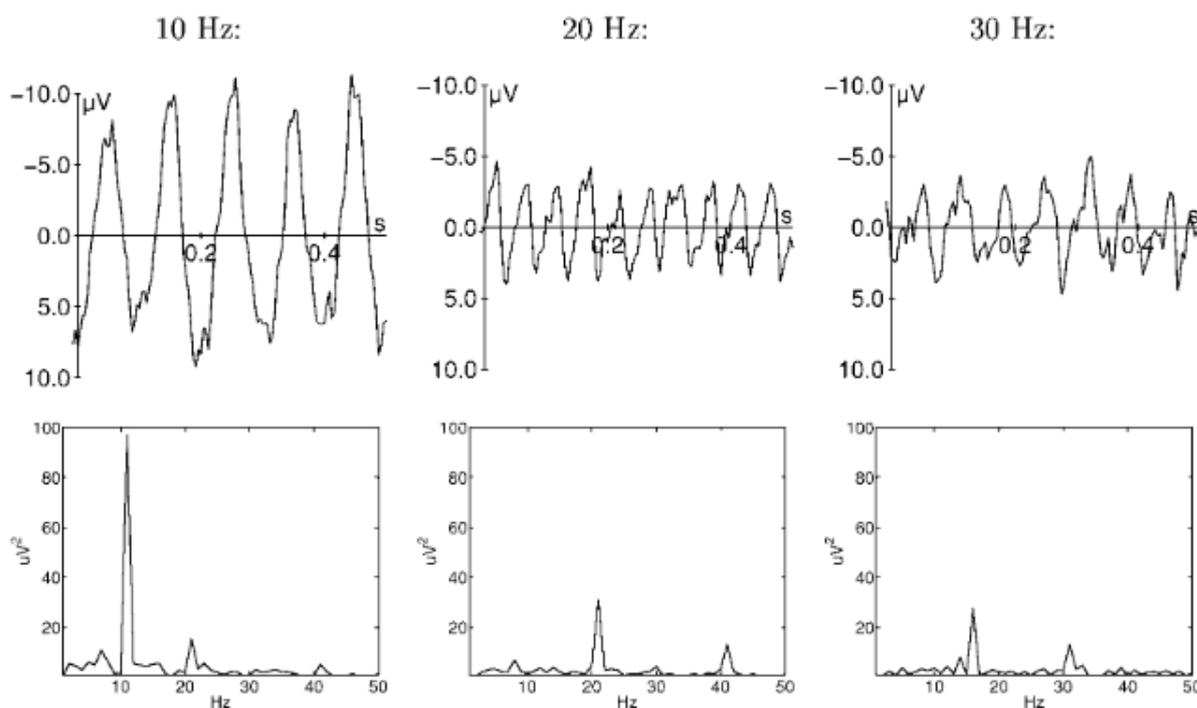
Figura 2.3 – Espectro de um sinal modelado com frequência de estimulação de 6Hz.



Outro ponto interessante é a variação da resposta conforme o aumento da frequência.

Podem ser observadas na Figura 2.4 as características de um sinal de EEG quando o indivíduo está sofrendo estímulos visuais em diferentes frequências. Percebe-se que, à medida que as frequências aumentam, a amplitude de resposta diminui, com harmônicas e sub-harmônicas tendo relevância de amplitude no espectro.

Figura 2.4 – Características de respostas a estímulos em frequências de 10, 20 e 30 Hz.

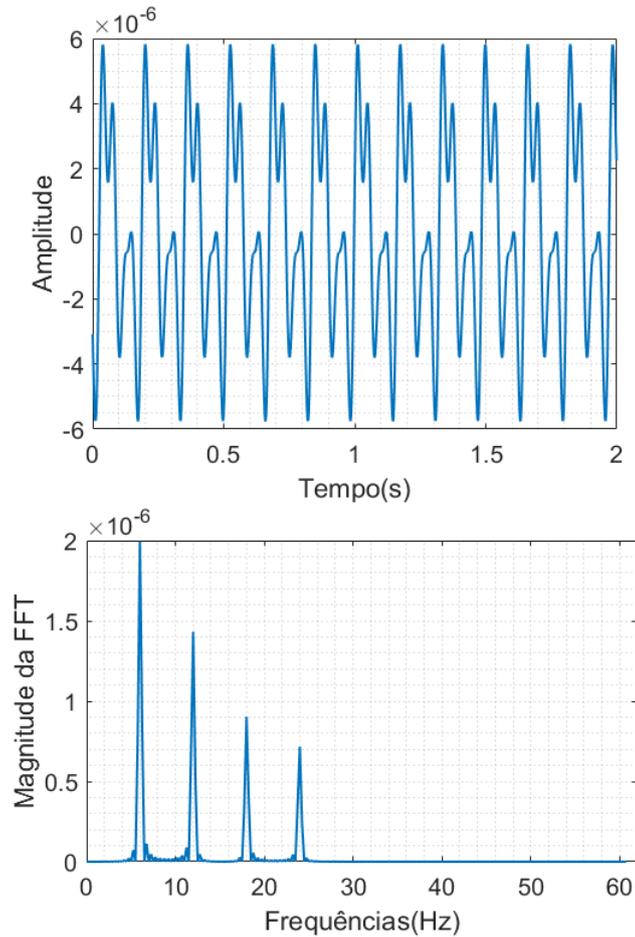


Fonte: (HERRMANN, 2001)

Para a modelagem matemática do sinal, considera-se então um indivíduo exposto a um estímulo luminoso cintilante, como por exemplo um LED, em uma frequência  $f_i$ , em que  $f_i = 1/T_i$  sendo  $T_i$  o período de cintilação. Por meio de eletrodos no escalpo do paciente, espera-se, idealmente, observar uma resposta SSVEP a partir dos potenciais gerados por esse estímulo e captados por um EEG. Essa resposta pode ser modelada como uma senoide oscilante na mesma frequência  $f_i$ , juntamente com as outras senoides referentes as harmônicas dessa frequência. (GRAIMANN B. Z. ALLISON, 2010)

A Figura 2.5 apresenta um sinal na ausência de ruído, gerado por uma estimulação na frequência de 6 Hz.

Figura 2.5 – Resposta SSVEP ideal para um estímulo de 6 Hz.



A modelagem desse sinal pode ser feita de maneira geral por meio da Equação 2.1, com  $y_i(t)$  sendo o potencial do eletrodo  $i$  no instante  $t$ :

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^{N_h} a_i \text{sen}(2\pi k f_i t + \phi_{i,k}) \quad (2.1)$$

em que  $k$  representa a ordem das harmônicas que compõe o sinal e  $N_h$  o número total de harmônicas.

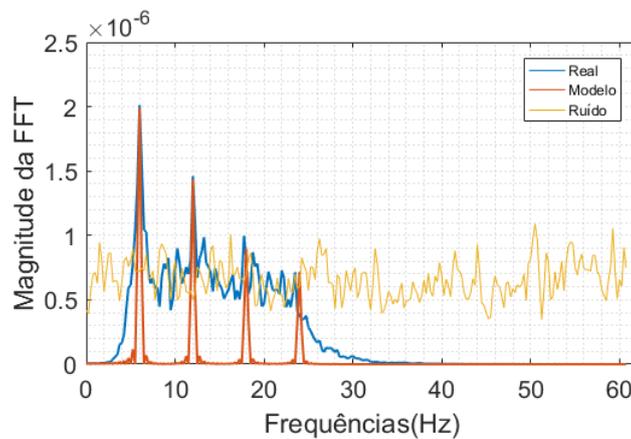
Para aplicações reais, sabe-se que os dados sofrem com ruídos externos ou derivados de outras atividades corporais. Os artefatos que são incluídos ao se medir o sinal podem ser relacionados a piscadas dos olhos, batimento cardíaco, respiração, ruídos advindos da rede elétrica e de outros dispositivos no local de medição. Por esse motivo, deve-se adicionar a Equação 2.1 uma parte  $r_i(t)$  referente ao ruído possivelmente captado. Assim

tem-se:

$$y_{Ri}(t) = \sum_{k=1}^{N_h} a_i \text{sen}(2\pi k f_i t + \phi_{i,k}) + r_i(t) \quad (2.2)$$

Um exemplo de espectro para a mesma frequência de 6 Hz, mas agora com a influência de um ruído gaussiano de média nula, é o observado na Figura 2.3 já apresentada. Assim, é perceptível a relação com o modelo proposto com a característica real do sinal, podendo então o modelo ser usado para simulações. A composição formada por esses sinais é exemplificada na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Espectros do sinal real, modelado e ruído, com frequência de 6 Hz.

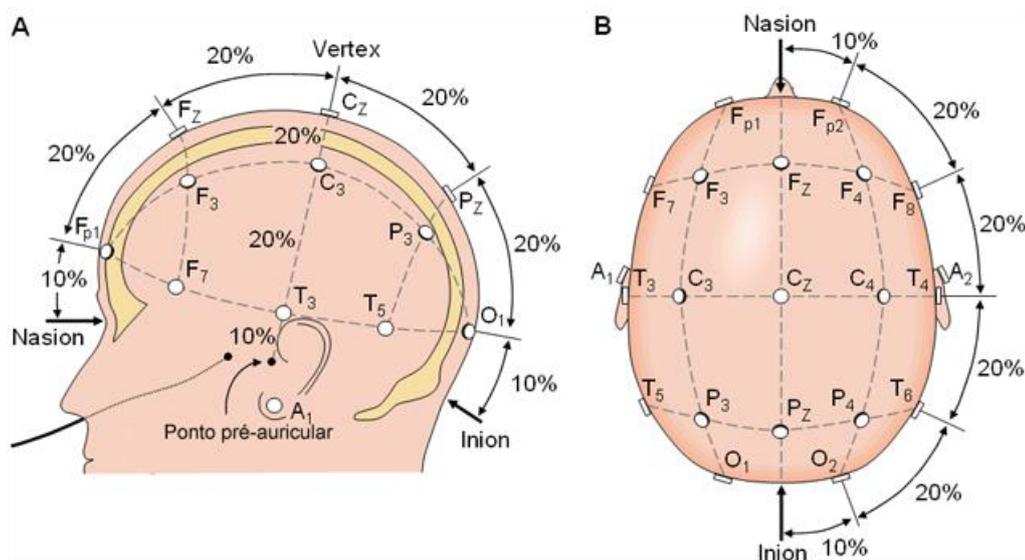


### 2.1.2 Considerações de simulação e posição dos sensores

A realização das simulações é feita com sinais modelados conforme o equacionamento mostrado, adicionando um ruído gaussiano branco aditivo, respeitando a média nula. As simulações com os métodos pesquisados são realizadas primeiro com os sinais sintéticos para um melhor controle de parâmetros de teste, e quando garantido o correto funcionamento, são testados os dados públicos de SSVEP (VILIC, 2013).

No registro de sinais do banco público, o padrão internacional 10/20 de sensores foi adotado, garantindo o distanciamento de 10% ou 20% entre eletrodos adjacentes. O esquema surgiu em 1958 e é modelado por quatro pontos de referência: nasion (raiz do nariz), inion (protuberância occipital) e depressão na raiz do zigoma anterior ao ponto pré-auricular para cada lado da cabeça (OOSTENVELD; PRAAMSTRA, 2001). Nesse padrão, são utilizados 21 sensores alocados no escalpo, como mostra a Figura 2.7. Assim formam-se as divisões para a os nomes principais dos sensores: polo frontal (Fpz), ponto frontal (F), ponto central (Cz), ponto parietal (Pz), ponto occipital (Oz), ponto temporal médio (T3) e o ponto central médio (C3).

Figura 2.7 – Sistema 10/20.



Fonte: Adaptado (CHB-MIT, 2017)

## 2.2 Interfaces Cérebro-Máquina

As ICMs são sistemas dotados da capacidade de interpretar em tempo real, determinados padrões fisiológicos, originados do córtex cerebral e que transmitem a intenção do indivíduo. As partes fundamentais para o desenvolvimento de uma interface são (GRAMMANN B. Z. ALLISON, 2010):

1. Monitorar e registrar a atividade cerebral utilizando métodos invasivos, por exemplo a Eletrocorticografia (ECoG), ou não-invasivos como o já citado EEG.
2. Realizar a interpretação de dados obtidos da atividade cerebral por meio de um computador ou outro dispositivo, utilizando algoritmos de aprendizagem estatística, *deep learning* ou redes neurais para o reconhecimento de padrões e características.
3. Utilizar a resposta gerada pelos métodos aplicados em alguma aplicação relevante, por exemplo controle de próteses ou na área de entretenimento com jogos.

O sinal coletado passa em um conversor analógico-digital, muitas vezes sofrendo amplificação, seguindo para o sistema de processamento. Esse processo é então dividido em algumas etapas: aquisição de dados, pré-processamento, extração de características e classificação (WOLPAW et al., 2002). A etapa de pré-processamento é responsável pelo janelamento do sinal e por melhorar a relação sinal-ruído, através da remoção dos artefatos. A extração de característica nada mais é do que a estimação de algum parâmetro que

tenta descrever propriedades do sinal de EEG. Já a classificação tem o objetivo de separar os variados padrões do sinal para então serem lidos na interface de controle da aplicação.

### 2.2.1 Exemplos de interfaces

As pesquisas na área de interfaces podem ser divididas em grupos que trabalham com as técnicas invasivas ou não-invasivas. As que coletam sinais de forma externa tem como benefício a praticidade e o baixo custo, porém, sofrem com a presença de ruídos (NICOLAS-ALONSO; GOMEZ-GIL, 2012). Outro ponto de escolha são os diferentes sinais eletroencefalográficos que podem ser adquiridos, possibilitando a divisão entre (LOTTE et al., 2007):

1. Sinais Espontâneos (SE): são os sinais originados de maneira natural, na ausência de um estímulo externo, correspondendo a desejos e iniciativa. A faixa de frequência corresponde aos ritmos  $\beta$  e  $\mu$ , sendo este último um ritmo especial trabalhando na mesma faixa de frequência do ritmo  $\alpha$ . Os dois ritmos estão relacionados à região motora do córtex e o uso dos SE necessita de um intenso treinamento cognitivo.
2. Imaginação Motora (IM): esse tipo de sinal tem origem na imaginação de uma ação, uma tarefa motora utilizando os seguimentos corporais, porém sem efetivamente realizar esse movimento. Ela não está limitada apenas a ações em primeira pessoa, podendo ser obtida por meio do pensamento de realizá-la através do próprio corpo ou de algum avatar. Diversas áreas cerebrais são ativadas com esse tipo de estímulo.
3. Potenciais Evocados (PE): os sinais captados em EEG ligados aos PE surgem como resposta inconsciente a uma estimulação externa, por exemplo uma imagem piscando ou uma lâmpada oscilando. Esse tipo de estimulação para geração de resposta não necessita de um grande treinamento, em alguns casos apenas calibração de foco, o que facilita sua utilização. Eles podem ser classificados em Endógenos ou Exógenos, em que no primeiro tipo a resposta sofre interferência da capacidade de atenção do indivíduo, já no segundo a resposta depende das características físicas do estímulo, como frequência, intensidade e duração. Os PEs possuem uma subdivisão entre P300 e os Potenciais Evocados em Estado Estacionário, como apresentado abaixo:
  - P300: Os potenciais desse tipo podem ser observados até 300ms da estimulação e são considerados potenciais endógenos e cognitivos. Eles podem ser captados na região parietal do escalpo e são observadas em grande parte da população. Entretanto, para ser corretamente detectado são necessárias diversas gravações para se obter uma média utilizável do sinal. Outros pontos a serem analisados em testes devem ser os padrões de estímulo (intensidade, tempo de estímulo, frequência, entre outros), padrões dos indivíduos (idade, habilidade cognitiva,

sexo) e padrões de registro (qualidade de aquisição, hora de aquisição, *buffer* de dados).

- Potenciais Evocados em Estado Estacionário: Esse tipo de potencial é ocasionado por meio de uma estimulação periódica usando imagens, luzes ou som modulado em amplitude, este último mais utilizado em diagnósticos. A resposta é identificada pelo sinal cerebral gerado de mesma frequência do estimulador, ou igual a suas harmônicas. Esse tipo de potencial facilita a análise utilizando a captação por EEG, pois a característica estacionária do sinal gerado satisfaz a condição para a maioria dos métodos de análise em frequência. Por tal motivo, o número de pesquisas utilizando esses potenciais para uso em interfaces tem crescido (ERKAN; AKBABA, 2018) (OIKONOMOU et al., 2016) (LIU et al., 2014).

### 2.2.2 Potenciais Evocados Visuais em Estado Estacionário - SSVEP

No grupo de PE em estado estacionário encontram-se os por estimulação visual, com características exógenas e gerados pela cintilação de luzes ou alternância de padrões de estampas. Com o foco visual do indivíduo em determinado ponto, uma resposta mais evidente é gerada na região occipital do escalpo, possibilitando a captação do EEG (BIN et al., 2009). A formação do sinal ocorre por meio das deflexões dos PE se sobrepondo e criando um padrão próximo de uma senoide.

No domínio da frequência a observação de picos desse tipo de sinal é mais fácil de ser detectada do que em padrões de PEV apenas, um dos motivos para ser mais utilizado em aplicações atualmente. O faixa de frequências estimuladas está geralmente relacionado ao nível  $\alpha$ . No entanto, mostrou-se possível o uso de faixas de frequências maiores, acima de 25 Hz, com boa aquisição de informações (SILVA, 2018). Assim, um número maior de opções de estímulos são possíveis e o processamento de várias frequências deve estar otimizado para tal.

## 2.3 Medida de desempenho de métodos de estimação das frequências do sinal

As comparações realizadas entre métodos pesquisados necessitam de uma medida de desempenho, a fim de selecionar qual o mais adequado ao problema em questão de acurácia, robustez e complexidade. Para o controle de variáveis como o valor de SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) e uma maior opção de frequências de estimulação, as simulações são feitas primeiramente com sinais sintéticos, para então testar as hipóteses em sinais reais. Dessa forma tem-se certeza dos resultados encontrados e o que pode-se esperar em aplicações reais.

A medida de desempenho de acurácia para a estimação dessas frequências será feita em função da Raiz do Erro Médio Quadrático (REQM) (BOCCATO et al., 2012), e para a robustez analisa-se a REQM em função da SNR. Considerando  $M$  frequências, com valores originais dados por  $f_i, i = 1, \dots, M$  e suas estimativas dadas por  $\hat{f}_i$ , a função REQM se dá por:

$$\text{REQM} = \sqrt{\frac{1}{N_e M} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{i=1}^M |(f_{j,i} - \hat{f}_{j,i})|^2} \quad (2.3)$$

em que  $N_e$  é o número de experimentos para cada potência de ruído aleatório, as frequências  $f$  agora em relação a  $i$  e  $j$ , sendo que  $j = 1, \dots, N_e$ . Assim, procura-se o melhor estimador que deve possuir o menor erro de estimação, ou seja, com a curva mais próxima de zero no eixo da REQM. Também serão levados em consideração os espectros de frequência dos sinais reais para os métodos, avaliando sua proximidade ao valor procurado de frequência já que neste caso não é possível variar a SNR.

## 3 Estimação de Frequência em sinais EEG

A estimação de frequências em sinais é fundamental em diversas áreas de pesquisa, como sistema elétricos de potência, radares e aplicações biomédicas (KRIM; VIBERG, 1996). Na atualidade, um ramo de crescimento é o ligado às ICM, com sistemas em que o uso de estimadores é imprescindível devido a aquisição de sinais por meio do EEG. Para a implementação de sistemas, a unidade onde ocorre o processamento dos dados coletados tem como função a identificação dos padrões fazendo uso de diferentes métodos para posterior classificação (OBERMAIER et al., 2001).

Todavia, ainda com a evolução de métodos e robustez de processamento, abordagens clássicas como a análise espectral por meio da FFT (MULLER-PUTZ; PFURTSCHELLER, 2008) são escolhidas como técnicas de extração. Esse método tem funcionamento comprovado mas necessita de uma grande quantidade de amostras de sinal, o que influencia no tempo de aquisição, além de possuir dificuldades quando o sinal está em presença de muito ruído. Avaliando outros tipos de abordagens já utilizadas em processamento de sinais, algumas estratégias de estimação utilizando métodos de alta resolução foram testadas.

### 3.1 O filtro de Erro de Predição - FEP

O uso de filtros está convencionado para aplicações de identificação de sistemas, cancelamento de ruído, equalização e predição. No emprego destes com foco em predição, consegue-se estimar parâmetros a partir de informações passadas ou futuras ou ainda unindo os dois tipos. Esses filtros são chamados de *Backward*, *Forward* ou *Forward-Backward* e tem uso na predição linear (HAYKIN, 1989).

Define-se um filtro do tipo *Forward*, em que faz-se um janelamento do sinal escolhendo uma quantidade  $N$  de amostras, que também refletirá na ordem do filtro dada por  $L$ , pode-se estimar o próximo valor com as amostras anteriores. A saída do preditor será dada por:

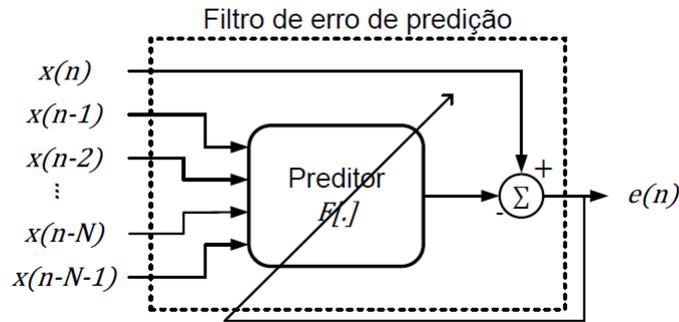
$$y(n) = \sum_k^L w_k x(n-k) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n-1) \quad (3.1)$$

em que  $\mathbf{x}(n) = [x(n), \dots, x(n-L+1)]^T$  é o vetor de entrada e  $w_1, \dots, w_k$  são os coeficientes de predição. Assim, o erro de predição pode ser escrito como:

$$e_f(n) = x(n) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n-1) \quad (3.2)$$

O preditor linear realiza o mapeamento de  $\mathbf{x}(n-1)$  para  $x(n)$  e o filtro de erro de predição (FEP) (ROMANO; LOPES; TYGEL, 2011) mapeia  $\mathbf{x}(n)$  em  $e_f(n)$ , a partir da estrutura apresentada na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Estrutura do Filtro de Erro de Predição



Fonte: (NOSE-FILHO, 2015)

Os coeficientes  $w_k$  ótimos são aqueles que minimizam o valor quadrático médio do erro de predição  $e_f(n)$  e podem ser encontrados por meio da solução de Wiener descrita abaixo (HAYKIN, 1989):

$$\mathbf{w}_f = \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{p}_f \quad (3.3)$$

em que  $\mathbf{p}_f = E[\mathbf{x}(n-1)x(n)]$  e  $\mathbf{R}_f = E[\mathbf{x}(n-1)\mathbf{x}^T(n-1)]$ . Assim o FEP tem coeficientes  $[1, -w_1, -w_2, \dots, -w_L]^T$ .

Com essa solução, duas propriedades interessantes do FEP são confirmadas (HAYKIN, 1989) (NOSE-FILHO, 2015):

- O FEP produz um sinal de erro descorrelacionado (branco);
- O FEP é, necessariamente, de fase mínima.

Com o erro de predição descorrelacionado com o sinal inicial, e conseqüentemente descorrelacionado com suas amostras anteriores, é produzido um sinal de erro branco na saída. O inverso dessa resposta é o filtro de síntese do sinal original, com as frequências procuradas. Considerando que o foco de atenção do usuário varia ao longo do tempo, os sinais SSVEP adquiridos se alteram durante o uso da interface, resultando em um processo estacionário por trechos. Assim, para o filtro se adaptar a essas variações propõe-se o emprego do algoritmo LMS.

## 3.2 Algoritmo adaptativo de mínimos quadrados - *LMS* - *Least-Mean-Square algorithm*

Algoritmos adaptativos são largamente utilizados em estudos e um dos mais simples é o algoritmo adaptativo de mínimos quadrados (LMS) (HAYKIN, 1991). Eles tem como objetivo ter uma resposta limpa e melhorada dos sinais de entrada, ajustando conforme mais sinais entram no sistema. Além de uma boa velocidade de convergência, possui uma pequena complexidade computacional e um comportamento estável quando implementado com aritmética de precisão finita (KALMAN, 1960). Procurando-se métodos já utilizados em aplicações semelhantes e com boa resolução espectral, optou-se por trabalhar com o LMS, devido as características que ele apresenta.

Primeiramente, o algoritmo é iniciado com condições iniciais iguais a zero. O erro inicial é calculado através da equação seguinte:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (3.4)$$

em que  $d(n)$  é o valor desejado e  $y(n)$  o valor da saída. Para o uso como FEP, que tem como objetivo uma saída de ruído branco, o valor de  $d(n)$  será ajustado como sendo um ruído gaussiano branco com média zero. As condições de entrada também são zeradas e a nova saída  $y(n)$  será atualizada de acordo com a Equação 3.5.

$$y(n) = \sum_{i=0}^{L-1} w_i(n)x_i(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (3.5)$$

em que  $\mathbf{x}(n) = [x_0(n) \ x_1(n) \ \dots \ x_{L-1}(n)]^T$  é o vetor do sinal de entrada do sistema e  $\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \ w_1(n) \ \dots \ w_{L-1}(n)]^T$  é o vetor dos coeficientes adaptativos do filtro. Aqui,  $L$  permanece ligado à ordem do filtro e corresponde ao número de coeficientes.

Outro ponto a ser observado é o passo de adaptação  $\mu$  também chamado de taxa de aprendizagem. Ele aparece quando é realizada a atualização dos coeficientes para a próxima iteração, dada pela formulação a seguir:

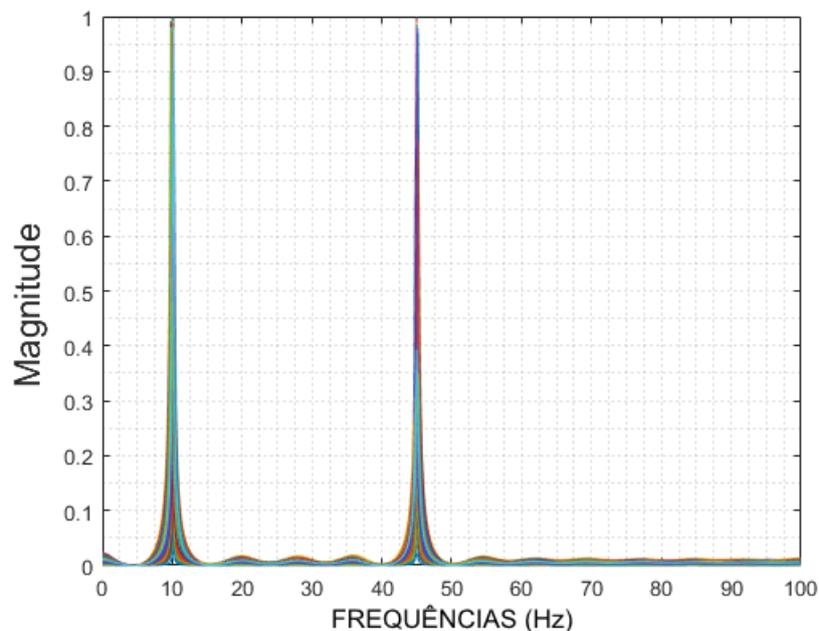
$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu\mathbf{x}(n)e(n) \quad (3.6)$$

Lembrando que o passo  $\mu$  deve estar abaixo de um limiar por vezes desconhecido e pequeno, de forma a não induzir divergência no processo de convergência. É possível ter uma estimativa desse passo já que para manter a estabilidade o valor respeita os limites  $0 < \mu < 2/\lambda_{max}$ , em que  $\lambda_{max}$  é o maior autovalor da matriz de autocorrelação de  $x(n)$  (HAYKIN, 1991). Assim, inicia-se o passo com seu valor máximo até o ajuste ao valor mais adequado para o sinal estudado. Com a ideia do FEP apresentada de maneira

adaptativa com o emprego do algoritmo LMS, tem-se uma resposta adaptativa ao sinal de entrada ruidoso, em que com seu inverso é possível identificar as frequências geradas pela estimulação por SSVEP.

Um exemplo de espectro encontrado quando aplicado essa abordagem está ilustrado na Figura 3.2. A simulação foi realizada com SNR de 5 dB e 1000 experimentos. O sinal de entrada foi gerado de acordo com o modelo já apresentado com adição de ruído gaussiano branco com média zero, para a estimação das frequências 10 Hz e 45 Hz. O valor do passo foi estabelecido em  $\mu = 10^{-4}$ , para uma ordem de filtro  $L = 28$ .

Figura 3.2 – Sobreposição das respostas de magnitude do filtro inverso do FEP obtido pelo algoritmo LMS de frequências 10 Hz e 45 Hz e SNR = 5 dB.



Como visto na Figura 3.2, o espectro gerado pelo inverso dos coeficientes do filtro de erro de predição apresenta picos bem definidos nos valores das frequências procuradas, com o resto do espectro não sofrendo grande influência do ruído presente no sinal de entrada.

### 3.3 Os Algoritmos MODE e MODEX

Na área de antenas, diversas pesquisas trabalham com a estimação de fontes em arranjos de sensores. Um dos parâmetros utilizados para esse tipo de localização é o de ângulo de incidência (DOA - *Direction-of-Arrival*) das frentes de ondas sobre determinado arranjo. Análises utilizando a estimação DOA ficaram bastante populares na abordagem

com radares e assim diversos estimadores foram desenvolvidos, entre eles os métodos originados no Estimador de Máxima Verossimilhança (MLE), MODE (*Method Of Direction Estimation*) e MODEX (*MODE with EXtra roots*) (FERREIRA; LEMOS, 2005).

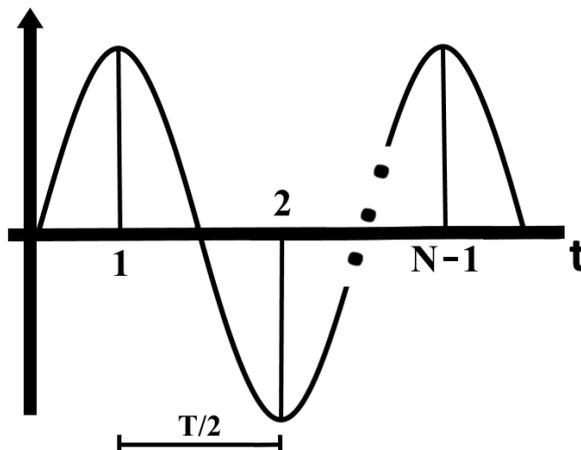
O MLE é um tipo de estimador de parâmetros e, a partir de um conjunto de dados modelados estatisticamente e contaminado por ruído, é capaz de estimar valores para os parâmetros desejados (ALVES, 2004). Possuindo uma grande complexidade, seu uso direto é inviável porém, é base para outros estimadores DOA.

O método MODE é um estimador de alta resolução e tem origem em uma versão reparametrizada da função de custo do critério determinístico do Estimador de Máxima Verossimilhança (DMLE) (STOICA; SHARMAN, 1990). O método MODEX, por sua vez, se utiliza do mesmo polinômio que o MODE mas acrescentando zeros extras, aumentando sua ordem e o grau de liberdade. Por tal motivo, a complexidade computacional é maior que a do MODE pois é necessário um procedimento para combinação e seleção de raízes utilizando outro processo de máxima-verossimilhança (ALVES, 2004) (FERREIRA; LEMOS, 2005).

Com o conhecimento desses dois métodos observou-se similaridades de modelagem destes em um arranjo linear uniforme (ULA - *Uniform Linear Array*) com uma modelagem de amostras de frequência em um sinal (STOICA; SHARMAN, 1990). Assim, buscou-se aplicar o método de estimação DOA agora voltado para frequências, algo não encontrado até então na literatura. Para isso, baseou-se no desenvolvimento matemático aplicado para uma ULA no âmbito espacial a representação para frequências no âmbito temporal (GERSHMAN; STOICA, 1999).

A Figura 3.3 apresenta um sinal senoidal onde são colhidas  $N$  amostras e o período é dado por  $T/2$ , ao longo do tempo  $t$ .

Figura 3.3 – Sinal senoidal com  $N - 1$  amostras.



As amostras são dependentes de  $f$  e  $T$ , respeitando o critério da taxa de amostragem de Nyquist, em que necessita-se de uma taxa de amostragem de pelo menos duas vezes o valor da frequência máxima do sinal. Pode-se criar um vetor diretor de dimensão  $N \times 1$  dependente do número de frequências, representado por  $f_m$ , como visto abaixo:

$$\mathbf{a}(f_m) = [1 \quad e^{j2\pi f_m T} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_m (N-1)T}]^T \quad (3.7)$$

Do mesmo modo realizado na estimação DOA espacial quando relacionado a um *snapshot*, monta-se a matriz  $\mathbf{A}$  de dimensão  $N \times M$  com os vetores  $\mathbf{a}(f_m)$ , em que a matriz corresponde às Transformadas de Fourier para sinais discretos (DINIZ; SILVA; NETTO, 2014), ou seja, representa a composição do sinal no domínio da frequência:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(f_1) \quad \mathbf{a}(f_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(f_M)] \quad (3.8)$$

em que as linhas e colunas são formadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi f_1 T} & \dots & e^{j2\pi f_m T} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j2\pi f_1 n T} & \dots & e^{j2\pi f_m n T} \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Assim a linha  $[e^{j2\pi f_1 n T} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_m n T}]$  refere-se à  $n$ -ésima amostra do sinal. Esse vetor recebe o nome de  $\mathbf{a}_n$ , e é utilizado para a formulação da saída, neste caso um valor numérico como apresentado a seguir:

$$y(n) = \mathbf{S}(n)\mathbf{a}_n + r(n) \quad (3.10)$$

em que  $n = 0, \dots, N - 1$ .  $\mathbf{S}$  representa a amplitude do sinal e  $r$  o ruído somado ao sinal. Percebe-se que esse é o mesmo tipo de formulação utilizada na Equação 2.2, vinda do modelo harmônico da SSVEP. Assim, equaciona-se a matriz de estimação  $\hat{\mathbf{R}}$  da forma mostrada na Equação 3.11, com dimensão  $N \times N$ .

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{y}^H(i)\mathbf{y}(i) \quad (3.11)$$

em que  $(\cdot)^H$  é o operador hermitiano. Fazendo a decomposição de  $\hat{\mathbf{R}}$  em autovalores e autovetores obtemos:

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{E}}_S \hat{\mathbf{\Lambda}}_S \hat{\mathbf{E}}_S^H + \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{\Lambda}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \quad (3.12)$$

em que  $\hat{\mathbf{E}}_S$  e  $\hat{\mathbf{E}}_N$  referem-se as matrizes cujas colunas guardam os autovetores do subespaço de sinal e ruído, respectivamente. As matrizes diagonais  $\hat{\mathbf{\Lambda}}_S$  e  $\hat{\mathbf{\Lambda}}_N$  carregam os  $M$  e  $N - M$  autovalores dos subespaços de sinal e ruído, respectivamente.

Assim, obtém-se a função convencional  $F_{\text{DMLE}}$  para minimização pelo MODE, agora para o desempenho em relação as frequências:

$$F_{\text{DMLE}}(w) = \text{tr} \left[ \mathbf{\Pi}(w) \hat{\mathbf{E}}_S \mathbf{\Psi} \hat{\mathbf{E}}_S^H \right] \quad (3.13)$$

em que  $\text{tr}[\cdot]$  é o operador traço da matriz e  $\mathbf{\Pi}(w)$  é denotado por:

$$\mathbf{\Pi}(w) = \mathbf{W}(\mathbf{W}^H \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^H \quad (3.14)$$

A matriz  $\mathbf{W}$  é formada pelos coeficientes  $\mathbf{w} = (w_0, w_1, \dots, w_M)^T$  do polinômio de minimização. Com as raízes desse polinômio tem-se a estimação de parâmetros. O termo  $\mathbf{\Psi}$  da Equação 3.13 trata da influência dos autovalores dos subespaços, como mostra o equacionamento:

$$\mathbf{\Psi} = (\hat{\mathbf{\Lambda}}_S - \hat{\sigma} \mathbf{I})^2 \hat{\mathbf{\Lambda}}_S^{-1} \quad (3.15)$$

em que a variância do ruído é equacionada por:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N - M} \text{tr}[\hat{\mathbf{\Lambda}}_N] \quad (3.16)$$

Dessa maneira, trabalha-se com os autovalores dos subespaços, diminuindo o peso que o subespaço de ruído tem sobre o equacionamento. A mudança dessa formulação para o MODEX ocorre quando aumentamos o grau desse polinômio acrescentando mais raízes. Assim, os coeficientes agora são dados pelo vetor  $\bar{\mathbf{w}} = (\bar{w}_0, \bar{w}_1, \dots, \bar{w}_{M+Q})^T$  em que  $Q$  é a quantidade de raízes extras adicionadas.

Essa formulação é bem próxima da apresentada por Stoica em seu artigo para o MODE (STOICA; SHARMAN, 1990) e por Gershman e Stoica para o MODEX (GERSHMAN; STOICA, 1999). Além disso, tanto a estimação DOA por meio do MODE e MODEX em uma ULA quanto para frequências estimam os argumentos de exponenciais não amortecidas corroborando para a hipótese que as formulações geram resultados correspondentes. Também é importante ressaltar que a formulação da saída é coerente com a modelagem feita para os sinais SSVEP utilizados.

## 4 Seleção de Estimativas

A seleção das estimativas produzidas pelos métodos aqui estudados é uma etapa necessária, uma vez que a quantidade de frequências estimadas pode ser maior do que a quantidade de frequências a se estimar. Isto ocorre quando se aumenta a ordem do estimador para além da quantidade de frequências de tal forma a se obter maior grau de liberdade no ajuste dos parâmetros e menor erro de estimação. Nesses casos, além das estimativas de interesse, produzem-se também estimativas espúrias.

Conseqüentemente, torna-se necessário estabelecer critérios para a seleção das estimativas que mais se aproximam das frequências desejadas. Assim, foram utilizadas duas abordagens distintas, uma baseada diretamente na amplitude dos picos espectrais associados às frequências estimadas e outra que faz uso do critério de máxima verossimilhança. Aproveitando conceitos de estimação DOA para classificação (GERSHMAN; STOICA, 1999), empregou-se a função custo do DMLE para avaliação de frequências. Primeiramente é explicitado o critério de classificação direto após processamento e em seguida o critério da função custo de Máxima Verossimilhança, originada do estimador DOA.

### 4.1 Método Direto para seleção

Após a convergência dos métodos, são gerados espectros no domínio da frequência com todos os picos estimados pelos algoritmos. Assim, possibilita-se marcar todos os picos encontrados no espectro através de uma função de localização de máximos locais do MATLAB. A marcação é realizada comparando um ponto com os dois vizinhos próximos, e assim sucessivamente, por todo o tamanho da faixa limitada de procura.

Com um vetor de dados de pico montado, tem-se os dados de valor de frequência, localização, amplitude e ranqueamento. Essas características possibilitam a classificação do maior para o menor pico, limitando ao número de frequências procuradas e, então utilizando esse vetor com os os valores de pico ranqueados para o cálculo da REQM. Para o primeiro maior pico de frequência estimada classificado no vetor de dados é comparada a frequência buscada, e assim sucessivamente até encerrarem a quantidade de frequências esperadas no sinal.

Contudo, caso o primeiro maior pico não seja o referente a primeira frequência procurada, mesmo com o método estimando as medidas corretas, a computação do erro considerará que as estimações não foram adequadas. Conseqüentemente o cálculo da REQM gerará uma medida muito aquém do esperado, e o método analisado poderia ser

descartado pelo falso erro de precisão. Em testes com sinais sintéticos, em que se tem um maior controle de variáveis, tais problemas podem ser evitados controlando valores de potência do ruído e sinal, no entanto para sinais reais isso não é possível.

Faz-se necessário o uso de outra abordagem para a classificação das estimações e, conseqüentemente, cálculo correto do erro.

## 4.2 Função de Máxima Verossimilhança

Apesar de simples, a seleção direta mostra-se ineficaz quando as amplitudes dos picos espúrios ficam maiores do que as dos picos de interesse. Para contornar essa limitação, Gershman e Stoica (GERSHMAN; STOICA, 1999) propuseram particionar o conjunto de estimativas na forma de múltiplos vetores candidatos, selecionando aquele que minimiza a função custo da DMLE:

$$F_{\text{DMLE}}(f) = \text{tr} [\mathbf{P}_C^\perp(f) \hat{\mathbf{R}}] \quad (4.1)$$

em que  $\mathbf{P}_C^\perp$  é a projeção ortogonal aos espaços nulos das colunas de  $\mathbf{C}$ , sendo essa a matriz formada pelos vetores candidatos, na mesma forma que a matriz  $\mathbf{A}$ , Equação 3.9.  $\hat{\mathbf{R}}$  é o valor estimado. Estando a matriz  $\mathbf{C}$  construída, forma-se o projetor ortogonal  $\mathbf{P}_C^\perp(f)$  da forma a seguir:

$$\mathbf{P}_C^\perp(f) = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \quad (4.2)$$

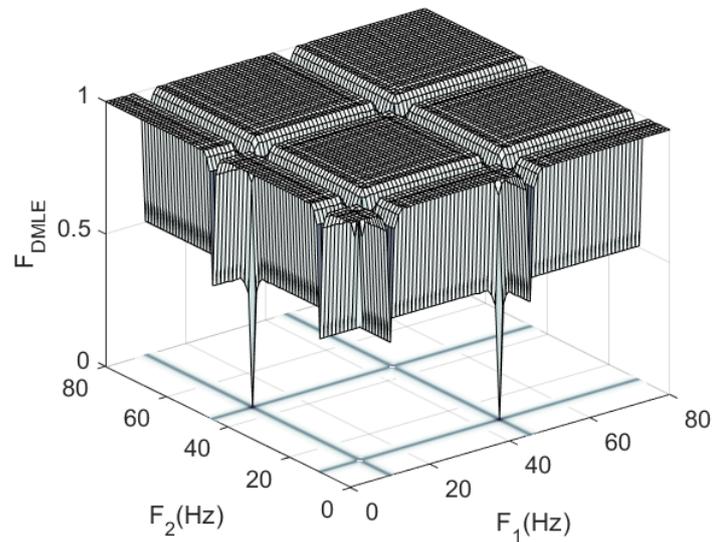
em que  $\mathbf{I}$  é matriz identidade. Nesse caso,  $\mathbf{C}$  se refere ao vetor candidato  $\mathbf{C}(f)$ . As colunas da matriz  $\mathbf{C}$  trazem as informações para cada frequência e suas linhas relacionam-se a composição do sinal no domínio da frequência. Assim, a seleção é realizada realizando a minimização da seguinte função custo:

$$\hat{f}_{\text{DMLE}} = \arg \min_f [F_{\text{DMLE}}(f)] \quad (4.3)$$

Essa minimização ocorre fazendo a seleção do conjunto de parâmetros buscado dentro de todo o espaço de soluções, associado ao mínimo da função  $F_{\text{DMLE}}$ . Pode-se interpretar que na função de custo DMLE, os sinais  $y(i)$  são projetados num subespaço ortogonal a todas componentes do sinal e a potência é estimada. No caso da projeção remover todas as componentes verdadeiras do sinal, ou seja, quando  $\hat{f} = f$ , a potência será a menor possível, formando um vale e com o erro tendendo a convergir para mais próximo do mínimo.

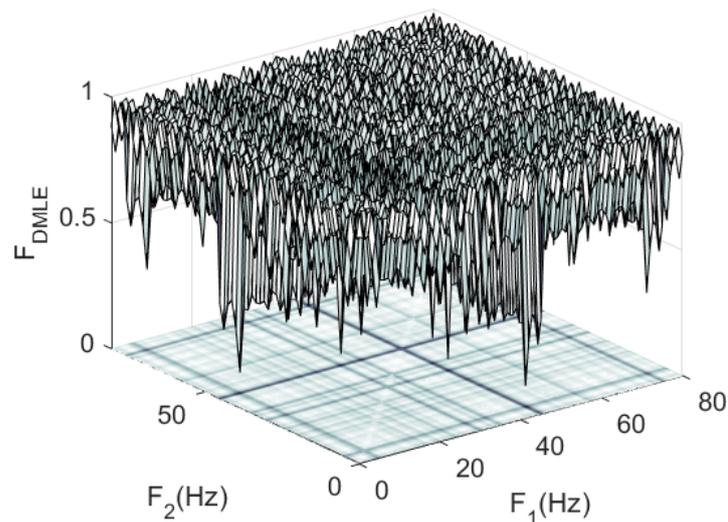
Exemplifica-se a representação do método para a estimação de frequências 10 Hz e 45 Hz, por meio da superfície apresentada na Figura 4.1, em uma SNR de 10 dB. Pela imagem, demonstra-se que a estimação de frequências foi bem sucedida, com os valores estimados próximos dos buscados, ilustrado pelos vales criados nos valores das frequências definidas.

Figura 4.1 – Superfície da Função de Máxima Verosimilhança para o filtro LMS nas frequências 10 Hz e 45 Hz com  $\text{SNR} = 10$  dB.



Assim, consegue-se uma classificação cega dos picos e forma-se um novo ranqueamento mais confiável de frequências. Desse modo, garante-se que as melhores estimações estarão nos primeiros lugares da fila de comparação para o cálculo da REQ. Essa formulação auxilia na seleção mas não impede os distúrbios causados pelo ruído do sinal, como pode ser visto na Figura 4.2. Nesse caso, a quantidade de picos espúrios impede uma seleção adequada.

Figura 4.2 – Superfície da Função de Máxima Verosimilhança para o filtro LMS nas frequências 10 Hz e 45 Hz com  $\text{SNR} = -5$  dB.



## 5 Análise e resultados de desempenho de estimação e tempo de execução

Para fins de comparação dos métodos analisados com a abordagem clássica, três avaliações distintas são feitas: desempenho de estimação em termos da Equação 2.3, comparando a filtragem adaptativa por meio do algoritmo LMS, os métodos MODE e MODEX e a FFT; a complexidade computacional de cada algoritmo; e o tempo de execução que cada um dos métodos necessita para estimação e convergência quando aplicável. Todas as simulação foram feitas em um computador com as seguintes especificações: Processador Intel Core i5-3210M, CPU 2.50GHz, Memória RAM de 6,00GB.

### 5.1 Avaliação da acurácia na estimação e robustez ao ruído

Para as avaliações os sinais utilizados foram gerados pelo modelo de sinal com frequência escolhidas dentro da faixa de SSVEP até 30 Hz adicionando ruído gaussiano branco com média nula, e com os valores das frequências próximos aos usados em artigos da área (VILIC et al., 2013) (OIKONOMOU et al., 2016). Além do modelo, também analisaram-se os algoritmos com sinais reais de um banco de dados público de SSVEP (VILIC, 2013). Os resultados estão divididos nas próximas sessões.

#### 5.1.1 Avaliações com sinais modelados

Os parâmetros frequência de amostragem de  $F_s = 200$  Hz, arranjo de sensores com o padrão 10/20 e tempo de aquisição de 0,5 s, 0,75 s e 1 s com  $N = 200$  amostras são padrão para todos os experimentos com sinais sintéticos. Os valores de tempo de amostragem foram escolhidos partindo dos valores utilizados em pesquisas que usavam a FFT, normalmente de 1 s e maiores que 4 s, e diminuiu-se conforme os métodos ainda apresentavam um funcionamento consistente. Considerou-se um sensor na região occipital, assim como encontrado nos bancos de dados públicos trabalhados. As curvas terão SNR variando de  $-5$  dB a 30 dB e o número de experimentos feitos é  $N_e = 1000$ .

Para a escolha da ordem do filtro, foi inicialmente testada uma ordem baixa iniciando em  $L = 5$  e aumentando até as estimativas das frequências estivessem dentro da faixa que se considerará como acerto. O valor ideal encontrado para o tipo de sinal trabalhado foi  $L = 28$ , em que abaixo dessa ordem a estimação não era adequadamente realizada e acima desse valor geraram-se picos espúrios que atrapalhavam a identificação das frequências. Como comentado anteriormente, o passo  $\mu$  foi obtido a partir de seu valor

máximo possível, mostrado na Seção 3.2 e diminuindo desse valor, até atingir o limite de  $\mu = 10^{-4}$  no qual o filtro funcionava satisfatoriamente.

Para fins de consideração, sabendo que a distância mínima entre múltiplas frequências usadas em aplicações gira em torno de 1 Hz, será considerada como estimação satisfatória valores de REQM próximos ou menores que 0,5 Hz. Para valores que atinjam o patamar menor que  $10^{-1}$  a estimação será considerada ótima. Inicialmente, foram geradas curvas da REQM com um tempo de amostragem de 1 s, para duas frequências afastadas de valores 6 Hz e 20 Hz.

A Figura 5.1 apresenta os valores encontrados para a FFT e o algoritmo LMS, com as marcações nos valores onde a REQM estabiliza-se. Para valores de SNR menores que 2 dB, os métodos são insuficientes pra estimação com boa acurácia das frequências, ponto onde encontra-se o limiar de desempenho. Esse limiar é definido como o ponto onde atinge-se um valor em que o desempenho do método se afasta rapidamente dos valores de consideração para uma estimação satisfatória.

A mesma avaliação da curva de REQM foi realizada para os algoritmos MODE e MODEX com os valores de frequências 6 Hz e 20 Hz, Figura 5.2. A aplicação dos algoritmos é feita a cada janelamento o que proporciona uma maior velocidade na estimação não prejudicando a acurácia da resposta. Entretanto, percebe-se a possibilidade de diminuição do tempo de amostragem devido a convergência das estimações com valores de REQM muito baixos. Limitou-se o número de iterações utilizadas na minimização a 10, com 4 zeros extras para o MODEX. Seria interessante a diminuição dessa ordem para um menor esforço computacional, porém ela influencia no grau de liberdade do MODEX e no buffer de amostras, que também depende desse valor, assim corre-se o risco do efeito da estimulação da frequência cintilante ainda não estar claro ou ser apenas um foco transitório do usuário, atrapalhando a estimação correta.

Figura 5.1 – Comparação da REQM *versus* SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 1s de amostragem.

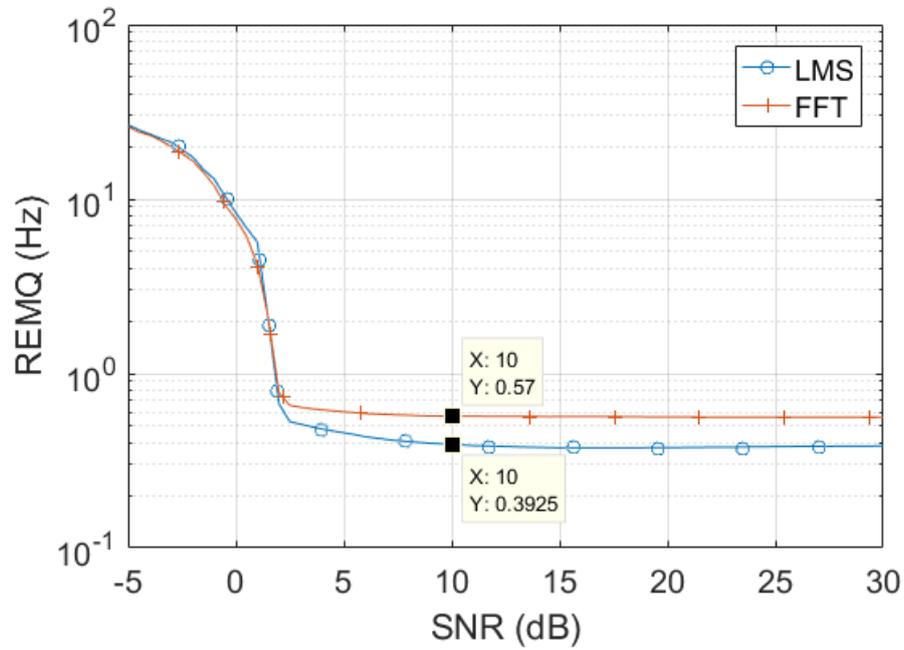
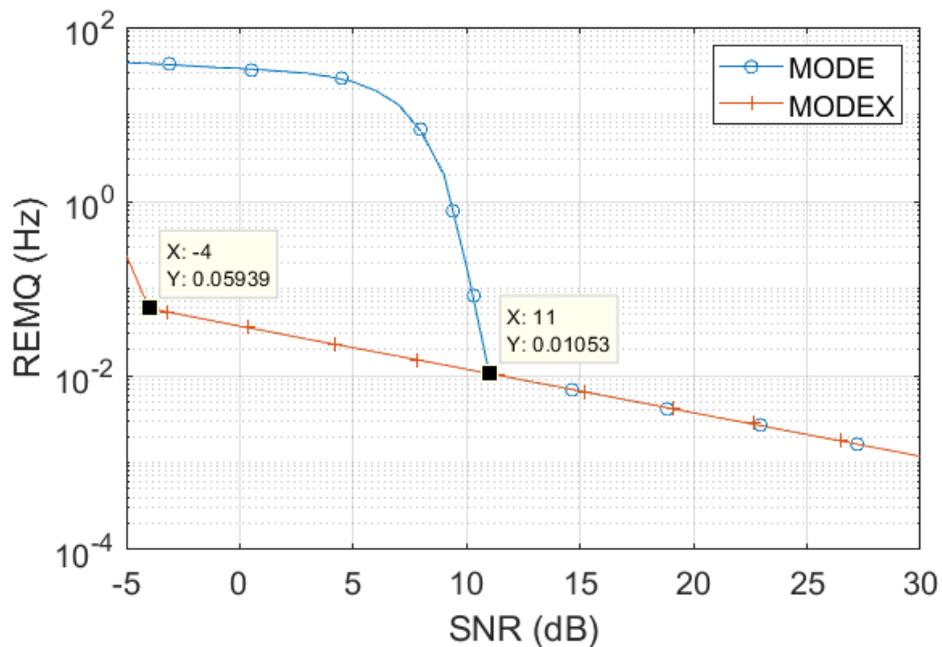


Figura 5.2 – Comparação da REQM *versus* SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 1 s de amostragem.



Os valores da Figura 5.1 apresentam estabilização em 10 dB, e caracterizam uma estimação satisfatória, com a FFT exibindo uma REQM de 0,57 Hz e o algoritmo LMS

com valor de 0,39 Hz. Os valores permanecem aceitáveis até próximos da SNR de 2 dB, entretanto para valores menores que essa SNR os métodos não tem boa acurácia, provando uma robustez menor ao ruído.

No caso do MODE e do MODEX ilustrados na Figura 5.2, os métodos apresentam valores excelentes em diversas SNRs. O MODE possui limiar de desempenho em 11 dB, mas com um valor de REQM muito abaixo dos mostrados pela FFT e o LMS, 0.010 Hz. Entretanto, para SNRs menores que 10 dB a estimação já não poderá ser considerada satisfatória, aos termos colocados no estudo. Por outro lado, o MODEX apresenta elevada acurácia em todas as faixas de SNR utilizadas, com o limiar de desempenho em  $-4$  dB, atingindo 0,059 Hz. Percebe-se além disso, que mesmo para SNRs menores que a do limiar, o método ainda tem valor de REQM menor do que os outros três métodos analisados, próximo de  $10^{-1}$ . Assim, conclui-se que para esse tempo de amostragem, o MODEX demonstra melhor acurácia e robustez para a estimação das frequências procuradas, mantendo uma diminuição constante da REQM a medida que a SNR aumenta.

Continuando os testes, diminuiu-se o tempo de amostragem para 0,75 s e encontraram-se as seguintes curvas de REQM *versus* SNR, com a estimação dos mesmos valores de frequência. A Figura 5.3 refere-se as curvas da FFT e LMS, seguida pela Figura 5.4 apresentando os valores para os métodos MODE e MODEX. Lembrando que todos os outros parâmetros permaneceram inalterados.

Figura 5.3 – Comparação da REQM *versus* SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem.

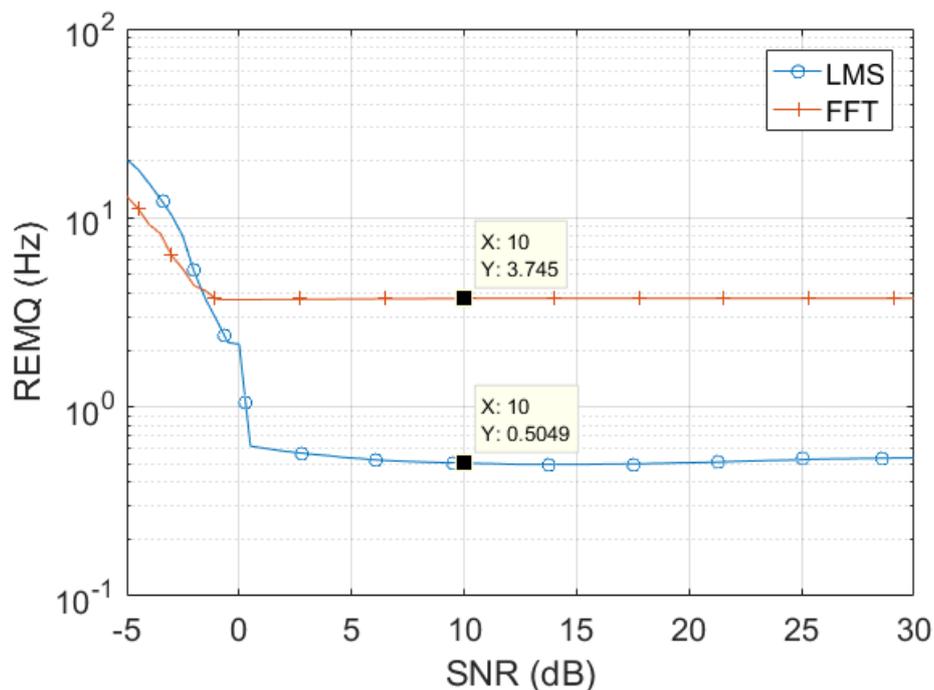
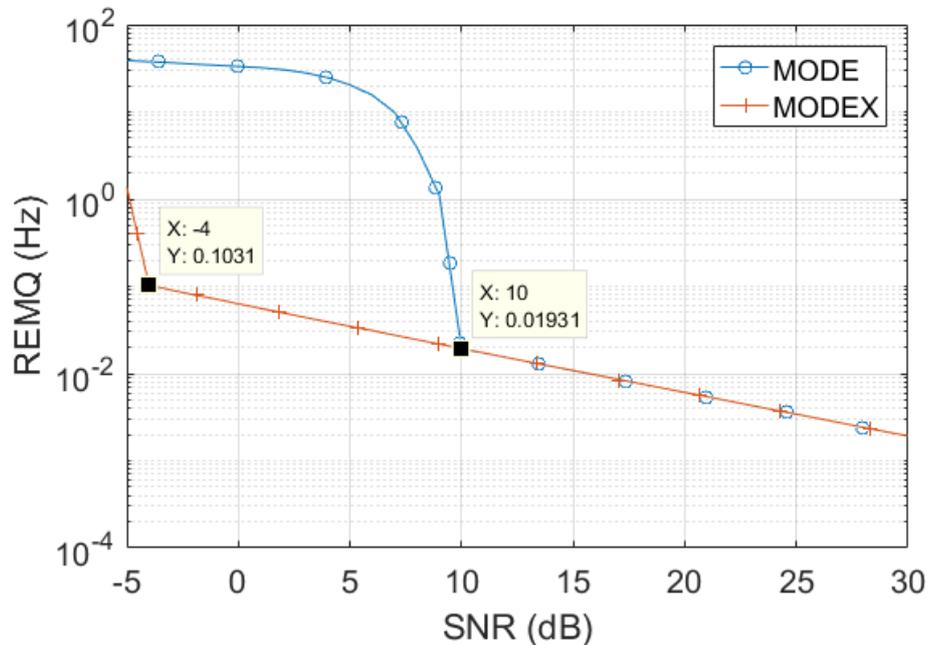


Figura 5.4 – Comparação da REQM *versus* SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem.



Para as abordagens usando a FFT e o LMS, a Figura 5.3 mostra o efeito que a quantidade de amostras gera na estimação de frequências. No algoritmo LMS, a estimação ainda se mostra satisfatória, com REQM no valor de 0,5049 Hz para 10 dB, e limiar de desempenho próximo da SNR de 0 dB. O valor mantém-se quase constante após o limiar, seguindo para SNRs mais altas e demonstra uma boa acurácia, mesmo com um número menor de amostras de dados utilizados. O valor da REQM, se comparado com o encontrado para o tempo de 1 s, é maior mas não tão discrepante, com diferença de 0,11 Hz aproximadamente.

Já a FFT comprova a sua dificuldade de estimação com uma janela de dados menor, já que mesmo com seu limiar de desempenho abaixo de 0 dB, a REQM não se reduz a valores menores que 3,745 Hz, diferença de 3,175 Hz para o valor encontrado na amostragem com 1 s. Com um valor de REQM acima de 1 Hz, observa-se que a estimação não é satisfatória, tem pouca acurácia e torna seu uso inviável em aplicações com poucas amostras.

Quando aplicados os métodos baseados no MLE, apresentados na Figura 5.4 constata-se que a diminuição de amostras provoca um aumento da REQM no MODE e no MODEX, contudo as estimações continuam ótimas. Para o MODE o limiar de desempenho encontra-se em 10 dB, com um valor de REQM de 0,0193 e para o MODEX o limiar está em -4 dB e valor de REQM 0,1031. Mesmo antes do limiar, o MODEX apresenta estimação mais acurada do que qualquer um dos outros métodos para a mesma faixa de

SNR. É perceptível que os pontos de limiar, em relação a SNR, dos dois últimos métodos são similares aos encontrados para um tempo de amostragem maior. A diferença entre os pontos com 1 s e 0,75 s de amostragem é de 0,0441 Hz em  $-4$  dB e próxima de 0,008 entre 10 dB e 11 dB. A estimação permaneceu ótima para o MODE e MODEX, com boa acurácia e o MODEX demonstrando novamente robustez ao ruído.

Ainda utilizando as frequências 6 Hz e 20 Hz, o tempo de amostragem foi novamente reduzido, agora para 0,5 s como forma de testar a menor quantidade de amostras possível. Dessa maneira, avaliou-se a consequência dessa mudança para os métodos, iniciando com o LMS e a FFT como mostra a Figura 5.5, e seguindo para o MODE e o MODEX, de acordo com a Figura 5.6.

Figura 5.5 – Comparação da REQM *versus* SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem.

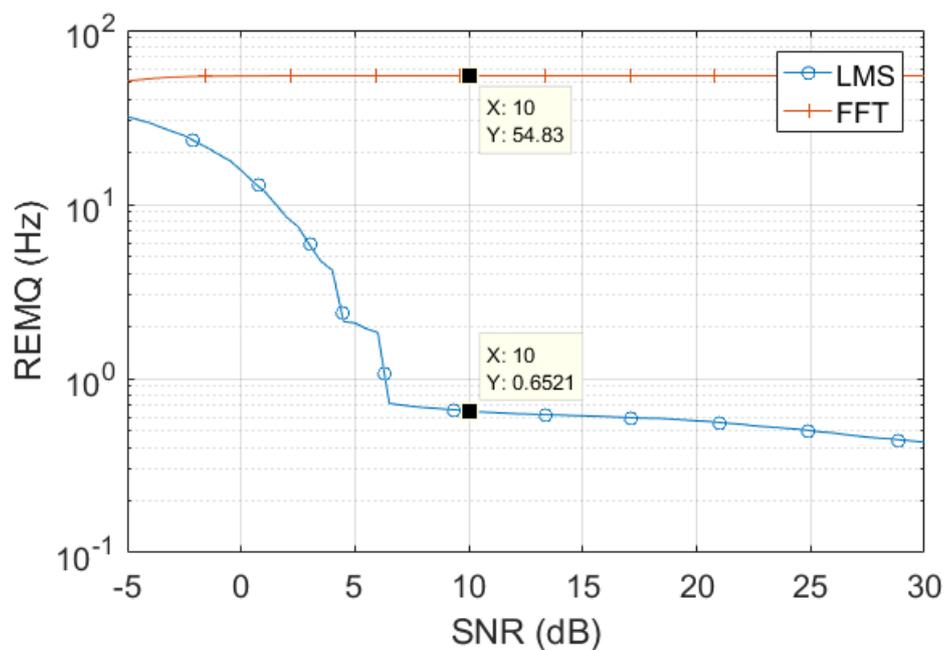
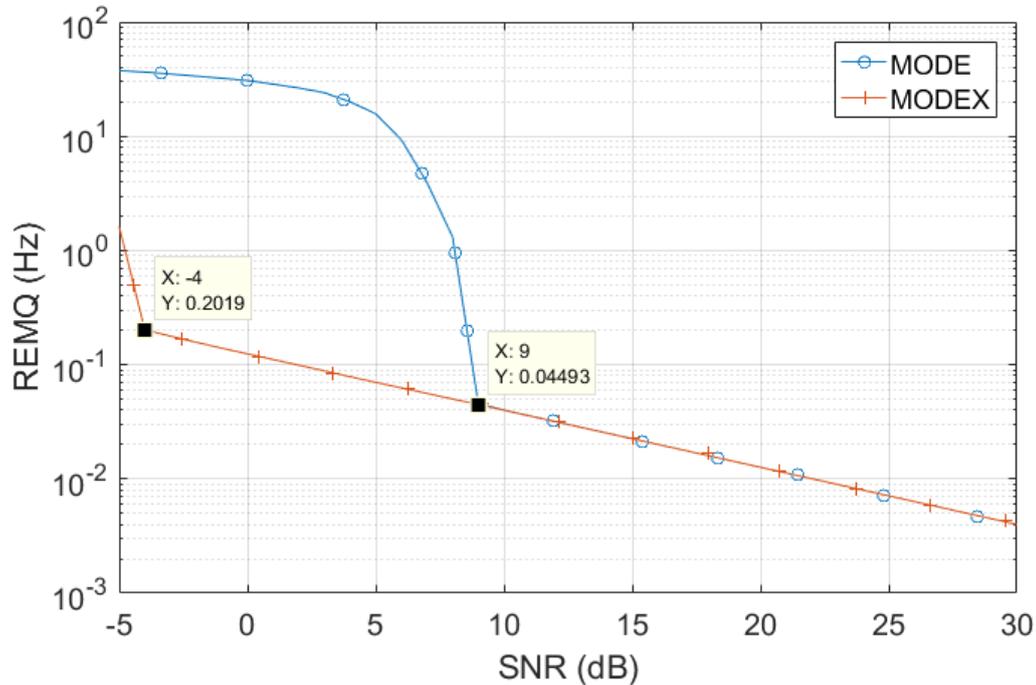


Figura 5.6 – Comparação da REQM *versus* SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 20 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem.



Com o gráfico da Figura 5.5 verifica-se que a FFT realizada com metade da quantidade de amostras inicial já não possui dados suficientes para uma estimação adequada. Isso é demonstrado pelo valor da REQM iniciar-se alto e permanecer no patamar de 54,83 Hz para qualquer um dos valores de SNR. A REQM evidencia uma péssima acurácia do método para um janela de dados menor. A outra abordagem utilizando o algoritmo LMS também sofre com a estimação para SNRs mais baixas, apresentando um limiar de desempenho próximo de 7 dB. O valor de REQM encontra-se em 0,6521 Hz, pouco acima do considerado satisfatório e demonstra uma quase constante de valores pra SNRs acima do limiar.

Para o MODE e MODEX na Figura 5.6, existe uma pequena perda de acurácia dos métodos, visualizando seu valor no limiar de desempenho. Todavia, o limiar do MODE se conversa num valor ótimo de estimação, 0,0449 Hz para SNR de 9 dB e o MODEX permanece com limiar de desempenho em -4 dB no valor de 0,2019 dB, considerado um valor satisfatório. Assim, comprova-se a robustez desse último método ao ruído e sua acurácia mesmo em situações com poucas amostras, melhorando ainda mais o desempenho a medida que o valor da SNR aumenta. Comparando-se com o LMS, o próprio MODE já apresenta valores de acurácia mais interessantes, e o MODEX continua como o mais indicado para aplicações que dependem de uma estimação precisa.

Necessita-se agora testar a proximidade de frequências e qual o impacto para a

estimação no filtro LMS e na abordagem clássica, prosseguindo para os MODE e MODEX. Desse modo, para as frequências de 6 Hz e 11 Hz foram geradas as curvas de REQM das Figuras 5.7 e 5.8 na mesma faixa de SNR já trabalhada e quantidade de experimentos. Os tempos de amostragem também foram mantidos.

Figura 5.7 – Comparação da REQM *versus* SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 1 s de amostragem.

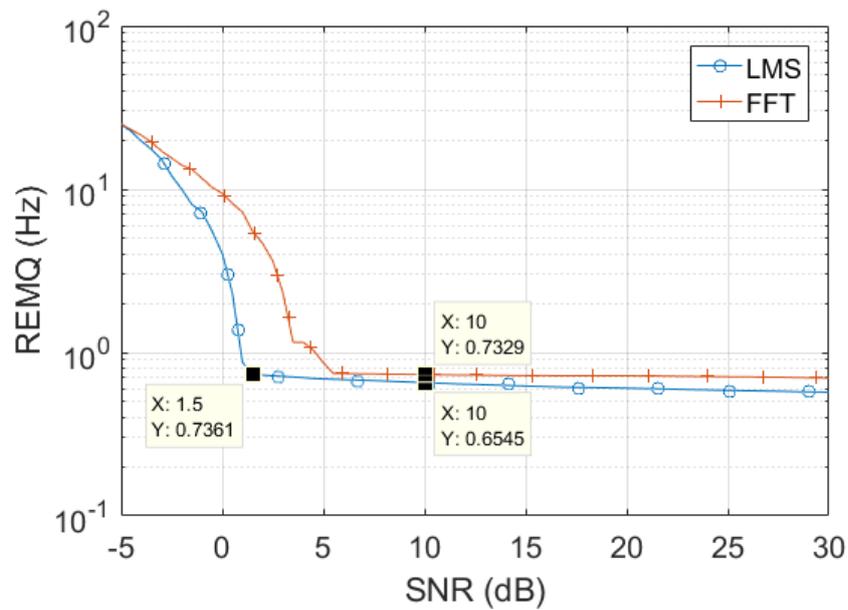
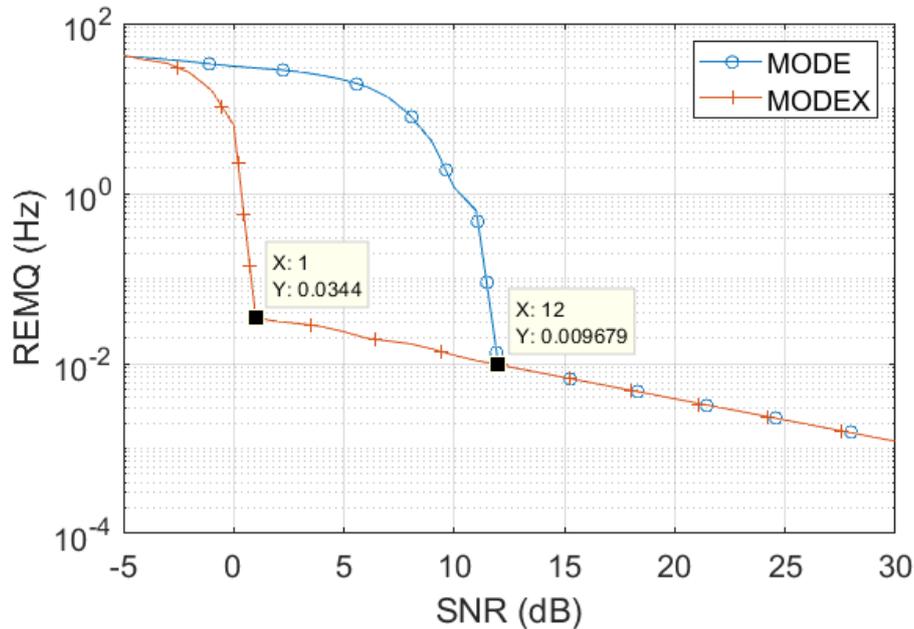


Figura 5.8 – Comparação da REQM *versus* SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 1 s de amostragem.



Na Figura 5.7 o limiar de desempenho da FFT encontra-se próximo da SNR de 5 dB, com um valor constante de REQM de 0,7329 Hz, pouco acima dos valores satisfatórios anteriormente estabelecidos. O mesmo pode ser visto para o algoritmo LMS, com REQM de 0,7361 Hz no limiar de desempenho localizado em 1,5 dB. Em 10 dB a abordagem adaptativa já se encontra em 0,6545 Hz, uma diferença de 0,15 Hz para um valor satisfatório, com uma melhor robustez ao ruído comparada a FFT em SNRs menores que 5 dB. Entretanto, a aplicação desses métodos para sistemas que dependem de uma boa acurácia não é indicado.

Em frequências próximas, o MODE e o MODEX continuam com uma boa acurácia, mas o limiar de desempenho do MODEX agora encontra-se na SNR de 1 dB, valor de REQM igual a 0,0344 Hz. O limiar do MODE está em 12 dB com valor de 0,0096 Hz. O MODEX apresenta valores ótimos se comparados com os encontrados para a FFT e o LMS em SNRs maiores que 0 dB. Com o MODE, a comparação apresenta melhores valores quando chega-se a SNR de 10 dB. De todos os métodos trabalhados, o que possui melhor acurácia e robustez continua sendo o MODEX.

Segue-se então com a diminuição do tempo de amostragem para 0,75 s e geram-se novas curvas para os métodos avaliados.

Figura 5.9 – Comparação da REQM *versus* SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem.

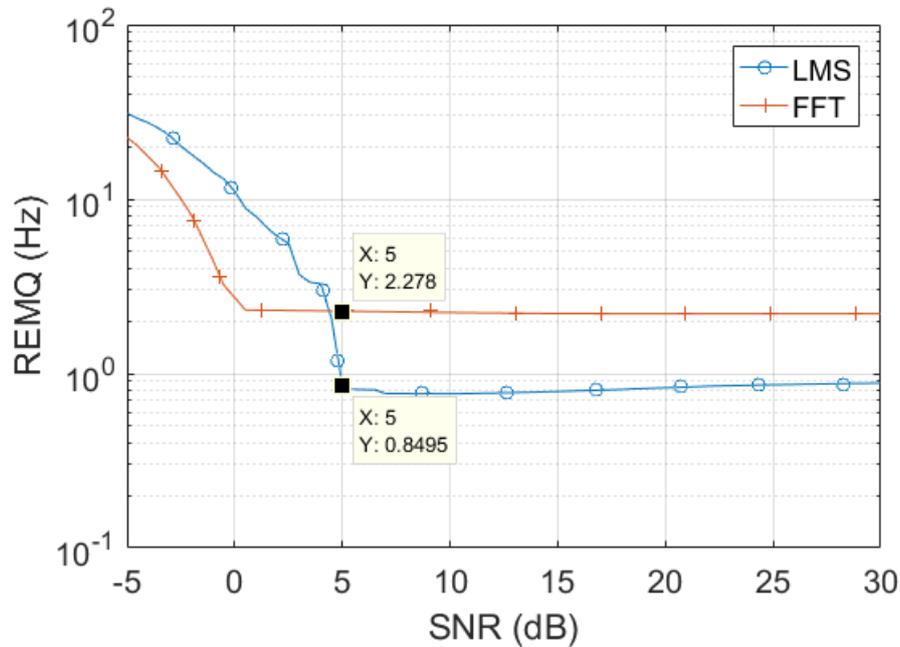
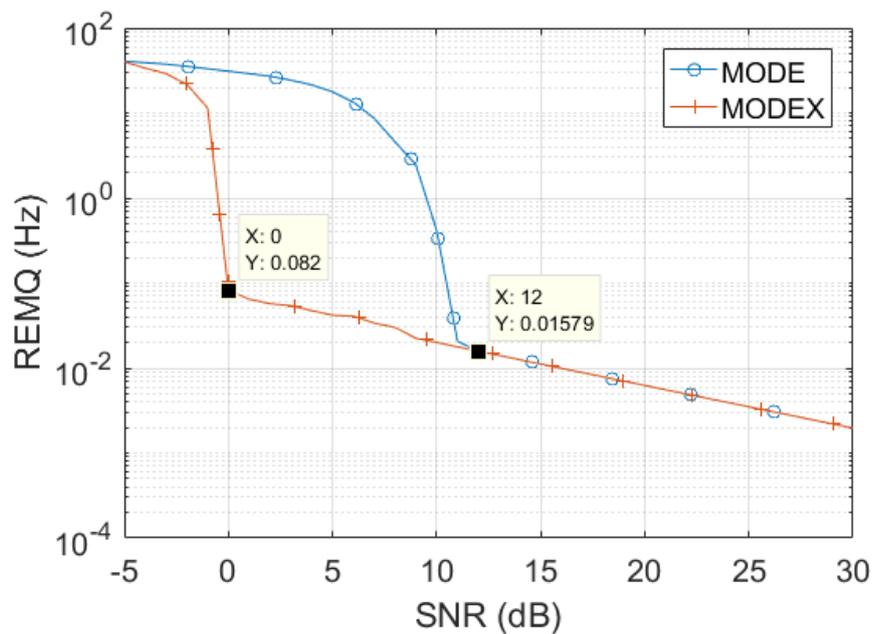


Figura 5.10 – Comparação da REQM *versus* SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,75 s de amostragem.



Na Figura 5.9 o limiar de desempenho da FFT encontra-se próximo de 0 dB, entretanto o valor da REQM é de 2,278 Hz, o que indica uma baixa acurácia e a inviabilidade

de uso desse método com esse tempo de amostragem. Para o LMS, o limiar de desempenho está em 5 dB, com REQ<sub>M</sub> igual a 0,8495 Hz, com uma diferença próxima de 0,3 Hz do valor considerado satisfatório. A acurácia para o LMS não é tão boa quanto a encontrada em para frequências distantes, mas o método ainda pode ser utilizado para aplicações que não dependem de uma estimação de frequência precisa.

Os métodos MODE e MODEX continuam com funcionamento parecido ao visto para o tempo de 1 s, como se vê na Figura 5.10. Os valores de REQ<sub>M</sub> do MODE a partir da SNR de 10 dB são concorrentes aos apresentados pelo LMS na casa de  $10^0$ , porém apresentam uma rápida queda até o ponto de limiar em 12 dB o que o torna melhor se comparado ao algoritmo. Entretanto, o MODEX apresenta um desempenho melhor entre os quatro métodos estudados, antes até de chegar ao seu limiar de desempenho, que possui valor de 0,082 Hz em 0 dB. A estimação continua ótima para esse menor número de amostras, indicando a constância de resultados e a boa acurácia da abordagem, com diferença entre os valores encontrados para 1 s e 0,75 s de apenas 0,0061 Hz.

Continuando as avaliações, decidiu-se diminuir pela metade o número de amostras, aplicando um tempo de amostragem de 0,5 s, e analisou-se a resposta dos métodos. A Figura 5.11 apresenta a REQ<sub>M</sub> para os algoritmos mais simples, a FFT e o algoritmo LMS, e então a curva para os métodos MODE e MODEX na Figura 5.12.

Figura 5.11 – Comparação da REQ<sub>M</sub> *versus* SNR da FFT e filtro LMS nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem.

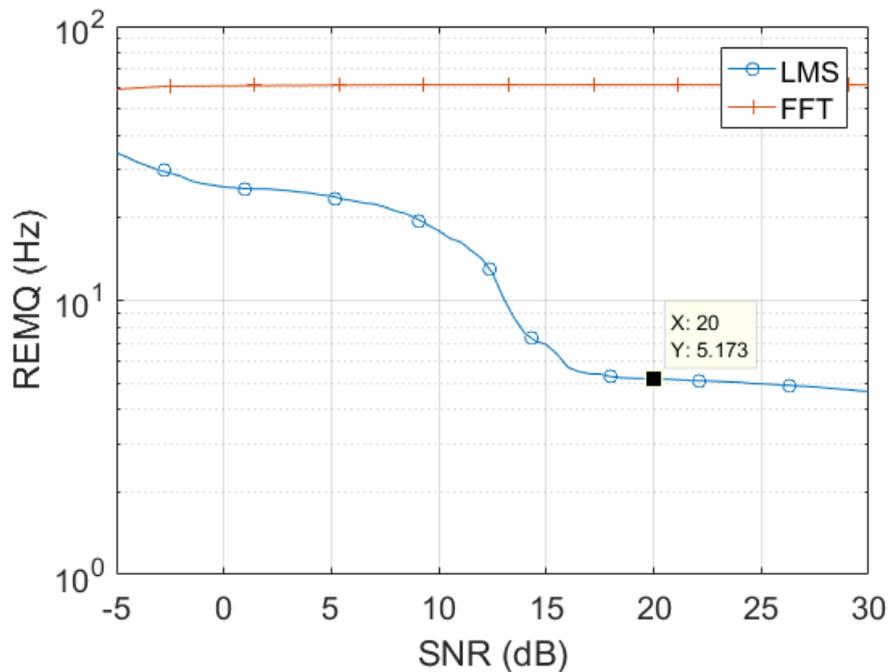
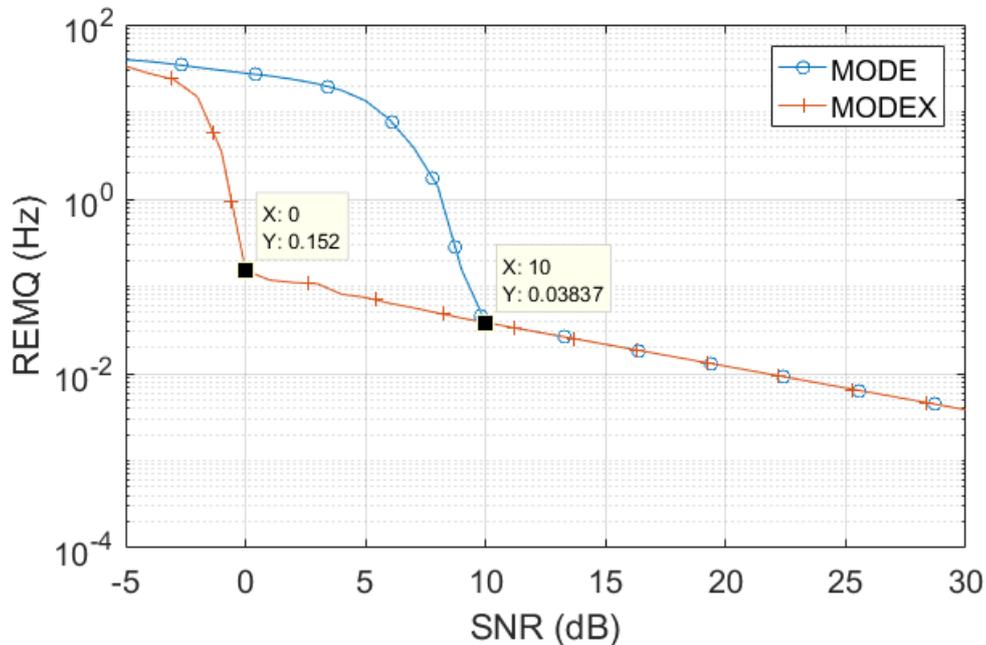


Figura 5.12 – Comparação da REQM *versus* SNR dos métodos MODE e MODEX nas frequências 6 Hz e 11 Hz com tempo de 0,5 s de amostragem.



O gráfico da REQM da Figura 5.11 demonstra que do mesmo modo que em frequências afastadas, em frequências próximas o número de amostras diminuído foi insuficiente para que a FFT conseguisse estimar as frequências procuradas. Assim como aconteceu para as frequências 6 Hz e 20 Hz, buscando 6 Hz e 11 Hz os valores de REQM estão próximos de 54 Hz, o que configura uma inviabilidade do uso desse método para esses casos. Essa mesma inviabilidade é configurada no LMS, onde seu valor mínimo de REQM está em 5,173 Hz e para SNRs maiores que 15 dB. O uso desse método também não é indicado para esse caso.

Diferente dos dois primeiros métodos avaliados, o MODE e MODEX não tem grande perda de estimação com um número reduzido de amostras. Como se vê na Figura 5.12, o MODEX apresenta valores de REQM satisfatórios próximos da SNR em 0 dB e melhorando a acurácia a medida que caminha para maiores SNRs. O limiar de desempenho ocorre em 0 dB com valor de 0,152 Hz, até o ponto de encontro com o limiar de desempenho do MODE que está em 10 dB e possui valor de 0,03837 Hz. O MODE já apresenta valores satisfatórios antes desse limiar, já em 8 dB. Assim, a acurácia está garantida nessas SNRs nos dois métodos de estimação DOA.

Com essas avaliações realizadas, constata-se que a resposta do método MODEX detém a REQM mais baixa em todos os testes, demonstrando grande acurácia. A robustez também é garantida quando se vê os limiares de desempenho, em que o MODEX possui os menores valores de SNR quando comparados aos outros algoritmos nos mesmos parâmetros

de simulação. Essa característica é bem destacada quando analisa-se as curvas para frequências afastadas e o limiar do método está em  $-4$  dB e antes disso já apresenta menor valor de REQM entre os quatro métodos trabalhados.

Importante destacar também que dependendo da SNR, normalmente valores acima de 10 dB, os desempenhos do MODE e do MODEX são iguais. Então, a escolha de qual será usado para uma aplicação dependerá de outros fatores, como o esforço computacional ou o tempo de resposta mais adequado. Para poucas amostras e SNRs negativas, ainda indica-se o MODEX.

### 5.1.2 Avaliações com sinais reais

Como forma de entender o comportamento dos algoritmos em aplicações reais escolheu-se um banco de dados público pra a aplicação dos métodos estudados. As avaliações foram feitas utilizando duas combinações diferentes de valores de frequências, somadas a partir de sinais separados, por tal motivo tende-se a ter mais ruído nessa combinação de sinais do que quando estes estão separados.

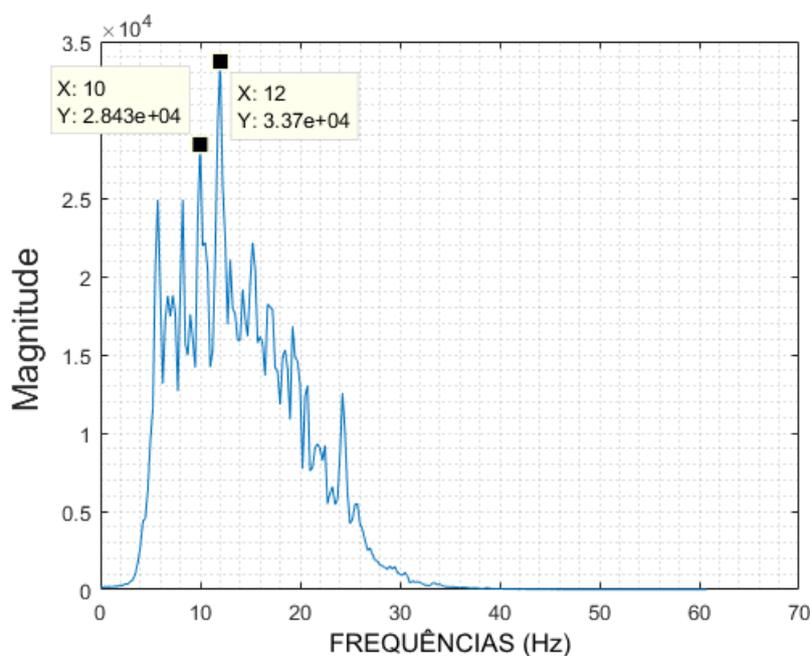
Diferente do modelo, os bancos são gerados com apenas uma frequência estimulada por vez e não se tem controle das taxas de ruído das amostras, pois dependerão do equipamento utilizado e de como foi realizada a aquisição. Por tal motivo, usa-se os espectros para comparação e o gráfico do EQM do algoritmo LMS para confirmar sua convergência.

Como os parâmetros do algoritmo LMS dependem do sinal estudado, a ordem do filtro foi remodelada para  $L = 66$ , da mesma maneira em que foi encontrado o valor ótimo para sinais modelados. Iniciou-se com  $L = 5$  e aumentou-se a ordem até que ele apresenta-se boas estimativas e sem picos espúrios. Da mesma forma era necessário o cálculo do passo  $\mu$  visto na Seção 3.2, que gerou o valor de  $\mu = 7,5 \times 10^{-5}$  em frequências próximas e  $\mu = 9,9 \times 10^{-4}$  para frequências afastadas. Assim como na escolha do primeiro passo para sinais, uma faixa de valores de  $\mu$  foi testada e as melhores estimativas obtidas com esse passo.

Utilizando o sensor  $O_z$ , localizado na região occipital de um indivíduo de 32 anos, saudável, o estímulo é gerado em um monitor LCD a 60 cm de distância do indivíduo. Escolheu-se testar os métodos para as frequências de 6 Hz, 10 Hz e 12 Hz, com combinações: 6 Hz e 10 Hz; 10 Hz e 12 Hz. Assim, avaliam-se frequências mais próximas e frequências um pouco mais separadas, e os valores mínimos, máximos e de média do banco (VILIC, 2013). A combinação de 6 Hz e 12 Hz não foi feita pelo motivo da relação harmônica que estas frequências possuem. Mostra-se também o espectro gerado pela amostragem completa do sinal, um total de 30 s de amostragem, gerando 15360 amostras para indicar a localização e valores das frequências para estimação, como forma de comparação.

A Figura 5.13 indica o espectro total para combinação de 10 Hz e 12 Hz e as Figuras 5.14 a 5.18 apresentam os valores encontrados para a primeira combinação de frequências escolhida. Os tempos de amostragem para a FFT e o algoritmo LMS foram fixados em 1 s e para o MODE e MODEX, em 0,5 s. Essa diferenciação foi realizada conforme os resultados da Subseção 5.1.1, em que comprovou-se a boa acurácia e robustez dos métodos baseados no DOA nesse tempo de amostragem. Devido ao ruído da combinação de sinais, valores mais baixos de amostragem para a FFT e o LMS não produziram boas estimações, por isso foram desconsiderados também.

Figura 5.13 – Espectro gerado pela amostragem total do banco de dados utilizado, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz.



Com o espectro considerando todas as amostras, Figura 5.13, percebem-se os picos relacionados às duas frequências procuradas para estimação. Os outros picos que aparecem no espectro podem estar relacionados tanto as harmônicas dessas frequências como às outras atividades cerebrais ou ruído do equipamento de aquisição. Nesse ponto, considera-se todos eles como ruído, ou seja, frequências indesejadas no sistema.

No caso da FFT mostrado na Figura 5.14, a estimativa ficou mais próxima para o valor de 12 Hz, entretanto observa-se diversos outros picos maiores que dificultariam o uso do método. Para a frequência de 10 Hz, o valor estimado foi de 9,35 Hz, uma diferença de 0,65 Hz para o valor correto. Para o algoritmo LMS, Figura 5.15, a estimação ficou mais próxima dos valores desejados, estimando corretamente a frequência de 12 Hz e com uma diferença de 0,25 Hz para a frequência de 10 Hz. Nota-se também poucos picos espúrios e de amplitudes baixas.

Figura 5.14 – Espectro gerado pela FFT com 1 s de amostragem, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz.

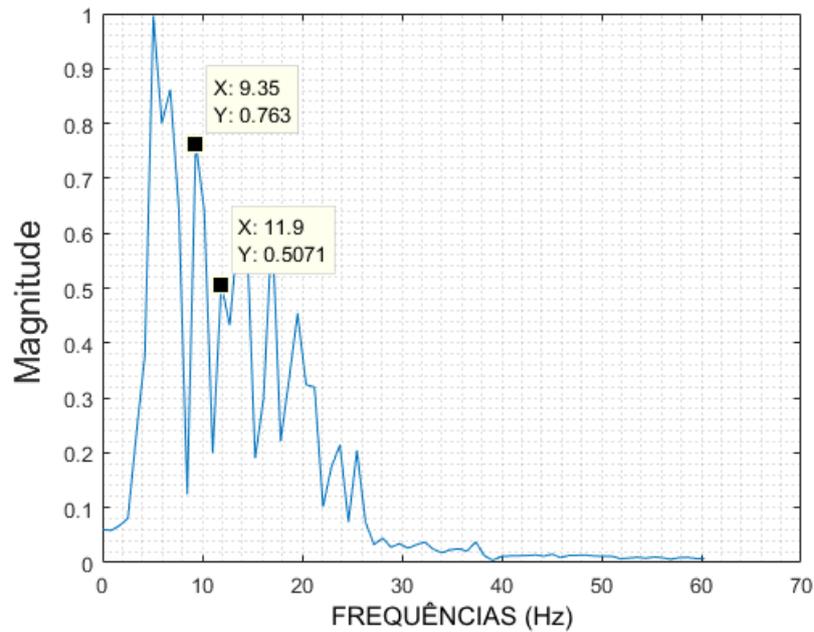
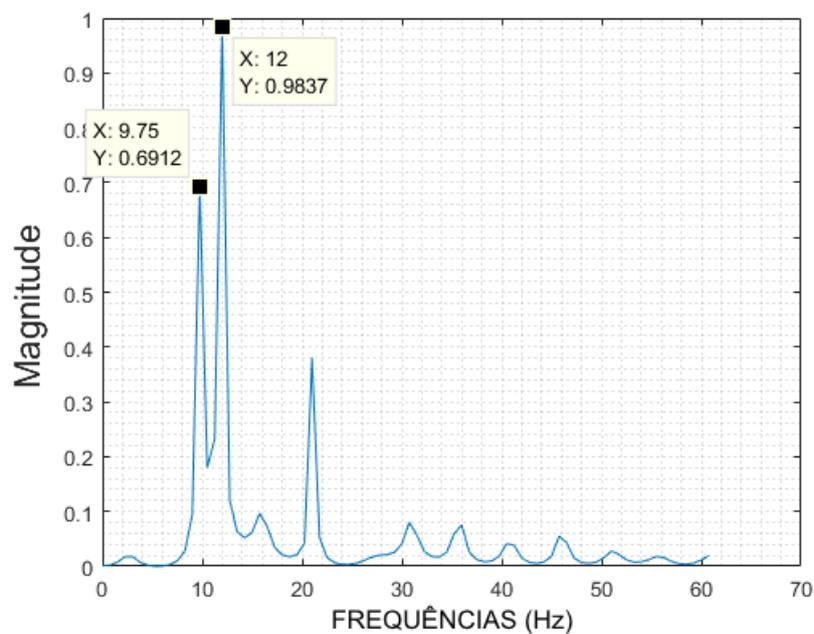


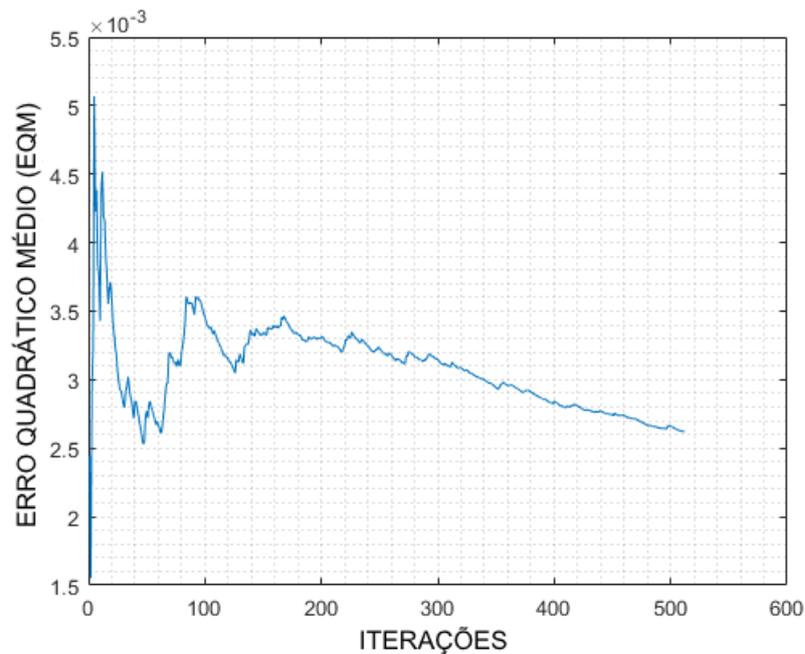
Figura 5.15 – Espectro gerado pelo LMS com 1 s de amostragem, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz.



A característica de diminuição do erro conforme o número de iterações aumenta é o que se usa para a indicação de convergência. A convergência do erro do LMS mostrada

pela Figura 5.16, apresentou valores inconstantes nas primeiras iterações, com subidas e descidas. A partir da 180ª iteração os valores de erro diminuem constantemente, garantindo assim que o algoritmo convergiu.

Figura 5.16 – Gráfico do EQM *versus* Iterações pra o algoritmo LMS, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz.



Nos próximos espectros, Figuras 5.17 e 5.18, os métodos MODE e MODEX apresentam a correta estimação das frequências buscadas, com o MODE tendo uma diferença no espectro de 0,01 Hz para a frequência de 10 Hz e 0,2 Hz na frequência de 12 Hz. Já o MODEX mostra uma diferença de apenas 0,01 Hz nas duas frequências buscadas, mostrando que mesmo com poucas amostras e um sinal mais ruidoso a estimação continua tendo boa acurácia em sinais reais. Se comparados aos métodos anteriores, FFT e LMS, classifica-se os de estimação DOA como mais adequados nos casos trabalhados.

Figura 5.17 – Espectro gerado pelo MODE com 0,5 s, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz.

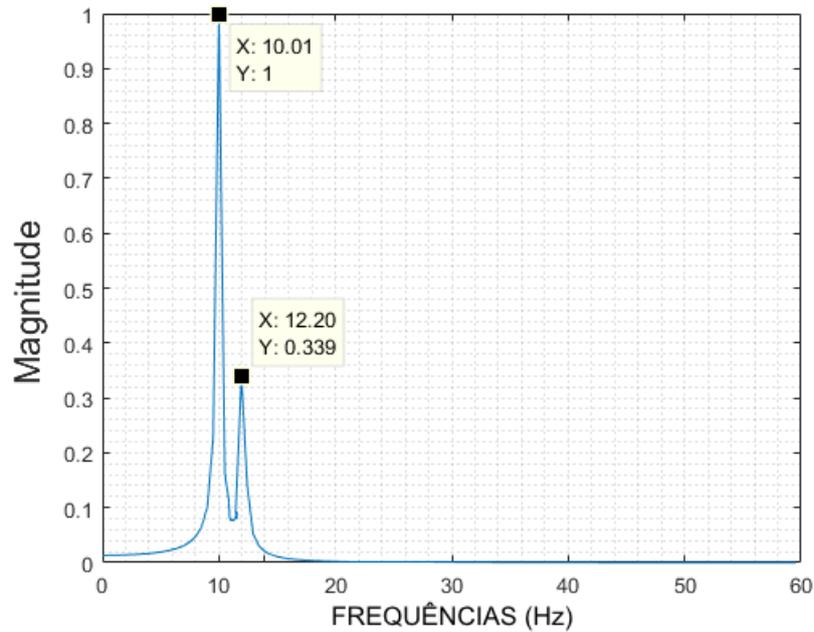
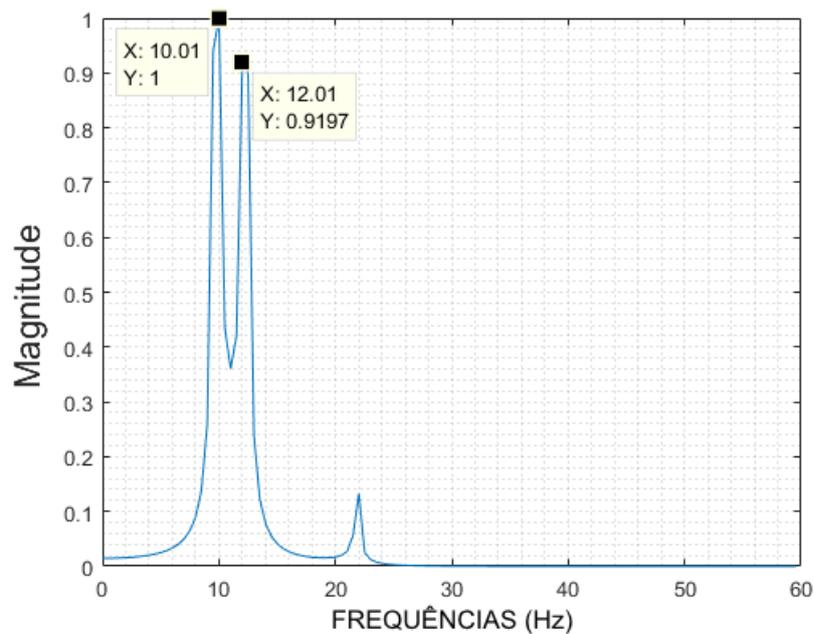


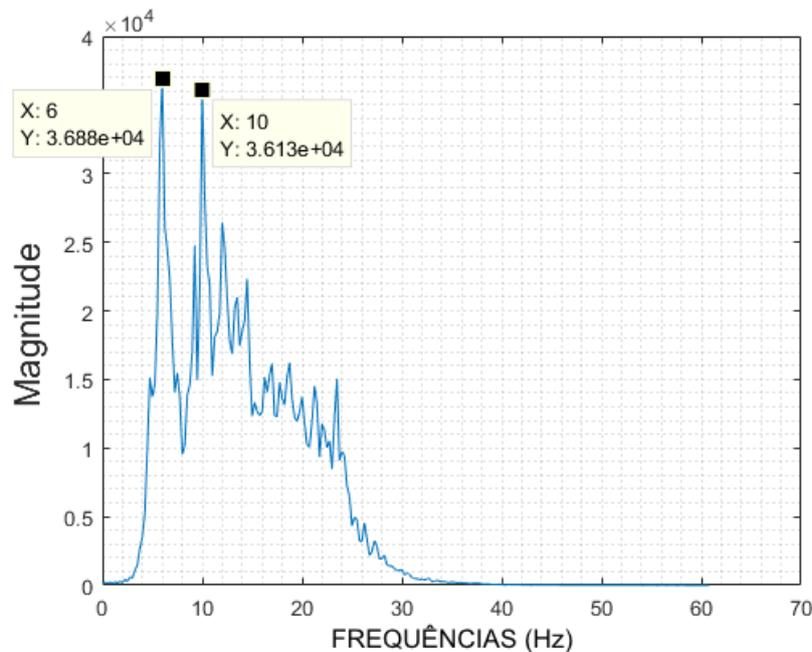
Figura 5.18 – Espectro gerado pelo MODEX com 0,5 s, na composição das frequências 10 Hz e 12 Hz.



Avaliando agora para a segunda combinação, 6 Hz e 10 Hz, o espectro gerado pela totalidade de amostras encontra-se Figura 5.19. Novamente, pelo grande número de

amostras os picos das frequências procuradas encontra-se bem destacados, o que também demonstra que a FFT funciona bem com um grande número de amostras.

Figura 5.19 – Espectro gerado pela amostragem total do banco de dados utilizado, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz.



Quando é gerado o espectro para a FFT com tempo de 1 s de amostragem percebe-se que mesmo com vários picos adjacentes de frequências indesejadas, ainda é possível a identificação das frequências de estimulação, com valores próximos dos originais. Uma diferença de  $0,05$  Hz para a frequência de 6 Hz e uma variação de  $0,2$  Hz na frequência de 10 Hz. O algoritmo LMS por sua vez, apresentou valores de estimação com boa acurácia na frequência de 10 Hz, em que a diferença é de  $0,03$  Hz. Entretanto, para a frequência de 6 Hz o valor foi um pouco maior se comparado a FFT,  $0,15$  contra  $0,05$  respectivamente.

Figura 5.20 – Espectro gerado pela FFT com 1 s de amostragem, na composição das frequências 06 Hz e 10 Hz.

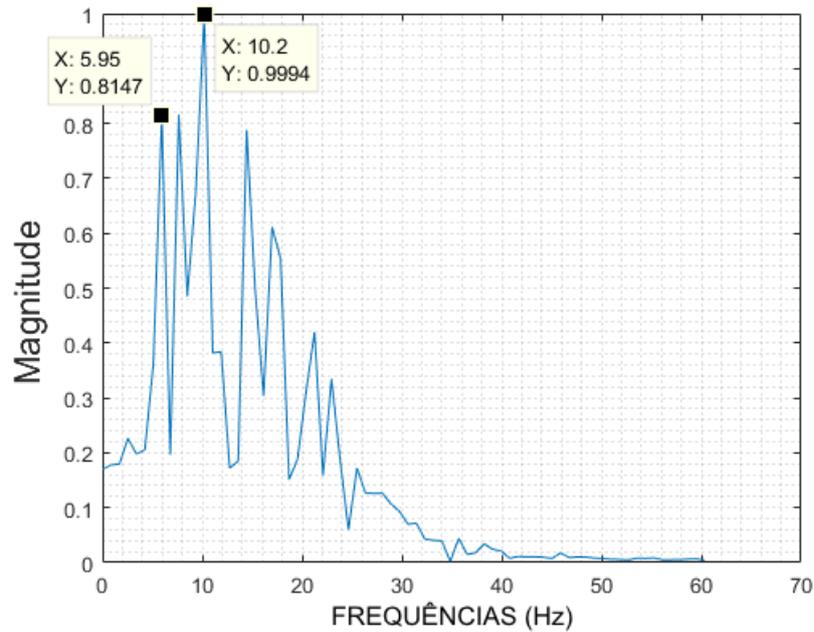
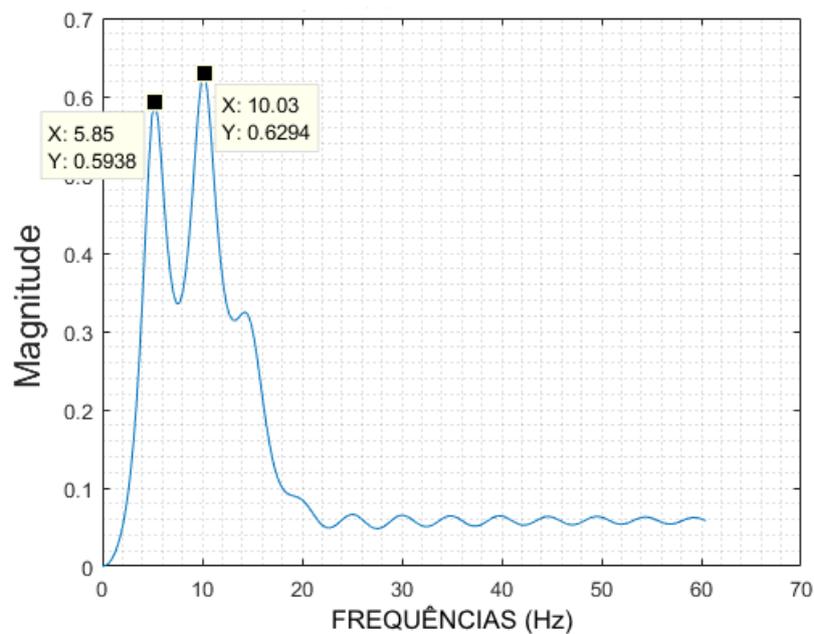


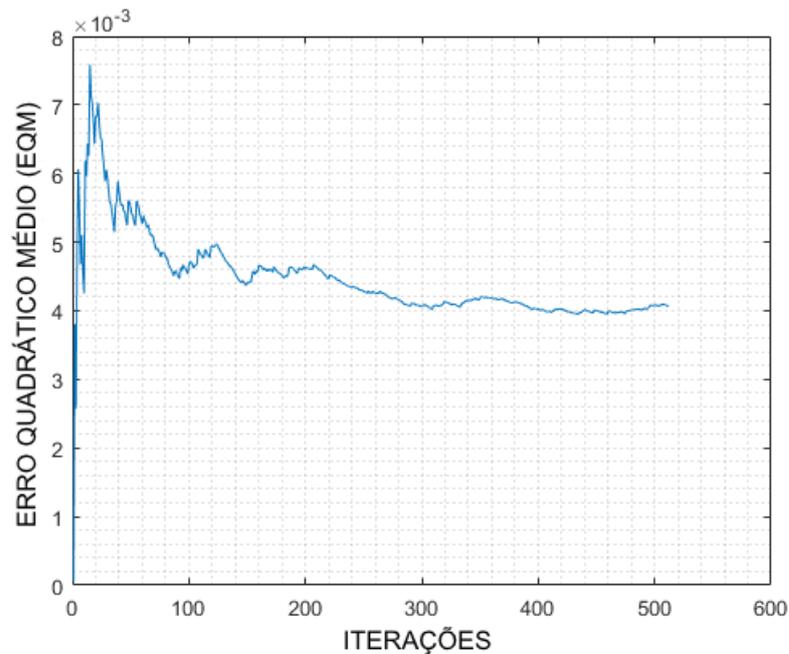
Figura 5.21 – Espectro gerado pelo LMS com 1 s de amostragem, na composição das frequências 06 Hz e 10 Hz.



A convergência do erro mostrada pela Figura 5.22, já apresenta uma curva melhor definida se comparada a do erro de estimação com frequências mais próximas. Ela demonstra

uma característica de queda do erro mais constante mais próximo de 200 iterações, caracterizando que o algoritmo convergiu.

Figura 5.22 – Gráfico do EQM *versus* Iterações pra o algoritmo LMS, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz.



Os métodos MODE e MODEX têm seus espectros apresentados nas Figuras 5.23 e 5.24, respectivamente. No caso do MODE, ele apresentou diferença de estimação maior para a frequência de 6 Hz, no valor de 0,63 Hz e apenas 0,01 Hz na frequência de 10 Hz. Nesse ponto, é importante lembrar que a dificuldade de estimação provavelmente deriva do ruído das combinações de sinais. O MODEX, por sua vez, não sofre com a situação de maior ruído, mantendo uma estimação acurada e formando espectros de 0,01 Hz de diferença para os valores originais. Assim, aponta-se o MODEX como o melhor estimador no quesito acurácia e robustez se comparado aos outros métodos estudados também para sinais reais.

Figura 5.23 – Espectro gerado pelo MODE com 0,5 s, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz.

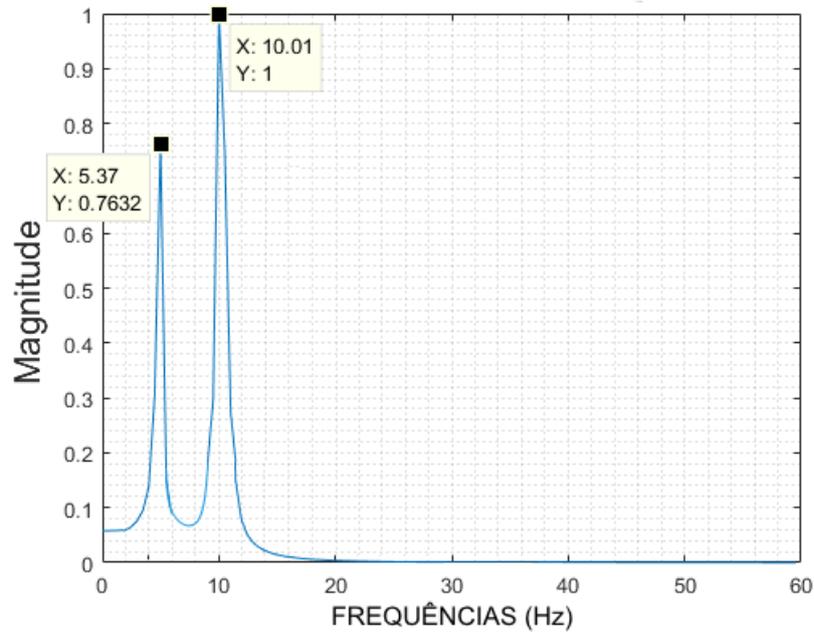
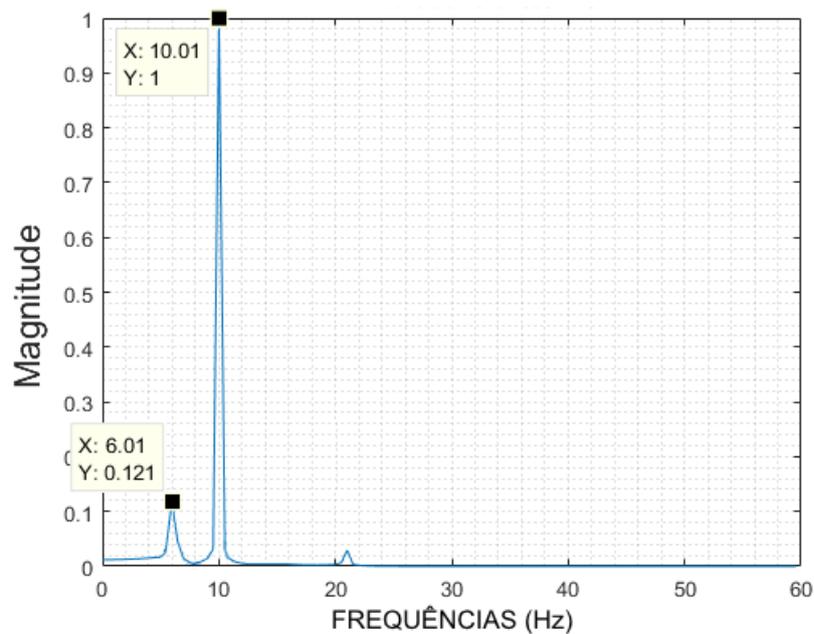


Figura 5.24 – Espectro gerado pelo MODEX com 0,5 s, na composição das frequências 6 Hz e 10 Hz.



Assim como visto na Subseção 5.1.1, os métodos de estimação DOA possuem melhor acurácia que a abordagem clássica e o LMS. O MODEX não sofre com a proximidade das

frequências e com o tempo reduzido de amostragem, mantendo uma estimação confiável. Constata-se que para aplicações que requerem alta acurácia e robustez ele pode ser utilizado.

## 5.2 Complexidade Computacional

Quando se fala de complexidade computacional pode-se avaliar os algoritmos por meio da notação BIG-O, em que se classifica os métodos em relação ao número de operações matemáticas realizadas e a quantidade de vezes que se repetem durante a execução do algoritmo. A Tabela 5.1 indica algumas das complexidades para classificação de algoritmos (CHIVERS; SLEIGHTHOLME, 2015).

Tabela 5.1 – Notação Big-O para complexidade computacional.

COMPLEXIDADE	FUNÇÃO	DESCRIÇÃO
Constante	$O(1)$	As operações são executadas com um número fixo de vezes.
Linear	$O(n)$	A quantidade de operações cresce linearmente com a quantidade de entradas.
Linearítmica	$O(n \log n)$	Divide as operações em operações menores, juntando ao final as soluções em uma única solução.
Logarítmica	$O(\log n)$	O número de operações cresce conforme o logaritmo do número de entradas.
Quadrática	$O(n^2)$	Número de operações aumenta pelo número de entradas ao quadrado.
Cúbica	$O(n^3)$	Número de operações aumenta pelo número de entradas ao cubo.
Exponencial	$O(2^n)$	As quantidade de operações cresce exponencialmente, de acordo com as entradas.

Conhecendo essa notação, é possível classificar os métodos pesquisados conforme sua complexidade, de acordo com a Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Complexidade computacional dos métodos pesquisados.

MÉTODO	COMPLEXIDADE
FFT	$O(N \log N)$
Filtro LMS	$O(2N)$
MODE	$O(\frac{1}{2}(M+1)MN)$
MODEX	$O(DMN^2)$

O número de combinações formadas no MODEX e representadas por  $D$  é dado conforme a Equação 5.1. A FFT, com característica linearitmica mostrada na Tabela 5.2 (LOAN, 1992), e o filtro LMS com complexidade linear (HAYKIN, 1991), demonstram um menor esforço computacional relacionado apenas a quantidade de amostras. Porém, como mostrado nas análises de REQM, necessitam de uma maior janela de amostras e possuem um erro de estimação maior se comparadas com os algoritmos MODE e MODEX (STOICA; SHARMAN, 1990) (GERSHMAN; STOICA, 1999).

$$D = \frac{(2M + Q)!}{M! (M + Q)!} \quad (5.1)$$

lembrando que  $N$  é o número de amostras,  $M$  o número de frequências e  $Q$  a quantidade de raízes extras para o MODEX.

Percebe-se que as maiores complexidades são as dos métodos MODE e MODEX, dependendo de mais parâmetros e do número de combinações possíveis, entretanto eles continuam competitivos pela necessidade de poucas amostras para estimação. Desse modo, equilibra-se a quantidade de combinações a serem feitas, e conseqüentemente necessitam de um tempo menor para execução.

### 5.3 Tempo de execução

Para aplicações em tempo real, o tempo de resposta é de extrema importância. Em aplicações como ICM, em que por vezes o usuário necessita do sistema para atividades básicas como a comunicação ou escrita, é interessante que os métodos produzam uma resposta rápida, já que outras etapas do sistema podem não ter a mesma flexibilidade de transmissão de respostas.

Nesse quesito a análise de tempo de execução na etapa de processamento possui grande importância assim como a complexidade computacional. Deve-se lembrar que o tempo de amostragem deve ser computado juntamente ao tempo de execução/convergência de maneira a conhecer a duração das etapas iniciais e facilitar o cálculo de taxas de transmissão de outras partes do sistema. Foi feita uma média de tempos de execução para os 1000 experimentos no caso de sinais sintéticos e montou-se então a Tabela 5.3, com os valores médios para cada algoritmo em milissegundos.

Tabela 5.3 – Tempos médios de execução em ms, para 1000 experimentos.

<b>TEMPO MÉDIO (ms)</b>				
<b>SNR</b>	<b>LMS</b>	<b>MODE</b>	<b>MODEX</b>	<b>FFT</b>
-5 dB	10,0	38,7	84,3	3,8
0 dB	5,6	36,1	81,6	3,8
5 dB	5,5	34,8	76,3	3,7
10 dB	5,2	31,5	74,5	3,7
15 dB	5,2	30,8	73,6	3,7
20 dB	5,2	30,7	73,5	3,7
25 dB	5,2	30,7	73,5	3,7
30 dB	5,2	30,7	73,5	3,7
Desvio Padrão	0,0108	$8,3705e^{-4}$	$7,6118e^{-4}$	$8,8500e^{-5}$

Os valores da Tabela 5.3 foram encontrados em simulações para estimação de duas frequências, 6 Hz e 11 Hz com frequência de amostragem de  $F_s = 200$  Hz, divididos na faixa de SNR entre  $-5$  dB até 30 dB. A ordem do filtro LMS foi mantida em  $L = 28$ , valor de passo  $\mu = 10^{-4}$  e a quantidade de raízes extras para o MODEX igual a 4. Os tempos referem-se a execução e convergência dos algoritmos, não contado o tempo de aquisição da amostra. Considerou-se primeiramente o tempo de amostragem de 1 s para as abordagens pesquisadas.

Como uma segunda avaliação de tempos, preferiu-se utilizar os tempos de amostragem no caso mais crítico de frequências próximas e que ainda possibilitaram funcionamento correto de todas as abordagens. Com essa avaliação percebe-se a diferença causada pela complexidade de cada algoritmo e como ela pode impactar no tempo final.

Deve-se lembrar que mesmo com a diminuição do tempo os métodos DOA continuam apresentando uma boa estimação, caso contrário da FFT e do LMS. Assim, fez-se uma nova tabela com os tempos médios relacionados aos valores de REQM para a estimação de 0,75 s de tempo de amostragem, Tabela 5.4. Abaixo desse valor os métodos do LMS e FFT não estimam satisfatoriamente, portanto não são levados em consideração para montagem de outra tabela com tempo de 0,5 s.

Tabela 5.4 – Tempos médios de execução em ms, para 1000 experimentos.

<b>TEMPO MÉDIO (ms)</b>				
<b>SNR</b>	<b>LMS</b>	<b>MODE</b>	<b>MODEX</b>	<b>FFT</b>
-5 dB	8,7	41,7	86,5	4,1
0 dB	6,2	38,8	80,4	3,8
5 dB	5,7	33,2	77,6	3,6
10 dB	5,5	33,3	76,5	3,5
15 dB	5,5	32,6	72,7	3,6
20 dB	5,3	32,5	72,7	3,5
25 dB	5,3	30,6	71,5	3,5
30 dB	5,3	30,6	71,3	3,5
Desvio Padrão	0,0242	$1,0166e^{-4}$	$1,0905e^{-4}$	$9,6812e^{-5}$

O tempo total contabilizado para essa simulação está apresentado na Tabela 5.5, em segundos.

Tabela 5.5 – Tempos médios contabilizando amostragem e execução em s.

<b>TEMPO MÉDIO (s)</b>				
<b>SNR</b>	<b>LMS</b>	<b>MODE</b>	<b>MODEX</b>	<b>FFT</b>
-5 dB	0,7587	0,7917	0,8365	0,7541
0 dB	0,7562	0,7888	0,8304	0,7538
5 dB	0,7557	0,7832	0,8276	0,7536
10 dB	0,7555	0,7833	0,8265	0,7535
15 dB	0,7555	0,7826	0,8227	0,7536
20 dB	0,7553	0,7825	0,8227	0,7535
25 dB	0,7553	0,7806	0,8215	0,7535
30 dB	0,7553	0,7806	0,8212	0,7535
Desvio Padrão	0,0242	$1,0166e^{-4}$	$1,0905e^{-4}$	$9,6812e^{-5}$

Analisando os tempos vistos na Tabela 5.5, constata-se que os estimadores MODE e MODEX possuem tempos de execução mais altos que as abordagens da FFT e do LMS. Entretanto esses tempo podem ser diminuídos, pois os estimadores podem ter tempo médio inferior devido ao fato de precisarem de menos amostras para processamento de uma resposta satisfatória, podendo chegar ao tempo de amostragem de 0,5 s como já mostrado nas outras seções. Assim, eles teriam tempo total menor e ainda realizariam uma estimação satisfatória. Tal fato os elege como bons estimadores com comprovada rapidez e acurácia, contudo demonstram uma maior complexidade computacional.

## 6 Conclusões

Com o caráter de promover uma comunicação entre o usuário e o ambiente, constata-se que o campo de atuação da ICM é extenso. As pesquisas nessa área têm ganhado destaque principalmente pela necessidade de restauração de funções e recuperação de pessoas acometidas de lesões e doenças para melhorar a autonomia e qualidade de vida. Entretanto, alguns pontos ainda necessitam de estudos e as abordagens clássicas não possuem a robustez necessária para o desenvolvimento de sistemas mais complexos.

Das etapas que compõe a criação de uma ICM as partes de extração de características e classificação de atributos tem extrema importância pois fazem o processamento do sinal a ser enviado para a fase de controle. Se houver perda de informações nessas etapas, o funcionamento correto da aplicação não poderá ser garantido o que também causa transtornos ao usuário. Utilizando sinais baseados em SSVEP, que por natureza possuem baixa amplitude e relação sinal-ruído também pequena, o uso de métodos de alta resolução se mostra interessante.

Os resultados corroboram a importância da filtragem dos sinais cerebrais e seleção de características para um melhor desempenho dos sistemas ICM. O uso de filtro adaptativo LMS mostrou-se satisfatório para alguns casos, quando comparado apenas com a abordagem da FFT. Com a REQM chegando em valores de 0,6545 Hz em valores próximos de frequências e 0,3925 Hz em frequências afastadas, nas SNRs maiores que 0 dB e tempo de amostragem de 1 s, considera-se satisfatória a estimação realizada. Até em tempos de amostragem menores, 0,75 s o método tem uma estimação das frequências aceitável para aplicações com poucas frequências e que não necessitam de um nível de precisão alto, com diferença de estimação menor que 0,5 Hz. Essa abordagem não tem uma perda de acurácia tão grande como ocorre na FFT por não estar intimamente ligado ao número de amostras. Prova-se que a FFT trabalha bem com uma janela maior de sinal para estimação, como visto na comparação de espectros de sinais reais com a amostragem total e parcial do sinal. Consequentemente, quanto maior a janela mais tempo de resposta, o que buscou-se diminuir.

Os métodos MODE e MODEX por sua vez, provaram sua aplicação no âmbito de frequências, com resultados excelentes tanto para frequências próximas quanto afastadas. Mesmo com um maior complexidade computacional, o tempo para estimação ainda é pequeno e o ganho pela alta resolução faz com que eles precisem de poucas amostras para trabalho. Com valores de 0.0059 Hz em SNR de -4 dB em frequência afastadas e 0.0344 Hz para SNR de 1 dB em frequências próximas, o MODEX classifica-se como um estimador ótimo continuando seu caráter assintótico à medida em que o ruído diminui. O

menor valor de REQM encontrado é desse método, em frequências próximas, no valor de 0,0095 Hz, valor suficiente para trabalhar em aplicações que demandam estimação precisa. Os tempos de estimação são maiores que os outros métodos analisados, porém o ganho de acurácia, necessidade de poucas amostras e tempo de amostragem menor fazem dele uma boa alternativa no uso de processamento em interfaces.

## 6.1 Sugestões para trabalhos seguintes

Ao longo da pesquisa outras questões foram levantadas, quanto ao tipo de análise mais profunda dos métodos trabalhados. Um dos pontos é da opção de transformá-los em métodos adaptativos. Do modo que estão implementados, eles já possuem um certo nível de recursividade, todavia um estudo mais complexo pode ser realizado, já que um dos impedimentos atuais é o tempo de execução contínuo.

Outro ponto a ser analisado é quanto ao tipo de implementação e desenvolvimento de um sistema real. Na busca de implementação de uma ICM de baixo custo, a necessidade de processamento deve ser avaliada, já que outras partes do sistema não necessitarão desse uso. A taxa de transmissão de dados também pode ser avaliada para casos mais práticos, o que influencia no tempo de aquisição e resposta do sistema.

# Referências

- ALVES, C. A. *Análise Teórica e Experimental de Métodos de Estimação de DOA e de Estimação de Frequências com Alta Resolução*. 2004. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/261248>>. Citado na página 31.
- ARAFAT, I. Brain-computer interface: Past, present future. *International Islamic University Chittagong (IIUC)*, 2011. Citado na página 11.
- BASTOS-FILHO, T. et al. Chapter 15 - towards a system to command a robotic wheelchair based on independent ssvp-bci. In: DIEZ, P. (Ed.). *Smart Wheelchairs and Brain-Computer Interfaces*. Academic Press, 2018. p. 369 – 379. ISBN 978-0-12-812892-3. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128128923000157>>. Citado na página 12.
- BIN, G. et al. Vep-based brain-computer interfaces: time, frequency, and code modulations [research frontier]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, v. 4, n. 4, p. 22–26, November 2009. ISSN 1556-603X. Citado na página 25.
- BOCCATO, L. et al. Application of natural computing algorithms to maximum likelihood estimation of direction of arrival. *Signal Processing*, v. 92, n. 5, p. 1338–1352, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2011.12.004>>. Citado na página 26.
- BRASIL. *Lei nº 13.146 - Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência*. [S.l.]: Diário Oficial da União, 2015. Citado na página 11.
- CAPATI, F. A.; BECHELLI, R. P.; CASTRO, M. C. Hybrid ssvp/p300 bci keyboard - controlled by visual evoked potential. In: . [S.l.: s.n.], 2016. p. 214–218. Citado na página 11.
- CHABUDA, A.; DURKA, P.; ŻYGIEREWICZ, J. High frequency ssvp-bci with hardware stimuli control and phase-synchronized comb filter. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, v. 26, n. 2, p. 344–352, Feb 2018. ISSN 1534-4320. Citado na página 12.
- CHB-MIT. *Electroencephalography*. 2017. Disponível em: <<http://www.bem.fi/book/13-13.htm03>>. Citado na página 23.
- CHEN, X. et al. A novel stimulation method for multi-class SSVEP-BCI using intermodulation frequencies. *Journal of Neural Engineering*, IOP Publishing, v. 14, n. 2, p. 026013, feb 2017. Citado na página 12.
- CHEN, X. et al. Control of a 7-dof robotic arm system with an ssvp-based bci. *International Journal of Neural Systems*, v. 28, n. 08, p. 1850018, 2018. PMID: 29768990. Disponível em: <<https://doi.org/10.1142/S0129065718500181>>. Citado na página 12.
- CHIVERS, I.; SLEIGHTHOLME, J. An introduction to algorithms and the big o notation. In: *Introduction to Programming with Fortran: With Coverage of Fortran 90, 95, 2003, 2008 and 77*. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 359–364. ISBN

978-3-319-17701-4. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-319-17701-4\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-319-17701-4_23)>. Citado na página 58.

DINIZ, P.; SILVA, E. da; NETTO, S. *Processamento Digital de Sinais - 2.ed.: Projeto e Análise de Sistemas*. Bookman Editora, 2014. ISBN 9788582601242. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=HoWaAgAAQBAJ>>. Citado na página 32.

ERKAN, E.; AKBABA, M. A study on performance increasing in ssvep based bci application. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, v. 21, n. 3, p. 421 – 427, 2018. ISSN 2215-0986. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2215098617316518>>. Citado na página 25.

FAN, X. et al. A brain–computer interface-based vehicle destination selection system using p300 and ssvep signals. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, v. 16, n. 1, p. 274–283, Feb 2015. ISSN 1524-9050. Citado na página 12.

FERREIRA, Y. R.; LEMOS, R. P. A new doa estimation algorithm based on differential spectrum. v. 1, p. 283–286, August 2005. Citado na página 31.

GERSHMAN, A. B.; STOICA, P. Mode with extra-roots (modex): a new doa estimation algorithm with an improved threshold performance. In: *1999 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings. ICASSP99 (Cat. No.99CH36258)*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 5, p. 2833–2836 vol.5. ISSN 1520-6149. Citado 5 vezes nas páginas 31, 33, 34, 35 e 59.

GRAIMANN B. Z. ALLISON, G. P. B. *Brain-Computer Interfaces: Revolutionizing Human-Computer Interaction*. [s.n.], 2010. Disponível em: <<https://www.springer.com/la/book/9783642020902>>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 23.

GÜNEYSU, A.; AKIN, H. L. An ssvep based bci to control a humanoid robot by using portable eeg device. In: *2013 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 6905–6908. ISSN 1094-687X. Citado na página 12.

HAKVOORT, G.; REUDERINK, B.; OBBINK, M. *Comparison of PSDA and CCA detection methods in a SSVEP-based BCI-system*. Netherlands: Centre for Telematics and Information Technology (CTIT), 2011. (CTIT Technical Report Series, TR-CTIT-11-03). Citado na página 12.

HAYKIN, S. *Modern filters*. Macmillan Press, 1989. ISBN 9780023527500. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=1CdTAAAAMAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. Macmillan Press, 1991. Disponível em: <[http://users.ics.forth.gr/tsakalid/UEVEG09/Book/Haykin-AFT\(3rd.Ed.\)\\_Introduction.pdf](http://users.ics.forth.gr/tsakalid/UEVEG09/Book/Haykin-AFT(3rd.Ed.)_Introduction.pdf)>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 59.

HELSEY, D.; GRIFFITHS, L. Linear estimation filters in spectral analysis. In: *ICASSP '76. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 1976. v. 1, p. 493–496. Citado na página 13.

HERRMANN, C. Human eeg responses to 1–100 hz flicker: Resonance phenomena in visual cortex and their potential correlation to cognitive phenomena. *Experimental brain research. Experimentelle Hirnforschung. Expérimentation cérébrale*, v. 137, p. 346–53, 05 2001. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 20.

JR, B. et al. *Análise do potencial evocado visualmente em sinais cerebrais para implementação de BCIs*. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, v. 82, n. Series D, p. 35–45, 1960. Citado na página 29.

KELLY, S. P. et al. Visual spatial attention tracking using high-density ssvep data for independent brain-computer communication. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, v. 13, n. 2, p. 172–178, June 2005. ISSN 1534-4320. Citado na página 11.

KRIM, H.; VIBERG, M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 13, n. 4, p. 67–94, July 1996. ISSN 1053-5888. Citado na página 27.

LEBEDEV, M. N. M. *Brain-machine interfaces: past, present and future*. Elsevier, 2016. Citado na página 13.

LEE, J. C.; TAN, D. S. Using a low-cost electroencephalograph for task classification in hci research. In: *Proceedings of the 19th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology*. New York, NY, USA: ACM, 2006. (UIST '06), p. 81–90. ISBN 1-59593-313-1. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/1166253.1166268>>. Citado na página 11.

LENZI, M. B. Os dados sobre deficiência nos censos demográficos brasileiro. *XVIII Encontro Nacional de Estudos Populacionais*, Nov 2012. Disponível em: <<http://www.abep.org.br/publicacoes/index.php/anais/article/view/2041>>. Citado na página 12.

LIN, Y.; LEE, C. Design of an fft/iff processor for mimo ofdm systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, v. 54, n. 4, p. 807–815, April 2007. ISSN 1549-8328. Citado na página 12.

LIU, Q. et al. Review: Recent development of signal processing algorithms for ssvep-based brain computer interfaces. *Journal of Medical and Biological Engineering*, v. 34, p. 299–309, 01 2014. Citado na página 25.

LOAN, C. V. *Computational Frameworks for the Fast Fourier Transform*. Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. ISBN 0-89871-285-8. Citado na página 59.

LOTTE, F. et al. A review of classification algorithms for eeg-based brain-computer interfaces. *Journal of neural engineering*, v. 4, n. 2, p. R1—R13, June 2007. ISSN 1741-2560. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1741-2560/4/2/R01>>. Citado na página 24.

- MACHADO, S. et al. Interface cérebro-computador: novas perspectivas para a reabilitação. 11 2018. Citado na página 17.
- MAK, J. N.; WOLPAW, J. R. Clinical applications of brain-computer interfaces: Current state and future prospects. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, v. 2, p. 187–199, 2009. ISSN 1937-3333. Citado na página 12.
- MULLER-PUTZ, G. R.; PFURTSCHELLER, G. Control of an electrical prosthesis with an ssvep-based bci. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 55, n. 1, p. 361–364, Jan 2008. ISSN 0018-9294. Citado na página 27.
- NICOLAS-ALONSO, L. F.; GOMEZ-GIL, J. Brain computer interfaces, a review. *Sensors*, v. 12, n. 2, p. 1211–1279, 2012. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<http://www.mdpi.com/1424-8220/12/2/1211>>. Citado na página 24.
- NIEDERMEYER, E.; SILVA, F. H. Lopes da. *Electroencephalography : basic principles, clinical applications, and related fields*. 5th ed. ed. [S.l.]: Philadelphia ; London : Lippincott Williams Wilkins, 2005. ISBN 0781751268. Citado na página 17.
- NOSE-FILHO, K. Desconvolução e separação cega de sinais esparsos e aplicações em sísmica de reflexão. 2015. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/260845>>. Citado na página 28.
- OBERMAIER, B. et al. Hidden markov models for online classification of single trial eeg data. *Pattern Recognition Letters*, v. 22, p. 1299–1309, 10 2001. Citado na página 27.
- OIKONOMOU, V. P. et al. Comparative evaluation of state-of-the-art algorithms for ssvep-based bcis. *CoRR*, abs/1602.00904, 2016. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1602.00904>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 37.
- OOSTENVELD, R.; PRAAMSTRA, P. The five percent electrode system for high-resolution eeg and erp measurements. *Clinical neurophysiology : official journal of the International Federation of Clinical Neurophysiology*, v. 112, p. 713–9, 05 2001. Citado na página 22.
- ROMANO, J. M.; LOPES, R. R.; TYGEL, M. *Processamento Digital de Sinais Geofísicos*. 2011. Disponível em: <[http://www.decom.fee.unicamp.br/~rlopes/conf/sbrt11\\_Proc\\_Sismico.pdf](http://www.decom.fee.unicamp.br/~rlopes/conf/sbrt11_Proc_Sismico.pdf)>. Citado na página 28.
- SILVA, A. D. da. *Desenvolvimento de um dispositivo SSVEP rápido e confiável utilizando eletrodos a seco e frequências acima de 25 Hz*. 2018. Disponível em: <<http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/8215>>. Citado na página 25.
- STOICA, P.; SHARMAN, K. C. Novel eigenanalysis method for direction estimation. *IEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, v. 137, n. 1, p. 19–26, Feb 1990. ISSN 0956-375X. Citado 3 vezes nas páginas 31, 33 e 59.
- VAID, S.; SINGH, P.; KAUR, C. Eeg signal analysis for bci interface: A review. p. 143–147, Feb 2015. ISSN 2327-0632. Citado na página 17.
- VILIC, A. *AVI SSVEP Dataset*. 2013. Disponível em: <<http://www.setzner.com/avi-ssvep-dataset/>>. Citado 5 vezes nas páginas 14, 18, 22, 37 e 49.

- VILIC, A. et al. Dtu bci speller: An ssvep-based spelling system with dictionary support. *Conference proceedings : ... Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Conference*, v. 2013, p. 2212–2215, 07 2013. Citado na página 37.
- VOURVOPOULOS, A.; LIAROKAPIS, F. Evaluation of commercial brain–computer interfaces in real and virtual world environment: A pilot study. *Computers Electrical Engineering*, v. 40, p. 714–729, 02 2014. Citado na página 11.
- WANG, H. et al. Discriminative feature extraction via multivariate linear regression for ssvep-based bci. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, v. 24, n. 5, p. 532–541, May 2016. ISSN 1534-4320. Citado na página 12.
- WANG, Y.-T.; WANG, Y.; JUNG, T.-P. A cell-phone-based brain–computer interface for communication in daily life. *Journal of Neural Engineering*, IOP Publishing, v. 8, n. 2, p. 025018, mar 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F1741-2560%2F8%2F2%2F025018>>. Citado na página 12.
- WOLPAW, J. et al. Brain-computer interfaces for communication and control. *Clinical neurophysiology : official journal of the International Federation of Clinical Neurophysiology*, v. 113, p. 767–91, 07 2002. Citado na página 23.
- YIN, E. et al. A dynamically optimized ssvep brain–computer interface (bci) speller. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 62, n. 6, p. 1447–1456, June 2015. ISSN 0018-9294. Citado na página 12.
- ZHANG, Y. et al. Ssvep recognition using common feature analysis in brain–computer interface. *Journal of Neuroscience Methods*, v. 244, p. 8 – 15, 2015. ISSN 0165-0270. Brain Computer Interfaces; Tribute to Greg A. Gerhardt. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016502701400106X>>. Citado na página 12.
- İŞCAN, Z.; NIKULIN, V. Steady state visual evoked potential (ssvep) based brain-computer interface (bci) performance under different perturbations. *PLOS ONE*, v. 13, p. e0191673, 01 2018. Citado na página 12.