



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO**



Katarina Leite de Sena, Vinícius Morais Calixto dos Santos

**ANÁLISE MODAL ESTÁTICA APLICADA AO PROBLEMA DE  
FLUXO DE CARGA EM COORDENADA RETANGULAR PARA  
AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE DE TENSÃO**

Goiânia  
2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

## **TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC no 1240/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei no 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação disponibilizado no RI/UFG é de responsabilidade exclusiva dos autores. Ao encaminhar(em) o produto final, o(s) autor(a)(es)(as) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

### **1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG)**

Nome(s) completo(s) do(a)(s) autor(a)(es)(as): **Katarina Leite de Sena; Vinícius Moraes Calixto dos Santos**

Título do trabalho: **Análise Modal Estática aplicada ao Problema de Fluxo de Carga em Coordenada Retangular para avaliação de Estabilidade de Tensão**

### **2. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador) Concorda com a liberação total do documento [ X ] SIM [ ] NÃO<sup>1</sup>**

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante: a) consulta ao(à)(s) autor(a)(es)(as) e ao(à) orientador(a); b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo do TCCG. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

#### **Casos de embargo:**

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro.

**Obs.: Este termo deve ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Igor Kopcak, Professor do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 11:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vinícius Moraes Calixto Dos Santos, Discente**, em 02/02/2024, às 11:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Katarina Leite De Sena, Discente**, em 02/02/2024, às 20:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4321161** e o código CRC **C8262723**.

---

Katarina Leite de Sena, Vinícius Morais Calixto dos Santos

# **ANÁLISE MODAL ESTÁTICA APLICADA AO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA EM COORDENADA RETANGULAR PARA AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE DE TENSÃO**

Trabalho de conclusão de curso orientado pelo Prof. Dr. Igor Kopcak e co-orientador Prof. Dr. Gelson Brigatto que tem como objetivo conclusão de graduação do curso de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás.

Orientador: Prof. Igor Kopcak, Dr.  
Co-orientador: Prof. Gelson Brigatto, Dr.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Sena, Katarina Leite de

Análise Modal Estática aplicada ao Problema de Fluxo de Carga em Coordenada Retangular para Avaliação de Estabilidade de Tensão [manuscrito] / Katarina Leite de Sena, Vinícius Morais Calixto dos Santos. - 2024.

xv, 15 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Igor Kopcak; co-orientador Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), , Goiânia, 2024.

Bibliografia.

Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, algoritmos.

1. Análise Modal Estática. 2. Fluxo de Carga. 3. Estabilidade de tensão. 4. Fluxo de Carga Retangular. I. Santos, Vinícius Morais Calixto dos . II. Kopcak, Igor, orient. III. Brigatto, Gelson Antônio Andréa, co orient. IV. Título.

CDU 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

## ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ao(s) 2 do mês de fevereiro do ano de 2024 iniciou-se a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “**Análise Modal Estática aplicada ao Problema de Fluxo de Carga em Coordenada Retangular para avaliação de Estabilidade de Tensão**”, de autoria de **Katarina Leite de Sena e Vinícius Morais Calixto dos Santos**, do curso de **Engenharia Elétrica**, do(a) ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO da UFG. Os trabalhos foram instalados pelo Prof. Dr. Igor Kopcak - Orientador (EMC/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Prof. Dr. Antônio César Baleeiro Alves (EMC/UFG), Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete (EMC/UFG). Ressalta-se também a presença do Prof. Dr. Gelson Antônio Andrêa Brigatto, co-orientador do trabalho. Após a apresentação, a banca examinadora realizou a arguição dos estudantes. Posteriormente, de forma reservada, a Banca Examinadora atribuiu a nota final de 9,0 (nove), tendo sido o TCC considerado aprovado.

Proclamados os resultados, os trabalhos foram encerrados e, para constar, lavrou-se a presente ata que segue assinada pelos Membros da Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Igor Kopcak, Professor do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 11:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Lina Paola Garces Negrete, Professora do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 12:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4321167** e o código CRC **543B66CC**.

# Análise Modal Estática aplicada ao Problema de Fluxo de Carga em Coordenada Retangular para Avaliação de Estabilidade de Tensão

Katarina Leite de Sena (EMC/UFG), Vinícius Morais Calixto dos Santos (EMC/UFG)

*Resumo* — A instabilidade de tensão é um fenômeno diretamente relacionado com a incapacidade de um sistema de energia elétrica em suprir sua demanda de potência ativa, ocasionada por um suporte de potência reativa inadequado. Tradicionalmente, as margens de estabilidade de tensão são calculadas por métodos estáticos, baseados no problema de fluxo de carga. Adicionalmente, a Análise Modal Estática tem sido uma ferramenta de estudo para identificar barras ou áreas críticas quanto à estabilidade de tensão. Essa metodologia se utiliza da representação dos fasores de tensão em coordenadas cilíndricas, ou polares. Diferentemente, neste trabalho, propõe-se aplicar a Análise Modal Estática à Jacobiana do Fluxo de Carga em Coordenadas Retangulares, em que os fasores das tensões são representados por suas coordenadas cartesianas nos eixos real e imaginário. Objetivou-se avaliar se essa nova abordagem pode agregar novas informações qualitativas à identificação das barras críticas do sistema quanto à estabilidade de tensão, de forma a complementar a Análise Modal Estática tradicional. Para a análise de resultados, empregaram-se redes de transmissão conhecidas da literatura e, para a comparação de desempenho dos métodos desenvolvidos neste trabalho, adotou-se a Análise Modal Estática em coordenadas polares como referência. Os resultados obtidos mostram que o método desenvolvido neste trabalho é satisfatório, visto que as margens de estabilidade de tensão fornecidas são próximas aquelas do método tradicional, além da Análise Modal Estática aplicada ao Fluxo de Carga Retangular ter fornecido a classificação correta das barras críticas dos sistemas testados.

*Termos Chaves* — Análise Modal Estática, Fluxo de Carga, Estabilidade de tensão, Fluxo de Carga Retangular.

*Abstract* — A voltage instability is a phenomenon directly linked to the inability of an electrical power system to meet its demand for active power, caused by inadequate reactive power support. Traditionally, voltage stability margins are calculated through static methods based on the load flow problem. Additionally, Static Modal Analysis has been a tool for identifying critical buses or areas regarding voltage stability. This methodology uses the representation of voltage phasors in cylindrical or polar coordinates. In contrast, this study proposes applying Static Modal Analysis to the Jacobian of Load Flow in Rectangular Coordinates, where voltage phasors are represented by their Cartesian coordinates on the real and imaginary axes. The aim was to assess whether this new approach could provide additional qualitative information for identifying critical buses regarding voltage stability, complementing traditional Static Modal Analysis. For the analysis of results, well-known transmission networks from the literature were employed, and for comparing the performance of the methods developed in this study, Static Modal Analysis in polar coordinates was adopted as a reference. The results

obtained demonstrate that the method developed in this study is satisfactory, as the provided voltage stability margins are close to those of the traditional method, and the Static Modal Analysis applied to Rectangular Load Flow classified the critical buses of the tested systems correctly.

*Index Terms* — Static Modal Analysis, Load Flow, Stability Voltage, Rectangular Load Flow.

## I. INTRODUÇÃO

Um Sistema Elétrico de Potência (SEP) é um complexo conjunto de componentes interligados, projetados para gerar, transmitir e distribuir energia elétrica em larga escala. Composto por usinas geradoras, linhas de transmissão, subestações e redes de distribuição, um SEP tem como objetivo a entrega confiável de eletricidade para consumidores em todo o mundo. Em contrapartida, nos últimos anos, o consumo global de energia tem aumentado devido, principalmente, ao crescimento da população e à industrialização dos países em desenvolvimento. Nesse contexto, os sistemas elétricos de potência de muitos países têm experimentado problemas de estabilidade e até mesmo colapsos de tensão, uma vez que os componentes da rede são levados a operar próximos dos seus limites. Muitos blecautes ocorridos nos últimos 25 anos foram causados por instabilidades e são exemplos da importância deste assunto. O blecaute ocorrido no Brasil em 1999 e mais recentemente em 2022, que afetou o fornecimento de energia em 25 estados e no Distrito Federal, evidenciam a dimensão e a gravidade das consequências de instabilidade em um sistema de potência [1].

O problema de estabilidade do sistema de potência pode ser classificado como sendo estabilidade de ângulo, estabilidade de frequência e estabilidade de tensão. Para as categorias de estabilidade de ângulo e de tensão, pode-se abordar esses problemas segundo duas subcategorias: pequenas e grandes perturbações [2]. É importante ressaltar que neste trabalho tem-se como escopo a estabilidade de tensão à pequenas perturbações.

Estabilidade de tensão é a habilidade de um sistema elétrico em manter os níveis aceitáveis de tensão para todos os barramentos sob condições normais de operação após uma perturbação. Um sistema entra em estado de instabilidade quando um distúrbio incrementa a demanda de carga ou por mudanças significativas na topologia do sistema, como perda de grandes blocos de geração, perda de linhas de transmissão com grandes carregamentos, entre outros, causando uma incontrolável e progressiva queda de tensão [2]. O sistema se torna incapaz de atender suas demandas de potências ativa e

reativa quando ocorre um colapso de tensão, proveniente da queda nas magnitudes das tensões das barras.

Sendo assim, manter a estabilidade em níveis aceitáveis se tornou uma preocupação geral, uma vez que está ligada à confiabilidade e ao desempenho eficaz do sistema elétrico. A manutenção de margens apropriadas de estabilidade de tensão não apenas resguarda a segurança operacional dos equipamentos elétricos, mas também contribui para a qualidade geral da energia fornecida aos consumidores.

Ao analisar um sistema elétrico de potência em operação sob condições normais, é possível observar que um aumento na demanda de carga, ocorrido em um determinado instante de tempo, resultaria no incremento das perdas de potência na transmissão, que por sua vez afetariam as magnitudes das tensões e aumentaria o ângulo de carga do sistema. Se houver reserva de reativos e capacidade de transmissão suficientes, o processo pode encontrar um novo ponto de equilíbrio estável, ou seja, um novo ponto de operação estável. Em caso contrário, o processo tende à instabilidade e consequentemente numa queda progressiva das tensões [3].

Em SEP o critério de estabilidade de Lyapunov é relaxado, tal que as tensões não devem necessariamente retornar ao seu ponto pré-perturbação, mas devem atingir um novo estado dentro de uma faixa aceitável de valores. Portanto, torna-se importante conhecer com que margem de estabilidade de tensão o sistema está operando, isto é, a medida da distância entre o ponto base de operação e o ponto de máximo carregamento do sistema [3].

Os sistemas elétricos de potência e os problemas de instabilidade de tensão a ele associados possuem características dinâmicas, exigindo assim métodos apropriados. No entanto, devido às variações lentas das tensões, métodos estáticos também são utilizados e se baseiam na análise da matriz Jacobiana do fluxo de carga.

Este trabalho de conclusão do curso tem como objetivo o desenvolvimento da Análise Modal Estática à Jacobiana do Fluxo de Carga em Coordenadas Retangulares, avaliando se esta nova abordagem pode agregar novas informações qualitativas à identificação das barras críticas do sistema quanto à estabilidade de tensão, de forma a complementar a Análise Modal Estática tradicional.

O prosseguimento deste trabalho é organizado nos seguintes tópicos: na seção II é apresentada a base teórica para o desenvolvimento da análise modal estática para a Jacobiana do fluxo de carga em coordenadas polares, abordada na seção III, na seção IV são apresentados os testes realizados em sistemas modelos para verificação do método descrito anteriormente, na seção V são apresentadas as análises de resultados e, por fim, as conclusões do trabalho são apresentadas na seção VI.

## II. BASE TEÓRICA

### A. Estabilidade de Tensão

Os limites de estabilidade de tensão surgem como desafios para a operação do sistema, sendo de suma importância a utilização de metodologias de análise de estabilidade de tensão que indiquem a distância do ponto de equilíbrio até o limite de estabilidade, além das que apresentam indicativos de áreas críticas do sistema podendo, consequentemente,

apresentar possíveis medidas de correção para garantir determinados níveis de segurança [3].

As análises de estabilidade de tensão podem ser subdivididas em duas categorias, sendo estas a *Estabilidade de Grandes perturbações* e a *Estabilidade de Pequenas perturbações*. A estabilidade de grandes perturbações é a resposta do sistema quando submetido a distúrbios significativos, podendo ser uma falta na rede de transmissão, perdas de grandes blocos de geração ou carga. Normalmente, os casos relacionados a este tipo são estudados por simulações no domínio do tempo, que exigem modelagem dinâmica completa dos componentes do sistema. Em contrapartida, a estabilidade de pequenas perturbações é a resposta do sistema quando submetido a pequenas, e/ou graduais variações na carga, ou com a perda de elementos pouco significativos. Permite uma modelagem mais simplificada, podendo a dinâmica dos componentes ser representada por modelos linearizados [3].

Os estudos sobre estabilidade de tensão podem ser realizados por meio de análises dinâmicas em quaisquer circunstâncias, ou por meio de análises estáticas, quando o problema trata de fenômenos com resposta dinâmica lenta. Apesar dessa restrição, os métodos estáticos possibilitam também o cálculo das margens de estabilidade. Os métodos dinâmicos mais comuns para análise de estabilidade de tensão envolvem simulação não linear no domínio do tempo, normalmente para grandes perturbações, ou análise modal, para pequenas perturbações.

Os métodos de análise modal permitem a identificação de situações em que há perda de estabilidade, bem como a escolha de ações preventivas e/ou corretivas capazes de melhorar a segurança do ponto de operação. Essa modelagem envolve o cálculo dos autovalores e autovetores críticos associados à matriz de estados do sistema, a qual é obtida por meio da linearização das equações algébricas e diferenciais não-lineares que descrevem a dinâmica de um sistema elétrico [3].

Em contrapartida, os métodos estáticos permitem uma rápida e simples avaliação das condições críticas do sistema, associadas à singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de carga, visto que tal singularidade pode representar, satisfazendo-se alguns critérios, instabilidade de tensão representada por uma bifurcação sela-nó da matriz de estados do modelo dinâmico linearizado. Dentre os métodos estáticos, destaca-se também a metodologia de curvas PV, que é normalmente utilizada para avaliar a margem de estabilidade de tensão, indicando os carregamentos em que o sistema pode encontrar um ponto de operação estável [3].

### B. Margem de Estabilidade de Tensão por Curvas PV

O método baseado nas curvas PV tem como objetivo informar a margem de estabilidade de tensão, sendo atualmente a forma mais aceita para determinar esta margem [3,4]. Esta curva representa uma medida da distância, em MW ou em percentual, do ponto de operação base do sistema ao ponto de máximo carregamento, também conhecido como “nariz” da curva.

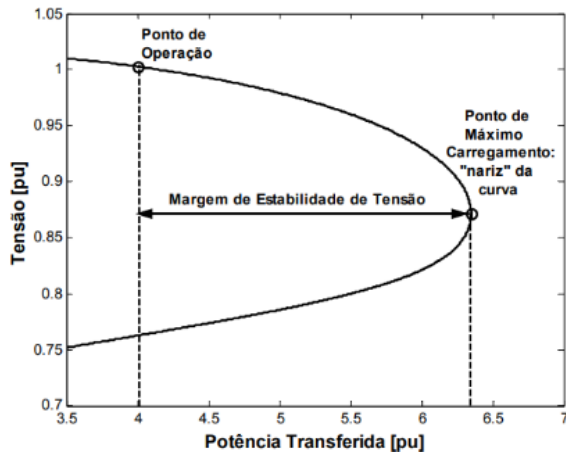


Figura 1: Margem de estabilidade de tensão pelo método da curva PV [2].

A obtenção da curva se dá pela solução de fluxos de potência, sendo considerado uma sucessão de incrementos de carga e geração. Pode ser obtida de duas maneiras, para todo o sistema em estudo, ou para determinadas áreas do sistema.

Para o primeiro caso, a curva PV é obtida para o sistema como um todo, realizando o aumento do carregamento para todas as barras de carga proporcionalmente, mantendo o fator de potência constante, sendo toda a geração do sistema ajustada para atender a demanda que é acrescida durante a construção e obtenção da curva PV.

Para o segundo caso, margens são obtidas para cada área do sistema, ou seja, diferentes margens serão obtidas durante a construção da curva. Cada área recebe um aumento de carregamento sendo, conforme primeiro modo, mantido um fator de potência constante, as gerações que estão externas a área estudada se mantem constante, sendo o excedente de carga acrescida suprida apenas pela geração intrínseca à área [4].

Mesmo que o segundo método seja capaz de identificar áreas mais vulneráveis a ocorrer um colapso de tensão, para o estudo da estabilidade de tensão é mais conveniente realizar o aumento de carga em todas as barras do sistema de estudo, mantendo constante o fator de potência e repartindo o aumento da demanda entre todos os geradores. Para o presente estudo, foi utilizada esta abordagem, visto que se objetiva determinar a barra crítica do sistema, ou seja, a barra que mais contribui para o colapso de tensão.

Esta análise faz parte das abordagens estáticas, sendo uma metodologia usada por agentes do setor elétrico, pois possibilita definir a capacidade de demanda máxima que o sistema pode atender. O "nariz" da curva PV define o ponto de máximo carregamento, ou ponto de máxima demanda, que o sistema é capaz de suportar, neste ponto a matriz jacobiana do fluxo de carga é singular. Deste modo, a margem de estabilidade de tensão pode ser definida como o máximo acréscimo de carga, demanda, que um sistema pode suportar, partindo do seu ponto base de operação até que este carregamento atinja o ponto de instabilidade de tensão.

Habitualmente, o método de Newton-Raphson é utilizado para a obtenção destas curvas por ser comumente aplicado como método de solução em programas de fluxo de carga. À medida que a matriz Jacobiana se aproxima de sua singularidade o método de Newton-Raphson se torna ineficiente, apresentando problemas de convergência, podendo requerer metodologias complementares para

possibilitar a geração da curva PV. Dentre essas metodologias existem os *Métodos da Continuação* [3].

Este método acrescenta o nível de carregamento do sistema como uma nova variável no conjunto de equações não-lineares, representantes dos balanços das potências das barras, para o modelo de fluxo de carga convencional. Os métodos de continuação são normalmente divididos em quatro etapas: previsão, correção, parametrização e controle de passo [3].

Na etapa de previsão é realizado o incremento de carga para o sistema, apresentando um estado aproximado para a nova carga. Essa etapa é realizada por um passo sobre a reta tangente a curva PV, sendo conhecido por método do vetor tangente. Pode ser utilizado também um preditor secante para possibilitar a previsão do novo estado, porém sendo esta menos precisa que o método anterior.

Apesar do método escolhido para a primeira etapa, verifica-se que, dependendo do passo dado, o ponto que foi previsto pode estar significativamente fora da curva, sendo necessário usar a etapa de correção, para corrigir o estado previsto, retornando a curva, ou seja, resolve-se o fluxo de carga partindo do ponto encontrado na etapa de previsão. A solução correta é obtida verificando os valores que outras variáveis devem ter, ao selecionar um dos estados previstos. É realizada uma parametrização local para que a singularidade da Jacobiana seja controlada, sendo escolhida uma variável de estado como parâmetro de continuação, com seu valor sendo determinado a cada passo dado do método de continuação, logo a eficiência deste método para a construção da curva PV depende de uma escolha satisfatória do parâmetro de continuação. A escolha vem a partir da análise da variação de estados dos dois últimos pontos corretos, o com a maior variação é escolhido como parâmetro [3].

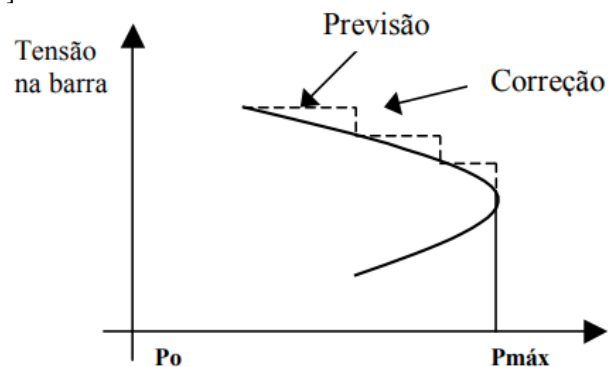


Figura 2: Etapa de previsão e correção [2].

Duas possíveis escolhas para o parâmetro de continuação são o carregamento e tensão na barra crítica como parâmetro (Figura 3), ou apenas a tensão na barra crítica como parâmetro (Figura 4). Para o primeiro caso, o carregamento é utilizado como parâmetro apenas enquanto este estiver distante da região de singularidade da curva, aproximando-se do ponto crítico o parâmetro passa a ser a tensão de uma das barras, normalmente sendo a tensão da barra crítica. No segundo caso é usada a tensão da barra crítica como o parâmetro percorrendo por toda curva PV, facilitando o processo de solução, visto que, não seria necessária a alteração do parâmetro. A barra crítica é definida por ser a barra que sofre a maior queda de tensão durante o acréscimo de demanda no sistema.

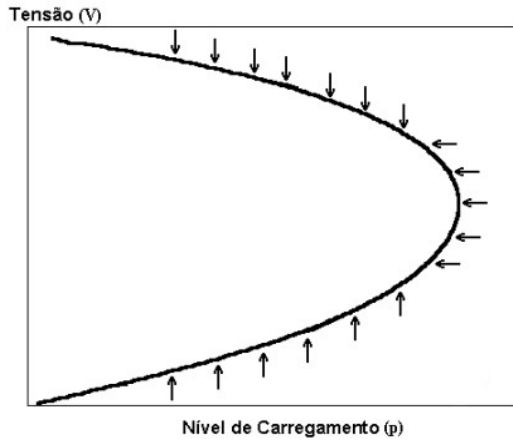


Figura 3: Parâmetro de continuação carregamento + tensão de barra [3].

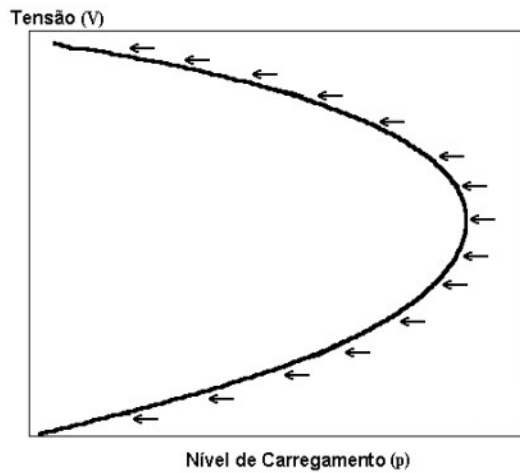


Figura 4: Parâmetro de continuação tensão da barra crítica [3].

Por fim, aplica-se o controle de passo, para possibilitar a maior precisão ao se obter a condição de máximo carregamento. O controle é baseado no número de iterações da etapa de correção, se este for pequeno o sistema está em condições de carga leve ou normal, podendo manter o tamanho do passo. Caso o número de iterações durante a etapa de correção seja grande, o sistema está estressado, indicando que o tamanho do passo deve diminuir para a próxima iteração.

Portanto, o método da continuação soluciona o problema para a obtenção da curva PV. Entretanto, a metodologia de curva PV é limitada apenas para a definição de margens do sistema, não fornecendo informações adicionais sobre barras e/ou áreas críticas para a estabilidade de tensão. Desta forma, é necessária a realização de análises aprofundadas que possam definir as possíveis deficiências do sistema. Para o presente estudo, foi utilizada a análise modal estática.

Ressalta-se que neste trabalho não foi implementado um método de continuação. Por simplificação, o carregamento do sistema foi aumentado multiplicando-se diretamente as potências ativa e reativa das cargas e as potências ativas dos geradores pelo fator de carregamento. Para cada valor de carregamento foi obtido o novo estado da rede solucionando-se um Fluxo de Carga em Coordenadas Retangulares pelo método de Newton-Raphson. Considerou-se como máximo carregamento o ponto em que o método de fluxo de carga não atingiu uma solução conforme os critérios estabelecidos,

ou seja, atingiu o número máximo de iterações sem encontrar uma solução.

### C. Autovalor e Autovetor

Os autovalores e autovetores são ferramentas da álgebra linear e da teoria das matrizes que surgiram no estudo de formas quadráticas e equações diferenciais. O matemático alemão Karl Weierstrass estabeleceu uma relação importante na teoria da estabilidade iniciada por Laplace, ao perceber que matrizes mal condicionadas podem causar instabilidade.

Considerando a transformação linear  $T: V \rightarrow W$ , temos que [9]:

$$T(v) = \lambda v \quad (1)$$

Sendo,

$\lambda$ : autovalor escalar

$v$ : autovetor ( $v \geq 0$ )

Como toda transformação linear pode ser escrita pela multiplicação de uma matriz por um vetor, temos que [9]:

$$T(v) = A v \quad (2)$$

Sendo,

$A$ : matriz quadrada de dimensão  $n$

Igualando as equações (1) e (2), temos um sistema homogêneo representado pela equação (3), no qual  $I$  corresponde à matriz identidade de dimensão  $n$  [9]:

$$(A - \lambda I) v = 0 \quad (3)$$

Os vetores  $v \geq 0$  para os quais existe um autovalor  $\lambda$  que resolve a equação (3) são chamados de autovetores da matriz  $A$  e os valores de  $\lambda$ , que conjuntamente com  $v$  resolvem a equação, são chamados de autovalores da matriz  $A$  associados aos respectivos autovetores. Para que a equação (3) tenha solução além da trivial é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja zero, isto é [9]:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (4)$$

A equação (4) resulta em um polinômio de grau  $n$  em  $\lambda$ , conhecido como polinômio característico. As raízes do polinômio característico são os autovalores da matriz  $A$  [9]. Para se encontrar os autovetores basta substituir o valor do autovalor na equação original e encontrar o autovetor. O autovalor será, então, associado ao autovetor encontrado e matriz dos autovetores é denominada de matriz modal [9].

Neste trabalho, os autovalores e autovetores da matriz Jacobiana serão calculados por rotinas internas do Matlab.

### D. Análise Modal Estática

A análise modal estática permite determinar as áreas críticas do sistema, de forma a complementar as análises de estabilidade de tensão, ao identificar quais os locais mais deficientes do sistema e as melhores alternativas para aplicação de medidas de reforço contra o problema de instabilidade [4].

A estabilidade de tensão está relacionada à resposta de tensão diante das variações de potência ativa e reativa.

Portanto, utiliza-se a análise dos autovalores e autovetores da matriz que relaciona as alterações incrementais de potência ativa e reativa com os incrementos de ângulo e magnitude da tensão nas barras [5]. Essa análise é evidenciada pela equação (5), na qual os elementos da matriz Jacobiana representam as sensibilidades entre as variações das injeções de potência e as variações das tensões nas barras do sistema.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5)$$

Sendo,

- $\Delta P$ : variação incremental de potência ativa
- $\Delta Q$ : variação incremental de potência reativa
- $\Delta \theta$ : variação incremental do ângulo da tensão nodal
- $\Delta V$ : variação incremental da magnitude da tensão nodal

Os autovalores indicam o quão próximo o sistema se encontra da instabilidade. Nesse sentido, autovalores positivos estão associados à estabilidade, e um autovalor nulo determina que o sistema atingiu a singularidade, o que caracteriza uma bifurcação. A bifurcação sela-nó é o caso específico onde duas trajetórias de equilíbrio se encontram, e devido à sua característica, o sistema não é mais estável quando atinge o ponto de bifurcação. Quando pelo menos um autovalor se torna negativo, o sistema atingiu a instabilidade [5].

De (5), temos que:

$$\Delta P = J_{P\theta}\Delta\theta + J_{PV}\Delta V \quad (6)$$

$$\Delta Q = J_{Q\theta}\Delta\theta + J_{QV}\Delta V \quad (7)$$

Supondo que, para cada ponto de operação, as variações de potência ativa são nulas ( $\Delta P = 0$ ), as equações (6) e (7) podem ser reorganizadas de modo que a estabilidade de tensão é avaliada considerando apenas a relação entre tensão e potência reativa, como representado nas equações (8) e (9):

$$\Delta Q = J_R \Delta V \quad (8)$$

$$\Delta V = J_R^{-1} \Delta Q \quad (9)$$

Nas quais  $J_R$  é a matriz Jacobiana reduzida do sistema e é dada por:

$$J_R = [J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}] \quad (10)$$

A estabilidade do sistema pode ser avaliada por meio do sinal das sensibilidades V-Q (relação entre tensão e potência reativa) de todas as barras do sistema. Quando a sensibilidade V-Q for positiva, a tensão irá aumentar conforme houver injeção de potência reativa em uma determinada barra, indicando que o sistema é estável. Em contrapartida, o sistema será instável se a sensibilidade V-Q for negativa. A estabilidade do sistema aumenta conforme a sensibilidade diminui, e se torna infinita no limite de estabilidade de tensão onde a matriz Jacobiana reduzida é singular [3].

No entanto, essa análise é limitada, visto que a instabilidade de tensão não ocorre para barras individuais, e

sim para modos individuais, exibindo para cada barra do sistema um grau de participação diferente. A análise modal estática permite superar essa deficiência do método de sensibilidades V-Q [3].

A análise modal estática consiste em determinar os autovalores e autovetores esquerdos e direitos associados à matriz  $J_R$ . Inicialmente, é necessário entender o conceito de modo de instabilidade de tensão. Para o  $i$ -ésimo modo tem-se que:

$$\Delta v_i = \frac{1}{\lambda_i} \Delta q_i \quad (11)$$

Sendo,

- $\Delta v$ : tensão modal
- $\Delta q$ : potência reativa modal
- $\lambda$ : autovalor

Cada autovalor  $\lambda_i$  define o  $i$ -ésimo modo de instabilidade de tensão do sistema. A magnitude de cada autovalor  $\lambda_i$  determina o quão fraco é o modo de instabilidade correspondente. Quanto menor for a magnitude, mais fraco será o modo e mais próximo o sistema estará da instabilidade. Dessa maneira, busca-se identificar a barra do sistema que irá impactar mais o modo mais fraco, a fim de aplicar uma ação de controle para melhorar o índice de estabilidade de tensão do sistema [5].

A partir do cálculo dos autovalores e autovetores esquerdos e direitos da  $J_R$  são obtidos os fatores de participação (FP) das barras de carga (tipo PQ) nos modos críticos, fornecendo informações importantes sobre os mecanismos de instabilidade e as áreas mais vulneráveis a problemas de instabilidade de tensão. O fator de participação (FP) da barra  $k$  no modo  $i$  é dado por:

$$FP_{ik} = u_{ik} v_{ki} \quad (12)$$

Na qual,

- $u_{ik}$ : autovetor direito da barra  $k$  associado a  $\lambda_i$
- $v_{ki}$ : autovetor esquerdo da barra  $k$  associado a  $\lambda_i$

Portanto, o fator de participação é definido como o produto, elemento por elemento, dos autovetores esquerdo e direito da matriz Jacobiana reduzida. Esse FP pode ser calculado considerando-se apenas a variação de potência reativa, sendo definido como Fator de Participação Reativo de Carga (FPR de Carga), visto que a matriz Jacobiana reduzida contém sensibilidades apenas para barras de carga (tipo PQ) [3].

Se  $J_R$  é singular, uma pequena variação de potência reativa em uma única barra do sistema pode causar um colapso de tensão em uma barra, ou em um grupo de barras. Os autovetores de  $J_R$  permitem a identificação das áreas críticas, revelando as barras onde o aumento de consumo de reativos da carga seria mais prejudicial para a estabilidade do sistema.

Na análise modal, os autovetores críticos não apresentam variações tão bruscas nas proximidades do ponto de colapso de tensão. Isto significa que as áreas críticas do sistema não mudam abruptamente devido a pequenas variações no carregamento e configuração do sistema. Além disso, a direção indicada pelos fatores de participação garante que a injeção de potência reativa e o corte de carga sejam os

mínimos necessários para aumentar a margem de estabilidade do sistema [4].

### E. Fluxo de Carga Retangular (FCR)

O chamado problema do fluxo de carga (PFC) configura-se em um dos estudos mais frequentes dentre os realizados para sistemas elétricos de potência (SEP), pelo fato de seu cálculo se inserir em temas mais amplos, como problemas de otimização e análises de curto-circuito, contingências, controle e estabilidade de redes [6].

O cálculo do PFC permite determinar as condições de operação de uma rede elétrica em regime permanente. Sabendo-se a topologia e as condições de geração e consumo do sistema em estudo, a solução do PFC possibilita determinar o estado das tensões de barra do sistema, além de certas potências geradas e as transmitidas e dissipadas na rede [6].

O modelo convencional do problema do fluxo de carga é baseado em um conjunto de equações algébricas não-lineares, que constituem o modelo estático do sistema, e sua solução é determinada por meio de métodos iterativos desenvolvidos especificamente para esse conjunto de equações e suas incógnitas. No equacionamento básico do PFC, o estado das tensões (magnitude e ângulo de fase) complexas de barras é adotado em coordenadas polares, o que permite ser reformulado também em coordenadas retangulares [6].

Inicialmente, tem-se que a injeção líquida de potência  $\hat{S}_k$  em uma barra genérica  $k$ , em função dos elementos da matriz admitância do sistema elétrico em estudo, é dada por:

$$\hat{S}_k = \hat{E}_k \hat{I}_k^* \quad (13)$$

$$\hat{S}_k = \hat{E}_k (G_{kk} + jB_{kk})^* E_k^* + \hat{E}_k \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} + jB_{km})^* E_m^* \quad (14)$$

Onde,

$\hat{E}_k$ : Tensão complexa da barra  $k$

$\hat{E}_m$ : Tensão complexa da barra  $m$

$\hat{I}_k$ : Injeção líquida de corrente da barra  $k$

$G_{kk}$ : Elementos da diagonal da matriz condutância [G]

$G_{km}$ : Elementos fora da diagonal da matriz condutância [G]

$B_{kk}$ : Elementos da diagonal da matriz susceptância [B]

$B_{km}$ : Elementos fora da diagonal da matriz susceptância [B]

Definindo  $e_k$  e  $f_k$  como as partes real e imaginária da tensão complexa  $\hat{E}_k$  da barra  $k$  na forma retangular, tal que  $\hat{E}_k = e_k + j f_k$ , bem como  $e_m$  e  $f_m$  como as partes real e imaginária da tensão complexa  $\hat{E}_m$  da barra  $m$ , tal que  $\hat{E}_m = e_m + j f_m$ , temos que a injeção líquida de potência ativa  $P_k$  e a injeção líquida de potência reativa  $Q_k$  são calculadas por:

$$P_k = (e_k^2 + f_k^2) G_{kk} + e_k \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) + f_k \sum_{m \in \Omega_k} (e_m B_{km} + f_m G_{km}) \quad (15)$$

$$Q_k = -(e_k^2 + f_k^2) B_{kk} - e_k \sum_{m \in \Omega_k} (e_m B_{km} + f_m G_{km}) + f_k \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \quad (16)$$

Essas são as equações básicas do PFC em coordenadas retangulares e definem o balanço de potência de barras.

O problema do fluxo de carga é normalmente decomposto em dois subproblemas de equações e incógnitas com procedimentos distintos, e são definidos como subsistema 1 e subsistema 2. O subsistema 1 consiste na obtenção do estado das tensões de barra desconhecido do sistema elétrico, envolvendo um método de cálculo iterativo de um conjunto de equações algébricas. O subsistema 2 consiste na obtenção das incógnitas restantes do PFC com base no estado das tensões de barra calculado no subsistema 1, bem como outras incógnitas de interesse do sistema, como potências *shunts* de barra e fluxos e perdas de potência nos ramos da rede [6].

O cálculo do subsistema 1 consiste em determinar as variáveis de estado desconhecidas da rede. Em coordenadas polares, o módulo da tensão  $V_k$  para NPV barras é especificado, mas o ângulo de fase  $\theta_k$  é desconhecido. Nesse sentido, em coordenadas retangulares, a solução do subsistema 1 consiste em calcular  $e_k$  e  $f_k$  para NPQ e também para NPV barras.

A fim de diferenciar dados e incógnitas, o lado esquerdo e direito das equações (15) e (16) foi renomeado com as denominações ‘especificado’ e ‘calculado’. O dado especificado das equações corresponde às injeções líquidas de potência de barras e as incógnitas a serem calculadas correspondem à soma dos fluxos de potência de ramos e *shunts*. Sendo assim, as equações (15) e (16) podem ser definidas como:

$$P_k^{esp} = P_k^{calc} \quad (17)$$

$$P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0 \quad (18)$$

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} \quad (19)$$

$$Q_k^{esp} = Q_k^{calc} \quad (20)$$

$$Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0 \quad (21)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} \quad (22)$$

Calculando-se  $\Delta P_k$  para NPQ + NPV barras e  $\Delta Q_k$  para NPQ barras de uma rede elétrica em estudo, pode-se definir  $P_-^{esp}$  e  $Q_-^{esp}$  como os vetores de potências de barras especificadas, e  $P_-^{calc}$  e  $Q_-^{calc}$  como os vetores de potências de barra calculadas, totalizando 2NPQ + NPV equações.

$$\text{Para NPQ + NPV barras: } \Delta P_- = P_-^{esp} - P_-^{calc} = 0 \quad (23)$$

$$\text{Para NPQ barras: } \Delta Q_- = Q_-^{esp} - Q_-^{calc} = 0 \quad (24)$$

Para que o subsistema 1 seja compatível com o método de Newton-Raphson, a literatura técnica propõe empregar o chamado desvio quadrático de tensão  $\Delta V_k^q$  para NPV barras como equação adicional. Essa proposta permite igualar o número de incógnitas com o número de equações, tornando assim o sistema possível de ser determinado, totalizando 2NPQ + 2NPV.

$$\Delta V_k^q = (V_k^{esp})^2 - (V_k^{calc})^2 \quad (25)$$

$$\Delta V_k^q = (V_k^{esp})^2 - (e_k^2 + f_k^2) = 0 \quad (26)$$

Definindo-se  $V_-^{esp}$  como vetor de tensões de barra especificadas e  $V_-^{calc}$  como vetor de tensões de barra calculadas para NPV barras, tem-se que o conjunto de

funções de resíduo quadrático de tensão é dado a seguir, com o acréscimo deste vetor de equações ao conjunto de funções de resíduo  $\Delta Q_-$  definido pela equação (24).

$$\begin{aligned} \text{Para NPV barras: } \Delta V_-^q &= (V_-^{esp})^2 - (V_-^{calc})^2 \\ &= (V_-^{esp})^2 - (e_k^2 + f_k^2) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Após definir os vetores de variáveis  $e$  e  $f$  e considerando-se os vetores de equações  $\Delta P_-$ ,  $\Delta Q_-$  e  $\Delta V_-^q$ , tem-se que os vetores de variáveis  $x$  e funções  $f(x)$  do método de Newton-Raphson são definidos por:

$$x = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ + NPV \end{matrix} \quad (28)$$

$$f_-(x_-) = \left[ \frac{\Delta P_-}{\Delta Q_- \text{ ou } \Delta V_-^q} \right] =$$

$$\left[ \frac{P_-^{esp} - P_-^{calc}}{Q_-^{esp} - Q_-^{calc} \text{ ou } (V_-^{esp})^2 - (V_-^{calc})^2} \right] \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ + NPV \end{matrix} \quad (29)$$

Similar à formulação polar, tem-se que a matriz de derivadas parciais do método de Newton-Raphson possui quatro tipos de relação entre funções e variáveis, tal que a matriz Jacobiana [J] é constituída por quatro submatrizes. Considerando-se que os vetores de injeções de potências  $P_-^{esp}$  e  $Q_-^{esp}$ , e os vetores de tensões  $V_-^{esp}$  são dados do sistema e apresentam derivada nula, então as submatrizes da jacobiana são dadas por [6]:

$$[J] = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P_-^{calc}}{\partial e_-} & \frac{\partial P_-^{calc}}{\partial f_-} \\ \frac{\partial Q_-^{calc}}{\partial e_-} \text{ ou } \frac{\partial (V_-^{calc})^2}{\partial e_-} & \frac{\partial Q_-^{calc}}{\partial f_-} \text{ ou } \frac{\partial (V_-^{calc})^2}{\partial f_-} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$[J] = - \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix} \quad (31)$$

Assim, para a iteração  $i$  e com base no vetor de estado das tensões de barra obtido na iteração anterior, a equação básica do método de Newton-Raphson para o cálculo do subsistema 1 do PFC é descrita por:

$$x_-^{(i+1)} = x_-^{(i)} - [J^{(i)}]^{-1} f_-(x_-^{(i)}) \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} e_-^{(i+1)} \\ f_-^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_-^{(i)} \\ f_-^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [H^{(i)}] & [N^{(i)}] \\ [M^{(i)}] & [L^{(i)}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_-^{(i)} \\ \Delta Q_-^{(i)} \text{ ou } \Delta V_-^{q(i)} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Os elementos das submatrizes de sensibilidade [H] e [N] da matriz jacobiana são calculadas com base nas derivadas parciais de  $P_k^{calc}$  para NPV + NPQ barras e são definidos por:

$$[H] \begin{cases} H_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_k} = 2e_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \\ H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_m} = e_k G_{km} + f_k B_{km} \end{cases} \quad (34)$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} = e_k G_{km} + f_k B_{km} \quad (35)$$

$$[N] \begin{cases} N_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_k} = 2f_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_m B_{km} + f_m G_{km}) \\ N_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} = f_k G_{km} - e_k B_{km} \end{cases} \quad (36)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} = f_k G_{km} - e_k B_{km} \quad (37)$$

Em contrapartida, os elementos das submatrizes de sensibilidade [M] e [L] são definidos com base nas derivadas parciais de  $Q_k^{calc}$  para NPQ barras ou  $V_k^{calc}$  para NPV barras. Logo, seus cálculos dependem então se uma barra genérica  $k$  abordada é do tipo PQ ou PV, tal que [6]:

Se barra  $k$  é do tipo PQ:

$$[M] \begin{cases} M_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_k} = -2e_k B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (e_m B_{km} + f_m G_{km}) \\ M_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_m} = f_k G_{km} - e_k B_{km} \end{cases} \quad (38)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_m} = f_k G_{km} - e_k B_{km} \quad (39)$$

$$[L] \begin{cases} L_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_k} = -2f_k B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (e_m B_{km} - f_m G_{km}) \\ L_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_m} = -e_k G_{km} - f_k B_{km} \end{cases} \quad (40)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_m} = -e_k G_{km} - f_k B_{km} \quad (41)$$

Se barra  $k$  é do tipo PV:

$$[M] \begin{cases} M_{kk} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial e_k} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial e_k} = 2e_k \end{cases} \quad (42)$$

$$M_{km} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial e_m} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial e_m} = 0 \quad (43)$$

$$[L] \begin{cases} L_{kk} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial f_k} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial f_k} = 2f_k \end{cases} \quad (44)$$

$$L_{km} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial f_m} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial f_m} = 0 \quad (45)$$

Deste modo os elementos da matriz Jacobiana para o Fluxo de Carga Retangular são definidos, permitindo, para este trabalho, a análise dos autovalores e autovetores associados a esta matriz.

### III. ANÁLISE MODAL ESTÁTICA APLICADA NO FLUXO DE CARGA RETANGULAR

Este trabalho de conclusão do curso tem como objetivo a aplicação da Análise Modal Estática à Jacobiana do Fluxo de Carga em Coordenadas Retangulares. Foram realizadas rotinas computacionais aplicadas a sistemas testes distintos, objetivando avaliar se esta nova abordagem pode agregar com novas informações qualitativas à identificação das barras críticas do sistema quanto à estabilidade de tensão, de forma a complementar a Análise Modal Estática tradicional.

A modelagem clássica desta análise consiste em estressar o sistema, gradativamente aumentando seu carregamento até o seu ponto de máximo, monitorando onde a matriz Jacobiana do Fluxo de Carga convencional se torna singular. Para carregamentos na vizinhança de seu valor máximo, o autovalor de menor magnitude será o modo crítico, e os autovetores associados a ele fornecerão o ranqueamento das barras que mais contribuem para o risco de instabilidade de tensão do sistema. O autovetor de maior magnitude corresponde à barra crítica. De maneira análoga, a Análise

Modal Estática pode ser aplicada a matriz jacobiana do Fluxo de Carga em Coordenadas Retangulares.

O procedimento desta modelagem será explicado em seguida na seção *Método de Análise Modal Estática em Coordenadas Retangulares*. Os resultados obtidos nas simulações realizadas foram comparados com a abordagem tradicional do método de análise modal, utilizando os mesmos sistemas teste para determinação da barra crítica. Ademais, serão aplicados testes de controle de reativos, aplicando bancos capacitores, a fim de aumentar a margem de estabilidade do sistema, minimizando a probabilidade de ocorrência de uma instabilidade de tensão.

#### A. Método de Análise Modal Estática em Coordenadas Retangulares

O algoritmo implementado para realização da Análise Modal Estática no Fluxo de Carga Retangular é ilustrado pela Figura 5. De forma simplificada, o fluxograma apresenta o processo de estressamento do sistema para obtenção da sua curva PV e o cálculo dos autovalores da matriz Jacobiana da última solução do FCR obtida. Se o passo de incremento do Fator de Carregamento for suficientemente pequeno, a última Jacobiana armazenada estará próxima da singularidade, permitindo a identificação precisa do modo crítico e dos autovetores associados para classificação das barras do sistema. O critério de parada do algoritmo apresentado é a não convergência do programa, sendo ele representado pelo alcance do ponto de singularidade da matriz Jacobiana, onde o Método de Newton-Raphson não consegue solucionar o FCR. O número de iterações variam de acordo com o tamanho do passo escolhido e com o tamanho do sistema analisado, visto que diferentes sistemas apresentam diferentes margens de estabilidade, para os testes realizados foi adotado um carregamento de  $1 \times 10^{-3} pu$ .

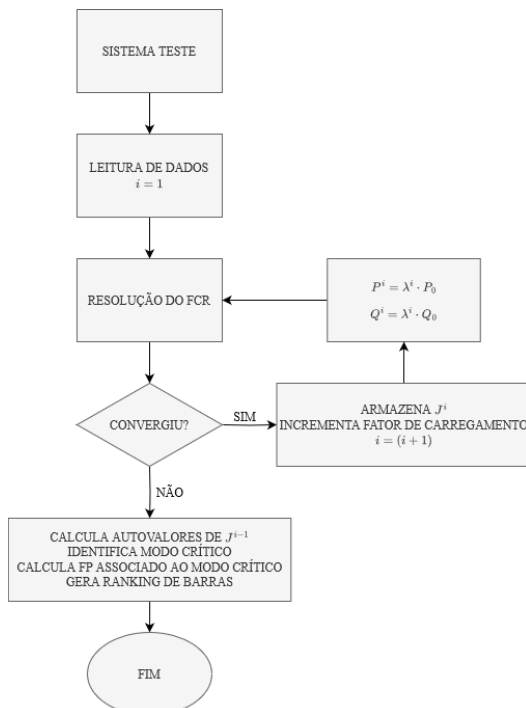


Figura 5: Fluxograma simplificado da Análise Modal Estática aplicada ao Fluxo de Carga em Coordenadas Retangulares.

O processo de iterações até a obtenção da barra crítica do sistema pode ser verificado nos passos a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): Entrada dos dados do sistema teste selecionado.
- **Passo 2** (iteração  $i = 1$ ): ler e normalizar os dados do sistema em estudo inicializando com o *flat-start* ( $e = 1 pu$  e  $f = 1 pu$ ). Realizar a montagem das matrizes condutância e susceptância.
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): Resolução do Fluxo de Carga Retangular, caso haja a convergência é realizado o passo de número 4, caso não convirja é realizado o passo 5.
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): É armazenado a matriz Jacobiana com o incremento do fator de carregamento ( $i = i + 1$ ) para as potências ativas e reativas das barras, com acréscimos percentuais a escolha, e obtém-se a nova estimativa dos estados de tensões de barra.
- **Passo 5** (iteração  $i$ ): Caso não haja convergência é realizado a redução da matriz Jacobiana armazenada no passo anterior.
- **Passo 6**: Realizado o cálculo dos autovalores e autovetores associados a matriz Jacobiana readuzida.
- **Passo 7**: Determinação do autovalor crítico, sendo o valor de menor magnitude dentre os valores negativos.
- **Passo 8**: Determinação dos autovetores associados ao autovalor crítico, que representam os fatores de participação das barras no sistema.
- **Passo 9**: Geração do ranking de barras através dos fatores de participação definidos.
- **Passo 10**: determinação da barra crítica do sistema, por meio da posição do fator de participação de maior magnitude.
- **Passo 11**: indicar se deseja realizar o incremento de potência reativa *shunt* para teste do aumento da margem de estabilidade do sistema, retornando para o primeiro passo.

De posse da classificação das barras, o programa permite ao usuário decidir se deseja inserir um banco de capacitores na barra crítica para realizar a compensação do sistema, visando o aumento da sua margem de estabilidade de tensão.

## IV. SISTEMAS TESTE

### A. Sistema teste de 4 barras

Para a avaliação de casos, o algoritmo apresentado anteriormente foram implementados no MATLAB e foram realizados testes em sistemas. O primeiro sistema utilizado foi um sistema com 4 barras, fechado em anel, cujos dados são apresentados nas Tabela I e Tabela II.

Tabela I  
Dados de entrada do sistema de 4 barras

Barra	Tipo	V (pu)	$P_g$ (MW)	$Q_g$ (MVar)	$P_c$ (MW)	$Q_c$ (MVar)	$Q_{sh}$ (MVar)
1	V $\theta$	1,02	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	0,98	180,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	PQ	1,00	0,0	0,0	300,0	250,0	0,0
4	PQ	1,00	0,0	0,0	500,0	300,0	120,0

Tabela II

Dados dos ramos do sistema de 4 barras					
Barra inicial	Barra Final	R (%)	X (%)	$Q_{sh}$ (MVar)	Tap
1	2	1,2	7,5	20,0	1,00
1	3	0,0	1,6	0,0	0,97
2	4	0,0	1,2	0,0	1,02
3	4	8,0	40,0	30,0	1,00

O diagrama unifilar do sistema de 4 barras está apresentado na Figura 6.

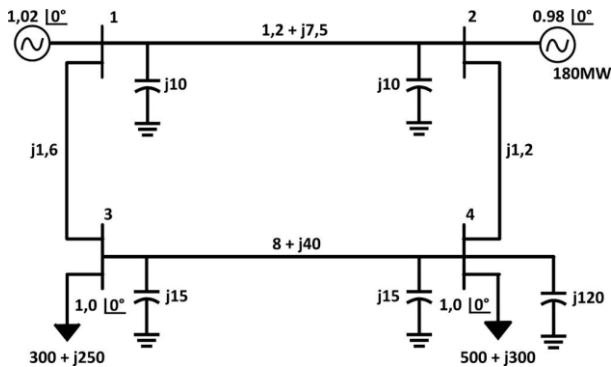


Figura 6: Sistema de 4 barras.

### B. Sistema teste de 6 barras

O segundo sistema teste utilizado possui topologia radial e foi especialmente desenhado para facilitar a interpretação dos resultados [3]. Os dados do sistema de 6 barras são apresentados pelas Tabelas III e IV.

Tabela III  
Dados de entrada do sistema de 6 barras

Barra	Tipo	V (pu)	$P_g$ (MW)	$Q_g$ (MVar)	$P_c$ (MW)	$Q_c$ (MVar)	$Q_{sh}$ (MVar)
1	PQ	1,00	0,0	0,0	130,0	45,0	0,0
2	PQ	1,00	0,0	0,0	130,0	45,0	0,0
3	PQ	1,00	0,0	0,0	130,0	45,0	0,0
4	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	PV	1,05	390,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	Vθ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela IV  
Dados dos ramos do sistema de 6 barras

Barra inicial	Barra Final	R (%)	X (%)	$Q_{sh}$ (MVar)	Tap
4	1	2,0	4,0	0,0	1,00
4	2	2,0	12,0	0,0	1,00
4	3	2,0	18,0	0,0	1,00
4	5	0,0	2,0	0,0	1,00
4	6	0,0	100,0	0,0	1,00

A Figura 7 ilustra o diagrama unifilar do sistema de 6 barras. Note-se que ele possui uma barra slack eletricamente distante das demais, apenas para assegurar a referência de ângulo do sistema sem influência de forma significativa nos

fatores de participação. Já as barras PQ possuem a mesma carga e distâncias crescentes em relação a barra intermediária (barra 4) que as interconecta aos geradores.

Dada a topologia simples, pode-se deduzir que a barra 3 será a barra crítica do sistema, onde uma compensação de reativos traria maiores benefícios ao sistema.

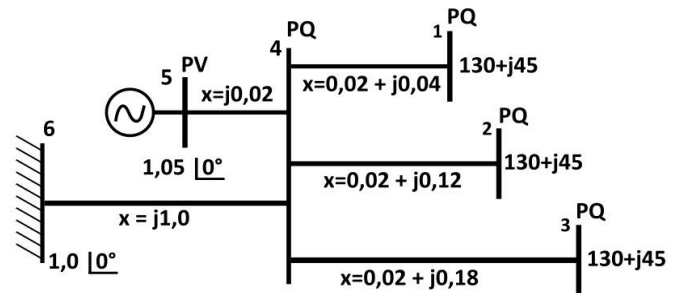


Figura 7: Sistema de 6 barras [3].

### C. Sistema IEEE com 14 barras

O último sistema a ser analisado foi o sistema do IEEE de 14 barras. Os dados de entrada deste sistema base estão apresentados nas Tabelas V e VI. Este é um benchmark do IEEE cuja topologia já não permite fazer inferências sobre as possíveis barras críticas.

Tabela V  
Dados de entrada do sistema IEEE 14 barras

Barra	Tipo	V (pu)	$P_g$ (MW)	$Q_g$ (MVar)	$P_c$ (MW)	$Q_c$ (MVar)	$Q_{sh}$ (MVar)
1	Vθ	1,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,045	40,0	0,0	21,7	0,0	0,0
3	PV	1,01	0,0	0,0	94,2	0,0	0,0
4	PQ	1,00	0,0	0,0	47,8	-3,9	0,0
5	PQ	1,00	0,0	0,0	7,6	1,6	0,0
6	PV	1,07	0,0	0,0	11,2	0,0	0,0
7	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	PV	1,09	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	PQ	1,00	0,0	0,0	29,5	16,6	19,0
10	PQ	1,00	0,0	0,0	9,0	5,8	0,0
11	PQ	1,00	0,0	0,0	3,5	1,8	0,0
12	PQ	1,00	0,0	0,0	6,1	1,6	0,0
13	PQ	1,00	0,0	0,0	13,5	5,8	0,0
14	PQ	1,00	0,0	0,0	14,9	5,0	0,0

Tabela VI  
Dados dos ramos do sistema de 14 barras

Barra inicial	Barra Final	R (%)	X (%)	$Q_{sh}$ (MVar)	Tap
1	2	1,940	5,92	5,28	1,00
1	5	5,403	22,30	4,92	1,00
2	3	4,699	19,80	4,38	1,00
2	4	5,811	17,63	3,74	1,00
2	5	5,695	17,39	3,40	1,00
3	4	6,701	17,10	3,46	1,00
4	5	1,335	4,21	1,28	1,00

4	7	0,0	20,91	0,0	1,023
4	9	0,0	55,62	0,0	1,032
5	6	0,0	25,20	0,0	1,073
6	11	9,498	19,89	0,0	1,00
6	12	12,291	25,58	0,0	1,00
6	13	6,615	13,03	0,0	1,00
7	8	0,0	17,61	0,0	1,00
7	9	0,0	11,00	0,0	1,00
9	10	3,181	8,45	0,0	1,00
9	14	12,711	27,04	0,0	1,00
10	11	8,205	19,21	0,0	1,00
12	13	22,092	19,99	0,0	1,00
13	14	17,093	34,80	0,0	1,00

A Figura 8 ilustra o diagrama unifilar do sistema de 14 barras. Dada à sua topologia, não é possível realizar inferências quanto à barra crítica do sistema.

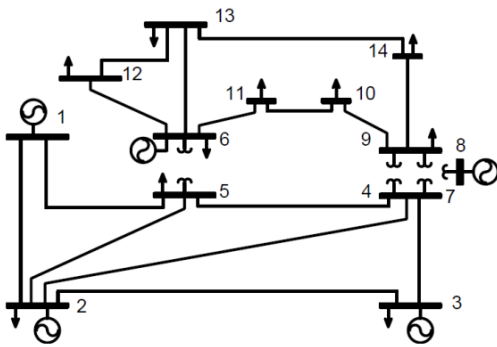


Figura 8: Sistema de 14 barras [8].

## V. ANÁLISE DE RESULTADOS

Os 3 sistemas teste foram analisados pela análise modal estática aplicada ao Fluxo de Carga em coordenadas retangulares, comparando-se o desempenho das formulações aqui desenvolvidas com a Análise Modal Estática tradicional. Os testes foram separados em duas etapas, sendo a primeira etapa de desenvolvimento da análise modal sem a aplicação de controle de reativos, comparando com o método tradicional, e a segunda etapa a aplicação de controle de reativos, avaliando se há uma alteração na margem de estabilidade de tensão do sistema.

Para obtenção das curvas PV, os sistemas foram estressados aumentando-se o fator de carregamento ( $f$ ), em passos de  $1 \times 10^{-3}$  pu, até a divergência do Fluxo de Carga Convencional ou Retangular. Neste trabalho, o carregamento para o qual ocorre a divergência foi considerado o ponto de máximo carregamento.

A carga foi aumentada com fator de potência constante, multiplicando-se as potências ativa e reativa das barras de carga pelo fator de carregamento. A geração foi aumentada na mesma proporção, multiplicando-se a potência ativa das barras PV pelo fator de carregamento.

Para o método tradicional foi aplicado o mesmo passo aplicado ao método de coordenadas retangulares. Os resultados obtidos são descritos nas Seções A, B e C.

### A. Estudo de caso I: sistema teste de 4 barras

O sistema de 4 barras foi adotado buscando a aplicação do modelo de análise modal em um sistema básico. Os dados apresentados anteriormente serviram como dados de entrada

para a análise. Inicialmente foi obtida a curva PV, apresentada na Figura 9.

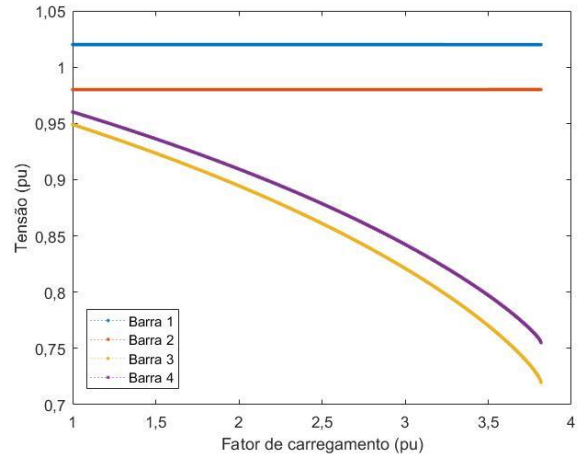


Figura 9: Curva PV sistema de 4 barras.

Para o passo escolhido obteve-se uma margem de 282,4%, que representa o máximo acréscimo de demanda suportado pelo sistema de 4 barras, obtido através do estressamento do sistema e verificação dos estados de tensões, foram realizadas 2825 iterações.

Após obtenção da curva PV e a margem de estabilidade, foram obtidos os resultados da análise modal estática. Os autovalores gerados para FCR foram:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -525,37 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -55,745 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,23545 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e + 10 \end{bmatrix}$$

O autovalor crítico é dado como o segundo elemento da matriz diagonal, de valor “-55,745”, visto que este representa o valor de menor magnitude dentre os valores negativos. Os autovetores associados a este autovalor crítico estão apresentados na matriz abaixo, sendo a segunda coluna os valores referentes ao crítico.

$$\mu = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,12887 & \mathbf{0,0053821} & 0,75091 & 6,134e - 10 \\ 0,7438 & \mathbf{0,032818} & 0,022602 & 3,5972e - 8 \\ 0,66828 & \mathbf{0,99945} & 0,66002 & 2,946e - 8 \end{bmatrix}$$

Os autovetores normalizados representam os fatores de participação e sua relação pode ser apresentada pela Figura 10.

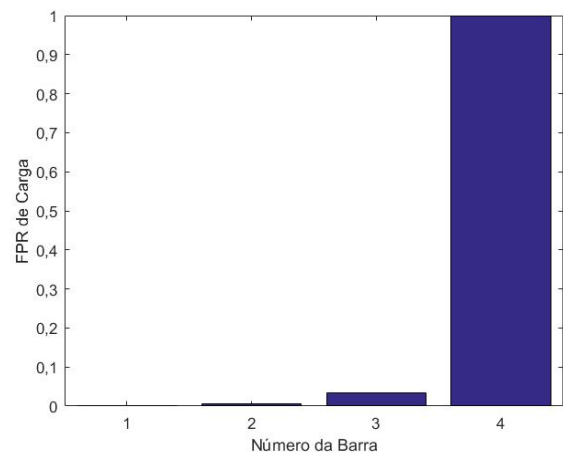


Figura 10: Fatores de participação sistema de 4 barras.

Deste modo, identificou-se que a barra crítica para o sistema de 4 barras é a barra de número 4.

Aplicando o método tradicional da análise modal estática, foram obtidos os resultados apresentados na Figura 11. Como forma de adaptação, a barra numerada como barra 4 na análise em coordenadas retangulares foi renumerada para barra 2. A margem de estabilidade total suportada foi de 284%, sendo realizado através do estressamento do sistema, como realizado na análise modal aplicada ao FCR, para a análise convencional foram realizadas 2855 iterações. Ressalta-se que o método convencional possui implementado um método da continuação simplificado, por parametrização local da tensão, que permite obter o estado da rede até o ponto de singularidade da matriz Jacobiana, alcançando MET (Margem de Estabilidade de Tensão) maiores que o método implementado para o FCR.

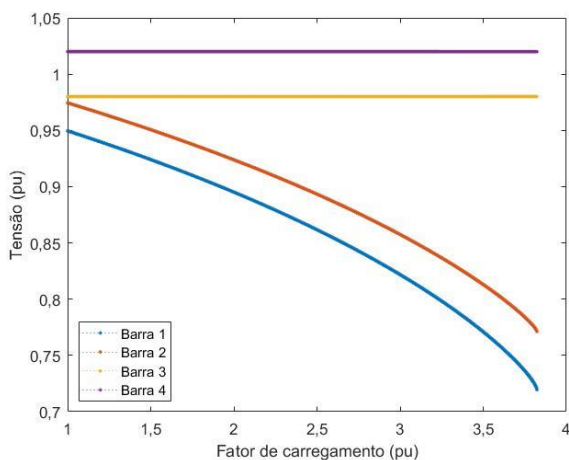


Figura 11: Curva PV sistema de 4 barras análise modal estática tradicional.

A relação dos fatores de participação está representada na Figura 12.

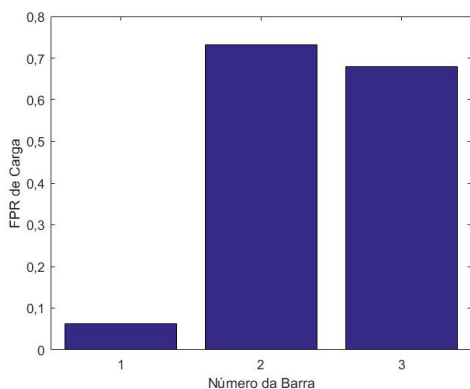


Figura 12: Fatores de participação sistema de 4 barras análise modal estática tradicional.

Deste modo, identificou-se que a barra crítica para o sistema de 4 barras é a barra de número 2 (barra de número 4 ao aplicar o sistema em coordenadas retangulares). Comparando ao método retangular, verifica-se que os resultados são coerentes, visto que apresentaram resultados semelhantes. Note-se que ambos os métodos identificaram a barra 4 como a barra crítica, o que é coerente com a topologia do sistema, visto que a barra 4 é eletricamente mais distante do gerador que responde pela maior quantidade de carga do sistema, no caso, a barra 1.

## B. Estudo de caso II: sistema de 6 barras

Para o sistema de 6 barras foi aplicada a mesma metodologia. A curva PV obtida está representada na Figura 13.

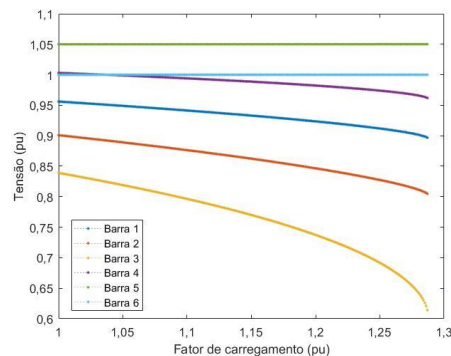


Figura 13: Curva PV sistema de 6 barras.

Para o passo escolhido obteve-se uma margem de 28,80%, representando o máximo carregamento suportado pelo sistema, obtido através do estressamento do sistema, sendo realizadas 289 iterações.

Após obtenção da curva PV e a margem de estabilidade, foram obtidos os resultados da análise modal estática. Os autovalores gerados foram:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -213,83 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -26,048 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13,949 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5,6957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,12967 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1e+10 \end{bmatrix}$$

O autovalor crítico é dado como o quarto elemento da matriz diagonal de valor “-5,6957”, por representar o valor de menor magnitude dentre os valores negativos. Os autovetores associados a este autovalor crítico estão apresentados na matriz abaixo.

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,13829 & 0,96438 & 0,18783 & \mathbf{0,26929} & 0,46685 & 0 \\ 0,047927 & 0,011689 & 0,82289 & \mathbf{0,42233} & 0,36765 & 0 \\ 0,032043 & 0,19469 & 0,45267 & \mathbf{0,77254} & 0,04508 & 0 \\ 0,98857 & 0,092366 & 0,089654 & \mathbf{0,22895} & 0,51801 & 0 \\ 0,016756 & 0,15298 & 0,27318 & \mathbf{0,31605} & 0,61361 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Estes autovetores representam os fatores de participação e sua relação pode ser apresentada pela Figura 14.

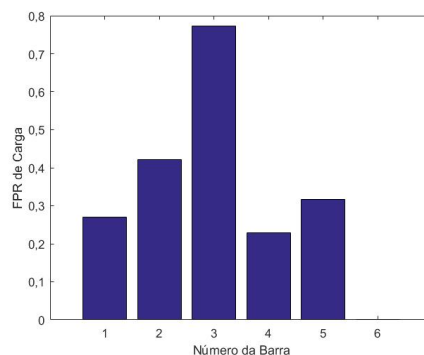


Figura 14: Fatores de participação sistema de 6 barras.

Deste modo, identificou-se que a barra crítica para o sistema de 6 barras é a barra de número 3.

Aplicando o método tradicional da análise modal estática foram obtidos os resultados apresentados na Figura 15. A margem de estabilidade total suportada foi de 28,7%, obtida também pelo estressamento do sistema, sendo o número de iterações para o método convencional foram de 240.

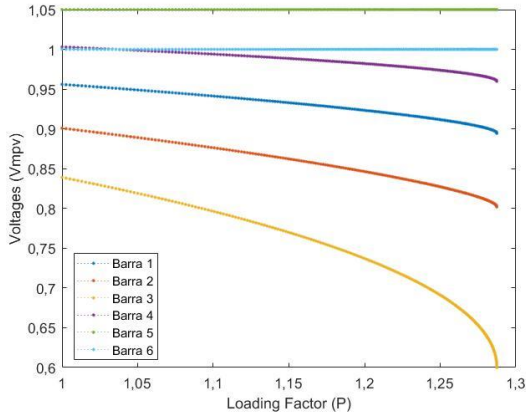


Figura 15: Curva PV sistema de 6 barras análise modal estática tradicional.

A relação dos fatores de participação está representada na Figura 16.

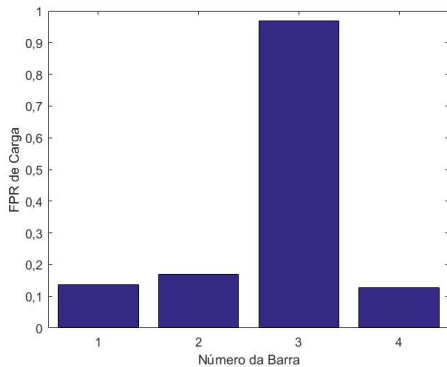


Figura 16: Fatores de participação sistema de 6 barras análise modal estática tradicional.

Deste modo, identificou-se que a barra crítica para o sistema de 6 barras é a barra de número 3. Comparando ao método retangular, verifica-se que os resultados são coerentes, visto que apresentaram resultados semelhantes.

Para o sistema de 6 barras foi aplicado o método de controle de reativos. Sendo assim, uma carga de 10 MVAR foi adicionada em cada barra do sistema, buscando verificar sua influência na margem de estabilidade. Cada barra gerou curvas PV diferentes e aplicando o controle de reativos nas barras 5 e 6, verifica-se que não há influência na margem de estabilidade, pois estas são as barras slack e de geração, portanto o gráfico da curva PV é representado pela Figura 12, visto que a MET permanece semelhante a análise sem aplicação de controle de reativos. Para um acréscimo nas barras 1, 2 e 4 houve o mesmo crescimento na margem de estabilidade de aproximadamente 0,5% em relação a margem inicial representada na Figura 17, representando que para as barras de carga há uma melhora na MET.

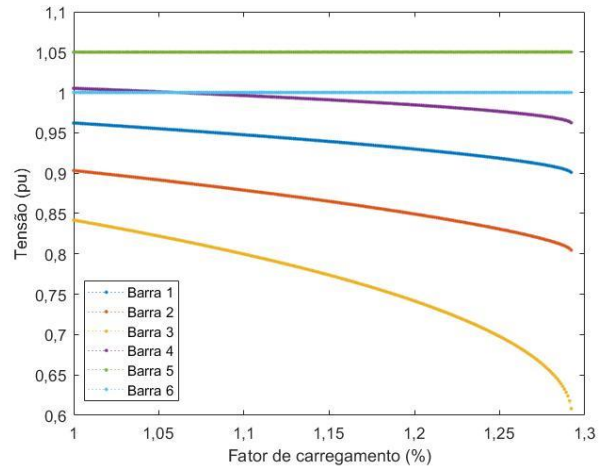


Figura 17: Curva PV sistema de 6 barras controle de reativos inserido na barra 1,2 ou 4.

Já a barra crítica do sistema indicou um acréscimo de 2,2% em relação a margem de estabilidade verificada antes do controle de reativos. Desta forma, a curva PV gerada está representada na Figura 18.

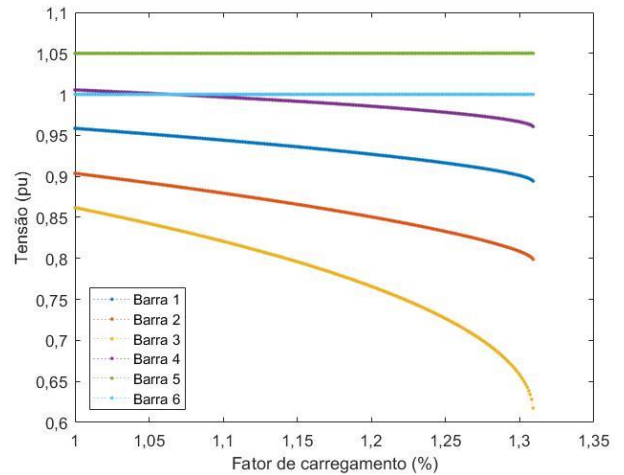


Figura 18: Curva PV sistema de 6 barras controle de reativos inserido na barra 3.

A relação do ganho na margem de estabilidade ao aplicar o banco de capacitor em cada barra pode ser observada na Figura 19.

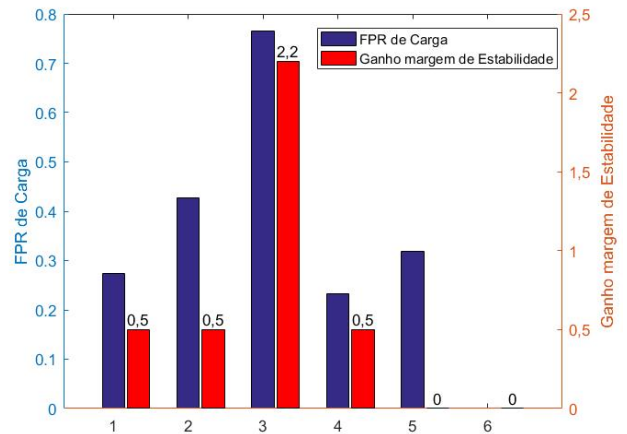


Figura 19: Relação do ganho na margem de estabilidade para cada barra com a aplicação de controle de reativos.

Nesse sentido, percebe-se que a aplicação do controle de reativos para a barra crítica gerou um crescimento quatro vezes maior na margem de estabilidade em relação às outras barras.

### C. Estudo de caso III: sistema IEEE-14 barras

O mesmo método foi aplicado ao sistema de 14 barras. A curva PV obtida pode ser visualizada na Figura 20.

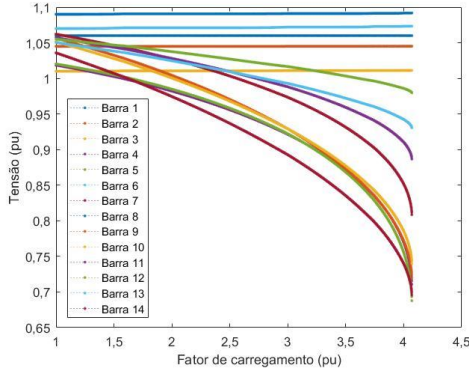


Figura 20: Curva PV sistema de 14 barras.

Para o passo escolhido obteve-se uma margem de 307,1%, através do estressamento do sistema, sendo realizadas 3064 iterações.

Após obtenção da curva PV e a margem de estabilidade, foram obtidos os resultados da análise modal estática. Visto que a matriz de autovalores é uma matriz diagonal, segue abaixo os valores obtidos, em ordem, da diagonal principal:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -41,605 \\ -30,937 \\ -23,377 \\ -19,994 \\ -15,342 \\ -10,581 \\ -8,220 \\ 2,1576 \\ -4,7109 \\ -0,097408 \\ -2,7953 \\ -2,1964 \\ -2,07341 \\ 1e + 10 \end{bmatrix}$$

O autovalor crítico é dado como o décimo elemento da matriz diagonal de valor “-0,097408”, visto que este representa a menor magnitude dentre os valores negativos. Os autovetores associados a este autovalor crítico representam os fatores de participação e sua relação pode ser apresentada pela Figura 21.

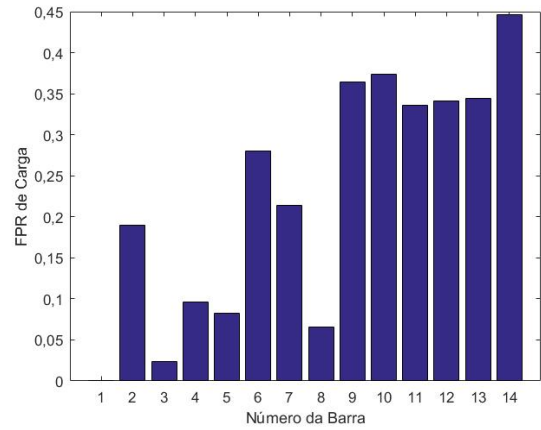


Figura 21: Fatores de participação sistema de 14 barras.

Deste modo, identificou-se que a barra crítica para o sistema de 14 barras é a barra de número 14.

Aplicando o método tradicional da análise modal estática, foram obtidos os resultados apresentados na Figura 22. Como forma de adaptação, a barra numerada como barra 14 na análise em coordenadas retangulares foi renumerada para barra 9. A margem de estabilidade total suportada foi de 401%, através do estressamento do sistema, sendo realizadas 3390 iterações. No entanto, era esperado que as margens dos dois métodos resultassem em valores mais próximos. Essa diferença pode ser explicada devido à matriz Jacobiana ser pior condicionada no Fluxo de Carga Retangular em comparação ao convencional. Podemos verificar esta explicação verificando a diferença do número de iterações totais do sistema, verificando que para o método de FCR foram realizadas 3064 iterações totais e para o método convencional foram realizadas 3390 iterações.

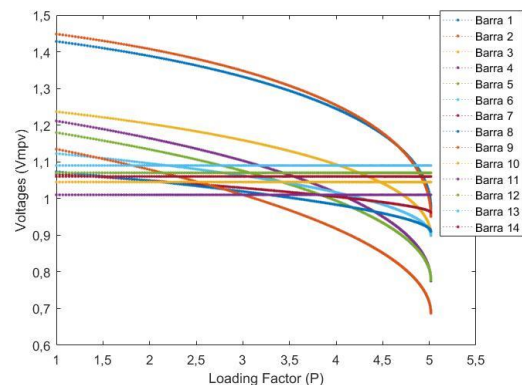


Figura 22: Curva PV do sistema de 14 barras pela análise modal estática tradicional.

A relação dos fatores de participação está representada na Figura 23.

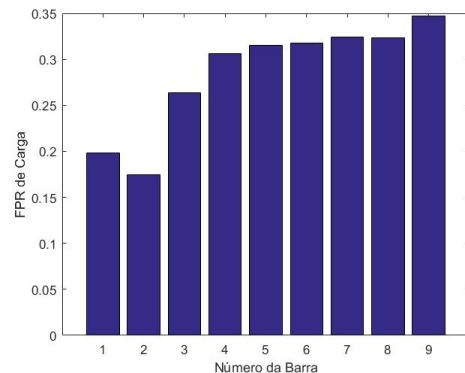


Figura 23: Fatores de participação sistema de 14 barras análise modal estática tradicional.

Deste modo, identificou-se que a barra crítica para o sistema de 14 barras é a barra de número 9 (barra de número 14 ao aplicar o sistema em coordenadas retangulares). Comparando ao método retangular, verifica-se que os resultados são coerentes, visto que apresentaram resultados semelhantes.

Para o sistema de 14 barras foi aplicado o método de controle de reativos. Sendo assim, uma carga de 10 MVAR foi adicionada em cada barra do sistema, buscando verificar sua influência na margem de estabilidade. A relação do ganho na margem de estabilidade ao aplicar o banco de capacitor em cada barra pode ser observada na Figura 24.

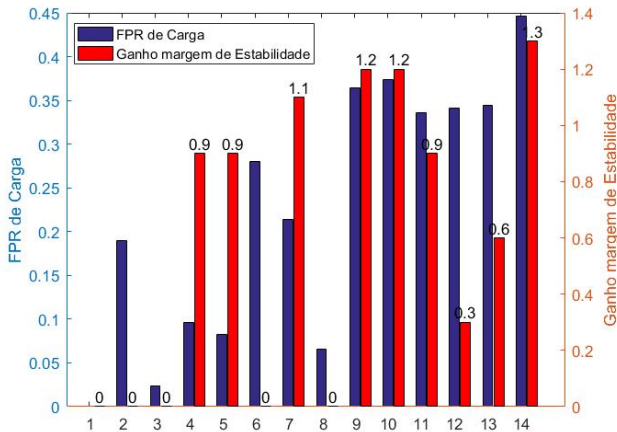


Figura 24: Relação do ganho na margem de estabilidade para cada barra com a aplicação de controle de reativos.

Nesse sentido, percebe-se que a aplicação do controle de reativos para a barra crítica gerou um crescimento maior na margem de estabilidade em relação às outras barras.

A análise tradicional do sistema de IEEE de 14 barras também foi realizada em [7], o qual definiu-se a barra 14 também como a barra crítica do sistema.

## VI. CONCLUSÕES

Este trabalho de conclusão de curso objetivou desenvolver um método alternativo de análise para determinação da barra crítica em um sistema, por meio da análise modal estática aplicada a solução do subsistema 1 do PFC em coordenadas retangulares. A grande motivação para o desenvolvimento desta metodologia partiu da carência de trabalhos sobre esse tema, além de verificar sua viabilidade em relação à obtenção de resultados coerentes.

Foram realizados testes em sistemas de diferentes topologias, comparando os resultados com o método tradicional de análise, cuja formulação é conhecida em outras pesquisas. Foi possível verificar resultados compatíveis em ambas as formulações, concluindo a eficiência da aplicabilidade do método. Além disso, foi analisada também a influência do controle de reativos na margem de estabilidade de tensão, ou seja, a aplicação do banco capacitor na barra crítica gera um ganho maior na estabilidade de tensão em comparação às outras barras.

No geral, a comparação e a análise dos resultados obtidos nos estudos dos casos da análise modal estática em coordenadas retangulares demonstram que o desempenho das formulações desenvolvidas neste trabalho é bastante

similar ao método de análise modal estática convencional e conclui-se que o método de análise modal estática aplicado ao problema de fluxo de carga em coordenadas retangulares é eficiente para a determinação da barra crítica.

Sendo assim, pode-se observar que o algoritmo implementado neste trabalho se mostrou eficaz para análise da estabilidade de tensão em comparação aos dados esperados.

De maneira a complementar o estudo validando os resultados, é indicada a simulação dos sistemas no software OpenDSS, que permite realizar análises de estabilidade para avaliar a estabilidade transitória e a estabilidade de tensão do sistema elétrico. Adicionalmente, como temas de trabalhos futuros relacionados a análise modal estática retangular, os autores sugerem o aprimoramento do controle de reativos visando estabelecer maiores margens de estabilidade de tensão, a aplicação do modelo retangular em análises dinâmicas, além da simulação de uma perturbação maior, como a perda de geradores, linhas de transmissão ou ocorrência de um curto-circuito.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] KUNDUR, Prabha; PASERBA, John; AIJARAPU, Venkat; ANDERSSON, Göran; BOSE, Anjan; CANIZARES, Claudio; HATZIARGYRIOU, Nikos; HILL, David; STANKOVIC, Alex; TAYLOR, Carson; VAN CUTSEM, Thierry; VITTAL, Vijay; "Definition and Classification of Power System Stability", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, n. 2, Maio, 2004.
- [2] Kundur, P., "Power System Stability and Control", McGraw-Hill, 1994.
- [3] Kopcak, I., "Melhoria das margens de estabilidade de tensão no problema do pré-despacho da operação através de corte mínimo de carga", 2003. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP, Março, 2003.
- [4] AFFONSO, C. M., SILVA, L. J., SILVA, L. C. P., "Avaliação da estabilidade de tensão do sistema brasileiro – um caso de estudo". Revista Controle & Automação, 2008.
- [5] Weigert, G. R., "Análise modal como ferramenta de análise de segurança estática de tensão em sistemas de potência", 2021. Tese de Mestrado, UFPR, Curitiba-PR, 2021.
- [6] BRIGATTO, Gelson A. A., "Teoria do Problema do Fluxo de Carga - Material Didático", 2023. Apostila da disciplina Tópicos em Sistemas Eletro-Eletrônicos, do Programa de Pós-Graduação da EMC/UFG.
- [7] ABAIDE, Alzenira Da Rosa; LIMA, Diomar Adonis Copetti; PAIXÃO, Joelson Lopes Da; RODRIGUES, Mauro Fonseca, "Estudo da Estabilidade de Tensão no modelo IEEE 14 barras considerando a perda de elementos e a entrada de GD". Revista Salão do Conhecimento, UNIJUÍ, 2019.
- [8] GAMA, Julianne Mary; JUSTI, Alyne Nogueira; WEIGERT-DALAGNOL, Gabriela Rosalce; BENEDITO, Raphael Augusto de Souza; "Algoritmo para determinação do Corte de Carga para Segurança e

Estabilidade de Tensão”, 15th IEEE International Conference on Industry Applications, 2023.

- [9] BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R.; FIGUEIREDO, V. L. & WETZLER, H. G. Álgebra Linear. 3ª. ed. São Paulo: Editora Harbra, 1980.