JUROS: CONCEITOS E APLICAÇÕES

Fernando Ricardo Moreira[1], Esdras Teixeira Costa[2], Rodrigo Couto Santos[3], Wendy Carniello Ferreira[4], Christian Dias Cabacinha[5]

[1]Professor Mestre do Curso de Matemática da Universidade Federal de Goiás (UFG) (moreirafrmat@hotmail.com)
[2]Professor Doutor do Curso de Matemática da UFG
[3]Professor Doutor da Faculdade de Agronomia da UFG
[4]Professor Doutor da Faculdade de Engenharia Florestal da UFG
[5]Professor Doutor da Faculdade de Engenharia Florestal da UFG

RESUMO

A compreensão da matemática é essencial para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. Com esta idéia em mente é que escrevemos sobre matemática financeira. Começamos com um pouco de história do assunto, depois definimos rendimento, juro, taxa, etc.. Falamos sobre três diferentes regimes de capitalização: o regime de juros simples, o regime de juros compostos e por último sobre o regime de capitalização contínua. Para facilitar o entendimento do assunto foram feitos exemplos sobre cada um dos tipos de regime citados.

PALAVRAS-CHAVE: Juros Simples, Juros Compostos, Capitalização Contínua.

INTEREST: CONCEPTS AND APPLICATIONS

ABSTRACT

The understanding of mathematics is essential for citizens to act as prudent consumers or make decisions in their personal and professional life. With this idea in mind is that we write about financial mathematics. We begin with a little history of the subject, then we define income, interest rate, etc. .. We talked about three different funded schemes: the scheme of simple interest, the system of compound interest and finally on a funded training. To facilitate the understanding of the subject were made examples of each type
of system mentioned.

KEYWORDS: Simple Interest, Compound Interest, Continuous Capitalization.

1. INTRODUÇÃO

Saber lidar com certas situações que envolvem juros é uma necessidade para todas as pessoas. Todo indivíduo faz compras, eventualmente a credito, isso já é suficiente para mostrar a necessidade de um mínimo de conhecimento sobre o assunto. Muitas situações cotidianas da maioria das pessoas envolvem o conceito de juros, como: um financiamento de automóveis, empréstimo bancário, correção da poupança e o mais temido de todos, os juros das empresas que emprestam dinheiro e das operadoras de cartões de crédito.

Para dar um exemplo, o valor à vista de um determinado bem é R$ 499,00, mas se comprar a prazo em 12 parcelas mensais pagará por cada parcela R$ 49,90. O valor a prazo é maior que o valor à vista, portanto a empresa está cobrando uma taxa para financiar a compra desse bem. Essa taxa é chamada de juro.

De acordo Giovanni e Giovanni Junior.

> *"Existem diversas teorias que tentam explicar porque os juros existem. Uma delas é a teoria da escola austríaca, primeiramente desenvolvida por Eugen von Boehm-Bawerk. Ela afirma que os juros existem por causa da manifestação das preferências temporais dos consumidores, já que as pessoas preferem consumir no presente do que no futuro. A origem de empréstimos com juro é remota. Na Idade Média, os juros cobrados eram de até 43% ao ano para empéstimos pessoais, e variavam de 12% a 24% ao ano nas transações comerciais. Quando o primeiro banco – a Casa di San Giorgio – foi fundado em 1586, em Gênova, na Itália, os juros cobrados giravam em torno de 10% ao ano."(GIOVANNI & GOVANNI JUNIOR, 2005).*

Em um trecho dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) está escrito "A compreensão da Matemática é essencial para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional". (PCN, p.250, 1999).

1.1 A História da matemática comercial e financeira

D'AMBRÓSIO faz a seguinte afirmação:

> *"No princípio, o homem produzia para o seu consumo. Com o progresso e multiplicando-se suas necessidades, para satisfazê-las, viu-se ele na contingência de fazer circular sua produção. Viu-se a necessidade de trocar o que lhe sobrava pelo que lhe faltava. E, assim, começa o comércio, primitivamente muito complicado. Consistia, pura e simplesmente, na troca de mercadorias". (D'AMBRÓSIO, p.85, 1972)*

É bastante antigo o conceito de juros, tendo sido amplamente divulgado e utilizado ao longo da História. Esse conceito surgiu naturalmente quando o homem percebeu existir uma estreita relação entre o dinheiro e o tempo. Processos de acumulação de capital e a desvalorização da moeda levariam normalmente a idéia de juros, pois se realizavam basicamente devido ao valor temporal do dinheiro.

As tábuas mais antigas mostram um alto grau de habilidade computacional e deixam claro que o sistema sexagesimal posicional já estava de longa data estabelecida. Há muitos textos desses primeiros tempos que tratam da distribuição de produtos agrícolas e de cálculos aritméticos baseados nessas transações. As tábuas mostram que os Sumérios antigos estavam familiarizados com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos.

Há tábuas que são documentos de empresas comerciais e outras que lidam com sistemas de pesos e medidas. Muitos processos aritméticos eram efetuados com a ajuda de várias tábuas. Das 400 tábuas matemáticas usadas pelos antigos cerca de metade eram tábuas de matemática financeira. Estas últimas envolvem tábuas de multiplicação, tábuas de inversos multiplicativos, tábuas de quadrados e cubos e mesmo tábuas de exponenciais. Quanto a estas, provavelmente eram usadas, juntamente com a interpolação, em problemas de juros compostos. As tábuas de inversos eram usadas para reduzir a divisão à multiplicação.

Documentos históricos redigidos pela civilização Suméria, por volta de 3000 a.C., revelam que o mundo antigo desenvolveu um sistema formalizado de crédito baseado em dois principais produtos, o grão e a prata (D'AMBROSIO, 1972). Antes de existirem as moedas, o empréstimo de metal era feito baseado em seu peso. Arqueólogos descobriram pedaços de metais que foram usados no comércio nas civilizações de Tróia, Babilônia, Egito e Pérsia. Antes do empréstimo de dinheiro ser desenvolvido, o empréstimo de cereal e de prata facilitava a dinâmica do comércio.

Segundo D'AMBROSIO (1972), os juros e os impostos existem desde a época dos primeiros registros de civilizações existentes na Terra. Nas citações mais antigas, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outras conveniências emprestadas; os juros eram pagos sob a forma de sementes, prata ou de outros bens. Muitas das práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes e de outros produtos agrícolas.

A História também revela que a idéia tinha tornado tão bem estabelecida que já existisse uma firma de banqueiros internacionais em 575 a.C., com os escritórios centrais na Babilônia. Sua renda era proveniente das altas taxas de juros cobradas pelo uso de seu dinheiro para o financiamento do comércio internacional. O juro não é apenas uma das nossas mais antigas aplicações da Matemática Financeira e Economia, mas também seus usos sofreram poucas mudanças através dos tempos (D'AMBROSIO, 1972).

Como em todas as instruções que tem existido por milhares de anos, algumas das práticas relativas a juros têm sido modificadas para satisfazerem às exigências atuais, mas alguns dos antigos costumes ainda persistem de tal modo que o seu uso nos dias atuais ainda envolve alguns procedimentos incômodos. Entretanto, devemos lembrar que todas as antigas práticas que ainda persistem foram inteiramente lógicas no tempo de sua origem. Por exemplo, quando as sementes eram emprestadas para a semeadura de certa área, era lógico esperar o pagamento na próxima colheita - no prazo de um ano. Assim, o cálculo de juros numa base anual era mais razoável; tão quanto o estabelecimento de juros compostos para o financiamento das antigas viagens comerciais, que não poderiam ser concluídas em um ano. Conforme a necessidade de cada época foi se criando novas formas de se trabalhar com a relação tempos-juro: semestral, bimestral, mensal, diário, etc.

Ainda de acordo com D'AMBROSIO (1972), há tábuas nas coleções de Berlim, de Yale e do Louvre que contêm problemas sobre juros compostos e há algumas tábuas em Istambul que parecem ter sido originalmente tábuas de a' para n de 1 a 10 e para a = 9, 16, 100 e 225. Com essas tábuas podem-se resolver equações exponenciais do tipo a' = b. Em uma tábua do Louvre, de cerca de 1700 a.C., há o seguinte problema: por quanto tempo deve-se aplicar certa soma de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ela dobre?

1.2 – Conceitos Básicos: juros, remuneração do capital e taxa de juros

Juro é a remuneração do capital empregado. Se aplicarmos certo capital durante um determinado período de tempo, ao fim do prazo obteremos um valor (montante) que será igual ao capital acrescido da remuneração obtida durante o período de aplicação.

A diferença entre o montante (***M***) e o capital ***C*** é denominada remuneração (Juro = **J**), rendimento do capital, então

Rendimento = Montante – Capital

O rendimento em uma aplicação financeira é o produto da taxa de juros (i) vezes o capital:

$$i = \frac{J\,(juros)}{C\,(capital)} \Rightarrow \text{juros} = C \text{ x } i$$

Igualando as duas expressões para o cálculo do rendimento, pode-se obter uma relação para o montante:

$$M - C = C \text{ x } i \quad \Rightarrow \quad M = C(1+i)$$

O mercado trabalha com base na taxa de juros percentual, porém é necessário colocá-la na forma fracionária para realizar os cálculos financeiros. O Quadro 1 apresenta alguns juros na forma de porcentagem e seu equivalente fracionário:

QUADRO1: Juros em forma percentual

Forma Percentual	Forma Fracionária
20%	20/100 = 0,20
10%	10/100 = 0,10
1%	1/100 = 0,01
0,3%	0,3/100 = 0,003

Exemplo – Calcular os juros obtidos por $ 3.000 aplicados por um ano à taxa simples de 25% ao ano.

Solução:

Os dados do exercício são – C = $3.000, i = 25% a.a., J = ?

$$J = C \text{ x } i = 3000\text{x}0{,}25 = \$750$$

Exemplo 1.2.2 – Qual é o montante de $1.600 aplicados por um ano à taxa simples de 50% a.a.?

Solução:

Os dados do exercício são – C = $1.600, i = 50% a.a. , M = ?

$$J = C \text{ x } i = 1600\text{x}0{,}50 = \$800 \qquad M = C + J = 1.600 + 800 = \$2.400$$

2. REGIME DE JUROS SIMPLES

No regime de juros simples, os juros de cada período são calculados sempre sobre o mesmo principal (capital). Não existe a capitalização de juros nesse regime, pois os juros de determinado período não são incorporados ao principal para que essa soma sirva de base de cálculo de juros do período subseqüente. Portanto, o capital crescerá a uma taxa linear, e a taxa de juros terá um comportamento linear em relação ao tempo. A aplicação de juros simples é muito limitada, tem algum sentido apenas para espaços de tempo bastante curtos.

2.1 – Cálculo de rendimento a juros simples

O rendimento por uma aplicação financeira aplicada pelo prazo de um único período de tempo a que se refere a taxa de juros pode ser calculado da seguinte forma:

$$J = C \text{ x } i$$

Devido ao comportamento linear no regime de juros simples, se aplicarmos um capital durante n de tempo a que se refere a taxa de juros, o rendimento será calculado da maneira seguinte

$$J = C \text{ x } i \text{ x } n$$

A seguir faremos alguns exemplos a título de informação.

Exemplo 2.1.1 – Qual é o rendimento de $10.000 aplicados por um mês à taxa simples de 36% a.a.?

Solução – Os dados do exercício são: C = $10.000, n = 1 mês, i = 36% a.a. e queremos calcular o juro J. Assim

$$J = C \text{ x } i \text{ x } n = \$10.000 \text{x} \frac{0{,}36}{12} \text{x} 1 = \$300$$

Observe que a taxa foi dividida por doze devido ao fato dela ser anual e o tempo foi dado em meses, isto é, se quisermos transformar uma taxa anual para mensal é suficiente dividi-la por doze.

Exemplo 2.1.2 – Em sete meses $18.000 renderam $4.000 de juros. Qual é a taxa anual simples que foi imposta?

Solução – Os dados do exercício são: C = $18.000, n = 7 meses, J = $4.000 e queremos calcular a taxa i. Assim

$$\$4.000 = \$18.000 \text{x} \frac{i}{12} \text{x} 7 \quad \rightarrow \quad i = \frac{\$4.000}{\$18.000} \text{x} \frac{12}{7} = 0{,}381 = 38{,}1\% \text{ a.a.}$$

2.2 – Capitalização a juros simples: cálculo do principal e do montante

O montante ou valor de resgate de uma aplicação é o capital inicialmente investido acrescido de sua remuneração no período (juros obtidos):

$$\text{montante} = \text{capital} + \text{juros}$$

$$M = C + C \times i \times n$$

$$M = C(1 + i \times n)$$

O cálculo do principal a partir do montante é simplesmente o processo inverso

$$C = M/(1 + i \times n)$$

A seguir faremos alguns exemplos.

Exemplo 2.2.1 – Em dois meses $5.050 transformaram-se em $5.600. Qual a taxa de juros simples anual obtida?

Solução – Os dados do exercício são: C = $5.050, n = 2 meses, M = $5.600 e queremos calcular a taxa de juros simples anual i. Assim, usando a fórmula $M = C(1 + i \times n)$ obtemos

$$\$5.600 = \$5.050(1 + \frac{i}{12} \times 2) \Rightarrow i = (\frac{\$5.600}{\$5.050} - 1) \times \frac{12}{2} = 65{,}35\% \text{ a.a.}$$

Exemplo 2.2.2 – Aplicado por 105 dias, um capital de $100.000 transformou-se em $145.000. Calcular a taxa mensal de juros obtida.

Solução - Os dados do exercício são: C = $100.000, n = 105 dias, M = $145.000 e queremos calcular a taxa de juros simples mensal i. Assim, usando a fórmula $M = C(1 + i \times n)$ obtemos

$$\$145.000 = \$100.000 \times [1 + \frac{i}{30} \times 105] \Rightarrow i = (\frac{145}{100} - 1) \times \frac{30}{105} = 12{,}86\% \text{ a.m.}$$

Observe que a taxa foi dividida por trinta, pois para passar de uma taxa mensal para uma taxa diária temos que dividir por trinta (o mês comercia é considerado como tendo trinta dias).

Exemplo 2.2.3 – Um capital de $1.000 aplicado em 12 de fevereiro a juros simples de 0,2% a.d. foi resgatado em 14 de julho do mesmo ano. Determine o valor de resgate.

Solução – Considerando o mês comercial temos que o prazo de aplicação foi de 152 dias. Os dados do exercício são: C = $1.000, n = 152dias, i = 0,2% a.d. e queremos calcular o montante M dessa aplicação. Assim usando a fórmula $M = C(1 + i \times n)$ obtemos

$$M = \$1.000(1 + 0{,}002 \times 152) = \$1.304$$

3. JUROS COMPOSTOS

O regime de juros compostos é o mais comum no dia-a-dia do sistema financeiro e do cálculo econômico. Nesse regime os juros gerados a cada período são incorporados ao capital aplicado para o cálculo de juros do período subseqüente. Ou seja, o rendimento gerado pela aplicação é incorporado a ela, passando a participar da geração de rendimentos no período seguinte; dizemos então que neste sistema são cobrados juros sobre juros, isto é, os juros são capitalizados. Chamamos de capitalização ao processo de incorporação dos juros ao principal (capital).

No Quadro 2 apresentamos um exemplo. Suponha que aplicamos $1.000 durante três anos à taxa de 20% a.a., teremos os seguintes rendimentos no regime simples e de juros compostos.

QUADRO 2: Exemplo de cálculo de juros

	Juros Simples		Juros Compostos	
Ano	Rendimento	Montante	Rendimento	Montante
1	$1.000x0,2 = $200	$1200	$1.000x0,2 = $200	$1200
2	$1.000x0,2 = $200	$1400	$1.200x0,2 = $240	$1440
3	$1.000x0,2 = $200	$1600	$1.440x0,2 = $288	$1728

Um investimento de $1.000 a juros simples de 20% a.a. ganha $200 por ano. Em três anos o montante seria de $1.600. Entretanto, se, à medida que forem recebidos, os juros forem incorporados ao principal, o montante será $1.728 ao término dos três anos. A juros compostos o dinheiro cresce exponencialmente em progressão geométrica ao longo do tempo, dado que os rendimentos de cada período são incorporados ao saldo anterior e passam, por sua vez a render juros.

3.1 – Capitalização a juros compostos: cálculo do montante, do principal, da taxa e do tempo de aplicação.

Apresentamos no Quadro 3 o que acontece com o montante de um capital aplicado a uma taxa de juros composta (*i*) durante três períodos:

QUADRO 3: Juros compostos

Períodos	**Montante**
1º Período	$M = C(1+i)$
2º Período	$M = C(1+i)(1+i)$
3º Período	$M = C(1+i)(1+i)(1+i)$

Generalizando para *n* períodos, podemos calcular diretamente o montante, *M*, resultante da aplicação de um capital *C*, durante *n* períodos a uma taxa de juros composta *i*.

$$M = C(1+i)^n$$

Vale ressaltar que na fórmula acima a taxa de juros deve sempre referir-se a mesma unidade de tempo do período financeiro considerado. O fator $(1 + i)^n$ é chamado de fator de capitalização. Se o capital fosse de $1.000, a taxa composta, 20% a.a., e o prazo de aplicação, três anos, o montante ao término do terceiro ano poderia ser calculado diretamente usando a fórmula acima, isto é,

$$M = \$1.000x(1+0,2)^3 = \$1.728$$

Se em algum problema for dado o montante, a taxa e o tempo e for pedido o capital inicia que foi investido, é suficiente o inverso do cálculo do montante:

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Se em outro problema for dado o capital, o montante, o tempo de aplicação e for pedida a taxa de juros é usada a fórmula seguinte, derivada das duas fórmulas anteriores:

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

Por último, se for dado o capital, o montante, a taxa e for pedido o tempo de aplicação desse capital a essa taxa de juros dada que resulta no valor do montante, então a fórmula para o cálculo do tempo é dada por

$$n = \frac{\log(M/C)}{\log(1+i)}$$

Para deduzir esta fórmula é suficiente aplicar o logaritmo (em qualquer base) em ambos os lados da fórmula do montante e usar propriedades básicas do logaritmo. A seguir faremos alguns exemplos para o cálculo de juros compostos.

Estas fórmulas são importantes quando se utiliza, para realizar os cálculos, uma calculadora científica comum. Se for utilizada uma calculadora financeira estas fórmulas não são necessárias, pois a calculadora exige que apenas sejam colocados os dados de entrada e ela calcula o item pedido.

Exemplo 3.1.1 – A juros compostos de 20% a.a., qual o montante de $3.500 em oito anos?

Solução – Os dados do exercício são: n = 8 anos, i = 20% a.a., C = $3.500. Deseja-se encontrar o montante, então

$$M = \$3.500(1 + 0,20)^8 = \$15.049,37$$

Exemplo 3.1.2 – Qual o capital que, em seis anos, à taxa de juros composta de 15% a.a., monta $14.000?

Solução - Os dados do exercício são: n = 6 anos, i = 15% a.a., M = $14.000. Deseja-se encontrar o capital, então

$$C = \frac{\$14.000}{(1+0,15)^6} = \$14.000x1,15^6 = \$6.052,59$$

Exemplo 3.1.3 – Em que prazo um empréstimo de \$55.000 pode ser quitado por meio de um único pagamento de \$110.624,80 se a taxa de juros composta cobrada for de 15% a.a.?

Solução – Os dados do exercício são: C = \$55.000, i = 15% a.a., M = \$110.624,80. Deseja-se encontrar o tempo (em anos), então

$$n = \frac{\log(\frac{110.624,80}{55.000})}{\log(1+0,15)} = \frac{\log(2,01136)}{\log(1+0,15)} = 5 \text{ anos}$$

Exemplo 3.1.4 – A que taxa de juros composta um capital de \$13.200 pode transformar-se em \$35.112,26 considerando um período de aplicação de sete meses?

Solução – Os dados do exercício são: C = \$13.200, n = 7 meses, M = \$35.112,26. Deseja-se encontrar a taxa (em meses), então

$$i = \sqrt[7]{\frac{35.112,26}{13.200}} - 1 = 0,15 = 15\% \text{ a.m.}$$

4. CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

Nas seções anteriores, os capitais usados foram valores concentrados em determinadas datas (capitais discretos). No regime de capitalização contínua, os valores *fluem contínua* e *uniformemente* ao longo do tempo segundo uma função matemática.

A capitalização contínua é muito usada em finanças na avaliação de opções, derivativos, projetos de investimento, geração de lucros da empresa, desgaste de equipamentos e outras situações. Na prática, muitas situações exigem o uso da capitalização contínua. As empresas que recebem e fazem pagamentos muitas vezes ao dia, padrão esse que está mais próximo da suposição de fluxos contínuos do que de fluxos discretos.

A computação contínua de juros é uma modalidade alternativa de cálculo de juros que permite resolver alguns problemas da matemática financeira e engenharia econômica que, de outro modo, têm soluções apenas aproximadas.

Por exemplo, considere um capital de \$100, aplicado por um ano à taxa nominal de 24% a.a., este capital resulta nos montantes apresentados no Quadro 4, considerando-se diversas hipóteses de freqüência das capitalizações da taxa nominal.

QUADRO 4: Capitalização e montante

	Capitalização	***Montante***
Anual (k=1)	$\$100x(1+0,24)^1$	= \$124,00
Semestral (k=2)	$\$100x(1+0,24/2)^2$	= \$125,44
Trimestral (k=4)	$\$100x(1+0,24/4)^4$	= \$126,25

Mensal (k=12)	$\$100x(1+0,24/12)^{12}$	= $126,82
Diária (k=365)	$\$100x(1+0,24/365)^{365}$	= $127,12

Repare que o montante aumenta à medida que a freqüência das capitalizações aumenta. Se hipoteticamente admitirmos uma capitalização horária, teremos o seguinte montante ao fim de um ano:

$$M = C(1 + \frac{i}{k})^{k.m} = 100(1 + \frac{0,24}{24.365})^{(365.24).1} = \$127,12$$

Observe que o montante praticamente não cresce com a capitalização horária, tendendo para um valor limite de $127,12.

Estando claro que o montante de um capital tende a um limite quando a freqüência das capitalizações tende ao infinito, desenvolveremos a seguir uma expressão de cálculo que serve de base da computação contínua de juros.

O montante de um capital pelo prazo *m*, a juros nominais *i*, capitalizados *k* vezes, pode ser expresso do seguinte modo:

$$M = C(1+\frac{i}{k})^{k.m} = C\left[\left(1+\frac{1}{k/i}\right)^{k/i}\right]^{i.m}$$

Admitindo que a capitalização cresça indefinidamente, ou seja, em intervalos *infinitesimais tendendo ao infinito*, no limite temos:

$$M = C\lim_{k\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{k/i}\right)^{k/i}\right]^{i.m}$$

Pode ser demonstrado que, quando $k \to \infty$, o limite do termo entre colchetes da expressão anterior é o número de Euller (lê-se Óiller) *e* = 2,718281828459..., que é um número irracional e serve de base aos logaritmos *neperianos* ou naturais (Para uma demonstração desse fato veja GUIDORIZZI, 2006). Logo podemos calcular o montante de um capital na computação contínua de juros por meio da expressão

$$M = C \times e^{\delta.m}$$

Onde δ é chamada de taxa instantânea ou contínua, sendo que essa letra grega (delta minúsculo) é a notação comumente usada. A seguir faremos uma associação entre a capitalização contínua e a discreta.

Um capital de $200.000 aplicados por 18 meses à taxa de 3% a.m. resulta nos seguintes montantes na computação contínua e na capitalização discreta de juros respectivamente:

$$M = C \times e^{\delta.m} = \$200.000 \times e^{0,03.18} = \$343.201,37$$

$$M = C \times (1 + i)^{m} = \$200.000 \times 1,03^{18} = \$340.486,61$$

Sabe-se que o montante produzido por duas taxas de juros equivalentes deve ser o mesmo. Assim, igualando os montantes das computações contínua e discreta, podemos obter uma relação de equivalência entre as taxas de juros discreta e contínua:

$$C \times e^{\delta . m} = C \times (1+i)^m \Rightarrow i = e^{\delta} - 1 \text{ e } \delta = \ln(1+i)$$

Adotando uma taxa de juros efetiva *i* de uma capitalização discreta de juros, $\delta = \ln(1+i)$ é a taxa nominal equivalente para uma capitalização contínua.

Exemplo 4.1 – Calcular o montante de um capital de $1.000 aplicado por um ano à taxa contínua de 50% a.a..

Solução – Os dados do exercício são: C = $1.000, $\delta = 50\%$ a.a. *m* = 1 mês. Deseja-se encontrar o montante, então

$$M = C \times e^{\delta . m} = \$1.000 \times e^{0,50.1} = \$1.648,72$$

Exemplo 4.2 – Calcular a taxa contínua equivalente à taxa nominal de 40% a.a. capitalizada continuamente.

Solução – Os dados são: *i* = 40% a.a., *k* = 12 meses, m = 1. Deseja-se encontrar o valor da taxa equivalente para a computação contínua. Então

$$C \times e^{\delta . m} = C(1+\frac{i}{k})^{k.m} \Rightarrow e^{\delta} = \left(1+\frac{0,24}{12}\right)^{12} = 1,48213$$

Portanto, aplicando logaritmos: $\delta . \ln e = \ln 1,48213 \Rightarrow \delta = 0,3935 = 39,35\%$ a.a..

A importância da matemática financeira é notória a todos. Nós cotidianamente nos deparamos com problemas envolvendo juros, taxas, empréstimos, prestações, etc.. Assim parece ser nosso dever estar “antenados” com a teoria que está por trás destes problemas. Para um estudo mais aprofundado sobre o assunto veja VERAS, 2001 e ASSAF, 1997.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF, Neto, Alexandre. **Matemática Financeira e suas aplicações**. São Paulo. Atlas, 1997.

D’AMBROSIO, Nicolau. D’AMBROSIO, Ubiratan. **Matemática Comercial e Financeira e Complementos de Matemática para os cursos do 2º grau.** 20.ª edição. Companhia Editorial Nacional. São Paulo, 1972.,

GIOVANNI, José Ruy. JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **Matemática:** pensar & descobrir. Nova edição. São Paulo. FTD, 2005.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um Curso de Cálculo:** Volume 1. Editora LTC, 2006.

PCN. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. MEC: Secretaria de Educação Média e Tecnologia. 1999

VERAS, Lília Ladeira. **Matemática Financeira: uso de calculadoras financeiras, aplicações ao mercado financeiro, introdução à engenharia econômica:** 300 resolvidos e propostos com respostas – 4. ed.- São Paulo. Atlas, 2001.