UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

VINÍCIUS ARRAIS LEITE SILVA
WELBER GONÇALVES PROPHETA

ENTRE O SOLO E O GRÁFICO: A HORTA ESCOLAR COMO ESPAÇO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES PARA O 9° ANO

Goiânia
2025

UFG

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC no 1240/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei no 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação disponibilizado no RI/UFG é de responsabilidade exclusiva dos autores. Ao encaminhar(em) o produto final, o(s) autor(a)(es)(as) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG)

Vinícius Arrais Leite Silva e Welber Gonçalves Propheta

Entre o solo e o gráfico: a horta escolar como espaço de modelagem matemática no ensino de funções para o 9º ano

2. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador) Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante: a) consulta ao(à)(s) autor(a)(es)(as) e ao(à) orientador(a); b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo do TCCG. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro.

Obs.: Este termo deve ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Kelem Gomes Lourenco**, **Professora do Magistério Superior**, em 17/12/2025, às 15:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Vinícius Arrais Leite Silva**, **Discente**, em 17/12/2025, às 15:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Welber Gonçalves Propheta**, **Discente**, em 17/12/2025, às 16:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5809028** e o código CRC **2BBE7756**.

Referência: Processo nº 23070.060865/2025-63 SEI nº 5809028

VINÍCIUS ARRAIS LEITE SILVA
WELBER GONÇALVES PROPHETA

O SOLO E O GRÁFICO: A HORTA ESCOLAR COMO ESPAÇO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES PARA O 9° ANO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Goiás como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.
Orientadora: Profª. Dra. Kélem Gomes Lourenço.

.

Goiânia
2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

SILVA, VINICIUS ARRAIS LEITE
ENTRE O SOLO E O GRÁFICO: A HORTA ESCOLAR COMO ESPAÇO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES PARA O 9° ANO [manuscrito] / VINICIUS ARRAIS LEITE SILVA, WELBER GONÇALVES PROPHETA. - 2025.
48 f.

Orientador: Profa. Dra. KÉLEM GOMES LOURENÇO.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), Matemática, Goiânia, 2025.

1. matemática. 2. modelagem. 3. função. 4. horta. I. PROPHETA, WELBER GONÇALVES. II. LOURENÇO, KÉLEM GOMES, orient. III. Título.

CDU 51

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ao(s) cinco dia(s) do mês de dezembro do ano de 2025 iniciou-se a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado "***Entre o solo e o gráfico: a horta escolar como espaço de modelagem matemática no ensino de funções para o 9º ano***", de autoria de Vinícius Arrais Leite Silva e Welber Gonçalves Propheta, do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto de Matemática e Estatística da UFG. Os trabalhos foram instalados pela Dra Kélem Gomes Lourenço – orientadora (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Ronaldo Antônio dos Santos (IME/UFG) e Maria Bethânia Sardeiro dos Santos (IME/UFG). Após a apresentação, a banca examinadora realizou a arguição dos estudantes. Posteriormente, de forma reservada, a Banca Examinadora atribuiu a nota final de 9,2, tendo sido o TCC considerado aprovado com sugestões de alteração.

Proclamados os resultados, os trabalhos foram encerrados e, para constar, lavrou-se a presente ata que segue assinada pelos Membros da Banca Examinadora.

---

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Ronaldo Antonio Dos Santos**, **Professor do Magistério Superior**, em 07/12/2025, às 22:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

---

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Kelem Gomes Lourenco**, **Professora do Magistério Superior**, em 08/12/2025, às 14:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

---

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Maria Bethania Sardeiro Dos Santos**, **Professor do Magistério Superior**, em 17/12/2025, às 16:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5809011** e o código CRC **82FC7A7B**.

Referência: Processo nº 23070.060865/2025-63 SEI nº 5809011

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos de Vinícius Arrais Leite Silva:

Aos meus pais e minha irmã por terem me apoiado durante todo o período de realização de trabalho. A minha noiva Bruna, pelo amor incondicional e compreensão durante as noites viradas para desenvolvimento deste trabalho. Aos professores Jhone, Karly, Maria Bethânia e Elisabeth, por serem minhas grandes inspirações profissionais. A minha orientadora Kelem, pela paciência, pelo carinho, pelos conselhos e pelas ideias para este trabalho

Agradecimentos de Welber Gonçalves Propheta:

Agradeço a minha esposa Elyza, pelo amor, carinho, compreensão, apoio suporte durante toda minha trajetória acadêmica. Agradeço a minha orientadora Kélem, por toda a paciência e pelos valiosos conselhos durante a realização deste trabalho. Agradeço a todos os professores com os quais tive o privilégio de cursar disciplinas.

—[...] Genericamente, pode-se dizer que a matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir.‖ (Biembengut e Hein, 2005, pg. 13)

RESUMO

Neste trabalho, propõe-se uma atividade pedagógica que articula o conteúdo de funções do 9º ano do Ensino Fundamental – em especial às funções afim e quadrática – com a Modelagem Matemática, utilizando como contexto a horta escolar, em consonância com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A pesquisa, de natureza qualitativa, bibliográfica e documental, analisou referências teóricas, com experiências educacionais documentadas, que articulam a Modelagem Matemática em contextos escolares. Buscou-se compreender de que modo o ambiente da horta pode favorecer o ensino de Matemática, especialmente dos conteúdos de funções afim e quadrática, por meio de atividades que aproximem o conhecimento formal das vivências cotidianas dos estudantes. A análise teórica evidenciou a potencialidade da Modelagem Matemática como estratégia capaz de promover aprendizagens significativas, estimular o protagonismo discente e integrar diferentes áreas do conhecimento. Com base nas etapas propostas por Biembengut e Bassanezi, foi elaborado um percurso teórico-metodológico que descreve como a Modelagem pode ser aplicada ao contexto da horta escolar, respeitando suas especificidades e favorecendo a compreensão de relações de dependência entre variáveis. Reconhece-se, contudo, que a Modelagem Matemática não se restringe a uma sequência didática fixa, uma vez que seu desenvolvimento depende das condições concretas de cada realidade escolar, do perfil dos alunos e dos recursos disponíveis. Assim, mais do que uma proposta fechada, este trabalho apresenta um caminho orientador para professores interessados em integrar a Modelagem ao ensino de funções em ambientes contextualizados. Apesar da ausência de aplicação empírica, há indícios que a articulação entre a Modelagem Matemática, as hortas escolares e a BNCC representa uma abordagem promissora para o ensino de Matemática, com potencial de subsidiar futuras investigações e práticas pedagógicas que envolvam outros conteúdos e séries, promovendo a interdisciplinaridade, através da modelagem matemática, no contexto escolar.

Palavras-chave: matemática; modelagem; função; horta.

ABSTRACT

This academic work proposes a pedagogical activity that integrates the study of functions – specifically linear and quadratic functions, as covered in the 9th grade of Brazilian Elementary Education – with Mathematical Modeling, utilizing the school vegetable garden as a contextual framework. This approach is aligned with the directives of the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC). As a qualitative, bibliographical, and documentary study, this research examined theoretical references that interconnect Mathematical Modeling, the teaching of functions, and vegetable gardens in educational settings. The investigation sought to comprehend how the vegetable garden environment can benefit the teaching of Mathematics, particularly the concepts of linear and quadratic functions, through activities that connect formal knowledge with students' daily experiences. The theoretical analysis underscored the potential of Mathematical Modeling as a pedagogical strategy to foster meaningful learning, encourage student agency, and integrate different fields of knowledge. Following the framework proposed by Biembengut and Bassanezi, a theoretical-methodological path was developed, outlining the application of Modeling within the specific context of a school vegetable garden, thereby promoting the understanding of dependency relationships between variables. It is recognized, however, that Mathematical Modeling is not confined to a rigid didactic sequence, as its implementation is contingent upon the concrete conditions of each school's reality, student profiles, and available resources. Consequently, rather than presenting a definitive proposal, this study offers a guiding framework for educators interested in incorporating Modeling into the teaching of functions within contextualized environments. Although empirical application was not conducted, the theoretical findings suggest that the integration of Mathematical Modeling, school vegetable gardens, and the BNCC constitutes a promising approach to Mathematics education, with the potential to support future research and pedagogical practices involving other content areas and grade levels, thereby promoving interdisciplinarity, by using Mathematical Modeling, in the school context.

Keywords: mathematics; modeling; function; vegetable garden.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática no Ensino Fundamental tem passado por muitas transformações nas últimas décadas, especialmente no que se refere à necessidade de tornar os conteúdos mais significativos e contextualizados para os estudantes. Nesse cenário, a Modelagem Matemática surge como uma abordagem pedagógica promissora, pois permite relacionar conceitos matemáticos a situações reais, favorecendo a compreensão e a aplicação do conhecimento.

Neste trabalho, é proposta uma atividade pedagógica que articula o conteúdo de funções do 9º ano do Ensino Fundamental – em especial as funções afim e quadrática – com a Modelagem Matemática, utilizando como contexto a horta escolar. A escolha desse ambiente justifica-se por seu potencial interdisciplinar, sua relevância socioambiental e sua capacidade de engajar os estudantes em investigações práticas e significativas.

A escolha desse ambiente justifica-se por seu potencial interdisciplinar, sua relevância socioambiental e sua capacidade de engajar os estudantes em investigações práticas e significativas. Neste trabalho, propomos uma atividade pedagógica que articula o conteúdo de funções do 9º ano do Ensino Fundamental – em especial as funções afim e quadrática – com a Modelagem Matemática, utilizando como contexto a horta escolar.

A proposta está alinhada com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que preconiza o desenvolvimento de competências e habilidades que permitam aos alunos ―compreender, interpretar e intervir em situações reais‖ por meio do raciocínio matemático. Além disso, a BNCC destaca a importância de que os estudantes reconheçam a Matemática como uma ferramenta para compreender e transformar o mundo à sua volta.

1.1 O problema

Apesar da reconhecida importância do conceito de função para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a compreensão de fenômenos variacionais, observa-se que seu ensino, em muitos contextos, ainda é marcado por abordagens excessivamente formalistas e descontextualizadas (Chevallard, 1991; Skemp, 1971). É comum que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental apresentem dificuldades em compreender a noção de função como um modelo de dependência entre variáveis, limitando-se, muitas vezes, à manipulação de fórmulas e representações gráficas desprovidas de significado (Ausubel, 2000).

Nesse sentido, o problema central que orienta esta pesquisa é: A dificuldade de aprendizado de funções afim e quadrática em turmas do 9° anos. Deste modo, a pergunta da investigação é: Qual é um possível caminho para a aplicação da Modelagem Matemática no contexto de hortas escolares como estratégia para o ensino de funções no 9º ano do Ensino Fundamental?

A investigação buscou, portanto, superar a dissociação entre a Matemática escolar e as experiências vivenciadas pelos alunos, propondo um caminho metodológico que permita a construção dos conceitos de função afim e quadrática a partir de situações reais, concretas e significativas.

1.2 A hipótese

A utilização da horta escolar como ambiente de investigação, associada aos princípios da Modelagem Matemática, constitui uma estratégia eficaz para promover a aprendizagem significativa de funções. Acredita-se que, ao vivenciarem todo o processo de Modelagem – desde a identificação de um problema real na horta, passando pela coleta de dados, construção e validação do modelo matemático, até a intervenção e socialização dos resultados –, os estudantes desenvolvam uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos matemáticos envolvidos.

Espera-se que, potencialmente, por meio dessa abordagem, os alunos não apenas assimilem os conteúdos curriculares previstos para o 9º ano, mas também desenvolvam competências como o raciocínio lógico, a criticidade, a criatividade e a capacidade de trabalhar colaborativamente, alinhando-se, assim, às competências gerais preconizadas pela BNCC.

1.3 A justificativa

A realização deste trabalho justifica-se por múltiplas razões, de ordem pedagógica, curricular e social:

a) Pedagógica: A Modelagem Matemática, conforme defendida por Biembengut (2009) e Bassanezi (2015), posiciona o aluno como agente ativo na construção do conhecimento, rompendo com a passividade característica de aulas expositivas tradicionais. A horta escolar, por sua vez, atua como um ―tema gerador‖ no sentido freiriano, mobilizando saberes prévios e garantindo a significância lógica e psicológica da aprendizagem.

b) Curricular: A BNCC (BRASIL, 2018) enfatiza a necessidade de os estudantes ―compreenderem as funções afim e quadrática como modelos de dependência entre variáveis‖. A proposta aqui apresentada materializa essa diretriz, integrando-a à Competência Específica 1 de Matemática, que prevê a identificação, interpretação e proposição de modelos para situações-problema.

c) Social e Ambiental: A horta escolar configura-se como um espaço privilegiado para a educação ambiental e para a promoção de hábitos alimentares saudáveis. Ao relacionar o ensino de funções a esse contexto, reforça-se a dimensão social da Matemática e sua relevância para a formação cidadã, segundo D'Ambrósio (2012) e Skovsmose (2001).

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo geral

Apresentar uma aplicação da Modelagem Matemática em hortas escolares, como alternativa pedagógica para o ensino de funções no 9º ano do Ensino Fundamental, em consonância com a BNCC.

1.4.2 Objetivos específicos

a) Explorar, na literatura, atividades de Modelagem Matemática que articulem conteúdo de funções do 9º ano com hortas escolares;
b) Identificar relações entre a Modelagem Matemática e os documentos curriculares vigentes;
c) Sistematizar, a partir do referencial teórico, as etapas da Modelagem Matemática aplicadas ao contexto da horta escolar no ensino de funções.

1.5 Conceitos abordados

Este trabalho está organizado em seções que conduzem o leitor por uma progressão teórico-prática, partindo dos fundamentos legais e conceituais até a proposta pedagógica. A estrutura do mesmo apresenta uma análise detalhada da Base Nacional Comum Curricular, percorrendo seus antecedentes legais, o processo de construção e homologação, e um recorte específico para o ensino de Matemática, com ênfase no conteúdo de funções no 9º ano do Ensino

Fundamental, uma vez que, o ensino de matemática no Brasil deve seguir a estrutura definida pela BNCC.

Em seguida, o trabalho aborda a evolução histórica da Modelagem Matemática, sua consolidação como disciplina autônoma e sua incorporação ao contexto educacional. Explora ainda as etapas do processo de Modelagem, sua relação com a BNCC e suas interfaces com outras abordagens, como a Aprendizagem Significativa e a Educação Matemática Crítica.

Além disso, o texto aborda conceitos fundamentais de funções no contexto da educação básica, revisa e sistematiza os conceitos matemáticos essenciais para a proposta, incluindo produto cartesiano, relações binárias, definição formal de função e as propriedades das funções afim e quadrática, sempre com exemplos contextualizados na horta escolar.

Ademais, a seção final apresenta uma proposta pedagógica que é o cerne do trabalho: como os docentes podem montar sequências didáticas estruturadas em cinco etapas, alinhada à BNCC e fundamentadas pela modelagem matemática de Biembengut. Inclui objetivos, conteúdos, exemplos de aplicação e orientações para a implementação, validação e socialização dos modelos construídos pelos estudantes. Posteriormente tem-se as considerações finais, que sintetizam as contribuições do estudo, reflexões sobre o processo de elaboração e sugestões para desdobramentos futuros.

2 A BNCC

Nesta seção, a Matemática no Ensino Fundamental é analisada sob a perspectivada Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Segundo o documento, o ensino deve oportunizar ao estudante o desenvolvimento de competências que lhe permitam compreender, interpretar e intervir em situações reais por meio do raciocínio lógico, crítico e criativo.
A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas por alunos no decorrer da educação básica. Sua elaboração e implementação representam um dos mais longos e debatidos processos da história educacional brasileira recente, refletindo tensões, avanços e a busca por equidade e qualidade no ensino. Primeiramente, será abordado o contexto histórico que suscitou na concepção da BNCC, desde seus antecedentes legais até sua homologação e implementação.

2.1 Antecedentes legais: da Constituição de 1988 À LDB de 1996

A gênese da ideia de um currículo nacional unificado no Brasil está intrinsecamente ligada ao processo de redemocratização do país. A Constituição Federal de 1988, em seu Artigo 210, estabeleceu que "serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais" (BRASIL, 1988). Este mandamento constitucional representou a primeira previsão legal de um núcleo comum de aprendizagens, ainda que restrito ao ensino fundamental.

Este princípio foi posteriormente detalhado e ampliado pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394/1996. O Artigo 26 da LDB determinou que "os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada" (BRASIL, 1996).

Conforme analisa Saviani (2013, p. 512), a LDB "manteve a tradição de assegurar uma base comum, porém, sem definir seu conteúdo, transferindo essa tarefa para instâncias posteriores". Nesse ínterim, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), publicados a partir de 1997, surgiram como documentos de caráter orientador e não obrigatório. No entanto, a falta de obrigatoriedade resultou em uma adoção fragmentada e desigual pelos mais de 5.570 municípios e 27 unidades federativas, conforme estudos de Cássio (2019, p. 45), que argumentam que os PCNs funcionaram mais como "referenciais de qualidade" do que como diretrizes efetivamente implementadas.

2.2 Primeiras versões da BNCC

Em junho de 2015, foi disponibilizada para consulta pública a primeira versão da BNCC. Este documento, que abrangia toda a Educação Básica, recebeu um volume monumental de mais de 12 milhões de contribuições (BRASIL, 2017).

No entanto, a primeira versão foi alvo de severas críticas da comunidade educacional. Um dos pontos mais controversos foi a organização por "campos de experiência" e "áreas de conhecimento", que, para muitos especialistas, fragilizavam a identidade das disciplinas tradicionais, especialmente História.

Conforme pontuou o historiador Circe Bittencourt (2015), a proposta "desconsidera a temporalidade histórica e fragmenta o conhecimento, tornando-o superficial".

Diante das críticas, uma segunda versão foi elaborada e divulgada em maio de 2016, sob a coordenação da professora Maria Helena Guimarães de Castro (Secretária do Ministério da Educação). Esta versão buscou incorporar parte das contribuições e reaproximar o documento da estrutura disciplinar.

2.3 A Homologação e implementação da BNCC do Ensino Fundamental

A BNCC para a etapa do Ensino Fundamental foi homologada em 20 de dezembro de 2017, por meio da Portaria MEC nº 1.570, após um longo processo de discussões, revisões e consultas públicas que envolveram educadores, especialistas, instituições da sociedade civil e a população em geral.

Esse documento estabelece os conhecimentos, as competências e as habilidades essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental, assegurando uma formação comum nacional e a equidade nos sistemas de ensino.

A implementação da BNCC do Ensino Fundamental ocorreu de forma gradual, com um prazo inicial até 2020 para que estados e municípios adaptassem seus currículos, materiais didáticos e práticas pedagógicas. O processo exigiu a revisão e a elaboração de novos currículos em regime de colaboração entre União, estados e municípios, conforme estabelecido pelo Plano

Nacional de Educação (PNE). Além disso, foram necessárias ações de formação continuada de professores, atualização de avaliações nacionais, como a Prova Brasil, e realinhamento dos livros didáticos e outros recursos educacionais.

A BNCC organiza o Ensino Fundamental em duas fases: anos iniciais (1º ao 5º ano) e anos finais (6º ao 9º ano), promovendo uma progressão coerente e articulada das aprendizagens.
Entre as principais inovações, destacam-se a incorporação da Língua Inglesa como disciplina obrigatória a partir do 6º ano, a ênfase na alfabetização até o 2º ano do Ensino Fundamental e a integração de competências gerais – como pensamento científico, criatividade e cidadania – a todas as áreas do conhecimento.
Apesar dos avanços, a implementação da BNCC enfrentou desafios significativos, como a necessidade de investimento em infraestrutura, a adequação da formação docente, as desigualdades regionais e a complexidade de traduzir as orientações nacionais em práticas pedagógicas efetivas em sala de aula.
A BNCC representa, portanto, um marco normativo importante, cujo sucesso depende do contínuo apoio às redes de ensino, do monitoramento sistemático e do engajamento de todos os atores envolvidos na educação básica brasileira.

2.4 A BNCC e Matemática, um recorte para funções

Dentro do documento previamente exposto, recortou-se da BNCC do ensino fundamental o coneúdo de funções. A partir do recorte mencionado, escolheu-se o conteúdo de função afim e função quadrática. Além de constituírem conceitos fundamentais para a continuidade dos estudos na Educação Básica, oferecem um campo fértil para aplicações práticas. Nesse sentido, a Modelagem Matemática, entendida como metodologia de ensino que conecta o conhecimento escolar à realidade, assume papel central no processo de ensino-aprendizagem.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) organiza o ensino de Matemática no Ensino Fundamental a partir de cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. No 9º ano, a unidade Álgebra tem como foco principal a introdução e o aprofundamento do conceito de função, especialmente a função afim e a função quadrática. Segundo a BNCC:

No 9º ano, espera-se que os estudantes compreendam as funções afim e quadrática como modelos de dependência entre variáveis, utilizando suas representações algébricas e gráficas, para interpretar situações do cotidiano e de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2018, p. 291).

Neste viés, a BNCC destaca a importância da compreensão conceitual e da interpretação de situações reais, evidenciando que o ensino de funções deve ultrapassar o campo meramente formal.

Essas funções são de fundamental importância não apenas pela formalização Matemática, mas pela sua capacidade de modelar fenômenos reais, como movimentos uniformes e acelerados, variação de custos e receitas, entre outros.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção, será abordada a Modelagem Matemática em suas múltiplas dimensões, percorrendo um pouco de sua trajetória histórica, seus fundamentos como estratégia pedagógica, sua articulação com o currículo nacional e sua relação com outras abordagens educacionais. Será examinada sua integração na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), demonstrando como suas competências e unidades temáticas naturalmente acolhem essa prática. Os principais conceitos desta seção foram baseados no trabalho de Biembengut (2009)

3.1 Abordagem histórica da Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática, enquanto atividade intelectual, é tão antiga quanto a própria Matemática (Boyer, 1996). Suas raízes históricas remontam às civilizações antigas, onde já se observava a aplicação de princípios matemáticos para resolver problemas práticos. No entanto, sua trajetória como abordagem pedagógica, percorreu um caminho complexo até se consolidar no cenário educacional contemporâneo.

3.2 Século XX: A emergência da Modelagem como disciplina autônoma

O século XX testemunhou a transformação da Modelagem Matemática em uma disciplina autônoma, com metodologias próprias e aplicações diversificadas. Dois fatores foram particularmente importantes nesse processo:

Primeiro, as demandas da Segunda Guerra Mundial, que aceleraram o desenvolvimento de modelos matemáticos sofisticados para aplicações militares, incluindo pesquisa operacional, criptografia e balística. Matemáticos como John von Neumann (1903-1957) e Norbert Wiener (1894-1964) foram figuras centrais nesse esforço, desenvolvendo teorias que posteriormente encontraram aplicações civis.

Consecutivamente, o advento dos computadores digitais a partir da segunda metade do século XX revolucionou a prática da Modelagem, permitindo a simulação de sistemas complexos anteriormente intratáveis (como, por exemplo, o lançamento de satélites e foguetes). Esta revolução computacional expandiu dramaticamente as fronteiras da Modelagem, possibilitando sua aplicação em áreas como meteorologia, economia, biologia e ciências sociais.

3.3 A Modelagem Matemática como abordagem pedagógica

A introdução da Modelagem Matemática como abordagem pedagógica teve seusurgimento no contexto educacional a partir da década de 1970, inicialmente em países como Estados Unidos, Inglaterra e Alemanha (Biembengut, 2009).

No Brasil, a Modelagem Matemática começou a ganhar espaço nas discussões educacionais a partir da década de 1980, com impulso significativo nas décadas seguintes. O trabalho pioneiro de autores como Biembengut e Bassanezi foi fundamental para sua disseminação no país, adaptando as concepções internacionais ao contexto educacional brasileiro.

A consolidação da Modelagem como prática pedagógica no Brasil acompanhou as transformações nas concepções de ensino de Matemática, alinhando-se com perspectivas que valorizam a contextualização, a interdisciplinaridade e a formação cidadã. Como observa Biembengut (2009, p. 20), "a Modelagem no ensino surgiu como uma alternativa para tornar a Matemática mais significativa para os estudantes".

A Modelagem Matemática pode ser compreendida, a partir da perspectiva de Biembengut (2009), como uma estratégia de ensino e aprendizagem na qual as atividades de sala de aula são desenvolvidas por meio da interação entre a aquisição de conhecimentos matemáticos e o enfrentamento de situações reais. Para a autora, a Modelagem constitui-se em um "processo de interação entre a realidade e a Matemática, viabilizando a conversão de uma situação real em um modelo matemático" (BIEMBENGUT, 2009, p. 15). Esse processo é dinâmico e pode ser organizado em etapas que incluem:

1. Escolha e Definição do Tema: A partir de um contexto real, os alunos identificam um problema a ser investigado.
2. Levantamento de Dados e Simplificação: São coletadas informações relevantes e estabelecidas hipóteses para tornar o problema tratável matematicamente.
3. Matematização: A situação real é traduzida para a linguagem e os conceitos matemáticos, construindo-se um modelo.
4. Resolução do Modelo: Aplicam-se técnicas e ferramentas matemáticas para solucionar o problema dentro do modelo construído.
5. Interpretação e Validação: A solução Matemática é interpretada no contexto do problema original, analisando-se sua adequação e limitações.

Nessa abordagem, conforme defende Biembengut (2009, p. 33), "o aluno deixa de ser um espectador passivo e torna-se um agente ativo na construção de seu conhecimento". A aprendizagem ocorre não apenas na aplicação de fórmulas, mas principalmente na tomada de decisões durante a construção e validação do modelo, desenvolvendo o raciocínio, a criticidade e a criatividade.

3.4 A Modelagem Matemática na estrutura da BNCC

A BNCC não apresenta a Modelagem Matemática como um tópico isolado, mas como uma competência específica e uma prática a ser integrada ao longo de todo o ensino da disciplina. Essa integração é fundamental para materializar o que o documento preconiza para o ensino de Matemática: "fazer com que os estudantes reconheçam que a Matemática é uma ferramenta poderosa para compreender e transformar o mundo à sua volta" (BRASIL, 2017, p. 265).

A Competência Específica 1 de Matemática estabelece, explicitamente, a conexão com a Modelagem:

> Identificar, interpretar e propor diferentes modelos para situações-problema, utilizando diferentes linguagens e ferramentas matemáticas, para descrever relações, fazer predições e tomar decisões, reconhecendo a Matemática como construção humana, suas limitações e potencialidades. (BRASIL, 2017, p. 267).

Esta competência vai ao encontro da definição de Biembengut (2009), pois enfatiza a identificação e a proposição de modelos, a tomada de decisões e a reflexão crítica sobre o próprio conhecimento matemático.

Além disso, a BNCC estrutura o ensino de Matemática em Unidades Temáticas e Objetos de Conhecimento, nos quais a Modelagem pode ser naturalmente incorporada. A análise do documento permite identificar que a prática da Modelagem está intrinsecamente relacionada a várias das unidades, em especial:

a) Álgebra: A Modelagem é uma via de mão dupla com a Álgebra. Por um lado, situações do mundo real podem ser modeladas por meio de funções e equações. Por outro, o estudo da Álgebra ganha significado quando aplicado para resolver problemas concretos. A BNCC prevê, por exemplo, que no 9º ano os estudantes devem "construir e resolver problemas por meio de equações polinomiais do 1º grau" (BRASIL, 2017, p. 293), o que pode ser perfeitamente realizado por meio de atividades de Modelagem que envolvam cálculo de orçamentos, análise de planos de pagamento ou estimativas de consumo.

b) Geometria: Problemas que envolvem cálculo de área, perímetro, volume e semelhança de figuras são férteis para a Modelagem. A habilidade (EF07MA30), por exemplo, que trata de "resolver problemas que envolvam razões entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica" (BRASIL, 2017, p. 289), pode ser trabalhada a partir da análise do tráfego em uma via ou da distribuição populacional de um bairro.
c) Grandezas e Medidas: Esta unidade temática é essencialmente aplicada. A Modelagem pode ser utilizada para trabalhar conversão de unidades, estimativas de custo de materiais para uma reforma ou cálculo do consumo de energia elétrica de uma residência, desenvolvendo nos estudantes uma noção prática de medida.

3.5 Modelagem Matemática e outras abordagens pedagógicas

A Modelagem Matemática não necessariamente é utilizada sozinha em ambientes pedagógicos, mas sim atrelada a outras teorias da Educação Matemática, uma dessas relações é a articulação entre Modelagem Matemática e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, ampliada por Moreira (2000) para uma perspectiva crítica, desta forma, fornece o substrato teórico para atividades práticas. Moreira (2000, p. 121) defende que a aprendizagem significativa crítica "implica em aprender a aprender, em aprender a pensar, em aprender a fazer, em aprender a ser, em aprender a conviver". Em uma atividade com a horta escolar, estes princípios se materializam quando:

a) Os conhecimentos prévios dos estudantes sobre plantas, medidas e proporções são mobilizados como vivências passadas;
b) As situações-problema emergem do contexto real, garantindo a significância lógica;
c) A aprendizagem se desenvolve através da investigação ativa, caracterizando a significância cognitiva.

Outro ponto de vinculação é entre a teoria de Skovsmose (2001) com a Modelagem Matemática, o mesmo propõe que a Educação Matemática Crítica deve preparar os estudantes para "ler o mundo com Matemática", desenvolvendo a "Matemática" como competência para interpretar e questionar realidades matematizadas. Para o Ensino Fundamental, esta perspectiva adapta-se através da criação de "cenários de investigação" que permitam aos estudantes vivenciar a Matemática como prática social (Skovsmose, 2001).

D'Ambrósio (2012) reforça esta visão ao defender que "a Matemática deve ser vivida como uma atividade humana, voltada para a resolução de problemas concretos da realidade dos estudantes". A horta escolar configura-se, assim, como um cenário privilegiado para esta vivência. O docente, ao elaborar e executar sequências didáticas que envolvam a Modelagem Matemática, proporciona ao discente a possibilidade de ser o protagonista da investigação, uma vez que, o mesmo está participando de todas as etapas do processo de aprendizagem.

4 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE FUNÇÕES NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

A finalidade desta seção é revisar e sistematizar os principais conceitos relacionados às funções, abordando, de modo progressivo, o produto cartesiano, as relações binárias e a definição formal de função. Em seguida, são discutidas as funções afim (ou polinomial de 1º grau) e quadrática (ou polinomial do 2º grau), suas propriedades e representações gráficas, com ênfase em aspectos conceituais que poderão servir de subsídio para abordagens interdisciplinares e de Modelagem Matemática. Os conceitos matemáticos apresentados nesta seção foram baseados nos capítulos de quatro até sete de Iezzi, Murakami, volume 1 (2013).

A compreensão do conceito de função é um dos pilares da Matemática escolar, sendo indispensável para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a interpretação de fenômenos quantitativos e variacionais. No contexto da Educação Básica, particularmente no 9º ano do Ensino Fundamental, o estudo das funções representa o momento em que o estudante transita de uma Matemática aritmética e geométrica para uma abordagem mais abstrata e generalizadora, que serve de fundamento para os conteúdos do Ensino Médio.

Para o professor, dominar os aspectos conceituais e estruturais das funções não se limita a um saber estritamente acadêmico, mas constitui um instrumento didático essencial para promover aprendizagens significativas e contextualizadas. A partir desse domínio, torna-se possível conduzir práticas pedagógicas que relacionem o estudo de funções à resolução de problemas e à Modelagem de situações reais, aproximando o conteúdo matemático da experiência cotidiana dos alunos. O produto cartesiano é um conceito fundamental para a definição formal de relação e função.

Definição 4.1: Dados dois conjuntos não vazios A e B, subconjuntos dos números reais, chama-se produto cartesiano o conjunto formado por todos os pares ordenados obtidos a partir de A e B, nessa ordem. Define-se:

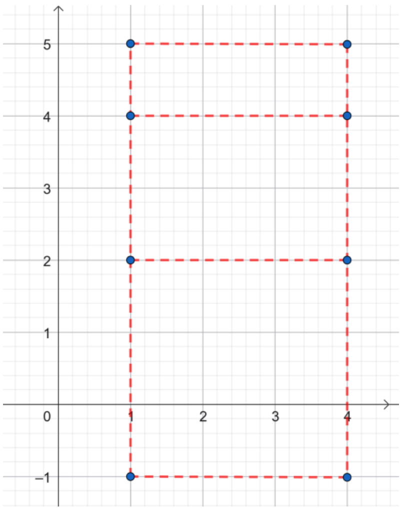
$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \ e \ y \in B\}$$

Exemplo 1: Dados os conjuntos $A = \{1,4\}$ e $B = \{-1,2,4,5\}$, o produto cartesiano de A com B é

$$A \times B = \{(1,-1); (1,2); (1,4); (1,5); (4,-1); (4,2); (4,4); (4,5)\}$$

Neste exemplo, os elementos do produto cartesiano podem ser representados graficamente na Figura 1:

Figura 1: Representação gráfica dos elementos do produto cartesiano entre A e B.



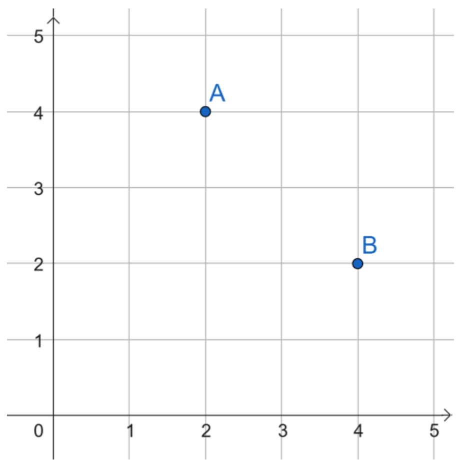
Fonte: autoria própria.

A ideia de ―par ordenado‖ indica que a ordem dos elementos é relevante, ou seja:

$$(a,b) \neq (b,a), a \in A\ e\ b \in B$$

Exemplo 2: Os pares ordenados (2,4) e (4,2) se diferem, ou seja, representam pontos distintos no plano cartesiano, o que é ilustrado na Figura 2:

Figura 2: Representação gráfica dos pares ordenados $B(4,2)$ e $A(2,4)$.



Fonte: autoria própria.

O plano, com esse sistema de coordenadas, é denominado plano cartesiano, em homenagem a René Descartes, que formalizou a associação entre álgebra e geometria por meio da representação de pares numéricos no plano, o que permitiu o surgimento da Geometria Analítica.

Na perspectiva didática, trabalhar o produto cartesiano no 9º ano possibilita introduzir os alunos à noção de correspondência entre conjuntos e à ideia de variável dependente e independente — fundamentos que serão retomados na definição de função. Vale ressaltar que, a pesar de o rigor matemático ser valorizado nessa abordadem, a noção intuitiva de função (relação e dependência entre grandezas) pode ficar diminuída. O olhar docente, nessa situação é fundamental, pois cabe a ele indicar ao estudante que o rigor e a idéia intuitiva de função são —duas faces da mesma moeda‖.

4.1 Relações Binárias

Com base no produto cartesiano, define-se o conceito de relação binária:

Definição 4.2: Uma relação R_{AB} entre dois conjuntos A e B é uma correspondência que associa elementos do conjunto A com elementos do conjunto B. Os elementos dessa relação constituem um subconjunto do produto cartesiano $A \times B$, tal que um elemento $a \in A$ está associado a um elemento $b \in B$ por R_{AB} se, e somente se, o par ordenado (a, b) pertence a $A \times B$.

Essa correspondência pode ser representada de diferentes formas, como por meio de diagramas de setas, tabelas, conjuntos de pares ordenados, propriedades matemáticas definidas ou representações gráficas.

Exemplo 3: Dados dois conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2,3,4\}$, a os elementos da relação —é menor que‖ são os seguintes:

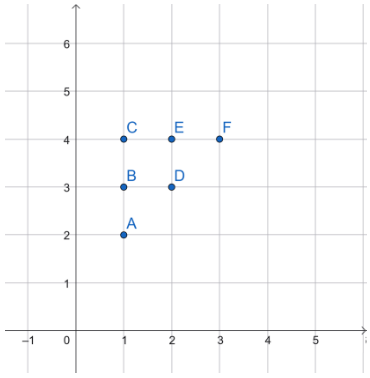
$$R = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)\}$$

Ou ainda:

$$R = \{(x, y) \in A \times B | x < y\}$$

A relação binária apresentada no Exemplo 3 pode ser representada graficamente conforme a Figura 3:

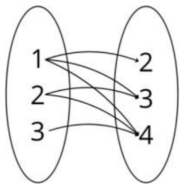
Figura 3: Representação gráfica dos elementos da relação binária $\boldsymbol{R_{AB}}$



Fonte: Autoria própria.

A relação binária do Exemplo 4.1.1 também pode ser representada por um diagrama de flechas da Figura 4:

Figura 4: Diagrama de flechas de R = {(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)}.

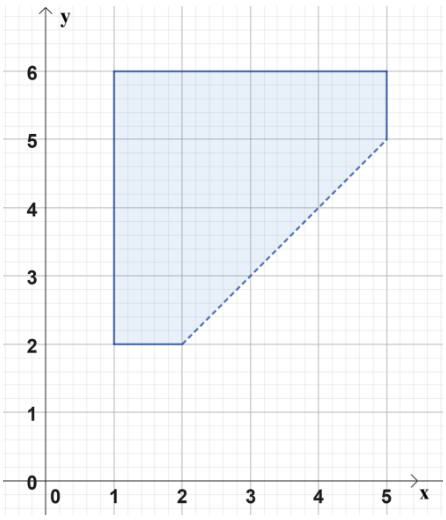


Fonte: Autoria própria.

Caso A e B sejam intervalos de $\mathbb{R}$, a relação binária é representada por uma região em $\mathbb{R}^2$.

Exemplo 4: Dados $A = \{x \in \mathbb{R}|\ 1 \leq x \leq 5\}$ e $B = \{y \in \mathbb{R}|\ 2 \leq y \leq 6\}$, o conjunto de elementos da relação binária é $R = \{(x, y) \in A \times B | x < y\}$e é representada pelo gráfico a seguir:

Figura 5: Representação gráfica dos elementos de R_{AB}



Fonte: Autoria própria

Do ponto de vista pedagógico, o estudo das relações binárias introduz os estudantes ao raciocínio lógico-matemático e ao conceito de correspondência. A visualização das relações por meio de diagramas de flechas, por exemplo, é uma estratégia didática eficaz para desenvolver a compreensão das associações entre elementos de conjuntos distintos. Essa base conceitual será essencial para compreender quando uma relação especial, chamada função, apresenta propriedades específicas de associação entre os elementos.

4.2 Funções

4.2.1 Conceitos iniciais sobre função

Uma função é uma relação especial entre dois conjuntos A e B, ambos não vazios, na qual a cada elemento $a \in A$ está associada exatamente um elemento $b \in B$. O conjunto A é denominado domínio da função, enquanto o conjunto B é chamado de contradomínio. O conjunto de todos os valores efetivamente associados é a imagem da função. Assim, se $f\colon A \to B$ é uma função, escreve-se $f(a) = b$, indicando que b é a imagem de a. Para que uma relação seja uma função, duas condições devem ser satisfeitas:

1. Condição de Existência (Domínio): Todo elemento do conjunto de partida deve estar associado a algum elemento do conjunto de chegada:

$$\forall x \in A, \exists\ y \in B |\ (x, y) \in f.$$

2. Condição de Unicidade: Cada elemento do conjunto de partida deve estar associado a um único elemento do conjunto de chegada.

$$\text{Se } (x, y_1) \in f \text{ e } (x, y_2) \in f, \text{ então } y_1 = y_2.$$

O elemento $x \in A$ é chamado de variável independente e o elemento $y \in B$ é chamado de variável dependente ou imagem de x pela função f, denotado por $y = f(x)$.

Funções podem ser representadas de três maneiras principais: algébrica, por meio de uma expressão que relaciona as variáveis; gráfica, em um plano cartesiano, representando os pares ordenados $(x,\ f(x))$; e tabular, listando pares correspondentes entre os conjuntos. Assim, o gráfico da função, denotado por $Graf(f)$, com $x \in A$ e $y \in B$ é

$$Graf(f) = \{(x, y) | y = f(x)\}.$$

No contexto da educação básica, o trabalho com funções deve priorizar a interpretação do comportamento das variáveis, permitindo que os alunos percebam regularidades, crescimentos, decrescimentos e dependências. Essa percepção é fundamental para compreender fenômenos modeláveis, tanto em contextos científicos quanto sociais.

4.2.2 Crescimento e decrescimento de funções

A função $f\colon A \rightarrow B$, definida por $y = f(x)$ é crescente no conjunto $A_1 \subset A$, se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1, com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) < f(x_2)$, ou seja, f é crescente quando

$$(\forall x_1, x_2)(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2))$$

Em contrapartida, a função $f\colon A \rightarrow B$, definida por $y = f(x)$ é decrescente no conjunto $A_1 \subset A$, se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1, com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) > f(x_2)$, ou seja, f é crescente quando

$$(\forall x_1, x_2)(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2))$$

De modo simplificado, a função é crescente quando, a medida que a variável independente aumenta, o valor da variável dependente, no intervalo estipulado, aumenta. Analogamente, a função é decrescente quando, a medida que a variável independente, no intervalo estabelecido, aumenta, a variável dependente diminui.

4.3 Função Afim (ou Função Polinomial do 1º Grau)

Definição 4.3: Função do 1º grau ou função afim é uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ tal que para cada elemento $x \in \mathbb{R}$ está associado a um elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$ $(a \neq 0)$, isto é:

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\supset ax + b, a \neq 0 \end{aligned}$$

Sendo a e b números reais e $a \neq 0$. O coeficiente a é denominado taxa de variação e indica o quão acentuada é a variação da variável dependente, a medida que a variável independente varia. Geometricamente, a taxa de variação pode ser interpretada a partir da inclinação da reta (gráfico da função afim) no plano cartesiano, em relação ao eixo das abscissas; o coeficiente b é denominado valor inicial (ou coeficiente linear), correspondente ao ponto de interseção da

reta com o eixo y. Esse ponto, em modelagem matemática, corresponde ao valor observado a partir de determinado fenômeno no instante inicial.
O gráfico de uma função do 1º grau é uma reta, e sua interpretação visual permite relacionar diretamente o sinal de a ao comportamento da função:

a) Se $a > 0$, a função é crescente;
b) Se $a < 0$, é decrescente.

Exemplo 5[3]: Em uma horta escolar, os estudantes acompanham o crescimento de uma planta de alface durante as primeiras semanas após o plantio. Ao coletar dados, percebem que a altura da planta aumenta de forma aproximadamente constante nos primeiros dias.Após observar as medições, a turma identifica a seguinte relação entre o número de dias x após o plantio e a altura média $h(x)$ da planta em centímetros:

$$h(x) = 0{,}8x + 2$$

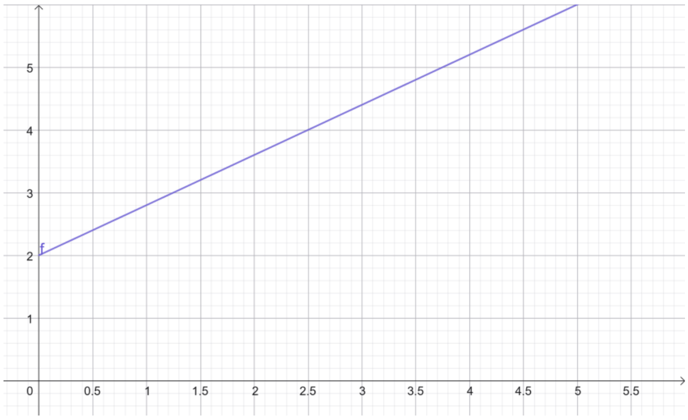
Sendo:

a) $h(x)$ representa a altura da planta (em cm);
b) x representa o número de dias após o plantio, ou seja, $x > 0$;
c) A taxa de variação 0,8 indica o crescimento médio diário (0,8 cm por dia);
d) O termo independente 2 representa a altura inicial das mudas (2 cm).

A partir desse exemplo é possível traçar o gráfico da Figura 6:

[3] A partir do Exemplo 5, os exemplos foram elaborados pelos autores, para relacionar o conceito de funções com a realidade das hortas escolares, onde as atividades de modelagem são ambientadas.

Figura 6: Gráfico da função $\boldsymbol{f(x) = 0,8x + 2}$.



Autoria própria.

O gráfico dessa função é uma **reta crescente**, que parte do ponto $(0,2)$ e aumenta com taxa de variação igual a 0,8cm por dia. Isso significa que o crescimento é proporcional ao tempo, dentro de um intervalo de observação limitado (por exemplo, as duas primeiras semanas).

4.4 Função Quadrática (ou Função Polinomial do 2º Grau)

Definição 4.4: A função do 2º grau, ou função quadrática, é uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ tal que para cada elemento $x \in \mathbb{R}$ está associado a um elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$ $(a \neq 0)$, isto é:

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \supset ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

O gráfico dessa função é uma parábola, cuja concavidade depende do sinal do coeficiente a:

- Se $a > 0$, a concavidade é voltada para cima;
- Se $a < 0$, para baixo.

Na resolução da equação $f(x) = 0$, para funções quadráticas, implica em resolver uma equação de 2º grau. A fórmula resolutiva (conhecida popularmente por ―Fórmula de Bháskara‖) é dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

.

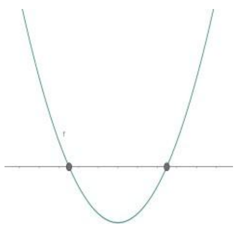
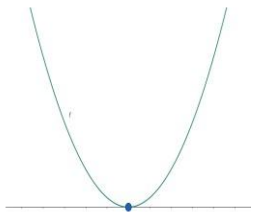
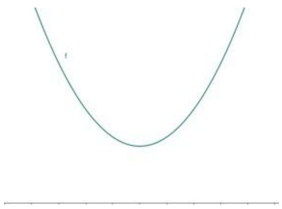
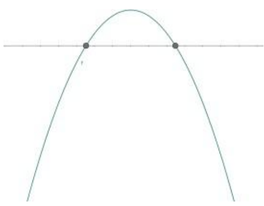
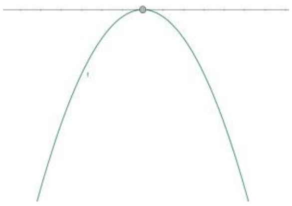
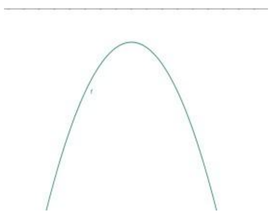
.

Onde $\Delta = b^2 - 4ac$, conhecido como discriminante da equação. O discriminante Δ, obtido na resolução da equação $f(x) = 0$ indica a quantidade de raízes (ou zeros) da função quadrática e, consequentemente, na quantidade de pontos onde o gráfico intersecta o eixo das abscissas:

a) se $\Delta < 0$, a função não possui raízes reais, o gráfico não intersecta o eixo das abscissas;
b) se $\Delta = 0$, a função possui uma raiz real, o gráfico intersecta o eixo das abscissas em um ponto;
c) se $\Delta > 0$, a função possui duas raízes reais distintas, o gráfico intersecta o eixo das abscissas em dois pontos.

Ao combinar as informações relacionadas ao coeficiente a e as informações relativas ao discriminante Δ, é possível formular o Quadro 1:

Quadro 1: Quadro-resumo dos possíveis esboços gráficos da função quadrática.

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Fonte: Autoria própria.

O ponto de máximo (ou mínimo)[4] da parábola é denominado vértice e pode ser calculado do seguinte modo:

[4] É vértice da parábola é evidenciado na forma canônica da função quadrática
$$f(x) = a\,[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a}].$$

$$V(x_v, y_v) = V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

O eixo de simetria da parábola é a reta vertical que passa pelo vértice e é representado pela equação $x = x_v$. As condições para a existência de valor máximo e valor mínimo são:

a) Se $a > 0$, a função póssuirá valor mínimo;
b) Se $a < 0$, a função possuirá valor máximo.

Exemplo 6: Os estudantes de uma determinada escola decidiram investigar a relação entre a quantidade de adubo aplicado em uma área da horta e a quantidade de couve colhidas (em quilogramas). Após experimentos, observaram que, ao aumentar a quantidade de adubo, a produção cresce até certo ponto, mas começa a diminuir quando o excesso de adubo prejudica o solo. Com base nos dados coletados, modela-se a seguinte função:

$$P(x) = -0{,}5x^2 + 4x + 10$$

onde:

a) $P(x)$ representa a produção de couve (em kg), ou seja, $P(x) \geq 0$;
b) x representa a quantidade de adubo (em kg), ou seja, $x \geq 0$;
c) O coeficiente $-0{,}5$ indica que a parábola é côncava para baixo, ou seja, há um ponto de produção máxima.

Para analisar o ponto máximo de produção é necessário obter o vértice da parábola:

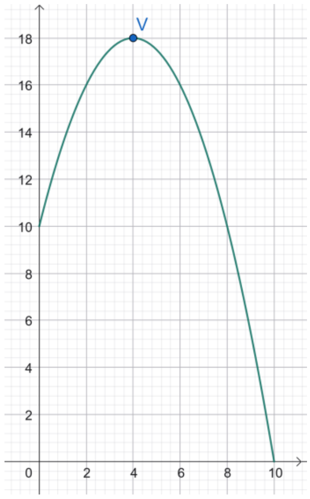
$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(-0{,}5)} = 4$$

Assim, a produção máxima ocorre quando se aplicam 4 kg de adubo. Substituindo $x_v = 4$ na função:

$$P(4) = -0{,}5 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 + 10 = -8 + 16 + 10 = 18.$$

Portanto, a produção máxima é de 18 kg de hortaliças. A partir dessa função, obtém-se, considerando-se as restrições impostas pelo problema, o gráfico, representado pela Figura 7:

Figura 7: Gráfico da função $\boldsymbol{P(x) = -0,5x^2 + 4x + 10}$.



Fonte: Autoria própria.

O gráfico da função é uma parábola côncava para baixo, que intersecta o eixo vertical em $P(0) = 10$. E tem ponto máximo no vértice $V(4,18)$. A partir desse ponto, um aumento da quantidade de adubo reduz a produção, representando o efeito negativo do excesso.

4.5. Funções no contexto interdisciplinar

A compreensão do conceito de função e de suas formas elementares — lineares e quadráticas — é essencial para o ensino e aprendizagem da Matemática. Para o professor da Educação Básica, dominar essas ideias significa mais do que conhecer definições e fórmulas: implica compreender como elas se articulam ao raciocínio lógico, à representação gráfica e à interpretação de fenômenos.

As funções afins são amplamente utilizadas na Modelagem de fenômenos cotidianos, como o cálculo de tarifas fixas, variações lineares de temperatura, consumo de combustível e juros simples. Ao relacionar tais situações à linguagem algébrica, o professor contribui para que o aluno perceba a utilidade da Matemática como ferramenta de análise e previsão de comportamentos.

As funções quadráticas permitem modelar fenômenos que envolvem variações não lineares, como trajetórias de projéteis, comportamento de lucros e custos em economia, e crescimento de populações sob determinadas condições. Na perspectiva da Modelagem Matemática, as funções são instrumentos fundamentais para representar situações de crescimento ou decrescimento acelerado e comportamentos simétricos.

A partir dos conceitos abordados nessa seção, torna-se possível avançar para uma perspectiva aplicada da Matemática, em que as funções deixam de ser apenas objetos formais de estudo e passam a atuar como instrumentos de interpretação e explicação de fenômenos reais.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa, bibliográfica e documental, de natureza exploratória. É qualitativa, pois buscou compreender e interpretar fenômenos educacionais relacionados à integração entre Modelagem Matemática, ensino de funções e práticas pedagógicas contextualizadas em hortas escolares. Segundo Minayo (2012), a pesquisa qualitativa permite analisar significados, valores e atitudes que não podem ser reduzidos a dados estatísticos.

Assume caráter documental e bibliográfico, uma vez que foram consultadas fontes teóricas, documentos oficiais (como a BNCC) e trabalhos acadêmicos que abordam a Modelagem Matemática no Ensino Fundamental.

A pesquisa tem natureza exploratória, pois buscou aprofundar as relações entre o ensino de funções e a Modelagem Matemática mediada pelo contexto da horta escolar, ainda pouco explorado na literatura educacional. Conforme Gil (2002), esse tipo de pesquisa visa proporcionar maior familiaridade com o problema, tornando-o mais explícito e construindo hipóteses ou alternativas pedagógicas.

O processo metodológico foi desenvolvido em três etapas principais:

a) Levantamento bibliográfico – seleção de obras e artigos que discutem os fundamentos da Modelagem Matemática, sua presença na BNCC e suas aplicações no ensino de funções do 9º ano;
b) Análise documental – estudo dos documentos curriculares e referenciais legais, especialmente a BNCC (BRASIL, 2018), a fim de identificar as competências e habilidades relacionadas à aprendizagem de funções e ao uso da Modelagem em sala de aula;
c) Elaboração da proposta pedagógica, contextualizada, integrando o estudo das funções afim e quadrática com atividades de Modelagem na horta escolar, conforme Biembengut (2009) e Bassanezi (2015).

As análises foram realizadas de forma interpretativa, priorizando a coerência teórico-metodológica entre os referenciais e a prática proposta. As informações foram categorizadas segundo eixos temáticos extraídos da BNCC — Pensamento Algébrico, Grandezas e Medidas, e Interpretação de Dados —, que serviram de base para a construção da proposta pedagógica.

Reconhece-se, entretanto, que o presente estudo possui como limitação a ausência de dados empíricos obtidos em campo, isto é, de uma implantação prática da proposta pedagógica em um contexto escolar real. Essa limitação decorre tanto de restrições temporais quanto da natureza teórica da pesquisa, que se concentrou na construção e fundamentação conceitual da proposta. A inexistência de uma etapa experimental implica que não foi possível avaliar a eficácia da sequência didática quanto à aprendizagem dos estudantes, à viabilidade de aplicação pelo professor ou à receptividade da comunidade escolar.

Apesar disso, a análise teórica realizada permitiu antever o potencial pedagógico da proposta, ao evidenciar a coerência entre seus fundamentos teóricos e as diretrizes curriculares da BNCC. Dessa forma, o estudo cumpre papel preliminar e estruturante, servindo de referência para futuras investigações empíricas que possam aplicar, ajustar e validar a proposta pedagógica em ambientes reais de ensino. A etapa de aplicação prática, quando realizada, poderá fornecer dados quantitativos e qualitativos sobre o impacto da Modelagem na aprendizagem das funções, permitindo não apenas validar a proposta pedagógica desenvolvida, mas também refinar estratégias metodológicas voltadas à formação de professores e à promoção de uma educação Matemática crítica, significativa e contextualizada.

6 PROPOSTA PEDAGÓGICA: MODELAGEM DE FENÔMENOS NA HORTA ESCOLAR

A proposta pedagógica desenvolvida fundamenta-se nos pressupostos da Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino e aprendizagem, ao suscitar o pensamento investigativo, crítico e criativo por parte dos estudantes. A elaboração das etapas descritas a seguir considera a existência de uma horta escolar para ser realizada.[5]

A atividade é centrada no estudo das funções do 9º ano (afim e quadrática), contextualizada no espaço da horta escolar, posto como ambiente fértil para o desenvolvimento de experiências significativas e interdisciplinares.

A Modelagem é compreendida como um processo dinâmico e iterativo, no qual o estudante participa ativamente da formulação, exploração e análise de situações reais, construindo e refinando modelos matemáticos próprios, conjecturando sobre suas limitações e aplicabilidade.

6.1 Finalidades e Alinhamento Curricular da Proposta

A finalidade da proposta de Modelagem Matemática na horta escolar é promover a aprendizagem significativa, nos termos propostos por Ausubel, por intermédio da investigação de fenômenos reais, instigando o pensamento crítico e a curiosidade científica, culminando, potencialmente, no desenvolvimento da autonomia intelectual dos estudantes.

Busca-se fomentar situações de aprendizagem em que o aluno possa construir, testar e validar ideias matemáticas de forma contextualizada, compreendendo as funções afim e quadrática como instrumentos de leitura e interpretação da realidade.

A proposta está alinhada à BNCC, que orienta o ensino da Matemática para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da resolução de problemas e da argumentação baseada em evidencias. No 9º ano, espera-se que o estudante desenvolva a habilidade de utilizar as funções como modelos de dependência entre variáveis, relacionando suas representações algébricas, gráficas e descritivas em situações do cotidiano.

---

5 É possível, também, trabalhar com a Modelagem Matemática durante a construção da horta. Porém o método de condução das etapas de Modelagem Matemática e as perguntas norteadoras mudam drasticamente. Por este motivo, este trabalho parte do pressuposto da existência da horta escolar

Desse modo, a proposta assume um caráter formativo e interdisciplinar, aproximando a Matemática da realidade dos alunos e contribuindo para a formação cidadã e sustentável, preconizada pela BNCC.

6.2 Fundamentação da Proposta Pedagógica

A proposta pedagógica apresentada ancora-se epistemologicamente nos princípios supracitados, reinterpretados para uma possível aplicação prática. Assim, a Modelagem Matemática é utilizada como ferramenta pedagógica investigativa, que permite ao aluno explorar fenômenos reais, representar relações entre grandezas e elaborar explicações matemáticas sobre a realidade que o cerca.

Os fundamentos teóricos já expostos — notadamente as contribuições de Bassanezi (2015), Biembengut (2009), Burak (2010), Freire (1987), Ausubel (2000) e Skovsmose (2001) — sustentam a estrutura desta proposta, orientando a ação docente para o desenvolvimento de uma aprendizagem crítica, significativa e contextualizada.

A horta escolar[6] é concebida, nesse contexto, como um ambiente de experimentação e problematização, em que o estudante é convidado a observar, formular hipóteses, coletar dados e interpretar resultados. Mais do que aplicar conceitos prontos em atividades de resolução de questões cujo escopo é limitado, a proposta estimula a curiosidade científica, o trabalho colaborativo e o uso socialmente relevante da Matemática, favorecendo a formação integral e cidadã.

6.3 Conteúdos e Competências Abordados na Proposta

Os conteúdos e competências abordados nesta proposta podem emergir naturalmente das situações investigadas na horta ou ser mobilizados pela mediação docente, e não a partir de uma sequência rígida de tópicos. A abordagem busca promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas, procedimentais e atitudinais, conforme orienta a BNCC, integrando o conhecimento matemático à resolução de problemas reais e à formação cidadã. Entre os principais conteúdos e competências mobilizados, destacam-se:

[6] Caso o docente não esteja familiarizado com o tema, é possível solicitar acompanhamento técnico da Agência Municipal de Meio Ambiente (AMMA) local, ou ainda, consultar cartilhas específicas da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa).

a) Noção de função, como relação de dependência entre grandezas variáveis observadas na natureza e nas práticas agrícolas;
b) Função afim (polinomial de 1º grau), para representar variações proporcionais, como crescimento vegetal ou uso de recursos;
c) Função quadrática (polinomial de 2º grau), para explorar fenômenos que apresentam máximos e mínimos, como produtividade, otimização de espaço ou economia de recursos;
d) Geometria e Medidas, aplicadas no cálculo de área, volume, perímetro e disposição dos canteiros;
e) Leitura e representação de dados, incluindo a construção de gráficos e a interpretação de tabelas a partir de observações empíricas;

Competências gerais e específicas da BNCC, como o raciocínio lógico e crítico, a resolução de problemas, a argumentação Matemática, o uso de diferentes linguagens de representação e a compreensão da Matemática como ferramenta de leitura e transformação da realidade.

6.4 Etapas da Modelagem Matemática Aplicadas à Horta Escolar

O processo é organizado em cinco etapas, conforme Biembengut (2009) e Bassanezi (2015). Em cada uma delas, o professor atua como mediador, criando condições para que o estudante seja o protagonista da investigação.

O propósito não é oferecer modelos prontos, mas proporcionar experiências abertas, nas quais os conceitos matemáticos emergem através da exploração de situações reais. A proposta apresentada a seguir parte do pressuposto que há horta escolar no ambiente no qual esta proposta será aplicada.

6.4.1 Etapa 1 – Situação Real e Problematização

A finalidade desta etapa é instigar a curiosidade e o olhar investigativo dos estudantes. O professor conduz uma discussão de caráter exploratório sobre a horta escolar, convidando-os a identificar fenômenos que possam ser observados, analisados e mensurados quantitativamente, como:

a) O crescimento das plantas ao longo dos dias;
b) O impacto da quantidade de adubo ou água sobre a produção;
c) A organização geométrica dos canteiros;
d) O aproveitamento da luz solar ou do espaço disponível.

Espera-se que os próprios alunos formulem perguntas de pesquisa, por exemplo:

a) Como o tempo influencia o crescimento das hortaliças?
b) Existe uma quantidade ideal de adubo para maximizar a colheita?
c) O formato de canteiro utilizado na safra atual é o mais eficiente para aproveitar o espaço?

Essas perguntas se tornam o ponto de partida da Modelagem, pois representam o primeiro movimento de construção do problema a ser investigado.

6.4.2 Etapa 2 – Levantamento de Dados e Simplificação

Uma vez definida a questão investigativa, os estudantes planejam como e o que observar, decidindo:

a) Quais variáveis serão medidas[7];
b) Que instrumentos serão utilizados;
c) Com que frequência ocorrerão as medições;
d) Quais fatores externos precisarão ser controlados.

O papel do docente é apoiar o planejamento e problematizar as decisões, questionando, por exemplo:

a) ―Como vocês podem garantir a precisão das medidas?‖
b) ―Que outras variáveis poderiam interferir no resultado?‖

O processo de simplificação não elimina a complexidade inerente à realidade, mas ajuda a torná-la matematicamente tratável, incentivando o pensamento crítico sobre as escolhas envolvidas.

[7] Parte-se do pressuposto que os discentes saibam a definição de grandeza. Caso haja déficit nesse conceito por parte da turma, uma revisão desse conceito é bem vinda.

6.4.3 Etapa 3 – Matematização

Com os dados coletados, inicia-se a construção dos modelos matemáticos. Os alunos são convidados a buscar padrões e regularidades nos registros, utilizando tabelas, gráficos e comparações visuais, havendo também a possibilidade de debate entre seus pares. O professor atua sugerindo caminhos, como:

a) ―O comportamento dos dados, quando representados no plano cartesiano, parece reto ou curvo? Esse comportamento pode ser percebido na tabela?‖
b) ―Existe um ponto no qual o crescimento se estabiliza ou diminui?‖
c) ―Como representar essa relação por meio de uma função?‖
d) ―É possível identificar grandezas dependentes e independentes?‖

A partir dessas observações, os alunos, individualmente ou em grupo, propõem expressões algébricas próprias, partindo das informações registradas em tabelas, realizando a marcação desses dados em um plano cartesiano. Espera-se que, ao assinalar os pontos no plano cartesiano, os conjuntos de pontos se assemelhem à uma reta inclinada (função afim) ou a uma parábola (função quadrática). Nesse momento, o docente deve estar atento no processo de mediação, para pontuar que raramente os dados coletados em um contexto real coincidem exatamente com uma função específica. Não há uma ―resposta certa‖ a priori — o processo é exploratório e argumentativo, e a Matemática surge como instrumento de interpretação da experiência. Caso os dados coletados não coincidam com as funções afim ou quadrática, o docente tem a possibilidade de explorar ferramentas computacionais junto com a turma para finalizar o modelo, reforçando a ideia de que a nem sempre o modelo matemático obtido é algo ―esperado‖.

6.4.4 Etapa 4 – Resolução do Modelo

O comportamento do modelo que os estudantes construirão é explorado, aplicando técnicas matemáticas para compreender melhor o fenômeno. A análise e interpretação dos resultados produzidos pelos próprios modelos é priorizada em detrimento a execução mecânica de cálculos vazios de significado.

Cada aluno (ou grupo) pode, por exemplo:

a) Utilizar o modelo para prever valores futuros (altura, produção, tempo de colheita);
b) Investigar pontos de máximo ou mínimo em situações de produtividade ou espaço;
c) Analisar taxas de variação para entender períodos de maior ou menor crescimento;
d) Comparar os resultados previstos com os dados observados, identificando possíveis discrepâncias.

O professor incentiva a reflexão por meio de perguntas orientadoras:

a) ―O modelo representa bem os dados coletados?‖
b) ―O que significam os números e gráficos obtidos?‖
c) ―Em que situações o modelo deixa de funcionar?‖

Desse modo, a resolução transforma-se em um processo de descoberta, no qual a Matemática é usada como ferramenta compreensão e previsão do comportamento do sistema estudado, sem que o caminho seja explicitamente imposto.

6.4.5 Etapa 5 – Interpretação e Validação

Os alunos são convidados a reinterpretar o modelo à luz da realidade, reconhecendo seus alcances e limitações. Eles comparam previsões e resultados observados, teorizando possíveis erros de medição ou variáveis não consideradas, propondo ajustes, novas hipóteses, ou ambos.

Esse processo é essencial para que o estudante perceba que a Modelagem não se encerra em uma equação matemática, mas constitui um processo de aperfeiçoamento do modelo.

O estudante (ou grupo) também é incentivado a socializar suas descobertas, elaborando relatórios, gráficos e apresentações que demonstrem como a Matemática os ajudou a compreender e intervir de forma mais consciente no ambiente da horta.

6.5 Síntese da Proposta

A proposta de Modelagem Matemática na horta escolar propicia ao estudante um papel ativo, investigativo e reflexivo no processo de aprendizagem. A função deixa de ser um conceito abstrato e se torna um instrumento de análise e previsão, utilizado para compreender fenômenos reais. Ao trabalhar em um contexto vivo e dinâmico, os estudantes poderão:

a) Desenvolver raciocínio lógico e pensamento científico;
b) Aprender a formular e validar hipóteses;
c) Compreender o significado social e ambiental da Matemática;
d) Vivenciar a interdisciplinaridade entre Matemática e Ciências

Dessa forma, a Modelagem Matemática na horta escolar consolida-se como uma prática pedagógica que articula conhecimento, ação e reflexão, promovendo uma Educação Matemática crítica e contextualizada.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A reflexão desenvolvida ao longo da pesquisa evidenciou que a articulação entre a Modelagem Matemática e o contexto da horta escolar constitui uma estratégia pedagógica capaz de tornar o ensino de funções mais significativo, contextualizado e interdisciplinar, aproximando o conteúdo matemático da realidade vivida pelos estudantes.

A análise permitiu reconhecer que a Modelagem Matemática, além de favorecer a compreensão conceitual, estimula atitudes investigativas e o protagonismo estudantil. Ao contextualizar o ensino de funções em situações reais relacionadas ao cultivo, crescimento e organização da horta, é possível aproximar o conteúdo abstrato do cotidiano dos alunos, promovendo aprendizagens mais duradouras e socialmente relevantes.

Entretanto, é importante ressaltar que a Modelagem Matemática não se reduz a um conjunto fixo de etapas ou a uma sequência didática previamente estruturada. Conforme enfatizam Biembengut (2009) e Bassanezi (2015), o processo de Modelagem é dinâmico, aberto e dependente das condições concretas de cada contexto escolar — do perfil dos estudantes, dos recursos disponíveis e das problemáticas emergentes. Assim, propor uma sequência didática rígida poderia contrariar a própria essência da Modelagem, que pressupõe flexibilidade, adaptação e construção coletiva do conhecimento.

Desse modo, o que se apresenta neste trabalho não é uma proposta fechada, mas um caminho teórico-metodológico, sustentado por referenciais consistentes, que pode orientar professores interessados em implementar a Modelagem Matemática em hortas escolares. O percurso delineado aqui oferece subsídios conceituais e práticos para que cada docente, à luz de sua realidade, possa planejar, adaptar e desenvolver experiências de Modelagem que envolvam o estudo de funções de forma significativa e contextualizada.

Reconhece-se, entretanto, que o presente estudo possui como limitação a ausência de dados empíricos obtidos em campo, isto é, de uma implantação prática da proposta pedagógica em um contexto escolar real. Essa limitação decorre tanto de restrições temporais quanto da natureza teórica da pesquisa, que se concentrou na construção e fundamentação conceitual da proposta. A inexistência de uma etapa experimental implica que não foi possível avaliar a eficácia da proposta quanto à aprendizagem dos estudantes, à viabilidade de aplicação pelo professor ou à receptividade da comunidade escolar.

O estudo cumpre papel preliminar e estruturante, servindo de referência para futuras investigações empíricas que possam testar, ajustar e validar o caminho metodológico proposto em ambientes reais de ensino. Dessa forma, a análise teórica realizada permitiu antever o potencial pedagógico da proposta, ao evidenciar a coerência entre seus fundamentos teóricos e as diretrizes curriculares da BNCC.

Além disso, o caminho aqui delineado pode inspirar novas possibilidades de aplicação da Modelagem Matemática em hortas escolares, não apenas para o ensino de funções no 9º ano, mas também para o trabalho de outros conteúdos e etapas da Educação Básica — por exemplo, geometria (organização de canteiros e cálculo de áreas), estatística (registro e análise de dados experimentais), proporcionalidade e medidas (dosagem de insumos e escalonamento de plantios) e estudos sobre variação e crescimento aplicáveis a séries diferentes.

Cada uma dessas aplicações configura uma linha de investigação potencial, passível de adaptações contextuais e de estudos empíricos que validem, complementem e aprofundem as estratégias aqui propostas, ampliando o papel das hortas escolares como espaços de aprendizagem significativos, interdisciplinares e socialmente relevantes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática**. Alexandria, v. 2, n. 2, 2009.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**. Veritati, n.4, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. [CONSTITUIÇÃO (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988.** Art. 210. Brasília, DF: Presidência da República. Disponível em: <*endereço eletrônico completo*>. Acesso em: *5 nov. 2008*.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

BRASIL. **Emenda Constitucional nº 59, de 11 de novembro de 2009**. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 12 nov. 2009.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BURAK, D. **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática**. Revista de Modelagem e Educação Matemática, v.1, n.1, 2010.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique, 1991.

DAMÁSIO, F. M. P. **Modelagem Matemática na BNCC: Desafios e Possibilidades para a Prática Docente.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2018, Cuiabá. Anais[...] Cuiabá: SBEM, 2018.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. Campinas: Papirus, 1996.

DEMO, P**. Educar pela pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 2003.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David. **Fundamentos de Matemática Elementar. v. 1: Conjuntos e Funções**. São Paulo: Atual, 2013.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MATOS, Gislaine Maria Ferreira. **Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem em aulas de matemática no ensino médio**. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Goiás (Brasil).

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa crítica**. Peniche: III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 2000.

NUNES, T. et al. **Educação matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 1993.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. Lisboa: Actas do ProfMat, 2003.

SKEMP, R. R. **The Psychology of Learning Mathematics**. London: Penguin Books, 1971.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007.