

Guilherme Araújo Abranches

**FORMULAÇÃO ALTERNATIVA DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM  
MODELO ZIP – TESTES E COMPARAÇÕES**

Goiânia

2019

---

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR  
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC nº 1204/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

**1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG):**

Nome completo do autor: Guilherme Araújo Abranches

Título do trabalho: Formulação alternativa do método de Newton-Raphson com modelo ZIP – testes e comparações

**2. Informações de acesso ao documento:**

Concorda com a liberação total do documento [ x ] SIM [ ] NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF do TCCG.

  
\_\_\_\_\_  
Guilherme Araújo Abranches - Orientado

Ciente e de acordo:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto - Orientador  
Gelson A. A. Brigatto DR  
EMC/UFG  
gelson\_brigatto@ufg.br

Data: 06 / 12 / 2019

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Guilherme Araújo Abranches

**FORMULAÇÃO ALTERNATIVA DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM  
MODELO ZIP – TESTES E COMPARAÇÕES**

Projeto Final de Curso apresentado a Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal de Goiás – UFG  
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação  
Projeto Final de Curso

Orientador: Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto

Goiânia

2019

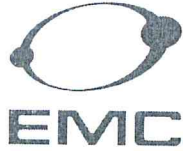
Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do  
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Abranches, Guilherme Araújo  
Formulação alternativa do método de Newton-Raphson com  
modelo ZIP – testes e comparações [manuscrito] / Guilherme Araújo  
Abranches. - 2019.  
XXII, 22 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade  
Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de  
Computação (EMC), Engenharia Elétrica, Goiânia, 2019.  
Bibliografia. Anexos. Apêndice.  
Inclui tabelas.

1. Sistemas de potência. 2. Problema do fluxo de carga. 3.  
Método de Newton-Raphson. 4. Modelo de carga ZIP. I. Brigatto,  
Gelson Antônio Andréa, orient. II. Título.

CDU 621.3



### ATA DE AVALIAÇÃO DE PROJETO FINAL

CURSO			
<input checked="" type="checkbox"/> Eng. Elétrica	<input type="checkbox"/> Eng. Mecânica	<input type="checkbox"/> Eng. de Computação	<input type="checkbox"/> Projeto Final 1 <input type="checkbox"/> Projeto Final II

#### AVALIAÇÃO DE PROJETO FINAL

**Título do projeto:** \_\_\_\_\_  
 Formulação alternativa do método de Newton-Raphson com modelo ZIP - testes e comparações

#### BANCA AVALIADORA

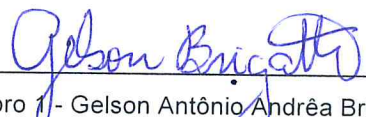
- Membro 1:** Gelson Antônio Andrêa Brigatto, Prof. Dr. - Orientador
- Membro 2:** Lina Paola Garces Negrete, Profa. Dra.
- Membro 3:** Antônio César Baleeiro Alves, Prof. Dr.

ESTUDANTES	
Matrícula	Nome
201602550	Guilherme Araújo Abranches
-----	-----

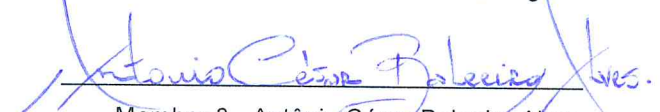
NOTAS													
Matrícula	Membro 1				Membro 2				Membro 3				Média
	NPT	NTE	NAA	NF	NPT	NTE	NAA	NF	NPT	NTE	NAA	NF	
201602550	10,0	8,0	9,0	8,7	10,0	8,5	9,5	9,1	10	9,0	9,0	9,1	9,0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

NPT – Nota plano de trabalho; NTE – Nota do trabalho escrito; NAA – Nota de apresentação e arguição  
 Para Eng. Elétrica, Mecânica e PFC2 da Eng. Da Computação:  $NF = 0,1 \times NPT + 0,45 \times NTE + 0,45 \times NAA$   
 Para PFC1 da Eng. Da Computação:  $NF = 0,3 \times NPT + 0,7 \times NAA$

Goiânia, 28 de Novembro de 2019.

  
 \_\_\_\_\_  
 Membro 1 - Gelson Antônio Andrêa Brigatto

LINA PAOLA GARCES N.  
 \_\_\_\_\_  
 Membro 2 - Lina Paola Garces Negrete

  
 \_\_\_\_\_  
 Membro 3 - Antônio César Baleeiro Alves

# Formulação alternativa do método de Newton-Raphson com modelo ZIP – testes e comparações

Guilherme Araújo Abranches, Gelson Antônio Andrêa Brigatto (Orientador)

**Resumo**—A formulação das equações dos elementos referentes à diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  da matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson considerando o modelo de carga ZIP apresentados na literatura técnica do problema do fluxo de carga, não condizem com o desenvolvimento matemático destas equações. Com base nesta discordância, este trabalho tem como objetivo propor uma formulação alternativa para as equações dos elementos da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  do método de Newton-Raphson com o modelo de carga ZIP. Como forma de comparação entre as duas formulações, é adotado como critério de desempenho o número de iterações realizadas para a solução do problema do fluxo de carga, com testes de desempenho realizados em redes elétricas conhecidas da literatura técnica: o sistema de 14 barras, neste caso em uma versão com os dados de carga modificados para a verificação da precisão dos resultados, bem como os sistemas de 30 barras e de 57 barras.

**Termos Chaves**—Sistemas de potência, problema do fluxo de carga, método de Newton-Raphson, modelo de carga ZIP.

**Abstract**—The formulation of the equations of the elements related to the main diagonal of the  $[N]$  and  $[L]$  sub-matrices of the Jacobian matrix of the Newton-Raphson method considering the ZIP load model presented in the technical literature of the load flow problem does not match the mathematical development of these equations. Based on this disagreement, this paper aims to propose an alternative formulation for the equations of the main diagonal elements of the  $[N]$  and  $[L]$  sub-matrices of the Newton-Raphson method with the ZIP load model. As a way of comparing the two formulations, it is adopted as performance criterion the number of iterations taken for the solution of the charge flow problem, with performance tests performed in electrical networks known in the technical literature: the 14-bar system, in this case in a version with modified load data to verify the accuracy of the results, as well as the 30-bar and 57-bar systems.

**Index Terms**—Power systems, load flow problem, Newton-Raphson method, ZIP load model.

## I. INTRODUÇÃO

O problema do fluxo de carga consiste essencialmente em obter as condições de operação de um sistema elétrico de potência em regime permanente, em que, dada a topologia e uma condição de geração e consumo (carga) do sistema, sua solução consiste em determinar o estado das tensões de barra (magnitude e ângulo de fase), bem como demais variáveis da rede não conhecidas previamente, tais como certas potências geradas e as transmitidas e dissipadas (perdas) nos ramos. Este

cálculo reside em um dos mais frequentes dentre os realizados para sistemas elétricos, pois é inserido em temas mais amplos como problemas de otimização, cálculos de curto-circuito e análises de contingências, controle e estabilidade de rede [1].

A modelagem matemática convencional do problema do fluxo de carga de redes elétricas é formada por um conjunto de equações algébricas não-lineares com incógnitas implícitas, que constituem o modelo estático do sistema, e o estado das tensões de barra é obtido utilizando-se métodos desenvolvidos especificamente para a solução deste conjunto de equações, tal como o método de Newton-Raphson, que apresenta um maior interesse prático devido à robustez e rapidez de convergência.

O modelo básico de redes elétricas considera as injeções de carga ativa e reativa nas barras da rede como independentes da magnitude da tensão das barras, sendo então modeladas como potências constantes. Contudo, se necessário uma abordagem mais abrangente, pode-se empregar o chamado modelo ZIP para representar certas parcelas da carga como dependentes do módulo das tensões de barra. Neste caso, como a magnitude das tensões de barra é recalculada a cada iteração dos métodos de solução do subsistema 1 do problema do fluxo de carga, tem-se como consequência que as potências ativa e reativa especificadas para cada barra do sistema elétrico em estudo devem ser também recalculadas a cada iteração, o que acarreta em certas alterações nas equações de cálculo dos elementos da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  componentes da matriz Jacobiana empregada no método de Newton-Raphson.

Em [1] é abordado o modelo ZIP e as referidas alterações nos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$ , nos quais as parcelas referentes ao modelo ZIP de carga são subtraídas das equações originais destes elementos de matriz. Contudo, o equacionamento para a obtenção destas alterações nos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  indica que estas parcelas precisam ser somadas às equações originais, em discordância então ao colocado nesta referência bibliográfica, bem como em outras publicações, tal como em [2].

Com base nesta discordância, este projeto de final de curso tem como objetivos desenvolver a formulação dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson com o modelo de carga ZIP, considerada neste trabalho como alternativa ao apresentado na literatura, bem como comparar o desempenho em termos do número de iterações do método de Newton-Raphson com as duas formulações, em testes feitos com sistemas elétricos conhecidos da literatura: sistema de 14 barras, no qual os dados de carga são modificados de forma

adequada a fim de comprovar a convergência correta das duas modelagens; o sistema de 30 barras e o sistema de 57 barras.

O prosseguimento deste trabalho consistirá nos seguintes tópicos: no item II é abordada a teoria básica do problema do fluxo de carga, do método de Newton-Raphson e do modelo de carga ZIP, que serão utilizados para basear a apresentação da formulação alternativa desenvolvida no item III; no item IV são apresentados os resultados e análises dos sistemas testes, com comparações entre as duas metodologias de cálculo dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$ , com as conclusões apresentadas no item V.

## II. BASE TEÓRICA

Para o modelo clássico de sistemas elétricos, assume-se um comportamento estático para a rede elétrica em estudo, tal que variações de demanda são suficientemente lentas para que se possam ignorar seus efeitos transitórios. Além disso, admite-se que o sistema elétrico é equilibrado, tal que uma representação por fase considerando tensões de linha nas barras e com os cálculos resultando em potências totais, denominada diagrama unifilar, é suficiente para modelar o sistema em estudo.

Para a modelagem do problema do fluxo de carga, antes é necessário preliminarmente definir as convenções de sinais a serem adotadas para correntes e potências, o que determina o modelo de geração e carga adotado. Além disso, é conveniente o estudo do conceito de equação nodal de rede, cuja extensão leva à modelagem básica de cálculo do fluxo de carga.

### A. Convenções de Sinais de Correntes e Potências

A Fig. 1 exemplifica as convenções de sinais normalmente adotadas na literatura técnica [1]. As injeções de potência  $\hat{S}_k$  e corrente  $\hat{I}_k$  complexas em uma barra genérica  $k$ , bem como as injeções *shunts* (elementos em derivação ao nó de referência) de potência  $\hat{S}_k^{sh}$  e corrente  $\hat{I}_k^{sh}$  complexas, são convencionadas como positivas entrando na barra. Os fluxos de potência  $\hat{S}_{km}$  e corrente  $\hat{I}_{km}$  complexas em um ramo qualquer  $k-m$  do sistema são convencionados como sendo positivos saindo da barra  $k$ .

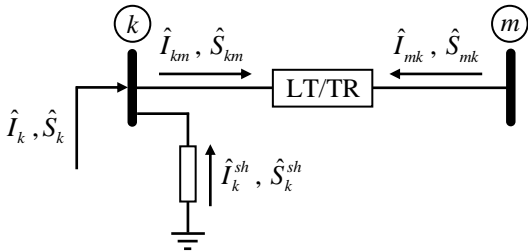


Fig. 1: Barra genérica  $k$  e ramo genérico  $k-m$  para a definição das convenções de sentido positivo para correntes e potências.

### B. Modelagem de Geração e Carga em Sistemas Elétricos

Componentes de geração e carga (consumo) são elementos de rede conectados a barras e em derivação ao nó de referência de tensão, sendo considerados como parte externa do sistema e modelados como injeções de potência nas barras da rede.

O modelo básico de redes elétricas considera o consumo nas

barras do sistema como independentes da magnitude da tensão das barras, tal que são modeladas como potências constantes. Com base nas convenções de sinais adotadas, tem-se então que um fornecimento de potência ao sistema consiste em uma injeção positiva na barra e um consumo reside em uma injeção negativa, tal que geração e carga podem ser modeladas por sua contribuição líquida (geração – carga) nas barras do sistema.

Assim, para uma barra genérica  $k$  onde estão presentes um componente gerador com potência complexa  $\hat{S}_k^G = P_k^G + jQ_k^G$  e um componente de carga que absorve uma potência complexa  $\hat{S}_k^C = P_k^C + jQ_k^C$ , tem-se em consequência que a injeção líquida de potência complexa  $\hat{S}_k = P_k + jQ_k$  na barra  $k$  é definida por:

$$\hat{S}_k = P_k + jQ_k = \hat{S}_k^G - \hat{S}_k^C = (P_k^G - P_k^C) + j(Q_k^G - Q_k^C)$$

onde as partes real e imaginária da injeção líquida de potência aparente modelam então, respectivamente, as injeções líquidas de potência ativa e reativa de um sistema elétrico, dadas por:

$$P_k = P_k^G - P_k^C \quad (1)$$

$$Q_k = Q_k^G - Q_k^C \quad (2)$$

tal que um valor positivo é associado a uma predominância de geração de potência injetada na barra  $k$ , e um valor negativo a uma predominância de carga absorvida da barra  $k$  do sistema.

### C. Equação nodal de rede

A imposição da primeira lei de Kirchhoff às barras de um sistema elétrico permite determinar o balanço de correntes nas barras, em que a soma da corrente líquida (geração – carga) injetada em determinada barra com a corrente do elemento *shunt* da barra, deve se igualar à somatória das correntes que fluem pelos ramos (linhas e transformadores) que tem a barra como um de seus terminais. A representação deste conjunto de equações resulta em uma relação matricial chamada equação nodal de rede, em que o vetor de injeções líquidas de corrente complexas de barras  $\hat{I}$  se relaciona com o vetor de tensões complexas de barra  $\hat{E}$  por meio da matriz admitância nodal  $[\hat{Y}] = [G] + j[B]$ , que descreve a topologia da rede, tal que:

$$\hat{I} = [\hat{Y}] \hat{E} \quad (3)$$

onde os elementos da diagonal principal e fora da diagonal das matrizes de condutância  $[G]$  e susceptância  $[B]$  são dadas por:

$$G_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 g_{km} \quad (4)$$

$$G_{km} = G_{mk} = -a_{km} g_{km} \quad (5)$$

$$G_{mm} = \sum_{k \in \Omega_m} g_{km} \quad (6)$$

$$B_{kk} = b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (b_{km}^{sh} + a_{km}^2 b_{km}) \quad (7)$$

$$B_{km} = B_{mk} = -a_{km} b_{km} \quad (8)$$

$$B_{mm} = b_m^{sh} + \sum_{k \in \Omega_m} (b_{km}^{sh} + b_{km}) \quad (9)$$

em que  $g_{km}$  (condutância série de um ramo genérico  $k-m$ ),  $b_{km}$  (susceptância série do ramo  $k-m$ ),  $b_k^{sh}$  (susceptância *shunt* em uma barra  $k$ ) e  $b_{km}^{sh}$  (susceptância *shunt* de linha de transmissão

em um ramo qualquer  $k-m$ ) são elementos primitivos de rede, e  $a_{km}$  é o valor do *tap* do transformador em um ramo  $k-m$ .

Como geração e carga em sistemas elétricos são geralmente mensuradas em termos de potência, tem-se que as injeções líquidas de corrente precisam ser determinadas empregando-se o estado das tensões de barra, que são incógnitas do sistema. Além disso, a equação nodal não contempla barras de geração com tensão controlada, bem como não especifica uma barra de referência angular para o estado das tensões de barra. Assim, a modelagem matemática deve basear-se nas potências injetadas e transmitidas na rede, o que resulta em um equacionamento não-linear, pois a relação entre tensão e potência não é linear.

#### D. Problema do Fluxo de Carga

O problema do fluxo de carga constitui-se essencialmente na determinação do estado das tensões de barra (magnitude e ângulo de fase) da rede elétrica em estudo, e demais incógnitas de interesse, tais como fluxos e perdas de potência nos ramos.

A imposição do balanço de potência nas barras do sistema resulta na formulação básica do problema do fluxo de carga, em que a potência líquida (geração – carga) injetada em uma barra genérica  $k$  tem que se igualar ao somatório dos fluxos de potência nos elementos de ramos que tem a barra como um de seus terminais e no elemento *shunt* da barra, tal que obtém-se:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (10)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (11)$$

onde  $\Omega_k$  é o conjunto de todas as barras conectadas à barra  $k$ .

Analisando-se as equações do problema do fluxo de carga observa-se que estas apresentam uma forte natureza não-linear (funções trigonométricas e produto de tensões), bem como que suas incógnitas estão implícitas (módulo e ângulo de tensões de barra não podem ser isolados das equações), tal que estas não podem ser obtidas por solução analítica. Assim, o cálculo dessas equações requerem uma solução numérica (métodos iterativos) e implementação computacional devido ao elevado número de barras, equações e incógnitas de sistemas elétricos.

Analisando-se as equações (10) e (11) nota-se também que cada barra tem a ela associadas quatro incógnitas:

1.  $V_k$ : magnitude da tensão complexa de barra
2.  $\theta_k$ : ângulo de fase da tensão complexa de barra
3.  $P_k$ : injeção líquida de potência ativa
4.  $Q_k$ : injeção líquida de potência reativa

A referência para o módulo das tensões de barra pode ser o nó terra, se presente elementos *shunts* do sistema, ou por pelo menos uma barra com tensão controlada. Além disso, como uma mesma distribuição de fluxos de potência pode ser obtida se somada uma constante arbitrária aos ângulos de tensão, o que faz o problema do fluxo de carga ser indeterminado na variável ângulo, tem-se que é preciso uma referência angular com a escolha de uma barra com ângulo de tensão conhecido. Por fim, é necessária também a especificação de uma barra com injeções líquidas potências ativa e reativa desconhecidas para o fechamento do balanço de potência na rede, visto que não é possível determinar todas as injeções de potência ativa e reativa de barra sem antes obter as perdas do sistema, que são

função dos fluxos de potência no sistema e estes dependem do estado das tensões de barra não conhecido previamente.

Logo, tem-se que cada uma das quatro variáveis associadas a uma barra pode entrar nos cálculos do problema do fluxo de carga como dado ou incógnita. Contudo, para que o modelo matemático do problema seja compatível para a sua solução, duas variáveis devem ser conhecidas (entram como dados) e duas devem ser calculadas (entram como incógnitas), tal que cada barra  $k$  da rede é classificada em três tipos segundo suas variáveis conhecidas e indeterminadas, descritas a seguir:

1. Barra PQ: são classificadas como tipo PQ as barras onde são conhecidas injeções líquidas de potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$ , restando a magnitude  $V_k$  e o ângulo de fase  $\theta_k$  da tensão como incógnitas a serem calculadas na solução do problema do fluxo de carga. São classificadas neste tipo as barras de carga, barras com geração sem equipamentos de regulação de tensão ou com capacidade de fornecimento de reativo insuficiente para realizar o controle de tensão, bem como barras fictícias (sem carga e geração), criado para representar certos pontos de interesse no cálculo do fluxo de carga da rede em estudo.
2. Barra PV: são classificadas como tipo PV as barras onde são conhecidas injeções líquidas de potências ativa  $P_k$  e módulo de tensão  $V_k$ , restando a potência reativa  $Q_k$  e o ângulo de fase  $\theta_k$  da tensão como incógnitas a serem calculadas na solução do problema do fluxo de carga. Também chamada de barra de tensão controlada, são classificadas deste tipo barras com grande capacidade de geração ou compensadores síncronos, nas quais deseja-se manter constante a magnitude da tensão, independentemente de variações de demanda nas demais barras do sistema ou ocorrência de contingências.
3. Barra V $\theta$ : é classificada como barra V $\theta$  uma única barra que são conhecidas o módulo  $V_k$  e ângulo  $\theta_k$  da tensão, restando as potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$  como incógnitas a serem obtidas na solução do problema do fluxo de carga. Também denominada barra *slack*, a ela compete fornecer a referência angular às demais barras, bem como fechar o balanço de potência da rede. Normalmente, escolhe-se uma barra com bastante reserva de geração para que possa manter o balanço de potência para todas as configurações e perfis de carga.

Logo, um sistema elétrico com  $NB$  barras é modelado por  $2NB$  equações básicas de balanço de potência (equações (10) e (11)), com  $4NB$  variáveis ( $P_k$ ,  $Q_k$ ,  $V_k$  e  $\theta_k$ ), onde  $2NB$  são conhecidas (dados) e  $2NB$  são incógnitas, resultando em um conjunto de  $2NB$  equações e  $2NB$  incógnitas com condições de solução. Assim, para um sistema formado por  $NPQ$  barras PQ,  $NPV$  barras PV e 1 barra tipo V $\theta$ , tal  $NB = NPQ + NPV + 1$ , a solução do problema do fluxo de carga do sistema consiste no cálculo destas  $2NB = 2NPQ + 2NPV + 2$  incógnitas. Contudo, como as variáveis associadas à potência ( $P_k$  e  $Q_k$ ) dependem das variáveis associadas ao estado ( $V_k$  e  $\theta_k$ ) da barra, tal que as  $2NB = 2NPQ + 2NPV + 2$  incógnitas de uma rede elétrica não podem ser obtidas simultaneamente, tem-se que o problema do fluxo de carga do sistema é normalmente decomposto em dois subproblemas de equações e incógnitas com procedimentos de

cálculo distintos, chamados subsistemas e descritos a seguir:

• **Subsistema 1:** consiste em obter o módulo de tensão  $V_k$  para  $NPQ$  barras e o ângulo de fase  $\theta_k$  para  $NPQ + NPV$  barras, totalizando  $2NPQ + NPV$  incógnitas desconhecidas da rede. Para isso, são conhecidos  $P_k$  para  $NPQ + NPV$  barras e  $Q_k$  para  $NPQ$  barras, totalizando  $2NPQ + NPV$  equações com igual número de incógnitas. Como as equações (10) e (11) determinam o balanço de potência de barras, em que o lado esquerdo corresponde às injeções líquidas de potência nas barras ( $P_k$  e  $Q_k$ ) e o lado direito corresponde à soma dos fluxos de potência de ramos e *shunts*, pode-se entender que, para barras nas quais  $P_k$  (tipos PQ e PV) e  $Q_k$  (tipo PQ) são conhecidos, o lado esquerdo das equações (10) e (11) são dados do problema e o lado direito, por depender do estado das tensões de barra ( $V_k$  e  $\theta_k$ ), é desconhecido e necessita ser calculado. Assim, para se diferenciar dados e incógnitas, a literatura técnica costuma renomear as partes à esquerda e à direita destas equações com as denominações ‘especificada’ e ‘calculada’ e definir que:  $P_k^{esp} = P_k^{calc}$  e  $Q_k^{esp} = Q_k^{calc}$ , tal que as partes do balanço de potência de barras  $P_k^{calc}$  e  $Q_k^{calc}$  a ser determinadas na solução do subsistema 1 são definidas por:

$$P_k^{calc} = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (12)$$

$$Q_k^{calc} = -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (13)$$

Baseado nestas definições, pode-se estabelecer então que a diferença entre as potências ativas e reativas especificadas e calculadas para uma barra genérica  $k$ , respectivamente, tem que ser nula, tal que as funções de resíduos (ou *mismatches*)  $\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0$  e  $\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0$  são dadas por:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad (14)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} + V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad (15)$$

As expressões dadas por (14) e (15) residem nas equações básicas do subsistema 1 do problema do fluxo de carga, visto que são funções do estado das tensões de barra, tal que o cálculo das raízes da equação  $\Delta P_k$  para  $NPQ + NPV$  barras e o cálculo das raízes de  $\Delta Q_k$  para  $NPQ$  barras corresponde à obtenção do estado das tensões de barra para  $2NPQ + NPV$  barras do sistema. Assim, definindo-se  $\underline{P}^{esp}$  e  $\underline{Q}^{esp}$  como os vetores de potências de barra especificadas, e  $\underline{P}^{calc}$  e  $\underline{Q}^{calc}$  como os vetores de potências de barra calculadas, tem-se que os vetores de resíduos  $\underline{\Delta P}$  e  $\underline{\Delta Q}$  definem as equações matriciais básicas a ser resolvidas no subsistema 1, tal que:

$$\underline{\Delta P} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc} = \underline{0} \quad (16)$$

$$\underline{\Delta Q} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc} = \underline{0} \quad (17)$$

Como observado anteriormente, as equações básicas do problema do fluxo de carga caracterizam-se por sua natureza não-linear. Com isso, o cálculo das raízes do conjunto de equações (16) e (17) necessita da implementação de métodos iterativos adaptados para a sua solução e, como o próprio valor dos resíduos pode ser interpretado como um erro, este pode ser empregado como critério de parada do processo iterativo de solução. A solução do subsistema 1 reside no objetivo básico do problema do fluxo de carga, uma vez que permite obter qualquer outra incógnita da rede em estudo.

• **Subsistema 2:** este subproblema reside no cálculo trivial da injeção líquida de potência ativa  $P_k$  da barra  $V\theta$  e da injeção líquida de potência reativa  $Q_k$  para  $NPV$  barras e para a barra  $V\theta$ , totalizando  $NPV + 2$  incógnitas restantes do problema. Além disso, com base no estado das tensões de barra obtido na solução do subsistema 1, pode-se obter outras incógnitas de interesse do sistema em estudo, tais como fluxos e perdas de potência ativa e reativa nos ramos do sistema e a potência consumida nos elementos *shunts* de barra da rede.

#### E. Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson é um algoritmo numérico geral usado para a obtenção das raízes de equações algébricas não-lineares, por meio de um processo iterativo baseado na linearização sucessiva destas equações em torno de pontos do espaço de variáveis, até a convergência do processo. A Fig. 2 exemplifica este processo, em uma função mono-variável  $f(x)$  qualquer apresenta uma raiz desconhecida no ponto  $x = x^*$ , tal que  $f(x^*) = 0$ . Adotando-se uma faixa de tolerância ou erro  $\pm \varepsilon$  para  $f(x)$ , pode-se escolher de início um ponto qualquer  $x = x^{(0)}$  como estimativa para a raiz da função e verificar se  $f(x^{(0)})$  se encontra dentro da faixa de tolerância ( $|f(x^{(0)})| \leq \varepsilon$ ). Caso  $x^{(0)}$  ainda não satisfaça a condição de convergência ( $|f(x^{(0)})| > \varepsilon$ ), pode-se obter uma nova estimativa  $x = x^{(1)}$  para a raiz de  $f(x)$  com a linearização da função em torno do ponto  $x^{(0)}$ , tal que:

$$\text{tg } \alpha = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^{(0)}} = \frac{f(x^{(0)})}{x^{(0)} - x^{(1)}} \Rightarrow x^{(1)} = x^{(0)} - \left( \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^{(0)}} \right)^{-1} f(x^{(0)})$$

Caso  $f(x^{(1)})$  ainda não esteja dentro da faixa de tolerância, o procedimento é repetido até que a condição de convergência seja satisfeita, quando o processo é finalizado com a escolha da última estimativa como solução. Assim, este procedimento constitui em um processo iterativo, em que a cada iteração  $i$  e com base na estimativa atual  $x^{(i)}$  obtida na iteração anterior, testa-se a convergência do processo ( $|f(x^{(i)})| \leq \varepsilon$ ) e, caso esta não tenha sido atingida, uma nova estimativa  $x^{(i+1)}$  é obtida da estimativa atual com base na equação geral definida por:

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - \left( \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^{(i)}} \right)^{-1} f(x^{(i)}) \quad (18)$$

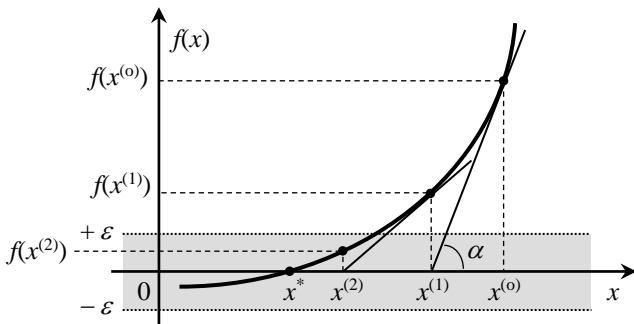


Fig. 2: Exemplicação gráfica do método de Newton-Raphson.

Como o método de Newton-Raphson é um algoritmo geral, o mesmo pode também ser usado para solucionar um conjunto de equações algébricas não-lineares com o mesmo número de incógnitas. Logo, para um vetor  $\underline{f}(\underline{x}) = [f_1(\underline{x}) \cdots f_n(\underline{x})]^T$  de  $n$  equações dependentes de um vetor  $\underline{x} = [x_1 \cdots x_n]^T$  formado por  $n$  variáveis, a equação (18) pode ser generalizada para:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(i+1)} \\ \vdots \\ x_n^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(i)} \\ \vdots \\ x_n^{(i)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1(\underline{x})}{\partial x_1} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} & \cdots & \left. \frac{\partial f_1(\underline{x})}{\partial x_n} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n(\underline{x})}{\partial x_1} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} & \cdots & \left. \frac{\partial f_n(\underline{x})}{\partial x_n} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}^{(i)}) \\ \vdots \\ f_n(\underline{x}^{(i)}) \end{bmatrix}$$

ou de forma mais compacta pela seguinte equação matricial:

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} - [J^{(i)}]^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(i)}) \quad (19)$$

onde a matriz de derivadas parciais  $[J]$  do vetor de equações é denominada matriz jacobiana ou matriz de gradientes.

Desse modo, para a solução do subsistema 1 com o método de Newton-Raphson, definindo-se os vetores de incógnitas  $\underline{\theta}$  e  $\underline{V}$  e de equações  $\Delta \underline{P}$  e  $\Delta \underline{Q}$ , tem-se que o vetor de variáveis  $\underline{x}$  e de funções  $\underline{f}(\underline{x})$  da equação (19) serão definidos por:

$$\underline{x} = \left\{ \begin{array}{l} \underline{\theta} \\ \underline{V} \end{array} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array} ; \quad \underline{f}(\underline{x}) = \left\{ \begin{array}{l} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \end{array} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array}$$

Visto que os vetores de funções e variáveis assim definidos apresentam dois tipos de componentes cada, tem-se que a matriz jacobiana  $[J]$  do método de Newton-Raphson é composta por quatro tipos de relação entre funções e variáveis, que definem as quatro submatrizes de sensibilidade descritas a seguir:

$$[J] = \left\{ \begin{array}{cc} \left. \begin{array}{cc} \frac{\partial \Delta \underline{P}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \Delta \underline{P}}{\partial \underline{V}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array} \\ \left. \begin{array}{cc} \frac{\partial \Delta \underline{Q}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \Delta \underline{Q}}{\partial \underline{V}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} NPQ \\ NPQ \end{array} \end{array} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array}$$

Aplicando-se as equações (16) e (17) e considerando-se que os vetores de injeção líquidas de potências ativa  $\underline{P}^{esp}$  e reativa  $\underline{Q}^{esp}$  especificadas são constantes (dados do sistema), tal que a derivada das mesmas é nula então, aplicando a propriedade distributiva do operador de derivada, obtém-se por fim que:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial(\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial(\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial(\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix}$$

Na literatura do fluxo de carga, as submatrizes da matriz jacobiana são comumente nomeadas, para fins didáticos, como submatrizes  $[H]$ ,  $[N]$ ,  $[M]$  e  $[L]$  conforme mostrado a seguir:

$$[H] = \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} ; [N] = \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} ; [M] = \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} ; [L] = \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}}$$

$$\therefore [J] = - \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix}$$

Com base na equação matricial (19), tem-se então que, para a iteração  $i$  e com base no vetor de incógnitas calculado na iteração anterior, tem-se que a equação básica do método de Newton-Raphson para o cálculo do subsistema 1 do problema de fluxo de carga é descrita pela equação matricial dada por:

$$\left[ \begin{array}{c} \underline{\theta}^{(i+1)} \\ \underline{V}^{(i+1)} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \underline{\theta}^{(i)} \\ \underline{V}^{(i)} \end{array} \right] + \begin{bmatrix} [H^{(i)}] & [N^{(i)}] \\ [M^{(i)}] & [L^{(i)}] \end{bmatrix}^{-1} \left[ \begin{array}{c} \Delta \underline{P}^{(i)} \\ \Delta \underline{Q}^{(i)} \end{array} \right] \quad (20)$$

A equação (20) mostra que o vetor de variáveis se relaciona com o vetor de funções por meio das submatrizes da matriz jacobiana. A submatriz  $[H]$  representa a sensibilidade entre potência ativa e ângulo de tensão de barra ( $\partial P/\partial \theta$ ), chamada acoplamento P- $\theta$ ,  $[N]$  representa a sensibilidade entre potência ativa e módulo de tensão de barra ( $\partial P/\partial V$ ) (acoplamento P-V),  $[M]$  representa a sensibilidade entre potência reativa e ângulo ( $\partial Q/\partial \theta$ ) (acoplamento Q- $\theta$ ), e a submatriz  $[L]$  representa a sensibilidade entre potência reativa e magnitude de tensão de barra ( $\partial Q/\partial V$ ) (chamada acoplamento Q-V). Dependendo das características da rede, estas sensibilidades podem se mostrar fortes ou fracas, propriedade explorada nos métodos desacoplados.

Conforme as definições das submatrizes  $[H]$ ,  $[N]$ ,  $[M]$  e  $[L]$  da matriz jacobiana, tem-se que seus elementos consistem de derivadas parciais das potências ativa e reativa  $P_k^{calc}$  e  $Q_k^{calc}$  calculadas para cada barra  $k$  da rede, tal que os componentes da diagonal e fora destas submatrizes são determinadas por

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial \theta_k} = -Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk} \quad (21)$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (22)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} = V_k^{-1} (P_k^{calc} + V_k^2 G_{kk}) \quad (23)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (24)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial \theta_k} = P_k^{calc} - V_k^2 G_{kk} \quad (25)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (26)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} = V_k^{-1} (Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk}) \quad (27)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (28)$$

Assim, o processo iterativo do método de Newton-Raphson para cálculo do subsistema 1 pode ser generalizado nas etapas:

- Passo 1 (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar dados da rede. Adotar *flat-start* ( $\underline{V} = \underline{1} pu$ ,  $\underline{\theta} = \underline{0} rad$ ) para inicializar o vetor de variáveis  $[\underline{\theta} | \underline{V}]^T$ . Calcular as matrizes condutância  $[G]$  (equações (4) a (6)) e susceptância  $[B]$  (equações (7) a (9)). Montar o vetor de potências especificadas  $[\underline{P}^{esp} | \underline{Q}^{esp}]^T$ .
- Passo 2 (iteração  $i$ ): a partir dos vetores de estado  $\underline{V}^{(i)}$  e  $\underline{\theta}^{(i)}$  atual obtidos na iteração anterior, calcular os vetores  $\underline{P}^{calc, (i)}$  e  $\underline{Q}^{calc, (i)}$  com as equações (12) e (13), respectivamente, e os vetores de erro  $\Delta \underline{P}^{(i)} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc, (i)}$  e  $\Delta \underline{Q}^{(i)} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc, (i)}$ . Montar o vetor de equações  $[\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)}]^T$ .
- Passo 3 (iteração  $i$ ): testar convergência com o valor do erro  $\varepsilon$  adotado: se  $\max|[\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)}]^T| \leq \varepsilon$ , adotar  $\underline{V}^{(i)}$  e  $\underline{\theta}^{(i)}$  como solução do subsistema 1, sair e resolver o subsistema 2; se  $\max|[\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)}]^T| > \varepsilon$ , continuar com o passo 4.
- Passo 4 (iteração  $i$ ): calcular os componentes da jacobiana  $[J^{(i)}]$  com base nas equações (21) a (28).
- Passo 5 (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e obter nova estimativa para os vetores de estado  $[\underline{\theta}^{(i+1)} | \underline{V}^{(i+1)}]^T$ , com o cálculo da equação matricial definida por (20). Voltar ao passo 2.

#### F. Modelo de Carga ZIP

Como visto, o modelo básico de redes elétricas considera os dados de carga ativa  $P_k^C$  e reativa  $Q_k^C$  em uma barra genérica  $k$  como independentes do módulo da tensão da barra, tal que são modeladas como injeções de potências constantes. Porém, esta modelagem pode não condizer com o comportamento real de diversos tipos de carga presentes em um sistema, uma vez que esta consideração é correta apenas se as magnitudes das tensões nodais permanecessem iguais aos respectivos valores nominais. Neste caso, na necessidade de uma abordagem mais abrangente, pode-se empregar o chamado modelo ZIP para a representação de cargas dependentes da tensão da barra.

Em sua formulação mais geral, o modelo ZIP é baseado em valores de referência de tensão e de potência para modelar até três parcelas componentes de carga, definidas como potência constante, corrente constante e impedância constante, tal que o modelo estático da carga ativa  $P_k^C$  e da carga reativa  $Q_k^C$  em uma barra genérica  $k$  do sistema são definidas por:

$$P_k^C = \left( a_k^p + b_k^p \frac{V_k}{V_k^{ref}} + c_k^p \left( \frac{V_k}{V_k^{ref}} \right)^2 \right) P_k^{nom} \quad (29)$$

$$Q_k^C = \left( a_k^q + b_k^q \frac{V_k}{V_k^{ref}} + c_k^q \left( \frac{V_k}{V_k^{ref}} \right)^2 \right) Q_k^{nom} \quad (30)$$

onde  $V_k^{ref}$  e  $P_k^{ref}$  são os valores de referência ou nominais de tensão e potência da barra  $k$ , respectivamente, e os termos  $a_k^p$ ,  $b_k^p$ ,  $c_k^p$ ,  $a_k^q$ ,  $b_k^q$  e  $c_k^q$  residem em parâmetros adimensionais que constituem-se nos pesos de importância de cada parcela de carga da barra  $k$  contemplado no modelo ZIP, descritos como:

- $a_k^p$ ,  $a_k^q$ : parcela de carga ativa e reativa, respectivamente, modelada como potência constante.
- $b_k^p$ ,  $b_k^q$ : parcela de carga ativa e reativa, respectivamente, modelada como corrente constante.
- $c_k^p$ ,  $c_k^q$ : parcela de carga ativa e reativa, respectivamente, modelada como impedância constante.
- $a_k^p$ ,  $b_k^p$  e  $c_k^p \in [0,1]$ , tal que:  $a_k^p + b_k^p + c_k^p = 1,0$
- $a_k^q$ ,  $b_k^q$  e  $c_k^q \in [0,1]$ , tal que:  $a_k^q + b_k^q + c_k^q = 1,0$

Como a referência de tensão geralmente adotada reside na tensão de base do trecho de rede no qual a barra se encontra, então  $V_k^{ref} = 1,0 pu$  e as equações (29) e (30) se resumem a:

$$P_k^C = (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom} \quad (31)$$

$$Q_k^C = (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{nom} \quad (32)$$

Como a magnitude das tensões de barra é recalculada a cada iteração dos métodos de solução do subsistema 1, tem-se em consequência que as potências ativa e reativa especificadas para cada barra da rede elétrica em estudo, que correspondem às injeções líquidas de potência, precisam ser recalculadas a cada iteração. Este fato acarreta então em algumas mudanças no cálculo dos elementos das submatrizes da matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson, em específico nos elementos da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  que, de acordo com a literatura técnica, são expressas conforme a seguir:

$$N_{kk} = V_k^{-1} (P_k^{calc} + V_k^2 G_{kk}) - (b_k^p + 2c_k^p V_k) P_k^{nom} \quad (33)$$

$$L_{kk} = V_k^{-1} (Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk}) - (b_k^q V_k + 2c_k^q V_k) Q_k^{nom} \quad (34)$$

Com isso, o algoritmo do método de Newton-Raphson deve ser adaptado para contemplar o modelo de cargas ZIP, tal que os passos 1, 2 e 4 sofrem adequações, reformuladas a seguir:

- Passo 1 (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar dados da rede. Adotar *flat-start* ( $\underline{V} = \underline{1} pu$ ,  $\underline{\theta} = \underline{0} rad$ ) para inicializar o vetor de variáveis  $[\underline{\theta} | \underline{V}]^T$ . Calcular as matrizes condutância  $[G]$  (equações (4) a (6)) e susceptância  $[B]$  (equações (7) a (9)). Montar os vetores de potências geradas  $\underline{P}^G$  e  $\underline{Q}^G$ .
- Passo 2 (iteração  $i$ ): com base no estado das tensões de barra atual  $\underline{V}^{(i)}$  e  $\underline{\theta}^{(i)}$  obtidos na iteração anterior, determinar para cada barra  $k$  os valores  $P_k^{C, (i)}$  e  $Q_k^{C, (i)}$  com base nas equações (31) e (32), respectivamente, e montar os vetores  $\underline{P}^{esp, (i)}$  e  $\underline{Q}^{esp, (i)}$  com base nas equações (1) e (2), respectivamente. A seguir, calcular os vetores  $\underline{P}^{calc, (i)}$  e  $\underline{Q}^{calc, (i)}$  com o emprego das equações (12) e (13), respectivamente. Por fim, montar o vetor de equações  $[\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)}]^T$  com o cálculo dos vetores  $\Delta \underline{P}^{(i)} = \underline{P}^{esp, (i)} - \underline{P}^{calc, (i)}$  e  $\Delta \underline{Q}^{(i)} = \underline{Q}^{esp, (i)} - \underline{Q}^{calc, (i)}$ .

- Passo 4 (iteração  $i$ ): calcular a matriz jacobiana  $[J^{(i)}]$  com as equações (21) a (28), com exceção dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$ , obtidos com as equações (33) e (34), respectivamente.

Considerando a carga representada por modelo ZIP tem-se que, como a injeção líquida de potência ativa  $P_k$  das barras tipo PV e PQ e a injeção líquida de potência reativa  $Q_k$  das barras PQ não são constantes, ao final do processo iterativo do método de Newton-Raphson, as potências líquidas para estas barras precisam ser recalculadas com base nas equações (31) e (1) para  $P_k$ , e com base nas equações (32) e (2) para  $Q_k$ .

### III. DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA

Como mencionado, o equacionamento para a obtenção das adequações nos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson considerando o modelo de carga ZIP, indica uma discordância com o apresentado na literatura técnica sobre este tema e o presente trabalho tem como objetivo propor uma formulação alternativa para estes elementos, o que é abordado no desenvolvimento a seguir.

A representação de cargas de um sistema elétrico em estudo por modelo ZIP implica que a modelagem de geração e carga por sua contribuição líquida de potência nas barras do sistema não mais se configuram como constantes (dados) do problema do fluxo de carga, necessitando-se serem reformuladas. Logo, com base nas equações (1) e (31), o cálculo da injeção líquida de potência ativa  $P_k$  em uma barra genérica  $k$  é redefinida por:

$$P_k = P_k^G - P_k^C \Rightarrow P_k = P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom} \quad (35)$$

Similarmente, com base nas equações (2) e (32), tem-se que a injeção líquida de potência reativa  $Q_k$  em uma barra genérica  $k$  deve ser reformulada, tal que neste caso é redefinida por:

$$Q_k = Q_k^G - Q_k^C \Rightarrow Q_k = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{nom} \quad (36)$$

Assim, visto que as injeções líquidas de potência de barra residem na parte à direita das equações de balanço de potência de barras do sistema, definidas pelas equações (10) e (11), e que estas parcelas recebem a denominação ‘especificada’ para a definição das equações básicas do subsistema 1, tem-se que a injeção líquida de potência ativa  $P_k$  em uma barra genérica  $k$  dada pela equação (35), redefine a potência ativa especificada  $P_k^{esp}$  em função do módulo de tensão  $V_k$  da barra  $k$ , tal que:

$$P_k^{esp} = P_k \Rightarrow P_k^{esp} = P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom} \quad (37)$$

bem como a equação (36) para  $Q_k$  redefine a potência reativa especificada  $Q_k^{esp}$  em função da tensão  $V_k$  na barra  $k$ , tal que:

$$Q_k^{esp} = Q_k \Rightarrow Q_k^{esp} = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{ref} \quad (38)$$

Logo, como  $P_k^{esp}$  e  $Q_k^{esp}$  agora dependem da magnitude das tensões de barra, tem-se que a derivada parcial dos vetores de potências ativa  $\underline{P}^{esp}$  e reativa  $\underline{Q}^{esp}$  especificadas em relação à variável módulo de tensão de barra não resulta em valor nulo, tal que a consideração deste mudança nos vetores de funções de resíduos  $\Delta \underline{P} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc}$  e  $\Delta \underline{Q} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc}$  causa certas alterações nos cálculos dos elementos da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson. Desse modo, com a aplicação da propriedade distributiva do operador de derivada, as alterações

na matriz jacobiana são descritas conforme a seguir:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \underline{P}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \Delta \underline{P}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \Delta \underline{Q}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \Delta \underline{Q}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial (\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial (\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial (\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial (\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{\theta}} - \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{\theta}} - \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} \\ -\frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix}$$

$$[J] = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix}$$

Conclui-se então que as submatrizes  $[H]$  e  $[M]$  mantêm suas definições originais, porém as submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  devem ser reformulados conforme as expressões a seguir:

$$[N] = \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{V}} \quad \text{e} \quad [L] = \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{V}}$$

tal que necessitam de adequação em suas definições originais para considerar ambas as partes ‘calculada’ e ‘especificada’ como dependentes do módulo das tensões nodais.

Analisando estas equações no cálculo dos elementos fora da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$ , tem-se que:

$$\bullet N_{km} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial V_m} - \frac{\partial \underline{P}_k^{esp}}{\partial V_m} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial V_m} - \frac{\partial (P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom})}{\partial V_m} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial V_m} - 0 = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial V_m}$$

$$\bullet L_{km} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial V_m} - \frac{\partial \underline{Q}_k^{esp}}{\partial V_m} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial V_m} - \frac{\partial (Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{nom})}{\partial V_m} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial V_m} - 0 = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial V_m}$$

tal que, conforme relatado na literatura, as definições originais dos elementos fora da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  também não são alteradas com o modelo de carga ZIP.

Em análise similar para o cálculo dos elementos da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$ , tem-se então que:

$$\bullet N_{kk} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial \underline{P}_k^{esp}}{\partial V_k} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial (P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom})}{\partial V_k} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} - \left( \frac{\partial P_k^G}{\partial V_k} - \frac{\partial \left( (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom} \right)}{\partial V_k} \right) = \\
&= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial P_k^G}{\partial V_k} + \frac{\partial \left( (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{nom} \right)}{\partial V_k} = \\
&= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} - 0 + (b_k^p + 2c_k^p V_k) P_k^{nom} = \\
&= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} + (b_k^p + 2c_k^p V_k) P_k^{nom}
\end{aligned}$$

tal que, aplicando-se a equação (23), obtém-se por fim:

$$N_{kk} = V_k^{-1} (P_k^{calc} + V_k^2 G_{kk}) + (b_k^p + 2c_k^p V_k) P_k^{nom} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
\bullet L_{kk} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial V_k} = \\
&= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial \left( Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{nom} \right)}{\partial V_k} = \\
&= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} - \left( \frac{\partial Q_k^G}{\partial V_k} - \frac{\partial \left( (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{nom} \right)}{\partial V_k} \right) = \\
&= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial Q_k^G}{\partial V_k} + \frac{\partial \left( (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{nom} \right)}{\partial V_k} = \\
&= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} - 0 + (b_k^q + 2c_k^q V_k) Q_k^{nom} = \\
&= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} + (b_k^q + 2c_k^q V_k) Q_k^{nom}
\end{aligned}$$

tal que, aplicando-se a equação (27), obtém-se por fim:

$$L_{kk} = V_k^{-1} (Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk}) + (b_k^q V_k + 2c_k^q V_k) Q_k^{nom} \quad (40)$$

Conclui-se novamente que, conforme relatado na literatura, as definições originais dos elementos da diagonal principal das submatrizes  $[N]$  e  $[L]$  do método de Newton-Raphson devem ser modificadas para considerar o modelo de carga ZIP.

Porém, os resultados dos equacionamentos para a obtenção dos elementos  $N_{kk}$  mostrado na equação (39) e  $L_{kk}$  mostrado na equação (40), indicam que as parcelas referentes ao modelo de carga ZIP são somadas às equações originais destes elementos, e não subtraída das equações originais tal como apresentado pela literatura com as equações (33) e (34), respectivamente.

Para verificar a validade da formulação dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  propostos neste trabalho, em comparação à formulação apresentada na literatura, o item a seguir apresenta os testes realizados em três redes elétricas conhecidas da literatura.

#### IV. ANÁLISE DE RESULTADOS

Como forma de comparação entre as duas formulações dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$ , aqui chamados ‘proposta’ e ‘literatura’, são a seguir mostrados e analisados os estudos de casos para três sistemas de teste do IEEE: 14, 30 e 57 barras, em que o número de iterações do método de Newton-Raphson obtidos com cada formulação é adotado como critério de desempenho para a comparação entre as mesmas. Com relação aos pesos de importância do modelo de carga ZIP, estes serão escolhidos de

forma arbitrária, mas respeitando a condição de soma 1,0.

##### A. Estudo de caso I: sistema de 14 barras modificado

Primeiramente, o sistema de 14 barras será utilizado com o objetivo de comprovar a validade dos resultados obtidos nas implementações do método de Newton-Raphson considerando o modelo de carga ZIP baseado em cada formulação. Para este intento, os dados de carga ativa e reativa originais do sistema de 14 barras foram adequadamente alterados para que, mesmo com os pesos de importância adotados para o modelo de carga ZIP, o estado das tensões de barra resultante seja o mesmo do obtido com os dados originais do sistema (potência constante), ou seja, sabendo-se o resultado esperado, a solução do método de Newton-Raphson com cada implementação deve convergir para o mesmo resultado de modo a comprovar sua veracidade.

O ajuste dos dados de carga para a montagem deste novo sistema de 14 barras, aqui denominado modificado, é obtido a partir dos resultados dos módulos de tensões de barra obtidos com a solução do subsistema 1 do sistema original e dos dados de carga ativa e reativa originais do sistema, apresentados na Tabela I, tal que, para cada barra  $k$  com magnitude de tensão  $V_k$  original e com os dados de carga ativa  $P_k^C$  e reativa  $Q_k^C$  do sistema original, tem-se que os valores de  $P_k^{nom}$  e  $Q_k^{nom}$  do modelo de carga ZIP que resultam nos mesmos valores de  $P_k^C$  e  $Q_k^C$  (e, desse modo, no mesmo estado das tensões de barra) considerando os pesos de importância adotados para o modelo ZIP, são obtidos das equações (31) e (32) respectivamente por:

$$P_k^{nom} = \frac{P_k^C}{a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2} \quad (41)$$

$$Q_k^{nom} = \frac{Q_k^C}{a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2} \quad (42)$$

Como informação adicional para posterior comparação das modelagens, tem-se que a solução do subsistema 1 do sistema de 14 barras original (potência constante) com o emprego do método de Newton-Raphson padrão, convergiu em 3 iterações.

Os pesos de importância do modelo de carga ZIP escolhidos arbitrariamente para o sistema de 14 barras, uma vez que são apenas para efeito de testes, são mostrados na Tabela II.

TABELA I  
DADOS DE CARGA E RESULTADO DO ESTADO DAS TENSÕES DE BARRA DO SISTEMA DE 14 BARRAS ORIGINAL

Barra $k$	Tipo	$P_k^C$ (MW)	$Q_k^C$ (Mvar)	$V_k$ (pu)	$\theta_k$ (°)
1	V0	0,00	0,00	1,0600	0,000
2	PV	21,7	12,70	1,0450	-4,983
3	PV	94,20	19,0	1,0100	-12,721
4	PQ	47,80	-3,90	1,0186	-10,325
5	PQ	7,60	1,60	1,0202	-8,784
6	PV	11,20	7,50	1,0700	-14,222
7	PQ	0,00	0,00	1,0621	-13,368
8	PV	0,00	0,00	1,0900	-13,368
9	PQ	29,50	16,6	1,0564	-14,947
10	PQ	9,00	5,80	1,0514	-15,104

11	PQ	3,50	1,80	1,0571	-14,795
12	PQ	6,10	1,60	1,0552	-15,077
13	PQ	13,50	5,80	1,0505	-15,159
14	PQ	14,90	5,00	1,0359	-16,039

TABELA II  
PESOS DE IMPORTÂNCIA DO MODELO DE CARGA ZIP  
ADOTADOS PARA O SISTEMA DE 14 BARRAS

Barra $k$	$a_k^p$	$b_k^p$	$c_k^p$	$a_k^q$	$b_k^q$	$c_k^q$
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4	0,3
3	0,3	0,4	0,3	0,2	0,5	0,3
4	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
5	0,3	0,3	0,4	0,1	0,7	0,2
6	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	0,3	0,2	0,5	0,7	0,2	0,1
10	0,5	0,2	0,3	0,4	0,3	0,3
11	0,2	0,6	0,2	0,5	0,2	0,3
12	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
13	0,4	0,5	0,1	0,5	0,3	0,2
14	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1

Assim, utilizando-se as equações (41) e (42) e os dados de  $V_k$ ,  $P_k^C$  e  $Q_k^C$  de cada barra  $k$  do sistema de 14 barras original apresentados na Tabela I, bem como os valores dos pesos de importância apresentados na Tabela II, obteve-se os resultados para  $P_k^{nom}$  e  $Q_k^{nom}$  mostrados na Tabela III. Dessa forma, com os pesos de importância adotados e os resultados de  $P_k^{nom}$  e  $Q_k^{nom}$  no lugar dos dados de  $P_k^C$  e  $Q_k^C$  originais, montou-se então o arquivo de dados do sistema de 14 barras modificado.

A Tabela IV mostra os resultados do estado das tensões de barra para o sistema de 14 barras modificado, obtidos com o método de Newton-Raphson para cada formulação testada. Comparando estes resultados com os da Tabela I, conclui-se então que ambas formulações, proposta e da literatura, convergem para o resultado esperado, com algumas diferenças na ordem da terceira casa decimal dos ângulos de fase obtidos com a formulação da literatura, devido ao arredondamento dos valores das potências de carga ativas e reativas adotadas para a montagem do sistema de 14 barras modificado.

TABELA III  
DADOS DE POTÊNCIAS NOMINAIS DO  
SISTEMA DE 14 BARRAS MODIFICADO

Barra $k$	$P_k^{nom}$ (MW)	$Q_k^{nom}$ (Mvar)
1	0,0000	0,0000
2	21,0291	12,1460
3	93,2646	18,7927
4	46,5814	-3,8144
5	7,4334	1,5651
6	10,3831	7,1463
7	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000

9	27,5874	16,2284
10	8,6379	5,5393
11	3,3088	1,7197
12	5,6542	1,4984
13	13,0363	5,5994
14	14,3293	4,8770

TABELA IV  
SISTEMA DE 14 BARRAS MODIFICADO E COM MODELO  
ZIP - SOLUÇÃO DO SUBSISTEMA 1 POR NEWTON-  
RAPHSON PARA COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES

Barra $k$	PROPOSTA		LITERATURA	
	$V_k$ (pu)	$\theta_k$ (°)	$V_k$ (pu)	$\theta_k$ (°)
1	1,0600	0,000	1,0600	0,000
2	1,0450	-4,983	1,0450	-4,984
3	1,0100	-12,721	1,0100	-12,721
4	1,0186	-10,325	1,0186	-10,326
5	1,0202	-8,784	1,0202	-8,784
6	1,0700	-14,222	1,0700	-14,223
7	1,0621	-13,368	1,0621	-13,369
8	1,0900	-13,368	1,0900	-13,369
9	1,0564	-14,947	1,0564	-14,948
10	1,0514	-15,104	1,0514	-15,105
11	1,0571	-14,795	1,0571	-14,796
12	1,0552	-15,077	1,0552	-15,078
13	1,0505	-15,159	1,0505	-15,160
14	1,0359	-16,039	1,0359	-16,040

Por fim, a Tabela V mostra o número de iterações obtido no cálculo do subsistema 1 com o método de Newton-Raphson para cada formulação testada e a mesma tolerância adotada. Observa-se então que a formulação proposta convergiu em 3 iterações, igualmente com o sistema de 14 barras original, mas a formulação da literatura custou uma iteração a mais. Para o critério de desempenho adotado, estes resultados indicam que a formulação proposta se mostra como a correta para o cálculo dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  das submatrizes da matriz jacobiana.

TABELA V  
COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES PELO NÚMERO  
DE ITERAÇÕES DO NEWTON-RAPHSON NA SOLUÇÃO DO  
SISTEMA DE 14 BARRAS MODIFICADO COM MODELO ZIP

Formulação	Iterações
Proposta	3
Literatura	4

### B. Estudo de caso II: sistema de 30 barras

Visto que no estudo de caso I é comprovado que ambas as formulações convergem para o resultado esperado, para o caso do sistema teste de 30 barras foram apenas escolhidos os pesos de importância de forma aleatória, mostrados na Tabela VI, tal que os valores originais  $P_k^C$  e  $Q_k^C$  de cada barra  $k$  do sistema, apresentados na Tabela XII em anexo, são adotados para  $P_k^{nom}$  e  $Q_k^{nom}$  do modelo de carga ZIP do sistema de 30 barras.

TABELA VI  
PESOS DE IMPORTÂNCIA DO SISTEMA DE 30 BARRAS

Barra $k$	$a_k^p$	$b_k^p$	$c_k^p$	$a_k^q$	$b_k^q$	$c_k^q$
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,5	0,3	0,2	0,4	0,4	0,2
3	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,6	0,2
5	0,3	0,5	0,2	0,2	0,4	0,4
6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
8	0,6	0,3	0,1	0,3	0,3	0,4
9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	0,3	0,5	0,2	0,2	0,4	0,4
11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
13	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
15	0,4	0,3	0,3	0,2	0,6	0,2
16	0,6	0,2	0,2	0,4	0,4	0,2
17	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
18	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
19	0,4	0,4	0,2	0,3	0,5	0,2
20	0,7	0,1	0,2	0,1	0,1	0,8
21	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4	0,3
22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	0,6	0,2	0,2	0,4	0,4	0,2
24	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
25	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
26	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
27	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
30	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4	0,3

A Tabela VII a seguir mostra o número de iterações obtido no cálculo do subsistema I com o método de Newton-Raphson para cada formulação testada e a mesma tolerância adotada. Observa-se novamente que a formulação proposta convergiu em 3 iterações (igualmente ao sistema de 30 barras original), mas a formulação da literatura custou uma iteração a mais. Logo, estes resultados mostram novamente que a formulação proposta aparenta ser a correta para o cálculo dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  das submatrizes da matriz jacobiana.

TABELA VII  
COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES PELO NÚMERO DE ITERAÇÕES DO NEWTON-RAPHSON NA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE 30 BARRAS COM MODELO DE CARGA ZIP

Formulação	Iterações
Proposta	3
Literatura	4

### C. Estudo de caso III: sistema de 57 barras

Similar ao estudo de caso II, para o caso do sistema teste de 57 barras foram apenas escolhidos os pesos de importância de forma arbitrária, mostrados na Tabela VIII, e os valores  $P_k^c$  e  $Q_k^c$  originais para cada barra  $k$  do sistema, apresentados na Tabela XIV em anexo, são adotados como valores para  $P_k^{nom}$  e  $Q_k^{nom}$  do modelo de carga ZIP do sistema de 57 barras.

TABELA VIII  
PESOS DE IMPORTÂNCIA DO SISTEMA DE 57 BARRAS

Barra $k$	$a_k^p$	$b_k^p$	$c_k^p$	$a_k^q$	$b_k^q$	$c_k^q$
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,5	0,3	0,2	0,0	0,0	0,0
3	0,4	0,1	0,5	0,0	0,0	0,0
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
6	0,3	0,4	0,3	0,0	0,0	0,0
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,2	0,5	0,3	0,0	0,0	0,0
9	0,4	0,4	0,2	0,0	0,0	0,0
10	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	0,5	0,2	0,3	0,0	0,0	0,0
13	0,5	0,4	0,1	0,4	0,1	0,5
14	0,7	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4
15	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
16	0,4	0,3	0,3	0,6	0,3	0,1
17	0,2	0,2	0,6	0,7	0,2	0,1
18	0,4	0,4	0,2	0,3	0,2	0,5
19	0,2	0,5	0,3	0,5	0,1	0,4
20	0,6	0,2	0,2	0,7	0,1	0,2
21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	0,4	0,3	0,3	0,2	0,6	0,2
24	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
25	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
26	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
27	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
28	0,7	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4
29	0,2	0,2	0,6	0,7	0,2	0,1
30	0,5	0,4	0,1	0,4	0,1	0,5
31	0,2	0,5	0,3	0,5	0,1	0,4
32	0,5	0,1	0,4	0,3	0,2	0,5
33	0,2	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3
34	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
35	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
36	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
37	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
38	0,3	0,4	0,3	0,6	0,2	0,2
39	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
41	0,4	0,4	0,2	0,3	0,2	0,5
42	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
43	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
44	0,4	0,3	0,3	0,2	0,6	0,2
45	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
46	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
47	0,2	0,3	0,5	0,6	0,2	0,2
48	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
49	0,6	0,2	0,2	0,7	0,1	0,2
50	0,5	0,4	0,1	0,4	0,1	0,5
51	0,7	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4
52	0,3	0,2	0,5	0,1	0,4	0,5
53	0,2	0,2	0,6	0,7	0,2	0,1
54	0,4	0,4	0,2	0,5	0,1	0,4
55	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
56	0,4	0,3	0,3	0,2	0,6	0,2
57	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1

A Tabela IX a seguir mostra o número de iterações obtido no cálculo do subsistema 1 com o método de Newton-Raphson para cada formulação testada e a mesma tolerância adotada. Novamente observa-se que a formulação proposta convergiu em 3 iterações (igualmente ao sistema de 57 barras original), mas a formulação da literatura custou duas iterações a mais. Assim, estes resultados indicam novamente que a formulação proposta aparenta então ser a correta para o devido cálculo dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  das submatrizes da matriz jacobiana.

TABELA IX

COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES PELO NÚMERO DE ITERAÇÕES DO NEWTON-RAPHSON NA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE 57 BARRAS COM MODELO DE CARGA ZIP

Formulação	Iterações
Proposta	3
Literatura	5

## V. CONCLUSÕES

Este projeto final de curso teve como objetivo propor uma modelagem alternativa para o cálculo dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson, para o cálculo do problema do fluxo de carga de sistemas elétricos com modelo de carga ZIP. A motivação para este trabalho se originou no fato observado por seus autores de que, adotadas a mesma convenção de sinais de correntes e potências usadas na bibliografia sobre o fluxo de carga, o natural equacionamento para a obtenção das equações dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  resultam em formulações diferenciadas da literatura, por uma questão de sinal (adição, em vez de subtração) das equações originais destes elementos com as parcelas referentes ao modelo ZIP.

Como forma de comparar as duas formulações (proposta e da literatura) para a solução do subsistema 1 pelo método de Newton-Raphson, procedeu-se com a realização de testes em sistemas elétricos conhecidos da literatura, onde adotou-se o número de iterações obtido para a convergência do método como critério de avaliação de desempenho das formulações. Com base nos resultados dos testes, observou-se em todos os casos analisados que a formulação proposta convergiu com o mesmo número de iterações obtidas para os sistemas originais e em menos iterações que a formulação dada pela literatura. Assim, com base no desempenho mais eficiente do método de Newton-Raphson com a formulação proposta neste trabalho, pode-se concluir que esta formulação mostra ser a correta para o cálculo dos elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  da matriz jacobiana.

Neste sentido, o motivo para o método de Newton-Raphson com a formulação dada pela literatura também convergir para a solução esperada, mesmo mostrando ser incorreta, reside no fato do método ser apenas um processo numérico que percorre um caminho qualquer entre dois pontos (o inicial e a solução), sem exercer qualquer influência sobre a solução obtida, tal que a jacobiana, que representa a sensibilidade entre as equações e suas variáveis, determina o caminho a ser percorrido entre os dois pontos. A cada iteração, tem-se que o vetor de variáveis representa uma aproximação para a solução do problema, mas o vetor de funções de resíduos é calculado de forma exata, tal que o critério de convergência é avaliado de forma exata e não

aproximada. Assim, pode-se concluir que a formulação dada pela literatura para os elementos  $N_{kk}$  e  $L_{kk}$  introduz algum mal condicionamento na matriz jacobiana, o que faz o método de Newton-Raphson percorrer um caminho diferente e mais custoso em iterações para a convergência do processo.

Como temas para trabalhos futuros relacionados ao modelo de carga ZIP, pode-se sugerir o desenvolvimento do cálculo da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson na versão em coordenadas cartesianas, estudos para a montagem das matrizes B' e B'' dos métodos desacoplados rápidos, testes em sistemas maiores, testes onde não há a modelagem ZIP em todas as barras, testes onde o peso da parcela referente impedância constante do modelo de cargas ZIP é maior, bem como testes em sistemas de distribuição, para que a discrepância entre as formulações possam ser verificadas para casos mais extremos.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] MONTICELLI, Alcir José, “Fluxo de Carga em Rede de Energia Elétrica”, Editora Edgar Blücher, São Paulo, 1983. p. 123-124.
- [2] BORGES, Carmem Lúcia Tancredo, “Análise de Sistemas de Potência”, apostila de curso EE-UFRJ, 2005. p. 99.

## ANEXO A: Dados de barras e de ramos dos sistemas teste de 14, 30 e 57 barras

TABELA X  
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA DE POTÊNCIA DE 14 BARRAS

Barra $k$	Tipo	$V_k$ (pu)	$\theta_k$ (rad)	$P_k^G$ (MW)	$Q_k^G$ (Mvar)	$P_k^C$ (MW)	$Q_k^C$ (Mvar)	$Q_k^{sh}$ (Mvar)
1	V $\theta$	1,060	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,045	0,0	40,0	0,0	21,7	12,7	0,0
3	PV	1,010	0,0	0,0	0,0	94,2	19,0	0,0
4	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	47,8	-3,9	0,0
5	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	7,6	1,6	0,0
6	PV	1,070	0,0	0,0	0,0	11,2	7,5	0,0
7	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	PV	1,090	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	29,5	16,6	19,0
10	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	9,0	5,8	0,0
11	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	3,5	1,8	0,0
12	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	6,1	1,6	0,0
13	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	13,5	5,8	0,0
14	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	14,9	5,0	0,0

TABELA XI  
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA DE POTÊNCIA DE 14 BARRAS

Barra inicial $k$	Barra final $m$	$r_{km}$ (%)	$x_{km}$ (%)	$Q_{km}^{sh, total}$ (Mvar)	$a_{km}$
1	2	1,940	5,92	5,28	1,000
1	5	5,403	22,30	4,92	1,000
2	3	4,699	19,80	4,38	1,000
2	4	5,811	17,63	3,74	1,000
2	5	5,695	17,39	3,40	1,000
3	4	6,701	17,10	3,46	1,000
4	5	1,335	4,21	1,28	1,000
4	7	0,000	20,91	0,00	1,023
4	9	0,000	55,62	0,00	1,032
5	6	0,000	25,20	0,00	1,073
6	11	9,498	19,89	0,00	1,000
6	12	12,291	25,58	0,00	1,000
6	13	6,615	13,03	0,00	1,000
7	8	0,000	17,61	0,00	1,000
7	9	0,000	11,00	0,00	1,000
9	10	3,181	8,45	0,00	1,000
9	14	12,711	27,04	0,00	1,000
10	11	8,205	19,21	0,00	1,000
12	13	22,092	19,99	0,00	1,000
13	14	17,093	34,80	0,00	1,000

TABELA XII  
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA DE POTÊNCIA DE 30 BARRAS

Barra $k$	Tipo	$V_k$ (pu)	$\theta_k$ (rad)	$P_k^G$ (MW)	$Q_k^G$ (Mvar)	$P_k^C$ (MW)	$Q_k^C$ (Mvar)	$Q_k^{sh}$ (Mvar)
1	V $\theta$	1,04	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,05	0,0	0,0	0,0	21,7	12,7	0,0
3	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	2,4	1,2	0,0
4	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	7,6	1,6	0,0
5	PV	1,01	0,0	0,0	0,0	94,2	19,0	0,0
6	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	22,8	10,9	0,0
8	PV	1,01	0,0	20,0	0,0	30,0	30,0	0,0
9	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	5,8	2,0	19,0
11	PV	1,05	0,0	20,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	11,2	7,5	0,0
13	PV	1,05	0,0	20,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	6,2	1,6	0,0

15	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	8,2	2,5	0,0
16	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,5	1,8	0,0
17	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	9,0	5,8	0,0
18	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,2	0,9	0,0
19	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	9,5	3,4	0,0
20	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	2,2	0,7	0,0
21	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	17,5	11,2	0,0
22	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,2	1,6	0,0
24	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	8,7	6,7	4,0
25	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
26	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,5	2,3	0,0
27	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	2,4	0,9	0,0
30	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	10,6	1,9	0,0

TABELA XIII  
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA DE POTÊNCIA DE 30 BARRAS

Barra inicial $k$	Barra final $m$	$r_{km}$ (%)	$x_{km}$ (%)	$Q_{km}^{sh,total}$ (Mvar)	$a_{km}$
1	2	1,92	5,75	5,28	1,000
1	3	4,52	18,52	4,08	1,000
2	4	5,70	17,37	3,68	1,000
2	5	4,72	19,83	4,18	1,000
2	6	5,81	17,63	3,74	1,000
3	4	1,32	3,79	0,84	1,000
4	6	1,19	4,14	0,90	1,000
4	12	0,00	25,60	0,00	1,032
5	7	4,60	11,60	2,04	1,000
6	7	2,67	8,20	1,70	1,000
6	8	1,20	4,20	0,90	1,000
6	9	0,00	20,80	0,00	1,078
6	10	0,00	55,60	0,00	1,069
6	28	1,69	5,99	1,30	1,000
8	28	63,60	20,00	4,28	1,000
9	10	0,00	11,00	0,00	1,000
9	11	0,00	20,80	0,00	1,000
10	17	3,24	8,45	0,00	1,000
10	20	9,36	20,90	0,00	1,000
10	21	3,48	7,49	0,00	1,000
10	22	7,27	14,99	0,00	1,000
12	13	0,00	14,00	0,00	1,000
12	14	12,31	25,59	0,00	1,000
12	15	6,62	13,04	0,00	1,000
12	16	9,45	19,87	0,00	1,000
14	15	22,10	19,97	0,00	1,000
15	18	10,70	21,85	0,00	1,000
15	23	10,00	20,20	0,00	1,000
16	17	8,24	19,32	0,00	1,000
18	19	6,39	12,92	0,00	1,000
19	20	3,40	6,80	0,00	1,000
21	22	1,16	2,36	0,00	1,000
22	24	11,50	17,90	0,00	1,000
23	24	13,20	27,00	0,00	1,000
24	25	18,85	32,92	0,00	1,000
25	26	25,44	38,00	0,00	1,000
25	27	10,93	20,87	0,00	1,000
28	27	0,00	39,60	0,00	1,068
27	29	21,98	41,53	0,00	1,000
27	30	32,02	60,27	0,00	1,000
29	30	23,99	45,33	0,00	1,000

TABELA XIV  
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA DE POTÊNCIA DE 57 BARRAS

Barra $k$	Tipo	$V_k$ (pu)	$\theta_k$ (rad)	$P_k^G$ (MW)	$Q_k^G$ (Mvar)	$P_k^C$ (MW)	$Q_k^C$ (Mvar)	$Q_k^{sh}$ (Mvar)
1	V $\theta$	1,040	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,010	0,00	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0
3	PV	0,985	0,00	40,0	0,0	41,0	0,0	0,0
4	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	13,0	4,0	0,0
6	PV	0,980	0,00	0,0	0,0	75,0	0,0	0,0
7	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	PV	1,005	0,00	450,0	0,0	150,0	0,0	0,0
9	PV	0,980	0,00	0,0	0,0	121,0	0,0	0,0
10	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	5,0	2,0	0,0
11	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	PV	1,015	0,00	310,0	0,0	377,0	0,0	0,0
13	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	18,0	2,3	0,0
14	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	10,5	5,3	0,0
15	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	22,0	5,0	0,0
16	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	43,0	3,0	0,0
17	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	42,0	8,0	0,0
18	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	27,2	9,8	10,0
19	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	3,3	0,6	0,0
20	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	2,3	1,0	0,0
21	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,3	2,1	0,0
24	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
25	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,3	3,2	5,9
26	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
27	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	9,3	0,5	0,0
28	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	4,6	2,3	0,0
29	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	17,0	2,6	0,0
30	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	3,6	1,8	0,0
31	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	5,8	2,9	0,0
32	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	1,6	0,8	0,0
33	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	3,8	1,9	0,0
34	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
35	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,0	3,0	0,0
36	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
37	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
38	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	14,0	7,0	0,0
39	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
41	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,3	3,0	0,0
42	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	7,1	4,0	0,0
43	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	2,0	1,0	0,0
44	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	12,0	1,8	0,0
45	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
46	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
47	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	29,7	11,6	0,0
48	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
49	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	18,0	8,5	0,0
50	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	21,0	10,5	0,0
51	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	18,0	5,3	0,0
52	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	4,9	2,2	0,0
53	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	20,0	10,0	6,3
54	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	4,1	1,4	0,0
55	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,8	3,4	0,0
56	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	7,6	2,2	0,0
57	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,7	2,0	0,0

TABELA XV  
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA DE POTÊNCIA DE 57 BARRAS

Barra inicial $k$	Barra final $m$	$r_{km}$ (%)	$x_{km}$ (%)	$Q_{km}^{sh, total}$ (Mvar)	$a_{km}$
1	2	0,83	2,80	12,90	1,000
2	3	2,98	8,50	8,18	1,000
3	4	1,12	3,66	3,80	1,000
4	5	6,25	13,20	2,58	1,000
4	6	4,30	14,80	3,58	1,000
6	7	2,00	10,20	2,76	1,000
6	8	3,39	17,30	4,70	1,000
8	9	0,99	5,05	5,48	1,000
9	10	3,69	16,79	4,40	1,000
9	11	2,58	8,48	2,18	1,000
9	12	6,48	29,50	7,72	1,000
9	13	4,81	15,80	4,06	1,000
13	14	1,32	4,34	1,10	1,000
13	15	2,69	8,69	2,30	1,000
1	15	1,78	9,10	9,88	1,000
1	16	4,54	20,60	5,46	1,000
1	17	2,38	10,80	2,86	1,000
3	15	1,62	5,30	5,44	1,000
4	18	0,00	55,50	0,00	0,970
4	18	0,00	43,00	0,00	0,978
5	6	3,02	6,41	1,24	1,000
7	8	1,39	7,12	1,94	1,000
10	12	2,77	12,62	3,28	1,000
11	13	2,23	7,32	1,88	1,000
12	13	1,78	5,80	6,04	1,000
12	16	1,80	8,13	2,16	1,000
12	17	3,97	17,90	4,76	1,000
14	15	1,71	5,47	1,48	1,000
18	19	46,10	68,50	0,00	1,000
19	20	28,30	43,40	0,00	1,000
21	20	0,00	77,67	0,00	1,043
21	22	7,36	11,70	0,00	1,000
22	23	0,99	1,52	0,00	1,000
23	24	16,60	25,60	0,84	1,000
25	24	0,00	118,20	0,00	1,000
24	25	0,00	123,00	0,00	1,000
24	26	0,00	4,73	0,00	1,043
26	27	16,50	25,40	0,00	1,000
27	28	6,18	9,54	0,00	1,000
28	29	4,18	5,87	0,00	1,000
7	29	0,00	6,48	0,00	0,967
25	30	13,50	20,20	0,00	1,000
30	31	32,60	49,70	0,00	1,000
31	32	50,70	75,50	0,00	1,000
32	33	3,92	3,60	0,00	1,000
34	32	0,00	95,30	0,00	0,975
34	35	5,20	7,80	0,32	1,000
35	36	4,30	5,37	0,16	1,000
36	37	2,90	3,66	0,00	1,000
37	38	6,51	10,09	0,20	1,000
37	39	2,39	3,79	0,00	1,000
36	40	3,00	4,66	0,00	1,000
22	38	1,92	2,95	0,00	1,000
11	41	0,00	74,90	0,00	0,955
41	42	20,70	35,20	0,00	1,000
41	43	0,00	41,20	0,00	1,000
38	44	2,89	5,85	0,20	1,000
15	45	0,00	10,42	0,00	0,955
14	46	0,00	7,35	0,00	0,900
46	47	2,30	6,80	0,32	1,000
47	48	1,82	2,33	0,00	1,000
48	49	8,34	12,90	0,48	1,000
49	50	8,01	12,80	0,00	1,000

50	51	13,86	22,00	0,00	1,000
10	51	0,00	7,12	0,00	0,930
13	49	0,00	19,10	0,00	0,895
29	52	14,42	18,70	0,00	1,000
52	53	7,62	9,84	0,00	1,000
53	54	18,78	23,20	0,00	1,000
54	55	17,32	22,65	0,00	1,000
43	11	0,00	15,30	0,00	0,958
44	45	6,24	12,42	0,40	1,000
40	56	0,00	119,50	0,00	0,958
56	41	55,30	54,90	0,00	1,000
56	42	21,25	35,40	0,00	1,000
39	57	0,00	135,50	0,00	0,980
57	56	17,40	26,00	0,00	1,000
38	49	11,50	17,70	0,60	1,000
38	48	3,12	4,82	0,00	1,000
9	55	0,00	12,05	0,00	0,940

---

## ANEXO B: PLANO DE TRABALHO DO PROJETO FINAL DE CURSO

**Título:** Formulação alternativa do método de Newton-Raphson com modelo ZIP - testes e comparações

<u>Dados</u>	<u>Discente</u>	<u>Discente</u>
<b>Matrícula/Nome</b>	201602550 - Guilherme Araújo Abranches	
<b>Telefone</b>	(62) 9 9213-8813	
<b>E-mail</b>	guiabranches@hotmail.com	
<b>Orientador:</b>	Prof. Gelson Antônio Andrêa Brigatto	
<b>Curso:</b>	Eng. Elétrica ( X )	Eng. de Computação ( )      Eng. Mecânica ( )
<b>Certif. De Estudos</b>	Não (X) Sim ( )	
<b>Tipo de Projeto (Art. 13, Inciso V):</b> Pesquisa Básica		

**Resumo:** a formulação das equações dos elementos da diagonal principal das submatrizes N e L do método de Newton-Raphson com o modelo de carga ZIP desenvolvida pelo orientador do presente projeto de final de curso, não condiz com as mesmas equações apresentadas na literatura técnica. Com base nesta discordância, o orientador propõe com este projeto realizar comparações entre as formulações e obter conclusões.

### I. Objetivos.

Os objetivos deste projeto de final de curso são propor uma formulação alternativa para o método de Newton-Raphson com o modelo de carga ZIP e comparar os resultados com os apresentados com base na formulação da literatura técnica, por meio de testes em sistemas elétricos conhecidos da literatura.

### II. Metodologia (atividades a serem desenvolvidas).

A metodologia a ser empregada neste projeto consiste no estudo e implementação do método de Newton-Raphson com modelo de carga ZIP com base nas formulações do orientador e da literatura técnica, bem como a realização de testes de convergência e comparações de resultados entre estas formulações na solução do problema de fluxo de carga de sistemas elétricos conhecidos da literatura.

### III. Resultados Esperados

O resultado esperado com as comparações entre as formulações estudadas visa elucidar qual destas apresenta melhor desempenho e aparenta ser a mais correta, salvo erros de interpretação dos autores.

### IV. Cronograma de Atividades

Na Tabela 1 é mostrado o Cronograma de Atividades.

Tabela 1 – Semestre letivo de 2019-2.

<b>Etapas do Projeto</b>	<b>AGO</b>	<b>SET</b>	<b>OUT</b>	<b>NOV</b>	<b>DEZ</b>
1. Pesquisa Bibliográfica	X	X			
2. Desenvolvimento e análise de resultados		X	X	X	
3. Elaboração do artigo e apresentação do Projeto final			X	X	X

Goiânia, 30 de agosto de 2019.

\_\_\_\_\_  
201602550 - Guilherme Araújo Abranches - Orientado

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gelson Antônio Andrêa Brigatto - Orientador