

JOÃO VITOR OLIVEIRA MATTAR  
MAURICIO KENICHI KANASHIRO

**MÉTODOS DLF E MSP RETANGULAR COM MODELO DE  
CARGA ZIP: FORMULAÇÕES, TESTES E COMPARAÇÕES**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC no 1240/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei no 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação disponibilizado no RI/UFG é de responsabilidade exclusiva dos autores. Ao encaminhar(em) o produto final, o(s) autor(a)(es)(as) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

### 1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG)

Nome(s) completo(s) do(a)(s) autor(a)(es)(as): João Vitor Oliveira Mattar e Mauricio Kenichi Kanashiro

Título do trabalho: Métodos DLF e MSP retangular com modelo de carga ZIP: formulações, testes e comparações

### 2. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador) Concorda com a liberação total do documento [ X ] SIM [ ] NÃO<sup>1</sup>

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante: a) consulta ao(à)(s) autor(a)(es)(as) e ao(à) orientador(a); b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo do TCCG. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

#### Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro.

**Obs.: Este termo deve ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Gelson Antonio Andrea Brigatto, Professor do Magistério Superior**, em 21/08/2023, às 08:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Vitor Oliveira Mattar, Discente**, em 21/08/2023, às 09:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mauricio Kenichi Kanashiro, Discente**, em 21/08/2023, às 09:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **3962480** e o código CRC **4EC53DCC**.

---

Referência: Processo nº 23070.021701/2023-59

SEI nº 3962480

JOÃO VITOR OLIVEIRA MATTAR  
MAURICIO KENICHI KANASHIRO

## **MÉTODOS DLF E MSP RETANGULAR COM MODELO DE CARGA ZIP: FORMULAÇÕES, TESTES E COMPARAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, como requisito para obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do  
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Mattar, João Vítor Oliveira  
Métodos DLF e MSP retangular com modelo de carga ZIP  
[manuscrito] : formulações, testes e comparações / João Vítor Oliveira  
Mattar, Mauricio Kenichi Kanashiro. - 2023.  
xvi, 16 f.: il.

Orientador: Prof. Gelson Antonio Andrea Brigatto.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade  
Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de  
Computação (EMC), Engenharia Elétrica, Goiânia, 2023.  
Bibliografia.

Inclui abreviaturas, tabelas.

1. Redes de distribuição. 2. Método da soma das potências. 3.  
Método direct load flow. 4. Modelo de carga zip. I. Kanashiro,  
Mauricio Kenichi. II. Brigatto, Gelson Antonio Andrea, orient. III. Título.

CDU 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ATA DE AVALIAÇÃO DE PROJETO FINAL**

**Curso**

( X ) Eng Elétrica	( ) Eng Mecânica	( ) Eng Computação PFC 1 ( ) PFC 2 ( )
--------------------	------------------	---

**Título do Trabalho**

Métodos DLF e MSP retangular com modelo de carga ZIP: formulações, testes e comparações

**Banca Avaliadora**

Membro 1	Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto (EMC/UFG) - orientador
Membro 2	Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete (EMC/UFG)
Membro 3	Prof. Dr. Igor Kopcak (EMC/UFG)

**Discente**

Matrícula	Nome
201808840	João Vitor Oliveira Mattar
201802847	Mauricio Kenichi Kanashiro

**NOTAS**

Matrícula	Membro 1			Membro 2			Membro 3			Média*
	NPT	NTE	NAA	NPT	NTE	NAA	NPT	NTE	NAA	
201808840	10,0	9,0	10,0	10,0	9,5	9,5	10,0	9,5	9,5	9,6
201802847	10,0	9,0	10,0	10,0	9,5	9,5	10,0	9,5	9,5	9,6

**NPT** – Nota plano de trabalho;

**NTE** – Nota do trabalho escrito;

**NAA** – Nota de apresentação e arguição

Para Eng. Elétrica, Mecânica e PFC2 da Eng. Da Computação:  $NF = 0,1 \times NPT + 0,45 \times NTE + 0,45 \times NAA$

Para PFC1 da Eng. Da Computação:  $NF = 0,3 \times NPT + 0,7 \times NAA$

\* A APROVAÇÃO DO(S) ALUNO(S) ESTÁ CONDICIONADA À APRESENTAÇÃO DO TRABALHO FINAL AO ORIENTADOR COM TODAS AS CORREÇÕES SUGERIDAS PELA BANCA.

**OBSERVAÇÕES:**

Preencher com modificações solicitadas, caso existam. Em caso de reprovação, informar a justificativa.



Documento assinado eletronicamente por **Gelson Antonio Andrea Brigatto, Professor do Magistério Superior**, em 18/08/2023, às 17:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Kopcak, Professor do Magistério Superior**, em 18/08/2023, às 17:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Lina Paola Garcés Negrete, Professora do Magistério Superior**, em 18/08/2023, às 17:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **3962429** e o código CRC **B65F2BC1**.

# Métodos DLF e MSP retangular com modelo de carga ZIP: formulações, testes e comparações

João Vitor Oliveira Mattar (EMC/UFG), Mauricio Kenichi Kanashiro (EMC/UFG)

*Resumo* — A modelagem de sistemas elétricos normalmente considera os dados de carga como independentes das tensões de barra, tal que a carga é modelada como potência constante e os métodos clássicos de solução do subsistema 1 do problema do fluxo de carga baseia-se nesta consideração. Contudo, o modelo por potência constante pode não representar satisfatoriamente o comportamento de diversas cargas, pois esta consideração se mostra mais adequada caso as tensões de barra permanecerem iguais aos seus respectivos valores nominais. Apesar disso, na necessidade de abordagem mais abrangente do comportamento das cargas da rede elétrica em estudo, pode-se adotar o modelo ZIP para representar as cargas como dependentes do módulo das tensões de barra, o que faz necessário realizar adequações dos métodos de solução para considerar o modelo de carga ZIP. Este trabalho tem o objetivo de desenvolver a formulação de dois métodos de solução do subsistema 1 de redes de distribuição considerando o modelo de carga ZIP: os métodos direct load flow e soma das potências na versão em coordenadas retangulares. Para a análise de resultados, empregou-se redes de distribuição conhecidas da literatura e, para a comparação de desempenho dos métodos desenvolvidos neste trabalho, adotou-se o método da soma das potências na versão em coordenadas polares com modelo de carga ZIP. A análise dos resultados mostram que o desempenho das formulações desenvolvidas neste trabalho são similares ao método da soma das potências na versão polar em termos de número de iterações, mas se mostram inferiores em termos de tempo de processamento da solução final.

*Termos Chaves* — Redes de Distribuição, Método da Soma das Potências, Método Direct Load Flow, Modelo de Carga ZIP

*Abstract* — The modeling of electrical systems normally considers the load data as independent of the bus voltages, such that loads are modeled as constant power and classic methods of solving subsystem 1 of the load flow problem are based on this consideration. However, the constant power model may not satisfactorily represent the behavior of different loads, as this consideration is more appropriate in case that the bus voltages remain equal to their respective nominal values. Despite this, in the need for a more comprehensive approach to the behavior of the loads of the electrical network under study, the ZIP model can be adopted to represent loads as dependent on the module of the bus voltages, which makes it necessary to adapt solution methods to consider the ZIP payload model. This work aims to develop the formulation of two solution methods for subsystem 1 of distribution networks considering the ZIP load model: the direct load flow method and power sum method in rectangular version. For analysis of results, distribution networks known from literature were used and, for the performance comparison of the methods developed in this work, the power sum method was adopted in the version in polar coordinates with ZIP load model. The analysis of the results show that the performance of the formulations developed in this work are similar to the polar power sum method in terms of the number of iterations, but are inferior in terms of processing time of the final solution.

*Index Terms* — Distribution Networks, Power Sum Method, Direct Load Flow Method, ZIP load model.

## *Nomenclatura:*

Para rápida referência, as principais notações empregadas na escrita deste presente trabalho são a seguir apresentadas.

- Variáveis referentes a uma barra genérica  $k$ :

$\hat{S}_k^G$ : potência aparente complexa gerada na barra

$P_k^G$ : potência ativa gerada na barra

$Q_k^G$ : potência reativa consumida na barra

$\hat{S}_k^C$ : potência aparente complexa consumida na barra

$P_k^C$ : potência ativa consumida na barra

$Q_k^C$ : potência reativa consumida na barra

$\hat{S}_k$ : injeção líquida de potência aparente na barra

$P_k$ : injeção líquida de potência ativa na barra

$Q_k$ : injeção líquida de potência reativa na barra

$\hat{E}_k$ : tensão complexa de barra

$\hat{I}_k$ : injeção líquida de corrente complexa de barra

$V_k$ : módulo da tensão complexa de barra

$\theta_k$ : ângulo de fase da tensão complexa de barra

$e_k$ : parte real da tensão complexa de barra

$f_k$ : parte imaginária da tensão complexa de barra

$\hat{S}_k^{ac}$ : potência aparente complexa acumulada na barra

$P_k^{ac}$ : potência ativa acumulada na barra

$Q_k^{ac}$ : potência reativa acumulada na barra

- Variáveis referentes a um ramo genérico  $k$ - $m$ :

$\hat{I}_{km}$ : corrente complexa de ramos

$\hat{y}_{km}$ : admitância de ramos

$g_{km}$ : condutância série de ramos

$b_{km}$ : susceptância série de ramos

$y_{km}$ : módulo da admitância de ramos

$\phi_{km}$ : ângulo da admitância de ramos

$\hat{S}_{km}^{perdas}$ : perda de potência aparente de ramos

$P_{km}^{perdas}$ : perda de potência ativa de ramos

$Q_{km}^{perdas}$ : perda de potência reativa de ramos

- Vetores e matrizes:

$NB$ : número de barras do sistema de distribuição

$\hat{E}$ : vetor das tensões complexas de barra

$\hat{I}$ : vetor de injeções líquidas de corrente complexa de barra

$[\hat{Y}]$ : matriz admitância nodal

$\hat{Y}_{kk}$ : elemento da diagonal principal da matriz admitância

$\hat{Y}_{km}$ : elemento fora da diagonal da matriz admitância

[BIBC]: matriz bus-injection to branch-current

[BCBV]: matriz branch-current to bus-voltage

[DLF]: matriz direct load flow do método original de Teng

$\hat{E}_1$ : vetor de tensão da barra fonte

$\hat{E}_{barra-1}$ : vetor de tensões de barra, exceto a barra fonte

$\hat{I}_{barra-1}$ : vetor de injeções de corrente exceto o nó fonte

$\hat{I}_{barra}$ : vetor de injeções líquidas de correntes complexas de barra considerando também a barra fonte

## I. INTRODUÇÃO

Em sistemas elétricos de potência, é fundamental garantir o fornecimento confiável e eficiente de energia elétrica aos consumidores. Contudo, a operação desses sistemas pode ser complexa, com múltiplas fontes de geração, transformadores, cargas e linhas de transmissão e distribuição interconectadas em uma disposição radial ou malhada, o que exige formas de simular e analisar o comportamento dos sistemas, avaliando seu desempenho e garantindo a sua estabilidade [1].

O chamado problema do fluxo de carga (PFC) consiste essencialmente em obter as condições de operação de um sistema elétrico de potência em regime permanente, em que, fornecida a topologia e a condições de geração e carga do sistema em estudo, sua solução consiste em calcular o estado das tensões de barra (módulo e ângulo de fase), bem como outras variáveis do sistema não conhecidas previamente, tais como as potências geradas em certas barras e as potências transmitidas e dissipadas (perdas) nos ramos. Este cálculo se configura como um dos mais frequentes dentre os realizados para sistemas elétricos, pois é inserido em temas mais amplos como problemas de otimização, cálculos de curto-circuito e análises de contingências, controle e estabilidade de rede [2].

Com a determinação das tensões e ângulos de fase em cada ponto de um sistema elétrico, pode-se também determinar as correntes que fluem pelos seus diversos componentes, tal que é possível identificar problemas como sobrecargas nos cabos elétricos, quedas de tensão excessivas ao longo do sistema e desequilíbrios na distribuição de cargas, bem como auxiliar na identificação de soluções de modo a melhorar a eficiência do sistema, tal como na otimização do dimensionamento de equipamentos e nos estudos de reconfiguração de redes.

No caso de redes de distribuição elétrica, a topologia pode apresentar a associação de ramos de impedância elevada com ramos de pequena impedância (tal como pequenos trechos de linha entre cargas muito próximas e representação de chaves seccionadoras), o que resulta em valores muito díspares entre os elementos da matriz admitância da rede em estudo. Como consequência, tem-se que a matriz jacobiana do método de Newton-Raphson também apresenta valores muito díspares, o que pode causar um mau condicionamento na inversão da jacobiana e resultar em um esforço computacional elevado ou causar a divergência do método. Além disso, os métodos desacoplados são bastante dependentes da relação X/R mais elevadas de sistemas de alta tensão, tal que também não são indicados para a solução do PFC de redes de distribuição, que se caracterizam por apresentar menor relação X/R [2].

Com isso, para o cálculo do problema do fluxo de carga de redes de distribuição, usualmente são utilizados algoritmos de solução mais adequados às características destas redes, tal

como os métodos clássicos não matriciais fundamentados em processos de varredura direta e inversa da rede elétrica em estudo, desenvolvidos em duas versões: Método da Soma das Potências (MSP), proposto em [3] e fundamentado em uma formulação em termos de potência, e o Método da Soma das Correntes (MSI), proposto em [4] e formulado em termos de correntes no domínio complexo. Esses métodos de cálculo caracterizam-se pela representação das tensões complexas de barra em coordenadas polares e uma versão retangular para o MSP foi proposto em um trabalho de conclusão de curso da EMC e desenvolvido em [5], uma vez que a formulação retangular do PFC é praticamente desconhecida na literatura.

Outro algoritmo de recente desenvolvimento, proposto em [6] e fundamentado em uma formulação matricial da rede, neste trabalho chamado método DLF (*direct load flow*), vem sendo utilizada para o estudo de diversos problemas de redes de distribuição encontrados na literatura [7]-[9]. Este método caracteriza-se por não prover uma formulação básica para a montagem da matriz [DLF] e uma formulação alternativa e de implementação mais simples foi proposto em um trabalho de conclusão de curso da EMC, desenvolvido em [10].

A modelagem clássica de sistemas elétricos considera as injeções de carga ativa e reativa como potências constantes (pior caso para as tensões de rede), tal que estas independem da magnitude das tensões de barra. Porém, se necessário uma abordagem mais abrangente, pode-se empregar o chamado modelo ZIP para representar as cargas como dependentes das tensões de barra. Neste caso, como o módulo das tensões de barra é recalculado a cada iteração dos métodos de solução do PFC, tem-se que as injeções líquidas de potências ativa e reativa necessitam ser também recalculadas a cada iteração, o que acarreta em certas adequações nos métodos de solução.

Este trabalho de conclusão do curso tem como objetivo o desenvolvimento da formulação de dois métodos de solução do PFC para redes de distribuição considerando o modelo de carga ZIP: o método da soma das potências em coordenadas retangulares, apresentada em [5], e o método DLF na versão Y expandida proposta em [10]. Para a análise de desempenho dos dois métodos desenvolvidos, foram empregadas redes de distribuição conhecidas da literatura e, para a comparação de resultados, adotou-se o método da soma das potências em coordenadas polares com modelo de carga ZIP, desenvolvido em [11] como trabalho de conclusão de curso da EMC.

O prosseguimento deste trabalho de conclusão de curso é organizado nos seguintes tópicos: no item II é apresentada a teoria básica para o desenvolvimento das formulações dos métodos DLF e MSP retangular com ZIP abordada no item III; no item IV são apresentados os testes de desempenho e comparação de resultados realizados com redes e, por fim, as conclusões do trabalho são apresentadas no item V.

## II. BASE TEÓRICA

A modelagem clássica para o problema do fluxo de carga assume um comportamento estático para o sistema elétrico em estudo, tal que variações de demanda são suficientemente lentas para que se possam ignorar os seus efeitos transitórios. Além disso, admite-se que o sistema é equilibrado, tal que uma representação por fase considerando as tensões de linha nas barras e com os cálculos resultando em potências totais, denominada diagrama unifilar, é suficiente para representar os sistemas elétricos para o estudo do fluxo de carga [2].

O modelo matemático convencional do problema do fluxo de carga é baseado em um conjunto de equações algébricas não-lineares, que constituem o modelo estático do sistema, e sua solução é determinada utilizando-se métodos iterativos desenvolvidos especificamente para a solução deste conjunto de equações e suas incógnitas, tal que as particularidades da rede podem definir os métodos de solução mais adequados.

Para a melhor apresentação da formulação desenvolvida neste trabalho, é conveniente preliminarmente apresentar o estudo de diversos conceitos referentes ao problema do fluxo de carga e métodos de solução pertinentes, vistos a seguir.

### A. Elementos de rede

Componentes de sistemas elétricos de potência, chamados de elementos de rede, são classificados basicamente em dois grupos de acordo com suas funções e localização na rede:

- Elementos de barra: componentes conectados em derivação ao nó de referência de tensão do sistema (nó terra), residem nos elementos de geração e carga, considerados como parte externa do sistema e modelados por contribuições líquidas de potência nas barras, bem como componentes capacitivos e indutivos em derivação ao nó terra, chamados *shunts* de barra e considerados como parte interna do sistema.
- Elementos de ramos: componentes conectados entre duas barras do sistema elétrico, residem nos transformadores e nas linhas de transmissão e distribuição da rede, modelados via parâmetros concentrados. São considerados como parte interna do sistema, tal que, juntamente com as barras e os componentes *shunts* de barra, constituem-se na topologia (também chamada configuração de rede) do sistema.

### B. Convenções de sinais de correntes e potências

Para a modelagem de sistemas, é preciso preliminarmente definir as convenções de sinais para correntes e potências. A Fig. 1 mostra as convenções de sinais adotadas na literatura técnica [1], em que as injeções de corrente  $\hat{I}_k$  e *shunt*  $\hat{I}_k^{sh}$  em uma barra  $k$  são convencionadas como positivas entrando na barra, e a corrente  $\hat{I}_{km}$  no sentido  $k$  para  $m$  em um ramo genérico  $k-m$  é convencionada positiva saindo da barra  $k$ . Por extensão, tem-se que as injeções de potências  $\hat{S}_k$  e  $\hat{S}_k^{sh}$  de barras e fluxos de potências  $\hat{S}_{km}$  de ramos seguem as mesmas convenções de sinais adotadas para as correntes.

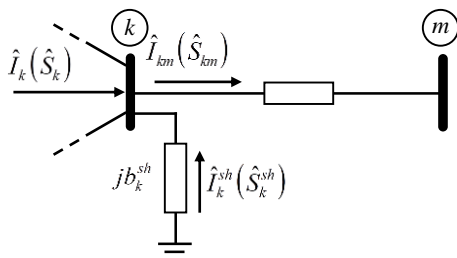


Fig. 1: Barra genérica  $k$  e ramo genérico  $k-m$  para a definição das convenções de sentido para correntes e potências [2].

### C. Representação por unidade

Para o cálculo do fluxo de carga, é comum a aplicação de uma normalização para as grandezas fundamentais de redes elétricas (corrente, tensão, potência e impedância), por meio da chamada representação por unidade ( $pu$ ), o que permite as

impedâncias do primário e secundário de um transformador apresentarem o mesmo valor em  $pu$  e possibilita a montagem da matriz admitância nodal do sistema em estudo [1].

A representação por unidade consiste em fixar valores de base adequados para duas grandezas fundamentais da rede, normalmente uma potência aparente total  $S_{base}$  definida para toda a rede e tensões de linha  $V_{base}$  definidas pelas partições de tensão do sistema determinada pelos transformadores [2].

Como os métodos de cálculo do PFC são iterativos, tal que devem partir de valores iniciais para a solução, tem-se que a vantagem em converter constantes e variáveis de redes em  $pu$  reside no fato das magnitudes das tensões de barra serem normalmente bem próximas do valor nominal ( $1,0 pu$ ) e os ângulos de fase das tensões de barra usualmente próximos de  $0 rad$ . Desse modo, tem-se que o estado das tensões de barra pode ser inicializado com o chamado *flat-start*:  $V_k = 1 pu$  e  $\theta_k = 0 rad$ , o que propicia um início de processo de solução adequado para o cálculo do PFC, visto que as variáveis de tensão de barra já estão ao menos próximas da solução [2].

### D. Modelagem de geração e carga

Conforme mencionado, os elementos de geração e carga de rede são representados por suas contribuições líquidas ao sistema. No caso da carga, a modelagem clássica considera o consumo nas barras de redes elétricas como independentes da magnitude das tensões de barra e modeladas por potências constantes, o que reside no pior caso para as tensões da rede.

Para a modelagem dos elementos de geração e carga, seja o esquema de uma barra genérica  $k$  mostrado na Fig. 2, onde um gerador injeta uma potência  $\hat{S}_k^G = P_k^G + jQ_k^G$  na barra  $k$ , correspondente a uma entrega de energia à rede, e uma carga absorve uma potência  $\hat{S}_k^C = P_k^C + jQ_k^C$ , correspondente a um consumo de energia da rede. Logo, com base nas convenções de sinais de potência adotadas, tem-se que a geração equivale a uma injeção de potência positiva na barra  $k$  e a carga reside em uma injeção de potência negativa na barra  $k$ . Assim, a injeção líquida (geração – carga) de potência  $\hat{S}_k = P_k + jQ_k$  reside em uma potência positiva entrando na barra  $k$ , tal que:

$$\hat{S}_k = P_k + jQ_k = \hat{S}_k^G - \hat{S}_k^C = (P_k^G - P_k^C) + j(Q_k^G - Q_k^C)$$

onde as partes real e imaginária modelam, respectivamente, as injeções líquidas de potência ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$ , tal que:

$$P_k = P_k^G - P_k^C \quad (1)$$

$$Q_k = Q_k^G - Q_k^C \quad (2)$$

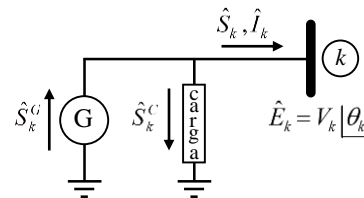


Fig. 2: Esquema para modelagem de geração e carga [2].

Analisando as equações (1) e (2), tem-se que um resultado positivo está associado a uma predominância de geração de potência injetada na barra  $k$ , e um resultado negativo a uma predominância de carga absorvida na barra  $k$  do sistema.

Com base na Fig. 2, nota-se também que, se conhecidas a tensão complexa  $\hat{E}_k$  e as injeções líquidas de potência ativa

$P_k$  e reativa  $Q_k$  em uma barra  $k$  da rede, a injeção líquida de corrente complexa  $\hat{I}_k$  na barra  $k$  pode ser determinada por:

$$\hat{S}_k = \hat{E}_k \hat{I}_k^* \Rightarrow \hat{I}_k^* = \frac{\hat{S}_k}{\hat{E}_k} \Rightarrow \hat{I}_k = \frac{\hat{S}_k^*}{\hat{E}_k^*} = \frac{P_k - jQ_k}{V_k \angle -\theta_k} \quad (3)$$

### E. Classificação de barras

A modelagem matemática clássica do PFC é baseada na imposição do balanço de potências ativa e reativa nas barras do sistema elétrico, o que totalizam duas equações básicas e quatro variáveis associadas a cada barra  $k$  do sistema [1]:

1.  $V_k$ : magnitude da tensão complexa de barra
2.  $\theta_k$ : ângulo de fase da tensão complexa de barra
3.  $P_k$ : injeção líquida de potência ativa
4.  $Q_k$ : injeção líquida de potência reativa

A referência para o módulo das tensões de barra pode ser o nó terra, se presente elementos *shunts* no sistema, ou por pelo menos uma barra cuja tensão é conhecida (controlada). Além disso, uma mesma distribuição de fluxos de potência pode ser obtida se somada uma constante aos ângulos de fase das tensões de barra, o que faz o problema do fluxo de carga ser indeterminado na variável ângulo, tal que deve-se ter uma referência angular com a escolha de uma barra com ângulo de fase conhecido. Adicionalmente, é necessário também a especificação de uma barra do sistema com injeções líquidas de potências ativa e reativa desconhecidas para o fechamento do balanço de potência do sistema, visto que não é possível determinar todas as injeções líquidas de potência sem antes obter as perdas ativa e reativa do sistema, que são função dos fluxos de potência nos ramos e estes dependem do estado das tensões de barra da rede não conhecido previamente [2].

Logo, com base nas especificações relatadas e, como cada barra de um sistema tem a ela associada quatro variáveis, a modelagem clássica define que, de modo a tornar o modelo matemático do PFC compatível para sua solução (número de incógnitas igual ao número de equações), então 2 variáveis devem ser conhecidas (entram como dados para o cálculo do PFC) e 2 variáveis precisam ser determinadas (entram como incógnitas no PFC), tal que cada barra  $k$  do sistema elétrico em estudo é classificada em três tipos segundo suas variáveis conhecidas e indeterminadas, descritas a seguir [2]:

1. Barra PQ: são classificadas como tipo PQ as barras nas quais são conhecidas as injeções líquidas de potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$ , restando a magnitude  $V_k$  e o ângulo de fase  $\theta_k$  como incógnitas a serem calculadas na solução do PFC. Além de barras com consumo de potência predominante, são classificadas neste tipo barras com geração mas sem equipamentos de regulação de tensão ou sem capacidade de fornecimento de reativo insuficiente para o controle de tensão, bem como as barras fictícias (sem carga e geração), criadas para representar certos pontos de interesse da rede.
2. Barra PV: são classificadas como tipo PV as barras nas quais são conhecidas a injeção líquida de potências ativa  $P_k$  e a magnitude de tensão  $V_k$ , restando a potência reativa  $Q_k$  e o ângulo de fase  $\theta_k$  da tensão de barra como incógnitas a serem determinadas na solução do PFC. Também chamada de barra de tensão controlada, são classificadas neste tipo barras com compensadores síncronos ou alta capacidade de geração, nas quais deseja-se manter o módulo da tensão em um valor previamente especificado, independentemente de

variações de carga nas demais barras do sistema ou mesmo na ocorrência de quaisquer contingências no sistema.

3. Barra V $\theta$ : é classificada como barra V $\theta$  uma única barra do sistema, onde são conhecidos o módulo  $V_k$  e ângulo  $\theta_k$  da tensão, restando as potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$  como incógnitas a serem obtidas na resolução do PFC. Também chamada de barra *slack*, a ela compete fornecer a referência angular para as demais barras, bem como fechar o balanço de potência da rede. Normalmente, escolhe-se uma barra com bastante reserva de geração para que possa manter o balanço de potência para todas as configurações de carga.

### F. Estratégia de solução do PFC

Como mencionado anteriormente, a solução do problema do fluxo de carga consiste essencialmente na determinação do estado das tensões de barra (módulo e ângulo de fase das tensões de barra) do sistema elétrico em estudo, bem como outras incógnitas de interesse do sistema, tais como injeções líquidas de potência ativa e/ou reativa em certas barras do sistema e os fluxos e perdas de potência nos ramos da rede. Adicionalmente, a imposição do balanço de potências ativa e reativa em cada barra do sistema resulta na formulação de duas equações como modelagem básica do PFC da rede.

Neste sentido, a formulação clássica do PFC de uma rede com  $NB$  barras é modelado por  $2NB$  equações algébricas e  $4NB$  variáveis ( $V_k$ ,  $\theta_k$ ,  $P_k$  e  $Q_k$ ) associadas a cada barra. Com isso, visto que cada barra é classificada em um dos três tipos (PQ, PV ou V $\theta$ ) então, das  $4NB$  variáveis definidas,  $2NB$  são conhecidas (dados) e  $2NB$  são incógnitas, o que resulta em um conjunto formado por  $2NB$  equações e  $2NB$  incógnitas com condições de solução. Logo, para uma rede formada por  $NPQ$  barras PQ,  $NPV$  barras PV e 1 barra tipo V $\theta$ , de modo que  $NB = NPQ + NPV + 1$ , a solução do problema do fluxo de carga de redes consiste essencialmente no cálculo destas  $2NB = 2NPQ + 2NPV + 2$  incógnitas. Porém, as variáveis de potência ( $P_k$  e  $Q_k$ ) são dependentes das variáveis de tensões de barra ( $V_k$  e  $\theta_k$ ), tal que as  $2NB$  incógnitas não podem ser obtidas simultaneamente no mesmo processo de solução.

Assim, o problema do fluxo de carga de uma rede elétrica em estudo é geralmente decomposto em dois subproblemas de equações e de incógnitas com procedimentos de cálculo distintos, denominados subsistemas e descritos a seguir [2]:

- Subsistema 1: consiste em obter o módulo de tensão  $V_k$  para  $NPQ$  barras e o ângulo de fase  $\theta_k$  para  $NPQ + NPV$  barras, totalizando  $2NPQ + NPV$  incógnitas desconhecidas. Para isso, são conhecidos  $P_k$  para  $NPQ + NPV$  barras e  $Q_k$  para  $NPQ$  barras, o que totalizam  $2NPQ + NPV$  equações com igual número de incógnitas em condições de solução.
- Subsistema 2: reside no cálculo trivial da injeção líquida de potência ativa  $P_k$  para a barra V $\theta$  e da injeção líquida de potência reativa  $Q_k$  para  $NPV$  barras e para a barra V $\theta$ , o que totaliza as  $NPV + 2$  incógnitas restantes do problema, bem como outras incógnitas de interesse do sistema, tais como fluxos e perdas de potência ativa e reativa nos ramos e as consumidas nos elementos *shunts* de barra da rede [2].

### G. Equação nodal de rede

A imposição da primeira lei de Kirchhoff às barras de um sistema elétrico permite determinar o balanço de correntes de barras, em que a corrente líquida (geração – carga) injetada

em determinada barra, somada à corrente do elemento *shunt* da barra, deve se igualar à somatória das correntes que fluem pelos ramos (linhas e transformadores) que tem a barra como um de seus terminais. A aplicação do balanço de correntes em todas as  $NB$  barras do sistema resulta em um conjunto de equações expressa pela relação matricial chamada equação nodal de rede, em que o vetor de injeções líquidas de corrente complexas de barras  $\hat{I}$  se relaciona com o vetor de tensões complexas de barra  $\hat{E}$  através da matriz admitância nodal  $[\hat{Y}]$  ( $NB \times NB$ ) que descreve a topologia da rede, tal que [1]:

$$\hat{I} = [\hat{Y}] \hat{E} \quad (4)$$

onde os elementos da diagonal principal e fora da diagonal da matriz admitância, sem a presença de transformadores defasadores na rede elétrica em estudo, são formados com os elementos primitivos de rede e obtidos pelas equações gerais:

$$\hat{Y}_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (jb_{km}^{sh} + a_{km}^2 \hat{y}_{km}) \quad (5)$$

$$\hat{Y}_{km} = -a_{km} \hat{y}_{km} \quad (6)$$

$$\hat{Y}_{mk} = -a_{km} \hat{y}_{km} \quad (7)$$

$$\hat{Y}_{mm} = jb_m^{sh} + \sum_{k \in \Omega_m} (jb_{km}^{sh} + \hat{y}_{km}) \quad (8)$$

em que  $b_k^{sh}$  é a susceptância *shunt* em uma barra genérica  $k$ ,  $b_m^{sh}$  é a susceptância *shunt* na barra  $m$  de um ramo genérico  $k-m$ ,  $\hat{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$  é a admitância série do ramo  $k-m$ ,  $g_{km}$  é a condutância e  $b_{km}$  é a susceptância série do ramo  $k-m$ ,  $b_{km}^{sh}$  é a susceptância *shunt* da linha no ramo  $k-m$  e  $a_{km}$  é o valor do *tap* do transformador em fase presente no ramo  $k-m$ .

Contudo, como geração e carga em sistemas elétricos são geralmente mensuradas em termos de potência, tem-se que as injeções líquidas de corrente devem ser obtidas utilizando-se o estado das tensões de barra, que são incógnitas do PFC. Além disso, a equação nodal não prevê barras com tensão controlada e não especifica uma barra de referência angular para as tensões de barra. Assim, a modelagem matemática de sistemas elétricos precisa basear-se nas potências injetadas e transmitidas na rede, o que resulta em uma formulação não linear, pois a relação entre tensão e potência não é linear [2].

## H. Sistemas de distribuição de energia elétrica

Sistemas de distribuição de energia elétrica caracterizam-se por uma disposição tipicamente radial dos alimentadores, justificado por vantagens como maior facilidade de operação e coordenação da proteção. Estas redes elétricas são formadas basicamente por uma subestação (chamada barra fonte, nó raiz ou S/E) como ponto de recebimento de potência da rede básica (*grid*) a montante, bem como barras de atendimento de carga (consumidores) a jusante, tal que, na ausência de uma geração elétrica relevante em barras da rede, os fluxos de potência nos ramos tem comportamento unidirecional [2].

Em sistemas de distribuição de energia elétrica geralmente ocorre o efeito “arraste” da tensão da barra fonte (propiciado pelo *grid*) nas demais tensões de barra do sistema. Este fato resulta que a eventual presença de Geração Distribuída (GD) na rede usualmente não comporta capacidade de produção de reativos suficiente para exercer um controle efetivo sobre a tensão na barra de inserção da GD, tal que as barras de redes

de distribuição não podem ser classificadas como tipo PV. Desse modo, o modelo de redes de distribuição normalmente classifica as barras como tipo PQ, com exceção do nó fonte, classificado como barra tipo V $\theta$  devido ao efeito controle de tensão da barra fonte proporcionado pelo arraste do grid, bem como por fornecer a necessária referência angular à rede [2].

Com base nestas constatações, tem-se que a decomposição do problema do fluxo de carga de redes de distribuição em 2 subsistemas de equações e incógnitas com procedimentos de cálculo distintos vistos anteriormente, são redefinidos por:

- Subsistema 1: reside em determinar o módulo  $V_k$  e o ângulo de fase  $\theta_k$  de tensão para  $NPQ$  barras, totalizando  $2NPQ$  incógnitas desconhecidas da rede, e são conhecidos  $P_k$  e  $Q_k$  para  $NPQ$  barras da rede, o que totalizam  $2NPQ$  equações com igual número de incógnitas em condições de solução.
- Subsistema 2: reside na determinação da injeção líquida de potência ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$  para a barra V $\theta$  (barra fonte), totalizando 2 incógnitas restantes do PFC da rede elétrica em estudo. Similarmente, com base no estado das tensões de barra obtido na solução do subsistema 1, pode-se obter também outras incógnitas de interesse da rede, tais como os fluxos e perdas de potência ativa e reativa nos ramos.

Com relação à matriz admitância nodal, tem-se que redes de distribuição de energia caracterizam-se por apresentar, como mencionado, baixas relações X/R. Esta característica resulta em um acoplamento Q-V fraco nestas redes (pequena dependência entre potência reativa e tensão), tornando pouco efetivo um efeito controle de tensão por elementos *shunts* de barra, razão pela qual estes componentes normalmente não estão presentes em redes de distribuição e pode-se considerar  $b_k^{sh} = 0$  na modelagem do PFC para estes sistemas [2].

Adicionalmente, os trechos de sistemas de distribuição são usualmente de pequena extensão ( $< 80\text{km}$ ), tal que os trechos são modelados como linhas curtas, bem como suas tensões nominais são relativamente baixas ( $< 34\text{ kV}$ ), resultando em efeitos capacitivos *shunt* dos trechos de linha normalmente desprezíveis. Logo, considerando esta característica, pode-se também determinar que  $b_{km}^{sh} = 0$  na formulação do problema do fluxo de carga para redes de distribuição de energia [2].

Por fim, a modelagem de redes de distribuição usualmente desconsidera a presença de reguladores de tensão nos ramos da rede e somente o lado de tensão primária é modelado, tal que os transformadores abaixadores são considerados como parte da carga nas barras da rede. Logo, estas características de sistemas de distribuição determinam que pode-se também considerar  $a_{km} = 1$  na formulação do PFC destas redes [2].

Assim, considerando-se as características de sistemas de distribuição de energia elétrica acima relatadas, tem-se que a topologia destas redes normalmente se resume aos elementos série de ramos  $\hat{y}_{km}$ , tal que a montagem dos componentes da diagonal principal e de fora da diagonal principal da matriz admitância nodal de rede podem ser reformulados por:

$$\hat{Y}_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} \hat{y}_{km} \quad (9)$$

$$\hat{Y}_{kk} = -\hat{y}_{km} \quad (10)$$

$$\hat{Y}_{mk} = -\hat{y}_{km} \quad (11)$$

$$\hat{Y}_{mm} = \sum_{k \in \Omega_m} \hat{y}_{km} \quad (12)$$

## I. Método da Soma das Potências - Versão Polar

Como mencionado, o cálculo do subsistema 1 consiste em determinar as variáveis de estado (magnitudes e ângulos de tensões de barra) desconhecidas da rede elétrica em estudo, o que geralmente envolve um método iterativo para a solução de equações algébricas. Para redes de distribuição, o método da soma das potências (MSP) é um algoritmo clássico para o cálculo do subsistema 1, adequado às características destes sistemas e baseado em uma formulação envolvendo injeções de potências de barra e perdas de potência de ramos da rede.

O método da soma das potências é fundamentado em um equacionamento baseado em dois processos de varredura de barras e ramos da rede, que são iterativamente repetidos até algum critério de parada do processo adotado seja atingido:

- Varredura inversa: processo de acúmulo de potências ativas e reativas nas barras (exceto nó fonte), calculadas com base no último estado de tensões de barras obtido, partindo das barras terminais do sistema e em direção à barra fonte.
- Varredura direta: processo corretivo do módulo e ângulo das tensões de barra (incógnitas do subsistema 1), partindo do estado da tensão da barra fonte (conhecido previamente por ser a barra  $V\theta$ ) e em direção aos nós terminais da rede.

Para exemplificação do processo acumulativo da varredura inversa do MSP, seja o ramo genérico  $k-m$  de um sistema de distribuição mostrado na Fig. 3, onde a barra  $m$  situa-se mais distante da barra fonte do que a barra  $k$ . Partindo-se dos nós terminais e em direção à barra fonte, obtém-se as potências ativa e reativa acumuladas na barra  $m$  com a soma de todas as potências incidentes (entrando) na barra  $m$ , com exceção do fluxo de potência no sentido  $m$  para  $k$  do ramo  $k-m$ . Assim, definindo-se  $\Phi_m$  como o conjunto das barras imediatamente a jusante da barra  $m$ , tem-se que a potência  $\hat{S}_m^{ac}$  acumulada na barra  $m$  corresponde à soma da injeção líquida de potência  $\hat{S}_m$  na barra  $m$  com o somatório de todas as potências  $\hat{S}_\ell^{ac}$  previamente acumuladas nas barras  $\ell \in \Phi_m$  e das perdas de potência  $\hat{S}_{m\ell}^{perdas}$  nos ramos  $m-\ell$  a jusante da barra  $m$ , tal que:

$$\hat{S}_m^{ac} = \hat{S}_m + \sum_{\ell \in \Phi_m} (\hat{S}_\ell^{ac} - \hat{S}_{m\ell}^{perdas}) \quad (1)$$

onde o sinal negativo para as perdas parece indicar que estas são descontadas das potências acumuladas nas barras, mas, como as barras de sistemas de distribuição são de carga (tipo PQ), com exceção da barra fonte, tem-se que as potências injetadas e as acumuladas nas barras possuem sinal negativo, segundo a convenção de sinais, tal que a potência acumulada na barra  $m$  consiste na soma de sua injeção líquida com todas as potências a jusante da barra  $m$  (acumuladas e de perdas).

Logo, definindo-se que  $\hat{S}_m^{ac} = P_m^{ac} + jQ_m^{ac}$ ,  $\hat{S}_m = P_m + jQ_m$ ,  $\hat{S}_\ell^{ac} = P_\ell^{ac} + jQ_\ell^{ac}$  e  $\hat{S}_{m\ell}^{perdas} = P_{m\ell}^{perdas} + jQ_{m\ell}^{perdas}$ , separando as partes real e imaginária dos termos da equação (1), tem-se:

$$P_m^{ac} = P_m + \sum_{\ell \in \Phi_m} (P_\ell^{ac} - P_{m\ell}^{perdas}) \quad (13)$$

$$Q_m^{ac} = Q_m + \sum_{\ell \in \Phi_m} (Q_\ell^{ac} - Q_{m\ell}^{perdas}) \quad (14)$$

onde o cálculo das perdas de potência ativa e reativa em um ramo  $m-\ell$ ,  $\ell \in \Phi_m$ , a jusante da barra  $m$  pode ser obtido por:

$$P_{m\ell}^{perdas} = (V_m^2 + V_\ell^2) g_{m\ell} - 2V_m V_\ell g_{m\ell} \cos \theta_{m\ell} \quad (15)$$

$$Q_{m\ell}^{perdas} = -(V_m^2 + V_\ell^2) b_{m\ell} + 2V_m V_\ell b_{m\ell} \cos \theta_{m\ell} \quad (16)$$

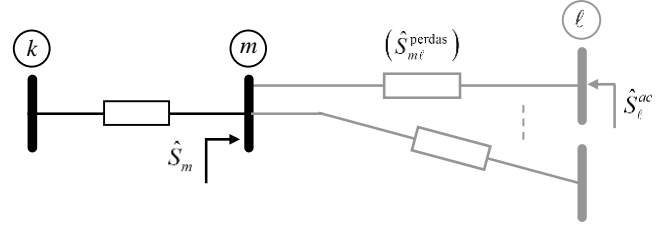


Fig. 3: Ramo  $k-m$  para estudo da varredura inversa do MSP [2].

Para exemplificar o processo corretivo da varredura direta, seja o ramo  $k-m$  de uma rede de distribuição dado na Fig. 4, em que a barra  $m$  situa-se mais distante do nó fonte do que a barra  $k$  e a parte da rede a jusante da barra  $m$  está representada pela potência  $\hat{S}_m^{ac}$  acumulada na barra  $m$ , obtida no processo de varredura inversa. Neste sentido, tem-se que, partindo-se do estado de tensão conhecida do nó fonte e em direção aos nós terminais, observa-se que a tensão  $\hat{E}_m$  na barra  $m$  pode ser corrigida supondo-se que a tensão  $\hat{E}_k$  na barra  $k$  já tenha sido re-calculada, ou conhecida caso seja a barra fonte.

Definindo-se a admitância série  $\hat{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$  do ramo  $k-m$  da Fig. 4 em coordenadas polares por:  $\hat{y}_{km} = y_{km} \angle \phi_{km}$ , onde  $y_{km}^2 = g_{km}^2 + b_{km}^2$  e  $\phi_{km} = \arctg(b_{km}/g_{km})$ , tem-se que o equacionamento em termos de potência da varredura direta resulta em um polinômio de 4º grau, determinado por:

$$V_m^4 + A_m V_m^2 + B_m = 0 \quad (2)$$

em que os termos  $A_m$  e  $B_m$  da equação (2) são obtidos por:

$$A_m = \frac{2(Q_m^{ac} b_{km} - P_m^{ac} g_{km})}{y_{km}^2} - V_k^2 \quad (17)$$

$$B_m = \frac{(P_m^{ac})^2 + (Q_m^{ac})^2}{y_{km}^2} \quad (18)$$

tal que os termos  $A_m$  e  $B_m$  já são conhecidos no momento do cálculo da equação (2), pois seus componentes são elementos de rede ( $y_{km}$ ,  $g_{km}$  e  $b_{km}$ ), ou foram previamente corrigidos ( $V_k$ ) ou previamente calculados ( $P_m^{ac}$  e  $Q_m^{ac}$ ), com a equação (2) dependente então apenas da variável  $V_m$  (tensão na barra  $m$ ).

Neste caso, um polinômio de 4º grau apresenta 4 raízes, mas somente a raiz real positiva e próxima do valor nominal da tensão de rede em pu ( $\approx 1$  pu) tem sentido físico, tal que esta raiz real positiva pode ser determinada pela identidade:

$$V_m = \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{A_m^2 - 4B_m} - A_m)} \quad (19)$$

e o ângulo  $\theta_m$  da tensão na barra  $m$  pode ser determinado por:

$$\theta_m = \theta_k + \phi_{km} + \arctg\left(\frac{-V_m^2 b_{km} - Q_m^{ac}}{V_m^2 g_{km} - P_m^{ac}}\right) \quad (20)$$

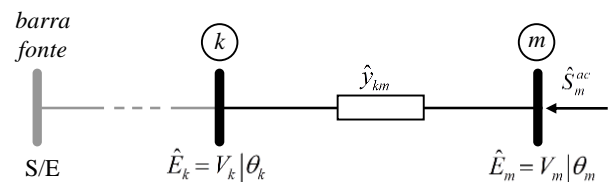


Fig. 4: Ramo  $k-m$  para estudo da varredura direta do MSP [2].

Com o equacionamento das varreduras inversa e direta, tem-se que o processo iterativo de resolução do subsistema 1 de redes de distribuição pelo método da soma das potências pode ser implementado em uma sequência de passos até que a convergência do processo seja atingida, descrita a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede e inicializar as incógnitas do subsistema 1 com o *flat-start* ( $V_k^{(0)} = 1 \text{ pu}$  e  $\theta_k^{(0)} = 0 \text{ rad}$ ). Calcular  $P_k$  (equação (1)) e  $Q_k$  (equação (2)) das barras, exceto para a barra fonte.
- **Passo 2** (iteração  $i$ ): calcular as perdas de potência ativa (equação (15)) e de potência reativa (equação (16)) dos ramos da rede, com os módulos e os ângulos de fase das tensões de barras atuais obtidas na iteração anterior.
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): acumular as potências ativa (equação (13)) e reativa (equação (14)) em cada barra da rede, com exceção da barra fonte, partindo-se dos nós terminais e em direção à barra fonte (processo de varredura inversa).
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e recalculer o módulo (equação (19)) e o ângulo (equação (20)) das tensões de barra, a partir da tensão da barra fonte e em direção aos nós terminais da rede (processo de varredura direta).
- **Passo 5** (iteração  $i$ ): testar a convergência por um critério de parada com a tolerância  $\varepsilon$  adotada, tal como o módulo do maior erro de magnitude de tensão de barra entre duas iterações sucessivas  $i$  e  $i + 1$ , determinado por:

$$\max_{k \in \Omega_{N-1}} |V_k^{(i+1)} - V_k^{(i)}| \leq \varepsilon \quad (21)$$

onde  $\Omega_{N-1}$  é definido como o conjunto das barras da rede, com exceção da barra fonte. Se atingida a convergência, finalizar o processo iterativo, adotar o valor de módulos e ângulos das tensões de barra obtido na última iteração como solução do subsistema 1 e resolver o subsistema 2; se não atingida a tolerância adotada, retornar ao passo 2.

### J. Método Direct Load Flow Original

O algoritmo de solução para o cálculo do subsistema 1 de redes de distribuição radiais proposto em [6], neste trabalho denominado método *direct load flow*, foi desenvolvido em uma formulação matricial de tensões e correntes complexas com base na topologia da rede em estudo e fundamentada em duas matrizes, descritas a seguir, obtidas por equacionamento das tensões e correntes de barras e das correntes de ramos:

1. **[BIBC]** (*bus-injection to branch-current*): matriz formada por valores binários (0 ou 1), que estabelece a relação entre as correntes complexas de ramos e as injeções líquidas de correntes complexas de barras, exceto a barra fonte.
2. **[BCBV]** (*branch-current to bus-voltage*): matriz formada por impedâncias da rede elétrica, que estabelece a relação entre as tensões complexas de barra, exceto a barra fonte, e as correntes complexas de ramos da rede elétrica.

As matrizes **[BIBC]** e **[BCBV]** caracterizam-se por não ter uma formulação básica para o cálculo de seus componentes, sendo preciso a implementação de algoritmos de construção, cujos procedimentos de montagem, apresentados a seguir, são neste trabalho adaptados do processo descrito em [6].

Seja uma rede de distribuição constituída por  $NB$  barras e  $NB - 1$  ramos, onde o índice:  $r = 1, \dots, NB - 1$  é adotado para a numeração dos ramos. O procedimento de montagem das matrizes **[BIBC]** e **[BCBV]** consiste na manipulação de linhas e colunas e inserção de constantes nestas matrizes até sua obtenção final, cujos algoritmos são descritos a seguir [2]:

- Algoritmo da matriz **[BIBC]**: esta matriz é inicializada com as dimensões  $NB - 1 \times NB$  com todos os elementos nulos, de modo que cada linha da matriz inicial é referente a um ramo  $r = 1, \dots, NB - 1$  e cada coluna refere-se à numeração das barras da rede. A partir da matriz **[BIBC]** inicial, varrer os ramos  $r = 1, \dots, NB - 1$  da rede, tal que, para cada ramo  $k-m$ , copiar a coluna  $k$  da matriz para a coluna  $m$  e depois inserir +1 na posição da  $r$ -ésima linha e  $m$ -ésima coluna da matriz. Após finalizado o processo de varredura dos ramos, retirar a coluna da matriz resultante referente à barra fonte para obter a matriz **[BIBC]** de dimensões  $NB - 1 \times NB - 1$  originais da metodologia de solução apresentado em [6].
- Algoritmo da matriz **[BCBV]**: esta matriz inicializa com as dimensões  $NB \times NB - 1$  com todos os elementos nulos, tal que cada linha da matriz refere-se à numeração das barras e cada coluna refere-se a um ramo  $r = 1, \dots, NB - 1$  da rede. A partir da matriz **[BCBV]** de elementos nulos, varrer os ramos  $r = 1, \dots, NB - 1$  da rede, de modo que, para cada ramo  $k-m$ , copiar a linha  $k$  da matriz para a linha  $m$  e depois inserir a impedância série do ramo  $k-m$  na  $m$ -ésima linha e  $r$ -ésima coluna da matriz. Após finalizar a varredura, retirar a linha da matriz resultante referente ao nó fonte para obter a matriz **[BCBV]** de dimensões  $NB - 1 \times NB - 1$  originais do metodologia de solução apresentado em [6].

Definindo-se a matriz **[DLF]** (*direct load flow*) com base no produto das matrizes **[BCBV]** e **[BIBC]**, define-se que:

$$[DLF] = [BCBV] \times [BIBC] \quad (22)$$

tal que a matriz **[DLF]** é constante, visto ser o resultado de duas matrizes, **[BCBV]** e **[BIBC]**, com valores constantes.

Definindo-se  $\hat{E}_{barra-v_0}$  como o vetor das tensões de barra da rede em estudo, com exceção da barra fonte,  $\hat{E}_{v_0}$  como o vetor formado somente pela tensão  $\hat{E}_{v_0}$  conhecida da barra fonte e  $\hat{I}_{barra-v_0}$  como o vetor de injeções líquidas de corrente complexa nas barras, com exceção da barra fonte, o método DLF determina que as tensões de barras da rede, exceto a da barra fonte, podem ser obtidas pela equação matricial:

$$\hat{E}_{barra-v_0} = \hat{E}_{v_0} + [DLF] \hat{I}_{barra-v_0} \quad (23)$$

Contudo, como as injeções líquidas de corrente dependem das tensões de barra, que são incógnitas do PFC, tem-se que a obtenção das tensões de barra da rede com a equação (23) requer um processo iterativo, em que as tensões de barra são corrigidas a cada iteração  $i$  com base nas injeções líquidas de corrente, exceto a barra fonte, calculadas com o estado das tensões de barra atual obtido na iteração anterior, tal que:

$$\hat{E}_{barra-v_0}^{(i+1)} = \hat{E}_{v_0} + [DLF] \hat{I}_{barra-v_0}^{(i)} \quad (24)$$

Assim, com base no equacionamento e conjunto de regras do método DLF, tem-se que o processo iterativo de cálculo do subsistema 1 do PFC para a rede de distribuição em estudo pode ser implementado nos passos descritos a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede. Obter as injeções líquidas de potência ativa  $P_k$  (equação (1)) e reativa  $Q_k$  (equação (2)) das barras da rede, exceto o nó fonte. Montar o vetor  $\hat{E}_{v_0}$  com o módulo de tensão do nó fonte, onde  $\theta = 0 \text{ rad}$ . Com o *flat-start*, inicializar o vetor  $\hat{E}_{barra-1}$  de tensões das demais barras da rede. Montar as matrizes **[BIBC]** e **[BCBV]** com os algoritmos descritos acima e fatorar a matriz **[DLF]** (equação (22)).

- **Passo 2** (iteração  $i$ ): com o estado das tensões de barra atual obtido na iteração anterior, calcular as injeções de corrente de barras (equação (3)), exceto para o nó fonte, e montar o vetor de injeções de corrente  $\hat{I}_{barra-v0}$ .
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e corrigir o estado das tensões de barra com base no cálculo da equação (24).
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): testar a convergência do processo pelo critério de parada com a tolerância adotada, tal como o visto para o MSP (equação (21)). Se a convergência é atingida, adotar o último estado de tensões de barra como solução do subsistema 1, terminar o processo e resolver o subsistema 2; se não atingida, retornar ao passo 2.

### K. Modelo de carga ZIP

Como mencionado, o modelo básico de sistemas elétricos considera os dados de carga ativa  $P_k^C$  e reativa  $Q_k^C$  em uma barra genérica  $k$  como independentes do módulo da tensão da barra, tal que as cargas são modeladas como injeções de potência constantes. No entanto, esta modelagem pode não representar adequadamente o comportamento dos diversos tipos de carga presentes em um sistema, uma vez que esta consideração é conveniente somente se as magnitudes das tensões nodais permanecerem iguais aos respectivos valores nominais. Com isso, na necessidade de uma abordagem mais abrangente, pode-se empregar o chamado modelo ZIP para representar as cargas como dependentes das tensões da barra.

Em sua formulação mais geral, o modelo ZIP baseia-se em valores de referência de tensão e potência para modelar até três parcelas componentes de carga, definidas como potência constante, corrente constante e impedância constante, tal que o modelo estático da carga ativa  $P_k^C$  e da carga reativa  $Q_k^C$  em uma barra genérica  $k$  de um sistema são definidas por:

$$P_k^C = \left( a_k^p + b_k^p \frac{V_k}{V_k^{ref}} + c_k^p \left( \frac{V_k}{V_k^{ref}} \right)^2 \right) P_k^{ref} \quad (25)$$

$$Q_k^C = \left( a_k^q + b_k^q \frac{V_k}{V_k^{ref}} + c_k^q \left( \frac{V_k}{V_k^{ref}} \right)^2 \right) Q_k^{ref} \quad (26)$$

onde  $V_k^{ref}$ ,  $P_k^{ref}$  e  $Q_k^{ref}$  são valores adotados como referência de tensão e potências da barra  $k$ , respectivamente, e os termos  $a_k^p$ ,  $b_k^p$ ,  $c_k^p$ ,  $a_k^q$ ,  $b_k^q$  e  $c_k^q$  são os parâmetros adimensionais que residem nos pesos de importância conferidos a cada uma das parcelas do tipo de carga do modelo ZIP, descritos como:

- $a_k^p$ ,  $a_k^q$ : pesos dados às parcelas de cargas ativa e reativa, respectivamente, modeladas como potência constante.
- $b_k^p$ ,  $b_k^q$ : pesos dados às parcelas de cargas ativa e reativa, respectivamente, modeladas como corrente constante.
- $c_k^p$ ,  $c_k^q$ : pesos dados às parcelas de cargas ativa e reativa, respectivamente, modeladas como impedância constante.
- $a_k^p$ ,  $b_k^p$ ,  $c_k^p \in [0,1]$ , tal que:  $a_k^p + b_k^p + c_k^p = 1,0$
- $a_k^q$ ,  $b_k^q$  e  $c_k^q \in [0,1]$ , tal que:  $a_k^q + b_k^q + c_k^q = 1,0$

A referência de tensão geralmente adotada é a tensão nominal e de base do trecho de rede onde a barra se encontra, tal que  $V_k^{ref} = 1,0 pu$  e as equações (25) e (26) se resumem a:

$$P_k^C = \left( a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2 \right) P_k^{ref} \quad (27)$$

$$Q_k^C = \left( a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2 \right) Q_k^{ref} \quad (28)$$

### L. Método da Soma das Potências - versão retangular

A formulação do método da soma das potências na versão retangular foi desenvolvida em [5] e consiste em considerar o estado das tensões de barra em coordenadas cartesianas, tal que, para uma barra genérica  $k$  de uma rede de distribuição, a tensão de barra é representada na forma:  $\hat{E}_k = e_k + j f_k$ .

Similar ao MSP na formulação polar original, o MSP na versão retangular é fundamentado em um equacionamento baseado em dois processos de varredura direta e reversa de barras e de ramos da rede, iterativamente repetidos até algum critério de parada do processo iterativo adotado ser atingido.

O processo acumulativo da varredura inversa do MSP na versão retangular é idêntico ao MSP polar, tal que, para um ramo genérico  $k-m$  de uma rede de distribuição mostrado na Fig. 3, onde a barra  $m$  situa-se mais distante do nó fonte do que a barra  $k$ , parte-se dos nós terminais e em direção à barra fonte e calcula-se as potências ativa e reativa acumuladas na barra  $m$  como a soma das injeções líquidas de potência ativa e reativa na barra  $m$  com o somatório de todas as potências ativa e reativa previamente acumuladas nas barras  $\ell \in \Phi_m$  e das perdas ativa e reativa nos ramos  $m-\ell$  a jusante da barra  $m$ , resultando nas equações (13) e (14) reescritas a seguir:

$$P_m^{ac} = P_m + \sum_{\ell \in \Phi_m} \left( P_\ell^{ac} - P_{m\ell}^{perdas} \right)$$

$$Q_m^{ac} = Q_m + \sum_{\ell \in \Phi_m} \left( Q_\ell^{ac} - Q_{m\ell}^{perdas} \right)$$

onde o cálculo das perdas de potência ativa e reativa em um ramo  $m-\ell$ ,  $\ell \in \Phi_m$ , a jusante da barra  $m$  pode ser calculado com as tensões de barra em coordenadas cartesianas por:

$$P_{m\ell}^{perdas} = \left( e_m^2 + f_m^2 + e_\ell^2 + f_\ell^2 \right) g_{m\ell} - 2 g_{m\ell} \left( e_m e_\ell + f_m f_\ell \right) \quad (29)$$

$$Q_{m\ell}^{perdas} = - \left( e_m^2 + f_m^2 + e_\ell^2 + f_\ell^2 \right) b_{m\ell} + 2 b_{m\ell} \left( e_m e_\ell + f_m f_\ell \right) \quad (30)$$

Para exemplificar o processo corretivo da varredura direta, seja o ramo  $k-m$  de uma rede de distribuição dado na Fig. 5, em que a barra  $m$  situa-se mais distante do nó fonte do que a barra  $k$  e a parte da rede a jusante da barra  $m$  está representada pela potência  $\hat{S}_m^{ac}$  acumulada na barra  $m$ , obtida no processo de varredura inversa. Desse modo, partindo-se do estado de tensão conhecida do nó fonte e em direção aos nós terminais da rede elétrica, observa-se que a tensão  $\hat{E}_m$  na barra  $m$  pode ser corrigida supondo-se que a tensão  $\hat{E}_k$  na barra  $k$  já tenha sido corrigida, ou conhecida caso esta seja a barra fonte.

Analisando-se a Fig. 4, observa-se então que a corrente  $\hat{I}_{mk}$  no sentido  $m$  para  $k$  do ramo  $k-m$  pode ser calculada por:

$$\hat{I}_{mk} = \left( \hat{E}_m - \hat{E}_k \right) \hat{y}_{km}$$

tal que o fluxo de potência  $\hat{S}_{mk}$  no sentido  $m$  para  $k$  do ramo  $k-m$  da Fig. 4 pode ser então determinado com o cálculo:

$$\hat{S}_{mk} = \hat{E}_m \hat{I}_{mk}^* = \hat{E}_m \left( \left( \hat{E}_m - \hat{E}_k \right) \hat{y}_{km} \right)^* = \hat{E}_m \left( \hat{E}_m^* - \hat{E}_k^* \right) \hat{y}_{km}^*$$

Com base na Fig. 4, observa-se também que o fluxo  $\hat{S}_{mk}$  corresponde à potência  $\hat{S}_m^{ac}$  acumulada na barra  $m$ , tal que:

$$\hat{S}_m^{ac} = \hat{S}_{mk} = \hat{E}_m \left( \hat{E}_m^* - \hat{E}_k^* \right) \hat{y}_{km}^*$$

Logo, definindo-se a admitância série  $\hat{y}_{km} = g_{km} + j b_{km}$  do ramo  $k-m$  da Fig. 4, e considerando as tensões complexas de

barra do ramo  $k$ - $m$  definidas em coordenadas cartesianas, tal que:  $\hat{E}_k = e_k + j f_k$  e  $\hat{E}_m = e_m + j f_m$ , resulta que a potência  $\hat{S}_m^{ac}$  acumulada na barra  $m$  pode ser determinada então por:

$$S_m^{ac} = (e_m + j f_m) [(e_m - j f_m) - (e_k - j f_k)] (g_{km} - j b_{km})$$

Definindo-se  $\hat{S}_m^{ac} = P_m^{ac} + j Q_m^{ac}$  e separando as partes real e imaginária do resultado acima, tem-se que as potências ativa e reativa acumuladas na barra  $m$  são determinadas por:

$$P_m^{ac} = g_{km} e_m^2 + (f_k b_{km} - e_k g_{km}) e_m + g_{km} f_m^2 - (e_k b_{km} + f_k g_{km}) f_m \quad (31)$$

$$Q_m^{ac} = -b_{km} e_m^2 + (e_k b_{km} + f_k g_{km}) e_m - b_{km} f_m^2 + (f_k b_{km} - e_k g_{km}) f_m \quad (32)$$

Analisando-se as equações (31) e (32) observa-se que suas incógnitas são apenas as variáveis  $e_m$  e  $f_m$  da tensão na barra  $m$  (incógnitas do processo corretivo da varredura direta), pois os demais termos são conhecidos no momento do cálculo das equações, por serem conhecidos ( $g_{km}$  e  $b_{km}$ ), ou previamente corrigidos ( $e_k$  e  $f_k$ ), ou previamente calculados ( $P_m^{ac}$  e  $Q_m^{ac}$ ).

No entanto, observa-se que as equações (31) e (32) são de natureza não-linear e que as variáveis  $e_m$  e  $f_m$  estão implícitas (não podem ser isoladas das equações), tal que o estado da tensão na barra  $m$  não pode ser obtido por solução analítica, tal como feito no MSP versão polar (equações (19) e (20)), o que faz necessário uma solução numérica (método iterativo).

Assim, para o cálculo das variáveis  $e_m$  e  $f_m$ , seja as funções de resíduos  $\Delta P_m$  e  $\Delta Q_m$  definidas como a diferença entre os dois lados das equações (31) e (32), tal que obtém-se:

$$\Delta P_m = P_m^{ac} - g_{km} e_m^2 - (f_k b_{km} - e_k g_{km}) e_m - g_{km} f_m^2 + (e_k b_{km} + f_k g_{km}) f_m = 0 \quad (33)$$

$$\Delta Q_m = Q_m^{ac} + b_{km} e_m^2 - (e_k b_{km} + f_k g_{km}) e_m + b_{km} f_m^2 - (f_k b_{km} - e_k g_{km}) f_m = 0 \quad (34)$$

o que resulta em um sistema com duas equações ( $\Delta P_m$  e  $\Delta Q_m$ ) e duas incógnitas ( $e_m$  e  $f_m$ ) com condições de solução.

Logo, conclui-se que as raízes do conjunto de equações (33) e (34) são as incógnitas  $e_m$  e  $f_m$  das equações (31) e (32), tal que pode-se empregar o método de Newton-Raphson para o cálculo dessas incógnitas, o que consiste em resolver, para cada  $n$ -ésima iteração, a equação matricial aqui definida por:

$$\begin{bmatrix} e_m^{(n+1)} \\ f_m^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_m^{(n)} \\ f_m^{(n)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11}^{(n)} & A_{12}^{(n)} \\ A_{21}^{(n)} & A_{22}^{(n)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_m^{(n)} \\ \Delta Q_m^{(n)} \end{bmatrix} \quad (35)$$

onde os termos da matriz Jacobiana são calculados por:

$$A_{11} = \frac{\partial \Delta P_m}{\partial e_m} = -2 g_{km} e_m - f_k b_{km} + e_k g_{km} \quad (36)$$

$$A_{12} = \frac{\partial \Delta P_m}{\partial f_m} = -2 g_{km} f_m + e_k b_{km} + f_k g_{km} \quad (37)$$

$$A_{21} = \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial e_m} = 2 b_{km} e_m - e_k b_{km} - f_k g_{km} \quad (38)$$

$$A_{22} = \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial f_m} = 2 b_{km} f_m - f_k b_{km} + e_k g_{km} \quad (39)$$

Além disso, como o próprio valor das funções de resíduos  $\Delta P_m$  e  $\Delta Q_m$  calculados a cada iteração é interpretado como um erro, pode-se então utilizar o valor máximo das funções como critério de parada do processo iterativo, definido por:

$$\max(|\Delta P_m|, |\Delta Q_m|) \leq \varepsilon_{NR} \quad (40)$$

onde  $\varepsilon_{NR}$  é a tolerância adotada, tal que, se atendido o critério de parada, interrompe-se o processo de obtenção de  $e_m$  e  $f_m$  e prossegue-se o processo corretivo da varredura direta; se não atendido, continua-se o cálculo da equação matricial (35).

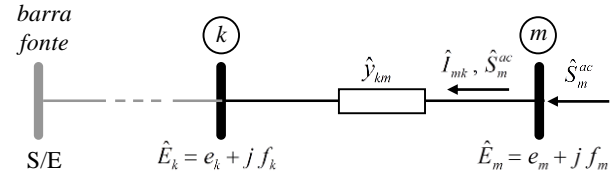


Fig. 5: Ramo  $k$ - $m$  para estudo da varredura direta do MSP [2].

O processo iterativo de resolução do subsistema 1 de redes de distribuição pelo método da soma das potências na versão retangular pode ser implementado na sequência de passos até a convergência do processo ser atingida, descrita a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede e inicializar as incógnitas do subsistema 1 com o *flat-start* (neste caso do MSP retangular:  $e_k^{(0)} = 1 pu$  e  $f_k^{(0)} = 0 pu$ ). Calcular a injeções líquidas de potência  $P_k$  (equação (1)) e  $Q_k$  (equação (2)) das barras, exceto para a barra fonte.
- **Passo 2** (iteração  $i$ ): calcular as perdas de potência ativa (equação (29)) e de potência reativa (equação (30)) dos ramos da rede, com o estado das tensões de barras atuais em coordenadas retangulares obtidas na iteração anterior.
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): acumular as potências ativa (equação (13)) e reativa (equação (14)) em cada barra da rede, com exceção da barra fonte, partindo-se dos nós terminais e em direção à barra fonte (processo de varredura inversa).
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e recalculer as partes real e imaginária das tensões de barra da rede, exceto para o nó fonte, com o processo iterativo descrito na equação (35), a partir da tensão da barra fonte e em direção aos nós terminais da rede (processo de varredura direta).
- **Passo 5** (iteração  $i$ ): testar a convergência por um critério de parada com a tolerância  $\varepsilon$  adotada, tal como o módulo do maior erro de magnitude de tensão de barra entre duas iterações sucessivas  $i$  e  $i + 1$ , determinado por:

$$\max_{k \in \Omega_{N-1}} |V_k^{(i+1)} - V_k^{(i)}| \leq \varepsilon$$

$$\text{onde: } V_k^{(i+1)} = \sqrt{(e_k^{(i+1)})^2 + (f_k^{(i+1)})^2} \quad (41)$$

$$V_k^{(i)} = \sqrt{(e_k^{(i)})^2 + (f_k^{(i)})^2}$$

onde  $\Omega_{N-1}$  é o conjunto de barras da rede, exceto a barra fonte. Se atingida a tolerância, finalizar o processo, adotar as tensões de barra da última iteração como solução do subsistema 1 e resolver o subsistema 2; se não atingida a convergência do processo iterativo, retornar ao passo 2.

### M. Método Direct Load Flow - versão Y expandida

O trabalho em [10] apresenta o desenvolvimento de uma formulação alternativa para o método DLF, com o propósito de realizar uma implementação mais trivial, na qual a matriz [DLF] é obtida diretamente, sem precisar da montagem das matrizes [BIBC] e [BCBV]. Para isso, a metodologia adotada na formulação alternativa baseou-se na obtenção da equação (23) do método DLF diretamente da equação nodal de rede definida pela equação (4), por meio da investigação da matriz admitância para a obtenção da matriz [DLF], o que resultou

em três casos de formulação. Para o estudo do método DLF com modelo de carga ZIP, adotou-se neste trabalho a versão matriz  $[DLF]$  expandida, por esta formulação ser considerada pelos autores como mais adequada às características de redes de distribuição e de maior simplicidade de implementação.

Para exemplificação da formulação desenvolvida, seja um sistema de distribuição qualquer formado por 4 barras, onde  $\hat{E}_1$  é conhecida (tensão na barra fonte) e  $\hat{E}_2$ ,  $\hat{E}_3$  e  $\hat{E}_4$  são as incógnitas do subsistema 1 do PFC, tal que a equação nodal da rede elétrica em sua forma expandida é mostrada a seguir.

$$\hat{I} = [\hat{Y}] \hat{E} \Rightarrow \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{13} & \hat{Y}_{14} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{23} & \hat{Y}_{24} \\ \hat{Y}_{31} & \hat{Y}_{32} & \hat{Y}_{33} & \hat{Y}_{34} \\ \hat{Y}_{41} & \hat{Y}_{42} & \hat{Y}_{43} & \hat{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ \hat{E}_2 \\ \hat{E}_3 \\ \hat{E}_4 \end{bmatrix}$$

tal que as injeções líquidas de corrente complexa das barras da rede elétrica são determinadas em sua forma geral por:

$$\begin{cases} \hat{I}_1 = \hat{Y}_{11} \hat{E}_1 + \hat{Y}_{12} \hat{E}_2 + \hat{Y}_{13} \hat{E}_3 + \hat{Y}_{14} \hat{E}_4 \\ \hat{I}_2 = \hat{Y}_{21} \hat{E}_1 + \hat{Y}_{22} \hat{E}_2 + \hat{Y}_{23} \hat{E}_3 + \hat{Y}_{24} \hat{E}_4 \\ \hat{I}_3 = \hat{Y}_{31} \hat{E}_1 + \hat{Y}_{32} \hat{E}_2 + \hat{Y}_{33} \hat{E}_3 + \hat{Y}_{34} \hat{E}_4 \\ \hat{I}_4 = \hat{Y}_{41} \hat{E}_1 + \hat{Y}_{42} \hat{E}_2 + \hat{Y}_{43} \hat{E}_3 + \hat{Y}_{44} \hat{E}_4 \end{cases} \quad (a)$$

A premissa da formulação proposta em [10] baseia-se na singularidade da matriz admitância de redes de distribuição, tal que o somatório dos componentes de cada linha da matriz admitância resulta em um valor nulo e pode-se definir que:

$$\begin{cases} \hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{12} + \hat{Y}_{13} + \hat{Y}_{14} = 0 \\ \hat{Y}_{21} + \hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{23} + \hat{Y}_{24} = 0 \\ \hat{Y}_{31} + \hat{Y}_{32} + \hat{Y}_{33} + \hat{Y}_{34} = 0 \\ \hat{Y}_{41} + \hat{Y}_{42} + \hat{Y}_{43} + \hat{Y}_{44} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{Y}_{11} = -\hat{Y}_{12} - \hat{Y}_{13} - \hat{Y}_{14} \\ \hat{Y}_{21} = -\hat{Y}_{22} - \hat{Y}_{23} - \hat{Y}_{24} \\ \hat{Y}_{31} = -\hat{Y}_{32} - \hat{Y}_{33} - \hat{Y}_{34} \\ \hat{Y}_{41} = -\hat{Y}_{42} - \hat{Y}_{43} - \hat{Y}_{44} \end{cases} \quad (b)$$

tal que, substituindo-se as equações em (b) nas equações em (a) e colocando-se o resultado na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{13} & \hat{Y}_{14} \\ \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{23} & \hat{Y}_{24} \\ \hat{Y}_{32} & \hat{Y}_{33} & \hat{Y}_{34} \\ \hat{Y}_{42} & \hat{Y}_{43} & \hat{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_2 - \hat{E}_1 \\ \hat{E}_3 - \hat{E}_1 \\ \hat{E}_4 - \hat{E}_1 \end{bmatrix}$$

A equação matricial assim obtida não tem forma quadrada (4 equações e 3 incógnitas), mas pode-se tornar a equação na forma quadrada e sem prejuízo da definição original, com a introdução de duas considerações na equação matricial:

- Acréscimo da coluna 1 da matriz admitância (referente ao nó fonte) na matriz da equação obtida, mas com a troca do elemento  $\hat{Y}_{11}$  por um valor elevado (exemplo:  $10^{10}$ ).
- Acréscimo do termo  $\hat{E}_1 - \hat{E}_1$  como primeira linha do vetor de diferenças de tensão, tal que o termo tem valor nulo para que a injeção de corrente  $\hat{I}_1$  na barra 1 não seja corrigida.

Assim, empregando-se as duas considerações no resultado da equação matricial obtida anteriormente, tem-se então que:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{13} & \hat{Y}_{14} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{23} & \hat{Y}_{24} \\ \hat{Y}_{31} & \hat{Y}_{32} & \hat{Y}_{33} & \hat{Y}_{34} \\ \hat{Y}_{41} & \hat{Y}_{42} & \hat{Y}_{43} & \hat{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 - \hat{E}_1 \\ \hat{E}_2 - \hat{E}_1 \\ \hat{E}_3 - \hat{E}_1 \\ \hat{E}_4 - \hat{E}_1 \end{bmatrix} \quad (c)$$

Por fim, definindo-se  $\hat{E}_{v0}$  como o vetor formado apenas com a tensão  $\hat{E}_1$  do nó fonte e isolando-se o vetor de tensões complexas de barra  $\hat{E}$  da rede elétrica, obtém-se então que:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ \hat{E}_2 \\ \hat{E}_3 \\ \hat{E}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ \hat{E}_1 \\ \hat{E}_1 \\ \hat{E}_1 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 10^{10} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{13} & \hat{Y}_{14} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{23} & \hat{Y}_{24} \\ \hat{Y}_{31} & \hat{Y}_{32} & \hat{Y}_{33} & \hat{Y}_{34} \\ \hat{Y}_{41} & \hat{Y}_{42} & \hat{Y}_{43} & \hat{Y}_{44} \end{bmatrix}^{-1}}_{[DLF]^{\text{exp}}} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \hat{E} = \hat{E}_{v0} + [DLF]^{\text{exp}} \hat{I} \quad (42)$$

A equação (42) obtida tem forma similar à equação (23) do método DLF original, porém com os vetores de tensões  $\hat{E}$  e correntes  $\hat{I}$  complexas de barra utilizados em sua forma completa, e a matriz  $[DLF]^{\text{exp}}$  reside na matriz admitância da rede com o elemento da diagonal principal referente à barra fonte substituído por um valor elevado, para que a tensão do nó fonte não seja corrigida a cada iteração, devido ao fato dos elementos da linha e coluna da matriz  $[DLF]^{\text{exp}}$  referente à barra fonte apresentar valor nulo após a inversão da matriz.

Com base no equacionamento desenvolvido para, tem-se que o processo iterativo de cálculo do subsistema 1 do problema do fluxo de carga de uma rede de distribuição pode ser implementado nos passos descritos nos itens a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede. Obter as injeções líquidas de potência ativa  $P_k$  (equação (1)) e reativa  $Q_k$  (equação (2)) das barras, inclusive o nó fonte. Montar o vetor  $\hat{E}_{v0}$  com o módulo de tensão do nó fonte já conhecido. Com o *flat-start*, inicializar o vetor  $\hat{E}$  de tensões de barras. Montar a matriz admitância nodal com o elemento da diagonal principal referente à barra fonte substituído por um valor elevado ( $10^{10}$ ) e inverter esta matriz para a obtenção da matriz  $[DLF]^{\text{exp}}$ .
- **Passo 2** (iteração  $i$ ): com o estado das tensões de barra atual determinado na iteração anterior, obter as injeções de corrente complexas de barras (equação (3)), inclusive do nó fonte, e montar o vetor de injeções de corrente  $\hat{I}$ .
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e corrigir o estado das tensões de barra com base no cálculo da equação (42).
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): testar a convergência do processo por algum critério de parada com a tolerância adotada, tal como visto para o MSP versão polar (equação (21)). Caso a convergência seja atendida, adotar o último estado de tensões de barra como solução do subsistema 1 da rede, sair do processo e resolver o subsistema 2; se não atingida a convergência do processo, retornar ao passo 2.

### III. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Este trabalho de conclusão do curso tem como objetivo o desenvolvimento da formulação de dois métodos de solução do subsistema 1 do problema do fluxo de carga de redes de distribuição considerando o modelo de carga ZIP: o método *direct load flow*, na versão Y expandida apresentada em [10], e o método da soma das potências na versão em coordenadas retangulares, mostrada em [5]. Para a análise de desempenho dos métodos desenvolvidos no trabalho, empregou-se redes de distribuição conhecidas da literatura e, para a comparação

de desempenho e de resultados, adotou-se o método da soma das potências na versão em coordenadas polares com modelo de carga ZIP, desenvolvida em [11] e apresentada neste item.

Neste sentido, a modelagem clássica do problema do fluxo de carga, como mencionado, considera as cargas do sistema elétrico em estudo como fixas, tal que independem do estado das tensões de barra e as injeções líquidas de potência ativa e reativa nas barras do sistema são calculadas com base nas equações (1) e (2), respectivamente, e mantidas constantes durante todo o processo de solução do subsistema 1 do PFC. Logo, com a consideração do modelo ZIP na modelagem de carga do sistema em estudo e como a magnitude das tensões de barra é recalculada a cada iteração do processo de solução do subsistema 1, tem-se em consequência que as potências ativa e reativa de carga para cada barra do sistema precisam também ser recalculadas a cada iteração, o que acarreta na reformulação das injeções líquidas de potência definidas nas equações (1) e (2) e implica em determinadas mudanças nos métodos de solução do subsistema 1. Assim, o algoritmo dos métodos MSP e DLF com modelo de carga ZIP precisam ser adaptados para contemplar a correção das injeções líquida de potência a cada iteração, o que é abordado nos itens a seguir.

#### A. Método base de comparação: MSP polar com ZIP

Visto que o método da soma das potências na versão em coordenadas polares é desenvolvido com base no estado das tensões de barra definido em termos do módulo  $V_k$  e ângulo de fase  $\theta_k$  para uma barra genérica  $k$ , tem-se que os cálculos das injeções líquidas (geração – carga) de potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$  considerando o modelo de carga ZIP podem ser redefinidas com a elementar introdução das equações (27) e (28) nas equações (1) e (2), respectivamente, tal que:

$$P_k = P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{ref} \quad (43)$$

$$Q_k = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{ref} \quad (44)$$

Assim, como os cálculos das injeções líquidas de potência com base nas equações (43) e (44) dependem do módulo da tensão  $V_k$  corrigida durante o processo iterativo de resolução do subsistema 1 do PFC, tem-se que a sequência de passos do método da soma das potências com modelo de carga ZIP precisa ser adequado para contemplar o cálculo das injeções líquidas de potência a cada iteração, até que a convergência adotada para o processo seja atingida, descrita a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede de distribuição em estudo e inicializar as incógnitas do subsistema 1 com o *flat-start* ( $V_k^{(0)} = 1 \text{ pu}$  e  $\theta_k^{(0)} = 0 \text{ rad}$ ).
- **Passo 2** (iteração  $i$ ): calcular as injeções de potência ativa  $P_k$  (equação (43)) e reativa  $Q_k$  (equação (44)) das barras, exceto para o nó fonte, bem como as perdas de potência ativa (equação (15)) e de potência reativa (equação (16)) dos ramos da rede, com os módulos e os ângulos de fase das tensões de barras atuais obtidas na iteração anterior.
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): acumular as potências ativa (equação (13)) e reativa (equação (14)) em cada barra da rede, com exceção da barra fonte, partindo-se dos nós terminais e em direção à barra fonte (processo de varredura inversa).
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e recalculer o módulo (equação (19)) e o ângulo (equação (20)) das tensões de barra, a partir da tensão da barra fonte e em direção aos nós terminais da rede (processo de varredura direta).

- **Passo 5** (iteração  $i$ ): testar a convergência por um critério de parada com a tolerância  $\varepsilon$  adotada, tal como definido na equação (21). Se atingida a convergência, finalizar o processo iterativo, adotar o valor de módulos e ângulos das tensões de barra obtido na última iteração do processo como solução do subsistema 1 e resolver o subsistema 2; se não atingida a tolerância adotada, retornar ao passo 2.

#### B. Método de teste 1: MSP versão retangular com ZIP

Similarmente, como o método da soma das potências em sua formulação em coordenadas retangulares é desenvolvido com base no estado das tensões de barra definido em termos da parte real  $e_k$  e imaginária  $f_k$  da tensão complexa em uma barra genérica  $k$ , tem-se que os cálculos das injeções líquidas de potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$  considerando o modelo de carga ZIP podem ser redefinidas introduzindo-se as equações (27) e (28) nas equações (1) e (2), respectivamente, com o cálculo dos valores  $V_k = \sqrt{e_k^2 + f_k^2}$  e  $V_k^2 = e_k^2 + f_k^2$ , tal que:

$$P_k = P_k^G - (a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2)) P_k^{ref} \quad (45)$$

$$Q_k = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2)) Q_k^{ref} \quad (46)$$

Novamente, como as injeções líquidas de potência obtidas com as equações (45) e (46) dependem do estado das tensões de barra  $\hat{E}_k = e_k + j f_k$  corrigida durante o processo iterativo de resolução do subsistema 1 do PFC, tem-se que a sequência de passos do MSP em coordenada retangulares com modelo de carga ZIP precisa ser adequado para o cálculo das injeções líquidas de potência a cada iteração, até que o processo atinja a convergência adotada, o que é apresentado a seguir:

- **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede e inicializar as incógnitas do subsistema 1 com o *flat-start* (neste caso do MSP retangular:  $e_k^{(0)} = 1 \text{ pu}$  e  $f_k^{(0)} = 0 \text{ pu}$ ).
- **Passo 2** (iteração  $i$ ): calcular a injeções de potência ativa  $P_k$  (equação (45)) e  $Q_k$  (equação (46)) das barras, exceto para a barra fonte, bem como as perdas de potência ativa (equação (29)) e de potência reativa (equação (30)) dos ramos da rede, com o estado das tensões de barras atuais em coordenadas retangulares obtidas na iteração anterior.
- **Passo 3** (iteração  $i$ ): acumular as potências ativa (equação (13)) e reativa (equação (14)) em cada barra da rede, com exceção da barra fonte, partindo-se dos nós terminais e em direção à barra fonte (processo de varredura inversa).
- **Passo 4** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e recalculer as partes real e imaginária das tensões de barra da rede, exceto para o nó fonte, com o processo iterativo descrito na equação (35), a partir da tensão da barra fonte e em direção aos nós terminais da rede (processo de varredura direta).
- **Passo 5** (iteração  $i$ ): testar a convergência por um critério de parada com a tolerância  $\varepsilon$  adotada, tal como definido na equação (41). Se atingida a convergência, finalizar o processo, adotar as tensões de barra da última iteração como solução do subsistema 1 e resolver o subsistema 2; se não atingida a tolerância adotada, retornar ao passo 2.

#### C. Método de teste 2: DLF versão expandida com ZIP

Novamente de forma similar, visto que o método DLF é desenvolvido com base no estado das tensões complexas de barra  $\hat{E}_k$  para uma barra genérica  $k$ , tem-se que os cálculos das injeções de potências ativa  $P_k$  e reativa  $Q_k$  considerando

o modelo ZIP podem ser redefinidas com a introdução das equações (27) e (28) nas equações (1) e (2), respectivamente, com o cálculo dos valores  $V_k = |\hat{E}_k|$  e  $V_k^2 = |\hat{E}_k|^2$ , tal que:

$$P_k = P_k^G - \left( a_k^p + b_k^p |\hat{E}_k| + c_k^p |\hat{E}_k|^2 \right) P_k^{ref} \quad (47)$$

$$Q_k = Q_k^G - \left( a_k^q + b_k^q |\hat{E}_k| + c_k^q |\hat{E}_k|^2 \right) Q_k^{ref} \quad (48)$$

De forma similar, como o cálculo das equações (47) e (48) para a obtenção das injeções líquidas de potência nas barras são dependentes do estado das tensões complexas de barra  $\hat{E}_k$  corrigidas durante todo o processo iterativo de resolução do subsistema 1, tem-se que a sequência de passos do método DLF na versão expandida deve ser adequado para o cálculo das injeções líquidas de potência a cada iteração, até que o processo atinja a convergência, o que é apresentado a seguir:

➤ **Passo 1** (iteração  $i = 0$ ): ler e normalizar os dados da rede.

Montar o vetor  $\hat{E}_{v_0}$  com o módulo de tensão do nó fonte

e inicializar o vetor  $\hat{E}$  Com o *flat-start*. Montar a matriz admitância nodal com o elemento da diagonal principal referente à barra fonte substituído por um valor elevado e inverter esta matriz para a obtenção da matriz  $[DLF]^{exp}$ .

➤ **Passo 2** (iteração  $i$ ): com o estado das tensões de barra atual determinado na iteração anterior, obter as injeções líquidas de potência ativa  $P_k$  (equação (47)) e reativa  $Q_k$  (equação (48)) das barras, inclusive o nó fonte, bem como as injeções de corrente complexas de barras (equação (3)), inclusive do nó fonte. Montar o vetor de corrente  $\hat{I}$ .

➤ **Passo 3** (iteração  $i$ ): fazer  $i = i + 1$  e corrigir o estado das tensões de barra com base no cálculo da equação (42).

➤ **Passo 4** (iteração  $i$ ): testar a convergência do processo por algum critério de parada com a tolerância adotada, tal como visto para o MSP versão polar (equação (21)). Caso a convergência seja atendida, adotar o último estado de tensões de barra como solução do subsistema 1 da rede, sair do processo e resolver o subsistema 2; se não atingida a convergência do processo, retornar ao passo 2.

#### IV. ANÁLISE DE RESULTADOS

Como mencionado, este trabalho de conclusão de curso foi desenvolvido com o objetivo de adaptar os métodos da soma das potências versão retangular e DLF versão expandida para considerar o modelo de carga ZIP, e comparar o desempenho das formulações aqui desenvolvidas com o método de soma das potências versão polar com o modelo de carga ZIP.

Para a avaliação de casos, os algoritmos dos três métodos apresentados na Seção III foram implementados no Matlab e realizou-se testes com quatro sistemas do IEEE: 14, 33, 69 e 118 barras, em que o sistema de 14 barras foi empregado com a intenção adicional de se verificar primeiramente a precisão dos resultados obtidos com as formulações do MSP polar e com as formulações desenvolvidas para o MSP retangular e o método DLF expandido com modelo de carga ZIP.

O tempo de processamento e o número de iterações gastos para a solução do subsistema 1 do PFC foram adotados como critérios para comparação de desempenho. Para o MSP polar e retangular, a contagem do tempo se inicia com a primeira varredura inversa e, para o método DLF expandido, a partir da montagem da matriz admitância nodal e sua inversão para a obtenção da matriz  $[DLF]^{exp}$ . Optou-se também por simular

1000 vezes cada algoritmo para se obter um tempo médio de simulação, devido ao fato dos comandos *tic* e *toc* do Matlab apresentam valores ligeiramente diferentes a cada execução.

Para análises e comparações gerais, optou-se por adotar os mesmos pesos de importância para as cargas ativa e reativa do modelo ZIP como forma de simplificar a entrada de dados, bem como escolheram-se 4 casos do modelo de carga ZIP: Caso 1 - potência constante, Caso 2 - corrente constante, Caso 3 - impedância constante, e Caso 4 - pesos iguais para as três parcelas do modelo ZIP, conforme sumarizado na Tabela I. A justificativa para a escolha destes casos visa em buscar representar a carga de forma particularizada, onde o Caso 1 reside na modelagem clássica de carga do PFC e os Casos 2 e 3 correspondem a uma uniformização das cargas, sendo o Caso 4 uma representação generalizada destas.

Tabela I

Casos de pesos de importância do modelo de carga ZIP para análises e comparação gerais

Casos de carga ZIP	Pesos de importância		
	$a_k^p = a_k^q$	$b_k^p = b_k^q$	$c_k^p = c_k^q$
1	1	0	0
2	0	1	0
3	0	0	1
4	1/3	1/3	1/3

#### A. Estudo de caso I: sistema IEEE-14 barras

Conforme mencionado, o sistema de 14 barras foi adotado para inicialmente verificar a precisão dos resultados obtidos com os métodos DLF e MSP nas versões polar e retangular com modelo de carga ZIP. Para este intento, foram elencados pesos de importância aleatórios (mas respeitando a condição de soma 1,0) para as cargas ativa e reativa das barras PQ do sistema, apresentados na Tabela II, e os dados de carga ativa e reativa originais foram alterados de forma adequada para que, mesmo considerando os pesos de importância adotados na Tabela II para o modelo de carga ZIP, o estado das tensões de barra resultante e, por conseguinte, as injeções líquidas de potência ativa e reativa de barras, sejam os mesmos do obtido com os dados originais do sistema com modelo de carga em potência constante. Assim, sabendo-se o resultado esperado, a solução dos métodos DLF e MSP versões polar e retangular com modelo de carga ZIP deverá convergir para os mesmos resultados e, com isso, comprovar a precisão dos métodos.

Neste sentido, a montagem do arquivo de dados de entrada do sistema de 14 barras modificado é obtida com o ajuste dos dados originais de carga ativa e reativa do sistema e com base nos resultados das magnitudes de tensões de barra calculadas na solução do sistema com potência constante, apresentados na Tabela III. Logo, considerando-se os pesos de importância da Tabela II, foram calculados os valores de  $P_k^{ref}$  e  $Q_k^{ref}$  do modelo ZIP com as equações (49) e (50), respectivamente, que resultam nos mesmos valores de  $P_k^C$  e  $Q_k^C$  (e mesmas tensões de barra) da solução por qualquer das formulações:

$$P_k^{ref} = \frac{P_k^C}{a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2} \quad (49)$$

$$Q_k^{ref} = \frac{Q_k^C}{a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2} \quad (50)$$

Aplicando-se os dados das Tabelas II e III nas equações (49) e (50), tem-se então os valores de referência  $P_k^{ref}$  e  $Q_k^{ref}$  do sistema de 14 barras modificado, mostrados na Tabela IV.

Tabela II  
Pesos de importância do modelo de carga ZIP adotados para o sistema de 14 barras

Barra $k$	$a_k^p$	$b_k^p$	$c_k^p$	$a_k^q$	$b_k^q$	$c_k^q$
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,5	0,3	0,2	0,3	0,2	0,5
3	0,2	0,4	0,4	0,5	0,4	0,1
4	0,3	0,5	0,2	0,1	0,5	0,4
5	0,1	0,3	0,6	0,2	0,2	0,6
6	0,5	0,2	0,3	0,2	0,3	0,5
7	0,3	0,6	0,1	0,4	0,5	0,1
8	0,2	0,3	0,5	0,1	0,3	0,6
9	0,4	0,3	0,3	0,2	0,4	0,4
10	0,5	0,1	0,4	0,3	0,5	0,2
11	0,4	0,2	0,4	0,5	0,3	0,2
12	0,1	0,5	0,4	0,4	0,5	0,1
13	0,5	0,1	0,4	0,4	0,3	0,3
14	0,3	0,2	0,5	0,5	0,1	0,4

Tabela III  
Dados de carga originais e resultados das tensões de barra do sistema de 14 barras com potência constante

Barra $k$	Tipo	$P_k^C$ (MW)	$Q_k^C$ (Mvar)	$V_k$ (pu)
1	V $\theta$	0,0	0,0	1,0000
2	PQ	2,0	1,6	0,9883
3	PQ	3,0	1,5	0,9842
4	PQ	2,0	0,8	0,9814
5	PQ	1,5	1,2	0,9803
6	PQ	4,0	2,7	0,9727
7	PQ	5,0	3,0	0,9583
8	PQ	1,0	0,9	0,9705
9	PQ	0,6	0,1	0,9575
10	PQ	4,5	2,0	0,9522
11	PQ	1,0	0,9	0,9904
12	PQ	1,0	0,7	0,9886
13	PQ	1,0	0,9	0,9858
14	PQ	2,1	1,0	0,9845

Tabela IV  
Dados de carga de referência do modelo ZIP para o sistema de 14 barras modificado

Barra $k$	$P_k^{ref}$ (MW)	$Q_k^{ref}$ (Mvar)
1	0,0000	0,0000
2	2,0164	1,6226
3	3,0577	1,5143
4	2,0339	0,8197
5	1,5453	1,2337
6	4,0884	2,7983
7	5,1715	3,0896
8	1,0394	0,9411
9	0,6235	0,1053
10	4,6977	2,0888
11	1,0096	0,9061
12	1,0149	0,7056
13	1,0129	0,9116
14	2,1395	1,0140

Com os dados das Tabelas II e IV, montou-se o arquivo de entrada de dados do sistema de 14 barras modificado e, por fim, verificou-se o desempenho e a precisão dos resultados alcançados com o MSP polar e as formulações desenvolvidas para o MSP retangular e DLF expandido com modelo ZIP. A Tabela V apresenta o número de iterações e o tempo médio de processamento obtido na solução do sistema de 14 barras modificado, e as Tabelas VI e VII mostram os resultados de injeções líquidas de potência ativa e reativa para comparação com os dados originais do sistema mostrados na Tabela III.

Tabela V  
Formulações com modelo de carga ZIP: número de iterações e tempo médio de processamento para a solução do subsistema 1 do PFC do sistema de 14 barras modificado

Método	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
Número de iterações	3	3	3
Tempo médio (ms)	0,0325	0,9879	0,0694

Tabela VI  
Formulações com modelo de carga ZIP: comparação de desempenho com os resultados de injeção líquida de potência ativa (MW) para o sistema de 14 barras modificado

Barra	Tipo	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	V $\theta$	29,3576	29,3576	29,3580
2	PQ	-1,9999	-1,9999	-2,0000
3	PQ	-3,0000	-3,0000	-3,0000
4	PQ	-2,0000	-2,0000	-2,0000
5	PQ	-1,5001	-1,5001	-1,5000
6	PQ	-3,9998	-3,9998	-4,0001
7	PQ	-5,0000	-5,0000	-5,0001
8	PQ	-1,0000	-1,0000	-1,0001
9	PQ	-0,6000	-0,6000	-0,6000
10	PQ	-4,5001	-4,5001	-4,5001
11	PQ	-1,0000	-1,0000	-1,0000
12	PQ	-1,0000	-1,0000	-1,0000
13	PQ	-1,0000	-1,0000	-1,0000
14	PQ	-2,1000	-2,1000	-2,1000

Tabela VII  
Formulações com modelo de carga ZIP: comparação de desempenho com os resultados de injeção líquida de potência reativa (Mvar) para o sistema de 14 barras modificado

Barra	Tipo	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	V $\theta$	18,0560	18,0560	18,0560
2	PQ	-1,5999	-1,5999	-1,6000
3	PQ	-1,5000	-1,5000	-1,5000
4	PQ	-0,8000	-0,8000	-0,8000
5	PQ	-1,2000	-1,2000	-1,2000
6	PQ	-2,6998	-2,6998	-2,7000
7	PQ	-3,0000	-3,0000	-2,9999
8	PQ	-0,9000	-0,9000	-0,9000
9	PQ	-0,1000	-0,1000	-0,1000
10	PQ	-2,0000	-2,0000	-1,9998
11	PQ	-0,9000	-0,9000	-0,9000
12	PQ	-0,7000	-0,7000	-0,7000
13	PQ	-0,9000	-0,9000	-0,9000
14	PQ	-1,0000	-1,0000	-1,0000

Comparando-se os números de iterações e os tempos de processamento apresentados na Tabela V, observa-se que o desempenho das formulações desenvolvidas neste trabalho é, de forma geral, similar ao MSP polar. Além disso, analisando os dados de carga ativa e reativa originais da Tabela III com os resultados de injeções líquidas de potência mostrados nas Tabelas VI e VII, nota-se também que a precisão de cálculo dos algoritmos implementados é bastante satisfatória. Assim, estas duas constatações comprovam a eficiência dos métodos MSP retangular e DLF expandido como opção para a solução do subsistema 1 de sistemas com modelo de carga ZIP.

Conforme mencionado anteriormente, para as análises e comparações gerais entre os algoritmos implementados neste trabalho, forma adotados 4 casos para o modelo de carga ZIP, mostrados na Tabela I, com os quais foram obtidos resultados para os critérios escolhidos para comparação de desempenho.

Assim, para o sistema de 14 barras original, a Tabela VIII apresenta o número gasto de iterações e a Tabela IX mostra o tempo médio de simulação para os 4 casos considerados.

Tabela VIII

Comparação de desempenho das formulações com os casos de modelo de carga ZIP: resultados de número de iterações para o sistema IEEE-14 barras original

Casos da carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	3	3	4
2	3	3	3
3	4	4	3
4	3	3	3

Tabela IX

Comparação de desempenho das formulações com os casos de modelo de carga ZIP: resultados de tempo médio de processamento (*ms*) para o sistema IEEE-14 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	0,0329	1,0745	0,0691
2	0,0332	0,9921	0,0688
3	0,0426	1,2498	0,0698
4	0,0328	0,9934	0,0695

Analisando-se os resultados da Tabela VIII, novamente observa-se um desempenho dos métodos MSP retangular e DLF expandido semelhante ao MSP polar com ZIP, onde as diferenças no número de iterações em alguns casos podem ser justificadas pelo fato de qualquer método de solução do subsistema 1 do PFC ser somente um processo numérico que poderá percorrer um caminho diferente entre dois pontos (o inicial e a solução), sem exercer influência sobre o resultado final, uma vez que, a cada iteração do processo, o estado das tensões de barra representa uma aproximação da solução.

Com base nos resultados mostrados na Tabela IX, nota-se que o método DLF expandido apresenta um maior gasto com tempo de processamento em comparação ao MSP polar com modelo ZIP (cerca de 2 vezes maior). Esta constatação pode ser justificada com base no fato de os métodos matriciais de solução do subsistema 1 do PFC normalmente apresentarem um certo custo computacional para a fatoração de matrizes (no caso, montagem da matriz admitância e sua inversão para a determinação da matriz DLF expandida), o que pode vir a demandar um maior gasto de tempo do que é necessário ao

MSP versão polar para executar os processos de varredura direta e reversa em seu procedimento iterativo de solução.

Analisando-se os resultados da Tabela IX, observa-se que os tempos médios de processamento do MSP retangular são bastante superiores em comparação ao MSP polar (cerca de 30 vezes maior). Esta constatação pode ser justificada devido ao fato de a correção do estado das tensões de barra no MSP retangular não ser obtida por solução analítica como no MSP polar (equações (19) e (20)), mas com o emprego de solução numérica baseada em um cálculo iterativo da equação (35) pelo método de Newton-Raphson, podendo então representar um custo adicional de tempo de simulação bastante elevado.

### B. Estudo de caso II: sistema IEEE-33 barras

Para os 4 casos de carga ZIP adotados para as análises e comparações de resultados, a Tabela X mostra o número de iterações e a Tabela XI mostra o tempo médio de simulação consumido pelos algoritmos para a solução do subsistema 1 do problema do fluxo de carga do sistema IEEE-33 barras.

Tabela X

Comparação de desempenho das formulações com os Casos de modelo de carga ZIP: resultados de número de iterações para o sistema IEEE-33 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	3	3	4
2	3	3	3
3	4	4	4
4	3	3	3

Tabela XI

Comparação de desempenho das formulações com os Casos de modelo de carga ZIP: resultados de tempo médio de processamento (*ms*) para o sistema IEEE-33 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	0,0538	2,3952	0,1778
2	0,0537	2,3476	0,1592
3	0,0723	3,0423	0,1796
4	0,0525	2,3379	0,1624

Com base nos resultados mostrados na Tabela X, pode-se observar novamente que os métodos MSP retangular e DLF expandido apresentam um desempenho semelhante ao MSP polar com ZIP, com os números diferentes de iterações para alguns casos de carga ZIP justificado pelo fato dos métodos de solução do subsistema 1 serem processos numéricos que podem percorrer caminhos diferentes entre o ponto inicial e o resultado final, conforme comentado anteriormente.

Analisando-se os resultados apresentados na Tabela XI, nota-se novamente que os tempos médios de processamento do método DLF expandido é maior que do MSP polar (cerca de 3 vezes maior), justificada pelo custo computacional para a fatoração de matrizes do DLF. Além disso, nota-se que os tempos médios de processamento do MSP versão retangular são novamente muito superiores aos do MSP polar (cerca de 43 vezes maior), justificada pelo fato da correção das tensões de barra no MSP retangular ser por solução numérica. Logo, conclui-se que as diferenças nos tempos de simulação entre o MSP polar e os métodos MSP retangular e DLF expandido se eleva com o número de barras da rede elétrica em estudo.

Ainda assim, pode-se constatar novamente a eficiência dos métodos MSP retangular e DLF expandido como opção para a solução do subsistema 1 de redes com modelo de carga ZIP.

### C. Estudo de caso III: sistema IEEE-69 barras

Para o sistema IEEE-69 barras, a Tabela XII apresenta o número de iterações e a Tabela XIII mostra o tempo médio de processamento para os 4 casos de carga ZIP adotados para as análises e comparações de resultados dos algoritmos para a solução do subsistema 1 do PFC objetos deste trabalho.

Analisando-se os resultados vistos na Tabela XII, pode-se constatar igualmente a semelhança de desempenhos entre os métodos DLF expandido e MSP polar e retangular com ZIP em relação ao critério do número de iterações, com análoga justificativa para as diferenças com base no fato dos métodos de solução serem processos numéricos que podem percorrer caminhos diferentes entre o ponto inicial e a solução final.

Com base nos resultados mostrados na Tabela XIII, tem-se novamente que os tempos médios de processamento do método DLF expandido é maior que do MSP polar (cerca de 3,3 vezes maior), justificada pelo tempo gasto na fatoração de matrizes do DLF, e que os tempos médios de simulação do MSP retangular são também muito superiores aos do MSP polar (cerca de 47 vezes maior), justificada pela correção do estado das tensões de barra no MSP versão retangular ser por solução numérica. Conclui-se novamente que as diferenças nos tempos de processamento entre o MSP versão polar e os métodos MSP retangular e DLF expandido com ZIP se eleva com o número de barras do sistema elétrico em estudo.

Assim, a opção de emprego dos métodos MSP retangular e DLF expandido para a solução do subsistema 1 de sistemas com modelo de carga ZIP é novamente verificada.

Tabela XII

Comparação de desempenho das formulações com os Casos de modelo de carga ZIP: resultados de número de iterações para o sistema IEEE-69 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	4	4	4
2	4	4	3
3	4	4	4
4	4	4	3

Tabela XIII

Comparação de desempenho das formulações com os Casos de modelo de carga ZIP: resultados de tempo médio de processamento (ms) para o sistema IEEE-69 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	0,1234	5,6771	0,4282
2	0,1232	5,6237	0,3940
3	0,1241	5,6674	0,4246
4	0,1238	5,5563	0,3933

### D. Estudo de caso IV: sistema IEEE-118 barras

Por fim, para o sistema IEEE-118 barras, a Tabela XIV mostra o número de iterações e a Tabela XV mostra o tempo médio de processamento considerando os 4 casos de carga ZIP adotados para as análises e comparações de resultados dos algoritmos na solução do subsistema 1 do PFC da rede.

Tabela XIV

Comparação de desempenho das formulações com os Casos de modelo de carga ZIP: resultados de número de iterações para o sistema IEEE-118 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	4	4	5
2	4	4	3
3	5	5	5
4	4	4	3

Tabela XV

Comparação de desempenho das formulações com os Casos de modelo de carga ZIP: resultados de tempo médio de processamento (ms) para o sistema IEEE-118 barras

Casos de carga ZIP	MSP polar	MSP retangular	DLF expandido
1	0,1989	10,8057	0,9563
2	0,1959	10,6244	0,8668
3	0,2461	12,5461	0,9665
4	0,1976	10,5194	0,8464

Analisando-se os resultados da Tabela XIV, verifica-se novamente a semelhança com relação ao número de iterações entre os métodos DLF expandido e MSP polar e retangular, com igual justificativa para as diferenças no fato dos métodos de solução serem apenas processos numéricos que percorrem caminhos diferentes entre o ponto inicial e a solução final.

Com base nos resultados mostrados na Tabela XV, tem-se também tempos médios de processamento do método DLF expandido maiores que os do MSP versão polar (cerca de 4,4 vezes maior), justificada pelo tempo gasto na fatoração de matrizes do DLF, e os tempos médios de simulação do MSP retangular também muito superiores aos do MSP polar (cerca de 53 vezes maior), justificada pela correção das tensões de barra no MSP versão retangular ser por solução numérica. Conclui-se novamente que os tempos de simulação distintos observado entre o MSP polar e os métodos MSP retangular e DLF expandido podem ser justificados com base na maior quantidade de barras do sistema em estudo, que potencializa o custo computacional do processo de solução do PFC.

Assim, novamente se justifica a opção dos métodos MSP retangular e DLF expandido para a solução do subsistema 1 do PFC de redes de distribuição com modelo de carga ZIP.

## V. CONCLUSÕES

Este trabalho de conclusão de curso objetivou desenvolver a formulação de dois métodos de solução do subsistema 1 do PFC de sistemas de distribuição, conhecidos de trabalhos de conclusão de curso anteriores, para incorporar o modelo de carga ZIP em seus algoritmos: o método MSP na versão em coordenadas retangulares e o método DLF expandido, bem como realizar testes com redes de distribuição conhecidas da literatura para a devida análise de resultados e comparações de desempenho com o MSP em sua versão em coordenadas polares com modelo de carga ZIP, cuja formulação é também conhecida de um outro trabalho de conclusão de curso.

Para a avaliação de casos, os algoritmos do MSP polar e as formulações desenvolvidas para o MSP retangular e DLF expandido com modelo de carga ZIP forma implementados e testes com os sistemas de 14, 33, 69 e 118 barras do IEEE

foram realizados, onde o sistema de 14 barras foi empregado adicionalmente para a verificação da precisão dos resultados.

O tempo médio de processamento e o número de iterações para a solução do subsistema 1 do PFC foram adotados como critérios para comparação de desempenho entre os métodos implementados, com o modelo ZIP das cargas dos sistemas em estudo traduzido por 4 casos de pesos de importância, que buscaram representar as cargas de forma uniformizada nos casos 1 a 3 estudados, e de forma mais generalista no caso 4.

Com base nos resultados de injeções líquidas de potência ativa e reativa obtidos na solução para o sistema de 14 barras modificado, pode-se observar que a precisão de cálculo dos algoritmos implementados neste trabalho se mostra bastante satisfatória em comparação aos dados esperados e conclui-se que a veracidade das formulações desenvolvidas foi atestada.

No geral, a comparação e a análise dos resultados obtidos nos estudos dos casos de carga ZIP com base no número de iterações demonstram que o desempenho das formulações desenvolvidas neste trabalho é bastante similar ao MSP polar e conclui-se que métodos MSP retangular e DLF expandido são eficientes para a solução do subsistema 1 de sistemas com modelo de carga ZIP e são opções válidas para estes estudos.

Com base nos resultados de tempos médios de simulação obtidos nos estudos dos casos de carga ZIP, observa-se que o desempenho entre os métodos MSP polar e retangular são bastante díspares e os valores comparativamente maiores do MSP retangular pode ser justificado pelo fato da correção do estado das tensões de barra precisar de solução numérica, o que causa um elevando custo computacional, enquanto que no MSP polar é por simples solução analítica. Em relação ao método DLF expandido, notou-se que seus tempos médios de processamento eram, em geral, maiores que os do MSP polar por algumas vezes, o que é justificado pelo fato do DLF expandido consistir de um método matricial que precisa da fatoração e inversão de matrizes. Outra justificativa pode ser acrescentada pelo fato do método DLF expandido apresentar a multiplicação de matrizes em seu processo iterativo, o que pode vir a demandar um maior tempo para cálculo, do que é necessário ao MSP executar seus processos de varredura.

Como vantagem do método DLF em relação aos métodos de varredura direta e inversa, pode-se mencionar que a matriz admitância nodal contempla toda a topologia da rede elétrica em estudo, tal que os métodos matriciais não dependem de como estão numerados as barras dos ramos da rede, ao passo que os métodos de varredura precisam de uma investigação dos ramos para renumerar as barras inicial e final dos ramos quando o sentido de correntes tenham se invertido, tal como na resolução de problemas de reconfigurações de redes.

Como temas de trabalhos futuros relacionados ao modelo de carga ZIP, os autores sugerem os estudos com os métodos desacoplados rápidos para incorporar o modelo ZIP em suas formulações e os efeitos na montagem das matrizes  $B'$  e  $B''$ .

## BIBLIOGRAFIA

- [1] MONTICELLI, Alcir, “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”, Edgar Blücher, São Paulo, 1983.
- [2] BRIGATTO, Gelson A. A., “Teoria do Problema do Fluxo de Carga - Material Didático”, 2023. Apostila da disciplina Tópicos em Sistemas Eletro-Eletrônicos, do Programa de Pós-Graduação da EMC/UFG.
- [3] BROADWATER, R. P. et al. “Power Flow Analysis of Unbalanced Multiphase Radial Distribution System”. *Electric Power System Research*, v. 14, 1988
- [4] SHIRMOHAMMADI, D. et al. “A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks”. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 753-762, 1988.
- [5] SANTOS, Sávio H., BRIGATTO, G. A. A., “Formulação Retangular do Método da Soma das Potências”, Trabalho de Conclusão de Curso, EMC/UFG, 2016.
- [6] TENG, Jen-Hao, "A direct approach for distribution system load flow solutions," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, no. 3, pp. 882-887, July 2003.
- [7] KREISHAN, M. Z., ZOBAA, A. F., "Allocation of Dump Load in Islanded Microgrid Using the Mixed-Integer Distributed Ant Colony Optimization," in *IEEE Systems Journal*, vol. 16, no. 2, pp. 2568-2579, June 2022.
- [8] MURARI, K., KAMALASADAN, S., "Graph-Based Power Flow Algorithm for Three-Phase Distribution Network Considering Regulators and Distributed Generations," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 58, no. 4, pp. 5409-5422, 2022.
- [9] PATEL, D. K., MANSANI, S., "Fast and Flexible Load Flow Solution for Balanced and Unbalanced Radial Distribution System", 4th International Conference on Energy, Power and Environment (ICEPE), 2022, pp. 1-6.
- [10] SILVA, Felipe M., BRIGATTO, G. A. A., “Formulação Alternativa para a Montagem da Matriz DLF do Método Proposto por Teng para o Cálculo do Problema do Fluxo de Carga de Redes de Distribuição”, Trabalho de Conclusão de Curso, EMC/UFG, 2023.
- [11] LIMA COSTA, Matheus. A., NEGRETE, Lina P. G., “Impactos da alta penetração de veículos elétricos em redes de distribuição de energia elétrica para diferentes modelos de carga”, Trabalho de Conclusão de Curso, EMC/UFG, 2023

