

Lucas de Jesus Batista Gonçalves

Desenvolvimento de um Reflectômetro/Vector Voltmeter de 6 Portas para um Vector Network Analyzer de Baixo Custo

Goiânia - GO

2024, v2.1



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC no 1240/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei no 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação disponibilizado no RI/UFG é de responsabilidade exclusiva dos autores. Ao encaminhar(em) o produto final, o(s) autor(a)(es)(as) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG)

Nome(s) completo(s) do(a)(s) autor(a)(es)(as): Lucas de Jesus Batista Gonçalves

Título do trabalho: Desenvolvimento de um Reflectômetro/Vector Voltmeter de 6 Portas para um Vector Network Analyzer de Baixo Custo

2. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador) Concorda com a liberação total do documento [x] SIM [] NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante: a) consulta ao(à)(s) autor(a)(es)(as) e ao(à) orientador(a); b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo do TCCG. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro.

Obs.: Este termo deve ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Alisson Assis Cardoso, Professor do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 16:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Lucas De Jesus Batista Gonçalves, Discente**, em 05/02/2024, às 08:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4321700** e o código CRC **B0177FE4**.

Referência: Processo nº 23070.054210/2023-94

SEI nº 4321700

Lucas de Jesus Batista Gonçalves

Desenvolvimento de um Reflectômetro/Vector Voltmeter de 6 Portas para um Vector Network Analyzer de Baixo Custo

Trabalho apresentado como parte das atividades para aprovação na disciplina de Projeto Final de Curso 2 do curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal de Goiás.

Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação

Orientador: Alisson Assis Cardoso

Goiânia - GO

2024, v2.1

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Gonçalves, Lucas De Jesus Batista
[manuscrito] / Lucas De Jesus Batista Gonçalves. - 2024.
72 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Alisson Assis Cardoso.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Engenharia da Computação, Goiânia, 2024.
Bibliografia. Apêndice.

Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Reflectômetro de 6 portas. 2. Vector Network Analyzer (VNA). 3. Caracterização. 4. Simplificação. 5. Baixo custo. I. Cardoso, Alisson Assis, orient. II. Título.

CDU 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ao(s) 2 dia(s) do mês de fevereiro do ano de 2024 iniciou-se a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “**Desenvolvimento de um Reflectômetro/Vector Voltmeter de 6 Portas para um Vector Network Analyzer de Baixo Custo**”, de autoria de **Lucas de Jesus Batista Gonçalves**, do curso de Engenharia de Computação, do(a) Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação da UFG. Os trabalhos foram instalados pelo(a) Prof. Dr. Álisson Assis Cardoso EMC UFG com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Prof. Dr. Igor Kopcak EMC UFG e do Prof. Dr. Flávio Henrique Teles Vieira EMC UFG. Após a apresentação, a banca examinadora realizou a arguição do(a) estudante. Posteriormente, de forma reservada, a Banca Examinadora atribuiu a nota final de **9,7**, tendo sido o TCC considerado **aprovado**.

Proclamados os resultados, os trabalhos foram encerrados e, para constar, lavrou-se a presente ata que segue assinada pelos Membros da Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Alisson Assis Cardoso, Professor do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 17:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Kopcak, Professor do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 17:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavio Henrique Teles Vieira, Professor do Magistério Superior**, em 02/02/2024, às 17:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4321707** e o código CRC **AECAB4A7**.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente a *Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação da Universidade Federal de Goiás*¹, por proporcionar esta oportunidade valiosa de exercer meu conhecimento e minhas habilidades adquiridas na área da Engenharia da Computação e contribuir para minha formação.

Os agradecimentos especiais são direcionados a minha família e amigos próximos, que me apoiaram ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Também ao meu orientador, que com sua paciência e dedicação no trabalho foram de suma importância durante todo o período.

¹ <<https://emc.ufg.br/>>

Resumo

No decorrer do projeto de circuitos de alta frequência, é comum a demanda por testes e caracterização de componentes, frequentemente recorrendo ao uso de analisadores de rede (VNAs). Neste contexto, o projeto em questão se dedica ao desenvolvimento de um reflectômetro de 6 portas, uma abordagem específica que simplifica o processo de análise de circuitos de uma única porta ao eliminar componentes complexos, como misturadores, filtros e detectores de fase comumente utilizados na construção de VNAs. Ao adotar leituras de potência em um sistema linear de 6 portas, não apenas a construção é simplificada, mas também a acessibilidade é ampliada, atendendo a uma variedade de usuários. Com este trabalho foi possível comprovar que é possível fornecer uma solução mais acessível ao reflectômetro, o qual, por sua vez, pode ser aplicado no desenvolvimento de analisadores de rede de múltiplas portas a um custo mais baixo, promovendo eficiência técnica e democratização do acesso à tecnologia de alta frequência.

Palavras-chaves: Reflectômetro de 6 portas, Vector Network Analyzer (VNA), Caracterização, Simplificação, Baixo custo

Abstract

Throughout high-frequency circuit design procedure, there is often a demand for testing and characterization of components, frequently resorting to the use of network analyzers (VNAs). In this context, the project at hand is dedicated to the development of a 6-port reflectometer, an approach that simplifies the circuit analysis process from a single-port perspective by eliminating complex components such as mixers, filters, and phase detectors commonly used in VNA construction. By adopting power readings in a linear 6-port system, not only is construction simplified, but accessibility is also expanded, catering to a variety of users. This work has demonstrated the feasibility of providing a more accessible solution for the reflectometer, which, in turn, can be applied in the development of multi-port network analyzers at a lower cost, promoting technical efficiency and democratizing access to high-frequency technology.

Keywords: 6-port reflectometer, Vector Network Analyzer (VNA), Characterization, Simplification, Low cost

Lista de ilustrações

Figura 1 – Ondas de potência em um dispositivo de 1 porta	18
Figura 2 – Ondas de potência em um dispositivo de 2 portas	19
Figura 3 – Reflectômetro de 6 portas	20
Figura 4 – Triangulação do coeficiente de reflexão no plano complexo	22
Figura 5 – Arquitetura do reflectômetro	25
Figura 6 – Diodos de ponto de contato de J. C. Bose	26
Figura 7 – Curva de Corrente vs Tensão diodo	27
Figura 8 – Modelo do detector	28
Figura 9 – Semiciclo negativo, carga de C_1 , descarga de C_2	29
Figura 10 – Semiciclo positivo, carga de C_2 , descarga de C_1	30
Figura 11 – Comportamento do detector no tempo	30
Figura 12 – Comparação da resposta do modelo vs simulação	32
Figura 13 – Acoplador direcional	33
Figura 14 – Sinal de diretividade indesejado	34
Figura 15 – Ponte de Wheatstone	37
Figura 16 – Equivalente de Thevenin	37
Figura 17 – Ponte de Wheatstone, excitação em P_1 correntes de malha	40
Figura 18 – Ponte de Wheatstone, excitação em P_3	43
Figura 19 – Implementação do acoplador	46
Figura 20 – Acoplamento	46
Figura 21 – Perda por inserção	47
Figura 22 – Diretividade	47
Figura 23 – Seção de linha de transmissão	49
Figura 24 – Deslocador de fase e pontos de medição	51
Figura 25 – Aproximação discreta de linha de transmissão	52
Figura 26 – Seção de linha de transmissão aproximada	53
Figura 27 – Transmissão e retorno	54
Figura 28 – Resposta de fase	54
Figura 29 – Modelo final proposto	55
Figura 30 – Modelo conceitual proposto	57
Figura 31 – Modelo de linha de transmissão em elementos distribuídos	66

Lista de tabelas

Tabela 1 – Componentes	31
Tabela 2 – Constantes de desempenho	32
Tabela 3 – Valores dos resistores	48
Tabela 4 – Critérios de desempenho para $k = 1$	48
Tabela 5 – Valores dos dos componentes - Seção aproximada	53

Lista de abreviaturas e siglas

UFG	Universidade Federal de Goiás
EMC	Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
VNA	Vector Network Analyzer
DC	<i>Direct current</i> - Corrente contínua
AC	<i>Alternate current</i> - Corrente alternada

Sumário

	Introdução	14
0.1	Estrutura do trabalho	14
I	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
1	PARÂMETROS S E ONDAS DE POTÊNCIA	17
1.1	Linhas de transmissão	17
1.2	Parâmetros S	17
1.2.1	Dispositivos de 1 porta	17
1.2.2	Dispositivos de 2 Portas ou mais portas	18
2	O REFLECTÔMETRO DE 6 PORTAS	20
2.1	Teoria de operação	20
2.1.1	Expansão matemática	22
II	BLOCOS FUNCIONAIS E IMPLEMENTAÇÃO	24
3	O REFLECTÔMETRO	25
4	O DETECTOR	26
4.1	Um pouco de história	26
4.2	Análise do diodo	27
4.2.1	Equação de Shockley e sinais senoidais	27
4.3	Concepção do detector	28
4.3.1	Princípio de operação	29
4.3.2	Análise	30
4.3.2.1	Validação experimental	31
5	O ACOPLADOR DIRECIONAL	33
5.1	Critérios de desempenho	33
5.2	Análise da arquitetura	36
5.2.1	S_{12} , S_{22} e S_{32} do acoplador resistivo	37
5.2.2	S_{11} , S_{13} do acoplador resistivo	40
5.2.3	S_{33} do acoplador resistivo	43
5.2.4	Matriz S e Parâmetros De Desempenho	44
5.3	Implementação	45

5.3.1	Escolha de componentes	47
6	O DESLOCADOR DE FASE	49
6.1	Linha de transmissão	49
6.2	Relação teórica	50
6.3	Componentes discretos	52
6.3.0.1	Comparando termos	53
6.4	Implementação	53
7	ESTRUTURA FINAL DO REFLECTÔMETRO	55
III	ANÁLISE E ESTUDO DE OPERAÇÃO	56
8	INTRODUÇÃO	57
8.1	O problema	57
8.2	Proposta	57
8.3	Icôgnitas do Reflectômetro	58
8.3.1	Determinação de C_i	58
8.3.2	Determinação de q_i	59
8.4	Equacionamento Geral	60
IV	CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
9	PANORAMA	63
9.1	Dificuldades enfrentadas	63
9.2	Aprendizados Obtidos	63
9.3	Desenvolvimentos futuros	64
10	CONCLUSÃO	65
A	EQUAÇÃO DO TELÉGRAFO	66
	REFERÊNCIAS	70

Introdução

No decorrer do projeto de circuitos em alta frequência, é comum a demanda por testes e caracterização de componentes, frequentemente recorrendo ao uso da análise vetorial de redes por meio de um VNA (Vector Network Analyzer). Entretanto, o custo e a complexidade inerentes envolvidos em soluções disponíveis no mercado podem representar obstáculos para estudantes, universidades e entusiastas. Sob esta ótica, este trabalho procura uma abordagem alternativa quando a necessidade requiere a caracterização de dispositivos de apenas uma porta: *a reflectometria de 6 portas*.

A reflectometria de 6 portas é uma técnica utilizada majoritariamente em circuitos de alta frequência. Ela permite medir tanto a razão quanto a diferença de fase entre dois sinais eletromagnéticos. O dispositivo utilizado ganha o nome de *Reflectômetro*, pois uma das principais aplicações deste dispositivo é na medida do chamado coeficiente de reflexão complexo de um dado dispositivo em teste (DUT). Dada a natureza complexa desse coeficiente, é possível extrair informações tanto de amplitude quanto de fase.

Uma das vantagens notáveis da reflectometria de 6 portas em comparação com um sistema tradicional é a sua ênfase na simplicidade da técnica e nos requisitos mais acessíveis. Enquanto a técnica de 6 portas demanda apenas informações de amplitude em quatro pontos distintos em um sistema linear para correlacionar amplitude e fase, os sistemas tradicionais apresentam complexidades adicionais. Isso inclui a utilização de mixers, geradores de sinais de referência interna com fase controlada por PLLs e altas taxas de amostragem para o processamento dos sinais, resultando em um aumento significativo tanto no custo quanto na complexidade associados à implementação de um reflectômetro.

0.1 Estrutura do trabalho

Para uma melhor compreensão deste trabalho, deve-se atentar a algumas seções importantes durante sua leitura:

Fundamentação teórica Trata sobre os parâmetros S (motivação, fundamentação matemática, etc), bem como apresenta o modelo genérico para um reflectômetro de 6 portas.

Blocos funcionais e Implementação Aqui trabalha-se detalhadamente cada bloco funcional que compõe o reflectômetro desenvolvido: Os detectores de potência, o acoplador direcional e as linhas de mudança de fase. Cada bloco contém trechos de explicação, análise e comparação de resultados obtidos por meio de simulação, as

quais foram feitas por meio do programa de simulação QucsStudio ([MARGRAF, 2023](#)).

Apêndices Trabalham o desenvolvimento matemático mais detalhado de pontos importantes.

Parte I

Fundamentação Teórica

1 Parâmetros S e Ondas de potência

É sabido que componentes ou sistemas eletrônicos lineares ou não lineares que operem com sinais suficientemente pequenos podem ser aproximados por uma resposta linear. Uma maneira conveniente consiste em tratar o dispositivo em análise como uma caixa preta, caracterizando-o por parâmetros obtidos de leituras feitas nos terminais (ou portas). Uma vez que a representação paramétrica seja determinada, podemos determinar seu comportamento em qualquer ambiente, independentemente do conteúdo interno. Sobre esta ótica, pode-se realizar a caracterização em termos dos chamados *Parâmetros S*. Trata-se de uma representação de dispositivos muito importante no projeto de sistemas de radiofrequência. Conceitualmente simples e analiticamente conveniente, tem-se um processo de mensuração e análise menos oneroso, o que facilita o trabalho em sistemas que operam em frequências elevadas, como na faixa das microondas.

1.1 Linhas de transmissão

A base do entendimento dos parâmetros S se inicia na fundamentação do funcionamento das linhas de transmissão. Uma linha de transmissão é um cabo especializado ou outra estrutura projetada para conduzir ondas eletromagnéticas de maneira contida. Análise envolvendo linhas de transmissão aplicam-se quando os condutores são longos o suficiente em relação ao comprimento de onda do sinal transmitido para que a natureza ondulatória da transmissão deva ser levada em consideração, tal como ocorre na análise de sistemas de radiofrequência.

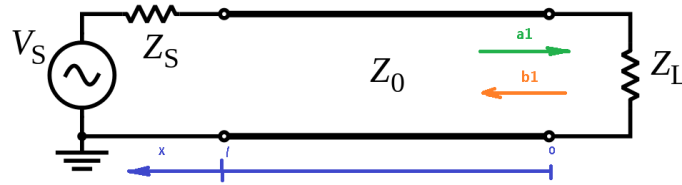
Uma linha de transmissão genérica pode ser modelada no que é conhecido como **Equações do telégrafo** (Apêndice A), cujas soluções permitem a representação das grandezas elétricas (tensões e correntes) ao longo de toda sua extensão em termos de novas variáveis conceituais, que representam o sinal que caminha no sentido direto do sentido de transmissão e no sentido reverso. Estas variáveis ondulatórias também são conhecidas como *Ondas de potência*.

1.2 Parâmetros S

1.2.1 Dispositivos de 1 porta

Um dispositivo de 1 porta genérico pode ser representado por uma impedância complexa, denominada Z_L . Pode-se definir seu parâmetro S como a relação entre o sinal que sai deste dispositivo em relação ao que entra.

Figura 1 – Ondas de potência em um dispositivo de 1 porta



Fonte: elaborado pelo autor (2023)

$$\begin{aligned}
 b_1 &= S_{11} \cdot a_1 \\
 \therefore S_{11} &= \frac{b_1}{a_1}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

S_{11} também é conhecido por coeficiente de reflexão, que é por vezes representado isoladamente pela letra grega Γ . Por meio das equações (A.11) disponível no Apêndice A, é possível escrever:

$$\begin{aligned}
 Z(x) &= \frac{V(x)}{I(x)} \\
 &= \frac{\sqrt{Z_0}(ae^{-\gamma x} + be^{\gamma x})}{\frac{1}{\sqrt{Z_0}}(ae^{-\gamma x} - be^{\gamma x})} \quad \therefore Z(x) = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{2\gamma x}}{1 - \Gamma e^{2\gamma x}}
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Manipulando a equação (1.2), pode-se escrever:

$$\Gamma(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0} e^{-2\gamma x} \tag{1.3}$$

Aplicando as condições iniciais para $x = 0$, ou seja na porta onde se encontra a carga:

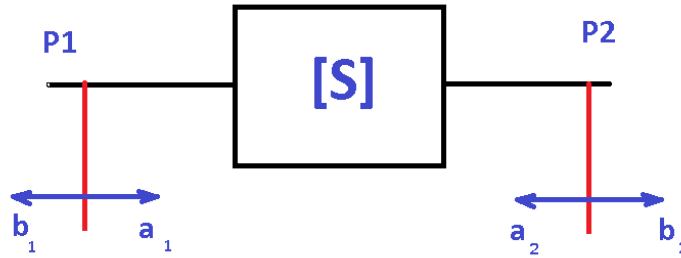
$$\Gamma(x = 0) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \tag{1.4}$$

Pode-se então concluir que se as impedâncias forem "casadas", isto é $Z_L = Z_0$, onde o coeficiente de reflexão Γ é nulo, é possível deduzir que toda a potência disponível é absorvida pelo dispositivo.

1.2.2 Dispositivos de 2 Portas ou mais portas

Extendendo-se o conceito aplicado a dispositivos de 1 porta, uma relação entre os sinais que saem e os sinais que entram em cada porta de um dispositivo de múltiplas portas pode ser descrita (POZAR, 2011):

Figura 2 – Ondas de potência em um dispositivo de 2 portas



Fonte: elaborado pelo autor (2023)

De maneira genérica, para um dispositivo de N portas podemos então escrever:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Para a matriz de transformação dos termos a para os termos b se dá o nome de matriz S. Os elementos de tal matriz são compostos de valores complexos, que podem variar de acordo com a frequência. Tal matriz, possui características únicas, dentre elas:

Conservação de potência Em um sistema sem perdas, o somatório das potências que entram e das potências que saem do sistema se iguala a zero. Matematicamente, isto pode ser expresso como $\det(S) = 1$

Reciprocidade Em sistemas sem perdas, a matriz S é simétrica, isto é $S_{ij} = S_{ji}$

Estabilidade Em um sistema estável, cada termo da matriz S deve ser menor ou igual a

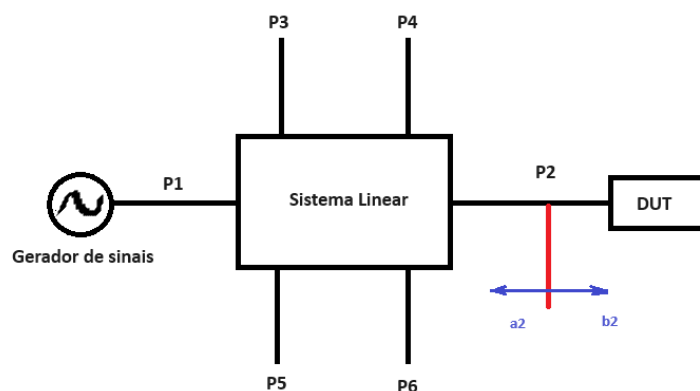
2 O Reflectômetro de 6 portas

Em meados de 1977 houve o surgimento oficial da técnica das 6 portas, com os trabalhos pioneiros de Hoer (1975) e Engen (1977). Tais estudos unificaram ideias parcialmente desenvolvidas anteriormente, representando um primeiro compêndio sobre esta técnica de análise de redes. A partir de então houve um grande avanço no desenvolvimento da técnica, uma vez que com sua configuração única, permite medições simultâneas de parâmetros distintos de forma simplificada, proporcionando uma precisão notável em ambientes como comunicações sem fio, radares e sistemas de comunicação via satélite. Sua versatilidade abrange sinais estreitos e amplos, tornando-a uma ferramenta valiosa. Apesar dos desafios relacionados à calibração e complexidade, a pesquisa contínua busca superar tais obstáculos, aprimorando constantemente essa técnica e expandindo suas aplicações na área.

2.1 Teoria de operação

Um reflectômetro de 6 portas é formado por um sistema linear composto por 6 pontos ou portas. Para uma representação matemática coerente, atribuímos números às portas de 1 a 6 (Figura 3).

Figura 3 – Reflectômetro de 6 portas



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Por exemplo, ao designar as portas 1 e 2 como pontos de conexão para o gerador de sinais e o dispositivo em teste, as portas 3, 4, 5 e 6 se tornam os locais de leitura do dispositivo. Uma vez que o reflectômetro opera como um sistema linear, é possível expressar as equações das componentes nos detectores como uma combinação linear das

ondas incidentes e refletidas na porta de conexão do dispositivo (HOER, 1975):

$$b_i = A_i a_2 + B_i b_2 \quad i = 3, 4, 5, 6 \quad (2.1)$$

Tendo como base a relação definida no Apêndice A em relação às ondas de potência, podemos calcular as potências lidas como:

$$\begin{aligned} P_i &= |b_i|^2 \\ &= |A_i a_2 + B_i b_2|^2 \quad i = 3, 4, 5 \text{ e } 6 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Sob a perspectiva do dispositivo em análise, a expressão para o coeficiente de reflexão é $\Gamma = \frac{a_2}{b_2}$. A tarefa consiste em estabelecer uma relação entre os coeficientes e os valores escalares obtidos nos detectores. De maneira geral, observa-se a possibilidade de simplificar significativamente as equações com a implementação de um sistema linear mais restritivo. Isto é possível permitindo que, por exemplo, a potência do detector da porta 3 seja expressa unicamente em termos da onda incidente no dispositivo, ou seja, $b_3 = B_3 b_2$. Assim:

$$\begin{aligned} \frac{P_i}{P_3} &= \frac{|A_i a_2 + B_i b_2|^2}{|B_3 b_2|^2} \\ &= \left| \frac{A_i}{B_3} \right|^2 \left| \Gamma + \frac{B_i}{A_i} \right|^2 \end{aligned}$$

Dessa forma, é possível estabelecer um sistema de equações que relaciona as potências medidas e o coeficiente de reflexão a ser determinado:

$$\therefore \frac{P_i}{P_3} = C_i |\Gamma - q_i|^2 \quad i = 4, 5 \text{ e } 6 \quad (2.3)$$

Onde:

P_i Potência lida nos detectores 4, 5 e 6

P_3 Potência lida no detector 3

C_i Constante real positiva. Equivalente à $\left| \frac{A_i}{B_3} \right|^2$

q_i Constante complexa. Equivalente à $-\frac{B_i}{A_i}$

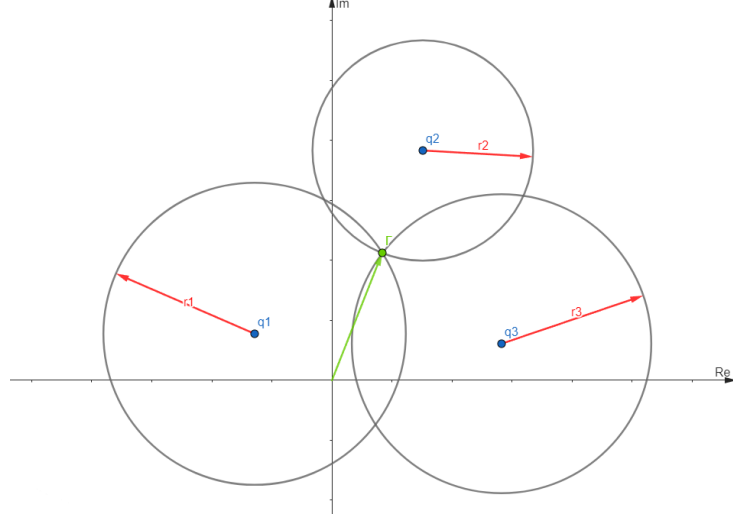
Γ Coeficiente de reflexão

Uma vez que P_i , P_3 e C_i são valores reais positivos, Podemos escrever a equação (2.3) como :

$$r_i = |\Gamma - q_i| \quad r_i = \sqrt{\frac{1}{C_i} \frac{P_i}{P_3}} \quad (2.4)$$

Assim é possível mapear o coeficiente de reflexão Γ como o ponto de intersecção de três circunferências de raio r_i e centros em q_i situadas no plano complexo (BILIK, 2012):

Figura 4 – Triangulação do coeficiente de reflexão no plano complexo



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

2.1.1 Expansão matemática

De modo a conseguir uma medida do coeficiente de reflexão de uma carga conectada ao reflectômetro, deve-se portanto resolver o sistema de equações representado por (2.3). Expandindo a equação, temos:

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{P_i}{P_3} &= C_i |\Gamma - q_i|^2 = C_i (\Gamma - q_i) \cdot (\Gamma - q_i)^* \\
 &= C_i (\Gamma - q_i) (\Gamma^* - q_i^*) \\
 &= C_i (|\Gamma|^2 - 2(\Gamma q_i^* + \Gamma^* q_i) + |q_i|^2) \\
 &= C_i (|\Gamma|^2 - 2[\Gamma q_i^* + (\Gamma q_i^*)^*] + |q_i|^2) \\
 &= C_i (|\Gamma|^2 - 2 \operatorname{Re}\{\Gamma q_i^*\} + |q_i|^2)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Sendo que * denota uma operação de complexo conjugado. Uma vez que o coeficiente de reflexão e os centros q_i são valores complexos, podemos então denotar $\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta}$ e $q_i = |q_i| e^{j\phi_i}$. Temos então que $q_i^* = |q_i| e^{-j\phi_i}$, o que implica em:

$$\begin{aligned}
\therefore \frac{P_i}{P_3} &= C_i(|\Gamma|^2 - 2 \operatorname{Re}\{\Gamma q_i^*\} + |q_i|^2) \\
&= C_i(|\Gamma|^2 - 2 \operatorname{Re}\{|\Gamma| e^{j\theta} |q_i| \cdot e^{-j\phi_i}\} + |q_i|^2) \\
&= C_i(|\Gamma|^2 - 2|\Gamma| |q_i| \cos(\theta - \phi_i) + |q_i|^2)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\therefore \frac{P_i}{P_3} = C_i(|\Gamma|^2 - 2|\Gamma| |q_i| (\cos(\theta) \cos(\phi_i) + \sin(\theta) \sin(\phi_i)) + |q_i|^2)$$

Em uma análise mais minuciosa, percebe-se que é possível transcrever este desenvolvimento um sistema de equações em formato matricial para $i = 4, 5$ e 6 :

$$\frac{1}{P_3} \begin{bmatrix} \frac{1}{C_4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2|q_4| \cos(\phi_4) & -2|q_4| \sin(\phi_4) \\ 1 & -2|q_5| \cos(\phi_5) & -2|q_5| \sin(\phi_5) \\ 1 & -2|q_6| \cos(\phi_6) & -2|q_6| \sin(\phi_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\Gamma|^2 \\ |\Gamma| \cos(\theta) \\ |\Gamma| \sin(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} |q_4|^2 \\ |q_5|^2 \\ |q_6|^2 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Neste formato, têm-se grande vantagem uma vez que é possível utilizar das ferramentas disponíveis pela álgebra linear. Conforme veremos, este desenvolvimento será central na análise dos dados capturadas pelo dispositivo, uma vez que permite relacionar o coeficiente de reflexão conectado ao reflectômetro com as leituras efetuadas nas portas P3, P4, P5 e P6.

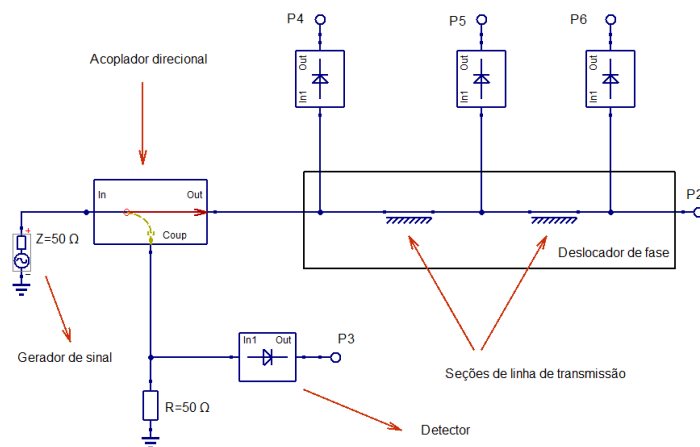
Parte II

Blocos funcionais e Implementação

3 O reflectômetro

Com base na análise teórica apresentada no capítulo anterior sobre o reflectômetro ideal, propõe-se agora uma implementação prática visando alcançar um comportamento coerente. A ideia central é realizar a leitura de um dos detectores como uma combinação linear exclusiva da onda de potência incidente no dispositivo a ser caracterizado, utilizando um acoplador direcional (WIEDMANN et al., 1997). Além disso, os centros de medida q_i podem ser construídos por meio de deslocamentos de fase obtidos através de leituras ao longo de uma transmissão (WILLIAMS, 1989). Os detectores podem ser implementados de diversas formas, entretanto utilizou-se a forma utilizada em circuitos dobradores de tensão. Dessa forma, a estrutura do reflectômetro proposto se configura conforme descrito:

Figura 5 – Arquitetura do reflectômetro



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

O reflectômetro é formado por:

Acoplador direcional Dispositivo que acopla parte do sinal de entrada na porta acoplada. Possui o papel de providenciar a simplificação matemática.

Detectores Dispositivo que tem o papel de quantificar a amplitude do sinal em termos de uma tensão de saída DC.

Deslocador de fase Dispositivo que realiza a implementação dos pontos q_i por meio de deslocamentos de fase. Pode ser implementado com seções de linha de transmissão.

Nas seções subsequentes, serão apresentadas explicações mais detalhadas sobre cada bloco, incluindo análises e concepção de valores.

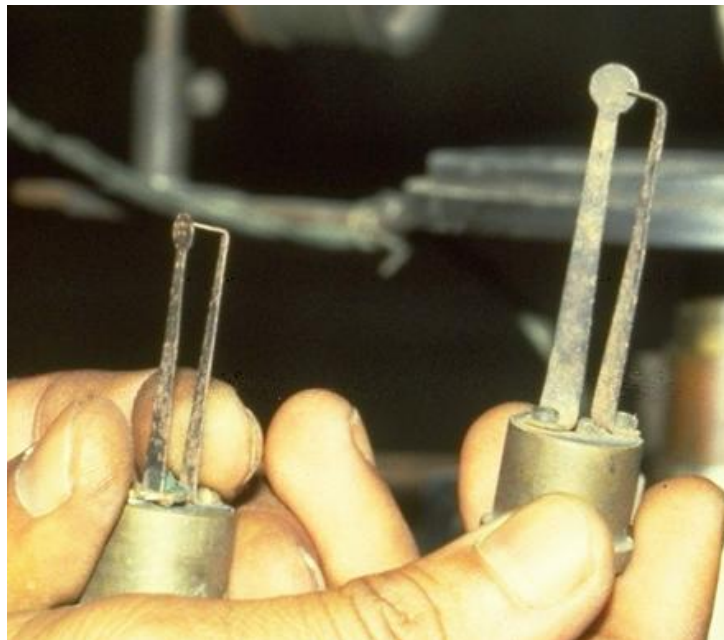
4 O Detector

Apesar da existência de técnicas mais precisas de medida, como o uso de bolômetros e técnicas indiretas, não seria presunçoso dizer que os detectores baseados em diodos desempenham um papel crucial nesse cenário. São dispositivos com poucos componentes, relativamente robustos, capazes de traduzir a amplitude de um sinal em corrente alternada para um nível de tensão em corrente contínua com uma elevada largura de banda e sua leitura pode ser facilmente processada por microcontrolador simples, o que torna o sistema de 6 portas uma opção mais viável e eficiente para muitas aplicações.

4.1 Um pouco de história

A origem dos detectores de potência baseados em junção semicondutora remonta ao início dos primeiros estudos relacionados à radiofrequência. Em meados de 1894, logo após os avanços de H. Hertz, J.C. Bose já realizava experimentos com sinais de rádio em torno dos 60 GHz. Este feito ganha destaque por ter sido alcançado em uma época em que o entendimento sobre rádio e radiação eletromagnética era limitado, sendo notável mesmo nos dias atuais.

Figura 6 – Diodos de ponto de contato de J. C. Bose



Fonte: National Radio Astronomy Laboratory

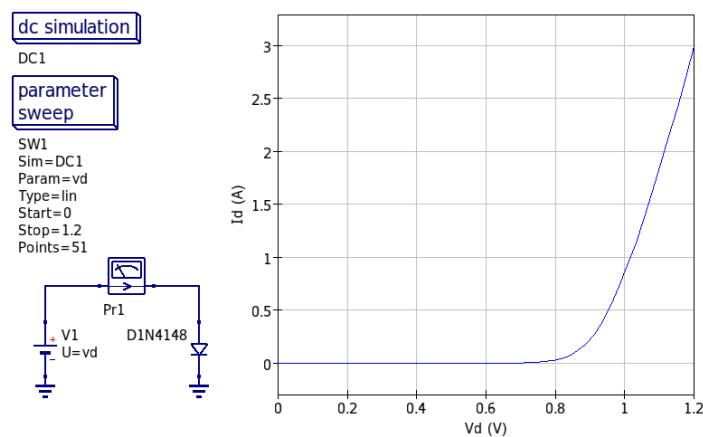
Durante a Segunda Guerra Mundial, a comunicação sem fio desempenhou um papel crucial nas operações militares. Nesta época, diodos de ponto de contato feitos de

germânio eram a única forma de se detectar sinais de altíssimas frequências nos radares que operavam na faixa das microondas, devido sua baixa capacitância de contato e baixa atenuação do sinal.

4.2 Análise do diodo

O diodo semicondutor, caracterizado pela capacidade de favorecer a condução da corrente elétrica em um determinado sentido, revela-se fundamental em diversos contextos. Quando polarizado diretamente, o diodo assume um estado de condução, apresentando baixa impedância. Em contrapartida, sob polarização reversa, a situação se inverte. Para facilitar a compreensão dessa não linearidade, é possível observar o fenômeno por meio da curva de resposta de corrente em função da tensão aplicada em um diodo semicondutor típico (Figura 7).

Figura 7 – Curva de Corrente vs Tensão diodo



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Devido à natureza não linear dos diodos semicondutores, é reconhecido que a passagem de um sinal em corrente alternada gera diversos componentes harmônicos em relação ao sinal original. Esse efeito pode ser explorado de várias maneiras. A atenção na medição de um detector de potência/amplitudes concentra-se na componente contínua (DC) desse sinal transformado, pois ela correlaciona a amplitude do sinal original de frequência elevada a um sinal contínuo.

4.2.1 Equação de Shockley e sinais senoidais

Com a finalidade de facilitar o trabalho matemático, escolheu-se utilizar o modelo exponencial que representa a resposta de um diodo, também conhecido como equação de

Shockley da seguinte forma:

$$i_J = I_s \left(e^{\frac{v_J}{nV_t}} - 1 \right) \quad (4.1)$$

Onde:

i_J é a corrente que passa pela junção do diodo

I_s é a corrente de saturação reversa

v_J é a tensão na junção do diodo

n é o fator de idealidade (entre 1 e 2 para diodos de silício)

V_t é a tensão térmica, aproximadamente $\frac{k \cdot T}{q}$

k é a constante de Boltzmann

T é a temperatura absoluta em kelvins

q é a carga do elétron

A abordagem inicial visava derivar a resposta do sinal oscilatório por meio da expansão em série da fórmula de Shockley, isolando, assim, a componente DC presente no sinal. Na literatura, encontramos uma equação amplamente utilizada para representar a componente contínua da corrente que flui no diodo em função da tensão alternada aplicada sobre o mesmo ([Analog RF IntgCks, 2015](#)):

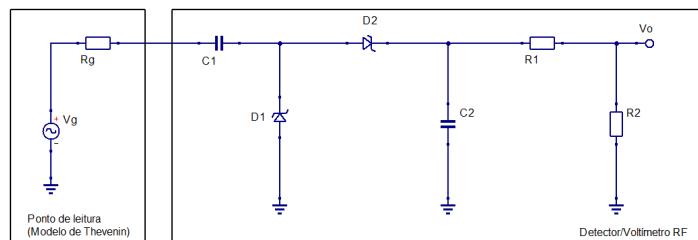
$$i_{d_{par}} = \frac{I_s}{4} \left(\frac{A}{nV_t} \right)^2 \quad (4.2)$$

Entretanto, resultados de simulação indicaram inconsistências nos valores obtidos, sugerindo que a análise matemática de outros autores não representava adequadamente os fenômenos observados em simulação. Isso dificultava a análise e escolha apropriada de valores para os demais componentes do detector.

4.3 Concepção do detector

Para o circuito detector, propôs-se o seguinte modelo:

Figura 8 – Modelo do detector



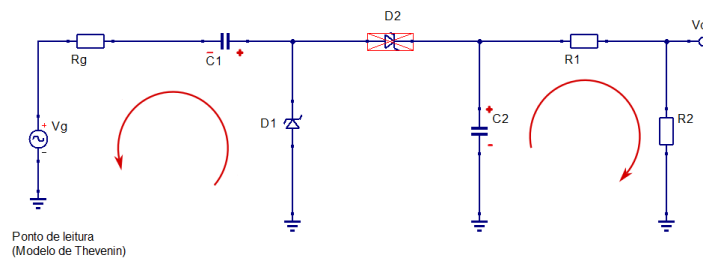
Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Na representação do circuito na figura, é utilizado o modelo equivalente de Thevenin para representar o ponto de medição em que o detector está conectado. Este circuito é comumente conhecido como um detector de pico dobrador de tensão, pois a tensão de saída tende a ser aproximadamente o dobro do valor de entrada. A escolha desta arquitetura se justifica pelo fato de que os sinais medidos são de pequena amplitude. Utilizar um detector tradicional resultaria em uma perda de faixa dinâmica de medida, a qual normalmente se situa entre 0 e 5V na maioria dos microcontroladores.

4.3.1 Princípio de operação

A operação do circuito segue o seguinte processo: durante o semiciclo negativo da tensão de entrada, observamos que o diodo D_1 está polarizado diretamente, enquanto D_2 está polarizado reversamente. Esse cenário propicia o carregamento do capacitor C_1 até que sua tensão atinja aproximadamente o valor de V_g . Enquanto isso, a tensão na saída é mantida por meio da carga previamente armazenada em C_2 (Figura 9).

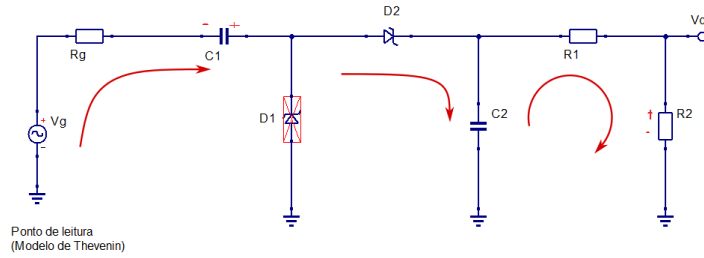
Figura 9 – Semiciclo negativo, carga de C_1 , descarga de C_2



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Nos semiciclos positivos de V_g , a situação é invertida: D_2 passa a ser polarizado diretamente, enquanto D_1 torna-se reversamente polarizado. Esse ciclo promove a transferência de cargas elétricas por meio de D_2 , as quais carregam o capacitor C_2 com um valor equivalente à tensão previamente armazenada em C_1 , configurado em série com V_g . Esse arranjo resulta no efeito de dobrar a tensão na saída, obtida por meio do processo de descarga de C_2 através do divisor de tensão formado por R_1 e R_2 .

Figura 10 – Semiciclo positivo, carga de C_2 , descarga de C_1

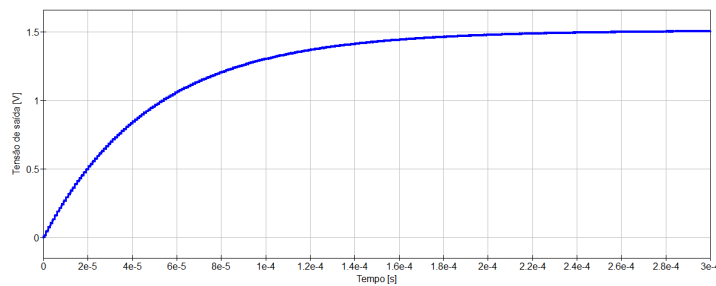


Fonte: elaborado pelo autor (2024)

4.3.2 Análise

Para o estudo do detector, inicialmente, buscou-se uma abordagem matemática direta, concentrando-se na expansão harmônica via o diodo semicondutor. No entanto, a não-linearidade intrínseca do dispositivo apresentou desafios substanciais, dificultando uma análise direta quando operando o dispositivo em conjunto a outros componentes. Após tentativas infrutíferas, optou-se por uma abordagem empírica que permitisse derivar equações para o comportamento global do detector, permitindo estabelecer critérios de desempenho em função dos valores dos componentes (que não os diodos). A motivação pode ser exemplificada pelo gráfico da resposta da saída do detector no tempo para uma entrada oscilatória de amplitude constante de 1V de pico a uma frequência de 1MHz:

Figura 11 – Comportamento do detector no tempo



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Pode-se perceber que a resposta no tempo do detector é muito semelhante à resposta de um sistema de primeira ordem, diferenciando-se apenas pela presença de um sinal ondulatório sobreposto. Nesta situação a função de transferência para o detector pode ser escrita de maneira aproximada como:

$$H(s) = \frac{K}{s + a} \tag{4.3}$$

Neste caso, a resposta a um degrau de amplitude A , correspondente à entrada oscilatória do detector resultaria em:

$$Y(s) = H(s) \cdot \frac{A}{s} = \frac{KA}{s(s+a)}$$

$$\therefore Y(s) = \frac{KA}{a} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a} \right)$$

O qual apresenta solução do domínio do tempo:

$$y(t) = \frac{KA}{a} (1 - e^{-a \cdot t}) u(t)$$

Assim, nos é possível inferir que a resposta do sistema pode ser caracterizada por apenas dois valores: K e a . Conforme conhecido da análise de sistemas lineares, o tempo de estabilização de um sistema de primeira ordem, a 2% do valor final pode ser dado por:

$$T_s = \frac{\ln(50)}{a} \approx \frac{3.91}{a} \quad (4.4)$$

$$\therefore a \approx \frac{3.91}{T_s}$$

Observando que o valor estacionário, isto é $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \frac{KA}{a}$, e tendo em posse o valor de a , é possível calcular K . De forma empírica, escolheu-se os seguintes valores de componentes:

Tabela 1 – Componentes

	R_1	R_2	C_1	C_2
<i>Valores</i>	10 k Ω	470 k Ω	1 nF	47 nF

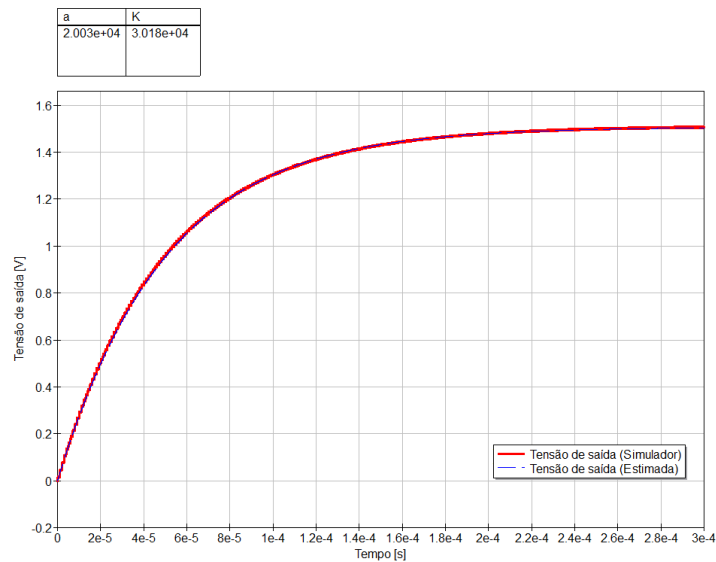
4.3.2.1 Validação experimental

De modo a entender a confiabilidade do desenvolvimento utilizado, apelou-se para a validação experimental por meio do programa de simulação QucsStudio (MARGRAF, 2023), confrontando dados coletados por meio da simulação cujos diodos foram dados pelo modelo 1n5822 schottky. Conforme apresentado, por meio do tempo de subida e do valor estabilizado, chegou-se nos seguintes valores para o sistema de primeira ordem, medidos para uma entrada de 1 V de amplitude a uma frequência de 1MHz, como uma resistência equivalente de 50 Ω :

Tabela 2 – Constantes de desempenho

<i>Parâmetros</i>	<i>K</i>	<i>a</i>
<i>Valores</i>	$3,018 \cdot 10^4$	$2,003 \cdot 10^4$

Figura 12 – Comparação da resposta do modelo vs simulação



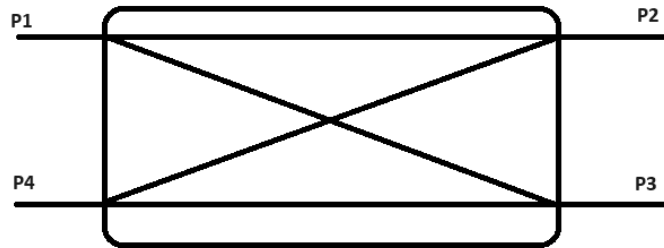
Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Conforme mostrado na Figura (Figura 12), o modelo de primeira ordem demonstra uma boa representação da resposta do detector. É importante observar que essas constantes podem variar com base nos valores selecionados para os componentes do circuito, assim como na frequência e resistência equivalente do ponto de medição. Por essa razão, optou-se por realizar uma análise preliminar estacionária, uma vez que o processo de análise matemático se mostrou infrutífero em função da não linearidade introduzida pelos diodos.

5 O acoplador direcional

Trata-se de um dispositivo simples, com um único objetivo: Dividir um sinal de entrada entre duas portas, separando as componentes incidentes das componentes refletidas.

Figura 13 – Acoplador direcional



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Temos três pontos de conexão fundamentais:

1. Porta de entrada - **P1**
2. Porta de transmissão - **P2**
3. Porta acoplada - **P3**
4. Porta de isolada - **P4**

No reflectômetro, utilizou-se da porta acoplada como ponto de medida indireta da potência fornecida pelo gerador de sinais de forma desacoplada da saída. Desta forma, consegue-se obter uma saída de acordo com a [Teoría de Operação](#) (Cap. 3).

5.1 Critérios de desempenho

Como acoplador direcional, é possível definir alguns critérios de desempenho em termos de leituras de potência realizadas em cada porta ou em termos dos parâmetros S que caracterizam o dispositivo:

Acoplamento Representa a quantia disponível de potência na porta acoplada em relação a quantia disponibilizada na porta de entrada.

$$\begin{aligned}
 C &= -10 \log\left(\frac{P_3}{P_1}\right) \\
 &= -20 \log(|S_{31}|)
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Isolamento Representa o quanto da potência temos disponível na porta de isolada em relação a porta de entrada.

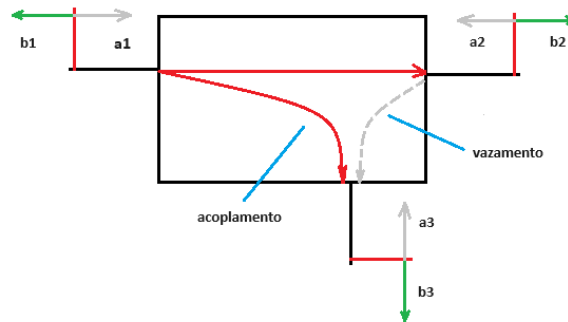
$$\begin{aligned} I_{sol} &= -10 \log\left(\frac{P_4}{P_1}\right) \\ &= -20 \log(|S_{41}|) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Perca por inserção Representa a quantia de potência disponível na porta de transmissão em relação à potência disponibilizada na porta de entrada.

$$\begin{aligned} I_{loss} &= -10 \log\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \\ &= -20 \log(|S_{21}|) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Diretividade Representa a parcela indesejada de sinal que se apresenta na porta acoplada. Em um acoplador perfeito, todo o sinal que se apresenta na porta acoplada (Anritsu Corporation, 2023). Entretanto em dispositivos reais, uma parcela do sinal que entra pela porta de transmissão (P2) e acaba escoando para a porta acoplada (Figura 14). Assim, a diretividade é um dos principais fatores que afetam o desempenho de um acoplador direcional.

Figura 14 – Sinal de diretividade indesejado



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Temos assim que diretividade pode ser definida como:

$$D = -10 \log\left(\frac{P_{vazamento}}{P_{acoplamento}}\right) \quad (5.4)$$

Para a análise com parâmetros S devemos assumir um gerador de sinal apenas na porta de entrada, e as portas 3 e quatro e 4 estão casadas ($\therefore a_3 = a_4 = 0$):

$$\begin{aligned} b_3 &= S_{31} \cdot a_1 + S_{32} \cdot a_2 \\ b_2 &= S_{21} \cdot a_1 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Por se tratarem de valores complexos, é evidente que o valor máximo de b_3 é condicionado pela relação de fase entre $S_{31} \cdot a_1$ e $S_{32} \cdot a_2$. Na situação em que ambos possuem o mesmo ângulo de fase, observa-se o valor máximo para o módulo de b_3 , indicando a contribuição máxima de vazamento proveniente da porta 2:

$$|b_{3_{max}}| = |S_{31}| \cdot |a_1| + |S_{32}| \cdot |a_2| \quad (5.6)$$

Para uma carga $|\Gamma_2| = 1$ conectada à porta 2, temos que $|a_2| = |b_2|$. Assim o valor máximo nesta condição é dado por:

$$\begin{aligned} |b_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1}| &= |S_{31}| \cdot |a_1| + |S_{32}| \cdot |a_2| \\ &= |S_{31}| \cdot |a_1| + |S_{32}| \cdot |S_{21}| \cdot |a_1| \\ &= (|S_{31}| + |S_{32}| \cdot |S_{21}|) \cdot |a_1| \end{aligned} \quad (5.7)$$

Para $|\Gamma_2| = 0$, temos que $|a_2| = 0$. Assim o valor máximo nesta condição é dado por:

$$|b_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0}| = |S_{31}| \cdot |a_1| \quad (5.8)$$

Desta forma as potencias em cada condição podem ser descritas como:

$$\begin{aligned} P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1} &= |b_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1}|^2 \\ P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0} &= |b_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0}|^2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Analisando-se a relação do fluxo de potências dentro do dispositivo, pode-se estabelecer uma relação entre a parcela indesejada de potência e os valores em cada condição de carga conectada à porta 2:

$$\begin{aligned} P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1} &= P_{acoplado} + P_{vazamento_{max}} \\ P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0} &= P_{acoplado} \end{aligned} \quad \therefore P_{vazamento_{max}} = P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1} - P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0} \quad (5.10)$$

Realizando as substituições das equações (5.10) na equação (5.4), obtemos:

$$\begin{aligned} D &= -10 \log \left(\frac{P_{vazamento}}{P_{acoplamento}} \right) \\ &= -10 \log \left(\frac{P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1} - P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0}}{P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0}} \right) \\ \therefore D &= -10 \log \left(\frac{P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=1}}{P_{3_{max}}^{|\Gamma_2|=0}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Substituindo os valores das equações (5.7) e (5.8) na equação (5.9), e em seguida esta na (5.11), temos:

$$D = -10 \log \left(\frac{(|S_{31}| + |S_{32}| \cdot |S_{21}|)^2 \cdot |a_1|^2}{|S_{31}|^2 \cdot |a_1|^2} - 1 \right)$$

$$D = -10 \log \left(\left(1 + \frac{|S_{32}| \cdot |S_{21}|}{|S_{31}|} \right)^2 - 1 \right) \quad (5.12)$$

Para o cálculo utilizando detectores de potência, é possível utilizar a equação (5.11) diretamente. Entretanto deve-se incluir uma seção de linha de transmissão ou outro dispositivo alterador de fase entre a porta 2 e a carga em análise para $|\Gamma_2| = 1$, de modo a obter-se o valor máximo de b_3 , conforme explicitado na análise das ondas de potência feita na equação (5.6).

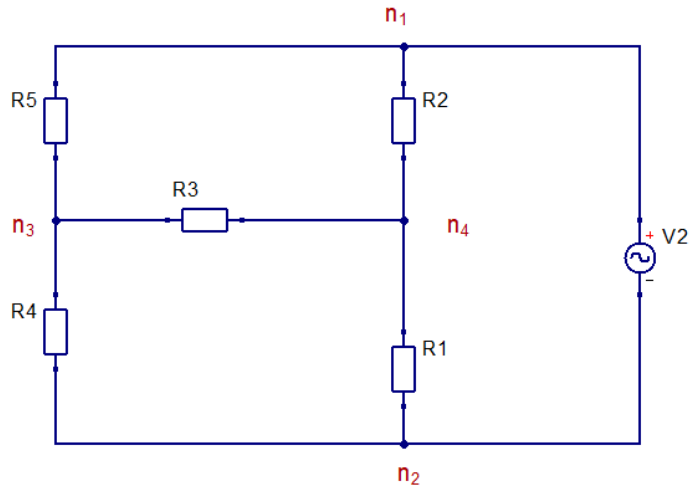
5.2 Análise da arquitetura

Acopladores direcionais podem ser implementados em diversas arquiteturas. Neste trabalho optou-se por acopladores em ponte resistiva por se tratarem de dispositivos com maior largura de banda e de simples implementação. Este acoplador baseia-se em um trabalho feito acima do conceito oferecido pela ponte de Wheatstone (DUNSMORE, 1991).

5.2.1 S_{12} , S_{22} e S_{32} do acoplador resistivo

Considere o seguinte circuito em ponte:

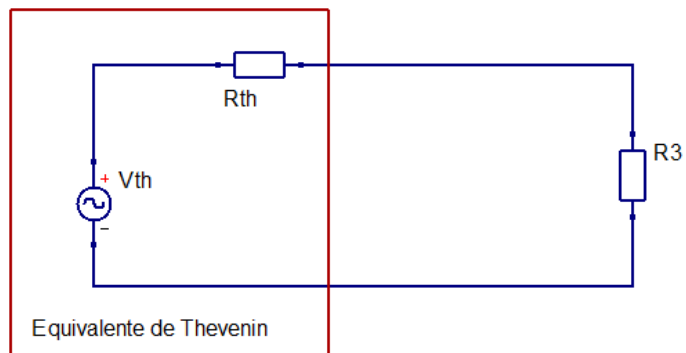
Figura 15 – Ponte de Wheatstone



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Para analisar o que acontece no ponto entre os nós n_3 e n_4 , faz-se o uso do equivalente Thevenin do circuito:

Figura 16 – Equivalente de Thevenin



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Onde:

$$V_{th} = \left[\frac{R_4}{R_4 + R_5} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] V_2$$

$$R_{th} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Se estabelecermos que

$$\begin{aligned} R_4 &= k \cdot R_5 \\ R_1 &= k \cdot R_2 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Teremos que

$$\begin{aligned} V_{th} &= \left[\frac{k \cdot R_5}{R_5 + k \cdot R_5} - \frac{k \cdot R_2}{R_2 + k \cdot R_2} \right] V_2 \\ &= \left[\frac{k}{1+k} - \frac{k}{1+k} \right] V_2 \\ \therefore V_{th} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{th} &= \frac{R_5 \cdot k \cdot R_5}{R_5 + k \cdot R_5} + \frac{R_2 \cdot k \cdot R_2}{R_2 + k \cdot R_2} \\ \therefore R_{th} &= \frac{k}{1+k} R_5 + \frac{k}{1+k} R_2 \end{aligned}$$

Pelo divisor de tensão formado, a tensão sobre R_3 é tida como:

$$\begin{aligned} V_{R_3} &= \frac{R_3}{R_3 + R_{th}} V_{th} \\ \therefore V_{R_3} &= 0 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Portanto para a condição (5.13), temos que a tensão que age sobre R_3 independe da fonte de tensão V_2 e do valor de proporcionalidade k . Isto significa que qualquer tensão desenvolvida entre os nós n_1 e n_2 em um circuito contendo uma ponte com esta configuração levará a uma contribuição de tensão nula em R_3 . Em contrapartida, teremos uma contribuição sobre R_1 , a qual pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} V_{R_1} &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_2 \\ &= \frac{k}{1+k} V_2 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Uma vez que a corrente que passa por R_3 é zero, pelo ponto de vista de V_2 a resistência equivalente pode ser dada por:

$$\begin{aligned}
R_{equiv} &= \frac{(R_1 + R_2)(R_5 + R_4)}{(R_1 + R_2) + (R_5 + R_4)} \\
&= \frac{(1 + \frac{1}{k})R_1 \cdot (1 + k)R_5}{(1 + \frac{1}{k})R_1 + (1 + k)R_5} \\
&= \frac{(1 + k)R_1 \cdot (1 + k)R_5}{(1 + k)R_1 + (1 + k)kR_5} \\
&= (1 + k) \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + kR_5} \\
\therefore R_{equiv} &= (1 + k) \frac{R_5}{1 + k \frac{R_5}{R_1}}
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Se fizermos $R_5 = R_1$ temos que (5.16) pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
R_{equiv} &= \frac{(1 + k)R_5}{1 + k} \\
\therefore R_{equiv} &= R_5
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Também podemos escrever (5.13) como:

$$R_4 = k^2 R_2 \tag{5.18}$$

Tomando o ponto de conexão do resistor R_1 como a porta P_1 , o ponto de conexão da fonte de tensão V_2 como a porta P_2 e o ponto de conexão do resistor R_3 como a porta P_3 de um sistema de 3 portas, podemos proceder com a análise em parâmetros S.

Ao fazermos $R_1 = R_5 = Z_0$, ou seja colocarmos uma carga casada nas portas P_1 e P_3 , satisfaremos as condições de medida de S_{12} , S_{22} e S_{23} , uma vez que $a_1 = a_3 = 0$ (pois o coeficiente de reflexão é nulo por causa das cargas casadas). Neste caso também satisfazemos a restrição imposta pela equação (5.18), o que implica que a impedância em P_2 é igual a Z_0 . Assim:

$$\begin{aligned}
S_{22} &= \Gamma_{P_2} \\
&= \frac{Z_{P_2} - Z_0}{Z_{P_2} + Z_0} \\
&= \frac{Z_0 - Z_0}{Z_0 + Z_0} \\
\therefore S_{22} &= 0
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Como $V_{R_3} = 0$ para qualquer valor de tensão incidente em P_2 , também é possível inferir que $b_3 = 0$. Portanto:

$$\begin{aligned}
S_{32} &= \frac{b_3}{a_2} \\
&= \frac{0}{a_2} \\
\therefore S_{32} &= 0
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Para a porta P_1 temos que pela equação (5.15), tensões que entram pela porta P_2 aparecem alteradas em P_1 em função da constante de proporcionalidade k . Assim para uma onda incidente a_2 :

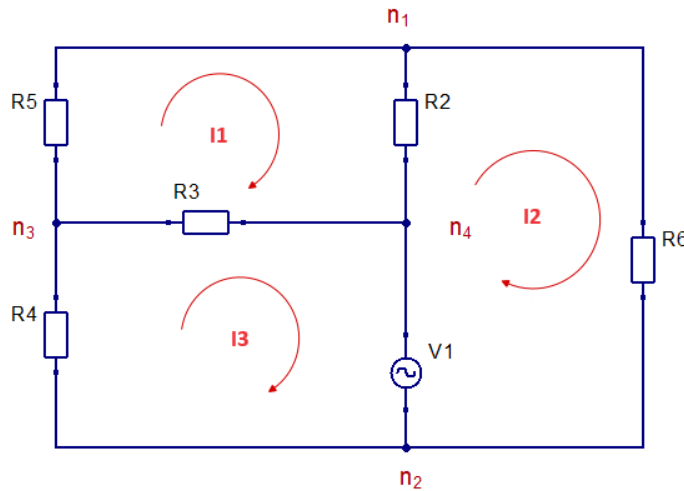
$$b_1 = \frac{k}{1+k}a_2 \quad \begin{aligned} S_{12} &= \frac{b_1}{a_2} \\ \therefore S_{12} &= \frac{k}{1+k} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Como propriedade da matriz S em sistemas passivos, temos a propriedade da simetria. Assim $S_{xy} = S_{yx}$. Portanto, obtemos até o momento 5 dos 9 parâmetros.

5.2.2 S_{11} , S_{13} do acoplador resistivo

Para realizar o cálculo desses parâmetros, considera-se a aplicação de um sinal na porta P_1 , representado pela fonte de tensão V_1 . Ademais, assume-se cargas casadas em Z_0 para as portas P_2 e P_3 , resultando na condição $a_2 = a_3 = 0$. O circuito correspondente é delineado da seguinte maneira:

Figura 17 – Ponte de Wheatstone, excitação em P_1 correntes de malha



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Assimilando sentidos para correntes, podemos extrair o sistema de equações que representa o circuito (Figura 17):

$$\begin{bmatrix} (R_2 + R_3 + R_5) & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & (R_2 + R_6) & 0 \\ -R_3 & 0 & (R_3 + R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ -V_1 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Como $R_5 = Z_0$ e $R_1 = Z_0$ pelas restrições impostas anteriormente, $R_3 = R_6 = Z_0$ por estarmos medindo parâmetros S e sabendo que $R_4 = kR_5$, e $R_2 = \frac{R_1}{k}$ podemos reescrever

tal sistema como:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{Z_0}{k} + 2Z_0\right) & -\frac{Z_0}{k} & -Z_0 \\ -\frac{Z_0}{k} & \left(\frac{Z_0}{k} + Z_0\right) & 0 \\ -Z_0 & 0 & (Z_0 + kZ_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ -V_1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{Z_0}{k} \begin{bmatrix} (1+2k) & -1 & -k \\ -1 & (1+k) & 0 \\ -k & 0 & (1+k)k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = V_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Assim:

$$I_1 = \frac{\left(\frac{Z_0}{k}\right)^2 V_1 \det \left(\begin{bmatrix} 0 & -1 & -k \\ 1 & (1+k) & 0 \\ -1 & 0 & (1+k)k \end{bmatrix} \right)}{\left(\frac{Z_0}{k}\right)^3 \det \left(\begin{bmatrix} (1+2k) & -1 & -k \\ -1 & (1+k) & 0 \\ -k & 0 & (1+k)k \end{bmatrix} \right)} = \frac{0}{2k^2(k^2 + 2k + 1)} \frac{k}{Z_0} V_1 \quad (5.24)$$

$$\therefore I_1 = 0$$

Se $I_1 = 0$, podemos simplificar (5.23) no sistema:

$$\frac{Z_0}{k} \begin{bmatrix} (1+k) & 0 \\ 0 & (1+k)k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_1 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Solucionando (5.25), temos que:

$$I_2 = \frac{k}{1+k} \frac{V_1}{Z_0}$$

$$I_3 = -\frac{1}{1+k} \frac{V_1}{Z_0} \quad (5.26)$$

Assim a tensão que é aplicada em R_3 pode ser escrita como:

$$V_{R_3} = R_3 \cdot I_3$$

$$= Z_0 \cdot \left(-\frac{1}{1+k} \frac{V_1}{Z_0} \right)$$

$$\therefore V_{R_3} = -\frac{1}{1+k} V_1 \quad (5.27)$$

Para a porta P_3 temos que pela equação (5.27), tensões que entram pela porta P_1 aparecem alteradas em P_3 em função da constante de proporcionalidade k . Assim para uma onda incidente a_1 :

$$\begin{aligned}
 b_3 &= -\frac{1}{1+k}a_1 & S_{31} &= \frac{b_3}{a_1} \\
 & & \therefore S_{31} &= -\frac{1}{1+k}
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

Da mesma forma com relação a porta 2, podemos escrever

$$\begin{aligned}
 V_{R_6} &= R_6 \cdot I_2 \\
 &= Z_0 \cdot \left(\frac{k}{1+k} \frac{V_1}{Z_0} \right) \\
 \therefore V_{R_6} &= \frac{k}{1+k} V_1
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

Assim para uma onda incidente a_1 :

$$\begin{aligned}
 b_2 &= \frac{k}{1+k}a_1 & S_{21} &= \frac{b_2}{a_1} \\
 & & \therefore S_{21} &= \frac{k}{1+k}
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

O que comprova que a matriz S do dispositivo de fato é simétrica conforme a teoria prevê, uma vez que, S_{21} se mostrou numericamente igual a S_{12} . Para o cálculo de S_{11} , basta sabermos a impedância vista pela fonte de tensão V_1 :

$$\begin{aligned}
 Z_{P_1} &= \frac{V_1}{I_2 - I_3} = \frac{V_1}{\frac{k}{1+k} \frac{V_1}{Z_0} - \left(-\frac{1}{1+k} \frac{V_1}{Z_0} \right)} \\
 &= \frac{V_1}{\frac{k+1}{1+k} \frac{V_1}{Z_0}} \\
 \therefore Z_{P_1} &= Z_0
 \end{aligned}$$

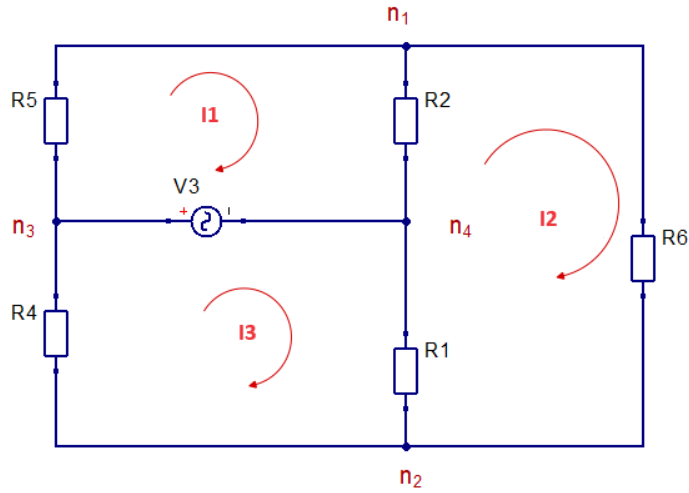
Neste caso:

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \Gamma_{P_1} \\
 &= \frac{Z_{P_1} - Z_0}{Z_{P_1} + Z_0} \\
 &= \frac{Z_0 - Z_0}{Z_0 + Z_0} \\
 \therefore S_{11} &= 0
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

5.2.3 S_{33} do acoplador resistivo

A partir das análises feitas, chega-se em 8 dos parâmetros dos 9 que compoem a matriz S do dispositivo de 3 portas. Neste caso nos resta descobrir S_{33} , que pode ser calculado a partir da impedância vista pela porta P_3 quando casamos as portas P_1 e P_2 :

Figura 18 – Ponte de Wheatstone, excitação em P_3



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Temos então o sistema equivalente:

$$\begin{bmatrix} (R_2 + R_5) & -R_2 & 0 \\ -R_2 & (R_1 + R_2 + R_6) & -R_1 \\ 0 & -R_1 & (R_1 + R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ 0 \\ -V_3 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Como $R_5 = R_1 = Z_0$ pelas restrições impostas anteriormente, $R_1 = R_6 = Z_0$ por estarmos medindo parâmetros S e sabendo que $R_4 = kR_5$, e $R_2 = \frac{R_1}{k}$ podemos reescrever tal sistema como:

$$\begin{bmatrix} (\frac{Z_0}{k} + Z_0) & -\frac{Z_0}{k} & 0 \\ -\frac{Z_0}{k} & (2Z_0 + \frac{Z_0}{k}) & -Z_0 \\ 0 & -Z_0 & (Z_0 + kZ_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = V_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{Z_0}{k} \begin{bmatrix} (1+k) & -1 & 0 \\ -1 & (1+2k) & -k \\ 0 & -k & (1+k)k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = V_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Assim:

$$I_1 = \frac{\left(\frac{Z_0}{k}\right)^2 V_3 \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & (1+2k) & -k \\ -1 & -k & (1+k)k \end{pmatrix}}{\left(\frac{Z_0}{k}\right)^3 \det \begin{pmatrix} (1+k) & -1 & 0 \\ -1 & (1+2k) & -k \\ 0 & -k & (1+k)k \end{pmatrix}} = \frac{2k^2(1+k)}{2k^2(k^2+2k+1)} \frac{k}{Z_0} V_3 \quad (5.34)$$

$$\therefore I_1 = \frac{k}{1+k} \frac{V_3}{Z_0}$$

$$I_3 = \frac{\left(\frac{Z_0}{k}\right)^2 V_3 \det \begin{pmatrix} (1+k) & -1 & 1 \\ -1 & (1+2k) & 0 \\ 0 & -k & -1 \end{pmatrix}}{\left(\frac{Z_0}{k}\right)^3 \det \begin{pmatrix} (1+k) & -1 & 0 \\ -1 & (1+2k) & -k \\ 0 & -k & (1+k)k \end{pmatrix}} = -\frac{2k(1+k)}{2k^2(k^2+2k+1)} \frac{k}{Z_0} V_3 \quad (5.35)$$

$$\therefore I_3 = -\frac{1}{1+k} \frac{V_3}{Z_0}$$

Portanto a impedância vista na porta P_3 pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} Z_{P_3} &= \frac{V_3}{I_1 - I_3} = \frac{V_3}{\frac{k}{1+k} \frac{V_3}{Z_0} - \left(-\frac{1}{1+k} \frac{V_3}{Z_0}\right)} \\ &= \frac{V_3}{\frac{k+1}{1+k} \frac{V_3}{Z_0}} \\ \therefore Z_{P_3} &= Z_0 \end{aligned}$$

Neste caso:

$$\begin{aligned} S_{33} &= \Gamma_{P_3} \\ &= \frac{Z_{P_3} - Z_0}{Z_{P_3} + Z_0} \\ &= \frac{Z_0 - Z_0}{Z_0 + Z_0} \\ \therefore S_{33} &= 0 \end{aligned} \quad (5.36)$$

5.2.4 Matriz S e Parâmetros De Desempenho

Podemos chegar portanto na seguinte matriz S para o acoplador direcional baseado em ponte de Wheatstone:

$$[S]_{acoplador} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k}{1+k} & -\frac{1}{1+k} \\ \frac{k}{1+k} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{1+k} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Temos então os critérios de desempenho:

Acoplamento

$$\begin{aligned} C &= -20 \log(|S_{31}|) \\ &= -20 \log\left(\left|-\frac{1}{1+k}\right|\right) = -20 \log\left(\frac{1}{1+k}\right) \\ \therefore C &= 20 \log(1+k) \end{aligned} \quad (5.38)$$

Perca por inserção

$$\begin{aligned} I_{loss} &= -20 \log(|S_{21}|) \\ &= -20 \log\left(\left|\frac{k}{1+k}\right|\right) \\ \therefore I_{loss} &= -20 \log\left(\frac{k}{1+k}\right) \end{aligned} \quad (5.39)$$

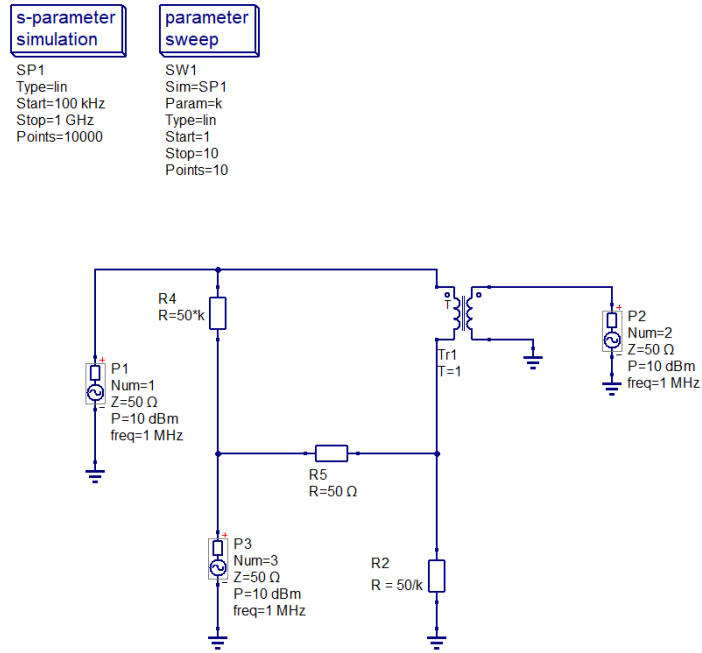
Diretividade

$$\begin{aligned} D &= -10 \log\left(\left(1 + \frac{|S_{32}| \cdot |S_{21}|}{|S_{31}|}\right)^2 - 1\right) = -10 \log\left(\left(1 + \frac{0 \cdot |S_{21}|}{|S_{31}|}\right)^2 - 1\right) \\ &= -10 \log(0) \\ \therefore D &= \infty \end{aligned} \quad (5.40)$$

5.3 Implementação

Ao adicionar a referência de tensão (terra) no nó n_4 , viabiliza-se o emprego de conexões não-balanceadas, como cabos coaxiais nas portas P_1 e P_3 . Contudo, é importante observar que a porta P_2 assume uma configuração balanceada, requerendo assim a incorporação de um *balun* para efetuar a conversão para uma conexão balanceada. A utilização de um transformador com relação de transformação $T = 1$, aliada às relações entre resistências estabelecidas no processo de análise, resulta no circuito do acoplador direcional por ponte de Wheatstone, conforme apresentado a seguir:

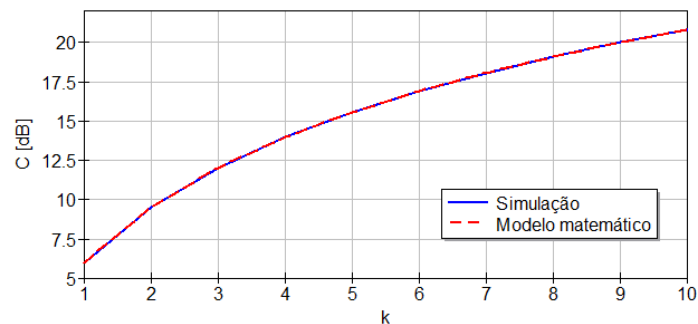
Figura 19 – Implementação do acoplador



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

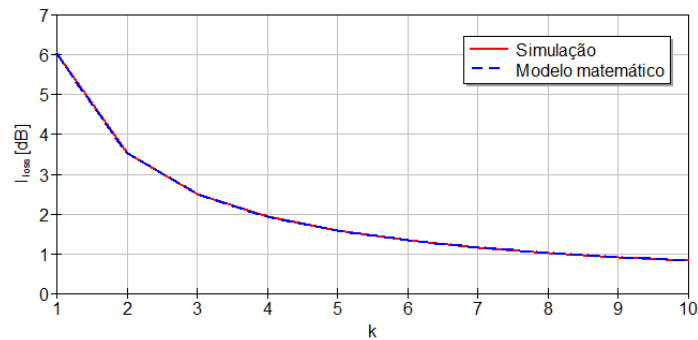
Para validar o desenvolvimento matemático abordado, optou-se por realizar comparações com leituras provenientes de simulações. A faixa de operação considerada na simulação abrange 100 kHz a 1 GHz, e o parâmetro k , que representa a proporcionalidade entre os resistores, foi varrido de 1 a 10. A análise comparativa entre os resultados obtidos no simulador e os dados calculados matematicamente revela uma concordância consistente, como evidenciado nas figuras a seguir:

Figura 20 – Acoplamento



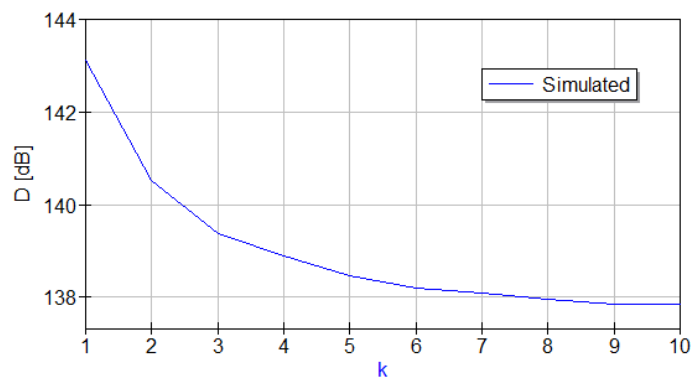
Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Figura 21 – Perda por inserção



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Figura 22 – Diretividade



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

É relevante destacar que, por razões evidentes na (Figura 22), optamos por não incluir o valor previsto pelo modelo matemático. Na realidade, o simulador apenas fornece um valor aproximado, uma vez que o valor de R_2 utilizado incorpora uma parcela mínima de erro, deliberadamente introduzida para viabilizar a simulação. Quanto menor essa parcela, mais próximo R_2 se aproxima de Z_0/k , resultando em uma maior diretividade. No caso de $R_2 = Z_0/k$ exatamente, obtemos $D = \infty$, conforme previsto matematicamente.

5.3.1 Escolha de componentes

Para a escolha dos componentes, optou-se por $k = 1$ em razão da facilidade de obtenção de componentes com valores padrões, além da capacidade de oferta de transferência de energia. Contudo, é importante observar que tal escolha acarreta um incremento nas perdas por inserção, conforme evidenciado nas tabelas subsequentes.

Tabela 3 – Valores dos resistores

R_2	R_4	R_5
50 Ω	50 Ω	50 Ω

Tabela 4 – Critérios de desempenho para $k = 1$

C	I_{loss}	D
6,02 dB	6,0206 dB	> 140 dB

Deste modo, têm-se um acoplador direcional com uma queda de aproximadamente 6 dB do sinal de entrada para o detector da porta 3, e do sinal de entrada para o deslocador de fase. Fisicamente, resistores de 50 Ω podem ser construídos por meio de combinações de resistores, por exemplo, uma configuração em paralelo de dois resistores de 100 Ω .

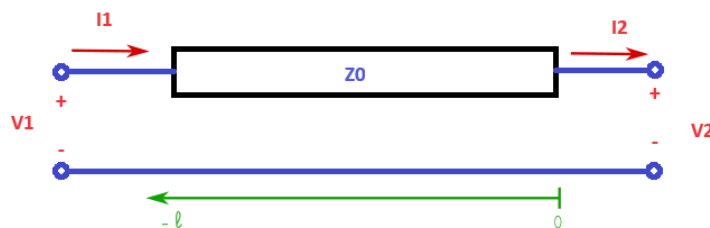
6 O Deslocador de Fase

Na Seção 2.1 do Capítulo 3, que trata do princípio teórico de operação de um reflectômetro de 6 portas, demonstrou-se que é necessário estabelecer quatro pontos de leitura cujas saídas em termos de ondas de potência sejam combinações lineares das ondas incidente e refletida pelo dispositivo em teste. Com a introdução do acoplador direcional, conseguiu-se o efeito garantir que uma das saídas seja expressa unicamente em termos da onda incidente. Nos resta então determinar um sistema linear para as outras saídas. Inspirando-se nos trabalhos de (WILLIAMS, 1989) e (ÜLKER; WEIKLE, 2002), resolveu-se utilizar seções de linha de transmissão, ou mais apropriadamente como veremos, aproximações utilizando redes de indutores e capacitores.

6.1 Linha de transmissão

Conforme sugere o nome, o papel do deslocador de fase no reflectômetro é efetuar a mudança de fase entre o acoplador direcional e o dispositivo alvo para a medição. Fisicamente, essa função pode ser realizada por meio de uma linha de transmissão. Para a simplificação da análise, pode-se empregar um ferramental utilizado na representação de quadripolos em circuitos elétricos conhecido como parâmetros ABCD. Considere a seguinte seção de linha de transmissão:

Figura 23 – Seção de linha de transmissão



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Segundo as equações (A.11) e (A.12) disponíveis no Apêndice A, para uma distância $x = -l$:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}} \begin{bmatrix} 1 & Z_0 \\ 1 & -Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \sqrt{Z_0} \begin{bmatrix} e^{\gamma l} & e^{-\gamma l} \\ \frac{1}{Z_0} e^{\gamma l} & -\frac{1}{Z_0} e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Desta forma, obtêm-se a equação contendo a matriz ABCD do dispositivo:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_0 \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Ao considerar $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$, no caso de uma linha sem perdas, temos que $R = G = 0$, e portanto $\gamma = j\beta$, onde $\beta = j\omega\sqrt{LC}$, constituindo um valor puramente complexo. Neste caso:

$$\begin{aligned} \cosh(\gamma l) &= \cosh(j\beta l) & \sinh(\gamma l) &= \sinh(j\beta l) \\ &= \cos(\beta l) & &= j \sin(\beta l) \end{aligned}$$

Assim a matriz ABCD pode ser extraída da equação (6.2), sendo escrita como:

$$[a]_{linha} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_0 \sin(\theta) \\ \frac{j}{Z_0} \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Onde $\theta = \beta l$ representa o deslocamento de fase da linha de transmissão

6.2 Relação teórica

Conforme indicado na Equação (6.1), a tensão ao longo de uma distância l , medida a partir de um ponto em direção ao gerador, pode ser expressa como uma função das ondas de potência:

$$V_1 = \sqrt{Z_0} (e^{\gamma l} a + e^{-\gamma l} b) \quad (6.4)$$

Ao medir-se o módulo da tensão ao longo de certos pontos de uma linha de transmissão e fazendo $|V|^2$, obtêm-se uma equação semelhante à expressão (2.2) do capítulo 3:

$$|V_i|^2 = |Z_0| |e^{\gamma l_i} a + e^{-\gamma l_i} b|^2 \quad i = 4, 5, 6 \quad (6.5)$$

Neste caso, conforme (2.3), pode-se escrever:

$$\begin{aligned} q_i &= -\frac{B_i}{A_i} = -\frac{|Z_0| e^{-\gamma l_i}}{|Z_0| e^{\gamma l_i}} \\ \therefore q_i &= -e^{-2\gamma l_i} \quad \text{ou} \quad -e^{-2\theta_i} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Onde θ_i corresponde ao deslocamento de fase proporcionado pela linha selecionada.

Considerando o modelo de linha de transmissão, sabe-se que $\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C)$ (Apêndice A). Neste caso para uma linha de transmissão ideal, em que não existe perdas por resistência série ou condutância em paralelo, pode-se escrever:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC}$$

Portanto, têm-se que:

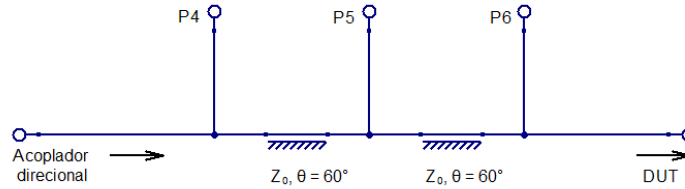
$$q_i = -e^{-j2\omega\sqrt{LC}\cdot l_i} \quad \text{ou} \quad -e^{-j2\theta_i} \quad (6.7)$$

Tal equação carrega consigo uma informação de suma importância: em uma linha de tamanho fixo, o ângulo de defasagem varia de forma linear com a frequência.

$$\theta = \omega\sqrt{LC} l_i \quad (6.8)$$

Conforme a teoria, os centros q_i se encontram em posições ótimas quando defasados entre si em 120° , formando um triângulo equilátero (WIEDMANN et al., 1997). Esta condição pode ser atendida com apenas duas seções de linha de transmissão com defasagem de 60° , uma vez que cada seção contribui com o dobro do ângulo defasagem para o valor de q_i , conforme a equação (6.6). Em outras palavras, temos os 120° desejados:

Figura 24 – Deslocador de fase e pontos de medição



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Na frequência de design do deslocador de fase ω_{des} , têm-se que os valores ótimos para os ângulos definidos para $\theta_6^{des} = 0^\circ$, $\theta_5^{des} = 60^\circ$ e $\theta_4^{des} = 120^\circ$. De acordo com (6.8), pode-se então escrever:

$$\begin{aligned} \theta_i^{des} &= \omega_{des}\sqrt{LC} l_i \\ \therefore \sqrt{LC} l_i &= \frac{\theta_i^{des}}{\omega_{des}} \end{aligned}$$

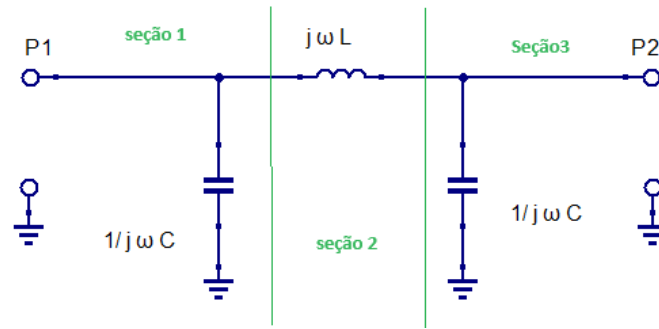
Como implicação, têm-se que é possível escrever:

$$\theta_i(\omega) = \left(\frac{\theta_i^{des}}{\omega_{des}} \right) \omega = K_{des} \omega \quad (6.9)$$

6.3 Componentes discretos

Com o objetivo de minimizar as dimensões físicas do sistema, especialmente para grandes comprimentos de onda, torna-se pertinente a aproximação da linha de transmissão por meio de componentes discretos (Figura 25):

Figura 25 – Aproximação discreta de linha de transmissão



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Neste contexto, evidencia-se a eficácia da análise em relação aos parâmetros ABCD. Neste caso, divide-se o circuito em três seções, de modo a obter as matrizes ABCD correspondentes a cada seção e, posteriormente concatená-las em uma matriz ABCD final resultante.

Admitâncias em shunt Para admitâncias em configuração shunt, têm-se que a matriz ABCD equivalente pode ser escrita como:

$$[a]_{shunt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

Onde Y representa a admitância em questão.

Impedâncias em série Para impedâncias em configuração série, é possível escrever a matriz ABCD equivalente como:

$$[a]_{serie} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Onde Z representa a impedância em questão.

Assim, podemos escrever a matriz ABCD resultante das três seções como:

$$[a]_{equiv} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix}$$

$$[a]_{equiv} = \begin{bmatrix} (1 - \omega^2 LC) & j\omega L \\ j\omega C(2 - \omega^2 LC) & (1 - \omega^2 LC) \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

6.3.0.1 Comparando termos

Comparando-se os termos da matriz ABCD da linha de transmissão (6.3) com a matriz (6.10), obtêm-se os valores dos componentes em função da impedância Z_0 desejada e do deslocamento de fase θ :

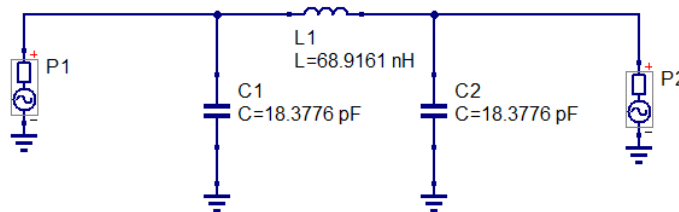
$$\begin{aligned} j\omega L &= jZ_0 \sin(\theta) & (1 - \omega^2 LC) &= \cos(\theta) \\ \therefore L &= \frac{Z_0}{\omega} \sin(\theta) & \therefore C &= \frac{1}{\omega Z_0} \frac{1 - \cos(\theta)}{\sin(\theta)} \end{aligned} \quad (6.11)$$

6.4 Implementação

O circuito empregado no reflectômetro é projetado para operar eficientemente em diversos ângulos de defasagem, comumente variando de 20° a 140° , sendo o valor ótimo em torno de 60° . Nesse contexto, a diferença de fase entre os pontos de medição é fixada em 120° (WIEDMANN et al., 1997).

Escolhendo-se uma frequência ótima de operação, a título demonstrativo, por exemplo, 100 MHz, obtêm-se a seguinte configuração para uma defasagem de 60° nesta frequência:

Figura 26 – Seção de linha de transmissão aproximada



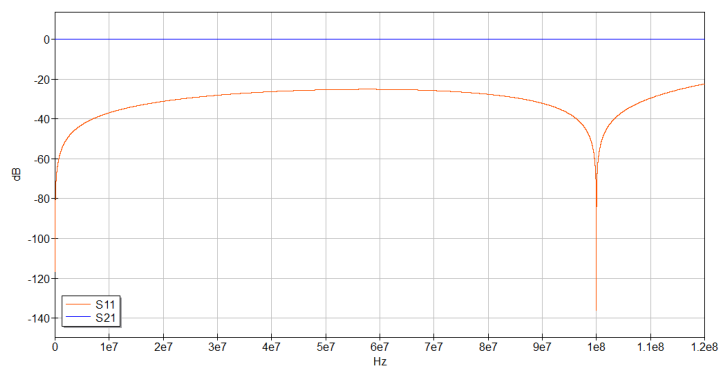
Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Tabela 5 – Valores dos dos componentes - Seção aproximada

C	L
18,28 nF Ω	68,92 nH

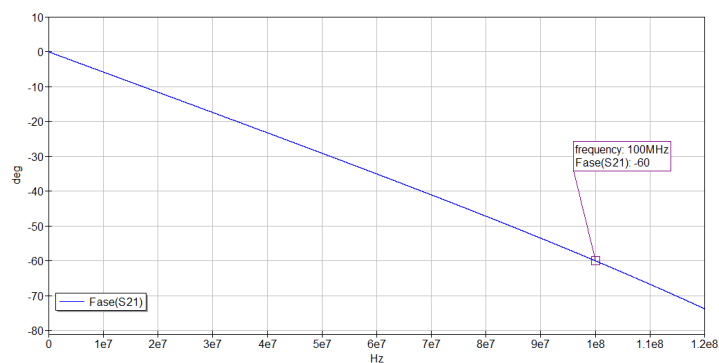
Com estes valores, percebe-se que a configuração introduzida para a aproximação da linha de transmissão atinge o objetivo proposto, bem como possui resposta coerente com a teoria apresentada:

Figura 27 – Transmissão e retorno



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Figura 28 – Resposta de fase

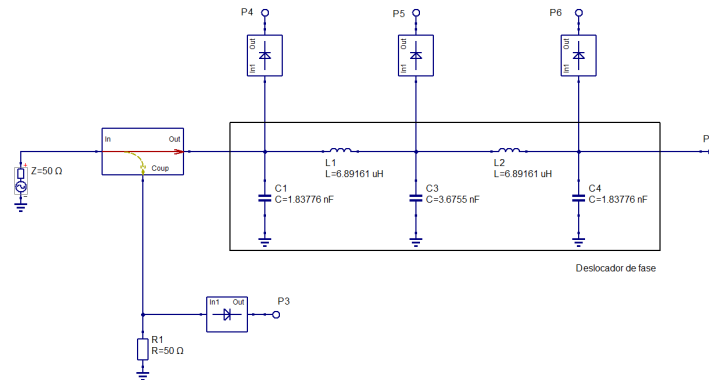


Fonte: elaborado pelo autor (2024)

7 Estrutura final do reflectômetro

Reunindo os componentes previamente estudados, chega-se na seguinte configuração final para o reflectômetro desenvolvido:

Figura 29 – Modelo final proposto



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Conforme a figura, têm-se uma fonte de sinal, o acoplador direcional o deslocador de fase e os quatro ponto de medida de tensão. Para a porta 3, temos também a presença de um resistor, cuja função é casar a impedância vista pela porta acoplada. Para o deslocador de fase, os dois capacitores que seriam conectados em paralelo na junção das duas redes deslocadoras de fase foram fundidos um único.

Parte III

Análise e estudo de operação

8 Introdução

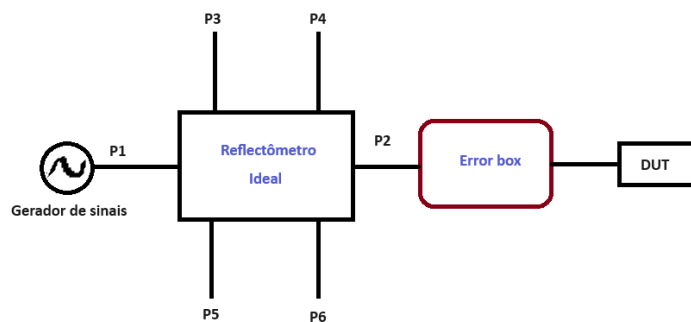
8.1 O problema

Conforme analisado no Capítulo 4, a resposta DC do diodo exibe uma natureza significativamente distinta do comportamento quadrático geralmente observado na literatura. Nesse contexto, o desenvolvimento abordado na Teoria de Operação (consulte [3.1 Teoria de Operação](#)) torna-se mais intrincado, uma vez que as leituras de tensão não seguem um comportamento quadrático convencional. Em outras palavras, a tensão lida não corresponde linearmente à potência incidente sobre o detector.

8.2 Proposta

De modo a evitar uma modelagem direta, sujeita a possíveis desafios, como a falta de solução analítica e questões de convergência, pensou-se no seguinte modelo conceitual para a representação do reflectômetro:

Figura 30 – Modelo conceitual proposto



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Temos então os seguintes blocos:

Reflectômetro ideal Trata-se de um reflectômetro cuja resposta é completamente prevista pelo modelo de inteligência artificial, ou seja corresponde ao dispositivo utilizado na captura dos dados de treino para o modelo.

Error box Trata-se de um dispositivo de duas portas conceitual que possui dois papéis fundamentais:

1. Abstrair imperfeições oriundas de variações na construção e componentes.
2. Excluir os efeitos de cabos e conectores conectados entre o reflectômetro e o dispositivo em teste (procedimento de calibração)

8.3 Icógnitas do Reflectômetro

O modelo ideal permite a utilização direta da equação (2.7), através de um *calibramento virtual*, que tem como objetivo determinar as icógnitas envolvidas, permitindo relacionar o coeficiente de reflexão com as leituras. Transcrevendo a equação, têm-se:

$$\frac{1}{P_3} \begin{bmatrix} \frac{1}{C_4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2|q_4| \cos(\phi_4) & -2|q_4| \sin(\phi_4) \\ 1 & -2|q_5| \cos(\phi_5) & -2|q_5| \sin(\phi_5) \\ 1 & -2|q_6| \cos(\phi_6) & -2|q_6| \sin(\phi_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\Gamma|^2 \\ |\Gamma| \cos(\theta) \\ |\Gamma| \sin(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} |q_4|^2 \\ |q_5|^2 \\ |q_6|^2 \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

Alternativamente, em vez de abordar a potência nos detectores diretamente, é possível realizar uma mudança de variáveis para operar o dispositivo com uma *potência normalizada*. Isso é particularmente relevante em um sistema com impedância característica representada por $|Z_0|$,

8.3.1 Determinação de C_i

Para esta situação, conecta-se ao reflectômetro uma carga casada, isto é $\Gamma = 0$. Neste caso, (8.1) pode ser escrito como:

$$\frac{1}{P_3} \begin{bmatrix} \frac{1}{C_4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4^{\Gamma=0} \\ P_5^{\Gamma=0} \\ P_6^{\Gamma=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |q_4|^2 \\ |q_5|^2 \\ |q_6|^2 \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

Considerando a linha de transmissão, isto é $q_i = -e^{-2\gamma l_i}$ conforme descrito por (6.6), é possível inferir que $|q_4| = |q_5| = |q_6| = 1$. Temos então que de (8.2) é possível extrair:

$$C_i = \frac{P_i^{\Gamma=0}}{P_3} \quad (8.3)$$

Para $\Gamma = 0$, é conhecido que $b = 0$. Neste caso, o valor da componente de onda de potência que incide em cada detector posicionado na linha de transmissão pode ser escrito em termos da componente que incide sobre a carga:

$$a_i = e^{\gamma l_i} \cdot a$$

Assim, uma linha de transmissão ideal, isto é $\text{Re}\{\gamma\} = 0$, podemos escrever:

$$\begin{aligned} P_i^{\Gamma=0} &= |a_i|^2 \\ &= |e^{\gamma l_i}|^2 \cdot |a|^2 \\ \therefore P_i^{\Gamma=0} &= |a|^2 \end{aligned}$$

Percebe-se que o valor lido pelos detectores em uma linha ideal, quando acoplada por uma carga casada, se mantêm o mesmo, uma vez que tais medidas correspondem à potência conferida à carga, isto é $P_i^{\Gamma=0} = P_{transmitida}$. Sabendo deste fato, P_3 pode ser calculado a partir dos parâmetros do acoplador direcional:

$$\begin{aligned} [P_i^{\Gamma=0}]_{dBm} &= [P_{gerador}]_{dBm} - I_{loss} \\ [P_3]_{dBm} &= [P_{gerador}]_{dBm} - C \end{aligned}$$

No presente estudo, conforme visto anteriormente, os valores de acoplamento e isolamento são idênticos, o que convenientemente implica em $C = I_{loss}$, e portanto:

$$C_i = \frac{P_i^{\Gamma=0}}{P_3} = 1 \quad (8.4)$$

8.3.2 Determinação de q_i

Uma vez espera-se utilizar de seções de linha de transmissão ou sua aproximação, uma vez conhecidos os parâmetros da linha, os pontos q_i são prontamente calculados por meio da equação (6.7). Neste caso, um processo de substituição com a equação (6.9), permite a extração da dependência do posicionamento de q_i com relação à frequência:

$$\begin{aligned} q_i(\omega) &= -e^{-2K_i^{des} \cdot \omega}, \quad K_i^{des} = \frac{\theta_i^{des}}{\omega_{des}} \\ &= e^{\pi - 2K_i^{des} \cdot \omega} \end{aligned} \quad (8.5)$$

Onde:

θ_i^{des} Ângulo utilizado no design (0° , 60° e 120°)
 ω_{des} Frequência angular utilizada no design

8.4 Equacionamento Geral

Por fim, é possível modificar (8.1) em termos dos parâmetros do deslocador de fase desenvolvido:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{P_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{P_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \cos(2K_4^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_4^{des}) \\ 1 & 2 \cos(2K_5^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_5^{des}) \\ 1 & 2 \cos(2K_6^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_6^{des}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\Gamma|^2 \\ |\Gamma| \cos(\theta) \\ |\Gamma| \sin(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{P_3} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_3} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{P_3} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \cos(2K_4^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_4^{des} \cdot \omega) \\ 1 & 2 \cos(2K_5^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_5^{des} \cdot \omega) \\ 1 & 2 \cos(2K_6^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_6^{des} \cdot \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\Gamma|^2 \\ |\Gamma| \cos(\theta) \\ |\Gamma| \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

A saída esperada de uma medida pode então ser escrita como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} |\Gamma|^2 \\ |\Gamma| \cos(\theta) \\ |\Gamma| \sin(\theta) \end{bmatrix}}_R = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \cos(2K_4^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_4^{des} \cdot \omega) \\ 1 & 2 \cos(2K_5^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_5^{des} \cdot \omega) \\ 1 & 2 \cos(2K_6^{des} \cdot \omega) & -2 \sin(2K_6^{des} \cdot \omega) \end{bmatrix}}_{A^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{P_3} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_3} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{P_3} - 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}}_P$$

De forma resumida:

$$R = A^{-1} B \cdot P \quad (8.6)$$

Para a existência da inversa, $\det(A) \neq 0$. De fato:

$$\begin{aligned} \det(A) &= 4 \left[\sin\left(2(K_5^{des} - K_6^{des}) \cdot \omega\right) - \sin\left(2(K_4^{des} - K_6^{des}) \cdot \omega\right) + \sin\left(2(K_4^{des} - K_5^{des}) \cdot \omega\right) \right] \\ &= 4 \left[\sin\left(2(\theta_5^{des} - \theta_6^{des}) \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) - \sin\left(2(\theta_4^{des} - \theta_6^{des}) \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) + \sin\left(2(\theta_4^{des} - \theta_5^{des}) \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) \right] \\ &= 4 \left[\sin\left(2\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) - \sin\left(2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) + \sin\left(2\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) \right] \\ &= 4 \left[2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) - \sin\left(\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}\right) \right] \end{aligned} \quad (8.7)$$

Fazendo $x = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\omega}{\omega_{des}}$, para os pontos em que o determinante é nulo:

$$\begin{aligned} 2 \sin(x) - \sin(2x) &= 0 \\ 2 \sin(x) - 2 \sin(x) \cos(x) &= 0 \\ \therefore \sin(x)(1 - \cos(x)) &= 0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

Assim, têm-se problemas para a inversão quando:

$$\begin{aligned}x = \pi n &\longrightarrow \omega = \frac{3n}{2} \cdot \omega_{des} & n = 0, 1, 2\dots \\x = 2\pi n &\longrightarrow \omega = 3n \cdot \omega_{des} & n = 0, 1, 2\dots\end{aligned}\tag{8.9}$$

Escolhendo-se uma faixa de operação adequada, evita-se portanto problemas numéricos relacionados à inversão da matriz A . Outra possibilidade é contornar as regiões em que o problema ocorre, e interpolar os dados obtidos nas vizinhanças dos pontos em que o determinante é nulo. Desta forma apesar da perda de precisão, ganha-se em range dinâmico de operação.

Parte IV

Considerações finais

9 Panorama

Neste trabalho, realizou-se uma exploração abrangente do desenvolvimento de um reflectômetro de 6 portas em sua estrutura fundamental. A análise concentrou-se no detector utilizado, no acoplador direcional e no deslocador de fase, que são os componentes principais da arquitetura de reflectômetro envisionedada.

9.1 Dificuldades enfrentadas

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, diversas dificuldades foram enfrentadas, incluindo contratempos técnicos relacionados ao computador e desafios em:

Simulação Computacional: A complexidade do reflectômetro demandou simulações computacionais extensas. Contudo, as limitações dos simuladores de circuito tradicionais, restritos ao uso da CPU, resultaram em desafios na obtenção de resultados eficientes.

Análise matemática: A análise matemática de todos os componentes apresentou obstáculos, destacando-se a necessidade de lidar com equações diferenciais complexas associadas a componentes não lineares.

Literatura sobre a Análise do Circuito Detector: A falta de literatura clara sobre a análise do circuito detector representou um desafio significativo. Essa parte específica do trabalho, extensa e laboriosa, exigiu várias iterações, com páginas descartadas devido a inconsistências entre a modelagem e a simulação.

9.2 Aprendizados Obtidos

Apesar dos desafios enfrentados durante o desenvolvimento deste trabalho, diversos aprendizados significativos foram obtidos, destacando-se:

Compreensão Avançada dos Parâmetros Teóricos: Aprofundou-se a compreensão dos parâmetros da teoria subjacente ao tratamento matemático dos dispositivos utilizados na construção do reflectômetro. A abordagem detalhada, pouco comum na literatura, foi enriquecedora, contribuindo para a consolidação do conhecimento por meio da elaboração clara neste trabalho.

Perspectiva Intelectual Ampliada: Desenvolveu-se a habilidade de explorar novos horizontes, combinando diversas formas de conhecimento. Este aspecto reflete na variedade dos temas abordados.

Dificuldades Técnicas na Reflectometria de 6 Portas: Reconheceu-se que, apesar de ser uma técnica antiga, existem pontos positivos que ainda valem a pena serem explorados, apesar de existirem desafios técnicos associados ao uso da reflectometria de 6 portas.

Estes aprendizados não apenas enriqueceram o desenvolvimento deste trabalho, mas também ofereceram insights valiosos para aprimoramentos futuros e possíveis direções de pesquisa.

9.3 Desenvolvimentos futuros

Embora tenha-se realizado uma análise teórica abrangente e conduzido experimentos preliminares, identificou-se áreas que merecem aprofundamento. Dentre as perspectivas para o desenvolvimento futuro, destacam-se:

Montagem Física de Protótipo: Para consolidar as conclusões teóricas e validar de maneira mais abrangente o desempenho do dispositivo, propõe-se a construção física de um protótipo de reflectômetro. Isso implica a implementação prática do dispositivo e o emprego de dispositivos auxiliares para controle e coleta de dados, possivelmente conduzidos por um microcontrolador.

Codificação de Interface Humana: Reconhecendo a potencial aplicação prática do dispositivo, considera-se crucial a implementação de uma interface de usuário mais acessível. Este desenvolvimento visa não apenas otimizar a usabilidade, mas também facilitar a integração do dispositivo em cenários do mundo real.

Uso de Inteligência Artificial: Uma abordagem promissora para aprimorar o desempenho do dispositivo é explorar a integração de técnicas de inteligência artificial. A questão central a ser investigada é: Será que modelos de inteligência computacional podem lidar eficientemente com os dados gerados pelo reflectômetro? Especula-se que, ao aumentar o número de detectores na linha de transmissão, seja possível não apenas melhorar a precisão, mas também expandir a largura de banda de operação. Para alcançar essa meta, é essencial acumular dados durante a fase de prototipagem.

10 Conclusão

A reflectometria de 6 portas, técnica comum em circuitos de alta frequência, destaca-se pela capacidade de medir tanto a razão quanto a diferença de fase entre sinais eletromagnéticos. O dispositivo resultante, denominado *Reflectômetro*, desempenha um papel crucial na extração precisa de informações a respeito de um dispositivo de uma única porta qualquer, permitindo a medição de amplitude e fase do coeficiente de reflexão, bem como a caracterização em termos de impedância. Por meio da análise e desenvolvimento feita para cada componente para a implementação desse dispositivo, proporcionou-se uma base sólida para futuros desenvolvimentos de maneira mais clara e direcionada.

Um dos objetivos alcançados foi a concepção da arquitetura com componentes básicos, viabilizando uma implementação de baixo custo. Além disso, o trabalho buscou reconhecer a genialidade dos criadores ao explorar o desenvolvimento e análise do reflectômetro de 6 portas. Apesar de estar em desuso, essa técnica ainda demonstra ser valiosa e pouco exigente em termos de hardware.

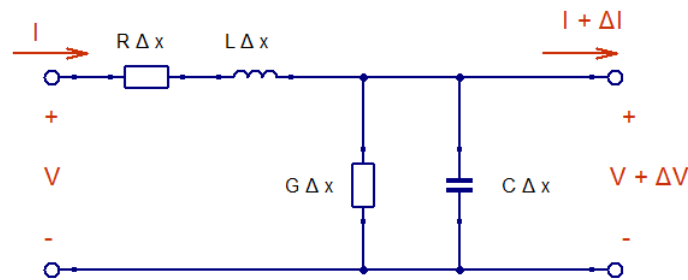
Assim, este estudo não apenas aprimorou a compreensão da reflectometria de 6 portas, mas também estabeleceu uma fundação sólida para futuras pesquisas e implementações práticas. A simplicidade da abordagem adotada e o foco na eficiência custo-benefício fortalecem a viabilidade contínua dessa técnica em contextos de circuitos de alta frequência.

A Equação do telégrafo

Trata-se de um par de equações diferenciais parciais obtidas por meio da análise de um modelo de linha de transmissão (HEAVISIDE, 1892). Esta formulação permite que o comportamento da tensão e da corrente elétrica ao longo do comprimento de uma linha de transmissão seja descrita matematicamente, permitindo a solução de diversos problemas relacionados à eletricidade, em especial na transmissão de sinais e dados elétricos a longas distâncias e/ou em elevada frequência.

Para facilitar a extração do sistema de equações diferenciais de uma linha de transmissão, efetua-se a modelagem uma seção diferencial de linha de transmissão em termos de elementos distribuídos:

Figura 31 – Modelo de linha de transmissão em elementos distribuídos



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Onde:

R resistência em série distribuída dos condutores, em $\Omega/\text{un.}$ de comprimento.

L indutância distribuída dos condutores, em $H/\text{un.}$ de comprimento.

G condutância do dielétrico que separa os condutores, em $S/\text{un.}$ de comprimento.

C capacitância entre os condutores, em $F/\text{un.}$ de comprimento.

Pode-se assim extrair as seguintes equações por meio da análise fasorial do circuito. Pela lei de Kirchoff das tensões:

$$-V + (R + j\omega L)I\Delta x + V + \Delta V = 0$$

$$\Delta V = -(R + j\omega L)I\Delta x$$

Passando o limite:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} \\ \therefore \frac{\partial V}{\partial x} &= -(R + j\omega L)I\end{aligned}\tag{A.1}$$

Pela lei de Kirchoff das correntes:

$$\begin{aligned}-I + [(G + j\omega C)\Delta x](V + \Delta V) + I + \Delta I &= 0 \\ \Delta I &= -(G + j\omega C)V\Delta x + -(G + j\omega C)\Delta V\Delta x\end{aligned}$$

Passando o limite

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta x} \\ \therefore \frac{\partial I}{\partial x} &= -(G + j\omega C)V\end{aligned}\tag{A.2}$$

Calculando as segundas derivadas de ambas as equações e combinando as derivadas parciais de primeira ordem já tidas:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= -(R + j\omega L)\frac{\partial I}{\partial x} \\ &= (R + j\omega L)(G + j\omega C)V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} &= -(G + j\omega C)\frac{\partial V}{\partial x} \\ &= (R + j\omega L)(G + j\omega C)I\end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - (R + j\omega L)(G + j\omega C)V &= 0 \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - (R + j\omega L)(G + j\omega C)I &= 0\end{aligned}\tag{A.3}$$

Seja $(R + j\omega L)(G + j\omega C)$ definido como γ^2 , pode-se reescrever as equações (A.3) como:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \gamma^2 V = 0\tag{A.4}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \gamma^2 I = 0 \quad (\text{A.5})$$

Estas equações parciais admitem o seguinte conjunto de soluções:

$$\begin{aligned} V(x) &= M_1 e^{-\gamma x} + N_1 e^{\gamma x} \\ I(x) &= M_2 e^{-\gamma x} + N_2 e^{\gamma x} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Observa-se que a contribuição das constantes M, cujos termos exponenciais acompanhantes são negativos tem sua influência gradativamente diminuída ao passo de as constantes N ao longo da distância x, e as constantes que acompanham os termos positivos, possuem contribuição gradativamente maior ao longo da distancia x. Apelidemos portanto estas constantes de incidentes e refletidas respectivamente. Substituindo as equações (A.6) nas equações (A.1) ou (A.2), obtemos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(M_2 e^{-\gamma x} + N_2 e^{\gamma x}) &= -(G + j\omega C)(M_1 e^{-\gamma x} + N_1 e^{\gamma x}) \\ -\gamma M_2 e^{-\gamma x} + \gamma N_2 e^{\gamma x} &= -(G + j\omega C)(M_1 e^{-\gamma x} + N_1 e^{\gamma x}) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Comparando termos, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{M_1}{M_2} &= \frac{-\gamma}{-(G + j\omega C)} & \frac{N_1}{N_2} &= \frac{\gamma}{-(G + j\omega C)} \\ &= \frac{\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}}{G + j\omega C} & &= -\frac{\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}}{G + j\omega C} \\ \therefore \frac{M_1}{M_2} &= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} & \therefore \frac{N_1}{N_2} &= -\sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Podemos então definir a constante comum entre as equações (A.8), também chamada de *impedância característica*, como $Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$. Assim as equações (A.6) podem ser reescritas no seguinte formato:

$$\begin{aligned} V(x) &= M_1 e^{-\gamma x} + N_1 e^{\gamma x} \\ I(x) &= \frac{M_1}{Z_0} e^{-\gamma x} - \frac{N_1}{Z_0} e^{\gamma x} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

De forma a criar uma representação mais simples, normaliza-se as constantes de propagação em relação à impedância característica. A idéia é que o novo valor elevado ao quadrado seja equivalente à potência entregue a uma carga Z_0 . Em outras palavras:

$$\begin{aligned} |a|^2 &= P_{incidente} & |b|^2 &= P_{refletida} \\ |a|^2 &= \frac{M_1^2}{Z_0} & |b|^2 &= \frac{N_1^2}{Z_0} \\ \therefore M_1 &= \sqrt{Z_0} a & \therefore N_1 &= \sqrt{Z_0} b \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Têm-se então que as constantes para as equações (A.9) podem ser reescritas em termos de a e b , também conhecidas como ondas de potência incidente e potência refletida respectivamente:

$$\begin{aligned} V(x) &= \sqrt{Z_0}(ae^{-\gamma x} + be^{\gamma x}) \\ I(x) &= \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(ae^{-\gamma x} - be^{\gamma x}) \end{aligned} \tag{A.11}$$

Neste caso também é possível definir as chamadas *Ondas de potência* da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a &= \frac{V(x) + Z_0 I(x)}{2\sqrt{Z_0}} \\ b &= \frac{V(x) - Z_0 I(x)}{2\sqrt{Z_0}} \end{aligned} \tag{A.12}$$

Referências

- Analog RF IntgCks. *Diode Detector*. 2015. [Online] Disponível em: <<https://analog.intgckts.com/rf-power-detector/diode-detector-2/>>. Acesso: 16 nov. 2023. Citado na página 28.
- Anritsu Corporation. *Understanding Directivity*. 2023. [Online] Disponível em: <<https://www.anritsu.com/en-US/test-measurement/solutions/en-us/understanding-directivity>>. Acesso: 16 dez. 2023. Citado na página 34.
- BILIK, V. Six-port measurement technique: Principles, impact, applications. Dezembro 2012. [Online] Disponível em: <<https://s-team.sk/docs/SixPortTechnique.pdf>>. Acesso: 11 jan. 2023. Citado na página 22.
- DUNSMORE, J. A simple smt bridge circuit mimics ultra-broadband coupler. *RF Design magazine*, p. 105–108, Novembro 1991. [Online] Disponível em: <http://www.ke5fx.com/Broadband_Coupler_Dunsmore.pdf>. Citado na página 36.
- EMERSON, D. *Two of Bose's point contact detectors, removed from the receiving antennas*. 1998. [Online] Disponível em: <<https://www.cv.nrao.edu/~demerson/bose/bose.htm>>. Acesso: 03 fev. 2024. Nenhuma citação no texto.
- ENGEN, G. F. The six-port reflectometer: An alternative network analyzer. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, p. 1075–1080, Dezembro 1977. [Online] Disponível em: <<https://www.nist.gov/system/files/documents/calibrations/mtt25-12.pdf>>. Acesso: 20 jan. 2023. Citado na página 20.
- HEAVISIDE, O. Electrical papers (2 volumes, collected works). *The Electrician Printing and Publishing Co.: London, UK*, 1892. Citado na página 66.
- HOER, C. A. *Using Six-Port and Eight-Port Junctions to Measure Active and Passive Circuit Parameters*. Boulder, Colorado 80303, 1975. [Online] Disponível em: <<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/TN/nbstechnicalnote673.pdf>>. Acesso: 1 jul. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- HOER, C. A. *Calibrating Two 6-Port Reflectometers with One Impedance Standard*. Boulder, Colorado 80303, 1978. [Online] Disponível em: <<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/TN/nbstechnicalnote1004.pdf>>. Acesso: 24 dez. 2023. Nenhuma citação no texto.
- HOER, C. A. *Calibrating A Six-Port Reflectometer with Four Impedance Standards*. Boulder, Colorado 80303, 1979. [Online] Disponível em: <<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/TN/nbstechnicalnote1012.pdf>>. Acesso: 20 dez. 2023. Nenhuma citação no texto.
- HUI, D.; WEIKLE, I. R. M. A non-contacting sampled-line reflectometer for microwave scattering parameter measurements. Dezembro 2004. [Online] Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1427585>>. Acesso: 21 jul. 2023. Nenhuma citação no texto.

- MARGRAF, M. *QucsStudio – A Free and Powerful Circuit Simulator*. 2023. [Online] Disponível em: <<http://qucsstudio.de>>. Acesso: 16 dez. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 31.
- POZAR, D. M. *Microwave Engineering*. [S.l.]: Wiley, 2011. Citado na página 18.
- WIEDMANN, F. et al. New structure for a six-port reflectometer in monolithic microwave integrated-circuit technology. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 46, n. 2, p. 527–530, Abril 1997. Citado 3 vezes nas páginas 25, 51 e 53.
- WILLIAMS, W. L. *Computer Aided Measurements of Microwave Circuits*. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, Pasadena, California, 1989. [Online] Disponível em: <https://thesis.library.caltech.edu/646/4/Williams_wl_1989-ocr.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 49.
- ÜLKER, S.; WEIKLE, R. M. A sampled-line reflectometer for submillimeter-wave measurements. *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, Junho 2002. Citado na página 49.