UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GABRIELLA ROSA PEREIRA E GIOVANNA LIMA AMANCIO MORAES

UMA NARRATIVA REFLEXIVA DE DUAS FUTURAS PROFESSORAS SOBRE A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E A FORMAÇÃO NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Goiânia
2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC no 1240/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei no 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação disponibilizado no RI/UFG é de responsabilidade exclusiva dos autores. Ao encaminhar(em) o produto final, o(s) autor(a)(es)(as) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG)

Nome(s) completo(s) do(a)(s) autor(a)(es)(as): Gabriella Rosa Pereira e Giovanna Lima Amancio Moraes

Título do trabalho: Uma narrativa reflexiva de duas futuras professoras sobre a Atividade Orientadora de Ensino e a formação na licenciatura em Matemática

2. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador) Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante: a) consulta ao(à)(s) autor(a)(es)(as) e ao(à) orientador(a); b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo do TCCG. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro.

Obs.: Este termo deve ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Wellington Lima Cedro**, **Professor do Magistério Superior**, em 15/12/2025, às 09:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Gabriella Rosa Pereira**, **Discente**, em 15/12/2025, às 09:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Giovanna Lima Amancio Moraes**, **Discente**, em 15/12/2025, às 09:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5833447** e o código CRC **6DCAB67E**.

Referência: Processo nº 23070.062557/2025-72 SEI nº 5833447

GABRIELLA ROSA PEREIRA E GIOVANNA LIMA AMANCIO MORAES

UMA NARRATIVA REFLEXIVA DE DUAS FUTURAS PROFESSORAS SOBRE A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E A FORMAÇÃO NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Trabalho apresentado ao curso de graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para conclusão do curso de licenciatura em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Lima Cedro

Goiânia
2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Pereira, Gabriella Rosa
Uma narrativa reflexiva de duas futuras professoras sobre a Atividade Orientadora de Ensino e a formação na Licenciatura em Matemática [manuscrito] / Gabriella Rosa Pereira, Giovanna Lima Amancio Moraes. - 2025.
CXXXVII, 137 f.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Lima Cedro.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), Matemática, Goiânia, 2025.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui lista de figuras.

1. formação de professores. 2. Atividade Orientadora de Ensino. 3. Teoria Histórico-Cultural. 4. movimento lógico-histórico. 5. equações do segundo grau. I. Moraes, Giovanna Lima Amancio. II. Cedro, Wellington Lima, orient. III. Título.

CDU 51:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ao(s) doze dia(s) do mês de dezembro do ano de 2025 iniciou-se a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado "**Uma narrativa reflexiva de duas futuras professoras sobre a Atividade Orientadora de Ensino e a formação na licenciatura em Matemática**", de autoria de Gabriella Rosa Pereira e Giovanna Lima Amancio Moraes e, do curso de Licenciatua em Matemática, do(a) Instituto de Matemática e Estatística da UFG. Os trabalhos foram instalados pelo(a) Dr Wellington Lima Cedro – orientador(a) (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Mayline Regina Silva (FACET/UFGD) e Jhone Caldeira Silva (IME/UFG). Após a apresentação, a banca examinadora realizou a arguição do(a) estudante. Posteriormente, de forma reservada, a Banca Examinadora atribuiu a nota final de 10,0 , tendo sido o TCC considerado APROVADO.

Proclamados os resultados, os trabalhos foram encerrados e, para constar, lavrou-se a presente ata que segue assinada pelos Membros da Banca Examinadora.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Wellington Lima Cedro**, **Professor do Magistério Superior**, em 15/12/2025, às 09:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Mayline Regina Silva**, **Usuário Externo**, em 15/12/2025, às 10:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

sei! assinatura eletrônica

Documento assinado eletronicamente por **Jhone Caldeira Silva**, **Professor do Magistério Superior**, em 15/12/2025, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5833419** e o código CRC **D38E5249**.

Referência: Processo nº 23070.062557/2025-72 SEI nº 5833419

AGRADECIMENTOS
GABRIELLA ROSA PEREIRA

Agradeço a Deus por me guiar ao longo de toda minha vida. Sei que tudo posso com a sua benção e proteção.

Agradeço à minha mãe, Laura Alves Rosa, um exemplo de mulher que me inspira todos os dias. Você me motiva a conquistar tudo que eu sonho. Quem eu sou hoje é graças a criação que a senhora me proporcionou, com muito esforço e dedicação. Essa conquista não é apenas minha, mas sim nossa! Muito obrigada, do fundo do meu coração.

Agradeço ao meu namorado, João Pedro Borges de Souza, por ser meu porto seguro, por me apoiar nos momentos em que até eu mesma duvidei da minha capacidade. Sua companhia, seu amor, seu carinho, são meus alicerces. Obrigada, meu bem!

Agradeço à minha família, em especial a vovó Doracina, suas lições eu carregarei em meu coração. Agradeço à minha priminha Ana Clara, você é um exemplo de estudante e conquistará tudo que deseja, você me enche de orgulho! Agradeço também à Fernanda e Isabela por me apoiarem em diversos momentos antes e durante a graduação.

Agradeço aos meus amigos de longa data Karyta e Bruno por me incentivarem em vários momentos. A nossa amizade é muito valiosa pra mim. Vocês são incríveis!

Agradeço à minha amiga Giovanna Lima. Foi mágico dividir cada uma dessas experiências com você. Obrigada por tornar a graduação muito mais especial e espero compartilhar vários momentos e conquistas nossas no futuro. Este TCC é apenas o começo.

Agradeço também à minha amiga Ana Vitória Alves, por dividir os momentos felizes, os desesperos e as conquistas. Eu me inspiro com toda sua força e dedicação.

Agradeço aos meus colegas do PETMAT. Tenho um carinho enorme por tudo que vivenciamos juntos. Foram muitas experiências, viagens, risadas, choros, aprendizagens… Momentos de crescimento e pertencimento que sem vocês, não existiriam.

Agradeço aos professores que contribuíram para a construção da minha identidade docente, Professor Doutor Anderson, Professor Doutor Jhone por aceitar fazer parte da nossa banca, e em especial à Professora Doutora Mayline e ao Professor Doutor Wellington.

May, você transformou a minha graduação! Sou imensamente grata por ter você como professora e inspiração para a carreira docente. Estarei sempre aprendendo com você ao longo da minha vida acadêmica, esse é apenas o começo de muitos aprendizados.

Obrigada Wellington por toda orientação. Você é exemplo de humildade e sabedoria. Espero aprender cada vez mais com você e dividir outros momentos no futuro.

AGRADECIMENTOS
GIOVANNA LIMA AMANCIO MORAES

Primeiramente, agradeço a Deus e à espiritualidade divina, pois acredito que nada é por acaso e que todos os caminhos trilhados por mim foram supervisionados por Ele.

À minha família, por sempre acreditar em mim e me proporcionar todo o apoio emocional, moral e financeiro, em especial aos meus pais, Adriano e Juliangela. Sem vocês nada seria possível; obrigada por serem a minha referência e a minha base. Agradeço também ao meu irmão, Daniel, à minha tia, Aline, e à minha avó, Neucy, por todo o carinho e cuidado que sempre tiveram comigo. A pessoa que sou hoje existe graças a cada um de vocês, e eu tenho muita sorte por isso.

Às amizades que fiz na graduação, em especial Ana Vitória e Gabriella, que desde o primeiro período compartilharam comigo todos os anseios, dificuldades e alegrias que a faculdade nos proporcionou, e àqueles que chegaram depois, mas que também me marcaram de alguma forma. Também às amizades de fora da UFG, por todo o apoio e carinho. Como diz Emicida, “quem tem um amigo tem tudo”, e vocês foram tudo para mim nesses quatro anos.

Ao PETMAT e a todas as pessoas que conheci nesse programa, serei eternamente grata. Este espaço foi, para mim, sinônimo de pertencimento e aprendizado, foi onde cresci como pessoa, estudante e futura professora. A todos os colegas com quem compartilhei angústias, risadas e aprendizados, saibam que ocupam um lugar especial em meu coração e que guardarei para sempre as memórias que construímos juntos. Espero poder levar vocês comigo para além da graduação!

Aos professores que me marcaram positivamente e contribuíram para minha formação, Mayline, Anderson, José Pedro, Jhone e outros, foi um prazer poder aprender com vocês!

À minha dupla de Estágio e TCC, Gabriella, pela nossa amizade que vai além do ambiente acadêmico. Poder compartilhar com você os momentos da graduação e da vida, do primeiro dia de aula até a escrita do TCC, dos momentos mais corriqueiros, como os almoços no RU, até os mais divertidos, como as festas universitárias, foi muito especial. Como diz Taylor Swift, “vida longa a todas as montanhas que movemos” e a todos os próximos momentos especiais que ainda dividiremos juntas!

E, por último, mas não menos importante, agradeço ao meu orientador, professor e tutor do PETMAT, Wellington, por ser minha referência como profissional e como pessoa nesse meio acadêmico. É um privilégio aprender a ser professora e pesquisadora com você, e espero poder usufruir desse privilégio mais vezes.

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso possui como temática o processo de formação inicial como professoras de Matemática. A questão que motivou a realização desse estudo foi: Como a Atividade Orientadora de Ensino, enquanto princípio teórico-metodológico, pode contribuir para a nossa formação enquanto professoras de matemática? Para responder esse questionamento, tem-se como objetivo geral analisar o nosso processo de formação inicial de professoras de matemática pautado na Atividade Orientadora de Ensino, e como objetivos específicos refletir criticamente sobre os aspectos da Atividade Orientadora de Ensino que influenciaram a nossa formação e identificar aspectos positivos e negativos da nossa prática docente com base na regência realizada durante o Estágio Supervisionado. A metodologia utilizada é a Narrativa, pois o trabalho está estruturado em narrações reflexivas de duas futuras professoras, autoras deste estudo, acerca de momentos de aprendizagem e vivências experienciadas por nós ao longo do processo de formação inicial no curso de Licenciatura em Matemática. Todo esse movimento foi marcado pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, do princípio teórico-metodológico denominado Atividade Orientadora de Ensino e dos estudos sobre o movimento lógico-histórico da Álgebra, especificamente das equações do segundo grau, conteúdo ministrado por ambas durante a regência do Estágio Supervisionado. Foram identificados indícios de impactos e influências dos estudos e reflexões referentes a tais pressupostos nos espaços formativos, especialmente quanto à constituição da identidade docente e à tomada de consciência de suas funções sociais. Em síntese, imergir nas recordações das nossas experiências mostrou-se um processo essencial para a conclusão do curso, pois, por meio dele, reflexões, análises e constatações puderam ser realizadas e impactaram as nossas vivências acadêmicas, profissionais e pessoais.

Palavras-chave: formação de professores; Atividade Orientadora de Ensino; Teoria Histórico-Cultural; movimento lógico-histórico; equações do segundo grau.

ABSTRACT

This Final Course Project focuses on the initial training process as mathematics teachers. The question that motivated this study was: How can the Teaching-Oriented Activity, as a theoretical-methodological principle, contribute to our training as mathematics teachers? To answer this question, the general objective is to analyze our initial training process as mathematics teachers based on the Teaching-Oriented Activity, and the specific objectives are to critically reflect on the aspects of the Teaching-Oriented Activity that influenced our training and to identify positive and negative aspects of our teaching practice based on the teaching experience carried out during the Supervised Internship. The methodology used is Narrative, as the work is structured in reflective narratives by two future teachers, authors of this study, about learning moments and experiences lived by us throughout the initial training process in the Mathematics Licentiate course. This entire process was marked by the assumptions of Historical-Cultural Theory, the theoretical-methodological principle called Teaching-Oriented Activity, and studies on the logical-historical movement of Algebra, specifically quadratic equations, content taught by both during their Supervised Internship. Evidence of the impacts and influences of these studies and reflections on formative spaces was identified, especially regarding the constitution of teaching identity and their awareness of their social functions. In short, immersing ourselves in the memories of our experiences proved to be an essential process for the completion of the course, as it allowed for reflections, analyses, and findings that impacted our academic, professional, and personal experiences.

Keywords: teacher education; Teaching-Oriented Activity; Cultural-Historical Theory; logical-historical movement; quadratic equations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - equipe PETMAT em julho de 2022 20
Figura 2 - registro da reunião com a professora Maria do Carmo 31
Figura 3 - slide apresentado para a turma sobre as informações do terreno 56
Figura 4 - mapa do terreno sem divisões 57
Figura 5 - mapa do terreno dividido em 5 partes 58
Figura 6 - slide apresentado para a turma sobre as ferramentas de medição da história 58
Figura 7 - professora promovendo a discussão das representações feitas pelos grupos com a turma 61
Figura 8 - exemplo da folha entregue ao grupo do Terreno 1 63
Figura 9 - exemplo da representação que seria feita na folha 64
Figura 10 - exemplo da representação na folha ocupando a área toda 65
Figura 11 - confecção dos papéis coloridos 66
Figura 12 - slide apresentado para a turma para relacionar o método de completar quadrados a fórmula resolutiva 67
Figura 13 - professora explicando o processo algébrico da fórmula resolutiva 68
Figura 14 - professora resolvendo uma questão no quadro 69
Figura 15 - mapas dos caminhos entregues para os grupos 79
Figura 16 - exemplo de uma das folhas que foram entregues com o enigma 82
Figura 17 - professora explicando a fórmula da soma 84
Figura 18 - imagem utilizada para exemplificar a caixa 84
Figura 19 - um dos cinco segredos que foram entregues a turma 85
Figura 20 - quadro com a síntese das professoras sobre o planejamento da aula 87
Figura 21 - professora realizando a explicação da equação biquadrada 88

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **13**
2 PERSPECTIVAS SOBRE A EDUCAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO HUMANO **16**
2.1 O PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL COMO DEFINIDOR DE TRAJETÓRIA 17
2.2 CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO COMO UM ESPAÇO FORMATIVO 21
2.3 A DISCIPLINA DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO II 23
3 ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA **27**
3.1 ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO 27
3.2 O ESTUDO SOBRE O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO 32
3.3 MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO 35
4 CONHECIMENTO MATEMÁTICO **40**
4.1 O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DA ÁLGEBRA 41
4.2 O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DAS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU 44
5 EXPERIÊNCIAS VIVENCIADAS DURANTE O ESTÁGIO SUPERVISIONADO **49**
5.1 A HISTÓRIA COMO PROPULSORA DOS MOMENTOS FORMATIVOS 50
5.2 O CONHECIMENTO QUE ABRE CAMINHOS 73
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS **91**
REFERÊNCIAS **94**
APÊNDICE A - PLANEJAMENTO DAS AULAS **97**

1 INTRODUÇÃO

Ao longo do processo de formação inicial de professores, somos apresentados a diversas disciplinas da graduação que são fundamentais para a constituição do nosso conhecimento teórico, no que se refere à docência em Matemática. Entretanto, é necessário que nós, como estudantes, busquemos expandir a nossa formação para além das disciplinas, ocupando novos espaços e vivenciando outras experiências que agregam em nosso processo formativo, pois concordamos com Silva (2023) ao afirmar que

> A aprendizagem da docência ocorre em movimento de transformação, para isso, os cursos de formação devem promover espaços que priorizem reflexão sobre as práticas pedagógicas, redução a respeito do distanciamento entre os conhecimentos matemáticos da universidade, com os conhecimentos ensinados na escola de educação básica, bem como, a apropriação de conceitos pelas suas múltiplas determinações [..] (Silva, 2023, p. 40).

Nesse sentido, ao aproveitarmos as oportunidades do curso de Licenciatura em Matemática e buscarmos ocupar espaços que priorizassem a reflexão sobre as práticas pedagógicas, há de se observar que a nossa formação inicial como professoras de matemática, sendo esta a temática que abordaremos neste trabalho de conclusão de curso, foi influenciada por esses espaços. Tensionadas por essas reflexões, nos vimos diante de uma forma de organização do ensino pautada na Atividade Orientadora de Ensino (Moura, 1996), a qual expandiu os nossos conhecimentos para além do que as disciplinas de educação matemática do curso poderiam oferecer.

Dessa forma, ao final da nossa graduação, sendo este momento marcado pela escrita deste trabalho, nos deparamos com a seguinte pergunta que escolhemos para ser a questão da pesquisa, a fim de compreender melhor todas essas influências e fazer a defesa desses espaços e dos estudos desenvolvidos neles: Como a Atividade Orientadora de Ensino, enquanto princípio teórico-metodológico, pode contribuir para a nossa formação enquanto professoras de matemática? A justificativa para realizarmos uma pesquisa sobre essas contribuições se deu por meio da oportunidade de aprofundar nossos estudos sobre a Atividade Orientadora de Ensino em outros espaços, para além do Programa de Educação Tutorial da Matemática, sendo este o espaço que nos apresentou tal princípio e nos acompanhou desde o início da nossa graduação até o final dela.

Em função da questão supracitada, delineamos como o nosso objetivo geral analisar o nosso processo de formação inicial de professoras de matemática pautado na Atividade Orientadora de Ensino. Com o intuito de atingir a análise proposta, temos como objetivos específicos refletir criticamente sobre os aspectos da Atividade Orientadora de Ensino que influenciaram a nossa formação e identificar aspectos positivos e negativos da nossa prática docente com base na regência realizada durante o Estágio Supervisionado, sendo este um novo espaço formativo que ocupamos ao final da nossa graduação.

Levando em consideração todos esses aspectos, adotaremos a metodologia Narrativa, tanto para contar o que vivenciamos e tudo que aprendemos, como para refletir sobre esses acontecimentos e inter-relacionar nossas reflexões do passado com o nosso conhecimento do presente. Clandinin e Connelly (2000, p. 20) descrevem a pesquisa narrativa "como uma forma de compreender a experiência", sendo o nosso processo formativo o qual buscamos compreender para conseguir analisá-lo em toda sua subjetividade.

Gostaríamos de destacar também que essa experiência não diz respeito apenas às vivências de cada uma das pesquisadoras de maneira individual. Não iremos narrar a experiência da Gabriella e depois a experiência da Giovanna ao longo dos seus processos formativos. Iremos narrar a nossa formação no coletivo, de maneira conjunta. Não estamos lidando com o "Eu", mas sim com o "Nós".

Este Nós não é formado apenas por nós duas, mas por todas as pessoas que influenciaram nossas vivências ao longo desses quatro anos e que sem elas muitas contribuições não existiriam. Não é possível formar-se professor sozinho, pois o ensinar exige a presença do outro, assim como o aprender depende de sujeitos que são qualificados para motivar essa atividade de aprendizagem no sujeito que busca aprender.

Portanto, é importante analisar essas experiências que tivemos, e refletir sobre elas para que o recorrente discurso de que "na teoria é uma coisa e na prática é outra" não continue a ser difundido e banalizado, com o intuito de divulgar uma forma de aproximar os conhecimentos desenvolvidos na graduação com os conhecimentos exigidos dos professores no ensino básico, além de motivar a apropriação dos conceitos discutidos e ampliação desses espaços de discussão.

Para narrar o nosso processo de formação inicial escrevemos quatro seções que perpassam acontecimentos nem sempre lineares, no qual envolvem nossas reflexões sobre o momento em que vivenciamos e sobre como o entendemos agora. As temáticas abordadas em cada seção foram selecionadas considerando a relevância de cada espaço formativo, dos momentos vivenciados e das discussões reflexivas ao longo do percurso para a nossa formação acadêmica e pessoal, com o objetivo de narrar os fatos e analisá-los a partir de nossa perspectiva após vivenciar esse processo.

Assim, a seção seguinte desta introdução diz respeito à nossa perspectiva sobre a educação e o desenvolvimento humano, e como ela foi constituída durante a graduação. Em seguida discorreremos sobre a organização do ensino de matemática e como compreendemos a nossa forma de organizar o ensino. Pensando sobre o ensino, também é necessário apropriar-se do conhecimento que objetivamos ensinar, e sobre essa apropriação, iremos utilizar da seção "Conhecimento matemático" para refletir e abordar. Por último, iremos narrar e analisar como foi a nossa experiência durante o Estágio Supervisionado e seus impactos na reta final do nosso processo formativo.

Logo, convidamos você, leitor, para voltar ao ano de 2022, em que se deu o início de todo esse processo.

2 PERSPECTIVAS SOBRE A EDUCAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO HUMANO

Ao sairmos do Ensino Médio e chegarmos na universidade, a ideia que tínhamos sobre Educação era pautada nas nossas experiências enquanto estudantes. Assim, o que conhecíamos por meio da nossa formação básica eram as clássicas aulas tradicionais expositivas, nas quais o professor apresentava o conteúdo e o nosso papel como estudante era de ouvir, anotar e depois resolver os exercícios propostos.

As aulas de matemática seguiam exatamente esse padrão. O melhor aluno era aquele que conseguia resolver os problemas de matemática e que obtinha um bom desempenho acadêmico na disciplina; e o melhor professor era o que sabia explicar a matéria e fazer com que os alunos tirassem boas notas.

Ao chegarmos à Universidade, carregávamos ainda uma concepção limitada de Educação. Para nós, a Matemática era algo pronto, acabado, objetivo e exato. Para compreendê-la, bastava dominar os métodos, as fórmulas e as operações envolvidas. Não se discutia matemática, fazia-se Matemática.

No entanto, ao ingressarmos no curso de Licenciatura em Matemática, buscávamos compreender para além dessa concepção de Educação que, ao nosso ver, não era suficiente ao levarmos em conta o desenvolvimento humano do sujeito inserido nesse processo educativo. Dessa forma, nos envolvemos em espaços que confrontaram toda essa lógica construída ao longo da nossa trajetória escolar.

Tais espaços englobam as disciplinas da graduação de maneira geral. Entretanto, iremos destacar a disciplina de Psicologia da Educação II, pois ela nos possibilitou ampliar nossa visão sobre Educação e ir de encontro com a concepção que não concordávamos. Além disso, acreditamos que esses espaços transcendem as disciplinas que são obrigatórias. Assim, gostaríamos de evidenciar o Programa de Educação Tutorial da Matemática, que possui um viés de ensino, pesquisa e extensão, juntamente com projetos que impactaram a nossa graduação, e que iremos dar mais ênfase sobre seus impactos e como se deu esse processo no decorrer da seção.

Nesses ambientes, aprendemos que a matemática não estava pronta e que se tratava de um conhecimento passível de debate, no qual diferentes concepções teóricas poderiam produzir entendimentos distintos. Aos poucos, fomos apresentadas a diferentes perspectivas de Educação Matemática, as quais nos formaram enquanto futuras profissionais. Cada espaço em que estivemos inseridas contribuiu para constituir aspectos da nossa concepção sobre a Educação Matemática e como ela pode impactar no desenvolvimento dos estudantes.

Assim, isso nos indica que essa concepção está intrinsecamente ligada às perspectivas dos espaços formativos que fomos incluídas, e é sobre esses espaços, bem como suas respectivas contribuições para a nossa formação e a formação que objetivamos proporcionar para os nossos futuros estudantes, que discutiremos nesta seção.

2.1 O PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL COMO DEFINIDOR DE TRAJETÓRIA

Maio de 2022,

Antes de começarmos a narrar as nossas experiências neste espaço, faremos uma breve apresentação sobre ele. O PET (Programa de Educação Tutorial), segundo o Ministério da Educação, é um programa que oferece bolsas a estudantes de graduação e tutores, além de apoiar as atividades de grupos tutoriais nas Instituições de Ensino Superior (IES) de todo o país, com o objetivo de promover uma formação acadêmica de excelência.

O Programa surgiu em 1979, criado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), inicialmente com o nome de Programa Especial de Treinamento e objetivando selecionar os melhores alunos do curso, visando uma formação de excelência por meio de grupos de estudos dirigidos por um professor tutor (Macedo, 2017).

Ao longo do tempo, o Programa passou por várias modificações e reformulações, até que em 2005 estabeleceu-se a nova nomenclatura "Programa de Educação Tutorial" e, desde então, com o intuito de ser um "laboratório para a graduação, um espaço de experimentação de duas grandes questões: a educação tutorial e a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão" (Silva, 2015, p. 33). O Programa de Educação Tutorial da Matemática (PETMAT) da Universidade Federal de Goiás é um dos 881 grupos ativos atualmente nas IES de todo o país, sendo todos esses grupos integrados por até 12 bolsistas e até 6 voluntários.

Era a nossa primeira semana de aula, participamos do "Com Calma", um projeto realizado pelo grupo do PETMAT (Programa de Educação Tutorial da Matemática), todos veteranos do curso de Licenciatura em Matemática, a fim de recepcionar e integrar os calouros.

Dessa forma, ao sermos apresentadas ao PETMAT na semana de recepção aos calouros, fomos informadas que o Programa era voltado para a licenciatura em Matemática e que proporcionava experiências para além da graduação, contando com ações externas a UFG intrinsecamente ligadas a prática docente e a pesquisa. A princípio, nós estávamos matriculadas na Área Básica de Ingresso (ABI) da Matemática no turno vespertino, ou seja, ao final dos dois primeiros períodos da graduação tínhamos a oportunidade de escolher entre o curso de Bacharelado ou Licenciatura em Matemática. No entanto, mesmo antes do início das aulas, já era certo para ambas que optaríamos pela Licenciatura, pois desde o ingresso tínhamos interesse em seguir na carreira docente.

Desde essa primeira semana, nos aproximamos e, ao conversarmos sobre diversos assuntos sobre o novo mundo que estávamos adentrando, a universidade, percebemos que tínhamos muito em comum. Desde então, criou-se uma amizade entre as autoras deste texto que perduraria ao longo do curso e a realização desse Trabalho de Conclusão, e que se estenderá nas próximas etapas de nossas vidas.

Na recepção do Com Calma ouvimos o anúncio: “o PETMAT abrirá 3 vagas para bolsistas em breve, fiquem atentos para o processo seletivo que logo sairá”. Nem foi preciso mais explicações e incentivos para que o convite nos interessasse. Duas calouras, empolgadas para conhecer melhor o curso e a profissão que recém tinham escolhido, motivadas a entender o que era a prática docente e, ainda por cima, com a possibilidade de ganhar uma bolsa? O PETMAT era a oportunidade perfeita!

Entusiasmadas com a ideia, assim que foi aberto o processo seletivo nos inscrevemos. Esse processo seletivo tinha como objetivo selecionar estudantes com potencial de contribuir para as atividades desenvolvidas no PETMAT, que fossem proativas e que se engajassem nos projetos. O processo em si já demandava muito: dinâmica, entrevista, envio de um vídeo se apresentado e um texto discursivo sobre um livro. No entanto, ambas objetivavam tirar as melhores notas e passar no processo seletivo. O esforço valeu a pena. Giovanna e Gabriella, respectivamente, foram as duas primeiras colocadas, o que foi motivo de muita comemoração entre nós. O PETMAT, na época, passou a contar com 12 bolsistas e 2 voluntários. Portanto, a nossa inserção nesse espaço que tanto almejávamos pertencer estava garantida, e agora cabia a nós aproveitarmos as oportunidades que teríamos ao longo da nossa trajetória.

Julho de 2022,

Assim que entramos no PETMAT, haviam três projetos ativos: Matemática Básica em Perspectiva, Matemática no Circo e Clube de Matemática Ensino Médio. O Matemática Básica em Perspectiva consiste em um curso de 12 aulas, com conteúdo de matemática básica voltados à comunidade em geral a partir dos 14 anos, abrangendo uma faixa etária bastante ampla, que vai de adolescentes a idosos. Já o projeto Matemática no Circo tem como objetivo desmistificar a matemática por meio de tarefas lúdicas que abordam conteúdos matemáticos e atividades circenses, sendo direcionado a crianças de 5 a 14 anos, e ocorre no Circo Laheto em Goiânia.

Por sua vez, o Clube de Matemática Ensino Médio é destinado a estudantes do 1º ano do Ensino Médio e aborda o conteúdo de funções por meio de tarefas contínuas que objetivam colocar os estudantes em atividade. Além dos projetos ativos, o grupo também desenvolvia ações pontuais e participava de eventos para atender às necessidades, tanto da comunidade interna, quanto da externa à UFG.

Nesse sentido, os nossos primeiros dias no PETMAT foram intensos. Na época, o grupo organizava uma ação pontual para a Educação Intercultural da UFG que abordava o conteúdo de frações por meio do jogo de dominó de frações, e nós também iriamos participar. Esse primeiro contato foi desafiador para nós pois, além de ser a nossa primeira vez como professoras e não como alunas, era a nossa primeira ação como petianas[1]. Não sabíamos como nos portar, nos comunicar e interagir naquele espaço ainda, era tudo muito novo. Ademais, o público no qual estávamos trabalhando eram adultos e com uma pluralidade cultural muito vasta, visto que os estudantes do Intercultural são majoritariamente indígenas, vindos de comunidades distintas e uma diversidade cultural, que buscam formação superior para atuar em suas comunidades.

Assim, por se tratar do nosso primeiro contato com a docência, todo o contexto era muito novo para nós. Principalmente por se tratar de adultos, todos com idade bem superior à nossa. Dessa forma, a nossa participação nessa primeira ação foi repleta de desafios e novas vivências.

No entanto, mesmo que essas primeiras experiências nos assustassem, a forma como o PETMAT era conduzido fazia com que não nos sentíssemos sozinhas ou desamparadas, pois, enquanto grupo, todos da equipe eram responsáveis pelo desenvolvimento da tarefa e todos deveriam se ajudar mutuamente. Assim, fomos nos entendendo nesse espaço coletivo, diferente de qualquer outro do qual já havíamos feito parte, em que se valorizava a ação individual.

Portanto, esse período inicial de integração no grupo foi muito importante para que nos constituíssemos, não só como estudantes de graduação, mas também como futuras docentes. Sobre esse aspecto do grupo PET, Silva (2023) destaca que

> A coletividade é tão importante quanto o ato de planejar para a aprendizagem da docência por meio da intencionalidade, visto que compartilhar as ideias, debatê-las, tomar decisões e segui-las, mesmo não sendo a sua própria ideia, é um jogo de convencimentos e argumentações que eleva a qualidade do conhecimento e coloca em experiência o objetivo traçado por todos, com alcance futuro nas avaliações (Silva, 2023, p. 197).

[1] Termo usado para participantes dos grupos PET's.

Desse modo, fomos integradas a um grupo que se reunia semanalmente para discutir, propor e planejar todas as suas ações conjuntas e, como a autora ressalta, estar inserida nesse processo coletivo exige um jogo de convencimentos que melhora a qualidade do trabalho, nos deixando mais críticas sobre a prática docente, tanto a nossa prática individual, quanto a dos outros integrantes do grupo. Isso porque, ao nos sentirmos pertencentes a esse espaço, o trabalho coletivo nos representava também como indivíduos, ao passo que a nossa conduta nas ações deveria estar de acordo com o que o grupo acreditava e decidia. Na imagem a seguir, encontra-se esse grupo inicial citado, e que, no decorrer do tempo, alguns de seus integrantes mudaram

Figura 1 - equipe PETMAT em julho de 2022

Fonte: acervo do PETMAT (2022).

Além do planejamento dos projetos, as reuniões eram usadas para o estudo dos referenciais teóricos, os quais baseiam todas as tarefas que desenvolvemos. No início, nós, duas calouras no primeiro período do curso, não entendíamos muito do que era discutido nas reuniões, mas com o tempo as discussões e os assuntos ganhavam sentido. Mesmo não conseguindo contribuir efetivamente nas tarefas do grupo, participar desses momentos de discussão nos deixavam curiosas e motivadas a estudar cada vez mais os assuntos propostos, já que nos sentíamos envolvidas nos questionamentos e reflexões do restante da equipe.

Nesse sentido, tomamos consciência de que o PETMAT era um espaço privilegiado dentro da graduação em Licenciatura em Matemática, pois, em que outro ambiente acadêmico ou profissional teríamos tamanha liberdade para discutir e refletir semanalmente sobre nossas ações — tanto como professores em formação, quanto como estudantes de graduação? Enquanto, por vezes, a profissão docente pode parecer solitária, no PET aprendemos que não deve ser assim. Para nós, ser professor é planejar, refletir e criticar se for necessário. É buscar sempre o melhor para os nossos estudantes e fazer tudo que estiver ao nosso alcance para proporcionar uma educação de qualidade. Para que isso aconteça é preciso unir forças em comum, ou seja, é preciso trabalhar juntos. Pensamos assim pois, como afirma Silva (2023)

> [...] a atividade do professor está intrinsecamente ligada à formação de conceitos, o que nos leva a refletir sobre a transformação constante do professor em sua prática. Essa transformação envolve significações que são peculiares a cada professor, mas que também emergem como resultado do contexto histórico-cultural da sociedade (Silva, 2023, p. 24).

Dentro dessa perspectiva, entendemos que, assim como no PET, estamos inseridas em um contexto social que nos constitui e nos transforma enquanto professoras, a partir do meio vivenciado. Esse contexto, que a autora chama de “contexto histórico-cultural”, será discutido posteriormente no texto.

Ao longo da nossa graduação, a sala do PET passou a ser a nossa “casa” dentro do Instituto de Matemática e Estatística (IME). Lá se tornou o nosso espaço de: estudo, jogos, cochilos após o almoço, conversas com os colegas, troca de experiências, planejamento e uma infinidade de outras ações inerentes à vida universitária. Foi também nesse espaço que nos constituímos como estudantes e futuras profissionais. Nos próximos tópicos, daremos continuidade à nossa jornada discente, destacando outros momentos e espaços que foram de grande importância para nossa formação e que culminaram na escrita deste trabalho.

2.2 CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO COMO UM ESPAÇO FORMATIVO

Julho de 2022,

Nessa época, dentre os projetos que destacamos na subseção anterior, fomos destinadas a participar do “Matemática no Circo” e do “Clube de Matemática Ensino Médio”, sendo este último o que iremos dar ênfase. O nosso interesse nesse projeto que estamos destacando, a princípio, se deu por envolver o ambiente escolar, enquanto o Circo tratava-se de um ambiente não formal. Entretanto, o nosso entusiasmo pelo projeto foi se estruturando em outros vieses ao longo da nossa participação.

Coordenado pela Professora Mayline Regina Silva[2], o projeto surgiu para servir como um espaço no qual professores em formação poderiam refletir criticamente sobre a sua prática e ter contato com a sala de aula, e os estudantes do Ensino Médio que participavam dos

[2] As identificações das professoras e dos professores por seus nomes verdadeiros que realizamos no decorrer da nossa escrita foram devidamente informadas e autorizadas por eles.

encontros semanais desenvolvidos pelo projeto tinham a oportunidade de experienciar um movimento de aprendizagem sobre o conteúdo de função.

O projeto surgiu também devido a pesquisa de doutorado da professora coordenadora, no qual ela analisou o processo de formação inicial que esse espaço possibilitou e possibilita. Participarmos desse projeto no início da nossa graduação foi uma espécie de passagem do sujeito estudante para o sujeito professor. Em menos de um ano nós já havíamos deixado de ocupar esse espaço de estudantes do Ensino Médio para ocuparmos o espaço de professoras neste mesmo ambiente. Essa mudança não foi corriqueira, foi um processo recheado de inseguranças, medos e incertezas, porém com muitos aprendizados que com certeza nos acompanharão em toda nossa jornada.

Silva (2023), destaca que "o projeto está diretamente relacionado à formação inicial do professor de Matemática, ressaltando aspectos da aprendizagem da docência, da atividade pedagógica e do conhecimento matemático" (Silva, 2023, p. 95). Assim, ao ocuparmos esse espaço, tivemos a oportunidade de começar a ter contato com pressupostos teóricos metodológicos que, até esse momento inicial, sequer sabíamos da existência, possibilitando conhecer diversos aspectos da docência, nosso papel na sociedade como professores de matemática e o conhecimento em relação a essa área, como ressaltado por Silva (2023). Afinal, estávamos muito mais próximas da figura de estudantes. Não havíamos aprofundado ainda nos estudos sobre como exercer a profissão de professor, e com o tempo começamos a ter consciência da dimensão dessa profissão, que vai muito além do "dom de ensinar".

Nessa época todos os integrantes do PETMAT participavam do projeto. Dessa forma, eram realizadas reuniões de estudos, planejamentos, avaliação dos encontros nas escolas e reflexões sobre todo esse movimento sempre em conjunto. No momento de realização dos encontros, os integrantes eram divididos em grupos e cada grupo ficava responsável por uma turma da primeira série da escola em que o projeto estava sendo desenvolvido, e, após a realização desses encontros cada integrante deveria gravar um áudio relatando sua visão do momento e pontuando aspectos que julgasse necessários.

As reuniões sempre começavam com um café da manhã - proporcionado pela professora Mayline - repleto de comidas deliciosas e muito afeto. Ela sempre chegava repleta de sacolas em mãos e em alguns momentos pedia ajuda com uma mensagem no whatsapp "Gente, cheguei, alguém pode vir me ajudar com o lanche?". Sua capacidade de saber detalhes específicos em cada um dos participantes era incrível e inspiradora, como quando alguém não gostava de algum tipo de comida, até mesmo aquelas que eram favoritas de algum. Assim era o primeiro momento da reunião, e o responsável por nos unir e conectar como sujeitos, para além de uma equipe de estudantes realizando um projeto, o que contribuiu para nos aproximarmos e criarmos um espaço de troca de conhecimentos, histórias e sentimentos.

Todo esse processo impactou a nossa formação de forma significativa. Cada comentário, cada estudo, cada encontro na escola, nos motivava a buscar entender mais sobre esse espaço de professoras em formação que estávamos ocupando. Foi nesse momento que sentimos a necessidade de entender quais eram os pressupostos teóricos metodológicos que fomentavam todas as discussões e ações do projeto, que segundo Silva (2023) são permeados pela dialética marxista, Teoria Histórico-cultural, Teoria da Atividade e Atividade Orientadora de Ensino[3] (Silva, 2023).

Caetano (2024, p. 125) destaca que um dos “elementos constituintes da aprendizagem da docência no Clube de Matemática” caracteriza-se pela “dimensão coletiva no desenvolvimento das ações”. Assim como ressaltamos anteriormente, essa dimensão coletiva ao planejar e desenvolver as ações se faz presente no PETMAT e encontra-se no projeto Clube de Matemática Ensino Médio. Tal premissa é fundamental ao pensarmos que, segundo a Teoria Histórico-cultural, a interação entre os sujeitos é importante e necessária para o processo de aprendizagem (Caetano, 2024). Nesse caso, é possível pensar a aprendizagem do ponto de vista da nossa formação docente, em que por meio das trocas com outros professores em formação e professores pesquisadores, fomos motivadas a nos inserir nesse movimento de estudo.

Quando questionamos os participantes do projeto, que já estavam estudando e tendo contato com essas teorias há mais tempo que nós, descobrimos que existia uma disciplina chamada Psicologia da Educação II no curso, e que teríamos a oportunidade de estudar mais especificamente sobre a Teoria Histórico-Cultural (THC), além de continuar estudando no projeto. Por conseguinte, iremos aprofundar em específico sobre essa disciplina no próximo tópico, visto que, de acordo com a nossa percepção, ela foi crucial para a construção de sentido sobre qual a concepção de Educação acreditamos levar em conta o desenvolvimento humano dos sujeitos. Portanto, utilizamos essa oportunidade para aprofundar nossos conhecimentos que serão elucidados no próximo tópico.

2.3 A DISCIPLINA DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO II

Novembro de 2023,

[3] Estes pressupostos teóricos metodológicos serão explicados com mais aprofundamento no decorrer da escrita deste trabalho.

Já havíamos realizado a disciplina de Psicologia da Educação I com o professor Anderson de Brito Rodrigues e estudado sobre Skinner e Freud. Em Psicologia da Educação II, com o mesmo professor, estudamos Piaget e finalmente começamos a estudar sobre Vygotsky e a Teoria Histórico-cultural que tanto nos instigava. As aulas, continham bastante textos e discussões, sempre recheadas de analogias e pensamentos muito pertinentes. Sob a nossa perspectiva, dentre todas as disciplinas que tivemos ao longo do curso, estas disciplinas foram as que tiveram mais impacto na nossa formação tanto acadêmica quanto humana.

Afinal, em um curso de Licenciatura em Matemática, repleto de cálculos, axiomas, teoremas, demonstrações, ou até mesmo nas disciplinas de Educação com suas diversas metodologias ativas, não era comum ter um professor que se importasse de verdade com o bem estar dos seus estudantes, ao ponto de aleatoriamente em uma aula levar duas bandejas de iogurte para seus educandos, jogar Twister com a turma durante uma tarefa, e até mesmo nos levar para conhecer outros espaços da faculdade. Porém, o Anderson foi esse professor para nós.

Dentro da perspectiva da Teoria Histórico-cultural, "o comportamento e a capacidade cognitiva de um determinado indivíduo dependerão de suas experiências, de sua história educativa, que, por sua vez, sempre terão relações com as características do grupo social e da época em que ele se insere" (Rego, 2005, p. 60). Ou seja, as experiências que vivenciamos ao longo da nossa jornada acadêmica impactam no nosso aprendizado e na nossa história educativa no geral, de forma que lembraremos desses momentos ao retomar na nossa memória o que aprendemos e, depois, nos momentos em que estivermos ensinando.

Ao longo das aulas, conseguimos compreender que o princípio teórico-metodológico que optamos por abordar na nossa pesquisa, e que nos acompanhou desde o início da nossa jornada no Clube de Matemática Ensino Médio, fundamenta-se nas teorias que foram elaboradas por Lev Vygotsky, Aléxis Leontiev e Alexander Luria (Cedro, 2004) que juntamente desenvolveram

> a idéia de que o homem não reage diretamente ao meio com os seus reflexos inatos e sim que a relação entre o sujeito humano e os objetos do meio é mediada por signos, significados e ferramentas culturais. Sendo assim, a cultura passa a ser considerada como um elemento da natureza humana, num processo histórico ao longo do desenvolvimento do indivíduo, modelando as ações psicológicas do homem (Cedro, 2004, p. 28).

Dessa forma, podemos pensar a relação entre os sujeitos professor e estudante, e os objetos desse meio, como o ensino e aprendizagem, são mediados por instrumentos e signos que são de extrema importância para o desenvolvimento desses sujeitos e dos objetos que estão inseridos nessa realidade. Assim como foi citado, levar em conta a história e a cultura em prol do desenvolvimento do sujeito passa a ser um elemento inerente ao ser humano e consequentemente ao seu aprendizado.

No processo de mediação, o instrumento "é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza" (Oliveira, 1997, p. 29), ou seja, são elementos externos ao indivíduo (Oliveira, 1997) mas que carregam consigo um motivo social e histórico para sua criação e que possui a capacidade de mediar a relação do sujeito com o mundo, do trabalhador com seu objeto de trabalho.

Durante as aulas, o professor recorria a diversas analogias para explicar o que estávamos discutindo, e dessa forma, nos arriscaremos a refletir sobre os instrumentos por meio da seguinte analogia. Ao considerarmos um graveto, é possível visualizarmos ele apenas como um elemento da natureza e pertencente a ela. Agora, imaginemos um sujeito motivado pela necessidade de registrar alguma situação da sua realidade, que, ao se deparar com esse graveto, utiliza-o para realizar seu registro em um chão de areia. Nessa situação, o mesmo fez uso de um elemento da natureza para satisfazer sua necessidade. O interessante está em compreender que com o passar do tempo, motivada por suas necessidades, a humanidade vai transformando a natureza de forma que o instrumento acompanhe o seu desenvolvimento, e assim, o graveto passa por diversas transformações até chegarmos, por exemplo, na criação das canetas esferográficas.

Ao pensar sobre um instrumento do ponto de vista interno ao indivíduo, ou seja, que diz respeito às suas ações psicológicas, nos deparamos com o conceito de signo. Compreendemos que os "signos podem ser definidos como elementos que representam ou expressam outros objetos, eventos, situações [...] o símbolo 3 é um signo para a quantidade três" (Oliveira, 1997, p. 30). Destaca-se seu papel fundamental no processo de mediação para desenvolvimento das funções psicológicas superiores[4], que diferem o ser humano de outros animais. Dessa forma, levar em conta os signos ao pensar o movimento de aprendizagem dos estudantes pode auxiliar no desempenho das atividades psicológicas que ocorrem nesse processo (Oliveira, 1997).

Para compreender esse movimento de aprendizagem dos sujeitos, no qual estamos chamando a atenção enquanto elemento que deve ser considerado ao longo do nosso processo

[4]"A operação elementar 'natural' é substituída por uma operação nova e mais complicada. A tarefa mais fácil de resolver evoca uma resposta estruturada de forma mais complexa." (Vygotsky, 1991, p. 26). Essa operação mais complicada, estruturada e complexa é o que Vygotsky denominou de funções psicológicas superiores. Esse trecho diz respeito justamente da passagem das funções psicológicas elementares da criança para as funções psicológicas superiores que surgem por meio de mediações inseridas no meio social e cultural.

de formação inicial de professoras, somos motivadas a refletir sobre a seguinte pergunta: qual a nossa visão de Educação? Para isso, recorremos a Vygotsky (1991) que define Educação como

> a influência e a intervenção planejadas, adequadas ao objetivo, premeditadas, conscientes, nos processos de crescimento natural do organismo. Por isso, só terá caráter educativo o estabelecimento de novas reações que, em alguma medida, intervenham nos processos de crescimento e os orientem (Vygotsky, 1991, p. 82).

Isso nos leva a entender que o ensino, quando organizado de maneira consciente e intencional, poderá ser uma forma de intervir no processo de desenvolvimento do sujeito com a intenção de ser uma mediação para sua emancipação humana (Bernardes, 2010). Tal movimento deve acontecer quando ele possui acesso ao conhecimento que foi historicamente e culturalmente estabelecido ao longo do tempo.

Portanto, nos deparamos com uma perspectiva de ensino que visa o aprendizado dos estudantes como uma forma de desenvolvimento humano, para além de absorção de informações. Consequentemente, nos colocamos a pensar e refletir novamente. Seria possível organizar o ensino dos conceitos matemáticos a fim de possibilitar para os nossos educandos o seu desenvolvimento humano e a apropriação desses conceitos? Para realizar a discussão sobre essa colocação refletimos na seção seguinte.

3 ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

A fim de discutir uma organização do ensino da matemática que propicie o desenvolvimento humano e a apropriação dos conceitos, iremos expor nesta seção as bases teóricas que fundamentam a nossa concepção de ensino diante toda a nossa trajetória acadêmica, de forma a recriar o mesmo percurso teórico que percorremos. Cada autor, cada texto e cada momento de estudo que tivemos nos espaços formativos, os quais discutimos anteriormente, foram essenciais para a construção da nossa base teórica e da nossa concepção de mundo e, consequentemente, de Educação Matemática.

Assim, nesta seção, procuramos revisitar o movimento teórico que vivenciamos, o qual vale ressaltar, não ocorreu de forma linear e sim, marcado por constantes idas e vindas aos textos, procurando compreender aos poucos as teorias. Portanto, apresentaremos os referenciais na mesma ordem em que foram sendo concebidos ao longo do nosso processo formativo.

Os tópicos acerca das referências teóricas que iremos abordar nesta seção serão: Atividade Orientadora de Ensino, Movimento Lógico-Histórico e Materialismo Histórico-dialético. Em cada uma dessas seções será discutido como entramos em contato com cada teoria, o que aprendemos ao estudá-las, destacando também os autores que foram importantes nesses estudos, e como concebemos o ensino de matemática a partir dessa base teórica.

3.1 ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Julho de 2022,

Ao entrarmos no PETMAT e participarmos logo de início do Clube de Matemática, nos deparamos com um planejamento de tarefas que a equipe havia utilizado nas edições anteriores do Clube. No entanto, a nossa entrada no projeto se deu justamente quando o grupo refletia sobre mudanças nesse planejamento, o qual os petianos julgavam apresentar muitas falhas teóricas e metodológicas. Esse planejamento se pautava nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino que se trata de

> [...] uma proposta orientadora para a organização do ensino. Possui atributos com potencial de proporcionar uma nova qualidade tanto na atividade de ensino do professor como na atividade de aprendizagem do aluno, pois se trata de um modo de organização do ensino que busca colocar os sujeitos em atividade (Giacomelli; Binsfeld; Klein, 2022, p. 46).

O conceito de atividade defendido nessa perspectiva “envolve a noção de que o homem é orientado por objetivos, agindo de forma intencional, por meio de ações planejadas” (Cedro, 2004, p. 17), sendo o termo usado para o movimento de estar em atividade. Nesse sentido, a atividade pedagógica é constituída na relação dialética da atividade de ensino, realizada pelo professor, e da atividade de aprendizagem, realizada pelo estudante. Nesse contexto, a atividade do professor se relaciona diretamente com a atividade do estudante, visto que o trabalho do professor objetiva desencadear o processo de aprendizagem do sujeito, por meio do ensino, e o estudante, em atividade, objetiva se apropriar dos conhecimentos por meio da interação com o professor (Lopes, 2022). Dessa forma,

> Os conteúdos curriculares, ao serem apropriados pelos sujeitos, na relação mediada em sala de aula, formam sentidos pessoais a partir das significações sociais do coletivo. E assim, professor e aluno se inserem em uma relação que é formativa, promotora de desenvolvimento para ambos, no sistema de atividade (Lopes, 2022, p. 52).

Nesse viés, a atividade ensino é constituída por um conjunto de ações e recursos didáticos, a fim de promover o desenvolvimento do estudante. Dentre as diversas ações de ensino, procuramos destacar as principais: a seleção do conteúdo a ser trabalhado, o estudo do movimento lógico-histórico, a elaboração de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) e o desenvolvimento da SDA em sala de aula, além da avaliação e reelaboração das tarefas (Lopes, 2022).

Assim, nos vimos no Clube de Matemática, de forma repentina, inseridas nessas discussões teórica que pouco tínhamos propriedade para participar, já que, sendo calouras e novatas no PET, ainda não possuíamos conhecimento de nenhuma forma de organização de ensino, muito menos da AOE. Portanto, cabia a nós, juntamente com o grupo, estudar o assunto. Uma diferença sobre o nosso entendimento nesta época, e o nosso entendimento hoje acerca da AOE é a utilização da palavra “atividade” com o sentido que apresentamos anteriormente segundo Cedro (2004) e não como um sinônimo de tarefa ou avaliações. Atividade para nós carrega um sentido muito maior de como o indivíduo entende-se no mundo.

Além dessa diferenciação, em nossos estudos conjuntos, nos preocupávamos em dar continuidade ao planejamento de tarefas pautadas nos pressupostos teóricos da AOE, procurando nos aproximar da Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA). Uma SDA, por sua vez, deve

> contemplar a gênese do conceito, explicitando a necessidade que levou a humanidade à sua produção. Essa situação pode ser materializada por diferentes recursos metodológicos, sendo destacados a história virtual do conceito, o jogo e a situação emergente do cotidiano. (Silva *et al.*, 2022, p. 57).

Dentre esses diferentes recursos metodológicos, todos envolvem um Problema Desencadeador de Aprendizagem que, segundo Silva *et al.* (2022), pode ser apresentado como um problema, um desafio ou uma pergunta que mobilize a atividade de aprendizagem. Embora o problema, por si só, não constitua a SDA, ele é seu elemento essencial, pois é ele que impulsiona a aprendizagem, ainda que seu potencial dependa da forma como toda a SDA é organizada.

Então, buscamos compreender melhor como esses problemas desencadeadores podem se apresentar em uma história virtual, um jogo ou uma situação emergente do cotidiano, bem como as formas de estruturá-los e utilizá-los a fim de materializar uma SDA. Dessa forma, iremos expor um pouco do que foi estudado por nós sobre cada um desses recursos. Nesse sentido, a história virtual do conceito é

> compreendida como uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade (Moura *et al.*, 2016, p. 120).

Já o termo virtual diz respeito a ser um problema que possui todos os elementos principais do conceito vivenciado pela humanidade (Silva *et al.*, 2022). A história virtual, ao trazer o elemento da historicidade, potencializa o envolvimento por parte dos estudantes, que tendem a se identificar e se envolver como um dos personagens da história, além de se apresentar como um recurso que pode recriar os processos lógico-históricos da humanidade.

Dentro da Teoria Histórico-Cultural, o brincar é considerado como atividade principal da criança, e o jogo é uma das formas que a criança pode exercer sua atividade, pois ele é o que "[...] melhor permite à criança se desenvolver e se apropriar de sua cultura" (Silva *et al.*, 2022, p. 57). Apesar do grande potencial desencadeador da aprendizagem, o jogo "pode ser tão maçante quanto a resolução de uma lista de expressões numéricas" (Moura, 1992, p.49), podendo ser apenas uma "brincadeira" sem intencionalidade pedagógica. O que permite que o jogo exerça um papel de ensino é a forma como o professor o organiza, colocando o estudante diante de uma situação que tenha sentido e significado para ele (Silva *et al.*, 2022).

Por sua vez, a situação emergente do cotidiano se mostra como um recurso mais próximo aos estudantes por tratar de problemas presentes na realidade concreta. É importante que a situação venha a emergir diante o contexto social dos estudantes, a fim de mobilizá-los a buscar a solução do problema que utilize de seus conhecimentos prévios e que faça sentido para aqueles sujeitos (Silva *et al.*, 2022). No entanto, Silva e outros (2022) ressaltam que a situação emergente na escola deve ser intencionalmente planejada pelo professor, tomando o cuidado de interligar e fazer a transição entre o problema particular e restrito para a generalização do conceito.

Em vista dos recursos metodológicos que poderiam ser utilizados, o Clube de Matemática buscou, inicialmente, desenvolver tarefas que utilizassem de uma necessidade humana como problema desencadeador, de modo que os estudantes se envolvessem e se sentissem motivados pela proposta, favorecendo, assim, a apropriação dos conceitos matemáticos. Assim como no movimento de realização da SDA, no qual o coletivo busca resolver esse problema desencadeador da tarefa. No entanto, houve grandes dificuldades do grupo para criar situações que fugissem do usual e criassem um motivo para os estudantes, não sendo um simples problema matemático que os alunos já tivessem acostumados em resolver.

Diante da necessidade do grupo de compreender mais aspectos do ensino e poder organizá-lo da forma defendida na AOE, a professora e coordenadora do projeto Mayline entrou em contato com a professora doutora Maria do Carmo de Sousa perguntando sobre a possibilidade de realizarmos uma reunião de forma remota. O nosso objetivo pautou-se em apresentarmos o nosso planejamento de aulas sobre o conceito de função para que a convidada pudesse conhecê-lo e consequentemente realizar suas contribuições no ponto de vista teórico da organização de ensino de funções.

Como a professora Mayline na época estava realizando sua pesquisa, a mesma tomava bastante cuidado em suas intervenções, de forma que, mesmo ela sabendo as respostas e "soluções" para algumas das nossas indagações e inquietudes, sua intervenção partia de recomendações de leituras e estudos, ou oportunizando momentos como essa reunião, que exploraremos a seguir.

Dois de fevereiro de 2023,

O dia da Roda de Conversa com a professora Maria do Carmo havia chegado e, de certa forma, todos nós estávamos bastante empolgados, afinal, teríamos a oportunidade de conversar e aprender com uma professora que até o momento conhecíamos apenas pelo nome Sousa em nossos estudos e citações. Somos muito gratas pela oportunidade que a professora Mayline nos proporcionou. O início da reunião se deu com a professora Mayline apresentando o projeto e o nosso planejamento das aulas explicando os processos que vivenciamos até a construção do mesmo e reelaboração das tarefas, momento esse registrado na figura a seguir.

Figura 2 - registro da reunião com a professora Maria do Carmo

Fonte: acervo do PETMAT (2023).

Assim que a apresentação encerrou, a professora Maria do Carmo começou a dissertar sobre e realizar suas contribuições. A mesma, nos levou a refletir sobre o conceito de função, com analogias e reflexões sobre os movimentos da vida, como o movimento de um rio, e qual a relação desses movimentos com função. A princípio, ficamos muito curiosas e até mesmo confusas. Hoje, conseguimos perceber que muitas dessas reflexões só fizeram sentido bastante tempo depois, após o nosso longo movimento de compreensão e apropriação do princípio teórico-metodológico, sendo este a Atividade Orientadora de Ensino, e do conceito que na época objetivamos ensinar.

À medida que a convidada aprofundou seu olhar e suas colocações sobre o planejamento, foi quando a reviravolta do projeto se deu. Como já havíamos mencionado anteriormente, tínhamos consciência do quão desafiador e difícil é elaborar tarefas que se diferenciam das tradicionais e despertam um motivo nos estudantes. Porém, sua fala não estava direcionada apenas para a elaboração das tarefas e a forma como as aulas estavam planejadas, mas também para a necessidade de aprofundar os nossos estudos sobre o conceito, a fim de contribuir com o nosso processo de relacionar a teoria com as tarefas que estávamos pensando e propondo em nosso planejamento dos encontros na escola.

Já havíamos estudado alguns textos, entretanto, esses estudos não eram perceptíveis no planejamento. Foi aí que a reviravolta aconteceu! Ficou decidido que todo o planejamento seria reescrito considerando o movimento lógico-histórico. Todavia, para que tal transformação acontecesse, precisávamos compreender o que era o movimento lógico-histórico. É sobre esse processo, que iremos escrever os detalhes na próxima subseção.

3.2 O ESTUDO SOBRE O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO

Fevereiro de 2023,

Após essa experiência que tivemos durante a reunião, realizamos o exercício de refletir sobre esse novo olhar para os conceitos matemáticos, que especificamente no Clube de Matemática Ensino Médio é o conceito de função, mas gostaríamos de ampliar a discussão para a Álgebra como um todo. Levar em conta o estudo de historiografias e modos de ver e conceber um determinado conceito ao longo do desenvolvimento da humanidade, foi uma proposta que naquele momento soou como revolucionária e repleta de sentido. De fato, buscar compreender os movimentos da vida e como a Álgebra pode ser uma forma de representá-los, levando em conta seus movimentos complexos e irregulares, ao nosso ver, pode potencializar o ensino de matemática e dos conceitos algébricos.

Ao buscar respostas para o nosso questionamento sobre como o movimento lógico-histórico poderia se constituir enquanto uma perspetiva pedagógica para o ensino da Álgebra, percebemos que primeiro precisamos entender o que é o movimento lógico-histórico e qual sua relação com os conceitos. Um dos nossos primeiros contatos com o MLH, que nos lembramos, foi por meio do texto "Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função" escrito pelos professores Maria do Carmo de Sousa e Manoel Oriosvaldo de Moura.

Como já imaginávamos, compreender algo novo demanda tempo e estudos constantes para se apropriar e refletir sobre aquilo que você aprendeu, formando-se assim um espiral de compreensões e reflexões. Com o MLH não foi diferente. A partir da leitura desse texto começamos a entender que para organizar um ensino que aborde o MLH do conceito, não basta contar em um momento da aula a história do surgimento da função, ou das equações, por exemplo, mas sim explorar uma outra visão de como se deu o surgimento desses conceitos considerando as relações sociais e suas sínteses lógicas criadas ao longo da história da humanidade, pois concordamos com Sousa e Moura (2019) ao destacar que

> a história do conhecimento dos conceitos matemáticos só tem sentido quando compreendemos os diversos movimentos das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos, as quais, por sua vez, comporão os nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos que são estudados em sala de aula (Sousa, Moura, 2019, p. 1082).

Com o passar do tempo, e após realizarmos um aprofundamento teórico, hoje conseguimos compreender que dentro da perspectiva da Teoria Histórico-Cultura e da Teoria da Atividade, partimos do pressuposto de que todos os conhecimentos matemáticos se encontram dentro de um movimento lógico-histórico. Esse movimento é definido como “a síntese das relações lógicas de um conceito no processo histórico de seu desenvolvimento” (Oliveira *et al.*, 2022, p. 19), ou seja, é o processo humano em que o conceito surge como necessidade e que se estabelece através dela. Nessa perspectiva, entendemos que “o histórico e o lógico, enquanto categorias do materialismo histórico-dialético, têm papel essencial no processo de compreensão da realidade objetiva e elaboração do conhecimento humano” (Oliveira *et al.,* 2022, p. 19) e, por isso, compreender esse movimento por trás dos conceitos mostra-se relevante para a nossa prática docente.

Diante disso, Kopnin (1978), discorre sobre o histórico como o processo humano em que se dá o objeto do pensamento, e o lógico como o reflexo do histórico em forma teórica. Desta maneira, segundo o autor, o lógico é entendido como o movimento do pensamento e o histórico como o movimento dos fenômenos da realidade objetiva, de modo que

> O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. A base do conhecimento da dialética do histórico e do lógico resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano (Kopnin, 1978, p. 186).

Assim, Kopnin (1978) ao tratar da unidade entre o lógico e o histórico refere-se a unidade dialética, sendo essa uma unidade indissociável (Sousa, 2018). Vale destacar que durante os nossos estudos, conseguimos compreender um aspecto que a princípio passava despercebido por nós: o uso do hífen para unir duas palavras no decorrer da teoria. Antes, era interpretado como mero detalhe gramatical, porém, por meio de reflexões percebemos que ele representava essa unidade supracitada. Por isso, no presente texto, usaremos o termo “lógico-histórico” escrito com hífen, a fim de ressaltar a importância de entender, tanto o lógico, quanto o histórico, enquanto uma unidade dialética.

Além disso, como destacado no trecho, o pensamento intelectual advém da construção histórica do conhecimento, dado por meio de abstrações e conexões que constituem os elos de sentido do conceito, ou seja, os nexos conceituais. Por sua vez, os nexos conceituais são definidos como as “relações entre os conceitos e só podem ser compreendidos a partir do estudo do movimento lógico-histórico do conhecimento” (Macedo *et al.*, 2022, p.24), tratando-se dos “laços nos quais se refletem os resultados do conhecimento do objeto” (Kopnin, 1978, p. 187).

Nesse sentido, a maneira encontrada para compreender os nexos conceituais relacionados ao conceito de função, foi por meio da leitura e discussão do texto que já estávamos estudando, o “Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função”. Nesse artigo, ao apresentar as historiografias de cada um desses autores e seus respectivos modos de ver e conceber o conceito, percebemos que para cada autor é possível definir os nexos conceituais defendidos mediante suas visões.

Logo tomamos a consciência de que ao ensinar um determinado conteúdo, poderíamos recorrer ao estudo do movimento lógico-histórico dele, para compreender (ou até mesmo desenvolver) os nexos conceituais, que dão sentido no processo de apropriação do conceito. Refletir sobre isso, expandiu nossos horizontes para pensar sobre os nexos conceituais de outros conceitos para além da função, e dar origem a questionamentos como: Existem outros nexos conceituais já formalizados? Quais seriam esses? Quais conceitos matemáticos ainda não possuem nexos conceituais definidos?

Intrinsecamente nessa discussão, percebemos que os nexos conceituais podem ser categorizados entre nexos internos e os nexos externos do conceito. Os internos tratam da essência do objeto de estudo, enquanto os externos tratam da estrutura do conceito na sua forma aparente. Relaciona-se, então, os nexos externos ao pensamento empírico, associado apenas aos elementos perceptíveis do conhecimento, e os nexos internos ao pensamento teórico, associado à gênese e na reflexão abstrata que forma o conhecimento (Macedo *et al.*, 2022).

De maneira geral, há indícios de que na Educação Básica comumente realiza-se uma ênfase nos nexos externos, e uma indiferença perante os nexos internos. Isso ocorre ao observarmos, por exemplo, a explicação dos conceitos algébricos, em que é super-valorizado o uso das fórmulas para resolver equações do segundo grau, ou até mesmo a compreensão dos estudantes de que a lei de formação de uma função seria uma fórmula, assim como foi para nós, no nosso processo de aprendizagem, como citamos anteriormente. Sousa e Moura (2019) defendem que a utilização da Teoria dos Conjuntos, sem uma reflexão crítica acerca dela enquanto pressuposto para um ensino de funções que valorize o processo de desenvolvimento desta teoria, pode gerar tal interpretação equivocada da função como fórmula e “por esse motivo que, para a maioria dos escolarizados, cabe apenas memorizar e decorar o conceito de função, através das fórmulas” (Sousa; Moura, 2019, p. 1098).

Outro aspecto que destaca essa aprendizagem de forma empírica, diz respeito ao entendimento acerca da letra x em que “o aluno tem a impressão de que a letra x fala por si” (Sousa, 2018, p. 56). Dessa forma, a álgebra é reduzida apenas a cálculos com letras, e não é compreendido o caráter algébrico que a letra x representa, no qual ao depender do contexto poderá ser considerada uma incógnita, variável ou parâmetro. Assim, gostaríamos de destacar que a Álgebra "ao ser entendida somente como uma forma de manipulação de símbolos, perde totalmente a sua relevância na vida deles, dissociando-se de suas práticas sociais" (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 46).

Por isso a importância de levarmos em conta os nexos internos do conceito durante a explicação, justamente por eles carregarem consigo a essência do objeto, a gênese do conceito. Para que essa iniciativa aconteça, é necessário que nós, enquanto educadores, busquemos compreender quais seriam então os nexos internos do conceito a ser ensinado. Ademais, pensar em problemas desencadeadores que motive a compreensão, por parte dos educandos, dos nexos internos de um determinado conceito também é importante, para que assim, esta seja uma das possíveis formas de recuperar a relevância de aprender matemática em suas vidas, uma vez que "o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer" (Vygotsky, 1991, p. 61).

Entretanto, ir de encontro com as ideias impostas em relação ao ensino, focadas no fazer e na memorização que permeiam o âmbito educacional, nos motiva a pensar, portanto, em uma organização do ensino por meio da lógica dialética que é "muito diferente daquele que promove o treinamento e a fragmentação dos conceitos matemáticos" (Sousa, 2018, p. 43).

Foi justamente nesse processo de tomada de consciência de que a forma como nós havíamos aprendido matemática, não necessariamente seria a melhor forma para a compreensão dos nossos futuros educandos, que nos fez buscar entender então qual teoria embasava toda essa forma de pensar o ensino e aprendizagem, defendida na AOE e no MLH. Consequentemente, inseridas nessa trajetória de busca e compreensão que nos deparamos então com os ideais marxistas e a lógica dialética. Portanto, gostaríamos de refletir sobre esse processo e seus impactos na forma como entendemos a organização do ensino de matemática e do mundo a seguir.

3.3 MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO

Novembro de 2023,

Voltando a disciplina de Psicologia da Educação II, o professor Anderson, ao discutirmos em sala sobre a THC, costumava falar que "tencionava" os estudantes para fazer com que pensassem de forma crítica sobre as teorias e a visão de cada autor sobre o mundo. Nesse sentido, ele costumava dizer que, a partir dos nossos estudos e discussões, aos poucos "tirava a venda" que cobria os nossos olhos sobre a realidade do sistema político capitalista em que vivemos.

A analogia de tirar a venda ou de "desvendar" algo que até então não conseguíamos enxergar, nos intrigava como estudantes. O que ele queria dizer com aquela expressão? O que estava escondido dos nossos olhos? E por qual motivo estariam escondendo algo de nós e da sociedade?

As aulas do professor não foram suficientes para que nos contentássemos com alguns vislumbres que tivemos por trás dessa venda fictícia, mas foi o bastante para que nos sentíssemos motivadas a tirar completamente a venda, ou seja, saber mais sobre a realidade que nos cercava, tanto enquanto indivíduos, quanto como professoras em formação.

Sob essa perspectiva, procuramos estudar quais são os aspectos políticos e filosóficos que a THC, a AOE e o MLH se sustentam, para entender mais acerca da visão de mundo que estávamos nos baseando. Nessa procura, descobrimos que o Materialismo Histórico-dialético (MHD) é uma forma de compreender o mundo e suas relações, a qual muitos dos autores dos textos que havíamos estudado se orientavam. A princípio temos dimensão do quanto precisamos aprofundar nossos estudos sobre essa forma de compreender o mundo. Entretanto, não descartamos o impacto que essa corrente teórica teve em nosso movimento de compreensão da matemática, da Educação e da vida, e por isso tentaremos compartilhar o que compreendemos.

Um dos primeiros pontos de destaque em nossos estudos, é a forma como a dialética pode ser entendida por diferentes correntes teóricas. Cedro (2008) apresenta essas diferentes formas de compreensão acerca da dialética, separando-as em duas categorias, a pré-hegeliana que antecede as ideias de Hegel e "[...] tem suas origens relacionadas às discussões sobre a explicação do movimento, ou seja, a transformação das coisas" (Gadotti, 1983 *apud* Cedro, 2008, p. 93) e a segunda que deriva das idéias de Hegel e de Marx. Para Hegel a dialética é concebida "como processo lógico" (Bottomore, 2001, p. 168) e a mesma seria "a conciliação dos contrários nas coisas e no espírito" (Cedro, 2008, p. 93).

Já em contrapartida, divergindo do idealismo hegeliano, a dialética materialista de Marx surge como uma forma de compreender as relações estabelecidas entre os sujeitos, e dos mesmos para com o mundo, levando em conta seus aspectos subjetivos e o movimento da realidade no qual estão inseridos (Cedro, 2008). De certa forma, essa concepção "estuda as formas gerais do ser, os aspectos e os laços gerais da realidade e as leis do reflexo desta realidade na consciência dos homens" (Cedro, 2008, p. 94). Levando em conta a realidade que nos cerca, que foi referenciada pela analogia de "tirar a venda", ela refletiu em nossa consciência, assim como é destacado na citação, sendo um dos pontos de estudo da dialética materialista.

Ao observarmos essa passagem da aceitação da venda para a sua retirada, no qual vivenciamos, pode vir a acontecer quando o sujeito se dispõe a perpassar “[...] a qualidade superficial do objeto e tem possibilidades de encará-lo por suas múltiplas determinações, já que este está em movimento na realidade objetiva, com toda sua complexidade” (Silva, 2023, p. 70). Uma das vertentes capaz de possibilitar essa análise, levando em conta o movimento de suas determinações diversas no decorrer da vida, é justamente o MHD, e por isso, ele foi importante para nós nesse processo.

Neste ponto de vista, o que seria então o motor para esse movimento da realidade? Segundo a dialética marxista são as condições materiais inseridas nesse movimento da realidade objetiva que regem a sociedade, no trabalho, na economia e nas relações de produção. A partir deste movimento, “podemos compreender a apreensão dos fenômenos da realidade como sínteses de múltiplas determinações constituídas no movimento histórico e que se modificam em torno de suas contradições na relação entre o homem e a natureza” (Silva, 2023, p. 70). Ou seja, estas contradições apresentam-se como um dos motores para essa forma de compreensão do mundo levando em conta o movimento de suas diversas relações constituídas ao longo da história.

Cedro (2008, p. 95) destaca que “A lógica dialética, ao partir do princípio da contradição, considera que tudo está em movimento, e que qualquer tipo de movimento é gerado pela coexistência de diversos elementos contraditórios na totalidade de determinado sistema”. Ou seja, ao analisar o ensino por meio desta lógica dialética, sendo este um dos nossos objetivos, o movimento das contradições existe ao levarmos em conta o pensamento empírico e o pensamento teórico, que possui relação entre a lógica formal e a lógica dialética, no qual geram implicações no ensino. O movimento acontece ao inserir-se num processo de superação do outro, por isso ambos são importantes. Tal superação ocorre em processos pedagógicos intencionais, ou seja, aqueles organizados intencionalmente por parte do educador (Silva, 2023).

Dessa forma, então, o que seria o pensamento empírico? Segundo Silva (2023) seria uma “[...] forma do ensino tradicional, pautado em memorizações e aplicações diretas de casos particulares, sem possibilidades de generalizações” (Silva, 2023, p. 72). Influenciado por esse pensamento, o estudante poderá não participar do processo de forma reflexiva e crítica. Ao ser incentivado a escutar, memorizar e aplicar o que decorou em momentos específicos, como em provas objetivas e vestibulares, no qual o foco é quantitativo e não qualitativo, aparentemente o estudante será distanciado da forma de pensamento teórico, por meio do ensino que lhe é proporcionado.

Nesse sentido, encontramos a importância do pensamento empírico no processo das contradições que constituem o MHD. O pensamento teórico e a lógica dialética aparecem como uma forma de superação do pensamento empírico e da lógica formal, o que nos leva a pensar no processo de ensino e aprendizagem de maneira intencional, e como podemos organizá-lo visando essas intenções de superação com foco na aprendizagem dos educandos. Em decorrência disso, destaca-se a importância do pensamento como

> um movimento que permite superar o imediato empírico, o que permite estabelecer unidade entre teoria e a atividade humana, que ocorre sob condições histórico-sociais determinadas, sintetiza contradições entre conhecimentos diversos que são produzidos e se coloca enquanto resultado de uma luta de posições entre diferentes pensamentos que se contradizem (Silva, 2023, p. 73).

Retomando a analogia que foi destacada no início, hoje, conseguimos compreender e relacionar justamente que “tirar a venda” seria esse movimento de superação da lógica formal, no qual nós, enquanto estudantes e professoras em formação, tivemos que passar por esse processo, e pretendemos oferecer essa experiência para os nossos futuros estudantes.

A venda, que tanto era abordada, compreendemos que seria a alienação dos indivíduos inseridos no processo de ensino e aprendizagem, no qual pensam que o ideal poderia vir a ser esse modelo empirista de educação. Entretanto, o que estudamos e entendemos diverge dessa lógica. Por esse motivo, visamos um ensino de matemática não alienante, que os estudantes tenham a oportunidade de tirar as suas próprias vendas ao apropriar-se dos conceitos matemáticos presentes em suas vidas, pois “uma atividade não alienada, que faça valer os princípios do método marxista de atividade vital, deve ser desvelada pela intencionalidade, a partir de suas necessidades, tanto biológicas, quanto culturais” (Silva, 2023, p. 69).

Portanto, essa é a importância que encontramos em pensar o processo de ensino e aprendizagem por meio da Atividade Orientadora de Ensino e pensar a matemática a partir do movimento lógico-histórico dos conceitos, pois esses pressupostos nos ajudaram a compreender a intencionalidade do nosso ensino e como o mesmo pode ser organizado. Nessa direção, compartilhamos da mesma defesa de que “o conhecimento é um bem inalienável, pois é fruto das relações estabelecidas entre os sujeitos para a produção da vida” (Moura; Araujo, 2018, p. 199).

Consequentemente, outro aspecto de extrema importância ao pensar a organização do ensino de matemática, sob nosso ponto de vista, é compreender o conteúdo matemático que o professor objetiva ensinar ao exercer sua atividade de ensino. Ao longo da nossa trajetória, nos deparamos com momentos formativos que nos permitiram ensinar alguns conteúdos matemáticos. Por esta razão, iremos compartilhar os nossos estudos, aprendizagens e reflexões no que diz respeito a esses conteúdos na seção seguinte.

4 CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Assim como discutimos anteriormente, o ensino e a aprendizagem da matemática podem ser compreendidos de diferentes maneiras, de acordo com a concepção teórica e metodológica que os fundamenta. Nesse sentido, a forma como o conhecimento matemático é concebido também pode variar. Tal ponto de vista nos leva a questionar algo que ouvimos desde o ensino básico: a ideia de que a matemática é universal.

Do ponto de vista formal e lógico, o conhecimento matemático tende a ter um caráter universal, com teoremas e estruturas lógicas comuns em todo o mundo, do ponto de vista educacional não se pode defini-lo de forma absoluta. Isto porque o conhecimento pode ser entendido e construído de diferentes maneiras a depender da cultura, da sociedade e da história que permeiam aquele saber científico.

Nessa perspectiva, defendemos que a concepção sobre o conhecimento matemático deve partir do estudo do movimento lógico-histórico. Ou seja, os conteúdos matemáticos devem estar pautados nas relações lógico-históricas que surgiram das necessidades humanas de construção daquele saber. Portanto, fomos convencidas por Sousa (2018) de que

> Ao nos aproximarmos para conhecer o todo que contém e está contido nos objetos, o foco do conhecimento deixa de ser o aspecto linear da história, enquanto sucessão de fatos e passa a ser o substancial, que é na verdade, a mutabilidade da história dos objetos contida e que contém uma realidade indivisível em constante movimento (Sousa, 2018, p. 47).

Diante disso, entendemos que estudar matemática vai muito além de apenas conhecer a sua história ou saber como operá-la. Entender matemática é entender o movimento da vida, o qual o conhecimento científico é permeado. Da mesma forma que as necessidades humanas que surgiram no passado impulsionaram a criação e desenvolvimento de algum conceito matemático, as necessidades humanas da nossa época também impulsionam para uma possibilidade de transformação daquele conceito, não para descartá-lo ou refutá-lo, mas sim para satisfazer as novas necessidades da humanidade. Tomar consciência dessa transformação nos leva a perceber justamente a mutabilidade da história dos objetos, e ter a noção de que a matemática não está "pronta e acabada".

Nesta subseção, iremos narrar como se deram os nossos estudos e reflexões acerca de alguns conceitos matemáticos dentro dessa perspectiva defendida por nós, apresentada anteriormente. Coincidentemente, ou não, durante a nossa graduação tivemos um contato maior com a área da Álgebra nos diferentes espaços em que estivemos inseridas, e essa área acabou se tornando um campo de interesse para nós enquanto pesquisadoras. Portanto, deve-se notar que é sobre os estudos de dois conceitos algébricos que iremos discutir nas próximas subseções, o conceito de função e o conceito de equação, mais especificamente, as equações de segundo grau.

4.1 O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

Fevereiro de 2023,

Retornando aos nossos estudos no Clube de Matemática Ensino Médio, ao nos aprofundarmos no conceito de função, juntamente com o restante do grupo, passamos a conhecer, a partir da leitura de alguns textos, as historiografias de autores como Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça. Ao estudarmos as historiografias de cada autor, nos surpreendemos ao saber que cada um deles atribuíam movimentos lógico-históricos diferentes sobre o mesmo objeto de estudo, no caso a função.

Nesse sentido, Sousa e Moura (2019) analisaram os movimentos atribuídos e destacaram os nexos conceituais de função para cada autor. Para Karlson, os nexos seriam "o movimento regular, o movimento irregular, a variação, a variável dependente, a variável independente, as leis, a imagem, o domínio, o contradomínio, a relação, o polinômio, a representação analítica e a representação gráfica" (Sousa; Moura, 2019, p. 1089). Seguindo a visão de Ribnikov, os nexos delineados diferentes de Karlson foram "campo de variação, com especial atenção para o conjunto dos números complexos, fazer corresponder, expressão analítica, dependência, [...] e variáveis (palavra, letra e, a mistura entre palavra e letra, denominada de sincopação)" (Sousa; Moura, 2019, p. 1092).

Sousa e Moura (2019) revelam que Eves segue uma concepção do conceito de função pautada na Teoria dos Conjuntos e preocupa-se em apresentar o panorama cultural de cada civilização sobre os conceitos matemáticos. Caraça contribuiu para delinear os nexos "fluência, interdependência, variação, leis (qualitativas, quantitativas, analíticas e geométricas), fazer corresponder, campos numéricos, equação e representação" (Sousa; Moura, 2019, p. 1097).

Por meio dos estudos desses autores, elencamos, no Clube de Matemática, alguns nexos essenciais que melhor descreviam o conceito de função na nossa visão como fluência, interdependência, dependência, campo de variação, variável, lei de formação, domínio, contradomínio e imagem. A partir desses nexos delineados, planejávamos todas as tarefas com o objetivo de fazer com que os estudantes desenvolvessem essas noções sobre o conceito de forma gradual.

O contato com essas historiografias nos permitiu expandir o nosso conhecimento acerca dos conceitos matemáticos, tanto como estudantes do curso de graduação, quanto como futuras docentes. Entender que, para cada conceito é possível atribuir relações internas e externas acerca do objeto, nos levou a enxergar a matemática de forma mais ampla, reconhecendo que os conhecimentos matemáticos não ocorrem de maneira isolada e restrita, mas estão profundamente vinculados à realidade histórica e social humana e, ainda, suscetíveis a várias interpretações.

Fevereiro de 2025,

No início deste ano, após um longo período dedicadas a projetos distintos do PETMAT, voltamos a atuar juntas no Clube de Matemática Ensino Médio. Nesse momento, novos petianos haviam ingressado no grupo, enquanto outros já haviam concluído sua participação e deixado o projeto, tornando a equipe quase totalmente renovada. Devido a essas mudanças, a coordenadora Mayline sentiu a necessidade de propor, durante as reuniões do grupo, estudos sobre o movimento lógico-histórico da Álgebra em geral, para que os textos pudessem agregar tanto para os novatos, quanto para os veteranos de projeto, que ainda não haviam estudado os textos propostos.

Esse estudo foi de grande proveito também para a nossa preparação e delineamento do assunto do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), o qual já tínhamos decidido que faríamos em dupla, abordando os referenciais teóricos citados anteriormente e relacionado ao nosso Estágio Supervisionado. Por mais que ainda não havíamos decidido qual seria o nosso objeto de estudo, tínhamos um grande interesse na área da Álgebra, visto as nossas experiências com o Clube e a curiosidade de compreender mais sobre a área.

Em uma das reuniões, discutimos bastante sobre as formas de representação do pensamento algébrico a partir do movimento lógico-histórico, que envolve a linguagem algébrica simbólica e não simbólica. A álgebra simbólica "representa o lógico do histórico da álgebra que envolveu, durante séculos, palavras e figuras geométricas" (Moura; Sousa, 2005, p. 14), ou seja, representa a síntese lógica da álgebra não simbólica que, por sua vez, é constituída pela linguagem retórica, sincopada e geométrica.

A retórica é o estágio em que a álgebra é descrita apenas por palavras, no qual "os argumentos da resolução de um problema são escritos em prosa pura, sem abreviações ou símbolos específicos" (Eves, 1997, p. 206). Durante muito tempo, em diversas civilizações, a álgebra era representada apenas na forma retórica e a transição desta para a álgebra simbólica constituiu um grande avanço para a matemática. Por isso, deve-se entender a importância do uso da linguagem escrita em prosa na Educação Matemática, já que "não há como aprender matemática sem aprender a fazer a transição da álgebra retórica para a álgebra simbólica. Ao resolvermos equações, estamos efetuando essa transição, de forma que o significado da equação venha a se tornar evidente para nós" (Moura; Sousa, 2005, p. 16).

A álgebra geométrica surgiu com os gregos devido às dificuldades com números irracionais e fracionários, além das limitações do sistema de numeração utilizado por eles (Cedro, 2004). Nessa fase, os segmentos de reta eram utilizados para definir todas as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e os métodos geométricos eram utilizados para a resolução de equações (Moura; Sousa, 2005).

Acerca da linguagem sincopada, esta é caracterizada pelo uso de palavras abreviadas, sendo o passo intermediário para a linguagem simbólica que conhecemos hoje. Nesse estágio, "Ao invés de escrevermos tudo, como na retórica, construímos estruturas que aparecem continuamente na resolução dos problemas. Escrevemos abreviado" (Moura; Sousa, 2005, p. 19).

Dessa forma, após a humanidade passar por todos esses estágios da linguagem algébrica, foram desenvolvidos símbolos, fórmulas e expressões mais complexas com a álgebra simbólica. No entanto, Moura e Sousa (2005) ressaltam em sua pesquisa que compreender os estágios da álgebra apenas como uma "evolução de notações" é desprezar todo o percurso do pensamento humano, que configura todas as elaborações e construções acerca dos conceitos matemáticos básicos, como o conceito de número, as quais permitiram a formulação de conceitos mais complexos, como o conceito de variável.

Ao pensarmos no ensino da Álgebra, é comum que os conceitos de incógnita e variável, por exemplo, sejam apresentados "prontos e acabados", dando a impressão de que sempre foram assim e desconsiderando todo o percurso histórico e social que a humanidade percorreu até chegar na definição simbólica daqueles conceitos. Por isso, muitos estudantes acabam sentindo dificuldades para entender os conteúdos que tratam da Álgebra, já que os conceitos são apresentados de forma que

> Representam, para o estudante do Ensino Fundamental, o máximo de abstração, de rigor matemático. O estudo dos conceitos algébricos considera o aspecto formal do conceito da álgebra simbólica. Há aqui uma abordagem empírica da álgebra na escola, apresentada em nível da linguagem formal. [...] Parece que o aluno tem obrigação de assimilar o pensamento teórico tomando por base o pensamento empírico [..] (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 66).

Portanto, ao abordar os conceitos algébricos em sua forma mais formal e rigorosa, sem oferecer oportunidades para que os estudantes reconheçam e compreendam a essência desses conceitos previamente, é como esperar que o estudante, ao observar uma casa já pronta, compreenda por si só o processo de construção, sem ter participado das etapas que a tornam possível.

Reconhecer essa problemática do ensino de matemática não significa que devamos deixar de trabalhar esses conteúdos, nem de requerer que os estudantes compreendam a Álgebra simbólica, pois é importante que eles alcancem esse estágio. No entanto, não é justo que nós, professores, tratemos a Álgebra de maneira simplista e superficial, apresentando apenas a síntese teórica dos conteúdos e ocultando dos alunos os processos que compõem sua formalização, ao mesmo tempo em que lhes cobramos um entendimento completo dos conceitos, pois dessa forma

> O pensamento teórico da álgebra inexiste. O ensino se fundamenta apenas nos aspectos perceptíveis do raciocínio algébrico: as letras. Ao ouvir a palavra álgebra, o estudante tem certeza de que estamos nos referindo a expressões que contêm letras. Aprender álgebra para esse estudante significa trocar letras por números e vice-versa. (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 67).

Em vista disso, como professoras em formação, ao concordarmos com a crítica exposta por esses autores acerca do conhecimento algébrico, colocamo-nos na posição de aprender como poderíamos romper com essa forma de ensino em nossas aulas. É importante ressaltar que esse movimento de aprendizagem não foi, e ainda não é, trivial para nós, uma vez que viemos de um ensino pautado na lógica formal e não conhecíamos, até então, o processo histórico da Álgebra. Assim, o contato com essa dimensão teórica nos possibilitou expandir um pouco mais nossos horizontes sobre o conhecimento matemático. Na próxima subseção, daremos continuidade à nossa trajetória de aprendizagem.

4.2 O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DAS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

Março de 2025,

Era o início do fim da nossa trajetória de graduação. O nosso último ano de curso. Juntamente com ele, tivemos uma experiência até então nunca vivenciada por nós duas, o Estágio Supervisionado. Não caberia em uma subseção o detalhamento dos momentos que vivenciamos nesse espaço, por isso, iremos dedicar a próxima seção para essas reflexões. Entretanto, começamos a introduzi-lo neste instante pois, no ambiente do Estágio Supervisionado, dentre os conteúdos matemáticos que nos foi ofertado para realizar a regência, o escolhido por nós foi o de equações do segundo grau, e é sobre o nosso conhecimento e estudos acerca desse conteúdo que se desenvolverá a discussão nesta subseção.

Dessa forma, o nosso ponto de partida foi buscar compreender o movimento lógico-histórico das equações e mais especificamente das equações do segundo grau. Este momento inicial foi permeado por muitas leituras, reuniões, discussões e orientações. Foram por meio desses momentos que nos foi recomendado por nosso orientador a leitura do livro “Equações de Ahmes até Abel” de Otto B. Bekken, no qual pautamos grande parte do nosso estudo teórico sobre o conteúdo. O autor apresenta de forma descritiva a história das equações, começando por definir o que é Álgebra, e no decorrer dos capítulos perpassa por diversos momentos das equações e suas relações com diferentes povos em diferentes contextos históricos, e ao final é abordado até mesmo as equações de quinto grau.

No capítulo um “O Cálculo do ‘AHA’ Álgebra Egípcia?” inicia-se, na perspectiva do autor, a história das equações em papiros. Destaca-se o papiro de Rhind que provavelmente era “um livro texto para os escribas dos faraós” (Bekken, 1994, p. 15), como uma das fontes que demonstra a valorização, pela sociedade egípcia, por problemas práticos do cotidiano da época, advindos da necessidade de calcular áreas das terras, o salário dos trabalhadores, entre outros problemas (Bekken, 1994). Retomando os papiros, no de Berlim, o autor dá ênfase na reformulação de um problema que segundo ele poderia ser interpretado hoje como “encontre os lados x e y, sabendo que $x + y = 100$ e $4x = 3y$, e consequentemente resolva uma equação do segundo grau” apontando justamente o movimento lógico do conceito presente na formulação do problema contido no papiro.

Em seguida, as discussões caminham para a álgebra retórica[5] da Babilônia, onde a sociedade utilizava como recurso para realização de seus registros as tábuas de argila. Foram encontradas tábuas nessas civilizações que “explicam como resolver problemas que nós tratamos com o auxílio de equações do segundo grau” (Bekken, 1994, p. 22). O processo de pensamento e desenvolvimento do conceito de equação do segundo grau já se fazia presente, mesmo que tal conceito ainda não havia sido definido da forma como entendemos atualmente.

Tal apontamento é comprovado pois “os problemas do segundo grau podiam ser resolvidos pelo método de ‘reduzir à metade - elevar ao quadrado - somar’. Isto não era feito com símbolos e sim com palavras e números (retórica)” (Bekken, 1994, p. 25). Destaca-se a utilização da álgebra retórica, que era utilizada como forma de resolução própria dos problemas matemáticos que eles se depararam, diferenciando-se da forma como nós lidamos hoje com esses problemas, utilizando a álgebra simbólica[6] que temos contato para interpretar e resolver tais situações.

Ademais, o livro continua ressaltando a formalização geométrica dos gregos em relação às equações do segundo grau. Em seguida, a álgebra dos hindus e, consequentemente, o raciocínio utilizado por Bhaskara para resolver as equações do segundo grau (Bekken,

[5] “O problema e sua solução escrevem-se em uma prosa corrente” (Bekken, 1994, p. 82).
[6] "[..] na qual se introduzem símbolos específicos" (Bekken, 1994, p. 82).

1994), sendo este diferente do que hoje popularmente conhecemos no Brasil como "fórmula de Bhaskara" em que a fórmula foi associada ao seu nome. Para ampliarmos o debate sobre essa discussão a respeito da fórmula resolutiva de equações do segundo grau, recorremos a autora Tatiana Roque que em seu livro "História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas" realiza uma discussão a respeito de por que não podemos atribuir a Bhaskara a invenção da fórmula utilizada atualmente

> [...] havia um método geral para resolução de equações, expresso de modo retórico. No entanto, não podemos dizer que já existisse uma "fórmula" para a resolução de equações, no sentido que a entendemos hoje, uma vez que não havia simbolismo para os coeficientes, o que será proposto por Viète somente no século XVI (Roque, 2012, p. 242).

Retomando o livro escrito por Otto B. Bekken, é realizada uma apresentação do que ele chamou de a Álgebra dos Árabes. Durante o século VIII tiveram contato com a matemática de diversos povos, como os babilônios, gregos e hindus e fizeram a tradução para pensar em uma elaboração objetivando seu desenvolvimento (Bekken, 1994). Al-Khwarizmi e Abu Kamil, por exemplo, desenvolveram um tratamento sistemático para diferentes tipos de equações do segundo grau com coeficientes positivos que pode ser traduzido como "completar e reduzir" (Bekken, 1994), no qual conhecemos hoje como "método de completar quadrados" e que também foi elaborado pensando em problemas relacionados a medição de terras.

Em 1202 a álgebra hindu-árabes começa a ser discutida na Europa e em 1556 tem sua chegada na América, mais especificamente no México (Bekken, 1994). Entretanto, o desenvolvimento da álgebra não simbólica para a álgebra simbólica foi acontecer de maneira rápida por volta dos séculos XVI e XVII (Bekken, 1994). Esse movimento surgiu da necessidade de modificar a forma como a álgebra era trabalhada, sendo por muitas vezes falada, ou geométrica, entre outras formas, para uma maneira padronizada que possibilitasse uma compreensão mais simplificada além de facilitar a impressão de livros (Bekken, 1994). Assim como levou-se um tempo para discutir os aspectos da álgebra não simbólica, também tiveram diferentes maneiras de representação dos símbolos até a padronização que temos nos dias de hoje.

Após estudarmos todo esse movimento de criação das sínteses estabelecidas pela humanidade ao longo da história sobre as equações, com uma ênfase nas equações de segundo grau realizada por nós, uma vez que esse era o nosso foco, e que perpassa pelas discussões sobre álgebra e equação de uma forma geral, procuramos refletir sobre quais seriam os nexos conceituais desse conteúdo.

De tal modo, recorremos à dissertação “O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O Clube de Matemática” escrita por nosso orientador, Wellington, em que apresenta quais seriam os nexos conceituais das equações. A princípio nos colocamos a questionar: os nexos conceituais de equação do segundo grau são os mesmos nexos conceituais de equação? Supostamente, sim! Quando pensamos o conceito de função, como pontuamos anteriormente, existem os nexos conceituais próprios da função, mas que não se diferenciam à medida que abordamos outros tipos de funções. Da mesma forma compreendemos essa relação para as equações e as equações do segundo grau, pautando-se na leitura dos textos e nos estudos que realizamos. Porém, destacamos que a resposta para essa pergunta não é trivial, e que ela pode fazer parte de um campo para futuras pesquisas.

Retomando os nexos conceituais de equação, eles são definidos como

> - Tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade.
> - Compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática).
> - Compreender que as equações [...] constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades (Cedro, 2004, p. 82).

Para conseguirmos compreender esses nexos conceituais, foram muitas leituras, estudos e reflexões, sendo alguns desses momentos em reunião com o nosso professor orientador. A princípio o primeiro nexo conceitual nos causou muita estranheza, como pensar no desenvolvimento do conceito de variabilidade em relação às equações? Esse questionamento surgiu devido ao que tínhamos contato até o momento, que função aborda as variáveis e a equação aborda as incógnitas. Porém, esse primeiro nexo conceitual expandiu nossos entendimentos sobre as equações e a Álgebra como um todo, nos levando a pensar que

> [...] este caráter geral da equação se dissipa quando estamos interessados em determinar um valor numérico para a variável numa situação particular dentro do movimento de variação quantitativa sempre é possível se determinar um momento particular e, dentro de um grupo de variáveis, podemos sempre determinar um valor numérico específico (Lima, Pericles e Takasaki, 1998 *apud* Cedro, 2004, p. 82).

De certa forma, primeiro percebe-se o caráter mutável das coisas ao nosso redor, como por exemplo a fluência dos momentos da vida, para depois colocar-se em um momento de análise de uma especificidade. Por isso a importância de tomar consciência sobre a fluência do conceito de variabilidade, que se dá por esse movimento quantitativo-qualitativo, para que assim faça sentido pensar o conceito de invariância da incógnita, uma vez que ela representa um dos estados da variabilidade.

O segundo nexo conceitual diz respeito a compreensão de que o movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, pode ser representado por diferentes formas de linguagem por meio da álgebra não simbólica, ao pensar na oralidade e na palavra escrita, e da álgebra simbólica relacionando com a linguagem matemática, no qual ambas já foram apresentadas e discutidas nesta subseção e na anterior. Compreender essa passagem entre os diferentes tipos de Álgebra pode ser importante para o estudante, pois, inserido nesse contexto, ele poderá entender o processo até chegar na representação simbólica utilizada nos dias de hoje, e sentir-se livre para explorar diferentes representações.

Já o último nexo conceitual está relacionado com os anteriores, criando uma interdependência entre eles, uma vez que ele salienta a importância de compreender as equações como uma das formas de linguagem matemática que reflete um estado dos movimentos discutidos. A partir dos nexos, assim como é destacado no último, com as equações torna-se possível estabelecer relações que satisfaçam a igualdade, no qual ela representa uma situação de um conjunto de inúmeras relações que podem existir, assim

> Percebemos então que se a variável constitui uma linguagem para os movimentos quantitativos gerais – as equações – que, por sua vez, representam a particularidade, e portanto, constituem uma linguagem particular, específica, um estado dos movimentos de controle das quantidades (Cedro, 2004, p. 82).

Uma analogia que foi realizada por nosso orientador durante as reuniões, e que fez muito sentido para conseguirmos compreender a equação como a representação de uma particularidade dos movimentos das quantidades, é pensar a função como um vídeo, e a equação como um frame deste mesmo vídeo, um momento específico de todo aquele movimento que está sendo expresso no vídeo. Para além dessa analogia, começamos a nos questionar durante essas discussões, uma vez que função é o movimento geral e a equação são suas particularidades, deveríamos primeiro então ensinar função para depois ensinar equação? Apesar desse questionamento, quando observamos os currículos escolares os conteúdos não estão dispostos dessa forma, nos mostrando que essa reflexão pode ser feita em futuras pesquisas.

Em virtude do que foi apresentado, fomos instigadas e motivadas a pensar como organizar o ensino do conhecimento matemático específico de equações do segundo grau, que até este momento foi um conteúdo que não havíamos ensinado, em um contexto totalmente diferente e que também nunca havíamos presenciado, o Estágio Supervisionado. Para realizarmos um exercício de análise e refletir sobre essa experiência, no qual levamos em conta toda essa bagagem teórica-metodológica explorada e desenvolvida ao longo de três anos, que resultou nas ações que desenvolvemos neste espaço no nosso último ano de curso, utilizaremos a seção seguinte.

5 EXPERIÊNCIAS VIVENCIADAS DURANTE O ESTÁGIO SUPERVISIONADO

O ano de 2025 foi marcado pelo fim da nossa graduação. Começamos o ano com muitas incertezas e dúvidas, porém muito realizadas e felizes por onde havíamos chegado e conscientes de todo o trajeto que trilhamos ao longo da nossa graduação, de todas as experiências, estudos e reflexões que realizamos até esse começo do fim, que será responsável por iniciar outra etapa de nossas vidas após a graduação. Porém, entre o começo do fim, até de fato finalizar a nossa graduação, este último ano foi bastante diferente de tudo que vivenciamos. O motivo para essa diferenciação muito se deu pela experiência que tivemos com o Estágio Supervisionado.

O curso de Licenciatura em Matemática da UFG possui quatro estágios. Os dois primeiros são intitulados Estágio Supervisionado I e Estágio Supervisionado II, no qual atuamos em projetos. Os dois últimos, Estágio Supervisionado III e Estágio Supervisionado IV são conectados, sendo divididos apenas devido às disciplinas, no qual uma acontece, segundo o fluxo, no sétimo período e a outra no oitavo período.

Os Estágios III e IV são indissociáveis, pois o objetivo é que nós, estudantes do curso, normalmente em duplas ou individualmente, acompanhemos uma turma em suas aulas de matemática do início ao fim do ano, juntamente com o professor de matemática regente da turma que será o professor supervisor da dupla de estagiários. Além disso, o estágio possui três etapas: a primeira, de observação, na qual compreendemos o ambiente escolar no geral e a turma em que estamos inseridas; a segunda, de semi-regência, em que auxiliamos o professor no decorrer da aula, por exemplo, tirando dúvidas dos estudantes; e a terceira, intitulada regência, em que a dupla de estagiários assume a regência total da turma, enquanto o professor supervisor fica responsável por observar o desenvolvimento dessas aulas e compartilhar suas pontuações sobre a prática docente dos estagiários.

A princípio, a única certeza que tínhamos no começo do ano era a de que o professor Wellington seria nosso orientador de estágio e que gostaríamos de analisar essa experiência em nosso TCC, no qual ele também seria o orientador. Dessa forma, quando tivemos a nossa primeira aula da disciplina de Estágio Supervisionado III, estávamos muito perdidas, pois não sabíamos exatamente o que precisávamos fazer, enquanto alguns estudantes já haviam decidido o professor supervisor e já sabiam em qual escola realizariam o estágio.

Preocupadas, recorremos a professora da disciplina e o nosso professor orientador, e seguindo seus conselhos começamos a busca por uma escola campo e por um professor supervisor. O nosso curso é realizado no período vespertino, então a nossa opção era realizar o estágio no período da manhã. Pensando na logística do tempo e locomoção, optamos por realizá-lo próximo ao nosso campus, sendo este um dos nossos primeiros critérios de escolha. Com essa necessidade, recorremos ao Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE), pois, além de ser localizado no próprio campus, ele é apresentado como um campo de formação de professores voltado para realização de pesquisas em educação.

Após muitos e-mails e idas e vindas ao CEPAE, o professor Marcos Vinícius Lopes aceitou que fôssemos suas estagiárias ao longo do ano e nos permitiu escolher, entre as turmas pelas quais estava responsável, aquela em que gostaríamos de realizar o estágio. Optamos por uma turma do 9º ano, pois, entre as turmas disponíveis, era a que tinha maior carga horária semanal e, dada a quantidade de horas que teríamos que cumprir, foi a escolha mais viável. Além disso, como nunca havíamos experienciado lecionar em uma turma do 9º ano, acreditamos que seria uma oportunidade de aprendizagem que enriqueceria nossa prática docente, já que trabalharíamos com alunos de uma faixa etária diferente daquela do Ensino Médio e do Ensino Fundamental I, que tínhamos experienciado nos projetos do PETMAT.

Apesar desse começo ter sido bastante desafiador, acreditamos que é na superação dos desafios que reside a capacidade de desenvolvimento profissional e pessoal. Nesse sentido, aprendemos que ter iniciativa diante desses processos, além de ser importante, é necessário para que eles aconteçam. Com o início dessa experiência, percebemos que essa iniciativa depende totalmente de nós, tanto em nossa formação profissional, quanto na vida como um todo.

Esse aprendizado nos levou a refletir sobre o fortalecimento da nossa autonomia. Afinal, após a conclusão do curso, seremos independentes e precisaremos tomar iniciativas e decisões que nos guiarão nas próximas etapas de nossas vidas, como docentes licenciadas em Matemática. Ademais, esse aprendizado foi apenas um dos primeiros de muitos que obtivemos ao longo de todo esse processo. À vista disso, discorreremos sobre essa trajetória de forma crítica e reflexiva nas próximas subseções, a fim de refletir e compartilhar nossos acertos e erros, aprendizados e inquietações, e os resultados que obtivemos em relação ao desenvolvimento da nossa prática no decorrer da realização do Estágio Supervisionado.

5.1 A HISTÓRIA COMO PROPULSORA DOS MOMENTOS FORMATIVOS

Março de 2025,

Assim que definimos a escola-campo e o professor supervisor do estágio, começamos a pensar sobre o planejamento das nossas aulas. Esse planejamento teve que ser elaborado cuidadosamente e definido com certa antecedência do nosso período de regência, já que tínhamos o objetivo de usar e analisar esse processo no nosso TCC. Primeiramente, conversamos com o professor supervisor para conhecer a ementa e o cronograma de aulas planejadas por ele e, assim, deliberar em conjunto o conteúdo que ficaríamos responsáveis por ministrar na regência. Dos conteúdos matemáticos planejados para o semestre letivo, optamos por ministrar as aulas de equação de segundo grau, que estavam planejadas para o mês de junho. As aulas deveriam abordar: a definição, a forma reduzida, completa e incompleta da equação do segundo grau e a sua fórmula resolutiva.

Com o conteúdo e as datas definidas, demos início, então, ao processo de planejamento. A nossa ideia era elaborar um conjunto de aulas que se assemelhassem a uma SDA, ou seja, criar situações durante as aulas em que os estudantes sentissem a necessidade de se apropriar do conhecimento matemático elaborado historicamente pela humanidade (Silva *et al.*, 2022). No entanto, era importante que, antes de planejarmos aulas sobre equações do segundo grau, conhecêssemos melhor o conteúdo que iríamos lidar. Embora tivéssemos algum conhecimento sobre certos conceitos algébricos, nunca havíamos estudado especificamente as equações do 2º grau e, muito menos, conhecíamos a elaboração histórica desse conceito. Foi assim que buscamos entender mais sobre a essência do conceito de equação, no qual já discorremos sobre o estudo na seção anterior.

Após esse estudo inicial, ficamos intrigadas acerca de como poderíamos utilizar do movimento lógico-histórico para a elaboração das aulas sobre equações do segundo grau, pois, levando em conta a nossa bagagem teórica, tínhamos consciência da importância do MLH e que a elaboração da nossa proposta de ensino deveria partir do mesmo. Assim, fomos à procura, juntamente com o nosso orientador, de SDA's ou de tarefas sobre esse conteúdo que já tivessem sido realizadas ou pesquisadas por outras pessoas no âmbito da Educação Matemática. Entretanto, fomos surpreendidas ao não encontrar materiais, dentro da nossa base teórica, sobre as equações de segundo grau.

Na época, dada a nossa pouca maturidade acadêmica, acabamos não realizando uma busca tão sistematizada. Todavia, realizando essa busca durante a escrita deste trabalho, não obtivemos resultados diferentes. Pesquisando no site de Dissertações e Teses da Universidade de São Paulo e na biblioteca digital de artigos científicos SciELO, ambos com as palavras-chaves "situação desencadeadora de aprendizagem" e "equação de segundo grau" no dia 08/11/2025, nenhum resultado foi encontrado. Realizamos outra busca na mesma data no site Google Acadêmico, que é um mecanismo de busca do Google específico para pesquisas acadêmicas, utilizando os seguintes operadores de busca "situação desencadeadora de aprendizagem" AND "equação do segundo grau" OR "equações do segundo grau" e obtivemos sete resultados, entretanto nenhum enquadrava-se no que precisávamos.

Os motivos para que nenhum dos trabalhos fossem utilizados foram: dois tinham como principal foco funções quadráticas; outros dois eram focados na álgebra em geral citando as equações do segundo grau bem superficialmente; um o termo de equações do segundo grau aparecia apenas nas referências; e outro constava como inacessível. Havia apenas um artigo com certo potencial, em que os termos pesquisados foram encontrados em uma citação no corpo do texto. Buscando o trabalho referenciado no artigo, nos deparamos com uma dissertação que relacionava o número de ouro com as equações do segundo grau. Entretanto, a relação feita era muito específica e a sua realização era contextualizada de forma muito breve e sem aprofundamentos no trabalho, e por isso, ela também foi descartada após nossa análise.

Para que conseguíssemos ter alguma referência de tarefas acerca deste conteúdo que costumavam ser realizadas em turmas de 9º ano, resolvemos fazer pesquisas mais abertas, utilizando palavras-chave como "teoria histórico-cultural" e "equação de segundo grau" em portais acadêmicos, como os que foram mencionados anteriormente, e até no Google acadêmico. Nesta procura, encontramos uma infinidade de trabalhos, no entanto, poucos deles satisfaziam o nosso interesse, pois não compartilhavam das mesmas concepções teóricas que nós, ou pouco abordavam o que compreendemos acerca da THC no desenvolvimento de tarefas em sala de aula. Em resumo, não compreendíamos a relação entre a teoria defendida nos trabalhos e as ações desenvolvidas.

Dessa forma, após muito analisar os resultados encontrados, selecionamos alguns trabalhos que nos inspiraram, de certo modo, para a elaboração das nossas tarefas. Acerca destes trabalhos encontrados, daremos ênfase nos que foram mais relevantes para o nosso planejamento no decorrer do texto.

Como não conseguimos encontrar nenhum material pronto que pudesse ser utilizado ou, ao menos, adaptado por nós, sentimos a necessidade de criar tarefas totalmente do zero, uma vez que, mesmo não encontrando tarefas prontas, não iríamos deixar de desenvolver as aulas baseando-se em nossa formação teórica-metodológica desenvolvida ao longo da graduação. Essa decisão causou certo medo e preocupação em nós, já que, apesar da nossa vivência no Clube de Matemática, nunca havíamos elaborado tarefas desse tipo completamente novas. Portanto, estávamos conscientes de que seria um processo complexo e desafiador, mas repleto de importância e contribuições justamente por ser uma oportunidade de expandir os ensinamentos da Atividade Orientadora de Ensino em relação a organização do ensino de matemática, de conteúdos que, até o momento, não tiveram situações elaboradas.

Em virtude disso, é relevante que busquemos conhecer o que já temos desenvolvido e em desenvolvimento em relação às situações desencadeadoras de aprendizagem, e caso necessário, assim como aconteceu conosco, elaborar novas propostas para outros conteúdos matemáticos que até então não foram explorados. Vale destacar que para realizarmos um movimento de análise do desenvolvimento da nossa proposta, utilizamos os nossos relatos individuais que gravamos em formato de áudio na época em que ocorreram as aulas e os nossos diários de campos com informações anotadas. Os áudios foram gravados individualmente por cada uma de nós destacando aspectos da aula e de nossa prática, e posteriormente foram transcritos por um site chamado TurboScribe[7].

Além disso, a metodologia de investigação e coleta de dados da nossa proposta desenvolvida no estágio baseia-se em um experimento didático-formativo que "é dito didático por ter como intencionalidade a organização do ensino" e "é dito formativo por se investigar o processo de aprendizagem dos estudantes e como eles se apropriam dos conhecimentos teóricos" (Oliveira, 2022, p. 90). Em nosso caso, a intencionalidade é de fato a organização do ensino das equações do segundo grau e buscaremos investigar a forma como se deu esse processo de apropriação do conceito por parte dos estudantes de maneira geral, mas principalmente, os nossos movimentos didáticos-formativos que possibilitaram essa organização do ensino.

Dessa forma, estarmos envolvidas no processo de criação do planejamento das aulas e realizá-lo com os estudantes foram fatores que marcaram os próximos meses do nosso estágio, e a nossa formação-inicial, sendo todo este processo repleto de criatividade, estudos, esforços e reflexões que compartilharemos a seguir.

Maio e Junho de 2025,

O primeiro passo para pensarmos na elaboração das tarefas foi compreender o movimento lógico-histórico das equações de segundo grau, a partir dos textos que mencionamos na subseção 4.2. A respeito dos textos estudados, algo que entendemos como uma necessidade humana que deu origem às equações do segundo grau foram os cálculos de áreas desconhecidas no contexto dos babilônicos e egípcios. Então, pensamos que poderíamos elaborar as primeiras tarefas baseadas nessa necessidade inicial, uma vez que os estudantes já

---

[7] O TurboScribe é um site que oferece um serviço de transcrição automática de áudio e utiliza inteligência artificial para converter arquivos de som em texto de forma objetiva.

tinham um conhecimento básico sobre áreas de figuras planas, propriedade distributiva e produtos notáveis.

Porém, não fazíamos ideia de como poderíamos elaborar uma proposta pedagógica, abordando equações de segundo grau a partir de cálculos de áreas desconhecidas, que fugissem de uma resolução de problemas padrão que estamos acostumados a ver nas aulas de matemática. Portanto, esse movimento inicial de abstrair e “pensar fora da caixa” foi difícil para nós que, apesar de já termos um contato com a AOE no PETMAT, ainda não estávamos habituadas a olhar de forma ampla e criativa para a matemática que estudamos de forma rotineira na graduação.

Inclusive, os nossos colegas do PETMAT e a professora Mayline costumavam brincar dizendo que nós duas tínhamos um pensamento muito “cartesiano”, ou seja, que pensávamos de forma muito objetiva, lógica e linear, diferente de outros colegas que eram mais criativos, poéticos e subjetivos. Apesar dessa característica que temos em comum ser benéfica em momentos que necessitam de um olhar mais analítico e direto, para momentos de elaboração que exigem bastante criatividade, como o qual estávamos vivenciando, tamanha objetividade acabava não nos ajudando.

Isso não significa que não somos criativas, mas sim que exercer a nossa criatividade acaba sendo um processo mais complexo. Por que a criatividade é tão importante no processo de elaboração de uma proposta pedagógica ao nosso ver? Quando crianças somos motivados por nossa imaginação. A ação de imaginar relaciona-se com as nossas brincadeiras e vivências durante a infância. Quando tornamos adultos a imaginação assume um caráter diferente, o de criatividade que relaciona-se com a ação de criar. O indivíduo ao desenvolver a sua criatividade modifica o meio por intermédio do trabalho humano (Oliveira, 2022). Ou seja, objetivamos desenvolver a nossa criatividade para modificar o contexto educacional por meio da nossa atividade de ensino.

Assim, recorremos ao nosso orientador para pensarmos uma possibilidade criativa de abordagem que utilizasse do conhecimento do MLH que tínhamos até o momento, sendo este sobre a necessidade de calcular áreas desconhecidas, com os estudantes do 9º ano que até então não conheciam o conteúdo. Percebemos no movimento de criação do planejamento que, ao calcular a área de um terreno retangular, no qual a sua largura, por exemplo, seja desconhecida, e seu comprimento seja essa mesma medida desconhecida somada (ou subtraída) de alguma medida já conhecida, obteremos como resultado do cálculo da área uma equação do segundo grau. Essa relação foi o estopim que a nossa imaginação precisava para começar a pensar em formas de ensinar o conteúdo por meio dessa situação.

Após muitas discussões, leituras e reuniões, chegamos à conclusão de que a proposta teria como eixo principal uma história que continuaria durante todas as aulas do nosso período de regência, a fim de criar problemas desencadeadores ao longo da história que motivariam os estudantes a resolver a tarefa proposta e desencadear a aprendizagem. Para contextualizar a história optamos por utilizar do recorte histórico em que se deu o surgimento das equações de segundo grau, por volta de 4000 anos a.C na Babilônia.

O objetivo de utilizar uma história foi de se aproximar do conceito de história virtual, sendo este um dos recursos metodológicos para a materialização de uma SDA, como já discorremos sobre na subseção 3.1. Desse modo, buscávamos criar situações no decorrer da história semelhantes às vividas pela humanidade no passado, trazendo um problema que seria resolvido coletivamente, de forma que os estudantes reunissem ideias para a solução e nós, como professoras, participássemos organizando o ensino e auxiliando-os nesse processo. Assim, aproxima-se de uma história virtual ao pretender propor situações desafiadoras que permitem a reflexão sobre o papel das gerações passadas na criação dos saberes, de forma que os estudantes se tornassem cúmplices do processo de construção do conhecimento (Moura; Lanner de Moura, 1998 *apud* Silva *et al.*, 2022).

Diante a proposta já definida, passamos a pensar em situações, dentro do contexto histórico que havíamos escolhido, que resultassem em problemas desencadeadores que envolvessem os tópicos do conteúdo de equações do 2º grau que objetivamos ensinar inicialmente, tais como sua forma reduzida, suas formas completa e incompleta, o método de completar quadrados e a fórmula resolutiva. Portanto, buscamos entender em quais situações práticas da vida dos babilônios poderiam surgir a necessidade de calcular áreas e quais recursos materiais eram utilizados na época, e no decorrer da história, que motivassem a pensar nestes outros tópicos. Com isso, o nosso planejamento estruturou-se da seguinte forma.

Quadro 1 - cronograma da regência do estágio III

DATAS	AULAS	TAREFAS	CONTEÚDO
05/06	1	Repartindo a terra	Introdução a equação do segundo grau.
06/06	2	Plantação	Equações do 2° grau reduzidas completas e incompletas
12/06	3	O curral e o pasto	Resolução de equações do 2º grau pelo método de completar quadrados

13/06	4	A FÓRMULA	Resolução de equação do 2º grau por completar quadrados e a dedução da fórmula resolutiva.
26/06	5	Os valores de x	Resolução de equação do 2º grau.
27/06	6	A Carta	Equações do 2º grau

Fonte: elaboração própria das autoras

Depois de muitas formulações e reformulações, juntamente com o nosso orientador, chegamos no início da regência e passamos a contar a respectiva história[8] em nossas aulas: *Neste exato momento, todos nós viajamos no tempo e estamos há cerca de 4000 anos a.C., nas margens dos rios Tigre e Eufrates. O Rei Babilônio Mharcoz Vynicyus recebeu de herança dos seus antepassados um grande terreno ideal para a sobrevivência da população do seu reino. Juntamente com os terrenos ele recebeu um papiro que continha o registro de algumas informações sobre sua área. No entanto, por ser um papiro muito velho, algumas partes estavam manchadas.*

Figura 3 - slide apresentado para a turma sobre as informações do terreno

Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

Até o nome do Rei na história foi pensado para que remetesse ao professor supervisor, a fim de usar do bom humor para chamar a atenção da turma. Além disso, ao pensar em qual problema iríamos propor, tivemos muitas dificuldades acerca de como elaborar algo que gerasse interesse nos alunos do 9º ano, mas que, ao mesmo tempo, abordasse o conteúdo dentro da época histórica em que se passava, ou seja, que não utilizasse de ferramentas atuais. À vista disso, resolvemos não utilizar a unidade de medida metros, nem permitir o uso de

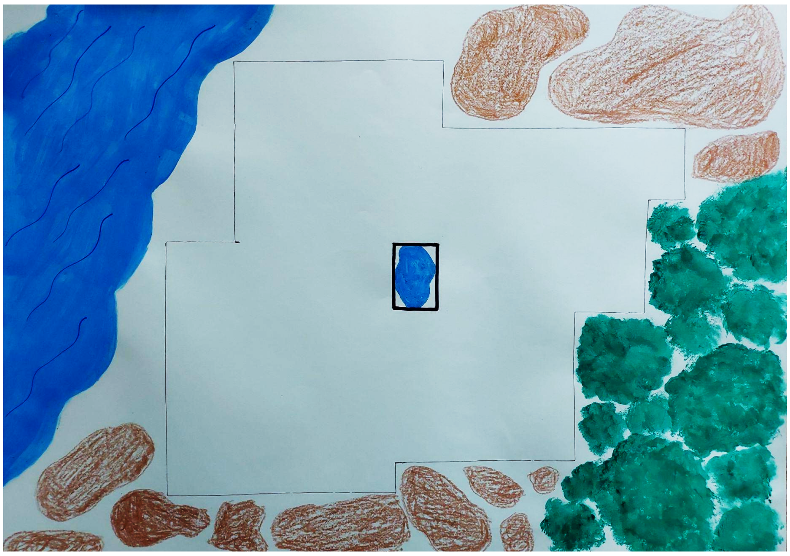
[8] Utilizaremos o itálico como notação para referir aos trechos da história que elaboramos.

réguas ou unidades de medida diferentes das que tinham sido fornecidas na história durante o desenvolvimento da tarefa.

Ao refletirmos sobre qual unidade de medida poderíamos usar, optamos por deixar com que os estudantes manuseassem pequenos barbantes coloridos como instrumentos de medida das áreas desconhecidas. Essa ideia surgiu após várias conversas com nosso orientador, no sentido de que utilizar unidades de medida atuais, como os centímetros, ou simplesmente definir medidas prontas, não colocaria os estudantes, de fato, em atividade, nem seria condizente com o contexto histórico criado. Portanto, produzimos mapas desenhados à mão, nos quais os terrenos eram representados de modo que os lados das figuras pudessem ser medidos manualmente pelos estudantes.

Assim, continuando a história apresentada na Aula 1[9], trazíamos as seguintes questões: *Pensando em sua população, o rei decidiu de forma justa, dividir a área total em 5 áreas iguais. Com isso, ele perguntou a sua população: Qual será a área total de cada um dos cinco terrenos? Qual é a melhor figura geométrica, que devemos utilizar, para dividirmos o nosso terreno em cinco partes iguais?*

Figura 4 - mapa do terreno sem divisões



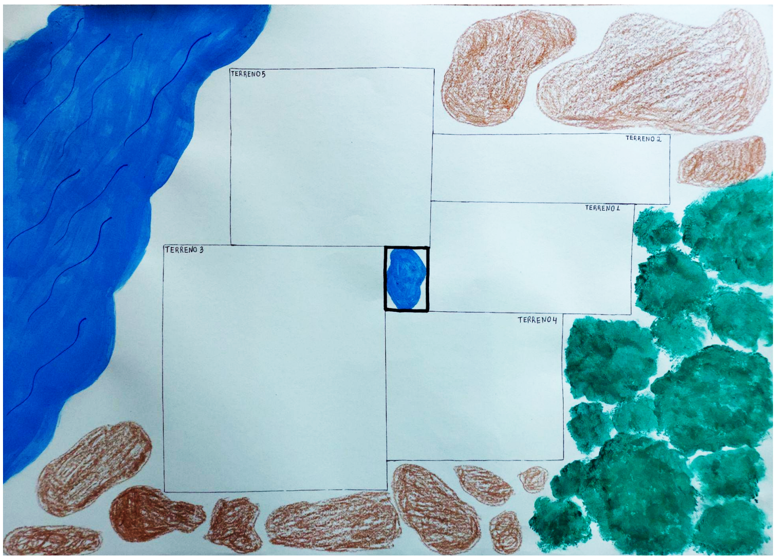
Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

Nesse primeiro momento apresentamos o mapa do terreno sem suas divisões por meio de um slide que continha essa mesma figura supracitada, a fim de que os estudantes fossem convencidos de que o mais viável seria dividir em áreas retangulares, e que, ao dividir de forma igualitária, cada área corresponderia a 120 unidades. Após discutirmos essas questões

[9] O planejamento completo desta e das demais aulas consta no Apêndice A.

com a turma, apresentamos o mapa já dividido, que também foi o mapa utilizado por eles no desenvolvimento da tarefa.

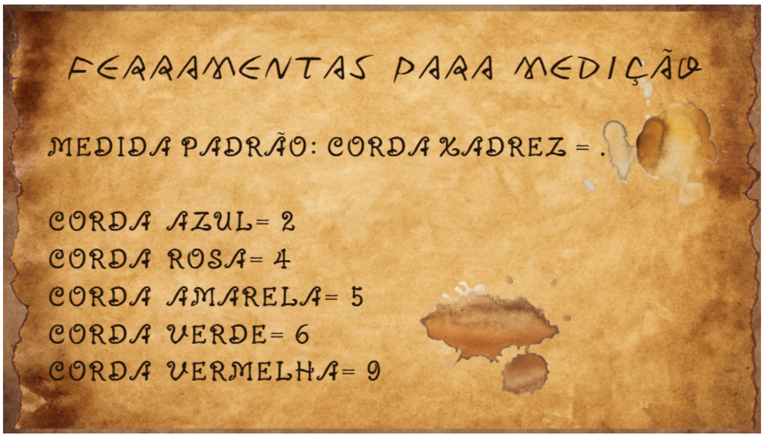
Figura 5 - mapa do terreno dividido em 5 partes



Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

Demos continuidade ao enredo: *O reino era enorme e não era viável medir toda a sua largura e todo o seu comprimento manualmente, pois esse processo demoraria muito. As únicas ferramentas de medição que eles possuíam eram cordas, as quais também apareciam num papiro antigo com algumas partes manchadas.*

Figura 6 - slide apresentado para a turma sobre as ferramentas de medição da história



Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

A corda xadrez, então, representaria a incógnita da equação, já que o seu valor era desconhecido. Nessa parte, o nosso objetivo era que os alunos chegassem nessa conclusão e que representassem a incógnita da forma como quisessem, por isso não atribuímos nenhum símbolo para a corda xadrez, a fim de trabalhar o nexo conceitual de compreensão do movimento das equações representado por diferentes linguagens (Cedro, 2004).

Não haviam outras ferramentas para a medição, então sempre deveria aparecer as medidas das cordas no comprimento e na largura da área. Entretanto, ***a corda xadrez será a medida padrão obrigatória tanto no comprimento quanto na largura****. Pensando em quem poderia ajudar a representar o comprimento e a largura desses terrenos, o Rei escolheu VOCÊS para auxiliá-lo nesse movimento de descoberta. Agora que já escolhemos a figura, precisamos criar os nossos próprios papiros, descobrindo o comprimento e a largura do terreno da área que o grupo escolher, e escrever a relação entre eles. Para começarmos esse movimento de descoberta, cada grupo ficará responsável por um terreno, e primeiramente deverão encontrar uma forma de relacionar as medidas fornecidas com a área total do terreno.*

Voltando para a análise da aula, na elaboração dessa tarefa nos preocupávamos de que os estudantes pudessem querer utilizar instrumentos de medição que não fossem os barbantes coloridos, por isso fizemos questão de assegurar, por meio da história, de que isso não era permitido e que a corda xadrez era uma medida obrigatória, para que aparecesse a incógnita nos cálculos da área. O momento de mediação pedagógica durante a tarefa foi um verdadeiro desafio para nós duas, pois o objetivo era que eles medissem e expressassem essa medição com as cordas que entregamos, porém, a proposta que levamos motivou a imaginação deles ao ponto de acabaram desenvolvendo outras ideias que não havíamos solicitado e não podíamos dar a resposta do que queríamos, já que isso iria influenciar na reflexão deles sobre a tarefa.

Uma dessas situações foi que os estudantes "ficavam juntando as cordinhas, fazendo combinações com as cordinhas que tinham valores, para descobrir o valor de x. E faziam até coisas mirabolantes para tentar chegar nesse valor de x" (Trecho dos relatos) e "acabaram medindo a cor do xadrez com as medidas que eles já tinham" (Trecho dos relatos). Essa situação demonstra o envolvimento dos estudantes com a aula, na qual realizaram ações para além do que havíamos solicitado.

Entretanto, foi bastante desafiador à medida que sabemos da importância do levantamento de hipóteses e desse movimento de investigação por parte dos estudantes, porém não sabíamos como fazer eles voltarem para o objetivo de medir o comprimento e largura com as medidas entregues e a desconhecida, para que não acabassem divagando muito e ficarem confusos, sendo esse momento destacado em um trecho do nosso relato, "bati muito na tecla para eles usarem essa medida desconhecida e não procurarem esse valor, só que eles estavam muito focados em procurar o valor, muito focados, foi muito difícil a gente reverter isso, para eles fazerem o que a gente queria, né, o objetivo da tarefa, que era chegar numa equação de segundo grau".

A respeito das equações que surgiam por meio do cálculo da área de cada terreno foi outro aspecto que precisamos ter bastante atenção e um cuidado redobrado. Alguns grupos estavam realizando a medição de forma errada, então a todo momento precisávamos conferir em nossas anotações se as medidas que os grupos obtiveram estavam corretas, e mesmo assim, ainda deixamos um grupo errar a medida de um dos lados do terreno. Mas por que era tão importante que as medidas fossem iguais às que planejamos? Porque tivemos o cuidado de escolher cinco equações em que os valores da incógnita fossem um positivo e o outro negativo, a fim de que o valor positivo fosse a medida da corda xadrez utilizada para medir aquele terreno, já que não fazia sentido utilizar uma medida negativa ou duas medidas positivas nesse caso.

Em virtude dessa situação, outro aspecto que percebemos apenas após a realização e reflexão da aula foi que, teoricamente, para cada grupo deveria haver uma corda xadrez diferente, já que cada equação tinha um valor positivo diferente para a incógnita, mas na aula todas as cordas xadrez tinham a mesma medida. Ademais, o mapa deveria ser elaborado a partir de uma escala, pois da forma como estava posto era visível que as áreas não tinham o mesmo tamanho, mas na história todas possuíam 120 unidades. Essa observação foi feita por nosso professor supervisor: "uma coisa que o próprio professor pontuou, foi a questão de que a escala dos desenhos não estava proporcional" (Trecho dos relatos).

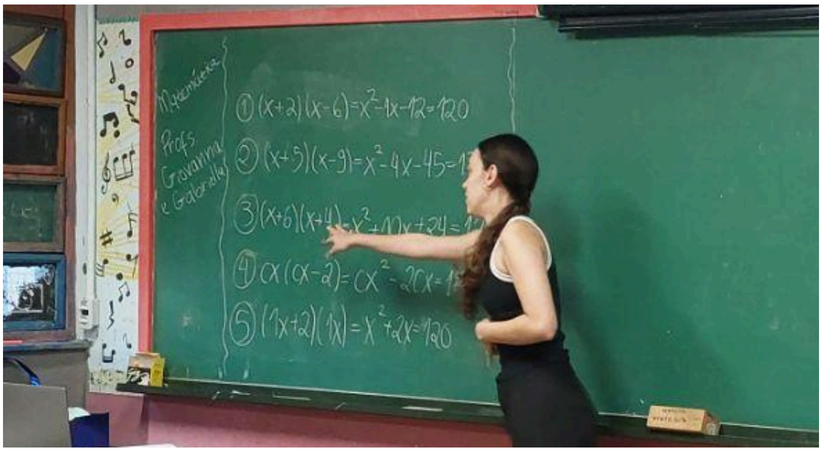
Apesar de todos os desafios que enfrentamos, temos consciência da potencialidade que a história e o problema desencadeador que elaboramos possui, nos motivando a perceber os pontos positivos e os que necessitam de modificações. É justamente esse movimento de reelaboração da nossa prática que caminhará conosco não somente nessa aula, mas nas outras e em todos os espaços que iremos ocupar após a graduação. Com isso, após muitos debates cada grupo conseguiu chegar na equação do segundo grau que representava a área do terreno do seu grupo e novas situações foram surgindo nas próximas aulas.

Pensando sobre os terrenos que o Rei distribuiu, ele levou a seguinte proposta para a sua população: O que vocês acham de fazermos plantações de áreas quadradas dentro de cada um dos terrenos retangulares, com o intuito de contribuir para a alimentação de todos? Todos refletiram sobre a proposta e concordaram. Afinal, se alimentar é uma necessidade básica para a sobrevivência de todos nós. Foi utilizado uma corda aleatória para ser a medida do lado do quadrado da plantação. Então, como ficaria a expressão da área do *quadrado, sabendo que no comprimento e na largura utilizamos uma medida de corda aleatória?*

O nosso próximo objetivo era discutir sobre as formas completa e incompleta das equações do segundo grau. Para que isso fosse possível, recorremos novamente ao cálculo de área de figura plana como apresentado na história. Porém, utilizamos desta vez um quadrado com uma medida de lado aleatória e desconhecida, pois a equação obtida por meio de sua área pode ser representada da forma x ao quadrado igual a área, o que ao expressar sua forma reduzida nos leva a uma equação do segundo grau incompleta sem o coeficiente do termo do primeiro grau. Com isso, ao compararmos essa equação com a equação obtida por meio do cálculo do terreno retangular, percebemos a diferença entre as duas e explicamos que a área do terreno retangular era completa e a da plantação incompleta.

O destaque realizado sobre a equação poder ser representada da forma x ao quadrado foi feito pois existem várias outras formas que podemos utilizar para representar a incógnita para além do x. Ao longo da história da humanidade não começou sendo a letra x, eram falas, abreviações, figuras geométricas, como elencamos na seção 4.1. Os próprios estudantes da turma perceberam que eles poderiam criar suas próprias representações e nas equações dos terrenos tivemos expressões "que utilizou cx para representar a incógnita" (Trecho dos relatos) pois de fato, as letras c e x para representar a corda xadrez trazem consigo um significado a elas atribuído pelos indivíduos devido a contextualização da proposta.

Figura 7 - professora promovendo a discussão das representações feitas pelos grupos com a turma



Fonte: acervo das autoras (2025).

Após a realização das aulas sobre a apresentação do conteúdo de equações do segundo grau, sua forma reduzida seguida de suas formas completa e incompleta, começamos finalmente a explicação dos métodos de resolução das equações do segundo grau e como eles poderiam encontrar os valores das medidas[10] das cordas xadrez que tanto os inquietaram na primeira aula. A respeito das formas completa e incompleta das equações do segundo grau que trabalhamos com os estudantes em sala de aula, a importância desse conteúdo se deu por apresentar outras formas das equações, em que o termo do primeiro grau e o termo independente não precisam estar sempre presentes para representar uma equação do segundo grau, e caso todos os termos estejam presentes ela é denominada completa.

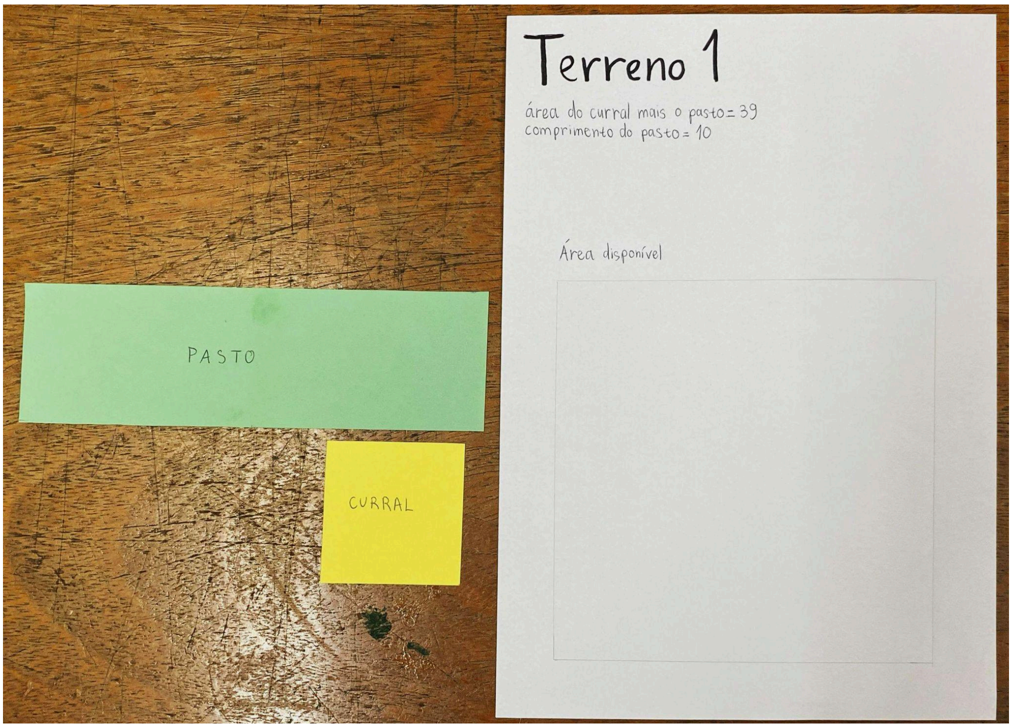
A princípio, quando estávamos elaborando o planejamento das aulas, tivemos o receio de que trabalhar com o método de completar quadrados e a fórmula resolutiva poderiam ser muitos tópicos e decidimos, então, trabalhar apenas com a fórmula resolutiva. Todavia, após nossos estudos e pesquisas realizadas descobrimos que existe uma forma de obtermos a fórmula resolutiva por meio do método de completar quadrados. Achamos essa relação tão poderosa que voltamos atrás em nossa decisão e chegamos à conclusão de que iríamos englobar o método de completar quadrados nos tópicos do conteúdo que iríamos ensinar durante as aulas. A explicação do método se deu pela continuação da história.

Na antiga Babilônia, os bois eram fundamentais para a economia e sociedade. [...] Já destinamos uma parte do terreno para as plantações, e sabendo da importância da criação de bois, o Rei Mharcoz Vynicyus pediu a sua população que destinasse uma outra parte de cada um dos 5 terrenos para construir um curral e um pasto, pensando na possibilidade de ser um ao lado do outro, cuja área total do curral somada com a do pasto seria um valor determinado para cada terreno. O curral teria a forma de um quadrado, e o pasto, um retângulo.

Portanto, começamos a explicação do método sem dizer que iríamos utilizá-lo para a situação, o próprio problema desencadeador da história nos motivaria a utilizar esse método. Para que os estudantes pudessem visualizar a situação que estava sendo estabelecida, entregamos uma folha para cada grupo com as informações do valor da área do curral mais o pasto e o valor do comprimento do pasto, no qual variam para cada grupo, e continuamos a história dizendo que: *O Rei fez questão de decidir o comprimento do pasto, mas esqueceu-se de indicar a largura do pasto e o tamanho do lado do curral.*

[10] Vale ressaltar que percebemos após a realização, como destacamos anteriormente, que deveríamos ter entregue uma corda xadrez para cada terreno com diferentes tamanhos, para ter sentido ao relacionar com os valores da incógnita, no qual cada equação chega em um valor diferente de x.

Figura 8 - exemplo da folha entregue ao grupo do Terreno 1

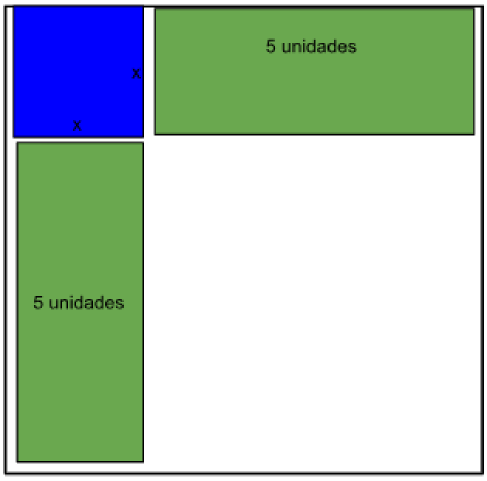


Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

Dessa vez, o esperto Rei decidiu confiar essa missão aos seus dedicados funcionários: a tarefa de cercar a área do curral. No entanto, surge o questionamento dos funcionários: "Mas como vamos cercar o curral se não sabemos nem quanto mede o seu lado?". Sem saber como começar, os funcionários - bastante aflitos - pediram ajuda a quem realmente entende do assunto: vocês!

No primeiro momento eles deveriam escolher em qual das quinas do quadrado que representava a área disponível eles iriam colocar o curral. Em seguida, colocando o pasto ao lado do curral eles perceberam que ele não cabia completamente na área disponível e portanto deveriam manipular o pasto de forma que coubesse, sendo essa manipulação o corte da área do pasto ao meio. Descrevendo dessa forma parece bem intuitivo, porém "no começo foi um pouco complicado, até eles entenderem que eles podiam cortar o curral, que eles podiam manipular aquilo ali" (Trecho dos relatos). O objetivo era que eles chegassem na seguinte representação, relacionado ao nexo conceitual de perceber e compreender o caráter mutável dos aspectos qualitativos e quantitativos na vida e no mundo, e que a linguagem matemática representa um estado dos movimentos das quantidades.

Figura 9 - exemplo da representação que seria feita na folha



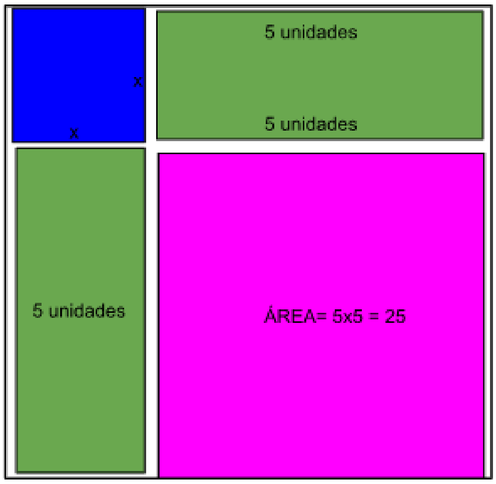
Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

No instante em que eles perceberam a possibilidade dessa manipulação foram surgindo diversas ideias para descobrir como encontrar o lado do curral, algumas até diferentes e sem a utilização do método de completar quadrados, como “grupos que criaram relações com o pasto, por exemplo, que viu que o pasto dava a medida de dois currais certinhos, ou outros também que viram que dava três” e com essas relações conseguiam descobrir o lado do curral.

Olhando sob essa perspectiva, há de se imaginar que o objetivo da tarefa de abordar o método de completar quadrados poderia não ser atingido, visto que alguns grupos conseguiram descobrir o lado do curral sem a utilização do método. Ainda assim, fomos surpreendidas com a postura de tais grupos ao nos questionarem “como que a gente faz para escrever uma equação disso aqui? como que faz para a gente verificar se isso aqui de fato é realmente esse valor que a gente está pensando?” (Trecho dos relatos). Tal iniciativa nos impactou pois evidenciou uma postura investigativa dos estudantes em relação ao problema desencadeador proposto, demonstrando indícios de que eles estavam envolvidos no próprio processo de aprendizagem que aquele momento os oferecia.

A nossa expectativa dentro do nosso planejamento era de que eles criassem um quadrado com as medidas dos comprimentos dos dois retângulos e depois somar a área desse quadrado com a área do curral e do pasto, a qual era dada para cada grupo, para enfim descobrir o lado do terreno quadrado completo, como ilustrado na figura a seguir.

Figura 10 - exemplo da representação na folha ocupando a área toda



Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

A partir dessas relações estabelecidas, os estudantes conseguiriam subtrair o comprimento do pasto do lado do terreno completo para descobrir o lado do curral, o qual o problema pedia. No entanto, como discorremos anteriormente, alguns estudantes utilizaram de estratégias diferentes, já que a situação tinha o potencial de ser resolvida de diversas formas, o que acabou gerando discussões muito produtivas dentro dos pequenos grupos e nas apresentações dos grupos para a turma.

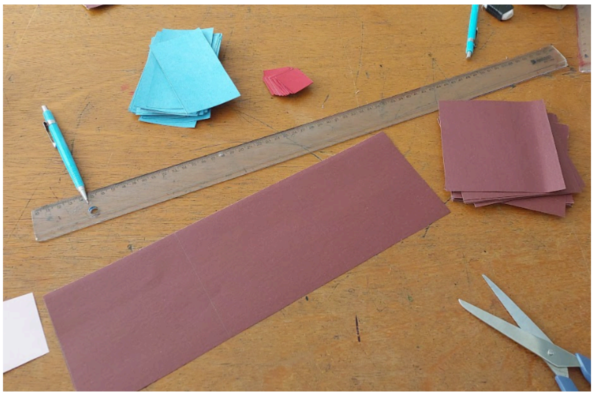
Na Aula 4, o nosso objetivo, então, foi associar o método de completar quadrados, desenvolvido por eles na tarefa anterior até esse momento de forma implícita, com o método da fórmula resolutiva e, até o final da aula, esquematizar a fórmula com eles. Inicialmente, buscamos relembrar as construções estabelecidas na aula anterior, evidenciando que eles haviam utilizado o método geométrico de al-Khwarizmi chamado completar quadrados, e explicar alguns pontos que não estavam aparentes no desenvolvimento da tarefa, como a questão da incógnita das equações resolvidas poder assumir dois valores, no caso um deles negativo. Porém, como a situação e o método trabalhavam com medidas, não faria sentido encontrar um valor negativo por meio daquela forma de resolução. Portanto, era necessário um método que fizesse sentido encontrar esses dois valores independente se era positivo ou negativo, sendo este a fórmula resolutiva.

Nesse momento demos continuidade a história: *O grande Rei Mharcoz Vynicyus ficou encantado com a engenhosidade de seus funcionários ao ver como resolveram o problema usando um método tão genial! Orgulhoso, correu a compartilhar a façanha com o reino vizinho, certo de que surpreenderia a todos. Para sua surpresa, o monarca vizinho apenas* *sorriu e revelou que seu povo já conhecia, há tempos, uma fórmula capaz de resolver qualquer equação do segundo grau, sem exceção. Uma verdadeira joia matemática!*

Tomado pela curiosidade, Mharcoz Vynicyus implorou por uma explicação. Mas o outro rei, cauteloso e estratégico, recusou-se a revelar o segredo, preservando a vantagem de seu povo. Indignado, mas determinado, Mharcoz retornou ao seu reino e convocou vocês, seus fiéis estudiosos. A missão era clara: desvendar, com as próprias mentes e mãos, essa fórmula lendária. Será que, a partir do método de completar quadrados, é possível chegar a essa fórmula que resolve qualquer equação do segundo grau?

Ao discutirmos essa parte do planejamento com o nosso orientador, o mesmo deu a ideia de utilizar elementos visuais e manipuláveis nessa parte do conteúdo, para que não se tornasse uma aula cansativa e entediante para os estudantes. Dessa forma, confeccionamos três papéis de cores diferentes, um azul, outro vermelho e outro marrom, para cada um dos alunos manusearem durante a explicação, a fim de recriar o processo do método de completar quadrados.

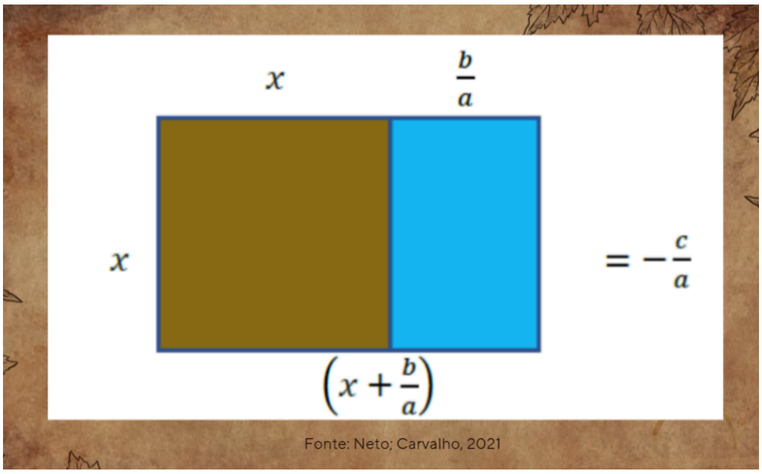
Figura 11 - confecção dos papéis coloridos



Fonte: acervo das autoras (2025).

A ideia da dedução da fórmula resolutiva foi inspirada em um artigo chamado “O tema de equações do segundo grau como espaço para a generalização” de Neto e Carvalho (2021), o qual encontramos durante as pesquisas citadas anteriormente. Desse artigo utilizamos as representações geométricas durante a explicação por meio de slides, como na seguinte figura.

Figura 12 - slide apresentado para a turma para relacionar o método de completar quadrados a fórmula resolutiva



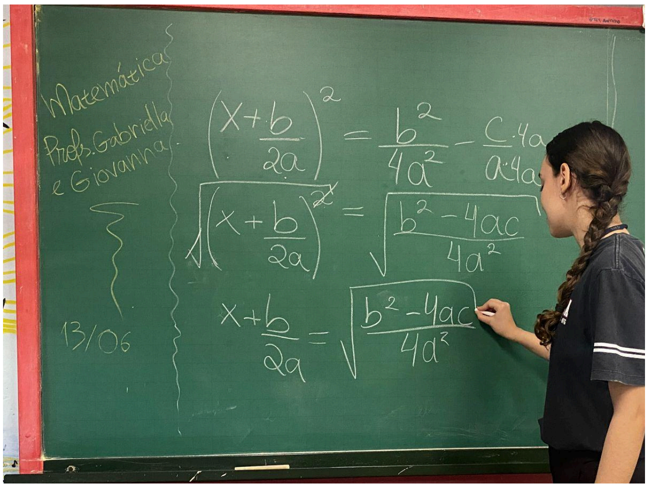
Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

A proposta era utilizar da visualização geométrica do método de completar quadrados para relacionar a representação algébrica dos coeficientes da equação de segundo grau. No entanto, essa passagem para a linguagem algébrica gerou certa dificuldade de interpretação nos alunos como mencionado em um trecho dos nossos relatos: "o que eu senti dessa parte só, é que os alunos talvez ficaram um pouco perdidos justamente por conta dos coeficientes ali no começo, [...] por ser já de cara os coeficientes, mas acho que ao longo da aula eles foram conseguindo compreender mais o que se tratava cada coeficiente, começou a fazer mais sentido". Assim como já foi discutido em seções anteriores deste trabalho, a linguagem algébrica simbólica não é entendida como trivial, muito menos para estudantes do Ensino Fundamental que estão iniciando seus estudos algébricos com esses símbolos. Portanto, esse aspecto da prática docente, de ter sensibilidade para identificar as dificuldades dos estudantes e refletir sobre a forma mais adequada de expor determinados conceitos, foi essencial em nossa trajetória durante o estágio.

Como estávamos trabalhando em dupla, sempre que uma de nós estava à frente da turma e a outra no fundo da sala observando, conseguíamos ter uma percepção mais completa da aula e, assim, trocar observações e experiências entre nós, aprimorando a nossa prática individual e em dupla. Além disso, durante todo o estágio buscamos atuar de forma colaborativa. Por exemplo, quando uma de nós esquecia algum tópico importante do conteúdo ou cometia algum equívoco, a outra intervinha no momento, caso fosse necessário, ou posteriormente, em uma conversa individual. Esses aspectos fortaleceram nossa prática docente e qualificaram as aulas.

Voltando para a análise da aula, depois que desenvolvemos todo o processo de completar quadrados chegamos nas equações algébricas com os coeficientes da fórmula resolutiva e, passo a passo, utilizando o quadro, chegamos na fórmula resolutiva.

Figura 13 - professora explicando o processo algébrico da fórmula resolutiva



Fonte: acervo das autoras (2025).

As etapas de manipulação algébrica até chegar em $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ exigiu certo cuidado nosso enquanto professoras para que os estudantes não se perdessem e deixassem de compreender alguma passagem importante. Nesse sentido, sentimos que “foi um momento bem difícil, porque essa parte algébrica, como não tinha mais nenhum recurso visual, era muito complicado fazer com que eles acompanhassem. Até para a gente mesmo [...] ia ser um desafio fazer essa parte” (Trecho dos relatos). No entanto, compreendemos que esse foi um momento significativo tanto para nós, enquanto professoras em formação, por nos inserirmos nesse movimento de síntese algébrica, quanto para os estudantes, que puderam entender a origem da fórmula e perceber que sua expressão não é algo dado ou pronto, mas resulta de uma lógica presente no próprio processo de construção algébrica.

No final da aula fizemos uma reflexão sobre a história[11] por trás da fórmula resolutiva, que é comumente conhecida como fórmula de Bhaskara, mas que, ao carregar um único nome, acaba por ignorar o processo histórico de construção da fórmula que foi realizada por vários povos. Esse momento foi muito enriquecedor, pois conseguimos perceber como os estudantes tiveram interesse em entender a história do conceito formalizado e se engajaram na discussão, nos motivando a continuar levando e discutindo esses aspectos durante as aulas. Além disso, nos deixou orgulhosas ao perceber que os estudos que realizamos para elaborar

[11] Essa história foi mencionada na subseção 4.2

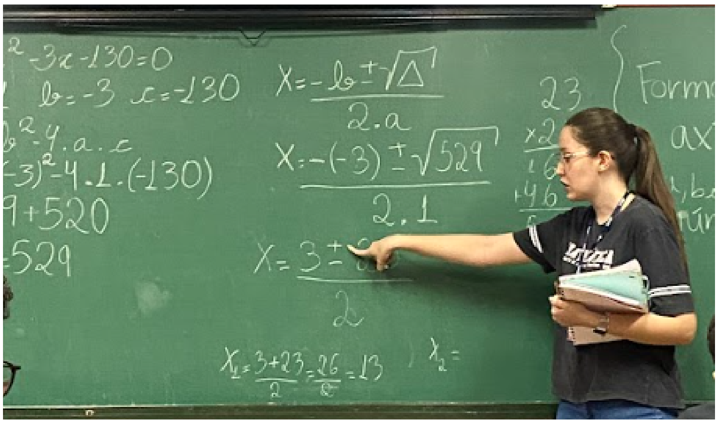
toda a proposta pedagógica do estágio não funcionava apenas na teoria, mas que na prática docente os pressupostos teóricos também tinham sentido.

Na aula seguinte, levamos o desfecho dessa parte da história: *Ao finalmente decifrarem a tão cobiçada fórmula que resolve qualquer equação do segundo grau, vocês a apresentaram ao Rei Mharcoz Vynicyus. Seus olhos brilharam de admiração – diante dele estava uma verdadeira ferramenta de poder, capaz de desvendar desde enigmas sobre áreas misteriosas até problemas mais abstratos que, de alguma forma, chegavam em uma equação do segundo grau. [...] Mas, como todo governante sábio, sabia que conhecimento, para ser verdadeiramente valioso, precisa ser preservado. Assim, Mharcoz os encarregou de uma missão: completar o papiro antigo com as informações agora reveladas.*

Portanto, o objetivo da aula 5, intitulada “Os valores de x”, era que os estudantes conseguissem resolver equações do segundo grau completas e incompletas pelos diferentes métodos apresentados por nós, sendo o tempo da aula destinada para a resolução de uma lista de exercícios, a qual remetia ao “papiro antigo” mencionado na história. Nós planejamos, inicialmente, deixar os estudantes resolverem individualmente a lista, auxiliando-os caso surgissem dúvidas e, ao final da aula, sortear algumas questões para serem resolvidas no quadro com a turma.

No entanto, a aula acabou ocorrendo um pouco diferente do planejado, pois houve quase duas semanas de intervalo entre o último encontro com a turma, devido a um feriado prolongado. Consequentemente, os estudantes não se lembravam do conteúdo discutido anteriormente e apresentaram grande dificuldade em resolver os exercícios. Portanto, ao percebermos isso, foi preciso que nós recapitulássemos brevemente a fórmula resolutiva e resolvêssemos no quadro os primeiros exercícios para que eles conseguissem entender como executar o processo.

Figura 14 - professora resolvendo uma questão no quadro



Fonte: acervo das autoras (2025).

Esse movimento de "recalcular a rota" durante as aulas, de modo geral, foi inicialmente desafiador para nós. No decorrer do Estágio, porém, compreendemos que essa reorganização é recorrente na prática docente, uma vez que o ambiente escolar é vivo e nem sempre as coisas acontecem conforme o planejado. Nós percebemos que diversos fatores podem influenciar no desenvolvimento da aula, tanto internos, quanto externos à sala de aula. Por exemplo, quando a aula ocorria nos dois primeiros horários a turma era mais silenciosa e as tarefas previstas eram concluídas mais rapidamente; já nos dois últimos horários, a turma ficava mais agitada e ansiosa para o término da aula, o que impactava no envolvimento e, por vezes, desestabilizava nosso planejamento. Além disso, era comum que algum evento relacionado a outras disciplinas ou à própria dinâmica da escola desviasse a atenção dos estudantes ou interrompesse o andamento da aula.

Assim, de forma reflexiva, fomos compreendendo que, para além de planejar e organizar os conceitos a serem explorados em cada momento, faz parte da prática docente saber lidar com imprevistos e reorganizar constantemente os planos. É necessário manter-se atento aos sinais de dificuldade e de avanço no desenvolvimento educacional dos estudantes, pois é essa percepção que orienta e indica quais aspectos do planejamento precisam ser ajustados. Essas questões não surgiram apenas durante o Estágio Supervisionado, mas em outros espaços que ocupamos como nos encontros que desenvolvemos no projeto Clube de Matemática Ensino Médio, em turmas da primeira série do Ensino Médio, nos motivando a refletir sobre esses aspectos durante a nossa regência.

Ademais, no desenvolvimento dessa aula percebemos alguns pontos que poderiam ser melhorados. Um deles é a abordagem da lista de exercícios como foi dito em um trecho dos nossos relatos: "eu acho que uma coisa que a gente podia ter pensado melhor foi essa passagem da história para a lista. A gente vinha numa abordagem bem da teoria histórico-cultural mesmo e, de repente, mudou totalmente, foi para algo bem mais tradicional, passando uma lista de exercícios. Não que passar lista seja um problema, longe disso, mas talvez a gente pudesse ter pensado melhor em como fazer essa transição. Do jeito que aconteceu, ficou meio abrupto, um pouco desconexo, e eu acho que isso acabou impactando os alunos, porque eles já estavam acostumados com aulas diferentes, mais dinâmicas. E aí, dessa vez, acabou sendo só uma lista."

A abordagem mencionada no relato diz respeito à forma como lidamos e planejamos o momento de resolução da lista, visto que em todas as aulas anteriores os estudantes eram divididos em pequenos grupos ou a tarefa englobava a turma toda, sendo a primeira vez que passamos uma lista de exercícios para ser resolvida individualmente. Como relatado no áudio, isso gerou uma quebra de expectativa nos estudantes, que estavam se acostumando com uma abordagem menos tradicional nas nossas aulas.

Para nós, enquanto professoras em formação, a ideia de propor uma tarefa “tradicional” gerava certa insegurança em relação à base teórico-metodológica que orientou nosso planejamento. No entanto, compreendemos que a resolução de exercícios constitui um passo importante para a compreensão do conteúdo pelos estudantes, pois é nesse momento que cada indivíduo estabelece suas próprias relações sobre o conceito e formaliza, por meio da linguagem matemática escrita, o seu raciocínio, a depender da intencionalidade do professor ao selecionar exercícios que possibilitem esse movimento. Ou seja, resolver exercícios pode se configurar como um processo de síntese dos conceitos matemáticos, desde que realizado de maneira reflexiva e crítica, e não apenas pautado no fazer mecânico ou na repetição de procedimentos. Portanto, para as próximas aulas de exercícios, levamos essa reflexão em consideração.

Na última aula do mês de junho, planejamos uma tarefa de conclusão do conteúdo que consistia na produção de uma carta pelos estudantes, a partir do seguinte enredo: *Após a nossa longa jornada por todo nosso território, e também pela Álgebra, vocês – nobres estudiosos da Matemática – foram convocados pelo sábio Rei Mharcoz Vynicyus para cumprir uma última missão, importante e necessária! Reinos distantes, onde o conhecimento ainda floresce lentamente, enviaram mensageiros pedindo ajuda: por lá, ninguém jamais ouviu falar das misteriosas equações do segundo grau.*

Diante da necessidade de compartilhar esses conhecimentos com mais pessoas, para que elas também conheçam e produzam suas próprias sínteses desse conceito, a população decidiu escrever uma carta especial destinada a esses outros reinos. Nela, vocês deverão explicar tudo o que aprenderam sobre as equações do segundo grau, desde o que elas são, para que servem, até os diversos métodos que podem ser utilizados para resolvê-las.

Lembrem-se: essa carta será lida por pessoas curiosas, mas que ainda não conhecem as equações. Por isso, sejam gentis, criativos e não se esqueçam de nenhuma informação importante para a compreensão do conceito! Esse novo manuscrito deve servir como um legado para as próximas gerações, para que elas possam utilizar desse saber a fim de ampliar seus conhecimentos e contribuir ainda mais para novas descobertas da álgebra.

A fim de auxiliar na escrita da carta, fizemos um momento de síntese coletiva, para refletir e relembrar as aulas anteriores e os nexos conceituais que abordamos ao longo de todo esse processo. Para essa síntese nos baseamos nas seguintes perguntas orientadoras: Qual a forma geral da equação do segundo grau? Só existe essa forma de apresentar uma equação do segundo grau? Ela sempre foi escrita dessa mesma forma? Quantos valores a incógnita em uma equação do segundo grau pode assumir de forma que a satisfaça? Analisando esses valores, nas tarefas utilizamos os dois valores? Por que foi utilizado um e o outro não? Quando vocês tiveram que descrever a área do terreno do grupo, se tratava de uma situação específica? Mesmo se tratando de áreas iguais, a representação da área de cada terreno era diferente. Por que vocês acham que isso aconteceu? Como o trabalho em grupo influenciou na hora de realizar as tarefas na sua perspectiva?

Por meio dessas perguntas conduzimos a síntese levantando tópicos do conteúdo como a forma geral, o conjunto solução e a noção do movimento das grandezas nas equações do segundo grau, as quais podemos manipular para situações específicas, assim como fizemos durante as tarefas desenvolvidas. Além disso, discutimos sobre a linguagem não simbólica e simbólica da Álgebra e a importância do trabalho em grupo, relacionando com o movimento lógico-histórico das equações e relembrando aspectos históricos acerca disso. Para auxiliar a escrita da carta, também escrevemos no quadro os pontos-chave que deveriam estar presentes no texto: o que é uma equação do 2º grau, para que serve e quais são seus métodos de resolução.

Essa aula foi uma das nossas preferidas de todo o Estágio, tanto pelo nosso planejamento ter sido bem desenvolvido em sala de aula, seguindo a proposta que havíamos objetivado ao pensar em sua estrutura, quanto pelo envolvimento da turma na proposta durante a síntese coletiva e na tarefa em si, gerando discussões muito interessantes. Foi um dos momentos em que os estudantes mais demonstraram ter o domínio dos conceitos matemáticos discutidos ao longo de todo o semestre, o que gerou em nós um sentimento de dever cumprido.

Não quer dizer que, nas aulas anteriores, eles não tivessem se envolvido ou demonstrado ter compreensão do conteúdo, porém, essa aula, em específico, representou um momento de síntese individual e evidenciou aspectos que, até então, não havíamos conseguido perceber em todos os estudantes. “Eles estavam bastante presentes na história, eles compraram bastante a história de que essa carta seria enviada para pessoas que realmente não conhecem, que eles realmente, de fato, fizeram em formato de carta, colocando data, colocando ‘caros’, ‘pessoas curiosas de outros reinos’, colocando nome, o local, a data” (Trecho dos relatos). Nesse sentido, o empenho e engajamento dos estudantes ao elaborar a carta nos surpreendeu positivamente e revelou que, quando a história traz sentido para a tarefa, os alunos se sentem mais motivados a desenvolvê-la, assim como defendemos na subseção 3.1 acerca da Atividade Orientadora de Ensino.

Além disso, foi muito interessante perceber a mudança na atitude de alguns estudantes que, até o início da nossa regência, relatavam odiar matemática e dificilmente se envolviam nas propostas do professor regente. Ao longo das aulas da nossa primeira regência, notamos que alguns desses alunos passaram a se interessar nas tarefas propostas, até mesmo assumindo uma posição de destaque nos pequenos grupos, respondendo os nossos questionamentos nos momentos de discussões coletivas e demonstrando curiosidade acerca dos conceitos matemáticos. Esse movimento de transformação dos estudantes, e todo esse processo inicial, nos impactou tão positivamente que nos deu o fôlego necessário para que no semestre seguinte durante a regência do Estágio IV, continuássemos desenvolvendo a nossa proposta pedagógica, o qual discutiremos na próxima subseção.

5.2 O CONHECIMENTO QUE ABRE CAMINHOS

Julho, Agosto e Setembro de 2025,

Após a primeira experiência com o nosso planejamento de aulas que elaboramos para a regência do Estágio Supervisionado III, alguns tópicos sobre o conteúdo de equações do segundo grau ficaram para serem ensinados e explorados durante a regência do Estágio Supervisionado IV, sendo estes soma e produto e equações biquadradas, no qual o professor supervisor já havia programado em seu plano de aula.

Analisamos pontos que poderiam ser explorados nesta segunda etapa do planejamento para contribuir ainda mais com a aprendizagem dos estudantes, tais como: outras formas de resolução das equações, tarefas que possibilitassem várias formas de resolução, oferecimento de retorno para os estudantes sobre como eles estavam em relação aos acertos e erros durante o processo, propor tarefas que fossem realizadas em casa, e por fim, explorar os diferentes valores que as incógnitas podem ter.

Levando em consideração todos esses aspectos destacados, começamos a desenvolver a segunda parte do planejamento que engloba todas as aulas a partir da Aula 7. Apesar de estarmos durante o nosso período de férias, assim que nossas aulas da graduação retornassem, a regência do estágio também retornaria, e então, percebemos que era necessário abdicar das duas últimas semanas de julho para darmos início ao planejamento de aulas do Estágio Supervisionado IV.

O nosso desejo era dar continuidade no conteúdo juntamente com o enredo da história que havíamos criado e desenvolvido ao longo das aulas passadas. Porém, antes que começássemos a relacionar a história com os conteúdos de soma e produto e das equações biquadradas, havia outras necessidades a serem trabalhadas. A princípio, percebemos que os estudantes também estariam retornando de suas férias, então, imaginamos que seria provável ouvir de muitos que não se lembravam do conteúdo que estávamos estudando. Assim, seria necessário realizar algumas aulas de revisão e, consequentemente, ao distribuir os conteúdos a serem trabalhados nas próximas aulas fomos levadas a elaborar o seguinte planejamento.

Quadro 2 - cronograma da regência do estágio IV

DATAS	AULAS	TAREFAS	CONTEÚDO
14/08	7	“Esse tal de Bhaskara”	Revisão de Equação do 2º grau.
15/08	8	Revendo equações do segundo grau	Revisão de Equação do 2º grau.
21/08	9	Encontrando o caminho	Diferentes tipos de discriminante e suas implicações.
22/08	10	Os diferentes tipos de caminho e suas implicações	Diferentes tipos de discriminante e suas implicações.
28/08	11	O Reino de Algebrânia	Resolução por soma e produto.
29/08	12	Revelando a equação misteriosa	Soma e produto
04/09	13	Quadrado do Quadrado	Equação biquadrada
05/09	14	Revisão do Conteúdo	Revisão de Equação do 2º grau.
11/09	15	Prova	Equação do 2º grau
12/09	16	Correção da prova	Equação do 2º grau

Fonte: elaboração própria das autoras.

Dessa forma, levando em consideração esse possível problema que poderíamos ter, as duas primeiras aulas, sendo estas a sétima e oitava segundo o planejamento total, foram dedicadas à revisão do conteúdo como já havíamos pensado. Refletindo em como cumprir com o objetivo de retomar o conteúdo de equações do segundo grau com uma revisão dinâmica, no qual foi o objetivo da Aula 7, nos lembramos de um vídeo que o nosso professor orientador havia nos indicado em reuniões passadas, como um possível complemento para a “Aula 6 - A Carta”, mas que não havíamos utilizado até o momento. O vídeo em questão tem como título “Esse tal de Bhaskara” e está disponível no canal M3 Matemática Multimídia no YouTube[12].

[12] Esse tal de Bhaskara, 2012. 1 vídeo (12 min). Publicado pelo canal M3 Matemática Multimídia. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=pozKHQxvFSo. Acesso em: 27 nov. 2025.

A utilização do vídeo[13] como forma de revisão teve como propósito retomar o conteúdo de maneira leve e descontraída, evitando uma revisão tradicional e pesada. A escolha desse vídeo específico ocorreu por recomendação do professor orientador e porque, após análise, mostrou-se um material interessante e formativo. O vídeo apresenta uma estudante que, ao estudar equações do segundo grau, adormece e sonha com personagens históricos ligados ao desenvolvimento desse conceito, como o Bhaskara, povos mesopotâmicos, gregos, árabes e o François Viète. Durante o sonho, ela revisita a evolução das equações e as diferentes formas de resolvê-las, mostrando como esses métodos surgiram das necessidades humanas ao longo do tempo.

Em resumo, muitos dos elementos destacados em nosso estudo sobre o MLH apareceram no decorrer do vídeo, como as soluções que eram realizadas de maneira verbal (álgebra retórica), a dificuldade em manter um sistema de resolução apenas por prosas e por isso a necessidade de criar-se uma notação algébrica, o método de completar quadrados que foi trabalhado nas aulas anteriores, e por fim, com o François Viète, o surgimento dos símbolos para representação dos elementos algébricos (álgebra simbólica). Esse momento do vídeo está diretamente relacionado com o nexo conceitual de equação que diz respeito sobre a "compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática)" (Cedro, 2004, p. 82) que trabalhamos ao longo das aulas durante a primeira regência.

Outro ponto positivo do vídeo é a forma como a personagem principal reage às informações apresentadas no decorrer da sua interação com os personagens, que é muito semelhante à reação dos estudantes ao estudar e se deparar com o conteúdo, desenvolvendo o sentimento de identificação por parte deles e motivando a apropriação do que estava sendo apresentado. Além da exibição do vídeo, outra ideia que surgiu quando estávamos realizando o planejamento dessa aula foi de levar pipoca para os estudantes como forma de agrado por ser volta às aulas.

Ademais, precisávamos realizar uma síntese das ideias do vídeo com os estudantes, para que a aula como um todo não ficasse apenas na aparência e entretenimento. Como forma de orientação, elaboramos perguntas que pudessem fomentar a discussão e possibilitar que os estudantes expressassem o movimento de compreensão que eles realizaram internamente sobre o vídeo e as aulas como um todo. Algumas das perguntas planejadas foram: Vocês

[13] Ao leitor é importante ressaltar que quando buscamos algum determinado material para ser utilizado em sala de aula, devemos ter cuidado com o respeito às culturas envolvidas para não contribuirmos com a apropriação cultural. Ou seja, o professor deve estar atento a essas questões.

acham que a álgebra retórica tornava o aprendizado mais difícil ou mais acessível? Por quê? Vocês consideram correto atribuir a criação de uma fórmula ou teoria a um único matemático, mesmo sabendo que outros povos já conheciam métodos semelhantes?

Essas perguntas levaram os estudantes a refletirem sobre a questão da álgebra retórica e simbólica e ao discutir com a turma percebemos que os estudantes demonstravam lembrar das discussões feitas no semestre anterior. À medida que realizamos a elaboração das aulas, conseguimos compreender a importância de boas perguntas, que contribuíssem para esse movimento que ressaltamos no parágrafo anterior. Pensar nessas perguntas previamente é algo fundamental para que o movimento de síntese aconteça e tomar consciência dessa importância para pensarmos na nossa organização do ensino, foi extremamente formativo.

A Aula 8 também teve caráter de revisão, mas focada na resolução prática de exercícios. Como, antes das férias, os alunos haviam feito uma prova e estavam ansiosos para saber suas notas, essa aula foi dedicada à correção da avaliação e à entrega dos resultados feita pelo professor regente. Para tornar o momento mais dinâmico, as questões da prova foram colocadas em cartolinas, e a turma foi dividida em cinco grupos; cada grupo sorteou uma questão para resolver e explicar aos colegas, exceto a sexta, cuja resolução ficou a cargo das professoras.

Além do planejamento das aulas, em reunião com nosso orientador concluímos que, para esse período de regência, seria importante definirmos também os critérios de avaliação, já que acompanharíamos os estudantes até o momento avaliativo e, diferentemente do início do Estágio III, agora nos sentíamos preparadas para assumir essa responsabilidade como docentes. Para a elaboração da composição das ferramentas de avaliação, uma vez que não desejávamos baseá-la apenas em uma prova, fomos aconselhadas por nosso orientador a realizar a leitura do texto "Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos" coordenado e organizado por Santos (1997).

Essa etapa de definição do método de avaliação foi algo completamente novo para nós no qual o texto contribuiu para nos proporcionar ideias. Como no CEPAE a avaliação se dá por meio de conceitos e não notas numéricas, tivemos que pensar também no cálculo dos critérios de forma que se adequasse aos conceitos. Como nós sempre fomos avaliadas por notas numéricas, tivemos muita dificuldade de compreender o que cada conceito significava numericamente e utilizamos da seguinte tabela de conversão disponibilizada no site do CEPAE para nos auxiliar nesse processo.

Quadro 3 - correspondência entre a escala numérica e os respectivos níveis

NOTAS	NÍVEIS
0 – 3,0	E
3,1 – 5,9	D
6,0 – 7,0	C
7,1 – 8,9	B
9,0 – 10,0	A

Fonte: Resolução - CEPAE Nº 01/2011.

Elaboramos, então, os seguintes critérios que iriam compor o conceito: avaliação escrita, que corresponderia a 50% do conceito e seria composta por cinco exercícios e uma questão de auto avaliação; anotações do caderno, 10% do conceito e seria avaliado no final do semestre com um visto nos cadernos; entrega das listas de exercícios, corresponderia a 10%; participação nas tarefas em grupo e individuais, 20% do conceito e seria avaliado o comportamento e o envolvimento de cada integrante do grupo durante as tarefas propostas, através dos registros no nosso diário de campo; apresentações, 10% do conceito e seria avaliado o trabalho em grupo, a organização da apresentação e o conteúdo exposto.

No final da regência, seria dado um conceito para cada um dos critérios e com os respectivos pesos nós faríamos o cálculo para estabelecer um conceito final. Ao definirmos tantos critérios tínhamos consciência de que esse cálculo não seria tão fácil, mas preferimos variar os critérios a contar apenas com a avaliação escrita, que poderia expressar um conceito injusto diante de todas as tarefas que propúnhamos para os estudantes e o empenho deles nas mesmas.

Consequentemente, após planejarmos as aulas de revisão e definirmos os critérios avaliativos, percebemos que poderíamos focar nos pontos que elencamos a partir da nossa análise, listados no início desta subseção, e nos conteúdos de soma e produto e das equações biquadradas, os quais o professor supervisor já havia programado em seu plano de ensino. Sob essa ótica, nas próximas aulas prosseguimos com a história do primeiro semestre, a fim de trazer problemas que relacionassem os tópicos do plano de ensino: *Após vocês escreverem as cartas e compartilharem o conhecimento das equações do segundo grau com os reinos vizinhos, algo extraordinário aconteceu. No distante Reino de Algebrânia, as palavras enviadas por vocês ecoaram como uma revelação. A população deste reino estava passando por problemas e encontraram nas cartas de vocês um conhecimento que poderia ajudar a* *enfrentar esses desafios, e gostariam de ter mais informações. Entretanto, nós vivemos em 4000 anos a.C e as formas de comunicação dessa época são bastante limitadas e lentas.*

As cartas que vocês escreveram chegaram e foram bastante úteis. Mas os moradores do reino ansiavam por mais respostas! Foi nesse momento que eles decidiram convidar vocês para conhecerem o reino deles, que foi fundado por antigos sábios de diversas ciências, inclusive a Álgebra. ***Para chegar até o Reino da Algebrânia, é necessário encontrar o mapa que contém os possíveis caminhos a serem feitos até o reino.*** *Para ter acesso a esses mapas vocês foram conversar diretamente com o Rei Mharcoz Vynicyus que disse: Antes de entregar os mapas para vocês, preciso que cada um dos grupos que irão embarcar nessa jornada resolvam juntos uma equação do segundo grau, pois ela terá relação com qual caminho vocês deverão seguir!*

Animados com a ideia de conhecer um novo Reino e contribuir para com o desenvolvimento do conhecimento daquele lugar, vocês toparam a proposta do Rei e cada grupo decidiu resolver uma equação.

O objetivo da Aula 9 era reforçar as implicações dos diferentes tipos de discriminante nas raízes de uma equação do segundo grau, pois era uma parte do conteúdo que percebemos que os estudantes apresentavam bastante dúvidas. A essa altura já estávamos habituadas a pensar em situações no planejamento das aulas, o que facilitou e agilizou essa etapa da nossa prática docente. O mais difícil era ter ideias criativas para essas situações, já que estávamos em um estágio do estudo das equações do segundo grau em que não havia muitas necessidades humanas práticas, como a necessidade de calcular áreas desconhecidas, que tivessem fomentado a elaboração desses conceitos algébricos. Isso porque a expressão da fórmula resolutiva e a análise do discriminante foram construídas em um determinado período histórico no qual a álgebra já se apresentava de forma simbólica e por isso a necessidade se concentrava mais no âmbito da escrita com símbolos.

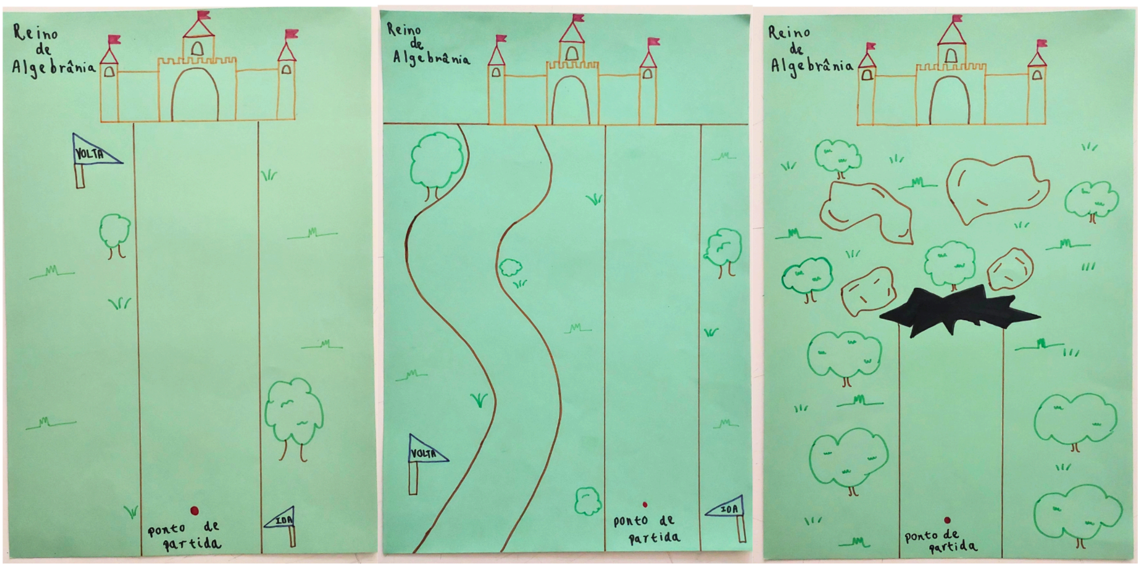
Portanto, em alguns momentos utilizamos o chatbot Chat GPT para nos auxiliar na elaboração de uma escrita mais envolvente da história, considerando nossa limitada experiência na produção de narrativas ficcionais. Todavia, as ideias e os problemas desencadeadores foram pensados por nós e o chatbot foi empregado apenas para detalhar alguns aspectos da história, tornando-a mais interessante de ler e acrescentando detalhes ao enredo que construímos, de modo a referenciar o contexto histórico em que ele estava sendo desenvolvido. Essa utilização foi de forma crítica, no qual reformulamos, adaptamos e organizamos as ideias de modo que fizesse sentido com a nossa proposta pedagógica. Assim, tivemos a ideia dos caminhos que, na história, iriam guiar os estudantes até o reino vizinho e que na tarefa se relacionava com o valor do determinante e as raízes da equação de segundo grau.

Dessa forma, após serem divididos em grupo e resolverem a equação dada, a história propunha: *Assim que vocês resolveram as equações, o Rei Mharcoz Vynicyus olhou as respostas de cada grupo e tomando como base as respostas de vocês ele entregou um mapa para cada grupo, em cada mapa continha um tipo de caminho: o primeiro a ida e a volta eram pelo mesmo caminho; o segundo a ida era por um caminho e a volta era por outro; e o terceiro naquele momento estava interditado e não era possível passar.*

E então, ele disse: Cada mapa que eu entreguei possui um caminho de ida e volta até o Reino de Algebrânia. Porém eu não entreguei um mapa específico para cada grupo por acaso! O Reino para o qual vocês estão indo possui diversos desafios e preciso saber como vocês conseguirão enfrentá-los, e para ter essa noção eu preciso que vocês me respondam: ***Qual a relação entre o caminho que foi entregue para o seu grupo com o discriminante e as raízes da equação que vocês resolveram?*** *Assim que me responderem, vocês poderão ir!*

A ideia era que visualmente os estudantes conseguissem estabelecer alguma relação implícita que os fizesse lembrar dos diferentes tipos de discriminante e suas implicações no conjunto solução das raízes da equação de segundo grau. A fim de trazer mais ludicidade para o enredo, confeccionamos a mão pequenos mapas que representavam os caminhos.

Figura 15 - mapas dos caminhos entregues para os grupos



Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

O primeiro representava o discriminante igual a zero, ou seja, quando as raízes da equação são reais e iguais e por isso no desenho havia apenas um caminho de ida e volta. O segundo dizia respeito ao discriminante maior que zero, ou seja, quando as raízes são reais e diferentes e o desenho representava um caminho de ida diferente do caminho de volta. O terceiro é para o discriminante menor que zero, ou seja, quando não possui raízes reais, e por isso o seu caminho não chegava no reino e era interceptado por um buraco.

Durante o desenvolvimento da tarefa, os estudantes levantaram muitas hipóteses e nós tivemos que intermediar ativamente para que os grupos chegassem às conclusões que queríamos. Desse modo, percebemos que os alunos tiveram dificuldades para fazer a relação proposta, expondo uma perda de sentido na tarefa. No entanto, acreditamos que essa aula foi importante para que os alunos conseguissem associar as representações visuais aos tipos de discriminantes, facilitando a lembrança desses aspectos.

Ademais, na primeira regência, como o problema desencadeador apresentado envolvia o cálculo de área de terrenos retangulares, todas as equações do segundo grau propostas tinham como resultado da incógnita uma raiz real positiva e uma raiz real negativa, o que influenciou os estudantes a pensarem que só existiam essas possibilidades, além de não saberem dar continuidade nos cálculos quando o discriminante resultava em zero. Dentre esses motivos, destacamos a importância de revisitar essa parte do conteúdo nessas aulas durante a regência do Estágio Supervisionado IV.

Dedicamos a aula seguinte para realizar uma síntese da Aula 9, de forma dialogada com a turma juntamente com uma resolução de exercícios que tinham como objetivo trabalhar a linguagem algébrica em diferentes situações. Os exercícios eram lidos e propostos para a turma, esperávamos até que a maioria tivesse resolvido e explicávamos a resolução no quadro. Um desses exercícios era enunciado da seguinte forma: No século VIII, matemáticos árabes resolviam problemas de forma retórica, que podem ser exemplificados da seguinte maneira: “Multiplique um número por ele mesmo, depois adicione sete vezes o número. O resultado é 18.” Resolva o problema e encontre suas raízes, utilizando o discriminante para prever se o problema tem solução real.

Durante a resolução desse e de outros exercícios, observamos que os estudantes apresentavam dificuldades na interpretação dos enunciados e na escrita simbólica da situação apresentada oralmente que seria $x^2 + 7x = 18$. Ao final da aula, passamos como tarefa de casa uma lista de exercícios, pois queríamos que os alunos praticassem a resolução de equações para que pudéssemos avançar com o conteúdo.

No desenvolvimento dessas aulas percebemos que alguns estudantes ainda tinham algumas dúvidas acerca dos conceitos apresentados, enquanto uma grande parte expressava ter facilidade ao resolver os problemas propostos, evidenciando até mesmo certo desânimo nas aulas por conseguirem entender rapidamente. Esse fator de lidar com níveis de aprendizados diferentes dentro da mesma turma foi desafiador para nós como professoras em formação e foi relatado em um dos nossos áudios: "trabalhar com essas 'velocidades' [de aprendizagem] diferentes, com esses indivíduos diferentes, acaba que a gente tem que ficar tentando balancear para não ficar nem muito devagar, nem muito rápido, para tentar não prejudicar tanto os dois lados" (Trecho dos relatos).

Portanto, esse aspecto de balancear a aula de modo que não se torne fácil demais para os estudantes mais avançados e, ao mesmo tempo, complexa demais para os estudantes que apresentavam ter dificuldades de aprendizagem, é uma dimensão da profissão docente que nós só compreendemos na prática. Nesse caso, refletimos que talvez tivesse sido melhor utilizar parte da aula para atendimentos individuais da lista de exercícios, em vez de esperar que os estudantes resolvessem tudo para depois explicar no quadro, ou então elaborar questões que explorassem mais o conteúdo, sem dar tanta ênfase aos tipos de discriminante.

Finalizado essas aulas focadas nos diferentes tipos de discriminante, demos início às aulas com os conteúdos do plano elaborado pelo professor supervisor, começando pelo conteúdo de Soma e Produto. Um dos primeiros passos que realizamos quando elaboramos os nossos planejamentos de cada aula e dos conteúdos em específicos, era compreender o conteúdo que objetivamos ensinar pois muitos deles tivemos contato apenas em nosso ensino básico, o qual vivenciamos já faz muito tempo.

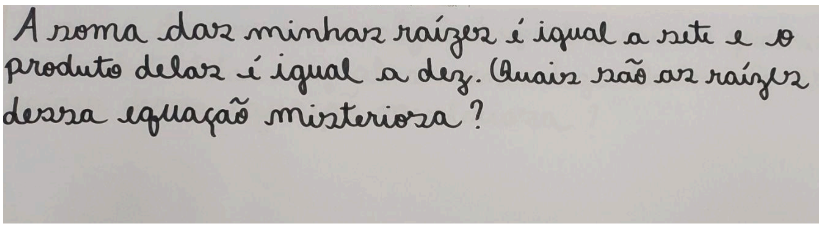
Estudando um pouco mais sobre Soma e Produto, percebemos que existiam as fórmulas de soma e produto, a generalização das equações do segundo grau de forma que possam ser obtidas por meio da soma e do produto, e o processo de descoberta das raízes por meio da análise da equação e identificando o resultado de sua soma e de seu produto. Buscando sobre a história do desenvolvimento desse conteúdo, alguns estudos apontam que Albert Girard percebeu essa relação entre as raízes da equação e sua expressão, tal relação ficou conhecida como relações de Girard (Vale, 2013).

Como mencionamos anteriormente, quando esses conceitos foram elaborados, a Álgebra já possuía um simbolismo consolidado, o que nos dificultou pensar em problemas desencadeadores que fossem estruturados a partir de uma necessidade social. Porém, essa ideia de obter uma equação do segundo grau a partir de suas raízes nos pareceu interessante e decidimos organizar o nosso planejamento das aulas baseando-se nela. Em síntese, os estudantes primeiramente iriam obter as raízes da equação por meio do resultado da soma e do produto de ambas, e em seguida, obter a equação do segundo grau por meio dessas raízes. Com essa ideia estabelecida, demos continuidade à história contada ao longo das aulas.

Após a longa jornada, vocês finalmente chegaram ao ***Reino de Algebrânia****, onde as palavras enviadas por vocês ecoaram como uma revelação. A população de Algebrânia, encantada com a clareza das explicações contidas nas cartas, logo percebeu que aquele saber poderia ajudá-los a desvendar* ***informações tão importantes que eram praticamente segredos escondidos*** *há séculos em sua própria terra. [...] Esses mistérios eram protegidos em baús que jamais haviam sido abertos depois que os antigos sábios faleceram.*

Ao estudarem atentamente o conteúdo das cartas enviadas por vocês, os habitantes de Algebrânia perceberam que muitos dos enigmas que tentavam resolver há décadas eram, na verdade, ***desafios envolvendo equações do segundo grau****. No entanto, um novo obstáculo surgiu: os enigmas traziam* ***apenas a soma e o produto das raízes*** *das equações, e os estudiosos do reino não sabiam como encontrar essas raízes a partir dessas informações. Vocês devem utilizar apenas as informações do enigma e os seus conhecimentos sobre equações do segundo grau para conseguirem descobrir a senha do baú composta pelas raízes da equação. Quando descobrirem as raízes, vocês deverão escrevê-las na folha do enigma com uma tinta especial. O papel irá absorver a escrita da tinta e destravar o baú.*

Figura 16 - exemplo de uma das folhas que foram entregues com o enigma



Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

Após a leitura da história, entregamos uma folha para cada grupo, diferenciando a soma e o produto das raízes em cada uma das folhas, como destacamos na figura anterior. Logo de início percebemos que "a maior dificuldade deles estava sendo entender o que era a palavra produto e o que era a palavra raízes" (Trecho dos relatos). A palavra produto, era entendida como "o resultado da conta" (Trecho dos relatos) e a palavra raízes "eles estavam confundindo com raízes mesmo, a raiz quadrada" (Trecho dos relatos). Essa não compreensão do que significava as palavras raízes e produto ocorreu em praticamente toda a turma, mesmo que em outros momentos das aulas passadas já tivéssemos explicado o que ambas significam.

Uma solução que encontramos para lidar com essa dificuldade foi comparar a palavra soma e a palavra produto, "por exemplo, soma. O que vocês imaginam? Ah, soma de dois números, tá! E o produto então? O produto também [envolve] uma operação. Que operação vai ser essa?" (Trecho dos relatos), a fim de que fosse possível realizar a associação do produto como o resultado da multiplicação de dois números.

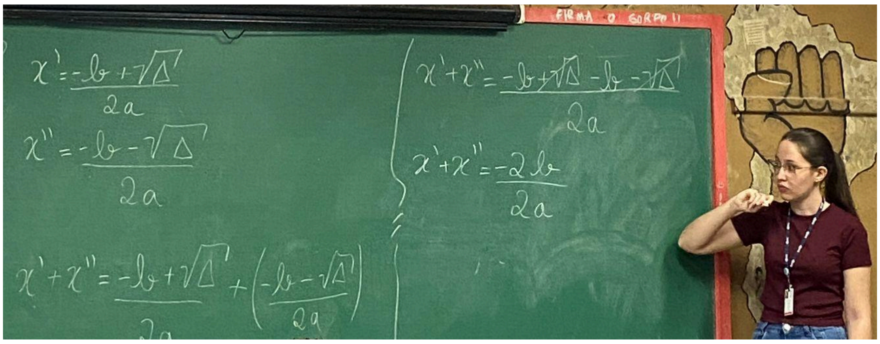
Para além da realização da tarefa, outro aspecto que nos chamou a atenção nessa aula foi o desinteresse dos estudantes em relação a história que estávamos apresentando. Nas primeiras aulas, era nítido o entusiasmo da turma com as situações apresentadas. Em contrapartida, nesse segundo momento de regência, aparentemente a história não estava despertando o interesse dos estudantes. Possivelmente, a forma como ela era contada, por meio de uma apresentação de slides, não estava motivando o envolvimento da turma. Tal preocupação foi destacada em um trecho dos nossos relatos: "eles até ficam em silêncio, até escutam a história, mas eles não estão… pra eles a história tá sendo irrelevante, sabe e eu acho que talvez seja uma falha nossa no nosso planejamento, que a gente não tá conseguindo fazer com que a história seja envolvente".

Dentre os problemas de compreensão que observamos dos estudantes durante a realização da tarefa, percebemos que provavelmente eles acontecem justamente por não considerarem a história relevante ou importante para a realização dela, o que nos leva a explicar repetidamente o que deve ser feito para turma e nos pequenos grupos. Existe uma interação deles com as tarefas e eles buscam resolver os problemas propostos, mas a falta de conexão em suas compreensões entre a história e a tarefa que eles realizam, deixam lacunas no processo de compreensão da proposta.

Na época, como já havíamos planejado as aulas, não soubemos lidar com essa problemática. Uma possível saída alternativa é recorrer a outra forma de apresentar essa história, trabalhando com mais recursos visuais como imagens, ou até mesmo pedindo ideais para os próprios estudantes, de forma que eles poderiam sentir-se de fato pertencentes a essa história. Entretanto, na época, apenas continuamos contando a história, buscando melhorar a nossa narração para deixá-la mais animada e enfática, tentando chamar a atenção dos estudantes para esse momento de leitura.

Para encerrar a aula, cada grupo anotou os números que respondiam seus enigmas, ou seja, que eram as raízes da equação, e em seguida realizamos uma síntese do movimento de descoberta que eles vivenciaram e explicamos as fórmulas para obtenção da soma e do produto das raízes de uma equação do segundo grau com o auxílio do livro didático deles. Pensando em criar uma conexão dessa aula com a próxima, questionamos os estudantes ao final: será que conseguimos chegar na equação do segundo grau apenas pela soma e pelo produto das raízes da equação?

Figura 17 - professora explicando a fórmula da soma



Fonte: acervo das autoras (2025).

Para responder essa pergunta, continuamos a história na Aula 12: *Após dias de intenso trabalho e cooperação, cada grupo decifrou as raízes dos enigmas da equação misteriosa, abrindo os baús que permaneceram selados por séculos. No interior, não havia pergaminhos, mas sim* ***pequenas caixas de metal ornamentadas****, cada uma protegida pelo mesmo mecanismo do baú, uma folha de papel que ao ter a resposta correta escrita por uma tinta mágica, a caixa será destrancada.*

Figura 18 - imagem utilizada para exemplificar a caixa

Fonte: imagem adaptada (2025).

Para destravar essas caixas, é necessário inserir corretamente três números: ***os valores dos coeficientes a b c da equação do segundo grau correspondente à soma e o produto das raízes já encontradas.*** *Somente ao reconstruir a equação e identificar seus coeficientes será possível abrir o artefato e revelar a informação oculta.* ***Cada grupo deve utilizar a soma e o produto das raízes da equação misteriosa para descobrirem seus coeficientes e consequentemente descobrir a equação.*** *Assim, o conteúdo da caixa será revelado.*

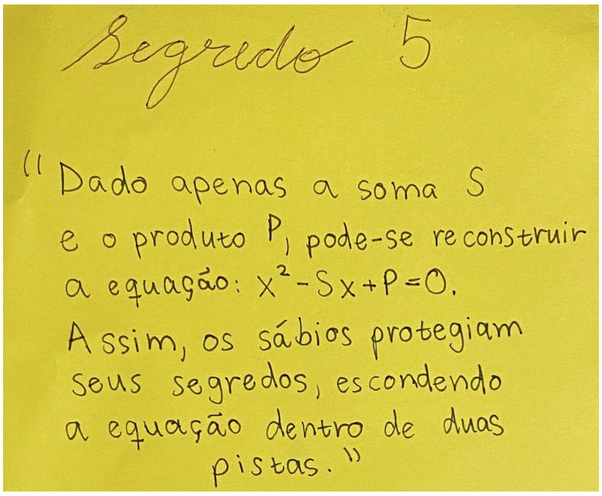
Tínhamos muita preocupação sobre como os estudantes realizariam a conexão entre uma equação do segundo grau e as fórmulas de soma e produto. Pensando sobre as fórmulas, na qual a da soma é $\frac{-b}{a}$ e o produto é $\frac{c}{a}$, sendo estes coeficientes a, b e c os presentes na forma reduzida e completa de uma equação do segundo grau, decidimos realizar um passo inicial para que os ajudassem. Ao dividir a forma generalizada de uma equação do segundo grau pelo coeficiente a, assim como apresentamos na imagem, as fórmulas de soma e produto ficam mais visíveis para os estudantes, ao menos essa era a nossa suposição.

Quando os estudantes começaram a realizar a tarefa proposta de encontrar os coeficientes da equação misteriosa para conseguir formalizá-la, logo perceberam que o “a era igual a 1 [...] só que depois eles ficavam muito confusos porque eles não estavam conseguindo enxergar que o c sobre a era o produto e o b sobre a positivo era a soma negativa. Eles não estavam conseguindo enxergar isso, mesmo tendo a fórmula, e muitos estudantes também não tinham copiado a fórmula, mesmo a gente passando na aula anterior.” (Trecho dos relatos). Diante dessa situação, reforçamos a nossa ideia de que apenas a fórmula não leva os estudantes a compreenderem o movimento algébrico realizado.

Toda essa situação exigiu muito de nós e dos próprios estudantes, sendo preciso retomar diversas vezes o que havíamos explicado na aula passada para que começasse a fazer sentido. Quando eles realizaram essa comparação das fórmulas da soma e do produto com a equação apresentada na caixa, após muitas intervenções nossas, compreenderam que b/a seria a soma das raízes da equação, porém com resultado negativo, e c/a seria o produto. Em seguida, eles escreveram a equação misteriosa utilizando a soma e o produto que estavam em suas respectivas folhas com os enigmas da aula anterior.

Ao abrirem a caixa fictícia da história, cada grupo deparou-se com seus respectivos segredos, como o exemplo destacado na figura a seguir.

Figura 19 - um dos cinco segredos que foram entregues a turma



Fonte: elaboração própria das autoras (2025).

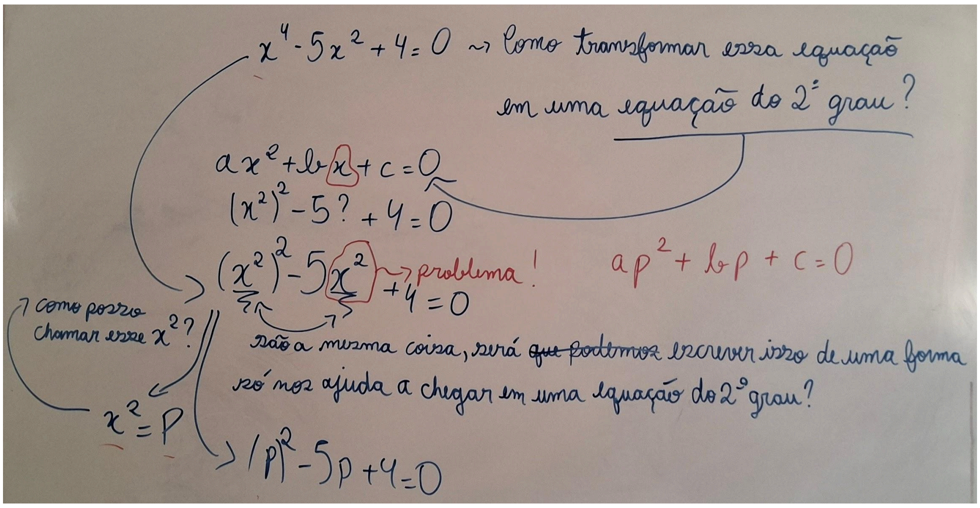
O nosso objetivo com esses segredos era realizar uma síntese em conjunto à medida que cada grupo realizasse a leitura de um segredo. Então, o segredo um foi lido por seu grupo e discutido por nós, professoras, e por toda a turma, e assim respectivamente com os outros grupos até chegarmos no último segredo que era o quinto. Ao longo da síntese, objetivamos retomar tópicos que trabalhamos ao longo das aulas, como o compartilhamento das ideias, os diferentes tipos de raízes de uma equação do segundo grau por meio do seu discriminante e sobre soma e produto. Tal momento foi de extrema importância, pois os conceitos que os estudantes ainda encontravam dúvidas foram trabalhados novamente, sendo explicados e retomados não apenas por nós, mas também por toda a turma em conjunto.

Cada segredo que um grupo realizava a leitura motivou o compartilhamento de ideias entre os outros grupos, à medida que outro grupo respondia ou comentava sobre a mensagem que aquele segredo continha. Ou seja, essa síntese em conjunto por meio dos segredos escritos no papel serviu como um motivador para que eles se sentissem mais pertencentes daquele momento, pois, quem dava início ao movimento de discussão e reflexão ao fazer a leitura do segredo eram os próprios estudantes. Entretanto, não deixamos de observar a importância do nosso papel de professoras nesse momento, visto que a nossa organização e planejamento do conteúdo dos segredos foi uma forma de oportunizar tal acontecimento. Em suma, há indícios de que todo esse processo exemplifica essa relação dialética entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem que pode vir a acontecer durante as aulas.

Após todas essas aulas e conteúdos, começamos o encerramento da história que seria acompanhado do conteúdo de equações biquadradas, que são equações incompletas de quarto grau sem os termos em que a incógnita teria expoente ímpar, que podem ser transformadas em equações do segundo grau para serem resolvidas. Buscando uma compreensão de como poderíamos ensinar esse conteúdo, recorremos ao nosso professor orientador para refletirmos sobre a temática e chegamos a conclusão de que os pontos chaves que deveriam serem levados em conta ao pensar no planejamento dessa aula seria a relação das equações biquadradas com as equações do segundo grau, e como poderíamos descobrir algo que até o momento eu não conheço a partir de algo que eu já sei.

Apesar dessa dificuldade inicial, nos mantivemos firmes em nossa proposta e buscamos estudar juntas e pedir ajuda quando necessário, assim como destacamos anteriormente, em prol do desenvolvimento do planejamento dessa aula que possibilitasse a aprendizagem dos estudantes. Quando tivemos esse vislumbre de começar a explicação desse conteúdo a partir da relação de descobrir algo que eu ainda não sei, a partir do que eu já sei, caminhamos em direção a sala do PET para pensarmos mais sobre essa relação utilizando o quadro para expressar a nossa síntese das ideias e entendimentos.

Figura 20 - quadro com a síntese das professoras sobre o planejamento da aula



Fonte: acervo das autoras (2025).

Com essa reflexão, já estávamos buscando uma forma de realizar essa explicação durante a aula e como ela iria desenvolver-se. Assim, a partir dessa síntese chegamos em três questionamentos que seriam realizados nessa ordem para contribuir com o movimento de aprendizagem que estávamos objetivando, sendo estes: Como transformar essa equação $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$, por exemplo, em uma equação do 2° grau? Os x^2 representam a mesma coisa, será que escrever isso de uma forma só nos ajuda a chegar em uma equação do 2° grau? Como podemos chamar esse x^2?

Porém, outra preocupação surgiu: Como realizar esse momento de explicação durante a aula, sem que ficasse desconexo com a história, para não fragmentar os momentos da aula entre a explicação do conteúdo e a realização da tarefa proposta na história?

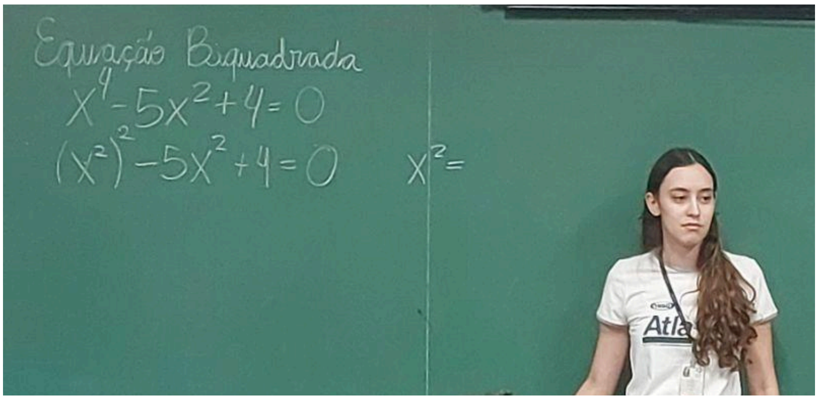
Após muitas reflexões sobre como solucionar esta problemática, chegamos no seguinte enredo no qual seríamos personagens da história, as conselheiras do Rei: *muito felizes e gratos por vocês terem desvendado os enigmas e ajudado o reino de Algebrânia a descobrir os segredos tão preciosos para eles, o Rei de Algebrânia fez uma grande festa com muita comida e música para vocês. No final dessa festa, o Rei pediu para que vocês se reunissem em seu gabinete para uma conversa confidencial. No gabinete ele revelou ao grupo que além dos segredos que eles ajudaram a desvendar, havia cofres ainda mais antigos encontrados nas profundezas da Biblioteca Proibida. Nesses cofres, rezava a lenda, continham muitas riquezas que o Rei estava necessitando para manter o Reino de Algebrânia funcionando. No* *entanto, para abri-los era preciso resolver equações matemáticas muito rebuscadas as quais ninguém no reino inteiro havia conseguido resolver.*

Assim, ele recorreu a vocês para essa última missão: resolver as equações e abrir os cofres. Como recompensa ele prometeu abdicar de um terço das riquezas encontradas para o reino de vocês. Nesses cofres, os enigmas são mais complexos pois trata-se de equações biquadradas criadas pelos sábios mais poderosos. Por isso, as conselheiras Giovanna e Gabriella foram convocadas para auxiliar vocês nessa missão.

A nossa ideia de participar da história, tanto nos ajudou a resolver a situação supracitada, quanto despertou o interesse dos estudantes em pensar o que a nossa participação direta no enredo iria ocasionar. De certa forma, eles sentiram-se mais apoiados por ter a nossa ajuda. Em nossos relatos da aula destacamos a necessidade desse momento: “quando a gente mostrou o planejamento dessa aula antes de fazer ela na sala de aula para o Wellington, ele falou que talvez seria interessante a gente tentar fazer esse movimento de que os estudantes entendam que nós temos uma equação que nós não sabemos resolver, mas como a gente consegue transformar essa equação [...] em uma equação que a gente consegue, que seria, no caso, transformar a equação biquadrada em equação de segundo grau, que é a forma como se resolve mesmo uma equação biquadrada”.

A nossa função de conselheiras na história surgiu para iniciarmos esse movimento de reflexão sobre as equações biquadradas com os estudantes e, em seguida, eles realizassem a tarefa proposta.

Figura 21 - professora realizando a explicação da equação biquadrada



Fonte: acervo das autoras (2025).

Nesse momento, foi muito interessante as propostas sugeridas pela turma para transformar a equação biquadrada em uma equação do segundo grau: “coloca a raiz quadrada, [...] coloca o x ao quadrado elevado ao quadrado, [...] coloca em evidência, faz x vezes x, [...] divide por 2, tiveram várias respostas e a Giovanna foi explorando, tentando explorar cada resposta. Então, cada resposta que algum estudante falava, ela ia lá, tentava, mostrava no quadro como que ficava, e foi fazendo com eles" (Trecho dos relatos). Ou seja, nenhuma resposta ou ideia foi desconsiderada, e ao realizar as sugestões no quadro os próprios estudantes identificavam se aquela sugestão nos ajudaria a obter uma equação biquadrada ou não.

Após essas discussões, iniciou-se o debate sobre a representação do x ao quadrado por outra letra que fosse equivalente a incógnita ao quadrado, para que assim o x ao quadrado fosse substituído por outra letra e poderíamos obter uma equação do segundo grau. Nesse momento, foi destacado que eles poderiam escolher qualquer letra para representar o x ao quadrado. Essa fala foi suficiente para despertar a criatividade dos estudantes que ao realizarem a tarefa proposta "cada grupo escolheu a sua forma de representar" (Trecho dos relatos).

Para a realização da tarefa, entregamos uma folha para cada grupo contendo uma equação biquadrada para que eles a resolvessem em conjunto. A princípio, como a primeira parte envolvia transformar a equação biquadrada em uma equação do segundo grau, eles conseguiram realizar essa transformação com certa facilidade, e em seguida resolvê-la também. A dificuldade dos estudantes surgiu no processo de pegar o resultado da "letra que eles tinham encontrado e igualar x ao quadrado" (Trecho dos relatos) para que assim fosse encontrado os valores da incógnita da equação biquadrada, e não apenas os valores da equação do segundo grau que a representa.

Foi gratificante perceber que a turma utilizou diversos métodos para resolver as equações, "fazia a forma resolutiva [...] Teve alguns que resolveram por soma em produto também. Teve um grupo, [...] que colocou o x em evidência" (Trecho dos relatos). Então, além de conseguirem resolver pela fórmula resolutiva, sendo esta a mais utilizada, também conseguiram fazer uso de outros métodos sem que isso fosse cobrado, foi um movimento que surgiu do processo de análise deles e de suas decisões de como resolver tal equação.

Com essa aula encerramos a história que construímos ao longo do planejamento, porém não tínhamos encerrado a nossa regência. Para concluir as três últimas aulas que tínhamos disponíveis optamos por realizar uma revisão antes da prova na Aula 14, focada nos conteúdos que iríamos cobrar dos estudantes. A penúltima aula da nossa regência foi a realização da prova, e na última aula a correção da prova com os estudantes, utilizando a mesma dinâmica de correção da Aula 8.

Em suma, realizar essa narrativa reflexiva de todos esses acontecimentos que vivenciamos ao longo do Estágio Supervisionado nos desperta conhecimentos e análises que, de certa forma, no cansaço da vivência do cotidiano não paramos para observar. Nós não éramos apenas estagiárias, também éramos estudantes com diversas obrigações da faculdade imersas em um processo exaustivo, porém muito gratificante e importante para a nossa formação, e tínhamos consciência disso. Existe uma diferença entre quem nós éramos no início desse processo para quem somos agora, e quem seremos no futuro, afinal estamos em constante exercício de aprendizagem e estudo. Uma das principais marcas que ficou de todo esse processo em nós foi a compreensão do poder da comunicação, e o quanto ela foi imprescindível para que todas essas aulas fossem planejadas e realizadas em sala de aula por duas pessoas em conjunto.

Passar por essa experiência foi um processo formativo e significativo, pois nos oportunizou vivenciar um espaço que nos tirou da nossa zona de conforto do conhecido, para nos desafiar a viver o desconhecido, além de aprender a lidar com todos os imprevistos e condições que a docência carrega consigo. Mas, apesar de todos os percalços, "como professores é o nosso dever ter esse planejamento das aulas bem feito" (Trecho dos relatos) e foi esse movimento que buscamos realizar. Somos extremamente gratas por todas as contribuições que tivemos por parte dos professores e dos estudantes que estiveram presentes ao longo dessa experiência, e temos certeza de que carregaremos em nossa memória todos esses momentos tão importantes para nós em nossos próximos caminhos a serem trilhados.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por fim, ao longo da escrita deste trabalho, ficamos imersas em um processo de recordar toda a nossa trajetória enquanto licenciandas, desde o nosso primeiro dia de aula da graduação até as últimas experiências formativas que vivenciamos, como o Estágio Supervisionado. Assim, o processo de escrita deste trabalho também significou um momento essencial na nossa formação acadêmica, visto que nele pudemos refletir, analisar e concluir elementos essenciais da nossa trajetória, representando para nós, de fato, um Trabalho de Conclusão de Curso. Conforme exposto no objetivo geral, cujo propósito era analisar nosso processo de formação inicial de professoras de matemática pautado na Atividade Orientadora de Ensino.

Assim como já ressaltamos no decorrer do trabalho, a nossa trajetória acadêmica não foi linear e o processo em que se concretizou esse texto também não foi. No início do ano, quando decidimos sobre qual seria o objeto de estudo do nosso TCC, tínhamos a ideia de analisar a aprendizagem dos estudantes da turma em que iríamos estagiar. Em decorrência disso, nos esforçamos para fazer um planejamento de aulas minucioso e nos dedicamos muito nos estudos acerca das equações do segundo grau.

No entanto, na semana da nossa primeira aula da regência no Estágio III, nos deparamos com uma grande limitação do Comitê de Ética em Pesquisa da UFG e descobrimos que não poderíamos utilizar nenhum registro da aprendizagem dos estudantes, a não ser que submetêssemos um projeto de pesquisa e este recebesse a devida aprovação antes da coleta dos dados. Porém, como estávamos prestes a iniciar as nossas aulas da regência e o processo de submissão e aprovação do Comitê era extenso, não poderíamos utilizar nenhum dos registros daquele semestre. Em conversa com o nosso orientador optamos, então, por continuar o nosso planejamento e não utilizar nenhuma produção feita pelos estudantes no período de Estágio.

Essa decisão acabou mudando completamente o foco e a questão da pesquisa, que não seria mais sobre os alunos, mas sim sobre o nosso processo de formação enquanto professoras. Inicialmente, essa mudança repentina nos impactou substancialmente e nos desestabilizou, já que tivemos que mudar completamente as nossas expectativas e delinear outros elementos para a pesquisa. Mas, posteriormente, percebemos que, mesmo que a nossa expectativa de analisar as produções dos estudantes não fosse satisfeita, ainda poderíamos produzir uma boa investigação acerca da nossa formação. Portanto, a questão que buscamos responder, por meio desse trabalho, foi como a Atividade Orientadora de Ensino, enquanto princípio teórico-metodológico, pode contribuir para a nossa formação enquanto professoras de matemática.

Ademais, um dos nossos objetivos específicos era refletir criticamente sobre os aspectos da Atividade Orientadora de Ensino que influenciaram a nossa formação. Em análise de todos os aprendizados que obtivemos durante a nossa graduação, podemos vislumbrar indícios de que fomos impactadas e influenciadas, em diversos aspectos, acerca da nossa concepção do que é ser professor, devido aos nossos estudos teóricos, e sobretudo da nossa decisão de utilizar a AOE como um princípio teórico-metodológico do ser docente. Ao longo de todo esse movimento formativo, notamos que

> Refletir sobre a essência do conceito que pretendemos ensinar está relacionado a um dos princípios para que o professor se veja no processo. Isso significa se aproximar do objeto de ensino, para que o conhecimento tenha uma qualidade nova e isso é aprendizagem da docência, despir a armadura do sujeito que detém todo conhecimento, para buscar a essência do que é "trivial" (Silva, 2023, p. 158).

Nesse sentido, ao buscarmos compreender a essência dos conceitos matemáticos diante da perspectiva de ensiná-los, ou seja, da necessidade de entendê-los para além da superficialidade, partimos da concepção de que o estudo do movimento lógico-histórico e dos nexos conceituais era importante, não somente para nós enquanto futuras profissionais da docência, mas também para nós enquanto indivíduos que queriam entender mais sobre o movimento da vida e da realidade concreta que nos cerca. Tais estudos possibilitaram identificar aspectos positivos e negativos da nossa prática docente com base na regência realizada durante o Estágio Supervisionado, sendo esse o nosso segundo objetivo específico do trabalho.

Logo, como estudantes em formação acadêmica, é evidente que encontramos muitas dificuldades nesse processo e que não obtivemos resultados perfeitos. Uma das principais dificuldades que encontramos, sobretudo no planejamento das aulas do Estágio Supervisionado, foi relacionar os nexos conceituais das equações com os objetivos propostos para cada aula. No desenvolvimento das aulas, diante de todas as nossas preocupações sobre outros aspectos da prática docente, nem sempre conseguimos estabelecer essa relação e trabalhar os nexos conceituais da melhor maneira possível, o que ocasionou também, uma certa dificuldade em analisar essas relações entre os nexos conceituais e os acontecimentos das aulas durante a escrita da seção 5.

Assim, reconhecemos que essa fragilidade evidenciou a necessidade de aprofundarmos ainda mais nossos estudos sobre as bases teóricas deste trabalho, de modo a aprimorar os problemas desencadeadores utilizados em nosso planejamento de aulas e, consequentemente, elevar a qualidade dessas propostas. No entanto, devido ao curto espaço de tempo que tivemos para o estudo e a elaboração de todo esse trabalho, não foi possível realizar essa reelaboração, deixando tal inquietação para potenciais pesquisas futuras.

Diante de todas as experiências vivenciadas, obstáculos vencidos e aprendizados, pudemos concluir que o nosso último ano de graduação foi marcado pelo nosso amadurecimento acadêmico. É nítido, para nós, o quanto mudamos, como pessoas e professoras em formação, desde o nosso ano de ingresso do curso até agora, sendo concluintes do curso de Licenciatura em Matemática. Sobretudo, também é perceptível a nossa evolução como professoras no Estágio III para o final do Estágio IV, a qual já discutimos anteriormente.

Portanto, é importante ressaltar que a nossa evolução foi permeada pelo nosso desejo constante de querer mais, de aproveitar as oportunidades que a Universidade pode trazer e, como diz o nosso orientador, professor e tutor do PETMAT, ocupar os nossos espaços. É claro que nenhum dos questionamentos e reflexões discutidos neste trabalho teria sido possível sem as provocações e contribuições de cada uma das pessoas que fizeram parte do nosso processo de formação, e por isso somos gratas por cruzar os caminhos de cada uma delas.

Em síntese, temos a consciência de que, mesmo após o término da graduação, nunca estaremos prontas e acabadas, assim como o conhecimento também nunca estará, o que nos permite explorá-lo de infinitas formas. Esse fato de inacabamento humano pode parecer, ao mesmo tempo, desesperador e inspirador, pois nunca nos sentiremos completamente prontas para a vida e para a docência, mas, justamente por isso, sempre estaremos em busca de uma formação contínua. O aprender e o reaprender nunca deixarão de fazer parte das nossas vidas. Assim, caro leitor, esperamos que, ao compartilharmos a nossa trajetória e as reflexões acerca dela nesse texto, tenhamos o inspirado a aprender conosco.

REFERÊNCIAS

BEKKEN, O. **Equações de Ahmes até Abel.** Rio de Janeiro: GEPEM, 1994.

BERNARDES, M. E. M. **A educação como mediação na teoria histórico-cultural:** compromisso ético e político no processo de emancipação humana. Rev. psicol. polít., v. 10, n. 20, jul./dez, p. 293–296. 2010.

BOTTOMORE, T. (org.). **Dicionário do pensamento marxista.** Tradução Waltensir Dutra. Rio de Janeiro: Jorge Zahar editor, 2001.

CAETANO, D. B. **Aprendizagem da docência no Clube de Matemática.** 2024. 220 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Pró-reitoria de Pós-graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2024.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino:** O Clube de Matemática. 2004. 171 f. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática:** uma perspectiva histórico-cultural. 2008. 242 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

CLANDININ, J.; CONNELLY, M. **Narrative inquiry:** experience and story in qualitative research. São Francisco: Jossey-Bass, 2000.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

GIACOMELLI, C. P.; BINSFELD, C. D.; KLEIN, M. L. Atividade Orientadora de Ensino. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). **Verbetes da atividade orientadora de ensino:** grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p.46-50.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LOPES, A. F.; et al. Atividade de ensino e atividade de aprendizagem. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). **Verbetes da atividade orientadora de ensino:** grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 51–55.

MACEDO, A. S. **Desvendando os sentidos atribuídos por egressos do PETMAT/UFG à Atividade Pedagógica do professor de matemática.** Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás), Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.

MACEDO, G. T.; et al. Nexos Conceituais. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). **Verbetes da atividade orientadora de ensino:** grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 24–26.

MOURA, A. R. L; SOUSA, M. C. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **ZETETIKE**, Unicamp, Campinas, v. 13, n. 24, p. 11-46, jul./dez. 2005.

MOURA, M. O. **A atividade de ensino como unidade formadora.** Bolema, São Paulo, ano II, n. 12, pp. 29-43, 1996.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático.** São Paulo: FDE, 1992. p. 45-53. Série Ideias, n. 10. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S. A Atividade Orientadora de Ensino como mediação. In: BEATÓN, G. A.; et al.(Orgs.). **Temas escolhidos na psicologia histórico-cultural:** interfaces Brasil - Cuba. Maringá: Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2018. p. 195-213.

MOURA, M. O.; et al. **A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem.** In: MOURA, M. O. (Org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 93-126.

NETO, A. M.; CARVALHO, T. O. O tema de equações do segundo grau como espaço para a generalização. **Revista ENSIN@ UFMS**, Três Lagoas, v. 2, número especial, p. 186-209, Dezembro 2021.

OLIVEIRA, D. C. **Quando os estudantes não são mais os mesmos:** o processo de apropriação de conhecimentos geométricos nos anos iniciais e a Teoria Histórico-Cultural. 2022. 234 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Pró-reitoria de Pós-graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2022.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky:** aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

OLIVEIRA, N. M.; et al. Movimento Histórico-Lógico. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). **Verbetes da atividade orientadora de ensino:** grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 19–23.

REGO, T. C. Para o modelo histórico-cultural inspirado por vygotsky, a escola tem um papel singular e insubstituível na apropriação da experiência culturalmente acumulada. **Coleção memória da pedagogia**, São Paulo, v. 2, n. 2, 2005, p. 58-67.

ROQUE, T. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, V. M. P. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática:** métodos alternativos. UFRJ/IM/Projeto Fundão, 1997.

SILVA, A. T. A.; et al. Situação Desencadeadora de Aprendizagem. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). **Verbetes da atividade orientadora de ensino:** grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 56–62.

SILVA, M. L. G. R. **Inserção profissional dos egressos dos Programas de Educação tutorial (PET) em Administração, Biologia, Economia Doméstica e Nutrição da UFV.** 2015. 171 f. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Administração) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.

SILVA, M. R. **Indícios de apropriação do conceito de função por meio da aprendizagem da docência:** uma proposta formativa no Clube de Matemática Ensino Médio. 2023. 280 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Pró-reitoria de Pós-graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2023.

SOUSA, M. C. **O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática.** Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag., Uberlândia, MG, v. 2, n. 1, p. 40 - 68, jan/abr. 2018. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42533

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. **Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça:** diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. Ciênc. Educ., Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081–1099, 2019.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

VALE, A. F. A. **As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau.** 2013. 76 f. Dissertação, Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, 2013.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 4. edição brasileira. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda., 1991.

APÊNDICE A - PLANEJAMENTO DAS AULAS

CRONOGRAMA

REGÊNCIA ESTÁGIO III E IV

DATAS	AULAS	TAREFAS	CONTEÚDO
05/06	1	Repartindo a terra	Introdução a equação do segundo grau.
06/06	2	Plantação	Equações do 2° grau reduzidas completas e incompletas
12/06	3	O curral e o pasto	Resolução de equações do 2º grau pelo método de completar quadrados
13/06	4	A FÓRMULA	Resolução de equação do 2º grau por completar quadrados e a dedução da fórmula de Bhaskara.
26/06	5	Os valores de x	Resolução de equação do 2º grau.
27/06	6	A Carta	Equações do 2º grau
14/08	7	"Esse tal de Bhaskara"	Revisão de Equação do 2º grau.
15/08	8	Revendo equações do segundo grau	Revisão de Equação do 2º grau.
21/08	9	Encontrando o caminho	Diferentes tipos de discriminante e suas implicações.
22/08	10	Os diferentes tipos de caminho e suas implicações	Diferentes tipos de discriminante e suas implicações.
28/08	11	O Reino de Algebrânia	Resolução por soma e produto.
29/08	12	Revelando a equação misteriosa	Soma e produto
04/09	13	Quadrado do Quadrado	Equação biquadrada
05/09	14	Revisão do Conteúdo	Revisão de Equação do 2º grau.
11/09	15	Prova	Equação do 2º grau
12/09	16	Correção da prova	Equação do 2º grau

AULA 1 - Repartindo a Terra

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: interpretar a situação proposta que envolve o conceito de equação do 2º grau, formular uma equação do 2º grau a partir da relação entre as medidas e as áreas fornecidas.

CONTEÚDO: equações do 2° grau.

NEXOS: compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática), ou seja, o controle do movimento das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: apresentação de nós, chamada, e apresentar a história da tarefa **(20 min).**

Vamos nos apresentar, fazer a chamada, e em seguida apresentar aos alunos a seguinte história através de slide que a contenha e dividi-los em 5 grupos de no máximo 6 estudantes para que cada grupo fique responsável por uma área.

História: *Neste exato momento, todos nós viajamos no tempo e estamos há cerca de 4000 anos a.C., nas margens dos rios Tigre e Eufrates. O Rei Babilônio Mharcoz Vynicyus recebeu de herança dos seus antepassados um grande terreno ideal para a sobrevivência da população do seu reino. Juntamente com os terrenos ele recebeu um papiro que continha o registro de algumas informações sobre sua área. No entanto, por ser um papiro muito velho, algumas partes estavam manchadas.* IMAGEM DO PAPIRO (INFORMAÇÕES DO TERRENO. COMPRIMENTO= mancha. LARGURA=mancha. ÁREA TOTAL= mancha x mancha = 600).

Pensando em sua população, o rei decidiu de forma justa, dividir a área total em 5 áreas iguais. Com isso, ele perguntou a sua população: Qual será a área total de cada um dos cinco terrenos? Qual é a melhor figura geométrica, que devemos utilizar, para dividirmos o nosso terreno em cinco partes iguais? IMAGEM DO MAPA PARA ELES DISCUTIREM E CHEGAREM NOS RETÂNGULOS.

O reino era enorme e não era viável medir toda a sua largura e todo o seu comprimento manualmente, pois esse processo demoraria muito. As únicas ferramentas de medição que eles possuíam eram cordas, as quais também apareciam num papiro antigo com algumas partes manchadas. IMAGEM DO PAPIRO (FERRAMENTAS PARA MEDIÇÃO. MEDIDA PADRÃO OBRIGATÓRIA - CORDA XADREZ= mancha. CORDA AZUL=2. CORDA ROSA=4. CORDA AMARELA=5. CORDA VERDE=6. CORDA VERMELHA=9)

Não haviam outras ferramentas para a medição, então sempre deveria aparecer as medidas das cordas no comprimento e na largura da área. Entretanto, ***a corda xadrez será a medida padrão obrigatória tanto no comprimento quanto na largura.***

Pensando em quem poderia ajudar a representar o comprimento e a largura desses terrenos, o Rei escolheu VOCÊS para auxiliá-lo nesse movimento de descoberta. Agora que já escolhemos a figura, precisamos criar os nossos próprios papiros, descobrindo o *comprimento e a largura do terreno da área que o grupo escolher, e escrever a relação entre eles.*

Para começarmos esse movimento de descoberta, cada grupo ficará responsável por um terreno, e primeiramente deverão encontrar uma forma de relacionar as medidas fornecidas com a área total do terreno.

Segundo momento: realização da tarefa **(20 min).**

Cada grupo receberá um mapa em uma cartolina com a identificação das áreas e as cordas para medir. No quadro estará escrito a legenda com a medida das cordas conhecidas para auxiliar na tarefa. Além disso, eles receberão uma folha que representará o papiro do grupo. Nessa folha eles deverão escrever o comprimento, a largura e representar da forma que preferirem, a relação entre as medidas fornecidas com o valor da área total do terreno.

A seguir separamos informações importantes de cada terreno para auxiliar o nosso planejamento:

Terreno 1 -(x - 5)(x +2) = 120 x^2-3x-10=120 x^2-3x-130=0 x'= -10 x"=13

Terreno 2 - (x + 5)(x - 9) = 120 x^2-4x-45=120 x^2-4x-165=0 x'= -11 x"=15

Terreno 3 - (x + 6)(x +4) = 120 x^2+10x+24=120 x^2+10x-96=0 x'= -16 x"=6

Terreno 4 - x(x - 2) = 120 x^2-2x=120 x^2-2x-120=0 x'= -10 x"=12

Terreno 5 - x(x + 2) = 120 x^2+2x=120 x^2+2x-120=0 x'= -12 x"=10

Terceiro momento: apresentação dos grupos **(20 min).**

Iremos pedir para que os alunos de cada grupo apresentem para a turma como eles chegaram na relação que eles formalizaram entre as medidas e o valor da área de cada um e escrever no quadro resultado final dessa formalização da área.

Quarto momento: síntese **(20 min).**

Será feita uma síntese final do encontro sobre o movimento que eles fizeram e sobre as formalizações que eles chegaram. Analisar qual linguagem eles utilizaram para a medida desconhecida (retórica, sincopada ou simbólica), se chamaram de "x" ou não, e dar destaque para o nexo conceitual nesse momento, ao destacar que ao longo do tempo os povos utilizavam diferentes formas de se expressar algebricamente, e falar das formas.

Além disso, nesse momento, iremos definir e explicar que essas formalizações que eles estabeleceram tratam-se de equações do 2º grau, iniciando o momento com a pergunta "essas equações que vocês fizeram são equações do 2° grau?" e explicar que "denomina-se equação do 2º grau toda equação da forma ax^2 + bx + c = 0 em que a, b e c são números reais, e a≠0. (definição tirada da página 91 do livro deles)", "Na equação de segundo grau, a, b e c são chamados de coeficientes da equação" (apresentar que o coeficiente a sempre acompanhará o termo x^2, o b acompanhará x e o c será o termo independente, e utilizar as equações que eles produziram para identificar esses coeficientes).

E encerrar com a pergunta, “As equações que vocês chegaram estão iguais a essa forma/definição?” Utilizar isso como gancho para a próxima aula para falar sobre a forma reduzida das equações de 2º grau e quando elas serão completas e incompletas.

RECURSOS:

- Slide.
- Computador.
- Projetor.
- Quadro.
- Giz.
- Folhas de papiro para registro.
- Folhas brancas para registro.
- 5 Mapas.
- 30 Cordinhas 5x(1 Xadrez, 1 COR, 1 COR, 1 COR, 1 COR, 1 COR).

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas anotações feitas nas folhas de registro contendo a situação problema, que representam um pouco do movimento de raciocínio deles. Além disso, será levado em conta a apresentação dos grupos para a turma, avaliando como eles expressam na apresentação o movimento que eles realizaram durante a tarefa.

AULA 2 - Plantação

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: identificar quando uma equação do 2º grau é completa ou incompleta, interpretar as situações propostas que envolvem a equação do 2º grau.

CONTEÚDO: equações do 2° grau reduzidas completas e incompletas.

NEXOS: compreensão de que a linguagem matemática representa um estado dos movimentos das quantidades, ou seja, é uma linguagem particular do movimento das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: chamada e retomada da aula anterior **(10 min).**

Começar a aula realizando a chamada. Em seguida iremos retomar o que foi discutido na aula anterior. Essa retomada acontecerá relembrando a história do encontro anterior e o que foi solicitado pelo Rei que eles fizessem, com perguntas mediadoras como “O que o Rei pediu para vocês fazerem?” , “Quando vocês fizeram o que o Rei pediu, vocês formalizaram o que nas folhas?” para que eles lembrem que chegaram em equações do segundo grau e nesse momento as equações que eles produziram serão escritas no quadro.

Obs: A professora deverá estar com essas equações anotadas pois os estudantes poderão não terem anotado nos seus cadernos tais equações e apenas anotado nas folhas que serão recolhidas na aula anterior.

Segundo momento: registro e apresentação da forma reduzida **(20 min).**

A mediação com a turma continuará e nesse momento será explicado a forma reduzida da equação de segundo grau e sua forma completa. Tal momento poderá ser iniciado escrevendo no quadro a linguagem matemática utilizada como padrão $ax^2+bx+c=0$, e reforçar que essa é apenas uma das milhares formas de escrever, e pedir para que eles comparem a deles com a forma "padrão" e respondam "O que está diferente entre essa forma e a equação que vocês criaram?". Tal pergunta será feita para que eles percebam que as equações anteriores não estavam igualadas a 0, e explicar que quando igualamos a zero temos a forma reduzida. Nesse momento eles deverão responder a primeira pergunta do registro: 1)<u>Qual é a equação do 2º grau que representa a área retangular do seu grupo? Qual a forma reduzida dela?</u>

Terceiro momento: dar continuidade na história, apresentando áreas de quadrados **(20 min).**

Pensando sobre os terrenos que o Rei distribuiu, ele levou a seguinte proposta para a sua população: O que vocês acham de fazermos plantações de áreas quadradas dentro de cada um dos terrenos retangulares, com o intuito de contribuir para a alimentação de todos?

Todos refletiram sobre a proposta e concordaram. Afinal, se alimentar é uma necessidade básica para a sobrevivência de todos nós. Então, eles aceitaram a proporção quadrada que o Rei escolheu, e se indagaram: Qual o tamanho da área que vamos utilizar?

Após definir que a área será de x unidades quadradas, foi utilizado uma corda aleatória para ser a medida do lado do quadrado da plantação. Então, como ficaria a expressão da área do quadrado, sabendo que no comprimento e na largura utilizamos uma medida de corda aleatória?

Nesse momento eles deverão responder a segunda e terceira pergunta do registro: 2)<u>Como fica a escrita da relação entre o comprimento, a largura e a área do quadrado da plantação?</u>

<u>3)Essa área quadrada, formou uma Equação do 2º Grau? Qual é a forma reduzida dela?</u>

Quarto momento: discussão sobre equação completa e incompleta **(30 min).**

Começar com uma reflexão perguntando o que eles entendem pelas palavras "completa" e "incompleta". Em seguida, pedir para que eles comparem as equações na sua forma reduzida das áreas retangulares e das áreas quadradas, e indagar: tem alguma coisa diferente entre as duas? alguma coisa faltando? e puxar a pergunta 4 do registro: <u>4)Olhando para a forma reduzida das duas equações e comparando elas, todos os termos x^2, x e o termo independente existem em cada uma das equações comparadas? Explique com suas palavras e defina qual equação é completa e qual é incompleta.</u>

Ou seja, que eles percebam a ausência do bx e partir para a reflexão de completa e incompleta. Finalizar a aula com uma síntese remetendo o nexo conceitual sobre a equação ser uma linguagem particular do movimento das quantidades. Pois todas essas definições que vimos durante a aula é uma linguagem particular criada na matemática para padronizar e representar todo esse movimento, que acontece na vida e que são quantidades em movimento, o movimento da vida. E para finalizar a aula pedir que eles respondam a pergunta: <u>5)O que você entendeu por equação do 2º grau completa e equação do 2º grau incompleta?</u>

RECURSOS:

- Slide.
- Computador.

- Projetor.
- Quadro.
- Giz.
- Folhas para registro.

AVALIAÇÃO: será levado em conta as respostas das folhas de registro, e as discussões no movimento de entendimento das perguntas ao longo da aula.

AULA 3 - O curral e o pasto

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: interpretar as situações propostas que envolvem a equação do 2º grau e resolver equações utilizando o método de completar quadrados.

CONTEÚDO: resolução de equações do 2º grau pelo método de completar quadrados.

NEXOS: movimento das quantidades, ou seja, perceber e compreender o caráter mutável dos aspectos qualitativos e quantitativos na vida e no mundo, e que a linguagem matemática representa um estado dos movimentos das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: apresentação da tarefa. **(15 min)**

Vamos fazer a chamada. Retomar o encontro passado falando que estávamos falando sobre o movimento das quantidades e como a equação do 2º grau é uma linguagem que representa esse movimento, e fazer um gancho para pensarmos sobre outro movimento de quantidade que vamos trabalhar nessa aula, e em seguida apresentar aos alunos a seguinte história através de slide que a contenha e dividi-los em 5 grupos de no máximo 6 estudantes, a fim de que cada grupo elabore estratégias de resolução do problema.

Na antiga Babilônia, os bois eram fundamentais para a economia e sociedade. Além de fornecerem carne, couro e leite, eles eram usados para o trabalho agrícola (como por exemplo, arar a terra), transporte e até mesmo como oferta religiosa.

Já destinamos uma parte do terreno para as plantações, e sabendo da importância da criação de bois, o Rei Mharcoz Vynicyus pediu a sua população que destinasse uma outra parte de cada um dos 5 terrenos para construir um curral e um pasto, pensando na possibilidade de ser um ao lado do outro, cuja área total do curral somada com a do pasto seria um valor determinado para cada terreno.

O curral teria a forma de um quadrado, e o pasto, um retângulo. O Rei fez questão de decidir o comprimento do pasto, mas esqueceu-se de indicar a largura do pasto e o tamanho do lado do curral. Dessa vez, o esperto Rei decidiu confiar essa missão aos seus dedicados funcionários: a tarefa de cercar a área do curral.

No entanto, surge o questionamento dos funcionários: "Mas como vamos cercar o curral se não sabemos nem quanto mede o seu lado?". Sem saber como começar, os funcionários - bastante aflitos - pediram ajuda a quem realmente entende do assunto: vocês!

INFORMAÇÕES PARA CADA EQUAÇÃO:

$TERRENO$ 1: x^2+10x=39 → área do curral mais o pasto=39; comprimento do pasto=10

$TERRENO$ 2: x^2+2x=24 → área do curral mais o pasto=24; comprimento do pasto=2

$TERRENO$ 3: x^2+6x=27 → área do curral mais o pasto=27; comprimento do pasto=6

TERRENO 4: x^2+4x=5 → área do curral mais o pasto=5; comprimento do pasto=4

$TERRENO$ 5: x^2+6x=7 → área do curral mais o pasto=7; comprimento do pasto=6

Agora, nobres aprendizes de arquitetos reais, é hora de pôr as mãos à obra! A sala será dividida em 5 grupos e cada grupo terá apenas o auxílio de papéis (que representarão o curral e o pasto) e uma folha de rascunho para efetuarem quaisquer cálculos.

Segundo momento: realização da tarefa **(35 min).**

LEVAR FOLHAS DOS QUADRADOS DE COMPLETAR QUADRADOS AMPLIADAS

As equações a serem utilizadas na tarefa serão:

TERRENO 1: x^2+10x=39 (x= -13, x=3) (LADO DO QUADRADÃO: 8)

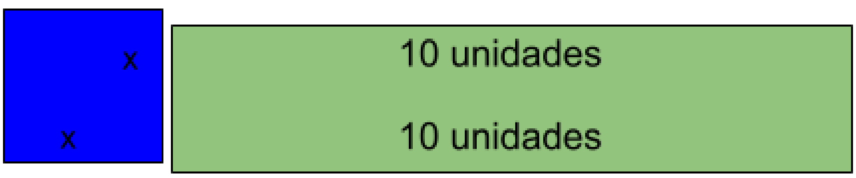
TERRENO 2: x^2+2x=24 (x= -6, x=4) (LADO DO QUADRADÃO: 5)

TERRENO 3: x^2+6x=27 (x= -9, x=3) (LADO DO QUADRADÃO: 6)

TERRENO 4: x^2+4x=5 (x= -5, x=1) (LADO DO QUADRADÃO: 3)

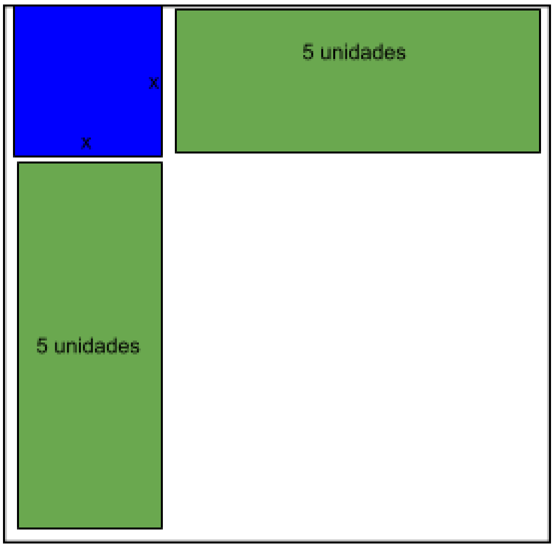
TERRENO 5: x^2+6x=7 (x= -7, x=1) (LADO DO QUADRADÃO: 4)

Cada grupo irá receber folhas coloridas representando a área do curral e do pasto. A folha do pasto terá o seu comprimento escrito a fim de facilitar a mediação com os alunos, e uma folha contendo a área destinada para utilização. Além disso, entregaremos papéis para eles usarem como apoio visual. Exemplos dos papéis a serem entregues e do movimento que eles irão fazer:



Neste momento, iremos andar pela sala fazendo a mediação nos grupos. A princípio, pediremos a cada grupo para que interpretem o problema e pensem no que está sendo pedido. A equação a ser explorada é: x^2+10x = 39. É esperado que os alunos cheguem na expressão ou em alguma linguagem (retórica, sincopada ou simbólica) parecida com esta, já que eles estarão livres para utilizar qualquer forma de expressão.

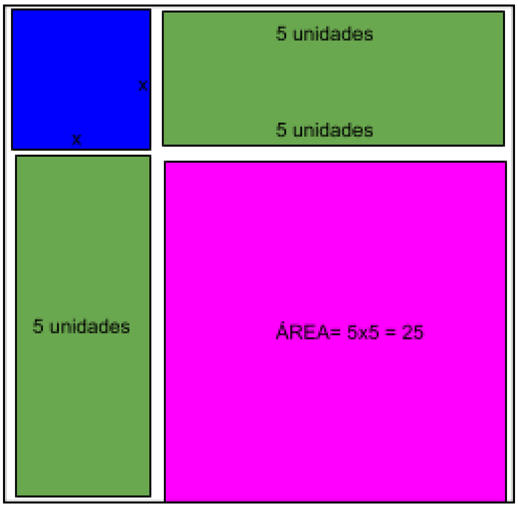
O esperado é que eles pensem em dividir o retângulo em dois e posicione sobre o quadrado da seguinte forma, tal situação surgirá quando eles notarem que a área destinada é um quadrado e que ficaria metade do retângulo do pasto de fora, então eles iriam precisar dividir o pasto em dois e colocar em outra parte dentro do quadrado outro retângulo:



Ao dividir o retângulo cada um deles terá comprimento igual a 5 unidades. Caso, durante a mediação, os alunos apresentem muita dificuldade e não pensem em dividir o retângulo dado, nós podemos dar a sugestão ou fazê-los chegar nessa solução. Essa etapa é importante pois, através dela é que vai ser possível enxergar o quadrado a ser completado.

Após essa parte, os alunos deverão elaborar estratégias utilizando a área total que foi dada. Neste momento, devemos mediar para que eles cheguem no raciocínio de imaginar a área de um quadrado completo e utilizem do comprimento do retângulo para criarem um quadrado de lado 5, a criação do quadrado pode ser sugerida com a necessidade de informar para o Rei que essa parte da área destinada não será utilizada, e que ele precisa saber dessa informação, assim os estudantes. O quadrado criado completará o quadrado maior da área da seguinte forma:

O quadrado adicionado terá lado 5, logo a área será $25u^2$. Como a área do curral e do pasto já foram dadas, basta somá-la com a área do quadrado adicionado: 25+39 = 64. Agora, o



quadrado completo tem área total igual a $64u^2$, logo: $L^2 = 64$**. Ou seja, o lado L do quadrado completo será igual a 8m.** Se o lado do curral corresponde a um número desconhecido x e o comprimento do pasto é igual a 5, basta somá-los e igualar a 8, que é o valor do lado do quadrado completo: **x + 5 = L -> x + 5 = 8 -> x = 3.**

Por fim, os estudantes deverão chegar à conclusão de que o lado do curral mede 3 unidades. O mesmo raciocínio acontecerá para as demais equações chegando em 4, 3, 1 e 1.

Terceiro momento: apresentação dos grupos **(30 min).**

Iremos pedir para que os alunos de cada grupo apresentem oralmente para a turma como foi o movimento para que eles chegassem na solução e na descoberta de quanto mediria o lado do curral para finalizar a aula.

RECURSOS:

- Slide.
- Computador.
- Projetor.
- Quadro.
- Giz.
- 5 Folhas dos terrenos quadrados contendo: quadrado do terreno, nome do terreno, área total do curral mais o pasto e o comprimento do pasto).
- Folhas de rascunho.
- 5 quadrados pequenos coloridos proporcional.
- 5 retângulos coloridos proporcional.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas anotações feitas nas folhas de rascunho contendo a situação problema, que representam um pouco do movimento de raciocínio deles. Além disso, será levado em conta a apresentação dos grupos para a turma e o movimento interno de cada grupo que será observado por nós.

AULA 4 - A FÓRMULA

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: associar o método de completar quadrados com o método da fórmula de Bhaskara e esquematizar a fórmula.

CONTEÚDO: resolução de equação do 2º grau por completar quadrados e a dedução da fórmula de Bhaskara.

NEXOS: compreensão de que a linguagem matemática representa um estado dos movimentos das quantidades, ou seja, é uma linguagem particular do movimento das quantidades e o controle do movimento das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: retomada do encontro anterior relembrando sobre o que eles fizeram na tarefa e fazer chamada (**25 min).**

Fazer a chamada, e em seguida será feita uma síntese sobre o movimento que eles fizeram e sobre as formalizações que eles chegaram. Iremos expor no quadro, utilizando a linguagem simbólica, os raciocínios utilizados pela turma. Neste momento, escrever as equações que representam o problema (x^2+10x = 39 ; x^2+2x=24 ; x^2+6x=27 ; x^2+4x=5 ; x^2+6x=7), relacionando com a expressão que cada grupo chegou.

Escolher a primeira equação só para utilizar na explicação mas reforçar que a escolha foi aleatória e que todos tiveram movimentos parecidos. Perguntar se essa equação é completa ou incompleta, a fim de trabalhar a equação reduzida (x^2+10x - 39=0).

Perguntar se houveram outras equações que eles tiveram que resolver para chegar no resultado final, como por exemplo a equação $L^2 = 25 + 39 = 64$ **e x + 5 = 8. Dar ênfase para a equação** $L^2 = 64$, que é uma equação incompleta que eles resolveram apenas utilizando a propriedade inversa da potenciação, ou seja, apenas colocando a raiz.

Explicar que essa equação poderia apresentar dois resultados diferentes, sendo L = $\pm$ 8. No entanto, como eles estavam trabalhando com medidas, o lado sempre assumirá o resultado positivo.

<u>E pensando no x, ele também terá dois resultados diferentes? Será que os valores de x que cada grupo encontrou eram os únicos que satisfazem a equação do segundo grau? Lembrar que uma equação do segundo grau possui duas soluções! Então, precisamos de um método que faça sentido encontrar todos os possíveis valores de x, e não apenas os x positivos.</u>

Deverá ser explicado que a forma como eles resolveram a equação foi utilizando o método do árabe matemático al-Khwarizmi que estabeleceu um processo geométrico para a resolução de equações do segundo grau.

Segundo momento: generalização do método de completar quadrados para a fórmula de Bhaskara **(40 min).**

O grande Rei Mharcoz Vynicyus ficou encantado com a engenhosidade de seus funcionários ao ver como resolveram o problema usando um método tão genial! Orgulhoso, correu a compartilhar a façanha com o reino vizinho, certo de que surpreenderia a todos.

Para sua surpresa, o monarca vizinho apenas sorriu e revelou que seu povo já conhecia, há tempos, uma fórmula capaz de resolver qualquer equação do segundo grau, sem exceção. Uma verdadeira joia matemática!

Tomado pela curiosidade, Mharcoz Vynicyus implorou por uma explicação. Mas o outro rei, cauteloso e estratégico, recusou-se a revelar o segredo, preservando a vantagem de seu povo. Indignado, mas determinado, Mharcoz retornou ao seu reino e convocou vocês, seus fiéis estudiosos.

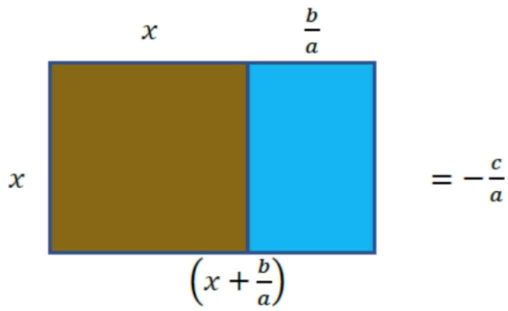
A missão era clara: desvendar, com as próprias mentes e mãos, essa fórmula lendária. Será que, a partir do método de completar quadrados, é possível chegar a essa fórmula que resolve qualquer equação do segundo grau?

ENTREGAR OS PAPÉIS PARA ELES IREM ACOMPANHANDO A DEMONSTRAÇÃO

Começar a “demonstração” com uma manipulação algébrica na forma $ax^2 + bx + c = 0$:

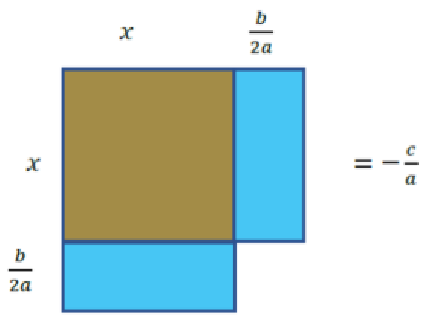
$ax^2 + bx + c = 0$ -> $ax^2 + bx = -c$ -> $(ax^2)/a + bx/a = -c/a$ -> $x^2 + bx/a = -c/a$

Só depois dessa manipulação algébrica, a expressão é contextualizada para o método de completar quadrados:



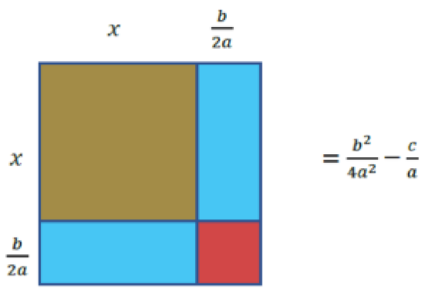
Fonte: Neto; Carvalho, 2021.

Depois, em seguida, o retângulo é dividido em dois, igualmente o processo que os estudantes fizeram anteriormente completando quadrados, resultando em:



Fonte: Neto; Carvalho, 2021.

Com isso, o quadrado que irá completar o quadrado geral possui lados b/2a, então a sua área ficará $b^2/4a^2$ e deve ser acrescentada do outro lado da igualdade onde representa a área do quadrado geral:



Fonte: Neto; Carvalho**, 2021.**

Portanto agora temos um quadrado geral de lados x+(b/2a) e como o lado direito da igualdade representa a área desse quadrado geral, podemos utilizar os lados do quadrado para escrever algebricamente a área do quadrado geral, ficando $[x + (b/2a)]^2$ e igualando teremos:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$
$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$
$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$
$$x=\frac{-b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Fonte: Neto; Carvalho, 2021.

Isolando o x conseguimos chegar na fórmula de bhaskara.

Ao final iremos pedir para que eles olhem a página 103 do livro no qual contém a fórmula resolutiva.

Terceiro momento: síntese final **(15 min).**

Deverá ser explicado que a forma como eles resolveram a equação foi utilizando o método do árabe matemático al-Khwarizmi que estabeleceu um processo geométrico para a resolução de equações do segundo grau, trazendo o contexto histórico por trás desse processo.

E da mesma forma existe um outro método que para encontrar todos os valores do x que é através da Fórmula Resolutiva de equações do segundo grau, comumente conhecida como fórmula de bhaskara, e que apesar do nome, ao estudarmos a Equação do Segundo Grau, usamos a representação herdada dos europeus, que é a definição da simbologia, e a solução herdada dos hindus.

Tal solução foi primeiramente pensada pelo matemático hindu Bhaskara, porém a resolução e o problema eram pensados e trabalhados de forma retórica, ou seja, não existia uma generalização. Nesse momento é bacana perguntar se os estudantes sabem o que é forma retórica e explicar.

Com isso, podemos afirmar que existia um método geral para resolução de equações, de forma retórica. No entanto, não existia a “fórmula” que temos hoje composta pelos seus coeficientes ax^2 bx e c, estes só foram propostos no século XVI pelos europeus.

RECURSOS:

- Slide.
- Computador.
- Projetor.
- Quadro.

- Giz.
- 30 quadrados marrom de lado X.
- 30 retângulos azul b/a.
- 30 quadrados vermelhos de lado b/2a e área b^2/4a^2.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula.

AULA 5 - Os valores de x

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: resolver equações do segundo grau completas e incompletas pelos diferentes métodos apresentados.

CONTEÚDO: resolução de equação do 2º grau.

NEXOS: compreensão de que a linguagem matemática representa um estado dos movimentos das quantidades, ou seja, é uma linguagem particular do movimento das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e começar a conclusão da história construída ao longo das aulas (**05 min)**

Começaremos a aula realizando a chamada e será dada continuidade na história:

Ao finalmente decifrarem a tão cobiçada fórmula que resolve qualquer equação do segundo grau, vocês a apresentaram ao Rei Mharcoz Vynicyus. Seus olhos brilharam de admiração — diante dele estava uma verdadeira ferramenta de poder, capaz de desvendar desde enigmas sobre áreas misteriosas até problemas mais abstratos que, de alguma forma, chegavam em uma equação do segundo grau.

Encantado com a conquista, o rei não poupou elogios: reconheceu o esforço, a dedicação e a inteligência de cada um dos envolvidos nessa jornada de descoberta. Mas, como todo governante sábio, sabia que conhecimento, para ser verdadeiramente valioso, precisa ser preservado.

Assim, Mharcoz os encarregou de uma missão: completar o papiro antigo com as informações agora reveladas.

Segundo momento: resolução das equações por fórmula resolutiva da equação do segundo grau. **(55 min)**

Iremos pedir para que os estudantes resolvam individualmente as seguintes equações que trabalhamos ao longo da história por fórmula resolutiva da equação do segundo grau e estaremos auxiliando eles nesse processo. Pediremos que eles entreguem essa lista completa para a próxima quinta-feira, e que em casa eles deverão resolver as outras equações da lista. Para isso será entregue uma lista com as seguintes questões:

1) Resolva agora pelo menos duas equações do segundo grau, uma que representa a área do terreno do seu grupo e uma de outro terreno a sua escolha, e depois em casa resolva as outras:

a) Terreno 1 - x^2-3x-130=0 x'= -10 x"=13

b) Terreno 2 - x^2-4x-165=0 x'= -11 x"=15

c) Terreno 3 - x^2+10x-96=0 x'= -16 x"=6

d) Terreno 4 - x^2-2x-120=0 x'= -10 x"=12

e) Terreno 5 - x^2+2x-120=0 x'= -12 x"=10

2) Qual era a medida da corda xadrez utilizada para medir o comprimento e largura de cada terreno?

3) Resolva agora pelo menos duas dessas equações do segundo grau, uma que representa a área do curral mais o pasto do seu grupo e outra da sua escolha, a fim de encontrar quais eram os dois valores que o lado do curral poderia assumir, e depois em casa resolva as outras:

a) Área 1: x^2+10x=39 x= -13 x=3

b) Área 2: x^2+2x=24 x= -6 x=4

c) Área 3: x^2+6x=27 x= -9 x=3

d) Área 4: x^2+4x=5 x= -5 x=1

e) Área 5: x^2+6x=7 x= -7 x=1

4) Após resolver, responda: por que no método de completar quadrados apenas um desses valores apareceu e foi escolhido para ser o lado do curral?

Terceiro momento: resolução no quadro em conjunto com a turma de algumas equações. **(20 min)**

Será realizado um sorteio de quais alternativas, ou seja, de quais equações, iremos resolver no quadro junto com eles, a fim de auxiliá-los na análise de cada etapa das suas próprias resoluções. As perguntas 2 e 4 serão discutidas também, seguindo a ordem das perguntas da lista, nesse momento.

RECURSOS:

- Slide. FAZER
- Computador.
- Projetor.
- Quadro.
- Giz.

- Lista com as perguntas. IMPRIMIR
- Papéis com as alternativas para o sorteio. FAZER

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula. Além disso, posteriormente as listas também serão analisadas.

AULA 6 - A carta

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: explicar o conceito de equação do segundo grau e seus métodos apresentados.

CONTEÚDO: equação do 2º grau.

NEXOS: tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade (em outras palavras, perceber e compreender o caráter mutável dos aspectos qualitativos e quantitativos na vida e no mundo).

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e propor uma tarefa de conclusão do conteúdo e concluir a história (**10 min)**

Começar a aula fazendo a chamada. Pedir que eles façam uma carta explicando tudo o que eles entenderam de equação do segundo grau, desde o conceito até os métodos que podem ser utilizados para resolvê-las. Essa carta deve ser dirigida a alguém que nunca nem ouviu falar sobre equações de segundo grau. Tal pedido será feito com a seguinte história:

Após a nossa longa jornada por todo nosso território, e também pela Álgebra, vocês – nobres estudiosos da Matemática – foram convocados pelo sábio Rei Mharcoz Vynicyus para cumprir uma última missão, importante e necessária! Reinos distantes, onde o conhecimento ainda floresce lentamente, enviaram mensageiros pedindo ajuda: por lá, ninguém jamais ouviu falar das misteriosas equações do segundo grau.

Diante da necessidade de compartilhar esses conhecimentos com mais pessoas, para que elas também conheçam e produzam suas próprias sínteses desse conceito, a população decidiu escrever uma carta especial destinada a esses outros reinos. Nela, vocês deverão explicar tudo o que aprenderam sobre as equações do segundo grau, desde o que elas são, para que servem, até os diversos métodos que podem ser utilizados para resolvê-las.

Lembrem-se: essa carta será lida por pessoas curiosas, mas que ainda não conhecem as equações. Por isso, sejam gentis, criativos e não se esqueçam de nenhuma informação importante para a compreensão do conceito! Esse novo manuscrito deve servir como um legado para as próximas gerações, para que elas possam utilizar desse saber a fim de ampliar seus conhecimentos e contribuir ainda mais para novas descobertas da álgebra.

Segundo momento: síntese final. **(20 min)**

Antes deles escreverem a carta, fazer um momento de síntese com a turma a fim de refletir e relembrar as aulas anteriores e o conceito de equação do segundo grau, ressaltando os nexos intrínsecos nesse conceito. Destacar que esse momento será importante no momento de escrita da carta.

Para essa síntese, iremos nos basear nas seguintes perguntas orientadoras, que estarão no slide, e ir mediando o momento a partir das respostas deles diante elas:

- Qual a forma geral da equação do segundo grau?
- Só existe essa forma de apresentar uma equação do segundo grau? Ela sempre foi escrita dessa mesma forma?

Queremos destacar que o movimento das quantidades pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática), e explorar as respostas deles observando o que eles lembram do conceito, podendo surgir respostas que falam sobre as diferentes representações das incógnitas, como também a definição geral $ax^2+bx+c=0$ e as formas da equação.

- Quantos valores a incógnita em uma equação do segundo grau pode assumir de forma que a satisfaça?
- Analisando esses valores, nas tarefas utilizamos os dois valores?
- Por quê foi utilizado um e o outro não?

Destacar que toda equação do segundo grau possui duas raízes. Talvez utilizar da ideia de que na equação de primeiro grau, existia apenas um resultado e, quando trabalhamos com o segundo grau, o movimento é expandido para dois resultados. Que existem dois resultados/valores que ao serem utilizados na equação correspondem à expressão. Além disso, destacar que para que as condições satisfaçam a igualdade da equação apenas os dois valores vão satisfazer, mas se mudar os coeficientes esses valores também mudam. O que define eles são as condições da igualdade, mas na vida e na realidade esses valores são diversos, e se tornam específicos a partir da condição imposta na equação.

- Quando vocês tiveram que descrever a área do terreno do grupo, se tratava de uma situação específica?
- Mesmo se tratando de áreas iguais, a representação da área de cada terreno era diferente. Por que vocês acham que isso aconteceu?

Provocar a reflexão de que cada equação que eles chegaram partindo da situação que nós trouxemos nas aulas representava aquela situação/área específica e que a linguagem algébrica, ou seja, a expressão da equação, serve para representar aquele movimento específico. Explorar com eles que era diferente pois as medidas de cada retângulo era diferente, por isso, cada terreno chegava em uma equação específica. Explicar que assim como na tarefa, no movimento da vida existem diversas situações que podem ser descritas por equações de segundo grau.

- Como o trabalho em grupo influenciou na hora de realizar as tarefas na sua perspectiva?

Tal pergunta pode possibilitar trabalhar com aspectos do coletivo; a responsabilidade com o grupo; como o indivíduo se identifica como constituinte daquele grupo;se foi “mais fácil” ou "mais difícil" fazer as coisas juntos e por que. Além de fazer gancho para a construção de conhecimento matemático de forma coletiva, que aconteceu ao longo da história com diferentes sínteses feitas por diferentes pessoas, em prol de desenvolver ainda mais o conhecimento trabalhado, da mesma forma que também focamos no desenvolvimento e construção desse conceito ao longo das aulas.

● Nexos:

- a linguagem da equação representa um estado dos movimentos das quantidades, ou seja, é uma forma particular de compreender o movimento mais amplo das quantidades.
- tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade (em outras palavras, perceber e compreender o caráter mutável dos aspectos qualitativos e quantitativos na vida e no mundo).
- compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática), ou seja, o controle do movimento das quantidades.

Terceiro momento: produção das cartas. **(50 min)**

Após a síntese, entregaremos folhas brancas para os estudantes fazerem as suas respectivas cartas de forma individual. Será solicitado que eles coloquem os nomes deles nas folhas e se expressem da forma como preferirem, desde que os critérios solicitados na história sejam atendidos. Nesse momento estaremos auxiliando eles no que for necessário a partir da mediação. Ao final da aula, encerraremos a mesma recolhendo as cartas. Caso os estudantes terminem a carta antes do tempo total destinado para ela, será passado um vídeo intitulado "Esse tal de Bhaskara" disponível no canal M3 Matemática Multimídia no YouTube.

RECURSOS:

- Slide. FAZER
- Computador.
- Projetor.
- Quadro.
- Giz.
- Folhas brancas. PEGAR

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula. Além disso, posteriormente as cartas produzidas serão avaliadas, levando em consideração o conteúdo da carta, a dedicação do estudante para com o resultado da mesma.

Aula 7 - "Esse tal de Bhaskara"

TEMPO DE AULA: duas aulas de 45 minutos separadas.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: retomar o conteúdo de equações do segundo grau com uma revisão dinâmica.

CONTEÚDO: equação do 2º grau.

NEXOS: Tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade. Compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática). Compreender que as equações constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e retomar o conteúdo como forma de revisão começando pelo vídeo. **(25 min)**

Começar a aula fazendo a chamada e em seguida explicar para os estudantes - que estarão voltando das férias - que iremos continuar trabalhando com o conteúdo de equações do segundo grau com eles porque algumas partes ainda precisam ser mais trabalhadas.

- Observação: perguntar para o professor se as provas serão entregues e caso ele esteja com elas pedir para ele entregar apenas na sexta ao final da aula.

Após essas considerações, iremos perguntar: O que vocês lembram do conteúdo de equação do segundo grau?

Com o objetivo de relembrar outros aspectos do conteúdo, iremos passar um vídeo intitulado "Esse tal de Bhaskara" disponível no canal M3 Matemática Multimídia no YouTube, em sala de aula, para os estudantes. Para acompanhar o momento, entregaremos um saquinho de pipoca para cada estudante, a fim de tornar o momento mais afetivo e descontraído pensando que eles acabaram de voltar das férias.

Segundo momento: síntese do conteúdo baseada no vídeo. **(20 min)**

Após a exibição iremos propor uma discussão sobre o que apareceu no vídeo e retomar novamente a pergunta "O que vocês lembram sobre o conteúdo de equações do segundo grau?".

Para deixar a discussão mais dinâmica, ela deverá ser mediada por perguntas que reforçam alguns pontos importantes do vídeo que conversam com o que trabalhamos em sala de aula com eles. Alguns pontos chaves do vídeo:

- A solução inicial apresentada por bhaskara para a solução do problema de maneira verbal (remete a álgebra retórica).
- No momento dos mesopotâmicos quando é comentado sobre o problema da utilização apenas de palavras para resolver os problemas sem uma notação algébrica (ressalta a importância da notação, que surgiu a partir da síntese histórica do conceito permeada por essa necessidade de padronização).
- O momento em que os Árabes aparecem mostrando o método de completar quadrados (tal método foi trabalhado em sala de aula com eles, entretanto o do vídeo é uma forma de completar o quadrado de uma forma visualmente diferente, mas o método é o mesmo, o que pode gerar uma reflexão a respeito disso).

- E por último, finalmente a aparição da notação algébrica com a fórmula resolutiva de equação do segundo grau e juntamente com a discussão do por quê não foi Bhaskara quem criou a fórmula e por que essa definição ficou popularizada.

Pensando nesses pontos, as seguintes perguntas podem ser feitas utilizando um slide que as contenham:

- Vocês acham que a álgebra retórica tornava o aprendizado mais difícil ou mais acessível? Por quê?
- Vocês lembram de quando utilizamos o método de completar quadrados em sala de aula? Como foi? Vocês preferem utilizar ele ou a fórmula resolutiva apresentada?
- Vocês consideram correto atribuir a criação de uma fórmula ou teoria a um único matemático, mesmo sabendo que outros povos já conheciam métodos semelhantes?
- O que essa discussão sobre a origem da fórmula nos ensina sobre a construção coletiva do conhecimento matemático?

Terceiro momento: resolvendo o problema $x^2+100x-7500=0$ do final do vídeo pela fórmula resolutiva e por completar quadrados. **(30 min)**

Lembrar que no final do vídeo o problema da estudante fica em aberto, e aproveitar disso para resolver o exercício com os estudantes e pelos dois métodos para que eles relembrem cada um.

Problema do bhaskara no vídeo: Imagine que colocou 100 reais no banco rendendo juros em uma taxa anual fixa. Depois de um ano você tira os 100 reais e deixa o que rendeu por mais um ano. No final do segundo ano você consegue o total de 75 reais. Qual a taxa de juros anuais? Taxa anual de juros: x

$x^2+100x-7500=0$

$a=1$, $b=100$, $c=-7500$

$X1= -150$, $X2=50$

$x^2+8x-9=0$

Durante o momento de resolução ir relembrando elementos que já foram abordados:

- Forma reduzida da equação
- Equação completa e incompleta
- A fórmula resolutiva
- Os coeficientes da equação

RECURSOS:

- Caixinha de Som.
- Computador.
- Projetor.
- Vídeo.
- Slide com as perguntas.
- Quadro.
- Giz.

- 35 Saquinhos de Pipoca.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula.

Aula 8 - Revendo equações do segundo grau

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: retomar o conteúdo de equações do segundo grau com a resolução da prova em conjunto.

CONTEÚDO: equação do 2º grau.

NEXOS: Tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade. Compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática). Compreender que as equações, especificamente as do primeiro grau, constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e dividir a turma em grupos para a resolução da prova. **(40 min)**

A turma será dividida em 5 grupos e cada grupo irá sortear uma questão da prova (questões 1 a 5) para resolver e, depois, apresentar para toda a turma. Para cada grupo será entregue uma cartolina contendo o enunciado da questão que o grupo ficou responsável, para usarem de auxílio na apresentação. Durante o momento em que eles estarão divididos em grupos nós iremos auxiliá-los andando pela sala.

Obs: a questão seis da prova será resolvida e explicada pelas professoras.

Ao longo do momento, esses elementos devem ser relembrados:

- Forma reduzida da equação
- Equação completa e incompleta
- A fórmula resolutiva
- Os coeficientes da equação
- O que o discriminante representa na solução da equação

Segundo momento: apresentação das questões da prova. **(40 min)**

Cada grupo irá apresentar seguindo a ordem das questões. Durante esse momento, nós podemos intervir relembrando o grupo sobre algum elemento e, caso o grupo tenha dificuldade em explicá-lo, intervir nessa explicação. A ideia é chamar a atenção dos estudantes para essa explicação e resolver possíveis dúvidas. Segue abaixo as questões e as observações que podem ser destacadas em cada uma:

Questão 01- Defina com suas palavras o que entende por: Equação de segundo grau; Forma reduzida da equação do segundo grau; Equação de segundo grau completa; Equação de segundo grau incompleta.

Questão 02 - Identifique como completa ou incompleta as seguintes equações: $x^2 - 7x = 0$; $x^2 + 6x = 27$; $x^2 + 10x + 24 = 0$; $x^2 = 9$.

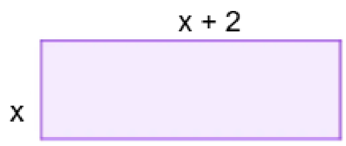
Questão 03 - Determine o conjunto solução das equações de segundo grau: $x^2 - 25 = 0$; $3x^2 - 27x = 0$

- Destacar a forma de resolução da letra a, perguntando como eles resolveram e se não existe outra forma de resolver que não seja pela fórmula resolutiva;
- Na letra b, perguntar se teve algum coeficiente diferente do comum (a=3).

Questão 04 - Determine o conjunto solução das equações aplicando a fórmula resolutiva da equação do segundo grau: $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x^2 - 4x + 4 = 0$.

- Retomar o que é conjunto solução e a fórmula resolutiva;
- Dar ênfase principalmente para a letra b cuja raiz é igual a 0. Relembrar o que o discriminante representa na solução da equação - igual a zero a equação possui duas raízes reais e iguais; maior que zero a equação tem duas raízes reais e diferentes; menor que zero não existem raízes reais (aí são raízes complexas).

Questão 05- A área do retângulo a seguir é igual a 15 m²:



Então, descubra e marque o valor de x da medida e faça os cálculos para comprovar: a) 1 b) 3 c) 4 d) 7 e) 9

- Relembrar o que foi feito nas nossas primeiras aulas do semestre anterior em relação aos terrenos da história.

A resolução da questão 6 ficará sob nossa responsabilidade.

Questão 06 -Determine a quantidade de números inteiros que existem entre as raízes da equação $2x^2 - 9x + 4 = 0$.

- Retomar o que são raízes da equação e o que são números inteiros;
- Desenhar a reta numérica para representar os valores.

Obs: resolver alguns exercícios do livro que havíamos passado para que eles resolvessem como forma de revisão para a prova, caso sobre tempo de aula.

Terceiro momento: entrega das provas. **(05 min)**

Deixar esse momento reservado para que o professor faça a entrega das provas.

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Cartolinas com uma questão da prova em cada.

- Papéis para o sorteio da questão.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula, além das cartolinas contendo a resposta das questões pensadas por cada grupo.

Aula 9 - Encontrando o caminho

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: reforçar as implicações dos diferentes tipos de discriminante nas raízes de uma equação do segundo grau.

CONTEÚDO: diferentes tipos de discriminante e suas implicações.

NEXOS: tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e dar continuidade na história. **(25 min)**

Começaremos a aula fazendo a chamada e explicando nossos critérios de avaliação que serão **(05 minutos dos 25)**:

- Avaliação escrita (50% da nota). Será composta por 5 exercícios e uma questão de auto avaliação. Todas as questões são obrigatórias e compõem o conceito da prova.
- Anotações do caderno (10% da nota). Haverá um momento no final do semestre para o visto nos cadernos.
- Entrega das listas de exercícios (10% da nota)
- Participação nas tarefas em grupo e individuais (20% da nota). Será avaliado o comportamento e o envolvimento de cada integrante do grupo durante as tarefas propostas.
- Apresentações (10% da nota). Será avaliado o trabalho em grupo, a organização da apresentação e o conteúdo exposto.

Em seguida, iremos dar continuidade na história que estamos construindo ao longo das aulas **(10 minutos do 25)**:

Após vocês escreverem as cartas e compartilharem o conhecimento das equações do segundo grau com os reinos vizinhos, algo extraordinário aconteceu. No distante ***Reino de Algebrânia****, as palavras enviadas por vocês ecoaram como uma revelação.*
A população deste reino estava passando por problemas e encontraram nas cartas de vocês um conhecimento que poderia ajudar a enfrentar esses desafios, e gostariam de ter mais informações. Entretanto, nós vivemos em 4000 anos a.C e as ***formas de comunicação dessa época são bastante limitadas e lentas.***

As cartas que vocês escreveram chegaram e foram bastante úteis. Mas os moradores do reino ansiavam por mais respostas! Foi nesse momento que eles decidiram convidar vocês para *conhecerem o reino deles, que foi fundado por antigos sábios de diversas ciências, inclusive a Álgebra.*

Para chegar até o Reino da Algebrânia, é necessário encontrar o mapa que contém os possíveis caminhos a serem feitos até o reino. *Para ter acesso a esses mapas vocês foram conversar diretamente com o Rei Mharcoz Vynicyus que disse:*

- *Antes de entregar os mapas para vocês, preciso que cada um dos grupos que irão embarcar nessa jornada resolvam juntos uma equação do segundo grau, pois ela terá relação com qual caminho vocês deverão seguir!*

Animados com a ideia de conhecer um novo Reino e contribuir para com o desenvolvimento do conhecimento daquele lugar, vocês toparam a proposta do Rei e cada grupo decidiu resolver uma equação.

Dividiremos a sala em 5 grupos. Nesse momento, nós iremos entregar uma folha A4 contendo a equação do segundo grau que precisa ser resolvida para cada grupo e esperar que eles resolvam. **(10 min dos 25)**

Cada folha conterá uma equação para que o grupo descubra qual é o mapa que eles irão receber:

- $x^2 - 5x + 6 = 0$

  $\Delta = (-5)^2 - 4.(1).(6) = 25 - 24 = 1 > 0$

  Raízes: $x' = 2$ e $x'' = 3$

- $3x^2 - 7x + 2 = 0$

  $\Delta = (-7)$^2 $- 4.(3).(2) = 49 - 24 = 25 > 0$

  Raízes: $x' = \frac{1}{3}$ e $x'' = 2$

- $x^2 - 6x + 9 = 0$

  $\Delta = (-6)^2 - 4.(1).(9) = 36 - 36 = 0$

  Raízes: $x' = 3$ e $x'' = 3$

- $4x^2 - 12x + 9 = 0$

  $\Delta = (-12)^2 - 4.(4).(9) = 144 - 144 = 0$

  Raízes: $x' = 3/2$ e $x'' = 3/2$

- $5x^2 - 17x + 20 = 0$

  $\Delta = (-17)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 289 - 400 = -111 < 0$

  Raízes: $x' = (17 + i\sqrt{111})/10$ e $x'' = (17 - i\sqrt{111})/10$

Após cada grupo resolver iremos continuar a história

Assim que vocês resolveram as equações, o Rei Mharcoz Vynicyus olhou as respostas de cada grupo e tomando como base as respostas de vocês ele entregou um mapa para cada grupo, *em cada mapa continha um tipo de caminho: o primeiro a ida e a volta eram pelo mesmo caminho; o segundo a ida era por um caminho e a volta era por outro; e o terceiro naquele momento estava interditado e não era possível passar.*

E então, ele disse:

- *Cada mapa que eu entreguei possui um caminho de ida e volta até o Reino de Algebrânia. Porém eu não entreguei um mapa específico para cada grupo por acaso! O Reino para o qual vocês estão indo possui diversos desafios e preciso saber como vocês conseguirão enfrentá-los, e para ter essa noção eu preciso que vocês me respondam:* ***Qual a relação entre o caminho que foi entregue para o seu grupo com o discriminante e as raízes da equação que vocês resolveram?*** *Assim que me responderem, vocês poderão ir!*

Segundo momento: reflexão de cada grupo para responderem a pergunta. **(20 min)**

Os estudantes estarão divididos em cinco grupos e cada grupo receberá um mapa contendo o caminho que foi selecionado para aquele grupo. Eles deverão pensar qual é a relação existente entre o caminho que foi destinado para o grupo, com o discriminante e as raízes da equação que eles resolveram, para depois apresentar a reflexão que eles tiveram. Esse momento poderá acontecer 10 minutos em uma aula e 10 minutos na outra, para retomarem as ideias.

Terceiro momento: apresentação da discussão e do motivo do caminho do grupo. **(35 min)**

Cada grupo terá sete minutos para apresentar qual foi o resultado do discriminante da equação do seu grupo, e também qual foi a relação que eles fizeram entre o discriminante, as raízes e os caminhos que cada grupo recebeu.

- $x^2-5x+6=0$ (mapa com caminho de ida e volta diferentes)

  $\Delta > 0$

  Raízes: $x'=2$ e $x''=3$

- $3x^2-7x+2=0$ (mapa com caminho de ida e volta diferentes)

  $\Delta > 0$

  Raízes: $x'=\frac{1}{3}$ e $x''=2$

- $x^2-6x+9=0$ (mapa com um único caminho de ida e de volta)

  $\Delta = 0$

  Raízes: $x'=3$ e $x''=3$

- $4x^2-12x+9=0$ (mapa com um único caminho de ida e de volta)

  $\Delta = 0$

  Raízes: $x'=3/2$ e $x''=3/2$

- $5x^2-17x+20=0$ (mapa sem caminho real)

  $\Delta<0$

Raízes: $x' = (17 + i\sqrt{111})/10$ e $x'' = (17 - i\sqrt{111})/10$

Obs: Nesse momento devemos prestar atenção para qual foi o ponto chave que eles utilizaram para relacionar a equação com os caminhos, porque eles podem partir das observações do discriminante (se ele é maior, menor ou igual que zero) ou eles podem relacionar diretamente com as raízes da equação. Tentar perceber qual relação faz mais sentido para eles!

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Slide.
- 5 folhas A4 contendo uma equação em cada.
- 5 mapas contendo os caminhos, dois de $\Delta=0$, dois de $\Delta>0$ e um de $\Delta<0$.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula, além das folhas que eles vão resolver as equações, e a explicação deles durante a apresentação.

Aula 10 - Os diferentes tipos de caminho e suas implicações

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: reforçar as implicações dos diferentes tipos de discriminante nas raízes de uma equação do segundo grau.

CONTEÚDO: diferentes tipos de discriminante e suas implicações.

NEXOS: tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e realizar a síntese da tarefa da aula passada. **(20 min)**

Iremos começar realizando a chamada e dar início a síntese. No momento da síntese é importante retomar as justificativas e explicações da relação que eles construíram e apresentaram na aula anterior.

Devemos chamar atenção para pontos como qual foi a relação criada, e se ela foi a partir das observações do discriminante (se ele é maior, menor ou igual a zero) ou se eles relacionaram diretamente com as raízes da equação (ao ver que elas eram iguais, diferentes, ou não existentes no conjunto dos reais). Em seguida, apresentar novamente as observações do discriminante e dizer quais eram os caminhos que relacionava com cada observação (Lembrar de dar ênfase no x que não está nos reais, com $\Delta<0$).

Além disso, o nexo irá aparecer ao falar da variabilidade pois, a incógnita x só possui um ou dois valores que vão satisfazer a equação, entretanto esses valores variam de acordo com diferentes equações, e uma forma de prever como será esses valores é a partir do discriminante, porém, apenas calculando que conseguimos descobrir ele de fato.

Segundo momento: resolução do primeiro exercício. **(20 min)**

Em seguida, para treinarmos essas ideias, será apresentado o seguinte exercício para que eles resolvam:

No século VIII, matemáticos árabes resolviam problemas de forma retórica, que podem ser exemplificados da seguinte maneira: "Multiplique um número por ele mesmo, depois adicione sete vezes o número. O resultado é 18."

Ou seja:

$$x^2+7x=18$$

Agora, faça o que se pede:

- Resolva o problema e encontre suas raízes , utilizando o discriminante para prever se o problema tem solução real.
- O que o valor do discriminante te revela antes mesmo de resolver a equação?

Terceiro momento: explicação do primeiro exercício. **(10 min)**

- Resolva o problema e encontre suas raízes, utilizando o discriminante para prever se o problema tem solução real.

  R: Possui solução real pois o discriminante é maior que zero, e a resposta é $x'=-9$ e $x''=2$.

- O que o valor do discriminante te revela antes mesmo de resolver a equação?

  R: Essa equação terá duas raízes reais e distintas.

Quarto momento: resolução do segundo exercício. **(15 min)**

Será apresentado outro exercício:

Estamos em uma corrida e cada corredor representa uma equação. O vencedor é quem tem o maior discriminante.

Corredores:

- A: $x^2+4x+5=0$
- B: $2x^2-5x+3=0$
- C: $3x^2+6x+2=0$

Calcule o Δ de cada corredor e diga quem vence a corrida.

Quinto momento: explicação do segundo exercício. **(05 min)**

- A: $x^2+4x+5=0$

  $\Delta=16-4\cdot1\cdot5=16-20 = -4$

- B: $2x^2-5x+3=0$

  $\Delta=25-4\cdot2\cdot3=25-24 = 1$

- C: $3x^2+6x+2=0$

  $\Delta=62-4\cdot3\cdot2 = 36-24 = 12$

Comparação: $\Delta A = -4$, $\Delta B = 1$, $\Delta C = 12$ → C vence com maior discriminante, B fica em segundo lugar e A queima a largada e fica fora da competição já que sua equação não possui raízes reais.

Sexto momento: entrega da lista de exercícios. **(10 min)**

Será entregue uma lista e iremos explicar que ela deverá ser resolvida e entregue na próxima aula que acontecerá na próxima sexta-feira. Além disso, iremos ler as questões com eles para destacar alguns pontos das questões. Utilizaremos essa lista para ter uma noção de como os estudantes estão em relação ao conteúdo, além de dar um retorno para eles.

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Slide com exercícios.
- 30 Listas.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula, além das respostas e do envolvimento dos estudantes no momento de resolução das questões, e posteriormente a lista deles quando os mesmos entregarem.

Aula 11 - O Reino de Algebrânia

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: introduzir a forma de resolução por soma e produto de equação do segundo grau.

CONTEÚDO: resolução por soma e produto.

NEXOS: compreender que as equações constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada e dar continuidade na história. **(20 min)**

Primeiramente iremos realizar a chamada e depois daremos continuidade na aula e na história: *Após a longa jornada, vocês finalmente chegaram ao **Reino de Algebrânia**, onde as palavras enviadas por vocês ecoaram como uma revelação.*

*A população de Algebrânia, encantada com a clareza das explicações contidas nas cartas, logo percebeu que aquele saber poderia ajudá-los a desvendar **informações tão importantes que eram praticamente segredos escondidos** há séculos em sua própria terra. Segundo as lendas locais, os antigos sábios do reino tinham o costume de esconder conhecimentos valiosos por meio de **enigmas matemáticos**, criados para proteger seus mistérios das mãos erradas.*

Esses mistérios eram protegidos em baús que jamais haviam sido abertos depois que os antigos sábios faleceram. Entretanto, a população atual do Reino de Algebrânia estava passando por sérios problemas e precisavam ter acesso a essas informações para conseguir desenvolver ainda mais o reino e solucionar os problemas eminentes.

*Ao estudarem atentamente o conteúdo das cartas enviadas por vocês, os habitantes de Algebrânia perceberam que muitos dos enigmas que tentavam resolver há décadas eram, na verdade, **desafios envolvendo equações do segundo grau**. No entanto, um novo obstáculo surgiu: os enigmas traziam **apenas a soma e o produto das raízes** das equações, e os estudiosos do reino não sabiam como encontrar essas raízes a partir dessas informações.*

*Curiosos, aflitos e determinados a desvendar os tesouros de sua história, os algebranianos recorreram àqueles que, agora, consideram verdadeiros mestres do conhecimento matemático: **vocês!***

Assim, uma nova missão foi proposta:
*Logo após a chegada de vocês ao reino, foram solicitados **cinco grupos** e cada um **receberá um enigma oficial de Algebrânia**. **Esses enigmas contêm apenas a soma e o produto das raízes de uma equação misteriosa.** Vocês devem utilizar apenas as informações do enigma e os seus conhecimentos sobre equações do segundo grau para conseguirem descobrir a senha do baú composta pelas raízes da equação. Quando descobrirem as raízes, vocês deverão escrevê-las na folha do enigma com uma tinta especial. O papel irá absorver a escrita da tinta e destravar o baú.*

As as pistas de cada grupo:

- A soma das minhas raízes é igual a sete e o produto delas é igual a dez. Quais são as raízes dessa equação misteriosa?

  $x^2-7x+10=0$ $x'=5$ $x''=2$

- A soma das minhas raízes é igual a menos quatro e o produto delas é igual a menos doze. Quais são as raízes dessa equação misteriosa?

  $x^2+4x-12=0$ $x'=-6$ $x''=2$

- A soma das minhas raízes é igual a três e o produto delas é igual a menos dez. Quais são as raízes dessa equação misteriosa?

  $x^2-3x-10=0$ $x'= -2$ $x''=5$

- A soma das minhas raízes é igual a menos um e o produto delas é igual a menos seis. Quais são as raízes dessa equação misteriosa?

  $x^2+x-6=0$ $x'= -3$ $x''=2$

- A soma das minhas raízes é igual a onze e o produto delas é igual a trinta. Quais são as raízes dessa equação misteriosa?

  $x^2-11x+30=0$ $x'=5$ $x''=6$

Segundo momento: realização da tarefa. **(20 min)**

Os estudantes em grupo deverão descobrir quais são as raízes das equações, até então misteriosas, por meio da soma e do produto das suas respectivas raízes, para abrirem os baús que continham as informações preciosas do reino. Caso eles terminem antes do tempo dedicado para esse momento, iremos perguntar para cada grupo quais eram suas raízes e qual foi o raciocínio utilizado para encontrá-las por meio do enigma entregue.

Terceiro momento: síntese da tarefa. **(10 min)**

Começar a síntese perguntando: *para chegar nas raízes da equação, quais foram as duas operações que vocês utilizaram?*

Após eles perceberem que utilizaram da soma e da multiplicação, ou seja, da soma e do produto, iremos destacar que essa é mais uma forma de encontrar as raízes de uma equação do segundo grau que surgiu a partir da sua síntese construída pela humanidade na história. O raciocínio por trás desse método vem desde a Babilônia, com a necessidade de medir terras, por exemplo, até o período renascentista com François Viète que formalizou e escreveu na forma algébrica a fórmula da soma e produto.

Essa forma de resolução surgiu como uma forma de resolver problemas práticos com poucos cálculos, além de uma outra necessidade que iremos trabalhar nas próximas aulas (descobrir a equação do segundo grau por meio de suas raízes).

Quarto momento: explicação da formalização de soma e produto. **(30 min)**

Começar esse momento ressaltando que conseguimos obter as raízes por meio do enunciado do resultado da sua soma e do seu produto, exatamente como estava nos enigmas. Entretanto também existe uma fórmula que é capaz de nos fornecer essa soma e esse produto das raízes da equação. Pensando na forma geral das equações do segundo grau $ax^2+bx+c=0$ partindo dos coeficientes temos que $x'+ x'' = -(b/a)$ e $x'. x'' = c/a$ fazendo a leitura da demonstração que está na página 108 do livro junto com a turma no quadro.

SOMA DAS RAÍZES

Sendo x' e x'' as raízes reais de uma equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, temos:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Adicionando membro a membro essas duas igualdades, obtemos a **1ª relação**.

$$x' + x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \cancel{\sqrt{\Delta}} - b - \cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} = \frac{-\cancel{2}b}{\cancel{2}a} = -\frac{b}{a}$$

Em toda equação do 2º grau, em que x' e x'' são raízes reais, temos $x' \cdot x'' = -\frac{b}{a}$.

Fonte: Júnior, 2022, p.108

PRODUTO DAS RAÍZES

Sendo x' e x'' as raízes reais da equação de uma equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, temos:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Multiplicando, membro a membro, as duas igualdades, obtemos a **2ª relação**.

$$x' \cdot x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\left(-b + \sqrt{\Delta}\right)\left(-b - \sqrt{\Delta}\right)}{4a^2} = \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

Como $\Delta = b^2 - 4ac$, fazemos a substituição a seguir.

$$x' \cdot x'' = \frac{b^2 - \left(b^2 - 4ac\right)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{\cancel{4a}c}{\cancel{4a} \cdot a} = \frac{c}{a}$$

Em toda equação do 2º grau, em que x' e x'' são raízes reais, temos $x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$.

Fonte: Júnior, 2022, p.108

Na fórmula utiliza-se os coeficientes da equação para saber a soma e o produto das raízes, mas no nosso caso nós temos as raízes, mas não temos os coeficientes e nem mesmo a equação. Isso nos gera a necessidade de descobrirmos qual é a equação também, porque assim teremos os coeficientes e podemos descobrir se realmente essas são as raízes da equação. Terminar a aula com o questionamento para reflexão: *será que conseguimos chegar na equação do segundo grau apenas pela soma e pelo produto das raízes da equação?*

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Slide.

- Folhas com os Enigmas.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes no seu respectivo grupo e a descrição de alguns momentos durante a aula.

Aula 12 - Revelando a equação misteriosa

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: apresentar a forma generalizada de uma equação do segundo grau e como obter uma equação do segundo grau por meio da soma e produto das raízes.

CONTEÚDO: soma e produto.

NEXOS: compreender que as equações constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer chamada, recolher a lista de discriminante e dar continuidade na história. **(15 min)**

Começaremos a aula fazendo chamada e apresentando o professor Wellington que estará com a gente nessa aula. Em seguida iremos recolher as listas entregue na aula do dia 22 e retomar a história:

*Após dias de intenso trabalho e cooperação, cada grupo decifrou as raízes dos enigmas da equação misteriosa, abrindo os baús que permaneceram selados por séculos. No interior, não havia pergaminhos, mas sim **pequenas caixas de metal ornamentadas**, cada uma protegida pelo mesmo mecanismo do baú, uma folha de papel que ao ter a resposta correta escrita por uma tinta mágica, a caixa será destrancada.*

Fonte: imagem adaptada

*Para destravar essas caixas, é necessário inserir corretamente três números: **os valores dos coeficientes a b c da equação do segundo grau correspondente à soma e o produto das***

raízes já encontradas. *Somente ao reconstruir a equação e identificar seus coeficientes será possível abrir o artefato e revelar a informação oculta.*

Os sábios de Algebrânia conceberam este último obstáculo para garantir que apenas aqueles que dominassem plenamente o conhecimento matemático fossem capazes de acessar os segredos mais valiosos do reino.

Cada grupo deve utilizar a soma e o produto das raízes da equação misteriosa para descobrirem seus coeficientes e consequentemente descobrir a equação. *Assim, o conteúdo da caixa será revelado.*

Segundo momento: realização da tarefa. **(25 min)**

Iremos pedir para eles formarem os mesmos cinco grupos da aula anterior e iremos entregar as folhas que contém a soma e o produto de cada grupo. Dessa forma, eles precisaram associar a equação genérica da caixa com a fórmula de soma e produto explicadas na aula anterior, no qual a soma= -(b/a) e produto= c/a para compreenderem que os coeficiente a=1, b= -S e c= P comparando a equação genérica da caixa com as fórmulas.

- Soma = 7 Produto= 10

  Equação: $x^2-7x+10=0$

- Soma= -4 Produto= -12

  Equação: $x^2+4x-12=0$

- Soma= 3 Produto= -10

  Equação: $x^2-3x-10=0$

- Soma= -1 Produto= -6

  Equação: $x^2+x-6=0$

- Soma= 11 Produto= 30

  Equação: $x^2-11x+30=0$

Terceiro momento: síntese com a revelação do segredo de cada caixa. **(35 min)**

📜 **Segredo 1:** "Nenhum guardião deve reter o saber para si. A equação só cumpre seu propósito quando compartilhada. O livro ensina: compartilhar conhecimento é a maior forma de proteção contra o esquecimento."

Tópicos para serem abordados: Discutir sobre a importância do trabalho em grupo tanto para eles, quanto para a humanidade que durante toda a história dependeu e, ainda depende, do compartilhamento do conhecimento para a evolução científica.

📜 **Segredo 2:** "O conhecimento em Algebrânia se guia pelos Δ (deltas). Quando Δ é positivo, múltiplos caminhos se abrem; quando é zero, um único destino se revela; e quando negativo, o mistério permanece oculto no invisível. O delta guia os sábios."

Tópicos para serem abordados: Relembrar a história da aula sobre os mapas do caminhos. Relembrar com eles o que cada valor de delta representa ($\Delta > 0$, $\Delta < 0$, $\Delta = 0$)

📜 **Segredo 3:** “Há enigmas que não possuem raízes reais. Nestes, a soma e o produto ainda existem, mas apontam para mundos invisíveis — os reinos complexos.”

Tópicos para serem abordados: Relembrar que quando $\Delta < 0$ a equação não possui raízes reais.

📜 **Segredo 4:** “Nem sempre é preciso resolver: conhecer a soma e o produto basta para reconstituir toda a equação. Esta é a chave que transforma poucos dados em um saber completo.”

Tópicos para serem abordados: A partir da soma e do produto é possível chegar na equação.

Nesse momento iremos mostrar como chegar na forma generalizada que serve para todas as equações dessa forma: $x^2-Sx+P=0$.

📜 **Segredo 5:** “Dado apenas a soma S e o produto P, pode-se reconstruir a equação: $x^2-Sx+P=0$. Assim os sábios protegiam seus segredos, escondendo a equação dentro de duas pistas.”

Tópicos para serem abordados: Retomar a pergunta da última aula: *será que conseguimos chegar na equação do segundo grau apenas pela soma e pelo produto das raízes da equação?* E discutir sobre o uso da soma e produto quando $a = 1$ e quando $a \neq 1$.

Quarto momento: entrega da lista. **(10 min)**

Iremos entregar uma lista com exercícios de Soma e Produto para ser respondida em casa e entregue na aula do dia 04/09.

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Slide.
- 5 Folhas iguais a da caixa.
- 5 Folhas com os segredos.
- 30 Listas impressas.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula, além da lista que iremos corrigir e avaliar posteriormente.

Aula 13 - O Quadrado do Quadrado

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: apresentar equações biquadradas e sua forma de resolução.

CONTEÚDO: equação biquadrada.

NEXOS: compreender que as equações constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades.

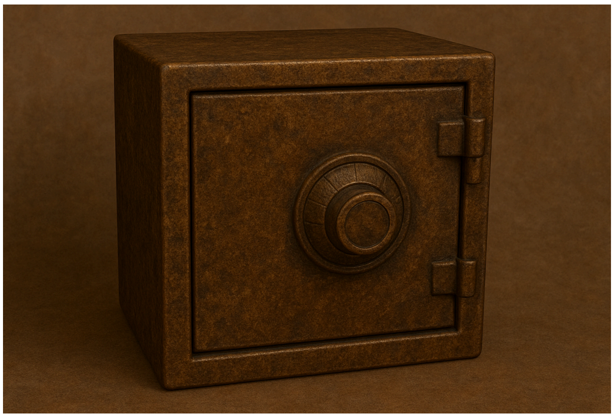
METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer a chamada, entregar a lista corrigida de discriminante, recolher a lista de soma e produto e retomar a história. **(15 min)**

Muito felizes e gratos por vocês terem desvendado os enigmas e ajudado o reino de Algebrânia a descobrir os segredos tão preciosos para eles, o Rei de Algebrânia fez uma grande festa com muita comida e música para vocês.

No final dessa festa, o Rei pediu para que vocês se reunissem em seu gabinete para uma conversa confidencial. No gabinete ele revelou ao grupo que além dos segredos que eles ajudaram a desvendar, haviam cofres ainda mais antigos encontrados nas profundezas da Biblioteca Proibida.

Nesses cofres, rezava a lenda, continham muitas riquezas que o Rei estava necessitando para manter o Reino de Algebrânia funcionando. No entanto, para abri-los era preciso resolver equações matemáticas muito rebuscadas as quais ninguém no reino inteiro havia conseguido resolver.

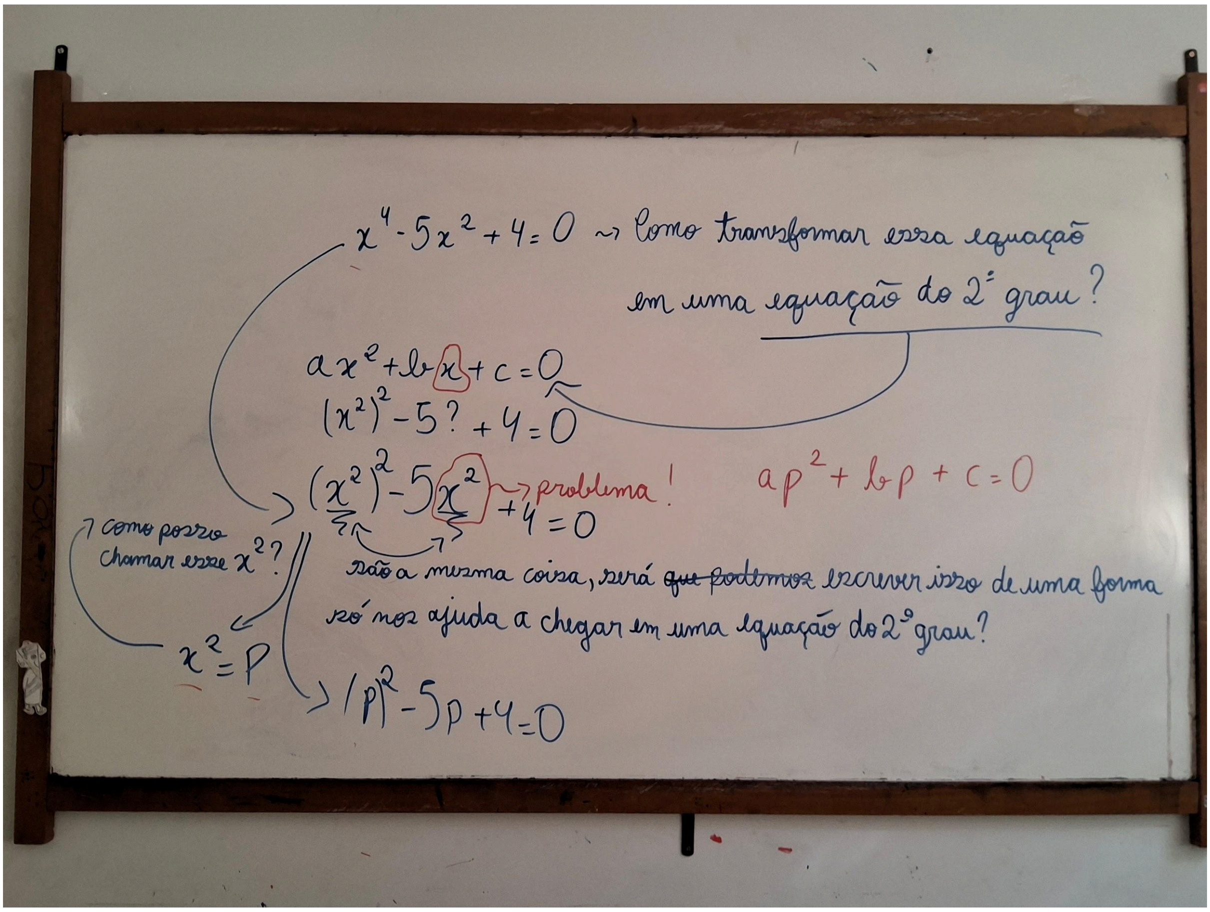


Fonte: imagem gerada pelo ChatGPT

Assim, ele recorreu a vocês para essa última missão: ***resolver as equações e abrir os cofres.*** *Como recompensa ele prometeu abdicar de um terço das riquezas encontradas para o reino de vocês. Nesses cofres, os enigmas são mais complexos pois tratam-se de* ***equações biquadradas*** *criadas pelos sábios mais poderosos. Por isso, as conselheiras Giovanna e Gabriella foram convocadas para auxiliar vocês nessa missão.*

Segundo momento: reflexão sobre como transformar uma equação biquadrada em uma equação do segundo grau. **(20 min)**

Para essa reflexão iremos nos basear nesses tópicos, citados em baixo, além desta síntese, contida na imagem, das ideias que elaboramos.



Fonte: produção própria

- Como transformar essa equação $x^4-5x^2+4=0$, por exemplo, em uma equação do 2°grau?
- Os x^2 representam a mesma coisa, será que escrever isso **de uma forma só** nos ajuda a chegar em uma equação do 2°grau?
- Como podemos chamar esse x^2?

Chegaremos em conjunto com a turma em qual letra ou símbolo pode ser utilizado para representar o x^2.

Terceiro momento: realização da tarefa. **(30 min)**

Os estudantes deverão resolver a equação biquadrada dada. Nesse momento, iremos passar de grupo em grupo auxiliando para que eles entendam a dica e resolvam a equação de segundo grau que resultará depois da dica. Assim que eles resolverem, auxiliaremos para que cada grupo, agora, com os dois valores de P, achem os 4 valores de x da equação biquadrada.

Equações que serão entregues em folhas A4 para os estudantes:

- $x^4-9x^2=0$

  $p=0$ ou $p=9$ $x'=0$ $x''=\pm 3$

- $x^4-10x^2+9=0$

$p=9$ ou $p=1$ $x'=\pm 3$ $x''=\pm 1$

- $x^4-13x^2+36=0$

  $p=9$ ou $p=4$ $x'=\pm 2$ $x''=\pm 3$

- $x^4-8x^2+16=0$

  $p=4$ $x'=\pm 2$

- $x^4-17x^2+16=0$

  $p=16$ ou $p=1$ $x'=\pm 1$ $x''=\pm 4$

Quarto momento: explicação de equação biquadrada e fazer um exemplo de como resolver uma equação biquadrada. **(15 min)**

Iniciaremos esse momento ressaltando que as equações que eles resolveram na história são equações biquadradas, e que são chamadas de biquadradas justamente porque bi significa dois, duplo e quadrado do elevado ao quadrado, que é justamente o quadrado do quadrado.

Em seguida, começar a explicação utilizando como auxílio a página 111 do livro deles, ressaltando: a definição e resolver a equação $x^4-5x^2+4=0$ que está no livro deles e que foi utilizada como exemplo no início.

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Slide.
- 5 Folhas A4 com as equações biquadradas.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula.

Aula 14 - Revisão do conteúdo

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: revisar o conteúdo de equações do 2º grau.

CONTEÚDO: equação do segundo grau, fórmula resolutiva, soma e produto, equação biquadrada.

NEXOS: Tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade. Compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática). Compreender que as equações constituem uma forma de linguagem matemática que representa um estado dos movimentos das quantidades.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: chamada, entregar a lista corrigida de soma e produto e montar os grupos do circuito. **(30 min)**

Começaremos a aula fazendo a chamada, em seguida entregar a lista de soma e produto corrigida e depois iniciaremos a revisão. **(05 min de 30)**

Para isso, iremos pedir para que os estudantes façam 5 grupos e entregaremos uma cartolina contendo um assunto referente ao conteúdo que trabalhamos com eles para cada grupo. Nessa cartolina, o grupo deverá escrever o que lembram e consideram importante sobre o assunto do cartaz. O cartaz ficará com o grupo por até 5 minutos e então cada grupo passa o cartaz para o grupo do lado, formando um circuito. O objetivo é que cada grupo reflita em conjunto e escreva sobre cada parte do conteúdo, relembrando todo o conteúdo que será abordado na avaliação. O circuito acaba quando o primeiro cartaz que o grupo recebeu, chega neles novamente. **(25 min de 30)**

Cada cartaz vai conter um desses assuntos como título:

- Equação do 2° grau
- Fórmula resolutiva
- Discriminante da equação
- Soma e produto
- Equação biquadrada

Segundo momento: reflexão e revisão do conteúdo. **(25 min)**

Para cada cartaz faremos uma reflexão em relação ao que eles escreveram e do conteúdo estudado, complementando com pontos que possivelmente fiquem de fora do cartaz. No quadro iremos fazer uma breve revisão sobre todos os tópicos dos cartazes.

Terceiro momento: resolução de exercícios. **(20 min)**

Iremos resolver os seguintes exercícios com eles:

Exercício 3 da lista de determinantes.

Exercício 1)b) da página 110.

Exercício 1)c) da página 112.

Quarto momento: lista de revisão. **(05 min)**

Ao final, iremos passar uma seleção de exercícios do livro para eles fazerem no caderno com o objetivo de estudarem e revisarem os exercícios para a prova. A seleção feita dos exercícios do livro dele foram: página 104 exercício 3, página 110 exercício 1, 2, 4, e 13, página 112 exercício 1.

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Cartolinas com os temas.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula, além do envolvimento dos estudantes com a tarefa proposta e as anotações que os mesmos fizerem da revisão e dos exercícios que iremos realizar com eles.

Aula 15 - Prova

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: avaliar o conhecimento dos estudantes em relação ao conteúdo trabalhado.

METODOLOGIA:

Primeiro momento: realização da prova. **(90 min)**

Recolher os cadernos para dar visto no início da aula e entregar as provas. Iremos colocar a fórmula resolutiva no quadro. A prova terá cinco questões, abordando os conteúdos da revisão e uma questão de autoavaliação.

RECURSOS:

- Provas impressas.

Aula 16 - Correção da Prova

TEMPO DE AULA: 1h 30min.

OBJETIVO GERAL: associar os nexos do conceito de equação do 2º grau.

OBJETIVO ESPECÍFICO: resolver as questões da prova e tirar possíveis dúvidas sobre o conteúdo de equação do segundo grau.

CONTEÚDO: equação do segundo grau e equação biquadrada.

NEXOS: Tomada de consciência sobre a fluência, movimento das grandezas no sentido quantitativo-qualitativo, isto é, o desenvolvimento do conceito de variabilidade. Compreensão de que esse movimento pode ser representado por formas diferentes de linguagem (a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática).

METODOLOGIA:

Primeiro momento: fazer a chamada e explicar como será a correção da prova. **(40 min)**

A turma será dividida em 5 grupos e cada grupo irá sortear uma questão da prova (questões 1 a 5) para resolver e, depois, apresentar para toda a turma. Para cada grupo será entregue uma cartolina contendo o enunciado da questão que o grupo ficou responsável, para usarem de auxílio na apresentação. Durante o momento em que eles estarão divididos em grupos nós iremos auxiliá-los andando pela sala.

Ao longo do momento, esses elementos devem ser relembrados:

- Equação do 2° grau
- Fórmula resolutiva
- Discriminante da equação
- Soma e produto
- Equação biquadrada

Segundo momento: apresentação das questões da prova. **(35 min)**

Cada grupo irá apresentar seguindo a ordem das questões. Durante esse momento, nós podemos intervir relembrando o grupo sobre algum elemento e, caso o grupo tenha dificuldade em explicá-lo, intervir nessa explicação. A ideia é chamar a atenção dos estudantes para essa explicação e resolver possíveis dúvidas.

Questões da prova:

Questão 01) Explique com suas palavras o que entende por:

Equação de segundo grau:

- Resposta esperada: é uma equação em que a incógnita é elevada ao quadrado, da forma $ax^2+bx+c=0$, sendo a, b e c números reais e $a \neq 0$.

Discriminante da equação de segundo grau:

- Resposta esperada: é representado pela letra grega delta, sendo $\Delta = b^2 - 4.a.c$; quando é igual a 0, a equação tem duas raízes reais iguais; quando é maior que 0 tem duas raízes reais diferentes; quando é menor que 0, não possui raízes reais.

Método de resolução por soma e produto:

- Resposta esperada: é um método de resolução que consiste em encontrar as raízes da equação pela soma e produto delas; a fórmula da soma é $-b/a$ e do produto c/a; para escrever a equação é dada a forma $x^2 - Sx + P = 0$.

Equação biquadrada:

- Resposta esperada: é uma equação da forma $ax^4+bx^2+c=0$, em que as incógnitas são elevadas a expoentes pares; o quadrado do quadrado.

Questão 02) Calcule o discriminante da equação $4x^2+4x+2=0$ e classifique o tipo de solução como duas raízes reais iguais, duas raízes reais distintas ou raízes não reais justificando com base no discriminante.

- Resposta esperada: $\Delta = 4^2 - 4.4.2 = 16 - 32 = -16$

Logo, como o discriminante deu menor que 0, a equação não possui raízes reais.

Questão 03) Determine as raízes da equação sabendo que a soma de suas raízes é igual a seis, e o produto é igual a menos dezesseis.

- Resposta esperada: $X1 + X2 = 6$ $X1.X2 = -16$ $X1= 8; X2=-2$

Questão 04) Um professor de matemática perdeu a equação que iria ensinar em sala, mas se lembra de algumas informações: a soma das raízes era 5 e o produto delas era 6. Reconstrua a equação do 2º grau a partir dessas pistas, sendo a=1.

- Resposta esperada: $X1 + X2 = 5$ $X1.X2 = 6$

$x^2 - Sx + P=0 \Rightarrow x^2 - 5x +6=0$ OU $S=-b/a = 5; b= -5$ $P=c/a =6; c=6$

Questão 05) Resolva as equações a seguir:

a) $2x^2-5x+3=0$
- Resposta esperada:

$\Delta= (-5)^2 - 4.2.3 = 25 - 24 = 1$

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.2}$; $x1= 6/4 = 1.5$ ou $3/2$ $x2=4/4=1$

b) $x^4-5x^2+4=0$
- Resposta esperada:

$x^2=y$

$y^2-5y+4=0$

$\Delta = (-5)^2 - 4.1.4 = 25 - 16 = 9$

$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2.1}$; $y1= 4$ $y2= 1$

$x^2=4; x^2=1$

$x= +-2, x=+-1$

$S= \{-2, -1, 1, 2\}$

Terceiro momento: conversa com os estudantes. **(05 min)**

Finalizar a aula relembrando a última questão da prova que era de autoavaliação e fazer uma breve conversa com os estudantes, comunicando que as nossas aulas de regência com eles acabaram, e ouvir deles o que eles acharam das aulas e dessa experiência.

Questão 06) Reflita sobre sua participação e empenho durante as nossas aulas de matemática e faça uma autoavaliação escrita de todo esse processo

RECURSOS:

- Quadro.
- Giz.
- Cartolinas com as questões da prova.

- Papéis para o sorteio da questão.

AVALIAÇÃO: nossa avaliação se baseará nas nossas anotações feitas no diário de campo contendo as participações dos estudantes e a descrição de alguns momentos durante a aula.