

# AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS PARA ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL EM EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO: ESTUDO DE CASO

## Evaluation criteria for global stability analysis in buildings reinforced concrete: a case study

Maiza Moana Silva Lacerda<sup>1</sup>, Ágatha Cristine Florêncio<sup>2</sup>,  
Wellington Andrade da Silva<sup>3</sup>, Rodrigo Gustavo Delalibera<sup>4</sup>

Recebido em 23 de março de 2014; recebido para revisão em 29 de abril de 2014; aceito em 18 de julho de 2014; disponível on-line em 09 de outubro de 2014.



### PALAVRAS CHAVE:

Concreto;  
Efeitos de segunda ordem;  
Parâmetros de estabilidade;  
P-Delta.

### KEYWORDS:

Concrete;  
Second order effects;  
Stability parameters;  
P-Delta process

**RESUMO:** A análise da estabilidade de estruturas é um procedimento de grande importância, pois há uma grande tendência na construção de edifícios altos e esbeltos. Neste artigo apresenta-se um estudo sobre a estabilidade global de estruturas em concreto armado, onde para a determinação dos efeitos globais de segunda ordem, considerou-se a não-linearidade física, que está relacionada ao comportamento do material, e a não-linearidade geométrica, que considera alterações na geometria da estrutura. Determinou-se dois parâmetros de estabilidade: o parâmetro  $\alpha$ , que define a necessidade da consideração dos efeitos de segunda ordem e o coeficiente  $\gamma_z$ , que além de determinar a necessidade da consideração dos efeitos de segunda ordem, pode ser utilizado como coeficiente amplificador dos esforços de primeira ordem para estimar estes efeitos. No exemplo apresentado, utilizou-se o *software* EBERICK V. 6 da AltoQI para realização das análises numéricas, o qual realiza a análise não-linear geométrica por meio do processo P-Delta. Além disso, utilizou-se o método analítico de pórticos associados, com o auxílio do *software* FTOOL Versão 2008 da PUC-Rio, a fim de se fazer uma comparação entre os resultados numéricos e analíticos, e discutir a influência dos efeitos de segunda na estabilidade global de estruturas. Os resultados apresentados reforçam a importância da utilização de núcleos rígidos em edifícios de concreto armado quanto a análise de estabilidade global de estruturas.

**ABSTRACT:** The analysis of stability structures is fundamental, because there is a major trend in the construction of taller and slender buildings. This paper present a study on the global stability reinforcement structures, where to for the determination of the second-order effects, was considered the material nonlinearity and geometric nonlinearity that to considered a displacement position of the structure. It was determined two parameters of stability: the  $\alpha$  parameter, what defines the need for consideration of second order effects and  $\gamma_z$  coefficient, that determined the need the second order effects and can be used as an amplifier coefficient of efforts first order to estimate the second effects. In example presented, it was used the EBERICK V. 6 software (AltoQI), how complement the analysis. This program considers the geometric nonlinearity by P-Delta process, which is a method which provides more accurate results the effects of second order. Furthermore, it was used the analytical method of associated frames with the assistance FTOOL Version 2008 (PUC-Rio) software for the get of the stability parameters, in order to make a comparison between numerical and analytical results, and discuss the influence of the effects second the global stability structures. The results presented emphasize the importance of using rigid cores in reinforced concrete buildings as the global stability analysis of structures.

### \* Contato com o autor:

<sup>1</sup> e-mail :maiza\_mz@hotmail.com ( M. M. S. Lacerda )  
Mestranda em Estruturas e Construção civil da Universidade Federal de Uberlândia - Campus Santa Mônica

<sup>2</sup> e-mail : agatha\_engcivil@hotmail.com ( A. C. Florêncio )  
Graduanda do curso de engenharia civil da Universidade Federal do Goiás - Campus Catalão.

<sup>3</sup> e-mail :wellington\_andrade@ufg.br ( W. A. da Silva )  
Professor Adjunto I do Departamento de Engenharia Civil - Universidade Federal de Goiás – Campus Catalão.

<sup>4</sup> e-mail : rodrigo\_delalibera@ufg.br ( R. G. Delalibera )  
Professor Adjunto III do Departamento de Engenharia Civil - Universidade Federal de Goiás – Campus Catalão.

## 1. INTRODUÇÃO

O crescente aumento da densidade populacional ligada a uma necessidade contínua de maior urbanização nas cidades e com melhor aproveitamento de espaços fez com que ocorresse um intenso processo de verticalização das edificações, construindo-se edifícios mais altos e mais esbeltos. Esta realidade também é resultado da evolução da tecnologia na área da engenharia que se teve nos últimos anos, tanto em materiais como em softwares de cálculo estrutural.

Sabe-se que em estruturas dessa magnitude a ação do vento provoca grandes efeitos, produzindo esforços adicionais quando aplicados simultaneamente com as demais ações atuantes na estrutura. Sendo assim, a avaliação da estabilidade global é dos mais importantes fatores para a concepção estrutural de um edifício, pois ela visa garantir a segurança da estrutura mediante a perda de sua capacidade resistente causada pelo aumento das deformações em decorrência das ações. Dentro desse contexto é que se insere este artigo, que apresenta um estudo sobre os parâmetros para a análise da estabilidade global de projetos estruturais de concreto armado indicados pela norma NBR 6118 (ABNT, 2007).

Uma estrutura que não está dimensionada corretamente em função da estabilidade global pode não ser segura, ocasionando deslocamentos horizontais excessivos e aumento considerável das solicitações em seus elementos, sendo fundamental a análise dos efeitos de segunda ordem com a consideração da não-linearidade geométrica. Cabe ao projetista à escolha do método que melhor represente o comportamento físico real da estrutura, dependendo de suas características e sensibilidade aos efeitos de segunda ordem, de forma a proporcionar maior economia e segurança, obtendo estruturas cada vez mais eficientes.

A avaliação da estabilidade global e da consideração dos efeitos de segunda ordem em estruturas pode ser realizada mediante o cálculo dos parâmetros de estabilidade. Segundo o item 15.2 da NBR 6118 (ABNT, 2007), os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados se “não

representarem acréscimos superiores a 10% nas reações e nas solicitações relevantes da estrutura”.

Dessa forma, o objetivo desse trabalho é apresentar um estudo de caso desenvolvido com o intuito de avaliar os critérios e procedimentos utilizados para a verificação da estabilidade global de um edifício de concreto armado considerando seus efeitos. Com a finalidade de promover alteração da rigidez do edifício quanto às ações horizontais, a estrutura de concreto armado é analisada com e sem núcleo rígido em sua região central.

## 2. PARÂMETROS DE ESTABILIDADE GLOBAL

A avaliação da estabilidade global de um elemento ou conjunto de elementos estruturais é um dos mais importantes fatores para a concepção estrutural, pois visa garantir a segurança da estrutura diante da perda de sua capacidade resistente, causada pelo aumento das deformações, em decorrência das ações horizontais e verticais. Na análise de estabilidade devem ser consideradas ações horizontais, que são originadas principalmente pelas ações do vento e pelas não-linearidades da estrutura. Quanto mais esbelta for a estrutura, maior a necessidade da análise dos efeitos de segunda ordem. A análise da estabilidade global pode ser realizada mediante o cálculo dos chamados parâmetros de estabilidade, onde cada um desses parâmetros considera as não-linearidades da estrutura de forma diferente, cabe ao projetista a escolha do melhor método em função das características da obra e da influência dos efeitos de segunda ordem sobre esta.

Existem dois tipos principais de não-linearidades: a não-linearidade física, referente a alterações nas propriedades físicas do material e a não-linearidade geométrica, que está relacionada à alterações na geometria do elemento em estudo.

A não-linearidade física corresponde a não proporcionalidade entre a tensão aplicada e a deformação sofrida por um elemento, estando, diretamente ligada ao comportamento do material. No caso do concreto armado efeitos como a fissuração, a fluência e o escoamento do aço provocam certa diminuição na rigidez da estrutura

em função da magnitude do carregamento, conferindo a este material um comportamento não-linear. A não-linearidade física pode ser levada em conta por meio do diagrama momento-curvatura para cada seção de concreto armado. Utiliza-se esse diagrama para calcular a rigidez ( $EI$ ) de uma barra correspondente, a um determinado nível de momento fletor ( $M_1$ ), por meio da reta secante à curva do diagrama. Esse procedimento é previsto pela NBR 6118 (ABNT, 2007), no item 15.3.1, entretanto, a consideração desses diagramas é trabalhosa e inviável para edifícios, sem a ajuda de um computador. Outro método mais simples, também considerado pela referida norma no item 15.7.3, que pode ser usado para a análise da não-linearidade física, é redução das rigidezes das seções dos elementos estruturais.

Já a análise da não-linearidade geométrica tem a função de verificar e determinar os acréscimos nas deformações e nos esforços que uma estrutura sofre ao longo do seu processo de carregamento (MARTINS, 1997). Essa análise é realizada tomando-se o arranjo estrutural na condição deformada, e não apenas na configuração geométrica inicial. De acordo com Ribeiro (2010), quando a estrutura perde sua configuração geométrica inicial, as ações geram momentos adicionais que não existiam inicialmente, conhecidos na literatura técnica como efeitos de segunda ordem.

## 2.1 PARÂMETRO DE INSTABILIDADE $\alpha$

Esse parâmetro avalia a sensibilidade da estrutura aos efeitos de segunda ordem. Se esse coeficiente for menor que certo valor limite, os efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados, caso o contrário, os efeitos de segunda ordem devem ser considerados na estrutura (OLIVEIRA, 2009).

O modelo relacionado a esse parâmetro só é válido dentro do regime elástico, e foi baseado na analogia entre o comportamento de um edifício e de um pilar de seção constante engastado na base e livre no topo, submetido a uma ação axial distribuído ao longo de toda a sua altura (OLIVEIRA, 2002).

O valor do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  é calculado pela Equação 1:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{N_k}{(EI)_{eq}}} \quad \text{Eq. [1]}$$

Onde:

$H$  é altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  é somatório das cargas verticais atuantes na estrutura, com seu valor característico;

$(EI)_{eq}$  é módulo de rigidez, na direção considerada, da estrutura do edifício equivalente a um pilar de seção constante engastado na base e livre no topo.

Para determinação do módulo de rigidez equivalente  $((EI)_{eq})$  verifica-se o deslocamento no topo do edifício quando submetido a uma ação lateral uniformemente distribuída, e calcula-se a rigidez de um pilar em balanço de seção constante, com a mesma altura, sujeito às mesmas ações e apresentando deslocamento no topo idêntico ao da estrutura em estudo (CICOLIN, 2007).

Desse modo, o módulo da rigidez equivalente  $((EI)_{eq})$  é dado pela Equação 2:

$$(EI)_{eq} = \frac{p \cdot H^4}{8 \cdot a} \quad \text{Eq. [2]}$$

Onde:

$H$  é altura total do edifício;

$p$  é ação lateral uniformemente distribuída;

$a$  é deslocamento do topo do edifício quando submetido a ação lateral de valor igual a  $p$ .

Analogamente, pode-se calcular a rigidez equivalente aplicando uma carga concentrada unitária ( $p = 1$ ) no topo da estrutura, e com o deslocamento “ $a$ ” obtido, calcula-se a rigidez equivalente por meio da Equação 3 da linha elástica para este caso.

$$(EI)_{eq} = \frac{p \cdot H^3}{3 \cdot a} \quad \text{Eq. [3]}$$

Outra opção para a estimativa de  $(EI)_{eq}$  é a consideração de um modelo bidimensional. Esse modelo consiste na associação plana de painéis, como mostrado na Figura 1. Todos os pórticos e pilares-paredes que contribuem para o contraventamento da estrutura na direção analisada, são posicionados sequencialmente em um plano, e interligados por barras rotuladas

em suas extremidades simulando as lajes. Essas barras devem possuir elevada seção transversal para não ocorrer deformação axial, e as vigas devem ter os momentos de inércia reais (GIONGO, 2007). Desta forma, aplicando-se o carregamento neste modelo, obtém-se o deslocamento no topo e pode-se calcular a rigidez equivalente por meio da Equação 7 ou da Equação 8, de acordo o carregamento aplicado.

Determinado o valor de  $(EI)_{eq}$  por qualquer um dos métodos descritos, pode-se calcular o valor de  $\alpha$  por meio da Equação 1. Esse valor é comparado a um valor  $\alpha_1$ , de modo que, se  $\alpha < \alpha_1$ , a estrutura é considerada de nós fixos, e se  $\alpha \geq \alpha_1$ , a estrutura é considerada de nós móveis. Segundo o item 15.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2007) o valor de  $\alpha_1$ , é dado pela Equação 4.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,2 + 0,1 \cdot n & \text{se } n \leq 3 \\ \alpha_1 &= 0,6 & \text{se } n \geq 4 \end{aligned} \quad \text{Eq. [4]}$$

Onde:

$n$  é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo.

O valor aproximado de 0,6 aplica-se a

estruturas usuais de edifícios. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007), os valores dos efeitos de segunda ordem dependem do sistema de contraventamento da estrutura, o que determina a consideração de valores diferentes para  $\alpha_1$ , como: 0,7 para edifícios contraventados somente por pilares-paredes; 0,6 para estruturas mistas (associações de pilares-paredes e para pórticos associados a pilares-paredes) e 0,5 para contraventamentos apenas por pórticos. O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  apenas indica se os efeitos de segunda ordem podem ou não ser desprezados.

## 2.2 COEFICIENTE $\gamma_z$

Este coeficiente avalia a sensibilidade de uma estrutura aos efeitos de segunda ordem e, além disso, também é capaz de estimar esses efeitos por uma simples majoração dos esforços de primeira ordem (MONCAYO, 2011).

Partindo de uma análise linear para as ações horizontais, pode ser calculado o momento de primeira ordem ( $M_1$ ), em relação a base da estrutura, e os deslocamentos horizontais de seus nós. Estes deslocamentos fazem com que as ações

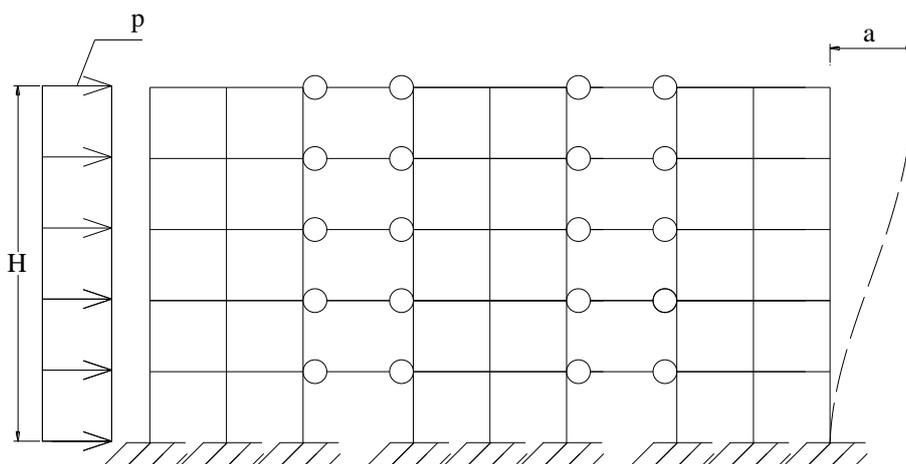


FIGURA 1: Modelo de associação de pórticos.

Fonte: Próprios autores.

verticais provoquem o aparecimento de acréscimos de momentos ( $\Delta M_1$ ), acarretando novos deslocamentos. Esse processo ocorre sucessivamente ao longo de várias iterações, gerando acréscimos de momentos cada vez menores, até se tornarem praticamente nulos, se a estrutura for estável. Dessa forma determina-se o momento final  $M$  que é os momentos de primeira ordem mais momentos de segunda ordem.

Na Figura 2 pode-se observar um gráfico que relaciona o momento gerado na estrutura a cada iteração. Verifica-se que o fim da curva tende a ser uma reta, ou seja, tende a convergir a um único valor, igual ao momento final. Admitindo-se que os momentos  $M_1, \Delta M_1, \Delta M_2, \Delta M_3, \dots, \Delta M_i$  constituam uma Progressão Geométrica (PG) decrescente, a razão ( $r$ ) é dada pela Equação 5.

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_i}{M_{i-1}} \quad \text{Eq. [5]}$$

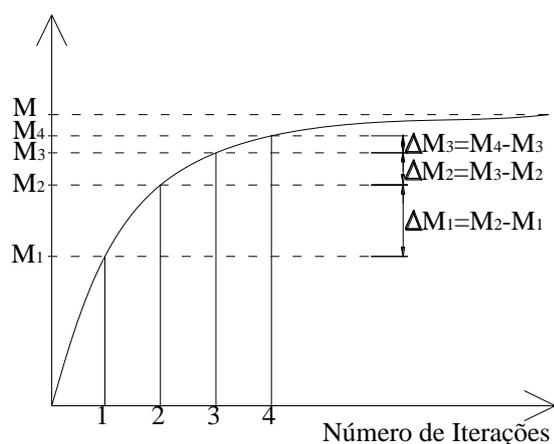


FIGURA 2: Determinação do momento final ( $M$ ).

FONTE: Próprios autores.

Admitindo-se que os momentos  $M_1, \Delta M_1, \Delta M_2, \Delta M_3, \dots, \Delta M_i$  constituam uma Progressão Geométrica (PG) decrescente, a razão ( $r$ ), fazendo as considerações necessárias de dedução de fórmulas que não estarão explanadas neste artigo e utilizando o coeficiente  $\gamma_z$ , que é o fator que majora o momento de primeira ordem, obtemos a Equação 6:

$$M_{1d} = \sum (F_{Hd,i} \cdot H_i) \quad \text{Eq. [6]}$$

Onde:

$F_{Hd,i}$  a força horizontal de cálculo aplicada no pavimento "i";

$H_i$  é a altura do pavimento "i" em relação a base.

Por fim,  $\Delta M_d$  é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem. Ele é definido pela Equação 7.

$$\Delta M_d = \sum (F_{Vd,i} \cdot a_i) \quad \text{Eq. [7]}$$

Onde:

$F_{Vd,i}$  a força vertical de cálculo atuante no pavimento "i";

$a_i$  é o deslocamento horizontal do pavimento "i".

A condição para que a estrutura seja considerada de nós fixos, é que  $\gamma_z$  seja menor ou igual a 1,1 ( $\gamma_z \leq 1,1$ ), caso isso ocorra a análise de segunda ordem pode ser dispensada. A grande limitação do coeficiente  $\gamma_z$  é que ele só pode ser aplicado em estruturas com 4 andares ou mais, e, além disso, considerando respostas superiores a 1,3 os valores podem divergir bastante em relação a resultados obtidos por meio de uma análise de segunda ordem mais rigorosa (OLIVEIRA, 2009).

### 2.3 PROCESSO P-DELTA

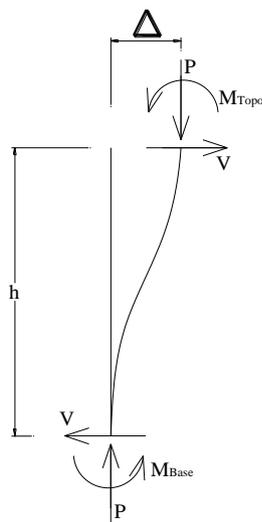
Quando se requer um cálculo mais preciso dos efeitos de segunda ordem, um método adequado é o chamado P-Delta (RIBEIRO, 2010). Em edifícios altos é fundamental considerar os efeitos causados pelos deslocamentos, pois são bastante significativos. O peso próprio e as sobrecargas geram momentos de segunda ordem, os quais causam deslocamentos adicionais. Este fenômeno traduz o processo *P-Delta*, que corresponde a um acréscimo de momentos resultantes da deformação da estrutura (deslocamento horizontal), que em consequência altera o ponto de aplicação das cargas verticais (TEIXEIRA, 2008). De maneira mais simplificada, *P-Delta* é um processo de análise não-linear geométrica que relaciona a carga axial  $P$  com o deslocamento horizontal  $\Delta$

(LOPES; SANTOS; SOUZA, 2005). Há diversos métodos que levam em conta este processo, neste artigo será apresentado apenas o Método da Carga Lateral Fictícia, o qual é utilizado pelo *software* ALTOQI EBERICK V.6.

### 2.3.1 Método da Carga Lateral Fictícia

O método da carga lateral fictícia é um procedimento simplificado para análise elástica de segunda ordem. Como mencionado anteriormente, o deslocamento dos nós da estrutura que já sofreu ações laterais, provocam o aparecimento de novos esforços, que causam novos deslocamentos (efeitos de segunda ordem). Estes esforços e deslocamentos adicionais podem ser obtidos pelo chamado método P-Delta, que consiste em uma análise iterativa, onde a cada iteração os efeitos dos deslocamentos sucessivos são transformados em forças laterais fictícias, induzidas por momentos P-Delta (OLIVEIRA, 2009). E assim sucessivamente até que se atinja a posição de equilíbrio da estrutura.

Na Figura 3, verifica-se o deslocamento horizontal em decorrência de cargas laterais e verticais. As parcelas de momento fletor nas extremidades do elemento devem equilibrar o momento provocado pelas cargas horizontais e o provocado pelas cargas verticais (CARMO, 1995).



**FIGURA 3:** Equilíbrio do elemento estrutural  
**FONTE:** Próprios autores.

Sendo assim, o equilíbrio é dado pela Equação 8.

$$M = M_{\text{topo}} + M_{\text{Base}} = V \cdot h + P\Delta \quad \text{Eq.}[8]$$

Onde:

**V** é o esforço cortante;

**h** é o comprimento do elemento;

**P** é o esforço axial;

**Δ** é o deslocamento no topo do elemento.

Substituindo o momento adicional ( $P\Delta$ ) por um esforço cortante fictício de mesmo efeito e submetendo os esforços cortantes reais ( $V$ ) em conjunto com os esforços cortantes fictícios ( $\bar{V}$ ). Para estruturas reticuladas, o valor do esforço cortante fictício em um pavimento “ $i$ ” é dado pela Equação 9:

$$\bar{V}_i = \frac{\sum P_i}{h_i} (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad \text{Eq.}[9]$$

Onde:

$\sum P_i$  é o somatório de todos os esforços verticais dos pilares no andar “ $i$ ”;

$h_i$  é a altura do andar “ $i$ ”;

$\Delta_{i+1}$  e  $\Delta_i$  são os deslocamentos horizontais dos andares “ $i+1$ ” e “ $i$ ”, respectivamente.

A carga lateral fictícia ( $\bar{H}_i$ ) a ser aplicada no andar “ $i$ ”, para simular o efeito P-Delta, é obtida por meio da Equação 10, subtraindo-se o esforço cortante fictício do andar “ $i$ ” do valor relativo ao andar inferior “ $i-1$ ”.

$$\bar{H}_i = \bar{V}_{i-1} - \bar{V}_i \quad \text{Eq.}[10]$$

Para a obtenção do momento final de segunda ordem global deve-se realizar algumas iterações até que se chegue à posição de equilíbrio. O procedimento inicia-se com uma análise de primeira ordem para se encontrar os deslocamentos dos andares que serão utilizados para calcular os esforços cortantes fictícios (Equação 9) e as cargas laterais fictícias (Equação 10) em cada pavimento. Estas forças devem ser somadas às ações atuantes originais, resultando em forças horizontais modificadas, com as quais a análise seguinte será realizada. Novos deslocamentos são obtidos e novas cargas horizontais fictícias são calculadas, dando-se continuidade ao processo. As iterações terminam quando os deslocamentos apresentarem um valor

praticamente igual aos da iteração anterior, e conseqüentemente as forças e momentos resultantes não variem significativamente.

### 3. METODOLOGIA DE PESQUISA

Para a realização da análise de estabilidade global do edifício multipavimentos faz-se uso de dois *softwares*. A análise P-Delta é realizada utilizando-se o *software* ALTOQI EBERICK V6<sup>®</sup>, onde nesta é obtido o coeficiente  $\gamma_z$ , que também é calculado de forma analítica com o auxílio do *software* FTOOL<sup>®</sup>, por meio do método analítico dos pórticos associados. Posteriormente o parâmetro  $\alpha$  também é calculado para todas as respostas. Os resultados, considerando os efeitos de segunda ordem, obtidos pelo *software* ALTOQI EBERICK<sup>®</sup> e pelo cálculo analítico são analisados, discutidos e comparados com a finalidade de verificar a contribuição do núcleo rígido na rigidez da estrutura e a confiabilidade dessas metodologias em projetos estruturais de concreto armado.

Neste trabalho foi considerado para vigas, pilares e pilares paredes uma rigidez a flexão de  $0,7 E_{ci}I_c$  em todos os exemplos. Além disso, para a configuração do processo P-Delta no *software* ALTOQI EBERICK V6<sup>®</sup>, utilizou-se um número de iterações igual a 10 com uma precisão ou tolerância mínima de 1% (0,01).

Para todos os exemplos empregou-se a combinação última normal para a obtenção dos esforços de primeira e segunda ordem de cálculo, conforme a Equação 11.

$$N_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_q \cdot \left( F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk} \right) \quad \text{Eq. [11]}$$

Onde:

$F_{gk}$ : ações permanentes diretas;

$F_{q1k}$ : ação variável principal;

$F_{qjk}$ : ação variável secundária, se existir;

$\gamma_g$ : coeficiente de ponderação das ações permanentes no ELU, igual a 1,4;

$\gamma_q$ : coeficiente de ponderação das ações variáveis no ELU, igual a 1,4;

$\psi_{0j}$ : coeficiente redutor das ações variáveis secundárias no ELU, igual a 0,6 para vento e 0,7.

Nos exemplos utilizou-se para o concreto  $f_{ck}$  de 25 MPa, agressividade ambiental II, diâmetro de agregado igual a 19 mm e os cobrimentos nominais para os elementos estruturais conforme indicados na NBR 6118 (ABNT, 2007)..

A inércia dos elementos é calculada considerando a seção bruta do concreto (desconsiderando a fissuração) e o módulo de elasticidade utilizado é o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) definido no item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2007).

A arquitetura do edifício analisado é a mesma utilizada por França (1985)<sup>1</sup> *apud* BUENO, (2009). A planta baixa do pavimento tipo pode ser observada na Figura 4.

O edifício apresenta uma estrutura convencional formada por vigas, lajes e pilares em concreto armado. Possui pavimento térreo e mais doze pavimentos tipos com o pé direito de 2,90 m, resultando em uma altura total de 37,70 m. O carregamento vertical utilizado nos pavimentos, com exceção a última laje, corresponde a  $1,0 \text{ kN/m}^2$  de carga permanente e  $1,5 \text{ kN/m}^2$  de carga acidental, somente nas vigas de contorno (vigas V1, V4, V5 e V13), admitiu-se uma carga de alveiraria referente a  $4,8 \text{ kN/m}$ . O pavimento de cobertura recebeu  $1,0 \text{ kN/m}^2$  de carga permanente e  $0,5 \text{ kN/m}^2$  de carga acidental.

A ação horizontal considerada foi a do vento conforme a NBR 6123 (ABNT, 1988). A velocidade básica é de  $40 \text{ m/s}$ , o fator do Topográfico (S1) igual a 1,0, considerando terreno plano ou fracamente acidentado, Categoria de rugosidade IV (S2), Classe da edificação B (S2) e Fator estatístico (S3) igual a 1,0 (edificações para hotéis e residências) e os respectivos coeficientes de arrasto para cada direção. Os sentidos da aplicação do vento que foram utilizados são a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ , conforme na Figura 5.

Com o intuito de promover alterações na rigidez da estrutura, em uma segunda análise efetuou-se a substituição dos pilares P4, P5, P12 e P13 do edifício anterior (Figura 4) por dois núcleos rígidos (pilares-paredes) junto aos elevadores e a escada, como mostrado na Figura 6.

<sup>1</sup> **Referencia Original:** FRANÇA, R. L. e S. Exemplo de cálculo do esforço de 2a ordem global em um edifício de concreto armado. In: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 1985.

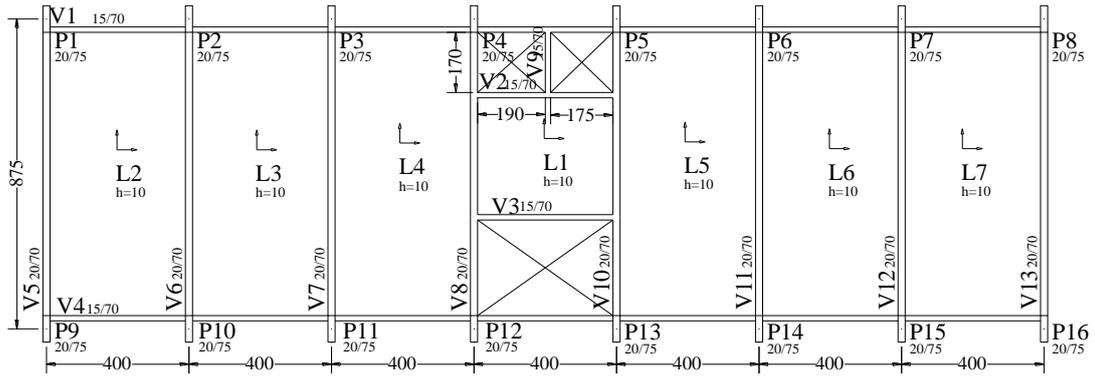


FIGURA 4: Arquitetura do edifício sem núcleo rígido.

FONTE: Próprios autores.

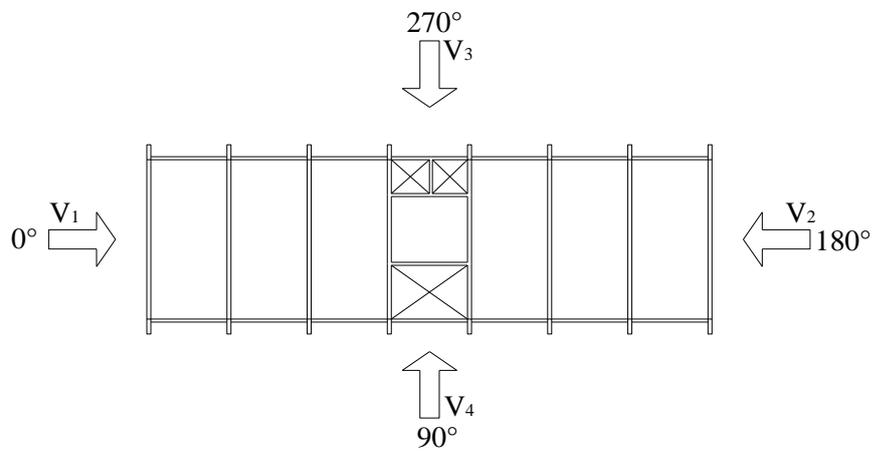


FIGURA 5: Sentidos da aplicação do vento na estrutura.

FONTE: Próprios autores.

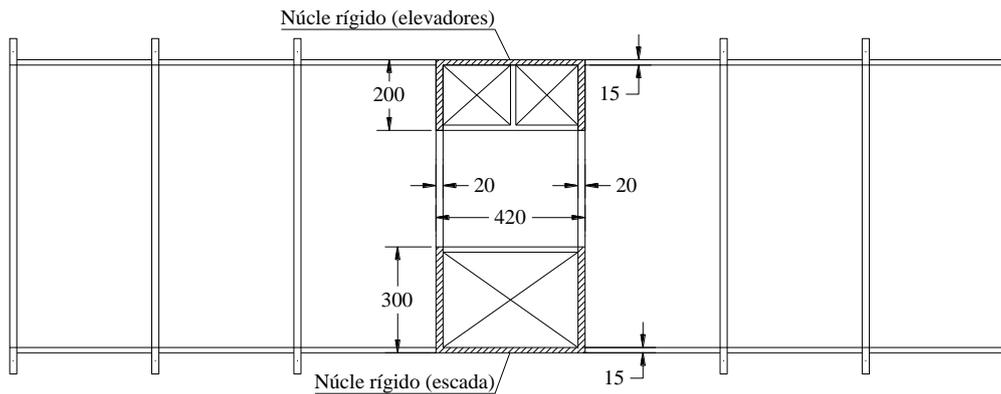


FIGURA 6: Arquitetura do edifício com núcleo rígido.

FONTE: Próprios autores.

Os carregamentos verticais totais do edifício em valores característicos, obtido pelo

software ALTOQI EBERICK V6<sup>®</sup> e, também, obtidos de forma analítica, estão apresentados na Tabela 1.

**TABELA 1:** Carregamento total do edifício (Valores característicos).

AÇÕES	EBERICK (sem NR)	EBERICK (com NR)	ANALÍTICO (sem NR)	ANALÍTICO (com NR)
Permanente (kN)	21395,32	22606,67	20441,86	22395,30
Sobrecarga (kN)	3883,30	3883,30	3757,57	3757,57
Total (kN)	25278,62	26489,97	24199,41	26152,87

FONTE: Próprios autores.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os valores dos deslocamentos da análise de primeira ordem no topo do edifício, devido as ações característica nas duas direções, obtidos pelo *software* ALTOQI EBERICK e, também de forma analítica, estão apresentados na Tabela 2.

Na Tabela 3, tem-se uma comparação entre os deslocamentos característicos da análise de primeira ordem, obtidos no topo do edifício, considerando como base os valores da análise realizada de forma analítica em relação aos resultados do *software* EBERICK para o edifício sem núcleo rígido. A partir dos valores mostrados na Tabela 3, pode-se verificar que as respostas obtidas pelo EBERICK apresentam-se bem próximas às respostas do cálculo analítico, sendo estas consideradas bastante coerentes, quando não há a utilização de núcleos rígidos na estrutura. Isso demonstra que o modelo analítico, apesar de adotar uma concepção conservadora em relação aos modelos numéricos computacionais, apresenta resultados satisfatórios para projeto de

estruturas com a forma geométrica semelhante à estudada.

Para avaliar a influência do núcleo rígido da rigidez na estrutura, comparam-se agora os deslocamentos da estrutura sem e com núcleos rígidos tendo como parâmetro os deslocamentos da estrutura sem núcleo rígido. As relações entre os modelos estudados são apresentadas na Tabela 4. Verifica-se que os deslocamentos horizontais por todos os processos de cálculo diminuíram consideravelmente nas duas direções, isso porque a rigidez do edifício como um todo aumentou devido ao acréscimo dos pilares-paredes. Entretanto, percebe-se agora que as respostas do *software* EBERICK indicaram maiores diferenças nos deslocamentos nas duas direções quando comparadas a metodologia analítica. Isso se deve ao fato da metodologia de lançamento do núcleo rígido, adotada pelo *software* EBERICK, utilizar barras rígidas para a transferência dos esforços, o que confere uma maior rigidez as estruturas.

**TABELA 2:** Deslocamentos no topo do edifício nas duas direções.

Direção	Deslocamentos (cm)			
	EBERICK (sem NR)	EBERICK (com NR)	ANALÍTICO (sem NR)	ANALÍTICO (com NR)
X	2,63	0,46	2,67	0,56
Y	5,92	1,95	6,32	3,50

FONTE: Próprios autores.

**TABELA 3:** Relações entre os deslocamentos obtidos pelo *software* EBERICK e os deslocamentos analíticos.

Software	EBERICK	
	X	Y
Deslocamentos	-1,50%	-6,33%

FONTE: Próprios autores.

**TABELA 4:** Relação entre os deslocamentos obtidos para o edifício com e sem núcleos rígidos.

Direção	EBERICK	ANALÍTICO
X	-82,51%	-79,03%
Y	-67,06%	-44,62%

FONTE: Próprios autores.

Foi realizado também o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$  para cada direção de forma analítica com o auxílio do *software* FTOOL. Utilizou-se o modelo de associação de pórticos (Figura 1), submetidos as respectivas ações vento de cálculo. Obtiveram-se então os deslocamentos em cada nível (pavimento) para cada combinação última. Com isso calculou-se os momentos de segunda ordem, em cada direção para a combinação última normal, considerando a ação de vento como ação variável principal e considerando a ação de sobrecarga como ação variável principal. Após o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , observou-se que os seus

maiores valores foram atingidos utilizando-se a sobrecarga como ação variável principal. As Tabelas 5 e 6 apresentam os valores dos momentos de segunda ordem na estrutura para a referida combinação e, por meio da Tabela 7 são apresentados os resultados do coeficiente  $\gamma_z$ . Devido à configuração da estrutura, os resultados obtidos com o vento a  $0^\circ$  (V1) e a  $180^\circ$  (V2) são praticamente os mesmos, assim como os resultados obtidos a  $90^\circ$  (V4) e a  $270^\circ$  (V3), portanto serão apresentados somente os valores obtidos com o vento atuando nas direções a  $0^\circ$  (direção X) e a  $90^\circ$  (direção Y).

**TABELA 5: Momentos de segunda ordem em cada direção para a combinação última normal, considerando a ação de sobrecarga como ação variável principal – edifício sem núcleo rígido.**

<b>Combinação: 1,4G+1,4(Q+0,6V)</b>					
Pavimento	N <sub>d</sub> (kN)	Deslocamentos (cm)		$\Delta M_d$ (kN.m)	
		X	Y	X	Y
Térreo	2656,71	0,28	0,29	7,44	7,70
1	2656,71	0,57	0,83	15,14	22,05
2	2656,71	0,83	1,44	22,05	38,26
3	2656,71	1,08	2,03	28,72	53,93
4	2656,71	1,31	2,59	34,80	68,81
5	2656,71	1,52	3,12	40,38	82,89
6	2656,71	1,70	3,59	45,16	95,38
7	2656,71	1,85	4,02	49,15	106,80
8	2656,71	1,99	4,38	52,87	116,36
9	2656,71	2,09	4,70	55,53	124,87
10	2656,71	2,17	4,95	57,65	131,51
11	2656,71	2,22	5,15	58,98	136,82
Cobertura	1755,09	2,25	5,31	39,49	93,20
<b>Somatória dos Momentos de Segunda Ordem (kN.m)</b>				<b>507,362</b>	<b>1078,57</b>

FORTE: Próprios autores.

**TABELA 6:** Momentos de segunda ordem em cada direção para a combinação última normal, considerando a ação de sobrecarga como ação variável principal – edifício com núcleo rígido.**Combinação: 1,4G+1,4(Q+0,6V)**

Pavimento	N <sub>d</sub> (kN)	Deslocamentos (cm)		ΔM <sub>d</sub> (kN.m)	
		X	Y	X	Y
Térreo	2863,13	0,01	0,07	0,19	2,01
1	2863,13	0,02	0,23	0,66	6,54
2	2863,13	0,05	0,44	1,39	12,69
3	2863,13	0,08	0,70	2,31	19,94
4	2863,13	0,12	0,97	3,38	27,82
5	2863,13	0,16	1,26	4,56	35,93
6	2863,13	0,20	1,54	5,81	44,01
7	2863,13	0,25	1,81	7,11	59,30
8	2863,13	0,29	2,07	8,42	66,31
9	2863,13	0,34	2,32	9,73	72,90
10	2863,13	0,39	2,55	11,04	78,91
11	2863,13	0,43	2,76	12,34	84,03
Cobertura	1235,69	0,47	2,94	5,86	36,27
<b>Somatória dos Momentos de Segunda Ordem (kN.m)</b>				<b>72,79</b>	<b>546,64</b>

FONTE: Próprios autores.

Os resultados da análise de estabilidade global ( $\gamma_z$ ) pelo *software* computacional EBERICK e pelo método analítico de pórticos associados, obtidos para o caso de combinação

última mais desfavorável (considerando a sobrecarga como ação variável principal), podem ser observados na Tabela 7 e 8, respectivamente.

**TABELA 7:** Resultado da análise de estabilidade global obtida pelo *software* EBERICK.

Parâmetros	EBERICK			
	X (sem NR)	Y (sem NR)	X (com NR)	Y (com NR)
M <sub>1d</sub> : Momento de tombamento de cálculo (kN.m)	3963,90	19371,90	3963,90	19371,90
ΔM <sub>d</sub> : Momento de 2ª ordem de cálculo (kN.m)	528	1083,6	66,40	348,60
Coefficiente $\gamma_z$	1,15	1,06	1,02	1,02

FONTE: Próprios autores.

**TABELA 8:** Parâmetros para o cálculo analítico do coeficiente  $\gamma_z$  nas duas direções.

Parâmetros	ANALÍTICO			
	X (sem NR)	Y (sem NR)	X (com NR)	Y (com NR)
$M_{1d}$ : Momento de tombamento de cálculo (kN.m)	4089,40	19973,10	4089,40	19973,10
$\Delta M_{d2}$ : Momento de 2ª ordem de cálculo (kN.m)	507,36	1078,57	72,79	546,64
Coeficiente $\gamma_z$	1,14	1,06	1,02	1,03

FONTE: Próprios autores.

Avaliando-se os resultados apresentados na Tabela 5, similar ao comportamento dos deslocamentos, encontraram-se valores próximos para os momentos de primeira e segunda ordem entre a resposta analítica e a resposta do *software* EBERICK. A diferença ocorrida entre os momentos de tombamento do cálculo analítico e do EBERICK, se deve ao fato das pressões de vento terem sido calculadas de forma conservadora para o modelo analítico. Já os momentos de segunda ordem, para a direção X, foram maiores no EBERICK, pois além de suas ações verticais terem sido maiores, como pode ser visto na Tabela 1, ele utiliza o método P-Delta para os cálculos dos deslocamentos e, conseqüentemente, para a obtenção do momento de segunda ordem, diferentemente do processo analítico, que utiliza os deslocamentos obtidos em apenas uma iteração (na análise de primeira

ordem) para o cálculo de  $\Delta M_{d2}$ .

Observa-se que o *software* EBERICK não fornece em suas respostas o valor do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , entretanto, por meio dos seus resultados pôde-se calcular este coeficiente. Com os deslocamentos no topo do edifício calculou-se, por meio da Equação 2 a rigidez equivalente  $((EI)_{eq})$ , onde “p” são as ações de vento. Por meio da Equação 1, calculou-se o parâmetro  $\alpha$ . Para o cálculo do parâmetro  $\alpha$  analiticamente, também se utilizou o modelo de pórticos associados com uma ação horizontal unitária aplicada no topo da estrutura. Com os deslocamentos obtidos calculou-se a rigidez equivalente por meio da Equação 3. Com isso pôde-se calcular o parâmetro  $\alpha$  pela Equação 1. Os resultados estão apresentados nas Tabelas 9 e 10.

**TABELA 9:** Parâmetros do *software* EBERICK para o cálculo do parâmetro  $\alpha$  nas duas direções.

Parâmetros	EBERICK			
	X (sem NR)	Y (sem NR)	X (com NR)	Y (com NR)
Vento (kN/m)	7,44	36,37	7,44	36,37
Deslocamentos (cm)	2,63	5,92	0,46	1,95
$(EI)_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> )	71431966	155130434,2	408404499,05	470960087,53
Parâmetro $\alpha$	0,71	0,48	0,30	0,28

FONTE: Próprios autores.

**TABELA 10:** Parâmetros para o cálculo analítico do parâmetro  $\alpha$  nas duas direções.

Parâmetros	ANALÍTICO			
	X (sem NR)	Y (sem NR)	X (com NR)	Y (com NR)
H (m)	37,7	37,7	37,70	37,70
Carga (kN)	1	1	1,00	1,00
Deslocamentos (cm)	0,02068	0,01061	0,005	0,006
$(Ei)_{eq}$ (kN.m <sup>2</sup> )	86367880,4	168340034,6	325928424,57	276184902,84
Parâmetro $\alpha$	0,631	0,452	0,338	0,367

FONTE: Próprios autores.

Para os parâmetros de estabilidade utilizados nesse artigo, na direção Y, tanto o coeficiente  $\gamma_z$  quanto o parâmetro  $\alpha$ , ficaram abaixo dos limites,  $\gamma_z < 1,1$  e  $\alpha < 0,5$  (valor limite estimado pela NBR 6118 (ABNT, 2007) para contraventamento formado apenas por pórticos), ou seja, na direção Y a edificação sem núcleo rígido é considerada de nós fixos.

Já na direção X para o *software* EBERICK e o cálculo analítico, os dois parâmetros ficaram acima dos limites ( $\gamma_z > 1,1$  e  $\alpha > 0,5$ ), considerando, portanto, a estrutura nessa direção com nós móveis, sendo necessária a consideração dos efeitos de segunda ordem na direção X. Isso se deve ao fato de que na direção Y o edifício é constituído por oito pórticos bastante rígidos que são responsáveis pelo contraventamento da estrutura. Já na direção X existem apenas dois pórticos, onde os pilares contribuem com a menor inércia para essa direção, e são fracamente ligadas às vigas, resultando a uma menor rigidez em X.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das avaliações realizadas no presente artigo, percebe-se o quanto a utilização de núcleos-rígidos influencia na estabilidade global das estruturas. A utilização destes elementos faz grande diferença na análise, principalmente em edifícios altos. Outra vantagem é que devido a garantia da estabilidade, o núcleo rígido permite a redução das seções transversais dos demais elementos estruturais constituintes da edificação, tendo

sentido também a sua utilização em edifícios menos esbeltos. Portanto para a utilização destes, deve-se levar em conta também a economia do custo global da estrutura.

Em relação à análise numérica realizada no presente trabalho, para os exemplos estudados, verifica-se que o EBERICK apresentou soluções confiáveis de análise estrutural.

Ressalta-se também a importância da utilização de um processo de cálculo analítico, para análise de segunda ordem, em modelos simétricos e retangulares, sem alteração da geométrica dos pavimentos, pois estes fornecem uma resposta coerente com a realidade do comportamento da estrutura, apesar de serem mais conservadores que processos de cálculo numéricos computacionais.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- ALTOQI** EBERICK. Versão V6 Gold. Tecnologia aplicada à engenharia S/A. [S.l.] 2013.
- BUENO, M. M. E. **Avaliação dos parâmetros de instabilidade global em estruturas de concreto armado**. 2009. 105 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil)- Faculdade de tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

CARMO, R. M. S. **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado**. 1995. 135 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

CICOLIN, L. A. B. **Estabilidade em edifícios de concreto armado com pavimentos em lajes planas**. 2007. 142 f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil)- Programa de Pós-Graduação em Construção Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

GIONGO, J. S. **Concreto Armado: Projeto estrutural de edifícios**. Notas de Aula. São Carlos, p. 1-184, fev. 2007.

LOPES, A. P.; SANTOS, G. O.; SOUZA, A. L. A. C. **Estudo sobre diferentes Métodos de análise p-delta = Study on different methods of p-delta analysis**. Teoria e Prática na Engenharia Civil. Brasília, n.7, p.9-19, set. 2005.

MARTINS, J. J. G. **Análise não linear geométrica de estruturas reticuladas espaciais**. 1997. 262 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil)- Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 1997.

MONCAYO, W. J. Z. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. 2011. 221 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

OLIVEIRA, D. M. **Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118**. 2002. 153 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002.

OLIVEIRA, J. C. A. **Avaliação da rigidez de pórticos tridimensionais de concreto armado**. 2009. 135 f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil)- Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

RIBEIRO, J. F. **Estabilidade global em edifícios: Análise dos efeitos de segunda ordem nas estruturas de concreto**. 2010. 82f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)- Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

TEIXEIRA, A. M. C. **Análise dos efeitos de segunda ordem de estruturas de edifícios de betão armado – Avaliação da aplicação em Projecto das metodologias preconizadas no ec2**. 2008, 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil - Especialização em Estruturas)- Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2008.