

Daniel Pedrosa Sifuentes Filho

Formulação Retangular do Método de Newton-Raphson com Modelo de Carga ZIP

Goiânia
2020

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRA-
DUAÇÃO NO REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio do Repositório Institucional (RI/UFG), regulamentado pela Resolução CEPEC nº 1204/2014, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo dos Trabalhos de Conclusão dos Cursos de Graduação disponibilizado no RI/UFG é de responsabilidade exclusiva dos autores. Ao encaminhar(em) o produto final, o(s) autor(a)(es)(as) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (TCCG):

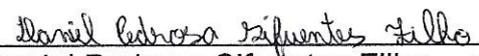
Nome completo do autor: Daniel Pedrosa Sifuentes Filho

Título do trabalho: Formulação Retangular do Método de Newton-Raphson com Modelo de Carga ZIP

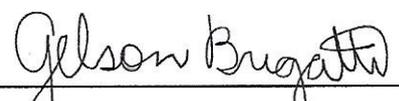
2. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [] NÃO¹

Independente da concordância com a disponibilização eletrônica, é imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF do TCCG


Daniel Pedrosa Sifuentes Filho – autor²

Ciente e de acordo:


Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto – orientador²

Data: 23 / 09 / 2020

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante: a) consulta ao(à)(s) autor(a)(es)(as) e ao(à) orientador(a); b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo do TCCG. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;

² As assinaturas devem ser originais sendo assinadas no próprio documento. Imagens coladas não serão aceitas.

Daniel Pedrosa Sifuentes Filho

**FORMULAÇÃO RETANGULAR DO MÉTODO DE
NEWTON-RAPHSON COM MODELO DE CARGA ZIP**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação,
apresentado a disciplina TCC, do curso de
Engenharia Elétrica da Universidade Federal de
Goiás, como requisito parcial para obtenção do
título de Engenheiro Eletricista.

Universidade Federal de Goiás - UFG
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Trabalho de Conclusão de curso

Orientador: Gelson Antônio Andrêa Brigatto

Goiânia
2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Sifuentes Filho, Daniel Pedrosa
Formulação Retangular do Método de Newton-Raphson com Modelo de Carga ZIP [manuscrito] / Daniel Pedrosa Sifuentes Filho. - 2020.
xxiv, 24 f.

Orientador: Prof. Dr. Gelson Antônio Andréa Brigatto.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Engenharia Elétrica, Goiânia, 2020.
Bibliografia. Anexos.
Inclui siglas, tabelas.

1. Sistemas de potência. 2. Problema do fluxo de carga. 3. Método iterativo de Newton-Raphson. 4. Modelo de carga ZIP. 5. Coordenadas retangulares. I. Brigatto, Gelson Antônio Andréa, orient. II. Título.

CDU 621.3

Daniel Pedrosa Sifuentes Filho

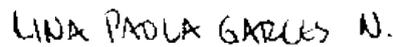
Formulação retangular do método de Newton-Raphson com modelo de carga ZIP

Projeto Final de Graduação apresentado ao
curso de Engenharia Elétrica da Universidade
Federal de Goiás, como parte dos requisitos
necessários à obtenção do título de
Engenheiro Eletricista.

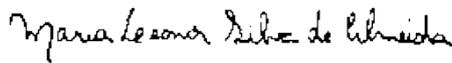
Trabalho Aprovado. Goiânia - GO, 21 de Agosto de 2020:



Prof. Dr. Gelson Andréa Brigatto
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de
Computação/ Universidade Federal de Goiás



Profa. Dra. Lina Paola Garces Negrete
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de
Computação/ Universidade Federal de Goiás



Profa. Dra. Maria Leonor Silva de Almeida
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de
Computação/ Universidade Federal de Goiás



Prof. Dr. Igor Kopcak
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de
Computação/ Universidade Federal de Goiás

Goiânia – GO
2020

Formulação Retangular do Método de Newton-Raphson com Modelo de Carga ZIP

Daniel Pedrosa Sifuentes Filho (orientado), Gelson Antônio Andrêa Brigatto (orientador)

Resumo— A formulação clássica do problema do fluxo de carga de sistemas elétricos de potência, e conseqüentemente sua solução pelo método de Newton-Raphson, é abordada na literatura técnica nas versões em coordenadas polares e retangulares. Na formulação clássica, a carga do sistema é considerada como independente da tensão nodal, tal que geração e carga são modeladas como injeção líquida de potência constante. Porém, na necessidade de se modelar as cargas do sistema de forma mais abrangente, pode-se empregar o modelo de carga ZIP para representar a carga como dependente da tensão nodal. Este trabalho de conclusão do curso tem como objetivo desenvolver a formulação do método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares com modelo de carga ZIP, bem como comparar seu desempenho com a versão em coordenadas polares presente na literatura técnica. Como critério de desempenho para a comparação entre as duas formulações, é adotado número de iterações obtido na solução do subsistema 1 do problema do fluxo de carga, com testes realizados em sistemas elétricos conhecidos da literatura: o sistema do IEEE-14 barras, em versão com os dados de carga modificados para a verificação da precisão dos resultados obtidos, bem como os sistemas IEEE-30, 57, 118 e 300 barras.

Termos Chaves—Sistemas de potência, problema do fluxo de carga, método iterativo de Newton-Raphson, modelo de carga ZIP, coordenadas polares, coordenadas retangulares.

Abstract— The classic formulation of the charge flow problem of electrical power systems, and consequently its solution by the Newton-Raphson method, is addressed in the technical literature in polar and rectangular coordinate versions. In the classic formulation, the system load is considered to be independent of the nodal voltage, such that generation and load are modeled as a liquid injection of constant power. However, in the need to model the system loads more comprehensively, the ZIP load model can be used to represent the load as dependent on the nodal voltage. This course conclusion work aims to develop the formulation of the Newton-Raphson method in rectangular coordinates with a ZIP load model, as well as to compare its performance with the polar coordinate version present in the technical literature. As a performance criterion for the comparison between the two formulations, the number of iterations obtained in the solution of subsystem 1 of the load flow problem is adopted, with performed tests on electrical systems known from the literature: the IEEE-14 bus system, in version with the modified load data to verify the accuracy of the results obtained, as well as the IEEE-30, 57, 118 and 300 bus systems.

Index Terms—Power systems, charge flow problem, Newton-Raphson iterative method, ZIP load model, polar coordinates, rectangular coordinates.

I. INTRODUÇÃO

O chamado problema do fluxo de carga (PFC) constitui-se essencialmente em obter as condições de operação de um sistema elétrico de potência em regime permanente, em que,

dada a topologia e uma condição de geração e consumo (carga) do sistema, sua solução consiste em determinar o estado das tensões complexas de barra. O PFC também possibilita a determinação de outras variáveis da rede também não conhecidas, tais como certas potências geradas e as transmitidas e dissipadas (perdas) nos ramos. Este cálculo se configura como um dos mais frequentes dentre os realizados para sistemas elétricos, pois é inserido em temas mais amplos como problemas de otimização, cálculos de curto-circuito e análises de contingências, controle e estabilidade de rede [1].

A modelagem matemática convencional do problema do fluxo de carga de redes elétricas é formada por um conjunto de equações algébricas não-lineares com incógnitas implícitas, que constituem o modelo estático do sistema. O estado das tensões de barra é obtido utilizando-se métodos desenvolvidos especificamente para a solução deste conjunto de equações, tal como o método de Newton-Raphson, que apresenta um maior interesse prático devido à robustez e rapidez de convergência.

O modelo básico de redes elétricas considera as injeções de carga ativa e reativa nas barras da rede como independentes da magnitude da tensão das barras, sendo então modeladas como potências constantes. Este modelo é muito utilizado pois as medições de energia são realizadas nas subestações, além disso, ao considerar as potências constantes tem-se o estudo do pior perfil de tensão que pode ocorrer. Contudo, se for necessária uma abordagem mais abrangente, pode-se empregar o chamado modelo ZIP para representar certas parcelas da carga como dependentes do módulo das tensões de barra. Neste caso, como a magnitude das tensões de barra é recalculada a cada iteração dos métodos de solução do Subsistema 1 do problema do fluxo de carga, tem-se como consequência que as potências ativa e reativa especificadas para cada barra do sistema elétrico em estudo devem ser também recalculadas a cada iteração, o que acarreta em algumas mudanças nas equações de cálculo dos elementos da matriz Jacobiana utilizada no método de Newton-Raphson.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver a formulação do método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares com o modelo de carga ZIP e comparar seu desempenho com o método de Newton-Raphson clássico em coordenadas polares com modelo de carga ZIP, empregando como teste o sistema IEEE-14 barras modificado para verificação da precisão dos cálculos, bem como os sistemas IEEE-30, 57, 118 e 300 barras.

No prosseguimento deste trabalho, o item II aborda alguns conceitos básicos e a formulação clássica do PFC e do método de Newton-Raphson em coordenadas polares e retangulares, bem como o modelo de carga ZIP e as adequações no método

de Newton-Raphson com modelo ZIP na versão polar, que serão utilizados para basear o desenvolvimento da formulação do método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares com modelo de carga ZIP abordado na seção III; na seção IV são apresentados os resultados e análises dos sistemas testes, com comparações entre as duas versões de cálculo, e a conclusões do trabalho são por fim apresentadas na seção V.

II. BASE TEÓRICA

Para o modelo clássico de sistemas elétricos, assume-se um comportamento estático para a rede elétrica em estudo, tal que variações de demanda são suficientemente lentas para que se possam ignorar seus efeitos transitórios. Além disso, admite-se que o sistema elétrico é equilibrado, tal que uma representação por fase considerando tensões de linha nas barras e com os cálculos resultando em potências totais, denominada diagrama unifilar, é suficiente para representar os sistemas elétricos [2].

Para a modelagem do PFC, é necessário preliminarmente definir as convenções de sinais a serem adotadas para correntes e potências, que determinam o modelo de geração e carga adotado. Além disso, é conveniente o estudo do conceito de equação nodal de rede, cuja extensão leva à modelagem básica para o cálculo do fluxo de carga, em que a escolha de como representar o estado das tensões complexas de barra conduz às versões das equações básicas do PFC nas coordenadas polar e retangular.

A. Convenções de Sinais de Correntes e Potências

A Fig. 1 exemplifica as convenções de sinais normalmente adotadas na literatura técnica [1], em que injeções de corrente \hat{I}_k e *shunt* \hat{I}_k^{sh} em uma barra genérica k são convencionadas positivas entrando na barra, e a corrente \hat{I}_{km} no sentido k para m em um ramo genérico k - m é convencionada positiva saindo da barra k . Com base nestas convenções, tem-se por extensão que as injeções de potências de barras e fluxos de potências de ramos seguem as mesmas das adotadas para correntes. Assim, caso o valor numérico das partes real e/ou imaginária de uma corrente ou potência for positivo, então o sentido é o mesmo da convenção adotada e, caso negativo, o sentido é o contrário.

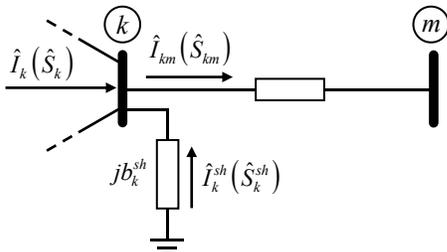


Fig. 1: Barra genérica k e ramo genérico k - m para a definição das convenções de sentido para correntes e potências [2].

B. Modelagem de Geração e Carga em Sistemas Elétricos

Componentes de geração e carga (consumo) são elementos de rede conectados a barras e em derivação ao nó de referência de tensão, sendo considerados como parte externa do sistema e modelados como injeções de potência nas barras da rede [1].

O modelo básico de redes elétricas considera o consumo nas

barras do sistema como independentes da magnitude da tensão das barras, tal que são modeladas como potências constantes. Com base nas convenções de sinais adotadas, tem-se então que um fornecimento de potência ao sistema consiste em uma injeção positiva na barra e um consumo reside em uma injeção negativa, tal que geração e carga podem ser modeladas por sua contribuição líquida (geração – carga) nas barras do sistema.

Assim, para uma barra genérica k onde estão presentes um gerador que injeta na rede uma potência $\hat{S}_k^G = P_k^G + jQ_k^G$ e uma carga que absorve uma potência $\hat{S}_k^C = P_k^C + jQ_k^C$, tem-se que a injeção líquida de potência $\hat{S}_k = P_k + jQ_k$ na barra k é dada por:

$$\hat{S}_k = P_k + jQ_k = \hat{S}_k^G - \hat{S}_k^C = (P_k^G - P_k^C) + j(Q_k^G - Q_k^C)$$

Em que as partes real e imaginária da injeção líquida de potência aparente modelam então, respectivamente, as injeções líquidas de potência ativa e reativa de um sistema elétrico, dadas por:

$$P_k = P_k^G - P_k^C \quad (1)$$

$$Q_k = Q_k^G - Q_k^C \quad (2)$$

tal que um valor positivo é associado a uma predominância de geração de potência injetada na barra k , e um valor negativo a uma predominância de carga absorvida da barra k do sistema.

C. Equação nodal de rede

A imposição da primeira lei de Kirchhoff às barras de um sistema elétrico permite determinar o balanço de correntes de barras, em que a corrente líquida (geração – carga) injetada em determinada barra, somada com a corrente do elemento *shunt* da barra, deve se igualar à somatória das correntes que fluem pelos ramos (linhas e transformadores) que tem a barra como um de seus terminais. A aplicação do balanço de correntes em todas as barras do sistema resulta em um conjunto de equações que pode ser expresso pela relação matricial chamada equação nodal de rede, em que o vetor de injeções líquidas de corrente complexas de barras \hat{I} se correlaciona com o vetor de tensões complexas de barra \hat{E} por meio da matriz admitância nodal $[\hat{Y}] = [G] + j[B]$, que descreve a topologia da rede, tal que [1]:

$$\hat{I} = [\hat{Y}] \hat{E} \quad (3)$$

em que os elementos da diagonal principal e fora da diagonal das matrizes de condutância $[G]$ e susceptância $[B]$ são dados por:

$$G_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 g_{km} \quad (4)$$

$$G_{km} = G_{mk} = -a_{km} g_{km} \quad (5)$$

$$G_{mm} = \sum_{k \in \Omega_m} g_{km} \quad (6)$$

$$B_{kk} = b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (b_{km}^{sh} + a_{km}^2 b_{km}) \quad (7)$$

$$B_{km} = B_{mk} = -a_{km} b_{km} \quad (8)$$

$$B_{mm} = b_m^{sh} + \sum_{k \in \Omega_m} (b_{km}^{sh} + b_{km}) \quad (9)$$

em que g_{km} (condutância série de um ramo genérico k - m), b_{km}

(susceptância série do ramo $k-m$), b_k^{sh} (susceptância *shunt* em uma barra k) e b_{km}^{sh} (susceptância *shunt* de linha de transmissão em um ramo qualquer $k-m$) são elementos primitivos de rede, e a_{km} é o valor do *tap* do transformador presente no ramo $k-m$.

Como geração e carga em sistemas elétricos são geralmente mensuradas em termos de potência, tem-se que as injeções líquidas de corrente precisam ser determinadas empregando-se o estado das tensões de barra, que são incógnitas do sistema. Além disso, a equação nodal não contempla barras de geração com tensão controlada, bem como não especifica uma barra de referência angular para o estado das tensões de barra. Assim, a modelagem matemática deve basear-se nas potências injetadas e transmitidas na rede, o que resulta em uma formulação não linear, pois a relação entre tensão e potência não é linear [2].

D. Formulação do PFC em Coordenadas Polares

O problema do fluxo de carga constitui-se essencialmente na determinação do estado das tensões de barra (magnitude e ângulo de fase) da rede elétrica em estudo, e demais incógnitas de interesse, tais como fluxos e perdas de potência nos ramos.

A imposição do balanço de potência nas barras do sistema resulta na formulação básica do problema do fluxo de carga, em que a potência líquida (geração – carga) injetada em uma barra genérica k tem que se igualar ao somatório dos fluxos de potência nos elementos de ramos que tem a barra como um de seus terminais e no elemento *shunt* da barra, tal que [1]:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (10)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (11)$$

sendo Ω_k é o conjunto de todas as barras conectadas à barra k .

Analisando-se as equações do problema do fluxo de carga observa-se que estas apresentam uma forte natureza não-linear (funções trigonométricas e produtos de tensões), e as variáveis de módulo e ângulo de tensões de barra estão implícitas (não podem ser isoladas das equações), tal que estas não podem ser obtidas por solução analítica. Assim, o cálculo destas equações básicas necessita de solução numérica (métodos iterativos), e implementação computacional devido ao elevado número de barras, equações e incógnitas de sistemas elétricos [2].

A referência para o módulo das tensões de barra pode ser o nó terra, se presente elementos *shunts* do sistema, ou por pelo menos uma barra com tensão controlada. Além disso, como uma mesma distribuição de fluxos de potência pode ser obtida se somada uma constante arbitrária aos ângulos de tensão, o que faz o problema do fluxo de carga ser indeterminado na variável ângulo, tem-se que é preciso uma referência angular com a escolha de uma barra com ângulo de tensão conhecido. Por fim, é necessária também a especificação de uma barra com injeções líquidas potências ativa e reativa desconhecidas para o fechamento do balanço de potência na rede, visto que não é possível determinar todas as injeções de potência ativa e reativa de barra sem antes obter as perdas do sistema, que são função dos fluxos de potência no sistema e estes dependem do estado das tensões de barra não conhecido previamente [2].

Logo, pode-se observar com base nas equações básicas do PFC que cada barra k da rede elétrica em estudo tem a ela associada 4 variáveis:

1. V_k : magnitude da tensão complexa de barra
2. θ_k : ângulo de fase da tensão complexa de barra
3. P_k : injeção líquida de potência ativa
4. Q_k : injeção líquida de potência reativa

Contudo, como cada barra k do sistema tem a ela associada 2 equações básicas (equações (10) e (11)), mas com 4 variáveis (P_k , Q_k , V_k e θ_k), tem-se que, para tornar o modelo matemático do PFC compatível para a solução (número de incógnitas igual ao de equações), 2 variáveis precisam ser conhecidas (entram como dados no cálculo do PFC) e 2 variáveis necessitam ser determinadas (entram como incógnitas), tal que cada barra k da rede elétrica em estudo é classificada em 3 tipos segundo suas variáveis conhecidas e indeterminadas, descritas a seguir [2]:

1. Barra PQ: são classificadas como tipo PQ as barras nas quais são conhecidas injeções líquidas de potências ativa P_k e reativa Q_k , restando a magnitude V_k e o ângulo de fase θ_k da tensão como incógnitas a serem calculadas na solução do problema do fluxo de carga. Além de barras de carga, são classificadas neste tipo barras de geração sem equipamentos de regulação de tensão ou com capacidade de fornecimento de reativo insuficiente para o controle de tensão, bem como as barras fictícias (sem carga e geração), criado para representar certos pontos de interesse do sistema elétrico em estudo.
2. Barra PV: são classificadas como tipo PV as barras nas quais são conhecidas injeções líquidas de potências ativa P_k e módulo de tensão V_k , restando a potência reativa Q_k e o ângulo de fase θ_k da barra como incógnitas a serem determinadas na solução do problema do fluxo de carga. Também chamada de barra de tensão controlada, são classificadas deste tipo barras com grande capacidade de geração ou compensadores síncronos, nas quais deseja-se manter constante a magnitude da tensão, independentemente de variações de demanda nas demais barras do sistema ou ocorrência de contingências.
3. Barra V θ : é classificada como barra V θ uma única barra da rede onde são conhecidos o módulo V_k e ângulo θ_k da tensão, restando as potências ativa P_k e reativa Q_k como incógnitas a serem obtidas na solução do problema do fluxo de carga. Também denominada de barra *slack*, a ela compete fornecer a referência angular às demais barras, bem como fechar o balanço de potência da rede. Normalmente, escolhe-se uma barra com bastante reserva de geração para que possa manter o balanço de potência para todas as configurações de carga.

Logo, um sistema elétrico com NB barras é modelado por $2NB$ equações com $4NB$ variáveis, onde $2NB$ são conhecidas (dados) e $2NB$ são incógnitas, resultando em um conjunto de $2NB$ equações e $2NB$ incógnitas com condições de solução. Assim, para uma rede formada por NPQ barras PQ, NPV barras PV e 1 barra tipo V θ , tal que $NB = NPQ + NPV + 1$, a solução do problema do fluxo de carga consiste essencialmente no cálculo destas $2NB = 2NPQ + 2NPV + 2$ incógnitas. Contudo, como as variáveis de potência (P_k e Q_k) são dependentes das

variáveis de estado da barra (V_k e θ_k), tem-se que as $2NB$ incógnitas da rede não podem ser obtidas simultaneamente, tal que o PFC do sistema é costumeiramente decomposto em dois subproblemas contendo equações e incógnitas com procedimentos de cálculo distintos, denominados subsistemas e descritos a seguir [2]:

• **Subsistema 1:** consiste em obter o módulo de tensão V_k para NPQ barras e o ângulo de fase θ_k para $NPQ + NPV$ barras, totalizando $2NPQ + NPV$ incógnitas desconhecidas da rede. Para isso, são conhecidos P_k para $NPQ + NPV$ barras e Q_k para NPQ barras, totalizando $2NPQ + NPV$ equações com igual número de incógnitas. Como as equações (10) e (11) determinam o balanço de potência de barras, em que o lado esquerdo corresponde às injeções líquidas de potência nas barras (P_k e Q_k) e o lado direito corresponde à soma dos fluxos de potência de ramos e *shunts*, pode-se entender que, para barras nas quais P_k (tipos PQ e PV) e Q_k (tipo PQ) são conhecidos, o lado esquerdo das equações (10) e (11) são dados do problema e o lado direito, por depender do estado das tensões de barra (V_k e θ_k), é desconhecido e necessita ser calculado. Assim, para se diferenciar dados e incógnitas, a literatura técnica costuma renomear as partes à esquerda e à direita destas equações com as denominações ‘especificada’ e ‘calculada’ e definir que: $P_k^{esp} = P_k^{calc}$ e $Q_k^{esp} = Q_k^{calc}$, tal que as partes do balanço de potência de barras P_k^{calc} e Q_k^{calc} a ser determinadas na solução do subsistema 1 são dadas por [1]:

$$P_k^{calc} = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (12)$$

$$Q_k^{calc} = -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (13)$$

Baseado nestas definições, pode-se estabelecer então que a diferença entre as potências ativas e reativas especificadas e calculadas para uma barra genérica k , respectivamente, tem que ser nula, tal que as funções de resíduos (ou *mismatches*)

$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0$ e $\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0$ são dadas por:

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= P_k^{esp} - P_k^{calc} = P_k^{esp} - V_k^2 G_{kk} \cdots \\ &- V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_k &= Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = Q_k^{esp} + V_k^2 B_{kk} \cdots \\ &- V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Como são funções do estado das tensões de barra, o cálculo das raízes da equação ΔP_k para $NPQ + NPV$ barras da rede e das raízes de ΔQ_k para NPQ barras corresponde à obtenção do estado das tensões de barra para $2NPQ + NPV$ barras do sistema, tal que as equações (14) e (15) residem nas equações básicas do subsistema 1 do PFC. Assim, com o cálculo destas funções para $2NPQ + NPV$ barras do sistema, pode-se definir os vetores \underline{P}^{esp} e \underline{Q}^{esp} de potências de barra especificadas e os vetores \underline{P}^{calc} e \underline{Q}^{calc} de potências de barra calculadas, tal que as equações matriciais básicas do subsistema 1 definidas

pelos vetores de resíduos $\underline{\Delta P}$ e $\underline{\Delta Q}$ são determinadas por:

$$\underline{\Delta P} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc} = \underline{0} \quad (16)$$

$$\underline{\Delta Q} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc} = \underline{0} \quad (17)$$

Como observado anteriormente, as equações básicas do problema do fluxo de carga caracterizam-se por sua natureza não-linear. Com isso, o cálculo das raízes do conjunto de equações (16) e (17) necessita da implementação de métodos iterativos adaptados para a sua solução e, como o próprio valor dos resíduos pode ser interpretado como um erro, este pode ser empregado como critério de parada para o processo iterativo de solução. A solução do subsistema 1 consiste no objetivo básico do problema do fluxo de carga, uma vez que permite obter qualquer outra incógnita da rede em estudo.

• **Subsistema 2:** este subproblema reside no cálculo trivial da injeção líquida de potência ativa P_k da barra $V\theta$ e da injeção líquida de potência reativa Q_k para NPV barras e para a barra $V\theta$, totalizando as $NPV + 2$ incógnitas restantes do problema. Além disso, com base no estado das tensões de barra obtido na solução do subsistema 1, pode-se obter outras incógnitas de interesse do sistema em estudo, tais como fluxos e perdas de potência ativa e reativa nos ramos do sistema e a potência consumida nos elementos *shunts* de barra da rede [2].

E. Formulação do PFC em Coordenadas Retangulares

Conforme visto, o equacionamento do PFC é baseado no estado das tensões complexas de barra em coordenadas polares (magnitude V_k e ângulo de fase θ_k). Logo, o PFC pode também ser formulado com base no estado das tensões complexas de barra em coordenadas retangulares, por meio das partes real e_k e imaginária f_k da tensão de barra \hat{E}_k , tal que: $\hat{E}_k = e_k + j f_k$.

Com base na equação nodal e procedendo-se com cálculos análogos ao realizado com tensões de barra em coordenadas polares, pode-se obter o balanço de potências para uma barra genérica k , tal que as equações básicas do PFC com tensões de barra em coordenadas retangulares são definidas por [2]:

$$P_k = (e_k^2 + f_k^2) G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \cdots + f_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) \quad (18)$$

$$Q_k = -(e_k^2 + f_k^2) B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (f_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \cdots - e_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) \quad (19)$$

Tal como na formulação em coordenadas polares, nota-se que o lado esquerdo das equações (18) e (19) corresponde às injeções líquidas de potência e o lado direito corresponde à soma dos fluxos de potência de ramos e *shunts*, tal que, para as barras em que P_k (tipos PQ e PV) e Q_k (tipo PQ) são conhecidas, tem-se que o lado esquerdo é dado do sistema e o lado direito, que é dependente do estado de tensões de barra, necessita ser calculado. Assim, para diferenciar dados e incógnitas, pode-se também nomear os lados esquerdo e direito das equações (18) e (19) como ‘especificado’ (dados) e ‘calculado’ (incógnitas), e define-se que: $P_k^{esp} = P_k^{calc}$ e $Q_k^{esp} = Q_k^{calc}$, de modo que as partes do balanço de potência de

barras P_k^{calc} e Q_k^{calc} a ser calculadas na solução do subsistema 1 são neste caso definidas por:

$$P_k^{calc} = (e_k^2 + f_k^2)G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \cdots + f_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) \quad (20)$$

$$Q_k^{calc} = - (e_k^2 + f_k^2)B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (f_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \cdots - e_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) \quad (21)$$

tal que a diferença entre potências especificadas e calculadas para uma barra genérica k tem que ser nula, e as funções de resíduo $\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0$ e $\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0$ serão:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - (e_k^2 + f_k^2)G_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (e_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \cdots + f_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) = 0 \quad (22)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} + (e_k^2 + f_k^2)B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (f_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \cdots - e_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) = 0 \quad (23)$$

Similarmente, calculando-se ΔP_k para $NPQ + NPV$ barras e ΔQ_k para NPQ barras da rede, pode-se definir os vetores \underline{P}^{esp} e \underline{Q}^{esp} de potências de barra especificadas, e os vetores \underline{P}^{calc} e \underline{Q}^{calc} de potências de barra a serem calculadas, tal que o conjunto de vetores de resíduos $\Delta \underline{P}$ e $\Delta \underline{Q}$ continuam sendo dados por:

$$\Delta \underline{P} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc} = \underline{0} \quad (24)$$

$$\Delta \underline{Q} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc} = \underline{0} \quad (25)$$

o que totalizam $2NPQ + NPV$ equações, cujas raízes devem ser obtidas na solução do subsistema 1 do PFC.

Contudo, visto que o módulo de tensão V_k para NPV barras é conhecido (especificado), porém o ângulo θ_k é desconhecido, tem-se que e_k e f_k para NPV barras é também desconhecido, tal que a solução do subsistema 1 em coordenadas retangulares consiste em calcular e_k e f_k para NPQ e também para NPV barras, o que totalizam $2NPQ + 2NPV$ incógnitas. Logo, como o conjunto de funções de resíduos (24) e (25) totalizam apenas $2NPQ + NPV$ equações, observa-se que o equacionamento em coordenadas retangulares até aqui tem mais incógnitas do que equações. Assim, tem-se que NPV equações adicionais devem ser acrescentadas ao conjunto de funções de resíduos $\Delta \underline{Q}$ para se obter $NPQ + NPV$ equações e se totalizar $2NPQ + 2NPV$ equações com igual número de incógnitas, de forma a tornar o subsistema 1 compatível para a solução por qualquer método. Assim, verifica-se que a formulação polar do PFC possui menor número de equações a serem resolvidas do que a formulação retangular. Isso pode ser significativo para sistemas com porcentagem relativamente altas de barras PV, como no caso do sistema do IEEE de 118 barras[4].

Neste caso, como V_k é conhecido, mas e_k e f_k são incógnitas (devem ser calculadas) para NPV barras, tal que $V_k^2 = e_k^2 + f_k^2$, a literatura [2] propõe utilizar o chamado desvio (discordância) quadrático de tensão ΔV_k^q para NPV barras do sistema como equação básica adicional do subsistema 1, definido por:

$$\Delta V_k^q = (V_k^{esp})^2 - (V_k^{calc})^2 = (V_k^{esp})^2 - (e_k^2 + f_k^2) = 0 \quad (26)$$

tal que, definindo-se o vetor de tensões de barra especificadas \underline{V}^{esp} e o vetor de tensões de barra calculadas \underline{V}^{calc} para NPV barras do sistema elétrico em estudo, tem-se que o conjunto de funções de resíduo quadrático de tensão é definido por:

$$\Delta \underline{V}^q = (\underline{V}^{esp})^2 - (\underline{V}^{calc})^2 = \underline{0} \quad (27)$$

com o acréscimo deste vetor ao conjunto de resíduos $\Delta \underline{Q}$.

F. Teoria Geral do Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson (aqui abreviado por N-R) é um algoritmo numérico geral usado para a obtenção das raízes de equações algébricas não-lineares, por meio de um processo iterativo baseado na linearização sucessiva destas equações em torno de pontos do espaço de variáveis, até a convergência do processo. A Fig. 2 exemplifica este processo, em que uma função monovariável $f(x)$ qualquer apresenta uma raiz desconhecida no ponto $x = x^*$, tal que $f(x^*) = 0$. Adotando-se uma faixa de tolerância ou erro $\pm \varepsilon$ para $f(x)$, pode-se escolher de início um ponto qualquer $x = x^{(0)}$ como estimativa para a raiz da função e verificar se $f(x^{(0)})$ se encontra dentro da faixa de tolerância, ou seja: ($|f(x^{(0)})| \leq \varepsilon$). Caso $x^{(0)}$ ainda não satisfaça a condição de convergência ($|f(x^{(0)})| > \varepsilon$), pode-se obter uma nova estimativa $x = x^{(1)}$ para a raiz de $f(x)$ com base na linearização da função $f(x)$ em torno do ponto $x^{(0)}$, por meio da relação dada por:

$$\text{tg } \alpha = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^{(0)}} = \frac{f(x^{(0)})}{x^{(0)} - x^{(1)}} \Rightarrow x^{(1)} = x^{(0)} - \left(\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^{(0)}} \right)^{-1} f(x^{(0)})$$

Caso $f(x^{(1)})$ ainda não esteja dentro da faixa de tolerância, o procedimento é repetido até que a condição de convergência seja satisfeita, quando o processo é finalizado com a escolha da última estimativa como solução. Assim, este procedimento constitui em um processo iterativo, em que a cada iteração i e com base na estimativa atual $x^{(i)}$ obtida na iteração anterior, testa-se a convergência do processo ($|f(x^{(i)})| \leq \varepsilon$) e, caso esta não tenha sido atingida, uma nova estimativa $x^{(i+1)}$ é obtida da estimativa atual com base na equação geral definida por:

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - \left(\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^{(i)}} \right)^{-1} f(x^{(i)}) \quad (28)$$

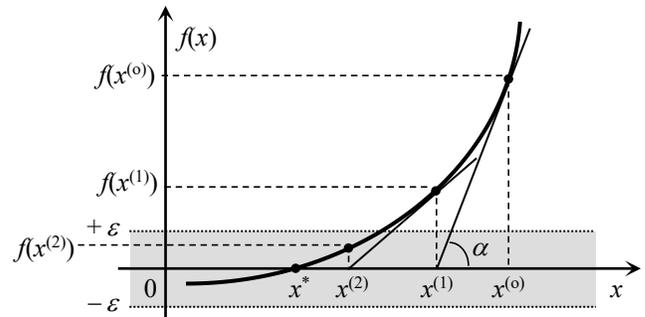


Fig. 2: Exemplo gráfico do método de Newton-Raphson (fonte [2]).

Como o método de Newton-Raphson é um algoritmo geral, o mesmo pode também ser usado para estimar as raízes de um conjunto de equações algébricas não-lineares com número de incógnitas iguais. Para um vetor $\underline{f}(x) = [f_1(x) \cdots f_n(x)]^T$ de

n equações dependentes de um vetor $\underline{x} = [x_1 \dots x_n]^T$ formado por n variáveis, a equação (28) pode ser generalizada para:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(i+1)} \\ \vdots \\ x_n^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(i)} \\ \vdots \\ x_n^{(i)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1(\underline{x})}{\partial x_1} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} & \dots & \left. \frac{\partial f_1(\underline{x})}{\partial x_n} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n(\underline{x})}{\partial x_1} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} & \dots & \left. \frac{\partial f_n(\underline{x})}{\partial x_n} \right|_{\underline{x}=\underline{x}^{(i)}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}^{(i)}) \\ \vdots \\ f_n(\underline{x}^{(i)}) \end{bmatrix}$$

ou, de forma mais compacta, pela seguinte equação matricial:

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} - [J^{(i)}]^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(i)}) \quad (29)$$

onde a matriz de derivadas parciais $[J]$ do vetor de equações é denominada matriz jacobiana ou matriz de gradientes.

G. Método de N-R em Coordenadas Polares

Para a resolução do subsistema 1 por Newton-Raphson com o PFC formulado em coordenadas polares [1], seja os vetores de incógnitas $\underline{\theta}$ e \underline{V} e de equações $\underline{\Delta P}$ e $\underline{\Delta Q}$, tal que o vetor de variáveis \underline{x} e funções $\underline{f}(\underline{x})$ da equação (29) são dados por:

$$\underline{x} = \left. \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{V} \end{bmatrix} \right\} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ \end{matrix} ; \quad \underline{f}(\underline{x}) = \left. \begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} \right\} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ \end{matrix}$$

Visto que os vetores de funções e variáveis assim definidos apresentam dois tipos de componentes cada, tem-se que a matriz jacobiana $[J]$ do método de Newton-Raphson é composta por quatro tipos de relação entre funções e variáveis, que definem as quatro submatrizes de sensibilidade da jacobiana, tal que:

$$[J] = \begin{bmatrix} \left. \begin{matrix} \frac{\partial \underline{\Delta P}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{\Delta P}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{\Delta Q}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{\Delta Q}}{\partial \underline{V}} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ \end{matrix} \\ \left. \begin{matrix} \frac{\partial \underline{\Delta P}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{\Delta P}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{\Delta Q}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{\Delta Q}}{\partial \underline{V}} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ \end{matrix} \end{bmatrix}$$

Aplicando-se as equações (16) e (17) e considerando-se que os vetores de injeção líquidas de potências ativa \underline{P}^{esp} e reativa \underline{Q}^{esp} especificadas são constantes do PFC (dados do sistema), tal que a derivada parcial destes vetores é nula então, aplicando a propriedade distributiva do operador de derivada, obtém-se:

$$[J] = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial(\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} \right| & \left. \frac{\partial(\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{V}} \right| \\ \left. \frac{\partial(\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} \right| & \left. \frac{\partial(\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{V}} \right| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix}$$

Na literatura do fluxo de carga, as submatrizes da matriz jacobiana são comumente nomeadas, para fins didáticos, como submatrizes $[H]$, $[N]$, $[M]$ e $[L]$ conforme mostrado a seguir:

$$[H] = \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} ; [N] = \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} ; [M] = \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} ; [L] = \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}}$$

$$\therefore [J] = - \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix}$$

Com base na equação (29), tem-se então que, para a iteração i e com base no vetor de incógnitas determinado na iteração anterior, a equação geral do método de Newton-Raphson para o cálculo do subsistema 1 do problema de fluxo de carga é por fim descrita pela equação matricial definida por:

$$\begin{bmatrix} \underline{\theta}^{(i+1)} \\ \underline{V}^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\theta}^{(i)} \\ \underline{V}^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [H^{(i)}] & [N^{(i)}] \\ [M^{(i)}] & [L^{(i)}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\Delta P}^{(i)} \\ \underline{\Delta Q}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Conforme as definições das submatrizes $[H]$, $[N]$, $[M]$ e $[L]$ da matriz jacobiana, tem-se que seus elementos consistem de derivadas parciais das potências ativa e reativa P_k^{calc} e Q_k^{calc} calculadas para cada barra k da rede, tal que os componentes da diagonal e fora destas submatrizes são determinadas por:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial \theta_k} = -Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk} \quad (31)$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (32)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} = V_k^{-1} (P_k^{calc} + V_k^2 G_{kk}) \quad (33)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (34)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial \theta_k} = P_k^{calc} - V_k^2 G_{kk} \quad (35)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (36)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} = V_k^{-1} (Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk}) \quad (37)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (38)$$

H. Método de N-R em Coordenadas Retangulares

Para o N-R em coordenadas retangulares [2], sejam os vetores de incógnitas \underline{e} e \underline{f} e de equações $\underline{\Delta P}$, $\underline{\Delta Q}$ e $\underline{\Delta V}^q$, tal que os vetores de variáveis \underline{x} e funções $\underline{f}(\underline{x})$ serão definidos por:

$$\underline{x} = \left. \begin{bmatrix} \underline{e} \\ \underline{f} \end{bmatrix} \right\} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ + NPV \end{matrix} ; \quad \underline{f}(\underline{x}) = \left. \begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \text{ ou } \underline{\Delta V}^q \end{bmatrix} \right\} \begin{matrix} NPQ + NPV \\ NPQ + NPV \end{matrix}$$

Similarmente à formulação polar, com os vetores de variáveis e funções em coordenadas retangulares assim definidos, tem-se então que a matriz de derivadas parciais do método de Newton-Raphson também constitui-se de quatro tipos de relação entre funções e variáveis, tal que a matriz jacobiana $[J]$ é formada por quatro submatrizes com as dimensões mostradas a seguir:

$$[J] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \Delta P}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \Delta P}{\partial \underline{f}} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q}{\partial \underline{e}} \text{ ou } \frac{\partial \Delta V^q}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \underline{f}} \text{ ou } \frac{\partial \Delta V^q}{\partial \underline{f}} \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \vphantom{\begin{array}{c|c} \frac{\partial \Delta P}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \Delta P}{\partial \underline{f}} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \underline{f}} \end{array}} \right\} NPQ + NPV \\ \left. \vphantom{\begin{array}{c|c} \frac{\partial \Delta P}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \Delta P}{\partial \underline{f}} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \underline{f}} \end{array}} \right\} NPQ + NPV \end{array}$$

Similarmente, visto que os vetores de injeções de potência \underline{P}^{esp} e \underline{Q}^{esp} e de tensões \underline{V}^{esp} especificadas são constantes do sistema e apresentam derivada nula então, com base na definição dos vetores de resíduos dada pelas equações (24), (25) e (27), tem-se que as submatrizes da jacobina são rearranjadas como:

$$[J] = - \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{f}} \\ \hline \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{e}} \text{ ou } \frac{(\partial \underline{V}^{calc})^2}{\partial \underline{e}} & \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{f}} \text{ ou } \frac{(\partial \underline{V}^{calc})^2}{\partial \underline{f}} \end{array} \right]$$

$$\therefore [J] = - \left[\begin{array}{c|c} [H] & [N] \\ \hline [M] & [L] \end{array} \right]$$

Com base na equação (29), tem-se então que, para a iteração i e com base no vetor de incógnitas obtido na iteração anterior, a equação geral do método de Newton-Raphson para a solução do subsistema 1 do PFC com a formulação em coordenadas retangulares é descrita pela equação matricial definida por:

$$\left[\begin{array}{c} \underline{e}^{(i+1)} \\ \underline{f}^{(i+1)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \underline{e}^{(i)} \\ \underline{f}^{(i)} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} [H^{(i)}] & [N^{(i)}] \\ \hline [M^{(i)}] & [L^{(i)}] \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} \Delta \underline{P}^{(i)} \\ \Delta \underline{Q}^{(i)} \text{ ou } \Delta \underline{V}^{q,(i)} \end{array} \right] \quad (39)$$

Como visto, os elementos das submatrizes de sensibilidade $[H]$ e $[N]$ da jacobiana são calculadas com base nas derivadas parciais de \underline{P}_k^{calc} para $NPV + NPQ$ barras e são definidos por:

$$H_{kk} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial e_k} = 2e_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \quad (40)$$

$$H_{km} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial e_m} = e_k G_{km} + f_k B_{km} \quad (41)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial f_k} = 2f_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \quad (42)$$

$$N_{km} = \frac{\partial \underline{P}_k^{calc}}{\partial f_m} = f_k G_{km} - e_k B_{km} \quad (43)$$

Porém, para os elementos das submatrizes de sensibilidade $[M]$ e $[L]$ da jacobiana, visto que estes termos são definidos com base nas derivadas parciais de \underline{Q}_k^{calc} para NPQ barras ou \underline{V}_k^{calc} para NPV barras, tem-se então que os cálculos dos seus elementos dependem se uma barra genérica k abordada é do tipo PQ ou PV, tal que, caso a barra seja do tipo PQ, obtém-se:

$$M_{kk} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial e_k} = -2e_k B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \quad (44)$$

$$M_{km} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial e_m} = f_k G_{km} - e_k B_{km} \quad (45)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial f_k} = -2f_k B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \quad (46)$$

$$L_{km} = \frac{\partial \underline{Q}_k^{calc}}{\partial f_m} = -e_k G_{km} - f_k B_{km} \quad (47)$$

e, caso a barra abordada seja do tipo PV, as equações serão:

$$M_{kk} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial e_k} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial e_k} = 2e_k \quad (48)$$

$$M_{km} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial e_m} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial e_m} = 0 \quad (49)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial f_k} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial f_k} = 2f_k \quad (50)$$

$$L_{km} = \frac{\partial (V_k^{calc})^2}{\partial f_m} = \frac{\partial (e_k^2 + f_k^2)}{\partial f_m} = 0 \quad (51)$$

O algoritmo iterativo do método de Newton-Raphson para a versão retangular é formado pelas etapas descritas a seguir [2]:

- Passo 1 (iteração $i = 0$): ler e normalizar os dados da rede. Adotar o *flat-start* ($\underline{e} = \underline{1}$ pu , $\underline{f} = \underline{0}$ pu) para inicializar o vetor de variáveis $[\underline{e}^{(0)} | \underline{f}^{(0)}]^T$ do subsistema 1. Calcular as matrizes condutância $[G]$ (com base nas equações (4) a (6)) e susceptância $[B]$ (com base nas equações (7) a (9)).
- Passo 2 (iteração i): a partir dos vetores de estado de tensões de barra $\underline{e}^{(i)}$ e $\underline{f}^{(i)}$ atual, determinados na iteração anterior, calcular os resíduos $\Delta \underline{P}_k^{(i)}$ (equação (22)) se barra for do tipo PQ ou PV, $\Delta \underline{Q}_k^{(i)}$ (equação (23)) se barra for do tipo PQ ou $\Delta V_k^{q,(i)}$ (equação (26)) se barra for tipo PV. Por fim, montar o vetor de equações $[\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)} \text{ ou } \Delta \underline{V}^{q,(i)}]^T$.
- Passo 3 (iteração i): testar convergência com a tolerância ε : se $\max[|\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)} \text{ ou } \Delta \underline{V}^{q,(i)}|^T] \leq \varepsilon$, adotar $\underline{e}^{(i)}$ e $\underline{f}^{(i)}$ como solução do subsistema 1, sair e resolver o subsistema 2; se $\max[|\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)} \text{ ou } \Delta \underline{V}^{q,(i)}|^T] > \varepsilon$, ir ao passo 4.
- Passo 4 (iteração i): calcular os componentes da jacobiana $[J^{(i)}]$ com a aplicação das equações (40) a (51).
- Passo 5 (iteração i): fazer $i = i + 1$ e obter nova estimativa para os vetores de estado $[\underline{e}^{(i+1)} | \underline{f}^{(i+1)}]^T$, com o cálculo da equação matricial definida por (39). Voltar ao passo 2.

I. Modelo de Carga ZIP

Como visto, o modelo básico de redes elétricas considera os dados de carga ativa P_k^C e reativa Q_k^C em uma barra genérica k como independentes do modulo da tensão da barra, tal que são modeladas como injeções de potências constantes. Porém, esta modelagem pode não condizer com o comportamento real de diversos tipos de carga presentes em um sistema, uma vez que esta consideração é correta somente se a magnitude das tensões nodais permanecerem iguais aos respectivos valores nominais.

Neste caso, se necessário modelar cargas da rede mais próxima da realidade, pode-se empregar o chamado modelo ZIP para representar as cargas como dependentes da tensão da barra [2].

Em sua formulação mais geral, o modelo ZIP é baseado em valores de referência de tensão e de potência para modelar até três parcelas componentes de carga, definidas como potência constante, corrente constante e impedância constante, tal que a o modelo ZIP de carga ativa P_k^C e de carga reativa Q_k^C em uma barra genérica k do sistema em estudo são definidas por [2]:

$$P_k^C = \left(a_k^p + b_k^p \frac{V_k}{V_k^{ref}} + c_k^p \left(\frac{V_k}{V_k^{ref}} \right)^2 \right) P_k^{ref} \quad (52)$$

$$Q_k^C = \left(a_k^q + b_k^q \frac{V_k}{V_k^{ref}} + c_k^q \left(\frac{V_k}{V_k^{ref}} \right)^2 \right) Q_k^{ref} \quad (53)$$

em que V_k^{ref} , P_k^{ref} e Q_k^{ref} são os valores de referência de tensão e potências da barra k , respectivamente, e os termos a_k^p , b_k^p , c_k^p , a_k^q , b_k^q e c_k^q consistem em parâmetros adimensionais que constituem-se nos pesos de importância de cada parcela de carga da barra k contemplado no modelo ZIP, descritos como:

- a_k^p , a_k^q : parcelas de cargas ativa e reativa, respectivamente, modeladas como potência constante.
- b_k^p , b_k^q : parcelas de cargas ativa e reativa, respectivamente, modeladas como corrente constante.
- c_k^p , c_k^q : parcelas de cargas ativa e reativa, respectivamente, modeladas como impedância constante.
- a_k^p, b_k^p e $c_k^p \in [0,1]$, tal que: $a_k^p + b_k^p + c_k^p = 1,0$
- a_k^q, b_k^q e $c_k^q \in [0,1]$, tal que: $a_k^q + b_k^q + c_k^q = 1,0$

Como a referência de tensão geralmente adotada é a tensão nominal e de base do trecho de rede onde a barra se encontra, então $V_k^{ref} = 1,0 pu$ e as equações (52) e (53) se resumem a:

$$P_k^C = (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{ref} \quad (54)$$

$$Q_k^C = (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{ref} \quad (55)$$

J. Método de N-R Versão Polar com Modelo de Carga ZIP

A representação de cargas de um sistema elétrico em estudo por modelo ZIP implica que a modelagem de geração e carga por sua contribuição líquida de potência nas barras do sistema não mais se configuram como constantes (dados) do problema do fluxo de carga e precisam ser reformuladas [2]. Logo, com base nas equações (1) e (54), o cálculo da injeção líquida de potência ativa P_k na barra genérica k é redefinida por:

$$P_k = P_k^G - P_k^C \Rightarrow P_k = P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{ref} \quad (56)$$

bem como, com base nas equações (2) e (55), a injeção líquida de potência reativa Q_k na barra genérica k é redefinida por:

$$Q_k = Q_k^G - Q_k^C \Rightarrow Q_k = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{ref} \quad (57)$$

Logo, visto que a parte à esquerda das equações de balanço de potência, definidas pelas equações (10) e (11), recebem a denominação ‘especificada’ na formulação do subsistema 1 do PFC, tem-se com base na equação (56) que a potência ativa especificada P_k^{esp} para uma barra genérica k é redefinida em

função do módulo de tensão V_k da barra k , tal que obtém-se:

$$P_k^{esp} = P_k \Rightarrow P_k^{esp} = P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{ref} \quad (58)$$

e, com base na equação (57), a potência reativa especificada Q_k^{esp} é redefinida em função da tensão V_k na barra k , tal que:

$$Q_k^{esp} = Q_k \Rightarrow Q_k^{esp} = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{ref} \quad (59)$$

Com estas redefinições, tem-se que as funções de resíduos $\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0$ e $\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0$ são dadas por:

$$\Delta P_k = P_k^G - (a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2) P_k^{ref} - V_k^2 G_{kk} \dots - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad (60)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2) Q_k^{ref} + V_k^2 B_{kk} \dots - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad (61)$$

Logo, tem-se que a derivada parcial dos vetores de potências ativa \underline{P}^{esp} e reativa \underline{Q}^{esp} especificadas em relação à variável módulo de tensão de barra não é mais nula, apenas em relação à variável ângulo de fase da tensão, tal que esta mudança causa certas alterações no cálculo dos elementos da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson, conforme descrita a seguir:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \underline{P}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \Delta \underline{P}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \Delta \underline{Q}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \Delta \underline{Q}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial (\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial (\underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc})}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial (\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial (\underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc})}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix}$$

$$[J] = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix}$$

tal que as submatrizes $[H]$ e $[M]$ são mantidas nas definições originais, mas as submatrizes $[N]$ e $[L]$ são modificadas por:

$$[N] = \frac{\partial \underline{P}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{P}^{esp}}{\partial \underline{V}} \quad \text{e} \quad [L] = \frac{\partial \underline{Q}^{calc}}{\partial \underline{V}} - \frac{\partial \underline{Q}^{esp}}{\partial \underline{V}}$$

Analisando estas equações no cálculo dos elementos fora da diagonal principal das submatrizes $[N]$ e $[L]$, observa-se que:

- $N_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_m} - \frac{\partial P_k^{esp}}{\partial V_m} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_m} - 0 = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_m}$
- $L_{km} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_m} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial V_m} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_m} - 0 = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_m}$

tal que estes elementos mantêm suas definições originais.

Porém, os elementos da diagonal principal das submatrizes $[N]$ e $[L]$ sofrem modificações, ao observar-se que [2] e [3]:

- $N_{kk} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial P_k^{esp}}{\partial V_k} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial V_k} + (b_k^p + 2c_k^p V_k) P_k^{ref}$

tal que, aplicando-se a equação (33), obtém-se por fim:

$$N_{kk} = V_k^{-1} (P_k^{calc} + V_k^2 G_{kk}) + (b_k^p + 2c_k^p V_k) P_k^{ref} \quad (62)$$

- $L_{kk} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial V_k} = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial V_k} + (b_k^q + 2c_k^q V_k) Q_k^{ref}$

tal que, aplicando-se a equação (37), obtém-se por fim:

$$L_{kk} = V_k^{-1} (Q_k^{calc} - V_k^2 B_{kk}) + (b_k^q + 2c_k^q V_k) Q_k^{ref} \quad (63)$$

III. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Como mencionado anteriormente, o objetivo deste trabalho de conclusão de curso reside no desenvolvimento da versão do método de Newton-Raphson na formulação retangular do PFC com o modelo de carga ZIP, o que é abordado a seguir.

Assim, considerando a parte real e_k a parte imaginária f_k da tensão complexa em uma barra genérica k , pode-se definir que:

$V_k = \sqrt{e_k^2 + f_k^2}$ e $V_k^2 = e_k^2 + f_k^2$. Aplicando estas definições nas equações do modelo de carga ZIP original dado pelas equações (54) e (55), tem-se que as cargas ativa P_k^C e reativa Q_k^C para uma barra k podem ser também definidas com base no estado das tensões de barra em coordenadas retangulares, tal que:

$$P_k^C = (a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2)) P_k^{ref} \quad (64)$$

$$Q_k^C = (a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2)) Q_k^{ref} \quad (65)$$

tal que, com base na equação (56), o cálculo da injeção líquida de potência ativa P_k em uma barra genérica k é redefinida por:

$$P_k = P_k^G - (a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2)) P_k^{ref} \quad (66)$$

e, com base na equação (57), o cálculo da injeção líquida de potência reativa Q_k em uma barra genérica k é redefinida por:

$$Q_k = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2)) Q_k^{ref} \quad (67)$$

De modo similar, como a parte à esquerda das equações de balanço de potência, dadas nas equações (18) e (19), recebem a denominação ‘especificada’ na formulação do subsistema I do PFC, considerando a equação (66) tem-se que a potência ativa especificada P_k^{esp} na barra genérica k é redefinida em função da tensão na barra k em coordenadas retangulares, tal que:

$$P_k^{esp} = P_k^G - (a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2)) P_k^{ref} \quad (68)$$

e, considerando a equação (67), tem-se que a potência reativa especificada Q_k^{esp} é redefinida de forma semelhante por:

$$Q_k^{esp} = Q_k^G - (a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2)) Q_k^{ref} \quad (69)$$

Com estas re-definições, tem-se que as funções de resíduos $\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0$ e $\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0$ são dadas por:

$$\begin{aligned} \Delta P_k = & P_k^G - (a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2)) P_k^{ref} \dots \\ & - (e_k^2 + f_k^2) G_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (e_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \dots \\ & + f_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) = 0 \end{aligned} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_k = & Q_k^G - (a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2)) Q_k^{ref} \dots \\ & + (e_k^2 + f_k^2) B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (f_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \dots \\ & - e_k (e_m B_{km} + f_m G_{km})) = 0 \end{aligned} \quad (71)$$

Similar ao método de Newton-Raphson versão polar com o modelo de carga ZIP, tem-se que a derivada parcial dos vetores de potências ativa \underline{P}^{esp} e reativa \underline{Q}^{esp} especificadas em relação às partes real e imaginária da variável estado de tensão de barra não é mais nula. Contudo, o vetor \underline{V}^{esp} mantém-se constante, tal que sua derivada parcial é nula. Com base nestas observações, tem-se que as submatrizes da jacobiana são descritas a seguir:

$$\begin{aligned} [J] = & \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial e} & \frac{\partial \Delta P}{\partial f} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial e} \text{ ou } \frac{\partial \Delta V^q}{\partial e} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial f} \text{ ou } \frac{\partial \Delta V^q}{\partial f} \end{bmatrix} = \\ = & - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{calc}}{\partial e} - \frac{\partial P^{esp}}{\partial e} & \frac{\partial P^{calc}}{\partial f} - \frac{\partial P^{esp}}{\partial f} \\ \frac{\partial Q^{calc}}{\partial e} - \frac{\partial Q^{esp}}{\partial e} \text{ ou } \frac{\partial (V^{calc})^2}{\partial e} & \frac{\partial Q^{calc}}{\partial f} - \frac{\partial Q^{esp}}{\partial f} \text{ ou } \frac{\partial (V^{calc})^2}{\partial f} \end{bmatrix} \\ [J] = & - \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

em que conclui-se que a definição dos elementos das submatrizes $[M]$ e $[L]$ para o caso de uma barra abordada ser do tipo PV não sofre alteração, tal que as equações (48) a (51) das submatrizes $[M]$ e $[L]$ mantém sua formulação original, mas as submatrizes $[H]$ e $[N]$, bem como as submatrizes $[M]$ e $[L]$ para o caso da barra abordada ser do tipo PQ, são reformuladas por:

$$\begin{aligned} [H] = & \frac{\partial P^{calc}}{\partial e} - \frac{\partial P^{esp}}{\partial e} \quad ; \quad [N] = \frac{\partial P^{calc}}{\partial f} - \frac{\partial P^{esp}}{\partial f} \\ [M] = & \frac{\partial Q^{calc}}{\partial e} - \frac{\partial Q^{esp}}{\partial e} \quad \text{e} \quad [L] = \frac{\partial Q^{calc}}{\partial f} - \frac{\partial Q^{esp}}{\partial f} \end{aligned}$$

Para a obtenção das equações de cálculo dos elementos das submatrizes, por conveniência será vista a identidade dada por:

$$\frac{d\sqrt{f(x)}}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \frac{df(x)}{dx}$$

tal que, definindo-se: $f(x) = e_k^2 + f_k^2$, tem-se então que:

- $\frac{d\sqrt{e_k^2 + f_k^2}}{de_k} = \frac{1}{2\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} \frac{d(e_k^2 + f_k^2)}{de_k} = \frac{e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}}$
- $\frac{d\sqrt{e_k^2 + f_k^2}}{df_k} = \frac{1}{2\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} \frac{d(e_k^2 + f_k^2)}{df_k} = \frac{f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}}$

1) Componentes fora da diagonal principal: com base nos desenvolvimentos vistos a seguir, pode-se concluir que os elementos fora da diagonal das submatrizes $[H]$, $[N]$, $[M]$ e $[L]$ mantém sua formulação original, pois observa-se que:

- $H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_m} - \frac{\partial P_k^{esp}}{\partial e_m} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_m} - \frac{\partial (P_k^G - (a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2)) P_k^{ref})}{\partial e_m}$

$$\therefore H_{km} = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_m} - 0 = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_m}$$

tal que o cálculo original de H_{km} (equação (41)) se mantém.

$$\begin{aligned} \bullet N_{km} &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} - \frac{\partial P_k^{esp}}{\partial f_m} = \\ &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} - \frac{\partial \left(P_k^G - \left(a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2) \right) P_k^{ref} \right)}{\partial f_m} \\ \therefore N_{km} &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} - 0 = \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_m} \end{aligned}$$

tal que o cálculo original de N_{km} (equação (43)) se mantém.

$$\begin{aligned} \bullet M_{km} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_m} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial e_m} = \\ &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_m} - \frac{\partial \left(Q_k^G - \left(a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2) \right) Q_k^{ref} \right)}{\partial e_m} \\ \therefore M_{km} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_m} - 0 = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_m} \end{aligned}$$

tal que o cálculo original de M_{km} (equação (45)) se mantém.

$$\begin{aligned} \bullet L_{km} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_m} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial f_m} = \\ &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_m} - \frac{\partial \left(Q_k^G - \left(a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2) \right) Q_k^{ref} \right)}{\partial f_m} \\ \therefore L_{km} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_m} - 0 = \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_m} \end{aligned}$$

tal que o cálculo original de L_{km} (equação (47)) se mantém.

2) Componentes da diagonal principal: neste caso, com base nos desenvolvimentos vistos a seguir, pode-se concluir que os elementos da diagonal das submatrizes $[H]$, $[N]$, $[M]$ e $[L]$ se alteram em suas definições originais, tal que, similar à formulação polar, são os únicos a sofrer adequações com o emprego do modelo de carga ZIP, pois observa-se que:

$$\begin{aligned} \bullet H_{kk} &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_k} - \frac{\partial P_k^{esp}}{\partial e_k} = \\ &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_k} - \frac{\partial \left(P_k^G - \left(a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2) \right) P_k^{ref} \right)}{\partial e_k} = \\ &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_k} - \left(0 - \left(0 + b_k^p \times \frac{e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + c_k^p \times 2 e_k \right) P_k^{ref} \right) \\ \therefore H_{kk} &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial e_k} + \left(\frac{b_k^p e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^p e_k \right) P_k^{ref} \end{aligned}$$

tal que, inserindo-se a equação (40), obtém-se por fim que:

$$\begin{aligned} H_{kk} &= 2e_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \dots \\ &+ \left(\frac{b_k^p e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^p e_k \right) P_k^{ref} \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \bullet N_{kk} &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_k} - \frac{\partial P_k^{esp}}{\partial f_k} = \\ &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_k} - \frac{\partial \left(P_k^G - \left(a_k^p + b_k^p \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^p (e_k^2 + f_k^2) \right) P_k^{ref} \right)}{\partial f_k} = \\ &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_k} - \left(0 - \left(0 + b_k^p \times \frac{f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + c_k^p \times 2 f_k \right) P_k^{ref} \right) \\ \therefore N_{kk} &= \frac{\partial P_k^{calc}}{\partial f_k} + \left(\frac{b_k^p f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^p f_k \right) P_k^{ref} \end{aligned}$$

tal que, inserindo-se a equação (42), obtém-se por fim que:

$$\begin{aligned} N_{kk} &= 2f_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \dots \\ &+ \left(\frac{b_k^p f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^p f_k \right) P_k^{ref} \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \bullet M_{kk} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_k} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial e_k} = \\ &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_k} - \frac{\partial \left(Q_k^G - \left(a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2) \right) Q_k^{ref} \right)}{\partial e_k} = \\ &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_k} - \left(0 - \left(0 + b_k^q \times \frac{e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + c_k^q \times 2 e_k \right) Q_k^{ref} \right) \\ \therefore M_{kk} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial e_k} + \left(\frac{b_k^q e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^q e_k \right) Q_k^{ref} \end{aligned}$$

tal que, inserindo-se a equação (44), obtém-se por fim que:

$$\begin{aligned} M_{kk} &= -2e_k B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \dots \\ &+ \left(\frac{b_k^q e_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^q e_k \right) Q_k^{ref} \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \bullet L_{kk} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_k} - \frac{\partial Q_k^{esp}}{\partial f_k} = \\ &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_k} - \frac{\partial \left(Q_k^G - \left(a_k^q + b_k^q \sqrt{e_k^2 + f_k^2} + c_k^q (e_k^2 + f_k^2) \right) Q_k^{ref} \right)}{\partial f_k} = \\ &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_k} - \left(0 - \left(0 + b_k^q \times \frac{f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + c_k^q \times 2 f_k \right) Q_k^{ref} \right) \\ \therefore L_{kk} &= \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial f_k} + \left(\frac{b_k^q f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^q f_k \right) Q_k^{ref} \end{aligned}$$

tal que, inserindo-se a equação (46), obtém-se por fim que:

$$\begin{aligned} L_{kk} &= -2f_k B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \dots \\ &+ \left(\frac{b_k^q f_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + 2c_k^q f_k \right) Q_k^{ref} \end{aligned} \quad (75)$$

Com isso, o algoritmo do método de Newton-Raphson deve ser adaptado para contemplar o modelo de cargas ZIP, tal que os passos 1, 2 e 4 sofrem adequações, reformuladas a seguir:

- Passo 1 (iteração $i = 0$): ler e normalizar os dados da rede. Adotar o *flat-start* ($\underline{e} = 1 \text{ pu}$, $\underline{f} = 0 \text{ pu}$) para inicializar o vetor de variáveis $[\underline{e}^{(0)} | \underline{f}^{(0)}]^T$ do Subsistema 1. Calcular as matrizes condutância $[G]$ (com base nas equações (4) a (6)) e susceptância $[B]$ (com base nas equações (7) a (9)). Montar os vetores de potências de barras geradas \underline{P}^G e \underline{Q}^G .
- Passo 2 (iteração i): com base no estado das tensões de barra atual $\underline{e}^{(i)}$ e $\underline{f}^{(i)}$ obtidos na iteração anterior, determinar para cada barra k os valores $P_k^{C,(i)}$ e $Q_k^{C,(i)}$ com base nas equações (64) e (65), respectivamente, e montar os vetores $\underline{P}^{esp,(i)}$ e $\underline{Q}^{esp,(i)}$ com base nas equações (1) e (2), respectivamente. A seguir, calcular os vetores $\underline{P}^{calc,(i)}$ e $\underline{Q}^{calc,(i)}$ com o emprego das equações (20) e (21), respectivamente. Por fim, montar o vetor de equações $[\Delta \underline{P}^{(i)} | \Delta \underline{Q}^{(i)} \text{ ou } \Delta \underline{V}^{q,(i)}]^T$ com o cálculo dos vetores $\Delta \underline{P}^{(i)} = \underline{P}^{esp,(i)} - \underline{P}^{calc,(i)}$ se a barra é do tipo PQ ou PV, $\Delta \underline{Q}^{(i)} = \underline{Q}^{esp,(i)} - \underline{Q}^{calc,(i)}$ caso a barra seja do tipo PQ e $\Delta \underline{V}^{q,(i)} = (\underline{V}^{esp,(i)})^2 - (\underline{V}^{calc,(i)})^2$ caso a barra é do tipo PV.
- Passo 4 (iteração i): calcular a matriz jacobiana $[J^{(i)}]$ com as equações (40) a (51), com exceção dos elementos H_{kk} , M_{kk} , N_{kk} e L_{kk} , definidos pelas equações (72), (73), (74) e (75), respectivamente, obtidas neste desenvolvimento do trabalho.

IV. ANÁLISE DE RESULTADOS

Como mencionado, este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo adicional comparar a formulação do método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares com modelo de carga ZIP desenvolvida na seção III, com o equivalente em coordenadas polares constante na literatura. Para o estudo de casos, ambas as formulações polar e retangular do método foram implementadas no Matlab e realizados testes com cinco sistemas do IEEE: 14, 30, 57, 118 e 300 barras. O número de iterações para a solução do Subsistema 1 foi adotado como critério de desempenho para comparação entre as duas versões. Os resultados e análises são a seguir apresentados.

Primeiramente, o sistema de 14 barras foi empregado com o objetivo de comprovar a precisão dos resultados obtidos nas versões polar e retangular do método de Newton-Raphson com modelo de carga ZIP. Para este intento, os dados de carga ativa e reativa originais do sistema de 14 barras foram alterados de forma adequada para que, mesmo com os pesos de importância adotados na Tabela I, para o modelo de carga ZIP, o estado das tensões de barra resultante seja o mesmo do obtido com os dados originais do sistema com modelo de carga constante, ou seja, sabendo-se o resultado esperado, a solução com cada formulação deverá convergir para o mesmo resultado e comprovar sua precisão.

TABELA I
PESOS DE IMPORTÂNCIA DO MODELO DE CARGA ZIP
ADOTADOS PARA O SISTEMA DE 14 BARRAS

Barra k	a_k^p	b_k^p	c_k^p	a_k^q	b_k^q	c_k^q
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4	0,3
3	0,3	0,4	0,3	0,2	0,5	0,3
4	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
5	0,3	0,3	0,4	0,1	0,7	0,2
6	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	0,3	0,2	0,5	0,7	0,2	0,1
10	0,5	0,2	0,3	0,4	0,3	0,3
11	0,2	0,6	0,2	0,5	0,2	0,3
12	0,1	0,4	0,5	0,3	0,2	0,5
13	0,4	0,5	0,1	0,5	0,3	0,2
14	0,2	0,5	0,3	0,4	0,5	0,1

Para a comparação de desempenho com relação ao número de iterações, considerou-se que o método de Newton-Raphson é apenas um processo numérico para percorrer um caminho qualquer entre dois pontos (o inicial e a solução), sem exercer influência sobre a solução, tal que a jacobiana, que representa a sensibilidade entre equações e suas variáveis, é que determina o caminho a ser percorrido entre os dois pontos. Neste sentido, como os elementos N_{kk} (equação (62)) e L_{kk} (equação (63)) na formulação polar, bem como os elementos H_{kk} (equação (72)), N_{kk} (equação (73)), M_{kk} (equação (74)) e L_{kk} (equação (75)) na formulação retangular não são dependentes dos pesos a_k^p e a_k^q do modelo de carga ZIP, tal que não afetam a sensibilidade da jacobiana e, por conseguinte, a convergência por qualquer das formulações polar ou retangular, atribuiu-se o valor nulo aos pesos a_k^p e a_k^q para as comparações de desempenho. Para os demais pesos b_k^p , b_k^q , c_k^p e c_k^q do modelo ZIP, que são os que efetivamente alteram a sensibilidade da matriz jacobiana e que influenciam a convergência dos métodos de Newton-Raphson polar e retangular com o modelo de carga ZIP, adotou-se um padrão de variação de valores para estes pesos (respeitando a condição de soma igual a 1,0) para todas as barras de carga dos sistemas teste, cujos valores são mostrados na Tabela II.

TABELA II
VARIÇÃO DOS PESOS DE IMPORTÂNCIA DO MODELO ZIP ADOTADOS
PARA A COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES POLAR E
RETANGULAR

$b_k^p = b_k^q =$	1,0	0,75	0,5	0,25	0,0
$c_k^p = c_k^q =$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0

A. Estudo de caso I: sistema de 14 barras

Como mencionado, o sistema de 14 barras foi utilizado para comprovar a precisão dos resultados com as versões polar e retangular do método de Newton-Raphson com modelo ZIP. O procedimento visto a seguir é baseado na referência [3].

O ajuste de dados para a montagem do sistema de 14 barras modificado é obtido com base nos dados originais de carga

ativa e reativa do sistema e nos resultados das magnitudes de tensões de barra calculados na solução do sistema original, cujos dados são apresentados na Tabela III. Considerando-se os pesos de importância quaisquer adotados na Tabela I para o modelo de carga ZIP e os dados da Tabela III tem-se que, para uma barra k com módulo de tensão V_k e dados de cargas ativa P_k^C e reativa Q_k^C originais, as potências de referência P_k^{ref} e Q_k^{ref} do modelo ZIP que resultam nos mesmos valores de P_k^C e Q_k^C quando da solução por qualquer das formulações polar ou retangular (e, desse modo, nos mesmos módulos de tensões de barra V_k), são determinados com base nas equações (54) e (55), ou de forma equivalente com as equações (64) e (65), respectivamente por:

$$P_k^{ref} = \frac{P_k^C}{a_k^p + b_k^p V_k + c_k^p V_k^2} \quad (76)$$

$$Q_k^{ref} = \frac{Q_k^C}{a_k^q + b_k^q V_k + c_k^q V_k^2} \quad (77)$$

Como são apenas para a realização de testes, os pesos de importância do modelo ZIP para a modificação dos dados do sistema de 14 barras e a verificação da precisão dos resultados foram escolhidos aleatoriamente e respeitando a condição de soma 1,0, tal que seus valores são mostrados na Tabela I.

TABELA III

DADOS DE CARGA E RESULTADOS DO ESTADO DAS TENSÕES DE BARRA DO SISTEMA IEEE-14 BARRAS ORIGINAL

Barra k	Tipo	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	V_k (pu)	θ_k (°)
1	Vθ	0,00	0,00	1,0600	0,000
2	PV	21,7	12,70	1,0450	-4,983
3	PV	94,20	19,0	1,0100	-12,721
4	PQ	47,80	-3,90	1,0186	-10,325
5	PQ	7,60	1,60	1,0202	-8,784
6	PV	11,20	7,50	1,0700	-14,222
7	PQ	0,00	0,00	1,0621	-13,368
8	PV	0,00	0,00	1,0900	-13,368
9	PQ	29,50	16,6	1,0564	-14,947
10	PQ	9,00	5,80	1,0514	-15,104
11	PQ	3,50	1,80	1,0571	-14,795
12	PQ	6,10	1,60	1,0552	-15,077
13	PQ	13,50	5,80	1,0505	-15,159
14	PQ	14,90	5,00	1,0359	-16,039

A Tabela IV apresenta os valores de referência P_k^{ref} e Q_k^{ref} obtidos com os dados da Tabela III e os pesos de importância dados na Tabela I aplicados nas equações (76) e (77).

Com os pesos de importância adotados e os valores de P_k^{ref} e Q_k^{ref} no lugar dos dados de P_k^C e Q_k^C originais, montou-se então o arquivo de dados do sistema de 14 barras modificado. A Tabela V mostra os resultados do estado das tensões de barra para o sistema de 14 barras modificado, obtidos com o método de Newton-Raphson para as formulações polar e retangular com modelo de carga ZIP. Comparando estes resultados com

os da Tabela III, conclui-se então que as ambas as formulações convergem para o resultado esperado, com algumas diferenças na ordem da terceira casa decimal dos ângulos de fase obtidos com a formulação retangular, explicável pelo arredondamento dos valores de carga ativas e reativas utilizadas na montagem do sistema de 14 barras modificado e pela tolerância utilizada na solução do subsistema 1 do PFC (10^{-4}). Assim, a precisão da formulação desenvolvida neste trabalho está verificada.

TABELA IV
DADOS DE POTÊNCIAS DE REFERÊNCIA DO SISTEMA DE 14 BARRAS MODIFICADO

Barra k	P_k^{ref} (MW)	Q_k^{ref} (Mvar)
1	0,0000	0,0000
2	21,0291	12,1460
3	93,2646	18,7927
4	46,5814	-3,8144
5	7,4334	1,5651
6	10,3831	7,1463
7	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000
9	27,5874	16,2284
10	8,6379	5,5393
11	3,3088	1,7197
12	5,6542	1,4984
13	13,0363	5,5994
14	14,3293	4,8770

TABELA V
SISTEMA DE 14 BARRAS MODIFICADO E COM MODELO ZIP - SOLUÇÃO DO SUBSISTEMA 1 POR NEWTON-RAPHSON PARA COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMULAÇÕES

Barra k	Versão N-R polar com ZIP		Versão N-R retangular com ZIP	
	V_k (pu)	θ_k (°)	V_k (pu)	θ_k (°)
1	1,0600	0,000	1,0600	0,000
2	1,0450	-4,983	1,0450	-4,984
3	1,0100	-12,721	1,0100	-12,721
4	1,0186	-10,325	1,0186	-10,326
5	1,0202	-8,784	1,0202	-8,783
6	1,0700	-14,222	1,0700	-14,223
7	1,0621	-13,368	1,0621	-13,369
8	1,0900	-13,368	1,0900	-13,369
9	1,0564	-14,947	1,0564	-14,948
10	1,0514	-15,104	1,0514	-15,105
11	1,0571	-14,795	1,0571	-14,796
12	1,0552	-15,077	1,0552	-15,078
13	1,0505	-15,159	1,0505	-15,160
14	1,0359	-16,039	1,0359	-16,040

Para comparação de desempenho com o padrão de variação dos pesos adotados, a Tabela VI mostra o número de iterações obtido com as formulações polar e a retangular desenvolvida para o método de Newton-Raphson com modelo de carga ZIP.

TABELA VI

COMPARAÇÃO POR NÚMERO DE ITERAÇÕES ENTRE AS VERSÕES POLAR E RETANGULAR DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM MODELO DE CARGA ZIP PARA O SISTEMA IEEE-14 BARRAS

Valores dos pesos	$b_k^p = b_k^q =$	1,0	0,75	0,5	0,25	0,0
	$c_k^p = c_k^q =$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
Versões do N-R	Polar	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
	Retangular	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0

Com base nos resultados da Tabela VI, observa-se então que o desempenho da formulação retangular foi comparável ao da formulação polar conhecida da literatura, tal que ambas as versões do Newton-Raphson com modelo ZIP convergiram em 3 iterações para qualquer das combinações de pesos adotadas, o que atesta a eficiência da formulação desenvolvida.

B. Estudo de caso II: sistema de 30 barras

Para o sistema de 30 barras, a Tabela VII mostra o número de iterações obtido com as formulações polar e a retangular desenvolvida para o método de Newton-Raphson com modelo de carga ZIP, com base na variação dos pesos adotada. Logo, pode-se observar novamente um desempenho da formulação retangular comparável ao da formulação polar, com ambas as versões do Newton-Raphson com modelo ZIP convergindo em 3 iterações para qualquer das combinações de pesos, atestando novamente a eficiência da formulação desenvolvida.

TABELA VII

COMPARAÇÃO POR NÚMERO DE ITERAÇÕES ENTRE AS VERSÕES POLAR E RETANGULAR DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM MODELO DE CARGA ZIP PARA O SISTEMA IEEE-30 BARRAS

Valores dos pesos	$b_k^p = b_k^q =$	1,0	0,75	0,5	0,25	0,0
	$c_k^p = c_k^q =$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
Versões do N-R	Polar	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
	Retangular	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0

C. Estudo de caso III: sistema de 57 barras

Para o sistema de 57 barras, a Tabela VIII mostra o número de iterações obtido com as formulações polar e retangular, com base no padrão de variação dos pesos, em que pode-se observar novamente um desempenho da formulação retangular igual ao da formulação polar, com ambas as versões convergindo em 3 iterações. Os resultados para este sistema teste reiteram então a observância de eficiências comparáveis entre as duas versões.

TABELA VIII

COMPARAÇÃO POR NÚMERO DE ITERAÇÕES ENTRE AS VERSÕES POLAR E RETANGULAR DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM MODELO DE CARGA ZIP PARA O SISTEMA IEEE-57 BARRAS

Valores dos pesos	$b_k^p = b_k^q =$	1,0	0,75	0,5	0,25	0,0
	$c_k^p = c_k^q =$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
Versões do N-R	Polar	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
	Retangular	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0

D. Estudo de caso III: sistema de 118 barras

Para o sistema de 118 barras, a Tabela IX mostra o número de iterações obtido com as formulações polar e a retangular desenvolvida, para os casos de variação dos pesos adotados, tal que um desempenho comparável entre as formulações polar e retangular é novamente observado, com ambas as versões do Newton-Raphson com modelo ZIP convergindo em 5 iterações para as cinco combinações de pesos, o que atesta novamente a eficiência da formulação retangular (apenas como informação, as formulações polar e retangular clássicas sem modelo ZIP convergem em 5 iterações para o sistema de 118 barras).

TABELA IX

COMPARAÇÃO POR NÚMERO DE ITERAÇÕES ENTRE AS VERSÕES POLAR E RETANGULAR DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM MODELO DE CARGA ZIP PARA O SISTEMA IEEE-118 BARRAS

Valores dos pesos	$b_k^p = b_k^q =$	1,0	0,75	0,5	0,25	0,0
	$c_k^p = c_k^q =$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
Versões do N-R	Polar	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
	Retangular	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0

E. Estudo de caso III: sistema de 300 barras

Para o sistema de 300 barras, a Tabela X mostra o número de iterações obtido com as formulações polar e retangular, para os casos de variação dos pesos adotado. Neste caso, diferentemente dos estudos anteriores, pode-se observar um melhor desempenho da formulação polar nas duas primeiras combinações de pesos (1,0/0,0 e 0,75/0,25), ao convergir em 3 iterações enquanto que a versão retangular converge em 4 iterações. Porém, nas demais combinações de pesos, observa-se um desempenho igual para as duas versões do N-R com modelo de carga ZIP (4 iterações).

Este aparente melhor desempenho da formulação polar em relação à retangular desenvolvida pode ter explicação no fato dos pesos de importância do modelo de carga ZIP afetar apenas os elementos N_{kk} e L_{kk} da matriz jacobiana na versão polar, mas em todos os elementos da diagonal principal para a formulação retangular, o que pode vir a causar um condicionamento menor para a matriz jacobiana tal que, com a inversão desta, o método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares pode ter sua eficiência reduzida durante o processo iterativo. Apenas como informação adicional, a formulação polar clássica do PFC com cargas de potência constante converge em 4 iterações e a formulação retangular clássica converge em 5 iterações para o sistema de 300 barras.

TABELA X

COMPARAÇÃO POR NÚMERO DE ITERAÇÕES ENTRE AS VERSÕES POLAR E RETANGULAR DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON COM MODELO DE CARGA ZIP PARA O SISTEMA IEEE-300 BARRAS

Valores dos pesos	$b_k^p = b_k^q =$	1,0	0,75	0,5	0,25	0,0
	$c_k^p = c_k^q =$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
Versões do N-R	Polar	3,0	3,0	4,0	4,0	4,0
	Retangular	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0

V. CONCLUSÕES

Este trabalho de conclusão de curso objetivou desenvolver a formulação do método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares considerando o modelo de carga ZIP, bem como realizar testes com sistemas elétricos encontrados na literatura para a comparação de resultados e análise de desempenho com a formulação análoga em coordenadas polares conhecida.

Inicialmente foi verificada a precisão dos resultados obtidos com a versão retangular do Newton-Raphson com o modelo ZIP desenvolvida neste trabalho, empregando-se uma versão modificada do sistema IEEE-14 barras. Neste caso, visto que os resultados obtidos pela formulação retangular desenvolvida foram praticamente iguais aos esperados, conclui-se então que a veracidade do equacionamento desenvolvido está atestada.

Para a avaliação de desempenho da versão em coordenadas retangulares desenvolvida neste trabalho, realizou-se estudos de casos com sistemas teste e adotou-se um padrão de variação para os pesos de importância do modelo de carga ZIP. Os resultados foram comparados com a versão polar considerando o número de iterações como critério de avaliação. Com base nos estudos de casos, observou-se que a versão desenvolvida apresentou resultados idênticos ao da versão polar para todos os sistemas de teste, com exceção do sistema de 300 barras, no qual consumiu uma iteração a mais em relação à versão polar em dois casos de combinações de pesos. A explicação para este desempenho inferior da versão retangular foi baseada no fato dos pesos de importância do modelo de carga ZIP afetar todos os elementos da diagonal principal da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson na formulação retangular, o que pode causar um mal condicionamento para a matriz jacobiana. Outra possível explicação pode estar relacionada ao fato da dimensão da jacobiana em coordenadas retangulares ser maior ($2NPQ + 2NPV$) do que na formulação polar ($2NPQ + NPV$), tal que a intensificação do mal condicionamento da jacobiana com o número de barras do sistema pode tornar mais difícil a convergência do método de Newton-Raphson retangular.

Contudo, com base nos estudos de casos observou-se que a eficiência da formulação desenvolvida é, em geral, equivalente à formulação em coordenadas polares conhecida da literatura e conclui-se que o método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares com modelo ZIP configura-se em uma alternativa viável para se realizar estudos com sistemas elétricos em que as cargas precisam ser representadas pelo modelo de carga ZIP.

BIBLIOGRAFIA

- [1] MONTICELLI, Alcir J., “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”, Ed. Edgar Blücher, São Paulo, 1983.
- [2] BRIGATTO, Gelson A. A., “Teoria do Problema do Fluxo de Carga - Material Didático”, 2020. Apostila da disciplina Tópicos em Sistemas Eletro-Eletrônicos, do Programa de Pós-Graduação da EMC/UFG.
- [3] ABRANCHES, Guilherme A., “Formulação Alternativa do método de Newton-Raphson com modelo ZIP - Testes e comparações”. Trabalho de conclusão de curso (graduação) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.

- [4] TATE, Joseph Euzebe and OVERBYE, Thomas J. “A Comparison of the Optimal Multiplier in Polar and Rectangular Coordinates”. IEEE Transactions on Power Systems, VOL 20, NO 4, November 2005

Anexo A: Lista de Símbolos

- \hat{I}_k : injeção de corrente em uma barra genérica k ;
 \hat{I}_k^{sh} : injeção de corrente *shunt* em uma barra genérica k ;
 \hat{I}_{km} : corrente em um ramo genérico no sentido de k para m ;
 \hat{S}_k^G : potência complexa injetada (gerada) em uma barra k ;
 P_k^G : potência ativa injetada (gerada) em uma barra k ;
 Q_k^G : potência reativa injetada (gerada) em uma barra k ;
 \hat{S}_k^C : potência complexa absorvida (consumida) em uma barra k ;
 P_k^C : potência ativa absorvida (consumida) em uma barra k ;
 Q_k^C : potência reativa absorvida (consumida) em uma barra k ;
 \hat{E} : tensão complexa;
 $[\hat{Y}]$: matriz admitância nodal;
 $[G]$: matriz de condutância;
 $[B]$: matriz de susceptância;
 a_{km} : valor do tap do transformador no ramo $k-m$;
 g_{km} : condutância série de um ramo genérico $k-m$;
 b_{km} : susceptância série de um ramo genérico $k-m$;
 b_k^{sh} : susceptância *shunt* em uma barra k ;
 b_{km}^{sh} : susceptância *shunt de linha de transmissão* em um ramo $k-m$;
 Ω_k : conjunto de barras adjacentes a barra k , incluindo a barra k ;
 V_k : magnitude da tensão complexa de barra;
 θ_k : ângulo de fase da tensão complexa de barra;
 NPV : número de barras do tipo PV;
 NPQ : número de barras do tipo PQ;
 e_k : parte real da tensão complexa;
 f_k : parte imaginária da tensão complexa;
 \underline{P}^{esp} : vetor de potência ativa especificada;
 \underline{P}^{calc} : vetor de potência ativa calculada;
 $\underline{\Delta P}$: vetor de resíduos de potência ativa;
 \underline{Q}^{esp} : vetor de potência reativa especificada;
 \underline{Q}^{calc} : vetor de potência reativa calculada;
 $\underline{\Delta Q}$: vetor de resíduos de potência reativa;
 ΔV_k^q : vetor de resíduos quadráticos de tensão;
 a_k^p : parcela de carga ativa modelada como potência constante;
 a_k^q : parcela de carga reativa modelada como potência constante;
 b_k^p : parcela de carga ativa modelada como corrente constante;
 b_k^q : parcela de carga reativa modelada como constante constante;
 c_k^p : parcela de carga ativa modelada como impedância constante;
 c_k^q : parcela de carga reativa modelada como impedância constante;

Anexo B: Dados de barras e de ramos dos sistemas teste de 14, 30, 57 e 118 barras

TABELA XI
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA IEEE-14 BARRAS

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
1	V θ	1,060	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,045	0,0	40,0	0,0	21,7	12,7	0,0
3	PV	1,010	0,0	0,0	0,0	94,2	19,0	0,0
4	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	47,8	-3,9	0,0
5	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	7,6	1,6	0,0
6	PV	1,070	0,0	0,0	0,0	11,2	7,5	0,0
7	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	PV	1,090	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	29,5	16,6	19,0
10	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	9,0	5,8	0,0
11	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	3,5	1,8	0,0
12	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	6,1	1,6	0,0
13	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	13,5	5,8	0,0
14	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	14,9	5,0	0,0

TABELA XII
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA IEEE-14 BARRAS

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh,total}$ (Mvar)	a_{km}
1	2	1,940	5,92	5,28	1,000
1	5	5,403	22,30	4,92	1,000
2	3	4,699	19,80	4,38	1,000
2	4	5,811	17,63	3,74	1,000
2	5	5,695	17,39	3,40	1,000
3	4	6,701	17,10	3,46	1,000
4	5	1,335	4,21	1,28	1,000
4	7	0,000	20,91	0,00	1,023
4	9	0,000	55,62	0,00	1,032
5	6	0,000	25,20	0,00	1,073
6	11	9,498	19,89	0,00	1,000
6	12	12,291	25,58	0,00	1,000
6	13	6,615	13,03	0,00	1,000
7	8	0,000	17,61	0,00	1,000
7	9	0,000	11,00	0,00	1,000
9	10	3,181	8,45	0,00	1,000
9	14	12,711	27,04	0,00	1,000
10	11	8,205	19,21	0,00	1,000
12	13	22,092	19,99	0,00	1,000
13	14	17,093	34,80	0,00	1,000

TABELA XIII
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA IEEE-30 BARRAS

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
1	V θ	1,04	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,05	0,0	0,0	0,0	21,7	12,7	0,0
3	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	2,4	1,2	0,0
4	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	7,6	1,6	0,0
5	PV	1,01	0,0	0,0	0,0	94,2	19,0	0,0
6	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	22,8	10,9	0,0
8	PV	1,01	0,0	20,0	0,0	30,0	30,0	0,0
9	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	5,8	2,0	19,0
11	PV	1,05	0,0	20,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	11,2	7,5	0,0
13	PV	1,05	0,0	20,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	6,2	1,6	0,0
15	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	8,2	2,5	0,0

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
16	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,5	1,8	0,0
17	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	9,0	5,8	0,0
18	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,2	0,9	0,0
19	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	9,5	3,4	0,0
20	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	2,2	0,7	0,0
21	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	17,5	11,2	0,0
22	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,2	1,6	0,0
24	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	8,7	6,7	4,0
25	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
26	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	3,5	2,3	0,0
27	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	2,4	0,9	0,0
30	PQ	1,00	0,0	0,0	0,0	10,6	1,9	0,0

TABELA XIV
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA IEEE-30 BARRAS

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh,total}$ (Mvar)	a_{km}
1	2	1,92	5,75	5,28	1,000
1	3	4,52	18,52	4,08	1,000
2	4	5,70	17,37	3,68	1,000
2	5	4,72	19,83	4,18	1,000
2	6	5,81	17,63	3,74	1,000
3	4	1,32	3,79	0,84	1,000
4	6	1,19	4,14	0,90	1,000
4	12	0,00	25,60	0,00	1,032
5	7	4,60	11,60	2,04	1,000
6	7	2,67	8,20	1,70	1,000
6	8	1,20	4,20	0,90	1,000
6	9	0,00	20,80	0,00	1,078
6	10	0,00	55,60	0,00	1,069
6	28	1,69	5,99	1,30	1,000
8	28	63,60	20,00	4,28	1,000
9	10	0,00	11,00	0,00	1,000
9	11	0,00	20,80	0,00	1,000
10	17	3,24	8,45	0,00	1,000
10	20	9,36	20,90	0,00	1,000
10	21	3,48	7,49	0,00	1,000
10	22	7,27	14,99	0,00	1,000
12	13	0,00	14,00	0,00	1,000
12	14	12,31	25,59	0,00	1,000
12	15	6,62	13,04	0,00	1,000
12	16	9,45	19,87	0,00	1,000
14	15	22,10	19,97	0,00	1,000
15	18	10,70	21,85	0,00	1,000
15	23	10,00	20,20	0,00	1,000
16	17	8,24	19,32	0,00	1,000
18	19	6,39	12,92	0,00	1,000
19	20	3,40	6,80	0,00	1,000
21	22	1,16	2,36	0,00	1,000
22	24	11,50	17,90	0,00	1,000
23	24	13,20	27,00	0,00	1,000
24	25	18,85	32,92	0,00	1,000
25	26	25,44	38,00	0,00	1,000
25	27	10,93	20,87	0,00	1,000
28	27	0,00	39,60	0,00	1,068
27	29	21,98	41,53	0,00	1,000
27	30	32,02	60,27	0,00	1,000
29	30	23,99	45,33	0,00	1,000

TABELA XV
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA IEEE-57 BARRAS

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
1	V0	1,040	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,010	0,00	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0
3	PV	0,985	0,00	40,0	0,0	41,0	0,0	0,0
4	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	13,0	4,0	0,0
6	PV	0,980	0,00	0,0	0,0	75,0	0,0	0,0
7	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	PV	1,005	0,00	450,0	0,0	150,0	0,0	0,0
9	PV	0,980	0,00	0,0	0,0	121,0	0,0	0,0
10	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	5,0	2,0	0,0
11	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	PV	1,015	0,00	310,0	0,0	377,0	0,0	0,0
13	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	18,0	2,3	0,0
14	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	10,5	5,3	0,0
15	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	22,0	5,0	0,0
16	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	43,0	3,0	0,0
17	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	42,0	8,0	0,0
18	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	27,2	9,8	10,0
19	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	3,3	0,6	0,0
20	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	2,3	1,0	0,0
21	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,3	2,1	0,0
24	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
25	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,3	3,2	5,9
26	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
27	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	9,3	0,5	0,0
28	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	4,6	2,3	0,0
29	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	17,0	2,6	0,0
30	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	3,6	1,8	0,0
31	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	5,8	2,9	0,0
32	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	1,6	0,8	0,0
33	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	3,8	1,9	0,0
34	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
35	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,0	3,0	0,0
36	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
37	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
38	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	14,0	7,0	0,0
39	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
41	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,3	3,0	0,0
42	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	7,1	4,0	0,0
43	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	2,0	1,0	0,0
44	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	12,0	1,8	0,0
45	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
46	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
47	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	29,7	11,6	0,0
48	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
49	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	18,0	8,5	0,0
50	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	21,0	10,5	0,0
51	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	18,0	5,3	0,0
52	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	4,9	2,2	0,0
53	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	20,0	10,0	6,3
54	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	4,1	1,4	0,0
55	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,8	3,4	0,0
56	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	7,6	2,2	0,0
57	PQ	1,000	0,00	0,0	0,0	6,7	2,0	0,0

TABELA XVI
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA IEEE-57 BARRAS

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh, total}$ (Mvar)	a_{km}
1	2	0,83	2,80	12,90	1,000
2	3	2,98	8,50	8,18	1,000
3	4	1,12	3,66	3,80	1,000
4	5	6,25	13,20	2,58	1,000
4	6	4,30	14,80	3,58	1,000
6	7	2,00	10,20	2,76	1,000
6	8	3,39	17,30	4,70	1,000
8	9	0,99	5,05	5,48	1,000
9	10	3,69	16,79	4,40	1,000
9	11	2,58	8,48	2,18	1,000
9	12	6,48	29,50	7,72	1,000
9	13	4,81	15,80	4,06	1,000
13	14	1,32	4,34	1,10	1,000
13	15	2,69	8,69	2,30	1,000
1	15	1,78	9,10	9,88	1,000
1	16	4,54	20,60	5,46	1,000
1	17	2,38	10,80	2,86	1,000
3	15	1,62	5,30	5,44	1,000
4	18	0,00	55,50	0,00	0,970
4	18	0,00	43,00	0,00	0,978
5	6	3,02	6,41	1,24	1,000
7	8	1,39	7,12	1,94	1,000
10	12	2,77	12,62	3,28	1,000
11	13	2,23	7,32	1,88	1,000
12	13	1,78	5,80	6,04	1,000
12	16	1,80	8,13	2,16	1,000
12	17	3,97	17,90	4,76	1,000
14	15	1,71	5,47	1,48	1,000
18	19	46,10	68,50	0,00	1,000
19	20	28,30	43,40	0,00	1,000
21	20	0,00	77,67	0,00	1,043
21	22	7,36	11,70	0,00	1,000
22	23	0,99	1,52	0,00	1,000
23	24	16,60	25,60	0,84	1,000
25	24	0,00	118,20	0,00	1,000
24	25	0,00	123,00	0,00	1,000
24	26	0,00	4,73	0,00	1,043
26	27	16,50	25,40	0,00	1,000
27	28	6,18	9,54	0,00	1,000
28	29	4,18	5,87	0,00	1,000
7	29	0,00	6,48	0,00	0,967
25	30	13,50	20,20	0,00	1,000
30	31	32,60	49,70	0,00	1,000
31	32	50,70	75,50	0,00	1,000
32	33	3,92	3,60	0,00	1,000
34	32	0,00	95,30	0,00	0,975
34	35	5,20	7,80	0,32	1,000
35	36	4,30	5,37	0,16	1,000
36	37	2,90	3,66	0,00	1,000
37	38	6,51	10,09	0,20	1,000
37	39	2,39	3,79	0,00	1,000
36	40	3,00	4,66	0,00	1,000
22	38	1,92	2,95	0,00	1,000
11	41	0,00	74,90	0,00	0,955
41	42	20,70	35,20	0,00	1,000
41	43	0,00	41,20	0,00	1,000
38	44	2,89	5,85	0,20	1,000
15	45	0,00	10,42	0,00	0,955
14	46	0,00	7,35	0,00	0,900
46	47	2,30	6,80	0,32	1,000
47	48	1,82	2,33	0,00	1,000
48	49	8,34	12,90	0,48	1,000
49	50	8,01	12,80	0,00	1,000

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh, total}$ (Mvar)	a_{km}
50	51	13,86	22,00	0,00	1,000
10	51	0,00	7,12	0,00	0,930
13	49	0,00	19,10	0,00	0,895
29	52	14,42	18,70	0,00	1,000
52	53	7,62	9,84	0,00	1,000
53	54	18,78	23,20	0,00	1,000
54	55	17,32	22,65	0,00	1,000
43	11	0,00	15,30	0,00	0,958
44	45	6,24	12,42	0,40	1,000
40	56	0,00	119,50	0,00	0,958
56	41	55,30	54,90	0,00	1,000
56	42	21,25	35,40	0,00	1,000
39	57	0,00	135,50	0,00	0,980
57	56	17,40	26,00	0,00	1,000
38	49	11,50	17,70	0,60	1,000
38	48	3,12	4,82	0,00	1,000
9	55	0,00	12,05	0,00	0,940

TABELA XVII
DADOS DE BARRAS DO SISTEMA IEEE-118 BARRAS

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
1	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	51,0	27,0	0,0
2	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	20,0	9,0	0,0
3	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	39,0	10,0	0,0
4	PV	0,998	0,0	0,0	0,0	39,0	12,0	0,0
5	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-40,0
6	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	52,0	22,0	0,0
7	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	19,0	2,0	0,0
8	PV	1,015	0,0	0,0	0,0	28,0	0,0	0,0
9	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	PV	1,050	0,0	450,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	70,0	23,0	0,0
12	PV	0,990	0,0	85,0	0,0	47,0	10,0	0,0
13	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	34,0	16,0	0,0
14	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	14,0	1,0	0,0
15	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	90,0	30,0	0,0
16	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	25,0	10,0	0,0
17	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	11,0	3,0	0,0
18	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	60,0	34,0	0,0
19	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	45,0	25,0	0,0
20	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	18,0	3,0	0,0
21	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	14,0	8,0	0,0
22	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	10,0	5,0	0,0
23	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	7,0	3,0	0,0
24	PV	0,992	0,0	0,0	0,0	13,0	0,0	0,0
25	PV	1,050	0,0	220,0	0,0	0,0	0,0	0,0
26	PV	1,015	0,0	314,0	0,0	0,0	0,0	0,0
27	PV	0,968	0,0	0,0	0,0	71,0	13,0	0,0
28	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	17,0	7,0	0,0
29	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	24,0	4,0	0,0
30	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
31	PV	0,967	0,0	7,0	0,0	43,0	27,0	0,0
32	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	59,0	23,0	0,0
33	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	23,0	9,0	0,0
34	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	59,0	26,0	14,0
35	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	33,0	9,0	0,0
36	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	31,0	17,0	0,0
37	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-25,0
38	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
39	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	27,0	11,0	0,0
40	PV	0,970	0,0	0,0	0,0	66,0	23,0	0,0
41	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	37,0	10,0	0,0
42	PV	0,985	0,0	0,0	0,0	96,0	23,0	0,0

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
43	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	18,0	7,0	0,0
44	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	16,0	8,0	10,0
45	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	53,0	22,0	10,0
46	PV	1,005	0,0	19,0	0,0	28,0	10,0	10,0
47	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	34,0	1,0	0,0
48	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	20,0	11,0	15,0
49	PV	1,025	0,0	204,0	0,0	87,0	30,0	0,0
50	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	17,0	4,0	0,0
51	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	17,0	8,0	0,0
52	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	18,0	5,0	0,0
53	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	23,0	11,0	0,0
54	PV	0,955	0,0	48,0	0,0	113,0	32,0	0,0
55	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	63,0	22,0	0,0
56	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	84,0	18,0	0,0
57	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	12,0	3,0	0,0
58	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	12,0	3,0	0,0
59	PV	0,985	0,0	155,0	0,0	277,0	113,0	0,0
60	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	78,0	3,0	0,0
61	PV	0,995	0,0	160,0	0,0	0,0	0,0	0,0
62	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	77,0	14,0	0,0
63	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
64	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
65	PV	1,005	0,0	391,0	0,0	0,0	0,0	0,0
66	PV	1,050	0,0	392,0	0,0	39,0	18,0	0,0
67	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	28,0	7,0	0,0
68	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
69	Vθ	1,035	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	66,0	20,4	0,0
71	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
72	PV	0,980	0,0	0,0	0,0	12,0	0,0	0,0
73	PV	0,991	0,0	0,0	0,0	6,0	0,0	0,0
74	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	68,0	27,0	12,0
75	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	47,0	11,0	0,0
76	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	68,0	36,0	0,0
77	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	61,0	28,0	0,0
78	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	71,0	26,0	0,0
79	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	39,0	32,0	20,0
80	PV	1,040	0,0	477,0	0,0	13,0	26,0	0,0
81	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
82	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	54,0	27,0	20,0
83	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	20,0	10,0	10,0
84	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	11,0	7,0	0,0
85	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	24,0	15,0	0,0
86	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	21,0	10,0	0,0
87	PV	1,015	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
88	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	48,0	10,0	0,0
89	PV	1,005	0,0	607,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90	PV	0,985	0,0	0,0	0,0	163,0	42,0	0,0
91	PV	0,980	0,0	0,0	0,0	10,0	0,0	0,0
92	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	65,0	10,0	0,0
93	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	12,0	7,0	0,0
94	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	30,0	16,0	0,0
95	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	42,0	31,0	0,0
96	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	38,0	15,0	0,0
97	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	15,0	9,0	0,0
98	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	34,0	8,0	0,0
99	PV	1,010	0,0	0,0	0,0	42,0	0,0	0,0
100	PV	1,017	0,0	252,0	0,0	37,0	18,0	0,0
101	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	22,0	15,0	0,0
102	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	5,0	3,0	0,0
103	PV	1,010	0,0	40,0	0,0	23,0	16,0	0,0
104	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	38,0	25,0	0,0
105	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	31,0	26,0	20,0
106	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	43,0	16,0	0,0
107	PV	0,952	0,0	0,0	0,0	50,0	12,0	6,0

Barra k	Tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	P_k^G (MW)	Q_k^G (Mvar)	P_k^C (MW)	Q_k^C (Mvar)	Q_k^{sh} (Mvar)
108	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	2,0	1,0	0,0
109	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	8,0	3,0	0,0
110	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	39,0	30,0	6,0
111	PV	0,980	0,0	36,0	0,0	0,0	0,0	0,0
112	PV	0,975	0,0	0,0	0,0	68,0	13,0	0,0
113	PV	0,993	0,0	0,0	0,0	6,0	0,0	0,0
114	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	8,0	3,0	0,0
115	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	22,0	7,0	0,0
116	PV	1,005	0,0	0,0	0,0	184,0	0,0	0,0
117	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	20,0	8,0	0,0
118	PQ	1,000	0,0	0,0	0,0	33,0	15,0	0,0

TABELA XVIII
DADOS DE RAMOS DO SISTEMA IEEE-1118 BARRAS

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh, total}$ (Mvar)	a_{km}
1	2	3,03	9,99	2,54	1,000
1	3	1,29	4,24	1,08	1,000
4	5	0,18	0,80	0,21	1,000
3	5	2,41	10,80	2,84	1,000
5	6	1,19	5,40	1,43	1,000
6	7	0,46	2,08	0,55	1,000
8	9	0,24	3,05	116,20	1,000
5	8	0	2,67	0	0,950
9	10	0,26	3,22	123,00	1,000
4	11	2,09	6,88	1,75	1,000
5	11	2,03	6,82	1,74	1,000
11	12	0,60	1,96	0,50	1,000
2	12	1,87	6,16	1,57	1,000
3	12	4,84	16,00	4,06	1,000
7	12	0,86	3,40	0,87	1,000
11	13	2,23	7,31	1,88	1,000
12	14	2,15	7,07	1,82	1,000
13	15	7,44	24,44	6,27	1,000
14	15	5,95	19,50	5,02	1,000
12	16	2,12	8,34	2,14	1,000
15	17	1,32	4,37	4,44	1,000
16	17	4,54	18,01	4,66	1,000
17	18	1,23	5,05	1,30	1,000
18	19	1,12	4,93	1,14	1,000
19	20	2,52	11,70	2,98	1,000
15	19	1,20	3,94	1,01	1,000
20	21	1,83	8,49	2,16	1,000
21	22	2,09	9,70	2,46	1,000
22	23	3,42	15,90	4,04	1,000
23	24	1,35	4,92	4,98	1,000
23	25	1,56	8,00	8,64	1,000
25	26	0	3,82	0	1,025
25	27	3,18	16,30	17,64	1,000
27	28	1,91	8,55	2,16	1,000
28	29	2,37	9,43	2,38	1,000
17	30	0	3,88	0	1,925
26	30	0,80	8,60	91,80	1,000
8	30	0,43	5,04	51,40	1,000
17	31	4,74	15,63	3,99	1,000
29	31	1,08	3,31	0,83	1,000
23	32	3,17	11,53	11,73	1,000
31	32	2,98	9,85	2,51	1,000
27	32	2,29	7,55	1,93	1,000
15	33	3,80	12,44	3,19	1,000
19	34	7,52	24,70	6,32	1,000
35	36	0,22	1,02	0,27	1,000
35	37	1,10	4,97	1,32	1,000
33	37	4,15	14,20	3,66	1,000
34	36	0,87	2,68	0,57	1,000

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh,total}$ (Mvar)	a_{km}
34	37	0,26	0,94	0,99	1,000
37	38	0	3,75	0	0,975
37	39	3,21	10,60	2,70	1,000
37	40	5,93	16,80	4,20	1,000
30	38	0,46	5,40	42,20	1,000
39	40	1,84	6,05	1,55	1,000
40	41	1,45	4,87	1,22	1,000
40	42	5,55	18,30	4,66	1,000
41	42	4,10	13,50	3,44	1,000
43	44	6,08	24,54	6,07	1,000
34	43	4,13	16,81	4,23	1,000
44	45	2,24	9,01	2,24	1,000
45	46	4,00	13,56	3,32	1,000
46	47	3,80	12,70	3,16	1,000
46	48	6,01	18,90	4,72	1,000
47	49	1,91	6,25	1,60	1,000
42	49	3,58	16,10	17,20	1,000
45	49	6,84	18,60	4,44	1,000
48	49	1,79	5,05	1,26	1,000
49	50	2,67	7,52	1,87	1,000
49	51	4,86	13,70	3,42	1,000
51	52	2,03	5,88	1,40	1,000
52	53	4,05	16,35	4,06	1,000
53	54	2,63	12,20	3,11	1,000
49	54	9,85	32,40	8,28	1,000
54	55	1,69	7,07	2,02	1,000
54	56	0,28	0,96	0,73	1,000
55	56	0,49	1,51	0,37	1,000
56	57	3,43	9,66	2,42	1,000
50	57	4,74	13,40	3,32	1,000
56	58	3,43	9,66	2,42	1,000
51	58	2,55	7,19	1,79	1,000
54	59	5,03	22,93	5,98	1,000
56	59	4,07	12,00	11,04	1,000
55	59	4,74	21,58	5,65	1,000
59	60	3,17	14,50	3,76	1,000
59	61	3,28	15,00	3,88	1,000
60	61	0,26	1,35	1,46	1,000
60	62	1,23	5,61	1,47	1,000
61	62	0,82	3,76	0,98	1,000
59	63	0	3,86	0	1,030
63	64	0,17	2,00	21,60	1,000
61	64	0	2,68	0	0,925
38	65	0,90	9,86	114,60	1,000
64	65	0,27	3,02	38,00	1,000
49	66	0,90	4,59	4,96	1,000
62	66	4,82	21,80	5,78	1,000
62	67	2,58	11,70	3,10	1,000
65	66	0	3,70	0	0,985
66	67	2,24	10,15	2,68	1,000
65	68	0,14	1,60	63,80	1,000
47	69	8,44	27,78	7,09	1,000
49	69	9,85	32,40	8,28	1,000
68	69	0	3,70	0	0,985
69	70	3,00	12,70	12,20	1,000
24	70	10,22	41,15	10,20	1,000
70	71	0,88	3,55	0,88	1,000
24	72	4,88	19,60	4,88	1,000
71	72	4,46	18,00	4,44	1,000
71	73	0,87	4,54	1,18	1,000
70	74	4,01	13,23	3,37	1,000
70	75	4,28	14,10	3,60	1,000
69	75	4,05	12,20	12,40	1,000
74	75	1,23	4,06	1,03	1,000
76	77	4,44	14,80	3,68	1,000

Barra inicial k	Barra final m	r_{km} (%)	x_{km} (%)	$Q_{km}^{sh,total}$ (Mvar)	a_{km}
69	77	3,09	10,10	10,38	1,000
75	77	6,01	19,99	4,98	1,000
77	78	0,38	1,24	1,26	1,000
78	79	0,55	2,44	0,65	1,000
77	80	1,08	3,31	7,00	1,000
79	80	1,56	7,04	1,87	1,000
68	81	0,18	2,02	80,80	1,000
80	81	0	3,70	0	0,925
77	82	2,98	8,53	8,17	1,000
82	83	1,12	3,66	3,80	1,000
83	84	6,25	13,20	2,58	1,000
83	85	4,30	14,80	3,48	1,000
84	85	3,02	6,41	1,23	1,000
85	86	3,50	12,30	2,76	1,000
86	87	2,83	20,74	4,45	1,000
85	88	2,00	10,20	2,76	1,000
85	89	2,39	17,30	4,70	1,000
88	89	1,39	7,12	1,93	1,000
89	90	1,58	6,53	15,88	1,000
90	91	2,54	8,36	2,14	1,000
89	92	0,79	3,80	9,62	1,000
91	92	3,87	12,72	3,27	1,000
92	93	2,58	8,48	2,18	1,000
92	94	4,81	15,80	4,06	1,000
93	94	2,23	7,32	1,88	1,000
94	95	1,32	4,34	1,11	1,000
80	96	3,56	18,20	4,94	1,000
82	96	1,62	5,30	5,44	1,000
94	96	2,69	8,69	2,30	1,000
80	97	1,83	9,34	2,54	1,000
80	98	2,38	10,80	2,86	1,000
80	99	4,54	20,60	5,46	1,000
92	100	6,48	29,50	7,72	1,000
94	100	1,78	5,80	6,04	1,000
95	96	1,71	5,47	1,47	1,000
96	97	1,73	8,85	2,40	1,000
98	100	3,97	17,90	4,76	1,000
99	100	1,80	8,13	2,16	1,000
100	101	2,77	12,62	3,28	1,000
92	102	1,23	5,59	1,46	1,000
101	102	2,46	11,20	2,84	1,000
100	103	1,60	5,25	5,36	1,000
100	104	4,51	20,40	5,41	1,000
103	104	4,66	15,84	4,07	1,000
103	105	5,35	16,25	4,08	1,000
100	106	6,05	22,90	6,20	1,000
104	105	0,99	3,78	0,99	1,000
105	106	1,40	5,47	1,43	1,000
105	107	5,30	18,30	4,72	1,000
105	108	2,61	7,03	1,84	1,000
106	107	5,30	18,30	4,72	1,000
108	109	1,05	2,88	0,76	1,000
103	110	3,91	18,13	4,61	1,000
109	110	2,78	7,62	2,02	1,000
110	111	2,20	7,55	2,00	1,000
110	112	2,47	6,40	6,20	1,000
17	113	0,91	3,01	0,77	1,000
32	113	6,15	20,30	5,18	1,000
32	114	1,35	6,12	1,63	1,000
27	115	1,64	7,41	1,97	1,000
114	115	0,23	1,04	0,28	1,000
68	116	0,03	0,40	16,40	1,000
12	117	3,29	14,00	3,58	1,000
75	118	1,45	4,81	1,20	1,000
76	118	1,64	5,44	1,36	1,000