

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

**THALITTA FERNANDES DE CARVALHO PERES**

**ENSINO DESENVOLVIMENTAL E APRENDIZAGEM DA  
MATEMÁTICA: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE RAIZ  
QUADRADA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**GOIÂNIA-GO**

**2020**



**UFG**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

## **TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES**

### **E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### **1. Identificação do material bibliográfico**

Dissertação       Tese

#### **2. Nome completo do autor**

THALITTA FERNANDES DE CARVALHO PERES

#### **3. Título do trabalho**

ENSINO DESENVOLVIMENTAL E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE RAIZ QUADRADA NO ENSINO FUNDAMENTAL

#### **4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)**

Concorda com a liberação total do documento  SIM       NÃO<sup>1</sup>

**[1]** Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

**a)** consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

**b)** novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Sandra Valéria Limonta Rosa, Professor do Magistério Superior**, em 15/11/2020, às 07:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

---



Documento assinado eletronicamente por **THALITTA FERNANDES DE CARVALHO PERÊS, Discente**, em 16/11/2020, às 10:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1678606** e o código CRC **312A1CD5**.

---

THALITTA FERNANDES DE CARVALHO PERES

**ENSINO DESENVOLVIMENTAL E APRENDIZAGEM DA  
MATEMÁTICA: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE RAIZ  
QUADRADA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Goiás, como requisito final para a aquisição do título de Doutora em Educação.

**Linha de Pesquisa:** Formação, Profissionalização Docente e Trabalho Educativo.

**Prof.<sup>a</sup> Orientadora:** Sandra Valéria Limonta Rosa

GOIÂNIA-GO

2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Peres, Thalitta Fernandes de Carvalho

Ensino desenvolvimental e aprendizagem da Matemática: a formação do conceito de raiz quadrada no Ensino Fundamental [manuscrito] / Thalitta Fernandes de Carvalho Peres. - 2020.

244 f. : il.

Orientador: Profa. Dra. Sandra Valéria Limonta Rosa.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Faculdade de Educação (FE), Programa de Pós-Graduação em Educação, Goiânia, 2020.

Bibliografia.

Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Ensino e aprendizagem da matemática. 2. Teoria do ensino desenvolvimental. 3. 6º ano do ensino fundamental. 4. Raiz quadrada exata. I. Rosa, Sandra Valéria Limonta, orient. II. Título.

CDU 37





UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

**ATA DE DEFESA DE TESE**

Ata Nº 29 da sessão de Defesa de Tese de **THALITTA FERNANDES DE CARVALHO PERES** que confere o título de **Doutora em Educação** pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás-PPGE/FE/UFG.

Aos **vinte e nove do mês de outubro de dois mil e vinte (29/10/2020)**, a partir da(s) **14:00**, em plataforma virtual no link público de <https://meet.google.com/nqw-arxd-ujz>, realizou-se a sessão pública de Defesa de Tese intitulada **“ENSINO DESENVOLVIMENTAL E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE RAIZ QUADRADA NO ENSINO FUNDAMENTAL”**. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora Prof<sup>ª</sup>. **Dr<sup>ª</sup>. Sandra Valéria Limonta Rosa**, doutora em **Educação** pela **UFG**; com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Prof. Dr. **Duelci Aparecido de Freitas Vaz (IFG)**, doutor em **Educação Matemática** pela **UNESP** - membro titular externo; Prof<sup>ª</sup>. **Dr<sup>ª</sup>. Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas (PUC/GO)**, doutora **Educação Escolar** pela **UNESP** - membro titular externo, Prof. Dr. **Ricardo Antônio Gonçalves Teixeira (PPGE/FE)**, doutor em **Educação** pela **UFG** - membro titular interno e Prof. **Dr. Wellington Lima Cedro (IME/UFU)**, doutor em **Educação** pela **USP** - membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Tese, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Prof<sup>ª</sup>. **Dr<sup>ª</sup>. Sandra Valéria Limonta Rosa**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e nove dias do mês de outubro do ano de dois mil e vinte.

Banca Examinadora:

Prof<sup>ª</sup>. **Dr<sup>ª</sup>. Sandra Valéria Limonta Rosa**

Prof. Dr. **Duelci Aparecido de Freitas Vaz**

Prof<sup>ª</sup>. **Dr<sup>ª</sup>. Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas**

Prof. Dr. **Ricardo Antônio Gonçalves Teixeira**

Prof. Dr. **Wellington Lima Cedro**

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Sandra Valéria Limonta Rosa, Professor do Magistério Superior**, em 29/10/2020, às 18:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Antônio Gonçalves**



**Teixeira, Professor do Magistério Superior**, em 29/10/2020, às 18:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.



Documento assinado eletronicamente por **Duelci Aparecido de Freitas Vaz, Usuário Externo**, em 30/10/2020, às 15:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.



Documento assinado eletronicamente por **Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas, Usuário Externo**, em 30/10/2020, às 17:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.



Documento assinado eletronicamente por **Wellington Lima Cedro, Coordenador de Curso**, em 03/11/2020, às 14:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1632665** e o código CRC **0A0B2AEE**.

Referência: Processo nº 23070.042764/2020-04

SEI nº 1632665

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus filhos, Víttor Augusto e Rafael, que  
representam toda a minha inspiração e motivação.  
Meu orgulho! Minha vida!



## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço ao Senhor meu Deus! Obrigada por seus planos para minha vida serem sempre maiores do que os meus sonhos! Obrigada, Deus! Toda a honra e toda a glória sejam dadas a Ti!

À minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Sandra Valéria Limonta Rosa, de quem me orgulho. Ser sua orientanda foi uma honra indescritível. Com toda paciência e sabedoria, compartilhou comigo seus exímios conhecimentos. A atividade de estudo ao seu lado é motivadora e prazerosa. Terei sempre uma profunda admiração e um respeito por ti. Obrigada pela confiança e, principalmente, pelo tempo e pela dedicação voltados à minha formação!

À distinta banca do exame de qualificação e defesa, composta pelos professores doutores Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas, Wellington Lima Cedro, Duelci Aparecido de Freitas Vaz e Ricardo Antônio Gonçalves Teixeira. Professores, vocês são um exemplo de competência e simplicidade. Obrigada!

Ao meu marido, Noesio Peres da Costa, que me incentivou constantemente e não mediu esforços para me ajudar nesse percurso. Obrigada, amor, por acreditar que eu conseguiria! Obrigada pela compreensão devido às muitas viagens que realizei e às incontáveis horas de estudo às quais me dediquei para realizar este sonho! Amo-te!

Aos meus filhos, Víttor Augusto Carvalho Peres e Rafael Carvalho Peres, que muito sofreram com a minha ausência. Vocês representam toda a minha força e persistência. Não foi fácil deixá-los tantas e tantas vezes. Tenho muito orgulho de vocês! Obrigada! A mamãe ama vocês infinitamente, meus lindos!

À Suely Fernandes Carvalho e ao Juvenal de Carvalho e Silva, que foram e sempre serão meu porto seguro. À minha mãezinha e ao meu paizinho, pois, se não fossem as suas constantes ajudas, não teria conseguido nada nessa vida. Quantas vezes cuidaram dos meus filhos! Nas minhas grandes decisões, sempre me apoiaram e me ajudaram em tudo que precisei. Deus os abençoe e retribua tudo que fizeram e fazem por mim. Obrigada, meus lindos! Amo vocês!

À minha irmã Tatiane Fernandes Carvalho, uma grande incentivadora de todos os meus projetos! Obrigada, maninha, por confiar tanto em mim! Amo muito você e sua família!

Ao meu sogro e à minha sogra, Noel dos Santos Costa e Ilsa Peres da Costa, os quais também, carinhosamente, me ajudaram a cuidar dos meus filhos quando meu marido estava viajando.

À minha cunhada Jucelena Peres da Costa, que por pouco não teve sua vida ceifada pelo coronavírus, e à minha prima Paula Cristina Oliveira de Sousa, as quais gentilmente me hospedaram durante o curso. Obrigada! Que Deus recompense tudo que vocês fizeram por mim!

A todos os meus familiares e amigos que torceram muito por mim. Obrigada!

Aos colegas da 15ª turma do doutorado, que sempre foram positivos durante as disciplinas. Valeu!

A todos os integrantes do Grupo de Estudo sobre o Trabalho Docente e Educação Escolar (TRABEDUC), pelos momentos de estudo, reflexões e investigação durante os encontros quinzenais.

Aos meus amigos doutorandos, Mara Cristina Sylvio e Marcos Jerônimo Dias Júnior, que unidos formamos um trio inesquecível dos primeiros orientandos da Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Sandra Valéria. Obrigada pela ajuda e pelo companheirismo. Sucesso!

Às minhas amigas, Carla Bittow Mundim, Juliane Pereira de Santana Peres, Luciane Nehme Almeida, Fernanda Sardinha de Abreu Tacon e Francis Caroline Alves de Souza Toledo, que me incentivaram constantemente para a conclusão deste objetivo. Obrigada, amigas!

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal de Goiás, que me concedeu essa oportunidade valiosa de aprimoramento.

À Universidade Estadual de Goiás, por me conceder licença para aprimoramento profissional.

A todos os funcionários da escola campo, em especial aos professores e alunos, que me receberam cordialmente e que foram imprescindíveis para a realização desta pesquisa.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram com essa pesquisa, meus sinceros agradecimentos!

PERES, Thalitta Fernandes de Carvalho. *Ensino desenvolvimental e aprendizagem da Matemática: a formação do conceito de raiz quadrada no Ensino Fundamental*. 2020. 244f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

## RESUMO

O objeto de investigação desta tese é o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, particularmente o conceito de raiz quadrada exata e o desenvolvimento do pensamento teórico no 6º ano do Ensino Fundamental. Para investigar as relações entre o ensino de Matemática e o desenvolvimento nesta etapa da Educação Básica, buscaram-se fundamentos na teoria histórico-cultural e na teoria do ensino desenvolvimental, considerando-se que esse é um período peculiar na vida dos estudantes, de transição dos anos iniciais para os anos finais. Esse momento marca também o início da passagem da atividade de estudo para a atividade de comunicação íntima pessoal. A partir disso, a pergunta da pesquisa é: como a teoria do ensino desenvolvimental contribui para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental marcado pela transição da atividade principal? Nesse contexto, o objetivo geral é analisar o processo de apropriação do conceito de raiz quadrada exata entre estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir de um processo de ensino e aprendizagem fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental. Como objetivos específicos, têm-se: investigar a rede conceitual inserida no conceito de raiz quadrada exata como base para a elaboração de tarefas de estudo para os alunos; analisar a atividade de estudo para a aprendizagem desse conceito e o desenvolvimento do pensamento teórico, e discutir as possibilidades da teoria do ensino desenvolvimental para o desenvolvimento do pensamento teórico. Além da pesquisa bibliográfica, desenvolveu-se um trabalho empírico denominado experimento didático-formativo, para pesquisar os procedimentos didáticos que favorecessem a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes nesse período escolar de uma escola estadual da cidade de Iporá-GO. Esse percurso apresentado nessa investigação revela que não é qualquer ensino que promove o desenvolvimento dos alunos, mas existe uma teoria do ensino que responde à possibilidade de se ajudar os estudantes a superarem o que se chama de dificuldades de aprendizagem da Matemática. Ressalta-se que as tarefas de estudo fundamentadas nas proposições davydovianas contribuíram para a transformação dos motivos e o surgimento da necessidade de aprender novos conceitos, contemplando as ações mentais de reflexão, a análise e o plano interior das ações. Outro aspecto importante dessa teoria é que ela impulsiona o trabalho colaborativo, o qual potencializou o desenvolvimento de funções psicológicas superiores, como: a atenção voluntária; a cooperação; a memória; a percepção e o pensamento, evidenciando-se a comunicação íntima e pessoal como atividade principal dos adolescentes. Defende-se, assim, que a teoria do ensino desenvolvimental contribui para a formação do pensamento teórico dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, caracterizado por abstrações e generalizações substanciais. E, ainda, que no processo de ensino e aprendizagem da Matemática não existe dom ou talento, e sim desenvolvimento.

**Palavras-chave:** Ensino e aprendizagem da Matemática. Teoria do Ensino Desenvolvimental. 6º ano do Ensino Fundamental. Raiz quadrada exata.

PERES, Thalitta Fernandes de Carvalho. *Enseñanza del desarrollo y aprendizaje de las matemáticas: la formación del concepto de raíz cuadrada en la escuela primaria*. 2020. 244f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

## RESUMEN

El objeto de investigación de esta tesis es el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente el concepto de raíz cuadrada exacta y el desarrollo del pensamiento teórico en el sexto grado de la escuela primaria. Para investigar las relaciones entre la enseñanza y el desarrollo de las matemáticas en esta etapa de la Educación Básica, buscamos fundamentos en la teoría histórico-cultural y la teoría de la enseñanza del desarrollo, considerando que este es un período peculiar en la vida de los estudiantes, desde la transición de los años iniciales hasta los últimos años. Este momento marca también el comienzo de la transición de la actividad de estudio a la actividad de comunicación íntima personal. A partir de esto, la pregunta de la investigación es: ¿cómo contribuye la teoría de la enseñanza del desarrollo al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el sexto grado de la escuela primaria marcada por la transición de la actividad principal? En este contexto, el objetivo general es analizar el proceso de apropiación del concepto de raíz cuadrada exacta entre los estudiantes del sexto grado de la escuela primaria, a partir de un proceso de enseñanza y aprendizaje basado en la teoría de la enseñanza del desarrollo. Como objetivos específicos, tenemos: investigar la red conceptual insertada en el concepto de raíz cuadrada exacta como base para la elaboración de tareas de estudio para los estudiantes; analizar la actividad de estudio para el aprendizaje de este concepto y el desarrollo del pensamiento teórico, y discutir las posibilidades de la teoría de la enseñanza del desarrollo para el desarrollo del pensamiento teórico. Además de la investigación bibliográfica, se desarrolló un trabajo empírico llamado experimento didáctico-formativo, para investigar procedimientos didácticos que favorecieran el aprendizaje y desarrollo de los estudiantes en este período escolar de una escuela estatal en la ciudad de Iporá-GO. Este camino presentado en esta investigación revela que no es ninguna enseñanza la que promueve el desarrollo de los estudiantes, pero hay una teoría de la enseñanza que responde a la posibilidad de ayudar a los estudiantes a superar lo que se llama dificultades de aprendizaje en matemáticas. Se destaca que las tareas de estudio basadas en proposiciones davydovian contribuyeron a la transformación de los motivos y a la aparición de la necesidad de aprender nuevos conceptos, contemplando las acciones mentales de reflexión, análisis y plano interior de las acciones. Otro aspecto importante de esta teoría es que impulsa el trabajo colaborativo, que mejoró el desarrollo de funciones psicológicas superiores, tales como: la atención voluntaria; cooperación; memoria; percepción y pensamiento, evidenciando la comunicación íntima y personal como la actividad principal de los adolescentes. Así, se aboga por que la teoría de la enseñanza del desarrollo contribuya a la formación del pensamiento teórico de los estudiantes del sexto grado de la escuela primaria, caracterizado por abstracciones y generalizaciones sustanciales. Y sin embargo, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no hay don o talento, sino desarrollo.

**Palabras clave:** Enseñar y aprender matemáticas. Teoría de la Educación del Desarrollo. 6to grado de la escuela primaria. Raíz cuadrada exacta.

PERES, Thalitta Fernandes de Carvalho. *Developmental teaching and learning of mathematics: the formation of the concept of square root in elementary school*. 2020. 244f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

## ABSTRACT

The goal of this thesis is the process of teaching and learning mathematics, particularly the concept of exact square root and the development of theoretical thought in the 6th grade of elementary school. To investigate the relations between mathematics teaching and development at this stage of primary Education, we sought foundations in historical-cultural theory and developmental teaching theory, considering that this is a peculiar period in the students' lives, from the transition from the initial years to the final years. This moment also marks the beginning of the transition from study activity to personal intimate communication activity. In addition, the research question is: how does the theory of developmental teaching contribute to the process of teaching and learning mathematics in the 6th grade of elementary school marked by the transition of the main activity? In this context, the general objective is to analyze the process of appropriation of the concept of exact square root among students of the 6th grade of elementary school, from a teaching and learning process based on the theory of developmental teaching. As specific objectives, we have: to investigate the conceptual network inserted in the concept of exact square root as a basis for the elaboration of study tasks for students; to analyze the study activity for the learning of this concept and the development of theoretical thought, and discuss the possibilities of the theory of developmental teaching for the development of theoretical thought. Aside from the bibliographic research, an empirical work was developed called didactic-formative experiment, to research didactic procedures that favored the learning and development of students in this school period of a state school in the city of Iporá-GO. This path presented in this research reveals that it is not any teaching that promotes the development of students, but there is a theory of teaching that responds to the possibility of helping students overcome what is called learning difficulties in Mathematics. It is emphasized that the study tasks based on *davydovian* propositions contributed to the transformation of motives and the emergence of the need to learn new concepts, contemplating the mental actions of reflection, analysis and the interior plane of actions. Another important aspect of this theory is that it drives collaborative work, which enhanced the development of superior psychological functions, such as: voluntary care; cooperation; memory; perception and thought, evidencing intimate and personal communication as the main activity of adolescents. Thus, it is advocated that the theory of developmental teaching contributes to the formation of theoretical thought of students of the 6th grade of elementary school, characterized by substantial abstractions and generalizations. And yet, in the process of teaching and learning mathematics there is no gift or talent, but development.

**Keywords:** Teaching and learning mathematics. Theory of Developmental Education. 6th grade of elementary school. Exact square root.

## LISTAS DE QUADROS

Quadro 1	Periodização do desenvolvimento psíquico segundo Elkonin.....	55
Quadro 2	Periodização do desenvolvimento psíquico segundo Davydov.....	56
Quadro 3	Procedimentos orientadores do plano de ensino.....	100
Quadro 4	Agrupamento das operações diretas e inversas.....	106
Quadro 5	Conexões conceituais analisadas.....	108
Quadro 6	Composição dos conteúdos do 6º ano do Ensino Fundamental.....	112
Quadro 7	Composição dos conteúdos do 1º bimestre do 7º ano do Ensino Fundamental.....	113
Quadro 8	Síntese da estrutura do plano de ensino.....	118
Quadro 9	Síntese do plano de ensino do experimento didático-formativo.....	120
Quadro 10	Síntese do desenvolvimento do plano de ensino.....	209



## LISTAS DE FIGURAS

Figura 1	Estrutura da atividade psíquica humana segundo Leontiev.....	44
Figura 2	Movimento do pensamento na realização das tarefas de estudo.....	116
Figura 3	Os números em situações cotidianas.....	134
Figura 4	Disposição dos grupos na sala de aula.....	141
Figura 5	Tarefa 1 - Resolução de um problema relacionado à grandeza de comprimento.....	142
Figura 6	Representação da Tarefa 1 realizada pelo Grupo 3.....	146
Figura 7	Esquema para o início da modelação gráfica.....	149
Figura 8	Tarefa 2 - Multiplicação por agrupamento.....	149
Figura 9	Representação da Tarefa 2 realizada pelo Grupo 9.....	152
Figura 10	Tarefa 3 - Cálculo do total de unidades básicas e registro no esquema de setas.....	156
Figura 11	Representações da Tarefa 3 realizada pelo Grupo 2.....	159
Figura 12	Representações da Tarefa 3 realizada pelo Grupo 4.....	159
Figura 13	Representação da sentença (3 x 5) pelo Grupo 1.....	160
Figura 14	Representação da sentença (5 x 3) pelo Grupo 1.....	160
Figura 15	Tarefa 4 - Relações entre representações da grandeza área.....	162
Figura 16	Registro da Tarefa 4 realizada pelo Grupo 5.....	167
Figura 17	Registro do Grupo 9.....	168
Figura 18	Registro do Grupo 7.....	168
Figura 19	Tarefa 5 - Relacionando a multiplicação ao conceito de potenciação.....	170
Figura 20	Registro da Tarefa 5 realizada pelo Grupo 4.....	176
Figura 21	Registro da Tarefa 5 realizada pelo Grupo 6.....	177
Figura 22	Tarefa 6 - Formação de uma sequência de potência na base 4.....	177
Figura 23	Registro da Tarefa 7 realizada pelo Grupo 7.....	180
Figura 24	Construção do geoplano pelos alunos.....	184
Figura 25	Tarefa 7 - Conceito de raiz quadrada exata no geoplano.....	185
Figura 26	Esquema de setas para os quadrados de lados 3, 4 e 5.....	189
Figura 27	Números quadrados perfeitos naturais.....	192
Figura 28	Registro da Tarefa 7 realizada pela dupla Bin e Luca.....	193
Figura 29	Generalização na forma literal para o conceito de raiz quadrada.....	193

Figura 30	Tarefa 8 – Modelação de um retalho retangular para uma tolha quadrada.....	197
Figura 31	Registro da Tarefa 8 realizada pelos alunos Dani, Lala e Tata.....	199
Figura 32	Algumas das atividades propostas pelo livro didático da escola.....	201
Figura 33	Tarefa 1 da Avaliação Individual.....	203
Figura 34	Registro da Tarefa 1 da Avaliação Individual resolvida pela aluna Tata.....	204
Figura 35	Tarefa 2 da Avaliação Individual.....	205
Figura 36	Registro da Tarefa 2 da Avaliação Individual resolvida pelo aluno Dado.....	205
Figura 37	Tarefa 3 da Avaliação Individual.....	205
Figura 38	Registro da Tarefa 3 da Avaliação Individual resolvida pelo aluno Ley.....	207
Figura 39	Tarefa 4 da Avaliação Individual.....	208
Figura 40	Registro da Tarefa 4 da Avaliação Individual resolvida pela aluna Gabi.....	208
Figura 41	Apresentação do conteúdo de radiciação pelo livro adotado pela escola.....	210

## LISTAS DE SIGLAS

ADA	Avaliação Diagnóstica Amostral
AEE	Atendimento Educacional Especializado
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CRE	Coordenação Regional de Educação
DC-GO	Documento Curricular para Goiás
FAI	Faculdade de Iporá
FE-UFG	Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás
FPS	Funções Psicológicas Superiores
GEPAPe	Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica
Gepedi	Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática Desenvolvimental e Profissionalização Docente
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IF Goiano	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano
IF-Goiás	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
PUC Goiás	Pontifícia Universidade Católica de Goiás
SAEB	Sistema de Avaliação de Educação Básica
SAEGO	Sistema de Avaliação Educacional do Estado de Goiás
SIAP	Sistema Administrativo Pedagógico
TRABEDUC	Trabalho Docente e Educação Escolar
TALE	Termo de Assentimento Livre e Essclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UEG	Universidade Estadual de Goiás
UEM	Universidade Estadual de Maringá
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UNESC	Universidade do Extremo Sul Catarinense

UNESP	Universidade Estadual Paulista de Mesquita Filho
UNIFESP	Universidade Federal de São Paulo
UNISUL	Universidade do Sul de Santa Catarina
USP	Universidade de São Paulo
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	21
<b>1 EDUCAÇÃO ESCOLAR E DESENVOLVIMENTO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL.....</b>	<b>38</b>
1.1 TEORIA DA ATIVIDADE E DESENVOLVIMENTO HUMANO.....	38
1.2 PERIODIZAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO PSÍQUICO.....	48
<b>1.2.1 Atividade principal na adolescência.....</b>	<b>57</b>
1.3 FORMAÇÃO DE CONCEITOS NA ADOLESCÊNCIA.....	67
1.4 APRENDIZAGEM DE CONCEITOS CIENTÍFICOS E FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO NA EDUCAÇÃO ESCOLAR.....	73
<b>1.4.1 A atividade de estudo e sua organização.....</b>	<b>82</b>
<b>1.4.2 A atividade de estudo na adolescência.....</b>	<b>91</b>
<b>2 O ESTUDO DA RAIZ QUADRADA DE NÚMEROS QUADRADOS PERFEITOS: UM EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO.....</b>	<b>95</b>
2.1 O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO COMO METODOLOGIA DE PESQUISA.....	95
2.2 ORGANIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO.....	98
<b>2.2.1 Análise do conteúdo/conceito a ser ensinado.....</b>	<b>100</b>
<b>2.2.2 As tarefas de estudo.....</b>	<b>114</b>
2.3 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA.....	122
<b>2.3.1 Os alunos participantes do experimento didático-formativo.....</b>	<b>128</b>
<b>3 A ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE DE ESTUDO DO CONCEITO DE RAIZ QUADRADA EXATA: O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO EM ANÁLISE.....</b>	<b>131</b>
3.1 ANÁLISE DA SITUAÇÃO SOCIAL DE DESENVOLVIMENTO ESCOLAR..	132
3.2 A REFLEXÃO: TOMADA DE CONSCIÊNCIA DA AÇÃO.....	138
<b>3.2.1 Análise da unidade conceitual de número.....</b>	<b>142</b>

3.3 ANÁLISE SUBSTANTIVA: A IMPORTÂNCIA DA GENERALIZAÇÃO CONCEITUAL.....	145
<b>3.3.1 Unidade conceitual de multiplicação .....</b>	<b>149</b>
3.4 PLANO INTERIOR DAS AÇÕES .....	169
<b>3.4.1 A unidade conceitual de potenciação .....</b>	<b>170</b>
<b>3.4.2 A unidade conceitual raiz quadrada exata, um caso particular de radiciação .....</b>	<b>183</b>
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	217
REFERÊNCIAS.....	232



## INTRODUÇÃO

A tese aqui apresentada é a síntese de um longo processo de estudos, pesquisas e atividades docentes, desde a minha formação inicial, no curso de licenciatura em Matemática, até esse momento do doutoramento em Educação. De acordo com Vigotski (2007, p. 20), “[...] essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas ligações entre história individual e história social”.

Nesse sentido, embora o homem seja constituído por suas relações sociais e culturais, ao mesmo tempo não se pode negar a singularidade da construção histórica de cada pessoa. Como lembra Freire (2001, p. 79), “[...] ninguém nasce feito, vamos nos fazendo aos poucos, na prática social de que tomamos parte”. O sentido do que somos ou de quem somos, como escreve Larrosa (1999), depende das histórias que vivemos e vivenciamos e das narrativas nas quais somos, ao mesmo tempo, autor, narrador e personagem principal.

As diversas atividades realizadas ao longo da vida e que nos formam são produzidas e mediadas no interior das práticas sociais, um processo que mostra que nos desenvolvemos numa perspectiva de contínua mudança e ressignificação. Somos seres humanos histórico-culturais em constante processo de desenvolvimento, por meio da interação com outras pessoas, na vivência de diferentes processos educativos e de trabalho.

No ano de 1998, comecei o curso de licenciatura em Matemática, ano da fundação da Universidade Estadual de Goiás (UEG) em Iporá. Em decorrência de ser a primeira turma desse curso, vivenciei algumas limitações, como dificuldade da instituição para a contratação de professores e a quase ausência de projetos de pesquisa coordenados pelos professores formadores que pudessem colocar os estudantes em iniciação científica. Diante dessa situação complexa, de uma universidade jovem em uma cidade do interior, entre outros problemas, hoje consigo compreender que minha formação inicial foi marcada pela dissociação entre teoria e prática e pela dicotomia entre conhecimentos específicos de matemática e conhecimentos pedagógicos para o ensino de Matemática na escola de Educação Básica.

A falta de professores de Matemática na educação em minha região (Iporá-GO) era, à época, um problema sério, o que colaborou para que, no ano seguinte, meu segundo

ano de curso já iniciasse a minha trajetória profissional como professora de Matemática. Comecei a trabalhar em uma escola particular, sem ter uma ideia ainda muito clara da realidade e dos desafios de uma sala de aula.

Nessa direção, a minha formação docente inicial aconteceu de forma paralela à minha atuação profissional. Ao ingressar na escola como docente, meu objeto foi alterado, pois a meta na universidade era a aprendizagem pessoal e, na escola, eu realizava a atividade de ensino intencional. Nesse movimento conjunto, ficou manifesto que “o professor, ao assumir o seu novo espaço de formar, de ensinar, está sujeito a um processo de formação de sua própria profissionalidade” (MOURA, 2003, p. 137).

Logo após o término da graduação, no ano de 2002, ingressei no corpo docente da UEG e no curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Matemática e Estatística. A partir de então, como docente da Educação Básica e do Ensino Superior, passei a ter uma visão mais ampla da educação e do ensino em Matemática. Contudo, a dicotomia entre teoria e prática se intensificou ainda mais, o que desencadeou um sentimento de inquietação acerca do processo de organização do ensino a ser realizado pelo professor.

Em 2004, fui aprovada no concurso público para docente da Secretaria de Educação do Estado de Goiás. Logo, se iniciou mais uma etapa na minha vida profissional, agora como professora concursada da Educação Básica. Esse espaço ocupado na minha experiência docente contribuiu de forma significativa para minha atuação como professora orientadora de estágio supervisionado no curso de licenciatura em Matemática.

A cada ano eu vivenciava as incertezas e também as realizações do ensino de Matemática junto com os licenciandos no campo de estágio. O problema do ensino e a busca de formas de ensinar, de modo que os estudantes do Ensino Fundamental e Médio realmente aprendessem os conceitos de matemática e se interessassem mais por esta disciplina, foi se tornando para mim um campo de estudos permanente.

Essa vivência profissional com as diferenças e complexidades existentes nas instituições pública e privada, da Educação Básica e do Ensino Superior, possibilitou o movimento de minha formação docente. Realidades tão distintas e contraditórias colocaram diversas concepções em dúvida, dentre elas, a ideia de que conhecer matemática era suficiente para ensinar em qualquer nível da Educação Básica e em qualquer escola. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 5), “[...] apenas o

conhecimento da matemática e a experiência no ensino não garantem competência a qualquer profissional que nela trabalhe”.

O trabalho realizado no estágio supervisionado foi se ampliando, transformando algumas concepções e trazendo também novos questionamentos, principalmente em relação à organização do ensino e como tornar o ensino de Matemática mais significativo para os estudantes. Buscando compreender melhor as questões pedagógicas que envolvem o ensino de Matemática, ingressei no curso de Mestrado em Educação, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, no ano de 2008.

Durante o mestrado, me deparei com a teoria histórico-cultural e com a teoria do ensino desenvolvimental de Vassili Davydov<sup>1</sup> e seus colaboradores. Assim, a partir destas teorias, realizei uma pesquisa sobre o ensino de geometria espacial (PERES, 2010).

Acredito que a principal contribuição desta pesquisa consistiu em mostrar um caminho alternativo de organização do ensino de matemática, particularmente o ensino do conceito de volume de sólidos geométricos. E que, mesmo com as dificuldades e contradições presentes na escola pública e na vida escolar dos alunos, é possível realizar um ensino fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental e contribuir para a formação do pensamento teórico da maioria dos alunos.

Mais uma vez, muitas concepções de ensino e trabalho foram transformadas, marcando, assim, o começo de um processo de reflexão e mudanças na minha atividade docente. Durante a maior parte da carreira docente, pratica-se o ideário do aprender a aprender, não por opção, mas, fundamentalmente, pelas relações produtivas envolvidas na sociedade, dando continuidade na educação.

Nesse sentido, o Mestrado em Educação foi um “divisor de águas” na minha profissão docente, levando-me a níveis mais elevados de formação e trabalho docente opostos ao da “tecnificação”, baseados numa perspectiva crítico-emancipadora firmada nas categorias: trabalho docente; relação teoria e prática; ensino como práxis e pesquisa (LIMONTA; SILVA, 2013).

Após a conclusão do mestrado, no ano de 2010, fui aprovada no concurso para docente da UEG. Desde então, o tripé ensino, extensão e pesquisa passou a integrar o meu percurso profissional, visto que apenas os docentes efetivos podiam desenvolver projetos de pesquisa. O grande desafio agora, enquanto formadora de futuros professores, era,

---

<sup>1</sup> Grafia livre utilizada neste trabalho, porém, obedecemos nas chamadas a este autor, a grafia presente nas obras referenciadas.

através dos conhecimentos adquiridos no mestrado, não apenas propiciar aos alunos o conteúdo cultural produzido pela humanidade, mas também romper com a concepção de formação e de trabalho ancorada na epistemologia da prática. E, enquanto professora da educação básica, o maior desafio era organizar um ensino que impulsionasse os alunos à formação do pensamento teórico.

Destaca-se que, nos processos de organização do estágio com as escolas-campo, me deparei muitas vezes com a preocupação da gestão e dos professores a respeito das dificuldades dos estudantes para a aprendizagem dos conceitos de matemática, particularmente dos alunos do 6º ano, particularidade que sempre me chamou a atenção. Ao mesmo tempo, também era constantemente chamada, enquanto equipe de estágio, a dar respostas e realizar projetos de intervenção pedagógica para ajudar na preparação dos alunos para as avaliações externas, que têm ganhado cada vez mais centralidade no cotidiano do trabalho pedagógico escolar.

Esse contexto vivenciado na relação entre a instituição formadora de professores e a escola evidencia que o conhecimento matemático, neste momento, além da histórica problemática da dificuldade de aprendizagem, que muitas vezes é mais reveladora dos problemas relativos ao ensino, acaba por reduzir-se a poucos conceitos. Estes deverão ser aprendidos pelos alunos, muitas vezes sob a forma de intenso treinamento, dada a sua utilidade imediata para a realização de avaliações externas<sup>2</sup> à escola, que, de alguma forma, atestarão o nível e a qualidade dos conhecimentos que os estudantes possuem.

Attie e Moura (2018) afirmam que há, ao mesmo tempo, uma grande valorização institucional da matemática e o aumento da invisibilidade desse conhecimento, implicando o afastamento do indivíduo da apreensão de seus processos de significação, produzindo um mecanismo de crescente alienação em relação a este conhecimento e a seu papel social, científico e formativo. “É interessante ponderarmos que a manutenção dessa estrutura e desse processo de alienação, por necessidades políticas e econômicas, faz com que se torne estritamente indispensável que o ensino de matemática continue

---

<sup>2</sup> Esse movimento tornou-se mais forte a partir da década de 1990, quando as reformas foram ampliadas, dando ênfase às leis de mercado, o que supervalorizou a automatização do trabalho, alcançando o sistema educativo. Na implantação das reformas, os professores não participam das decisões e sofrem apenas as consequências, uma vez que o foco das reformas não são questões pedagógicas no sentido de criar melhores condições de ensino e do trabalho docente. Diante deste cenário, as dimensões técnicas e mecanicistas da prática de ensino passaram a assumir centralidade em dano dos seus próprios fundamentos, privilegiando-se a forma em detrimento do conteúdo.

privilegiando a memorização e a repetição, em detrimento da compreensão” (ATTIE; MOURA, 2018, p. 08).

É nesse cenário preocupante que se encontra o ensino da Matemática, e esta tese pretende problematizar o ensino de Matemática e ao mesmo tempo apontar caminhos para o ensino desta disciplina no Ensino Fundamental. Duarte (2010) considera que é necessário superar as pedagogias negativas sem negar os conhecimentos mais desenvolvidos pela humanidade.

Sobre as pedagogias negativas, Duarte (2010) destaca o construtivismo, a pedagogia do professor reflexivo, a pedagogia das competências, a pedagogia dos projetos e a pedagogia multiculturalista. O autor explica que essas pedagogias são consideradas negativas, “[...] na medida em que aquilo que melhor as define é sua negação das formas clássicas de educação escolar” (DUARTE, 2010, p. 33).

Pensando nisso é preciso superar as pedagogias negativas sem negar a importância da transmissão dos conhecimentos mais desenvolvidos pela escola. Faz-se necessário, assim, impulsionar o desenvolvimento intelectual dos estudantes por meio dos conteúdos científicos e da formação cultural, rompendo com uma organização ainda manufatureira do trabalho pedagógico.

A organização do trabalho didático, vigente nas escolas de nosso tempo, foi fundada por Comenius, no século XVII, pela inspiração da organização manufatureira do trabalho: “[...] depois de inaugurada, essa organização se petrificou, foi historicamente superada pelas transformações sociais, mas tem resistido a todos os embates tendentes a demoli-la” (ALVES, 2005, p. 63).

Diante dessas questões apresentadas, o doutorado foi uma oportunidade imprescindível para continuar aprimorando meus conhecimentos teóricos. Assim, no ano 2016, ingressei no Doutorado em Educação, na Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás (FE-UFG), com o intuito de responder algumas inquietações provenientes do mestrado, da prática docente e do contexto atual que se encontra o ensino da Matemática.

Nesse novo contexto, em um processo de contínua transformação, mais uma vez vivenciei novas possibilidades de aprendizagens e superação em minha formação e trabalho docente. É importante acrescentar também a importância das discussões do Grupo de Estudos e Pesquisas Trabalho Docente e Educação Escolar (TRABEDUC, FE-UFG) para o aprofundamento dos fundamentos teóricos desta pesquisa.

Dessa forma, é necessário compreender o processo de ensino e aprendizagem na Matemática, em que a educação escolar é uma forma universal de desenvolvimento. A Matemática escolar, assim como as demais disciplinas, é muito mais que um conjunto de conteúdos a serem compartilhados aos alunos, mas uma ciência socializadora dos conhecimentos sistematizados que contribui para a formação de sujeitos com alto nível de atividade mental.

É nesse caminho que propus esse estudo, em uma organização de ensino que tivesse forma e conteúdo como unidade para o pleno desenvolvimento humano. Com isso, o objeto de investigação desta tese é a relação entre a organização do ensino de Matemática, a formação de conceitos, particularmente o conceito de raiz quadrada exata, e o desenvolvimento do pensamento teórico no 6º ano do Ensino Fundamental.

Para investigar as relações entre o ensino de Matemática e o desenvolvimento nesta etapa da Educação Básica, me fundamentei na teoria histórico-cultural e na teoria do ensino desenvolvimental, considerando-se que o 6º ano é um período peculiar na vida dos estudantes. Trata-se da transição dos anos iniciais para os anos finais, momento que marca também o início da passagem da atividade de estudo para a atividade de comunicação íntima pessoal, atividade principal da adolescência, conforme a teoria histórico-cultural do desenvolvimento humano. Assim, essa pesquisa é sobre as relações entre o ensino e a aprendizagem da Matemática e o processo de desenvolvimento em um determinado momento da vida.

É preciso salientar que a delimitação do objeto de análise se iniciou em uma pesquisa realizada em 2017 pelo Grupo de Estudos do TRABEDUC (FE-UFG), em que o professor que ministrava as aulas de Matemática de uma escola municipal de Goiânia mostrou a necessidade de se desenvolver esse conceito dentro dessa perspectiva teórica. Esse professor participava das reuniões e, a partir disso, iniciei a formulação do plano de ensino do presente estudo.

No entanto, a definição do conteúdo só ocorreu de fato em um encontro com a professora da escola campo parceira. Até então, o que se tinha definido era apenas o período de desenvolvimento dos sujeitos da pesquisa, a transição para o 6º ano do Ensino Fundamental. Desta maneira, foi nesse diálogo com a professora regente que ela sugeriu o conteúdo de radiciação, mostrando interesse e preocupações semelhantes ao do professor da pesquisa realizada anteriormente.



Diante disso, busquei me aprofundar no plano de ensino iniciado sobre o conceito de raiz quadrada exata, de forma a contemplar toda a rede conceitual inserida nesse conteúdo.

Logo, visando a continuar os estudos sobre os fundamentos teóricos iniciados no mestrado, o doutorado foi uma oportunidade imperiosa para esse fim. Neste sentido, a partir das pesquisas de Davydov, o ensino desenvolvimental tornou-se uma opção teórica para a problematização e o estudo do ensino contemporâneo. Davídov (1988) recrimina, no ensino tradicional, a transmissão direta aos alunos dos produtos finais da investigação, sem que possam aprender a investigar por si mesmos. Todavia, a questão não está em descartar os conteúdos, mas em buscar os produtos culturais e científicos da humanidade, seguindo o percurso dos processos de sua construção conceitual.

Ensinar não é apenas saber os conteúdos e apresentá-los, mas oportunizar ao outro apropriar-se do conhecimento produzido socialmente, revelando as contradições da realidade. Destarte, é indispensável pensar numa organização de ensino que considere a relação do desenvolvimento com a atividade de ensino, que se revela nos conteúdos de aprendizagem. Em outras palavras, é necessário compreender e analisar a matemática como conhecimento escolar e como o seu ensino pode ser organizado para contribuir para o desenvolvimento mental dos alunos.

A dificuldade que os alunos têm em aprender os conceitos matemáticos, aliada aos empecilhos vivenciados pelos professores na organização desse ensino, tem mobilizado inúmeras pesquisas na busca da superação de tais problemas. Sendo legítimas ambas as preocupações, entende-se que a forma como se organiza o ensino, a fim de promover o pensamento teórico, é a questão central para a solução desses problemas.

É frequente nas escolas um ensino de matemática firmado na memorização de fórmulas e cálculos. Nessa vertente, “o que encontramos em muitas escolas é uma aprendizagem dos conhecimentos matemáticos que se restringe à manipulação algorítmica, ao estudo das regras operacionais” (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 16). Assim, presencia-se uma forma de ensino não distante das primeiras escolas sumérias, em que “os ensinamentos eram transmitidos da forma: faça isso, depois isso, em seguida isso e esse é o resultado” (GARBI, 2006, p. 12).

Duarte (2016) assinala que o ensino dos conteúdos escolares não é o deslocamento mecânico dos livros ou da mente do professor para a mente do aluno, nem a sua aplicação prática e imediata:

O ensino é o encontro de várias formas de atividade humana: a atividade do conhecimento do mundo sintetizada nos conteúdos escolares, a atividade de organização das condições necessárias ao trabalho educativo, a atividade de ensino pelo professor e a atividade de estudo pelos alunos (DUARTE, 2016, p. 59).

Nesse sentido, com as mesmas raízes teóricas no materialismo dialético, o campo da educação matemática tem se destacado em pesquisas que buscam uma organização de ensino fundamentada na teoria histórico-cultural de Vigotski e de seus colaboradores, como Davydov e a teoria do ensino desenvolvimental. Os estudos de Cedro (2004), Peres (2010), Rosa (2012), Souza (2013), Ferreira (2013), Sousa, Panossian e Cedro (2014), Merib (2017), Serconek (2018), dentre outros, discutem a organização do ensino da matemática nessa vertente teórica. A maioria dessas pesquisas aponta que o tipo de organização do ensino nas escolas brasileiras aborda os conceitos de forma superficial, tomando-se por base o pensamento empírico.

Vale ressaltar também a importância para a nossa pesquisa do estudo do material didático de matemática elaborado por Davydov, realizado por alguns pesquisadores do Brasil, das quais destacamos: Damazio, Cardoso e Santos (2014), Hobold (2014), Crestani (2016), Rosa e Damazio (2016) e Freitas D. (2016). Essas pesquisas estabelecem uma análise importante nas atividades de estudo com esse tipo de organização de ensino.

Damazio, Cardoso e Santos (2014) mostram que esses livros estão organizados em capítulos, de modo que o conteúdo empurre algo conceitualmente novo em relação aos anteriores. Assim, as tarefas tratam de focar as primeiras abstrações conceituais que conduzirão à produção de modelos universais dos conceitos. A proposta se caracteriza pela articulação de suas tarefas, ou seja, pela rede de conceitos para promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes. Assim, a cada capítulo, aumenta-se o nível de complexidades que proporciona, ao aluno, a elaboração de novas abstrações, que é o ponto de partida para ascender ao pensamento concreto pensado.

Hobold (2014) teve por objetivo investigar o movimento conceitual apresentado tanto em livros didáticos brasileiros quanto davydovianos para o ensino da tabuada. Os resultados da investigação evidenciaram que o movimento conceitual sugerido pelas duas proposições de ensino segue direções opostas do ponto de vista da lógica que as fundamenta. Enquanto a proposição brasileira se aproxima dos fundamentos oriundos da lógica formal, a davydoviana é expressão da lógica dialética.

Analisando-se também atividades davydovianas, a pesquisa de Crestani (2016) teve o objetivo de analisar como a relação essencial do conceito de divisão se manifesta nas tarefas particulares correspondentes às seis ações de estudo. Concluindo, a relação essencial do conceito de divisão consiste na determinação da quantidade de vezes em que o divisor (unidade de medida intermediária) cabe no dividendo (total de unidades de medida básica e intermediária).

Rosa e Damazio (2016) investigaram o movimento conceitual para o ensino de número no 1º ano escolar, mostrando que o ponto de partida é a análise das relações entre grandezas discretas e contínuas de objetos e fenômenos reais. Segundo as autoras, “quando o indivíduo se apropria dessa relação essencial, em nível teórico, desenvolve um modo de organização do pensamento universal que supera os limites da apropriação empírica, tal como ocorre no ensino tradicional” (ROSA; DAMAZIO, 2016, p. 523). Já a pesquisa de Freitas D. (2016) investigou os movimentos do pensamento para a apropriação do sistema conceitual de fração, a fim de revelar sua base universal.

Considerando-se a necessidade de uma correta organização do ensino de Matemática para o desenvolvimento do pensamento teórico pelos alunos, a nossa pesquisa contempla uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Psicologicamente, interessa a esse estudo conhecer como é esse momento de desenvolvimento, pois, para Davíдов (1988), é imprescindível que o ensino esteja relacionado com o período do desenvolvimento que o sujeito se encontra.

Nesse aspecto, os estudos da Psicologia Histórico-Cultural acerca da periodização do desenvolvimento psíquico, destacados por Vigotski (1995, 1996), Leontiev (1978a), Bozhóvich (1987) e Elkonin (1987), apresentam discussões fundamentais. Esses autores colaboram para a compreensão do movimento de transformação da atividade da criança e de seus efeitos diretos sobre a formação da personalidade, tomando como base a periodização do desenvolvimento psicológico, a fim de evidenciar a necessidade de rompimento com a ideia natural do desenvolvimento humano.

Dessa forma, Vigotski e colaboradores concentraram suas pesquisas sobre a formação dos conceitos como um salto qualitativo no desenvolvimento psicológico nessa fase, por eles chamada “idade de transição”. E, como essa pesquisa busca compreender a transição de uma atividade para a outra, bem como as mudanças psicológicas em destaque nessa passagem da atividade de estudo, a de comunicação íntima pessoal, buscou-se

analisar os estudantes do 6º ano, pois é necessário pensar no início da adolescência como um período que ocorre dentro de um tempo específico.

A partir dessas inquietações relatadas, tentando compreender o que essa transição representa para o ensino de Matemática e como tudo isso implica uma necessária revisão da organização do ensino, a pergunta da pesquisa é: como a teoria do ensino desenvolvimental contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental marcado pela transição da atividade principal?

O pressuposto básico sob o qual se assenta a nossa proposta e capaz de responder a questão formulada é que a organização do ensino de Matemática e o período de desenvolvimento são dois aspectos que formam uma unidade. A educação escolar tem um papel decisivo no desenvolvimento do adolescente, porém, não é qualquer ensino que a promove. Para que a escola cumpra com a sua função de ensinar, faz-se necessário transformar o tipo de princípios didáticos que vigoram, não podendo pensar na organização de ensino de matemática descolado do momento de desenvolvimento em que o aluno se encontra.

Nesse contexto, o objetivo geral é analisar o processo de apropriação do conceito de raiz quadrada exata entre estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir de um processo de ensino e aprendizagem fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental. Como objetivos específicos, têm-se: investigar a rede conceitual inserida no conceito de raiz quadrada exata como base para a elaboração de tarefas de estudo para os alunos, analisar a atividade de estudo para a aprendizagem desse conceito e o desenvolvimento do pensamento teórico, e discutir as possibilidades da teoria do ensino desenvolvimental para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Os estudos da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov (1982, 1988, 1999, 2017, 2019) e de seus colaboradores levam a compreender que o ensino que se adianta ao desenvolvimento é aquele que organiza a atividade de estudo. Destarte, promover-se-ão o desenvolvimento dos alunos, particularmente o desenvolvimento do pensamento teórico, a capacidade de pensar com os conceitos científicos e de pensar cientificamente sobre a realidade, sendo a educação escolar e o ensino formas universais para esse desenvolvimento.

Contudo, para que os conteúdos dos componentes curriculares favoreçam a formação do pensamento teórico, é necessária a compreensão da natureza da relação entre

o desenvolvimento mental dos alunos e os conhecimentos e habilidades assimilados. Esse princípio deve ser dirigido não apenas ao conteúdo específico da escola, mas a fim de envolver o aluno em busca do crescimento mental e social.

Nesse processo, o conteúdo é a síntese mediatizada pelas apropriações das riquezas sociais, culturais e históricas, em diferentes aspectos elaborados pela humanidade. Desta maneira, o ensino organizado e sistematizado no processo de escolarização amplia a capacidade do pensamento, favorecendo novas aprendizagens.

Como mencionado, acredita-se que não se deve pensar na organização do ensino descolado do momento de desenvolvimento em que a criança se encontra. Daí a importância de se aprofundar nos estudos que se referem à periodização do desenvolvimento psíquico. Sendo assim, outro aspecto de grande importância para os estudos do desenvolvimento psíquico em relação à divisão de estágios está no conceito de atividade, enriquecido principalmente por A. N. Leontiev.

Para isso, deve-se partir da compreensão das diferentes atividades humanas nas condições concretas de vida, como aquilo que impulsiona o desenvolvimento. Assim, “[...] cada estágio do desenvolvimento psíquico é caracterizado por um certo tipo de relações da criança com a realidade, dominantes numa dada etapa e determinadas pelo tipo de atividade que é então dominante para ela” (LEONTIEV, 1978a, p. 292). A passagem de um estágio a outro é reconhecido justamente na mudança do tipo de atividade principal<sup>3</sup> e, portanto, da relação principal da criança com a realidade.

Para Leontiev (1978a, p. 294), “[...] não é a idade da criança que determina, enquanto tal, o conteúdo do estágio de desenvolvimento, mas, pelo contrário, a idade da passagem de um estágio a outro que depende do seu conteúdo e que muda com as condições sócio-históricas”. São essas condições que determinam qual a atividade que se torna dominante num dado estágio do desenvolvimento da criança.

É justamente a transição da atividade de estudo para a atividade de comunicação íntima pessoal e as relações entre estas duas atividades que marcam o complexo período da transição da infância para a adolescência, momento do desenvolvimento considerado como o mais crítico na teoria histórico-cultural (ELKONIN, 1987).

---

<sup>3</sup> A atividade principal ou dominante é aquela cujo desenvolvimento condiciona as principais mudanças nos processos psíquicos da criança e as particularidades psicológicas da sua personalidade num dado estágio do seu desenvolvimento (LEONTIEV, 1978a). Davidov (1988) pontua que, para Vigotski, o termo situação social do desenvolvimento é sinônimo de atividade principal.

Identificar a atividade principal nesse período é complicado, pois, nessa idade, emerge e desenvolve-se uma atividade que consiste no estabelecimento de relações pessoais íntimas entre os adolescentes. E, ainda, é nesse momento que se estrutura o sentido pessoal de sua vida, originando novas tarefas e novos motivos que adquirem o caráter de atividade profissional/de estudo.

Em se tratando do 6º ano do Ensino Fundamental, em que a situação social de desenvolvimento está em “crise” devido à transição das atividades principais, a organização da atividade de estudo deve, indubitavelmente, se pautar pelo desenvolvimento do pensamento teórico, mas é necessário considerar as características deste momento.

Nesse período é muito comum ocorrer um declínio no desempenho escolar justificado pela transição de uma forma conceitual mais elevada. É o momento de recuo diante de inúmeras mudanças na situação social de desenvolvimento dos alunos, como: o número de disciplinas a serem estudadas é maior, com seus respectivos professores; as aulas são mais curtas; o tempo de estudo também é maior; as avaliações são mais rigorosas, dentre diversas outras alterações na dinâmica escolar que afetam diretamente a vida dos alunos.

Salienta-se, ainda, que, a partir dessas mudanças recorrentes da transição do 5º para o 6º ano, novos contornos ocorrem no desenvolvimento do adolescente. Essa alteração do lugar social ocorre não apenas dentro da escola, mas também de fora, e é determinante nas relações estabelecidas entre eles em sua atividade de comunicação íntima e pessoal, formando suas concepções e valores.

Embora existam pesquisas sobre a periodização do desenvolvimento psíquico realizadas por pesquisadores brasileiros, pautadas nas contribuições de Vigotski e dos demais integrantes da psicologia histórico-cultural, esse campo de pesquisa mostra-se ainda pouco explorado. E, quando o recorte é o período da adolescência, os estudos são ainda mais escassos. Dentro de algumas pesquisas, destacamos: Bissoli (2005), Anjos (2013, 2017), Leal, Facci (2014) e Mascagna e Facci (2014).

Bissoli (2005) discute sobre a questão da periodização do desenvolvimento psíquico da criança, desde o nascimento até a entrada na adolescência. Apresenta as etapas do desenvolvimento de acordo com a teoria histórico-cultural e busca a compreensão da dinâmica que mobiliza o processo de complexificação da personalidade

em cada período, das formações principais do psiquismo em cada idade e, de maneira especial, da atividade principal da criança.

Anjos (2013) busca superar visões naturalizantes e patologizantes sobre a adolescência e concebe a idade de transição como um momento privilegiado no desenvolvimento humano para a formação do pensamento por conceitos. A autora (2017) também apresenta a tese de que o papel da educação escolar, no desenvolvimento da personalidade do adolescente, gira em torno de dois aspectos. O primeiro deles é constituído pelo ensino e pela aprendizagem dos conhecimentos científicos, artísticos e filosóficos, em suas formas mais ricas. O segundo é a relação entre o modelo adulto de ser humano e o ser em desenvolvimento, o adolescente.

Leal e Facci (2014) ressaltam que o desenvolvimento no período da adolescência não ocorre automaticamente, mas em um processo que é social, sendo estabelecido nas relações com as outras pessoas e em uma realidade histórico-cultural, os quais se vinculam diretamente à educação escolar. Destacam, ainda, que esse período não pode ser visto apenas com aspectos negativos, mas é necessário utilizar positivamente o potencial dos adolescentes.

Mascagna e Facci (2014) acrescentam que o período da adolescência é constituído nas relações sociais, adquirindo, assim, os moldes da sociedade capitalista, refletindo o comportamento do homem pós-moderno. Consequentemente, os adolescentes se tornam consumistas, individualistas, imediatistas, egoístas, dentre outras características do mercado que atravessam o seu jeito de ser. Nisso, eles se relacionam de forma fetichizada, ocupando o seu tempo livre com televisão, videogames e celulares, sendo comum distorcerem e fragmentarem a realidade.

Contudo, no que se refere ao ensino de matemática e ao desenvolvimento na idade de transição, não se encontraram até o momento pesquisas que contemplem esses aspectos específicos. A fim de consolidar a necessidade de se desenvolver um estudo que abordasse o conceito de raiz quadrada, foi realizado um levantamento junto às produções acadêmicas publicadas nos últimos cinco anos, nos seguintes bancos de dados: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Banco Digital de Teses e Dissertações (BDTD), e banco de teses e dissertações de várias universidades do nosso país. Nesse levantamento, não foram encontradas pesquisas que abordassem tal objeto de ensino.

Diante desse resultado, se ampliou ainda mais o período de tempo da pesquisa bibliográfica sobre o conceito de raiz quadrada e encontrou-se apenas a dissertação de Lima (2013), que buscava estabelecer os procedimentos diretos e indiretos para o cálculo das raízes quadrada e cúbica, porém, distantes da nossa abordagem teórica.

Considerando-se a perspectiva teórica que fundamenta esse trabalho e que versa sobre o ensino de Matemática, encontraram-se aproximadamente 140 trabalhos no banco de teses e dissertações de vários programas<sup>4</sup> de pós-graduação, no período de 2003 a 2019. No entanto, também não foram encontradas pesquisas que abordassem o conteúdo de raiz quadrada, evidenciando-se ainda mais a necessidade de estudos sobre esse objeto de ensino.

Assim, dentre essas e outras questões da real situação do ensino de Matemática e da educação brasileira é que se constitui a necessidade da nossa investigação, pois se entende que a função principal da escola é analisar os conhecimentos científicos, os quais permitem o desenvolvimento intelectual e a formação de conceitos. Estes possibilitam aos adolescentes a compreensão da realidade, de si mesmo e de seu próprio comportamento.

Esta é uma pesquisa<sup>5</sup> investigativa complexa e de relevância para a compreensão e análise da matemática como conhecimento escolar. Além disso, numa perspectiva mais abrangente, buscou-se entender de que forma a organização do ensino na perspectiva histórico-cultural e desenvolvimental pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Para isso, além da pesquisa bibliográfica, este estudo desenvolveu um trabalho empírico para uma melhor compreensão do objeto de investigação. Para pesquisar os

---

<sup>4</sup>Destacamos: Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás (UFG); Programa de Pós-Graduação em Educação (PUC-Goiás); Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (IF-Goiás); Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP); Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá (UEM); Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM); Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC); Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (Unisul); Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (UFU); Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp); Programa de Pós-Graduação em Docência para Educação Básica da Universidade Estadual Paulista de Mesquita Filho (UNESP).

<sup>5</sup>O projeto da presente pesquisa foi aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Federal de Goiás (UFG), no dia 22 de agosto de 2018. Na primeira quinzena do mês de outubro de 2018, providenciamos a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) do representante legal de cada aluno e dos professores participantes do experimento didático-formativo, e também do documento Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) dos alunos que participaram da pesquisa empírica.



procedimentos didáticos que favorecessem a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes, foi utilizado o procedimento metodológico denominado de experimento didático-formativo.

Davídov (1988) elaborou e chamou de experimento formativo o método de pesquisa que investiga a organização do ensino escolar e sua influência no desenvolvimento mental dos alunos, cuja essência se expressa: no estudo dos processos de transição para novas formas psicológicas em situação escolar; no estudo das condições de surgimento de um ou outro fenômeno psíquico e na criação experimental das condições necessárias para que surjam (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b).

Freitas (2010) salienta que o termo experimento utilizado nas investigações da teoria histórico-cultural, da teoria da atividade e da teoria do ensino desenvolvimental não se refere à orientação positivista para os valores quantitativos prevalecerem. Esse termo visa a criar condições para se ensinar algo e observar as mudanças qualitativas que surgem no processo.

Nesse sentido, o experimento didático-formativo é um método de investigação sobre o ensino escolar utilizado que tem o mesmo sentido de uma intervenção pedagógica, por meio de uma metodologia de ensino que almeja interferir e provocar mudanças nas ações mentais dos sujeitos da pesquisa.

Assim sendo, o plano de ensino foi organizado, buscando realizar primeiramente a análise do conteúdo, para posteriormente elaborar as tarefas de estudo. Ressalta-se que, para o desenvolvimento deste plano, foram utilizadas 10 aulas, no período do dia 23 de outubro de 2018 ao dia 5 de novembro do mesmo ano.

A pesquisa foi feita em uma escola pública da cidade de Iporá, interior do estado de Goiás. A escolha desta escola está vinculada, primeiramente, ao fato de ser uma escola muito receptiva e aberta à realização de pesquisas. Em segundo lugar, devido a uma condição operacional essencial, que é o fato de estar localizada no município em que reside a pesquisadora.

Nessa escola, trabalhou-se uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, visto que a pesquisa buscou como objeto de estudo a organização do ensino da Matemática nesse período, marcado pela transição dos primeiros aos últimos anos do Ensino Fundamental. Estes são considerados o fim da pré-adolescência e o início da adolescência. Assim, pela escolha da escola e da turma a ser pesquisada, ficaram também definidos os sujeitos da pesquisa: 27 alunos.

Ressalta-se que o desenvolvimento do plano de ensino foi conduzido pela pesquisadora, tendo a importante colaboração da professora da turma na organização dos alunos e na realização das filmagens.

Assim, no primeiro capítulo, apresentaram-se os fundamentos psicológicos, pedagógicos e didáticos que fundamentam teórica e metodologicamente essa pesquisa. Para isso, houve uma síntese das principais proposições da teoria do ensino desenvolvimental, entendendo esta teoria como desdobramento e aplicação pedagógica da teoria histórico-cultural. Por conseguinte, o conceito de atividade na teoria histórico-cultural foi analisado, pois a passagem de um estágio para outro no processo geral de desenvolvimento humano é reconhecida justamente como a mudança do tipo de atividade principal e, portanto, da relação principal da criança com a realidade. Logo, buscou-se compreender o momento de desenvolvimento em que os alunos que participaram desse experimento didático se encontram, a adolescência, fazendo as relações entre a periodização do desenvolvimento psíquico e a educação escolar. Assim, procurou-se esclarecer como se dá a aprendizagem escolar e a formação do pensamento teórico na atividade de estudo, elucidando também como a atividade de estudo na adolescência se diferencia dos períodos anteriores.

No segundo capítulo, apresentou-se e analisou-se uma forma de organização do ensino de Matemática fundamentada na teoria histórico-cultural e na teoria do ensino desenvolvimental, objetivando a formação do conceito de raiz quadrada exata e o desenvolvimento do pensamento teórico de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Para isso, elucidou-se que o experimento didático-formativo como metodologia de pesquisa e como forma de organização do ensino se expressa na possibilidade de provocar e estudar processos de transição e de desenvolvimento de novas formações psíquicas, por meio do trabalho mental com conceitos científicos. Em seguida, descreveu-se o processo de organização do experimento didático-formativo, desde a análise do conteúdo/conceito a ser assimilado pelos alunos até a elaboração das tarefas de estudo que compõe o plano de ensino desenvolvimental. Apresentou-se, também, uma caracterização da escola campo em que o experimento didático-formativo foi desenvolvido, bem como dos alunos que dele participaram.

No último capítulo, discorreu-se sobre o experimento didático-formativo, a partir dos aportes teóricos da organização da atividade de estudo na teoria do ensino desenvolvimental. Privilegiou-se uma discussão sobre as ações mentais de reflexão,

análise e plano interior das ações, sistematizadas como unidades conceituais de análise dos resultados do experimento. Essas ações mentais, tomadas para evidenciar e analisar a assimilação e aprendizagem do conceito de raiz quadrada exata e o desenvolvimento do pensamento teórico, são reveladas por meio da apresentação e análise de oito episódios de ensino retirados do experimento didático-formativo considerados mais importantes e elucidativos. Estes permitiram apreender melhor os indícios de desenvolvimento e, em alguns momentos, os saltos qualitativos da atividade mental dos alunos em direção à formação do conceito em questão.

Nas considerações finais, os principais resultados da pesquisa foram mostrados, ressaltando-se as contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para o ensino da Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental. Serenamente, reconheceram-se as limitações desse estudo, evidenciando-se, assim, a necessidade de mais pesquisas que busquem uma organização de ensino articulada a princípios teóricos que promovam a aprendizagem e o desenvolvimento integral dos alunos.

## 1 EDUCAÇÃO ESCOLAR E DESENVOLVIMENTO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

Neste capítulo, apresentaram-se os fundamentos psicológicos, pedagógicos e didáticos que alicerçam teórica e metodologicamente esta pesquisa. Um dos objetivos desta pesquisa é pensar sobre a organização do ensino de Matemática a partir de uma educação que impulsiona o desenvolvimento humano. Destarte, trouxe-se aqui uma síntese das principais proposições da teoria do ensino desenvolvimental para a organização do ensino, buscando articular este referencial à investigação do ensino e da aprendizagem do conceito de raiz quadrada.

No primeiro tópico do capítulo, o conceito de atividade na teoria histórico-cultural foi analisado, pois a passagem de um estágio para outro no processo geral do desenvolvimento humano é reconhecida justamente como a mudança do tipo de atividade principal e, portanto, da relação principal da criança com a realidade. Essa dinâmica é compreendida, na teoria da atividade, como o “motor” do processo de desenvolvimento psíquico.

No segundo tópico, discorreu-se sobre o momento de desenvolvimento em que os alunos que participaram de nosso experimento didático se encontram, a adolescência, fazendo as relações entre a periodização do desenvolvimento psíquico e a educação escolar. Entende-se que é imprescindível que a organização do ensino escolar e o planejamento das tarefas de estudo estejam relacionados com o período do desenvolvimento em que o estudante se encontra.

No último tópico, expôs-se a teoria do ensino desenvolvimental, entendendo como desdobramento e aplicação pedagógica da teoria histórico-cultural, procurando esclarecer como ocorrem a aprendizagem escolar e a formação do pensamento teórico na atividade de estudo, esclarecendo também como a atividade de estudo na adolescência se diferencia dos períodos anteriores.

### 1.1 TEORIA DA ATIVIDADE E DESENVOLVIMENTO HUMANO

A partir do conceito inserido por Marx (2010) de *práxis* humana como atividade produtora consciente e histórica, Vigotski (2009) reconheceu que a *práxis* é a forma como

se dá o processo de desenvolvimento humano, ou seja, o ser humano transforma a realidade e a si mesmo pela realização de atividades dirigidas a um fim. Neste sentido, a atividade humana é um processo em que a realidade é transformada pela ação criativa do homem, sendo o trabalho a forma original e a essência de qualquer atividade. Assim, toda relação do homem com o mundo é mediada pela atividade, e é na e pela atividade que o psiquismo se desenvolve.

Davídov (1988) pondera que a atividade é a abstração teórica de toda a prática humana de caráter histórico-social. Deste modo, a forma inicial de atividade humana é a atividade laboral, coletiva e transformadora das pessoas. Segundo Davídov (1988, p. 27, tradução nossa), “A atividade é a substância da consciência humana”, é o processo de constituição da consciência e da personalidade do homem.

Nesse ínterim, a consciência humana é formada pela internalização das relações sociais, ou, em outras palavras, a origem da consciência humana é a internalização subjetiva da sociedade objetivada por meio da atividade. “O conceito de atividade não pode ser examinado separadamente do conceito de consciência, que surge na atividade e logo a mediatiza” (DAVÍDOV, 1988, p. 33, tradução nossa). Logo, não existe formação da consciência fora da atividade. De acordo com Pasqualini (2016),

[...] a atividade é mediação na relação dialética indivíduo-sociedade, relação esta que se desenvolve e se complexifica justamente à medida que a própria atividade mediadora se desenvolve e se complexifica (ou seja, a mediação transforma os dois polos da unidade e é transformada conforme a própria relação se desenvolve) (PASQUALINI, 2016, p. 68).

Na psicologia histórico-cultural, a atividade é uma forma de relação sociocultural viva e dinâmica, em que o indivíduo se desenvolve e intervém no meio que o rodeia. Nas palavras de Vigotski (1996, p. 18), “A atividade humana não é simplesmente uma soma mecânica de hábitos desorganizados, senão que se regula e estrutura por tendências integrais, dinâmicas-aspirações e interesses” (tradução nossa).

De acordo com Leontiev (2012), uma das características mais importantes da atividade humana é a existência de uma estrutura comum de experiências coletivas armazenadas e expressas por meio da linguagem. Isso porque a linguagem é a consciência prática e real existente entre todas as pessoas, e seus significados são elaborados e revelados pelo conjunto da prática social.

A linguagem é um dos signos de influência de um homem sobre o outro, ou seja, a presença do outro, sua fala, pode interferir no comportamento. Lazaretti (2011) afirma que Elkonin chama essa relação de atividade conjunta. A criança incorpora a ação realizada pelo adulto em sua própria ação e, assim, “[...] a atividade conjunta é mediada pelo uso de ferramentas e da linguagem, como meios de ação sobre a realidade” (p. 78).

Essa atividade conjunta promove e influencia diretamente o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, aparecendo em dois planos: primeiramente no plano social, e depois, no plano psicológico. Em princípio, como atividade intersíquica e depois como atividade intrapsíquica, conforme a lei genética geral do surgimento e desenvolvimento das funções psíquicas superiores de Vigotski (2001). O movimento entre esses dois planos é denominado por Leontiev (1978a) de processo de internalização.

Nos seres humanos, os significados refletem a relação dos estímulos, objetos ou situações em comum e as necessidades coletivas. Leontiev (1978a) entende, assim, que a atividade humana é constituída dos seguintes elementos: objeto, necessidade, motivo, finalidade, ações, operações e condições.

Segundo Leontiev (2012), atividade não são todos os processos realizados pelos sujeitos, e sim os processos que satisfazem uma necessidade específica, sendo que o traço principal e primeiro de toda necessidade é que esta tem um objetivo. O segundo traço fundamental consiste no fato de que toda necessidade adquire um conteúdo concreto segundo as condições e a maneira como se satisfaz. O terceiro traço é que uma mesma necessidade pode se repetir, e o quarto traço representa o fato de que essas condições se desenvolvem à medida que se amplia o círculo de objetos e de meios para satisfazê-las. Em outros termos, a atividade humana é continuamente movida por uma intencionalidade e procura atender a uma necessidade. Assim sendo, a primeira condição de toda a atividade é uma necessidade.

Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra a sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se objetiva nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula (LEONTIEV, 1978a, p. 107-108).

Nesse sentido, o que impulsiona o homem a agir e dirigir a ação para a satisfação de uma determinada necessidade é o motivo (LEONTIEV, 2017). A consciência dos

motivos que responde às necessidades não é por si só a relação que existe entre a consciência dos motivos e a evolução das necessidades.

O conhecimento como fim consciente de uma ação, pode ser estimulado por um motivo que responde à necessidade natural de qualquer coisa. Mas a transformação deste fim em motivo é também a criação de uma necessidade nova, neste caso de uma necessidade de conhecimento (LEONTIEV, 2017, p. 108).

O termo motivo não é utilizado por Leontiev (1978a) para designar o sentimento de uma necessidade, mas aquilo em que a necessidade se concretiza de objetivo nas condições consideradas e para as quais a atividade se orienta. Neste contexto, para encontrar o sentido pessoal, deve-se descobrir o motivo correspondente. “O fundamental é que atrás do motivo está sempre a necessidade, e aquele corresponde sempre a uma ou outra necessidade” (LEONTIEV, 1978b, p. 82, tradução nossa).

Leontiev (2012) coloca um bom exemplo para melhor se compreender as relações entre necessidades, motivos e objetivos. O professor passa a leitura de um livro literário para a turma. Um colega fala para o estudante que o livro que ele está lendo não será cobrado na avaliação. Sabendo disso, o estudante pode tomar duas atitudes: continuar ou desistir da leitura do livro. Se o estudante optar por continuar a leitura do livro, aquilo que dirigiu o processo de leitura estimulou por si mesmo o processo, isto é, o conteúdo do livro foi o motivo, devido à necessidade de conhecer aquilo de que se tratava o livro.

No entanto, se o estudante desistisse da leitura do livro, o motivo que o levou a ler não era o conteúdo do livro, mas apenas a necessidade de obter uma boa nota na avaliação. “Aquilo para o qual sua leitura se dirigia não coincidia com aquilo que o induzia a ler” (LEONTIEV, 2012, p. 68). Neste caso, a leitura não era propriamente uma atividade, mas a preparação para a avaliação.

Para a realização da atividade, na maioria das vezes, é necessária a mobilização de processos internos e externos, os quais são chamados de ações. Uma ação “[...] é um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas reside na atividade da qual ele faz parte” (LEONTIEV, 2012, p. 69). Voltando ao exemplo anterior, quando a leitura é mantida somente enquanto o estudante acredita que será cobrada na avaliação, a leitura é uma ação, e o motivo é a necessidade de se obter uma boa nota na avaliação. Isso porque o objetivo de uma ação não estimula

o agir, pois, para que a ação apareça e seja realizada, é preciso que seu objetivo surja e esteja relacionado ao motivo da atividade.

Leontiev (1961) esclarece que a necessidade depende das condições externas, visto que estão submetidas à dinâmica e às contradições da vida social. “As necessidades caracterizam-se pelo seu conteúdo objetivo, e este se determina pelas condições do meio exterior. Daí resulta que toda necessidade é uma das formas particulares de refletir-se a realidade” (LEONTIEV, 2017, p. 42). Nesse movimento, as necessidades são transformadas em motivos da atividade, que são internos e possibilitam a concretização do objetivo.

Em relação ao conceito de ação, Leontiev (1978b) afirma que:

Os componentes principais de algumas atividades dos homens são as ações que estes realizam. Denominamos ação o processo subordinado à representação que se tem do resultado que se deve alcançar, ou seja, o processo subordinado a um fim consciente. Do mesmo modo que o conceito de motivo se correlaciona com o conceito de atividade, o conceito de fim se correlaciona com o conceito de ação (LEONTIEV, 1978b, p. 82, tradução nossa).

Dessa forma, “[...] há uma relação particular entre atividade e ação. O motivo da atividade, sendo substituída, pode passar para o objeto (o alvo) da ação, com o resultado de que a ação é transformada em uma atividade” (LEONTIEV, 2012, p. 69). Em outras palavras, o motivo passa a ser o próprio objeto. Para o autor, esse é um ponto fulcral, pois esse processo é a base psicológica sobre a qual ocorrem mudanças na atividade principal e, conseqüentemente, as transições de um período para o outro do desenvolvimento.

Outro componente da estrutura da atividade é a operação, nas palavras de Leontiev (1978b, p. 85, tradução nossa): “Denomino operações os meios com os quais se executa a ação”. Ainda segundo o autor: “A operação é o conteúdo indispensável de toda a ação, mas não se identifica com a ação. Uma só e mesma ação pode se realizar por meio de operações diferentes, e inversamente, ações diferentes podem ser realizadas pelas mesmas operações” (LEONTIEV, 1978a, p. 303-304). A explicação para isso se dá pelo fato de que as ações estão correlacionadas com os fins, enquanto as operações estão com as condições de realização da ação.

Nessa perspectiva, Leontiev (1878b) apresenta a estrutura da atividade psíquica humana e seus componentes numa inter-relação criativa e dinâmica entre necessidades,



motivos, objetivos, ações e operações. Com base nessa estrutura da atividade, Davídov (2019b) faz uma nova interpretação, considerando que os afetos também interferem nos motivos e introduzem o desejo. Explica, então, que as emoções funcionam mediante os desejos e as necessidades, fazendo, assim, surgir e desenvolver motivos e interesses em relação ao conteúdo da atividade.

Acredito que o desejo deve ser considerado como um elemento da estrutura da atividade. [...] Necessidades e desejos compõem a base sobre a qual as emoções funcionam. [...] O termo *desejo* reproduz a verdadeira essência da questão: as emoções são inseparáveis de uma necessidade. Em seus trabalhos, Leontiev afirma que as ações são conectadas às necessidades e motivos. Discordo desta tese. Ações, como formações integrais, podem ser conectadas somente com necessidades baseadas em desejos – e as ações ajudam na realização de certas tarefas a partir dos motivos. [...] Os elementos são os seguintes: desejos, necessidades, emoções, tarefas, ações, motivos para as ações, meios usados para as ações, planos (perceptual, mnemônico, pensamento, criativo) – todos se referindo à cognição e, também, à vontade (DAVYDOV, 1999b, p. 41, tradução nossa).

Para Davídov (2019b), as ações voltadas para a resolução de uma tarefa surgem a partir dos motivos existentes, sendo que a cada ação corresponde um dado motivo. Ressalta ainda, que a emoção e o desejo têm o papel de verificar os meios necessários para a resolução dessa tarefa. Assim, o desejo e a emoção são também fundamentos da atividade.

Quanto às relações entre ações e operações, para um melhor esclarecimento, pode-se retomar o desenvolvimento da linguagem escrita: quando a criança aprende a dominar com desenvoltura a escrita, observa-se a dinâmica entre ações e operações. No início da apropriação da linguagem escrita, a atividade da criança é uma soma de ações não automatizadas. Com o domínio cada vez mais progressivo e autônomo da escrita, as ações, ao serem automatizadas, transformam-se em operações. As operações são mais próximas dos hábitos e podem ser realizadas de forma quase automática, sem que durante todo o tempo a atenção e a consciência do indivíduo sejam mobilizadas. Desta maneira, as operações vão “abrindo caminhos” para o desenvolvimento de estruturas de pensamento mais complexas, possibilitando o surgimento de novas ações e, conseqüentemente, de novas atividades.

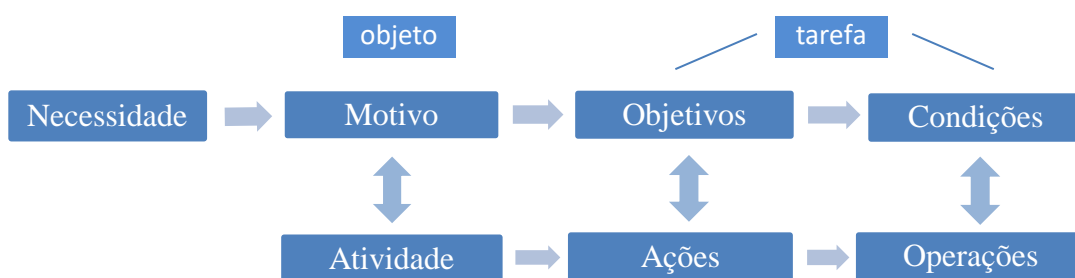
É preciso considerar que há uma dinâmica na estrutura da atividade em que operações se convertem em ações e vice-versa. Tuleski e Eidt (2016) exemplificam essa

situação na dinâmica entre a criança e a colher no momento da alimentação. Esse objeto era utilizado antes pela criança como uma ferramenta, um brinquedo, assim como qualquer outro objeto para atirar, bater na mesa etc. Gradativamente, a colher passa a ser utilizada pela criança como um utensílio para a alimentação, preocupando-se agora com os movimentos e o objetivo de seu uso. Neste contexto, algo que era realizado de modo mecânico ganha outra configuração, tornando-se ação. Com o tempo, essa ação tornar-se-á uma operação na totalidade da atividade de alimentar-se.

A atividade pode perder o motivo que a suscitou, e então se converte em uma ação que pode concretizar uma relação totalmente diferente com o mundo, outra atividade; a ação, pelo contrário, pode adquirir uma força propulsora própria e chegar a ser uma atividade particular; por último a ação pode transformar-se em meio para alcançar um fim, em uma operação capaz de efetuar diversas ações (LEONTIEV, 1978b, p. 87, tradução nossa).

Considerando o exposto, a Figura 1 abaixo sintetiza a estrutura da atividade humana desenvolvida por Leontiev (1978b):

Figura 1 - Estrutura da atividade psíquica humana segundo Leontiev.



Fonte: elaborado pela autora com base em Leontiev (1978b).

Davídov (1988) explica que uma atividade pode perder seu motivo e transformar-se em ação que, modificando o seu objetivo, pode se converter em operação. Assim, o motivo de certa atividade pode passar a ser o objetivo da ação, como resultado do qual essa última se converte em outra atividade. Com essas transformações dos componentes da atividade, o autor em questão apresenta o seguinte esquema: atividade ↔ ação ↔ operação e motivo ↔ objetivo ↔ condições.

Davídov (1988) destaca que a consciência possui três funções. A primeira é que, no indivíduo, a consciência representa idealmente as posições das pessoas que estão

envolvidas com ele em determinadas relações sociais. A segunda é que a consciência permite ao homem ser o representante destas relações. E a terceira é que o indivíduo organiza sua própria atividade graças à consciência. Considerando-se que o homem, devido à consciência, organiza a estruturação de sua própria atividade, Davídov (1988) explica o esquema acima.

O homem, como ser social, tem muitas carências materiais e espirituais. A busca e o processo de prova dos meios para satisfazê-las leva o indivíduo à estruturação de imagens dos objetos destas carências, ou seja, ao surgimento das necessidades em relação aos correspondentes objetos da cultura material e espiritual que impulsionam o sujeito à atividade. A necessidade está dirigida inicialmente a um círculo amplo e ainda não definido de objetos. A busca e a prova dos objetos concretos, que correspondem a necessidade, levam ao surgimento dos motivos da atividade. Nas condições da vida social o indivíduo não pode obter diretamente o objeto requerido pelo motivo: é necessário produzi-lo. Este objeto se converte em finalidade da ação. Na busca e na prova da finalidade o indivíduo define a tarefa, durante cujo cumprimento pode produzir o objeto requerido. Para resolver a tarefa o indivíduo deve encontrar e provar a correspondente ação que logo deve ser produzida realmente, controlando sua realização por meio da vontade expressa na atenção (DAVÍDOV, 1988, p. 44, tradução nossa).

Davídov (1988) acrescenta que, ao idealizar sua atividade, o homem modifica os projetos de suas ações e controla suas intenções e sentimentos. “A consciência é a reprodução pelo indivíduo da imagem ideal de sua atividade tendente a uma finalidade e a representação ideal nela das posições das outras pessoas” (p. 45, tradução nossa). Desta forma, os conceitos de atividade, ideal e consciência estão inter-relacionados, formando uma unidade indissolúvel.

A atividade é sempre dirigida por alguma necessidade, logo, são as necessidades do indivíduo – a criança – que constituem a condição para a atividade. Na medida em que se complexifica a atividade, vão se produzindo novas necessidades e novos motivos. Os motivos incitam a criança a agir, por algum fim – objetivo. As operações são os meios para se executar determinada ação. Podemos, assim, sintetizar que a categoria atividade envolve as relações entre as necessidades, motivos, objetivos, ações e operações do indivíduo (LAZARETTI, 2011, p. 116).

A vida no geral, ou a atividade<sup>6</sup> como um todo, não é construída de forma mecânica a partir de tipos separados de atividades. Existem alguns tipos de atividades que são compreendidas pela teoria histórico-cultural como atividades principais ou atividades guias, em certos períodos do desenvolvimento humano. Para Leontiev (2012), há uma dependência do desenvolvimento psíquico em relação à atividade principal, e não à atividade em geral.

Cada período do desenvolvimento psíquico é caracterizado por uma relação entre a criança e a realidade dominante naquele período e por um tipo preciso e principal de atividade. E é justamente nessa transição de um período para o outro que ocorre a mudança da atividade principal.

A mudança de uma atividade principal a outra está relacionada às mudanças nos motivos e nas ações da atividade. Para explicar melhor esse processo, Leontiev (2012) coloca primeiramente a questão geral da gênese dos novos motivos, e só depois a transição para uma nova atividade principal. Assim, o autor explica que existem dois tipos de motivos: os motivos apenas compreensíveis e os motivos realmente eficazes.

Os motivos apenas compreensíveis atuam durante pouco tempo e em circunstâncias diretas, enquanto os motivos realmente eficazes são mais constantes e atuam durante mais tempo. “Só motivos compreensíveis tornam-se motivos eficazes em certas condições, e é assim que os novos motivos surgem e, por conseguinte, novos tipos de atividade” (LEONTIEV, 2012, p. 70).

Para entender essa questão, o autor acima utiliza o exemplo de um aluno do 1º ano que não conseguia fazer as suas lições. Ele se distraía facilmente e adiava sempre a realização das lições. O estudante entendia que fazer as lições era necessário para a apropriação do conteúdo escolar, porém, ter essa compreensão não era suficiente para ele conseguir fazê-las. Isso acontece até que o professor imponha a condição de ele sair para brincar apenas depois que fizer as lições.

É indiscutível que a criança queira fazer seus deveres para obter uma boa nota, mas esses motivos psicologicamente não foram eficazes. Todavia, o outro motivo, a

---

<sup>6</sup> “O termo alemão *tätigkeit* é equivalente às palavras *deyatelnost* (russo); *human activity* (inglês) e “atividade humana” (português-Brasil). Contudo, conforme Schurig (1988) assinala, a tradução do termo *tätigkeit* simplesmente como atividade ou, em inglês, *activity*, gera uma perda de significado, isto é, uma mera simplificação, uma redução teórica. Segundo o autor, a palavra *tätigkeit*: refere-se principalmente ao comportamento humano; é uma ação direcionada pelos objetivos e orientada quase totalmente pelas finalidades práticas; é definida em torno do processo de objetivação da consciência; contém dentro de si níveis como a relação entre o subjetivo e o objetivo ou entre o material e o ideal” (CEDRO, 2008, p. 22).

permissão para sair e brincar, foi eficaz. Assim, o estudante começou a fazer a lição em virtude de um motivo apenas compreensível. Com o tempo, o estudante observa que, ao fazer as tarefas, seu desempenho melhora. A mudança em sua conduta, ao fazer as tarefas movido pela vontade, é sair melhor nas provas. “O motivo realmente eficaz que induz a criança, agora, a fazer sua lição de casa é um motivo que, anteriormente, era apenas compreensível para ela” (LEONTIEV, 2012, p. 70).

Desse modo, no exemplo citado acima, há uma ação (fazer a lição) que adquiriu um novo motivo e, assim, se transformou em atividade. Essa transformação de motivo ocorre devido a uma nova objetivação das necessidades da criança e ao fato de serem compreendidas em um nível mais alto. Neste ínterim, a partir do caráter dinâmico da atividade, entende-se que, em cada momento do desenvolvimento, o estudante se relaciona com o mundo e com as exigências deste sobre si mesmo de um modo particular. Para Leontiev (2012), a atividade principal possui três atributos:

Ela é a atividade em cuja forma surgem outros tipos de atividade e dentro da qual eles são diferenciados. [...] A atividade principal é aquela na qual processos psíquicos particulares tomam forma ou são reorganizados. [...] A atividade principal é a atividade da qual dependem, de forma íntima, as principais mudanças psicológicas na personalidade infantil, observadas em um certo período de desenvolvimento (LEONTIEV, 2012, p. 64).

Davídov (1988) chama de atividade principal ou situação social de desenvolvimento o novo tipo de atividade que sustenta o desenvolvimento mental integral da criança em uma idade específica. Afirma o autor que o conceito de atividade de Leontiev parte do conceito desenvolvido por Vigotski (1996) de situação social de desenvolvimento da criança em uma dada idade.

Denominamos essa relação como ‘situação social de desenvolvimento’ em certa idade. A situação social de desenvolvimento é o ponto de partida para todas as mudanças dinâmicas que se produzem no desenvolvimento durante o período de cada idade (VIGOTSKI, 1996, p. 254, grifos do autor, tradução nossa).

Assim, a situação social determina e regula o modo de vida da criança, e é concretizada e internalizada por meio da atividade humana. Desta forma, a atividade principal ou dominante é aquela cujo desenvolvimento condiciona as principais mudanças

nos processos psíquicos da criança e as particularidades psicológicas da sua personalidade num dado estágio do seu desenvolvimento (LEONTIEV, 1978a).

## 1.2 PERIODIZAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO PSÍQUICO

A periodização do desenvolvimento psíquico é um problema que foi objeto dos estudos da psicologia histórico-cultural desde que, segundo Elkonin (1987), Pavel Blonski e Lev Vigotski deram bastante atenção a essa questão em suas pesquisas sobre o desenvolvimento infantil, no final da década de 1920 e início da década de 1930. Nesta pesquisa, com base nos fundamentos de Vigotski (1995, 1996), Leontiev (1978a, 1978b), Bozhóvich (1987), Elkonin (1987, 2017) e Davídov (1988), apresentaram-se reflexões e análises fundamentais para a compreensão do movimento de transformação da atividade da criança e como se dá o processo de desenvolvimento, ajudando a compreender melhor a importância da educação escolar neste processo.

Um conceito fundamental para a compreensão do desenvolvimento psíquico e as etapas ou períodos desse desenvolvimento está no conceito de atividade, que se espera ter sido esclarecido no tópico anterior. Os autores partiram, em suas pesquisas, da análise do desenvolvimento da atividade da criança e como esta se organiza nas condições concretas de sua vida. Assim, “[...] cada estágio de desenvolvimento psíquico é caracterizado por um certo tipo de relações da criança com a realidade, dominantes numa dada etapa e determinadas pelo tipo de atividade que é então dominante para ela” (LEONTIEV, 1978a, p. 292).

A passagem de um período para outro é reconhecida justamente na mudança do tipo de atividade principal e, portanto, da relação principal da criança com a realidade. Pasqualini (2016) afirma que a mudança no conteúdo da atividade humana que se produz ao longo do processo histórico engendra, portanto, mudanças no psiquismo dos indivíduos e no próprio curso de seu desenvolvimento, atingindo diretamente a periodização.

Para Leontiev (2012), os limites etários e o conteúdo de cada período são originados pelas condições históricas nas quais se dá o desenvolvimento da criança. Assim, nem o conteúdo dos períodos nem sua sequência no tempo são imutáveis e dados de uma vez por todas. “As condições históricas concretas exercem influência tanto sobre o conteúdo concreto de um estágio individual do desenvolvimento, como sobre o curso

total do processo de desenvolvimento psíquico como um todo” (LEONTIEV, 2012, p. 65).

Ainda segundo o autor, “Não é a idade da criança que determina, enquanto tal, o conteúdo do estágio de desenvolvimento, mas, pelo contrário, a idade da passagem de um estágio a outro que depende do seu conteúdo e que muda com as condições sócio-históricas” (LEONTIEV, 1978a, p. 294). São essas condições que determinam qual a atividade que se torna dominante num dado estágio do desenvolvimento da criança.

Elkonin (1987) aprofunda o enfoque sócio-histórico como caminho para se compreender os períodos do desenvolvimento que, para este autor, estão subordinados às condições históricas e sociais da vida do indivíduo, reafirmando que cada período do desenvolvimento influencia diretamente o desenvolvimento psíquico, marcado sempre por novas formações. Para Lazaretti (2011), as pesquisas de Elkonin conseguiram explicitar de forma mais elaborada e desenvolvida as forças motrizes do desenvolvimento psíquico e a sua divisão em períodos.

Um primeiro fundamento histórico-cultural para a compreensão da periodização do desenvolvimento é a compreensão da inexistência de fases naturais universais, evidenciando-se a necessidade de problematizar e analisar as relações e contradições entre o desenvolvimento natural e o desenvolvimento cultural do ser humano. A concepção de que o desenvolvimento psíquico das crianças ocorre de forma natural e espontânea, acompanhando seu desenvolvimento biológico, é desconstruída pelos fundamentos da teoria histórico-cultural: a lei genética geral do desenvolvimento das funções psíquicas superiores afirma que as capacidades psíquicas humanas estão objetivadas na cultura em conteúdo e forma. Nesta perspectiva, ao se apropriar da cultura, o homem também se apropria e reproduz em si mesmo as capacidades sociais e psicológicas inseridas nela.

Para Vigotski (1996), a abordagem do problema da periodização do desenvolvimento infantil proposta pelos cientistas podia ser dividida em três grupos. O primeiro divide a infância em períodos isolados, como a periodização do desenvolvimento infantil baseada no princípio da evolução biológica da criança.

O segundo grupo propunha a eleição de algum indício no desenvolvimento infantil como critério convencional para sua periodização, como por exemplo, a partir da dentição ou do desenvolvimento sexual, para diferenciar um estágio do outro. Esse grupo, de acordo com Vigotski (1996), propõe como critério para a periodização da idade algo bastante objetivo, geralmente ligado a algum fator biológico, e o analisa subjetivamente.

Os pesquisadores deste grupo, ainda segundo o autor, quase sempre se esqueciam que, no curso do desenvolvimento, se modificam o significado, o valor e a importância do indício escolhido. Acabavam, desta forma, chegando aos mesmos limites do primeiro grupo, investigando-se características externas do desenvolvimento infantil, e não a essência do processo.

O terceiro grupo firmava-se na tendência de passar do princípio puramente sintomático e descritivo para o colapso das peculiaridades essenciais do desenvolvimento das próprias crianças. O obstáculo desse caminho é de ordem metodológica, pois a sua concepção de desenvolvimento infantil é antidialética e dualista.

Diante da insuficiência e dos limites das teorias psicológicas para a explicação da periodização do desenvolvimento humano, Vigotski (1996) questiona os princípios sobre os quais se deveriam estruturar a verdadeira periodização.

Sabemos já onde buscar seu verdadeiro fundamento: há que buscá-lo nas mudanças internas do próprio desenvolvimento; tão só as viragens e giros de seu curso podem proporcionar-nos uma base sólida para determinar os principais períodos de formação da personalidade da criança que chamamos idades (VIGOTSKI, 1996, p. 254, tradução nossa).

O autor reduz todas as teorias do desenvolvimento infantil a duas concepções: o desenvolvimento é apenas a realização, as mudanças e combinações das capacidades inatas, e o desenvolvimento é um processo contínuo e em movimento, o qual se distingue pelas permanentes novas formações não existentes nos períodos anteriores. Esse segundo ponto de vista tem uma compreensão dialética do processo, considerando o material e psicológico como uma unidade, e explicita o que seriam as novas formações psíquicas:

[...] o novo tipo de estrutura da personalidade e sua atividade, as mudanças psíquicas e sociais que se produzem por pela primeira vez em cada idade e determinam, em seu aspecto mais importante e fundamental, a consciência da criança, sua relação com o meio, sua vida interna e externa, todo o curso de seu desenvolvimento no período dado (VIGOTSKI, 1996, p. 254-255, tradução nossa).

Nesse ínterim, a complexificação da atividade da criança, a cada novo período do desenvolvimento, engendra novas formações psíquicas que podem determinar o desenvolvimento psicológico essencial de cada idade. Na periodização do desenvolvimento, a identificação da atividade principal e das neoformações psíquicas



possibilitará estabelecer os critérios para distinguir os períodos do desenvolvimento infantil.

Vigotski (1996) acrescenta que, em cada etapa de idade, há uma nova formação central como guia para todo o processo de desenvolvimento que reorganiza toda a personalidade da criança sobre uma nova base. Assim, o desenvolvimento em cada período perpassa pelas linhas centrais do desenvolvimento, relacionadas com a nova formação principal, bem como pelas linhas acessórias de desenvolvimento, pertinentes aos processos secundários.

Chamaremos *linhas centrais de desenvolvimento* da idade dada aos processos de desenvolvimento que se relacionam de maneira mais ou menos imediata com a nova formação principal, e todos os demais processos parciais, assim como as mudanças que se produzem em certa idade, receberão o nome de *linhas acessórias de desenvolvimento* (VIGOTSKI, 1996, p. 262, grifos do autor, tradução nossa).

Entende-se que os processos que são linhas principais de desenvolvimento em uma idade se convertem em linhas acessórias de outra idade e vice-versa. Tais linhas de desenvolvimento modificam seu significado e peso específico na estrutura geral do desenvolvimento, mudando sua relação com a nova formação central. Em outras palavras, cada idade possui sua própria estrutura específica e única.

É necessário também considerar a dinâmica de cada período e a dinâmica da transformação de um período em outro. Elkonin (2017, p. 149) afirma que: “[...] a definição dos períodos do desenvolvimento psíquico e a revelação das leis da transição de um período a outro permitem resolver, no final, o problema das forças motrizes do desenvolvimento psíquico”. Deste modo, a atividade principal vai se esgotando como força motriz de desenvolvimento de novas capacidades psíquicas, e uma nova atividade deverá surgir como guia na transição ao novo período.

De acordo com Leontiev (1978a) o desenvolvimento da atividade principal que caracteriza um dado estado, e o desenvolvimento correlativo de outros tipos de atividade, determina o aparecimento na consciência da criança de novos fins e a formações de novas ações correspondentes. Neste contexto, “[...] o desenvolvimento da sua consciência traduz-se pela mudança de motivação da sua atividade: os antigos motivos perdem a sua força motora, nascem novos motivos que conduzem a uma reinterpretação das suas antigas ações” (LEONTIEV, 1978a, p. 313).

Outra questão importante é a questão das idades. Vigotski (1995) esclarece que tanto a idade intelectual como a cultural não são cronológicas. Quando se fala em idade fisiológica, pressupõe-se que o processo de desenvolvimento está constituído por determinados níveis, os quais não coincidem com o curso cronológico do tempo. Assim, a criança, em certa idade, pode não estar em relação tanto com a sua idade fisiológica como intelectual. Ela pode estar à frente ou atrás do ponto em que se encontra sua idade cronológica, questão denominada pelo autor como problema da idade cultural.

Analisar o desenvolvimento da criança, para Vigotski (1996), é compreender a passagem de um momento evolutivo para outro, relacionada à mudança e à estruturação da personalidade. Em outras palavras, estudar o desenvolvimento infantil significa estudar a transição de um período do desenvolvimento para outro e as mudanças na personalidade da criança dentro de cada período. Ainda segundo o autor, as crises e reviravoltas no curso do desenvolvimento em si podem dar base para definir as principais épocas de estruturação da personalidade da criança que chamamos de idade.

Enquanto vários investigadores consideram as crises como enfermidades do desenvolvimento ou desvio da norma, Vigotski (1996) afirma que é indispensável não negar a existência de crises no desenvolvimento da criança, para melhor compreender seu desenvolvimento, e como isto se relaciona ao processo de ensino e aprendizagem na escola.

[...] os períodos estáveis são caracterizados pelas mudanças microscópicas da personalidade da criança [...]. Essas se acumulam e se manifestam de forma repentina na formação da nova idade. Já os períodos de crise produzem mudanças bruscas e fundamentais, por um breve espaço de tempo, em que a criança transforma-se por inteiro, modificando os traços básicos de sua personalidade (LAZARETTI, 2011, p. 140).

Para Vigotski (1996, p. 256, tradução nossa) “[...] a primeira peculiaridade de tais períodos consiste, por uma parte, em que os limites entre o começo e o final da crise e as idades contíguas são totalmente indefinidas. As crises se originam de forma imperceptível e é difícil determinar o momento de seu começo e fim”.

A segunda característica, ainda segundo o autor, é que, entre as crianças em idade escolar que vivenciam o período crítico, o desempenho do estudo declina, e o interesse nas aulas diminui. Entretanto, nem sempre é assim, pois períodos críticos são

diferentes nas crianças, o que explica o fato de muitas não diminuírem o seu rendimento escolar.

A terceira peculiaridade das idades críticas é a natureza negativa do desenvolvimento, no sentido em que o desenvolvimento muda seu significado positivo, criativo, para uma fase rebelde, como no caso da adolescência. Porém, esse conteúdo negativo do desenvolvimento em períodos críticos, é apenas a face inversa ou velada das mudanças positivas de personalidade que compõem o sentido principal e básico de toda a idade crítica. Essas principais particularidades dos períodos críticos e estáveis, de acordo com Lazaretti (2011), confirmam que o desenvolvimento da criança é um processo dialético em que a passagem de um estágio ao outro não acontece pela via evolutiva, e sim revolucionária.

Na realidade, as crises não são absolutamente acompanhantes do desenvolvimento psíquico. Não são as crises que são inevitáveis, mas o momento crítico, a ruptura, as mudanças qualitativas no desenvolvimento. A crise, pelo contrário, é a prova de que um momento crítico ou uma mudança não se deu em tempo. Não ocorrerão crises se o desenvolvimento psíquico das crianças não tomar forma espontaneamente e, sim, se for um processo racionalmente controlado, uma criança controlada (LEONTIEV, 2012, p. 67).

Bozhóvich (1987) analisa as crises do desenvolvimento infantil entendendo por crise os períodos de transição de uma etapa a outra no desenvolvimento. “As crises surgem no limite entre duas idades e assinalam a culminação da etapa precedente do desenvolvimento e o começo da seguinte” (BOZHÓVICH, 1987, p. 255). A autora considera as crises como a viragem no desenvolvimento ontogenético da personalidade. Logo, nos períodos críticos, ocorrem mudanças no comportamento das crianças, sendo comum se tornarem desobedientes, entrando em constantes conflitos com os adultos. Surge, então, uma atitude negativa em relação ao que cumpriam anteriormente, prevalecendo a teimosia e o negativismo.

A autora afirma ainda que essas particularidades das crianças que passam um período crítico indicam frustrações que surgem em resposta à privação de certas necessidades essenciais para o sujeito. Assim, num limite entre duas idades, as crianças reagem quando não estão satisfeitas ou até mesmo reprimem ativamente as novas necessidades que aparecem no final de cada estágio do desenvolvimento psíquico.

Vigotski (1996) esclarece os momentos em que ocorrem crises em cada um dos períodos de desenvolvimento:

A crise pós-natal separa o período embaionário do desenvolvimento do primeiro ano. A crise do primeiro ano delimita o primeiro ano da infância pequena. A crise dos três anos é o passo da pequena infância a idade pré-escolar. A crise dos sete anos configura o elo de ligação entre a idade pré-escolar e a escolar. E, finalmente, a crise dos treze anos coincide com a mudança no desenvolvimento, quando a criança passa da idade escolar a puberdade. Temos, portanto, um quadro lógico, regulado por determinadas leis. Os períodos de crise que se intercalam entre os estáveis, configuram os pontos críticos, de transformação, no desenvolvimento, confirmando uma vez mais que o desenvolvimento da criança é um processo dialético onde a passagem de um estágio a outro não se realiza por via evolutiva, senão revolucionária (VIGOTSKI, 1996, p. 258, tradução nossa).

O problema da dinâmica da idade é uma consequência direta da estrutura da idade. Vigotski (1996) chama de estrutura as formações globais não compostas por uma soma de partes isoladas. A estrutura de cada idade anterior se transforma em uma nova que surge e se forma, à medida que a criança se desenvolve, fato que influencia poderosamente sobre o desenvolvimento posterior. “Vemos que devido ao desenvolvimento as novas formações que surgem ao final de uma idade mudam toda a estrutura da consciência infantil, modificando assim todo o sistema de sua relação com a realidade externa e consigo mesma” (VIGOTSKI, 1996, p. 265, tradução nossa).

Bozhóvich (1987) reforça que essas novas formações psicológicas são sistemas integrativos de diferentes níveis de complexidade com a presença de funções psíquicas menos complexas. Tais sistemas determinam o comportamento e a atividade do homem, suas inter-relações com as pessoas, sua atitude em relação ao ambiente e a si mesmo.

Elkonin (2017) sintetiza o desenvolvimento psíquico das crianças na perspectiva da teoria histórico-cultural:

Trata-se em primeiro lugar, do enfoque histórico dos ritmos de desenvolvimento e da questão sobre o surgimento de certos períodos da infância no curso do avanço histórico da humanidade. Em segundo lugar, referimo-nos ao enfoque de cada período evolutivo desde o ponto de vista do lugar que ocupa no ciclo geral do desenvolvimento psíquico infantil. Em terceiro lugar, temos em conta a noção sobre o desenvolvimento psíquico como um processo dialeticamente contraditório, que não transcorre de maneira evolutiva progressiva, mas que se caracteriza por interrupções da continuidade, pelo surgimento, no curso do desenvolvimento, de novas formações. Em quarto lugar,

está a diferenciação, como crises obrigatórias e necessárias, de pontos críticos no desenvolvimento psíquico, que constituem importantes indicadores objetivos das transições de um período a outro. E, por último, em quinto lugar, está a diferenciação de transições distintas pelo caráter e, com relação a isso, pela presença de épocas, estágios e fases no desenvolvimento psíquico (ELKONIN, 2017, p. 153).

Baseando-se nos principais tipos de atividade, Elkonin (1987) dividiu-os em dois grupos: no primeiro, entram as atividades desenvolvidas no sistema criança/adulto social, voltadas para a orientação nos sentidos fundamentais da atividade humana e a relação entre pessoas; o segundo grupo trata das atividades no sistema criança/objeto social, tendo como gerais e essenciais os elementos da cultura humana, resultado da história precedente.

Quadro 1 - Periodização do desenvolvimento psíquico segundo Elkonin.

<b>Épocas</b>	<b>Período - Primeiro grupo Sistema criança/adulto social</b>	<b>Período - Segundo grupo Sistema criança/objeto social</b>
<b>Primeira infância</b>	Comunicação emocional direta	Atividade manipulatória objetual
<b>Infância</b>	Jogo de papéis	Atividade de estudo
<b>Adolescência</b>	Comunicação íntima pessoal	Atividade profissional/de estudo

Fonte: elaborado pela autora com base em Elkonin (1987).

De acordo com o quadro acima, cada época consiste em dois períodos ligados entre si. O desenvolvimento humano tem início com o período em que predomina a assimilação dos objetivos, dos motivos e das normas da atividade humana e o desenvolvimento da esfera motivacional e das necessidades. Em seguida, prepara-se a transição para o segundo período, em que ocorre a assimilação predominante dos procedimentos das ações com os objetivos e a formação das possibilidades técnicas operacionais.

Para Davídov (1988), a base dessa periodização se encontra na ideia de que cada faixa etária corresponde a um tipo de atividade principal, na qual surgem e se constituem

as neoformações psicológicas, completando as etapas do desenvolvimento explicitadas por Elkonin (1987).

Quadro 2 - Periodização do desenvolvimento psíquico segundo Davydov.

<b>ATIVIDADE PRINCIPAL</b>	<b>FAIXA ETÁRIA</b>
<b>Comunicação emocional direta</b>	0-1 ano
<b>Atividade objetal-manipuladora</b>	1-3 anos
<b>Atividade de jogo</b>	3-6 anos
<b>Atividade de estudo</b>	6-10 anos
<b>Atividade socialmente útil</b>	10-15 anos
<b>Atividade de estudo e profissional</b>	15-18 anos

Fonte: elaborado pela autora com base em Davídov (1988).

Na comunicação emocional direta, o bebê se desenvolve a partir da necessidade de comunicação com as outras pessoas, baseando seus movimentos nas ações humanas em relação aos objetos. Surge, assim, a comunicação, que é a primeira necessidade percebida que aparece em uma pessoa, em que o foco é o outro.

Na etapa da atividade objetal-manipuladora, por meio da imitação, a criança reproduz os procedimentos de ações com os objetos e coisas elaborados socialmente. A manipulação de objetos é a base para novas formações psicológicas, associadas ao surgimento e ao desenvolvimento da linguagem. Ocorre, deste modo, o processo de construção de seus significados e sentidos das coisas, tendo a neoformação central desta idade o surgimento da consciência. Agora, a criança observa as ações dos adultos e se esforça em reproduzi-las, estabelecendo um elo entre consciência, comunicação e generalização.

Já no processo de realização da atividade de jogo, a criança desenvolve a imaginação e a função simbólica. Neste momento, através das vivências, a criança é orientada conscientemente pelas relações e ações humanas. Um traço característico da brincadeira está no fato de ela permitir que a criança desempenhe a ação na ausência das condições necessárias para obter os resultados da ação real. Em outras palavras, a ação e suas operações reproduzidas na brincadeira são totalmente reais para a criança. Assim, a brincadeira engendra o processo de imaginação, em que os objetos adquirem propriedades que não lhes pertencem.

Nessa perspectiva, na atividade de estudo, a consciência e o pensamento teórico se desenvolvem, conduzindo a criança à capacidade de reflexão, análise e planejamento mental, formando necessidades e motivos de estudo (DAVÍDOV, 1988).

A atividade socialmente útil inclui formas como o trabalho, o estudo, a organização social, o esporte e a arte. Nesta etapa, surgem no adolescente a vontade de independência econômica, a tendência de organizar sua comunicação em diferentes grupos e, conseqüentemente, a reflexão de suas próprias condutas, ou seja, de se autoavaliar. Na atividade de estudo e formação profissional, o trabalho é a atividade principal, desenvolvendo-se nos jovens a necessidade de trabalhar. Logo, eles se interessam pelo profissional e planejam constituir sua própria família. Esta é a idade em que os jovens fazem uma opção consciente da direção que a sua vida tomará.

Dessa forma, o esquema de periodização construído sobre essa base possibilita a divisão do desenvolvimento psíquico em períodos e estágios que correspondem às leis internas, e não a fatores externos do desenvolvimento. Isso amplia a possibilidade de se pesquisar e compreender os vínculos existentes entre períodos isolados e a importância do período precedente para o início do posterior. Nas análises sobre o ensino e a aprendizagem escolar, isso permite compreender que há uma continuidade entre os níveis de ensino, existindo uma transição, e não uma ruptura, de um período escolar para outro.

De acordo com Leontiev (1978a) é mais difícil educar nos momentos de virada, pois o sistema pedagógico não consegue acompanhar as rápidas mudanças na personalidade dos alunos. Assim, para nossos objetivos de pesquisa, interessa muito compreender o processo de desenvolvimento, considerando-se a periodização proposta pela teoria histórico-cultural. Para Davídov (1988) é imprescindível que a organização do ensino esteja em sintonia com o período do desenvolvimento em que o estudante se encontra.

No caso desta pesquisa, o experimento didático foi realizado no 6º ano do Ensino Fundamental, momento do desenvolvimento em que os estudantes estão em plena transição da atividade de estudo para a atividade socialmente útil, que é a atividade principal do período da adolescência.

### **1.2.1 Atividade principal na adolescência**

Leal e Facci (2014), ao refletirem sobre a adolescência, sua naturalização e universalização na sociedade atual, afirmam que nem sempre a adolescência foi considerada como fase distinta na vida do indivíduo. Para as autoras, os próprios adolescentes possuem uma concepção de adolescência constituída e disseminada socialmente, entendendo as suas próprias características como naturais e normais. Ainda, as autoras, fundamentando-se nas premissas da teoria histórico-cultural sobre a periodização do desenvolvimento, consideram que é recorrente a concepção de que a adolescência é um período marcado por muitas características negativas e difíceis de lidar. São atitudes de rebeldia, revolta, resistência, discordância, falta de limites, desobediência e de inconformismo que, frequentemente, se observam nos adolescentes durante esse período de desenvolvimento.

De acordo com Vigotski (1996), se não souber diferenciar, no desenvolvimento psíquico do adolescente, o processo de formação dos hábitos do processo de desenvolvimento de interesses, nunca se poderá explicar o fato de que os hábitos não mudam de maneira essencial ao longo do tempo.

Nesse sentido, os mecanismos de comportamento que já foram formados continuam a existir, novos surgem destes, mas os interesses, isto é, as necessidades que colocam esses mecanismos em movimento, mudam radicalmente.

Ainda de acordo com o autor, esse fato é fundamental para compreender o desenvolvimento psíquico do adolescente. Desta maneira, o emprego de hábitos por parte dos adolescentes é um trabalho mental mais mecânico, o que evidencia que o hábito, por si mesmo, não experimenta mudanças importantes. No entanto, a atividade em uma nova estrutura de interesses pode sofrer modificações essenciais.

Cabe dizer, sem exagero algum, que nessa idade a linha de desenvolvimento dos interesses e a linha de desenvolvimento dos mecanismos de comportamento se diferenciam muito claramente, cada uma delas realiza em separado um movimento tão complexo que é precisamente a correlação de ambas as linhas o que nos permite compreender as principais peculiaridades do desenvolvimento (VIGOTSKI, 1996, p. 24, tradução nossa).

É na adolescência que se destacam as relações entre as necessidades biológicas do organismo e suas necessidades culturais superiores, que Vigotski (1996) chama de interesses. Desta forma, o adolescente perde o interesse por coisas que o interessavam antes e começa a interessar-se por objetos completamente novos. Ressalta-se, também,



que a peculiaridade mais característica da psicologia do adolescente está na tentativa de focar sua personalidade não como um objeto, mas como um processo dinâmico no desenvolvimento de seus interesses.

Vigotski (1996) admite que o desenvolvimento dos interesses dos adolescentes tem uma estreita e direta dependência dos processos de maturação biológica, e que o ritmo da maturação orgânica determina o ritmo no desenvolvimento dos interesses. O autor afirma ainda que o crescimento, as crises e a maturação são três momentos que determinam a maturação sexual. A compreensão de sua interdependência dinâmica e dialética pode proporcionar aos psicólogos e educadores uma ideia correta sobre o processo de desenvolvimento em sua totalidade.

Para Dragunova (1980), a maturação sexual e as mudanças no desenvolvimento físico do adolescente possuem relações intrínsecas com o surgimento das novas formações psicológicas. Isso ocorre pelo fato de que estas modificações originam no adolescente a sensação de sua própria maturidade, e também porque a maturação sexual estimula o desenvolvimento do interesse por relacionamentos afetivos e o surgimento de novas sensações, sentimentos e vivências.

Nesse sentido, a crise e a síntese integram o processo de maturação. “A maturação sexual significa que no sistema das atrações orgânicas aparecem novas necessidades e impulsos, isto é o que constitui a base de todas as mudanças no sistema dos interesses do adolescente” (VIGOTSKI, 1996, p. 27, tradução nossa). Destarte, quando a maturação sexual se atrasa, conseqüentemente a crise será adiada.

Vigotski (1996) reitera ainda que o período da adolescência se distingue por ser um momento de ruptura e extinção dos velhos interesses e pelo período de maturação de uma nova base biológica. Dragunova (1980) afirma que, para Vigotski, a falta de coincidência entre os três pontos de maturação – sexual, orgânico e social – é a base que fundamenta as mudanças na adolescência.

Vigotski (1996) ressalta ainda que o conteúdo principal do desenvolvimento dessa idade é a mudança da estrutura psicológica da personalidade do adolescente, no sentido em que ocorre uma alteração consistente na passagem dos processos psicológicos elementares e inferiores para os superiores.

Essa é uma premissa fundamental da teoria histórico-cultural para a compreensão do desenvolvimento humano e de como se dá o desenvolvimento em cada período. O desenvolvimento das funções psíquicas superiores (atenção dirigida, memória

lógica, vontade, pensamento, criatividade e imaginação) se dá na relação ativa do sujeito com os instrumentos e signos do meio cultural. “As funções superiores, que são produto do desenvolvimento histórico do comportamento, surgem e se forma na idade de transição em direta dependência do meio, no processo de desenvolvimento sociocultural do adolescente” (VIGOTSKI, 1996, p. 118, tradução nossa).

Para Vigotski (1995), a relação entre as formas superiores e inferiores pode ser expressa pelo que a dialética chama de superação. Assim, os processos e as leis inferiores que as governam são categorias superadas. Essa compreensão dinâmica de como ocorre a passagem de um período a outro do desenvolvimento por superação e incorporação é particularmente importante quando se trata de compreender a transição da atividade de estudo para a atividade de comunicação íntima pessoal e as relações que precisam ser estabelecidas entre esta transição e a educação escolar.

Hegel diz que há que se recordar o duplo significado da expressão alemã “sniat” (superar). Entendemos esta palavra em primeiro lugar como “ustranit” (eliminar), “otritsat” (negar) e dizemos, segundo isso, que as leis estão anuladas, “uprazdneni” (suprimidas), porém esta mesma palavra significa também “sojranit” (conservar) e dizemos que “sojranim” (conservaremos) algo. O duplo significado do termo “sniat” (superar) se transmite habitualmente bem no idioma russo com a ajuda da palavra “sjoronit” (esconder ou enterrar) que também tem sentido negativo e positivo (VIGOTSKI, 1995, p. 118, tradução nossa).

O fundamento e o conteúdo da forma superior são o fundamento e o conteúdo da forma inferior, sendo que a forma superior aparece em um determinado estágio de desenvolvimento como uma necessidade e volta depois a se converter em forma inferior, quando surge a necessidade de nova mudança no sistema de atividades. Deste modo, “[...] toda forma superior de conduta é impossível sem as inferiores, porém a existência das inferiores ou acessórias não esgota a essência da superior ” (VIGOTSKI, 1995, p. 119, tradução nossa).

Ainda de acordo com Vigotski (1996), todas as novas formações psíquicas observadas no adolescente se baseiam nessa complexa relação entre os processos inferiores e superiores, sendo que uma das principais evoluções é o desenvolvimento de uma nova qualidade do pensamento, a partir da formação de conceitos científicos na escola. Todas as outras funções se unem e se transformam em relação a essa formação nova, ou seja, na adolescência, as funções psíquicas superiores se reorganizam sobre a

base do pensamento conceitual. Entende-se que isto é de suma importância para a organização do ensino escolar.

É nesse período que a percepção se refina e se une qualitativamente diferente ao pensamento e à linguagem. Os processos de desenvolvimento da linguagem e do pensamento verbal reelaboram de forma complexa a percepção visual-direta da criança, formando sínteses novas e reestruturando esses processos sobre uma nova base. Desta forma, durante a idade de transição, juntamente com a formação de conceitos, se modificam as formas de percepção.

Vigotski (1996) afirma que a linguagem modifica a percepção, pois sintetiza e reflete os nexos visíveis em forma de juízos verbais. A linguagem permite analisar a realidade e passar de uma forma elementar da percepção para uma forma superior.

De acordo com Sokolov (1961b), a forma mais simples e inicial de compreensão dos objetos e fenômenos é seu reconhecimento. No reconhecimento se manifesta claramente o papel da palavra no processo de conhecimento do objeto, no sentido de uma percepção ordenada e categorial. Ao perceber um objeto, o sujeito o reflete numa categoria verbal determinada, manifestando juízos verbais sobre ele, e nisto consiste a compreensão do objeto. O autor afirma ainda que essa compreensão sistemática da realidade aparece somente nesse período, quando o pensamento verbal do adolescente passa do tipo de pensamento por complexos para o pensamento em conceitos.

O desenvolvimento da memória é outra função psicológica superior importante para se analisar na idade de transição da adolescência. É uma das questões mais confusas e complexas da psicologia, que possui uma importância muito grande na educação escolar. Para Sokolov (1961a, p. 201-2020, tradução nossa), “[...] a memória é reflexo do que existiu no passado. Este reflexo está baseado na formação de conexões temporais suficientemente firmes (fixação na memória) e em sua atualização ou funcionamento no futuro (reprodução e lembrança)”.

Ainda segundo Sokolov (1961a), as funções elementares da memória se desenvolvem apenas no início da idade de transição e alcançam seu ponto máximo bem antes dos 12 anos, não revelando avanços essenciais no período da adolescência. Porém, a memória superior, que é formada com base na síntese do intelecto e da memória, é a verdadeira transformação qualitativa da memória na idade de transição.

Vigotski (1996) explica que o fenômeno que ocorre no desenvolvimento da memória do adolescente é análogo ao da percepção. A chave para entender esse processo

não está nas mudanças que ocorrem no interior da própria memória, mas nas relações da memória com outras funções, modificando seu lugar na estrutura geral dos processos psíquicos.

Para isso, Vigotski (1996) busca estudar a relação entre a memória e o pensamento, entendendo que a relação entre os processos fundamentais troca inversamente quando a criança passa da primeira idade escolar à adolescência. “Se na criança o intelecto é uma função da memória, no adolescente a memória é função do intelecto. Assim como o pensamento primitivo da criança se apoia na memória, a memória do adolescente se apoia no pensamento” (p. 134, tradução nossa).

Nesse sentido, o pensamento da criança se apoia completamente em imagens concretas, em representações visuais. O intelecto, neste caso, vem a ser uma função do hábito e da memória, e o conceito se baseia na disposição motora e na imagem visual-direta traduzida em palavras. No adolescente, a memória não é um conjunto formado pelas imagens dos objetos concretos, pois a memória é permeada pelos conceitos, vínculos e pelas relações. Assim, a própria função da memorização melhora por sua estrutura, composição e novas formas de atividade.

É importante ressaltar ainda que o próprio significado da palavra, a forma de utilizá-la como signo de uma série de objetos e a capacidade de fazer generalizações são distintas entre as crianças e os adolescentes. Logo, a verbalização da memória e a memorização com a ajuda de anotações verbais se modificam substancialmente nessa idade de transição. Sobre isso, Vigotski (1996) explica que:

[...] a memória do adolescente se liberta das imagens eidéticas visuais diretas, a memória verbal, a memorização em conceitos diretamente unida a atribuição de sentido, a análise e a sistematização do material passam a ocupar o primeiro plano, com a particularidade de que a elaboração do material, quando a memorização é verbal, experimenta, em regra geral, as mesmas mudanças que o pensamento em geral ao passar da imagem ao conceito. Finalmente, devido ao potente desenvolvimento da linguagem interna e externa, a própria memória verbal do adolescente se apoia fundamentalmente na linguagem interna e se converte numa das funções intelectuais (VIGOTSKI, 1996, p. 136-137, tradução nossa).

A citação acima evidencia a transformação qualitativa no desenvolvimento da memória e do pensamento da criança, em atividade de estudo, para o adolescente em atividade de comunicação íntima pessoal. Se, para a criança, a definição do conceito era

traduzida em palavras de uma imagem concreta, para o adolescente a memorização de imagens concretas é substituída pela assimilação dos conceitos correspondentes. Assim, se na infância pensar é recordar, na adolescência memorizar é pensar.

Sokolov (1961a) aponta que, para fixar algo na memória, é necessário, em primeiro lugar, descobrir suas relações e conexões com outros conceitos. Caso contrário, ocorrerá uma compreensão de maneira mecânica e sem sentido. Essa fixação racional na memória se baseia em associações generalizadas e sistemáticas, refletindo as qualidades e relações principais e essenciais dos objetos.

Em relação à atenção voluntária, Vigotski (1996) afirma que os processos da atenção não são menos importantes que os da percepção e da memória e que, para compreendê-los, é necessário buscar novamente as inter-relações e interdependências com outras funções, principalmente com o pensamento. O pensamento determina e orienta a atenção, sendo a atenção voluntária a forma mais desenvolvida desta função psíquica.

Em se tratando da idade de transição, a atenção adquire grande estabilidade, não somente porque os interesses dos adolescentes são mais amplos, mas também porque o seu elemento fundamental, à vontade, é mais firme e regulada. Devido a isso, a atenção nesse período é mais duradoura e ativa. Vigotski (1996) apresenta o estreito vínculo entre o desenvolvimento da atenção na idade de transição e pensamento por conceitos:

Não devemos esquecer que se trata de um vínculo duplo: por uma parte a atenção, quando alcança um certo grau de desenvolvimento, constitui, assim como em outras funções intelectuais, uma premissa indispensável para o desenvolvimento do pensamento em conceitos e, por outra, a passagem para o pensamento em conceitos significa que a atenção chega a um estágio superior, que passa a uma forma nova, superior e complexa de atenção voluntária interna (VIGOTSKI, 1996, p. 139, tradução nossa).

A estrutura e a organização da atenção infantil se caracterizam por sua conexão com o pensamento egocêntrico, não permitindo que a criança capte as relações internas dos objetos, ficando sua atenção fixada em sua percepção direta. Sua atenção é imediata, involuntária. Já no adolescente, se desenvolvem as formas superiores da atenção, a atenção mediada e voluntária.

Segundo Smirnov (1961b), a atenção involuntária é um reflexo de orientação motivado pelo meio exterior e a eleição de um objeto que em um momento dado se reflete

na consciência involuntariamente, sem intenção. O autor ressalta algumas particularidades da atenção voluntária: grau de concentração, intensidade, distribuição, constância ou fixação e capacidade de transladar-se de um objeto ao outro.

A atenção voluntária, diferentemente, se determina pelos fins da atividade consciente a que se dirige. A atenção é fixada em um objeto ou fenômeno conscientemente, sendo uma organização determinada da atividade. Vale ressaltar que a atenção involuntária e a voluntária não podem se separar completamente uma da outra, pois, com frequência, a atenção voluntária passa a ser involuntária. Ainda de acordo Smirnov (1961b), o ensino escolar é o principal meio para educar a atenção voluntária, sendo indispensável que o estudante compreenda a importância que tem a atenção para a aprendizagem.

Vigotski (1996) enfatiza que o traço mais decisivo que diferencia a criança do adolescente é a transição do domínio externo para o interno das próprias funções psíquicas. De fato, a aproximação da memória e da atenção com o intelecto caracteriza a idade de transição, uma vez que essas funções passam do sistema da percepção para o sistema do pensamento.

Portanto, na adolescência, ocorre um salto qualitativo no desenvolvimento, iniciado ainda na infância. Segundo Vigotski (1996) é somente nessa idade de transição, devido ao desenvolvimento do pensamento em conceitos, que se tem a possibilidade de resolver uma tarefa, expressando-a verbalmente e realizando-a praticamente. Deste modo, não apenas se observa como se verbaliza o pensamento, como se transforma o intelecto prático em verbal, mas também como se intelectualiza a linguagem por meio da ação prática. O desenvolvimento da atividade prática na idade de transição vai sendo substituído pelo desenvolvimento da atividade laboral, até que na idade adulta o sujeito chegue a dominar as formas superiores do trabalho humano.

A teoria histórico-cultural ajuda a compreender a verdadeira revolução intelectual que ocorre no desenvolvimento do adolescente: percepção, memória lógica, atenção voluntária e ação mediada e organizada pelo pensamento não são uma série de processos isolados, mas um sistema especial que se subordina a uma função principal – a formação de conceitos.

Essa breve análise das transformações qualitativas que ocorrem nas funções psíquicas superiores do adolescente contribui para entender melhor a atividade principal

desse período, que consiste no estabelecimento de relações pessoais íntimas entre os adolescentes.

Essa atividade foi denominada por Elkonin (1987) de comunicação íntima pessoal. O autor entende que o conteúdo fundamental das interações é o outro adolescente, e que ocorre a subordinação das relações em todas as formas de atividade coletiva dos adolescentes a um tipo de “código de amizade”. Essa comunhão com os colegas ocupa um lugar de destaque no período da adolescência e reproduz as normas mais gerais das inter-relações existentes entre os adultos.

A atividade de comunicação é aqui uma forma peculiar de reprodução, nas relações entre coetâneos, das relações existentes entre as pessoas adultas. No processo de comunicação tem lugar a orientação aprofundada em direção às normas que regem estas relações e seu domínio. Desta forma, pois, existem bases para supor que a atividade retora neste período de desenvolvimento é a atividade de comunicação, consistente no estabelecimento de relações com os companheiros sobre a base de determinadas normas morais e éticas que mediatizam as ações dos adolescentes (ELKONIN, 1987, p. 120-121, tradução nossa).

É nesse momento que se estrutura no adolescente o sentido pessoal de sua vida, originando novas tarefas e novos motivos que adquirem o caráter de atividade profissional e de estudo.

Do ponto de vista da consciência, Leontiev (2012) coloca que essa transição é marcada pelo aumento de uma atividade crítica diante das exigências, do comportamento e das qualidades pessoais dos adultos e pelo nascimento de novos interesses teóricos. Isso provoca no adolescente o surgimento da necessidade de conhecer não apenas a realidade que o cerca, mas de saber também o que é conhecido acerca dessa realidade.

Segundo Davídov (1988), embora uma atividade principal específica caracterize um período de desenvolvimento associado à faixa etária, isto não significa que outros tipos de atividade estejam ausentes nesse momento. Mesmo que a comunicação íntima e pessoal seja a atividade principal do adolescente, encontram-se também elementos de estudo e trabalho nesse período.

Com base na periodização da infância elaborada por Vygotsky, Leontiev e Elkonin, Davídov (1988) chama esse período de atividade socialmente útil. Para o autor, surgem nos adolescentes: uma atitude criativa relacionada ao trabalho; uma tendência de organizar a comunicação em diferentes coletivos, dominando as regras de inter-relações desse meio; reflexões sobre seu próprio comportamento e capacidade de avaliar as

possibilidades do seu eu, isto é, a autoconsciência, que é a nova formação psicológica mais importante nesta idade.

De acordo com Vigotski (1996), a autoconsciência é a última e superior mudança no desenvolvimento psíquico do adolescente e é desenvolvida ao longo do processo mesmo de desenvolvimento, não sendo uma função inerente ou parte da consciência. A autoconsciência surge e se desenvolve, paulatinamente, na medida em que o adolescente começa a compreender-se a si mesmo com a mediação da palavra.

Davídov (1988) avança na análise da atividade principal na adolescência, afirmando que não é a comunicação íntima pessoal que caracteriza a atividade principal, mas a comunicação que se mantém ao realizar diferentes tipos de atividade socialmente útil. Esta seria a atividade que constitui o fundamento real para o desenvolvimento das novas formações psicológicas na adolescência.

A pesquisa sobre as idades críticas, como afirma Dragunova (1980), evidenciou a necessidade de se salientar a nova formação da consciência do adolescente e de aclarar a situação social de desenvolvimento como um sistema de relações com o meio. As mudanças qualitativas que culminam no desenvolvimento da autoconsciência possibilitam o surgimento da noção de que o adolescente não é mais uma criança, e sim um adulto.

Assim, não se deve analisar a comunicação do adolescente separada de todos os tipos coletivos de atividade que este realiza: atividade de estudo, de trabalho, social, artística, esportiva. “Na realidade, esses tipos de atividade adquirem a maior importância no desenvolvimento da comunicação dos adolescentes. Estes prestam uma marcada atenção a seus êxitos e conquistas no processo da atividade, o que lhes dá outra valorização social” (DAVÍDOV, 1988, p. 83, tradução nossa).

Para o autor, é bastante recorrente a ideia de que o estudo é o principal para todos os escolares, incluindo os adolescentes. No entanto, é necessário superar tal concepção, pois o adolescente adquire conhecimentos por meio do estudo, mas também em outros tipos de atividade socialmente útil, criando possibilidades reais para a transição de um tipo de atividade a outra. “Então o estudo seguirá sendo um assunto muito importante para os adolescentes, mas será apenas um dos tipos de atividade socialmente útil, a que tem uma significação decisiva para seu desenvolvimento psíquico” (DAVÍDOV, p. 86, tradução nossa).



A caracterização da atividade principal do período da adolescência aqui apresentada evidencia a necessidade de uma compreensão mais ampla sobre a adolescência. Ressalta-se que as transformações qualitativas que ocorrem nas funções psíquicas superiores dos adolescentes (percepção, atenção voluntária, memória lógica, criatividade, imaginação) e a autoconsciência estão em relação e se subordinam ao desenvolvimento do pensamento em conceitos. Em outras palavras, a formação de conceitos e o desenvolvimento do pensamento em conceitos são a principal função psíquica superior na adolescência.

### 1.3 FORMAÇÃO DE CONCEITOS NA ADOLESCÊNCIA

São várias as críticas postuladas por Vigotski (1996) a correntes psicológicas sobre o desenvolvimento do adolescente e a formação de conceitos. Uma delas está na afirmação de que o pensamento do adolescente não tem nada de essencialmente novo em comparação com o pensamento na infância. Ou a ideia de que o período de maturação sexual não produz nenhuma nova operação intelectual no pensamento dos adolescentes.

Firmados nesses pontos de vista, muitos pesquisadores defendiam que, entre as modificações que ocorrem na passagem da infância à adolescência, destacavam-se apenas os traços mais externos e visíveis relacionados à mudança do estado emocional. Ao contrário, Vigotski (1996) defende que a emoção na criança realmente desempenha um papel mais preponderante, porém, no adolescente não, pois ele é um ser mais pensante. Neste contexto, as teorias psicológicas predominantes nessa época negavam o surgimento de novas formas no pensamento na adolescência.

A raiz principal de toda confusão teórica, afirma Vigotski (1996), está na ruptura da unidade dialética forma e conteúdo de pensamento. Neste sentido, na visão da psicologia tradicional, entendia-se que a distinção entre o pensamento do adolescente e o da criança consistia de que as mesmas formas do pensamento passavam a ter conteúdos diferentes, mais elaborados.

O pensamento é forma (palavra) e conteúdo (significado). Logo, a forma pode não revelar o conteúdo, pois este depende do contexto social e cultural. Vigotski (1996, p. 54, tradução nossa) explica que “[...] a unidade e indissolubilidade entre forma e conteúdo, da estrutura e da função, nos ensina que cada passo novo no desenvolvimento do conteúdo do pensamento está inseparavelmente unido também à aquisição de novos

mecanismos de conduta”. Neste sentido, a unidade dialética entre forma e conteúdo no desenvolvimento do pensamento é o princípio que orienta a discussão a respeito da formação de conceitos na adolescência, buscando compreender essa dinâmica também em relação à formação de conceitos científicos na escola.

Para Davídov (1988) é inconcebível acreditar que novos conteúdos sociais e culturais inseridos na vida do adolescente não modificariam suas formas de pensamento. Segundo o autor, pensar significa inventar, construir na mente o projeto idealizado do objeto em relação à atividade; ou seja, pensar é transformar a imagem inicial do objeto em outro objeto ideal. “A mudança do projeto da coisa, apoiada na experiência de suas transformações práticas, gera esse tipo de atividade subjetiva do homem que em filosofia se chama pensamento” (p. 121, tradução nossa).

Não há, portanto, dom ou talento, e sim desenvolvimento, pois as capacidades psíquicas estão objetivadas na cultura em conteúdo e forma. O homem, ao se apropriar da cultura, também se apropria e reproduz em si mesmo as capacidades sociais e psicológicas nela fixadas. Conforme salientado no item anterior, a nova forma de pensamento que caracteriza o adolescente é a formação de conceitos.

Essa é a chave para a compreensão do desenvolvimento do pensamento do adolescente, considerado como o fenômeno que regula e orienta toda a idade de transição. Concorde-se com Anjos (2013), quando o autor afirma que, na teoria histórico-cultural, a adolescência é o período privilegiado para o desenvolvimento do pensamento por conceitos.

A formação de conceitos é um processo complexo de pensamento e não pode absolutamente ser interpretado como maturação das funções intelectuais elementares.

As mudanças que experimenta o pensamento do adolescente em seu processo de domínio dos conceitos são, em grande medida, transformações de índole interna, estrutural e íntima que geralmente não podem se externalizar, nem ser visíveis para o observador (VIGOTSKI, 1996, p. 58, tradução nossa).

A crise no desenvolvimento do pensamento para o pensamento em conceitos se prepara ainda na infância, na atividade de estudo, em dois sentidos: pela mudança das funções psíquicas e pelas novas tarefas colocadas, que darão impulso à assimilação do novo material intelectual. O adolescente avança, desta forma, na compreensão da realidade que o rodeia e na compreensão de si mesmo (autoconsciência), pois, conforme

Vigotski (2001, p. 214), “[...] a tomada de consciência vem pela porta dos conceitos científicos”.

De acordo com Anjos (2017), o papel da educação escolar, no desenvolvimento da personalidade do adolescente, possui uma dupla dimensão. A primeira é constituída pelo ensino e pela aprendizagem dos conhecimentos científicos, artísticos e filosóficos, em suas formas mais ricas. A segunda é a relação entre o modelo adulto de ser humano e o ser em desenvolvimento, o adolescente.

Vigotski (2001), em suas pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento por conceitos, estabelece os seguintes estágios de desenvolvimento do pensamento: sincretismo, pensamento por complexos, pseudoconceitos e pensamento por conceitos.

Cada estágio se divide em várias fases e, nesta pesquisa, se fará uma síntese da teoria vigotskiana a respeito do desenvolvimento do pensamento por conceitos, por entender ser importante para a compreensão da formação dos conceitos científicos na adolescência. O primeiro estágio, o sincretismo, se divide em três fases, a saber: fase de formação da imagem sincrética ou amontoado de objetos correspondentes ao significado das palavras; disposição espacial das figuras, possibilitando a organização da percepção da criança, e a fase em que a imagem sincrética se forma em uma base mais complexa.

Nesta fase do desenvolvimento, o significado da palavra não está completamente definido, é um conglomerado informe e sincrético de elementos individuais que, nas ideias e percepções da criança estão de algum modo relacionados entre si em uma imagem. O sincretismo das percepções e dos atos infantis desempenha um papel decisivo em sua formação, daí que essa imagem seja muito instável (VIGOTSKI, 2001, p. 135-136, tradução nossa).

O segundo estágio, pensamento por complexos, está acima do anterior pela coerência e objetividade e se baseia em vínculos factuais que despontam na experiência imediata. Vigotski (2001) observou cinco fases básicas do pensamento por complexos: o complexo de tipo associativo; o complexo de tipo coleção que opera separando e agrupando elementos em um conjunto; o complexo em cadeia, que se constrói segundo o princípio da combinação dinâmica de determinados elos em uma única cadeia; o complexo difuso, que resulta num complexo que combina os objetos através de vínculos difusos e indefinidos, e finalmente os pseudoconceitos, que externamente, pelo discurso da criança que usa as palavras em seu diálogo com o adulto, na aparência se tem um conceito, mas, em termos de seu desenvolvimento interno, ainda não há uma operação

mental com o significado da palavra, e a criança continua operando por complexos. O pseudoconceito é a capacidade de se expressar com as palavras dos adultos sem ter ainda consciência do significado das palavras.

O mais característico do desenvolvimento do pensamento por complexos é o estabelecimento de conexões e relações que o constituem. Nesse estágio, o pensamento da criança agrupa em complexos suas percepções dos objetos; com isto começa a integrar impressões dispersas e dá os primeiros passos para generalizar elementos isolados da experiência (VIGOTSKI, 2001, p. 165, tradução nossa).

O terceiro estágio é o do desenvolvimento do pensamento por conceitos. De acordo com Vigotski (2001, p. 170, tradução nossa), o pensamento conceitual alcança sua plenitude na adolescência. “No momento, a conclusão evolutiva mais importante de nossas investigações é a tese fundamental segundo a qual a criança alcança o pensamento em conceitos ao culminar a terceira fase de seu desenvolvimento intelectual, e isso ocorre tão somente na adolescência”.

Reconhece-se o pensamento de Anjos e Duarte (2016), quando eles ressaltam que o fato de a plenitude da formação de conceitos ocorrer na adolescência, de maneira alguma se pode negar a importância do desenvolvimento do pensamento desde a educação infantil e os primeiros anos do Ensino Fundamental.

Dragunova (1980) afirma que o primeiro fator de desenvolvimento da personalidade do adolescente é a sua própria atividade social, orientada a assimilar modelos e valores. Assim, o adolescente pode não chegar a desenvolver plenamente o pensamento por conceitos se as condições sociais não forem favoráveis a esse processo, principalmente no que diz respeito ao ensino escolar e à sua organização intencional para a aprendizagem dos conceitos científicos.

Para Davídov (1988), o ensino escolar organizado pela lógica formal leva os estudantes à formação do pensamento empírico-discursivo e não desenvolve adequadamente o pensamento por conceitos, como será visto adiante. Esse problema já havia sido identificado por Vigotski (2001):

O adolescente forma o conceito, o utiliza corretamente em uma situação concreta, porém, quando se pede que defina verbalmente esse conceito, seu pensamento tropeça de imediato com extraordinárias dificuldades e

a definição do conceito resulta muito mais reduzida que a utilização ativa desse conceito (VIGOTSKI, 2001, p. 172, tradução nossa).

Os conceitos não surgem como decorrência de uma elaboração lógica de elementos da experiência. O pensamento em conceitos é uma nova forma de atividade intelectual, um modo novo de conduta que se diferencia das anteriores por sua composição e estrutura.

Vigotski (1996) explica que todo o conteúdo do pensamento se renova e se reestrutura devido à formação de conceitos. Para o adolescente, devido ao seu desenvolvimento, amadurecimento e à mudança de ambiente, surge a tarefa de dominar um novo conteúdo, nascendo novos estímulos que o impelem ao desenvolvimento e aos mecanismos formais de seu pensamento. Desta maneira, interesses, concepção de mundo, normas éticas e regras de conduta passam a ser conscientizados. “A função da formação de conceitos, na idade de transição, desempenha um papel decisivo pois permite que o adolescente se adentre em sua realidade interna, no mundo próprio de suas vivências” (VIGOTSKI, 1996, p. 71, tradução nossa).

É importante entender que o conhecimento, no verdadeiro sentido da palavra, é assimilado somente em conceitos, ou seja, o conceito, sendo um meio de conhecimento e compreensão, modifica o conteúdo e a estrutura do pensamento. A criança entende verdades científicas, mas as assimila de maneira incompleta. O adolescente, ao contrário, pode assimilar um conteúdo de modo profundo, participando ativa e criativamente das diversas esferas da vida cultural (VIGOTSKI, 1996).

Assim, além do conteúdo do pensamento se enriquecer admiravelmente, aparecem novas formas de operar mentalmente com esse conteúdo em diferentes situações. Por meio da internalização dos conceitos, o pensamento abstrato surge e se desenvolve em profundidade e complexidade, e as relações e os nexos entre os conceitos abstratos vão ficando mais evidentes.

Para Vigotski (1996), um dos momentos centrais do desenvolvimento do pensamento em conceitos refere-se à ruptura, numa perspectiva da lógica formal do conhecimento, entre a forma e o conteúdo no desenvolvimento do pensamento. Na lógica formal, quanto maior é o número de objetos a que se aplica o conceito, mais vazio é seu conteúdo. Em outras palavras, quanto mais amplo é o volume de conceitos, mais limitado será seu conteúdo, uma vez que a lógica formal reduz o conceito a uma representação

geral na forma de definições. A essa concepção lógica e formal de conceito, Vigotski (1996) contrapõe a ideia de conceito numa perspectiva da lógica dialética.

O verdadeiro conceito é a imagem de uma coisa objetiva em sua complexidade. Tão só quando chegamos a conhecer o objeto em todos os seus nexos e relações, tão só quando sintetizamos verbalmente essa diversidade em uma imagem total mediante múltiplas definições, surge em nós o conceito. O conceito, segundo a lógica dialética, não inclui unicamente o geral, senão também o singular e o particular (VIGOTSKI, 1996, p. 78, tradução nossa).

A estrutura do conceito se manifesta em atos completos e complexos de pensamento que constituem uma formação integral, em que forma e conteúdo encontram-se numa unidade como fundamento do conceito.

Entende-se, desse modo, que a mudança principal nas formas do pensamento do adolescente é a formação dos conceitos e, como consequência dessa função, está o domínio do pensamento lógico. Portanto, é somente nessa idade de transição que o domínio do pensamento lógico ocorre efetivamente, possibilitando profundas mudanças no conteúdo do pensamento do adolescente.

Com o fim de expressar de modo mais breve e claro o papel retor do desenvolvimento intelectual para toda a personalidade do adolescente e todas as suas funções psíquicas, diremos que a aquisição da função de formação de conceitos constitui o elo básico, principal, de todas as mudanças que se produzem na psicologia do adolescente (VIGOTSKI, 1996, p. 113).

Destaca-se que os estudos de Vigotski (2001) sobre o processo de formação de conceitos trouxeram grandes contribuições para a educação escolar ao distinguir os processos de desenvolvimento dos conceitos espontâneos e dos conceitos científicos.

Vigotski (2001) demonstra que esses conceitos se diferenciam por suas relações com o objeto e experiência da criança, como também pelos seus processos intelectuais. Em outras palavras, o autor afirma que os conceitos científicos não se desenvolvem pelas mesmas vias que os espontâneos.

Ao lidar com os conceitos espontâneos, as crianças agem de forma inconsciente. Neste caso, elas fazem uso do conceito, mas não conseguem explicar os motivos desse uso, pois não operam propriamente com o conceito. Já os conceitos científicos

possibilitam níveis mais elevados de tomada de consciência do que os conceitos espontâneos, uma vez que ocorrem em uma atividade mediada em relação ao objeto.

Segundo Vigotski (2009, p. 244), “(...) a fraqueza dos conceitos espontâneos se manifesta na incapacidade para a abstração”. E o conceito, em qualquer nível de desenvolvimento, é um ato de generalização, a qual, de início, é do tipo mais elementar, sendo “[...] substituída por generalizações de um tipo cada vez mais elevado, culminando o processo na formação dos verdadeiros conceitos” (VIGOTSKI, 2009, p. 246).

Nesse caminho, Vigotski (2001) afirma que os conceitos científicos se iniciam a partir do nível que o conceito espontâneo ainda não atingiu em seu desenvolvimento, mostrando que estes processos estão intimamente inter-relacionados. Assim, é necessário que o desenvolvimento do conceito espontâneo da criança atinja um determinado nível para que a criança possa apreender o conceito científico e tomar consciência dele.

A partir da relação entre o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos, o autor em questão estabelece a conexão entre a zona de desenvolvimento próximo e o nível atual de desenvolvimento. Desta maneira, os conceitos espontâneos se situam dentro da zona de seu desenvolvimento próximo, os quais se desenvolvem em colaboração com o adulto.

Nesse movimento, como defende Vigotski (2001), os conceitos científicos transformam e elevam os espontâneos, que num movimento do inconsciente ao consciente possibilita a criança a realizar algo sozinha amanhã, que antes necessitava da colaboração de uma pessoa mais experiente. Isso quer dizer que aquilo que é a zona de desenvolvimento próximo hoje será o nível atual de desenvolvimento amanhã.

Em se tratando da organização do ensino, o conceito de zona de desenvolvimento próximo define as funções psicológicas superiores que ainda não amadureceram, mas que estão em desenvolvimento. De acordo com Hedegaard (2002), esse conceito une a psicologia geral sobre o desenvolvimento da criança com uma visão pedagógica do ensino. Neste ínterim, a aquisição de conceitos científicos, devido ao seu caráter consciente e intencional, promove o desenvolvimento psíquico dos alunos.

#### 1.4 APRENDIZAGEM DE CONCEITOS CIENTÍFICOS E FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO NA EDUCAÇÃO ESCOLAR

Após esclarecer como se organizam as funções psicológicas superiores na adolescência, o papel central do pensamento por conceitos na formação da consciência e as relações entre os conceitos espontâneos e científicos, buscar-se-á elucidar as particularidades da formação do pensamento teórico no contexto escolar. Para tanto, nos fundamentamos da teoria do ensino desenvolvimental, a qual no nosso entendimento, possui um corpo teórico que contribui muito para a formação de professores e o ensino escolar.

É interessante começar a tentar compreender o caráter epistemológico dos conceitos, o que permite analisar o tipo de pensamento que é formado pelos estudantes quando aprendem conceitos científicos na escola, ou seja, as formas principais do pensamento, a saber: a abstração, a generalização e o conceito. “As particularidades da generalização, em unidade com os processos de abstração e formação de conceitos, caracterizam a nosso ver, o tipo geral de pensamento do homem” (DAVÍDOV, 1988, p. 100, tradução nossa).

A generalização, segundo Davydov (1982), designa um aspecto elementar e inicial de assimilação dos conhecimentos escolares. Neste sentido, o processo de generalização consiste na separação de objetos, por meio da comparação, que apresentam propriedades idênticas ou parecidas, traços comuns que se repetem e que podem ser sintetizados (abstraídos) a partir de uma mesma ideia expressa sob a forma de palavras-termo, desenhos ou gráficos, conforme o autor.

O resultado desse processo é caracterizado pela capacidade que a criança apresenta de abstrair certos traços particulares e variáveis do objeto. Logo, Davídov (1988, p. 100, tradução nossa) explica que no processo de generalização “[...] tem lugar, por uma parte, a busca e a designação com a palavra de certo invariante na multiplicidade de objetos e suas propriedades; por outra parte, o reconhecimento dos objetos da multiplicidade dada com ajuda do invariante separado”.

Os processos de abstração e generalização se caracterizam como a via principal de formação de conceitos na escola. Os alunos analisam os objetos, fazem observações e comparações, e há, aí, a gênese da ideia abstrata, generalizadora dos atributos que estão associados ao conceito. Conforme Davydov (1982), o processo de generalização é indissociável do processo de abstração.

Separar como geral uma certa qualidade implica arrancá-la de outras qualidades, o que permite à criança transformar a qualidade geral em



objeto independente e singular de seus atos subsequentes (o atributo geral se designa com algum signo: vocábulo, desenho, gráfico, etc.). O conhecimento do geral, sendo resultado do fato comparativo e de sua fixação no signo, constitui sempre algo abstrato, não concreto, imaginável (DAVYDOV, 1982, p. 17, tradução nossa).

A abstração é um procedimento constituinte da atividade mental generalizadora. A identificação do objeto ou fenômeno singular e concreto é o resultado do processo de abstração/generalização. Contudo, a exatidão dessa identificação depende da qualidade desses traços. Como exemplo, Davídov (1988) mostra, dentre outros aspectos, que o retângulo não é somente uma figura de quatro lados, mas também apresenta todos os seus ângulos retos. Assim, para identificá-lo entre outras figuras geométricas, é indispensável conhecer os traços comuns e singularidades do retângulo.

Segundo Davydov (1982), quando o estudante consegue generalizar e abstrair a combinação de dois ou mais traços abstratos-genéricos, entende-se, comumente, que se formou o conceito. “A síntese e a abstração são as condições imprescindíveis de sua formação. O conjunto de traços generalizados do objeto forma o conteúdo do conceito” (p. 19, tradução nossa).

Os alunos paulatinamente são levados às generalizações por meio da observação e do material concreto dado visualmente e captado sensorialmente. No entanto, ao considerar como ponto de partida os objetos e fenômenos singulares, sensorialmente perceptíveis, entende-se que o processo de generalização permite compreender a correlação entre a percepção, a representação e o conceito. Segundo essa compreensão, o processo de generalização parte da percepção e fixa-se nos atributos externos do objeto, situando-se num campo denominado pelo autor de abstrações e generalizações simples.

De acordo com Rosa (2012), os conceitos que se formam por essa via são descritos por Davydov (1982) como abstrações e generalizações simples de dados perceptíveis e a interpretação destes é entendida como um produto abstrato das percepções, cuja generalização é formulada com o auxílio da linguagem. A formação de conceitos na escola, realizados dessa forma, não se diferenciará muito da formação dos conceitos espontâneos que se formam na vida cotidiana da criança. Na aparência, pode-se acreditar que a criança domina o conceito, mas, na essência, não há compreensão, e sim definições.

Davídov (1988) explica que a abstração, generalização e formação de conceitos a partir desta compreensão correspondem à interpretação da lógica formal sobre as

operações mentais. A educação escolar, para o autor, está alicerçada nessa compreensão a respeito da formação dos conceitos escolares, na qual o ponto de partida do ensino são as percepções e representações visuais concretas que o aluno observa no objeto de estudo.

Ainda segundo o autor, o pensamento que se realiza por abstrações e generalizações de caráter lógico-formal forma apenas um pensamento de tipo empírico. As ações mentais quase sempre se limitam à comparação dos dados e atributos concretos, com o fim de separar traços gerais e realizar a classificação e identificação dos objetos sensoriais concretos, com a finalidade de sua inclusão em alguma classe.

Esse pensamento tem um caráter classificador e catalogador, que garante a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos acumulados referentes às particularidades e características externas dos objetos e fenômenos, sem relação com a natureza e a sociedade. Tal orientação é indispensável para os afazeres cotidianos durante o cumprimento de ações laborais rotineiras, mas é absolutamente insuficiente para assimilar o espírito autêntico da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo no que concerne à realidade (tal relação supõe a compreensão das contradições internas das coisas, ignoradas precisamente pelo racionalismo empírico) (DAVÍDOV, 2017, p. 212-213).

O ensino escolar, fundamentado no princípio do caráter visual e concreto dos objetos de conhecimento, caracteriza, segundo o autor, o ensino realizado pela escola tradicional, que projeta, nos estudantes, apesar da quantidade de conteúdos de ensino que lhes são oferecidos, o pensamento empírico. Assim, a generalização empírica, proporcionada pela escola, para Davydov (1982), está mais próxima do pensamento por complexos, e as definições repetidas e reproduzidas pelos estudantes seriam pseudoconceitos. “O método de obtenção e emprego dos dados sensoriais pelos homens, donos da linguagem, o temos designado como pensamento empírico” (DAVYDOV, 1982, p. 298, tradução nossa).

O autor observa que há certa importância e até mesmo necessidade de formação do pensamento empírico, principalmente nas crianças dos primeiros anos da escolarização. No entanto, o pensamento empírico deve ser compreendido como um degrau necessário rumo à formação de um pensamento mais elaborado, que o autor denomina de pensamento teórico. Este só pode ser alcançado quando a criança se liberta das amarras do caráter visual direto de que necessita para pensar sobre os objetos de conhecimento e formar conceitos.

O nível alcançado no final da idade escolar primária, devido às possibilidades físicas, intelectuais e morais da criança, deverá criar condições necessárias para as mudanças fundamentais nas funções psíquicas superiores dos adolescentes. Neste período é preciso um grau mais elevado de ensino, ligado às mudanças no caráter da atividade de estudo e no conteúdo dos conhecimentos para que se realize a formação dos conceitos científicos (SMIRNOV, 1961a).

Transformações qualitativas importantes acontecem no pensamento dos adolescentes ao longo da educação escolar. O pensamento abstrato aos poucos se liberta do conteúdo concreto e sensorial, formando abstrações e generalizações substantivas no processo de assimilação dos conhecimentos científicos. Davydov (1982) explica que a abstração e a generalização substantivas se efetuam na base da análise mental e sistemática das relações e conexões dos objetos, dispensando o caráter visual concreto. O autor enfatiza que este processo pode ser denominado como formação do pensamento teórico, e que não é um processo natural, tendo sua gênese e seu desenvolvimento na atividade de estudo.

De acordo com o autor, o pensamento teórico não opera com representações, mas com conceitos. “Ter um conceito sobre um ou outro objeto significa saber reproduzir mentalmente seu conteúdo. A ação de construção e transformação do objeto mental constitui o ato de sua compreensão e explicação, o descobrimento de sua essência” (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução nossa).

A diferença do conteúdo entre o pensamento empírico e o teórico gera a diferença de suas formas. O pensamento empírico é resultado de abstrações e generalizações simples e se limita a descrever, catalogar e esquematizar atributos e manifestações externas dos objetos em definições e palavras-termo. No pensamento teórico, o conteúdo interno do conceito, sua essência, se descobre de forma mediatizada, num sistema conceitual. “Se trata de examinar o concreto em desenvolvimento, em movimento, em que podem ser descobertas as conexões internas do sistema e, com isso, as relações do singular e do universal” (DAVÍDOV, 1988, p. 131, tradução nossa).

Entende-se, assim, conforme Davídov (1988), que o objeto se converte em conteúdo do pensamento empírico quando é analisado em si mesmo, fora do sistema e de conexões com outros objetos, em que a experiência sensorial se apoia em observações e representações. Porém, o objeto se converte em pensamento teórico quando é analisado dentro de certa concretude, descobrindo suas verdadeiras particularidades e incluindo, de

maneira peculiar, a observação firmada na ação cognitiva, o que revela as conexões internas.

São determinadas ações mentais de outra ordem e diferentes das ações mentais que formam o pensamento empírico e podem ajudar o estudante a estabelecer as conexões entre o externo e o interno, o singular e o universal, e que constituem a base da compreensão teórica do objeto. Neste sentido, o pensamento teórico é realizado em forma de conceitos. “Os conceitos, apoiando-se nestas ações, colocam ao descoberto o conteúdo universal dos objetos, os sistematiza e formam uma teoria, a que corresponde ao conteúdo interno dos objetos” (DAVÍDOV, 1988, p. 138, tradução nossa).

O *conceito* intervém aqui como forma de atividade mental mediante a qual se reproduz o objeto idealizado e o sistema de suas conexões, que refletem em sua unidade *a generalidade e a essência do movimento* do objeto material. O conceito aparece como forma de reflexo do objeto material e como meio de sua reprodução mental, de sua estrutura, ou seja, como singular *operação mental* (DAVYDOV, 1982, p. 300, grifos do autor, tradução nossa).

Dessa forma, primeiramente, como premissa da atividade, o homem toma consciência do objeto, construindo-o mentalmente. Essa operação de construir e transformar o objeto mentalmente, de acordo com o autor, equivale ao ato de compreendê-lo e revelar a sua essência. Com isso, o pensamento é capaz de alcançar um conteúdo inacessível somente pela sua representação.

É importante destacar que reconhecer a especificidade do pensamento teórico não diminui a importância das fontes sensoriais no conhecimento, pois o sensorial e o racional representam uma unidade. Davíдов (1988) explica que separá-los significa privar a operação com os conceitos tanto de elementos de conteúdo universal como de novas ações mentais.

Nesse caminho, ao se compreender a essência ou o nuclear de um determinado objeto do conhecimento, o pensamento faz o movimento do abstrato ao concreto pensado. Para superar a formação do pensamento empírico como resultado da compreensão do processo de ensino e aprendizagem pela lógica formal, Davydov (1982) afirma a necessidade de se pensar o ensino escolar, a aprendizagem dos conceitos científicos e a formação do pensamento teórico pela lógica dialética. “A reprodução teórica do concreto real como uma unidade do diverso é efetuada pelo único *método* possível e correto, no sentido científico, *da ascensão do abstrato ao concreto*” (DAVYDOV, 1982, p. 331,

grifos do autor, tradução nossa).

Para compreender o movimento dialético do pensamento do abstrato ao concreto, é preciso entender, como assinala Marx (1978), a realidade como um todo social e histórico, complexo e contraditório. Seu conhecimento se processa primeiro por meio da abstração e análise de suas articulações e leis internas e, depois, pela reconstrução desse todo concreto pelo pensamento.

Nesse processo mental, a abstração é a mediação inicial que faz o pensamento passar de uma apreensão abstrata do objeto para sua apreensão concreta, compreendendo a historicidade, as contradições e as múltiplas determinações que formam este objeto. Para Marx (1978, p. 117), esse método de pensamento é “[...] o método que consiste em elevar-se do abstrato ao concreto não é senão a maneira de proceder do pensamento para se apropriar do concreto, para reproduzi-lo como concreto pensado”.

O movimento do pensamento que vai do abstrato ao concreto possibilita a compreensão da relação entre o conhecimento lógico e o processo histórico real, ou seja, em que medida o processo do conhecimento, que vai do mais simples, do abstrato, ao mais complexo e concreto, equivale ao processo histórico real. A esse respeito, Marx (1978, p. 118) afirma que: “[...] o curso do pensamento abstrato, que se eleva do mais simples ao mais complexo, corresponde ao processo histórico efetivo”. O concreto não é uma simples imagem da intuição, mas o conceito da coisa reconstruída pelo pensamento.

O abstrato é sempre desconectado da totalidade, com características externas. Já o concreto possui relações mais específicas e complexas, nas quais se compreende a realidade nos seus nexos internos. Zankov (1984) coloca que o concreto representa não somente a integridade dos fenômenos, como também a integridade de seus vínculos e relações com outros fenômenos. Já o abstrato é uma parte do todo e isolado de outras relações. No entanto, para reproduzir o concreto, é indispensável uma abstração inicial inerente às suas propriedades, ou seja, para o conhecimento científico é necessária a abstração.

Segundo Davídov (1988): em primeiro lugar, o conteúdo dessa abstração deve corresponder à sua conexão histórica simples do sistema integral; em segundo lugar, deve refletir as contradições desse sistema, e, em terceiro lugar, precisa refletir também o essencial do sistema estudado. Assim, as propriedades da abstração inicial podem ser definidas como “[...] a conexão historicamente simples, contraditória e essencial do concreto reproduzido” (p. 143, tradução nossa).

Ainda de acordo com o autor, o abstrato e o concreto são momentos do desmembramento do próprio objeto, da realidade refletida na consciência de onde se deriva o processo da atividade mental. Ressaltando-se que o concreto é representado por todo o desenvolvimento do conceito, considerando-se suas inter-relações, é o real com atribuições de significado feitas pelo pensamento. Já o conceito do abstrato se caracteriza pelo fato de o abstrato ser simples e privado de diferenças, não desenvolvido.

A essência de um objeto é revelada ao estudar o processo de desenvolvimento do objeto. Assim, a essência é a conexão interna que, como fonte única, determina todas as outras particularidades do todo. É a determinação universal do objeto e, por isso, a abstração inicial expressa a essência do objeto concreto. O desenvolvimento do conceito começa pela redução do concreto ao abstrato e, em seguida, pela ascensão do abstrato ao concreto. Ainda que os processos de redução e ascensão se encontrem em unidade, o que caracteriza essencialmente o desenvolvimento do pensamento teórico é a ascensão do abstrato ao concreto.

Sobre essa questão, Davídov (1988, p. 148, tradução nossa) explicita que: “O movimento em direção ao concreto, como finalidade principal, determina os procedimentos da atividade do pensamento, dentro dos quais a redução aparece só como momento subordinado, como meio para alcançar esta finalidade”.

Na ascensão do abstrato ao concreto é que se analisam as relações que são deduzidas da essência do conceito, possibilitando o estudo do todo antes das partes. Essa captação do pensamento do geral ao particular é considerada como um dos momentos essenciais no movimento do abstrato ao concreto. Davídov (1988) mostra ainda que o pensamento teórico se concretiza em duas formas basilares:

1) sobre a base da análise dos dados fáticos e sua generalização se separa a abstração substancial, que fixa a essência do objeto concreto estudado e que se expressa no conceito de sua célula; 2) logo, pela via da revelação das contradições nesta célula e da determinação do procedimento para sua solução prática, segue a ascensão desde a essência abstrata e da relação universal não desmembrada a unidade dos aspectos diversos do todo em desenvolvimento, ao concreto (DAVÍDOV, 1988, p. 150, tradução nossa).

No pensamento teórico, o concreto aparece duas vezes como ponto de partida da representação e como resultado mental da reunião das abstrações. O concreto e o abstrato do conhecimento dependem de seu próprio conteúdo objetivo, e não das representações

sensoriais, como se compreende na lógica formal (DAVYDOV, 1982).

É importante esclarecer que Davídov (1988) chama de substancial a abstração inicial no processo de ascensão do pensamento ao concreto, e a generalização quando se descobre as inter-relações reais do universal com o particular e o singular. Neste ínterim, a abstração e a generalização substanciais aparecem como dois aspectos de um único processo de ascensão do pensamento ao concreto.

Em outras palavras, na abstração ocorre a separação da relação inicial do sistema integral, e no processo de generalização a descoberta de sua essência.

A abstração e a generalização de tipo substancial encontram sua expressão no conceito teórico que serve de procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal [...] ter um conceito sobre um objeto significa dominar o procedimento geral de construção mental deste objeto (DAVÍDOV, 1988, p. 152-153, tradução nossa).

As particularidades da abstração, da generalização e do conceito na lógica formal (pensamento empírico) e na lógica dialética (pensamento teórico) são sintetizadas pelo próprio autor, quando ele apresenta as diferenças entre os conhecimentos empíricos e conhecimentos teóricos, utilizando o termo conhecimento para indicar a unidade da abstração, da generalização e do conceito.

O conhecimento empírico é desenvolvido no processo de comparação dos objetos e das representações sobre eles, o que permite separar as mesmas propriedades comuns. O conhecimento teórico surge no processo de analisar o papel e a função de uma certa relação peculiar dentro do sistema integral que, ao mesmo tempo, serve como base genética inicial para todas as suas manifestações. No processo de comparação, a separação da propriedade ocorre formalmente, geral de um determinado conjunto de objetos, cujo conhecimento permite referenciar objetos isolados a uma determinada classe, independentemente de esses objetos estarem vinculados ou não. O processo de análise permite descobrir a relação geneticamente inicial do sistema integral como sua base ou essência universal. O conhecimento empírico, baseado em observações, reflete representações das propriedades externas dos objetos. Os teóricos, que surgem com base na transformação mental dos objetos, refletem suas relações e conexões internas, deixando assim os limites das representações. Formalmente, a propriedade geral é separada como algo pertencente à mesma ordem que as propriedades particulares e singulares dos objetos. No conhecimento teórico, é fixado o elo da relação universal verdadeiramente existente do sistema integral com suas diferentes manifestações, o elo do universal com o singular. O processo de concretização do conhecimento empírico consiste na

seleção de ilustrações, exemplos, que se enquadram na classe correspondente de objetos. A concretização do conhecimento teórico consiste na dedução e explicação das manifestações particulares e singulares do sistema integral a partir de seu fundamento universal. Os termos da palavra são os meios indispensáveis para estabelecer o conhecimento empírico. O conhecimento teórico é expresso, acima de tudo, nos procedimentos da atividade mental e, em seguida, com a ajuda de diferentes meios simbólicos e semióticos, em particular as línguas naturais e artificiais (DAVÍDOV, 1988, p. 154-155, tradução nossa).

A partir da compreensão de como a teoria do ensino desenvolvimental entende as relações, contradições e os processos de desenvolvimento do pensamento empírico e do pensamento teórico na educação escolar, espera-se ter evidenciado que, para além da assimilação de conceitos científicos, o ensino é um meio do desenvolvimento mental que pode, conforme Sforzi (2004, p. 12), levar o estudante a internalizar um conhecimento significativo: “[...] aquele que se transforma em instrumento cognitivo do aluno, ampliando tanto o conteúdo quanto a forma do seu pensamento”.

Davydov (1982, 1988) afirma que a base do ensino desenvolvimental são os conteúdos das disciplinas escolares, e deles originam-se os métodos de organização de ensino. O autor entende que, ao se iniciar o domínio de qualquer matéria curricular, os estudantes, com a ajuda dos professores, analisam o conteúdo do material curricular e identificam nele a relação geral principal. Desta forma, compreende-se que é necessário que o professor tenha um conhecimento profundo do conteúdo a ser ensinado, para que possa organizar a aprendizagem dos alunos nessa perspectiva de desenvolvimento.

Nesse sentido, o processo de ensino e de educação tem como base a assimilação, pelos alunos, do conteúdo das disciplinas escolares. No entanto, esta assimilação deve ser corretamente organizada e orientada, de forma a conduzir os estudantes a realizarem aquele movimento do pensamento do abstrato ao concreto e à formação de abstrações e generalizações substantivas, para que se formem os conceitos científicos, e o estudante desenvolva o pensamento teórico.

#### **1.4.1 A atividade de estudo e sua organização**

Para Davídov (1988), o ingresso da criança na escola promove uma verdadeira revolução em seu desenvolvimento. Dá-se início, então, de modo sistemático e organizado, ao processo de assimilação das formas mais desenvolvidas da consciência



social: ciência, arte, literatura, matemática, filosofia, todo um universo de conhecimentos que levarão a transformações na consciência e na personalidade, impulsionadas pelo desenvolvimento do pensamento teórico. De acordo com o autor, todo esse processo de revolução no desenvolvimento se realiza por meio da inserção da criança numa nova atividade que passa a ser a atividade retora de seu desenvolvimento, a atividade de estudo.

Davídov (2019d) pontua que somente é possível compreender o processo de desenvolvimento desencadeado pela atividade de estudo se entender o que é atividade no sentido filosófico e psicológico e a atividade de estudo no sistema de periodização do desenvolvimento, como se buscou esclarecer anteriormente. A teoria da atividade de estudo, segundo o próprio Davídov (2019d), surge e se desenvolve principalmente graças às pesquisas desenvolvidas por este em colaboração com Elkonin.

Assim, no final dos anos 1950, os dois pesquisadores coordenaram, em escolas das cidades de Moscou e Karkov, principalmente, uma série de pesquisas experimentais sobre o ensino escolar. Eles observaram também que, mesmo nas escolas que poderiam ser consideradas boas e com bons professores, para os pesquisadores, os estudantes não entravam verdadeiramente em atividade de estudo: os professores explicavam o conteúdo e davam exercícios para os alunos resolverem, levando-os, como explicitado no item anterior, à formação de abstrações e generalizações simples e ao desenvolvimento do pensamento empírico.

As pesquisas experimentais coordenadas por Davídov (2019a) e Elkonin (2019b) revelaram que, mesmo em escolares de menor idade, antes da adolescência, é possível aumentar o nível teórico do ensino e organizar a atividade de estudo. Isso levaria à formação de abstrações e generalizações substantivas e ao desenvolvimento do pensamento teórico na escola primária ou elementar.

A premissa básica, como já explicitado anteriormente, é superar a lógica formal pela lógica dialética na organização do ensino, compreendendo que os aspectos visuais dos objetos de conhecimento e a generalização de traços e atributos externos comuns não são suficientes para formar o conceito.

Davydov (1982) afirma que é indispensável: formar nas crianças representações mentais que dispensem o caráter visual-gráfico com vistas à formação de um pensamento autônomo; expor com mais precisão os principais conceitos das disciplinas escolares, e erradicar o formalismo nos conteúdos a ensinar e nos métodos do trabalho pedagógico.

Na escola, devem-se organizar condições adequadas para colocar as crianças em atividade de estudo, e o conteúdo desta atividade são os conhecimentos teóricos.

Em primeiro lugar, a atividade de estudo plena, como atividade retora dos alunos de menor idade, pode ser a base de seu desenvolvimento omnilateral. Em segundo lugar, as atitudes e hábitos realmente firmes de leitura compreensiva e expressa, de escrita e cálculo corretos se formam nas crianças na presença de determinados conhecimentos teóricos. Em terceiro lugar, a atitude honesta das crianças sobre o estudo se apoia em sua necessidade, desejo e capacidade de aprender, o que surge no processo de cumprimento real da atividade de estudo (DAVÍDOV, 1988, p. 171, tradução nossa).

Com o objetivo inicial de desenvolver uma pesquisa sobre o ensino escolar, as pesquisas coordenadas por Elkonin e Davídov resultaram na teoria da atividade de estudo que, posteriormente, se tornou conhecida como sistema Elkonin-Davídov. Esta teoria foi empregada em escolas de várias regiões da Rússia e da Ucrânia e foi até mesmo reconhecida com sistema oficial de ensino russo nas décadas de 1980 e 1990 (LAZARETTI, 2011).

Puentes (2017) elucida que esse sistema se destacou de outros, como do sistema Galperin-Talízina e do Zankoviano, devido, primeiramente, ao prestígio atingido por seus principais representantes e, em segundo, pelas numerosas contribuições realizadas no plano teórico e prático com a elaboração de diversas teorias.

O sistema Elkonin-Davidov fundou inúmeros grupos de trabalho e centros de pesquisas em diversas cidades das antigas repúblicas soviéticas como na Rússia, Ucrânia, Bielorrússia e Letônia. Também criou um eficiente programa de ensino primário e médio (Ensino Fundamental completo) e estabeleceu instituições de formação continuada de professores que funcionam até hoje (PUENTES, 2017, p. 53).

Puentes (2019) explica que, inicialmente, o sistema era identificado com o nome de Sistema de Aprendizagem Desenvolvimental Elkonin-Davídov. Contudo, a partir do ano de 2018, uma parte do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática Desenvolvimental e Profissionalização Docente (Gepedi) tomou o nome Sistema Elkonin-Davídov-Repkin, reconhecendo o papel importante do filósofo, filólogo, psicólogo, didata e metodologista ucraniano V. V. Repkin.

Esse sistema baseia-se nos conteúdos escolares e tem a atividade de estudo como teoria central, “que tem como conteúdo principal a autotransformação do sujeito por intermédio da formação do pensamento teórico, a qual se constitui sobre a base do ensino dos conceitos científicos e das ações mentais” (PUENTES, 2017, p. 53).

Para Davídov (2019d) é improvável ocorrer um bom desenvolvimento psíquico dos alunos nas aulas no Ensino Fundamental sem a atividade de estudo. O autor salienta que os componentes básicos da teoria da atividade de estudo são as tarefas e as ações de estudo. Neste contexto, o pensamento teórico surge e se desenvolve no modo generalizado de ação mental com os objetos, que se põe em movimento quando os estudantes realizam uma tarefa cujo conteúdo é o conhecimento ou conceito teórico a ser assimilado.

O professor não expressa o conhecimento a ser assimilado sob a forma de palavras-termo ou definições prontas, mas precisa elaborar uma tarefa de tal forma que os próprios alunos possam refletir sobre e expressar esse conceito em de ações. Para Davídov (2019d), a ação está subjacente ao conceito, sendo necessário desenvolver esse conceito, não na forma de palavras, mas sob a forma de ações mentais. O principal conteúdo da atividade de estudo é a assimilação dos modos generalizados de ação na esfera dos conceitos científicos e as mudanças qualitativas que este processo de assimilação provoca no desenvolvimento psíquico da criança.

A assimilação é o processo de reprodução dos modos de ação formados pelo indivíduo durante o processo histórico de transformação dos objetos e da realidade circundante, de seus tipos de relações e o processo de conversão desses padrões sociais em formas de subjetividade individual (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 2019, p. 196).

Nesse sentido, a atividade de estudo vai além do que levar a criança ao domínio dos conhecimentos, mas é uma atividade em que a assimilação dos conhecimentos se dá de maneira ativa e criativa, promovendo mudanças, reestruturações e enriquecimento das funções psíquicas dos alunos (DAVYDOV; MÁRKOVA, 1987b). O que se observa, frequentemente nas escolas, são os alunos escutando a explicação do professor e suas demonstrações sobre algum conteúdo, num processo de ensino e aprendizagem em que aparentemente as crianças estão “assimilando” os conteúdos transmitidos pelo professor. Esse tipo de ensino não promove o desenvolvimento do pensamento teórico, mas sim do pensamento empírico, como já observado.

A importância da educação formal para o desenvolvimento mental envolve muito mais do que o conteúdo “material” que é apreendido. Este é meramente o aspecto qualitativo do desenvolvimento intelectual: a acumulação do conhecimento. As técnicas do pensamento, do mais concreto ao mais geral, são apreendidas pela criança somente quando ela domina o conteúdo. Entretanto o desenvolvimento intelectual é mais do que apenas acumulação quantitativa nova e sempre mais operações intelectuais complicadas. Todos esses processos assumem uma nova qualidade durante a educação formal (ELKONIN, 1969, p. 91 *apud* LAZARETTI, 2011, p. 54-55).

Ainda de acordo com Lazaretti (2011, p. 53), “[...] o aspecto fundamental da atividade de ensino é marcado por um período específico no desenvolvimento mental da criança, um período situado em uma nova idade escolar. Mas somente essa premissa não garante que a atividade de estudo surja de modo espontâneo”. A autora afirma que, segundo Elkonin, a atividade de estudo somente é formada no processo de instrução formal, sob a orientação de um professor, e que desenvolver adequadamente a atividade de estudo é um aspecto importantíssimo da educação escolar.

Davídov (1988) afirma que a base do ensino é seu conteúdo (conhecimentos e conceitos teóricos) e que dos conteúdos se derivam os métodos (procedimentos) para organizar o ensino. Para o autor, conforme já dito anteriormente, também é necessário considerar que a atividade de estudo dos alunos deve ser estruturada em correspondência com o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto (lógica dialética).

Logo, na atividade de estudo, os alunos reproduzem o processo pelo qual os conceitos foram criados, ou seja, o caminho de seu descobrimento. Realiza-se, assim, a unidade do lógico e do histórico no desenvolvimento da cultura humana. Destarte, a prioridade da aprendizagem escolar não é o conteúdo em si, mas as formas de pensamento e ações mentais associadas a esse conteúdo.

A atividade de estudo, de acordo com Davídov (1988), fundamenta-se na estrutura geral da atividade humana, analisada anteriormente. Assim, durante a atividade de estudo, os alunos se desenvolvem no processo mesmo de assimilação dos conhecimentos teóricos, ou seja, em outras palavras, vão se desenvolvendo e transformando a consciência e o pensamento teórico.

Na medida em que os estudantes entram em atividade de estudo, começam a sentir necessidade de assimilar os conhecimentos teóricos, modificando-se, desta forma, os motivos para o estudo, que passam a ser os conhecimentos, e não a aprovação do

professor ou uma boa nota, por exemplo. “Desta forma, os conhecimentos teóricos, constituindo o conteúdo da atividade de estudo, são simultaneamente sua necessidade” (DAVÍDOV, 1988, p. 178, tradução nossa).

Elkonin (2019a) propõe a seguinte estrutura para a atividade de estudo, enfatizando que seus componentes estão interligados entre si:

1. A tarefa de estudo que, pelo seu conteúdo, consiste no modo de ação a assimilar; 2. as ações de estudo, cujo resultado é a formação do modo de ação a assimilar e a execução primária do modelo didático; 3. a ação de controle, que consiste na comparação da ação executada com o modelo; 4. a ação da avaliação do grau de cognição das alterações que aconteceram no próprio sujeito (ELKONIN, 2019a, p. 157).

Segundo o autor, a resolução de uma tarefa de estudo tem como objetivo formar nos alunos modos de ação, entendendo-se por modo de ação uma ação particular com um dado material. Esta se propõe à discriminação de tal forma que todas as habilidades consequentes são determinadas durante a sua execução.

As ações de estudo são tarefas de estudo (modos de ação da resolução da tarefa) que possibilitam aos alunos assimilarem o modo objetivo de ação. Começa-se pela identificação do modelo, e Elkonin (2019a, p. 155) diz: “[...] pode-se supor que, durante o acompanhamento do modelo da ação, a criança cria uma visão prévia a respeito de como executar essa ação. Com base nisso, acontece a assimilação que resulta na reprodução da ação”.

Na análise do modelo, ressalta-se a ação de controle da atividade de estudo. Esse ato de controle consiste na comparação entre o que se pensava da atividade reproduzida e o seu resultado com o modelo. Nisso, o controle determina a atividade de estudo como um processo controlado pela própria criança. “Por sua vez, a atividade de estudo depende do grau de formação do controle da atividade” (ELKONIN, 2019a, p 156).

Por último, a avaliação permite a identificação, pela criança, se a tarefa foi realmente resolvida e se assimilou o modo de ação de forma que consiga aplicá-lo na resolução de outras tarefas. Assim, “[...] a avaliação consiste na execução de uma tarefa de estudo” (ELKONIN, 2019a, p. 166).

Dessa forma, Elkonin (2019a) ressalta que a obtenção do resultado correto da tarefa é consequência da formação do modo generalizado de ação. O processo de formação da atividade de estudo vai ocorrendo na transição gradual da proposição de

algumas ações do professor para o aluno, para que possam fazer as operações de maneira mais autônoma.

Davídov (1988, p. 178, tradução nossa) ajuda a compreender melhor as relações entre necessidades, motivos e ações na tarefa de estudo: “[...] a necessidade da atividade de estudo estimula os escolares a assimilar os conhecimentos teóricos; os motivos, a assimilar os procedimentos de reprodução destes conhecimentos por meio das ações de estudo, dirigidas a resolver as tarefas de estudo”. Entende-se que, ao realizarem uma tarefa de estudo, os alunos descobrem a essência do objeto estudado, reproduzindo-o mentalmente sob a forma de conceito.

Para Davídov (1988, p. 181, tradução nossa), a resolução de uma tarefa de estudo deve levar os estudantes ao cumprimento de seis ações:

1. Transformação dos dados da tarefa a fim de deixar clara a relação universal do objeto estudado;
2. modelação da relação diferenciada em forma objetual, gráfica ou por meio de letras;
3. transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”;
4. construção de um sistema de tarefas particulares a serem resolvidas por um procedimento geral;
5. controle sobre o cumprimento das ações anteriores;
6. avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa dada (DAVÍDOV, 1988, p. 181).

Cada uma dessas ações, de acordo com o autor, é composta por operações correspondentes. É importante ressaltar a importância da mediação do professor na condução da resolução das tarefas de estudo, pois, no início, os alunos não conseguem resolvê-las e realizar as ações necessárias. Nesse processo, os estudantes vão adquirindo as correspondentes capacidades e também autonomia para realizar a tarefa de estudo de forma independente.

Davídov (1988) diz que a transformação dos dados da tarefa é a ação inicial, que tem como objetivo descobrir a relação universal do objeto. A tarefa de estudo pode ser um problema que leve os alunos a analisarem o conteúdo, a fim de chegar ao conceito principal, essencial. Para o autor, essa ação é a principal, pois os alunos precisam transformar os termos da tarefa, e esta não pode ser resolvida nos modos lógico-formais de ação com um conteúdo.

A ação de estudo seguinte consiste na modelação da relação universal descoberta na ação anterior. Nesta ação, a essência do conceito é modelada na forma simbólica: texto escrito, gráficos, desenhos.

Na ação de transformação do modelo para estudar suas propriedades, o modelo encontrado na ação anterior é analisado para o aprofundamento de suas propriedades, em que se dá a abstração substancial da relação universal. Neste caso, ocorrem mudanças no modelo para análise de situações particulares do conceito estudado.

Em sequência, a próxima ação é a construção de um sistema de tarefas particulares. Com base na relação universal, os alunos chegam ao vínculo com as relações particulares do conceito. Na lógica dialética, operar mentalmente com um conceito é descobrir sua essência, seus nexos universais e também conseguir aplicá-lo numa situação particular (movimento do pensamento do geral para o particular e vice-versa).

O controle é ser capaz de acompanhar e monitorar as próprias ações e operações na realização das ações anteriores. Deste modo, os alunos examinam o seu aprendizado, ou seja, corrigem o curso das ações necessárias para a realização da tarefa. Elkonin (2019a) ressalta que o controle da atividade de estudo leva o aluno a voltar para o modelo, tornando a compreensão do conceito mais precisa. Assim, o controle representa a comparação da ação subsequente com o próprio modelo, e o aluno assimila melhor o modo de ação.

Na ação da avaliação, o professor ajuda os alunos a refletirem e a analisarem se eles compreenderam a relação universal do conceito, em outras palavras, o conteúdo da tarefa de estudo. A avaliação permite aos alunos identificarem seu nível de compreensão do conceito bem como ao professor analisar se assimilaram os modos de ação para realizar outras tarefas. Para Davydov e seus colaboradores, pode-se compreender a atividade de estudo como uma teoria do ensino e da aprendizagem.

Esta especificidade consiste, em primeiro lugar, na salvaguarda do enfoque da atividade em relação ao processo de estudo; em segundo lugar, o exame da atividade de estudo na unidade de todos os seus componentes (tarefa e ações de estudo, ações de controle e avaliação); em terceiro lugar, em um enfoque especial sobre as neoformações da atividade de estudo que implica o desenvolvimento intelectual (pensamento teórico) e o desenvolvimento moral (motivação); em quarto lugar, o objetivo de direcionar, desde o aspecto da atividade ao aspecto pessoal de desenvolvimento da criança (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b, p. 327-328, tradução nossa).

Nessa perspectiva, a atividade de estudo como teoria do ensino e da aprendizagem deve ser compreendida como um processo, em que todos os seus componentes formam uma unidade. Isso levará os alunos a formarem novas necessidades

e motivos para a assimilação dos conteúdos escolares, o que implicará o desenvolvimento do pensamento teórico, num movimento dinâmico e dialético.

Para Davídov (1999b) é necessário que, no processo de ensino e aprendizagem, sejam desenvolvidas as necessidades dos alunos de se apropriarem dos produtos culturais da humanidade. O autor afirma que, sem o surgimento e desenvolvimento da necessidade, a atividade de estudo não pode existir. Outra condição para a organização adequada da atividade de estudo é a formulação de tarefas de estudo que possam ser resolvidas por meio das ações apresentadas acima, de modo que a atividade de estudo criativa e motivada dos estudantes seja colocada em movimento.

Desse modo, segundo Davídov (2019c, p. 172), “[...] o domínio dos modos de generalizações de ação, desde o ponto de vista do conteúdo (teórico) da solução de centenas de tarefas práticas concretas, é a característica substancial da tarefa propriamente de estudo”. Ou seja, formular uma tarefa de estudo para o aluno significa colocá-lo em atividade de estudo.

O desenvolvimento do pensamento teórico é o objetivo da atividade de estudo e é formado nos alunos durante a realização das tarefas. Ao esclarecer essa ideia, Davídov (2019a) destaca que o caráter desenvolvimental da atividade de estudo se deve justamente pelo fato de que o seu conteúdo é teórico em sua essência. Destarte, é necessário selecionar os conteúdos das disciplinas escolares (os conceitos nucleares) que correspondam às particularidades e à estrutura da atividade de estudo.

Em relação à seleção dos conteúdos escolares e como estes se inserem na tarefa e aparecem nas ações de estudo, Davídov (1988) apresenta as seguintes considerações: 1) a assimilação dos conhecimentos de natureza geral e abstrata precede o conhecimento pelos alunos de temas mais particulares e concretos; estes últimos são deduzidos pelos próprios alunos, a partir do geral e abstrato, como única base que formam; 2) os alunos assimilam os conhecimentos que constituem um conteúdo particular ou suas partes básicas, no processo de análise das condições sob as quais é originado e que o tornam essencial; 3) ao serem verificadas as fontes objetivas de alguns conhecimentos, os alunos devem, antes de tudo, saber como identificar no material de estudo a relação geneticamente inicial, essencial e universal, que determina o conteúdo e a estrutura do objeto destes conhecimentos; 4) os alunos reproduzem esta relação em específicos modelos objetivas, gráficos ou de letras, que lhes permitem estudar suas propriedades em sua forma pura; 5) os alunos devem ser capazes de concretizar a relação geneticamente



inicial e universal do objeto em estudo em um sistema de conhecimentos particulares sobre ele, os quais devem se manter em uma só unidade, que possa lhes garantir as transições mentais do universal para o particular e vice-versa; os alunos devem saber passar da realização das ações no plano mental à sua realização no plano externo e vice-versa.

Ainda de acordo Davídov (2019a), é no processo vivo, dinâmico e sistemático da realização das tarefas que os alunos entram em atividade de estudo, apresentando ao autor considerações importantes para que o professor possa organizar esta atividade:

Primeiro, o processo de assimilação do conhecimento acontece durante a resolução das tarefas de estudo. Segundo, a resolução das tarefas de estudo permite que o aluno assimile algo comum, mesmo antes de manifestações particulares. Terceiro, o método principal de aprendizagem na escola deve ser o de introdução do aluno na situação da tarefa de estudo (DAVÍDOV, 2019a, p. 238).

#### **1.4.2 A atividade de estudo na adolescência**

Na teoria do ensino desenvolvimental, a atividade de estudo na adolescência se diferencia das etapas anteriores da escolarização. O ensino do adolescente deve ter como objetivo desenvolver nos alunos o domínio dos procedimentos e meios de aquisição autônoma do conhecimento. De acordo com Davídov (2019a), quando a atividade de estudo é formada nas crianças das séries iniciais, os alunos dos níveis superiores terão condições de estudar com êxito, visto que o estudo é um dos tipos de atividade socialmente útil.

Elkonin (1961) entende que, nas etapas mais avançadas da educação escolar, o novo conteúdo, mais elaborado e complexo, exige novos métodos para sua assimilação. A atividade de estudo na adolescência tem um caráter fundamentalmente diferente dos alunos do ensino primário, pois se formam novos motivos e interesses para o estudo e aprendem-se novos métodos de trabalho mental sobre o material de estudo. Ainda segundo o autor, entre os novos motivos para o estudo, aparecem os deveres sociais e também outros interesses cognitivos, e os estudantes manifestam interesse pela ciência e por sua aplicação prática cotidiana.

Elkonin (1961) ressalta, ainda, que uma das características dos interesses do adolescente é seu caráter ativo, manifestado na tendência de satisfazê-lo na atividade real.

Porém, por vezes, esse caráter ativo dos interesses conduz a um desprestígio dos conhecimentos teóricos, que podem não ganhar significado em sua prática diária. Disso decorre o famoso e recorrente questionamento aos professores, dos quais a Matemática não escapa: onde vou usar o que estou estudando?

Os interesses dos adolescentes muitas vezes adquirem um caráter unilateral e demonstram um interesse extraordinário por questões que gostam, por determinadas disciplinas ou por uma atividade, secundarizando ou abandonando as demais. A esse respeito, Elkonin (1961) afirma a importância de se organizar bem o ensino, de forma que os adolescentes desenvolvam motivos e interesses por todos os ramos do saber, bem como o interesse geral pelo estudo.

Ao longo de mais de 10 anos de pesquisa com adolescentes, Davídov e Márkova (1987b) observaram a possibilidade do surgimento das seguintes características qualitativas no desenvolvimento intelectual: a organização dos próprios alunos de sua atividade de estudo; a passagem de um tipo de atividade a outra; os motivos de estudo se manifestam como uma permanente orientação autônoma dos alunos para a realização da atividade; diferenças individuais expressadas na atividade de estudo, que se manifestam no distinto nível de formação de meios e procedimentos para realizá-la.

Todas essas particularidades constituem as características do comportamento cognitivo dos adolescentes, formando importantes neoformações psicológicas desta idade que determinam o seu desenvolvimento. Essas neoformações conduzem ao pensamento teórico, que representa um novo tipo de postura pessoal do adolescente para a realidade. Assim, os estudantes começam a avaliar e a assimilar os modelos e medidas elaborados socialmente (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b).

Portanto, o desenvolvimento do pensamento teórico, enquanto explicamos a crise da adolescência, consistiu em uma gradual acumulação de generalizações que indicam que as peculiaridades das manifestações e do curso do período da adolescência estão determinadas por situações sociais concretas da vida e do desenvolvimento do adolescente e por sua situação social no mundo dos adultos (DRAGUNOVA, 1980, p. 128, tradução nossa).

A situação social em que se encontra o adolescente condiciona uma nova posição deste em relação à atividade de estudo. Davídov e Márkova (1987b) consideram a formação do caráter voluntário da atividade intelectual como um novo vetor do

desenvolvimento. Assim, as mudanças do tipo de pensamento nessa idade produzem novas peculiaridades no desenvolvimento intelectual.

É importante enfatizar que o pensamento teórico formado no ensino infantil serve de base fundamental para o surgimento das neoformações psicológicas nos adolescentes. Os alunos passam das transformações objetais para a análise ativa de sua experiência prática, assimilando as relações entre os fins, os meios e as condições da atividade. A atividade, então, se desprende ainda mais da experiência e das transformações visuais do objeto (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b).

Com base na periodização do desenvolvimento humano, proposta pela teoria histórico-cultural, a atividade de estudo é a atividade principal na idade escolar inicial. Na adolescência, a atividade principal é a comunicação, e a atividade de estudo se apresenta como uma das formas particulares da atividade socialmente útil.

Assim, uma das formas de ajudar o desenvolvimento intelectual do adolescente é organizar a atividade de estudo de forma que ele realize as tarefas de estudo sempre em colaboração uns com os outros, em um trabalho escolar conjunto. Nas tarefas colaborativas, os alunos se encontrarão em posição de avaliar e serem avaliados, surgindo no adolescente a capacidade de colocar e defender seu ponto de vista no grupo.

Nesse sentido, Davíдов e Márkova (1987b) afirmam que esse novo tipo de posição junto ao grupo social na atividade de estudo se forma como capacidade para avaliar suas próprias ações diante da posição de outras pessoas. “Os dados mostram que os meios de colaboração no trabalho escolar conjunto reestruturam as características do conteúdo da atividade intelectual dos adolescentes” (p. 191, tradução nossa).

Os autores entendem que, para a passagem das neoformações das crianças às particularidades qualitativamente novas da atividade intelectual dos adolescentes, é indispensável a presença de pelo menos duas condições: “[...] as transformações objetais e as reestruturações dos aspectos do objeto estudado e sua realização distribuída entre os participantes da atividade conjunta” (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b, p. 191, tradução nossa).

A reflexão dos adolescentes sobre esses procedimentos e sobre a forma com que os outros alunos realizam sua atividade possibilita o desenvolvimento do domínio de seu próprio comportamento. Isso ocorre devido ao estabelecimento de motivos cognitivos intimamente ligados às características do conteúdo da atividade de estudo. Nisso,

paulatinamente, uma estrutura complexa e novas funções são formadas na atividade intelectual dos adolescentes.

Nessa perspectiva, Davídov e Márkova (1987b) entendem que a formação de uma nova estrutura psíquica na adolescência transcorre por várias linhas inter-relacionadas: “[...] as formas autônomas de cumprimento de todos os elos da atividade de estudo, o aparecimento de motivos de novo tipo, o aumento do papel das diferenças individuais na atividade” (p. 192, tradução nossa).

Assim, no período da adolescência, os alunos têm maior sensibilidade para a transição a um nível mais elevado e exigente de atividade de estudo. A esse respeito, Elkonin (2019c, p. 146) afirma que: “[...] nesse nível, o adolescente descobre um novo propósito da atividade de estudo que consiste no seu autodesenvolvimento e autoeducação. Esse fato poderia representar a particularidade etária do período da adolescência”. A transição do período da infância à adolescência, portanto, é a transição para uma nova forma de atividade – a atividade de comunicação, a atividade de estudo, embora seja uma particularidade da atividade comunicação, que desempenha um papel de grande importância no desenvolvimento da personalidade do adolescente rumo ao domínio do próprio comportamento.

## **2 O ESTUDO DA RAIZ QUADRADA DE NÚMEROS QUADRADOS PERFEITOS: UM EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO**

Neste capítulo será apresentada e analisada uma forma de organização do ensino de Matemática, especificamente do conceito de raiz quadrada exata, fundamentada na teoria histórico-cultural e na teoria do ensino desenvolvimental. O objetivo é a formação do conceito de raiz quadrada e o desenvolvimento do pensamento teórico de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Entende-se que os pressupostos psicopedagógicos da teoria do ensino desenvolvimental possibilitam uma organização da atividade de estudo que não apenas leva à formação conceitual, mas que também promove o desenvolvimento das funções psíquicas superiores como um todo.

No primeiro tópico do capítulo, elucidou-se o experimento didático-formativo como metodologia de pesquisa e como forma de organização do ensino desenvolvente. Ressalta-se que a essência do experimento didático-formativo como metodologia de pesquisa e como forma de organização do ensino se expressa na possibilidade de provocar e estudar processos de transição e de desenvolvimento de novas formações psíquicas, por meio do trabalho mental com conceitos científicos.

Em seguida, comentou-se o processo de organização do experimento didático-formativo realizado com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, desde a análise do conteúdo/conceito a ser assimilado pelos alunos até a elaboração das tarefas de estudo que compõem o plano de ensino desenvolvimental. Apresentou-se, também, neste capítulo, uma caracterização da escola campo, em que o experimento didático-formativo foi desenvolvido, bem como dos alunos que dele participaram.

### **2.1 O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO COMO METODOLOGIA DE PESQUISA**

A metodologia de investigação que se buscou para a pesquisa do ensino do conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos está fundamentada no experimento didático-formativo elaborado e desenvolvido por Elkonin, Davydov e colaboradores. Este, por sua vez, nasceu dos princípios do método genético experimental desenvolvido por Vigotski e seus colaboradores, na década de 1930, ancorado no método materialista histórico-dialético para a análise e compreensão dos fenômenos psíquicos.

As pesquisas de Vigotski buscavam compreender a gênese e o processo de desenvolvimento das funções psíquicas superiores propriamente humanas, considerando-se as operações com os signos, a linguagem e o contexto histórico-cultural como fonte destas funções.

Davídov (1988) explica que o método de pesquisa, por ele elaborado e denominado de experimento formativo, investiga a organização do ensino escolar e sua influência no desenvolvimento mental dos alunos. Neste sentido, a essência desse método se expressa: no estudo dos processos de transição para novas formas psicológicas em situação escolar; no estudo das condições de surgimento de um ou outro fenômeno psíquico, e na criação experimental das condições necessárias para que surjam (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b).

Esse método possibilita, assim, uma análise mais profunda e situada do fenômeno em estudo: o desenvolvimento mental na escola. De acordo com Vigotski (2012) é preciso realizar uma análise que revele a essência do objeto de estudo, ultrapassando sua aparência externa. Desta maneira, de acordo com o autor, esse tipo de investigação – genético-experimental – é a chave para a compreensão do processo de desenvolvimento mental/psíquico, sendo que Davídov (1988) leva esse fundamento para a investigação do processo de ensino e aprendizagem de conceitos científicos na escola.

Segundo Vigotski (2007), nem todo aprendizado é desenvolvimento. Entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. “Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas” (p. 103).

Assim, Davídov (1988) e colaboradores desenvolveram o método de investigação do ensino que promove o desenvolvimento – o experimento didático-formativo – caracterizado pela intervenção ativa do investigador nos processos psíquicos que quer estudar.

Este método é apoiado pela organização e reorganização de novos programas de educação e ensino e pelos procedimentos para realizá-los. O ensino e a educação experimentais não são realizados adaptando-se ao atual nível, já formado, de desenvolvimento psíquico das crianças, mas usando, na comunicação do educador com as crianças, meios que

ativamente formam neles o novo nível de desenvolvimento das capacidades (DAVÍDOV, 1988, p. 196, tradução nossa).

Conforme o autor, o experimento formativo não se realiza ao adaptar o ensino às capacidades psíquicas já formadas, mas busca intervir de modo a possibilitar o avanço para períodos seguintes, com novos níveis de desenvolvimento. Ao explicitar o termo experimento didático-formativo, Freitas (2010) afirma que este representa uma alternativa significativa para pesquisas didáticas, sobretudo quando se busca investigar como se dá o processo de ensino e aprendizagem de um determinado conceito/conteúdo escolar.

É “experimento” por tratar-se de por em prática uma intervenção pedagógica por meio de determinada metodologia de ensino, visando promover as ações mentais do aluno para que haja mudanças em seus níveis futuros esperados de desenvolvimento mental. É “formativo” porque se trata de uma sucessão de ações e interações que vão ocorrendo na atividade dos alunos, obedecendo a um processo em que vão sendo formadas ações mentais (FREITAS, 2010, p. 03).

Ainda segundo a autora é necessário ressaltar que o termo experimento não tem relação com a pesquisa quantitativa de caráter lógico-experimental utilizada pela abordagem positivista, realizada com alto controle de variáveis quantificáveis. O método de experimento didático-formativo: “[...] visa investigar os processos de surgimento de novas formações mentais nos alunos durante a atividade de estudo, mediante orientação para se atingir determinados objetivos” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 328).

O experimento didático-formativo objetiva promover e analisar as mudanças qualitativas no pensamento dos alunos a partir de um modo específico de organização do ensino. A organização da atividade de estudo é a característica desta metodologia de pesquisa, devido ao seu caráter teórico-prático. Assim, é durante a realização da atividade de estudo pelos alunos, devidamente organizada pelo professor/pesquisador, que os estudantes assimilam ativamente e criativamente os conceitos e desenvolvem o pensamento teórico (DAVÍDOV, 2019a). Longarezi (2019) afirma que a atividade educativa, no contexto do experimento didático-formativo, se estabelece no coração da atividade investigativa, do mesmo modo que a atividade de pesquisa se configura no coração da atividade de estudo.

Porém, como afirma Kopnin (1972), é necessário cuidado do pesquisador, para que não faça do seu experimento investigativo um fetiche, um procedimento

metodológico que já traz a explicação do fenômeno estudado em si mesmo. “Ademais, os próprios dados experimentais já não são um fato puro, que deva ser apenas constatado; eles compreendem, ainda, determinada interpretação” (p. 256). Nesta perspectiva, os resultados do experimento são analisados a partir da fundamentação teórica que o sustenta.

Aquino (2017) reconhece a complexidade desse tipo de investigação, considerando que a realidade socioeducativa escolar é complexa e dinâmica.

O experimento didático-formativo é complexo no seu delineamento, na estruturação prévia, na sua duração, assim como na avaliação. Mas, uma visão científica destes problemas dificilmente pode subestimar a importância da investigação didática experimental para o estudo das relações internas entre o ensino e o desenvolvimento dos escolares (AQUINO, 2017, p. 339).

Desse modo, para que se possa compreender como se dá o processo de aprendizagem e desenvolvimento do conceito de raiz quadrada, é fundamental experimentar o modo específico de organização do ensino proposto pela teoria do ensino desenvolvimental, acompanhar a aprendizagem dos alunos e seu processo de desenvolvimento. É preciso intervir na aprendizagem para colocar em marcha e poder analisar os processos psíquicos que se objetiva investigar.

## 2.2 ORGANIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO

Esse experimento didático-formativo foi organizado a partir do conceito da raiz quadrada exata, por meio da proposição de tarefas de estudo em que se busca levar os estudantes a realizarem as seis ações de estudo propostas por Davíдов (1988), como apresentado no capítulo anterior. O experimento consiste numa sequência de tarefas a serem realizadas pelos alunos, com o objetivo de revelar a relação essencial do conceito de raiz quadrada exata.

No ensino desenvolvimental, os métodos de ensino derivam dos conteúdos escolares, pois o trabalho pedagógico, com os conteúdos específicos, incorpora o método de investigação da ciência que dá origem à matéria de ensino. Logo, o conhecimento didático por parte do professor diz respeito ao conhecimento profundo do conteúdo e de seus procedimentos lógicos e investigativos (LIBÂNEO, 2016). Daí a importância lógica



e histórica de cada área do conhecimento e de por que se tornar necessário, ao professor da disciplina escolar Matemática, compreender o método de investigação da ciência Matemática.

Ainda de acordo com Libâneo (2016), é imprescindível que o professor conheça o processo de desenvolvimento e constituição do objeto de conhecimento que ensina na prática social e histórica do campo científico, uma vez que a análise do conteúdo é primordial para o planejamento do ensino. Neste contexto, o professor consegue planejar e realizar o ensino que desenvolve porque compreende a relação geral e universal do conceito a ser ensinado.

Davídov (1988) afirma que os alunos aprendem um conteúdo quando entendem e realizam as ações mentais ligadas a este. Desta forma, no transcorrer do experimento de ensino, ocorre a aquisição de procedimentos mentais que “ligam” a aprendizagem ao ensino. É fundamental também observar o que afirma Vigotski (2007), que o professor não deve entregar ao estudante os conceitos prontos, mas levar o aluno a formar seus conceitos.

Também é preciso considerar, na elaboração do plano de ensino, que forma e conteúdo são indissociáveis. Em outras palavras, o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo formam uma unidade. “Supõe uma relação indissolúvel entre o plano epistemológico (da ciência ensinada) e o plano didático, ou seja, o vínculo essencial entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico-didático” (LIBÂNEO, 2012, p. 47).

Sendo assim, para a elaboração do plano de ensino do experimento didático-formativo desta pesquisa, buscaram-se realizar a análise do conteúdo/conceito a ser ensinado e a elaboração das tarefas de estudo.

Na análise do conteúdo/conceito a ser ensinado, almeja-se encontrar a essência do conceito que contém a generalização almejada, para que o aluno consiga deduzir as suas relações particulares a partir da relação básica. Neste estudo, como mostra Libâneo (2016), ocorre a identificação das habilidades cognitivas gerais e específicas presentes no conteúdo que deverão ser alcançadas pelos alunos. É nesse momento também que o professor compreende com mais profundidade a rede conceitual e as relações existentes na essência do conceito em questão.

Após a análise do conteúdo, advém a elaboração das tarefas de estudo. É importante que estas tarefas permitam que o investigador situe os fenômenos psicológicos

que quer analisar na zona de desenvolvimento próxima aos alunos. Sforni (2015) entende que conhecer o nível de desenvolvimento presente dos alunos colabora para o planejamento das tarefas adequadas à assimilação e à passagem para o próximo nível de desenvolvimento. O nível atual pode ser identificado com observações, entrevistas e diálogos com os estudantes e o professor da turma, dentre outros procedimentos.

Dessa forma, as tarefas de estudo devem ser elaboradas de tal forma a mobilizar as funções psíquicas superiores para que o pesquisador possa proceder à análise dos processos cognitivos. Sforni (2015) explica que o pensamento teórico se vincula ao desenvolvimento das funções psíquicas superiores, que se desenvolvem conforme os alunos vão entrando em atividade de estudo. Neste ínterim, a atenção, a percepção, a memória, a imaginação, a criatividade, o raciocínio lógico, a análise e a reflexão desenvolvem-se quando são colocados em movimento pelas tarefas.

Por último, é necessária a formulação de tarefas particulares para analisar se os alunos conseguem operar mentalmente com os conceitos em diferentes situações, ou seja, se desenvolveram a capacidade de utilizar os conceitos como ferramentas mentais. Sforni (2015) mostra que isso sugere a participação efetiva dos estudantes na elaboração da síntese conceitual, em que pensamento e linguagem formam uma unidade.

Assim, iniciou-se o planejamento do experimento didático-formativo com a elaboração do plano de ensino desenvolvimental, a partir da análise do conteúdo/conceito a ser ensinado e da elaboração das tarefas de estudo, de acordo com o que foi sintetizado no quadro abaixo. Em seguida, detalharam-se os procedimentos orientadores da elaboração do plano de ensino desenvolvimental.

Quadro 3 - Procedimentos orientadores do plano de ensino.

<b>Análise do conteúdo</b>	Investigar os aspectos lógico-históricos do conceito. Analisar a essência do conceito. Compreender a rede conceitual e suas relações.
<b>Elaboração das tarefas de estudo</b>	Investigar a ZDP (zona de desenvolvimento proximal) dos alunos. Mobilizar as FPS (funções psicológicas superiores). Impulsionar a formação do pensamento teórico. Avaliar se os alunos operam mentalmente com o conceito.

Fonte: elaborado pela autora com base em Sforni (2015).

### 2.2.1 Análise do conteúdo/conceito a ser ensinado

Neste item explicitou-se o conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos, um caso particular de radiciação, conceito a ser trabalhado com os estudantes no experimento didático-formativo. Compreende-se que, no planejamento do ensino desenvolvimental, é preciso realizar primeiramente a análise do conceito a ser ensinado, pois os conceitos têm embutidos em si os processos mentais pelos quais vieram a ser constituídos. Entende-se, assim, que é imprescindível a unidade entre o conhecimento dos conceitos que constituem a disciplina e o conhecimento pedagógico-didático para o ensino destes, o que pressupõe, de acordo com Libâneo (2016), incorporar no método de ensino o método da ciência que dá origem à matéria de estudo.

Nesse sentido, Contador (2008) mostra que o cálculo da raiz quadrada realizada pelos egípcios era bem primitivo, partindo de abstrações iniciais. “Transformavam o número dado na área de um quadrado, depois por um método geométrico calculavam o lado desse quadrado” (p. 74). Com base nessa ideia e nas proposições davydovianas é que foram pensadas as tarefas de estudo do plano de ensino da presente pesquisa.

Hogben (1970) aponta que o conceito de área, voltado principalmente a superfícies quadradas, esteve ligado a mosaicos como instrumentos de pavimentação de uma superfície plana. A utilização desses objetos para ornamentação impulsionou os conhecimentos sobre o cálculo de área. “Há razões para crer que uma das primeiras descobertas sobre área foi feita, quando se começou a pavimentar assoalhos com ladrilhos quadrados” (p. 67).

O autor em questão destaca, assim, que, mesmo antes de os chineses saberem sobre o teorema do grego Pitágoras, utilizavam o quadrado como unidade de medida de área, da mesma forma que outras civilizações antigas. Hogben (1970) acrescenta, também, a proximidade de ideias sobre o conceito de área e a cobrança de impostos, em que o valor da terra era computado, inicialmente, pela quantidade de cevada ou de arroz que nela podia plantar.

Nesse movimento, símbolos para raízes apareceram desde as civilizações antigas, como por exemplo, o símbolo  $\sqrt{\quad}$ , encontrado nos papiros egípcios. Ressalta-se que, na introdução do conceito de signos, Vigotski (2001) ampliou sua visão sobre o desenvolvimento, distinguindo os modos de funcionamento naturais decorrentes da evolução do homem e as formas artificiais ou instrumentais, representando o produto das relações históricas. Logo, no desenvolvimento da linguagem, as palavras não surgem

aleatoriamente, mas sempre na forma de um signo relacionado, comum à imagem ou a uma operação.

Contador (2008) afirma que Brahmagupta, na Índia, usava a letra  $c$  para indicar uma raiz. Logo,  $\sqrt{25} = c25$ . De acordo com Garbi (2006), a simbologia matemática avançou de forma significativa com Diofanto e com a adoção do Sistema Indo-arábico de numeração. Deste modo, na tradução do árabe para o latim do livro *Os Elementos*, de Euclides, segundo Contador (2008), a palavra *radix* foi traduzida como raiz quadrada, e o símbolo  $R$  começou a ser usado como raiz.

A simbologia é uma parte imprescindível para o desenvolvimento da Matemática, pois, com seu adequado estabelecimento, tornou mais fácil entender, aprender e trabalhar com o conteúdo cada vez mais aprimorado. A linguagem matemática, formada a partir das palavras, pelos grupos humanos, expressa o movimento numérico<sup>7</sup> com o seu sistema de símbolos e signos.

É importante ressaltar que a Álgebra de Al-Kwarizmi (783-850) e de outros matemáticos era retórica ou sincopada<sup>8</sup>. Fibonacci (1175-1250), influenciado pelos trabalhos de Bhaskara e Al-Khowârizmi, escrevia suas equações de forma retórica também e chamava a incógnita de *radix* (raiz), quadrado de *censos* e seu cubo de *cubus*. Essa representação já havia sido criada anteriormente e durou mais três séculos. Assim, Fibonacci escrevia *radix quadratus 25 aequalis 5* para representar a notação atual  $\sqrt{25} = 5$ . E, em 1220, consagrou o uso da letra  $R$  para representar a raiz quadrada, logo,  $R 25 = \sqrt{25}$ .

De acordo com Contador (2008), essa mesma nomenclatura foi utilizada por Luca Pacioli, porém, acrescida da letra  $v$ , quando a expressão envolvia dois ou mais radicais. Desta maneira,  $\sqrt{\sqrt{20} - 5}$  era representado por  $RvR 20\tilde{m}5$ , em que  $Rv$  era chamado *radix universaliz* e indicava que a raiz quadrada envolve toda a expressão.

No século XV, Regiomontanus (1436-1476) começou a empregar símbolos ao invés de palavras para se referir a incógnitas e ao seu quadrado. Ele utilizou a letra  $xis$  e um traço horizontal para representar a igualdade, abandonando a palavra *aequalis*. Em

<sup>7</sup> Moura *et al.* (2016) concordam com Tobias Dantzig, ao definir o número como linguagem da ciência. De acordo com esse autor, foi o número que engendrou a ciência. Criada da técnica, a matemática emancipou-se dela, desenvolvendo um processo de abstração que gerou a ciência.

<sup>8</sup>“O desenvolvimento da notação algébrica evoluiu ao longo de três estágios: o retórico (ou verbal), o sincopado (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o simbólico” (BAUMGART, 1992, p. 03).

1484, o francês Nicolas Chuquet (1445-1488) aperfeiçoou a ideia de Fibonacci e empregou os símbolos  $R^2$ ,  $R^3$ ,  $R^4$  etc. para representar, respectivamente, as raízes quadradas, cúbica, quarta etc. Porém, não utilizou a ideia para indicar as potências das incógnitas por meio de expoentes. Por exemplo, a expressão com nossa simbologia  $5x^2 + 4x - 21$  seria escrita como  $5^3\bar{p}4^1\bar{m}21$ , com  $\bar{p}$  e  $\bar{m}$  representando os sinais<sup>9</sup> + e -. Da mesma forma, a notação moderna para  $\sqrt{29 - \sqrt{180}}$  equivalia a  $R)^2 29\bar{m}R)^2 180$ .

Apenas em 1489 o alemão Johann Widmann (1460-1498) publicou uma aritmética comercial, na qual apareceram os sinais + e - no sentido de excesso e falta de peso em caixas de mercadorias. Em 1518, o vienense Heinrich Schreiber (1496-1525) escreveu um livro usando esses sinais em álgebra.

Em 1525, o alemão Christoff Rudolff (1499-1545) contribuiu para a simbologia com o uso do sinal  $\sqrt{\quad}$  para raiz quadrada, mas os símbolos  $R$  e  $R_r$  foram utilizados até o final do século XVII. Na França, somente em 1551 foi publicado um livro com os sinais alemães para soma, subtração e raiz quadrada e, na Itália, em 1608.

Contador (2008) afirma ainda que, em alguns lugares, como na Alemanha, foi utilizada a letra  $l$ , derivada de *latus* ou lado, que significava o lado de um quadrado. Assim, escrevia-se  $l5$  para representar  $\sqrt{25}$ . Desta forma, a partir de 1202, com Fibonacci, é que o símbolo  $\sqrt{\quad}$  teve origem na letra  $r$  da palavra *radix*, levando o nome de radical pelo mesmo motivo.

É importante lembrar que a consolidação de todo simbolismo matemático utilizado atualmente ocorreu em 1591, com forte influência de François Viète e aperfeiçoada, posteriormente, em 1637, por René Descartes. “Descartes ia mais longe do qualquer de seus predecessores em sua álgebra simbólica, e na interpretação geométrica da álgebra” (BOYER, 1996, p. 232). Logo, ele mostrou o inverso do que ocorrera no tempo dos gregos, ou seja, que a álgebra poderia servir de ferramenta para os estudos de geometria.

Nesse momento, iniciou-se o uso de letras minúsculas do alfabeto, para representar as grandezas conhecidas, e letras maiúsculas, para as desconhecidas. “Essa simbologia será modificada em *A Geometria*, nesse texto utilizará as letras minúsculas do fim do alfabeto: x, y, z, para as variáveis e as letras do início do alfabeto, também

---

<sup>9</sup>“Há quem diga que + e - derivam das letras minúsculas  $p$  e  $m$  (de *plus* e *minus*, em latim), mas há indícios de que + veio de *et* ( $e$ , em latim)” (GARBI, 2006, p. 447).

minúsculas: a, b, c para os parâmetros conhecidos, coeficientes das equações” (VAZ, 2007, p. 124, grifo do autor). Desta maneira, o uso de letras do começo do alfabeto para parâmetros e das do fim como incógnitas, bem como a adaptação da notação exponencial a estas, fez com que a notação de Descartes se consolidasse, avançando muito do ponto em que os gregos se tinham detido (BOYER, 1996).

Garbi (2006) entende que a simbologia utilizada por Descartes foi um avanço naquilo que Viète fizera e está próxima da empregada atualmente. O fato é que Descartes proporcionou à Matemática uma nova direção, ao mostrar que os números e as formas representam duas faces inseparáveis.

Na Inglaterra, Robert Recorde (1510-1558) criou o símbolo para igualdade como dois traços horizontais paralelos (=). O inglês William Oughtred (1574-1660) criou o “x” como sinal de multiplicação e os pontos das proporções (a:b:c:d). Thomas Harriot (1560-1621) contribuiu com os símbolos > (maior que) e < (menor que) e, talvez, o ponto de multiplicação (a.b). Em 1626, Albert Girard (1595-1632) utilizou pela primeira vez o símbolo  $\pm$  e, em 1629, teve a ideia de expressar os índices das raízes por meio de números colocados na abertura em V do sinal da raiz quadrada ( $\sqrt[n]{\quad}$ ).

O sinal da divisão ( $\div$ ) foi criado pelo matemático suíço Johann Heinrich Rahn (1622-1676). Nicole Oresme, ainda no século XIII, foi o primeiro a compreender o conceito de expoente fracionário, mas a simbologia atual veio de Isaac Newton (1643-1727), em 1676, assim como expoentes negativos. Neste sentido, “a fase antiga (elementar), que abrange o período de 1700 a.C. a 1700 d.C., aproximadamente, caracterizou-se pela invenção do simbolismo [...]” (BAUMGART, 1992, p. 03).

Diante do exposto, constata-se que o desenvolvimento da simbologia da raiz quadrada perpassa por um percurso lógico-histórico milenar. No geral, os conceitos matemáticos foram reduzidos e definidos com seus respectivos símbolos. E, como mostra Kopnin (1972, p. 69), “[...] desse pequeno número de conceitos pode-se construir ou extrair todos os demais, apresentando-os como uma combinação desses símbolos”. Assim, essa combinação de símbolos baseia-se nas normas gerais formuladas por meio da introdução de símbolos.

Dessa forma, a linguagem matemática, por meio de palavras, corresponde ao início da elaboração dessa linguagem. Depois, “o uso da letra alfabética para designar um parâmetro ou uma incógnita liberou definitivamente a álgebra da escravidão do verbo” (IFRAH, 2010, p. 338). No mesmo sentido, Moura *et al.* (2016) colocam que a escrita se

faz ao registrar qualidade e quantidade, sem diferenciá-las, e que o aprofundamento desses dois contrários conduziu à separação do numeral do alfabeto, pois o numeral evoluiu, repelindo a palavra e dela emancipando-se.

Desse modo, os conceitos aritméticos se firmam na linguagem na forma de símbolos números, os conceitos algébricos se estruturam com um sistema de símbolos literais para realizar as operações com os números, e os conceitos geométricos utilizam dos anteriores para trabalhar com medidas e formas. A inter-relação da aritmética, álgebra e geometria conduziu os avanços da matemática.

Desta forma, o símbolo adquiriu uma significação que ultrapassava o objeto representado, tornando-se a partir de então um ser matemático completo, submetido às regras do cálculo ordinário. Graças a isto, a letra permitiu que os raciocínios fossem abreviados e sistematizados, dando acesso muito mais fácil ao abstrato (IFRAH, 2010, p. 338).

Vale ressaltar, como mostra Silveira (2015), que o signo matemático é morto para o aluno. Daí a necessidade de o professor mediar o conceito do signo de forma que este se torne compreensível para o aluno. O professor conduz o aluno a dar vida a esse signo morto, visto que a “tradução” da linguagem matemática para a linguagem materna exige a compreensão dos símbolos matemáticos. Isso ocorre, principalmente, porque “[...] o movimento de criar significados aos símbolos objetivados por meio da linguagem matemática é mediado pela subjetividade do aluno” (p. 182).

Entende-se, assim, que o simbolismo matemático atua como intermediador entre o objeto e seu conceito, sendo que cabe ao professor mediar o processo de assimilação, pelo estudante, do símbolo/signo matemático e de seus significados. Mais uma vez fica evidente a importância da teoria do ensino desenvolvimental para ajudar na organização do ensino pelo professor, pois esta precisa analisar a linguagem matemática, que pretende ser unívoca, utilizando a linguagem materna, que é polissêmica.

Diante do exposto, ressalta-se a necessidade da análise lógico-histórica do conceito de raiz quadrada e de sua rede conceitual. Boyer (1996), Eves (1996), Garbi (2006) e Ifrah (2010) não escreveram especificamente sobre o desenvolvimento histórico desse conceito.

Contudo, esses historiadores da Matemática apresentam que o início dessa ciência se deu no processo de contagem e, posteriormente, com a formação dos sistemas numéricos. A partir do conceito de multiplicação, outros conceitos estão interligados em

sua base teórica, como a ideia de sequência. A progressão aritmética é indicadora dos expoentes, e a progressão geométrica indicadora das potências, sendo esta essencial para a compreensão da rede conceitual de radiciação.

Caraça (1984), quando se refere às operações aritméticas, afirma que, a partir das quatro operações, conhecidas como operações fundamentais, surgem outras três que se ligam imediatamente. Assim, da adição, subtração, multiplicação e divisão, surgem a potenciação, a radiciação e a logaritmação. O Quadro 4 apresenta essas sete operações.

Quadro 4 - Agrupamento das operações diretas e inversas.

Graus	Diretas	Inversas
1º	Adição	Subtração
2º	Multiplicação	Divisão
3º	Potenciação	Radiciação Logaritmação

Fonte: elaborado pela autora com base em Caraça (1984, p. 17).

Cedro, Moraes e Rosa (2010) pontuam que é no conceito de números reais que todas as operações fundamentais do cálculo são possíveis de serem concretizadas, pois são as propriedades formais das sete operações fundamentais expostas que formam o conjunto das leis operatórias do cálculo. “As leis operatórias e as propriedades estruturais são mantidas em todos os campos numéricos, porém, quanto mais particular for o campo numérico, menos operações serão possíveis de serem realizadas” (p. 434-435).

Sobre as operações inversas, Caraça (1984) explica que, em relação a cada uma das operações diretas, pode-se colocar o seguinte problema: dado o resultado da operação e um dos dados, determine o outro dado. Ou seja, colocar “este problema é pôr o problema da inversão das operações que resolvem o problema, para cada caso, chamam-se operações inversas das primeiras” (p. 20). Isso significa que as operações inversas surgiram da impossibilidade de resolução dentro do campo dos números naturais.

Nesse caminho, a inversão na adição consiste em, dada uma soma e uma das parcelas, determinar a outra. Em virtude da propriedade comutativa da adição, as funções das duas parcelas podem se trocar, onde as duas inversas fundem-se numa só, que se chama subtração. Exemplo:  $2 + 3 = 5$  e  $3 + 2 = 5$ .



Na multiplicação, a inversão ocorre em, dado o produto e um dos fatores, determinar o outro. Da mesma forma, devido à propriedade comutativa do produto, as duas inversas se fundem em uma só, a divisão. Exemplo:  $2 \cdot 3 = 6$  e  $3 \cdot 2 = 6$ .

Na potenciação, a inversão consiste em, dada a potência de um dos dados, base ou expoente, determinar o outro. Neste caso, há de fato duas inversas, porque não existe comutatividade na potenciação. Exemplo:  $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$  e  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ . Assim, “aquela inversa pela qual, dada a potência e o expoente, se determina a base chama-se radiciação; aquela pela qual, dada a potência e a base, se determina o expoente chama-se logaritmação” (CARAÇA, 1984, p. 20).

Nesse contexto, compreende-se que a radiciação é uma potência de expoente racional. Iezzi, Dolce e Murakami (1993) trazem a seguinte definição:  $a \in \mathcal{R}_+^*$  e  $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$  ( $p \in \mathbb{Z}$  e  $q \in \mathbb{N}^*$ ), definindo-se potência de base  $a$  e expoente  $\frac{p}{q}$  pela relação:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Caraça (1984) diz que radiciação é a operação pela qual, dado um número  $a$  e um número  $n$ , se determina um novo número:  $b = \sqrt[n]{a}$ , tal que seja  $a = b^n$ . Logo,  $a = b^n \rightarrow b = \sqrt[n]{a}$ , sendo que, na segunda relação, o número  $a$  chama-se radicando. O sinal  $\sqrt{\quad}$  chama-se sinal de radical, o número  $n$  índice do radical, e o número  $b$  raiz.

No caso da raiz quadrada, caso particular de radiciação, a potência possui expoente  $\frac{1}{2}$ , o que implica uma potência de base  $a$  e expoente  $\frac{1}{2}$ , estabelecida pela relação:

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

Assim, dado um número  $a$  e um número  $n = 2$ , se determina um novo número,  $b = \sqrt{a}$ , tal que seja  $a = b^2$ . Neste caso, é o inverso da potenciação de um número elevado a 2. Logo,  $a = b^2 \rightarrow b = \sqrt{a}$ .

O que se presencia sobre radiciação, em especial à raiz quadrada nos livros didáticos e nas apostilas em geral, são definições caracterizadas pelo ensino formal e sem relações conceituais. Um exemplo de definição de raiz quadrada é: “*a raiz quadrada de um número racional  $a$  é um número racional positivo que elevado ao quadrado dá como resultado  $a$* ” (BARROSO, 2006, p. 140, grifos nossos).

Quando o resultado da raiz é um valor inteiro, esse número é chamado de quadrado perfeito, ou seja, quando a raiz de um número inteiro resulta em outro número inteiro, ele possui raiz exata. No caso de um quadrado perfeito, a definição recorrente é:

“raiz quadrada aritmética de um quadrado perfeito positivo é o número positivo cujo quadrado é igual ao número dado” (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2000, p.133, grifos nossos). Considerando-se apenas o conjunto dos números naturais, tem-se: “a raiz quadrada de um número natural é um número natural que, elevado ao quadrado, resulta no primeiro” (CENTURIÓN; JAHUBOVIC, 2015, p. 44, grifos nossos).

No geral, com o intuito de simplificar essas definições, é recorrente encontrar a seguinte memorização: se é potência, passa para o outro lado em forma de raiz. Desta maneira, a raiz quadrada se torna um conceito de uma única significação, desprezando-se a importância de toda a sua rede conceitual para sua compreensão.

As pesquisas desenvolvidas por Damazio (2006, 2011) revelam uma conexão conceitual de radiciação, envolvendo os conceitos de numeração, contagem, agrupamento, adição, multiplicação, potenciação, exponencial, logaritmo e sequências numéricas.

Considerando-se esse caso específico de radiciação, salienta-se que a análise do conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos, evidenciou, principalmente, uma relação geral com os conceitos de número, agrupamento, adição e multiplicação e uma relação particular com os conceitos de potenciação, área de um quadrado e raiz quadrada exata. Neste movimento, a essência dessa rede conceitual é a multiplicação. Identificar essa relação universal é a grande contribuição da análise do conteúdo para a organização do ensino em questão, como mostra o quadro abaixo.

Quadro 5 - Conexões conceituais analisadas.

$\frac{a}{c} = n, c \neq 0$	Fórmula geral para o número
$a = n \cdot c$	Multiplicação
$a = \underbrace{c + c + \dots + c}_n$	Agrupamento/Adição
Se $n = c$ $a = n \cdot n$	Produto de fatores iguais
$a = n^2$	Potenciação
$n = \sqrt[2]{a}, a \in \mathbb{N}$	Raiz quadrada exata

Fonte: elaborado pela autora.

Desse modo, se faz necessário entender os conceitos matemáticos dentro de um sistema de conceitos que se relacionam, atribuindo significados aos seus símbolos para a compreensão dos processos de generalização realizados. Para Vigotski (2009, p. 295), “a tomada de consciência dos conceitos se realiza através da formação de um sistema de conceitos”.

Nesse caminho, tanto a linguagem escrita quanto a linguagem matemática não podem ser ensinadas apenas como resultado do desenho de letras e construção de palavras, uma vez que o domínio dessas linguagens significa, para a criança, compreender um sistema bastante complexo de signos simbólicos, o qual possibilita o desenvolvimento de suas funções psicológicas superiores. Deste modo, o ensino de ambos os conhecimentos não pode se firmar no uso mecânico de técnicas e memorização, ou ainda na fragmentação ou superficialidade do pensamento, pois, desta forma, o processo de desenvolvimento do pensamento das crianças fica limitado. Ao contrário, a linguagem escrita e a linguagem matemática devem ser um meio de desenvolvimento da criança enquanto um sistema particular de signos e símbolos, elevando-se a capacidade de abstração e generalização.

É importante explicitar, mais uma vez, que o interesse pelo ensino do conceito e sua rede conceitual em análise surgiu ao longo das reuniões de estudo e pesquisa do grupo de estudo do TRABEDUC na UFG, quando foi elaborado um plano de ensino desenvolvimental para uma outra pesquisa, realizada no ano de 2017. A partir do aprofundamento dos estudos sobre a teoria desenvolvimental e após um encontro com a professora de Matemática da escola campo, que solicitou que o conteúdo de radiciação fosse iniciado, conseguiram-se definir o conceito a ser trabalhado e as respectivas tarefas.

Ressalta-se, ainda, que, de acordo com o Currículo de Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, documento que direcionava os conteúdos a serem trabalhados em cada ano escolar, o conteúdo radiciação era abordado, inicialmente, no 7º ano, aprofundando-se gradualmente até o 9º ano. Considerando-se que os conceitos de potenciação, operação inversa da radiciação, encontravam-se no 6º ano, decidiu-se por iniciar o conteúdo de radiciação pelo conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos naturais, para realização do experimento didático-formativo desta pesquisa.

Cabe ressaltar que a proposta do Currículo de Referência para a disciplina de Matemática apresentava uma estrutura do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental e da 1ª a

3ª séries do Ensino Médio, com os conteúdos explicitados a partir das expectativas de aprendizagem, organizados em quatro eixos temáticos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação.

Sobre essa proposta curricular, acrescenta-se que os conteúdos são apresentados de forma segmentada, fragmentada e isolada, principalmente ao romper com a relação entre forma, número e grandeza. Desta forma, essa proposta bimestralizada amarra o professor de forma determinística, tirando assim a capacidade de um trabalho autônomo e criativo.

As reformas curriculares, que implantam propostas como o Currículo de Referência, e atualmente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) evidenciam claramente o resultado de uma perspectiva neoliberal e economicista de educação e de conhecimento escolar, ao colocar competências e habilidades mentais como fundamentos e horizontes do currículo escolar. Esses modelos curriculares contribuem significativamente para alijar, ainda mais, as crianças e os jovens da classe trabalhadora do acesso aos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade, nos campos da ciência, da arte e da filosofia.

Lopes (2018) explica que a busca por um projeto de base unificadora e homogeneizadora, via BNCC ou qualquer outra organização centralizada do currículo, é o argumento na busca pela qualidade da educação. Entretanto, pouco se problematiza a noção de qualidade da educação,

[...] sendo reduzida a uma vaga noção de qualidade de ensino, de assimilação de conteúdo, ao cumprimento de expectativas de aprendizagem. Consequentemente, a qualidade da educação passa a ser identificada com resultados positivos nos exames nacionais e internacionais e o currículo torna-se cada vez mais dirigido pelas avaliações (LOPES, 2018, p. 26).

Refém de um conteudismo tão ultrapassado quanto a estrutura disciplinarista que o organiza, a BNCC pressupõe, equivocadamente, que a melhoria da qualidade das aprendizagens seria produzida por meio de um currículo único para estudantes de todo o país, controlado de fora da escola por avaliações de larga escala e material didático padronizado, além de um sistema de prêmios e castigos destinado ao controle de docentes, gestores e estudantes (OLIVEIRA, 2018, p. 56).

Nesse mesmo sentido, Vieira e Feijó (2018) destacam que a BNCC beneficia as editoras de livros didáticos e as organizações empresariais, desfavorecendo ainda mais a autonomia profissional dos professores da Educação Básica. Assim, “[...] além de sua

limitada compreensão do sentido e significado do que seja currículo, ajuda no empobrecimento do conhecimento, que se torna reduzido à mera competência, e não opera para a vida qualificada pela cultura, mas para produtivismo econômico” (p. 43).

Nesse entendimento, isso está abrindo caminhos para a inserção de ideias e práticas conservadoras e anticientíficas nas escolas, como o Projeto de Lei Escola Sem Partido, e a exclusão de conteúdos de ensino considerados “perigosos” para as crianças e os jovens, assim como os estudos sobre gênero e sexualidade (DUARTE, 2018). Criticou-se, então, a concepção de currículo baseado em competências e habilidades e defendeu-se o currículo escolar baseado no conhecimento, a partir de concepções de conhecimento escolar e currículo emanadas da Pedagogia Histórico-Crítica de Saviani (2008, 2011) e das análises de Young (2007, 2011, 2016).

O currículo na concepção histórico-crítica tem como objeto o desenvolvimento das funções psicológicas superiores dos estudantes nas suas máximas possibilidades dentro das condições históricas atuais, o que nas palavras de Dermeval Saviani significa produzir, em cada indivíduo singular, a humanidade que é produzida, histórica e coletivamente, pelo conjunto dos homens. Tal processo implica na seleção, organização e sistematização lógica e metodológica dos conhecimentos científicos, artísticos e filosóficos ao longo do tempo-espaço escolar (GAMA, 2015, p. 213).

Entende-se o acesso ao conhecimento, à aprendizagem e ao desenvolvimento como um conjunto de processos relacionados entre si e que ainda parece estar num horizonte distante das proposições curriculares advindas da política educacional e do que se pode considerar uma educação escolar de qualidade.

Concorda-se com Young (2011), quando o autor afirma que as atuais políticas educacionais pouco ou nada compreendem sobre o que é importante que os alunos saibam, marginalizando e até mesmo ignorando a questão do conhecimento no currículo escolar. Como argumenta Duarte (2018, p. 143), essa visão neoliberal de educação leva à aceitação do mundo tal como ele é e à conformação social e individual tão necessária à reprodução do capitalismo: “[...] as novas gerações são formadas para o conformismo ativo e participativo [...]. Não por acaso os currículos enfatizam a formação de competências e os ‘projetos de vida’”.

Na contramão de teorias mais contemporâneas que problematizam e até mesmo questionam que a base do currículo é o conhecimento sintetizado e sistematizado sob a

forma da ciência, da arte e da filosofia, Young (2007) elabora o conceito de diferenciação do conhecimento como uma forma de distinção entre conhecimento escolar e não escolar.

Ainda segundo Young (2007, p. 1299), “O currículo tem que levar em consideração o conhecimento local e cotidiano que os alunos trazem para a escola, mas esse conhecimento nunca poderá ser uma base para o currículo”. O autor argumenta que muitos conhecimentos importantes para a formação dos alunos, sob a forma de conceitos, estarão fora de seu cotidiano e até mesmo irão se contrapor a esse cotidiano.

As escolas são lugares onde o mundo é tratado como um “objeto de pensamento” e não como um “lugar de experiência”. Disciplinas como história, geografia e física são as ferramentas que os professores têm para ajudar os alunos a passarem da experiência ao que o psicólogo russo Vygotsky, se referiu como “formas mais elevadas de pensamento”. As disciplinas reúnem “objetos de pensamento” como conjuntos de conceitos sistematicamente relacionados (YOUNG, 2011, p. 615).

Ao “esvaziar de conteúdo” o currículo escolar, nega-se o acesso a esse conhecimento justamente àqueles que dele mais precisam e coloca quem defende o currículo baseado em conhecimento (pesquisadores, formadores de professores e professores das escolas) numa posição difícil, associando tal defesa a uma concepção tradicional de educação. É necessário, portanto, esclarecer que há uma grande diferença entre a defesa que se faz do currículo baseado em conhecimento e uma concepção conservadora, instrumentalista e elitista de educação.

O quadro abaixo apresenta a composição dos conteúdos do 6º ano Fundamental, o qual, de acordo com o Currículo de Referência da Rede Estadual de Ensino de Goiás, o conteúdo de potenciação é desenvolvido no 4º bimestre.

Quadro 6 - Composição dos conteúdos do 6º ano do Ensino Fundamental.

	<b>EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM</b>	<b>EIXOS TEMÁTICOS</b>	<b>CONTEÚDOS</b>
<b>4º BIMESTRE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer, analisar, relacionar e comparar números racionais expressos na forma fracionária.</li> <li>Reconhecer, analisar, interpretar, relacionar, formular e resolver mentalmente ou por escrito situações-problema do cotidiano que envolvem números naturais e racionais, compreendendo diferentes significados das operações.</li> </ul>	Números e operações	Números naturais e racionais

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar uma potência com expoente inteiro positivo a uma multiplicação de fatores iguais, utilizando argumentos orais e escritos.</li> <li>• Compreender e utilizar a potenciação e suas propriedades operatórias, a fim de simplificar a leitura e a escrita de ‘grandes e pequenos’ números, fazendo uso, por exemplo, da notação científica.</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer circunferência e círculo e diferenciá-los.</li> <li>• Identificar os elementos de uma circunferência: corda, raio, centro e diâmetro.</li> </ul>	Espaço e forma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formas planas e não planas <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formas geométricas espaciais</li> </ul> </li> <li>• Polígonos, triângulos e quadriláteros</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formular, analisar e resolver situações do cotidiano que envolvam perímetro, área e volume.</li> <li>• Calcular área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.</li> </ul>	Grandezas e medidas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sistema de medida</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender o processo de cálculo de média aritmética simples e composta e sua importância no dia-a-dia.</li> <li>• Compreender o significado da média como um indicador da tendência de uma pesquisa.</li> </ul>	Tratamento da informação	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabelas, gráficos e fluxogramas <ul style="list-style-type: none"> <li>• Médias aritméticas simples e ponderadas</li> </ul> </li> <li>• Noção de proporcionalidade e de porcentagem.</li> </ul>

Fonte: Currículo de Referência da Rede Estadual de Ensino de Goiás (2012, p. 144).

Em se tratando do conteúdo de radiciação, este aparece apenas no 1º bimestre do 7º ano, no Currículo de Referência, como mostra o quadro abaixo. Neste contexto, a operação inversa de potenciação é iniciada somente no ano posterior, fragmentando-se ainda mais os nexos entre esses conceitos e dificultando o trabalho pedagógico com os conceitos como uma rede conceitual.

Quadro 7 - Composição dos conteúdos do 1º bimestre do 7º ano do Ensino Fundamental.

	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	EIXOS TEMÁTICOS	CONTEÚDOS
1º BIMESTRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a radiciação como a operação inversa da potenciação e representá-la em forma de potência com expoente fracionário;</li> <li>• Compreender as propriedades das operações numéricas e aplicá-las em situações diversas;</li> <li>• Localizar no plano cartesiano pontos com coordenadas inteiras ou fracionárias;</li> <li>• Compreender as frações e utilizá-las em situações diversas;</li> <li>• Calcular porcentagens em situações diversas do cotidiano ou não;</li> <li>• Resolver situações-problema que envolvam porcentagem, por meio de estimativas.</li> </ul>	Números e operações	Números inteiros Números racionais

Fonte: Currículo de Referência da Rede Estadual de Ensino de Goiás (2012, p. 145).

Sendo assim, considerando-se a intrínseca relação entre potenciação e radiciação, e ainda que o trabalho com estes conceitos se inicia apenas no 7º ano – conduzido geralmente a partir do caso particular de raiz quadrada de números quadrados perfeitos –, decidiu-se planejar as tarefas do nosso experimento didático-formativo pensando no ensino de raiz quadrada exata no 6º ano do Ensino Fundamental. Assim, se promoveriam a aprendizagem ativa e criativa deste conceito e o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos.

A partir da definição lógica, histórica e curricular do conceito a ser trabalhado, elaborou-se um plano de ensino desenvolvimental das tarefas de estudo, visando a impulsionar tanto a assimilação e formação do conceito como o desenvolvimento das funções psíquicas dos estudantes, conforme será apresentado a seguir.

### 2.2.2 As tarefas de estudo

Para a realização do experimento didático-formativo, o professor elabora um plano de ensino a partir da proposição de tarefas de estudo que podem levar os alunos a realizarem determinadas ações mentais, por meio das quais vão dominando os procedimentos mentais referentes aos conceitos teóricos. Para isso, o professor precisa associar o aspecto lógico e o aspecto epistemológico do conteúdo a ser ensinado. No ensino desenvolvimental, a formação do conceito se dá no decorrer da realização de uma



tarefa de estudo e culmina no desenvolvimento das capacidades psíquicas (FREITAS; ROSA, 2015).

Resende (2019) entende que os símbolos e os signos são meios de idealização, padronização e transformação dos objetos para o plano mental, os quais são fundamentais na abstração. Os símbolos elucidam a essência do conceito, sendo que, na Matemática, a linguagem simbólica algébrica permitiu atingir níveis mais gerais de abstração e generalização. Desta maneira, o pensamento teórico, ao fazer uso de símbolos, busca construir modelos que representam as relações essenciais dos conceitos.

Pensando assim, as tarefas de estudo foram propostas com o intuito de exigir dos alunos a análise do conteúdo a ser assimilado para a descoberta da relação geral presente neste. Nesta perspectiva, a partir dessa análise, pelo processo de abstração e generalização substanciais, inicia-se a dedução das relações particulares do conteúdo para a construção de seu núcleo conceitual.

Assim, “[...] é a tarefa de estudo que requer uma ação mental de análise e de generalização teórica (ou substancial)” (DAVÍDOV, 1988, p. 180, tradução nossa). Em outras palavras, é por meio da análise das tarefas de estudo que ocorre o processo de assimilação dos conhecimentos teóricos, chegando-se à generalização substantiva.

Dávíдов considera conhecimento teórico ao mesmo tempo como produto do desenvolvimento histórico do conceito e processo mental de sua constituição. Conhecimentos teóricos são, então, categorias mentais que tornam possível lidar com os objetos de conhecimento da realidade, procedimentos lógicos da mente, isto é, conceitos gerais possíveis de serem aplicados a situações particulares (LIBÂNEO; FREITAS, 2019, p. 224).

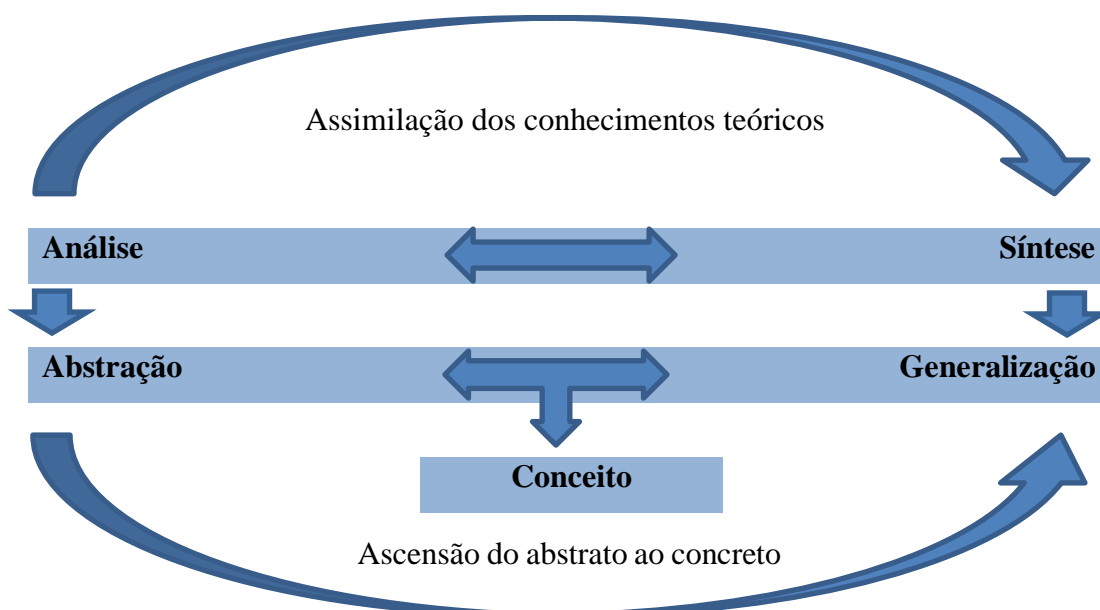
Nesse movimento, com a assimilação de um novo conceito ou um novo modo de ação, desenvolve-se o pensamento do desconhecido ao conhecido. Desta forma, a tarefa de estudo está internamente ligada ao desenvolvimento, no estudante, de um nível teórico de assimilação dos conhecimentos ou de desenvolvimento do pensamento teórico.

Libâneo e Freitas (2019) afirmam que, de acordo com Davydov, a abstração é o momento inicial de análise do objeto de estudo na busca de seus aspectos essenciais. Já a generalização é uma atividade de síntese que culmina na sistematização do conceito. Dávíдов (1988) compreende o movimento da abstração/generalização substantiva como ascensão do abstrato ao concreto, representando a síntese. Logo, a abstração e a

generalização são procedimentos mentais conexos com o processo de ascensão do pensamento do abstrato ao concreto.

Com base nas proposições davydovianas, Libâneo e Freitas (2019) evidenciam que o modo de reprodução teórica do objeto ocorre pela ascensão do pensamento do abstrato ao concreto, e os procedimentos mentais, para se chegar ao conceito, são a abstração, a generalização e o conceito. Neste ínterim, procurou-se organizar um ensino a partir de tarefas que impulsionassem os alunos a fazer generalizações conceituais, como sintetizado na Figura 2.

Figura 2 - Movimento do pensamento na realização das tarefas de estudo.



Fonte: elaborado pela autora com base em Davídov (1988).

Davídov (1988) enfatiza que é durante o cumprimento da tarefa de estudo que, juntamente com a assimilação dos conhecimentos teóricos, desenvolvem-se a consciência e o pensamento teóricos. É nesse processo, também, que surgem e se desenvolvem as novas formações psicológicas, que serão objetos de análise nesta investigação.

É necessário ressaltar que, além do processo mental de análise e síntese na assimilação dos conceitos teóricos pelo movimento da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto, por meio dos procedimentos mentais de abstração, generalização e conceito, Davídov (1988) também considera a reflexão, análise e o plano interior das ações como elementos para o desenvolvimento das capacidades psíquicas.

Essas capacidades de reflexão, análise e plano interior das ações se revelam nesse processo e estão interligadas e em dependência. Essas ações mentais, de acordo com esse autor, possuem duas formas básicas: a empírica e a teórica. É importante destacar que a abstração e a generalização são fundamentadas nessas duas formas de ação.

A reflexão consiste, portanto, na busca, pelo aluno, dos fundamentos essenciais de suas próprias ações, ou seja, consiste na tomada de consciência do aluno de suas ações diante da tarefa de estudo. É mediante a reflexão que o sujeito compreende as operações das ações e condições necessárias para a sua realização.

A análise é o procedimento de busca da relação geral do objeto em estudo, ou seja, investiga-se o modo universal para a resolução das tarefas. É na análise que a capacidade de generalizar se revela na compreensão conceitual.

O plano interior das ações é a capacidade de operar com o conceito e sua efetivação na assimilação do conhecimento teórico presente no conteúdo e na forma do pensamento. Este possibilita as transformações mentais do objeto que, de acordo com Libâneo e Freitas (2019, p. 228), “vai da relação geral às tarefas particulares em que essa relação se manifesta”.

Além de tentar buscar a reflexão, análise e o plano interior das ações como elementos para o desenvolvimento das capacidades psíquicas, a elaboração das tarefas procurou provocar e analisar as seis ações de estudo sintetizadas por Davídov (1988), abordadas anteriormente: 1) transformação dos dados da tarefa para revelar o núcleo do conceito; 2) modelação da relação conceitual básica identificada; 3) transformação do modelo e análise das suas relações; 4) realização de tarefas particulares utilizando o conceito; 5) controle das ações anteriores realizadas, e 6) avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução das tarefas de estudo dada. É importante ressaltar que essas ações não ocorrem, necessariamente, de forma sequencial.

Nesse sentido, o plano de ensino envolveu tarefas que procuraram apresentar o movimento do conceito do geral ao particular, com o objetivo de revelar a relação nuclear entre as seguintes unidades conceituais: número  $\leftrightarrow$  multiplicação  $\leftrightarrow$  potenciação  $\leftrightarrow$  raiz quadrada exata. É importante ressaltar que se buscou inspiração para nossas tarefas em algumas tarefas propostas por Hobold (2014) para o desenvolvimento das unidades conceituais de número e multiplicação.

Ressalta-se, ainda, que o movimento histórico de raiz quadrada exata estimula o uso do quadrado enquanto unidade de área no ensino, pois essa forma geométrica de

dimensões equivalentes para o comprimento e a largura possibilita a cobertura de toda uma superfície. Favorece, também, a utilização do papel quadriculado e do geoplano, como recursos didáticos que contribuem para a formação do conceito, os quais foram considerados nas tarefas propostas.

Desse modo, para a elaboração das tarefas de estudo, buscou-se: investigar a zona de desenvolvimento próxima dos alunos; mobilizar as funções psíquicas superiores; impulsionar a formação do pensamento teórico, e avaliar se os alunos operam mentalmente com o conceito. O quadro abaixo sintetiza a estrutura do plano de ensino, apresentando a composição das tarefas e suas ações de estudo, dentro de cada unidade conceitual, que será detalhado a seguir.

Quadro 8 - Síntese da estrutura do plano de ensino.

<b>Unidades conceituais</b>	<b>Tarefas de estudo</b>	<b>Ações de estudo</b>
Número	Tarefa 1	1, 2 e 5
Multiplicação	Tarefa 2, 3 e 4	1, 2, 3 e 5
Potenciação	Tarefas 5 e 6	2, 3, 4 e 5
Raiz quadrada exata	Tarefas 7 e 8	2, 3, 4, 5 e 6

Fonte: elaborado pela autora.

Nesse contexto, a primeira unidade conceitual foi pensada com o objetivo de analisar a fórmula geral do número, envolvendo diferentes grandezas e relações, evidenciando-se o conceito de multiplicação como relação geral do sistema conceitual de número. Além dessa relação conceitual, tentou-se conhecer melhor os alunos envolvidos através de um diálogo sobre o surgimento dos números, no intuito de se ter uma noção prévia da zona de desenvolvimento próxima dos alunos. Desta forma, a Tarefa 1 teve como objetivo evidenciar a relação geral do conceito de número com base na relação de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas, segundo Davídov (1988).

A segunda unidade conceitual foi dedicada ao conceito de multiplicação. A Tarefa 2 buscou evidenciar essa operação fundamental como um agrupamento de números iguais, estabelecendo relação entre a adição e a multiplicação, abordada como medição das grandezas por meio da unidade de medida intermediária. Em seguida, a Tarefa 3 envolveu o espaço geométrico da malha quadriculada para o estudo das relações de multiplicidade inserido na grandeza de área, bem como a sua interpretação na reta

numérica. A Tarefa 4 seguiu o mesmo movimento conceitual da tarefa anterior, porém, com um grau maior de dificuldade.

Em sequência, na unidade conceitual de potenciação, foram propostas duas tarefas com o objetivo de relacionar os conceitos de multiplicação e potenciação. A Tarefa 5 permitiu que os alunos transformassem o modelo da multiplicação, representado por uma sequência de áreas retangulares, em uma potenciação de base três. Para melhor assimilação do conceito de potenciação, propôs-se a Tarefa 6, na qual se desenvolveu uma sequência numérica para ser representada por uma potência de base quatro.

Quanto à unidade conceitual de raiz quadrada exata, um caso particular de radiciação, analisou-se a relação com o conceito de potenciação. Para melhor compreensão conceitual, foi proposta a construção de um geoplano, a partir do qual se desenvolveu a Tarefa 7. Esta possibilitou um movimento investigativo na transformação do modelo de potenciação para raiz quadrada exata, evidenciando-se, assim, suas relações. Por fim, foi proposta para os estudantes a Tarefa 8, que consistiu na transformação de um modelo retangular em um quadrado, tarefa que impulsionou os alunos a realizarem uma síntese conceitual de raiz quadrada exata como sendo o valor do lado do quadrado.

Como o pensamento teórico está ligado ao desenvolvimento das funções psicológicas superiores, é necessário ressaltar que em todas as tarefas propostas foi analisado o potencial de mobilizar essas funções, considerando-se a atividade de estudo como atividade principal dos adolescentes que participaram desta pesquisa.

Após a realização das tarefas, levando-se em conta o modelo da relação geral de número para os casos concretos particulares de potenciação e radiciação (raiz quadrada exata), foi proposta uma forma de levar os estudantes à ação de avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução das tarefas de estudo dada. Assim, os alunos realizaram quatro tarefas particulares, individualmente.

Com exceção do diálogo estabelecido inicialmente sobre o desenvolvimento histórico dos números, a dinâmica das aulas aconteceu da seguinte forma: inicialmente, a pesquisadora entregava a folha de registro para cada grupo discutir, analisar e desenvolver as tarefas propostas dentro da unidade conceitual daquela aula e, de acordo com os questionamentos de cada grupo, se realizavam as mediações necessárias. Por fim, após a realização das tarefas, a pesquisadora discutia a realização das tarefas com os alunos,

colocando-os no controle das ações realizadas anteriormente. No final de cada folha de registro, havia um espaço para os grupos sintetizarem os conceitos apreendidos.

Em conformidade com essas proposições, foram eleitas a reflexão, a análise e o plano interior das ações como unidades conceituais de análise, visando a investigar a atividade de pensamento dos alunos durante a realização das tarefas. De acordo com Davídov (1988), o cumprimento, pelos estudantes, das ações de estudo, pressupõe a presença da reflexão, da análise e do plano interior das ações substantivas. “Ao mesmo tempo, algumas ações de estudo estão vinculadas predominantemente com umas e outras das neoformações citadas” (p. 231, tradução nossa). Por isso, durante a assimilação dos conceitos teóricos, surgem condições que favorecem a constituição destas neoformações psicológicas.

O Quadro 9 apresenta os principais aspectos abordados pelo plano de ensino do experimento didático-formativo desenvolvido em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental II.

Quadro 9 - Síntese do plano de ensino do experimento didático-formativo.

<b>PLANO DE ENSINO: EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO</b>
<b>SÍNTESE DAS TAREFAS DE ESTUDO</b>
<b>6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II</b>
<b>Objetivo geral:</b> analisar o processo de formação do conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos na realização de tarefas de estudo, elaboradas a partir dos pressupostos psicológicos e didáticos da teoria do ensino desenvolvimental.
<b>Sistema conceitual:</b> número, agrupamento, adição, multiplicação, medida de unidade de área, potenciação e raiz quadrada.
<b>SITUAÇÃO SOCIAL DE DESENVOLVIMENTO DOS ESTUDANTES</b>
<b>Objetivo:</b> entender a situação social e escolar de desenvolvimento dos alunos, para situar o sistema conceitual na zona de desenvolvimento próximo e realizar as modificações necessárias nas tarefas de estudo.
<b>Ação:</b> aula expositiva dialogada sobre o percurso lógico e histórico do conceito de número, buscando identificar os conhecimentos prévios, mobilizar a atenção e despertar os motivos e interesses dos alunos para realizarem tarefas com o conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos.
<b>A REFLEXÃO: TOMADA DE CONSCIÊNCIA DA AÇÃO</b>
<b>Tarefa 1</b> (realizada em grupos de três alunos)

<p><b>Objetivo:</b> analisar a relação geral do conceito de número por meio de um problema relacionado à grandeza de comprimento.</p>
<p>Transformar os dados da tarefa, a fim de descobrir a relação universal do conceito de número; encontrar o modelo abstrato e universal do conceito teórico de número; buscar significações aritméticas, algébricas e geométricas.</p> <p><b>Ações de estudo:</b> 1, 2 e 5.</p>
<p><b>ANÁLISE SUBSTANTIVA: A IMPORTÂNCIA DA GENERALIZAÇÃO CONCEITUAL</b></p>
<p><b>Tarefa 2</b> (realizada em grupos de três alunos)</p> <p><b>Objetivo:</b> analisar o conceito de multiplicação por meio de um problema relacionado à grandeza de área.</p>
<p>Analisar o procedimento de contagem da multiplicação;          Interpretar o esquema de setas;          Compreender a multiplicação por agrupamento;          Investigar o caráter interno da conexão geradora do conceito de multiplicação.</p> <p><b>Ações de estudo:</b> 1, 2, 3 e 5.</p>
<p><b>Tarefa 3</b> (realizada em grupos de três alunos)</p> <p><b>Objetivo:</b> aprofundar o conceito de multiplicação.</p>
<p>Orientar a percepção e a atenção do espaço geométrico existente pela multiplicação na malha quadriculada;          Analisar a multiplicação por meio da reta numérica;          Investigar a relação entre grandezas discretas e contínuas e suas significações aritméticas, algébricas e geométricas;          Compreender a propriedade comutativa da multiplicação.</p> <p><b>Ações de estudo:</b> 1, 2, 3 e 5.</p>
<p><b>Tarefa 4</b> (realizada em grupos de três alunos)</p> <p><b>Objetivo:</b> investigar a relação entre grandezas e variáveis na multiplicação a partir da grandeza de área.</p>
<p>Deduzir a unidade de medida intermediária em áreas planas de regiões irregulares;          Construir modelos com área regular com a mesma quantidade de unidades de medida básica das regiões irregulares trabalhadas anteriormente;          Explorar a relação universal do conceito de multiplicação.</p> <p><b>Ações de estudo:</b> 1, 2, 3 e 5.</p>

<b>PLANO INTERIOR DAS AÇÕES NA FORMAÇÃO DO CONCEITO</b>
<p><b>Tarefas 5 e 6</b> (realizadas em grupos de três alunos)</p> <p><b>Objetivo:</b> analisar a relação entre os conceitos de multiplicação e potenciação, formalizando a sua expressão literal.</p>
<p>Investigar a essência conceitual de potenciação; Compreender a lógica da sequência definidora de potenciação; Formalizar a expressão literal para o conceito de potenciação.</p> <p><b>Ações de estudo:</b> 2, 3, 4 e 5.</p>
<p><b>Tarefas 7 e 8</b> (realizadas em grupos de dois alunos)</p> <p><b>Objetivo:</b> analisar a relação entre os conceitos de potenciação e radiciação (raiz quadrada exata).</p>
<p>Construir o material pedagógico geoplano; Investigar a essência conceitual de raiz quadrada exata; Transformar o modelo encontrado em potenciação para raiz quadrada de números quadrados perfeitos; Analisar a relação entre os conceitos de potenciação e raiz quadrada exata; Avaliar a assimilação do procedimento geral como resultado das tarefas de estudo dadas.</p> <p><b>Ações de estudo:</b> 2, 3, 4, 5 e 6.</p>

Fonte: quadro elaborado pela autora, relatório de pesquisa.

É importante esclarecer, ainda, que, após a conclusão da elaboração do plano de ensino, a pesquisadora se encontrou mais uma vez com a professora de Matemática da escola e explicou detalhadamente cada tarefa de estudo, de acordo com esse tipo de organização de ensino.

Em síntese, o experimento didático-formativo foi uma pesquisa campo na qual a pesquisadora formulou e desenvolveu um plano de ensino, a fim de impulsionar os alunos a realizarem ações que conduzirão ao domínio dos procedimentos mentais correspondentes ao conceito de raiz quadrada de números quadrados perfeitos.

### 2.3 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA



A instituição de ensino participante da pesquisa localiza-se no centro da cidade de Iporá<sup>10</sup>-GO, região Oeste do Estado de Goiás, com uma população estimada de 31.531<sup>11</sup> habitantes no ano de 2019. A Microrregião<sup>12</sup> de Iporá é composta por 10 municípios, a saber: Amorinópolis, Cachoeira de Goiás, Córrego do Ouro, Fazenda Nova, Iporá, Israelândia, Ivolândia, Jaupaci, Moiporá e Novo Brasil. Para atender a demanda educacional destes municípios, a cidade de Iporá possui duas instituições de ensino superior públicas, a Universidade Estadual de Goiás (UEG) e o Instituto Federal Goiano (IF Goiano). A UEG, Unidade Universitária de Iporá, oferece seis cursos superiores, e o IF Goiano oferta cursos técnicos integrados, técnicos concomitantes ou subsequentes e cursos superiores.

A cidade de Iporá conta também com uma faculdade privada, a Faculdade de Iporá (FAI). Em se tratando da Educação Básica, o Município de Iporá dispõe de 30<sup>13</sup> escolas, sendo 08 estaduais, 15 municipais, 01 federal e 06 privadas. Destaca-se que a sede da Coordenação Regional de Educação se encontra em Iporá, colocando essa cidade como polo regional educacional.

Para a caracterização da escola em que se desenvolveu o experimento didático-formativo desta pesquisa, será apresentada uma breve abordagem sobre os seguintes aspectos: estrutura física, organização administrativa e pedagógica e planejamento do ensino.

A escola “Incógnita”, embora esteja situada no centro, recebe alunos de diferentes setores da cidade e com níveis socioeconômicos distintos. A escola atende 340 estudantes, sendo 89 alunos da zona rural, ofertando Ensino Fundamental I e II: anos iniciais – 1º ao 5º, com 126 alunos, e anos finais – 6 ao 9º anos, com 214 alunos. A escola tem turmas do 6º ao 9º anos, no turno matutino, e turmas do 1º ao 9º anos, no turno vespertino. De acordo com a coordenadora pedagógica, a escola atende 30 alunos com

---

<sup>10</sup>Iporá teve sua origem por volta do ano de 1748, com a formação do Arraial de Pilões, na margem do Rio Claro. No ano de 1749, com a vinda de Gomes Freire de Andrade, Governador das Capitanias de Minas Gerais e do Rio de Janeiro, se firmaram contratos de exploração dos diamantes de Rio Claro e Rio Pilões. O povoado nascente recebeu o nome de Rio Claro. Em 1938, o Distrito de Rio Claro passou a denominar-se Itajubá, topônimo de origem indígena, tupi-guarani, que significa pedra amarela. Em 1943, o distrito de Itajubá passou a denominar-se Iporá, de origem indígena, que significa águas claras (IBGE, 2020).

<sup>11</sup>De acordo com os dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

<sup>12</sup>De acordo com o observatório do mundo do trabalho (2014, p. 04), “a Microrregião de Iporá possui 7.074 km<sup>2</sup> de área total e 59.077 habitantes (8,35 de densidade populacional), distribuídos em 10 municípios. Do universo da sua população, 95,81% vive em área urbana e apenas 4,19% em área rural. Mais da metade da população da Microrregião (52,94%) reside no município de Iporá”.

<sup>13</sup>De acordo com os dados do Censo Escolar 2020 (INEP, 2019).

algum tipo de necessidade educacional especializada e, destes, 22 estão matriculados no Atendimento Educacional Especializado no contraturno.

A escola foi construída em 1943, num terreno com área total de 3.551,60 m<sup>2</sup>, tendo 1.355,55 m<sup>2</sup> de área construída. Esse espaço físico tem jardim, uma área calcada e três blocos de edifícios, divididos nos seguintes ambientes: sala da diretoria e secretaria conjunta, sala de professores e coordenação conjunta, nove salas de aula, sala de informática, biblioteca, cozinha, dois almoxarifados e cinco banheiros. Recentemente foi construída uma quadra poliesportiva coberta, que, segundo a coordenação pedagógica, tem contribuído não apenas para as atividades de Educação Física, mas também para a realização de diversos eventos promovidos pela escola.

A escola, por ser uma construção antiga, tem salas pequenas e com pouca ventilação, porém, possui ar condicionado e uma boa iluminação. Os alunos lancham dentro de sua respectiva sala de aula que, no caso do turno vespertino, possui aproximadamente 23 alunos em cada sala. Ressalta-se ainda que faltam ambientes específicos para a gestão e coordenação. Os banheiros são inapropriados para crianças deficientes, no que diz respeito à adaptação, considerando que ainda faltam vestiários para atender as aulas e os eventos de Educação Física. Não há passarelas de ligação entre os blocos de edifícios e rampas de acesso para pessoas com deficiência.

O mobiliário é bem antigo, não está em bom estado de conservação, e as mídias são insuficientes para a realização de aulas mais dinamizadas, pois a escola possui apenas três projetores de imagem, e a única televisão encontra-se no laboratório de informática, que por sua vez é pouco utilizado pelos professores. Para o uso desses recursos é necessário realizar o agendamento com antecedência.

Ressalta-se ainda que, embora a biblioteca possua, no nosso entendimento, espaço insuficiente para atender várias crianças ao mesmo tempo, seu acervo é rico e contém vários volumes. De acordo com a coordenação pedagógica, a diversidade e a quantidade de livros atende as necessidades da escola, sendo até mesmo necessário dividi-los em outros espaços, pois a biblioteca não os comporta.

Quanto à organização administrativa e pedagógica da escola, além da diretora, a escola conta com uma secretária geral, dois auxiliares de secretaria, uma coordenadora administrativo-financeira, duas coordenadoras pedagógicas, duas coordenadoras de turno, cinco professoras de Ensino Fundamental I, 12 professores de Ensino Fundamental II, um professor de Atendimento Educacional Especializado (AEE), sete professores de

apoio, uma bibliotecária, quatro profissionais para serviços gerais e de limpeza, dois vigias e duas merendeiras. Todos os professores que compõem o corpo docente desta unidade escolar possuem licenciatura, e há um professor com mestrado. A grande maioria possui pós-graduação *lato-sensu* em diferentes áreas relacionadas à Educação.

Dos professores do Ensino Fundamental II, cinco são concursados, e sete encontram-se vinculados pelo regime de contrato temporário. É importante acrescentar que o horário de estudo e planejamento individual é realizado fora do espaço escolar, e o planejamento em grupo ocorre nos encontros coletivos, os quais acontecem na escola, uma vez por mês. É nesse momento também que ocorre a formação continuada por meio de palestras, estudos e discussões referentes ao planejamento, às ações, estratégias e metas educacionais.

No que se refere ao planejamento e aos conteúdos de ensino, no momento em que a pesquisa foi realizada, no segundo semestre de 2018, a escola baseava-se no Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, documento que vinha orientando o currículo escolar em todo o estado, desde 2013. É importante considerar que, desde 2019, está acontecendo o processo de implementação da BNCC em todo o país, o que levou, no estado de Goiás, à elaboração do Documento Curricular para Goiás (DC-GO). No momento, as escolas estão adequando seus projetos político-pedagógicos a estas novas orientações curriculares.

Essa pesquisa foi pautada no Currículo Referência de 2013 e, para a área de Matemática, este documento apresenta conteúdos enunciados, a partir das expectativas de aprendizagem, organizados em quatro eixos temáticos, a saber: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Esse formato fragmentado dos conteúdos escolares em eixos temáticos torna-se um empecilho para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos em sua rede conceitual.

Os planos de aula são elaborados quinzenalmente, diretamente no Sistema Administrativo Pedagógico (SIAP). Esse sistema foi criado no ano de 2013 e tem o objetivo de otimizar o uso das informações referentes à organização da escola, como: calendário, notas, frequência dos alunos, conteúdo do currículo referência e planos de ensino quinzenais. Depois de elaborados via SIAP, os planos quinzenais são acompanhados pela coordenação pedagógica da escola, e até mesmo pelo (a) tutor (a) da Coordenação Regional de Educação (CRE) de Iporá.

É nítido o controle estabelecido sobre o trabalho do professor diante desse suporte tecnológico, o qual limita a liberdade e a criatividade na organização do ensino, principalmente no sentido de que todos os objetivos, expectativas de aprendizagem e conteúdos já aparecerem estabelecidos previamente pelo sistema. Compreende-se, portanto, que ferramentas como esta têm ocasionado perda da liberdade do professor em seu trabalho pela excessiva instrumentalização.

Nessa escola, desenvolvem-se três instrumentos avaliativos bimestrais: trabalhos e caderno, atividade avaliativa individual e simulada. Aos alunos que não atingirem a média mínima de 6,0 são aplicados dois instrumentos avaliativos substitutivos, contemplando os conteúdos do Currículo Referência. Acrescenta-se, também, que a escola é inserida nas seguintes avaliações externas: Avaliação Diagnóstica Amostral (ADA<sup>14</sup>), Sistema de Avaliação Educacional do Estado de Goiás (SAEGO) e Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

A avaliação é um instrumento fundamental em termos de gestão, importante na estruturação das relações de trabalho, diagnóstico e planejamento. Todavia, tem funcionado principalmente como instrumento de controle e legitimação organizacional. “Nos últimos quarenta anos, a avaliação adquiriu dimensões de enorme importância na agenda política dos governos, organismos e agências dedicadas à estruturação e à gestão do setor público e particularmente a educação” (DIAS SOBRINHO, 2003, p. 13).

Diante disso, os testes padronizados proliferaram e têm assumido uma estratégia de imposição e controle sobre o trabalho docente, assumindo o formato de avaliação normativa. Nessa tendência, o processo educativo é reduzido na mesma ideologia de mercado, em que a preocupação com o produto sobrepõe a do processo (AFONSO, 2009; FREITAS, 2011).

Essa padronização tem acarretado prejuízos nas condições de trabalho dos professores, engessando sua atuação com um treinamento excessivo e estreitamento curricular. Dias Sobrinho (2003, p. 120) mostra que “[...] os exames acabam definindo o currículo de fato, de fora para dentro e sem a participação dos sujeitos da educação”. A

---

<sup>14</sup>Para maior decalagem nos resultados do SAEGO, as escolas aplicam outros testes para mapear os pontos de atenção dos conteúdos. Até o ano de 2015, essas provas eram chamadas de Avaliações Diagnósticas e eram aplicadas semestralmente a todas as turmas que compõem o SAEGO. A partir de 2016, as avaliações englobaram as disciplinas de Língua Portuguesa, Ciências da Natureza e Matemática, acontecendo em quatro ciclos com duas etapas cada uma, sendo realizadas no início e fim de cada bimestre. Nesse novo molde, em cada bimestre, escolhe-se por amostragem uma série por escola para a aplicação das avaliações, sendo chamada de Avaliação Dirigida Amostral (ADA) (PERES; ALCANTARA, 2017, p. 186).

preocupação com o que vai cair nos exames não só define os conteúdos, mas também as formas de ensinar e aprender, o que acarreta a extrema instrumentalização do ensino.

É importante mencionar que a pesquisa de Peres e Alcantara (2017), realizada com os professores das escolas públicas da Educação Básica de Iporá, sobre as reformas educacionais e a ênfase nas avaliações externas, apresenta a síntese da concepção desses professores sobre os limites e as consequências dessa nova gestão escolar no trabalho docente. Os professores apresentaram os seguintes aspectos:

[...] falta de espaço para a liberdade criativa do professor em seu trabalho, comprometendo a formação das pessoas com a excessiva instrumentalização; uma educação gerida como empresa; controle do trabalho docente, incluindo as concepções e métodos de ensino; estreitamento curricular; competição entre profissionais e escolas; pressão sobre o desempenho dos alunos e preparação para os testes; exposição excessiva das condutas do professor; destruição do sistema público de ensino; ameaça à própria noção liberal de democracia; evasão de professores; política contraditória em que se prega a valorização docente, mas desvaloriza ainda mais a categoria; camuflagem e fraudes de resultados nas avaliações de larga escala, como por exemplo, exclusão de alunos com dificuldades de aprendizagem nos dias das provas; resultados usados como ranking; insatisfação dos professores com a falta de condições de trabalho (PERES; ALCANTARA, 2017, p. 192-193).

Contraditoriamente, o currículo fragmentado e as avaliações padronizadas formam uma unidade que coloca em questão os conhecimentos a serem socializados pela escola, distorcendo o que deveria ser o objetivo primordial da escola no nosso entendimento – o desenvolvimento intelectual das crianças e dos jovens por meio do aprendizado dos conceitos científicos –, ao vulgarizar o conhecimento escolar e tirar do professor toda e qualquer autonomia em relação ao ensino e à avaliação.

Diante disso, como apresentado no primeiro capítulo, entende-se que a teoria do ensino desenvolvimental salienta a importância do ensino sistematizado dos conceitos científicos projetados nos conhecimentos escolares que, por sua vez, estão em relação (e contradição) com as ciências que lhe deram origem. É na atividade de estudo que se dá a assimilação ativa e criativa do conhecimento acumulado pela humanidade, sob a forma de conceitos que constituem o currículo e o conhecimento escolares, segundo Davídov (1988).

Sendo assim, essa breve caracterização da escola, incluindo alguns elementos que têm norteado as políticas educacionais e o trabalho do professor da Educação Básica, possibilita maior compreensão dos sujeitos da pesquisa.

### **2.3.1 Os alunos participantes do experimento didático-formativo**

A proposta inicial da pesquisa campo era desenvolver o experimento didático-formativo na turma de 6º ano do turno vespertino. Porém, ao se apresentar o plano de ensino, para o professor, de outras duas turmas do turno matutino, este também pediu para que fosse desenvolvida a proposta em suas turmas. Desta forma, desenvolveu-se o experimento didático em três turmas: 6º A e 6º B, no turno matutino, e 6ºC, no turno vespertino.

As turmas do 6º A e do 6º B continham 12 alunos cada, e a turma do 6º C era composta por 27 alunos. Enquanto todos os estudantes das duas turmas do turno matutino residiam na cidade de Iporá-GO, aproximadamente a metade dos alunos do 6º C morava na zona rural. Esses dados evidenciam uma realidade comum no contexto educacional do Ensino Fundamental vespertino dessa escola. Essa situação ocorre devido ao tempo necessário para o deslocamento à zona urbana e, principalmente, ao horário do transporte disponibilizado pelo município para que esses alunos tenham acesso à educação escolar.

Para realizar uma análise mais detalhada e aprofundada dos vários e complexos momentos e situações que foram surgindo ao longo do experimento e como não é possível, devido ao tempo de conclusão da tese, comparar o desenvolvimento das três turmas, será apresentado e analisado, pormenorizadamente, o experimento didático-formativo realizado na Turma do 6º C.

É importante mencionar que houve um período de observação das aulas de Matemática desta turma durante duas semanas, antes de se iniciar o desenvolvimento do experimento didático-formativo. Todos os alunos estão na faixa etária esperada para o 6º ano do Ensino Fundamental, entre 12 e 13 anos. É importante recordar que, para a teoria histórico-cultural, a assimilação dos conceitos científicos na escola alcança sua plenitude na adolescência. Para Vigotski (1996), é nesse período que os alunos começam a assimilar os nexos, as relações e interdependências entre os conceitos.

Ressalta-se, mais uma vez, a importância da compreensão do desenvolvimento psíquico para a organização do ensino. A assimilação dos conceitos científicos e o

desenvolvimento do pensamento teórico têm uma máxima potencialidade na idade de transição. “Cabe dizer, sem exagero algum, que todo o conteúdo do pensamento se renova e reestrutura devido à formação de conceitos” (VIGOTSKI, 1996, p. 63, tradução nossa). A formação consciente de conceitos científicos é justamente o núcleo fundamental que aglutina todas as mudanças que ocorrem no pensamento do adolescente.

O espaço físico da sala de aula era bem pequeno, principalmente ao se considerar a quantidade de alunos. Em decorrência disso, a turma ficava com pouco espaço livre, o que dificultava a movimentação entre as carteiras. A proximidade entre os alunos favorecia conversas paralelas, o que levava a constantes chamadas de atenção dos alunos por parte da professora da turma.

Devido a esse perfil da turma e ao espaço limitado da sala de aula, as atividades propostas pela professora foram todas realizadas individualmente. Porém, os estudantes consultavam uns aos outros sem ao menos ter de se levantarem, pois a proximidade entre eles favorecia esse contato.

Sobre a organização do ambiente escolar, Forneiro (1998) destaca quatro dimensões: dimensão física - compreendendo os objetos e materiais que compõem o ambiente; dimensão funcional - caracterizada pela forma de utilização dos espaços; dimensão temporal - referente à organização do tempo das atividades nestes espaços, e dimensão relacional - concernente às diferentes relações que se estabelecem dentro da sala de aula.

A partir desses aspectos gerais, é necessário que se organize o espaço das salas de aulas de forma que contemple suas especificidades, favorecendo, assim, o desenvolvimento dos alunos. Cedro (2004, p. 47) compreende espaço de aprendizagem como “[...] o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientados pela ação intencional de quem ensina”. Destarte, apresenta o Clube de Matemática como um espaço para a concretização da ação pedagógica, inserido nas instituições de ensino como a possibilidade de construção de um sistema de atividades. O espaço de aprendizagem é também o espaço físico, mas é possível criar um ambiente favorável para o desenvolvimento dos alunos a partir da proposição de atividades educativas criativas e diversificadas, que possibilitam a formação de motivos e interesses para aprender os conceitos matemáticos.

Outro aspecto importante está relacionado à atividade principal dos alunos neste período. A comunicação íntima pessoal, entendida por Elkonin (1987) como a atividade

principal da adolescência, foi evidenciada claramente no coletivo da sala de aula. Os estudantes tinham necessidade de compartilhar com os outros colegas os fatos ocorridos nos dias anteriores, como também suas opiniões sobre diversos temas. No diálogo estabelecido entre eles, a comparação, competição e autoafirmação se destacavam continuamente na estruturação de suas relações pessoais.

Assim, durante o período de observação da turma, o grupo de alunos demonstrava a necessidade de comunicar uns para os outros as diversas atividades realizadas e situações vivenciadas por eles em outros espaços e instâncias, como na família, no clube, na escola (fora da sala de aula). Davídov (1988) entende que, no processo do desempenho de tarefas socialmente importantes, os adolescentes se reconhecem e refletem sobre sua própria conduta dentro das inter-relações de vários coletivos. Deste modo, se tornam mais capacitados para avaliar suas próprias condutas, o que possibilita o surgimento da nova formação psicológica central nesse período, o surgimento da autoconsciência.

O experimento didático-formativo foi realizado no mês de outubro de 2018, com duas aulas na segunda-feira, duas aulas na terça-feira, e uma aula na quarta-feira, que serão detalhadas a seguir.



### **3 A ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE DE ESTUDO DO CONCEITO DE RAIZ QUADRADA EXATA: O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO EM ANÁLISE**

Neste capítulo será apresentado e analisado o experimento didático-formativo com o conceito de raiz quadrada exata, realizado com os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir dos aportes teóricos da organização da atividade de estudo na teoria do ensino desenvolvimental. Nas análises, privilegiaram-se a discussão sobre as ações mentais de reflexão, a análise e o plano interior das ações, sistematizados como unidades conceituais de análise dos resultados do experimento, pois a capacidade de aprender e operar com conceitos nucleares de uma dada disciplina está dialeticamente relacionada, porém, subordinada a essas capacidades. De acordo com Davídov (1988), são ações mentais reveladoras do desenvolvimento do pensamento teórico.

A discussão sobre os resultados do experimento didático-formativo, que se acredita revelar o desenvolvimento das capacidades de reflexão, análise e plano interior das ações das crianças, aparece em seções separadas para fins de análise. Contudo, é necessário esclarecer, de antemão, que, conforme a teoria do ensino desenvolvimental, na realização das tarefas de estudo, tais ações vão sendo desenvolvidas dinamicamente em relação umas com as outras e com outras ações e operações mentais.

A reflexão, a análise e o plano interior das ações – elementos tomados para evidenciar e analisar a assimilação e aprendizagem do conceito de raiz quadrada exata e o desenvolvimento do pensamento teórico – são revelados por meio da apresentação e análise de determinados episódios de ensino, retirados do experimento didático-formativo. Estes são considerados mais importantes e elucidativos, pois permitem apreender melhor os indícios de desenvolvimento e, em alguns momentos, os saltos qualitativos da atividade mental dos alunos em direção à formação do conceito. O termo “episódio”, nesta pesquisa, a partir da concepção de Moura (2004), afirma que falas, gestos, escritas e ações constituem cenas ou momentos que podem revelar situações de aprendizagem conceitual e ajudar na análise e no acompanhamento desse processo.

Selecionaram-se, para apresentação e análise, oito episódios de ensino. Estes revelam as principais contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para a organização da atividade de estudo, evidenciando-se a unidade entre ensino e aprendizagem no processo de formação do conceito de raiz quadrada de números

quadrados perfeitos, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental.

O experimento didático-formativo aqui apresentado permite compreender, a partir de uma prática pedagógica viva e dinâmica, os principais fundamentos psicológicos e didáticos da teoria do ensino desenvolvimental a respeito da relação entre ensino e aprendizagem. Neste ínterim, é por meio da apresentação e análise de episódios de ensino retirados do experimento didático-formativo realizado que se espera evidenciar que, na teoria do ensino desenvolvimental, se encontram fundamentos que podem ajudar o professor no trabalho pedagógico com os conceitos de matemática. Assim, não se entregam aos alunos os conceitos prontos, mas os leva a formar tais conceitos (VIGOTSKI, 2007).

É importante ressaltar a formidável participação da professora regente no experimento didático-formativo. Entendendo-se o movimento conceitual proposto pelo plano de ensino, discutido em encontros antecedentes ao seu início, como foi exposto no capítulo anterior, a professora da turma colaborou substancialmente durante todo o processo. Ela é quem apresentou a pesquisadora à turma, incentivou os alunos a participarem, dividiu os grupos para o desenvolvimento das tarefas de estudo de acordo com as características de cada aluno e realizou as filmagens.

### 3.1 ANÁLISE DA SITUAÇÃO SOCIAL DE DESENVOLVIMENTO ESCOLAR

O objetivo desse primeiro encontro foi identificar a situação de desenvolvimento escolar dos alunos e o nível de conhecimentos prévios sobre a rede conceitual do conceito de raiz quadrada exata em que se encontravam, na tentativa de situar a zona de desenvolvimento próximo da turma. Assim, no dia 23 de outubro de 2018, realizou-se uma aula expositiva dialogada sobre o percurso lógico e histórico do conceito de número, buscando mobilizar a atenção e despertar motivos e interesses para a realização das tarefas.

Com base na fundamentação teórica desta pesquisa, compreende-se a estreita e dialética relação entre o ensino escolar e o desenvolvimento psíquico das crianças e dos jovens do Ensino Fundamental. De acordo com Vigotski (2007), há unidade, e não identidade, entre aprendizagem e desenvolvimento, revelando-se a necessidade de entender esse movimento para elucidar como se dão, por meio da aprendizagem de

conceitos científicos na escola, mudanças qualitativas na estrutura psíquica em cada período de desenvolvimento.

Para compreender a dinâmica de uma determinada idade é preciso, inicialmente, entender a relação do aluno com seu meio, compreendida, na teoria histórico-cultural, como situação social de desenvolvimento. Vigotski (1996, p. 264, tradução nossa) explica que “[...] a situação social de desenvolvimento é o ponto de partida para todas as mudanças dinâmicas que ocorrem no desenvolvimento durante um período etário”. Davídov (1988) entende que a situação social de desenvolvimento é a relação da criança com a realidade social estabelecida por meio da atividade principal.

Cada período do desenvolvimento possibilita o surgimento de neoformações psíquicas a partir da atividade principal realizada pelo sujeito em sua situação social de desenvolvimento. Esta seria a dinâmica do processo de desenvolvimento, conforme a teoria histórico-cultural. Funções psíquicas que estão em desenvolvimento, mas ainda não se desenvolveram completamente, situam-se, de acordo com esta teoria, na zona de desenvolvimento próximo. Chaiklin (2011) explica que a análise da zona de desenvolvimento próximo em que se encontra a criança ajuda o pesquisador a compreender a transição de um período do desenvolvimento a outro, a partir de dois objetivos.

Um deles é identificar os tipos de funções psicológicas em maturação (e as interações sociais a elas associadas) que são necessários para a transição de um período do desenvolvimento para o seguinte; e o outro é identificar o estado atual da criança em relação ao desenvolvimento dessas funções necessárias para essa transição (CHAIKLIN, 2011, p. 666).

Chaiklin (2011) chama de “zona de desenvolvimento próximo objetiva” a situação em que se encontra a criança constituída pelo período atual de desenvolvimento. Pelas funções em maturação e pelo próximo período etário, objetiva-se o sentido em que nela se manifestam as funções psicológicas que necessitam ser formadas ao longo de um determinado período, para que se forme o próximo período. A zona de desenvolvimento próxima, segundo o autor, “[...] reflete as relações estruturais que são historicamente construídas e objetivamente constituídas no momento histórico em que a criança vive” (p. 666).

A ampliação das funções em desenvolvimento que prepara a estrutura do próximo período Chaiklin (2011) denomina “zona de desenvolvimento próximo subjetiva”, “[...] para indicar que se está falando do desenvolvimento de uma pessoa no singular em relação ao próximo período de desenvolvimento formado histórica e objetivamente” (p. 667).

[...] zona de desenvolvimento próximo é uma forma de se referir tanto às funções que estão se desenvolvendo ontogeneticamente em um dado (objetivo) período etário quanto ao estado atual de desenvolvimento de uma criança em relação às funções que idealmente precisam ser realizadas (subjetivamente) (CHAIKLIN, 2011, p. 667).

A partir dessa compreensão é que se busca, por meio do diálogo com as crianças, identificar quais conhecimentos estas já possuíam a respeito das formas historicamente construídas dos números e do conceito de número, bem como para mobilizar a atenção e despertar motivos para a realização das tarefas que seriam propostas. Inicialmente, apresentou-se um *slide* (Figura 3) contendo diversas imagens com números.

Figura 3 - Os números em situações cotidianas.



Fonte: elaborada pela autora, a partir da montagem de fotografias.

**Pesquisadora:** O que vocês veem em comum nessas imagens?

**Alguns estudantes:** Muitos números!

**Pesquisadora:** Vocês já pararam para pensar como surgiram os números? Será que foi um matemático que inventou os números?

**Alguns estudantes tentavam responder:** Sim, não...

**Pesquisadora:** Por que vocês acham que não foi um matemático?

**Luca<sup>15</sup>:** Não, porque se não existia o número como existia a Matemática?

**Gui:** Foram os pré-históricos.

**Ton:** Eles começaram usando os riscos para os números.

**Luca:** Eles usavam pedrinhas, nó em corda.

Nesse momento, captou-se que os alunos já possuíam alguns conhecimentos sobre a história dos números, que historicamente surgiram a partir do momento em que a humanidade teve a necessidade de contar objetos. Destaca-se que, durante o diálogo, a pesquisadora buscou, sempre que possível, fundamentar as colocações dos alunos. Segundo Boyer (1996, p. 01), “[...] a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem”, o que explicaria a limitada noção de contagem dos homens que habitavam as cavernas. Estes não plantavam, nem criavam animais, pois, para se alimentarem, caçavam e colhiam frutos e raízes.

A esse respeito, Imenes e Lellis (1999, p. 08) afirmam que “[...] é provável que eles (os homens pré-históricos) não tivessem necessidade dos números em seu dia-a-dia e, por isso, talvez, não os conhecessem”. No entanto, segundo os autores, parece que já existia uma noção de contagem nesse momento histórico, pois pesquisas arqueológicas datadas de 1937, na Europa, indicaram um osso de lobo de aproximadamente 30.000 anos com risquinhos.

Durante esse diálogo inicial, a turma, no geral, mostrou conhecer diversos aspectos da pré-história e da história dos números, e vários alunos tentavam falar ao mesmo tempo sobre esse assunto. Pela intensa participação das crianças já nesse momento inicial, percebeu-se também o interesse por essa discussão histórica a respeito do surgimento dos números e da Matemática.

**Pesquisadora:** Vocês sabem o que é senso numérico?

**Estudantes:** Silêncio...

**Tico:** Eu sei professora, é igual num bando de lobo, se tinha cinco e um morre, os demais percebem que está faltando um.

**Pesquisadora:** Muito bom! Isso mesmo! Até os animais possuem senso numérico.

---

<sup>15</sup> Ao longo deste capítulo, serão utilizados sempre nomes fictícios quando nos referirmos a algum estudante em particular.

**Bico:** Professora, mas só isso não dava para contar, né!

Explicitou-se, em seguida, que numerosas experiências a respeito do senso numérico já foram realizadas com animais, como as realizadas com pássaros, que mostraram que estes animais são capazes de diferenciar quantidades concretas de um a quatro. Contou-se, então, para os alunos, uma pequena história narrada por Ifrah (2010): o dono de uma plantação queria matar um corvo que havia feito um ninho na torre de sua casa. Mas a ave era muito esperta e quando alguém se aproximava, ela voava para uma árvore distante e voltava apenas quando o perigo se afastasse. Um dia, o agricultor tentou um truque. Dois homens entravam no galpão vizinho à torre e o pássaro fugiu. Pouco depois, um dos homens saiu de lá, mas o pássaro não voltou para o ninho, pois percebeu que havia outro esperando por ele. O truque foi repetido no dia seguinte com três homens, depois com quatro, sem que fosse possível enganar a ave. Finalmente, foram usados cinco homens. Incapaz de perceber a diferença entre quatro e cinco, o corvo voltou ao ninho.

Essa pequena histórica incitou ainda mais a discussão e o diálogo entre os alunos com a pesquisadora. Muitos deles, ao mesmo tempo, queriam narrar suas experiências e concepções, buscando a atenção da pesquisadora e dos colegas. Segundo Davidov (1988, p. 84, tradução nossa), “[...] a comunicação pessoal do adolescente encontra sua expressão diversificada na execução de diferentes tipos de atividade socialmente útil, que, em nossa opinião, é a principal atividade na adolescência”.

Sobre o senso numérico, Ifrah (2010) coloca que essa sensação numérica é uma aptidão natural que não se deve ser confundida com a faculdade abstrata de contar, que por sua vez diz respeito a um fenômeno mental muito mais complexo. O senso numérico é limitado, pois, em um olhar rápido, pode-se diferenciar montinhos com cinco objetos de outro com seis, mas não se consegue distinguir 15 objetos de outro com 16. Para isso, é necessária a contagem<sup>16</sup>. Neste contexto, “[...] o homem difere de outros animais de modo mais acentuado pela sua linguagem, cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato; no entanto palavras que exprimem ideias numéricas aparecem lentamente” (BOYER, 1996, p. 03).

---

<sup>16</sup> Os historiadores acreditam que a contagem se iniciou com pedrinhas e que, desses montes de pedrinhas e de outras formas de contar, foram nascendo os números (IMENES; LELLIS, 1999). Desta forma, a palavra cálculo se originou da palavra latina *calculus*, que significa pedrinha. Cedro, Moraes e Rosa (2010) concordam que foi a partir da realidade prática por meio da medida e da contagem que a humanidade formou a ideia dos números. Assim, com o desenvolvimento do homem, surgiu a necessidade de uma nova forma de contagem.

A partir dessas informações, os estudantes foram acrescentando exemplos e contando vivências de situações de seu cotidiano que envolviam números.

**Gabi:** Professora, a Ana está perguntando se usamos os números no nosso corpo. Existe né! Por que tem a altura, o peso.

**Gui:** A idade...

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Os números estão presentes nas mais diversas situações e objetos da nossa vida.

**Rai:** Tia! Como o ser humano conseguiu fazer o relógio?

**Ton:** E como descobriu quantos dias tem um ano?

**Gabi:** E como o homem conseguiu fazer o calendário?

Os questionamentos parecem indicar uma transformação dos motivos e o surgimento de necessidades para aprender novos conhecimentos sobre os números, ainda que a partir de um diálogo inicial. Buscou-se ajudar os estudantes a pensar sobre essas questões, mostrando que um dos marcos mais importante da humanidade, que contribuiu para o desenvolvimento do que se pode considerar como uma pré-linguagem matemática, foi o início da prática da agricultura. Ao aprender a cultivar plantas para a sua sobrevivência, o homem deu um salto em sua forma de viver. A agricultura fixou o homem à terra, lhe permitiu se organizar socialmente de forma mais complexa, levando-o a planejar e dividir as suas atividades de trabalho, como também a compartilhar a terra e seus frutos.

Nesse processo, o homem foi desenvolvendo sua percepção do que se chama número, para melhor compreensão dos ciclos das estações do ano e contagem do tempo através de calendários. “Se fizesse sentido dar uma resposta menos imprecisa sobre como e quando começou a Matemática, poderíamos dizer que foi com o início da Revolução Agrícola, por volta de 9000 a.C.” (GARBI, 2006, p. 06).

A realização de contagens, nos dias de hoje, é imposta a todos constantemente, nas mais variadas circunstâncias. “À medida que a vida social vai aumentando de intensidade, isto é, que se tornam mais desenvolvidas as relações dos homens uns com os outros, a contagem impõe-se como uma necessidade cada vez mais importante e mais urgente” (CARAÇA, 1984, p. 03). Na medida em que se conversava sobre o contexto histórico do desenvolvimento dos números, novos questionamentos surgiam.

**Gui:** Tia! Como é que eles inventaram o logotipo, o símbolo?

**Pesquisadora:** Excelente pergunta! O que vocês acham turma? Como surgiram os símbolos?

**Tutu:** Os primeiros números criados foram dos romanos, não foram?

**Vários estudantes:** Foram os povos antigos, as civilizações, os egípcios, os romanos.

Embora vários alunos estivessem participando ativamente da conversa sobre o surgimento dos números, ficou claro que, mesmo tendo alguns conhecimentos prévios sobre o surgimento da simbologia dos números, ainda não compreendiam bem o seu desenvolvimento histórico. Neste sentido, entendeu-se que, naquele momento, era importante explicitar um pouco mais a esse respeito.

Explicou-se para a turma que, por volta de 3.500 a.C., os sumérios começaram a desenvolver um sistema de símbolos que evoluiu até se tornar uma forma de escrita, a escrita cuneiforme. Logo depois, os egípcios criaram seu próprio sistema de escrita, os hieróglifos. Ifrah (2010, p.150, grifo do autor) aponta que “[...] oriunda de um sistema de *calculi* e de esferas de argila, a transcrição gráfica dos números precedeu de fato à linguagem articulada”.

É interessante apontar que, para Vygotsky (1995), talvez tenha sido a necessidade de registrar quantidades o que, historicamente, deu origem à escrita, e isso também foi observado por Luria (2012):

[...] em vez de tentar avaliar visualmente as quantidades, o homem aprende a usar um sistema auxiliar de contagem e, em vez de confiar mecanicamente as coisas à memória, ele as escreve [...] é possível que as origens reais da escrita venham a ser encontradas na necessidade de registrar o número ou a quantidade (LURIA, 2012, p. 146-164).

Em vista disso, “[...] boa parte do que hoje chamamos de matemática deriva de ideias que originalmente estavam centradas nos conceitos de número, grandeza e forma” (BOYER, 1996 p. 01). A princípio, as noções primitivas desses conceitos estavam relacionadas mais com contrastes do que com semelhanças. Como exemplos, a diferença de um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da Lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente,



[...] dessa percepção de semelhança em número e forma nasceram a ciência e a matemática [...] Essa percepção de uma propriedade abstrata que certos grupos têm em comum e que nós chamamos número, representa um grande passo no caminho para a matemática moderna (BOYER, 1996, p. 01).

Após conversar com os alunos sobre a história da Matemática e como surgiram os números, com o objetivo de tentar levá-los à compreensão inicial de que a Matemática é a síntese entre forma, número e grandeza, tentou-se conduzir o diálogo nessa direção.

**Pesquisadora:** O que vocês acham que é forma?

**Alguns estudantes:** É o formato das coisas, é o quadrado.

**Pesquisadora:** Certo! O que mais?

**Tutu:** Figuras geométricas

**Pesquisadora:** E quais são elas?

**Jô:** Quadrado...

**Alguns estudantes:** Triângulo, retângulo, losango.

**Pesquisadora:** E o que vocês acham que é grandeza?

**Gui:** É a altura.

**Ton e Gabi:** Largura, a profundidade.

**Pesquisadora:** E que grandeza mede a altura, a largura e a profundidade?

**Luca:** Metro, centímetro, quilômetro...

**Pesquisadora:** Sim, mas essas grandezas medem o quê?

**Bin:** Mede o tamanho.

**Pesquisadora:** Então essa grandeza é de com...

**Alguns estudantes:** De comprimento!

**Pesquisadora:** Beleza, tudo isso são medidas de comprimento. Mas será que existe outra grandeza além do comprimento?

**Bin:** Altura.

**Pesquisadora:** Altura é uma grandeza de comprimento, mas se envolvermos duas grandezas de comprimento, como largura e altura, que grandeza seria?

**Alguns estudantes:** Largura, altura, forma, profundidade...

**Pesquisadora:** Por exemplo, qual grandeza foi utilizada ao encher essa parede de tijolos?

**Gui:** Área.

**Pesquisadora:** Muito bem! E qual o nome da grandeza que trabalha com largura, altura e comprimento?

**Gabi:** É o cubo.

**Pesquisadora:** Mas qual o nome dessa grandeza? Se eu encher essa sala de areia, que grandeza seria?

**Jô:** Volume!

**Pesquisadora:** Excelente! Então quais são mesmo as grandezas que já falamos?

**Alguns estudantes:** Comprimento, volume e área.

Essa conversa inicial revelou que os alunos confundem as grandezas com as suas respectivas unidades de medida. Embora os alunos tenham demonstrado predomínio do pensamento empírico sobre os conceitos de forma, número e grandeza, destaca-se a importância dessa noção conceitual para o desenvolvimento do sistema conceitual de raiz quadrada de números quadrados perfeitos, uma vez que se trata de uma grandeza de área.

Por esse motivo e considerando-se também a necessidade de mobilizar a atenção e desenvolver nos alunos o interesse e os motivos para realizarem as tarefas, resolveu-se ampliar a discussão, de forma que os questionamentos foram sendo direcionados para um aprofundamento cada vez maior do que os estudantes já sabiam. O intuito era introduzir as tarefas com o conceito de raiz quadrada exata.

A formação do conceito de número é fundamental para a assimilação e aprendizagem de outros conceitos, inclusive do conceito de raiz quadrada. Davydov (1982) defende que é necessário “[...] criar nos alunos uma concepção válida e circunstancial do número real, subjacente ao conceito de grandeza. Os números (naturais e reais) são um aspecto particular desse objeto matemático mais geral” (p. 431, tradução nossa). Ao analisar as atividades davydovianas, Hobold (2014) afirma que, primeiramente, são desenvolvidas diversas tarefas específicas para o estudo das grandezas e suas relações e, posteriormente, com base nas relações entre grandezas, é que o conceito de número é introduzido.

Desse modo, entendendo-se que o conceito de número está presente no sistema conceitual de raiz quadrada exata, principalmente pelo elo nuclear entre os conceitos, tomou-se a decisão de iniciar as tarefas por esse conceito.

### 3.2 A REFLEXÃO: TOMADA DE CONSCIÊNCIA DA AÇÃO

Segundo Davídov (1988), a tomada de consciência da ação ocorre mediante a reflexão, entendendo que esta e outras ações mentais são desencadeadas quando a criança busca resolver uma tarefa. Para a realização da Tarefa 1 desse experimento, dividiu-se a turma em nove pequenos grupos, com três componentes cada um, que ficaram com a seguinte composição: Grupo 1 – Lena, Dou e Isa; Grupo 2 – Jô, Caco, e Tico; Grupo 3 – Dado, Doca e Dani; Grupo 4 – Luca, Bin e Ana; Grupo 5 – Bico, Lala e Rafa; Grupo 6 – Kaka, Gugu e Tuca; Grupo 7 – Ton, Gui e Tata; Grupo 8 – Lulu, Gabi e Tutu, e Grupo 9 – Bia, Lili e Fabi. Essa forma de organização dos grupos ampliou o espaço de circulação na sala, como mostra a Figura 4, o que permitiu melhores condições para a realização das mediações necessárias por parte da pesquisadora.

Figura 4 - Disposição dos grupos na sala de aula.



Fonte: imagem capturada pela pesquisadora, relatório de pesquisa.

No ensino desenvolvimental, a atividade conjunta das crianças na resolução de uma tarefa tem grande importância no processo de assimilação dos conceitos e desenvolvimento do pensamento teórico. Davídov e Márkova (2019b, p. 198) explicam que a assimilação sempre ocorre em atividade conjunta com outra pessoa. “Além disso, as atividades conjuntas e a comunicação durante a aprendizagem podem ter um caráter diferente, que varia desde o contato com uma pessoa específica” até a comunicação com

a humanidade, como, por exemplo, por meio das disciplinas escolares. Contudo, ficou evidente que os alunos não estavam acostumados a trabalhar em grupo, pois a organização dos nove pequenos grupos demandou muito tempo, e as crianças ficaram bem agitadas. Elas resistiram a mudar as carteiras de lugar ou à formação dos grupos, conforme a orientação da pesquisadora e da professora da turma.

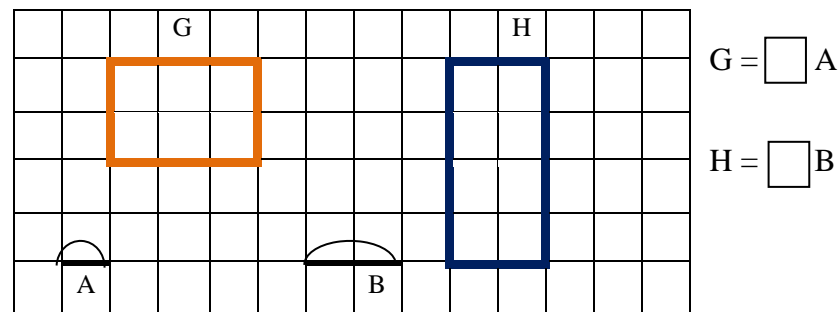
### **3.2.1 Análise da unidade conceitual de número**

A primeira tarefa do experimento didático-formativo foi realizada no dia 23 de outubro de 2018 e objetivava levar os estudantes à compreensão do princípio multiplicativo. Em outras palavras, quantas vezes uma unidade de medida se repete, considerando-se que o conceito de multiplicação é essencial para a compreensão de raiz quadrada exata.

A realização da Tarefa 1 possibilitou que as crianças realizassem a primeira ação de estudo proposta por Davídov (1988), a transformação dos dados da tarefa, a fim de descobrirem a relação universal do objeto estudado. A tarefa consistia na resolução de um problema desencadeador, elaborado a partir de uma proposição davydoviana desenvolvida por Hobold (2014). Cada grupo recebeu uma folha de papel, na qual constava o problema a seguir.

Figura 5 - Tarefa 1 - Resolução de um problema relacionado à grandeza de comprimento.

Dois irmãos, Gabriel (G) com 2 anos de idade e Herik (H) com 10 anos de idade, precisavam percorrer diferentes caminhos, como mostra a figura abaixo. Sabendo que o passo de Gabriel corresponde à medida A, e o passo de Herik à medida B, quantos passos cada um andou para realizar o seu trajeto, ou seja, qual o valor aritmético de G e de H?



Fonte: adaptado para a pesquisa, pela autora, com base em Hobold (2014).

Após a leitura conjunta do problema, pediu-se aos estudantes, em seus grupos, que tentassem resolvê-lo. Logo, se iniciaram as discussões sobre como contar os passos dos irmãos. Este primeiro episódio de ensino será analisado a partir do diálogo do Grupo 3 durante a realização da tarefa:

**Doca:** Tia! O que é para fazer mesmo?

**Dado:** Acho que é para ver quantos tamanhos de A tem.

**Pesquisadora:** Quantos tamanhos de A têm onde?

**Dado:** Em G.

**Dani:** Um, dois... são 10.

**Doca:** Dá 10 mesmo.

**Pesquisadora:** Qual a grandeza que G e H representam?

**Dado:** Comprimento.

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Terminaram?

**Dani:** Não, tem a outra figura.

**Doca:** Na outra são 12.

**Pesquisadora:** Por quê?

**Dado:** Né não! Olha o tamanho aí!

**Doca:** Tamanho do que?

**Dado:** O tamanho de B é diferente do A.

**Doca:** É mesmo! Então são 6.

**Pesquisadora:** Então, qual tem maior valor aritmético?

**Dani:** O valor de G é maior que H.

**Dado:** Mas a figura H é maior.

**Pesquisadora:** Como assim?

**Dado:** Se medir ao redor de H vai dar mais que ao redor de G.

**Pesquisadora:** Então por que o valor de G deu maior?

**Dado:** Porque B é maior que A.

**Pesquisadora:** Certo! E qual é o valor obtido por esse contorno, para a soma desses lados?

**Dado, Dani e Doca:** Dez (10) e seis (6).

Destaca-se que, para determinar a quantidade de passos dos irmãos Gabriel e Herik, ou seja, o valor aritmético de G e de H, alguns alunos, inicialmente, utilizaram o mesmo segmento A para as duas situações. Só depois eles identificaram que A e B são unidades de medida e com tamanhos distintos.

De fato, o enunciado da Tarefa 1 não explicita a grandeza a ser considerada. O aluno identifica a grandeza em questão, a partir da unidade de medida proposta na tarefa, isto é, A se refere a uma unidade de medida de comprimento composta por um segmento da malha, e B significa uma unidade de medida de comprimento formada por dois segmentos da malha.

Assim, os alunos realizaram a transformação dos dados da tarefa, chegando à expressão ou ao modelo para número. Salienta-se, apesar do tumulto inicial para a formação dos grupos, que a partir do momento em que começaram a tentar resolver o problema, puderam ser percebidas a concentração de quase todos os alunos e a mobilização da atenção para resolverem o problema. A pesquisadora foi chamada várias vezes por diversos grupos para resolver alguma dúvida.

As tentativas de resolver o problema, nos outros grupos, ocorreram de forma semelhante, principalmente quanto aos diálogos e às orientações que uns davam aos outros, quando um questionamento ou uma fala de um estudante conduzia os demais à reflexão sobre as ações necessárias para resolver o problema. Essa dinâmica de

colaboração e diálogo entre os componentes dos grupos foi fundamental para a resolução desta primeira tarefa e foi se revelando sempre muito importante no decorrer do experimento. Neste contexto, confirmou-se a tese do ensino desenvolvimental que, no trabalho colaborativo, o aluno atinge níveis mais elevados na compreensão conceitual.

Em psicologia temos identificado e descrito várias particularidades essenciais que representam a forma inicial das ações de estudo. Esta forma consiste em que o grupo de escolares, sob a direção do professor, realize as ações de estudo distribuídas coletivamente. De maneira paulatina tem lugar a interiorização de ditas ações, sua conversão em solução individual de tarefas de estudo (DAVÍDOV, 1988, p. 182, tradução nossa).

Sobre a palavra interiorização, Leontiev (2005) explica que ela deveria ser considerada como uma metáfora que melhor descreve o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Deste modo, as funções mentais humanas se desenvolvem de processos externos, derivados de uma atividade social e intencional. Neste contexto, a atenção se desenvolve desde a sinalização de algo por outra pessoa, pela memória da comunicação a distância e pela vontade de obedecer às ordens. E, uma vez interiorizadas, as funções psicológicas superiores ficam sujeitas ao controle voluntário da pessoa.

Sendo assim, após concluírem a resolução do problema, conduziram-se os estudantes à realização da ação de estudo de controle. Perguntou-se à turma se alguém poderia ir até o quadro e explicar para todos como seu grupo conseguiu resolver o problema. Vários estudantes manifestaram interesse em fazer essa explicação e, como o aluno Bico foi o primeiro a anunciar interesse, se pediu a ele que explicasse como seu grupo resolveu o problema aos demais, fazendo alguns questionamentos enquanto o aluno resolvia o problema no quadro: “Quantos de A precisa para contornar a figura G? Qual é a grandeza utilizada nessa tarefa?” A maioria dos alunos conseguiu responder adequadamente os questionamentos.

Durante o desenvolvimento das tarefas, em todo o experimento didático-formativo, estimularam-se os alunos a expressarem suas ideias por meio da fala. Vigotski (2009, p. 275) entende que “[...] tomar consciência da alguma operação significa transferi-la do plano da ação para o plano da linguagem, isto é, recriá-la na imaginação para que seja possível exprimi-la em palavras”.

É importante ressaltar que, durante a realização desta primeira tarefa, tanto na resolução do problema quanto na ação de controle, os alunos buscavam constantemente

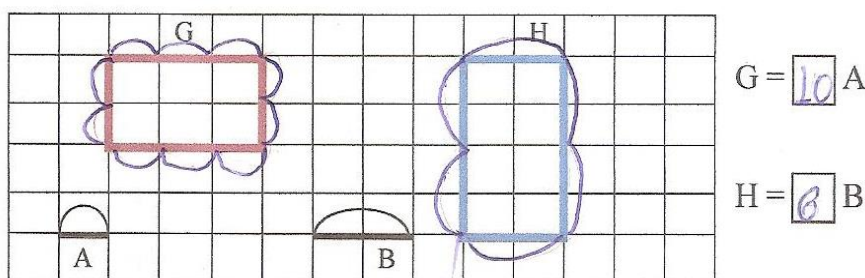
socializar com os colegas suas opiniões e conclusões e mostrar o que e como haviam feito para solucionar o problema. Como afirma Elkonin (1961), a imagem que o adolescente terá de si mesmo é firmada nas relações sociais que estabelece com os companheiros da mesma idade.

É no ambiente escolar e durante a realização da atividade de estudo que a comunicação afetiva com os outros adolescentes vai paulatinamente se tornando a nova atividade principal. É na escola que o adolescente busca continuamente se autoafirmar a partir da forma como os outros o veem, como afirmam Anjos e Duarte (2016, p. 201): “[...] a opinião social da coletividade escolar adquire uma importância significativa para os adolescentes”. Nesta perspectiva, a teoria do ensino desenvolvimental ajuda a compreender não só a importância do processo educativo no desenvolvimento intelectual, mas no desenvolvimento dos sentimentos, das emoções e da personalidade dos estudantes.

De acordo com Rosa, Damazio e Silveira (2014), as proposições davydovianas para a organização da atividade de estudo com conceitos de Matemática não seguem, detalhadamente, o percurso histórico da humanidade na elaboração destes conceitos, mas o refletem. Daí a importância de se conseguir identificar os conceitos essenciais e nucleares da Matemática no Ensino Fundamental, como e por que esses conceitos são os que mais contribuirão para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Davíдов (1988) esclarece que a ação inicial (transformação dos dados da tarefa) está na ideia de que, inicialmente, as crianças precisam ser levadas a distinguir algumas relações gerais e só depois disso tentar encontrar as características particulares da relação. “A busca desta constitui o conteúdo da análise mental, que em sua função de estudo aparece como o momento inicial do processo de formação do conceito requerido” (p. 182, tradução nossa). A figura abaixo mostra como o Grupo 3 resolveu o problema.

Figura 6 - Representação da Tarefa 1 realizada pelo Grupo 3.



Fonte: relatório de pesquisa.



Entendendo que a Matemática é uma ciência que envolve grandeza, número e forma, enfatizou-se que a Tarefa 1 envolveu significações aritméticas (10, 6), algébricas (G, A, H e B) e geométricas (segmentos). Destarte, como mostra a pesquisa de Souza (2013), as tarefas de estudo de inspiração davydoviana envolvem a relação entre medidas de grandezas de mesma natureza e instigam o aluno a realizar a análise pelas relações e pelos nexos do próprio conceito, indo para além das características externas destes. Davíдов (1988) defende que, quando possível, se deve inserir elementos de geometria no estudo dos números e de suas relações algébricas.

A fórmula geral para obtenção do número apresentada por Davíдов (1982) é:  $\frac{a}{c} = n \rightarrow a = n \cdot c$ , em que  $n$  é qualquer número,  $a$  é o objeto representado como grandeza, e  $c$  é qualquer medida. “Mudando a medida você pode modificar o número relacionado ao mesmo objeto. O número depende da relação envolvida no procedimento inicial de sua formação” (p. 434, tradução nossa).

Considerando o exposto, Rosa (2012) pondera que a reflexão sobre quantas vezes uma unidade de medida está contida na grandeza conduz o aluno a reproduzir o modelo abstrato, universal, do conceito teórico de número. Assim, no modelo  $H = 6B$ , apresentado na Figura 6 pelo Grupo 3, entende-se que  $\frac{H}{B} = n \rightarrow H = n \cdot B$ , onde  $H$  é a grandeza a ser medida,  $B$  a unidade de medida, e  $n$  o valor aritmético de  $H$  em relação a  $B$ . Ou seja,  $n$  é a medida da grandeza  $H$  que, no caso específico da tarefa, pode variar de acordo com a quantidade de passos caminhados.

Desse modo, com os modelos que foram construídos pelos estudantes para a resolução da Tarefa 1 ( $G = 10A$  e  $H = 6B$ ), identificaram-se também indícios de realização da segunda ação de estudo, a modelação da relação conceitual básica identificada. Davíдов (1988) explica que o modelo, além de representar a relação universal, fixa as características internas do objeto, que não são observáveis de forma direta. “É importante assinalar que os modelos de estudo constituem o elo essencial internamente imprescindível no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos e dos procedimentos de ação generalizada” (p. 182, tradução nossa).

Dessa forma, ao buscar compreender os atributos essenciais do conceito de número pela análise da Tarefa 1, inicia-se o processo de abstração substantiva. Ressalta-se também que nem toda representação objetual, gráfica ou literal é um modelo de estudo. Davíдов (1988) compreende por modelo todo sistema representado mentalmente ou

realizado materialmente, que reflete ou reproduz o objeto de investigação, sendo o estudante capaz de substituí-lo no estudo de novos conceitos.

Os modelos são uma forma peculiar de abstração, na qual as relações essenciais do objeto são fixadas em elos e relações visualmente perceptíveis e representadas por elementos materiais ou semióticos. Trata-se de uma unidade peculiar do singular e do geral, em que no primeiro plano se apresenta o geral, o essencial (DAVÍDOV, 1988, p. 134, tradução nossa).

Pode-se afirmar, portanto, que na resolução desta primeira tarefa os estudantes deram início à elaboração conceitual de medida, compreendendo, como afirma Caraça (1984, p. 29), que “[...] medir consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie”, ou seja, determinar quantas vezes cabe àquela unidade de medida. A tarefa proposta e analisada nesse primeiro episódio explorou a fórmula geral para o número, envolvendo a grandeza de comprimento, tendo o conceito de multiplicação como parte do sistema conceitual de número, tal como abordado por Davídov (1982, 1988).

### 3.3 ANÁLISE SUBSTANTIVA: A IMPORTÂNCIA DA GENERALIZAÇÃO CONCEITUAL

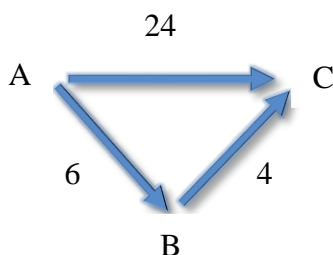
Partindo-se da compreensão de que a resolução de tarefas em grupo permite que os estudantes troquem e elaborem entre si diferentes modos de ação e operações, o que por sua vez contribui para que o processo de assimilação do conceito seja coletivamente mais homogêneo, as Tarefas 2, 3 e 4, elaboradas e que levam à análise desses episódios, foram realizadas pelos mesmos grupos da tarefa anterior (Tarefa 1).

É importante reforçar que a ação de reflexão continua a ocorrer também nas próximas tarefas que serão analisadas. Essa ação mental antecede a análise substantiva e é indispensável para a realização da generalização do conceito. Outra questão importante é que a zona de desenvolvimento próxima dos alunos não é a mesma; enquanto alguns já iniciam o processo de generalização, outros ainda estão no movimento de abstração inicial e ainda demandam a ação de reflexão.

Para a resolução das próximas tarefas, a fim de se compreender a essência do conceito de multiplicação, a grandeza trabalhada foi a área. Deste modo, discutiu-se primeiramente o esquema de setas necessário para a resolução das tarefas, em que, em

uma superfície **C**, têm-se uma unidade de medida básica **A** e uma unidade de medida intermediária **B**, como mostra a Figura 7.

Figura 7 - Esquema para o início da modelação gráfica.



Fonte: elaborada pela autora, com base na proposição davydoviana abordada por Hobold (2014).

De acordo com o esquema da Figura 7, a unidade de medida básica é seis (6) e repete quatro (4) vezes, resultando na superfície de 24 unidades de área. Assim, no lado direito da terceira seta, registra-se o número de vezes que a unidade de medida intermediária **B** coube na superfície **C**. A partir dessa explanação, a pesquisadora propôs a resolução de algumas tarefas, pois, para escreve Davídov (2019d, p. 265), “[...] para alcançar a verdadeira generalização, é necessário resolver uma série de tarefas de uma mesma classe”.

### 3.3.1 Unidade conceitual de multiplicação

É importante assinalar que as tarefas propostas estão interiormente ligadas umas às outras, todavia, no decorrer do experimento, sempre surge um novo elemento a ser analisado. A Tarefa 1 utilizou-se da grandeza de comprimento para a obtenção da expressão geral do número, revelando seu princípio multiplicativo. Já a Tarefa 2, ilustrada na Figura 8, valeu-se da grandeza de área para a compreensão do conceito de multiplicação, o qual constitui a essência conceitual do objeto de estudo de um caso particular de radiciação. Esta tarefa foi realizada no dia 24 de outubro de 2018.

#### Tarefa 2

Figura 8 - Tarefa 2 - Multiplicação por agrupamento.

Considerando-se a carinha como unidade de medida básica (H), cada coluna como

unidade de medida intermediária (M) e o total de carinhas (P), analise as unidades de medida no esquema de setas abaixo e, em seguida, realize as seguintes sínteses: qual o procedimento de contagem que vocês usaram? E qual a relação entre H, M e P?



Fonte: Adaptado para a pesquisa pela autora, com base em Hobold (2014).

A tarefa em questão, como mostra Hobold (2014), sugere que os alunos interpretem o esquema de setas por meio das grandezas discretas, o que incide no estudo da relação essencial da multiplicação. Essa relação geneticamente inicial da multiplicação está na unidade de medida básica, unidade de medida intermediária e quantidade de vezes que ambas se repetem. E o caráter interno da conexão geradora do conceito de multiplicação em seu teor universal está representado no esquema de setas.

Assim, com a folha de registro em mãos, os grupos iniciaram a discussão entre si. Destaca-se que, em cada grupo, havia sempre um aluno que liderava a condução das tarefas e tentava ajudar os demais colegas na resolução. Isso foi perceptível durante todo o experimento didático-formativo. Sobre o desenvolvimento dessa tarefa, apresentaremos o segundo episódio analisado, relacionado ao Grupo 9.

**Lili:** Tia! Essa tarefa é para contar todas as carinhas?

**Pesquisadora:** O que vocês acham Bia e Fabi?

**Fabi:** Eu acho que sim.

**Bia:** Eu também.

**Pesquisadora:** E como vocês irão contar?

**Bia:** É só somar tudo.

Logo no início desse diálogo, quando a aluna Lili busca confirmação com a pesquisadora sobre o que ela achava que seria a proposta da tarefa, fica implícita a relação intrínseca entre o pensamento e a palavra. Pode-se dizer que essa necessidade de expressar o que pensam na atividade foi algo recorrente durante todo o desenvolvimento do experimento. O que se busca observar nesses momentos não foi apenas se a fala dos

alunos correspondia ao conceito da tarefa, mas, sobretudo, compreender o movimento do pensamento.

O pensamento e a palavra, de acordo com Vigotski (2001), não estão relacionados entre si através de um vínculo primário. Essa relação surge, muda e cresce no curso do desenvolvimento do pensamento e da fala. A ausência desse vínculo primário não quer dizer que essa ligação entre dois tipos diferentes de atividade da consciência é somente externa, mas que a unidade complexa do pensamento discursivo se desmembra em várias unidades sem perder suas propriedades. De acordo com Vygotsky e Luria (1996, p. 213), “Passando de fora para dentro, a fala constitui a função psicológica mais importante, representando o mundo externo dentro de nós, estimulando o pensamento e também, como acreditam vários autores, lançando os alicerces para o desenvolvimento da consciência”.

Vigotski (2001) afirma que a relação entre o pensamento e a palavra é um processo que permeia o movimento do pensamento à palavra e vice-versa. Assim, a linguagem, para o autor, não expressa um pensamento pronto, pois o pensamento se reestrutura e se modifica ao se transformar em linguagem. “Como já dissemos a experiência nos ensina, o pensamento não se reflete na palavra, se realiza nela” (p. 342, tradução nossa).

O pensamento é algo dimensionalmente maior que uma palavra isolada, uma vez que o pensamento está na mente como um todo e não surge gradualmente como se desenvolve a linguagem. Neste sentido, Vigotski (2001) compara o pensamento a uma nuvem parada que descarrega uma chuva de palavras. É por isso que o processo de transição do pensamento para a linguagem é um processo sumamente complexo de decomposição do pensamento e sua recriação em palavras. “Precisamente porque o pensamento não coincide não apenas com a palavra, mas também com os significados das palavras em que se manifesta, o caminho do pensamento para a palavra passa pelo significado” (p. 341, tradução nossa).

Outro aspecto observado nesse diálogo está na intenção de contar, uma por uma, as carinhas da tarefa, como demonstra a aluna Bia. Ressalta-se que essa ação ocorreu em outros grupos, pois os estudantes estavam ligados na contagem aditiva e no resultado final da operação. Alguns alunos começaram a pensar em outra possibilidade, apenas quando questionados se havia outra forma para realizar esse procedimento, como mostra a sequência do diálogo abaixo.

**Pesquisadora:** Mas tem outra forma?

**Fabi:** Hum...acho que sim! É só ver quantas vezes esses repetem (apontando para o grupo de três carinhas).

**Lili:** É mesmo! Um, dois ..., nove vezes.

**Bia:** Então vai ser três mais três mais três, nove vezes.

**Fabi:** Sim Bia! Mas também pode pegar três (3) vezes nove (9) que dá vinte e sete (27).

**Pesquisadora:** Muito bem! E sobre as perguntas da tarefa?

**Lili:** Mas o que vamos escrever aqui? (apontando para o primeiro questionamento).

**Pesquisadora:** Qual o procedimento de contagem vocês usaram?

**Todas:** Multiplicação.

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Mas é só isso que a tarefa quer saber?

**Lili:** Não! Quer saber também qual a relação entre H, M e P.

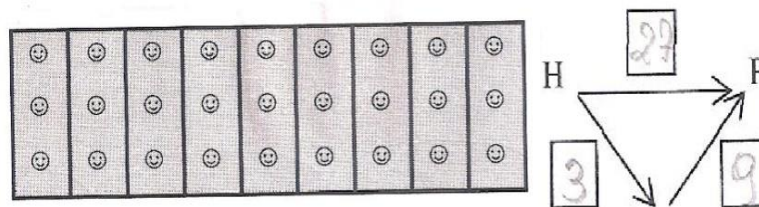
**Bia:** M é a quantidade de vezes que repete o grupo de carinhas, e P é o total.

**Pesquisadora:** E como essas unidades são retratadas pelo esquema de setas?

**Fabi:** H é a unidade de medida básica, M é a unidade de medida intermediária e P é o total.

O segundo episódio manifestou a evolução natural da adição, de modo que representou a soma de um determinado número de conjuntos de mesma quantidade de elementos, neste caso, a soma de nove conjuntos com três carinhas. Desta maneira, entende-se que esse episódio de ensino mostra fortes indícios de que, no final da tarefa, a maioria dos estudantes conseguiu compreender a multiplicação por agrupamento, sendo possível perceber, nesse episódio, mais uma vez, que a ação de análise depende da reflexão. A Figura 9 apresenta os registros do Grupo 9.

Figura 9 - Representação da Tarefa 2 realizada pelo Grupo 9.



*3 x 9 = 27 é uma multi*  
*H = É a unidade de medida básica*  
*M = É a unidade de medida intermediária*  
*P = É o total.*

$3 \times 9 = 27$  é uma multiplicação  
 H = É a unidade de medida  
 básica  
 M = É a unidade de medida  
 intermediária

Fonte: relatório de pesquisa.

Essa tarefa possibilitou, assim, o desenvolvimento interligado entre as seguintes ações de estudo: transformação dos dados da tarefa para revelar o núcleo do conceito, modelação da relação conceitual básica identificada e transformação do modelo e análise das suas relações. De acordo com Caraça (1984, p. 18), “[...] a multiplicação define-se como uma soma de parcelas iguais”.

$$a \cdot b = \overbrace{a + a + \dots + a}^b$$

O número  $a$ , parcela que se repete, chama-se multiplicando, e o número  $b > 1$ , número de vezes que  $a$  aparece como parcela, chama-se multiplicador; os dois, em conjunto, se denominam fatores, e o resultado  $c$ , produto. No caso específico dessa tarefa,  $a = 3$  e  $b = 9$ .

$$3 \cdot 9 = \overbrace{3 + 3 + \dots + 3}^9$$

$$27 = 3 \cdot 9$$

$$c = a \cdot b$$

Dessa forma, o desenvolvimento da Tarefa 2 conduziu os estudantes a transformar os dados da tarefa, de forma que a modelação de sua relação conceitual evidenciou o núcleo do conceito de multiplicação. “A peculiaridade desta relação consiste, por um lado, em constituir o aspecto real dos dados transformados e, por outro lado, atuar como base genética e fonte de todas as peculiaridades do objeto integral, isto é, constitui sua relação universal” (DAVÍDOV, 1988, p. 182, tradução nossa). Ressalta-se, ainda, que o esquema de setas representa a modelação realizada.

Mas é necessário considerar que, mesmo após os alunos terem respondido corretamente o esquema de setas, o processo de transferir a fala para a escrita foi mais complicado. Isso porque a maioria dos grupos apresentou compreender o movimento da multiplicação na tarefa, porém, no momento de expressar essa compreensão por meio da linguagem escrita, chamavam a pesquisadora para que esta lhes explicasse o que deveria ser feito. Isso ficou evidenciado na folha de registro do Grupo 6, que completaram corretamente o esquema de setas. Porém, não fizeram o registro escrito de suas respostas nas duas perguntas da tarefa.

A linguagem escrita requer um alto grau de abstração, pois não usa palavras, mas representações de palavras. “Nesse sentido, a linguagem escrita se distingue da linguagem oral da mesma forma que o pensamento abstrato do visual” (VIGOTSKI, 2001, p. 229, tradução nossa). Essa linguagem requer da criança uma dupla abstração, do aspecto sonoro da linguagem e do interlocutor, já que é sem som e requer uma simbolização deste, que é uma dificuldade basilar na apreensão da escrita.

Vigotski (2001) compara a linguagem escrita e a linguagem falada com a aritmética e a álgebra, em que o domínio da álgebra eleva o pensamento matemático, permitindo uma compreensão mais abstrata e generalizada das operações com os números. Semelhantemente, a linguagem escrita eleva a capacidade de abstração da criança, reconstruindo o sistema psicológico da linguagem falada, anteriormente estabelecido. “A linguagem escrita é precisamente a álgebra da linguagem” (p. 230, tradução nossa).

Luria (1979) assinala que a linguagem permite mudanças essenciais à atividade consciente do homem, porque permite que o homem lide com os objetos exteriores até mesmo quando estão ausentes. Em decorrência disso, a linguagem assegura o processo de abstração e generalização, possibilitando que se torne não apenas um meio de comunicação, mas também o canal mais importante do pensamento.

Luria (1991, p. 80) diz que “[...] a função de generalização é a função principal da linguagem”, não sendo a linguagem apenas um meio de generalização, mas a base do pensamento. Sob o mesmo ponto de vista, Vigotski (2009) aponta que o significado da palavra se revela antes de tudo na generalização, tendo em vista que qualquer palavra já é uma generalização.

Para Luria (1979, p. 81), “[...] a linguagem é o veículo fundamental de transmissão de informação, que se formou na história social da humanidade”. Ou seja, ao



transmitir as informações acumuladas ao longo da história, a linguagem possibilita ao homem não apenas conhecer essa experiência, mas desenvolvê-la a partir dessa realidade.

Segundo Vigotski (2001), a consciência e a intenção orientam a linguagem escrita da criança desde o princípio. “Os sinais da linguagem escrita e seu uso são consciente e voluntariamente assimilados pela criança, diferentemente do uso inconsciente e da assimilação do aspecto sonoro da linguagem” (p. 232, tradução nossa). Neste aspecto, os motivos da escrita são mais abstratos, o que conduz a criança a agir de forma mais intelectual.

Após os grupos finalizarem a resolução da tarefa, realizou-se a ação de controle, semelhante à tarefa anterior. Perguntou-se para a turma qual procedimento de contagem haviam usado, e muitos alunos responderam que foi a multiplicação. Continuou-se a perguntar: “E qual a relação entre H, M e P?”. O Grupo 7 respondeu: “M é a medida intermediária, que aqui fica sendo 9, que é quantas vezes o 3 foi multiplicada, e o P é o resultado, é quantos tem no total”.

Destaca-se, mais uma vez, a importância da ação de controle em cada tarefa, que permite a criança explicar processo pelo qual realizou a tarefa, examinando o caminho que percorreram. A ação de controle era desenvolvida diretamente com os grupos e de forma coletiva, em que se buscou conduzir os alunos à análise do modo como resolveram a tarefa, ou seja, à análise de suas próprias ações e operações.

Um exemplo que salienta o valor da ação de controle nesse episódio foi retratado pelo Grupo 8, que apresentou em seus registros a ideia da contagem aditiva: “A gente somou, multiplicando até chegar no resultado”. Essa frase apresenta indícios de que esse grupo não conseguiu realizar a análise substantiva, uma vez que não alcançou a síntese da multiplicação por agrupamento. Contudo, após essa ação de estudo, o grupo teve condições de refletir melhor sobre o desenvolvimento de sua tarefa.

No geral, os grupos evidenciaram, em seus registros, compreenderem a proposta da tarefa que, neste entendimento, desencadeou o desenvolvimento de uma rede conceitual composta por contagem, adição, agrupamento e, é claro, multiplicação.

### **Tarefa 3**

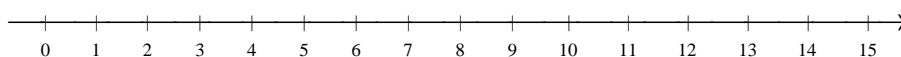
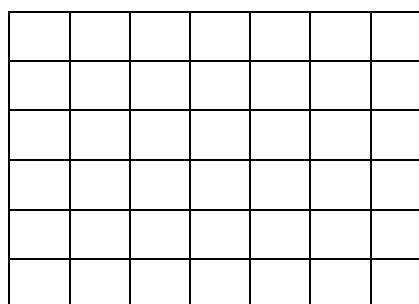
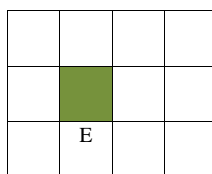
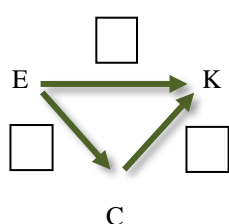
O objetivo da Tarefa 3 é aperfeiçoar a operação da multiplicação composta pelo esquema de setas e instigar a percepção do espaço geométrico existente na multiplicação, pela malha quadriculada. Esta tarefa foi desenvolvida logo na sequência da anterior, no

dia 24 de outubro de 2018, e buscou-se solidificar a assimilação do conceito de multiplicação pela análise substantiva.

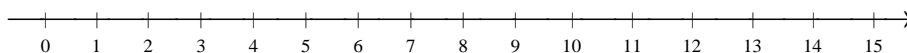
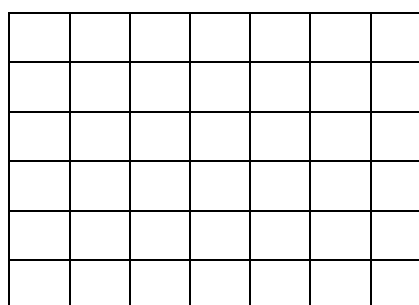
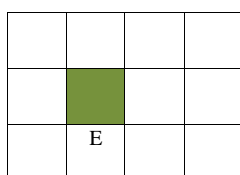
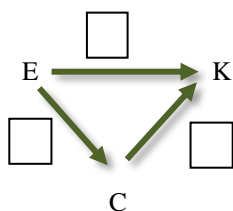
Figura 10 -Tarefa 3 - Cálculo do total de unidades básicas e registro no esquema de setas.

Ao propor uma tarefa para seus alunos, o professor explica que as imagens e os registros nos esquemas estavam prontos, mas alguém as apagou. Com isso, ficaram registradas apenas as expressões  $(3 \times 5)$  e  $(5 \times 3)$ . E agora, como construir as imagens na malha quadriculada e na reta numérica, a partir dos dados apresentados no problema?

a)  $3 \times 5$



b)  $5 \times 3$



Fonte: adaptado para a pesquisa, pela autora, com base em Hobold (2014).

A proposta em questão, como mostra Hobold (2014), realiza o movimento inverso da tarefa anterior. Agora, os alunos partem do registro para a representação objetual, ou seja, das sentenças  $(3 \times 5)$  e  $(5 \times 3)$ , e espera-se que os estudantes façam o esquema de setas e construam as suas respectivas áreas com o total de unidades básicas. Além disso, surge um novo elemento de análise, a representação do esquema de setas por meio da reta numérica, o que valorizará ainda mais as relações e o estudo das propriedades

do conceito de multiplicação. Com esse intuito, entregou-se uma folha de registro aos mesmos grupos para o desenvolvimento da tarefa. Esta tarefa leva ao terceiro episódio do experimento que se entende ser importante para análise, relacionado ao Grupo 2.

**Jô:** Tia, o que é para fazer aqui?

**Baco:** Tem que pintar aí!

**Pesquisadora:** Mas como vocês irão fazer o registro no esquema de setas se ele foi apagado?

**Jô:** Eu acho que.... (o aluno ficou pensativo).

**Pesquisadora:** O que você acha? E você, Tico? O que o número três (3) representa nesse esquema de setas?

**Jô:** É a unidade de medida básica (o aluno olhou na tarefa anterior para confirmar as unidades no esquema de setas).

**Tico:** Coloca ele aqui? (apontando para o local correto no esquema de setas).

**Pesquisadora:** Isso mesmo! O que mais?

**Jô:** E o cinco (5) aqui (apontando para o local).

**Tico:** Três vezes cinco (3 x 5) dá quinze (15).

Com isso, o aluno Jô terminou de preencher o esquema de seta.

**Pesquisadora:** Muito bem! E agora, Baco? O que você acha que tem que fazer?

**Baco:** Vamos pintar quinze (15) quadrinhos.

**Jô:** O três (3) é a coluna e o cinco (5) é a quantidade que vai repetir.

**Pesquisadora:** Isso mesmo!

Nesse instante, os alunos delimitaram primeiramente o espaço com lápis para depois pintarem.

**Pesquisadora:** Terminaram?

**Estudantes:** Sim

**Pesquisadora:** Certeza?

**Jô:** Ah! Tem a reta também! Bem...

**Tico:** Eu acho que é só marcar de três (3) em três (3) ou de cinco (5) em cinco (5).

**Jô:** Então é o três (3) que tem que repetir cinco (5) vezes (simultaneamente, o aluno falava e realizava o registro).

**Baco:** Agora é só inverter para fazer a letra *b*.

**Pesquisadora:** Inverter o que?

Nesse momento, o aluno Baco pegou a folha de registro que estava na carteira de Jô, e fez a construção da nova figura.

**Tico:** E por que a figura virou?

**Baco:** É como se virasse a malha, mas vai ficar a mesma coisa.

**Jô:** O resultado é o mesmo, só muda a ordem.

**Pesquisadora:** E como ficará na reta numérica?

O aluno Baco realizou os registros corretamente na letra *a*, de três (3) em três (3) unidades, e iniciou a letra *b* da mesma forma, quando parou, pensou, apagou e fez corretamente de cinco (5) em cinco (5) unidades. Como mostra Davídov (2019d, p. 260), “[...] resolver a tarefa de estudo é transformar, atuar como o material didático nessa situação incerta. A incerteza da busca reside na própria natureza do pensamento, na própria natureza da consciência humana, na psique humana”.

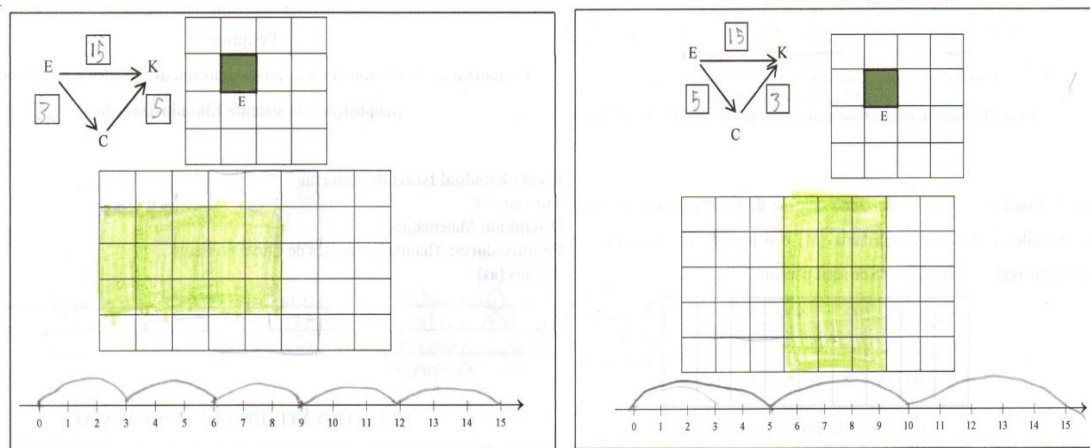
**Pesquisadora:** Certo! Então, qual a diferença na reta numérica da letra *a* e *b*?

**Jô:** Na letra *a* anda três (3) unidades e repete cinco (5) vezes, e na letra *b* anda cinco (5) unidades três (3) vezes.

O terceiro episódio aponta, assim, que as sentenças  $(3 \times 5)$  e  $(5 \times 3)$  geraram importantes relações conceituais. A análise dessa tarefa davydoviana, já apresentada por Rosa e Hobold (2016), revela a relação entre grandezas discretas e contínuas e suas significações aritméticas, algébricas e geométricas. Nessas relações de multiplicidade entre grandezas é que se evidenciou a base fundamental do sistema conceitual no qual se insere a tabuada.

O diálogo analisado deixou claro que os alunos compreenderam que, na sentença  $(3 \times 5)$ , o primeiro número três (3) representa a unidade de medida intermediária, composta por três (3) unidades de medidas básicas; e o segundo número, cinco (5), a quantidade de vezes que esta se repete. Já na sentença  $(5 \times 3)$ , o primeiro número (5) representa a unidade de medida intermediária, composta por cinco (5) unidades de medidas básicas, e o número três (3) a quantidade de vezes repetida. A Figura 11 mostra a resolução dessa tarefa pelo Grupo 2.

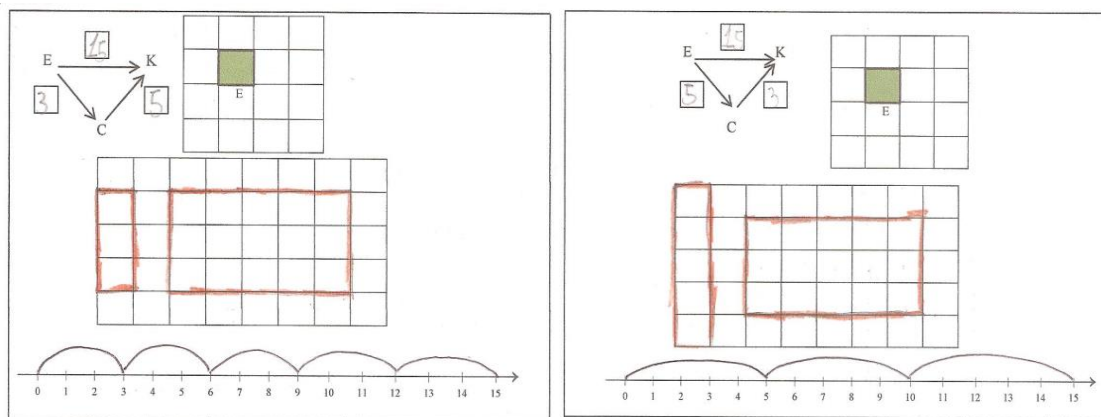
Figura 11 - Representações da Tarefa 3 realizada pelo Grupo 2.



Fonte: relatório de pesquisa.

Alguns grupos optaram por fazer diretamente a superfície **K** (Figura 11); outros representaram primeiramente a unidade intermediária **C**, para depois construírem a superfície **K** (Figura 12). Ressalta-se que apenas o Grupo 4 representou a superfície **K** com o mesmo formato para  $(3 \times 5)$  e para  $(5 \times 3)$ , embora tenha pintado a unidade de medida intermediária **C** corretamente. Os alunos desse grupo explicaram que desenharam o mesmo retângulo porque os dois casos tinham a mesma quantidade de unidades de medida básica, como mostra a Figura 12.

Figura 12 - Representações da Tarefa 3 realizada pelo Grupo 4.



Fonte: relatório de pesquisa.

Essa resolução mostrou indícios de que, para esse grupo de alunos, chegar ao resultado da multiplicação era suficiente, que nesse caso era a representação da quantidade de unidades de medida básica contida na figura construída. Contudo, o

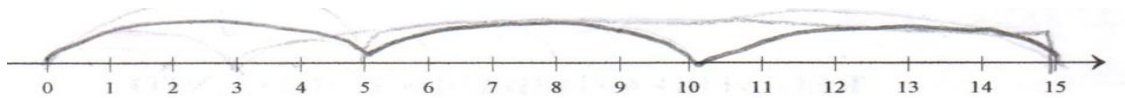
processo reverbera a essência conceitual enquanto o resultado é unidimensional. Deste modo, embora possuam o mesmo total de quinze (15) unidades, as significações do agrupamento de três unidades repetidas cinco vezes são diferentes do agrupamento de cinco unidades repetidas três vezes. E isso é evidenciado pelo próprio grupo, ao representarem corretamente na reta numérica, como mostra a figura acima.

O desenvolvimento da Tarefa 3, além de reforçar a essência conceitual de multiplicação através de seu modelo pelo esquema de setas, contribuiu também para a compreensão de sua propriedade comutativa: dados dois números quaisquer,  $a$  e  $b$ , tomados em ordem diferente, os produtos serão os mesmos, que se sintetiza pela igualdade  $a \times b = b \times a$ . O deslocamento dos fatores não altera o produto, porém, muda o significado para o multiplicando e o multiplicador (HOBOLD, 2014).

Assim, “[...] os recursos algébricos abrem caminho para a expressão de qualquer operação aritmética, sem que seja necessário operar com as grandezas” (HOBOLD, 2014, p. 136). Na tarefa em questão, o modelo ( $a \times b = b \times a$ ), que representa a propriedade comutativa da multiplicação, decorre da generalização da relação entre as grandezas, em que o movimento de reflexão e análise possibilita maior capacidade para um pensamento mais elaborado.

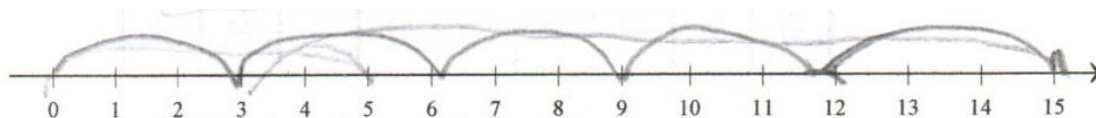
Em relação às representações na reta numérica, observou-se que dois grupos não compreenderam bem a propriedade comutativa para a realização dos agrupamentos. O Grupo 1 inverteu a representação na reta das duas alternativas, como mostram as Figuras 13 e 14. O Grupo 7 fez a mesma representação da sentença ( $3 \times 5$ ) para a sentença ( $5 \times 3$ ).

Figura 13 - Representação da sentença ( $3 \times 5$ ) pelo Grupo 1.



Fonte: relatório de pesquisa.

Figura 14 - Representação da sentença ( $5 \times 3$ ) pelo Grupo 1.



Fonte: relatório de pesquisa.

O fato de a representação na reta se tratar de um novo dado do objeto pode ter contribuído para a não apropriação conceitual da multiplicação na reta numérica. Acrescenta-se, ainda, que as alunas Isa, do Grupo 1, e Tata, no Grupo 7, não estavam na aula em que essa tarefa foi realizada.

Mais uma vez ressalta-se a necessidade da cooperação entre as crianças na atividade de estudo. Sobre essa questão, afirma Vigotski (1996): “A origem imediata do desenvolvimento dos indivíduos, as propriedades internas da personalidade da criança é a colaboração (damos a essa palavra a mais ampla dos sentidos) com outras pessoas” (p. 270, tradução nossa).

As diferenças individuais no desenvolvimento são expressas claramente na tarefa de estudo, revelando as particularidades cognitivas dos estudantes, conforme Davydov e Markova (1987b). É durante a realização das tarefas em cooperação que, ao mesmo tempo em que as diferenças no desenvolvimento ficam claras para os professores, revelando os diferentes níveis individuais de formação dos meios e procedimentos para resolvê-la, que estas diferenças vão sendo superadas e niveladas. O processo de aprendizagem, como assinala Vigotski (1996), se realiza sempre na forma de colaboração dos alunos entre si e com o professor, constituindo um caso particular e fundamental do desenvolvimento psíquico e social dos estudantes.

Voltando à análise da tarefa, assim como na construção da superfície **K**, na reta numérica, os elementos que compõem a relação universal do conceito de multiplicação estão representados. Neste, cada unidade de medida intermediária é simulada por um arco, sendo que a quantidade de arcos equivale ao número de vezes que essa medida se repete, ou seja, três vezes na letra *a* e cinco na alternativa *b*. Concorda-se com Rosa e Hobold (2016), que analisam esta tarefa da seguinte forma:

Desse modo, a tarefa, que foi iniciada a partir da abstração (esquema), ascendeu ao concreto (construção da superfície de área **K**). Ela foi pensada com base na relação abstrata ( $3 \times 5$ ). Trata-se do concreto pensado, ponto de chegada, mas que, na mesma tarefa, constituiu-se em ponto de partida para a introdução de outra abstração, a reta numérica. Portanto, não se trata de uma sequência linear orientada do concreto ao abstrato e deste ao concreto novamente. E um movimento de microciclos que ocorrem, inclusive, no interior de uma mesma tarefa, dialeticamente (HOBOLD, 2016, p. 154).

As autoras ponderam que essa tarefa de estudo revela a relação essencial do conceito de multiplicação, realizada na ação objetual inicial com as grandezas e objetivada na reta numérica enquanto concreto pensado. “O abstrato e o concreto são momentos do desmembramento do próprio objeto, da mesma realidade, refletida na consciência e, portanto, são derivados do processo de atividade mental” (DAVÍDOV, 1988, p. 144, tradução nossa).

De acordo com Elkonin (2019a, p. 165), “Um exemplo muito representativo da necessidade de formar a atividade de estudo se encontra nas aulas de Matemática, pois apenas no conteúdo matemático definem-se muito claramente as relações entre as grandezas e variáveis”. A relação entre grandezas e variáveis pode ser mais uma vez desenvolvida pela Tarefa 3, como observado pelas ações realizadas pelas crianças de transformação dos dados da tarefa, modelação da relação conceitual pelo esquema de setas e transformação do modelo através da reta numérica.

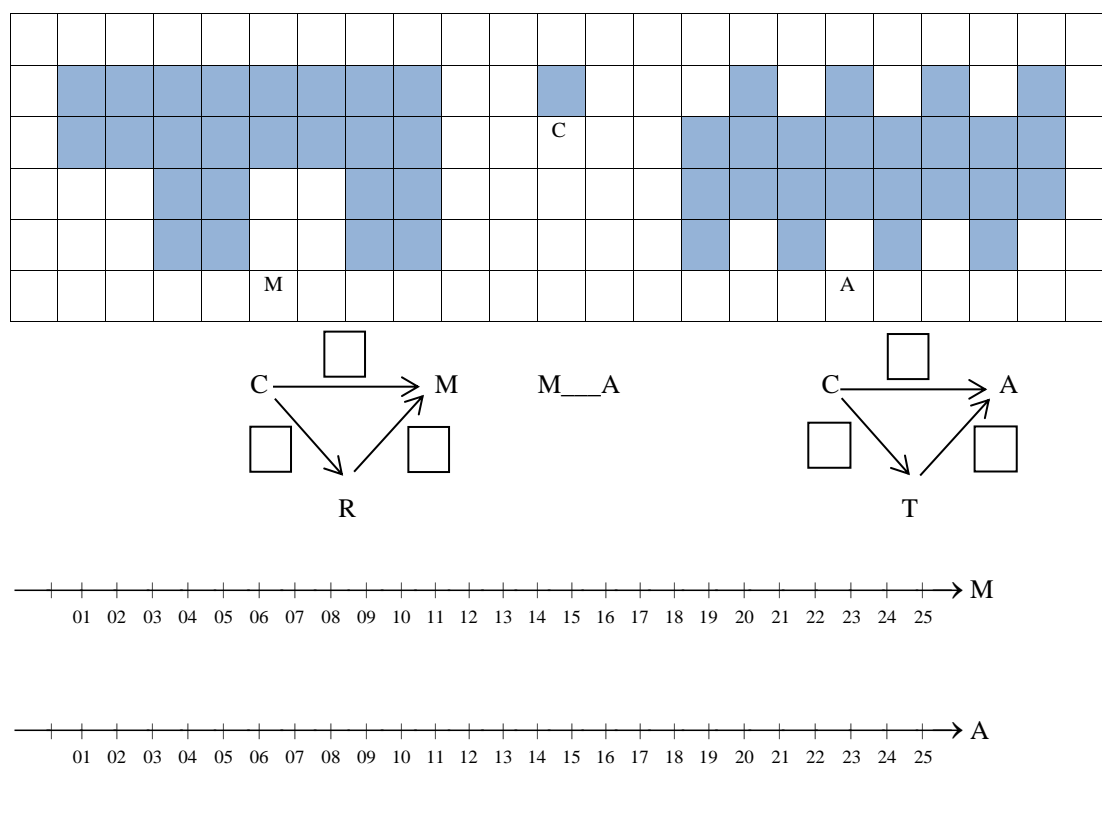
#### **Tarefa 4**

Entende-se a necessidade de ajudar os estudantes a assimilarem a relação entre grandezas e variáveis e, na sequência, será analisada a Tarefa 4 (Figura 15), desenvolvida no dia 29 de outubro de 2018.

Figura 15 - Tarefa 4 – Relações entre representações da grandeza área.



O diretor de uma escola, com o objetivo de colocar piso em duas salas, contratou dois pedreiros para trabalharem simultaneamente um em cada sala. Os pedreiros foram assentando os pisos, quando perceberam que a quantidade era insuficiente. Os pisos disponibilizados a eles possibilitaram cobrir apenas a região M e A abaixo. Qual será a relação entre as áreas com medidas M e A?



Fonte: adaptado para a pesquisa, pela autora, com base em Hobold (2014).

De acordo com o registro no esquema de setas representado na Figura 15, as duas superfícies foram construídas pela mesma unidade de medida básica **C**, porém, com unidades intermediárias diferentes. Desta forma, primeiramente os alunos tinham que determinar a unidade de medida intermediária, para depois verificar quantas vezes ela se repetia.

Para a análise dessa tarefa de estudo, escolheu-se o quarto episódio, relacionado ao Grupo 8. Da mesma forma como ocorreu com outras tarefas, alguns grupos chamaram pela pesquisadora para que esta lhes ajudasse a dar início à resolução. Para Davídov (2019d), uma das dificuldades do professor:

[...] é entender o que é a Atividade de Estudo e como está relacionada ao fato de que a mesma exige que o professor, em sua matéria particular, oriente e ajude a seus alunos na solução de um sistema de tarefas de estudo, a fim de que eles resolvam tarefas de estudo o tempo todo (DAVÍDOV, 2019d, p. 260).

**Rafa:** O que é para fazer aqui?

**Pesquisadora:** Percebem que a figura não é regular?

**Estudantes:** Sim.

**Pesquisadora:** O que vocês acham que pode ser a unidade de medida intermediária?

O grupo ficou pensativo e com olhos fixados na tarefa, o que leva a considerar o quanto a realização das tarefas de estudo mobiliza a atenção voluntária, condição fundamental para a análise e transformação dos dados da tarefa na busca de sua solução. “O pensamento é o que determina a atenção em seu ponto máximo de desenvolvimento (atenção voluntária). É indubitável que a atenção ativa, voluntária, é um produto avançado do desenvolvimento” (VIGOTSKI, 1996, p. 138, tradução nossa).

**Pesquisadora:** O que se repete nessa primeira área?

**Bico:** Esses aqui (apontando para uma região com quatro unidades de medida básica).

**Lala:** É mesmo!

**Pesquisadora:** Concorda Rafa?

**Rafa:** Agora eu vi!

Também é possível verificar que a percepção direta passa a depender de um pensamento mais organizado, na resolução de uma tarefa de estudo. De acordo com Vigotski (1996), o pensamento por conceitos influencia diretamente a percepção visual-direta da criança, que vai ficando cada vez mais independente dos objetos empíricos. No ensino desenvolvimental, a transformação na dependência do caráter visual-direto na formação de conceitos científicos na escola está diretamente ligada à organização da atividade de estudo independente da criança.

Nesse sentido, a linguagem modifica a percepção, pois analisa e reflete os nexos visíveis na forma de juízos verbais. Vigotski (1996) entende que é desta forma que os

processos do pensamento e da percepção se fundem, intelectualizando a percepção e se convertendo o pensamento em visual-direto. Graças ao pensamento, os objetos isolados da percepção se relacionam entre si e permitem ao sujeito analisar a realidade de uma forma mais integral. Desta forma, quando os estudantes, por meio da percepção, vinculada ao pensamento verbal, atribuem sentido às repetições da região de quatro unidades de medida básica, evidencia-se uma nova síntese do pensamento visual-direto.

**Pesquisadora:** E agora? Como responder o esquema de setas?

**Bico:** Hum...

**Pesquisadora:** Vejamos juntos então! Essa figura que vocês escolheram possui quantas unidades de medida básica?

**Bico e Lala:** Quatro (4).

**Pesquisadora:** Exatamente. Qual o nome dessa medida?

**Bico:** Unidade de medida intermediária.

Novamente, os estudantes ficaram pensativos analisando a figura.

**Bico:** Ah entendi! O quatro (4) coloca aqui (apontando para o local correto no esquema de setas).

**Pesquisadora:** Entenderam Rafa e Lala?

**Rafa:** Sim.

**Lala:** E tem quatro (4) dessa (referindo à área com quatro unidades de medida básica).

**Bico:** Não, acho que são seis (6).

**Pesquisadora:** Quantas são então?

**Estudantes:** Seis (6).

**Pesquisadora:** Ótimo! Então terminem o esquema de setas.

**Lala:** O resultado será vinte e quatro.

Nesse momento, o aluno Bico, que estava fazendo os registros na folha, preencheu o esquema de setas referente à primeira área M.

**Pesquisadora:** Analisem agora a região de área A.

**Bico:** Ficou mais fácil! É essa aqui que repete (apontando para a coluna com três unidades de medida básica).

**Lala:** E ela repete um (1), dois (2) ..., oito (8) vezes.

**Rafa:** Vai dar vinte e um (21).

Novamente, o aluno Bico corrigiu o colega.

**Bico:** Não são vinte e quatro (24), porque oito vezes três ( $8 \times 3$ ) é igual a vinte e quatro (24).

**Pesquisadora:** Entendeu Rafa?

**Rafa:** Sim.

**Pesquisadora:** Muito bom! E o que o problema quer saber?

**Bico:** Quer saber sobre as áreas.

**Estudantes:** São iguais, porque as duas deram vinte e quatro (24) unidades.

Como mostra o diálogo, a percepção da unidade de medida básica da região **A** ocorreu de forma mais clara, devido ao processo de análise realizado anteriormente com a região **M**. Desta forma, o pensamento visual-direto permitiu o reconhecimento das unidades de medida intermediária **R** e **T** implícitas, caracterizando o pensamento verbal dos adolescentes na passagem do tipo de pensamento em complexos ao pensamento em conceitos. “Assim, pois, o pensamento visual-direto dos adolescentes inclui o pensamento abstrato, o pensamento em conceitos” (VIGOTSKI, 1996, p. 125, tradução nossa).

Segundo o autor, o adolescente não se limita a tomar consciência da realidade percebida, mas pensa em conceitos, pois a percepção visual-direta se sintetiza no pensamento abstrato de maneira complexa. Isso permite ao adolescente regular a realidade visível pelos conceitos elaborados em seu pensamento, em que a imagem do objeto reflete seus nexos, sua essência.

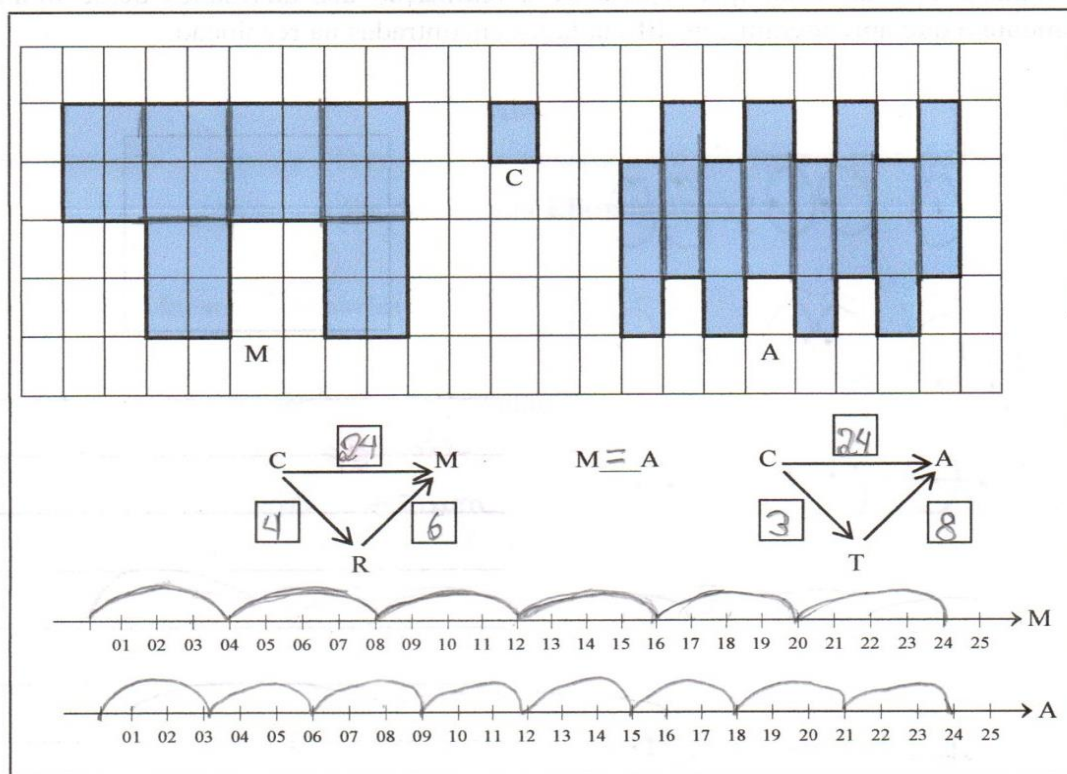
Destaca-se também que o episódio mostrou a importante colaboração do aluno Bico para a realização e compreensão da tarefa de estudo pelos outros colegas. É importante colocar que, ao contrário do esquema de setas que era necessário construir, a unidade de medida intermediária, a representação da multiplicação na reta numérica ocorreu de forma mais tranquila, uma vez que já não se tratava mais de um elemento novo nas tarefas.

De forma similar às Tarefas 2 e 3, devido ao seu caráter complementar, a Tarefa 4 possibilitou o desenvolvimento interligado entre as três primeiras ações de estudo: transformação dos dados da tarefa, modelação da relação conceitual básica e transformação do modelo e análise de suas relações.

Nesse sentido, os dados foram transformados e modelados através das relações entre grandezas, representadas pelas áreas das superfícies com medidas **M** e **A**. Em outras

palavras, a unidade básica, a unidade intermediária e o total de unidades básicas e intermediárias foram modelados na forma objetal, por meio da relação entre as áreas representadas na malha quadriculada. Depois, esses mesmos dados foram modelados na gráfica por meio do esquema de setas e reta numérica, o que permitiu a análise de suas relações. A Figura 16 mostra os registros do Grupo 5.

Figura 16 - Registro da Tarefa 4 realizada pelo Grupo 5.



Fonte: relatório de pesquisa.

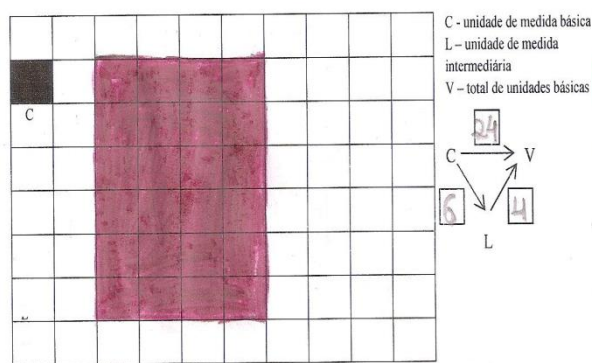
Ressalta-se que apenas o Grupo 9 não realizou os registros de forma correta na reta numérica referente à representação da área com medida **M**. Diante disso, durante a ação de controle, a pesquisadora conduziu os estudantes à reflexão dos principais aspectos desenvolvidos pela tarefa, colocando alguns grupos para apresentarem como procederam na resolução. Esse momento foi marcado por muitas intervenções dos alunos, evidenciando-se o domínio da própria conduta, a mobilização da vontade e a antecipação dos objetivos das ações.

Portanto, a novidade no desenvolvimento de todas as funções psíquicas nesta idade é a vontade dirigida a um fim que domina o afeto, o domínio

da própria conduta, de si mesmo, a capacidade de planejar a própria conduta e alcançar o que foi planejado. Assim, o saber planejar os objetivos e dominar a própria conduta exige, como já vimos, uma série de premissas, a mais importante entre elas é o pensamento por conceitos (VIGOTSKI, 1996, p. 171-172, tradução nossa).

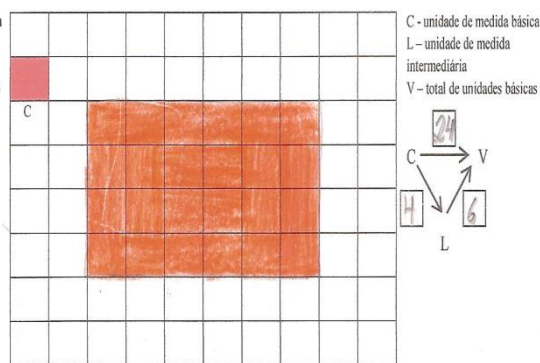
Explorando ainda mais as possibilidades da Tarefa 4, a pesquisadora propôs o seguinte problema: “Pensando na quantidade de piso disponibilizado aos pedreiros para cada sala, construa um retângulo com essa mesma área”. Para a resolução deste problema, foi necessário que os alunos definissem a unidade de medida intermediária e depois construíssem um retângulo de mesma área. Pelo fato de os alunos terem escolhido a unidade de medida intermediária, os grupos apresentaram várias representações para a área pedida. Dentre estas, ressaltamos os registros de dois grupos, conforme as Figuras 17 e 18.

Figura 17 - Registro do Grupo 9.



Fonte: relatório de pesquisa.

Figura 18 - Registro do Grupo 7.



Fonte: relatório de pesquisa.

Esses registros indicam que o Grupo 9 escolheu seis para a medida de unidade intermediária, enquanto o Grupo 7 adotou quatro. Ressalta-se que outras medidas foram escolhidas por outros grupos, como três e oito.

Como revelam os estudos de Hobold (2014) para o sistema conceitual de multiplicação, os dados das tarefas estão ligados à unidade básica, à unidade intermediária e ao total de unidades básicas e intermediárias. São esses elementos que compõem a relação universal do conceito de multiplicação, que revelará a essência da rede conceitual de raiz quadrada exata.

As tarefas inseridas na análise substantiva, pelos episódios analisados, possibilitaram a transformação dos dados das tarefas de estudo, revelando a relação

universal do objeto, fundamento durante todo o desenvolvimento do plano de ensino. Nesse movimento, ocorreu o processo de modelação da relação universal na forma gráfica ou literal. Como defende Davídov (1988), o conteúdo do modelo estabelece as características internas do objeto em estudo. As crianças também realizaram a transformação do modelo com a análise de suas relações.

Com o objetivo de levar as crianças ao controle das ações anteriores e à avaliação, ao final da folha de registro havia um espaço para os grupos expressarem o que acharam das tarefas. Alguns dos comentários foram:

Eu achei muito legal, pois as atividades foram fáceis e boas de fazer, as ilustrações foram ótimas (Grupo 3).  
Tinha uma que tava muito difícil (Grupo 2).  
Foi moleza nossa atividade, fácil gostamos, interessante (Grupo 8).  
Tinha algumas partes que estavam difíceis (Grupo 1).

É em virtude da importância do conceito de multiplicação no sistema conceitual do conceito de raiz quadrada exata que se elaboraram as tarefas analisadas até aqui. Nesse entendimento, as tarefas conduziram os alunos à assimilação da essência do conceito de multiplicação por meio da contagem, formação de agrupamentos e da adição de operações mentais que foram demandadas para a resolução das tarefas propostas.

### 3.4 PLANO INTERIOR DAS AÇÕES

De acordo com Davídov (1988), o plano interior das ações ou planificação substantiva consiste nas transformações mentais do objeto em estudo, desde a sua relação geral às tarefas particulares. “Ação de estudo, dirigida a construir o sistema de tarefas particulares sobre a base do procedimento geral de sua solução, pressupõe a planificação substancial dessa ação pelos escolares” (p. 232, tradução nossa).

Dessa forma, o objetivo de ensino da unidade conceitual de potenciação e radiciação (um caso particular) inseridas nessa categoria de análise foi a transformação do modelo da relação identificada anteriormente para a multiplicação e, a partir deste, construir um sistema particular para os conceitos em questão. Para isso, as tarefas de estudo apresentadas e analisadas nessa seção buscaram relacionar a multiplicação com o conceito de potenciação e raiz quadrada exata, consubstanciando essas relações.

Davídov (1988) explica que, muitas vezes, a relação universal do objeto parece estar oculta em seu conjunto de características particulares. Ao contrário, no modelo, a relação universal é visível em sua forma pura, em seu modelo literal. “Por esse motivo, ao transformar e reconstruir esse modelo, os escolares têm a possibilidade de estudar as propriedades da relação universal como tal, sem o obscurecimento produzido pelas circunstâncias acessórias” (p. 183, tradução nossa).

Considerando-se o exposto, entende-se que “Pensar significa transformar, em correspondência com o projeto ideal e o esquema idealizado da atividade, a imagem inicial do objeto de trabalho em um ou outro objeto idealizado” (ARSÉNIEV; BÍBLER; KÉDROV, 1967, p. 29 *apud* DAVÍDOV, 1988, p. 121, tradução nossa). Deste modo, ao envolver o aluno no movimento de desenvolvimento conceitual, ocorre a mobilização de ações e operações que poderá conduzir a um novo nível de organização do pensamento.

O desenvolvimento das tarefas apresentadas até o momento aconteceu por meio de esquemas e reta numérica. Estas representações possibilitaram às crianças realizarem diferentes ações e operações mentais, pois contemplaram as relações entre grandezas discretas e contínuas e as significações aritméticas, algébricas e geométricas.

### **3.4.1 A unidade conceitual de potenciação**

No encontro realizado no dia 29 de outubro de 2018, relembrou-se os conceitos estudados anteriormente e foi entregue aos grupos a folha de registro da Tarefa 5.

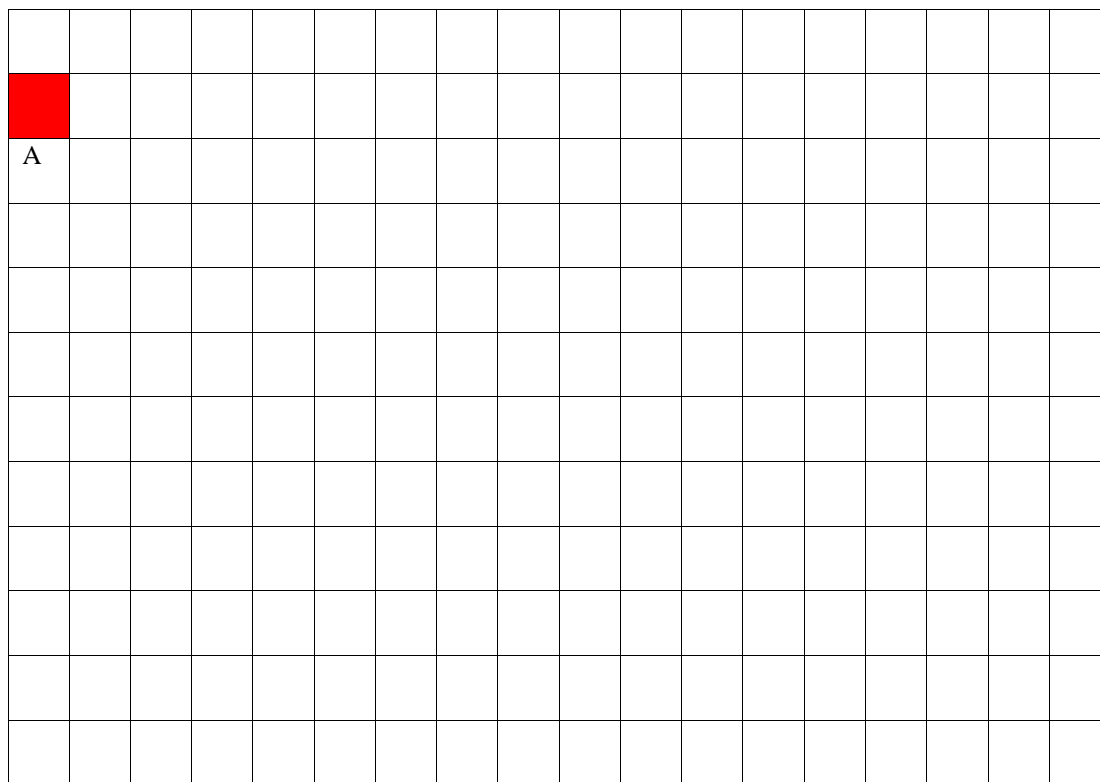
#### **Tarefa 5**

Essa tarefa possibilitou o início da transformação do modelo do conceito de multiplicação com a realização de tarefas particulares. O objetivo desta tarefa era compreender a relação da multiplicação com o conceito de potenciação, formalizando a sua expressão literal.

Figura 19- Tarefa 5 - Relacionando a multiplicação ao conceito de potenciação.



A partir da unidade de medida básica (A), sabendo que a unidade de medida intermediária é sempre três vezes a quantidade de unidades da figura anterior, quantas unidades de medida básica terão ao repetir esse raciocínio três vezes? Construa essa sequência de figuras e analise as formas de representar suas áreas.



Fonte: elaborada pela autora com base na teoria do ensino desenvolvimental.

Para a análise dessa tarefa, será discutido aqui o quinto episódio, referente às discussões do Grupo 4, que se destacou tanto por suas sínteses conceituais quanto pela mobilização de todos os componentes do grupo para a realização da tarefa.

**Bin:** Tia! Faz favor aqui! A próxima figura terá três (3) unidades?

**Pesquisadora:** O que vocês acham Luca e Ana?

**Luca:** Eu acho que sim!

**Pesquisadora:** Por quê?

**Luca:** Porque ela tem que ter três (3) vezes da anterior, e ela tem uma (1) unidade, aí serão três (3) unidades.

**Pesquisadora:** Você concorda, Ana?

**Ana:** Sim.

**Pesquisadora:** Correto! O que mais?

**Ana:** Então a próxima terá seis (6)?

**Bin:** Eu acho que não! (o aluno ficou pensativo). Eu acho que serão nove (9) quadradinhos.

**Pesquisadora:** Por que mesmo, Bin?

**Bin:** Porque o nove (9) é três vezes três (3 x 3), três (3) da anterior.

**Luca:** É nove (9) porque tem três (3) linhas e três (3) colunas.

Nesse momento, o aluno Luca relembra do esquema de setas para representação da área das figuras, utilizando-se da unidade de medida básica e da unidade de medida intermediária. Contudo, não precisava mais representar o esquema, pois, com o desenvolvimento das tarefas anteriores, os alunos já haviam internalizado esse modelo. Segundo Vigotski (1996, p. 107, tradução nossa), “[...] nessa idade, o adolescente, mais que os indícios abstratos isolados, capta os nexos, as relações entre os conceitos e com a ajuda de definições encontram novos conceitos”.

**Luca:** A próxima figura terá vinte e sete (27) unidades.

**Pesquisadora:** Muito bom! E tem como escrever esses números de outra forma?

Os grupos mais próximos voltaram sua atenção para a explicação dos colegas, ampliando-se o diálogo.

**Alguns Estudantes:** Tem.

**Pesquisadora:** Como?

**Bin:** O nove (9) é três vezes três (3 x 3), três (3) da anterior.

**Pesquisadora:** Muito bom! Vocês concordam, Luca e Ana?

**Luca:** Sim! É nove (9) porque tem três (3) linhas e três (3) colunas.

**Pesquisadora:** Ana! E a outra figura?

A pesquisadora busca a atenção de Ana que participava menos, quando um estudante de outro grupo entra no diálogo.

**Dado:** Nove vezes três (9 x 3).

**Pesquisadora:** Por que você pensou assim?

**Dado:** Porque aí tem três (3) da figura anterior que é nove (9).

**Pesquisadora:** Perfeito! E nove (9) é?

**Luca:** Três vezes três (3 x 3).

**Pesquisadora:** Então vai ficar como?

**Dado:** Três vezes três vezes três ( $3 \times 3 \times 3$ ).

É importante mencionar que a maioria dos grupos sistematizou rapidamente que vinte e sete é o mesmo que nove vezes três ( $9 \times 3$ ). Contudo, o processo foi mais lento para sintetizarem que vinte e sete também pode ser escrito como três vezes três vezes três ( $3 \times 3 \times 3$ ).

**Pesquisadora:** Qual operação vocês usaram?

**Alguns estudantes:** Multiplicação.

**Pesquisadora:** Ana! Tem como escrever esses números de outra forma?

**Ana:** Sim! Pegando três mais três mais três ( $3 + 3 + 3$ ).

**Pesquisadora:** E três mais três mais três ( $3 + 3 + 3$ ) resultam em vinte e sete (27)?

**Alguns estudantes:** Não.

A explicação de Ana ainda expressa o pensamento aditivo na multiplicação, tão recorrente entre os alunos. Daí a importância do trabalho colaborativo durante a realização das tarefas, pois, neste momento, os próprios colegas explicaram a diferença das expressões ( $3 + 3 + 3$ ) e ( $3 \times 3 \times 3$ ), retomando algumas ideias desenvolvidas anteriormente. Acredita-se que, ao organizar as tarefas para que fossem realizadas de forma colaborativa, as tarefas possibilitaram a interação entre os alunos e a interdependência de suas ações.

Em colaboração, a criança é mais forte e mais inteligente do que quando age sozinha, se eleva no sentido do nível das dificuldades intelectuais que supera, mas sempre há uma determinada distância, estritamente regulada, que determina a divergência entre o trabalho independente e colaborativo (VIGOTSKI, 2001, p. 240, tradução nossa).

Essa força do trabalho colaborativo ficou muito evidente durante a realização das tarefas, já que as interações entre os alunos visivelmente contribuíram para que eles fossem assimilando os conceitos. Outro aspecto a ser observado é que o trabalho colaborativo mobiliza de maneira mais eficiente a atenção voluntária, tornando-a mais duradoura e ativa (VIGOTSKI, 1996).

Após se analisar, junto com os alunos, a relação entre as operações de adição e multiplicação, prosseguiu-se com o diálogo.

**Pesquisadora:** Mas existe outra forma de escrever essa multiplicação?

**Bin:** Eu não sei explicar tia, é colocar o três (3) e o três (3) pequenininho em cima.

**Luca:** É três (3) elevado ao cubo.

Com a folha de registro em suas mãos, o aluno Luca foi realizando os registros. Escreveu três (3) elevado ao cubo para a última figura, depois três (3) elevado ao quadrado para a penúltima figura, e três (3) elevado a um (1) para a segunda figura. Quando se chegou à primeira figura, o grupo começou a discussão sobre como ficaria essa representação, visto que havia apenas uma unidade.

**Luca:** Tia! Como que fica essa? (apontando para a primeira imagem).

**Pesquisadora:** O que vocês acham, Bin e Ana?

**Ana:** Um (1).

**Bin:** Nenhum.

**Pesquisadora:** Vamos seguir o caminho que vocês fizeram, começando pela última figura. Essa quarta figura tem quantos grupos iguais à terceira imagem?

**Alguns estudantes:** Três (3).

**Pesquisadora:** Certo! E a terceira figura tem quantos grupos de três (3)?

**Alguns estudantes:** Dois (2).

**Pesquisadora:** E quantas vezes mesmo que aparece o grupo de três (3) na segunda figura?

**Alguns estudantes:** Um (1).

**Pesquisadora:** Beleza! E quantos grupos de três (3) têm na figura inicial?

**Alguns estudantes:** Nenhum!

**Pesquisadora:** Então, como fica?

**Alguns estudantes:** É zero.

Esse momento foi fundamental para a compreensão de que  $3^0 = 1$ , pois a tarefa mostrou que em nenhuma vez apareceu agrupamento de três, tendo apenas a unidade

como elemento inicial de referência. Com isso, foi observado que a maioria dos alunos não transferiu para o expoente a propriedade da multiplicação de que o produto de um fator por zero é sempre zero. Compreendeu-se, assim, como mostra Damazio (2006), a produção do novo significado para o zero e da própria noção de expoente não como um fator da operação, mas como indicativo da quantidade de vezes que o fator será multiplicado.

Assim, o pensamento dos alunos durante a atividade de estudo é construído de forma a reproduzir, de maneira abreviada, o caminho percorrido pelo pensamento dos cientistas, “[...] os quais expõem os resultados de suas investigações por intermédio das abstrações, generalizações e conceitos teóricos que funcionam no processo do abstrato ao concreto” (DAVÍDOV, 2019a, p. 216).

O movimento do pensamento, que vai do abstrato ao concreto, expressa a compreensão da essência do conceito. A abstração inicial, chamada também por Davíдов (1988) de substancial, expressa a essência do objeto concreto. A essência é a conexão interna que determina as outras especificidades particulares do objeto. “Nesse sentido, a essência é a determinação universal do objeto” (p. 147, tradução nossa).

Dessa maneira, quando os alunos chegaram ao significado zero enquanto expoente, fica evidente a elevação do pensamento do abstrato para o concreto pensado. Davíдов (1988) entende que o concreto real aparece como dado sensorial, sendo capaz de conduzir a conexões que, por sua vez, conduzem à universalidade do objeto. Somente a reprodução do concreto pensado pode revelar esse movimento.

A tarefa do pensamento teórico é elaborar os dados de contemplação e representação na forma de um conceito e, assim, reproduzir omnilateralmente o sistema de conexões internas que geram o concreto dado, expor sua essência (DAVÍDOV, 1988, p. 142, tradução nossa).

Nesse movimento, o processo de apropriação dos conceitos matemáticos, proposto por Davíдов (1988), realiza primeiramente o processo de redução do concreto ao abstrato e, posteriormente, a ascensão do abstrato ao concreto. “Embora os dois processos se encontram em unidade, o principal é a ascensão que expressa a natureza do pensamento teórico” (p. 148, tradução nossa).

Sendo assim, o processo de redução se figura como um momento subordinado à ascensão, ou seja, um meio para se alcançar essa finalidade. É na ascensão que se revelam as contradições, dentro da relação fixada na abstração inicial. O conceito teórico

representa, assim, como procedimento da dedução do singular a partir do universal, o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto (DAVÍDOV, 1988).

Voltando-se à análise da tarefa, os alunos perceberam que, para a representação dessa sequência, era necessário escrever cada termo usando o três como único fator, o que significa uma nova característica para a multiplicação: fatores iguais. Feito isso, o grupo escreveu a sequência ( $3^0, 3^1, 3^2, 3^3, \dots$ ) encontrada na tarefa em questão, como mostra a Figura 20.

Figura 20 - Registro da Tarefa 5 realizada pelo Grupo 4.

A																				
1																				
	3																			
$3^0$																				
	3																			

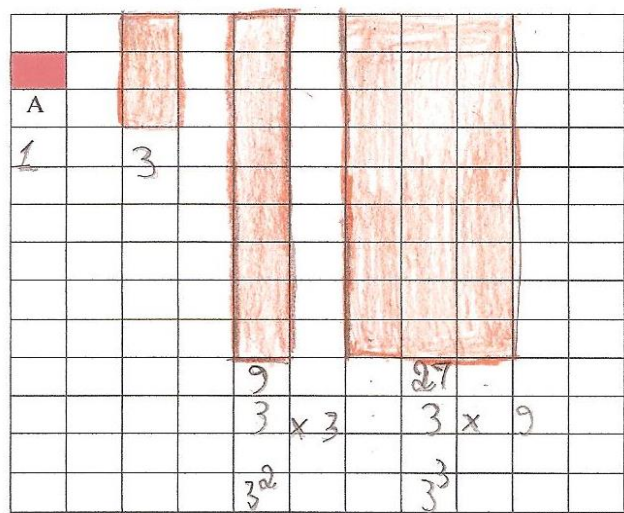
Fonte: relatório de pesquisa.

Após os grupos resolverem a tarefa, buscou-se novamente conduzir os estudantes à realização da ação de controle das ações realizadas. Assim, fizeram-se alguns questionamentos para a turma: “Sabendo que a unidade de medida intermediária é sempre três (3) vezes a quantidade de unidades da figura anterior, e sabendo que a unidade de medida básica A é um quadrado, quantos quadrados terão na segunda figura?” A turma em alto som respondeu que eram três (3).

Continou-se a questionar: “Então, se temos três (3) quadrados, quantos teremos na próxima sequência?” Alguns responderam seis (6), e a maioria disse nove (9). Repetiu-se: “Se a figura do anterior tem três (3) unidades, e a próxima deve ter três (3) vezes desse, quantos quadrados então ele vai ter?” Então, a maioria dos alunos respondeu que seria nove (9).

Prosseguiu-se que apenas os grupos 1 e 4 representaram as formas na vertical, como mostra a Figura 21. Contudo, quando questionados sobre o porquê escolheram essa representação, os grupos mostraram indícios de terem compreendido o conceito em questão.

Figura 21 - Registro da Tarefa 5 realizada pelo Grupo 6.



Fonte: relatório de pesquisa.

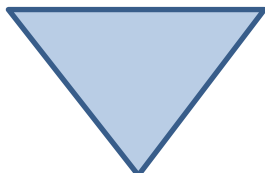
O diálogo reproduzido acima evidencia que a turma havia compreendido a lógica da sequência definidora do sistema conceitual de potenciação. A respeito do conceito de potenciação, Damázio (2011, p. 223) afirma que “[...] sua característica fundamental é a sequência em progressão geométrica, em que a referência inicial é a unidade e, a partir do termo seguinte e dos subsequentes, surge o princípio definidor da base, isto é, cada termo é tantas vezes o anterior”. Para melhor assimilação do conceito de potenciação, a pesquisadora propôs a Tarefa 6.

### Tarefa 6

A Tarefa 6 (Figura 22) foi elaborada com o objetivo de que os estudantes utilizassem potências de base diferente da anterior numa nova tarefa, de forma a empregar a generalização conceitual de potenciação numa outra tarefa particular.

Figura 22 - Tarefa 6 - Formação de uma sequência de potência na base 4.

Ligando-se os pontos médios dos lados de um triângulo equilátero, obtêm-se novos triângulos equiláteros com a metade da medida do lado. Unindo-se os pontos médios dos lados desses novos triângulos, obtêm-se outros triângulos equiláteros ainda menores, com a metade da medida do lado do triângulo anterior. Quantos triângulos serão? E qual a sequência encontrada em cada formação, considerando-se o triângulo equilátero inicial?



Fonte: elaborada pela autora com base na teoria do ensino desenvolvimental.

Para o desenvolvimento dessa tarefa, foi necessário explicar, primeiramente, o conceito de ponto médio, pois os alunos, assim que leram a proposta da tarefa, logo começaram a argumentar que não sabiam o que era ponto médio. Foi explicado brevemente que se trata da divisão de um segmento de reta em duas partes de mesmo tamanho. Para a análise desta tarefa, apresentou-se o 6º episódio, referente ao Grupo 7.

**Tata:** Tia! Tem que marcar aqui? (apontando para a metade de um dos lados do triângulo).

**Pesquisadora:** Isso mesmo! A metade do segmento é o ponto médio. Entenderam, Gui e Ton?

**Gui e Ton:** Sim.

**Tata:** Marquei os pontos.

**Pesquisadora:** E agora?

**Ton:** Agora tem que ligar.

**Pesquisadora:** Isso mesmo. Quantos triângulos de mesmo tamanho foram formados?

**Tata:** Quatro (4).

**Gui:** Eu acho que é três (3).

**Ton:** Quatro (4).

**Tata:** Tem um no meio, gente!

**Gui:** É mesmo.



**Tata:** Tem que fazer isso de novo em todos os triângulos?

**Ton:** Vixe! Vai dar um monte!

**Gui:** Vai dar oito (8).

**Pesquisadora:** Vamos deixar o Gui marcar os pontos?

Ao perceber que o aluno Gui não estava conseguindo visualizar a quantidade de triângulos novos formados, buscou-se mobilizar a atenção deste para a tarefa, colocando-o para realizar os registros. Neste momento, a aluna Tatá passou a folha de registro para a carteira de Gui, que passou a demonstrar mais interesse e marcou os pontos médios.

Nesse movimento, os processos mentais alcançados até o momento permitiram orientar a atenção internamente de forma voluntária. “A função em questão passa a ser eminentemente determinada pelo motivo da atividade e finalidades das ações, em que a pessoa cria os estímulos para orientar a própria atenção, intimamente vinculado ao pensamento conceitual abstrato” (LEITE; FERRACIOLI, 2019, p. 19).

**Tata:** Liga os pontos, Gui!

**Gui:** Tá bom!

**Pesquisadora:** Todos concordam?

**Tata:** Está faltando o triângulo do meio.

O aluno Gui reconheceu, então, que estava faltando ligar os pontos do triângulo do meio, marcou os pontos que faltavam e, em seguida, contou dezesseis triângulos. A aluna Tatá pegou a folha e contou novamente, confirmando o resultado.

**Pesquisadora:** Muito bom! Então qual é a sequência encontrada?

**Tata:** Um (1), quatro (4) e dezesseis (16).

**Pesquisadora:** Concordam, meninos?

**Gui e Ton:** Sim.

**Pesquisadora:** E como escreve essa sequência na forma de potência?

**Tata:** A base é quatro (4).

**Gui:** Dezesseis (16) é quatro elevado a quatro ( $4^4$ )?

**Tata:** Dezesseis (16) é quatro vezes quatro ( $4 \times 4$ ).

**Ton:** Então é quatro elevado a dois ( $4^2$ ).

**Tata:** A sequência vai ficar  $4^0, 4^1, 4^2$ .

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Entendeu, Gui? Quatro vezes quatro ( $4 \times 4$ ) não é igual a quatro elevado a quatro ( $4^4$ ).

**Gui:** Quatro elevado a quatro ( $4^4$ ) é quatro vezes quatro vezes quatro vezes quatro ( $4 \times 4 \times 4 \times 4$ ).

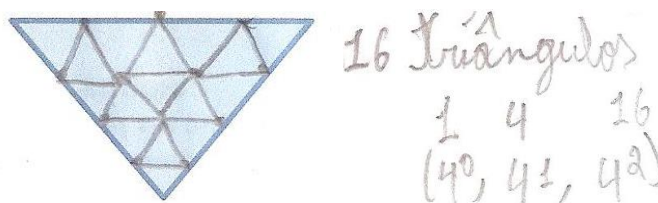
**Pesquisadora:** Exatamente!

Como se pode observar, um dos alunos pode desenvolver o conceito a partir da ajuda dos colegas na realização da Tarefa 6. Na teoria histórico-cultural, discute-se a importância da imitação nos processos de desenvolvimento dos conceitos científicos na escola. “Ao falar de imitação não nos referimos a uma imitação mecânica, automática, sem sentido, mas uma imitação racional, baseada na compreensão da operação intelectual que se imita” (VIGOTSKI, 1996, p. 268, tradução nossa).

Chaiklin (2011) escreve que essa habilidade para imitar é a base para uma zona subjetiva de desenvolvimento próximo. “Tudo quanto uma criança não é capaz de fazer sozinho, mas pode aprender sob a orientação ou colaboração do adulto ou com a ajuda de perguntas norteadoras, é incluída por nós na área de imitação” (VIGOTSKI, 1996, p. 268, tradução nossa). Nesta perspectiva, para a teoria histórico-cultural, a imitação se refere a situações em que os alunos interagem entre si e com o professor, recebendo apoio e orientação para a realização de tarefas que não seriam capazes de realizar sozinhos.

Continuando a análise da realização da Tarefa 6 pelo Grupo 7, os alunos perceberam que, para a representação dessa sequência, era preciso escrever cada termo usando o quatro como único fator, e não o três como haviam realizado anteriormente. Todavia foi possível diagnosticar que alguns alunos tentavam colocar o expoente como fator multiplicativo da base ( $4^4 = 4 \cdot 4$ ), e não como a quantidade de vezes que a base deve ser multiplicada ( $4^4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ ). A Figura 23 mostra o registro dessa tarefa realizada pelo Grupo 7.

Figura 23 - Registro da Tarefa 7 realizada pelo Grupo 7.



Fonte: relatório de pesquisa.

Percebe-se, portanto, que a cada nova base colocada para os alunos, iniciava-se um processo de reflexão e análise das múltiplas relações existentes entre os conceitos que se articulam à potenciação. Uma ação mental importante que os alunos conseguiram realizar, neste entendimento, diz respeito à passagem de generalizações sobre a potenciação, de uma tarefa para outra, como da sequência de base três para as demais, em tarefas diferentes. No ensino desenvolvimental, isso indica a capacidade de generalização conceitual, quando o estudante consegue aplicar a base conceitual (a essência do conceito) em outras tarefas particulares.

Como mostra Damázio (2006), na assimilação conceitual de potenciação, o aluno se apropria da ideia de sequência e, conseqüentemente, transfere o raciocínio multiplicativo que aparece somente no segundo agrupamento. A multiplicação, dentro dessa particularidade, tem a característica de englobar somente fatores iguais.

Nesse processo de formação da generalização da forma escrita da potenciação, observou-se que os alunos se utilizaram do procedimento da decomposição, transformando cada termo em fatores iguais. Destarte, a sequência  $3^0, 3^1, 3^2, 3^3 \dots$  representa a síntese da Tarefa 5, e a sequência  $4^0, 4^1, 4^2 \dots$ , a síntese da Tarefa 6. Logo,  $a^0 = 1, a^1 = a, a^2 = a \cdot a, a^3 = a \cdot a \cdot a, \dots, a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  (*n vezes*). Assim, os alunos contavam a quantidade de  $a$  fatores em cada termo, colocando-o como expoente.

A resolução das Tarefas 6 e 7, para os alunos, no geral, foi considerada interessante. Destacam-se alguns comentários:

Achei muito legal, nós aprendemos muito com essas aulas crescemos muito, as explicações da professora é bem legal podia ter mais vezes (Grupo 4).

Inteligência, porque nós aprendeu muito e tá aprendendo (Grupo 2). Foi difícil (Grupo 8).

Nós aprendemos que é preciso prestar atenção e as dificuldades foram mais na tarefa 6 (Grupo 7).

Eu achei um pouco difícil porque ela não tinha explicado (Grupo 5).

É importante refletir sobre o sentido de dificuldade de aprendizagem numa perspectiva histórico-cultural e desenvolvimental do ensino de matemática. Ferrari (2013) afirma que a maioria dos estudos a esse respeito entende que as dificuldades de

aprendizagem se caracterizam por um grupo heterogêneo de manifestações, acarretando baixo rendimento nas tarefas de leitura, escrita e cálculos matemáticos, ainda podendo ser transitório e a qualquer momento no processo de ensino e aprendizagem escolar.

Para o autor, busca-se encontrar no próprio aluno razões orgânicas para o fenômeno do não aprender, naturalizando-se as manifestações que supostamente são achadas nos estudantes que apresentam dificuldades de aprendizagem, desencadeando um processo de culpabilização e patologização (FERRARI, 2013). Embora tenha uma corrente que defenda o processo de desenvolvimento e aprendizagem da criança como um simples crescimento e maturação de qualidades inatas e de origem biológica, a teoria histórico-cultural mostra que a dificuldade de aprendizagem é de origem sociocultural.

A partir da compreensão do ser humano e do processo de aprendizagem pelas lentes da teoria histórico-cultural, a dificuldade de aprendizagem é superada pelo determinismo biológico, passando a ser compreendida como um fenômeno que ocorre em uma relação complexa entre os fatores biológicos, sociais, culturais e históricos. Ressalta-se também que esse conjunto de fatores é distinto em cada aluno.

Considerando-se esse suporte teórico, a dificuldade de aprendizagem indica que as funções psíquicas estão em processo de desenvolvimento, o que significa que processos inconclusos de assimilação de algum conceito podem ser confundidos com uma dificuldade geral para aprender. A dificuldade é própria da ação mental e geralmente necessária para a compreensão da essência do conceito.

Como mencionado anteriormente, a contradição, a revolução e o salto qualitativo são características dessa relação interna entre o ensino e o desenvolvimento, a que Vigotski (2007) denomina de zona de desenvolvimento proximal: “A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão” (p. 98). Vigotski (2012) afirma que o bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento.

Considerada deste ponto de vista, a aprendizagem não é, em si mesma, desenvolvimento, mas uma correta organização da aprendizagem da criança conduz ao desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir-se sem a aprendizagem. Por isso, a aprendizagem é um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolvam na criança essas características humanas não-naturais, mas formadas historicamente (VIGOTSKI, 2012, p. 115).

Dessa forma, compreende-se que a dificuldade de aprendizagem dentro de uma perspectiva desenvolvimental pode significar processos inconclusos de desenvolvimento das capacidades psíquicas de cada estudante. Uma correta organização de ensino conduz à necessidade da aprendizagem, em outras palavras, um ensino organizado dentro dessa abordagem possibilita o desenvolvimento mental, o que não ocorre sem a aprendizagem.

### **3.4.2 A unidade conceitual raiz quadrada exata, um caso particular de radiciação**

O objetivo principal dessa unidade consiste em analisar como as crianças formaram a relação entre os conceitos de potenciação e radiciação. Para isso, inicialmente propôs-se a construção do material pedagógico geoplano, realizada em duas aulas, no dia 30 de outubro. A partir de um conjunto de tarefas particulares realizadas com o geoplano construído pelos alunos, objetivou-se levá-los a transformar o modelo encontrado em potenciação para radiciação, especificamente para o conceito de raiz quadrada exata. Esta tarefa constituída de pequenas tarefas permitiu que as crianças realizassem todas as ações de estudo, como estão propostas por Davídov (1988). Realça-se, no estudo desta unidade conceitual, a quarta ação, construção de um sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral.

De acordo com Kopnin (1972, p. 252) “[...] na realidade o conhecimento é o resultado da síntese do pensamento e do elemento sensorial, e essa síntese transpõe tanto a experiência e a teoria quanto suas relações mútuas”. Nisso reside o entendimento do potencial de alguns objetos pedagógicos para melhor compreensão conceitual, principalmente em se tratando do ensino de Matemática.

Para Shardákov (1963, p. 128 *apud* DAVÍDOV, 1988, p.103, tradução nossa), “[...] os alunos são gradualmente levados a generalizações através da observação e estudo do material concreto dado visualmente e captado sensorialmente”. O objeto pedagógico, no ensino desenvolvimental, não objetiva confirmar de imediato o caráter visual concreto do conceito. Ao contrário, coloca o estudante diante da necessidade de abstrair mentalmente o conceito do material, sendo que este não deve refletir o conceito, mas possibilitar a ação de reflexão do estudante.

Como na sala de aula não havia espaço para a construção do geoplano, os alunos foram conduzidos para a quadra esportiva, onde cada grupo construiu o seu. Entregaram-se uma placa de madeira de 30cm x 20cm, pregos, régua e martelo para cada grupo e foi

solicitado aos alunos que desenhassem na madeira uma malha quadriculada de 3cm x 3cm. Logo em seguida, os alunos foram orientados para que fixassem os pregos, iniciando de dentro para fora. Todos os grupos participaram ativamente da construção e colaboraram uns com os outros, emprestando o martelo para fixação dos pregos, envolvendo-se intensamente no processo de construção.

Figura 24 - Construção do geoplano pelos alunos.



Fonte: relatório de pesquisa.

Rubtsov (1996) entende que as ações coletivas desempenham um papel de extrema relevância no desenvolvimento mental dos alunos, por isso a necessidade de organização da atividade de estudo com base em tarefas colaborativas. As mediações e a comunicação que os alunos realizam entre si na busca da solução das tarefas possibilitam saltos qualitativos do pensamento, necessários ao processo de formação do pensamento teórico.

Nesse sentido, Davydov (1999a) entende que, para resolver tarefas de estudo, é necessário utilizar um material em que os alunos possam realizar, em conjunto, as respectivas transformações e fazer experimentos mentais com esse material. Ao realizarem a quarta ação de estudo, resolução de tarefas particulares, a partir de um procedimento geral, no caso dos conceitos matemáticos, os alunos analisam as propriedades das estruturas matemáticas em suas manifestações particulares.

Desse modo, durante esse processo é recorrente a realização da ação de transformação do modelo quando surgem novos elementos conceituais.

A transformação do modelo é realizada pela criança em duas direções. No início, os alunos constroem o modelo após ou durante as manipulações com o material objetal. Então, inversamente, segundo o

modelo dado, a criança deve realizar as manipulações correspondente (DAVÍDOV, 1988, p. 213, tradução nossa).

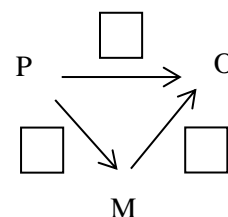
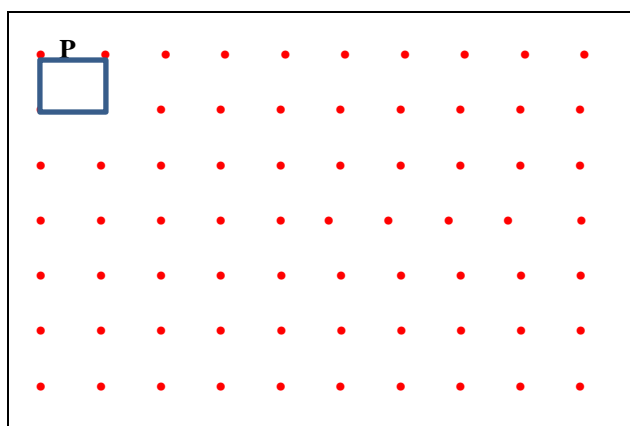
Terminada a construção do geoplano, voltou-se para a sala de aula e a folha de registro da Tarefa 7 foi entregue para que os grupos a resolvessem.

### Tarefa 7

O desenvolvimento dessa tarefa ocorreu no dia 31 de outubro de 2018, com a presença de 26 alunos. Foram construídos 13 geoplanos, o que permitiu que os estudantes trabalhassem em duplas na realização das tarefas.

Figura 25 - Tarefa 7 - Conceito de raiz quadrada exata no geoplano.

Utilizando o geoplano e uma liguinha, construa um quadrado com nove unidades de medida básica e resolva a representação do seu esquema. Com base nessa construção, analise as questões abaixo:



1. Qual o lado desse quadrado?
2. Construa agora um quadrado com 25 quadradinhos e diga qual é o seu lado.
3. É possível escrever um quadrado com 18 quadradinhos?
4. Escreva a relação encontrada entre os quadrados e quadradinhos.

Fonte: elaborada pela autora com base na teoria desenvolvimental.

Ressaltam-se o entusiasmo e o desejo dos alunos em manusear o geoplano, o que é considerado muito importante para a mobilização da atenção voluntária para a realização das tarefas. Vigotski (1996) afirma que a conexão entre a atenção e os estímulos externos subordina-se ao desenvolvimento do pensamento por conceitos,

elevando-se a atenção a um estágio superior, em que o sujeito, voluntariamente, domina seu comportamento para a realização de uma determinada ação. Isso caracteriza a ação consciente.

Para a análise dessa tarefa, destacou-se o sétimo episódio, começando pela análise da forma como a dupla Lala e Tata realizou o proposto.

**Lala:** Tia! Conta é a quantidade de preguinhos?

**Pesquisadora:** Qual é a unidade de medida básica colocada na tarefa?

**Lala:** Esse aqui (apontando para P).

**Pesquisadora:** Isso! Então o que vocês têm que observar?

**Tata:** Os quadradinhos.

**Pesquisadora:** Isso mesmo!

**Tata:** Então fica assim (mostrando o quadrado com nove quadradinhos).

**Pesquisadora:** Exatamente! Qual é o lado desse quadrado que vocês fizeram?

**Lala e Tata:** Três (3).

Ressalta-se que essa dúvida, quanto ao lado do quadrado, ocorreu em outros grupos, pois alguns alunos observaram a quantidade de preguinhos, e não a unidade de medida básica **P** colocada pela tarefa. Alguns disseram, inicialmente, que a medida do lado desse quadrado era quatro (4). De grupo em grupo, realizaram-se as mediações e intervenções necessárias para que todos pudessem chegar à compreensão da unidade de área.

**Pesquisadora:** Compreenderam, meninas? Então, podem continuar. O que a tarefa pede agora?

**Tata:** Para fazer um quadrado com 25 quadradinhos.

**Lala:** É fácil agora (construindo o quadrado pedido).

**Pesquisadora:** Qual é o lado desse quadrado?

**Lala e Tata:** Cinco (5).

A aluna Tata construiu o quadrado marcando com a liguinha as cinco unidades de área para um lado e depois a esticou para alcançar os demais lados. Alguns grupos fizeram diferente: primeiro contaram os vinte e cinco quadradinhos e, em sequência,



delimitaram o quadrado com a liguinha. Todos os grupos construíram esse quadrado corretamente.

A construção desses dois quadrados levantou indícios de que os alunos estavam compreendendo qual o modo de ação de realização da tarefa. Pediu-se para que os grupos continuassem construindo um quadrado com dezoito quadradinhos. Os alunos fizeram inúmeras tentativas e continuaram insistentemente, porém, construíam apenas retângulos com essa quantidade de unidades de medida básica.

Os grupos fizeram o mesmo movimento realizado anteriormente: alguns contavam dezoito unidades de área e depois as delimitavam com a liguinha, percebendo que o formato era sempre retangular. Outros marcavam primeiramente o lado para depois fecharem o quadrado, observando a impossibilidade de se ter dezoito quadradinhos nessa formação. Neste momento, como a dúvida era geral, vários alunos começaram a questionar a possibilidade de resolução deste problema.

**Tico:** Não dá.

**Dado e Tutu:** É porque todo jeito que você faz dá um retângulo.

**Tico:** É porque faltam ou sobram quadradinhos; se colocar lado quatro (4) dá dezesseis (16), e se colocar lado cinco (5) dá vinte e cinco (25), e dezoito (18) está dentro desses números, por isso só dá um retângulo.

**Tata:** Professora não tem jeito, porque esse quadrado aqui tem dezesseis (16) quadradinhos, e quando esticamos a liguinha para o próximo quadrado, passa de dezoito (18). Vai para vinte e cinco (25)!

**Luca:** Quadrado não dá tia porque tem que ser a mesma medida nos dois lados, por exemplo, quatro vezes quatro que dá dezesseis (16), e depois seria cinco vezes cinco que dá vinte e cinco (25).

**Pesquisadora:** Realmente não é possível construir um quadrado com dezoito (18) quadradinhos.

Ao perceber que alguns alunos não haviam compreendido, solicitou-se que os alunos do diálogo reproduzido acima explicassem para suas duplas porque não era possível construir o quadrado. Percebeu-se que os alunos que não estavam conseguindo compreender, se expressaram com mais liberdade e fizeram questionamentos ao colega de dupla. Em seguida, foi pedido para que as duplas analisassem a relação encontrada

entre os quadrados e quadradinhos. Depois de um tempo discutindo o problema, este foi trazido para a discussão coletiva, possibilitando o controle e a avaliação das ações já realizadas pelas duplas.

**Pesquisadora:** Qual a relação encontrada entre os quadrados e quadradinhos?

**Dado:** Eu acho que é porque o número nove (9) é divisível por três (3).

**Lili:** É porque sempre divide e dá o resultado, por exemplo, vinte e cinco (25) divide por cinco (5) e dá cinco (5), dá o resultado.

**Fabi:** O nove (9) é o total de quadradinhos e três (3) é o lado.

**Kaka:** Os lados contem sempre os quadradinhos, dezesseis (16) divide pelo lado dá quatro (4).

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Se pegar um lado vezes o outro, dá a quantidade de quadradinhos! Entendeu, turma?

**Jô:** Eu não entendi ainda.

**Pesquisadora:** Olha aqui (apontando para o quadrado com dezesseis quadradinhos)! Quantos quadradinhos há nesse lado?

**Jô:** Quatro (4).

**Pesquisadora:** E nesse outro lado?

**Jô:** Quatro (4) também.

**Pesquisadora:** Então aqui é quatro (apontando para um lado) e aqui também é quatro (apontando para o outro lado do quadrado). Qual operação precisamos fazer, então, para dar essa quantidade de quadradinhos?

**Jô:** Ah! É só multiplicar! Dezesseis (16) é quatro vezes quatro ( $4 \times 4$ ).

**Pesquisadora:** E qual a outra forma que podemos escrever quatro vezes quatro ( $4 \times 4$ )?

**Ley:** Quatro elevado a dois ( $4^2$ ).

**Vários estudantes:** Quatro elevado ao quadrado ( $4^2$ ).

**Pesquisadora:** E como escrevemos cinco vezes cinco ( $5 \times 5$ )?

**Kaka:** Cinco elevado à quinta potência ( $5^5$ ).

**Dado:** Ao quadrado!

**Vários estudantes:** Cinco elevado ao quadrado ( $5^2$ ).

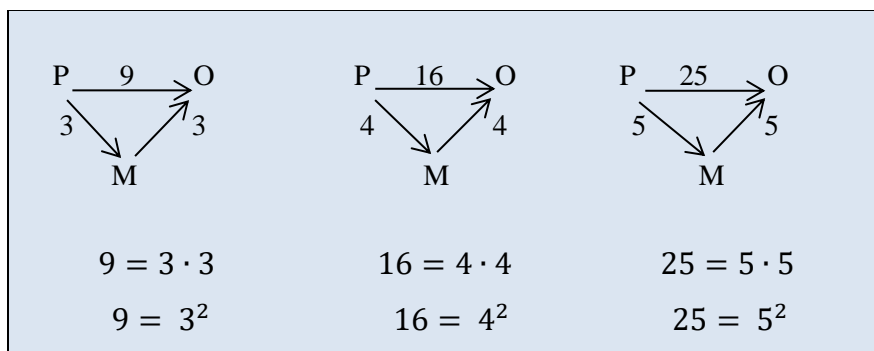
**Pesquisadora:** Então, qual é a relação entre o quadrado e os quadradinhos?

**Tico:** Que o quadrado tem o lado elevado a dois (2)!

As falas acima evidenciam claramente o movimento de formação conceitual de potenciação à raiz quadrada exata. Pode-se dizer que, submetido a uma nova análise, o pensamento estabelece novas relações com os conceitos anteriores em processo de síntese. Para os alunos, a multiplicação de fatores iguais estabelecida pela potenciação é algo que estava no nível de desenvolvimento real, e o conceito de raiz quadrada se encontrava na zona de desenvolvimento próximo.

Salienta-se ainda que a realidade objetiva dos alunos não oferecia elementos para operar voluntariamente com essa particularidade do conceito, de forma que novas mediações e intervenções, como observado nos episódios destacados, foram necessárias para que os alunos realizassem as ações esperadas. Como afirma Chaiklin (2011 p. 669), “Um desempenho assistido bem-sucedido pode ser usado como um indicador do estado de uma função psicológica em maturação”. Neste ínterim, as falas acima sintetizavam o início da transformação do modelo de potenciação para a raiz quadrada exata, evidenciado pelos esquemas de setas dos quadrados de lados 3, 4 e 5, representados na Figura 26.

Figura 26 - Esquema de setas para os quadrados de lados 3, 4 e 5.



Fonte: elaborado pela autora.

Diante do exposto, a pesquisadora explicou que, para representar essa relação, usa-se um símbolo desenvolvido há muito tempo atrás, conhecido hoje como raiz quadrada.

**Dado:** Tia, nós não vamos estudar raiz quadrada?

**Pesquisadora:** É isso que estamos estudando.

**Dado:** Então isso daí é raiz quadrada?

De acordo com Vigotski (1996), “A linguagem se converte em um meio do pensamento porque reflete a ação intelectual prática que transcorre objetivamente” (p. 157, tradução nossa). Gradualmente, o estudante vai tomando consciência de suas ações, pois a linguagem adquire determinadas formas lógicas (conceitos) e se intelectualiza, refletindo as ações e operações intelectualizadas do aluno. Desta maneira, “[...] o pensamento verbal, a princípio, é objetivo e somente depois se faz subjetivo. Primeiro surge em si e depois para si” (VIGOTSKI, 1996, p. 157, tradução nossa). A linguagem se intelectualiza, o pensamento se verbaliza, e o pensamento prático alcança, assim, um novo nível, no sentido de que o comportamento do escolar já não está determinado pela estrutura do campo visual e pelo caráter visual-concreto, mas por uma nova forma de atividade mental, o pensamento por conceitos.

Voltando à análise da Tarefa 7, buscou-se ajudar o aluno Dado a compreender o conceito de raiz quadrada exata:

**Pesquisadora:** Olhem para o quadrado com vinte e cinco (25) quadradinhos e me digam qual é sua raiz quadrada?

**Kaka:** Cinco (5) é a raiz quadrada.

**Pesquisadora:** Então, qual é a raiz quadrada da primeira figura, de nove (9)?

**Vários estudantes:** Três (3).

**Dado:** Por que, professora?

**Kaka:** Ô Dado! Quanto é três (3) vezes três (3)?

**Luca:** É três (3) porque raiz quadrada é só multiplicar o número por ele mesmo.

É importante ressaltar que a síntese realizada pelo aluno Luca colaborou de forma substancial para a compreensão dos demais colegas. “Quando a criança passa para o pensamento em conceitos se libera do pensamento numérico puramente concreto. No lugar da imagem numérica aparece o conceito numérico” (VIGOTSKI, 1996, p. 109, tradução nossa).

**Pesquisadora:** Dado! Então qual é a raiz de vinte e cinco (25)?

**Dado:** Cinco (5).

**Pesquisadora:** Por que, Dado?

**Dado:** Porque cinco (5) vezes cinco (5) é vinte e cinco (25).

**Pesquisadora:** Isso, Dado! Turma! Então, qual é a relação entre as medidas do quadrado e dos quadradinhos?

**Lena:** A raiz quadrada dos quadradinhos é o quadrado.

**Dado:** É o lado, professora, a raiz quadrada dos quadradinhos é igual ao seu lado.

**Fabi:** Professora, pra gente achar a raiz quadrada, a gente pode fazer um quadrado e achar o lado?

**Pesquisadora:** Exatamente! Então a raiz quadrada é o que do quadrado?

**Vários estudantes:** O lado.

**Luca:** A raiz quadrada dos quadradinhos é o lado.

**Dado:** Tia! Qual é a raiz quadrada de 12?

**Pesquisadora:** Excelente pergunta, Dado! Essa situação é semelhante à anterior com os 18 quadradinhos.

Destaca-se, mais uma vez, o movimento da ZDP dos alunos, que pode ser pensado pela necessidade deles em demonstrar querer explorar novos conceitos. Diante da pergunta do aluno Dado, tentou-se explorar a rede conceitual do conceito de raiz quadrada, trazendo novamente o exemplo da impossibilidade de se construir um quadrado com dezoito quadradinhos no geoplano.

**Pesquisadora:** Vocês conseguiram fazer um quadrado com dezoito (18) quadradinhos?

**Vários estudantes:** Não!

**Pesquisadora:** E quais os quadrados mais próximos de dezoito (18) unidades de área que vocês conseguiram fazer?

**Dado:** O de dezesseis (16) e o de vinte e cinco (25).

**Pesquisadora:** Quais são os lados deles?

**Alguns estudantes:** Quatro (4) e cinco (5).

**Pesquisadora:** Então! Isso significa que o valor da raiz quadrada de dezoito (18) está entre quatro (4) e cinco (5), ou seja, não pertence ao conjunto dos números naturais. Dado! Pensando na sua pergunta. Você acha que tem como fazer um quadrado com 12 (doze) unidades de área no geoplano?

**Dado:** Não sei.

**Pesquisadora:** O que vocês acham, turma?

**Alguns estudantes:** Acho que não!

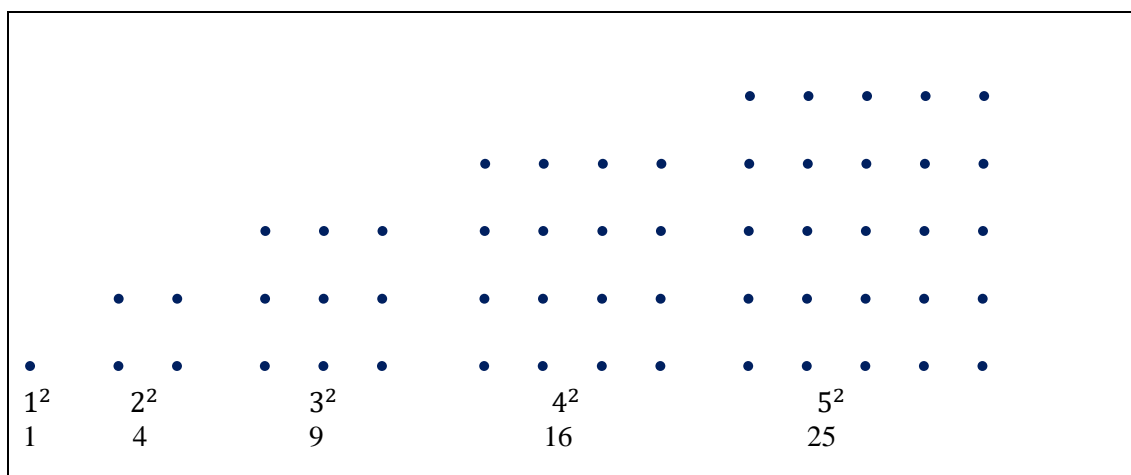
**Pesquisadora:** Por quê?

**Luca:** Porque não tem quadrado com 12 (doze) unidades, ou dá nove (9) ou dezesseis (16).

**Pesquisadora:** Isso mesmo! Não existe um número inteiro entre três (3) e quatro (4). Será três, vírgula alguma coisa.

Acrescentou-se a informação de que, quando um número natural possui raiz quadrada exata, diz-se que esse número é um quadrado perfeito. Logo, a raiz quadrada de nove é três, pois  $3^2 = 9$ . Contudo, nem sempre isso acontece, como visto para o caso de doze, pois não existe um número natural que, elevado ao quadrado, seja doze. Desta forma, diz-se que doze não é um quadrado perfeito. A Figura 27 sintetizou esse conceito.

Figura 27 - Números quadrados perfeitos naturais.

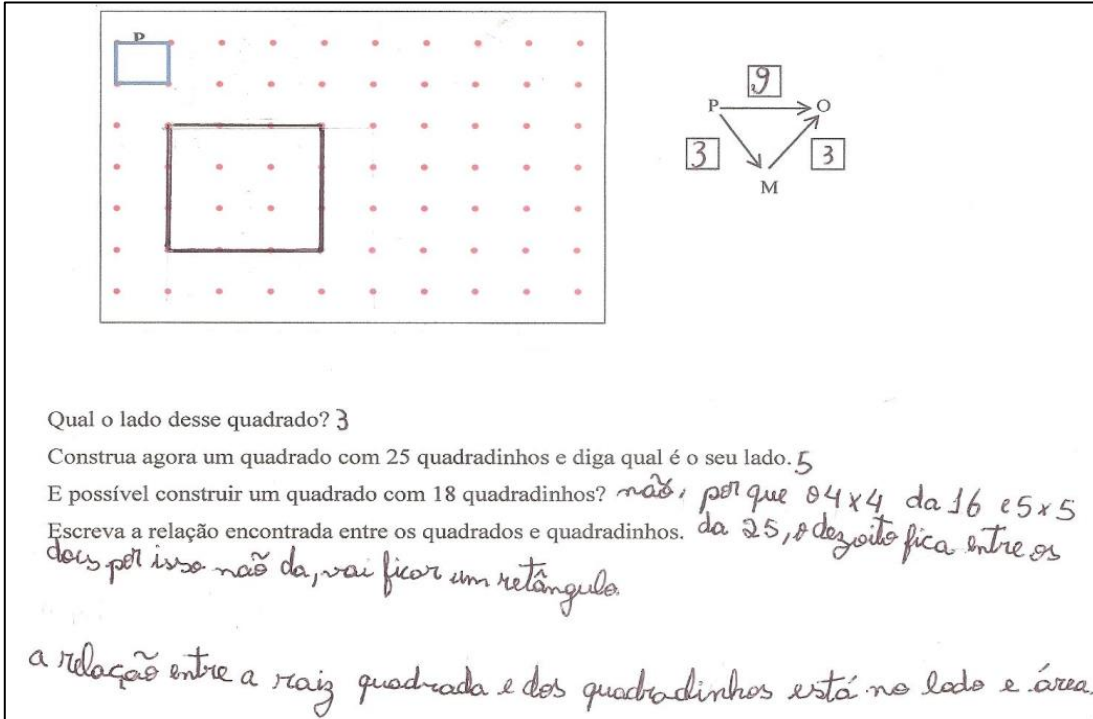


Fonte: elaborado pela autora.

Diante disso, os alunos chegam à síntese de que a raiz quadrada da área do quadrado corresponde ao seu lado. As falas acima evidenciam o que Libâneo (2011) denomina de dupla mediação, que consiste na mediação cognitiva dos alunos, o processo pedagógico realizado pelo professor que possibilita a relação do aluno com o objeto de conhecimento e a mediação didática. Isso garante as condições e os meios pelos quais o aluno se relaciona com esse objeto do conhecimento.

A Figura 28, logo a seguir, apresenta o registro da dupla Bin e Luca.

Figura 28 - Registro da Tarefa 7 realizada pela dupla Bin e Luca.



Qual o lado desse quadrado? 3

Construa agora um quadrado com 25 quadradinhos e diga qual é o seu lado. 5

E possível construir um quadrado com 18 quadradinhos? não, porque 04x4 da 16 e 5x5 da 25, o dezito fica entre os dois por isso não dá, vai ficar um retângulo.

Escreva a relação encontrada entre os quadrados e quadradinhos.

a relação entre a raiz quadrada e dos quadradinhos está no lado e área.

Fonte: relatório de pesquisa.

Trata-se da abstração e generalização da essência da raiz quadrada exata representada, modelada na forma geométrica. A abstração incide no pensar sobre a relação interna, sendo o processo em que se reflete a essência do conceito (DAVÍDOV, 1988). Em se tratando da raiz quadrada, a essência é a relação da área do quadrado e o seu lado correspondente. Agora, a multiplicação tem a característica singular de envolver somente dois fatores iguais, representando o inverso da potenciação de um número elevado a dois, como mostra a Figura 29.

Figura 29 - Generalização na forma literal para o conceito de raiz quadrada.

$$a = b \cdot b$$

$$a = b^2$$

$$b = \sqrt[2]{a}$$

$$b = \sqrt{a}, a \in \mathbb{R}^+$$

$a$  é chamado de radicando

$b$  é a raiz quadrada

Fonte: elaborado pela autora.

É necessário pontuar que o geoplano, com a sua malha quadriculada, potencializou o movimento de abstração e generalização da relação entre grandezas para a transformação do modelo na forma gráfica, aritmética e literal. “Além dos modelos expressos em letras, os modelos gráfico-espaciais desempenham um papel importante na formação dos conceitos matemáticos. Sua particularidade essencial é que une o sentido abstrato com a concretização do objeto” (DAVÍDOV, 1988, p. 213, tradução nossa).

Como se pode notar, nos conceitos matemáticos, é frequente a modelação estar ligada ao caráter visual. Contudo, é necessário assinalar que esse caráter visual tem um conteúdo específico que deve refletir as relações essenciais ou internas do objeto. Os alunos realizaram a abstração e a generalização iniciais, para, com a mediação do professor, deduzir outras abstrações particulares. É justamente essa existência mediatizada, refletida e essencial que permeia o conteúdo do pensamento teórico. O experimento didático-formativo evidenciou que é muito estreito e interessante o vínculo entre os diversos conceitos. A esse respeito, Vigotski (1996) explica que:

A recíproca interrelação e transferência de conceitos, que é um reflexo da transferência e ligação recíproca dos fenômenos da realidade, traz por consequência que cada conceito surge relacionado com todos os restantes, e uma vez formado, passa a determinar, por assim dizer, seu lugar no sistema de conceitos previamente conhecidos (VIGOTSKI, 1996, p. 71, tradução nossa).

Desse modo, primeiramente a essência do objeto é revelada e modelada, o que possibilita posteriores transformações no objeto, formando, assim, um sistema de conceitos. Compreendendo-se como cada conceito surge relacionado a outros, compondo o sistema conceitual, buscou-se revelar as conexões estreitas de raiz quadrada de números quadrados perfeitos não só com a potenciação e multiplicação, como também contagem, agrupamento, adição, entre outros conceitos.

Destaca-se, assim, que as particularidades acima assinaladas do experimento didático-formativo confirmam que “[...] a base do pensamento teórico é que já não opera mais com representações, mas com conceitos”. Logo, “expressar o objeto na forma de conceito significa compreender sua essência” (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução nossa).

A partir do exposto, explicou-se aos alunos que, para representar esse processo, utiliza-se o símbolo  $\sqrt[2]{\quad} = \sqrt{\quad}$ , informando que este, para a raiz quadrada, demorou a



chegar a essa notação, explicando brevemente como ocorreu o desenvolvimento desse símbolo. A esse respeito, Davídov (1988) afirma que,

É necessário ter em mente que os símbolos, que expressam o universal nos objetos, são formas de atividade humana. Por isso, se um homem (e não a sociedade como um todo) usa símbolos e padrões na ação prática para obter algo particular, pertencente à universalidade em questão, sua forma idealizada (conceito) no plano da sequência temporal será primordial em relação à coisa particular, real e sensorialmente captada (DAVÍDDOV, 1988, p. 127-128, tradução nossa).

Nesse momento, mais uma vez ocorreu a transformação do modelo. É bem verdade que, na ciência, a modelação é um tipo específico de idealização simbólico-semiótica. No caso dos símbolos matemáticos, estes refletem as conexões e relações dos objetos reais, ou seja, carregam uma rede de significados.

Vigotski (1996) compreende que, quando o aluno passa para o pensamento em conceitos, se desprende do pensamento numérico puramente concreto e, em decorrência disso, no lugar da imagem do numeral, aparece o conceito numérico. Isso também ocorre com o conceito de raiz quadrada, pois, no lugar de seu símbolo, aparece seu conceito.

O conceito não se limita a excluir de seu conteúdo uma série de momentos típicos da percepção concreta, mas também manifesta pela primeira vez na percepção concreta uma série de momentos indisponíveis para percepção ou contemplação direta, momentos introduzidos por o pensamento é classificado por meio da elaboração dos dados da experiência e são sintetizados em um todo único com elementos de percepção direta (VIGOTSKI, 1996, p. 109, tradução nossa).

Nesse sentido, o momento específico da percepção concreta e direta do conceito de raiz quadrada, através do geoplano, facilitou a compreensão de elementos que, muitas vezes, são inacessíveis a todos os alunos. Para Davídov (1988), a especificidade do conteúdo objetivo do pensamento teórico não diminui a importância das fontes sensoriais, defendendo a unidade entre o sensorial e o racional no conhecimento teórico da realidade.

As tarefas propostas consistiram em representar o concreto em movimento, o que, nesse entendimento, permitiu que fossem descobertas as conexões internas do sistema conceitual e as relações entre o universal e o particular no sistema de conceitos. Enquanto a potenciação é uma multiplicação na qual todos os fatores são iguais,

a radiciação busca descobrir que fatores são esses, encontrando o resultado dessa multiplicação.

Desse modo, a generalização da raiz quadrada consiste em identificar as inter-relações entre o que há de universal para potenciação e radiciação, mas que, ao mesmo tempo, é singular para a radiciação. No caso particular da raiz quadrada exata, a base de expoente  $\frac{1}{2}$  equivale dizer que é a raiz quadrada, ou seja,  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ . Assim, como conteúdo específico do conceito teórico, aparece a relação do universal e o particular.

A generalização, portanto, não se alcança por simples comparação, mas por meio da análise da essência dos objetos e fenômenos estudados (KÉDROV, 1965 *apud* DAVÍDOV, 1988). Assim, como explicado anteriormente, as peculiaridades das abstrações, generalizações e a formação de conceitos teóricos como meios do pensamento teórico ocorrem pela ascensão do pensamento do abstrato ao concreto.

Ao iniciar uma nova disciplina escolar, os alunos começam a analisar o conteúdo do material didático e, com ajuda do professor, identificam as relações gerais e descobrem, simultaneamente, que elas se manifestam em outras relações particulares existentes no material dado. Ao fixar a relação geral inicial separada, por intermédio de signos, os estudantes constroem a abstração do conteúdo de uma determinada disciplina. Ao continuar seus estudos, descobrem a vinculação regular dessa relação inicial com suas diferentes manifestações e obtêm a generalização substancial do objeto. Em seguida, as crianças usam as abstrações e generalizações do conteúdo para a dedução sequencial de outras abstrações mais específicas e para sua união no objeto integral (concreto) estudado. Devemos destacar que todo esse processo ocorre em colaboração com o professor. Quando os alunos começam a utilizar a abstração e generalização para a dedução de outras abstrações, iniciam o processo de conversão das estruturas mentais iniciais em conceitos que fixam certa “célula” da disciplina. Posteriormente, essa “célula” serve como princípio geral para os alunos, se orientar em toda a diversidade do material didático que devem assimilar em forma conceitual, por via da ascensão do abstrato ao concreto (DAVÍDOV, 2019a, p. 217-218).

Esse movimento foi observado durante a maioria das tarefas desenvolvidas ao longo do experimento didático. Acompanhou-se o movimento do pensamento dos alunos do geral ao particular, ou seja, a partir da essência do conceito, deduziram-se as relações particulares. Deste modo, os alunos determinaram primeiramente a relação geral inicial do conceito e, em seguida, construíram sobre essa base a generalização substancial. No final, esse processo se transformou em meio para deduzir as relações particulares.

Ainda sobre o desenvolvimento da Tarefa 7 é importante acrescentar que as respostas dos alunos na folha de registro evidenciam indícios de que houve formação do conceito de raiz quadrada exata de números naturais. Seguem algumas respostas das duplas, quando perguntadas sobre a relação encontrada entre os quadrados e quadradinhos: “é igual ao lado (Kaka e Tuca)”, “a raiz quadrada dos quadradinhos é o igual o lado (Gabi e Lili, Fabi e Jô, Baco e Rafa, Dado e Ton, Dou e Ley, Lala e Tata)”, “a relação entre a raiz quadrada e dos quadradinhos está no lado e área (Bin e Luca)”.

Davídov (2019d) afirma que descrever um conceito em palavras é outra tarefa, e que, muitas vezes, os alunos resolvem as tarefas corretamente, mas não são capazes de expressar verbalmente qual é a característica do princípio generalizado utilizado. “O principal é saber fazer e não falar sobre o que você fez. A generalização, de fato, é descrita em palavras difíceis, porque o universal, como um fragmento do conhecimento teórico, é formulado pela primeira vez nos modos de ações” (p. 263).

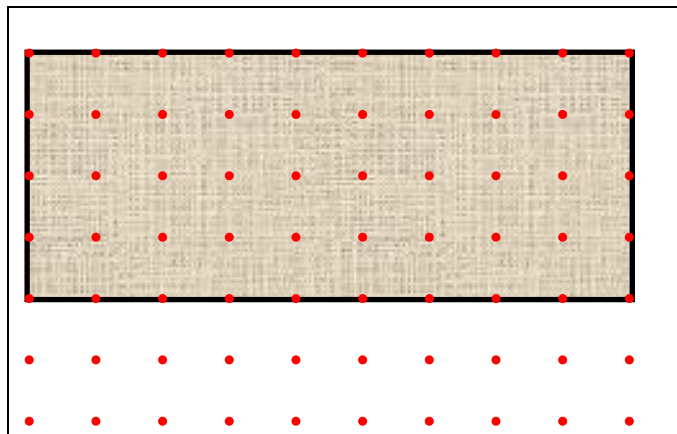
Terminado o desenvolvimento da Tarefa 7, pediu-se que os alunos tentassem responder ao desafio proposto na Tarefa 8.

### **Tarefa 8**

O desenvolvimento desta tarefa foi realizado no dia 5 de novembro de 2018, com a participação de vinte e quatro alunos. Entregou-se a folha de registro aos alunos, tentando organizá-los nas mesmas duplas da aula anterior, e lhes foi solicitado que analisassem o problema apresentado pela Figura 30.

Figura 30 - Tarefa 8 – Modelação de um retalho retangular para uma tolha quadrada.

Um alfaiate tinha um retalho retangular de tecido quadriculado com 9 m de comprimento e 3 m de largura e queria fazer uma toalha quadrada com esse tecido. Para não ter perda alguma, ele conseguiu cortar o tecido em três partes, utilizando para os cortes as linhas quadriculadas, sem desfazer nenhum quadriculado. Cada parte cortada pôde ser sobreposta à outra sem sobrar nem faltar pedaços da outra peça. Como ele fez? Qual a nova medida do lado dessa toalha?



Fonte: Centurión e Jahubovic (2015, p. 45).

As duplas estavam bem motivadas para tentar resolver o desafio, buscando primeiramente compreender o problema e, logo depois, se iniciaram as tentativas de resolução. Na medida em que os alunos realizavam as tentativas, começaram a se dirigir a outras duplas, discutindo o problema e suas possíveis soluções com outras crianças. Com isso, a discussão se tornou coletiva, o que levou a desenhar a toalha retangular no quadro para facilitar a visualização de toda a turma. Foi um momento de intensa participação e interação, em que os alunos se dirigiam ao quadro buscando a solução. O oitavo episódio é analisado a seguir e ajuda a compreender o movimento dos estudantes na realização dessa tarefa.

**Pesquisadora:** Como vocês acham que devemos cortar o tecido?

**Caco:** Corta no meio!

**Jô:** Não vai dá!

**Lili:** Não é no meio!

Nesse instante, vários alunos se levantaram com a sua folha de registro para mostrar à pesquisadora a solução do problema, porém, as soluções apresentadas ainda

não estavam corretas. Deste modo, os alunos Kaka e Caco ficaram no quadro discutindo a questão. Logo depois, os alunos Jô e Caco se dirigiram ao quadro também para discutirem juntos. Enquanto isso, os alunos Luca, Bin, Bico e Ton apresentaram as suas hipóteses à pesquisadora, porém, ainda não haviam alcançado a resolução do problema. Nisso, os alunos Dado, Lala, Tico, Gabi e Tata também se dirigiram ao quadro para realizar as tentativas juntos com os demais colegas que ali estavam.

Alguns alunos chegaram perto de desvendar o problema, porém, apenas os alunos Tico e Caco realizaram os cortes de forma correta. Mostrou-se a todos como deveriam ser feitos os cortes na toalha para que o seu novo formato, a partir das três peças de tecido, equivalesse a um quadrado. Feito isso, a turma visualizou que o valor do lado da toalha quadrada passou a ser de seis unidades de comprimento.

**Pesquisadora:** O que significa o valor seis (6) de acordo com o que aprendemos?

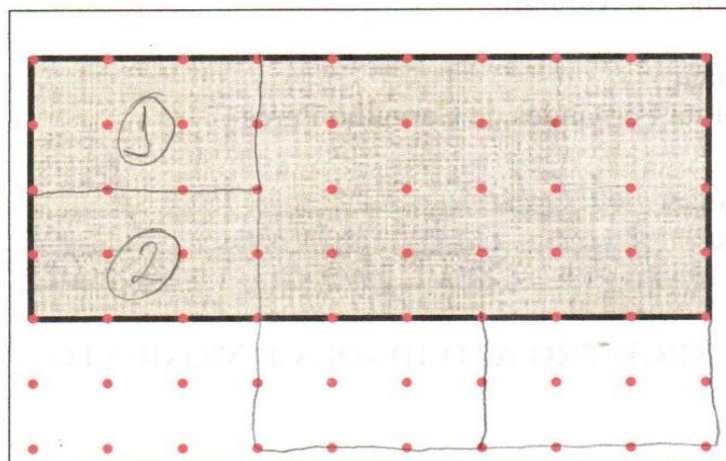
**Vários estudantes:** É a raiz quadrada.

**Pesquisadora:** Raiz quadrada de que?

**Vários estudantes:** Da área do quadrado.

Depois das inúmeras tentativas e das mediações realizadas nesse episódio, a turma mostrou compreender o problema. A Figura 31 mostra a solução das alunas Dani, Lala e Tata.

Figura 31 - Registro da Tarefa 8 realizada pelas alunas Dani, Lala e Tata.



Fonte: relatório de pesquisa.

Como nos momentos anteriores, no final da folha de registro, havia um espaço para os grupos comentarem o que aprenderam e as dificuldades encontradas na resolução. No geral, as anotações foram positivas, tendo apenas um grupo que achou difícil encontrar a solução do problema:

Foi muito tenso (Jô e Tutu).  
Muito fácil (Bin e Luca).  
Fiquei zaroio tentando fazer a última (Dado e Ton).  
Foi moleza kk, a Talita ensina muito bem (Fabi e Lili).  
Eu achei boa porque a professora explicou muito bem e nois entendemos perfeitamente as perguntas. Obrigado tia thalitta!!! (Lala e Tata).  
Foi fácil ela toda, eu e meu amigo gostamos das tarefas (Dou e Ley).

Salienta-se o potencial da malha quadriculada para a formação de conceitos matemáticos, visto que toda a rede conceitual desenvolvida em raiz quadrada exata teve a malha quadriculada como base para a investigação.

Ao longo do experimento didático-formativo, buscou-se elaborar e propor tarefas de estudo que levassem os estudantes a realizar as ações de estudo propostas por Davídov (1988), ressaltando-se que a quinta ação de estudo, controle sobre o cumprimento das ações anteriores, foi inserida em todas as tarefas. “A função principal é garantir que este procedimento tenha todas as operações necessárias para que o aluno resolva exitosamente a diversidade de tarefas concretas particulares” (p. 216, tradução nossa).

É necessário reforçar, como mencionado anteriormente, que o controle não foi pensado como um momento específico do plano de ensino, mas ocorreu durante a realização das demais ações de estudo. É no desenrolar das tarefas que o professor, juntamente com os alunos, consegue verificar “[...] a plenitude na composição operacional das ações e a forma correta de sua realização” (DAVÍDOV, 1988, p. 216, p. 216, tradução nossa).

Ainda assim, com o objetivo de avaliar se os alunos teriam dificuldades na resolução de atividades envolvendo raiz quadrada como estas são apresentadas nos livros didáticos brasileiros, lhes foi solicitado que realizassem alguns exercícios do livro adotado pela escola, apresentados na Figura 32.

Figura 32 - Algumas das atividades propostas pelo livro didático da escola.

1. Realize os cálculos e justifique sua resposta.

a)  $\sqrt{16} = 4$ , pois  $4^2 = 16$

b)  $\sqrt{49}$

c)  $\sqrt{81}$

d)  $\sqrt{196}$

2. Calcule.

a)  $3^2 + 4^2$

b)  $13^2 - 5^2$

c)  $15^2 + 20^2$

Agora, calcule a raiz quadrada de cada resultado obtido.

3. Realize os cálculos a seguir.

a)  $\sqrt{4 \cdot 36}$

b)  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{36}$

c)  $\sqrt{9 \cdot 25}$

d)  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$

4. Calcule.

a)  $\sqrt{64 + 36}$

b)  $\sqrt{64} + \sqrt{36}$

c)  $\sqrt{144 + 25}$

d)  $\sqrt{144} + \sqrt{25}$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 98-99).

Ressalta-se aqui que, depois do desenvolvimento de todas as tarefas do experimento didático-formativo, os alunos não demonstraram dificuldades na resolução desses exercícios propostos no livro didático da turma. As questões propostas no livro estão claramente embasadas na lógica formal, pois conduzem os alunos à reprodução automática de algumas técnicas de resolução. E, no ensino dentro dessa lógica, são poucos

os alunos que pegam a mecânica da operação na matemática, porque reproduzir a operação não é compreender.

No Brasil, o ensino da matemática ainda se sustenta numa lógica formal de ensino e aprendizagem, o que dificulta a formação de uma relação entre o conceito e a operação mental, que deveria ser preenchida pela ação mental. Sobre isso, Davídov (1988, p. 103) diz que “[...] os métodos de ensino sobre a abstração, a generalização e a formação de conceito em escolares correspondem a interpretação lógica formal dessas operações mentais” (tradução nossa).

Nesse sentido, entendendo que é justamente o conteúdo do pensamento que o caracteriza, na lógica formal prevalece o pensamento empírico. Como mostra Davídov (1988, p. 104, tradução nossa), “[...] o pensamento que se realiza com ajuda de abstrações e generalizações de carácter lógico-formal apenas leva a formar os chamados conceitos empíricos”. É comum, assim, o princípio de repetições abstratas, o que gera a mecanização tão recorrente no ensino de matemática.

Dessa forma, os exercícios acima propostos no livro didático levam à operalização do conteúdo, enquanto as tarefas elaboradas nos princípios davydovianos levam ao domínio dos modos de ação com o conceito e de seus fundamentos teóricos. Neste sentido, Freitas (2016) pontua que o foco da aprendizagem escolar dentro da abordagem do ensino desenvolvimental não é o conteúdo propriamente, mas os modos de pensamento e ações mentais inseridos nesse conteúdo.

Constatou-se que a realização de tarefas que provocam análise, reflexão, síntese e trabalho mental com os conceitos implica uma melhor compreensão de tarefas tradicionais. Contudo, o movimento não é recíproco, pois a compreensão de tarefas tradicionais não significa capacidade de realizar tarefas fundamentadas no ensino desenvolvimental, como as que se tentou elaborar e propor nesta pesquisa.

Para a realização das últimas análises do desenvolvimento conceitual de raiz quadrada exata, dentro dos números naturais, foi desenvolvida a sexta ação de estudo: avaliação da apropriação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de estudo dada. Embora algumas tarefas a serem realizadas individualmente pelos alunos, no final do experimento didático-formativo, tenham sido propostas, a avaliação, assim como a ação de controle, também foi realizada durante todo o processo.

Davídov (1988, p. 184, tradução nossa) explica que “[...] a ação de avaliação permite determinar se o procedimento geral para resolver a tarefa de estudo é assimilado



(e em que medida), se o resultado das ações de estudo corresponde (e em que extensão) ou não ao seu objetivo final”. O autor ainda pondera que essa ação está interligada com o controle, ajudando o professor a verificar se os alunos estão preparados para resolverem uma nova tarefa de estudo. Essa ação refere-se a uma avaliação qualitativa do resultado da apropriação conceitual dos alunos. Sendo assim, a avaliação estabelece a insuficiência do procedimento geral da ação que o aluno tem e o orienta na busca de um novo procedimento geral de solução da tarefa de estudo.

Davídov e Márkova (1987a) entendem que as formas desenvolvidas de controle e avaliação se convertem na base da formação e dos meios de auto-organização do trabalho escolar.

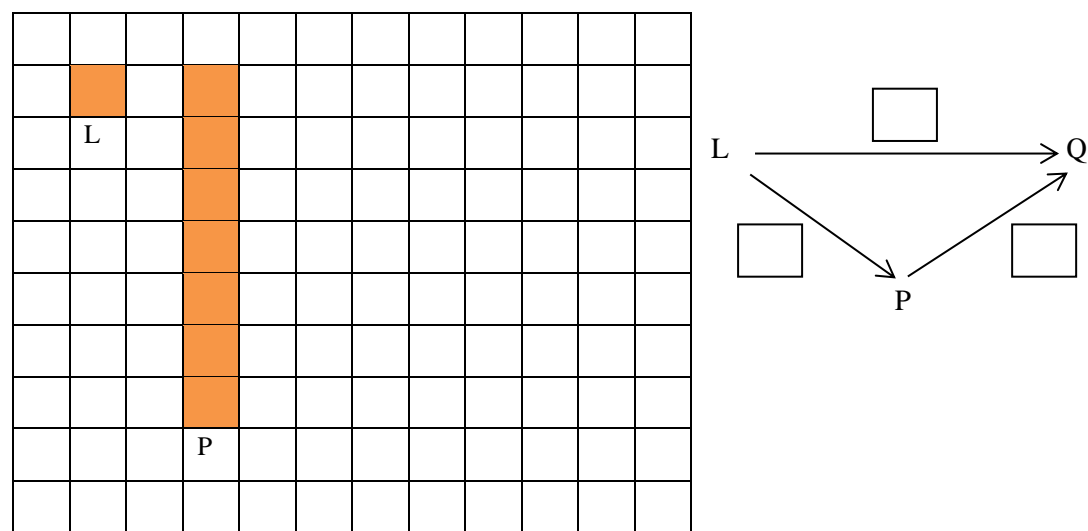
Aqui surge a capacidade do adolescente para colocar-se no ponto de vista de um e outro participante da atividade. O novo tipo de posição em direção à própria atividade de estudo é formado no início como a capacidade de avaliar as ações de alguém a partir das posições de outras pessoas (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987a, p. 191, tradução nossa).

Nesse contexto, os meios de colaboração no trabalho escolar conjunto reestruturam as características de conteúdo da atividade intelectual dos adolescentes.

A avaliação individual foi estruturada em quatro tarefas, realizadas no dia 5 de novembro de 2018. Neste dia, três estudantes não vieram à escola.

Figura 33 - Tarefa 1 da Avaliação Individual.

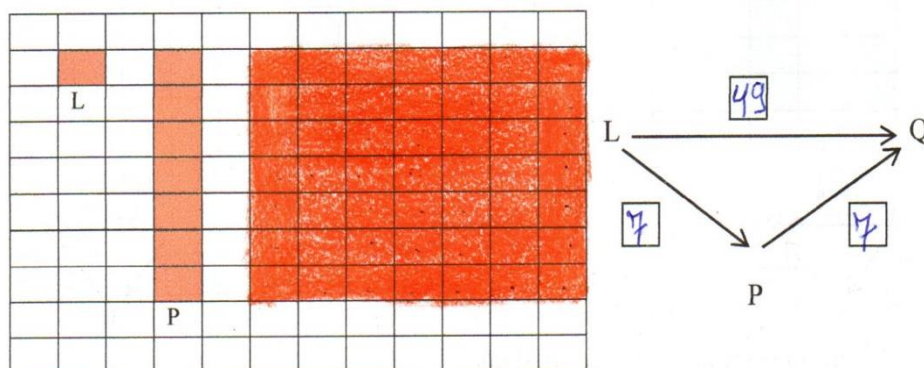
Para estucar uma sala de aula, utilizaram-se placas de gesso representadas pela unidade de medida básica (L), como mostra a figura abaixo. Sabendo que esse ambiente possui formato de um quadrado, com base na unidade de medida intermediária (P), construa e responda o esquema de setas. Por último, explique qual a letra que representa a raiz quadrada da figura construída.



Fonte: elaborado pela autora com base na teoria do ensino desenvolvimental.

Em relação à primeira tarefa, todos os alunos da turma acertaram. A Figura 34 apresenta os registros realizados pela aluna Tata.

Figura 34 - Registro da Tarefa 1 da Avaliação Individual resolvida pela aluna Tata.



A letra que representa a raiz quadrada da figura é a letra P.

Fonte: relatório de pesquisa.

Na sequência, segue a Tarefa 2 da avaliação individual apresentada pela Figura 35.

Figura 35 – Tarefa 2 da Avaliação Individual.

Marta construiu três quadrados de papelão com determinada medida de lado. O primeiro tinha como medida de lado 16; o segundo, a raiz quadrada da medida do lado do primeiro; e o terceiro, a raiz quadrada da medida do lado do segundo. Qual a medida do lado de cada quadrado?

Fonte: Barroso (2006, p. 65).

Sobre essa tarefa, dos 24 alunos que a fizeram, quatro erraram a resolução do problema, e cinco acertaram parcialmente. As resoluções que apresentaram o desenvolvimento parcial evidenciaram problemas com a linguagem matemática, principalmente na simbologia para raiz quadrada. A Figura 36 apresenta a resolução do aluno Dado nessa tarefa.

Figura 36 - Registro da Tarefa 2 da Avaliação Individual resolvida pelo aluno Dado.

Segundo quadrado: 4  
3º quadrado: 2

$\left. \begin{array}{l} \sqrt{16}: 4 \\ \sqrt{4}: 2 \end{array} \right\}$

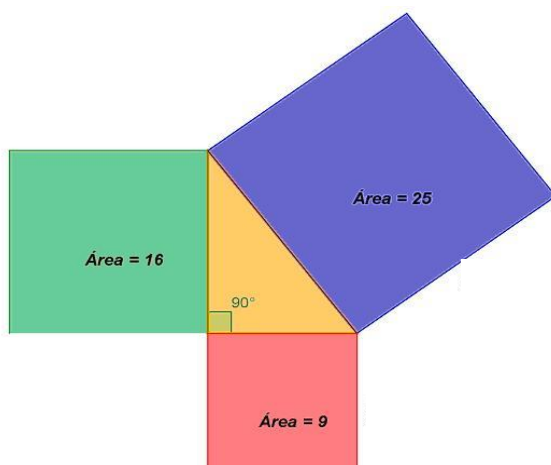
Primeiro: 16

Fonte: relatório de pesquisa.

Destaca-se, assim, que a maioria da turma conseguiu desenvolver essa tarefa, e que grande parte dos alunos evitou utilizar o símbolo do radical para representar a raiz quadrada, colocando o resultado diretamente. Em sequência, apresentou-se a Tarefa 3 pela Figura 37.

Figura 37 – Tarefa 3 da Avaliação Individual.

A figura abaixo mostra um triângulo retângulo, no qual foi construído um quadrado em cada um de seus lados. Com base nessa figura, analise as seguintes questões:

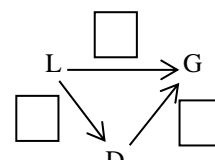
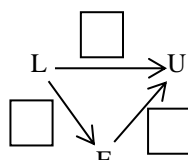
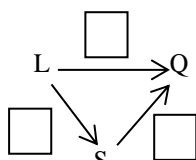


- a) Represente cada área partindo da unidade de medida básica (L) e complete a sentença dada.

L					

L					

L					



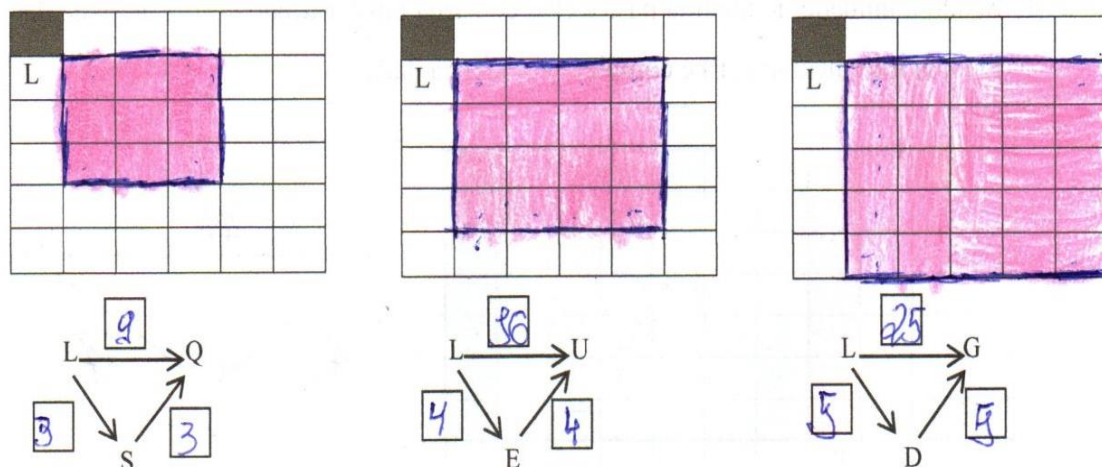
- b) O valor dos lados do triângulo.  
c) Explique a relação entre os lados e as áreas do quadrado.

Fonte: elaborada pela autora com base na teoria do ensino desenvolvimental.

Sobre o desenvolvimento dessa tarefa, os registros da letra *a* evidenciaram que os alunos entenderam os esquemas de setas, visto que todos responderam corretamente. Em decorrência disso, a resolução da letra *b* foi bem satisfatória, tendo apenas um aluno que não conseguiu chegar ao resultado correto. Contudo, dez estudantes ainda não

souberam escrever corretamente a relação entre os lados e a área de um quadrado como pedido na letra c. A Figura 38 apresenta a resolução da Tarefa 3 do aluno Ley.

Figura 38 - Registro da Tarefa 3 da Avaliação Individual resolvida pelo aluno Ley.



b) O valor dos lados do triângulo. 3, 4, 5.

c) Explique a relação entre os lados e as áreas

*A raiz quadrada dos quadradinhos é igual ao lado.*

Fonte: relatório de pesquisa.

A tarefa em questão evidenciou novamente a dificuldade que os alunos encontram em descrever os conceitos em palavras, pois os erros se concentraram justamente na alternativa c, na qual era necessário se expressar por meio da linguagem escrita. Assim, destacam-se algumas respostas que indicam que houve a compreensão do conceito pelos alunos:

Todos são divididos por ele mesmo (Doca).

A raiz quadrada é o lado (Dado).

A relação é que se multiplicarmos os lados por ele mesmo vamos ter o valor da área (Luca).

Um número multiplicado por ele mesmo é o resultado da raiz quadrada, a raiz quadrada dos quadradinhos é igual ao lado (Ley).

A raiz quadrada dos quadradinhos é os lados (Lili).

Alguns registros evidenciam que a formação do conceito em questão ainda está em desenvolvimento em alguns alunos:

A área é quando a pessoa acha o valor e os lados é quando acha o resultado da área (Lena).

Os quadradinhos é o que tem dentro e a área já é o lado de fora (Bia).






Pra encontrar a área precisa encontrar os lados (Dani).

A relação é que a raiz quadrada fazendo a soma da raiz quadrada se chega ao resultado (Lala).

Finalmente, a Tarefa 4 consistia em um problema envolvendo algumas operações matemáticas para descobrir o que Marina mais gostava de comer, como mostra a Figura 39.

Figura 39 – Tarefa 4 da Avaliação Individual.






Partindo de  $\sqrt{100}$ , ajude Paula a chegar ao que ela mais gosta, pulando de casa em casa. Mais atenção: a casa seguinte deverá ter um número menor do que a casa onde ela estiver. Do que Paula mais gosta?

	$\sqrt{100}$	$3^3$	$4^2$	$6^1$	$\sqrt{1}$	
	$3 \cdot 4$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{25}$	$32 : 4$	$4^1$	
	$2^3$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{9}$	$3^0$	
	$0^5$	$3^2$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{16}$	$5^1$	

Fonte: Spinelli e Souza (2013, p. 123).

Sobre essa tarefa, apenas o aluno Ton não a desenvolveu corretamente. A Figura 40 apresenta a resolução da Tarefa 4, contida na avaliação individual, da aluna Gabi.

Figura 40 - Registro da Tarefa 4 da Avaliação Individual resolvida pela aluna Gabi.

	$\sqrt{100}$	$3^3$	$4^2$	$6^1$	$\sqrt{1}$	
	$3 \cdot 4$	<del><math>\sqrt{36}^6</math></del>	<del><math>\sqrt{25}^5</math></del>	$32 : 4$	$4^1$	
	$2^3$	$\sqrt{49}^7$	$\sqrt{81}^9$	<del><math>\sqrt{9}^3</math></del>	<del><math>3^0</math></del>	
	$0^5$	$3^2$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{16}$	$5^1$	

*Correto*

Fonte: relatório de pesquisa.

A atividade individual apresentou indícios consistentes de que a maioria dos alunos formou o pensamento teórico sobre o conceito de raiz quadrada exata para números naturais. É importante entender que, nessa análise, a quantidade aparece como um atributo da qualidade. Caraça (1984) explica que, na linguagem usual, quantidade é por vezes tomada como sinônimo de número; assim, quando se diz “uma grande quantidade de objetos”, significa um grande número de objetos.

Nesse sentido, “[...] ao conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado”, Caraça (1984, p. 113) chama de qualidades. “A quantidade é um atributo da qualidade e, como tal, só em relação a ela pode ser considerada” (CARAÇA, 1984, p. 116-117). Deste modo, ao considerar todas as relações conceituais analisadas nesse capítulo é que se entende a quantidade como atributo da qualidade.

A professora regente da turma considera ter apenas seis alunos “bons de conteúdo” e acredita que o espaço limitado da sala de aula colabora para a agitação e as conversas paralelas. Mesmo diante desses fatores, essa turma se manteve motivada e participativa durante todo o experimento didático-formativo.

O Quadro 10 sintetiza as unidades conceituais desenvolvidas pela pesquisa, bem como as categorias que emergiram e que se tomaram como eixo para a análise do desenvolvimento dos estudantes durante a realização das tarefas, assinalando, assim, as ações de estudos destacadas em cada uma dessas tarefas.

Quadro 10 - Síntese do desenvolvimento do plano de ensino.

<b>Unidades conceituais</b>	<b>Categorias</b>	<b>Tarefas</b>	<b>Ações</b>	<b>Episódio</b>
Número	Reflexão	1	1, 2 e 5	1
Multiplicação	Análise	2, 3, 4 e 5	1, 2, 3 e 5	2, 3, 4 e 5
Potenciação	Plano interior das ações	5 e 6	1, 2, 3, 4 e 5	5 e 6
Raiz Quadrada Exata	Plano interior das ações	7 e 8	1, 2, 3, 4, 5 e 6	7 e 8

Fonte: elaborado pela autora.

Pensar a organização do ensino a partir dos fundamentos das teorias da atividade de estudo e do ensino desenvolvimental permitiu acompanhar o desenvolvimento das ações mentais principais dos alunos nesse processo. Entende-se, portanto, que a atividade

do professor no processo de escolarização é a organização da atividade de estudo, atividade principal desse período do desenvolvimento em que estavam os alunos que participaram desta pesquisa. É nesse processo ativo e criativo de buscar a solução de tarefas de estudo que ocorrem a formação e o desenvolvimento do pensamento teórico nos alunos.

No entanto, o método explicativo-ilustrativo, de acordo com Davídov (2019d), é o que prevalece em nossas escolas, que consiste na explicação e demonstração de alguns conteúdos, os quais devem ser memorizados e, depois, usados para responder as avaliações. Os livros didáticos brasileiros limitam o desenvolvimento conceitual ao apresentar conteúdos de forma isolada em seus respectivos capítulos. Isso impossibilita o desenvolvimento integrado dos conceitos matemáticos, fragmentando o processo de ensino e aprendizagem e dificultando o controle das ações de estudo realizado pelos estudantes.

Um exemplo bem claro disso está na forma como o conceito de raiz quadrada aparece no livro didático adotado pela escola. Esse livro utiliza também a malha quadriculada para trabalhar o conteúdo em questão, porém, apresenta o conteúdo de forma direta e não desenvolve seus nexos conceituais.

Figura 41 - Apresentação do conteúdo de radiciação pelo livro adotado pela escola.



## Radiciação

Em uma malha quadriculada, Bruno pintou alguns quadradinhos formando dois quadrados coloridos.

O número de quadradinhos que Bruno pintou para formar esses quadrados pode ser representado da seguinte maneira:

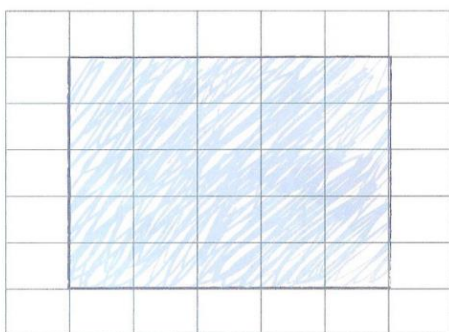
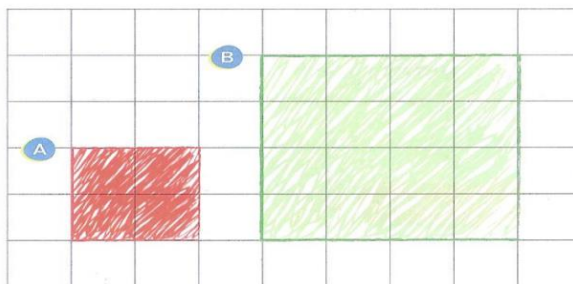
A  $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$

B  $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$

Se Bruno representar um quadrado pintando 25 quadradinhos, quantos quadradinhos de lado terá o quadrado formado?

Para responder a essa pergunta, precisamos encontrar um número que multiplicado por ele mesmo resulte em 25.

Nesse caso, o número é 5, pois  $5 \cdot 5 = 5^2 = 25$ .



Assim, o quadrado formado terá 5 quadradinhos de lado.

A operação utilizada para responder à pergunta é chamada **radiciação**, indicada pelo símbolo  $\sqrt{\quad}$ . Para representar o número natural que elevado ao quadrado resulta em 25, utilizamos o símbolo  $\sqrt{25}$ , que se lê **raiz quadrada de 25**.

$$\sqrt{25} = 5, \text{ pois } 5^2 = 25$$

Na radiciação, podemos destacar os seguintes elementos:

$$\begin{array}{c} \text{índice} \rightarrow \sqrt{\quad} \\ \text{radicando} \rightarrow \quad \leftarrow \text{raiz} \\ \text{radical} \leftarrow \quad \end{array} \sqrt{36} = 6$$

Em geral, representamos a raiz quadrada sem escrever o índice 2. No caso acima, escrevemos  $\sqrt{36}$ .

● Multiplicar um número por ele mesmo é o mesmo que elevá-lo ao quadrado.

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 97).

A figura acima evidencia que, embora Souza e Pataro (2015) utilizem ideia semelhante à que foi desenvolvida em nosso experimento, o caminho percorrido para que os alunos assimilem e desenvolvam o conceito é totalmente distinto. Os autores apresentam dois quadrados na malha quadriculada, mas expõem os resultados de forma direta, sem realizar as mediações necessárias para que os alunos desenvolvam as suas ações mentais. Assim, a exposição do conteúdo acaba por levar à mecanização da operação da radiciação, na qual possivelmente os alunos irão reproduzir a ideia sem compreender o conceito em questão e suas relações.

Rosa, Damazio e Crestani (2014) analisaram livros didáticos de Matemática elaborados por Davydov e apontaram que o material elaborado pelo autor é organizado

por tarefas que correspondem aos exercícios no ensino brasileiro. No entanto, geralmente, nos livros didáticos brasileiros, os conteúdos são trabalhados de forma linear e fragmentados em capítulos específicos. Os conteúdos geralmente são levados aos alunos de forma imediata, impossibilitando-os de realizar abstrações e generalizações substantivas e chegar ao desenvolvimento dos conceitos envolvendo a rede conceitual, tão presente e tão necessária para a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Em um estudo comparativo entre o sistema de ensino de Elkonin-Davydov e o sistema de ensino brasileiro, Cunha (2019) mostra que:

Os livros didáticos destinados aos anos iniciais do sistema Elkonin-Davydov estão estruturados em uma rede de sistema conceitual e não em capítulos específicos como ocorre nos livros didáticos no Brasil. Os conceitos encontram-se articulados, sem a priorização de um campo matemático em detrimento de outro, ou seja, não há fragmentação entre os pensamentos aritmético, algébrico e geométrico (CUNHA, 2019, p. 265).

Ao contrário do que é exposto pelos livros didáticos brasileiros, o objetivo da atividade de estudo está em um resultado interno e subjetivo, em que o importante não é apenas o domínio dos modos de ação, mas o domínio dos fundamentos teóricos que sustentam os modos de ação. Desta forma, Davídov (1988) mostra, então, que a tarefa de estudo está ligada ao domínio da generalização teórica do conhecimento, ou seja, ao domínio dos conceitos, leis e princípios que os fundamentam.

Para Repkin (2019), a educação desenvolvente é o desenvolvimento do sujeito. Neste ínterim, o conceito de atividade e o conceito de sujeito estão estreitamente ligados. O sujeito é uma fonte de atividade, e a atividade, por sua vez, é o modo de existência do sujeito.

Educação Desenvolvente ocorre quando o parceiro do professor não é um aluno [no sentido de um objeto do ensino], mas um auto-professor, um professor de si mesmo. Não é o professor que ensina o aluno, mas o aluno que ensina a si mesmo. E o papel do professor é ajudar o estudante a ensinar-se a si mesmo (REPKIN, 2019, p. 217).

Considerando-se o exposto, a tarefa de estudo apresenta um duplo movimento. Por um lado, possibilita a autotransformação do sujeito e, por outro lado, permite o domínio do conhecimento teórico. “A tarefa de estudo difere de outros tipos de tarefas: seu resultado não é uma mudança no objeto com o qual o aluno opera, mas uma mudança

no próprio aluno como sujeito, e esta mudança consiste, no domínio dos modos de ações definidos” (REPKIN, 2019, p. 224).

Além disso, os livros didáticos brasileiros de orientação ao professor pouco se diferem do livro do aluno, em que, geralmente, apenas é acrescentada a resolução das atividades. Assim, no que se refere à organização dos conteúdos, o manual do professor apresenta um olhar geral e técnico, e ainda não contém as orientações teórico-metodológicas para o processo de desenvolvimento das tarefas em sala de aula, de forma que o ensino conduz à formação do pensamento teórico.

Diante dos problemas brevemente apontados acima e da necessidade social de mudanças radicais no ensino brasileiro de Matemática, se torna necessário repensar a formação inicial de professores. Desde os anos 1980, o que mais se tem investigado no campo educacional é a formação de professores.

Marzari (2010) mostra que os estudos sobre formação de professores têm-se voltado ao professor reflexivo, aos saberes docentes e às etapas de vida profissional, deixando de considerar como esses conhecimentos podem colaborar efetivamente com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Apresenta-se, logo, a necessidade de se buscar perspectivas de ensino mais voltadas para a qualidade do desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Devido a essa formação frágil e às difíceis condições de trabalho, o ensino tem sido conduzido a um fenômeno chamado por Limonta e Silva (2013) de “tecnificação”, em que as teorias pedagógicas e psicológicas e a didática são reestruturadas na forma de técnicas puras. Essas técnicas contrapõem um ensino de qualidade, pois limitam, e até mesmo impedem, o desenvolvimento pleno das funções psíquicas superiores dos alunos.

É evidente que a maioria dos professores reproduzirá, em sua prática de ensino, o que lhe foi ensinado em sua formação universitária. Os resultados dos estudos de: Rosa (2012); Damazio, Rosa e Euzébio (2012); Damazio e Rosa (2013); Crestani (2016), Hobold (2014), dentre outros, revelam que a maioria dos professores de Matemática segue em seu ensino o movimento conceitual apreendido em sua formação inicial. O ensino desenvolvimental segue direção oposta à proposição brasileira, do ponto de vista da lógica que a fundamenta. Enquanto a proposição brasileira se aproxima dos fundamentos provenientes da lógica formal tradicional, a proposição davydoviana é expressão da lógica dialética.

Cedro (2008) afirma que a aprendizagem da docência é compreendida somente pela indissociável relação entre o ensino, a atividade principal do professor e a aprendizagem, atividade compartilhada com os alunos. Ele buscou, ainda, mostrar, em sua investigação, o “[...] movimento de formação do professor de Matemática em direção à tomada de consciência sobre a essência de sua atividade tendo como base a transformação dos motivos das suas ações” (p. 215).

De acordo com Cunha (2019), na Rússia, para os professores que trabalham em escolas que adotam sistemas desenvolvimentais, são oferecidos cursos de formação avançada e, nesses centros de formação, os pressupostos metodológicos que fundamentam o desenvolvimento profissional da atividade docente são: “[...] teoria psicológica do autodesenvolvimento; psicologia da personalidade e do trabalho do professor; estudo da herança histórica na cultura e no conteúdo da atividade humana e teoria da autoconsciência dialogicamente organizada” (p. 140).

Pondera-se que a formação inicial do professor de matemática precisa passar por um amplo processo de transformação e que se encontra, nesse momento, muito distante da formação de um professor para um ensino voltado à formação do pensamento teórico nos alunos. Por um lado, há um grupo de professores que defende um ensino da matemática de forma tradicional, em que o seu rigor, exatidão e objetividade devem ser priorizados. Por outro lado, encontram-se aqueles que buscam contextualizar os conteúdos matemáticos em metodologias diversas, a fim de facilitar sua compreensão, considerando-se imprescindível a utilização de objetos pedagógicos em seu ensino.

Essa situação tipifica os dois extremos comuns no ensino da matemática: valorização extrema da teoria ou da prática. Neste sentido, como mostra Sforni (2012), o eixo central da formação de professores está na interação entre o domínio do campo didático e o domínio do campo teórico. Vale assinalar que trabalhar didaticamente é também trabalhar epistemologicamente. Assim, é necessária a integração entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico-didático, entendendo a unidade entre a didática e as didáticas específicas nos cursos de formação de professores (LIBÂNEO, 2016).

Mesmo considerando essas dificuldades no que diz respeito à formação de professores de matemática, as perspectivas futuras para a pesquisa sobre o ensino

desenvolvimental de Matemática são promissoras<sup>17</sup>. A quantidade de programas de pós-graduação *stricto sensu* com linhas de pesquisa que se fundamentam na teoria histórico-cultural e na teoria do ensino desenvolvimental tem aumentado consideravelmente. Como a maioria dos pesquisadores formados por estes programas é composta por professores da educação básica e/ou do ensino superior, espera-se que estes tragam mudanças na organização do ensino para dentro das escolas, bem como possam influenciar as políticas curriculares e de formação de professores no Brasil.

Levando-se em conta, ainda, os grupos de estudos e pesquisas dentro desses programas de pós-graduação, se destaca o Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe). Este possui diversos grupos de pesquisa associados<sup>18</sup>, que muito têm contribuído para a disseminação de conhecimentos sobre o ensino escolar, fundamentada na teoria histórico-cultural e no ensino desenvolvimental. Contudo, por maiores que sejam os esforços, a força e a disseminação dos vários grupos de estudos e pesquisa sobre o ensino desenvolvimental na educação matemática no Brasil são concepções historicamente cristalizadas, em contradição com esse ensino desenvolvimental.

Diante desse robusto quadro de pesquisas e pesquisadores com a mesma fundamentação teórica, surgem mais inquietações sobre a relação do ensino desenvolvimental com a formação de professores. Assim, para futuras pesquisas, fica o seguinte questionamento: como se pode transformar, mesmo que minimamente, o ensino de Matemática que não forma o pensamento teórico? Como essa nova forma tão revolucionária pode integrar o processo de formação de professores de Matemática, a fim de romper com o predomínio da lógica formal na formação de professores e no ensino na Educação Básica?

Por fim, entende-se que “[...] no processo de movimento do conhecimento científico verifica-se uma constante interação da teoria com o experimento. Um serve de fonte de desenvolvimento e aprimoramento do outro” (KOPNIN, 1972, p. 256). Acredita-se que foi possível vislumbrar isso nesta pesquisa. Todavia, a teoria é sempre universal enquanto o experimento é singular, particular. Desta maneira, “[...] todo singular

---

<sup>17</sup> Em uma pesquisa bibliográfica realizada no ano de 2019, foram identificados 17 programas, computando cento e onze dissertações e teses na área de educação matemática fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural e/ou na Teoria do Ensino Desenvolvimental.

<sup>18</sup> Grupos de Estudos e Pesquisa associados ao GEPAPe: ALLEM – UFMS, GEMat – UFG, GENTEE – UEM, GEPAE – UEM, GEPEAMI – FFCLRP, GEPEDI – UFU, GEPEMAPe – UFU, GEPEMat – UFSM, GEPEMM – IFPI, GEPIEE – UFSC, GEPPEDH – Unifesp, GESFE – FFCLRP, GETHC – PR, GPEMAHC – UNESC, HEEMat – UNESC.

compreende o universal, expressa-o, mas não plenamente, por isso nenhum experimento particular pode ser critério definitivo de toda a teoria científica” (KOPNIN, 1972, p. 259).

Portanto, através do singular, do experimento didático-formativo realizado numa turma de 6º ano de uma escola estadual do estado de Goiás, foi possível compreender o potencial revolucionário de um ensino organizado nas perspectivas histórico-cultural e desenvolvimental. Entende-se que a evolução da vida intelectual do adolescente representa um quadro integral único, no qual todas as funções estão conexas à função da formação de conceitos.

Na idade de transição a percepção, a memória, a atenção e a ação não constituem um conjunto de funções depositadas em um recipiente com água, nem uma série de processos isolados, se subordina a uma lei única que procede da função central – a função da formação de conceitos (VIGOTSKI, 1996, p. 166, tradução nossa).

Nesse sentido, as leis que regem o surgimento da atenção voluntária são as mesmas do surgimento da memória lógica, pois, nessa idade de transição, a memória é função do pensamento. Da mesma forma ocorre com a percepção, em que “[...] perceber na idade de transição significa pensar em conceitos, sintetizar o concreto e o geral, A percepção se converte em função do pensamento” (VIGOTSKI, 1996, p. 166, tradução nossa).

Entende-se que todas as funções psicológicas superiores (imaginação, vontade, percepção, memória lógica, atenção voluntária, pensamento) se modificam e se reconstróem na adolescência sob a influência do pensamento por conceitos, ou melhor, do pensamento teórico conforme Davídov (1988). Essa nova estrutura, conforme Vigotski (1996), vai se constituindo e desenvolvendo a consciência, a personalidade e a concepção de mundo dos adolescentes.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Durante o cumprimento sistemático da atividade de estudo se desenvolvem nos alunos, junto com a assimilação dos conhecimentos teóricos, a consciência e o pensamento teórico” (DAVÍDOV, 1988, p. 176, tradução nossa). Esta citação representa bem a essência e a motivação desta pesquisa, considerando-se especialmente o modo como o ensino de Matemática está sendo organizado.

A Matemática escolar vai além de um conjunto de conteúdos a serem apropriados pelos alunos, que, organizada adequadamente, permite uma formação com alto nível de atividade mental. Contudo, o que se presencia é um ensino ancorado em uma didática empírica, em que os conceitos matemáticos não são direcionados à formação do pensamento teórico.

Diante do ensino da Matemática, fragmentado, mecanizado e empírico, e considerando-se nossa experiência enquanto professora e pesquisadora é que surgiu a necessidade de se compreender melhor como ocorre essa organização de ensino. Assim, o objetivo da nossa pesquisa buscou analisar o processo de apropriação do conceito de raiz quadrada exata por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, a partir de um processo de ensino e aprendizagem fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental. Considerando-se ainda, as peculiaridades deste momento de vida dos estudantes, marcado pela transição da atividade principal.

Nesse caminho, analisamos como a teoria histórico-cultural compreende a educação escolar e o processo de desenvolvimento humano, destacando-se principalmente a atividade de estudo e a atividade de comunicação íntima pessoal. Sendo assim, focamos nosso olhar na teoria do ensino desenvolvimental e em seus desdobramentos.

De acordo com Davídov (1988), o ensino organizado para a formação do pensamento teórico é caracterizado por abstrações e generalizações substanciais, que servem de procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal. Neste ínterim, na organização do experimento didático-formativo, buscamos a análise do conteúdo para, posteriormente, elaborarmos as tarefas de estudo. Destacamos, assim, que o aprofundamento nesses aportes teóricos foi substancial para investigarmos a rede conceitual inserida no conceito de raiz quadrada exata e sua objetivação nas tarefas de estudo fundamentadas em proposições davydovianas.

O intuito da análise do conteúdo foi investigar os aspectos lógico-históricos do conceito, analisar a sua essência e compreender a rede conceitual e suas relações. Sendo assim, a análise do conceito de raiz quadrada exata evidenciou, principalmente, uma relação geral com os conceitos de número, agrupamento, adição, multiplicação e uma relação particular com os conceitos de potenciação e área de um quadrado.

Feito isso, buscamos analisar a atividade de estudo para a assimilação e aprendizagem desse conceito e o desenvolvimento do pensamento teórico pelos estudantes. Nesse caminho, o plano de ensino envolveu oito tarefas de estudo que buscaram apresentar esse movimento conceitual do geral ao particular, contemplando as ações mentais de reflexão, análise e plano interior das ações, sistematizadas pelas unidades conceituais de número, multiplicação, potenciação e raiz quadrada exata. Segundo Davídov (1988) são essas ações mentais que revelam o desenvolvimento do pensamento teórico e a formação da consciência.

Em nossas análises, buscamos um episódio de ensino para cada uma das tarefas para compreender melhor os indícios de desenvolvimento e os saltos qualitativos da atividade mental dos alunos em direção à formação do conceito de raiz quadrada exata.

No primeiro encontro, identificamos a situação de desenvolvimento escolar dos alunos e o nível de conhecimentos prévios sobre a rede conceitual do conceito de raiz quadrada exata em que se encontravam, na tentativa de situar a zona de desenvolvimento próximo da turma. Para isso, realizamos um diálogo sobre as interações entre as formas práticas, historicamente construídas sobre os números.

A situação social de desenvolvimento, como mostra Vigotski (1996), representa o momento inicial para todas as mudanças que ocorrem no desenvolvimento, sendo que essa relação com a realidade social é realizada por meio da atividade principal. Durante esse diálogo inicial, a turma, no geral, mostrou conhecer diversos aspectos da pré-história e da história dos números. Os estudantes foram acrescentando exemplos e contando vivências de situações de seu cotidiano que envolviam números. Os questionamentos realizados nesse diálogo indicaram uma transformação dos motivos e o surgimento de necessidades para aprender novos conhecimentos sobre os números.

Após conversar com os alunos sobre a história da Matemática e como surgiram os números, conduzimos o diálogo na direção de tentar levá-los à compreensão inicial de que a Matemática é a síntese entre forma, número e grandeza. Essa conversa inicial revelou que os alunos confundiam as grandezas com as suas respectivas unidades de



medida. Embora os alunos tenham demonstrado predomínio do pensamento empírico sobre os conceitos de forma, número e grandeza, ressalta-se a importância dessa noção conceitual para o desenvolvimento do sistema conceitual de raiz quadrada de números quadrados perfeitos, uma vez que se trata de uma grandeza de área.

Em sequência, prosseguimos para o desenvolvimento da capacidade mental da reflexão através da Tarefa 1, inserida na unidade conceitual de número. De acordo com Davídov (1988), a tomada de consciência da ação ocorre mediante a reflexão, entendendo que estas e outras ações mentais são desencadeadas quando a criança busca resolver uma tarefa.

Logo no início, no agrupamento dos alunos para a realização da tarefa, ficou evidente que os alunos não estavam acostumados a trabalhar em grupo, pois a organização dos nove grupos demandou muito tempo, agitação e resistência dos alunos. Porém, no ensino desenvolvimental, a atividade conjunta das crianças na resolução de uma tarefa tem grande relevância no processo de assimilação dos conceitos e desenvolvimento do pensamento teórico. Para Davídov e Márkova (2019b), a assimilação sempre ocorre em atividade conjunta com outra pessoa.

Levando-se em conta que o conceito de multiplicação é essencial para a compreensão de raiz quadrada exata, a realização da Tarefa 1 levou os estudantes à compreensão do princípio multiplicativo, ou seja, quantas vezes uma unidade de medida se repete. Possibilitou, também, que os alunos realizassem, principalmente, a primeira, a segunda e a quinta ações de estudo propostas por Davídov (1988).

Outro aspecto importante que pudemos perceber esteve na concentração de quase todos os alunos e a mobilização da atenção para resolverem o problema. Os diálogos e as orientações que uns davam aos outros conduziam os demais à reflexão sobre as ações necessárias para resolver o problema. Essa dinâmica de colaboração e diálogo entre os componentes dos grupos foi fundamental para a resolução da primeira tarefa e foi se revelando sempre muito importante no decorrer do experimento. Confirmou-se, portanto, a tese do ensino desenvolvimental que, no trabalho colaborativo, o aluno atinge níveis mais elevados na compreensão conceitual.

É importante ressaltar que, durante a realização dessa primeira tarefa, tanto na resolução do problema quanto na ação de controle, os alunos buscavam constantemente socializar com os colegas suas opiniões e conclusões e mostrar o que e como haviam feito para solucionar o problema. Como afirma Elkonin (1961), a imagem que o adolescente

terá de si mesmo é firmada nas relações sociais que estabelece com os companheiros da mesma idade. É no ambiente escolar e durante a realização da atividade de estudo que a comunicação afetiva com os outros adolescentes vai paulatinamente se tornando a nova atividade principal.

A Tarefa 1 envolveu significações aritméticas (10, 6), algébricas (G, A, H e B) e geométricas (segmentos), e a reflexão sobre quantas vezes uma unidade de medida está contida na grandeza conduziu os alunos a reproduzirem o modelo abstrato, universal, do conceito teórico de número. Assim, no modelo  $G = 10A$  e  $H = 6B$ , encontrado nessa tarefa, os alunos puderam compreender que  $\frac{H}{B} = n \rightarrow H = n \cdot B$ , onde  $H$  é a grandeza a ser medida,  $B$  a unidade de medida, e  $n$  o valor aritmético de  $H$  em relação a  $B$ . Ou seja,  $n$  é a medida da grandeza  $H$  que, no caso específico da tarefa, podia variar de acordo com a quantidade de passos caminhados. Deste modo, com os modelos que foram construídos pelos estudantes para a resolução dessa tarefa, identificamos também indícios de realização da segunda ação de estudo, a modelação da relação conceitual básica identificada.

Dessa forma, a tarefa proposta e analisada no primeiro episódio explorou a fórmula geral para o número, envolvendo a grandeza de comprimento, tendo o conceito de multiplicação como parte do sistema conceitual de número, tal como abordado por Davídov (1982, 1988). Desta forma, iniciou-se o processo de abstração substantiva. Sobre o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, as que mais se destacaram foram a cooperação, comunicação e a atenção.

Dando sequência, é importante lembrar que as Tarefas 2, 3 e 4 revelaram o desenvolvimento da capacidade mental da análise substantiva. No entanto, a ação de reflexão continuou a acontecer, sendo indispensável para a realização da generalização do conceito. É importante, ainda, lembrar que essas tarefas integraram a unidade conceitual de multiplicação.

Enquanto a Tarefa 1 utilizou-se da grandeza de comprimento para a obtenção da expressão geral do número, revelando seu princípio multiplicativo, a Tarefa 2 valeu-se da grandeza de área para a compreensão do conceito de multiplicação, o qual constitui a essência conceitual do objeto de estudo de um caso particular de radiciação.

O segundo episódio, referente à Tarefa 2, foi colocada em manifesto a evolução natural da adição. No início, alguns alunos mostraram a intenção de realizarem a contagem aditiva para a obtenção do resultado final da operação. Não obstante, outros

alunos começaram a pensar em outra possibilidade de realizar esse procedimento, representando essa soma por um determinado número de conjuntos de mesma quantidade de elementos. Entendemos, assim, que esse episódio de ensino mostrou fortes indícios de que, no final da tarefa, a maioria dos estudantes conseguiu compreender a multiplicação por agrupamento, sendo possível perceber, nesse episódio, mais uma vez, que a ação de análise depende da reflexão.

Ao compreender a multiplicação como uma soma de parcelas iguais, essa tarefa possibilitou o desenvolvimento interligado entre as ações de estudo de transformação dos dados da tarefa para revelar o núcleo do conceito, modelação da relação conceitual básica identificada e transformação do modelo e análise das suas relações. O esquema de setas representou também a modelação realizada.

Outro aspecto observado nesse episódio e que perdurou durante todo o desenvolvimento do experimento, foi a necessidade de os alunos expressarem o que pensavam a respeito da atividade, ficando implícita a relação intrínseca entre o pensamento e a palavra. Nestes momentos, buscamos compreender o movimento do pensamento, pois, embora a maioria dos grupos apresentasse compreender o movimento da multiplicação na tarefa, apresentou dificuldades em expressar essa compreensão por meio da linguagem escrita. Sobre isso, Luria (1991) mostra que a linguagem escrita requer um alto grau de abstração, não sendo a linguagem apenas um meio de generalização, mas a base do pensamento.

Assim, no geral, os grupos evidenciaram, em seus registros, compreender a proposta da Tarefa 2, que, no nosso entendimento, desencadeou o desenvolvimento de uma rede conceitual composta por contagem, adição, agrupamento e, claro, multiplicação.

Prosseguindo, a Tarefa 3 possibilitou aperfeiçoar a operação da multiplicação composta pelo esquema de setas e instigar a percepção do espaço geométrico existente na multiplicação, pela malha quadriculada e reta numérica. O terceiro episódio, então, além de avigorar a essência conceitual de multiplicação através de seu modelo pelo esquema de setas, contribuiu também para a compreensão de sua propriedade comutativa. Assim, o modelo ( $a \times b = b \times a$ ) decorreu da generalização da relação entre as grandezas, em que o movimento de reflexão e análise possibilitou maior capacidade para um pensamento mais elaborado.

Complementando as tarefas anteriores, a Tarefa 4 contemplou duas superfícies construídas pela mesma unidade de medida básica, mas com unidades intermediárias diferentes. Desta forma, os alunos tiveram que determinar primeiramente a unidade de medida intermediária, para depois verificarem quantas vezes ela se repetia.

Em se tratando das funções psicológicas superiores, esse quarto episódio foi marcado por muitas intervenções dos alunos, evidenciando-se o domínio da própria conduta, a mobilização da vontade e a antecipação dos objetivos das ações. Destaca-se, ainda, o quanto a realização da tarefa de estudo mobilizou a atenção voluntária, tornando-se condição fundamental para a análise e transformação dos dados da tarefa na busca de sua solução. Sem dúvida, como coloca Vigotski (1996), a atenção voluntária é um fruto avançado do desenvolvimento.

Também foi possível verificar, na resolução dessa tarefa de estudo, que a percepção direta passou a depender de um pensamento mais organizado. Vigotski (1996) entende que é desta forma que os processos do pensamento e da percepção se fundem, intelectualizando a percepção e convertendo o pensamento em visual-direto. Deste modo, quando os estudantes, por meio da percepção, vinculada ao pensamento verbal, atribuíram sentido às repetições das unidades de medida básica nas superfícies com medidas **A** e **M**, evidenciaram uma nova síntese do pensamento visual-direto.

Em outras palavras, esse pensamento permitiu o reconhecimento das unidades de medida intermediária **R** e **T** implícitas, caracterizando o pensamento verbal dos adolescentes na passagem do tipo de pensamento em complexos ao pensamento em conceitos. Neste sentido, Vigotski (1996) mostra que o adolescente não se limita a tomar consciência da realidade percebida, mas pensa em conceitos, permitindo que ele regule a realidade visível pelos conceitos elaborados em seu pensamento, em que a imagem do objeto reflete seus nexos, sua essência.

De forma similar às Tarefas 2 e 3, devido ao seu caráter complementar, a Tarefa 4 possibilitou o desenvolvimento interligado entre as três primeiras ações de estudo. Neste contexto, a unidade básica, a unidade intermediária e o total de unidades básicas e intermediárias foram modelados na forma objetual por meio da relação entre as áreas representadas na malha quadriculada. Posteriormente, esses mesmos dados foram modelados na gráfica por meio do esquema de setas e reta numérica, o que permitiu a análise de suas relações.

Davídov (1988) explica que o plano interior das ações ou a planificação substantiva consiste nas transformações mentais do objeto em estudo, desde a sua relação geral às tarefas particulares. Destarte, consideramos o plano interior das ações como a nossa última categoria de análise, inserindo nesta a unidade conceitual de potenciação e a unidade conceitual de raiz quadrada exata.

Na unidade conceitual de potenciação, foram desenvolvidas as Tarefas 5 e 6. Devido à intrínseca relação entre as operações de adição e multiplicação, no início do desenvolvimento da Tarefa 5, apresentado pelo quinto episódio de ensino, alguns alunos ainda expressaram o pensamento aditivo na multiplicação. No entanto, a cooperação entre os colegas sobre a análise de seus erros conceituais se mostrou preponderante nesse episódio.

Nesse sentido, acreditamos que, ao organizarmos as tarefas para que fossem realizadas de forma colaborativa, possibilitamos a interação entre os alunos e a interdependência de suas ações, potencializando a formação conceitual. Outro aspecto observado foi que o trabalho colaborativo, de fato, mobiliza de maneira mais eficiente a atenção voluntária.

A análise dessa tarefa conduziu os alunos à percepção da essência do conceito de potenciação, já que, para a representação dessa sequência, foi necessário escrever cada termo usando o três como único fator. Isso significou uma nova característica para a multiplicação, principalmente em relação às tarefas anteriores, pois agora os fatores da multiplicação são iguais.

Quando os alunos chegaram ao significado 0 enquanto expoente, ficou evidente a elevação do pensamento do abstrato para o concreto pensado, o que desencadeou a generalização da sequência dessa tarefa. O conceito de potenciação representou, assim, um procedimento da dedução do singular a partir do universal, realizado na ascensão do abstrato ao concreto.

Semelhantemente, a Tarefa 6 buscou utilizar potência de base diferente da anterior, de forma a empregar a generalização conceitual de potenciação numa outra tarefa particular. Logo, percebemos que, a cada nova base colocada para os alunos, iniciava-se um processo de reflexão e análise das múltiplas relações existentes entre os conceitos que se articulam à potenciação. No ensino desenvolvimental, isso indica a capacidade de generalização conceitual, quando o estudante consegue aplicar a essência do conceito em outras tarefas particulares.

Nessa unidade conceitual, a importância da imitação nos processos de desenvolvimento dos conceitos científicos na escola, não como uma imitação mecânica e sem sentido, mas no sentido em que defende Vigotski (1996), é uma imitação baseada na compreensão da operação intelectual que se imita, realizada por meio da mediação do professor.

Nesse processo de formação da generalização da forma escrita da potenciação, observou-se que os alunos se utilizaram do procedimento da decomposição, transformando cada termo em fatores iguais. Destarte, a sequência  $3^0, 3^1, 3^2, 3^3, \dots$  representou a síntese da Tarefa 5, e a sequência  $4^0, 4^1, 4^2, \dots$ , a síntese da Tarefa 6. Logo,  $a^0 = 1, a^1 = a, a^2 = a \cdot a, a^3 = a \cdot a \cdot a, \dots, a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  (*n vezes*). Assim, os alunos contavam a quantidade de *a* fatores em cada termo, colocando-o como expoente.

Na unidade conceitual de raiz quadrada exata, buscamos conduzir os alunos à relação entre potenciação e radiciação como operações inversas. Para isso, os estudantes construíram o objeto pedagógico geoplano. Constatamos que, nesse período de desenvolvimento, o objeto pedagógico não confirmou de imediato o caráter visual concreto do conceito, mas, ao contrário, colocou o estudante diante da necessidade de abstrair mentalmente o conceito do material. Neste sentido, o geoplano não refletiu o conceito, mas possibilitou a ação de reflexão do estudante.

É importante ressaltar que a utilização do geoplano possibilitou que os alunos realizassem em conjunto as transformações necessárias para fazerem experimentos mentais com esse material. Durante esse processo, foram surgindo novos elementos conceituais, em que os alunos foram construindo modelos durante a manipulação do geoplano. Neste momento, as ações coletivas que os estudantes realizaram na busca da solução das tarefas possibilitaram saltos qualitativos do pensamento necessários para a formação do conceito.

Consideramos muito importante também a motivação e o desejo dos alunos em manusearem o geoplano para a mobilização da atenção voluntária para a realização das tarefas. Nesta hora, foi visível que esse estímulo externo elevou a atenção dos estudantes ao ponto de dominarem de forma voluntária o seu comportamento para a realização consciente das tarefas. Mesmo entendendo as limitações conceituais estabelecidas por um objeto pedagógico, foi possível identificar a importância que esses materiais ainda desempenham no contexto escolar da pré-adolescência.

O sétimo episódio, referente à Tarefa 7, evidenciou claramente o movimento de formação conceitual de potenciação à raiz quadrada exata. Podemos dizer que, submetido a uma nova análise, o pensamento estabelece novas relações com os conceitos anteriores em processo de síntese. Para os alunos, a multiplicação de fatores iguais estabelecida pela potenciação é algo que estava no nível de desenvolvimento real, e o conceito de raiz quadrada exata se encontrava na zona de desenvolvimento próximo.

Assim, conforme Chaiklin (2011), entendemos que um bom desempenho acompanhado pelo professor pode ser usado como indicador de uma função psíquica em maturação. De fato, a realidade objetiva dos alunos não dava elementos para operar voluntariamente com essa particularidade do conceito, de forma que novas mediações e intervenções foram sendo realizadas para alcançar o objetivo proposto.

Nesse movimento, os alunos chegaram à síntese de que a essência da raiz quadrada é a relação da área do quadrado e o seu lado correspondente. Trata-se da abstração e generalização da essência da raiz quadrada exata, representada e modelada na forma geométrica. Dentro desse conceito, a multiplicação tem a característica singular de envolver somente dois fatores iguais, representando o inverso da potenciação de um número elevado a dois.

Para sintetizar o conceito de raiz quadrada exata, propomos a Tarefa 8, a qual se constitui em um desafio para mobilizar a atenção dos alunos ao conceito em questão. Foi um momento de intensa participação e interação, em que a discussão acabou se tornando coletiva na busca de sua solução. Mais uma vez ficou evidente a importância da atividade de comunicação íntima e pessoal nos estudantes do 6º ano, visto que “[...] sua diferença com outras formas de interação, que têm lugar na colaboração de trabalho com os colegas, consiste no fato de que seu conteúdo fundamental é o outro adolescente (ELKONIN, 2017, p. 166).

As tarefas propostas consistiram em representar o concreto em movimento, o que, no nosso entendimento, permitiram que fossem descobertas as conexões internas do sistema conceitual e as relações entre o universal e o particular no sistema de conceitos. Enquanto a potenciação é uma multiplicação na qual todos os fatores são iguais, a radiciação busca descobrir que fatores são esses, encontrando o resultado dessa multiplicação.

Desse modo, a generalização da raiz quadrada consiste em identificar as inter-relações entre o que há de universal para potenciação e radiciação, mas que, ao mesmo

tempo, é singular para a radiciação. Assim, a raiz quadrada é o inverso da potenciação de um número elevado a 2. Em outras palavras, para o caso particular da raiz quadrada exata, a base de expoente  $\frac{1}{2}$  equivale dizer que é a raiz quadrada, ou seja,  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ . Assim, como conteúdo específico do conceito teórico, aparece a relação do universal e do particular.

Diante do exposto, nosso experimento didático-formativo evidenciou que é muito estreito e interessante o vínculo entre os diversos conceitos analisados. Deste modo, primeiramente a essência do objeto é revelada e modelada, o que possibilita posteriores transformações no objeto, formando, assim, um sistema de conceitos. Compreendendo-se como cada conceito surge relacionado a outros, compondo o sistema conceitual, buscamos revelar as conexões estreitas de raiz quadrada de números quadrados perfeitos não só com a potenciação e multiplicação, como também contagem, agrupamento, adição, entre outros conceitos.

A análise do experimento mostrou também a importância de a ação de controle ser desenvolvida diretamente com os grupos e de forma coletiva. Essa esteve presente em todas as unidades conceituais, buscando conduzir os alunos à análise do modo como resolveram a tarefa, ou seja, à análise de suas próprias ações e operações.

Diante disso, ressalta-se que, mesmo os sujeitos da pesquisa se encontrando no período da adolescência inicial, e ainda o conteúdo em questão ser orientado pelo Currículo de Referência para se iniciar apenas no 7º ano do Ensino Fundamental, vários alunos apresentaram indícios consistentes da necessidade do estudo para além da raiz quadrada exata.

Verificamos que a educação escolar está ancorada na lógica formal, com um tipo de organização de ensino que aborda os conceitos de forma superficial, a qual não supera o pensamento empírico. Entendemos a importância desse pensamento no processo de ensino e formação, principalmente no ensino de crianças; contudo, no período da adolescência, o pensamento empírico deve ser posto como base para que surjam as abstrações necessárias para o conhecimento teórico.

Ao contrário, buscamos apresentar que um ensino organizado na lógica dialética avança muito mais, uma vez que a atividade do pensamento não ocorre no movimento de um símbolo a outro, mas de um conceito a outro conceito, de modo mais profundo e multilateral. A lógica dialética não se detém na linguagem, mas busca penetrar no próprio processo de pensamento, ou seja, se a lógica formal se interessa nas fórmulas



matemáticas, a lógica dialética busca o conteúdo mental expresso nessas fórmulas e a sua relação com a realidade.

Nesse sentido, ficou evidenciado, em nossa pesquisa, que as funções da atenção, percepção, memória, vontade, pensamento, comunicação e cooperação se ligam a uma formação nova sobre a base do pensamento em conceitos. Entendemos, como defende Vigotski (1996), que a nova forma de pensamento que caracteriza o adolescente é a formação de conceitos, dentro da unidade dialética da forma e do conteúdo no desenvolvimento do pensamento. Logo, como as capacidades psíquicas estão objetivadas na cultura em conteúdo e na forma, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, não existe dom ou talento, e sim desenvolvimento.

Nesse caminho, aparecem novas formas no adolescente de operar com o conteúdo, incorporando o abstrato ao pensamento, o que permite o domínio do pensamento lógico. A partir da tese fundamental da teoria histórico-cultural de que o ensino impulsiona o desenvolvimento e se realiza pelos conceitos científicos, buscamos explicar a formação do pensamento teórico no contexto escolar na teoria do ensino desenvolvimental.

Para isso, procuramos entender o sentido lógico e teórico dos processos e das formas principais do pensamento: generalização, abstração e conceito. A abstração se institui em um componente construtivo da atividade mental generalizadora, e da combinação dos traços abstrato-genéricos se forma o conteúdo do conceito.

Ressalta-se, novamente, que, na adolescência, a generalização ocorre por meio da análise mental e sistemática das relações e conexões com os objetos, possibilitando explicar as diversas manifestações particulares. É nesse processo de análises mais complexas que Davídov (1988) defende a formação do pensamento teórico, o qual trabalha com conceitos.

Sendo assim, um aspecto importante evidenciado em nosso estudo é que se devem considerar, na organização de ensino, as inter-relações necessárias entre o pensamento empírico e o pensamento teórico. Neste caminho, o pensamento vai sempre do abstrato ao concreto, possibilitando a compreensão da relação entre o conhecimento lógico e o processo histórico numa lógica dialética.

Dessa forma, evidenciamos a importância de se compreender as características do desenvolvimento dos alunos em seus períodos, pois estão intimamente condicionados à atividade, ao ensino e à educação. Nesta abordagem, Davídov (2019d) defende que,

para ocorrer um bom ensino, é necessária a atividade de estudo, a qual apresenta as tarefas e ações como conceitos básicos.

Destarte, é inescusável que o professor vá além de verbalizar o conhecimento, pois precisa expressar esse conceito de atividade em termos de ações. O conteúdo da atividade de estudo são os conhecimentos teóricos, o que determina o surgimento de novas formações psicológicas e a assimilação dos modos de generalização da ação. Nesse movimento, foi visível, durante o desenvolvimento das tarefas de estudo em nossa pesquisa, a reprodução dessa ação, não de forma mecânica, pois cada ação com o conteúdo exigia operações cada vez mais complexas.

Com isso, Davydov (1999) destaca duas condições para a organização do ensino: a formação, nos alunos, da necessidade de aprender e a colocação de tarefas de estudo, cuja solução exige dos alunos transformações mentais com o material a ser assimilado. Assim, a resolução de uma tarefa de estudo é consequência da formação do modo generalizado de ação.

Embora tenhamos consciência da limitação do experimento didático-formativo em um período de tempo tão curto, este evidenciou que a atividade de estudo organizada sobre a base de uma tarefa possibilita uma transformação nas ações mentais dos alunos. Realmente a tarefa de estudo promoveu uma relação do sujeito com o objeto do conhecimento, na medida em que ele se esforçou para a resolução da tarefa, o que revelou a essência do conceito. A ação mental de transformar os dados da tarefa mostrou que os motivos não conscientes se transformaram em motivos conscientes.

Outro aspecto importante que a pesquisa mostrou é que, durante o desenvolvimento das tarefas do plano de ensino, a ação individual estava sempre associada à ação coletiva. Quanto mais os conceitos se complexificavam, mais o trabalho colaborativo se fortalecia. Isso nos leva a refletir sobre o modo como nossas salas de aulas são organizadas, dispondo os alunos em fileiras na busca de controle e silêncio. Essa disposição, de acordo com a nossa pesquisa, desfavorece tanto o trabalho coletivo e colaborativo quanto a aquisição conceitual.

Realçamos também que o desenvolvimento das atividades de controle e avaliação apresentaram indícios consistentes de que a maioria dos alunos formou o pensamento teórico sobre o conceito de raiz quadrada exata. Além dos excelentes resultados, verificados pela atividade avaliativa individual, as folhas de registro das

tarefas de estudo realizadas nos três primeiros momentos demonstraram um salto qualitativo nas ações mentais dos sujeitos da pesquisa.

Percebemos que uma das principais dificuldades enfrentadas pelos professores que optam por esse tipo de organização de ensino está em deixar os alunos construírem seus próprios conhecimentos. A tendência dos professores, devido à nossa formação inicial, é expor os conteúdos de forma linear e mecânica, firmada no método explicativo-ilustrativo. Nesta perspectiva, o professor deve evitar fornecer respostas diretas, entendendo o seu papel como organizador e mediador nesse processo de ensino desenvolvente.

No entanto, frisamos que é necessário garantir condições objetivas para que os professores consigam desenvolver um ensino desenvolvimental, como: liberdade para organizar o seu ensino; escola estruturada com suporte físico e material para a realização de atividades diversificadas; jornada de trabalho adequada; tempo disponível tanto para o planejamento quanto para o desenvolvimento de atividades em conformidade com um ensino desenvolvimental; formação inicial e continuada com qualidade, entre outras. Porém, sabemos que, infelizmente, muitas vezes essas condições não dependem do próprio professor.

Esse percurso apresentado em nossa investigação revela que não é qualquer ensino que promove o desenvolvimento dos alunos. Existe uma teoria do ensino que responde à possibilidade de ajudarmos as crianças a superarem o que chamamos de dificuldades de aprendizagem da Matemática. Ressaltamos novamente que dificuldades de aprendizagem possuem outra conotação, sendo de origem sociocultural, indicando funções psicológicas superiores que ainda não amadureceram. Logo, a dificuldade é inerente à ação mental, sendo até necessária para a formação do pensamento teórico.

Portanto, foi com essa perspectiva que buscamos analisar o processo de desenvolvimento do ensino de Matemática, considerando-se a unidade entre ensino e desenvolvimento. Nessa direção, defendemos que a teoria do ensino desenvolvimental contribui para a formação do pensamento teórico dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, caracterizado por abstrações e generalizações substanciais. Estas possibilitam compreender as relações intrínsecas de raiz quadrada de números quadrados perfeitos com potenciação, multiplicação, contagem, agrupamento, adição, entre outros conceitos.

As tarefas de estudo fundamentadas nas proposições davydovianas contribuíram também para a transformação dos motivos e o surgimento da necessidade de aprender novos conceitos, contemplando-se as ações mentais de reflexão, análise e plano interior das ações. Isso possibilitou o desenvolvimento interligado das ações de estudo de Davíдов (1988). Outra contribuição importante da teoria do ensino desenvolvimental é que esta impulsiona o trabalho colaborativo, o qual potencializou o desenvolvimento de funções psicológicas superiores, como a atenção voluntária, a cooperação, a memória, a percepção e o pensamento, evidenciando-se a comunicação íntima e pessoal como atividade principal dos adolescentes. Diante disso, acreditamos que a proposição davydoviana contribui para repensarmos a Educação Matemática brasileira.

Apesar da nossa intencionalidade, temos consciência das limitações do nosso estudo. Como nos foram concedidas apenas duas semanas para a realização do experimento didático-formativo, e entendendo a importância de se desenvolver a rede conceitual para qualquer que seja o conteúdo, optamos pelo desenvolvimento de tarefas que contemplassem a rede conceitual de raiz quadrada exata.

A intenção inicial era aprofundar mais no conceito de radiciação, porém, este não consta no Currículo Referência para o 6º ano do Ensino Fundamental e, portanto, limitamos o conteúdo ao conjunto dos números naturais. Contudo, durante o desenvolvimento das tarefas de estudo, sentimos necessidade de termos avançado mais sobre o conceito de raiz quadrada exata.

Sabemos que essa investigação foi insuficiente para revelar toda a complexidade do fenômeno analisado, como também não é capaz de propor uma transformação real e urgente para o ensino da Matemática. Todavia, podemos afirmar que esse trabalho trouxe elementos que evidenciam a necessidade de buscarmos uma organização de ensino articulada a princípios teóricos que promovam a aprendizagem e o desenvolvimento integral dos alunos. Mesmo considerando as limitações e a singularidade do experimento didático-formativo desenvolvido em nosso estudo, foi possível sentir o potencial revolucionário de um ensino organizado na perspectiva davydoviana, que conduz à formação do pensamento teórico.

É esse ensino potencial que acreditamos ter condições de minimizar o “fetiche do número” existente no currículo e no ensino da Matemática, como também o comportamento fetichizado tão comum no período de desenvolvimento da adolescência. É por meio dos conceitos científicos que podemos atuar na realidade pela tomada de

consciência. A escola, neste sentido, é imprescindível para a formação das funções psicológicas superiores e dos conceitos.

Diante do exposto, evidenciamos, assim, a importância do presente estudo para a compreensão das peculiaridades dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, momento da transição da atividade de estudo para a atividade de comunicação íntima pessoal da adolescência, em que o adolescente se torna capaz de internalizar novas normas e valores antes externos. Este, com a formação dos conceitos, possibilita a autoconsciência e o desenvolvimento de suas próprias concepções, colocando-o como agente de seu conhecimento. Daí surge a necessidade de se conhecer novas coisas e o compartilhamento entre os amigos na defesa de suas opiniões.

Por fim, é imprescindível registrar o quanto essa pesquisa contribuiu para nossa formação, principalmente no sentido de poder disseminar esse robusto aporte teórico pela nossa prática enquanto formadora de professores. A educação brasileira urge por uma organização de um ensino transformador e desenvolvente e, desta forma, mais do que nunca, o término deste trabalho nos motiva a continuar em direção a esse objetivo.

## REFERÊNCIAS

- AFONSO, A. J. **Avaliação Educacional: regulação e emancipação**. São Paulo: Cortez, 2009.
- ALVES, G. L. **O trabalho didático na escola moderna: formas históricas**. Campinas, SP: Autores Associados, 2005.
- ALVES, G.; BATISTA, R. L. O fetiche do capital intelectual: a ideologia do conhecimento e da adaptação no contexto da reestruturação produtiva do capital. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, número especial, ago. 2010. p. 154-174.
- ANJOS, R. E. dos. **O desenvolvimento psíquico na idade de transição e a formação da individualidade para-si: aportes teóricos para a educação escolar de adolescentes**. 2013. 168f. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar) – Faculdade de Ciências e Letras, Universidade Estadual Paulista, 2013.
- ANJOS, R. E. dos. **O desenvolvimento da personalidade na adolescência e a educação escolar: aportes teóricos da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica**. 2017. 198f. Tese (Doutorado em Educação Escolar) – Faculdade de Ciências e Letras, Universidade Estadual Paulista, 2017.
- ANJOS, R. E. dos; DUARTE, N. A adolescência inicial: comunicação íntima pessoal, atividade de estudo e formação de conceitos. *In*: MARTINS, Lígia Márcia; ABRANTES, Angelo Antonio; FACCI, Marilda Gonçalves Dias (Orgs.). **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico**. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 195-219.
- AQUINO, O. F. O experimento didático-formativo: contribuições de L. S. Vigotski, L. V. Zankov e V. V. Davíдов. *In*: LONGAREZI, Andréa; PUENTES, Roberto Valdés. (Orgs.). **Fundamentos psicológicos e didáticos do ensino desenvolvimental**. Uberlândia, MG: EDUFU, 2017. p. 325-350.
- ARSÉNIEV, L.; BÍBLER, V.; KÉDROV, B. **Análisis del concepto en desarrollo**. Moscú, 1967.
- ATTIE, J. P.; MOURA, M. O. de. A altivez da ignorância matemática: *Superbia Ignorantiam Mathematicae*. **Educ. Pesqui.**, São Paulo, v. 44, 2018. p. 1-13.
- BARROSO, J. M. **Projeto Araribá: Matemática**. 6ª série. São Paulo: Moderna, 2006.
- BAUMGART, J. K. **História da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.
- BISSOLI, M. de F. **Educação e desenvolvimento da personalidade da criança: contribuições da teoria histórico-cultural**. 282f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências de Marília, Universidade Estadual Paulista, 2005.
- BOYER, C. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BOZHÓVICH, L. Las etapas de formación de la personalidad em la ontogenesis. *In*: DAVIDOV, V.; SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987. p. 250-273.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1984.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O Clube de Matemática**. 2004. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural**. 2008. 242f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

CEDRO, W. L.; MORAES, S. P. G. de; ROSA, J. E. da. A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em Matemática. **Ciência & Educação**, v. 16, n. 2, p. 427-445, 2010.

CENTURIÓN, M.; JAHUBOVIC, J. **Matemática nos dias de hoje**. 6º ano. São Paulo: Leya, 2015.

CHAIKLIN, S. A zona de desenvolvimento próximo na análise de Vigotski sobre aprendizagem e ensino. Trad. Juliana Campregher Pasqualini. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 16, n. 4, p. 659-675, out./dez. 2011.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.

CRESTANI, S. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão**. 2016. 126 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

CUNHA, A. L. A. **Conteúdos e metodologias no ensino de matemática nos anos iniciais do processo de escolarização no Brasil e na Rússia**. 2019. 304f. Tese (Doutorado em Educação) – Escola de Formação de Professores e Humanidades, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2019.

DAMAZIO, A. Elaboração de Conceitos Matemáticos: Abordagem Histórico-Cultural. Reunião anual - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 29, **Anais...**, Caxambú, 2006.

DAMAZIAO, A. O Processo de Elaboração do Conceito de Potenciação de Números Fracionários: uma abordagem histórico-cultural. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 219-243, abril, 2011.

DAMAZIO, A.; CARDOSO, E. F. M.; SANTOS, F. E. dos. Organização do ensino da matemática no sistema de ensino Elkonin-Davidov. **Revista Electrónica de Investigación y Docencia (REID)**, 11, Enero, 2014, 179-198.

DAMAZIO, Ademir; ROSA, Josélia. E. Educação matemática: possibilidades de uma tendência histórico-cultural. **Revista Espaço Pedagógico**, v. 21, p. 33-53, 2013.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E.; EUZÉBIO, J. S. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. **Educação Matemática Investigação**, v. 14, p. 209-231, 2012.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación teórica y experimental. Trad. M. Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÍDOV, V. V. What is the real learning activity? *In*: HEDEGAARD, Mariane; LOMPSCHER, Joachim. **Learning activity and development**. Aarhus (Denmark): Aarhus University Press, 1999a.

DAVÍDOV, V. V. A new approach to the interpretation of activity structure and content. *In*: CHAIKLIN, Seth; HEDEGAARD, Mariane; JENSEN, Uffe Jull (Orgs.). **Activity theory and social practice**: cultural-historical approaches. Aarhus: Aarhus University Press, 1999b. p. 39-50.

DAVÍDOV, V. V. Análise dos princípios da escola tradicional e dos possíveis princípios do ensino em um future próximo. *In*: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés. (Orgs.). **Ensino Desenvolvimental**: antologia. Trad. Ademir Damazio [*et al.*]. Uberlândia, MG: EDUFU, 2017. p. 211-224.

DAVÍDOV, V. V. Conteúdo e estrutura da atividade de estudo. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019a. p. 215-233.

DAVÍDOV, V. V. Uma nova abordagem para o entendimento do conteúdo e estrutura da atividade. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019b. p. 289-300.

DAVÍDOV, V. V. Os problemas psicológicos do processo de aprendizagem dos estudantes. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019c. p. 171-174.

DAVÍDOV, V. V. Atividade de estudo e aprendizagem desenvolvimental. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B.



Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019d. p. 249-266.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. El desarrollo Del pensamiento em la edad escolar. *In*: DAVIDOV, Vasili; SHUARE, Marta. **La Psicología Evolutiva y Pedagógica em la URSS**: antología. Moscú: Editorial Progreso, 1987a. p. 173-193.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. La concepcion de la actividad de estudio de los escolares. *In*: DAVIDOV, Vasili; SHUARE, Marta. **La Psicología Evolutiva y Pedagógica em la URSS**: antología. Moscú: Editorial Progreso, 1987b. p. 316-336.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. O conceito de atividade de estudo dos estudantes. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019. p. 191-213.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DIAS SOBRINHO, José. **Avaliação**: políticas educacionais e reformas da educação superior. São Paulo: Cortez, 2003.

DRAGUNOVA, T. V. Características psicológicas del adolescente. *In*: PETROVSKI, A. **Psicología Evolutiva y Pedagógica**. Moscu: Editora Progreso, 1980. p. 119-174.

DUARTE, N. O debate contemporâneo das teorias pedagógicas. *In*: MARTINS, Lígia Márcia; DUARTE, Newton (Orgs.). **Formação de professores**: Limites contemporâneos e alternativas necessárias. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 33-49.

DUARTE, N. **Os conteúdos escolares e a ressurreição dos mortos**: contribuição à teoria histórico-crítica do currículo. Campinas, SP: Autores Associados, 2016.

DUARTE, N. O currículo em tempos de obscurantismo beligerante. **Espaço do Currículo**, v. 2, n. 11, p. 139-145, 2018.

ELKONIN, D. B. Desarrollo psiquico de los escolares. *In*: SMIRNOV, A. A. *et al.* **Psicologia**. Imprenta Nacional de Cuba, 1961. p. 523-559.

ELKONIN, D. B. Desarrollo psiquico de los escolares. *In*: SMIRNOV, A. A. *et al.* **Psicologia**. México: Grijalbo, 1969. p. 523-60.

ELKONIN, D. B. Sobre el problema de la periodizacion del desarrollo psíquico en la infancia. *In*: DAVIDOV, V.; SHUARE, M. (Orgs.). **La psicología evolutiva y pedagógica em la URSS (antología)**. Moscou: Editorial Progreso, 1987. p. 104-123.

ELKONIN, D. B. Sobre o problema da periodização do desenvolvimento psíquico na infância. *In*: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés. (Orgs.).

**Ensino Desenvolvimental:** antologia. Livro I. Trads. DAMAZIO, Ademir... [et al.]. Uberlândia, MG: EDUFU, 2017. p. 149-172.

ELKONIN, D. B. Estrutura da atividade de estudo. *In:* PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo:** contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019a. p.149-158.

ELKONIN, D. B. Atividade de estudo: importância na via do estudante. *In:* PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo:** contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davídov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba, PR: CRV, 2019. Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019b. p.145-147.

EVES, H. **História da Matemática.** Campinas: Unicamp, 1996.

FERRARI, R. C. Compreensão das dificuldades de aprendizagem escolar na perspectiva da teoria histórico cultural: outra possibilidade de análise desse fenômeno. **Anais... XI Congresso Nacional de Educação, EDUCERE.** PUC-PR: Curitiba, 2013.

FERREIRA, V. A. **A formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais:** como professores pensam e atuam com conceitos. 2013. 154 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás – PUC-Goiás, Goiânia, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2012.

FORNEIRO, L. I. A organização dos espaços na Educação Infantil. *In:* ZABALZA, M. A. **Qualidade em educação infantil.** Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 229-281.

FREIRE, P. **Política e educação.** São Paulo: Cortez, 2001.

FREITAS, D. de. **O movimento do pensamento expresso nas tarefas particulares proposta por Davydov e colaboradores para apropriação do sistema conceitual de fração.** 2016. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, SC, 2016.

FREITAS, Luiz C. **Responsabilização, meritocracia e privatização: conseguiremos escapar ao neotecnicismo?** Texto apresentado no III Seminário de Educação Brasileira promovido pelo CEDES no Simpósio do PNE – Diretrizes para avaliação e regulação da educação nacional, em fevereiro de 2011.

FREITAS, R. A. M. M. Pesquisa em Didática: o experimento didático formativo. *In:* X Encontro de Pesquisa em Educação da ANPED Centro-Oeste, **Anais...** Uberlândia: Desafios da produção e divulgação do conhecimento. Uberlândia, 2010, p. 1-11.

FREITAS, R. A. M. M. Formação de conceitos na aprendizagem escolar e atividade de estudo como forma básica para a organização do ensino. **Educativa**, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 388-418, maio/ago. 2016.

FREITAS, R. A. M. M.; ROSA, S. V. L. Ensino Desenvolvimental: contribuições à superação do dilema da didática. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 40, nº 2, p. 613-627, abr./jun. 2015.

GAMA C. N. **Princípios curriculares à luz da pedagogia histórico-crítica: as contribuições da obra de Dermeval Saviani**. 2015. 232f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, 2015.

GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

GOIÁS. Secretaria de Estado da Educação– SEE. **Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás**. Goiânia: SEE-GO, 2012.

HEDEGAARD, M. A zona de desenvolvimento proximal como base para o ensino. In: DANIELS, Harry (Org.). **Uma introdução a Vygotsky**. São Paulo: Loyola, 2002.

HOBOLD, E. S. F. **Proposições para o ensino da tabuada com base nas lógicas formal e dialética**. 2014. 199 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, SC, 2014.

HOGBEN, L. **Maravilhas da Matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos**. Tradução de Paulo Moreira da Silva, Roberto Bins e Henrique Carlos Pfeifer. 2. ed. Porto Alegre, RS: Globo, 1970.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Cidades: Iporá**. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/go/ipora/historico>. Acesso em: 1º jul. 2020.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 6ª série. 4. ed. São Paulo: Atual, 2000.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar**. – 8. ed. São Paulo: Atual, 1993.

IFG, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás. Observatório do mundo do trabalho. **Estudos microrregionais: estudos e pesquisas econômicas, sociais e educacionais sobre as microrregiões do estado de Goiás – Microrregião de Iporá**. Goiânia, 2014. Disponível em: [https://www.ifg.edu.br/attachments/article/493/microrregiao\\_ipora.pdf](https://www.ifg.edu.br/attachments/article/493/microrregiao_ipora.pdf). Acesso em: 1º jul. 2020.

IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção**. Trad. Stella Maria de Freitas Senra. 11. ed. São Paulo: Globo, 2010.

IMENES, L. M. P.; LELLIS, M. **Os números na história da civilização**. São Paulo: Scipione, 1999.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Censo Escolar**, 2020. Brasília: MEC, 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/censo-escolar/mapa-da-coleta>. Acesso em: 19 nov. 2020.

KÉDROV, B. La generalización como operación lógica. – **Cuestiones de filosofía**, nº. 12, 1965.

KOPNIN, P. V. **Fundamentos lógicos da ciência**. Trad. Paulo Asevedo. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1972.

LARROSA, Jorge. **Pedagogia profana: danças piruetas e mascaradas**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 1999.

LAZARETTI, L. M. **D. B. Elkonin: vida e obra de um autor da psicologia histórico-cultural**. São Paulo: Editora Unesp, 2011.

LEAL, Z. F. de R. G.; FACCI, M. G. D. Adolescência: superando uma visão biologizante a partir da psicologia histórico-cultural. *In*: LEAL, Z. F. de R. G.; FACCI, M. G. D.; SOUZA, M. P. R. de. (Orgs.). **Adolescência em foco: contribuições para a psicologia e para a educação**. Maringá: Eduem, 2014. p. 15-44.

LEITE, H. A.; FERRACIOLI, M. U. A constituição da atenção voluntária no interior do processo de periodização do desenvolvimento humano. **Obutchénie: R. de Didat. e Psic. Pedag.** Uberlândia, MG. v. 3, n. 3, p.1-23, set./dez. 2019.

LEONTIEV, A. N. Las necesidades y los motivos de la actividad. *In*: SMIRNOV, A. A *et al.* **Psicología**. Imprenta Nacional de Cuba, 1961. p. 341-354.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978a.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, consciência y personalidad**. Buenos Aires: Ediciones Ciencias Del Hombre, 1978b.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Trad. Maria de Penha Villalobos. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012. p. 59-84.

LEONTIEV, A. N. As necessidades e os motivos da aprendizagem. *In*: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés. (Orgs.). **Ensino Desenvolvidamental: antologia**. Trad. Ademir Damazio [*et al.*]. Uberlândia, MG: EDUFU, 2017. p. 39-58.

LEONTIEV, D. A. Aproximación a la teoría de la actividad: Vigotsky en el presente. Trad. Emiliano Adrián Sánchez Martínez. **San Luis Potosí**, julio-diciembre de 2005, Vol. III No. 9 y 10.

LIBÂNEO, J. C. Didática e trabalho docente: a mediação didática do professor nas aulas. *In*: LIBÂNEO, José Carlos; SUANNO, Marilza Vanessa Rosa; LIMONTA, Sandra Valéria. **Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança: diferentes olhares para a didática**. Goiânia: PUC Goiás, 2011, p. 85-100.

LIBÂNEO, J. C. O campo teórico-investigativo e profissional da didática e a formação de professores. *In*: SUANNO, Marilza Vanessa Rosa; PUIGGRÒS, Núria Rajadell (Orgs.). **Didática e formação de professores: perspectivas e inovações**. Goiânia: CEPED Publicações e PUC Goiás, 2012. p. 37-58.

LIBÂNEO, J. C. A teoria do ensino para o desenvolvimento humano e o planejamento de ensino. **Educativa**, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 353-387, maio/ago. 2016.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. Vasily Vasily evich Davydov: a escolha e a formação do pensamento teórico-científico. *In*: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Váldez. **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: EDUFU, 2013. p. 315-350.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. Abstração, generalização e formação de conceitos no processo de ensino e aprendizagem. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano. **Ensino Desenvolvimental: Sistema Elkonin-Davídov-Repkin**. – Campinas, SP: Mercado de Letras; Uberlândia, MG: Edufu, 2019. p. 213-240.

LIMA, M. V. A. de. **Uma contribuição ao ensino do cálculo de raízes quadradas e cúbicas**. 2013. 59f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Campina Grande, 2013.

LIMONTA, S. V.; SILVA, K. A. C. P. C. da. Formação de professores, trabalho docente e qualidade do ensino. *In*: LIBÂNEO, J. C.; SUANNO, M. V. R.; LIMONTA, S. V. (Org.). **Qualidade da escola pública: políticas educacionais, didática e formação de professores**. Goiânia: CEPED Publicações; Gráfica e Editora América: Kelps. p. 173-187. 2013.

LONGAREZI, Andréa Maturano. **Ensino Desenvolvimental: Sistema Elkonin-Davídov-Repkin**. Campinas, SP: Mercado de Letras; Uberlândia, MG: Edufu, 2019. p. 213-240.

LONGAREZI, A. M. Teoria do Experimento Formativo no Sistema Elkonin-Davídov-Repkin. *In*: PUENTES, R. V.; LONGAREZI, A. M. **Ensino Desenvolvimental: Sistema Elkonin-Davídov-Repkin**. Campinas, SP: Mercado de Letras; Uberlândia, MG: Edufu, 2019. p. 161-212.

LOPES, A. C. Apostando na produção contextual do currículo. *In*: AGUIAR, M. A. da S.; DOURADO, L. F. (Orgs.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas**. [Livro Eletrônico]. Recife: ANPAE, 2018. p. 23-27.

LURIA, A. R. A atividade consciente do homem e suas raízes histórico-sociais. *In*: LURIA, A. R. **Curso de Psicologia Geral**. Trad. Paulo Bezerra. Civilização Brasileira, Vol. I, 1979. p. 71-84.

LURIA, A. R. O papel da linguagem na formação de conexões temporais e a regulação do comportamento em crianças normais e oligofrênicas. *In*: LEONTIEV, A. N.; VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. *et al.* **Psicologia e Pedagogia: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento**. São Paulo: Editora Moraes, 1991. p. 77-94.

LURIA, A. R. O desenvolvimento da escrita na criança. *In*: VIGOTSKII, L. S., LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Trad. Maria de Penha Villalobos. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012. p. 143-190.

MARX, K. **Para a Crítica da Economia Política**. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

MARX, K. **Manuscritos econômico-filosóficos**. Trad. Jesus Ranieri. 4ª reimp. São Paulo: Boitempo, 2010.

MARZARI, M. **Ensino e aprendizagem de didática no curso de pedagogia: contribuições da teoria desenvolvimental de V.V. Davídov**. 2010. 278 f. Tese (Doutorado em Ciências Humanas) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2010.

MASCAGNA, G. C.; FACCI, M. G. D. Atividade principal na adolescência: uma análise pautada na psicologia histórico-cultural. *In*: LEAL, Z. F. de R. G.; FACCI, M. G. D.; SOUZA, M. P. R. de. (Orgs.). **Adolescência em foco: contribuições para a psicologia e para a educação**. Maringá: Eduem, 2014. p. 45-70.

MERIB, R. G. da S. **Formação do conceito de juro: uma proposta fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental**. 196f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência e Matemática, IFG, Jataí, 2017.

MOURA, A. R. L. de. [*et al.*]. **Educar com a matemática: fundamentos**. São Paulo: Cortez, 2016.

MOURA, M. O. de. O educador matemático na coletividade de formação. *In*: TIBALLI, Eliandra F. Arantes; CHAVES, Sandramara Matias (Org.). **Concepções e práticas em formação de professores: diferentes olhares**. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. p. 129-145.

MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. *In*: BARBOSA, R. Lazari Leite (Org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora UNESP, 2004. p. 257-284.

OLIVEIRA, I. B. de. Políticas curriculares no contexto do golpe de 2016: debates, embates e resistências. *In*: AGUIAR, Márcia Angela da S.; DOURADO, Luiz

Fernandes (Orgs.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas**. [Livro Eletrônico]. Recife: ANPAE, 2018. p. 55-59.

PASQUALINI, J. C. A teoria histórico-cultural da periodização do desenvolvimento psíquico como expressão do materialismo dialético. *In*: MARTINS, L. M.; ABRANTES, A. A.; FACCI, M. G. D. (Orgs.). **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico**. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 64-90.

PERES, T. F. de C. **Volume de sólidos geométricos: um experimento de ensino baseado na Teoria do Ensino Desenvolvidor**. 2010. 154f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2010.

PERES, T. F. de C.; ALCANTARA, D. Reformas na Educação Básica: seus limites e a ênfase nas avaliações externas. *In*: SILVA, D. T. *et al.* (Orgs.). **A dialética do trabalho docente: diálogos entre ética, ensino e práxis**. Goiânia: Kelps, 2017. p. 176-198.

PUNTES, R. V. Didática desenvolvimental da atividade: o sistema Elkonin-Davidov (1958-2015). **Obutchénie: R. de Didat. e Psic. Pedag.** Uberlândia, MG. v. 1, n. 1, p.20-58, jan./abr. 2017.

PUNTES, R. V. Sistema Elkonin-Davídov-Repkin: gênese e desenvolvimento da Teoria da Atividade de Estudo-TAE (1959-2018). *In*: PUNTES, R. V.; LONGAREZI, A. M. **Ensino Desenvolvimental: Sistema Elkonin-Davídov-Repkin**. Campinas, SP: Mercado de Letras; Uberlândia, MG: Edufu, 2019. p. 123-160.

REPkin, V. V. Ensino desenvolvente e atividade de estudo. *In*: PUNTES, R. V.; MELLO, S. A. (Orgs.). **Teoria da atividade de estudo: livro II: contribuições de pesquisadores brasileiros e estrangeiros**. Uberlândia: EDUFU, 2019. p. 211-238.

RESENDE, M. R. O pensamento teórico segundo Davídov: abstração e generalização substantivas e a educação matemática. *In*: PUNTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano. **Ensino Desenvolvimental: Sistema Elkonin-Davídov-Repkin**. Campinas, SP: Mercado de Letras; Uberlândia, MG: Edufu, 2019. p. 297-324.

ROSA, J. E. da. **Proposições de Davídov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas**. 2012. 244f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, 2012.

ROSA, J. E. da (*et al.*). Relações entre as proposições para o ensino do conceito de fração com base no ensino tradicional e na Teoria Histórico-Cultural. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 8, **Ed. Especial** (dez.), p. 227-245, 2013.

ROSA, J. E. da; DAMAZIO, A.; SILVEIRA, G. M. Sistema de Numeração nas Tarefas Propostas por Davídov e seus Colaboradores para o Ensino de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1135-1154, dez. 2014.

ROSA, J. E. da; DAMAZIO, A. Movimento conceitual proposto por Davídov e colaboradores para o ensino. **Educativa, Goiânia**, v. 19, n. 2, p. 449-473, maio/ago. 2016.

ROSA, J. E. da; HOBOLD, E. S. F. Movimento entre abstrato e concreto na proposição davydoviana para o ensino de multiplicação. **Inter-Ação**, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 143-164, jan./abr. 2016.

ROSA, J. E. da; DAMAZIO, A.; CRESTANI, S. Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 167-187, 2014.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C. *et al.* (Org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista**. Escolas russas e ocidentais. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. 11. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

SERCONEK, G. C. **Teoria do Ensino Desenvolvimental e Aprendizagem: Um Experimento com Conceitos de Área e de Perímetro**. 191f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Maringá, 2018.

SFORNI, M. S. de F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade**. Araraquara: JM Editora, 2004.

SFORNI, M. S. de F. Formação de professores e os conhecimentos teóricos sobre a docência. In: LIBÂNEO, José Carlos; ALVES, Nilda. **Temas de pedagogia: diálogos entre didática e currículo**. São Paulo: Cortez, 2012. p. 469-488.

SFORNI, M. S. de F. Interação entre Didática e Teoria histórico-cultural. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 375-397, abr./jun. 2015.

SHARDÁKOV, M. **El pensamiento de los escolares**. Moscú, 1963.

SILVEIRA, M. R. A. da. **Matemática, discurso e linguagens: contribuições para a Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SMIRNOV, A. A *et al.* **Psicologia**. Imprenta Nacional de Cuba, 1961.

SMIRNOV, A. A *et al.* La atención. In: SMIRNOV, A. A. *et al.* **Psicologia**. Imprenta Nacional de Cuba, 1961b. p. 177-200.

SOKOLOV, A. N. La memoria. In: SMIRNOV, A. A. *et al.* **Psicologia**. Imprenta Nacional de Cuba, 1961a. p. 201-231.

SOKOLOV, A. N. La percepción. In: SMIRNOV, A. A. *et al.* **Psicologia**. Imprenta Nacional de Cuba, 1961b. p. 144-176.



SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de Saber Matemática**. 6º Ano. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015.

SOUZA, M. B. **O ensino do conceito de número: objetivações nas proposições davydovianas e formalista moderna**. 2013. 237 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

SPINELLI, W.; SOUZA, M. H. S. **Matemática em questão**. 6º Ano. São Paulo: Editora Saraiva, 2013.

TULESKI, S. C.; EIDT, N. M. A periodização do desenvolvimento psíquico. *In*: MARTINS, Lígia Márcia; ABRANTES, Angelo Antonio; FACCI, Marilda Gonçalves Dias (Orgs.). **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico**. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 35-61.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. **A Influência da Matemática nas Regras para a Direção do Espírito e em O Discurso do Método**. 2007. 242 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. São Paulo: Rio Claro, 2007.

VIEIRA, J. S.; FEIJÓ, J. R. de O. A Base Nacional Comum Curricular e o conhecimento como commodity. **Educação Unisinos**, v. 22, n. 1. jan./mar., 2018, p. 35-43.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Tomo III. Madrid: Visor, 1995.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Tomo IV. Madri: Visor, 1996.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Tomo II. Madrid: Visor, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. *In*: COLE, Michael... [*et al.*] (Orgs.). Trad. José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Trad. Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKI, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *In*: VIGOTSKI, L.S., LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Trad. Maria de Penha Villalobos. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012. p. 103-117.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. **Estudos sobre a história do comportamento:** símios, homem primitivo e criança. Trad. Lólio Lourenço de Oliveira. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

YOUNG, M. Para que servem as escolas? **Educação e Sociedade**, vol. 28, n. 101, set./dez. 2007.

YOUNG, M. O futuro da educação em uma sociedade do conhecimento: o argumento radical em defesa de um currículo centrado em disciplinas. **Revista Brasileira de Educação**, v. 16 n. 48, set./dez. 2011.

YOUNG, M. Por que o conhecimento é importante para as escolas do século XXI? **Cadernos de Pesquisa**, v. 46, n.159, p. 18-37 jan/mar. 2016.

ZANKOV, L. V. **La enseñanza y el desarrollo**. (Investigación pedagógica experimental). Moscú: Editorial Progreso, 1984.