



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS CONTÁBEIS E CIÊNCIAS ECONÔMICAS (FACE)
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA (PPGECON)

PEDRO COSTA RIGAZZO

**Momentos Superiores e Correlações Dinâmicas:
Uma Otimização de Portfólio Aplicada ao Mercado
Brasileiro de Ações**

GOIÂNIA

2026



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS CONTÁBEIS E CIÊNCIAS ECONÔMICAS

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Pedro Costa Rigazzo

3. Título do trabalho

Momentos Superiores e Correlações Dinâmicas: Uma Otimização de Portfólio Aplicada ao Mercado Brasileiro de Ações

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Costa Rigazzo, Discente**, em 18/02/2026, às 15:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cleyzer Adrian Da Cunha, Professor do Magistério Superior**, em 18/02/2026, às 15:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5986356** e o código CRC **FBE639EF**.

PEDRO COSTA RIGAZZO

**Momentos Superiores e Correlações Dinâmicas:
Uma Otimização de Portfólio Aplicada ao Mercado
Brasileiro de Ações**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia, da Faculdade de Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Economia Aplicada.

Linha de pesquisa: Métodos Quantitativos Aplicados e Mercados.

Orientador: Prof. Dr. Cleyzer Adrian da Cunha.

GOIÂNIA

2026

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Rigazzo, Pedro Costa
Momentos Superiores e Correlações Dinâmicas: Uma Otimização de
Portfólio Aplicada ao Mercado Brasileiro de Ações [manuscrito] / Pedro Costa
Rigazzo. - 2026.
31 f.: 2026

Orientador: Prof. Dr. Cleyzer Adrian da Cunha
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Faculdade de
Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas (FACE), Programa de
Pós-Graduação em Economia, Goiânia, 2026.

Bibliografia.

Inclui: siglas, tabelas, lista de tabelas.

1. Otimização de Portfólios. 2. Gestão de Carteiras. 3. MVSK. 4. Dcc-
garch. 5. Seleção de Ativos.

I. Cunha, Cleyzer Adrian da, orient. II. Título.

CDU 33



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS CONTÁBEIS E CIÊNCIAS ECONÔMICAS

ATA FACE 14/2025

Ata nº 14 da sessão de Defesa de Dissertação de PEDRO COSTA RIGAZZO, que confere o título de Mestre em Economia, na área de concentração em Economia Aplicada.

Aos cinco dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e cinco, a partir das quatorze horas, de forma remota, realizou-se a sessão pública da Defesa da Dissertação intitulada “Momentos Superiores e Correlações Dinâmicas: Uma Otimização de Portfólio Aplicada ao Mercado Brasileiro de Ações”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor CLEYZER ADRIAN DA CUNHA (PPGECON/UFG), com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor WALDEMIRO ALCANTARA DA SILVA NETO (PPGECON/UFG), membro titular interno, e o Professor Doutor ODILON JOSE DE OLIVEIRA NETO (UFU), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca não fizeram sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato aprovado pelos membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor CLEYZER ADRIAN DA CUNHA, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos cinco dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e cinco.



Documento assinado eletronicamente por **Cleyzer Adrian Da Cunha, Professor do Magistério Superior**, em 05/12/2025, às 15:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Waldemiro Alcantara Da Silva Neto, Professor do Magistério Superior**, em 05/12/2025, às 15:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ODILON JOSE DE OLIVEIRA NETO, Usuário Externo**, em 05/12/2025, às 19:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5807630** e o código CRC **11DDB6F8**.

Resumo

A teoria de portfólios consolidou-se na literatura financeira a partir da formulação do Modelo de Média-Variância proposto por Harry Markowitz em 1952. Apesar de sua relevância, a abordagem apresenta limitações ao restringir-se aos parâmetros de média e variância e ao assumir correlações estáticas entre os ativos. O presente estudo se propôs a analisar a aplicação de um modelo Média-Variância-Assimetria-Curtose calibrado por correlações dinâmicas via Dynamic Conditional Correlation GARCH e investigar sua efetividade como alternativa metodológica ao modelo clássico. A base de dados foi composta por retornos diários simples de ações presentes no Índice IBrX 50 no período de janeiro de 2020 a maio de 2025, filtradas pelo segmento de listagem Novo Mercado. Foi utilizado a abordagem *walk-forward* para avaliar a consistência temporal da metodologia, além da adoção de rebalanceamentos regulares para verificar a adaptabilidade da modelagem a novos dados. Os resultados encontrados apontam para a obtenção de vantagens competitivas na utilização da metodologia proposta em comparação à otimização clássica: comparativamente, o portfólio apresentou maior retorno acumulado (104,50% contra 62,36%), melhor desempenho ajustado ao risco medido pelo information ratio (5,78% contra 1,58%) e menor concentração de ativos pelo HHI (0,0649 contra 0,2239), além de uma melhor adaptabilidade frente à inclusão de novas informações. Para trabalhos futuros, recomenda-se a adoção de análise financeira das companhias no processo de filtragem dos ativos, bem como a avaliação de custos de utilização da modelagem.

Palavras-chave: Otimização de Portfólios; Gestão de Carteiras; MVSK; DCC-GARCH; Seleção de Ativos.

Abstract

Portfolio theory became established in the financial literature following the formulation of the Mean-Variance Model proposed by Harry Markowitz in 1952. Despite its relevance, the approach presents limitations by restricting itself to the parameters of mean and variance and by assuming static correlations among assets. The present study analyzed the application of an Mean-Variance-Skewness-Kurtosis model calibrated with dynamic correlations via Dynamic Conditional Correlation GARCH and examined its effectiveness as a methodological alternative to the classical framework. The dataset consisted of simple daily returns of stocks included in the IBrX 50 Index from January 2020 to May 2025, filtered by the Novo Mercado listing segment. A walk-forward approach was used to assess the temporal consistency of the methodology, in addition to regular rebalancing to evaluate the model's adaptability to new data. The results indicate competitive advantages in adopting the proposed methodology compared to classical optimization: the portfolio generated a higher cumulative return (104.50% versus 62.36%), superior risk-adjusted performance measured by the information ratio (5.78% versus 1.58%), and lower asset concentration according to the HHI (0.0649 versus 0.2239), as well as improved adaptability in response to the inclusion of new information. For future research, it is recommended that financial analysis of the companies be incorporated into the asset-filtering process, along with an assessment of the implementation costs associated with the modeling.

Keywords: Portfolio Optimization; Portfolio Management; MVSK; DCC-GARCH; Asset Allocation.

Lista de abreviaturas e siglas

ADF	Augmented Dickey–Fuller
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
DCC-GARCH	Dynamic Conditional Correlation – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
ESG	Environmental, Social and Governance
HHI	Índice de Herfindahl-Hirschman
IBOV	Índice Bovespa B3
IBrX 50	Índice Brasil 50 B3
MV	Mean–Variance
MVSK	Mean–Variance–Skewness–Kurtosis
PGP	Programação de Metas Polinomiais

Lista de tabelas

Tabela 1 – Seleção de Ações e Distribuição Setorial	12
Tabela 2 – Atribuição de Pesos (μ) aos Momentos de Distribuição	17
Tabela 3 – Teste de Dickey-Fuller Aumentado	21
Tabela 4 – Teste ARCH para Heterocedasticidade	22
Tabela 5 – Indicadores de Risco e Retornos dos Ativos	23
Tabela 6 – Distribuição de Ativos por Média-Variância (%)	24
Tabela 7 – Distribuição de Ativos por MVSK (%)	25
Tabela 8 – Distribuição de Ativos por MVSK-DCC-GARCH (%)	26
Tabela 9 – Índice de Herfindahl-Hirschman (HHI) Médio	26
Tabela 10 – Indicadores de Risco e Retorno dos Portfólios	27
Tabela 11 – Indicadores de Desempenho (%)	28

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DA LITERATURA	4
2.1	Otimização de Média-Variância	4
2.2	Limitações da Otimização de Média-Variância	5
2.3	Otimização de Média-Variância-Assimetria-Curtose	6
2.4	Dynamic Conditional Correlation GARCH	8
3	METODOLOGIA	11
3.1	Coleta, Exploração e Filtragem de Dados	11
3.2	Métodos Econométricos Empregados	13
3.3	Otimização Tradicional: Modelo de Média-Variância	13
3.4	DCC-GARCH: Correlações Dinâmicas	14
3.5	Otimização de Portfólios MVSK	15
3.6	Integração de Correlações Dinâmicas ao MVSK	17
3.7	Estrutura de Estimação <i>Walk-Forward</i>	18
3.8	Indicadores de Desempenho	18
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	20
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
	Referências	32

1 Introdução

A otimização de portfólios é um dos pilares da teoria financeira moderna, e tem se consolidado como um tema de grande relevância na literatura econômica. As discussões sobre o tema se desenvolveram a partir da formulação do Modelo de Média-Variância proposto por [Markowitz \(1952\)](#), que revolucionou a análise de risco e retorno e contribuiu para o desenvolvimento de estratégias de seleção de ativos mais criteriosas. Apesar das críticas presentes na literatura quanto às suas limitações teóricas, o modelo de Média-Variância é amplamente utilizado no mercado financeiro. Sua popularidade se justifica pela relativa simplicidade conceitual, facilidade de implementação e baixa exigência computacional, o que o torna uma ferramenta prática para a otimização da alocação de recursos no mercado financeiro.

O Modelo de Média-Variância parte do pressuposto de que os investidores tomam decisões com base na relação entre risco e retorno esperados dos ativos em análise. Nessa abordagem, o retorno de um portfólio é representado pela média dos retornos esperados dos ativos que o compõem, enquanto o risco é mensurado pela variância dos ativos e pela covariância entre eles. O objetivo do modelo é identificar a combinação ótima de ativos que maximize o retorno esperado para um dado nível de risco, ou minimize o risco para um nível desejado de retorno, originando um gráfico que representa as diversas combinações possíveis de carteiras. Para cada nível de risco, observa-se um portfólio que maximiza o retorno esperado. A representação visual desses portfólios específicos origina o conceito de fronteira eficiente: a combinação de portfólios ótimos em diferentes condições de risco.

Desde a criação da metodologia de Média-Variância, ocorreram avanços nos métodos quantitativos empregados na gestão de carteiras relatados na literatura, como o Mean-Variance-Skewness-Kurtosis (MVSK) apresentado por [Lai, Yu e Wang \(2006\)](#) e o Dynamic Conditional Correlation - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (DCC-GARCH) formulado por [Engle \(2002\)](#). As modelagens citadas foram adotadas no presente estudo como estratégias para atenuar as principais limitações apontadas pela literatura em relação ao modelo de Média-Variância, sintetizadas nos escritos de [Tobin \(1958\)](#), [Samuelson \(1970\)](#), [Litterman e Winkelmann \(1998\)](#) e [Martin, Clark e Green \(2010\)](#). Os principais pontos de atenção são: a suposição de normalidade dos retornos, a consideração de apenas dois momentos de distribuição probabilística e a utilização de correlações estáticas entre os ativos.

O MVSK expande a estrutura tradicional de Média-Variância, incorporando assimetria e curtose em sua formulação. Essa expansão visa capturar de forma mais realista o comportamento dos ativos no mercado de renda variável, uma vez que as distribuições tendem a apresentar assimetrias (potenciais de ganhos excedentes) e caudas pesadas (exposição a perdas severas em contextos de alta volatilidade). Já o modelo DCC-GARCH

permite estimar a dinâmica de correlação entre os ativos ao longo do tempo, refletindo mudanças nas condições de mercado. Diferentemente da abordagem tradicional, que assume correlações constantes, a dinâmica de correlações confere ao modelo maior sensibilidade na promoção de estratégias de diversificação, o que tende a contribuir para a redução do risco diversificável e favorecer a alocação.

Considerando-se a importância da otimização de carteiras de investimento na formação de poupança e desenvolvimento do mercado de capitais em uma economia emergente como o Brasil, questiona-se: a aplicação de métodos quantitativos econometricamente mais avançados, como o MVSK e o DCC-GARCH, em contraste ao tradicional Modelo de Média-Variância, podem vir a gerar retornos financeiros adicionais a um menor nível de risco diversificável para investidores no contexto da alocação em renda variável? A hipótese inicial deste trabalho sugere um melhor desempenho dos métodos contemporâneos, em razão da redução dos problemas expostos pela literatura ao modelo proposto por [Markowitz \(1952\)](#).

O objetivo geral deste trabalho é analisar os resultados da aplicação de um modelo MVSK calibrado por correlações dinâmicas ao mercado brasileiro de ações no período entre janeiro de 2020 a maio de 2025, visando a construção de um portfólio otimizado que considera a volatilidade condicional dos ativos e múltiplos momentos de retorno e risco. Os objetivos específicos incluem: (i) realizar uma seleção de ações com base na composição do Índice IBrX 50, filtrado pelo segmento de listagem Novo Mercado, com o intuito de selecionar empresas aprovadas em critérios mais rigorosos de Governança Corporativa; (ii) demonstrar a capacidade de geração de retornos excedentes aos *benchmarks*, Ibovespa e IBrX50, por meio de uma gestão ativa via métodos quantitativos; (iii) avaliar, comparativamente, se a integração do modelo MVSK a correlações dinâmicas pode ser uma alternativa capaz de mitigar as limitações apontadas pela literatura ao Modelo de Média-Variância em critérios de risco e retorno.

A filtragem das ações pelo segmento de listagem Novo Mercado da B3 foi adotada neste estudo como um critério adicional de qualidade da composição do portfólio, restringindo a seleção de ativos a empresas que seguem padrões mais elevados de governança corporativa. Essa estratégia busca aumentar a segurança institucional da carteira, na medida em que prioriza companhias com maior transparência, proteção aos acionistas e alinhamento de interesses entre investidores e gestores. O Novo Mercado é um segmento especial de listagem destinado exclusivamente a empresas que aderem voluntariamente a práticas mais rigorosas do que aquelas exigidas pela legislação brasileira. Entre os requisitos estão: a emissão exclusiva de ações ordinárias com direito a voto, maior transparência na divulgação de informações, instalação de conselho de administração com membros independentes, criação de comitê de auditoria e regras mais rígidas de proteção aos acionistas em casos de mudança de controle societário. Dessa forma, o Novo Mercado se apresenta como uma referência na adoção de critérios de governança no mercado de capitais brasileiro,

reforçando solidez institucional e alinhamento de interesses.

Como forma de alcançar os objetivos propostos, este estudo compilou uma base de retornos diários simples das ações presentes na composição do Índice IBrX 50 em um período compreendido entre janeiro de 2020 e maio de 2025. O período escolhido busca refletir o comportamento da bolsa brasileira durante e após o choque estrutural relacionado à pandemia da Covid-19. Essa escolha permite compreender o comportamento dinâmico das ações em um período em que se torna evidente a necessidade de alocação em um portfólio que seja capaz de, simultaneamente, capturar a assimetria de retornos e proteger a alocação frente a um cenário de extrema volatilidade e incerteza. As empresas foram filtradas por meio do segmento de listagem Novo Mercado, como forma de captar o retorno de empresas com processos internos mais rigorosos, atendendo a critérios específicos relevantes de Governança Corporativa.

O presente estudo adota uma integração dos métodos DCC-GARCH e MVSK em uma estratégia de otimização de portfólios, visando contribuir para a literatura com a combinação empírica de duas modelagens amplamente utilizadas de forma individualizada. O DCC-GARCH apresenta-se como responsável pela obtenção da volatilidade condicional dinâmica dos ativos, enquanto o MVSK age no encontro da composição ideal da carteira. A metodologia adotada contempla uma fase de treinamento (janeiro de 2020 a dezembro de 2023), utilizada para estimação inicial dos parâmetros da modelagem. Em seguida, o conjunto restante de dados reservados fora da amostra funcionam como um teste de aderência do modelo à realidade da introdução de novos dados, sendo a modelagem atualizada a cada semestre como estratégia de rebalanceamento da distribuição percentual dos ativos. A estrutura adotada é conhecida como *walk-forward*, originada por Pardo (1992) na busca por mitigar o viés de tomada de decisões em relação a eventos passados por meio de informações disponíveis somente no tempo atual (*look-ahead bias*).

O trabalho foi dividido em 4 capítulos, além desta introdução. No capítulo 2 foi realizada a revisão da literatura, constituída por uma introdução ao Modelo de Média-Variância e suas posteriores limitações apontadas pela literatura, além da formulação teórica e trabalhos empíricos relacionados aos modelos MVSK e DCC-GARCH. O capítulo 3 conta com a descrição detalhada da metodologia empregada, incluindo o detalhamento da abordagem MVSK integrada ao DCC-GARCH e os critérios para a construção do portfólio otimizado dinâmico. O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos pela abordagem integrada de correlações dinâmicas à otimização via MVSK, e o capítulo 5 aborda as considerações finais acerca do tema e os possíveis pontos de melhoria para futuros trabalhos acerca das metodologias adotadas.

2 Revisão da literatura

Com o objetivo de embasar teoricamente as escolhas metodológicas deste trabalho, esta seção inicia-se com a apresentação do modelo clássico de Média-Variância proposto por [Markowitz \(1952\)](#), situando historicamente o início das discussões sobre otimização de portfólios e destacando sua importância como marco teórico na gestão de carteiras de investimento. Também são discutidas as principais limitações levantadas pela literatura acerca do modelo clássico. Como avanços relacionados às limitações apontadas, foram apresentados estudos que propõem a inclusão de momentos superiores, por meio do modelo MVSK e a utilização do modelo DCC-GARCH para a incorporação de correlações dinâmicas entre os ativos.

2.1 Otimização de Média-Variância

Os escritos de [Markowitz \(1952\)](#) representaram um marco na literatura financeira ao reformular o processo de seleção de ativos e otimização de portfólios no contexto da gestão de carteiras de investimento. Antes da consolidação de seus pressupostos na literatura, predominava uma visão simplista de que o investidor sempre buscava maximizar o retorno, desconsiderando a dimensão do risco. [Markowitz \(1952\)](#) contestou essa visão ao propor que o processo decisório deve considerar simultaneamente duas variáveis fundamentais e muitas vezes opostas: risco e retorno. Nesse contexto, o risco é mensurado pela variância e covariância dos retornos, enquanto o retorno é representado pela média dos resultados esperados. A combinação desses dois elementos resulta na criação de uma função de utilidade do investidor, na qual o objetivo é maximizar o retorno esperado para um determinado nível de risco que seja tolerável pelo investidor, ou minimizar o risco para um dado nível de retorno desejado. A maximização da função de utilidade do investidor, em termos práticos, pode ser sintetizada como a obtenção de um portfólio otimizado, alinhado aos principais objetivos do investidor.

A partir dos conceitos citados, [Markowitz \(1952\)](#) introduz o conceito de fronteira eficiente, que representa o conjunto de portfólios que oferecem a melhor relação entre risco e retorno dentre as combinações de pesos possíveis entre os ativos financeiros em análise. As carteiras localizadas nessa fronteira são aquelas que, para um dado nível de risco, oferecem o maior retorno esperado, ou, de forma equivalente, para um dado nível de retorno, apresentam a menor variância. Dentro desse racional, o autor destaca a importância da diversificação de ativos como um instrumento essencial para a redução do risco do portfólio e para a maximização da função de utilidade do investidor. A seleção de ativos com baixa correlação ou até mesmo negativamente correlacionados favorece a redução do risco diversificável, um fator bastante relevante devido a sua capacidade de

mitigação de perdas, relacionadas tanto a oscilações intrínsecas aos ativos individualizados como a movimentos de volatilidade do mercado em geral.

Em síntese, a formulação de [Markowitz \(1952\)](#) forneceu uma estrutura analítica capaz de traduzir matematicamente a busca do investidor pelo equilíbrio entre risco e retorno. O modelo estabelece uma estrutura em que a diversificação passa a ser uma decisão racional e mensurável, orientada por parâmetros estatísticos delimitados. A fronteira eficiente representa a síntese do processo de otimização, demonstrando visualmente o conjunto de carteiras ótimas. A partir dessa estrutura, o processo de alocação de ativos passou a ser tratado como um problema de otimização com restrições, no qual as decisões racionais de investimento são calculadas a partir da tolerância ao risco e os objetivos do investidor.

2.2 Limitações da Otimização de Média-Variância

Após a consolidação do modelo de Média-Variância, a literatura constatou diversas limitações em sua metodologia que serão exploradas nesta seção. [Tobin \(1958\)](#) apresenta uma limitação estrutural da modelagem ao demonstrar que as informações referentes ao retorno médio e a variância de um portfólio são suficientes para a tomada de decisões racionais apenas quando os retornos são normalmente distribuídos e a função utilidade do investidor é quadrática. Ambos os pressupostos, embora úteis para simplificação, não se sustentam na análise de portfólios voltados ao mercado de renda variável. Distribuições de retornos financeiros reais tendem a ser não normais, apresentando assimetrias, caudas pesadas e correlações que se modificam ao decorrer do tempo. Além disso, a função de utilidade quadrática implica em propriedades que fogem da realidade, como redução da aversão ao risco conforme a riqueza aumenta. Isso contraria observações empíricas, uma vez que historicamente investidores com maior capacidade financeira tendem a adotar estratégias mais conservadoras, priorizando a preservação do patrimônio e a estabilidade dos fluxos de renda, no lugar da busca de retornos adicionais com maior exposição ao risco.

[Samuelson \(1970\)](#) realça as limitações apontadas por [Tobin \(1958\)](#) em relação às hipóteses de normalidade dos retornos e função de utilidade quadrática. [Samuelson \(1970\)](#) argumenta que, embora o modelo MV possa ser uma boa aproximação em cenários de risco muito limitado, a metodologia torna-se inadequada em cenários de maior volatilidade e incerteza. O autor aponta que, para capturar decisões ótimas de portfólio em cenários de mais risco sob a suposição de distribuições mais realistas, é necessário recorrer a modelagens que incorporam momentos superiores de distribuição.

Após os escritos de [Tobin \(1958\)](#) e [Samuelson \(1970\)](#), [Levy e Markowitz \(1979\)](#) demonstraram que a modelagem MV é mais adequada em mercados que possuem distribuição de retornos mais bem comportadas, em que eventos extremos tenham probabilidades muito baixas de ocorrência. Os autores reconhecem que, em mercados que apresentam condições de assimetria e caudas pesadas na distribuição de retornos, a função de utilidade torna-se

uma aproximação mais distante da realidade dos mercados.

Litterman e Winkelmann (1998) realizam um estudo empírico que demonstra como a correlação entre os ativos financeiros varia ao longo do tempo, o que contraria a hipótese usualmente adotada de uma distribuição normal com correlação estática em modelagens financeiras. O estudo analisa a correlação entre os retornos de títulos de renda fixa franceses e alemães com maturidade de 10 anos, ao longo do período entre 1992 e 1996. Foram utilizadas duas abordagens diferentes para o cálculo da correlação: método estático, com utilização da amostra completa, e o método dinâmico, com janelas móveis de 100 dias. No primeiro caso, a correlação média estimada foi de 0,57, enquanto a correlação por janelas móveis variou entre 0,37 e 0,82. Os resultados apontam para uma limitação da adoção de correlações estáticas nos modelos de otimização: a relação entre ativos financeiros tende a sofrer alterações ao longo do tempo, e é importante que as metodologias adotadas na modelagem sejam capazes de capturar essa dinâmica.

Martin, Clark e Green (2010) também relatam limitações derivadas da utilização de apenas dois insumos na construção do modelo de Média-Variância: média de retornos esperados e matriz de covariância dos retornos. O problema central está relacionado à média de retornos esperados apresentar alta sensibilidade a pequenas variações na base de dados, levando a uma grande instabilidade na composição de pesos ótimos, assim como uma tendência a concentração da carteira em poucos ativos. Os autores destacam que a percepção geral da literatura acerca da presença de distribuições não normais em ativos financeiros levou a uma extensa pesquisa no uso de assimetria e curtose em modelos de otimização de portfólios, assim como a implementação de modelos GARCH para lidar com o comportamento de agrupamento de volatilidade presente em retornos financeiros.

Dessa forma, observa-se que, embora o modelo de Média-Variância tenha estabelecido bases sólidas na literatura de otimização de portfólios, existem claras limitações expostas na literatura. Os trabalhos de Tobin (1958) e Samuelson (1970) expõem fragilidades estruturais da otimização clássica relacionadas às hipóteses de normalidade dos retornos e de função utilidade quadrática, as quais restringem a capacidade do modelo de representar adequadamente o comportamento dos investidores racionais. Posteriormente, Levy e Markowitz (1979) reconhecem as limitações discutidas para casos em que os mercados apresentam condições de assimetria e caudas pesadas. Em continuidade, Litterman e Winkelmann (1998) demonstram a necessidade de observação das dinâmicas de correlação entre os ativos, e Martin, Clark e Green (2010) evidenciam os problemas de alta sensibilidade e concentração de ativos observados no modelo de Média-Variância.

2.3 Otimização de Média-Variância-Assimetria-Curtose

As discussões levantadas pela literatura acerca das limitações apresentadas pelo modelo de Média-Variância fomentaram a criação de diversas abordagens relevantes, como a adição

de assimetria e curtose e a utilização de correlações dinâmicas, e corroboraram para o desenvolvimento da gestão de carteiras de investimento via métodos quantitativos. Neste trabalho, optou-se pela utilização da abordagem de Média-Variância-Assimetria-Curtose como estratégia para lidar com a não normalidade dos retornos do mercado de renda variável e com a instabilidade e concentração de ativos observados em Média-Variância.

Lai, Yu e Wang (2006) apresentaram um dos trabalhos pioneiros na otimização de portfólios a partir de quatro momentos de distribuição, baseando-se em quatro grandes índices de ações (S&P500, FTSE100, Nikkei225 e HSI). Foi utilizada uma abordagem multiobjetivo de programação de metas polinomiais (PGP) para a resolução do problema de otimização na estrutura MVSK. A metodologia possibilitou a estimação de uma alocação capaz de maximizar o retorno esperado e a assimetria, enquanto a variância e a curtose são minimizadas. Os pesos atribuídos a cada um dos momentos probabilísticos foram definidos de forma a refletir o perfil de risco do investidor: perfis mais agressivos recebem maior peso para média e assimetria, refletindo maior apetite por retornos excepcionais, enquanto perfis mais conservadores atribuem maior peso à variância e à curtose, visando maior controle de risco. A abordagem PGP foi efetiva na obtenção de portfólios com objetivos conflitantes entre retorno e risco, e os resultados foram adequados a cada um dos diferentes perfis de investidor.

O estudo de Ashfaq et al. (2021) propôs uma otimização de portfólio internacional, com base no modelo MVSK utilizando PGP. O estudo teve como foco os mercados de ações dos países do bloco BRICS, com dados diários dos índices oficiais entre janeiro de 2010 e dezembro de 2016. Os resultados empíricos mostram que, entre os BRICS, Índia e China se destacam como os principais motores de retorno, e observou-se uma relação inversa entre os retornos dos dois países: quando potenciais investidores veem a Índia como um país favorável para investir em ações, os retornos dos portfólios chineses se movem na direção oposta, e vice-versa. A pesquisa revela que a inclusão de momentos superiores aumenta a robustez da alocação de ativos, e também destaca os ganhos de diversificação no contexto de alocação em mercados mais voláteis, como é o caso do segmento de renda variável em países emergentes.

Kemalbay, Ozkut e Franko (2011) também utiliza a mesma base metodológica, utilizando como base dados mensais de 26 ações do índice ISE-30 da Bolsa de Valores de Istambul, entre janeiro de 2005 e dezembro de 2010. Os autores construíram um conjunto de portfólios eficientes para diferentes combinações de pesos atribuídos aos quatro momentos, representando distintos perfis de risco. Os resultados empíricos revelam que diferentes preferências resultam em composições de portfólio substancialmente diferentes, tanto em termos de alocação quanto de características estatísticas. O artigo mostra que o uso de PGP é eficaz na consolidação dos múltiplos objetivos em uma única função objetivo, e que ignorar assimetria e curtose pode levar à subestimação do risco e à escolha de portfólios ineficientes.

A pesquisa de [Abid et al. \(2023\)](#) também propõe a utilização da metodologia PGP para otimização de portfólios considerando a metodologia MVSK, mas neste caso no contexto de investimentos com critérios ESG. O estudo foi aplicado a dados semanais de sete índices da família S&P ESG, abrangendo Estados Unidos, Europa, Japão, Canadá, Coreia do Sul, Ásia e países emergentes, entre 2002 e 2022. A partir das diversas composições de pesos possíveis, os autores construíram de forma consistente uma fronteira eficiente tridimensional, com o intuito de facilitar a escolha dos investidores em relação a cada um dos perfis de risco. Os resultados mostram que diferentes combinações de pesos dos momentos levam a alocações ótimas distintas, e que alguns portfólios PGP superam em performance ajustada ao risco o portfólio baseado apenas na média e variância.

Ao analisar de forma conjunta os avanços retratados nos trabalhos de [Lai, Yu e Wang \(2006\)](#), [Kemalbay, Ozkut e Franko \(2011\)](#), [Ashfaq et al. \(2021\)](#) e [Abid et al. \(2023\)](#) observa-se a consolidação do modelo MVSK como uma vertente importante de evolução da teoria de portfólios, ao incorporar momentos superiores e permitir uma análise mais condizente com a realidade das distribuições de retornos observadas nos mercados financeiros. Além disso, a utilização da Programação de Metas Polinomiais mostrou-se eficaz para conciliar objetivos conflitantes e possibilitar a personalização dos pesos atribuídos a cada momento conforme o perfil do investidor.

2.4 Dynamic Conditional Correlation GARCH

[Engle \(2002\)](#) introduziu o modelo Dynamic Conditional Correlation GARCH (DCC-GARCH), utilizado pela literatura como uma forma de se estimar correlações dinâmicas entre ativos financeiros em cenários de alta volatilidade. O autor revela ao longo do artigo que o modelo apresenta como vantagem a obtenção da flexibilidade dos modelos GARCH univariados com uma estrutura menos complexa do que a dos modelos GARCH multivariados, fato que reduz a carga computacional necessária para sua implementação. A estimação do DCC-GARCH é realizada em duas etapas: inicialmente, a volatilidade condicional de cada ativo é modelada com GARCH univariados; em seguida, é estimada a matriz de correlações dinâmicas. Essa abordagem simplifica o processo e viabiliza sua aplicação em portfólios com um grande número de ativos, pois a quantidade de parâmetros não é influenciada pela quantidade de séries a serem correlacionadas.

[Case, Yang e Yildirim \(2011\)](#) utilizaram o modelo DCC-GARCH para analisar as correlações dinâmicas entre dois importantes ativos: REITs e ações nos Estados Unidos. O estudo abrange o período de 1972 a 2008, explorando como as correlações evoluíram em três períodos distintos, marcados por mudanças regulatórias e eventos de mercado. O artigo destaca a ocorrência de períodos de menor correlação entre os ativos, que permitiriam uma maior diversificação de portfólios e uma melhoria na relação risco e retorno. Entretanto, após a inclusão dos REITs em índices amplos de mercados, a correlação entre os ativos

aumentou significativamente, desfavorecendo a metodologia de diversificação entre as classes. Ao longo do artigo, os autores demonstram, por meio de uma otimização de portfólio de Média-Variância, a superioridade do DCC-GARCH em capturar as dinâmicas de correlação entre os ativos e as vantagens significativas de retornos auferidas por meio da metodologia, em contraste aos métodos tradicionais de correlação estática.

Mandacı e Kırkpınar (2022) analisaram a correlação condicional entre os preços do petróleo e o valor de ações de empresas listadas no BIST 100, índice de ações da Turquia, utilizando modelos DCC-GARCH e BEKK-GARCH. O trabalho utilizou dados diários entre junho de 2015 a janeiro de 2020, e tinha como objetivo central entender o impacto do preço do petróleo em empresas de setores econômicos correlacionados à utilização da commodity em suas atividades operacionais. Como esperado, choques no preço do petróleo afetam significativamente os custos de produção de empresas do setor elétrico, mineração e metalurgia, como principais exemplos. Dessa forma, a inclusão de ativos relacionados ao petróleo torna-se uma ferramenta importante de hedge a baixos custos, o que é observado nos resultados da integração de correlações dinâmicas à otimização de portfólio realizada no trabalho.

Asih et al. (2024) exploraram a implementação do modelo DCC-GARCH como chave para a obtenção das correlações dinâmicas em um portfólio que integra fatores ESG. No estudo foram utilizados dados diários entre janeiro de 2018 a dezembro de 2023, com o intuito de capturar os movimentos pré, durante e após a pandemia da COVID-19. A carteira simulada reúne o índice de ações ESG da Indonésia a demais fatores de risco com o intuito de obter os benefícios gerados pela diversificação, contando com títulos do governo, ouro, commodities e ativos digitais. A metodologia foi baseada no modelo DCC-GARCH e na otimização por programação quadrática de forma a encontrar o portfólio de mínima variância, e revelou que os ativos ESG não apenas reduzem riscos de investimento, mas também melhoram o desempenho dos portfólios, especialmente durante períodos de crise, como a pandemia de COVID-19. O estudo também aborda a relevância do rebalanceamento frequente como uma estratégia reequilíbrio ativo das carteiras.

Em síntese, os estudos apresentados evidenciam a relevância do modelo DCC-GARCH como um instrumento eficiente de análise da dinâmica de correlação entre ativos financeiros no contexto da otimização de portfólios em mercados voláteis. A formulação de Engle (2002) ofereceu uma alternativa importante aos modelos que dependiam de matrizes de covariância. As aplicações empíricas subsequentes, como a análise das correlações entre REITs e ações nos Estados Unidos em Case, Yang e Yildirim (2011), o estudo de efeitos dos choques de petróleo no BIST 100 por Mandacı e Kırkpınar (2022) e a integração de fatores ESG na modelagem de Asih et al. (2024) reforçaram a importância de se considerar a natureza dinâmica da relação entre ativos financeiros.

As contribuições da literatura discutidas ao longo desta seção revelam diferentes métricas para avaliar a otimização de portfólios frente às limitações identificadas na

abordagem clássica de Média-Variância. As bibliografias levantadas demonstram de forma consistente a importância da inclusão de momentos superiores (assimetria e curtose) como forma de representação mais realista das preferências dos investidores e das distribuições reais dos retornos do mercado de renda variável. Em relação aos modelos baseados em correlações dinâmicas, como o DCC-GARCH, observa-se eficácia na captura da estrutura de riscos de portfólios, contribuindo para a melhoria de processos de gestão de risco e eficiência nas estratégias de diversificação com dinamicidade.

3 Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho foi estruturada em cinco etapas. A primeira contempla a coleta e exploração dos dados de ações brasileiras, utilizando a linguagem de programação R no ambiente estatístico RStudio. Os ativos foram filtrados com base em sua presença no IBrX 50 e, em seguida, pelo segmento de listagem Novo Mercado da B3, de modo a priorizar liquidez e padrões elevados de governança corporativa. Após essa seleção preliminar, foi aplicado o teste ADF para verificar a estacionariedade das séries de retornos e, posteriormente, o teste ARCH para identificar a presença de heterocedasticidade condicional. A segunda etapa dedica-se à modelagem da estrutura de dependência temporal entre os ativos por meio do modelo DCC-GARCH, que permite estimar a dinâmica de volatilidade condicional dos ativos, sendo incorporada diretamente à estrutura de otimização de portfólio. A terceira etapa consistiu na formalização da estrutura de aplicação do modelo MVSK para otimização de portfólios, incorporando os quatro momentos da distribuição de retornos com o objetivo de obter alocações mais eficientes e aderentes ao perfil de risco do investidor. Em paralelo à metodologia adotada como foco deste trabalho, foi estimado um portfólio com base na abordagem tradicional de Média-Variância a fim de viabilizar uma base comparativa entre as modelagens. Como quarta etapa, foi adotado a estrutura de *walk-forward* e rebalanceamentos periódicos para verificação da consistência do modelo. Por fim, foram calculados o excesso de retorno, *tracking error*, *information ratio* e índice de Herfindahl-Hirschman como indicadores de desempenho dos portfólios em análise.

3.1 Coleta, Exploração e Filtragem de Dados

A base de dados deste trabalho consiste no histórico de retornos diários simples de ações brasileiras no período de janeiro de 2020 a maio de 2025, compilados a partir do pacote Quantmod, via RStudio. O pacote retorna o histórico de preço das ações a partir das informações contidas no site Yahoo Finance, portal de cotações de ativos amplamente utilizado pelo mercado. Os retornos utilizados possuem ajuste por proventos e eventos corporativos, com o intuito de tornar a série contínua e comparável ao longo do tempo. As ações foram filtradas por três critérios diferentes: presença no IBrX 50 B3 no dia 19/03/2025, presença no segmento de listagem Novo Mercado e suficiência de dados históricos para o período analisado.

Após a filtragem a partir dos critérios citados, foram obtidas 26 ações, apresentadas na tabela 1. A escolha do IBrX 50 como critério inicial de seleção ocorreu por sua característica de consolidar o desempenho médio das cotações dos 50 ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro, permitindo ao investidor a mitigação

do risco de liquidez. Em relação à filtragem pelo segmento de listagem Novo Mercado, a escolha se deu pelo seu padrão de governança corporativa altamente diferenciado.

Tabela 1 – Seleção de Ações e Distribuição Setorial

Ticker	Ação	Setor Econômico
VALE3	Vale S.A.	Mineração
BBAS3	Banco do Brasil S.A.	Financeiro
ELET3	Centrais Elétricas Brasileiras S.A.	Energia e Saneamento
WEGE3	WEG S.A.	Bens Industriais
SBSP3	Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo	Água e Saneamento
B3SA3	B3 S.A. – Brasil, Bolsa, Balcão	Financeiro
EMBR3	Embraer S.A.	Bens Industriais
JBSS3	JBS S.A.	Consumo e Varejo
EQTL3	Equatorial Energia S.A.	Energia e Saneamento
SUZB3	Suzano S.A.	Papel e Celulose
RENT3	Localiza Rent a Car S.A.	Transporte
PRIO3	PetroRio S.A.	Petróleo e Gás
BBSE3	BB Seguridade Participações S.A.	Seguros
RADL3	Raia Drogasil S.A.	Varejo Farmacêutico
ENEV3	Eneva S.A.	Energia
RAIL3	Rumo S.A.	Logística
UGPA3	Ultrapar Participações S.A.	Distribuição de Combustíveis
TOTS3	Totvs S.A.	Tecnologia da Informação
VBBR3	Vibra Energia S.A.	Energia
BRFS3	BRF S.A.	Alimentos
LREN3	Lojas Renner S.A.	Varejo
HAPV3	Hapvida Participações e Investimentos S.A.	Saúde
CSAN3	Cosan S.A.	Energia e Logística
NTCO3	Natura Co Holding S.A.	Cosméticos
HYPE3	Hypera S.A.	Farmacêutico
CYRE3	Cyrela Brazil Realty S.A. Empreendimentos e Participações	Construção Civil

Fonte: *Elaboração própria.*

Apesar da não adoção direta de critérios setoriais de seleção, observa-se que a filtragem realizada resultou em uma listagem de ativos de diversos setores econômicos, como financeiro, construção civil, serviços e energia. Essa heterogeneidade setorial é relevante para a modelagem, pois permite uma análise mais equilibrada do comportamento agregado do mercado acionário brasileiro. Além disso, a variedade de setores amplia o potencial de diversificação da carteira e reduz o risco de concentração em fatores específicos de determinados segmentos da economia.

3.2 Métodos Econométricos Empregados

Como etapa preliminar para garantir a adequação estatística das séries utilizadas na modelagem, foi aplicado o teste ADF para verificar a estacionariedade das séries com base em [Gujarati e Porter \(2011\)](#), conforme as equações (3.1) e (3.2).

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

$$H_0 : \delta = 0 \quad H_a : \delta < 0. \quad (3.2)$$

Em seguida, aplicou-se o teste ARCH-LM com o objetivo de identificar a presença de heterocedasticidade condicional nas séries de retornos diários, a partir da formulação descrita por [Bueno \(2011\)](#). Para a realização do teste, conforme a equação (3.3), foi executado uma regressão entre as séries de retorno individualizadas em relação a uma constante. Após isso, eleva-se os resíduos da regressão ao quadrado e estima-se uma nova regressão, de acordo com a equação (3.4), e testa-se a presença de heterocedasticidade condicional, de acordo com a significância dos coeficientes. Conforme a equação (3.5), coeficientes estatisticamente diferentes de zero indicam a presença de heterocedasticidade condicional, foco da análise realizada neste trabalho.

$$y_t = \beta_0 + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \beta_0 + \sum_{i=1}^q \beta_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + v_t \quad (3.4)$$

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_q = 0 \quad H_1 : \beta_i \neq 0 \quad (3.5)$$

Essa verificação é essencial, uma vez que os modelos GARCH pressupõem a modelagem de séries heterocedásticas. Os resultados dos testes citados e da seleção de ativos estatisticamente relevantes serão abordados no capítulo seguinte.

3.3 Otimização Tradicional: Modelo de Média-Variância

A formulação inicial do modelo de Média-Variância proposto por [Markowitz \(1952\)](#) parte da definição do retorno esperado do portfólio: o resultado da combinação linear entre os pesos de cada ativo e seus respectivos retornos esperados, conforme expresso na Equação (3.6). Em seguida, mensura-se o risco geral do portfólio, definido pela variância dos retornos e pela covariância entre os pares de ativos, como apresentado na Equação (3.7).

$$R(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \boldsymbol{\mu} \quad (3.6)$$

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{x} \quad (3.7)$$

A partir dessas definições gerais, a construção do portfólio ótimo foi realizada como um problema de minimização da variância, representado pela Equação (3.8), a partir de um retorno mínimo desejado (R^*). O parâmetro foi definido como o retorno médio de mercado calculado a partir da média aritmética dos retornos diários esperados dos ativos que compõem a amostra em análise. Foram incorporadas as seguintes restrições na modelagem: a soma dos pesos atribuídos deve ser igual a um, garantindo a plena alocação de recursos, e a não adoção de posições vendidas.

A matriz de covariância descrita na Equação (3.8) demonstra um conceito essencial da gestão de portfólios: a diversificação, representada pela estratégia de minimização da covariância entre os ativos, contribui para a redução do risco geral do portfólio e corrobora com a eficiência da alocação de ativos.

Minimizar:

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^\top \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{x} \quad (3.8)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{x}^\top \boldsymbol{\mu} = R^*, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{x}^\top \mathbf{1} = 1, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{x} \geq 0. \quad (3.11)$$

A formulação descrita nas equações acima evidencia a essência da modelagem proposta por [Markowitz \(1952\)](#): para um dado nível de retorno esperado, existe uma combinação de ativos considerada ótima que minimiza a variância do portfólio.

3.4 DCC-GARCH: Correlações Dinâmicas

O modelo DCC-GARCH, desenvolvido e formalizado ao longo do artigo de [Engle \(2002\)](#), foi utilizado neste trabalho para capturar a correlação dinâmica entre os ativos. Após a seleção das séries de ativos que apresentam heterocedasticidade em seu histórico de retornos, foi realizado uma aplicação generalizada de um modelo autorregressivo de ordem 1 dado pela equação (3.12), com o objetivo de reduzir a memória das séries analisadas.

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.12)$$

A partir dos resíduos do modelo autorregressivo de ordem 1, as variâncias condicionais individuais foram modeladas por meio da estimação do GARCH (1,1) univariado, de acordo

com a equação (3.13). Para a utilização do modelo, é suposto as condições dadas pela equação (3.14): os retornos possuem distribuição normal, média igual a zero e covariância condicional dada pela matriz de covariância condicional.

$$h_{i,t} = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{i,t-1} \quad (3.13)$$

$$r_t |_{=t-1} \sim \mathcal{N}(0, D_t R_t D_t) \quad (3.14)$$

Em seguida, é preciso estimar a matriz de correlações dinâmicas. O primeiro passo realizado é a padronização dos resíduos do GARCH univariado dado pela equação (3.15). O segundo passo é a estimação da matriz Q_t , correspondente à covariância dinâmica dos resíduos padronizados correspondentes à equação (3.16). Por fim, a matriz de covariância é padronizada para o intervalo entre -1 e 1, obtendo-se a matriz de correlação R_t , formalizada pela equação (3.17).

$$\tilde{\varepsilon}_t = D_t^{-1} \varepsilon_t \quad (3.15)$$

$$Q_t = S(1 - \alpha - \beta) + \alpha (\varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1}) + \beta Q_{t-1} \quad (3.16)$$

$$R_t = \text{diag}(Q_t)^{-\frac{1}{2}} Q_t \text{diag}(Q_t)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.17)$$

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (3.18)$$

O resultado da estimação DCC-GARCH é dado pela junção das matrizes D_t (volatilidade condicional dos ativos individualizados) e R_t (matriz de correlação dos ativos), sintetizada na matriz de covariância condicional H_t apresentada na equação (3.18).

3.5 Otimização de Portfólios MVSK

A formulação do modelo MVSK foi baseada na metodologia adotada no trabalho de [Lai, Yu e Wang \(2006\)](#) e inicia-se a partir da obtenção das condições de maximização e minimização dos quatro momentos de distribuição dos retornos (média, variância, assimetria e curtose), respectivamente listados nas equações (3.19) a (3.22).

$$R(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \boldsymbol{\mu} \quad (3.19)$$

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{x} \quad (3.20)$$

$$S(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[(\mathbf{x}^\top (\mathbf{R} - \boldsymbol{\mu}))^3] \quad (3.21)$$

$$K(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[(\mathbf{x}^\top (\mathbf{R} - \boldsymbol{\mu}))^4] \quad (3.22)$$

O objetivo da otimização é maximizar a média e a assimetria dos retornos, convergindo a uma maior probabilidade de obtenção de ganhos acima da média. Simultaneamente a esse objetivo, busca-se minimizar a variância e a curtose, sendo a primeira a representação do risco global do portfólio e a segunda a probabilidade de perdas extremas, como tende a ocorrer em períodos de elevada incerteza política, econômica ou humanitária, como é o caso da pandemia da COVID-19, presente na janela temporal em análise.

Para possibilitar esse sincronismo de objetivos, foi utilizado o método de programação de metas polinomiais (PGP). Os pesos dos ativos que compõem o portfólio ótimo são obtidos por meio da resolução de um problema de otimização não linear com restrições. A função objetivo, definida na equação (3.23), é minimizada conforme a atribuição de pesos (μ) para cada momento da distribuição, definidos de acordo com o perfil de risco do investidor. No caso deste trabalho, optou-se pela seleção de pesos em linha a um perfil de risco moderado. O modelo busca a melhor combinação de pesos que satisfaz simultaneamente as metas de média, variância, assimetria e curtose, conforme as restrições estabelecidas nas equações (3.24) a (3.30). Essa solução é alcançada por algoritmos iterativos, que ajustam os pesos da carteira até que a função objetivo seja minimizada após diversas tentativas.

Minimizar:

$$Z = \left| \frac{d_1}{R^*} \right|^{\mu_1} + \left| \frac{d_2}{V^*} \right|^{\mu_2} + \left| \frac{d_3}{S^*} \right|^{\mu_3} + \left| \frac{d_4}{K^*} \right|^{\mu_4} \quad (3.23)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{x}^\top \boldsymbol{\mu} + d_1 = R^* \quad (3.24)$$

$$\mathbf{x}^\top \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{x} - d_2 = V^* \quad (3.25)$$

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x}^\top (\mathbf{R} - \boldsymbol{\mu}))^3] + d_3 = S^* \quad (3.26)$$

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x}^\top (\mathbf{R} - \boldsymbol{\mu}))^4] - d_4 = K^* \quad (3.27)$$

$$\mathbf{x}^\top \mathbf{1} = 1 \quad (3.28)$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \quad (3.29)$$

$$d_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 4. \quad (3.30)$$

Ao observar os trabalhos empíricos, [Lai, Yu e Wang \(2006\)](#) demonstra a importância da definição de pesos atribuídos a cada perfil de risco de investidor. Perfis mais agressivos

tendem a receber maior peso para média e assimetria em razão de seu apetite por retornos adicionais, enquanto investidores conservadores optam por atribuir maior peso a fatores de risco: variância e curtose. Neste trabalho, optou-se pela adoção de um perfil de investidor moderado, com o objetivo de avaliar a capacidade do modelo em encontrar soluções que atendem a múltiplos objetivos de risco e retorno, refletindo a realidade comum do investidor geral. Os pesos definidos encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Atribuição de Pesos (μ) aos Momentos de Distribuição

Momento	Pesos (μ)
Média	1,5
Variância	1,5
Assimetria	0,5
Curtose	0,5

Fonte: *Elaboração própria.*

Conforme observado na Tabela 2, os parâmetros associados aos momentos frequentemente observados diretamente pelo investidor em geral (média e variância), receberam peso 1,5. Já os parâmetros adicionais proporcionados pelo modelo MVSK, foram atribuídos os pesos 0,5. Essas escolhas buscam refletir o comportamento de um investidor com perfil de risco moderado: desejos por retornos acima da média de mercado sem uma exposição excessiva aos critérios de risco em análise.

3.6 Integração de Correlações Dinâmicas ao MVSK

A integração entre a matriz de covariância condicional do DCC-GARCH e o MVSK ocorre a partir da adição das correlações dinâmicas ao componente da variância do portfólio, representada pela equação (3.20), à função objetivo a ser minimizada.

$$V_t(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \mathbf{H}_t \mathbf{x} \quad (3.31)$$

$$V_t(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\top \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t \mathbf{x} \quad (3.32)$$

Conforme demonstrado acima, a matriz de covariância, anteriormente estática, dá lugar às correlações dinâmicas representadas pela matriz H_t , conforme demonstrado nas equações (3.31) e (3.32). Essa abordagem apresenta bastante relevância no contexto de otimização de portfólios, uma vez que reconhece que a dependência entre os ativos não permanece constante ao longo do tempo, mas varia em resposta a choques de mercado, ciclos econômicos e mudanças estruturais da economia. A integração entre o DCC-GARCH e o MVSK aumenta a aderência da modelagem à realidade do mercado financeiro, em um contexto em que os ativos apresentam alta volatilidade e caudas pesadas na distribuição

dos retornos. Em razão disso, a qualidade da otimização tende a ser mais resiliente e alinhada ao perfil de risco do investidor.

3.7 Estrutura de Estimação *Walk-Forward*

A estrutura de estimação e validação empírica adotada neste trabalho segue o método *walk-forward* proposto por Pardo (1992). Essa abordagem é amplamente utilizada em modelagens de séries financeiras e consiste na reestimação sequencial dos parâmetros do modelo ao longo do tempo, garantindo que as decisões de alocação sejam baseadas exclusivamente em informações disponíveis até o momento da otimização, evitando assim o chamado *look-ahead bias*: tomada de decisões em relação a eventos passados por meio de informações disponíveis somente no tempo atual.

A aplicação de *walk-forward* no presente estudo contou com o período inicial de treinamento dos retornos diários de janeiro de 2020 a dezembro de 2023, empregados para a estimação dos parâmetros iniciais do modelo DCC-GARCH e do MVSK. A partir de janeiro de 2024, o modelo entra em fase de teste, sendo realizado um rebalanceamento semestral das carteiras no primeiro dia dos meses de janeiro de 2024, julho de 2024 e janeiro de 2025, com a reestimação de todos os parâmetros a partir da base de dados cumulativa que se expande do início da amostragem até a data de referência do rebalanceamento.

Essa estrutura de janela expandida e rebalanceamentos periódicos reflete um processo realista de gestão de carteiras de investimento, uma vez que novas informações são incorporadas progressivamente à modelagem conforme o tempo passa, sem a utilização de dados futuros que viessem a base de dados na fase de teste. O procedimento assegura a coerência temporal das simulações de desempenho, permitindo uma avaliação mais robusta da estabilidade do modelo e de sua capacidade de adaptação em diferentes regimes de volatilidade.

A aplicação do *walk-forward* está diretamente alinhada à utilização das correlações dinâmicas estimadas pelo modelo DCC-GARCH, uma vez que ambas as abordagens buscam a adaptação contínua às condições de alta volatilidade do mercado de renda variável. Importante salientar que o *walk-forward* foi implementado de forma uniforme em todos os modelos estimados (MV, MVSK e MVSK-DCC-GARCH), garantindo equidade informacional e comparabilidade estatística entre as abordagens testadas.

3.8 Indicadores de Desempenho

A avaliação dos portfólios simulados foi realizada por meio de quatro indicadores principais: excesso de retorno, *tracking error*, *information ratio* e Índice de Herfindahl-Hirschman (HHI). O excesso de retorno, representado na equação (3.33), indica a diferença média diária entre o retorno do portfólio e o retorno do *benchmark*, e serve como uma

medida direta da capacidade do modelo de gerar ganhos adicionais em relação ao índice de referência. O *tracking error*, por sua vez, é calculado como o desvio padrão das diferenças entre os retornos diários do portfólio e do *benchmark* ao longo do tempo. Esse indicador, demonstrado na equação (3.34), quantifica o risco relativo do portfólio, pois reflete o grau de aderência (ou desvio) em relação ao comportamento do índice.

$$\text{Excesso de Retorno} = \bar{R}_p - \bar{R}_b \quad (3.33)$$

$$\text{Tracking Error} = \sigma(R_p - R_b) \quad (3.34)$$

A partir do cálculo do excesso de retorno e do *tracking error* é possível se obter o *information ratio*, indicador que avalia a eficiência do portfólio, ao apresentar o retorno adicional do portfólio ajustado ao risco assumido. Conforme demonstrado na equação (3.35), o *information ratio* é obtido pela razão entre o excesso de retorno médio e o tracking error. Quanto maior o indicador, melhor tende a ser a capacidade da carteira em superar consistentemente o benchmark com controle de riscos.

$$\text{Information Ratio} = \frac{(R_p - R_b)}{\text{Tracking Error}} \quad (3.35)$$

Por fim, o Índice de Herfindahl-Hirschman foi incorporado como medida de avaliação do nível de diversificação dos portfólios, permitindo observar a concentração dos pesos alocados entre os ativos, conforme observado na equação (3.36).

$$HHI = \sum_{i=1}^N w_i^2 \quad (3.36)$$

A observação do indicador é relevante, uma vez que a modelagem utilizada busca não somente otimizar o desempenho ajustado ao risco de mercado, mas também promover maior equilíbrio e dispersão de alocação ao longo do tempo como estratégia de redução do risco diversificável.

4 Resultados e Discussões

Este capítulo apresenta os resultados obtidos por uma aplicação integrada dos modelos MVSK e DCC-GARCH em uma otimização de um portfólio dinâmica. A metodologia adotada buscou superar as limitações da abordagem tradicional de Média-Variância de Markowitz (1952), incorporando a dinâmica da correlação dos ativos e momentos superiores. Essa integração visa oferecer uma representação mais realista da estrutura de risco e retorno em mercados de renda variável voláteis como o brasileiro.

As análises contidas neste capítulo comparam os resultados obtidos pela otimização proposta a cinco alocações distintas: Média-Variância, MVSK com matriz de covariância estática, MVSK-DCC-GARCH e os *benchmarks* analisados (IBrX 50 e Ibovespa). A inclusão do modelo MVSK com correlações estáticas objetiva verificar comparativamente a eficácia da inclusão da matriz de covariância condicional na modelagem. Dessa forma, torna-se possível verificar a influência de cada uma das etapas da modelagem no resultado final (progressão entre alocação passiva, MV, MVSK estático e MVSK-DCC-GARCH).

A primeira etapa da modelagem aplicada do presente trabalho foi a filtragem das séries de retornos em relação a parâmetros estatísticos relacionado ao comportamento das séries: verificação de estacionariedade e identificação de heterocedasticidade condicional. Em seguida, foi realizado o processo de otimização e descrito a distribuição de pesos encontrada, além de suas principais consequências para a alocação: nível de concentração, retorno acumulado no período em análise, retorno anualizado, desvio padrão da carteira, assimetria e curtose. Como último ponto quantitativo relevante, foi realizado uma análise dos principais indicadores de desempenho dos portfólios otimizados em comparação ao *benchmark* central do trabalho, o IBrX 50.

Como demonstrado na tabela 3, todas as séries de retornos se apresentaram como estacionárias pelo Teste de Dickey-Fuller Aumentado. Essa conclusão permite com que se possa prosseguir com todas as séries em análise para a próxima etapa de filtragem.

Tabela 3 – Teste de Dickey-Fuller Aumentado

Ativo	Estatística de Teste	p-Valor
VALE3	-10,248	< 0,01***
BBAS3	-9,897	< 0,01***
ELET3	-9,835	< 0,01***
WEGE3	-9,998	< 0,01***
SBSP3	-11,049	< 0,01***
B3SA3	-10,928	< 0,01***
EMBR3	-9,573	< 0,01***
JBSS3	-11,387	< 0,01***
EQTL3	-10,037	< 0,01***
SUZB3	-11,915	< 0,01***
RENT3	-10,431	< 0,01***
PRI03	-10,581	< 0,01***
BBSE3	-9,764	< 0,01***
RADL3	-11,048	< 0,01***
ENEV3	-11,675	< 0,01***
RAIL3	-11,621	< 0,01***
UGPA3	-10,418	< 0,01***
TOTS3	-10,320	< 0,01***
VBBR3	-10,110	< 0,01***
BRFS3	-9,795	< 0,01***
LREN3	-10,082	< 0,01***
HAPV3	-9,814	< 0,01***
CSAN3	-10,332	< 0,01***
NTCO3	-9,624	< 0,01***
HYPE3	-11,253	< 0,01***
CYRE3	-10,470	< 0,01***

Fonte: Elaboração própria.

Nível de significância: *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,10$.

Em relação à presença de heterocedasticidade condicional no comportamento das séries, a tabela 4 apresenta os resultados encontrados. Os resultados observados a partir da análise do p-valor evidenciaram que, enquanto a maior parte das ações selecionadas apresentou heterocedasticidade significativa, a série de retornos de UGPA3 não rejeitou a hipótese nula de homocedasticidade. Essa constatação implica que a série é incompatível com a estrutura de modelagem proposta, e tende a comprometer a correta estimação das matrizes de covariância condicionais, limitando o estudo aos 25 ativos restantes.

Os resultados obtidos no teste de heterocedasticidade reforçam a forte presença de efeitos ARCH (25 entre 26 séries de retorno), o que reforça a adequação da modelagem condicional da variância e indica que os parâmetros estimados tendem a capturar de maneira dinâmica a estrutura de risco ao longo do tempo. Além disso, a exclusão de UGPA3 por ausência de heterocedasticidade reforça a necessidade de se considerar as propriedades estatísticas das séries antes da execução da otimização.

Tabela 4 – Teste ARCH para Heterocedasticidade

Ativo	Estatística de Teste	p-Valor
VALE3	323,109	< 0,01***
BBAS3	263,739	< 0,01***
ELET3	303,158	< 0,01***
WEGE3	34,415	< 0,01***
SBSP3	117,267	< 0,01***
B3SA3	114,482	< 0,01***
EMBR3	50,209	< 0,01***
JBSS3	194,157	< 0,01***
EQTL3	65,493	< 0,01***
SUZB3	43,888	< 0,01***
RENT3	60,629	< 0,01***
PRI03	48,853	< 0,01***
BBSE3	181,664	< 0,01***
RADL3	17,552	< 0,01***
ENEV3	85,716	< 0,01***
RAIL3	496,692	< 0,01***
UGPA3	0,008	0,930
TOTS3	52,698	< 0,01***
VBBR3	146,376	< 0,01***
BRFS3	59,799	< 0,01***
LREN3	85,289	< 0,01***
HAPV3	97,385	< 0,01***
CSAN3	344,614	< 0,01***
NTCO3	79,568	< 0,01***
HYPE3	94,377	< 0,01***
CYRE3	105,804	< 0,01***

Fonte: *Elaboração própria.*

Nível de significância: *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,10$.

A Tabela 5 apresenta os indicadores de risco e retorno dos ativos de maneira individualizada. Ao verificar os resultados, observa-se uma característica importante da estrutura de risco e retorno dos ativos que trazem impactos relevantes para a composição dos portfólios: observa-se que a maioria das ações em análise apresentou assimetria negativa no período, um comportamento recorrente em ativos de renda variável que reflete a dinâmica de volatilidade dos ativos.

A Tabela 6 apresenta os pesos dos ativos na otimização de portfólio de Média-Variância em diferentes momentos do tempo. O mês de dezembro de 2023 representa a alocação disponibilizada pelo modelo após o fim da metodologia de treino, enquanto as demais colunas representam os períodos de rebalanceamento da carteira a partir da atualização da base de dados pelo tempo decorrido. O mesmo padrão se repete para as demais otimizações observadas mais a frente.

Tabela 5 – Indicadores de Risco e Retornos dos Ativos

Ativo	Ret. Acum. (%)	Ret. a.a (%)	Desv. Pd. (%)	Assim.	Curt.
VALE3	61,76	9,42	36,77	0,84	14,24
BBAS3	31,68	5,82	36,29	-0,25	16,49
ELET3	35,22	5,81	43,07	-0,06	12,83
WEGE3	164,44	19,97	37,80	-0,24	12,08
SBSP3	123,36	16,23	37,20	0,42	13,49
B3SA3	17,58	3,08	41,31	0,22	8,39
EMBR3	232,27	25,21	52,55	0,22	10,25
JBSS3	113,81	15,29	39,92	1,18	16,79
EQTL3	80,79	11,72	30,31	0,01	7,54
SUZB3	38,65	6,31	35,42	0,09	10,70
RENT3	2,30	0,42	47,21	0,29	14,77
PRI03	490,03	39,42	61,06	-0,09	24,16
BBSE3	54,01	8,42	26,27	-0,26	9,23
RADL3	-26,74	-5,66	32,55	-0,43	7,42
ENEV3	27,90	4,72	36,29	-0,52	11,27
RAIL3	-27,23	-5,78	37,95	0,54	15,02
UGPA3	63,70	9,67	68,95	15,38	425,03
TOTS3	109,76	14,88	41,91	-0,16	8,71
VBBR3	-5,90	-1,13	40,02	0,07	8,12
BRFS3	-37,73	-8,49	51,43	0,15	7,00
LREN3	-54,10	-13,56	48,13	-0,09	7,04
HAPV3	-77,41	-24,31	58,99	-0,47	16,42
CSAN3	-45,91	-10,87	39,46	-0,18	7,59
NTCO3	-71,62	-21,00	54,59	-0,75	12,79
HYPE3	-13,63	-2,70	36,34	0,28	9,24
CYRE3	9,42	1,70	50,85	-0,31	10,20

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Ret. Acum. = Retorno acumulado; Ret. Anual. = Retorno anualizado; Desv. Pd. = Desvio-padrão anualizado; Assim. = Assimetria; Curt. = Curtose.

Observa-se que no modelo tradicional de Média-Variância houve uma baixa diversificação de ativos: apenas cinco a seis empresas compuseram a carteira ao longo do tempo, e nota-se hiperconcentração em apenas quatro ações: EQTL3, SUZB3, BBSE3 e RADL3. Essa constatação reflete a limitação apontada por [Martin, Clark e Green \(2010\)](#), o modelo escolhe os ativos de menor desvio padrão para redução da volatilidade da carteira e penaliza o potencial de rentabilidade do portfólio. Além disso, de forma semelhante, EMBR3 e PRI03 não apresentaram alocação na abordagem tradicional por conta do desvio padrão elevado, mesmo que as duas ações figurem como as maiores rentabilidades do período na amostragem analisada. Esse comportamento reflete a segunda limitação citada por [Martin, Clark e Green \(2010\)](#): o modelo de Média-Variância é altamente sensível em razão da dependência exclusiva pelo critérios de média e variância.

Tabela 6 – Distribuição de Ativos por Média-Variância (%)

Ativos	dezembro/2023	janeiro/2024	julho/2024	janeiro/2025
VALE3	6,79	5,55	5,29	6,01
BBAS3	0,00	0,00	0,00	0,00
ELET3	0,00	0,00	0,00	0,00
WEGE3	0,00	0,00	0,00	0,00
SBSP3	0,00	0,00	0,00	0,00
B3SA3	0,00	0,00	0,00	0,00
EMBR3	0,00	0,00	0,00	0,00
JBSS3	3,10	3,58	2,85	0,00
EQTL3	16,49	15,70	14,07	11,60
SUZB3	22,16	22,23	20,52	19,82
RENT3	0,00	0,00	0,00	0,00
PRI03	0,00	0,00	0,00	0,00
BBSE3	31,53	33,12	35,67	33,45
RADL3	19,93	19,82	20,26	20,06
ENEV3	0,00	0,00	0,00	0,51
RAIL3	0,00	0,00	0,00	0,83
TOTS3	0,00	0,00	0,00	0,00
VBBR3	0,00	0,00	0,00	0,00
BRFS3	0,00	0,00	0,00	0,00
LREN3	0,00	0,00	0,00	0,00
HAPV3	0,00	0,00	0,00	0,89
CSAN3	0,00	0,00	0,00	0,00
NTCO3	0,00	0,00	0,00	0,00
HYPE3	0,00	0,00	1,36	6,83
CYRE3	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Elaboração própria.

Comparativamente, os modelos MVSJ e MVSJ-DCC-GARCH representados respectivamente na Tabela 7 e na Tabela 8 notadamente promoveram uma distribuição de pesos mais equilibrada e possibilitaram a inclusão de diversos ativos que estavam ausentes na estruturação tradicional, ampliando o universo de alocação e evitando a concentração de portfólio. Nessas modelagens, a tolerância a maiores níveis de volatilidade pela presença de quatro parâmetros conflitantes é refletida em um portfólio menos concentrado e um maior potencial de retorno.

Além da maior diversificação, nota-se uma maior sensibilidade às mudanças nas condições de mercado no MVSJ-DCC-GARCH. Ativos como EQTL3, BRFS3 e B3SA3, por exemplo, passam e deixam de ser incorporados em diferentes rebalanceamentos, refletindo a adaptação do portfólio à performance e à estrutura de dependência dinâmica entre os ativos. Essa rotatividade sugere uma capacidade do modelo de captar efeitos transitórios de risco e retorno com maior eficiência do que abordagens estáticas como MV e MVSJ.

Tabela 7 – Distribuição de Ativos por MVSK (%)

Ativos	dezembro/2023	janeiro/2024	julho/2024	janeiro/2025
VALE3	9,58	9,56	9,33	9,29
BBAS3	4,39	4,38	4,43	4,52
ELET3	0,00	0,00	0,00	0,00
WEGE3	6,10	6,09	6,20	6,47
SBSP3	6,41	6,41	6,45	6,58
B3SA3	0,00	0,00	0,00	0,00
EMBR3	2,01	1,98	3,16	3,95
JBSS3	8,15	8,15	8,15	8,15
EQTL3	9,41	9,38	9,36	8,99
SUZB3	10,59	10,56	9,98	9,81
RENT3	0,00	0,00	0,00	0,00
PRI03	0,00	0,00	0,00	0,00
BBSE3	9,47	9,44	9,17	9,03
RADL3	9,84	9,82	9,68	9,68
ENEV3	4,58	4,58	4,51	4,50
RAIL3	4,66	4,68	4,68	4,67
TOTS3	3,24	3,18	3,04	2,76
VBBR3	2,16	2,31	2,61	2,89
BRFS3	0,00	0,00	0,91	1,51
LREN3	0,00	0,00	0,00	0,00
HAPV3	0,00	0,00	0,00	0,00
CSAN3	1,73	1,79	0,77	0,00
NTCO3	0,00	0,00	0,00	0,00
HYPE3	7,69	7,67	7,56	7,17
CYRE3	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 8 – Distribuição de Ativos por MVSK-DCC-GARCH (%)

Ativos	dezembro/2023	janeiro/2024	julho/2024	janeiro/2025
VALE3	10,36	9,40	10,39	9,84
BBAS3	5,79	5,83	7,10	6,42
ELET3	5,03	5,17	6,03	6,10
WEGE3	6,24	6,21	7,47	7,00
SBSP3	6,63	6,34	3,24	7,84
B3SA3	0,00	0,00	3,36	4,59
EMBR3	4,53	4,65	5,22	7,43
JBSS3	8,63	8,11	7,75	7,93
EQTL3	9,30	8,81	0,00	4,71
SUZB3	9,94	9,63	5,22	9,34
RENT3	0,00	0,00	0,00	0,00
PRI03	3,84	4,24	6,09	5,57
BBSE3	8,64	7,95	8,97	8,65
RADL3	7,25	7,07	7,13	5,39
ENEV3	1,97	4,05	3,61	1,94
RAIL3	5,43	5,77	5,08	4,66
TOTS3	2,11	0,00	4,48	0,00
VBBR3	0,00	0,00	0,00	0,00
BRFS3	1,32	3,52	0,00	1,59
LREN3	0,00	0,00	0,00	0,00
HAPV3	0,00	0,00	0,00	0,00
CSAN3	0,00	0,00	0,00	0,00
NTCO3	0,00	0,00	1,53	0,00
HYPE3	2,99	3,24	7,34	1,00
CYRE3	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Elaboração própria.

A evidência da redução da concentração nos portfólios MVSK é corroborada pelos resultados da Tabela 9, que apresenta o Índice de Herfindahl-Hirschman (HHI) médio dos portfólios. Observa-se uma desconcentração crescente diretamente relacionada às modelagens adotadas: o portfólio de Média-Variância apresentou um HHI de 0,2239, enquanto o MVSK apresentou 0,0754 e o MVSK-DCC-GARCH 0,0694. A integração dos momentos superiores e correlações dinâmicas ao processo de otimização, portanto, não apenas influencia na escolha individualizada de ativos, como também contribui diretamente para a mitigação do risco diversificável por meio da redução de concentração.

Tabela 9 – Índice de Herfindahl-Hirschman (HHI) Médio

Portfólio	HHI
MV	0,2239
MVSK	0,0754
MVSK-DCC-GARCH	0,0694

Fonte: Elaboração própria.

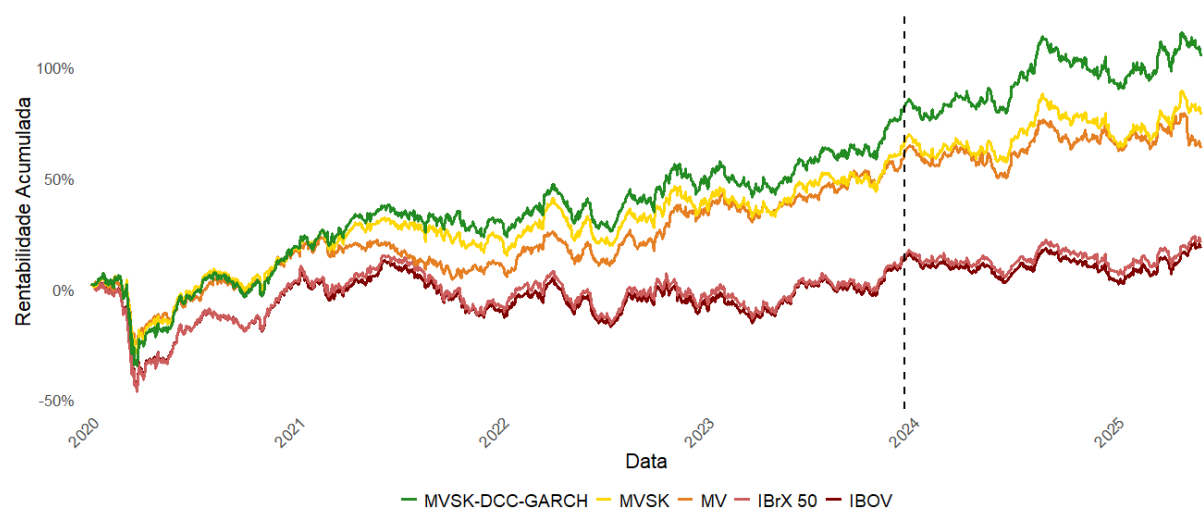
A tabela 10 sintetiza os principais indicadores dos portfólios otimizados. Os resultados indicam que o portfólio MVSK calibrado por correlações dinâmicas apresentou os melhores indicadores de retorno, superando tanto o portfólio MVSK com correlações estáticas quanto o modelo MV. A alocação passiva via *benchmarks* apresentou níveis de retorno e risco abaixo dos três portfólios otimizados, reforçando o potencial de ganho com a gestão ativa em mercados emergentes que possuem assimetrias de informação. Em relação à variância, nota-se uma elevação pontual no risco do portfólio principal em comparação aos demais modelos, mas ainda assim abaixo dos *benchmarks*. Quanto a assimetria e curtose, observa-se piora nos resultados. Essas conclusões estão diretamente relacionadas aos pesos atribuídos para cada um dos momentos de distribuição em razão do perfil de risco adotado neste trabalho.

Tabela 10 – Indicadores de Risco e Retorno dos Portfólios

Portfólio	Ret. Acum.	Ret. Anual	Desv. Pd	Assimetria	Curtose
MVSK-DCC	104,50	14,33	22,60	-1,30	24,43
MVSK	78,49	11,46	21,48	-1,18	19,94
MV	63,26	9,61	19,23	-1,12	13,34
IBrX 50	20,86	3,61	25,80	-0,90	23,16
IBOV	18,16	3,17	25,25	-1,00	22,66

Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 1 observa-se o histórico de retornos acumulados dos portfólios otimizados em comparação aos *benchmarks*, e o resultado reforça o potencial de desempenho das modelagens. É necessário ressaltar que retornos passados não são garantia de desempenho futuro, mas ajudam a verificar comportamentos de tendência que podem fornecer informações relevantes para análises quantitativas que auxiliem na tomada de decisão.

Figura 1 – *Backtesting*: Otimizações versus *Benchmarks*

Fonte: Elaboração própria.

Apesar da relativo declínio dos resultados observados em assimetria e curtose, é possível observar na Figura 1 a consistência temporal dos resultados do MVSK-DCC-GARCH tanto no período de treinamento como no teste de modelagem. O portfólio mostrou-se capaz de entregar um grande diferencial de retorno sem apresentar mudanças no nível geral de risco, e o modelo mostrou-se adaptável a diferentes cenários de volatilidade ao longo dos rebalanceamentos. A distância progressiva em relação aos demais portfólios evidencia o potencial da modelagem de entregar resultados consistentes, mesmo nos dados fora da amostra de treino, representados pela linha vertical pontilhada. Tal resultado pode ser considerado coerente aos objetivos de um investidor de perfil moderado, comumente caracterizado como um investidor que preza pela busca de retornos excedentes sem uma exposição demasiadamente elevada ao risco de mercado e ao risco de eventos de volatilidade extrema.

A tabela 11 apresenta os principais indicadores de desempenho dos modelos de otimização em comparação ao principal *benchmark* definido neste trabalho, o IBrX 50. São exibidos três indicadores centrais: excesso de retorno médio, *tracking error* e *information ratio*.

Tabela 11 – Indicadores de Desempenho (%)

Modelo	<i>Excess Return</i>	<i>Tracking Error</i>	<i>Information Ratio</i>
MVSK-DCC-GARCH	0,0360	0,62	5,78
MVSK	0,0249	0,71	3,52
MV	0,0164	1,04	1,58

Fonte: *Elaboração própria.*

Ao analisar os resultados obtidos na tabela 11, observa-se que os três portfólios apresentam excessos de retorno em relação ao índice de referência, assim como um *information ratio* positivo. Essa constatação corrobora para a hipótese de que a otimização de portfólios via métodos quantitativos se mostra como uma boa ferramenta de gestão ativa, favorecendo a superação do *benchmark* em retorno ajustado ao risco.

Em uma perspectiva comparativa entre os três portfólios otimizados, observa-se que a modelagem foco deste trabalho apresenta resultados superiores às demais modelagens em retorno ajustado ao risco, tanto no período de treino quanto na fase de teste. O excesso de retorno do MVSK-DCC-GARCH apresentou o maior potencial de ganho de capital, assim como o *tracking error* apresentou o menor risco relativo frente ao *benchmark*. Quando as métricas são sintetizadas pelo retorno ajustado ao risco, medido pelo *information ratio*, o portfólio principal apresentou resultado de 5,78%, contra 3,52% do MVSK com correlações estáticas e 1,41% do modelo de Média-Variância tradicional. Os resultados reforçam a robustez da modelagem em sua capacidade de gerar retornos adicionais a um nível de risco semelhante, de forma compatível aos objetivos de um perfil de risco moderado.

Em síntese, os resultados apresentados neste capítulo demonstram que a integração dos modelos MVSK e DCC-GARCH foi capaz de gerar um portfólio com maior retorno ajustado ao risco, menor concentração de ativos e maior sensibilidade à dinâmica de alta volatilidade do mercado brasileiro quando comparado às demais otimizações. A integração de momentos superiores e correlações dinâmicas mostrou-se útil, mas é importante destacar que os resultados dependem da correta especificação dos parâmetros da função objetivo em linha ao perfil de risco desejado, além da correta aplicação dos testes econométricos, que naturalmente apresentam grau de conhecimento técnico demasiadamente elevado para o investidor em geral. Em aplicações práticas na gestão ativa de portfólios por investidores institucionais, a utilização dessa abordagem com rebalanceamentos periódicos tende a ser vantajosa e flexível às condições impostas pelo mercado de renda variável.

5 Considerações Finais

O presente trabalho teve como questão central investigar a efetividade da utilização de métodos quantitativos econometricamente mais avançados em contraste ao Modelo de Média-Variância, como estratégia de seleção e otimização de portfólios na busca por retornos adicionais a um menor nível de risco diversificável. Em resposta a este questionamento, o objetivo geral deste trabalho foi analisar a aplicação do modelo MVSK calibrado por correlações dinâmicas via DCC-GARCH e a sua capacidade de cumprir as metas propostas.

A análise foi conduzida a partir da construção de um portfólio teórico composto por ações selecionadas a partir do Índice IBrX 50, filtradas pelo segmento de listagem Novo Mercado da B3. Os dados cobriram o período de janeiro de 2020 a maio de 2025, de forma a incluir cenários de alta volatilidade provocados por eventos extremos, como a pandemia de Covid-19. A análise histórica de desempenho utilizou a abordagem *walk-forward* de divisão da base de dados em treinamento da modelagem e teste, sendo a fase de teste caracterizada por rebalanceamentos semestrais.

De forma geral, os resultados apontaram de forma robusta para a superioridade da modelagem de MVSK-DCC-GARCH em comparação ao modelo tradicional de Média-Variância e seu complemento de Média-Variância-Assimetria-Curtose. O portfólio em análise apresentou maior retorno acumulado, melhor desempenho ajustado ao risco e menor concentração de ativos, além de uma melhor adaptabilidade frente à inclusão de novos dados na etapa de teste de consistência. A análise gráfica permitiu observar a consistência na entrega de resultados a um nível semelhante de volatilidade, com mudanças de composição consistentes nos rebalanceamentos realizados ao longo do tempo.

O presente estudo apresenta limitações que abrem margem para futuras melhorias metodológicas. Como primeiro ponto de atenção, a análise adotada considerou exclusivamente critérios de mérito quantitativo. A filtragem e seleção de ativos pode ser melhor explorada com a adoção de métodos bottom-up, como a avaliação dos resultados corporativos, fluxos de caixa futuros e indicadores de saúde financeira das empresas em questão. Além disso, na filtragem de ativos também podem ser incorporados critérios de abordagem top-down voltados à avaliação do desempenho prospectivo dos setores da economia, favorecendo a seleção de empresas atuantes em setores que apresentam tendência positiva de crescimento em razão do cenário econômico.

Outros aspectos relevantes que não foram abordados incluem o uso de instrumentos derivativos, tanto para fins de alavancagem quanto de proteção, e a consideração dos custos de transação e implementação decorrentes dos rebalanceamentos periódicos adotados. Ambos os elementos possuem impacto significativo na gestão de portfólios por investidores institucionais, reforçando a importância da avaliação desses aspectos no momento de tomada de decisão.

Por fim, destaca-se que, embora os resultados obtidos apontem para ganhos com a aplicação do modelo MVSK-DCC-GARCH, sua utilização exige elevado grau de sofisticação técnica, tornando-o mais adequado ao ambiente institucional do que ao investidor pessoa física tradicional. Ainda assim, o presente estudo reafirma o potencial da gestão ativa baseada em modelagens quantitativas, que se apresentam como um instrumento eficaz na busca por maior qualidade na gestão de portfólios de renda variável em mercados emergentes, que ainda possuem alto grau de assimetria informacional.

Referências

- ABID, Ilyes et al. PGP for portfolio optimization: application to ESG index family. **Annals of Operations Research**, Springer Science e Business Media LLC, v. 347, n. 1, p. 405–417, 2023. Acesso em: 15 dez. 2024. DOI: [10.1007/s10479-023-05460-w](https://doi.org/10.1007/s10479-023-05460-w).
- ASHFAQ, Saira et al. Gainers and Losers with Higher Order Portfolio Risk Optimization. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 563, 2021. Acesso em: 15 dez. 2024. DOI: [10.1016/j.physa.2020.125416](https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125416).
- ASIH, Kiki Nindya et al. The role of ESG-based assets in generating the dynamic optimal portfolio in Indonesia. **Cogent Business & Management**, v. 11, n. 1, p. 2382919, 2024. Acesso em: 15 dez. 2024. DOI: [10.1080/23311975.2024.2382919](https://doi.org/10.1080/23311975.2024.2382919).
- BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira. **Econometria de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011. ISBN 9788522111572.
- CASE, Brad; YANG, Yawei; YILDIRIM, Yildiray. Dynamic Correlations Among Asset Classes: REIT and Stock Returns. **The Journal of Real Estate Finance and Economics**, v. 20, n. 3, p. 339–350, 2011. Acesso em: 15 dez. 2024. DOI: [10.1007/s11146-010-9239-2](https://doi.org/10.1007/s11146-010-9239-2).
- ENGLE, Robert. Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 20, n. 3, p. 339–350, 2002. Acesso em: 15 dez. 2024. DOI: [10.1198/073500102288618487](https://doi.org/10.1198/073500102288618487).
- GUJARATI, Damodar; PORTER, Dawn. **Econometria Básica**. Tradução: Denise Durante, Mônica Rosemberg e Maria Lúcia G. L. Rosa. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. P. 924.
- KEMALBAY, Gülder; OZKUT, C. Murat; FRANKO, Ceki. Portfolio Selection with Higher Moments: A Polynomial Goal Programming Approach to ISE-30 Index. **Ekonometri ve Istatistik**, v. 13, p. 41–61, 2011. Acesso em: 15 dez. 2024. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/227448316>.
- LAI, Kin Keung; YU, Lean; WANG, Shouyang. Mean-Variance-Skewness-Kurtosis-based Portfolio Optimization. **First International Multi-Symposiums On Computer And Computational Sciences (IMSCCS'06)**, Hangzhou, China, v. 2, p. 292–297, 2006. Acesso em: 15 dez. 2024. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/221225382>.
- LEVY, Haim; MARKOWITZ, Harry. Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance. **The American Economic Review**, v. 69, n. 3, p. 308–317, 1979. Acesso em: 15 dez. 2024. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1807366>.

- LITTERMAN, Robert; WINKELMANN, Kurt. **Estimating Covariance Matrices**. New York, 1998. (Risk Management Series).
- MANDACI, Pınar Evrim; KIRKPINAR, Ayşegül. Oil assets and portfolio diversification: Firm-level analysis for Borsa Istanbul. **Borsa Istanbul Review**, v. 22, n. 3, p. 571–585, 2022. Acesso em: 15 dez. 2024. DOI: [10.1016/j.bir.2021.07.004](https://doi.org/10.1016/j.bir.2021.07.004).
- MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Acesso em: 15 dez. 2024. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2975974>.
- MARTIN, R. Douglas; CLARK, Andrew; GREEN, Christopher G. Robust Portfolio Construction. In: GUERARD, John B. (Ed.). **Handbook of Portfolio Construction**. [S.l.]: Springer, 2010. P. 235–258. DOI: [10.1007/978-0-387-77439-8_11](https://doi.org/10.1007/978-0-387-77439-8_11).
- PARDO, Robert E. **Design, Testing and Optimization of Trading Systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1992. P. 108–119. ISBN 0-471-55446-4.
- SAMUELSON, Paul A. The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances and Higher Moments. **The Review of Economic Studies**, v. 37, n. 4, p. 537–542, 1970. Acesso em: 15 dez. 2024. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2296483>.
- TOBIN, James. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. **The Review of Economic Studies**, v. 25, n. 2, p. 65–86, 1958. DOI: [10.2307/2296205](https://doi.org/10.2307/2296205).