



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE
COMPUTAÇÃO



ESTUDO SOBRE O CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA

ANDERSOM GOMES DE MOURA E SILVA

GOIÂNIA
2018

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Andersom Gomes de Moura e Silva

Título do trabalho: Estudo Sobre o Circuito Equivalente da Máquina de Indução Trifásica

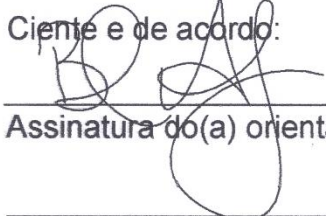
3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ **SIM** ☐ **NÃO**¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:


Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 07 / 01 / 2019

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

ANDERSOM GOMES DE MOURA E SILVA

ESTUDO SOBRE O CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação.

Área de concentração: Máquinas e Dispositivos Elétricos

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga

GOIÂNIA
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Silva, Andersom Gomes de Moura e
Estudo Sobre o Circuito Equivalente da Máquina de Indução
Trifásica [manuscrito] / Andersom Gomes de Moura e Silva. - 2018.
102 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação,
Goiânia, 2018.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui abreviaturas, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de
tabelas.

1. Análise harmônica. 2. Circuito equivalente. 3. Efeito Pelicular. 4.
Motor de indução. 5. Torque. I. Alvarenga, Bernardo Pinheiro de , orient.
II. Título.

CDU 621.3



Ata de Dissertação de Mestrado

Ata da sessão de julgamento da Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, área de concentração Engenharia Elétrica, do candidato **Andersom Gomes de Moura e Silva**, realizada em 14 de dezembro de 2018.

Aos quatorze dias do mês de dezembro de dois mil e dezoito, às 14:00 horas, nas dependências da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Universidade Federal de Goiás (UFG), reuniram-se os seguintes membros da Comissão Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação: Os Doutores Bernardo Pinheiro de Alvarenga – Orientador (EMC/UFG), Wander Gonçalves da Silva (EMC/UFG) e Aylton José Alves (IFG), para julgar a Dissertação de Mestrado de **Andersom Gomes de Moura e Silva**, intitulada “**Estudo sobre o circuito equivalente da máquina de indução trifásica**”, apresentada pelo Candidato como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre, em conformidade com a regulamentação em vigor. O Professor Doutor Bernardo Pinheiro de Alvarenga, Presidente da Comissão, abriu a sessão e apresentou o candidato que discorreu sobre seu trabalho, após o que, foi arguido pelos membros da Comissão na seguinte ordem: Aylton José Alves e Wander Gonçalves da Silva. A parte pública da sessão foi então encerrada e a Comissão Examinadora reuniu-se em sessão reservada para deliberar. A Comissão julgou então que o candidato, tendo demonstrado conhecimento suficiente, capacidade de sistematização e argumentação sobre o tema de sua Dissertação, foi considerado **aprovado** e deve satisfazer as exigências listadas na Folha de Modificação de Dissertação de Mestrado, em anexo a esta Ata, no prazo máximo de 30 dias, ficando o professor orientador responsável por atestar o cumprimento dessas exigências. Os membros da Comissão Examinadora descreveram as justificativas para tal avaliação em suas respectivas Folhas de Avaliação, anexas a esta Ata. Nada mais havendo a tratar, o presidente da Comissão declarou encerrada a sessão. Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-graduação desta Universidade, a presente Ata foi lavrada, lida e, julgada conforme, segue assinada pelos membros da Comissão supracitados e pelo candidato. Goiânia, 14 de dezembro de 2018.

Comissão Examinadora Designada:

Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga – Orientador (EMC/UFG) (Avaliação: aprovado)

Prof. Dr. Wander Gonçalves da Silva – (EMC/UFG) (Avaliação: aprovado)

Prof. Dr. Aylton José Alves – (IFG) (Avaliação: APROVADO)

Candidato:

Andersom Gomes de Moura e Silva
Andersom Gomes de Moura e Silva

AGRADECIMENTOS

À DEUS pela Esperança, pela vida, saúde, disposição e oportunidades.

Ao orientador Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga por todos estes anos de trabalho conjunto, pela amizade, cuidado, por prover conhecimento com paciência e disposição, e por contribuir com a sugestão do tema.

Ao meus pais que me ensinaram que a coragem, o compromisso e a perseverança são necessários na busca da superação.

Aos irmãos Aline e Stanley pela convivência, amizade e pelos ensinamentos.

À minha tia Juçara que contribuiu imensamente para minha formação, sempre me apoiando e respaldando em todos os momentos.

À Gabriela Portis pelo companheirismo, carinho, apoio e pelas experiências que colaboraram com meu crescimento.

Aos meus amigos Fernanda, Gabriel, Gabriela Cardoso, Géssica, Ian, Isabela, Marcel, Ricardo, Samara, Thâmara, Viviane e familiares pelo incentivo, pela paciência e amizade.

Aos colegas de laboratório Bruno, Cássio, Lázaro, Lucas, Luis Fernando, Renato Silva e Renato Prado pela convivência e ajuda mútua.

Aos professores Valéria Hrabovcová (University of Zilina, Slovakia) e Tapani Jokinen (Aalto University, Finland), pela colaboração, atenção, disponibilidade e por incentivarem a busca pelo conhecimento.

Aos professores Aylton José (IFG), Geyverson Teixeira (EMC/UFG) e Wander Gonçalves (EMC/UFG) por aceitarem os convites para qualificação e defesa, e por suas colaborações.

Ao Programa de Pós-Graduação da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC) e à Universidade Federal de Goiás (UFG) pelo acolhimento, estrutura e apoio.

“O meu povo está sendo destruído, pois lhe falta o conhecimento.”

Oséias 4:6,

Bíblia Sagrada (RA, 2017)

RESUMO

Este trabalho apresenta um histórico do circuito equivalente da máquina de indução trifásica, incluindo a abordagem moderna, a teoria dos eixos e o modelo em regime permanente. Apresenta também uma análise que observa os efeitos da variação da resistência do rotor e das reatâncias de estator e de rotor em diversos modelos do circuito equivalente. Propõe-se uma metodologia para a determinação de parâmetros de circuito equivalente de forma a representar o efeito de componentes harmônicos de força magnetomotriz de entreferro. A inclusão do efeito pelicular é discutida e propõe-se a inclusão deste no circuito equivalente em que há a representação dos efeitos harmônicos. São ilustrados os circuitos equivalentes para solução do problema e a forma de cálculo de parâmetros e de torque. A partir desta metodologia é feita uma segunda análise do circuito variando os mesmos parâmetros da primeira análise. São analisados dois exemplos de motores para ilustrar e validar a metodologia e análises.

Palavras-chave: Análise harmônica. Circuito equivalente. Efeito pelicular. Motor de indução. Torque.

ABSTRACT

This paper presents a historical equivalent circuit of the three-phase induction machine, including the modern approach, the theory of the axes and the model in steady state. Also presented is an analysis that observes the consequent effects of the variation of the rotor resistance and the reactances of the stator and the rotor in several models of the equivalent circuit. A methodology is proposed for the determination of equivalent circuit parameters in order to represent the effect of harmonic components of the air gap magnetomotive force. The inclusion of the skin effect is discussed and it is proposed that inclusion of the equivalent circuit in which there is a representation of the harmonic effects. Is proposed equivalent circuits for solving the problem and computing the parameters and torque are illustrated. From this methodology a second analysis of the circuit is made by varying the same parameters of the first analysis. Two examples of engines are used to illustrate and validate the methodology and its analysis.

Keywords: Equivalent circuit. Harmonic analysis. Induction motor. Skin Effect. Torque.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Motor de indução. (Fonte: Wikipédia).....	8
Figura 2.1 – Circuito Equivalente criado por Steinmetz. (Fonte: Holand, 1948).....	12
Figura 2.2 – Máquina de indução de dois polos, trifásica.	14
Figura 2.3 – Localização do eixo rotacionado d,q relativo ao eixo magnético das fases de estator e de rotor.	19
Figura 2.4 – Circuito equivalente por fase do motor de indução.	29
Figura 3.1 – Circuito Equivalente – Modelo T com seus respectivos fluxos.....	31
Figura 3.2 – Circuito equivalente da máquina de indução trifásica, modelo Γ	33
Figura 3.3 – Circuito equivalente da máquina de indução trifásica, modelo Γ'	34
Figura 3.4 – Circuito equivalente – modelo T, exemplo.	36
Figura 3.5 – Circuito equivalente – modelo Γ , exemplo.	37
Figura 3.6 – Circuito equivalente – modelo Γ' , exemplo.....	37
Figura 3.7 – Gráfico comparativo entre os modelo T, Γ e Γ' do exemplo.	38
Figura 4.1 – Circuito equivalente incluindo as componentes harmônicas de permeância e da FMM.....	42
Figura 4.2 – Geometria da ranhura do estator.	49
Figura 4.3 – Geometria da ranhura do rotor.	51
Figura 4.4 – Circuito equivalente de um motor de indução – modelo T – incluindo os efeitos dos componentes harmônicos espaciais.	53
Figura 4.5 – Exemplo, circuito equivalente – modelo T – incluindo os efeitos dos componentes harmônicos espaciais.	57
Figura 4.6 – Gráfico do torque versus velocidade do rotor incluindo harmônicos espaciais.	58
Figura 4.7 – Ampliação do gráfico da Figura 4.6 a fim de demonstrar a ação dos torques “parasitas” sobre a curva do torque.	58
Figura 4.8 – Gráfico do módulo da corrente de estator.	59

Figura 4.9 – Ampliação do gráfico da Figura 4.6 para demonstrar a ação dos torques “harmônicos” sobre a curva da corrente.....	59
Figura 5.1 – Diferentes tipos de ranhuras.....	62
Figura 5.2 – Circuito equivalente – modelo T- incluindo os efeitos dos componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular.	65
Figura 5.3 – Gráfico do torque versus velocidade do motor#1 incluindo harmônicos espaciais e o efeito pelicular.	67
Figura 5.4 – Gráfico do torque versus velocidade do motor#2 incluindo harmônicos espaciais e o efeito pelicular.	67
Figura 5.5 – Gráfico do torque com componentes harmônicos (CH) e com os componentes harmônicos e efeito pelicular (CHeEP).	68
Figura 6.1 – Circuito equivalente – modelo T – incluindo os componentes harmônicos e seus respectivos fluxos.	70
Figura 6.2 – Circuito Equivalente – Modelo Γ' - incluindo os componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular.....	74
Figura 6.3 – Gráfico comparativo entre valores obtidos do circuito equivalente – modelo T e Γ' do motor#1.....	75
Figura 6.4 – Gráfico comparativo entre valores obtidos do circuito equivalente – modelo T e Γ' do motor#2.....	75
Figura A1 – Dimensões de uma ranhura com enrolamento de dupla camada.	90
Figura A2 – Fluxo de dispersão em volta da abertura da ranhura.	92
Figura A3 – Fluxo de dispersão e dimensões da cabeça de bobina. (Fonte: Pyrhonen, 2014)	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Comparação entre os modelos T, Γ e Γ' do circuito equivalente.	35
Tabela 3.2 – Valores encontrados para os modelos T, Γ e Γ' , exemplo.....	36
Tabela 4.1 – Dados do Motor, exemplo.	56
Tabela 5.1 – Dados dos motores #1 e #2, exemplo.	66

ABREVIATURAS

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

CA: corrente alternada

CC: corrente contínua

IEC: International Electrotechnical Commission

fem: força eletromotriz

FMM: força magnetomotriz

NBR: Norma Brasileira

rpm: rotações por minuto

UFG: Universidade Federal de Goiás

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	7
CAPÍTULO 2 – HISTÓRICO DO CIRCUITO EQUIVALENTE	11
2.1 HISTÓRICO	11
2.2 ABORDAGEM MODERNA	13
2.3 EIXOS DE REFERÊNCIA.....	18
2.4 MODELO EM REGIME PERMANENTE	25
CAPÍTULO 3 – MODELOS DE CIRCUITOS EQUIVALENTES	30
3.1. CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO T	30
3.2. CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO Γ	32
3.3. CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO Γ'	34
3.4. EXEMPLO.....	36
CAPÍTULO 4 – INCLUSÃO DOS EFEITOS HARMÔNICOS ESPACIAIS	39
4.1. COMPONENTES HARMÔNICOS	39
4.2. CRITÉRIO DE SELEÇÃO DE COMPONENTES HARMÔNICOS	45
4.3. DETERMINAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO	47
4.3.1. Reatância de Dispersão de Estator	48
4.3.2. Reatâncias de Magnetização	50
4.3.3. Reatâncias de Dispersão do Rotor.....	50
4.3.4. Resistência Rotórica.....	52
4.4. CIRCUITO EQUIVALENTE INCLUINDO OS COMPONENTES HARMÔNICOS	52
4.3. PROCEDIMENTOS PARA O CÁLCULO DA CURVA TORQUE-VELOCIDADE	54
4.4. EXEMPLO.....	55
CAPÍTULO 5 – EFEITO PELICULAR.....	61
5.1. INCLUSÃO DO EFEITO PELICULAR NA ANÁLISE DO CIRCUITO EQUIVALENTE COM OS COMPONENTES HARMONICOS ESPACIAIS.....	62
5.2. EXEMPLO.....	65
CAPÍTULO 6 – CIRCUITO EQUIVALENTE – Γ' INCLUINDO OS COMPONENTES HARMONICOS ESPACIAIS E O EFEITO PELICULAR.....	69

6.1. TRANSFORMAÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO T PARA O MODELO Γ'	69
6.2. VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	74
CONCLUSÃO.....	77
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79
APÊNDICE A – INDUTÂNCIAS NA MÁQUINA DE INDUÇÃO	82
A.1. INDUTÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO	82
A.2. INDUTÂNCIAS DE DISPERSÃO	85
A.2.1. Indutância de dispersão devido a inclinação (<i>skew</i>).....	86
A.2.2. Indutância de dispersão de entreferro.....	87
A.2.3. Indutância de dispersão da ranhura	88
A.2.4. Indutância de dispersão do topo do dente da ranhura	91
A.2.5. Indutância de dispersão de cabeça de bobina.....	92

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os motores elétricos são máquinas que convertem a energia elétrica em energia mecânica, combinando as vantagens da energia elétrica – baixo custo, facilidade de transporte, limpeza e simplicidade de comando – à sua construção simples, custo reduzido e grande versatilidade de adaptação aos diversos tipos de cargas com uma melhor eficiência energética às outras alternativas, como o motor à combustão.

As máquinas elétricas rotativas são conhecidas por diversos nomes devido ao seu princípio de funcionamento: CC (corrente contínua), síncronas, de imã permanente, de relutância variável, de histerese, sem escovas, de indução, etc. Apesar destas máquinas serem bastante diferentes em suas aparências, os princípios físicos que regem seu comportamento são muito similares, sendo o fator preliminar de classificação a corrente de excitação no primário, se CC ou CA (corrente alternada) (FITZGERALD, 2006).

As máquinas CA tradicionais são classificadas como síncronas e de indução (Figura 1.1), com a diferença na forma com que o enrolamento de campo do rotor é excitado. No motor síncrono ele é excitado com corrente CC e no motor de indução as correntes alternadas são aplicadas diretamente aos enrolamentos do estator e, então, as correntes no rotor são produzidas por indução, isto é, por ação igual a de um transformador (TORO, 1994).

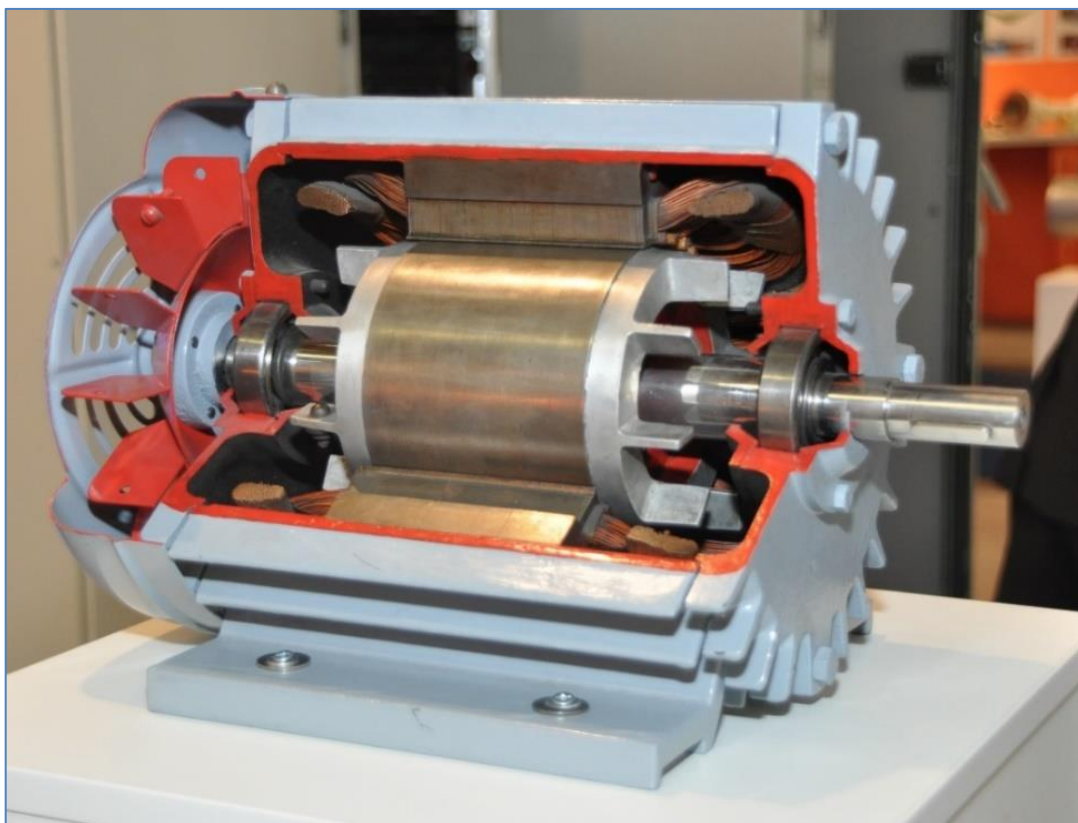


Figura 1.1 – Motor de indução. (Fonte: Wikipédia)

O motor de indução é o mais comum de todos os motores elétricos, sendo usado em diversas aplicações na indústria (ferramentas, misturadores, desfibradores, guindastes, elevadores, ventiladores, compressores, bombas, etc.). Historicamente, este fato deve-se ao emprego dos sistemas de distribuição de energia elétrica em corrente alternada, utilizada na máquina de indução para excitar o enrolamento do estator (FITZGERALD, 2006).

Outro fator que contribuiu para a disseminação dos motores de indução, comparado com outros motores elétricos, é a sua simplicidade de construção e robustez, que se traduz em baixo custo de produção e manutenção mínima. O motor de indução também possui um fator de potência e rendimento elevados para média e máxima carga se comparado com outros tipos de motores (LOBOSCO, 1988).

A disseminação da máquina de indução exige sempre estudos mais aprofundados, a fim de conhecer seu funcionamento. Os parâmetros de fundamental importância a serem considerados no projeto da máquina são: a resistência do rotor e as reatâncias de dispersão, pois estas determinam diretamente o desempenho do motor, o torque máximo e a corrente de rotor bloqueado (AIEE COMMITTEE REPORT, 1948).

O estudo do campo magnético produzido pela corrente elétrica nos condutores que compõem as espiras também é de grande relevância, pois seu comportamento no tempo e no espaço são fatores importantes na determinação das características da máquina (HAMATA e HELLER, 1977).

Além destes parâmetros, há fenômenos que influenciam perceptivelmente seu desempenho, como os componentes harmônicos espaciais de força magnetomotriz. Outro fenômeno é o efeito pelicular, um comportamento da corrente alternada que a faz circular na superfície do condutor, tendo como consequência prática o aumento da resistência elétrica. No motor de indução ele pode ser interpretado como uma alteração da estrutura do rotor, refletida como um aumento de sua resistência efetiva, bem como de sua dispersão, ou seja, ele exerce considerável influência sobre alguns parâmetros do motor (COUTO, 1996).

O presente trabalho pretende examinar os fenômenos dos componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular e analisar suas influências sobre os parâmetros do motor de indução trifásico e, conseqüentemente, o impacto no desempenho do motor.

O capítulo 2 desse trabalho faz um breve retrospecto sobre a origem do motor de indução, discorrendo sobre o trabalho de Charles Steinmetz que dispõe sobre a modelagem do motor de indução, destacando-se a criação do conceito do circuito equivalente. O estudo da abordagem moderna do circuito equivalente e sua modelagem matemática também foram descritos, incluindo o caso específico do circuito equivalente em regime permanente, muito utilizado em várias bibliografias.

O capítulo 3 demonstra como o circuito equivalente é utilizado para analisar o desempenho do motor, quantificando a interação entre as diversas correntes nos enrolamentos da máquina, precisando e localizando as potências do dispositivo e determinando o torque eletromagnético produzido. O circuito equivalente possui atualmente vários modelos que podem representar o motor de indução, dentre eles os modelos T, Γ e Γ' (leia-se gama invertido) foram selecionados por serem muito difundidos, a fim de terem suas características estudadas e explicitada a transformação dos modelos entre si.

Os modelos clássicos do circuito equivalente da máquina de indução não consideram alguns efeitos que a acometem, como os componentes harmônicos, tema abordado no capítulo 4. Poucas são as bibliografias que exploram este tema, demonstrando a inserção

desses efeitos no circuito equivalente clássico para análises mais completas que representam um comportamento da máquina mais próximo da realidade. Neste capítulo 4 o conteúdo dessas bibliografias foram unidos, explorados, analisados e exemplificados.

O capítulo 5 disserta sobre o efeito pelicular, pois é um efeito que acomete todos motores de indução, com gaiola de esquilo ou com rotor bobinado, e impacta perceptivelmente seu funcionamento. Neste capítulo verifica-se também como inserir o efeito pelicular na análise do circuito equivalente com os componentes harmônicos espaciais, visto no capítulo 4.

A junção de todo conteúdo apresentado no trabalho apresenta-se no capítulo 6, onde há a proposta de transformar o circuito equivalente modelo T que inclui os componentes harmônicos e o efeito pelicular, capítulos 4 e 5, no modelo Γ' , semelhante a transformação demonstrada no capítulo 3. O estudo da viabilidade e eficácia da transformação está presente ao final deste capítulo.

Salienta-se que o presente trabalho obteve como produto um artigo apresentado no 13º Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – MOMAG, realizado em Santa Rita do Sapucaí entre os dias 12 e 15 de agosto, sob o título “Inclusão de Efeitos Harmônicos e Efeito Pelicular no Circuito equivalente da Máquina de Indução e sua Transformação do Circuito T para o Circuito Γ' .”

CAPÍTULO 2

HISTÓRICO DO CIRCUITO EQUIVALENTE

O presente capítulo apresenta aspectos históricos do motor de indução e de seu modelo matemático. Mostra também uma abordagem moderna do modelo.

2.1 HISTÓRICO

O motor de indução foi apresentado pela primeira vez em 1888 por Nikola Tesla, quando este publicou um artigo sobre um motor que tinha um rotor enrolado e velocidade abaixo da síncrona desde a partida (ALGER e ARNOLD, 1976). A grande inovação do trabalho de Tesla foi a apresentação do campo magnético rotativo (KIBBY, 2013). A partir dessa publicação o motor de indução foi evoluindo rapidamente com as intervenções de George Westinghouse, C. F. Scott, B.G. Lamme, H. G. Reist e W. J. Foster. Até que em 1889, Michael Dolivo-Dobrowolsky, baseado nas ideias de Tesla, projeta o motor de indução de gaiola de esquilo trifásico que foi largamente disseminado (KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2018), pois fornecem uma maneira elegante de converter corrente alternada em energia mecânica, utilizando materiais abundantes e meios mecanicamente simples (KIBBY, 2013).

Charles Proteus Steinmetz, nascido na Alemanha em 1865, foi o engenheiro eletricista que desenvolveu, através da formulação de teorias matemáticas, o estudo da corrente alternada, possibilitando a expansão da indústria de energia elétrica nos Estados Unidos (HAMMOND, 2009). Ele contribuiu grandemente com o estudo e modelagem do motor de indução através das suas publicações, principalmente com a criação do conceito do circuito equivalente, Figura 2.1, e do “escorregamento”, facilitando a análise do desempenho da máquina, pois antes destas contribuições só se conhecia as características da máquina após sua construção (ALGER e ARNOLD, 1976).

A noção de resolução de circuitos de corrente alternada usando fasores foi introduzida inicialmente por Charles Steinmetz em 1893 (no livro *Theory and Calculation of AC Phenomena*) possibilitando a análise descrita no presente trabalho, que sintetiza o apresentado em referências consagradas (FITZGERALD, 2006), (KRAUSE,

WASYNEZUK, *et al.*, 2013), (KOSTENKO, 1979) e (PYRHÖNEN, HRABOVCOVÁ e SEMKEN, 2016). É a partir destes estudos que muitas pesquisas são realizadas e o *design* das máquinas de indução vai se desenvolvendo e sendo aprimorado.

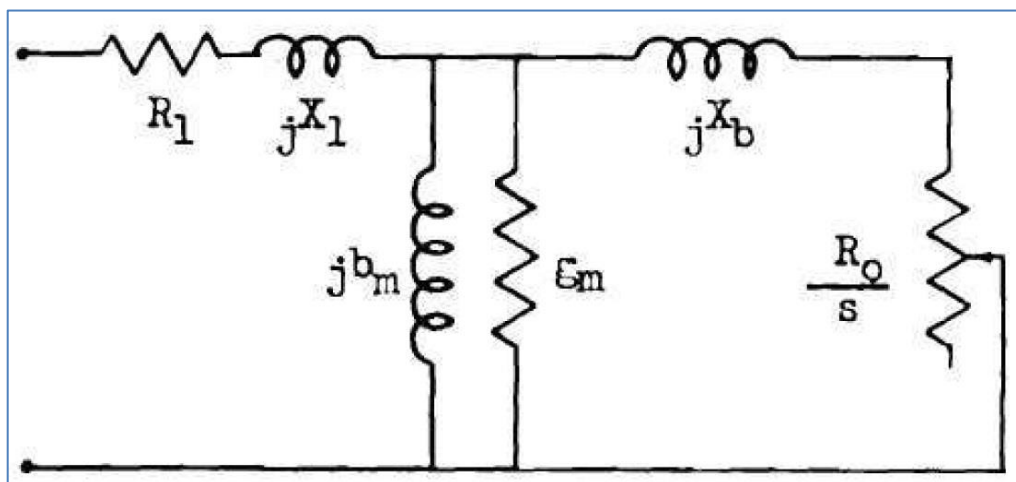


Figura 2.1 – Circuito Equivalente criado por Steinmetz. (Fonte: Holand, 1948)

No circuito equivalente de Steinmetz, Figura 2.1, tem-se que $R_1 + jX_1$ é a impedância do circuito estatórico, $g_m + jb_m$ é a admitância de magnetização, $R_0 + jX_b$ é impedância do circuito rotórico (HOLAND, 1948).

Steinmetz, em seu trabalho intitulado “*The Alternating Current Induction Motor*”, inovou com várias afirmações (STEINMETZ, 1897):

- O motor funciona a uma velocidade razoavelmente constante, diminuindo gradualmente com o aumento da carga;
- A corrente é induzida no rotor pelo campo alternado, em consequência disso, o circuito primário do motor de indução cumpre a dupla função de um circuito excitante e de um circuito indutor produzindo a corrente no rotor por indução eletromagnética;
- Observando suas características eletromagnéticas, o motor de indução é essencialmente um transformador, ou seja, consiste em um circuito primário (ou indutor) interligado por um circuito magnético ao circuito secundário (ou induzido). Contudo, a diferença entre o transformador e o motor é que no primeiro o secundário é fixo em relação ao primário e a energia elétrica

induzida no secundário é usada, enquanto no segundo o secundário é móvel em relação ao primário e a força mecânica atuante entre o primário e o secundário é utilizada;

- No motor polifásico, o campo magnético é produzido por um número de circuitos elétricos deslocados entre si no espaço e excitados por correntes defasadas no tempo;
- As investigações teóricas sobre o motor de indução iniciam na premissa que as características do transformador são predominantes no motor.

Segundo Kibby (2013), o circuito equivalente e método de análise de Steinmetz permanecem como um grande feito e são utilizados, de certa forma, até os dias de hoje. Trabalhos como os de Steinmetz, com esses tipos de equações, regras de projeto e dados, que possuíam sua origem em laboratórios de propriedade de grandes indústrias do ramo, em sua maioria não eram publicados, mas mantidos em sigilos, devido à concorrência entre elas (KIBBY, 2013). Sendo assim, a maioria dos trabalhos responsáveis pelo desenvolvimento da análise do motor de indução foram publicados por acadêmicos (KIBBY, 2013).

2.2 ABORDAGEM MODERNA

A representação moderna do circuito equivalente pode ser obtida através da representação da vista em corte de uma máquina de indução trifásica de dois polos, Figura 2.2, em que se observa os eixos magnéticos do circuito do estator e do rotor. Esses circuitos, por hipótese, são distribuídos senoidalmente e apresentam um número de espiras N_s (estator) e N_r (rotor).

O modelo da Figura 2.2 pode representar tanto um motor com rotor bobinado como um com rotor em gaiola, apesar da maioria das máquinas de indução estarem equipadas com o rotor de gaiola de esquilo, onde as correntes fluem em barras de alumínio ou cobre que são uniformemente distribuídas com todas elas terminadas em um anel comum em cada extremidade do rotor.

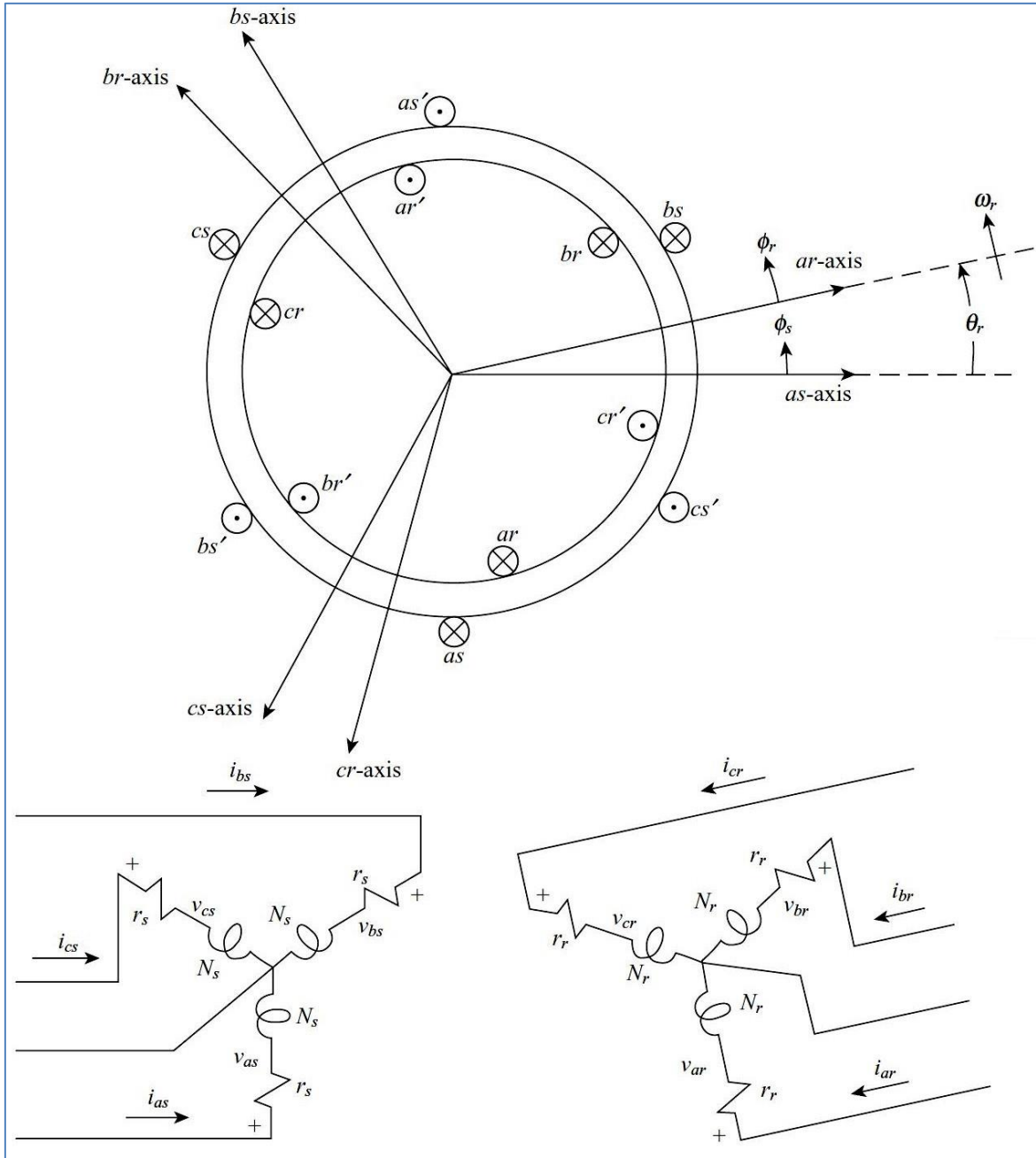


Figura 2.2 – Máquina de indução de dois polos, trifásica.

As equações de tensão da máquina podem ser expressas por:

$$[v_{abcs}] = [r_s][i_{abcs}] + \frac{d[\lambda_{abcs}]}{dt} \quad (2-1)$$

$$[v_{abcr}] = [r_r][i_{abcr}] + \frac{d[\lambda_{abcr}]}{dt} \quad (2-2)$$

onde:

$$[v_{abcs}] = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

é o vetor das tensões instantâneas de fase do estator (V),

$$[r_s] = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

é a matriz da resistência do circuito do estator (Ω),

$$[i_{abcs}] = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

é o vetor das correntes instantâneas de fase do estator (A),

$$[v_{abcr}] = \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

é o vetor das tensões instantâneas de fase do rotor (V),

$$[r_r] = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

é a matriz da resistência do circuito do rotor (Ω),

$$[i_{abcr}] = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

é o vetor das correntes instantâneas de fase do rotor (A) e $[\lambda]$ é o fluxo concatenado, calculado por:

$$\begin{bmatrix} [\lambda_{abcs}] \\ [\lambda_{abcr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [L_{sr}] \\ ([L_{sr}])^T & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abcs}] \\ [i_{abcr}] \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

na qual:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

a indutância própria do estator, L_{ls} e L_{ms} (H) são, respectivamente, as indutâncias de dispersão e de magnetização dos enrolamentos do estator,

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

a indutância própria do rotor, L_{lr} e L_{mr} (H) são, nesta ordem, as indutâncias de dispersão e de magnetização dos enrolamentos do rotor,

$$[L_{sr}] = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

é a indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor, com θ_r (rad) representando o deslocamento angular elétrico, Figura 2.2. O estudo completo das indutâncias na máquina de indução pode ser verificado no Apêndice A.

Para escrever as relações (2-1) a (2-12), admitiu-se que não há saturação no circuito magnético.

Seguindo a orientação de Steinmetz em (STEINMETZ, 1897), de forma análoga ao estudo do transformador, é conveniente referir todas as variáveis do rotor aos enrolamentos do estator através da relação do número de espiras:

$$[i'_{abcr}] = \frac{N_r}{N_s} [i_{abcr}] \quad (2-13)$$

$$[v'_{abcr}] = \frac{N_s}{N_r} [v_{abcr}] \quad (2-14)$$

$$[\lambda'_{abcr}] = \frac{N_s}{N_r} [\lambda_{abcr}] \quad (2-15)$$

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr} \quad (2-16)$$

$$[L'_r] = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L'_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

$$[L'_{sr}] = \frac{N_s}{N_r} [L_{sr}] = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$$[r'_r] = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 [r_r] \quad (2-19)$$

assim as equações de tensão podem ser expressas em termos de variáveis da máquina referentes aos enrolamentos do estator:

$$\begin{bmatrix} [v_{abcs}] \\ [v'_{abcr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_s] + \frac{d[L_s]}{dt} & \frac{d[L'_{sr}]}{dt} \\ \frac{d([L'_{sr})^T}{dt} & [r'_r] + \frac{d[L'_r]}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{abcs}] \\ [i'_{abcr}] \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

A energia armazenada no campo magnético, segundo Krause (2013) pode ser calculado por:

$$W_f = \frac{1}{2} (\hat{i}_{abcs})^T \hat{L}_s \hat{i}_{abcs} + (\hat{i}_{abcs})^T \hat{L}'_{sr} \hat{i}'_{abcr} + \frac{1}{2} (\hat{i}'_{abcr})^T \hat{L}'_r \hat{i}'_{abcr} \quad (2-21)$$

Assumindo que a máquina seja magneticamente linear, a energia do campo W_f é igual a co-energia W_c . Pode-se então calcular o torque eletromagnético, que determina o desempenho da máquina, a partir da equação:

$$T_e(\hat{i}, \theta_r) = \left(\frac{P}{2}\right) \frac{\partial W_c(\hat{i}, \theta_r)}{\partial \theta_r} \quad (2-22)$$

sendo que P é o número de polos da máquina.

2.3 EIXOS DE REFERÊNCIA

A abordagem moderna contempla também os estudos dos eixos de referência, porque é um meio de reduzir a complexidade que envolve as equações diferenciais, como a equação da tensão (2-20) em que há termos que variam no tempo, como algumas indutâncias da máquina que são funções da posição do rotor em relação ao estator (KRAUSE, WASYNEZUK, *et al.*, 2013).

A transformação descrita neste trabalho será a transformação geral, pois há a possibilidade de vários tipos de transformações, já que dependem apenas da definição da velocidade de rotação do sistema de referência (NOVOTNY e LIPO, 1998).

Considerando, por exemplo, os eixos rotacionados qs e ds definidos na Figura 2.3, que demonstra também os eixos de referência correspondentes aos eixos magnéticos dos circuitos trifásicos de rotor e de estator.

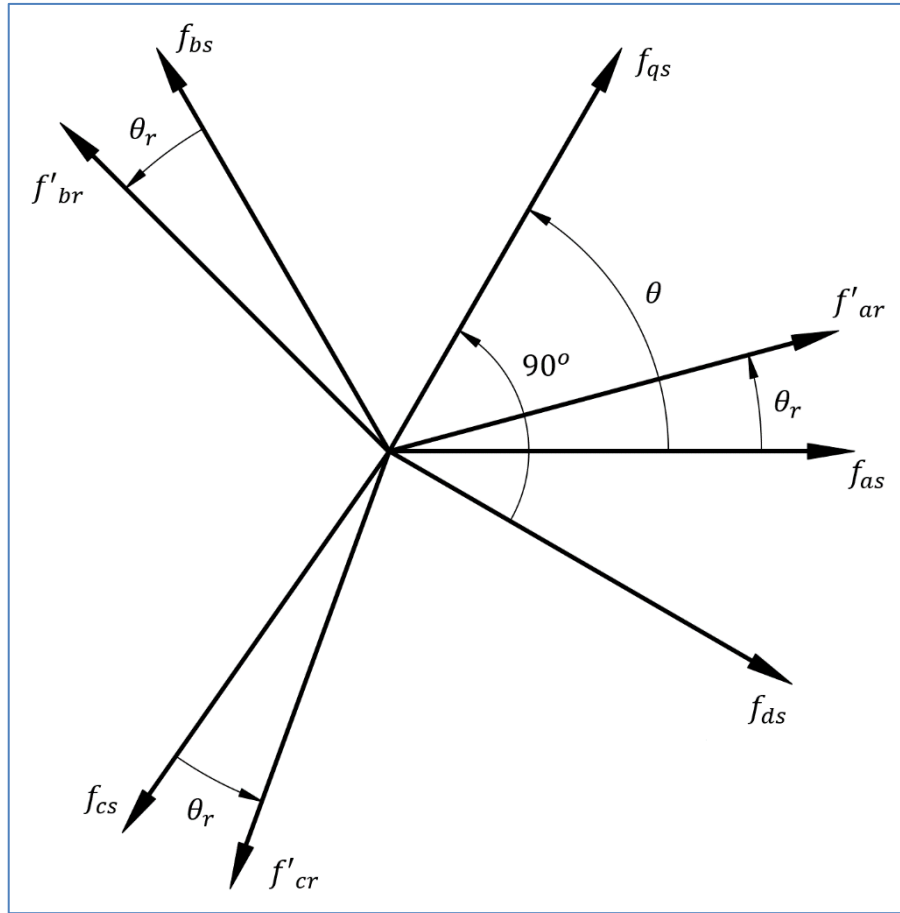


Figura 2.3 – Localização do eixo rotacionado d,q relativo ao eixo magnético das fases de estator e de rotor.

O símbolo f é usado para representar as variáveis de tensão e corrente de qualquer uma das três fases do circuito estatórico. O vetor de tensões ou correntes $[f_{abcs}]$, definido nos eixos de referência estacionários as , bs e cs são:

$$[f_{abcs}] = \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

enquanto o vetor corresponde do eixo d,q é definido por:

$$[f_{qd0s}] = \begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{0s} \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

sendo que a mudança de variáveis é feita através da matriz de transformação $[K_s]$, conforme a equação (2-25):

$$[f_{qd0s}] = [K_s] \cdot [f_{abcs}] \quad (2-25)$$

onde a matriz de transformação $[K_s]$ é definida por:

$$[K_s] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

A posição angular θ e a velocidade de rotação do sistema de referência ω estão relacionadas pela equação (2-27):

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (2-27)$$

A transformação inversa pode ser obtida através da equação (2-28):

$$[f_{abcs}] = [K_s]^{-1} \cdot [f_{qd0s}] \quad (2-28)$$

onde $[K_s]^{-1}$ é definido por:

$$[K_s]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

A potência instantânea do sistema trifásico pode ser expressada no sistema $abcs$ por:

$$P_{abcs}(t) = v_{as}(t)i_{as}(t) + v_{bs}(t)i_{bs}(t) + v_{cs}(t)i_{cs}(t) \quad (2-30)$$

utilizando a equação (2-25), tem-se a potência instantânea no eixo de referência $qd0s$:

$$P_{abcs}(t) = \frac{3}{2} (v_{qs}(t)i_{qs}(t) + v_{ds}(t)i_{ds}(t) + v_{0s}(t)i_{0s}(t)) \quad (2-31)$$

Segundo Krause (2013), é importante fazer as seguintes considerações sobre essa mudança do eixo de referência:

- As grandezas nos eixos estacionários *abcs* são funções do tempo;
- A posição $\theta(t)$ deve ser contínua, sem restrições quanto à velocidade $\omega(t)$ dos eixos de referência *qd0s*;
- As grandezas (tensões e correntes) do sistema transformado obedecem às mesmas leis fundamentais que as grandezas do sistema original.

As equações de transformação são válidas independentemente da forma de onda das variáveis, contudo é instrutivo considerar as características da transformação quando o sistema trifásico é simétrico e as tensões e correntes formam um conjunto trifásico balanceado de sequência *abcs*, como dado pelas equações (2-32) a (2-34) (NOVOTNY e LIPO, 1998). Um conjunto trifásico balanceado é genericamente definido como ondas senoidais de amplitude iguais e defasadas de 120° entre elas. Como a soma deste conjunto é zero, as variáveis *0s* são iguais a zero.

$$f_{as} = \sqrt{2}f_s \cos \theta_{ef} \quad (2-32)$$

$$f_{bs} = \sqrt{2}f_s \cos \left(\theta_{ef} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2-33)$$

$$f_{cs} = \sqrt{2}f_s \cos \left(\theta_{ef} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2-34)$$

onde f_s pode ser uma função do tempo e o deslocamento angular θ_{ef} é dado por

$$\frac{d\theta_{ef}}{dt} = \omega_s \quad (2-35)$$

em que ω_s é, considerando a máquina de indução, a velocidade angular elétrica do campo magnético rotativo de entreferro estabelecido pelas correntes estatóricas de frequência fundamental. Substituindo (2-32) a (2-34) nas equações de transformação para o sistema $qd0s$ dado por (2-25), têm-se:

$$f_{qs} = \sqrt{2}f_s \cos(\theta_{ef} - \theta) \quad (2-36)$$

$$f_{ds} = -\sqrt{2}f_s \sin(\theta_{ef} - \theta) \quad (2-37)$$

$$f_{0s} = 0 \quad (2-38)$$

Para as condições balanceadas em regime permanente, a amplitude e a frequência são constantes e θ_{ef} se torna igual a $\omega_s t + \theta_{ef}(0)$, com isso (2-32) a (2-34) podem ser reescritos como:

$$F_{as} = \sqrt{2}F_s \cos[\omega_s t + \theta_{ef}(0)] = \text{Re}[\sqrt{2}F_s e^{j\theta_{ef}(0)} e^{j\omega_s t}] \quad (2-39)$$

$$F_{bs} = \sqrt{2}F_s \cos\left[\omega_s t + \theta_{ef}(0) - \frac{2\pi}{3}\right] = \text{Re}\left[\sqrt{2}F_s e^{j[\theta_{ef}(0) - 2\pi/3]} e^{j\omega_s t}\right] \quad (2-40)$$

$$F_{cs} = \sqrt{2}F_s \cos\left[\omega_s t + \theta_{ef}(0) + \frac{2\pi}{3}\right] = \text{Re}\left[\sqrt{2}F_s e^{j[\theta_{ef}(0) + 2\pi/3]} e^{j\omega_s t}\right] \quad (2-41)$$

sendo utilizadas as letras maiúsculas para representar as grandezas em regime permanente e $\theta_{ef}(0)$ corresponde ao valor inicial das variáveis trifásicas. Caso a velocidade do sistema de referência seja uma constante não especificada, tem-se $\theta = \omega t + \theta(0)$, e para um sistema balanceado em regime permanente as equações (2-36) e (2-38) podem ser expressas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_{qs} &= \sqrt{2}F_s \cos[(\omega_s - \omega)t + \theta_{ef}(0) - \theta(0)] \\ &= \text{Re}[\sqrt{2}F_s e^{j[\theta_{ef}(0) - \theta(0)]} e^{j(\omega_s - \omega)t}] \end{aligned} \quad (2-42)$$

$$\begin{aligned}
F_{ds} &= -\sqrt{2}F_s \sin[(\omega_s - \omega)t + \theta_{ef}(0) - \theta(0)] \\
&= \operatorname{Re}[j\sqrt{2}F_s e^{j[\theta_{ef}(0) - \theta(0)]} e^{j(\omega_s - \omega)t}]
\end{aligned} \tag{2-43}$$

Da equação (2-39), tem-se que o fasor que representa a variável as é:

$$\dot{F}_{as} = F_s e^{j\theta_{ef}(0)} \tag{2-44}$$

Se ω for diferente de ω_s , então F_{qs} e F_{ds} são senoidais, e baseado nas equações (2-42) e (2-43) pode-se escrever:

$$\dot{F}_{qs} = F_s e^{j[\theta_{ef}(0) - \theta(0)]} \tag{2-45}$$

$$\dot{F}_{ds} = j\dot{F}_{qs} \tag{2-46}$$

Na análise em regime permanente, pode-se optar por $\theta(0) = 0$. Observando as equações (2-45) e (2-42), percebe-se que:

$$\dot{F}_{as} = \dot{F}_{qs} \tag{2-47}$$

sendo esta válida para qualquer ω constante.

Considerando o eixo de referência girando à velocidade síncrona, $\omega = \omega_s$, e $\theta(0) = 0$, tem-se:

$$f_{qs}(t) = \operatorname{Re}[\sqrt{2}F_s e^{j\theta_{ef}(0)}] = \sqrt{2}F_s \cos[\theta_{ef}(0)] = F_{qs}^e \equiv \text{constante} \tag{2-48}$$

$$f_{ds}(t) = -\sqrt{2}F_s \sin[\theta_{ef}(0)] = F_{ds}^e \equiv \text{constante} \tag{2-49}$$

Comparando as equações (2-47) e (2-48) com (2-43), chega-se a:

$$\sqrt{2}\dot{F}_{as} = F_{qs}^e - jF_{ds}^e \quad (2-50)$$

Desde que $\dot{F}_{as} = \dot{F}_{qs}$, a expressão (2-50) se torna importante porque relaciona as variáveis de um sistema de referência em rotação síncrona a um fasor de outro sistema de referência. $\dot{F}_{as}$ é um fasor que representa uma onda senoidal, enquanto F_{qs}^e e F_{ds}^e são apenas quantidades reais que representam constantes em regime permanente do sistema de referência síncrono.

O mesmo processo pode ser aplicado para as variáveis do rotor, Figura 2.3, que estão definidas em um sistema que se move à velocidade ω_r , sendo necessário estabelecer uma transformação $qd0r$ em que as variáveis de rotor estejam num sistema de referência que também gire à velocidade ω . Com isso, tem-se que:

$$f'_{ar}(t) = Re[\sqrt{2}\dot{F}_{ar}e^{j(\omega_e - \omega_r)t}] \Rightarrow \dot{F}'_{ar} = F'_r e^{j\theta_{rf}(0)} \quad (2-51)$$

$$f'_{br}(t) = Re[\sqrt{2}\dot{F}_{br}e^{j(\omega_e - \omega_r)t}] \Rightarrow \dot{F}'_{br} = F'_r e^{j[\theta_{rf}(0) - 2\pi/3]} \quad (2-52)$$

$$f'_{cr}(t) = Re[\sqrt{2}\dot{F}_{cr}e^{j(\omega_e - \omega_r)t}] \Rightarrow \dot{F}'_{cr} = F'_r e^{j[\theta_{rf}(0) + 2\pi/3]} \quad (2-53)$$

onde $\theta_{rf}(t) = (\omega_e - \omega_r)t + \theta_{rf}(0)$

Conforme a seção 2.3, considera-se a velocidade dos eixos de referência constante, assim as grandezas do rotor nestes eixos em regime permanente são:

$$f'_{qr}(t) = Re[\sqrt{2}\dot{F}_{qr}e^{j(\omega_e - \omega)t}] \Rightarrow \dot{F}'_{qr} = F'_r e^{j[\theta_{rf}(0) - \theta(0)]} \quad (2-54)$$

$$f'_{dr}(t) = Re[\sqrt{2}\dot{F}_{dr}e^{j(\omega_e - \omega)t}] \Rightarrow \dot{F}'_{dr} = F'_r e^{j[\theta_{rf}(0) - \theta(0) + \pi/2]} = j\dot{F}'_{qr} \quad (2-55)$$

$$f'_{0r}(t) = 0 \quad (2-56)$$

considerando que $\theta(t) = \omega t + \theta(0)$.

Até o momento, tem-se os fasores (2-44), (2-45) e:

$$\dot{F}'_{ar} = F'_r e^{j\theta_{rf}(0)} \quad (2-57)$$

$$\dot{F}'_{qr} = F'_r e^{j[\theta_{rf}(0) - \theta(0)]}$$

Optando por $\theta(0) = 0$, chega-se a (2-47) e:

$$\dot{F}'_{ar} = \dot{F}'_{qr} \quad (2-58)$$

Sendo que este resultado é válido para qualquer velocidade dos eixos de referência ω constante, tendo que ser observado apenas a frequência associada a cada fasor.

Como foi deduzido (2-46), pode deduzir também que:

$$\dot{F}'_{dr} = j\dot{F}'_{qr} \quad (2-59)$$

2.4 MODELO EM REGIME PERMANENTE

A análise do circuito equivalente proposta por Steinmetz refere-se ao estudo em regime permanente senoidal do modelo discutido no item 2.2. Para chegar nesse modelo do circuito equivalente em regime permanente deve-se aplicar o estudo feito na seção 2.3 à seção 2.2, conforme a seguir.

Aplica-se nas equações (2-1), (2-2), (2-9), (2-10), (2-17) e (2-18) a transformação de eixo de referência nas variáveis definidas no sistema *abcs* a fim de levá-las ao sistema de referência *qd0s*, girando à velocidade ω , e nas variáveis definidas no sistema *abcr* a fim de leva-las ao sistema de referência *qd0r*, que se move à velocidade ω_r . As equações encontradas para as tensões, são:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + \frac{d\lambda_{qs}}{dt} \quad (2-60)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + \frac{d\lambda_{ds}}{dt} \quad (2-61)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{d\lambda_{0s}}{dt} \quad (2-62)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + \frac{d\lambda'_{qr}}{dt} \quad (2-63)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + \frac{d\lambda'_{dr}}{dt} \quad (2-64)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{d\lambda'_{0r}}{dt} \quad (2-65)$$

E as equações de fluxos, são:

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2-66)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2-67)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (2-68)$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2-69)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2-70)$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (2-71)$$

nas quais $L_M = \frac{3}{2} L_{ms}$.

A equação para torque eletromagnético (2-22) se transforma para:

$$T_e = \frac{3}{2} P (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad (2-72)$$

As equações de fluxo (2-66) a (2-71) podem ser multiplicadas e divididas por $\omega_b (= \omega_s)$ para chegar-se a equação do fluxo concatenado por segundo (ou fluxo concatenado em volts):

$$\psi_{qs} = X_{ls}i_{qs} + X_M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2-73)$$

$$\psi_{ds} = X_{ls}i_{ds} + X_M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2-74)$$

$$\psi_{0s} = X_{ls}i_{0s} \quad (2-75)$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr}i'_{qr} + X_M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2-76)$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr}i'_{dr} + X_M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2-77)$$

$$\psi'_{or} = X'_{lr}i'_{or} \quad (2-78)$$

Logo, as equações das tensões (2-60) a (2-65) podem ser reescritas:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qs}}{dt} \quad (2-79)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{ds}}{dt} \quad (2-80)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{0s}}{dt} \quad (2-81)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi'_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{qr}}{dt} \quad (2-82)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi'_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{dr}}{dt} \quad (2-83)$$

$$v'_{or} = r'_r i'_{or} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{or}}{dt} \quad (2-84)$$

Em regime permanente senoidal, substituindo $\frac{d}{dt}$ por $j(\omega_s - \omega)$, e observando as equações (2-46) e (2-59), escreve-se:

$$\dot{V}_{qs} = r_s \dot{I}_{qs} + j \frac{\omega_s}{\omega_b} \dot{\Psi}_{qs} \quad (2-85)$$

$$\dot{V}'_{qr} = r'_r \dot{I}'_{qr} + j \frac{(\omega_s - \omega_r)}{\omega_b} \dot{\Psi}'_{qr} \quad (2-86)$$

$$\dot{\Psi}_{qs} = X_{ls} \dot{I}_{qs} + X_M (\dot{I}_{qs} + \dot{I}'_{qr}) \quad (2-87)$$

$$\dot{\Psi}'_{qr} = X'_{lr} \dot{I}'_{qr} + X_M (\dot{I}_{qs} + \dot{I}'_{qr}) \quad (2-88)$$

Substituindo (2-87) e (2-88) em (2-85) e (2-86), respectivamente, e escolhendo $\theta(0) = 0$ para validar o uso das relações (2-47) e (2-58), as equações das tensões podem ser escritas conforme a seguir:

$$\dot{V}_{as} = \left(r_s + j \frac{\omega_s}{\omega_b} X_{ls} \right) \dot{I}_{as} + j \frac{\omega_s}{\omega_b} X_M (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar}) \quad (2-89)$$

$$\frac{\dot{V}'_{ar}}{s} = \left(\frac{r'_r}{s} + j \frac{\omega_s}{\omega_b} X'_{lr} \right) \dot{I}'_{ar} + j \frac{\omega_s}{\omega_b} X_M (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar}) \quad (2-90)$$

nas quais $\dot{V}_{as}$ é a tensão de fase de terminal de estator (em volts), $\dot{I}_{as}$ corrente de estator (em amperes), $\dot{V}'_{ar}$ é a tensão de fase de rotor (em volts), $\dot{I}'_{ar}$ corrente de rotor (em amperes), ω_s é a velocidade síncrona (em radianos por segundo), ω_b é a velocidade angular elétrica de base (em radianos por segundo) usada para calcular as reatâncias indutivas (X_{ls} reatância de dispersão do estator e X'_{lr} reatância de dispersão do rotor referido, ambas em ohms) e s é o escorregamento que pode ser definido por:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad (2-91)$$

sendo ω_r a velocidade do rotor (em radianos por segundo).

A representação da máquina de rotor em gaiola exige que $\dot{V}'_{ar} = 0$, ao fazer isso as equações (2-89) e (2-90) podem ser visualizadas na forma de circuito, conforme ilustra a Figura 2.4.

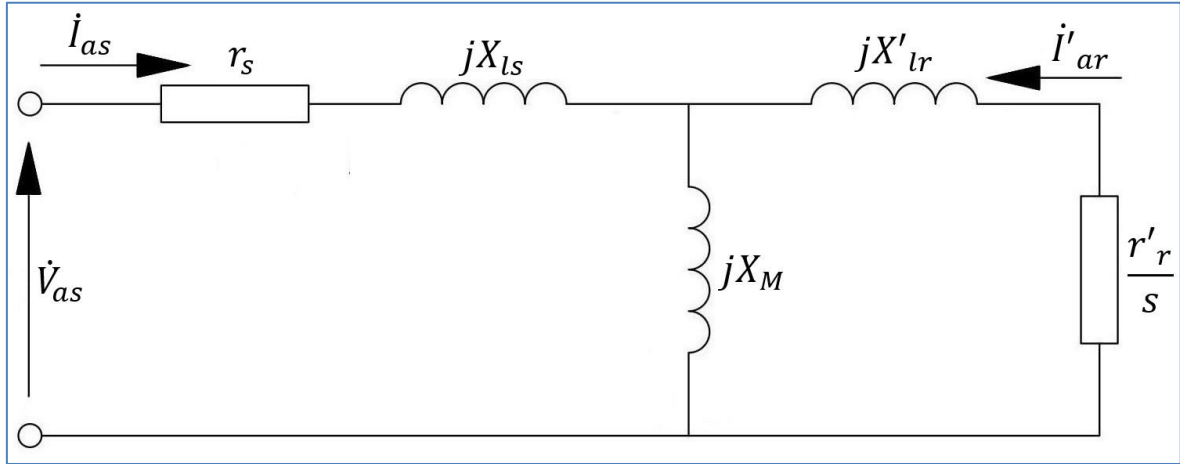


Figura 2.4 – Circuito equivalente por fase do motor de indução.

Neste caso, calcula-se o torque por:

$$T_e = 3 \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{X_M}{\omega_b} \right) \text{Re}[j \dot{I}_{as}^* \dot{I}'_{ar}] \quad (2-92)$$

onde $\dot{I}_{as}^*$ é o conjugado de $\dot{I}_{as}$, (FITZGERALD, 2006).

O presente capítulo analisou as origens do circuito equivalente e demonstrou uma das formas de uso deste modelo nos dias atuais. São apresentados outros modelos e representações no Capítulo 3, onde alguns exemplos de uso dos modelos são desenvolvidos.

CAPÍTULO 3

MODELOS DE CIRCUITOS EQUIVALENTES

O circuito equivalente da máquina de indução representa o cume de uma teoria que permite a análise do desempenho do motor (ALGER e ARNOLD, 1976), conforme apresentado no capítulo 2. A representação do circuito equivalente permite analisar, além das correntes e tensões, os fluxos e ondas da força magnemotriz (FMM) em regime permanente.

Do mesmo modo, a representação do circuito equivalente permite quantificar a interação entre as diversas correntes nos enrolamentos da máquina, precisando e localizando as potências do dispositivo e determinando o torque eletromagnético produzido. O circuito define a operação do motor em regime permanente para cada velocidade, e representa a interação entre campos eletromagnéticos que apresentam frequência nominal e semiperíodo espacial igual ao passo polar.

3.1. CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO T

O circuito T equivalente – Figura 2.4 – é encontrado em todos os manuais de motores de engenharia e está se tornando cada vez mais importante com a popularidade do controle de vetores (DAVEY, 2007). Ele é chamado assim devido o arranjo dos elementos indutivos em forma de T (TRZYNADLOWSKI, 1994). A representação do circuito equivalente possibilita observar também os fluxos concatenados de estator $\dot{\psi}_{as}$ e de rotor $\dot{\psi}'_{ar}$, além do fluxo de magnetização $\dot{\psi}_M$, como na Figura 3.1.

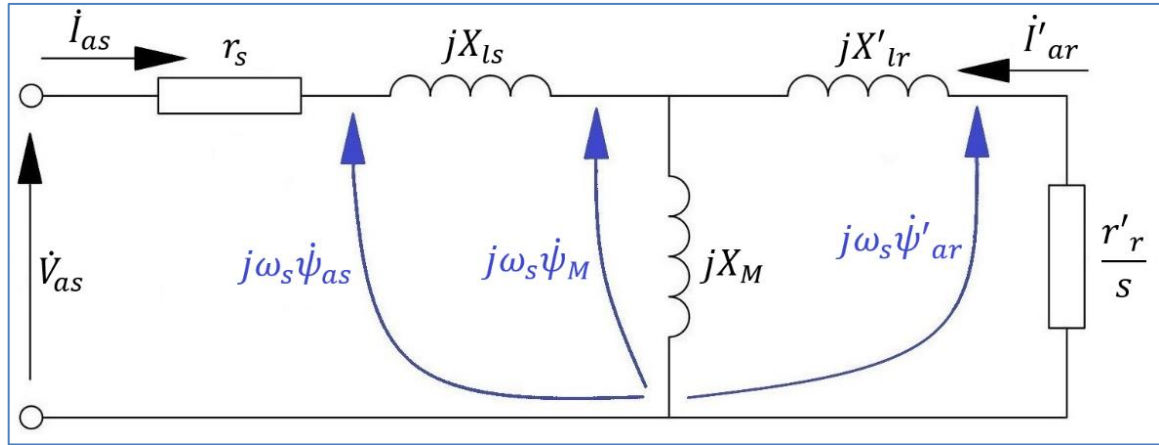


Figura 3.1 – Circuito Equivalente – Modelo T com seus respectivos fluxos.

Segundo Trzynadlowski (1994), as equações que representam a Figura 3.1, são:

$$\omega_s \dot{\psi}_{as} = X_{ls} \dot{I}_{as} + X_M (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar}) \quad (3-1)$$

$$\omega_s \dot{\psi}'_{ar} = X_{lr} \dot{I}'_{ar} + X_M (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar}) \quad (3-2)$$

$$\dot{V}_{as} = r_s \dot{I}_{as} + j\omega_s \dot{\psi}_{as} \quad (3-3)$$

$$0 = r'_r \dot{I}'_{ar} + j\omega_r \dot{\psi}'_{ar} \quad (3-4)$$

O torque eletromagnético no circuito equivalente – modelo T pode ser calculado por:

$$T_e(s) = \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r_r}{s} I'^2_{ar} \right) \quad (3-5)$$

onde p é o número de par de polos. Esta equação é uma variação da equação (2-92).

As equações (2-89) e (2-90) e (3-1) a (3-4) evidenciam a importância das reatâncias e das resistências na representação e análises do motor de indução e é através de ensaios com os motores que se obtém estes dados. Os mais conhecidos são os ensaios a vazio e de rotor bloqueado, onde no primeiro determina-se a reatância de magnetização, X_M , enquanto no segundo obtém-se o valor somado das resistências de estator e de rotor, $r_s + r'_r$, e das reatâncias de dispersão do estator e rotor, $X_{ls} + X'_{lr}$ (FITZGERALD, 2006).

Os valores individuais das resistências podem ser facilmente descobertos a partir da verificação do valor da resistência do estator, pois esta é de fácil acesso. Já os valores individuais de cada reatância de dispersão são impossíveis de serem encontrados, sendo utilizadas regras para fornecerem valores estimados aproximados, como uma divisão igual, ou a proporcionalidade das resistências correspondentes ou relações empíricas para cada classe de máquinas (TRZYNADLOWSKI, 1994).

Os modelos apresentados a seguir preservam a precisão do circuito equivalente - modelo T, contudo com uma representação mais apropriada da saturação e da perda no núcleo da máquina (SLEMON, 1983).

3.2. CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO Γ

A outra abordagem consiste na transformação do circuito equivalente – modelo T (Figura 2.3) ao chamado circuito Γ (Figura 3.2), que coleta todos os fenômenos do fluxo de dispersão no rotor e, a partir daí, precisa apenas de quatro parâmetros (apenas dois elementos são indutivos) para descrever o modelo total da máquina (DE DONCKER e NOVOTNY, 1994). Esses quatro parâmetros podem ser determinados apenas pelos ensaios a vazio e de rotor bloqueado, e completados pela medição direta da resistência do estator (TRZYNADLOWSKI, 1994).

As grandezas vetoriais da porção do rotor do novo circuito serão indicadas pelos subscritos em maiúsculas "R", e são assumidos como linearmente relacionados às quantidades correspondentes do circuito em T. Inicialmente, define-se o fator de transformação:

$$\gamma_d = \frac{X_{ls} + X_M}{X_M} \quad (3-6)$$

assim, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} I'_{aR} \\ \dot{\psi}'_{aR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_d^{-1} \\ \gamma_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'_{ar} \\ \dot{\psi}'_{ar} \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

Substituindo a equação (3-7) em (3-1), (3-2) e (3-4), obtém-se:

$$\omega_s \dot{\psi}_{as} = X'_M (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{aR}) \quad (3-8)$$

$$\omega_s \dot{\psi}'_{aR} = X'_l \dot{I}'_{aR} + X'_M (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{aR}) \quad (3-9)$$

$$0 = r'_R \dot{I}'_{aR} + j\omega_r \dot{\psi}'_{aR} \quad (3-10)$$

onde:

$$r'_R = \gamma_d^2 r'_r \quad (3-11)$$

$$X'_M = \gamma_d X_M \quad (3-12)$$

$$X'_l = \gamma_d X_{ls} + \gamma_d^2 X'_{lr} \quad (3-13)$$

As equações (3-3) e (3-8) a (3-10), descrevem o circuito equivalente – modelo Γ do motor de indução, conforme a Figura 3.2. A representação do conjunto de equações (3-8) a (3-10) está na Figura 3.2, onde observa-se a dispersão apenas do ponto de vista do rotor (DE DONCKER e NOVOTNY, 1994).

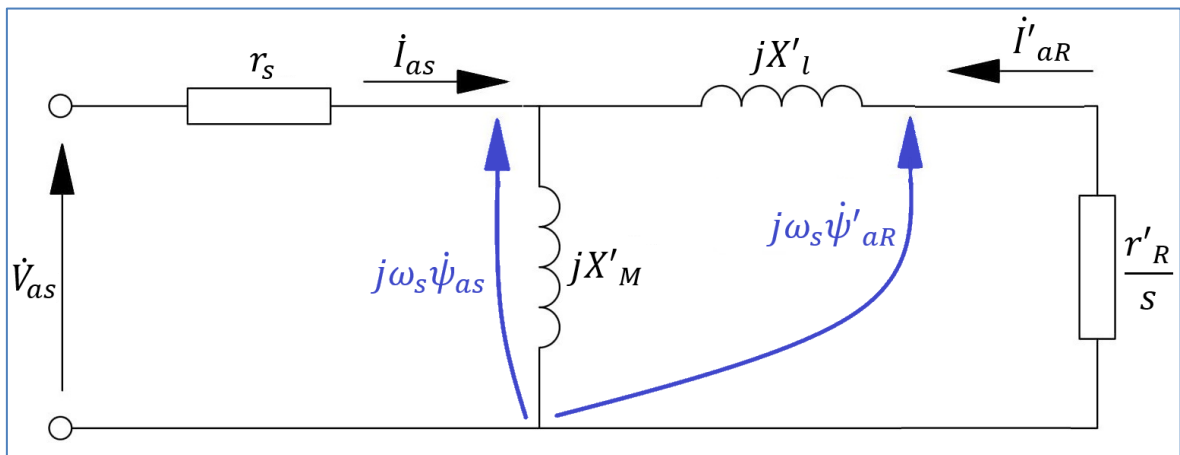


Figura 3.2 – Circuito equivalente da máquina de indução trifásica, modelo Γ .

As equações da tensão e do torque para este modelo do circuito equivalente são:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{as} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + jX'_M & jX'_M \\ jX'_M & \frac{r'_R}{s} + jX'_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i'_{aR} \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

e

$$T_e(s) = \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_R}{s} I'_{aR} \right)^2 \quad (3-15)$$

onde p é o número de par de polos. Esta equação é uma variação da equação (2-92).

3.3. CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO Γ'

O circuito equivalente possui ainda outro modelo, o chamado Γ' (leia-se gama invertido), que possui as características do modelo Γ , mas difere-se pelas equações que são representadas através do circuito da Figura 3.3, onde observa-se a dispersão apenas do ponto de vista do estator.

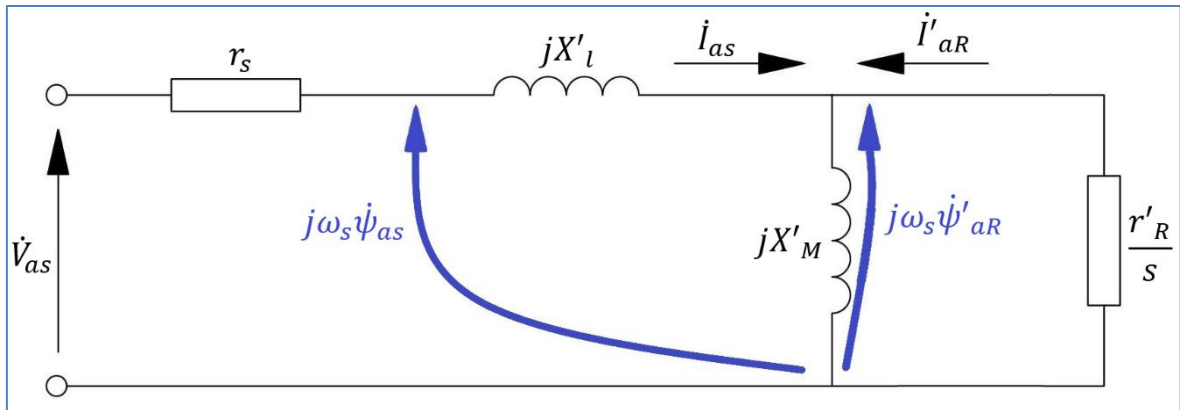


Figura 3.3 – Circuito equivalente da máquina de indução trifásica, modelo Γ' .

Neste modelo, tem-se que o coeficiente de transformação é obtido através de:

$$\gamma_i = \frac{X_M}{X'_{lr} + X_M} \quad (3-16)$$

Seguindo o processo análogo da seção anterior, tem-se:

$$r'_R = \gamma_i^2 r'_r \quad (3-17)$$

$$X'_M = \gamma_i X_M \quad (3-18)$$

$$X'_l = X_{ls} + \gamma_i X'_{lr} \quad (3-19)$$

mais

$$\begin{bmatrix} \dot{I}'_{aR} \\ \dot{\psi}'_{aR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_i^{-1} \\ \gamma_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}'_{ar} \\ \dot{\psi}'_{ar} \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

Para este modelo a equação da tensão é:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{as} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + jX'_l & jX'_M \\ jX'_M & \frac{r'_R}{s} + jX'_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{as} \\ \dot{I}'_{aR} \end{bmatrix} \quad (3-21)$$

A expressão para calcular o torque é idêntica à expressão (3-15), diferindo-se apenas no modo de calcular a corrente de rotor I'_{aR} e a resistência r'_R .

As diferenças entre as abordagens do circuito equivalente – modelo T, modelo Γ e modelo Γ' estão resumidas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Comparação entre os modelos T, Γ e Γ' do circuito equivalente.

	Modelo T	Modelo Γ	Modelo Γ'
γ	-----	$\frac{X_{ls} + X_M}{X_M}$	$\frac{X_M}{X'_{lr} + X_M}$
r_s	r_s		
r'_r ou r'_R	r'_r	$\gamma_d^2 * r'_r$	$\gamma_i^2 * r'_r$
X_{ls} ou X'_l	X_{ls}	-----	$X_{ls} + \gamma_i * X'_{lr}$
X'_{lr} ou X'_l	X'_{lr}	$\gamma_d * X_{ls} + \gamma_d^2 * X'_{lr}$	-----
X_M ou X'_M	X_M	$\gamma_d * X_M$	$\gamma_i * X_M$

3.4. EXEMPLO

A fim de elucidar as transformações torna-se essencial um exemplo. Para isso dispõe-se os dados de um motor de indução trifásico: 1,5 kW, 400 V, 50 Hz, 6 polos, $r_s = 4,5013\Omega$, $r'_r = 3,8827\Omega$, $X_{ls} = 6,3680$, $X'_{lr} = 4,9382\Omega$ e $X_M = 99,0720\Omega$. Na Tabela 3.2 encontram-se os valores obtidos a partir das equações apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.2 – Valores encontrados para os modelos T, Γ e Γ' , exemplo.

	Modelo T	Modelo Γ	Modelo Γ'
$\gamma (\Omega)$	-----	1,0643	0,9525
$r_s (\Omega)$	4,5013		
r_r ou $r'_R (\Omega)$	3,8827	4,3981	3,5223
X_{ls} ou $X'_l (\Omega)$	6,3680	-----	11,0717
X'_{lr} ou $X'_l (\Omega)$	4,9382	12,3711	-----
X_M ou $X'_M (\Omega)$	99,0720	105,4400	94,3683

Com os valores obtidos na Tabela 3.2 tem-se:

- Circuito equivalente – modelo T, Figura 3.4:

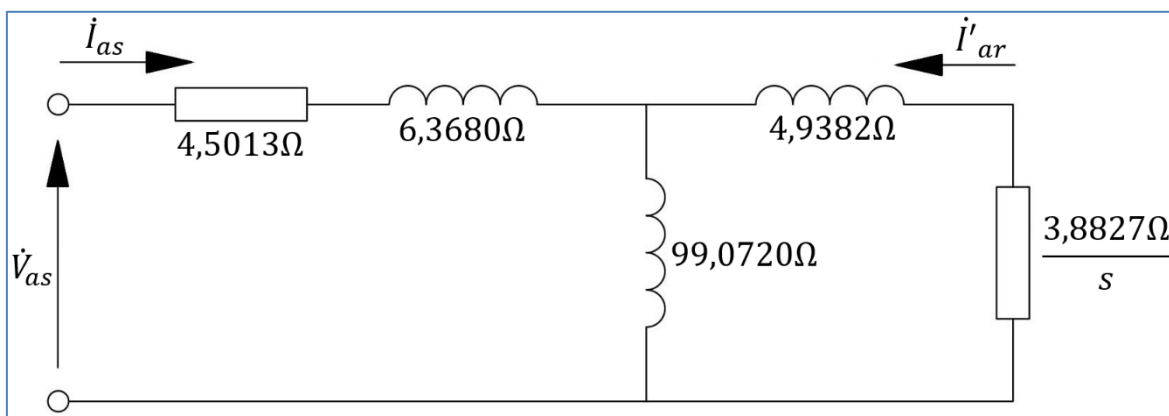


Figura 3.4 – Circuito equivalente – modelo T, exemplo.

- Circuito equivalente – modelo Γ , Figura 3.5:

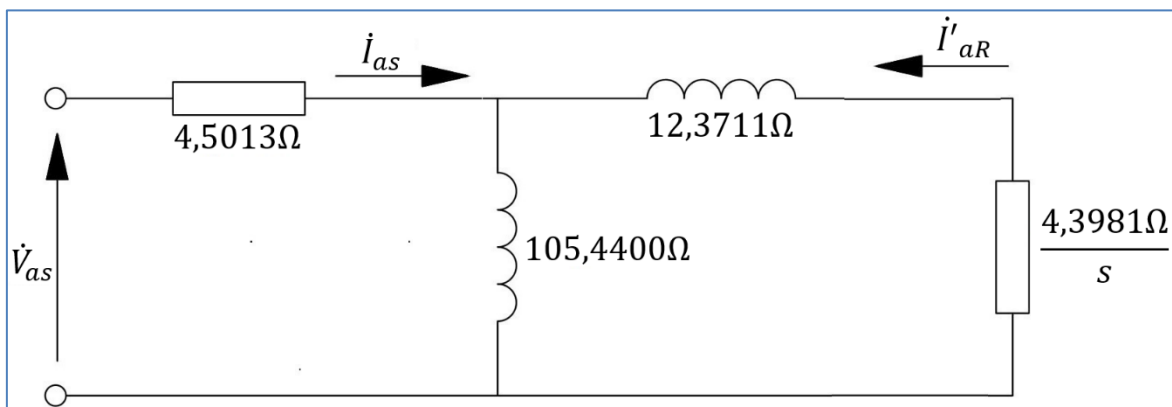


Figura 3.5 – Circuito equivalente – modelo Γ , exemplo.

- Circuito equivalente – modelo Γ' , Figura 3.6:

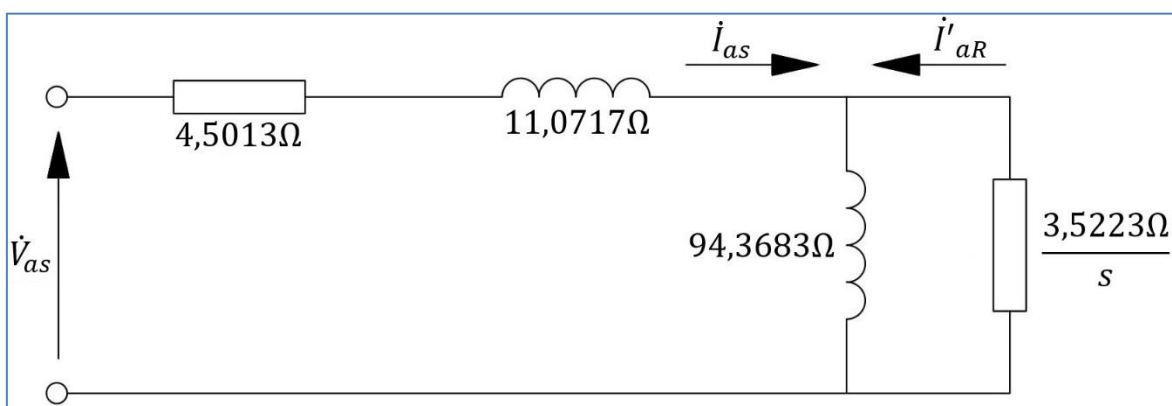


Figura 3.6 – Circuito equivalente – modelo Γ' , exemplo.

Inserindo os dados obtidos da Tabela 3.2 na equação para calcular o torque (3-15), tem-se o gráfico da Figura 3.7, que certifica a eficácia da transformação, pois não houve alteração nos valores do torque independente do modelo.

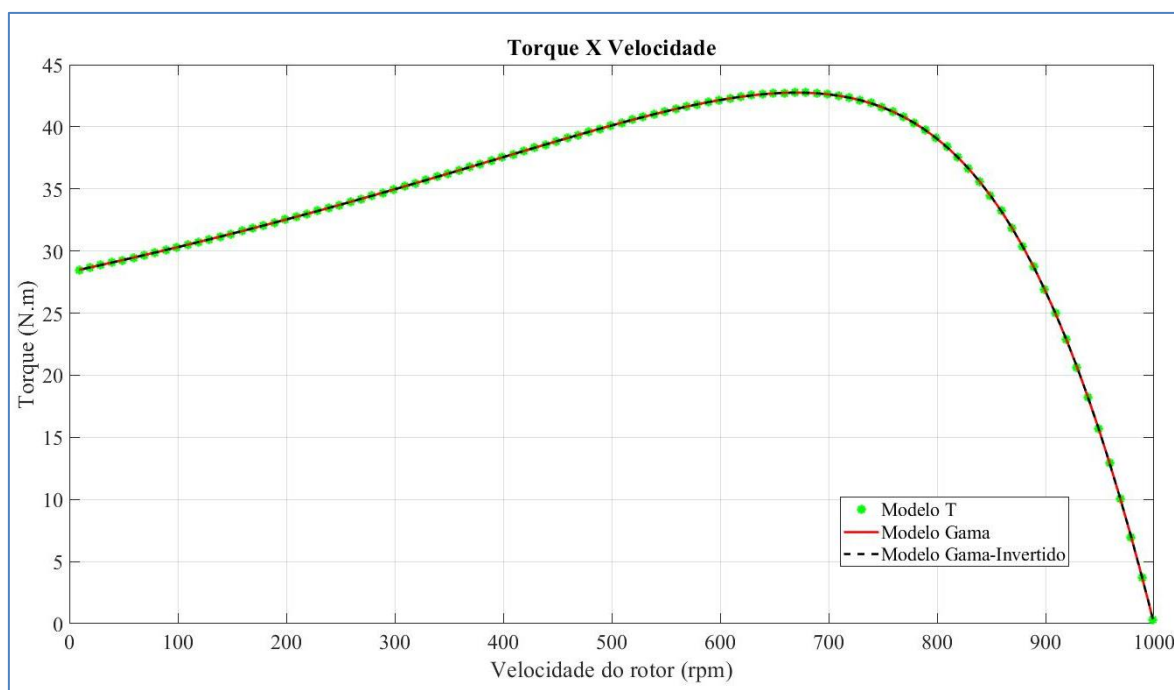


Figura 3.7 – Gráfico comparativo entre os modelo T, Γ e Γ' do exemplo.

Neste capítulo foram demonstradas diferentes formas de representação do circuito equivalente, suas vantagens e o processo de transformação de uma representação para outra.

O capítulo subsequente irá demonstrar a maneira usual de incluir no circuito equivalente o conteúdo harmônico associado à FMM de entreferro.

CAPÍTULO 4

INCLUSÃO DOS COMPONENTES HARMÔNICOS ESPACIAIS

A maioria das aplicações do motor de indução permitem que seu comportamento seja previsto adequadamente pelas representações dispostas no capítulo anterior em que se supõe que o motor é um dispositivo linear (sem saturação) e livre dos componentes harmônicos da FMM. Essas representações tem uma grande capacidade de ajustar as curvas de torque e corrente medidas em laboratório, mas não podem descrever seu comportamento em determinados modos de operação, como, por exemplo, o “travamento” do motor em baixa velocidade ou do aquecimento excessivo (ALGER, 1965), ou prever o comportamento de motores que apresentam fortes irregularidades na curva de torque, com o torque aumentando ou diminuindo drasticamente na faixa onde o escorregamento é alto (HAMDI, 1994).

O estudo dos componentes harmônicos e alguns fenômenos que ocorrem no motor, como o efeito pelicular, que influem em seu desempenho e a representação deles no circuito equivalente é estudo fundamental para o desenvolvimento dos motores, além de torná-los aptos para as mais diversas finalidades.

A seção 3.1 deste trabalho afirma que o circuito equivalente – modelo T, chamado também de modelo clássico, é o mais disseminado e, assim, o mais presente em publicações. Por essa razão será o modelo utilizado neste capítulo.

4.1. COMPONENTES HARMÔNICOS

Os modelos clássicos assumem que o estator e o rotor têm enrolamentos senoidais distribuídos no espaço, conseqüentemente a FMM e o fluxo criado por cada um dos enrolamentos são também sinusoidalmente distribuídos no espaço (CHEN, HU e BLAABJERG, 2007). No entanto, devido a distribuição não senoidal dos enrolamentos no rotor, o entreferro e sua saturação, fazem com que a densidade de fluxo no entreferro se torne não sinusoidal, e, portanto, há o surgimento de harmônicos (MONJO, 2013). Mesmo em um motor tão simples quanto o de indução, é grande o número de harmônicos espaciais no fluxo magnético atravessando o entreferro (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

A presença desses harmônicos resulta em harmônicos pares (também conhecidos como pares parasitas) que podem ter uma amplitude considerável (BOLDEA, 2010). Estes pares harmônicos podem impedir a partida do motor, efeito conhecido como *crawling* (KRON, 1931).

O projeto do motor é desenvolvido para que os enrolamentos do rotor sejam distribuídos nas ranhuras para reduzir os efeitos dos harmônicos espaciais, e embora o enrolamento seja simétrico em relação ao eixo do rotor, o número de espiras por ranhura pode ser variado para controlar as diversas harmônicas (FITZGERALD, 2006). Outra solução encontrada para diminuir os efeitos dos componentes harmônicos (de ranhura) é construir um rotor bobinado com enrolamentos inclinados, ou um rotor de gaiola de esquilo com suas barras inclinadas (CHAPMAN, 2013).

Adotam-se, nas linhas a seguir, as terminologias de campo direto ou harmônico direto e campo reverso ou harmônico reverso para se referir, respectivamente, às grandezas cujo deslocamento no entreferro se dá no mesmo sentido de giro e no sentido oposto de giro do campo girante fundamental.

O motor de indução possui dois efeitos importantes que o acometem, são eles:

- i. a interação entre componentes harmônicos de campo de estator e de rotor que possuem o mesmo período espacial. Este fenômeno resulta da distribuição espacial dos condutores de estator e de rotor e é associado ao conteúdo harmônico de força magnetomotriz (ALGER, 1965);
- ii. a interação entre componentes harmônicos de estator ou de rotor com a geometria. Este fenômeno, por sua vez está associado com o efeito da geometria sobre a permeância no entreferro (ALGER, 1954).

É importante explicitar que existem dois tipos gerais de campos harmônicos além do campo de magnetização fundamental:

- Campo harmônico de permeância – é proporcional à corrente de magnetização que flui da reatância de magnetização fundamental;
- Campo harmônico da FMM;

onde cada tipo de campo harmônico consiste em ambos os campos frente e trás.

Os fenômenos descritos têm como efeito principal o aparecimento de torques não previstos no modelo T (BOLDEA, 2010). Esses torques harmônicos são importantes somente para velocidades subsíncronas, quando a corrente total é muito maior do que a corrente de magnetização (ALGER, 1954). Em geral, é possível estimar estes torques conhecidos como “parasitas”, ou harmônicos, através de adaptações no circuito equivalente, conforme descrito a seguir.

A Figura 4.1 contribui para visualizar que como a impedância de dispersão do circuito estatórico e as impedâncias dos harmônicos são pequenas, o circuito fundamental pode ser considerado como um motor de tensão constante e os circuitos dos harmônicos podem ser considerados como motores de corrente constante (ALGER, 1965).

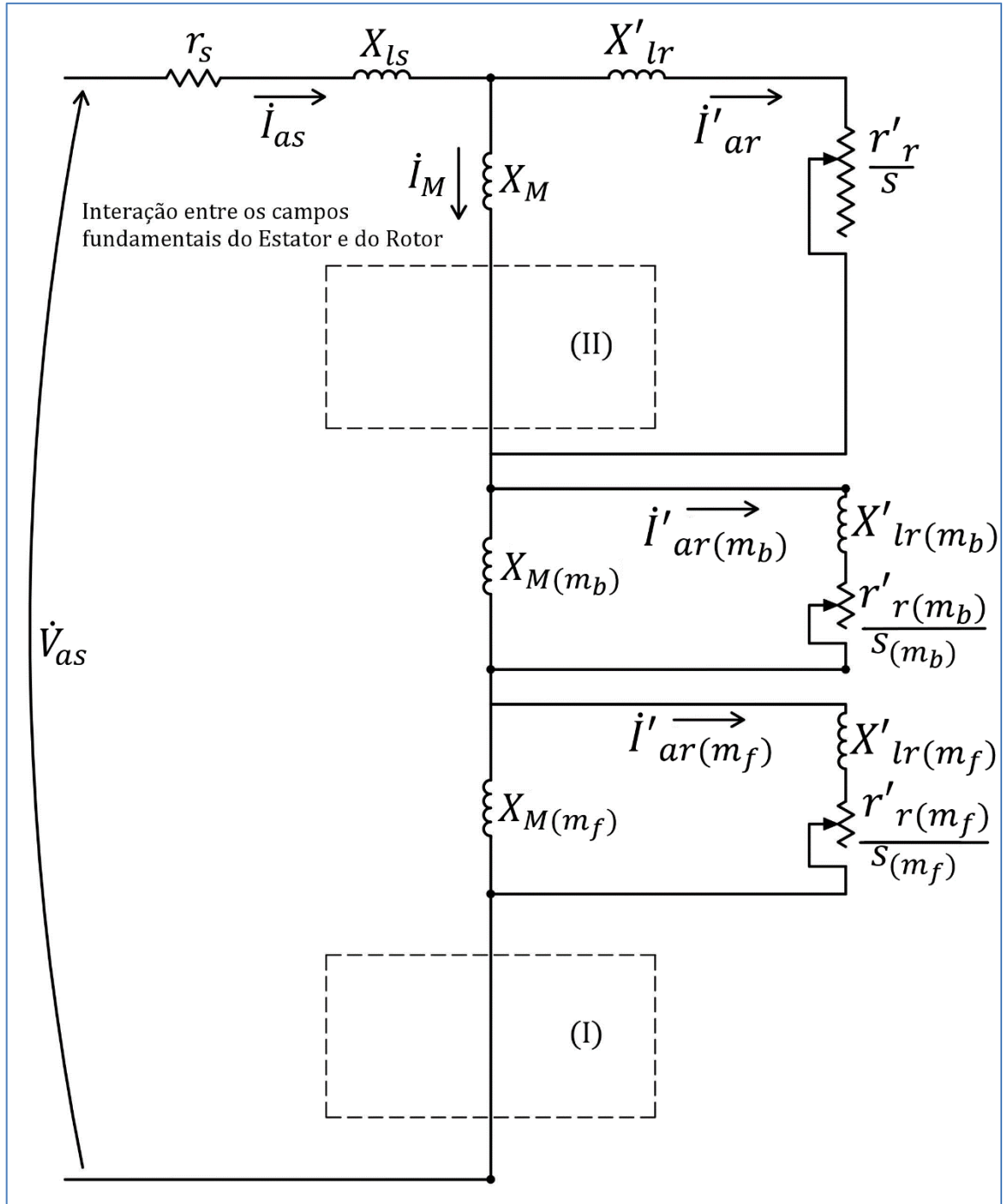


Figura 4.1 – Circuito equivalente incluindo as componentes harmônicas de permeância e da FMM.

O circuito tradicional, evidentemente, é obtido da análise da interação de grandezas espaciais de rotor e de estator associadas ao entreferro. Neste caso, o escorregamento s está associado à grandezas que se deslocam em sentido “direto” e as tensões e correntes com índice m_b e m_f , referem-se, respectivamente, à grandezas de sentido direto e reverso. A Figura 4.1 demonstra os componentes adicionais indicados adiante. Estes componentes

podem estar associados à interação entre grandezas de estator e de rotor de ordem harmônica que se deslocam em sentido direto ou reverso.

- Reatância de magnetização, $X_{M(m_b)}$, resultado da interação entre campos harmônicos reversos de ordem harmônica m_b .
- Impedância do rotor, que consiste na reatância $X'_{lr(m_b)}$ e na resistência $r'_{r(m_b)}$, associados à ordem harmônica m_b .
- Reatância de magnetização, $X_{M(m_f)}$, resultado da interação entre campos harmônicos direto de ordem harmônica m_f .
- Impedância do rotor, que consiste na reatância $X'_{lr(m_f)}$ e na resistência $r'_{r(m_f)}$, associados à ordem harmônica m_f .
- $s_{(m_b)}$ representa o escorregamento harmônico associado à campos reversos de ordem harmônica m_b , dado por:

$$s_{(m_b)} = 1 + (1 - s)m_b \quad (4-1)$$

- $s_{(m_f)}$ representa o escorregamento harmônico associado a campos diretos de ordem harmônica m_f , dado por:

$$s_{(m_f)} = 1 - (1 - s)m_f \quad (4-2)$$

Observa-se que é possível representar o efeito de quantos componentes harmônicos de campo se desejar, bastando para isso acrescentar subcircuitos de ordem harmônica m_b ou m_f no trecho indicado por (I) na Figura 4.1, e semelhantes aos trechos já indicados.

O circuito indica ainda uma área (II) na qual é possível representar fenômenos associados à interação entre ondas e a permeância do entreferro, conforme a seguir:

- Reatância de magnetização e impedância secundária na ordem harmônica ($n_1 \pm 1$), em que n_1 é a relação entre o número de ranhuras de estator S_s e o número de pares de polos $P/2$, na forma:

$$n_1 = \frac{S_s}{(P/2)} \quad (4-3)$$

- Reatância de magnetização e impedância secundária que representam os campos harmônicos da permeância de rotor de ordem harmônica ($n_2 \pm 1$), em que n_2 é a relação entre o número de ranhuras do rotor S_r e o número de pares de polos, na forma:

$$n_2 = \frac{S_r}{(P/2)} \quad (4-4)$$

Os harmônicos da FMM também estão presentes no rotor, conforme evidencia a Figura 4.1, bem como harmônicos de permeância do rotor, pois a FMM do rotor interage com as pulsações da permeância que causa harmônicos de permeância, mas estas são desprezíveis na criação do torque (ALGER, 1954). O campo harmônico da FMM pode ser classificado como:

- Harmônicos de ranhuras – provenientes da interação dos campos harmônicos diretos e reversos associados à presença das ranhuras vazias (ou condutores desenergizados) no entreferro. As ordens harmônicas de sequência direta e reversa destes trechos de circuito correspondem a (4-5) e (4-6), respectivamente:

$$m_f = \frac{S_e}{(P/2)} + 1 \quad (4-5)$$

$$m_b = \frac{S_e}{(P/2)} - 1 \quad (4-6)$$

nas quais S_e representa o número de ranhuras energizadas por fase.

- Harmônicos de “arco de fase” (do inglês *phase belt harmonics*) – o efeito destes harmônicos pode ser pronunciado e aparece no modelo da Figura 4.1, na região (I) com ordens harmônicas de sequência direta e reversa, dadas, respectivamente, por:

$$m_f = (2nq_e + 1) \quad (4-7)$$

$$m_b = (2nq_e - 1) \quad (4-8)$$

nas quais q_e é o número de ranhuras por polo por fase e n é inteiro positivo.

Quando $\frac{S_e}{(P/2)}$ é igual a $2nq_e$, o valor das componentes harmônicas das ranhuras e dos arcos de fase coincidem, ou seja, a componente harmônica direta da força magnetomotriz de estator de ordem m_f representa tanto a componente harmônica da ranhura de ordem $\left(\frac{S_e}{(P/2)} + 1\right)$ como a do arco de fase de ordem $(2nq_e + 1)$. O mesmo acontece com a componente harmônica de sentido reverso de ordem m_b , que representa a componente harmônica da ranhura de ordem $\left(\frac{S_e}{(P/2)} - 1\right)$ como a do arco de fase de ordem $(2nq_e - 1)$.

4.2. CRITÉRIO DE SELEÇÃO DE COMPONENTES HARMÔNICOS

A inclusão ou não de uma componente harmônica no circuito equivalente está associada aos fatores de passo K_p e de distribuição K_d de ordem harmônica, pois estes determinam a magnitude da FMM associada. Se a magnitude é pequena comparada com a de outros componentes, o circuito harmônico dessa componente harmônica pode ser omitido.

A partir dessa seção a ordem dos componentes harmônicos será representada por ν , que irá representar os valores obtidos para m_b e m_f , segundo as equações (4-7) e (4-8).

A verificação para incluir ou não uma componente harmônica do arco de fase da ordem $(2nq_e \pm 1)$ pode ser feita através da inequação:

$$\left(\frac{K_{p(v)}K_{d(v)}}{K_{ps}K_{ds}}\right)^2 \left[\frac{\left(\frac{S_e}{P/2}\right) + 1}{2nq_e \pm 1} \right]^2 > 0,2 \quad (4-9)$$

na qual:

$$K_{d(v)} = \frac{\text{sen}(v\pi/2q)}{n_e \text{sen}(v\pi/2n_e q)} \quad (4-10)$$

e

$$K_{p(v)} = \text{sen}\left(\frac{(P/2)v\pi}{2}\right) \quad (4-11)$$

Os componentes harmônicos das permeâncias são proporcionais às correntes de magnetização que fluem através da reatância de magnetização fundamental X_M (ALGER, 1954). Considerando que os torques harmônicos são importantes apenas para velocidades muito abaixo da síncrona, quando a corrente total é muito maior do que a corrente de magnetização, pode-se dizer que os torques de permeância são desprezíveis, frente aos demais torques harmônicos (ALGER, 1954). As interações dos campos de rotor com a permeância, neste caso, são ainda mais desprezíveis.

As resultantes da FMM para cada harmônico obtêm-se somando os harmônicos respectivos das três fases, sendo que a essência da análise matemática da FMM do enrolamento estatórico no que diz respeito ao seu harmônico fundamental, pode ser formulada do seguinte modo:

- Se no estator existirem três FMM sinusoidais defasadas de 120° entre si (graus elétricos) e pulsando com um desfasamento no tempo igual a 120° , pode-se substituir cada uma delas por duas FMM sinusoidais cujas amplitudes são iguais a metade da FMM pulsante deslocando-se em sentidos opostos; as FMM que se deslocam no sentido contrário ao da rotação do rotor anulam-se por se encontrarem defasadas entre si de 120° enquanto as que se

deslocam no mesmo sentido do rotor coincidem e dão no espaço uma FMM resultante cuja amplitude é igual a 3/2 da amplitude máxima da FMM pulsante, deslocando-se do sincronismo com o rotor (KOSTENKO, 1979).

De modo análogo pode-se adicionar as FMM de um harmônico superior qualquer das três fases. Na expressão da FMM resultante, todos os harmônicos de ordem $v = 3k$ (múltiplos de 3) desaparecem, pois para $v = 3$, obtém-se:

$$F_{a3} = F_{ph3} \left[\sin \omega t \cos 3a + \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cos 3 \left(a - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \cos 3 \left(a - \frac{4\pi}{3} \right) \right] = 0 \quad (4-12)$$

onde: F_{ph3} é a amplitude da onda FMM do componente harmônico de 3ª ordem e a é a coordenada de espaço.

Todos os harmônicos de ordem $v = 6k - 1$ têm fator $\sin(\omega t + va)$ e por esta razão giram à esquerda, no sentido oposto ao da onda fundamental, enquanto todos os harmônicos de ordem $v = 6k + 1$ têm o fator $\sin(\omega t - va)$ o que significa que giram à direita, isto é no sentido do movimento da onda fundamental do rotor (KOSTENKO, 1979).

4.3. DETERMINAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO

No circuito equivalente observam-se três distintos elementos da reatância do motor, X_M , X_{ls} e X'_{lr} . Analisando fisicamente, $X_M + X_{ls}$ é a reatância total do enrolamento de estator, enquanto $X_M + X'_{lr}$ é a reatância total do enrolamento de rotor (referido ao estator). Na visão do projetista, X_M é a reatância devido à onda senoidal fundamental, ou fisicamente, devido ao fluxo do entreferro. E X_{ls} e X'_{lr} são as reatâncias de dispersão devido a todos os elementos do fluxo produzido nos respectivos enrolamentos (ALGER, 1965).

A reatância de dispersão é dividida, por conveniência, em quatro distintas componentes (ALGER, 1965):

- a) Reatância da ranhura (estator X_{s1} e rotor X_{s2});
- b) Reatância de dispersão *zigzag* ou reatância de entreferro (X_z);

c) Reatância devido a inclinação (*skew*) (X_α);

d) Reatância de dispersão de cabeça de bobina (X_c).

As reatâncias b) e c) constituem a reatância de dispersão diferencial.

A reatância zigzag compreende as reatâncias de magnetização de todas os componentes harmônicos da força magnetomotriz das ranhuras, mas alguns componentes harmônicos da força magnetomotriz devem ser considerados separadamente nos circuitos harmônicos. Para facilitar os cálculos, considera-se que a reatância de dispersão de cabeça da bobina contribui igualmente para estator e rotor. Se há inclinação das ranhuras, as dispersões adicionais devem ser incluídas igualmente em ambos os circuitos.

A reatância devido a inclinação origina-se na construção da máquina de indução, especialmente aquelas que possuem o rotor de gaiola de esquilo, pois as ranhuras do rotor são montadas inclinadas em relação as ranhuras do estator (conhecido como fator de inclinação – *skewing*) a fim de reduzir as influências dos componentes harmônicos das ondas da FMM (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

4.3.1. Reatância de Dispersão de Estator

A reatância de dispersão do estator pode ser obtida por (4-13) (ALGER, 1965):

$$X_{ls} = X_{s1} + \left[X_{z1} - \sum X_{M(v)} \right] + \frac{X_c}{2} + X_\alpha \quad (4-13)$$

Os diversos componentes da equação (4-13) serão determinados a seguir. A reatância de dispersão da ranhura do estator (ALGER, 1954):

$$X_{s1} = \frac{2fQL_eZ^2P_s}{S_e10^7} \quad (4-14)$$

na qual: f é a frequência, Q é o número de fases, L_e é o comprimento efetivo do ferro e Z é o número de condutores do estator em série por fase e P_s é o fator de permeância das ranhuras do estator. Em Pyrhönen (2014) encontram-se as equações que calculam o fator de

permeância para os tipos mais comuns de ranhuras, como o da Figura 4.2, que pode ser calculado por:

$$P_s = \frac{h_{ts}}{3b_{s1}} + \frac{h_{1s}}{b_{1s}} + \frac{h_{2s}}{b_{s1} - b_{1s}} \ln \frac{b_{s1}}{b_{1s}} \quad (4-15)$$

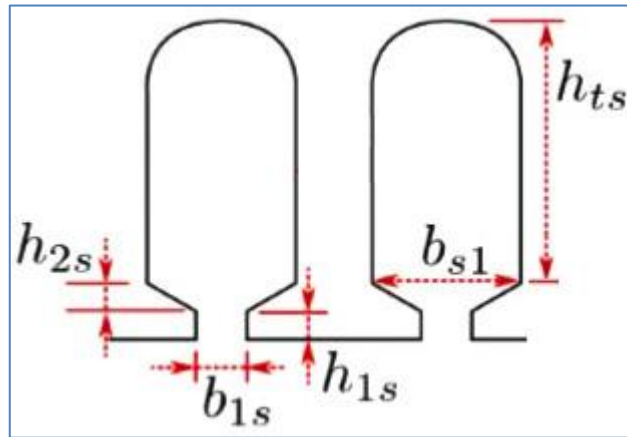


Figura 4.2 – Geometria da ranhura do estator.

A reatância de dispersão *zigzag* do estator é calculada através da expressão (ALGER, 1965):

$$X_{z1} = \frac{\pi^2 X_M p}{12 S_s^2} \left[1 - \frac{a(1+a)(1-k_c)}{2k_c} \right] \quad (4-16)$$

na qual: a é a relação entre a largura do dente e o passo da ranhura, k_c é o fator de Carter e S_s é o número de ranhuras do estator.

A reatância de dispersão de cabeça da bobina pode ser dada por (KOSTENKO, 1979):

$$X_c = \frac{7fqN^2Dg}{p^2 10^6} (\tau - 0,3) \quad (4-17)$$

na qual: q é o número de arcos de fase por polo, N é o número de espiras série por fase, D é o diâmetro do estator, g é o comprimento do entreferro e τ é o passo da bobina.

A reatância de inclinação X_α pode ser obtida pela expressão (4-18):

$$X_{\alpha} = \left[1 - \frac{\sin(\alpha/2)}{\alpha/2} \right] X_M \quad (4-18)$$

4.3.2. Reatâncias de Magnetização

A reatância de magnetização fundamental é encontrada pela expressão (4-19) (ALGER, 1954):

$$X_M = \frac{2,51 f Q N^2 K_{ps}^2 K_{ds}^2 D L}{g_e p^2 10^6} \quad (4-19)$$

para dimensões em centímetros. Esta equação é uma variação da equação (A-9) quando multiplicada pela frequência elétrica, apresentada no Apêndice A.

A reatância de magnetização para o circuito harmônico pode ser calculada por (4-20) (ALGER, 1954):

$$X_{M(v)} = \left[\frac{K_{p(v)} K_{d(v)}}{K_{ps} K_{ds}} \right]^2 \frac{X_M}{v^2} \quad (4-20)$$

4.3.3. Reatâncias de Dispersão do Rotor

As reatâncias de dispersão de rotor para o circuito fundamental e o circuito harmônico são dadas, respectivamente, por (4-21) e (4-22) (ALGER, 1965):

$$X'_{lr} = X_{s2} + X_{z2} + \frac{X_c}{2} + X_{\alpha} \quad (4-21)$$

$$X'_{lr(v)} = X_{s2(v)} + X_{z2(v)} + X_{\alpha(v)} \quad (4-22)$$

A reatância de dispersão da ranhura do rotor é dada por (ALGER, 1954):

$$X_{s2} = \frac{2 f Q L_e Z^2 P_r}{S_r 10^7} \left[\frac{K_{ps} K_{ds}}{K_{pr} K_{dr}} \right]^2 \quad (4-23)$$

na qual P_r é o fator de permeância das ranhuras de rotor, calculado por:

$$P_r = \frac{h_{tr}}{3b_{r1}} + \frac{h_{1r}}{b_{1r}} + 0,66 \quad (4-24)$$

Esta expressão é válida para a ranhura de geometria exemplificada pela Figura 4.3 a seguir. Conforme dito acima, no trabalho (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014) encontram-se as equações para o cálculo dos tipos mais comuns de ranhuras. Outra observações sobre a equação (4-23) também está no trabalho (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014), o qual afirma que para um enrolamento do rotor do tipo gaiola de esquilo, $K_{pr} = K_{dr} = 1$.

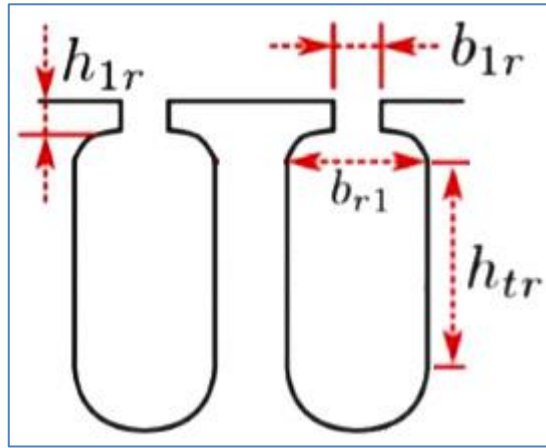


Figura 4.3 – Geometria da ranhura do rotor.

A reatância de dispersão da ranhura do rotor, para o circuito harmônico de ordem v , é dada por (ALGER, 1954):

$$X_{s2(v)} = \left[\frac{K_{p(v)} K_{d(v)}}{K_{ps} K_{ds}} \right]^2 X_{s2} \quad (4-25)$$

A reatância de dispersão *zigzag* de rotor para o circuito harmônico deve ser calculada por (4-26). Ela é calculada pela expressão (ALGER, 1965):

$$X_{z2(v)} = \frac{\pi^2 X_{M(v)}}{12} \left[\frac{p^2}{S_r^2} - \frac{a(1+a)(1-k_c)}{2k_c S_s^2} \right] \quad (4-26)$$

na qual: S_r é o número de ranhuras do rotor. Esta expressão pode ser aplicada também ao campo fundamental, apenas desconsiderar o índice da ordem harmônica v .

A reatância de inclinação X_α pode ser obtida pela equação (4-18), enquanto a expressão das reatâncias de rotor de ordem harmônica é apresentada em (4-27) (ALGER, 1954):

$$X_{\alpha(v)} = \left[1 - \frac{\sin(v\alpha/2)}{v\alpha/2} \right] X_{M(v)} \quad (4-27)$$

4.3.4. Resistência Rotórica

O componente a completar o circuito equivalente é a resistência de rotor de ordem harmônica, que possui o mesmo valor da componente fundamental, pois o circuito não considera o efeito causado pelas correntes induzidas no rotor por harmônicos espaciais que possuem velocidade diferente da velocidade angular do rotor. Sendo assim, as correntes e tensões de ordem harmônica estão associadas com uma resistência única de enrolamento de fase que possui o mesmo valor da resistência do circuito fundamental.

4.4. CIRCUITO EQUIVALENTE INCLUINDO OS COMPONENTES HARMÔNICOS

Atualmente, para motores de indução com gaiola de esquilo, o circuito usualmente adotado para determinação da interação dos campos harmônicos pode ser observado na Figura 4.4, verifica-se que é uma simplificação do circuito da Figura 4.1 conforme as considerações descritas nas seções 4.2 e 4.3 (ALGER, 1965), (BOLDEA, 2010) e (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014). Esta representação continua permitindo estimar a interação entre harmônicos de estator e de rotor de mesmo período espacial e que giram no mesmo sentido.

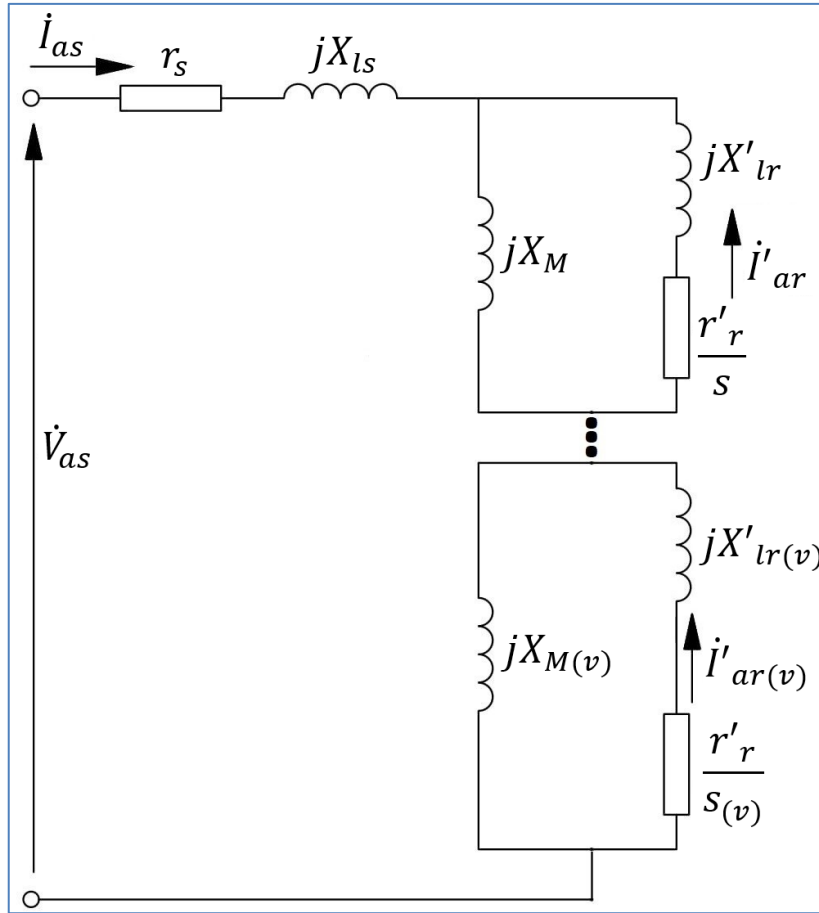


Figura 4.4 – Circuito equivalente de um motor de indução – modelo T – incluindo os efeitos dos componentes harmônicos espaciais.

Monjo (2015) apresenta as equações simplificadas para calcular os parâmetros do motor de indução, Figura 4.4, que exigem dados menos específicos, principalmente da geometria da máquina. Estas equações fornecem resultados aproximados aos apresentados na seção 4.3 e são apresentados nas equações (4-28) a (4-31) a seguir:

$$r'_{r(v)} = r'_r \quad (4-28)$$

$$X_{M(v)} = \frac{X_M}{v^2} \quad (4-29)$$

$$X'_{lr(v)} = \frac{L_{bar} + L_{ring}}{2 * (\sin^{\alpha(v)/2})^2} \frac{\omega_e}{v} \quad (4-30)$$

$$s_{(v)} = 1 - (\pm v(1 - s)) \quad (4-31)$$

onde L_{bar} (H) é a indutância da barra do rotor, L_{ring} (H) é a indutância do anel do rotor, ω_e (rad/s) é a frequência angular e α (rad) é o ângulo de inclinação da ranhura, calculado por (4-32).

$$\alpha_{(v)} = v \frac{2\pi p}{S_r} \quad (4-32)$$

na qual S_r é o número de ranhuras do rotor.

4.3. PROCEDIMENTOS PARA O CÁLCULO DA CURVA TORQUE-VELOCIDADE

A representação do circuito equivalente do motor de indução, Figura 4.4, permite expressar a potência transmitida através do entreferro por (4-33).

$$P_{gap} = 3I_{ar}'^2 \left(r'_r / s \right) \quad (4-33)$$

na qual (r'_r / s) é a resistência aparente do circuito do rotor e I_{ar}' é a componente de carga da corrente de estator. Esta é a potência de entrada do rotor devido a fundamental, ou seja, é igual a soma da potência mecânica desenvolvida pelo rotor, das perdas do cobre das barras do rotor, das perdas por atrito e deslocamento do ar, das perdas do ferro por alta-frequência e dos torques parasitas devido aos campos harmônicos.

A expressão que irá fornecer o valor do torque para a componente fundamental será:

$$T_e = 3p \frac{I_{ar}'^2 \left(r'_r / s \right)}{\omega_s} \quad (4-34)$$

na qual ω_s é a velocidade síncrona mecânica do campo fundamental. Determina-se o torque total somando os torques de cada subcircuito, segundo (4-35).

$$T_e(s) = 3p \frac{I_{ar}'^2 \left(\frac{r'_r}{s} \right)}{\omega_s} + \sum_{v=7,13,\dots} v \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_r}{s_v} I_{ar(v)}'^2 \right) - \sum_{v=5,11,\dots} v \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_r}{s_v} I_{ar(v)}'^2 \right) \quad (4-35)$$

A equação (4-35) demonstra através dos sinais positivo e negativo que o torque obtido em cada subcircuito de ordem v é favorável ou contrário ao torque previsto no modelo T original, conforme as seguintes observações:

- O sinal positivo é utilizado para os componentes harmônicos diretos: a fundamental ($v = 1$) e os componentes de ordem $v = 7, 13, \dots$ (i.e. $v = 6n + 1$, sendo $n = 0, 1, 2, \dots$);
- O sinal negativo para os componentes harmônicos reversos de ordem $v = 5, 11, \dots$ (i.e. $v = 6n + 5$, onde $n = 0, 1, 2, \dots$).

4.4. EXEMPLO

A seção presente visa exemplificar o processo desenvolvido neste capítulo 4, para isso utiliza-se os dados expostos na Tabela 4.1 pertencentes a um motor de indução trifásico com gaiola de esquilo.

Neste exemplo foram calculados os parâmetros para os componentes harmônicos de ordem 5, 7 e 11, obedecendo os critérios especificados na seção 4.2, mesmo porque foram aqueles que resultaram em valores significativos, pois quanto maior a ordem do componente harmônico menor é sua contribuição no valor total do torque (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

Os valores dos componentes do circuito T original foram fornecidos pelo fabricante e os valores dos componentes dos subcircuitos foram calculados segundo a seção 4.2.

Tabela 4.1 – Dados do Motor, exemplo.

Dados do Motor	
Potência (P), kW	4
Tensão (V_{as}), V	400
Frequência (f), Hz	50
Número de pares de polos (p)	2
Resistência do estator (r_s), Ω	0,9760
Reatância de dispersão do estator (X_{ls}), Ω	1,0280
Reatância de magnetização (X_M), Ω	57,1680
Resistência do rotor (r'_r), Ω	1,0240
Reatância de dispersão do rotor (X'_{lr}), Ω	1,6080
Reatância de magnetização ($X_{M(5)}$), Ω	59,8352
Reatância de dispersão do rotor ($X'_{lr(5)}$), Ω	2,2867
Reatância de magnetização ($X_{M(7)}$), Ω	60,9552
Reatância de dispersão do rotor ($X'_{lr(7)}$), Ω	1,1667
Reatância de magnetização ($X_{M(11)}$), Ω	61,6494
Reatância de dispersão do rotor ($X'_{lr(11)}$), Ω	0,4725

O circuito obtido a partir dos resultados encontrados pode ser verificado na Figura 4.5.

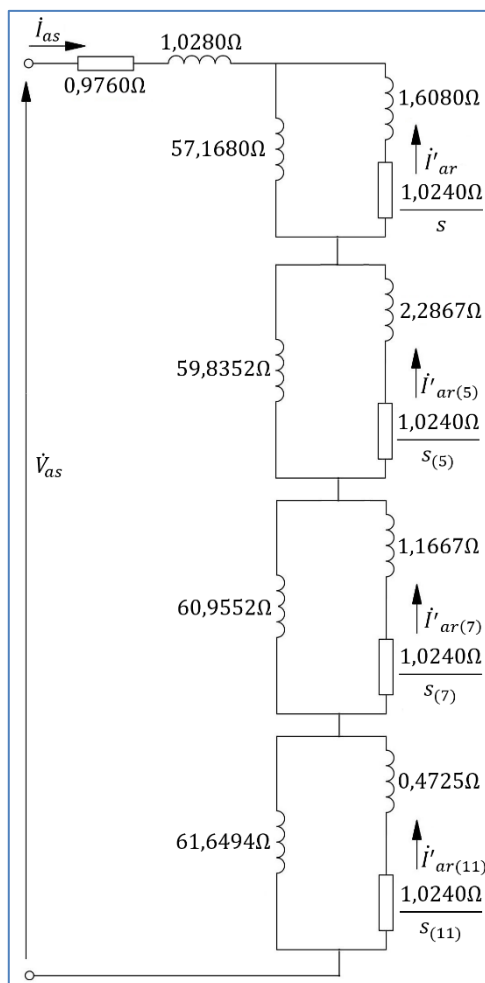


Figura 4.5 – Exemplo, circuito equivalente – modelo T – incluindo os efeitos dos componentes harmônicos espaciais.

Os valores do torque para obtenção da curva do torque versus a velocidade do rotor, Figura 4.6, foram calculados através da equação (4-35).

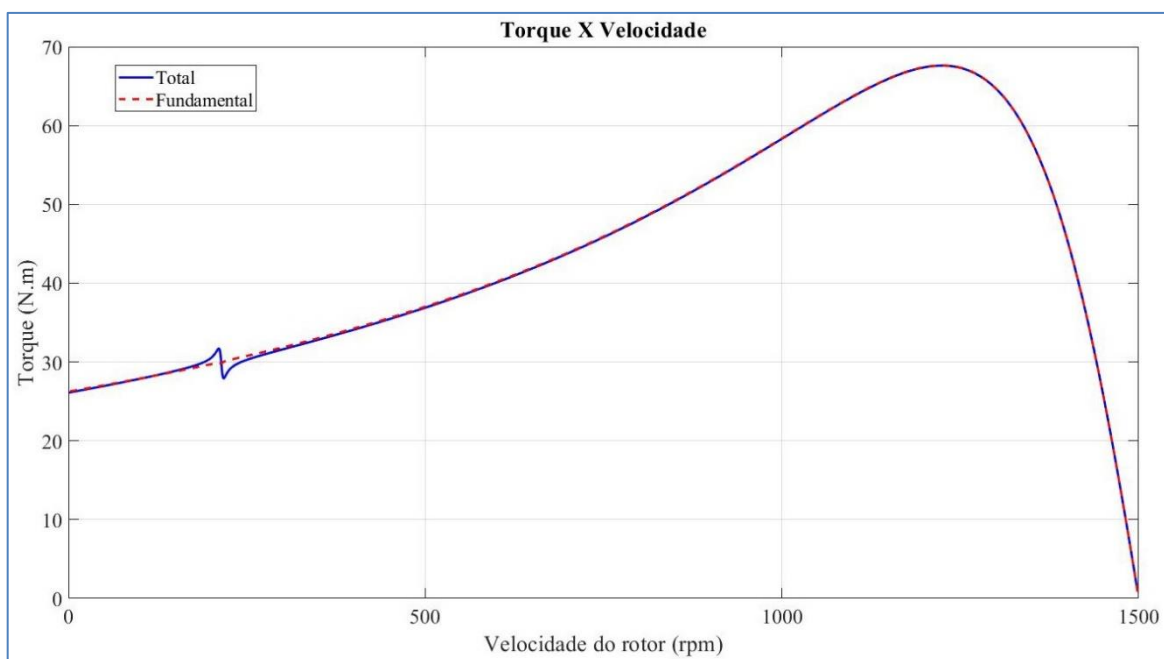


Figura 4.6 – Gráfico do torque versus velocidade do rotor incluindo harmônicos espaciais.

Para destacar os efeitos dos componentes harmônicos sobre o torque ilustra-se em detalhe na Figura 4.7 o mesmo gráfico da Figura 4.6.

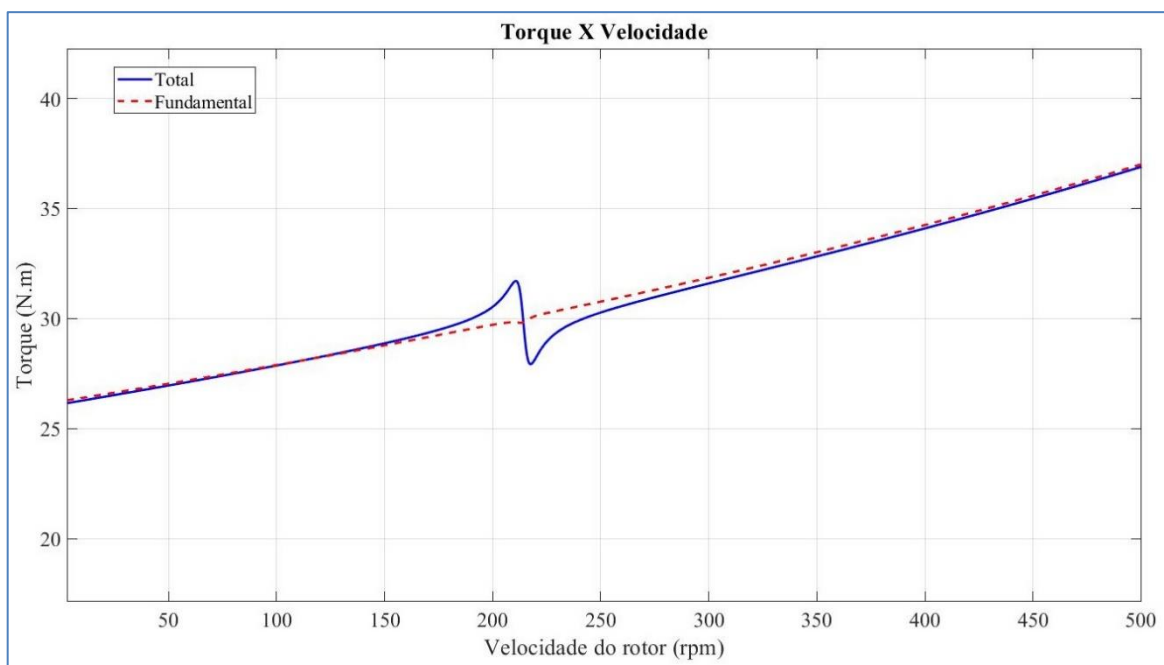


Figura 4.7 – Ampliação do gráfico da Figura 4.6 a fim de demonstrar a ação dos torques “parasitas” sobre a curva do torque.

A Figura 4.8 representa o gráfico do módulo da corrente de estator versus a velocidade do rotor.

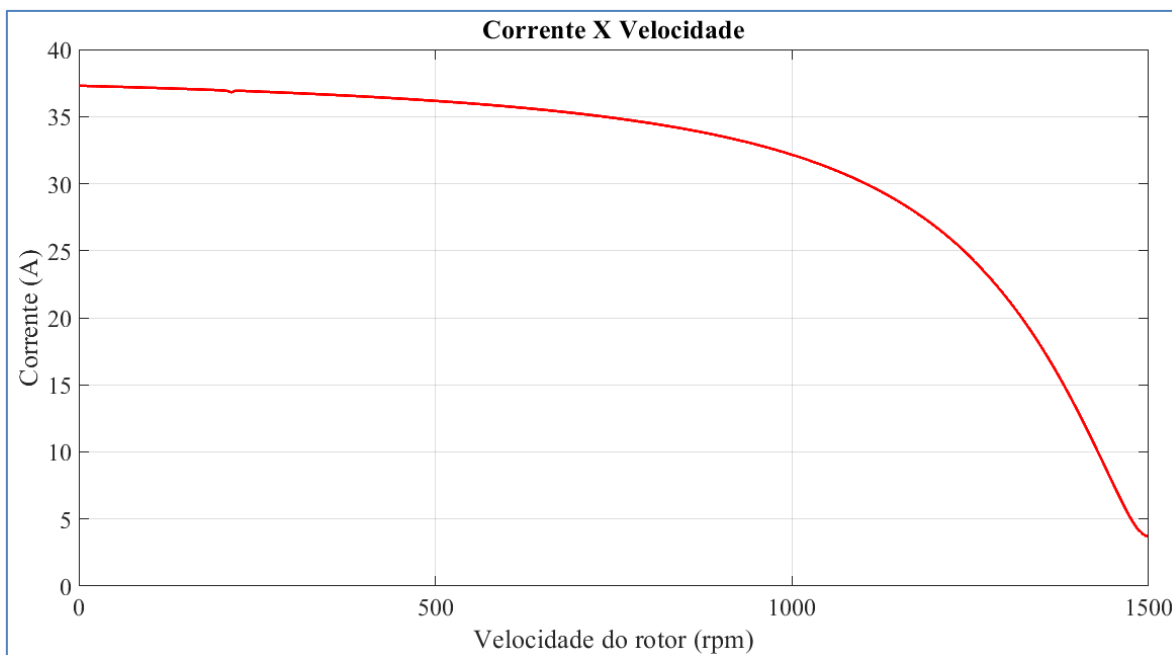


Figura 4.8 – Gráfico do módulo da corrente de estator.

A fim de destacar os efeitos dos componentes harmônicos sobre a corrente ilustra-se em detalhe na Figura 4.9 o mesmo gráfico da Figura 4.8.

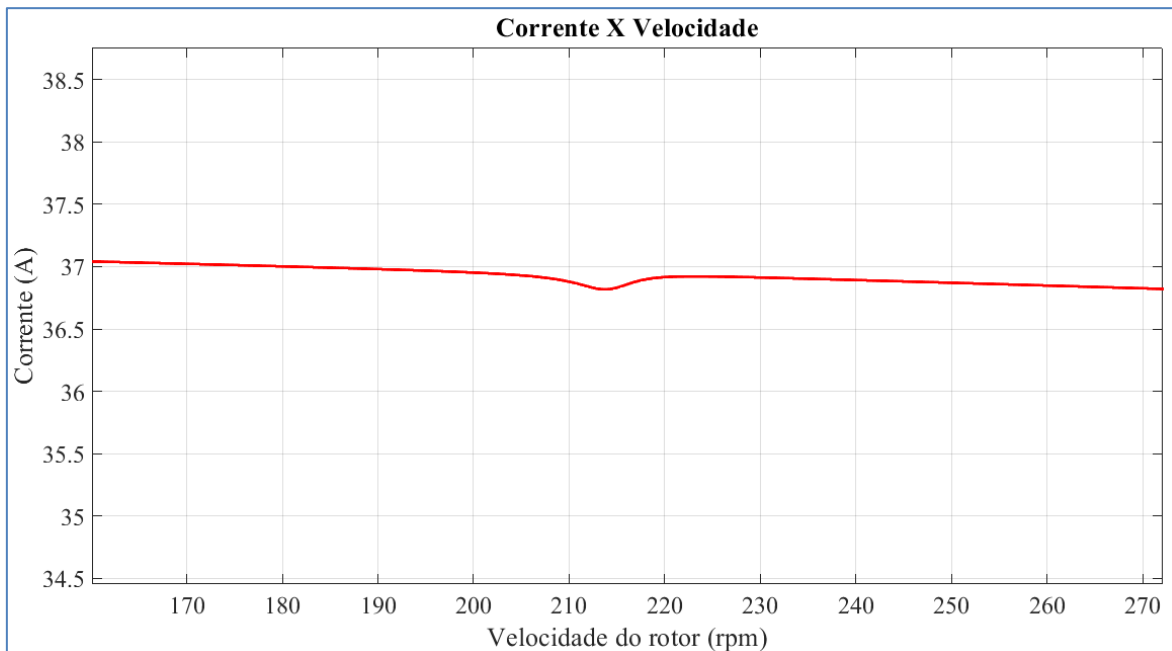


Figura 4.9 – Ampliação do gráfico da Figura 4.6 para demonstrar a ação dos torques “harmônicos” sobre a curva da corrente.

O gráfico da Figura 4.7 demonstra que a atuação dos componentes harmônicos espaciais, em especial o harmônico associado à velocidade $\omega_{s(7)} = \frac{\omega_s}{7}$, causa uma pequena

perturbação na curva do torque em baixa rotação deste motor, o que configura um projeto desenvolvido satisfatoriamente quando analisado apenas os componentes harmônicos. Contudo há outro fenômeno, o efeito pelicular, que pode causar algum distúrbio na curva do torque, pois tem como consequência prática o aumento da resistência elétrica, conseqüentemente ele pode ser interpretado como uma alteração da estrutura do rotor influenciando diretamente alguns parâmetros do motor (COUTO, 1996).

O capítulo seguinte pretende examinar o efeito pelicular e o resultado sobre os parâmetros do motor de indução trifásico e, por conseguinte, o impacto no desempenho do motor.

CAPÍTULO 5

EFEITO PELICULAR

O capítulo 4 apresentou os efeitos causados pelos componentes harmônicos no motor de indução, mas é importante complementar este estudo com a análise do efeito pelicular, pois este é um efeito que tem impacto notável no desempenho do motor.

O efeito pelicular ocorre em condutores sujeitos a fluxos variáveis no tempo e se traduz por uma distribuição não uniforme de densidade de corrente no interior do condutor, ou seja, um comportamento da corrente alternada que a faz circular na superfície do condutor, tendo como consequência prática o aumento da resistência elétrica, pois a área efetiva para a condução de corrente se torna menor (HAYT e BUCK, 2013).

No motor de indução, o efeito pelicular é responsável pela variação de densidade de corrente no rotor devido à variação de frequência da corrente induzida no rotor, se manifestando assim nas barras da gaiola de esquilo (FITZGERALD, 2006). O efeito pelicular pode ser interpretado como uma alteração da estrutura do rotor, refletida como um aumento de sua resistência efetiva, bem como de sua dispersão, ou seja, ele exerce considerável influência sobre alguns parâmetros do motor (COUTO, 1996).

A ocorrência do efeito pelicular torna-se mais relevante em estruturas de rotor em gaiola, com ranhura retangular profunda ou em estruturas de rotor em gaiola dupla (COUTO, 1996). São vários fatores que contribuem para o surgimento do efeito pelicular, entre eles (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014):

- Fluxo de entreferro;
- Fluxos de ordem harmônica;
- Formas dos condutores;
- Presença de outros condutores;
- Disposição dos condutores.

As formas encontradas para diminuir o efeito pelicular no motor de indução estão relacionadas (inicialmente) aos condutores, principalmente em relação às disposições deles, por conseguinte foram desenvolvidas várias formas de ranhuras, conforme a Figura 5.1. A barra também pode ser composta por várias camadas de condutores transpostas, de modo que cada uma delas ocupe todas as posições nas ranhuras, ao longo do comprimento da máquina. Em alta frequência o condutor pode ser dividido em fios finos a fim de reduzir o efeito pelicular a valores semelhantes de quando se usa um único condutor (BOLDEA, 2013).

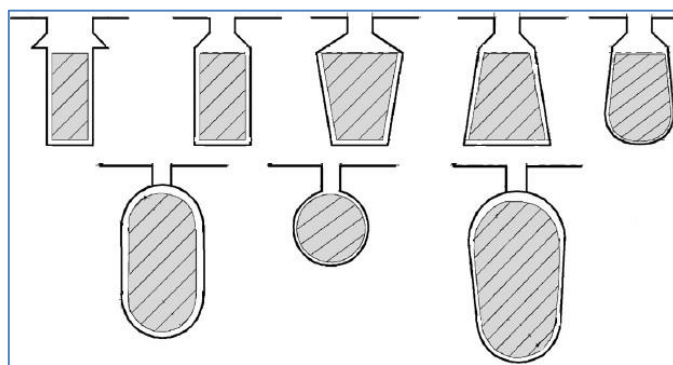


Figura 5.1 – Diferentes tipos de ranhuras.

5.1. INCLUSÃO DO EFEITO PELICULAR NA ANÁLISE DO CIRCUITO EQUIVALENTE COM OS COMPONENTES HARMONICOS ESPACIAIS

O capítulo 4 descreveu o comportamento da resistência de rotor em cada subcircuito de ordem harmônica como idêntico ao comportamento da resistência de rotor do circuito fundamental, pois não era incluído o efeito pelicular na análise. Esse comportamento pode ser visualizado na Figura 4.4.

A distribuição não uniforme de densidade de corrente, o efeito pelicular, resulta em um aumento na resistência efetiva e, em menor escala, num decréscimo da indutância de dispersão efetiva da barra (TORO, 1994). Esse decréscimo da indutância nos motores recentes é desprezível (MONJO, CÓRCOLES e PEDRA, 2015) e foi desconsiderado na análise feita neste capítulo.

O efeito pelicular, no motor de indução, ocorre principalmente na área das ranhuras, mas também está presente em menor extensão nos enrolamentos finais. O cálculo do efeito pelicular deve ser realizado separadamente nas áreas das ranhuras e nas áreas do final do enrolamento, anel do rotor, porque as propriedades magnéticas dessas áreas são totalmente diferentes (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

A resistência de rotor para os subcircuitos harmônicos é composta principalmente pela resistência das barras do rotor, pois o valor da resistência do anel do rotor é irrisório para o cálculo da resistência de rotor (ALGER, 1954).

O passo inicial para calcular a resistência de rotor é conhecer a geometria de suas ranhuras, dado isso calcula-se o fator de correção que irá determinar a variação da resistência em relação ao deslizamento (ERDOGAN, ASSAF, *et al.*, 2003).

Considerando as ranhuras com uma geometria retangular, calcula-se o fator de correção devido o efeito pelicular para a resistência, k_R (BOLDEA, 2010):

$$k_R = \xi \frac{(\sinh(2\xi) + \sin(2\xi))}{((\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)))} \quad (5-1)$$

onde a altura do condutor reduzida ξ é encontrada através da equação (5-2):

$$\xi = h_{tr} \sqrt{\frac{s\omega_s\mu_0\sigma}{2} \frac{b_{r1}}{b_{tr}}} \quad (5-2)$$

sendo h_{tr} a altura da ranhura (ver Figura 4.3), μ_0 a permeabilidade do vácuo, σ a condutividade específica do condutor, b_{r1} a largura interna da ranhura (ver Figura 4.3) e b_{tr} a largura externa da ranhura.

A fim de considerar o efeito pelicular, calcula-se a resistência da barra do rotor por (5-3) (BOLDEA, 2010):

$$R_{bar} = k_R R_{dc} \quad (5-3)$$

onde R_{dc} é a resistência de rotor na frequência zero (corrente contínua), pela expressão (5-4):

$$R_{dc} = \rho_b \frac{l_b}{A_b} \quad (5-4)$$

com ρ_b representando a resistividade da barra do rotor, l_b o comprimento da barra e A_b a área da barra.

A resistência de rotor para cada componente harmônico pode ser calculada pela expressão (5-5) (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014):

$$r'_{r(v)} = R_{bar} + \frac{R_{ring}}{2 * (\sin^{\alpha(v)}/2)^2} \quad (5-5)$$

onde R_{ring} (Ω) é a resistência do anel do rotor, calculada por:

$$R_{ring} = \rho_{ring} \frac{l_{ring}}{A_{ring}} \quad (5-6)$$

sendo ρ_{ring} representando a resistividade do anel do rotor, l_{ring} o comprimento do anel e A_{ring} a área do anel.

O circuito da Figura 4.4 pode ser modificado para o circuito da Figura 5.2, onde há a indicação da alteração do valor da resistência de rotor para cada subcircuito.

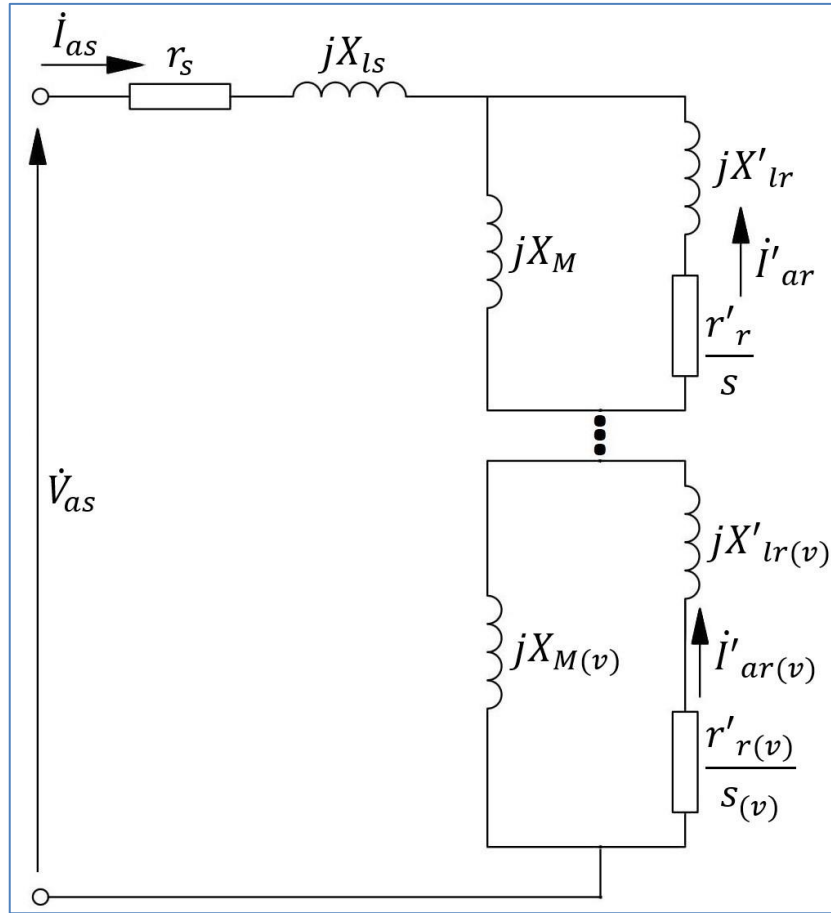


Figura 5.2 – Circuito equivalente – modelo T- incluindo os efeitos dos componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular.

A alteração na equação do torque eletromagnético (4-35) é visualizada no termo da resistência do rotor, que será substituída por $r_{r(v)}$, pois será calculada para cada ordem v :

$$T_e(s) = 3p \frac{I_{ar}^2 \left(\frac{r'_r}{s} \right)}{\omega_s} + \sum_{v=7,13,\dots} v \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_{r(v)}}{s_v} I_{ar(v)}^2 \right) - \sum_{v=5,11,\dots} v \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_{r(v)}}{s_v} I_{ar(v)}^2 \right) \quad (5-7)$$

5.2. EXEMPLO

A seção anterior pode ser exemplificada através do uso dos dados da Tabela 4.1 e 5.1 para calcular a curva do torque por meio da equação (5-7), intitula-se o motor descrito por

estes dados como motor#1. Será utilizado também outro motor, intitulado motor#2, para contribuir com a compreensão do modelo.

Observa-se na Tabela 5.1 os valores das resistências de cada subcircuito, calculadas pela expressão (5-5), diferente da Tabela 4.1, onde há somente o valor da resistência do circuito fundamental, já que não há alteração em seu valor se o efeito pelicular for desprezado.

Tabela 5.1 – Dados dos motores #1 e #2, exemplo.

Grandezas	Motor#1	Motor#2
Potência (P), kW	4	1,5
Tensão (V_{as}), V	400	400
Frequência (f), Hz	50	50
Número de pares de polos (p)	2	3
Resistência do estator (r_s), Ω	0,9760	4,0513
Reatância de dispersão do estator (X_{ls}), Ω	1,0280	6,3680
Reatância de magnetização (X_M), Ω	57,1680	99,0720
Resistência do rotor (r'_r), Ω	1,0240	3,8827
Reatância de dispersão do rotor (X'_{lr}), Ω	1,6080	7,9893
Reatância de magnetização ($X_{M(5)}$), Ω	2,2867	0,1280
Resistência do rotor ($r_{r(5)}$), Ω	12,0600	18,9973
Reatância de dispersão do rotor ($X'_{lr(5)}$), Ω	59,8352	20,3627
Reatância de magnetização ($X_{M(7)}$), Ω	1,1667	0,8000
Resistência do rotor ($r_{r(7)}$), Ω	2,7920	8,3627
Reatância de dispersão do rotor ($X'_{lr(7)}$), Ω	60,9552	0,2560
Reatância de magnetização ($X_{M(11)}$), Ω	0,4725	0,0107
Resistência do rotor ($r_{r(11)}$), Ω	17,2080	11,7440
Reatância de dispersão do rotor ($X'_{lr(11)}$), Ω	61,6494	12,2240

A Figura 5.3 apresenta as curvas dos torques da componente fundamental, do torque total (soma da componente fundamental com o torque dos componentes harmônicos) e as curvas dos torques dos componentes harmônicos do motor#1. Enquanto a Figura 5.4, apresenta as mesmas curvas, mas para o motor#2.

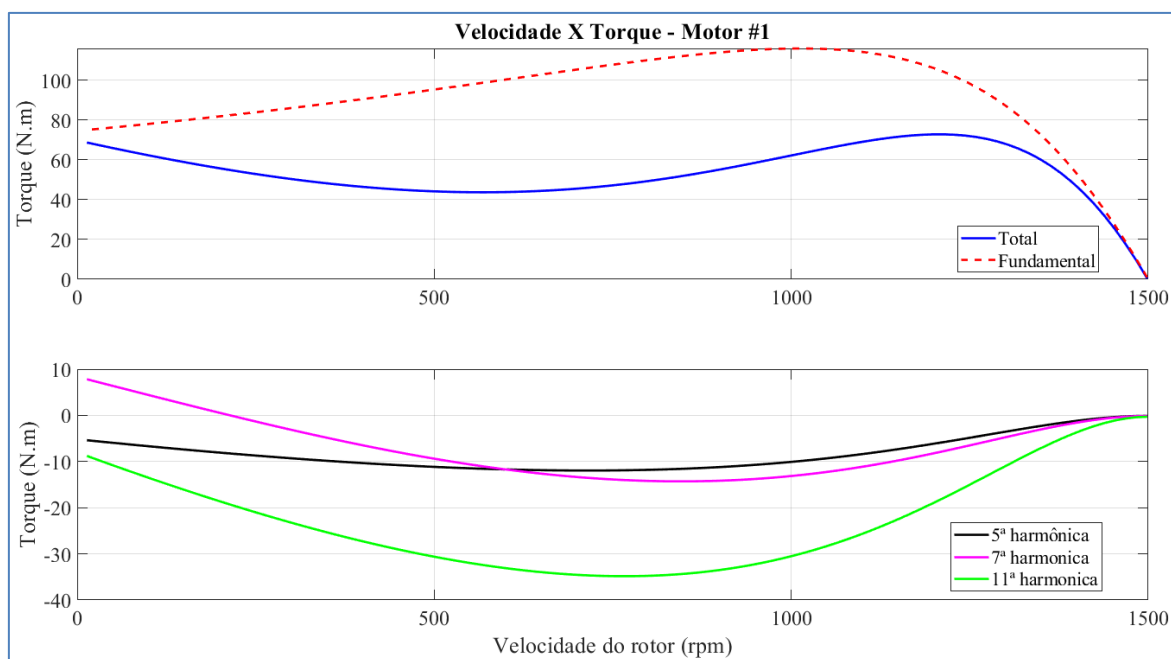


Figura 5.3 – Gráfico do torque versus velocidade do motor#1 incluindo harmônicos espaciais e o efeito pelicular.

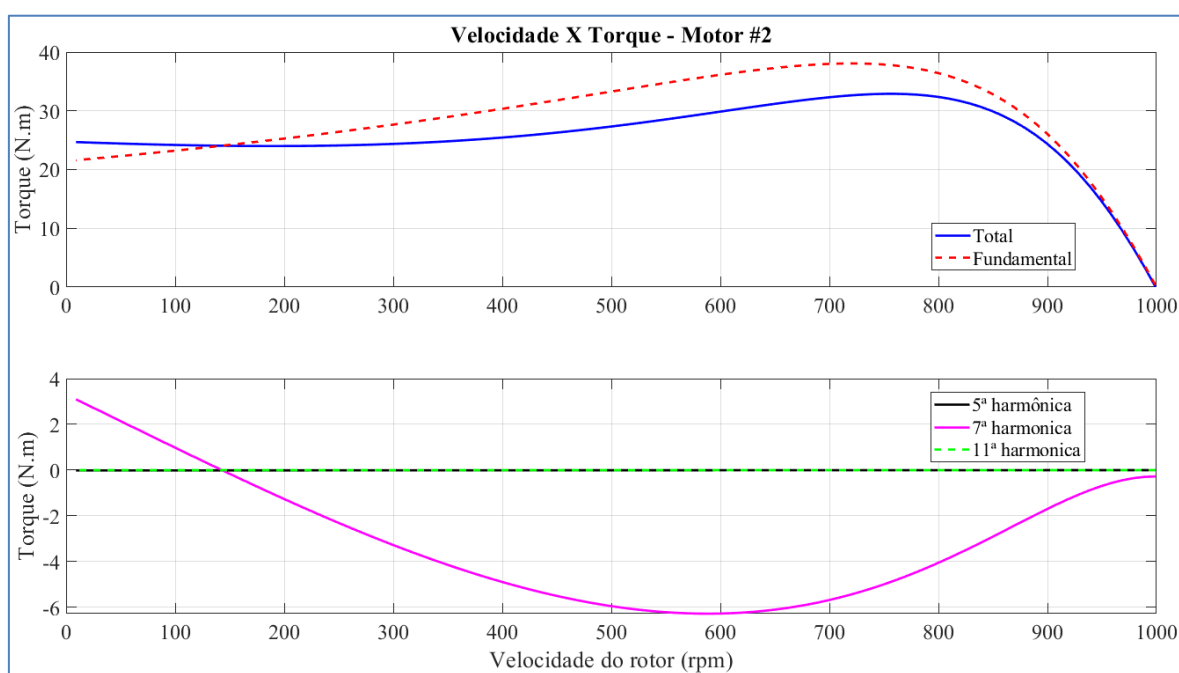


Figura 5.4 – Gráfico do torque versus velocidade do motor#2 incluindo harmônicos espaciais e o efeito pelicular.

Ao observar a Figura 4.6 e a Figura 5.3, pode-se concluir que o efeito pelicular altera bastante a curva do torque do motor#1, demonstrando que é um efeito importante a ser considerado para se fazer uma análise mais real do motor, juntamente com a inclusão dos componentes harmônicos espaciais. A Figura 5.4 corrobora com esta afirmação, pois

demonstra um comportamento semelhante do efeito pelicular sobre as curvas da fundamental e dos componentes harmônicos.

A Figura 5.5 apresenta os gráficos das Figuras 4.6 e 5.3 para que seja evidenciada a diferença quando se adiciona o efeito pelicular à análise do motor #1 que considera os componentes harmônicos.

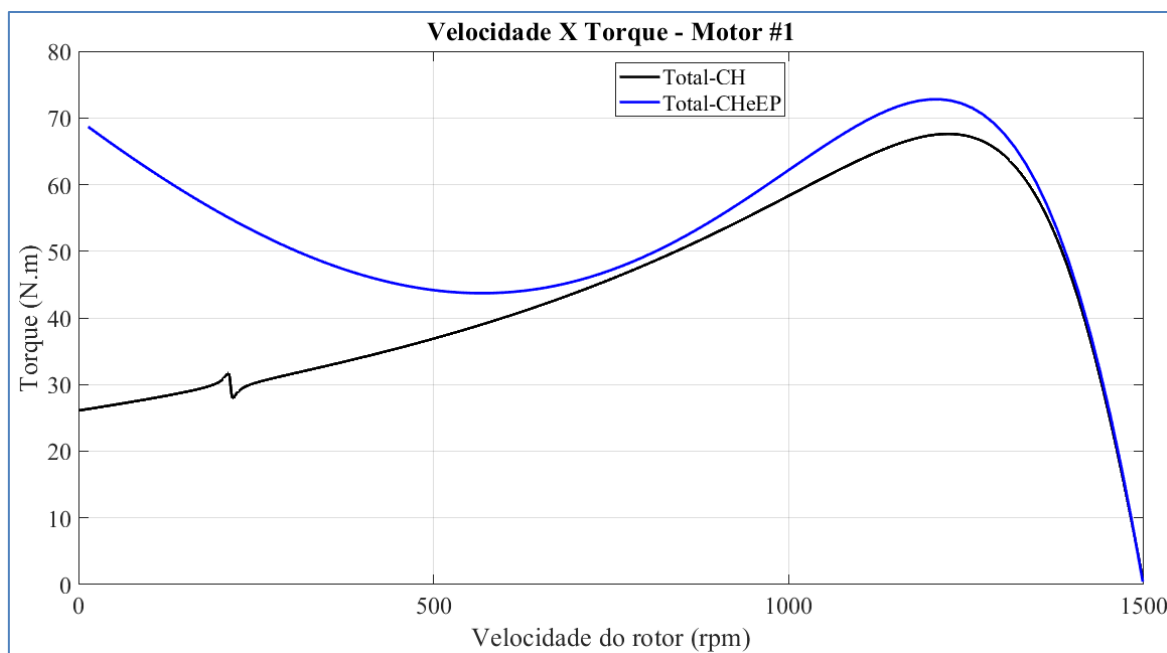


Figura 5.5 – Gráfico do torque com componentes harmônicos (CH) e com os componentes harmônicos e efeito pelicular (CHeEP).

O motor #1 apresentou como torque de rotor bloqueado os seguintes valores:

- Considerando apenas o circuito fundamental: 129,0793 N.m
- Incluindo os componentes harmônicos espaciais: 26,9649 N.m
- Incluindo os componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular: 72,4718 N.m

No capítulo seguinte será demonstrado uma variação do circuito equivalente, com essas inclusões, com o objetivo de facilitar os cálculos e a visualização dos efeitos sobre o motor de indução.

CAPÍTULO 6

CIRCUITO EQUIVALENTE – Γ' INCLUINDO OS COMPONENTES HARMONICOS ESPACIAIS E O EFEITO PELICULAR

O capítulo 3 demonstrou como são feitas as transformações do circuito equivalente clássico do motor de indução, modelo T, para outros modelos como Γ e Γ' , enquanto os capítulos 4 e 5 descreveram o processo de inclusão e análise dos componentes harmônicos espaciais e efeito pelicular no circuito equivalente modelo T. Os resultados apresentados indicaram uma maior confiabilidade.

A proposta deste capítulo é mesclar as vantagens da transformação do modelo T para o modelo Γ' , como a necessidade de apenas quatro parâmetros para descrever o modelo da máquina e a análise da dispersão apenas do ponto de vista do estator, além de reproduzir resultados mais reais ao incluir no modelo o efeito pelicular e os componentes harmônicos espaciais.

O processo proposto consiste em adaptar a transformação do modelo T para o modelo Γ' , apresentado na seção 3.3, com a finalidade de transformar o modelo T com os subcircuitos, que representam os componentes harmônicos espaciais (capítulo 4), no modelo Γ' com os subcircuitos, mas com a dispersão de todos os subcircuitos apenas do ponto do estator.

6.1. TRANSFORMAÇÃO DO CIRCUITO EQUIVALENTE – MODELO T PARA O MODELO Γ'

O processo de transformação do circuito equivalente – modelo T da Figura 5.2 para o modelo Γ' segue um processo semelhante ao apresentado na seção 3.3. Inicialmente é importante visualizar os fluxos presentes no modelo T, eles podem ser visualizados na Figura 6.1.

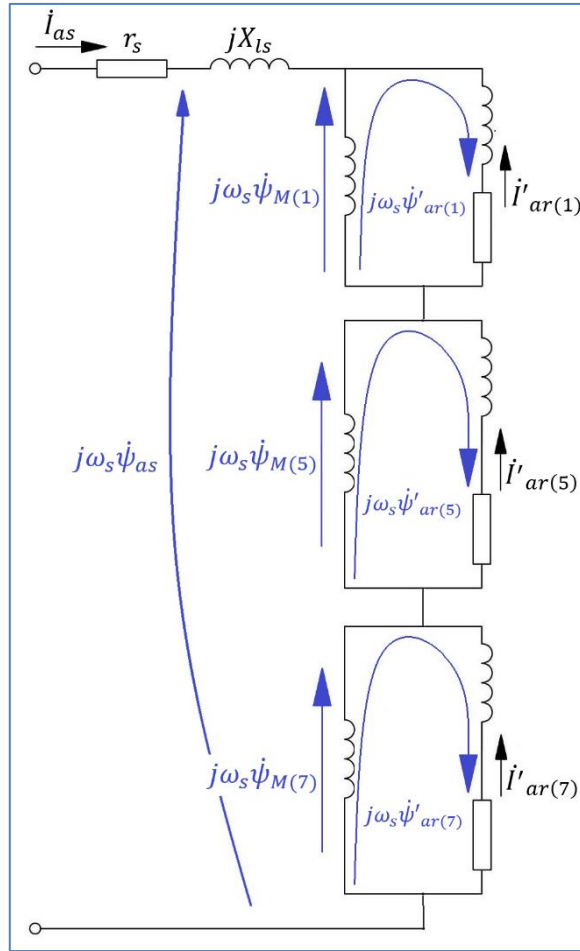


Figura 6.1 – Circuito equivalente – modelo T – incluindo os componentes harmônicos e seus respectivos fluxos.

Conforme a Figura 6.1 apenas as componentes fundamental, 5ª e 7ª harmônicas serão consideradas nesta análise, pois a inserção de mais componentes iria apenas acrescentar mais termos às equações sem alterar a fundamentação.

Analisando a Figura 6.1, a equação que corresponde ao fluxo de estator:

$$\psi_{as} = \psi_{ls} + \psi_{M(1)} + \psi_{M(5)} + \psi_{M(7)} \quad (6-1)$$

Pode ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned} \psi_{as} = & X_{ls}i_{as} + X_{M(1)}(i_{as} + i'_{ar(1)}) + X_{M(5)}(i_{as} + i'_{ar(5)}) \\ & + X_{M(7)}(i_{as} + i'_{ar(7)}) \end{aligned} \quad (6-2)$$

Enquanto os fluxos de rotor podem ser definidos como:

$$\begin{cases} \dot{\psi}'_{ar(1)} = X'_{lr(1)} \dot{I}'_{ar(1)} + X_{M(1)} (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar(1)}) \\ \dot{\psi}'_{ar(5)} = X'_{lr(5)} \dot{I}'_{ar(5)} + X_{M(5)} (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar(5)}) \\ \dot{\psi}'_{ar(7)} = X'_{lr(7)} \dot{I}'_{ar(7)} + X_{M(7)} (\dot{I}_{as} + \dot{I}'_{ar(7)}) \end{cases} \quad (6-3)$$

Define-se agora o $X'_{rr(v)}$ como:

$$\begin{cases} X'_{rr(1)} = X'_{lr(1)} + X_{M(1)} \\ X'_{rr(5)} = X'_{lr(5)} + X_{M(5)} \\ X'_{rr(7)} = X'_{lr(7)} + X_{M(7)} \end{cases} \quad (6-4)$$

E substituindo o conjunto de equações (6-4) em (6-3), tem-se:

$$\begin{cases} \frac{X_{M(1)}}{X'_{rr(1)}} \dot{\psi}'_{ar(1)} = X_{M(1)} \dot{I}'_{ar(1)} + \frac{X_{M(1)}^2}{X'_{rr(1)}} \dot{I}_{as} \\ \frac{X_{M(5)}}{X'_{rr(5)}} \dot{\psi}'_{ar(5)} = X_{M(5)} \dot{I}'_{ar(5)} + \frac{X_{M(5)}^2}{X'_{rr(5)}} \dot{I}_{as} \\ \frac{X_{M(7)}}{X'_{rr(7)}} \dot{\psi}'_{ar(7)} = X_{M(7)} \dot{I}'_{ar(7)} + \frac{X_{M(7)}^2}{X'_{rr(7)}} \dot{I}_{as} \end{cases} \quad (6-5)$$

Como feito na seção 3.3, define-se os fatores de transformação γ de ordem harmônica, como:

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{X_{M(1)}}{X'_{rr(1)}} \\ \gamma_5 = \frac{X_{M(5)}}{X'_{rr(5)}} \\ \gamma_7 = \frac{X_{M(7)}}{X'_{rr(7)}} \end{cases} \quad (6-6)$$

Aplicando-os no conjunto de equações (6-5), tem-se:

$$\begin{cases} \gamma_1 \dot{\psi}'_{ar(1)} = X_{M(1)} \dot{I}'_{ar(1)} + \gamma_1 X_{M(1)} \dot{I}_{as} \\ \gamma_5 \dot{\psi}'_{ar(5)} = X_{M(5)} \dot{I}'_{ar(5)} + \gamma_5 X_{M(5)} \dot{I}_{as} \\ \gamma_7 \dot{\psi}'_{ar(7)} = X_{M(7)} \dot{I}'_{ar(7)} + \gamma_7 X_{M(7)} \dot{I}_{as} \end{cases} \quad (6-7)$$

Daí multiplica-se o primeiro termo após a igualdade de cada equação (6-7) por γ/γ , encontrando-se:

$$\begin{cases} \gamma_1 \dot{\psi}'_{ar(1)} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1} X_{M(1)} \dot{I}'_{ar(1)} + \gamma_1 X_{M(1)} \dot{I}_{as} \\ \gamma_5 \dot{\psi}'_{ar(5)} = \frac{\gamma_5}{\gamma_5} X_{M(5)} \dot{I}'_{ar(5)} + \gamma_5 X_{M(5)} \dot{I}_{as} \\ \gamma_7 \dot{\psi}'_{ar(7)} = \frac{\gamma_7}{\gamma_7} X_{M(7)} \dot{I}'_{ar(7)} + \gamma_7 X_{M(7)} \dot{I}_{as} \end{cases} \quad (6-8)$$

Definindo:

$$\begin{cases} \gamma_1 \dot{\psi}'_{ar(1)} = \dot{\psi}'_{aR(1)} \\ \gamma_5 \dot{\psi}'_{ar(5)} = \dot{\psi}'_{aR(5)} \\ \gamma_7 \dot{\psi}'_{ar(7)} = \dot{\psi}'_{aR(7)} \end{cases} \quad (6-9)$$

e:

$$\begin{cases} \frac{\dot{I}'_{ar(1)}}{\gamma_1} = \dot{I}'_{aR(1)} \\ \frac{\dot{I}'_{ar(5)}}{\gamma_5} = \dot{I}'_{aR(5)} \\ \frac{\dot{I}'_{ar(7)}}{\gamma_7} = \dot{I}'_{aR(7)} \end{cases} \quad (6-10)$$

aplicando (6-9) e (6-10) em (6-8), encontra-se:

$$\begin{cases} \dot{\psi}'_{aR(1)} = \gamma_1 X_{M(1)} \dot{I}'_{aR(1)} + \gamma_1 X_{M(1)} \dot{I}_{as} \\ \dot{\psi}'_{aR(5)} = \gamma_5 X_{M(5)} \dot{I}'_{aR(5)} + \gamma_5 X_{M(5)} \dot{I}_{as} \\ \dot{\psi}'_{aR(7)} = \gamma_7 X_{M(7)} \dot{I}'_{aR(7)} + \gamma_7 X_{M(7)} \dot{I}_{as} \end{cases} \quad (6-11)$$

Assim, organizando os termos das equações dos fluxos de rotor (6-11) e do estator (6-2), produz-se:

$$\begin{cases} \dot{\psi}'_{aR(1)} = \gamma_1 X_{M(1)} (\dot{I}'_{aR(1)} + \dot{I}_{as}) \\ \dot{\psi}'_{aR(5)} = \gamma_5 X_{M(5)} (\dot{I}'_{aR(5)} + \dot{I}_{as}) \\ \dot{\psi}'_{aR(7)} = \gamma_7 X_{M(7)} (\dot{I}'_{aR(7)} + \dot{I}_{as}) \end{cases} \quad (6-12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{as} = \dot{I}_{as} (X_{ls} + \gamma_1 X'_{lr(1)} + \gamma_5 X'_{lr(5)} + \gamma_7 X'_{lr(7)}) + \dot{\psi}'_{aR(1)} + \dot{\psi}'_{aR(5)} \\ + \dot{\psi}'_{aR(7)} \end{aligned} \quad (6-13)$$

onde, observando a Figura 6.2, encontra-se na equação (6-13) que:

$$X_{ls} + \gamma_1 X'_{lr(1)} + \gamma_5 X'_{lr(5)} + \gamma_7 X'_{lr(7)} = X'_l \quad (6-14)$$

Além de verificar que a soma de todas as reatâncias de dispersão dos subcircuitos, $\gamma_1 X'_{lr(1)} + \gamma_5 X'_{lr(5)} + \gamma_7 X'_{lr(7)}$, está presente na reatância equivalente X'_l no estator.

Os parâmetros do circuito equivalente são calculados conforme a Tabela 3.1, sendo que são calculados para cada subcircuito e a reatância equivalente é a soma das reatâncias de dispersão do rotor de cada subcircuito, conforme equação (6-14).

O cálculo do torque é feito através da equação (6-15):

$$\begin{aligned} T_e(s) = 3p \frac{I'^2_{aR} (r'_{R/s})}{\omega_s} + \sum_{v=7,13,\dots} v \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_{R(v)}}{s_v} I'^2_{aR(v)} \right) \\ - \sum_{v=5,11,\dots} v \frac{3p}{\omega_s} \left(\frac{r'_{R(v)}}{s_v} I'^2_{aR(v)} \right) \end{aligned} \quad (6-15)$$

O circuito equivalente – modelo Γ' incluindo os componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular, resultante da transformação proposta nesta seção, pode ser visualizado na Figura 6.2 a seguir.

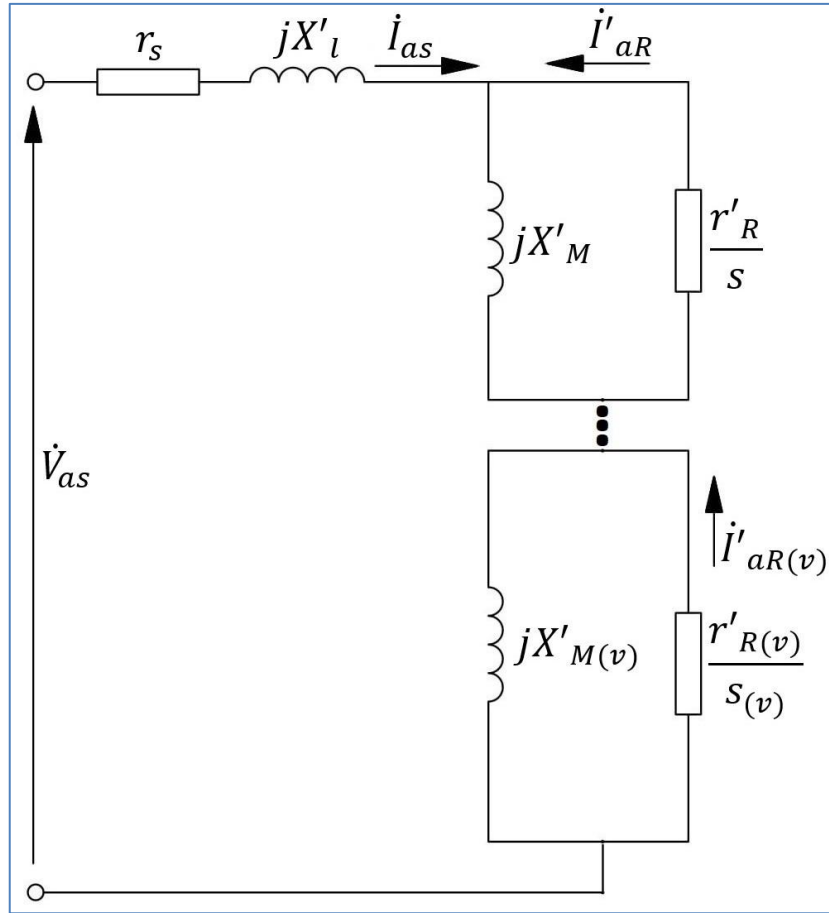


Figura 6.2 – Circuito Equivalente – Modelo Γ' - incluindo os componentes harmônicos espaciais e o efeito pelicular.

6.2. VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Os dados dos motores expostos na Tabela 5.1 foram utilizados para calcular os parâmetros dos motores conforme a seção anterior e aplicados nos circuitos da Figura 6.2 a fim de compará-los com os valores obtidos na seção 5.2 e assim validar a transformação proposta.

A Figura 6.3 explicita a curva do torque do motor#1 plotada através dos resultados obtidos pela equação do torque (6-15), em comparação com o gráfico da Figura 5.3.

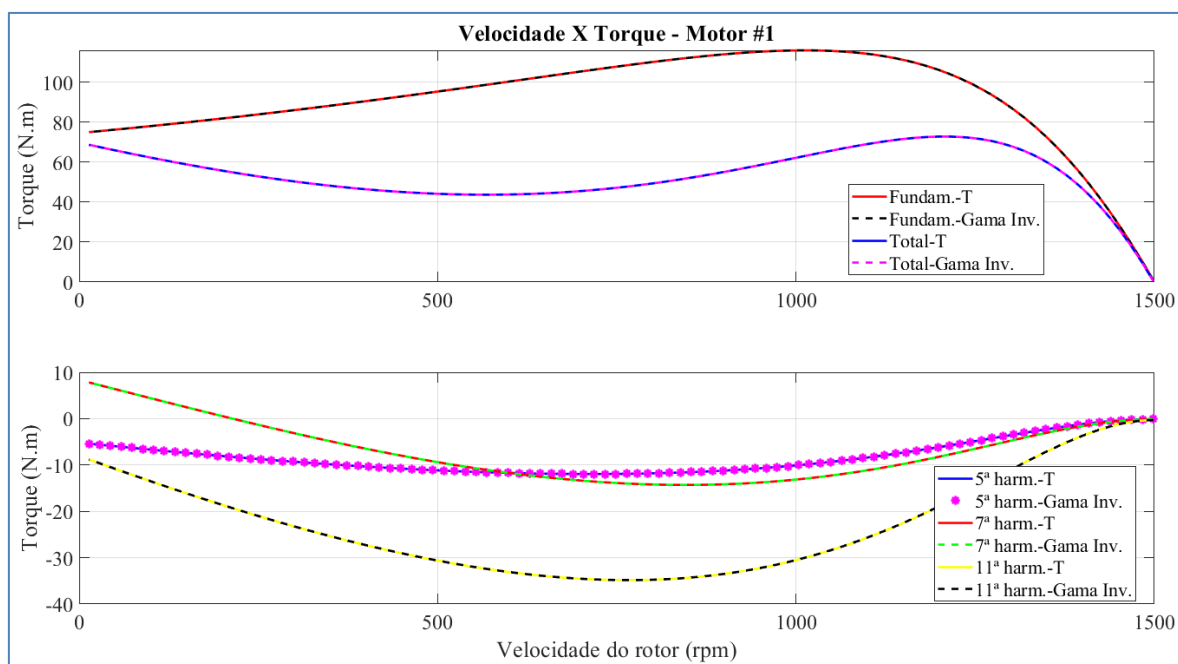


Figura 6.3 – Gráfico comparativo entre valores obtidos do circuito equivalente – modelo T e Γ' do motor#1.

A curva de torque do motor#2 é apresentada na Figura 6.4, em comparação com o gráfico da Figura 5.4.

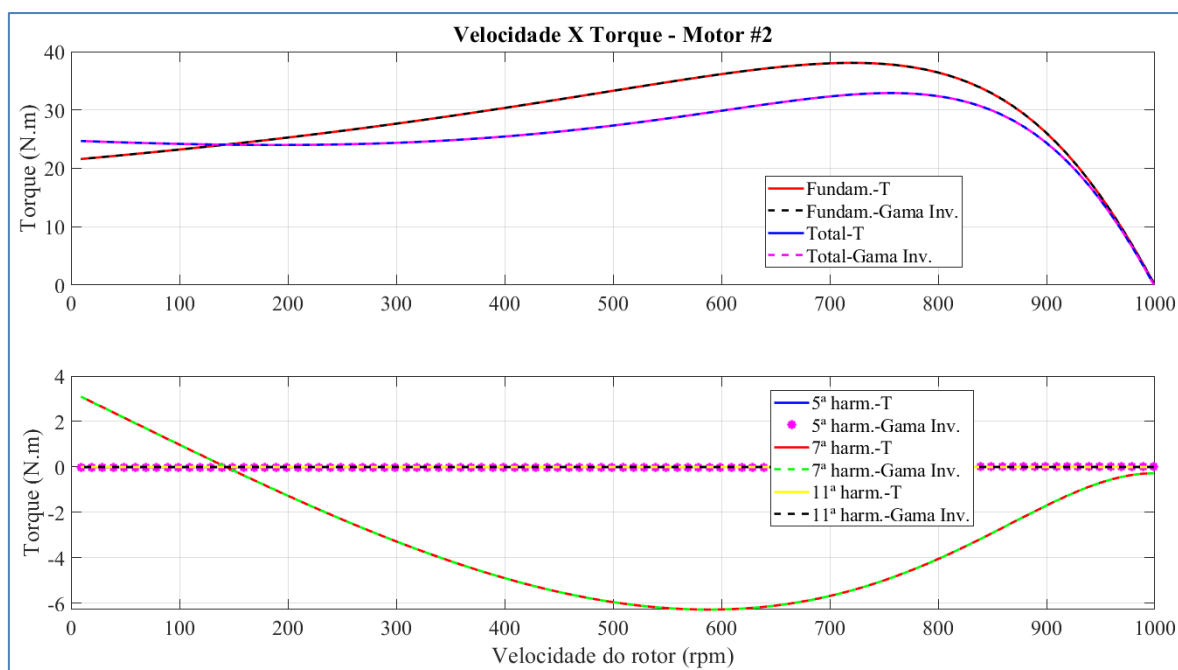


Figura 6.4 – Gráfico comparativo entre valores obtidos do circuito equivalente – modelo T e Γ' do motor#2.

Os gráficos das Figuras 6.3 e 6.4 validam a transformação proposta, pois os valores obtidos nos modelos T e Γ' foram exatamente iguais, assim comprova-se que o modelo é confiável para ser usado segundo a necessidade da aplicação.

CONCLUSÃO

As máquinas elétricas foram um marco na história, pois possibilitaram o desenvolvimento de muitos equipamentos que contribuem na execução de várias tarefas. Elas são conhecidas por diversos nomes, como: CC (corrente contínua), síncronas, de imã permanente, de relutância variável, de histerese, sem escovas, de indução, etc.

O motor mais comum é o de indução, apresentado pela primeira vez por Nikola Tesla em 1888. Vários pesquisadores contribuíram com o desenvolvimento da máquina apresentada por Tesla, até chegarem no modelo do motor trifásico com gaiola de esquilo, muito disseminado atualmente. Outro fator que contribuiu para a disseminação dos motores de indução é a sua simplicidade de construção e robustez, que se traduz em baixo custo de produção e manutenção mínima.

Charles Proteus Steinmetz foi o primeiro a contribuir com o estudo e modelagem do motor de indução, principalmente com a criação do conceito do circuito equivalente e do “escorregamento”, facilitando a análise do desempenho da máquina. A contribuição de Steinmetz foi sendo aprimorada até chegarem ao modelo contemporâneo e em regime permanente muito utilizado hoje, como o circuito equivalente – modelo T.

O modelo T do circuito equivalente não é mais o único a ser utilizado em análises da máquina de indução, outros modelos foram sendo desenvolvidos de acordo com a necessidade, como os modelos Γ e Γ' , que permitem uma visualização diferenciada, podendo analisar o circuito com as reatâncias de dispersão do ponto de vista do rotor ou do estator, respectivamente. Essa característica sugere uma análise que necessita apenas de quatro parâmetros do motor para efetuarla, por exemplo. Conforme apresentado, as transformações produzem os mesmos resultados a formulação convencional, mas através de uma análise diferenciada.

A análise convencional não inclui fenômenos que influenciam perceptivelmente o desempenho dos motores de indução, como os componentes harmônicos espaciais de força magnetomotriz, mas consideram o motor um dispositivo linear e livre dos componentes harmônicos, o que impede uma análise mais completa e resultados mais próximos dos reais.

A adição dos componentes harmônicos espaciais permite a descrição de comportamentos do motor de indução em outros modos de operação que o circuito equivalente convencional – modelo T – não permite. A inserção de subcircuitos em paralelo com o modelo convencional e o cálculo dos parâmetros de cada subcircuito são fundamentais para a inserção dos efeitos causados pelos componentes harmônicos espaciais no circuito equivalente.

Outro fenômeno estudado foi o efeito pelicular, que no motor de indução pode ser interpretado como uma alteração da estrutura do rotor, refletida como um aumento de sua resistência efetiva. Observou-se que o impacto do efeito pelicular em cada subcircuito estudado foi considerável e possibilitou que as curvas do motor se aproximassem muito das curvas obtidas em ensaios feitos em laboratórios.

O último capítulo desse trabalho apresentou a compilação dos demais capítulos através da proposta de transformar o modelo T mais completo para análise do motor de indução, apresentado no capítulo 5, no modelo semelhante ao Γ' apresentado no capítulo 3, mas com a inclusão dos componentes harmônicos e o efeito pelicular, pois este modelo apresenta características relevantes, como a reatância de dispersão apenas do ponto de vista do estator e a necessidade de apenas quatro parâmetros para descrever o modelo.

A eficácia e viabilidade dessa transformação foi afirmada através de um exemplo em que os resultados obtidos foram rigorosamente iguais àqueles obtidos através da análise do circuito equivalente – modelo T.

O tema dissertado no trabalho é complexo e extenso, permitindo uma ampla variedade de diferentes abordagens, dentre elas sugere-se utilizar o modelo gama para obter dispersões representadas no rotor, propor a realização de ensaios para determinação de torque e de parâmetros do circuito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIEE COMMITTEE REPORT. Induction Motor Leakage Reactance Calculations. **Electrical Engineering**, v. 67, n. 5, p. 430-434, Maio 1948.

ALGER, P. L. Speed-Torque Calculations for Induction Motors with Part Windings. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, v. 73, n. 1, p. 10, 1954.

ALGER, P. L. **The Nature of Induction Machines**. New York: Gordon and Breach, Science Publisher, Inc, 1965.

ALGER, P. L.; ARNOLD, R. E. The history of induction motors in America. **Proceedings of the IEEE**, v. 64, n. 9, p. 1380-1383, set. 1976. ISSN 0018-9219.

BOLDEA, I. **The induction machines design handbook**. 2ª. ed. Boca Raton: CRC Press, 2010. 824 p.

BOLDEA, I. **Linear Electric Machines, Drives, and MAGLEVs Handbook**. 1ª. ed. New York: CRC Press, 2013.

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. 5ª. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

CHAVES, D. B.; CHAGAS, N. B. Características e Comportamentos do Efeito Pelicular. **Anais do 8º Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão - Universidade Federal do Pampa**, Bagé, v. 8, n. 2ª, p. 2, 2016.

CHEN, Z.; HU, Y.; BLAABJERG, F. Stability improvement of induction generator-based wind turbine systems. **IET Renewable Power Generation**, v. 1, n. 1, p. 81-93, Abril 2007.

COUTO, E. B. **Identificação Paramétrica de um Motor de Indução Trifásico Através de Ensaio Degrau em Corrente Contínua**. São Carlos: USP, 1996.

DAVEY, K. R. The Equivalent T Circuit of the Induction Motor: Its Nonuniqueness and Use to the Magnetic Field Analyst. **IEEE Transactions on Magnetism**, Austin, v. 43, n. 4, p. 1745-1748, Abril 2007. ISSN 0018-9464.

DE DONCKER, R. W.; NOVOTNY, D. W. The Universal Field Oriented Controller. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 30, n. 1, p. 92-100, Jan/Fev 1994. ISSN 1939-9367.

ERDOGAN, N. et al. **An accurate 3-phase induction machine model including skin effect and saturations for transient studies**. Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems. Beijing: IEEE. 2003.

FITZGERALD, A. E. **Máquinas Eléctricas Com introdução à eletrônica de potência**. Tradução de Anatólio Laschuk. 6ª. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006. 648 p.

HAMATA, V.; HELLER, B. **Harmonic Field Effects In Induction Machines**. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1977.

HAMDI, E. S. **Design of Small Electrical Machines**. Chichester: John Wiley & Sons, 1994.

HAMMOND, J.. Charles Proteus Steinmetz. **Encyclopædia Britannica**, 2009. Disponível em: <https://academic-eb-britannica.ez49.periodicos.capes.gov.br/levels/collegiate/article/Charles-Proteus-Steinmetz/69559#>>. Acesso em: 22 maio 2018.

HAYT, W. H.; BUCK, J. A. **Eletromagnetismo**. 8ª. ed. Porto Alegre: Mc Graw Hill, 2013.

HOLAND, J. H. **Performance Curves Of A Double-Cage Induction Motor**. Atlanta: Georgia School, 1948.

KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY. History - The invention of the electric motor 1856-1893. **KIT - Homepage**, 2018. Disponível em: <https://www.eti.kit.edu/english/1390.php>. Acesso em: 28 set. 2018.

KIBBY, D. **Comparison of methodologies for induction motor design**. Montreal: eScholarship@McGill, 2013. 75 p.

KOSTENKO, M. **Máquinas Eléctricas**. Tradução de Antônio Fernandes Magalhães. Porto: Lopes da Silva, v. II, 1979.

KRAUSE, P. C. et al. **Analysis of electric machinery and drive systems**. 3ª. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2013.

KRON, G. Induction Motor Slot Combinations Rules to Predetermine Crawling, Vibration, Noise and Hooks in the Speed-Torque Curve. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 50, n. 2, p. 757-767, Junho 1931.

LAITHWAITE, E. R. **Induction Machines for Special Purposes**. 1ª. ed. New York: Chemical Publishing CO., INC., 1966. 335 p.

LOBOSCO, O. S. **Seleção e Aplicação de Motores Eléctricos**. São Paulo: McGraw-Hill/Siemens, v. 1, 1988.

MONJO, L. **Aportacions a la modelització de la màquina d'inducció de gàbia d'esquirol**. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2013.

MONJO, L.; CÓRCOLES, F.; PEDRA, J. Parameter estimation of squirrel-cage motors with parasitic torques in the torque–slip curve. **IET Electric Power Applications**, p. 377 - 387, 30 abr. 2015.

NOVOTNY, D. W.; LIPO, T. A. **Vector Control and Dynamics of AC Drives**. Wisconsin: Clarendon Press - Oxford, 1998.

ORSINI, L. Q. **Circuitos Eléctricos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1975. 324 p.

PYRHÖNEN, J.; HRABOVCOVÁ, V.; SEMKEN, S. **Electrical machine drives control: An introduction**. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2016.

PYRHÖNEN, J.; JOKINEN, T.; HRABOVCOVÁ, V. **Design of rotating electrical machines**. 2ª. ed. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2014. 584 p.

SLEMON, G. R. Circuit Models For Polyphase Induction Machines. **Electric Machines & Power Systems**, Toronto, v. 8, n. 4, p. 369-279, Novembro 1983.

STEINMETZ, C. P. The Alternating Current Induction Motor. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, Eliot, v. XIV, n. 1, p. 183-217, Janeiro 1897. ISSN 0096-3860.

TORO, V. D. **Fundamentos de Máquinas Eléctricas**. 1ª. ed. São Paulo: LTC, 1994.

TRZYNADLOWSKI, A. **The field orientation principle in control of induction motors**. New York: Springer Science+Business Media, 1994.

APÊNDICE A

INDUTÂNCIAS NA MÁQUINA DE INDUÇÃO

O fluxo total, nas máquinas elétricas rotativas, consiste no fluxo principal Φ_m (fluxo no entreferro), que possibilita a conversão de energia, e nos componentes do fluxo de dispersão Φ_σ . Do ponto de vista físico, a máquina só tem, por exemplo, o fluxo total de estator, ou seu correspondente chamado fluxo concatenado de estator, o qual é a parte integral da tensão de estator ($\psi_s = \int (\mathbf{u}_s - \mathbf{r}_s \mathbf{i}_s) dt$) (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

O fluxo principal deve atravessar o entreferro “conectando” eletromagneticamente o estator e o rotor. Em outras palavras, o fluxo no entreferro Φ_m cria o fluxo concatenado do entreferro Ψ_m no enrolamento, conectando diferentes partes da máquina.

Os fluxos de dispersão do estator $\Psi_{s\sigma}$ e do rotor $\Psi_{r\sigma}$, geralmente, não atravessam o entreferro, mas contribuem para o surgimento do fluxo concatenado total do enrolamento, produzindo uma parte dele, o fluxo de dispersão concatenado Ψ_σ (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014). O fluxo de dispersão está presente tanto no enrolamento do estator como no do rotor.

O fluxo concatenado do entreferro ψ_m corresponde a indutância de magnetização L_m e ao fluxo de dispersão concatenado Ψ_σ , que corresponde a indutância de dispersão L_σ . Sendo assim, a indutância de estator é $L_s = L_m + L_\sigma$ – (a soma da indutância de magnetização com a indutância de dispersão do estator).

A.1. INDUTÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO

A indutância de magnetização L_m , considerada a indutância mais importante da máquina de indução, é definida pelo enrolamento, pelas dimensões do circuito magnético e pelos materiais que compõem o circuito magnético (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014). Nesta seção será calculada a indutância de magnetização de um enrolamento polifásico.

Na superfície do rotor, há uma distribuição da densidade de fluxo por passo de polo τ_p e comprimento da máquina l' , a partir do qual pode-se integrar o fluxo da máquina. O valor de pico do fluxo de entreferro da máquina é igual a integral de superfície da densidade de fluxo $\mathbf{B}$ sobre a superfície de um polo $\mathbf{S}$:

$$\hat{\Phi}_m = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \alpha_i \tau_p l' \hat{B}_m \quad (\text{A-1})$$

onde α_i é a razão aritmética entre a densidade de fluxo média B_{av} e o valor máximo do fluxo de densidade $\hat{B}_m$:

$$\alpha_i = \frac{B_{av}}{\hat{B}_m} \quad (\text{A-2})$$

Para uma distribuição da densidade de fluxo senoidal $\alpha_i = 2/\pi$.

A expressão “valor de pico do fluxo de entreferro” descreve o fluxo máximo $\hat{\Phi}_m$ que penetra a diagonal da bobina, produzindo um fluxo concatenado máximo de um enrolamento de fase $\hat{\Psi}_{mp}$, em que o subscrito p indica que o enrolamento é monofásico.

O fluxo concatenado de uma fase – indutância principal – é obtido do fluxo máximo de entreferro multiplicado pelo número efetivo de espiras no enrolamento:

$$\hat{\Psi}_{mp} = k_{ws1} N_s \hat{\Phi}_m = k_{ws} N_s \alpha_i \tau_p l' \hat{B}_m \quad (\text{A-3})$$

sendo k_{ws} o fator de enrolamento do estator.

Por outro lado, a densidade de fluxo magnético no entreferro pode ser determinada através da corrente concatenada por fase, ou seja, a corrente concatenada $\hat{\Theta}_s$ de estator cria um fluxo no eixo direto do entreferro:

$$\hat{B}_m = \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_s}{\delta_{ef}} \quad (\text{A-4})$$

onde δ_{ef} é o entreferro efetivo atingido pela corrente concatenada do enrolamento do estator. Substituindo a equação (A-4) em (A-3), obtém-se o fluxo concatenado por fase:

$$\hat{\Psi}_{mp} = k_{ws1} N_s \alpha_i \tau_p l' \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_s}{\delta_{ef}} \quad (\text{A-5})$$

A corrente concatenada do enrolamento por fase é encontrada através da equação (A-6):

$$\hat{\Theta}_s = \frac{4}{\pi} \frac{k_{ws} N_s}{2p} \sqrt{2} I_{as} \quad (\text{A-6})$$

substituindo em (A-5), tem-se:

$$\hat{\Psi}_{mp} = \alpha_i \mu_0 \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} \frac{\tau_p l'}{\delta_{ef}} (k_{ws} N_s)^2 \sqrt{2} I_{as} \quad (\text{A-7})$$

Ao dividir o resultado pelo valor de pico da corrente, neste caso é a corrente de magnetização, obtém-se a indutância de magnetização L_{mp} de enrolamento por fase:

$$L_{mp} = \alpha_i \mu_0 \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} \frac{\tau_p l'}{\delta_{ef}} (k_{ws} N_s)^2 \quad (\text{A-8})$$

Em um enrolamento polifásico, todas as fases interferem no fluxo. A indutância de magnetização para uma máquina de n -fases pode ser calculada através da multiplicação de (A-8) por $n/2$:

$$L_{mp} = \alpha_i \mu_0 \frac{n}{\pi} \frac{\tau_p l'}{2p \delta_{ef}} (k_{ws} N_s)^2 \quad (\text{A-9})$$

O fluxo concatenado de magnetização (entreferro) do enrolamento polifásico torna-se $\Psi_m = L_m I_m$, onde I_m é a corrente de magnetização do circuito equivalente.

A indutância de magnetização não é constante, mas sofre alteração em função da tensão e do torque, pois ao aumentar a tensão, a densidade de fluxo aumenta, o que pode

saturar as partes de ferro, enquanto a relação com o torque pode ser explicada pelos princípios de Faraday, pois quando o torque aumenta, a tensão das linhas de fluxo aumenta, fazendo com que as linhas percorram caminhos mais saturados e assim a máquina irá requerer mais corrente de magnetização (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

A.2. INDUTÂNCIAS DE DISPERSÃO

O fluxo de dispersão é frequentemente considerado um fenômeno negativo, pois contribui com as perdas que ocorrem na máquina. Inclusive o fluxo de dispersão da ranhura aumenta o efeito pelicular dos condutores, aumentando as perdas no cobre do estator, contudo é incorreto vincular todas as perdas ao fluxo de dispersão.

O cálculo das indutâncias de dispersão através da geometria da máquina é uma tarefa bem complexa. Algumas indutâncias de dispersão são reais, criadas por um fluxo de dispersão real, mas há outras indutâncias de dispersão que são criadas para corrigir imprecisões resultantes de simplificações feitas nos cálculos, apesar de muitas vezes existirem explicações físicas para o surgimento delas (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

A indutância de dispersão L_σ pode ser dividida nas seguintes indutâncias:

- Indutância de dispersão devido a inclinação (*skew*) L_{sq} ;
- Indutância de dispersão de entreferro L_δ ;
- Indutância de dispersão da ranhura L_u ;
- Indutância de dispersão do topo do dente L_d ;
- Indutância de dispersão de cabeça de bobina L_w .

A indutância de dispersão da máquina de indução é a soma dessas indutâncias:

$$L_\sigma = L_{sq} + L_\delta + L_u + L_d + L_w \quad (\text{A-10})$$

A.2.1. Indutância de dispersão devido a inclinação (*skew*)

Nas máquinas de indução, em especial as que possuem o rotor em gaiola de esquilo, as ranhuras do estator e do rotor são, frequentemente, montadas numa posição inclinada em relação uma das outras a fim de reduzir a capacidade dos harmônicos do entreferro (criados no estator) de induzir as respectivas tensões nas barras do rotor. Do mesmo modo, o efeito de indução de uma barra do rotor no campo do estator é mais fraco quando há a inclinação.

Ambos os efeitos podem ser considerados da seguinte forma: a força eletromotriz, fem, calculada para ranhuras retas e induzidas no rotor é multiplicada pelo fator de inclinação do rotor, e o fluxo magnético principal no entreferro, criado pela corrente de rotor, é reduzido pelo mesmo fator k_{sq} .

A influência da inclinação atinge apenas o acoplamento mútuo entre o estator e rotor, podendo ser observada pela inserção do fator k_{sq} na equação de tensão:

$$V_{as} = (r_s + j\omega L_{s\sigma})I_{as} + j\omega L_m I_{as} + jk_{sq}\omega L_m I'_{ar} \quad (\text{A-10})$$

$$V'_{ar} = \left(\frac{r'_r}{s} + j\omega L'_{r\sigma} \right) I'_{ar} + jk_{sq}\omega L_m I_{as} + j\omega L_m I'_{ar} \quad (\text{A-11})$$

A equação (A-11) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{V'_{ar}}{k_{sq}} = \frac{1}{k_{sq}^2} \left(\frac{r'_r}{s} + j\omega L'_{r\sigma} \right) k_{sq} I'_{ar} + j \left(\frac{1}{k_{sq}^2} - 1 \right) k_{sq} \omega L_m I'_{ar} \\ + j\omega L_m (I_{as} + k_{sq} I'_{ar}) \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

Observa-se na equação de tensão do rotor (A-12), que a inclinação resulta em uma indutância de dispersão de rotor adicional referente ao estator:

$$L_{sq} = \frac{(1 - k_{sq}^2)}{k_{sq}^2} L_m = \sigma_{sq} L_m \quad (\text{A-13})$$

onde σ_{sq} é o fator de dispersão da inclinação.

A indutância de dispersão devido a inclinação do rotor referente ao estator é:

$$L'_{\sigma r, sq} = \frac{m_s}{m_r} \left(\frac{k_{ws} N_s}{k_{sq} k_{wr} N_r} \right)^2 L_{\sigma r} \quad (\text{A-14})$$

sendo m_s o número de fases no estator, m_r o número de fases no rotor, k_{ws} o fator de enrolamento do rotor.

A.2.2. Indutância de dispersão de entreferro

A indutância de dispersão de entreferro considera os harmônicos de permeância que induzem componentes da fem na frequência fundamental do enrolamento, aumentando a complexidade dos cálculos. Pyrhönen (2014) define a indutância de entreferro segundo a equação (A-15):

$$L_{\delta} = \sigma_{\delta} L_m \quad (\text{A-15})$$

onde o fator de dispersão σ_{δ} da indutância de entreferro é definido por:

$$\sigma_{\delta} = \sum_{\substack{v=-\infty \\ v \neq 1}}^{v=\infty} \left(\frac{k_{wv}}{v k_w} \right)^2 \quad (\text{A-16})$$

sendo k_{wv} fator de enrolamento do componente harmônico de ordem v , dado por:

$$k_{wv} = \frac{\text{sen} \left(v \frac{W}{\tau_p} \frac{\pi}{2} \right) \text{sen} \left(v \frac{\pi}{2m} \right)}{q \cdot \text{sen} \left(v \frac{\pi}{2mq} \right)} \quad (\text{A-17})$$

onde: W é a extensão da bobina, m é o número de fases e q é o número de ranhuras por polo fase.

A indução de dispersão de entreferro do circuito do rotor referido ao estator pode ser escrita da seguinte forma:

$$L'_{\delta r} = \sigma_{\delta r} L_m \quad (\text{A-18})$$

sendo que $\sigma_{\delta r}$ pode ser calculado através da equação (A-19):

$$\sigma_{\delta r} = \frac{1}{k_{sq}^2} \left(\frac{p\pi/S_r}{\sin(p\pi/S_r)} \right)^2 - 1 \quad (\text{A-19})$$

A.2.3. Indutância de dispersão da ranhura

A indutância de dispersão da ranhura é a indutância criada a partir do fluxo concatenado real. A corrente total nas ranhuras é determinada pelo número de condutores Z_Q na ranhura e pela corrente conduzida por eles. A corrente total na ranhura é dada por $Z_Q I$.

Primeiramente, presume-se que a corrente que flui na ranhura é distribuída uniformemente na área interna delimitada por h_{ts} e b_{s1} , Figura 4.2. Assim a indutância pode ser escrita por (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014):

$$L_{u1} = \mu_0 l' z_Q^2 \frac{h_{ts}}{3b_{s1}} = Z_Q^2 \Lambda \quad (\text{A-20})$$

onde Λ é a permeância magnética da dispersão da ranhura e $\frac{h_{ts}}{3b_{s1}}$ é o fator de permeância λ_4 .

A densidade de fluxo de dispersão é constante na área h_{1s} , desde que a soma das correntes que influenciam a área não aumente. Logo para essa região tem-se que o fator de permeância λ_1 será $\frac{h_{1s}}{b_{1s}}$.

A soma de $(\lambda_1 + \lambda_4) = \lambda_u$ define, portanto, a indutância de dispersão L_{u1} de uma ranhura. A indutância da ranhura para um enrolamento por fase é obtida a seguir.

Se o número de caminhos paralelos simétricos nos enrolamentos é A , o número de ranhuras em série em uma fase do enrolamento é $S_s/(Am)$ e a indutância total da ranhura por enrolamento por fase é:

$$L_u = \frac{S_s}{Am} \frac{1}{A} L_{u1} = \mu_0 l' \frac{S_s}{m} \left(\frac{Z_Q}{A} \right)^2 \lambda_u \quad (\text{A-21})$$

Como o número de condutores em cada ranhura é Z_Q , o número de condutores em série em um enrolamento por fase é $Z_Q S_s / A$. Precisa-se de dois condutores para formar uma espira, assim o número de espiras N conectadas em série em um enrolamento por fase é:

$$N_s = \frac{Z_Q S_s}{2Am} \quad (\text{A-22})$$

Substituindo (A-22) em (A-21), tem-se:

$$L_u = \frac{4m}{S_s} \mu_0 l' N_s^2 \lambda_u \quad (\text{A-23})$$

O fator de permeância da ranhura depende da geometria da ranhura, em Pyrhönen (2014) encontra-se os fatores de permeância para vários tipos de geometria, como os da Figura 5.1.

Os motores de indução geralmente empregam a gaiola de esquilo no rotor, o que configura uma ranhura fechada, altamente dependente da saturação da ponte que fecha a ranhura e, portanto, o fator de permeabilidade não é evidente e é uma tarefa complexa encontrá-lo. A indutância destas ranhuras pode ser estimada numericamente em função da corrente que atravessa a ranhura.

A dispersão da ranhura será estudada a partir de um enrolamento de dupla camada, conforme a Figura A1. Nesta Figura, observam-se as densidades de corrente J_o e J_u , que possuem o mesmo valor. O efeito pelicular não está incluso nesta análise.

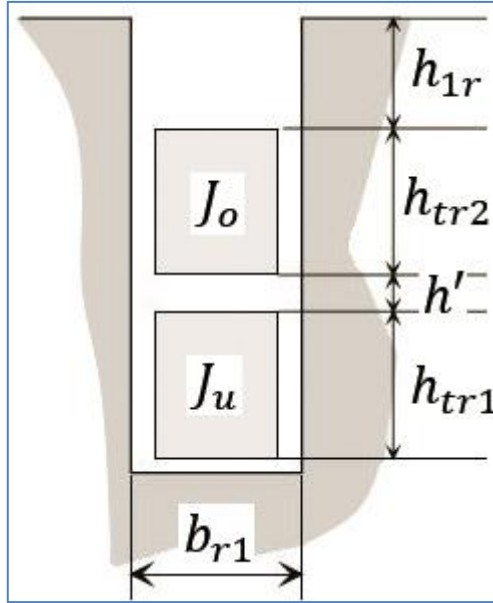


Figura A1 – Dimensões de uma ranhura com enrolamento de dupla camada.

O fator de permeância para o enrolamento de dupla camada é determinado por meio do cálculo da energia do campo magnético de dispersão na ranhura, observando que em algumas ranhuras há bobinas de fases diferentes.

A corrente concatenada da camada baixa (subscrito “u”) e da camada de cima (subscrito “o”) aumentam proporcionalmente à altura h_{tr} . A corrente concatenada total Θ é igual a soma das correntes das camadas baixa Θ_u e de cima Θ_o , as quais são calculadas pelas expressões:

$$\Theta_u(h_{tr}) = \frac{h_{tr}}{h_{tr1}} \Theta_u \quad (\text{A-24})$$

$$\Theta_o(h_{tr}) = \Theta_u + \frac{h_{tr}}{h_{tr2}} \Theta_o \quad (\text{A-25})$$

Segundo Pyrhönen (2014), a expressão para calcular a energia do campo magnético de dispersão da ranhura é:

$$W_\Phi = \frac{1}{2} \mu_0 l' \Theta^2 \left(\frac{5 + 3g}{8} \frac{h_{tr} - h'}{3b_{r1}} + \frac{1 + g}{2} \frac{h_{1r}}{b_{r1}} + \frac{h'}{4b_{r1}} \right) \quad (\text{A-26})$$

onde g é definido pela equação (A-27):

$$g = \frac{1}{2q} \sum_{n=1}^{2q} \cos(\gamma_n) \quad (\text{A-27})$$

sendo γ_n a representação numérica da troca de fases entre as correntes das camadas baixa e de cima.

O termo entre parênteses da expressão (A-26) é o fator de permeância λ_u para o enrolamento de dupla camada:

$$\lambda_u = \frac{5 + 3g}{8} \frac{h_{tr} - h'}{3b_{r1}} + \frac{1 + g}{2} \frac{h_{1r}}{b_{r1}} + \frac{h'}{4b_{r1}} \quad (\text{A-28})$$

Para os casos em que há uma só camada, faz-se $h' = 0$.

A indutância de dispersão da ranhura do rotor é calculada, então, pela equação (A-21).

A.2.4. Indutância de dispersão do topo do dente da ranhura

A indutância de dispersão do topo do dente da ranhura é determinada pela magnitude do fluxo de dispersão que flui no entreferro, mas fora da abertura da ranhura, conforme Figura A2. A corrente de dispersão na ranhura causa a diferença de potencial entre o dentes e uma parte da corrente de dispersão irá contribuir com a criação do fluxo de dispersão do topo do dente.

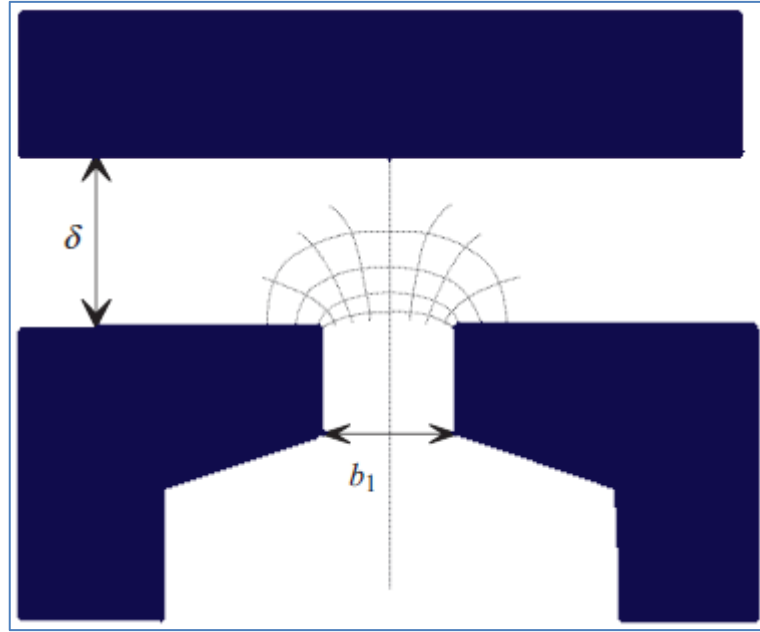


Figura A2 – Fluxo de dispersão em volta da abertura da ranhura.

A indutância de dispersão do topo do dente pode ser determinada pela aplicação do fator de permeância:

$$\lambda_d = \frac{1+g}{2} \frac{5\left(\frac{\delta}{b_1}\right)}{5+4\left(\frac{\delta}{b_1}\right)} \quad (\text{A-28})$$

Substituindo a expressão (A-28) em (A-23), tem-se a indutância de dispersão do topo do dente:

$$L_d = \frac{4m}{S_s} \mu_0 l' N_s^2 \lambda_d \quad (\text{A-29})$$

A.2.5. Indutância de dispersão de cabeça de bobina

O fluxo de dispersão de cabeça de bobina resulta de todas as correntes que fluem nas cabeças de bobinas. A geometria das cabeças de bobinas são, geralmente, difíceis de analisar e, além disso, todas as fases das máquinas polifásicas influenciam no fluxo de dispersão, portanto, a determinação precisa da indutância de dispersão de cabeça de bobina é uma tarefa

desafiadora, que exige uma solução numérica tridimensional (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).

Como as cabeças de bobina estão relativamente distantes das partes de ferro, as indutâncias de cabeça de bobina não possuem valores altos e, portanto, é suficiente adotar fatores de permeabilidade determinados empiricamente, como $\lambda_{l_{ew}}$ e $\lambda_{W_{ew}}$.

O fluxo na cabeça de bobina é resultado da influência de todas as espiras pertencentes a um grupo de bobinas. De acordo com a Figura A3, o número de espiras é qZ_Q , termo que substitui Z_Q na equação da indutância (A-20) e l_w é o comprimento médio da cabeça de bobina que substitui o comprimento l' . O número de grupos de bobinas em série em um enrolamento por fase é S_s/Amq .

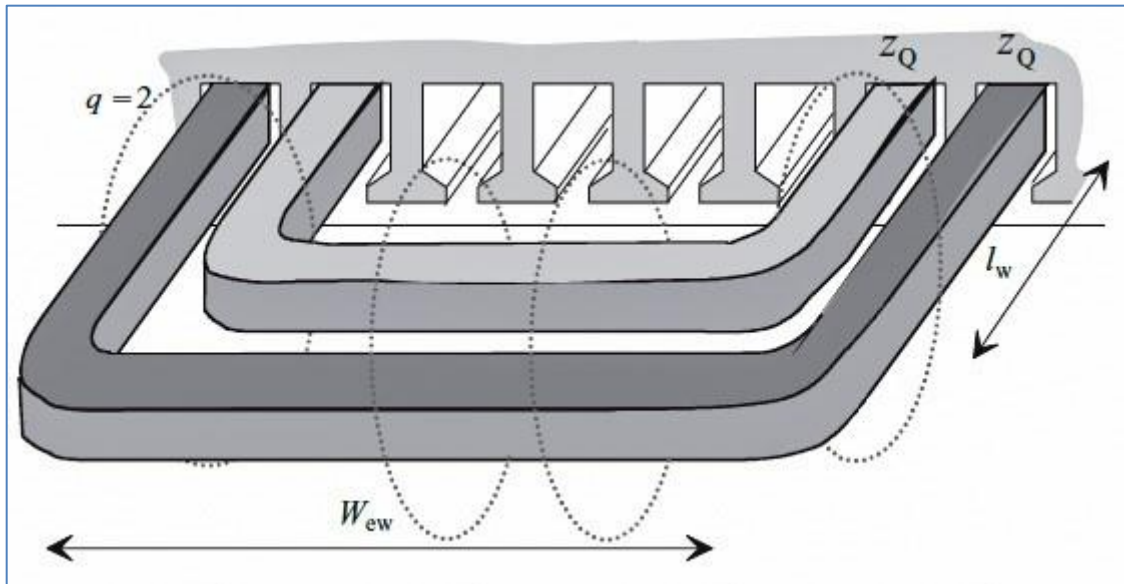


Figura A3 – Fluxo de dispersão e dimensões da cabeça de bobina. (Fonte: Pyrhonen, 2014)

A equação para a indutância de dispersão de cabeça de bobina pode ser escrita como:

$$L_w = \frac{2}{p} \mu_0 N_s^2 l_w \lambda_w \quad (\text{A-30})$$

onde:

$$l_w = 2l_{ew} + W_{ew} \quad (\text{A-31})$$

e

$$l_w \lambda_w = 2l_{ew} \lambda_{l_{ew}} + W_{ew} \lambda_{W_{ew}} \quad (\text{A-32})$$

sendo que l_{ew} e W_{ew} são definidos na Figura A3, enquanto $\lambda_{l_{ew}}$ e $\lambda_{W_{ew}}$ são os correspondentes fatores de permeância, com seus valores definidos em tabela que podem ser consultados na página 262 de (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ, 2014).