



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO (CEPAE)
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA
MESTRADO – PPGEEB

ÉRICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

**A compreensão do Teorema de Pitágoras pelos alunos com
deficiência visual: um estudo sobre as representações semióticas em
geometria**

GOIÂNIA
2022



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Érica Francielle Moreira Damaceno

3. Título do trabalho

A COMPREENSÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PELOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: UM ESTUDO SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM GEOMETRIA

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [] NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior**, em 30/11/2022, às 17:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Erica Francielle Moreira Damaceno, Discente**, em 01/12/2022, às 15:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orga_o_acesso_externo=0, informando o código verificador **3372444** e o código CRC **535150BC**.

ÉRICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

**A compreensão do Teorema de Pitágoras pelos alunos com
deficiência visual: um estudo sobre as representações semióticas em
geometria**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação Básica.

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Linha de Pesquisa: Concepções teórico-metodológicas e práticas docentes

Orientadora: Elisabeth Cristina de Faria

GOIÂNIA
2022

Damaceno, Érica Francielle Moreira

A Compreensão do Teorema de Pitágoras pelos alunos com Deficiência Visual [manuscrito] / Érica Francielle Moreira Damaceno. - 2022.

CCXXXIX, 239 f.: il.

Orientador: Prof. Elisabeth Cristina de Faria.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Centro de Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE), Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica (Profissional), Goiânia, 2022.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Deficiência visual. 2. Educação Matemática. 3. Ensino. 4. Representação Semiótica. 5. Teorema de Pitágoras.. I. Faria, Elisabeth Cristina de, orient. II. Título.

CDU 37



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO E DO PRODUTO EDUCACIONAL

Aos trinta e um dias do mês de agosto do ano de 2022, às 14:00 horas, via teleconferência, foi realizada a banca de defesa da dissertação intitulada "**A COMPREENSÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PELOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: UM ESTUDO SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM GEOMETRIA**" e dos produtos educacionais "**Podcast Teorema de Pitágoras**" e do "**Caderno educacional Teorema de Pitágoras: Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual**", pela discente **Érica Francielle Moreira Damaceno**, como pré-requisito para a obtenção do Título de Mestre em Ensino na Educação Básica. Ao término, a Banca Examinadora considerou a Dissertação e os Produtos Educacionais apresentados **APROVADOS**.

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Proclamado o resultado, o(a) Presidente encerrou os trabalhos e assinou a presente ata, juntamente com os membros da Banca Examinadora.

Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria (CEPAE/UFG) –presidente

Prof. Dr. Marcos Antonio Gonçalves Júnior (CEPAE/UFG) – membro interno

Profa. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos. (IME-UFG/UFG) -membro externo

Profa. Dra. Míriam do Rocio Guadagnini. (CEPAE/UFG)- membro externo

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior**, em 11/11/2022, às 09:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Bethania Sardeiro Dos Santos, Professor do Magistério Superior**, em 22/11/2022, às 11:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio Gonçalves Júnior, Professor do Magistério Superior**, em 29/11/2022, às 11:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Miriam Do Rocio Guadagnini, Professor do Magistério Superior**, em 29/11/2022, às 13:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_a_cesso_externo=0, informando o código verificador **3156047** e o código CRC **F6EE7210**.

A minha linda família, presente de Deus...

A meu esposo, meu companheiro, meu apoio...

Que sempre esteve ao meu lado, em todos os momentos, me ajudando em tudo que preciso...

A você meu amor, carinho e gratidão...

A Amanda, minha joia preciosa, meu braço direito,

que se faz presente quando estou ausente...

Que é as vezes é um pouco mãe dos seus irmãos...

A você meu amor infinito e minha gratidão sem limites...

Ao Alexandre, por ser esse ser de infinito amor e carinho...

Por ser esse irmão engraçado, esse filho bondoso...

Minha gratidão eterna por ser sua mãe e ter você em minha vida...

A Sara e a Sofia, minhas fofinhas...

Esses dois presentes inesperados...

Meus dois milagres...

Nossas duas fontes inesgotáveis de alegria e amor...

Dou minha vida por vocês...

Minha eterna gratidão a Deus por terem vocês em minha vida!

AGRADECIMENTOS

A Deus por me capacitar para realizar esse trabalho...

À professora doutora Elisabeth Cristina de Faria, pelas orientações, pela paciência, compreensão e competência. Por todo o tempo que dedicou a este trabalho, pela calma e serenidade que sempre me transmitiu. Pela excelente profissional e, acima de tudo, pelo maravilhoso ser humano que és.

Aos professores doutores Maria Bethânia Sardeiro dos Santos, Marcos Antônio Gonçalves Junior e Miriam do Rócio Guadagnini, pela participação na banca e pelas importantes contribuições para este trabalho.

Aos alunos e professores que aceitaram participar das entrevistas e cuja contribuição foi fundamental para a realização deste trabalho.

Ao meu esposo pela ajuda na formatação, edição dos áudios dos “podcasts” e todas questões de informática e tecnologia.

A minha filha Amanda por dar a voz ao “podcast”, me ajudar na formatação, edição e ilustração desse trabalho.

Ao meu irmão, meu grande amigo, socorro em tudo que preciso, obrigada pela sua presença em nossas vidas e por me ajudar com as figuras, com o “notebook” e por tudo que sempre te peço e você sempre atende.

Aos meus pais por me ensinarem o valor do estudo, por sempre me apoiarem e ajudarem a cuidar dos meus filhos.

À professora Euripa, por tudo que me ensinou durante o tempo que trabalhamos juntas, pelo apoio e amizade que sempre me ofereceu...

À diretora do CAP-GO, Leda Batista, pelo apoio e pela luta pela nossa instituição...

À ex-diretora do CAP-GO Marisa Teixeira por ter aberto as portas para eu trabalhar nessa instituição e por todos os anos de gestão e competência.

A todos os colegas do CAP-GO, por todo apoio, incentivo e amizade.

Aos colegas do mestrado por dividir as angústias e compartilhar as soluções.

À amiga Edlúcia pelas transcrições em braille.

Ao professor Evandson e professor Marcos, coordenador e ex-coordenador do programa, pela prontidão e auxílio em todas as demandas que tive.

A toda minha família, pelo incentivo e compreensão em todos os momentos de ausência.

A todos meus amigos que incentivaram, entenderam minhas ausências, meu recolhimento, e que sempre tinham uma palavra de apoio para me incentivar a continuar...

A todos os alunos que têm ausência da visão e me tornaram uma professora melhor.

A todos que diretamente ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Tudo posso naquele que me fortalece... (Filipenses, 4-13)

DAMACENO, Érica Francielle Moreira. **A Compreensão do Teorema de Pitágoras pelos Alunos com Deficiência Visual:** Um Estudo sobre as Representações Semióticas em Geometria. 2022. 239f. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Programa de Pós Graduação em Ensino na Educação Básica, Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo compreender como alunos com deficiência visual interagem com os diversos registros de representação e como os articulam nas atividades matemáticas sobre o Teorema de Pitágoras. Ela foi desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino na Educação Básica do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do CEPAE/UFG. Com contribuições da Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS), baseou-se em Duval (2012, 2017) e Almouloud (2003, 2004, 2016, 2017) e também nas contribuições de Mello (2013, 2015) e Fernandes (2004, 2007, 2008) sobre o ensino da matemática para alunos com deficiência visual na TRRS, e Lorenzato (1995, 2015) e Kallef (1994, 2012, 2016) com contribuições sobre o ensino da geometria. A pesquisa proposta é de cunho qualitativo, segundo Bogdan, Biklen (1986), Ludke, André, (1986) e Triviños (1987), com método de análise segundo Fiorentini e Lorenzato (2009). Utilizaram-se como instrumento de coleta as entrevistas com alunos com cegueira total, buscando compreender de que forma eles aprenderam o Teorema de Pitágoras e as representações associadas à geometria. Entrevistaram-se, também, professores de matemática de alunos com deficiência visual, buscando investigar como é ensinado o Teorema de Pitágoras e quais recursos esses professores utilizam no ensino-aprendizagem desses alunos. A análise verificou o quanto os recursos táteis são fundamentais para a visualização das figuras geométricas para alunos com deficiência visual e também o quanto é importante a descrição das imagens e dos conceitos associados ao conteúdo. A forma de descrever as representações algébricas também é fundamental para o aluno cego acompanhar bem o ensino em sala de aula. Com os dados da pesquisa, observando a forma como os alunos interagem e articulam com os registros de representação em matemática, foi possível elaborar dois produtos educacionais: um *podcast* educacional, cujo título é “Conversando sobre o teorema de Pitágoras: problemas e aplicações” e um caderno pedagógico para o professor, cujo título é: “Propostas de ensino para alunos com deficiência visual”, contendo atividades envolvendo o Teorema, observando o estudo das representações e as especificidades para o ensino de alunos cegos.

Palavras-chave: Deficiência visual. Educação Matemática. Ensino. Representação Semiótica. Teorema de Pitágoras.

DAMACENO, Érica Francielle Moreira. **The Understanding of the Pythagorean Theorem by Visually Impaired Students: A Study on Semiotic Representations in Geometry.** 2022. 239f. Dissertation (Master's Degree in Elementary Education Teaching) – Graduate Program in Teaching in Elementary Education, Center for Teaching and Research Applied to Education, Federal University of Goiás, Goiânia, GO.

ABSTRACT

This research aims to understand how visually impaired students interact with the various representation registers and how they articulate them in mathematical activities on the Pythagorean Theorem. It was developed within the framework of the professional Master's degree in Elementary Education Teaching of the Stricto Sensu Graduate Program at CEPAE-UFG. With contributions from the Theory of Register of Semiotic Representation (TRSR), we based on Duval (2012, 2017) and Almouloud (2003, 2004, 2016, 2017) and also on the contributions of Mello (2013, 2015) and Fernandes (2004, 2007, 2008) on the teaching of mathematics to visually impaired students in the context of TRSR, and Lorenzato (1995, 2015) and Kallef (1994, 2012, 2016) with contributions on the teaching of geometry. The proposed research is of a qualitative nature, according to Bogdan, Biklen (1986), Ludke, André, (1986) and Triviños (1987), with an analysis method according to Fiorentini and Lorenzato (2009). Interviews with students with total blindness were used as a collection instrument, seeking to understand how they learned the Pythagorean Theorem and the representations associated with geometry. Mathematics teachers of visually impaired students were also interviewed, seeking to investigate how the Pythagorean Theorem is taught and what resources these teachers use in the teaching-learning of these students. The analysis verified how much tactile resources are fundamental for the visualization of geometric figures for students with visual impairment and also how important is the description of images and concepts associated with the content. The way of describing the algebraic representations is also fundamental for the blind student to follow the teaching in the classroom correctly. With the research data, observing the way students interact and articulate with registers of representation in mathematics, it was possible to elaborate two educational products: an educational podcast, whose title is "Talking about the Pythagorean theorem: problems and applications" and a pedagogical notebook for the teacher, whose title is: "Teaching proposals for students with visual impairment", containing activities involving the Theorem, and observing the study of representations and specificities for teaching blind students.

Keywords: Visual impairment. Mathematics Education. Teaching. Semiotic Representation. Pythagorean theorem.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cella braille numerada.....	44
Figura 2 – Alfabeto em braille.....	45
Figura 3 – Números em braille	46
Figura 4 – Números e classes em braille	46
Figura 6: Frações 1 em braille	50
Figura 6 – Soroban	57
Figura 7 – O teorema de Pitágoras no geoplano.....	58
Figura 8 – Ficha de atividades para o ensino de geometria plana do projeto “Vendo com as mãos” da professora Ana Maria Kallef	59
Figura 9 – Possíveis registros de representação de um objeto matemático.....	72
Figura 10 – Figuras de possíveis representações do número 1	74
Figura 11 – Transformações entre registros	75
Figura 12 – Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros.....	76
Figura 13 – Exercício resolvido - tratamento e conversão	77
Figura 14 – Gnomos pitagóricos	85
Figura 15 – Semelhança de triângulos.....	87
Figura 16 – Decomposição do triângulo retângulo	88
Figura 17 – Decomposição do triângulo retângulo com canudos	89
Figura 18 – Posição dos quatro triângulos.....	90
Figura 19 – Quadrado formado por triângulos	90
Figura 20 – Posição dos quatro triângulos em EVA	91
Figura 21: Representação do quadrado com EVA	92
Figura 22 – Decomposição do trapézio em três triângulos	93
Figura 23 – Decomposição do trapézio com canudos	94
Figura 24 – Circunferência e cordas.....	95
Figura 25 – Representação da figura “Circunferência e cordas”.....	96
Figura 26 – Representação no Tangram	97
Figura 27 – Demonstração do teorema por área dos quadrados.....	98
Figura 28 – Demonstração com tangram de EVA.....	98

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Principais documentos sobre a inclusão no Brasil	26
Quadro 2 – Descrição das expressões.....	48
Quadro 3 – Recursos ópticos	60
Quadro 4 – Recursos não ópticos	60
Quadro 5 – Recursos tecnológicos	61
Quadro 6: Tipos de registros segundo Duval	72
Quadro 7 – <i>Podcast</i> educacional: Teorema de Pitágoras	129

LISTA DE SIGLAS

AD	Audiodescrição
ADVEG	Associação dos Deficientes Visuais do Estado de Goiás
AEE	Atendimento Educacional Especializado
APAE	Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAP-GO	Centro de Apoio Pedagógico para atendimento às pessoas com deficiência visual
CEBRAV	
CEAD	Centro Estadual de Apoio ao Deficiente
CENESP	Centro Nacional de Educação Especial
CEROF	Centro de Referência em Oftalmologia
CID	Classificação Estatística Internacional de Doenças
CIF	Classificação Internacional de Funcionalidade, Incapacidade e Saúde.
CMU	Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa
DV	Deficiente Visual
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
ENEMI	Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva
GT	Grupo de Trabalho
IAC	Instituto Artesanal de Cegos
IBC	Instituto Benjamin Constant
INES	Instituto Nacional de Educação de Surdos

IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LDBEN	Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LIBRAS	Língua Brasileira de Sinais
PNE	Plano Nacional de Educação
PROEX	Pró-Reitoria de Extensão
PUC	Pontifícia Universidade Católica
MEC	Ministério da Educação
NVDA	NonVisual Desktop Access
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
TRRS	Teoria de Registros de Representação Semiótica
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
Scielo	Scientific Electronic Library Online
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SEDS-GO	Secretaria de Estado de Desenvolvimento Social de Goiás
UESB	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNIAN	Universidade Anhanguera de São Paulo

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	20
1 INCLUSÃO DOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL	25
1.1 A Inclusão no Brasil e a Formação de Professores	25
1.2 A Inclusão em Goiás e a Criação de Centros de Apoio ao Aluno com Deficiência Visual.....	30
1.3 Espaços inclusivos nas escolas.....	33
1.4 Sobre a inclusão na BNCC	36
1.5 Educação Matemática Inclusiva	39
2 O PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM PARA O ALUNO COM DEFICIÊNCIA VISUAL.....	42
2.1 Conceito de deficiência visual	42
2.2 O Sistema Braille.....	44
2.3 A formação para o trabalho docente para o aluno com DV	47
2.4 O Ensino de Matemática para o Aluno com Deficiência Visual	51
2.5 Recursos Didáticos para o Ensino da Matemática.....	54
2.6 Recursos Ópticos e Não Ópticos	59
2.7 Recursos Tecnológicos	60
3 OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PELOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL.....	64
3.1 Revisão Bibliográfica	64
3.2. Teoria dos Registros de Representação Semiótica.....	70
3.3 Ensino da Geometria na Perspectiva da TRRS.....	78
3.3.1 <i>Visão e Visualização.....</i>	<i>79</i>
3.3.2 <i>Visualização dos objetos por pessoas com deficiência visual.....</i>	<i>81</i>
3.4 O Teorema de Pitágoras e seu Ensino para o Aluno com DV.....	84
3.4.1 <i>Demonstrações do Teorema de Pitágoras.....</i>	<i>86</i>
4 METODOLOGIA	100
4.1 Descrição da Pesquisa e Procedimentos Metodológicos	100
4.2 Os sujeitos da pesquisa	104

4.2.1 Professora Ana	104
4.2.2 Professora Bia	104
4.2.3 Professor Carlos.....	105
4.2.4 Aluna Aline	105
4.2.5 Aluna Laura.....	105
4.2.6 Aluna Karla	106
4.2.7 Aluna Isa.....	107
5 ANÁLISE DOS DADOS.....	108
5.1 As representações utilizadas no processo de ensino.....	109
5.2 As representações utilizadas pelo aluno com DV	119
5.3 O tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras	123
6 PRODUTOS EDUCACIONAIS	129
6.1 Desenvolvimento do <i>podcast</i>	129
6.2 Desenvolvimento do Caderno Pedagógico	131
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	132
REFERÊNCIAS	136
APÊNDICE A – Tabela	142
APÊNDICE B – Roteiro para entrevista dos professores	143
APÊNDICE C – Roteiro para entrevista dos alunos	145
APÊNDICE D – Tabela para organização dos dados das entrevistas dos professores	146
APÊNDICE E – Tabela para organização dos dados das entrevistas dos alunos.	146
APÊNDICE F – Parecer D	149
APÊNDICE G – Podcast Educacional	156
APÊNDICE H – Caderno Pedagógico	149

INTRODUÇÃO

A escolha de investigar a aprendizagem do Teorema de Pitágoras dos alunos com deficiência visual se deveu ao fato de trabalhar com esses alunos há quase 15 anos no Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual (CAP-GO), conhecido como CEBRAV, uma instituição especializada em atender esse público que me fez pensar em formas de melhorar o ensino e aprendizagem para tais alunos. Durante minha carreira como docente de matemática, tenho observado a dificuldade constante dos alunos em aprender e dos professores em ensinar geometria. Quando iniciei o trabalho com os alunos com DV, não foi diferente, ouvi, em muitos relatos dos meus alunos, que a geometria era por vezes ignorada pelo professor ou excluída ao acesso deles.

A instituição mencionada atende alunos com DV de todas as idades. Fui professora desses alunos por dez anos e, durante dois anos, fui coordenadora pedagógica. Nesse período, tive a oportunidade de ouvir e acompanhar os anseios de diversos alunos e pais e suas lutas para que eles sejam incluídos no sistema de ensino regular.

O início do trabalho com esses alunos não foi fácil, eu não sabia o que fazer, nem como fazer para ensiná-los. Contei com a ajuda de uma colega que trabalhava há mais de 30 anos ensinando matemática para esses estudantes e ela foi quem me ensinou a adaptar atividades, descrever e, também, a me colocar no lugar deles, de modo a tentar pensar como uma pessoa cega. Lembro-me que ela disse que os alunos foram seus melhores professores e, de fato, foi o que aconteceu comigo. Além da ajuda dessa professora, os próprios alunos com DV abriam os caminhos para que eu os ajudasse a aprender.

A oportunidade de trabalhar nessa instituição veio depois de uma pesquisa realizada em razão de um trabalho de pós-graduação sobre o ensino de geometria para os alunos com DV. Ao buscar conteúdo para esse trabalho, realizado com outros dois professores, encontrei uma oficina de matemática para o aluno com DV na Biblioteca Braille. Alguns anos depois, esse atendimento migrou para o Centro de Apoio Pedagógico (CAP-GO), onde fiz curso de capacitação para trabalhar com alunos com deficiência visual e onde, alguns anos mais tarde, fui trabalhar.

Em minha atuação na instituição, ouvi relatos dos alunos com DV de que muitos professores não são preparados para atendê-los. No caso da matemática, essa situação se intensifica devido à necessidade da visualização dos objetos matemáticos, mas também há relatos acerca de professores que tentam, de alguma forma, incluir esses alunos, buscando materiais e formas de melhorar o acesso ao ensino. Dentre os conteúdos, a geometria é o que os estudantes com DV têm mais dificuldade. A aprendizagem da geometria é um problema

não apenas desse público específico, mas de todos os alunos, de modo que, às vezes, ela é deixada de lado pelo professor ou não é suficientemente explorada. Por ser um conteúdo que exige muita visualização, pode passar despercebida pelo aluno que possui cegueira, ou seja, mesmo que o professor ensine o conteúdo em sala, se ele não descrever as figuras geométricas ou trazer algum material manipulativo, o estudante com DV pode não compreender a aula.

A linguagem usada em sala de aula também é um fator de suma importância para a compreensão desses alunos. A descrição das figuras e suas modificações deve ser feita de forma que o aluno acompanhe tudo mentalmente ou com a ajuda de um material didático. A mencionada colega de trabalho, quem muito me ensinou sobre o ensino de matemática para esses estudantes, relatou que alunos com cegueira dificilmente leem figuras em alto relevo¹ de objetos tridimensionais, ou seja, possuem dificuldade em ler uma figura de um cubo ou uma pirâmide pelo tato. Para o aluno com DV, é difícil formar a imagem mental desses objetos, fazendo com que algumas figuras planas precisem de outros materiais para que possam ser trabalhadas e aprendidas por eles, especialmente quando essas tiverem muitos detalhes ou informações. Como a aquisição da imagem de figuras com esses alunos se dá principalmente pela experiência tátil, observamos que alguns alunos com DV – principalmente alunos com cegueira total – têm dificuldades em perceber qualquer figura em alto relevo, seja nos livros em braille, seja em adaptações dos próprios professores.

Considerando que os sistemas de ensino devem assegurar que os educandos tenham: “currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades” (BRASIL, 2018, p. 39) e também “professores com especialização adequada em nível médio ou superior para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns” (BRASIL, 2018, p. 39). Acreditamos que, dentro dessa discussão, nós, professores, precisamos estar atentos às demandas relacionadas à inclusão no âmbito escolar, pois um dos aspectos a que se refere o trabalho com as deficiências, de modo particular da DV, está relacionado à formação e prática docente adequadas, que busque recursos e estratégias diversificadas para a inclusão desses alunos, melhorando a sua acessibilidade ao ensino e aprimorando nossa prática, para um trabalho digno e à altura dos nossos estudantes. Claro que os governos competentes deveriam garantir que os professores tenham formação e condições dignas de trabalho e valorização do profissional que se capacita, o que não é a realidade nas escolas.

¹ Desenho em relevo é o desenho feito com pontinhos braille, cola em alto relevo ou outro, para leitura tátil.

Diante disso, com a inserção no mestrado e a oportunidade da pesquisa, a preocupação com a aprendizagem de geometria de alunos cegos deu forma à escolha pela investigação da aprendizagem do Teorema de Pitágoras. Essa escolha também se justifica pela significância inegável que o referido Teorema tem para o estudo de outros conteúdos matemáticos (trigonometria, geometria analítica etc.) e aplicações em diversas situações e problemas do cotidiano (engenharia, arquitetura, aeronáutica etc.). Muitas vezes, o professor tem dificuldades ao ensinar esse conteúdo para alunos que possuem deficiência visual junto a outros conteúdos de geometria.

Quando eu trabalhava o Teorema de Pitágoras com os alunos com DV, utilizava o geoplano com linguinhas ou uma estrutura de isopor com canudos e alfinetes. Até tinha um bom resultado, alguns alunos entendiam bem a explicação, mas eu sentia que poderia explorar mais esse conteúdo e não sabia como fazê-lo. Dificilmente, trabalhava com demonstrações, pois o tempo era muito curto, de modo que fazia algumas modificações nas figuras de acordo com os problemas: dividindo, aumentando ou deslocando. Nem sempre o resultado era satisfatório.

Percebi, então, a necessidade de aprofundar meus estudos a respeito do Teorema e do modo como os alunos cegos aprendem esse conteúdo. Com este estudo, pretendo contribuir para que o professor, tendo um aluno com deficiência visual em sala ou não, possa obter resultados mais satisfatórios com o processo de ensino e aprendizagem, visto que muitos têm dificuldade em geometria.

Sabemos que essa dificuldade não está restrita aos alunos com DV ou outras deficiências. Segundo Almouloud *et al.* (2004), diversas pesquisas apontam hipóteses para os motivos da dificuldade dos alunos em geometria, tais como a falta de formação dos professores para o ensino efetivo desse conteúdo ou a maneira comum dos livros didáticos em apresentar esse conteúdo ao longo dos anos, não focando em deduções, não instigando a análise e exploração das figuras, nem mesmo as representações associadas à geometria e suas coordenações. Almouloud *et al.* (2004) indicam também que as atividades propostas nos conteúdos dos livros didáticos deveriam estimular mais o raciocínio dedutivo, a demonstração, a leitura e a interpretação de textos matemáticos para ajudar com a concepção dos conceitos geométricos.

Antes de propor algo que possa auxiliar o professor e o aluno no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo, propomos uma investigação de como se dá, hoje, esse ensino e quais os melhores caminhos e recursos para pensar o Teorema de Pitágoras com os alunos com DV. Sabendo da importância das representações para a aprendizagem da geometria, a

questão norteadora da nossa pesquisa é: como o aluno com DV, especialmente com cegueira total, reconhece e trabalha com as representações associadas ao Teorema de Pitágoras?

Para discutir essa problemática, utilizaremos o aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica a partir das contribuições de Almouloud (2003, 2004, 2016, 2017) e Duval (2012, 2017) observando que “a maneira matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas, e toda comunicação em matemática se estabelece com base nessas representações” (MACHADO, 2017, parágrafo 6).

Temos, portanto, como objetivo geral da pesquisa: compreender como alunos com deficiência visual interagem com os diversos registros de representação e como os articulam nas atividades matemáticas sobre o Teorema de Pitágoras. De modo mais específico, pretendemos: verificar quais são as representações utilizadas no processo de ensino do Teorema de Pitágoras pelo aluno com DV; identificar quais representações o aluno com DV faz uso para trabalhar com o Teorema de Pitágoras; e identificar como o aluno com DV faz o tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras.

Para realizar nossa investigação, lançamos mão de uma abordagem qualitativa de pesquisa, realizando entrevistas com professores, alunos e ex-alunos do CAP - Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual. As entrevistas foram iniciadas após prévia aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa e o consentimento esclarecido com os entrevistados (APÊNDICE F).

Nossa dissertação está organizada em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta um resumo da história da inclusão no Brasil com as principais leis, decretos e documentos importantes que vêm contribuindo para a reflexão e ação da inclusão nas escolas; uma discussão sobre a formação do professor; um resumo da história da inclusão do aluno com DV em Goiás e dos atendimentos no Estado, além dos espaços inclusivos nas escolas; e uma reflexão sobre o caráter inclusivo da BNCC e a inclusão dentro da educação matemática.

No segundo capítulo, exploramos o conceito de deficiência visual, o código braille, a formação de professores para trabalhar com alunos com DV, o ensino da matemática para o aluno com DV e apresentamos alguns recursos ópticos e não ópticos que ajudam a pessoa com DV na aprendizagem e no cotidiano.

No terceiro capítulo, expomos nossa pesquisa bibliográfica, descrevemos como se deram nossas escolhas de pesquisa e os resultados. Contribuindo para o referencial teórico do nosso trabalho, apresentamos nossa fundamentação teórica e falamos do ensino da geometria segundo os teóricos utilizados. Discorreremos, também, sobre a visualização dos objetos pelos alunos com DV e o ensino do Teorema de Pitágoras para alunos com DV.

No quarto capítulo, apresentamos nossa metodologia. Para isso, expomos nosso método de pesquisa e apresentamos os sujeitos que participaram da entrevista.

No quinto capítulo, exploramos os dados coletados na entrevista, analisando-os com base no nosso referencial teórico e ajudando a elaborar nosso produto educacional.

No sexto capítulo, apresentamos nosso produto educacional, o conteúdo do nosso *podcast*, do caderno para o professor e as considerações acerca do produto.

1 INCLUSÃO DOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Neste capítulo, apresentaremos uma breve revisão da história da inclusão no Brasil e em Goiás, citaremos documentos importantes nesse processo, algumas políticas públicas existentes e uma reflexão sobre a formação para a inclusão voltada para o professor. Falaremos também da criação de centros de apoio pedagógico, dos espaços inclusivos que temos nas escolas e da inclusão na BNCC. Por fim, faremos um breve histórico sobre a evolução da Educação Matemática Inclusiva no Brasil. Consideramos necessário que o leitor conheça o caminho percorrido para visualizar o que temos hoje, tanto em relação a políticas públicas quanto à forma que são atendidos hoje esses estudantes. Isso para que se perceba que há muitos avanços, especialmente nas leis, decretos e documentos, mas a realidade escolar ainda necessita de muitas mudanças para se tornar verdadeiramente inclusiva.

1.1 A Inclusão no Brasil e a Formação de Professores

Incluir é necessário, primordialmente para melhorar as condições da escola, de modo que nela se possam formar gerações mais preparadas para viver a vida na sua plenitude, livremente, sem preconceitos, sem barreiras. Não podemos contemporizar soluções, mesmo que o preço que tenhamos de pagar seja bem alto, pois nunca será tão alto quanto o resgate de uma vida escolar marginalizada, uma evasão, uma criança estigmatizada sem motivos (MANTOAN, 2003, p. 30).

Na década de 1960, período conhecido como segregação, os atendimentos educacionais eram realizados em instituições especializadas, separados das classes comuns. Com a Constituição de 1988 e a expansão da escolarização no Brasil, começou-se a entender a educação especial a partir de práticas inclusivas. O aluno com deficiência passou a ter direito de estudar em salas de aula regulares, de forma preferencial, pois, segundo a Constituição, o “atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência², deve ser oferecido preferencialmente na rede regular de ensino” (BRASIL, 1988). Havia ainda, entretanto, uma separação entre as pessoas consideradas preparadas e as que não podiam migrar. Diz-se que esse período foi marcado pela integração. Além disso, a educação desses jovens e adolescentes passou a ser responsabilidade do Estado, já que antes as escolas especiais eram gerenciadas por fundações não governamentais e filantrópicas.

Já em 1990, com a criação do Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA) e da Declaração Mundial sobre Educação para Todos (ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA, 1990), aprovada pela

² Termo utilizado à época.

Conferência Mundial sobre Educação para Todos, em Jomtien, Tailândia, foi reafirmado que “toda pessoa tem direito à educação” com o importante objetivo de satisfazer as necessidades básicas de aprendizagem. Em 1994, na Espanha, foi firmada a Declaração de Salamanca que relatou os princípios, políticas e práticas na área das necessidades educacionais especiais (BRASIL, 1994).

No Brasil, além da Constituição Federal de 1988, foram criadas, a partir de então, várias Leis, Decretos, Planos e Metas para assegurar o direito de todos à educação. Como podemos observar no Quadro 1:

Quadro 1 – Principais documentos sobre a inclusão no Brasil

PERÍODO	DOCUMENTOS
1993-2003	Plano Decenal de Educação (BRASIL, 1993).
1995	Parâmetros Curriculares Nacionais do MEC (BRASIL, 1997).
1996	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, com um capítulo sobre a educação especial (BRASIL, 1996).
1999	Decreto 3.298 de que regulamentou a Lei 7.853 de 1989 da Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência (BRASIL, 1999).
2001	Plano Nacional de Educação, com os objetivos e as metas para a educação das pessoas com necessidades educacionais especiais (BRASIL, 2001).
2001	Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001).
2002	Resolução do Conselho Nacional de Educação, que institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, nível superior, cursos de licenciatura e de graduação plena (BRASIL, 2002).
2007	Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008).
2008	Decreto 6.571, que dispõe sobre o atendimento educacional especializado (BRASIL, 2008).
2009	Decreto 6.949, que trata dos direitos das pessoas com deficiência e amparou a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2009).
2015	Lei nº 13.146, “destinada a assegurar e a promover, em condições de igualdade, o exercício dos direitos e das liberdades fundamentais por pessoa com deficiência, visando à sua inclusão social e cidadania”. Essa lei também institui o conceito de desenho universal tendo em vista um modelo de escola acessível para todos tanto em relação à arquitetura como aos recursos pedagógicos e tecnológicos, instituindo o papel do professor de apoio como um profissional de apoio escolar apto a exercer atividades ligadas à

PERÍODO	DOCUMENTOS
	alimentação, higiene e locomoção de estudantes com deficiência, assim como atuar nas demais atividades escolares sempre que se fizer necessário (BRASIL, 2015).
2017	Reformulação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) que passou a tratar as pessoas com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento, superdotação ou altas habilidades nos termos corretos (BRASIL, 2017, p.39).

Fonte: Adaptado pela autora, baseado nos documentos citados.

Esse conjunto de leis, diretrizes e decretos nos passa a impressão de que o Brasil tem uma excelente política de educação especial, mas, na prática, nota-se a falta de investimento para tornar a inclusão uma realidade no nosso país. Algumas cidades e municípios, por exemplo, sequer apresentam condições mínimas básicas para aulas regulares, sem apresentar os quesitos de infraestrutura física, material didático e formação e qualificação dos professores. Além disso, para alunos com necessidades especiais sem condições de acompanhar uma turma de “ritmo normal”, não basta que sejam inseridos na escola regular, eles precisam também estar em um ambiente que estimule a sua participação, integração com os demais alunos e que existam recursos pedagógicos adequados e disponíveis para auxiliá-los em seu desenvolvimento.

Há de se considerar, entretanto, que o percentual de alunos com deficiência, transtornos do espectro autista ou altas habilidades matriculados em classes comuns, tem aumentado a cada ano. É nas etapas da educação básica que estão mais de 90% de alunos incluídos em classes comuns em 2020, com exceção da EJA. A maior proporção de alunos incluídos é observada no ensino médio, com 99,3%. Foi observado, na educação infantil, um aumento na proporção de alunos incluídos, que saltou de 84,2 para 93. O percentual de matrículas de alunos incluídos em classes comuns aumentou gradativamente ao longo dos anos. Em 2016, o percentual de alunos incluídos era de 89,5% e, em 2020, passou para 93,3% (BRASIL, 2021).

Segundo Fernandes e Healy (2007), no entanto, a educação inclusiva não está sendo construída com e para as pessoas com deficiência, mas vem sendo formada acompanhando a pressão social e os processos legais. Acreditamos que, para oferecer uma educação de qualidade, seria preciso investir em infraestrutura, recursos humanos, materiais e estratégias pedagógicas, além do próprio currículo utilizado em situações de ensino e de aprendizagem.

O ensino regular, em sua maioria, é falho, por diversos aspectos, em incluir pessoas com deficiência, dentre os quais se destaca o elevado número de alunos por sala de

aula, visão equivocada do processo de avaliação e despreparo dos professores e outros profissionais. Outros fatores, como políticas nacionais, distribuição de renda e acesso a bens materiais e culturais também contribuem para a falha sistêmica (CRUZ apud MAURO, 2018, p.72).

A proposta das escolas inclusivas deve ser, portanto, oferecer a todos os alunos meios que favoreçam a superação de suas limitações, tornando-os participantes ativos de um sistema educacional equitativo. Para isso, seria necessário que os órgãos competentes do sistema escolar promovessem a qualificação e valorização dos profissionais que contribuem para a inclusão.

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), o sistema de ensino deve assegurar aos educandos com deficiências, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação: “professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns” (BRASIL, 2017, p.40).

Como o percentual de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento ou altas habilidades, a superlotação em sala de aula comum vem aumentando a cada ano, acreditamos que o professor deveria estar preparado para atender esses alunos e a escola deveria dispor de recursos pedagógicos e infraestrutura adequada. O ideal é que a formação ocorresse na graduação e que, quando o professor fosse trabalhar, já tivesse esse conhecimento, mas essa não é a realidade que temos nas escolas e nem nos cursos de licenciatura. Alguns cursos já possuem, em sua grade, disciplinas que discutem a inclusão, mas não tem nada previsto em lei que garanta essa formação nas graduações.

Em 2002, partindo de uma preocupação com a formação de profissionais da Educação para a inclusão escolar, o Conselho Nacional de Educação estabeleceu a Resolução CNE/CP nº 1/2002 que obrigou as instituições de ensino superior a ajustar os currículos dos cursos de licenciatura com o objetivo de inserir nesses currículos conteúdos que permitissem aos futuros professores compreender e atuar sobre as diversidades e especificidades dos alunos. Com isso, a Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) se tornou conteúdo curricular nos cursos superiores por meio do Decreto-Lei nº 10.436/02 (BRASIL, 2002b).

Já a Portaria nº 2.678, de 24 de setembro de 2002 (BRASIL, 2002c), aprovou o ensino, a produção e a difusão do Sistema Braille em todas as modalidades de aplicação, compreendendo, em especial, a Língua Portuguesa e recomendando seu uso em todo território nacional. O ensino do código braille, porém, ainda não é obrigatório nos cursos de licenciatura

No que diz ao ensino para o aluno com deficiência visual – e talvez outros tipos de deficiência – a formação na graduação ainda é precária. A solução seria procurar cursos de

formação para esse fim. Além disso, o poder público deveria oferecer condições para essa possibilidade. Os cursos de formação devem preparar os profissionais para que consigam estimular todos os sentidos sensoriais dos seus alunos e contribuir para que desenvolvam suas capacidades, de forma que o foco não esteja em suas dificuldades, mas em suas potencialidades, incluindo-os o máximo possível no processo de ensino.

Acreditamos que não basta apenas investir na formação do professor para que a inclusão de fato aconteça. Sabemos que a realidade escolar, hoje, carece de recursos para trabalhar até mesmo com alunos ditos “normais”. Salas lotadas, professores com cargas horárias muito altas, baixa remuneração, falta de materiais e recursos pedagógicos diferenciados etc. É quase impossível um professor ter tempo para um curso de formação.

Hoje existem muitos recursos tecnológicos e pedagógicos que podem ajudar a incluir esses alunos em sala, mas a maioria tem um custo muito alto e não é disponibilizada nas escolas, como as máquinas de escrita em braille, por exemplo. Nem todos os alunos com deficiência visual têm acesso a uma, é uma máquina muito cara e pessoas de baixa renda, que são a maioria, não têm condições de comprá-la.

Em decorrência de uma educação inclusiva, várias reestruturações se fazem necessárias no ambiente escolar:

Essas adequações vão desde questões arquitetônicas, mobiliárias e de equipamentos; a elaboração e distribuição de recursos educacionais; a implantação de salas com recursos multifuncionais; e a formação de gestores, professores e outros profissionais da educação (PASSOS *et al.*, 2013, p. 4).

Mesmo assim, não podemos dizer que não estamos trilhando o caminho da inclusão. Um fenômeno recorrente é o fato de que alguns professores, mesmo sem formação adequada, trilham esse caminho e acabam ajudando a protagonizar histórias de sucesso de educandos com deficiência que tiveram uma ótima formação e conseguiram alcançar o ensino superior, a pós-graduação e estão no mercado de trabalho ou plenamente inseridos na sociedade de outras formas. No entanto, como alerta Freitas (2013, p.10):

Acreditar que os processos de formação de professores não têm contribuído para uma transformação social e que vivemos uma estagnação, é assumir uma postura pessimista e muito generalizadora, uma vez que os estudos e discussões propostos até o momento, nos levam sim a acreditar que é possível uma mudança de concepção e postura profissional.

Acreditamos que a diversidade de cursos de capacitação, de reciclagem, oficinas de formação, cursos de aperfeiçoamento, cursos de especialização, incluindo opções *online*, de alguma forma, tem contribuído para uma educação mais inclusiva. Infelizmente, é fato que

alguns professores, apesar dos cursos de formação, não mudarão sua prática para incluir os diferentes e outros, mesmo sem formação, buscarão informações e recursos para incluir todos os seus alunos no ensino. Pontuamos, também, que é preciso reconhecer que a capacitação dos professores não garante o sucesso da inclusão. É necessário que o professor tenha condições de trabalho, materiais pedagógicos e recursos variados para auxiliá-lo.

É importante observar também que grande parte dos professores são sobrecarregados pelas turmas cheias, muitas vezes trabalham em três turnos, tampouco são dispensados para fazer cursos de capacitação, não dispendo de tempo para preparar aulas diferenciadas que contemplem os diversos alunos. Faltam tanto uma política de valorização do professor que se capacita, quanto condições dignas de trabalho para oferecer um ensino inclusivo.

1.2 A Inclusão em Goiás e a Criação de Centros de Apoio ao Aluno com Deficiência Visual

Segundo Araújo (1995), a história da educação especial em Goiás começou com a criação do Instituto Pestalozzi de Goiânia em 1953. Foi em uma sala desse instituto que se iniciou o ensino aprendizagem do aluno com DV na década de 1970. No ano de 1973, foi criada a Divisão de Ensino Especial, vinculada ao Departamento de Ensino Supletivo e, em 1976, ao Departamento de Ensino do 1º grau. Em 1987, foi criada a Superintendência de Ensino Especial ligada à Secretaria de Educação Cultura e Desporto que tinha como finalidade direcionar o ensino especial em todo o estado.

Na época, a instituição situava-se na Vila Nova, em Goiânia, onde a professora Gilca Ferreira era a diretora. O primeiro professor a dar aula para alunos cegos foi Divino Fernandes Pains, que buscou deficientes visuais em várias cidades de Goiás para iniciar o atendimento na Pestalozzi. Segundo Araújo (1995), esse professor procurou o deputado Nelson Siqueira e, assim, foi criada a Fundação para Desenvolvimento Intelectual de Cegos em Goiás.

Alguns anos depois, foi criado o Instituto Artesanal dos Cegos (IAC). Sua inauguração foi no dia 29 de abril de 1973 e foi regulamentado pela Lei n. 4.806 (1973). O instituto se manteve em pleno funcionamento até 1996 (SILVA, 2020). O endereço era na BR-153, km 85 e possuía 15 mil metros quadrados. Ele foi construído graças ao apoio de campanhas e ajuda da mídia, além de convênios, inclusive com a Secretaria de Estado da Educação (ARAÚJO, 1995).

De acordo com Araújo (1995), a primeira diretora do IAC foi a professora Solange Mussi. Com capacidade de atender de oitenta a cem alunos, a instituição funcionava em

regime de internato, semi-internato e externato. Ele oferecia atendimento a nível pré-escolar à primeira fase do ensino fundamental. Também ensinava datilografia e trabalhos manuais, como tricô, crochê, tapeçaria e argila, além de atividades da vida diária, estudo dirigido, acompanhamento médico, psicológico, xadrez, teclado, orientação e mobilidade e escrita à tinta. Ao terminar essa primeira fase, os alunos eram inseridos na rede regular de ensino; mas, à época, os professores não mudavam suas práticas para atender aos alunos com deficiência visual, eles é quem deveriam se adaptar. O Colégio José Honorato, a partir de 1991, ofereceu salas para atender esses alunos a partir da 5ª série e também iniciou o atendimento às crianças a partir da pré-alfabetização (ARAÚJO, 1995).

Segundo Silva (2020), o IAC teve um papel importante na educação de pessoas com deficiência visual em Goiás, preparando-as não apenas para os processos de leitura e escrita, mas também para a vida em sociedade. Mesmo que muitos vissem a instituição como segregadora, pois separava os alunos do convívio da família e social, ao saírem de lá, eles buscavam meios próprios de se instruir. Segundo a autora, muitos conseguiram ter êxito nos estudos e em suas profissões. O período do IAC, segundo Bruno (2006) e Sasaki (2010) é o período da integração.

Já em 13 de março de 1987, foi inaugurado o CEAD, contendo, inicialmente, um posto de saúde, uma creche e seis blocos, sendo dois para cada categoria de deficiência: físicos, auditivos e visuais. Tinha capacidade para atender, aproximadamente, seiscentas pessoas (ALMEIDA, 1992 apud SILVA, 2020). Como atendia pessoas com deficiências diversas, seu serviço teve que ser ampliado à medida em que a inclusão avançava dentro das escolas em Goiás.

Conforme as autoras, o núcleo específico no CEAD para atendimento às pessoas com deficiência visual, objetivava favorecer a inserção dessas pessoas na sociedade, procedendo ao diagnóstico psicopedagógico, visando à autonomia na locomoção e nas atividades da vida diária ao favorecer a adaptação na família e na sociedade (ALMEIDA, 1992 apud SILVA, 2020).

No momento, o CEAD tem capacidade para atender cerca de 400 pessoas e oferece serviços de assessoria técnica aos profissionais da Rede Estadual e Municipal de atendimento à pessoa com deficiência, com interface nas áreas de saúde e educação, tendo como objetivo a inclusão social dessas pessoas a fim de que se tornem cidadãos críticos conscientes de seus direitos e deveres (ALMEIDA, 1992 apud SILVA, 2020).

Essa instituição mantém convênio com a Secretaria de Estado de Desenvolvimento Social de Goiás (SEDS-GO), que disponibiliza, por meio de Termo de Cooperação Técnica, profissionais especializados para o desenvolvimento das atividades de habilitação e/ou

reabilitação em atendimentos educacionais especializados. Mantém também parcerias com universidades para estágios curriculares supervisionados (SILVA, 2020).

A produção de livros em braille foi iniciada em Goiás em 1986. Dirigentes da Associação de Deficientes Visuais do Estado de Goiás (ADVEG) realizaram inúmeras viagens pelo Brasil e exterior, a fim de conhecerem como se dá a implantação de uma Imprensa Braille. Em 1989, a primeira Imprensa Braille foi inaugurada no Estado de Goiás (CENTRO DE APOIO PEDAGÓGICO PARA ATENDIMENTO ÀS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL, 2021).

Nesse contexto, em 1988, surge o Centro de Apoio Pedagógico (CAP) para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual por meio de um convênio entre a Associação Brasileira de Educadores de Deficientes Visuais (ABEDEV) e o Ministério da Educação (MEC), gerenciado pela Secretaria de Estado da Educação (CENTRO DE APOIO PEDAGÓGICO PARA ATENDIMENTO ÀS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL, 2021).

O CAP-GO contribuiu para a implementação da Imprensa Braille que se destinava a oferecer subsídios e materiais didático-pedagógicos aos educandos com deficiência visual matriculados na rede regular de ensino:

O CAP é o resultado de um trabalho em conjunto entre o Governo do Estado de Goiás que, por meio da Secretaria de Estado da Educação, investiu em espaço físico, recursos humanos e acolheu as propostas e todas as ações do projeto e a Associação dos Deficientes Visuais do Estado de Goiás - ADVEG, a qual viabilizou o atendimento médico em parceria com o Centro de Referência em Oftalmologia – CEROF do Hospital das Clínicas da Universidade Federal de Goiás, montando um consultório completo para atendimento em avaliação e diagnóstico, que funciona com os médicos residentes em Oftalmologia (CENTRO DE APOIO PEDAGÓGICO PARA ATENDIMENTO ÀS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL, 2021, p. 6).

O CAP-GO, hoje, também conhecido como CEBRAV, é uma instituição pública vinculada à Secretaria de Estado da Educação do Estado de Goiás. O objetivo da instituição é proporcionar a pessoas com deficiência visual o acesso à habilitação, reabilitação, ao Atendimento Educacional Especializado (AEE) e ao suporte tecnológico necessário à plena autonomia individual e social. A instituição é composta por três unidades: Unidade de Reabilitação, Unidade de Apoio Pedagógico e Unidade de Produção de Materiais Acessíveis (CENTRO DE APOIO PEDAGÓGICO PARA ATENDIMENTO ÀS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL, 2021).

A unidade de Reabilitação oferece os seguintes atendimentos: Serviço Social, Consulta Oftalmológica, Psicologia, Reabilitação Visual, Intervenção Precoce, Orientação e Mobilidade (OM), Motricidade e Atividade de Vida Autônoma e Social (AVAS).

Na Unidade de Apoio Pedagógico, é oferecido o Apoio Pedagógico (Educação Básica), Sistema Braille, Aula de Dança, Iniciação Esportiva, Educação Musical, Artes Plásticas, Curso de Informática e Cursos de Capacitação para Professores da Rede Regular de Ensino sem nenhum custo. A Unidade de Produção de Materiais Acessíveis promove o acesso das pessoas com DV aos materiais didáticos e paradidáticos, impressos em braille, ampliados e digitalizados.

O público-alvo do CAP/ GO é formado por pessoas com deficiência visual, associada ou não a outras deficiências, sem limites de idade; profissionais da educação das redes pública e particular de ensino, da Educação Básica ao Ensino Superior; familiares dos membros; estagiários das áreas da Educação, Saúde, Serviço Social, Ciência e Tecnologia e pela comunidade em geral.

Um dos principais objetivos da instituição é oferecer Atendimento Educacional Especializado (AEE) aos alunos com deficiência visual da Educação Básica. Os estudantes matriculados na rede de ensino têm direito ao apoio educacional no contraturno com oficinas de português, matemática, inglês, informática, educação física, esportes, e outros, conforme a necessidade.

1.3 Espaços inclusivos nas escolas

Quando falamos de espaços inclusivos, pensamos em um espaço que seja acessível a todas as pessoas segundo o conceito de desenho universal (BRASIL, 2015). Acreditamos que, além de se enquadrar nesse modelo, a escola deva ser um espaço que promova a inclusão, o que não significa apenas colocar pessoas diversas em um mesmo espaço, nem somente eliminar as barreiras arquitetônicas. É necessário, também, que se pense em uma forma de melhorar o acesso ao conhecimento. Em 2008, foi criado o Atendimento Educacional Especializado (AEE), que tem como função identificar, elaborar e organizar recursos pedagógicos e de acessibilidade que eliminem as barreiras para a plena participação dos alunos (BRASIL, 2021).

O atendimento educacional especializado (AEE) é a mediação pedagógica que visa possibilitar o acesso ao currículo pelo atendimento às necessidades educacionais específicas dos alunos com deficiência, transtorno do espectro autista (TEA) e altas habilidades ou superdotação, público da Educação Especial, devendo a sua oferta constar do projeto pedagógico da escola (Decreto nº 7.611/2011), em todas as etapas e modalidades da educação básica (BRASIL, 2021, p.10).

O aluno com DV deve frequentar o AEE no contraturno, sem substituição das aulas dadas em sala de aula regular. O atendimento não deverá ser desenvolvido com as mesmas atividades da sala de aula comum e deve, ainda, ser organizado institucionalmente para apoiar, complementar ou suplementar os serviços educacionais comuns:

As atividades desenvolvidas no AEE diferenciam-se daquelas realizadas na sala de aula comum, não sendo substitutivas à escolarização. Esse atendimento complementa e/ou suplementa a formação dos alunos com vistas à autonomia e independência na escola e fora dela e é realizado prioritariamente nas salas de recursos multifuncionais (SRM) da própria escola, em outra escola de ensino regular, ou em centros de atendimento educacional especializado (CAEE) (BRASIL, 2021, p.10).

As ações pedagógicas realizadas pelo professor especializado visam apoiar as atividades realizadas pelo professor na classe comum. Esse espaço deve ser organizado com materiais didáticos, pedagógicos, equipamentos e profissionais com formação adequada para o atendimento às necessidades educacionais dos alunos, considerando a singularidade de cada aluno e favorecendo seu acesso ao conhecimento, sua autonomia e independência na escola e fora dela (BRASIL, 2021).

No que se refere particularmente ao ensino de alunos cegos ou com visão subnormal, devemos considerar que o planejamento das intervenções deve considerar, sobretudo, as necessidades específicas do aprendiz. Necessidades que são consequências, justamente, da falta ou da degradação de um dos canais de aquisição da informação, o visual (FERNANDES; HEALY, 2007).

Para o atendimento do aluno com DV, acreditamos que esse espaço deve conter *regletes*, pulsão, máquina de escrita em braille e outros materiais adaptados para sua aprendizagem, de forma que contribua para o seu desenvolvimento escolar. O professor deve ter formação adequada para o atendimento ao aluno com DV, conhecendo as principais especificidades que envolvem a falta da visão.

Mas será que os professores das salas de AEE estão capacitados para atender os DVs e os demais alunos? Será que existem salas de AEE suficientes para atender toda a demanda? A realidade é que não existem muitas escolas com esse serviço e, às vezes, a sala de AEE mais próxima já está lotada e sem condições de atender os alunos com qualidade. Quanto aos professores, nem todos têm formação suficiente para atender esses estudantes. Já ouvi relatos de que, em algumas salas desse serviço, há impressoras braille que nunca foram utilizadas porque não tem quem saiba manuseá-las.

Acreditamos que o AEE é necessário para complementar o ensino de um aluno com DV, principalmente quando ele está na fase de alfabetização, pois é quando necessita de um

atendimento mais individualizado para aprender a ler e escrever em braille. Um dos princípios da Declaração de Salamanca nos diz que:

Princípio fundamental da escola inclusiva é o de que todas as crianças devem aprender juntas, sempre que possível, independentemente de quaisquer dificuldades ou diferenças que elas possam ter. Escolas inclusivas devem reconhecer e responder às necessidades diversas de seus alunos, acomodando ambos os estilos e ritmos de aprendizagem e assegurando uma educação de qualidade à todos através de um currículo apropriado, arranjos organizacionais, estratégias de ensino, uso de recursos e parceria com as comunidades. Na verdade, deveria existir uma continuidade de serviços e apoio proporcional ao contínuo de necessidades especiais encontradas dentro da escola (BRASIL, 1994, p.5).

Então, vemos o atendimento no AEE primordial para promover a inclusão dos alunos cegos, pois oferece um suporte para que o aluno com deficiência consiga frequentar a sala de aula regular e acompanhar a aula dada. É claro que o professor da escola regular também deve conhecer algumas especificidades da aprendizagem do deficiente visual, mas ele sozinho pode não dar conta de atender esse aluno. Ele precisará da ajuda de um profissional mais especializado e, em alguns casos, o aluno precisa de um atendimento mais individualizado, fazendo com que o professor da escola regular precise também de ajuda para transcrever materiais e provas em braille.

Já em relação ao espaço físico, para desenvolver ambientes mais inclusivos nas escolas, temos que pensar na acessibilidade de forma mais geral, contemplando o conceito de desenho universal, levando em consideração todas as especificidades que envolvem as pessoas com dificuldades de locomoção, como pessoas com DV e outras.

Para pessoas com DV, o espaço físico deve ser pensado de forma que consigam se locomover com segurança e autonomia. As pessoas também devem ser orientadas sobre a utilização desses espaços, para respeitá-los e não os usar para outras finalidades. É preciso que as pessoas compreendam não apenas as normas técnicas, mas para que servem e o que representam. É necessário repensar, também, as próprias atitudes. Coisas simples, como manter as cadeiras em fila ou manter as portas totalmente abertas ou fechadas podem ajudar muito na locomoção e nas atividades gerais de pessoas com DV. Ou seja, o espaço físico precisa estar adequado para atender as diversas pessoas com deficiências. No Glossário da Educação Especial - Censo escolar 2021, podemos ler que:

Os recursos de acessibilidade para pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida nas vias internas de circulação na escola estão relacionados à concepção de espaços, artefatos e produtos adequados ao uso das pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida, que contemplem o desenho universal, com o objetivo de atender simultaneamente a todas as pessoas, com diferentes características antropométricas e sensoriais, de forma autônoma, independente, segura e confortável, garantindo

elementos e soluções que compõem a acessibilidade. Mais de uma opção pode ser informada, se for o caso (BRASIL, 2021, p.17).

Como exemplos dessa estrutura, podemos citar corrimãos, elevador, piso tátil, rampa, guarda corpos, sinalização sonora, sinalização tátil, sinalização visual, portas com vão livre de, no mínimo, 80 cm etc. (BRASIL, 2021). Sabemos, entretanto, que tais recursos não fazem parte da realidade da maioria das escolas. O espaço interno deveria ser todo acessível, com mapas em braille, indicação de salas, guias e pisos táteis em toda a escola e indicativos dos lugares comuns como quadra, banheiros e cantinas.

Além do espaço interno, o espaço externo também deveria estar acessível; portanto a presença de guias nas calçadas do ponto de ônibus até as escolas, sinais sonoros e outros já deviam ser uma realidade em todas as ruas e calçadas. Mas o que observamos são guias e pisos táteis feitos sem planejamento, sem continuidade e que acabam invadindo um estacionamento ou dando em frente de uma árvore ou um muro. Falta planejamento, respeito e investimento por parte do poder público e dos cidadãos que não observam as leis antes de construir uma guia no chão.

Embora a Constituição Brasileira e todos os documentos, leis e decretos assegurem a todas as pessoas com DV o direito à educação e muitos acreditem que a inclusão já é uma realidade no sistema escolar, ainda existem problemas que dificultam ao aluno com DV o acesso à escola, tanto em relação a barreiras arquitetônicas quanto a barreiras pedagógicas. Muitos se encontram à margem do processo educativo sem acesso ao conteúdo ministrado na escola.

Os espaços inclusivos fornecem uma educação de melhor qualidade para todos os alunos e são fundamentais para o fim de atitudes discriminatórias. A escola é o lugar onde se forma opinião e, também, se constrói conhecimento. As escolas podem fornecer o contexto para o relacionamento de um sujeito com o mundo fora de sua família, permitindo o desenvolvimento de relações e interações sociais. Respeito e compreensão aumentam quando alunos possuidores de diferentes habilidades e experiências socializam e aprendem juntos.

1.4 Sobre a inclusão na BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2018). Proveniente de documentos, como a Constituição de 1988, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), a Lei 9.394, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (DCNs), a BNCC iniciou

sua construção a partir de 2015 e, desde então, foram realizados seminários e audiências com assessores e especialistas, além de professores e gestores para a elaboração do documento que foi homologado em 2018 (BRASIL, 2018).

Mesmo assim, há algumas controvérsias quanto ao seu caráter democrático e normativo, deixando dúvidas e críticas por parte de alguns autores quanto à sua formação e constituição. Pinto (2017 apud FREITAS *et al.*, 2019, p. 267) observa que, na BNCC, não são mencionados os aspectos teórico-metodológicos já consolidados no campo da educação matemática, como a Etnomatemática ou a História da Matemática. “Essas abordagens constituem-se, na atualidade, como referências importantes para uma prática docente que considera a diversidade e a pluralidade da escola pública brasileira” (FREITAS *et al.*, 2019, p.267), favorecendo uma aprendizagem mais significativa e contribuindo para a inclusão.

Valle (2021, p. 1), em suas pesquisas, aponta “a ausência da autoria docente, em particular de quem ensina matemática, a ausência da pluralidade das concepções pedagógicas e a ausência às perspectivas socioculturais da educação matemática” na BNCC. O autor ainda aponta o caráter antidemocrático da BNCC ao desconsiderar algumas críticas de diferentes setores da sociedade (DOURADO; AGUIAR, 2018 apud CÁSSIO; CATELLI, 2019 apud VALLE, 2021). Essa questão pode ser comprovada por meio dos ofícios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) que foram enviados aos colaboradores e representantes no Ministério da Educação pela Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd) e a Associação Brasileira de Currículo (ABdC) (VALLE, 2020 Apud VALLE, 2021) que abordaram o tema.

Mercado e Fumes (2017) analisaram as duas primeiras versões da BNCC e constataram que a proposta curricular não promove a discussão da inclusão, pois há um distanciamento entre planejamento, currículo, avaliação e educação inclusiva no que se refere às pessoas com deficiências. Fica claro que a visão de Educação Especial, presente no documento da BNCC, representa uma perspectiva de inclusão sem garantias suficientes para a permanência na escola, com qualidade social, dos estudantes com deficiências ou altas habilidades/superdotação e, muito menos garantias de tornar o currículo acessível para todos:

há pouca discussão na BNCC sobre a inclusão de alunos com deficiência. Pelo fato de este documento representar o fundamento curricular de todas as escolas do país, o mesmo não apresenta a inclusão escolar como obrigatória, indispensável e fundamental, nem especifica como a mesma se dará nas instituições ou como se trabalha isso em meio aos conhecimentos específicos (SILVA; MENEZES, 2020, p.3).

Diante do pressuposto, buscamos o que a base nos orienta quanto à inclusão e à educação especial. Na introdução do documento, é informado que a base

está orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (BRASIL, 2018).

O documento menciona o pacto de equidade e igualdade educacional, segundo o qual as singularidades de cada estudante devem ser atendidas independentemente de sexo, cor, raça ou situação socioeconômica, reconhecendo que as necessidades dos estudantes são diferentes. Também requer o compromisso com os alunos com deficiência, admitindo a necessidade de práticas pedagógicas inclusivas e de diferenciação curricular, conforme estabelecido na Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Lei nº 13.146/2015).

Vemos que a educação especial é pouco citada nesse documento, segundo Froehlich e Meurer (2021), ela é mencionada apenas duas vezes, mas sem direcionamentos específicos nem propostas de práticas educativas nesse contexto. A igualdade educacional, segundo a BNCC, acontece quando as particularidades são consideradas e atendidas com as mesmas oportunidades de ingresso e permanência em uma escola de Educação Básica e a equidade reconhece que as necessidades dos estudantes são diferentes.

Algumas das competências gerais são voltadas para a inclusão escolar. Entre elas, podemos citar a competência 1 que valoriza e utiliza os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva; a competência 4 que utiliza as diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática para diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo; e a competência 10 que é sobre o agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018).

Espera-se, então, que os alunos adquiram essas competências, mas quais são os meios para se chegar a esse fim? Quais são as práticas em sala de aula e na comunidade escolar para desenvolver essas competências?

Considerando que se trata de um documento primordial para a construção do currículo nas escolas, que define as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem adquirir, consideramos poucas as informações estimuladoras de um ensino inclusivo e diversificado.

Acreditamos que, para que a inclusão se torne cada dia uma realidade mais amplamente presente nas escolas, é preciso refletir sobre o modelo de educação que temos hoje e sobre tudo o que temos feito e tudo que podemos fazer mediante o cenário das escolas. Como envolver a comunidade escolar para que a inclusão seja uma realidade não só na sala de aula, mas na sociedade?

Observamos que esse documento deixou a desejar em aspectos relevantes da educação matemática e também da educação inclusiva. A Etnomatemática valoriza o conhecimento de todos os povos e é também promotora de um ensino inclusivo. Temos que ter uma educação que valoriza as diferenças, que percebe que a diversidade é um fator que enriquece o processo educacional, identificando e removendo barreiras, de modo a favorecer a superação de suas limitações ao tornar os alunos participantes ativos de um sistema educacional equitativo. Um currículo deve ser pensado de forma que considere a diversidade, observando que as necessidades dos alunos são diferentes, as práticas pedagógicas precisam ser diferenciadas de forma que todos os alunos sejam atingidos.

Segundo Fernandes e Healy (2007), a inclusão é muito mais que todos os alunos compartilhando o mesmo ambiente, ou seja, o mesmo local físico. É preciso que se criem mecanismos que permitam modificar as estruturas educacionais, como currículos, avaliações e ambientes baseados na classificação, segregação e na exclusão. Ainda segundo as autoras, estamos todos aprendendo a lidar com a diversidade, mesmo tendo tantas leis, ações e movimentos sociais, temos que reconhecer que a situação atual da sala de aula ainda não é a idealizada pelos documentos e pela literatura.

1.5 Educação Matemática Inclusiva

A Educação Matemática é uma área do conhecimento das ciências sociais ou humanas que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática, ou seja, tanto a transmissão do conteúdo quanto a construção do saber matemático (FIORENTINI; LORENZATO, 2009). Mesmo ela sendo tão recente no Brasil – tendo seu grupo de estudo consolidado com a fundação da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) na década de 1980 –, é uma área com um número crescente de pesquisadores que têm produzido artigos, dissertações e teses tratando do tema da inclusão. Em jornadas, encontros e simpósios sobre Educação Matemática encontramos anais, pôsteres, minicursos e palestras sobre a Educação Matemática Inclusiva. Esses trabalhos abarcam desde experiências de sucesso em sala de aula até pesquisas de inovações de métodos de ensino e materiais que facilitam a aprendizagem.

Buscando respostas às inquietações dos professores e com o objetivo do desenvolvimento de uma Educação Matemática “para todos”, foi constituído, em 2013, pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, o GT13, Grupo de Trabalho “Diferença, Inclusão e Educação Matemática” da SBEM, com as professoras Lulu Healy, da Universidade Anhanguera de São Paulo (Unian), e Miriam Godoi Penteadó, da Unesp de Rio Claro, que foram as primeiras coordenadoras (NOGUEIRA *et al.*, 2019). Uma das realizações desse grupo de pesquisa foi a publicação de vários artigos em revistas nacionais e internacionais sobre a inclusão matemática, abrangendo práticas educativas para todas as deficiências.

Constatando a dificuldade para divulgar essas pesquisas para os professores da educação básica e também de realizar discussões sobre o tema, em 2019, foi realizado o I Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva (ENEMI), realizado em 17 e 18 de 2019, na Universidade Estácio de Sá. O evento foi organizado pela SBEM e pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional Rio de Janeiro (SBEM/RJ). A cidade foi escolhida não só pela disponibilidade da instituição para sediar o evento, mas também pelo fato de ser a cidade que abriga o Instituto Benjamin Constant (IBC) e o Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES), referências nacionais na educação de pessoas com deficiência visual, surdos e surdocegos (NOGUEIRA *et al.*, 2019).

Em 2020, aconteceu o II ENEMI na UESB em Vitória da Conquista, na Bahia, de forma remota, devido à pandemia de Covid-19. Nesse evento, ficou resolvido que os próximos encontros serão de 3 em 3 anos, não coincidindo com outros eventos da SBEM.

A Educação Inclusiva, considerada em seu processo de desenvolvimento histórico, é importante para o processo de escolarização de estudantes com deficiência visual, pois, por meio dela, muitas barreiras se romperam ao longo do tempo, permitindo aos estudantes cegos ou com baixa visão acessibilidade tanto aos ambientes escolares, quanto aos conteúdos matemáticos (MENDES *et al.*, 2021, p. 425).

A Educação matemática inclusiva vem se construindo no Brasil à medida que surgem novas políticas públicas para a inclusão. Muitos são os avanços relacionados à inclusão dos alunos com DV nas instituições de ensino, como, por exemplo, as salas de AEE, alguns recursos pedagógicos e tecnológicos nas escolas e os cursos de formação. Isso sem contar a quantidade de pesquisas na área de inclusão e de projetos executados. O número ainda é muito pequeno, mas já é um caminho.

Nós professores, coordenadores e a comunidade escolar como um todo temos sempre que repensar nossa prática, participando não só de cursos de formação, mas também desses encontros nos quais se discutem e socializam práticas inclusivas. Porém, isso só é possível se

o poder público e as instituições de ensino valorizarem e propiciarem meios de participarmos desses eventos.

Para que a inclusão seja realidade, é preciso muito mais do que leis, decretos e portarias que, supostamente, garantem professores capacitados. É preciso uma escola ativa e participativa, na qual toda a comunidade escolar contribua para incluir e transformar. É preciso condições dignas de estudo e trabalho, com espaços preparados para atender todas as necessidades dos diferentes e em que pessoas com deficiência se desenvolvam e possam conviver com independência e autonomia. É preciso ter professores que se sintam motivados a estudar, a incluir e que sejam valorizados, estimulados para refletir em conjunto sobre a educação. Só assim teremos não só uma escola inclusiva, mas também uma sociedade que acolha os diferentes, pois a escola forma grande parte da sociedade em que vivemos.

2 O PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM PARA O ALUNO COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Neste capítulo apresentaremos o conceito de deficiência visual e apresentaremos o código braille. Discutiremos questões sobre a formação do trabalho docente para trabalhar com alunos com deficiência visual e o ensino aprendizagem de matemática para trabalhar com o aluno cego, bem como os recursos pedagógicos e outros recursos auxiliares para a aprendizagem e para as atividades do dia a dia.

2.1 Conceito de deficiência visual

Segundo Conde (2012), uma pessoa é considerada com deficiência visual, se apresenta ausência total de visão ou alguma percepção luminosa que possa determinar formas a curtíssima distância. Na medicina, duas escalas oftalmológicas ajudam a classificar a deficiência visual: a acuidade visual (ou seja, aquilo que se enxerga a determinada distância) e o campo visual (a amplitude da área alcançada pela visão). Então, o termo deficiência visual não significa, necessariamente, total incapacidade para ver. Na verdade, sob deficiência visual, poderemos encontrar pessoas com vários graus de visão residual (CONDE, 2012). Na cegueira total, ou amaurose, a visão é nula, sem percepção de luz; já na cegueira parcial, os indivíduos são capazes de contar dedos a curta distância e alguns só percebem vultos ou algum tipo de percepção da luz (CONDE, 2012).

De acordo com a Portaria Nº 3.128, de 24 de dezembro de 2008, Art. 1º, pessoas que têm deficiência visual são sujeitos que apresentam baixa visão ou cegueira. Baixa visão ou visão subnormal corresponde à acuidade visual corrigida no melhor olho menor que 0,3 e maior ou igual a 0,05, ou um campo visual menor do que 20º no melhor olho com a melhor correção óptica (categorias 1 e 2 de graus de comprometimento visual do CID 10). Considera-se cegueira quando esses valores se encontram abaixo de 0,05 ou o campo visual menor do que 10º (categorias 3, 4 e 5 do CID 10). Então, quando se fala em pessoas cegas, não se trata apenas de pessoas que têm a ausência total da visão, mas também de pessoas que, mesmo com correção, necessitam de atendimento especial para a reabilitação e aprendizagem. Uma forma de entender bem a baixa visão é pensar em uma pessoa que não consegue ver os dedos com clareza a 3 metros de distância.

Na medicina, uma pessoa é considerada cega se corresponde a um dos critérios seguintes: a visão corrigida do melhor dos seus olhos é de 20/200 ou menos, isto é, se ela pode ver a 20 pés (6 metros) o que uma pessoa de visão normal pode ver a 200 pés (60 metros), ou se o diâmetro mais largo do seu campo visual subentende um arco não maior de 20 graus, ainda que sua acuidade visual nesse estreito campo possa ser superior a 20/200. Esse campo visual restrito é muitas vezes chamado

"visão em túnel" ou "em ponta de alfinete". Nesse contexto, caracteriza-se como indivíduo com visão subnormal aquele que possui acuidade visual de 6/60 e 18/60 (escala métrica) e/ou um campo visual entre 20° e 50° (CONDE, 2012).

Recentemente foi aprovada a lei que classifica a visão monocular como deficiência visual. Visão monocular, segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), é caracterizada quando a pessoa tem visão igual ou inferior a 20% em um dos olhos, enquanto no outro mantém visão normal. Pessoas que possuem visão monocular têm dificuldades com noções de distância, profundidade e espaço, tem a coordenação motora prejudicada e, conseqüentemente, o equilíbrio (JUNIOR, 2021).

De acordo com Conde (2012), pedagogicamente, é considerado cego aquele que, mesmo possuindo visão subnormal, necessita de instrução em braille (sistema de escrita por pontos em relevo) ou de ferramentas, como *softwares* de leitura de textos; e é considerado possuidor de visão subnormal aquele que lê tipos impressos ampliados ou com o auxílio de potentes recursos ópticos. Essa definição fica mais próxima à da Classificação Internacional de Funcionalidade, Incapacidade e Saúde (CIF).

A respeito da aquisição da deficiência visual, há várias patologias ou acidentes que podem causar a cegueira e não serão tratados neste trabalho, mas importa ressaltar que uma criança que nasce cega se desenvolverá de forma distinta daquela que perdeu a visão anos mais tarde; em outras palavras, daquela que possui memória visual. Naturalmente, o desenvolvimento de ambas dependerá, também, dos estímulos que receberão, do meio em que vivem e das intervenções e incentivos que receberam. Essas crianças construirão seu conhecimento por outras vias alternativas, com o auxílio do uso dos outros sentidos e de diferentes recursos (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010).

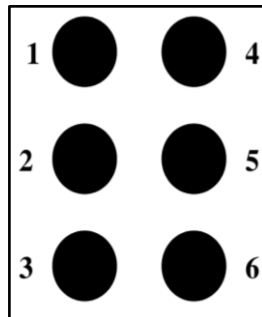
Segundo Gil (2000), quando a deficiência visual é adquirida alguns anos após o nascimento, o indivíduo possui memória visual, ele consegue se lembrar de cores, objetos, imagens e isso é muito útil em sua readaptação. Já o indivíduo que nasce cego, que possui cegueira congênita, nunca poderá formar lembranças visuais. Portanto acreditamos que a aprendizagem de um aluno que possui cegueira adquirida é diferente daquele que nasceu cego.

Ressaltamos, também, que cada indivíduo com deficiência visual tem sua história de vida, alguns receberam estímulos desde pequenos e outros não, de modo que desenvolvem características e habilidades muito pessoais. Não existe uma receita pronta ou manual infalível para ensinar essas pessoas, cabe ao professor avaliar seu aluno e adequar o ensino de forma que consiga desenvolver ao máximo suas capacidades.

2.2 O Sistema Braille

O código braille é um sistema de escrita em relevo, de exploração tátil e constituído por 63 sinais formados a partir do conjunto matricial, $2 \times 3 = (\text{pontos } 123456)^3$. Alguns especialistas consideram a cela vazia um sinal, logo 64 sinais. O espaço por ele ocupado, ou por qualquer outro sinal, denomina-se cela braille ou célula braille. Os pontos são numerados de cima para baixo e da esquerda para a direita. Os três pontos que formam a coluna ou fila vertical esquerda, 1, têm os números 1, 2, 3; os que compõem a coluna ou fila vertical direita, são os números 4, 5, 6. O alfabeto é formado pela combinação desses 6 pontos, vistos na Figura 1.

Figura 1 – Cela braille numerada



Fonte: Elaborado pela Autora.

AD da imagem: Figura de 6 pontos dispostos em duas colunas sendo 3 pontos à esquerda numerados de 1 a 3 e 3 pontos à direita numerados de 4 a 6.

Com 63 combinações, representamos todas as letras do alfabeto (Figura 2), além de acentuação, pontuação e operadores matemáticos básicos.

³ Esses números correspondem à posição dos pontos como na Figura 1.

Figura 2 – Alfabeto em braille

A ⠁	B ⠃	C ⠉	D ⠙	E ⠑	F ⠋	G ⠗
H ⠄	I ⠊	J ⠛	K ⠅	L ⠇	M ⠍	N ⠝
O ⠝	P ⠏	Q ⠑	R ⠞	S ⠎	T ⠞	U ⠥
V ⠥	W ⠡	X ⠭	Y ⠮	Z ⠵	É ⠠⠑	ALFABETO LEITURA 1 ⠠ 4 2 ⠠ 5 3 ⠠ 6

Fonte: Site Alfabeto.

AD da imagem: Figura do alfabeto representado a tinta e em braille disposto em 7 colunas e 4 linhas.

Já os números representados em braille, como podemos observar na figura 3, são formados a partir das 10 primeiras letras do alfabeto, da letra *a* letra *j*, acrescidas do sinal de número (⠼) correspondendo aos pontos (3456).

ensino do teorema de Pitágoras e apontamos algumas diferenças de escrita em braille e à tinta para ajudar o professor com a descrição oral durante a aula.

2.3 A formação para o trabalho docente para o aluno com DV

A formação para trabalhar com o aluno com DV deveria começar nos cursos de licenciatura. Muitos cursos já possuem, em sua grade, disciplinas que contemplam a educação especial, mas em relação à formação para ensinar educandos cegos, percebemos que ela ainda está muito aquém do que deveria.

Na instituição onde trabalho, ouvi muitas queixas de professores que não se sentem preparados para trabalhar com alunos com DV e muitos relatos de alunos que reclamam que os professores não sabem como atendê-los e às vezes até escolas que se recusam a receber esses alunos, mesmo eles sendo amparados pelas leis que garantem o direito de estudar em qualquer escola.

O aluno com DV, na sala de aula regular, deveria encontrar professores que tivessem o mínimo de conhecimento para poder facilitar seu acesso ao saber. Sabemos que os discentes com necessidades especiais, especialmente os que possuem ausência de visão, não são a maioria dos alunos, muitas vezes é um entre 40 alunos ditos “normais”, e também estamos cientes que não é fácil preparar uma aula que contemple a todos, mas se o professor for formado já na graduação para atender as diversidades, ao se deparar com alunos com deficiência visual, saberá qual caminho trilhar.

Acreditamos que os professores não podem contar apenas com a intuição, pois isso leva a situações de tentativa e erro que podem, independente da intenção, prejudicar os alunos. É preciso, portanto, oferecer cursos que visem a totalidade do ser humano, que formem professores preparados para a diversidade. É considerável, também, saber, por exemplo, o braille, as técnicas do soroban e outras especificidades que envolvem a aprendizagem do aluno cego desde o nascimento, para evitar perdas irreparáveis por falta de formação e informação da família, professores e demais profissionais que atendam estudantes com DV. Se isso for feito na graduação, o professor entrará na sala de aula com muito mais segurança para trabalhar com esses alunos.

É claro que, mesmo que o professor tenha formação adequada, sozinho não dará conta de ensinar esses alunos. Por isso, é fundamental que ele tenha o suporte de alguma instituição especializada ou do AEE e que tenha recursos tecnológicos e pedagógicos disponíveis. Conhecer as especificidades que envolvem o ensino e aprendizagem de pessoas com DV vai ajudar a tornar sua aula mais acessível.

Um dos problemas no ensino de matemática para esses alunos é a linguagem; então, algumas expressões, comumente usadas pelos professores, não fazem muito sentido para o eles, como: “multiplica cruzado”; “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima”; “passa para o outro lado dividindo”; “aqui é negativo, passa para o outro lado fica positivo”. São vícios de expressões usadas pelos professores e que devem ser corrigidas, usando as palavras corretas dos termos e expressões que ajudam o deficiente visual a identificar o que o professor está falando, sendo o mais específico possível. Como o deficiente visual não está enxergando o quadro, os pronomes demonstrativos que costumamos usar, como aqui, ali, acima ou abaixo podem não fazer sentido algum para ele. Observe, no Quadro 2, como poderia ser uma descrição ideal para o aluno com DV de algumas expressões algébricas, considerando que ele já tenha percorrido os conteúdos anteriores para entender esses citados.

Quadro 2 – Descrição das expressões

Expressões que usamos...	Expressão algébrica	Descrição
Multiplica cruzado.	$6/5 = x/2 \rightarrow 6 \cdot 2 = 5 \cdot x$	Na equação seis quintos é igual a x sobre dois, podemos multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração, e o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração, então multiplicamos seis por dois e o cinco por x.
Divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima.	$\frac{2x}{5} + \frac{3}{2} \rightarrow \frac{4x}{10} + \frac{15}{10} =$	Dividimos o resultado do mínimo múltiplo comum (ou m.m.c.) de cinco e dois (10) pelos denominadores e multiplicamos pelos numeradores, ou seja, dividimos 10 por 5 obtendo 2 e multiplicamos por 2x obtendo 4x, este será o novo numerador e o resultado do m.m.c. que é 10 será o novo denominador, obtendo a fração equivalente 2x sobre cinco. Repetir o mesmo processo na outra fração.
Passa para o outro lado dividindo.	$3x = 5 \rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{5}{3}$	Na expressão $3x = 5$, utilizamos a operação inversa, como o três está multiplicando o x, para encontrar seu resultado dividimos o cinco por três. (Se o triplo de um número é 5, então a terça parte desse número também é 5).
A oito passa para o outro lado subtraindo.	$2x + 8 = 16 \rightarrow 2x = 16 - 8$	Utilizamos a operação inversa, se o dobro de um número mais 8 é igual a 16, então o dobro desse número é igual a 16 menos 8.

Fonte: Elaborado pela autora.

A descrição das expressões deve ser detalhada e concisa para que o aluno não confunda e consiga acompanhar o desenvolvimento do cálculo. Se necessário, o professor deve repetir pausadamente para o aluno compreender. O professor também pode utilizar expressões de localização, como: “à direita da igualdade” ou “à esquerda da igualdade”. Como somos muito visuais, acabamos omitindo etapas em nossa fala, acreditando que o deficiente visual está acompanhando o nosso raciocínio. É importante lembrar que esse tipo de descrição não atrapalha o entendimento dos demais alunos na classe.




Ventura, Santos e Cesar (2010) ressaltam que a forma como o professor altera os padrões de comunicação quando interage com alunos cegos ilustra como ele adapta sua prática letiva às especificidades dos alunos, por exemplo, quando um professor tem uma turma com um aluno cego, não pode utilizar expressões do tipo “este número” ou “aquela equação” enquanto aponta para qualquer frase escrita no quadro. Desta forma, estaria limitando o acesso do aluno cego a uma informação relevante para a sua participação em aula (MELLO, 2013, p.140).

Outra dificuldade observada no ensino de alunos com DV é aquela relacionada às diferenças entre a escrita em braille e a escrita à tinta⁵. Segundo Mello (2013), o professor deve saber essas diferenças para diminuir os problemas de comunicação entre ele e o educando com deficiência visual e evitar possíveis erros de escrita e entendimento do conteúdo. Ainda segundo a autora, ao mesmo tempo que o professor deve adaptar a sua fala para ser significativa para o aluno cego, ele deve relacionar aos procedimentos explicados a fala dos alunos de visão normal (MELLO, 2013). Ou seja, o aluno também precisa conhecer os registros à tinta das expressões matemáticas. Segundo a autora, isso facilita a comunicação entre o aluno cego e os demais alunos da classe, ou até fora dela.

Um exemplo que podemos citar para mostrar a diferença da escrita em braille e à tinta são as frações. Na escrita à tinta, a fração é representada com o numerador acima do denominador e em braille o numerador é representado na parte inferior da cela braille e o denominador na parte superior. Como observamos na figura abaixo:

⁵ Escrita à tinta: escrita convencional, dos videntes.

Figura 5: Frações 1 em braille

	$\frac{3}{4}$	três quartos
	$\frac{5}{6}$	cinco sextos
	$\frac{1}{2}$	meio

Fonte: Site Deficiência Visual⁶.

AD da imagem: Representação das frações: três quartos, cinco sextos e um meio, a tinta, em braille e por extenso.

Acreditamos, então, que se o professor tiver o conhecimento sobre o código braille e a linguagem matemática associada ao código, principalmente se esse aluno estiver na primeira fase do ensino fundamental, irá contribuir muito para a sua aprendizagem. Sabemos que o professor não dispõe de tempo para a transcrição de atividades e provas em braille e, para isso, ele pode contar com as instituições de apoio ao DV ou o AEE. Ele deve, no caso, conhecer algumas características do código⁷.

Além de permitir conhecer o código braille e as diferenças da escrita, os cursos de formação devem preparar os professores para utilizar os recursos disponíveis quando esses existem e para adaptar atividades. Sabemos da dificuldade dos professores em conseguir tempo para procurarem um curso de formação e da falta de valorização dos professores hoje. Sabemos, também, que não é oferecido nenhum suporte para esse professor se ausentar da sala para estudar e quando é oferecido não traz nenhum retorno para esse professor que se especializa.

Na instituição em que eu trabalho, é oferecida essa capacitação para os professores trabalharem com alunos cegos e observamos a dificuldade dos professores em permanecer no curso, justamente pelo cansaço, pela falta de motivação ou valorização da rede de ensino. Diante disso, observamos que há professores que, mesmo com formação, se recusam a mudar sua prática, acham impossível atender o aluno com DV na realidade escolar que temos hoje, ao passo que há professores que, mesmo sem formação, buscam meios e se preocupam com aquele aluno que tem visão limitada ou ausência total da visão.

Acreditamos, portanto, que a aquisição de conteúdos específicos e práticos para o ensino dos deficientes visuais exige um certo tempo e comprometimento do profissional com a Educação Inclusiva. Hoje há cursos de capacitação, *online* ou presenciais, oferecidos pelas instituições especializadas ou pelo próprio sistema de ensino, além de pós-graduação em

⁶ Disponível em: <http://www.deficienciavisual.pt/txt-grafiabrillemLP.htm>

⁷ Geralmente, os alunos aprendem o código braille na primeira fase do ensino fundamental na escola especializada ou AEE em parceria com a escola regular. Muitos continuam com os atendimentos extracurriculares durante toda a fase escolar.

inclusão e cursos de licenciatura que possuem, na grade da graduação, disciplinas que abordam a inclusão, oferecendo um preparo rápido para lidar com diversos tipos de deficiências; mas ainda assim é insuficiente, visto que, na realidade, muitos alunos se sentem excluídos do processo de ensino.

Segundo Santos (apud MELLO, 2008), nós temos o dever de proporcionar o acesso de todos os alunos a experiências de aprendizagem diversificadas e significativas para contribuir para a construção do sucesso escolar. Assim, tanto em estudantes com ausência da visão ou estudantes videntes, devemos proporcionar experiências de aprendizagem para promover o desenvolvimento de competências matemáticas e sociais. O autor complementa que mais importante do que conhecer as limitações dos alunos é encontrar formas de superá-las ou até de transformá-las em potencialidades (SANTOS, 2008 apud MELLO, 2013).

2.4 O Ensino de Matemática para o Aluno com Deficiência Visual

Ochaíta e Espinosa (2010) acreditam que a intervenção educacional, no caso do estudante com DV, deverá ser construída a partir das necessidades específicas decorrentes da falta de visão. Dessa forma, o profissional da educação deverá conhecer as especificidades mais importantes no ensino desses alunos para adaptá-lo às necessidades de cada um. É imprescindível destacar que não existe uma forma única de ensinar o aluno com DV: cada indivíduo cego ou com baixa visão carrega particularidades que dependem do tipo e do grau de deficiência e indicam os rumos de seu desenvolvimento. Não devemos deixar de mencionar, também, que discentes com DV possuem a mesma capacidade de aprendizagem das pessoas videntes, bem como o desenvolvimento psicológico não é afetado pela falta da visão (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010).

Na ausência da visão, o aluno cego vai utilizar os outros sentidos para conhecer o mundo a sua volta, especialmente o tato e a audição e, em menor medida, mas também importantes, o olfato e o paladar ajudarão na aprendizagem das pessoas com deficiência visual (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010). Tem-se a ideia errônea de que os sentidos das pessoas cegas são mais aguçados do que das pessoas com visão normal. O que acontece é que, na ausência da visão, a pessoa com DV aprende a utilizar melhor os seus sentidos.

Os sentidos têm as mesmas características e potencialidades para todas as pessoas. As informações tátil, auditiva, sinestésica e olfativa são mais desenvolvidas pelas pessoas cegas porque elas recorrem a esses sentidos com mais frequência para decodificar e guardar na memória as informações (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p.15).

De acordo com Ochaíta e Espinosa (2010), o tato é um dos principais sentidos que as pessoas cegas utilizarão para a aprendizagem, de modo que conseguem dar uma informação precisa sobre os objetos próximos, mas de maneira bem mais lenta do que utilizando a visão. Por isso, a exploração de objetos pelas pessoas com deficiência visual é fragmentada e sequencial. Já a audição, além de ser utilizada para a comunicação verbal, também ajuda na localização de pessoas e de objetos sonoros no espaço e o olfato ajuda a reconhecer pessoas e ambientes. Destaca-se ainda o sistema propioceptivo⁸ que ajuda na orientação e na mobilidade das pessoas cegas. De acordo com o momento da perda visual – se é congênita, na infância, adolescência ou vida adulta ou mesmo se é perda gradual ou repentina –, o desenvolvimento da pessoa que perdeu a visão será muito diferente. Devem-se considerar, também, os estímulos que essa pessoa receberá ao longo da vida (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010).

Segundo Fernandes (2004), a ausência da visão não é um impedimento para a aprendizagem da matemática: “recebendo os estímulos adequados para empregar outros sentidos; como o tato, a fala e a audição; o educando sem acuidade visual estará apto a aprender como qualquer vidente desde que respeite a singularidade do seu desenvolvimento cognitivo” (FERNANDES, 2004, p. 219). Respeitar a singularidade do desenvolvimento cognitivo inclui respeitar as fases de aprendizagem e utilizar recursos materiais adaptados às suas necessidades específicas a fim de viabilizar o ensino-aprendizagem. Esses materiais podem ser adaptados ou estruturados e devem sempre estimular o sentido tátil e a habilidade discursiva.

Acreditamos que quando a escola recebe um aluno com DV em sala, deve-se fazer o diagnóstico do nível de desenvolvimento desse aluno, buscando entender suas dificuldades e anseios. Deve-se investigar qual conhecimento o aluno possui e quais recursos ele já utiliza. Isso será essencial para escolher as intervenções necessárias para a inclusão desse aluno nas aulas e dar prosseguimento à sua aprendizagem. No diagnóstico, é preciso avaliar seu desenvolvimento psicomotor e cognitivo, a capacidade de usar os outros sentidos, se o aluno escreve ou se já tem condições e capacidade psicomotora e maturidade de aprender o braille, entre outros.

Segundo Ochaíta e Espinosa (2010), quando um educando com DV começa a aprender a ler⁹, profissionais especializados devem avaliar o resquício visual e decidir se ele vai ser

⁸ O sistema propioceptivo permite que tenhamos consciência do nosso corpo e da posição de cada membro no espaço (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010).

⁹ Lembrando que a pessoa pode ter adquirido a cegueira na adolescência.

alfabetizado em braille ou tinta¹⁰. Um oftalmologista deve ser consultado para avaliar a visão funcional. No caso do cego total, a criança deverá ser sempre alfabetizada no sistema braille caso tenha acesso a uma instituição de ensino especializada ou se na escola em que foi matriculada houver um profissional capacitado para esse tipo de processo de alfabetização. Ainda segundo os autores, fora dessas duas situações, o professor responsável deve procurar ajuda em instituições para conseguir alfabetizar o aluno. “De maneira geral, deve-se potencializar ao máximo os resquícios visuais que a criança apresenta” (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010, p.165). Sempre que possível, o sistema à tinta deve ser usado já que podemos ampliar as letras e contar com recursos ópticos e eletrônicos (lupas, lupas eletrônicas, computadores) para auxiliar o aluno (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010). Assim, o ensino da matemática para os estudantes com deficiência visual prosseguirá da mesma forma que ocorre para o aluno vidente, mas, se o aluno tiver baixa visão, as letras devem ser ampliadas conforme indicação médica e se for cego total, usará o braille como sistema de escrita.

Como já dissemos, todas as atividades e escritos registrados no quadro ou outro material devem ser descritas de forma clara e concisa para que nenhuma informação passe despercebida pelo educando com DV. Deve-se tomar cuidado com a escolha das palavras, evitando expressões que possam confundir ou dificultar a compreensão e optando por aquelas que possam facilitar que o aluno cego acompanhe e crie as imagens mentais necessárias para a compreensão do conteúdo, devendo se valer sempre de materiais táteis.

Acreditamos que é necessário estimular a integração desse aluno com os demais alunos da classe. O convívio social é fundamental para qualquer aluno e mais ainda para o discente com DV, pois além de ajudar no processo de aprendizagem, auxiliando na descrição do quadro ou de ambientes, ele desenvolve sua habilidade de socialização e comunicação.

Achamos fundamental dizer que o aluno com DV estará sempre em desvantagem em relação aos outros alunos (videntes) da sala, fazendo com que seja preciso admitir que ele vai precisar de mais tempo para assimilar conceitos; que precisará de estimulação continuamente; que pode apresentar dificuldades de interação social e que costuma desenvolver mais lentamente a consciência corporal.

O aluno deve fazer as mesmas avaliações que o aluno vidente, de forma oral, com a prova transcrita em braille, ou ampliada com adaptação ou descrição das figuras das questões. O aluno com DV deve ter contato com provas do ENEM, SAEB e outras para que se familiarize com os modelos e quando for realizá-las tenha mais facilidade de compreensão. Pontuamos que é indispensável que o professor, a família e todos que

¹⁰ A escrita à tinta corresponde a escrita convencional.

participam da formação dos alunos com DV os ajudem a os preparem para os desafios que encontraram além da escola em relação ao convívio social, mercado de trabalho e a estudos posteriores.

Quando o aluno não domina o braille, ele pode fazer uso do computador para a escrita e até do celular ou um gravador para gravar a aula. A matemática deve ser construída por meio de materiais concretos e situações do contexto do aluno, desde os conceitos pré-numéricos. O professor pode fazer uso de sucatas como tampinhas, caixas, palitos de picolé e brinquedos para fazer representações e tornar a matemática lúdica e acessível. Lorenzato (2010, p. 19) nos diz qualquer aluno deve começar seus estudos pelo concreto: “[...] não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana” (LORENZATO, 2010, p. 19). Acreditamos que não apenas no ensino fundamental materiais concretos devem ser utilizados, mas durante toda a fase escolar do aluno, pois, como já dissemos, o aluno com deficiência visual vai construir as imagens principalmente pelo tato.

2.5 Recursos Didáticos para o Ensino da Matemática

De acordo com Sá, Campos e Silva (2007), observamos que os conteúdos escolares privilegiam, em todas as áreas do conhecimento, cada vez mais a visualização. São diversos símbolos gráficos, imagens, letras e números. “Assim, necessidades decorrentes de limitações visuais não devem ser ignoradas, negligenciadas ou confundidas” (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p.13), de modo que devemos criar, descobrir e reinventar estratégias e atividades pedagógicas condizentes com as necessidades gerais e específicas de todos e de cada um dos alunos, de forma que tornemos essas imagens acessíveis.

Assim, esquemas, símbolos e diagramas presentes nas diversas disciplinas devem ser descritos oralmente. Os desenhos, os gráficos e as ilustrações devem ser adaptados e representados em relevo. Os sólidos geométricos, os jogos de encaixe e similares podem ser compartilhados com todos sem adaptações. Podem-se adaptar jogos como baralho, dominó, quebra-cabeças, mapas e outros. Pode-se produzir uma infinidade de recursos e jogos didáticos com sucatas ou materiais de baixo custo (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007).

O material adaptado ou construído deve ter cores contrastantes e texturas diferentes para facilitar a visualização ou a percepção e atender às diferentes condições visuais. O material deve ser atraente à visão e agradável ao tato (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007).

A mediação no ensino da matemática para alunos cegos requer contato direto com o que está sendo ensinado. A utilização do material concreto o que vai permitir que o aluno literalmente "sinta" o que está sendo ensinado e seja capaz de desenvolver

suas abstrações compreendendo, assim, os conceitos matemáticos envolvidos (SPLETT, 2015, p. 93).

A diversificação de materiais concretos e manipuláveis ajuda a estimular o raciocínio e a percepção do aluno com DV, favorecendo o desenvolvimento das suas aptidões e ajudando a se apropriar dos conceitos de maneira significativa. Fernandes (2008) considera que esses recursos permitem que os alunos sejam capazes de construir conhecimentos, dando acesso aos objetos matemáticos envolvidos na tarefa, pois, conforme nos alerta Lorenzato (2010, p. 19), “[...] antes de lidarem com objetos matemáticos, as pessoas precisam lidar com objetos físicos”. Qualquer pessoa carece de materiais concretos para a aprendizagem, pois “[...] palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar” (LORENZATO, 2010, p. 17) e pessoas com ausência da visão precisam ainda mais desses objetos concretos ou recursos táteis, visto que eles constroem seu conhecimento principalmente pelo tato.

De acordo com Fernandes (2008), a maior parte das informações adquiridas pelos estudantes cegos sobre formas geométricas vem de experiências concretas e muito pouco do seu conhecimento é abstrato. A experiência tátil ajuda os estudantes com DV a formar imagens mentais e, a partir dessas imagens, eles fazem ligações com os seus conhecimentos. Segundo Lorenzato (2010), esses materiais concretos não se restringem só materiais manipuláveis, mas também a objetos físicos, presentes na vida do aluno. Colocar problemas que envolvam situações reais para dar significado ao estudo é o caminho para formar conceitos e melhorar a aprendizagem.

O ensino da matemática deve sempre ser acompanhado de algum material manipulativo. Esses objetos tanto podem ser utilizados no dia a dia, quanto aqueles que são construídos para a aprendizagem do aluno. Quando se trata de geometria, um campo do conhecimento que envolve muita construção e visualização, para o trabalho com educandos com DV é imprescindível que se utilizem recursos didáticos que facilitem a compreensão do conteúdo e que se atente à audiodescrição correta das figuras geométricas e representações.

Esses recursos para alunos com DV devem propiciar representações adequadas de informações que lhes permitam estabelecer conexões. Assim, materiais manipuláveis não servem simplesmente para facilitar os processos mentais que poderiam ocorrer de outra forma, fundamentalmente elas formam e transformam esses processos (FERNANDES; HEALY, 2007).

A manipulação de recursos pedagógicos propicia a experimentação que, segundo Lorenzato (2010), também é fundamental para a compreensão de qualquer conteúdo em matemática. Isso para qualquer aluno, independentemente de ter ou não deficiência.

[...] a experimentação é um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar com os colegas. Inicialmente, a experimentação pode ser concebida como ação sobre os objetos (manipulação), com valorização da observação, comparação, montagem e decomposição (separação), distribuição. Mas a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção de conhecimento (LORENZATO, 2010, 72).

Ainda segundo o autor, a experimentação estimula o aluno a levantar hipóteses, procurar alternativas e investigar. Quando experimentamos, passamos a valorizar também o processo de construção do saber e não só o resultado, valorizando a compreensão e uma aprendizagem significativa. Além disso, ela facilita a integração de diversos assuntos, a redescoberta, a memorização dos resultados, a aprendizagem de diferentes estratégias de resolução de problemas e a verificação dos resultados (LORENZATO, 2010).

Ao utilizar materiais manipuláveis e concretos, temos que conduzir nossos alunos para que anotem, questionem, façam deduções e experimentações, que descubram os objetos matemáticos e as propriedades associadas a ele, “[...] quando o professor possui as ferramentas educacionais adequadas, e sabe como dar sentido e significado ao que ensina em matemática, seus alunos também serão capazes de fazê-lo” (KALLEF, 2012, p. 45). É necessário dizer que a maioria desses recursos pode ser utilizada também para alunos com visão normal, da mesma forma que para o aluno com ausência da visão.

Existem no mercado diversos materiais pedagógicos que podem ajudar na aprendizagem de qualquer aluno, incluindo o aluno cego, como o geoplano, o material dourado, cuisenaire, ábacos, sólidos geométricos em madeira, mosaico geométrico, tangram e outros. Alguns desses materiais, outros recursos podem ser adaptados para o educando com DV, colando uma textura para facilitar a visualização, por exemplo.

O recurso mais utilizado pelo deficiente visual para cálculo é o soroban, que consiste em um ábaco que contém cinco contas em cada eixo, vinte e um eixos e uma borracha compressor para deixar as contas fixas. Ele é utilizado para auxiliar nas operações matemáticas, em que os números são representados pelas contas e cada conta inferior equivale a uma unidade. Cada conta superior equivale a cinco unidades e cada eixo corresponde aos valores posicionais dos números relativos às classes.

Figura 6 – Soroban



Fonte: Laramara¹¹

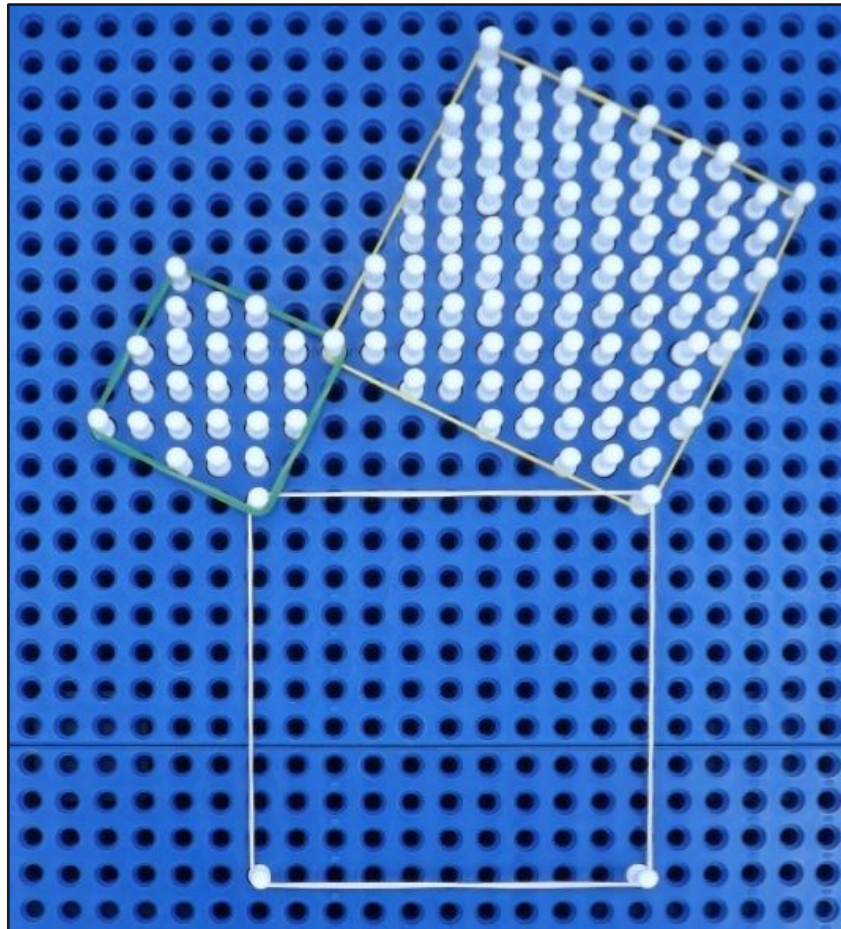
AD da imagem: Foto de uma pessoa de cor morena, manuseando um soroban. A foto mostra apenas uma parte do perfil do rosto.

O professor Rubens Ferronato desenvolveu um material pedagógico chamado de Multiplano¹² que é acessível a pessoas com DV. Nele se trabalham vários conteúdos de matemática, como operações fundamentais, gráficos diversos, geometria plana, trigonometria e alguns sólidos geométricos. É uma ferramenta de aprendizagem no conceito de Desenho Universal, que possibilita trabalhar diversos conteúdos de matemática e estatística das séries iniciais ao ensino superior. É um material de uso individual e que tem um custo elevado. Apesar de todos os benefícios desse material, ele não está acessível para todas as classes econômicas.

¹¹ <https://laramara.org.br/curso-introducao-ao-soroban-adaptado/>

¹² Disponível em: <https://multiplano.com.br>

Figura 7 – O teorema de Pitágoras no geoplano



Fonte: Site Diversa¹³

AD da imagem: Foto de uma representação do teorema de Pitágoras feita no multiplano através de uma placa perfurada, pinos brancos e liguinhas. A representação no material consiste em um triângulo retângulo e quadrados sobre os seus lados, nos quais os furos dentro dos quadrados menores estão cobertos pelos pinos, representando as respectivas áreas dos quadrados.

Em contraponto, existem diversas ferramentas que o professor pode confeccionar para auxiliar na aprendizagem do deficiente visual, por exemplo, o tangram ou mosaico geométrico, que pode ser confeccionado com EVA ou papelão. O geoplano pode ser feito em qualquer marcenaria com um custo menor. Outros diversos materiais podem ser criados para facilitar o ensino da pessoa com DV.

Essas ferramentas táteis que ajudam o aluno com DV a compreender o conteúdo facilitam também a aprendizagem do aluno vidente. Em nossa prática, temos que adotar diversas metodologias que estimulem o desenvolvimento e o raciocínio de todos os nossos alunos.

¹³ Disponível em: <https://diversa.org.br/relatos-de-experiencia/professor-criamultiplano-matematica/multiplano-4/>.

A professora Ana Maria Kallef, em seu projeto “Vendo com as mãos”, vinculado à Pró-Reitoria de Extensão (PROEX/UFF), adaptou vários quebra-cabeças geométricos para o ensino do Teorema de Pitágoras para o aluno cego. “O projeto tem por objetivo específico desenvolver recursos didáticos manipulativos especiais de baixo custo destinados a alunos com deficiência visual (cegos ou com baixa visão)” (KALEFF; ROSA, 2016, p.1).

Segundo as autoras, esses Tangrams Pitagóricos levam os alunos a compreender a importância das relações de semelhança para a generalização do Teorema de Pitágoras, utilizando, assim, cálculos de áreas de quadrados, retângulos, triângulos, paralelogramos e círculos. Na Figura 8, podemos observar, na ficha de atividades, a aplicação dos quebra-cabeças a alunos cegos e videntes.

Figura 8 – Ficha de atividades para o ensino de geometria plana do projeto “Vendo com as mãos” da professora Ana Maria Kallef

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

TANGRAM PITAGÓRICO COM QUADRADOS ADAPTADO

OBJETIVOS

- Compreender a importância das relações de semelhança para a generalização do Teorema de Pitágoras.

PRÉ-REQUISITOS

- Reconhecer polígonos elementares, seus elementos e áreas;
- Saber trabalhar com polinômios do segundo grau.

FAIXA ETÁRIA
A partir de 13 anos.

MATERIAL UTILIZADO
Prancha de E.V. A. ou de papelão Paraná com formas vazadas de três quadrados semelhantes dispostos aos lados e à hipotenusa de um triângulo retângulo; malha quadriculada com textura. Peças do jogo em E.V. A. ou papelão Paraná.

BREVE DESCRIÇÃO
Apresenta o Teorema de Pitágoras e as relações entre as áreas dos triângulos construídos com as medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo.

LEIA MAIS EM

- KALEFF, A. M. M. R; GARCIA, S. S.; REI, D. M. Quebra-cabeças geométricos e formas planas. 3 ed. Série Conversando com o Professor. Vol. 1: sobre Geometria. Niterói, RJ: EdUFF, 2002.
- Conteúdos Digitais para o Ensino e Aprendizagem de Matemática e Estatística (CDME) – Jogos artísticos geométricos concretos e virtuais. (http://www.uff.br/cdme/tangrams_pitagoricos_concretos_e_virtuais/)





Fonte: Site da CECIERJ¹⁴

AD da imagem: Ficha de atividade para o ensino da Geometria Plana: Tangram Pitagórico com quadrados adaptado. Com objetivos; pré-requisitos, faixa etária, material utilizado, breve descrição e leia mais, além de uma foto do quebra-cabeça da atividade e outra foto mostrando jovens vendados e outros realizando atividade.

2.6 Recursos Ópticos e Não Ópticos

¹⁴ Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/16/26/recursos-didaticos-manipulativos-e-tecnologicos-para-o-ensino-de-matematica-com-vistas-incluso>

Os recursos ópticos e não ópticos são utilizados por pessoas com baixa visão perante prescrição médica ou orientação oftalmológica, por isso não são todas as pessoas com baixa visão que os utilizam. Eles podem ser utilizados para auxiliar na leitura de perto ou longe. Observa-se no Quadro 3 alguns dos recursos ópticos utilizados por pessoas com baixa visão.

Quadro 3 – Recursos ópticos

Recursos Ópticos	Descrição
Telescópio, telelupas ou lunetas	São recursos usados para a leitura no quadro negro, a desvantagem desse tipo de recurso é que restringe muito o campo visual.
Óculos	Bifocais, com lentes esferoprismáticas, monofocais, etc. Auxiliam a visão de perto.
Lupas manuais ou de mesa de apoio	Amplia o tamanho das fontes para a leitura, os tamanhos de mapas, gráficos, figuras ou diagramas.

Fonte: Sá, Campos e Silva (2007).

Segundo Sá, Campos e Silva, esses recursos representam um ganho valioso em termos de qualidade, conforto e desempenho visual para perto, mas não descartam a necessidade de adaptação de material e de outros cuidados. A utilização desses recursos envolve o trabalho de pedagogia, de psicologia, de orientação e mobilidade (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007). No Quadro 4, observamos alguns recursos não ópticos também utilizados por alunos com baixa visão.

Quadro 4 – Recursos não ópticos

Recursos Não Ópticos	Descrição
Textos e livros ampliados	Com ampliação das fontes.
Acetato amarelo	Transparência que diminui a incidência da claridade no papel.
Plano inclinado	carteira adaptada com a mesa inclinada.
Acessórios	Lápis 6b, caneta de ponta porosa, suporte para livros (para a elevação do material, cadernos com pautas pretas espaçadas, gravadores, etc.

Fonte: Sá, Campos e Silva (2007).

2.7 Recursos Tecnológicos

Os Recursos Tecnológicos são os programas com leitores de tela e sintetizador de voz que podem ser utilizados por pessoas com deficiência visual. Eles possibilitam a navegação na internet, a leitura e a escrita de textos, o uso do *e-mail*, das redes sociais e vários aplicativos operados por meio do teclado que dispensam o uso do *mouse*. No Quadro 5, selecionamos alguns programas que possuem essa função.

Quadro 5 – Recursos tecnológicos

DOSVOX ¹⁵	Criado pela UFRJ e distribuído gratuitamente no Brasil para microcomputadores da linha PC para uso em ambiente Windows.
Virtual Vision ¹⁶	Permite navegar pelo Windows, o Office, navegadores, arquivos, pastas e outros aplicativos, através da leitura dos menus e telas desses programas por um sintetizador de voz.
Jaws ¹⁷	Leitor de tela para Microsoft Windows, que permite usuários com deficiência visual lerem a tela por meio de uma saída de texto para voz ou um dispositivo braille. O JAWS funciona em todas as versões do Windows.
NVDA ¹⁸ (NonVisual Desktop Access)	NVDA é uma plataforma para a leitura de tela, um programa em código aberto que vai “ler” o Windows para facilitar a inclusão digital de deficientes visuais, não precisa ser instalado no sistema, podendo ser levado em um <i>pendrive</i> , CD ou qualquer outro disco removível.
VoiceOver ¹⁹	É um leitor de tela presente no sistema IOS, está disponível em todos os aparelhos da Apple, ele que conta exatamente o que está aparecendo no seu aparelho. Ele descreve pessoas, objetos, texto e gráficos, além de navegar no sistema, traduzindo textos em braille.
Orca ²⁰	Compatível com Linux. é um leitor de telas livre, de código aberto, flexível, e extensível

¹⁵ Disponível em: <http://intervox.nce.ufrj.br/dosvox/>

¹⁶ Disponível em: <https://www.virtualvision.com.br>

¹⁷ Disponível em: <https://www.baixaki.com.br/download/jaws.htm>

¹⁸ Disponível em: <https://www.nvaccess.org>

¹⁹ Disponível em: <https://www.apple.com/br/accessibility/vision/>

²⁰ Disponível em: https://help.gnome.org/users/orca/stable/introduction.html.pt_BR

	que fornece acesso ao ambiente de trabalho gráfico através de fala e braille atualizável.
ZoomText ²¹	Programa criados para as pessoas com baixa visão como o que possibilita ampliar em até 60 vezes os conteúdos apresentados na tela do computador podendo também serem lidos com voz natural ou terem seus contrastes transformados em diferentes combinações de cores.

Fonte: Adaptado pela autora, baseado nos sites dos programas.

Existem ainda outros recursos que possibilitam a produção de livros em formato digital, áudio e em braille. Por exemplo, o *scanner* de programas de reconhecimento óptico de caracteres para a digitalização de textos e programas que permitem converter o texto digitalizado em arquivo de áudio. É necessário que esses recursos estejam disponíveis nas escolas e nas salas de recurso, nos centros de apoio e nas escolas especializadas. Os laboratórios de informática nas escolas devem contar com esses meios informáticos acessíveis, de forma a promover a inclusão escolar e social.

Os livros didáticos adaptados²², transcritos para o sistema braille, têm características específicas com relação ao tamanho, à paginação, à representação gráfica, aos mapas e às ilustrações, devendo ser fiel ao conteúdo e respeitar normas e critérios estabelecidos pelas Normas Técnicas para a produção de textos em braille (BRASIL, 2006). Para o estudo da matemática, não existe ainda um programa que lê todos os símbolos matemáticos, portanto quando o DV utilizar o computador é indicado que se escreva os símbolos por extenso ou utilize o braille para o estudo dessa disciplina.

Hoje, também, temos disponível no mercado o *OrCam My Eye*, um dispositivo ativado por voz que se anexa a praticamente quaisquer óculos. Ele pode ler instantaneamente um texto de um livro, a tela de um *smartphone* ou de qualquer outra superfície. Seu dispositivo de leitura é ativado por um gesto de apontar intuitivo. Além disso, reconhece rostos, identifica produtos, objetos, notas de dinheiro, código de barras, cores, indicação de tempo e orientação. Pode ser usado em qualquer nível de perda da visão com operação *offline* para uso em qualquer lugar.

Vimos, neste capítulo, que a aprendizagem do educando com deficiência visual vai depender dos estímulos que ele receberá durante a vida, no convívio familiar, na escola e na

²¹ Disponível em: <https://support.freedomscientific.com/Downloads/ZoomText/PreviousVersions>

²² As transcrições desses livros geralmente são feitas nas instituições especializadas e nos centros de apoio com parceria do Ministério de Educação (MEC).

sociedade como um todo. As intervenções vão depender do grau, do tipo da DV, da história de vida do aluno e do momento em que perdeu a visão. O desenvolvimento do aluno com DV vai se construir por meio do uso dos outros sentidos e a pessoa com ausência da visão tem a mesma capacidade de aprendizagem de um aluno de visão normal.

Observamos que o braille é um código e tem algumas particularidades no ensino de matemática que são importantes para o professor, que deve conhecer e saber descrever as expressões para contribuir com o aluno cego para que ele possa acompanhar a aula. Seria bom se o docente aprendesse as particularidades que envolvem o ensino para pessoas com DV já na graduação, além dos recursos didáticos, materiais manipuláveis e concretos que são ferramentas indispensáveis para a aprendizagem do aluno cego. Vimos, também, que existem vários recursos ópticos, não ópticos e tecnológicos para auxiliar o aluno na aprendizagem e nas atividades do dia a dia.

3 OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PELOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Neste terceiro capítulo, apresentamos nossa revisão bibliográfica, descrevemos como foram nossas escolhas de pesquisa e os resultados, contribuindo para o referencial teórico do nosso trabalho. Expomos nossa fundamentação teórica e falamos sobre o ensino da geometria segundo nossos teóricos, a visualização dos objetos pelos alunos com deficiência visual e o ensino do Teorema de Pitágoras.

3.1 Revisão Bibliográfica

Para esta revisão, fizemos um levantamento de trabalhos acadêmicos sobre o ensino da matemática, envolvendo a Teoria de Registros de Representação Semiótica, o ensino da matemática e alunos com deficiência visual. As principais fontes para a realização desse levantamento foram a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o *site* de periódicos SCIELO. As palavras-chave utilizadas foram: representação(s) semiótica(s); matemática; deficiência visual; cegos; Teorema de Pitágoras. O levantamento e a revisão ocorreram entre maio de 2021 e julho de 2021 e foram selecionados trabalhos desenvolvidos entre 2015 e 2020. O interesse era saber o que foi produzido acerca do tema e, principalmente, identificar trabalhos que pudessem contribuir com a nossa pesquisa. Em especial, buscamos identificar se haviam sido realizados estudos sobre as representações semióticas em matemática para estudantes com DV, especialmente envolvendo o Teorema de Pitágoras.

Procurando pelas palavras-chave “representação(s) semiótica(s)” e “matemática” no *site* de buscas da BDTD, encontramos 150 trabalhos, sendo 124 dissertações e 26 teses. Observamos que 2016 foi o ano com o maior número de pesquisas envolvendo esses temas e 2020 o ano com o menor número, dentro do período escolhido.

A instituição de ensino com o maior número de trabalhos foi da PUC/SP. O assunto mais abordado foi geometria, com 37 produções, mas vale destacar que grande parte das pesquisas contou com o *software* Geogebra. Outro conteúdo que aparece com frequência é o de funções, com 34 trabalhos encontrados. Filtrando os 150 resultados, encontramos sete pesquisas relacionadas ao tema inclusão (ver quadro em Apêndice A). Dessas, cinco são sobre deficiência visual e duas sobre deficiência auditiva. Entre os trabalhos sobre deficiência visual, apenas o trabalho de Mello (2015) tem como foco a geometria. O trabalho de Martins (2019) é um estudo sobre sistemas lineares, o trabalho de Lorencini (2019) é sobre função afim e os trabalhos de Mercado (2020) e de Anjos (2015) são sobre a transcrição da escrita à

tinta ao braille. Por fim, entre os trabalhos encontrados, nenhum trata do ensino do Teorema de Pitágoras, o que reforça a relevância de nosso trabalho.

Na pesquisa de Anjos (2015), intitulada *Da tinta ao Braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em Braille*, foram analisados dois documentos comumente utilizados para ensinar alunos com deficiência visual: o Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa (CMU) e o Livro Didático transcrito para o Braille.

A pesquisa foi fundamentada na teoria de Raymond Duval para responder a pergunta: “De que forma as diferenças semióticas percebidas na conversão da tinta para o Braille influenciam no livro didático em Braille e no Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU?” A autora indica que há uma necessidade de revisão do CMU e aponta outros pontos a serem analisados além dos mostrados na pesquisa, como: conteúdos de ensino médio e superior e a organização do conteúdo do Código em si. Constatou-se a necessidade do aprendizado do braille pelo professor.

A pesquisa de Mello (2015), intitulada *A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval*, teve como objetivo principal a investigação de como os alunos cegos visualizam objetos geométricos. O referencial teórico adotado foi a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval, a partir da qual foi realizado um estudo de caso em uma escola pública estadual, a qual abrigava alunos com DV em salas de aula comum. O método de coleta utilizado foi pela via de entrevistas nas quais a autora investigou como alunos cegos congênitos reconhecem e trabalham com representações de objetos geométricos e quais as possibilidades desses alunos criarem suas próprias representações no papel.

De acordo com a pesquisadora, a representação dos objetos matemáticos é um ponto crítico para os alunos que não contam com o recurso visual e, conseqüentemente, algumas práticas usadas para facilitar o aprendizado dos alunos com visão normal não ajudam e podem até mesmo atrapalhar o aluno com deficiência visual, principalmente o aluno que é completamente cego. Como esses alunos acessam os objetos pelo tato e não pela visão, as representações têm um papel muito mais importante, pois são imprescindíveis para que eles possam conhecer objetos não acessíveis pelo tato.

A autora abordou diferentes formas de representação utilizadas na escola pelo aluno com DV, como o braille e os recursos para o cálculo (cubaritmo²³ e soroban). Ela também se

²³ Cubaritmo: instrumento de Cálculo, que consiste em uma placa com cubos para realizar as operações aritméticas por deficientes visuais.

debruçou sobre alguns livros didáticos adaptados para os deficientes visuais e expôs as representações geométricas desses livros de matemática ao passo em que pontuou alguns problemas referentes a essas representações, tais como o excesso de detalhes que pode dificultar a apreensão da representação de uma figura geométrica ou gráfico pelo o deficiente visual. Chamou a atenção, também, para a dificuldade em transcrever um livro ou prova em braille devido ao excesso de volume, pois um livro comum de 400 páginas em braille pode ter em torno de 16 volumes, o que faz com que seja extremamente dificultoso para o aluno levar o livro completo para a escola. Outros problemas também merecem ser mencionados, como os possíveis erros de transcrição e adaptação capazes de comprometer o entendimento do deficiente visual em matemática. Segundo a autora, a utilização do computador como ferramenta para o aluno com DV também é uma opção entre os recursos de escrita, leitura e pesquisa na sala de aula. Esse uso se daria a partir de programas e *softwares* próprios para pessoas com DV, alguns deles gratuitos, como Doxvox, Mecdayse e NVDA.

Durante a investigação, Mello (2015) verificou que os estudantes com DV identificaram figuras geométricas planas representadas anteriormente em relevo no papel, mas não reconheceram as representações dos sólidos em perspectiva. Com isso, ela concluiu que, para o aluno cego visualizar essas representações, faz-se necessário um trabalho de associação do desenho ao objeto concreto em mãos. Ela conclui, assim, que esse reconhecimento não é automático, mas pode e deve ser aprendido.

Nesse sentido, foi enfatizada a necessidade de ensinar a visualizar, de modo que o aluno deve aprender a identificar, em cada representação, o objeto representado, reconhecendo seus contornos, conhecendo suas características e relacionando, parte por parte, a representação ao objeto representado. Esse reconhecimento, como dito, não é automático, mas pode ser aprendido. É preciso destacar que a falta de conhecimento geométrico por parte do aluno pode prejudicar e até inviabilizar a visualização.

A autora construiu, ainda, um protótipo artesanal que chamou de “Prancheta de Desenho em Relevo Positiva”, furando uma chapa de metal com uma carretilha dentada e trocando a roldana de uma carretilha simples por um círculo de borracha (vedante de torneira). Com a ajuda desse protótipo, o aluno tem a possibilidade de desenhar e sentir o desenho em relevo no papel. O material construído foi testado com alguns alunos com DV e comprovou-se que eles conseguiram desenhar e identificar figuras em relevo. Como o material foi de produção artesanal, a qualidade dos traçados não foi tão boa, mas a pesquisadora acredita que o aperfeiçoamento da produção da prancheta pode oferecer um melhor resultado e permitir que o aluno cego faça suas próprias construções geométricas.

A pesquisa de Martins (2019), cujo título é *Um estudo sobre os estilos de pensamento matemático mobilizados por um sujeito cego ao resolver sistemas de equações lineares*, objetivou identificar quais estilos de pensamento matemático são mobilizados por um sujeito cego ao resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares. O olhar da pesquisadora se voltou para as diferentes representações do objeto matemático e sistemas de equações lineares, utilizadas pelo sujeito, e suas reações e percepções durante a realização desse estudo.

A pesquisa de Lorencini (2019), intitulada *Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim*, teve como objetivo geral investigar as possibilidades inclusivas de uma sequência didática sobre função afim na qual os procedimentos e as representações gráficas são descritos em língua natural (oral ou escrita).

Na dissertação de Mercado (2020), intitulada *Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos: da tinta ao Braille*, o objetivo foi analisar o que acontece na troca de registro de representação quando se faz a conversão da tinta ao braille nas atividades matemáticas para o aluno com DV. As atividades foram retiradas das versões em tinta e em braille do material Caderno do Aluno de Matemática da Proposta Curricular do estado de São Paulo, referente aos anos 2009-2013. A Análise foi feita por meio de seis categorias desenhadas com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Da análise das atividades se desenvolveram discussões em torno do que acontece na troca de registro, omissões e adições de unidades significantes e como essas mudanças podem ou não gerar dificuldades na realização da tarefa.

Todos os trabalhos analisados utilizaram o referencial teórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval como suporte na compreensão de como o aluno com DV se apropria desses registros para a aprendizagem da matemática. Segundo Mello (2015), a Teoria, desenvolvida por Raymond Duval, permite fazer uma análise da influência das representações dos objetos matemáticos no processo de aprendizagem e analisa, também, o desenvolvimento da visualização de objetos geométricos. A autora afirma que, segundo Duval, a forma como podemos ter acesso aos objetos estudados está no cerne da compreensão matemática.

Os trabalhos de Anjos (2015) e Mercado (2020) analisaram a conversão da escrita do conteúdo de matemática da tinta ao braille. Segundo Mercado (2020, p. 36), “o Braille não é uma língua, mas é um código que permite representar uma mensagem e permite comunicação escrita entre as pessoas com deficiência visual, o que o constitui um sistema de representação semiótico completo”. Quando transcrevemos a escrita para o braille, estamos mudando o tipo

de registro de um mesmo objeto que, no caso, é a língua. Essa mudança foi chamada por Duval de conversão.

Mercado (2020), em sua análise, observou que nem sempre são consideradas as particularidades do deficiente visual para a conversão do texto. Há muitas informações desnecessárias nos problemas e muitas ilustrações podem gerar confusão ou sequer serem passíveis de identificação pelos deficientes visuais.

A pesquisa de Anjos (2015) mostra que muitos livros de matemática apresentam desenhos ao longo de suas páginas, seja para dar início a um conteúdo ou ilustrar um exercício proposto. Segundo a autora, a norma de transcrição de desenhos nos diz que cada ilustração deve ser avaliada cuidadosamente para verificar qual deve ser colocada em relevo e qual deve ser transcrita:

As figuras geométricas e outras que ilustram e complementam um texto, quando possível, devem ser copiadas em relevo na mesma página ou em página contígua a este. Algumas figuras requererão modificações que as tornem acessíveis à percepção tátil. As mais frequentes são:

- a) ampliação de escala;
- b) eliminação do que seja supérfluo;
- c) divisão da figura em partes (quando isto for possível);
- d) substituição da figura por outras representações.

Quando as figuras forem indispensáveis e não se puderem representar em relevo, poderão ser substituídas por descrições adequadas, criteriosamente redigidas (BRASIL, 2006, p. 60 apud ANJOS, 2015, p.70).

Sendo assim, a compreensão de figuras por alunos com DV não é algo automático e simples, não se trata de apenas colocar uma ilustração em alto relevo. Mais do que isso, é preciso avaliar a figura, seu contexto e, se necessário, modificar a ilustração para facilitar a compreensão e eliminar informações desnecessárias, fazendo substituições, dividindo a figura em partes ou até trocando por uma descrição.

Mello (2015) aponta a geometria como um conteúdo que gera nos alunos muita dificuldade de aprendizagem, seja por falta de material pedagógico ou pelo fato de alguns professores não trabalharem esse conteúdo em sala. A autora ainda observou que, quando o aluno já conhece o objeto, ele o reconhece imediatamente, sem a necessidade de observar suas características. Quando essa representação está no papel, por exemplo, a representação de um triângulo já conhecido, ele tateia cuidadosamente reconhecendo toda a figura para identificá-la, mesmo quando a figura já é conhecida por alunos com DV. Ela acredita que pode ser comparada à visualização icônica de uma pessoa vidente:

Quando o aluno cego tem um objeto concreto em suas mãos, e este objeto lhe é familiar, ele reconhece o todo, sem necessidade de observar as partes, mas, quando a representação está em relevo no papel, mesmo que o aluno conheça o objeto

representado, ele visualiza primeiro as partes para depois visualizar o todo (MELLO, 2015, p. 6).

Segundo Martins (2019), além da exploração tátil, devemos explorar todos os sentidos dos estudantes com DV, com atenção especial às habilidades que cada um possui. Segundo Ferri (2004), cada indivíduo possui habilidades individuais, de modo que os professores precisam preparar atividades diversificadas que estimulem todas as preferências de cada aluno. Alguns podem preferir usar fórmulas, outros recursos visuais e há ainda os que transitam entre imagens e fórmulas (MARTINS, 2019). Segundo Duval, “é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, qual seja, o ‘enclausuramento’ de cada registro”.

Segundo Martins (2019), os alunos com DV devem utilizar todos os sentidos remanescentes (tato, olfato, paladar, audição) para visualizar os objetos. Assim, os professores devem apresentar as atividades de forma inclusiva, de modo que elas permitam a exploração de todas as suas vias sensoriais disponíveis. Uma forma de explorar esses recursos é usando, além da escrita formal e de figuras em relevo, materiais pedagógicos que lhes propiciem experiências, que favoreçam a percepção das diversas representações de um mesmo objeto.

As pesquisas de Mello (2015) e Martins (2019) nos mostram o quanto materiais pedagógicos podem contribuir positivamente para o processo de ensino-aprendizagem de educandos com ausência da visão. A pesquisa de Mello (2015) utilizou figuras em relevo no papel, sólidos geométricos estruturados e objetos do dia a dia dos alunos para a investigação durante as entrevistas. Já Martins (2019) utilizou, em sua pesquisa, vários materiais manipuláveis, como gráficos em relevo, geoplano etc.

Uma forma de auxiliar os educandos cegos a adquirir conhecimentos matemáticos é trabalhar com atividades e materiais que utilizem outros sentidos além da visão, proporcionando assim as mesmas oportunidades de aprendizado para videntes e não videntes (MOLLOSI; MENESTRINA; MANDLER, 2016, p. 287, apud LORENCINI, 2019, p. 42).

A pesquisa de Lorencini (2019) foi construída por meio do trabalho com duplas de alunos. Em duplas, cada aluno descreveu em língua natural, na modalidade escrita ou oral, uma representação gráfica de função afim. Dessa forma, cada um converteu um registro de representação semiótica em outro. A autora chama a atenção para o fato de que não devemos enfatizar o uso excessivo da oralidade acreditando que o aluno cego, por ter uma boa memória auditiva, consiga apreender uma grande quantidade de informações e conceitos matemáticos. Imagine a quantidade de números, símbolos e procedimentos que ele precisaria memorizar para a resolução de um único exercício. No entanto, a autora acredita que uma forma de suprir

as limitações de um material escrito em braille seria a descrição oral realizada pelo professor ou colega de sala, de modo a trabalhar tanto o sentido do tato quanto a audição. Considerando as restrições da escrita em braille e da descrição oral, trabalhando com poucos recursos, uma supriria a limitação da outra.

Concluimos, então, que, amparados pelo sistema escolar, temos que buscar meios e instrumentos adequados, facilitadores de aprendizagem e apropriação dos registros semióticos e suas transformações para que o deficiente visual tenha a oportunidade de aprender matemática. As pesquisas discutidas nos mostram o quanto ainda temos que avançar para que consigamos incluir os deficientes visuais na aprendizagem, e o quanto a geometria ainda é um conteúdo pouco e mal trabalhado, tanto para alunos com DV quanto para os alunos com visão normal.

Ao pesquisar sobre a aprendizagem dos estudantes com DV, sobretudo no que se refere à apreensão de imagens e figuras de geometria, concluimos que há muito a ser estudado. A realização de pesquisas e a divulgação delas pode contribuir para a formação dos professores e não só no que se refere ao ensino do deficiente visual, mas de todos os alunos. Essa pesquisa pretende contribuir para uma educação mais inclusiva, mas que leve em consideração as diferenças que temos em sala de aula.

3.2. Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval é importante, tanto para estudar a atividade cognitiva do aluno quanto a aquisição de conhecimentos matemáticos. Em sua perspectiva, analisar o conhecimento matemático é também analisar as representações semióticas referentes a esse conhecimento (MACHADO, 2017). “A maneira matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas, e toda comunicação em matemática se estabelece com base nessas representações” (MACHADO, 2017, parágrafo 5).

Definição 1: Representação semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e de outro lado, pela referência do objeto representado (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 467).

Um enunciado em língua materna, uma fórmula algébrica, um gráfico de uma função, uma figura geométrica, ou um conjunto de números, por exemplo, são representações

semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes com diferentes signos (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 468).

Duval (2017) destaca o fato de que os alunos costumam confundir os objetos matemáticos com suas representações, o que acontece por lidarem com diversas representações o tempo todo e porque os objetos matemáticos não estão acessíveis. Desse modo, ele nos diz que o conhecimento matemático só começa quando não confundimos o objeto com sua representação. Segundo Duval (2017), para discutir o ensino aprendizagem em matemática é preciso uma abordagem cognitiva, pois a função da matemática é contribuir para o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. Sua originalidade está em descrever um funcionamento cognitivo que permita compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos propostos em situação de ensino. Assim:

Falar de registro de representação semiótica, da conversão e da coordenação de registros significa colocar em jogo o problema da aprendizagem e disponibilizar ao professor instrumentos que deverão ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da matemática (ALMOULOU, 2017, capítulo 8, parágrafo 2).

Duval (2017) parte de duas indagações preliminares para analisar as condições e os problemas da aprendizagem em matemática:

1) Quais sistemas cognitivos são necessários para ter acesso aos objetos matemáticos e para realizar transformações nos tratamentos matemáticos?

2) Esses sistemas cognitivos são os únicos utilizados em qualquer domínio do conhecimento científico como física, biologia ou são exclusivos da área matemática?

Segundo o autor, a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, mas nas duas características seguintes:

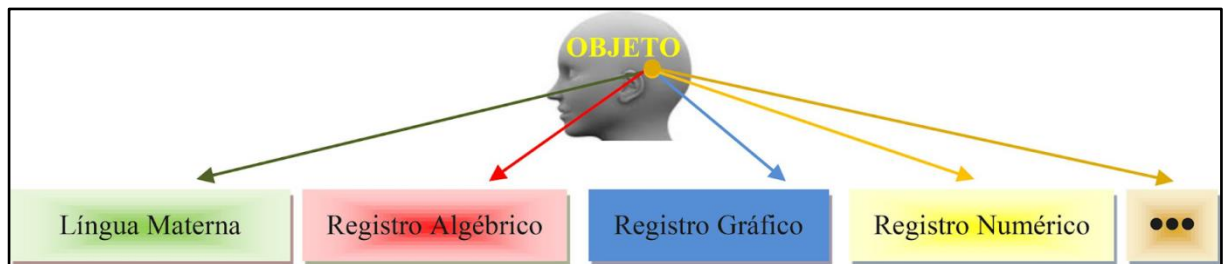
a) O desenvolvimento das representações semióticas como uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.

b) O grande número de representações semióticas utilizadas em matemática.

A primeira característica nos remete à convicção de que para o desenvolvimento das ideias matemáticas são necessárias as representações, que são elas as próprias responsáveis pelo desenvolvimento matemático. Considera-se, assim, que diferente dos objetos de outros campos do conhecimento, os objetos matemáticos não são acessíveis no mundo real e, por esse motivo, carecem de uma representação para serem estudados, ou seja, “o acesso aos objetos matemáticos passam necessariamente por representações semióticas” (DUVAL, 2017, capítulo 1, parágrafo 23).

A segunda característica fala da diversidade de registros, ou seja, para cada objeto existem vários tipos de registros. Segundo Mello (2015, p. 31), essa diversidade tem origem na variedade dos sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir representações: “essas duas características da representação fazem aparecer uma diferença intrínseca entre a representação e o objeto, a variabilidade de um e a invariância do outro”. Em outras palavras, as diversas representações permitem transformações e o objeto não. As representações também mudam dependendo do ponto de vista considerado o sistema semiótico utilizado.

Figura 9 – Possíveis registros de representação de um objeto matemático



Fonte: Henriques e Almouloud (2016).

AD da imagem: Gravura de um esquema onde a palavra OBJETO, escrita sobre uma cabeça, onde setas são ligadas a várias caixas retangulares com os seguintes escritos: Língua Materna, Registro Algébrico, Registro Gráfico, Registro Numérico e sinal de reticências.

Duval (2011) divide os registros de representação em representação discursiva e representação não discursiva. A representação discursiva é definida pelos registros em língua natural (oral ou escrita); a apreensão e organização das expressões e os registros não discursivos servem para uma apreensão simultânea de uma organização bidimensional. Essas duas representações resultam em quatro registros que Duval classificou conforme o Quadro 6, a seguir:

Quadro 6: Tipos de registros segundo Duval

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais) Formas de raciocinar; ● Argumentação a partir de observações e crenças.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensões 0, 1, 2, 3) ● Apreensão operatória e não somente perceptiva.

	<ul style="list-style-type: none"> ● Dedução válida a partir de definição ou teoremas. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS Os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escrita <ul style="list-style-type: none"> ● Numérica (binária, decimal, fracionária...). ● Algébrica. ● Simbólica (línguas formais). ● Cálculo 	Gráficos cartesianos <ul style="list-style-type: none"> ● Mudanças no sistema de coordenadas. ● Interpolação. ● Extrapolação.

Fonte: Duval (2017).

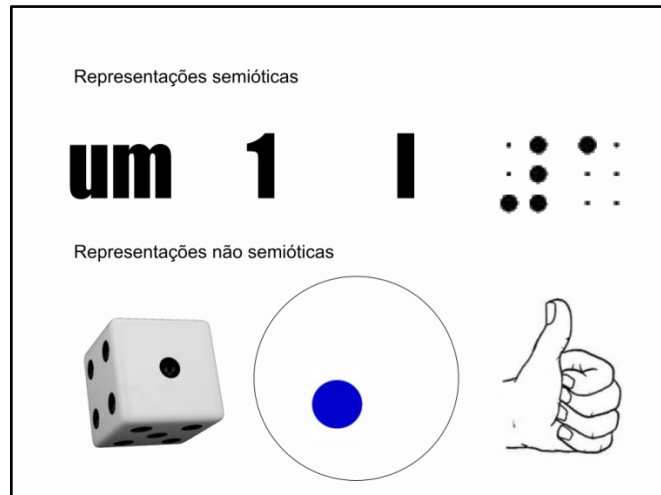
Os registros monofuncionais são registros próprios da matemática e os multifuncionais são os utilizados fora da matemática para a função da comunicação, mas são essenciais para a linguagem matemática. Segundo Duval (2011, p. 71), “um registro é, evidentemente, um sistema semiótico, mas um sistema semiótico particular que não funciona nem como código²⁴, nem como sistema formal. Ele se caracteriza essencialmente pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar”. Já “as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços” (DUVAL, 2011, p.38).

Para ele a linha divisória cognitiva está entre as representações semióticas e as não semióticas, pois a primeira é produzida intencionalmente pela mobilização de um sistema semiótico de representação enquanto a segunda é produzida automaticamente, de forma não intencional (MELLO, 2015, p. 33).

Na Figura 10, visualizamos possíveis representações do número 1, sendo algumas semióticas e outras não. Apresentam-se representações semióticas do número 1 em língua natural, escrita algébrica, números romanos e braille. Entre as representações não semióticas do número 1, estão o conjunto unitário, o dado e o gesto com as mãos.

²⁴ O código, segundo Duval (2011, p.71), cumpre apenas a função de comunicação porque permite transmitir informações ou mudar o suporte físico de comunicação como, por exemplo, os alfabetos que permitem passar da fala à escrita. Mas existem outros sistemas semióticos que cumprem as funções cognitivas de objetivação e tratamento por meio de transformações internas das representações semióticas.

Figura 10 – Figuras de possíveis representações do número 1



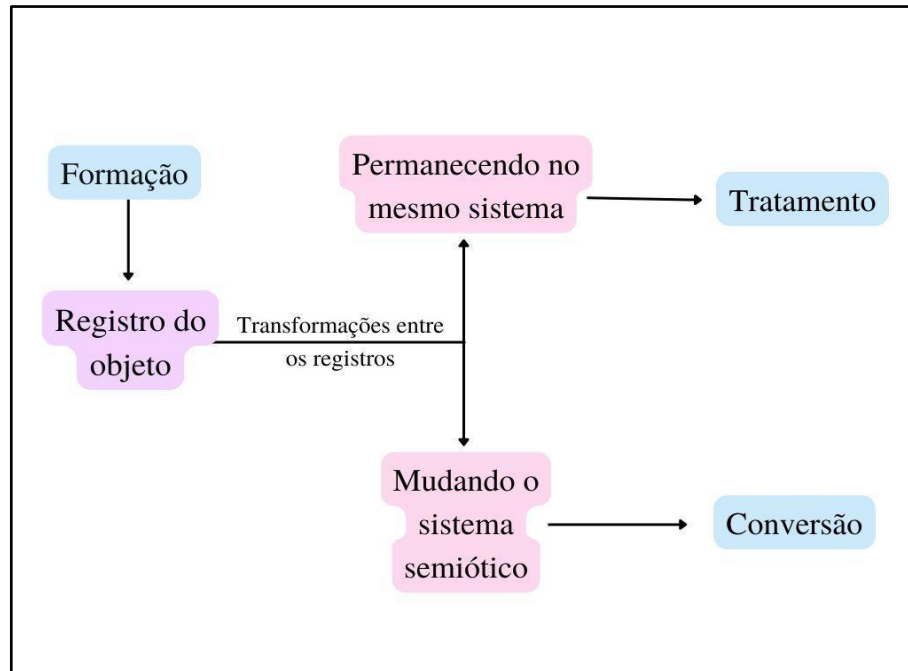
Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Figura ilustrativa com representações semióticas: um por extenso, um em algarismo, um em braille e um em algarismo romano.

Representações não semióticas: vista do dado com uma unidade, conjunto unitário com uma bolinha, e uma mão fechada com o polegar para cima.

Ainda segundo Duval (2017), há três atividades cognitivas possíveis em relação aos registros: formação, tratamento e conversão. O autor classifica o sistema que cumpre essas três atividades cognitivas como registro de representação semiótica. A formação é associada à criação do registro no momento em que o objeto real é evocado ou expressa uma representação real; já o tratamento e a conversão têm relação com a coordenação e a interação entre os registros.

Figura 11 – Transformações entre registros



Fonte: Elaborado pela autora, baseado em DUVAL, 2012, p.157.

AD da imagem: Gravura de um esquema iniciando na FORMAÇÃO ligado ao REGISTRO DO OBJETO onde a TRANSFORMAÇÃO ENTRE REGISTROS se divide em duas partes: PERMANECENDO NO MESMO SISTEMA resultando em TRATAMENTO e MUDANDO O SISTEMA SEMIÓTICO resulta em CONVERSÃO.

Nessa perspectiva, tratamentos são transformações de registros de representação inseridos em um mesmo sistema de representação. O tratamento é uma transformação interna em um registro. Há, naturalmente, regras de tratamento próprias a cada registro, mas sua natureza e seu número variam consideravelmente de um registro a outro. Alguns exemplos são: resolver uma equação ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números²⁵, modificar uma figura, efetuar um cálculo, mudar um enunciado etc.

Já as conversões, segundo o autor, são transformações de registros de representação em sistemas diferentes. São transformações externas ao registro de início, como, por exemplo: construir gráficos de uma função observando sua representação algébrica, desenhar uma figura referente ao enunciado de um problema etc. A conversão é utilizada para obter um registro mais viável a fim de realizar os tratamentos necessários para a resolução de um problema.

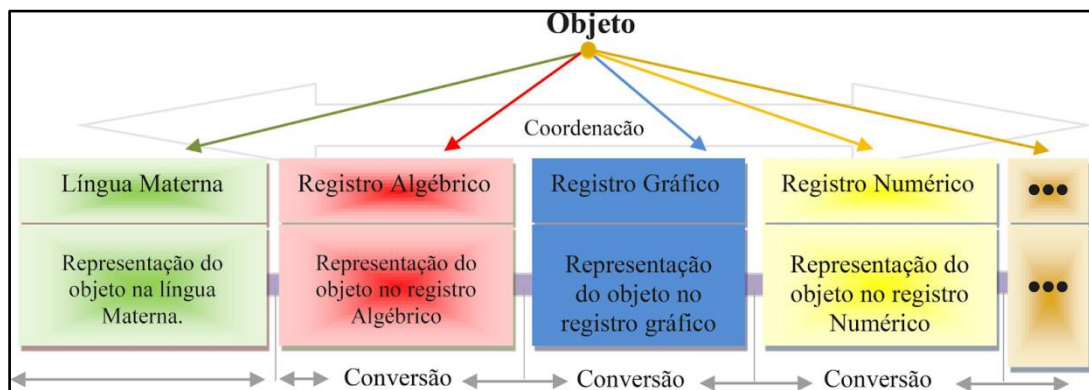
A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de

²⁵ Quando em um cálculo eu converto um número em representação fracionária para a representação decimal, estou realizando uma conversão.

trocar a todo o momento de registro de representação (DUVAL, 2017, capítulo 1, parágrafo 9).

Duval afirma que dispor de vários registros não é o suficiente para a compreensão do objeto matemático, é necessário, também, que haja coordenação entre diferentes registros (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016). “A coordenação é a manifestação da capacidade do indivíduo de reconhecer a representação de um mesmo objeto em dois ou mais registros distintos” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p.470).

Figura 12 – Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros



Fonte: Henriques e Almouloud (2016)²⁶.

Objeto: coordenação- Língua Materna: Representação do objeto na língua Materna; Registro Algébrico: Representação do objeto no registro Algébrico; Registro Gráfico: Representação do objeto no registro gráfico; Registro Numérico: Representação do objeto no registro Numérico.

Segundo Henriques e Almouloud (2016, p. 470), “a coordenação aparece como a condição fundamental para todo tipo de aprendizagem”. Os autores também pontuam que “os registros são sistemas inertes que acomodam as representações de objetos de saberes que, por sua vez, são dinâmicos, na medida em que elas podem sofrer transformações no mesmo ou entre diferentes registros” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 470).

Em uma representação semiótica, matematicamente essenciais são as transformações que se pode fazer e não a própria representação (DUVAL, 2017, p. 68). No exemplo a seguir, podemos notar as transformações realizadas visando à resolução de um problema. O enunciado consiste em uma representação na língua materna e, ao representar a situação problema na figura, realiza-se uma conversão. Ao equacionar o problema, há a conversão para a escrita algébrica e o desenvolvimento do cálculo que, a partir de então, são os tratamentos realizados dentro do mesmo sistema semiótico.

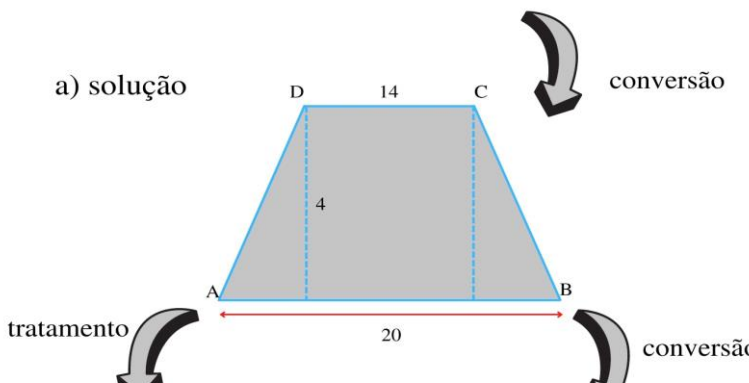
²⁶ Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/QVbBDvRRtjvVXD6HXFYXcxx/?format=pdf&lang=pt>

Figura 13 – Exercício resolvido - tratamento e conversão

A figura é um trapézio isósceles, no qual as medidas indicadas estão expressas em centímetros. Nessas condições determine:

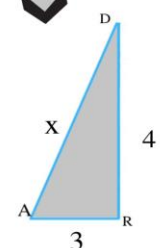
a) a medida x de cada lado não paralelo do trapézio.

a) solução



conversão

tratamento



$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

conversão

Portanto, a medida de cada lado não paralelo é igual a 5

Fonte: adaptado pela autora baseado em Giovanni e Giovanni JR. (2002, p. 198).

AD da imagem: Na figura, um problema resolvido envolvendo um trapézio isósceles, a conversão está indicada na passagem do enunciado para a figura e também da figura para o cálculo numérico. E o tratamento está indicado na modificação do trapézio.

Destaca-se que “a conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento” (DUVAL, 2012, p. 272). Duval oferece o exemplo do cálculo numérico: podemos efetuar cálculos com números decimais sem pensar em convertê-los em números fracionários ou números com expoentes e, mesmo que queiramos fazê-lo, cada um recebe um tratamento diferente para a resolução. A expressão decimal, a expressão fracionária e a expressão com expoente constituem três registros diferentes²⁷ de representação de números, como podemos observar no exemplo:

$$0,2+0,2= \mathbf{0,4}$$

$$2/10+2/10= \mathbf{4/10}$$

²⁷ Os registros decimais e os fracionários são subregistros diferentes e são pertencentes aos registros simbólicos ou registros numéricos (MARANHÃO; IGLIORI, 2017, tabela 1).

$$2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-1} = 4 \cdot 10^{-1}$$

Verifique que 0,4, 4/10, e $4 \cdot 10^{-1}$ constituem o mesmo número com representações diferentes. Cada um apresenta regras diferentes para o seu desenvolvimento, ou seja, cada um recebe tratamentos diferentes. Observamos ainda que “o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL et al., 1999, p. 40-46 apud DUVAL, 2017, capítulo 1, parágrafo 25).

Nesse exemplo, torna-se possível observar a importância dos diversos registros em matemática. Observe que cada registro possui um conteúdo diferente a ser explorado, pois “passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto” (DUVAL, 2017, capítulo 1, parágrafo 25). Por isso, segundo o autor, é preciso estudar prioritariamente a conversão entre os registros, uma vez que a capacidade de mudar de registro e a articulação entre os registros são essenciais para a compreensão da matemática. Ressaltamos que há de tomar cuidado para não confundir o objeto matemático com sua representação e lembrar que os objetos matemáticos passam, necessariamente, por representações semióticas e que não são acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida etc.).

3.3 Ensino da Geometria na Perspectiva da TRRS

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p. 5).

De acordo com Almouloud (2017), Duval (1995) pontua que a geometria se divide em três formas de processo cognitivo que preenchem específicas funções epistemológicas:

- a) visualização para a exploração heurística de uma situação complexa;
- b) construção de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
- c) raciocínio, que é o processo que conduz para a prova e a explicação. (ALMOULOU, 2017, capítulo 8, parágrafo 7-9).

Essas três funções são necessárias para a competência em geometria. Por outro lado, a resolução dos problemas de geometria se refere a um registro que dá lugar a formas de

interpretações que Duval (1995, apud ALMOULOU, 2017) dividiu em quatro formas de apreensões:

1) Sequencial: quando é solicitado para construir ou reproduzir uma figura geométrica com o auxílio de instrumentos de desenho, aplicativos ou materiais manipuláveis. Exemplo: construa um triângulo retângulo cuja hipotenusa seja 25.

2) Perceptiva: é o reconhecimento imediato de uma figura. Exemplo: ao olhar a representação de um triângulo perceber, no mesmo instante, que se trata de um triângulo.

3) Discursiva: é a interpretação dos elementos e propriedades de uma figura geométrica mesmo que não estejam explícitas, privilegiando as informações do enunciado. Exemplo: olhando a figura, saber que os ângulos e a base do triângulo são iguais, que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° etc.

4) Operatória: quando modificamos uma figura e a reorganizamos perceptivamente para algum fim. Essas modificações podem ser mereológicas, óticas ou posicionais: a) uma modificação mereológica acontece quando separamos a figura em partes que são subfiguras da figura inicial, fracionando e reagrupando, isto é, expressando uma relação entre parte e todo; b) a modificação ótica se dá quando transformamos a figura em outra sem perder suas características; c) já na modificação posicional deslocamos uma figura em relação a um referencial

De acordo com Almouloud, “essas modificações são realizadas psiquicamente, graficamente e mentalmente” (ALMOULOU, 2017, capítulo 8, parágrafo 19). O autor ainda acredita que as propostas que temos não estimulam alunos a:

- a) compreender a mudança do estatuto da figura, os estatutos da definição e os teoremas geométricos, das hipóteses (dados do problema) e da conclusão (ou tese);
- b) saber utilizar as mudanças de registros de representações; c) apropriar-se do raciocínio lógico-dedutivo (ALMOULOU, 2017, capítulo 8, parágrafo 35).

Ainda segundo o autor, devemos construir situações de ensino e aprendizagem em que as figuras geométricas tenham um papel heurístico, levando os alunos à descoberta e à investigação, proporcionando atividades que estimulem as apreensões em geometria (perspectiva, discursiva, operatória e sequencial). Ele também coloca a importância de propor atividades que estimulem a demonstração dos teoremas, estimulando o raciocínio lógico-dedutivo. Também devemos proporcionar aos alunos atividades que os façam observar os diferentes registros de representação em geometria (figuras, linguagem natural, linguagem matemática) (ALMOULOU, 2017).

3.3.1 Visão e Visualização

Mello (2015) e Duval (2005) concordam ao afirmar que a geometria é o conteúdo que exige atividade cognitiva integral do aluno, pois mobiliza o gesto, a linguagem e o olhar. É necessário construir, ver e raciocinar, o que faz com que se torne um conteúdo no qual o processo de ensino-aprendizagem é especialmente complexo.

Duval definiu os conceitos de visão e visualização apresentando suas características e diferenças. Sendo o nosso sujeito de pesquisa o aluno com DV, consideramos essa abordagem de suma importância. De acordo com Duval (1999 apud MARTINS, 2019), quando se fala em **visão**, estamos nos referindo, do ponto de vista psicológico, à **percepção visual**, sendo necessária a existência da capacidade de enxergar no indivíduo. Ainda de acordo com a autora, quando falamos em **percepção**, duas funções cognitivas essenciais são requeridas: uma para acessar diretamente um objeto físico e outra para apreender simultaneamente diversos objetos ou todo um campo de imagens (MARTINS, 2019). Ou seja, de acordo com Mello (2015), a primeira consiste em dar acesso a um objeto físico e a segunda em captar e compreender vários objetos ou um campo inteiro. Duval chamou essas duas funções de **epistemológica** e **sinóptica**.

Não existiriam, no entanto, estruturas cognitivas capazes de executar ambas as funções (epistemológica e sinóptica). Enquanto a visão fornece acesso direto ao objeto, a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica, de modo que a visualização torna visível tudo o que não é acessível à visão (MELLO, 2015).

Uma representação semiótica mostra relações ou, melhor, organização de relações entre unidades representacionais. Em uma sequência de unidades discretas (palavras, símbolos, proposições) nenhuma organização pode ser indicada. Assim, enquanto texto ou raciocínio, compreensão envolve apreender toda a sua estrutura, não há compreensão sem visualização (MELLO, 2015, p. 49).

Martins (2019) ressalta que, segundo Duval (1999), ao olharmos para um objeto não o enxergamos por completo, mas apenas um lado desse objeto. Isso ocorre porque, em nosso mundo, os objetos são tridimensionais e, para que haja uma apreensão do objeto, devemos girá-lo ou girar o nosso corpo para enxergarmos todos os lados e formarmos imagens sucessivas que comporão a imagem do objeto. Ou seja, a partir da visão nunca há uma apreensão completa do objeto.

Esta constatação aliada ao fato de a percepção visual sempre se limitar a focalizar uma parte específica do campo podendo mudar seu foco de um ponto a outro, necessitando desta exploração para existir, sugere, segundo Duval (1999), que a percepção visual realiza a função sinótica de maneira muito imperfeita (MARTINS, 2019, p.75).

Quem tem ausência total da visão, utiliza os outros sentidos para a visualização de objetos, principalmente o tato e a audição. Estudaremos como a teoria de representação semiótica pode auxiliar na compreensão dos alunos cegos das representações matemáticas.

3.3.2 Visualização dos objetos por pessoas com deficiência visual

Segundo Duval (2011, p.15), “a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas, igualmente, a forma como os objetos nos são apresentados e como podemos ter acesso a eles por nós mesmos”. Para compreender os processos cognitivos mobilizados nas ações do pensamento, temos que levar em consideração a forma como os objetos nos são apresentados.

A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para sua apreensão, o uso de uma representação. Nesse caso, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2015, p. 169-170, apud MARTINS, 2019, p.72).

Para Duval, no que se refere à formação de conhecimento em matemática, temos que levar em consideração três questões: 1) Temos acesso ao objeto estudado? 2) Quais são os sistemas, estruturas ou as capacidades para ter acesso aos objetos? 3) Qual é a natureza da relação cognitiva entre os processos e o objeto? (MELLO, 2015).

Desde que nascemos, aprendemos sobre o mundo que nos cerca e um dos primeiros passos é saber o nome dos objetos. A pessoa com deficiência visual, desde cedo, precisa ser estimulada de maneira especial. Devem ser apresentados a ele objetos do mundo à sua volta, pois, na falta da visão, o deficiente visual vai utilizar os outros sentidos remanescentes para aprender sobre o mundo que o cerca. O tato e a audição são os sistemas sensoriais mais utilizados por pessoas cegas para a aprendizagem (OCHAÍTA; ESPINOSA, 2010).

O tato permite uma coleta de informações bastante precisa sobre os objetos próximos. Comparado com a visão, para a mesma função, é muito mais lento e exige uma exploração detalhada dos objetos a serem conhecidos. Com objetos grandes, essa exploração pode ser sequencial. Assim, ao observar uma cadeira, por exemplo, o vidente enxerga no mesmo instante todas as suas características e a reconhece imediatamente, enquanto o deficiente visual, para compor a imagem mental de uma cadeira, precisará percorrer todo o objeto com o tato até observar suas características básicas: material, formato e espessura. Levará mais

tempo para observar cada parte da cadeira e integrar essas partes para a formação de uma imagem mental.

Uma vez reconhecida a cadeira, será que o deficiente visual seria capaz de reconhecer uma representação de uma cadeira? Talvez uma cadeira em miniatura seria facilmente reconhecida pelo deficiente visual, mas, ao colocar uma imagem em alto relevo de uma cadeira em um papel, o deficiente visual teria dificuldade de reconhecê-la. Isso porque a representação em perspectiva é muito diferente da imagem mental em 3D construída pelo deficiente visual.

Um indivíduo cego acessa objetos por meio do tato e não da visão. Quando temos acesso pela visão, temos uma imagem de referência que guiará a criação de nossa imagem mental, por exemplo, nós vemos uma cadeira e somos capazes de reconhecer a figura de uma cadeira. Já uma pessoa cega conhece uma cadeira pelo tato, portanto pode reconhecer o formato de uma cadeira, mas o formato do desenho de uma cadeira é diferente do formato da cadeira real, por isso, para ele, um desenho, com cores e sombra, pode não fazer sentido algum (MELLO, 2015, p. 34).

Sabemos que as imagens de objetos são facilmente reconhecidas por pessoas com visão normal: com um olhar, reconhecemos uma figura ou foto de algo que conhecemos ou já visualizamos, seja o próprio objeto ou uma representação dele. Mello (2015, p. 34) nos lembra que isso não acontece com as pessoas com deficiência visual, pois, para reconhecer uma representação, os videntes comparam imagens visuais e as pessoas cegas comparam formatos. Alguém que possui uma visão normal logo percebe, por exemplo, a diferença entre um desenho de uma bola de futebol, uma roda de um veículo e uma pizza. Mas alguém com deficiência visual não teria essa mesma facilidade ao tentar diferenciar uma representação em relevo desses 3 objetos porque os detalhes podem não fazer o menor sentido para o sujeito cego. Segundo o que a autora nos diz, uma figura cheia de detalhes se torna mais dificultosa de ser reconhecida pelo sujeito cego, mas se lhe apresentarmos anteriormente essas três figuras em relevo e ressaltarmos suas características, talvez posteriormente ele consiga diferenciá-las com mais eficiência.

“Duval (1995) nos fala sobre a importância das representações para o conhecimento, mas para o cego as representações têm uma importância ainda maior, pois sem elas não teria acesso a grande parte do mundo que o rodeia e no qual está inserido” (MELLO, 2015, p. 36). É por meio das representações que a pessoa com ausência total da visão pode conhecer objetos de grandes dimensões, como uma casa ou um ônibus. Para alguns animais maiores, como uma girafa ou elefante, pode-se usar maquetes e miniaturas.

Desde muito cedo, pessoas com cegueira congênita e os que perdem a visão ainda bebês (e não tem memória visual) devem ser estimulados a tocar em objetos e observar suas

características. Quanto aos desenhos em alto relevo, Mello (2015) nos diz que é difícil para o deficiente visual perceber a representação de uma casa ou um animal em relevo no papel, mas que devemos estimulá-los a reconhecer alguns objetos em perspectiva.

As figuras planas em geometria, assim como todos os objetos matemáticos, não são acessíveis no mundo real; portanto, as representações são a forma de evocá-las ao conhecimento e ao desenvolvimento das ideias. Para Duval (2011), as representações de objetos geométricos por meio de figuras se distinguem de todas as outras representações semióticas, visto que há diversas formas de reconhecimento de suas formas e unidades figurais, sendo necessário mudar o olhar e não a representação figural, ou seja, sem modificar a figura (MELLO, 2015, p. 45).

“O fato de só termos acessos a objetos matemáticos por meio de suas representações, teoricamente colocaria videntes e indivíduos cegos na mesma situação, a não ser pelo fato de termos o acesso visual a essas representações” (MELLO, 2015, p. 37). Ou seja, segundo a autora, o aluno com visão normal, ao ler a definição de um triângulo ou outra figura geométrica plana, já vê a imagem da sua representação; já o aluno cego não, a não ser que o professor prontamente lhe apresente um recurso tátil.

Já Kallef (2012, p. 43) considera que, para a habilidade de visualização, algumas operações elementares são necessárias, como: a) identificar uma determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho; b) reconhecer que as formas geométricas de um objeto são independentes de suas características físicas, tais como tamanho, cor e textura; c) identificar um objeto, ou um desenho, quando apresentado em diferentes posições; d) produzir imagens mentais de um objeto e visualizar suas transformações e movimentos; e) relacionar um objeto a uma representação gráfica ou a uma imagem desse objeto; f) relacionar vários objetos, representações gráficas ou imagens mentais entre si; g) comparar vários objetos, suas representações gráficas e suas imagens para identificar diferenças e regularidades entre eles.

Essas habilidades são importantes para a aprendizagem em geometria e devem ser exploradas pelo aluno cego, utilizando recursos táteis como meios de visualização. Segundo a autora:

o desenvolvimento inadequado da habilidade da visualização pode trazer ao estudante processos mentais que impedem ou dificultam a construção de uma ideia ou conceito matemático, e que também interferem nos procedimentos para a realização de uma atividade matemática (KALLEF, 2012, p. 43).

Então, para que essas operações elementares sejam possíveis, é necessário que o aluno com ausência de visão tenha recursos que lhe permitam perceber, por exemplo, triângulos dentro de outras figuras, quadrados, trapézios ou quadrados nas faces do cubo. E também que

consiga reconhecer formas iguais em diversas texturas e tamanhos, que consiga classificar, agrupar, observar as igualdades e diferenças.

A pessoa com deficiência visual pode e deve aprender a identificar uma representação de um triângulo, mas, além disso, deve ser capaz de realizar tratamentos necessários, ou seja, modificações nas figuras, como deslocamento, rotação, repartição, agrupamento e até fazer a conversão dessa figura em outras representações, ou seja, compreender todas as propriedades que envolvem a figura. Como nos diz a autora “em Matemática, portanto, não existe figura sem uma legenda, ainda que esta possa estar implícita” (KALLEF, 2012, p. 39).

3.4 O Teorema de Pitágoras e seu Ensino para o Aluno com DV

“A Geometria está por toda parte”, desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la. [...] mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria (LORENZATO, 1995, p. 4).

Segundo Eves (2011), pouco se sabe sobre Pitágoras com grau de certeza, mas, pelo que consta, ele nasceu por volta de 572 a.C. na Ilha Egéia de Samos. Acredita-se que ele tenha sido discípulo de Tales, pois era 50 anos mais novo e morava na mesma região em que ele viveu. Ao longo de sua vida, acredita-se que ele viajou pelo Egito, pela Babilônia e possivelmente até a Índia. Em Crotona, uma colônia grega situada ao sul da Itália, fundou a famosa Escola Pitagórica, um centro de estudo de filosofia, ciências, matemática que também tinha um cunho religioso de rituais e costumes. Segundo o autor, não se sabe a quem se deve as descobertas da Escola Pitagórica porque os ensinamentos eram todos orais e era costume atribuir todas as descobertas ao fundador da escola.

De acordo com Roque (2012), a relação do triângulo retângulo que leva o nome de Teorema de Pitágoras já era conhecida há mais de um milênio antes da existência da escola pitagórica por diversos povos mais antigos que os gregos e pode ter sido um saber comum na época de Pitágoras. Segundo ela, a demonstração desse teorema, encontrada nos *Elementos* de Euclides, faz uso de resultados que eram desconhecidos na época da escola pitagórica. “Não se conhece nenhuma prova do teorema geométrico que tenha sido fornecida por um Pitagórico e parece pouco provável que ela exista” (ROQUE, 2012, p. 99).

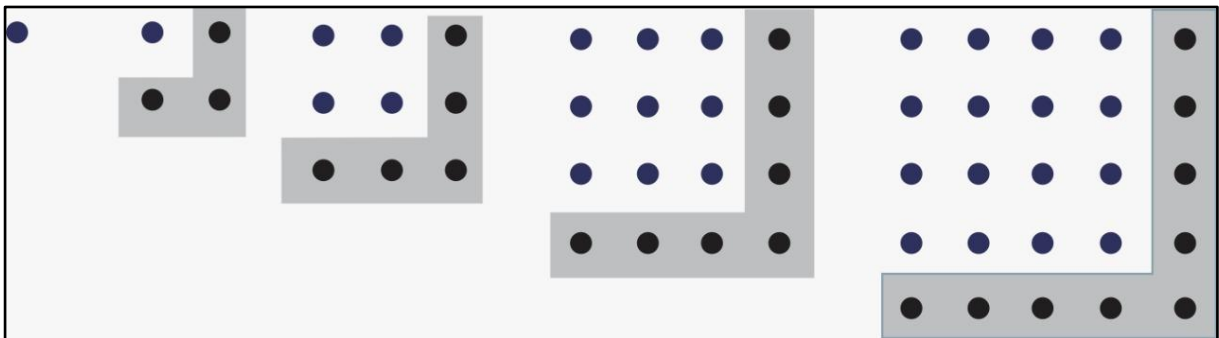
Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros. Essas

triplas são constituídas por números inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo. Não se conhece nenhuma prova do teorema geométrico que tenha sido fornecida por um pitagórico e parece pouco provável que ela exista (ROQUE, 2012, p. 99).

A autora questiona até a existência de Pitágoras devido à escassez de textos e divergências de textos sobre ele. Segundo ela, Eudemo só menciona os “pitagóricos”. Ela acredita que Proclus sintetizou as ideias de Eudemo sobre as purezas dos métodos pitagóricos e atribuiu esses feitos a Pitágoras para reconhecer os fundamentos do seu próprio Platonismo (ROQUE, 2012).

Ainda segundo a autora (Roque, 2012), os pitagóricos nem chegaram a demonstrar o teorema geometricamente como se supõe e, sim, estudaram as triplas Pitagóricas, formadas por números inteiros. Utilizando gnomos, que era sinônimo de números ímpares, observados como esquadros (Figura 14), eles forneciam uma técnica para encontrar números pitagóricos. Observe que, para obter o 4 a partir do 1, adicionamos o gnomo de 3 pontos, para obter o 9 a partir do 4, adicionamos o próximo gnomo, que é um número ímpar e assim por diante, até chegar no quadrado de nove pontinhos, obtendo a tripla Pitagórica: (3, 4, 5).

Figura 14 – Gnomos pitagóricos



Fonte: Adaptado pela autora baseado em ROQUE, 2012.

AD da imagem: pontos dispostos formando quadrados, o primeiro com um ponto, o segundo com 4 pontos, onde a última linha e coluna estão sombreadas (5 pontos), o terceiro com 16 pontos onde a última linha e coluna estão sombreadas (7 pontos), e o quarto com 25 pontos onde a última linha e coluna estão sombreadas (9 pontos)²⁸.

Como podemos observar, para obter as triplas, os Pitagóricos usavam procedimentos aritméticos e não geométricos. Segundo Roque (2012), esses métodos não são suficientes para assegurar a validade do teorema, visto que não é possível encontrar por ele todas as triplas que podem medir os lados de um triângulo retângulo. Só encontrariam as que fossem dadas por números naturais.

²⁸ O primeiro quadrado que obtinham a tripla pitagórica (3,4 e 5).

Ainda segundo a autora, não se sabe se eram conhecidas outras provas do teorema na época de Pitágoras a partir de uma teoria das razões e proporções simples. Os triângulos retângulos encontrados por esse método podiam ser usados para somar áreas ou encontrar um quadrado cuja área fosse a soma das áreas de dois quadrados. Mesmo assim, o nome de Pitágoras persiste associado ao teorema, mesmo com o passar dos anos, e questionar a existência de Pitágoras ou a autoria do teorema não é nosso objetivo neste trabalho, e sim estudar as particularidades e aplicações dessa relação.

Elisha Scott Loomis (1852, 1940), na segunda edição do seu livro *The Pythagorean Proposition*, coletaram e classificaram 370 demonstrações do teorema. Ilustramos algumas demonstrações neste trabalho e possíveis adaptações para o aluno DV, junto com algumas propostas de atividades envolvendo o teorema e os registros de representação semiótica. Algumas atividades podem ser realizadas por crianças de oito anos, como a demonstração com o tangram, outras por alunos a partir do 8º ano, observando os pré-requisitos de cada atividade.

3.4.1 Demonstrações do Teorema de Pitágoras

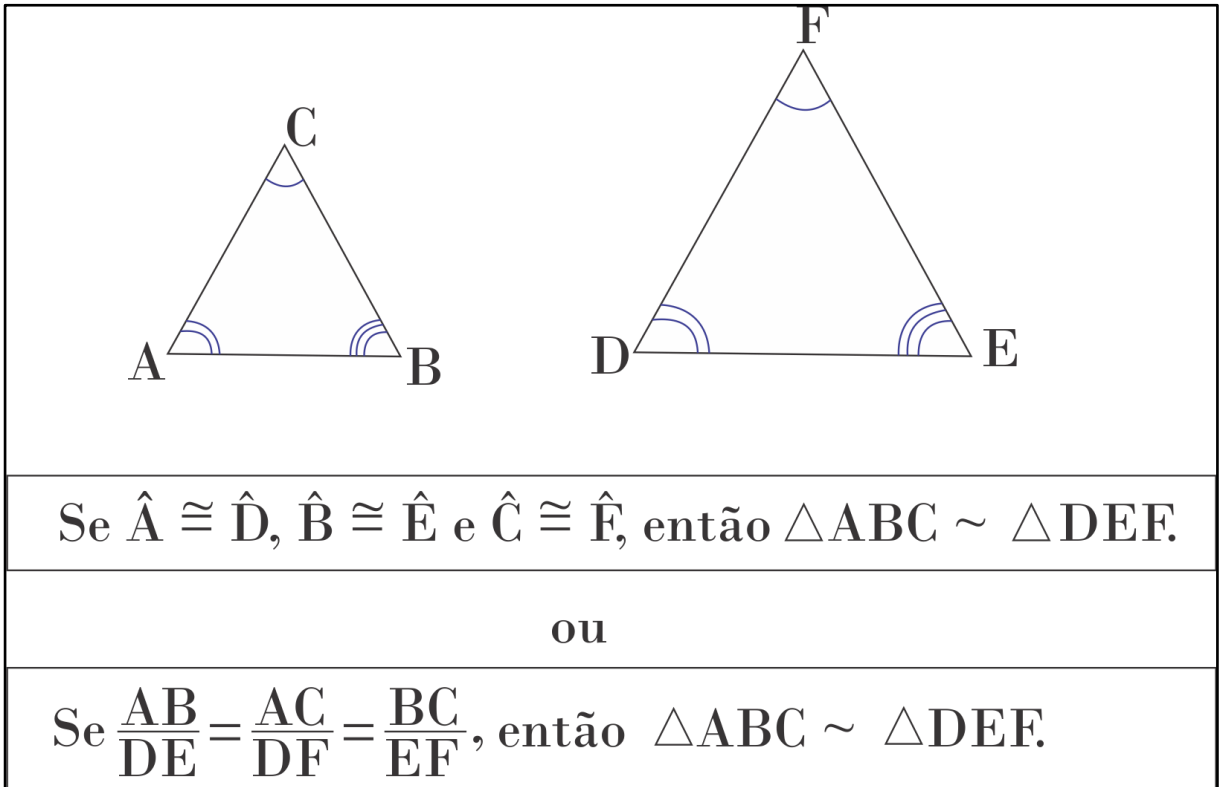
- **Por Semelhança de Triângulos**

Definição: dois triângulos são ditos semelhantes se, e somente se, existe uma correspondência biunívoca, que associa os vértices de um triângulo aos vértices do outro triângulo, onde:

- ângulos com vértices correspondentes são congruentes;
- lados opostos a vértices correspondentes têm medidas proporcionais.

Por exemplo, os triângulos ABC e DEF são semelhantes se, e somente se, os ângulos correspondentes são congruentes, ou seja, se os ângulos são iguais e se os lados correspondentes são ordenadamente proporcionais. Veja:

Figura 15 – Semelhança de triângulos



Fonte: Elaborado pela autora.

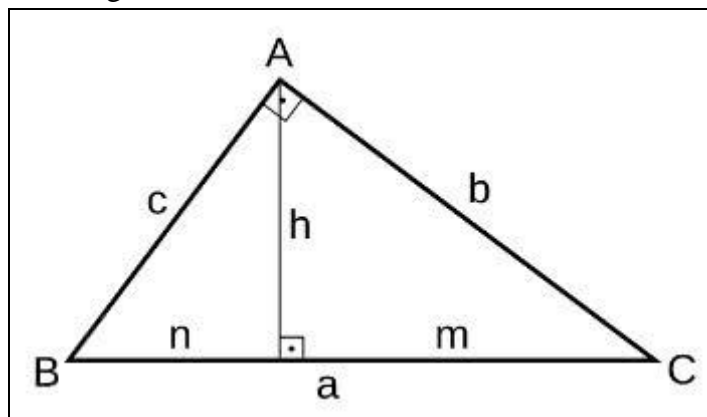
AD da imagem: Representação de dois triângulos semelhantes, ABC e DEF, onde o ângulo A igual ao ângulo D, o ângulo C igual ao ângulo F e o ângulo B é igual ao ângulo E.

Sendo,

- k: razão de semelhança
- \sim : notação de semelhança

Demonstração:

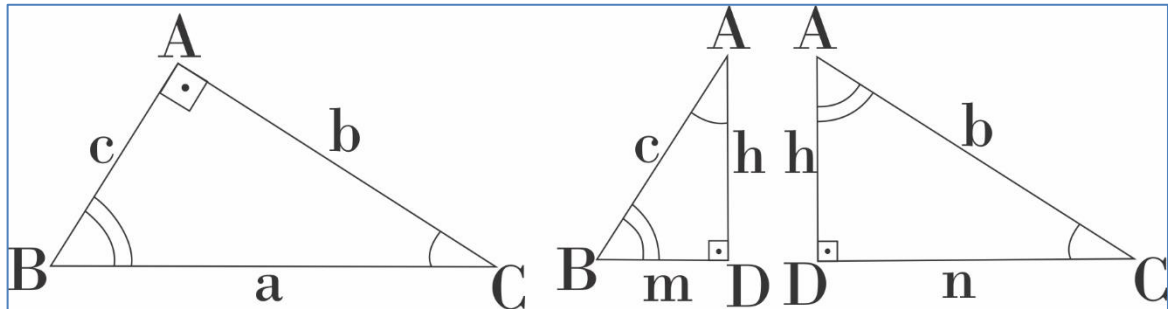
Considere o triângulo retângulo ABC.



AD da imagem: Representação do triângulo retângulo de catetos b e c e hipotenusa a e altura h, onde m e n são projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Seja h a altura do triângulo relativa à hipotenusa a , n a projeção ortogonal do cateto c sobre a hipotenusa, e m a projeção ortogonal do cateto b sobre a hipotenusa. Deste modo, podemos considerar 3 triângulos:

Figura 16 – Decomposição do triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Representação de um triângulo de lados a , b e c , e o mesmo triângulo dividido de forma que resulte em dois triângulos retângulos um de lados c , h e m e outro de lados b , n e h . Observando que os lados m e n foram obtidos a partir do lado a do triângulo e o lado h corresponde a altura do triângulo.

Note que estes três triângulos são semelhantes, pelo caso AA de semelhança (dois ângulos congruentes). Então obtemos:

$$\triangle ABC \sim \triangle DAB \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{m}$$

e então temos:

$$(1) a \cdot h = b \cdot c$$

$$(2) b \cdot m = h \cdot c$$

$$(3) a \cdot m = c^2$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{h} = \frac{b}{n}$$

e então temos:

$$(4) a \cdot h = b \cdot c$$

$$(5) b \cdot h = c \cdot n$$

$$(6) a \cdot n = b^2$$

$$\triangle DAB \sim \triangle DCA \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

e então temos:

$$(7) c \cdot n = b \cdot h$$

$$(8) h^2 = m \cdot n$$

$$(9) b \cdot m = c \cdot h$$

De (3) e (6), temos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot n + a \cdot m = a \cdot (m + n)$$

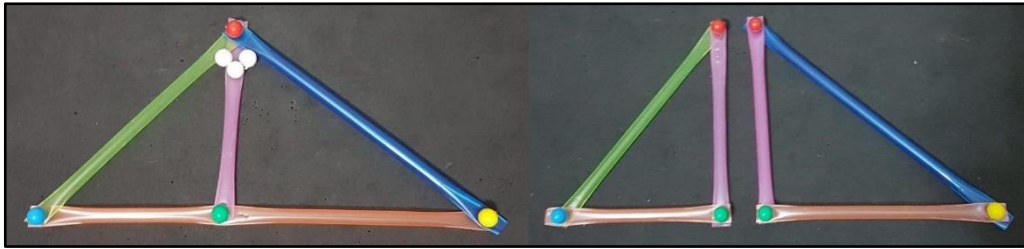
como $m + n = a$:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com DV: Pode-se mostrar a decomposição dos triângulos com ajuda da prancha de isopor revestida de EVA com canudos e alfinetes, conforme Figura 17:

Figura 17 – Decomposição do triângulo retângulo com canudos



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Foto da adaptação dos triângulos utilizando canudinhos e alfinetes coloridos e uma placa de isopor revestido de EVA preto.

1. É importante lembrar as propriedades da semelhança de triângulos com todos os alunos, inclusive o aluno com deficiência visual; para isso, utilize o material artesanal já sugerido neste texto ou outro material, como o geoplano ou o multiplano. O aluno deve visualizar os triângulos, identificar os lados e anotar as representações algébricas sobre a semelhança de triângulos.
2. Deixe o aluno tatear a primeira figura e identificar e nomear os lados e os vértices (se quiser pode colar as letras em braille nos vértices e nos lados, ou apenas guardar na memória dependendo do aluno).
3. Peça para o aluno imaginar o triângulo dividido a partir da altura e deixe-o dizer como ficará e só depois mostre a figura desconstruída. É importante que renomeie os vértices e os lados com o aluno, oralmente ou com auxílio do braille. Se o aluno sentir dificuldades de entender a desconstrução, pode utilizar triângulos em EVA ou papel cartão.
4. Depois que o aluno visualizar os triângulos separados, nomear os lados e os vértices, seguir a mesma sequência dos desenvolvimentos algébricos realizados com os videntes.

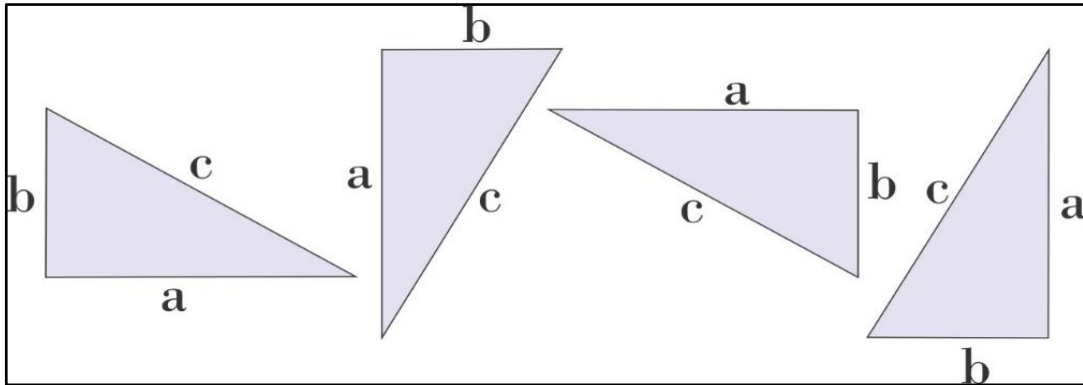
Demonstração Geométrica

Vamos demonstrar o teorema a partir de quatro triângulos retângulos iguais, nosso objetivo é formar um quadrado e, com essa construção, demonstrar o Teorema de Pitágoras.

Demonstração

Considere quatro triângulos retângulos iguais, de catetos a hipotenusa c , onde cada um destes triângulos está posicionado em um dos quatro ângulos com a horizontal: 0° , 90° , 180° e 270° .

Figura 18 – Posição dos quatro triângulos



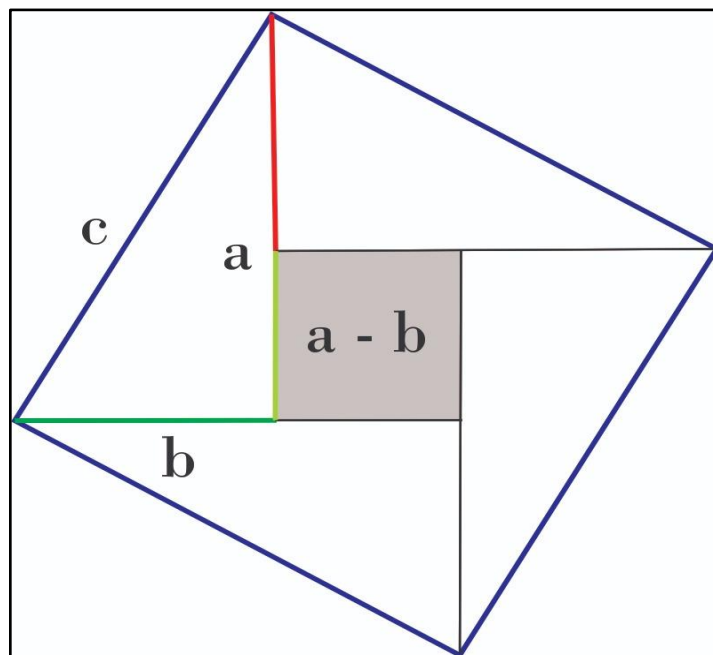
Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: pontos dispostos formando quadrados, o primeiro com um ponto, o segundo com 4 pontos, onde a última linha e coluna estão sombreadas (5 pontos), o terceiro com 16 pontos onde a última linha e coluna estão sombreadas (7 pontos), e o quarto com 25 pontos onde a última linha e coluna estão sombreadas 9 pontos)²⁹.

A partir disso, vamos posicionar esses triângulos de modo que formem um quadrado, no qual os lados desse quadrado são as hipotenusas c dos triângulos.

Desse modo, teremos um quadrado de lado c que possui outro quadrado em seu interior, este com lado medindo $a-b$.

Figura 19 – Quadrado formado por triângulos



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Figura de um quadrado formado a partir de 4 triângulos retângulos iguais de catetos a e b e hipotenusa c , onde o quadrado possui lados medindo c formando outro quadrado ao centro deste com lado medindo $a-b$.

²⁹ O primeiro quadrado que obtinham a tripla pitagórica, (3, 4 e 5).

Observando as áreas das figuras que compõem o quadrado maior, obtemos as seguintes informações:

$$\text{Área de cada triângulo retângulo: } A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\text{Área dos 4 triângulos retângulos: } 4A = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = 2ab$$

$$\text{Área do quadrado pequeno: } A_p = (a - b)^2 \quad 30$$

$$\text{Área do quadrado grande: } A_g = c^2$$

Como a área do quadrado maior resulta da soma das áreas das figuras menores que o compõem, podemos fazer:

$$\begin{aligned} c^2 &= 2ab + (a - b)^2 \\ c^2 &= 2ab + a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 \end{aligned}$$

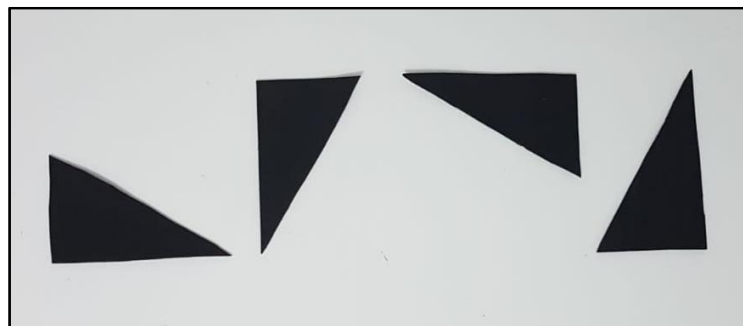
Como nesse caso c é a hipotenusa e os catetos são a e b :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com DV: Pode-se construir um quebra-cabeças geométrico utilizando papel cartão, EVA ou papelão, como na Figura 20:

Figura 20 – Posição dos quatro triângulos em EVA



Fonte: Elaborado pela autora.

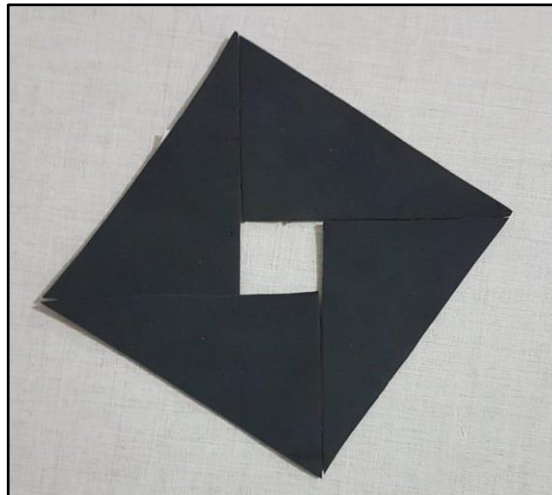
AD da imagem: Figura de quatro triângulos retângulos iguais de EVA na cor preta.

1. Indique e nomeie os catetos com os alunos e a hipotenusa. Deixe que os alunos identifiquem cada lado do triângulo.
2. Coloque um triângulo na posição 0° , com o ângulo de 90° no canto inferior esquerdo, peça que posicionem os outros triângulos nas posições 90° , 180° e 270° , girando os triângulos no sentido horário.

³⁰ Observe que, pela disposição dos triângulos, a medida do lado do quadrado é calculada pela subtração da medida dos dois catetos, $a - b$.

3. Peça que montem o quadrado com lado igual à hipotenusa, com os triângulos na posição que tinham colocado.
4. Deixe que os alunos pensem qual será a medida do quadrado menor.
5. Peça aos alunos que escrevam a expressão algébrica que corresponda à área do quadrado pequeno.
6. Peça aos alunos que escrevam a expressão algébrica que corresponde à área da soma dos 4 triângulos.
7. Pergunte aos alunos qual é a área do quadrado grande.
8. Pergunte aos alunos se tem outra forma de calcular a área do quadrado grande (estimule-os a pensar e concluir que a área do quadrado grande é a soma da área dos quatro triângulos pequenos com a área do quadrado menor).
9. Peça que os alunos escrevam algebricamente esses resultados e anotem suas conclusões.

Figura 21: Representação do quadrado com EVA



Fonte: Elaborado pela autora

AD da imagem: Adaptação em EVA da representação mostrada na figura 19.

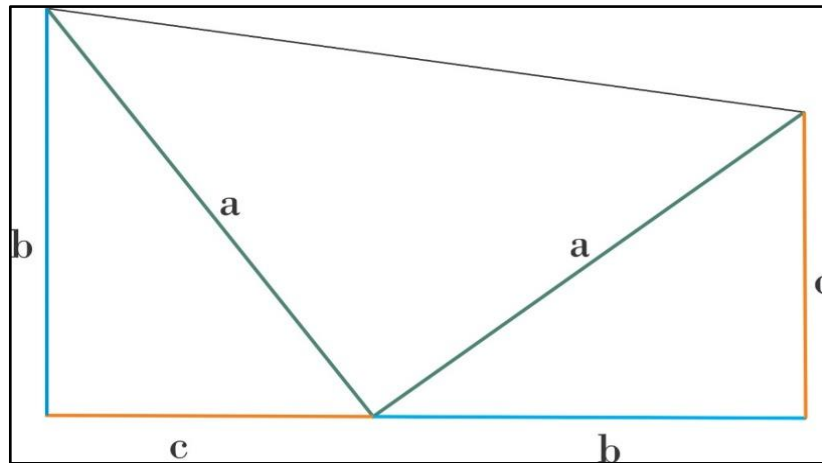
Demonstração com trapézios (Demonstração de Abram Garfield)

Considerando um trapézio retângulo de bases b e c e altura $b + c$, vamos decompor este trapézio em três triângulos. A partir disso, demonstrar a relação de Pitágoras.

Demonstração

Considere um trapézio de base menor c , base maior b , e altura $b + c$. Seguindo essa construção, podemos decompor o trapézio em três triângulos, sendo dois deles retângulos e de com catetos b e c , e hipotenusa a . Onde o outro triângulo, será isósceles de lados iguais a medida da hipotenusa dos outros triângulos.

Figura 22 – Decomposição do trapézio em três triângulos



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Representação de três triângulos retângulos formando um trapézio.

Observe na Figura 22 que esse terceiro triângulo também é retângulo, pois:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\Omega = 90^\circ$$

Sabemos que a área do trapézio é dada por:

$$A = \frac{(b+c) \cdot (b+c)}{2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{2}$$

E a soma das áreas dos triângulos é dada por:

$$A = \frac{(b \cdot c)}{2} + \frac{(b \cdot c)}{2} + \frac{(a \cdot a)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2}$$

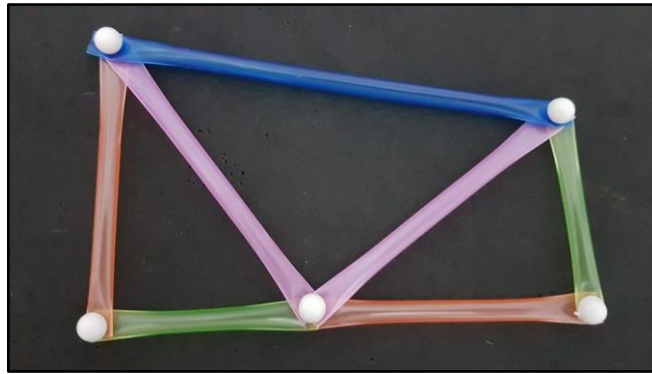
Como a área do trapézio deve ser igual à soma das áreas dos triângulos, obtemos que:

$$\frac{(b^2 + 2bc + c^2)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2} \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com DV: com ajuda da prancha de isopor revestido de EVA com canudos e alfinetes, construir com o aluno o trapézio, observando seus lados, conforme figura abaixo:

Figura 23 – Decomposição do trapézio com canudos



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Adaptação em EVA da representação mostrada na Figura 22.

1. Identificar e nomear com os alunos os lados do trapézio.
2. Assim que nomear, pode colocar papéis em braille identificando as medidas.
3. Pedir que o aluno escreva a expressão algébrica que corresponde a área do trapézio.
4. Pedir que o aluno escreva a expressão algébrica que corresponde à área dos quatro triângulos.
5. Observar que as duas áreas devem ser iguais.
6. Pedir para o aluno igualar as equações e anotar as verificações.

Demonstração por relações métricas na circunferência

Para essa demonstração, o aluno deve aprender ou relembrar o teorema das cordas. Considere um ponto O , definimos a circunferência de raio r como sendo o conjunto de pontos cuja distância do ponto O é r . A corda da circunferência é o segmento de reta que liga dois pontos distintos da circunferência.

Teorema das Cordas:

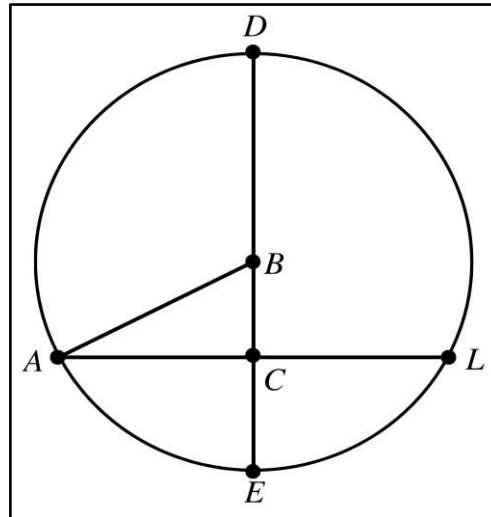
Se duas cordas \overline{AB} e \overline{CD} de uma circunferência se interceptam num ponto P interior à circunferência, então $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

Demonstração do teorema

Considere o triângulo retângulo ABC , de hipotenusa AB . A partir dele, construiremos uma circunferência de centro B e raio \overline{AB} .

Após isso, prolongue os catetos BC e AC de modo se tornem duas cordas da circunferência AL e DE respectivamente. Pelo Teorema das Cordas, segue que:

Figura 24 – Circunferência e cordas



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Representação de uma circunferência de raio \overline{AB} e cordas \overline{AC} e \overline{CL} .

Demonstração

Considere o triângulo retângulo ABC , de hipotenusa AB . A partir dele, construiremos uma circunferência de centro B e raio \overline{AB} .

Após isso, prolongue os catetos BC e AC de modo se tornem duas cordas da circunferência AL e DE respectivamente. Pelo Teorema das Cordas, segue que:

$$(1) \overline{AC} \cdot \overline{CL} = \overline{DC} \cdot \overline{CE}$$

$$\overline{AC} = \overline{CL}$$

$$\overline{DC} = \overline{DB} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{BC}$$

$$\overline{CE} = \overline{BE} - \overline{BC} = \overline{AB} - \overline{BC},$$

substituindo as três últimas expressões em (1), obtemos:

$$\overline{AC}^2 = (\overline{AB} + \overline{BC}) \cdot (\overline{AB} - \overline{BC}) = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$$

$$\text{Logo, } \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

Como queríamos demonstrar.

Adaptações para o aluno com DV: Essa adaptação pode ser feita com qualquer circunferência ou arco, com alguma tampa. Pode ser feita também com cola relevo, ou colando o barbante no papel. Na Figura 25 utilizei a prancha de isopor revestida de EVA, barbante, o arco de uma tampa de plástico e alfinetes.

Figura 25 – Representação da figura “Circunferência e cordas”



Fonte: Elaborado pela autora

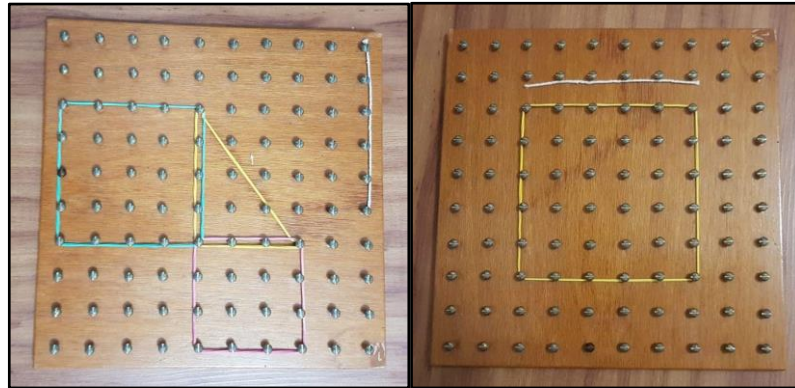
AD da imagem: Adaptação em EVA da representação mostrada na Figura 24.

1. Recorde ou ensine o teorema das cordas para o aluno com DV, deixe que perceba a figura e identifique e nomeie cada parte dela.
2. Destaque as cordas e os pontos.
3. Siga os passos da demonstração e deixe o aluno tatear com calma a figura e anotar os resultados.

Verificação do teorema com o geoplano

O objetivo é, a partir do triângulo de catetos 3 e 4 e hipotenusa 5, perceber pelo cálculo das áreas dos quadrados que $3^2 + 4^2 = 5^2$. Essa atividade pode ser feita tanto para alunos com DV quanto para alunos videntes.

Figura 26 – Representação no Tangram



Fonte: Elaborado pela autora.

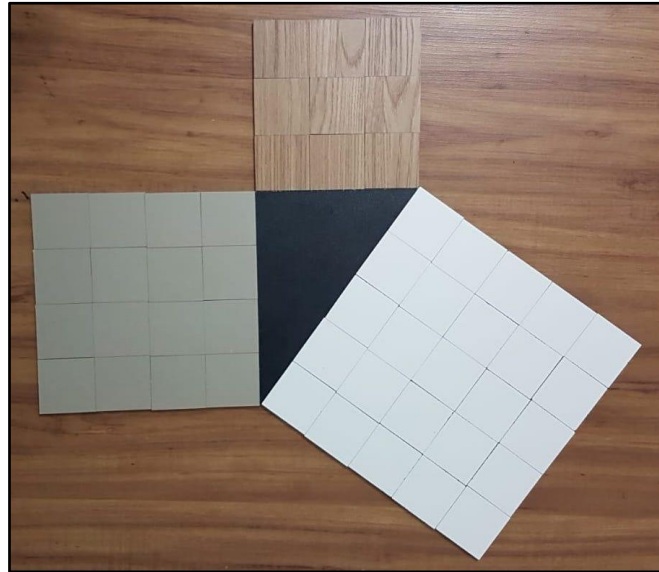
AD da imagem: Foto de dois geoplanos, no primeiro está representado um triângulo retângulo de lados 3, 4, 5, um barbante medindo 5 e quadrados construídos sobre os lados dos catetos e no segundo está representado um quadrado de lado 5 e um barbante medindo 5³¹.

1. Construa um triângulo retângulo de catetos 3, 4 e 5 utilizando liguinhas; considere a medida entre dois pregos como uma unidade de medida. Observe que os dois catetos devem ser perpendiculares.
2. Utilize um barbante ou outro material para conferir a medida do lado da hipotenusa, que estará na diagonal. Sua medida será igual a 5 (confira comparando distância a pregos na vertical ou horizontal).
3. Construa quadrados sobre catetos de cada triângulo, de lados 3 e 4.
4. Calcule a área desses quadrados contando cada quadradinho como 1 unidade de área.
5. Em outro geoplano, construa um quadrado com a medida da hipotenusa e peça que calcule a área, contando os quadrados.
6. Deixe que o aluno tire suas conclusões e anote os resultados. Se o aluno não perceber a relação envolvendo o teorema, peça que compare a área do quadrado maior com a soma dos outros dois quadrados.

Outras adaptações: Pode-se produzir os quadradinhos com papel cartão, EVA, papelão ou MDF, como na Figura 27.

³¹ A medida considerada aqui é a distância entre dois pregos.

Figura 27 – Demonstração do teorema por área dos quadrados



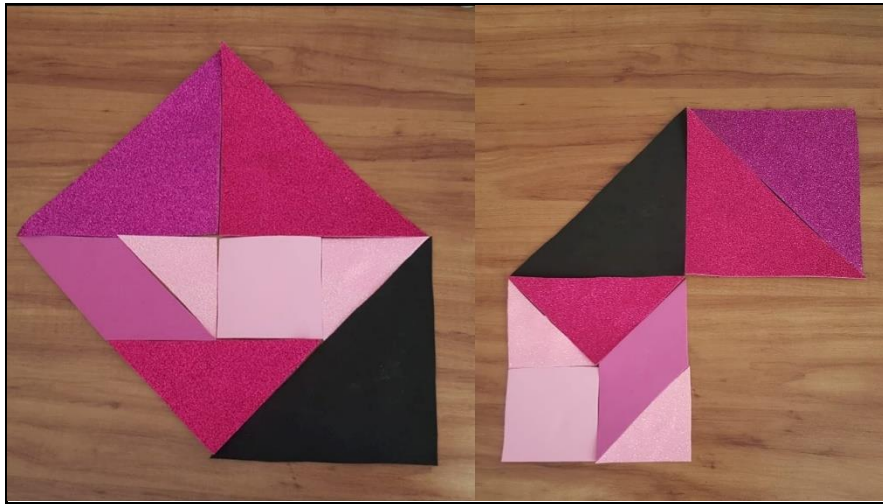
Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Quebra cabeça em MDF, do triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5 e duas respectivas áreas dos quadrados construídos sobre os catetos e a hipotenusa.

Demonstração utilizando o tangram

Verificar a validade do teorema, observando as áreas das figuras do tangram. Essa atividade pode ser feita tanto para alunos com DV, quanto para alunos videntes.

Figura 28 – Demonstração com tangram de EVA



Fonte: Elaborado pela autora.

AD da imagem: Um retângulo e a representação através do tangram das áreas dos quadrados dos catetos e da hipotenusa.

1. Corte em EVA, papel cartão ou papelão a mesma medida do triângulo maior do tangram. Fixe o triângulo em uma mesa com uma fita adesiva.
2. Construa 2 quadrados com os lados da mesma medida dos catetos do triângulo retângulo, utilizando todas as peças do tangram.
3. Agora use as mesmas peças para construir um quadrado de lado igual à hipotenusa.
4. Deixe que o aluno tire suas conclusões. Como usamos as mesmas peças para as duas construções, é possível observar que a medida da hipotenusa ao quadrado é igual à soma das medidas dos catetos ao quadrado.

Observações

Para essa atividade ser realizada com aluno com DV, ele precisa ter familiaridade com o tangram, portanto outras atividades para reconhecimento das peças precisam ser realizadas. Podem ser colocadas texturas diferentes sobre as peças, que podem ser confeccionadas com EVA. Se o tangram for de madeira de uma boa espessura o aluno cego terá mais facilidade de reconhecer as peças.

Podem-se colocar as peças sobre uma borracha, ou mesmo colar uma fita imantada embaixo e colocar sobre uma superfície de metal para que, quando o deficiente visual manipular o quebra-cabeça, ele não deslize facilmente pela mesa. Deixe que o aluno reconheça as peças e manipule o tangram, peça que construa quadrados com 3, 4, 5 e 7 peças respectivamente. Deixe-o observar que não é possível construir um quadrado com 6 peças. Deixe que o aluno construa outras figuras com o quebra-cabeça.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos a metodologia da nossa investigação. Descreveremos o método utilizado para a coleta das informações obtidas e apresentaremos, também, os participantes da pesquisa.

4.1 Descrição da Pesquisa e Procedimentos Metodológicos

Segundo Duval (2017), a maneira de raciocinar e visualizar a matemática está ligada ao uso das representações semióticas. Assim, nossa pesquisa busca compreender como o aluno com deficiência visual interage com os diversos registros de representação e como os articula nas atividades matemáticas sobre o Teorema de Pitágoras. Para chegar a tal compreensão, assim que obtemos a autorização do Comitê de Ética em Pesquisa (Apêndice F) e a autorização dos entrevistados e responsáveis, realizamos entrevistas com alunos cegos e professores, buscando compreender como o aluno utilizou os registros de representação quando estudou o teorema. Nossa pesquisa é de cunho qualitativo, pois “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes” (BOGDAN; BIKLEN, 1986 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.13). Ou seja:

Entre os autores que sistematizaram sobre a prática da pesquisa qualitativa, é consenso que o papel do investigador “não consiste em modificar pontos de vista” do entrevistado; mas, antes, compreender os pontos de vista dos sujeitos e as razões que os levam a assumi-las e praticá-las (BOGDAN; BIKLEN, 1997, p. 138, ZANETTE, 2017, p. 164).

“Na investigação qualitativa em educação, o investigador comporta-se mais de acordo com o viajante espontâneo que não planeja do que com aquele que o faz meticulosamente” (BOGDAN; BIKLEN, 1997, p. 83, apud ZANETTE, 2017, p. 164), uma vez que, na investigação qualitativa em educação, o objetivo principal do investigador é construir conhecimentos e não dar opinião sobre determinado contexto (BOGDAN; BIKLEN, 1997, p. 67, ZANETTE, 2017, p.164). Buscamos, então, compreender como foi a aprendizagem do sujeito diante da situação de ensino quando estudou o teorema no CAP-GO, ou na escola regular, como foi a apreensão das diversas representações e como ele as utilizou para resolver problemas relacionados a esse conteúdo.

Em nossa abordagem, buscamos as raízes, a essência, as causas e as relações, observando o sujeito como um ser social histórico, buscando compreender o desenvolvimento

do sujeito no contexto social em que vive. Destacamos que as perguntas foram elaboradas de acordo com a teoria que fundamenta a pesquisa, a Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval, considerando as informações coletadas sobre o fenômeno social que interessa.

Realizamos entrevistas do tipo semiestruturadas; para isso, utilizamos um roteiro (Apêndices B e C) elaborado de acordo com nossos objetivos de investigação. A entrevista semiestruturada, segundo Triviños (1987), é aquela que parte de algum questionamento, apoiado em teorias e hipóteses que interessam à pesquisa, e que pode oferecer um campo amplo de interrogativas, podendo surgir outras hipóteses à medida que se recebe as respostas do entrevistado, sendo possível acrescentar questões não previstas, de forma que valorizem a presença do investigador e ofereçam todas as perspectivas possíveis para que o entrevistado se sinta livre. Esses métodos têm o objetivo de enriquecer a investigação, uma vez que a pessoa entrevistada também elabora o conteúdo da pesquisa, segue o tema e a interrogativa proposta pelo entrevistador. Segundo Lüdke e André (1986, p. 34):

a grande vantagem da entrevista sobre outras técnicas é que ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos”. Além disso, “a entrevista permite correções, esclarecimentos e adaptações que a tornam sobremaneira eficaz na obtenção das informações desejadas”

As entrevistas,

se forem bem realizadas, elas permitirão ao pesquisador fazer uma espécie de mergulho em profundidade, coletando indícios dos modos como cada um daqueles sujeitos percebe e significa sua realidade e levantando informações consistentes que lhe permitam descrever e compreender a lógica que preside as relações que se estabelece no interior daquele grupo, o que, em geral, é mais difícil obter com outros instrumentos de coleta de dados (DUARTE, 2004, p. 215 apud ZANETTE, 2017, p.162).

Além disso, a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos pertencentes à linguagem do próprio sujeito, o que permite ao investigador desenvolver intuitivamente noções sobre a maneira como os sujeitos interpretam o mundo (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 134). Para realizar nosso objetivo, coletamos dados em entrevistas de duas modalidades: entrevistas com professores e com alunos. As entrevistas foram realizadas de forma remota e individual, por meio do aplicativo Google Meet, além de terem sido gravadas para uma análise posterior. A duração das entrevistas foi de cerca de 45 minutos e foram realizadas como um bate papo, de forma tranquila e cordial, permitindo que emergissem outros temas levantados pelos participantes.

Primeiramente, realizamos entrevistas com os três professores que ministram aulas de matemática no Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual (CAP/GO). Utilizamos o roteiro (Apêndice B) para direcionar a entrevista e fomos adaptando as perguntas conforme a resposta dos entrevistados. A escolha dos professores se apoiou no fato de que esses profissionais lidam todos os dias com o ensino desses alunos e possuem a formação especializada para trabalhar com eles

Exploramos os principais desafios que envolvem o ensino do Teorema de Pitágoras para alunos com deficiência visual, o que é importante para uma aprendizagem significativa e questionamos acerca dos recursos utilizados. Investigamos como os professores percebem a compreensão dos diferentes registros de representação associados à geometria; como os deficientes visuais reconhecem os registros escritos em linguagem natural, os registros algébricos e as figuras; como se apropriam e interagem com eles; e se acham que os alunos compreendem o significado desses registros e o objeto associado a eles. Surgiram espontaneamente temas, como o desafio de ensinar os alunos com DV em sala de aula, o aproveitamento dos materiais manipuláveis para todos os alunos da classe, além do aluno com DV, entre outros.

Em outro momento, realizamos entrevistas com quatro alunos com DV que já estudaram o conteúdo, alguns mais recentemente e outros há alguns anos. As entrevistas foram individuais, também de forma remota, e o foco da entrevista foi a investigação de como esses alunos aprenderam o Teorema de Pitágoras; se foram utilizados materiais pedagógicos adequados; em caso positivo, como ele interagiu com as representações algébricas; questionamos sobre as figuras em alto-relevo e os materiais pedagógicos utilizados; e quais foram as dificuldades encontradas e suas soluções. Utilizamos o roteiro (Apêndice C) para direcionar as entrevistas, que duraram cerca de 30 minutos. Elas foram realizadas almejando um clima de descontração e bate papo com o objetivo de que os participantes se sentissem livres para tratar de temas adicionais, como as dificuldades de aprendizagem de estudantes com DV em sala de aula. Como lembra Zanetti (2017, p. 163):

A entrevista é um mecanismo que favorece a aproximação do sujeito para recolher, de modo discursivo, o que ele pensa sobre um determinado fato. Ao falar sobre uma questão, já se coloca em evidência a própria questão para si, enquanto o sujeito fala, ele ouve o que diz. Ao falar para alguém, escuta-se o que é dito. Esse dispositivo proporciona com que os sons das palavras fazem eco para o próprio sujeito que fala e, também, para o outro que as ouve.

A entrevista semiestruturada é de carácter flexível e aberto, o que permite que o pesquisador solicite ao entrevistado uma explicação mais detalhada sobre o que está falando e

que participe ativamente da entrevista. Utilizamos o roteiro apenas como referência para as entrevistas, conforme a resposta dos professores, fomos adaptando as perguntas, buscando investigar a aprendizagem dos registros de representação que envolvem o teorema, utilizando outras formas de abordagem. As entrevistas foram gravadas e posteriormente transcritas para posterior interpretação e análise dos resultados. Essas transcrições foram enviadas para os entrevistados por *e-mail*, a fim de que avaliassem a coerência de suas falas e pudessem complementar, aperfeiçoar, destacar ideias e até mesmo acrescentar algo, caso julgassem necessário.

Optamos por realizar a pesquisa com alunos e professores de matemática do Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às pessoas com deficiência visual (CAP/GO) por ser uma importante instituição especializada em atendimento às pessoas com deficiência visual em Goiânia. Os entrevistados contribuíram de forma satisfatória para a nossa pesquisa. Utilizamos nomes fictícios para resguardar a identidade dos entrevistados.

Realizamos as entrevistas com os dois professores que trabalham atualmente no CAP/GO no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio: o professor Carlos e a professora Ana. Também entrevistamos a professora Bia, que atualmente não trabalha no CAP/GO, mas foi incluída na pesquisa devido aos anos que se dedicou ao ensino do deficiente visual nessa instituição, possuindo vasta experiência no ensino desses educandos.

Conversando com os professores de matemática desse centro, conseguimos indicação de alunos que já estudaram o Teorema de Pitágoras, foram atendidos pela instituição e possuem cegueira total, congênita ou adquirida na primeira infância. A escolha dos professores se deu pelo fato de eles terem formação para atuar com alunos com DV e terem experiência em ensinar o Teorema de Pitágoras. Por outro lado, em nossa pesquisa, pretendemos investigar como aluno com DV adquire conhecimento com as diversas representações associadas ao Teorema de Pitágoras. Optamos, portanto, por realizar a pesquisa com alunos que não possuem memória visual para investigar como esse conhecimento é adquirido.

Como vimos nos capítulos anteriores, alunos com cegueira congênita não possuem memória visual. A visualização dos objetos será toda construída por meio da estimulação tátil. O aluno que possui memória visual, os que foram alfabetizados à tinta, vão se lembrar das figuras geométricas, já para os que nasceram cegos essa aprendizagem vai ter que ser construída com o uso de recursos táteis.

Dos quatro alunos entrevistados, apenas Karla possuía rara memória visual, pois começou a perder a visão a partir dos seis anos de idade. A aluna Aline não foi atendida pelo CAP/GO e, sim, por uma professora da instituição que trabalhou com ela na época da

alfabetização. Incluímos essas duas na pesquisa por acreditar que dariam ótimas contribuições para nosso estudo.

4.2 Os sujeitos da pesquisa

Para manter o anonimato dos entrevistados, escolhemos nomes fictícios para denominá-los neste trabalho. Como mencionado anteriormente, os professores que trabalham no Ensino Fundamental II no CAP/GO serão chamados de Ana e Carlos. A professora que trabalhou por quase 30 anos com deficientes visuais e agora trabalha na rede pública de ensino será chamada de Bia. As alunas serão chamadas de Aline, Isa, Karla e Laura.

4.2.1 Professora Ana

A professora Ana é professora na rede pública no estado há 23 anos, é formada em matemática, tem pós-graduação em docência superior e pretende fazer mestrado na área de deficiência visual. Trabalhou em colégios públicos e privados antes de trabalhar no CAP/CEBRAV. Se interessou em trabalhar com aluno cego depois de um encontro com um colega de profissão que estava trabalhando com alunos com DV. A partir de então, a professora Ana buscou sozinha meios de aprender o braille e o soroban, não demorando a ir trabalhar no CAP/CEBRAV. Antes de trabalhar no CAP/CEBRAV, ela deu aula para uma aluna com DV visual na escola em que trabalhava e mesmo não possuindo, à época, formação para trabalhar com esses alunos, ela buscou descrever ao máximo as atividades para incluí-la no processo de ensino-aprendizagem.

4.2.2 Professora Bia

Bia é formada em pedagogia, também cursou matemática, mas não chegou a concluir. Atualmente faz mestrado em Educação. Conheceu o Instituto Artesanal do Cego, hoje extinto, por intermédio de uma prima com deficiência visual que veio para Goiânia para lá estudar. Acompanhando a prima, aprendeu o braille e, posteriormente, foi chamada para trabalhar no CEAD, ensinando matemática para educandos com DV. Trabalhou em algumas escolas regulares, mas ama trabalhar com alunos com DV. No início da sua docência, não tinha nenhuma formação para trabalhar com alunos cegos, aprendeu sozinha toda a grafia e as regras matemáticas para a escrita braille, utilizando dois livros, um em braille e outro à tinta. Ela foi deduzindo, anotando e decorando os códigos.

4.2.3 Professor Carlos

Carlos é professor há 22 anos, é licenciado em matemática, fez especialização em psicopedagogia clínica e é aluno do Mestrado em Ensino de Ciências. Ele já trabalhou em escolas regulares da rede pública e privada e atualmente trabalha no CAP/CEBRAV. Além de professor de matemática, também trabalha com robótica, inclusive, com alunos com DV. Conheceu o braille na infância por intermédio de uma amiga cega e, mais tarde, ao trabalhar no CAP/CEBRAV, fez curso de aperfeiçoamento para trabalhar com alunos cegos. Tem também experiência em trabalhar com alunos surdos e trabalha no CAP/CEBRAV desde 2018.

4.2.4 Aluna Aline

Quando realizamos a entrevista, Aline tinha 28 anos. Ela ficou cega aos três anos de idade, por consequência de um retinoblastoma, um câncer que surge na retina imatura. Foi alfabetizada em braille em uma sala de ensino especializada que frequentou durante um ano e, logo após, aos sete ou oito anos, começou a estudar no ensino regular. Após concluir o ensino médio, cursou letras na UFG e fez mestrado em Educação Básica, concluído recentemente. Aline quer continuar estudando, fazendo cursos e pretende fazer doutorado, mas ainda não decidiu onde ou em qual área. O que se sabe é que se interessa por temas relacionados à acessibilidade e inclusão. Ela também estuda psicanálise e gosta muito da área de comunicação, acessibilidade comunicacional e acessibilidade cultural, o que amplia suas possibilidades de estudos.

Aline sempre foi a única aluna cega da escola, passou por vários professores de matemática e cada um a marcou em sua especificidade. Alguns adaptaram materiais, outros pareceram não se importar muito com a presença dela na sala. Grande parte dos professores, entretanto, se esforçou para tornar o material acessível: eles contornavam as figuras com cola colorida, às vezes riscavam com a caneta para forjar um alto relevo, contornavam com barbantes, recortaram alguns papéis no formato de triângulos ou círculos e outros usaram materiais dourados. Ela foi muito estimulada a usar a imaginação e não sabe dizer se isso começou em casa ou escola.

4.2.5 Aluna Laura

Laura tinha quatorze anos quando realizou a entrevista, tinha acabado de terminar o nono ano do Ensino Fundamental II e estudava em uma escola militar. Ela nasceu cega devido à Amaurose Congênita de Leber, portanto, ela não possui memória visual.

Ela é atendida no CAP/CEBRAV desde os dois anos de idade e frequenta a escola regular desde os cinco anos. Laura frequentou a sala de estimulação precoce junto à mãe e, anos mais tarde, foi direcionada para a salinha onde foi alfabetizada em braille. Ela frequenta o Apoio Pedagógico no CAP/CEBRAV, onde assiste aulas de matemática uma vez por semana com outro aluno também totalmente cego.

Laura sente que os professores não estão preparados para ensinar matemática para o deficiente visual, diz ter tido apenas um professor que adaptava material e direcionava para ela esse material, descrevia figuras e avaliava se a aula dele estava sendo compreendida. Ela afirma não gostar de geometria por conta da dificuldade de compreensão das aulas e da falta de interesse dos professores em ajudá-la.

Laura sabe ler e escrever em braille, mas atualmente utiliza o computador para o registro e desenvolvimento das atividades em matemática. Disse que nunca recebeu o livro adaptado em braille, fazendo com que ela e sua mãe precisassem levar o livro para o CAP/CEBRAV adaptar. Em geral, ela é uma menina alegre, comunicativa e quer fazer curso superior na área de Assistência Social ou Psicologia.

4.2.6 Aluna Karla

No momento da entrevista, Karla tinha 29 anos. Ela sempre estudou em escola pública, fez licenciatura em Matemática na UFG, fez complementação pedagógica na UNIP e está sempre fazendo acompanhamento no CAP/CEBRAV.

Ela teve retinoblastoma com um ano de idade, fez tratamento e começou a perder a visão a partir dos seis anos de idade, por isso tem algumas memórias visuais e foi alfabetizada à tinta, tendo sido alfabetizada também em braille quando perdeu a visão totalmente. Aos sete anos, ela descobriu que existia apoio para pessoas com deficiência visual e logo procurou. Até então, os atendimentos eram realizados na Biblioteca Braille, onde ela aprendeu o braille. Posteriormente, os atendimentos foram transferidos para o CAP-GO que, hoje, é conhecido como CEBRAV.

Com relação ao ensino de matemática nas escolas, Karla sempre considerou algo que dependia imensamente da boa vontade do professor. Segundo ela, a maioria dos professores de matemática na escola era bem atenta em relação à sua deficiência e preocupada com o entendimento do conteúdo ministrado. Ela é quem direcionava os professores para como

deveriam ensinar para tornar acessível o conteúdo. Atualmente, Karla trabalha como desenvolvedora de *Software* em um banco privado em Goiânia.

4.2.7 Aluna Isa

No momento da entrevista, Isa tinha dezessete anos. Ela nasceu cega por conta de uma catarata congênita e deslocamento de retina. A partir de um ano, ela foi atendida na Vila São Cottolengo porque quase não tinha movimentos. Passou por vários fonoaudiólogos e fisioterapeutas e depois de algum tempo foi direcionada para o SAED, mas por ser um local de atendimento de crianças com deficiência mental, foi dito que não era o seu lugar, tendo sido encaminharam para o CAP/CEBRAV, onde é atendida desde os três anos até o presente momento. Com quatro anos, ela iniciou seus estudos na escola regular e foi alfabetizada na escola e no CAP/CEBRAV. Sempre gostou de matemática e artes. Isa terminou o ensino médio ano passado, fez a prova do ENEM e pretende cursar Musicoterapia ou Psicologia.

Segundo ela, teve poucos professores que a auxiliaram na escola. No ensino médio, só um professor se dirigia a ela para saber se ela entendia o conteúdo. Isa frequenta o CAP/CEBRAV desde muito nova, mas como morava muito longe, faltava bastante aos atendimentos.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, apresentamos a análise dos dados coletados por meio das entrevistas realizadas com os professores e alunos do CAP/CEBRAV. A análise das entrevistas foi feita de acordo com o processo de sistematização e análise sugeridos por Fiorentini e Lorenzato (2009). Segundo eles, a fase da análise envolve, inicialmente, a organização das informações obtidas por meio das entrevistas transcritas em categorias ou unidades de significado, para o confronto de informações, percepção de regularidades, padrões e relações pertinentes. Segundo os autores, a busca da categorização é guiada pela questão investigativa e pelos objetivos de estudo. Para isso, devemos organizar as informações em classes ou conjuntos que tenham características em comum (FIORENTINI; LORENZATO, 2009).

Pensando nisso, após a fase inicial de coleta, fizemos a transcrição dos textos gerados pelas entrevistas e, após leitura, retiramos os trechos que nos interessavam e organizamos os dados nas seguintes categorias elaboradas de acordo com os objetivos, com a pergunta norteadora e com o foco delineado da pesquisa:

1) As representações utilizadas no processo de ensino: nesse tópico, selecionamos os trechos envolvendo o ensino das representações para alunos com DV; como é o trabalho com as representações com um aluno com DV em sala de aula; como o professor ensina geometria para alunos com DV, especialmente como trabalha com as representações geométricas; quais materiais são utilizados para o ensino do teorema de Pitágoras para o aluno com DV.

2) As representações utilizadas pelo aluno com DV: quais representações o aluno utiliza e compreende, como ele utiliza as ferramentas pedagógicas disponíveis; na percepção do aluno e do professor, como é a compreensão dessas representações; como o aluno com DV constrói as representações; se ele consegue imaginar a figura associada ao enunciado ou, ao interpretar o problema, consegue escrever a expressão algébrica; se ele constrói ou modifica as figuras mentalmente ou utiliza algum recurso.

3) O tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras: nessa categoria, selecionamos trechos que nos deram indícios de como os alunos realizam o tratamento e a conversão nos registros de representação, isso na percepção dos professores e dos alunos, ou seja, se ele, ao ler um enunciado, consegue imaginar ou representar a figura geométrica ou a expressão algébrica associada ao enunciado ou a figura; quais são os materiais que facilitam a compreensão das representações e a sua conversão.

Vale ressaltar, também, que há outras informações as quais não estavam relacionadas diretamente com o foco da pesquisa, mas que foram avaliadas como relevantes e consideradas, também, para que a pesquisa abrangesse a riqueza das participações dos

pesquisados. Por exemplo, a interpretação dos problemas relacionados ao ensino do teorema de Pitágoras. Sistematizamos os resultados e os organizamos em uma tabela (Apêndices D e E) de acordo com os temas das categorias e outros temas levantados pelos entrevistados.

Depois de selecionados os trechos para análise, fizemos uma revisão retirando as expressões repetitivas e os vícios de linguagem, para que o texto ficasse mais fluente; em seguida, enviamos para os entrevistados por *e-mail* para que fizessem a revisão de suas falas, deixando-os à vontade para complementar ou até alterar, caso julgassem necessário. Isso porque, durante a entrevista, o entrevistado esquece de falar algo importante ou até acaba dizendo algo que não é o que gostaria de ter dito. Ao ler novamente sua fala, ele tem a oportunidade de confirmar ou esclarecer melhor o assunto abordado.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), quando definimos as categorias de análise, damos prosseguimento em um processo que pode ser definido como análise vertical e análise transversal. Para nosso estudo, definimos que faremos uma análise vertical na qual, segundo os autores, cada uma das categorias é analisada separadamente e, após o término de análise de cada categoria, realizamos um confronto entre elas, produzindo resultados e conclusões condizentes com os objetivos da nossa investigação.

Fiorentini e Lorenzato (2009) compreendem a análise assim como Gomes (1999, p. 68): “a análise e a interpretação estão contidas num mesmo movimento: o de olhar atentamente para os dados da pesquisa”. Dessa forma, cada categoria foi explorada visando responder nossa pergunta norteadora e tendo como guia nossos objetivos específicos, portanto foram organizadas em forma de subtópicos, articulando as informações obtidas e os resultados com os nossos estudos teóricos.

5.1 As representações utilizadas no processo de ensino

Segundo Duval (2017), em matemática, os objetos estão acessíveis apenas pelas representações. Então, todo conhecimento passa pelo estudo das representações semióticas. Ainda segundo o autor, é importante observar como esses objetos são apresentados aos alunos, ou seja, como são apresentadas e trabalhadas as representações desses objetos.

Vimos em capítulos anteriores que, em alunos com cegueira total, as representações em língua materna (proposições, alguns enunciados, teoremas, etc.) e as expressões algébricas devem ser escritas em braille, devendo-se observar as diferenças de escrita em braille e à tinta. Já as figuras geométricas devem ser ensinadas com o auxílio de um recurso tátil e uma descrição da figura.

O aluno cego, segundo Ochaíta (2010), na ausência da visão, vai construir conhecimento utilizando os outros sentidos remanescentes, como o tato e a audição. Como esses alunos acessam os objetos pelo tato e não pela visão, as representações têm um papel muito mais importante, pois são imprescindíveis para que o aluno possa conhecer objetos não acessíveis pelo tato (MELLO, 2015). Percebemos, pelas entrevistas, que os professores comungam desse pensamento. Um recurso tátil, acompanhado de uma descrição coerente, é fundamental para a aprendizagem de figuras geométricas. A professora Bia nos chama a atenção para o quanto é importante a utilização desses recursos para o ensino da geometria. Segundo ela, a deficiência visual não é um empecilho para o aluno aprender esses conteúdos, desde que se respeitem as fases da aprendizagem, ou seja, que se inicie da base, permitindo que esse aluno faça a leitura tátil.

[...] o estudante não tem dificuldade de aprendizagem em geometria só por ter DV, desde que você comece da base e permita que esse aluno faça leitura tátil. A partir do momento que esse aluno faz esta construção mental ele não terá mais dificuldade (Professora Bia).

De acordo com Ochaíta e Espinosa (2010), pessoas com DV possuem a mesma capacidade de aprendizagem das pessoas videntes, ou seja, o desenvolvimento psicológico não é afetado pela falta da visão. Os autores também nos disseram que o tato será o principal sentido que o deficiente utilizará para a aprendizagem. A utilização de recursos táteis favorecerá a construção mental das figuras associadas à geometria.

Quanto ao começar da base, devemos fazer uma avaliação diagnóstica do aluno para saber quais conhecimentos possui e se ele tem condições de aprender o conteúdo que está sendo ministrado. Sabemos que isso acontece não apenas com os alunos com DV, mas com qualquer aluno. O que pode ser feito para melhorar a aprendizagem desse aluno é buscar um apoio paralelo em outra instituição. Mencionamos isso em capítulos anteriores.

A construção das representações de figuras geométricas, juntamente com a aprendizagem das outras representações em geometria, deve ser trabalhada com todos os alunos, pois a aprendizagem em matemática perpassa pela aprendizagem das representações e todo conhecimento matemático depende da compreensão que um mesmo objeto matemático que pode ser representado por diversos registros. Para alunos com DV, devemos pensar em uma forma de tentar tornar acessível as figuras geométricas. A professora Ana nos mostra como produzir materiais para facilitar a visualização dessas figuras.

Eu indico, confeccionar figuras geométricas contornando com cola glitter, cordão, recorte de EVA, gosto também de relacionar as figuras a objetos do cotidiano, mesa, cadeiras e outros (Professora Ana).

Esses recursos utilizados para a construção e visualização das figuras geométricas não são difíceis de serem produzidos; é claro que o professor nem sempre disporá de tempo para elaborar esses materiais, mas, como vimos em capítulos anteriores, ele pode contar com a ajuda do AEE na confecção desses ou utilizar objetos do cotidiano que estão na sala de aula, como a professora Ana sugere. Segundo Lorenzato (2010), materiais concretos não se restringem só a materiais manipuláveis, mas também a objetos físicos, presentes na vida cotidiana do aluno.

Essa imagem e o conceito da medida do ângulo reto, foi construída com exemplos do cotidiano: a porta fechada e a parede adjacente a porta, o aluno em pé na vertical e o solo na horizontal, o canto da mesa, depois “contando uma história” falamos o que Pitágoras, com outros estudiosos descobriram (Professora Ana).

A aluna Aline nos conta que, na escola regular, alguns professores faziam essas adaptações para facilitar a visualização das figuras geométricas.

Eles contornavam as figuras com cola colorida, às vezes riscava com a caneta para ficar em alto relevo para eu sentir, às vezes contornava com barbantes, recortava alguns papéis no formato de triângulo e formatos de círculos (Aluna Aline).

É importante ressaltar que figuras com muitos detalhes são difíceis de serem percebidas pelo tato. Como vimos em capítulos anteriores, quanto mais detalhes tem uma figura geométrica, mais dificuldade o aluno terá de visualizá-la. Ao mesmo tempo, é importante que ele perceba os detalhes de cada figura para compreender suas propriedades. A professora Bia descobriu isso com seus alunos:

Eu aprendi com meus alunos, que tato não lê “perspectiva”. Se você fizer, em alto relevo, um quadrilátero e traçar uma diagonal ou se você fizer uma figura de um cubo pontilhado e pedir para um aluno com DV ler, ele dificilmente identificará esta figura (Professora Bia).

Ao notar a dificuldade dos alunos em perceber figuras planas e seus detalhes, ela criou um recurso com canudinhos, alfinetes e uma placa de isopor revestida de EVA para trabalhar com seus alunos. Ela chamou esse recurso de *prancha*. Prendendo os canudinhos com alfinete, torna-se possível representar várias figuras planas.

Eu comecei na verdade com um cordão e um dia eu estava mexendo com canudinho de refrigerante... eu olhei pra ele e falei: pronto tá aqui, é a solução. Naquela prancha pode se traçar todas figuras geométricas planas com todos os seus componentes. Só não trabalha os sólidos (Professora Bia).

Foi com esse material que a professora trabalhou as figuras envolvendo o Teorema de Pitágoras e toda a geometria plana com seus alunos, incluindo ângulos, figuras geométricas e até circunferências. Também construiu gráficos com canudinho, cordão e alfinete. Esse recurso criado pela professora Bia é mais perceptível ao tato, fazendo com que seja mais fácil para o aluno com ausência da visão perceber as representações.

Segundo Mello (2015), a visão fornece acesso direto ao objeto e a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica, de modo que ela torna visível tudo aquilo que não é acessível pela visão e não há compreensão sem visualização. Ou seja, para visualizar uma figura, devemos explorá-la: “o desenvolvimento inadequado da habilidade da visualização pode trazer ao estudante processos mentais que impedem ou dificultam a construção de uma ideia ou conceito matemático...” (KALLEF, 2012, p. 43). Por isso é importante que o aluno consiga visualizar corretamente uma figura.

Na minha vivência em sala, também percebi que as figuras com muitos detalhes, como polígonos com diagonais, altura etc. são difíceis de serem percebidas pelo aluno cego, mas, com uma descrição, alguns conseguem “visualizá-las”. Acreditamos que mesmo se for ensinado o que é a figura de um cubo em perspectiva para o aluno com DV total e que o deixe tatear, em outro momento ele dificilmente reconhecerá essa figura. O que é melhor, nesse caso, é utilizar sólidos geométricos. Pensamos o mesmo com desenhos de figuras planas com muitos detalhes, como um triângulo com a altura, ou mediana, ou um hexágono inscrito em uma circunferência. Essas figuras devem ser acompanhadas de uma descrição e quase sempre precisarão da intervenção do professor para que o aluno consiga visualizá-la.

As professoras Bia e Ana, junto à aluna Aline, nos chamam a atenção para o fato de que não só o recurso tátil é importante para a visualização das figuras geométricas, a descrição correta dessas figuras também é essencial. Só o material sozinho na mão do aluno não constrói conhecimento. É necessário que o professor seja o mediador entre o recurso tátil e o aluno, descrevendo e construindo conceitos. Além dessa descrição detalhada, o professor deve explicar as propriedades, os conceitos e as particularidades da representação que o aluno está se apropriando.

Todos os conteúdos de geometria devem ser acompanhados da descrição dos componentes que compõem a figura em estudo. Não é só pôr a figura geométrica (PLANA OU SÓLIDO) na mão do aluno com DV, é necessário que o professor/a se disponha a descrever cada uma das partes que compõem

a figura, tudo deve ser rigorosamente mostrado e explicado com os dois termos: o termo matemático e “no popular” (Professora Bia).

Você constrói imagem para o deficiente visual não é só com o tato, é com a sua descrição também, porque não adianta ele passar a mão se ele não conhece os conceitos e as definições, ele pode passar a mão no triângulo, se você não construiu essa definição, ele vai passar simplesmente a mão. Então, é importante que o professor pergunte a seu aluno se ele está entendendo a sua descrição, ele precisa ouvir do seu aluno se sua fala está chegando como aprendizado (Professora Ana).

As figuras táteis são importantes, mas o fundamental é a oralidade, é explicar o que ele está representando, falar que número ou desenho está no quadro. Então se o professor está falando de cateto oposto, cateto adjacente, é importante nomear, especificar, qual lado que ele está falando, às vezes, descrever tudo se torna redundante para uma sala que só tem alunos que enxergam, mas você tem um aluno que não enxerga então precisa descrever... Se o professor não dispõe de materiais isso não significa que ele não conseguirá dar uma boa aula, se ele puder descrever aquela figura, se ele conseguir explicar, falar, isso já ajuda muito (Aluna Aline).

A professora Ana nos fala que Kallef (2012) afirma que não existe figura na matemática sem legenda, mesmo que ela esteja implícita; além disso, Duval nos diz que cada representação possui regras próprias para o seu tratamento. Nas representações de figuras geométricas, essas regras podem ser as características ou as propriedades de cada figura, como, por exemplo, um triângulo retângulo possui sempre um ângulo reto, o quadrado possui quatro lados iguais e quatro ângulos retos etc. Essas informações devem ser estudadas com as representações de figuras geométricas para o aluno conseguir compreendê-las e saber utilizá-las para a resolução de exercícios ou estudos de outros conteúdos. Observe que, ao colocar as propriedades das figuras, estamos articulando dois registros de representações: a língua materna e a figura geométrica. A compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas (DUVAL, 2017, p. 149).

Mello (2015) nos chama a atenção para o quanto nossas práticas com alunos em escolas regulares podem atrapalhar o aluno com deficiência visual a entender a aula, especialmente os alunos com cegueira total. Como foi dito em capítulos anteriores, o professor que está na sala de aula regular e tem um aluno cego na turma, deve evitar pronomes demonstrativos como: em cima, embaixo, este, aquele etc. As alunas Isa e Aline nos relataram na entrevista que, quando o professor usava esses pronomes, elas não conseguiam acompanhar a aula.

Eu não entendia muito o que o professor falava, porque ele sempre falava, vou pegar isso daqui colocar ali” (Aluna Isa).

Eu sempre falo que é importante nomear as coisas, que número que eu estou falando, que sinal que eu estou falando não só apontar e usar pronomes demonstrativos tipo esse, aquele, isto porque a gente não entende (Aluna Aline).

A linguagem, ou a língua natural, comanda as interações em salas de aula e todas as explicações verbais aos alunos (DUVAL, 2011). Segundo o autor, ela cumpre funções cognitivas e de comunicação, portanto, além de transmitir informações, ela permite conhecer o que está sendo dito (DUVAL, 2017).

Em meu trabalho atendendo alunos com DV, ouvi constantemente reclamações dos alunos em relação à linguagem usada em sala de aula regular. Essa prática é comum a todos os professores. Quando comecei a dar aulas para alunos com cegueira, precisei mudar minha fala, aprender a descrever cada situação, expressão ou figura. Ao fazer a descrição das figuras geométricas e das expressões algébricas, também estamos articulando entre essas representações e a representação discursiva (língua natural), de modo que o conhecimento está sendo construído a partir da aprendizagem dessas representações.

Pensamos, também, que o aluno sempre deve lembrar o professor de sua deficiência e de evitar esses pronomes. Com o excesso de turmas e alunos, o professor acaba esquecendo do aluno com DV. Consideramos importante que ele participe, coloque suas dúvidas e sugestões para que o professor consiga tornar a aula acessível. Com isso, o aluno vai ajudando o professor no processo de inclusão.

Se colocar no lugar do outro, tentar pensar como se não tivesse visão, segundo a professoras Bia e Ana, ajudam o professor a perceber o que dá certo no ensino ao aluno com DV.

[...] eu não sei se sei pensar como cego, mas quando eu vejo toda questão de matemática eu tento ler como se fosse cega. Eu não tenho dificuldade pra descrever com os meninos que quando eu olho pra questão eu olho pensando que eu estou ensinando pro cego, aí eu tento imaginar eu no lugar, eu tento fazer a leitura tátil (Professora Bia).

Pra você ser professor de matemática de aluno cego, você vai ter que pensar como se fosse cego (Professora Ana).

Quanto ao ensino do Teorema de Pitágoras para alunos com DV, o professor Carlos nos contou que confeccionou vários triângulos que se assemelhavam ao triângulo retângulo e foi separando, classificando e testando com seus alunos ao mesmo tempo em que media os lados e verificava os quadrados.

[...] A gente foi construindo retângulos que se assemelhavam ao triângulo retângulo. E o primeiro passo foi esse, reconhecer o triângulo retângulo. Depois disso, fomos fazendo questionamentos para que pudessem fazer o

comparativo dos lados. Nós construímos uma tabela e fomos verificando os resultados dos quadrados (Professor Carlos).

O professor levou o aluno a utilizar as três representações para descobrir o teorema. Observando as figuras geométricas, explorou as propriedades associadas ao triângulo retângulo ao procurar reconhecê-lo, permitindo que os alunos realizassem a investigação, a análise e formulassem hipóteses, ao passo em que iam anotando os resultados dos quadrados e fazendo os cálculos aritméticos e comparando. Então, o aluno interagiu com a figura e suas propriedades: com a representação algébrica, fazendo o registro dos cálculos; e com a representação discursiva ou língua materna. Isso aconteceu de forma dinâmica e significativa, pois ele participou da construção desse conhecimento com as representações e descobriu a relação do triângulo retângulo. Quando o aluno compreende várias representações de um mesmo objeto em dois ou mais registros distintos, ele está realizando a *coordenação*, que é condição fundamental para qualquer tipo de aprendizagem (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016).

Esses triângulos podem ser confeccionados com papel cartão; pode-se colar papelão para ficar mais perceptível para o aluno com DV perceber os ângulos do triângulo; para comparar o ângulo reto pode usar o canto da mesa, ou um esquadro; para medir os triângulos existe uma régua adaptada com pontos em alto relevo nas medidas; e o professor pode ajudar a medir enquanto o aluno vai anotando os resultados dos quadrados em braile. Com isso, o aluno vai descobrindo, sem o uso da fórmula, que os triângulos retângulos possuem um resultado em comum.

Em outro momento, esse mesmo professor utilizou o geoplano e vários quadradinhos de papel para comprovar as áreas do quadrado, verificando o teorema. De forma bem concreta, utilizando um quadradinho de papel para cada unidade de área, foi colocando os quadradinhos sobre os lados dos triângulos e calculando, assim, a área dos quadrados.

Nós fomos construindo quadradinhos... Eu construí com ela no geoplano um triângulo retângulo. Então construímos um quadrado de lado três, um de lado quatro e um de lado de cinco. Ela tinha que construir e ver que quadrado dava pra construir a partir do tamanho daquele lado (Professor Carlos).

Percebemos que as demonstrações quase não são trabalhadas em sala de aula, talvez pela complexidade ou pelo tempo e o excesso de conteúdos que temos que ensinar em um ano. Essa construção com o geoplano não é uma demonstração formal, mas ajuda o aluno a perceber que a relação envolvendo o triângulo retângulo pode ser testada e verificada.

Almouloud (2017) nos coloca a importância de trabalhar com atividades que estimulem a demonstração dos teoremas pelo raciocínio lógico-dedutivo.

Acreditamos que esses tipos de construção não são importantes apenas para o aluno com DV, mas para todos os alunos da classe. O ensino da geometria não pode ser mecânico. Muitas vezes, entregamos a fórmula pronta para decorar e usar e o aluno a esquece depois de um tempo, pois, na verdade, ele não entendeu aquela relação. De acordo com Lorenzato (1995, p. 6), “a geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar”. Segundo Duval (2017), discutir a aprendizagem matemática é descrever um funcionamento cognitivo que permita compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos propostos em situação de ensino.

O professor Carlos nos coloca a importância do ensino significativo do teorema, compreendendo as propriedades, experimentando e testando. Essa experimentação também é importante para que se compreendam as representações, para relacionar conceitos às propriedades e despertar a curiosidade do aluno. Segundo Almouloud (2017), as figuras geométricas devem desempenhar um papel heurístico, levando os alunos à descoberta e à investigação, proporcionando atividades que estimulem as apreensões em geometria.

A fórmula pela fórmula do teorema de Pitágoras, não é o centro do aprendizado. O primeiro passo é compreender qual o significado das propriedades daquele teorema. Isso passa inicialmente pela experimentação. E pra experimentar, o professor de um aluno com deficiência visual, tem que promover situações que provoquem a curiosidade sobre aquele resultado (Professor Carlos).

Lorenzato (1995) reflete que, para uma aprendizagem significativa de geometria, temos que pensar em um ponto de equilíbrio dinâmico entre o intuitivo e o dedutivo, o concreto e o abstrato, o experimental e o lógico. Assim, não só o concreto, mas o concreto com o abstrato, com a noção que esses objetos só são acessíveis por meio da representação, portanto carecem de uma representação para serem estudados. Uma aprendizagem que favoreça a intuição e a dedução, que o aluno descubra por si, as relações e propriedades geométricas por intermédio da lógica e da experimentação. Nesse processo de exploração das situações mais práticas, transparece que o aluno com DV, a partir dessas situações, faz uma associação mais significativa, a relação com novas situações fica mais evidente e à medida em que aquele conhecimento foi internalizado, foi também vivenciado, para além da aplicabilidade da fórmula.

A matemática trabalha com objetos abstratos, ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para sua apreensão, do uso de uma representação. Nesse caso, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas,

gráficos, algoritmos e desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, possibilitando registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2015, p. 169-170 apud MARTINS, 2019, p.72).

É importante ressaltar que essas práticas são importantes para qualquer aluno e que os recursos táteis e a descrição das figuras e das expressões algébricas não atrapalharão o aluno vidente em sala de aula. Todos esses recursos podem ser utilizados por qualquer aluno e a descrição das figuras e das expressões algébricas ajuda a chamar a atenção do aluno vidente para as representações em geometria.

A professora Ana teve uma aluna com deficiência visual em sala de aula regular e agora trabalha em um centro especializado e acredita que as descrições feitas para um aluno com DV, em sala, deixam os demais alunos curiosos e eles acabam prestando mais atenção na descrição e na forma com que o professor apresenta os conceitos.

A aula que preparamos para o aluno deficiente visual é uma aula inclusiva, não mudamos o conceito, mas o adaptamos para todos, com imagens, descrições, adaptação da aula e material, exemplos e outros. Tudo que o professor descrever vai aguçar a curiosidade do aluno vidente dentro da sala de aula. Eles ficam parados, olhando o DV, pra ver se ele vai entender. E acaba que com isso o aluno vidente aprende da mesma forma do deficiente visual (Professora Ana).

O que é bom para os alunos com DV é melhor ainda para os que não têm deficiência, ou seja, que se faz, em geometria, vale para todos da sala (Professora Bia).

Essa aula é pensada no conceito de desenho universal, que é acessível para todos os estudantes³². Acreditamos que essas pequenas mudanças na forma com que o ensino pode ser conduzido favorecem uma aprendizagem mais significativa para todos os alunos. Alunos com DV também têm muito a ensinar para o professor.

[...]um professor muitas vezes tem que mudar a sua forma de ensinar sem modificar os conceitos, na verdade temos que entender que muitas vezes é o aluno que nos ensina a ensinar, com suas próprias dúvidas quando damos a oportunidade de falar. Eu aprendi muito com os meus alunos, os meus alunos foram os meus mestres... (Professora Ana).

Essas mudanças na forma do ensino oferecem vantagens a todos os alunos e também ao professor que aprende muito nesse processo. A troca de conhecimento é mútua quando nos abrimos para novas aprendizagens e nos permitimos mudar e adentrar caminhos nunca percorridos.

³² Para incluir um aluno com deficiência auditiva é necessário um intérprete.

O primeiro objetivo específico da nossa pesquisa foi “verificar quais são as representações utilizadas no processo de ensino do Teorema de Pitágoras com o aluno com DV”. Segundo Duval (2017), “a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas, igualmente, a forma como os objetos nos são apresentados e como podemos ter acesso a eles por nós mesmos”. Investigamos pela fala dos professores e dos alunos como esses objetos foram apresentados aos alunos, em outras palavras, como o professor trabalhou com essas representações durante o ensino do Teorema de Pitágoras.

As representações associadas ao ensino do teorema são representações em língua materna (teoremas, proposições, enunciados), representação algébrica e representação de figuras geométricas. Quanto ao ensino das representações algébricas, já havíamos observado as diferenças da escrita em braille e à tinta e a importância da linguagem utilizada em sala de aula pelo professor, o que foi confirmado em nossas entrevistas quando os alunos pontuaram essa questão.

Quanto ao acesso às figuras, é imprescindível para o aluno com cegueira total que se utilize um material manipulável para viabilizar a visualização das figuras geométricas ao mesmo tempo em que essa visualização deve ser acompanhada de uma descrição e das propriedades da figura. Para o aluno ter acesso às representações das figuras, o professor deve se valer de materiais manipulativos, como o geoplano; ou recortes de triângulos; figuras em alto relevo construídas com cola *glitter*, barbante ou carretilha. Podem-se utilizar, também, objetos do cotidiano, como o canto de uma mesa, uma porta etc. Se a figura tem detalhes como altura, mediana, o aluno terá mais dificuldades de perceber figuras em alto relevo. Uma sugestão, então, é o professor utilizar um material artesanal construído com isopor, EVA, canudinhos e alfinetes. O recurso tátil para auxiliar o ensino das representações precisa estar acompanhado de uma descrição da figura e das propriedades, sendo trabalhado de forma investigativa e exploratória, deixando os alunos descobrirem por si as relações que envolvem o teorema.

Em relação à fórmula do Teorema de Pitágoras, é importante não só para o aluno com ausência da visão, mas para todos os alunos que entendam o significado dessa relação, que descubram, que experimentem de forma dedutiva, intuitiva e investigativa. A aula preparada para um aluno que tem DV é uma aula inclusiva, que serve para todos os alunos. A atenção com as representações, com a descrição, a atenção com linguagem utilizada em sala, o cuidado com a descrição das figuras geométricas e com as expressões algébricas também vai ajudar o aluno sem DV a entender essas representações, permitindo-lhe compreender o objeto matemático em estudo.

5.2 As representações utilizadas pelo aluno com DV

Como vimos com nossos teóricos, para construir conhecimentos em geometria e estudar o Teorema de Pitágoras, o aluno com deficiência visual, assim como qualquer outro aluno, precisa trabalhar com as três representações associadas a esse conteúdo (língua materna, figuras geométricas e expressões algébricas). O aluno que reconhece um objeto em várias representações consegue articular entre os registros, transferir, modificar formulações ou representação de informações durante a resolução de problemas. Segundo Duval, ele passa a enxergar os conteúdos das representações em vez do objeto matemático.

Em nossas entrevistas, buscamos entender como o aluno se apropria e utiliza essas representações para a resolução de problemas em geometria. A professora Bia nos chamou a atenção para o fato de que um aluno que possui cegueira congênita, que não possui memória visual, terá sua aprendizagem diferente daquele aluno que possui cegueira adquirida, pois todas imagens deverão ser construídas por meio do tato. “Quando o aluno tem cegueira adquirida, e tem toda essa informação visual, memória visual, das figuras geométricas é uma coisa, se o aluno tem cegueira congênita, se toda leitura dele é uma leitura tátil, isso é uma outra história” (Professora Bia).

Como vimos anteriormente, é imprescindível o uso de materiais concretos para o aluno se apropriar das imagens relacionadas à geometria. “A utilização do material concreto vai permitir que o aluno literalmente ‘sinta’ o que está sendo ensinado e seja capaz de desenvolver suas abstrações compreendendo, assim, os conceitos matemáticos envolvidos” (SPLETT, 2015, p. 93).

Segundo a professora Bia, para visualizar figuras, os alunos com deficiência visual primeiro observam as partes para depois visualizar o todo. “É importante entender que a leitura tátil é do particular para o geral... significa que o estudante tem que tatear com calma, no seu tempo para compreender (Professora Bia)”.

Duval chama de apreensão perceptiva o reconhecimento imediato da figura. Para quem tem visão normal, seria olhar para um retângulo e reconhecer imediatamente que aquilo é um retângulo. Para o deficiente visual esse reconhecimento das figuras geométricas planas não é imediato, ele precisa tatear as figuras e observar cada parte para conseguir identificá-las. Se a figura possuir muitos detalhes, ele demorará mais tempo para “enxergá-la”, ou pode até precisar de uma descrição da figura. Essa compreensão é muito importante para que o professor saiba como é a leitura do aluno com DV e a apreensão das figuras.

Outro ponto importante, que a professora Ana nos mostra, é que, assim que a construção mental da figura for realizada, ou seja, quando essa imagem for construída pelos alunos cegos, não é necessário fazer novamente essa construção, ou seja, o aluno não esquecerá a imagem que já foi internalizada. Segundo Duval (2017), as representações mentais não passam de representações semióticas interiorizadas. “[...] uma vez que foi construída essa imagem, não será necessário repeti-la, como repetimos para os alunos videntes” (Professora Ana).

Observamos pelas falas citadas a seguir que a Aline conseguia invocar a imagem do triângulo quando precisava, já a Laura, como ainda não tinha feito essa construção e visualização da figura, não conseguia. Isso aconteceu porque ela não teve acesso a nenhum material concreto; então, não tinha a construção dessa figura e, com a pandemia, não estava frequentando as aulas na instituição especializada, estava assistindo aulas *online* da escola regular.

O professor me mostrou o lado maior do triângulo e os outros lados, representou ali para mim e eu fiquei com essa imagem, então toda vez que ele falava: - Ah um triângulo retângulo, eu visualizava na imaginação esse triângulo e ele especificava em qual local estava esses números, por exemplo, se estava na hipotenusa, se estava no cateto, eu imaginava e através da imaginação eu conseguia fazer uns cálculos (Aluna Aline).
 Conseguia imaginar um triângulo retângulo? (Entrevistador).
 Mais ou menos, dá meio que um nó. Só se alguém pegar minha mão e ir desenhando, só assim, pra entender... (Aluna Laura).

O aluno com DV faz uso das representações que lhe são significativas. Quando mudamos de registro, temos que explicar as propriedades ou características diferentes desse objeto (DUVAL, 2017). Para entender um enunciado, ou em teorema, ele precisa saber os conceitos e ter os pré-requisitos associados àquele conteúdo. Para utilizar as figuras, primeiro elas devem ser percebidas por meio de recursos táteis. Para a representação algébrica, o aluno precisa entender a ligação dessa representação com o enunciado e a figura. O conteúdo de uma representação vai depender mais do registro em que ele foi representado do que do objeto que ele representa (DUVAL, 2017).

Perguntamos aos alunos entrevistados quais representações são mais significativas para a aprendizagem do Teorema de Pitágoras, se eles conseguiam compreender mais o enunciado ou os teoremas, as figuras ou as expressões algébricas. Observamos que Karla, talvez pela maturidade que possui devido à formação em matemática, opina que as três representações são importantes, e que uma complementa a outra. Ela reforça a importância da visualização das figuras para a compreensão do conteúdo e para um ensino mais significativo.

Eu acredito que um complementa o outro, porque se a gente fica só na teoria sem as figuras acaba que você faz uma coisa meio sem compreender na prática. Quando os meus colegas falam que tem dificuldade em matemática é porque fica muito abstrato, o professor não leva o material, não mostra como funciona (Aluna Karla).

Segundo ela, quando estudou o teorema, não apresentou dificuldades de compreender as representações envolvendo esse conteúdo, teve facilidade em utilizar as três representações e sempre encontrou professores que a ajudaram, o que contribuiu muito para a sua aprendizagem. Os professores da escola regular que ela frequentou procuravam, de alguma forma, meios de incluí-la no processo de ensino. Percebemos que ela tinha uma boa comunicação com os professores, que os ajudou a encontrar caminhos para visualizar as imagens associadas à geometria:

A maioria dos meus professores de matemática na escola eram bem atentos com relação a minha deficiência. Eu falava pra eles o que ficaria legal pra eles me ensinarem e eles iam lá e faziam, com o recurso que tinha mesmo na escola sei lá, ia aprender triângulo, a gente juntava três canetas e ele me falava do que que estava sendo falado (Aluna Karla).

Ao perguntar se ela tinha dificuldades de interpretar o enunciado, de interpretar figura ou a expressão algébrica, ela respondeu que não, que não tinha dificuldades, mas em certo momento não entendia as partes do triângulo retângulo, os catetos e a hipotenusa. “Quando falava cateto oposto, cateto adjacente, eu tropeçava em algum momento né. Oposto a que? Adjacente a que? E era em relação ao ângulo reto, isso aí só depois de algum tempo que consegui compreender” (Aluna Karla).

Sua construção mental ainda não era sólida. Ao ser reforçada com a descrição do professor, a aluna conseguiu compreender. A representação da figura geométrica deve ser construída com as informações sobre essa representação. Cada representação tem um conteúdo diferente para ser explorado.

O ensino e a compreensão das representações são fundamentais para o processo de aprendizagem de qualquer conteúdo, que deve ser conduzido de forma que o aluno descubra por si as propriedades e as relações, experimentando, analisando e deduzindo. Nas falas das outras alunas, percebemos que, na percepção delas, o ensino não foi conduzido dessa forma, que resolviam as questões, mas sem muito significado, sem pensar muito no que estavam fazendo. A aplicação da fórmula era priorizada no ensino e, muitas vezes, testavam a fórmula até conseguir chegar a um resultado.

Eu era mecânica nos primeiros exemplos que os professores passavam. Então eu copiava e tentava fazer os exemplos seguintes a partir do que eu copiava. Eu fazia tudo de cabeça, fazia mentalmente os cálculos, por exemplo, quando tinha algum exercício e aí eu via o resultado final e aí eu ia fazendo várias formas pra ver se eu conseguia chegar naquele resultado (Aluna Aline).

Às vezes você faz, mas não sabe porque que está fazendo (Aluna Isa).

Duval (2017) nos fala que a compreensão em matemática requer a coordenação entre diferentes registros. A maioria dos alunos permanece aquém dessa compreensão, por isso as dificuldades recorrentes em matemática. “Os únicos acertos que lhe são possíveis se dão em monoregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de significado e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens” (DUVAL, 2017). Os monoregistros, como colocamos nos capítulos anteriores, são os registros associados a expressões algébricas e aritméticas, ou seja, os cálculos e a aplicação e resolução de fórmulas, o que percebemos que é priorizado no ensino da matemática.

Duval (2017) nos fala que é na articulação dos registros, não no “enclausuramento” de cada registro, que o conhecimento matemático é construído. Quando o estudo é conduzido dessa forma, dificilmente o aluno vai levar essa aprendizagem para a vida. Eles até aprendem a aplicar a fórmula, mas sem entender muito o significado desse resultado. Depois de um tempo, os alunos acabam esquecendo, talvez porque aquele conteúdo não foi significativo ou porque não foi utilizado no estudo de outros conteúdos. Isso acontece com todos os alunos, com deficiência ou não. “Um grande problema de matemática seja pra DV ou vidente é justamente isso, não existe ligação entre a ideia e o concreto, muitas vezes aquilo deixa de ter significado, o problema é esse” (Professor Carlos).

Já a aluna Isa, que também nasceu cega, teve acesso a materiais manipulativos, frequentou a instituição especializada, mas reconhece que faltava muito às aulas e não conseguia acompanhar a turma na escola regular. Ela não tinha coragem de abordar o professor e quase sempre era esquecida em sala de aula. Nos disse que conhece as figuras geométricas, mas deixa claro na entrevista que seu conhecimento em geometria é bem superficial, com dificuldades em todas as representações, na compreensão e no desenvolvimento delas. Isso mostra que não basta conhecer as figuras, é preciso saber as particularidades e as propriedades envolvendo essa representação. “Eles me mostraram formas geométricas, montando figuras e caixas, eu acho que foi nisso que eu aprendi as formas geométricas” (Aluna Isa).

A professora Bia acrescenta que às vezes um recurso que ajuda um aluno na aprendizagem pode não servir para outro, que vai depender do estágio de desenvolvimento em

que cada aluno se encontra: “Todo aluno é único, mas entre os alunos com DV eu acho que essa individualidade é muito marcante porque o que funciona pra um aluno para aprender não funciona para o outro aluno” (Professora Bia).

Como disse a professora Bia, cada aluno é único, tem sua história de vida. Alguns são muito estimulados desde pequenos, outros nem tanto, então é necessário que se olhe para o aluno com DV como um ser único, que tem todas as suas capacidades cognitivas preservadas, caso não tenha nenhuma deficiência intelectual. É preciso ter em mente que ele é capaz de aprender como qualquer outro aluno, desde que ofereçamos recursos para incluí-lo no processo de ensino.

Nosso segundo objetivo específico da pesquisa era “identificar quais representações o aluno com DV faz uso para trabalhar com o Teorema de Pitágoras”. Segundo Duval (2017), para compreender qualquer conteúdo de matemática, o aluno precisa “enxergar” as representações associadas ao objeto matemático e saber coordená-las.

Como já foi dito anteriormente, a representação das figuras geométricas é construída com a ajuda de materiais manipulativos, especialmente se o aluno tiver cegueira congênita. Quando não se possui memória visual, toda informação visual será construída por meio da leitura tátil e, para essa construção, primeiro o DV visualizará os detalhes da figura para depois visualizar o todo, ou seja, a sua leitura é do particular para o geral. Uma vez que o aluno DV faz a construção mental de uma figura geométrica, ele guarda na memória essa representação e, em outro momento, consegue utilizá-la sem a necessidade de um material concreto.

Vimos, também, que é o aluno quem fará uso das representações que lhe são significativas, ou seja, ele deve entender as representações e as propriedades relacionadas a ela para compreender o objeto em estudo. Às vezes, o aluno aprende de forma mecânica, priorizando apenas uma representação. Quando ele não entende muito bem o que está fazendo, o conteúdo não é bem compreendido e tudo fica muito abstrato e sem significado.

Sabemos que essa realidade não é só do aluno com DV. Os alunos com visão normal não são diferentes, acabam resolvendo as atividades de forma mecânica, sem pensar muito no que estão fazendo. A capacidade de enxergar um objeto matemático em vários registros, como aponta Duval, não é percebida por nossos alunos. Conforme Duval (2017) diz, temos que pensar em um ensino com uma abordagem cognitiva para contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização, de forma que o aluno consiga perceber e articular as diversas representações envolvendo o conteúdo em questão.

5.3 O tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras

Segundo Almouloud (2017), ao discutir sobre os registros de representação semiótica, da conversão e da coordenação de registros, estamos falando sobre os instrumentos que irão ajudar o professor a tornar o ensino e a compreensão da matemática mais acessíveis.

A coordenação, a capacidade do aluno em reconhecer um objeto em duas ou mais representações distintas, aparece como a condição fundamental para todo tipo de aprendizagem (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016). Segundo Duval (2017), um registro de representação semiótica deve cumprir três atividades cognitivas: formação, tratamento e conversão. A formação aparece no momento em que o objeto é evocado; já o tratamento e a conversão estão associados às transformações e às mudanças de registros. Para que qualquer pessoa aprenda um conteúdo de geometria, ela precisa interagir com essas representações e saber articulá-las para a compreensão do conteúdo e resolução de problemas. O estudo da geometria exige a coordenação entre os diferentes registros de representação: escrita algébrica, figuras geométricas e língua natural.

Segundo Duval (2011, p. 125), a língua natural é um dos registros mais utilizados em matemática para formular definições, teoremas, para efetuar raciocínios matemáticos e para justificar solução. “No ensino da matemática, a língua natural intervém em todos os enunciados de problemas dados aos alunos, mas somente para problemas de aplicação do conhecimento” (DUVAL, 2011, p. 125).

A compreensão do enunciado é fundamental para a resolução de qualquer problema em matemática. O aluno que não consegue interpretar, mesmo que entenda a figura, pode não compreender qual é o problema associado a ela ou qual cálculo deve ser feito para resolver determinado exercício. Vimos, em capítulos anteriores que, de acordo com Almouloud (2017), para interpretar os problemas, Duval (1995) distingue quatro formas de apreensão: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória. A sequencial ocorre quando é solicitado construir ou reproduzir figuras geométricas; perceptiva quando exige o reconhecimento imediato de uma figura; discursiva é a interpretação dos elementos e propriedades de uma figura geométrica mesmo que não estejam explícitas, privilegiando as informações do enunciado; e operatória quando modificamos uma figura e a reorganizamos perceptivamente para algum fim.

Assim, deve-se trabalhar com os alunos essas quatro apreensões, mas isso é algo que o professor só conseguirá se o aluno for capaz de interpretar e compreender as propriedades, os teoremas e as representações associadas ao conteúdo. É preciso fazer um trabalho que estimule o aluno a pensar, interpretar, investigar ou construir as figuras associadas ao enunciado.

O enunciado parece que é muito distante da realidade do que é passado pra ele. Então, se a gente não fizer uma ponte entre o que o enunciado tá falando e aquilo que ele já sabia antes não dá, não é a mesma coisa, são mundos diferentes, como se aquela pergunta tivesse sendo feita numa língua que ele não conhece e aí quando você não interpreta aquela língua, o processo de compreensão é complexo (Professor Carlos).

Sabemos que esse problema vai além do uso dos registros das representações semióticas e que é uma realidade da maioria dos alunos, DVs ou não. Em matemática, a interpretação de textos acaba se agravando um pouco, pois ainda privilegiamos muito os cálculos algébricos e aritméticos em nosso ensino. A leitura e compreensão de teoremas também não é trabalhada. O aluno precisa fazer a ligação com outros conhecimentos, já aprendidos por ele, para que esse novo conceito possa acomodar e ter significado. É preciso compreender que os objetos matemáticos possuem diversas formas de serem representados.

Agora eu acho que para o aluno com DV, não é automático essas relações... essa ligação... parece que cada situação é uma situação e nem sempre aquilo que está escrito no enunciado remete aquela situação que ele estudou, aquela formulazinha que ele trabalhou [...] depende também daquilo que ele também já tem estudado (Professor Carlos).

De acordo com Duval (2011), a dificuldade de conversão da língua natural para outros registros existe porque entre eles há uma distância cognitiva considerável, porém a língua natural remete sempre a outro registro, pois a utilização da língua na matemática é diferente da utilizada fora da matemática. Se o aluno não possui conhecimento matemático suficiente, nem maturidade lógica para entender o enunciado, certamente terá dificuldades de compreensão e resolução dos exercícios. “Ele explicava o enunciado, porque eu ficava perdida, tenho muito problema de interpretação” (Aluna Isa).

Segundo o professor Carlos, tudo vai depender muito das experiências prévias do aluno com as representações associadas ao conteúdo. Como já mencionamos, o estudante deve compreender as representações e as propriedades associadas a elas.

Depende da experiência que ele teve com aquele conteúdo, com aquela figura, com aquela imagem. Se aquilo ficou muito claro pra ele, se ele explorou bem as propriedades, se ele conseguiu manipular bem... é mais fácil dele compreender o enunciado (Professor Carlos).

O aluno deve possuir alguns conhecimentos geométricos para aprender o teorema: saber o que é um triângulo retângulo, um ângulo de 90° , a condição de existência de um

triângulo etc. Assim, poderá compreender o enunciado de problemas que envolvem a geometria e fazer a conversão para outras representações.

Duval e Almouloud nos dizem que devemos priorizar o ensino da conversão. O professor Carlos também acha que isso é pouco explorado em sala de aula. Quando o aluno lê uma questão, interpreta e faz um cálculo ou imagina uma figura, ele está realizando uma conversão para outras representações.

Claro que algumas questões são realmente muito complexas, mas a maioria das questões tenta verificar se o aluno sabe fazer isso, essa transposição do enunciado com aquilo que eu consigo enxergar mentalmente e a partir disso conseguir interpretar, fazer um cálculo, esse é o grande problema que às vezes a gente não explora muito na sala de aula, e tem que ser explorado! (Professor Carlos).

O grande problema em geometria talvez seja a quantidade de problemas que trabalhamos e que não estimulam a interpretação e a investigação. Damos muita ênfase ao cálculo algébrico e não trabalhamos muitas situações-problema que estimulem os alunos a pensar e mudar as representações. Segundo Almouloud (2017), as conversões são menos utilizadas do que os tratamentos e, quando são utilizadas, priorizam apenas um dos sentidos.

Quanto aos tratamentos nas figuras geométricas, os professores nos relataram que nenhum dos seus alunos com cegueira total conseguiu fazer modificações nas figuras apenas mentalmente. Todos precisaram de um recurso tátil para entender e fazer as modificações e, mesmo assim, alguns precisaram da ajuda do professor. Segundo Duval (1993 apud MELLO, 2015, p. 126), “tratamentos figurais são operações que podem ser efetuadas materialmente ou mentalmente sobre as unidades figurais em uma figura geométrica, para obter uma modificação dessa figura”.

Até mesmo a aluna Karla, que tinha facilidade em matemática e aprendeu bem o Teorema de Pitágoras, reconhece que é difícil imaginar uma figura mentalmente e modificá-la: “De cabeça é difícil, eu consegui ter essa noção quando ficou algo mais palpável...” (Aluna Karla).

Para o aluno DV total conseguir fazer essas transformações, provavelmente, vai precisar de um recurso tátil e, muitas vezes, do auxílio do professor. A capacidade de modificar e transformar as figuras foi chamada por Duval de apreensão operatória e foi dividida em: modificação mereológica; modificação ótica; e modificação posicional. Modificação mereológica é quando repartimos a figura, reagrupamos ou dividimos; modificação ótica acontece quando transformamos a figura em outra considerada a sua imagem; e modificação posicional é quando deslocamos a figura para algum fim. Essas

modificações podem ser feitas utilizando a prancha sugerida pela professora Bia, pois nela é possível colocar e retirar os canudos, fazendo as modificações possíveis. Pode-se também utilizar o geoplano e liguinhas para fazer as representações e modificações.

Quanto às representações algébricas, a dificuldade geralmente aparece em escrever a situação em linguagem matemática ou utilizar corretamente a fórmula. Annie Berté (1995 apud BASTIAN, 2000) fez um levantamento dos erros mais comuns cometidos pelos alunos franceses na resolução de exercícios que exigiam a aplicação do teorema. Podemos citar como exemplo: usar o teorema para calcular o terceiro lado do triângulo, sendo esse triângulo não retângulo ou não conseguir aplicar o teorema em figuras em que o triângulo retângulo não está explícito. Bastian (2000) concluiu que esses erros também são cometidos por alunos brasileiros. Se nossos alunos ditos “normais” cometem esses erros, os alunos com DV também, com as acrescidas dificuldades geradas pelas diferenças de escrita em braille e à tinta.

O que oferece significado ao estudo da geometria e do teorema em si é o que representam esses cálculos. É indispensável que o aluno entenda a ligação dos cálculos com a figura geométrica. O professor Carlos nos disse na entrevista que devemos explorar o significado real da fórmula:

Eu acho que a principal dificuldade, é você associar a parte algébrica com o reconhecimento da figura. Quando você faz a experimentação lá, fica até tranquilo. E aí, quando você vai fazer a ligação das duas parece que são mundos diferentes. E essa interpretação não fica muito clara, esse significado não é direto. E isso, na minha experiência tem indicado que advém da não exploração do significado real daquilo que aquela “fórmula” realmente quer dizer (Professor Carlos).

Segundo Duval (2017, posição 257), “existe como que um ‘enclausuramento’ de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes”. Isso atrapalha a capacidade dos alunos em utilizar os conhecimentos já adquiridos e de adquirir novos conhecimentos, limitando a capacidade de compreensão e aprendizagem da matemática.

Quando você apresenta uma imagem, ele tem mais facilidade e compreensão de que só um cálculo. O cálculo pelo cálculo, na maioria das vezes faz com que se desenvolva comportamentos automáticos que se pareçam com exemplos já trabalhados, ou seja não conseguem associar a nova situação, porque realmente o que foi trabalhado não faz sentido (Professor Carlos).

A professora Ana acha difícil que os alunos façam essas conversões e entendam o significado disso, pois acabam fazendo de forma mecânica sem pensar no que significam essas representações. Duval (2017) nos diz que “passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto”. Talvez por isso nossos alunos tenham dificuldade ao compreender a conversão.

São poucos alunos que se ligam a essa realidade. Essa interpretação está mais para os professores que para os alunos, é como se ele aprendesse mecanicamente as regras, é como se fosse regra de um jogo de videogame, primeiro passo é esse, segundo passo é esse... (Professora Ana).

Nosso terceiro objetivo da pesquisa foi “identificar como o aluno com DV faz o tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras”. Percebemos, em nossas entrevistas, que isso depende muito do aluno, de como ele foi estimulado e da sua história de vida e de aprendizagem.

Quanto aos tratamentos das representações, observamos que, em relação às figuras, o aluno provavelmente precisará de um material manipulativo para realizar as modificações, o que, mentalmente, segundo nossos pesquisados, é difícil imaginar. Com um recurso tátil torna-se possível que o aluno faça essas modificações. Quanto aos tratamentos algébricos, observamos que são priorizados no ensino, mas às vezes os alunos os utilizam de forma mecanizada, sem muita compreensão. Observamos que muitos alunos têm dificuldades de interpretar os enunciados e isso é um problema de todos, não só dos alunos com DV.

Observamos que a conversão não é muito compreendida pelos alunos, que acabam decorando as fórmulas e aplicando mecanicamente sem pensar no significado desse resultado. Por isso, muitas vezes, o conhecimento que eles adquirem não é suficiente. Segundo Duval (2017), uma das características importantes que a atividade matemática mobiliza é a diversidade de registros. No entanto, essa variedade raramente é levada em conta no ensino. Se queremos analisar as dificuldades em matemática, é preciso estudar, prioritariamente, a conversão das representações e não os tratamentos, ou seja, devemos priorizar a conversão, pois as mudanças de registro têm vantagens em relação ao tratamento porque facilitam a compreensão e a descoberta (ALMOULOU, 2017).

6 PRODUTOS EDUCACIONAIS

Para elaborar nosso produto educacional, utilizamos os dados coletados em nossa pesquisa, produzindo um material que possa ser utilizado em sala de aula por todos os alunos, independentemente se esses possuem deficiência visual ou não. Observando as falas dos professores e dos alunos nas entrevistas, consideramos a importância da oralidade além do material manipulativo, utilizado pelos professores do CAP-GO.

Hoje, é quase certo que a maioria dos alunos possui um celular ou tem acesso à internet por outro meio, por computador, *tablet*, em casa ou na escola. Observamos que os alunos com deficiência visual também se apropriaram dessa ferramenta para auxiliar na comunicação e para gravar aulas, fazer pesquisas etc. Pensamos, portanto, em desenvolver um *podcast* educacional com uma atividade sobre o Teorema de Pitágoras que poderá ser utilizado não só pelo aluno cego, mas por qualquer aluno, tendo deficiência ou não.

Além do *podcast*, elaboramos um caderno educacional para o professor, contendo orientações acerca do nosso material e outras sugestões de atividades envolvendo o Teorema de Pitágoras e incluindo alunos com DV no ensino. Acreditamos que esse produto será de grande valia para os professores e alunos, pois, juntamente com os recursos que já existem, ele será mais uma ferramenta que o professor poderá dispor para tornar sua aula mais diversificada, atrativa e significativa.

6.1 Desenvolvimento do *podcast*

O *podcast* educacional **Teorema de Pitágoras** foi desenvolvido para ser utilizado por qualquer pessoa que queira estudar o teorema. Esse material consiste em 6 aulas gravadas em formato de áudio, disponibilizadas através do aplicativo Spotify, que podem ser utilizadas tanto para introdução do conteúdo, quanto para o aprofundamento do estudo.

A tecnologia está, cada vez mais, presente em nossa vida e também na vida de pessoas com deficiência visual, que podem ouvir essas aulas em casa, na sala de aula ou em qualquer ambiente por meio do celular, computador ou outra tecnologia. O professor pode utilizar esse recurso tanto para o estudo do conteúdo em sala ou para atividades extraclasse.

No Quadro 7, a seguir, apresentamos como estão divididas nossas aulas e os *links* de acesso de cada aula com o tempo de duração de cada uma. Em alguns problemas, sugerimos que se utilize algum material concreto ou recurso manipulável para a visualização das representações das figuras geométricas.

Quadro 7 – *Podcast* educacional: Teorema de Pitágoras

Episódio	Título	Descrição
Episódio 0 (1:30)	Apresentação	Apresentação da autoria e do <i>podcast</i> educacional
Aula 1 (07:30)	O problema do painel	Nesse episódio Ana utiliza o Teorema de Pitágoras para descobrir o tamanho da TV que cabe em seu painel.
Aula 2 (07:38)	Um tal Pitágoras	Nesse episódio Ana conhece um pouco mais sobre Pitágoras e seu teorema.
Aula 3 (05:33)	O problema da escada	Nesse episódio Ana utiliza o teorema de Pitágoras para resolver um problema sobre uma pintura no teto.
Aula 4 (04:59)	Perguntas e respostas:	Questões 1, 2 e 3
Aula 5 (08:33)	Perguntas e respostas:	Questões 4, 5 e 6
Aula 6	Perguntas e respostas:	Questão 7, 8 e 9.

Links de acesso as aulas:

Episódio 0

https://open.spotify.com/episode/0Z0AgXKRLgtwYhjfpXrsdb?si=e79jpwqPTPiFnWzgXxL_Ig

Aula 1

<https://open.spotify.com/episode/66ieB2uwmkcpjUTmGJ9fcw?si=AsGFBOsNQ-mRwL7P30-axA>

Aula 2

<https://open.spotify.com/episode/5yWII1o23gGNal0hzlFvGS?si=UIyf6-6VRISVSOvbNleIcw>

Aula 3

<https://open.spotify.com/episode/7CB67Zi4za9yyPOVozu93Q?si=fFILECisRvOBYbysyqPzvQ>

Aula 4

<https://open.spotify.com/episode/6X0Jc5dj3XOHJ7an1n0FKr?si=Q5osSsBwReeMRkY83H1tFA>

Aula 5

<https://open.spotify.com/episode/5tGozzq8FuFUBQhYSakB4N?si=GVtrwNwwQIK8k1zGRHxD-g>

Aula 6

<https://open.spotify.com/episode/1jv305W9J2HBdRWGyijcI0?si=N1CIKwN2R1mu-PFJz49g3Q>

6.2 Desenvolvimento do Caderno Pedagógico

Nosso caderno pedagógico, intitulado: *Teorema de Pitágoras: uma proposta para alunos com deficiência visual*, foi pensado para que o professor tenha em mãos um material simples para ajudar a ensinar o Teorema de Pitágoras para um aluno que tenha deficiência visual ou não, valorizando o ensino das representações envolvendo o teorema.

No capítulo 1, apresentamos algumas representações em braille de símbolos da geometria e discorremos sobre eles. No capítulo 2, o professor conhecerá um pouco sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval e suas as contribuições para o ensino da geometria.

Já o capítulo 3 apresenta algumas atividades que podem ser realizadas para o ensino do Teorema e suas adaptações para o aluno com deficiência visual. Por fim, no capítulo 4, apresentaremos nosso *podcast* educacional, também exposto nessa dissertação. Procuramos incluir em cada atividade as adaptações para o aluno com deficiência visual e os materiais que podem ser utilizados para facilitar a visualização das figuras geométricas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral de nossa pesquisa foi compreender como alunos com deficiência visual interagem com os diversos registros de representação e como eles os articulam nas atividades matemáticas sobre o Teorema de Pitágoras.

O estudo das representações em matemática é importante porque, segundo Duval (2017), por um lado os objetos matemáticos não estão acessíveis ao mundo real e, por outro lado, eles só são acessíveis por meio de suas representações. Então, é importante observar como os objetos são apresentados aos alunos, ou seja, como são apresentadas e trabalhadas as representações dos objetos (Duval, 2017).

Antes da pesquisa, eu não conhecia essa teoria e, durante esse estudo, percebi que ensinava as representações de forma intuitiva e que, às vezes, presenciava as dificuldades dos alunos em compreendê-las porque eles não compreendiam as diversas representações de um mesmo objeto, confundindo o objeto com as representações e não percebendo que elas fazem parte de um mesmo objeto. Então, a Teoria de registros de representação semiótica ajudou a rever minha prática e a forma com que vejo os conteúdos e objetos matemáticos. Para este trabalho, utilizamos apenas uma parte da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval e acreditamos que foi o suficiente para responder nossos questionamentos e até para elaboração de um ensaio para estudos posteriores.

Inicialmente, pensamos em realizar essa coleta presencialmente, o que tornaria essa pesquisa mais rica, mas a pandemia, juntamente com minha gravidez, nos fez pensar em mudar o método de coleta e o tema do trabalho. Então, utilizamos entrevistas com professores que atendem deficientes visuais no CAP-GO e alunos que possuem cegueira total e já estudaram esse conteúdo. Inicialmente, pensamos em realizar essa coleta presencialmente, o que seria uma experiência mais significativa e rica, mas a realidade deste momento pandêmico nos levou a repensar nossa pesquisa e nosso método de coleta.

As entrevistas, de certa forma, limitaram nossa pesquisa, pois não pudemos analisar os produtos dos alunos ao resolver atividades de geometria, interagindo e articulando com os registros de representação. Nossa coleta ficou restrita à percepção dos alunos em relação à aprendizagem do teorema e à aplicação desse conteúdo. Mesmo assim, conseguimos responder grande parte dos nossos questionamentos e contribuir com um conteúdo para auxiliar o professor a ensinar o Teorema de Pitágoras e até outros conteúdos de geometria para o aluno com DV.

Duas das alunas tinham estudado esse conteúdo recentemente na escola regular e as outras duas estudaram há mais tempo e já possuem curso superior; mesmo assim, conseguiram contribuir para a nossa pesquisa pela maturidade que ambas tinham e por se lembrarem de quando estudaram esse conteúdo na escola ou no CAP/GO. Essas entrevistas, somadas às entrevistas dos professores, nos ajudaram a responder nossos questionamentos e pensar na forma que é ensinado não só o teorema de Pitágoras, mas qualquer conteúdo de geometria para alunos com deficiência visual ou não.

Algumas entrevistadas relataram a dificuldade de compreender as representações e utilizá-las na resolução de problemas envolvendo o Teorema outras disseram que com o acompanhamento do professor e com os recursos táteis conseguiram acompanhar o conteúdo. Mas todas foram unânimes em relatar a importância do material concreto ou manipulável para a visualização das figuras planas e também da descrição das figuras e das expressões algébricas.

Na descrição das representações algébricas, ou seja, das fórmulas e cálculos associados ao Teorema, o professor tem que estar atento às diferenças de escrita à tinta e em braille para não confundir o aluno. E, para a compreensão das figuras, o aluno carece de um material manipulativo para visualizar as figuras geométricas.

Os professores, em suas entrevistas, colocaram a importância também em respeitar o conhecimento e a individualidade de cada aluno, começando a ensinar da base, ou seja, observando, também, os pré-requisitos para o estudo do Teorema de Pitágoras e utilizando materiais adaptados para a visualização das figuras, juntamente com a descrição das imagens, dos cálculos e das propriedades associadas a cada representação. Assim, é possível fazer a conexão com outros conteúdos e estimulá-los a pensar e descobrir os resultados associados ao estudo do teorema.

Vimos que, na ausência da visão, o aluno com cegueira congênita utiliza os outros sentidos para a aprendizagem. E, dentre esses sentidos, o tato é o que propicia a visualização das imagens. Para a visualização das imagens, primeiro o aluno com DV percebe as particularidades da imagem para depois perceber o todo. Quanto mais detalhes a figura tiver, mais difícil será para o aluno com DV perceber e construir essas imagens; mas, uma vez construída essa imagem, não é necessário fazer isso novamente, o aluno conseguirá evocar a figura e utilizá-la. Já para modificação das figuras, o aluno, provavelmente, precisará de um recurso tátil, pois é difícil para ele fazer essas transformações mentalmente. A construção de imagens das figuras geométricas é feita por intermédio de recursos táteis, como figuras em alto relevo, adaptadas com cola *glitter*, barbante, recortes em EVA ou utilizando objetos do cotidiano. Também é utilizado o geoplano ou um material adaptado que consiste em um

isopor revestido de EVA, no qual representamos as figuras por meio de canudos presos em alfinetes. Esses dois materiais possibilitam também a modificação das figuras geométricas, ou seja, os tratamentos das figuras, que vimos que são feitos com ajuda de um material manipulativo, pois essas modificações são difíceis de serem feitas apenas mentalmente.

Os professores também colocaram que um material manipulável utilizado para o ensino de um aluno com deficiência visual pode ajudar a qualquer aluno, independente se possui deficiência visual ou não. Da mesma forma, a descrição das figuras geométricas aguça a curiosidade e fixa as propriedades das figuras para os alunos videntes. Ou seja, as pequenas mudanças no ensino para incluir um aluno com deficiência visual beneficiam a todos os estudantes da classe.

Os professores nos relataram que, às vezes, em sala de aula, o ensino é mecânico, priorizando a aplicação das fórmulas e que temos que pensar em um ensino que estimule a descoberta e a experimentação; isso porque esse ensino, além de mais significativo, ajuda o aluno a ter uma aprendizagem mais sólida, a fazer ligações com outros conteúdos, conseguindo utilizar esse conhecimento adquirido para o estudo de outros conteúdos. Então, ao invés de mostrar os resultados ou as fórmulas, é preciso colocar o aluno para descobrir as relações, para entender as propriedades que envolvem o triângulo retângulo e qualquer outro conteúdo de geometria.

Duval (2017) nos chama a atenção para o fato de que, para compreender um conteúdo de matemática, devemos coordenar diversas representações e dar prioridade ao estudo das conversões, ou seja, das mudanças de registros e seus significados. Então, a conversão deveria ser priorizada no ensino e geralmente não é. O autor também nos diz que, em um registro de representação semiótica, o importante é as transformações que ela permite efetuar.

Com a coleta e o estudo realizados em nossas pesquisas, construímos um caderno pedagógico para auxiliar o professor no ensino do teorema de Pitágoras e um *podcast* como ferramenta de ensino para os alunos com DV ou para qualquer um que queira estudar o Teorema. O referido material pode ser utilizado tanto em sala de aula quanto em atividades extraclases. Reiteramos que algumas ideias de adaptações podem ser ensinadas em qualquer conteúdo de geometria que exige a visualização de imagens.

Observamos, em nossa pesquisa, que pequenas mudanças na forma com que ensinamos o aluno com deficiência visual podem beneficiar todos os alunos da classe. O aluno com deficiência visual tem a mesma capacidade de aprendizagem de uma pessoa vidente, mas ele precisa de adaptações no ensino para ajudar a ser incluído na aprendizagem e conseguir articular com as representações associadas ao Teorema de Pitágoras, como materiais manipuláveis e a descrição das imagens e cálculos algébricos.

Acreditamos que mudar a forma com que vemos o aluno com DV já é um grande passo para incluí-lo no processo de ensino. Se pensarmos que o aluno cego tem as mesmas condições de aprender matemática que um aluno comum, desde que levemos em consideração a ausência da visão, de modo que nos coloquemos no lugar desse aluno e tentemos imaginar se a aula está acessível, diminuiremos muito os problemas de acesso à aprendizagem.

Do modo como percebo em minha atuação como professora de alunos cegos, e também foi reforçado pela fala dos professores entrevistados, é preciso deixar a comunicação aberta entre o professor e o aluno, ouvir e considerar o que o aluno tem a dizer. Se o professor abrir essa porta, aprenderá muito com seus alunos cegos. Como disseram as professoras nas entrevistas, os alunos “serão seus mestres”.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros De Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2017. E-book: Kindle.
- ALMOULOUD, Saddo Ag; MELLO, Elizabeth Gervazoni Silva de. **Iniciação à demonstração**: aprendendo conceitos geométricos. Caxambu, 2003.
- ANJOS, Daiana Zanelato dos. **Da tinta ao Braille**: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em braille. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2015.
- ARAÚJO, Maria Marlene de. **A História da Educação do Deficiente Visual**. 1995. 94 f. Monografia (Especialização em Psicopedagogia)- Faculdade de Educação da UFG, Goiânia, 1995.
- BASTIAN, Irma Ferri. **O Teorema de Pitágoras**. 2000. 229 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.
- BRASIL, Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP 1**, de 18 de fevereiro de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. 2002a.7p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf. Acesso em: 12 dez. 2021.
- BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado Federal, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm. Acesso em: 10 de out. 2021.
- BRASIL, Coordenadoria nacional para integração da pessoa portadora de deficiência. **Declaração de Salamanca**: sobre Princípios, Políticas e Práticas na área das Necessidades Educacionais Especiais: Brasília: CORDE, 1994. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf>. Acesso em: 02 jan. 2022.
- BRASIL. **Decreto nº 3298**, de 20 de dezembro de 1999. Regulamenta a Lei nº 7.853, de 24 de outubro de 1989, dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências. Brasília, 1999. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d3298.htm. Acesso em: 02 jan. 2022.
- BRASIL. **Decreto n 6.949**. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. Diário Oficial da União de 25 de agosto de 2009. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2009/decreto/d6949.htm Acesso em: 12 dez. 2021.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo da educação básica 2020**: resumo técnico [recurso eletrônico] – Brasília: Inep, 2021a.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Glossário da educação especial: Censo Escolar 2021**. Brasília, DF: Inep, 2021b.

BRASIL. **LDB**: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: Senado Federal, 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm Acesso em: 12 out. 2021.

BRASIL. **Lei nº 10.436**, de 24 de abril de 2002b. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências. Diário oficial da união. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/cCivil_03/LEIS/2002/L10436.htm. Acesso 26 jul. 2022.

BRASIL, Lei nº 13.146. **Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência)**. Diário Oficial da União De 6 de julho de 2015. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2015-2018/2015/lei/113146.htm. Acesso em: 12 dez. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Plano decenal de educação para todos**. Brasília: MEC, 1993. 120p. Disponível em: <http://dominiopublico.mec.gov.br/download/texto/me002598.pdf> . Acesso em: 02 jan. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 02 jan. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Plano nacional de educação** - Brasília: MEC, 2001a. 88p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/L10172.pdf>. Acesso em: 02 jan. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Diretrizes nacionais para a educação especial na educação básica**. 2001b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/diretrizes.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 2.678**, de 24 de setembro de 2002. Disponível em: https://www.udesc.br/arquivos/udesc/documentos/PORTARIA_N_2_678_DE_24_DE_SETEMBRO_DE_2002_15247494267694_7091.pdf. Acesso em: 29 jul. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa**. Elaboração: Jonir Bechara Cerqueira *et al.* Brasília: MEC/SEESP, 2006a. Disponível em: http://antigo.ibr.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/Braille/Cdigo-Matematico-Unificado.pdf . Acesso em: 29 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Normas técnicas para produção de textos em Braille**. 2006b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/textosbraille.pdf>. Acesso em: 01 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. SEESP. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Documento elaborado pelo Grupo de Trabalho nomeado pela Portaria nº 555/2007, prorrogada pela Portaria nº 948/2007, entregue ao

Ministro da Educação em 07 de janeiro de 2008. 19p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf> Acesso em: 12 dez. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. SEESP. Presidência da República. **Decreto nº 6.571**, de 17 de março de 2008. Dispõe sobre o atendimento educacional especializado, regulamenta o parágrafo único do art.60 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e acrescenta dispositivo ao Decreto n. 6.253, de 13 de novembro de 2007. Diário Oficial da União, Brasília, nº188, 18 de setembro de 2008. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/decreto/d6571.htm. Acesso em: dez. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CENTRO DE APOIO PEDAGÓGICO PARA ATENDIMENTO ÀS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL - CAP/GO **Projeto Político Pedagógico - PPP**. Goiânia, 2021.

CONDE, Antônio João Menescal. **Definição de cegueira e baixa visão**. Disponível em: http://www.ibc.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/ARTIGOS/Def-de-cegueira-e-baixa-viso.pdf. Acesso em: 01 out. 2021.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no mundo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Organização: Tânia M. M. Campos; tradução: Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, [s. l.], v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465>. Acesso: 20 set. 2021.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2017. E-book: Kindle.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Uma análise vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. 2004. 300f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo/SP, 2004.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. 2008. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **Unión**, [s. l.], v. 10, 2007a, p. 59-76.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Transição entre o intra e interfigural na construção de conhecimento geométrico por alunos cegos. **Educação Matemática Pesquisa**, [s. l.], v. 9, 2007b, p. 121-153.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3.ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FREITAS, Cristiane Alves. Refletindo sobre a formação docente para uma educação crítica inclusiva no ensino de artes visuais. **Revista Educação, Artes e Inclusão**, [s. l.], v. 7, n. 1, 2013, p. 1-21.

FREITAS, Fabrício; Bertolucci, Cristina; Roveda, Crislaine; Silva, João. Abrindo a caixa de pandora: as competências da matemática na BNCC. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, [s. l.], v. 8, n. 17, p. 265-291, 2020. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/627>. Acesso em: 14 out. 2021.

FROEHLICH, Daniela Camila; MEURER, Ane Carine. Base Nacional Comum Curricular: Educação Especial em foco. **Revista Educação Pública**, [s. l.], v. 21, nº 7, 2 de março de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/7/base-nacional-comum-curricular-educacao-especial-em-foco>. Acesso em: 13 out. 2021.

GIL, Marta (Org.). **Cadernos da TV Escola: Deficiência Visual**. Brasília: MEC, Secretaria de Educação a Distância, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/deficienciavisual.pdf> Acesso em: 10 de jul. 2021.

HENRIQUES, Afonso; ALMOULOU, Saddo Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência e Educação**, [s. l.], v. 22, n. 2, 2016, p.465-487.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius *et al.* **Um evento histórico: o que foi e como aconteceu o I Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva**. I Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva, 2019. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/ENEMI/ENEMI2019/paper/viewFile/1119/1501>. Acesso em: 24 out. 2021.

JÚNIOR, Janary. **Sancionada lei que classifica visão monocular como deficiência visual**. Agência Câmara de Notícias, 2021. Disponível em: <https://www.camara.leg.br/noticias/738508-sancionada-lei-que-classifica-visao-monocular-como-deficiencia-visual>. Acesso em: 08 dez. 2021.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. Dois desafios para o ensino de geometria e para a inclusão do deficiente visual na escola: visualização e interpretação de figuras geométricas. **Revista Educação Matemática em Foco**. Campina Grande: EDUEPB, v. 1, n.2, ago./dez. 2012, p. 33-55.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; ROSA, Fernanda Malinosky Coelho da. Recursos didáticos manipulativos e tecnológicos para o ensino de Matemática com vistas à inclusão. **Revista Educação Pública**, 2016. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/16/26/recursos-diditicos-manipulativos-e-tecnologicos-para-o-ensino-de-matematica-com-vistas-incluso>. Acesso em: 05 nov. 2021.

KIT Multiplano Braille com Manual de uso + 100 vídeo aulas. **Multiplano Produtos Educacionais**, 2021. Disponível em: <http://multiplano.com.br/produto/kit-multiplano-braille/>. Acesso em: 05 nov. 2021.

LORENCINI, Pricila Basilio Marçal. **Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim**. 2019. 226 f. Mestrado (Educação em Ciências e Educação Matemática)- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

LORENZATO, Sergio Aparecido. Por que não Ensinar Geometria? *In*: LORENZATO, Sergio Aparecido. **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, ano 3, n. 4, 1995, p.03-13.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Coleção/formação de Professores. 3 ed. Campinas São Paulo: Autores Associados, 2010.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2017. E-book: Kindle.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Inclusão Escolar: o que é? por quê? como fazer?** São Paulo: Moderna, 2003.

MARANHÃO, Maria Cristina Sousa de Albuquerque; Iglori; Sonia Barbosa Camargo. Registros de representação e números racionais. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2017. E-book: Kindle.

MARTINS, Elen Graciele. **Um estudo sobre os estilos de pensamento matemático mobilizados por um sujeito cego ao resolver sistemas de equações lineares**. 2019. 192 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

MAURO, Fadia Yasmim Costa. **O direito de ser diferente: uma análise do direito à educação inclusiva das pessoas com deficiência**, 2018. 141 f. Dissertação (Mestrado)- Universidade Federal do Pará, 2018.

MELLO, Elisabeth Marcon. M. **A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval**. 2015. 177 f. Tese (Doutorado em Educação)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MELLO, Elisabeth. Marcon. O Professor, alunos Cegos e a Linguagem Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [s. l.], v. 2, n. 2, 2013, p. 132-143.

MENDES, Rosana Maria; GOMES, Adrielly Antonia Santos; CAPORALE, Silvia Maria Medeiros. **A Deficiência Visual e a Baixa Visão: estado da arte das pesquisas acadêmicas em Educação Matemática**. Bolema: Boletim de Educação Matemática [online], Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 413-431. 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/zW5rfb665sFqmFz9wD8zxRd/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em 01 jan. 2022.

MERCADO, Karen Paola Valencia. **Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos: da tinta ao Braille.** 2020. 136f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2020.

MERCADO, Elisangela Leal de Oliveira; FUMES, Neiza de Lourdes Frederico Fumes. **Base nacional comum curricular e a educação especial no contexto da inclusão escolar.** Encontro Internacional de Formação de Professores e Fórum Permanente de Inovação Educacional, [s. l.], v. 10, n. 10, 2017. Disponível em: <https://eventos.set.edu.br/enfope/article/view/4770> . Acesso em: 26 jul. 2022.

OCHAÍTA, Esperanza; ESPINOSA, M^a Angeles. Desenvolvimento e intervenção educativa nas crianças cegas ou deficientes visuais. In: COLL, César; MARCHESI, Álvaro; PALACIOS, Jesus (Orgs). **Desenvolvimento Psicológico e educação.** Tradução de Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2004, p.151-170.

PASSOS, Angela Meneghello; PASSOS, Marinez Meneghello; ARRUDA, Sergio de Mello. A Educação Matemática Inclusiva no Brasil: uma análise baseada em artigos publicados em revistas de Educação Matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 6, n. 2, 2013.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SÁ, Elizabet Dias de; CAMPOS, Izilda Maria de; SILVA, Myriam Beatriz Campolina. **Formação Continuada a Distância de Professores para o Atendimento Educacional Especializado.** Brasília: SEESP/ SEED/ MEC, 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/ae_dv.pdf. Acesso em: 09 jul. 2021.

SPLETT, Elisa Seer. **Inclusão de alunos cegos em classes regulares e o processo ensino e aprendizagem da matemática.** 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física)- Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

SILVA, José Affonso Tavares; MENEZES, Vanessa Maria Silva. Reflexões acerca da inclusão escolar na Base Nacional Comum Curricular (BNCC): avanços e retrocessos. **Revista Educação Pública**, [s. l.], v. 20, n. 41, 2020.

SILVA, Jandira Azevedo da. **A construção de múltiplos letramentos por um estudante com deficiência visual: entre docentes, discentes e família.** 2020. 273 f. Dissertação (Mestrado em Linguística)- Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

VALLE, Júlio César. Apontamentos sobre as ausências da Base Nacional Comum Curricular de Matemática. **Revemop**, [s. l.], v. 3, p. e202122, 26 jul. 2021.

Zanette, Marcos Suel. Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil. **Educar em Revista**, [s. l.], v. 00, n. 65, p. 149-166, 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/9GBmR7D7z6DDv7zKkrndSDs/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 21 dez. 2021.

APÊNDICE A – Tabela

Trabalhos sobre deficiência visual, matemática e representação semiótica

	Título	Autor(a)	Ano	Tipo	Instituição
1	Da tinta ao Braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em Braille	Daiana Zanelato dos Anjos	2015	D	UFSC
2	A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval	Elizabete Marcon Mello	2015	T	PUCSP
3	Um estudo sobre os estilos de pensamento matemático mobilizados por um sujeito cego ao resolver sistemas de equações lineares	Elen Graciele Martins	2019	T	PUCSP
4	Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim	Priscila Basilio Marçal Lorencini	2019	D	UNIOESTE
5	Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos: da tinta ao Braille	Karen Paola Valencia Mercado	2020	D	UNESP

APÊNDICE B – Roteiro para entrevista dos professores

Roteiro para entrevista semiestruturada, elaborada pela autora para serem discutidas com professores durante a entrevista.

1. Há quanto tempo você é professora? É formada em matemática?
2. Há quanto tempo leciona no CAP/CEBRAV?
3. Trabalha ou trabalhou em outras escolas?
4. Você gosta de trabalhar com geometria?
5. Você acha que o ensino da geometria é bem explorado nessa instituição e em outras? Por quê?
6. Você considera o ensino de geometria importante? Por quê?
7. Você considera difícil trabalhar geometria com o deficiente visual? Porque?
8. Quais os pré requisitos que o aluno com DV precisa ter antes de iniciar o estudo do teorema de Pitágoras?
9. Você já ensinou o teorema de Pitágoras para o deficiente visual? Como foi esse processo de ensino?
10. Você utilizou recursos pedagógicos para realizar esse trabalho? Você pode contar detalhadamente como foi?
11. Se foi mais de um aluno, pode contar o processo de cada um deles?
12. Quais as formas de representação que foram utilizadas para o ensino do teorema?
13. Quais foram as dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão das representações?
14. Na sua opinião existe uma forma ou linguagem que melhor serve para ensinar alunos com DV? Se sim qual?
15. Qual tipo de material pedagógico você indicaria para trabalhar o Teorema de Pitágoras com o deficiente visual?
16. No seu processo de ensino, você teve acesso a esse material? Se teve acesso a outro, qual?
17. Como foi trabalhar com esse material, tanto para preparar a atividade de ensino quanto para a mediação com o aluno.
18. O que você considera importante para o ensino de geometria para o aluno DV, em termos de materiais pedagógicos, ações docentes e ambiente para a aprendizagem?
19. Na sua opinião, como o deficiente visual compreende as diversas representações de um mesmo objeto na geometria?

20. De que forma essas representações contribuem para a aprendizagem do teorema de Pitágoras?

APÊNDICE C – Roteiro para entrevista dos alunos

Roteiro para entrevista semiestruturada, elaborado pela autora para serem discutidas com os alunos durante as entrevistas.

1. Qual é a sua escolaridade?
2. Como foram suas aulas de geometria na escola regular?
3. Como foram as aulas de geometria no CAP/CEBRAV?
4. Você teve dificuldades em algum conteúdo de geometria? Qual? Por quê?
5. Você lembra de ter aprendido o Teorema de Pitágoras?
6. Como foi trabalhado o teorema de Pitágoras na escola regular? E na instituição especializada (CAP/CEBRAV/CAP)?
7. Foi usado algum material manipulativo, ou algum desenho em alto relevo? Como foi a compreensão com esse material?
8. Qual representação utilizada foi mais significativa para você? (figuras, representação algébrica, etc)
9. Como é a compreensão sobre as figuras utilizadas no conteúdo do teorema de Pitágoras?
10. Você conseguia interagir ou desenvolver as representações envolvendo o teorema de Pitágoras, como modificações nas figuras, desenvolvimento algébrico e outros?
11. Quais foram as dificuldades enfrentadas na aprendizagem do teorema?

APÊNDICE D – Tabela para organização dos dados das entrevistas dos professores

Tabela elaborada para a organização dos dados coletados nas entrevistas dos professores.

		Ana	Bia	Carlos
Verificar quais são as representações utilizadas no processo de ensino do Teorema de Pitágoras com o aluno com DV;	Trabalhar com um aluno com DV em sala de aula? Como o professor deve ensinar geometria para o aluno com DV? Materiais para auxiliar no ensino do teorema de Pitágoras com o aluno com DV.			
Identificar que representações o aluno com DV faz uso para trabalhar com o Teorema de Pitágoras;	Como um aluno com DV constrói as representações? (Como ele imagina a figura associada ao enunciado ou consegue ao interpretar o problema escrever a expressão algébrica) O aluno com DV consegue construir ou modificar as figuras mentalmente?			
Identificar como o aluno faz o tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras;	Como o aluno resolve os problemas que exigem modificação da figura?			
Outros trechos				

APÊNDICE E – Tabela para organização dos dados das entrevistas dos alunos

Tabela elaborada para a organização dos dados coletados nas entrevistas dos alunos

Categorias	Temas	Aline	Laura	Karla	Isa
Representações utilizadas no processo de ensino do Teorema de Pitágoras com o aluno DV;	<p>Como foi trabalhado o teorema na escola ou no CAP/CEBRAV, quais dificuldades ou o que facilitou o ensino?</p> <p>Como facilitar o ensino da geometria ao DV?</p> <p>Quais foram suas dificuldades na aprendizagem do teorema?</p>				
Representações que aluno DV faz uso para trabalhar com o Teorema de Pitágoras;	<p>Como era o entendimento dos enunciados, a interpretação?</p> <p>Você conseguia entender a figura, imaginá-la ou utilizou um recurso tátil?</p> <p>Qual representação utilizada foi mais significativa para você? (figuras, representação algébrica, etc.), qual você entendia melhor?</p>				

<p>Identificar como o aluno faz o tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras;</p>	<p>Compreensão sobre as figuras utilizadas no conteúdo do teorema de Pitágoras, se se eram imaginadas, ou representadas com algum material, se conseguia modificar as figuras, se ao ler o enunciado conseguia pensar na figura.</p> <p>Compreensão sobre as representações algébricas se conseguia escrever a expressão algébrica associada ao problema e se conseguia desenvolvê-la. Se conseguiam interagir entre os registros (interpretar o enunciado, imaginar a expressão algébrica ou figura).</p>				
<p>Outros trechos importantes</p>	<p>Interpretação de problemas Descrição O aluno cego na sala de aula regular.</p>				

APENDICE F – Parecer D**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP****DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

Título da Pesquisa: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PARA O DEFICIENTE VISUAL

Pesquisador: ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 46875621.0.0000.5083

Instituição Proponente: Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.129.738

Apresentação do Projeto:

Título da Pesquisa: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PARA O DEFICIENTE VISUAL

Pesquisador Responsável: ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

Versão: 2

CAAE: 46875621.0.0000.5083

Submetido em: 01/10/2021

Instituição Proponente: Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação

Dados retirados do documento
PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1753570.pdf

A lei da inclusão nas escolas já existe há mais de 30 anos e mesmo assim ainda possui vários desafios a serem superados. O conteúdo de geometria, em especial, por vezes é deixado de lado ou não é suficientemente trabalhado em sala de aula. Uma aprendizagem efetiva em geometria depende da compreensão das representações associadas a ela e que podem constituir em representações algébricas, linguagem natural e figuras. A coordenação e exploração dessas representações – cujo acesso deve ser garantido também ao deficiente visual, de forma que ele consiga interagir, modificar e explorar – é o que contribui para uma aprendizagem efetiva da geometria. Essa possibilidade deve ser disponibilizada ao deficiente visual de forma que ele consiga articular as representações seja pela forma algébrica (utilizando o braille), por meio de figuras (através do alto-relevo ou recursos manipuláveis), e pelas vias da linguagem natural (oral ou escrita). Assim, esta pesquisa pretende investigar

como o deficiente visual interage com os diversos registros de representação e como os articula nas atividades matemáticas. Escolhemos como conteúdo a ser investigado o teorema de Pitágoras devido à sua importância para a resolução de diversos problemas e como requisito para outros conteúdos. Para responder a pergunta norteadora, “como os deficientes visuais trabalham com as representações geométricas no processo de aprendizagem do Teorema de Pitágoras?” embasamos em Duval (XX), Almouloud (XX), com fundamentos teóricos sobre a teoria da representação semiótica,. A pesquisa proposta é de cunho qualitativo, com referência em Bogdan e Biklen (XX) e Trivinos (XX), por isso utilizaremos, como instrumento de coleta, entrevistas com alunos deficientes visuais, buscando compreender de que forma eles compreendem o teorema de Pitágoras e as representações associadas à geometria. Faremos também entrevistas com os professores buscando investigar como é ensinado o teorema de Pitágoras e quais recursos esses professores utilizam no ensino-aprendizagem do deficiente visual. Por fim, nossos produtos educacionais serão um podcast educacional e um caderno pedagógico para o professor. Palavras Chave: Deficiência visual; ensino de matemática; representação semiótica; teorema de Pitágoras.

Os participantes da pesquisa serão quatro professores que ministram aulas de matemática no Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual (CAP/GO) e quatro alunos deficientes visuais que já tenham estudado o conteúdo.

Serão realizadas entrevistas com os quatro professores que ministram aulas de matemática no Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento às Pessoas com Deficiência Visual (CAP/GO) A escolha dos professores se apoiou no fato de esses profissionais lidarem todos os dias com o ensino do deficiente visual e possuírem a formação especializada para trabalhar com esses alunos. Serão explorados os principais desafios que envolvem o ensino do teorema para o deficiente visual, o que é importante para uma aprendizagem significativa e quais os recursos utilizados. Investigaremos como os professores percebem a compreensão dos diferentes registros de representação associados à geometria; como os deficientes visuais reconhecem os registros escritos em linguagem natural, os registros algébricos e as figuras; como se apropriam e interagem com eles; e se acham que os alunos compreendem o significado desses registros e o objeto associado a eles. Os pesquisadores destacam que as perguntas serão elaboradas de acordo com a teoria que fundamenta a pesquisa considerando as informações coletadas sobre o fenômeno social que interessa. No caso, as entrevistas serão realizadas através de vídeo chamadas com o aplicativo Meet e gravadas para análise posterior. Em um terceiro momento, serão realizadas entrevistas com quatro alunos deficientes visuais que já tenham estudado o conteúdo. As entrevistas serão no mesmo formato, individuais, e o foco estará na investigação de como o aluno aprendeu o teorema de Pitágoras; se foram

utilizados materiais pedagógicos adequados; em caso positivo, de como ele interagiu com as representações algébricas, as figuras em alto-relevo e os materiais pedagógicos utilizados; e quais foram as dificuldades encontradas e suas soluções.

As entrevistas serão transcritas para posterior interpretação e análise dos resultados. Essas transcrições serão ainda enviadas para os entrevistados a fim de que avaliem a coerência de suas falas e possam complementar, aperfeiçoar, destacar ideias e até mesmo acrescentar algo, caso julguem necessário.

Previsão de coleta de dados: 10/10/2021 (A PESQUISADORA RESPONSÁVEL DECLARA QUE INICIARÁ A COLETA SOMENTE APÓS O PARECER FAVORÁVEL DESSE COMITÊ DE ÉTICA).

Previsão de conclusão: abril de 2022.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Compreender como o deficiente visual interage com os diversos registros de representação e como os articula nas atividades matemáticas sobre o Teorema de Pitágoras.

Objetivo Secundário:

Verificar quais são as representações utilizadas no processo de ensino do Teorema de Pitágoras com o aluno DV; Identificar que representações o aluno DV faz uso para trabalhar com o Teorema de Pitágoras; Identificar como o aluno faz o tratamento e a conversão entre representações distintas do Teorema de Pitágoras.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

De acordo com a Resolução que rege o trabalho desse Comitê, a pesquisadora deve prever os riscos mínimos, que, segundo ela, podem ser o de desconforto emocional, irritabilidade, intimidação, angústia, malestar e outros possíveis constrangimentos. Já os benefícios, segundo a pesquisadora, se dão no sentido de proporcionar “reflexões e atividades adaptadas para trabalhar com o deficiente visual em sala (...) e elucidar questões sobre a aprendizagem do teorema de Pitágoras”, que poderão “servir de base para refletir acerca da aprendizagem de qualquer conteúdo em geometria”.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O projeto apresenta uma metodologia condizente com o propósito da pesquisadora. O referencial teórico e a bibliografia apresentam autores que se vinculam diretamente ao objeto estudado. O cronograma contempla os prazos exigidos por esse Comitê.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

A pesquisadora apresenta todos os termos solicitados, exigidos para a avaliação e aprovação deste Comitê.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Análise do atendimento de Pendências da primeira versão:

- 1- Esclarecer se haverá alguma forma de mediação entre a pesquisadora e os entrevistados durante a realização da entrevista e qual o critério adotado para a seleção dos alunos a serem entrevistados. ANÁLISE: Resposta do pesquisador responsável “A pesquisa será realizada com alunos deficientes visuais que já estudaram o conteúdo ‘teorema de Pitágoras’. Esses alunos serão indicados pelos professores do Centro de Apoio Pedagógico para Atendimento e Apoio ao Deficiente Visual-CAP/CEBRAV”.

SITUAÇÃO: PENDÊNCIA ATENDIDA

- 2- Inserir no TCLE e no TALE o nome da Plataforma Google Meet como atividade online.

ANÁLISE: Foi acrescentado ao TCLE responsáveis, TCLE professores e TCLE alunos e TALE, a informação que a entrevista será realizada de forma online pelo aplicativo Google Meet pela própria pesquisadora.

SITUAÇÃO: PENDÊNCIA ATENDIDA

Após análise do protocolo concluímos não haver óbice ético para sua realização.

Considerações Finais a critério do CEP:

Informamos que o Comitê de Ética em Pesquisa/CEP-UFG considera o presente protocolo APROVADO. O mesmo foi considerado em acordo com os princípios éticos vigentes. Reiteramos a importância deste Parecer Consubstanciado, e lembramos que o(a) pesquisador(a) responsável deverá encaminhar ao CEPUFG o Relatório Final baseado na conclusão do estudo e na incidência de publicações decorrentes deste, de acordo com o disposto na Resolução CNS n. 466/12 e Resolução CNS n. 510/16. O prazo para entrega do Relatório é de até 30 dias após o encerramento da pesquisa, previsto para maio de 2022.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação

Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1753570.pdf	01/10/2021 18:28:33		Aceito
Outros	declaracao.pdf	01/10/2021 18:25:49	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tcle_responsaveis.pdf	01/10/2021 18:23:55	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tcle_maior18.pdf	01/10/2021 18:23:21	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tale_aluno.pdf	01/10/2021 18:23:01	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de	tcle_professores.pdf	01/10/2021 18:20:53	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito

Ausência				
Cronograma	cronograma_EDITADO.pdf	01/10/2021 09:52:50	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
Outros	carta_de_encaminhamento.pdf	24/06/2021 17:50:31	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
Outros	INSTRUMENTO_PROFESSOR.pdf	15/05/2021 16:07:40	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito

Página 05 de

Outros	INSTRUMENTO_Aluno.pdf	15/05/2021 16:07:14	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Termo_Compromisso_Assinado.pdf	15/05/2021 16:04:32	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.pdf	15/05/2021 15:58:32	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Termo_Anuencia.pdf	15/05/2021 15:57:59	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito

Folha de Rosto	folhaDeRostoAssinado.pdf	15/05/2021 08:49:25	ERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO	Aceito
----------------	--------------------------	------------------------	--	--------

Situação do Parecer:

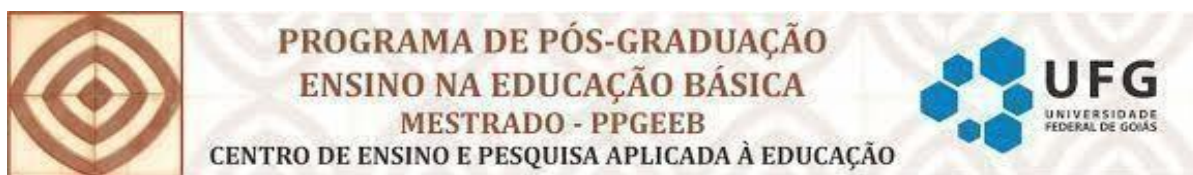
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

GOIÂNIA, 26 de Novembro de 2021

Assinado por:
Rosana de Moraes Borges Marques
(Coordenador(a))

APÊNDICE G – *Podcast* Educacional**ÉERICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO*****PODCAST TEOREMA DE PITÁGORAS*****GOIÂNIA
2022**

ÉRICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

PODCAST TEOREMA DE PITÁGORAS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica como requisito para obtenção para o título de Mestre(a) em Ensino na Educação Básica

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Linha de Pesquisa: Concepções teórico-metodológicas e práticas docentes

Orientadora: Elisabeth Cristina de Faria

GOIÂNIA
2022

Damaceno, Érica Francielle Moreira
PODCAST TEOREMA DE PITÁGORAS [manuscrito] / Érica Francielle Moreira
Damaceno. - 2022.
XXVII, 17 f.

Orientador: Prof. Elisabeth Cristina de Faria.
Produto Educacional (Stricto Sensu) - Universidade Federal de Goiás, Centro
de Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE), Programa de Pós-Graduação em
Ensino na Educação Básica (Profissional), Goiânia, 2022.

1. Teorema de Pitágoras. 2. Ensino. 3. Deficiência Visual. I. Faria,
Elisabeth Cristina de, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO E DO PRODUTO EDUCACIONAL

Aos trinta e um dias do mês de agosto do ano de 2022, às 14:00 horas, via teleconferência, foi realizada a banca de defesa da dissertação intitulada "**A COMPREENSÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PELOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: UM ESTUDO SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM GEOMETRIA**" e dos produtos educacionais "**Podcast Teorema de Pitágoras**" e do "**Caderno educacional Teorema de Pitágoras: Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual**", pela discente **Érica Francielle Moreira Damaceno**, como pré-requisito para a obtenção do Título de Mestre em Ensino na Educação Básica. Ao término, a Banca Examinadora considerou a Dissertação e os Produtos Educacionais apresentados **APROVADOS**.

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Proclamado o resultado, o(a) Presidente encerrou os trabalhos e assinou a presente ata, juntamente com os membros da Banca Examinadora.

Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria (CEPAE/UFG) –presidente

Prof. Dr. Marcos Antonio Gonçalves Júnior (CEPAE/UFG) – membro interno

Profa. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos. (IME-UFG/UFG) -membro externo

Profa. Dra. Míriam do Rocio Guadagnini. (CEPAE/UFG)- membro externo

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior**, em 11/11/2022, às 09:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Bethania Sardeiro Dos Santos, Professor do Magistério Superior**, em 22/11/2022, às 11:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio Gonçalves Júnior, Professor do Magistério Superior**, em 29/11/2022, às 11:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Miriam Do Rocio Guadagnini, Professor do Magistério Superior**, em 29/11/2022, às 13:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3156047** e o código CRC **F6EE7210**.

TIPO DE PRODUTO EDUCACIONAL

(De acordo com a Resolução PPGEEB/CEPAE N° 001/2019)

Desenvolvimento de produto (mídias educacionais, tais como: vídeos, simulações, animações, vídeo-aulas, experimentos virtuais, áudios, objetos de aprendizagem, ambientes de aprendizagem, páginas de internet e blogs, jogos educacionais de mesa ou virtuais, e afins;

Especificação: podcast educacional

DIVULGAÇÃO

- Filme
- Hipertexto
- Impresso
- Meio digital
- Meio Magnético
- Outros. Especificar: Spotify

FINALIDADE PRODUTO EDUCACIONAL

O Podcast educacional consiste em 6 aulas em forma de áudio, onde há aplicações sobre o teorema de Pitágoras e perguntas e respostas acessível a alunos que possuem deficiência visual.

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Exemplo: Estudantes do Nono Ano do Ensino Fundamental

IMPACTO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional apresenta:

- Alto impacto** – Produto gerado no Programa, aplicado e transferido para um sistema, no qual seus resultados, consequências ou benefícios são percebidos pela sociedade.
- Médio impacto** – Produto gerado no Programa, aplicado no sistema, mas não foi transferido para algum segmento da sociedade.
- Baixo impacto** – Produto gerado apenas no âmbito do Programa e não foi aplicado nem transferido para algum segmento da sociedade.

Área impactada pelo Produto Educacional

- Ensino
 Aprendizagem
 Econômico
 Saúde
 Social
 Ambiental
 Científico

O impacto do Produto Educacional é:

Real - efeito ou benefício que pode ser medido a partir de uma produção que se encontra em uso efetivo pela sociedade ou que foi aplicado no sistema (instituição, escola, rede, etc.). Isso é, serão avaliadas as mudanças diretamente atribuíveis à aplicação do produto com o público-alvo.

Potencial - efeito ou benefício de uma produção previsto pelos pesquisadores antes de esta ser efetivamente utilizada pelo público-alvo. É o efeito planejado ou esperado.

O Produto Educacional foi vivenciado (aplicado, testado, desenvolvido, trabalhado) **em situação real, seja em ambiente escolar formal ou informal, ou em formação de professores** (inicial, continuada, cursos etc.)?

Sim Não

Em caso afirmativo, descreva essa situação:

REPLICABILIDADE ABRANGÊNCIA DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional pode ser repetido, mesmo com adaptações, em diferentes contextos daquele em que o mesmo foi produzido?

Sim Não

A abrangência territorial do Produto Educacional, que indica uma definição precisa de sua vocação, é

Local Regional Nacional Internacional

COMPLEXIDADE DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional possui:

Alta complexidade - O produto é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese, apresenta método claro.

Explica de forma objetiva a aplicação e análise do produto, há uma reflexão sobre o produto com base nos referenciais teórico e teórico-metodológico, apresenta associação de diferentes tipos de conhecimento e interação de múltiplos atores - segmentos da sociedade, identificável nas etapas/passos e nas soluções geradas associadas ao produto, e existem apontamentos sobre os limites de utilização do produto.

() **Média complexidade** - O produto é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese. Apresenta método claro e explica de forma objetiva a aplicação e análise do produto, resulta da combinação de conhecimentos pré-estabelecidos e estáveis nos diferentes atores - segmentos da sociedade.

(X) **Baixa complexidade** - O produto é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese. Resulta do desenvolvimento baseado em alteração/adaptação de conhecimento existente e estabelecido sem, necessariamente, a participação de diferentes atores - segmentos da sociedade.

() **Sem complexidade** - Não existe diversidade de atores - segmentos da sociedade. Não apresenta relações e conhecimentos necessários à elaboração e ao desenvolvimento do produto.

INOVAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional possui:

() **Alto teor inovativo** - desenvolvimento com base em conhecimento inédito.

() **Médio teor inovativo** - combinação e/ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos.

(X) **Baixo teor inovativo** - adaptação de conhecimento existente.

FOMENTO

Houve fomento para elaboração ou desenvolvimento do Produto Educacional?

() Sim (X) Não

Em caso afirmativo, escolha o tipo de fomento:

() Programa de Apoio a Produtos e Materiais Educacionais do PPGEEB

() Cooperação com outra instituição

() Outro. Especifique: _____

REGISTRO DE PROPRIEDADE INTELECTUAL

Houve registro de depósito de propriedade intelectual?

Sim Não

Em caso afirmativo, escolha o tipo:

Licença Creative Commons

Domínio de Internet

Patente

Outro. Especifique: _____

Informe o código de registro: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/br/>

TRANSFERÊNCIA DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional foi transferido e incorporado por outra instituição, organização ou sistema, passando a compor seus recursos didáticos/pedagógicos?

Sim Não

Em caso afirmativo, descreva essa transferência

DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional foi apresentado (relato de experiência, comunicação científica, palestra, mesa redonda, etc.) ou ministrado em forma de oficina, minicurso, cursos de extensão ou de qualificação etc. em eventos acadêmicos, científicos ou outros?

Sim Não

Em caso afirmativo, descreva o evento e a forma de apresentação:

Mostra Virtual de Produtos Educacionais 2022. PPGEb Cap URj, transmitido pelo Youtube.

O Produto Educacional foi publicado em periódicos científicos, anais de evento, livros, capítulos de livros, jornais ou revistas?

Sim Não

Em caso afirmativo, escreva a referência completa de cada publicação:

REGISTRO(S) E DISPONIBILIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Produto Educacional Registrado na Plataforma EduCAPES com acesso disponível no link: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/705528
Produto Educacional disponível, como apêndice da Dissertação de Mestrado do qual é fruto, na Biblioteca de Teses e Dissertações da Universidade Federal de Goiás (UFG) (https://repositorio.bc.ufg.br/tede/).
Outras formas de Registro
Outras formas de acesso:

DAMACENO, Érica Francielle Moreira. **Podcast Teorema de Pitágoras**. 2022. 17f. Produto Educacional relativo à Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Programa de Pós Graduação em Ensino na Educação Básica, Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.

RESUMO

Este Produto Educacional na forma de podcast é mais uma ferramenta que o professor pode utilizar em suas aulas para ensinar o Teorema de Pitágoras, tanto em sala de aula como em atividades extraclasse. Ele tem o intuito de ajudar o professor de matemática a elaborar suas aulas sobre o Teorema de Pitágoras incluindo também alunos com deficiência visual no ensino. Ele foi pensado para ser utilizado pelos alunos a partir do 9º ano e foi elaborado a partir de uma investigação desenvolvida durante o Mestrado Profissional em Ensino na Educação Básica do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do CEPAE/UFG, entre os anos de 2019 a 2022, cujo produto final é a dissertação “A Compreensão do Teorema de Pitágoras pelos Alunos com Deficiência Visual: um estudo sobre as representações semióticas em geometria e também um caderno pedagógico intitulado: “Teorema de Pitágoras: uma proposta para alunos com deficiência visual”.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras. Ensino. Deficiência visual.

Introdução

Nosso *podcast* foi pensado para o professor ter em mãos um recurso pedagógico para ser utilizado com alunos que possuem ou não deficiência visual. Esse material consiste em seis aulas gravadas em formato de áudio, disponibilizadas pelo aplicativo Spotify, que podem ser utilizadas tanto para introdução do conteúdo, quanto para o aprofundamento do estudo

A tecnologia está cada vez mais presente em nossa vida e também na vida de pessoas com deficiência visual, que podem ouvir essas aulas em casa, na sala de aula ou em qualquer ambiente por meio do celular, computador ou de outra tecnologia. O professor pode utilizar esse recurso tanto para o estudo do conteúdo em sala quanto para atividades extraclasse.

Apresentação do Podcast

No quadro abaixo, apresentamos como estão divididas nossas aulas e os links de acesso de cada aula com o tempo de duração da mesma. Em alguns problemas sugerimos que utilize algum material concreto ou recurso manipulável para a visualização das representações das figuras geométricas.

Quadro 1 – *Podcast* educacional: Teorema de Pitágoras

Episódio	Título	Descrição
Episódio 0 (1:30)	Apresentação	Apresentação da autoria e do <i>podcast</i> educacional
Aula 1 (07:30)	O problema do painel	Nesse episódio, Ana utiliza o Teorema de Pitágoras para descobrir o tamanho da TV que cabe em seu painel.
Aula 2 (07:38)	Um tal Pitágoras	Nesse episódio, Ana conhece um pouco mais sobre Pitágoras e seu teorema.
Aula 3 (05:33)	O problema da escada	Nesse episódio, Ana utiliza o teorema de Pitágoras para resolver um problema sobre uma pintura no teto.
Aula 4 (04:59)	Perguntas e respostas:	Questões 1, 2 e 3
Aula 5 (08:33)	Perguntas e respostas:	Questões 4, 5 e 6
Aula 6	Perguntas e respostas:	Questões 7, 8 e 9.

Links de acesso às aulas:**Aula 0**

https://open.spotify.com/episode/0Z0AgXKrLgtwYhjfpXrsdb?si=e79jpwqPTPiFnWzgXxL_Ig

Aula 1

<https://open.spotify.com/episode/66ieB2uwmkcpjUTmGJ9fcw?si=AsGFBOsNQ-mRwL7P30-axA>

Aula 2

<https://open.spotify.com/episode/5yWII1o23gGNaI0hzlFxGS?si=UIyf6-6VRISVSOvbNleIcw>

Aula 3

<https://open.spotify.com/episode/7CB67Zi4za9yyPOVozu93Q?si=fFILECisRvOBYbysyqPzvQ>

Aula 4

<https://open.spotify.com/episode/6X0Jc5dj3XOHJ7an1n0FKr?si=Q5osSsBwReeMRkY83H1tFA>

Aula 5

<https://open.spotify.com/episode/5tGozzq8FuFUBOhYSakB4N?si=GVtrwNwwQIK8k1zGRHxD-g>

Aula 6

<https://open.spotify.com/episode/1jv305W9J2HBdRWGyijcI0?si=N1CIKwN2R1mu-PFJz49g3Q>

Atividades utilizadas no podcast

Aula 1

1. Um painel para televisão tem 152,4 cm x 160,02 cm. Quantas polegadas pode ter o maior aparelho de TV para caber nesse painel? Despreze a moldura da TV. Dado: 1 pol = 2,54

Aula 3

2. (MARQUES *et al.*, 2022, p.246) Uma escada tem 4,1 m de comprimento. Qual a altura dessa escada quando aberta sabendo que a distância entre seus pés é de 1,8 m?

Aulas 4

1. (GIOVANNI; GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Os lados de um triângulo medem 15 cm, 36 cm e 39 cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?

2. (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Determine a medida da hipotenusa, em cada um dos triângulos retângulos (adaptado):

a) $x, \sqrt{21}, \sqrt{28}$

b) $x, \sqrt{10}, \sqrt{10}$

3. (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Determine a medida do cateto do triângulo em que a hipotenusa mede 25 e o outro cateto mede 24 (adaptado).

Aula 5

4. (GIOVANNI; GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Uma escada de 6 m de comprimento está apoiada no solo e numa parede que é perpendicular ao solo. Quando o topo da escada alcançar a parede numa altura de 4m em relação ao solo, a que distância o pé da escada se encontra do pé da parede? (considere $\sqrt{5}=2,23$)

5. (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) O acesso à garagem de uma casa, situada no subsolo, é feito por rampa. Sabe-se que essa rampa tem 10,25m de comprimento e a altura da garagem tem 2,25 m. Qual é a distância entre o portão e a entrada da casa? (adaptado)

6.(MARQUES *et al.*, 2022, p.245) Após um vendaval, um poste se quebrou de tal modo que sua ponta caiu a 5 m de sua base. Se a parte que ficou de pé tem 12 m de altura, qual é a altura do poste?

Aula 6

7. (MARQUES *et al.*, 2022, p.245) Qual o perímetro de um retângulo em que um dos lados mede 14 cm e a diagonal mede 50 cm?

8.(MARQUES *et al.*, 2022, p.245) Um trapézio retângulo tem bases com medidas 25 cm e 45 cm. Determine o perímetro desse trapézio, sabendo que o maior lado não paralelo mede 29 cm.

9. (BIANCHINI, 2015, p.137) Quantos metros de arame são necessários para cercar, com 6 voltas, um terreno em forma de trapézio retângulo cujas bases medem 12 m e 20 m e cujo lado oblíquo mede 10 m?

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. 8ªEd -São Paulo: Moderna, 2015.

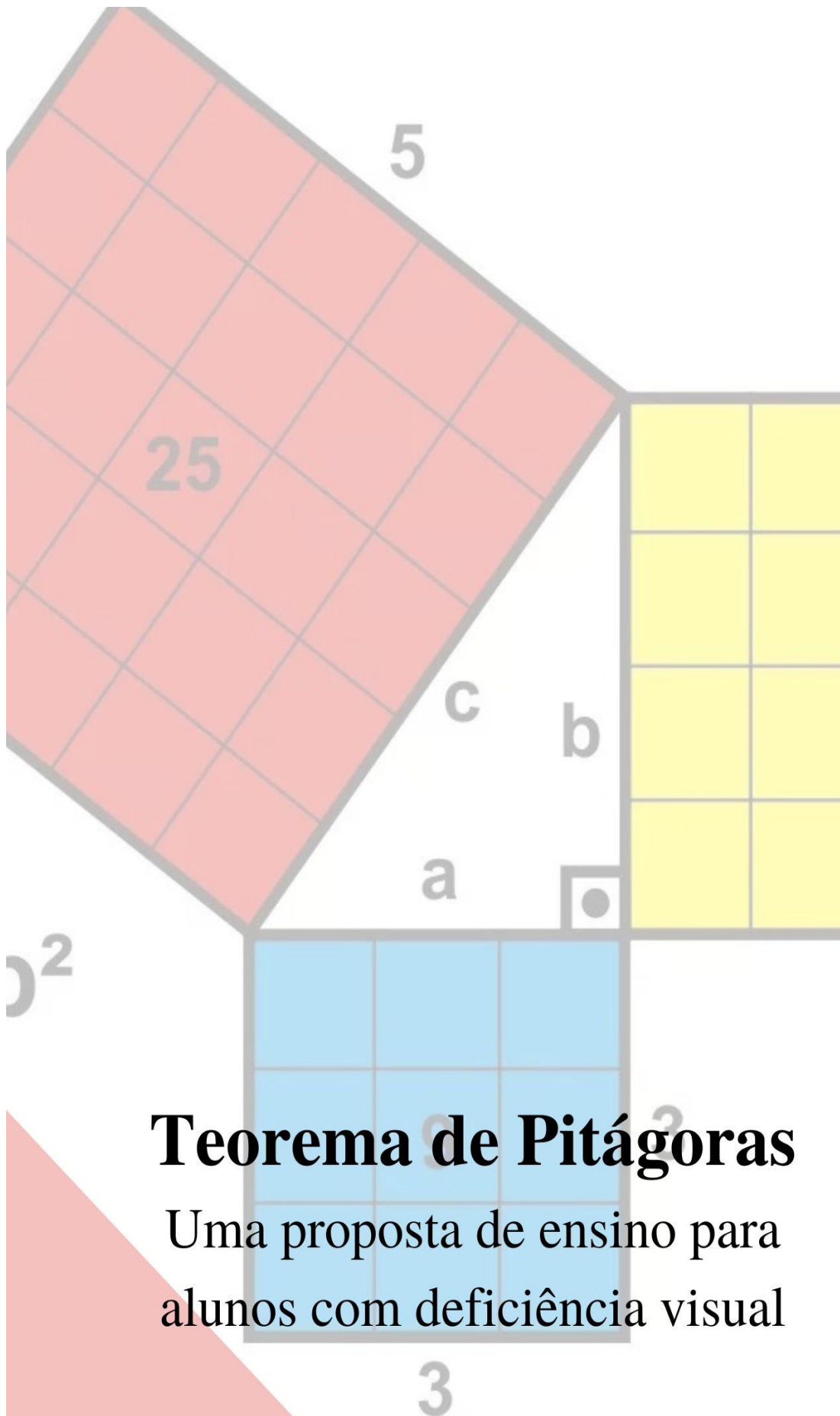
EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI, José Ruy Jr. **Matemática pensar e descobrir: o + novo**. (Coleção Pensar e Descobrir). 8ª série. São Paulo: FTD, 2002.

MARQUES, Alex Sandro et.al. **CALLIS Matemática**. 8ºano. (Coleção CALLIS). São Paulo: Poliedro, 2022.

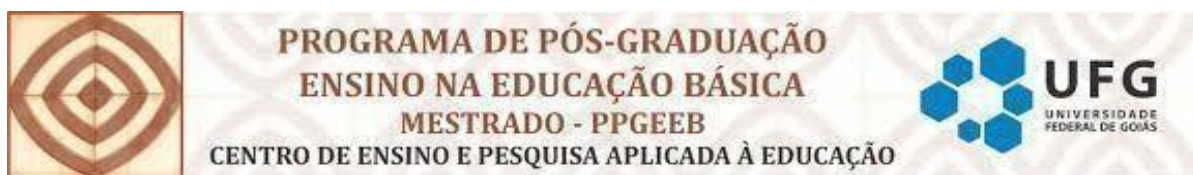
ROQUE, Tatiana. **História da Matemática** – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas
Rio de Janeiro: Zahar, 2012. pdf

APÊNDICE H – Caderno pedagógico



Teorema de Pitágoras

Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual



ÉRICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

TEOREMA DE PITÁGORAS:

Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual

**GOIÂNIA
2022**

ÉRICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

TEOREMA DE PITÁGORAS:

Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica como requisito para obtenção para o título de Mestre(a) em Ensino na Educação Básica

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Linha de Pesquisa: Concepções teórico-metodológicas e práticas docentes

Orientadora: Elisabeth Cristina de Faria

GOIÂNIA
2022

Damaceno, Érica Francielle Moreira
Teorema de Pitágoras [manuscrito] : Uma Proposta de Ensino para
Alunos com Deficiência Visual / Érica Francielle Moreira Damaceno. - 2022.
LXVIII, 68 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria.
Produto Educacional (Stricto Sensu) - Universidade Federal de Goiás, Centro
de Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE), Programa de Pós-Graduação em
Ensino na Educação Básica (Profissional), Goiânia, 2022.

Bibliografia.

Inclui siglas, fotografias, símbolos, tabelas, algoritmos.

1. Deficiência visual. 2. Teorema de Pitágoras. 3. Ensino. 4.
Representação Semiótica. I. Faria, Elisabeth Cristina de , orient. II. Título.

CDU 37



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO E DO PRODUTO EDUCACIONAL

Aos trinta e um dias do mês de agosto do ano de 2022, às 14:00 horas, via teleconferência, foi realizada a banca de defesa da dissertação intitulada "**A COMPREENSÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS PELOS ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: UM ESTUDO SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM GEOMETRIA**" e dos produtos educacionais "**Podcast Teorema de Pitágoras**" e do "**Caderno educacional Teorema de Pitágoras: Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual**", pela discente **Érica Francielle Moreira Damaceno**, como pré-requisito para a obtenção do Título de Mestra em Ensino na Educação Básica. Ao término, a Banca Examinadora considerou a Dissertação e os Produtos Educacionais apresentados **APROVADOS**.

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Proclamado o resultado, o(a) Presidente encerrou os trabalhos e assinou a presente ata, juntamente com os membros da Banca Examinadora.

Profa. Dra. Elisabeth Cristina de Faria (CEPAE/UFG) –presidente

Prof. Dr. Marcos Antonio Gonçalves Júnior (CEPAE/UFG) – membro interno

Profa. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos. (IME-UFG/UFG) -membro externo

Profa. Dra. Míriam do Rocio Guadagnini. (CEPAE/UFG)- membro externo

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Elisabeth Cristina De Faria, Professora do Magistério Superior**, em 11/11/2022, às 09:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Bethania Sardeiro Dos Santos, Professor do Magistério Superior**, em 22/11/2022, às 11:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio Gonçalves Júnior, Professor do Magistério Superior**, em 29/11/2022, às 11:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Miriam Do Rocio Guadagnini, Professor do Magistério Superior**, em 29/11/2022, às 13:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_a_cesso_externo=0, informando o código verificador **3156047** e o código CRC **F6EE7210**.

Referência: Processo nº 23070.047415/2022-32

SEI nº 3156047

TIPO DE PRODUTO EDUCACIONAL

(De acordo com a Resolução PPGEEB/CEPAE N° 001/2019)

Desenvolvimento de material didático e instrucional (propostas de ensino tais como sugestões de experimentos e outras atividades práticas, sequências didáticas, propostas de intervenção, roteiros de oficinas; material textual tais como manuais, guias, textos de apoio, artigos em revistas técnicas ou de divulgação, livros didáticos e paradidáticos, histórias em quadrinhos e similares, dicionários, relatórios publicizados ou não, parciais ou finais de projetos encomendados sob demanda de órgãos públicos);

Especificação: Caderno Pedagógico

DIVULGAÇÃO

- Filme
 Hipertexto
 Impresso
 Meio digital
 Meio Magnético
 Outros. Especificar: ____

FINALIDADE PRODUTO EDUCACIONAL

Caderno Pedagógico contendo atividades sobre o teorema de Pitágoras com adaptações para o ensino do aluno com deficiência visual, além de observações sobre a escrita braille envolvendo o teorema e um resumo sobre a teoria de registro de representação semiótica.

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Exemplo: Estudantes do Nono Ano do Ensino Fundamental

IMPACTO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional apresenta:

- Alto impacto** – Produto gerado no Programa, aplicado e transferido para um sistema, no qual seus resultados, consequências ou benefícios são percebidos pela sociedade.
 Médio impacto – Produto gerado no Programa, aplicado no sistema, mas não foi transferido para algum segmento da sociedade.
 Baixo impacto – Produto gerado apenas no âmbito do Programa e não foi aplicado nem

transferido para algum segmento da sociedade.

Área impactada pelo Produto Educacional

- Ensino
 Aprendizagem
 Econômico
 Saúde
 Social
 Ambiental
 Científico

O impacto do Produto Educacional é:

Real - efeito ou benefício que pode ser medido a partir de uma produção que se encontra em uso efetivo pela sociedade ou que foi aplicado no sistema (instituição, escola, rede, etc.). Isso é, serão avaliadas as mudanças diretamente atribuíveis à aplicação do produto com o público-alvo.

Potencial - efeito ou benefício de uma produção previsto pelos pesquisadores antes de esta ser efetivamente utilizada pelo público-alvo. É o efeito planejado ou esperado.

O Produto Educacional foi vivenciado (aplicado, testado, desenvolvido, trabalhado) **em situação real, seja em ambiente escolar formal ou informal, ou em formação de professores** (inicial, continuada, cursos etc.)?

Sim Não

Em caso afirmativo, descreva essa situação:

REPLICABILIDADE ABRANGÊNCIA DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional pode ser repetido, mesmo com adaptações, em diferentes contextos daquele em que o mesmo foi produzido?

Sim Não

A abrangência territorial do Produto Educacional, que indica uma definição precisa de sua vocação, é

Local Regional Nacional Internacional

COMPLEXIDADE DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional possui:

Alta complexidade - O produto é concebido a partir da observação e/ou da prática do

profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese, apresenta método claro. Explica de forma objetiva a aplicação e análise do produto, há uma reflexão sobre o produto com base nos referenciais teórico e teórico-metodológico, apresenta associação de diferentes tipos de conhecimento e interação de múltiplos atores - segmentos da sociedade, identificável nas etapas/passos e nas soluções geradas associadas ao produto, e existem apontamentos sobre os limites de utilização do produto.

() **Média complexidade** - O produto é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese. Apresenta método claro e explica de forma objetiva a aplicação e análise do produto, resulta da combinação de conhecimentos pré-estabelecidos e estáveis nos diferentes atores - segmentos da sociedade.

(X) **Baixa complexidade** - O produto é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese. Resulta do desenvolvimento baseado em alteração/adaptação de conhecimento existente e estabelecido sem, necessariamente, a participação de diferentes atores - segmentos da sociedade.

() **Sem complexidade** - Não existe diversidade de atores - segmentos da sociedade. Não apresenta relações e conhecimentos necessários à elaboração e ao desenvolvimento do produto.

INOVAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional possui:

() **Alto teor inovativo** - desenvolvimento com base em conhecimento inédito.

() **Médio teor inovativo** - combinação e/ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos.

(X) **Baixo teor inovativo** - adaptação de conhecimento existente.

FOMENTO

Houve fomento para elaboração ou desenvolvimento do Produto Educacional?

() Sim (X) Não

Em caso afirmativo, escolha o tipo de fomento:

() Programa de Apoio a Produtos e Materiais Educacionais do PPGEEB

() Cooperação com outra instituição

() Outro. Especifique: _____

REGISTRO DE PROPRIEDADE INTELECTUAL

<p>Houve registro de depósito de propriedade intelectual?</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p>
<p>Em caso afirmativo, escolha o tipo:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Licença Creative Commons</p> <p><input type="checkbox"/> Domínio de Internet</p> <p><input type="checkbox"/> Patente</p> <p><input type="checkbox"/> Outro. Especifique: _____</p>
<p>Informe o código de registro: https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/br/</p>

TRANSFERÊNCIA DO PRODUTO EDUCACIONAL

<p>O Produto Educacional foi transferido e incorporado por outra instituição, organização ou sistema, passando a compor seus recursos didáticos/pedagógicos?</p> <p><input type="checkbox"/> Sim <input checked="" type="checkbox"/> Não</p>
<p>Em caso afirmativo, descreva essa transferência</p>

DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA DO PRODUTO EDUCACIONAL

<p>O Produto Educacional foi apresentado (relato de experiência, comunicação científica, palestra, mesa redonda, etc.) ou ministrado em forma de oficina, minicurso, cursos de extensão ou de qualificação etc. em eventos acadêmicos, científicos ou outros?</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p>
<p>Em caso afirmativo, descreva o evento e a forma de apresentação:</p> <p>Mostra Virtual de Produtos Educacionais 2022. PPGEB Cap URj, transmitido pelo Youtube.</p> <p>Teorema de Pitágoras: Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual</p>
<p>O Produto Educacional foi publicado em periódicos científicos, anais de evento, livros, capítulos de livros, jornais ou revistas?</p> <p><input type="checkbox"/> Sim <input checked="" type="checkbox"/> Não</p>
<p>Em caso afirmativo, escreva a referência completa de cada publicação:</p>

DAMACENO, Érica Francielle Moreira. **Teorema de Pitágoras:** Uma Proposta de Ensino para Alunos com Deficiência Visual. 2022. 68f. Produto Educacional relativo à Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Programa de Pós Graduação em Ensino na Educação Básica, Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.

RESUMO

Este Produto Educacional em forma de caderno pedagógico tem o intuito de ajudar o professor de matemática a elaborar suas aulas sobre o Teorema de Pitágoras de forma que sejam incluídos, no ensino, alunos que possuem deficiência visual, tanto na escola regular quanto na escola especializada. Ele foi pensado para ser utilizado pelos alunos do 9º ano, mas algumas atividades podem ser desenvolvidas com alunos de séries anteriores observando os pré-requisitos de cada atividade. Ele foi elaborado a partir de uma investigação desenvolvida durante o Mestrado Profissional em Ensino na Educação Básica do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do CEPAE/UFG, entre os anos de 2019 a 2022, cujo produto final é a dissertação “A Compreensão do Teorema de Pitágoras pelos Alunos com Deficiência Visual: um estudo sobre as representações semióticas em geometria”. Além das atividades, o professor também conhecerá um pouco sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2011, 2017) com contribuições de Almouloud (2004, 2017) e, também, apresentamos algumas discussões de representações em braille de símbolos matemáticos utilizados no estudo do teorema de Pitágoras. Neste caderno, também apresentamos nosso *podcast* educacional sobre o teorema de Pitágoras, que é acessível para o discente com ausência da visão e é mais uma ferramenta que pode ser utilizada pelo professor para suas aulas.

Palavras-chave: Deficiência visual. Teorema de Pitágoras. Ensino. Representação Semiótica.

REGISTRO(S) E DISPONIBILIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Produto Educacional Registrado na Plataforma EduCAPES com acesso disponível no link: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/705528
Produto Educacional disponível, como apêndice da Dissertação de Mestrado do qual é fruto, na Biblioteca de Teses e Dissertações da Universidade Federal de Goiás (UFG) (https://repositorio.bc.ufg.br/tede/).
Outras formas de Registro
Outras formas de acesso:

Sumário

Apresentação	164
Introdução	16
1 O código braille	18
1.1 A invenção do código braille.....	18
1.2 O Alfabeto e o código matemático em Braille	19
1.3 Representações de figuras planas.....	26
2 A geometria na perspectiva da teoria de registros de representação semiótica.....	30
3 Atividades envolvendo o Teorema de Pitágoras	42
3.1 A procura de triângulos retângulos	42
3.2 Investigando triângulos	45
3.3 Demonstrando o Teorema com o uso do Geoplano	47
3.4 Demonstração utilizando o Tangram	49
3.5 Calculando medidas com o Geoplano.....	51
3.6 Medindo incomensuráveis	52
3.7 Demonstração do Teorema de Pitágoras por semelhança de triângulos.....	53
3.8 Uma demonstração geométrica	56
3.9 Demonstração com trapézios (demonstração de Abram Garfield).....	59
3.10 Demonstração por relações métricas na circunferência	61
4 Podcast educacional	64
4.1 Atividades utilizadas no PodCast.....	65
Referências	67



Este caderno pedagógico intitulado: **Teorema de Pitágoras: uma proposta para alunos com deficiência visual**, consiste em um produto educacional, fruto de uma pesquisa de mestrado cujo título da dissertação é **A Compreensão do Teorema de Pitágoras pelos alunos com deficiência visual: Um estudo sobre as Representações Semióticas em Geometria**, orientada pela professora Doutora **Elisabeth Cristina de Faria**, pertencente a linha de pesquisa Concepções teórico-metodológicas e práticas docentes, do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação.

Ele foi desenvolvido para você, professor! A intenção é que você tenha à disposição um material simples para ajudar a ensinar o teorema de Pitágoras para um aluno que tenha deficiência visual ou não.

A autora

Apresentação

Esse caderno foi pensado de forma que o professor tivesse em suas mãos um material que o ajudasse a pensar em formas mais eficientes de ensinar o teorema de Pitágoras, incluindo em suas aulas um aluno com deficiência visual.

A geometria é um conteúdo que privilegia a visualização, portanto pode gerar uma dificuldade para o aluno com deficiência visual, tanto no sentido de compreendê-la quanto para o professor de ensiná-la.

Portanto, neste material, o professor encontrará algumas representações em braille de conteúdos de geometria e algumas considerações acerca do ensino desses símbolos.

O professor também conhecerá um pouco sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval e as contribuições para o ensino da geometria, além de algumas atividades que podem ser realizadas para o ensino do teorema.

Por fim, apresentaremos nosso *podcast* educacional sobre o teorema de Pitágoras que é acessível para o discente com ausência da visão. Esses materiais foram pensados para serem utilizados com alunos do 9º ano, mas algumas atividades podem ser aplicadas para alunos em séries anteriores observando os pré-requisitos de cada atividade.

Boa leitura

Introdução

Sou professora de Matemática formada pela Universidade Federal de Goiás (UFG) desde 2003 e, desde 2008, trabalho no Centro de Apoio Pedagógico para atendimento às pessoas com deficiência visual (CAP-GO).

Em 2019, com a inserção no mestrado e a orientação da professora Elisabeth Cristina de Faria, iniciei um estudo sobre as representações em geometria, pensando no ensino do Teorema de Pitágoras para alunos com ausência da visão.

Minha motivação inicial foi estudar sobre como os alunos com cegueira total percebem as representações de figuras geométricas e as utilizam para a resolução de atividades envolvendo o Teorema. Para isso, usamos como aporte teórico a Teoria de Registros de Representação de Duval. Após muito estudo e pesquisas, elaboramos a dissertação, este caderno pedagógico e um *podcast* educacional disponível no Spotify

Observando que a aprendizagem dos alunos com deficiência visual se dará por intermédio dos outros sentidos, especialmente o tato e a audição. Pontuamos, nas atividades, a importância da descrição das representações envolvendo o teorema e a manipulação de recursos táteis para a visualização das figuras geométricas.

Capítulo 1

O CÓDIGO BRAILLE



1 O Código braille

1.1 A invenção do código braille

Louis Braille, o inventor do Código Braille, nasceu em 4 de janeiro de 1809, na pequena cidade francesa de Coupvray, pertencente ao distrito de Seine-Marne, a cerca de 45 km de Paris. Ele perdeu a visão após ter o olho perfurado por uma ferramenta na oficina do pai; o ferimento infeccionou e meses depois perdeu a visão dos dois olhos (MARASCIULO, 2021). Segundo Conde (2012), mesmo convivendo com a cegueira, Louis era um estudante exemplar: tinha excelente memória e uma inteligência brilhante. Logo depois, ele conseguiu uma bolsa de estudos no Instituto Real dos Jovens Cegos de Paris, a primeira escola para cegos do mundo criada por Valentin Haüy. Na instituição, o método de ensino consistia em fazer os alunos repetirem as explicações e os textos ouvidos. Haüy desenvolveu um sistema de leitura, com a impressão de livros em relevo, mas a identificação das letras com os dedos era uma tarefa árdua e não havia muitas obras disponíveis. O método de alfabetização por meio de letras ampliadas predominou até o ano de 1819, quando Charles Barbier, oficial do exército francês, apresentou ao diretor do instituto parisiense um código de escrita criado para ser usado, à noite, por soldados no campo de batalha para não atrair a atenção do inimigo (CONDE, 2012).

O código de Barbier, expresso por pontos salientes que representavam os 36 sons básicos da Língua Francesa, despertou logo a atenção de alguns professores do Instituto e, em pouco tempo, começou a ser utilizado pelos alunos. Com esse sistema, qualquer frase poderia ser escrita, mas era um sistema fonético e as palavras não poderiam ser soletradas. Além disso, um grande número de sinais era usado para uma única palavra, o que tornava a decifração longa e difícil e não propiciava conhecimentos de ortografia, já que os sinais representavam apenas sons: não havia símbolos para pontuação, acentos, números, símbolos matemáticos e notação musical. Louis Braille não tardou em ver na invenção do militar o potencial de se transformar em um sistema capaz de atender a todas as necessidades de comunicação escrita dos cegos.

Louis Braille aprendeu a usar o sistema, praticava frequentemente com um amigo, escrevendo com o auxílio de uma régua guia e de um estilete. Ao passo em que foi adquirindo maior habilidade no uso do método, percebeu suas falhas e começou a pensar em possíveis maneiras de melhorá-lo.

A partir de então, Louis Braille dedicou-se à criação de um sistema baseado em pontos que, de fato, atendesse às necessidades de escrita e leitura das pessoas cegas. E assim, passava dias e noites debruçado sobre uma régua guia e um estilete por ele inventados, fazendo tentativas para desenvolver um sistema de escrita e leitura tátil (ABREU, 2008, p. 14).

Segundo Abreu (2008), aos 15 anos, Louis Braille apresentou ao diretor do instituto um sistema de escrita e leitura tátil bastante simples, que permitia a representação de letras, números, acentuação, pontuação e símbolos básicos de aritmética. Além disso, o sistema tinha a vantagem de permitir que cada um dos símbolos fosse reconhecido por uma pessoa cega apenas com o contato da ponta dos dedos. Desde então, o instituto passou a experimentar o sistema e, cinco anos depois, o adotou como sistema de escrita e leitura. O reconhecimento oficial da criação só veio anos depois da morte de Braille, em 6 de janeiro de 1852, vítima de tuberculose.

Iniciou-se, na França, uma campanha para transformar o sistema no padrão de escrita para europeus com deficiência visual. No Brasil, o sistema ficou conhecido em 1854, quando foi inaugurado o Instituto Benjamin Constant, no Rio de Janeiro, à época conhecido como Imperial Instituto dos Meninos Cegos. Desde 2004, o decreto nº 5.296 transformou o Código Braille em direito do cidadão e a linguagem é obrigatória em elevadores e caixas de remédio (CONDE, 2012).

1.2 O Alfabeto e o código matemático em Braille

Figura 1 – Alfabeto em braille

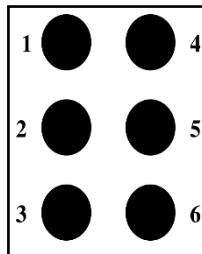
A ⠠	B ⠡	C ⠢	D ⠠⠃	E ⠠⠃⠗	F ⠠⠃⠗⠢	G ⠠⠃⠗⠠
H ⠠⠃⠗⠠⠃	I ⠠⠃⠗⠠⠃⠗	J ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	K ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃	L ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗	M ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	N ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃
O ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	P ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃	Q ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗	R ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	S ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃	T ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗	U ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠
V ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗	W ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃	X ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	Y ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃	Z ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	É ⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠⠃⠗⠠	ALFABETO LEITURA 1 ● ● ● 4 2 ● ● ● 5 3 ● ● ● 6

Fonte: Site: ALFABETO³³


³³ <http://www.deficienciavisual.pt/txt-grafiabrilieLP.htm>

O Código Braille (Figura 1) é um sistema de escrita em relevo, de exploração tátil e constituído por 63 sinais formados a partir do conjunto matricial, $2 \times 3 =$ (pontos 123456)³⁴. Alguns especialistas consideram a cela vazia um sinal, logo 64 sinais. O espaço por ele ocupado, ou por qualquer outro sinal, denomina-se cela braille ou célula braille. Os pontos são numerados de cima para baixo e da esquerda para a direita. Os três pontos que formam a coluna ou fila vertical esquerda, 1, têm os números 1, 2, 3; os que compõem a coluna ou fila vertical direita são os números 4, 5, 6 (Figura 2). O alfabeto é formado pela combinação desses 6 pontos. Com 63 combinações representamos todas as letras do alfabeto, além de acentuação, pontuação e operadores matemáticos básicos.

Figura 2 – Cela braille numerada



Fonte: Elaborado pela autora.

Os números representados em braille (Figura 3), são formados com a combinação das 10 primeiras letras do alfabeto, da letra *a* letra *j*, acrescidas do sinal de número () correspondendo aos pontos (3456).

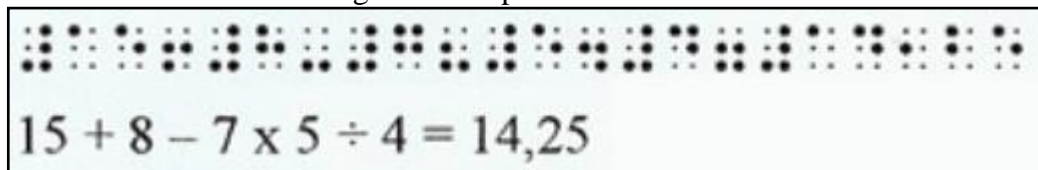
³⁴ Esses números correspondem a posição dos pontos na cela braille, como vemos na figura 2.

Operadores	Combinação de pontos	Símbolo em Braille
+	(235)	⠠⠨
-	(36)	⠠⠤
×	(236)	⠠⠨⠠⠤

Fonte: Adaptado pela autora.

As expressões numéricas em braile (Figura 5) ficam muito extensas e a pessoa com deficiência visual precisa ler toda a linha para desenvolver o algoritmo (decidir o que resolve primeiro). Isso pode gerar alguma dificuldade de desenvolvimento pelo discente cego, mas, por outro lado, favorece a organização, estimula a memória, o desenvolvimento de estratégias e o cálculo mental e alguns alunos conseguem resolver de forma muito rápida.

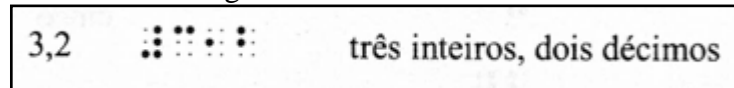
Figura 5 – Expressão numérica



Fonte: Instituto Benjamin Constant (2022)³⁵.

Os números decimais (Figura 6) seguem a mesma lógica da escrita algébrica convencional, acrescentando vírgula ⠠⠨⠠⠤ representada pelo ponto (2) separando a parte inteira da parte decimal.

Figura 6 – Número Decimal

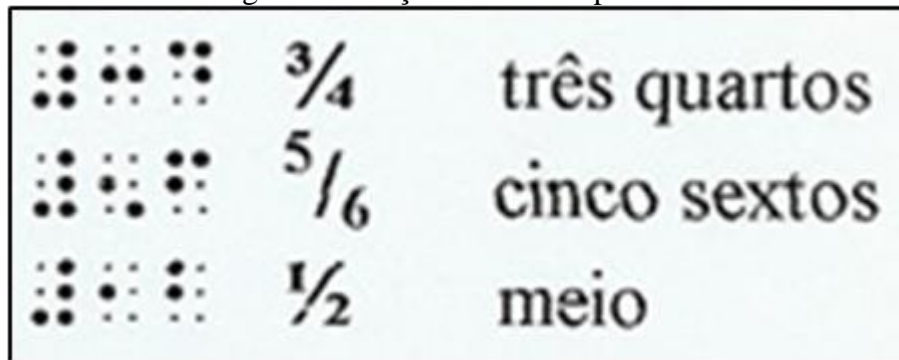


Fonte: BRASIL (2006, p. 34).

As frações podem ser representadas de duas formas: simplificada e completa. Na forma simplificada, usada na maioria dos livros didáticos, o numerador é precedido de sinal de número e é escrito na parte inferior da cela braille e o denominador na parte superior, este último sem sinal de número (Figura 7).

³⁴ <http://www.deficienciavisual.pt/txt-grafiabrilieLP.htm>

Figura 7 – Frações forma simplificada



Fonte: Instituto Benjamin Constant (2002).



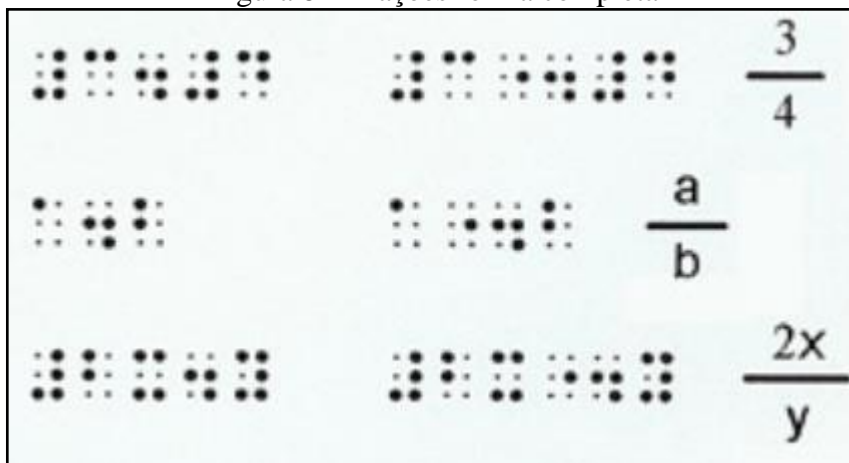

Na forma completa, é usado o sinal de divisão  entre o numerador e o denominador, ou o sinal da divisão com o com indicativo de fração  (Figura 8), entre o numerador e o denominador.

Figura 8 – Frações forma completa



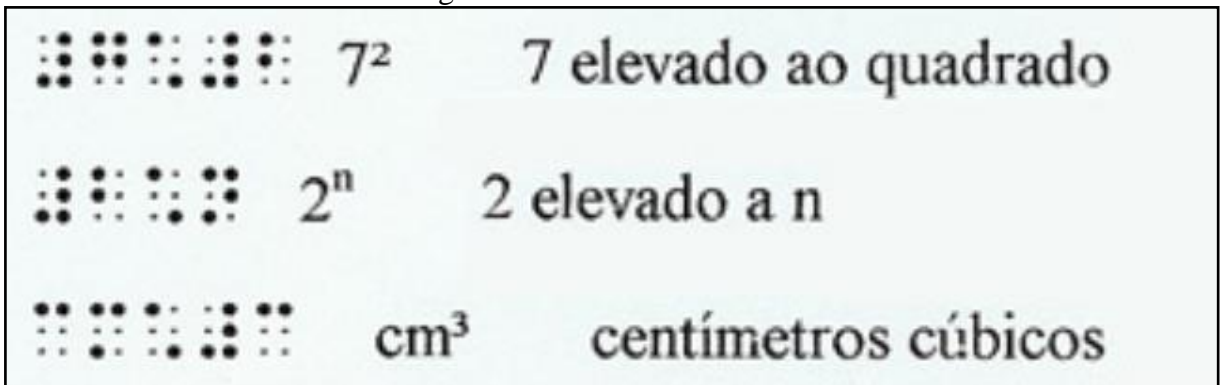
Fonte: Instituto Benjamin Constant (2002).

As potências são representadas por meio de um indicativo de índice superior  representado pelos pontos (16) (Figura 9).

É importante que o professor ensine, mesmo de forma oral, como é a escrita à tinta³⁶ das potências para que o aluno não fique perdido durante as aulas com a fala do professor, ou com os colegas, ao resolver algum exercício em grupo. Também é uma representação que fica muito extensa em braille, principalmente se existir uma expressão na base ou no expoente, o que veremos mais adiante.

³⁶ Escrita convencional

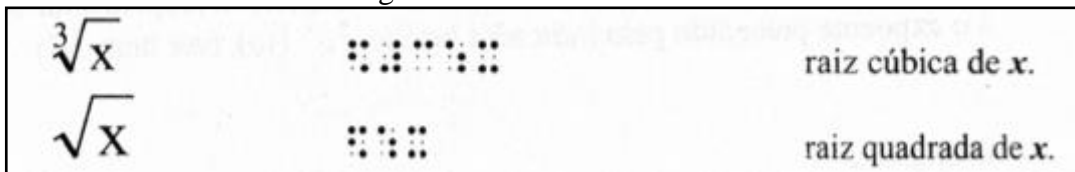
Figura 9 – Potência em Braille



Fonte: Instituto Benjamin Constant (2002).

Para representar raízes (Figura 10) , utilizamos o sinal $\sqrt{\quad}$ correspondendo aos pontos (1256), o índice seguido por $\sqrt{\quad}$ correspondente aos pontos (156). Logo após, escrevemos o radicando. Como na escrita a tinta, na raiz quadrada se omite o índice 2.

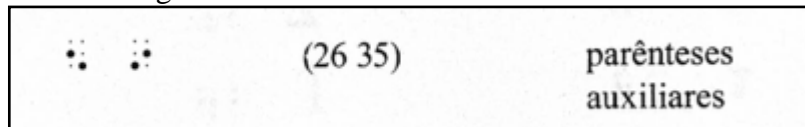
Figura 10 – Raízes em Braille



Fonte: Instituto Benjamin Constant (2002).

Os parênteses auxiliares só existem em braille e servem para separar um termo quando este for uma expressão, determinando um numerador, denominador, base, expoente, radicando etc., quando um destes termos for uma expressão numérica.

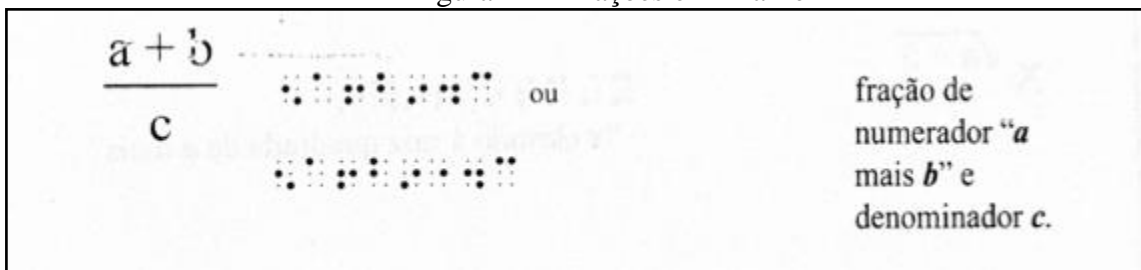
Figura 11 – Parênteses auxiliares em Braille



Fonte: BRASIL (2006, p.22).

a. Na Figura 12, os parênteses auxiliares determinam o numerador, note que sem ele o numerador seria apenas letra "a", pois a leitura e a escrita a tinta sempre é na horizontal.

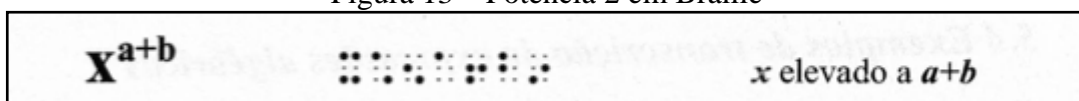
Figura 12 – Frações em Braille



Fonte: Brasil (2006, p.48).

- b. Na Figura 13, os parênteses auxiliares determinam o expoente " a+b "

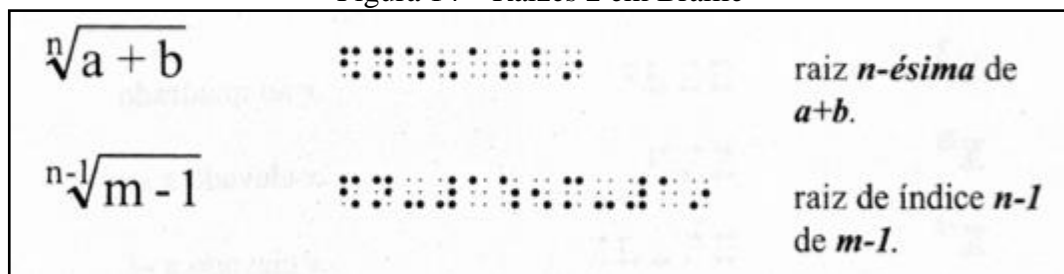
Figura 13 – Potência 2 em Braille



Fonte: Brasil (2006, p.49).

- c. Na Figura 14, os parênteses auxiliares determinam o radicando e o índice respectivamente:















Figura 14 – Raízes 2 em Braille



Fonte: Brasil (2006, p.50).

Nas Figura 15, a seguir, deixaremos algumas representações utilizadas na geometria. As demais representações de sinais matemáticos se encontram no Código Matemático Unificado para a língua portuguesa.

Figura 15 – Representações em geometria

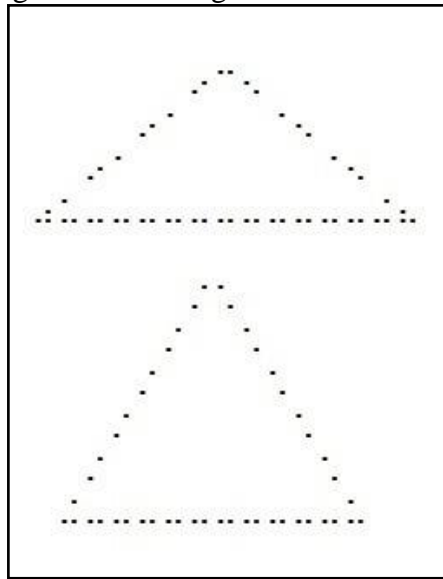
		ângulo reto
		triângulo
		triângulo retângulo
$\triangle ABC$		triângulo de vértices <i>A, B, C</i>
\widehat{ABC}		
\widehat{Z}		
\overline{AB}		
5°		cinco graus (esta notação é usada também para graus de temperatura)
$7'$		sete minutos sexagesimais
$1''$		um segundo sexagesimal
<i>ex.: $5^\circ 7' 1''$</i>		cinco graus, sete minutos, um segundo

Fonte: Brasil (2006, p. 80-81).

1.3 Representações de figuras planas

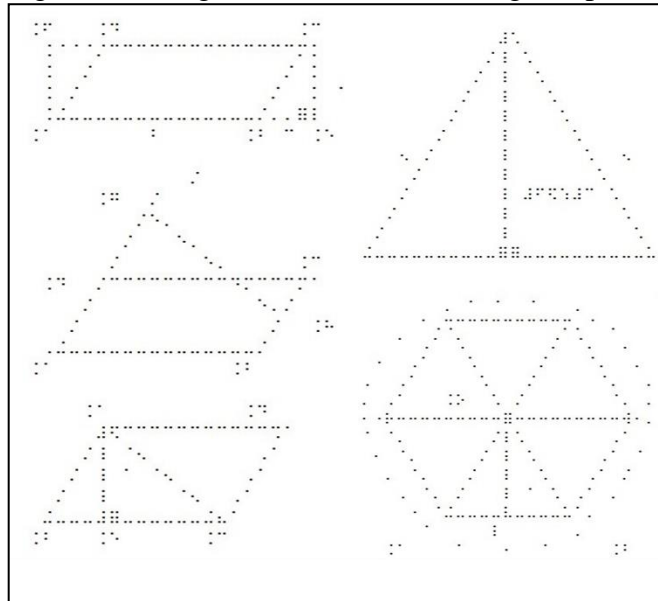
Nas representações das figuras planas, nos livros didáticos transcritos para o braille, o que encontramos são as figuras em relevo, com os pontos braille, algumas mais simples, como na Figura 16 são mais perceptíveis para o tato, já as figuras mais complexas, com muitos detalhes, como a Figura 17, necessitam de uma audiodescrição com a explicação do professor, ou até de um material manipulativo para facilitar a visualização do aluno cego. Quanto mais detalhes a figura possuir, mais difícil será a visualização do estudante com deficiência visual.

Figura 16 – Triângulos em alto relevo



Fonte: Acervo produção de livros CAP-GO.

Figura 17 – Figuras de atividades de figuras planas



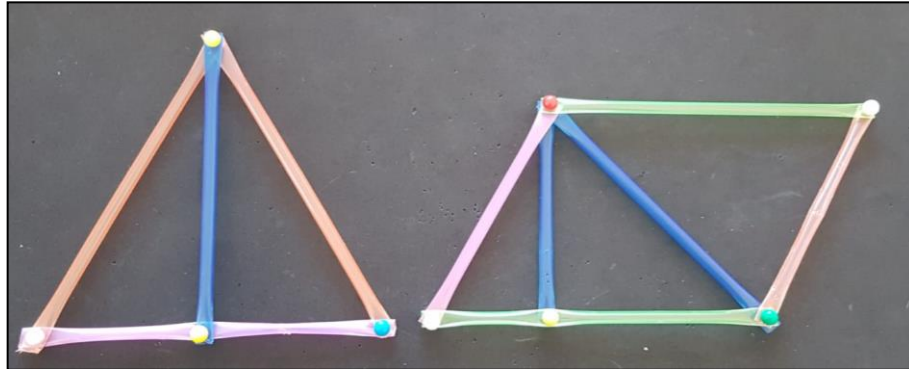
Fonte: Acervo produção de livros CAP-GO.

Essas representações podem ser adaptadas pelo professor com o uso do geoplano, multiplano ou até de algum recurso didático artesanal construído por ele mesmo. O geoplano consiste em uma placa de madeira com pregos dispostos em uma malha quadriculada, onde é possível fazer as representações das figuras geométricas com o auxílio de liguinhas ou cordões. Já o multiplano é um recurso didático construído pelo professor Rubens Ferronato, que trabalha várias representações em matemática.

Deixamos para o professor a sugestão de um material colhido em nossas pesquisas, inventado pela professora do CAP-GO Maria Euripedes de Souza Dias e utilizado para a

representação de qualquer figura geométrica plana. Esse material consiste em uma placa de isopor revestida de EVA, canudos e alfinetes (Figura 18).

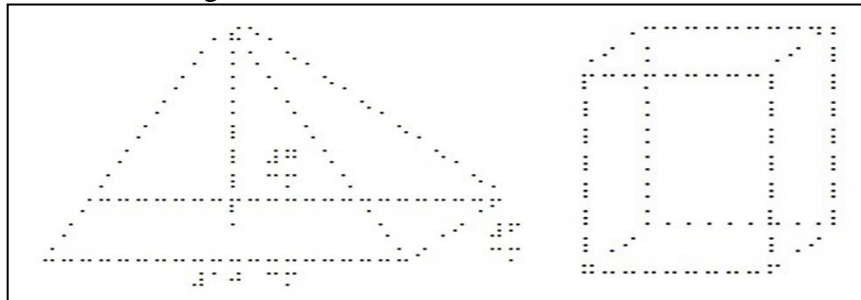
Figura 18 – Material artesanal para figuras planas



Fonte: Elaborado pela autora.

Já as representações das figuras tridimensionais em braile (Figura 19), geralmente, são imperceptíveis ao aluno cego. Mesmo se treinarem para reconhecerem essas representações, elas podem não fazer nenhum sentido para o estudante com deficiência visual, já que a figura não possui profundidade. O que torna a representação desses objetos acessíveis para o aluno é dar acesso à figura sólida, e deixá-lo compreender e visualizar cada parte do objeto.

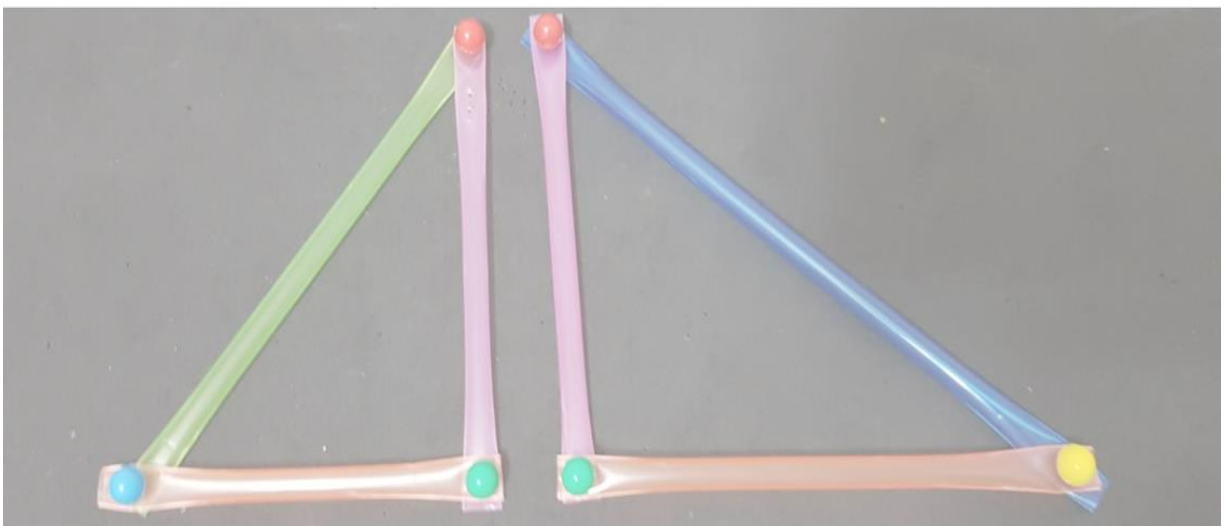
Figura 19 – Altura da Pirâmide e o Cubo



Fonte: acervo produção de livros CEBRAV.

Capítulo 2

A GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA



2 A geometria na perspectiva da teoria de registros de representação semiótica

Muitos especialistas apontam problemas de ensino e aprendizagem da geometria e, segundo Almouloud (2017), uma das causas é que não tem se dado a importância devida a ela. Ainda segundo o autor, a maior parte dos problemas de ensino e aprendizagem em geometria que percebemos em nossos alunos é de origem didática e linguística, dos quais podemos citar como exemplos:

- a coordenação dos diferentes registros de representação (a escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural) (DUVAL, 1995);
- dificuldade na linguagem matemática e nas propriedades dos objetos matemáticos, podem atrapalhar a compreensão das demonstrações;
- as figuras nem sempre facilitam “ver” as relações ou as propriedades em relação às hipóteses dadas, às quais correspondem a solução procurada;
- a dificuldade de interpretação de texto dos alunos dificulta o entendimento dos problemas;
- os tipos de problemas propostos nos livros didáticos, em geral, não envolvem questões de interpretação de textos matemáticos.

Duval (2011) chama de registros de representação semiótica as frases em língua natural, as equações, as figuras, os esquemas e os gráficos. Segundo o autor, só temos acesso aos objetos matemáticos por meio das suas representações e devemos nunca as confundir com os objetos. (DUVAL, 2017). “A compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas. (Duval, 2017, capítulo 1)”. De acordo com o autor, a maioria dos alunos permanece aquém dessa compreensão, o estudo privilegia os registros monofuncionais, que são os cálculos, os gráficos e deixa os registros multifuncionais, que são os teoremas, conceitos, figuras etc., em segundo plano. Em outras palavras, os algoritmos são privilegiados no ensino da matemática. Talvez esse seja o motivo da dificuldade crescente em geometria.

Quando se fala em coordenação entre os registros representação, duas transformações são possíveis: o tratamento e a conversão. O tratamento consiste na transformação ou desenvolvimento dentro de um mesmo sistema semiótico, como:

- Desenvolver uma expressão algébrica ou numérica; (Ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números).
- Modificar uma figura (Repartir, agrupar, deslocar).
- Reescrever um enunciado com outras palavras.

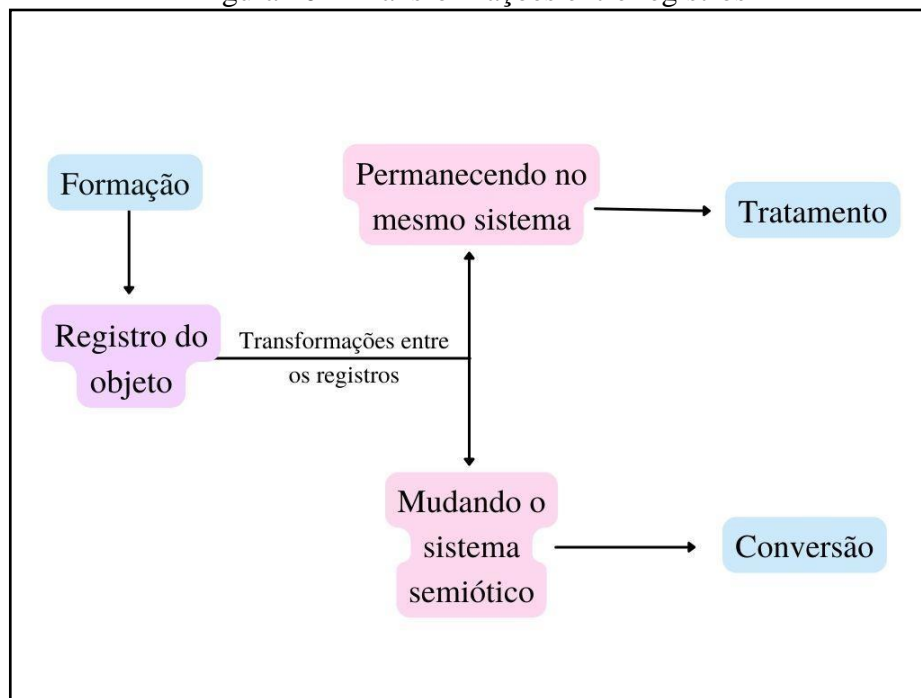
- Modificar um gráfico, etc.

Já a conversão consiste na transformação entre registros de sistemas semióticos diferentes, como:

- Escrever uma equação de acordo com o enunciado.
- Desenhar uma figura de acordo com o enunciado ou uma expressão.
- Construir um gráfico de uma função descrita algebricamente.
- Encontrar a função correspondente ao gráfico dado, etc.

"O que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação" (Duval, 2011, p. 68). Na Figura 20, ilustramos as transformações entre os registros de forma resumida, em que a *formação* acontece a partir do momento que o objeto é evocado.

Figura 20 – Transformações entre registros



Fonte: Elaborado pela autora, baseado em Duval (2011, 2017).

Na geometria, temos três registros de representação para os objetos matemáticos: língua materna (enunciados, teoremas), registro algébrico e figuras. Cada um desses registros possui conteúdos e regras próprias de desenvolvimento, e, portanto, é fundamental desenvolver e coordenar esses registros para a compreensão da geometria.

Segundo ALMOULOU (2017), os tratamentos, principalmente envolvendo registros numéricos, são priorizados no ensino, e é preciso destacar a conversão juntamente com as propriedades de cada representação, pois cada uma delas possui regras próprias de

funcionamento que são importantes para compreender o objeto em estudo. “A conversão das representações é o primeiro limiar da compreensão em matemática” (DUVAL, 2011, p.100).

Almouloud *et al.* (2004) nos dizem que para diminuir os problemas associados à aprendizagem de geometria, devemos trabalhar com os alunos problemas que envolvem especialmente a conversão entre as representações e que estimulem as apreensões das figuras, que estão resumidas no Quadro 2.

Quadro 2 – Apreensões das figuras geométricas segundo Duval

Perceptiva	Discursiva	Operatória	Sequencial
É o reconhecimento das formas sendo imediata e automática.	É a interpretação dos elementos das figuras apresentadas pelo enunciado.	São as possíveis modificações que podem acontecer com a figura e as reorganizações perceptivas que as mudanças operam	É a construção da figura realizada passo a passo

Fonte: Quadro adaptado, baseado em Brandt, Moretti e Novak, (2018).

Ainda segundo Almouloud (2002), a apreensão operatória das figuras depende das modificações que elas podem sofrer, e tais transformações são realizadas psiquicamente, graficamente e mentalmente. Duval (1995) classifica essas apreensões de acordo com as modificações realizadas nas figuras, resumidas no Quadro 3:

Quadro 3 – Modificações da figura segundo Duval

Modificação mereológica	Modificação ótica	Modificação posicional
Quando separamos a figura em partes que são subfiguras da figura dada.	Quando transformamos uma figura em outra considerada a sua imagem.	Quando deslocamos a figura com relação a um referencial

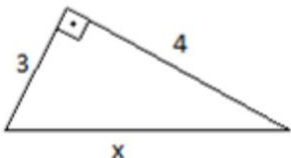
Fonte: Tabela adaptada pela autora, baseada em Almouloud et al. (2004).

Alguns problemas de geometria vão exigir as quatro apreensões, sendo que algumas dessas apreensões serão mais requisitadas que outras (BRANDT; MORETTI; NOVAK, 2018). Vamos observar alguns exemplos de atividades à tinta e em braille e as principais transformações e apreensões que cada atividade exige.

Figura 21 – Atividade 1

1. Calcule o valor de x

a)

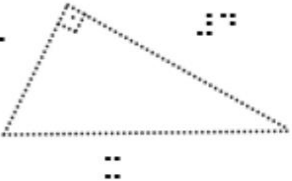


$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

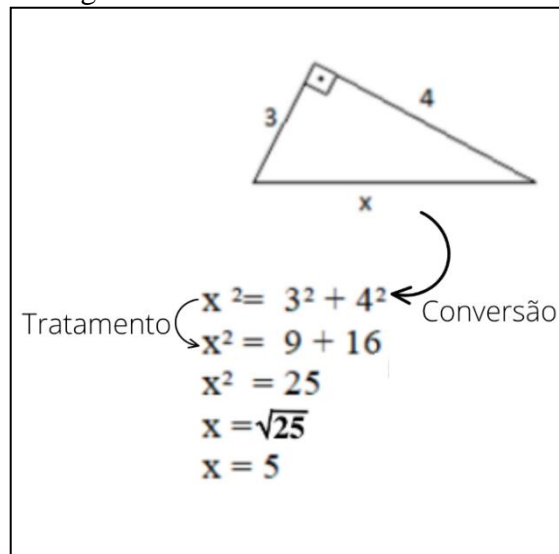
$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$


Fonte: Acervo produção CAP-GO.

Na atividade 1 (Figura 21), o aluno precisa reconhecer o triângulo retângulo, identificando seus lados para aplicar a fórmula do teorema de Pitágoras. Ele precisa fazer a leitura da figura geométrica para realizar a conversão para a representação algébrica. Ao fazer a conversão, o aluno realizará os cálculos pertinentes, chamados por Duval de *tratamento* (Figura 22).

Figura 22 – Tratamento e conversão



Fonte: Adaptado pela autora.

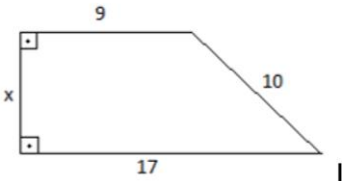
Observe que o braille é um código, portanto cada algarismo corresponde a uma combinação de pontos, como vimos no capítulo anterior. Portanto, são realizadas as mesmas transformações que foram feitas na escrita à tinta. Então, se o aluno dominar o braille e o professor fizer uma descrição coerente, ele conseguirá acompanhar as transformações.

Para facilitar a visualização da representação da figura pelos alunos cegos, podemos representar a figura em alto relevo com cola glitter ou outro material, ou usar um recorte em papelão ou EVA. Se o aluno já conhece o triângulo retângulo e seus lados, nesse caso, podemos apenas descrever a figura, sem a necessidade de um recurso tátil.

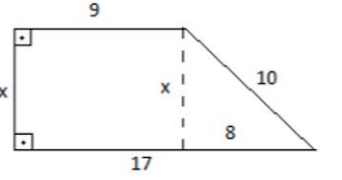
Já na atividade 2 (Figura 23), o triângulo retângulo não está explícito, é solicitado para calcular a altura do trapézio. Assim, o aluno deve fazer uma modificação na figura para enxergar o triângulo retângulo.

Figura 23 – Atividade 2

2. Calcule x:



Solução:



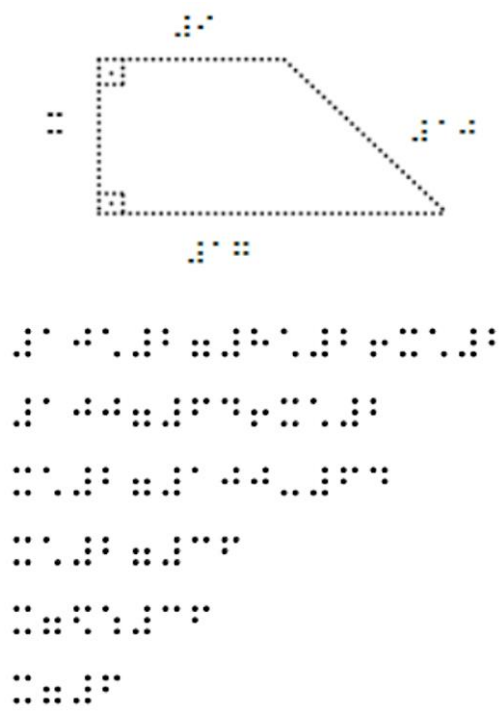
$$10^2 = 8^2 + x^2$$

$$100 = 64 + x^2$$

$$x^2 = 100 - 64$$

$$x^2 = 36$$

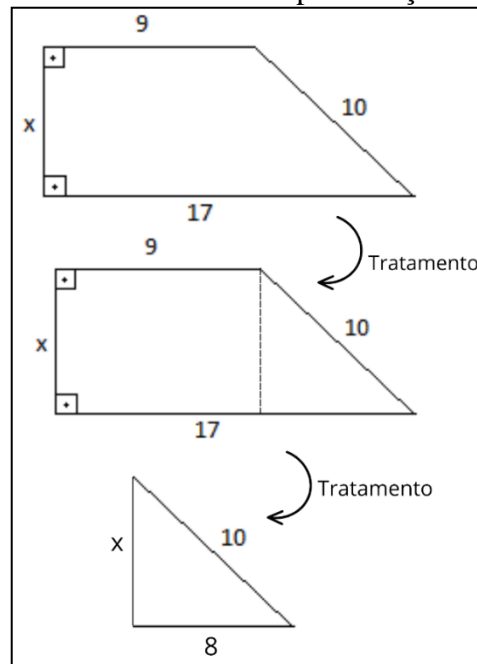
$$x = \sqrt{36}$$

$$x = 6$$


Fonte: Acervo da Autora.

Quando modificamos a figura, traçando a altura relativa a um dos vértices, e até repartindo a figura, estamos realizando um *tratamento* na figura (Figura 24). Essa capacidade de apreensão é chamada por Duval de *apreensão operatória*, e a modificação das figuras é chamada pelo autor de *modificação mereológica*..

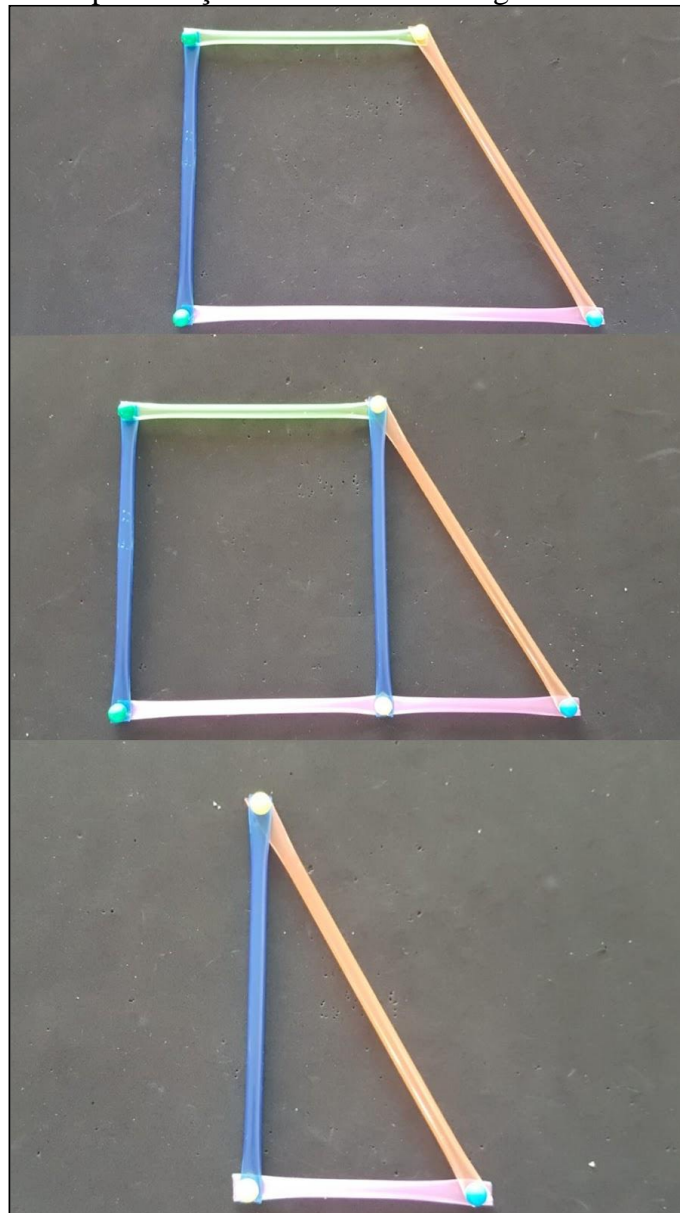
Figura 24 – Tratamento na representação da figura



Fonte: Adaptado pela autora.

Note que o aluno deverá observar as propriedades da figura para conseguir fazer essa transformação e aplicar o teorema. Essas transformações podem ser feitas tanto materialmente quanto mentalmente. Os alunos videntes podem desenhar suas modificações, na própria figura ou em algum lugar à parte, já os alunos com deficiência visual dificilmente vão conseguir fazer essas modificações mentalmente ou vão conseguir ter a percepção desse desenho e da modificação em alto relevo; portanto, deverá ser utilizado algum material concreto para ajudar na compreensão e na modificação dessa figura, como, por exemplo, o material artesanal sugerido no capítulo anterior demonstrado na Figura 25.

Figura 25 – Representação do tratamento na figura- material artesanal

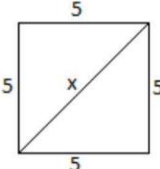
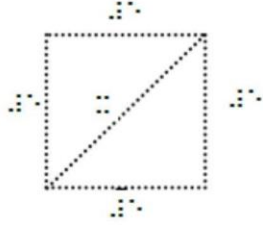


Fonte: Elaborado pela autora.

O aluno cego vai precisar de mais tempo para visualizar as imagens, mesmo com a ajuda do professor. A visualização dos objetos por pessoas com deficiência visual sempre vai partir dos detalhes que compõem a figura para a figura completa, ou seja, primeiro a pessoa com ausência da visão irá perceber os detalhes de cada figura, para depois conseguir compor a imagem completa. Quanto mais detalhes a figura possuir, mas o aluno com deficiência visual terá dificuldades de visualizá-la. E as modificações das figuras devem ser feitas de forma mais concreta possível.

Figura 26 – Atividade 3

3. Determine a diagonal de um quadrado de perímetro 20.
 Solução:

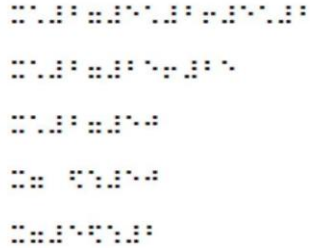



$$x^2 = 5^2 + 5^2$$

$$x^2 = 25 + 25$$

$$x^2 = 50$$

$$x = 50$$

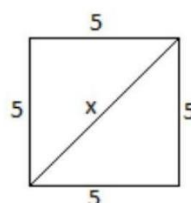
$$x = 5\sqrt{2}$$


Fonte: Acervo Produção CAP-GO.

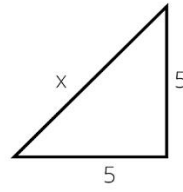
Na atividade 3 (Figura 26), ao interpretar o enunciado, o aluno deve fazer a *conversão* para a representação da figura geométrica. Observe que essa conversão é realizada entre as representações dos registros em língua materna e o registro da figura (Figura 27).

Figura 27 – Conversão e tratamento

3. Determine a diagonal de um quadrado de perímetro 20.
 Solução:



Conversão



Tratamento

Fonte: Adaptado pela autora.

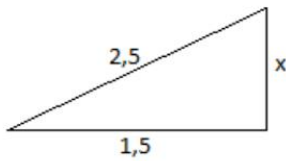
Essa apreensão da figura é chamada por Duval de *apreensão discursiva*, pois exige a interpretação dos elementos das figuras apresentadas pelo enunciado. Note que após a representação da figura, o aluno terá que modificá-la, como na atividade 3, realizando um *tratamento*, ou uma modificação *mereológica*. Portanto, esse problema exige mais de uma apreensão, exige a apreensão *discursiva* e a *apreensão operatória*.

Duval nos diz que duas representações de um mesmo objeto, em registros diferentes, não possuem o mesmo conteúdo. Ou seja, o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado (DUVAL, 1999 apud DUVAL, 2017, capítulo 1). Isso quer dizer que os conteúdos associados à representação das figuras geométricas são diferentes dos conteúdos associados à representação algébrica. Note que os tratamentos dependem de cada representação do objeto. Por isso “é na articulação dos registros que constitui uma condição de acesso a compreensão da matemática e não no enclausuramento de cada registro” (DUVAL, 2017, capítulo 1)

Segundo o autor, reconhecer um objeto em meio às múltiplas transformações é condição para a capacidade de resolução de problemas em matemática. Dessa forma, é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos.

Figura 28 – Atividade 4

4. Uma escada de 2,5 m de altura está apoiada em uma parede e seu pé dista 1,5m da parede. Determine a altura que a escada atinge na parede nessas condições:
 Solução:



$$2,5^2 = 1,5^2 + x^2$$

$$6,25 = 2,25 + x^2$$

$$x^2 = 6,25 - 2,25$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 4$$

$$x = 2$$

Braille representation of the problem and solution, including a Braille diagram of the right-angled triangle.

Fonte: Acervo produção CAP-GO.

Para trabalhar problemas contextualizados, como na Figura 28, com o aluno com deficiência visual que possui cegueira congênita, temos que observar que eles não têm memória visual, então podem ter dificuldades em imaginar a situação apresentada. Às vezes, o aluno cego nunca subiu ou bateu uma escada e mesmo que tenha tido esse contato, não significa que ele conseguirá visualizar mentalmente essa situação e associar a figura com um triângulo retângulo. Portanto, o professor deve pensar em formas de construir essa visualização com o aluno cego. Pode representar a escada com algum objeto, lápis ou régua, e colocá-lo na parede para ajudar a formar a imagem mental antes de tentar representar esse triângulo retângulo.

Capítulo 3

ATIVIDADES ENVOLVENDO O TEOREMA DE PITÁGORAS



3 Atividades envolvendo o Teorema de Pitágoras

3.1 A procura de triângulos retângulos

Objetivo da atividade: Conhecer a história do Teorema de Pitágoras e reconhecer o triângulo retângulo no cotidiano

Pré-requisitos: Relembrar conceito de ângulos e triângulos.

Proposta de ensino

1. Contar a história do Teorema de Pitágoras.
2. Dialogar com os alunos sobre o triângulo retângulo.
3. Observar o ângulo reto presente nas construções e móveis.

Um pouco de história

Segundo Eves (2011), Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C. na Ilha Egéia de Samos, ele é uma figura imprecisa historicamente, pois não sobreviveu nenhuma obra dele, o que temos são tradições que se tornou em volta desse sujeito, mas nada específico. Acredita-se que ele tenha sido discípulo de Tales, pois era 50 anos mais novo que ele e morava perto da mesma região em que ele viveu. Em Crotona, uma colônia situada ao sul da Itália, fundou a famosa escola Pitagórica, que era um centro de estudo de filosofia, ciências, matemática e também com um cunho religioso de rituais e costumes.

De acordo o autor, não se sabe a quem se deve as descobertas da escola Pitagórica, porque os ensinamentos eram todos orais e era costume atribuir todas as descobertas ao fundador da escola. Mas essa relação entre os catetos e a hipotenusa já era conhecida há mais de um milênio antes pelos Babilônios.

Segundo Roque (2012), essa relação pode ter sido um saber comum entre os gregos daquela época. A demonstração do Teorema encontrada no livro *Os elementos* de *Euclides* faz uso de resultados que eram desconhecidos na época da escola pitagórica. "Não se conhece nenhuma prova do teorema geométrico que tenha sido fornecida por um Pitagórico e parece pouco provável que ela exista" (ROQUE, 2012, p. 99).

Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros. Essas triplas são constituídas por números inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo (ROQUE, 2012, p. 99).

Mesmo assim, a relação válida para todo triângulo retângulo que diz que o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos, é uma das mais famosas e mais utilizadas na geometria. E. S. Loomis, na segunda edição do seu livro *The Pythagorean Proposition*, coletou e classificou 370 demonstrações do Teorema.

Na prática, o triângulo retângulo é utilizado nas construções de casas, prédios, e até de móveis e objetos. Essa relação pode ser utilizada para calcular distâncias inacessíveis, como a altura de um prédio, ou até para provar que a terra é redonda e não plana. Além de ser muito importante para a engenharia e arquitetura, ele é também muito utilizado na aeronáutica para traçar rotas de voos e evitar assim colisões.

Dialogando com os alunos:

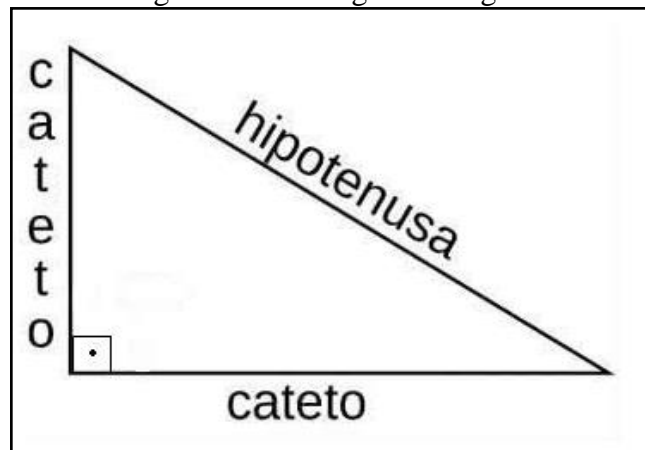
1. Porque o triângulo retângulo recebe esse nome especial?
2. Porque é interessante medir?
3. Onde podemos encontrar o triângulo retângulo nessa sala?
4. E em outros lugares?

Com a ajuda de um esquadro ou um recorte no papelão ou EVA de um triângulo retângulo, observar o ângulo reto presente na sala de aula. Entre as paredes, entre a parede e o chão, nos cantos das mesas, quadro, porta e cadeiras... Dialogar com os alunos sobre como seriam essas construções se tivessem usado outro ângulo.

O triângulo retângulo

É todo triângulo que possui um ângulo de 90° . O lado maior desse triângulo é chamado de hipotenusa e os outros dois lados menores são chamados de catetos. Observe que o lado maior é sempre oposto ao ângulo de 90° .

Figura 29 – Triângulo retângulo



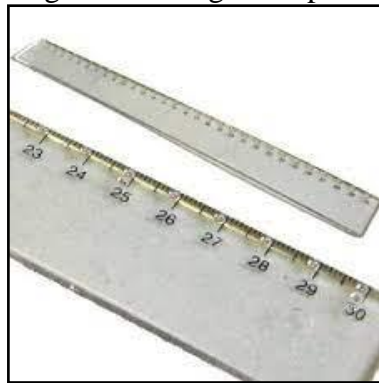
Fonte: Elaborado pela autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Observando que \hat{A} é o maior lado do triângulo e os outros dois lados catetos são B e C. Anotem as conclusões com relação aos resultados.

Adaptações para alunos com deficiência visual: é importante que o aluno com deficiência visual também verifique a medida dos lados dos triângulos e do ângulo reto; para isso, utilize a régua adaptada e um esquadro, como na figura 31 a seguir:

Figura 31 – Régua adaptada



Fonte: Site: [shopping do braille37](http://shoppingdobraille37.com.br).

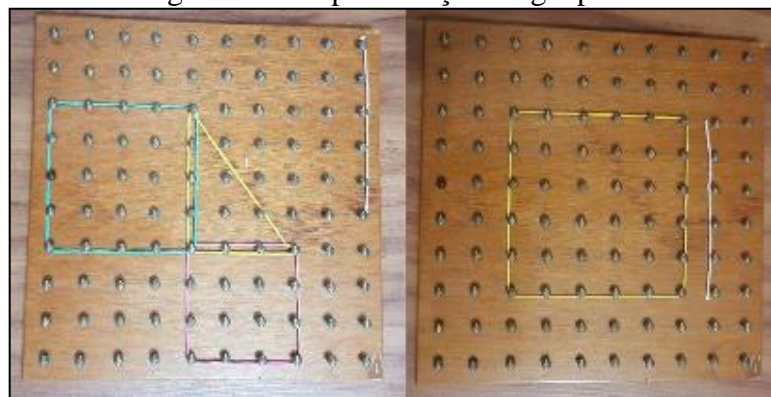
3.3 Demonstrando o Teorema com o uso do Geoplano

Objetivo da atividade: Verificar a validade do teorema de Pitágoras através das áreas dos quadrados de lado 3, 4 e 5.

De acordo com vários dados históricos, as pirâmides do Egito são baseadas na pirâmide de base quadrada e, para conseguir ângulos retos, os egípcios usavam uma corda de 12 nós equidistantes para construir um triângulo retângulo e obter os cantos das bases da pirâmide em ângulos retos. Esse triângulo, em particular, tem lados medindo 3, 4 e 5 unidades, o ângulo formado pelos dois lados menores é um ângulo reto (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002).

Verificação do teorema com o geoplano:

Figura 32 – Representação no geoplano



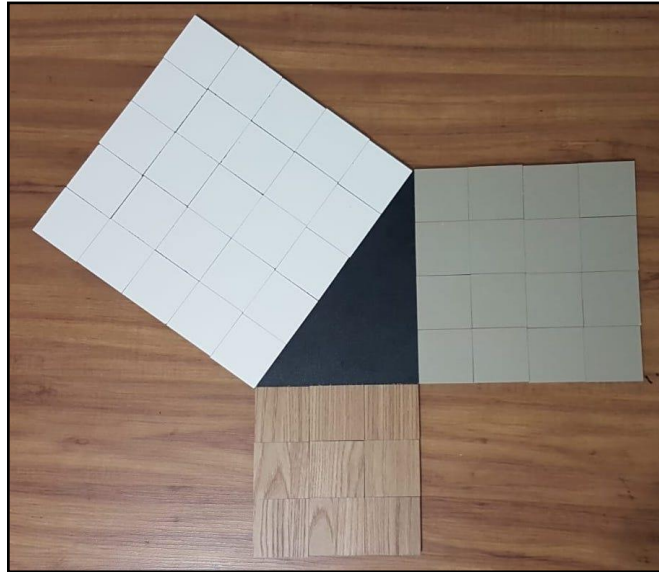
Fonte: Elaborado pela autora.

1. Construa um triângulo retângulo de catetos 3, 4 e 5 utilizando liguinhas, ou barbantes; considere a medida entre dois pregos como uma unidade de medida. Observe que os dois catetos devem ser perpendiculares.
2. Utilize um barbante, ou outro material para conferir a medida do lado da hipotenusa, que estará na diagonal, sua medida será igual a 5 (confira comparando distância a pregos na vertical ou horizontal).
3. Construa quadrados sobre catetos de cada triângulo, de lados 3 e 4.
4. Calcule a área desses quadrados contando cada quadradinho como 1 unidade de área; (sendo cada quadradinho delimitado por 4 pregos).
5. Em outro geoplano, construa um quadrado com a medida da hipotenusa e peça que calcule a área, contando os quadradinhos menores.

6. Deixe que o aluno tire suas conclusões e anote os resultados (Se o aluno não perceber a relação envolvendo o Teorema, peça que compare a área do quadrado maior com a soma dos outros dois quadrados).

Outras adaptações: Podem-se produzir os quadradinhos com papel cartão, EVA, papelão ou MDF, como na Figura 33:

Figura 33 – Demonstração pela área dos quadrados



Fonte: Elaborado pela autora.

Observe que essa atividade pode ser feita tanto para alunos com deficiência visual como para alunos videntes.

3.4 Demonstração utilizando o Tangram

Objetivo da atividade: Verificar a validade do teorema, observando as áreas das figuras do tangram.

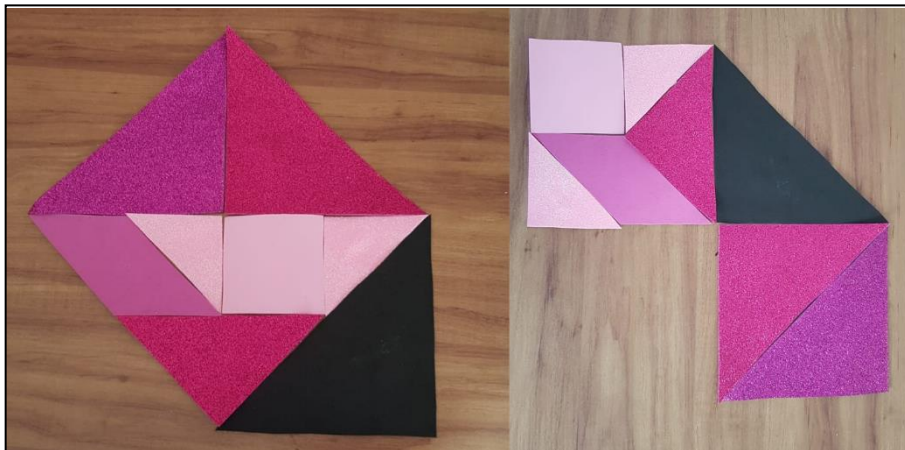
Figura 34 – Demonstração com o tangram



Fonte: Elaborado pela autora.

1. Corte em EVA, papel cartão ou papelão um triângulo com a mesma medida do triângulo maior do tangram. Fixe o triângulo em uma mesa com uma fita adesiva.
2. Construa 2 quadrados com os lados da mesma medida dos catetos do triângulo retângulo utilizando todas peças do tangram.
3. Agora, use as mesmas peças para construir um quadrado de lado igual a hipotenusa.
4. Deixe que o aluno tire suas conclusões. (Como usamos as mesmas peças para as duas construções é possível observar que a medida da hipotenusa ao quadrado é igual a soma das medidas dos catetos ao quadrado).

Figura 35 – Tangram de EVA



Fonte: Elaborado pela autora.

Adaptações para alunos com deficiência visual: para essa atividade ser realizada com o aluno cego, ele precisa ter familiaridade com o tangram. Portanto, antes dessa demonstração, outras atividades para reconhecimento das peças precisam ser realizadas. Se o tangram for de madeira, o aluno cego terá facilidade de reconhecer as peças, mas também pode ser colocado texturas diferentes sobre as peças ou pode confeccioná-las com EVA colados em papelão, ou mesmo feitos com EVA com maior espessura. Para o tangram não deslizar sobre a mesa durante a manipulação das peças, pode-se usar uma placa de EVA sobre a mesa, ou colar uma fita imantada embaixo de cada peça e manipulá-las sobre uma superfície de metal. Deixe que o aluno reconheça as peças e manipule o tangram, peça que construa quadrados com 3, 4, 5 e 7 peças respectivamente. Deixe-o observar que não é possível construir um quadrado com 6 peças do tangram. Deixe que o aluno construa outras figuras com o material.

3.5 Calculando medidas com o Geoplano

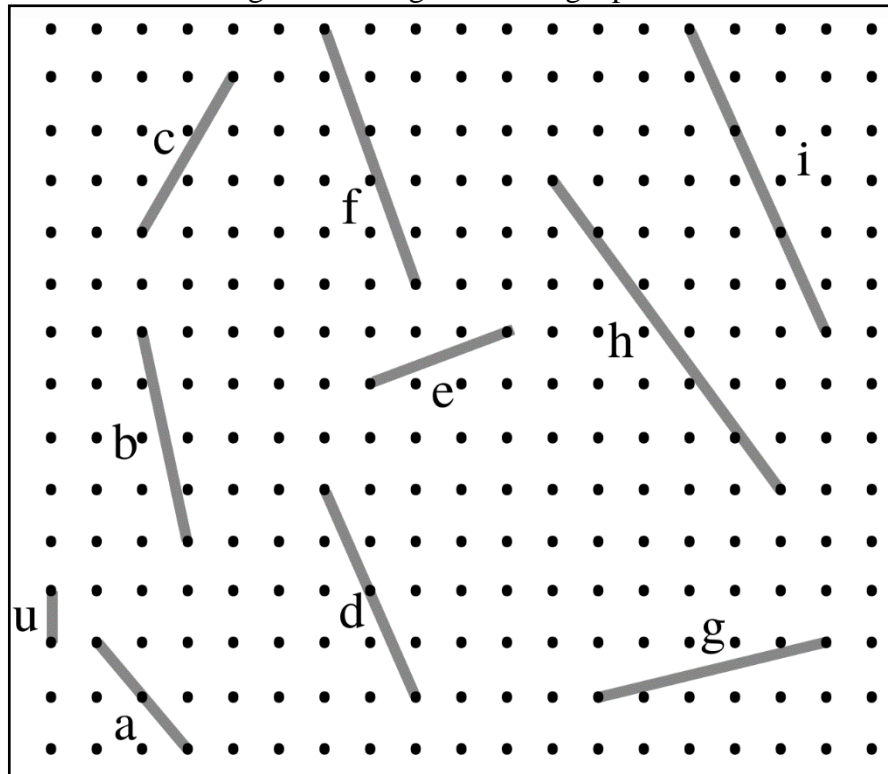
Objetivo da atividade: Desenhar triângulos retângulos na malha e calcular a medida das hipotenusas dos triângulos imaginados e representados.

Pré-requisitos: Fórmula do Teorema de Pitágoras

(GIOVANNI; GIOVANNI JR., 2002, p. 199 adaptado) Usando o teorema de Pitágoras, determine o comprimento de cada segmento desenhado na figura:

(Utilize a medida entre os pregos como uma unidade de medida)

Figura 36 – Segmentos no geoplano



Fonte: Elaborado pela autora.

Adaptação para o aluno com deficiência visual: utilize o geoplano artesanal ou comercial para representar os segmentos com o auxílio de liguinhas. Represente um segmento e espere o aluno realizar as construções, anotações e conclusões antes de passar para o outro segmento.

3.6 Medindo incomensuráveis

Objetivo da atividade: Usar o teorema para representar segmentos com medidas de números irracionais.

Pré-requisitos: Potências, raízes

1. (KALLEF, 2005, p.68). Utilizando-se o geoplano, pode-se construir um segmento cujo comprimento possa representar $\sqrt{2}$? Explique seu procedimento.
2. (KALLEF, 2005, p.68). No Geoplano, pode-se representar $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$? E $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$ e $\sqrt{10}$? Represente e anote os resultados.

Observação: O aluno observará que nem $\sqrt{3}$, nem $\sqrt{6}$, nem $\sqrt{7}$ podem ser representados no geoplano devido à disposição dos pregos ou parafusos.

3.7 Demonstração do Teorema de Pitágoras por semelhança de triângulos

Objetivo da atividade: demonstrar o teorema de Pitágoras através das relações envolvendo a semelhança de triângulos.

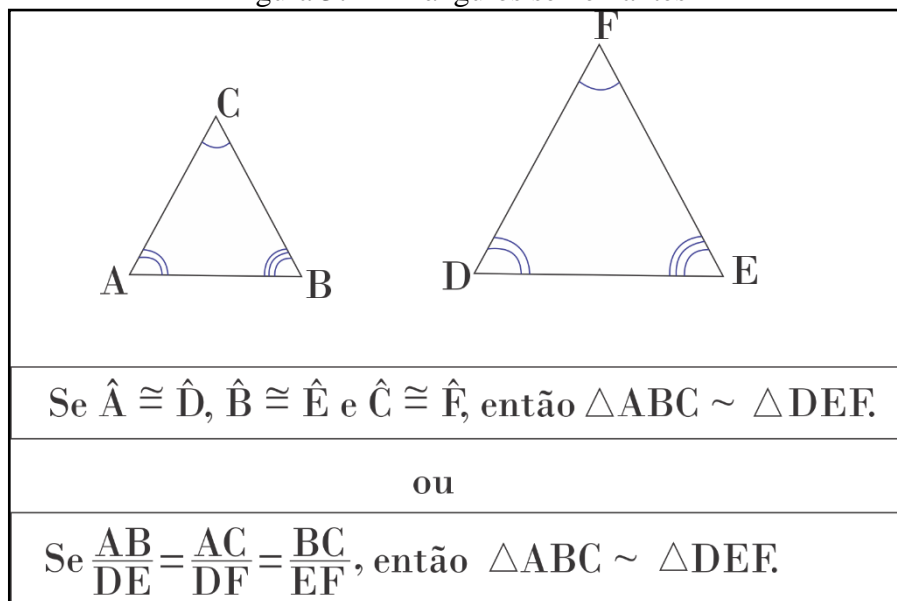
Pré-requisitos: Semelhança de Triângulos, equação do 1º grau, potenciação.

Definição: dois triângulos são ditos semelhantes se, e somente se, existe uma correspondência biunívoca, que associa os vértices de um triângulo aos vértices do outro triângulo, onde:

- ângulos com vértices correspondentes são congruentes;
- lados opostos a vértices correspondentes têm medidas proporcionais.

Por exemplo, os triângulos ABC e DEF são semelhantes se, e somente se os ângulos correspondentes são congruentes, ou seja, se os ângulos são iguais e se os lados correspondentes são ordenadamente proporcionais. Veja:

Figura 37 – Triângulos semelhantes



Fonte: Elaborado pela autora.

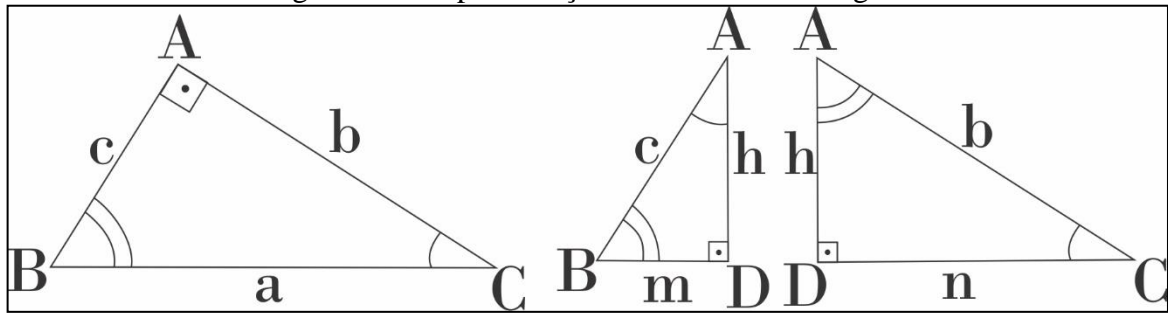
Sendo,

- k: razão de semelhança
- \sim : notação de semelhança

Demonstração:

Considere o triângulo retângulo ABC. Seja **h** a altura do triângulo relativa à hipotenusa **a**, **n** a projeção ortogonal do cateto **c** sobre a hipotenusa, e **m** a projeção ortogonal do cateto **b** sobre a hipotenusa. Deste modo, podemos considerar 3 triângulos:

Figura 38 – Representação da divisão do triângulo



Fonte: Elaborado pela autora.

Note que estes três triângulos são semelhantes, pelo caso AA de semelhança (dois ângulos congruentes). Então obtemos:

$$\Delta ABC \sim \Delta DAB \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{m}$$

e então temos:

$$(1) \quad a \cdot h = b \cdot c$$

$$(2) \quad b \cdot m = h \cdot c$$

$$(3) \quad a \cdot m = c^2$$

$$\Delta ABC \sim \Delta DAC \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{h} = \frac{b}{n}$$

e então temos:

$$(4) \quad a \cdot h = b \cdot c$$

$$(5) \quad b \cdot h = c \cdot n$$

$$(6) \quad a \cdot n = b^2$$

$$\Delta DAB \sim \Delta DCA \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

e então temos:

$$(7) \quad c \cdot n = b \cdot h$$

$$(8) \quad h^2 = m \cdot n$$

$$(9) \quad b \cdot m = c \cdot h$$

De (3) e (6), temos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot n + a \cdot m = a \cdot (m + n)$$

como $m + n = a$:

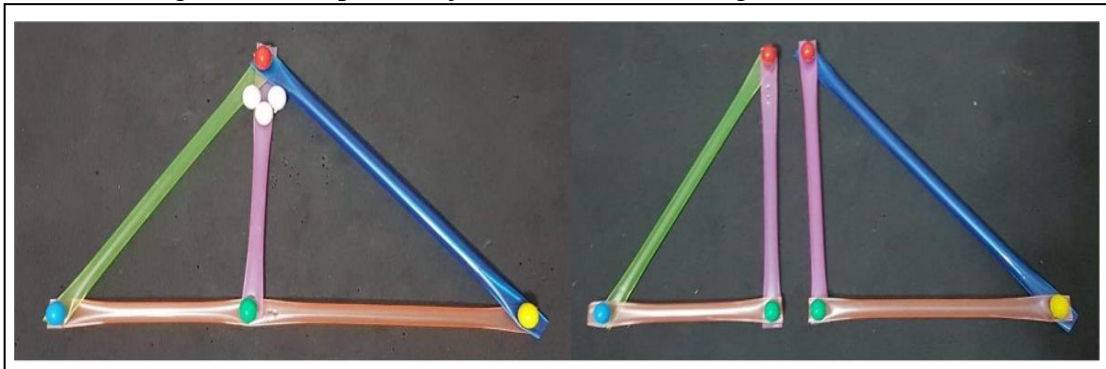
$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com deficiência visual: pode-se mostrar a decomposição dos triângulos (Figura 39).

Figura 39 – Representação da divisão do triângulo com canudos



Fonte: Elaborado pela autora.

Observações:

1. É importante lembrar as propriedades da semelhança de triângulos com todos os alunos, inclusive o aluno com deficiência visual; para isso, use o material artesanal já sugerido nesse caderno ou outro material, como o geoplano ou o multiplano. É importante que o aluno visualize os triângulos e identifique os lados, e anote as representações algébricas sobre a semelhança de triângulos;
2. Deixe o aluno tatear a primeira figura e identificar e nomear os lados e os vértices (se quiser pode colar as letras em braille nos vértices e nos lados, ou apenas guardar na memória dependendo do aluno).
3. Peça que o aluno imagine que vamos separar os dois triângulos e deixe-o dizer como ele acha que ficará, só depois mostre para ele a figura desconstruída. É importante que renomeie os vértices e os lados com o aluno, oralmente ou com auxílio do Braille. Se o aluno sentir dificuldades de entender a desconstrução, pode utilizar triângulos em EVA ou papel cartão.
4. Depois que o aluno visualizar os triângulos separados, nomear os lados e os vértices, pode seguir a mesma sequência dos desenvolvimentos algébricos realizados com os videntes.

3.8 Uma demonstração geométrica

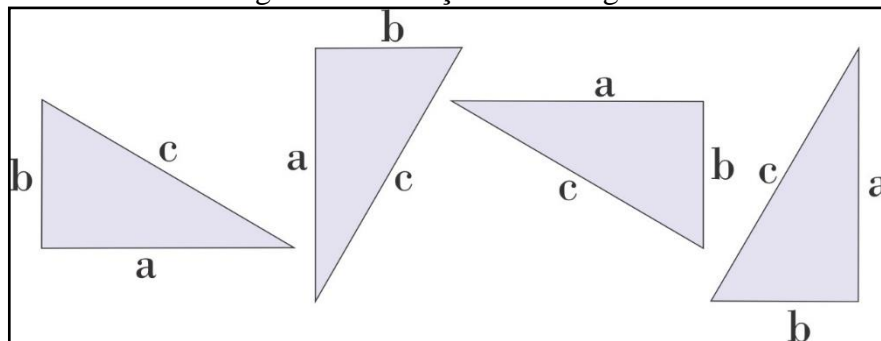
Objetivo da atividade: nosso objetivo é formar um quadrado a partir de quatro triângulos equiláteros e com essa construção, demonstrar o Teorema de Pitágoras.

Pré-requisitos: ângulos, equação do 1º grau, potenciação.

Demonstração

Considere quatro triângulos equiláteros, de catetos **a** e **b** e hipotenusa **c**, onde cada um destes triângulos está posicionado em um dos quatro ângulos com a horizontal: 0° , 90° , 180° e 270° .

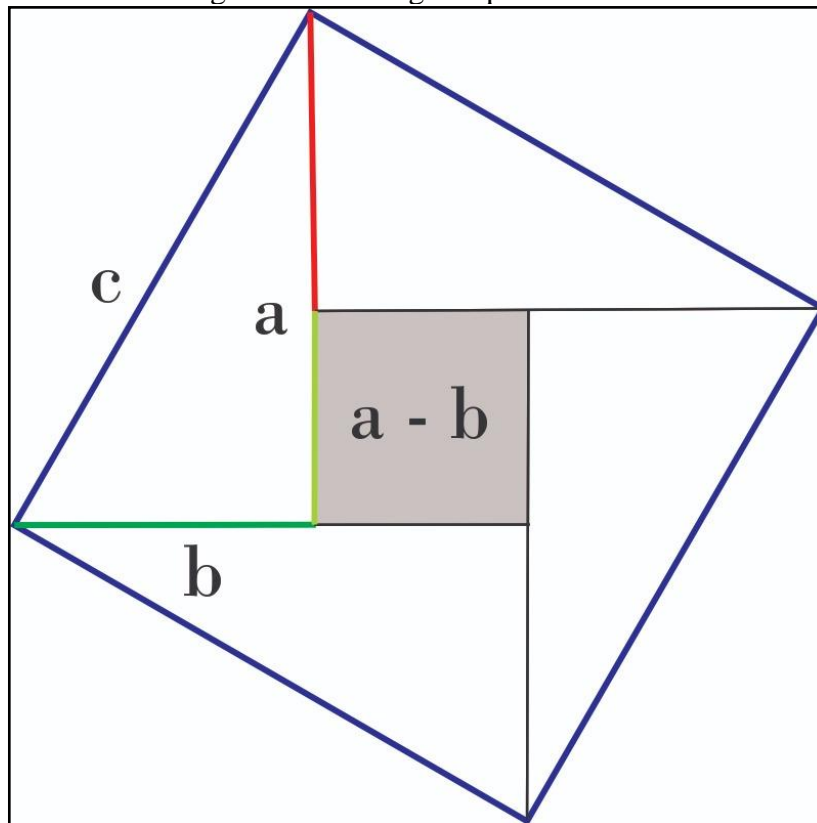
Figura 40 – Posição dos triângulos



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir disto, vamos posicionar estes triângulos de modo que formem um quadrado, onde os lados desse quadrado são as hipotenusas **c** dos triângulos. Desse modo, teremos um quadrado de lado **c** que possui outro quadrado em seu interior, este com lado medindo **a-b**.

Figura 41 – Triângulos posicionados



Fonte: Elaborado pela autora.

Observando as áreas das figuras que compõem o quadrado maior, obtemos as seguintes informações:

$$\text{Área de cada triângulo retângulo: } A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\text{Área dos 4 triângulos retângulos: } A_{4t} = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = 2ab$$

$$\text{Área do quadrado pequeno: } A_p = (b - a)^2$$

$$\text{Área do quadrado grande: } A_g = c^2$$

Como a área do quadrado maior resulta da soma das áreas das figuras menores que o compõem, podemos fazer:

$$\begin{aligned} c^2 &= 2ab + (a - b)^2 \\ c^2 &= 2ab + a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 \end{aligned}$$

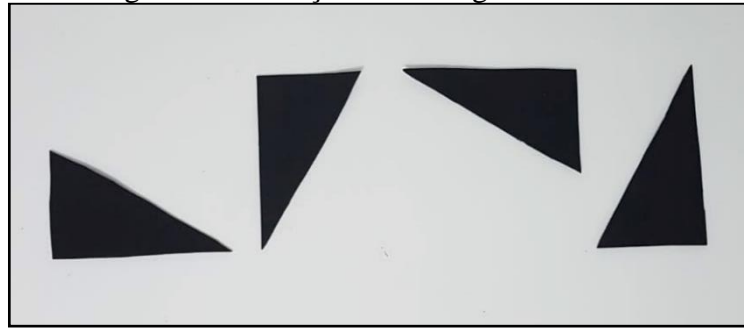
Como nesse caso c é a hipotenusa e os catetos são a e b :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com deficiência visual: pode construir um quebra-cabeças geométrico utilizando papel cartão, EVA ou papelão, como na Figura 42 abaixo:

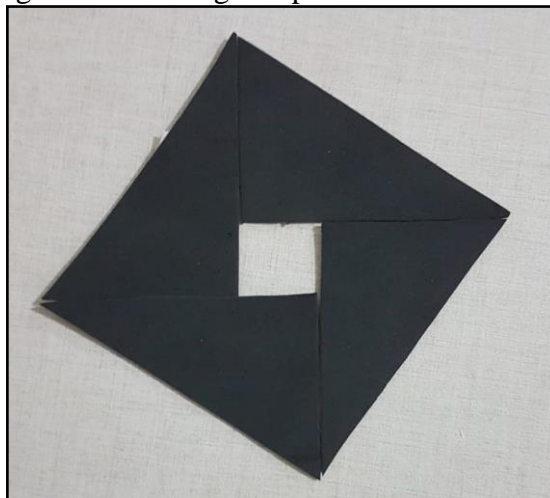
Figura 42 – Posição dos triângulos em EVA



Fonte: Elaborado pela autora.

1. Indique e nomeie os catetos com os alunos e a hipotenusa, deixe que o aluno identifique cada lado do triângulo.
2. Coloque um triângulo na posição 0° , com o ângulo de 90° no canto inferior esquerdo, peça que posicione os outros triângulos nas posições 90° , 180° e 270° , girando os triângulos no sentido horário.
3. Peça que monte o quadrado com lado igual a hipotenusa, com os triângulos na posição que tinham colocado.
4. Deixe que pensem qual será a medida do quadrado menor.
5. Peça aos alunos que escrevam a expressão algébrica que corresponde a área do quadrado pequeno.
6. Peça aos alunos que escrevam a expressão algébrica que corresponde à área da soma dos 4 triângulos.
7. Pergunte ao aluno qual é a área do quadrado grande.
8. Pergunte ao aluno se tem outra forma de calcular a área do quadrado grande (estímule o aluno a pensar e concluir que a área do quadrado grande é a soma da área dos quatro triângulos pequenos com a área do quadrado menor).
9. Peça que o aluno escreva algebricamente esses resultados e anote suas conclusões.

Figura 43 – Triângulos posicionados em EVA



Fonte: Elaborado pela autora.

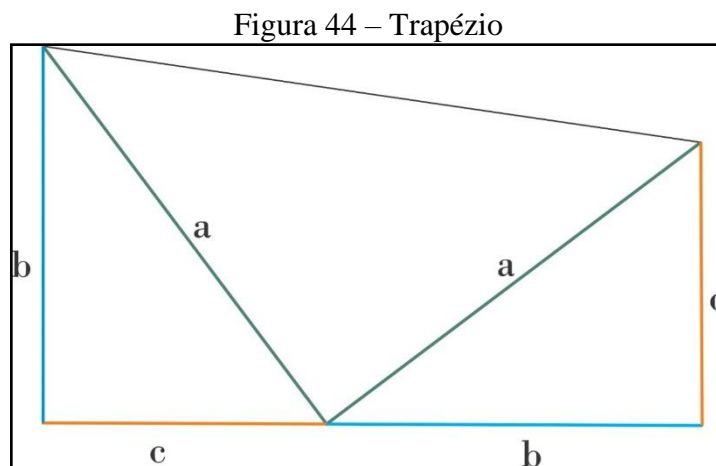
3.9 Demonstração com trapézios (demonstração de Abram Garfield)

Objetivo da atividade: considerando um trapézio de bases b e c , e altura $a + b$, vamos decompor este trapézio em três triângulos. A partir disso, demonstrar a relação de Pitágoras.

Pré-requisitos: área do trapézio e área de figuras planas.

Demonstração

Considere um trapézio de base menor c , base maior b , e altura $b+c$. Seguindo essa construção, podemos decompor o trapézio em três triângulos, dois deles retângulos e de modo que tenham catetos b e c , e hipotenusa a .



Fonte: Elaborado pela autora.

Sabemos que a área do trapézio é dada por:

$$A = \frac{(b + c) \cdot (b + c)}{2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{2}$$

E a soma das áreas dos triângulos é dada por:

$$A = \frac{(b \cdot c)}{2} + \frac{(b \cdot c)}{2} + \frac{(a \cdot a)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2}$$

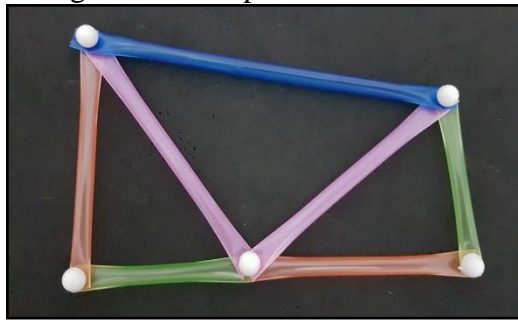
Como a área do trapézio deve ser igual à soma das áreas dos triângulos, obtemos que:

$$\frac{(b^2 + 2bc + c^2)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2} \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

como queríamos.

Adaptações para o aluno com deficiência visual : com ajuda do material artesanal (Figura 45), já sugerido neste caderno, construa o trapézio e deixe o aluno cego visualizar as partes que o compõem.

Figura 45 – Trapézio com canudos



Fonte: Elaborado pela autora.

1. Identificar e nomear com os alunos os lados do trapézio.
2. Assim que nomear, pode colocar papéis em braille identificando as medidas, ou só guardar as medidas na memória, dependendo da facilidade do aluno.
3. Pedir que o aluno escreva a expressão algébrica que corresponde a área do trapézio.
4. Pedir que o aluno escreva a expressão algébrica que corresponde a área dos quatro triângulos.
5. Observar que as duas áreas devem ser iguais.
6. Pedir para o aluno igualar as equações e anotar as verificações.

3.10 Demonstração por relações métricas na circunferência

Objetivo da atividade: Demonstrar o Teorema de Pitágoras, através do teorema das cordas.

Pré-requisitos: teorema das cordas.

Considere um ponto O, definimos a circunferência de raio r como sendo o conjunto de pontos cuja distância do ponto O é r. A corda da circunferência é o segmento de reta que liga dois pontos distintos da circunferência.

Teorema das Cordas:

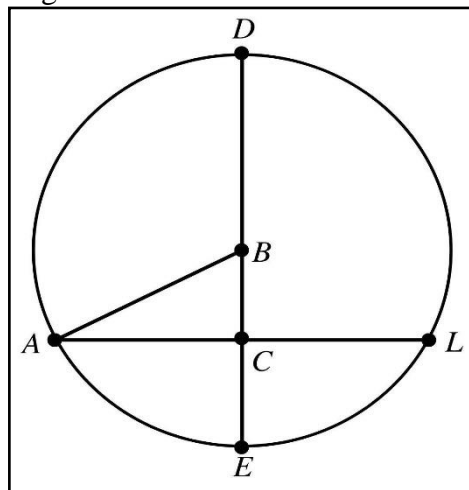
Se duas cordas \overline{AB} e \overline{CD} de uma circunferência se interceptam num ponto P interior à circunferência, então $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

Demonstração

Considere o triângulo retângulo ABC, de hipotenusa AB. A partir dele, construiremos uma circunferência de centro B e raio \overline{AB} .

Após isso, prolongue os catetos BC e AC de modo se tornem duas cordas da circunferência AL e DE respectivamente. Pelo Teorema das Cordas, segue que:

Figura 46 – Circunferência e cordas



Fonte: Elaborado pela autora.

$$(1) \overline{AC} \cdot \overline{CL} = \overline{DC} \cdot \overline{CE}$$

$$\overline{AC} = \overline{CL}$$

$$\overline{DC} = \overline{DB} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{BC}$$

$$\overline{CE} = \overline{BE} - \overline{BC} = \overline{AB} - \overline{BC}$$

substituindo as três últimas expressões em (1), obtemos:

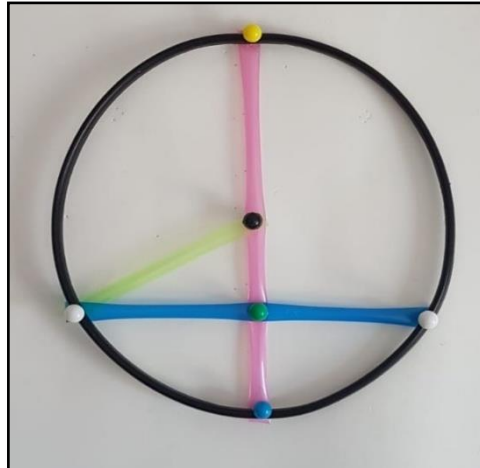
$$\overline{AC}^2 = (\overline{AB} + \overline{BC}) \cdot (\overline{AB} - \overline{BC}) = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$$

$$\text{Logo, } \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

Como queríamos demonstrar.

Adaptações para o aluno com deficiência visual: essa adaptação pode ser feita com qualquer circunferência, ou arco, alguma tampa. Pode fazer também com cola relevo, ou colando o barbante no papel. Na Figura 47, utilizei a prancha de isopor revestida de EVA, barbante, o arco de uma tampa de plástico e alfinetes.

Figura 47 – Representação da circunferência e cordas



Fonte: Elaborado pela autora.

1. Recorde ou ensine o teorema das cordas para o aluno com deficiência visual, deixe que perceba a figura e identifique e nomeie cada parte da figura, as cordas e os pontos destacados.
2. Siga os passos da demonstração e deixe o aluno tatear com calma a figura e anotar os resultados.

Capítulo 4

PODCAST EDUCACIONAL



4 *Podcast* educacional

Nosso *podcast* foi pensado para o professor ter em mãos um recurso pedagógico para ser utilizado com alunos que possuem ou não deficiência visual. Esse material consiste em seis aulas gravadas em formato de áudio, disponibilizadas pelo aplicativo Spotify, que podem ser utilizadas tanto para introdução do conteúdo, quanto para o aprofundamento do estudo

A tecnologia está cada vez mais presente em nossa vida e também na vida de pessoas com deficiência visual, que podem ouvir essas aulas em casa, na sala de aula ou em qualquer ambiente por meio do celular, computador ou de outra tecnologia. O professor pode utilizar esse recurso tanto para o estudo do conteúdo em sala quanto para atividades extraclasse.

No quadro abaixo, apresentamos como estão divididas nossas aulas e os links de acesso de cada aula com o tempo de duração da mesma. Em alguns problemas sugerimos que utilize algum material concreto ou recurso manipulável para a visualização das representações das figuras geométricas.

Quadro 1 – *Podcast* educacional: Teorema de Pitágoras

Episódio	Título	Descrição
Episódio 0 (1:30)	Apresentação	Apresentação da autoria e do <i>podcast</i> educacional
Aula 1 (07:30)	O problema do painel	Nesse episódio, Ana utiliza o Teorema de Pitágoras para descobrir o tamanho da TV que cabe em seu painel.
Aula 2 (07:38)	Um tal Pitágoras	Nesse episódio, Ana conhece um pouco mais sobre Pitágoras e seu teorema.
Aula 3 (05:33)	O problema da escada	Nesse episódio, Ana utiliza o teorema de Pitágoras para resolver um problema sobre uma pintura no teto.
Aula 4 (04:59)	Perguntas e respostas:	Questões 1, 2 e 3
Aula 5 (08:33)	Perguntas e respostas:	Questões 4, 5 e 6
Aula 6	Perguntas e respostas:	Questões 7, 8 e 9.

Links de acesso às aulas:

Aula 0

https://open.spotify.com/episode/0Z0AgXKrLgtwYhjfpXrsdb?si=e79jpwqPTPiFnWzgXxL_Ig

Aula 1

<https://open.spotify.com/episode/66ieB2uwmkcpjUTmGJ9fcw?si=AsGFBOsNQ-mRwL7P30-axA>

Aula 2

<https://open.spotify.com/episode/5yWII1o23gGNaI0hzlFxGS?si=UIyf6-6VRISVSOvbNleIcw>

Aula 3

<https://open.spotify.com/episode/7CB67Zi4za9vyPOVozu93Q?si=fFILECisRvOBYbvsyqPzvQ>

Aula 4

<https://open.spotify.com/episode/6X0Jc5dj3XOHJ7an1n0FKr?si=Q5osSsBwReeMRkY83H1tFA>

Aula 5

<https://open.spotify.com/episode/5tGozzq8FuFUBQhYSakB4N?si=GVtrwNwwQIK8k1zGRHxD-g>

Aula 6

<https://open.spotify.com/episode/1jv305W9J2HBdRWGyijcI0?si=N1CIKwN2R1mu-PFJz49g3Q>

4.1 Atividades utilizadas no PodCast

Aula 1

1. Um painel para televisão tem 152,4 cm x 160,02 cm. Quantas polegadas pode ter o maior aparelho de TV para caber nesse painel? Despreze a moldura da TV. Dado: 1 pol = 2,54

Aula 3

2. (MARQUES *et al.*, 2022, p.246) Uma escada tem 4,1 m de comprimento. Qual a altura dessa escada quando aberta sabendo que a distância entre seus pés é de 1,8 m?

Aulas 4

3. (GIOVANNI; GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Os lados de um triângulo medem 15 cm, 36 cm e 39 cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?
4. (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Determine a medida da hipotenusa, em cada um dos triângulos retângulos (adaptado):
- c) $x, \sqrt{21}, \sqrt{28}$
- d) $x, \sqrt{10}, \sqrt{10}$

3. (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Determine a medida do cateto do triângulo em que a hipotenusa mede 25 e o outro cateto mede 24 (adaptado).

Aula 5

4. (GIOVANNI; GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) Uma escada de 6 m de comprimento está apoiada no solo e numa parede que é perpendicular ao solo. Quando o topo da escada alcançar a parede numa altura de 4m em relação ao solo, a que distância o pé da escada se encontra do pé da parede? (considere $\sqrt{5}=2,23$)
5. (GIOVANNI, GIOVANNI Jr., 2002, p. 197) O acesso à garagem de uma casa, situada no subsolo, é feito por rampa. Sabe-se que essa rampa tem 10,25m de comprimento e a altura da garagem tem 2,25 m. Qual é a distância entre o portão e a entrada da casa? (adaptado)
- 6.(MARQUES *et al.*, 2022, p.245) Após um vendaval, um poste se quebrou de tal modo que sua ponta caiu a 5 m de sua base. Se a parte que ficou de pé tem 12 m de altura, qual é a altura do poste?

Aula 6

7. (MARQUES *et al.*, 2022, p.245) Qual o perímetro de um retângulo em que um dos lados mede 14 cm e a diagonal mede 50 cm?
- 8.(MARQUES *et al.*, 2022, p.245) Um trapézio retângulo tem bases com medidas 25 cm e 45 cm. Determine o perímetro desse trapézio, sabendo que o maior lado não paralelo mede 29 cm.
9. (BIANCHINI, 2015, p.137) Quantos metros de arame são necessários para cercar, com 6 voltas, um terreno em forma de trapézio retângulo cujas bases medem 12 m e 20 m e cujo lado oblíquo mede 10 m?

Referências

- ABREU, Elza Maria Araújo Carvalho *et al.* **Braille? O que é isso!?** Série Deficiência Visual. Vol. V. São Paulo: Fundação Dorina Nowill para cegos. 2019.
- ALMOULOUD, Saddo Ag; MANRIQUE, Ana Lúcia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, [s. l.], n.27, 2004.
- ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros De Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. Machado. *In*: MACHADO, S. D. A. M. (Org). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2017.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. 8ªEd -São Paulo: Moderna, 2015.
- BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.; NOVAK, F. I. L. O desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval: uma articulação com o ambiente dinâmico GeoGebra. **Olhar de Professor**, [s. l.], v. 21, n. 1, p. 98–115, 2019. DOI: 10.5212/OlharProfr.v.21i1.0008. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/13631>. Acesso em: 28 jul. 2022.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa**. Elaboração: Jonir Bechara Cerqueira et al. Brasília: MEC/SEESP, 2006. Disponível em: http://antigo.abc.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/Braille/Cdigo-Matemtico-Unificado.pdf . Acesso em: 29 jul. 2021.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CONDE, Antônio João Menescal. **Definição de cegueira e baixa visão**. Disponível em: http://www.abc.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/ARTIGOS/Def-de-cegueira-e-baixa-viso.pdf. Acesso em: 01 out. 2021.
- DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no mundo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Organização: Tânia M. M. Campos; tradução: Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2017.
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI, José Ruy Jr. **Matemática pensar e descobrir: o + novo**. (Coleção Pensar e Descobrir). 8ª série. São Paulo: FTD, 2002.

MARASCIULO, Marília. **Louis Braille, o criador da escrita para pessoas com deficiência visual**, Galileu, 9 jan. 2021. Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/Historia/noticia/2021/01/louis-braille-o-criador-da-escrita-para-pessoas-com-deficiencia-visual.html>. Acesso em: 02 out. 2021.

MARQUES, Alex Sandro et.al. **CALLIS Matemática**. 8ºano. (Coleção CALLIS). São Paulo: Poliedro, 2022.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática** – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas Rio de Janeiro: Zahar, 2012. pdf