Universidade Federal de Goiás (UFG)
Instituto de Matemática e Estatística (IME)
Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede
Nacional (PROFMAT/UFG), nível Mestrado Profissional

Dhiego Pereira Gonçalves

UM ESTUDO SOBRE AÇÕES MENTAIS MATEMÁTICAS, MEMÓRIA E ATENÇÃO NA RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º E 2º GRAUS

Goiânia
2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

[X] Dissertação [ ] Tese [ ] Outro*:_____________

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Dhiego Pereira Gonçalves

3. Título do trabalho

Um estudo sobre ações mentais matemáticas, memória e atenção na resolução de inequações polinomiais do 1º e 2º graus

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:
a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.
Casos de embargo:
- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

Documento assinado eletronicamente por **Karly Barbosa Alvarenga**, **Professor do Magistério Superior**, em 22/07/2025, às 20:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Dhiego Pereira Gonçalves**, **Discente**, em 25/07/2025, às 14:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5490242** e o código CRC **600E7119**.

Referência: Processo nº 23070.030989/2025-14 SEI nº 5490242

Dhiego Pereira Gonçalves

UM ESTUDO SOBRE AÇÕES MENTAIS MATEMÁTICAS, MEMÓRIA E ATENÇÃO NA RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º E 2º GRAUS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT/UFG), nível Mestrado Profissional, do Instituto de Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Goiás, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Profª. Drª. Karly Barbosa Alvarenga

Goiânia

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Gonçalves, Dhiego Pereira
Um estudo sobre ações mentais matemáticas, memória e atenção na resolução de inequações polinomiais do 1º e 2º graus [manuscrito] / Dhiego Pereira Gonçalves. - 2025.
217 f.

Orientador: Profa. Dra. Karly Barbosa Alvarenga.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2025.
Bibliografia.
Inclui siglas, abreviaturas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. ações mentais matemáticas. 2. memória. 3. atenção. 4. inequações algébricas. 5. neuroeducação. I. Alvarenga, Karly Barbosa, orient. II. Título.

CDU 51:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 15 da sessão de Defesa de Dissertação de **Dhiego Pereira Gonçalves**, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em Matemática do Ensino Básico.

Aos três dias do mês de julho de dois mil e vinte e cinco, a partir das 15h no Auditório do IME/UFG, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **"Um estudo sobre ações mentais matemáticas, memória e atenção na resolução de inequações polinomiais do 1º e 2º graus"**. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora Karly Barbosa Alvarenga (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor Marcelo lopes Ferro (IME/UFG) e membro titular externo, a Professora Doutora Eliane Vieira Rosa (IFG). Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora Karly Barbosa Alvarenga, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos três dias do mês de julho de dois mil e vinte e cinco.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

Documento assinado eletronicamente por **Karly Barbosa Alvarenga**, **Professor do Magistério Superior**, em 08/07/2025, às 22:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Lopes Ferro**, **Professor do Magistério Superior**, em 09/07/2025, às 06:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Eliane Vieira Rosa**, **Usuário Externo**, em 12/07/2025, às 09:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5437602** e o código CRC **0162BB44**.

Referência: Processo nº 23070.030989/2025-14 SEI nº 5437602

Dedico este trabalho à minha mãe,
pelo amor incondicional,
pela força silenciosa que sempre me sustentou e
pelos inúmeros sacrifícios
que fizeram possível cada passo da minha trajetória.
Sua coragem e fé me ensinaram mais do que qualquer livro.
Esta conquista também é sua.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pelo dom da vida, pela saúde, pela sabedoria concedida em meio às adversidades e pela força nos momentos de cansaço e dúvida.

Expresso minha profunda gratidão à minha orientadora, Profª. Drª. Karly Barbosa Alvarenga, pela escuta generosa, por sua dedicação e paciência, pelas contribuições criteriosas, pelo rigor acadêmico aliado à sensibilidade humana e por acreditar no potencial deste trabalho desde seus primeiros passos. Seu compromisso com a educação e a pesquisa é fonte de inspiração constante. Sua orientação foi essencial para que eu encontrasse coerência entre a teoria, a prática e o coração.

Ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional e a todos os professores que o integram, em especial àqueles que compartilharam seus saberes ao longo dessa jornada, meu reconhecimento pela excelência da formação oferecida e pela oportunidade de crescimento acadêmico, profissional e pessoal.

Ao Grupo de Estudos em Educação Matemática, agradeço pelo acolhimento intelectual, pelas discussões férteis, pelo estímulo constante à reflexão crítica e colaborativa e pelas contribuições que ampliaram minha compreensão sobre a pesquisa em educação matemática e suas interfaces com a prática docente.

Aos meus colegas de mestrado, pela parceria, pelas trocas e apoio mútuo, pelas conversas que aliviaram a carga de dias intensos, pelo companheirismo e por compartilharem comigo os desafios e aprendizados ao longo da caminhada.

Aos meus alunos e alunas, cuja presença, dúvidas e curiosidades, me inspiraram e desafiaram a buscar respostas e caminhos para tornar o ensino da matemática mais significativo, humano e acessível. São vocês que dão sentido à sala de aula e à pesquisa.

À minha família e aos amigos, por compreenderem as ausências, silêncios e cansaços, agradeço pelo apoio emocional, pelas palavras de incentivo nos momentos de fraqueza e por sempre estarem ao meu lado, torcendo por mim.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram com este trabalho, meu sincero agradecimento. E, especialmente, a todos que acreditam na educação como força transformadora, capaz de ampliar horizontes, gerar oportunidades e promover mudanças significativas na vida das pessoas e nas estruturas da sociedade. Que nunca percamos a fé no poder da educação para formar sujeitos críticos, sensíveis e comprometidos com um mundo mais digno para todos.

"A verdadeira função da matemática é
construir um cérebro capaz de enfrentar qualquer desafio."

RESUMO

GONÇALVES, Dhiego Pereira. **Um estudo sobre ações mentais matemáticas, memória e atenção na resolução de inequações polinomiais do 1º e do 2º graus**. Goiânia, 2025. 231p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás.

Esta dissertação investiga os processos neurocognitivos mobilizados na resolução de inequações algébricas do primeiro e do segundo graus, incluindo uma inequação-produto e uma inequação-quociente, com ênfase na identificação das ações mentais matemáticas, dos conteúdos evocados da memória e dos focos atencionais requeridos em diferentes tipos de exercícios. A pesquisa fundamenta-se no Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas, elaborado por Alvarenga e Domingos (2020), e nos aportes das neurociências cognitivas contemporâneas, com destaque para as contribuições de Dehaene (2022), Lent (2019), Izquierdo (2018), Herculano-Houzel (2017) e Bear, Connors e Paradiso (2017). Trata-se de uma pesquisa qualitativa, descritiva, exploratória e teórico-analítica, que utiliza um método de análise original, desenvolvido pelo próprio pesquisador, o qual articula o modelo de Alvarenga e Domingos às funções cognitivas de memória e atenção, bem como às regiões cerebrais envolvidas na aprendizagem matemática. O *corpus* foi composto por exercícios extraídos de livros didáticos amplamente adotados no Ensino Médio, cujas resoluções foram realizadas pelo autor desta dissertação com base nos métodos propostos pelos autores dos livros, preservando a coerência pedagógica. Parte dos enunciados foi reformulada com o propósito de estimular novas ou diferentes ações mentais matemáticas e ampliar a complexidade cognitiva das tarefas. As análises, sistematizadas em quadros, evidenciam as ações mentais mobilizadas, os conteúdos da memória de longo prazo e de trabalho, as exigências atencionais e as regiões cerebrais presumivelmente envolvidas. Os resultados indicam que a articulação entre ações mentais matemáticas, memória e atenção permite compreender com maior profundidade os caminhos do pensamento matemático e reforçam o potencial pedagógico da reformulação de enunciados à luz da neuroeducação. A dissertação pode contribuir para o campo da Educação Matemática ao propor uma metodologia de análise replicável, fundamentada em bases científicas e alinhada ao funcionamento cognitivo dos estudantes.

Palavras-chave: ações mentais matemáticas; memória; atenção; inequações algébricas; neuroeducação.

ABSTRACT

GONÇALVES, Dhiego Pereira. **A study on mathematical mental actions, memory, and attention in the resolution of polynomial inequalities of the 1st and 2nd degrees**. Goiânia, 2025. 231p. Dissertation (Master's in Mathematics) — Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás.

This dissertation investigates the neurocognitive processes involved in solving first- and second-degree algebraic inequalities, including a product inequality and a quotient inequality, with an emphasis on identifying the mathematical mental actions, the memory contents evoked, and the attentional focuses required in different types of exercises. The research is based on the Theoretical Model of Mathematical Mental Actions, developed by Alvarenga and Domingos (2020), and on the contributions of contemporary cognitive neurosciences, especially those of Dehaene (2022), Lent (2019), Izquierdo (2018), Herculano-Houzel (2017), and Bear, Connors, and Paradiso (2017). This is a qualitative, descriptive, exploratory, and theoretical-analytical study that adopts an original method of analysis developed by the researcher himself, which integrates Alvarenga and Domingos' model with the cognitive functions of memory and attention, as well as with brain regions involved in mathematical learning. The corpus consisted of exercises extracted from high school textbooks widely used in Brazilian education. The solutions were carried out by the author of this dissertation based on the methods proposed by the textbook authors, ensuring pedagogical coherence. Some of the problem statements were reformulated in order to stimulate new or different mathematical mental actions and to increase the cognitive complexity of the tasks. The analyses, systematized in charts, highlight the mobilized mental actions, the contents of long-term and working memory, the attentional demands, and the brain regions presumably involved. The results indicate that the articulation between mathematical mental actions, memory, and attention allows for a deeper understanding of mathematical thinking processes and reinforces the pedagogical potential of task reformulation from a neuroeducational perspective. This dissertation may contribute to the field of Mathematics Education by proposing a replicable analytical methodology grounded in scientific evidence and aligned with students' cognitive functioning.

Keywords: mathematical mental actions. memory. attention. algebraic inequalities. neuroeducation.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMM	Ações Mentais Matemáticas (Ex.: AM1 – Algebrizar, AM4 – Classificar, AM7 – Compensar)
AVC	Acidente Vascular Cerebral
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCA	Córtex Cingulado Anterior
CPFDL	Córtex Pré-Frontal Dorsolateral
CPI	Córtex Parietal Inferior
EEG	Eletroencefalografia
fMRI	*Functional Magnetic Resonance Imaging* (Ressonância Magnética Funcional)
GEEM	Grupo de Estudos em Educação Matemática
IF Goiano	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano
MTAMM	Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas
NC	Neurociências Cognitivas
PMA	Pensamento Matemático Avançado
PET / TEP	*Positron Emission Tomography* (Tomografia por Emissão de Pósitrons)
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SIP	Sulco Intraparietal
SNC	Sistema Nervoso Central
SNP	Sistema Nervoso Periférico
UFG	Universidade Federal de Goiás
V1, V2, V3	Áreas visuais primárias e secundárias do córtex occipital

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Contextualização e relevância do tema

A aprendizagem de conteúdos algébricos, especialmente as inequações do primeiro e do segundo graus, constitui um dos principais desafios enfrentados por estudantes da Educação Básica. Apesar de sua relevância para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de generalização e da tomada de decisões em situações práticas, as inequações são, frequentemente, abordadas de forma mecânica e desvinculada de significados, o que contribui para a baixa compreensão conceitual e para o desinteresse dos alunos pela matemática. Nesse cenário, compreender os processos mentais subjacentes à resolução de inequações torna-se uma demanda urgente, tanto para a pesquisa em Educação Matemática quanto para o aprimoramento das práticas docentes.

Nos últimos anos, o avanço das neurociências cognitivas (NC) ampliou significativamente a compreensão sobre o funcionamento do cérebro humano e sua relação com os processos de aprendizagem. Estudos sobre atenção, memória e plasticidade cerebral têm revelado como determinados conteúdos e estratégias didáticas podem favorecer ou dificultar a consolidação do conhecimento, indicando que o sucesso na aprendizagem matemática depende da articulação entre aspectos pedagógicos, cognitivos e neurofuncionais (Dehaene, 2022; Lent, 2019; Bear, Connors e Paradiso, 2017). Nesse contexto, investigar como o cérebro processa e organiza informações durante a resolução de problemas matemáticos passa a ser não apenas relevante, mas necessário para fundamentar metodologias de ensino mais eficazes e alinhadas ao funcionamento cognitivo dos estudantes.

Paralelamente, a Educação Matemática tem investido em modelos teóricos capazes de descrever as operações mentais envolvidas na resolução de tarefas matemáticas. Um dos aportes mais recentes e promissores é o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), proposto por Alvarenga e Domingos (2020), que categoriza um conjunto de ações cognitivas mobilizadas pelo estudante ao resolver problemas matemáticos, como identificar, algebrizar, representar, argumentar, visualizar, entre outras. Essa perspectiva permite uma leitura mais detalhada do pensamento matemático, revelando como diferentes tipos de questões exigem distintos modos de raciocínio.

A presente pesquisa parte da necessidade de compreender como estudantes mobilizam seus recursos mentais ao resolver inequações algébricas. Para isso, propõe-se um olhar articulado entre a Educação Matemática e os estudos da cognição humana, cuja base conceitual será aprofundada na fundamentação teórica.

Justificativa da pesquisa

A motivação central desta pesquisa emerge da constatação de que grande parte das dificuldades enfrentadas pelos estudantes no aprendizado de conteúdos algébricos, como as inequações do primeiro e segundo graus, não reside unicamente na complexidade dos conceitos, mas na forma como esses conteúdos são apresentados, compreendidos e processados cognitivamente (Dicetti *et al.,* 2020; Mineiro, 2019). Frequentemente, as abordagens didáticas enfatizam algoritmos e procedimentos mecânicos em detrimento da compreensão conceitual, desconsiderando os processos mentais implicados na construção do conhecimento matemático. Essa lacuna entre ensino e cognição compromete a qualidade da aprendizagem e evidencia a necessidade de investigações que integrem as dimensões pedagógica e neurocognitiva da atividade matemática (Alvarenga, 2013; Furquim *et al,* 2020).

Esta inquietação foi intensificada durante a leitura da tese de Mineiro (2019), cuja análise sobre o desempenho de estudantes do Ensino Médio em avaliações nacionais revelou que apenas uma porcentagem reduzida de alunos acerta questões envolvendo inequações. Esse dado preocupante aponta para uma fragilidade persistente no domínio desse conteúdo, mesmo entre estudantes concluintes da educação básica, e reforça a necessidade de pesquisas que explorem os fatores cognitivos que interferem na resolução de problemas algébricos. A constatação de que muitos alunos não compreendem os fundamentos das desigualdades matemáticas, mesmo após anos de escolarização, motivou a busca por uma abordagem investigativa que vá além da análise de erros procedimentais, para alcançar os processos mentais que sustentam (ou comprometem) a aprendizagem das inequações.

A presente pesquisa justifica-se, portanto, pela proposta de articular três engrenagens fundamentais para a aprendizagem matemática: as ações mentais matemáticas (AMM), a memória e a atenção. A escolha desses elementos não é aleatória, mas fundamentada em sólidas evidências científicas – baseadas em Alvarenga (2020), Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Lent (2019) entre outros – que apontam sua relevância para o desenvolvimento do pensamento matemático. As AMM, sistematizadas por Alvarenga e Domingos (2020) no MTAMM, constituem um referencial inovador na Educação Matemática brasileira, ao identificar operações mentais específicas que o estudante ativa ao resolver problemas matemáticos.

Compreender quais AMM podem ser mobilizadas em cada tipo de exercício permite qualificar o processo de ensino e de aprendizagem, além de possibilitar intervenções pedagógicas mais estratégicas e intencionais.

Do ponto de vista neurocientífico, autores como Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Lent (2019) e Bear, Connors e Paradiso (2017) destacam o papel da memória, especialmente a de longo prazo e a memória de trabalho, e da atenção, sobretudo nas suas formas seletiva e executiva, como funções cognitivas centrais no processamento de informações e na resolução de tarefas complexas, como é o caso das inequações. A ativação coordenada dessas funções permite ao estudante recuperar conhecimentos prévios, organizar raciocínios, controlar interferências e manter o foco na tarefa, favorecendo a construção de soluções coerentes e significativas.

Ademais, a investigação se torna ainda mais relevante ao propor um modelo de análise autoral, fundamentado na intersecção entre o MTAMM e os aportes das NC. Essa proposta permite interpretar, de maneira sistemática e detalhada, como os exercícios de inequações exigem a mobilização de diferentes recursos mentais, e como a reformulação de enunciados pode ampliar as possibilidades de ativação cognitiva. Ao fazer isso, a pesquisa pode contribuir tanto para o campo da Educação Matemática quanto para a prática docente, oferecendo uma metodologia de análise que pode ser replicada em outros conteúdos e contextos escolares.

Por fim, destaca-se o ineditismo do recorte adotado: embora existam pesquisas que discutem a aprendizagem de inequações, a aplicação do MTAMM em articulação com princípios das NC, especialmente com foco em memória e atenção, é ainda incipiente na produção científica nacional. Assim, esta dissertação busca preencher essa lacuna, oferecendo contribuições teóricas, metodológicas e pedagógicas que favoreçam uma compreensão mais profunda da aprendizagem matemática e das práticas de ensino que a sustentam.

Problema de pesquisa e objetivos

Diante do cenário apresentado, surge a necessidade de investigar quais processos mentais estão sendo ativados no momento da resolução das inequações. Mais do que observar apenas os erros cometidos ou os acertos obtidos, o problema de pesquisa que orienta este trabalho pode ser assim formulado:

Quais ações mentais matemáticas, conteúdos evocados da memória e focos atencionais são mobilizados na resolução de inequações algébricas do primeiro e segundo graus, e como essas mobilizações podem ser potencializadas por meio da reformulação de exercícios à luz do MTAMM e das neurociências cognitivas?

Com base no problema delineado, esta pesquisa tem como objetivo geral investigar os processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas do primeiro e do segundo graus, incluindo inequações-produto e inequações-quociente, com ênfase na identificação das ações mentais matemáticas mobilizadas, dos conteúdos escolares evocados da memória e dos focos atencionais requeridos, à luz das contribuições das neurociências cognitivas aplicadas à Educação Matemática.

Para alcançar esse propósito, a investigação se orienta pelos seguintes objetivos específicos:

- Analisar as resoluções de exercícios de inequações extraídos de livros didáticos amplamente utilizados na Educação Básica, com base no MTAMM;
- Identificar quais conteúdos são evocados da memória de longo prazo e quais estratégias cognitivas dependem da memória de trabalho durante as etapas da resolução;
- Mapear os focos atencionais necessários à execução correta dos procedimentos algébricos;
- Relacionar as ações mentais matemáticas e os processos de memória e atenção às principais regiões cerebrais ativadas, conforme descrito por autores como Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Purves *et al* (2014) e Lent (2019);
- Reformular os enunciados dos exercícios selecionados com vistas a ativar novas ou diferentes AMM e promover maior complexidade cognitiva nas tarefas;
- Descrever os efeitos cognitivos das versões originais e reformuladas dos exercícios, destacando as vantagens pedagógicas da reformulação baseada em princípios da neuroeducação.

Fundamentação teórica

A presente pesquisa fundamenta-se em dois eixos teóricos complementares que dialogam entre si: o MTAMM, desenvolvido por Alvarenga e Domingos (2020), e os aportes das NC, com foco nos processos de memória, atenção e suas respectivas regiões cerebrais envolvidas no raciocínio matemático. A articulação entre esses referenciais permite uma compreensão integrada dos processos mentais mobilizados durante a resolução de problemas algébricos, em especial das inequações do primeiro e do segundo graus.

O MTAMM propõe uma sistematização de 52 ações mentais matemáticas (AMM), categorizadas a partir da análise de práticas matemáticas reais e de tarefas que demandam operações cognitivas distintas. Essas ações englobam desde operações básicas, como identificar

(AM30), representar (AM42) e fazer operações com números reais (AM23), até ações mais complexas, como argumentar (AM3), modelar (AM38) e visualizar (AM52). A adoção desse modelo neste estudo justifica-se por sua capacidade de descrever, com direcionamento e riqueza analítica, os diferentes caminhos cognitivos que o estudante percorre ao interagir com um exercício matemático, permitindo distinguir níveis de complexidade e tipos de raciocínio envolvidos na resolução.

Paralelamente, a pesquisa se ancora nas contribuições das neurociências cognitivas, campo que investiga os mecanismos neurais subjacentes à cognição, à aprendizagem e à memória. Pesquisadores como Alvarenga (2020), Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Herculano-Houzel (2017), Lent (2019) e Bear, Connors e Paradiso (2017) oferecem subsídios para compreender como o cérebro organiza, armazena e processa informações matemáticas. Tais estudos apontam que diferentes regiões cerebrais são ativadas conforme o tipo de tarefa exigida, como o córtex pré-frontal dorsolateral (ligado ao planejamento e à memória de trabalho), o sulco intraparietal (associado à manipulação numérica), o giro angular (implicado na abstração simbólica) e o córtex cingulado anterior (relacionado à atenção e ao controle de erros).

A memória, neste contexto, é entendida como um sistema dinâmico que envolve tanto a retenção de conteúdos de longo prazo (como propriedades, fórmulas e definições matemáticas) quanto o uso temporário e flexível de informações na memória de trabalho, especialmente em tarefas que exigem múltiplos passos e coordenação entre operações. A atenção, por sua vez, atua como um mecanismo regulador que permite ao estudante selecionar informações relevantes, manter o foco durante a resolução e inibir distrações ou interferências externas. Esses processos são interdependentes e se manifestam de forma integrada durante o desempenho de tarefas cognitivas complexas.

Ao propor a associação entre AMM e funções cognitivas como memória e atenção, esta dissertação busca superar uma abordagem puramente procedimental da aprendizagem algébrica. A fundamentação teórica adotada possibilita compreender como diferentes exercícios mobilizam distintos recursos mentais e como a reformulação de enunciados pode potencializar o pensamento matemático avançado.

Metodologia resumida da pesquisa

A presente pesquisa adota uma abordagem qualitativa, descritiva, exploratória e teórico-analítica. Seu foco está na compreensão dos processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas, com ênfase na identificação das ações mentais matemáticas (AMM), dos conteúdos evocados da memória e dos focos atencionais requeridos durante as etapas da resolução. A metodologia foi delineada para garantir rigor na análise e coerência com os objetivos propostos.

O *corpus* da investigação é composto por exercícios extraídos de dois livros didáticos amplamente utilizados no Ensino Médio: Matemática: Ensino Médio – Volume 1, de Manoel Paiva (2015), e Matemática: Ciência e Aplicações – Volume 1, de Iezzi *et al.* (2016). Os exercícios selecionados foram resolvidos pelo próprio autor da pesquisa, com base nos métodos propostos pelos autores dos livros, o que possibilitou preservar a lógica pedagógica dos materiais didáticos analisados. Algumas questões foram reformuladas com o propósito de provocar novas ativações cognitivas e permitir comparações entre diferentes versões do mesmo exercício.

As resoluções foram interpretadas à luz do Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), elaborado por Alvarenga e Domingos (2020), o qual orientou a identificação das AMM ativadas em cada situação-problema. Além disso, os dados foram analisados com base nos aportes das NC, especialmente no que se refere à memória (de trabalho e de longo prazo), à atenção (seletiva e executiva) e às regiões cerebrais associadas à aprendizagem matemática, conforme descritas por autores como Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Herculano-Houzel (2017) e Lent (2019).

Os dados foram organizados em quadros analíticos que evidenciam, para cada exercício, as AMM mobilizadas, os conteúdos evocados da memória, os focos de atenção requeridos e as regiões cerebrais presumivelmente ativadas. Também foram incluídas comparações entre as versões originais e reformuladas dos exercícios, com destaque para as implicações pedagógicas de cada proposta.

Essa metodologia de pesquisa permitiu construir uma análise fundamentada e multifacetada das tarefas matemáticas, contribuindo para a compreensão do pensamento matemático a partir da articulação entre cognição, linguagem algébrica e neurociência.

Estrutura da dissertação

A estrutura desta dissertação foi organizada em cinco capítulos de forma a garantir aprofundamento, clareza, coerência e encadeamento lógico entre os fundamentos teóricos, os procedimentos metodológicos e a análise dos dados. A organização dos capítulos visa construir um percurso investigativo que articula os aportes da Educação Matemática e das NC com a prática de resolução de inequações algébricas.

Capítulo 1 – **O cérebro matemático: estruturas neurais e a relevância das neurociências no ensino da matemática**, apresenta os fundamentos biológicos e neurofuncionais da aprendizagem, com foco nas estruturas cerebrais envolvidas nos processos cognitivos associados ao raciocínio matemático. Discute o papel da memória, da atenção e da plasticidade cerebral, estabelecendo o vínculo entre neurociência e educação.

Capítulo 2 – **Traçando o caminho da investigação: procedimentos metodológicos e organizacionais dos dados** – explicita a natureza e os fundamentos metodológicos da pesquisa, incluindo a abordagem qualitativa e teórico-analítica adotada. Detalha o corpus de análise, os critérios de seleção dos exercícios, os métodos de resolução e reformulação, além do modelo de análise proposto pelo autor, com base no MTAMM e nas NC.

Capítulo 3 – **Inequações algébricas: conceitos fundamentais e resolução das do primeiro e segundo graus** – revisa os principais conceitos sobre inequações algébricas e apresenta os métodos de resolução mais utilizados no Ensino Médio. Analisa também a abordagem do tema nos livros didáticos, suas conexões com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os principais erros e dificuldades observados na aprendizagem de inequações.

Capítulo 4 – **Engrenagens cognitivas na aprendizagem matemática: ações mentais matemáticas, memória e atenção** – aborda um aprofundamento da discussão teórica sobre os três pilares cognitivos que sustentam a análise: ações mentais matemáticas, memória (de trabalho e de longo prazo) e atenção (seletiva, sustentada e executiva). Descreve também suas inter-relações e implicações no ensino e aprendizagem da matemática, com base em autores consagrados.

Capítulo 5 – **Mapeando o pensamento matemático: resultados e análises cognitivas** - apresenta os resultados da pesquisa por meio da análise detalhada de resoluções de exercícios de inequações do 1º e 2º graus, incluindo inequações-produto e quociente. Cada exercício é analisado em sua versão original e reformulada, com base nas AMM mobilizadas, conteúdos evocados da memória, focos de atenção e regiões cerebrais associadas. São também discutidas as implicações pedagógicas das reformulações propostas.

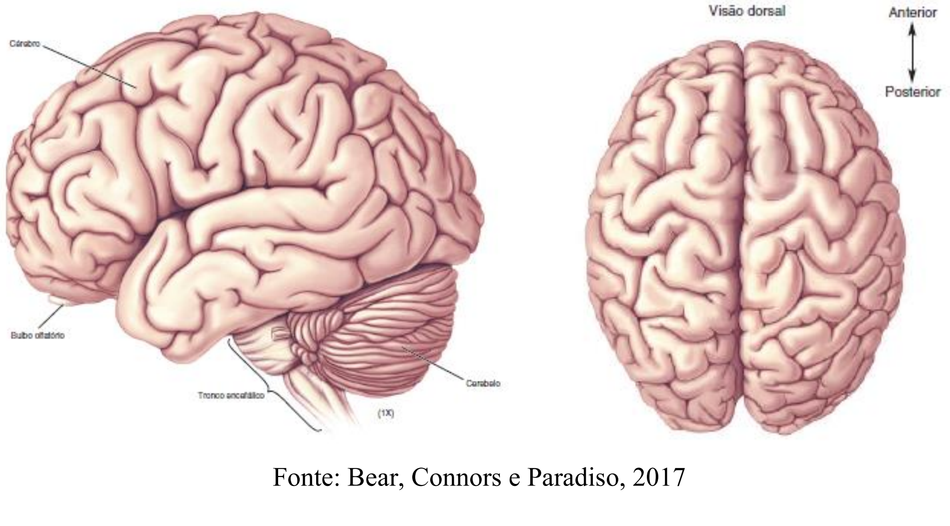
CAPÍTULO 1

O CÉREBRO MATEMÁTICO: ESTRUTURAS NEURAIS E A RELEVÂNCIA DAS NEUROCIÊNCIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O cérebro humano é um órgão altamente complexo e dinâmico, responsável pela regulação das funções cognitivas, motoras, sensoriais e emocionais, fundamentais para o comportamento humano (Kandel *et al.*, 2014). Os avanços na neurociência proporcionaram uma compreensão mais aprofundada sobre sua fisiologia e funcionamento, especialmente no contexto da aprendizagem matemática. Esses avanços têm impactado diretamente a educação e a neuroaprendizagem, permitindo o desenvolvimento de novas abordagens pedagógicas baseadas em evidências científicas (Lent, 2019; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Estruturalmente, o cérebro é parte integrante do sistema nervoso central e constitui a maior porção do encéfalo (Figura 1) – que também inclui o cerebelo e o bulbo encefálico – e é protegido pela caixa craniana (Bear, Connors e Paradiso, 2017). A organização funcional do cérebro está dividida em dois hemisférios (Figura 1), direito e esquerdo, que trabalham de forma integrada, embora apresentem algumas especializações funcionais. Essa divisão hemisférica e a cooperação entre os lobos cerebrais são fundamentais para a execução de tarefas cognitivas complexas, como a linguagem, o raciocínio matemático e a percepção espacial (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

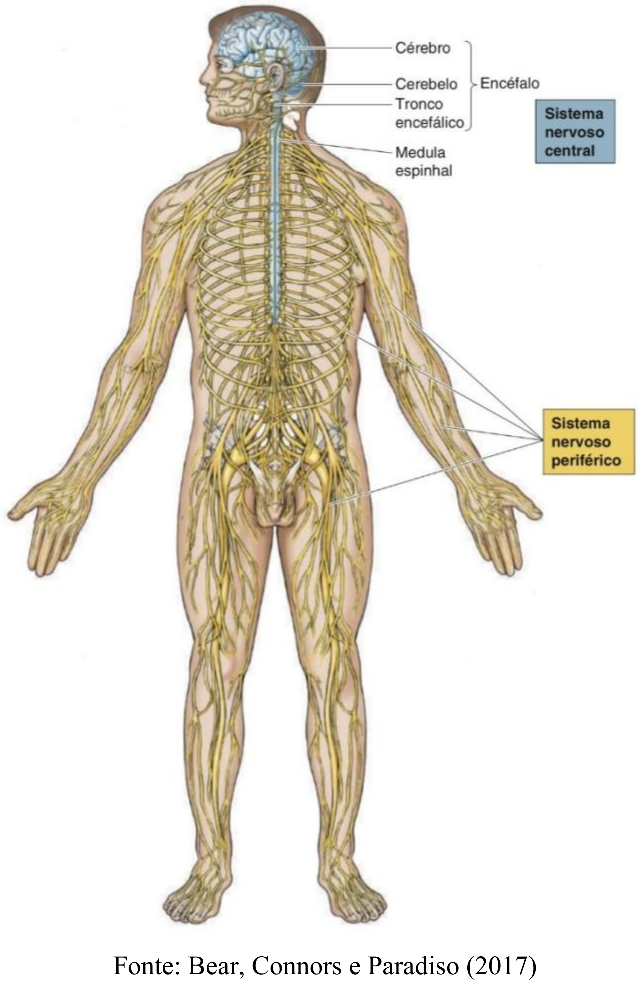
Figura 1 – Visão lateral do encéfalo e suas divisões e visão dorsal do cérebro



Fonte: Bear, Connors e Paradiso, 2017

O sistema nervoso, por sua vez, organiza-se em dois subsistemas principais: o sistema nervoso central (SNC) e o sistema nervoso periférico (SNP) (Figura 2). O SNC é formado pelo encéfalo e pela medula espinhal, sendo responsável pelo processamento das informações e pela elaboração de respostas. Já o SNP compreende os nervos e gânglios que se estendem a partir do cérebro e da medula, estabelecendo conexões entre o SNC e os órgãos, músculos e tecidos do corpo. Essa divisão anatômica e funcional é fundamental para a compreensão da dinâmica de comunicação interna do organismo e da maneira como estímulos externos são percebidos, interpretados e respondidos (Kandel *et al.*, 2014).

Figura 2 – Sistema nervoso do corpo humano



Fonte: Bear, Connors e Paradiso (2017)

Algumas das funções do cérebro incluem percepção, memória, raciocínio lógico e a regulação comportamental. Essas funções são essenciais para o aprendizado, pois possibilitam que os indivíduos assimilem conceitos e apliquem conhecimentos de maneira eficaz (Kandel *et al.*, 2014). O processamento e organização das informações no cérebro são determinantes para a capacidade de resolver problemas matemáticos, evidenciando a importância de compreender sua estrutura e funcionamento no contexto educacional. A neuroeducação propõe que a integração do conhecimento sobre o cérebro pode aprimorar as práticas pedagógicas e contribuir para um melhor desempenho acadêmico dos alunos (Dehaene, 2022; Kandel *et al.*, 2014).

Neste contexto, este capítulo explora a estrutura do cérebro humano, abordando suas principais regiões, funções e mecanismos envolvidos no aprendizado. Além disso, são discutidos aspectos da plasticidade neural e a importância das conexões sinápticas para a aquisição do conhecimento. A partir dessa compreensão, torna-se possível refletir sobre as implicações pedagógicas e estratégias que podem ser aplicadas no ensino, favorecendo a personalização da aprendizagem e a construção de metodologias eficientes (Bear, Connors e Paradiso, 2017; Migliori, 2015).

1.1 ESTRUTURA E REGIÕES DO CÉREBRO

O cérebro humano é um dos órgãos mais complexos e fascinantes do corpo humano, possuindo um volume aproximado de 1.200 a 1.350 centímetros cúbicos e um peso médio de 1.400 a 1.500 gramas, sendo responsável por aproximadamente 20% do consumo energético do organismo (Kandel *et al.*, 2014). Este elevado gasto energético é necessário para sustentar o funcionamento de cerca de 86 bilhões de neurônios, que se interconectam através de trilhões de sinapses, formando uma extensa e sofisticada rede de comunicação neural altamente eficiente (Lent, 2019).

Além de sua complexidade estrutural, o cérebro apresenta uma notável capacidade de adaptação, reorganizando suas conexões ao longo da vida por meio do fenômeno da neuroplasticidade. Este mecanismo é essencial para a aprendizagem, a recuperação funcional após lesões e a adaptação a novos desafios cognitivos (Doidge, 2015; Kandel *et al*, 2014).

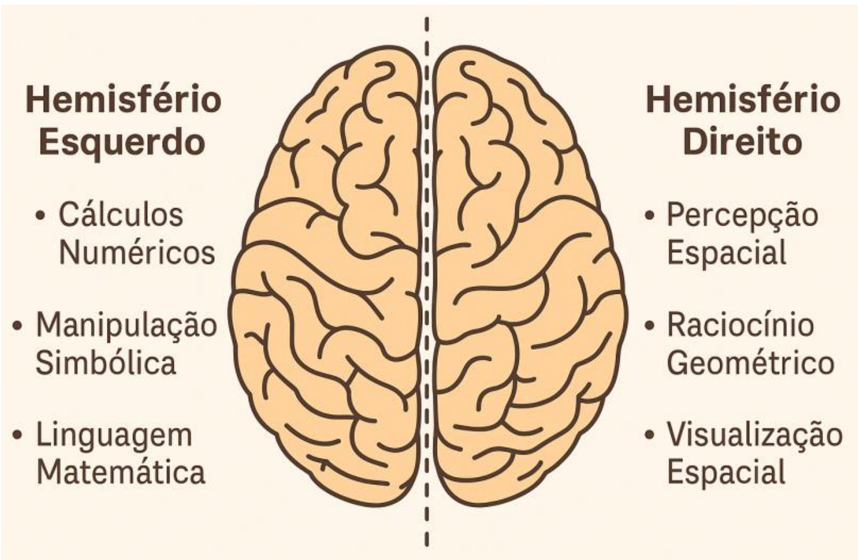
1.1.1 Hemisférios cerebrais e lateralização da função matemática

O cérebro humano apresenta uma organização funcional caracterizada pela lateralização hemisférica, fenômeno pelo qual determinadas funções cognitivas são predominantemente processadas em um dos dois hemisférios cerebrais – esquerdo ou direito (Figura 3). Embora ambos os hemisférios atuem de forma integrada e coordenada, estudos em neurociência cognitiva apontam que cada hemisfério desempenha papéis especializados na realização de tarefas distintas (Bear, Connors e Paradiso, 2017; Purves *et al*, 2018).

No contexto da aprendizagem matemática, essa especialização hemisférica assume um papel relevante. O hemisfério esquerdo tem sido associado, de maneira mais consistente, à realização de cálculos numéricos, manipulação simbólica e uso de linguagem matemática formal (Lent, 2019). Regiões como o sulco intraparietal esquerdo e o giro angular são frequentemente ativadas em tarefas que exigem operações aritméticas, resolução de equações e uso de algoritmos, conforme evidenciado por estudos de neuroimagem funcional (Dehaene, 2022).

Por outro lado, o hemisfério direito mostra-se particularmente envolvido em tarefas que exigem percepção espacial, raciocínio geométrico, estimativas aproximadas e visualização de transformações espaciais, como rotações e simetrias (Bear, Connors e Paradiso, 2017; Purves *et al*, 2018). Essa lateralização funcional permite que o cérebro distribua suas atividades cognitivas conforme a natureza da tarefa, otimizando o processamento da informação e favorecendo o desempenho em atividades matemáticas diversificadas.

Figura 3 – Lateralização hemisférica das funções cognitivas relacionadas à aprendizagem matemática



Fonte: Elaborado pelo autor, baseado em Dehaene (2022) e Lent (2019)

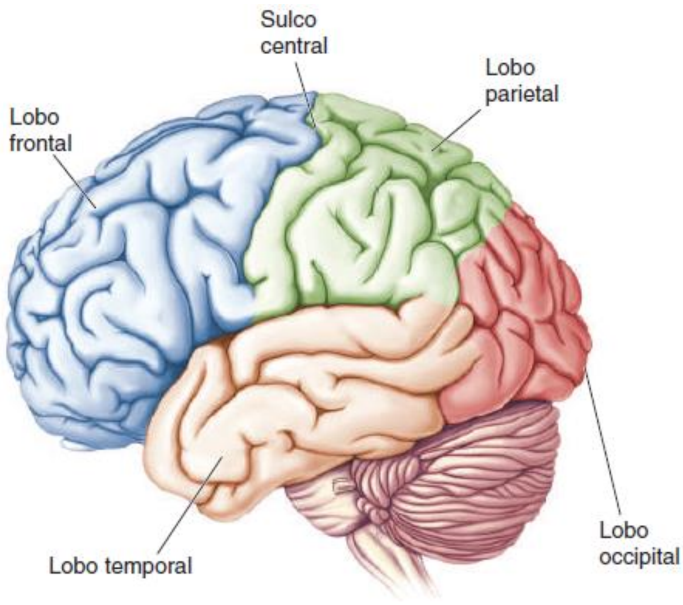
Ainda que exista essa tendência de especialização, a resolução de problemas matemáticos complexos – como é o caso das inequações algébricas – exige a integração entre diferentes regiões e hemisférios cerebrais (Dehaene, 2022). A interação entre as áreas simbólicas do hemisfério esquerdo e as regiões visuoespaciais do hemisfério direito é essencial, por exemplo, quando o aluno realiza uma análise gráfica de uma função associada à inequação ou interpreta a posição de soluções na reta real. Segundo Dehaene (2022), essa cooperação entre os hemisférios evidencia que o pensamento matemático envolve múltiplas dimensões cognitivas e sensoriais.

Dessa forma, compreender a lateralização das funções cerebrais permite não apenas mapear as estruturas envolvidas na aprendizagem matemática, mas também orientar práticas pedagógicas que estimulem o uso equilibrado dos dois hemisférios, promovendo tanto a exatidão algébrica quanto a intuição espacial. No ensino de inequações, por exemplo, atividades que combinam manipulação simbólica e representações visuais (como gráficos, retas numéricas e situações-problema contextualizadas) podem favorecer o envolvimento simultâneo de redes neurais dos dois hemisférios, aumentando as possibilidades de aprendizagem significativa.

1.1.2 Os lobos cerebrais

A estrutura cerebral é composta por diversas regiões interconectadas, cada uma desempenhando funções específicas que, em conjunto, asseguram a manutenção da homeostase do organismo e a execução de processos cognitivos complexos. A organização funcional do cérebro é baseada em áreas denominadas lobos cerebrais (Figura 4) – frontal, parietal, temporal e occipital – os quais são subdivididos em zonas especializadas, responsáveis por funções cognitivas, comportamentais, motoras e sensoriais (Kandel *et al.*, 2014; Bear, Connors e Paradiso, 2017; Purves *et al.*, 2018).

Figura 4 – A divisão do cérebro em lobos



Fonte: Bear, Connors e Paradiso, 2017

O lobo frontal, localizado na parte anterior do cérebro, é particularmente importante para as funções cognitivas superiores, como planejamento, tomada de decisões, raciocínio lógico e controle motor (Dehaene, 2022). Ele contém áreas essenciais como o córtex pré-frontal, que está envolvido na regulação emocional, memória de trabalho e controle executivo, e o córtex motor primário, responsável pelos movimentos voluntários do corpo. Além disso, o córtex pré-motor e o córtex motor suplementar auxiliam na coordenação de movimentos complexos. No hemisfério esquerdo, a "área de Broca" desempenha um papel central na produção da fala, sendo uma das regiões mais estudadas em relação à linguagem (Bear, Connors e Paradiso, 2017). Esse lobo é essencial para o aprendizado da matemática, pois permite que os indivíduos organizem suas estratégias de resolução de problemas e mantenham o foco nas tarefas (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

Já o lobo parietal, situado na parte superior e posterior do cérebro, está associado ao processamento sensorial, percepção espacial e atenção (Purves *et al.*, 2018). O córtex somatossensorial primário, localizado nessa região, recebe informações táteis do corpo e processa estímulos como toque, dor e temperatura. Um dos principais destaques dessa área é o sulco intraparietal (SIP), uma sub-região fundamental para o processamento de quantidades e cálculos matemáticos, sendo essencial no desenvolvimento das habilidades numéricas (Dehaene, 2022; Lent, 2019). Este lobo também contém o córtex parietal superior, que auxilia na percepção espacial, e o córtex parietal inferior, que participa do processamento linguístico e da resolução de problemas (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

O lobo temporal, localizado nas laterais do cérebro, tem um papel fundamental no processamento auditivo e a formação da memória (Purves *et al.*, 2018). O córtex auditivo primário processa os sons recebidos, enquanto a "área de Wernicke", no hemisfério esquerdo, está envolvida na compreensão da linguagem (Bear, Connors e Paradiso, 2017). Além disso, o hipocampo, uma estrutura interna do lobo temporal, desempenha um papel crucial na consolidação da memória de longo prazo (Purves *et al.*, 2018; Lent, 2019). Essa região também contribui para o reconhecimento visual, especialmente de rostos e objetos, por meio do córtex temporal inferior. A capacidade de recordar fórmulas, propriedades e métodos de resolução matemática está intimamente ligada à saúde funcional deste lobo (Dehaene, 2022).

Por fim, o lobo occipital, localizado na parte posterior do cérebro, é responsável pelo processamento visual (Bear, Connors e Paradiso, 2017). O córtex visual primário, também conhecido como área V1, recebe informações visuais básicas, como cores e formas, enquanto as áreas visuais secundárias, como V2 e V3, são encarregadas de processar aspectos mais complexos, como a profundidade e o movimento (Purves *et al.*, 2018). Embora especializado na interpretação de estímulos visuais, o lobo occipital interage com outras regiões cerebrais para integrar a percepção visual ao comportamento e à cognição espacial (Kandel *et al.*, 2014).

Quadro 1 – Principais funções dos lobos cerebrais

Lobo cerebral	**Função principal**
Frontal	Planejamento, decisão, raciocínio
Parietal	Percepção espacial, processamento numérico
Temporal	Memória, processamento auditivo
Occipital	Processamento visual

Fonte: Adaptado de Bear, Connors e Paradiso, 2017

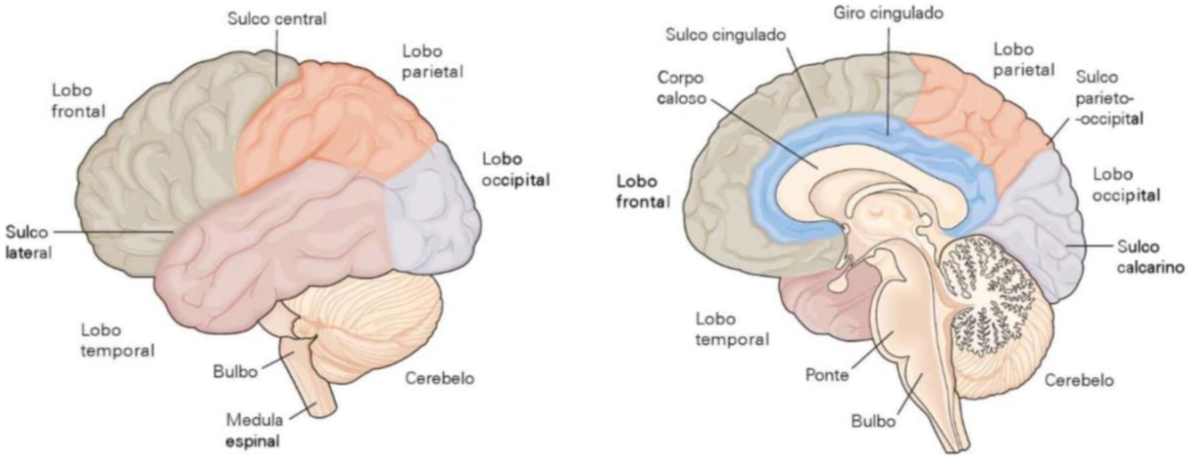
Esses lobos e suas sub-regiões funcionam de maneira integrada, formando redes neurais que facilitam o processamento de informações e a execução de ações complexas (Purves *et al.*, 2018). Cada lobo, embora especializado, contribui para a interação entre diferentes funções cognitivas e sensoriais (Quadro 1), demostrando a intricada organização do cérebro humano (Bear, Connors e Paradiso, 2017). Esta interconexão permite que diferentes regiões cerebrais atuem de forma coordenada para garantir o funcionamento eficiente do organismo, demonstrando a complexidade da interação neuronal e a interdependência funcional das estruturas cerebrais (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

1.1.3 A importância dos giros e sulcos

Os giros e sulcos do cérebro desempenham um papel fundamental no aprendizado e no processo cognitivo (Purves *et al.*, 2018). De acordo com Kandel *et al* (2014), os giros correspondem às elevações na superfície cerebral, enquanto os sulcos são as depressões que os separam (Figura 5). Essa organização estrutural amplia significativamente a área do córtex cerebral, permitindo a formação de uma maior densidade de conexões neurais e, consequentemente, otimizando a capacidade de processamento de informações (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Estudos indicam que os giros desempenham funções específicas na regulação do comportamento e das emoções. O giro cingulado, por exemplo, está fortemente associado ao processamento emocional, à regulação da atenção e à tomada de decisões (Lent, 2019). Já os sulcos, como o sulco central, têm um papel essencial na organização funcional do cérebro, delimitando as regiões motoras e sensoriais primárias e contribuindo para a integração das funções cerebrais (Kandel *et al.*, 2014).

Figura 5 – Principais lobos e alguns giros e sulcos proeminentes do córtex cerebral humano



Fonte: Kandel *et al.*, 2014

No contexto da aprendizagem matemática, o giro supramarginal, localizado no lobo parietal, é uma das estruturas mais relevantes. Segundo Dehaene (2022), esta região está diretamente envolvida no processamento numérico e na manipulação de informações espaciais, habilidades essenciais para a compreensão de conceitos matemáticos. Além disso, a relação entre giros e sulcos favorece a comunicação entre diferentes áreas do cérebro, permitindo que processos como a leitura, a escrita e a resolução de problemas matemáticos ocorram de maneira coordenada e eficiente (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

1.2 NEURÔNIOS: ESTRUTURA E FUNÇÃO

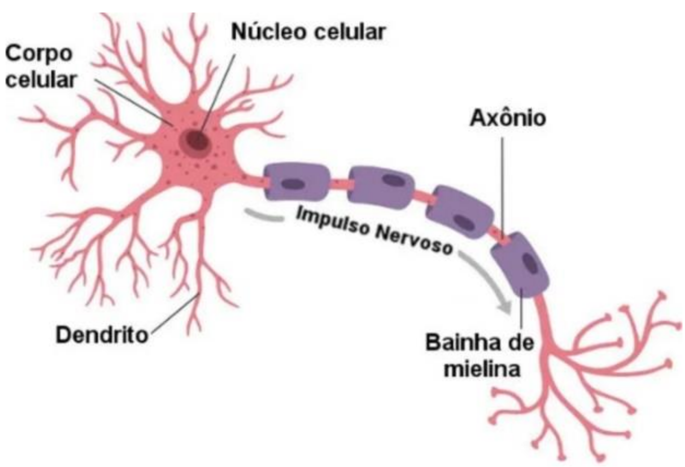
Os neurônios são as principais unidades funcionais do sistema nervoso, responsáveis pela transmissão de informações por todo o cérebro e corpo humano (Purves *et al.*, 2018). Embora o sistema nervoso também seja composto por outros tipos celulares, como as células da glia, que desempenham funções de suporte e regulação, os neurônios ocupam papel central nos processos de comunicação neural. Sua estrutura e função são essenciais para a realização de processos cognitivos complexos, como a aprendizagem, a memória e a atenção.

Nos últimos anos, os avanços nas neurociências têm proporcionado uma compreensão mais aprofundada sobre como essas células altamente especializadas atuam na dinâmica cerebral e contribuem diretamente para o comportamento humano e o desenvolvimento cognitivo (Bear, Connors e Paradiso, 2017). Apesar da diversidade morfológica e funcional entre os neurônios – adaptados a funções sensoriais, motoras e integrativas –, a maioria compartilha uma estrutura básica composta por corpo celular, dendritos e axônio, elementos que serão abordados a seguir (Purves *et al.*, 2018; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

1.2.1 Estrutura de um neurônio

Grande parte dos neurônios possuem uma estrutura altamente especializada, composta por três partes principais (Figura 6): o corpo celular (soma), os dendritos e o axônio (Kandel *et al.*, 2014). O corpo celular contém o núcleo da célula e organelas, sendo responsável pela manutenção metabólica do neurônio. Os dendritos são extensões ramificadas que recebem estímulos de outros neurônios e também ambientais (sensoriais) e transmitem essas informações ao corpo celular. Já o axônio pode ser uma extensão longa e única que transmite impulsos nervosos do corpo celular para outros neurônios, músculos ou glândulas (Purves *et al.*, 2018). No final do axônio, encontram-se as terminações axonais, que fazem a comunicação com outros neurônios através das sinapses (Kandel *et al.*, 2014).

Figura 6 – A estrutura de um tipo de neurônio



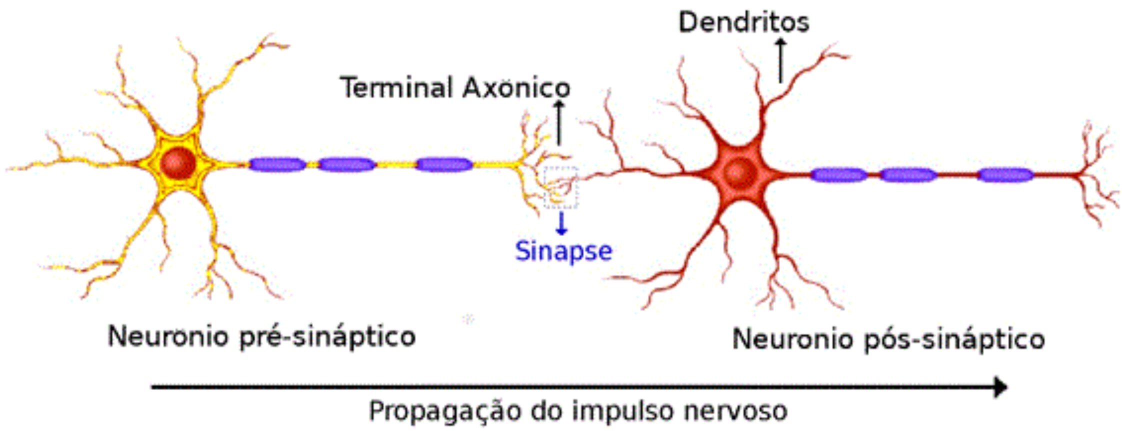
Fonte: Mundo Educação, 2025

Cada uma dessas partes do neurônio tem uma função específica e coordenada. Os dendritos, por exemplo, possuem receptores que detectam, entre outros estímulos, sinais químicos liberados por outros neurônios e ambiente, enquanto o axônio transmite os potenciais de ação por longas distâncias para garantir a comunicação dentro do sistema nervoso. Esse processo é facilitado pela bainha de mielina, que envolve o axônio e acelera a condução dos impulsos nervosos (Purves *et al.*, 2018; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

1.2.2 Sinapses

As sinapses são as regiões de comunicação entre neurônios, ou destes com outras células, e são responsáveis pela transmissão de sinais de um neurônio para outro (Figura 7) (Kandel *et al.*, 2014). Elas podem ser químicas ou elétricas, sendo as sinapses químicas as mais comuns no sistema nervoso humano. Nesse tipo de sinapse, os impulsos nervosos são transmitidos através de neurotransmissores, substâncias químicas que são liberadas nas fendas sinápticas e se ligam a receptores no neurônio pós-sináptico (Purves *et al.*, 2018). Esse processo de liberação e recepção de neurotransmissores é fundamental para a modulação da comunicação neuronal e influencia diretamente a aprendizagem e a memória (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Figura 7 – Neurônios pré e pós-sinápticos, mostrando a região de acoplamento onde ocorre a sinapse

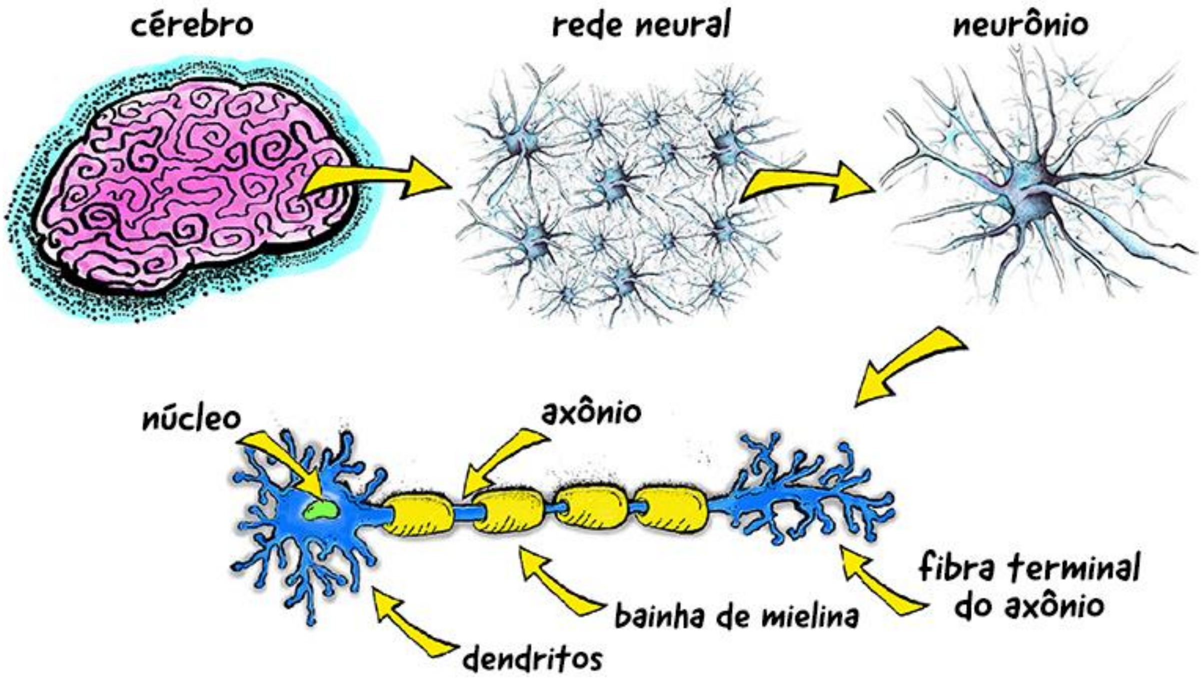


Fonte: Borges *et al.* 2015

Além disso, as sinapses desempenham um papel essencial na plasticidade sináptica, que é a capacidade do cérebro de modificar suas conexões – redes neurais (Figura 8) – em resposta à experiência. Essa plasticidade é a base para a aprendizagem e a memória, pois fortalece conexões que são utilizadas frequentemente, permitindo que o cérebro se adapte a novos estímulos (Dehaene, 2022).

A comunicação neuronal ocorre por meio de sinais eletroquímicos. Neurotransmissores como dopamina, serotonina e glutamato, são liberados nas sinapses e interagem com receptores em neurônios vizinhos, propagando impulsos nervosos. Esse processo é essencial para todas as funções cognitivas, desde as mais básicas, como o controle motor, até as mais complexas, como a tomada de decisões (Purves *et al.*, 2018). Esses neurotransmissores desempenham papéis centrais na regulação do humor, da cognição e da memória. Alterações neles podem estar associadas a transtornos neurológicos e psiquiátricos, como depressão, esquizofrenia e transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (TDAH) (Lent, 2019).

Figura 8 – Redes neural que configuram a plasticidade sináptica



Fonte: Pregowska e Osial (2021)

1.2.3 Função dos neurônios na aprendizagem, memória e atenção

A atuação dos neurônios no processo de aprendizagem está diretamente relacionada à capacidade do cérebro de modificar suas conexões em função de novas experiências. Esse fenômeno, denominado neuroplasticidade, consiste na reorganização das redes neurais mediante a formação e o fortalecimento de conexões sinápticas entre neurônios, especialmente quando determinadas vias são ativadas com frequência (Purves *et al.*, 2018). Quanto mais recorrente for a utilização de determinados circuitos neuronais, maior a eficiência dessas conexões, promovendo um aprendizado mais sólido e duradouro (Dehaene, 2022). Essa reorganização sináptica constitui a base biológica do aprendizado, sendo fundamental para o desenvolvimento cognitivo e para o aprimoramento contínuo das habilidades acadêmicas (Lent, 2019).

No que se refere à memória, os neurônios exercem papel central na codificação, armazenamento e recuperação de informações. A consolidação de memórias está associada ao fortalecimento das sinapses entre neurônios envolvidos em experiências significativas. Uma região cerebral particularmente envolvida nesse processo é o hipocampo, cuja integridade funcional contribui para que informações inicialmente retidas possam ser estabilizadas e transferidas para o armazenamento de longo prazo (Bear, Connors e Paradiso, 2017; Izquierdo, 2018). Quando as conexões entre neurônios dessa região se tornam mais eficientes, há uma maior facilidade em relembrar conceitos, procedimentos e fatos aprendidos, o que é especialmente relevante para a aprendizagem matemática, que depende da evocação de propriedades, fórmulas e estratégias.

A atenção, por sua vez, é regulada por circuitos neuronais que envolvem principalmente o córtex pré-frontal, estrutura responsável por processos de seleção, controle inibitório e manutenção do foco em tarefas específicas. A atividade coordenada entre os neurônios dessa região e de outras áreas associadas, como o córtex parietal e núcleos subcorticais, permite ao indivíduo filtrar estímulos irrelevantes e direcionar recursos cognitivos para o conteúdo relevante da tarefa (Dehaene, 2022). Comprometimentos nessas vias podem resultar em dificuldades de concentração, como observado em transtornos do neurodesenvolvimento relacionados à atenção (Purves *et al.*, 2018).

Segundo Chagas (2024), a intersecção entre as neurociências cognitivas e o ensino de matemática oferece subsídios valiosos para práticas pedagógicas mais eficazes, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e alinhada ao funcionamento cerebral. A autora destaca que a compreensão dos processos cognitivos pode orientar o planejamento didático, permitindo que professores elaborem estratégias que estimulem funções executivas como atenção, memória e controle inibitório, promovendo, assim, maior engajamento e retenção dos conteúdos.

À luz das evidências da neurociência, a neuroeducação tem ressaltado a importância de práticas pedagógicas que estimulem constantemente o funcionamento neuronal. Estratégias como o uso de metodologias ativas, atividades interativas e abordagens multimodais – que integram diferentes canais sensoriais – têm se mostrado eficazes para potencializar a plasticidade cerebral, favorecendo a consolidação da aprendizagem e a autonomia cognitiva dos estudantes (Lent, 2019). Assim, compreender o papel dos neurônios nos processos de aprendizagem, memória e atenção contribui significativamente para a elaboração de propostas didáticas mais alinhadas ao funcionamento cerebral e às necessidades educacionais contemporâneas.

1.3 PLASTICIDADE CEREBRAL

A plasticidade cerebral refere-se à capacidade do cérebro de se reorganizar e modificar suas conexões em resposta à experiência, aprendizado e, até mesmo, lesões (Lent, 2019). A neuroplasticidade é a manifestação funcional dessa capacidade, permitindo que o cérebro crie e remodele sinapses, fortalecendo as redes neurais que são utilizadas com mais frequência (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

O aprendizado é um dos processos que mais se beneficia da neuroplasticidade. Quando uma pessoa aprende algo novo, seja uma habilidade motora ou um conceito matemático, o cérebro forma novas conexões ou reforça as existentes. Esse processo é contínuo e adaptável, o que significa que o cérebro pode se moldar conforme novas informações são adquiridas, facilitando a aprendizagem ao longo da vida (Dehaene, 2022). Segundo Lent (2019), essa adaptabilidade é especialmente relevante na educação, onde o estímulo correto pode maximizar o potencial de aprendizado.

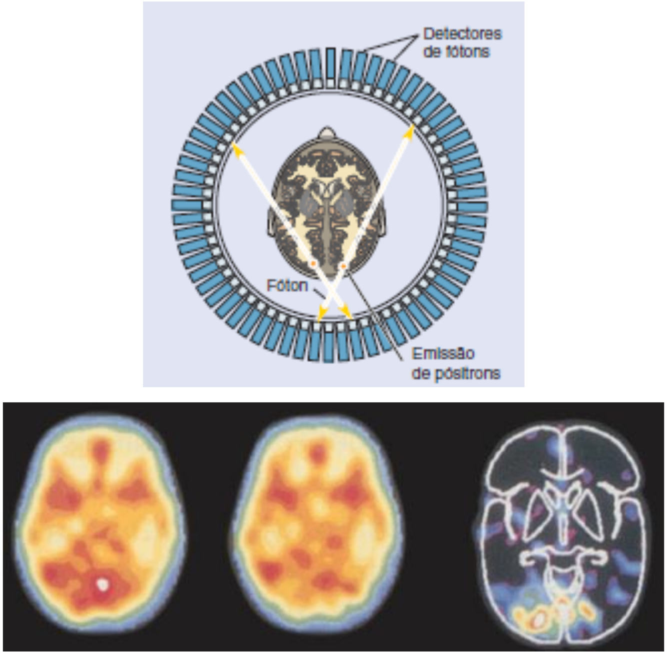
A plasticidade também desempenha um papel fundamental na recuperação de funções perdidas após lesões cerebrais, como acidentes vasculares cerebrais (AVC) e traumas cranioencefálicos. A capacidade do cérebro de "reaprender" ou redirecionar funções para áreas não afetadas é um testemunho do poder da neuroplasticidade (Purves *et al.*, 2018; Lent, 2019).

No contexto educacional, a plasticidade cerebral sugere que o ensino deve ser flexível e adaptável, aproveitando a capacidade do cérebro de se ajustar e responder a diferentes formas de estimulação (Lent, 2019). Métodos de ensino que incorporam estímulos diversificados, como jogos educativos, aprendizado ativo e interações sociais, favorecem o fortalecimento das conexões neurais e promovem um aprendizado mais eficiente (Dehaene, 2022).

1.4 A NEUROCIÊNCIAS DO PENSAMENTO MATEMÁTICO

A matemática, uma disciplina central para o desenvolvimento cognitivo humano, sempre foi uma área de interesse tanto para educadores quanto para neurocientistas (Dehaene, 2022). Nas últimas décadas, com o avanço de técnicas de neuroimagem como a *functional Magnetic Resonance Imaging* (fMRI) [ressonância magnética funcional], a *electroencephalography*(EEG) [eletroencefalografia] e a *positron emission tomography* (PET ou TEP) [tomografia por emissão de pósitrons] (Figura 9), tornou-se possível mapear as áreas cerebrais envolvidas no processamento matemático (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Figura 9 – Esquema de funcionamento e imagem gerada pela TEP



Fonte: Bear, Connors e Paradiso (2017)

1.4.1 A estrutura neural do pensamento matemático

As redes neurais associadas ao processamento matemático são amplamente distribuídas no cérebro, mas algumas áreas específicas desempenham papéis fundamentais. O lobo parietal inferior é uma dessas regiões. Estudos de neuroimagem indicam que o giro angular e o sulco intraparietal (SIP) são essenciais para a manipulação numérica (Arsalidou e Taylor, 2011). Essas áreas estão associadas ao processamento de magnitudes e operações básicas, como somar e subtrair, sendo que o SIP, em particular, parece ser uma área-chave na estimativa de quantidades e no processamento numérico abstrato (Dehaene, 2022).

O aprendizado matemático envolve a ativação de diversas áreas cerebrais (Quadro 2), principalmente aquelas associadas ao processamento numérico e ao raciocínio lógico. Entre as principais regiões envolvidas estão o sulco intraparietal, o giro angular e o lobo frontal. Essas áreas colaboram para a execução de operações matemáticas, desde a aritmética básica até conceitos mais complexos, como álgebra e geometria (Bear, Connors e Paradiso, 2017; Purves *et al.*, 2018).

Estudos de neuroimagem mostram que a aprendizagem de multiplicação, funções, geometria e inequações pode ativar regiões ligeiramente diferentes dentro do cérebro. A multiplicação, por exemplo, tende a recrutar mais intensamente o giro angular, uma região associada à memória verbal, enquanto a aprendizagem de funções pode envolver maior ativação do lobo frontal, que está ligado ao raciocínio abstrato e à resolução de problemas (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

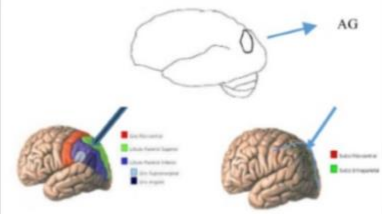
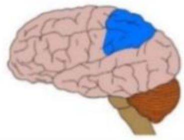
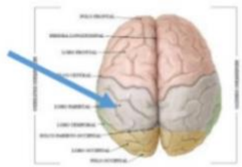
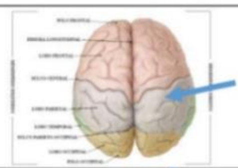
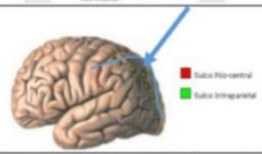
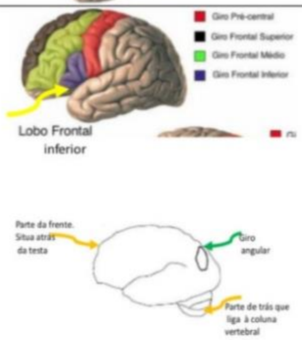
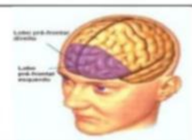
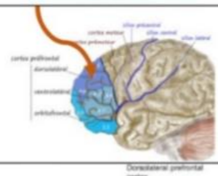
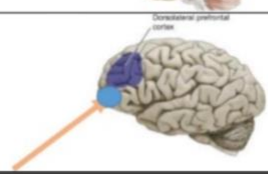
Ainda que exista uma sobreposição significativa entre as áreas ativadas para diferentes tipos de operações matemáticas, é evidente que o cérebro utiliza circuitos especializados dependendo da natureza da tarefa. Isso reforça a ideia de que a matemática não é um monólito cognitivo, mas sim um conjunto de habilidades inter-relacionadas que exigem diferentes tipos de processamentos neurais (Lent, 2019). Além disso, evidências sugerem que a estimulação precoce dessas áreas cerebrais, por meio de metodologias pedagógicas adaptativas e do ensino baseado na resolução de problemas, pode aprimorar a aprendizagem matemática e a retenção de conceitos (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

1.4.2 Regiões cerebrais ativadas na matemática e em outras áreas do conhecimento

Uma questão importante na neurociência educacional é se as regiões cerebrais ativadas durante o aprendizado de matemática são as mesmas que aquelas utilizadas para outras disciplinas, como linguagem, artes ou ciências sociais. Pesquisas indicam que, embora haja uma sobreposição nas áreas cerebrais envolvidas, como o lobo frontal e o córtex parietal, diferentes tipos de aprendizado recrutam redes neurais adicionais para atender às demandas específicas de cada domínio do conhecimento (Quadro 3) (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Por exemplo, o aprendizado de linguagem ativa predominantemente o lobo temporal e as áreas de Broca e Wernicke, que são específicas para o processamento linguístico e a produção de fala (Purves *et al.*, 2018). Já o aprendizado de ciências sociais e artes envolve maior ativação do córtex pré-frontal, responsável pela reflexão, julgamento e tomada de decisões (Lent, 2019). Estudos indicam que a resolução de problemas em história e filosofia, por exemplo, demanda a integração de funções cognitivas superiores, tais como a análise crítica, a argumentação lógica e a interpretação de diferentes perspectivas. Essas habilidades estão associadas à ativação de redes corticais distribuídas, isto é, conjuntos de regiões do córtex cerebral que atuam de forma interconectada e simultânea para sustentar processos complexos de pensamento (Dehaene, 2022). Isso demonstra que, apesar de existir uma base neural compartilhada, o cérebro emprega diferentes estratégias e regiões para processar distintos tipos de informações.

Quadro 2 – Algumas áreas corticais ativadas em relação à aprendizagem matemática

Conteúdos matemáticos	Área ativada	Localização da área
Processamento verbal de números envolvido na recuperação de fatos numéricos. Processamento de números: cálculos, aspectos viso espaciais e atenção, processamento verbal e recuperação de fatos numéricos	Sulco Intraparietal horizontal , Parte superior posterior do Lobo Parietal e Giro Angular(AG)- Localizado no lobo parietal, próximo a parte superior do lobo temporal	
Processamento matemático mais complexo, como a resolução de problemas-palavra[2], equações algébricas e demonstração em geometria	Córtex Parietal, sem detalhamento de uma região específica	
Adição	Lateralidade esquerda no córtex parietal	
Multiplicação	Lateralidade direita córtex parietal	
Resolução de equação algébrica mais complexa	Aumenta ativação cerebral nas regiões selecionadas do IPS (Sulco Intraparietal) e no Córtex Pré-frontal	
A translação entre formatos gráficos e simbólicos (algébricos) de funções	Acionamento das áreas de IPS (Sulco Intraparietral) e PSPL. Maior envolvimento do IFG (Giro Frontal Inferior) esquerdo e do AG (Giro Angular) direito	
Controle de atenção e memória	Córtex Frontal	
Lembrança de diferentes representações das funções	O Pré-frontal Dorsolateral Anterior Esquerdo do córtex é mais ativo para a recuperação da representação verbal	
Problema matemático relativamente avançado	Córtex Pré-frontal Lateral Inferior (LIPFC)	

Fonte: Alvarenga, 2018

No ensino da matemática, compreender essas diferenças é essencial para desenvolver abordagens pedagógicas que maximizem a ativação das áreas específicas, potencializando o aprendizado (Dehaene, 2022). Métodos que envolvem visualizações gráficas, manipulação prática de objetos e a resolução de problemas contextualizados demonstram estimular múltiplas regiões cerebrais e favorecer a aprendizagem significativa (Bear, Connors e Paradiso, 2017). A neuroeducação sugere que a combinação de estímulos sensoriais diversificados e metodologias interativas podem otimizar o processamento da informação e fortalecer as conexões neurais associadas à aprendizagem matemática (Lent, 2019; Dehaene, 2022).

Quadro 3 – Comparativo entre as regiões cerebrais ativadas na aprendizagem matemática *versus* outras áreas do conhecimento

Área do conhecimento	Regiões cerebrais principais	Funções cognitivas associadas
Matemática	• Córtex Parietal Inferior (Giro Intraparietal) • Córtex Pré-Frontal Dorsolateral • Córtex Cingulado Anterior • Córtex Temporal Medial • Gânglios da Base	Processamento numérico e manipulação de quantidades Cálculo mental e raciocínio lógico Controle executivo e resolução de problemas Memória de trabalho para operações matemáticas Automatização de cálculos e aprendizado de regras
Linguagem e Leitura	• Área de Broca (Lobo Frontal) • Área de Wernicke (Lobo Temporal Esquerdo) • Giro Angular (Lobo Parietal Esquerdo) • Córtex Temporal Superior	Processamento da gramática e sintaxe Compreensão e produção da linguagem Associação entre símbolos e significados Decodificação fonológica e reconhecimento de palavras
Ciências Naturais	• Córtex Pré-Frontal Dorsolateral • Córtex Parietal • Córtex Temporal Medial • Hipocampo	Pensamento analítico e resolução de problemas Integração de conceitos complexos Memória declarativa para retenção de informações Formação de modelos mentais para fenômenos científicos
Artes e Criatividade	• Córtex Pré-Frontal Ventromedial • Lobo Temporal Direito • Lobo Parietal Direito • Córtex Cingulado Anterior	Imaginação e criatividade Processamento visual e espacial Integração sensorial e emocional Geração de novas ideias e expressão artística

Música	• Giro de Heschi (Córtex Auditivo Primário – Lobo Temporal) • Córtex Motor e Pré-Motor • Cerebelo e Gânglios da Base • Córtex Pré-Frontal	Percepção e processamento de padrões rítmicos Coordenação motora para tocar instrumentos Memória auditiva e reconhecimento de melodias Regulação emocional por meio da música

Fonte: Adaptado de Amalric e Dehaene (2016), Cardoso e Muszkat (2018), Lent (2019)

1.5 ENCERRAMENTO DO CAPÍTULO

Este capítulo buscou evidenciar a complexidade do cérebro humano e seu papel fundamental como base biológica da aprendizagem, com foco nas estruturas e funções cerebrais que sustentam o pensamento matemático. Foram discutidas as principais regiões envolvidas na cognição matemática – como o córtex pré-frontal, o sulco intraparietal, o giro angular, o hipocampo e o córtex cingulado anterior –, bem como os processos de memória, atenção, raciocínio lógico e plasticidade neural. A compreensão desses elementos oferece subsídios importantes para o desenvolvimento de práticas pedagógicas fundamentadas na neuroeducação.

As evidências apresentadas mostraram que o ensino da matemática, especialmente de conteúdos algébricos como as inequações, pode se beneficiar de abordagens que considerem o funcionamento cerebral e os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem. Nesse sentido, estratégias que estimulem múltiplas regiões cerebrais por meio de metodologias ativas, interativas e multimodais tendem a promover maior engajamento e retenção do conhecimento, favorecendo o fortalecimento das conexões sinápticas e a reorganização funcional do cérebro – aspectos centrais da plasticidade cerebral que sustentam o aprendizado ao longo da vida.

Com base nesses fundamentos, o próximo capítulo apresenta o percurso metodológico desta pesquisa. Serão descritas a natureza e a abordagem adotadas, os materiais selecionados, os critérios de análise e os procedimentos que estruturaram a investigação. A metodologia proposta visa compreender de que forma ações mentais matemáticas, memória e atenção se articulam na resolução de inequações, utilizando como base teórica o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM) e os aportes das neurociências cognitivas. Essa etapa será essencial para sustentar as análises desenvolvidas nos capítulos posteriores e para evidenciar como a articulação entre cognição e ensino pode contribuir para o aprimoramento das práticas pedagógicas em matemática.

CAPÍTULO 2

TRAÇANDO O CAMINHO DA INVESTIGAÇÃO: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E ORGANIZACIONAIS DOS DADOS

A metodologia de pesquisa é o campo do conhecimento que se ocupa do estudo dos métodos e técnicas utilizados na investigação científica. Ela representa o planejamento sistemático do caminho a ser percorrido pelo pesquisador na busca por respostas a uma pergunta investigativa, articulando os procedimentos necessários para alcançar os objetivos propostos. De acordo com Gil (2019), ela define os critérios para a escolha do método, dos instrumentos de coleta de dados e da forma de análise das informações, garantindo rigor e coerência à produção científica.

No contexto acadêmico, compreender o que é metodologia de pesquisa significa ir além da simples aplicação de técnicas; envolve a reflexão crítica sobre as escolhas feitas ao longo do processo investigativo, considerando os pressupostos teóricos, a natureza do problema e o tipo de conhecimento que se deseja construir. Como destacam Lakatos e Marconi (2021), a metodologia oferece os fundamentos lógicos que orientam cada etapa do trabalho científico, desde a formulação do problema até a interpretação dos resultados.

Ela é, portanto, parte essencial de qualquer pesquisa, pois explicita o "como" a investigação será realizada, promovendo transparência e permitindo a reprodutibilidade ou a compreensão crítica dos procedimentos adotados. Segundo Creswell (2014), a clareza metodológica é indispensável para a validade científica de uma produção científica. Assim, ela deve ser compreendida como um instrumento que estrutura e dá sustentação ao processo investigativo, possibilitando que o pesquisador alcance resultados significativos e cientificamente fundamentados, com base em procedimentos éticos, sistemáticos e coerentes com a natureza do estudo.

A coerência entre os objetivos de uma investigação e os caminhos metodológicos adotados para alcançá-los é elemento essencial para a validade científica dos resultados obtidos (Gil, 2019). No caso desta dissertação, que investiga os processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas e a mobilização de ações mentais matemáticas (AMM), memória e atenção, à luz das contribuições das neurociências cognitivas, o percurso utilizado reflete o caráter analítico e interdisciplinar da investigação.

As decisões metodológicas que orientam este estudo foram tomadas com o intuito de articular elementos da educação matemática e da neuroeducação, assegurando uma análise que respeite a complexidade do objeto de estudo. Para isso, foram definidos critérios específicos para a seleção e organização dos dados, de forma alinhada com os princípios de uma abordagem qualitativa, descritiva e interpretativa, que caracterizam a natureza deste estudo.

Este capítulo tem como objetivo apresentar os procedimentos metodológicos que sustentam a pesquisa. São descritos a natureza e a abordagem adotados, o objeto e os materiais de análise, os fundamentos teóricos que orientam a interpretação dos dados, bem como os critérios para a coleta, resolução e reformulação dos exercícios. Ao final, discutimos as delimitações e limitações do estudo, além de apresentar o método de análise desenvolvido especificamente para esta investigação, com base na articulação entre o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM) e as contribuições das NC.

2.1 NATUREZA E ABORDAGEM DA PESQUISA

A presente produção científica apresenta natureza qualitativa e caracteriza-se como uma investigação descritiva, exploratória e teórico-analítica. Além disso, adota como procedimento metodológico a revisão bibliográfica, aliada à análise de resoluções de exercícios matemáticos retirados de livros didáticos, interpretados à luz dos referenciais da Educação Matemática e das Neurociências Cognitivas. A seguir, cada uma dessas classificações é apresentada e justificada com base na literatura científica, com o objetivo de explicitar as escolhas metodológicas adotadas ao longo do estudo.

2.1.1 Pesquisa qualitativa

A pesquisa qualitativa é aquela que busca compreender os fenômenos em sua complexidade, considerando os significados, os contextos e os processos subjetivos envolvidos. Segundo Creswell (2014), essa abordagem é indicada quando o foco da investigação está na interpretação dos sentidos atribuídos pelos sujeitos ou, como neste caso, no estudo detalhado dos processos cognitivos ativados em atividades matemáticas.

Para Bogdan e Biklen (2013), a pesquisa qualitativa trabalha com dados descritivos, valoriza o ambiente natural de onde emergem os fenômenos e enfatiza o processo, mais do que os resultados numéricos. Neste estudo, a compreensão das AMM, dos conteúdos evocados da memória e dos focos de atenção exigidos em atividades de resolução de inequações exige uma abordagem interpretativa, o que justifica a opção pela abordagem qualitativa.

2.1.2 Caráter descritivo

Este estudo também apresenta caráter descritivo, pois tem como objetivo principal observar, identificar e interpretar as ações mentais e os processos cognitivos mobilizados nas resoluções analisadas. Segundo Gil (2019), a pesquisa descritiva busca descrever com precisão as características de determinado fenômeno, sem interferir diretamente sobre ele, e é especialmente útil quando se deseja compreender as dimensões e os elementos que compõem um determinado processo.

No caso desta dissertação, a descrição das AMM ativadas, dos conteúdos evocados da memória e dos focos atencionais presentes na resolução de inequações do primeiro e segundo graus permite construir um panorama detalhado sobre como esses elementos se articulam no contexto do ensino e aprendizagem matemática.

2.1.3 Caráter exploratório

A investigação também assume caráter exploratório, uma vez que trata de um tema ainda recente e pouco abordado na literatura científica brasileira: a articulação entre resoluções algébricas, cognição e funcionamento cerebral no contexto da Educação Matemática. Segundo Gil (2019), a pesquisa exploratória é apropriada quando o objetivo é proporcionar maior familiaridade com um problema ainda não suficientemente investigado, permitindo a formulação de hipóteses ou a definição de novas categorias de análise.

Assim, o caráter exploratório se justifica pela proposta de ampliar o entendimento sobre como os conhecimentos da neurociência cognitiva podem contribuir para a compreensão e o aprimoramento das práticas de ensino da matemática, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

2.1.4 Pesquisa teórico-analítica

Embora envolva a resolução de exercícios matemáticos presentes em livros didáticos, esta dissertação não realizou aplicação empírica com estudantes da Educação Básica. Todas as resoluções foram feitas exclusivamente pelo autor da pesquisa, com base nos procedimentos indicados pelos próprios autores das obras analisadas. Trata-se, portanto, de uma investigação de natureza teórico-analítica, centrada na análise das resoluções à luz dos referenciais adotados, sem coleta de dados junto a sujeitos.

De acordo com Lüdke e André (2018), esse tipo de estudo é caracterizado pela análise detalhada de documentos, textos ou produtos culturais, com o objetivo de construir interpretações fundamentadas teoricamente. No caso desta investigação, o *corpus* de análise é composto por exercícios retirados das obras didáticas de Paiva (2015) e Iezzi *et al.* (2016), resolvidos e interpretados à luz do MTAMM, de Alvarenga e Domingos (2020), e dos aportes das NC.

Essa abordagem permite compreender como diferentes formas de enunciar e resolver um problema matemático podem exigir a mobilização de distintos recursos cognitivos, mesmo sem a coleta direta de dados com participantes. Trata-se, portanto, de uma análise teórica, que se propõe a gerar inferências para a prática pedagógica e para a pesquisa educacional.

2.1.5 Revisão bibliográfica

Como parte dos procedimentos metodológicos, este estudo inclui uma revisão bibliográfica, com o objetivo de reunir, organizar e interpretar a produção científica recente sobre os temas centrais da investigação. Segundo Botelho, Cunha e Macedo (2011), ela é uma estratégia que visa identificar, selecionar e analisar criticamente os estudos disponíveis sobre um determinado problema de pesquisa.

As buscas foram conduzidas com base em descritores alinhados ao foco da dissertação, como: neurociências cognitivas, neuroeducação, inequações, ações mentais matemáticas, memória e atenção. Foram priorizadas publicações em língua portuguesa dos últimos dez anos, especialmente na área da Educação Matemática e das Neurociências Cognitivas, sem desconsiderar obras de autores consagrados, publicadas anteriormente, cuja contribuição permanece conceitualmente relevante para os temas abordados. As bases de dados utilizadas incluíram o Google Acadêmico, a biblioteca *SciELO*, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), o Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[1], além de um acervo institucional de textos e artigos do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM)[2], ao qual o autor é vinculado.

Ao todo, foram consultadas 87 produções acadêmicas, sendo 28 artigos científicos, 15 dissertações de mestrado, 8 teses de doutorado e 36 livros ou capítulos de livros. Desse total, 52 obras foram efetivamente utilizadas na fundamentação teórica e nas análises desenvolvidas ao longo da dissertação.

A integração entre a revisão bibliográfica e a análise teórico-analítica das resoluções matemáticas contribui para a robustez da pesquisa, ao oferecer uma base epistemológica sólida sobre os processos mentais envolvidos na aprendizagem de inequações. Desta forma, as inferências construídas neste estudo encontram respaldo em evidências acadêmicas recentes e em produções consolidadas da área.

2.2 OBJETO DE ESTUDO E MATERIAIS ANALISADOS

A abordagem da temática investigada envolve uma ampla variedade de aspectos, dimensões teóricas e possibilidades analíticas. O campo das NC, por exemplo, apresenta múltiplos modelos atencionais, diferentes classificações da memória e inúmeras interpretações sobre os mecanismos neurais da aprendizagem. Da mesma forma, o ensino de inequações abrange diversas tipificações (como exponenciais, modulares, racionais e trigonométricas) e diferentes estratégias pedagógicas. No entanto, o objeto deste estudo está delimitado na análise das ações mentais matemáticas (AMM), dos conteúdos evocados da memória de longo prazo e dos focos de atenção seletiva e executiva mobilizados durante a resolução de inequações algébricas do primeiro e segundo graus, incluindo também as inequações do tipo produto e quociente.

Esse recorte temático e teórico permite aprofundar a articulação entre cognição, linguagem matemática e estruturação simbólica do pensamento, com base no referencial do MTAMM e nas contribuições da NC. Embora esses conceitos apareçam de forma articulada ao longo de toda a dissertação, o aprofundamento teórico-conceitual sobre as AMM, a memória e

---

[1]Google Acadêmico é uma ferramenta de busca especializada em literatura científica. *Scientific Electronic Library Online*(SciELO) é uma biblioteca eletrônica de periódicos de acesso aberto da América Latina. BDTD é o repositório nacional de teses e dissertações do IBICT. O Portal de Periódicos da CAPES oferece acesso a uma ampla gama de conteúdos científicos para instituições de ensino e pesquisa no Brasil.

[2]O GEEM é um coletivo de pesquisa vinculado ao Instituto Federal Goiano, que desenvolve investigações teóricas e práticas voltadas à formação de professores, ao ensino de matemática e às articulações com as neurociências cognitivas. É o principal expoente na produção acadêmica sobre o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), consolidando-se como referência nacional nesse campo.

a atenção será realizado no Capítulo 4, o qual antecede a análise empírica apresentada no capítulo seguinte.

Para isso, tomou-se como base exercícios extraídos de dois materiais didáticos amplamente utilizados na Educação Básica: *Matemática: Ensino Médio – Volume 1*, de PAIVA (2015), e *Matemática: Ciência e Aplicações – Volume 1*, de IEZZI *et al.*(2016) (Figura 10).

Elas foram selecionadas por apresentarem abordagens consistente e sistematizada dos conteúdos de inequações do primeiro e do segundo graus, incluindo também as chamadas inequações do tipo produto e quociente. Além disso, ambos os livros fazem parte do acervo adotado na instituição onde atua o autor desta pesquisa, o que reforça a pertinência pedagógica e a proximidade com a realidade escolar.

Figura 10 – Livros didáticos adotados neste estudo

Fonte: Paiva (2015) e Iezzi *et al.* (2016)

Para fins de análise, considerou-se todos os exercícios presentes nas seções que abordam o ensino de inequações, conforme organizados pelos próprios autores. As resoluções de cada item foram realizadas pelo pesquisador, com base nos exemplos, métodos e estratégias indicados nos livros. Essa escolha garante a fidelidade às propostas didáticas originais, evitando interferências externas que poderiam descaracterizar a lógica dos materiais analisados.

A partir dessas resoluções, foi possível identificar algumas das AMM mobilizadas em cada exercício, os conteúdos que precisariam ser evocados da memória de longo prazo e os pontos que exigiriam maior atenção por parte do estudante. Em razão da grande quantidade de exercícios com estruturas semelhantes, foi realizada uma seleção dos itens mais representativos, com base na diversidade de operações cognitivas envolvidas, de modo a evitar repetições e garantir uma análise mais rica e variada.

Além da análise das resoluções originais, alguns enunciados das questões foram reformulados pelo autor desta pesquisa com o intuito de provocar a ativação de novas ou diferentes AMM. As reformulações foram desenvolvidas com base nos princípios do Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), de Alvarenga e Domingos (2020), articulando-se também com os conhecimentos produzidos pelas neurociências cognitivas sobre memória e atenção. As comparações entre os exercícios originais e suas versões reformuladas são apresentadas em um capítulo específico, o quinto, com base em critérios de análise previamente definidos.

A escolha pelos livros didáticos como fonte principal de análise justifica-se pela relevância desses materiais no cotidiano das práticas escolares. Por serem amplamente utilizados por professores e estudantes, eles influenciam diretamente as formas de organização do pensamento matemático e as estratégias cognitivas mobilizadas em sala de aula. Dessa forma, analisar os exercícios propostos por essas obras à luz da cognição e do funcionamento cerebral representa uma oportunidade de compreender mais profundamente como o ensino de inequações pode ser aprimorado com base em evidências teóricas e pedagógicas fundamentadas.

2.3 FUNDAMENTAÇÃO PARA A ANÁLISE: MTAMM E NEUROCIÊNCIAS COGNITIVAS

A análise dos exercícios está fundamentada em dois eixos teóricos complementares: o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM) e aportes das neurociências voltados à aprendizagem, com ênfase em aspectos como memória, atenção e funcionamento cerebral durante a resolução de problemas. Embora o MTAMM tenha sido desenvolvido com base em contribuições das NC, ele se constitui como um modelo autônomo, voltado à sistematização das ações mentais mobilizadas no raciocínio matemático. A integração entre esses referenciais possibilita uma compreensão ampliada dos processos cognitivos implicados na resolução de inequações, contemplando não apenas procedimentos algébricos, mas também os mecanismos mentais e funcionais que os sustentam.

2.3.1 Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas

O MTAMM, elaborado por Alvarenga e Domingos (2020), tem suas raízes em estudos das neurociências cognitivas sobre os processos mentais envolvidos na aprendizagem matemática. A partir dessas contribuições iniciais, ele foi sistematizado como um referencial próprio, organizado um conjunto de 52 ações mentais matemáticas (AMM), que representam operações cognitivas acionadas ao se resolver problemas matemáticos. Estas ações envolvem desde procedimentos básicos, como identificar informações ou fazer operações elementares, até processos mais complexos, como modelar, representar simbolicamente, visualizar, argumentar e tomar decisões.

Cada ação mental matemática corresponde a um tipo de atividade cognitiva que pode ser inferida a partir da forma como o enunciado da questão é apresentado e das estratégias necessárias para sua resolução. Assim, ao aplicar o MTAMM na análise dos exercícios, torna-se possível identificar algumas ações que são mobilizadas tanto na versão original quanto na versão reformulada das questões, contribuindo para a compreensão do tipo de raciocínio que o estudante é convidado a desenvolver.

A adoção desse modelo permite uma leitura mais detalhada do pensamento matemático, com foco nos processos mentais implicados na construção da solução. A identificação das AMM ativadas em cada situação fornece subsídios para avaliar a complexidade cognitiva dos exercícios e entender de que forma diferentes abordagens didáticas podem ampliar ou restringir o desenvolvimento do raciocínio matemático.

2.3.2 Neurociências cognitivas e aprendizagem matemática

A neurociência cognitiva, por sua vez, oferece uma base teórica e empírica para entender como o cérebro processa, organiza e recupera informações durante a aprendizagem. Autores como Dehaene (2022), Herculano-Houzel (2017), Lent (2019) e Bear, Connors e Paradiso (2017) destacam as principais estruturas cerebrais envolvidas nas atividades matemáticas, como leitura simbólica, cálculo, controle da atenção e recuperação de informações da memória.

As regiões cerebrais mais frequentemente associadas ao raciocínio matemático, segundo Alvarenga (2020) e os autores acima, incluem:

- o córtex pré-frontal dorsolateral, responsável pelo planejamento e pela regulação das ações mentais;

- o sulco intraparietal, relacionado ao processamento de quantidades, comparações e relações de magnitude;
- o giro angular, associado à interpretação de símbolos e significados matemáticos;
- o hipocampo, que atua na recuperação de informações da memória de longo prazo;
- e o córtex cingulado anterior, importante no controle atencional e na detecção de erros.

Tais estruturas atuam em rede, interagindo entre si para possibilitar o desempenho em tarefas cognitivamente exigentes, como a resolução de problemas algébricos. O funcionamento coordenado dessas regiões foi identificado em diversos estudos com neuroimagem, indicando que a aprendizagem matemática envolve um esforço conjunto entre processos simbólicos, espaciais, linguísticos e atencionais (Dehaene, 2022; Bear, Connors e Paradiso, 2017; Lent, 2019).

A identificação das regiões cerebrais potencialmente ativadas baseia-se em inferências teóricas sustentadas por autores como Dehaene (2022), Alvarenga (2020), Herculano-Houzel (2017) e Bear, Connors e Paradiso (2017), e não em exames clínicos ou instrumentos neurofisiológicos. Por isso, essas associações são apresentadas no quinto capítulo apenas em seus textos analíticos, mas não aparecem nos quadros comparativos, a fim de manter a objetividade na comparação entre as versões dos exercícios.

2.3.3 Integração entre MTAMM e neurociência cognitiva

A proposta metodológica desta investigação está centrada na articulação entre o MTAMM e alguns conhecimentos produzidos pelas NC, integração que permite compreender os processos envolvidos na resolução de problemas matemáticos não apenas do ponto de vista algébrico ou didático, mas também sob a perspectiva das operações mentais envolvidas e das estruturas cerebrais potencialmente ativadas durante a realização das tarefas.

Ao analisar as resoluções com base no MTAMM, é possível identificar com maior precisão quais ações mentais são exigidas em cada etapa de um exercício, tais como generalizar, representar simbolicamente, visualizar, comparar, organizar, entre outras. Quando essas ações são associadas às funções cognitivas descritas pela neurociência – como atenção seletiva, memória de trabalho e controle executivo –, o pesquisador pode obter uma visão mais abrangente sobre os caminhos mentais percorridos por um estudante durante o processo de aprendizagem.

Essa abordagem fundamenta a proposta de reformulação de enunciados de exercícios, buscando provocar a ativação de novas ou diferentes ações mentais matemáticas. No entanto, é importante esclarecer que o objetivo das reformulações não é tornar as questões mais difíceis ou inacessíveis, mas sim estimular o avanço do pensamento matemático, favorecendo o desenvolvimento de estratégias cognitivas mais complexas e articuladas.

Essa intenção está alinhada ao entendimento de que o pensamento matemático se constrói por meio de desafios intelectuais significativos, que ampliam o repertório do estudante sem sobrecarregá-lo. Propor atividades que exigem novas formas de pensar, representar ou justificar não implica aumentar o nível de dificuldade, mas sim criar oportunidades para que o estudante avance em sua compreensão, supere automatismos e construa conexões mais profundas com os conceitos envolvidos (Ponte, 2012; Furquim *et al.*, 2020).

Dessa forma, ao integrar o MTAMM com os aportes das NC, propõe-se um olhar ampliado sobre o ensino de inequações, orientado não apenas para a resolução correta de exercícios, mas para a compreensão dos caminhos mentais que sustentam a aprendizagem e a construção do raciocínio matemático.

2.4 PROCEDIMENTOS DE COLETA, ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Os procedimentos de coleta, organização e análise dos dados adotados foram planejados com o objetivo de garantir uma verificação sistemática, coerente e fundamentada dos processos cognitivos envolvidos no tratamento matemático de inequações algébricas. A coleta, organização e análise dos dados foram realizadas em diferentes etapas, articulando a seleção de materiais didáticos, a resolução de exercícios, a identificação de AMM e o mapeamento das possíveis ativações neurocognitivas associadas.

2.4.1 Seleção e resolução dos exercícios

O material analisado é composto por exercícios selecionados das seções que tratam de inequações nos livros didáticos *Matemática: Ensino Médio – Volume 1*, de PAIVA (2015), e *Matemática: Ciência e Aplicações – Volume 1*, de IEZZI *et al.* (2016). Esses foram escolhidos por sua ampla circulação na rede pública de ensino e por serem utilizados na instituição onde atua o autor da pesquisa, o que assegura a relevância e a aplicabilidade do estudo no contexto educacional real.

Todos os exercícios das seções voltadas ao ensino de inequações – do primeiro e segundo graus, bem como do tipo produto e quociente – foram resolvidos pelo próprio pesquisador, seguindo os métodos e exemplos apresentados nos próprios livros. Essa escolha visa preservar a lógica didática dos autores e garantir que a análise se mantenha fiel ao material efetivamente proposto aos estudantes.

Após essa etapa, os exercícios resolvidos foram organizados segundo critérios de complexidade, tipo de inequação e estrutura algébrica, permitindo observar padrões e recorrências nas operações mentais mobilizadas. A partir desse conjunto, foram selecionados apenas os exercícios mais representativos, considerando a diversidade de ações mentais envolvidas e a variação cognitiva necessária à resolução. Essa seleção evitou repetições desnecessárias no corpo da dissertação e favoreceu análises mais profundas e significativas.

2.4.2 Reformulação dos exercícios

Com base nos princípios do MTAMM, alguns exercícios foram reformulados, pelo autor desta pesquisa, com a intenção de provocar a ativação de novas ou diferentes ações mentais. As reformulações mantiveram o conteúdo matemático essencial de cada questão, mas alteraram o enunciado ou a estrutura de apresentação de forma a exigir outras formas de raciocínio e representação.

Embora algumas reformulações também tenham demandado maior atenção ou evocação de conteúdos adicionais da memória de longo prazo, esse não foi o foco principal delas. A prioridade foi promover o avanço do pensamento matemático, como discutido na seção anterior, criando condições para que o estudante fosse estimulado a elaborar estratégias cognitivas mais complexas e não apenas a aplicar procedimentos mecânicos.

As reformulações dos enunciados foram elaboradas com base nos princípios do MTAMM (Alvarenga e Domingos, 2020). Embora o processo tenha sido influenciado pela experiência docente do autor – professor na educação básica e no ensino superior, com experiência no ensino de álgebra e na formação de professores – e pela familiaridade com diferentes materiais didáticos, a elaboração das novas versões não foi orientada por intuição, mas sim por uma intencionalidade teórica explícita. Cada novo comando foi construído com o objetivo de ativar uma ou mais ações mentais específicas, a partir de uma pergunta orientadora como: “O que posso propor ao estudante para provocar a ativação da AMM X ou Y?”. Essa escolha metodológica está em consonância com os objetivos da pesquisa e assegura a articulação entre teoria e prática na análise das resoluções.

Embora o foco principal das reformulações esteja na ativação de diferentes AMM, algumas versões reformuladas adotam estruturas de situações-problema contextualizadas. Essa escolha, ainda que secundária, dialoga com abordagens pedagógicas como a resolução de problemas (Ponte, 2012) e a modelagem matemática (Bassanezi, 2015), práticas amplamente reconhecidas no ensino da matemática. No entanto, elas não constituem o eixo teórico central desta investigação, sendo mencionadas apenas para contextualizar a estrutura dos enunciados adotados.

2.4.3 Análise neuromatemática dos exercícios

A análise dos exercícios selecionados – tanto em suas versões originais quanto reformuladas – seguiu um protocolo específico, elaborado para esta pesquisa. Essa metodologia de análise neuromatemática combina os referenciais do MTAMM com fundamentos das NC, permitindo identificar e interpretar os processos mentais acionados durante a resolução de problemas algébricos. O estudo abordou as etapas:

1. foco no pesquisador – resolução detalhada do exercício, conforme os procedimentos indicados pelos livros (no caso da versão original).
2. Foco nas AMM – Identificação das AMM mobilizadas em cada etapa da resolução, baseado na sistematização proposta por Alvarenga e Domingos (2020).
3. Foco nos conteúdos – Levantamento daqueles que precisariam ser evocados da memória de longo prazo para a realização da tarefa, tais como propriedades algébricas, regras de inequações, conceitos sobre conjuntos e representações gráficas.
4. Foco nos detalhes distintivos da resolução: Mapeamento dos focos de atenção, especialmente em momentos como a inversão da desigualdade ao multiplicar por um número negativo, ou a necessidade de interpretar símbolos e gráficos.
5. Foco na reformulação do enunciado.
6. E retomamos as análises de forma espiralada.

As análises foram organizadas em quadros comparativos (vide Capítulo 5) que sintetizam as AMM mobilizadas nas versões original e reformulada dos exercícios, os conteúdos evocados da memória e os focos de atenção. As regiões cerebrais potencialmente ativadas, por se tratar de inferências teóricas e não de dados empíricos, são discutidas exclusivamente no corpo dos textos que acompanham a análise de cada exercício, mas não foram incluídas nos quadros, a fim de preservar a objetividade da estrutura comparativa.

2.4.4 Método de análise e sistematização dos resultados

O método de análise utilizado foi desenvolvido pelo próprio autor, a partir da integração entre os princípios do MTAMM e as contribuições da neurociência cognitiva. Trata-se de um procedimento original, com potencial de aplicação em outras investigações que desejem compreender as relações entre ensino de matemática, cognição e funcionamento cerebral.

Esse método permite descrever, com base teórica, quais operações mentais são ativadas em diferentes formas de apresentar uma mesma tarefa matemática, oferecendo subsídios para o aprimoramento do ensino por meio da reformulação de questões. Ainda que o foco da investigação tenha sido o conteúdo de inequações, a estrutura deste método pode ser adaptada a outros conteúdos da matemática escolar em pesquisas futuras.

Para garantir transparência ao leitor quanto ao *corpus* analisado, o Capítulo 3 desta dissertação apresenta as páginas dos livros didáticos utilizados, com imagens dos conteúdos, exemplos e exercícios selecionados. Essa medida evita repetições excessivas no capítulo de análise, o quinto, e permite que o leitor acompanhe a fundamentação das interpretações feitas.

2.5 DELIMITAÇÕES E LIMITAÇÕES DA PESQUISA

Toda pesquisa científica é conduzida dentro de recortes definidos, que orientam seu foco, e enfrenta limitações inerentes às suas escolhas metodológicas e operacionais. Reconhecer esses aspectos é parte do rigor científico e do compromisso ético que sustentam qualquer investigação acadêmica, conforme destacam Gil (2019) e Lakatos e Marconi (2021). A explicitação das delimitações e limitações contribui para a transparência do estudo, permite a avaliação crítica de seus resultados e define os limites de sua aplicabilidade. Nesta seção, são apresentadas as principais delimitações e limitações da presente produção científica.

2.5.1 Delimitações da pesquisa

As delimitações dizem respeito às escolhas intencionais que definem o escopo do estudo, incluindo o tema investigado, os materiais selecionados e os referenciais teóricos utilizados. A principal delimitação temática desta dissertação é o foco exclusivo na resolução de inequações algébricas do primeiro e segundo graus, incluindo também exercícios que envolvem inequações do tipo produto e quociente. Esses conteúdos foram escolhidos por sua relevância curricular no Ensino Médio e por exigirem a mobilização de diferentes tipos de AMM.

Os materiais analisados foram extraídos de duas obras didáticas já citadas anteriormente. A escolha desses livros baseou-se tanto em sua abordagem estruturada dos conteúdos quanto na sua adoção na instituição onde o autor atua como professor, o que reforça a aplicabilidade da pesquisa em contextos escolares reais.

Outro recorte importante diz respeito à decisão de analisar apenas os exercícios contidos nas seções temáticas dedicadas às inequações, tal como organizadas pelos autores das obras. Todas as questões dessas seções foram resolvidas pelo pesquisador, mas apenas algumas foram selecionadas para uma análise detalhada, com base na diversidade cognitiva que representavam e na possibilidade de gerar discussões analíticas relevantes.

Por fim, o estudo utiliza como base teórica o MTAMM e os conhecimentos oriundos das neurociências cognitivas. Foram priorizadas obras publicadas em língua portuguesa nos últimos dez anos, especialmente nas áreas de Educação Matemática, cognição e neuroeducação. OS trabalhos sobre inequações foram mapeados nos últimos 15 anos.

2.5.2 Limitações da pesquisa

As limitações dizem respeito aos fatores que restringem, ainda que não invalidem, a generalização dos resultados obtidos. A principal limitação desta pesquisa é o fato de que se trata de um estudo teórico-analítico, sem aplicação direta dos exercícios com estudantes da Educação Básica. Isso significa que as inferências sobre os processos cognitivos ativados durante a resolução são feitas com base na literatura científica e na estrutura lógica dos exercícios, e não a partir de observações empíricas ou registros comportamentais de estudantes em atividade.

Além disso, as associações feitas entre ações mentais e regiões cerebrais foram fundamentadas teoricamente, com base em autores reconhecidos da neurociência, mas não foram validadas por instrumentos clínicos ou de neuroimagem, como fMRI (ressonância magnética funcional) ou EEG (eletroencefalografia). Por isso, as interpretações realizadas sobre o envolvimento de determinadas áreas do cérebro são hipotéticas, ainda que sustentadas por evidências acadêmicas confiáveis.

Outro aspecto a ser considerado é que nem todos os exercícios reformulados foram incluídos na análise, uma vez que a intenção foi apresentar exemplos representativos que evidenciassem as potencialidades do método de análise e não esgotar o conjunto de possibilidades. Essa seleção visou à concisão do texto e à valorização da profundidade analítica sobre a quantidade de dados examinados.

Embora este estudo não se configure como um estudo experimental ou empírico, sua validade científica encontra respaldo no rigor metodológico adotado e na relevância da construção de um modelo analítico próprio (Gil, 2010; Lakatos e Marconi, 2021). Na área da Educação, assim como em outras ciências aplicadas, o planejamento e a formulação de hipóteses devem preceder a aplicação prática (Flick, 2015). Compreender previamente quais ações mentais, conteúdos escolares da memória e focos de atenção podem ser mobilizados em determinados exercícios permite estruturar intervenções pedagógicas mais fundamentadas.

O modelo de análise desenvolvido nesta dissertação constitui, portanto, uma etapa preparatória essencial para investigações futuras com estudantes, oferecendo subsídios para práticas pedagógicas mais conscientes e eficazes. Além disso, o tempo reduzido para execução e defesa das dissertações no âmbito do PROFMAT, geralmente inferior a um ano, comprometeria a profundidade de uma coleta empírica, que neste caso seria necessariamente superficial. Por essa razão, optou-se por uma abordagem teórico-analítica, com base em revisão bibliográfica e análise de resoluções, assegurando robustez conceitual e aplicabilidade educacional.

2.6 ENCERRAMENTO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentados os fundamentos metodológicos que sustentam esta pesquisa, incluindo a natureza qualitativa, a abordagem descritiva e exploratória, e os procedimentos teórico-analíticos utilizados na interpretação dos dados. Também foi detalhada a aplicação da revisão bibliográfica sistemática, a seleção dos materiais didáticos, a resolução dos exercícios, a proposta de reformulação de enunciados e a estrutura do método original de análise neuromatemática, baseado na integração entre o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM) e as contribuições das NC. Veja uma visão geral da metodologia adotada no Quadro 4.

A organização dos dados, fundamentada em critérios rigorosos de representatividade e relevância teórica, permitiu interpretar de maneira articulada as ações mentais matemáticas mobilizadas, os conteúdos evocados da memória e os focos de atenção requeridos no desenvolvimento de inequações. Essa perspectiva metodológica torna possível compreender o pensamento matemático como resultado de múltiplas ativações cognitivas, apoiadas por estruturas cerebrais específicas e oferece subsídios para aprimorar as práticas de ensino a partir de uma base científica e pedagógica sólida.

Quadro 4 – Síntese da metodologia desta pesquisa

Aspectos metodológicos	**Descrição**
Tipo de pesquisa	Qualitativa, de caráter descritivo, exploratório e teórico-analítico.
Fonte dos dados	Exercícios de inequações do 1º e 2º graus, produto e quociente, escolhidos dos livros de Paiva (2015) e Iezzi *et al.* (2016).
Referencial teórico central	Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas – MTAMM (Alvarenga e Domingos, 2020).
Referenciais complementares	Neurociência cognitiva aplicada à aprendizagem matemática (Dehaene, 2022; Lent, 2019; Izquierdo, 2018; Herculano-Houzel, 2017).
Procedimentos metodológicos	Resolução das versões originais, identificação das AMM, análise dos conteúdos evocados, focos de atenção e regiões cerebrais ativadas, e reformulação de enunciados com base no MTAMM.
Objetivo da reformulação	Ativar novas ou diferentes ações mentais matemáticas a partir de comandos intencionais baseados no MTAMM.
Justificativa da abordagem	A elaboração teórica antecede a aplicação em campo; o modelo proposto fornece base para futuras intervenções didáticas.
Limitações da pesquisa	Não inclui aplicação empírica; tempo reduzido do PROFMAT inviabiliza coleta de dados aprofundada.

Fonte: Elaborado pelo autor

Com essa base metodológica delineada, o capítulo seguinte trata dos conceitos fundamentais sobre inequações algébricas, abordando suas diferentes classificações, formas de resolução e desafios didáticos associados à sua aprendizagem. Essa exploração teórica é essencial para sustentar as análises posteriores das resoluções de exercícios, aprofundando a compreensão de como as inequações se articulam com as ações mentais, a memória e a atenção no contexto da aprendizagem matemática.

CAPÍTULO 3

INEQUAÇÕES ALGÉBRICAS: CONCEITOS FUNDAMENTAIS E RESOLUÇÕES DAS DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAUS

O estudo das inequações algébricas representa uma etapa fundamental no desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade analítica dos estudantes no ensino básico e médio (Dante, 2016). De acordo com Iezzi *et al.* (2016), compreendê-las e resolvê-las requer a construção de uma noção mais ampla de variável e a interpretação das propriedades das desigualdades, o que exige do aluno uma articulação entre conceitos algébricos e a análise do comportamento de funções. Neste sentido, elas não são apenas instrumentos de cálculo, mas também oportunidades para o desenvolvimento de competências cognitivas complexas, como a análise de casos, a tomada de decisões e a avaliação de hipóteses.

Elas são amplamente utilizadas em diversas áreas do conhecimento, como economia, engenharia, física e estatística (Stewart, 2013). Apesar de sua importância, a compreensão delas e o ensino ainda representam desafios tanto para alunos quanto para professores, sendo um dos tópicos que frequentemente geram dificuldades no ensino médio e superior (Dante, 2016).

Pesquisas em educação matemática indicam que muitos alunos apresentam dificuldades nesse tema devido à abstração envolvida e à necessidade de interpretar soluções em diferentes representações, como a algébrica, a gráfica e a numérica (Ponte, 2012; Rezende e Travassos, 2017). Além disso, erros conceituais, como a inversão indevida do sinal da desigualdade ao multiplicar por um número negativo, são comuns e evidenciam lacunas na aprendizagem dos princípios fundamentais da matemática escolar (Alvarenga e Machado, 2012).

O ensino de inequações na Educação Básica no Brasil é orientado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece as competências e habilidades esperadas dos alunos ao longo da educação básica. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), o estudo das desigualdades matemáticas deve ser abordado de maneira progressiva, explorando desde as inequações do primeiro e segundo grau até as inequações exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.

Além de sua presença marcante na Educação Básica, elas desempenham um papel fundamental no ensino superior, especialmente nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Conceitos centrais como o de limite envolvem diretamente desigualdades na sua definição formal, por meio da condição $0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - \mathrm{L}| < \varepsilon$, que exige do estudante a compreensão e manipulação de expressões com módulos e intervalos abertos. Nesse contexto, o domínio das inequações, inclusive das técnicas algébricas e gráficas associadas, é essencial para a compreensão teórica e a construção de demonstrações formais. Assim, o estudo das inequações constitui também uma base indispensável para a formação matemática superior, sustentando o desenvolvimento de habilidades analíticas mais complexas.

Neste capítulo, são utilizadas e apresentadas as abordagens metodológicas propostas por Iezzi *et al.* (2016) e Paiva (2015), cujas obras compõem o *corpus* deste estudo. Elas são amplamente adotados na educação básica e mantêm consonância com as orientações da BNCC. Em cada sessão dedicada a um tipo específico de inequação – do primeiro e do segundo graus, inequações-produto e inequações-quociente – são destacados os métodos de resolução, os exemplos trabalhados e os recursos didáticos empregados por esses autores. Embora o foco deste capítulo não seja a análise individual ou comparativa dos livros didáticos, as resoluções das inequações que serão aprofundadas no capítulo 5 estão fundamentadas nas estratégias e procedimentos apresentados nas referidas obras.

O objetivo deste capítulo é, portanto, apresentar os principais conceitos e métodos de resolução das inequações algébricas do primeiro e do segundo grau, bem como das inequações do tipo produto e quociente, trajetória histórica – desde as primeiras contribuições na antiguidade até sua sistematização moderna –, os erros mais comuns, preparando o leitor para a análise pedagógica e cognitiva da resolução de problemas matemáticos em capítulos subsequentes. Vale destacar que tudo está fundamentado nos livros didáticos.

3.1 DEFINIÇÃO E CONCEITO DE INEQUAÇÕES

As inequações são sentenças matemáticas que estabelecem uma relação de desigualdade entre duas expressões algébricas, diferenciando-se das equações – que buscam determinar os valores exatos que satisfazem uma igualdade matemática –, e elas têm por objetivo identificar o conjunto de valores que satisfazem uma relação de ordem: maior que (>), menor que (<), maior ou igual a (≥) e menor ou igual a (≤) (Dante, 2016).

A definição de inequação, de acordo com Iezzi e Murakami (2019), é:

> Sejam as funções f(x) e g(x) cujos domínios são respectivamente $D1 \subset R$ e $D2 \subset R$. Chamamos inequação na incógnita x a qualquer uma das sentenças abertas abaixo:
>
> $f(x) < g(x)$; $f(x) > g(x)$; $f(x) \leq g(x)$; $f(x) \geq g(x)$.

> Exemplos:
> 1º) $2x + 4 > x$ é uma inequação em que $f(x) = 2x + 4$ e $g(x) = x$.
> 2º) $3x^2 - 5 \leq 2x^2 + x$ é uma inequação em que $f(x) = 3x^2 - 5$ e $g(x) = 2x^2 + x$.

O conceito de inequações envolve a compreensão de que essa estrutura matemática é usada para representar comparações entre grandezas, delimitar intervalos de solução e modelar situações-problema do cotidiano e da ciência (Stewart, 2013). Como apontam Rezende e Travassos (2017), elas vão além da simples comparação numérica, sendo ferramentas fundamentais para análise de restrições, otimizações e interpretações gráficas em diferentes contextos sociais, econômicos e físicos.

Além disso, o seu ensino no Ensino Médio está diretamente ligado ao desenvolvimento do raciocínio algébrico e à capacidade de interpretar situações-problema, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Iezzi e Murakami (2019) definem inequação como "uma sentença matemática que contém uma variável e que é verdadeira apenas para determinados valores dessa variável, estabelecendo uma relação de ordem expressa pelos símbolos de desigualdade >, <, ≥ ou ≤, reforçando a ideia de que as inequações expressam uma relação ordenada entre grandezas.

Rezende e Travassos (2017) enfatizam que as inequações representam condições matemáticas que restringem os valores possíveis de uma variável dentro de um conjunto numérico, determinando uma faixa ou intervalo de soluções, destacando o aspecto conjuntista das inequações, relacionando-as diretamente com a teoria dos conjuntos numéricos.

Paiva (2015) amplia a definição ao dizer que toda expressão algébrica que contém uma desigualdade entre seus termos pode ser chamada de inequação e, por ser mais abrangente, levanta uma questão controversa: a inclusão do símbolo diferente de (≠) dentro da categoria das inequações, argumentando que ele também representa uma restrição imposta sobre uma variável. Bonjorno, Giovanni Jr. e Câmara (2020) também incluem o símbolo ≠ ao definir as inequações do segundo grau (Figura 11).

A maioria dos matemáticos e autores didáticos, como Dante (2016) não consideram o símbolo ≠ como pertencente ao conjunto das inequações, pois ele não estabelece uma relação de ordem. Enquanto os símbolos >, <, ≥ e ≤ determinam um intervalo contínuo de valores que satisfazem a inequação, o símbolo ≠ apenas exclui um valor específico da variável, sem estabelecer uma relação hierárquica entre os elementos (Quadro 5).

Figura 11 – Definição de inequação do 2º grau incluindo o símbolo ≠

Denominamos **inequação do 2º grau** na incógnita x toda desigualdade que pode ser reduzida a uma das formas a seguir, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

- $ax^2 + bx + c \geqslant 0$
- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c \leqslant 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \neq 0$

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Câmara (2020)

Quadro 5 – Definição de inequações segundo obras do PNLD

Fonte	**Definição de inequação**	**Símbolo de desigualdade**
Dante (2016)	Uma desigualdade matemática envolvendo expressões algébricas e operadores relacionais.	$<, \leq, >, \geq$
Iezzi *et al.* (2016)	Expressão matemática em que dois lados são comparados usando os sinais de desigualdade.	$<, \leq, >, \geq$
Paiva (2015)	Sentença matemática que expressa a relação de ordem entre expressões numéricas ou algébricas.	$<, \leq, >, \geq, \neq$

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos livros didáticos do PNLD.

3.2 MÉTODOS DE RESOLUÇÕES DE INEQUAÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Os métodos de resoluções de inequações variam conforme a natureza algébrica da desigualdade apresentada, sendo que cada tipo de inequação requer procedimentos específicos para sua adequada resolução. No contexto deste estudo, são analisadas principalmente as inequações do primeiro e segundo graus, bem como as inequações-produto e as inequações-quociente, cujos métodos de resolução mais usuais incluem o tratamento algébrico direto, o estudo do sinal da expressão algébrica e, em alguns casos, o uso de representações gráficas. Esses procedimentos são detalhados nesta seção por constituírem a base resolutiva das inequações trabalhadas nos exercícios analisados. É importante destacar, contudo, que existem outros tipos de inequações, como as exponenciais, logarítmicas, modulares e trigonométricas, que demandam métodos específicos não abordados neste capítulo, por extrapolarem o escopo da presente investigação.

3.2.1 Método algébrico

O método algébrico é amplamente utilizado na resolução de inequações polinomiais do primeiro e do segundo grau, nas quais se busca isolar a variável por meio de operações fundamentais. A aplicação desse método baseia-se na propriedade fundamental das desigualdades (Figura 12), também conhecida como propriedade da ordem, que assegura que determinadas transformações algébricas preservam a relação de desigualdade. Tais transformações incluem a adição ou subtração de um mesmo número em ambos os membros da inequação, bem como a multiplicação ou divisão por um número real não nulo. Ressalta-se, contudo, a necessidade de inversão do sinal da desigualdade ao se multiplicar ou dividir por número negativo, conforme ilustrado na Figura 13. E no Quadro 6, tem-se um passo-a-passo de uma resolução de uma inequação pelo método algébrico.

Figura 12 – Propriedade das desigualdades

Por exemplo, na situação anterior, em que calculamos a média mínima para a aprovação automática, a inequação pode ser representada na forma $2d - 9{,}2 \geqslant 0$, que é a forma $ax + b \geqslant 0$, com $a = 2$ e $b = -9{,}2$. Por isso, ela é classificada como **inequação polinomial do 1º grau**.

A resolução desse tipo de inequação é fundamentada nas **propriedades das desigualdades** descritas a seguir.

- Adicionando um mesmo número a ambos os membros de uma desigualdade ou subtraindo um mesmo número de ambos os membros, a desigualdade se mantém.
- Dividindo ou multiplicando ambos os membros de uma desigualdade por um mesmo número positivo, a desigualdade se mantém.
- Dividindo ou multiplicando por um mesmo número negativo ambos os membros de uma desigualdade do tipo $>$, $\geqslant$, $<$ ou $\leqslant$, a desigualdade inverte o sentido.

Fonte: Adaptado de Paiva (2015)

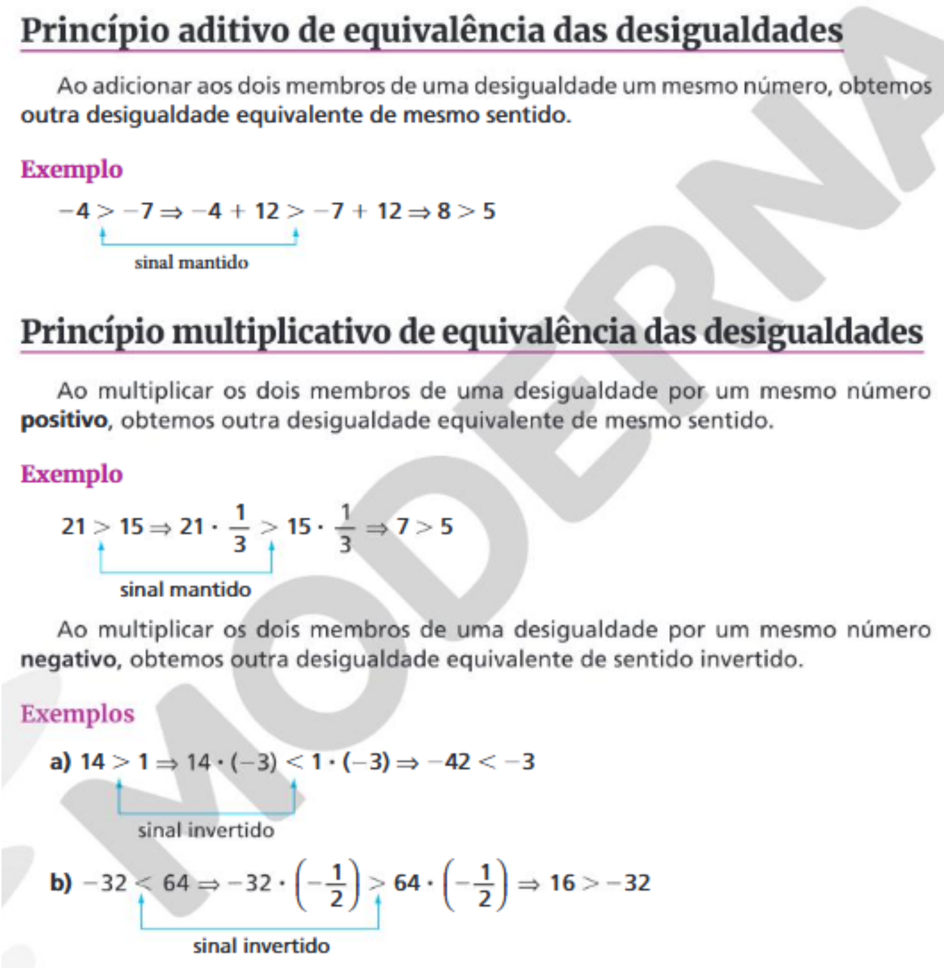
Quadro 6 – Passos de uma resolução pelo método algébrico

Passos	Definição	Exemplo aplicado
1. Isolar o termo com variável	Agrupar os termos com a incógnita de um lado da desigualdade e os termos numéricos do outro lado.	Dada a inequação: $3x - 7 < 5 \Rightarrow$ $3x < 12$
2.Efetuar as operações algébricas	Resolver a desigualdade utilizando as propriedades das desigualdades (adição, subtração, multiplicação, divisão), atentando-se à inversão do sinal em caso de multiplicação ou divisão por número negativo.	$3x < 12 \Rightarrow$ $x < 4$
3. Escrever o conjunto-solução	Representar a solução de forma adequada. As representações possíveis são: • Desigualdade: $x < 4$	$x < 4$

	• Intervalo: $(-\infty, 4)$ • Conjunto: $S = \{x \in \mathbb{R} \,\|\, x < 4\}$	

Fonte: Dante (2016)

Figura 13 – Princípios aditivo e multiplicativo das desigualdades



Princípio aditivo de equivalência das desigualdades

Ao adicionar aos dois membros de uma desigualdade um mesmo número, obtemos **outra desigualdade equivalente de mesmo sentido.**

Exemplo

$-4 > -7 \Rightarrow -4 + 12 > -7 + 12 \Rightarrow 8 > 5$

sinal mantido

Princípio multiplicativo de equivalência das desigualdades

Ao multiplicar os dois membros de uma desigualdade por um mesmo número **positivo**, obtemos outra desigualdade equivalente de mesmo sentido.

Exemplo

$21 > 15 \Rightarrow 21 \cdot \frac{1}{3} > 15 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow 7 > 5$

sinal mantido

Ao multiplicar os dois membros de uma desigualdade por um mesmo número **negativo**, obtemos outra desigualdade equivalente de sentido invertido.

Exemplos

a) $14 > 1 \Rightarrow 14 \cdot (-3) < 1 \cdot (-3) \Rightarrow -42 < -3$

sinal invertido

b) $-32 < 64 \Rightarrow -32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) > 64 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 16 > -32$

sinal invertido

Fonte: Leonardo (2020)

3.2.2 Método gráfico

O método gráfico[3] consiste na análise do comportamento da função associada à inequação por meio de sua representação no plano cartesiano. Este procedimento permite identificar os intervalos do domínio nos quais a função assume valores positivos ou negativos, ou seja, em que a desigualdade é satisfeita. Para isso, não é necessária a construção precisa do

[3] Ao empregar o método gráfico para a resolução de inequações, os autores Dante (2016) e Iezzi *et al.* (2016) utilizam, em geral, apenas o esboço da representação gráfica da função – seja ela uma reta ou uma parábola –, sem exigência de construção detalhada em escala. O foco está na identificação visual das raízes, concavidade e sinal da função nos diferentes intervalos da reta real, com o objetivo de facilitar a interpretação da desigualdade.

gráfico com base em escalas rigorosas; na maioria dos casos, é suficiente um esboço representativo da curva – como uma reta (no caso de função do primeiro grau) ou uma parábola (no caso de função do segundo grau) (Figura 14) –, desde que respeite as principais características da função, como raízes, concavidade e interceptações. Assim, o método gráfico favorece uma compreensão visual e global da variação da função, auxiliando o estudante a identificar soluções por meio da interpretação do sinal da função nos diferentes intervalos. Esse método é particularmente útil quando associado à resolução algébrica e ao estudo do sinal, pois amplia as possibilidades de visualização e validação das soluções obtidas (Dante, 2016; Iezzi *et al.*, 2016; Iezzi e Murakami, 2019).

Figura 14 – Resolução pelo método gráfico de inequação do segundo grau

18. Considerando a função definida por $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$, para quais valores de x verifica-se $f(x) \leqslant 0$?

Resolução

Para determinar os valores de x para os quais $f(x) \leqslant 0$, estudamos o sinal da função. Nesse caso, vamos obter os zeros da função e esboçar o seu gráfico.

Considerando $-3x^2 + 2x + 1 = 0$, temos:

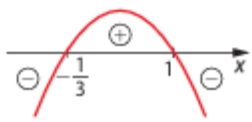
$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 1 = 16$

Como $\Delta > 0$, a função tem dois zeros reais distintos.

$x = \dfrac{-2 \pm 4}{-6}$

Logo, $x' = -\dfrac{1}{3}$ e $x'' = 1$.

Como $a < 0$, a concavidade da parábola é voltada para baixo. Assim, temos:



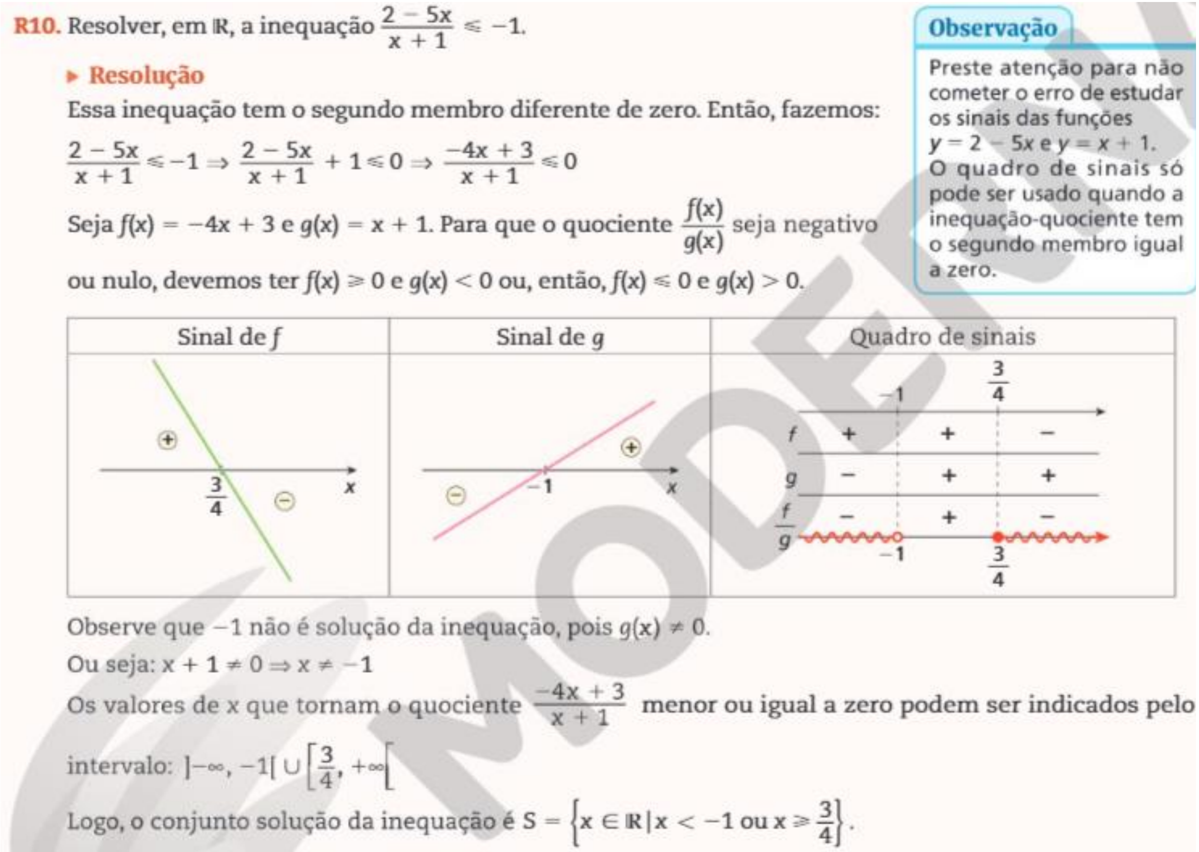
Portanto, $f(x) \leqslant 0$ para $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -\dfrac{1}{3} \text{ ou } x \geqslant 1\right\}$.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr e Câmara (2020)

3.2.3 Método de análise de sinais

O método de análise de sinais é especialmente adequado para a resolução de inequações em que a expressão algébrica é apresentada sob forma fatorada, envolvendo produtos ou quocientes. É comumente aplicado em inequações do segundo grau, inequações-produto e inequações-quociente (Figura 15), nas quais a identificação dos zeros dos fatores permite dividir a reta real em intervalos e determinar o sinal da expressão em cada um deles. Esse procedimento permite avaliar, de forma sistemática, os conjuntos que satisfazem a desigualdade proposta, com apoio visual, geralmente, por meio de uma tabela de sinais. (Dante, 2016).

Figura 15 – Resolução pela análise de sinais de inequação-quociente



R10. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\frac{2-5x}{x+1} \leqslant -1$.

▸ **Resolução**

Essa inequação tem o segundo membro diferente de zero. Então, fazemos:

$\frac{2-5x}{x+1} \leqslant -1 \Rightarrow \frac{2-5x}{x+1} + 1 \leqslant 0 \Rightarrow \frac{-4x+3}{x+1} \leqslant 0$

Seja $f(x) = -4x + 3$ e $g(x) = x + 1$. Para que o quociente $\frac{f(x)}{g(x)}$ seja negativo ou nulo, devemos ter $f(x) \geqslant 0$ e $g(x) < 0$ ou, então, $f(x) \leqslant 0$ e $g(x) > 0$.

Observação

Preste atenção para não cometer o erro de estudar os sinais das funções $y = 2 - 5x$ e $y = x + 1$. O quadro de sinais só pode ser usado quando a inequação-quociente tem o segundo membro igual a zero.

Observe que -1 não é solução da inequação, pois $g(x) \neq 0$.

Ou seja: $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Os valores de x que tornam o quociente $\frac{-4x+3}{x+1}$ menor ou igual a zero podem ser indicados pelo intervalo: $]-\infty, -1[\cup \left[\frac{3}{4}, +\infty\right[$

Logo, o conjunto solução da inequação é $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x \geqslant \frac{3}{4}\right\}$.

Fonte: Leonardo (2020)

3.3 BREVE HISTÓRICO DAS INEQUAÇÕES

O conceito de desigualdade matemática é tão antigo quanto o próprio desenvolvimento da matemática. Desde as civilizações antigas, os seres humanos lidavam com problemas que envolviam comparações e restrições, o que exigia uma forma de expressar relações de ordem entre quantidades. No entanto, diferentemente das equações, que receberam um tratamento sistemático desde a antiguidade, as inequações demoraram mais tempo para serem formalizadas como um objeto de estudo matemático específico (Eves, 2012).

Na matemática babilônica, cerca de 2000 a.C., os escribas já resolviam problemas que hoje seriam modelados por inequações. Os babilônios desenvolveram métodos algébricos rudimentares para lidar com grandezas desconhecidas, utilizando tabelas numéricas para encontrar soluções aproximadas de problemas que envolviam desigualdades (Boyer e

Merzbach, 2012). Embora a notação algébrica ainda não existisse, esses matemáticos conseguiam resolver problemas práticos envolvendo limites para áreas de terrenos e volumes de construções.

Na Grécia Antiga, o conceito de desigualdade ganhou importância na geometria, principalmente nos estudos de Euclides (c. 300 a.C.). Em *Os Elementos*, Euclides formalizou propriedades das desigualdades geométricas, como a desigualdade triangular, que estabelece que a soma dos comprimentos de dois lados de um triângulo sempre será maior que o comprimento do terceiro lado (Euclides, 2009). Esse princípio foi fundamental para o desenvolvimento posterior da matemática, servindo de base para estudos mais avançados sobre desigualdades.

No mundo islâmico medieval, matemáticos como Al-Khwarizmi (c. 800 d.C.) avançaram na sistematização da álgebra, desenvolvendo métodos para resolver equações quadráticas que implicitamente envolviam desigualdades (Boyer e Merzbach, 2012). Embora não usassem a simbologia moderna para inequações, seus algoritmos forneciam soluções que determinavam intervalos numéricos, um conceito essencial para a matemática posterior.

A formalização das inequações, no entanto, ocorreu apenas no período renascentista e pós-renascentista, com o avanço da notação algébrica moderna. Matemáticos como Viète (1540-1603) e Descartes (1596-1650) desenvolveram métodos para a resolução de equações algébricas e introduziram técnicas que permitiam estudar desigualdades de maneira mais sistemática (Boyer e Merzbach, 2012). Durante esse período, começaram a ser formuladas as primeiras regras explícitas sobre a manipulação de inequações, incluindo a importante propriedade de que ao multiplicar ambos os lados de uma inequação por um número negativo inverte-se o sinal da desigualdade.

Nos séculos XVIII e XIX, o estudo das inequações expandiu-se significativamente com o desenvolvimento do cálculo diferencial e da análise matemática. Matemáticos como Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) e Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) contribuíram para o avanço das desigualdades matemáticas ao estabelecerem critérios formais para a convergência de séries e funções (Stewart, 2013). Nesse período, desigualdades fundamentais, como a desigualdade de Cauchy-Schwarz e a desigualdade do valor médio, passaram a desempenhar um papel essencial na análise matemática e na teoria das funções reais.

No século XX, o estudo das inequações tornou-se parte fundamental do currículo escolar e universitário, sendo amplamente abordado em disciplinas como álgebra, cálculo e otimização matemática. A matemática aplicada e a programação linear trouxeram novas perspectivas para o estudo das desigualdades, permitindo sua utilização em problemas de otimização econômica, engenharia e ciências da computação (Ponte, 2012). Atualmente, as inequações são essenciais em diversos campos, desde a modelagem de fenômenos físicos até a formulação de algoritmos computacionais para inteligência artificial e aprendizado de máquina.

No contexto educacional brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece que o ensino das inequações deve ser progressivo, iniciando-se com desigualdades numéricas e algébricas no ensino fundamental e avançando para inequações mais complexas no ensino médio, como as exponenciais, logarítmicas e trigonométricas (Brasil, 2018). No entanto, pesquisas indicam que muitos estudantes ainda apresentam dificuldades na compreensão e manipulação de inequações, reforçando a necessidade de abordagens didáticas inovadoras para facilitar seu aprendizado (Dante, 2016; Rezende e Travassos, 2017).

Dessa forma, o estudo das inequações tem uma longa trajetória histórica e continua sendo um campo de grande relevância para a matemática e suas aplicações. Sua evolução demonstra a importância das desigualdades não apenas como ferramentas algébricas, mas também como elementos essenciais para a modelagem matemática e a solução de problemas em diversas áreas do conhecimento.

3.4 TIPOS DE INEQUAÇÕES E SUA PRESENÇA EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

As inequações podem ser classificadas de acordo com o tipo de função que as define. No contexto da Educação Básica e também do Ensino Superior, os livros didáticos costumam organizar esse conteúdo de forma progressiva, iniciando pelas inequações de estrutura algébrica mais simples – como as de primeiro e segundo graus – e, em níveis mais avançados, introduzindo desigualdades associadas a funções modulares, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas (Dante, 2016; Iezzi e Murakami, 2019). Cada uma dessas categorias demanda procedimentos específicos de resolução, sendo seu ensino distribuído gradualmente ao longo das etapas da formação matemática, conforme as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018).

Nos livros didáticos destinados à 1ª série do Ensino Médio, é recorrente a presença das inequações do primeiro e do segundo graus. As obras de Iezzi *et al.* (2016) e de Paiva (2015), que compõem o corpus deste estudo, apresentam ainda outras tipificações relevantes: Iezzi contempla o estudo das inequações modulares, enquanto o livro de Paiva propõe apenas a resolução de inequações-produto e inequações-quociente. Além dessas, outros autores – como Barreto Filho e Silva (2010) – ampliam o repertório ao incluir, ainda que de forma introdutória, exemplos de inequações exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, preparando o estudante para conteúdos mais avançados do Ensino Médio e início do Ensino Superior.

3.4.1 Inequação do 1º grau

As inequações do primeiro grau (ou inequações lineares) constituem a forma mais elementar desse conteúdo algébrico e são, geralmente, introduzidas ainda no Ensino Fundamental. Sua estrutura geral é representada por expressões do tipo:

$$ax + b > 0, \quad ax + b < 0, \quad ax + b \geq 0, \quad ax + b \leq 0$$

em que a e b são números reais e $a \neq 0$ (Dante, 2016).

Figura 16 – Definição de inequação do 1º grau por Paiva

Inequação polinomial do 1º grau na variável x é toda desigualdade que pode ser representada na forma:

$$ax + b < 0$$

(ou com as relações $\leqslant$, $>$, $\geqslant$ ou $\neq$), em que a e b são constantes reais, com $a \neq 0$.

Fonte: Paiva (2015)

No livro didático de Iezzi *et al.* (2016), as inequações do primeiro grau são apresentadas ao final do capítulo 4, dedicado ao estudo da função afim. Nesse material, o primeiro contato do estudante com o conceito de inequação ocorre de forma prática, por meio da resolução de exemplos (Figura 17), sem a apresentação prévia de uma definição formal ou de uma explanação conceitual aprofundada sobre o tema.

Paiva (2015), em contraposição à abordagem adotada por Iezzi *et al.* (2016), introduz o estudo das inequações do primeiro grau ainda no segundo capítulo de sua obra, o qual trata de conteúdos elementares da Álgebra, antecedendo o início do estudo formal das funções, previsto apenas a partir do sexto capítulo. Nesse contexto, o autor apresenta uma definição (Figura 12) explícita de inequação polinomial do primeiro grau, estabelecendo, assim, uma base conceitual mais clara para o estudante (Figura 18).

Figura 17 – Apresentação de inequações (do 1º grau) por Iezzi *et al.*

88 | CAPÍTULO 4

Inequações

No exemplo 2 da página 70, estabelecemos que o salário do corretor é dado por $s(x) = 700 + 0{,}02 \cdot x$, em que **x** é o total de vendas do mês. Qual deve ser o total de vendas em um mês para que o salário do corretor ultrapasse R$ 4 000,00?

Devemos ter:

$$\begin{aligned} s(x) &> 4\,000 \\ 700 + 0{,}02 \cdot x &> 4\,000 \\ 0{,}02 \cdot x &> 3\,300 \\ x &> 165\,000 \end{aligned}$$

Assim, as vendas precisam superar R$ 165 000,00.

Acabamos de resolver uma inequação do 1º grau. Vamos, a seguir, relembrar como se resolvem outras inequações do 1º grau e também relacionar a resolução de inequações ao estudo do sinal da função afim.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016)

Figura 18 – Apresentação de inequações polinomiais do 1º grau por Paiva

2 Inequações polinomiais do 1º grau

Provavelmente, as necessidades de seu dia a dia já o obrigaram a resolver **inequações**.

Observe o exemplo a seguir.

Uma escola adota o sistema de notas de 0 a 10 e estabelece uma nota mínima para o aluno ser aprovado. Vamos supor que, nessa escola, a média mínima para aprovação automática seja 6,0 e que essa média, em cada matéria, seja calculada pela expressão:

$$\frac{a + b + 2 \cdot c + 2 \cdot d}{6},$$

em que as letras *a*, *b*, *c* e *d* representam as notas do 1º, 2º, 3º e 4º bimestres, respectivamente. Se as notas de um aluno em História fossem 6,8; 6,0 e 7,0 nos três primeiros bimestres, respectivamente, sua nota *d*, do último bimestre, para aprovação automática, deveria satisfazer a condição:

$$\frac{6{,}8 + 6{,}0 + 2 \cdot 7{,}0 + 2 \cdot d}{6} \geqslant 6$$

Essa sentença é chamada de **inequação polinomial do 1º grau** na variável *d*.

> **Inequação polinomial do 1º grau** na variável *x* é toda desigualdade que pode ser representada na forma:
>
> $$ax + b < 0$$
>
> (ou com as relações $\leqslant$, $>$, $\geqslant$ ou $\neq$), em que *a* e *b* são constantes reais, com $a \neq 0$.

Por exemplo, na situação anterior, em que calculamos a média mínima para a aprovação automática, a inequação pode ser representada na forma $2d - 9{,}2 \geqslant 0$, que é a forma $ax + b \geqslant 0$, com $a = 2$ e $b = -9{,}2$. Por isso, ela é classificada como **inequação polinomial do 1º grau**.

A resolução desse tipo de inequação é fundamentada nas **propriedades das desigualdades** descritas a seguir.

- Adicionando um mesmo número a ambos os membros de uma desigualdade ou subtraindo um mesmo número de ambos os membros, a desigualdade se mantém.
- Dividindo ou multiplicando ambos os membros de uma desigualdade por um mesmo número positivo, a desigualdade se mantém.
- Dividindo ou multiplicando por um mesmo número negativo ambos os membros de uma desigualdade do tipo $>$, $\geqslant$, $<$ ou $\leqslant$, a desigualdade inverte o sentido.

Fonte: Paiva (2015)

3.4.1.1 Resolução de inequações do 1º grau pelo método algébrico

Segundo Iezzi e Murakami (2019), a resolução de inequações do primeiro grau (Figura 19) segue os mesmos princípios das equações lineares, com a diferença de que, ao multiplicar ou dividir ambos os membros por um número negativo, a desigualdade deve ser invertida (Figura 20). Esse é um ponto essencial, frequentemente destacado em livros didáticos.

Figura 19 – Resoluções de inequações do 1º grau pelo método algébrico

Exercícios resolvidos

R7. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $3(x + 2) \leqslant 2(2x + 4)$.

▸ **Resolução**

$3(x + 2) \leqslant 2(2x + 4)$
$3x + 6 \leqslant 4x + 8$
$3x - 4x \leqslant 8 - 6$
$-x \leqslant 2$
$x \geqslant -2$

Logo, o conjunto solução da inequação é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant -2\}$.

R8. Determinar o conjunto solução da inequação $\frac{x + 4}{3} - \frac{3x + 2}{4} \geqslant 0$.

▸ **Resolução**

$\frac{x + 4}{3} - \frac{3x + 2}{4} \geqslant 0 \Rightarrow \frac{4(x + 4) - 3(3x + 2)}{12} \geqslant \frac{0}{12} \Rightarrow$
$\Rightarrow 4x + 16 - 9x - 6 \geqslant 0 \Rightarrow -5x + 10 \geqslant 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow -5x \geqslant -10 \Rightarrow x \leqslant 2$

Assim, o conjunto solução da inequação é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 2\}$.

Fonte: Moderna (2020)

Paiva (2015) enfatiza a aplicação do método algébrico como principal estratégia para a resolução de inequações do primeiro grau, sendo o único utilizado na sessão dos exercícios resolvidos (Figura 21).

Por outro lado, Iezzi *et al.* (2016) apresenta a resolução de inequações do primeiro grau por dois métodos distintos, sendo o primeiro destes o método algébrico (Figura 22), ressaltando que ao dividir ambos os membros de uma inequação por um valor negativo o sinal da desigualdade se inverte.

Figura 20 – Resolução algébrica de inequação do 1º grau, com atenção a inversão do sentido da desigualdade

17. Resolva, em $\mathbb{R}$, a inequação $4x - 1 + 2(1 - 3x) \leq 0$.

Resolução

Inicialmente, manipulamos algebricamente a inequação para deixá-la na forma $ax + b \leq 0$.

$4x - 1 + 2(1 - 3x) \leq 0$

$4x - 1 + 2 - 6x \leq 0$

$-2x + 1 \leq 0$

Em seguida, resolvemos a inequação obtida:

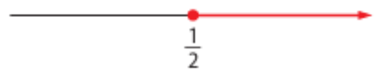
$-2x \leq -1$

$(-1) \cdot (-2x) \geq (-1) \cdot (-1)$

Ao multiplicar ambos os membros por um número negativo, invertemos o sentido da desigualdade.

$$2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

Na reta real, podemos representar essa solução da seguinte maneira:



Portanto, o conjunto solução dessa inequação é: $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}$.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Câmara (2020)

Figura 21 – Exercícios resolvidos de inequação do 1º grau pelo método algébrico, segundo Paiva

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

4 Considerando como universo o conjunto dos números naturais, determinar o conjunto solução da inequação: $5x - 8 < 3x + 12$

Resolução

Adicionando 8 a cada membro da inequação e subtraindo $3x$ de cada membro, obtemos:

$$5x - 3x < 12 + 8 \Rightarrow 2x < 20$$

Dividindo ambos os membros da inequação por 2, obtemos: $x < \frac{20}{2} \Rightarrow x < 10$

No universo considerado ($\mathbb{N}$), o conjunto dos valores de x que satisfazem a inequação é o conjunto solução S tal que $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

(*Nota*: Se o universo do exercício fosse o conjunto dos números reais, não seria possível explicitar, um a um, todos os números reais menores que 10. Por isso, o conjunto solução S seria representado simplesmente por: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 10\}$)

5 (Covest-PE) Um provedor de acesso à internet oferece dois planos para seus assinantes:

Plano A – Assinatura mensal de R$ 8,00 mais R$ 0,03 por minuto de conexão durante o mês.

Plano B – Assinatura mensal de R$ 10,00 mais R$ 0,02 por minuto de conexão durante o mês.

Acima de quantos minutos de conexão por mês é mais econômico optar pelo plano B?

a) 160 **b)** 180 **c)** 200 **d)** 220

Resolução

Sendo x o número de minutos de conexão por mês, a opção pelo plano B será mais econômica que pelo plano A se $10 + 0{,}02x < 8 + 0{,}03x$, ou seja:

$$10 - 8 < 0{,}03x - 0{,}02x \Rightarrow 2 < 0{,}01x$$

$$\therefore x > 200$$

Logo, a opção pelo plano B será mais econômica para mais de 200 minutos de conexão mensal.

Fonte: Paiva (2015)

3.4.1.2 Resolução de inequações do 1º grau pelo método gráfico

Baseia-se na representação da função associada à inequação em um gráfico cartesiano. No caso das inequações do primeiro grau, o gráfico é uma reta. A solução é o conjunto de valores de x onde o gráfico da função está acima ou abaixo do eixo x, conforme a desigualdade.

Dentre as obras analisadas, a de Iezzi *et al.* (2016) é a única das duas que traz a resolução de inequação do primeiro grau pelo método gráfico (Figura 22), visto que Paiva (2015) utiliza apenas o método algébrico por ser mais elementar.

Figura 22 – Exemplos de resolução de inequações (do 1º grau) pelo método algébrico (1ºmodo) e método gráfico (2º modo)

EXEMPLO 12

Podemos resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $2x + 3 > 0$ de dois diferentes modos.

1º modo:

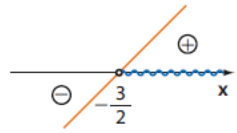
Deixamos no 1º membro apenas o termo que contém a incógnita **x**: $2x > -3$

Dividimos os dois membros pelo coeficiente de **x**: $\frac{2x}{2} > -\frac{3}{2}$, isto é, $x > -\frac{3}{2}$

2º modo:

O primeiro membro da inequação pode ser associado à função $y = 2x + 3$; assim, é preciso determinar **x** tal que $y > 0$. Temos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Raiz: } 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}\\ \text{A função é crescente, pois } a = 2 > 0.\end{array}\right\}$$



Assim, para que $y > 0$, devemos considerar $x > -\frac{3}{2}$.

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{3}{2}\right\}$$

EXEMPLO 13

Para resolver a inequação $-3x + 12 \leq 0$, considerando $U = \mathbb{R}$, podemos proceder de dois modos.

1º modo:

$$-3x + 12 \leq 0 \Rightarrow -3x \leq -12$$

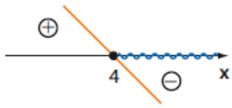
Ao dividirmos os dois membros pelo coeficiente de **x**, que é negativo (-3), é preciso lembrar que o sinal da desigualdade se inverte:

$$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{-12}{-3}, \text{ isto é, } x \geq 4$$

2º modo:

Seja $y = -3x + 12$; é preciso determinar para que valores de **x** tem-se $y \leq 0$.

$$\left.\begin{array}{l}\bullet \text{ raiz: } -3x + 12 = 0 \Rightarrow x = 4\\ \bullet\ a = -3 < 0\end{array}\right\}$$



Assim, $y \leq 0$ se $x \geq 4$.

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4\}$$

PENSE NISTO:

Observe como um estudante resolveu a inequação:

$-3x + 12 \leq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12 \leq 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{12}{3} \leq \frac{3x}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4 \leq x$, isto é, $x \geq 4$.

Essa resolução está correta?

Sim. É importante lembrar que, em uma inequação, também podemos isolar a incógnita no 2º membro. Veja, nesse caso, que não há necessidade de inversão do sinal da desigualdade.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016)

3.4.1.3 Resolução de inequações do 1º grau pelo método da análise de sinais

No último exemplo da seção — intitulado "Exercício Resolvido" — Iezzi *et al.* (2016) trabalham com um sistema de duas inequações simultâneas. A estratégia adotada consiste em resolvê-las separadamente – são duas do primeiro grau – , utilizando procedimentos algébricos, e, posteriormente, realizar a interseção dos conjuntos-solução por meio da análise gráfica na reta real, que é o método da análise de sinais (Figura 23).

Figura 23 – Exercício resolvido de inequações simultâneas em livro de Iezzi *et al.*

EXERCÍCIO RESOLVIDO

6 Resolva, em $\mathbb{R}$, a inequação $1 \leqslant 2x + 3 < x + 5$.

Solução:

De fato, são duas inequações simultâneas:

$$1 \leqslant 2x + 3 \quad (1) \qquad \text{e} \qquad 2x + 3 < x + 5 \quad (2)$$

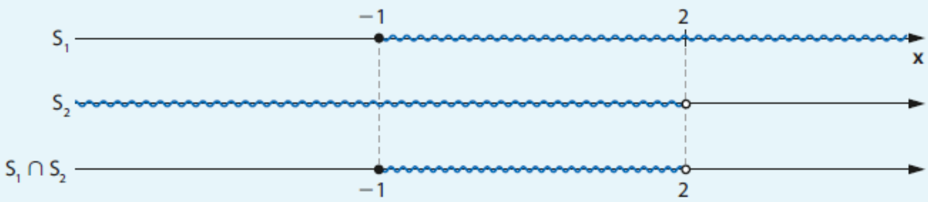
Vamos resolver (1): $1 \leqslant 2x + 3$

$$1 \leqslant 2x + 3 \Rightarrow -2x \leqslant 3 - 1 \Rightarrow -2x \leqslant 2 \Rightarrow x \geqslant -1$$

Vamos resolver (2): $2x + 3 < x + 5$

$$2x + 3 < x + 5 \Rightarrow 2x - x < 5 - 3 \Rightarrow x < 2$$

Como as condições (1) e (2) devem ser satisfeitas simultaneamente, procuremos agora a interseção d duas soluções:



Portanto, $-1 \leqslant x < 2$ ou $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 2\}$.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016)

3.4.2 Inequação do 2º grau

As inequações do segundo grau têm a forma geral:

$$ax^2 + bx + c > 0, \quad ax^2 + bx + c < 0, \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \quad ax^2 + bx + c \leq 0$$

onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$. A solução dessas inequações é feita analisando os sinais da função quadrática associada, geralmente com o uso da fatoração ou da fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes (Dante, 2016).

Figura 24 – Definição de inequação do 2º grau, por Paiva

Chama-se **inequação polinomial do 2º grau** toda inequação que pode ser representada sob uma das formas abaixo, em que *a*, *b* e *c* são números reais e $a \neq 0$:

- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c \geqslant 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \leqslant 0$
- $ax^2 + bx + c \neq 0$

Fonte: Paiva (2015)

Iezzi *et al.* (2016) enfatiza as inequações do segundo grau ao final do capítulo sobre Função Quadrática. Novamente, os autores não trazem uma definição de inequação e já faz uma introdução com uma situação do cotidiano (Figura 25).

Figura 25 – Inequações (do 2º grau) no livro de Iezzi

Inequações

Vamos retomar a situação 1 da introdução deste capítulo.

Vimos que a lei que expressa o número (**y**) de jogos do campeonato em função do número (**x**) de clubes é:

$$y = x^2 - x$$

Suponhamos que a Confederação Brasileira de Futebol (CBF), ao organizar um campeonato, perceba que só há datas disponíveis para a realização de no máximo 150 jogos. Quantos clubes poderão participar?

Para responder a essa questão, temos de resolver a **inequação**:

$$x^2 - x \leqslant 150$$

que equivale a $x^2 - x - 150 \leqslant 0$.

Esse é um exemplo de uma inequação do 2º grau, conteúdo que passaremos a estudar agora.

O processo de resolução de uma inequação do 2º grau está baseado no estudo do sinal da função do 2º grau envolvida na desigualdade. É importante observar a analogia entre o processo que será apresentado e um dos processos usados para resolver inequações do 1º grau, como vimos no capítulo anterior.

Acompanhe os exemplos seguintes:

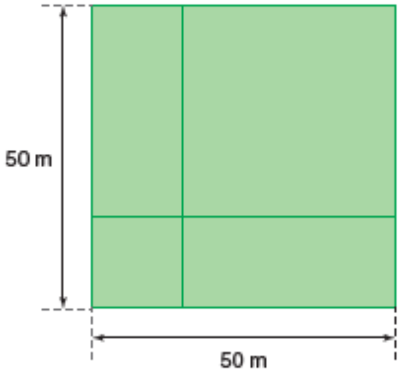
Fonte: Iezzi *et al.* (2016)

A abordagem de Paiva (2015) sobre as inequações do segundo grau se dá ao final do capítulo sobre função polinomial do segundo grau. O autor traz uma definição do assunto (Figura 24) e faz a introdução com um problema envolvendo área de figura plana (Figura 26).

Figura 26 – Inequações polinomiais do 2º grau no livro de Paiva

5 Inequações polinomiais do 2º grau

Um terreno quadrado com 50 m de lado será dividido em quatro lotes retangulares, sendo dois deles quadrados, conforme mostra a figura. Por especificações do projeto arquitetônico, a área de um dos lotes quadrados deverá ser maior que a soma das áreas dos outros três.



Assim, as possíveis medidas x, em metro, do lado do quadrado maior devem obedecer à condição $x^2 > 50^2 - x^2$, que é equivalente a:

$$2x^2 - 2.500 > 0$$

Sentenças como essa são chamadas de **inequações polinomiais do 2º grau**, que definimos a seguir.

Chama-se **inequação polinomial do 2º grau** toda inequação que pode ser representada sob uma das formas abaixo, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$:

- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c \geq 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$
- $ax^2 + bx + c \neq 0$

A resolução de uma inequação polinomial do 2º grau é fundamentada no estudo da variação de sinal de uma função quadrática, conforme mostram os exercícios resolvidos a seguir.

Fonte: Paiva (2015)

3.4.2.1 Resolução de inequação do 2º grau pelo método algébrico

Paiva (2015) traz, como exemplo, a resolução do problema introdutório da sessão (Figura 25) em que apresentou a transposição da língua portuguesa para a linguagem matemáticas, obtendo uma inequação do segundo grau, sob a forma $ax^2 + c > 0$, e resolvendo-a algebricamente (Figura 27)

Figura 27 – Resolução de inequações do 2º grau pelo método algébrico

9 A introdução do item 5 no alto desta página narra a seguinte situação:
Um terreno quadrado com 50 m de lado será dividido em quatro lotes retangulares, sendo dois deles quadrados. Por especificações do projeto arquitetônico, a área de um dos lotes quadrados deverá ser maior que a soma das áreas dos outros três. Quais são as possíveis medidas x, em metro, do lado do quadrado maior?

Resolução

Vimos que as possíveis medidas x devem satisfazer a inequação:
$2x^2 - 2.500 > 0$

Resolvendo essa inequação, em $\mathbb{R}$, obtemos:
$x < -25\sqrt{2}$ ou $x > 25\sqrt{2}$ (I)

Porém, no contexto do problema, a variável x deve ser positiva (pois representa uma medida de comprimento) e menor que 50 (medida do lado do terreno), isto é:
$0 < x < 50$ (II)

As medidas x que satisfazem simultaneamente as condições (I) e (II) são as possíveis medidas do lado do lote quadrado maior. Assim, concluímos que as possíveis medidas x, em metro, do lado do lote quadrado maior devem ser tais que $25\sqrt{2} < x < 50$.

Fonte: Paiva (2015)

3.4.2.2 Resolução de inequação do 2º grau pelo método gráfico

É o método mais comum e usual para a resolução de inequações do 2º grau, baseando-se na representação da função associada em uma parábola no plano cartesiano, levando-se em conta a concavidade desta – a > 0 tem-se a concavidade para cima e a < 0 tem-se a concavidade para baixo – sendo a solução o conjunto de valores de x onde o gráfico da função está acima, abaixo ou sobre o eixo x, conforme a desigualdade da inequação (Figura 28).

Figura 28 – Resolução de inequação do 2º grau pelo método gráfico

R15. Resolver, em $\mathbb{Z}$, a inequação

$-3x^2 + 7x + 4 > -2x^2 + 3x - 1.$

▸ **Resolução**

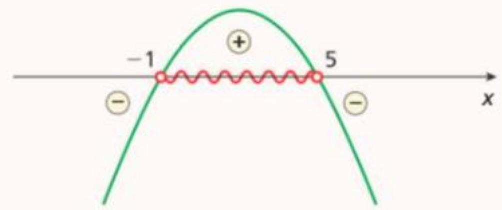
$-3x^2 + 7x + 4 > -2x^2 + 3x - 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -3x^2 + 7x + 4 + 2x^2 - 3x + 1 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{-x^2 + 4x + 5}_{f(x)} > 0$

Calculando os zeros da função f, obtemos $x = -1$ ou $x = 5$.

Conhecendo os zeros da função, podemos fazer o esboço do gráfico:



A função é positiva para x real tal que $-1 < x < 5$. Como queremos somente valores inteiros, apenas 0, 1, 2, 3 e 4 satisfazem essa condição.

Portanto, o conjunto solução da inequação é $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Fonte: Moderna (2020)

Iezzi *et al.* (2016) expõe a resolução de inequações do segundo grau, através dos exemplos dados, exclusivamente pelo método gráfico, em que eles constroem o gráfico (parábola) da função associada a inequação, no plano cartesiano, e identificam os valores que satisfazem a desigualdade imposta (Figura 29). Já na obra de Paiva (2015) vê-se a resolução de inequação do 2º grau pelo método gráfico no primeiro exercício resolvido da sessão analisada (Figura 30).

Figura 29 – Resoluções de inequações do 2º grau pelo método gráfico

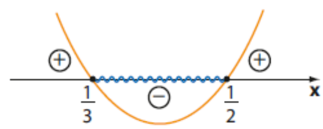
EXEMPLO **17**

Para resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $6x^2 - 5x + 1 \leqslant 0$, fazemos o seguinte:

Chamamos de **y** a função quadrática no 1º membro: $y = 6x^2 - 5x + 1$. Depois, estudamos o sinal de **y**:

$a = 6 > 0$, $\Delta = 1 > 0$, raízes: $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

Sinal
$y > 0 \Leftrightarrow \left(x < \frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{1}{2}\right)$
$y < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$



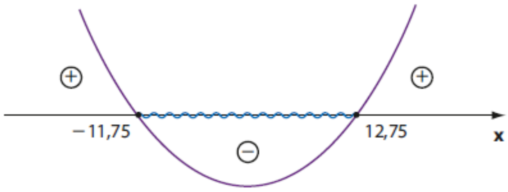
A inequação pergunta: "para que valores de **x** temos $y \leqslant 0$?".

Temos: $\frac{1}{3} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$ ou $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{3} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}\right\}$

EXEMPLO 20

Vamos retomar a situação descrita na página 111; é preciso resolver a inequação $x^2 - x - 150 \leqslant 0$.

As raízes de $y = x^2 - x - 150$ são $\dfrac{1 \pm \sqrt{601}}{2}$; considerando $\sqrt{601} \simeq 24{,}5$, obtemos como raízes 12,75 e −11,75 e o sinal de **y** é dado ao lado.



Como devemos ter $y \leqslant 0$, segue que $-11{,}75 \leqslant x \leqslant 12{,}75$.

Mas, neste problema, **x** é o número de times e, deste modo, só pode assumir valores inteiros positivos.

O maior inteiro nestas condições é $x = 12$ (12 clubes).

Nesse caso, haveria $12 \cdot 11 = 132$ jogos no campeonato.

Fonte: Adaptado de Iezzi *et al.* (2016)

Figura 30 – Resolução de inequação do 2º grau pelo método gráfico

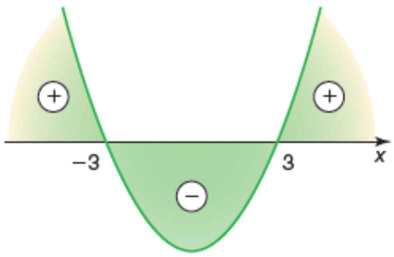
Resolver, no conjunto dos números reais, a inequação $4x^2 - 36 < 0$.

Resolução

Estudando a variação de sinal da função $f(x) = 4x^2 - 36$, temos:

- Raízes de f:
  $4x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x = -3$ ou $x = 3$
- Estudo do sinal de f:
  A parábola intercepta o eixo Ox nos pontos de abscissas −3 e 3. Como o coeficiente de x^2 é positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima.

Assim, esquematizamos:



O conjunto solução S da inequação proposta é formado por todos os valores reais de x para os quais $f(x) < 0$, isto é: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$

Fonte: Paiva (2015)

3.4.3 Inequação-produto

As inequações-produto envolvem expressões matemáticas na forma de um produto de fatores algébricos e são resolvidas analisando os sinais de cada fator separadamente. O método mais comum para resolver esse tipo de inequação é a construção de uma tabela de sinais, onde se determina em quais intervalos o produto e positivo ou negativo (Dante, 2016).

Paiva (2015) insere a inequação-produto ao final do capítulo sobre funções do primeiro grau, visto que já havia introduzido as inequações de primeiro grau num capítulo inicial. O autor chama cada fator da inequação de uma função e as resolve algebricamente e separadamente. O autor ainda sugere o uso de um dispositivo prático (tabela de sinais), sem a necessidade de construção de gráficos, obtendo a intersecção dos intervalos (Figura 32).

3.4.3.1 Resolução de inequação-produto pelo método da análise de sinais

Na inequação-produto, o objetivo é encontrar valores de x para os quais o produto dos fatores seja positivo ou negativo, a depender da desigualdade. Determina-se a(s) raiz(es) das funções associada a cada fator e, com base nisso, analisa-se a combinação de sinais em cada intervalo na retal real.

Paiva (2015) traz um único exercício resolvido contendo três fatores, ou funções, todas elas do primeiro grau, resolvendo algebricamente cada uma delas e utilizando o dispositivo prático para analisar os sinais e encontrar a solução. Como pode observar na Figura 31, tem-se uma inequação de grau 3, mas tratada como produtos de grau 1 cada.

Figura 31 – Resolução de inequação-produto no livro de Paiva

8 Resolver, no conjunto dos números reais, a inequação $(6x - 12)(5 - x)(2x - 14) \leqslant 0$.

Resolução

Encontrando as raízes das funções $f(x) = 6x - 12$, $g(x) = 5 - x$ e $h(x) = 2x - 14$ e estudando a variação de sinal de cada uma delas, temos:

	2		5		7		x
f	−	+		+		+	
g	+	+		−		−	
h	−	−		−		+	
$f \cdot g \cdot h$	+	−		+		−	

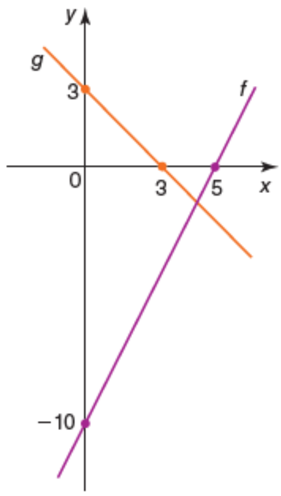
Os sinais da última linha foram obtidos pela regra de sinais para o produto $f \cdot g \cdot h$. Queremos que esse produto seja negativo ou nulo: $(6x - 12)(5 - x)(2x - 14) \leqslant 0$

Logo, o conjunto solução S é: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leqslant x \leqslant 5 \text{ ou } x \geqslant 7\}$ ou, ainda, $S = [2, 5] \cup [7, +\infty[$

Fonte: Paiva (2015)

Figura 32 – Inequação-produto no livro de Paiva

5 Inequação-produto



Consideremos $2x - 10$ e $-x + 3$, com $x \in$ a $\mathbb{R}$. Para que valores de x o produto dos números obtidos é positivo?

Em outras palavras, estão sendo pedidas as soluções reais da inequação $(2x - 10)(-x + 3) > 0$. Para resolver essa inequação, podemos desenhar no plano cartesiano ao lado os gráficos das funções: $f(x) = 2x - 10$ e $g(x) = -x + 3$, determinando, nos domínios de f e g, os intervalos em que as duas funções têm o mesmo sinal (para que o produto $f \cdot g$ seja positivo).

Observe, no gráfico ao lado, que:

- para $x < 3$: f é negativa e g é positiva;
- para $3 < x < 5$: f é negativa e g é negativa;
- para $x > 5$: f é positiva e g é negativa.

Logo, as funções f e g têm o mesmo sinal para $3 < x < 5$ e, portanto, o conjunto solução S da inequação $(2x - 10)(-x + 3) > 0$, no universo dos números reais, é: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$

Dispositivo prático

Na inequação anterior, $(2x - 10)(-x + 3) > 0$, podemos representar esquematicamente a variação de sinal de cada função, $f(x) = 2x - 10$ e $g(x) = -x + 3$, sem a necessidade de construir os gráficos. Para isso, encontramos as raízes de f e g e construímos o seguinte quadro de sinais:

	$x < 3$	$3 < x < 5$	$x > 5$
f	−	−	+
g	+	−	−
$f \cdot g$	−	+	−

Os sinais da última linha foram obtidos pela regra de sinais para o produto $f \cdot g$. Como nos interessa que esse produto seja positivo, pois $(2x - 10)(-x + 3) > 0$, o conjunto solução S da inequação é:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$$

Inequação-produto é toda inequação que pode ser apresentada sob uma das formas abaixo, em que f e g são funções quaisquer:

- $f(x) \cdot g(x) > 0$
- $f(x) \cdot g(x) < 0$
- $f(x) \cdot g(x) \neq 0$
- $f(x) \cdot g(x) \geq 0$
- $f(x) \cdot g(x) \leq 0$

Fonte: Paiva (2015)

3.4.4 Inequação-quociente

As inequações-quociente envolvem expressões racionais, isto é, frações onde o numerador e o denominador são funções polinomiais. Para resolver essas inequações, é necessário determinar onde o numerador e o denominador mudam de sinal e garantir que os valores que anulam o denominador sejam excluídos da solução (Dante, 2016).

Paiva (2015) aborda as inequações-quociente conceituando-as e dando exemplos destas. Em seguida, traz dois exercícios resolvidos, onde são apresentadas as soluções algébricas de cada função associada ao numerador e ao denominador, e, por fim, é feito o estudo de sinais (Figura 33).

Figura 33 – Inequação-quociente no livro de Paiva

6 Inequação-quociente

Chama-se **inequação-quociente** toda inequação que pode ser apresentada em uma das formas abaixo, em que f e g são funções quaisquer, com g não identicamente nula.

- $\dfrac{f(x)}{g(x)} > 0$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} \geq 0$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} < 0$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} \leq 0$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} \neq 0$

Exemplos

a) $\dfrac{5}{2x - 8} < 0$

b) $\dfrac{3x - 6}{4 - x} \leq 0$

c) $\dfrac{x^2 - x - 6}{2x} \geq 0$

Fonte: Paiva (2015)

3.4.4.1 Resolução de inequação-quociente pelo método da análise de sinais

Na inequação-quociente, o procedimento é semelhante ao da inequação-produto, mas com atenção especial ao denominador, que nunca pode ser zero, excluindo então os pontos que ele é igual a zero do conjunto-solução (Figura 34).

Paiva (2015) traz dois exercícios resolvidos, que são apresentadas as soluções algébricas de cada função associada ao numerador e ao denominador, e, por fim, é feito o estudo de sinais (Figura 35). Observa-se que no primeiro exemplo não construiu o dispositivo prático, visto que o numerador é sempre positivo, porém a análise de sinais é feita levando isso em consideração.

Figura 34 – Resolução de inequação-quociente

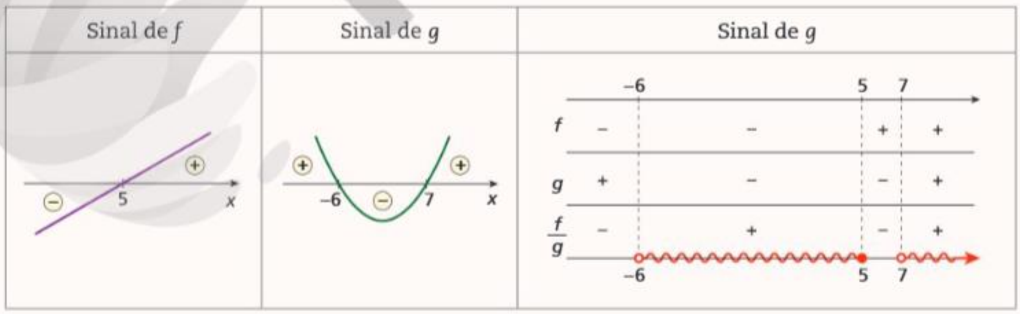
R16. Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\dfrac{x-5}{x^2-x-42} \geqslant 0$.

▸ **Resolução**

Para $\dfrac{x-5}{x^2-x-42} \geqslant 0$, vamos considerar $f(x) = x - 5$ e $g(x) = x^2 - x - 42$.

O zero de f é 5, e os zeros de g são -6 e 7.

Vamos estudar o sinal das funções f e g e, em seguida, montar o quadro de sinais.



Observe que -6 e 7 não são soluções da inequação, pois o denominador $x^2 - x - 42$ deve ser diferente de zero.

Logo, o conjunto solução da inequação é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x \leqslant 5 \text{ ou } x > 7\}$.

Fonte: Moderna (2020)

Figura 35 – Resoluções de inequações-produto no livro de Paiva

9 Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\dfrac{5}{2x-8} < 0$.

Resolução

Condição de existência: $2x - 8 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$

Como o numerador de $\dfrac{5}{2x-8}$ é positivo, a fração será negativa se, e somente se, o denominador for negativo, ou seja: $2x - 8 < 0 \Rightarrow x < 4$

Observando que $x < 4$ satisfaz a condição de existência ($x \neq 4$), concluímos que o conjunto solução é:

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$ ou, ainda, $S =]-\infty, 4[$

10 Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $\dfrac{3x+6}{4-x} \leqslant 0$.

Resolução

Condição de existência: $4 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$

Estudando a variação de sinal de cada uma das funções, $f(x) = 3x + 6$ e $g(x) = 4 - x$, temos:

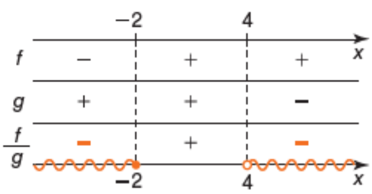


ILUSTRAÇÃO: FAUSTINO

Os sinais da última linha foram obtidos pela regra de sinais para o quociente $\dfrac{f(x)}{g(x)}$. Como nos interessa que esse quociente seja negativo ou nulo, pois $\dfrac{3x+6}{4-x} \leqslant 0$, o conjunto solução é:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -2 \text{ ou } x > 4\}$$

Fonte: Paiva (2015)

3.5 PRINCIPAIS ERROS COMETIDOS NA RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES

A resolução de inequações é um tema recorrente no ensino da matemática, mas, ao longo do processo de aprendizagem, pesquisas revelam que alunos e até mesmo futuros professores apresentam dificuldades na resolução desse tipo de problema, cometendo erros sistemáticos que prejudicam a compreensão do conceito e a aplicação correta das propriedades matemáticas (Travassos e Proença, 2021).

Esses equívocos podem ser atribuídos a fatores como dificuldades na manipulação algébrica, interpretação incorreta das regras de desigualdade e falta de familiaridade com a representação gráfica das soluções (Dante, 2016; Rezende e Travassos, 2017). De acordo com Conceição Junior (2011), os alunos usam das regras válidas para resolução de equações ao tentarem resolver inequações, mas, tais regras nem sempre são válidas para resolução das mesmas. Pêssuro, Deixa e Chicote (2020) apontam, ainda, os erros na conversão de representações matemáticas, como a passagem da forma algébrica para a reta numérica, e a inclusão ou exclusão de determinado valor no intervalo numérico.

Pesquisas em educação matemática indicam que tais erros decorrem, em parte, da abordagem tradicional de ensino, que enfatiza procedimentos algébricos sem explorar suficientemente o significado conceitual das inequações (Furquim *et al*, 2020).

De acordo com Alvarenga (2013), Furquim *et al.* (2020), Ramos e Curi (2014), Dicetti, Bisognin e Pretto (2020) e Fontalva (2006), a dificuldade em relação à compreensão desse conteúdo leva a alguns erros recorrentes, que são indicados a seguir.

3.5.1 Erro na manipulação algébrica

Um dos erros mais comuns na resolução de inequações está relacionado à manipulação inadequada das expressões algébricas. De acordo com Travassos e Proença (2021), muitos estudantes cometem equívocos ao aplicar operações básicas, como adição, subtração, multiplicação e divisão.

A Figura 36 apresenta dois exemplos de resolução de inequações do primeiro grau, nos quais se observam erros representativos do que Travassos e Proença (2021) classificam como manipulação inadequada de expressões algébricas. No item (a), observa-se que o estudante comete um erro ao simplificar incorretamente os termos com incógnita no primeiro membro da desigualdade. A expressão $x - 2x$ foi tratada como se resultasse em x, quando na verdade $x -$

$2x = -x$. Esse erro compromete a continuidade da resolução e levou o aluno à resposta incorreta $x < 0$, quando o correto seria $-x < 0$, o que implicaria $x > 0$ após aplicar a propriedade de multiplicação por número negativo e inversão do sinal da desigualdade. Trata-se, portanto, de um equívoco algébrico na combinação de termos semelhantes, comum em situações em que as letras estão do mesmo lado da desigualdade e não há mudança de membro.

No item (b), observa-se um erro na etapa final da resolução da inequação. Após transformar a expressão $\frac{x}{2} + 4 \geq 13$ em $\frac{x}{2} \geq 9$, o estudante deveria ter multiplicado ambos os lados por 2, obtendo corretamente $x \geq 18$. No entanto, comete o equívoco de interpretar diretamente a desigualdade como $x \geq \frac{9}{2}$, ignorando a necessidade da multiplicação. Trata-se de um erro de manipulação algébrica, em que o aluno transfere o denominador para o segundo membro sem aplicar a operação equivalente adequada. Como consequência, representa erroneamente a solução como $[\frac{9}{2}, +\infty)$, quando o correto seria $[18, +\infty)$. Esse tipo de equívoco indica uma compreensão parcial das transformações algébricas fundamentais e fragilidade na articulação entre linguagem simbólica e operações com frações.

Figura 36 – Erros na manipulação algébrica na resolução de inequação do 1º grau por dois alunos distintos

Questão

2) Resolva as inequações a seguire, em seguida, represente as soluções em intervalos numéricos.
Exemplos de intervalos numéricos:
Abertos: (a, b) e]a,b[
Fechado: [a,b]
Aberto/Fechado: (a,b] e]a,b]
Fechado/Aberto: [a,b) e [a,b[, onde a e b $\in \mathbb{R}$

a) $x - 2x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

b) $\frac{x}{2} + 4 \geq 13$

Resolução da questão a) pelo aluno 1

$$x - 2x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$$
$$x - 2x < \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$
$$x < 0$$

Resolução da questão b) pelo aluno 2

$$\frac{x}{2} + 4 \geqslant 13$$
$$\frac{x}{2} \geqslant 9$$
$$x \geqslant 9/2$$

R: $[9/2, \infty)$

Fonte: Adaptado de Travassos e Proença (2021)

3.5.2 Inversão incorreta do sinal da desigualdade ao multiplicar ou dividir por um número negativo

Esses erros ocorrem e são comuns quando os alunos esquecem a regra fundamental de que, ao multiplicar ou dividir ambos os lados da inequação por um número negativo, o sinal da desigualdade deve ser invertido. Essa falha é observada especialmente entre alunos do ensino médio e pode comprometer todo o raciocínio na resolução do problema (Dante, 2016).

Figura 37 – Erros da falta de inversão de sinal na resolução de inequação do 1º grau

Questão

1) Represente as inequações na reta numérica

a) $-3x + 11 > x - 1$

Resolução feita pelo aluno A

$-3x + 11 > x - 1$

$-3x - x > -11 - 1$

$-4x > -12$

$x > 3$

Resolução feita pelo aluno B

$-3x + 11 > x - 1 \Rightarrow -4x > -12 \quad x > 1$

Fonte: Adaptado de Travassos e Proença (2021)

A Figura 37 ilustra a resolução da inequação $-3x + 11 > x - 1$ realizada por dois estudantes. Ambos cometem o mesmo erro conceitual ao não inverter o sinal da desigualdade após a multiplicação por número negativo. No caso do aluno A, observa-se que ele desenvolve corretamente a transposição de termos: $-3x - x > -11 - 1$, resultando em $-4x > -12$. No entanto, ao dividir ambos os lados da inequação por -4, deveria ter invertido o sinal da desigualdade, obtendo $x < 3$. Em vez disso, manteve o sinal original e concluiu que $x > 3$, o que torna sua resposta incorreta.Já o aluno B comete o mesmo equívoco algébrico, mas com um agravante: após chegar à inequação $-4x > -12$, escreve a resposta final como $x > 1$, indicando que houve também uma falha na divisão ou na interpretação numérica do resultado.

Ambos os casos exemplificam bem o tipo de erro abordado por Dante (2016), que destaca a tendência de estudantes do ensino médio de esquecerem que, ao multiplicar ou dividir ambos os membros de uma inequação por um número negativo, o sentido da desigualdade deve obrigatoriamente ser invertido. Esse erro compromete não apenas a solução simbólica, mas também a representação gráfica, como se observa na reta numérica desenhada pelo aluno B, que assinala incorretamente a região $x > 1$ como solução.

Erros desse tipo ocorrem devido à falta de compreensão das propriedades das desigualdades e à aplicação mecânica de algoritmos sem a devida interpretação conceitual (Pêssuro, Deixa e Chicote, 2020)

3.5.3 Interpretação incorreta de intervalos numéricos

Outro erro recorrente está na interpretação gráfica das inequações, especialmente quando se trata da representação das soluções na reta numérica ou no plano cartesiano. Muitos estudantes confundem intervalos abertos e fechados ou não conseguem relacionar a inequação algébrica com sua correspondente representação gráfica (Ponte, 2012).

Exemplo comum nesse tipo de erro: dado que a solução de $x \geq 3$ é representada por $[3, +\infty)$, um erro comum é utilizar um círculo aberto no número 3 em vez de um círculo fechado[4] na reta numérica.

Correção:

- Intervalos fechados (≥ ou ≤) são representados por círculos preenchidos.
- Intervalos abertos (> ou <) são representados por círculos vazios.

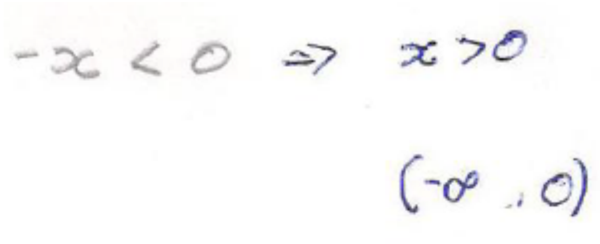
Travassos e Proença (2021) destacam que muitos alunos não compreendem a distinção entre intervalos abertos e fechados, o que impacta negativamente a precisão de suas respostas.

A Figura 38 ilustra um caso típico de erro na conversão entre linguagem algébrica e representação intervalar. O aluno resolve corretamente a inequação $-x < 0$, chegando à resposta $x > 0$, o que está matematicamente correto. No entanto, ao representar essa solução como intervalo numérico, escreve $(-\infty, 0)$, o que é incompatível com a desigualdade. A notação utilizada corresponde à condição $x < 0$, ou seja, exatamente o oposto da resposta

[4]Na representação gráfica: círculo fechado indica que o número pertence ao intervalo (≥ ou ≤); círculo aberto indica que o número não pertence ao intervalo (> ou <).

correta. O erro, portanto, não está na manipulação algébrica, mas na interpretação incorreta da desigualdade na notação intervalar.

Figura 38 – Erro na representação de intervalo numérico



Fonte: Travassos e Proença (2021)

Como destacam Travassos e Proença (2021), muitos estudantes não compreendem plenamente a correspondência entre os símbolos relacionais $(>, <, \geq, \leq)$ e a simbologia dos intervalos (parênteses e colchetes), o que leva à representação equivocada das soluções. Nesse caso específico, a resposta correta seria $(0, +\infty)$, pois a desigualdade é estrita $(>)$, indicando intervalo aberto a partir de 0. Esse tipo de falha compromete a comunicação matemática e a precisão na formalização da solução.

De acordo com Pêssuro, Deixa e Chicote (2020), esses erros podem ser atribuídos a uma aprendizagem mecanizada, sem a devida compreensão do significado dos símbolos utilizados.

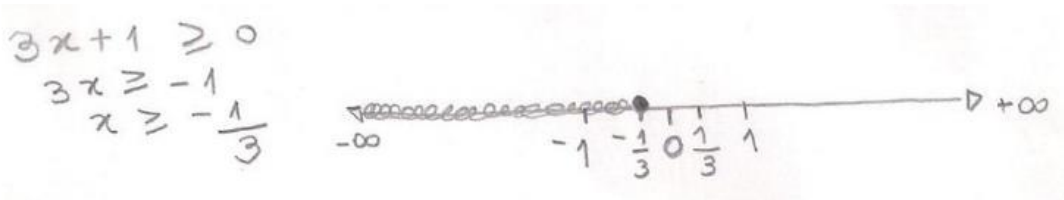
3.5.4 Conversão da representação algébrica para a representação na reta numérica

A reta numérica é uma das representações mais intuitivas das inequações, pois permite visualizar de maneira gráfica quais valores satisfazem a desigualdade dada. Entretanto, muitos alunos apresentam dificuldades nesse processo, seja por falhas conceituais ou por problemas na representação gráfica.

Outro problema significativo identificado na literatura é a dificuldade na conversão entre diferentes registros matemáticos, como a passagem da linguagem algébrica para a reta numérica (Travassos e Proença, 2021).

A Figura 39 apresenta um erro na conversão entre a linguagem algébrica e a representação na reta numérica. O estudante resolve corretamente a inequação $3x + 1 \geq 0$, obtendo $x \geq -\frac{1}{3}$, e utiliza adequadamente um círculo fechado sobre o valor $-\frac{1}{3}$, indicando corretamente que esse número pertence ao conjunto solução. Contudo, ao representar graficamente o conjunto dos valores que satisfazem a desigualdade, desenha a região destacada para a esquerda, o que corresponde à condição $x \leq -\frac{1}{3}$, ou seja, exatamente o oposto da solução correta. O erro, portanto, não está na resolução algébrica nem na simbologia do ponto, mas na direção da representação na reta numérica, revelando uma falha na compreensão do sentido da desigualdade.

Figura 39 – Erro na conversão algébrica para a representação na reta numérica



Fonte: Travassos e Proença (2021)

Conforme apontado por Travassos e Proença (2021), esse tipo de equívoco evidencia dificuldades na conversão entre registros matemáticos distintos e pode comprometer a precisão da comunicação matemática, mesmo quando os cálculos algébricos estão corretos. Torna-se um erro recorrente e ocorre quando os estudantes não representam corretamente os valores que pertencem, ou não, ao conjunto solução.

3.6 DIFICULDADES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DAS INEQUAÇÕES

O ensino e a aprendizagem das inequações apresentam desafios significativos tanto para professores quanto para alunos. Embora sejam um conceito fundamental na Matemática, muitos estudantes encontram dificuldades ao lidar com desigualdades devido à abstração envolvida, à necessidade de interpretação de múltiplas representações e às regras específicas para sua resolução (Dante, 2016; Rezende e Travassos, 2017).

Essas dificuldades podem ser atribuídas a diversos fatores, incluindo falhas no ensino básico de conceitos matemáticos prévios, metodologias didáticas pouco eficazes e a falta de conexão das inequações com aplicações do cotidiano. Além disso, estudos em educação matemática indicam que a forma como os conteúdos são apresentados influencia diretamente a capacidade dos alunos de compreender e aplicar corretamente as regras das inequações (Furquim *et al.*, 2020; Ponte, 2012).

3.6.1 Abstração e dificuldade conceitual

As inequações exigem dos estudantes um nível de abstração mais elevado do que as equações, pois envolvem conjuntos-solução expressos como intervalos na reta real, demandando uma interpretação mais ampla do problema matemático (Stewart, 2013). Enquanto as equações possuem soluções pontuais, as inequações descrevem um conjunto infinito de valores, o que pode ser um obstáculo para alunos que ainda não desenvolveram um pensamento matemático avançado (Furquim *et al.*, 2020).

Essa dificuldade é frequentemente observada no ensino médio, quando os estudantes começam a lidar com inequações mais complexas, como as exponenciais e logarítmicas. A transição do pensamento aritmético para o algébrico também pode ser um desafio, pois exige uma nova forma de manipular e interpretar expressões matemáticas (Ponte, 2012).

3.6.2 Falta de conexão com aplicações práticas

Um dos desafios mais apontados pelos educadores é a dificuldade de conectar as inequações com situações reais. Diferente de outros conteúdos matemáticos, que possuem aplicações visíveis, como geometria e estatística, as inequações muitas vezes são ensinadas de forma abstrata, sem exemplos contextualizados que demonstrem sua utilidade prática (Ponte, 2012).

No entanto, as inequações estão presentes em diversas áreas do conhecimento, como economia, engenharia e física, sendo essenciais para a modelagem de problemas de otimização e restrições em sistemas dinâmicos (Stewart, 2013).

Pesquisas indicam que a introdução de problemas contextualizados pode aumentar significativamente o engajamento dos alunos e melhorar sua compreensão das inequações (Rezende e Travassos, 2017).

3.6.3 Dificuldades com representação gráfica

Outra barreira no ensino das inequações está na interpretação de suas soluções na reta numérica e no plano cartesiano. Muitos estudantes têm dificuldades em compreender que as soluções de inequações do 2º grau, por exemplo, podem ser representadas como intervalos onde a parábola está acima ou abaixo do eixo x (Dante, 2016).

O uso de softwares gráficos, como o GeoGebra[5], tem sido apontado como uma ferramenta eficaz para melhorar a compreensão das soluções gráficas das inequações (Both, 2025).

3.6.4 Deficiências na formação docente e materiais didáticos

A formação dos professores pode influenciar diretamente a aprendizagem das inequações. Muitos docentes relatam dificuldades em abordar o tema de forma dinâmica e acessível, seja pela limitação dos materiais didáticos disponíveis, seja pela falta de estratégias pedagógicas eficazes (Furquim *et al.*, 2020).

Os livros didáticos geralmente apresentam as inequações de forma sequencial, mas nem sempre exploram abordagens diferenciadas, como o uso de tecnologias ou metodologias ativas de ensino (Ponte, 2012).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) sugere que os professores adotem práticas interdisciplinares e contextualizadas no ensino da Matemática, mas a implementação dessas diretrizes ainda encontra desafios na realidade escolar.

3.7 AS INEQUAÇÕES NA BNCC

A BNCC é um documento normativo que estabelece as diretrizes para a educação básica no Brasil, definindo os conteúdos e habilidades essenciais que os estudantes devem desenvolver ao longo da escolarização. No contexto do ensino de matemática, a BNCC enfatiza a importância do pensamento algébrico e da modelagem matemática, incluindo o estudo das inequações em diferentes níveis de complexidade (Brasil, 2018).

A inclusão das inequações na BNCC ocorre de maneira progressiva, iniciando-se no ensino fundamental com a exploração de desigualdades numéricas e culminando no ensino médio com o estudo das inequações algébricas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Esse avanço busca desenvolver no aluno a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas que envolvem desigualdades, tanto em contextos matemáticos quanto em aplicações do mundo real (Rezende e Travassos, 2017).

[5]Software livre de matemática dinâmica que permite a construção de gráficos, figuras geométricas e representações algébricas em tempo real, utilizado como recurso didático na Educação Matemática.

3.7.1 Inequações no Ensino Fundamental

A BNCC propõe que os primeiros contatos dos alunos com desigualdades matemáticas ocorram no ensino fundamental, por meio da comparação de quantidades e do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Nesse estágio, o foco está na compreensão intuitiva da desigualdade e na transição para o uso de símbolos matemáticos (Brasil, 2018).

De acordo com a BNCC, os alunos devem ser capazes de:

- Comparar números naturais, inteiros, fracionários e decimais, utilizando os símbolos de desigualdade (> e <).
- Resolver problemas envolvendo estimativas e intervalos numéricos.
- Explorar situações que envolvem desigualdades em contextos cotidianos, como comparações de preços e medidas.

Embora as inequações algébricas não sejam formalmente introduzidas nesse nível, essas habilidades são fundamentais para a futura compreensão das desigualdades matemáticas no ensino médio (Ponte, 2012).

3.7.2 Inequações no Ensino Médio

No ensino médio, a BNCC estabelece que os alunos devem aprofundar seu conhecimento sobre inequações, abordando diferentes tipos e métodos de resolução. O documento destaca a importância de desenvolver a capacidade de resolver e interpretar desigualdades em diversas representações, incluindo tabelas, gráficos e expressões algébricas (Brasil, 2018).

A BNCC prevê que os estudantes devem ser capazes de:

- Resolver inequações do 1º e 2º grau.
- Resolver inequações exponenciais e logarítmicas.
- Representar graficamente as soluções das inequações na reta real.
- Resolver problemas que envolvam sistemas de inequações.
- Aplicar inequações na modelagem de situações reais, como crescimento populacional e economia.

A inclusão das inequações exponenciais e logarítmicas na BNCC reflete a necessidade de preparar os alunos para compreender fenômenos que envolvam crescimento e decaimento exponencial, uma temática relevante em diversas áreas do conhecimento, como biologia, finanças e física (Dante, 2016).

3.7.3 Competências matemáticas relacionadas às inequações

A BNCC define dez competências gerais para a educação básica, das quais algumas são diretamente aplicáveis ao ensino das inequações. No âmbito da matemática, as inequações estão especialmente ligadas às seguintes competências específicas (Brasil, 2018):

- Competência 1: Desenvolver o pensamento matemático para compreender e resolver problemas do cotidiano e de outras áreas do conhecimento.
- Competência 2: Utilizar diferentes representações matemáticas, como expressões algébricas, gráficos e tabelas, para analisar e resolver problemas.
- Competência 3: Modelar situações reais por meio da matemática, interpretando e validando soluções dentro de contextos específicos.
- Competência 6: Utilizar a tecnologia como ferramenta para resolver problemas matemáticos e explorar conceitos de forma interativa.

Essas competências reforçam a importância de ensinar as inequações de maneira contextualizada, utilizando problemas reais e ferramentas tecnológicas para tornar o aprendizado mais significativo e acessível aos estudantes (Rezende e Travassos, 2017).

3.7.4 Desafios na implementação do ensino de inequações segundo a BNCC

Embora a BNCC forneça diretrizes objetivas para o ensino das inequações, sua implementação na prática enfrenta desafios, tais como:

A) Deficiências na Base Matemática dos Alunos: Muitos estudantes chegam ao ensino médio com dificuldades em operações básicas, o que compromete sua capacidade de resolver inequações, especialmente as que envolvem manipulação algébrica e interpretação gráfica (Alvarenga e Machado, 2012).

B) Ensino Tradicional e Metodologias Defasadas: A abordagem tradicional do ensino de matemática muitas vezes enfatiza a mecanização de procedimentos sem explorar o significado das desigualdades e suas aplicações. Estudos indicam que metodologias ativas, como a resolução de problemas contextualizados e o uso de softwares matemáticos, podem melhorar a aprendizagem das inequações (Souza e Fonseca, 2017).

C) Falta de Integração com Outras Disciplinas: A BNCC enfatiza a importância da interdisciplinaridade, mas, na prática, o ensino das inequações ainda ocorre de forma isolada. Conectar esse conteúdo a outras áreas, como física, economia e biologia, pode tornar o aprendizado mais relevante para os alunos (Ponte, 2012).

3.8 IMPORTÂNCIA E APLICAÇÕES DAS INEQUAÇÕES

3.8.1 Importância das inequações na matemática e no ensino

No ensino da matemática, as inequações representam um avanço em relação ao estudo das equações, permitindo a análise de problemas que envolvem intervalos de valores em vez de soluções pontuais. Sua importância pode ser observada em vários aspectos (Brasil, 2018):

- Desenvolvimento do raciocínio algébrico: Resolver inequações requer habilidades de manipulação simbólica, interpretação gráfica e análise de soluções em diferentes contextos.
- Compreensão de relações de ordem: Inequações ajudam os alunos a desenvolver uma intuição para relações de desigualdade e variação entre grandezas matemáticas.
- Preparação para conteúdos avançados: O estudo das inequações serve como base para tópicos mais complexos, como cálculo diferencial e integral, estatística e programação matemática (Stewart, 2013).

Pesquisas em educação matemática indicam que a abordagem das inequações deve ir além da simples manipulação algébrica, explorando representações gráficas e aplicações práticas para facilitar a compreensão dos estudantes (Ponte, 2012).

3.8.2 Aplicações das inequações em diferentes áreas

As inequações são amplamente utilizadas para modelar e resolver problemas em diversas áreas do conhecimento. A seguir, apresentamos algumas de suas principais aplicações.

A) Economia e Finanças: Na economia, as inequações são essenciais para a formulação de restrições orçamentárias, análise de lucro e prejuízo, e otimização de investimentos (Dante, 2016). Além disso, as inequações lineares e não lineares são utilizadas em modelos de maximização de lucro e minimização de custos, como na programação linear, uma ferramenta fundamental na administração e logística (Ponte, 2012).

B) Física e Engenharia: Em física e engenharia, as inequações são utilizadas para modelar grandezas que possuem limites superiores ou inferiores, como velocidade, temperatura e pressão (Stewart, 2013). Os engenheiros utilizam inequações em cálculos estruturais, para garantir que as forças aplicadas a um material não excedam seu limite de resistência, e em eletrônica, para analisar circuitos com restrições de tensão e corrente (Guimarães, 2021).

C) Estatística e Probabilidade: Na estatística, as inequações são usadas para expressar intervalos de confiança, testes de hipóteses e análise de variabilidade em dados amostrais (Morettin e Bussab, 2017). Além disso, distribuições estatísticas, como a normal, frequentemente utilizam desigualdades para calcular probabilidades de ocorrência de eventos dentro de um determinado intervalo.

D) Inteligência Artificial e Ciência da Computação: Em inteligência artificial e aprendizado de máquina, inequações são utilizadas para definir regiões de decisão em algoritmos de classificação e otimização. Em ciência da computação, inequações são essenciais na análise de complexidade de algoritmos, para determinar o tempo de execução máximo de um programa em diferentes cenários (Ponte, 2012).

E) Ecologia e Sustentabilidade: Na ecologia, as inequações são utilizadas para modelar limites ambientais e impactos humanos sobre recursos naturais (Salvador e Arenales, 2022).

3.9 CONEXÃO COM NEUROCIÊNCIAS E PROCESSOS COGNITIVOS

O estudo das inequações, assim como de outros conceitos matemáticos abstratos, exige do cérebro humano um alto nível de processamento cognitivo. Compreender e manipular desigualdades matemáticas envolve habilidades como raciocínio lógico, memória de trabalho e flexibilidade cognitiva, que são mediadas por diferentes áreas do cérebro. A neurociência educacional tem contribuído significativamente para entender como o cérebro processa conceitos matemáticos e como podemos otimizar o ensino desse conteúdo para melhorar a aprendizagem dos alunos (Marini, 2018; Araújo, Menezes e Bezerra, 2019).

Pesquisas demonstram que o ensino das inequações pode ser potencializado por abordagens que consideram o funcionamento do cérebro na resolução de problemas matemáticos. Estratégias como o uso de representações visuais, o aprendizado ativo e o ensino baseado em problemas favorecem a consolidação do conhecimento e reduzem as dificuldades associadas ao tema (Araújo, Menezes e Bezerra, 2019).

3.9.1 Processos cognitivos envolvidos na aprendizagem das inequações

A resolução de inequações exige a ativação de diversas funções cognitivas, que trabalham em conjunto para interpretar a informação, realizar operações matemáticas e tomar decisões sobre os valores que satisfazem a desigualdade (Dehaene, 2022). Entre os principais processos envolvidos, destacam-se:

A) Memória de Trabalho: A memória de trabalho é responsável por manter e manipular informações temporárias durante a resolução de problemas. No caso das inequações, os alunos precisam lembrar e aplicar regras matemáticas, como a inversão do sinal ao multiplicar por números negativos, enquanto realizam cálculos mentais (Gathercole e Alloway, 2008).

Estudos indicam que sobrecarregar a memória de trabalho pode dificultar a aprendizagem matemática, especialmente quando os alunos tentam resolver inequações sem o apoio de representações visuais ou estratégias organizacionais. Silva e Viñas (2022) destacam que a utilização de anotações estruturadas e a segmentação do processo de resolução em etapas menores podem mitigar esse problema, facilitando o aprendizado e a retenção de informações matemáticas.

B) Raciocínio Lógico e Flexibilidade Cognitiva: O raciocínio lógico é essencial para a compreensão das inequações, pois os estudantes precisam interpretar a relação entre expressões matemáticas e determinar quais valores satisfazem uma dada desigualdade (Ponte, 2012).

Além disso, a flexibilidade cognitiva – a capacidade de adaptar estratégias de resolução conforme o contexto – é fundamental para lidar com diferentes tipos de inequações, como as exponenciais e logarítmicas, que exigem abordagens distintas (Costa, 2024).

C) Processamento Numérico e Representação Espacial: processamento numérico envolve a capacidade de reconhecer e manipular números mentalmente, enquanto a representação espacial permite visualizar soluções na reta numérica ou no plano cartesiano. Estudos sugerem que o uso de gráficos e diagramas melhora significativamente a compreensão das inequações, ajudando os alunos a interpretar intervalos e soluções de maneira mais intuitiva (Dehaene, 2022).

3.9.2 O papel das representações visuais no ensino das inequações

A neurociência educacional enfatiza que a aprendizagem é mais eficaz quando diferentes áreas do cérebro são ativadas simultaneamente. A integração de representações visuais no ensino das inequações pode facilitar esse processo, proporcionando uma melhor compreensão conceitual (Travassos e Proença, 2021).

A) Representação na Reta Numérica: Estudos demonstram que representar soluções de inequações na reta numérica auxilia os alunos a visualizar o conceito de desigualdade e compreender a diferença entre intervalos abertos e fechados (Rezende e Travassos, 2017).

B) Uso de Gráficos para Inequações do 2º Grau e Exponenciais: Para inequações do 2º grau, a análise do gráfico da função quadrática permite que os estudantes identifiquem visualmente onde a parábola está acima ou abaixo do eixo x, tornando a resolução mais intuitiva (Ponte, 2012).

No caso das inequações exponenciais e logarítmicas, representar as funções graficamente ajuda os alunos a compreender como os valores da variável influenciam a desigualdade, reforçando a relação entre algebrização e interpretação visual do problema (Stewart, 2013).

3.9.3 Aprendizagem baseada em problemas e contextos reais

A neurociência educacional sugere que o aprendizado ocorre de forma mais significativa quando os conteúdos são contextualizados e relacionados a problemas do cotidiano (Masini e Moreira, 2020). A abordagem baseada em problemas (*Problem-Based Learning* – PBL)[6] tem se mostrado uma estratégia eficaz para o ensino das inequações, pois incentiva os alunos a aplicar os conceitos matemáticos em situações práticas.

Exemplos de Aplicação Contextualizada:

- Economia: Determinar o número mínimo de produtos a serem vendidos para atingir um lucro desejado.
- Física: Analisar limites de temperatura e velocidade em diferentes condições experimentais.
- Engenharia: Definir restrições em projetos estruturais baseados em limites de carga e resistência.

O ensino contextualizado ativa áreas do cérebro associadas à tomada de decisão e ao pensamento crítico, tornando o aprendizado mais significativo e duradouro (Masini e Moreira, 2020).

[6] Trata-se de uma metodologia ativa de ensino em que o aprendizado ocorre a partir da resolução de problemas reais, promovendo autonomia, pensamento crítico e aplicação prática dos conteúdos.

3.9.4 O papel da emoção e da motivação na aprendizagem das inequações

A neurociência destaca que fatores emocionais, como motivação e ansiedade matemática, influenciam diretamente o desempenho dos alunos (Dehaene, 2022). Muitos estudantes desenvolvem uma aversão à matemática devido a experiências negativas, o que pode prejudicar seu aprendizado de conteúdos como inequações.

Para minimizar esses efeitos, estratégias como aprendizado colaborativo, gamificação e o uso de tecnologias educacionais têm se mostrado eficazes para aumentar o engajamento e reduzir a ansiedade matemática (Ponte, 2012).

3.10 REGIÕES CEREBRAIS ENVOLVIDAS NA RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES

A resolução de inequações, assim como outras atividades matemáticas que exigem raciocínio lógico e manipulação simbólica, envolve a ativação de diversas regiões cerebrais relacionadas a funções cognitivas superiores. A seguir, tem-se uma síntese (Quadro 7) de algumas das principais regiões cerebrais ativadas durante a resolução de inequações, com base em estudos de neurociência cognitiva e neuromatemática (Dehaene, 2022; Lent, 2019; Migliori, 2015).

Quadro 7 – Regiões cerebrais ativadas durante a resolução de inequações

Região	**Função**	**Ativação em inequações**
Córtex Pré-Frontal Dorsolateral (CPFDL)	Associado ao raciocínio lógico, planejamento, tomada de decisão e manipulação de informações na memória de trabalho.	Durante a resolução de inequações, especialmente aquelas que exigem múltiplas etapas ou análise de condições (ex: mudança de sinal ao multiplicar por número negativo), o CPFDL é intensamente ativado. Essa região sustenta o pensamento sequencial necessário para seguir regras algébricas.
Córtex Parietal Inferior (especialmente o sulco intraparietal)	Processamento numérico e cálculo simbólico.	Envolvido na manipulação de símbolos matemáticos, comparação de grandezas e avaliação de desigualdades. Dehaene (2022) destaca que o sulco intraparietal é uma área chave no processamento matemático abstrato.
Giro Angular	Integração de informações simbólicas e	Fundamental para compreender os operadores de desigualdade (“>”, “<”, “≥”, “≤”) e traduzir expressões algébricas em linguagem matemática compreensível.

	linguísticas; transformação de símbolos em conceitos.	
Córtex Cingulado Anterior	Monitoramento de conflitos e tomada de decisões sob incerteza.	Atua principalmente quando o aluno precisa verificar se cometeu erros ou quando há conflito entre respostas possíveis — por exemplo, ao escolher entre diferentes intervalos de solução.
Córtex Temporal Médio	Processamento de linguagem e memória semântica.	Ativo em tarefas que envolvem leitura e interpretação verbal de problemas algébricos, especialmente em situações contextualizadas.

Fonte: Dehaene, (2022); Lent (2019); Migliori (2015)

A resolução de inequações não depende de uma única região cerebral, mas sim da interação entre redes neurais que conectam áreas frontais (funções executivas), parietais (processamento matemático), temporais (linguagem) e cinguladas (autorregulação e controle atencional). Essa interação sustenta as ações mentais matemáticas exigidas, como: comparar, transformar, generalizar, argumentar e validar soluções.

3.11 ENCERRAMENTO DO CAPÍTULO

O presente capítulo teve como objetivo apresentar os fundamentos teóricos e conceituais das inequações algébricas, abordando sua classificação, propriedades e métodos de resolução mais recorrentes no Ensino Médio. Foram discutidos os diferentes tipos de inequações – do primeiro e do segundo graus, do tipo produto e quociente – bem como os procedimentos algébricos e gráficos envolvidos em sua resolução. Também foram levantadas considerações sobre as dificuldades didáticas e cognitivas frequentemente enfrentadas pelos estudantes nesse campo da matemática.

A abordagem adotada evidenciou que, além do domínio técnico dos algoritmos, a resolução de inequações requer a mobilização de operações mentais específicas, como a comparação de expressões algébricas, o controle de invariantes, a interpretação de desigualdades e a representação de conjuntos solução. Esses processos, embora muitas vezes tratados como rotinas mecânicas, envolvem ações cognitivas complexas e variadas, que demandam atenção focalizada, memória operacional ativa e coordenação entre linguagem simbólica e raciocínio lógico.

A partir dessa compreensão, o capítulo seguinte aprofunda a análise dos processos cognitivos implicados na aprendizagem de inequações, com foco nas ações mentais matemáticas (AMM), nos mecanismos de memória e nos sistemas atencionais mobilizados durante a resolução de tarefas algébricas. Esse referencial teórico será fundamental para sustentar a análise das atividades didáticas propostas nos livros selecionados, permitindo identificar com maior precisão os elementos neurocognitivos que favorecem ou dificultam a aprendizagem das inequações no contexto da Educação Básica.

CAPÍTULO 4
ENGRENAGENS COGNITIVAS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: AÇÕES MENTAIS MATEMÁTICAS, MEMÓRIA E ATENÇÃO

Embora existam múltiplas abordagens para compreender a cognição matemática – que envolvem aspectos afetivos, motivacionais, linguísticos e socioculturais –, o foco deste estudo recai sobre três pilares interligados: as ações mentais matemáticas (AMM), a memória e a atenção. Essa escolha se justifica pelo potencial explicativo dessas categorias no entendimento dos mecanismos neurocognitivos que sustentam a resolução de inequações algébricas. A delimitação temática adotada está em consonância com os objetivos da pesquisa e com a proposta de análise desenvolvida nos capítulos seguintes.

Compreender os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática exige uma abordagem multidimensional que considere os aspectos mentais, neurais e pedagógicos que interagem na construção do conhecimento. Nas últimas décadas, estudos em neurociências cognitivas têm revelado que a aprendizagem não se limita à recepção passiva de conteúdos, mas envolve a mobilização de processos mentais complexos, tais como memória, atenção, controle inibitório, raciocínio lógico e flexibilidade cognitiva (Dehaene, 2022; Herculano-Houzel, 2017; Lent, 2019). Nesse contexto, as ações mentais matemáticas (AMM) assumem um papel central, por se constituírem como operações cognitivas fundamentais para a interpretação, manipulação, organização e generalização de conceitos matemáticos.

O Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas, proposto por Alvarenga e Domingos (2020), oferece uma estrutura teórica consistente para a compreensão de como os indivíduos constroem significados e resolvem problemas matemáticos por meio de ações mentais específicas, como a visualização, a generalização, a argumentação, a tradução de linguagens, a formulação de conjecturas e a validação de proposições. Essas ações não ocorrem de maneira isolada, mas articulam-se continuamente à memória e à atenção, funcionando como engrenagens (Figura 40) que impulsionam o pensamento matemático e a aprendizagem significativa (Alvarenga, 2023; Carmo, 2018; Gonçalves, 2024).

A escolha desses temas fundamenta-se na necessidade de investigar os processos cognitivos subjacentes à resolução de problemas matemáticos, em especial as inequações, que demandam um raciocínio lógico organizado, a mobilização de estratégias específicas e o controle da atenção. Assim, este capítulo busca construir um panorama das principais abordagens teóricas sobre AMM, memória e atenção, destacando as contribuições mais relevantes para este estudo.

Figura40 – As engrenagens cognitivas na resolução de inequações

Fonte: Elaborado pelo autor

Para alcançar tal objetivo, o capítulo está organizado em três seções principais. Na primeira seção, são discutidos os fundamentos teóricos sobre as AMM, destacando suas influências, estrutura, avanços e implicações pedagógicas. A segunda seção aborda os aspectos da memória, com destaque em como a memória de trabalho e a memória de longo prazo contribuem para o armazenamento e recuperação de informações durante a resolução de inequações. Por fim, a terceira seção analisa o papel da atenção, discutindo sua influência no foco, na seleção de estratégias e no controle de interferências durante atividades matemáticas.

As categorias teóricas apresentadas neste capítulo – AMM, memória e atenção – serão utilizadas como base de análise no Capítulo 5, que investiga a resolução de exercícios de inequações extraídos de livros didáticos. A organização e o aprofundamento conceitual aqui apresentados permitem compreender de forma mais precisa os processos mentais mobilizados nas tarefas resolutivas.

4.1 AÇÕES MENTAIS MATEMÁTICAS

Segundo Alvarenga e Domingos (2020), as ações mentais matemáticas (AMM) correspondem a processos cognitivos fundamentais utilizados na resolução de problemas matemáticos. Elas envolvem operações como a visualização, a tradução de símbolos matemáticos para a linguagem natural, a generalização de padrões, a classificação de objetos matemáticos e a validação de conjecturas por meio de demonstrações. Essas operações cognitivas são determinantes para o avanço no pensamento matemático, tanto em nível elementar quanto em contextos de maior complexidade conceitual.

Esses processos são essenciais para a construção do conhecimento e variam conforme a complexidade dos conceitos matemáticos explorados. As AMM abrangem desde habilidades matemáticas básicas até operações complexas, e requerem a capacidade de refletir criticamente sobre o próprio raciocínio durante a resolução de tarefas matemáticas. Alvarenga (2023) argumenta que tais ações são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, estando intimamente relacionadas à capacidade de planejamento, à tomada de decisões e ao controle cognitivo.

Autores como Carmo (2018), Menezes e Borges Neto (2018) e Fontenele (2018) têm destacado a relevância dos processos mentais e cognitivos envolvidos na construção do pensamento matemático avançado. Embora não utilizem necessariamente a nomenclatura “ações mentais” nos moldes do MTAMM, suas abordagens convergem ao enfatizar que o desenvolvimento dessas habilidades favorece a transição dos estudantes de níveis operacionais para níveis mais estruturais e abstratos de compreensão. Tais contribuições reforçam a importância de se considerar, no ensino de matemática, não apenas os procedimentos formais, mas também os mecanismos mentais que sustentam a construção do raciocínio. Gonçalves (2024) reforça essa perspectiva ao demonstrar que tarefas investigativas podem despertar processos mentais complexos mesmo entre estudantes do ensino médio, desde que mediadas adequadamente.

4.1.1 A importância das ações mentais matemáticas para o desenvolvimento do pensamento matemático

O pensamento matemático constitui-se como um processo contínuo de construção, que se desenvolve ao longo da vida e é influenciado diretamente pela maneira como os indivíduos mobilizam suas ações mentais diante de desafios matemáticos. Nesse contexto, a aprendizagem matemática transcende a simples memorização de regras e algoritmos, devendo ser compreendida como um processo ativo que envolve a construção de significados, a exploração de estratégias diversas e a argumentação lógica (Ponte, 2021).

As ações mentais matemáticas assumem, portanto, um papel central, pois possibilitam que os estudantes desenvolvam maior autonomia na resolução de problemas e estabeleçam conexões significativas entre diferentes conceitos matemáticos. Segundo Dehaene (2022), a mobilização de múltiplas estratégias mentais durante a resolução de problemas favorece a flexibilidade cognitiva e está associada ao fortalecimento de redes neurais mais complexas e integradas.

Além disso, tais ações mentais permitem a formação de esquemas de conhecimento que facilitam a aprendizagem de novos conteúdos. A matemática, como linguagem simbólica e universal, exige um conjunto específico de operações cognitivas para que seja compreendida, manipulada e aplicada em contextos variado. Nesse sentido, ao promover ações como a visualização, a generalização e a formulação de conjecturas, o ensino da matemática pode contribuir significativamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade e da capacidade de resolução de problemas (Ponte, 2012; Alvarenga e Machado, 2012).

Estudos recentes, como os de Savioli e Inarejos (2022), têm mostrado que há indícios consistentes da relação entre aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento matemático avançado, principalmente em contextos de formação de professores e no ensino superior. Os autores ressaltam que a mediação docente e a qualidade das tarefas propostas são elementos-chave para ativar e potencializar as ações mentais matemáticas nos estudantes.

4.1.1.1 Fundamentação teórica

A construção de modelos teóricos para compreender as ações mentais matemáticas surgiu como uma resposta às lacunas entre o ensino tradicional e os avanços nas investigações sobre o funcionamento cognitivo do cérebro. Nas últimas décadas, diferentes teorias foram desenvolvidas com o objetivo de explicar como os indivíduos formulam e estruturam o pensamento matemático e quais estruturas mentais sustentam esse processo.

Entre os principais pesquisadores que contribuíram para essa área, destacam-se Dreyfus (1991), Tall (1991), Harel e Sowder (2005) e Dubinsky e McDonald (2001), cujas propostas teóricas servem como base para estudos sobre o desenvolvimento do pensamento matemático e sua articulação com as ações mentais. Embora tenham sido desenvolvidas em décadas anteriores, essas contribuições permanecem atuais e são amplamente discutidos e complementados por autores contemporâneos, como Carmo (2018), Gonçalves (2024) e Dehaene (2022), que integram os avanços das neurociências cognitivas e da educação matemática na compreensão desses fenômenos.

4.1.1.2 Principais teorias sobre pensamento matemático

O pensamento matemático é um conceito amplamente investigado, sendo compreendido por diferentes autores como um processo dinâmico, que envolve a construção, reorganização e manipulação de conceitos matemáticos em níveis variados de complexidade.

Para Dreyfus (1991), o pensamento matemático pode ser dividido em dois níveis principais: pensamento matemático elementar (PME) e pensamento matemático avançado (PMA). O PME está relacionado a operações cognitivas básicas, como cálculos e aplicação de algoritmos. Já o PMA envolve a formulação de conjecturas, abstração, generalização e construção de demonstrações matemáticas.

Tall (1991), por sua vez, enfatiza a distinção entre diferentes tipos de pensamento matemático e propõe que o aprendizado matemático ocorre por meio da transição entre formas mais intuitivas e mais formais de raciocínio. Segundo sua abordagem, o desenvolvimento do pensamento matemático se dá através da compressão cognitiva, na qual conceitos previamente assimilados são reorganizados e utilizados em contextos novos e mais abstratos. Além disso, enfatiza a importância da visualização e da representação simbólica como elementos fundamentais para o avanço do raciocínio matemático.

Harel e Sowder (2005) introduzem a teoria provas e convicções, defendendo que o pensamento matemático não se limita ao domínio de técnicas e algoritmos, mas envolve a capacidade de construir, justificar e validar argumentos matemáticos. A teoria identifica diferentes formas de convicção, como aquelas baseadas em manipulações algébricas, em argumentação lógica e na intuição visual, evidenciando a centralidade das ações mentais na construção do conhecimento. Uma de suas principais contribuições, particularmente relevantes para esta pesquisa, está na concepção de que o pensamento matemático avançado pode emergir em qualquer nível escolar, desde que o ambiente de aprendizagem favoreça o engajamento em tarefas significativas e a mediação intencional por parte do docente.

Já Dubinsky e McDonald (2001) apresentam a Teoria APOS (*Action, Process, Object and Schema*) [Ação, Processo, Objeto e Esquema], que descreve o desenvolvimento do pensamento matemático como um processo cognitivo estruturado. De acordo com essa teoria, o aprendizado matemático se desenvolve por meio da transformação de ações repetidas em processos mentais internalizados, que posteriormente se tornam objetos matemáticos organizados em esquemas conceituais mais amplos.

Pesquisas mais recentes têm ampliado e adaptado essas teorias às realidades educacionais contemporâneas. Carmo (2018) analisa como o conceito de pensamento matemático avançado tem sido aplicado na produção acadêmica brasileira, enquanto Gonçalves (2024) explora o papel das tarefas investigativas na ativação de ações mentais complexas em estudantes do ensino médio. Migliori (2021), embora não trate especificamente da matemática, destaca o valor da abordagem neurocientífica para a compreensão dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem, o que contribui indiretamente para a análise do raciocínio matemático. Já Dehaene (2022) ressalta a plasticidade cerebral envolvida no desenvolvimento das competências matemáticas.

Essas contribuições revelam que o pensamento matemático não se desenvolve de forma linear, mas constitui um processo dinâmico, adaptativo e multifacetado. Dessa forma, compreender as ações mentais matemáticas como elementos fundamentais da aprendizagem é essencial para promover uma educação matemática significativa e alinhada com os princípios da cognição humana.

Quadro 8 – Comparativo de Pensamento Matemático

Autor(es)	Conceito Central	Principais Características	Aplicação na Educação
Dreyfus (1991)	Pensamento Matemático Elementar (PME) e Pensamento Matemático Avançado (PMA)	PME envolve operações básicas, enquanto PMA abrange abstração e generalização	Ajuda a diferenciar níveis de aprendizado e adaptar metodologias de ensino
Tall (1991)	Transição entre formas intuitivas e formais de raciocínio	Compressão cognitiva e reorganização de conceitos previamente assimilados	Utilização de representações simbólicas e visuais para melhorar a aprendizagem
Harel e Sowder (2005)	Convicções matemáticas na validação de argumentos matemáticos	Classificação das convicções matemáticas: algébrica, lógica e visual	Desenvolvimento do pensamento crítico e validação de argumentos matemáticos
Dubinsky e McDonald (2001)	Teoria APOS (Ação, Processo, Objeto e Esquema)	Aprendizado ocorre pela transformação de ações repetidas em processos mentais, depois objetos e, por fim, esquemas	Uso da Teoria APOS para estruturar níveis de conhecimento aprendizagem no ensino da matemática

Fonte: Elaborado pelo autor

O Quadro 8 apresenta uma síntese dos diferentes níveis de pensamento matemático, desde suas manifestações elementares até estruturas teóricas mais abstratas e formalizadas. Compreender essa progressão permite reconhecer que as ações mentais matemáticas não emergem de forma isolada, mas integram-se a um *continuum* de desenvolvimento cognitivo e epistêmico, sendo influenciadas tanto pela prática escolar quanto pelas concepções filosóficas e culturais que moldam o ensino da matemática.

4.1.1.3 Contribuições das neurociências cognitivas para a matemática

As neurociências cognitivas têm oferecido importantes contribuições para a compreensão de como o cérebro humano processa informações matemáticas, possibilitando avanços na forma como se ensina e aprende matemática. Estudos recentes que utilizam técnicas de neuroimagem, como a fMRI (ressonância magnética funcional) e a EEG (eletroencefalografia), permitiram identificar as regiões cerebrais envolvidas na resolução de problemas matemáticos, revelando os mecanismos cognitivos subjacentes ao pensamento matemático (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

Segundo Dehaene (2022), o córtex parietal desempenha um papel central no processamento numérico e na manipulação de quantidades. Essa área é ativada durante operações aritméticas e raciocínios espaciais e geométricos, evidenciando que há uma base neurobiológica consolidada para o desenvolvimento do pensamento matemático. Já o córtex pré-frontal, envolvido nas funções executivas, como planejamento e tomada de decisão, mostra-se essencial para a resolução de problemas complexos (Herculano-Houzel, 2017; Migliori, 2021).

Outro conceito-chave das neurociências cognitivas é a plasticidade cerebral, que se refere à capacidade do cérebro de reorganizar suas conexões neuronais em resposta a estímulos e experiências. Isso implica que o desenvolvimento do pensamento matemático pode ser promovido por meio da prática deliberada de ações mentais específicas, reforçando as conexões entre redes neurais relevantes (Lent, 2019; Boruchovitch e Bzuneck, 2020). Assim, a repetição e o uso intencional de estratégias cognitivas podem favorecer a internalização de conceitos matemáticos e o avanço da compreensão.

Além disso, estudos indicam que a aprendizagem matemática não depende apenas da memorização de regras e algoritmos, mas também de fatores emocionais e motivacionais. A ativação de áreas cerebrais associadas à emoção, como a amígdala, sugere que sentimentos como ansiedade e frustração podem impactar negativamente o desempenho cognitivo (Campos, 2021). Dessa forma, ambientes educacionais positivos, que promovam segurança emocional, engajamento e curiosidade, tendem a favorecer a consolidação da aprendizagem (Migliori, 2021; Dehaene, 2022).

4.1.2 O Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas

Nesse cenário apresentado, Alvarenga e Domingos (2020) propuseram um modelo teórico que busca sistematizar e classificar várias ações mentais matemáticas, proporcionando uma abordagem estruturada para sua análise e aplicação, propondo que essas ações consistem em operações mentais que permitem interpretar, transformar e conectar conceitos matemáticos, conduzindo o indivíduo ao desenvolvimento de esquemas conceituais mais complexos e abstratos. Segundo os autores, tais ações são especialmente relevantes para o ensino da matemática, pois permitem entender como os estudantes mobilizam processos mentais ao lidar com conceitos e procedimentos. O modelo enfatiza que essas ações não ocorrem de maneira isolada, mas estão integradas a outros processos cognitivos, como a memória e a atenção.

O Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), de Alvarenga e Domingos (2020) (Quadro 9), foi concebido para explicar e estruturar as estratégias cognitivas empregadas na aprendizagem da Matemática. Ele tem sido objeto de estudo, em cenário nacional, do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM), ligado à Universidade Federal de Goiás (UFG), que tem um papel fundamental na consolidação e aprofundamento do MTAMM.

As investigações empíricas e teóricas do GEEM envolvem estudos de campo, observação de salas de aula e análises de tarefas matemáticas, resultando em publicações que elucidaram as principais ações mentais envolvidas na resolução de problemas e na compreensão de conceitos matemáticos. Por meio de reuniões periódicas e pesquisas colaborativas, o grupo aprofundou a análise de como os estudantes raciocinam, discutem e justificam suas ideias matemáticas, contribuindo para a formulação de um arcabouço teórico que organiza e classifica essas ações em categorias distintas.

Dentre as 52 AMM descritas no modelo e organizadas em ordem alfabética, observa-se nelas os processos de abstração, a generalização, a argumentação e a síntese, elementos reconhecidos como cruciais para o desenvolvimento de competências matemáticas avançadas (Alvarenga e Domingos, 2020). Estudos recentes apontam que essas ações mentais não apenas podem favorecer a resolução de problemas, mas também podem promover a autonomia intelectual dos estudantes, pois envolvem a capacidade de relacionar conceitos, testar hipóteses e elaborar conclusões lógicas (Alvarenga, 2018).

A consolidação do MTAM também reflete influências de pesquisas internacionais que discutem o papel do pensamento reflexivo e crítico no contexto escolar, alinhando-se às ideias de colaboração e interação social no processo de aprendizagem (Costa, Bortoloci e Broietti, 2021). Entretanto, o diferencial do modelo proposto por Alvarenga e Domingos, em parceria com o GEEM, está na ênfase em uma prática pedagógica que incentiva o estudante a vivenciar ativamente cada uma das ações mentais. Assim, o professor passa a atuar como mediador, criando situações-problema desafiadoras e promovendo a troca de argumentos e pontos de vista entre os alunos. Essa abordagem pedagógica busca não apenas o domínio de conteúdos específicos, mas também o desenvolvimento de uma mentalidade investigativa e criativa.

Por fim, destaca-se que o MTAMM se alinha a propostas contemporâneas de ensino que valorizam a metacognição e o protagonismo do estudante na construção do conhecimento. Ao tornar visíveis os processos mentais implicados na resolução de problemas matemáticos, o modelo fornece subsídios tanto para o pesquisador quanto para o professor, permitindo que ambos reconheçam, sistematizem e potencializem formas de pensar matematicamente que muitas vezes passam despercebidas no cotidiano escolar (Alvarenga & Domingos, 2020; Alvarenga, 2023).

Quadro 9 – Modelo Teórico De Ações Mentais Matemáticas

Algebrizar (AM 1)	Analisar a direção inversa da manipulação (AM 2)	Argumentar de forma textual, sem a formalização ou a linguagem matemática (AM 3)	Classificar (AM 4)
Coletar informações/dados (AM 5)	Comparar por meio de problemas semelhantes (AM 6)	Compensar (AM 7)	Conectar experiências anteriores (*met-before*) (AM 8)
Conjecturar (AM 9)	Convencer o outro, explicar verbalmente (AM 10)	Criar a própria linguagem matemática (AM 11)	Dar contraexemplos (AM 12)
Demonstrar, provar (AM 13)	Distinguir o que são hipóteses e o que é tese (AM 14)	Elaborar casos particulares (AM 15)	Empregar propriedades dos números reais (AM 16)
Encapsular processos em objetos, descapsular objetos em processos (AM 17)	Enumerar etapas (AM 18)	Estimar, fazer aproximações (AM 19)	Evidenciar (AM 20)

Fazer "mostrações" (AM 21)	Fazer analogias entre outros conteúdos (AM 22)	Fazer operações com números reais (AM 23)	Flexibilizar contextos (AM 24)
Flexibilizar interpretações (AM 25)	Formalizar (AM 26)	Generalizar (AM 27)	Geometrizar (AM 28)
"Graficar" (AM 29)	Identificar (AM 30)	Induzir (AM 31)	Inferir (AM 32)
Interpretar (AM 33)	Investigar (AM 34)	Manipular algebricamente (AM 35)	Manipular expressões da direita para a esquerda, quando possível. Reverter (AM 36)
Manipular expressões de baixo para cima (AM 37)	Modelar (AM 38)	"Numerizar" (AM 39)	Organizar, desorganizar e reorganizar (AM 40)
Repensar, refazer e repensar, isto é, tentar, tentar e tentar... (AM 41)	Representar (AM 42)	Simplificar (AM 43)	Sintetizar (AM 44)
Tabelar (AM 45)	Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica (AM 46)	Traduzir da linguagem matemática para a língua materna (AM 47)	Transpor ideias (mudar de um contexto para o outro) (AM 48)
Transpor informações (estar coerente; conectar informações) (AM 49)	Usar linguagem matemática adequada (AM 50)	Verificar (AM 51)	Visualizar (AM 52)

Fonte: Alvarenga e Domingos (2020)

4.1.3 Caracterização de algumas ações mentais matemáticas

As ações mentais matemáticas são processos cognitivos fundamentais para a construção do conhecimento matemático. Elas possibilitam a interpretação, a manipulação e a generalização de conceitos, permitindo que os indivíduos desenvolvam um pensamento matemático estruturado e eficiente. Segundo Alvarenga e Domingos (2020), essas ações podem ser classificadas em diferentes categorias, que variam desde a tradução de expressões matemáticas para a língua materna até a formulação de demonstrações e contraexemplos.

Cada ação mental é acompanhada de uma nomenclatura descritiva e de um código alfanumérico (como AM1, AM3, AM42 etc.). Esses códigos não representam hierarquia, ordem de complexidade ou sequência didática, mas apenas servem como um identificador funcional, facilitando a organização e a consulta ao quadro completo do modelo. A ordenação numérica segue critérios alfabéticos, baseados na primeira letra da nomenclatura de cada ação, e foi concebida com fins práticos, especialmente para fins de registro, análise e categorização nas pesquisas vinculadas ao Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM/UFG).

Essas ações são descritas de forma independente, mas o modelo reconhece que elas frequentemente operam de forma articulada (Alvarenga, 2023). Em situações mais complexas, é comum a ocorrência de cadeias de ações que se encadeiam para sustentar estratégias de resolução. Peixoto e Alvarenga (202) destacam que a identificação dessas cadeias pode revelar o nível de estruturação do pensamento matemático do estudante, oferecendo pistas sobre sua compreensão conceitual e seu desenvolvimento cognitivo.

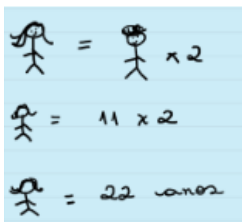
Outro aspecto relevante do modelo é que as AMM não se restringem a conteúdos específicos, podendo ser mobilizadas em diferentes domínios da matemática, como álgebra, geometria, análise de dados e funções (Alvarenga, 2020). Sua generalidade as torna ferramentas analíticas potentes para a compreensão do raciocínio matemático.

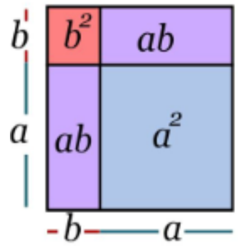
As caracterizações apresentadas por Alvarenga e Domingos (2020) servem, assim, como referência teórica e terminológica para a análise de resoluções e para a proposição de tarefas didáticas (Quadro 10). Nos estudos mais recentes (Peixoto e Alvarenga, 2024; Rocha e Alvarenga, 2022), essas definições têm sido retomadas, adaptadas e refinadas conforme o contexto da investigação, sem perder de vista a estrutura original do modelo.

A seguir, são apresentadas e caracterizadas algumas das principais ações mentais matemáticas (Quadro 10), destacadas na literatura especializada.

Quadro 10 – Caracterização e exemplos de algumas ações mentais matemáticas

AMM	Caracterização	Exemplo
Transpor informações (estar coerente; conectar informações) (AM 49)	É ultrapassar as informações pré-estabelecidas e conseguir relacionar essas informações com outras que possui algo em comum ou algo complementar ou algo que se diferencie.	Suponha que existe a seguinte informação: “uma elipse no plano cartesiano”. Transpor informação, nesse caso, seria olhar a informação a respeito da elipse e conseguir conectá-la à informação de que um círculo pode ser uma elipse se os parâmetros “a” e “b” forem iguais.

Visualizar (AM52)	É interpretar algo, criando, assim, uma imagem mental para que, então, o que se está visualizando possa se tornar real/concreto. O processo de visualização não está relacionado apenas com ver com os olhos, uma vez que pessoas que não estejam fazendo uso da visão e pessoas que não possuam a visão, por exemplo, também são capazes de visualizar. Existem vários tipos de visualização, como a visualização geométrica, a algébrica, a contextualizada e a axiomática.	“$2x + 1$” Visualizar é interpretar essa como função e conseguir visualizar uma reta.
Demonstrar, provar (AM 13)	É dizer que algo é verdadeiro ou falso por meio do uso de axiomas e das características dos objetos matemáticos juntamente com a lógica, com a linguagem matemática e com a linguagem natural. Existem alguns tipos de provas, como a prova direta, a prova por indução, a prova por contraposição, a prova por exaustão, a prova por contradição, entre outras.	“A soma de dois números ímpares é um número par.” Tipo de demonstração: Demonstração direta. Hipótese: x e y são ímpares Tese: $x + y$ é par. Por definição, temos que $x = 2n + 1$ e que $y = 2m + 1$, sendo “n” e “m” pertencente aos naturais. $x + y = (2n + 1) + (2m+1) =$ $= 2n + 2m + 2 = 2\,(\underbrace{n + m + 1}_{K}) = 2K$
Criar a própria linguagem matemática (AM 11)	Expressar-se matematicamente, mas com símbolos não convencionais.	“A idade de Maria é o dobro da idade de João. Sabendo que João tem 11 anos qual a idade de Maria?” 
Transpor ideias (mudar de um contexto para o outro) (AM 48)	Conectar e visualizar um mesmo objeto matemático em mais de um contexto dentro da matemática (algébrico para o geométrico)	Conectar produtos notáveis com cálculo de áreas de figuras planas $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

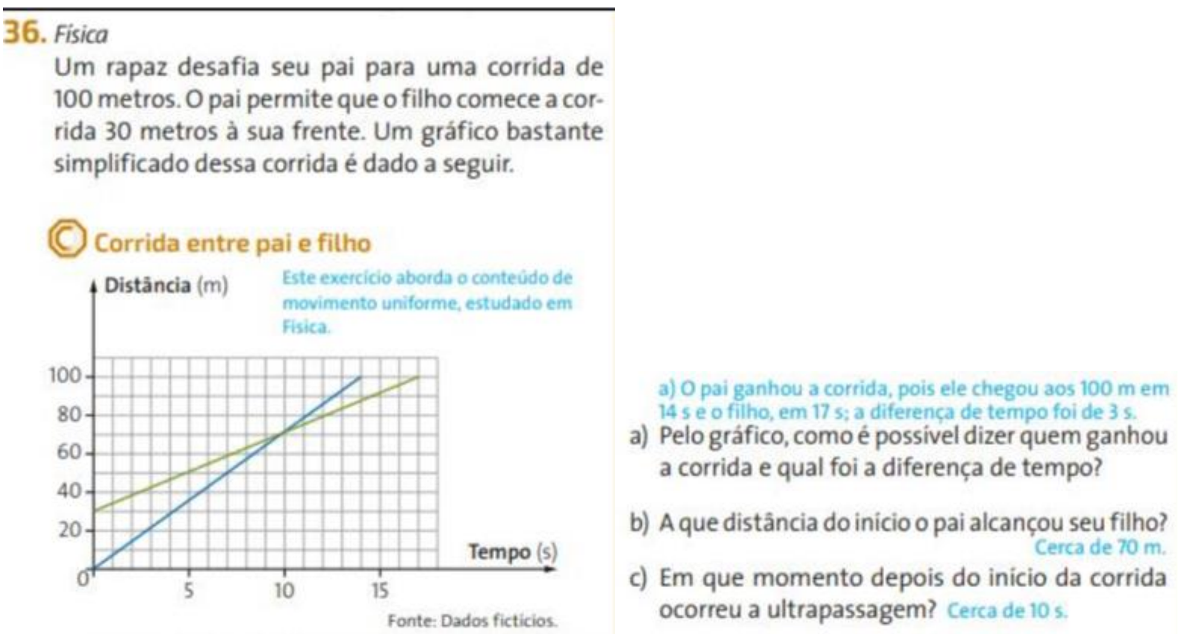
		

Fonte: Adaptado de Alvarenga e Domingos (2020)

4.1.2.2 Caracterização das AMM aplicadas às pesquisas

No que diz respeito à caracterização das ações mentais matemáticas (AMM) e à abordagem pedagógica, é possível observar, nos quadros a seguir, a descrição de algumas AMM identificadas durante a resolução de exercícios, resultado de uma análise detalhada. Ao analisar um problema matemático, espera-se que o aluno utilize ações mentais específicas. Nos Quadros 11 e 12, são apresentadas questões de livros didáticos, conforme a análise de Rocha e Alvarenga (2022), onde os autores identificam AMM que os estudantes podem empregar ao resolver essas questões, acompanhadas de uma justificativa para o uso das mesmas.

Quadro 11 – Caracterização das AMM aplicada a um problema envolvendo gráfico de função



36. *Física*
Um rapaz desafia seu pai para uma corrida de 100 metros. O pai permite que o filho comece a corrida 30 metros à sua frente. Um gráfico bastante simplificado dessa corrida é dado a seguir.

a) O pai ganhou a corrida, pois ele chegou aos 100 m em 14 s e o filho, em 17 s; a diferença de tempo foi de 3 s.

a) Pelo gráfico, como é possível dizer quem ganhou a corrida e qual foi a diferença de tempo?

b) A que distância do início o pai alcançou seu filho? Cerca de 70 m.

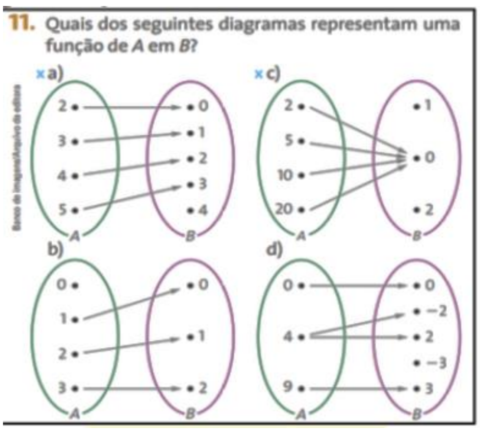
c) Em que momento depois do início da corrida ocorreu a ultrapassagem? Cerca de 10 s.

Possíveis AMM	Justificativa
Identificar	Identificar qual função representa o pai e qual representa o filho, as variáveis distância e tempo, qual é a dependente e a independente
Classificar	Classificar em duas funções (crescentes)
Fazer cálculos com números reais	Fazer cálculos com números reais porque na alternativa A é necessário calcular a diferença de tempo entre o pai e o filho ao alcançar 100 metros

Traduzir da linguagem matemática para a língua materna	Porque após as perguntas se pede que a resposta seja na língua materna, e isso acontece depois de se analisar o gráfico, apesar de utilizar também na resposta os conhecimentos de medidas de tempo e espaço
Visualizar	Visualizar o ponto de intersecção entre as duas funções, o ponto de partida deles e o ponto de chegada
Conectar experiências anteriores (*met-before*)	Porque lembrar de geometria analítica facilita bastante a resolução, além de que é possível lembrar da física quando se estuda movimento uniforme (como evidenciado pelo autor do livro). Mas, só realmente necessário conectar conhecimentos de plano cartesiano e representações gráficas de funções
Interpretar	Interpretar que são duas funções crescentes, que o ponto de comum às duas retas é onde o pai e o filho se encontraram e que após este encontro o pai ultrapassou o filho que estava em vantagem, além disso é preciso interpretar em que posição o pai e o filho começam a corrida
Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica	Porque o enunciado é dado em língua materna e logo em seguida é apresentado o gráfico que esboça a situação, mas para que se consiga entender, é necessário que se faça essa tradução, como, por exemplo, que a função que representa o filho tem como ponto inicial 30 metros que foi a vantagem que o pai deu ao filho
Usar linguagem matemática adequada	Usar linguagem matemática adequada porque é preciso utilizar as unidades de medidas corretamente, como metros e segundos
Verificar	Verificar se as respostas encontradas fazem sentido com as informações do gráfico. Por exemplo, é possível ver o ponto em comum pelo gráfico e assim verificar se a resposta da alternativa B faz sentido

Fonte: Adaptado de Rocha e Alvarenga (2022)

Quadro 12 – Caracterização das AMM aplicada a conjuntos

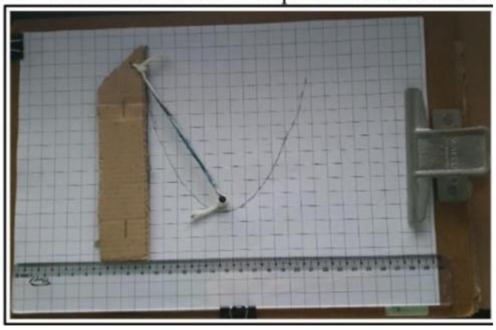


Possíveis AMM	Justificativa
Interpretar	Interpretar a definição de função em representações de figuras
Identificar	Identificar se para cada elemento do conjunto A existe apenas um único correspondente no conjunto B, por meio das setas
Classificar	Classificar no sentido de dizer se representa uma função ou não
Visualizar	Visualizar as direções das flechas, seus pontos de saída e de chegadas, e se tem algum elemento no conjunto A sem correspondência
Conectar experiências anteriores (*met-before*)	Conectar experiências anteriores em relação ao que é correspondência e à definição de conjuntos
Dar contraexemplo	Dar contraexemplo no sentido de que existem casos que são representações de funções e casos que não são
Verificar	Verificar se as condições da definição de função são todas satisfeitas

Fonte: Adaptado de Rocha e Alvarenga (2022)

Rocha e Alvarenga (2024) também investigaram as possíveis AMM que podem ser mobilizadas na construção e na manipulação de materiais concretos que podem ser usados como recurso didático para a compreensão da geometria nas aulas de matemática e, também, de física. Os autores afirmam que durante a construção dos mesmos mais AMM podem ser ativadas em relação apenas à manipulação deles (Quadro 13), embora ressaltam que nem todos podem ser construídos em sala de aula pois necessitam de ferramentas específica.

Quadro 13 – Materiais concretos e as AMM que podem ser ativadas na construção e manipulação dos mesmos

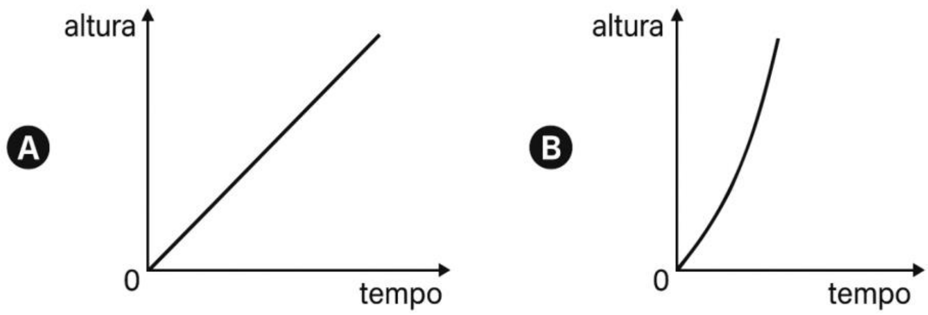
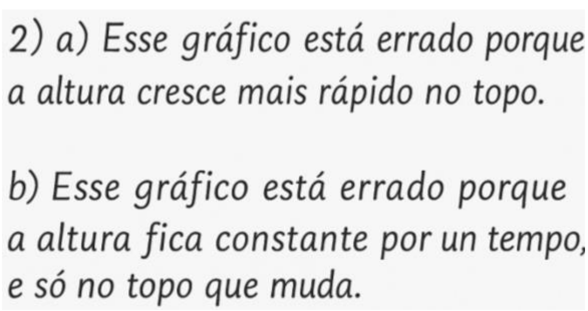
Materiais concretos	**AMM mobilizadas na construção**	**AMM mobilizadas na manipulação**
a 3 - Material concreto manipulável sobre constru  ão da parábola (MC 2) 	MC 2 AM 1, AM 4, AM 8, AM 13, AM 15, AM 17, AM 18, AM 20, AM 21, AM 22, AM 23, AM 25, AM 26, AM 27, AM 29, AM 32, AM 33, AM 34, AM 38, AM 40, AM 41, AM 49, AM 50 e AM 51.	MC 2 AM 1, AM 4, AM 15, AM 17, AM 18, AM 20, AM 21, AM 22, AM 23, AM 26, AM 27, AM 29, AM 32, AM 33, AM 34, AM 38, AM 41, AM 49, AM 50 e AM 51.
' - Material concreto manipulável sobre elipse (MC 	MC 4 AM 1, AM 4, AM 8, AM 15, AM 18, AM 20, AM 22, AM 25, AM 26, AM 27, AM 29, AM 32, AM 33, AM 38, AM 39, AM 41, AM 47, AM 49, AM 50 e AM 51.	MC 4 AM 4, AM 8, AM 15, AM 18, AM 20, AM 26, AM 27, AM 29, AM 32, AM 39, AM 41 e AM 51.

Fonte: Adaptado de Rocha e Alvarenga (2024)

As pesquisas conduzidas por Rocha e Alvarenga (2022) investigam as AMM que podem ser acionadas durante a resolução de problemas presentes em livros didáticos. Em contraste, Cabral *et al.* (2022) realiza uma análise das respostas de estudantes do ensino médio a questões de provas de matemática (Quadro 14). O objetivo dessa análise e discussão é observar e identificar as construções matemáticas realizadas pelos alunos ao resolver os problemas, com ênfase na escrita dessas soluções.

Quadro 14 – AMM mobilizadas na resolução de problema no Ensino médio

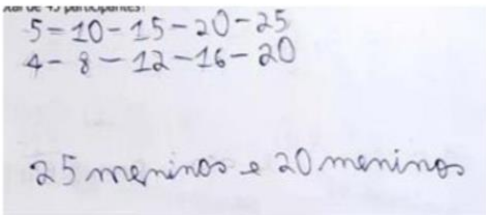
<table>
<tr><th colspan="2">Questão</th></tr>
<tr><td colspan="2">O consumo de espumante no Brasil tem aumentado nos últimos ano. Uma das etapas do seu processo de produção consiste no envasamento da bebida em garrafas semelhantes às da imagem. Nesse processo, a vazão do líquido do interior da garrafa é constante e cessa quando atinge o nível de envasamento.
Abaixo temos dois esboços gráficos representando a variação do líquido em função do tempo. Os dois esboços estão errados. Justifique porque cada um está errado.



</td></tr>
<tr><th>Resoluções de dois estudantes participantes da pesquisa</th><th>AMM mobilizadas e análise feita pelos autores da pesquisa</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Resposta do estudante A

2) a) Esse gráfico está errado porque a altura cresce mais rápido no topo.
b) Esse gráfico está errado porque a altura fica constante por un tempo, e só no topo que muda.</td><td>Visualizar – conseguir perceber nos gráficos a relação entre a altura e o tempo</td></tr>
<tr><td>Interpretar – compreendeu a pergunta da questão e conseguiu relacionar a altura do líquido e o tempo</td></tr>
<tr><td>Conectar informações – relacionou a imagem da garrafa com os gráficos</td></tr>
<tr><td>Argumentar de forma textual – não trouxe elementos matemáticos, faz sua explicação por extenso em língua materna</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Cabral *et al.* (2022)

Alvarenga *et al.* (2022) ao investigarem as resoluções de provas de Matemática do 1º ano do Ensino Médio, no retorno das aulas presenciais após a pandemia , identificaram as AMM que poderiam ser mobilizadas pelos enunciados das questões e as que, de fato, foram ativadas durante a resolução (Quadros 15). De acordo com os autores, o foco do estudo não era compreender o processo de ensino dos participantes nem examinar os erros e acertos, mas, sim, analisar as construções mentais, ou seja, as AMM mobilizadas pelos participantes em suas resoluções e que esse desenvolvimento fosse mais consciente, reflexivas e raciocinadas.

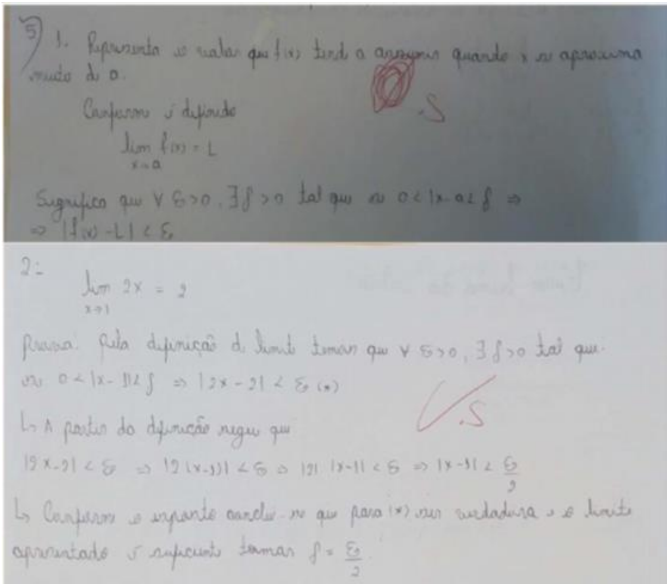
Quadro15 – AMM que se esperam mobilizar e as mobilizadas na resolução de problema no Ensino médio

Questão	**AMM esperadas**
Para equilibrar o número de meninos e meninas que vão participar de uma competição, devem ser convocados grupos de cinco meninas e quatro meninos. Quantas meninas e quantos meninos deverão ser convocados para se obter um total de 45 participantes?	Interpretar – para compreender e analisar os dados que se têm e o que se pede;
	Uso de linguagem matemática adequada – mesmo que a linguagem seja exclusivamente numérica;
	Identificar – qual o plano deve ser usado, reconhecer as variáveis que estão em jogo e as relações entre elas;
	Classificar – para resolver é preciso separar a quantidade de meninos e de meninas
	Conectar com experiências anteriores – para utilizar o método que já foi estudado em sala de aula ou em outra ocasião
Resolução de um estudante da pesquisa	**AMM mobilizadas e análise feita pela autora da pesquisa**
	Classificar – separou os alunos de acordo com suas características para resolver a questão;
	Interpretar – interpretou certo a questão somando de “5 em 5” e de “4 em 4” até chegar ao resultado que somado equivale a 45 participantes;
	Traduzir da língua matemática para a língua materna – fez isso ao escrever “25 meninas e 20 meninos” na resposta;
	Numerar – conseguir enxergar repetições, utilizou cálculos numéricos e realizou comparações;
	Utilizar a linguagem matemática correta – o estudante utilizou um traço, para separar os números adicionados de 5 ou de 4

Fonte: Adaptado de Alvarenga *et al.*(2022)

Quadro 16 – AMM que se esperam mobilizar e mobilizadas na resolução de problema no Ensino Superior

Questão	**AMM esperadas**
	Interpretar
	Geometrizar

<table>
<tr><td rowspan="8">Questão 5. Sejam $f: \Re \to \Re$ e $a, L \in \Re$
1. O que o símbolo $\lim_{x \to a} f(x) = L$, representa para você?
2. Usando sua resposta ao item 1, mostre que $\lim_{x \to 1} 2x = 2$</td><td>Graficar</td></tr>
<tr><td>Interpretar</td></tr>
<tr><td>Algebrizar</td></tr>
<tr><td>Numerizar</td></tr>
<tr><td>Conectar experiências anteriores</td></tr>
<tr><td>Formalizar</td></tr>
<tr><td>Demonstrar/provar</td></tr>
<tr><td>Criar sua própria linguagem matemática</td></tr>
<tr><td>Resolução de um estudante da pesquisa</td><td>AMM mobilizadas e análise feita pela autora da pesquisa</td></tr>
<tr><td rowspan="6">
5) 1. Representa o valor que f(x) tende a assumir quando x se aproxima muito de a.
Conforme é definido
$\lim_{x \to a} f(x) = L$
Significa que $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que se $0 < |x-a| < \delta \Rightarrow$
$\Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$
2: $\lim_{x \to 1} 2x = 2$
Prova: Pela definição de limite temos que $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que:
se $0 < |x-1| < \delta \Rightarrow |2x-2| < \varepsilon$ (*)
↳ A partir da definição segue que
$|2x-2| < \varepsilon \Rightarrow |2(x-1)| < \varepsilon \Rightarrow |2|\,|x-1| < \varepsilon \Rightarrow |x-1| < \frac{\varepsilon}{2}$
↳ Conforme o exposto conclui-se que para (*) ser verdadeira e o limite apresentado é suficiente tomar $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$</td><td>Classificar – identifica o símbolo e escreve o seu significado a partir da definição</td></tr>
<tr><td>Formalizar</td></tr>
<tr><td>Usar a linguagem matemática adequada</td></tr>
<tr><td>Demonstrar/provar</td></tr>
<tr><td>Interpretar – ao mostrar que lim 2x = 2, também usando a definição, aplicando o conceito definido para chegar ao resultado</td></tr>
<tr><td>Transpor ideias – quando utiliza resposta do primeiro item para responder o segundo da questão, conecta a resposta 5-2 a 5-1, em que ele consegue aplicar sua ideia de limite de uma função para o caso particular</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Peixoto e Alvarenga (2023)

Estudos empíricos recentes reforçam a relevância pedagógica do MTAMM. Damasceno e Alvarenga (2023), por exemplo, analisaram a resolução de questões de Cálculo Diferencial e Integral por estudantes universitários e constataram uma correlação fortemente positiva entre a quantidade de ações mentais matemáticas mobilizadas e o desempenho obtido nas questões. Essa evidência sustenta a hipótese de que quanto mais diversificadas forem as AMM acionadas, maior tende a ser a compreensão e o sucesso na resolução de problemas.

No contexto do Ensino Superior, Peixoto e Alvarenga (2024) analisaram respostas de estudantes de Cálculo I a uma questão sobre limite de função, com o objetivo de identificar quais AMM eram ativadas e de que forma se articulavam na resolução. Os dados revelaram que os estudantes que obtiveram maior sucesso na atividade foram aqueles que conseguiram articular essas ações de modo coeso e justificado, demonstrando não apenas domínio técnico, mas também elaboração conceitual e capacidade argumentativa. A análise reforça a importância da interação entre diferentes AMM e da mediação docente no processo de consolidação de estruturas cognitivas mais avançadas. Nesse sentido, os autores destacam que o desenvolvimento do pensamento matemático depende não apenas da quantidade de ações mobilizadas, mas da qualidade das conexões estabelecidas entre elas ao longo da resolução.

Já Damasceno e Alvarenga (2023) realizaram um estudo com 60 estudantes de uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, investigando a correlação entre o número de AMM mobilizadas nas resoluções e o desempenho obtido nas avaliações. Os resultados evidenciaram uma correlação positiva entre essas variáveis, demonstrando que os alunos que mobilizaram um maior número de ações, apresentaram melhores desempenhos. A pesquisa também revelou que essas ações frequentemente se combinavam em cadeias operacionais, indicando uma organização estratégica do pensamento matemático.

Contudo, os autores também observaram que alguns estudantes, embora tivessem algumas AMM mobilizadas, não obtiveram bom desempenho. Esse dado sugere que apenas a quantidade de ações mobilizadas não é suficiente para garantir a resolução correta das tarefas, sendo igualmente relevante o grau de elaboração do raciocínio, a pertinência das ações escolhidas e a regulação metacognitiva do processo.

Ambas as investigações contribuem para validar o MTAMM como ferramenta analítica sensível às operações mentais envolvidas na resolução de tarefas matemáticas. Além disso, reforçam a importância de propostas pedagógicas que favoreçam a explicitação, o desenvolvimento e a articulação consciente das AMM, em diferentes níveis de ensino. Os dados de Damasceno e Alvarenga (2023) e Peixoto e Alvarenga (2024) encontram ressonância com os resultados da presente dissertação, à medida que apontam para uma relação direta entre a diversidade de ações mentais mobilizadas e o avanço no desempenho e na qualidade do raciocínio dos estudantes.

4.1.3 Ações mentais matemáticas e aprendizagem

A aprendizagem matemática não se resume à memorização de regras e algoritmos, mas envolve a mobilização de diferentes ações mentais que possibilitam a compreensão e a aplicação dos conceitos em diversos contextos. Nessa perspectiva, o papel do professor é fundamental: cabe a ele propor estratégias que estimulem essas ações de forma sistemática e intencional, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático estruturado.

4.2 MEMÓRIA

4.2.1 Tipos de memória e suas funções cognitivas

A memória, enquanto função cognitiva essencial, constitui a base para a aquisição, consolidação e recuperação de conhecimentos (Izquierdo, 2018). No campo da aprendizagem matemática, diferentes tipos de memória – sensorial, de trabalho e de longo prazo – interagem de maneira articulada, permitindo desde o armazenamento de conceitos até a execução de procedimentos algébricos complexos (Bear, Connors e Paradiso, 2017). A compreensão dessas modalidades e de suas respectivas funções é fundamental para a análise dos processos mentais envolvidos na resolução de problemas matemáticos, como as inequações do primeiro e do segundo graus (Dehaene, 2022).

A memória de trabalho destaca-se como um dos componentes centrais no processamento cognitivo de informações matemáticas. Trata-se de um sistema de capacidade limitada, responsável por manter temporariamente informações ativas enquanto se realiza uma tarefa mental, como resolver uma equação ou comparar grandezas algébricas. Segundo Baddeley e Hitch (2017), esse tipo de memória permite a manipulação simultânea de dados e é mediado por subsistemas especializados, como a alça fonológica e o bloco visuoespacial. No contexto da matemática, a memória de trabalho é constantemente exigida para o encadeamento lógico de passos, a retenção momentânea de resultados parciais e a tomada de decisões durante a resolução de problemas (Lent, 2019).

Complementar à memória de trabalho está a memória de longo prazo, um sistema de armazenamento relativamente permanente, que abriga os conhecimentos adquiridos ao longo da vida. Essa modalidade subdivide-se em dois grandes grupos: a memória explícita (ou declarativa), que inclui as memórias episódica e semântica, e a memória implícita, na qual se insere a memória procedimental (Izquierdo, 2018).

A memória semântica, em particular, é aquela que armazena conceitos, significados, fatos e regras, desvinculados de um contexto específico de vivência (Figura 41). É nela que se localizam os conhecimentos matemáticos gerais, como o conceito de desigualdade, a definição de polinômios, ou as propriedades das operações aritméticas. Conforme Herculano-Houzel (2017), essa memória é consolidada por meio de múltiplas ativações neuronais que envolvem áreas do lobo temporal medial e do córtex pré-frontal, sendo crucial para o entendimento conceitual e para a organização lógica do raciocínio matemático.

Figura 41 – Representação visual da memória semântica na evocação de conhecimentos matemáticos

Fonte: Elaborado pelo autor

Já a memória procedimental refere-se à habilidade de executar tarefas automatizadas, geralmente adquiridas por repetição e prática. No domínio da álgebra, ela se manifesta, por exemplo, na aplicação mecânica das regras de sinal, na resolução de expressões algébricas ou na manipulação simbólica de inequações. Essa forma de memória é menos consciente e está associada a estruturas subcorticais como os gânglios da base e o cerebelo (Izquierdo, 2018; Purves *et al*, 2018). A prática constante leva à internalização dos procedimentos, liberando a memória de trabalho para tarefas mais complexas de análise e decisão (Lent, 2019).

A interdependência entre os diferentes tipos de memória revela-se especialmente relevante na resolução de inequações, pois exige do estudante tanto a evocação de conteúdos conceituais (memória semântica), quanto a aplicação de algoritmos já automatizados (memória procedimental), sustentados pela capacidade momentânea de manipulação e organização das informações (memória de trabalho). O fortalecimento dessas memórias, por meio de metodologias que estimulem a compreensão e a prática intencional, favorece o desenvolvimento da fluência matemática e da autonomia cognitiva dos alunos.

4.2.2 Regiões cerebrais associadas à memória na aprendizagem matemática

A memória de trabalho é amplamente reconhecida como uma das funções cognitivas mais diretamente envolvidas na resolução de problemas matemáticos. Sua principal característica reside na capacidade de manter e manipular informações temporariamente durante a realização de tarefas cognitivas complexas, como a resolução de uma inequação ou a comparação entre expressões algébricas (Baddeley e Hitch, 2017; Lent, 2019). Ela atua como um espaço mental de uso imediato, permitindo a integração entre novos dados e conhecimentos previamente armazenados.

Segundo Dehaene (2014), a memória de trabalho constitui um dos pilares do chamado “sentido numérico”, pois sustenta operações mentais em tempo real, como a contagem, o cálculo e a verificação de hipóteses. No caso específico da matemática algébrica, essa memória permite, por exemplo, que o indivíduo acompanhe uma cadeia lógica de transformações, mantenha resultados parciais durante as etapas de resolução, e avalie alternativas de procedimentos. Trata-se, portanto, de um recurso cognitivo essencial à fluência operacional e ao raciocínio matemático eficiente.

Neurocientificamente, a memória de trabalho envolve principalmente o córtex pré-frontal dorsolateral, o córtex parietal posterior e, em tarefas verbais ou simbólicas, áreas do hemisfério esquerdo relacionadas à linguagem e à codificação simbólica (Purves *et al*, 2018). A sua eficácia depende da capacidade atencional do indivíduo, já que essa memória é particularmente sensível a interferências externas e sobrecarga cognitiva (Silverthorn, 2016). Em situações de distração, estresse ou excesso de informações, a memória de trabalho pode se tornar ineficiente, comprometendo a continuidade lógica do raciocínio (Silverthorn, 2016).

Compreender o funcionamento da memória de trabalho pode auxiliar na elaboração de estratégias pedagógicas que respeitem os limites cognitivos dos alunos. Atividades fragmentadas, que sobrecarregam o sistema de memória de trabalho sem permitir pausas reflexivas ou conexões com conhecimentos anteriores, tendem a ser menos eficazes para a aprendizagem. Por outro lado, a utilização de recursos visuais (Figura 42), esquemas gráficos e etapas bem organizadas pode contribuir para uma melhor gestão das informações e, consequentemente, para o desenvolvimento da autonomia na resolução de problemas (Migliori, 2021).

Estudos em educação matemática demonstram que alunos com maior capacidade de memória de trabalho apresentam desempenho superior em tarefas que envolvem múltiplas etapas, como as inequações do segundo grau com produtos e quocientes. Isso se deve ao fato de que tais atividades exigem não apenas o domínio de procedimentos, mas também a constante monitorização e revisão dos próprios passos ao longo do processo (Alvarenga, 2020).

Figura 42 – Alguns recursos visuais na aprendizagem matemática

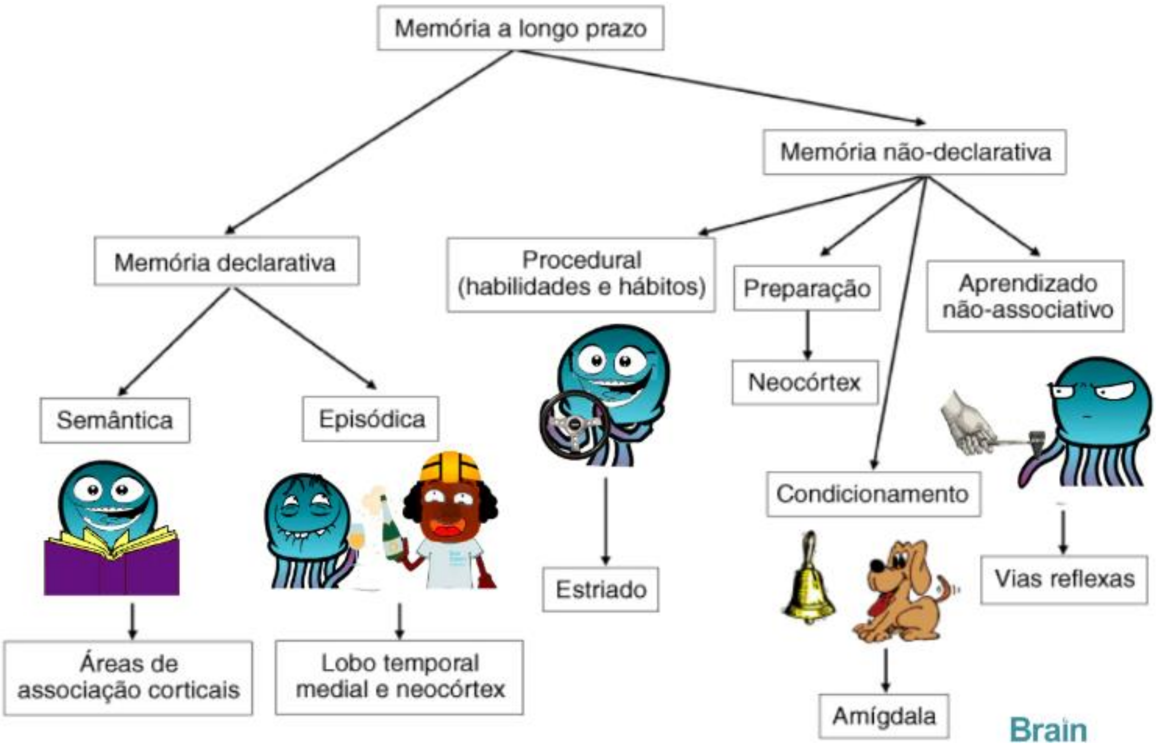
Fonte: YouCubed

No caso da memória de longo prazo (Figura 43), destacam-se estruturas como o hipocampo e áreas adjacentes do lobo temporal medial, responsáveis pela consolidação de informações e pela sua posterior evocação. O hipocampo atua principalmente na codificação de novas memórias declarativas, incluindo os conteúdos semânticos da matemática, como definições, teoremas e propriedades algébricas (Migliori, 2021). Durante a aprendizagem, essas informações são transferidas para o córtex temporal e o córtex associativo, onde passam a ser armazenadas de maneira mais estável, permitindo a construção de redes conceituais que favorecem a aprendizagem significativa (Lent, 2019).

Além do hipocampo, as memórias armazenadas em longo prazo envolvem outras regiões, como o córtex temporal lateral e áreas de associação corticais, responsáveis pela representação e recuperação de conceitos e significados abstratos (Dehaene, 2014). No caso das inequações, a memória semântica contribui para acessar definições como desigualdade, equação, sinais e propriedades operatórias, enquanto a memória episódica pode ser acionada quando o estudante reconhece que já resolveu um problema semelhante anteriormente. A evocação de episódios escolares ou de resoluções passadas, mesmo que parcialmente esquecidos, pode auxiliar na seleção de estratégias adequadas, promovendo a articulação entre experiências anteriores e a resolução atual.

A interconexão funcional entre essas regiões revela a complexidade do processo de aprendizagem matemática, que depende não apenas da presença de conteúdos memorizados, mas também da capacidade de manipular essas informações em tempo real e de aplicá-las de maneira eficiente. A ativação simultânea de diferentes sistemas de memória durante a resolução de inequações evidencia a importância de práticas pedagógicas que promovam tanto a compreensão conceitual quanto a fluência procedimental, apoiadas no conhecimento sobre o funcionamento cerebral.

Figura 43 – Estrutura da memória de longo prazo e regiões cerebrais envolvidas

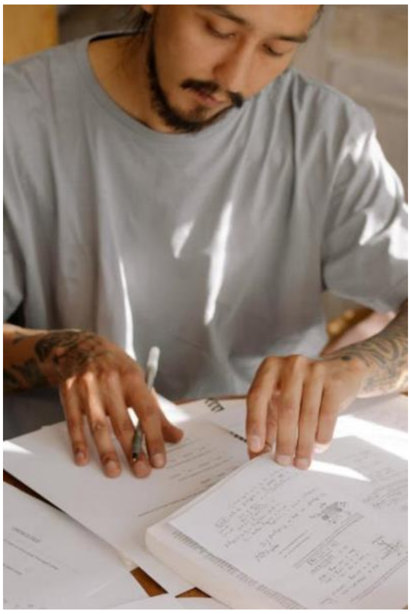


Fonte: Adaptado de BrainFacts.org

4.3 ATENÇÃO

A atenção desempenha um papel fundamental nos processos de aprendizagem, funcionando como um mecanismo regulador que permite selecionar, manter e alternar o foco sobre estímulos relevantes, ao mesmo tempo em que inibe distrações externas ou internas (Figura 44). No contexto da aprendizagem matemática, a atenção atua em conjunto com a memória e as ações mentais, formando uma engrenagem cognitiva que sustenta o raciocínio lógico e a resolução de problemas (Lent, 2019).

Figura 44 – Estudo focado e atenção dirigida à resolução de problemas matemáticos



Fonte: Pexels (2025)

4.3.1 Tipos de atenção: seletiva, sustentada e alternada

A atenção pode ser classificada em diferentes modalidades, cada uma com funções específicas no processamento cognitivo. A atenção seletiva refere-se à capacidade de concentrar-se em determinado estímulo, ignorando outros que competem pela percepção consciente. Essa habilidade é crucial em ambientes escolares, onde múltiplos estímulos coexistem e o foco em instruções específicas influencia diretamente o desempenho (Dehane, 2022).

A atenção sustentada, por sua vez, diz respeito à manutenção prolongada do foco em uma tarefa ao longo do tempo. Em matemática, esse tipo de atenção é essencial para acompanhar raciocínios complexos, manter a coerência na resolução de problemas e evitar erros decorrentes de lapsos de concentração. Já a atenção alternada permite a mudança do foco entre diferentes estímulos ou tarefas, como alternar entre leitura de enunciados e resolução de cálculos, o que é particularmente exigido na resolução de inequações que envolvem múltiplos procedimentos.

4.3.2 A atenção e seu papel na ativação das ações mentais e da memória

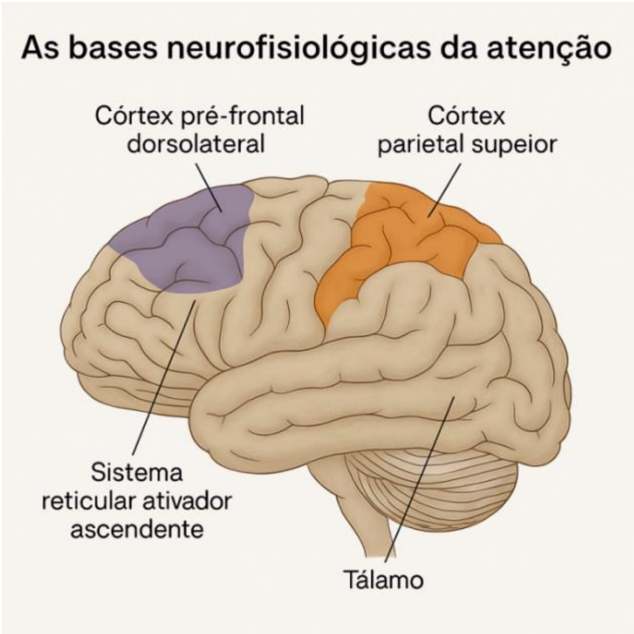
A atenção não atua isoladamente, mas em constante interação com a memória de trabalho e os esquemas conceituais da memória de longo prazo. De acordo com Dehaene

(2022), a atenção funciona como uma espécie de "porteiro neural", priorizando a entrada de informações no sistema cognitivo e modulando sua profundidade de processamento. Esse controle atencional é fundamental para a ativação eficiente das ações mentais matemáticas, uma vez que permite o encadeamento lógico e sequencial das operações cognitivas.

Além disso, a atenção contribui para a eficácia da memória de trabalho, aumentando sua resistência à interferência e permitindo que informações relevantes sejam mantidas ativas durante a execução de tarefas. Em problemas matemáticos, como as inequações do segundo grau, a atenção garante que os dados do enunciado, os procedimentos já realizados e as regras aplicáveis sejam coordenados de forma fluida e coerente (Dehaene, 2022).

4.3.3 Regiões cerebrais envolvidas nos processos atencionais

Figura 45 – As bases neurofisiológicas da atenção



Fonte: Elaboração própria

As bases neurofisiológicas da atenção (Figura 45) envolvem um circuito complexo de áreas cerebrais que inclui o córtex pré-frontal dorsolateral, o córtex parietal superior, o tálamo e o sistema reticular ativador ascendente. Essas regiões integram redes atencionais responsáveis pela seleção e manutenção do foco, bem como pela inibição de estímulos irrelevantes (Lent, 2019; Herculano-Houzel, 2017).

O córtex pré-frontal é particularmente importante por seu papel no controle executivo da atenção, coordenando a tomada de decisão e a adaptação do comportamento à tarefa. Já o córtex parietal está envolvido na orientação espacial da atenção, essencial para a leitura e interpretação de gráficos, fórmulas e estruturas algébricas. A ativação sincronizada dessas regiões é um indicativo de processamento atencional eficiente durante a resolução de tarefas cognitivas, como as inequações matemáticas.

Nesse sentido, o desenvolvimento da atenção no ambiente educacional não deve ser visto apenas como uma questão de disciplina ou comportamento, mas como um componente neurocognitivo essencial para o desempenho acadêmico. Práticas pedagógicas que considerem o tempo de concentração dos alunos, a clareza das instruções e a organização das atividades podem favorecer o engajamento atencional e, por consequência, a aprendizagem matemática.

4.4 A INTEGRAÇÃO ENTRE AÇÕES MENTAIS, MEMÓRIA E ATENÇÃO NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

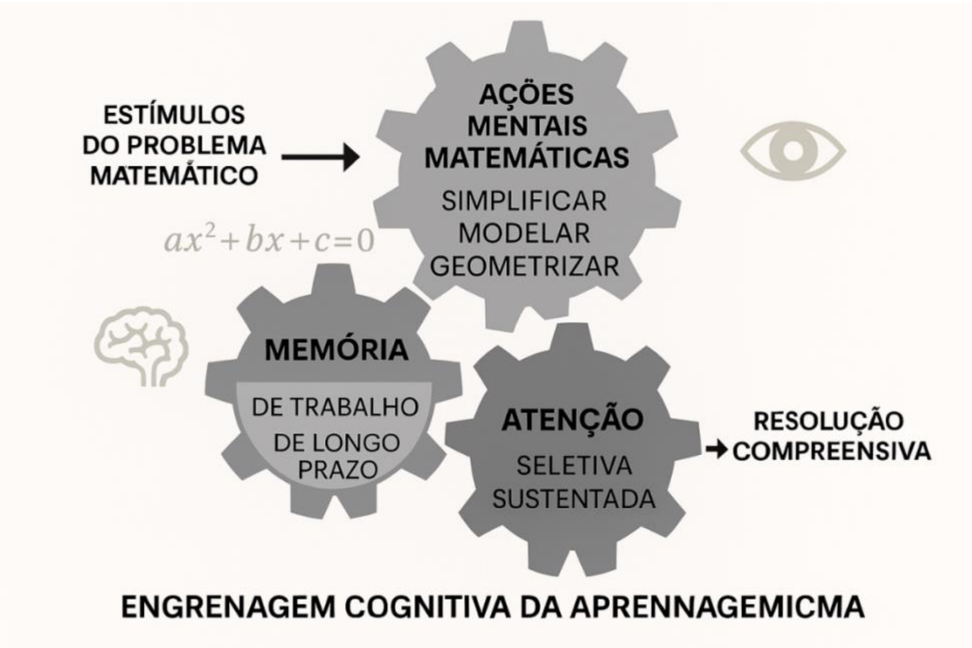
A aprendizagem matemática, especialmente em níveis mais abstratos como o tratamento algébrico de inequações, demanda um funcionamento cognitivo integrado. As ações mentais matemáticas, a memória e a atenção não atuam isoladamente, mas formam uma rede dinâmica que, metaforicamente, pode ser compreendida como uma engrenagem cognitiva. Cada componente dessa engrenagem exerce uma função específica, mas seu pleno funcionamento depende da articulação harmônica entre todos os elementos (Lent, 2019; Migliori, 2021).

As ações mentais matemáticas, conforme o MTAMM, constituem os mecanismos de construção e transformação do pensamento lógico-matemático, como seriar, comparar, classificar e conservar (Alvarenga e Domingos, 2020). Essas ações operam como estruturas cognitivas fundamentais que organizam o raciocínio e a resolução de problemas. Entretanto, para que sejam acionadas adequadamente, é necessário que o indivíduo mobilize conteúdos conceituais armazenados na memória semântica e procedimentos internalizados na memória procedimental, além de sustentar cognitivamente os passos do raciocínio com o suporte da memória de trabalho (Izquierdo, 2016).

A ativação dessas memórias, por sua vez, depende do controle atencional. A atenção, ao filtrar os estímulos e priorizar a informação relevante, é o sistema que regula a entrada e manutenção de dados no sistema cognitivo. Ela funciona como um gatilho que inicia a ativação de representações mentais e ações cognitivas, criando condições para que a memória de trabalho processe as informações e recorra às memórias de longo prazo quando necessário (Herculano-Houzel, 2017).

Desse modo, ao resolver uma inequação do segundo grau, por exemplo, o estudante precisa manter a atenção focada nos elementos relevantes do enunciado (atenção seletiva), sustentar as etapas lógicas da resolução (atenção sustentada), recorrer a conhecimentos previamente armazenados (memória semântica), aplicar algoritmos já internalizados (memória procedimental) e organizar os passos operatórios com apoio da memória de trabalho. Simultaneamente, ele mobiliza ações mentais como comparação, ordenação e reversibilidade para interpretar e manipular as expressões algébricas.

Figura 46 – Representação da engrenagem cognitiva da aprendizagem matemática, evidenciando a interação entre ações mentais matemáticas, memória e atenção



Fonte: Elaboração própria

A metáfora da engrenagem cognitiva permite visualizar como esses processos interagem de forma sincronizada (Figura 46). Se uma dessas engrenagens falha – por exemplo, se a atenção se dispersa ou a memória de trabalho se sobrecarrega – todo o sistema cognitivo pode ser comprometido, afetando diretamente o desempenho na tarefa. Por outro lado, práticas pedagógicas que promovam a estimulação coordenada dessas funções cognitivas podem favorecer a real aprendizagem, a internalização de conceitos e o desenvolvimento da autonomia intelectual (Dehaene, 2022; Lent, 2019).

Portanto, compreender a aprendizagem matemática como resultado de uma articulação entre ações mentais, memória e atenção contribui para a construção de propostas educativas mais efetivas, alinhadas às evidências das neurociências cognitivas. Essa perspectiva reforça a necessidade de um ensino que vá além da repetição mecânica e que valorize os processos mentais implicados na construção do conhecimento.

4.5 ENCERRAMENTO DO CAPÍTULO

Dessa forma, as ações mentais matemáticas, a memória e a atenção constituem engrenagens interdependentes que sustentam o avanço do pensamento matemático. Essa articulação teórica encontra respaldo em evidências empíricas recentes, como o estudo de Peixoto e Alvarenga (2024), que analisaram a mobilização de AMM por estudantes de Cálculo I ao lidarem com o conceito de limite, demonstrando que o progresso conceitual exige a ativação coordenada de diversas ações mentais. Do mesmo modo, Chagas (2024) aponta a importância das funções cognitivas – especialmente a memória e a atenção – no enfrentamento das dificuldades de aprendizagem matemática. Ambas as pesquisas reforçam a legitimidade do modelo teórico adotado nesta dissertação e sustentam a tese de que a compreensão aprofundada dos processos mentais pode subsidiar práticas pedagógicas mais eficientes e neurocompatíveis.

As ações mentais matemáticas aqui descritas não se manifestam isoladamente, mas articuladas a sistemas neurocognitivos específicos. A ativação da memória de longo prazo para evocar procedimentos e conceitos matemáticos envolve o hipocampo e regiões do córtex temporal medial (Izquierdo, 2018; Lent, 2023). A memória de trabalho e o controle lógico das operações simbólicas são mediados pelo córtex pré-frontal dorsolateral, região também responsável pela atenção executiva e pela verificação de etapas (Dehaene, 2012). Já o giro angular atua na integração entre linguagem e simbolização matemática, sendo essencial para a tradução de enunciados verbais para estruturas algébricas (Herculano-Houzel, 2017). Essa cartografia neural será retomada no capítulo seguinte, ao analisar os exercícios que requerem múltiplas articulações cognitivas.

As discussões teóricas desenvolvidas neste capítulo constituem a base conceitual para as análises desenvolvidas no capítulo seguinte. Ao compreender como as AMM se articulam com processos de memória de longo prazo, memória de trabalho e mecanismos atencionais, torna-se possível interpretar, de forma mais fundamentada, os caminhos mentais ativados durante a resolução de inequações. A análise das resoluções, apresentada no Capítulo 5, baseia-se nessa estrutura, relacionando aspectos simbólicos, procedimentais e cognitivos a partir de diferentes versões dos enunciados propostos.

CAPÍTULO 5

MAPEANDO O PENSAMENTO MATEMÁTICO: RESUTADOS E ANÁLISES COGNITIVAS

Dando continuidade ao percurso teórico desenvolvido até aqui, este capítulo tem como objetivo apresentar as análises realizadas a partir das resoluções de exercícios de inequações do primeiro e do segundo graus. Para isso, retomam-se os fundamentos discutidos no capítulo anterior, a fim de contextualizar as categorias analíticas que orientarão a leitura dos dados.

5.1 FUNDAMENTOS NEUROCOGNITIVOS MOBILIZADOS NAS ANÁLISES

A análise dos exercícios apresentados neste capítulo fundamenta-se em três engrenagens neurocognitivos previamente discutidos: as ações mentais matemáticas (AMM), a memória e a atenção. Esses elementos, segundo a literatura revisada, atuariam de forma integrada na resolução de problemas matemáticos e serão retomados brevemente a seguir, com o objetivo de contextualizar os procedimentos analíticos adotados.

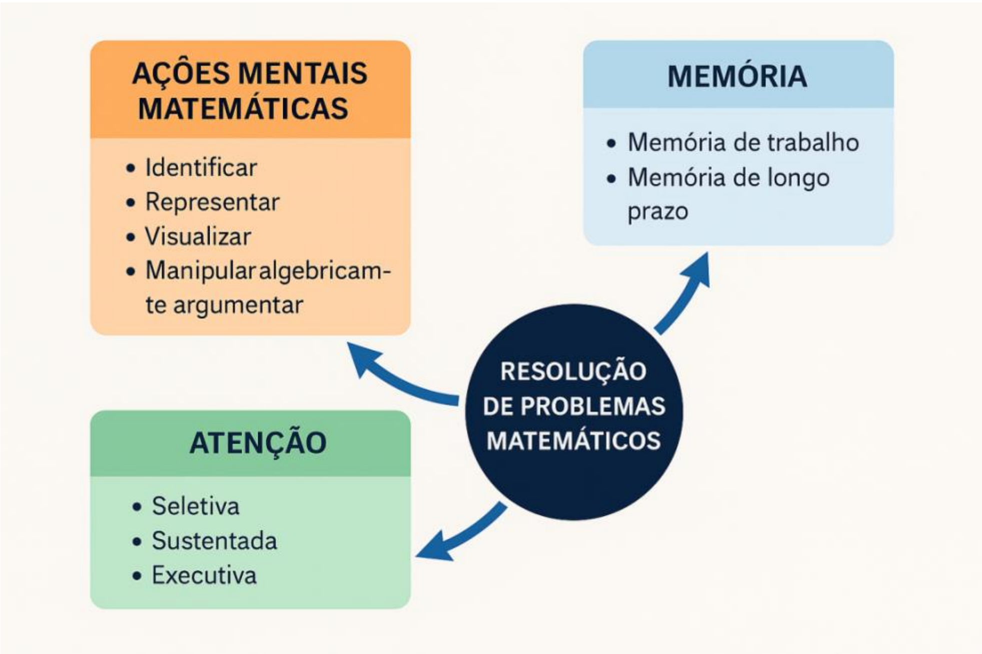
As ações mentais matemáticas, segundo Alvarenga e Domingos (2020), referem-se a operações cognitivas específicas que podem ser mobilizadas na resolução de tarefas matemáticas, como identificar, representar, visualizar, manipular algebricamente e argumentar. No Capítulo 4, destacamos que o acionamento simultâneo de diversas AMM está relacionado ao avanço do pensamento matemático (PMA), permitindo que o estudante transite entre níveis mais operacionais e estruturais de raciocínio (Peixoto e Alvarenga, 2024).

A memória, por sua vez, atua em dois níveis distintos, porém complementares: a memória de trabalho, que sustenta temporariamente informações durante a manipulação de dados e procedimentos; e a memória de longo prazo, que fornece os conhecimentos previamente adquiridos, como propriedades algébricas, regras de sinais e formas de representação de conjuntos. Conforme discutido por Izquierdo (2018) e Lent (2019), a aprendizagem matemática se fortalece quando o estudante é capaz de evocar de forma eficiente os conteúdos necessários, integrando-os a novas demandas cognitivas.

A atenção, por fim, desempenha papel regulador e seletivo ao longo da resolução. Os tipos de atenção mais frequentemente ativados em contextos matemáticos são a atenção seletiva (para identificar dados relevantes), a sustentada (para manter o foco ao longo do raciocínio), e a executiva (para controlar interferências e tomar decisões corretas, como a inversão de desigualdade ao multiplicar por número negativo). Essa função, de acordo com estudos de Dehaene (2022) e Herculano-Houzel (2017), está associada à atuação de regiões como o córtex pré-frontal dorsolateral e o córtex cingulado anterior.

Com base nesses três eixos, as análises realizadas neste capítulo buscam mapear as engrenagens cognitivas que sustentam ou dificultam a resolução de inequações, revelando os processos mentais que operam por trás de cada decisão matemática tomada pelo estudante.

Figura 47 – Bases das engrenagens cognitivas analisadas nas resoluções de inequações



Fonte: Elaborado pelo autor

5.2 ESTRUTURA DAS ANÁLISES DE CADA RESOLUÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

Para alcançar o objetivo do capítulo, utilizou-se o Modelo Teórico das Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), desenvolvido por Alvarenga e Domingos (2020), em articulação com outros conhecimentos das neurociências cognitivas. Afim de compreender melhor quais habilidades mentais são ativadas na resolução dos problemas, quais conhecimentos precisam ser lembrados da memória de longo prazo e onde o aluno precisa concentrar sua atenção para evitar erros comuns. Para isso, foram selecionadas resoluções de exercícios de inequações do primeiro e do segundo graus – incluindo inequações-produto e inequações-quociente – retiradas dos livros didáticos de Paiva (2015) e Iezzi *et al.* (2016), como detalhado no Capítulo 2.

A resolução de cada exercício foi sistematicamente organizada e examinada com o objetivo de responder a três perguntas principais:(a) Quais ações mentais matemáticas são mobilizadas ao longo do processo de resolução?(b) Que conteúdos precisam ser evocados da memória de longo prazo para possibilitar a execução bem-sucedida das inequações?(c) Quais os pontos principais de atenção para evitar erros comuns durante a resolução dos problemas?

Para responder a essas questões, cada exercício foi analisado em duas versões: a versão original do enunciado, conforme proposta no livro didático, e uma nova versão, reformulada, com o objetivo de mobilizar mais e diferentes AMM.

A estrutura do quadro de cada análise segue os seguintes passos: (I) Identificação do exercício; (II) resolução segundo o livro; (III) análise das AMM envolvidas; (IV) conteúdos evocados da memória de longo prazo; (V) focos de atenção; (VI) reformulação do enunciado; (VII) nova resolução; e (VIII) nova análise. Ela dialoga com a análise neuromatemática dos exercícios descrita no Capítulo 2.

Estas informações estão organizadas em quadros descritivos, que permitem visualizar as diferenças cognitivas entre a proposta original e a reformulada. Essa abordagem visa revelar os processos mentais mobilizados e propor caminhos para o fortalecimento do pensamento matemático por meio de práticas pedagógicas mais alinhadas às neurociências cognitivas. Essa abordagem permite revelar os processos mentais que operam por trás de cada decisão matemática tomada pelo estudante.

A seguir, são apresentadas as análises organizadas por tipo de inequação, começando pelas inequações do primeiro grau.

5.3 ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DE INEQUAÇÕES DO 1º GRAU

As inequações do primeiro grau constituem um dos conteúdos introdutórios mais relevantes no estudo da álgebra escolar, por envolverem conceitos fundamentais como operações com desigualdades, manipulação de expressões algébricas e construção de conjuntos-solução no conjunto dos números reais ou em subconjuntos específicos. Sua resolução exige a mobilização de ações mentais que envolvem raciocínio sequencial, comparação de expressões, transposição de termos e interpretação de resultados simbólicos. No livro didático de Paiva (2015), a resolução dessas inequações é apresentada exclusivamente por meio de procedimentos algébricos diretos, com foco na manipulação simbólica. Já na obra de Iezzi *et al.* (2016), observa-se a presença de duas abordagens complementares: a resolução algébrica tradicional e a análise do sinal da função associada, o que amplia o repertório de estratégias e favorece diferentes modos de visualização e validação das soluções. Considerando esse aspecto, optou-se neste estudo por resolver as inequações do primeiro grau extraídas de Iezzi *et al.* utilizando o método da análise de sinais, uma vez que o livro de Paiva se limita à resolução exclusivamente algébrica.

5.3.1 Exercício 1: Inequação simples do 1º grau

O primeiro exercício analisado, retirado do livro de Paiva (2015), propõe a resolução de uma inequação algébrica simples do primeiro grau, cuja solução deve ser apresentada no conjunto dos números inteiros. O enunciado completo encontra-se no Quadro 17. Trata-se de uma atividade clássica do Ensino Médio, amplamente trabalhada em sala de aula, o que a torna relevante para análise das estruturas cognitivas mobilizadas na resolução de problemas básicos.

A proposta exige do estudante não apenas a manipulação algébrica da desigualdade, mas também a interpretação correta do conjunto-solução de acordo com o universo numérico estabelecido. Essa característica permite investigar, por meio do modelo de análise neuromatemática adotado, os processos mentais envolvidos em situações resolutivas fundamentais da álgebra escolar.

Nas subseções a seguir, apresentam-se a análise da versão original do enunciado, a análise da versão reformulada, bem como a comparação das regiões cerebrais ativadas em cada uma delas.

5.3.1.1 Versão original: análise neurocognitiva

A questão 8, letra “b”, p. 47, propõe a resolução de uma inequação do 1º grau com uma incógnita, considerando o conjunto dos números inteiros. O enunciado solicita que se determine o conjunto-solução da expressão:

$$4y - 5 < 2(y + 3) + 5y$$

A tarefa exige o domínio de operações algébricas elementares e a correta interpretação do resultado no universo dos inteiros. Inicialmente, o estudante precisa reconhecer a estrutura da inequação e identificar os procedimentos resolutivos, mobilizando a AM30 – Identificar, conforme o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), de Alvarenga e Domingos (2020).

Na sequência, deve aplicar a propriedade distributiva da multiplicação no segundo membro da desigualdade, desenvolvendo corretamente a expressão $2(y + 3) + 5y$. Essa etapa exige a evocação de conteúdos armazenados na memória de longo prazo, como a propriedade distributiva e a manipulação de polinômios – saberes geralmente consolidados no ciclo final do Ensino Fundamental (Izquierdo, 2018; Lent, 2023). Do ponto de vista cognitivo, segundo o MTAMM, presume-se que sejam mobilizadas as ações: AM16 – Empregar propriedades dos números reais; AM23 – Fazer operações com números reais e AM35 – Manipular algebricamente.

As fases de simplificação algébrica, com a transposição de termos e a posterior multiplicação por número negativo requerem atenção aos sinais e à mudança de sentido da desigualdade. Nesse momento, são ativadas: AM43 – Simplificar e a AM50 – Usar linguagem matemática adequada, além do aumento da exigência da atenção executiva, conforme discutido por Dehaene (2022) e Herculano-Houzel (2017). O momento da inversão da desigualdade representa um dos principais pontos da resolução, frequentemente relacionado a erros conceituais (Ramos e Curi, 2014).

No plano atencional, destacam-se três aspectos: o reconhecimento da estrutura da inequação (atenção seletiva), a aplicação sequencial das operações algébricas (atenção sustentada) e a correta inversão da desigualdade (atenção executiva). Tais processos que, segundo Dehaene (2022) e Bear, Connors e Paradiso (2017), estão associados à ativação de regiões como o córtex pré-frontal dorsolateral, responsável pelo raciocínio lógico e controle inibitório, e o córtex parietal inferior, associado à manipulação simbólica e cálculo mental.

Ao concluir a resolução, o estudante se depara coma desigualdade $y > -\frac{11}{3}$, e deve interpretá-la considerando o universo dos inteiros. Essa etapa ativa: AM33 – Interpretar e AM42 – Representar, uma vez que é necessário converter a solução algébrica em uma notação de conjunto com inteiros sucessores de -4. Além disso, o raciocínio visual é requisitado para a transição do número racional para a visualização mental na reta numérica, o que mobiliza a AM52 – Visualizar e exige a coordenação entre linguagem simbólica e representação conceitual do conjunto-solução.

Quadro 17 – Análise neuromatemática do Exercício 1: inequação do 1º grau

	ORIGINAL	NOVA VERSÃO
Id.	Livro: Matemática Paiva – Volume 1 Questão: 8 Letra: b Página: 47	Proposta pelo autor
Enunciado	8 Considerando o universo dos números inteiros, determine o conjunto solução das inequações. a) $9x - 5(3 - 2x) > 7x + 9$ $S = \{3, 4, 5, 6, ...\}$ b) $4y - 5 < 2(y + 3) + 5y$ $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$	Resolva a inequação, no universo dos números inteiros, teste valores próximos ao número encontrado e verifique quais pertencem à solução de: $4y - 5 < 2(y + 3) + 5y$
Resolução sugerida	$4y-5 < 2(y+3) + 5y$ $4y-5 < 2y+6+5y$ $4y-2y-5y < 6+5$ $-3y < 11 \quad \cdot(-1)$ $3y > -11$ $y > -\frac{11}{3}$ $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, ...\}$	$4y-5 < 2(y+3) + 5y$ $4y-5 < 2y+6+5y$ $4y-2y-5y < 6+5$ $-3y < 11 \quad \cdot(-1)$ $3y > -11$ $y > -\frac{11}{3}$ * Testando valores para a solução: • se $y = -4$ $4.(-4)-5 \overset{?}{<} 2.(-4+3)+5.(-4)$ $-16-5 \overset{?}{<} -2-20$ $-19 \overset{?}{<} -22$ FALSO • se $y = -3$ $4.(-3)-5 \overset{?}{<} 2.(-3+3)+5.(-3)$ $-12-5 \overset{?}{<} 0-15$ $-17 \overset{?}{<} -15$ VERDADEIRO $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, ...\}$
AMM	AM30 – Identificar AM16 – Empregar propriedades dos números reais AM23 – Fazer operações com números reais AM35 – Manipular algebricamente AM43 – Simplificar AM50 – Usar linguagem matemática adequada AM33 – Interpretar AM42 – Representar AM52 – Visualizar	AM30 – Identificar AM16 – Empregar propriedades dos números reais AM23 – Fazer operações com números reais AM35 – Manipular algebricamente AM43 – Simplificar AM50 – Usar linguagem matemática adequada AM33 – Interpretar AM42 – Representar AM 52 – Visualizar AM51 – Verificar

<table>
<tr><td>AMM
(Contin.)</td><td></td><td>AM15 – Elaborar casos particulares</td></tr>
<tr><td>Memória</td><td>

- Propriedade distributiva da multiplicação;
- Operações com polinômios;
- Regras de resolução de inequações;
- Regra da inversão do sinal da desigualdade;
- Representação do conjunto dos números inteiros;
- Operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Interpretação de desigualdade com valores inteiros;
- Representação de conjuntos;
- Determinação do menor inteiro sucessor de um racional.

</td><td>

- Propriedade distributiva da multiplicação;
- Operações com polinômios;
- Regras de resolução de inequações;
- Regra da inversão do sinal da desigualdade;
- Representação do conjunto dos números inteiros;
- Operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Interpretação de desigualdade com valores inteiros;
- Representação de conjuntos

</td></tr>
<tr><td>Atenção</td><td>

A

$4y-5<2(y+3)+5y$
$4y-5<2y+6+5y$ B
$4y-2y-5y<6+5$
$-3y<11 \quad \cdot(-1)$
$3y>-11$ C
$y>-\frac{11}{3}$

$S=\{-3,-2,-1,0,1,\dots\}$ D

Principais focos atencionais:

- A: Reconhecer que se trata de uma inequação, não de uma equação;
- B: Aplicar corretamente a propriedade distributiva;
- C: Reconhecer que a multiplicação por número negativo exige inversão do sinal da desigualdade;
- D: Interpretar corretamente o conjunto-solução dentro do universo dos números inteiros.

</td><td>

A

$4y-5<2(y+3)+5y$
$4y-5<2y+6+5y$ B
$4y-2y-5y<6+5$
$-3y<11 \quad \cdot(-1)$
$3y>-11$ C
$y>-\frac{11}{3}$

* Testando valores para a solução:

• se $y=-4$ D
$4.(-4)-5 \overset{?}{<} 2.(-4+3)+5.(-4)$
$-16-5 \overset{?}{<} -2-20$
$-19 \overset{?}{<} -22$ FALSO E

• se $y=-3$ D
$4.(-3)-5 \overset{?}{<} 2.(-3+3)+5.(-3)$
$-12-5 \overset{?}{<} 0-15$
$-17 \overset{?}{<} -15$ VERDADEIRO E

$S=\{-3,-2,-1,0,1,\dots\}$

Principais focos atencionais:

- A: Reconhecer que se trata de uma desigualdade e não uma equação;
- B: Aplicar corretamente a propriedade distributiva;
- C: Reconhecer que a multiplicação por número negativo exige inversão do sinal da desigualdade;
- D: Substituir valores corretamente para testagem;
- E:Comparar corretamente os dois lados da desigualdade após a substituição.

</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor

5.3.1.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

Na versão reformulada da questão 8, letra “b”, o enunciado mantém a mesma estrutura algébrica da versão original, mas modifica o comando da questão, solicitando que o estudante resolva a inequação no universo dos números inteiros, testando valores próximos ao número obtido e verificando quais pertencem ao conjunto-solução. Essa alteração tem como objetivo estimular uma postura investigativa, promovendo a construção da resposta por meio de validação empírica e inferência a partir de casos particulares e não apenas por procedimentos algorítmicos diretos.

No processo de resolução, além das ações mentais matemáticas ativadas na versão original, observa-se também o acionamento de outras ações adicionais, conforme o MTAMM. Destaca-se a AM15 – Elaborar casos particulares, já que o estudante é conduzido a escolher e substituir valores específicos no lugar da variável, verificando quais satisfazem a desigualdade. Esse tipo de ação envolve a construção de estratégias cognitivas baseadas na experimentação e na observação direta de padrões, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia intelectual.

Também se faz presente a AM51 – Verificar, uma vez que o estudante precisa analisar, para cada valor testado, se a desigualdade é satisfeita. Tudo indica que essa ação exige a coordenação entre cálculo simbólico e tomada de decisão, podendo ativar estruturas do córtex pré-frontal dorsolateral, associadas ao controle executivo, ao monitoramento e à checagem de hipóteses (Dehaene, 2012; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Além disso, o redirecionamento proposto no comando amplia a exigência da AM33 – Interpretar, pois o estudante precisa compreender que a validação de valores próximos tem por finalidade identificar o conjunto dos inteiros que satisfazem a condição expressa pela desigualdade. Essa interpretação requer o acesso a alguns conteúdos escolares armazenados na memória de longo prazo, especialmente no que diz respeito à estrutura dos conjuntos numéricos e à leitura semântica de expressões algébricas (Izquierdo, 2018; Lent, 2023).

Por fim, a formulação da resposta, a partir da testagem e da identificação dos inteiros que satisfazem a condição $y > -\frac{11}{3}$, mobiliza a AM42 – Representar, uma vez que o estudante precisa expressar o conjunto-solução utilizando notação matemática adequada e compatível com o universo definido. Essa representação tende a ativar o giro angular, região do córtex parietal associada à tradução entre representações verbais, numéricas e simbólicas, e à atribuição de sentido a expressões matemáticas (Dehaene, 2012).

Portanto, a reformulação do comando, ao estimular a testagem de valores e a construção da resposta por meio de casos particulares, promove o engajamento de ações mentais distintas daquelas observadas na versão original. Essa mudança favorece um percurso mais reflexivo e exploratório, ampliando as possibilidades de aprendizagem e aprofundando o envolvimento cognitivo dos estudantes com o conceito de inequação.

5.3.1.3 Regiões cerebrais ativadas

Conforme discutido nos capítulos anteriores, a aprendizagem matemática exige a ativação coordenada de processos cognitivos relacionados à memória de longo prazo, atenção executiva e raciocínio simbólico. Na resolução da versão original da questão 8, letra b, p. 47, observa-se uma predominância de operações algébricas sistematizadas, o que, conforme a literatura em neurociência cognitiva, podem estar associadas à ativação de regiões como o córtex pré-frontal dorsolateral, envolvido no planejamento e na execução do raciocínio lógico (Dehaene, 2012), e o córtex parietal inferior, responsável pelo processamento simbólico e manipulação de expressões numéricas (Lent, 2023).

A identificação do conjunto-solução dentro do universo dos inteiros exige, ao final da resolução, que o estudante transite do valor racional $y > -\frac{11}{3}$ para sua interpretação na reta numérica. Tudo indica que esse movimento ativa o giro angular, região associada à tradução entre representações matemáticas e à compreensão simbólica, especialmente em tarefas que requerem associação semântica entre número e linguagem (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

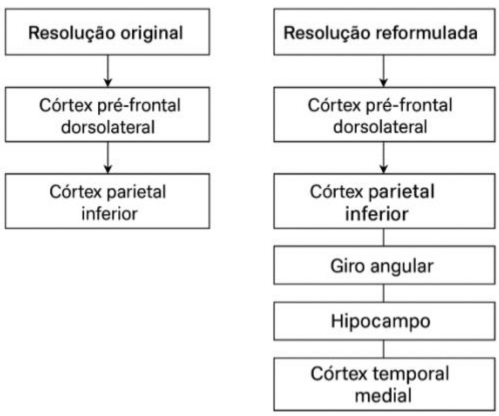
A versão reformulada, ao propor a testagem de valores inteiros próximos à solução algébrica, impulsiona significativamente o percurso cognitivo. Em vez de apenas aplicar procedimentos rotineiros, o estudante é estimulado a elaborar casos particulares, validar hipóteses e construir a solução por inferência lógica, o que representa um avanço qualitativo no pensamento matemático. Como discutido no capítulo 4, acredita-se que esse tipo de atividade ativa ações mentais de nível mais elevado, como elaborar casos particulares (AM15), verificar (AM51) e interpretar (AM33), ampliando a complexidade do raciocínio mobilizado.

Esse redirecionamento atencional e estratégico amplia também as regiões cerebrais envolvidas. Além das áreas já citadas, é possível a ativação do córtex cingulado anterior, relacionado ao monitoramento de conflito, controle de erro e atenção executiva (Dehaene, 2012), pois essa região é particularmente recrutada quando o estudante compara os resultados obtidos nos testes com os dois membros da desigualdade e precisa ajustar sua resposta com base em critérios de validade matemática.

A testagem de valores em atividades algébricas, como a verificação de soluções em inequações, pode envolver o acionamento do hipocampo, estrutura envolvida na evocação de conhecimentos previamente armazenados na memória de longo prazo, incluindo propriedades das desigualdades, interpretação da reta numérica e conceitos sobre o conjunto dos inteiros (Izquierdo, 2018; Lent, 2023). Simultaneamente, o córtex temporal medial pode ser ativado quando o estudante articula os resultados obtidos com a representação final do conjunto-solução, promovendo a integração semântica entre linguagem natural, representação simbólica e conceitos numéricos (Purves *et al.*, 2014).

Comparativamente, a versão reformulada expande as demandas cognitivas e neurológicas, ao propor ao estudante um papel mais ativo na construção da solução e no controle do processo resolutivo. Como discutido no capítulo 2, esse tipo de reformulação pode ser visto como uma intervenção pedagógica que contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático mais reflexivo, investigativo e significativo, promovendo não apenas a resolução correta, mas também o aprofundamento da compreensão conceitual e da autonomia cognitiva no trato com as desigualdades algébricas.

Figura 48 – Regiões cerebrais ativadas nas versões original e reformulada do exercício 1



Fonte: Elaborado pelo autor

5.3.2 Exercício 2: Situação-problema com inequação do 1º grau

O segundo exercício analisado, extraído do livro de Paiva (2015), foi selecionado por apresentar uma situação-problema contextualizada que envolve a comparação entre tarifas de duas agências de locação de veículos. Diferentemente da estrutura tradicional e direta do exercício anterior, esta atividade exige que o estudante elabore uma modelagem algébrica a partir de linguagem natural, promovendo a articulação entre contextos cotidianos e representações matemáticas.

O enunciado completo pode ser consultado no Quadro 21.

Além de demandar a construção de expressões algébricas, o exercício exige a formulação de uma inequação que represente a condição de vantagem entre as opções oferecidas. Essa característica o torna especialmente relevante para esta pesquisa, pois amplia o escopo cognitivo envolvido na resolução, exigindo ações mentais relacionadas à tradução simbólica, interpretação contextual, visualização gráfica, tomada de decisão e verificação.

Têm-se, nas subseções a seguir, as análises da versão original do enunciado e da versão reformulada, bem como a comparação das regiões cerebrais ativadas em cada uma delas.

5.3.2.1 Versão original: análise neurocognitiva

Esse exercício propõe uma situação-problema contextualizada, em que o estudante deve comparar as tarifas de duas agências de locação de automóveis com base em valores fixos e variáveis cobrados por quilômetro rodado. O objetivo é identificar, a partir de determinada quilometragem, em que condição a agência A se torna mais vantajosa do que a agência B. A tarefa exige que o estudante interprete informações expressas em linguagem verbal, desenvolva um modelo algébrico que represente a situação e resolva uma inequação de 1º grau, atribuindo ao resultado um significado no contexto original.

O primeiro passo da resolução consiste em reconhecer que se trata de uma situação funcional, em que o valor pago depende do número de quilômetros percorridos. Esse reconhecimento ativa a AM30 – Identificar e requer o acionamento de esquemas já consolidados na memória de longo prazo, como o conhecimento sobre funções afins e variação de grandezas. Nesse processo, observa-se também a ativação da AM8 – Conectar experiências anteriores, pois o estudante tende a associar a estrutura do problema com situações análogas anteriormente vivenciadas ou resolvidas, especialmente aquelas envolvendo comparação de planos ou tarifas com custo fixo e variável. Essa evocação de estruturas prévias depende da ação do hipocampo e da consolidação de redes semânticas integradas (Izquierdo, 2018).

Em seguida, o estudante traduz os dados da linguagem natural para a linguagem matemática, construindo as expressões $y_A = 80 + 0{,}92x$ e $y_B = 74 + 0{,}98x$, correspondentes às funções que representam os valores cobrados pelas duas agências. Essa etapa mobiliza a

AM46 – Traduzir da linguagem materna para a linguagem matemática simbólica, ao converter texto em expressões formais, processo que exige associação semântica e ativação do giro angular (Dehaene, 2012). A modelagem da desigualdade $80 + 0,92x < 74 + 0,98x$ caracteriza a ativação da AM38 – Modelar, ao estabelecer uma relação simbólica que expressa à condição solicitada.

Na resolução da inequação, o estudante aplica procedimentos como transposição de termos, redução de expressões semelhantes e simplificação da desigualdade. Esses passos mobilizam a AM23 – Fazer operações com números reais, a AM43 – Simplificar, ao reorganizar os termos da expressão, e a AM50 – Usar linguagem matemática adequada, mantendo a consistência formal da desigualdade. Essa sequência algébrica ativa o córtex parietal inferior e o córtex pré-frontal dorsolateral, regiões associadas à execução de cálculos simbólicos e ao controle lógico das etapas do raciocínio (Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Ao encontrar o resultado $x > 100$, o estudante precisa compreender o que esse valor representa em termos da situação apresentada. Isso exige a AM33 – Interpretar, ao atribuir sentido à solução simbólica, e a AM47 – Traduzir da linguagem matemática para a língua materna, pois é necessário recontextualizar o valor obtido, reconhecendo que a agência A se torna mais vantajosa apenas quando a quilometragem ultrapassa 100 km. Esse tipo de interpretação, que demanda a integração entre representações simbólicas e linguagem natural, pode envolver a ativação de áreas como o córtex temporal medial, associadas à compreensão semântica e à memória declarativa (Purves *et al.*, 2014).

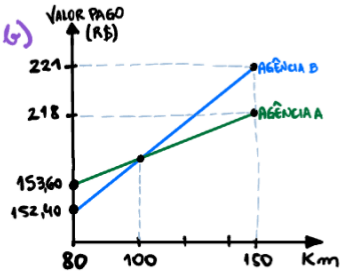
Além disso, ao raciocinar sobre a condição prática expressa pela desigualdade, o estudante precisa imaginar a reta numérica, visualizando a posição do número 100 como ponto de corte, o que aciona a AM52 – Visualizar. Essa ação envolve uma projeção espacial mental de valores e intervalos, apoiada em representações simbólicas e gráficas, com participação do córtex parietal e de redes visuoespaciais integradas.

Do ponto de vista atencional, o exercício exige atenção seletiva para identificar as informações relevantes nas placas de preços e no enunciado, atenção sustentada ao longo da resolução algébrica e atenção executiva para monitorar a coerência da resposta final. Esses tipos de atenção são mediados por estruturas como o córtex pré-frontal dorsolateral e o córtex cingulado anterior, associado ao controle de erro e à tomada de decisão baseada em metas (Herculano-Houzel, 2017).

Dessa forma, a versão original da questão 10 evidencia como situações contextualizadas e aparentemente simples podem acionar uma rede sofisticada de ações mentais, estruturas de memória e recursos atencionais. Ao integrar tradução simbólica, modelagem, resolução algébrica e reconversão do resultado ao contexto inicial, esse exercício contribui para o desenvolvimento de um pensamento matemático mais articulado, funcional e coerente.

Quadro 18 – Análise neuromatemática do Exercício 2: situação-problema envolvendo inequação do 1º grau

	ORIGINAL	NOVA VERSÃO
Id.	Livro: Matemática Paiva – Volume 1 Questão: 10 Página: 47	Proposta pelo autor
Enunciado	10 (FGV-SP) As tarifas praticadas por duas agências de locação de automóveis para veículos idênticos são:  Em que condição é mais vantajoso alugar um carro na agência A do que na agência B?	Duas agências de locação de veículos oferecem tarifas diferentes para o aluguel de carros com as seguintes condições: ▪ Agência A: R$ 80,00 por dia mais R$ 0,92 por km rodado. ▪ Agência B: R$ 74,00 por dia mais R$ 0,98 por km rodado. Um cliente pretende alugar um carro para uma viagem e está indeciso sobre qual agência escolher. Ele estima que rodará entre 80 km e 150 km em um único dia. Sabendo que deseja gastar o menor valor possível, elabore um estudo comparativo que permita: a) Determinar a partir de quantos quilômetros a Agência A passa a ser mais vantajosa que a B. b) Representar graficamente as funções de custo das duas agências no mesmo plano cartesiano para o intervalo de 80 km a 150 km. c) Interpretar graficamente qual agência oferece o menor custo em cada trecho da reta e justificar sua conclusão com base na interseção das retas das funções.
Resolução sugerida	Chamamos x: Km rodados e y: valor final pago, então o valor pago por cada agência é dado pelas funções a seguir: Agência A: $y_A = 80 + 0,92x$ Agência B: $y_B = 74 + 0,98x$ O fato de ser mais vantajoso alugar um carro na agência A se deve ao fato de percorrerem a mesma quilometragem e o seu valor final pago seja menor que na agência B, então, espera-se $y_A < y_B$. $80 + 0,92x < 74 + 0,98x$ $0,92x - 0,98x < 74 - 80$ $-0,06x < -6 \quad \cdot(-1)$ $0,06x > 6$	Chamamos x: Km rodados e y: valor final pago, então o valor pago a cada agência é dado pelas funções a seguir: Agência A: $y_A = 80 + 0,92x$ Agência B: $y_B = 74 + 0,98x$ Como o cliente estima rodar entre 80Km e 150Km, vamos calcular como se comporta cada função nesse intervalo. 1º Vamos calcular o ponto de interseção das duas agências, ou seja, $y_A = y_B$. $80 + 0,92x = 74 + 0,98x$ $80 - 74 = 0,98x - 0,92x$ $6 = 0,06x \Rightarrow x = \frac{6}{0,06} \Rightarrow x = 100$

Resolução sugerida (continuação)	$x > \frac{6}{0,06}$ $x > 100$ ou seja, se rodar mais que 100 Km é vantajoso alugar um carro na agência A.	2º Vamos calcular o valor pago p/ cada agência nos valores extremos desse intervalo, que são $x_{MÍN.} = 80$ e $x_{MÁX.} = 150$. * para $x_{MÍN} = 80$ Agência A: $y_A = 80 + 0,92.80 \Rightarrow y_A = 153,6$ Agência B: $y_B = 74 + 0,98.80 \Rightarrow y_B = 152,40$ * para $x_{MÁX} = 150$ Agência A: $y_A = 80 + 0,92.150 \Rightarrow y_A = 218,00$ Agência B: $y_B = 74 + 0,98.150 \Rightarrow y_B = 221,00$ Representando num gráfico simplificado as duas funções: b)  Como observamos no gráfico: a) A partir de 100 Km ($x > 100$) o menor custo e, portanto, mais vantajoso é a agência A. c) * De 80 a 100 Km ($80 \leq x < 100$) o menor custo é da agência B. * Percorrendo 100 Km ($x = 100$) tem-se que os valores de cada agência são equivalentes ($y_A = y_B$). * De 100 a 150 Km ($100 < x \leq 150$) o menor custo é da agência A.
AMM	AM46 – Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica AM38 – Modelar AM1 – Algebrizar AM8 – Conectar experiências anteriores (met-before) AM16 – Empregar propriedades dos números reais AM23 -Fazer operações com números reais AM43 - Simplificar AM35 – Manipular algebricamente AM50 – Usar linguagem matemática adequada AM52 - Visualizar AM33 – Interpretar	AM46 – Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica AM38 – Modelar AM1 – Algebrizar AM8 – Conectar experiências anteriores (met-before) AM16 – Empregar propriedades dos números reais AM23 -Fazer operações com números reais AM43 - Simplificar AM35 – Manipular algebricamente AM50 – Usar linguagem matemática adequada AM52 - Visualizar AM33 – Interpretar

<table>
<tr><td>AMM
(Continuação)</td><td>AM47 – Traduzir da linguagem matemática para a língua materna</td><td>AM47 – Traduzir da linguagem matemática para a língua materna
AM3 – Argumentar sem formalização matemática
AM51 – Verificar
AM41 – Repensar, refazer e repensar
AM29 – “Graficar”</td></tr>
<tr><td>Memória</td><td>

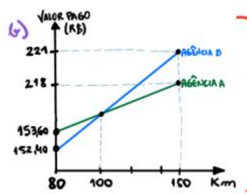
Criar um modelo algébrico;
Conceito de inequação do 1º grau;
Conceito de desigualdade;
Operação de inversão do sinal ao multiplicar por número negativo;
Ideia de comparação
</td><td>

Criar um modelo algébrico;
Função afim;
Coeficiente angular e linear;
Valor numérico de uma função;
Gráfico de função afim;
Interseção de funções;
Ideia de comparação;
Leitura e interpretação de gráficos
</td></tr>
<tr><td>Atenção</td><td>

10 (FGV-SP) As tarifas praticadas por duas agências de locação de automóveis para veículos idênticos são:

Em que condição é mais vantajoso alugar um carro na agência A do que na agência B?

A
Chamamos x: Km rodados e y: valor final pago, então o valor pago por cada agência é dado pelas funções a seguir: B
Agência A: $y_A = 80 + 0{,}92x$
Agência B: $y_B = 74 + 0{,}98x$ C
O fato de ser mais vantajoso alugar um carro na agência A se deve ao fato de percorrerem a mesma quilometragem e o seu valor final pago seja menor que na agência B, então, espera-se $y_A < y_B$.
$80 + 0{,}92x < 74 + 0{,}98x$ D
$0{,}92x - 0{,}98x < 74 - 80$
$-0{,}06x < -6 \quad \cdot(-1)$
$0{,}06x > 6$ E
$x > \frac{6}{0{,}06}$
$x > 100$
ou seja, se rodar mais que 100 Km é vantajoso alugar um carro na agência A. F
Principais focos de atenção:

A: Ler os anúncios e extrair informações numéricas e variáveis
B: Identificar as variáveis evolvidas (km e valor pago);
C: Modelar a função para cada agência;
D: Construir e resolver a desigualdade que compara as duas funções;
E: Inversão da desigualdade ao multiplicar por número negativo;
F: Interpretar o valor encontrado no contexto da quilometragem e tomar uma decisão
</td><td>
Chamamos x: Km rodados e y: valor final pago, então o valor pago a cada agência é dado pelas funções a seguir: A
Agência A: $y_A = 80 + 0{,}92x$
Agência B: $y_B = 74 + 0{,}98x$ B
Como o cliente estima rodar entre 80Km e 150Km, vamos calcular como se comporta cada função nesse intervalo. C
1º Vamos calcular o ponto de interseção das duas agências, ou seja, $y_A = y_B$.
$80 + 0{,}92x = 74 + 0{,}98x$
$80 - 74 = 0{,}98x - 0{,}92x$
$6 = 0{,}06x \Rightarrow x = \frac{6}{0{,}06} \Rightarrow x = 100$ D
2º Vamos calcular o valor pago a cada agência nos valores extremos desse intervalo, que são $x_{mín.} = 80$ e $x_{máx.} = 150$.
* para $x_{mín} = 80$
Agência A: $y_A = 80 + 0{,}92 \cdot 80 \Rightarrow y_A = 153{,}6$
Agência B: $y_B = 74 + 0{,}98 \cdot 80 \Rightarrow y_B = 152{,}40$
* para $x_{máx} = 150$ E
Agência A: $y_A = 80 + 0{,}92 \cdot 150 \Rightarrow y_A = 218{,}00$
Agência B: $y_B = 74 + 0{,}98 \cdot 150 \Rightarrow y_B = 221{,}00$
Representando num gráfico simplificado as duas funções:


F</td></tr>
</table>

Atenção (continuação)		Como observamos no gráfico: a) A partir de 100 km ($x > 100$) o menor custo e, portanto, mais vantajoso é a agência A. c) * De 80 a 100 km ($80 \leq x < 100$) o menor custo é da agência B. * Percorrendo 100 km ($x = 100$) tem-se que os valores de cada agência são equivalentes ($y_A = y_B$). * De 100 a 150 km ($100 < x \leq 150$) o menor custo é da agência A. G ▪ Extrair corretamente os dados fixos e variáveis de cada agência; ▪ Definir as variáveis e expressar o custo como função afim do km; ▪ Entender o objetivo da análise: comparar valores em um intervalo; ▪ D: Determinar com precisão o ponto de interseção entre as funções; ▪ E: Substituir corretamente os extremos do intervalo nas funções; ▪ F: Representar corretamente os pares ordenados obtidos com precisão; ▪ G: Interpretar corretamente os trechos do gráfico e tirar conclusões contextualizadas.

Fonte: Elaborado pelo autor

5.3.2.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

Na versão reformulada da questão 10, o contexto de comparação entre duas agências de locação de veículos foi mantido, mas com uma nova estrutura de enunciado que solicita do estudante um estudo mais aprofundado e contextualizado. A proposta inclui a resolução algébrica do ponto de equilíbrio entre as tarifas, a construção de um gráfico no intervalo de 80 km a 150 km, e a interpretação verbal da vantagem de cada agência em diferentes trechos da reta numérica. Ao fazer isso, o exercício passa a mobilizar um conjunto mais amplo e integrado de ações mentais matemáticas, favorecendo o avanço no pensamento algébrico e funcional.

A reformulação exige que o estudante mobilize diferentes registros de representação – algébrico, gráfico e verbal – e construa relações significativas entre eles. As ações mentais predominantes ativadas nessa nova versão são:

- AM29 – Graficar: o estudante deve representar as duas funções no mesmo plano cartesiano, observando a inclinação de cada reta, os valores de custo fixo e a variação por quilômetro. Essa ação mental exige a transposição da linguagem simbólica para o registro gráfico e envolve a coordenação entre coeficientes, pontos e interpretação geométrica. Essa habilidade visual-espacial é sustentada pelo córtex parietal inferior, em conjunto com áreas visuais associativas (Dehaene, 2012).

- AM3 – Argumentar de forma textual, sem a formalização ou a linguagem matemática: ao interpretar o gráfico e justificar verbalmente em que intervalo cada agência oferece o menor custo, o estudante precisa construir argumentos em linguagem natural, articulando sua resposta com base na observação do gráfico e na comparação dos valores finais. Essa verbalização requer integração semântica e associação conceitual, mediadas por áreas do córtex temporal medial e pré-frontal esquerdo (Purves *et al.*, 2014).
- AM51 – Verificar: na etapa em que o estudante calcula os valores cobrados por cada agência para 80 km e 150 km, e os compara com o ponto de equilíbrio identificado na resolução algébrica, ele precisa confirmar a coerência de suas conclusões com os dados fornecidos. Essa ação demanda controle atencional e checagem de resultados, envolvendo o córtex pré-frontal dorsolateral e o córtex cingulado anterior, áreas associadas à avaliação de hipóteses e controle de erro (Herculano-Houzel, 2017).
- AM33 – Interpretar: ao associar a interseção das funções com a mudança de agência mais vantajosa e ao compreender que o ponto $x = 100$ representa a igualdade de custos, o estudante realiza uma leitura crítica do comportamento das funções. Essa interpretação não se limita ao domínio simbólico, mas articula significados matemáticos com uma situação real, ativando redes neurais relacionadas à integração semântica e à abstração conceitual (Lent, 2022).
- AM47 – Traduzir da linguagem matemática para a língua materna: no encerramento da tarefa, ao justificar em linguagem natural por que a agência B é mais vantajosa de 80 km a 100 km e a agência A, a partir de 100 km, o estudante deve expressar os resultados obtidos matematicamente em forma de explicação acessível e coerente. Essa retradução do conteúdo simbólico para a linguagem cotidiana envolve o giro angular e o córtex temporal esquerdo, associados à produção verbal e à comunicação de conceitos matemáticos (Dehaene, 2012).

Essa reformulação amplia o escopo da tarefa inicial, promovendo um percurso resolutivo mais analítico e exploratório. Ao engajar o estudante em atividades de graficar, interpretar, verificar e justificar verbalmente, a atividade estimula a autonomia cognitiva, a articulação entre diferentes formas de raciocínio e a mobilização de estruturas neurais relacionadas ao pensamento visual, à atenção executiva e à linguagem simbólica. Como discutido nos capítulos anteriores, esse tipo de proposta didática representa uma oportunidade de avançar no desenvolvimento do pensamento matemático funcional e significativo, especialmente ao aproximar linguagem, contexto e representação.

5.3.2.3 Regiões cerebrais ativadas

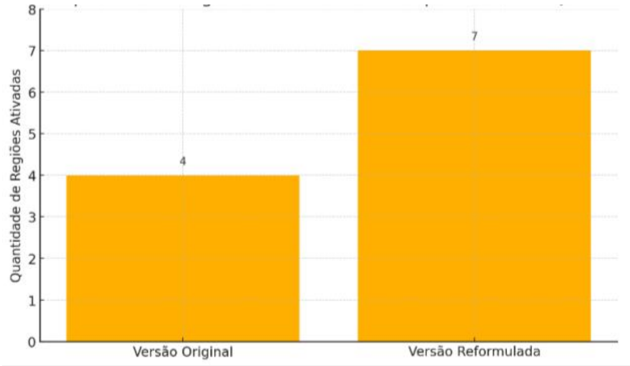
A resolução da versão original da questão 10 mobiliza predominantemente estruturas neurais relacionadas à manipulação simbólica e ao raciocínio lógico-sequencial. A tarefa, centrada na resolução de uma inequação do primeiro grau, exige a aplicação de algoritmos algébricos, como transposição de termos, simplificação de expressões e isolamento da variável. Essas operações envolvem a ativação do córtex parietal inferior, responsável pela manipulação de símbolos e pelo processamento de relações numéricas, bem como do córtex pré-frontal dorsolateral, associado ao planejamento das etapas, à atenção executiva e ao controle da resposta (Dehaene, 2022; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

A tradução dos dados textuais para a linguagem algébrica e a interpretação do resultado exigem ainda a participação do giro angular, cuja função está relacionada à associação entre símbolos e significados matemáticos. Ao final da resolução, quando o estudante retorna ao contexto verbal para concluir que a agência A é mais vantajosa a partir de 101 km, observa-se a ativação do córtex temporal medial, especialmente no momento de conversão da linguagem matemática para a linguagem cotidiana (Purves *et al.*, 2014).

Na versão reformulada, embora as expressões algébricas envolvidas sejam essencialmente as mesmas, o redirecionamento da tarefa provoca um reordenamento e ampliação das regiões cerebrais ativadas, em virtude da introdução de novas exigências cognitivas: construção e interpretação gráfica, verificação de valores extremos, comparação visual e argumentação verbal com base em evidências. A construção do gráfico no plano cartesiano, de acordo com a literatura em NC, estaria associada à ativação do córtex parietal posterior e regiões visuais associativas envolvidas na visualização espacial e na coordenação de representações geométricas. A graficagem das funções e a análise do ponto de interseção promovem a integração entre pensamento visual e pensamento funcional, o que demanda o uso simultâneo de representações mentais simbólicas, numéricas e espaciais.

A verificação dos valores cobrados por cada agência nas extremidades do intervalo também exige maior controle executivo, ativando o córtex cingulado anterior, envolvido no monitoramento de erros e na regulação de estratégias cognitivas. Já o processo de argumentação verbal, ao justificar qual agência é mais vantajosa em cada trecho com base no gráfico, envolve o córtex temporal medial e o córtex pré-frontal inferior esquerdo, responsáveis pela produção e compreensão da linguagem, especialmente quando articulada à explicação de conceitos matemáticos.

Figura 49 – Comparativo da quantidade de regiões cerebrais ativadas por versão do exercício 2



Fonte: Elaborado pelo autor

Comparativamente, a versão reformulada amplia a mobilização de redes neurais em direção a um processamento mais integrado, reflexivo e multirrepresentacional. Como discutido no capítulo 2 desta dissertação, propostas que desafiam o estudante a transitar entre diferentes registros, a verificar seus resultados e a justificar suas conclusões favorecem o fortalecimento das conexões corticais envolvidas na aprendizagem matemática e no avanço do pensamento matemático funcional. Assim, a reformulação não apenas enriquece o processo resolutivo, mas também contribui para o desenvolvimento de competências cognitivas superiores, associadas à autonomia, flexibilidade e compreensão significativa.

5.3.3 Exercício 3: Inequação do 1º grau com estudo do sinal

O terceiro exercício analisado foi selecionado a partir do livro de Iezzi *et al*. (2016, p. 89) por ilustrar uma forma recorrente de abordagem de inequações do 1º grau: a resolução por meio do estudo do sinal da função envolvida. Tal método é amplamente utilizado em livros didáticos e avaliações escolares, sendo fundamental para a consolidação da compreensão de funções lineares e suas representações gráficas.

O enunciado completo encontra-se no Quadro 18.

Sua inclusão neste estudo justifica-se pela relevância didática e cognitiva da tarefa, uma vez que ela mobiliza não apenas procedimentos algébricos, mas também a capacidade de associar expressões simbólicas à reta real, compreender o comportamento da função linear e representar adequadamente o conjunto-solução.

A seguir, são apresentadas a análise da versão original da questão, a análise da versão reformulada e a comparação entre as regiões cerebrais envolvidas em cada uma dessas etapas.

5.3.3.1 Versão original: análise neurocognitiva

O item (f) da questão 42 apresenta uma inequação algébrica do 1º grau na forma composta:

$$3(x-1)+4x \leq -10$$

e solicita ao estudante sua resolução no conjunto dos números reais, com base no estudo do sinal da função envolvida. Trata-se de uma inequação linear clássica, que, embora simples em sua estrutura, exige domínio de operações algébricas e controle atencional nas etapas de simplificação e interpretação.

Inicialmente, o estudante deve reconhecer que se trata de uma inequação do 1º grau, com a presença de uma expressão que exige a aplicação da propriedade distributiva no primeiro membro. Essa percepção ativa a AM30 – Identificar (elementos relevantes) e a AM16 – Empregar propriedades dos números reais, ao aplicar corretamente a distributiva e reorganizar os termos.

Ao expandir a expressão $3(x-1)$ e à combinação dos termos semelhantes com o $+\,4x$ temos:

$$3x-3+4x \leq -10 \rightarrow 7x-3 \leq -10$$

Somando 10 em ambos os membros, chega-se à forma simplificada:

$$7x+7 \leq 0$$

A manipulação algébrica exige atenção ao uso correto dos sinais e mobiliza de forma coordenada a AM23 – Fazer operações com números reais, a AM35 – Manipular algebricamente e a AM43 – Simplificar (expressões algébricas).

A seguir, a expressão $7x+7$ é interpretada como uma função linear $f(x)=7x+7$. A análise gráfica dessa função, representada por uma reta de inclinação positiva (coeficiente angular $a=7>0$), exige a AM42 – Representar e a AM52 – Visualizar, o gráfico da função no plano cartesiano, especialmente no entorno do ponto de raiz.

Ao considerar a necessidade de encontrar a raiz da função associada, a fim de localizá-la no plano cartesiano, resolve-se:

$$7x+7=0 \rightarrow x=-1,$$

Essa raiz é o ponto de mudança de sinal da função, permitindo a análise dos intervalos em que $f(x) \leq 0$. A conclusão de que os valores de x que satisfazem a inequação pertencem ao intervalo $x \leq -1$ mobiliza a AM33 – Interpretar os resultados e a AM50 – Usar linguagem matemática adequada, à aplicação correta da simbologia matemática para expressar o conjunto-solução:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}.$$

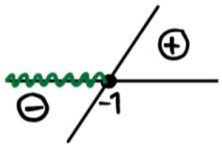
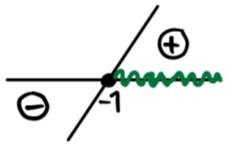
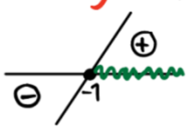
Do ponto de vista da memória, a de longo prazo é acionada para evocar conhecimentos consolidados sobre o comportamento gráfico das funções lineares, as regras de resolução de inequações e a propriedade distributiva. A memória de trabalho é essencial para manter temporariamente as informações e coordenar as etapas de transformação da inequação.

A atenção executiva, por sua vez, é intensamente exigida, especialmente no controle inibitório necessário para evitar erros na manipulação algébrica e na análise do sinal da função. Tal atenção permite ao estudante concentrar-se nos detalhes essenciais da tarefa, como o sinal do coeficiente angular e a interpretação do intervalo de solução.

Esses processos, conforme apontam estudos neurocientíficos (Dehaene, 2012; Herculano-Houzel, 2017), estariam associados à ativação do córtex pré-frontal dorsolateral, associado ao raciocínio lógico, ao controle inibitório e à organização sequencial de passos, e o córtex parietal inferior, responsável pela manipulação simbólica e pelo raciocínio numérico. A integração entre essas áreas sustenta o raciocínio algébrico necessário à resolução da inequação e à expressão adequada da solução.

Quadro 19– Análise neuromatemática do Exercício 3: inequação do 1º grau

	ORIGINAL	**NOVA VERSÃO**
Id.	Livro: Matemática: Ciência e Atualidades – Volume 1 Questão: 42 Letra: e Página: 89	Proposta pelo autor
Enunciado	42 Resolva, em ℝ, as inequações seguintes, estudando o sinal das funções envolvidas: a) $2x - 1 \geqslant 0$ b) $-4x + 3 < 0$ c) $-2x \leqslant 0$ d) $3x + 6 > 0$ e) $x - 3 \leqslant -x + 5$ f) $3(x - 1) + 4x \leqslant -10$ g) $-2(x - 1) - 5(1 - x) > 0$	Resolva, em ℝ, a inequação seguinte, estudando o sinal da função envolvida: $3(x - 1) + 4x \geq -10$
Resolução sugerida	$3(x-1)+4x \leqslant -10$ $3x - 3 + 4x + 10 \leqslant 0$ $7x + 7 \leqslant 0$ Seja $f(x) = 7x + 7$ vamos determinar quais valores de x tem-se $f(x) \leqslant 0$	$3(x-1)+4x \geqslant -10$ $3x - 3 + 4x + 10 \geqslant 0$ $7x + 7 \geqslant 0$ Seja $f(x) = 7x + 7$ vamos determinar quais valores de x tem-se $f(x) \geqslant 0$

Resolução sugerida (continuação)	• Raiz de f: $f(x)=0$ $7x+7=0$ $7x=-7$ $x=-\frac{7}{7}$ $x=-1$ • Coeficiente a: $a=7$ $a>7$ (Reta crescente)  Assim $f(x)\leq 0$ se $x\leq -1$. $S=\{x\in\mathbb{R} / x\leq -1\}$	• Raiz de f: $f(x)=0$ $7x+7=0$ $7x=-7$ $x=-\frac{7}{7}$ $x=-1$ • Coeficiente a: $a=7$ $a>7$ (Reta crescente)  Assim $f(x)\geq 0$ se $x\geq -1$. $S=\{x\in\mathbb{R} / x\geq -1\}$
AMM	AM30 – Identificar AM16 – Empregar propriedades dos números reais AM23 – Fazer operações com números reais AM43 – Simplificar AM8 – Conectar experiências anteriores (met-before) AM35 – Manipular algebricamente AM33 – Interpretar AM42 – Representar AM52 – Visualizar AM50 – Usar linguagem matemática adequada	As mesmas AMM da versão original
Memória	▪ Resolução algébrica de inequações do 1º grau; ▪ Aplicação da propriedade distributiva; ▪ Interpretação de desigualdade; ▪ Estudo do sinal da função linear; ▪ Representação gráfica da função do 1º grau; ▪ Reconhecimento da função crescente.	Os mesmos conteúdos da versão original
Atenção	A $3(x-1)+4x \geq -10$ $3x-3+4x+10\geq 0$ $7x+7\geq 0$ B Seja $f(x)=7x+7$ vamos determinar quais valores de x tem-se $f(x)\geq 0$ C • Raiz de f: $f(x)=0$ $7x+7=0$ $7x=-7$ $x=-\frac{7}{7}$ $x=-1$ D • Coeficiente a: $a=7$ $a>7$ (Reta crescente) E  F	Os mesmos focos atencionais da versão original.

Atenção (continuação)	Assim $f(x) \geqslant 0$ se $x \geqslant -1$ $S = \{x \in \mathbb{R} / x \geqslant -1\}$ ▪ A: Reconhecer que se trata de uma inequação do 1º grau; ▪ B: Aplicar corretamente a propriedade distributiva da multiplicação e realizar a simplificação algébrica dos termos; ▪ C: Compreender que a inequação é reescrita como $f(x) \geq 0$ e associá-la a uma função linear; ▪ D: Calcular a raiz da função associada $f(x) = 7x + 7$; ▪ E: Interpretar corretamente o sinal do coeficiente angular (positivo); ▪ F: Identificar o intervalo da reta em que $f(x) \geq 0$ e incluir o ponto $x = -1$ na solução (devido ao "menor ou igual")	

Fonte: Elaborado pelo autor

5.3.3.2 Versão reformulada e comparação das regiões cerebrais ativadas

Embora a estrutura algébrica da inequação permaneça inalterada em relação à versão original, a reformulação do enunciado, por meio da alteração do sinal da desigualdade – de "menor ou igual" para "maior ou igual" –, foi intencionalmente elaborada com o objetivo de investigar se tal modificação seria suficiente para implicar em variações no processamento cognitivo envolvido. Este movimento surge a partir de uma indagação gerada durante a própria análise das resoluções: alterar apenas o sentido da desigualdade é capaz de ativar novas AMM ou modificar as regiões cerebrais envolvidas? Assim, esta questão foi incorporada aos resultados da pesquisa como forma de ressaltar a postura reflexiva do docente-pesquisador e seu papel na construção do pensamento matemático do estudante.

Ao reformular a inequação de:

$$3(x-1) + 4x \leq -10 \text{ para } 3(x-1) + 4x \geq -10$$

há, à primeira vista, apenas uma inversão do símbolo relacional. No entanto, esse pequeno ajuste provoca uma alteração na interpretação final da solução, sem modificar os procedimentos algébricos intermediários.

Ela mantém a mobilização de ações mentais já identificadas anteriormente: AM16 – Empregar propriedades dos números reais, AM23 – Fazer operações com números reais, AM35 – Manipular algebricamente, AM43 – Simplificar, AM30 – Identificar e AM33 – Interpretar

(Vide Quadro 22). Contudo, a mudança na desigualdade requer que o estudante reinterprete o gráfico da função, compreendendo que intervalo a função linear assume valores positivos ou nulos. Isso reforça o uso da AM42 – Representar (graficamente) e da AM52 – Visualizar, além de sustentar novamente a AM50 – Usar linguagem matemática adequada para expressar corretamente o novo conjunto-solução:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$$

Apesar da variação no enunciado, não se observa o acionamento de novas AMM nem a ativação de diferentes regiões cerebrais. Tudo indica que os processos cognitivos permanecem ancorados nas mesmas estruturas neurais da versão original: o córtex pré-frontal dorsolateral, envolvido no raciocínio lógico e controle sequencial de etapas, e o córtex parietal inferior, responsável pela manipulação simbólica e raciocínio numérico (Dehaene, 2012; Herculano-Houzel, 2017).

A relevância pedagógica desta reformulação, portanto, não reside na ativação de novas engrenagens mentais, mas sim na demonstração concreta de como a análise baseada no MTAMM pode orientar o docente a tomar decisões intencionais sobre a estrutura dos enunciados e justifica plenamente dentro da lógica do processo investigativo da pesquisa, ao responder a um questionamento que emergiu da prática analítica. Esse movimento revela-se essencial para avaliar a profundidade e a diversidade das ações mentais mobilizadas por um exercício. Ao explicitar que nem toda reformulação promove avanço cognitivo imediato, o estudo valoriza o MTAMM como ferramenta diagnóstica, que permite distinguir variações estruturais com potencial de ampliação do pensamento matemático daquelas que mantêm as mesmas rotas cognitivas, ainda que modifiquem o produto final da resolução.

Por fim, tal reformulação também destaca a importância de pequenas variações nos enunciados como ferramentas pedagógicas potentes para explorar flexibilidade de pensamento. A atividade propõe ao estudante o desafio de reconsiderar a interpretação dos sinais da função linear e de seus gráficos, ao mesmo tempo em que mantém familiaridade com os procedimentos algébricos, favorecendo a consolidação de conceitos.

5.3.4 Exercício 4: Inequações do 1º grau simultâneas

O quarto exercício, retirado do livro de Iezzi *et al.* (2016, p.90), foi selecionado por apresentar um sistema de inequações simultâneas em que a variável aparece em ambos os membros das expressões (vide Quadro 19). Esse tipo de estrutura exige que o estudante reconheça a presença de duas desigualdades que devem ser resolvidas separadamente e, em seguida, analisadas em conjunto por meio da interseção de seus conjuntos-solução.

A sua relevância para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da organização sequencial das etapas resolutivas foi o ponto crucial para ele ser selecionado para essa análise. Além de mobilizar manipulações algébricas elementares, o exercício também demanda a habilidade de operar com intervalos numéricos e representar graficamente as soluções em uma reta real, integrando diferentes registros de representação matemática.

As seções seguintes apresentam a análise da versão original da questão, seguida da análise de uma versão reformulada, e por fim, a descrição das regiões cerebrais ativadas em cada etapa do processo de resolução, de acordo com as ideias transladadas que este pesquisador realizou.

5.3.4.1 Versão original: análise neurocognitiva

A questão 48, item d, p.90, propõe a resolução da desigualdade composta:

$$3 \leq x + 1 \leq -x + 6,$$

no universo dos números reais. A estrutura desse enunciado exige do estudante a compreensão de que se trata de um sistema de inequações simultâneas, cuja resolução passa pela separação e resolução algébrica de duas sentenças distintas. Essa etapa inicial ativa a AM30 – Identificar elementos relevantes, pois é necessário reconhecer que a sentença contém duas condições que devem ser simultaneamente satisfeitas.

A organização da resolução exige a decomposição da desigualdade composta em duas partes:

(1) $3 \leq x + 1$

(2) $x + 1 \leq -x + 6$

Esse processo mobiliza também a AM40 – Organizar, desorganizar e reorganizar, ao separar o problema em partes logicamente estruturadas, e a AM35 – Manipular algebricamente, à medida que o estudante deve isolar a variável x em cada uma das desigualdades.

A resolução de cada uma das sentenças requer habilidades algébricas básicas: aplicar corretamente propriedades operatórias, manter coerência na manipulação dos termos e realizar simplificações. Tais procedimentos ativam as seguintes ações mentais matemáticas: AM16 – Empregar propriedades dos números reais, AM23 – Fazer operações com números reais e AM43 – Simplificar expressões algébricas. As soluções parciais obtidas são:

- Da inequação (1): $x \geq 2$

- Da inequação (2): $x \leq \frac{5}{2}$

A etapa seguinte consiste em representar graficamente as soluções parciais na reta real – tabela de sinais – de modo a identificar a interseção dos conjuntos. Esse momento é fundamental e mobiliza a AM42 – Representar e a AM52 – Visualizar, pois exige a transposição das soluções simbólicas para uma representação gráfica que auxilie a compreensão da região de interseção. A interseção entre os intervalos resulta na solução do sistema:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq \frac{5}{2}\right\}.$$

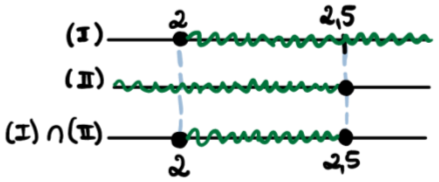
A leitura e interpretação desse resultado final mobilizam a AM33 – Interpretar e a AM50 – Usar linguagem matemática adequada, visto que o estudante deve expressar com precisão a resposta por meio da notação simbólica própria do conjunto dos números reais.

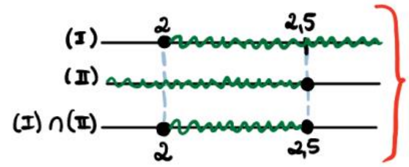
Do ponto de vista neurocognitivo, a resolução da questão envolve múltiplas instâncias de atenção. A atenção seletiva é acionada no reconhecimento de que se trata de um sistema de desigualdades. A atenção sustentada é necessária para a execução coordenada das etapas algébricas, enquanto a atenção executiva é exigida na comparação dos intervalos e na determinação de sua interseção. Esses tipos de atenção podem depender do funcionamento do córtex pré-frontal dorsolateral, responsável pelo controle lógico e pela regulação de tarefas cognitivas sequenciais (Dehaene, 2012; Herculano-Houzel, 2017).

No que se refere à memória, a resolução exige o acionamento da memória de longo prazo, para evocar conceitos fundamentais como desigualdade, propriedades das operações e interseção de conjuntos. Simultaneamente, a memória de trabalho é mobilizada para manter as expressões intermediárias e integrar os resultados parciais ao longo do raciocínio. A articulação entre essas instâncias de memória, atenção e ações mentais matemáticas revela a complexidade envolvida na resolução de um sistema de inequações, mesmo quando apresentado em uma forma aparentemente simples.

Quadro 20 – Análise neuromatemática do Exercício 4: inequações simultâneas

	ORIGINAL	**NOVA VERSÃO**
Id.	Livro: Matemática Iezzi – Volume 1 Questão: 48 Letra: d Página: 90	Proposta pelo autor
Enunciado	**48** Resolva as seguintes inequações simultâneas, sendo $U = \mathbb{R}$. **a)** $-1 < 2x \leq 4$ **b)** $3 < x - 1 < 5$ **c)** $4 > -x > -1$ **d)** $3 \leq x + 1 \leq -x + 6$ **e)** $2x \leq -x + 9 \leq 5x + 21$	Resolva algebricamente, sem construir o quadro de sinais, testando valores nos intervalos encontrados e dê o conjunto solução das inequações simultâneas: $3 \leq x + 1 \leq -x + 6$

Resolução sugerida	$3 \leq x+1 \leq -x+6$ De fato, são duas inequações simultâneas: $3 \leq x+1$ (1) $\quad x+1 \leq -x+6$ (2) Vamos resolver cada uma: (1) $3 \leq x+1$ $3-1 \leq x$ $2 \leq x$ $x \geq 2$ (I) (2) $x+1 \leq -x+6$ $x+x \leq 6-1$ $2x \leq 5$ $x \leq \frac{5}{2}$ $x \leq 2{,}5$ (II) Como as condições (I) e (II) devem ser satisfeitas simultaneamente, procuremos agora a interseção das duas soluções:  Logo, temos: $S=\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 2{,}5\}$	$3 \leq x+1 \leq -x+6$ De fato, são duas inequações simultâneas: $3 \leq x+1$ (1) $\quad x+1 \leq -x+6$ (2) Vamos resolver cada uma: (1) $3 \leq x+1$ $3-1 \leq x$ $2 \leq x$ $x \geq 2$ (2) $x+1 \leq -x+6$ $x+x \leq 6-1$ $2x \leq 5$ $x \leq \frac{5}{2}$ $x \leq 2{,}5$ Vemos que essas respostas nos induz a perceber três intervalos: menor que 2, entre 2 e 2,5; e maior que 2,5. Vamos escolher aleatoriamente um valor em cada intervalo: • $x=0 \therefore 3 \overset{?}{\leq} 0+1 \overset{?}{\leq} -0+6$ $3 \overset{?}{\leq} 1 \overset{?}{\leq} 6$ De fato, 1 é menor que 6, porém não é maior ou igual a 3. Portanto, 0 não pertence ao conjunto-solução. • $x=2{,}2 \therefore 3 \overset{?}{\leq} 2{,}2+1 \overset{?}{\leq} -2{,}2+6$ $3 \overset{?}{\leq} 3{,}2 \overset{?}{\leq} 3{,}8$ Como 3,2 é maior que 3 e menor que 3,8 simultaneamente, então 2,2 pertence ao conjunto-solução • $x=4 \therefore 3 \overset{?}{\leq} 4+1 \overset{?}{\leq} -4+6$ $3 \overset{?}{\leq} 5 \overset{?}{\leq} 2$ Temos que 5 é maior que 3, porém, não é menor que 2, logo 4 não pertence ao conjunto-solução. Percebemos que o intervalo que satisfaz as inequações simultâneas é entre 2 e 2,5. Formalizando temos $S=\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 2{,}5\}$
AMM	AM30 – Identificar AM40 – Organizar, desorganizar e reorganizar AM35 – Manipular algebricamente AM23 – Fazer operações com números reais AM43 – Simplificar AM50 – Usar linguagem matemática adequada	AM30 – Identificar AM40 – Organizar, desorganizar e reorganizar AM35 – Manipular algebricamente AM23 – Fazer operações com números reais AM43 – Simplificar AM50 – Usar linguagem matemática adequada

AMM (continuação)	AM42 – Representar AM52 – Visualizar AM33 – Interpretar	AM42 – Representar AM52 – Visualizar AM33 – Interpretar AM41 – Repensar, refazer e repensar, isto é, tentar, tentar e tentar AM32 – Inferir AM51 - Verificar
Memória	▪ Sistema de inequações do 1º grau; ▪ Resolução algébrica de cada sentença; ▪ Propriedades das operações; ▪ Interseção de intervalos; ▪ Representação na reta real; ▪ Simbolização matemática de conjuntos; ▪ Interpretação lógica de sistemas de desigualdades.	▪ Resolução de inequações simultâneas ▪ Resolução de inequações do 1º grau ▪ Propriedades operatórias ▪ Conceito de intervalo aberto ▪ Validação empírica de soluções Testes por substituição
Atenção	$3 \leq x+1 \leq -x+6$ De fato, são duas inequações simultâneas: A $3 \leq x+1$ ① $x+1 \leq -x+6$ ② Vamos resolver cada uma: B ① $3 \leq x+1$ $3-1 \leq x$ $2 \leq x$ $x \geq 2$ (I) ② $x+1 \leq -x+6$ $x+x \leq 6-1$ $2x \leq 5$ $x \leq \frac{5}{2}$ $x \leq 2{,}5$ (II) Como as condições (I) e (II) devem ser satisfeitas simultaneamente, procuremos agora a interseção das duas soluções: C  Logo, temos: E $S=\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 2{,}5\}$ ▪ A: Reconhecer que a desigualdade composta representa duas sentenças simultâneas; ▪ B: Manipular cada inequação com atenção aos sinais e regras de operação; ▪ C: Compreender que a solução do sistema exige a interseção das duas soluções parciais; ▪ D: Determinar com precisão a interseção dos intervalos representados; ▪ E: Traduzir a interseção encontrada em notação simbólica.	$3 \leq x+1 \leq -x+6$ De fato, são duas inequações simultâneas: A $3 \leq x+1$ ① $x+1 \leq -x+6$ ② Vamos resolver cada uma: B ① $3 \leq x+1$ $3-1 \leq x$ $2 \leq x$ $x \geq 2$ ② $x+1 \leq -x+6$ $x+x \leq 6-1$ $2x \leq 5$ $x \leq \frac{5}{2}$ $x \leq 2{,}5$ Vemos que essas respostas nos induz a perceber três intervalos: menor que 2; entre 2 e 2,5; e maior que 2,5. C Vamos escolher aleatoriamente um valor em cada intervalo: • $x=0 \therefore 3 \overset{?}{\leq} 0+1 \overset{?}{\leq} -0+6$ D $3 \overset{?}{\leq} 1 \overset{?}{\leq} 6$ De fato, 1 é menor que 6, porém não é maior ou igual a 3. Portanto, 0 não pertence ao conjunto-solução. E • $x=2{,}2 \therefore 3 \overset{?}{\leq} 2{,}2+1 \overset{?}{\leq} -2{,}2+6$ D $3 \overset{?}{\leq} 3{,}2 \overset{?}{\leq} 3{,}8$ Como 3,2 é maior que 3 e menor que 3,8 simultaneamente, então 2,2 pertence ao conjunto-solução E • $x=4 \therefore 3 \overset{?}{\leq} 4+1 \overset{?}{\leq} -4+6$ D $3 \overset{?}{\leq} 5 \overset{?}{\leq} 2$ Temos que 5 é maior que 3, porém, não é menor que 2, logo 4 não pertence ao conjunto-solução. E

Atenção (continuação)		▪ A: Reconhecer que a desigualdade composta deve ser decomposta em duas inequações; ▪ B: Manipular corretamente cada inequação do sistema; ▪ C: Identificar os intervalos formados a partir das soluções parciais; ▪ D: Escolher valores apropriados dentro de cada intervalo e substituí-los corretamente; ▪ E: Julgar se cada valor testado satisfaz simultaneamente as duas inequações; ▪ F: Representar o conjunto-solução com base nas testagens.

Fonte: Elaborado pelo autor

5.3.4.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

A reformulação da questão 48, item (d), buscou ativar diferentes ações mentais matemáticas ao alterar o método sugerido de resolução. Em vez de empregar diretamente a análise algébrica e a interseção entre intervalos por meio da reta real – como na versão original – o enunciado reformulado solicita explicitamente que o estudante resolva algebricamente sem construir o quadro de sinais, testando valores numéricos nos intervalos previamente identificados. Essa modificação tem por objetivo estimular o estudante a refletir sobre a validade das sentenças de maneira empírica, utilizando a substituição de valores para verificar simultaneamente a veracidade das desigualdades.

Mantém-se a estrutura da desigualdade composta:

$$3 \leq x + 1 \leq -x + 6$$

a qual pode ser desmembrada em:

- $3 \leq x + 1$
- $x + 1 \leq -x + 6$

A resolução de ambas produz os limites do intervalo $2 \leq x \leq \frac{5}{2}$. No entanto, o comando reformulado exige que o estudante não se baseie na interseção gráfica ou na reta real, mas que teste valores numéricos específicos dentro e fora desse intervalo e avalie se satisfazem simultaneamente as duas condições.

Essa mudança metodológica exige uma reorganização das estratégias cognitivas, mobilizando, além das AMM já presentes na versão original (como AM16, AM23, AM30, AM33, AM35, AM43 e AM50), as seguintes novas ações mentais matemáticas:

- AM41 – Repensar, refazer e repensar, isto é, tentar, tentar e tentar...: A necessidade de testar diferentes pontos de cada intervalo, especialmente próximos aos valores 2 e $\frac{5}{2}$, promove a prática consciente de repetição de processos matemáticos, associada à consolidação sináptica necessária para o fortalecimento da aprendizagem, como descrito por Purves *et al.* (2014).

- AM32 – Inferir: A partir da análise dos resultados obtidos com os valores testados, o estudante precisa fazer inferências sobre quais intervalos satisfazem ambas as desigualdades, desenvolvendo o raciocínio lógico necessário à formulação da solução correta.
- AM33 – Interpretar e AM51 – Verificar: A substituição de valores nas inequações para confirmar se eles satisfazem simultaneamente as condições propostas mobiliza tanto a ação de verificar quanto a de interpretar. Esse processo estimula a verificação de propriedades algébricas e exige atenção dividida entre múltiplas condições, favorecendo o desenvolvimento da metacognição matemática. Além disso, contribui para o controle de erro, a autorregulação e a análise crítica, promovendo um raciocínio mais reflexivo. Do ponto de vista neurofuncional, é possível que esse tipo de atividade amplie as ativações no córtex pré-frontal medial e orbitofrontal, áreas associadas ao monitoramento e à tomada de decisões (Herculano-Houzel, 2017; Lent, 2023).

A formulação do conjunto-solução final:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq \frac{5}{2}\right\}$$

representa uma resposta mais refinada, uma vez que os extremos $x = 2$ e $x = \frac{5}{2}$ são testados e considerados excluídos por não satisfazerem, simultaneamente, ambas as desigualdades. Isso revela um avanço qualitativo no pensamento matemático, favorecido pelo novo método de resolução.

Além disso, a reformulação da questão exigiu a evocação de conteúdos adicionais da memória de longo prazo, como o reconhecimento do significado conceitual de pertencer ou não a uma solução de inequação e o entendimento das implicações algébricas da substituição de valores. Permanece o resgate de conteúdos, como propriedades da desigualdade, operações com números racionais e comparação de números.

Do ponto de vista neurocognitivo, a reformulação tende a intensificar o envolvimento da memória de trabalho, necessária para manter simultaneamente os valores testados, os cálculos realizados e os critérios de verificação. Tudo indica que a atenção executiva também é mais exigida, pois o estudante precisa controlar o processo de substituição, monitorar possíveis erros e ajustar as estratégias. Essas funções estariam relacionadas ao funcionamento do córtex pré-frontal dorsolateral, associado ao raciocínio lógico e planejamento, do córtex parietal inferior, relacionado à manipulação simbólica, e do córtex cingulado anterior, envolvido no controle de erro (Dehaene, 2012; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Essa análise reforça que a reformulação de enunciados baseada no Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM) permite ao docente diagnosticar e estimular estratégias cognitivas distintas, ainda que o conteúdo envolvido seja semelhante. Ao alterar o percurso de resolução, o exercício reformulado atua como ferramenta pedagógica eficaz para o desenvolvimento da autonomia intelectual e da flexibilidade no raciocínio matemático.

5.3.4.3 Regiões cerebrais ativadas

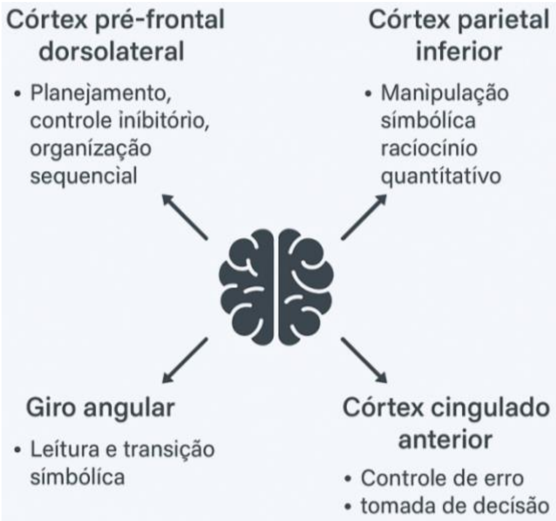
A resolução da questão 48, item d, p. 90, em suas versões original e reformulada, exige do estudante o domínio de inequações compostas e a habilidade de articular múltiplas etapas do raciocínio lógico, tanto no plano simbólico quanto na verificação algébrica. Do ponto de vista neurocognitivo, ambas as versões da questão envolvem a mobilização de estruturas cerebrais amplamente estudadas nas pesquisas em cognição matemática.

Frequentemente, a principal região ativada é o córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL), cuja função está relacionada ao planejamento, controle inibitório, organização sequencial de tarefas e flexibilidade cognitiva. Na versão original, o CPFDL é exigido no momento em que o estudante separa a desigualdade composta em duas sentenças, realiza as resoluções algébricas e identifica a interseção entre os intervalos. Na versão reformulada, essa mesma região parece continuar envolvida, conforme literatura, especialmente quando o estudante precisa testar valores numéricos próximos aos valores extremos dos intervalos e rever estratégias diante de resultados inconsistentes, envolvendo processos de tentativa, erro e autocorreção.

Além disso, o córtex parietal inferior (CPI) parece desempenhar papel fundamental em ambas as versões, por ser responsável pela manipulação simbólica, pelas transformações algébricas e pelo raciocínio quantitativo. No caso da versão original, ele parece ser mobilizado nas simplificações e no reconhecimento das expressões algébricas equivalentes. Na versão reformulada, a manipulação simbólica se mantém, mas a mobilização nessa região tende ser ampliada pela exigência de manter ativa, na memória de trabalho, as duas desigualdades e seus resultados parciais enquanto valores são testados.

Destaca-se ainda, na versão reformulada, que é possível a ativação do córtex cingulado anterior (CCA), região associada ao controle de erro, tomada de decisão e monitoramento do conflito cognitivo. O uso da verificação por substituição de valores impõe ao estudante a constante checagem de validade de sentenças matemáticas, ativando o CCA em momentos de julgamento e necessidade de ajuste de rota. A recorrência a esse mecanismo de controle cognitivo reforça o caráter formativo e autorregulado da tarefa, tal como indicado por Purves *et al*. (2014) e Bear, Connors e Paradiso (2020).

Figura 50 – Principais regiões cerebrais que podem ser ativadas na reformulação do Exercício 4 e suas funções cognitivas



Fonte: Elaborado pelo autor

Por fim, em ambas as versões, de acordo com os estudos consultados, é possível que o giro angular esteja envolvido na interpretação simbólica e na transição entre linguagem verbal, numérica e algébrica. Essa região, localizada na junção temporo-parietal, pode contribuir para a integração de múltiplas formas de representação – como desigualdades, intervalos e conjuntos – e sua ativação está alinhada com os momentos em que o estudante deve compreender o significado da solução formal da inequação composta.

Assim, ao integrar as duas versões da questão, podemos inferir que existe um padrão de ativação cerebral que articula raciocínio lógico, atenção executiva, memória de trabalho e manipulação simbólica. A variação entre as versões não implica em substituição de regiões, mas em intensificação de determinadas demandas cognitivas, demonstrando que a reformulação consciente de um enunciado pode ampliar a complexidade neurocognitiva envolvida, sem alterar os conceitos matemáticos centrais trabalhados. Assim podemos ver que esse tipo de análise corrobora os objetivos da pesquisa ao evidenciar que a prática docente fundamentada no MTAMM e na neurociência cognitiva pode promover um pensamento matemático mais profundo e flexível.

5.4 ANÁLISE DE INEQUAÇÕES DO 2º GRAU

As inequações do segundo grau, por sua natureza algébrica e estrutura funcional, demandam do estudante não apenas o domínio de técnicas operatórias, como a aplicação da "fórmula de Bhaskara", mas também a compreensão do comportamento da função quadrática associada, especialmente em relação à concavidade da parábola e à localização de suas raízes. Essas tarefas exigem a articulação entre ações mentais matemáticas, reorganização simbólica, análise de sinais e visualização gráfica. Tanto Paiva (2015) quanto Iezzi *et al.* (2016) apresentam em suas obras a resolução das inequações do segundo grau por meio do método da análise de sinais, enfatizando a correspondência entre as raízes da equação e os intervalos de positividade ou negatividade da função. Além disso, o livro de Iezzi *et al.* (2016) também inclui uma proposta de resolução por meio do método gráfico, cuja análise será apresentada nesta seção.

5.4.1 Exercício 5: Inequação do segundo grau

Este exercício foi selecionado por envolver uma inequação polinomial do segundo grau na forma não convencional, com todos os termos posicionados em lados diferentes da desigualdade. A proposta exige do estudante que reorganize a expressão algébrica para aplicar corretamente os procedimentos de resolução usuais de inequações quadráticas, como a determinação das raízes da equação associada e a análise do sinal da parábola.

Os enunciados completos encontram-se no Quadro 20.

A escolha dessa atividade baseia-se na necessidade de avaliar como o estudante lida com a manipulação estrutural de expressões algébricas antes de aplicar algoritmos conhecidos. A tarefa contribui para investigar a ativação de ações mentais ligadas à reorganização simbólica, à interpretação do comportamento gráfico da função quadrática e à identificação do intervalo solução, o que também demanda articulação entre memória de longo prazo e foco atencional.

A seguir, apresentam-se as análises da versão original e da versão reformulada do exercício, além do comparativo das regiões cerebrais envolvidas em cada uma das resoluções

5.4.1.1 Versão original: análise neurocognitiva

A questão 46, item (d), propõe a análise da inequação do 2º grau:

$$x^2 + 2x < 35,$$

no conjunto dos números reais. A estrutura da inequação exige que o estudante mobilize conhecimentos sobre funções quadráticas, concavidade e estudo do sinal da parábola.

O primeiro passo da resolução consiste em reescrever a inequação na forma canônica:

$$x^2 + 2x - 35 < 0,$$

a qual exige o reconhecimento da estrutura algébrica da inequação e a identificação da necessidade de reorganizar os termos para que a função esteja igualada a zero. Nesse momento, são ativadas as AM30 – Identificar (elementos relevantes), ao perceber a presença de uma função quadrática e AM1 – Algebrizar.

Após identificar a função quadrática $y = x^2 + 2x - 35$, inicia-se a resolução da equação associada $x^2 + 2x - 35 = 0$. O estudante realiza a identificação dos coeficientes $a = 1, b = 2\ e\ c = -35$, o cálculo do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, e, posteriormente, a aplicação da “fórmula de Bhaskara”:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Esse procedimento exige a aplicação de conhecimentos consolidados sobre produtos notáveis, raízes de equações quadráticas e operações com números reais, o que mobiliza as ações AM16 – Empregar propriedades dos números reais, AM23 – Fazer operações com números reais, AM35 – Manipular algebricamente e AM43 – Simplificar expressões.

Ao encontrar as raízes $x' = -7$ e $x'' = 5$, a próxima etapa da resolução consiste no estudo do sinal da função quadrática, ativando as AM33 – Interpretar resultados, AM42 – Representar graficamente, e AM52 – Visualizar relações entre variáveis. O estudante deve reconhecer que, sendo $a > 0$, a parábola possue concavidade voltada para cima, sendo negativa entre as raízes e positiva fora desse intervalo.

A resposta final é representada na forma de conjunto:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -7 < x < 5\},$$

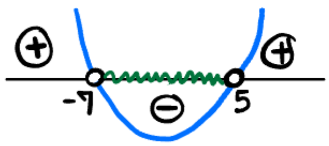
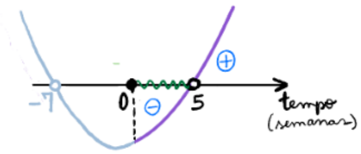
e demanda a correta utilização da simbologia matemática, o que mobiliza a AM50 – Usar linguagem matemática adequada.

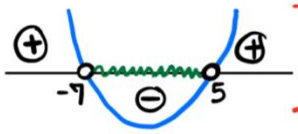
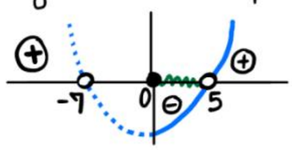
Do ponto de vista neurocognitivo, a resolução dessa inequação requer a integração entre diferentes tipos de atenção. A atenção seletiva é acionada ao identificar a necessidade de reescrever a inequação e calcular as raízes; a atenção sustentada mantém o foco ao longo da resolução algébrica; e a atenção executiva é exigida no controle da análise do sinal e na formulação da resposta final. Tais componentes atencionais são mediados pelo córtex pré-frontal dorsolateral, que regula o planejamento e o controle lógico, e pelo córtex parietal inferior, responsável pela manipulação simbólica e raciocínio numérico (Dehaene, 2012; Herculano-Houzel, 2017).

Além disso, a memória de longo prazo é fundamental para evocar o conceito de inequação do 2º grau, a estrutura da "fórmula de Bhaskara" e o comportamento gráfico das parábolas. A memória de trabalho, por sua vez, é mobilizada para manter temporariamente os coeficientes, as raízes e a estrutura algébrica da função enquanto se processa o raciocínio.

Quadro 21 – Análise neuromatemática do Exercício 5: inequação do 2º grau

	ORIGINAL	NOVA VERSÃO
Id.	Livro: Matemática Iezzi – Volume 1 Questão: 46 Letra: d Página: 113	Proposta pelo autor
Enunciado	**46** Determine, em $\mathbb{R}$, o conjunto solução das seguintes inequações: **a)** $-x^2 + 10x - 25 > 0$ **b)** $x^2 - 8x + 15 \leq 0$ **c)** $-x^2 - 2x > 15$ **d)** $x^2 + 2x < 35$ **e)** $-x^2 - 4x - 3 \leq 0$ **f)** $x^2 - 3x < 1$	O crescimento de uma muda de árvore, em cm, é monitorado dentro de uma estufa. A altura h da planta, em função do tempo x (em semanas), é aproximada por: $h(x) = x^2 + 2x$ Enquanto a muda fica abaixo de 35 cm ela recebe um tratamento especial na estufa. Ao atingir exatamente 35 cm ela deixa a estufa para ser plantada em terreno específico. Durante quantas semanas a planta recebe tratamento especial dentro da estufa?
Resolução sugerida	$x^2 + 2x < 35$ $x^2 + 2x - 35 < 0$ Seja $y = x^2 + 2x - 35$, calculemos as raízes de y. Para isto, temos $y = 0$. $x^2 + 2x - 35 = 0$ $a = 1$ $b = 2$ $c = -35$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 2^2 - 4.1.(-35)$ $\Delta = 4 + 140 = 144$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2.1}$ $\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 12}{2}$ $\rightarrow x' = \frac{-2+12}{2} = 5$ $\rightarrow x'' = \frac{-2-12}{2} = -7$	A muda de árvore ficará na estufa, x semanas, enquanto sua altura for menor que 35 ($h < 35$). Temos que $x^2 + 2x < 35$ $x^2 + 2x - 35 < 0$ • Chamamos $y = x^2 + 2x - 35$ e vamos determinar suas raízes ($y = 0$). $x^2 + 2x - 35 = 0$ $a = 1$ $\Delta = b^2 - 4.a.c$ $b = 2$ $\Delta = 2^2 - 4.1.(-35)$ $c = -35$ $\Delta = 4 + 140$ $\Delta = 144$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Resolução sugerida (continuação)	• Estudo do sinal de y: $a > 0 \Rightarrow$ concavidade da parábola para cima  p/ $y<0$: $S=\{y \in \mathbb{R} / -7<y<5\}$	$x=\frac{-2\pm\sqrt{144}}{2.1}$ $x=\frac{-2\pm 12}{2}$ → $x'=\frac{10}{2}=5$; $x''=\frac{-14}{2}=-7$ • Estudo do sinal de y: $a>0$: concavidade da parábola para cima Para $y<0$, temos a região em destaque  Como x refere-se às semanas que a muda de árvore ficará na estufa, temos como solução $0 \leq x < 5$, ou seja, a muda de árvore ficará na estufa até alcançar a 5ª semana.
AMM	AM30 – Identificar AM1 – Algebrizar AM23 – Fazer operações com números reais AM43 – Simplificar AM33 – Interpretar AM42 – Representar AM52 – Visualizar AM50 – Usar linguagem matemática adequada	AM1 – Algebrizar AM23 – Fazer operações com números reais AM26 – Formalizar AM33 – Interpretar AM42 – Representar AM43 – Simplificar AM46 – Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica AM49 – Transpor informações (estar coerente; conectar informações) AM50 – Usar linguagem matemática adequada AM51 – Verificar
Memória	▪ Função do 2º grau; ▪ Identificação dos coeficientes **a**, **b** e **c**; ▪ Aplicação da “fórmula de Bhaskara”; ▪ Cálculo do discriminante; ▪ Resolução de equações do 2º grau; ▪ Estudo do sinal da parábola; ▪ Interpretação de soluções no contexto; ▪ Representação gráfica da função quadrática.	▪ Conceito e resolução de inequação do 2º grau; ▪ Equação do 2º grau; ▪ Função quadrática; ▪ Cálculo do discriminante (Δ); ▪ “Fórmula de Bhaskara”; ▪ Análise do sinal de uma função quadrática; ▪ Interpretação do gráfico de parábolas; ▪ Representação de intervalos reais; ▪ Interpretação de funções aplicadas ao tempo; ▪ Representação do tempo como variável restrita ao campo positivo; ▪ Relação entre gráfico e contexto real; ▪ Reconhecimento de inequação; ▪ Resolução algébrica;

		▪ Interpretação gráfica; ▪ Domínio da função.
Atenção	$x^2 + 2x < 35$ $x^2 + 2x - 35 < 0$ A Seja $y = x^2 + 2x - 35$, calculemos as raízes de y. Para isto, temos $y = 0$. $x^2 + 2x - 35 = 0$ $a = 1 \quad b = 2 \quad c = -35$ B $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 2^2 - 4.1.(-35)$ $\Delta = 4 + 140 = 144$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2.1}$ $\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 12}{2}$ $\nearrow x' = \frac{-2+12}{2} = 5$ $\searrow x'' = \frac{-2-12}{2} = -7$ C . Estudo do sinal de y: $a > 0 \Rightarrow$ concavidade da parábola para cima D  E p/ $y < 0$: $S = \{y \in \mathbb{R} / -7 < y < 5\}$ F ▪ A: Reconhecer que se trata de uma inequação do 2º grau e reescrever na forma padrão; ▪ B: Indicar a função associada e reconhecer seus coeficientes; ▪ C: Aplicar o cálculo do discriminante, a fórmula de Bhaskara e compreender que as duas soluções são as raízes que delimitam os intervalos do estudo do sinal; ▪ D: Interpretar o sinal do coeficiente **a** e estudar seus sinais; ▪ E: Representar a concavidade da parábola e reconhecer que os pontos -7 e 5 não pertencem ao conjunto-solução (bolinhas abertas); ▪ F: Escrever corretamente a solução em notação formal.	A muda da árvore ficará na estufa, x semanas, enquanto sua altura for menor que 35 ($h < 35$). A Temos então que $x^2 + 2x < 35$ $x^2 + 2x - 35 < 0$ B Seja $y = x^2 + 2x - 35$, calculemos as raízes de y. Para isto, temos $y = 0$. C $x^2 + 2x - 35 = 0$ $a = 1 \quad b = 2 \quad c = -35$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 2^2 - 4.1.(-35)$ $\Delta = 4 + 140 = 144$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2.1}$ D $\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 12}{2}$ $\nearrow x' = \frac{-2+12}{2} = 5$ $\searrow x'' = \frac{-2-12}{2} = -7$ E . Estudo do sinal de y: $a > 0 \Rightarrow$ concavidade da parábola para cima F Neste exercício, temos que o domínio é $x > 0$, pois refere-se à semanas (tempo). Logo, para $y < 0$, temos a região em destaque.  G

Atenção (continuação)		Vemos que a muda da árvore ficará na estufa, $0 \leq x < 5$, ou seja, por um período inferior a 5 semanas. p/ $y<0$: $S=\{y \in \mathbb{R} / -7<y<5\}$ H ▪ A: Traduzir o contexto verbal em linguagem algébrica (modelagem); ▪ B: Reescrever a inequação na forma padrão e simplicar; ▪ C: Identificar a função associada e encontrar suas raízes; ▪ D: Identificar os coeficientes, calcular o discriminante e aplicar corretamente a “fórmula de Bhaskara”; ▪ E: Identificar que os valores obtidos são as raízes da função e delimitam o intervalo de estudo; ▪ F: Interpretar a concavidade da parábola e fazer o estudo dos sinais ▪ G: Representar graficamente apenas o trecho do gráfico compatível com o domínio da variável$x \geq 0$ (tempo); ▪ H: Interpretar corretamente a solução no contexto: tempo em semanas.

Fonte: Elaborado pelo autor

5.4.1.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

A nova versão da questão 46, que trata da evolução do crescimento de uma muda de árvore em função do tempo, propõe ao estudante interpretar o contexto da situação, relacionando a solução algébrica ao tempo real de permanência da muda na estufa.

O novo enunciado exige que o estudante compreenda o crescimento da planta modelado pela função quadrática $h(x) = x^2 + 2x$ e estabeleça o intervalo de tempo durante o qual a muda permanece sob cuidados especiais. Essa tarefa se inicia com a modelagem da situação por meio da inequação $x^2 + 2x < 35$, que traduz a condição verbal (enquanto sua altura for menor que 35 cm), conectando o conteúdo matemático ao fenômeno descrito, em linguagem matemática simbólica, ativando assim as ações AM8 – Modelar e AM46 – Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica.

Em seguida, para formalizar o problema algébrico, é necessário reorganizar a expressão na forma padrão $x^2 + 2x - 35 < 0$, processo que mobiliza a AM26 – Formalizar, permitindo a transformação de uma situação concreta em uma estrutura matemática manipulável. Esse movimento de estruturação simbólica pode acionar regiões do córtex pré-frontal dorsolateral, responsáveis pela formulação lógica e pela organização de representações abstratas (Dehaene, 2012; Lent, 2023).

O procedimento de resolução da inequação envolvendo o cálculo das raízes da função quadrática associada, a construção e análise da parábola, ativa as mesmas AMM da resolução original (AM16, AM23, AM35, AM43, AM33, AM42, AM52). A precisão nos cálculos exige atenção sustentada e é possível que ative o córtex parietal inferior, associado ao processamento numérico e simbólico (Herculano-Houzel, 2017).

Importante destacar que, ao considerar que o tempo x representa semanas, exclui-se o intervalo negativo da solução matemática, assumindo apenas valores positivos, o que mobilizando a AM49 – Transpor informações (estar coerente; conectar informações). Essa ação exige o reconhecimento de que valores negativos de tempo são inviáveis no cenário proposto, mobilizando atenção executiva e controle inibitório (Dehaene, 2012; Bear, Connors e Paradiso, 2017). Implica ativação simultânea do giro angular (integração simbólica e linguística) e do córtex temporal medial (associação contextual) (Izquierdo, 2018; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Essa filtragem da solução algébrica de acordo com a interpretação do problema ativa também a AM32 – Inferir (relações lógicas), ao justificar por que o valor $x = -7$ não faz sentido físico no contexto da estufa, e AM25 – Flexibilizar interpretações e contextos, ao compreender que nem todo resultado algébrico se aplica ao mundo real, exigindo um refinamento lógico e interpretativo por parte do estudante.

Além disso, a comunicação da resposta em linguagem matemática formalizada, expressando o intervalo como $0 < x < 5$, requer a mobilização da AM50 – Usar linguagem matemática adequada, promovendo a precisão simbólica na resposta final. Encerrando, para assegurar a correção da solução encontrada, o estudante ativa a AM51 – Verificar, comparando o resultado obtido com o contexto real da situação-problema e confirmando sua validade. Essa verificação envolve a mobilização da memória de trabalho e o controle atencional para a checagem lógica do raciocínio, sendo mediada pelo córtex pré-frontal dorsolateral (Izquierdo, 2018; Lent, 2023).

Do ponto de vista neurocognitivo, a resolução do problema reformulado, pela literatura estudada, pode promover uma ativação integrada de regiões cerebrais fundamentais para o raciocínio matemático, como o córtex pré-frontal dorsolateral (planejamento e controle lógico), o córtex parietal inferior (manipulação simbólica e visualização espacial) e o giro angular (integração entre linguagem e simbolização matemática) (Dehaene, 2012; Herculano-Houzel, 2017). Há um enriquecimento em comparação com a versão algébrica tradicional, pois o estudante não apenas realiza operações matemáticas, mas também interpreta, modela, representa e valida soluções dentro de um contexto realista, promovendo o que Ponte (2012) define como aprendizagem matemática consciente e significativa.

Quanto aos focos de atenção, observa-se uma ampliação: além da atenção aos sinais e às operações algébricas, há necessidade de atenção seletiva para interpretar o significado das raízes, atenção executiva para excluir soluções irreais (tempo negativo) e atenção sustentada para garantir a coerência entre a solução algébrica e o contexto físico descrito.

Por fim, os conteúdos evocados da memória de longo prazo extrapolam o domínio da resolução de inequações quadráticas, integrando conhecimentos sobre funções, leitura de intervalos reais, comportamento gráfico de parábolas, tradução de linguagem natural para simbólica e interpretação de situações-modelo — processos essenciais para a formação de um pensamento matemático flexível e adaptativo, em consonância com as propostas da neuroeducação contemporânea (Purves *et al.*, 2014; Dehaene, 2012; Izquierdo, 2011).

A presença desse exercício reformulado no conjunto de análises permite ilustrar claramente os benefícios cognitivos de se propor enunciados contextualizados, baseados em situações-problema. Nesse formato, o estudante é chamado a atribuir sentido aos procedimentos algébricos e a justificar, com base em critérios externos à matemática pura, a validade da resposta encontrada.

Em conformidade com os objetivos da pesquisa, essa reformulação evidencia o potencial formativo da matemática quando articulada à resolução de problemas contextualizados, promovendo a integração entre interpretação verbal, raciocínio simbólico, modelagem funcional e julgamento lógico. Essa abordagem, fundamentada no Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), amplia o repertório de estratégias cognitivas envolvidas na aprendizagem e sustenta a proposição de práticas pedagógicas baseadas no desenvolvimento do pensamento matemático.

5.4.1.3 Regiões cerebrais ativadas

A resolução da inequação do 2º grau $x^2 + 2x - 35 < 0$, em suas versões original e reformulada, pode exigir ativação significativa das funções executivas, da atenção e da memória, integrando múltiplos processos cognitivos que envolvem diferentes regiões cerebrais.

O córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL) é a principal região ativada durante a tarefa. Ele é responsável pelo planejamento, pela organização sequencial das etapas algébricas (como aplicação da “fórmula de Bhaskara” e estudo do sinal da parábola), e pela manutenção do foco atencional. Na versão reformulada, o CPFDL é ainda mais exigido, pois o estudante precisa integrar os resultados algébricos a um contexto verbal e real, descartando a raiz negativa por representar um tempo inválido, o que exige tomada de decisão lógica e flexibilidade cognitiva.

As diferentes formas de atenção sugerem a ativação de regiões específicas:

- atenção seletiva, mobilizada para identificar a estrutura da inequação e os elementos relevantes da função quadrática, envolve o córtex parietal inferior e o CPFDL, que atuam em conjunto para filtrar as informações essenciais;
- atenção sustentada, exigida para acompanhar a resolução completa da inequação, também envolve o CPFDL, sustentando o raciocínio ao longo das etapas;
- atenção executiva, ativada no controle de erro e na avaliação da coerência da solução, especialmente na versão contextualizada, tende a envolver o córtex cingulado anterior (CCA), que monitora o desempenho, detecta conflitos e regula ajustes na estratégia.

Quanto à memória, há envolvimento simultâneo de:

- memória de longo prazo, cuja evocação de conteúdos como a “fórmula de Bhaskara”, o comportamento gráfico da parábola e o conceito de inequação, conforme estudos prévios, indicam possível ativação do hipocampo, estrutura central na recuperação de conhecimentos consolidados;
- memória de trabalho, essencial para manter em mente os coeficientes, cálculos intermediários, raízes e intervalos válidos ao longo da tarefa, pode ativar novamente o CPFDL e suas conexões com o córtex parietal.

Em ambas as versões, mas com maior intensidade na reformulada, observa-se também a possível ativação do giro angular, importante na interpretação simbólica, transição entre linguagens verbal e matemática e compreensão do gráfico e do conjunto-solução final.

Portanto, a resolução desse exercício demanda uma rede neural coordenada que articula:

- CPFDL (planejamento, foco, organização),
- CCA (monitoramento e controle de erro),
- Hipocampo (evocação de conteúdos),
- Córtex parietal inferior (manipulação simbólica, atenção seletiva),
- Giro angular (leitura simbólica e interpretação contextual).

Essa integração reforça que o processo de resolver inequações do 2º grau, sobretudo em contextos aplicados, vai além da manipulação técnica, exigindo regulação executiva, memória ativa e decisões críticas, aspectos centrais ao desenvolvimento do pensamento matemático consciente e reflexivo.

5.4.2 Exercício 6: Gráfico de funções do 2º grau

Este exercício foi selecionado a partir da questão 49 do livro de Iezzi *et al.* (2016), por introduzir um procedimento resolutivo distinto das abordagens algébricas tradicionais: a interpretação direta do gráfico de funções quadráticas para determinar conjuntos-solução de inequações. As letras "c" e "d" da questão propõem, respectivamente, a identificação dos valores de x para os quais $g(x) < 0$ e $f(x) \geq 0$, com base na análise visual das parábolas representadas no plano cartesiano.

O enunciado completo encontra-se no Quadro 21.

A escolha desse exercício justifica-se por oferecer ao estudante a possibilidade de explorar a linguagem gráfica da matemática como recurso para inferência de soluções, favorecendo a articulação entre representação visual, sentido geométrico da função e interpretação de desigualdades. Essa abordagem amplia o repertório de estratégias cognitivas normalmente mobilizadas na resolução de inequações e permite observar diferentes formas de construção do raciocínio matemático, especialmente no que se refere à visualização e ao controle executivo de informações espaciais.

Nas subseções a seguir, apresentam-se a análise da versão original da tarefa, a proposta reformulada com o mesmo recurso gráfico e, por fim, o comparativo das regiões cerebrais envolvidas em cada uma das resoluções.

5.4.2.1 Versão original: análise neurocognitiva

A questão 49 apresenta os gráficos de duas funções quadráticas, f e g, cujas parábolas são representadas, respectivamente, por curvas com concavidade para cima e para baixo. A proposta das letras c e d exige que o estudante determine, por meio da observação gráfica:

- (c) o conjunto-solução da inequação $g(x) < 0$;
- (d) o conjunto-solução da inequação $f(x) \geq 0$.

Nesse exercício, a resolução não é algébrica, mas fundamentada na interpretação gráfica das funções, o que exige do estudante um conjunto de ações mentais específicas, processos cognitivos integrados e estratégias de raciocínio lógico-visual.

No item (c) da questão, para determinar os valores de x em que $g(x) < 0$, é necessário compreender que a função está abaixo do eixo x. O gráfico mostra que a parábola de g, com concavidade voltada para cima, intercepta o eixo x nos pontos $x = 1$ e $x = 4$. Assim, o trecho onde g(x) < 0 corresponde ao intervalo entre essas raízes:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 4\}.$$

Essa resolução envolve a AM30 – Identificar (elementos relevantes, raízes), AM52 – Visualizar (relações entre variáveis, associar posição da parábola em relação ao eixo x), AM33 – Interpretar (resultados), AM5 – Coletar informações/dados, AM32 – Inferir, AM42 – Representar (a solução como um intervalo real) e AM50 – Usar linguagem matemática adequada (na representação correta do conjunto-solução).

Do ponto de vista neurocognitivo, o estudante precisa acionar a memória de longo prazo para compreender o significado gráfico da desigualdade $g(x) < 0$, e também a memória de trabalho, para manter a lógica da análise visual durante a inferência do intervalo correto. A atenção visual e espacial é fundamental, pois exige a identificação precisa da faixa em que a parábola está abaixo do eixo horizontal, excluindo as raízes da solução. As áreas cerebrais envolvidas sugerem inclusão do córtex parietal inferior, responsável por integrar formas e símbolos, e o córtex pré-frontal, que regula o raciocínio lógico-sequencial (Dehaene, 2022).

Já no item d, para resolver a inequação $f(x) \geq 0$, o estudante precisa identificar os valores de x para os quais a parábola da função f, com concavidade voltada para baixo, está sobre ou acima do eixo x. Pelo gráfico, observa-se que a parábola intercepta o eixo x nos pontos $x = 6$ e $x = -4$ (este é deduzido devido ao fato da parábola ser simétrica e o vértice da mesma estar sobre o ponto $x = 1$). A função f assume valores não-negativos nos intervalos dentro das raízes, ou seja:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 6\}.$$

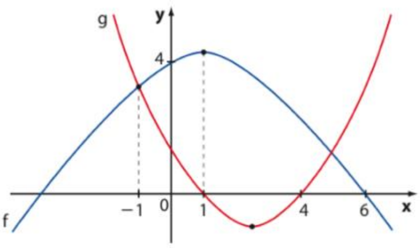
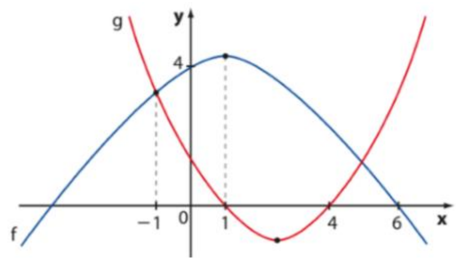
Aqui, além das AMM mencionadas no item anterior, destacam-se: AM34 – Investigar, pois é necessário identificar que falta uma raiz, AM28 – Geometrizar, para encontrar a raiz por meio de simetria, e AM23 – Fazer operações com números reais, para descobrir o valor dessa raiz por meio da simetria em relação ao vértice da parábola.

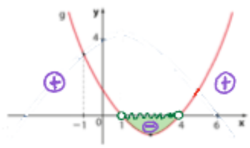
Do ponto de vista da atenção, é necessário realizar duas observações simultâneas: a posição da parábola em relação ao eixo x e a inclusão dos pontos extremos (-4 e 6), pois a desigualdade é não estrita (inclui $f(x) = 0$). Isso indica exigência da atenção executiva e controle inibitório para não negligenciar valores que pertencem ao conjunto-solução. Mais uma vez, a memória de longo prazo pode ser mobilizada para acionar conhecimentos sobre comportamento gráfico de funções quadráticas, enquanto a memória de trabalho integra essas informações com os dados visuais apresentados.

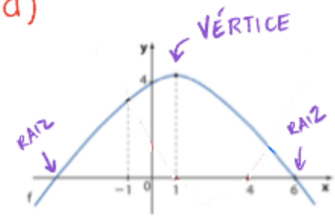
Do ponto de vista neurocognitivo, a interpretação gráfica podem ativar áreas visuais e simbólicas integradas. A principal região envolvida, de acordo com a literatura, é o giro angular, relacionado à leitura de representações simbólicas e visuais, como gráficos e eixos. O córtex parietal inferior também tende a ser ativado na identificação de padrões espaciais e relações entre variáveis. O córtex pré-frontal dorsolateral, embora menos exigido em termos de manipulação algébrica, pode participar do controle executivo da tarefa, como na verificação dos intervalos corretos e na expressão formal da resposta.

Assim, embora o exercício não exija manipulação algébrica direta, ele demanda alto grau de visualização, interpretação e transposição simbólica, integrando ações mentais e funções cognitivas que sustentam o raciocínio gráfico e a comunicação matemática formal.

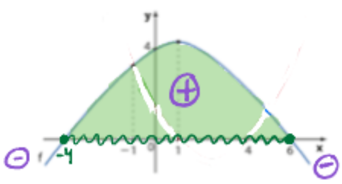
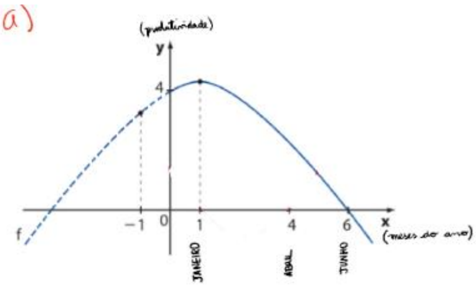
Quadro 22 – Análise neuromatemática do Exercício 6: gráficos de funções do 2º grau

	ORIGINAL	**NOVA VERSÃO**
Id.	Livro: Matemática IEZZI – Volume 1 Questão: 17 Letras: c, d Página: 113	Proposta pelo autor
Enunciado	**49** Na figura a seguir tem-se os gráficos das funções quadráticas **f** e **g**.  Determine: **a)** as raízes de **f**; **b)** o vértice de cada uma das parábolas que representam essas funções; **c)** o conjunto solução da inequação g(x) < 0; **d)** o conjunto solução da inequação f(x) ⩾ 0.	Uma empresa agrícola acompanha a produtividade de duas variedades de sementes ao longo dos meses do ano. As funções $f(x)$ e $g(x)$, que modelam a produtividade média mensal de cada variedade (em unidades por hectare), estão representadas pelas parábolas a seguir, onde $x$indica o mês do ano, com $x =$ 1,correspondendo a janeiro, $x = 2$ a fevereiro, e assim por diante.  Com base nessas informações:

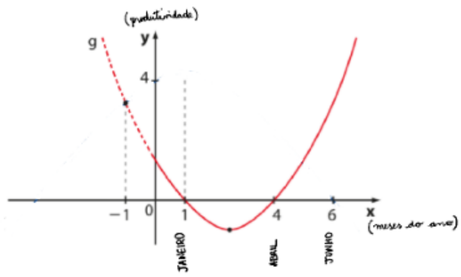
<table>
<tr>
<td>Enunciado (continuação)</td>
<td></td>
<td>a) Durante quais meses do ano cada variedade apresenta produtividade positiva?
b) Considerando que a empresa deseja manter a produtividade positiva de forma contínua pelo maior número possível de meses ao longo do ano, qual variedade seria mais vantajosa? Justifique com base na análise das funções.</td>
</tr>
<tr>
<td>Resolução sugerida</td>
<td>(c)

Para $g(x) < 0$ temos, pela análise do gráfico que,
$S = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 4\}$

(d)


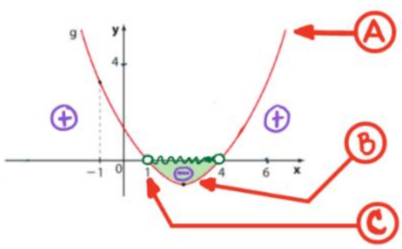
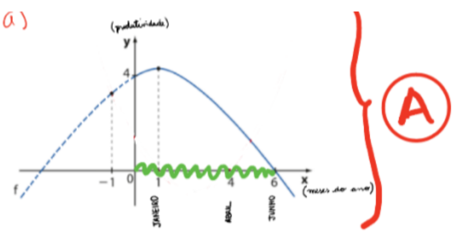
A abscissa do vértice de f é 1 e este é o ponto de simetria da parábola. Como uma das raízes é 6, por simetria a outra raiz é -4.

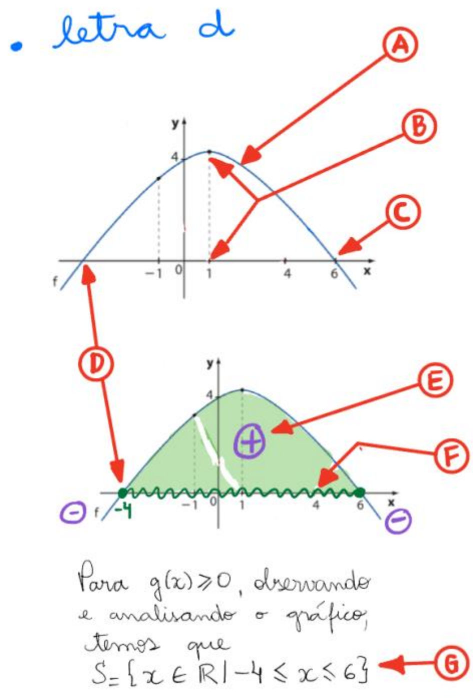
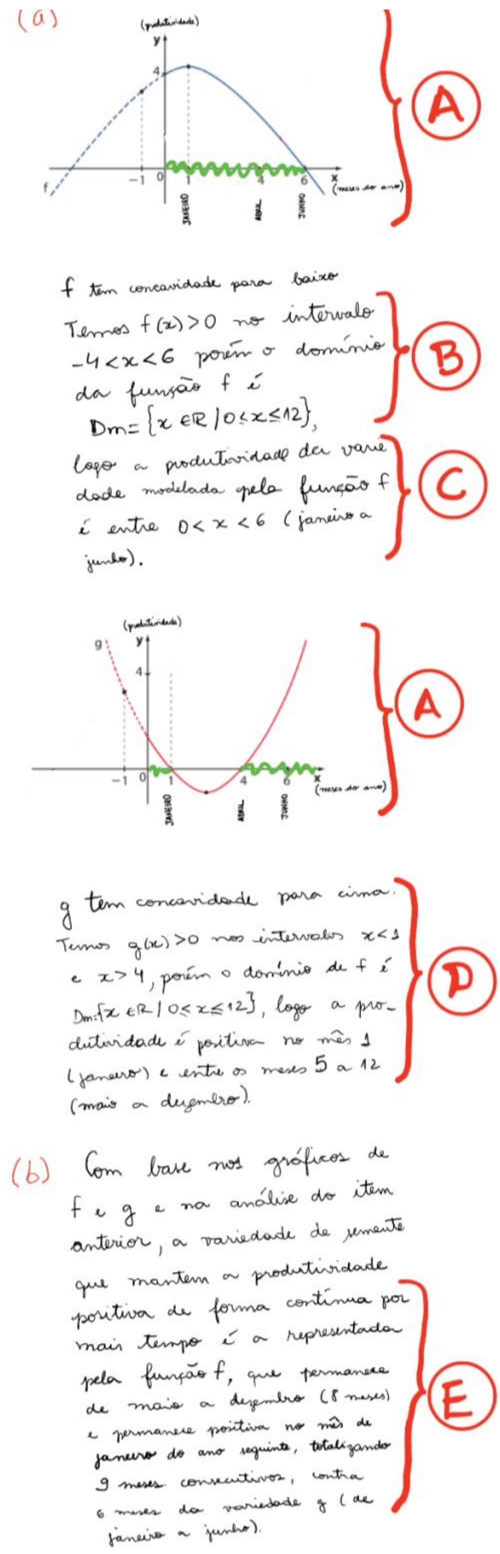

Para $g(x) \geq 0$, observando e analisando o gráfico, temos que
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 6\}$</td>
<td>(a)


f tem concavidade para baixo
Temos $f(x) > 0$ no intervalo $-4 < x < 6$ porém o domínio da função f é $Dm = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 12\}$, logo a produtividade da variedade modelada pela função f é entre $0 < x < 6$ (janeiro a junho).



g tem concavidade para cima.
Temos $g(x) > 0$ nos intervalos $x < 1$ e $x > 4$, porém o domínio de f é $Dm = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 12\}$, logo a produtividade é positiva no mês 1 (janeiro) e entre os meses 5 a 12 (maio a dezembro).</td>
</tr>
</table>

Resolução sugerida (continuação)		(b) Com base nos gráficos de f e g e na análise do item anterior, a variedade de semente que mantem a produtividade positiva de forma contínua por mais tempo é a representada pela função f, que permanece de maio a dezembro (8 meses) e permanece positiva no mês de janeiro do ano seguinte, totalizando 9 meses consecutivos, contra 6 meses da variedade g (de janeiro a junho).
AMM	AM30 – Identificar AM52 – Visualizar AM33 – Interpretar AM5 – Coletar informações/dados AM32 – Inferir AM34 – Investigar AM28 – Geometrizar AM23 – Fazer operações com números reais AM42 – Representar	AM30– Identificar AM33 – Interpretar AM25 – Flexibilizar interpretações AM52 – Visualizar AM42 – Representar AM33 – Interpretar AM32 – Inferir AM50 – Usar linguagem matemática adequada
Memória	▪ Análise de gráficos de funções quadráticas; ▪ Reconhecimento da concavidade da parábola; ▪ Identificação de raízes no gráfico; ▪ Interpretação geométrica de desigualdades; ▪ Inferência de intervalos; ▪ Leitura de eixos cartesianos; ▪ Simetria da parábola; ▪ Exclusão/inclusão de extremos.	▪ Funções quadráticas: concavidade da parábola, raízes da função e sinais dos intervalos; ▪ Leitura e interpretação de gráficos; ▪ Domínio e imagem de uma função; ▪ Resolução de inequações do 2º grau; ▪ Representação de intervalos numéricos;
Atenção	• letra c  Para $g(x) < 0$ temos, pelo gráfico que, $S=\{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 4\}$ D ▪ A: Identificação da parábola que representa a função g (em vermelho) ▪ B: Sinais da parábola ▪ C: Exclusão das raízes (bolinha aberta)	(a)  f tem concavidade para baixo Temos $f(x)>0$ no intervalo $-4<x<6$ porém o domínio da função f é $Dm=\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 12\}$, B Logo a produtividade da variedade modelada pela função f é entre $0<x<6$ (janeiro a junho). C

Atenção (continuação)	▪ D: Interpretação e representação do intervalo em notação matemática formal  ▪ E: Identificação da parábola que representa a função f (em azul) ▪ F: Identificação do vértice e a sua abscissa ▪ G: Identificação de uma raiz de f ▪ H: Cálculo da segunda raiz de f por simetria ao vértice da parábola ▪ I: Sinais da função f ▪ J: Intervalo que satisfaz ao enunciado com inclusão das extremidades (bolinha fechada) K: Interpretação e representação do intervalo em notação matemática formal	 A: Leitura e interpretação gráfica B: Identificação do domínio das funções f e g; C: Análise do sinal da função D: Compreensão do contexto do problema e verificação da coerência com o contexto real E: Inferência temporal e comparação entre intervalos

Fonte: Elaborado pelo autor

5.4.2.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

A reformulação da questão 49, agora adaptada ao contexto agrícola, propõe a análise das funções quadráticas $f(x)$ e $g(x)$, cujos gráficos estão associados à produtividade mensal de duas variedades de sementes ao longo dos meses do ano. A variável x representa o mês, sendo $x = 1$ equivalente a janeiro, $x = 2$ a fevereiro, e assim por diante até dezembro. A proposta tem por objetivo que o estudante identifique os períodos de produtividade positiva para cada variedade e, com base nisso, decida qual variedade mantém desempenho mais estável e vantajoso ao longo do ano.

A resolução do item (a), que solicita a identificação dos meses nos quais cada função apresenta valores positivos, exige do estudante a leitura atenta do gráfico de cada função e a associação entre os pontos de interseção com o eixo x e os intervalos onde a parábola está acima desse eixo. Ao reconhecer que a função f possui concavidade voltada para baixo e que seu gráfico está acima do eixo x no intervalo $-4 < x < 6$, o estudante identifica, considerando a restrição ao domínio $0 < x \leq 12$, que a variedade representada por f apresenta produtividade positiva de janeiro a junho. Esse processo tende ativar as ações: AM30 – Identificar (intervalos, concavidade e eixo de simetria), AM33 – Interpretar resultados, e AM25 – Flexibilizar interpretações, ao adaptar o intervalo real para o domínio do problema aplicado.

Já para a função g, com concavidade voltada para cima, o gráfico encontra-se acima do eixo x para $x < 1$ e $x > 4$. Considerando a restrição ao intervalo de meses do ano, o estudante precisa identificar os períodos $0 < x < 1$ e $4 < x \leq 12$, que correspondem aproximadamente ao mês de janeiro e ao período de maio a dezembro. Essa leitura sugere envolvimento das ações: AM52 – Visualizar relações entre variáveis; AM42 – Representar graficamente; e, novamente, AM33 – Interpretar com base na correspondência entre as representações simbólica, gráfica e contextual.

No item b, o estudante deve comparar as funções e concluir qual variedade mantém produtividade positiva de forma contínua por mais tempo. A análise exige raciocínio comparativo entre os intervalos anteriormente identificados. A variedade representada pela função g apresenta produtividade positiva de maio a dezembro (8 meses), e também no mês de janeiro do ano seguinte ($x > 12$), totalizando 9 meses consecutivos. Já a variedade associada à função f apresenta produtividade positiva de janeiro a junho, totalizando 6 meses. Essa interpretação pode ativar a AM32 – Inferir, ao comparar propriedades e características e a AM50

– Usar linguagem matemática adequada, ao justificar a escolha com base na análise dos gráficos e no entendimento da continuidade dos intervalos positivos.

Do ponto de vista neurocognitivo, a resolução da tarefa reformulada exige do estudante a mobilização de múltiplas formas de representação e a transposição entre registros simbólicos e visuais, o que pode envolver a ativação do giro angular, responsável pela integração de informações matemáticas e verbais. A atenção executiva, regulada pelo córtex cingulado anterior, pode ser exigida para manter o controle das comparações entre os gráficos e os meses, especialmente ao restringir o domínio da função aos valores entre 1 e 12. A memória de longo prazo tende ser mobilizada para reconhecer propriedades das funções quadráticas e associar concavidade ao sinal dos valores da função. Já a memória de trabalho, que pode ser sustentada pelo córtex pré-frontal dorsolateral, permite manter as coordenadas e interpretações simultâneas dos dois gráficos em análise comparativa.

Essa reformulação demonstra que, ao propor um enunciado contextualizado e gráfico, é possível ativar ações mentais de alto nível sem exigir formalizações algébricas, promovendo o desenvolvimento da leitura crítica de gráficos e a aplicação significativa de conceitos matemáticos em situações reais. A tarefa favorece a argumentação com base em evidências visuais e promove o raciocínio comparativo, aproximando o ensino de matemática de competências essenciais para a formação cidadã e científica.

5.4.2.3 Regiões cerebrais ativadas

A análise comparativa entre as versões original e reformulada do exercício 6 revela diferenças importantes quanto às regiões cerebrais envolvidas na resolução das tarefas, ainda que ambas tratem da interpretação de gráficos de funções quadráticas. As distinções decorrem não apenas do tipo de resolução exigido, mas também da forma como os dados são interpretados e integrados em contexto aplicado.

Na versão original, a resolução do exercício baseia-se na análise visual direta dos gráficos das funções f e g, com foco na identificação das raízes, dos vértices e dos intervalos em que cada função assume valores positivos ou negativos. Essa atividade tende mobilizar predominantemente a memória de longo prazo, para evocar conhecimentos consolidados sobre as características das funções quadráticas, tais como concavidade, raízes, vértice e domínio. O córtex parietal inferior pode ser ativado durante a interpretação da concavidade e a localização dos pontos-chave no plano cartesiano, enquanto o giro angular pode atuar na leitura simbólica e na conversão entre a linguagem algébrica e a representação gráfica. A resolução também presume envolvimento da atenção seletiva para distinguir os trechos do gráfico acima e abaixo do eixo x, sugerindo ativação do córtex cingulado anterior.

Na versão reformulada, embora os gráficos permaneçam como principal fonte de informação, a resolução requer que o estudante relacione diretamente os valores de x aos meses do ano, o que demanda a transposição entre registros matemáticos e um contexto temporal concreto. Essa conversão simbólico-contextual, de acordo com a literatura, pode ativar com maior intensidade o giro angular, responsável por integrar informações de diferentes naturezas. Além disso, o raciocínio envolvido na análise de continuidade da produtividade e na comparação entre as variedades estaria associado à atenção executiva sustentada, que seria regulada pelo córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL), especialmente ao manter em mente os dois conjuntos de intervalos positivos e decidir qual variedade apresenta maior abrangência de produtividade ao longo do ano.

Outro aspecto importante da versão reformulada é a possibilidade de ativação do córtex cingulado anterior, não apenas na distinção entre os trechos dos gráficos, mas também na tomada de decisão justificada. Ao optar por uma variedade com base na duração contínua da produtividade positiva, o estudante precisa articular evidências gráficas, restrições de domínio e critérios temporais, o que exige maior coordenação entre atenção, controle inibitório e memória operacional.

Dessa forma, enquanto a versão original enfatiza o reconhecimento visual de propriedades das funções quadráticas e sua interpretação pontual, a versão reformulada amplia o envolvimento de regiões cerebrais associadas à tomada de decisão, planejamento, atenção executiva e integração de registros múltiplos. A atividade reformulada ativa um perfil cognitivo mais abrangente, ainda que não envolva manipulação algébrica, reforçando o papel pedagógico das reformulações como ferramenta para promover o avanço do pensamento matemático e o engajamento de funções cognitivas superiores.

5.5 ANÁLISE DE INEQUAÇÕES-PRODUTO E QUOCIENTE

As inequações do tipo produto e quociente representam uma etapa importante no aprofundamento do estudo das desigualdades algébricas, pois exigem que o estudante interprete expressões fatoradas ou fracionárias em que o sinal global depende da combinação dos sinais das partes envolvidas. Ao contrário das inequações do primeiro e do segundo graus, cuja resolução pode seguir procedimentos padronizados com relativa linearidade, as inequações-produto e quociente requerem a construção e análise de quadros de sinais, bem como a consideração das condições de existência das expressões. Tais exigências tornam esses exercícios cognitivamente mais complexos, exigindo articulação entre múltiplos elementos simbólicos e uma maior atenção aos detalhes formais da linguagem algébrica. Cabe destacar que, nas seções analisadas dos livros didáticos, apenas a obra de Paiva (2015) apresenta esse tipo de inequação, o que justifica a ausência de questões dessa natureza na análise das obras de Iezzi *et al*. (2016).

5.5.1 Exercício 7: inequação-produto

Este exercício foi selecionado do livro de Paiva (2015), por apresentar uma inequação algébrica do tipo produto composta por quatro fatores multiplicativos distintos. A proposta exige que o estudante identifique as raízes de cada fator linear, construa um quadro de sinais e interprete o comportamento do produto algébrico em diferentes intervalos da reta real, com o objetivo de determinar o conjunto-solução da desigualdade.

O enunciado completo encontra-se no Quadro 22.

A escolha dessa atividade justifica-se pela complexidade crescente que representa em relação às inequações do tipo produto mais simples, com dois ou três fatores. A presença de quatro fatores exige do estudante um maior controle atencional, uma organização sistemática das etapas resolutivas e a capacidade de combinar múltiplas informações simbólicas em uma análise conjunta. Além disso, essa tarefa permite observar com mais nitidez a mobilização de ações mentais ligadas à visualização de intervalos, à identificação de mudanças de sinal e à representação correta do conjunto-solução.

As subseções seguintes apresentam a análise da versão original da questão, a proposta reformulada e a comparação das regiões cerebrais ativadas em cada uma das resoluções.

5.5.1.1 Versão original: análise neurocognitiva

A questão 24, item c, p. 171, propõe a resolução da inequação-produto:

$$x(3x-4)(x+2)(1-x)<0,$$

no conjunto dos números reais. Essa estrutura algébrica exige que o estudante reconheça que se trata de uma inequação do tipo produto de funções polinomiais do 1º grau, o que aciona de imediato a AM30 – Identificar elementos relevantes, com o suporte do córtex parietal inferior, ao perceber a presença de quatro fatores lineares distintos multiplicados entre si.

Para dar início à resolução, o estudante deve determinar as raízes, respectivamente, de cada fator: $x = 0$, $x = \frac{4}{3}$, $x = -2$ e $x = 1$. Esse processo de fatoração e extração das raízes aciona a AM16 – Empregar propriedades dos números reais e a AM23 – Fazer operações com números reais, também sustentadas pelo córtex parietal inferior, cuja função está associada à manipulação simbólica e ao raciocínio algébrico elementar.

Após encontrar as raízes, o estudante constrói uma tabela de sinais, analisando o comportamento de cada fator em relação aos intervalos determinados pelas raízes. Essa organização da informação ativa a AM40 – Organizar, desorganizar e reorganizar, coordenada pelo córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL), responsável por ordenar logicamente as etapas da resolução. A leitura da variação de sinais em cada intervalo, bem como a construção da linha final do produto $f \cdot g \cdot h \cdot i$, aciona a AM43 – Simplificar (expressões) e a AM52 – Visualizar relações entre variáveis, com envolvimento conjunto do CPFDL e do giro angular, responsável por interpretar representações simbólicas e diagramáticas como quadros de sinais.

Durante a construção do quadro de sinais, a atenção visual e executiva são fundamentais: pois é necessário manter o controle do raciocínio ao preencher os sinais de cada fator e ao deduzir o sinal do produto total em cada intervalo. Isso exige coordenação entre memória de trabalho e controle atencional, que se associam, conforme estudos prévios, ao funcionamento do córtex pré-frontal dorsolateral, responsável pela organização de informações e raciocínio sequencial, e do córtex parietal inferior, envolvido na manipulação simbólica (Bear, Connors e Paradiso, 2017; Herculano-Houzel, 2017; Dehaene, 2012).

Ao interpretar o sinal da função composta e selecionar os intervalos onde o produto é negativo, o estudante pode mobilizar a AM33 – Interpretar (resultados), processo que exige leitura crítica da tabela de sinais e atenção ao objetivo final da inequação (< 0). Essa interpretação parece ser sustentada pela atenção executiva, associada ao córtex cingulado anterior, cuja função inclui o controle do erro, tomada de decisão e monitoramento da coerência entre etapas.

A formulação do conjunto-solução final:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \ ou \ 0 < x < 1 \ ou \ x > \frac{4}{3}\right\},$$

exige a ativação da AM50 – Usar linguagem matemática adequada, associada à clareza simbólica e à formalização da resposta, que estaria apoiada no CPFDL e no giro angular.

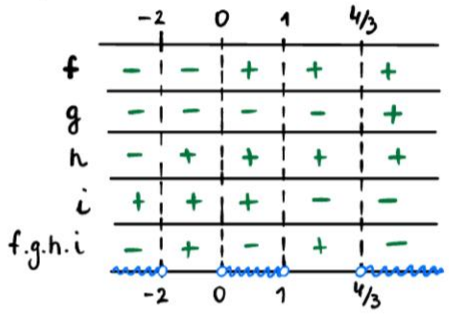
Durante todo o processo, a memória de longo prazo tende ser mobilizada para evocar o conceito de inequação-produto, os critérios para análise de sinais e a forma correta de representar conjuntos. Simultaneamente, a memória de trabalho pode ser exigida para manter ativamente os sinais parciais, coordenar os fatores e cruzar as informações em tempo real, com possível suporte funcional do CPFDL e do hipocampo.

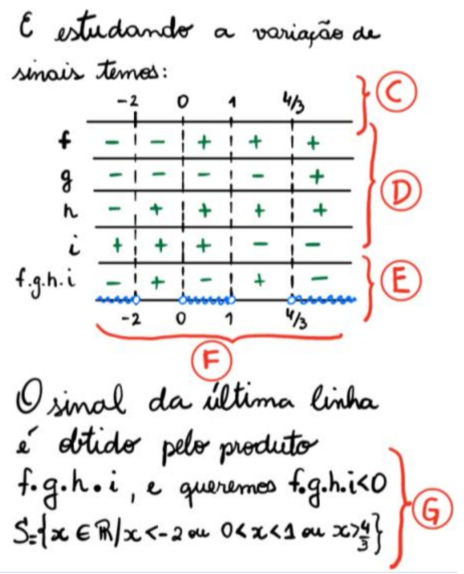
Dessa forma, a resolução da inequação-produto na versão original configura uma atividade rica em raciocínio simbólico e organização lógica, exigindo alto grau de controle executivo, leitura simbólica e aplicação de propriedades algébricas, em conformidade com os objetivos desta pesquisa ao analisar a ativação de ações mentais matemáticas e regiões cerebrais associadas ao pensamento algébrico.

Quadro 23 – Análise neuromatemática do Exercício 7: inequação-produto

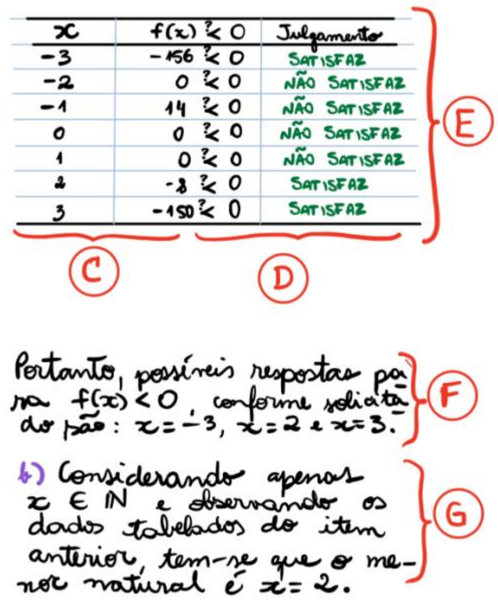
<table>
<tr><th></th><th>ORIGINAL</th><th>NOVA VERSÃO</th></tr>
<tr><td>Id.</td><td>Livro: Matemática Paiva – Volume 1
Questão:24
Letra: c
Página: 171</td><td>Proposta pelo autor</td></tr>
<tr><td>Enunciado</td><td>24 Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações.
a) $(2x - 8)(2 - x) > 0$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 <$
b) $(4x + 13)(3 - x)(2x - 1) \leq 0$ $S = \{x$
c) $x(3x - 4)(x + 2)(1 - x) < 0$
c) $S = \{x \in$
d) $\dfrac{3x - 6}{5 - x} > 0$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$
e) $\dfrac{x + 1}{2 - 3x} \leq 0$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1$ ou $x >$</td><td>Considere a inequação a seguir:
$$x(3x - 4)(x + 2)(1 - x) < 0.$$
a) Sem desenvolver ou resolver a inequação algebricamente, teste e indique pelo menos três números inteiros que satisfazem a condição apresentada.
(Obs.: organize os dados em uma tabela.)

b) Qual é o menor número natural que é solução da inequação dada?</td></tr>
<tr><td>Resolução sugerida</td><td>$x.(3x-4).(x+2).(1-x) < 0$
Vamos chamar de
$f(x) = x$; $g(x) = 3x - 4$;
$h(x) = x + 2$ e $i(x) = 1 - x$,
e vamos encontrar as raízes de cada função associada.
f: $x = 0$ g: $3x - 4 = 0$
$3x = 4$
$x = 4/3$
h: $x + 2 = 0$ i: $1 - x = 0$
$x = -2$ $1 = x$</td><td>$x.(3x-4).(x+2).(1-x) < 0$
a) Chamando
$f(x) = x.(3x-4).(x+2).(1-x)$,
vamos testar valores de $x \in \mathbb{Z}$ para identificar aqueles que satisfazem a $f(x) < 0$. Para organização vamos colocá-los numa tabela.
<table><tr><th>x</th><th>$f(x) \overset{?}{<} 0$</th><th>Julgamento</th></tr><tr><td>-3</td><td>$-156 \overset{?}{<} 0$</td><td>SATISFAZ</td></tr><tr><td>-2</td><td>$0 \overset{?}{<} 0$</td><td>NÃO SATISFAZ</td></tr><tr><td>-1</td><td>$14 \overset{?}{<} 0$</td><td>NÃO SATISFAZ</td></tr><tr><td>0</td><td>$0 \overset{?}{<} 0$</td><td>NÃO SATISFAZ</td></tr><tr><td>1</td><td>$0 \overset{?}{<} 0$</td><td>NÃO SATISFAZ</td></tr><tr><td>2</td><td>$-8 \overset{?}{<} 0$</td><td>SATISFAZ</td></tr><tr><td>3</td><td>$-150 \overset{?}{<} 0$</td><td>SATISFAZ</td></tr></table></td></tr>
</table>

Resolução sugerida (continuação)	E estudando a variação de sinais temos:  O sinal da última linha é obtido pelo produto f.g.h.i, e queremos f.g.h.i<0 $S=\{x \in \mathbb{R} / x<-2$ ou $0<x<1$ ou $x>\frac{4}{3}\}$	Portanto, possíveis respostas para $f(x)<0$, conforme solicita do pão: $x=-3$, $x=2$ e $x=3$. b) Considerando apenas $x \in \mathbb{N}$ e observando os dados tabelados do item anterior, tem-se que o menor natural é $x=2$.
AMM	AM30 – Identificar AM8 – Conectar experiências anteriores (met-before) AM35 – Manipular algebricamente AM23 – Fazer operações com números reais AM43 – Simplificar AM42 – Representar AM52 – Visualizar AM33 – Interpretar AM50 – Usar linguagem matemática adequada	AM9 – Conjecturar AM45 – Tabelar AM23 – Fazer operações com números reais AM41 – Repensar, refazer e repensar AM25 – Flexibilizar interpretações AM33 – Interpretar AM39 – Numerizar
Memória	▪ Composição de funções; ▪ Comparação entre funções do 1º grau; ▪ Identificação de raízes de funções de 1° grau; ▪ Produto dos sinais; ▪ Representação do produto das funções na reta numérica	▪ Composição de funções; ▪ Valor de funções do 1º grau; ▪ Identificação de raízes de funções de 1° grau; ▪ Produto dos sinais; ▪ Comparação de desigualdades; ▪ Conjunto dos números inteiros e naturais.
Atenção	$x.(3x-4).(x+2).(1-x)<0$ Vamos chamar de $f(x)=x$; $g(x)=3x-4$; $h(x)=x+2$ e $i(x)=1-x$, (A) e vamos encontrar as raízes de cada função associada. $f: x=0$ $\quad$ $g: 3x-4=0$, $3x=4$, $x=4/3$ $h: x+2=0$, $x=-2$ $\quad$ $i: 1-x=0$, $1=x$ (B)	$x.(3x-4).(x+2).(1-x)<0$ (A) a) Chamando $f(x)=x.(3x-4).(x+2).(1-x)$, vamos testar valores de $x \in \mathbb{Z}$ para identificar aqueles que satisfazem a $f(x)<0$. Para organização vamos colocá-los numa tabela. (B) ▪ A: Compreender a estrutura da inequação: produto de quatro fatores e desigualdade < 0; ▪ B: Perceber que a testagem deve ser feita com números inteiros (conforme o enunciado);

<table>
<tr>
<td>Atenção (continuação)</td>
<td>


A: Reconhecer que a inequação é do tipo produto de quatro fatores (funções associadas) e exige estudo de sinais;
B: Identificar todas as raízes das funções associadas;
C: Ordenar as raízes na reta real;
D: Preencher o quadro de sinais para cada fator com base no comportamento da função de 1º grau;
E: Aplicar a regra do produto de sinais para determinara o sinal do produto final;
F: Identificar os intervalos que satisfazem a condição $f(x) < 0$;
G: Representar formalmente o conjunto-solução com notação matemática adequada.

</td>
<td>


C: Escolher valores estratégicos antes, entre e depois das raízes dos fatores $x = 0, \frac{4}{3}, -2, 1$, substituir na função e realizar operações com atenção aos sinais;
D: Interpretar corretamente o sinal do resultado de f(x);
E: Preencher a tabela com coerência e clareza;
F: Concluir o conjunto de soluções inteiras com base nos resultados observados;
G: Restringir o olhar ao conjuntos dos números naturais e identificar o menor valor que satisfaz a inequação.

</td>
</tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor

5.5.1.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

A reformulação da questão 24, item c, de Paiva (2015, p. 171) propõe a análise da inequação-produto $x(3x-4)(x+2)(1-x) < 0$, solicitando ao estudante que identifique, por meio de testes numéricos, quais números inteiros satisfazem a condição apresentada. A proposta, ao invés de exigir a resolução algébrica formal, sugere que os dados sejam organizados em uma tabela e, a partir dela, que se conclua qual é o menor número natural pertencente ao conjunto-solução. Essa mudança no enunciado, embora preserve a estrutura algébrica do item original, desloca o foco cognitivo da manipulação simbólica para a análise numérica, a interpretação de sinais e o uso estratégico de representações tabulares, promovendo, assim, a ativação de ações mentais matemáticas diferentes.

No item a, ao solicitar que o estudante teste e indique três números inteiros que satisfazem a inequação, a atividade sugere mobilização inicialmente da AM9 – Conjecturar, uma vez que o estudante precisa antecipar, com base em tentativas, quais valores tornam a expressão negativa. O uso da tabela como ferramenta de organização dos resultados presume-se que envolva a AM45 – Tabelar, pois os valores de x, os fatores e o produto final são registrados e organizados sistematicamente, facilitando a comparação entre os casos testados. O raciocínio envolvido na verificação de quais valores das testagens satisfazem a condição dada pode ativar também a AM39 – Numerizar, ao manipular numericamente a função, e AM23 – Fazer operações com números reais, especialmente ao realizar cálculos diretos e determinar o sinal da multiplicação dos quatro fatores.

Além disso, o processo de tentativa, erro e persistência, evidenciado pela permanência dos resultados inválidos na tabela, aponta para a ativação da AM41 – Repensar, refazer e repensar, pois o estudante não elimina os erros, mas os utiliza como referência para ajustar sua estratégia e encontrar novos valores que satisfaçam a condição da inequação. Essa postura reflexiva e progressiva, que considera tanto os acertos quanto os erros no processo de construção do raciocínio, reforça o desenvolvimento de competências cognitivas associadas à autonomia e ao controle metacognitivo.

Do ponto de vista neurocognitivo, o preenchimento da tabela exige atenção sustentada, para garantir a consistência dos cálculos e a verificação dos sinais em cada linha. A manutenção dos dados em memória de curto prazo e a comparação entre os resultados envolvem a atuação conjunta do córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL), da memória de trabalho e do córtex parietal inferior, responsável pela manipulação de quantidades e operações numéricas. A atenção executiva, regulada pelo córtex cingulado anterior, também é mobilizada para avaliar a coerência dos testes e ajustar estratégias conforme necessário. O uso da tabela, por sua vez, sugere ativação o giro angular, responsável pela integração visual e simbólica de informações.

No item b, ao restringir a análise aos números naturais e solicitar a identificação do menor número natural que satisfaz a inequação, observa-se a possível mobilização da AM25 – Flexibilizar interpretações, pois o estudante precisa aplicar uma nova condição de restrição ao conjunto de dados já testados. Ele deve reinterpretar os resultados sob o novo critério e concluir, com base na observação da tabela, que $x = 2$ é o menor número natural que torna a expressão negativa. Essa etapa final também demanda mobilização da AM33 – Interpretar, ao reconhecer que os valores $x = 0$ e $x = 1$, embora naturais, não satisfazem a inequação, pois resultam em produto nulo ou positivo.

Assim, embora esta reformulação não exija manipulação algébrica formal, ela amplia qualitativamente a complexidade do raciocínio envolvido, ao integrar múltiplas formas de representação (numérica, simbólica e tabular), promover raciocínio exploratório, valorizar o erro como parte do processo e estimular a autonomia analítica. Em consonância com os objetivos desta pesquisa, essa atividade evidencia como a reformulação consciente de um enunciado pode transformar uma tarefa algébrica tradicional em uma oportunidade para o desenvolvimento do pensamento matemático estratégico e investigativo, com forte sustentação nas bases da neurociência cognitiva e do MTAMM.

5.5.1.3 Regiões cerebrais ativadas

A comparação entre as versões original e reformulada da questão 24, item c, revela diferenças significativas no tipo de raciocínio exigido e nas possíveis regiões cerebrais ativadas ao longo da atividade. A versão original exige a resolução algébrica completa da inequação-produto $x(3x-4)(x+2)(1-x)<0$, com foco na identificação das raízes, construção do quadro de sinais e determinação do conjunto-solução. Essa abordagem tende mobilizar fortemente ações mentais voltadas à manipulação simbólica e à aplicação de procedimentos algoritmizados como: AM30 – Identificar, AM40 – Organizar, desorganizar e reorganizar, AM43 – Simplificar (expressões) e AM52 – Visualizar (relações entre variáveis). Tais ações mentais, de acordo com a literatura, indicam possível ativação predominantemente do córtex parietal inferior, associado à manipulação simbólica e ao raciocínio lógico-matemático, e do giro angular, que atua na conversão entre registros representacionais e na leitura simbólica estruturada.

Na versão reformulada, por outro lado, a abordagem se distancia da resolução algébrica e propõe uma investigação baseada em testes com números inteiros, sem que o estudante desenvolva a expressão. Esse redirecionamento sugere ativação de um conjunto diferente de ações mentais: AM9 – Conjecturar, ao prever, com base em observação e tentativa, quais valores satisfazem a inequação; AM45 – Tabelar, ao organizar os dados e os sinais dos fatores em uma estrutura sistemática; AM23 – Fazer operações com números reais, ao realizar os cálculos necessários para avaliar o sinal do produto; e AM41 – Repensar, refazer e repensar, isto é, tentar, tentar e tentar... ao considerar os erros como parte do processo e buscar novos valores com base nos resultados parciais.

Do ponto de vista neurocognitivo, a construção da tabela, a análise dos sinais e a validação das hipóteses exigem atenção sustentada e memória de trabalho, com possível ativação do CPFDL, que regula o planejamento das estratégias e o controle das etapas da análise. O córtex cingulado anterior tende ser ativado ao lidar com os erros e orientar ajustes nas tentativas, enquanto o giro angular continua desempenhando papel importante na leitura e organização simbólica. A manipulação dos valores numéricos e a observação do comportamento do produto podem ativar também o córtex parietal inferior, agora com ênfase na aplicação prática de operações aritméticas, e não na manipulação algébrica formal.

A versão reformulada, embora mobilize um número aparentemente menor de ações mentais, tem como mérito pedagógico a diversificação qualitativa das AMM ativadas, promovendo uma abordagem investigativa, estratégica e interpretativa da inequação. Ao integrar raciocínio por tentativa, análise tabular, comparação de resultados e reflexão sobre erros, ela amplia a complexidade cognitiva da atividade, mesmo sem o uso de procedimentos algébricos tradicionais. Esse deslocamento no tipo de engajamento cognitivo reforça o papel da reformulação como estratégia didática para estender o repertório mental dos estudantes e estimular regiões cerebrais complementares às mobilizadas em tarefas convencionais.

Conforme demonstrado nesta pesquisa, a reformulação consciente de um enunciado pode transformar uma atividade centrada na aplicação mecânica de algoritmos em uma experiência rica em raciocínio, análise e tomada de decisão. Essa mudança não apenas contribui para o avanço do pensamento matemático, mas também favorece o desenvolvimento de habilidades cognitivas amplas, alinhadas às contribuições das neurociências cognitivas para a aprendizagem significativa da matemática.

5.5.2 Exercício 8: inequação-quociente

Este exercício foi extraído do livro de Paiva (2015, p. 171), por apresentar uma inequação racional do tipo quociente associada a uma interpretação específica: a determinação do número de soluções inteiras que satisfazem a desigualdade. A estrutura da expressão envolve a divisão entre dois polinômios do primeiro grau e requer o uso de condições de existência, construção do quadro de sinais e leitura criteriosa do intervalo solução.

O enunciado completo encontra-se no Quadro 23.

A escolha dessa questão justifica-se tanto pela sua natureza algébrica quanto pela demanda cognitiva adicional representada pela contagem de soluções discretas dentro de um intervalo contínuo. Ao integrar uma inequação-quociente com uma pergunta de natureza combinatória, o exercício favorece a ativação de ações mentais matemáticas associadas à análise de domínio, raciocínio lógico, visualização numérica e controle de restrições. Além disso, o formato objetivo do item – comum em avaliações externas – permite observar como os estudantes processam informações sob condições de seleção de alternativas.

As análises a seguir contemplam a versão original da questão, a proposta reformulada, bem como a comparação das regiões cerebrais ativadas em cada uma das abordagens.

5.5.2.1 Versão original: análise neurocognitiva

A questão 25 envolve a resolução da inequação-quociente

$$\frac{2x}{6-x} \geq 1,$$

sendo exigido que o estudante determine o número de soluções inteiras que satisfazem a desigualdade. Esse tipo de problema é especialmente relevante no Ensino Médio por integrar conhecimentos algébricos com análise de domínio e raciocínio lógico.

A resolução correta da inequação requer, inicialmente, que o estudante compreenda que se trata de uma inequação racional, cuja condição de existência impõe restrições ao domínio da função. Nesse caso, é necessário reconhecer que $6 - x \neq 0$, ou seja, $x \neq 6$. Essa etapa pode ativar: AM30 – Identificar (elementos relevantes) e AM4 – Classificar (como racional, o que implica em restrições do domínio), ao aplicar conhecimentos sobre condição de existência de expressões racionais.

A etapa seguinte consiste em transformar a inequação original em uma inequação do tipo quociente com o segundo membro igual a zero, ou seja:

$$\frac{2x}{6-x} - 1 \geq 0,$$

o que demanda a realização de operações com frações algébricas, incluindo o uso do mínimo múltiplo comum (MMC), sugerindo ativação das ações mentais: AM23 – Fazer operações com números reais, AM16 – Empregar propriedades dos números reais e AM43 – Simplificar (expressões). Essa manipulação exige controle de operações algébricas e atenção ao sinal dos termos, além de cuidado ao aplicar a propriedade distributiva da multiplicação. Essas ações presumem envolvimento do funcionamento da memória de trabalho, associada à manipulação temporária das informações, e da atenção executiva, principalmente no que se refere ao raciocínio sequencial e ao controle inibitório (Dehaene, 2012; Bear, Connors e Paradiso, 2017).

Na sequência, o estudante deve identificar os zeros das funções associadas ao numerador e ao denominador da expressão resultante:

$$\frac{3x-6}{6-x} \geq 0,$$

obtendo $x = 2$ e $x = 6$, respectivamente. Essa etapa tende mobilizar: AM33 – Interpretar (resultados), AM8 – Conectar experiências anteriores (*met-before*) e AM50 – Usar linguagem matemática adequada, uma vez que é necessário reconhecer que $x = 6$ não pertence ao domínio da função e, portanto, deve ser excluído do conjunto-solução.

A construção do quadro de sinais para a expressão racional, a fim de identificar os intervalos onde a razão é maior ou igual a zero, demanda a ativação da AM52 – Visualizar (relações entre variáveis) e da AM42 – Representar (graficamente). A representação visual na reta numérica ajuda o estudante a compreender como os sinais variam nos intervalos definidos pelas raízes e pela restrição de domínio. Essa visualização sugere mobilização do córtex parietal inferior, que atua na manipulação espacial e simbólica, e exige concentração e controle da atenção visual e seletiva.

Após a identificação dos intervalos que satisfazem a inequação e a exclusão do ponto $x = 6$, o estudante deve considerar o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) para concluir que a inequação admite quatro soluções inteiras:

$$S = \{2, 3, 4, 5\}.$$

Essa última etapa exige atenção à condição do enunciado, que solicita apenas as soluções inteiras, ativando a AM20 – Evidenciar.

Durante todo o processo, a memória de longo prazo estaria mobilizada para recuperar procedimentos de resolução de inequações racionais, análise de sinais e representação de conjuntos. A memória de trabalho sustenta os elementos intermediários (raízes, intervalos, sinais e valores inteiros) até a conclusão da questão, com possível atuação conjunta do CPFDL e do hipocampo.

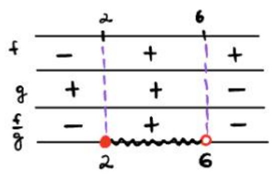
Dessa forma, a resolução da inequação-quociente combina manipulação simbólica, controle algébrico, análise de domínio e tomada de decisão fundamentada. A complexidade da estrutura racional impõe ao estudante o uso coordenado de múltiplas ações mentais matemáticas e a ativação de diversas regiões cerebrais, em consonância com os objetivos desta pesquisa ao articular cognição matemática e neurociência.

Quadro 24 – Análise neuromatemática do Exercício 8: inequação-quociente

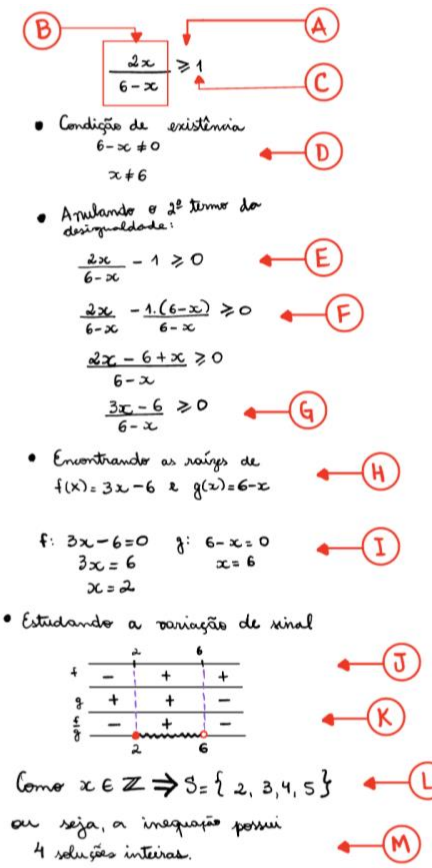
	ORIGINAL	**NOVA VERSÃO**
Id.	Livro: Matemática Paiva – Volume 1 Questão: 25 Página: 171	-------------

Enunciado	25 (FGV-SP) O número de soluções inteiras da inequação $\frac{2x}{6-x} \geqslant 1$ é: alternativa d a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) infinito	Uma equipe de monitoramento ambiental acompanha o crescimento da taxa de risco, R, de um reservatório contaminado, modelado pela função racional: $$R(x) = \frac{2x}{6-x}$$ em que x representa o tempo em horas após o início de um vazamento químico. Sabe-se que a situação é considerada crítica sempre que a taxa de risco fica maior ou igual a 1, sendo necessária a ativação imediata de um protocolo de emergência. a) Sem realizar cálculos ou resolver a inequação, explique com suas palavras o que essa função representa e como ela se comporta ao longo do tempo. Indique verbalmente em quais intervalos de tempo você acha que a situação se torna crítica. b) Com base no comportamento esperado da função e nas informações do problema, elabore uma hipótese (conjectura) sobre os valores inteiros de tempo para os quais o risco ambiental ultrapassa o limite aceitável.
Resolução sugerida	$\frac{2x}{6-x} \geqslant 1$ • Condição de existência $6-x \neq 0$ $x \neq 6$ • Anulando o 2º termo da desigualdade: $\frac{2x}{6-x} - 1 \geqslant 0$	Respostas:[7] a) Sem fazer conta, só lendo a expressão $\frac{2x}{6-x}$, eu acho que quanto mais o tempo passa, mais esse número cresce, porque o de cima $(2x)$ vai aumentando, e o de baixo $(6-x)$ vai diminuindo. Então parece que o risco vai ficando maior conforme o tempo passa.

[7]A resposta apresentada para a versão reformulada desta questão foi gerada com o auxílio de inteligência artificial, simulando a produção escrita de um estudante de 15 anos, matriculado no 1º ano do Ensino Médio em uma escola pública. Essa simulação foi incluída com o objetivo de representar o tipo de raciocínio verbal, intuitivo e argumentativo que se pretende estimular por meio da proposta. Optou-se por esse recurso considerando que a natureza da questão — que mobilizou argumentação (AMM 3) e conjectura (AMM 9) — foge do padrão habitual de perguntas e respostas encontradas em livros didáticos, e requer análise qualitativa sem a resolução formal direta. Assim, evitou-se que o próprio pesquisador elaborasse a resposta, a fim de manter a coerência metodológica do estudo, que busca distinguir entre procedimentos formais e estratégias cognitivas espontâneas.

<table>
<tr>
<td>Resolução sugerida (continuação)</td>
<td>
$\frac{2x}{6-x} \geqslant 1$
• Condição de existência
$6-x \neq 0$
$x \neq 6$
• Anulando o 2º termo da desigualdade:
$\frac{2x}{6-x} - 1 \geqslant 0$
$\frac{2x}{6-x} - \frac{1.(6-x)}{6-x} \geqslant 0$
$\frac{2x-6+x}{6-x} \geqslant 0$
$\frac{3x-6}{6-x} \geqslant 0$
• Encontrando as raízes de $f(x)=3x-6$ e $g(x)=6-x$
f: $3x-6=0$ g: $6-x=0$
$3x=6$ $x=6$
$x=2$
• Estudando a variação de sinal

Como $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow S=\{2, 3, 4, 5\}$
ou seja, a inequação possui 4 soluções inteiras.
</td>
<td>
Tipo, no começo, quando$x$ é pequeno, o risco é pequeno também. Mas quando x chega perto de 6, o número fica muito grande, porque o de baixo fica quase zero.
Então eu acho que antes de 2 horas o risco é baixo, e depois de 2 começa a ficar maior. E quando estiver perto de 6 horas, acho que fica perigoso mesmo.

b) Pela lógica, eu acho que o risco fica maior ou igual a 1 a partir das 2 horas. Porque se eu colocar 2 no lugar de x, dá tipo $\frac{4}{4} = 1$.
Então minha hipótese é que o risco vira crítico a partir de 2 horas e vai até perto de 6 horas (porque quando chega em 6, o denominador vira zero e não pode).
Então os valores inteiros que devem ativar o alarme são: 2, 3, 4 e 5 horas.
</td>
</tr>
<tr>
<td>AMM</td>
<td>
AM30 – Identificar
AM4 – Classificar
AM23 – Fazer operações com números reais
AM16 – Empregar propriedades dos números reais
AM43 – Simplificar
AM33 – Interpretar
AM8 – Conectar experiências anteriores (met-before)
AM50 – Usar linguagem matemática própria
AM52 – Visualizar
AM42 – Representar
AM20 – Evidenciar
</td>
<td>
AM38 – Modelar
AM3 – Argumentar de forma textual, sem linguagem matemática formal
AM9 – Conjecturar
AM52 – Visualizar
AM33 – Interpretar
AM30 – Identificar
AM32 – Inferir
AM51 – Verificar
</td>
</tr>
<tr>
<td>Memória</td>
<td>
▪ Estrutura da função racional;
▪ Denominadores e domínio de funções;
▪ Condição de existência de expressões racionais;
</td>
<td>
▪ Interpretação de função racional;
▪ Crescimento de funções do tipo ax;
▪ Efeito da aproximação do denominador a zero;
</td>
</tr>
</table>

Memória (continuação)	▪ Manipulação de fração algébrica, incluindo MMC (múltiplo mínimo comum) e subtração de fração; ▪ Resolução de função do 1º grau; ▪ Estudo do sinal de expressões racionais; ▪ Representação em retas numéricas para análise do sinal; ▪ Identificação dos intervalos que satisfazem desigualdades; ▪ Noção de conjuntos dos números inteiros (Z)	▪ Condição de existência de frações algébricas; ▪ Interpretação de inequação do tipo $f(x) \geq 1$; ▪ Relação entre domínio e realidade (tempo ≥ 0); ▪ Identificação de valores inteiros dentro de um intervalo
Atenção	 ▪ A: Identificar o sinal da desigualdade; ▪ B: Trata-se de inequação-quociente; ▪ C: Perceber que o segundo termo não é nulo; ▪ D: Condição de existência; ▪ E: Sinais dos termos ao manipular algebricamente; ▪ F: Operação entre frações e MMC ▪ G: Sinal e propriedade distributiva da multiplicação ▪ H: Identificar as funções associadas ▪ I: Encontrar o zero de cada função ▪ J: Construir corretamente a tabela de sinais ▪ K: Operação entre os sinais e inclusão e exclusão dos zeros ▪ L: Universo dos números inteiros M: Resposta de acordo com esse universo e demais restrições	a) Sem fazer conta, só lendo a expressão, eu acho que quanto mais o tempo passa, mais esse número cresce, porque o de cima (2x) vai aumentando, e o de baixo (6-x) vai diminuindo. Então parece que o risco vai ficando maior conforme o tempo passa. (A) (B) Tipo, no começo, quando é pequeno, o risco é pequeno também. Mas quando chega perto de 6, o número fica muito grande, porque o de baixo fica quase zero. (C) Então eu acho que antes de 2 horas o risco é baixo, e depois de 2 começa a ficar maior. E quando estiver perto de 6 horas, acho que fica perigoso mesmo. (D) b) Pela lógica, eu acho que o risco fica maior ou igual a 1 a partir das 2 horas. Porque se eu colocar 2 no lugar de , dá tipo . Então minha hipótese é que o risco vira crítico a partir de 2 horas e vai até perto de 6 horas (porque quando chega em 6, o denominador vira zero e não pode). (E) Então os valores inteiros que devem ativar o alarme são: 2, 3, 4 e 5 horas. (F) ▪ A: Reconhecer que a função é racional; ▪ B: Observar que o numerador cresce com o tempo $(2x)$ e o denominador diminui $(6 - x)$; ▪ C: Perceber que a função tende ao infinito quando x se aproxima de 6; ▪ D: Traduzir a situação matemática para a linguagem do problema; ▪ E: Identificar o ponto de corte com $R(x) = 1$ e inferir que $x = 6$ não pertence ao domínio; F: Considerar o intervalo de tempo significativo no contexto

Fonte: Elaborado pelo autor

5.5.2.2 Versão reformulada: novas ativações e comparações

A reformulação da questão 25 de Paiva (2015, p. 171) apresenta uma situação contextualizada de monitoramento ambiental, em que a função racional $R(x) = \frac{2x}{6-x}$ expressa a taxa de risco associada a um vazamento químico, sendo x o tempo em horas após o início do evento. A resolução sugerida foi feita com auxílio de inteligência artificial simulando a resposta de um estudante do ensino médio de uma escola pública, visto que não houve pesquisa com alunos. A proposta indica que a situação se torna crítica sempre que o risco atinge ou ultrapassa o valor 1, sendo necessária a ativação de um protocolo de emergência, mas não apresenta explicitamente a inequação $R(x) \geq 1$, exigindo que o estudante construa mentalmente o modelo matemático a partir da interpretação verbal do problema. Essa alteração proposital tende a favorecer a ativação da AM38 – Modelar, já que o aluno precisa interpretar a linguagem natural do enunciado, identificar as variáveis envolvidas e elaborar uma representação simbólica da condição crítica.

Ao solicitar no item (a) que o estudante explique com suas palavras o comportamento da função, sem realizar cálculos, a questão sugere ativação da AM3 – Argumentar de forma textual, sem linguagem matemática formal. Essa ação mental estimula a interpretação qualitativa da função, favorecendo a construção de sentido a partir da variação do numerador e do denominador. Nesse momento, tendem a ser mobilizadas a atenção seletiva, que permite ao estudante concentrar-se em aspectos relevantes da estrutura racional, e a atenção sustentada, necessária para manter o foco ao longo da elaboração do argumento. As possíveis regiões cerebrais envolvidas nesse processo incluem o giro angular, responsável pela mediação entre linguagem natural e simbólica, e o córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL), que atua na organização do discurso lógico e na expressão sequencial das ideias (Dehaene, 2022; Bear, Connors e Paradiso, 2017; Izquierdo, 2018; Lent, 2023).

No item (b), o estudante é convidado a elaborar uma hipótese (conjectura) sobre os valores inteiros de tempo para os quais a taxa de risco ultrapassa o limite aceitável. Trata-se de uma ação que mobiliza, de acordo com o MTAMM, a AM9 – Conjecturar, permitindo que o aluno antecipe, com base no comportamento geral da função, um intervalo de tempo no qual a situação se torna crítica. A conjectura tende a demandar a integração entre memória de longo prazo – que fornece experiências anteriores com funções racionais e o significado de crescimento em quocientes – e atenção executiva, necessária para validar mentalmente a coerência da previsão com a situação descrita. Essas operações podem envolver o córtex cingulado anterior, responsável pela avaliação de hipóteses e regulação do comportamento diante da incerteza, e o hipocampo, que atua na recuperação de conceitos e experiências relacionadas à função.

A ausência do item de resolução formal reforça o caráter qualitativo e reflexivo da atividade, cujo objetivo é promover a leitura crítica de funções matemáticas em contextos reais, e não apenas a aplicação de algoritmos. A simulação da resposta de um estudante de 15 anos, apresentada nesta subseção, revela a mobilização dessas ações mentais ao interpretar verbalmente o crescimento da razão, identificar verbalmente os riscos a partir de determinado ponto no tempo, e antecipar logicamente os valores inteiros em que a taxa ultrapassa o limite de segurança – tudo isso sem recorrer à formalização algébrica da inequação.

Essa proposta reformulada evidencia o valor formativo de atividades que estimulam a construção autônoma de significados matemáticos e o desenvolvimento do pensamento antecipativo, argumentativo e modelador. Ao mobilizar AMM que raramente são ativadas em atividades tradicionais dos livros didáticos, essa questão revela o papel do docente na proposição de tarefas cognitivamente desafiadoras, que integram linguagem, raciocínio simbólico e análise crítica, em consonância com os pressupostos do MTAMM e das neurociências cognitivas aplicadas à educação matemática.

5.5.2.3 Regiões cerebrais ativadas

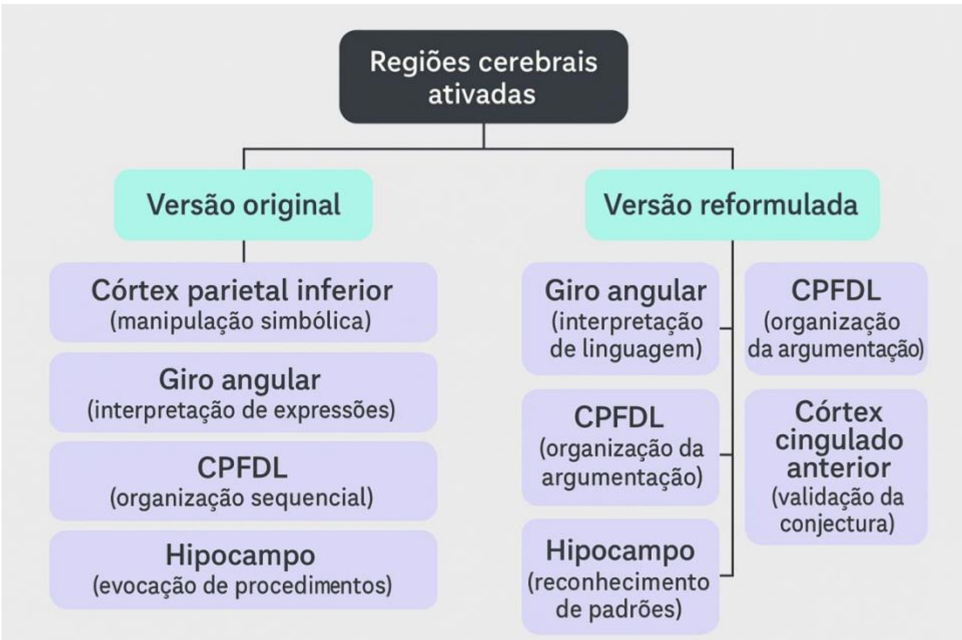
A comparação entre as versões original e reformulada da questão 25 evidencia contrastes significativos na natureza das ações mentais mobilizadas e, por consequência, nas regiões cerebrais possivelmente ativadas durante a resolução da tarefa. Enquanto a versão original segue o modelo algébrico tradicional, com foco na manipulação de expressões racionais, análise de sinais e representação simbólica do conjunto-solução, a versão reformulada propõe uma abordagem mais qualitativa, voltada à argumentação, à modelagem e à conjectura.

Na versão original, tendem a predominar ações mentais ligadas à resolução técnica da inequação, como a AM23 – Fazer operações com números reais, AM35 – Manipular algebricamente, AM40 – Organizar, desorganizar e reorganizar, e AM52 – Visualizar relações entre variáveis. Essas ações parecem ativar majoritariamente o córtex parietal inferior, responsável pela manipulação simbólica e raciocínio algébrico, o giro angular, envolvido na leitura e transposição de representações simbólicas, e o córtex pré-frontal dorsolateral (CPFDL), que atua na organização sequencial e controle das etapas de resolução. A atenção sustentada e a memória de trabalho são continuamente exigidas para manter a lógica da resolução até a formalização do conjunto-solução.

Já na versão reformulada, mesmo com um número menor de ações mentais mobilizadas, observa-se um impacto qualitativo importante: parecem ser ativadas ações diferentes das tradicionalmente exigidas pelas resoluções algébricas, como a AM3 – Argumentar de forma textual, a AM9 – Conjecturar e, sobretudo, a AM38 – Modelar, ativada pela ausência da inequação explícita, o que obriga o estudante a representar simbolicamente uma situação descrita verbalmente. Essas ações mobilizam outras áreas do cérebro que, embora menos acionadas nas atividades algébricas clássicas, são fundamentais para o avanço do pensamento matemático.

Destaca-se, nesse caso, a atuação intensificada do giro angular, na conversão entre linguagem natural e simbólica; do CPFDL, na organização argumentativa e controle da formulação de hipóteses; e do córtex cingulado anterior, na avaliação e validação de conjecturas. O hipocampo também é mobilizado, ao recuperar conceitos previamente aprendidos sobre o comportamento de funções racionais, mesmo sem cálculos formais.

Figura 51 – Fluxograma das regiões ativadas nas resoluções das duas versões do Exercício 8



Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto, a reformulação revela um importante ganho pedagógico e cognitivo: mesmo parecendo mobilizar menos ações mentais em número, tende a ativar ações mais variadas e qualitativamente diferentes, promovendo o engajamento de regiões cerebrais associadas à linguagem, antecipação lógica e raciocínio heurístico. Essa diversidade de processos cognitivos pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático reflexivo e autônomo, que vai além da aplicação de algoritmos e favorece a formação de competências analíticas e interpretativas.

Esse resultado corrobora a hipótese desta pesquisa de que a reformulação consciente de enunciados pode enriquecer o processo de aprendizagem matemática, estimulando diferentes tipos de raciocínio e promovendo uma relação mais significativa entre linguagem, símbolo e contexto – elementos centrais tanto para a educação matemática crítica quanto para a aplicação de fundamentos da neurociência cognitiva na prática docente.

5.6 CONCLUSÕES DOS RESULTADOS ENCONTRADOS

As análises apresentadas ao longo deste capítulo permitiram compreender, com base em uma abordagem neurocognitiva fundamentada no MTAMM, como diferentes resoluções de inequações algébricas podem ativar variadas ações mentais, evocar conteúdos específicos da memória de longo prazo e requerer distintas formas de atenção. Os exercícios selecionados – extraídos de livros didáticos amplamente adotados – foram examinados tanto em suas versões originais quanto em versões reformuladas pelo autor da pesquisa, com vistas a mapear os tipos de engajamento cognitivo que cada abordagem promove.

Nos oito exercícios analisados, observou-se que as versões originais, majoritariamente estruturadas sob a lógica algébrica tradicional, concentraram-se na mobilização de ações operacionais como identificar, simplificar, organizar, manipular algebricamente e resolver. Embora eficazes no desenvolvimento de rotinas algébricas e na fixação de procedimentos formais, essas tarefas se mostraram limitadas no que diz respeito à diversidade de estratégias cognitivas. Em geral, os estudantes recorrem a algoritmos conhecidos, evocam conteúdos técnicos já consolidados na memória de longo prazo e mantêm um foco atencional predominantemente sequencial e convergente.

Por outro lado, as versões reformuladas dos exercícios revelaram-se significativamente mais ricas do ponto de vista da diversidade e da qualidade das ações mentais mobilizadas. Reformulações que solicitaram conjecturas, argumentação verbal, testes de valores, organização em tabelas, análises gráficas e interpretações contextuais favoreceram o acionamento de ações como modelar, conjecturar, argumentar, numerizar, tabelar e flexibilizar interpretações. Tais ações demandam maior envolvimento do córtex pré-frontal, do giro angular e de estruturas associadas à atenção executiva e ao controle metacognitivo, ampliando o repertório de estratégias cognitivas do estudante e favorecendo a construção de significados mais profundos em matemática.

Outro aspecto relevante observado foi que, mesmo em exercícios de estrutura semelhante – como no caso de inequações do 1º grau – a simples alteração do comando ou do contexto foi suficiente para redirecionar o foco cognitivo da tarefa. Isso evidencia o papel ativo do professor na mediação da aprendizagem e na proposição de enunciados que estimulem o desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores, para além da aplicação mecânica de regras.

O conjunto de resultados obtidos neste capítulo reforça a tese de que a aprendizagem significativa da matemática, especialmente no que se refere à resolução de inequações, pode ser ampliada pela inserção consciente de tarefas que mobilizem múltiplas ações mentais e promovam o diálogo entre linguagem matemática, contexto e cognição. As análises revelam que a forma como um problema é proposto interfere diretamente nas regiões cerebrais ativadas, nos tipos de memória utilizados e nos focos de atenção requeridos, oferecendo subsídios teóricos e práticos para a atuação docente e para o planejamento de intervenções pedagógicas mais eficazes.

A seguir serão discutidos os desdobramentos desses achados a partir da articulação com os objetivos da pesquisa, da avaliação das reformulações didáticas propostas e da apresentação das implicações para o ensino e aprendizagem da matemática, com base nas contribuições das neurociências cognitivas.

CONSIDERAÇÕES

Esta dissertação teve como propósito central investigar os processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas do primeiro e do segundo graus, incluindo inequações do tipo produto e quociente, com foco especial na identificação das ações mentais matemáticas (AMM) mobilizadas, dos conteúdos evocados da memória e dos focos atencionais requeridos, à luz das contribuições das neurociências cognitivas aplicadas à Educação Matemática. Essa proposta partiu da constatação, evidenciada por Mineiro (2019), de que uma parcela expressiva dos estudantes do Ensino Médio apresenta baixo desempenho em tarefas relacionadas a inequações nas avaliações nacionais, o que sugere dificuldades conceituais e cognitivas ainda pouco exploradas em profundidade pela literatura educacional brasileira.

A partir dessa inquietação, formulou-se a seguinte questão de pesquisa: Quais ações mentais matemáticas, conteúdos evocados da memória e focos atencionais são mobilizados na resolução de inequações algébricas do primeiro e segundo graus, e como essas mobilizações podem ser potencializadas por meio da reformulação de exercícios à luz das neurociências cognitivas aplicadas à Educação Matemática?

Para responder a essa questão, foram analisados exercícios de inequações retirados de dois livros didáticos utilizados na Educação Básica – Paiva (2015) e Iezzi *et al*. (2016) –, cujas resoluções foram desenvolvidas pelo autor da pesquisa. As análises basearam-se no Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM), de Alvarenga e Domingos (2020), aliado às contribuições das neurociências cognitivas, especialmente nos campos da memória e da atenção.

Os resultados evidenciaram que a resolução de inequações mobiliza diferentes AMM, as quais variam em função do tipo de inequação, da linguagem utilizada no enunciado e das estratégias sugeridas nos materiais didáticos. Ações como identificar (AM30), representar (AM42), manipular algebricamente (AM35), visualizar (AM52), interpretar (AM33) e argumentar (AM3) estiveram entre as mais recorrentes, com variações significativas entre as versões originais e reformuladas dos exercícios. Observou-se que a reformulação de enunciados pode, de fato, ativar novas ou diferentes AMM, promovendo maior complexidade cognitiva e aprofundamento do raciocínio matemático.

Em relação à memória, os dados indicaram que a resolução de inequações exige o acionamento articulado da memória de longo prazo – especialmente para o resgate de propriedades algébricas, regras operatórias e conceitos previamente aprendidos – e da memória de trabalho, responsável pelo controle temporário das etapas de resolução e pela manipulação simultânea de informações. A atenção seletiva mostrou-se crucial na identificação dos elementos relevantes de cada exercício, enquanto a atenção executiva foi fundamental para o monitoramento de erros, o controle de interferências e a regulação das ações cognitivas.

Por fim, as análises permitiram inferir as principais regiões cerebrais presumivelmente ativadas durante a realização das tarefas, com destaque para o córtex pré-frontal dorsolateral (planejamento e controle executivo), o sulco intraparietal (cálculo e comparação de quantidades), o giro angular (abstração simbólica e raciocínio algébrico), o hipocampo (recuperação de informações da memória de longo prazo) e o córtex cingulado anterior (atenção e controle de erro). Essas inferências, embora baseadas em estudos teóricos e não em dados empíricos de neuroimagem, oferecem uma base plausível para compreender como o cérebro opera ao resolver problemas algébricos.

De modo geral, os achados da pesquisa confirmam a hipótese de que uma abordagem pedagógica sensível às dimensões cognitivas e neurofuncionais da aprendizagem matemática pode contribuir significativamente para o aprimoramento do ensino de inequações, promovendo não apenas a resolução correta das atividades, mas o desenvolvimento de um pensamento matemático mais autônomo, flexível e consciente.

Atendimento aos objetivos da pesquisa

A presente dissertação teve como objetivo geral investigar os processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas do primeiro e do segundo graus, incluindo inequações-produto e inequações-quociente, com ênfase na identificação das ações mentais matemáticas mobilizadas, dos conteúdos escolares evocados da memória e dos focos atencionais requeridos, à luz das contribuições das neurociências cognitivas aplicadas à Educação Matemática. Considerando tal escopo, é possível afirmar que os objetivos propostos foram integralmente alcançados, conforme se descreve a seguir.

O primeiro objetivo, de analisar as resoluções de exercícios de inequações extraídos de livros didáticos amplamente utilizados na Educação Básica, com base no MTAMM, foi atendido por meio da seleção criteriosa de tarefas presentes em obras reconhecidas no contexto escolar. As resoluções foram examinadas à luz do Modelo Teórico de Ações Mentais

Matemáticas, permitindo identificar com clareza as AMM mobilizadas em diferentes tipos de inequações.

O segundo objetivo, de identificar os conteúdos evocados da memória de longo prazo e as estratégias cognitivas que dependem da memória de trabalho durante as etapas da resolução, foi contemplado com base nas análises teóricas e nas descrições cognitivas presentes nos capítulos centrais da dissertação. As tarefas foram examinadas considerando os conceitos escolares necessários, a memória semântica envolvida e os elementos manipulados em tempo real pela memória de trabalho.

O terceiro objetivo, que consistia em mapear os focos atencionais necessários à execução correta dos procedimentos algébricos, foi alcançado a partir da identificação dos pontos da resolução que requerem atenção seletiva, sustentada e alternada. Essas exigências foram contextualizadas segundo a complexidade de cada etapa algébrica, destacando os riscos de distração ou erro na manipulação simbólica. Os focos atencionais exigidos durante as resoluções das inequações são de natureza sequencial e interdependente. Procurou-se, nesse estudo, listar os principais focos de atenção, embora todos sejam importantes – desde as operações algébricas às representações gráfica ou em forma de conjunto. Qualquer falha atencional nos momentos iniciais compromete diretamente o desfecho da resolução, o que reforça a importância de uma condução sequencial, focada e consciente dos processos algébricos e interpretativos envolvidos.

O quarto objetivo, de relacionar as ações mentais matemáticas e os processos de memória e atenção às principais regiões cerebrais ativadas, conforme descrito por autores como Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Herculano-Houzel (2017) e Lent (2019), foi tratado à luz da literatura especializada em neurociências cognitivas. As análises sugerem que diferentes etapas da resolução de inequações envolvem regiões como o córtex pré-frontal dorsolateral, o giro angular, o córtex cingulado anterior e o córtex parietal posterior, de acordo com os processos cognitivos predominantes.

O quinto objetivo, que previa a reformulação dos enunciados dos exercícios com vistas a ativar novas ou diferentes AMM e promover maior complexidade cognitiva nas tarefas, foi realizado por meio da elaboração de versões alternativas para os exercícios analisados. Cada reformulação foi acompanhada de uma justificativa pedagógica e cognitiva, indicando os ganhos esperados em termos de engajamento mental e aprendizagem.

Por fim, o sexto objetivo, de descrever os efeitos cognitivos das versões originais e reformuladas dos exercícios, destacando as vantagens pedagógicas da reformulação baseada em princípios da neuroeducação, foi contemplado com a apresentação comparativa das tarefas, evidenciando como a modificação dos enunciados pode favorecer a ampliação das ações mentais envolvidas, a evocação de novos conteúdos da memória e a ativação de diferentes focos atencionais.

Dessa forma, a pesquisa consolida-se como uma contribuição teórica para o campo da Educação Matemática, ao integrar referenciais das neurociências cognitivas, da memória e da atenção ao estudo das ações mentais matemáticas, oferecendo subsídios para a elaboração de tarefas pedagógicas mais eficazes e cognitivamente desafiadoras.

Contribuições da pesquisa

Os resultados obtidos ao longo desta investigação permitiram identificar um conjunto significativo de contribuições que se estendem para além da compreensão teórica dos processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas. As contribuições da pesquisa podem ser agrupadas em três dimensões principais: teórica, metodológica e pedagógica.

Do ponto de vista teórico, esta dissertação amplia a compreensão sobre a articulação entre AMM, memória e atenção no contexto da Educação Matemática. Ao utilizar o MTAMM em conjunto com os aportes das neurociências cognitivas, a pesquisa oferece uma abordagem integrada e original para a análise de tarefas matemáticas, evidenciando como diferentes processos mentais se articulam na resolução de problemas algébricos. A sistematização das AMM mobilizadas em distintos tipos de inequações – do 1º grau, do 2º grau, produto e quociente – amplia o escopo de aplicação do MTAMM e contribui para consolidar sua relevância como ferramenta analítica no campo da Educação Matemática.

No plano metodológico, destaca-se a criação e aplicação de um modelo de análise autoral que combina categorias do MTAMM com referenciais da neuroeducação. Essa proposta metodológica permite a identificação das AMM ativadas, dos conteúdos evocados da memória de longo prazo e das exigências da memória de trabalho, bem como o mapeamento dos focos atencionais necessários à execução das tarefas. Além disso, a inserção da perspectiva neurocientífica – ainda pouco explorada em pesquisas qualitativas de base teórico-analítica – o oferece uma abordagem inovadora para compreender a complexidade cognitiva de atividades escolares, mesmo sem o uso de dados empíricos fisiológicos. A análise comparativa entre versões originais e reformuladas dos exercícios também se mostrou metodologicamente eficaz para observar mudanças nas demandas cognitivas e nas potenciais ativações mentais dos estudantes.

No âmbito pedagógico, a pesquisa oferece subsídios concretos para o planejamento de práticas docentes mais intencionais e fundamentadas em evidências cognitivas. As reformulações dos enunciados, realizadas com o intuito de ativar novas ou diferentes ações mentais, demonstraram que ajustes relativamente simples podem aumentar significativamente a complexidade cognitiva das tarefas, promovendo maior envolvimento do estudante com o conteúdo e ampliando suas possibilidades de aprendizagem significativa. Tais reformulações, ao serem orientadas por princípios da neuroeducação, reforçam o papel do professor como mediador dos processos mentais implicados na aprendizagem, e não apenas como transmissor de procedimentos.

Além disso, a sistematização das regiões cerebrais associadas aos processos de atenção, memória e raciocínio algébrico contribui para a formação docente ao evidenciar que o ensino da matemática pode e deve considerar o funcionamento do cérebro como elemento central na construção do conhecimento. A proposta de integrar AMM, neurociência e análise didática oferece um caminho promissor para o desenvolvimento de propostas curriculares, materiais didáticos e formações docentes que valorizem a aprendizagem como um processo integral, que envolve tanto a dimensão simbólica quanto a dimensão neurocognitiva do pensamento matemático.

Portanto, esta dissertação contribui não apenas para o campo acadêmico da Educação Matemática, mas também para a prática pedagógica cotidiana, ao oferecer instrumentos teóricos e metodológicos capazes de subsidiar o planejamento de aulas, a elaboração de atividades e a compreensão mais profunda do papel da cognição na resolução de problemas algébricos.

Limitações do estudo

Embora esta dissertação tenha alcançado os objetivos propostos e oferecido contribuições relevantes para a compreensão dos processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas, é importante reconhecer as limitações inerentes à natureza e aos métodos adotados na pesquisa, conforme recomenda a ética científica e a transparência acadêmica.

A primeira limitação diz respeito à ausência de dados empíricos oriundos de sujeitos em situação real de aprendizagem. As resoluções analisadas foram elaboradas pelo próprio autor da pesquisa, a partir dos exercícios extraídos dos livros didáticos de Paiva (2015) e Iezzi *et al.* (2016). Ainda que essa estratégia tenha garantido um elevado controle metodológico e permitisse uma análise aprofundada baseada em referenciais teóricos consistentes, não foi possível observar diretamente como estudantes, com diferentes perfis cognitivos, ativariam as ações mentais matemáticas, a memória e a atenção diante das tarefas propostas. Assim, os achados devem ser compreendidos como inferências teórico-analíticas, e não como resultados de natureza experimental ou estatística.

Outra limitação refere-se à análise das regiões cerebrais ativadas, que foi realizada com base na literatura neurocientífica e em pressupostos teóricos sobre as funções cognitivas envolvidas na resolução de problemas matemáticos. Por não utilizar tecnologias de neuroimagem ou instrumentos clínicos de mensuração neural, as regiões mencionadas nos quadros e descrições não devem ser entendidas como localizações exatas das ativações em contextos empíricos, mas sim como correlações plausíveis fundamentadas em estudos anteriores de autores como Dehaene (2022), Izquierdo (2018), Lent (2019) e Herculano-Houzel (2017).

Adicionalmente, é preciso destacar que nem todos os exercícios reformulados foram efetivamente resolvidos ou testados com estudantes, o que limita a possibilidade de validação pedagógica direta das reformulações propostas. Embora as reformulações tenham sido elaboradas com base em critérios cognitivos sólidos e analisadas quanto às AMM mobilizadas, sua eficácia prática em sala de aula permanece como uma hipótese teórica a ser testada em estudos posteriores.

Por fim, a pesquisa concentrou-se em um único conteúdo matemático – as inequações algébricas –, o que, embora tenha permitido um aprofundamento temático significativo, restringe a generalização dos resultados para outros campos da matemática escolar, como funções, geometria ou estatística. Ainda assim, os fundamentos teóricos e metodológicos aqui desenvolvidos oferecem caminhos para futuras investigações em diferentes tópicos e contextos.

Reconhecer tais limitações não compromete a validade da pesquisa, mas antes reforça seu caráter exploratório, teórico-analítico e inovador. Tais restrições abrem, inclusive, possibilidades concretas para aprofundamentos futuros, conforme será discutido na seção seguinte.

Encaminhamentos pedagógicos e para pesquisas futuras

Os resultados desta pesquisa, ao revelarem a complexidade dos processos cognitivos envolvidos na resolução de inequações algébricas, oferecem importantes contribuições para a prática pedagógica em sala de aula e para o planejamento de formações docentes mais alinhadas às evidências da neurociência cognitiva. Com base nas análises realizadas, é possível indicar alguns encaminhamentos que podem favorecer o ensino da matemática e promover uma aprendizagem mais significativa e consciente.

Do ponto de vista pedagógico, destaca-se a importância de o professor reconhecer e valorizar as ações mentais matemáticas (AMM) mobilizadas pelos estudantes ao resolverem problemas algébricos. Planejar atividades que estimulem a visualização, a argumentação, a representação e a manipulação simbólica, por exemplo, pode ampliar o repertório cognitivo dos alunos e fomentar o desenvolvimento do pensamento matemático avançado. Para isso, é essencial que o docente vá além da simples aplicação de procedimentos e busque identificar quais processos mentais estão sendo exigidos em cada etapa da resolução.

Outro encaminhamento relevante consiste na reformulação criteriosa de enunciados de exercícios, com base nos princípios da neuroeducação. Como demonstrado nesta pesquisa, pequenas alterações nos enunciados podem ativar diferentes AMM, promover maior complexidade cognitiva e tornar as tarefas mais desafiadoras e significativas. Essa prática deve ser acompanhada de uma atenção intencional aos conteúdos armazenados na memória de longo prazo, bem como aos focos atencionais necessários para evitar erros e facilitar a coordenação entre os diversos elementos envolvidos nas resoluções.

Além disso, recomenda-se que os professores reflitam sobre como as funções da memória e da atenção estão sendo exigidas em suas propostas didáticas. O conhecimento sobre a memória de trabalho, por exemplo, pode ajudar o docente a ajustar a quantidade de informações apresentadas simultaneamente, evitar sobrecargas cognitivas e organizar melhor as etapas das atividades. Do mesmo modo, compreender os mecanismos da atenção seletiva e executiva permite ao professor planejar intervenções mais eficazes, orientando os alunos a focarem nos elementos relevantes da tarefa e a monitorarem seus próprios processos de resolução.

No que se refere às pesquisas futuras, esta dissertação abre diversos caminhos para aprofundamentos teórico-práticos. Um dos principais desdobramentos consiste na validação empírica do modelo de análise proposto, por meio de estudos com estudantes em situação real de aprendizagem. Pesquisas que utilizem protocolos de verbalização, entrevistas clínicas, observação participante ou mesmo instrumentos tecnológicos – como testes de atenção, aplicativos de rastreamento ocular (*eye-tracking*) ou estudos neuropsicológicos – podem ampliar a compreensão sobre como as AMM, a memória e a atenção se manifestam de maneira concreta no contexto escolar.

Outro encaminhamento relevante seria aplicar o mesmo modelo analítico a outros conteúdos da matemática escolar, como equações, funções, sistemas, geometria ou estatística, a fim de verificar a amplitude e a adaptabilidade da abordagem proposta. Também seria pertinente investigar como diferentes perfis de estudantes (por exemplo, com dificuldades de aprendizagem, altas habilidades, ou transtornos de atenção) mobilizam AMM e lidam com as demandas cognitivas das tarefas algébricas.

Recomenda-se o desenvolvimento de materiais didáticos e formações docentes baseados nos princípios desta pesquisa, com o intuito de disseminar práticas pedagógicas mais conscientes do funcionamento cognitivo dos estudantes. Tais iniciativas podem contribuir para um ensino de matemática mais humanizado, eficaz e cientificamente fundamentado.

O percurso desta dissertação revelou que o ensino e a aprendizagem da matemática, especialmente no que se refere à resolução de inequações algébricas, ganham novas dimensões quando observados à luz dos processos mentais e das bases neurocognitivas que os sustentam. Ao integrar ações mentais matemáticas, memória e atenção na análise de atividades escolares, esta pesquisa procurou lançar luz sobre o funcionamento interno do pensamento matemático, demonstrando que a resolução de um exercício envolve muito mais do que a aplicação de algoritmos ou fórmulas decoradas.

Os dados analisados indicam que é possível – e necessário – planejar situações didáticas que considerem as capacidades cognitivas dos estudantes, promovendo o engajamento ativo do raciocínio, o fortalecimento da memória de longo prazo e o controle atencional necessário à organização das etapas de resolução. Ao fazer isso, o ensino de inequações deixa de ser um processo mecânico para se tornar uma oportunidade de desenvolver competências superiores do pensamento matemático.

Esta pesquisa também reafirma que não se ensina matemática de forma eficaz sem conhecer, ao menos em algum grau, o modo como o cérebro aprende. A convergência entre Educação Matemática e neurociência não deve ser vista como um modismo, mas como um compromisso ético e científico com uma prática docente mais fundamentada, sensível às reais condições cognitivas dos aprendizes.

Conclui-se, assim, que o aprimoramento do ensino da matemática exige uma escuta mais atenta dos processos mentais que ocorrem por trás de cada tentativa de resolução, erro ou acerto. É na compreensão dessas engrenagens invisíveis – que articulam memória, atenção e ações mentais – que reside a chave para uma matemática mais significativa, mais humana e mais acessível a todos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMARIC, M.; DEHAENE, S. **Origens das redes cerebrais para matemática avançada em matemáticos especialistas.** Anais da Academia Nacional de Ciências dos Estados Unidos da América, 113, 4909-4917. 2016

ALVARENGA, K. B. **O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações**. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

ALVARENGA, K. B. Neurociência cognitiva e matemática. In: PINA NEVES, R. S.; DORR, R. C. (org). **Cenários de pesquisa em educação matemática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2020.

ALVARENGA, K. B; DOMINGOS, A. **Ressignificação do pensamento matemático avançado**. Relatório de pós-doutorado, 2020 (não publicado).

ALVARENGA, K. B.; ROCHA, C. N.; CARVALHO, P. P. T.; SOARES, J. R.; LIMA, J. A. Investigação acerca das possíveis ações mentais desenvolvidas por estudantes do 1º ano do ensino médio no retorno às aulas presenciais. **Amazônia** – Revista de Educação em Ciências e Matemática. v.18, n. 41, 2022. p. 176-187

ALVARENGA, K. B. **Contribuições das neurociências para a educação matemática.** I Congresso Virtual Iberoamericano sobre formación de professores de matemática, ciencias y tecnologia (COVIBE). Natal/RN, 2018.

ALVARENGA, K. B.; MACHADO, S. D. A. Investigações sobre o ensino e a aprendizagem de inequações. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 160-175, 2012.

ARSALIDOU, M; TAYLOR, M. J. **Is 2 + 2 = 4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations**. NeuroImage, v. 54, n. 3, p. 2382–2393, 2011.

BADDELEY, A. D.; HITCH, G. J. **Memória de trabalho**. In: BOWER, Gordon H. (org.). Psicologia da aprendizagem e motivação. 7. ed. Porto Alegre: Artmed, 2017. p. 53–80.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Editora Contexto, 2015.

BEAR, M. F.; CONNORS, B. W.; PARADISO, M. A. **Neurociências**: desvendando o sistema nervoso. Tradução de Carla Dalmaz et al. 4ª ed. – Porto Alegre: Artmed, 2017.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. 6. ed. Porto: Porto Editora, 2013.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI Júnior, J. R.; CÂMARA de Sousa, P. R. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

BORGES, F. S. *et al.* Sincronização de disparos em redes neurais com plasticidade sináptica. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 37, n. 2, 2015.

BOTH, E. L. O estudo de inequações no plano no Ensino Médio: uma proposta de ensino utilizando GeoGebra. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 11, e203, 3 mar. 2025.

BOTELHO, L. L. R.; CUNHA, C. C. de A.; MACEDO, M. O método da revisão integrativa nos estudos organizacionais. **Gestão & Sociedade**, Uberlândia, v. 5, n. 11, p. 121–136, maio/ago. 2011.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. [Tradução de Helena Castro]. 3. ed. São Paulo: Blücher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação básica**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BZUNECK, J. A.; BORUCHOVITCH, E. Autorregulação da motivação e das emoções: inter-relações, implicações e desafios. In: FRISON, Lúcia M. B.; BORUCHOVITCH, Evely (Org.). **Autorregulação da aprendizagem: cenários, desafios, perspectivas para o contexto educativo**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2020. p. 31–45.

CABRAL, E. D.; COSTA, J. V. A.; COSTA, S. A.; ALVARENGA, K. B. Construção do pensamento matemático elementar e avançado na educação básica. **Encontro de Licenciaturas e Educação Básica**, 2021.

CAMPOS, A. M. A.; Ansiedade Matemática: implicações e intervenções. VIII Encontro Catarinense de Educação Matemática. Abr., 2021.

CARDOSO, T. S. G.; MUSZKAT, M. Aspectos neurocientíficos da aprendizagem matemática: explorando as estruturas cognitivas inatas do cérebro. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, v. 35, n. 106, p. 73–81, jan./abr. 2018.

CARMO, P. F. **Pensamento matemático avançado**: como essa noção repercute em dissertações e teses brasileiras? 2018. 128f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

CHAGAS, L. V. L. **Diálogos entre as neurociências cognitivas e a matemática**: uma revisão sistemática da literatura. 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2024.

CONCEIÇÃO JUNIOR, Fernando da Silva. **Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no ensino médio.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

COSTA, L. F. M. **Didática da Matemática e a Mobilização de Processos Cognitivos**: Reflexões sobre Aspectos Teórico-Metodológicos. São Paulo: LF Editorial, 2024.

COSTA, S. L. R.; BORTOLOCI, N. B.; BROIETTI, F. C. D.; VIEIRA, R. M.; TENREIRO-VIEIRA, C. Pensamento crítico no ensino de ciências e educação matemática: uma revisão bibliográfica sitemática. **Investigações em Ensino de Matemática**, v. 26, n. 1, p. 145-168, 2021.

CRESWELL, J. W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. 3. ed. Porto Alegre: Penso Editora, 2014.

DAMASCENO, I. B. S.; ALVARENGA, K. B. Cálculo Diferencial e Integral: uma análise de correlação entre as ações mentais matemáticas mobilizadas e o desempenho dos estudantes. **Perspectivas da Educação Matemática** – INMA/UFMS – v. 4, n. 34 – ano 2023.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicações ensino médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

DEHAENE, S. **É assim que aprendemos:** por que o cérebro funciona melhor do que qualquer máquina (ainda). São Paulo: Contexto, 2022.

DICETTI, T. S.; BISOGININ, E.; PRETTO, V. Ensino e Aprendizagem de Inequações: Uma Revisão Bibliográfica de Pesquisas Científicas. **XXV SIEDUCA** - Seminário Internacional de Educação 'O Sagrado e a Educação: a busca de caminhos inovadores', Cachoeira do Sul – RS, out. 2020.

DOIDGE, N. **O cérebro que cura: como a neuroplasticidade pode revolucionar o tratamento de lesões e doenças cerebrais**. Tradução de Clóvis Marques – 1. ed. – Rio de Janeiro: Record, 2016.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: **Advanced mathematical thinking**. [s.l.] Springer, 1991. p. 25–41.

DUBINSKY, E.; MCDONALD, M. A. APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In: **The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study**. [s.l.] Springer, 2001. p. 275–282.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 1. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FONTALVA, G. M. **Um estudo sobre inequações: entre alunos do ensino médio**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

FONTENELE, F. C. F. **Contribuições da Sequência Fedathi para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado**: uma análise da mediação docente em aulas de álgebra Linear – UFC. 2018. 192f. – Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2018.

FURQUIM, O. P. *et al*. Dificuldades de licenciandos em Matemática na resolução de inequações sob a luz da interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 7, n. 3, p. 47-64, 2020.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GONÇALVES, D. P.; ALVARENGA, K. B. Um estudo sobre ações mentais matemáticas, memória e atenção na resolução de inequações polinomiais do 2º grau. **Revista Polyphonía**, 2025. [submetido].

GUIMARÃES, Pablo B. **Matemática Aplicada à Mecânica**. 1. ed. Recife: IFPE/Clube de Autores, 2021.

HAREL, G.; SOWDER, L. Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 7, n. 1, p. 27–50, jan. 2005.

HERCULANO-HOUZEL, S. **A vantagem humana:** como nosso cérebro se tornou superpoderoso. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.

IEZZI, G. et al. **Matemática**: ciência e aplicações. Volume 1. 3. ed. São Paulo: Atual, 2016.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar – Volume 1: Conjuntos e funções**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2019.

IZQUIERDO, I. **Memória**. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2018.

KANDEL, E. R. *et al*. **Princípios de neurociências**. Tradução: Ana Lúcia Severo Rodrigues *et al.;* revisão técnica: Carla Dalmaz, Jorge Alberto Quillfeldt. 5 ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

LENT, R. **O cérebro aprendiz**: Neuroplasticidade e Educação. 1 ed. Rio de Janeiro: Atheneu, 2019.

LENT, R. **Conceitos fundamentais de neurociência -** Cem bilhões de neurônios? 3. ed. Rio de Janeiro: Atheneu, 2022.

LENT, R. **Neurociência da mente e do comportamento**. 2. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2023.

LEONARDO, F. B. **Conexões Matemática e suas tecnologias**: Funções e aplicações. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. São Paulo: EPU, 2013.

MARINI, W. **Neurociência e a aprendizagem matemática**. Lisboa: Chiado Books, 2018.

MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa na Escola**. São Paulo: CRV, 2020.

MENEZES, D. B.; BORGES NETO, H. **O ensino do cálculo diferencial e integral na perspectiva da Sequência Fedathi**: caracterização do comportamento de um bom professor.

MIGLIORI, R. **Neurociências e educação**. São Paulo: Brasil Sustentável, 2015.

MINEIRO, R. M. **Estudo das três dimensões do problema didático de inequações.** 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

MUNDO EDUCAÇÃO. **Estrutura do Neurônio**. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/biologia/neuronios.htm. Acesso em: 1 fev. 2025.

PAIVA, M. **Matemática**: Paiva. Volume 1. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015.

PEIXOTO, E.; ALVARENGA, K. B. Ações mentais matemáticas e desenvolvimento do pensamento matemático. In: Anais do **X ENAPEM** – Encontro Nacional de Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: SBEM, 2024 (no prelo).

PÊSSURO, E.; DEIXA, G. V.; CHICOTE, R. S. Erros num caderno do aluno: uma oportunidade de aprendizagem inexplorada em matemática. **REVEMAT** – Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 15, p. 01-17, 2020.

PONTE, J. P. Estudos de caso em Educação Matemática. In: GONÇALVES, F. A. M. F. (Org.). **Educação Matemática e suas tecnologias**. 1. ed. v. 1, p. 228–260. Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2012.

PREGOWSKA, A.; OSIAL, M. **O que é uma rede neural e para que serve?** Unesp Para Jovens, 2021. Disponível em: https://parajovens.unesp.br/o-que-e-uma-rede-social-e-para-que-serve/. Acesso em: 01 mar. 2025.

PURVES, D. et al. **Neurociências.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2018.

RAMOS, M. L. P. D.; CURI, E. Erros na resolução de inequações: consequências de dificuldades relativas a conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio. **Acta SCientiae**, Canoas, v. 16, n. 3, p. 457-471, set./dez. 2014.

REZENDE, V.; TRAVASSOS, W. B. Diferentes representações para o conceito de inequações: uma análise de livros didáticos de matemática do ensino médio. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 12, n. 1, p. 96–113, jan./jun. 2017.

ROCHA, C. N.; ALVARENGA, K. B. **O pensamento matemático retratado nos livros didáticos da educação básica.** 2022.

ROCHA, C. N.; ALVARENGA, K. B. **Ações mentais matemáticas mobilizadas na elaboração e na manipulação de materiais concretos**. 2024

SALVADOR, J. A.; ARENALES, S**. Modelagem Matemática Ambiental**. 1. ed. São Carlos: EDUFSCAR, 2022.

SAVIOLI, F.; INAREJOS, M. V. Pensamento matemático avançado na formação de professores: um estudo de caso. **Revista Latino-Americana de Educação Matemática**, v. 25, n. 3, p. 33–54, 2022.

SILVA, R. A. M. S.; VIÑAS, S. P. **O Cérebro Matemático**: Memória de Trabalho, Matemática e Linguagem. Santo Ângelo, RS: Editora Unijuí, 2022.

SILVERTHORN, D. U. **Fisiologia Humana: uma abordagem integrada**. 7. ed. Porto Alegre: Artmed, 2016.

TALL, D.; NETLIBRARY, I. **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht ; Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.

TRAVASSOS, W. B.; PROENÇA, M. C. Inequação de 1º grau e seus registros de representação semiótica: dificuldades de futuros professores de matemática. **Revista Valore**, Volta Redonda, 6 (Edição especial): 1803-1820, 2021