Universidade Federal de Goiás (UFG)
Instituto de Matemática e Estatística (IME)
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

Daniel Nonato Ostrowskij

REUTILIZAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS NA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR NO ENSINO FUNDAMENTAL

Goiânia
2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

[X] Dissertação   [ ] Tese   [ ] Outro*:_____________

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Daniel Nonato Ostrowskij

3. Título do trabalho

REUTILIZAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS NA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR NO ENSINO FUNDAMENTAL

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [x] SIM   [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:
a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.
Casos de embargo:
- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Lopes Ferro**, **Professor do Magistério Superior**, em 05/12/2024, às 16:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Daniel Nonato Ostrowskij**, **Discente**, em 05/12/2024, às 17:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5020210** e o código CRC **01C2D1E5**.

Referência: Processo nº 23070.059581/2024-43 SEI nº 5020210

Daniel Nonato Ostrowskij

REUTILIZAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS NA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Matemática e Estatística(IME), da Universidade Federal de Goiás(UFG), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro

Goiânia
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Ostrowskij, Daniel Nonato
REUTILIZAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS NA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS [manuscrito] : UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR NO ENSINO FUNDAMENTAL / Daniel Nonato Ostrowskij. - 2024.
179 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2024.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui fotografias, lista de figuras.

1. Reutilização. 2. Resíduos sólidos. 3. Geometria. 4. Interdisciplinaridade. I. Ferro, Marcelo Lopes, orient. II. Título.

CDU 51:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº **28** da sessão de Defesa de Dissertação de **Daniel Nonato Ostrowskij**, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em Matemática do Ensino Básico.

Aos cinco dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e quatro, a partir das 10h, no Auditório do IME/UFG, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **"REUTILIZAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS NA CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR NO ENSINO FUNDAMENTAL"**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Marcelo Lopes Ferro (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor Hiuri Fellipe Santos dos Reis (IME/UFG) e o Professor Doutor Marcelo Bezerra Barboza (IME/UFG), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho**.** A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado com louvor** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Marcelo Lopes Ferro, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao cinco dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e quatro.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Lopes Ferro**, **Professor do Magistério Superior**, em 05/12/2024, às 12:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Bezerra Barboza**, **Professor do Magistério Superior**, em 05/12/2024, às 12:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Hiuri Fellipe Santos Dos Reis**, **Professor do Magistério Superior**, em 05/12/2024, às 14:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4984245** e o código CRC **8A9F50A0**.

Referência: Processo nº 23070.059581/2024-43 SEI nº 4984245

Dedico este trabalho à minha mãe, Terenilda, por sempre me oferecer carinho, amor, proteção e atenção especial. À minha companheira, Vanusa, pelo constante incentivo, amor e paciência durante esta árdua jornada. À minha família, que me deu apoio, afeto, lições e aprendizado essenciais para minha formação como ser humano. Aos meus dois “filhos” de quatro patas, Francesco e Cherri, que, juntos, estiveram sempre ao meu lado, tornando mais descontraídas e menos estressantes minhas intermináveis horas de estudo.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por me permitir vivenciar o fluxo eterno da existência, que transcende o tempo e o espaço, e que chamamos de vida.

Agradeço aos meus familiares, especialmente às minhas irmãs Karla e Kênia, pois foi graças aos seus hábitos de leitura, que observei atentamente durante minha juventude, que me tornei um leitor. Foi através do exemplo delas que despertei o interesse pelos livros, o que, com o tempo, ampliou minha capacidade de compreender melhor a realidade, transformou meu mundo e me possibilitou explorar o universo mágico que só podemos desvendar pelas páginas de um livro.

Agradeço de todo o coração pelos ensinamentos que recebi de todos os professores que fizeram parte da minha trajetória, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior. Considero vocês responsáveis por transformar minha vida para melhor. Obrigado por me ajudarem a remover as “escamas” que o mundo colocou sobre meus olhos, impedindo-me de enxergar a realidade com clareza.

Agradeço também à Universidade Federal de Goiás, ao Instituto de Matemática e Estatística, ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e aos professores Paulo Henrique, Alacyr, Ana Paula, Kamila, Jhone, Geci, Hiuri, Ole, Márcio e Marcelo Bezerra. Obrigado por me proporcionarem esta grande conquista.

Um agradecimento especial ao meu orientador, Professor Doutor Marcelo Lopes Ferro, por aceitar fazer parte da construção desta obra e de um importante capítulo da minha vida. Muito obrigado pela paciência, prestatividade, dedicação, profissionalismo e por me oferecer uma excelente orientação.

Agradeço ao coordenador do curso, Marcelo Almeida de Souza, ao técnico administrativo, Sóstenes S. Gomes, e a toda a equipe do PROFMAT, pelo excelente atendimento prestado.

Agradeço a todos os meus colegas de mestrado, que compartilharam comigo momentos preciosos de aprendizado. Cada troca de conhecimento, discussão e experiência contribuiu para o nosso crescimento, ampliando meus conhecimentos em Matemática. Um agradecimento especial aos meus companheiros mais próximos, Aline e Ivan, cuja amizade teve grande importância ao longo dessa jornada.

"Somos uma 'alma' que habita um corpo, o qual nada mais é do que o resultado do constante ciclo de reciclagem dos incontáveis átomos no universo. Pois, dos elementos químicos viemos e aos elementos químicos voltaremos."

Daniel Nonato Ostrowskij,
O Ciclo da Matéria no Universo.

Resumo

Os problemas ambientais causados pela ineficiência na gestão de resíduos sólidos e as dificuldades dos professores em engajar os alunos no aprendizado da geometria, devido à escassez de materiais didáticos concretos, representam desafios a serem superados no contexto educacional. Esses desafios evidenciam a necessidade urgente de transformar a abordagem dos temas ambientais e de Matemática nas escolas, especialmente à luz dos resultados insatisfatórios em avaliações internacionais, que apontam o baixo desempenho dos estudantes brasileiros em Ciências e Matemática. Nesse contexto, e reconhecendo as limitações das metodologias tradicionais, este trabalho investigou a viabilidade de desenvolver recursos didáticos manipuláveis, utilizando materiais reutilizáveis e acessíveis, aplicáveis em aulas práticas interdisciplinares. O objetivo geral deste estudo foi criar materiais didáticos, jogos e experimentos a partir de materiais reutilizáveis, organizados em atividades interdisciplinares para enriquecer as aulas de Geometria e promover a conscientização ambiental e práticas sustentáveis. O estudo também buscou contribuir para o desenvolvimento de competências nas áreas de Matemática e Ciências, conforme as diretrizes das bases curriculares de referência. A metodologia incluiu uma revisão bibliográfica e uma fase experimental, na qual foram elaboradas cinco sugestões de atividades interdisciplinares, que podem ser aplicadas por professores em diferentes classes (anos) do Ensino Fundamental, desde que sejam adaptadas às necessidades de cada turma. Como resultado, o estudo gerou conteúdos teóricos sobre meio ambiente e geometria, além de atividades que proporcionam uma experiência enriquecedora. Ao usarem essas atividades, os alunos se tornam protagonistas de seu aprendizado, desenvolvendo habilidades como trabalho em equipe, responsabilidade e respeito ao meio ambiente, além de reconhecerem sua parte na degradação ambiental e se perceberem como agentes capazes de contribuir para a mudança dessa realidade.

Palavras–chave

Reutilização, Resíduos Sólidos, Geometria, Interdisciplinaridade.

Abstract

The environmental problems caused by the inefficiency in solid waste management and the difficulties faced by teachers in engaging students in learning geometry, due to the scarcity of concrete teaching materials, represent challenges that need to be overcome within the educational context. These challenges highlight the urgent need to transform the approach to environmental and Mathematics topics in schools, especially in light of the unsatisfactory results observed in international assessments, which show the low performance of Brazilian students in Science and Mathematics. In this context, and recognizing the limitations of traditional methodologies, this study investigated the feasibility of developing manipulable educational resources using reusable and accessible materials, applicable in interdisciplinary hands-on lessons. The overall aim of this study was to create teaching materials, games, and experiments made exclusively from recyclable materials, organized into interdisciplinary activities to enrich Geometry lessons and promote environmental awareness and sustainable practices. The study also aimed to contribute to the development of skills in the areas of Mathematics and Science, in line with the guidelines of the reference curriculum frameworks. The methodology included a literature review and an experimental phase, during which five suggestions for interdisciplinary activities were developed, which can be applied by teachers in different grade levels, as long as they are adapted to the specific needs of each class. As a result, the study generated theoretical content on environmental issues and geometry, as well as activities that provide an enriching experience. By using these activities, students become protagonists of their learning, developing essential skills such as teamwork, responsibility, and respect for the environment, while also recognizing their role in environmental degradation and seeing themselves as agents capable of contributing to changing this reality.

Keywords

Reuse, Solid Waste, Geometry, interdisciplinarity.

Sumário

Lista de Figuras

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o debate sobre os problemas ambientais globais, especialmente a crescente produção de resíduos sólidos e suas consequências para o equilíbrio ecológico e a saúde pública, tem se intensificado. Segundo dados do Sistema Nacional de Informação sobre Saneamento (SNIS) [7], em 2022, o Brasil gerou 101,2 milhões de toneladas de resíduos, incluindo materiais domiciliares, de saúde, da construção civil, poda de árvores, entre outros. Desse total, 63,8 milhões de toneladas de resíduos sólidos urbanos foram coletadas, mas apenas 1,12 milhão de toneladas foi reciclada. Além disso, aproximadamente 7 milhões de toneladas foram descartadas de forma inadequada, em vias públicas, rios, terrenos baldios e por meio de queimadas a céu aberto. Esse cenário de ineficiência na gestão de resíduos e seus impactos ambientais é consequência de problemas no campo educacional, especialmente no ensino de Ciências.

Outro desafio significativo enfrentado pelo país é o ensino de Matemática, especialmente a Geometria. A falta de inovação nas práticas pedagógicas, marcada pelo uso excessivo de exercícios repetitivos de fixação, dificulta a aprendizagem dos estudantes e faz com que a Matemática seja, muitas vezes, percebida como uma disciplina complicada e pouco atrativa, sem espaço para a criatividade e desconectada da realidade vivida pelos alunos. Isso compromete tanto o interesse quanto a compreensão dos conceitos matemáticos [42].

Superar as dificuldades tanto dos problemas ambientais quanto do ensino de Matemática parece distante quando observamos os resultados de programas de avaliação de desempenho, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). O resultado do PISA 2022 mostrou que 73% dos estudantes brasileiros apresentaram baixo desempenho em Matemática e 55% em Ciências, contrastando com a média dos países participantes, que foram, respectivamente, 31% e 24% [8].

Na avaliação PISA, a **dimensão** de conteúdo **matemático** fundamentada pela **geometria** é denominada **Forma e Espaço**. Ela abrange uma ampla gama de fenômenos presentes no mundo visual e físico, destacando-se:

> [...] padrões, propriedades de objetos, posições e orientações, represen-

> tações de objetos, decodificação e codificação de informação visual, e navegação e interação dinâmica tanto com formas reais quanto com suas representações. [57].

No que diz respeito à **área de Ciências**, o PISA avalia diversas competências relacionadas às questões de sustentabilidade nas ciências ambientais, as quais os estudantes devem desenvolver ao longo de sua formação. Entre essas competências, destacam-se a capacidade de "demonstrar respeito por diversas perspectivas e esperança na busca de soluções para crises socioecológicas", além da habilidade de tomar decisões e agir com base em fontes diversificadas de informação. Também é enfatizado o desenvolvimento do "pensamento criativo e sistêmico para regenerar e sustentar o meio ambiente" [58].

Considerando a dimensão de conteúdo matemático e as competências em ciências ambientais avaliadas pelo PISA, pode-se concluir que um dos fatores que contribuem para o baixo desempenho dos alunos nessas áreas é a falta de materiais manipuláveis e recursos adequados para aprimorar as "representações" durante as aulas, seja em abordagens expositivas ou práticas. No caso da Geometria, essa lacuna se torna ainda mais evidente, pois trata-se de uma área que exige visualização e manipulação de formas e figuras, tornando-se especialmente dependente de materiais didáticos que permitam aos alunos explorar os conceitos de maneira tangível e interativa.

Conforme aponta Conceição em [14], os alunos desenvolvem uma compreensão mais sólida e uma maior motivação para aprender Geometria quando têm a oportunidade de utilizar materiais manipuláveis, o que desenvolve a imaginação espacial e facilita a visualização dos elementos geométricos, os quais, de outra forma, seriam ensinados de maneira abstrata.

No entanto, muitos professores enfrentam dificuldades para implementar essas práticas devido à escassez de recursos, que, frequentemente, são caros. Isso limita as oportunidades de aprendizagem e compromete o interesse dos alunos pela disciplina. Esse desafio se agrava nas escolas públicas, onde a infraestrutura é deficiente e, quando existem materiais, eles não são suficientes para atender a todos os alunos, comprometendo a qualidade do ensino. Sem o apoio de recursos adequados, o ensino de Geometria torna-se abstrato, dificultando a compreensão dos estudantes e reduzindo seu engajamento com a matéria.

Diante disso, surge a seguinte questão: seria possível desenvolver modelos de recursos didáticos manipuláveis, utilizando materiais reutilizáveis e acessíveis, para que os professores possam reproduzi-los e aplicá-los em aulas práticas interdisciplinares que, além de diminuir o desinteresse dos alunos pela Matemática, também sejam igualmente gratificantes para os próprios professores?

Considerando esse cenário, o presente trabalho propõe uma abordagem inovadora para enfrentar essa lacuna. A reutilização de resíduos sólidos surge como uma solução criativa e sustentável para a construção de recursos didáticos interdisciplinares. Ao utilizar materiais reutilizáveis, é possível desenvolver jogos, experimentos e outros recursos pedagógicos que enriquecem as aulas de Geometria, ao mesmo tempo em que promovem a conscientização ambiental e o ensino de práticas sustentáveis.

Por isso, o objetivo deste estudo é desenvolver novos materiais didáticos, jogos e experimentos criados exclusivamente a partir de materiais reutilizáveis, organizá-los em atividades e disponibilizá-los aos professores como ferramentas para enriquecer suas aulas práticas de Geometria no Ensino Fundamental – Anos Finais. Ao integrar conceitos matemáticos e ambientais, busca-se não apenas melhorar o desempenho dos alunos, mas também promover uma educação mais sustentável, alinhada a questões sociais, como a geração de resíduos mencionada no início do texto.

A proposta busca oferecer aos professores recursos que tornem suas aulas mais dinâmicas, interativas e concretas, possibilitando que os estudantes vivenciem os conceitos geométricos de forma prática e envolvente. Além disso, ao serem aplicadas pelos professores, as atividades incentivam a conscientização ambiental e promovem o aprendizado ativo, alinhado ao desenvolvimento de competências matemáticas, científicas e interdisciplinares, conforme estabelecido pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Documento Curricular para Goiás (DC-GO). A proposta também tem como objetivo sensibilizar os alunos para a importância da reutilização de resíduos sólidos, estimular o protagonismo estudantil e o desenvolvimento de habilidades manuais e criativas, por meio do uso de materiais manipuláveis, contribuindo assim para uma aprendizagem mais integrada, significativa e interdisciplinar.

Duas abordagens pedagógicas fundamentais discutidas neste trabalho são os **materiais didáticos manipuláveis** e a **interdisciplinaridade**. Devido à sua importância para este estudo, ambos os conceitos serão fundamentados e explorados a seguir.

Materiais didáticos manipuláveis, também conhecidos como materiais concretos ou simplesmente materiais manipuláveis, referem-se a objetos ou recursos que podem ser manipulados fisicamente pelos estudantes, sendo fundamentais para o processo de ensino-aprendizagem. Exemplos incluem "jogos educacionais, calculadoras, filmes, dentre outros" [14]. No contexto específico da Matemática, Lucena em [40] amplia essa definição, afirmando que:

> Os materiais didáticos manipuláveis consistem em recursos que permitem

> a manipulação tátil pelo aluno, possibilitando a realização de construções e deformações de objetos geométricos, cálculos de forma concreta através de jogos, ajudando a perceber conceitos e propriedades de elementos matemáticos, bem como o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, essencial para a resolução de problemas matemáticos do cotidiano.

Esses materiais são essenciais para o ensino da Matemática, pois facilitam a compreensão dos conceitos de forma clara e motivadora. Quando usados adequadamente, despertam a curiosidade de professores e alunos, auxiliando na descoberta de relações matemáticas e na visualização de elementos geométricos. Também contribuem para o desenvolvimento das competências de visualização espacial e geométrica dos estudantes. Sua utilização está diretamente ligada à interdisciplinaridade, permitindo a integração da Matemática com outros componentes curriculares, incluindo a Ciências, e favorecendo a ampliação da aprendizagem [14], [40].

A definição de interdisciplinaridade não é de fácil compreensão, especialmente quando se considera que, etimologicamente, ela se refere à “relação entre as disciplinas” [74]. Isso frequentemente leva à confusão com a multidisciplinaridade, que, na prática, consiste na simples junção de conteúdos de diferentes áreas, sem uma verdadeira interação ou integração entre elas [74]. Contudo, essa visão simplificada pode ser expandida conforme a aplicação da interdisciplinaridade no contexto educacional, permitindo uma abordagem mais integrada e contextualizada do conhecimento.

Nesse sentido, Fazenda em [17] argumenta que a definição clássica de interdisciplinaridade não é suficiente para sustentar práticas pedagógicas interdisciplinares ou para garantir uma formação adequada de professores. Ela afirma que a interdisciplinaridade “encontra-se diretamente ligada ao conceito de disciplina, onde a interpenetração ocorre sem a destruição básica às ciências conferidas”. Para que a interdisciplinaridade seja efetiva na educação, é necessário adotar uma análise crítica dos conceitos de escola, currículo e didática, respeitando os saberes dos alunos e promovendo a **integração das disciplinas em torno de um objeto comum**. Isso cria uma situação-problema que exige reflexão constante e adaptação do projeto educativo, visando a uma aprendizagem mais profunda e contextualizada.

Nesse contexto, a BNCC e o DC-GO reconhecem a interdisciplinaridade como uma abordagem pedagógica essencial, que integra conteúdos de diferentes áreas do conhecimento. O texto sugere que os currículos devem ser estruturados de maneira interdisciplinar, o que implica que as escolas devem tomar decisões sobre como conectar os componentes curriculares, visando promover aprendizagens mais amplas e ajudar os alunos a compreenderem as relações entre as diversas áreas do saber [6], [19].

Para alcançar esse objetivo, o currículo precisa ser flexível e dinâmico, com estratégias que possibilitem a integração das disciplinas, tornando o aprendizado mais significativo e conectado à realidade dos estudantes. As decisões descritas no texto também envolvem a organização do ensino e a apresentação dos componentes curriculares. Uma das principais decisões nesse processo é a organização interdisciplinar, que permite aos professores construir pontes entre as disciplinas, promovendo uma aprendizagem mais integrada e contextualizada.

Alinhado aos pressupostos da BNCC e o DC-GO e aos princípios da interdisciplinaridade, o presente trabalho foi desenvolvido com o intuito de oferecer aos professores recursos didáticos inovadores e interdisciplinares para serem utilizados em aulas práticas de geometria. A pesquisa inclui uma revisão bibliográfica sobre os principais conteúdos abordados, além de uma fase experimental, na qual foram criadas cinco sugestões de atividades interdisciplinares, em conformidade com os padrões estabelecidos.

O presente texto foi estruturado para apoiar professores que desejam utilizar atividades práticas em suas aulas. Para tanto, detalham-se todas as etapas do processo, incluindo os conhecimentos prévios necessários para a compreensão e aplicação das atividades criadas.

Este trabalho inicia-se no **Capítulo 1**, onde são apresentados os conceitos fundamentais de matéria, vácuo, energia, matéria-prima e material, abordando suas propriedades, características e classificações. Em seguida, o capítulo faz a distinção entre lixo e resíduos sólidos, discutindo suas diferentes formas de gestão e os problemas sociais e ambientais resultantes de seu descarte inadequado, além das leis e normas que regulam seu tratamento e disposição. O capítulo é concluído com a apresentação de estratégias de manejo sustentável, que incluem o desenvolvimento de instrumentos como a coleta seletiva, os sistemas de logística reversa e programas de educação ambiental, os quais promovem a não geração, a redução, a reutilização e a reciclagem dos resíduos sólidos.

O **Capítulo 2** inicia com a apresentação dos documentos BNCC e DC-GO, destacando sua estrutura e a abordagem da geometria, com ênfase na integração com temas transversais e interdisciplinares. Em seguida, é apresentado o referencial teórico matemático, abordando os conceitos fundamentais para o desenvolvimento e aplicação das atividades propostas, como noções primitivas de geometria, tipos de triângulos, sólidos geométricos e o plano cartesiano.

No **Capítulo 3**, são apresentadas cinco atividades sugeridas, estruturadas de forma a fornecer ao professor todas as informações necessárias para compreendê-las, produzi-las e aplicá-las juntamente com seus alunos. Cada atividade é acompanhada por uma lista de exercícios personalizados, interdisciplinares e contextualizados, com o objetivo de aprofundar o conhecimento adquirido, reforçar os conteúdos aprendidos e identificar possíveis dificuldades de aprendizagem.

Nas **Considerações Finais**, apresenta-se um relato pessoal do autor sobre os motivos que o levaram à escolha do tema e à realização do trabalho, incluindo a experiência de ministrar aulas práticas sem materiais concretos, o que limitava a efetividade das aulas. Nesse contexto, ocorre uma reviravolta com a ideia de utilizar resíduos sólidos como alternativa viável para a construção de dispositivos experimentais, o que transformou sua abordagem pedagógica. Em seguida, é apresentado um panorama geral da pesquisa, destacando os principais acontecimentos ao longo do desenvolvimento das atividades. Embora algumas dificuldades tenham surgido durante o processo, elas foram superadas com criatividade e empenho. A proposta para a continuidade do trabalho é então delineada, com orientações importantes para os professores interessados em aplicar as atividades. Na sequência, são apresentadas observações específicas sobre cada uma das atividades desenvolvidas, destacando suas potencialidades pedagógicas e os benefícios de sua aplicação no ensino de Matemática.

Por fim, o trabalho inclui dois apêndices: o **Apêndice A** contém as soluções das atividades sugeridas, enquanto o **Apêndice B** apresenta uma seleção de imagens do acervo pessoal do autor, obtidas de trabalhos realizados em escolas e em sua vida pessoal, ilustrando diversos objetos produzidos com materiais reutilizados.

CAPÍTULO 1

CICLO DO MATERIAL – DA ORIGEM À DISPOSIÇÃO FINAL

Experimente questionar uma criança de aproximadamente 5 anos sobre a origem da carne que ela consome em suas refeições. É provável que a resposta mais comum seja que a carne vem do supermercado. Entretanto, ao insistir um pouco mais para obter uma resposta mais precisa, algumas crianças podem mencionar que a carne vem de animais como vacas ou galinhas. Contudo, ao confrontá-las com a ideia de que a carne é o resultado da morte de um animal, é possível que, devido ao impacto da descoberta, elas reajam com desconforto, podendo até mesmo decidir evitar alimentos de origem animal por um tempo significativo.

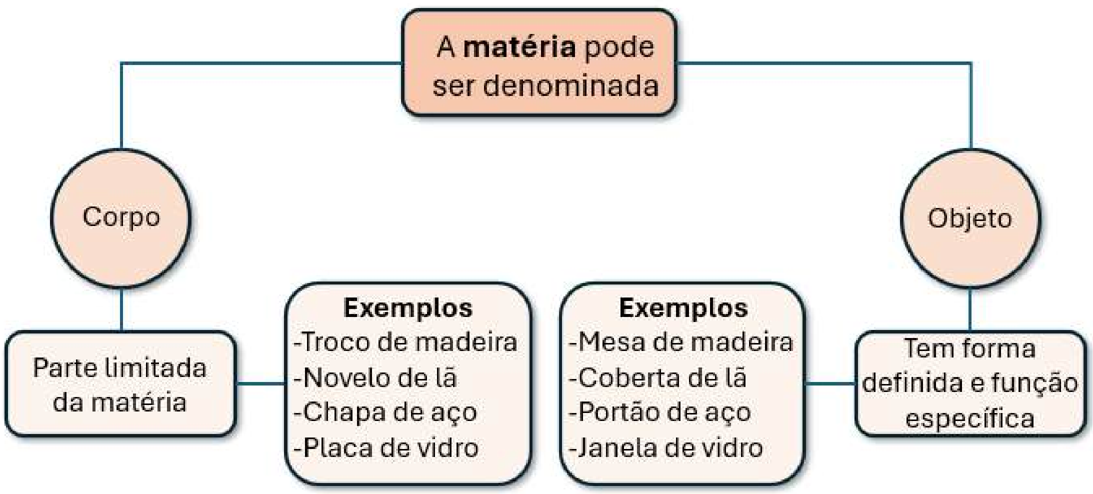
De maneira semelhante, ao questionarmos alguém sobre a composição de um avião, um carro ou algo semelhante, é provável que a resposta inicial seja que eles são feitos de peças. No entanto, ao explorar mais a fundo essa questão e indagar sobre a origem dessas peças, é improvável que alguém responda, convicto de sua resposta, que as partes metálicas são derivadas do minério, as partes plásticas vêm do petróleo e as peças de vidro são fabricadas a partir de areia, ou seja, não se pode esperar que elas saibam que, em essência, os materiais são compostos por “elementos” básicos da Terra.

O ponto-chave aqui é ressaltar que todo material ao nosso redor – incluindo móveis, utensílios, roupas, equipamentos, alimentos, embalagens e produtos químicos – é originado da matéria e, a maneira como eles são criados, a partir das transformações físicas e químicas sofridas pela matéria que os compõem, influencia diretamente seu destino ao serem descartados. Embora essa questão possa parecer bastante óbvia para alguns, a maioria das pessoas não tem consciência da origem da matéria utilizada, da energia necessária para produção e do destino dos diversos objetos que utiliza ao longo do dia. Por esse motivo, é fundamental conscientizar a população sobre essas questões, a fim de despertar uma consciência ambiental mais profunda e promover uma compreensão clara do papel de cada indivíduo na responsabilidade pelos efeitos negativos do consumo excessivo e irresponsável. É fundamental que todos reconheçam sua responsabilidade pelos danos ao meio ambiente, entendendo que suas ações têm consequências diretas e duradouras no planeta..

1.1 MATÉRIA E ENERGIA

É primordial entender que tudo o que nos cerca – um tijolo, um parafuso, uma casca de banana, um copo, o ar que respiramos, a água, uma caneta, uma roupa, nosso corpo, um celular, uma planta, um livro – é composto por matéria, e a matéria, segundo Martino em [41], é definida como "tudo o que tem massa e ocupa lugar no espaço", ou seja, tudo o que é visto, tocado ou sentido é matéria, isto é, tudo o que possui uma existência física real. No entanto, ter existência física real, neste contexto, significa ter massa. Mas o que é massa, afinal de contas? Para Russel em [63] a referida grandeza é a **medida da quantidade de matéria presente em um corpo** e pode ser determinada por meio da medição de sua inércia, que representa a resistência da matéria à alteração do seu estado de movimento. O conceito de corpo, citado anteriormente, é entendido como uma porção limitada de matéria e, caso tenha dimensões bem definidas e uma finalidade específica, pode ser denominado objeto. Veja alguns exemplos de corpos e objetos na figura 1.1.

Figura 1.1: Matéria, Corpo, Objetos e Exemplos.



Fonte: Autoria própria

Mas, afinal, se tudo que tem massa é considerado matéria, o que não é matéria? A resposta a essa questão inclui o vácuo e a energia. Na física clássica, o vácuo[1] é definido como a ausência total de matéria e energia, ou seja, é o que resta quando tudo é removido de uma determinada região do espaço [26].

A energia, por outro lado, é um componente fundamental do universo que não pode ser vista ou tocada, mas pode ser percebida devido à sua capacidade de causar efeitos e interagir com a matéria. Ela se manifesta de diversas formas, sendo algumas delas o calor, a luz, o movimento e o som, permitindo-nos perceber sua presença por meio das mudanças que provoca no ambiente ao nosso redor. Definir energia é uma tarefa complexa, mas Martino em [41] oferece uma definição prática ao descrevê-la como "o ente que pode realizar trabalho e provocar transformações da matéria". A relevância dessa definição reside na compreensão de que, para que a matéria seja transformada nos materiais de que necessitamos, é imprescindível o uso de algum tipo de energia.

Além disso, de acordo com Corron em [13], não se pode criar nem destruir a energia; é possível apenas transformá-la de uma forma para outra, e essa capacidade de transformação é fundamental, pois nos permite utilizar os resultados dessas mudanças para atender às nossas necessidades e objetivos.

Existem diversos tipos de energia, as quais são classificadas de acordo com suas fontes. Conforme listadas por Carron em [13], as especificações de algumas dessas classificações estão listadas nos tópicos a seguir:

- **Energia mecânica.** A energia mecânica está associada à energia cinética e à energia potencial de um corpo. Mais precisamente, em sistemas fechados, a energia mecânica de um sistema é a soma dessas duas formas de energia. A energia cínética refere-se à energia que um corpo possui devido ao seu movimento, enquanto a energia potencial é a energia armazenada em uma corpo ou em um sistema de corpos devido à sua posição.

- **Energia térmica.** A energia térmica está associada ao movimento dos átomos que constituem todas as substâncias. Mesmo nos sólidos, ocorre um movimento de vibração das partículas, denominado agitação térmica, que é resposável pela energia térmica do corpo .

- **Energia elétrica.** Os elétrons e os prótons são partículas subatômicas presentes nos átomos que constituem todos os corpos. A energia elétrica é um tipo de energia associada à posição ou ao movimento de partículas carregadas, que, ao se movimentarem, geram corrente elétrica.

[1] Na física quântica, vácuo quântico é definido como um estado com a menor energia possível, um conceito que se distancia significativamente da ideia clássica de um espaço completamente vazio [26]. Essa definição não precisa ser abordada com os alunos, pois se trata de conceitos ensinados em cursos superiores, o que extrapola o currículo da educação básica.

- **Energia química.** A energia química é uma forma de energia originada das ligações químicas entre átomos, moléculas ou íons que compõem a matéria. Ela pode ser liberada ou absorvida durante reações químicas, como a combustão de combustíveis, a fotossíntese em plantas ou a digestão de alimentos.
- **Energia luminosa.** A energia luminosa é uma das diversas formas de radiação eletromagnética que se propaga pelo espaço, resultado da excitação de átomos ou moléculas que liberam fótons. Esse fenômeno pode ser observado no Sol, em lâmpadas e em outros corpos luminosos, e é essencial em processos como a fotossíntese, que permite o armazenamento de energia pelas plantas, e na visão de praticamente todos os animais
- **Energia sonora.** O som é uma forma de energia que se propaga por meio de ondas, semelhante à luz, mas que não pode se transmitir no vácuo. Essa energia é gerada pela vibração das moléculas do ar, resultante de fenômenos como a fala, a produção de sons por instrumentos musicais e outras fontes vibratórias.
- **Energia nuclear.** A energia nuclear é gerada por meio da fissão (ruptura) ou da fusão (junção) de núcleos atômicos. Durante esses processos, uma quantidade significativa de energia é liberada, podendo ser aplicada na geração de eletricidade e em diversas tecnologias.
- **Energia solar.** A energia solar é gerada a partir do processo de fusão nuclear que ocorre com os átomos de hidrogênio em estado de plasma no interior do Sol. Essa reação libera uma imensa quantidade de energia na forma de radiação, que se propaga pelo espaço, tornando-se uma fonte essencial de luz e calor para o sistema solar.
- **Energia magnética.** A energia magnética é uma manifestação de energia intrinsecamente ligada aos campos magnéticos. Trata-se da energia associada a esses campos, que pode ser armazenada e gerada por ímãs ou por correntes elétricas.

1.2 PROPRIEDADES DA MATÉRIA

A matéria possui um conjunto de propriedades que podem ser classificadas em três categorias: propriedades gerais, propriedades específicas e propriedades funcionais. Essa classificação é essencial, pois permite a identificação e diferenciação dos diversos tipos de matérias, facilitando a compreensão de suas características e comportamentos distintos [41].

- **Propriedades Gerais.** As propriedades gerais são características que se aplicam a todos os tipos de matéria, qualquer que seja a sua composição ou estrutura específica. Algumas das principais propriedades gerais incluem: massa, extensão, impenetrabilidade, compressibilidade, divisibilidade e inércia.
- **Propriedades Específicas** As propriedades específicas são características que, se analizadas em conjunto, podem ser utilizadas para identificar e diferenciar os diversos tipos de matéria, pois são particulares a cada substância individualmente. Elas são classificadas em propriedades organolépticas, físicas e químicas.
    - **Propriedades organolépticas:** são aquelas percebidas pelos órgãos do sentido (audição, olfato, tato, visão e paladar): som, odor, textura, cor e sabor.
    - **Propriedades físicas.** São propriedades que podem ser medidas em um laboratório sem alterar a identidade ou a composição das substâncias. Exemplos dessas propriedades incluem ponto de fusão e ebulição, calor específico, solubilidade, densidade e dureza, entre outras.
    - **Propriedades químicas.** São características relacionadas à capacidade de uma substância de se transformar em outra, ou seja, à predisposição para que ocorram transformações químicas. Por exemplo, a tendência do ferro a oxidar, formando ferrugem; a explosão da dinamite, que libera uma grande quantidade de gás; e a combustão do etanol, que resulta na formação de gás carbônico e água; estão diretamente relacionadas às suas propriedades químicas.
- **Propriedades Funcionais.** São propriedades apresentadas por grupos de materiais, denominadas funções químicas. Os principais exemplos são: acidez, basicidade e salinidade.

1.3 CLASSIFICAÇÃO DA MATÉRIA

A matéria pode ser classificada quanto ao seu estado físico e de acordo com a sua constituição.

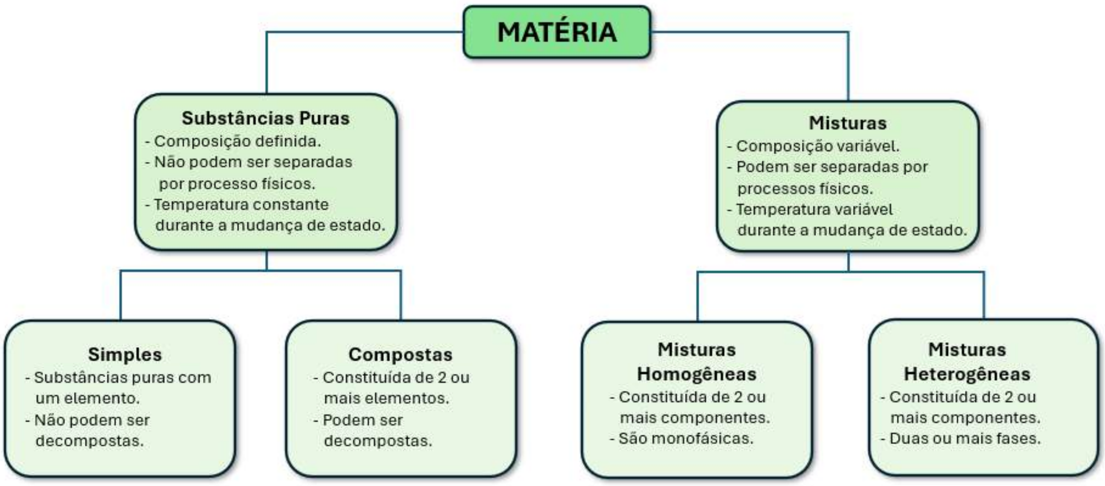
Os três **estados físicos** mais comuns da matéria são o **sólido**, o **líquido** e o **gasoso**[2], e esses estados estão diretamente relacionados aos aspectos micro e

[2]Existem outros estados físicos da matéria, como o plasma, o condensado de Bose-Einstein, o gás fermiônico, dentre outros, cuja abordagem foge ao escopo do presente trabalho.

macroscópicos da matéria. No estado sólido, as partículas que constituem a matéria estão muito próximas umas das outras, resultando em uma estrutura rígida com forma e volume bem definidos. No estado líquido, as partículas estão mais distantes, permitindo um movimento contínuo, o que torna o líquido uma forma fluida da matéria, capaz de assumir a forma do recipiente que o contém. Por fim, no estado gasoso, as partículas estão ainda mais distantes, resultando em uma estrutura interna desorganizada, o que permite que o gás ocupe todo o espaço disponível dentro do recipiente [41]. É fundamental destacar que a matéria pode transitar entre diferentes estados físicos por meio da absorção ou liberação de energia na forma de calor. Por exemplo, ao evaporar, a água requer a absorção de energia; em contrapartida, ao se solidificar, a água libera energia.

Quanto a sua **constituição**, a matéria pode ser classificada em substâncias puras ou misturas. Uma **substância pura** ou simplesmente substância possui composição química constante, aspecto uniforme e um conjunto de propriedades bem definido que lhe são características. Alguns exemplos de substâncias puras são: água, dióxido de carbono, nitrogênio, oxigênio, ferro, alumínio, cloreto de sódio etc. As substâncias podem ser classificadas em: substâncias simples (formadas por um único elemento químico) ou substâncias compostas (formadas por mais de um elemento químico). Por outro lado, uma **mistura** consiste na reunião de duas ou mais substâncias. Cada substância presente na mistura é denominada componente e, dependendo da quantidade de cada componente, a mistura pode ter composições bastante variadas. Quando porções da mistura são identificadas por uma simples inspeção visual, ou seja, pode-se observar diferentes aspectos visuais denominados fases, essa mistura é classificada como **heterogênea**. Por outro lado, quando a mistura apresenta uma única fase, ou seja, um único aspecto, ela é classificada como **homogênea**. O álcool 70° GL, o ouro 18 e o ar atmosférico são exemplos de misturas homogêneas, enquanto o granito, a água e o óleo, e a água com areia são exemplos de misturas heterogêneas [41], [56], [63]. Uma possível classificação da matéria quanto à sua constituição é ilustrada na Figura 1.2

Figura 1.2: Classificação da Matéria.



Fonte: Adaptado de Russel (2006)

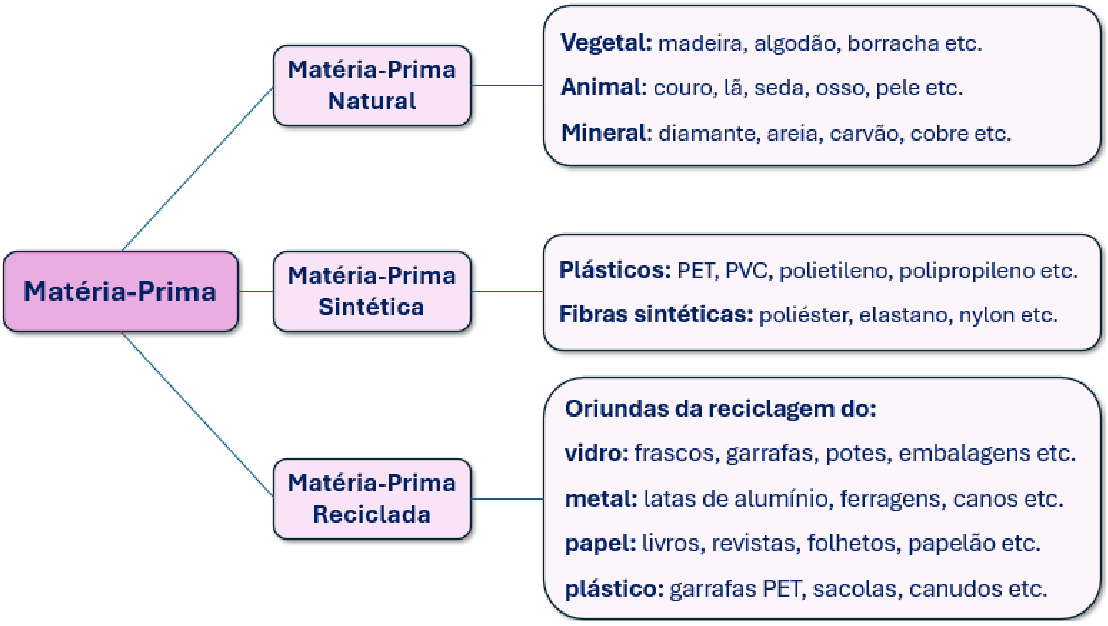
1.4 CONCEITO DE MATERIAL

Neste ponto, exploraremos conceitos e definições fundamentais para compreender a relação entre a matéria, a matéria-prima e os materiais que utilizamos. É importante ressaltar que, em alguns casos, as definições serão mais específicas, com foco nos temas abordados neste capítulo.

Conforme discutido anteriormente, **matéria** é definida como tudo que ocupa espaço e possui massa, sendo composta por partículas, como átomos e moléculas. Ela constitui a base da matéria-prima, dos recursos naturais e dos materiais.

Por sua vez, **matéria-prima** é definida, segundo Sousa em [69], como "um componente primário usado na produção industria", sendo fundamental para a fabricação de mercadorias e produtos acabados, energia ou, materiais intermediários que são matérias-primas para futuros produtos acabados. Ela pode ser classificada em natural, sintética e reciclada, conforme ilustrado na Figura 1.3.

Figura 1.3: Classificação da Matéria-Prima.



Fonte: Autoria Própria

Já **recursos naturais** referem-se a qualquer matéria-prima ou elemento natural que a natureza oferece e são utilizadas para atender às necessidades humanas. Eles podem ser renováveis (plantas, água, animais etc.) ou não renováveis ou exauríveis (petróleo, combustíveis nuclear, carvão mineral, gás natural etc.). Os recursos naturais servem como a fonte primária de matéria-prima, sendo fundamentais para subsistência dos seres humanos e dos demais seres vivos [64].

O termo "**material**", por outro lado, é mais abrangente. No contexto de recursos materiais, refere-se a substâncias com propriedades que as tornam úteis na construção de máquinas, estruturas, dispositivos e produtos [52]. Assim, "material" engloba qualquer substância que pode ser utilizada para criar ou fabricar produtos, incluindo matéria-prima, recursos naturais e produtos finais que já passaram por processos de transformação.

Além disso, é importante salientar a inter-relação entre os conceitos definidos anteriormente. Toda matéria pode ser vista como um material em potencial, enquanto a matéria-prima representa uma forma específica de matéria que ainda não foi processada. O material, por sua vez, inclui tanto a matéria-prima e os recursos naturais quanto as substâncias que já foram transformadas, refletindo a complexidade e a dinâmica dessas relações.

1.5 CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS

Os materiais desempenham um papel fundamental no desenvolvimento tecnológico e cultural da humanidade ao longo da história, a ponto de permitir que a trajetória dos seres humanos seja dividida com base nos materiais utilizados para esse progresso. Essa ideia é exemplificado em [70]:

> Desde o início das civilizações, os materiais e a energia são utilizados para melhorar a vida dos seres humanos; por essa razão, eles estão intimamente ligados à existência e à evolução da humanidade e acompanharam essas civilizações no decorrer de todo o seu desenvolvimento desde a pré-história, na Idade da Pedra, quando nossos ancestrais lascavam pedras para produzir armas de caça; passando pela Idade do Bronze, na qual foi desenvolvida a base da metalurgia com as ligas de cobre e estanho na produção de armas superiores; até os dias atuais, com a produção de superligas, grafeno, entre outros.

Os seres humanos primitivos tiveram acesso a uma quantidade limitada de materiais, como pedra, madeira, argila e peles. No entanto, ao longo de sua evolução social, desenvolveram técnicas que possibilitaram a produção de materiais com propriedades superiores às dos materiais utilizados inicialmente. Esse progresso foi impulsionado pelo conhecimento adquirido sobre a relação entre a estrutura dos materiais e suas propriedades, além da descoberta de que suas características podiam ser alteradas por meio da adição de outras substâncias ou pelo aquecimento controlado. A percepção de que os materiais, anteriormente utilizados de forma seletiva, podiam ser aplicados de maneira mais específica, com base em suas características estruturais e propriedades, permitiu o desenvolvimento de uma ampla variedade deles, incluindo metais, plásticos, vidros e fibras [12].

Assim, conforme mencionado por Callister em [12], esse contexto possibilitou a criação de "dezenas de milhares de materiais diferentes, com características relativamente específicas, que atendem às necessidades da nossa moderna e complexa sociedade; esses materiais incluem metais, plásticos, vidros e fibras". Por isso, diante da vasta diversidade de materiais produzidos pelo ser humano, desde os tempos mais remotos até a contemporaneidade, surgiu a necessidade de classificá-los. Considerando a composição química e a estrutura atômica, os materiais sólidos são comumente agrupados em três categorias básicas: metais, cerâmicas[3] e polímeros.

[3] É importante ressaltar que, no contexto da classificação de materiais, a palavra "cerâmicas" não possui o mesmo significado que lhe é atribuído de forma popular, que frequentemente se refere a louça, porcelana ou pisos cerâmicos. Na verdade, sua definição é mais abrangente, englobando materiais como vidro, argila, cerâmicas vermelhas, faiança, telhas e tijolos [70].

Além disso, outras duas categorias – materiais compósitos e materiais avançados – merecem destaque devido à sua relevância.

O quadro abaixo, baseado nas classificações de materiais apresentadas por Callister em [12], relaciona as características gerais dos materiais de acordo com sua classificação e fornece alguns exemplos.

Materiais		**Características Gerais**	**Exemplos**
Categorias Básicas	Metais	- São formados por um ou mais elementos metálicos. - Pode formar ligas com metais ou com elementos não metálicos. - São relativamente rígidos, resistentes e dúcteis. - São bons condutores de eletricidade e de calor. - Se polidos, possui aparência brilhante.	- Ouro - Prata - Alumínio - Ferro - Bronze - Latão
	Cerâmicas	- São formadas por elementos químicos metálicos e não metálicos. - São relativamente rígidas e resistentes, e tipicamente muito duras. - São bastante frágeis e suscetíveis à fratura. - São tipicamente isolantes à passagem de calor e eletricidade. - São resistentes à temperatura elevada e a ambientes severos.	- Porcelana - Vidro - Azulejo - Tijolo - Porcelanato
	Polímeros	- Incluem os materiais plásticos e borrachas. - São formados, principalmente, por carbono e hidrogênio. - Têm estruturas moleculares muito grandes na forma de cadeias. - Possuem baixa massa específica, são pouco rígido e pouco resistentes. - São extremamente dúcteis e flexíveis. - São relativamente inertes quimicamente. - Possem tendência em amolecer ou decompor em baixas temperaturas. - Tem baixa condutividade elétrica e não são magnéticos.	- Polietileno (PE) - Náilon - Cloreto de Polivinila (PVC) - Teflon - Poliestireno (PS) - Baquelite - Borracha natural/artificial - Silicone
Categorias Adicionais	Compósitos	- Um compósito é composto por 2 ou mais materiais das "Cat. Básicas" - Tem como objetivo atingir uma combinação de propriedades. - Existem compósitos naturais (madeira, osso etc.)	- Fibra de vidro - Polímero reforçado - Madeira - Osso
	Avançados	- São materiais tradicionais cujas propriedades foram aprimoradas. - São utilizados em aplicações de alta tecnologia. - Possuem um alto desempenho e são de alto custo. - Podem ser projetados em escala atômica/molecular.	- Semicondutores - Biomateriais - Materiais inteligentes - Nanomateriais

Fonte: Autoria Própria

É inegável que o desenvolvimento de tecnologias e inovações que tornam nossas vidas mais práticas, confortáveis, eficientes e, atualmente, instantaneamente conectadas está diretamente relacionado à variedade, qualidade e quantidade de materiais disponíveis. Por exemplo, em um celular, podem ser encontrados plásticos (na carcaça), metais (nos circuitos), cerâmicos (na placa de circuito), gálio (nos LEDs), vidro (na tela) e semicondutores (no chip), entre outros [16]. Entretanto, a imensa quantidade e diversidade de materiais produzidos atualmente trazem implicações significativas, como o esgotamento dos recursos naturais e a geração de uma considerável quantidade de resíduos sólidos. Além disso, essa diversidade complica o gerenciamento eficaz dos resíduos, dificultando a implementação de soluções adequadas para sua disposição e reciclagem.

1.6 RESÍDUOS SÓLIDOS

Desde que a humanidade começou a extrair materiais dos recursos disponíveis no planeta, essa prática tem gerado sérios problemas ambientais, sociais e econômicos. Com a Revolução Industrial, o avanço da industrialização propiciou a produção em larga escala de objetos de consumo e a introdução de novas embalagens no mercado, resultando em um aumento significativo no volume e na diversidade de resíduos gerados. O surgimento de produtos descartáveis e o uso mais disseminado de materiais como papel, plástico e vidro intensificaram ainda mais essa problemática. A modernização e a crescente complexidade da sociedade, aliadas ao aumento populacional, levaram a um consumo elevado de produtos e ao descarte de suas embalagens e itens inutilizados, o que é comumente chamado de lixo [18].

Compreender a definição de lixo requer um pouquinho de esforço e imaginação. A maioria dos dicionários o define como: "resíduos provenientes de atividades domésticas, industriais, comerciais etc., que não prestam e são jogados fora" [36]; "o que não se pode aproveitar do que se utiliza; sobra; aquilo que se joga fora após uma limpeza; entulho" [37]; ou "tudo aquilo que perdeu o valor e pode ser jogado fora" [38]. O que essas definições têm em comum é que o lixo é entendido como aquilo que se descarta por não ter mais valor para a sociedade ou para o indivíduo. Entretanto, é fundamental ressaltar que a determinação do que é lixo e do que não é cabe à decisão de cada um. Por exemplo, se uma pessoa comprar uma televisão nova e perceber que ela não atende às suas necessidades devido a especificações técnicas indesejadas, pode decidir descartá-la em uma lixeira, mesmo que ainda esteja nova, tornando-a um lixo. Essa prática é, inclusive, bastante comum em sociedades caracterizadas pelo consumismo excessivo. Em contrapartida, se essa mesma pessoa come uma banana e opta por guardar a casca para compostagem, transforma esse "resíduo" em um item útil.

Este exemplo ilustra como uma pessoa pode exercer o "poder" de determinar o que é considerado lixo e o que não é, dependendo de suas escolhas individuais e das circunstâncias em que se encontra. Portanto, é necessária uma mudança de mentalidade. Nesse sentido, é importante reconhecer que, além dos métodos tradicionais de gestão de resíduos, como aterros sanitários e lixões, podem ser adotadas práticas mais conscientes e sustentáveis do ponto de vista ambiental, como a venda[4] de itens que ainda tenham valor para outros, a doação, a reutilização e, por fim, a reciclagem.

[4] Existem diversas plataformas de comércio eletrônico, tanto nacionais (como OLX e Mercado Livre) quanto internacionais (como eBay), além de locais físicos, como a Feira da Marreta em Goiânia e a Feira do Rolo em São Paulo, onde é possível vender bens que não são mais utilizados.

Os resíduos sólidos, frequentemente referidos como lixo, são definidos de forma técnica pela Norma Brasileira Regulamentadora (NBR) 10.004 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) como:

> [...] **resíduos sólidos:** Resíduos nos estados sólido e semi-sólido, que resultam de atividades de origem industrial, doméstica, hospitalar, comercial, agrícola, de serviços e de varrição. Ficam incluídos nesta definição os lodos provenientes de sistemas de tratamento de água, aqueles gerados em equipamentos e instalações de controle de poluição, bem como determinados líquidos cujas particularidades tornem inviável o seu lançamento na rede pública de esgotos ou corpos de água, ou exijam para isso soluções técnica e economicamente inviáveis em face à melhor tecnologia disponível [1].

Em relação ao manejo de resíduos sólidos gerados no Brasil, o Sistema Nacional de Informação sobre Saneamento (SNIS), na edição SNIS-RS 2022, compilou dados de órgãos gestores de serviços públicos de 5.060 municípios, o que representa 90,8% dos 5.570 municípios brasileiros, incluindo 26 capitais e o Distrito Federal. Essa análise abrangeu uma amostra de 196,6 milhões de habitantes, correspondendo a 96,8% da população total do país, conforme o novo censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2022, que estimou a população total em 203.080.756 habitantes [7], [27].

Um dos principais resultados dessa análise é que a taxa média de cobertura do serviço de coleta de resíduos domiciliares, tanto direta quanto indireta, alcançou 177,8 milhões de habitantes (90,4%). Estima-se, portanto, que aproximadamente 19,8 milhões de pessoas não tiveram acesso aos serviços de coleta de resíduos sólidos urbanos (RSU) naquele ano.

Além disso, o estudo revelou que as 5.851 unidades de processamento de resíduos sólidos em operação no Brasil em 2022 receberam 101,2 milhões de toneladas de resíduos, incluindo materiais domiciliares, de saúde, da construção civil, podas e outros. Deste total, 70,1 milhões de toneladas foram destinadas a unidades de disposição no solo, sendo 49,2 milhões em aterros sanitários, 10,4 milhões em lixões e 10,5 milhões em aterros controlados [7].

Adicionalmente, o SNIS identificou que, em 2022, a coleta média de RSU em relação à população total foi de 0,98 kg por habitante por dia, resultando em 63,8 milhões de toneladas de RSU coletadas. Deste total, 1,12 milhão de toneladas corresponderam à massa de recicláveis secos recuperados, e 0,18 milhão de toneladas, à massa recuperada de resíduos orgânicos recicláveis. Enquanto isso, 62,5 milhões de toneladas foram dispostas em solo, seja em aterros sanitários, lixões ou aterros controlados. Da massa total destinada à disposição no solo, 46,08 milhões de toneladas foram enviadas para aterros sanitários, enquanto 16,41 milhões de toneladas foram lançadas em unidades de disposição final inadequadas (aterros controlados e lixões). Esses números representam, respectivamente, 73,7% e 26,6% do montante destinado ao solo em 2022. [7].

Uma conclusão importante a ser extraída dos dados fornecidos pelo SNIS é que, considerando os 19,8 milhões de pessoas sem acesso aos serviços de coleta de resíduos sólidos urbanos e a média de produção de 0,98 kg de RSU por habitante diariamente, a geração de lixo descartada de forma inadequada por essa população desassistida soma cerca de 19,4 milhões de quilogramas a cada dia.

Esse descarte inadequado ocorre em vias públicas, rios, terrenos baldios e por meio de queimadas a céu aberto, contribuindo significativamente para a poluição do solo, dos corpos d'água e do ar. Essas práticas causam sérios danos ambientais e favorecem a transmissão de doenças como "a febre tifoide, cólera, amebíase, disenteria, giardíase, ascaridíase, leishmaniose, febre amarela, dengue, malária, leptospirose, peste bubônica e tétano", transmitidas por vetores transmissores de doenças "como moscas, baratas, mosquitos e ratos" ou por contato direto com o lixo [23].

Outra conclusão relevante é que, dos 63,8 milhões de toneladas de RSU coletadas, apenas 1,12 milhão de toneladas foram recuperadas para reciclagem (aproximadamente 2%). Isso destaca a necessidade urgente de melhorias nos sistemas de gestão de resíduos, uma vez que uma parte significativa dos materiais recicláveis ainda é destinada a aterros sanitários. A baixa taxa de recuperação ressalta a importância de políticas que incentivem a reciclagem, além da implementação de campanhas educativas que promovam a conscientização sobre a redução, a reutilização e a separação correta dos resíduos.

Diante desse cenário, é fundamental mobilizar a sociedade em torno do manejo adequado e do reaproveitamento desses resíduos, promovendo um maior cuidado com a separação, o descarte correto e a reciclagem. É necessário que a população reconheça essa questão como um problema social que requer a participação de todos. Um exemplo prático desse esforço é a promulgação da Lei 12.305, que institui a Política Nacional dos Resíduos Sólidos, estabelecendo diretrizes para uma gestão mais eficaz e sustentável dos resíduos no país [9]. De acordo com a referida Lei, alguns dos princípios, objetivos e ações da Política Nacional de Resíduos Sólidos incluem:

> [...] a visão sistêmica na gestão dos resíduos sólidos, que considera variáveis ambientais, sociais, culturais, econômicas, tecnológicas e de saúde pública [...] o reconhecimento dos resíduos reutilizáveis e recicláveis como bens econômicos e de valor social, geradores de trabalho e renda [...]não geração, redução, reutilização, reciclagem e tratamento dos resíduos sólidos, bem como a disposição final ambientalmente adequada dos rejeitos [...] É instituída a responsabilidade compartilhada pelo ci-

> clo de vida dos produtos, a ser implementada de forma individualizada e encadeada, abrangendo os fabricantes, importadores, distribuidores e comerciantes, os consumidores e os titulares dos serviços públicos de limpeza urbana e de manejo de resíduos sólidos, consoante as atribuições e procedimentos previstos nesta Seção. [9].

Essa legislação representa um passo significativo em direção à construção de um futuro mais sustentável, onde os resíduos são vistos como recursos a serem valorizados e reaproveitados.

Além disso, o Plano Nacional de Resíduos Sólidos de 2022, instituído pela Lei 12.305 e elaborado pelo Ministério do Meio Ambiente, baseia-se em um diagnóstico da situação dos resíduos sólidos no país e propõe cenários para um horizonte de 20 anos. Esse instrumento estabelece metas claras de redução, reutilização e reciclagem, com o objetivo de minimizar a quantidade de rejeitos destinados à disposição final. Adicionalmente, busca promover, por meio de programas de educação ambiental, práticas sustentáveis e engajar a população na construção de um modelo de gestão que respeite e valorize os recursos naturais. Com o tempo, espera-se que essas iniciativas sirvam como um contraponto aos alarmantes dados da realidade, na qual apenas 1,12 milhão de toneladas, dentre as 63,8 milhões coletadas em 2022, foram recicladas [10].

Alinhado a essa tendência, o estado de Goiás busca adequar-se às diretrizes da Lei 12.305 e do Plano Nacional de Resíduos Sólidos por meio do Decreto nº 10.367, de 19 de dezembro de 2023, que institui o **Programa Lixão Zero**. Este programa estabelece medidas para o encerramento de todos os lixões municipais do estado, garantindo o cumprimento dos prazos e condições previstos no artigo 54 da Lei Federal nº 12.305, de 2 de agosto de 2010, alterada pela Lei Federal nº 14.026, de 15 de julho de 2020 [20].

Esse programa estabelece um modelo integrado para a "gestão e gerenciamento dos resíduos sólidos urbanos, desde a implementação de coleta seletiva e a formação de cooperativas de catadores de materiais recicláveis", além da disposição final adequada dos resíduos em aterros sanitários devidamente licenciados. Entre suas diretrizes, destaca-se uma meta inicial de eficiência de 3% na recuperação de materiais recicláveis, com previsão de um aumento gradual nos anos seguintes [20].

1.7 REPENSAR, RECUSAR, REDUZIR, RECICLAR E REUTILIZAR

O ciclo de vida de um produto, conforme definido pela Lei 12.305 de 2010, em seu artigo 3º, inciso IV, abrange a "série de etapas que envolvem o desenvolvimento do produto, a obtenção de matérias-primas e insumos, o processo produtivo, o consumo e a disposição final". Essa definição contempla todo o percurso, incluindo a extração das matérias-primas até o retorno dos resíduos ao meio ambiente. Para mitigar os impactos gerados ao longo desse ciclo, foram desenvolvidos diversos instrumentos, incluindo a coleta seletiva, os sistemas de logística reversa e programas de educação ambiental, que promovem a não geração, a redução, a reutilização e a reciclagem de resíduos sólidos. Além disso, o artigo 30, inciso XVII dessa mesma lei, estabelece a responsabilidade compartilhada pelo ciclo de vida dos produtos, visando minimizar o volume de resíduos sólidos e rejeitos, bem como mitigar os impactos à saúde humana e à qualidade ambiental [9].

Nesse contexto, a implementação da política dos 3 R's (Reduzir, reutilizar e reciclar – preferencialmente nessa ordem – foi um passo essencial. Segundo Locatelli em [39], essa política é definida como:

> [...] um conjunto de medidas criadas para melhorar a gestão dos resíduos ambientais, que pressupõe a redução do uso de matérias-primas e energia e do desperdício nas fontes geradoras, a reutilização direta dos produtos e a reciclagem de materiais. A ordem entre os R também tem sua coerência: reduzindo-se, evita-se a reutilização e, reutilizando-se, evita-se a reciclagem. A Política dos 3 R faz parte da "Agenda 21", documento com propostas para o desenvolvimento sustentável aprovado na Conferência das Nações Unidas sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento (CNUMAD), em 1992, no Rio de Janeiro, também conhecida por ECO-92.

Com objetivo de complementar essa estratégia de sustentabilidade, surge em 2018, a política dos 5 R's, que acrescenta mais duas ações importantes para promover o consumo consciente e reduzir a geração de resíduos no nosso planeta: repensar e recusar. Essa nova política pode ser resumida a seguir:

> REPENSAR: Seja um consumidor consciente. Evite o consumo exagerado e antes de adquirir um produto avalie o seu ciclo de vida e a rotulagem ambiental.
>
> RECUSAR: Prefira empresas ligadas à ideias sustentáveis. Evite materiais descartáveis de uso único como: sacolas, canudos, lixo eletrônico, etc. Recuse produtos que você não precisa e prefira empresas com compromisso ambiental e que produzem um produto mais "limpo".
>
> REDUZIR: Preste atenção na durabilidade dos produtos. Evite o desperdício e adquira hábitos que causam menos impactos no meio ambiente como: em impressões, utilizar frente e verso do papel, usar canecas e garrafas em substituição aos copos descartáveis, entre outros.
>
> REUTILIZAR: Dê uma nova utilidade para um item usado, com o aumento da vida útil dos produtos é possível produzir menos resíduos impactando de forma positiva o meio ambiente.
>
> RECICLAR: [...] Esses produtos podem ser reaproveitados como matéria-prima em outros ciclos de produção e retornar à cadeia

> produtiva para dar origem a novos produtos ou bens. O produto final pode ter a mesma função daquele que lhe deu origem, ser transformado em outro produto com nova função ou ser um bem, como os resíduos utilizados na produção de energia [21].

Depois de **repensar** e **recusar**, a próxima ação para minimizar a produção de resíduos sólidos na perspectiva dessa política é a **redução**. Esse conceito envolve a diminuição da quantidade de resíduos gerados por meio de escolhas conscientes. Em outras palavras, trata-se de "diminuir a quantidade de lixo produzido, desperdiçando menos e consumindo só o necessário, sem exageros" [66]. Exemplos dessa prática incluem optar por produtos com menos embalagens, evitar itens descartáveis e escolher produtos duráveis. Vale destacar que atitudes simples, como amassar garrafas plásticas ou metálicas de bebidas e rasgar embalagens antes de colocá-las nos recipientes de coleta seletiva, já são de grande ajuda, pois essas ações contribuem significativamente para a redução da quantidade de sacos de lixo utilizados para recolher os resíduos.

Reutilizar, por sua vez, refere-se ao aproveitamento de itens que podem ser utilizados novamente, como produtos com refil ou garrafas retornáveis. Esse processo permite a utilização do produto de maneira criativa, permitindo modificações como recortes, furos ou amassados, mas sem se submeter a transformações físicas, físico-químicas ou biológicas [75].

Objetos antigos, vazios, desgastados, danificados, feios ou deteriorados são frequentemente enxergados como inúteis, levando ao descarte sem muita reflexão. Entretanto, ao analisar mais profundamente os itens jogados fora, é possível reconhecê-los como materiais passíveis de reutilização, capazes de resolver problemas cotidianos. Contudo, a maioria das pessoas ainda não explora as possibilidades que os resíduos oferecem [59].

A escolha de utilizar o que geralmente é considerado lixo de maneira construtiva inicia um processo criativo que ultrapassa o simples uso de um pote de sorvete para armazenar feijão. Exemplos populares incluem o aproveitamento de fios de instalações telefônicas ou de TV a cabo como varais, garrafas plásticas transformadas em regadores, potes de alimentos convertidas em organizadores e caixas de papelão transformadas em brinquedos. Sacolas de supermercado podem, por sua vez, servir como sacos para lixo.

Além disso, outros exemplos podem ser obtidos por meio de pesquisas em meios físicos, como livros, jornais e revistas impressas; através da navegação em meios digitais, incluindo plataformas de vídeos, blogs, sites especializados e redes sociais; ou ainda por meio de conversas com amigos e familiares. Os tópicos a seguir ilustram práticas de reutilização que promovem a sustentabilidade, conforme disponível nas referências [53], [67], [51], [59], [4], [72], [5].

- Utilizar ambos os lados do papel para rascunho.
- Doar móveis, eletrodomésticos e brinquedos que possam ser aproveitados por outras pessoas.
- Reutilizar garrafas PET para armazenar água na geladeira ou como reservatórios para levar a atividades externas, como escola ou academia; também podem ser transformadas em estojos escolares ou porta-objetos.
- Aproveitar caixas de ovos para criar material didático e jogos; utilizar CDs na confecção de jogos.
- Reutilizar toalhas, cobertores e lençóis antigos como enchimento para almofadas ou como panos de limpeza.
- Optar por sacolas reutilizáveis ao fazer compras em supermercados ou lojas.
- Transformar pneus velhos em elementos decorativos para jardins ou áreas de recreação.
- Doar jornais a associações que cuidam de animais abandonados, móveis usados a pessoas carentes e roupas velhas a amigos ou instituições de caridade.
- Comprar produtos em embalagens retornáveis sempre que possível.
- Renovar móveis antigos por meio de novo estofamento ou revestimento, conferindo-lhes uma nova aparência.
- Reutilizar diversos materiais, como tampas, potes e garrafas, para desenvolver habilidades manuais em projetos de artesanato.
- Criar brinquedos com materiais reutilizáveis do cotidiano.
- Fazer fantasias para festas à fantasia ou de *Halloween* utilizando materiais reutilizáveis.

O hábito de reutilizar não apenas economiza recursos e reduz despesas, mas também satisfaz a necessidade de criatividade. Cada ato de reaproveitamento nos aproxima de um estilo de vida mais sustentável, promovendo uma reflexão crítica sobre nossos hábitos de consumo e fomentando uma maior consciência ambiental.

Após reduzir ao máximo a obtenção de um produto e esgotar sua capacidade de reutilização, a **reciclagem** se apresenta como outra alternativa eficaz para a gestão responsável dos resíduos. **Reciclar** envolve a transformação de materiais descartados em novas matérias-primas, contribuindo, assim, para a diminuição do volume de lixo e para a conservação dos recursos naturais. Essa prática é definida pela Lei 12.305 em seu artigo 3^0, inciso XVIII, como o:

> [...] processo de transformação dos resíduos sólidos que envolve a alteração de suas propriedades físicas, físico-químicas ou biológicas, com vistas à transformação em insumos ou novos produtos, observadas as condições e os padrões estabelecidos pelos órgãos competentes [...] [9].

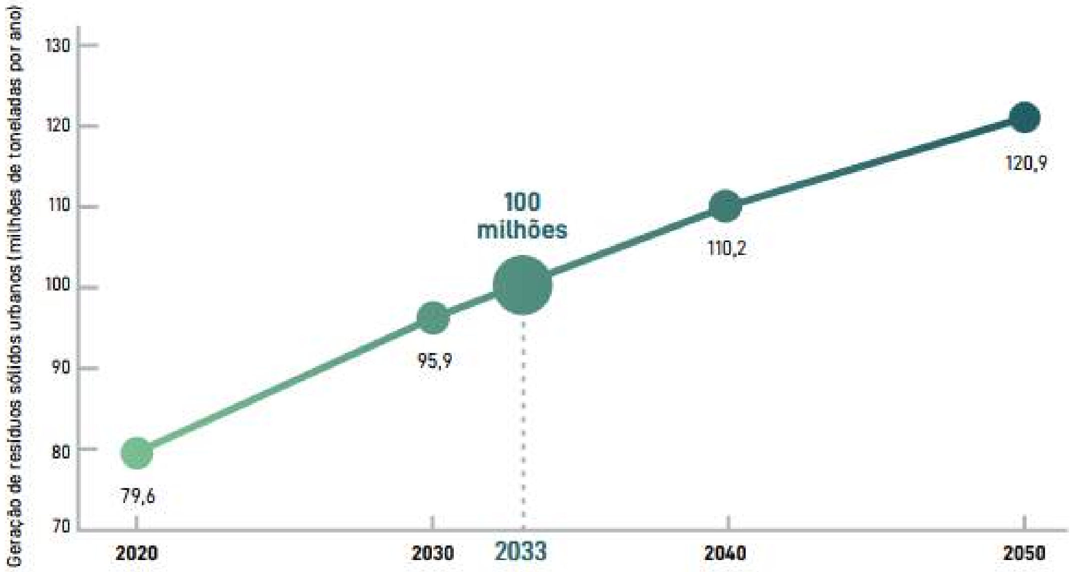
O "Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil", edição 2020, elaborado pela Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (ABRELPE) e publicado pela Associação Brasileira de Resíduos e Meio Ambiente (ABREMA), apresenta dados detalhados sobre a composição gravimétrica dos resíduos sólidos urbanos gerados no país, além de projetar a geração de RSU para os próximos 30 anos. Esta edição revela que, do total de 79,6 milhões de toneladas de RSU geradas naquele ano, a maior proporção é composta por matéria orgânica, que representa 45,3% do total. Em seguida, estão os recicláveis secos, com 35%, e as demais frações, que totalizam 19,7%. Isso significa que, aproximadamente, 27,86 milhões de toneladas de materiais com potencial de reciclagem foram gerados, embora apenas uma pequena fração desse total seja efetivamente reciclada [2]. A figura 1.4 apresenta a composição dos resíduos sólidos no Brasil no ano de 2020.

Figura 1.4: Composição dos Resíduos Sólidos no Brasil

Fonte: ABRELPE (2021, p. 39)

Mais preocupante ainda é que, segundo as estimativas desse mesmo panorama, a expectativa é que a quantidade de RSU gerados aumente de 79,6 milhões para 120,9 milhões de toneladas entre 2020 e 2050 conforme figura 1.5. Se a composição dos resíduos se mantiver constante ao longo desse período, isso implicará um aumento proporcional na geração de matéria orgânica, recicláveis e outras frações, intensificando a necessidade de um gerenciamento eficaz e de iniciativas robustas de reciclagem.

Figura 1.5: Geração de Resíduos Sólidos Urbanos no Brasil (2020-2050)



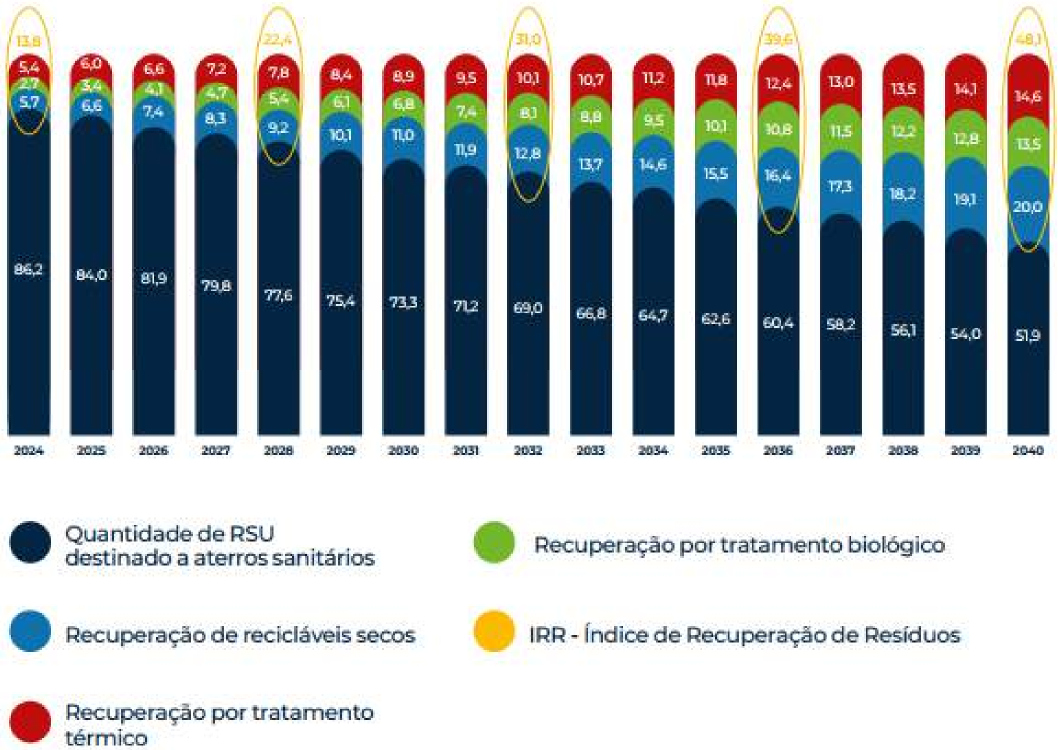
Fonte: ABRELPE (2021, p. 41)

Diante desse cenário, o Plano Nacional de Resíduos Sólidos estabeleceu um conjunto de metas a serem alcançadas até o ano de 2040, incluindo:

- Eliminação de lixões e aterros controlados até 2024.
- Recuperação da fração orgânica por meio de sistemas de tratamento biológico.
- Recuperação da fração seca dos recicláveis por processos de reciclagem.
- Recuperação e aproveitamento energético através do tratamento térmico.

Os resultados que se pretendem alcançar com as metas até 2040, estão ilustrados na figura 1.6, onde a massa dos diferentes tipos de resíduos estão em porcentagem [3].

Figura 1.6: Metas a Serem Alcançadas por Tipo de Destinação de RSU (%)



Fonte: ABRELPE (2023, p. 35)

Esse cenário ressalta a importância dos processos de recuperação, incluindo a reciclagem, na redução da quantidade de RSU destinados a aterros sanitários. À medida que aumenta o **Índice de Recuperação de Resíduos** por meio de tratamento térmico, tratamento biológico e reciclagem de materiais secos, observa-se uma redução significativa no volume de RSU destinado à disposição final mencionada.

Os benefícios diretos da reciclagem são amplos, abrangendo aspectos ambientais, econômicos e sociais. Essa prática não apenas promove a conscientização ambiental, mas também gera empregos, economiza água e energia, e reduz a extração de recursos naturais e a produção de resíduos [53]. Por exemplo, na reciclagem de metais, "vinte latinhas de alumínio podem ser recicladas com a mesma energia requerida para produzir uma só latinha" [54]. Além disso, cada tonelada de papel reciclado evita a derrubada de 17 árvores e economiza cerca de 26 mil litros de água. A reciclagem de cobre pode reduzir o consumo de energia em até 85% em comparação com os métodos de produção convencionais. Da mesma forma, a reciclagem de uma garrafa de vidro pode economizar energia elétrica suficiente para manter uma lâmpada de 100 watts acesa por quatro horas [73], [65]. Ademais, KRAUCZUK em [33] reforça essa perspectiva ao afirmar que:

> Os resultados da reciclagem são expressivos tanto no campo ambiental, como nos campos econômico e social. No meio ambiente a

> reciclagem pode reduzir a acumulação progressiva de resíduos a produção de novos materiais, como por exemplo o papel, que exigiria o corte de mais árvores; as emissões de gases como metano e gás carbônico; as agressões ao solo, ar e água; entre outros tantos fatores negativos. No aspecto econômico a reciclagem contribui para o uso mais racional dos recursos naturais e a reposição daqueles recursos que são possíveis de reaproveitamento. No âmbito social, a reciclagem não só proporciona melhor qualidade de vida para as pessoas, através das melhorias ambientais, como também tem gerado muitos postos de trabalho e rendimento para pessoas que vivem nas camadas mais pobres. [33].

Para que o processo de reciclagem seja eficaz, a **coleta seletiva** é indispensável, pois desempenha um papel fundamental na eficiência desse sistema, sendo fundamental para "evitar a contaminação dos materiais reaproveitáveis, aumentar o valor agregado desses materiais e diminuir os custos de reciclagem" [29]. Assim, ela contribui significativamente para o aumento das taxas de reciclagem, para a redução dos impactos ambientais e para a ampliação da vida útil dos aterros sanitários [21]. Ao organizar e destinar corretamente os resíduos, a coleta seletiva permite a separação adequada dos materiais recicláveis nas fontes geradoras, facilitando sua destinação para a obtenção de novas matérias-primas ou outras destinações alternativas, como aterros sanitários, coprocessamento e incineração [55].

Entretanto, é crucial que cada cidadão saiba diferenciar os resíduos urbanos que devem ser reciclados, aqueles que devem ser enviados para aterros sanitários (rejeito) e os que precisam ser levados a pontos de coleta para serem recolhidos pelos fabricantes (logística reversa – veja figura 1.7) [21].

Para isso, compreender os principais conceitos relacionados à gestão de resíduos é fundamental, pois isso facilita sua seleção. O termo lixo é uma expressão popular que se refere a tudo aquilo que se torna inútil, indesejável ou descartável. Em contraste, resíduos são materiais, substâncias ou objetos resultantes das atividades humanas que podem ser reaproveitados, reutilizados ou reciclados. Os resíduos se dividem em secos, como vidro, plástico, metal e papel, e úmidos, que incluem restos de alimentos, cascas de frutas e folhas de árvores. Além disso, rejeitos são resíduos sólidos que, após esgotadas todas as possibilidades de tratamento e recuperação por processos tecnológicos disponíveis e economicamente viáveis, não apresentam alternativa senão a disposição final em aterros sanitários. Exemplos de rejeitos incluem itens como papel higiênico, fraldas, absorventes, adesivos, espelhos, cotonetes, bitucas de cigarro, plástico filme e embalagens de lanches [21], [9].

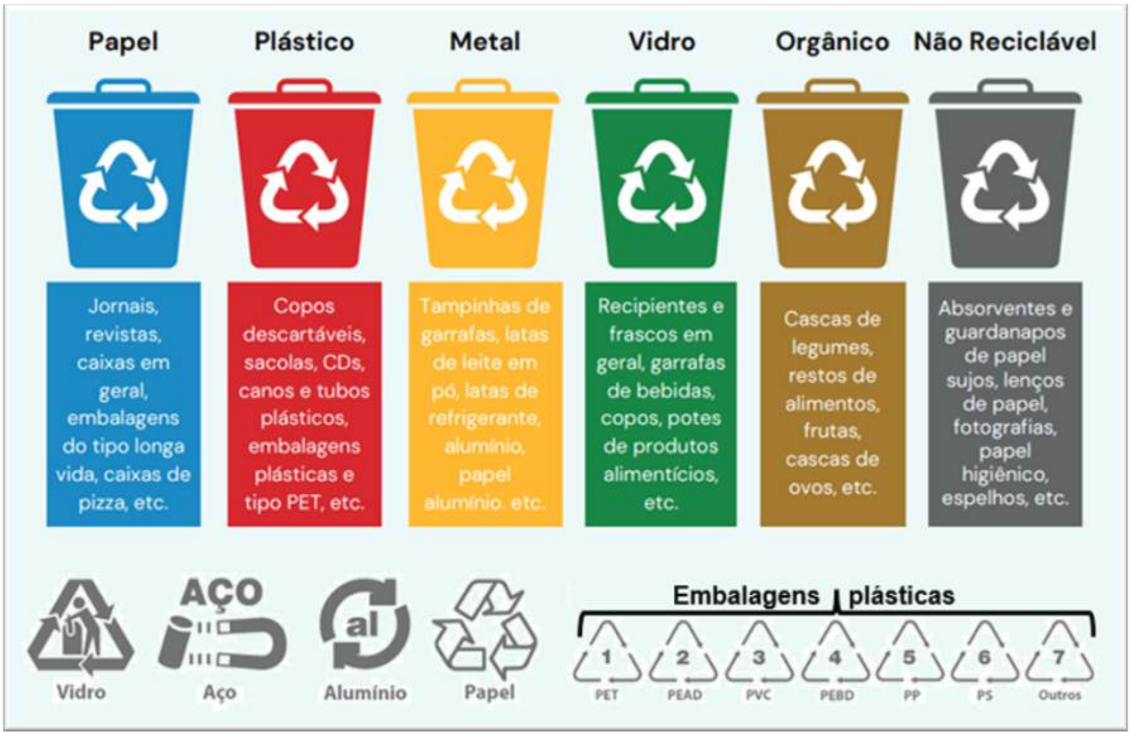
Figura 1.7: Ciclo da Logística Reversa

Fonte: GÓIAS (2024) [22]

Assim, para facilitar a identificação dos diferentes tipos de resíduos, a Resolução CONAMA nº 275, de 25 de abril de 2001, estabeleceu um código de cores que categoriza esses resíduos e os recipientes destinados ao seu acondicionamento [11]. Segundo essa resolução, os padrões de cores são: azul para papel e papelão; vermelho para plástico; verde para vidro; amarelo para metal; preto para madeira; laranja para resíduos perigosos; branco para resíduos ambulatoriais e de serviços de saúde; roxo para resíduos radioativos; marrom para resíduos orgânicos; e cinza para resíduos gerais não recicláveis ou misturados, ou contaminados não passíveis de separação. Essa identificação visual não apenas facilita o processo de reciclagem, mas também aumenta a eficiência da coleta.

A figura 1.8 apresenta os tipos mais comuns de resíduos que fazem parte do cotidiano das pessoas, juntamente com as cores e os símbolos correspondentes para sua correta identificação [21], [31]. Essa representação visual é essencial para facilitar a compreensão e a prática da coleta seletiva.

Figura 1.8: Classificação de Resíduos e Recipientes por Diferentes Tipos de Cores e Símbolos de Embalagens Recicláveis



Fonte: Adaptado de GOIÁS (2024, p.23) [21]; JUNTAPEL (2022) [31]

Por outro lado, a figura 1.9 ilustra exemplos de resíduos que integram a logística reversa e que não podem ser enviados para reciclagem ou para aterros sanitários. Esses materiais devem ser descartados pelos consumidores em pontos de coleta, onde serão recolhidos pelos fabricantes, importadores, distribuidores ou comerciantes [21].

Figura 1.9: Resíduos Pertencentes ao Processo de Logística Reversa

Fonte: GOIÁS (2024, p.25) [21]

Além disso, outra maneira de contribuir para a coleta seletiva é utilizar pontos de coleta ou centros de reciclagem, especialmente quando a coleta domiciliar não é adequada na sua área. Participar de campanhas locais de coleta seletiva é uma excelente forma de se engajar e promover a conscientização na comunidade. Também é importante comunicar às autoridades locais sobre problemas relacionados à coleta seletiva, como a falta de contêineres ou irregularidades na coleta. Ao adotar essas práticas, cada cidadão pode fazer uma diferença significativa na eficácia da coleta seletiva e na otimização do processo de reciclagem.

Por fim, é essencial integrar as ações da política dos 5 R's: repensar, recusar, reduzir, reutilizar e reciclar. Repensar nossos hábitos de consumo nos ajuda a fazer escolhas mais conscientes. Recusar produtos desnecessários e descartáveis diminui a quantidade de resíduos gerados. Reduzir o consumo de materiais e energia é fundamental para minimizar o impacto ambiental. Reutilizar itens sempre que possível prolonga sua vida útil e, por fim, reciclar os materiais adequadamente fecha o ciclo de reaproveitamento. Juntas, essas ações promovem um estilo de vida mais sustentável e consciente, beneficiando tanto a sociedade quanto o meio ambiente.

CAPÍTULO 2

GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL - REFERENCIAL CURRICULAR NACIONAL

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento regulatório que estabelece um conjunto de aprendizagens essenciais e progressivas para a Educação Básica, determinando os conhecimentos fundamentais para o desenvolvimento dos estudantes. Embora não seja um currículo específico, a BNCC serve como um guia para a elaboração do currículo de cada escola, levando em conta as características metodológicas, sociais e regionais de cada instituição. Além disso, ela organiza o processo de aprendizagem em etapas e módulos de maneira progressiva, assegurando um aprendizado contínuo que se ajusta às necessidades de cada contexto [6].

De acordo com a mesma base, os currículos devem ser elaborados a partir de competências e habilidades, e não apenas de conteúdos. Além de definir um conjunto de competências gerais para toda a Educação Básica, a BNCC também especifica competências particulares para cada área do conhecimento. Os conteúdos são organizados de maneira a explorar diferentes formas de construção do saber escolar, por meio de unidades temáticas. Cada unidade temática engloba um conjunto de objetos de conhecimento que, ao longo do Ensino Fundamental, se ajustam às especificidades dos diferentes componentes curriculares. Esses componentes, por sua vez, estão relacionados a um número variável de habilidades, como ilustrado na figura 2.1.

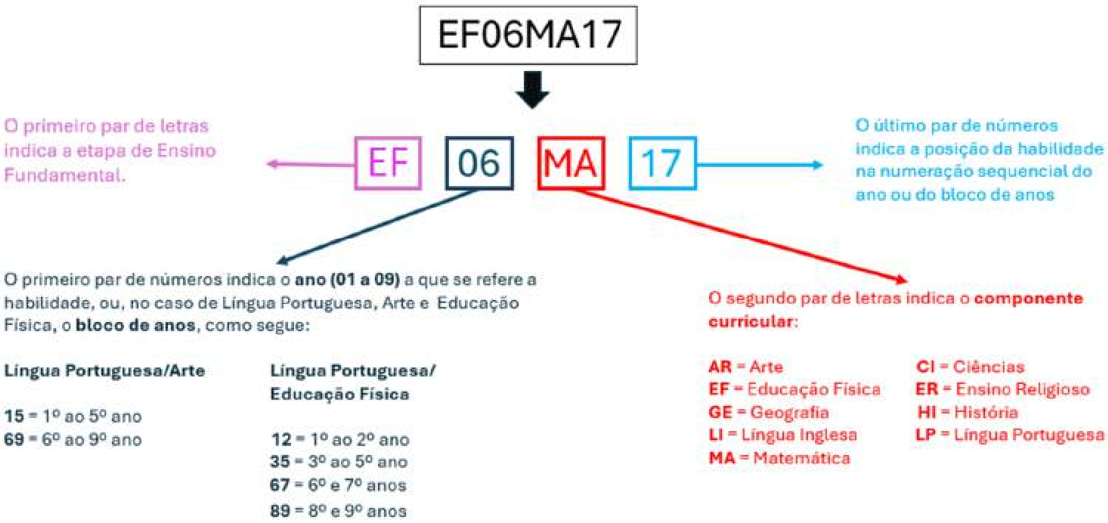
Figura 2.1: Exemplificação de Organização do Conhecimento Escolar Conforme a BNCC.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	**(EF07MA24)** Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. **(EF07MA25)** Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. **(EF07MA26)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	**(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. **(EF07MA28)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Fonte: Adaptado de BNCC (2018) [6].

As habilidades, por sua vez, representam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos em diversos contextos escolares. Para tanto, são codificadas por um sistema alfanumérico, utilizado para identificar e classificar os objetivos de ensino. A figura 2.2 apresenta um exemplo desse código, além de explicar o significado de cada uma de suas etapas.

Figura 2.2: Código Alfanumérico das Habilidades da BNCC.



Fonte: Adaptado de BNCC (2018) [6].

Pelos critérios estabelecidas na ilustração da figura 2.2, o código EF06MA17, refere-se à décima sétima habilidade proposta na área de Matemática no bloco relativo ao 6° ano. Além disso, em relação à esse código, a BNCC destaca que:

> [...] o uso de numeração sequencial para identificar as habilidades de cada ano ou bloco de anos não representa uma ordem ou hierarquia esperada das aprendizagens. A progressão das aprendizagens, que se explicita na comparação entre os quadros relativos a cada ano

> (ou bloco de anos), pode tanto estar relacionada aos processos cognitivos em jogo – sendo expressa por verbos que indicam processos cada vez mais ativos ou exigentes – quanto aos objetos de conhecimento – que podem apresentar crescente sofisticação ou complexidade –, ou, ainda, aos modificadores – que, por exemplo, podem fazer referência a contextos mais familiares aos alunos e, aos poucos, expandir-se para contextos mais amplos [6].

A BNCC desempenha inúmeras funções, abrangendo não apenas as fases da educação, mas também as áreas do conhecimento e os componentes curriculares. No Ensino Fundamental, ela está estruturada em cinco áreas: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. No que tange à Matemática, a BNCC enfatiza a importância dessa disciplina na promoção da inclusão dos alunos, favorecendo uma reflexão sobre sua cidadania, protagonismo e direito à aprendizagem. Esse enfoque expande a visão convencional da Matemática, que geralmente se limita à execução de cálculos e resolução de problemas, propondo uma abordagem mais abrangente que vai além das simples operações matemáticas.

Em sua proposta a BNCC busca ir além dos números e problemas, promovendo uma compreensão mais abrangente da Matemática. Ela propõe, entre outras abordagens, a análise de situações em diferentes contextos, empregando conceitos, estratégias e métodos matemáticos para explorar e enfrentar os desafios do mundo atual.

A geometria, como componente essencial da Matemática no Ensino Fundamental, desempenha um papel fundamental na formação do pensamento lógico e na compreensão do espaço. Nesse sentido, a BNCC destaca que o ensino de geometria deve capacitar os estudantes a identificar, representar e interpretar diferentes formas e estruturas, além de desenvolver habilidades de raciocínio espacial. O documento também propõe que, por meio de atividades práticas e contextualizadas, os alunos possam explorar as propriedades dos objetos, realizar medições e construir formas geométricas, conectando o conhecimento matemático às situações cotidianas. Assim, a geometria não só contribui para o aprendizado matemático, mas também enriquece a percepção dos estudantes sobre o mundo ao seu redor, estimulando a criatividade, desenvolvendo o pensamento espacial e ativando o raciocínio por meio da visualização de figuras bidimensionais e tridimensionais [6].

Seguindo essa mesma linha, o Documento Curricular para Goiás Ampliado (DC-GO Ampliado), elaborado a partir da BNCC, enfatiza a importância do ensino de geometria, destacando sua função na formação integral dos alunos. O documento propõe que, além da identificação e representação de formas geométricas, o ensino de geometria deve ser vinculado a temas transversais e interdisciplinares, como Educação Ambiental e Ciência e Tecnologia, permitindo que os estudantes reconheçam a aplicação prática dos conceitos geométricos em diferentes contextos. Dessa forma, a abordagem proposta não apenas reforça o entendimento dos conceitos matemáticos, mas também amplia a capacidade dos alunos de relacionar esses conhecimentos às suas experiências cotidianas, estimulando a curiosidade e o pensamento crítico [19].

A seguir, serão apresentados alguns objetos de conhecimento que servirão como base para a construção e aplicação das Atividades Sugeridas, além de atuarem como referência para a resolução das respectivas listas de exercícios. Embora alguns desses objetos não sejam utilizados diretamente nas atividades propostas, foram incluídos nesta seção como fontes de consulta para os professores. As principais fontes e referências utilizadas na elaboração desses conteúdos incluem: [24], [47], [48], [49], [50] [34], [62], [28], [45], [35] e [15].

2.1 NOÇÕES PRIMITIVAS: PONTO, RETA E PLANO

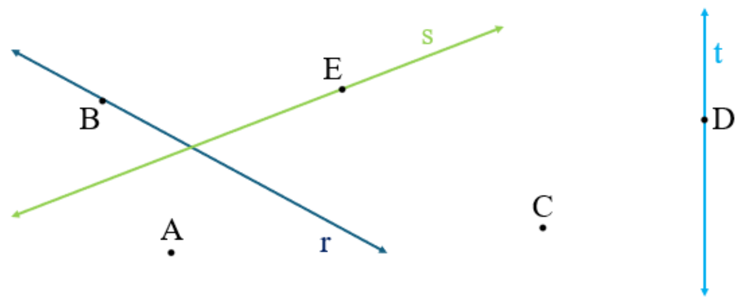
O matemático grego Euclides de Alexandria (séculos IV e III a.C) é amplamente reconhecido como um dos mais influentes da antiguidade. Sua obra mais significativa, o livro Elementos, estabeleceu os fundamentos da geometria plana, que passou a ser conhecida como Geometria Euclidiana. Os conhecimentos matemáticos contidos nessa obra foram cruciais para o desenvolvimento da matemática nos séculos seguintes.

Entre as bases que sustentam a Geometria Euclidiana, destacam-se as noções primitivas[1] de ponto, reta e plano. Essas noções servem como alicerce para a definição de outros elementos geométricos, permitindo a construção de uma estrutura lógica e coerente dentro da geometria.

Um **ponto** é entendido como uma entidade sem dimensão, ou seja, não possui largura, altura ou comprimento. Em contrapartida, uma **reta** é concebida como uma linha infinita que se estende em ambas as direções, composta por um número infinito de pontos. Na notação matemática, os pontos são frequentemente representados por letras latinas maiúsculas, enquanto as retas são designadas por letras latinas minúsculas.

[1] Noções primitivas são conceitos básicos que não são definidos por meio de outros termos, mas que são aceitos como evidentes ou intuitivos. Na matemática, especialmente na geometria, essas noções formam a base para a construção de teorias e definições mais complexas.

Figura 2.3: Retas e Pontos no Plano.

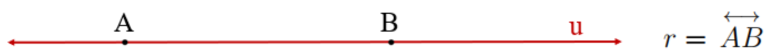


Fonte: Autoria Própria.

Na figura 2.3, estão representadas as retas r, s e t, bem como os pontos A, B, C, D e E. O ponto B pertence à reta r, o ponto E pertence à reta s, e o ponto D pertence à reta t. Por outro lado, os pontos A e C não pertencem a nenhuma das retas. Se um ponto P qualquer pertence à reta r, escrevemos $P \in r$; caso contrário, indicamos que $P \notin r$.

Uma reta é composta por um número infinito de pontos; no entanto, segundo a Geometria Euclidiana, para quaisquer dois pontos distintos, é possível traçar uma única reta que passe por eles. Por esse motivo, podemos nomear uma reta utilizando dois pontos distintos. Assim, se u representa uma reta e A e B são dois de seus pontos, podemos denotar a reta alternativamente como $u = \overleftrightarrow{AB}$. Veja figura 2.4

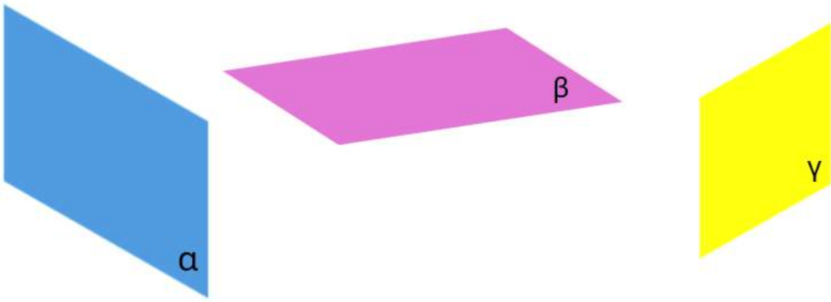
Figura 2.4: Determinação de uma Reta por dois Pontos.



Fonte: Autoria Própria.

Por sua vez, um **plano** é composto por um número infinito de retas e, consequentemente, por um número infinito de pontos. Trata-se de uma superfície bidimensional que não se curva e se estende infinitamente em todas as direções. Para nomear planos, é comum utilizar letras minúsculas do alfabeto grego, como α (alfa), β (beta), γ (gama), entre outras. Afigura 2.5 ilustra três exemplos de planos.

Figura 2.5: Planos Alfa, Beta e Gama.



Fonte: Autoria Própria.

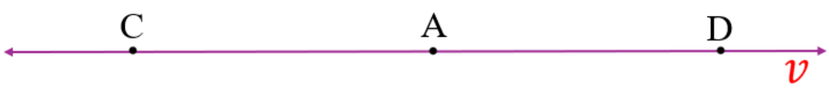
2.2 CONCEITOS IMPORTANTES

A partir do conhecimento das noções básicas ponto, reta e plano vamos definir alguns conceitos essenciais para o entendimento das estruturas geométricas e suas propriedades.

2.2.1 Semirretas e Segmento de Reta

A partir de uma reta, podemos definir **semirretas** e **segmentos de reta**. Um ponto A, situado sobre uma reta r, a divide em duas partes: as semirretas de origem A. Ao escolher os pontos C e D sobre r, sendo C em uma das semirretas e D na outra, obtemos as semirretas $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$. A figura 2.6 ilustra a reta v, com A representando a origem das semirretas.

Figura 2.6: Semirretas $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$ de Origem A.

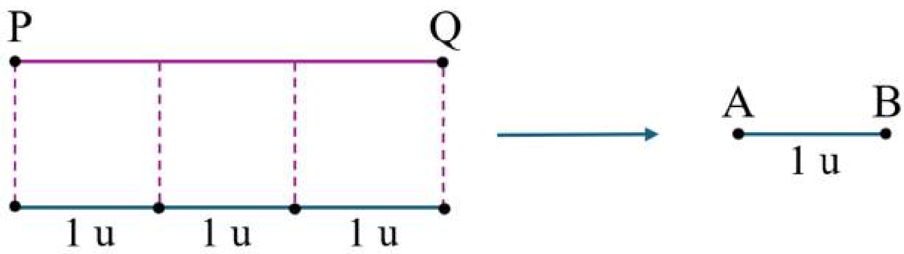


Fonte: Autoria Própria.

Um **segmento de reta** é uma porção de uma reta que é delimitada por dois pontos chamados de extremidades. Ele inclui todos os pontos que estão entre essas extremidades, formando uma linha reta de comprimento finito. Em notação, se A e B são os dois pontos finais, o segmento de reta é representado como AB ou BA, onde inclui todos os pontos entre A e B. Na figura 2.6, podemos obter os segmentos CA, AD e CD.

É possível medir o comprimento de um segmento de reta, pois ele representa uma parte dessa reta. Para realizar essa medição, é fundamental estabelecer um padrão. Comumente, utiliza-se o símbolo u para representar uma unidade de medida arbitrária. Escrevemos $\overline{AB}$, por exemplo, para denotar o comprimento do segmento AB.

Figura 2.7: Medida de um Segmento de Reta.



Fonte: Autoria Própria.

Na figura 2.7 o segmento PQ corresponde a $3u$ de medida do segmento AB, escolhido como padrão de medida, portanto, $\overline{PQ} = 3 \cdot \overline{AB}$. No Brasil, a régua é frequentemente utilizada para medir o comprimento de um segmento de reta em centímetros.

2.2.2 Circunferência

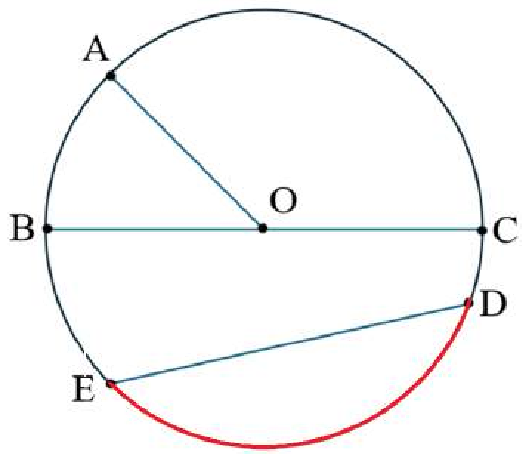
Dado um ponto O e um número real $r > 0$, define-se a **circunferência** de centro O e raio r como o conjunto[2] de todos os pontos P no plano cuja distância até O é exatamente igual a r, ou seja, $\overline{OP} = r$.

De maneira mais concreta, a circunferência de centro O e raio r pode ser visualizada como a linha curva formada quando a ponta de um compasso é posicionada no ponto O e sua abertura ajustada para o comprimento r.

Dois elementos fundamentais de uma circunferência são o **raio** e a **corda**. O **raio** é o segmento de reta que conecta o centro O a qualquer ponto da circunferência. A **corda**, por sua vez, é um segmento de reta que une dois pontos quaisquer da circunferência. O **diâmetro** é uma corda especial que passa pelo centro da circunferência, sendo, portanto, o maior segmento que pode ser traçado dentro dela.

[2]O conjunto de todos esses pontos P é denominado **lugar geométrico**, e corresponde ao conjunto de pontos que compartilham uma propriedade em comum. Nesse sentido, a circunferência é considerada um lugar geométrico, pois é composta por todos os pontos que possuem a mesma distância em relação ao seu centro.

Figura 2.8: Elementos Fundamentais de uma Circunferência.



Fonte: Autoria Própria.

A partir da observação da figura 2.8, podemos fazer algumas observações importantes. Os segmentos BC e ED são cordas da circunferência, sendo que BC é um diâmetro. Os segmentos OA, OB e OC são alguns de seus raios. Note que a medida do diâmetro $\overline{BC}$ é igual à soma das medidas dos raios $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$. Em outras palavras, a medida do diâmetro de uma circunferência é igual ao dobro do comprimento do raio. Além disso, todo diâmetro de uma circunferência a divide em duas regiões iguais, denominadas **semicírculos**. Reciprocamente, se uma corda de uma circunferência a divide em duas partes iguais, então essa corda deve, necessariamente, ser um de seus **diâmetro**.

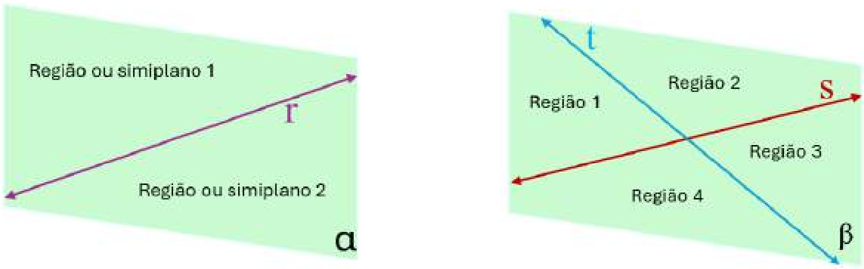
Perceba que pontos E e D dividem a circunferência em duas porções distintas, denominadas **arcos da circunferência**. Repare que essa definição é ambígua, pois os pontos E e D geram, ao mesmo tempo, o arco em vermelho e o arco em preto. Para diferenciá-los, referimo-nos a eles como **arco menor** ou **arco maior** $\widehat{ED}$. Caso haja um ponto adicional sobre o arco, uma outra possibilidade é usar este ponto extra como um auxílio para simplificar a notação; considerando a figura 2.8, poderíamos representar o arco maior $\widehat{ED}$ por $\widehat{EAD}$.

2.2.3 Ângulo

A noção de ângulo está presente em diversas situações do nosso cotidiano. Em várias circunstâncias reais, é possível observar a aplicação desse conceito, como na abertura ou fechamento de um braço, na inclinação de uma rampa, no movimento dos ponteiros do relógio ao longo do tempo, ou ainda na curva formada pelo encontro de duas ruas, entre outros exemplos.

Uma reta r em um plano α divide esse plano em duas regiões ou semiplanos delimitados por r. Da mesma forma, duas retas s e t que se cruzam em um plano β o divide em quatro regiões distintas. Veja figura 2.9

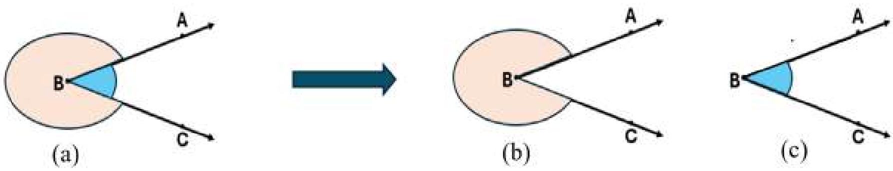
Figura 2.9: Esquema Representativo das Regiões no Plano.



Fonte: Autoria Própria.

A partir dos conceitos de semirreta e região, podemos formalizar a definição de ângulo: dadas duas retas de mesma origem $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ em um plano, um ângulo (ou região angular) de vértice B e lados $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ é uma das duas regiões do plano delimitadas pelas semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

Figura 2.10: Representação Esquemática de um Ângulo.



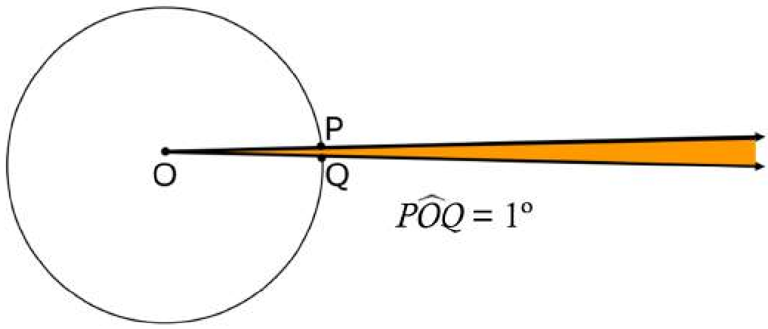
Fonte: Autoria Própria

A figura 2.10 (a) ilustra as duas regiões angulares ou ângulos do plano determinadas pelas semirretas de mesmo vértice. O ângulo da figura 2.10 (b) pode ser indicado de diversas maneiras: por $\angle ABC$, $\angle CBA$, ou simplesmente por $\angle B$. As semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ são os lados desse ângulo, e o ponto B é o vértice.

De maneira análoga, o ângulo da Figura 2.10 (c) também pode ser representado por $\angle ABC$, $\angle CBA$, ou apenas por $\angle B$. As semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ formam os lados desse ângulo, com B sendo o vértice. Neste trabalho, quando não especificado de outra forma, consideraremos $\angle ABC$ como o ângulo de menor abertura formado pelas semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

A medida em **grau**, representada pelo símbolo °, é uma unidade de medida utilizada para quantificar ângulos. A divisão do círculo em 360 partes iguais é atribuída aos babilônios, que escolheram esse número por uma questão de praticidade. Acreditava-se que o ano solar tivesse aproximadamente 360 dias, o que levou à adoção dessa subdivisão. Além disso, o número 360 foi favorecido devido ao fato de possuir 24 divisores, o que facilita sua subdivisão em frações menores. Assim, o grau é obtido ao dividir o ângulo de uma volta completa ($360°$) em 360 partes iguais, sendo que cada uma dessas partes corresponde a 1 grau. Dessa forma, um giro completo ao redor de um ponto corresponde a $360°$. Se tomarmos os pontos P e Q como os extremos de um desses 360 arcos, dizemos que a medida do ângulo $\angle POQ$ é de 1 grau (figura 2.11), denotado como $1°$, e escrevemos $P\widehat{O}Q = 1°$.

Figura 2.11: Unidade de Medida de Ângulo em Grau.



Fonte: Autoria Própria.

Perceba que, a partir da definição de ângulo e do fato de que a medida de um ângulo é a mesma, independentemente do raio do círculo no qual ele é traçado, podemos associar a medida de $360°$ a uma circunferência completa. Com isso, é possível concluir que um diâmetro divide uma circunferência em duas partes iguais, sendo que cada semicircunferência corresponde a um ângulo de $180°$ e que um quarto de circunferência corresponde a $90°$. Em termos geométricos, dizemos que um ângulo $\angle AOB$ é convexo quando sua medida está no intervalo $0° < A\widehat{O}B < 180°$.

Além disso, os ângulos podem ser classificados de acordo com suas medidas. Por exemplo, considerando o ângulo $\angle A$, temos as seguintes classificações:

- **Ângulo agudo**: é aquele cuja medida é menor que $90°$. Ou seja, $0° < \widehat{A} < 90°$. Por exemplo, se $\widehat{A} = 45°$, temos um ângulo agudo.

- **Ângulo reto**: é o ângulo cuja medida é exatamente $90°$. Se $\widehat{A} = 90°$, estamos lidando com um ângulo reto. Este tipo de ângulo é frequentemente encontrado em esquinas ou ao formar a interseção de duas linhas perpendiculares.

- **Ângulo obtuso**: é o ângulo cuja medida está entre $90°$ e $180°$. Ou seja, $90° < \widehat{A} < 180°$. Por exemplo, se $\widehat{A} = 120°$, temos um ângulo obtuso.

- **Ângulo nulo**: é aquele cuja medida é exatamente $0°$. Ou seja, $\widehat{A} = 0°$. Isso ocorre quando duas semirretas coincidem, formando uma linha reta sem qualquer abertura angular.

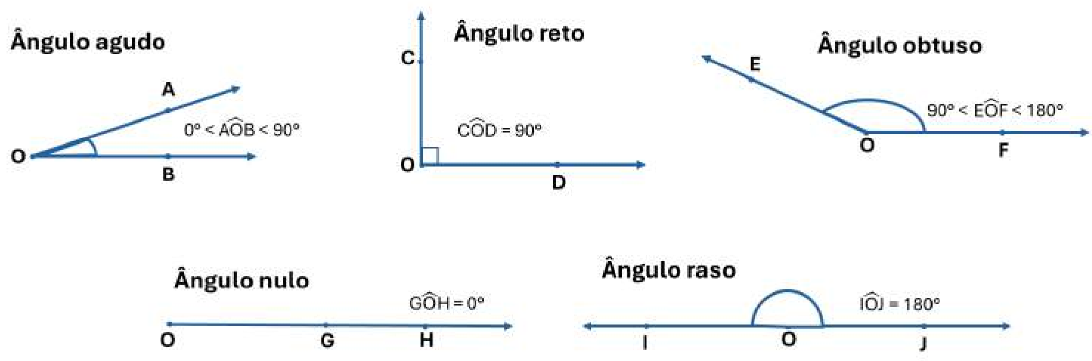
- **Ângulo raso**: é o ângulo cuja medida é exatamente 180°. Ou seja, $\widehat{A} = 180°$. Esse tipo de ângulo é formado por duas semirretas opostas, alinhadas de forma que criam uma linha reta.

Além dessas classificações, também podemos considerar os ângulos **complementares** e **suplementares**:

- **Ângulos complementares**: dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é igual a 90°. Por exemplo, se $\widehat{A} = 30°$ e $\widehat{B} = 60°$, então $\widehat{A} + \widehat{B} = 90°$, ou seja, $\angle A$ e $\angle B$ são complementares.
- **Ângulos suplementares**: dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas é igual a 180°. Por exemplo, se $\widehat{A} = 120°$ e $\widehat{B} = 60°$, então $\widehat{A} + \widehat{B} = 180°$, ou seja, $\angle A$ e $\angle B$ são suplementares.

A figura ilustra alguns exemplos dos tipos de ângulo classificados anteriormente.

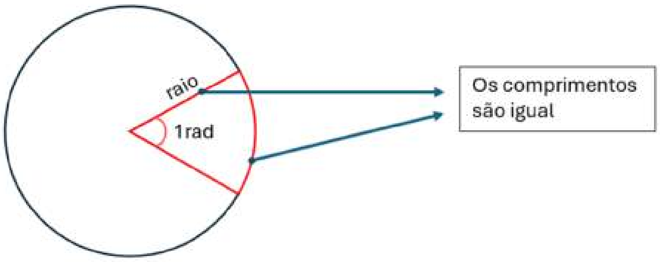
Figura 2.12: Classificação de Ângulos.



Fonte: Autoria Própria.

Outra forma de medir ângulos é através da **medida em radianos**, que constitui uma convenção amplamente adotada em contextos matemáticos e científicos, sendo especialmente relevante no estudo das funções trigonométricas e na resolução de problemas geométricos. Diferentemente da medida em graus, que divide o círculo completo em 360 partes iguais, a medida em radianos está diretamente associada ao comprimento do arco de um círculo. Formalmente, um radiano é definido como o ângulo central de um círculo cujo arco tem comprimento igual ao raio da circunferência na qual o arco está contido (veja figura 2.13).

Figura 2.13: Graus em Radianos.



Fonte: Autoria Própria.

Considerando que o comprimento de uma circunferência é dado por $2\pi r$ o raio r cabe 2π vezes nesse comprimento. Além disso, como um arco de comprimento igual ao raio corresponde a um ângulo de 1 radianos, é evidente que uma volta completa, ou seja, a circunferência inteira, corresponde a um ângulo de 2π radianos. Com isso, podemos usar as equações 2.1 e 2.2 para fazer as transformações entre graus e radianos, e vice-versa:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180}\,\text{radianos} \tag{2.1}$$

$$1\,\text{radiano} = \frac{180^\circ}{\pi} \tag{2.2}$$

A seguir, são apresentados alguns exemplos de conversão usando as fórmulas:

1. Para converter 45° para radianos:

$$45^\circ = 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}\,\text{radianos.}$$

2. Para converter 90° para radianos:

$$90^\circ = 90 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}\,\text{radianos.}$$

3. Para converter 180° para radianos:

$$180^\circ = 180 \times \frac{\pi}{180} = \pi\,\text{radianos.}$$

4. Para converter $\frac{\pi}{3}$ radianos para graus:

$$\frac{\pi}{3}\,\text{radianos} = \frac{\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = 60^\circ.$$

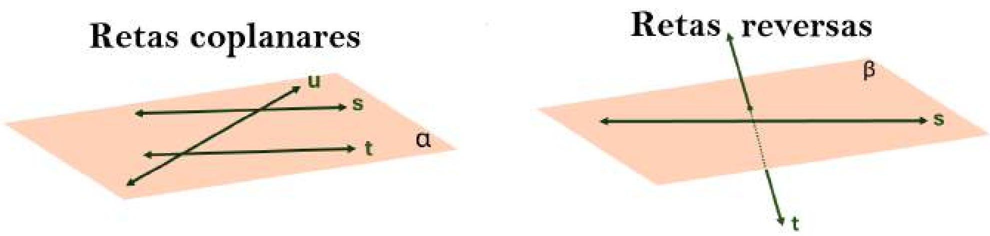
5. Para converter $\frac{\pi}{6}$ radianos para graus:

$$\frac{\pi}{6}\,\text{radianos} = \frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = 30°.$$

2.2.4 Posições Relativas entre Retas no Plano

De acordo com a disposição das retas no plano, elas podem ser classificadas de diferentes formas. Quando duas retas s e t estão contidas no mesmo plano, elas são chamadas de **coplanares**. Caso contrário, são chamadas de **reversas** (Figura 2.14).

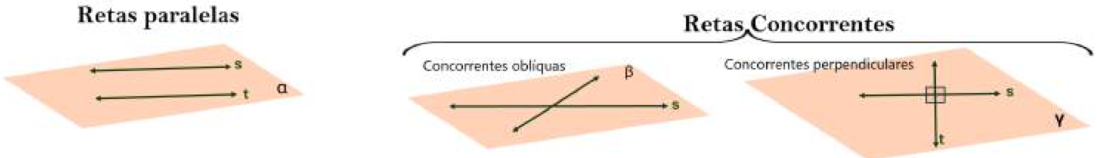
Figura 2.14: Retas Coplanares e Reversas.



Fonte: Autoria Própria.

As retas **paralelas** são retas coplanares que não possuem nenhum ponto em comum, enquanto as retas **concorrentes** são coplanares e se cruzam em um único ponto. Dentro das retas concorrentes, podem existir duas subcategorias: as **concorrentes oblíquas**, que se encontram em um ponto, mas não formam um ângulo reto, e as **concorrentes perpendiculares**, que se encontram em um ponto e formam um ângulo de 90°. Além disso, as retas **coincidentes** são retas coplanares que têm todos os seus pontos em comum. A figura 2.15 apresenta exemplos ilustrando as diferentes classificações das posições das retas no plano.

Figura 2.15: Retas Paralelas e Retas Concorrentes.



Fonte: Autoria Própria.

2.3 TRIÂNGULOS

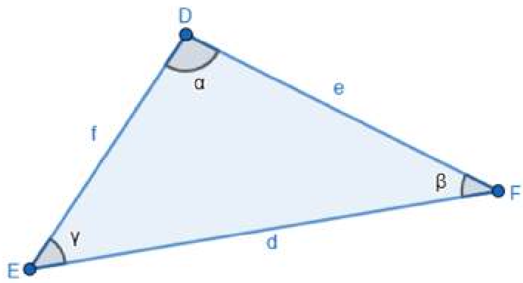
O triângulo é um polígono de três lados, três vértices e três ângulos internos. Além de sua importância na geometria, os triângulos têm diversas aplicações práticas e simbólicas. Eles aparecem na identificação de extintores, nas bandeiras de vários países, na sinalização de trânsito, em símbolos religiosos, nas artes e na construção civil, devido às suas propriedades estruturais e rigidez.

Considerando três pontos em um plano, eles podem ser **colineares**, caso estejam alinhados, ou **não-colineares**, caso contrário. Se os pontos A, B e C em um plano são não-colineares, forma-se um triângulo. A região limitada do plano, delimitada pelos segmentos que unem esses três pontos dois a dois, é denominada **região triangular**. Nesse contexto, os pontos A, B e C são os vértices do triângulo ABC, ou simplesmente ΔABC.

2.3.1 Elementos dos Triângulos

A figura 2.16 ilustra o ΔDEF.

Figura 2.16: Triângulo Genérico.



Fonte: Autoria Própria.

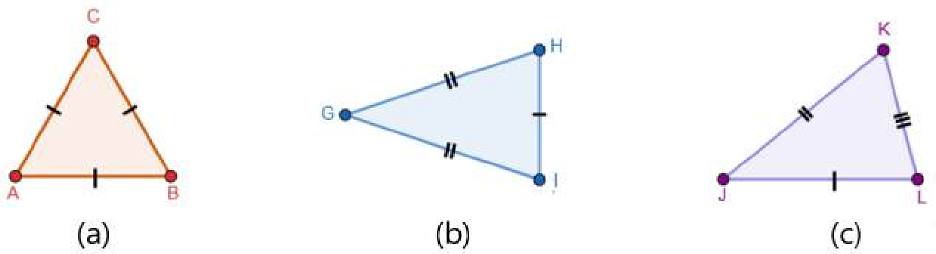
Em relação ao triângulo representado em 2.16, os segmentos DE, DF e EF são chamados de **lados do triângulo**, e $\overline{DE} = f$, $\overline{DF} = e$ e $\overline{EF} = d$, são os comprimentos desses lados. O **perímetro** de um triângulo é obtido calculando-se a soma dos comprimentos de seus lados. É bastante comum em alguns livros denotarem o perímetro de um triângulo por $2p$, sendo p o **semiperímetro** do triângulo. No caso do ΔDEF , temos que $2p = d+e+f$ corresponde ao seu perímetro e $p = \frac{d+e+f}{2}$ ao seu semiperímetro. No mais, os ângulos internos $\angle D = \angle EDF$, $\angle E = \angle DEF$ e $\angle F = \angle DFE$ do ΔDEF tem medidas $\widehat{D} = \alpha$, $\widehat{F} = \beta$ e $\widehat{E} = \gamma$.

2.3.2 Classificação dos Triângulos

Os triângulos podem ser classificados de duas maneiras principais: com base no comprimento de seus lados ou com base nas medidas de seus ângulos.

- **Classificação em relação aos lados**: Quando analisamos os triângulos com base no comprimento de seus lados, podemos classificá-los da seguinte forma:
  - **Equilátero**: Triângulo em que todos os três lados possuem a mesma medida.
  - **Isósceles**: Triângulo que possui pelo menos dois de seus lados com a mesma medida.
  - **Escaleno**: Triângulo em que todos os três lados têm medidas diferentes.

Figura 2.17: Classificação dos Triângulos Quanto aos Lados.

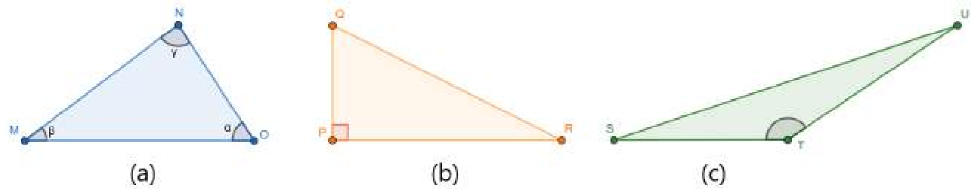


Fonte: Autoria Própria.

O triângulo (a) da figura 2.17 é equilátero, pois possui todos os lados iguais, ou seja, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$. Já os triângulos (b) e (c) da mesma figura são, respectivamente, isósceles e escaleno. O triângulo (b) é isósceles, pois possui dois lados iguais, $\overline{GH} = \overline{GI}$, enquanto o triângulo (c) é escaleno, pois todos os seus lados têm medidas diferentes, isto é, $\overline{KJ} \neq \overline{KL} \neq \overline{JL}$.

- **Classificação em relação aos ângulos**: Quanto às medidas de seus ângulos, os triângulos podem ser classificados em:
  - **Acutângulo**: Triângulo em que todos os ângulos internos são agudos, ou seja, têm medidas menores que $90°$.
  - **Retângulo**: Triângulo que possui um ângulo interno reto, isto é, medindo $90°$.
  - **Obtusângulo**: Triângulo em que um dos ângulos internos é obtuso, isto é, a medida deste ângulo está entre $90°$ e $180°$.

Figura 2.18: Classificação dos Triângulos Quanto aos Ângulos.



Fonte: Autoria Própria.

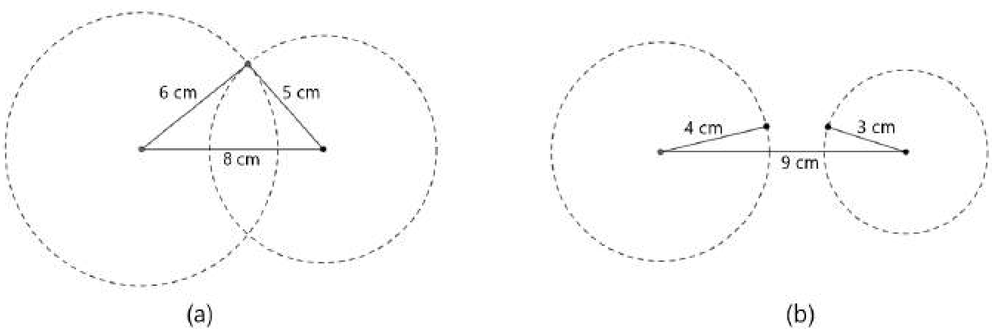
O triângulo (a) da figura 2.18 é acutângulo, pois os ângulos α, β e γ possuem medidas menores que 90°. Considerando a mesma figura, o triângulo (b) é retângulo, pois o ângulo $\angle P$ é reto, ou seja, $\widehat{P} = 90°$. Já o triângulo (c) é obtusângulo, pois o ângulo $\angle T$ tem medida maior que 90°.

A classificação dos triângulos tanto quanto aos lados quanto aos ângulos fornece uma base sólida para o estudo de suas propriedades, permitindo uma compreensão mais profunda das figuras geométricas e facilitando a aplicação de teoremas e fórmulas em diferentes contextos da matemática.

2.3.3 Condição de Existência de um Triângulo

Uma simples experiência com resíduos sólidos pode ser suficiente para entender quando é possível formar um triângulo e quando não. Para isso, pegue um canudo que seria descartado e recorte três pedaços com as medidas de 5 cm, 6 cm e 8 cm. Una as três partes pelas pontas e observe o que acontece. Em seguida, recorte mais três pedaços com as medidas de 4 cm, 3 cm e 9 cm e repita o procedimento. Na figura 2.19 é possível observar a representação gráfica do experimento.

Figura 2.19: Representação da Experiência da Construção de Triângulos.



Fonte: Autoria Própria.

O experimento demonstrará que, no primeiro caso, é possível formar um triângulo, enquanto no segundo caso, não. Isso ocorre devido à **condição de**

existência de um triângulo, que estabelece que a soma das medidas de quaisquer dois de seus lados deve ser sempre maior que a medida do terceiro lado. Em outras palavras, a soma de qualquer par de lados deve superar o valor do terceiro lado para que os segmentos possam formar um triângulo.

Esse conceito geométrico é também conhecido como *Desigualdade Triangular*, um termo amplamente utilizado para se referir a essa condição fundamental. A Desigualdade Triangular descreve a relação entre os lados de um triângulo, estabelecendo uma "desigualdade" essencial para a formação da figura geométrica.

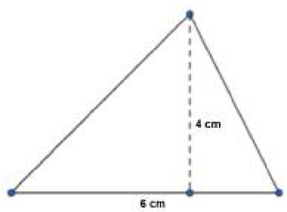
2.3.4 Área de um Triângulo

Existem diversas formas de encontrar a área de um triângulo, e a escolha do método depende das informações disponíveis sobre o triângulo. A fórmula mais conhecida e utilizada é obtida multiplicando-se a medida da **base** pela **altura** do triângulo e dividindo o resultado por dois, ou seja,

$$A = \frac{b \cdot h}{2}, \tag{2.3}$$

onde b representa a base do triângulo e h sua altura perpendicular. Por exemplo, se um triângulo tem base de 6 cm e altura de 4 cm, sua área será:

$$\begin{aligned} A &= \frac{6 \cdot 4}{2} \\ A &= 12\,\mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

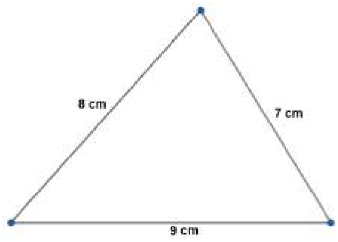


Outra forma de calcular a área é utilizando a **fórmula de Herão**, que é especialmente útil quando se conhece as medidas dos três lados do triângulo. A fórmula de Herão é dada por

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \tag{2.4}$$

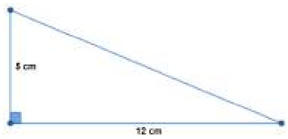
onde a, b, e c são os **lados** do triângulo e p é o **semiperímetro**, definido como $p = \frac{a+b+c}{2}$. Por exemplo, para um triângulo com lados de 7 cm, 8 cm e 9 cm, o semiperímetro é $p = \frac{7+8+9}{2} = 12$. Aplicando a fórmula 2.4, a área será:

$$
\begin{aligned}
A &= \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} \\
A &= \sqrt{12 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} \\
A &\cong 26,83\,\text{cm}^2.
\end{aligned}
$$



Finalmente, em um **triângulo retângulo**, onde os catetos são as bases e as alturas, a área pode ser calculada de forma simples com $A = \frac{b \cdot h}{2}$. Por exemplo, para um triângulo retângulo com catetos de 5 cm e 12 cm, a área será:

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{5 \cdot 12}{2} \\
A &= 30\,\text{cm}^2.
\end{aligned}
$$

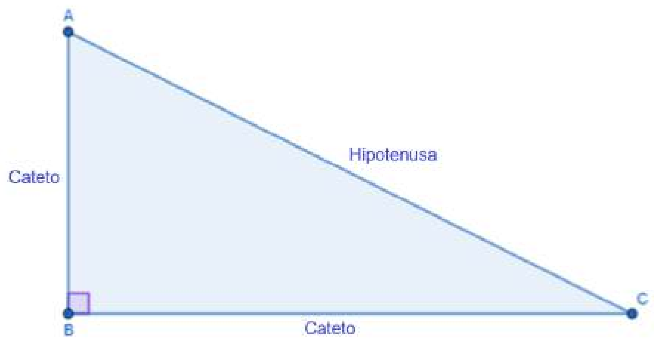


Cada um desses métodos tem sua aplicação específica, tornando o cálculo da área mais acessível conforme os dados disponíveis.

2.3.5 Triângulos Retângulos e o Teorema de Pitágoras

Seja o triângulo ABC, retângulo em B, conforme representado na figura 2.20. Nesse triângulo, o lado oposto ao ângulo reto é denominado **hipotenusa**, enquanto os outros dois lados, que formam o ângulo reto, são chamados de **catetos**.

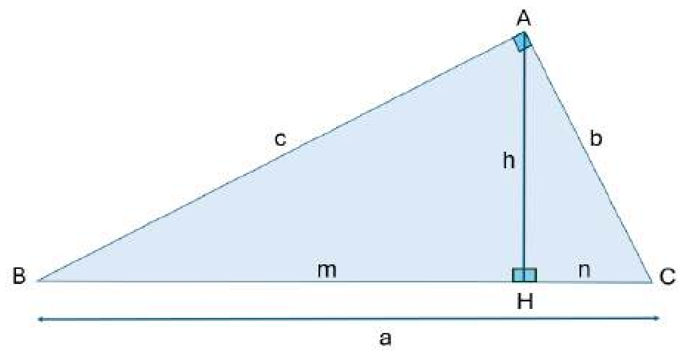
Figura 2.20: Triângulo Retângulo Genérico.



Fonte: Autoria Própria.

Vamos estabelecer a seguir algumas relações métricas importantes em um triângulo retângulo. Seja $\triangle ABC$ um triângulo retângulo em A, com catetos $AB = c$, $AC = b$ e hipotenusa $BC = a$. Seja também H o pé da altura relativa à hipotenusa, com as medidas $CH = n$, $BH = m$ e $AH = h$.

Figura 2.21: Modelo de Triângulo para Relações Métricas (a).



Fonte: Autoria Própria.

Usando semelhança de triângulo nos triângulos ABH e AHC, formados a partir do $\triangle ABC$ da figura 2.21, as seguinte relações métricas podem ser desenvolvidas:

- $\frac{h}{n} = \frac{m}{h}$, ou seja,

$$h^2 = m \cdot n \tag{2.5}$$

- $\frac{b}{n} = \frac{a}{b}$, ou seja,

$$b^2 = a \cdot n \tag{2.6}$$

- $\frac{c}{a} = \frac{m}{c}$, ou seja,

$$c^2 = a \cdot m \tag{2.7}$$

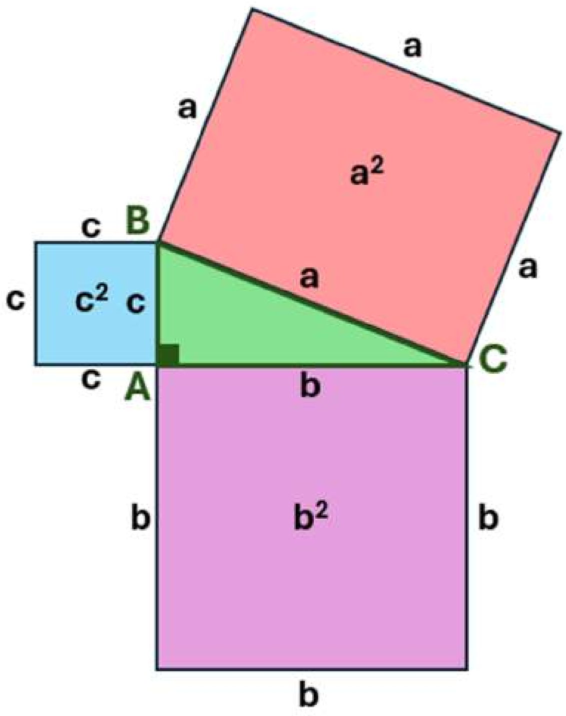
- $\frac{b}{h} = \frac{a}{c}$, ou seja,

$$b \cdot c = a \cdot h \tag{2.8}$$

Além das relações já mencionadas, outra relação importante que pode ser extraída do triângulo retângulo é o Teorema de Pitágoras. De acordo com esse teorema, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

A Figura 2.22 ilustra o $\triangle ABC$, sobre o qual foram construídos quadrados em cada um de seus lados. As medidas dos lados desses quadrados correspondem às dos catetos e à da hipotenusa do triângulo.

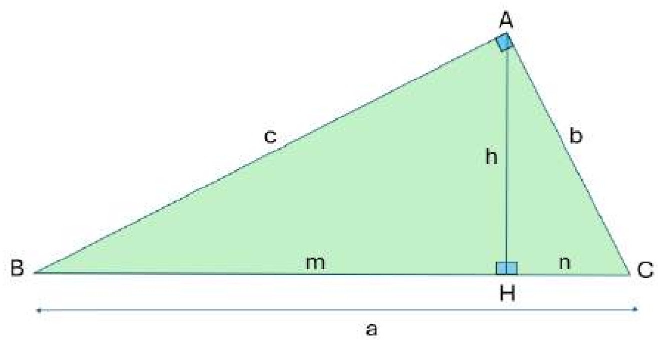
Figura 2.22: Representação do Teorema de Pitágoras Utilizando Quadrados.



Fonte: Autoria Própria.

Em todo triângulo retângulo essa mesma relação é mantida, conforme será demostrado a partir da imagem a seguir (figura 2.23):

Figura 2.23: Modelo de Triângulo para Relações Métricas (b).



Fonte: Autoria Própria.

Conforme foi visto anteriormente, as equações $b^2 = a \cdot m$ (2.6) e $c^2 = a \cdot n$ (2.7) representam as relações métricas do triângulo retângulo da figura 2.23. Assim somando membro a membro as igualdades, obtém-se:

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= m \cdot a + n \cdot a \\ b^2 + c^2 &= a \cdot (m + n) \end{aligned}$$

Como $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC}$, então $a = m + n$. Daí, substituindo $(m+n)$ por a, obtemos:

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= a \cdot a \\ b^2 + c^2 &= a^2 \end{aligned}$$

ou, equivalentemente,

$$a^2 = b^2 + c^2 \tag{2.9}$$

Portanto, fica provado o Teorema de Pitágoras.

O Teorema de Pitágoras tem diversas aplicações importantes. Ele pode ser utilizado para determinar a medida da diagonal de um quadrado, a altura de um triângulo equilátero, a diagonal de um paralelepípedo reto-retângulo ou de um cubo, entre outras aplicações. Além disso, o teorema também pode ser empregado para verificar se um triângulo é retângulo, obtusângulo ou acutângulo considerando apenas as medidas de seus lados.

Considere um triângulo com lados a, b e c, onde a é o maior lado.

Se o **triângulo for retângulo**, o quadrado de seu maior lado será **igual** à soma dos quadrados dos outros dois lados. Nesse caso, aplica-se o Teorema de Pitágoras, e a relação será:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Por outro lado, se o **triângulo for acutângulo**, o quadrado de seu maior lado será **menor** que a soma dos quadrados dos outros dois lados. Nesse caso, a relação será:

$$a^2 < b^2 + c^2$$

De forma análoga, se o **triângulo for obtusângulo**, o quadrado de seu maior lado será **maior** que a soma dos quadrados dos outros dois lados. A relação será:

$$a^2 > b^2 + c^2$$

Portanto, ao conhecer as medidas dos lados de um triângulo, é possível determinar se ele é obtusângulo, acutângulo ou retângulo com base nessas relações.

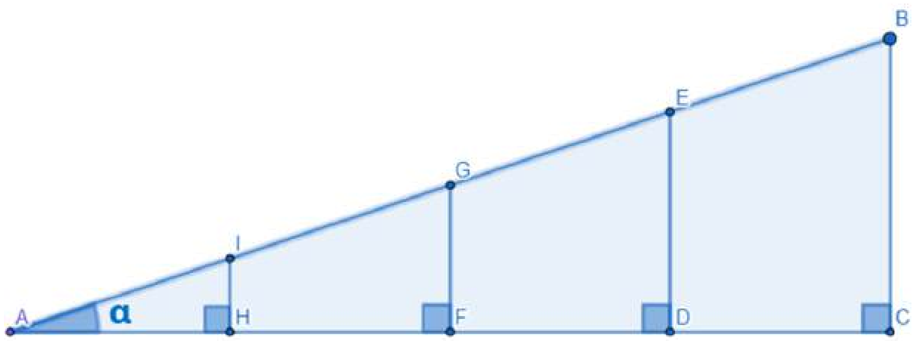
Essas informações serão úteis na resolução dos exercícios sugeridos na atividade “Triângulos Sustentáveis” do capítulo 3.

2.3.6 Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Além do Teorema de Pitágoras, outra relação fundamental dos triângulos retângulos, com ampla aplicabilidade em diversas situações cotidianas, são as razões trigonométricas. Desenvolvidas por civilizações antigas, essas razões surgiram como uma solução para a necessidade de medir distâncias, alturas e inclinações, com registros de seu uso datando de aproximadamente 1100 a.C. na China. Essas necessidades, que ainda se mantêm relevantes, justificam a continuidade da importância dessas relações até os dias atuais, com aplicações em diversos campos do conhecimento e da prática.

Observe inicialmente o triângulo ABC retângulo em A, com ângulo $B\widehat{A}C = \alpha$, e os segmentos DE, FG e HI, que são interiores ao triângulo e paralelos ao lado CB , conforme ilustrado na figura 2.24.

Figura 2.24: Representação das Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo.



Fonte: Autoria Própria.

Note que na figura 2.24 os triângulos ABC, AED, AGF, AIH são semelhantes pelo caso AA (Ângulo, Ângulo) e, portanto, vale as seguintes relações:

$$\frac{BC}{AB} = \frac{ED}{AE} = \frac{GF}{AG} = \frac{IH}{AI} = k_1 \tag{2.10}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{AF}{AG} = \frac{AH}{AI} = k_2 \tag{2.11}$$

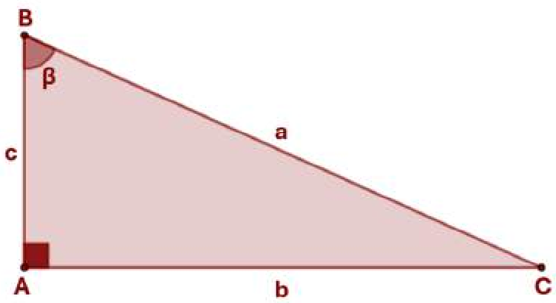
$$\frac{BC}{AC} = \frac{ED}{AD} = \frac{GF}{AF} = \frac{IH}{AH} = k_3 \tag{2.12}$$

Observe que a razão entre o cateto oposto ao ângulo α e a hipotenusa em cada triângulo formado é constante e igual a k_1. Essa razão se mantém inalterada para qualquer triângulo retângulo que tenha um ângulo agudo α. O mesmo se aplica à razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa, representada por k_2, e à razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente, representada por k_3, em todos esses triângulos.

Essas razões fixas, provenientes da ideia de semelhança de triângulos, originam as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Considerando um triângulo retângulo ABC, retângulo em A, com ângulo agudo do vértice B medindo β e os lados $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$, conforme figura 2.25, podem-se obter seis razões trigonométricas entre os lados do triângulo ABC, denominadas razões trigonométricas do ângulo β. Essas razões não dependem das medidas específicas dos lados do triângulo, mas apenas do valor do ângulo β.

Figura 2.25: Triângulo Retângulo em A e $\widehat{B} = \beta$.



Fonte: Autoria Própria.

Utilizando no triângulo da figura 2.25 o mesmo raciocínio aplicado para se obter as razões k_1, k_2 e k_3 nas equações 2.10, 2.11 e 2.12, respectivamente, deduz-se as principais razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente, conforme descrito a seguir:

- O **seno** do ângulo β é a razão entre o cateto oposto a β e a hipotenusa do triângulo, ou seja:

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen}\beta = \frac{b}{a} \tag{2.13}$$

- O **cosseno** do ângulo β é a razão entre o cateto adjacente a β e a hipotenusa do triângulo, ou seja:

$$\cos\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad \Rightarrow \quad \cos\beta = \frac{c}{a} \tag{2.14}$$

- A **tangente** do ângulo β é a razão entre o cateto oposto a β e o cateto adjacente a β, ou seja:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{c} \tag{2.15}$$

As demais razões trigonométricas cossecante, secante e cotangente são as razões inversas do seno, cosseno e tangente, respectivamente:

$$\operatorname{cossec}\beta = \frac{1}{\operatorname{sen}\beta}, \quad \sec\beta = \frac{1}{\cos\beta}, \quad \operatorname{cotg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$$

Uma aplicação prática das razões trigonométricas pode ser observada nos cálculos relacionados à inclinação de rampas na construção civil. A inclinação de uma rampa é numericamente equivalente à tangente do ângulo formado entre a rampa e sua projeção horizontal. Veja figura 2.26

Figura 2.26: Representação de uma Rampa com Inclinação $\operatorname{tg}\alpha$

Fonte: Autoria Própria.

Um projeto de rampa para transportar pessoas entre dois pavimentos de um shopping, com uma altura de 5 metros, precisa ser desenvolvido. Considerando que a inclinação máxima permitida para a rampa seja de 0,10, qual deve ser o comprimento da projeção horizontal para que a inclinação da rampa seja máxima?

Para resolver essa questão, vamos modelar a rampa como um triângulo retângulo, conforme representado na figura 2.26. Nesse triângulo, a altura da rampa representa o cateto oposto ao ângulo α, a projeção horizontal corresponde ao cateto adjacente ao ângulo α, e a hipotenusa é o comprimento real da rampa, que, neste caso, não precisa ser calculada.

Sabemos que a inclinação máxima da rampa corresponde à tangente do ângulo de inclinação, que é dada por 0,10. Isso significa que a razão entre a altura da rampa e a projeção horizontal é 0,10. Ou seja, podemos escrever a seguinte equação:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = 0,10$$

Substituindo os valores conhecidos, obtém-se:

$$\frac{5}{\text{projeção horizontal}} = 0,10$$

Agora, resolvendo para obter a projeção, tem-se:

$$\text{projeção horizontal} = \frac{5}{0,10} = 50\,\text{metros}$$

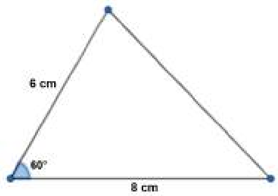
Portanto, para que a rampa tenha a inclinação máxima permitida, o comprimento de sua projeção horizontal deve ser 50 metros.

Outra aplicação das razões trigonométricas que merece destaque é o seu uso no cálculo da **área de um triângulo**. Quando conhecemos **dois lados** a e b e o **ângulo** θ entre eles, a área do triângulo pode ser calculada pela fórmula:

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot sen(\theta) \tag{2.16}$$

Se dois lados de um triângulo têm 6 cm e 8 cm, e o ângulo entre eles é de 60° (ou $\frac{\pi}{3}$ radianos), podemos usar a fórmula 2.16 para encontrar sua área, que será:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot sen(60°) \\ A &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ A &\cong 20,78\,\text{cm}^2. \end{aligned}$$



2.4 FIGURAS NÃO PLANAS OU SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Existem diversas maneiras de classificar as figuras geométricas. Neste contexto, abordaremos as classificações em termos de linhas, regiões planas e figuras geométricas não planas.

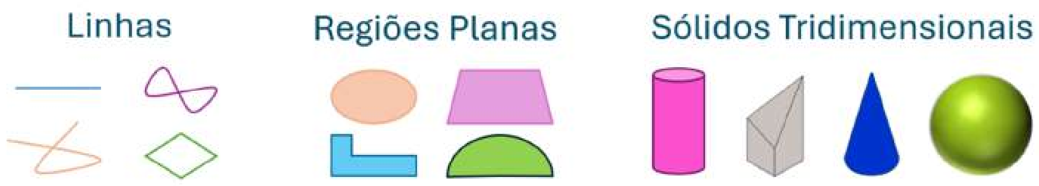
Linhas: São figuras unidimensionais, ou seja, possuem apenas uma dimensão.

Regiões planas: São áreas delimitadas por uma linha fechada e plana, ou seja, uma superfície bidimensional que não se curva.

Figuras geométricas não planas: Também conhecidas como *sólidos geométricos* ou *sólidos tridimensionais*, são figuras que não estão contidas em um único plano e, portanto, possuem volume.

A Figura 2.27 apresenta exemplos de elementos dessa classificação.

Figura 2.27: Figuras Geométricas.

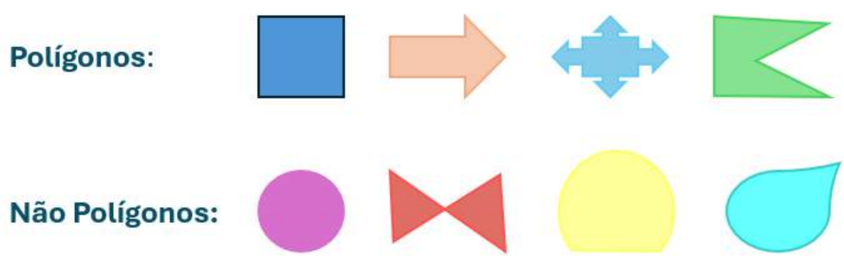


Fonte: Autoria Própria.

2.4.1 Figuras Geométricas Planas

Uma figura geométrica plana pode ser **poligonal** ou **não poligonal**. As figuras poligonais são aquelas que podem ser representadas por polígonos, ou seja, figuras limitadas por segmentos de reta (chamados de lados) que se encontram em pontos chamados vértices. Os **polígonos** são figuras fechadas cujos lados são segmentos de reta. Exemplos típicos incluem o triângulo e o quadrado. Por outro lado, as **figuras não poligonais** são aquelas cujas bordas não são formadas por segmentos de reta, ou seja, não podem ser representadas por polígonos. Essas figuras possuem uma estrutura curva e suas formas podem ser bastante variadas, como circunferências, elipses e hipérboles. Veja exemplos de cada um dos casos na imagem 2.28.

Figura 2.28: Classificação de Polígonos



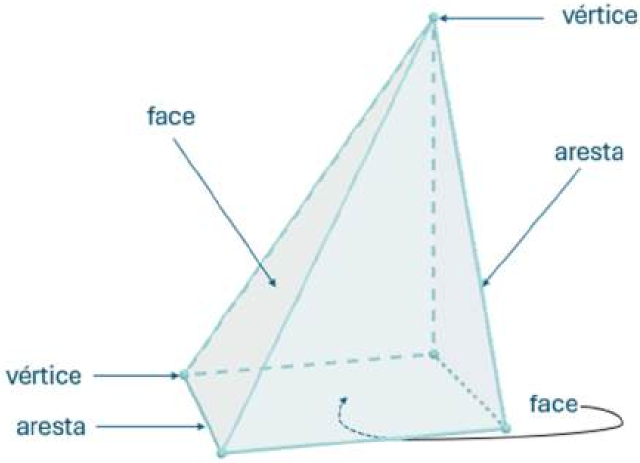
Fonte: Autoria Própria.

2.4.2 Figuras Geométricas Não Planas

As figuras geométricas não planas podem ser classificadas em **poliedros** ou **não poliedros**. Essa classificação basei-se na definição e nas propriedades geométricas dessas formas.

Poliedros: são figuras geométricas não planas cuja superfície é formada apenas por polígonos. A figura 2.29 apresenta alguns elementos de um poliedro.

Figura 2.29: Elementos de um Poliedro.



Fonte: Autoria Própria.

A partir da figura 2.29, podemos observar que, em um poliedro, as **faces** são as regiões planas e poligonais que delimitam a forma; as **arestas** correspondem aos segmentos de reta que fazem a transição entre duas faces adjacentes; e os **vértices** são os pontos de interseção de três ou mais arestas.

Alguns exemplos de poliedros são os **prismas**, as **pirâmides**, o **octaedro regular** e o **tronco de pirâmide**.

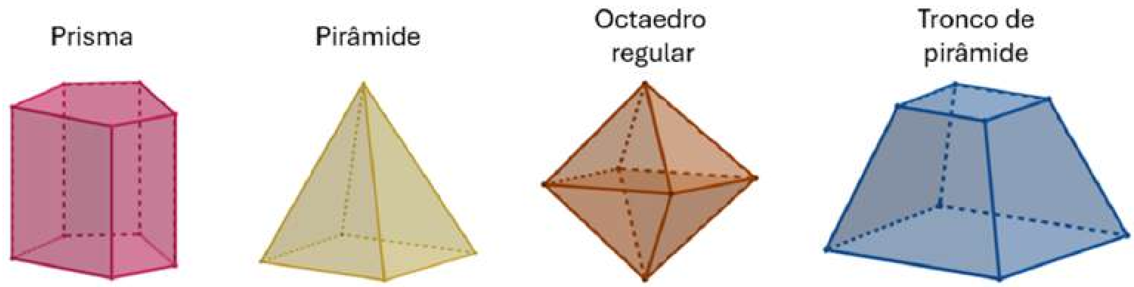
Um **prisma** é um poliedro formado por duas bases congruentes e paralelas, que são polígonos, e faces laterais que são paralelogramos. Nos prismas retos, as faces laterais são perpendiculares às bases, enquanto nos prismas oblíquos, as faces laterais não são perpendiculares às bases.

Já uma **pirâmide** é um poliedro com uma base poligonal e faces laterais triangulares, que se encontram em um único ponto chamado vértice. Quando a base é um polígono regular e o vértice está diretamente acima do centro da base, a pirâmide é chamada de pirâmide regular.

O **octaedro regular** é um poliedro composto por 8 faces triangulares equiláteras, 6 vértices e 12 arestas. Ele é um dos sólidos de Platão e tem uma simetria de rotação muito interessante, sendo o poliedro dual do cubo.

O **tronco de pirâmide** é um poliedro formado pela união de uma pirâmide e um corte paralelo à sua base, resultando em duas bases poligonais diferentes em tamanho, conectadas por faces laterais trapezoidais.

Figura 2.30: Exemplos de Poliedros.



Fonte: Autoria Própria.

O **Teorema de Euler** para poliedros convexos estabelece uma relação fundamental entre o número de vértices V, arestas A e faces F de um poliedro convexo. Segundo o teorema, a soma do número de vértices e faces, subtraída do número de arestas, é sempre igual a 2, ou seja,

$$V + F - A = 2 \tag{2.17}$$

Este teorema é uma das propriedades mais importantes na geometria dos poliedros e é válido para todos os poliedros convexos, como cubos, pirâmides e prismas, ajudando a caracterizar a estrutura dessas figuras tridimensionais.

Por exemplo, em um **prisma triangular** (um poliedro com duas bases triangulares e faces laterais retangulares), temos: $V = 6$, $A = 9$ e $F = 5$. Então, aplicando 2.17, obtemos:

$$\begin{aligned} V + F - A &= 2 \\ 6 + 5 - 9 &= 2 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

Em um **cubo** (ou hexaedro regular), que é um prisma de base quadrada, temos: $V = 8$, $A = 12$ e $F = 6$. Então, aplicando novamente 2.17, obtemos:

$$\begin{aligned} V + F - A &= 2 \\ 8 + 6 - 12 &= 2 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

Já em uma **pirâmide de base triangular** (onde a base é um triângulo e as faces laterais são triangulares), temos: $V = 4$, $A = 6$ e $F = 4$. Então, aplicando mais uma vez 2.17, obtemos:

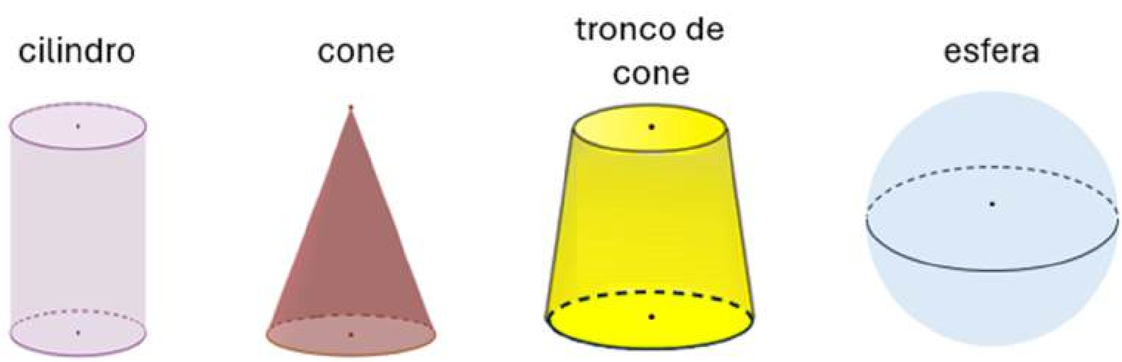
$$\begin{aligned} V+F-A &= 2 \\ 4+4-6 &= 2 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

confirmando o Teorema de Euler em cada caso.

É importante destacar que, além de ser aplicado em poliedro convexo, esse teorema também se aplica a alguns poliedros **não convexos**, como o **octaedro** (quando tratado de forma especial em certos contextos), ampliando seu campo de validade e relevância na análise das formas geométricas.

Ao contrário dos poliedros, os **não poliedros** se caracterizam por possuírem pelo menos uma **superfície arredondada**, em vez de serem compostos exclusivamente por faces planas. Exemplos clássicos de não poliedros incluem o **cilindro**, que possui duas bases circulares e uma superfície lateral curva, o **cone**, com uma base circular e uma face lateral que se estreita até o vértice, o **tronco de cone**, que resulta do corte de um cone por um plano paralelo à base, gerando duas bases circulares de diferentes tamanhos, e a **esfera**, que tem uma superfície contínua e perfeitamente arredondada, sem arestas ou vértices. A figura 2.31 apresenta alguns exemplos de não poliedros.

Figura 2.31: Exemplos de não Poliedros.



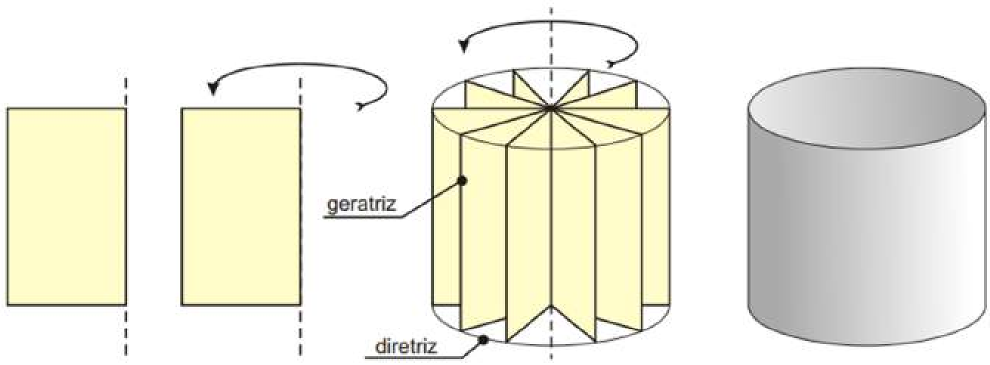
Fonte: Autoria Própria.

Os **sólidos de revolução** são uma classe específica de corpos tridimensionais não poliedros que se formam a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo. Quando uma figura plana — como um retângulo, triângulo, trapézio retângulo ou círculo — é girada ao redor de um eixo, a linha que a delimita cria uma superfície arredondada que envolve esse eixo. Esses sólidos possuem simetria em relação ao eixo de rotação e suas superfícies são caracterizadas por curvaturas suaves, o que lhes confere uma estética geométrica harmoniosa.

Alguns dos exemplos mais comuns de sólidos de revolução incluem:

- **Cilindro**: Gerado pela rotação de um retângulo em torno de um eixo sobre um de seus lados.

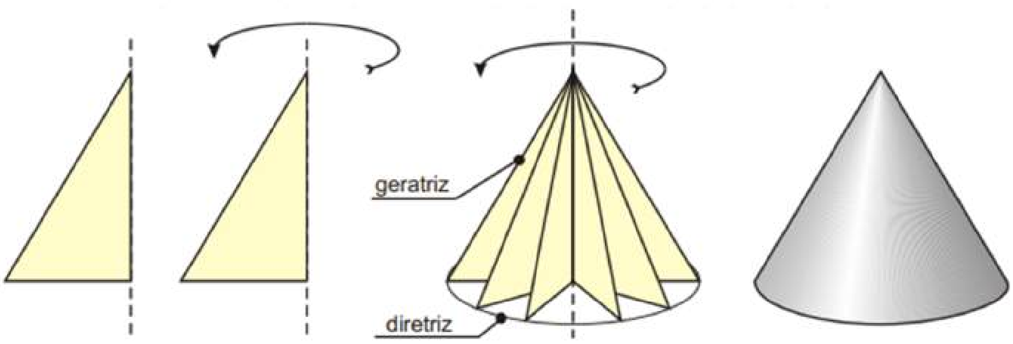
Figura 2.32: Cilindro de Revolução.



Fonte: Roberto [62].

- **Cone**: Gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo sobre um de seus catetos.

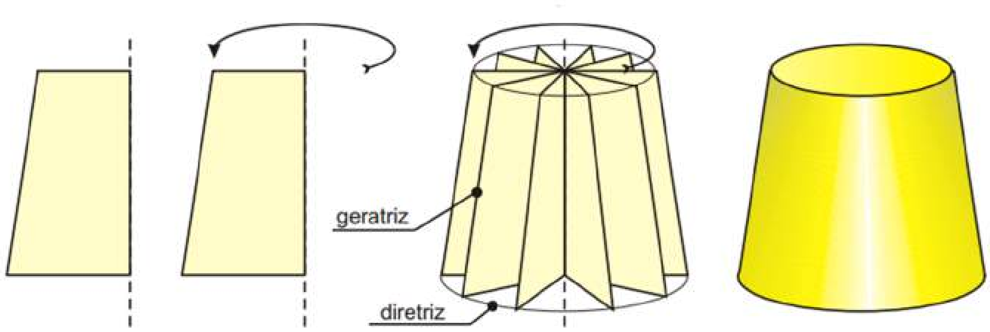
Figura 2.33: Cone de Revolução.



Fonte: Roberto [62].

- **Tronco de cone**: Gerado pela rotação de um trapézio em torno do eixo da sua altura.

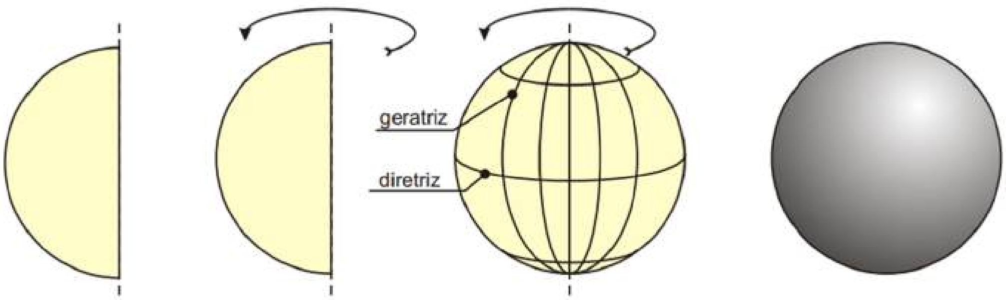
Figura 2.34: Tronco de Cone de Revolução.



Fonte: Roberto [62].

- **Esfera**: Gerada pela rotação de um semicírculo ou um círculo em torno de um de seus diâmetros.

Figura 2.35: Esfera de Revolução.



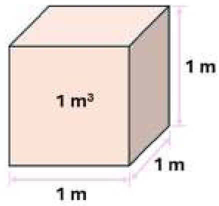
Fonte: Roberto [62].

Esses sólidos são fundamentais em diversas áreas da matemática, física e engenharia, devido à sua simetria e às propriedades geométricas que os tornam essenciais para a modelagem de formas naturais e técnicas. Esse conceito é explorado na atividade “Motor Elétrico e os Sólidos de Revolução”, no capítulo 3.

2.4.3 Volume de um Sólido Geométrico

O **volume** de um corpo corresponde ao espaço que ele ocupa e pode ser expresso por meio de um número associado a uma unidade de medida. Para padronizar essa unidade, o Sistema Internacional de Unidades (SI) adotou o metro cúbico (m^3) como unidade padrão de volume, que representa o espaço ocupado por um cubo cujas arestas medem 1 metro.

Figura 2.36: Representação do Cubo unitário.



Fonte: Autoria Própria.

Para cada unidade de comprimento, existe uma unidade correspondente de volume. Por exemplo, se a unidade de comprimento for o (cm), a unidade correspondente de volume será o centímetro cúbico (cm^3). Assim, o volume de um sólido qualquer representa o número que indica quantas vezes esse sólido contém o cubo unitário. No entanto, como os sólidos nem sempre possuem formas regulares, é necessário recorrer a métodos específicos para calcular o volume de sólidos como prismas, pirâmides, cones e esferas.

Por outro lado, é importante compreender um conceito frequentemente associado ao volume, mas com um significado distinto: a **capacidade**. A capacidade refere-se ao volume interno que um recipiente pode conter, e a unidade mais comum utilizada para expressá-la é o litro (L). Embora o litro não faça parte do SI, ele é amplamente utilizado devido à sua praticidade em diversas situações cotidianas.

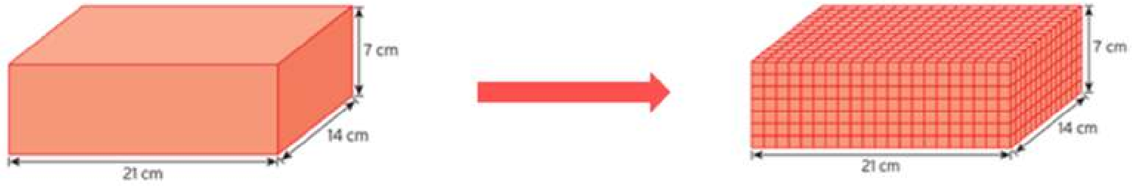
O litro foi definido, em 1964, como sendo exatamente igual a um decímetro cúbico (dm^3), o que implica que o mililitro (mL) é equivalente a um centímetro cúbico (cm^3). Essas unidades de volume, mililitro e litro, são amplamente adotadas e convenientes para muitas aplicações práticas, especialmente por suas relações diretas:

$$1\,\mathrm{cm}^3 = 1\,\mathrm{mL}, \quad 1\,\mathrm{dm}^3 = 1\,\mathrm{L}, \quad 1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{L}.$$

Essas relações tornam o uso de unidades de volume muito mais simples e acessível no dia a dia. Entretanto é muito importante destacar que para medida de volume os resultados das medições devem ser expressas em unidades de SI (cm^3, dm^3, m^3 etc.).

O **volume de um bloco retangular**, também conhecido como paralelepípedo retângulo, pode ser obtido a partir da sua decomposição em pequenos cubos. Considere, por exemplo, um bloco com dimensões $21\,cm$, $14\,cm$ e $7\,cm$.

Figura 2.37: Decomposição de um Bloco Retangular.



Fonte: Adaptado de Geração Alpha [48].

Esse bloco pode ser decomposto em cubos de 1 cm de aresta, conforme figura 2.37. Como o volume de cada cubo é 1 cm^3 e o bloco ficou dividido em 7 camadas, sendo que cada camada contem 14 linhas com 21 cubos, o volume total do bloco pode ser calculado pela multiplicação dessas quantidades:

$$21 \cdot 14 \cdot 7 = 2058\, cm^3$$

Portanto, o volume de um bloco retangular de comprimento a, largura b e altura c é dado pelo produto dessas três dimensões, ou seja:

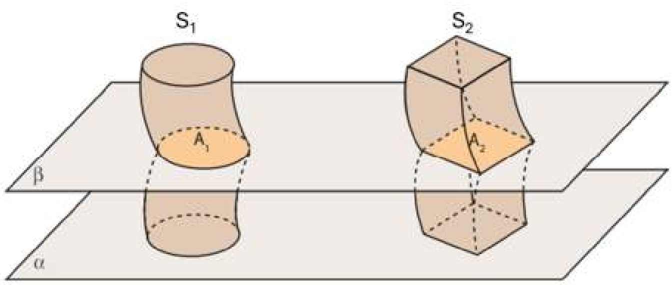
$$V_{\text{bloco retangular}} = a \cdot b \cdot c \tag{2.18}$$

Contudo, como $a \cdot b$ é a área da base (A_b) e c é a altura (h) desse paralelepípedo, temos que:

$$V = a \cdot b \cdot c \quad \Rightarrow \quad V = A_b \cdot h$$

Para o estudo do **volume dos prismas** é importantes conhecer o **Princípio de Cavalieri**, um conceito matemático utilizado para comparar volumes de figuras geométricas. Esse princípio estabelece que: se dois sólidos S_1 e S_2, apoiados em um plano horizontal α, forem seccionado por um plano β, paralelo a α, de modo que as regiões planas resultantes tenham áreas iguais, então esses sólidos possuem volumes iguais.

Figura 2.38: Representação do Princípio de Cavalieri

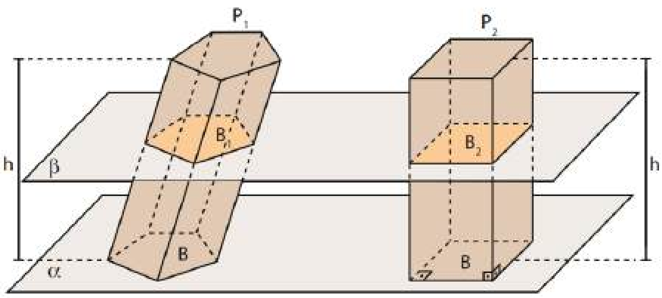


Fonte: Adaptado de LEZZI (2006) [34].

No caso de sólidos tridimensionais, o princípio de Cavalieri pode ser usado para calcular volumes de sólidos regulares e irregulares, comparando seus cortes em planos paralelos com os de outros sólidos cuja maneira de determinar o volume é conhecida.

Assim, para determinar o volume de um prisma qualquer, basta imaginarmos um prisma P_1 de altura h e base de área B, juntamente com um paralelepípedo P_2 que tenha a mesma área de base e a mesma altura do prisma. Ambos devem ter suas bases no mesmo plano α e, ao serem seccionados por um plano β paralelo a α, devem gerar a mesma área, conforme ilustrado na figura 2.39.

Figura 2.39: Princípio de Cavalieri Aplicado ao Volume do Prisma.



Fonte: Adaptado de LEZZI (2006) [34].

Como o volume do paralelepípedo é conhecido, dado por $V = a_b \cdot h$, e, segundo o Princípio de Cavalieri, O prisma P_1 e o paralelepípedo P_2 da figura 2.39 têm volumes iguais, conclui-se que o **volume de um prisma** também é igual ao produto da área da base pela medida da altura. Ou seja:

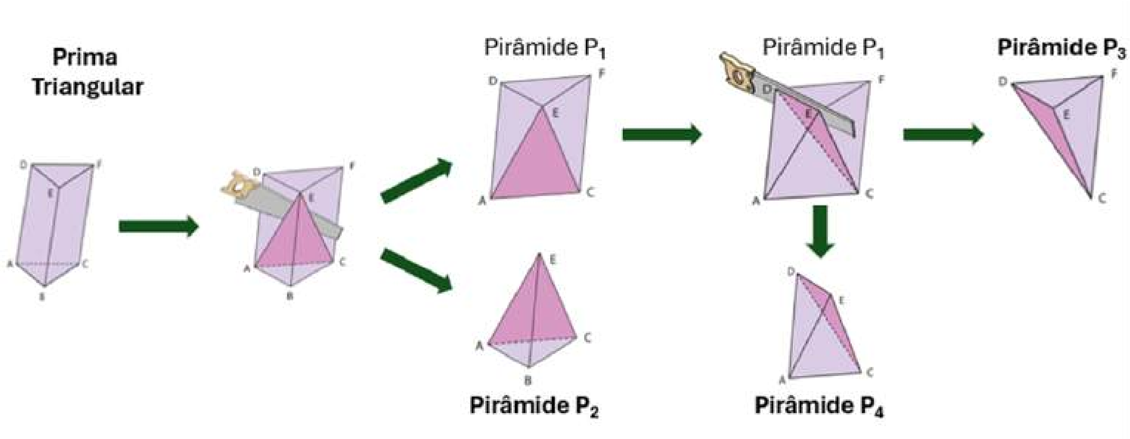
$$V_{\text{prisma}} = a_b \cdot h \tag{2.19}$$

O **cubo** é um caso particular de prisma, em que as dimensões de largura, comprimento e altura são iguais. Chamando de aresta cada uma dessas dimensões, podemos afirmar que, para um cubo, todas as arestas possuem a mesma medida. Se denominarmos essa medida de a, então o volume do cubo será:

$$V_{\text{cubo}} = a \cdot a \cdot a = a^3 \tag{2.20}$$

O **volume da pirâmide**, por sua vez, exige um pouco mais de trabalho para obter uma expressão que o determine. Para isso, considere os resultados obtidos a partir das secções consecutivas realizadas em um prisma triangular, que possui área da base A_b e altura h, conforme representado na figura 2.40.

Figura 2.40: Demonstração Espacial para Determinar o Volume de uma Pirâmide



Fonte: Adaptado de LEZZI (2006) [34].

As pirâmides P_2, P_3 e P_4, são equivalentes e, portanto, possuem volumes iguais. Denotando V como a medida desses volumes, e sabendo que os volumes dessas três pirâmides correspondem ao volume do prisma inicial, temos $V + V + V = A_b \cdot h$, que nós dá a seguinte expressão:

$$V_{pirmide} = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \tag{2.21}$$

Essa expressão é usada para calcular o valor do volume da pirâmide de acordo com as informações que você tem sobre as suas dimensões.

Agora, aplicando o Princípio de Cavalieri a um **cilindro** e a um prisma, ambos com a mesma área de base e altura, podemos concluir que esses dois sólidos possuem volumes iguais, ou seja $V_{\text{cilindro}} = V_{\text{prisma}}$. Sabe-se que o volume de um prisma é dado por $V_{\text{prisma}} = A_b \cdot h$, portanto, para o cilindro, a mesma fórmula se aplica, o que nos dá $V_{\text{cilindro}} = A_b \cdot h$. Sabendo que a base do cilindro é circular e a expressão para área da base é dada por $A_b = \pi \cdot r^2$, então obtemos a seguinte fórmula do **volume do cilindro**:

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h \tag{2.22}$$

O **volume do cone** pode ser obtido aplicando o Princípio de Cavalieri a um cone e uma pirâmide, ambos com a mesma área de base e altura. De acordo com esse princípio, o cone e a pirâmide possuem o mesmo volume, ou seja: $V_{\text{cone}} = V_{\text{pirâmide}}$. Como o volume da pirâmide é $v = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$, então $V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$. Além disso, como a base do cone é circular com área da base dada por $\pi \cdot r^2$, então o volume do cone será:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h \tag{2.23}$$

Uma esfera é o conjunto de todos os pontos no espaço tridimensional que estão a uma distância fixa de um ponto central O, chamado de centro da esfera. Essa distância constante é chamada de raio r, e ela é a mesma para todos os pontos da superfície esférica.

A seguir, apresento a fórmula para o **volume da esfera**. No entanto, é importante observar que a obtenção dessa fórmula envolve conceitos avançados de cálculo e geometria, como o uso de integrais, que são estudados em cursos de nível superior. Como este tema está além do escopo desta dissertação, em vez de apresentar o processo completo de derivação da fórmula, será fornecido diretamente o resultado:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3. \tag{2.24}$$

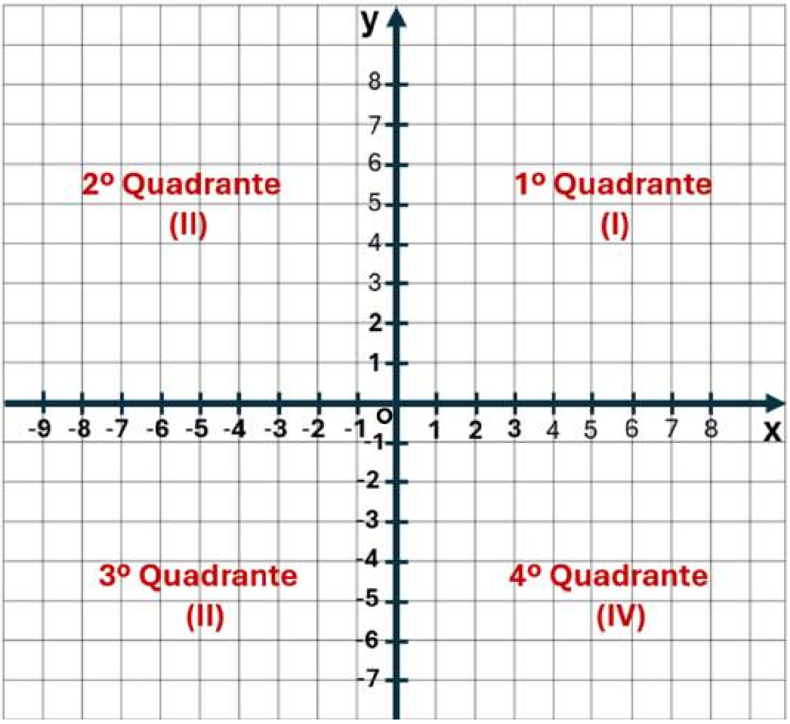
Essa fórmula expressa o volume de uma esfera, onde r é a medida do seu raio.

As fórmulas para o volume dos sólidos geométricos serão utilizadas na resolução de alguns exercícios propostos no Capítulo 3

2.5 PLANO CARTESIANO

O sistema de coordenadas cartesianas, também conhecido como plano cartesiano, foi nomeado em homenagem ao matemático René Descartes (1596-1650), que desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da Matemática. Esse plano é composto por dois eixos perpendiculares entre si, que se cruzam em um ponto denominado origem do sistema de coordenadas, frequentemente representado pela letra O. O eixo horizontal, denominado eixo das abscissas ou eixo x (Ox), e o eixo vertical, conhecido como eixo das ordenadas, ou eixo y (Oy), constituem as duas direções fundamentais no plano cartesiano. O plano é dividido em quatro regiões chamadas quadrantes, sendo que, por convenção, os quadrantes são numerados no sentido anti-horário, a partir do quadrante onde as coordenadas são ambas positivas. A Figura 2.41 apresenta uma representação gráfica do plano cartesiano.

Figura 2.41: Representação Gráfica do Sistema de Coordenadas Cartesianas

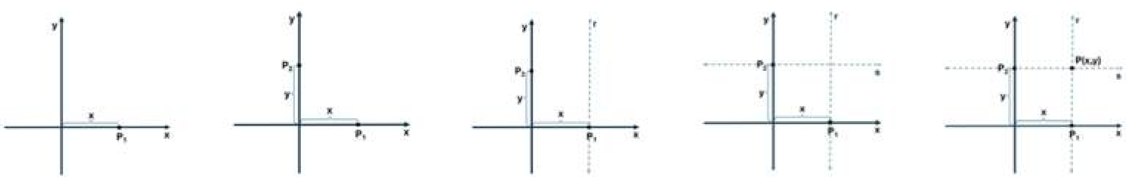


Fonte: Autoria Própria.

Para determinar a posição de um ponto no plano cartesiano, utiliza-se um par ordenado de números reais, denotado por (x, y), sendo x a abscissa e y a ordenada do ponto. Por exemplo, o ponto $(0, 0)$ corresponde à origem, enquanto o ponto A de coordenadas $(2, 3)$, também expresso como $A = (2, 3)$, tem abscissa igual a 2 e ordenada igual a 3.

O procedimento para marcar um ponto $P = (x, y)$ no plano cartesiano é o seguinte: inicialmente, marca-se no eixo horizontal o ponto P_1, correspondente ao valor de x. Em seguida, no eixo vertical, marca-se o ponto P_2, correspondente ao valor de y. A partir do ponto P_1, traça-se uma reta r paralela ao eixo vertical. Depois, do ponto P_2, traça-se uma reta s paralela ao eixo horizontal. Finalmente, o ponto P é localizado na interseção das retas r e s. A sequência dos respectivos passos para determinar um ponto $P = (x, y)$ no plano é ilustrada na figura 2.42.

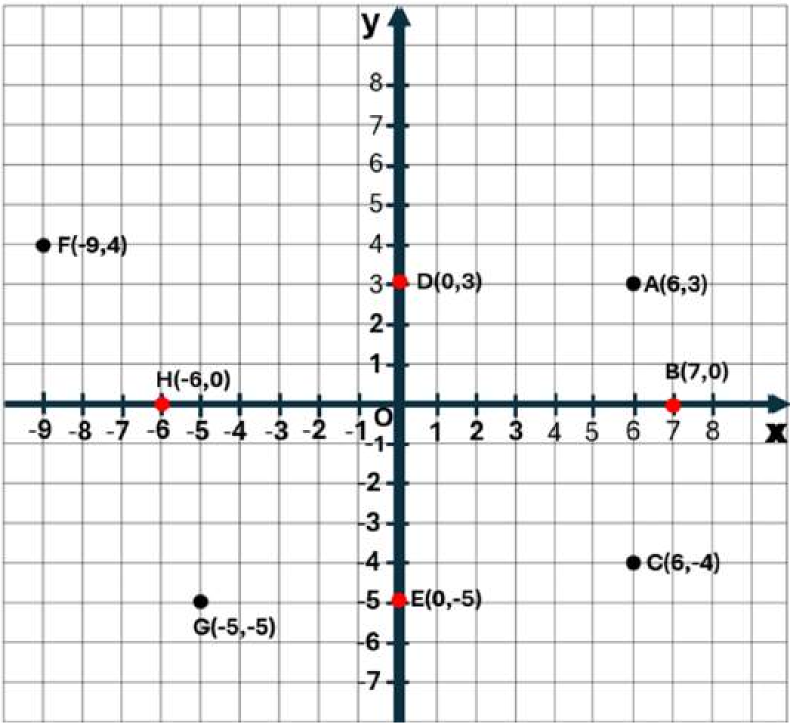
Figura 2.42: Instruções para Marcar um Ponto no Plano



Fonte: Autoria Própria.

Na representação do plano cartesiano da figura 2.43 estão localizado os pontos $A = (6, 3)$, $B = (7, 0)$, $C = (6, -4)$, $D = (0, 3)$, $E = (0, -5)$, $F = (-9, 4)$, $G = (-5, -5)$ e $H = (-5, -5)$

Figura 2.43: Pontos em um Plano Cartesiano



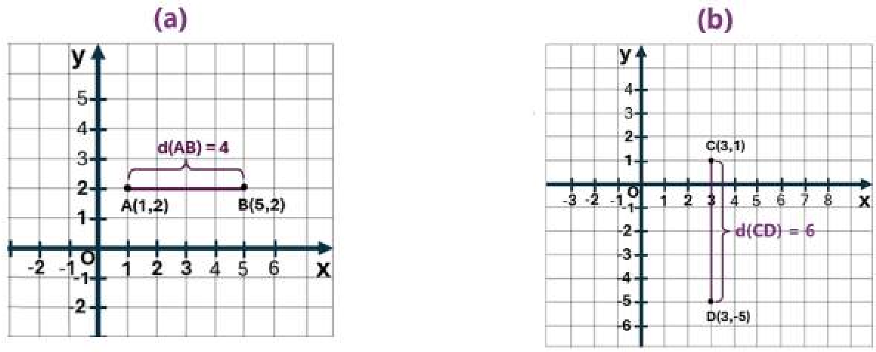
Fonte: Autoria Própria.

Na figura 2.43, os pontos A, F, G e C pertencem, respectivamente, ao primeiro, segundo e terceiro quadrante. Os pontos B e H, por sua vez, pertencem ao eixo das abscissas (x), enquanto os pontos D e E pertencem ao eixo das ordenadas (y).

O plano cartesiano é uma ferramenta fundamental em diversas áreas do conhecimento, como álgebra, geometria, física e até computação. Ele permite resolver problemas de forma mais clara e facilita a compreensão de conceitos complexos. Além disso, o plano cartesiano é essencial para a visualização de funções, a representação de dados e até mesmo para modelar situações do mundo real. Uma das aplicações mais comuns e úteis é a medição da distância entre dois pontos.

A **distância entre dois pontos no plano cartesiano** corresponde ao comprimento da linha reta que conecta esses pontos, ou seja, ao comprimento do segmento de reta que une suas coordenadas. Quando **dois pontos possuem abscissas ou ordenadas iguais**, a distância entre eles pode ser simplificada.

Figura 2.44: Distância Entre Pontos no Plano.



Fonte: Autoria Própria.

Por exemplo, a medida da distância entre os pontos $A = (1, 2)$ e $B = (5, 2)$ é a medida do segmento AB, que conforme ilustrado na figura 2.44 (a), é dado por:

$$d(A, B) = 5 - 1 = 4$$

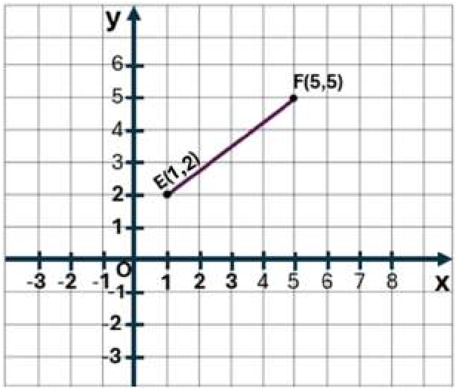
Já a medida da distância entre os pontos $C(3, 1)$ e $D(3, -5)$ é a medida do segmento CD, que, conforme representado na figura 2.44 (b), é dado por:

$$d(C, D) = 1 - (-5) = 6$$

De forma geral, dados dois pontos $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$, se suas abscissas são iguais ($x_1 = x_2$), a distância entre eles será simplesmente o módulo da diferença entre as ordenadas, ou seja, $d(P_1, P_2) = |y_2 - y_1|$. De maneira similar, se as ordenadas são iguais ($y_1 = y_2$), a distância será o módulo da diferença entre as abscissas, ou seja, $d(P_1, P_2) = |x_2 - x_1|$.

Quando a distância entre **dois pontos possui abscissas e ordenadas diferentes**, a distância entre eles é representada por um segmento de reta inclinado. Para calcular a medida desse segmento, considere dois pontos $E = (1, 2)$ e $F = (5, 5)$, conforme representados na figura 2.45.

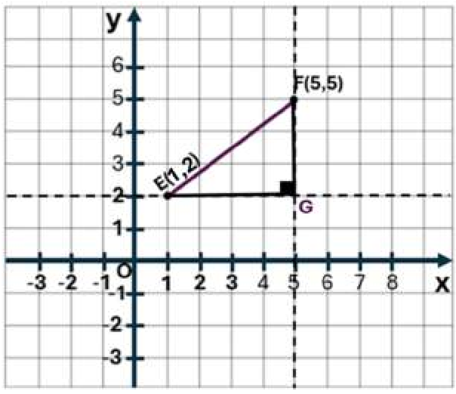
Figura 2.45: Pontos E e F no Plano Cartesiano.



Fonte: Autoria Própria.

Observe que podemos formar um triângulo retângulo EFG traçando uma reta paralela ao eixo x que passa pelo ponto E e uma reta paralela ao eixo y que passa pelo ponto F, onde o ponto $G = (5, 2)$ é a intersecção dessas duas retas (figura 2.46).

Figura 2.46: Distância entre Dois Pontos e o Teorema de Pitágoras.



Fonte: Autoria Própria.

Note que $d(E, G)$ e $d(F, G)$ correspondem às medidas dos catetos do triângulo retângulo EFG, e que $d(E, F)$ corresponde à medida da hipotenusa desse triângulo. Portanto, podemos aplicar o teorema de Pitágoras para calcular a distância entre E e F, conforme segue:

$$\begin{aligned}
(d(E, F))^2 &= (d(E, G))^2 + (d(F, G))^2 \\
(d(E, F))^2 &= (5 - 1)^2 + (5 - 2)^2 \\
d(E, F) &= \sqrt{25} \\
d(E, F) &= 5
\end{aligned}$$

Assim, se dois pontos distintos $Q_1 = (x_1, y_1)$ e $Q_2 = (x_2, y_2)$ tiverem abscissas e ordenadas distintas, a distância entre eles pode ser calculada pela fórmula:

$$d(Q_1, Q_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{2.25}$$

É necessário enfatizar que a equação 2.25, também pode ser utilizada para calcular a distância entre pontos que tenham abscissas ou ordenadas iguais. Quando isso ocorre, a fórmula se simplifica, mas a estrutura básica da equação permanece a mesma. Por exemplo, se os pontos têm as mesmas abscissas ($x_1 = x_2$), a fórmula calcula a distância entre as ordenadas, e se as ordenadas são iguais ($y_1 = y_2$), ela calcula a distância entre as abscissas, como mostrado nos exemplos anteriores.

CAPÍTULO 3

SUGESTÃO DE ATIVIDADES

Neste capítulo, são apresentadas cinco sugestões de atividades interdisciplinares e práticas, elaboradas para serem disponibilizadas aos professores, com o objetivo de enriquecer suas aulas de Matemática, mais especificamente de Geometria. As atividades são independentes entre si e podem ser aplicadas em diferentes classes escolares do Ensino Fundamental - Anos Finais, conforme a necessidade do professor, desde que sejam feitas as devidas adaptações.

Cada atividade inclui todos os elementos necessários para sua correta implementação, como os objetivos de aprendizagem, as habilidades a serem desenvolvidas, as tarefas a serem executadas, os materiais a serem utilizados, os passos a serem seguidos para a construção dos recursos didáticos manipuláveis propostos, dentre outros.

Além disso, é fornecida uma lista com 10 sugestões de exercícios temáticos, contextualizados e interdisciplinares, que podem ser aplicados integralmente ou parcialmente, de acordo com as necessidades dos professores e estudantes. Cada Atividade também acompanha um código QR que direciona para um vídeo explicativo, detalhando o passo a passo da construção do dispositivo da atividade.

Essas sugestões têm como propósito promover uma abordagem dinâmica e interativa, permitindo a integração de diferentes áreas do conhecimento e proporcionando aos alunos uma aprendizagem prática, significativa e alinhada às necessidades do currículo.

3.1 TRIÂNGULOS SUSTENTÁVEIS

A atividade "Triângulos Sustentáveis" propõe uma abordagem interdisciplinar, integrando conceitos matemáticos, ambientais e históricos. Os estudantes serão desafiados a construir triângulos utilizando materiais recicláveis, ao mesmo tempo em que exploram as condições necessárias para a existência de um triângulo e verificam, na prática, a relação entre as medidas de seus lados e os critérios de classificação. Com a atividade, é possível abordar a importância do triângulo em diferentes contextos, como sua aplicação na arquitetura e na engenharia, destacando sua presença em pontes, telhados e outras construções ([25], [43]), além de seu uso na simbologia, nos sinais de navegação e trânsito, e sua relevância em diversas religiões, explorando também seus significados e representações culturais e históricos ([71]).

Durante a construção, professores(as) e estudantes refletirão sobre o consumo consciente, reciclagem e preservação da biodiversidade, promovendo uma maior conscientização ambiental e cultural.

3.1.1 Objetivos da Atividade

Os objetivos que se pretende alcançar ao longo da implementação desta atividade incluem:

- Identificar algumas características dos triângulos ao construí-los a partir de medidas pré-estabelecidas.
- Classificar os triângulos em relação a medida de seus lados e de seus ângulos.
- Perceber a relação entre a condição de existência de um triângulo com a medidas de seus lados.
- Investigar o uso do triângulo na arquitetura e engenharia, verificando como sua estrutura rígida é aplicada em pontes, telhados e diversas construções, tanto em tempos antigos quanto modernos.
- Analisar o uso do triângulo na simbologia, nos sinais de navegação e de trânsito, e explorar sua importância em diversas religiões, destacando seu significado cultural, histórico e funcional em diferentes contextos.

3.1.2 Objetos do Conhecimento Segundo a BNCC e o DC-GO

- Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.
- Consumo consciente e reciclagem.
- Preservação da biodiversidade.

3.1.3 Habilidades a Serem Desenvolvidas Segundo a BNCC e o DC-GO

- (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
- (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
- (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
- (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
- (EF05CI05) Construir propostas coletivas para um consumo mais consciente e criar soluções tecnológicas para o descarte adequado e a reutilização ou reciclagem de materiais consumidos na escola e/ou na vida cotidiana.
- (EF09CI13) Propor iniciativas individuais e coletivas para a solução de problemas ambientais da cidade ou da comunidade, com base na análise de ações de consumo consciente e de sustentabilidade bem-sucedidas.

3.1.4 Interdisciplinaridade

Discutir os aspectos históricos e atuais do uso do triângulo na:

I) engenharia: construção de estruturas metálicas, madeiramento de telhados, estruturas de cerca, pontes, torres etc.

II) nas artes visuais: desenhos utilizando triângulo como elemento principal, explorando simetria e proporção.

III) na simbologia: estudo da presença de triângulo em símbolos de irmandade, alquimia, religião etc.

IV) sinalização: triângulo sinalização, placas de trânsito, sinalização marítima dentre outros.

3.1.5 Tempo Estimado para Aplicação

A aplicação pode ser desenvolvida em 4 etapas, sendo recomendado dedicar uma aula de aproximadamente 50 minutos para cada uma delas.

- **Primeira etapa.** O professor apresentará à turma a proposta da atividade sustentável e interdisciplinar. Deve ser feito um breve resumo sobre o conceito de triângulo e suas principais características, além de discutir com os estudantes a melhor maneira de obter os materiais reutilizáveis necessários para construí-los. Também será definido o momento adequado para que esses materiais sejam levados à escola.
- **Segunda etapa.** Com os materiais já reunidos, os estudantes deverão construir os triângulos sob a supervisão e mediação do professor.
- **Terceira etapa.** O Professor aplicará a lista de exercícios presentes no tópico "Sugestões de Exercícios", podendo fazer isso de modo integral, parcial ou adaptada, conforme as necessidades da turma.
- **Quarta etapa.** O professor resolverá os exercícios da lista aplicada anteriormente e fará as considerações finais.

3.1.6 Tarefa

Utilize os materiais selecionados para construir, sempre que as condições de existência permitirem, cada um dos triângulos, respeitando as medidas dos lados indicadas em cada um dos itens abaixo.

(a) Triângulo ABC de medidas: $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = 9\,cm$.

(b) Triângulo DEF de medidas: $\overline{DE} = \overline{EF} = 7\,cm$ e $\overline{DF} = 11\,cm$.

(c) Triângulo GHI de medidas: $\overline{GH} = 8\,cm$, $\overline{HI} = 10\,cm$ e $\overline{GI} = 12\,cm$.

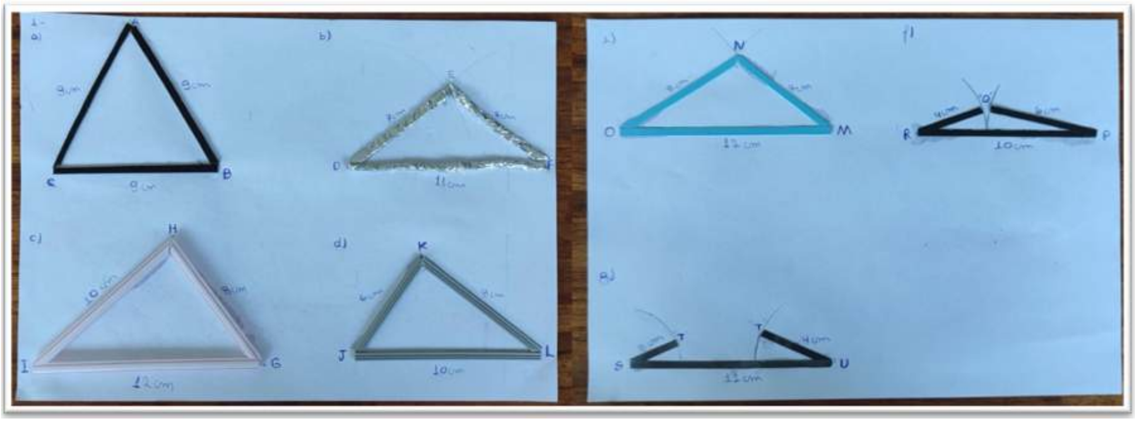
(d) Triângulo JKL de medidas: $\overline{JK} = 6\,cm$, $\overline{KL} = 8\,cm$ e $\overline{JL} = 10\,cm$.

(e) Triângulo MNO de medidas: $\overline{MN} = 7\,cm$, $\overline{NO} = 8\,cm$ e $\overline{MO} = 12\,cm$.

(f) Triângulo PQR de medidas: $\overline{PQ} = 6\,cm$, $\overline{QR} = 4\,cm$ e $\overline{PR} = 10\,cm$.

(g) Triângulo STU de medidas: $\overline{ST} = 3\,cm$, $\overline{TU} = 4\,cm$ e $\overline{SU} = 11\,cm$.

Figura 3.1: Exemplos de Triângulos Construídos.



Fonte: Autoria Própria

3.1.7 Materiais Utilizados

Utilizou-se nesta atividade os seguintes materiais: transferidor, tesoura, cola, papel alumínio, régua, tampa de pote de sorvete, canudos, cabo de fibra óptica e tiras provenientes de recorte de cartolina, capa de caderno, pastas dentre outros.

3.1.8 Passos Sugeridos para Construção

Recorte as tiras ou os materiais cilíndricos selecionados na medida correspondente a cada um dos lados do triângulo, conforme indicado em cada item da tarefa. Utilize uma folha de papel A4 (de preferência que seja rascunho), anote cada item e, em seguida comece colando horizontalmente o lado de maior medida. Por fim, utilize o transferidor para encontrar a interseção entre os outros dois lados do triângulo e cole-os em seguida.

Confira o vídeo do passo-a-passo da construção dos triângulos usando o leitor de código QR na figura ao lado!

Ou acesse clicando no link:
https://youtu.be/RNIYjR3HJAs

SCAN ME

3.1.9 Sugestão de Exercícios

1. Classifique cada um dos materiais utilizados na tarefa quanto à sua origem: animal, mineral ou vegetal. Em seguida, faça uma pesquisa sobre o tempo

estimado de decomposição de cada um deles no meio ambiente.

2. Quais dos triângulos da tarefa foram possíveis de serem construídos e quais deles não foram? Explique a relação entre os triângulos que não puderam existir e a condição necessária para a existência de um triângulo.

3. Determine o perímetro de cada um dos triângulos construídos. Em seguida, escolha um dos lados como base e meça a altura do triângulo em relação a essa base utilizando uma régua. Por fim, calcule sua área utilizando a fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$, onde A é a área do triângulo, b é a base e h é a altura medida.

4. Por que os triângulos foram tão utilizados na construção de estruturas ao longo da história e continuam sendo usados nos dias de hoje?

5. Classifique cada triângulos construídos de acordo com a medida de seus lados, ou seja, identifique-os em escaleno, isósceles e equilátero.

6. Classifique cada um dos triângulos construídos de acordo com a medida de seus ângulos, identificando-os em acutângulo, retângulo e obtusângulo. Utilize para isso o Teorema de Pitágoras.

7. Indique três formas de utilizar os triângulos que não seja na geometria. Pode ser na simbologia, na religião nas artes etc.

8. Invente uma imagem, um símbolo, uma bandeira ou qualquer figura, colorida ou não, utilizando apenas união de triângulos. O desenho pode ser colorido e/ou estar no interior de qualquer figura plana.

9. O triângulo referente ao item “d” da tarefa foi construído utilizando cabo de fibra óptica destinado a aplicações externas, oriundo de um excedente de uma instalação anterior. Considerando que estes cabos não são mais adequados para sua função original e que são projetados para suportar condições ambientais severas e forças mecânicas intensas, como podemos explorar formas de reutilizar esse material de maneira eficaz?

10. O triângulo mencionado no item “e” foi construído a partir de tiras recortadas da tampa de um pote de sorvete. A prática de reutilizar esses recipientes para armazenar alimentos na geladeira ou no congelador é amplamente conhecida, graças à sua resistência, durabilidade e vedação eficaz. Diante disso, proponha outras formas de reutilizá-los, levando em conta suas características.

Uma possibilidade de resolução dessa lista de exercícios é encontrada em A.1.

3.2 A LATA MÁGICA

Nesta atividade, constrói-se o dispositivo denominado "lata mágica" e estabelece uma relação entre seu funcionamento e as etapas que fundamentam os princípios da metodologia científica ([30]). Além disso, a atividade explora os conceitos de conservação de energia, os princípios relacionados aos corpos redondos, o cálculo e a fórmula do volume de um cilindro, além de abordar a capacidade de um material em conservar energia devido à sua propriedade elástica ([68]). A atividade também contribui para o desenvolvimento das habilidades manuais e criativas dos estudantes, além de conscientizá-los sobre os impactos ambientais das atividades humanas e a importância de adotar práticas sustentáveis.

3.2.1 Objetivos da Atividade

Os objetivos a serem alcançados durante a implementação desta atividade incluem:

- Explorar os conceitos fundamentais do cilindro utilizando uma abordagem prática com a "lata mágica".
- Estabelecer uma conexão entre a tentativa de compreender o funcionamento desse dispositivo e os princípios básicos da metodologia científica.
- Demostrar empiricamente o princípio da conservação da energia cinética, mostrar a conversão de energia cinética em energia potencial elástica e vice-versa.
- Estabelecer relações entre a forma do corpo cilíndrico (corpo redondo) e o movimento da lata.
- Associar o deslocamento da lata à medida do comprimento da circunferência do círculo da sua base.
- Associar as propriedades dos materiais à capacidade do elástico em conservar energia.

3.2.2 Objetos do Conhecimento Segundo a BNCC e o DC-GO

- Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.
- Fontes e tipos de energia.

- Transformação de energia.
- Consumo consciente e reciclagem.
- Preservação da biodiversidade.

3.2.3 Habilidades a Serem Desenvolvidas Segundo a BNCC e o DC-GO

- (EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
- (EF08C101) Identificar e classificar diferentes fontes (renováveis e não renováveis) e tipos de energia utilizados em residências, comunidades ou cidades.
- (EF08CI01-C) Classificar diferentes fontes (renováveis e não renováveis) e tipos de energia utilizados em residências, comunidades ou cidades.
- (EF05CI05) Construir propostas coletivas para um consumo mais consciente e criar soluções tecnológicas para o descarte adequado e a reutilização ou reciclagem de materiais consumidos na escola e/ou na vida cotidiana.
- (EF09CI13) Propor iniciativas individuais e coletivas para a solução de problemas ambientais da cidade ou da comunidade, com base na análise de ações de consumo consciente e de sustentabilidade bem-sucedidas.

3.2.4 Interdisciplinaridade

Metodologia científica, tipos de energia e suas conversões, medidas de área e de volume e uso de alguns conceitos artísticos.

3.2.5 Tempo Estimado para Aplicação

A aplicação pode ser desenvolvida em 4 etapas, sendo recomendado dedicar uma aula de aproximadamente 50 minutos para cada uma delas:

- **Primeira etapa.** O professor iniciará a aula apresentando o conceito do método científico. Em seguida, demonstrará o funcionamento da "lata mágica" e estimulará os alunos a formularem suas próprias hipóteses sobre o seu funcionamento. Após um período de discussão, o docente estabelecerá a relação entre as etapas do processo investigativo dos estudantes e as fases do método científico. Ao final da aula, o professor sugerirá que os alunos construam suas próprias "latas mágicas" e orientará sobre a melhor forma de obter os materiais reutilizáveis necessários, além de definir o momento mais adequado para trazer esses materiais à escola e confeccionar o aparelho.

- **Segunda etapa.** Com os materiais já reunidos, os alunos deverão construir suas próprias "latas mágicas", sob a supervisão e mediação do professor.
- **Terceira etapa.** O Professor aplicará a lista de exercícios presente no tópico "Sugestões de Exercícios", podendo fazê-lo de modo integral, parcial ou adaptada, conforme as necessidades da turma.
- **Quarta etapa.** O professor resolverá os exercícios da lista aplicada anteriormente e fará as considerações finais.

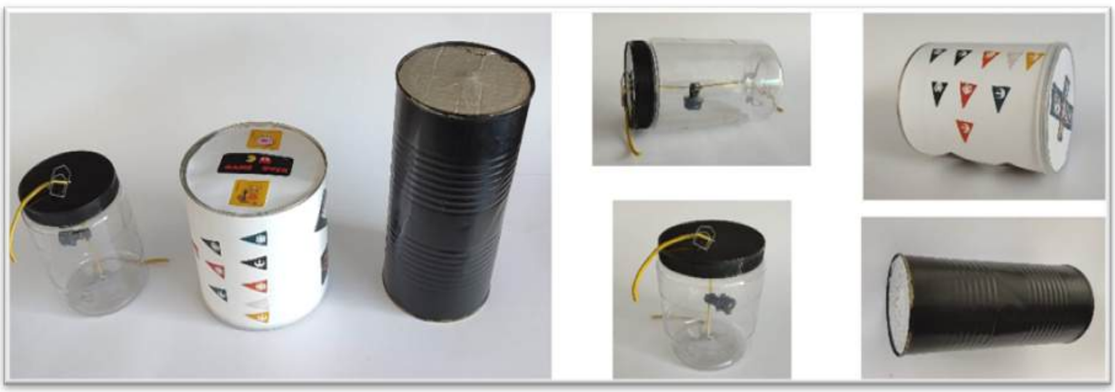
3.2.6 Tarefa 1

Apresente aos alunos o funcionamento da "lata mágica" e estimule-os a sugerir explicações para como ela opera. A partir daí, estabeleça uma conexão entre as fases pelas quais os alunos passam ao tentar entender o fenômeno e as etapas do processo de construção do conhecimento na metodologia científica.

3.2.7 Tarefa 2

Proponha que os alunos construam sua própria "lata mágica", seja individualmente, em duplas ou em grupos, considerando a utilização de intervenções artísticas para personalizá-la.

Figura 3.2: Exemplos de Latas Mágicas.



Fonte: Autoria Própria

3.2.8 Materiais Utilizados

Utilizou-se nesta atividade os seguintes materiais: tesoura, papel rascunho, lata cilíndrica, elástico, parafuso com porcas, pincel, régua, cola, adesivo, prego, martelo, clipes, chave Philips e linha.

3.2.9 Passos Sugeridos para Construção

Comece fazendo um furo no centro de cada uma das duas faces circulares da lata cilíndrica e, em seguida, alargue-os levemente utilizando uma chave Philips. Utilize a linha para amarrar o elástico na ponta do parafuso, assegurando que ele fique pendurado. Em seguida, insira o peso com elástico no interior da lata; passe uma das extremidades do elástico por um dos furos e a outra extremidade pelo outro furo, fixe o elástico nas partes externas da lata usando clips e fita adesiva para isso.

Para adicionar um toque final ao aparato, recorte um retângulo e dois círculos de uma folha de papel rascunho. Certifique-se de que o retângulo tenha uma dimensão correspondente à altura da lata e a outra ao comprimento do círculo; os dois círculos devem ter o mesmo diâmetro da face circular da lata. Em seguida, personalize o retângulo e os círculos com pintura, desenhos ou adesivos, de acordo com sua preferência. Por último, fixe-os na lata.

Confira o vídeo do passo-a-passo da construção da "lata mágica" usando o leitor de código QR na figura ao lado!

Ou acesse clicando no link:

https://www.youtube.com/watch?v=o7ZnkrsdXFs

SCAN ME

3.2.10 Sugestão de Exercícios

1. Quais impactos o abandono de latas em lotes baldios pode ter sobre a vida selvagem e a saúde pública?

2. Anteriormente, as embalagens de 900 ml de óleo de soja eram feitas de metal, conhecidas popularmente como "lata de óleo". No entanto, hoje em dia, esses recipientes são predominantemente fabricados com plástico. Sendo assim, quais são as vantagens e desvantagens das embalagens de metal em comparação com as de plástico, e vice-versa?

3. Determine a quantidade de faces, vértices e arestas do sólido geométrico utilizado para construir a "lata mágica".

4. Calcule o raio do círculo da base da lata usando os seguintes passos:
   (a) Determine o comprimento da circunferência do círculo da base da lata usando uma fita de papel nivelada e ajustada ao redor de sua lateral, marcando o tamanho obtido com uma caneta e medindo-o cuidadosamente com uma régua.
   (b) Utilize o valor obtido no item "a" e calcule a medida do raio utilizando a fórmula $C = 2\pi r$, onde C é o comprimento do círculo e r o seu raio. Utilize $3,14$ como aproximação para π.
5. Calcule a área da superfície da lata utilizada para fazer a "lata mágica", sabendo-se que sua forma é de um cilindro reto. Para isso, resolvendo cada um dos itens a seguir.
   Utilize $3,14$ como aproximação para π.
   (a) Calcule a área circular da base.
   (b) Calcule a área lateral.
   (c) Calcule a área total.
6. Determine o volume da lata cilíndrica utilizada para criar a "lata mágica" sabendo-se que o volume é calculado multiplicando-se a área da base pela altura.
7. Durante o funcionamento da "lata mágica", nota-se que a lata é lançada em uma superfície plana e nivelada, iniciando seu deslocamento horizontal para frente, seguida de uma desaceleração até atingir o repouso e, em seguida, um deslocamento para trás voltando ao ponto de origem. Levando em consideração a conservação da energia mecânica neste processo, qual transformação de energia ocorre durante o movimento de ida e volta da lata?
8. Qual é a distância deslocada pela lata ao dar 5 voltas para frente, considerando que cada volta completa corresponde ao comprimento da circunferência da base da lata?
   Utilize $3,14$ como aproximação para π.
9. Considerando a mesma quantidade de voltas, qual será o efeito sobre a distância percorrida pela lata se
   (a) o raio de sua base for reduzido à metade?
   (b) o raio de sua base for dobrado?

10. Agora, considerando que a distância percorrida pela lata seja a mesma nos dois momentos, qual será o efeito sobre a quantidade de voltas dada por ela se
    (a) o raio de sua base for reduzido à metade?
    (b) o raio de sua base for dobrado?

Uma possibilidade de resolução dessa lista de exercícios é encontrada em A.2.

3.3 JOGO COORDENADAS MINADAS

O “Jogo Coordenadas Minada” é uma atividade educativa que visa integrar conceitos de orientação espacial e coordenadas geográficas com o uso do plano cartesiano ([46]). Durante o jogo, os participantes aplicam conhecimentos sobre os pontos cardeais (norte, sul, leste, oeste) para se orientar e localizar pontos no mapa. o jogo também oferece a oportunidade de compreender a correlação entre as coordenadas geográficas e o sistema de coordenadas cartesianas, permitindo aos jogadores realizar conversões de unidades de medida e interpretar escalas gráficas. Além disso, a aplicação da atividade promove o desenvolvimento da habilidade de localizar pontos em um plano cartesiano, compreender noções de latitude e longitude, e explicar conceitos de retas paralelas e perpendiculares, ampliando a compreensão do aluno sobre as aplicações práticas desses conceitos no cotidiano.

3.3.1 Objetivos da Atividade

Os objetivos a serem alcançados durante a implementação desta atividade incluem:

- Aplicar os conceitos de direção (norte, sul, leste, oeste) para a orientação espacial.
- Compreender a inter-relação entre as coordenadas geográficas e o sistema de coordenadas cartesianas.
- Realizar conversões de unidades de medida e interpretar escalas gráficas.
- Desenvolver a habilidade de localizar um ponto em um plano cartesiano, determinar a posição de um objeto utilizando coordenadas geográficas, e entender as noções de latitude e longitude em relação aos pontos cardeais
- Explicar os conceitos de retas paralelas e perpendiculares, destacando suas características e diferenças.

3.3.2 Objetos do Conhecimento Segundo a BNCC e o DC-GO

- Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano.
- Distância entre pontos no plano cartesiano.
- Rosa dos ventos.
- Consumo consciente e reciclagem.
- Preservação da biodiversidade.

3.3.3 Habilidades a Serem Desenvolvidas Segundo a BNCC e o DC-GO

- (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.
- (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
- (EF06GE08-B) Conhecer e utilizar a rosa dos ventos e as coordenadas geográficas.
- (EF06GE08-C) Compreender, interpretar e medir as distâncias na superfície pelas escalas gráficas e numéricas dos mapas.
- (EF05CI05) Construir propostas coletivas para um consumo mais consciente e criar soluções tecnológicas para o descarte adequado e a reutilização ou reciclagem de materiais consumidos na escola e/ou na vida cotidiana.
- (EF09CI13) Propor iniciativas individuais e coletivas para a solução de problemas ambientais da cidade ou da comunidade, com base na análise de ações de consumo consciente e de sustentabilidade bem-sucedidas.

3.3.4 Interdisciplinaridade

Cartografia, coordenadas geográficas, rosa dos ventos, escala gráfica, conversão de unidades, medida da distância entre dois pontos, uso de alguns conceitos artísticos.

3.3.5 Tempo Estimado para Aplicação

A aplicação pode ser desenvolvida em 5 etapas, sendo recomendado dedicar uma aula de aproximadamente 50 minutos para cada uma delas:

- **Primeira etapa.** Durante esta aula, o professor apresentará a ideia da atividade sustentável e interdisciplinar à turma e discutirá com os estudantes a melhor maneira de obter os materiais reutilizáveis necessários, além de definir o momento ideal para que esses materiais sejam levados à escola.
- **Segunda etapa.** Com os materiais já reunidos, os estudantes deverão desenvolver a tarefa 1 (construção do jogo) sob a supervisão e mediação do professor.
- **Terceira etapa.** Os estudantes devem ler as regras do jogo e jogá-lo.
- **Quarta etapa.** O Professor aplicará a lista de exercícios presentes no tópico "Sugestões de Exercícios", podendo fazer isso de modo integral, parcial ou adaptada, conforme as necessidades da turma. .
- **Quinta etapa.** O professor resolverá os exercícios da lista aplicada anteriormente e fará as considerações finais.

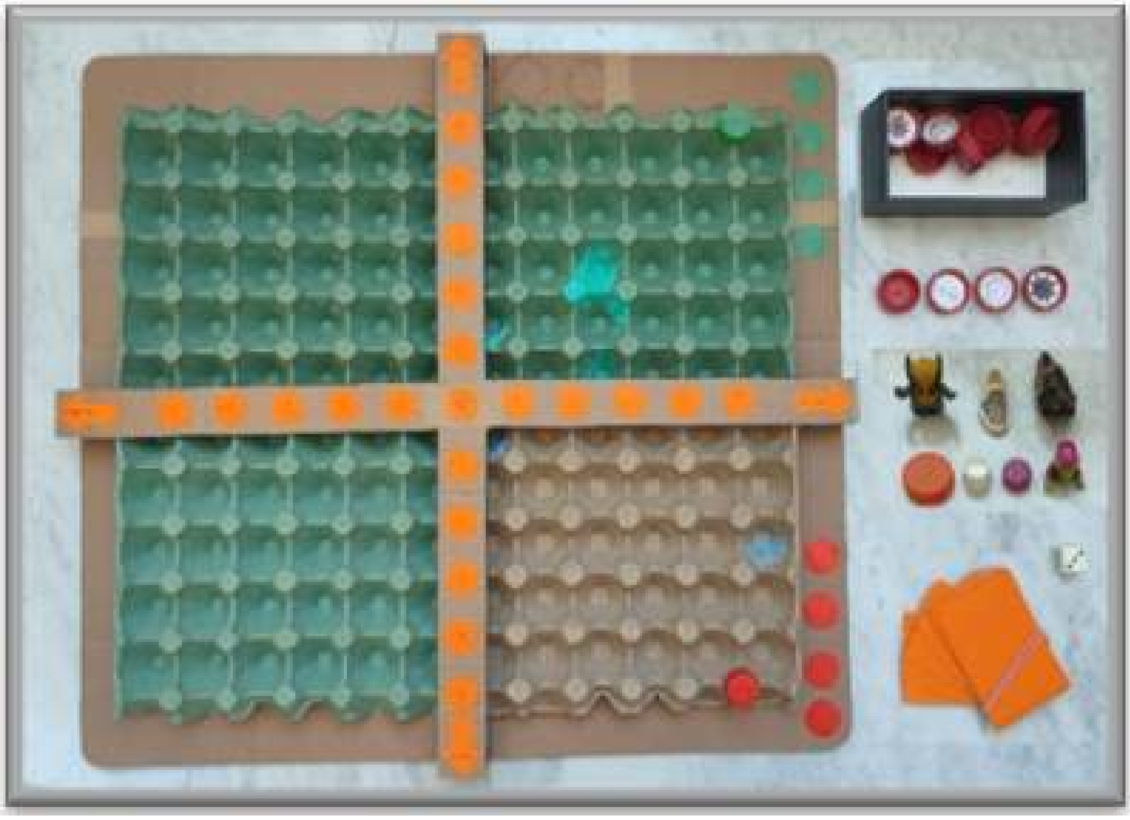
3.3.6 Tarefa 1

Proponha que os alunos construam em grupo o jogo "Coordenadas Minadas" utilizando os materiais selecionados. O jogo deve conter:

- 1 tabuleiro formado por quatro cartelas de ovos coladas lado a lado em cima de uma placa de papelão.
- 1 dado comum, que pode inclusive ser feito pelos próprios alunos.
- 4 objetos distintos quaisquer que possam ser usadas como peões pelos jogadores.
- 12 tampinhas de garrafa PET idênticas, cada uma contendo instruções para os jogadores em seu interior. Das 12 tampinhas, 6 tem o fundo em branco, 2 possuem um desenho de uma mina, outras 2 exibem o desenho de uma bússola, e as últimas 2 apresentam um desenho representando um par ordenado.

- Uma caixa pequena ou recipiente para guardar as tampinhas, o dado, os peões e as cartas.
- 1 conjunto de 20 cartas contendo regras para a sequência da jogada. Um dos lados das cartas deve estar em branco e o outro lado, em cada caso, deve conter um dos seguintes modelos de instruções.
  - Desloque 2 graus no sentido sul e 3 graus no sentido leste a partir do ponto que você está.
  - Desloque 1 grau no sentido norte e 2 graus no sentido oeste a partir do ponto que você está.
  - Escolha qualquer posição localizada em uma sequência de coordenadas que forma uma reta paralela ao eixo das abscissas e que esteja na posição (x,4).
  - Escolha qualquer posição localizada em uma sequência de coordenadas que forma uma reta paralela ao eixo das ordenadas e que esteja na posição (-1,y).
  - Escolha qualquer posição localizada em uma sequência de coordenadas que forma uma reta perpendicular ao eixo das abscissas e que esteja na posição (-4,y).
  - Escolha qualquer posição localizada em uma sequência de coordenadas que forma uma reta perpendicular ao eixo das ordenadas e que esteja na posição (x,2).
  - Mova sua peça para posição que está a 3 graus de latitude norte e 5 graus de longitude oeste.
  - Vá para posição situada a 4° de latitude N e 2° de longitude L.
  - Dirija-se para as coordenadas onde a latitude é de 1 grau sul e a longitude é de 3 graus oeste.
  - Desloque-se para um ponto definido por sua latitude de 3 graus norte e longitude de 3 graus oeste.

Figura 3.3: Jogo Coordenadas Minadas.



Fonte: Autoria Própria

3.3.7 Materiais Utilizados

Utilizou-se nesta atividade os seguintes materiais: quatro cartelas para 30 ovos, uma sacola de papel grosso para presente, uma caixa de papelão, um dado comum, cola branca, cola quente, doze tampas de garrafas PET, régua, tesoura e objetos diversos para serem usados como peões.

3.3.8 Passos Sugeridos para Construção

Remova as rebarbas de duas extremidades consecutivas de cada uma das quatro caixas de ovos de modo que elas possam ser unidas perfeitamente. Em seguida, prepare uma base de papelão e fixe sobre ela o conjunto de caixas de ovos. Posteriormente, amasse as partes salientes do encontro das caixas de ovos onde serão colocados os eixos, recorte 4 retângulos de papelão de medidas 3,5x4,0 cm para servir como eixos orientados e cole-os na sequência.

Logo após, recorte 21 círculos e 4 setas de papel da sacola de presente, numere cada um dos círculos de acordo com sua posição sobre os eixos e escreva a letra do eixo e o nome dos polos em cada seta, posteriormente fixe-os nas respectivas posições. Na sequência, recorte 6 círculos da sacola de presente para serem colocados no interior das tampinhas. Entre esses, escreva a representação gráfica de um par ordenado em 2 deles, desenhe uma mina em outros 2 e desenhe uma bússola nos 2 restantes.

Por fim, corte 20 cartas retangulares com medida 9x6 cm e escreva instruções a serem seguidas em cada uma.

Confira o vídeo do passo-a-passo da construção do jogo usando o leitor de código QR na figura ao lado!

Ou acesse clicando no link:
https://www.youtube.com/watch?v=tE05eBPJ3es&t=22s

SCAN ME

3.3.9 Tarefa 2

Jogue o jogo considerando as seguintes etapas:

- **Preparação para a Partida.** Antes de começar uma partida do jogo Coordenadas Minadas, é necessário embaralhar as cartas e colocar as 12 tampinhas, previamente misturadas de forma aleatória, em uma caixa. Em seguida, lança-se o dado 3 vezes para sortear os "buracos" nos eixos coordenados que permitirá as passagens, respectivamente, do primeiro para o segundo quadrante, do segundo para o terceiro quadrante e do terceiro para o quarto quadrante; anote as posições encontradas em um papel e deixe visível para todos.
  O jogo pode ser disputado por dois a quatro jogadores, sendo que cada um deles deve escolher um peão para representá-lo. Os jogadores só poderão atravessar de um quadrante para o outro através das passagens sorteadas. Cada jogador deve começar o jogo no ponto de partida, que se encontra no círculo verde, e fazer o primeiro movimento na coordenada denominada entrada.

- Cada participante terá que lançar o dado e o que obtiver o maior valor iniciará a partida, as próximas jogadas seguirão no sentido anti-horário. O primeiro jogador deve lançar o dado e deslocar a quantidade do valor obtido de uma das seguintes maneiras: apenas no sentido horizontal, apenas no sentido vertical, no sentido horizontal/vertical ou no sentido vertical/horizontal (não é permitido movimentos na diagonal).
  Para qualquer par ordenado que o peão cair (com exceção da posição sobre a passagem nos eixos), o jogador dará continuidade a jogada retirando aleatori-

amente uma das tampinhas que estão misturadas dentro da caixa e seguindo a indicação presente no seu interior. Se o interior da tampa tiver:

- **em branco:** o jogador deverá permanecer na mesma coordenada.
- **o desenho de uma mina:** o jogador deverá voltar para o ponto de partida.
- **a representação de um par ordenado:** o jogador deverá jogar o dado 4 vezes. O primeiro lançamento decidirá o sinal e o segundo lançamento o valor da coordenada x. O terceiro lançamento decidirá o sinal e o quarto lançamento o valor da coordenada y. Na decisão do sinal, se o dado sair par o sinal é positivo e se sair ímpar negativo. Por fim, o jogador deve posicionar o seu peão na posição referente ao par ordenada obtido.
- **o desenho de uma bússola:** o jogador terá que retirar uma carta (a primeira) do monte, seguir o que está indicado nela e, na sequência, colocar a carta no final do monte.

Depois do primeiro jogador realizar sua jogada, a vez é passada para o próximo jogador, seguindo o sentido anti-horário. O vencedor será o primeiro jogador que conseguir passar do primeiro para o segundo quadrante, do segundo para o terceiro quadrante e do terceiro para o quarto quadrante, e atravessar a posição de saída.

Observações:

I. Durante sua jogada, o jogador não pode ocupar a posição já ocupada por outro jogador.

II. Caso algum dos jogadores erre a orientação dada pela tampinha ou pelas cartas, esse mesmo jogador deve receber uma explicação sobre o que deveria ser feito e voltar ao ponto de partida.

III. Quando o jogador estiver posicionado na borda do tabuleiro e as orientações das cartas o direcionarem para fora do tabuleiro, ele deve retornar ao ponto de partida.

3.3.10 Sugestão de Exercícios

1. As embalagens para ovos, ou caixa de ovos, tem a função de separar estes produtos e protegê-los durante o transporte, que vai desde o produtor até o consumidor. Esses recipientes são feitos comumente de matérias como papelão ou plástico. Considerando que você seja um grande produtor de ovos e que tenha o objetivo de diminuir a produção de resíduos provenientes destas

embalagens, proponha uma maneira de utilizar um sistema de embalagem retornável, que inclua os vendedores e os consumidores.

2. Calcule a distância entre dois pontos no plano cartesiano, sabendo que suas coordenadas são:

   (a) $A(4,3)$ e $B(1,3)$

   (b) $C(3,2)$ e $D(-4,2)$

   (c) $E(-1,-1)$ e $F(-5,-1)$

   (d) $G(2,4)$ e $H(-2,1)$

   (e) $I(2,-5)$ e $J(3,-4)$

3. Tanto as **coordenadas geográficas** quanto o **plano cartesiano** são sistema de localização. Definindo cada um deles de modo simplificado, temos que as coordenadas geográficas são constituídas por linhas imaginárias horizontais (paralelos) e verticais (meridianos), utilizadas para localizar qualquer ponto na superfície terrestre, enquanto o plano cartesiano é um sistema de coordenadas bidimensional composto por duas linhas perpendiculares entre si, utilizado para representar pontos em uma superfície plana. Assim, percebe-se que existe um estreita inter-relação entre esses dois sistemas de representação. Posto isso, indique quais são os pontos em comum que justifica esta inter-relação.

4. Nas coordenadas geográficas as linhas horizontais são chamadas de paralelos e as linhas verticais são conhecidas como meridianos. Os paralelos expressam em graus, minutos e segundos a latitude de um ponto na superfície terrestre, enquanto os meridianos expressam e graus, minutos e segundos a longitude de um ponto na superfície terrestre. Explique como são feitas essas medidas angulares, considerando tanto a latitude quanto a longitude.

5. Um estudante sai da escola, caminha 50 passos na direção norte, 20 passos na direção leste e para. Ao parar, ele vira 90 graus para direita e olha para frente. Para que direção o aluno está olhando?

6. Durante um voo em direção ao sul, o piloto precisou desviar de uma tempestade. Para isso, ele fez uma mudança em sua rota, realizando um giro de 45 graus à direita na direção sudoeste. Depois de meia hora seguindo nessa nova direção, o piloto conseguiu escapar da tempestade, mas percebeu que o aeroporto estava localizado na direção leste. Assim, quantos graus o piloto deve virar, e em que direção (direita ou esquerda), para que o avião faça o menor movimento possível para retomar o voo em direção ao aeroporto?

7. Um satélite artificial, orbitando a Terra a cerca de 160 km de altitude, colidiu com um detrito vindo do espaço sideral. Com o resultado da colisão, o satélite dividiu-se em duas partes que seguiram trajetórias distintas em direção ao solo terrestre. O ponto de impacto do primeiro fragmento foi identificado com as coordenadas 0° de latitude e 78°27' de longitude oeste, enquanto o segundo fragmento caiu nas coordenadas 51°30' de latitude norte e 0° de longitude. Sendo assim, quais foram as cidades afetadas pelo impacto desses dois pedaços do satélite?

8. Em um mapa na escala de 1:4 500 000, as cidades A e B estão distantes 6 cm uma da outra. Sendo assim, calcule a distância real, em quilômetros, entre estas duas cidades.

9. No mapa de uma cidade, o trajeto total do caminhão da coleta seletiva mede aproximadamente 20 cm. Sabendo que o mapa está na escala de 1:50 000, qual é a distância real, em quilômetros, percorrida pelo caminhão?

10. Um trem partiu de uma estação na cidade A com destino à outra estação na cidade B, percorrendo uma distância de 50 km em linha reta ao longo do trajeto. Um mapa do Estado, contendo ambas as cidades, está na escala de 1:2 000 000. Portanto, qual seria a distância, em centímetros, representada no mapa do percurso do trem?

Uma possibilidade de resolução dessa lista de exercícios é encontrada em A.3.

3.4 TEODOLITO CASEIRO

A atividade "Teodolito Caseiro" oferece aos professores e estudantes a oportunidade de construir dois tipos de teodolitos caseiros utilizando resíduos sólidos, comparar seus princípios de funcionamento e aplicar conceitos de trigonometria para medir ângulos e calcular, distâncias e alturas inacessíveis ([60]). Também será explorada a importância do olho dominante na precisão das medições, além da construção de um medidor de nível artesanal, que contribuirá para melhorar a exatidão dos resultados ([32]).

Além de desenvolver habilidades manuais e criativas, a atividade promove a reflexão sobre o uso de materiais recicláveis e a adoção de práticas sustentáveis, conscientizando sobre os impactos ambientais e a necessidade de consumo responsável.

3.4.1 Objetivos da Atividade

Os objetivos que se pretende alcançar ao longo da implementação desta atividade incluem:

- Comparar os princípios de funcionamento de dois tipos de teodolito caseiro construídos com resíduos sólidos.
- Utilizar os teodolitos caseiros para medir ângulos verticais e horizontais, calcular alturas inacessíveis e resolver problemas práticos com base em conceitos trigonométricos.
- Demonstrar a importância do olho dominante (olho direito) para conseguir medidas topográficas precisas durante o uso do teodolito caseiro.

3.4.2 Objetos do Conhecimento Segundo a BNCC e o DC-GO

- Razões trigonométricas no triângulo retângulo.
- Consumo consciente e reciclagem.
- Preservação da biodiversidade.

3.4.3 Habilidades a Serem Desenvolvidas Segundo a BNCC e o DC-GO

- (GO-EF09MA25) Estabelecer as razões trigonométricas fundamentais, seno, cosseno e tangente, para resolver problemas em diferentes contextos.
- (EF05CI05) Construir propostas coletivas para um consumo mais consciente e criar soluções tecnológicas para o descarte adequado e a reutilização ou reciclagem de materiais consumidos na escola e/ou na vida cotidiana.
- (EF09CI13) Propor iniciativas individuais e coletivas para a solução de problemas ambientais da cidade ou da comunidade, com base na análise de ações de consumo consciente e de sustentabilidade bem-sucedidas.

3.4.4 Interdisciplinaridade

Cartografia, geografia, educação tecnológica, sustentabilidade e meio ambiente, engenharia, topografia.

3.4.5 Tempo Estimado para Aplicação

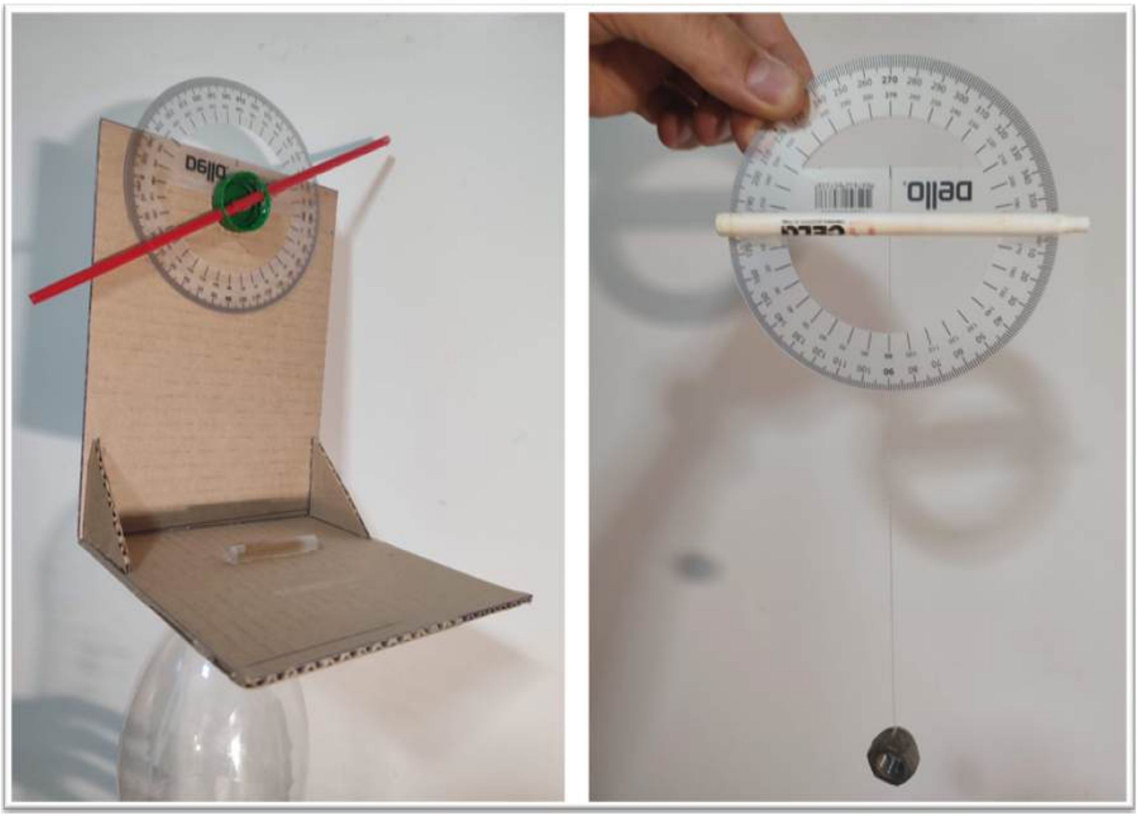
A aplicação pode ser desenvolvida em 5 etapas, sendo recomendado dedicar uma aula de aproximadamente 50 minutos para cada uma delas:

- **Primeira etapa.** O professor apresentará à turma a ideia da atividade sustentável e interdisciplinar. Ele fará um breve resumo sobre teodolitos caseiros, abordando seu princípio de funcionamento e suas aplicações, além de discutir com os alunos a melhor maneira de obter os materiais reutilizáveis necessários para construí-los. Também será definido o momento adequado para a entrega desses materiais na escola.
- **Segunda etapa.** Com os materiais já reunidos, os alunos deverão construir os teodolitos sob a supervisão e mediação do professor e utilizá-los para medir alturas inacessíveis.
- **Terceira etapa.** O Professor aplicará a lista de exercícios presentes no tópico "Sugestões de Exercícios", podendo fazê-lo de modo integral, parcial ou adaptada, conforme as necessidades da turma.
- **Quarta etapa.** O professor resolverá os exercícios da lista aplicada anteriormente e fará as considerações finais.

3.4.6 Tarefa 1

Proponha que os alunos construam os teodolitos caseiros usando os materiais selecionados, seja individualmente, em duplas ou em grupos.

Figura 3.4: Exemplos de Teodolitos Caseiros.



Fonte: Autoria Própria

3.4.7 Materiais Utilizados

Utilizou-se nesta atividade os seguintes materiais:

- **Modelo 1:** um transferidor de 180° ou 360°, um canudo rígido, uma tampa de garrafa PET, uma garrafa PET, esquadro, uma tampa de detergente, uma caixa de papelão, um parafuso, tesoura, cola quente, prego e régua.
- **Modelo 2:** um transferidor de 180° ou 360°, um corpo de caneta, linha fina, fita adesiva transparente, uma porca de parafuso, cola quente, tesoura e régua.

3.4.8 Passos Sugeridos para Construção

Siga os passos a seguir para construir cada um dos modelos de teodolitos.

- **Modelo 1**

  Recorte quatro peças de papelão, denominadas **A**, **B**, **C** e **D**, onde:

  - **A:** tem formato retangular, com medidas de 15 x 20 cm, para servir como suporte principal.

- **B:** tem formato retangular, com medidas de 15 x 15 cm, para servir como base.
- **C** e **D:** têm o formato de triângulos retângulos, com catetos medindo 5 cm, que serão utilizados para fixar a peça A perpendicularmente à peça B.

Cole a peça A perpendicularmente à peça B e, para sustentá-las, fixe as peças C e D na interseção entre elas. Em seguida, posicione e fixe o transferidor no topo da peça A, de modo que sua régua esteja alinhada com o lado superior da peça. Prossiga fazendo um furo no centro da tampa e outro no centro do transferidor, perfurando também a peça à qual ele está preso. Além disso, faça dois furos na lateral da tampa para passar e fixar o canudo, que será utilizado como mira para medir o ângulo. Em seguida, prenda a tampa ao transferidor usando um parafuso, permitindo que a tampa gire livremente, e passe o canudo pelos furos laterais da tampa. Para melhorar a usabilidade do teodolito, prenda uma tampinha de garrafa PET ao centro de massa da parte de baixo da sua base e enrosque o conjunto formado em cima da garrafa. Para dar continuidade, construa um nível de bolha artesanal. Utilize a base de uma caneta transparente, recortando um pedaço que se estenda da extremidade até o furo central. Tampe um dos lados com cola quente, encha com água tingida e, em seguida, vede o outro lado, tomando cuidado para que uma bolha de ar se forme em seu interior. Por fim, fixe o nível de bolha sobre a peça B, de modo que ele fique paralelo à peça A.

- **Modelo 2**
  Amarre a linha na régua do transferidor, certificando-se de que o nó fique no centro do transferidor. Na extremidade oposta da linha, prenda a porca para servir como peso. Em seguida, utilizando fita adesiva, fixe temporariamente o corpo da caneta à régua do transferidor, alinhando os 0º e 180º com o centro da caneta. Para a fixação definitiva, aplique um pouco de cola quente.

Confira o vídeo do passo-a-passo da construção dos teodolitos usando o leitor de código QR na figura ao lado!

Ou acesse clicando no link:

https://youtu.be/xIslzgQwItE

SCAN ME

3.4.9 Tarefa 2

Utilize os teodolitos caseiros construídos para medir alturas de árvores, muros, pé direito de casas, ângulos horizontais e verticais, distâncias dentre outros.

3.4.10 Sugestão de Exercícios

1. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2022, o Brasil produziu $1,2$ mil toneladas de canudos de plástico. A maioria desses canudos depois de usados termina em aterros sanitários, lixões ou, em alguns casos, em rios, mares e oceanos. Esse problema decorre da dificuldade em lavá-los e reutilizá-los, além de ser economicamente inviável sua reciclagem. Para enfrentar esse desafio ambiental, proponha alternativas ecologicamente viáveis para substituir os canudos plásticos.

2. O ar também é matéria e, portanto, ocupa lugar no espaço. Descartar resíduos recicláveis através da coleta seletiva é um grande desafio, especialmente com itens como caixas de sapatos, caixas de supermercado, embalagens de produtos comprados online, caixas de pizza, garrafas PET e latas de bebidas, que contêm grandes volumes de ar em seu interior. Isso resulta no uso excessivo de sacos de lixo, que são caros e ainda geram resíduos adicionais. Para enfrentar esse problema e reduzir o uso de sacos de lixo, qual seria a melhor forma de reduzir o espaço ocupado por essas embalagens ao serem descartadas?

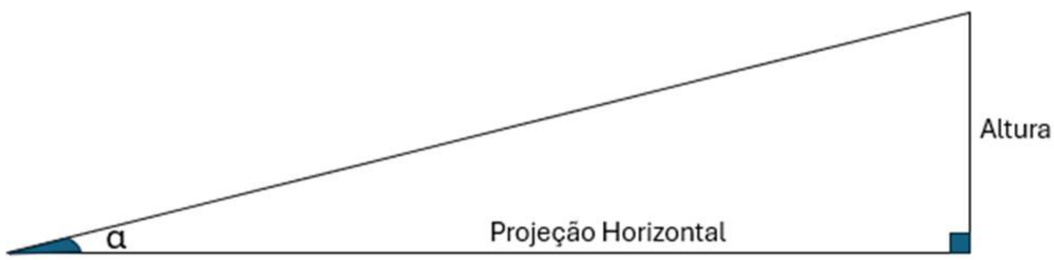
3. O projeto Tampatas, inspirado em uma proposta similar denominada Ecopet Tampas, foi iniciado em Goiânia em 2018, como resultado da combinação entre o amor pelos animais e a preservação do meio ambiente. O objetivo do projeto é coletar tampinhas de garrafas PET de diversos formatos em vários pontos de coleta, vendê-las para cooperativas de reciclagem e utilizar a renda obtida para custear a castração de animais de estimação oriundos de abandono, de famílias carentes e de locais de adoção.
   Esse esforço visa minimizar os impactos do plástico no meio ambiente, que leva em média 400 anos para se decompor, além de diminuir a procriação descontrolada de animais de estimação, resultando em uma menor população de animais abandonados nas ruas. Com isso, alivia-se o sofrimento dos animais e reduz a quantidade de acidentes de trânsito causados por eles, especialmente os que envolvem motociclistas, que costumam ter consequências graves para os seres humanos.
   O sucesso do projeto em Goiânia e nas regiões vizinhas é evidente. Graças a ele, inúmeros colaboradores conscientizaram milhares de pessoas, que, unidos,

formaram centenas de pontos de coleta de tampinhas em diversos locais da cidade, incluindo residências, escolas, bares, restaurantes e universidades. Isso resultou na coleta e no envio de toneladas de tampas coletadas para reciclagem, reduzindo o descarte inadequado, e também na esterilização de centenas de animais, ajudando a quebrar o ciclo da reprodução desordenada, responsável por gerar sofrimento e abandono. Com base no que foi explicitado no texto, quais fatores você acredita que contribuíram para o sucesso do projeto?

4. Calcule os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30° e 60°. Para isso, utilize um triângulo equilátero com lados de 1 unidade de comprimento. Além disso, use um triângulo retângulo isósceles com hipotenusa medindo 1 unidade para encontrar o seno, o cosseno e a tangente do ângulo de 45°.

5. Na cooperativa de reciclagem "**Edenformação**", uma esteira de reciclagem deve ser instalada no formato de rampa. Ela será responsável por transportar os materiais recicláveis do ponto de chegada, localizado no primeiro andar, até a esteira de triagem, situada no segundo andar, e deve ter uma inclinação de 45% $(0,45)$.
A inclinação de uma rampa é dada pela razão entre a altura do seu desnível e o comprimento da sua projeção horizontal e é geralmente representada em porcentagem. A figura 3.5 apresenta um desenho esquemático de uma rampa, onde α é o ângulo de inclinação:

Figura 3.5: Triângulo Representando uma Rampa.



Fonte: Autoria Própria

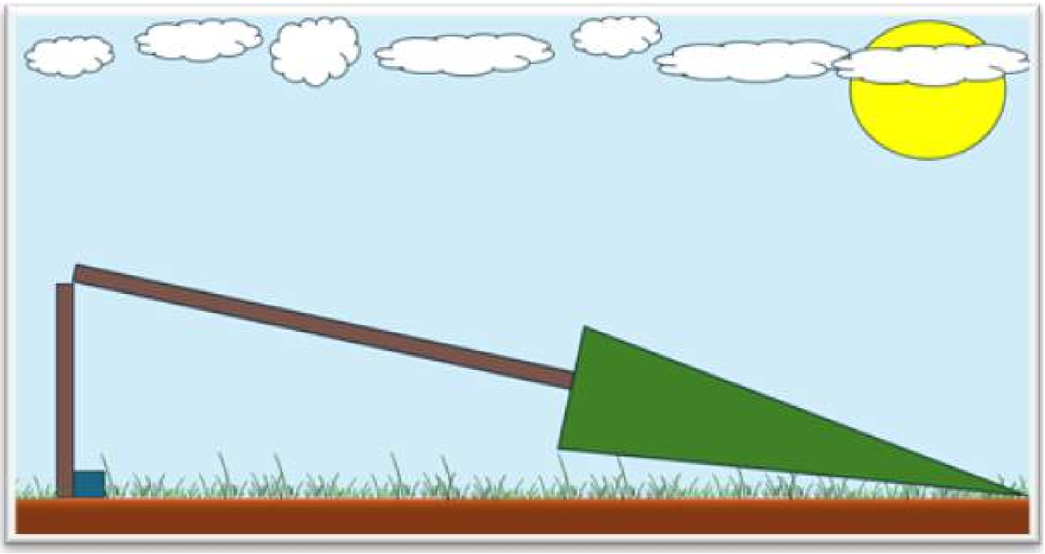
A partir disso, responda aos itens a seguir:

(a) Qual das razões trigonométricas poderia ser utilizada para obter o valor da inclinação de uma rampa?

(b) Sabendo que a projeção horizontal da esteira de reciclagem citada é de 16 metros, qual deve ser a altura do seu desnível para que ela esteja dentro das especificações.

6. Durante uma forte tempestade, uma árvore conífera não resistiu aos ventos intensos e se partiu. Como resultado, a parte inferior do tronco permaneceu na vertical, enquanto a parte superior caiu, com a ponta tocando o solo, mas ainda permanecendo conectada ao tronco no ponto onde ocorreu a quebra. Na figura 3.6, tem-se uma ilustração esquemática desta situação.

   Figura 3.6: Árvore Conífera Partida.

   Fonte: Autoria Própria

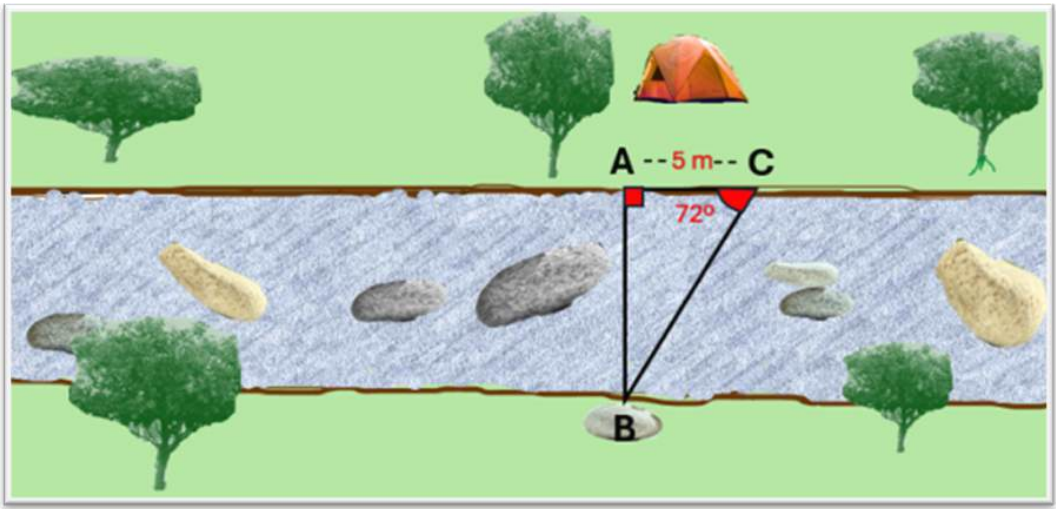
   Sabendo que a parte da árvore que caiu forma um ângulo de 25° com um plano horizontal que passa pela base do seu troco e que a distância horizontal entre a base do troco e a ponta da árvore no solo é de 12 metros, determine a altura total da árvore, desde a base até o topo, incluindo tanto a parte que caiu quanto a parte que permaneceu na vertical.

7. O teodolito é um instrumento óptico amplamente utilizado por agrônomos e engenheiros civis para medir ângulos verticais e horizontais. Utilizando conceitos de trigonometria, o teodolito também permite calcular alturas e distâncias de maneira indireta. Uma de suas aplicações práticas é medir a largura de um rio sem precisar atravessá-lo, desde que certas condições sejam atendidas. Durante suas férias escolares, um estudante portando um teodolito caseiro decidiu medir a largura do rio próximo ao local onde estava acampado. Para isso, ele seguiu o seguinte procedimento:

   - Primeiramente, uma estaca foi colocada no ponto A, em uma das margens do rio.
   - Em seguida, escolheu-se um ponto B na margem oposta, de modo que o segmento AB fosse perpendicular ao curso do rio.

- Logo após, o estudante se deslocou para o ponto C, a 5 metros de A, de forma que o segmento AC fosse perpendicular ao segmento AB, formando um triângulo retângulo em A.
- Por fim, com o teodolito caseiro posicionado no ponto C, o aluno mediu um ângulo $\angle ACB$ de $72°$, conforme ilustrado na figura 3.7.

Figura 3.7: Medição da Largura de um Rio com Teodolito Caseiro.

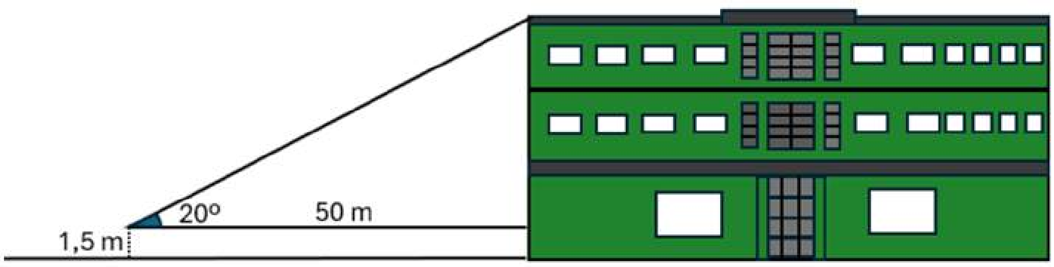


Fonte: Autoria Própria

Considerando as condições descritas, qual foi a largura do rio medida pelo estudante após realizados os devidos cálculos?

8. O Palácio das Esmeraldas localizado na Praça Cívica de Goiânia, capital do estado de Goiás é a sede do governo e residência oficial desde sua conclusão em 1937. Procurando saber a altura aproximada do prédio, um estudante utilizou um teodolito caseiro produzido durante uma aula de matemática. Para isso, ele se afastou 50 metros do palácio, posicionou o teodolito a $1,5$ metros do solo e mirou o ponto mais alto do edifício, formando um ângulo de visão de $20°$ com o plano horizontal. Conforme representado na figura 3.8.

Figura 3.8: Medição da Altura do Palácio das Esmeraldas.



Fonte: Autoria Própria

Com base nesses dados, determine a altura do Palácio das Esmeraldas. Considere $tg20° = 0,37$.

9. A Torre do Relógio, situada na Avenida Goiás, é um ícone histórico da cidade de Goiânia, capital do estado de Goiás. Inaugurada durante o Batismo Cultural da referida capital em 1942, este monumento público é um símbolo da arte déco e, por esse motivo, foi tombada como patrimônio cultural pelo IPHAN em 2003.

Figura 3.9: Torre do Relógio.

Fonte: Autoria Própria

Um estudante posicionado a uma distância desconhecida da torre, utilizou um teodolito caseiro para visualizar a parte mais alta dela. Ao mirar nesse ponto, o estudante obteve um ângulo de inclinação de 5° em relação à horizontal. Considerando que o teodolito estava na mesma linha horizontal da base da torre e sabendo que a altura dela é de 16 metros, qual a distância aproximada entre o estudante e a torre?

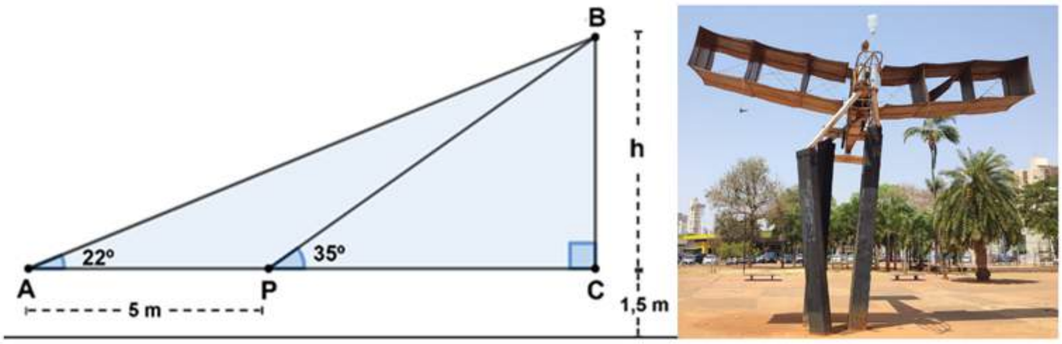
10. Alberto Santos Dumont foi, sem dúvida, um dos cientistas e inventores mais notáveis de todos os tempos. Ele não apenas inventou e pilotou os primeiros balões dirigíveis com motor a gasolina, mas também criou e pilotou o primeiro avião, o famoso 14 Bis. Devido a essas e outras conquistas, este ilustre brasileiro recebeu inúmeras homenagens tanto no Brasil quanto no exterior. Sua cidade natal, Palmira, foi renomeada para Santos Dumont, o primeiro aeroporto do Rio de Janeiro recebeu seu nome, e a União Astronômica Internacional nomeou uma cratera lunar em sua homenagem. Goiânia também fez jus a essa tendência: na Praça Santos Dumont (ou Praça do Avião), localizada no Setor Aeroporto, uma imponente escultura em forma de réplica do avião 14-Bis celebra suas realizações históricas.

Figura 3.10: Monumento à Réplica do Avião 14 Bis.

Fonte: Autoria Própria

Recentemente, um aluno que passava pelo local decidiu calcular a altura da escultura utilizando um teodolito caseiro. Inicialmente ele posicionou o aparelho a $1,5$ m do chão e fez uma medição a partir do ponto P, onde obteve um ângulo de $35°$ em relação ao topo da escultara. Em seguida, deslocou-se para um ponto A, situado a 5 metros de P, na direção oposta ao monumento, e registrou um segundo ângulo de $22°$, conforme ilustrado na imagem abaixo.

Figura 3.11: Determinação da Altura do Monumento com Teodolito Caseiro.



Fonte: Autoria Própria

Calcule a altura aproximada da escultura com base nos ângulos medidos e na distância entre os pontos de observação.

Uma possibilidade de resolução dessa lista de exercícios é encontrada em A.4.

3.5 MOTOR ELÉTRICO RUDIMENTAR E OS SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

A atividade "Motor Elétrico Rudimentar e os Sólidos de Revolução" tem como principal objetivo ensinar os conceitos básicos de sólidos de revolução, como esfera, cilindro e cone ([62]), demonstrando como esses sólidos podem ser formados a partir do giro de bobinas com diferentes formatos. As bobinas, quando giradas, geram as formas geométricas associadas a esses sólidos, proporcionando aos estudantes uma experiência prática sobre a geometria e suas aplicações.

Além disso, a atividade permite relacionar a condutibilidade dos materiais com sua capacidade de conduzir corrente elétrica, aprendendo sobre a importância dos materiais na construção de circuitos elétricos ([61]). Também são introduzidos os conceitos básicos de eletrônica, como interruptores, geradores e a função de circuitos simples, essenciais para o funcionamento do motor.

Ao construir o motor rudimentar, os estudantes observam a geração de um campo magnético quando a corrente elétrica passa pelas bobinas, um fenômeno crucial para o funcionamento do motor ([44]). O trabalho manual envolvido na construção dos motores e das bobinas também desenvolve as habilidades criativas dos estudantes, ao mesmo tempo em que proporciona uma reflexão sobre a sustentabilidade e a importância de práticas conscientes para a preservação do meio ambiente.

3.5.1 Objetivos da Atividade

Os objetivos a serem alcançados durante a implementação desta atividade incluem:

- Compreender os conceitos básicos de sólidos de revolução, incluindo suas formas e características principais.
- Relacionar a propriedade física condutibilidade dos materiais com a capacidade deles de conduzirem ou não corrente elétrica.
- Aprender alguns conceitos básicos de eletrônica, tais como o significado de circuitos elétricos simples, geradores, resistência, interruptores, fusíveis etc.
- Entender que um campo magnético é gerado quando uma corrente elétrica passa por um fio condutor, e reconhecer a importância desse fenômeno para o funcionamento do motor elétrico.

3.5.2 Objetos do Conhecimento Segundo a BNCC e o DC-GO

- Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.
- Volume de bloco retangular e medidas de capacidade.
- Volume de prismas e cilindros.
- Fontes e tipos de energia.
- Consumo consciente e reciclagem.
- Preservação da biodiversidade.

3.5.3 Habilidades a Serem Desenvolvidas Segundo a BNCC e o DC-GO

- (EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
- (EF08MA21-B) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é de um cilindro reto.

- (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas
- EF08CI01-C) Classificar diferentes fontes (renováveis e não renováveis) e tipos de energia utilizados em residências, comunidades ou cidades.
- (EF05CI05) Construir propostas coletivas para um consumo mais consciente e criar soluções tecnológicas para o descarte adequado e a reutilização ou reciclagem de materiais consumidos na escola e/ou na vida cotidiana.
- (EF09CI13) Propor iniciativas individuais e coletivas para a solução de problemas ambientais da cidade ou da comunidade, com base na análise de ações de consumo consciente e de sustentabilidade bem-sucedidas.

3.5.4 Interdisciplinaridade

Tipos de energia e suas conversões, propriedades dos materiais, magnetismo, sustentabilidade e meio ambiente.

3.5.5 Tempo Estimado para Aplicação

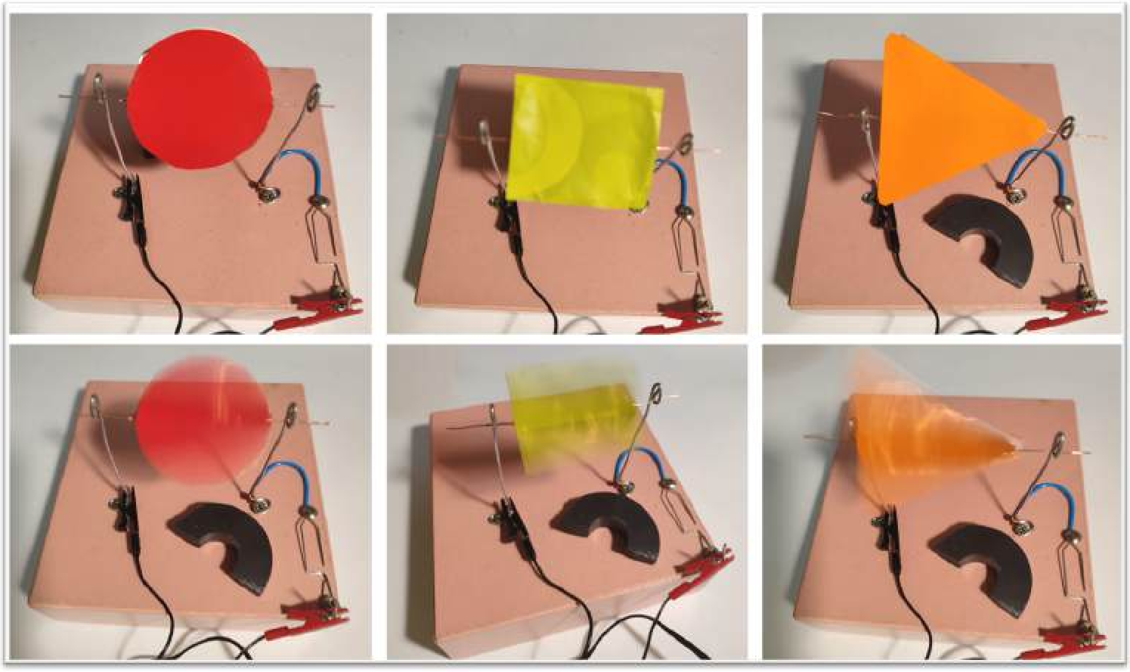
A aplicação pode ser desenvolvida em 4 etapas, sendo recomendado dedicar uma aula de aproximadamente 50 minutos para cada uma delas:

- **Primeira etapa.** O professor apresentará à turma a ideia da atividade sustentável e interdisciplinar. Ele fará um breve resumo sobre sólidos geométricos e motores elétricos e seus elementos, abordando o princípio de funcionamento do motor, suas aplicações gerais e sua aplicação na ocasião, além de discutir com os estudantes a melhor maneira de obter os materiais reutilizáveis necessários para construí-los. Também será definido o momento adequado para a entrega desses materiais na escola.
- **Segunda etapa.** Com os materiais já reunidos, os estudantes deverão construir os motores elétricos sob a supervisão e mediação do professor e utilizá-los para gerar os sólidos de revolução.
- **Terceira etapa.** O Professor aplicará a lista de exercícios presentes no tópico "Sugestões de Exercícios", podendo fazê-lo de modo integral, parcial ou adaptada, conforme as necessidades da turma.
- **Quarta etapa.** O professor resolverá os exercícios da lista aplicada anteriormente e fará as considerações finais.

3.5.6 Tarefa

Proponha que os alunos construam os motores elétricos usando os materiais selecionados, seja individualmente, em duplas ou em grupos.

Figura 3.12: Visualização dos Sólidos de Revolução.



Fonte: Autoria Própria

3.5.7 Materiais Utilizados

Arame, fio de cobre esmaltado, fio de cobre comum, cola quente, estilete, alicate, um carregador de celular 5V/1A, um suporte, um imã permanente, um clipe metálico, quatro parafusos e um pedaço de papel.

3.5.8 Passos Sugeridos para Construção

Utilizando o alicate, corte dois pedaços de arame com aproximadamente $15\,cm$ cada para fazer os sustentadores das bobinas. Em cada pedaço de arame, dobre uma das extremidades para formar um círculo, que servirá para passar o fio da bobina. Na outra extremidade, dobre o arame formando uma base circular, que permitirá fixar o sustentador ao suporte.

Com os parafusos, prenda os sustentadores ao suporte, mantendo-os a uma distância de $7\,cm$ entre si.

Em seguida, construa três bobinas utilizando o fio de cobre esmaltado. A primeira deve ter formato circular, a segunda retangular e a terceira triangular (equilátero). Cada bobina deve ser enrolada com cerca de 10 voltas, e as extremidades dos fios, que formam o eixo de rotação da bobina, devem dividir simetricamente as figuras formadas. Além disso, é importante que as bobinas consigam caber no espaço entre os sustentadores, que estão a $7\,cm$ de distância entre si.

Utilizando um estilete ou uma lixa de unhas, raspe completamente uma das extremidades do fio de cada bobina e raspe apenas metade do fio na outra extremidade. Para montar o interruptor, utilize um clipe metálico. Abra-o e prepare a parte mais estreita para fixá-la com um parafuso ao suporte, tomando o cuidado de assegurar o movimento lateral do clipe. A parte mais larga do clipe deve ter a capacidade de entrar em contato com outro parafuso, também fixado ao suporte. O parafuso fixado ao suporte deve ser conectado a um dos sustentadores das bobinas por meio de um fio. O parafuso fixado ao clipe deve ser conectado ao fio positivo do carregador de celular, enquanto o fio negativo deve ser ligado diretamente ao segundo sustentador das bobinas.

Ligue o carregador à tomada, acione o interruptor e teste cada uma das bobinas antes de prosseguir para os próximos passos.

Para melhorar a visualização dos sólidos formados pela revolução das figuras geradas pelas bobinas, recorte dois círculos, dois retângulos e dois triângulos do pedaço de papel. Cole cada par, respectivamente, nas bobinas circular, retangular e triangular.

Após a montagem, ligue o carregador à tomada, acione o interruptor, inicie o movimento da bobina manualmente e aproxime o ímã permanente em direção a ela para acelerar o movimento de rotação. Note que o sólido de revolução formado pela rotação da bobina em formato circular é a esfera, pela rotação da bobina em formato retangular é o cilindro e pela rotação da bobina em formato triangular é o cone.

Confira o vídeo do passo-a-passo da construção dos motores usando o leitor de código QR na figura ao lado!

Ou acesse clicando no link:

https://youtu.be/6L62Gqobzf0

SCAN ME

3.5.9 Sugestão de Exercícios

1. O cobre é um elemento químico de transição que, em sua forma metálica, se destaca por sua ductilidade, maleabilidade e excelente condutividade elétrica.

Além disso, é capaz de formar ligas metálicas, como o latão (cobre e zinco) e o bronze (cobre e estanho). Estima-se que o uso do cobre remonta a 9 mil a.C. Durante a pré-história, na transição do Período Neolítico para a Idade dos Metais, esse material foi adotado como substituto da pedra lascada, devido à sua resistência à tração, fadiga e desgaste, além de sua estética atrativa. Civilizações da Idade do Bronze empregaram amplamente o cobre na confecção de utensílios, armas e ferramentas.

Hoje, além de sua aplicação em ligas metálicas, o cobre é amplamente utilizado em materiais industriais e utensílios domésticos, destacando-se como condutor elétrico em fiações residenciais. Sua grande importância faz do cobre um dos metais mais reciclados do mundo, sendo que a indústria de reciclagem consegue recuperar quase 100% desse material presente em resíduos recicláveis. Diante disso, quais são os benefícios da reciclagem do cobre para o meio ambiente, para a economia e para a sociedade.

2. Tanto o cobre quanto o grafite são excelentes condutores de corrente elétrica, sendo amplamente utilizados como matéria-prima na produção de materiais elétricos e como componentes essenciais em diversos produtos eletrônicos que requerem a passagem de corrente elétrica. Embora o grafite seja bem mais barato que o cobre, qual o motivo para que os fios residenciais sejam produzidos quase exclusivamente por cobre em vez de grafite?

3. O cobre é o segundo melhor condutor de corrente elétrica, superado apenas pela prata. Por essa razão, a maioria dos fios elétricos em residências é feita de cobre, revestido com uma camada de plástico isolante de PVC. No entanto, os fios de alta tensão utilizados em torres ou postes do sistema de transmissão de energia, que transporta eletricidade das fontes geradoras (como hidrelétricas, termoelétricas etc.) para as cidades, são frequentemente feitos de alumínio. Por que o alumínio é escolhido para fios de alta tensão no contexto mencionado em vez do cobre?

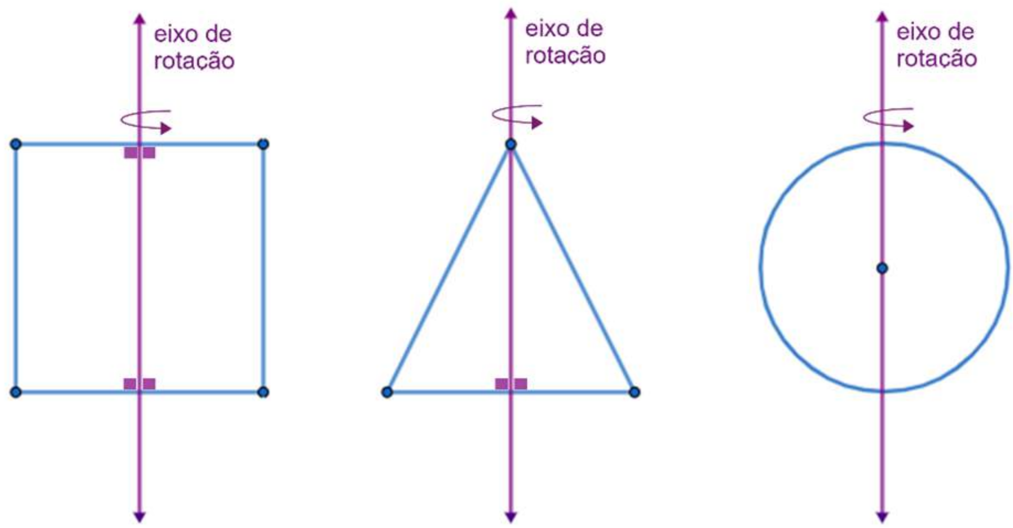
4. Motores elétricos são dispositivos que convertem energia elétrica em energia mecânica. Para que essa conversão aconteça, diversas transformações de energia são necessárias. Por exemplo, ao utilizar uma pilha para gerar corrente elétrica, ocorre a conversão da energia química em energia elétrica. Nesse contexto, qual transformação de energia é necessária para que a bobina no interior do motor comece a se mover, e qual é o papel do ímã, situado próximo à bobina, para garantir a continuidade dessa operação?

5. O que é um circuito elétrico e quais são as funções dos elementos desse circuito,

como geradores, resistores, receptores, capacitores e dispositivos de segurança?

6. Corpos redondos são sólidos geométricos que possuem pelo menos uma superfície arredondada e que podem rolar quando colocados em uma superfície plana. Eles são também conhecidos como sólidos de revolução, por serem construídos a partir da rotação de uma figura plana em torno de uma reta chamada de eixo de rotação. A figura 3.13 abaixo apresenta três figuras planas, um retângulo, um triângulo equilátero e um círculo, contendo em cada uma delas um eixo de rotação:

Figura 3.13: Figuras Planas e Seus Eixos de Rotação.



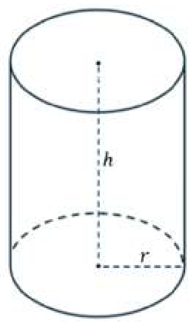
Fonte: Autoria Própria

   (a) Quais os sólidos de revolução formadas da rotação em torno do eixo das respectivas figuras planas?

   (b) Qual o sólido geométrico resultante da rotação de um semicírculo em torno de um eixo de rotação que passa pelo seu diâmetro.

7. O volume de um cilindro reto é calculado pela fórmula $V = A_b \cdot h$, onde V é o volume do cilindro, A_b é a área de sua base e h é sua altura.

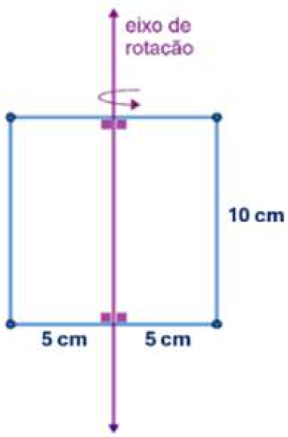
Figura 3.14: Cilindro Reto Genérico.



Fonte: Autoria Própria

A base de um cilindro reto é circular, logo a área da base é $A_b = \pi \cdot r^2$, onde r é o raio do círculo. Ou seja, neste caso temos que $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Dessa forma, qual é o volume, em cm^3, do cilindro obtido da revolução do quadrado representado na figura 3.15?

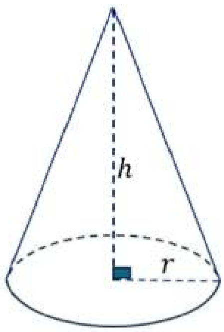
Figura 3.15: Quadrado com Eixo de Rotação.



Fonte: Autoria Própria

8. O volume de um cone reto é obtido por meio da fórmula $V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$, onde V é o volume do cone, A_b é a área de sua base e h é sua altura.

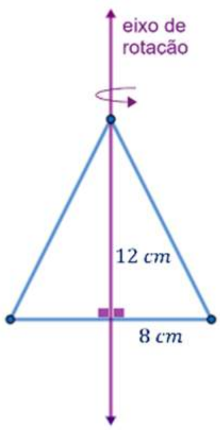
Figura 3.16: Cone Reto Genérico.



Fonte: Autoria Própria

A base do cone é um círculo de raio r, logo podemos reescrever a fórmula como $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$. Sendo assim, qual é o volume, em cm^3, do cone obtido da revolução do triângulo representado na figura 3.17?

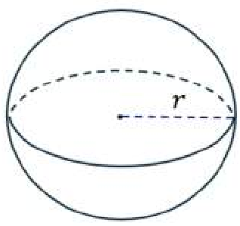
Figura 3.17: Triângulo com Eixo de Rotação.



Fonte: Autoria Própria

9. O volume de uma esfera é dado pela fórmula $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, onde V é o volume da esfera e r o seu raio.

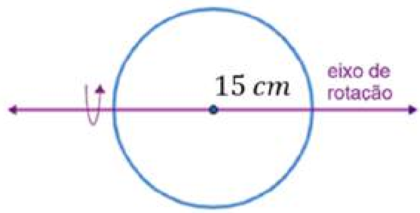
Figura 3.18: Esfera de Raio r.



Fonte: Autoria Própria

Calcule o volume, em cm^3, da esfera obtida da revolução do círculo representado na figura 3.19.

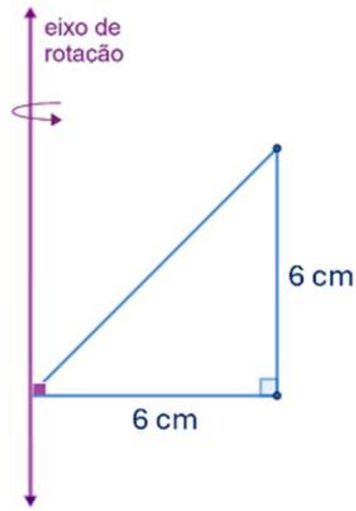
Figura 3.19: Círculo com Eixo de Rotação.



Fonte: Autoria Própria

10. Encontre o volume do sólido de revolução obtido pela rotação, em torno do eixo, do triângulo retângulo isósceles representado na imagem 3.20.

Figura 3.20: Triângulo com Eixo de Rotação no Vértice.



Fonte: Autoria Própria

Uma possibilidade de resolução dessa lista de exercícios é encontrada em A.5.

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ideia para a realização deste trabalho surgiu a partir de uma série de dificuldades observadas pelo autor durante o ensino das disciplinas de Química, Matemática e uma disciplina interdisciplinar denominada Práticas Experimentais em uma escola da rede pública. Esta última era conduzida por meio de experimentos, com o objetivo de desenvolver competências e habilidades em Matemática e Ciências (Física, Química e Biologia), ao mesmo tempo em que abordava temas transversais contemporâneos, como educação ambiental e ciência e tecnologia, conforme as diretrizes da BNCC e do DC-GO.

No início da experiência referida, percebeu-se que a escassez de materiais concretos e de conteúdos teóricos interdisciplinares adequados para a realização das aulas práticas comprometia o desenvolvimento das competências essenciais previstas para a disciplina. Mesmo quando, com muito esforço, foi possível adquirir os materiais necessários, a quantidade era insuficiente para atender a todos os estudantes de forma igualitária, uma vez que os materiais exigidos para esse tipo de aula são extremamente caros. Como resultado, as aulas se transformavam em simples exposições demonstrativas, nas quais os alunos não tinham a oportunidade de interagir ou manipular diretamente os materiais, tornando-se meros espectadores. Isso prejudicou tanto a construção do conhecimento quanto a qualidade das aulas, uma vez que a implementação de recursos didáticos concretos e eficazes, que atendessem a todos os estudantes, se mostrou inviável.

No entanto, ao longo dessa experiência, as práticas pedagógicas foram refinadas por meio da integração dos conhecimentos sobre química ambiental adquiridos na formação acadêmica do autor com sua preocupação em relação à situação ambiental do país e os conhecimentos obtidos da experiência com a reutilização de resíduos sólidos. Assim, inicio-se a produção de dispositivos utilizando materiais reutilizáveis, de fácil acesso e custo praticamente nulo. Esses recursos foram desenvolvidos a partir de materiais como garrafas PET, caixas de papelão, restos de isopor, componentes de aparelhos eletrônicos danificados, entre outros, que fazem parte da rotina de estudantes e professores. Dessa forma, foi possível atender a um número significativo de estudantes.

Como consequência, ao participarem do planejamento, da preparação e da construção dos dispositivos experimentais, os estudantes assumiram o papel de protagonistas no processo de aprendizagem. Durante essa experiência, não apenas aprenderam sobre a estrutura e os princípios matemáticos e científicos por trás dos modelos construídos, mas também puderam aplicar esse conhecimento de forma prática, especialmente ao manipular materiais reutilizáveis de maneira criativa. Assim, a execução dos jogos e o manuseio dos objetos tornaram-se mais intuitivos, pois os estudantes estavam diretamente envolvidos na criação dos dispositivos. Além disso, o uso de materiais reutilizáveis no projeto contribuiu para promover a conscientização ambiental, incentivando os alunos a refletirem sobre a sustentabilidade e o reaproveitamento de recursos (Confira Apêndice B).

Mediante o exposto, pode-se concluir que os principais objetivos deste trabalho foram, em grande parte, alcançados. As cinco atividades aqui desenvolvidas oferecem soluções práticas para professores que enfrentam desafios semelhantes, propondo materiais e abordagens que viabilizam a implementação de aulas interdisciplinares, de baixo custo e fácil aquisição, assegurando a participação igualitária de todos os estudantes. Assim, espera-se que os docentes que desejam enriquecer suas aulas teóricas possam contar com recursos que facilitem a implementação de atividades práticas, utilizando resíduos sólidos na construção de figuras geométricas.

Essas atividades, por serem dinâmicas, oferecem diversos elementos necessários para que o professor as utilize não apenas em suas aulas práticas, mas também para criar materiais para disciplinas eletivas ou até mesmo para desenvolver projetos com temas transversais, como Educação Ambiental e Ciência e Tecnologia, ambos previstos na BNCC. Além disso, é perfeitamente viável modificá-las e adaptá-las de acordo com as necessidades do docente.

Outra consideração importante é que a obtenção dos materiais utilizados nas atividades não foi muito difícil. Entretanto, em alguns casos específicos, como na atividade “Jogo Coordenadas Minadas”, que exige uma grande quantidade de tampinhas idênticas, foi necessário pedir ajuda a alguns amigos para reuni-las. Em outra situação, na atividade “Motor Elétrico Rudimentar e Sólidos de Revolução”, os fios necessários para confeccionar as bobinas do aparelho foram obtidos por meio de doação de uma oficina especializada no reparo de motores elétricos.

Uma sugestão para os próximos passos da pesquisa incluirão a implementação de protótipos de laboratórios que utilizem materiais reutilizáveis, além da análise de sua viabilidade pedagógica, ambiental e econômica. A expectativa é que esses laboratórios não apenas atendam às diretrizes da BNCC, mas também se tornem espaços dinâmicos de aprendizagem, promovendo práticas interdisciplinares e sustentáveis, capazes de transformar a forma como os conteúdos de Ciências, Matemática, Biologia, entre outros, são ensinados nas escolas

Por fim, é deixado o seguinte informe: Caso o professor opte por utilizar alguma das atividades desenvolvidas neste trabalho, é essencial que tenha em mente que qualquer objeto que represente risco para os estudantes, como objetos cortantes, perfurantes, entre outros, deve ser manuseado exclusivamente pelo professor. O uso desses objetos pelo estudantes é estritamente proibido, a fim de evitar danos ao próprio aluno ou aos demais envolvidos. No mais, espera-se que o material seja bem aproveitado e que os estimados professores e professoras de Matemática alcancem sucesso na implementação destas ferramentas didáticas.

4.1 CONSIDERAÇÕES: ATIVIDADE - TRIÂNGULOS SUSTENTÁVEIS

É fundamental que, antes da aplicação da atividade "Triângulos Sustentáveis", o professor se aproprie do vasto e multifacetado significado do triângulo, para além de seu uso puramente geométrico . O triângulo possui uma rica história e presença em diversos contextos, como na arquitetura, na engenharia, nas artes e na simbologia. Ao explorar essas diferentes dimensões, o docente poderá enriquecer a atividade, promovendo uma discussão mais abrangente sobre o significado cultural e histórico desse polígono, destacando, por exemplo, seu papel em construções, pontes, telhados e sinais de navegação e trânsito.

A atividade também proporciona uma oportunidade para refletir sobre a origem e a classificação dos materiais utilizados na construção dos triângulos, além de seus destinos após o uso, contribuindo para uma compreensão mais profunda do ciclo de vida desses recursos. Essas abordagens permitirão que o caráter interdisciplinar da atividade seja plenamente alcançado, integrando diferentes áreas do conhecimento e estimulando a reflexão sobre o consumo consciente e a reciclagem.

4.2 CONSIDERAÇÕES: ATIVIDADE - A LATA MÁGICA

Ao refletir sobre a atividade "A Lata Mágica", em que os alunos relacionam o funcionamento do dispositivo às etapas da metodologia científica, outra ação simples pode ser aplicada com o mesmo objetivo. Realize uma aula prática utilizando um conjunto de garrafas PET e latas vazias, além de uma caixa de papelão que servirá como coletor de recicláveis, onde, inicialmente, os materiais não cabem. Convide os estudantes a observar (observação) e incentive-os a questionar (questionamento) o motivo dessa inadequação, com perguntas como: "Por que não cabem?" e "Seria possível fazê-las caber?" Essas questões ajudam a direcionar o processo investigativo.

Em seguida, incentive-os a formular hipóteses (formulação de hipóteses), como a ideia de que o volume das garrafas é maior que o do coletor. Depois, eles devem testar essas hipóteses (experimentação), por exemplo, amassando as garrafas e retirando o ar de dentro delas, diminuindo assim o volume. Explique que, se os resultados confirmarem alguma das hipóteses, ela será validada; caso contrário, a hipótese deverá ser revista ou descartada.

Essa atividade simples, assim como a proposta da "Lata Mágica", segue a lógica da metodologia científica, proporcionando uma abordagem interdisciplinar que integra conceitos de Geometria e Ciências. Ao relacionar a Matemática ao processo de investigação, os discentes não apenas compreendem a importância do método científico, mas também desenvolvem uma maior conscientização sobre questões ambientais, como a reciclagem. Dessa forma, a atividade oferece uma oportunidade valiosa para os estudantes aplicarem os fundamentos abordados de maneira prática.

4.3 CONSIDERAÇÕES: ATIVIDADE - JOGO COORDENADAS MINADAS

O jogo "Campo Minado" é um jogo clássico, com uma grade repleta de quadrados, onde alguns deles escondem uma mina e os outros não. Para jogar, os participantes clicam nesses espaços e revelam o máximo possível de quadrados sem encontrar nenhuma mina, finalizando o jogo ao clicar em um quadrado com uma mina. O "Jogo Coordenadas Minadas", por sua vez, é uma referência ao referido jogo é tem o objetivo de integrar conceitos de orientação espacial e coordenadas geográficas ao plano cartesiano. Além disso, o jogo permite aplicar noções de direção, como norte, sul, leste e oeste, promovendo o desenvolvimento de habilidades de orientação espacial e ajudando os jogadores a se familiarizarem com a ideia de localização em um plano.

Para joga-lo, o participante lança um dado, desloca-se pelo tabuleiro, feito com embalagens para ovos, e, em seguida, do interior de uma caixa contendo 12 tampinhas, retira aleatoriamente uma delas . Se a tampinha retirada tiver o desenho de uma mina, o jogador deve retornar ao início do jogo. Neste caso, ganha o primeiro jogador que conseguir concluir o trajeto.

O nível de dificuldade do jogo pode ser ajustado variando a quantidade de tampinhas contendo a mina. Por exemplo, se 6 das 12 tampinhas tiverem o desenho da mina, a probabilidade de retirar uma tampinha com a mina será:

$$P = \frac{6}{12} = 0,5 \quad \text{ou} \quad 50\%$$

Se houver apenas 3 tampinhas com a mina, a probabilidade será:

$$P = \frac{3}{12} = 0,25 \quad \text{ou} \quad 25\%$$

E se houver 9 tampinhas com a mina, a probabilidade será:

$$P = \frac{9}{12} = 0,75 \quad \text{ou} \quad 75\%$$

Esses ajustes permitem que o jogo seja personalizado para diferentes níveis de dificuldade, promovendo a compreensão dos conceitos elementares de probabilidade e do uso do plano cartesiano de maneira lúdica e interdisciplinar.

Na primeira versão do "Jogo Coordenadas Minadas", a proposta inicial envolvia 100 tampinhas idênticas, que seriam distribuídas no topo dos divisores das embalagens para ovos, formando o tabuleiro do novo jogo, e teriam uma função semelhante à dos quadrados da malha do jogo Campo Minado. Entretanto, devido à dificuldade logística de obter esse número elevado de tampinhas idênticas, a premissa inicial do jogo foi modificada.

Na versão revisada, o jogo foi simplificado. Em vez de 100 tampinhas, o jogador, após lançar o dado e realizar os deslocamentos necessários, determinará sua sorte retirando aleatoriamente uma tampinha de uma caixa com 12 tampinhas. Cada tampinha oferece uma das quatro possibilidades: a mina, que faz o jogador voltar ao início; uma bússola, que permite retirar uma carta de um monte e seguir a instrução; uma tampinha em branco, que mantém a posição; ou um par ordenado, que permite rolar o dado novamente e mover-se para uma nova posição. Essa mudança simplificou a estrutura do jogo, tornando-o mais fácil de ser montado e jogado.

Além disso, a alteração contribui para dinamizar o jogo, mantendo a imprevisibilidade e o aspecto lúdico, enquanto proporciona aos alunos a oportunidade de aplicar conceitos de matemática, probabilidade e direção (norte, sul, leste, oeste). A atividade também oferece uma oportunidade para os jogadores compreenderem a relação entre coordenadas geográficas e coordenadas cartesianas. Ambas são sistemas de eixos coordenados utilizados para localizar pontos em um plano. Ao jogar, os participantes aplicam as noções de latitude e longitude, além de se familiarizarem com conceitos como retas paralelas e perpendiculares, ampliando suas habilidades de localização no plano cartesiano. A adaptação, que reduziu o número de tampinhas, também tornou a atividade mais inclusiva, facilitando o acesso aos materiais necessários para a construção do jogo, tanto para os professores quanto para os estudantes.

4.4 CONSIDERAÇÕES: ATIVIDADE - TEODOLITO CASEIRO

Ao desenvolver a atividade "Teodolito Caseiro", foi criada uma proposta pedagógica que alia prática, teoria e interdisciplinaridade, com o objetivo de oferecer aos professores uma ferramenta inovadora para o ensino de trigonometria e outras áreas do conhecimento. Durante o processo de criação e teste dos dispositivos, procurou-se não apenas tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e aplicáveis, mas também integrar elementos históricos e ambientais, enriquecendo, assim, as futuras experiência dos alunos.

A atividade permite que os estudantes façam várias medições e verifiquem as variações nos resultados que surgem quando mudam parâmetros, como a distância ou o tipo de teodolito caseiro utilizado. Nesse momento, eles podem explorar o conceito matemático de média, realizando várias medições e calculando o valor médio das medidas obtidas. Esse processo experimental é essencial para que compreendam as influências das diferentes variáveis e melhorem a precisão de suas medições. Além disso, ao produzir os dispositivos, recomenda-se que o professor explore a diversidade de materiais que podem ser utilizados, o que oferece uma oportunidade para refletir sobre práticas mais sustentáveis e sobre as escolhas feitas no cotidiano.

Ao longo da criação da atividade, por exemplo, utilizou-se o teodolito para medir distâncias e alturas de locais históricos famosos em Goiânia, como o Palácio da Esmeraldas, sede oficial do governo, a Torre do Relógio, um importante marco arquitetônico da cidade, e a escultura da réplica do avião 14 Bis, avião criado pelo verdadeiro inventor do avião, o brasileiro Santos Dumont, um dos maiores cientistas de todos os tempos. Essas medições não apenas aproximaram a prática matemática da história e identidade da cidade, mas também permitiram perceber o quanto essa atividade pode ser uma poderosa ferramenta interdisciplinar se usada de modo contextualizado.

O valor dessa atividade vai além do ensino de trigonometria. Ela propõe, de fato, uma abordagem mais ampla e integrada, como a que Ivani Fazenda defende, ao entender a interdisciplinaridade como uma abordagem pedagógica que envolve uma mudança de atitude dos professores e alunos, integrando saberes, viabilizando a cooperação e a contextualização do ensino. Espera-se que, ao implementarem a atividade "Teodolito Caseiro", os professores terão a oportunidade de integrar diversas áreas do conhecimento e, ao mesmo tempo, estimular uma reflexão mais profunda nos alunos, tornando-os mais críticos e curiosos.

Neste contexto, surge uma grande questão: como professores, precisamos nos esforçar para parar de simplesmente reproduzir conteúdo sem buscar novas formas criativas de ensinar. Devemos dar espaço para novas experiências. Esta atividade visa justamente isso: fornecer aos educadores uma ferramenta que incentive a experimentação e o aprendizado ativo, permitindo que os alunos se envolvam mais profundamente com o conteúdo e se tornem copartícipes do processo de ensino-aprendizagem. Ao disponibilizar essa atividade, deseja-se que ela inspire outros educadores a incorporar práticas semelhantes em suas aulas, buscando maneiras inovadoras de ensinar e conectando os alunos ao conhecimento de forma mais contextualizada, dinâmica e significativa.

Por fim, o desenvolvimento dessa atividade cria oportunidades para que os professores explorem a interdisciplinaridade de forma prática e criativa, proporcionando experiências que integrem matemática, história, ciência e sustentabilidade. Acredita-se que, ao fazer isso, pode-se ajudar os estudantes a desenvolverem não apenas competências técnicas, mas também habilidades de reflexão crítica e conscientização sobre o mundo ao seu redor.

4.5 CONSIDERAÇÕES: ATIVIDADE - MOTOR ELÉTRICO RUDIMENTAR E OS SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

A atividade "Motor Elétrico Rudimentar e os Sólidos de Revolução" foi, sem dúvida, a parte mais significativa deste trabalho. Ver, na prática, que as bobinas com formatos retangulares e triangulares, tão diferentes das formas circulares habituais, estavam funcionando como esperado, gerou uma enorme satisfação e alegria. Esse momento marcou um verdadeiro ápice na construção dessa experiência científica, que se concretizou de forma gratificante e emocionante.

No processo de criação da atividade, o objetivo é desenvolver uma ferramenta que permite aos professores, ao aplicá-la, ensinar os conceitos básicos de sólidos de revolução, como esfera, cilindro e cone, e demonstrar como esses sólidos podem ser formados a partir do giro de bobinas com diferentes formatos. Ao girar, as bobinas geram as formas geométricas associadas a esses sólidos, proporcionando aos estudantes uma experiência prática de aprendizagem sobre geometria e suas aplicações. Além disso, a atividade oferece a oportunidade de relacionar a condutibilidade dos materiais com sua capacidade de conduzir corrente elétrica, aprofundando a compreensão sobre a importância dos materiais na construção de circuitos elétricos. Os alunos também são introduzidos a conceitos essenciais de eletrônica, como interruptores, geradores e circuitos simples, que são fundamentais para o funcionamento do motor.

A construção do motor rudimentar permite aos alunos observar a geração de um campo magnético quando a corrente elétrica passa pelas bobinas, um fenômeno crucial para o funcionamento do motor. O trabalho manual envolvido na construção dos motores e das bobinas também contribui para o desenvolvimento das habilidades criativas dos estudantes, ao mesmo tempo em que promove uma reflexão sobre sustentabilidade e práticas conscientes em relação à preservação do meio ambiente.

Considerações Pessoais do Autor. “Ao longo da minha trajetória, pude trabalhar com ‘motorzinhos’ elétricos com alunos do ensino fundamental, mostrando-lhes o funcionamento interno desses motores e despertando um grande interesse. Esse interesse foi o mesmo que me motivou e me encantou pela ciência quando eu era aluno. Mesmo diante das dificuldades, alguns professores conseguiam criar práticas experimentais que estabeleciam uma conexão afetiva e didática com os conteúdos da aula prática ministrada, e foi essa experiência que me inspirou a desenvolver a atividade. Portanto, essa vivência foi muito mais do que um aprendizado técnico; foi um momento de verdadeira conexão com a ciência, algo que sempre busquei proporcionar aos meus alunos. Além disso, considero que, ao fornecer uma base sólida de conhecimentos em física, geometria e meio ambiente, a atividade também destaca o poder da educação prática e da experimentação no despertar do interesse e da curiosidade científica, sendo capaz de encantar tanto os estudantes quanto os educadores.”.

Referências Bibliográficas

[1] ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 10004: Resíduos sólidos – classificação**. Rio de Janeiro, 2004.

[2] ABRELPE. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais. **Panorama dos resíduos sólidos no brasil 2020**. São Paulo: ABRELPE, 2021. Disponível em: https://www.abrema.org.br/panorama/. Acessado em: 30 out. 2024.

[3] ABRELPE. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais. **Panorama dos resíduos sólidos no brasil 2022**. São Paulo: ABRELPE, 2023. Disponível em: https://www.abrema.org.br/panorama/. Acessado em: 30 out. 2024.

[4] ALVES, I. **150 Ideias Incríveis de Artesanato e Reciclagem para 2023**: Transforme o Lixo em Luxo com DIY. Produção canal Ider Alves – DIY Moda Fashion. You Tube. [S. l.: s. n.], 2023. 1 vídeo, (39min07s). Disponível em: https://www.abrema.org.br/download/90935/?tmstv=1718136285. Acessado em: 29 out. 2024.

[5] ARRA, A. Dicas de fantasia reciclada. **Blog Positiva.** 2023. Disponível em: https://blog.positiva.eco.br/dicas-de-fantasia-reciclada/. Acessado em: 29 out. 2024.

[6] BNCC. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acessado em: 31 out. 2024.

[7] BRASIL. Ministério das Cidades. Secretaria Nacional de Saneamento Ambiental – SNSA. Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento - SNIS. Diagnóstico temático – **Manejo de resíduos sólidos urbanos**. Ministério das Cidades, 01 mar. 2024. Disponível em: https://www.capacidades.gov.br/capaciteca/diagnostico-tematico-manejo-de-residuos-solidos-urbanos-visao-geral-ano-de-

#:~:text=Diagn%C3%B3stico%20Tem%C3%A1tico%20%E2%80%93%20Manejo%20de%20Res%C3%ADduos,geral%20ano%20de%20refer%C3%AAncia%202022&text=O%20caderno%20cont%C3%A9m%20o%20diagn%C3%B3stico,implementado%20a%20partir%20de%202024.. Acessado em: 27 out. 2024.

[8] BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Divulgação dos Resultados do Pisa 2022**. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022. Acessado em: 12 nov. 2024.

[9] BRASIL. **LEI 12.305/2010, de 02 de agosto de 2010**. Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos; altera a Lei no 9.605, de 12 de fevereiro de 1998; e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 03 ago. 2010. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/l12305.htm. Acessado em: 27 out. 2024.

[10] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Secretaria de Qualidade Ambiental. **Plano nacional de resíduos sólidos**. Ministério do Meio Ambiente e Mudança do Clima. Brasília, DF, 05 jul. 2024. . Disponível em: https://www.gov.br/mma/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programa-projetos-acoes-obras-atividades/agendaambientalurbana/lixao-zero/plano_nacional_de_residuos_solidos-1.pdf. Acessado em: 28 out. 2024.

[11] BRASIL. Conselho Nacional do Meio Ambiente - CONAMA. **Resoluçãox nº 275, de 25 de abril 2001**. Estabelece o código de cores para os diferentes tipos de resíduos a ser adotado na identificação de coletores e transportadores, bem como nas campanhas informativas para a coleta seletiva. Diário Oficial da União, Brasília, 2001. Disponível em: https://www.siam.mg.gov.br/sla/download.pdf?idNorma=291. Acessado em: 31 out. 2024.

[12] CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, E. L. ***Ciência e engenharia de materiais - uma introdução***. *8. ed.* Rio de Janeiro: TCL, 2012.

[13] CARRON, W.; GUIMARÃES, O. ***As faces da física***. *Volume único - 3. ed.* São Paulo: Moderna, 2006.

[14] CONCEIÇÃO, F. D. C. et al. **Uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Anais VI Congresso Nacional de Educação - CONEDU. Campina Grande: Editora Realize, 2019. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2019/

TRABALHO_EV127_MD1_SA13_ID10797_14082019144725.pdf. Acessado em: 12 nov. 2024.

[15] COSTA, N. M. L. A história da trigonometria. **Educação Matemática em Revista da SBEM, (10)**, v. 10, n. 1, p. 60-68, 2003. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf. Acessado em: 08 nov. 2024.

[16] CRQ. Composição Química dos aparelhos Celulares. **Conselhos regional de química da quinta região.** 2017. Disponível em: https://www.crqv.org.br/index.php?option=com_content&view=article&id=207:composicao-quimica-dos-aparelhos-celulares&catid=96&Itemid=2483. Acessado em: 25 out. 2024.

[17] FAZENDA, I. C. **O que é interdisciplinaridade?**. São Paulo: Cortez, 2008. p. 17-29.

[18] GHIGGI, A. G. **Lixo: reaproveitamento e reciclagem.** Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor. PDE. 2009. Disponível em: https://acervodigital.educacao.pr.gov.br/pages/download_progress.php?ref=29932&size=&ext=pdf&k=. Acessado em: 26 out. 2024.

[19] GOIÁS. Secretária de Estado de Educação – Seduc/Consed. **Documento Curricular para Goiás Ampliado: DC-GO.** Goiás, 2019. Disponível em: https://goias.gov.br/educacao/wp-content/uploads/sites/40/2020/08/80d3d5d8ac56f920562e29f5ef9785df-2cf.pdf. Acessado em: 31 out. 2024.

[20] GOIÁS. Decreto nº 10.367. **Institui o programa lixão zero para promover o encerramento dos lixões municipais no estado de Goiás e estabelece as diretrizes para sua implementação**. 2023. Disponível em: https://legisla.casacivil.go.gov.br/api/v2/pesquisa/legislacoes/108248/pdf. Acessado em: 28 out. 2024.

[21] GOIÁS. Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável. **Coleta seletiva**: resíduos Sólidos urbanos. 2024. Disponível em: https://goias.gov.br/meioambiente/wp-content/uploads/sites/33/2024/02/Cartilha-Coleta-Seletiva-4.pdf. Acessado em: 31 out. 2024.

[22] GOIÁS. Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável. **Logística reversa**. 2024. Disponível em: https://goias.gov.br/meioambiente/logistica-reversa/#:~:text=A%20Log%C3%ADstica%

20Reversa%20%C3%A9%20um,13%20de%20fevereiro%20de%202023.. Acessado em: 30 out. 2024.

[23] GOMES, A. O. da S.; BELÉM, M. d. O. O lixo como um fator de risco à saúde pública na cidade de Fortaleza, Ceará. **SANARE - Revista de Políticas Públicas.** [S. l.], v. 21, n. 1, 2022. DOI: 10.36925/sanare.v21i1.1563. Disponível em: https://sanare.emnuvens.com.br/sanare/article/view/1563/817. Acessado em: 31 out. 2024.

[24] GRAU. (GEOMETRIA). In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Grau_(geometria)#:~:text=Hist%C3%B3ria,de%20base%20sessenta%20ou%20sexagesimal.. Acessado em: 03 nov. 2024.

[25] GUIMARÃES, I. O poder dos triângulos. Produção Inês Guimarães. Publicado pelo canal MathGurl. You Tube. [S. l.: s. n.], 2018. 1 vídeo, (04min26s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=hx-iZrBSkZ0. Acessado em: 17 nov. 2024.

[26] HERNÁNDEZ, P. J. V. **Vácuo quântico: fundamentos e fronteiras.** Bogotá, 2023. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Pedro-Villanueva-Hernandez/publication/376516764_Vacuo_Quantico_Fundamentos_e_Fronteiras/links/657b67906610947889cc863c/Vacuo-Quantico-Fundamentos-e-Fronteiras.pdf. Acessado em: 10 out.2024.

[27] IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo Brasileiro de 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2022. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/index.html. Acessado em: 27 out. 2024.

[28] INMETRO, I. **Le système internatinal d'unités**: the international system of units (O sistema internacional de unidades, tradução). 9 ed, 2021. p. 1–130. Disponível em: https://www.gov.br/inmetro/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/documentos-tecnicos-em-metrologia/si_versao_final.pdf. Acessado em: 07 nov. 2024.

[29] JORNADAVERDE. **Entenda o que é Coleta Seletiva e a sua Importância no Brasil.** 2024. Disponível em: https://jornadaverde.com/entenda-o-que-e-coleta-seletiva-e-a-sua-importancia-no-brasil-2/. Acessado em: 31 out. 2024.

[30] JUNG, C. F. **Metodologia científica**: ênfase em pesquisa tecnológica, 4ª Edição Revisada e Ampliada – 2004. Disponível em: https:

//professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/4490/material/Metodologia_Cientifica_4_Edicao_P_B.pdf. Acessado em: 17 nov. 2024.

[31] JUNTAPEL. Entenda os símbolos de Reciclagem. **Blog Juntapel – Soluções Inteligentes para Resíduos.** 2022. Disponível em: https://juntapel.com.br/blog/post/entendendo-os-simbolos-de-reciclagem. Acessado em: 30 out. 2024.

[32] KOTAIRA, K. Teodolito Caseiro (Completo!): Como montar um, como usar e diferentes modos de como se calcular. Apresentado por Keila Kotaira. Produção Keila Kotaira. Publicado pelo canal Keila Kotaira CG BIM. You Tube. [S. l.: s. n.], 2023. 1 vídeo, (39min08s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vt9SusWlyHM&t=404s. Acessado em: 19 nov. 2024.

[33] KRAUCZUK, H. M. Reciclagem. **FESPPR Publica,** v. 3, n. 1, p. 18, 2019. Disponível em: http://publica.fesppr.br/index.php/publica/article/view/88/71. Acessado em: 29 out. 2024.

[34] LEZZI, G. *et al.* ***Matemática: ciência e Plicação: 2ª série – ensino fundamental.*** *4. ed.* São Paulo: Editora Atual, 2006.

[35] LEÃO, K. W. M.; DOS SANTOS, M. R. ; BELLEMAIN, P. M. B. Volume e capacidade análise praxeológica em um livro didático do 6º ano do ensino fundamental. **VIDYA**, v. 42, n. 1, p. 21-38, 2022 Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3733/2885. Acessado em: 07 nov. 2024.

[36] LIXO. *In*: MICHAELIS, Dicionário Online de Português. [S.I.]. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/lixo/. Acessado em: 26 out. 2024.

[37] LIXO. *In*: DICIO, Dicionário Online de Português. [S.I.]. Disponível em: https://www.dicio.com.br/lixo/. Acessado em: 26 out. 2024.

[38] LIXO. *In*: AULET, Dicionário Online de Português. [S.I.]. Disponível em: https://www.aulete.com.br/lixo. Acessado em: 26 out. 2024.

[39] LOCATELLI, A. F.; SANCHEZ, R. S. ALMEIDA, F. Q. A. Redução, reutilização e reciclagem de resíduos em unidade de alimentação e nutrição. **Revista Simbio-Logias**, V.1 , n.2, nov. 2008. Disponível em: https://www.ibb.unesp.br/Home/ensino/departamentos/educacao/reducao-_reutilizacao_reciclagem_d_205.pdf. Acessado em: 28 out. 2024.

[40] LUCENA, R. S. **Laboratório de Ensino de Matemática**. Fortaleza, UAB/IFCE, 2017. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/429642/2/Laborat%C3%B3rio%20de%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica.pdf. Acessado em: 14 nov. 2024.

[41] MARTINO, A. ***Química a ciência global***. *v. 1*. Goiânia: W, 2013.

[42] MEDEIROS, A. D.; WALTER, M. P. **Dificuldades na aprendizagem da Matemática**: como superá-las?. Seminário de iniciação científica do curso de Pedagogia, 6º. p. 1-12, 2015. Disponível em: https://faifaculdades.edu.br/eventos/SEMIC/6SEMIC/arquivos/resumos/RES11.pdf. Acessado em: 12 nov. 2024.

[43] MOTA, C. V. Como o estudo dos triângulos mudou a matemática (desde antes de Pitágoras). Apresentado por Camilla Veras Mota. Produção BBC News Brasil. Publicado pelo canal BBC News Brasil. You Tube. [S. l.], 2023. 1 vídeo, (05min44s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gsHJl7nhhgg. Acessado em: 17 nov. 2024.

[44] MOTOR. Como funciona um motor eléctrico: motor CC explicado. Produção Mentalidade De Engenharia. You Tube. [S. l.: s. n.], 2023. 1 vídeo, (15min30s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=xOMIXjivDDk. Acessado em: 19 nov. 2024.

[45] MUNIZ NETO, A. C. **Geometria**. *Coleção PROFMAT. Rio De Janeiro: SBM, 1º Ediçao 6* (2013).

[46] NOVAESCOLA. **Um projeto interdisciplinar sobre Cartografia**. [S. l.: s. n.]. Disponível em: https://novaescola.org.br/cursos/wp-content/uploads/2018/05/NE-cursos_mat-geo_etapa5.pdf. Acessado em: 17 nov. 2024.

[47] OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F. ***Geração alpha matemática: 6º ano – ensino fundamental***. *4. ed.* São Paulo: Edições SM, 2022.

[48] OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F. ***Geração alpha matemática: 7º ano – ensino fundamental***. *4. ed.* São Paulo: Edições SM, 2022.

[49] OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F. ***Geração alpha matemática: 8º ano – ensino fundamental***. *4. ed.* São Paulo: Edições SM, 2022.

[50] OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F. ***Geração alpha matemática: 9º ano – ensino fundamental***. *4. ed.* São Paulo: Edições SM, 2022.

[51] OLIVEIRA, R. S. **Construção de modelos para laboratório de matemática utilizando materiais recicláveis**. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto UFC Virtual, Universidade Federal do Ceará, Maranguapé, 2020.. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/69044/1/2020_tcc-rsoliveira.pdf. Acessado em: 29 out. 2024.

[52] PADILHA, A. F. ***Materiais de engenharia****: microestruturas e propriedades*. Curitiba: Hemus, 2000. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6891458/mod_resource/content/1/Pad_020321.pdf. Acessado em: 20 out.2024.

[53] PARANÁ. Secretaria do Meio Ambiente e Recursos Hídricos **Programa desperdício zero - kit resíduos.** Secretaria do Estado do Meio Ambiente e Recursos Hídricos - SEMA. Paraná, 2006. Disponível em: http://www.planetareciclavel.com.br/desperdicio_zero/kit_res_15_laranja.pdf. Acessado em: 29 out. 2024.

[54] PARANÁ. Secretaria do Meio Ambiente e Recursos Hídricos. **Programa desperdício zero - kit resíduos - Metal**. Secretaria do Estado do Meio Ambiente e Recursos Hídricos - SEMA. Paraná, 2005. Disponível em: http://www.planetareciclavel.com.br/desperdicio_zero/kit_res_4_metal.pdf. Acessado em: 29 out. 2024.

[55] PEIXOTO, K.; VÂNIA, B. G. ; MÁRCIO, A. D. **A coleta seletiva e a redução dos resíduos Sólidos.** Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2005. Disponível em: http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/vania/pubs/(7)coletaresiduossolidos.pdf. Acessado em: 31 out. 2024.

[56] PERUZZO, F. M.; DO CANTO, E. L. ***Química na abordagem do cotidiano****. Vol. 1 - 4. ed.* São Paulo: Moderna, 2006.

[57] PORTUGAL. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). **Pisa 2022: quadro conceptual de matemática**. [S.l.], 2022. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Space-and-Shape. Acessado em: 13 nov. 2024.

[58] PORTUGAL. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). **Pisa 2025: quadro conceptual de ciências**. [S.l.], 2023. Disponível em: https://pisa-framework.oecd.org/science-2025/prt_por/. Acessado em: 13 nov. 2024.

[59] RAHMAN, F. A. **Reduce, reuse, recycle: alternatives for waste management**. College of Agricultural, Consumer and Environmental Sciences, New Mexico State University. New Mexico, 2014. Disponível em: https://pubs.nmsu.edu/_g/G314/index.html. Acessado em: 29 out. 2024.

[60] RAMOS, C. H. M. C.; ADAMES, M. R. **Manual de uso do teodolito nas aulas de matemática**. 1. ed. Curitiba, PR: Ed. pelos Próprios Autores. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/603376/4/Manual_Teodolito_compressed.pdf. Acessado em: 17 nov. 2024.

[61] REBELLO, A. L. S. **Motor elétrico e propriedades magnéticas**. 2005. Monografia – (Trabalho de Conclusão de Graduação em Física) - Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/2856/4/ALSRabello.pdf. Acessado em: 17 nov. 2024.

[62] ROBERTO, R. **Sólidos geométricos**. O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina - IFSC. Florianópolis. Disponível em: https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/f/f0/ARU_DEB_SolidosGeometricos.pdf. Acessado em: 07 nov. 2024.

[63] RUSSEL, J. B. ***Química geral***. *vol. 1 - 2. ed.* São Paulo: Makron Books, 1994.

[64] SCABIN, D. **Recursos naturais ou recursos ambientais**. Portal de Educação Ambiental. São Paulo, 2024. Disponível em: https://semil.sp.gov.br/educacaoambiental/prateleira-ambiental/recursos-naturais-ou-recursos-ambientais/. Acessado em: 12 out.2024.

[65] SCOMAÇAO, I. B. **Consumo consciente**: ações para redução, reutilização e reciclagem de resíduos. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor. PDE. 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_fafipar_cien_pdp_irene_baptistel_scomacao.pdf. Acessado em: 30 out. 2024.

[66] SILVA, J. et al. **Reduzir, reutilizar e reciclar**: proposta de educação ambiental para o brejo paraibano. Anais do 2º Congresso Brasileiro de Extensão Universitária. Belo Horizonte, 2004. Disponível em: https://www.ufmg.br/congrext/Meio/Meio20.pdf. Acessado em: 28 out. 2024.

[67] SILVA, L. et al. Incentivo à redução, reutilização e reciclagem com foco nas garrafas PET na cidade de Redenção-Pa: **Revista de Educação, Ciência e Cultura**. Canoas, v. 18, n. 2, jul./dez. 2013 Dis-

ponível em: https://revistas.unilasalle.edu.br/index.php/Educacao/article/view/1334. Acessado em: 29 out. 2024.

[68] SILVA, T. C. **O uso de brinquedos no ensino do conceito de energia mecânica para alunos do ensino fundamental**. 2019. Dissertação – (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte. Natal, 2019. Disponível em: https://www2.ifrn.edu.br/mnpef/_dissertacoes/Dissertacao_Tazia.pdf. Acessado em: 19 nov. 2024.

[69] SOUSA, P. **Conceito de matéria prima**, 2023. Disponível em: https://conceito.de/materia-prima. Acessado em: 10 out.2024.

[70] SOUZA, L. H. **Itrodução à ciência dos materiais**. Ebook. Paraná, 2019. Disponível em: https://www.unicesumar.edu.br/wp-content1/uploads/degustacao/ebook/ebook-material-didatico-engenharia-mecanica.pdf. Acessado em: 22 out. 2024.

[71] TRIÂNGULO. Triângulo: Significado e Simbologia. *In*: Dicionário de Símbolos: Significado dos Símbolos e Simbologia. [S.l.]. Disponível em: https://www.dicionariodesimbolos.com.br/triangulo/. Acessado em: 17 nov. 2024.

[72] TUTORIAL. **5 brinquedos reciclados fáceis de fazer**. Produção: Canal Que Ideia. You Tube. [S. l.: s. n.], 2022. 1 vídeo, (7min36s). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=htYo4xGilp4. Acessado em: 29 out. 2024.

[73] UFSC. Materioteca Sustentável. **Cobre**. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Santa Catarina, Florianópolis, 19 jun. 2024. Disponível em: https://materioteca.paginas.ufsc.br/cobre/. Acessado em: 29 out. 2024.

[74] YARED, I. O que é interdisciplinaridade? En: FAZENDA, Ivoni (Org.) **O que é interdisciplinaridade?**. São Paulo: Cortez, 2008. p. 161-166.

[75] ZAGO, S. M. **Ações responsáveis para minimizar os impactos ambientais**: reduzir, reutilizar e reciclar o lixos. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor. PDE - Volume 2. 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_ufpr_cien_pdp_sandra_maria_zago.pdf. Acessado em: 27 out. 2024.

APÊNDICE A

RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES SUGERIDAS

Este apêndice apresenta uma das formas possíveis de respostas para os exercícios do tópico “Atividades Sugeridas”. As soluções aqui expostas foram elaboradas com base em uma abordagem lógica e clara, com o objetivo de ilustrar o raciocínio por trás de cada resolução. Vale destacar que, dependendo da interpretação do problema ou da estratégia adotada, outras respostas também podem ser consideradas válidas.

Além dos exercícios de matemática, o trabalho inclui questões sobre preservação ambiental, com ênfase na reutilização de diferentes materiais reutilizáveis. Os exercícios foram formulados para promover a reflexão sobre práticas sustentáveis, como a importância da reutilização, do reaproveitamento de resíduos sólidos e das alternativas para reduzir os impactos ambientais.

A resolução dos exercícios pode envolver diferentes métodos ou técnicas matemáticas, e o propósito deste apêndice é demonstrar uma maneira eficaz de chegar às soluções propostas, mas não se trata de um único caminho. A diversidade de abordagens reflete a flexibilidade e a riqueza da matemática, permitindo que os estudantes explorem, desenvolvam e personalizem suas próprias soluções para os problemas.

A.1 ATIVIDADE - TRIÂNGULOS SUSTENTÁVEIS

A.1.1 Exercício 1

A classificação é muita ampla e dependerá dos materiais escolhidos para fazer os triângulos. Veja seção 1.5.

A.1.2 Exercício 2

Foi possível construir triângulos nos itens (a), (b), (c), (d) e (e). No entanto, nos itens (f) e (g), não foi possível formar triângulos. A razão para isso é que, para que um triângulo exista, a soma das medidas de quaisquer dois de seus lados deve ser sempre maior do que a medida do terceiro lado.

No caso do item (f), temos:

$$\overline{QR} + \overline{PQ} = 4\,\text{cm} + 6\,\text{cm} = 10\,\text{cm} \quad \text{e} \quad \overline{PR} = 10\,\text{cm},$$

o que implica que

$$\overline{QR} + \overline{PQ} = \overline{PR}.$$

Ou seja, a soma de dois lados é exatamente igual ao terceiro lado, o que caracteriza uma situação de colinearidade, e, portanto, não é possível formar um triângulo.

Já no item (g), temos:

$$\overline{ST} + \overline{TU} = 3\,\text{cm} + 4\,\text{cm} = 7\,\text{cm} \quad \text{e} \quad \overline{SU} = 11\,\text{cm},$$

o que resulta em

$$\overline{ST} + \overline{TU} < \overline{SU}.$$

Neste caso, a soma dos dois lados é menor do que a medida do terceiro lado, o que impede a formação de um triângulo.

Portanto, em ambos os casos, não é possível construir triângulos devido ao não cumprimento da condição fundamental para a existência de um triângulo.

A.1.3 Exercício 3

Tomando P_i os perímetros dos triângulos construídos, com i variando de a até e, tem-se:

$$\begin{aligned}
P_a &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 9\,\text{cm} + 9\,\text{cm} + 9\,\text{cm} = 27\,\text{cm},\\
P_b &= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF} = 7\,\text{cm} + 7\,\text{cm} + 11\,\text{cm} = 25\,\text{cm},\\
P_c &= \overline{GH} + \overline{HI} + \overline{GI} = 8\,\text{cm} + 10\,\text{cm} + 12\,\text{cm} = 30\,\text{cm},\\
P_d &= \overline{JK} + \overline{KL} + \overline{JL} = 6\,\text{cm} + 8\,\text{cm} + 10\,\text{cm} = 24\,\text{cm},\\
P_e &= \overline{MN} + \overline{NO} + \overline{MO} = 7\,\text{cm} + 8\,\text{cm} + 12\,\text{cm} = 27\,\text{cm}.
\end{aligned}$$

As alturas dos triângulos ABC, DEF, GHI, JKL e MNO foram medidas e os valores obtidos são, respectivamente, 7,8 cm, 4,3 cm, 6,6 cm, 4,8 cm e 4,5 cm. Com isso, temos que as áreas dos triângulos construídos são:

$$\begin{aligned} A_a &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{9\,\text{cm} \cdot 7,8\,\text{cm}}{2} = 35,1\,\text{cm}^2, \\ A_b &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{11\,\text{cm} \cdot 4,3\,\text{cm}}{2} = 23,65\,\text{cm}^2, \\ A_c &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12\,\text{cm} \cdot 6,6\,\text{cm}}{2} = 39,6\,\text{cm}^2, \\ A_d &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10\,\text{cm} \cdot 4,8\,\text{cm}}{2} = 24\,\text{cm}^2, \\ A_e &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12\,\text{cm} \cdot 4,5\,\text{cm}}{2} = 27\,\text{cm}^2. \end{aligned}$$

É possível aplicar a fórmula de Heron para obter os mesmos resultados.

A.1.4 Exercício 4

O uso dos triângulos ao longo da história e na atualidade pode ser atribuído a diversos fatores. O principal deles é que, entre todos os polígonos, os triângulos são os únicos que mantêm sua rigidez e estabilidade sob a ação de forças externas, o que garante a integridade e durabilidade das estruturas, prevenindo deformações.

Além disso, uma estrutura triangular distribui de maneira uniforme as forças recebidas, reduzindo a tensão em pontos específicos e, consequentemente, tornando a estrutura mais resistente e segura. Os triângulos são também eficientes no uso de materiais e espaço, uma característica evidente em estruturas como pontes e telhados, onde sua leveza e solidez permitem economizar material sem comprometer a estabilidade.

A versatilidade dos triângulos é outro ponto notável: eles podem ser combinados e estruturados de diferentes maneiras para criar formas complexas e adaptáveis, evidenciando sua ampla aplicação em projetos de engenharia e arquitetura.

Por fim, a tradição e o apelo histórico do uso de triângulos, visíveis em construções antigas como pirâmides, pontes, fortificações e castelos, comprovam a eficácia dessa forma geométrica ao longo dos séculos.

A.1.5 Exercício 5

Na classificação dos triângulos quanto às medidas de seus lados, temos que: triângulos escalenos são triângulos que possuem todos os lados com medidas diferentes; triângulos isósceles são triângulos que possuem dois de seus lados com a mesma medida; e triângulos equiláteros são triângulos que possuem os três lados com a mesma medida.

Sendo assim, o triângulo do item (a) é isósceles e equilátero; o triângulo do item (b) é isósceles; e os triângulos dos itens (c), (d) e (e) são escalenos.

A.1.6 Exercício 6

O Teorema de Pitágoras relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo. De acordo com esse teorema, o quadrado do comprimento da hipotenusa (o maior lado) é sempre igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos (os menores lados). Assim, ao escolher o maior lado de um triângulo qualquer e comparar o quadrado do comprimento desse lado com a soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados menores, é possível obter três resultados distintos:

1. O primeiro ocorre quando o quadrado do comprimento do maior lado é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados menores, resultando em um triângulo retângulo.
2. O segundo ocorre quando o quadrado do comprimento do maior lado é maior que a soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados menores, resultando em um triângulo obtusângulo.
3. O terceiro ocorre quando o quadrado do comprimento do maior lado é menor que a soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados menores, resultando em um triângulo acutângulo.

Após as considerações feitas e analisando cada um dos casos, obtém-se:

$$9^2 < 9^2 + 9^2 \quad \Rightarrow \quad 81 < 162, \quad \text{o que implica que o triângulo ABC é acutângulo.}$$

$$11^2 > 7^2 + 7^2 \quad \Rightarrow \quad 121 > 98, \quad \text{o que implica que o triângulo DEF é obtusângulo.}$$

$$12^2 < 10^2 + 8^2 \quad \Rightarrow \quad 144 < 164, \quad \text{o que implica que o triângulo GHI é acutângulo.}$$

$$10^2 = 6^2 + 8^2 \quad \Rightarrow \quad 100 = 100, \quad \text{o que implica que o triângulo JKL é retângulo.}$$

$$12^2 > 7^2 + 8^2 \quad \Rightarrow \quad 144 > 113, \quad \text{o que implica que o triângulo MNO é obtusângulo.}$$

A.1.7 Exercício 7

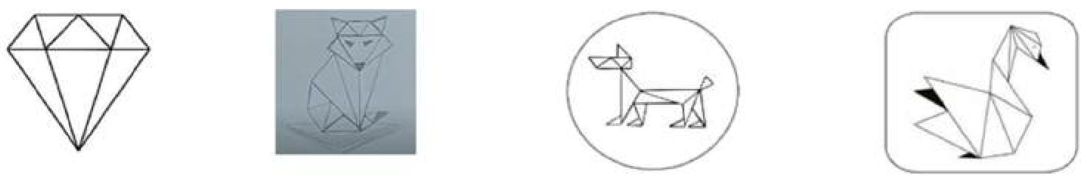
Os triângulos têm diversas aplicações práticas e simbólicas. Na identificação de extintores, os da classe A são marcados por um triângulo verde com a letra "A" maiúscula em branco no interior. Na navegação, um triângulo vermelho colocado no pilar de uma ponte indica ao condutor da embarcação que "deve-se deixar a passagem por boreste de quem sobe o rio". No trânsito, o sinal de "dê a preferência" é representado por uma placa triangular com bordas vermelhas e o centro branco. Além disso, os triângulos são amplamente utilizados em símbolos de advertência, incluindo o triângulo de sinalização, o triângulo invertido que sinaliza "dê a preferência", e os triângulos com bordas vermelhas que alertam para condições perigosas à frente.

Os triângulos também aparecem nas bandeiras de vários países, como a da República Tcheca, das Bahamas e de Cuba. Em símbolos religiosos, os triângulos têm significados importantes: para hindus, cristãos e egípcios, o triângulo pode representar a Santíssima Trindade; para as religiões espírita e candomblé, simboliza a relação entre corpo, alma e mente. Na maçonaria, um triângulo com um olho no centro simboliza o Grande Arquiteto do Universo. Na alquimia, os quatro elementos são representados por triângulos equiláteros. Para muitos povos antigos, um triângulo equilátero com um vértice voltado para cima representa o masculino e o elemento fogo, enquanto o triângulo com um vértice voltado para baixo simboliza o feminino e o elemento água. Finalmente, nas artes, é muito comum a utilização de triângulos por pintores, especialmente no movimento cubista, para criar efeitos visuais distintos.

A.1.8 Exercício 8

A figura A.1 ilustra alguns exemplos de desenhos criados utilizando exclusivamente a união de triângulos.

Figura A.1: Desenhos Feitos com a União de Triângulos.



Fonte: Compilado de imagens retiradas da internet (2024).

A.1.9 Exercício 9

Devido à sua robustez e resistência a condições adversas, os cabos de fibra óptica podem ser reutilizados de diversas maneiras, diferentes das funções para as quais foram originalmente projetados. Além de servir como varal para roupas, esses cabos são ideais para a construção de treliças e suportes para plantas, proporcionando estruturas seguras para plantas trepadeiras e vasos em jardins. Eles também podem ser usados como substitutos de correntes para pendurar vasos de plantas em ambientes internos e externos. Outras aplicações incluem a montagem de pequenas cercas e divisórias para delimitar espaços em jardins e hortas.

Os cabos também são úteis para sinalizar áreas perigosas ou criar barreiras visuais em eventos e construções, melhorando a visibilidade e aumentando a segurança. Além disso, podem ser utilizados para segurar peças de decoração ou iluminação, como suportes para luminárias e outros elementos decorativos.

A.1.10 Exercício 10

Além de serem amplamente utilizados para armazenar feijão cozido no congelador, muitas vezes gerando frustração ao serem abertos por desavisados, os potes de sorvete vazios oferecem diversas oportunidades de reutilização, podendo ser aproveitados de maneiras versáteis, úteis e inovadoras. Uma excelente ideia é transformá-los em vasos para plantas. Ao fazer alguns furos na base para garantir a drenagem, esses potes se tornam ótimos recipientes para pequenas plantas ou mudas, podendo ser usados tanto em ambientes internos quanto externos. Com alguns ajustes simples, eles também podem ser convertidos em sementeiras, auxiliando na germinação e no crescimento inicial das mudas.

Além disso, os potes de sorvete são ideais para organizar pequenos itens, como parafusos, pregos e botões, ajudando a manter a ordem em oficinas e gavetas. Eles podem ser usados para armazenar diversos materiais e utensílios, incluindo pequenas ferramentas, restos de materiais de construção, alicates, esmaltes para unhas e até itens de escritório, garantindo uma organização eficiente. Se bem limpos, podem servir para armazenar alimentos secos, como grãos e especiarias, aproveitando sua vedação eficaz.

Empregados em reparos residenciais, esses potes podem ser utilizados como recipientes para diluir tinta e preparar pequenas quantidades de gesso e argamassa. No campo do artesanato, oferecem diversas possibilidades criativas, podendo ser decorados e transformados em lanternas, cestas de presente ou outros itens personalizados. Para projetos infantis, podem ser decorados e usados como caixas de armazenamento para brinquedos, peças de jogos, materiais escolares ou itens de coleção.

A.2 ATIVIDADE - A LATA MÁGICA

A.2.1 Exercício 1

Dependendo do material da lata, ela pode liberar substâncias tóxicas que contaminam o solo e, quando arrastadas pela chuva, poluem o lençol freático e os corpos d'água próximos. Além disso, a presença dessas latas pode criar abrigo para insetos e roedores, além de acumular água, servindo como criadouro para mosquitos, como o Aedes aegypti, que transmite doenças. As latas também podem causar ferimentos graves ou até a morte de animais selvagens que entrarem em contato com elas.

A.2.2 Exercício 2

As embalagens de metal oferecem várias vantagens. Elas são altamente eficazes na proteção contra o oxigênio e a luz, o que ajuda a preservar as propriedades organolépticas do óleo. Além disso, podem ser recicladas várias vezes sem perda significativa de qualidade e são mais resistentes a impactos e danos. No entanto, apresentam algumas desvantagens: possuem um custo de transporte mais alto devido ao seu peso, podem ser suscetíveis à corrosão, dependendo do revestimento, têm um custo de fabricação maior e podem sofrer prejuízos financeiros caso se amassarem.

Por outro lado, as embalagens de plástico têm a vantagem de serem mais leves e mais baratas para produzir e transportar. Além disso, podem ser moldadas em diversas formas e tamanhos, e não se amassam com facilidade. No entanto, apresentam desvantagens significativas: oferecem menor proteção contra o oxigênio e a luz, o que pode afetar a qualidade do óleo ao longo do tempo, exigindo a adição de antioxidantes para prolongar a vida útil do produto. Além disso, têm um impacto ambiental mais negativo, pois muitas vezes não são recicladas no Brasil devido ao resíduo de óleo presente nas embalagens descartadas, e podem ser menos duráveis, além de mais suscetíveis a danos físicos durante o transporte e manuseio.

A.2.3 Exercício 3

A lata de leite em pó utilizada neste exemplo tem o formato cilíndrico, portanto possui 2 faces, 0 vértices e 0 arestas.

A.2.4 Exercício 4

a) Tomando C como a medida do comprimento da circunferência do círculo da lata, obteve-se, por meio do procedimento de medida, $C \cong 31,45\,\text{cm}$.

b) Dada a fórmula $C = 2\pi r$ com $C \cong 31,45$, tem-se que

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{31,45}{2 \cdot 3,14} = 5,008$$

Logo, $r \cong 5\,\text{cm}$.

A.2.5 Exercício 5

a) A área circular da base é dada pela fórmula $A = \pi \cdot r^2$, onde A é a área do círculo da base do cilindro e r é o seu raio. No item (b) do exercício 3, tem-se que o raio da base do cilindro é $r = 5\,\text{cm}$. Logo, a área pedida será:

$$A_b = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5\,\text{cm}^2$$

b) A área lateral do cilindro (A_l) é equivalente à área do retângulo obtida a partir de sua planificação. Uma de suas dimensões é o comprimento da circunferência do círculo da base do cilindro, e a outra dimensão é a sua altura. Assim, a área lateral é dada pelo produto entre a medida do comprimento da circunferência do círculo da base do cilindro ($2\pi r$) e sua altura (h). Se a altura é 11,5 cm e o raio é $r = 5\,\text{cm}$, então a área lateral será:

$$A_l = 2\pi r h = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 11,5 = 361,1\,\text{cm}^2$$

c) A área total (A_t) do cilindro é a soma das áreas das bases (A_b) com a área lateral (A_l). No item (a), tem-se que $A_b = 78,5\,\text{cm}^2$ e no item (b), tem-se que $A_l = 361,1\,\text{cm}^2$. Logo, a área pedida será:

$$A_t = 2 \cdot A_b + A_l = 2 \cdot 78,5 + 361,1 = 518,1\,\text{cm}^2$$

A.2.6 Exercício 6

O raio do círculo da base da lata é 5 cm e sua altura é 11,5 cm. Assim, o volume será dado por:

$$V = A_b \cdot h = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 11,5 = 902,75\,\text{cm}^3$$

A.2.7 Exercício 7

Durante o movimento de ida da lata até ela parar completamente, ocorre a transformação da energia cinética em energia potencial elástica. No retorno da lata ao ponto de origem, a energia potencial elástica acumulada no elástico é convertida de volta em energia cinética.

A.2.8 Exercício 8

Como cada volta corresponde ao comprimento da circunferência da base da lata, cada volta dada pela lata é igual a:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4\,\text{cm}$$

Dessa forma, considerando que a lata dê 5 voltas, tem-se:

$$5 \cdot 31,4 = 157\,\text{cm}$$

Portanto, a lata desloca 157 cm ao dar 5 voltas completas.

A.2.9 Exercício 9

a) Se o raio da base da lata for reduzido à metade, o comprimento da circunferência da base também será reduzido. O comprimento da circunferência é dado por:

$$C = 2\pi r$$

Reduzindo-se o raio à metade, o novo raio será $\frac{r}{2}$. Com isso, o novo comprimento da circunferência passa a ser:

$$C_n = 2\pi\frac{r}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \frac{C}{2}$$

Como a distância percorrida pela lata é diretamente proporcional ao comprimento da circunferência, reduzir o raio à metade resulta em uma redução pela metade da distância percorrida pela lata, desde que a mesma quantidade de voltas seja mantida constante.

b) Se o raio da base da lata for dobrado, o comprimento da circunferência da base também será dobrado. O comprimento da circunferência é dado por:

$$C = 2\pi r$$

Dobrando-se o raio, o novo raio será $2r$. Com isso, o novo comprimento da circunferência passa a ser:

$$C_n = 2\pi \cdot 2r = 2 \cdot 2\pi r = 2C$$

Como a distância percorrida pela lata é diretamente proporcional ao comprimento da circunferência, dobrar o valor do raio resulta em um aumento de 2 vezes na distância percorrida pela lata, desde que a mesma quantidade de voltas seja mantida constante.

A.2.10 Exercício 10

a) Considere C o comprimento da circunferência, q a quantidade de voltas dada pela lata e r o seu raio. A distância (d) percorrida pela lata é dada por:

$$d = q \cdot C = q \cdot 2\pi r$$

Assim, podemos expressar a quantidade de voltas dada pela lata como:

$$q = \frac{C}{2\pi r}$$

Agora, se o raio for reduzido à metade, o novo raio será $r/2$. Com isso, a nova quantidade de voltas dada pela lata (q_n) passa a ser:

$$q_n = \frac{C}{2\pi \cdot (r/2)} = \frac{C}{2\pi \cdot \frac{r}{2}} = \frac{2C}{2\pi r} = 2 \cdot q$$

Portanto, se o raio da base da lata for reduzido à metade, a quantidade de voltas dada pela lata deve ser dobrada para que a distância percorrida por ela nos dois casos seja a mesma.

b) Considere C o comprimento da circunferência, q a quantidade de voltas dada pela lata e r o seu raio. A distância (d) percorrida pela lata é dada por:

$$d = q \cdot C = q \cdot 2\pi r$$

Dessa forma, podemos expressar a quantidade de voltas dada pela lata como:

$$q = \frac{C}{2\pi r}$$

Agora, se o raio for dobrado, o novo raio será $2r$. Com isso, a nova quantidade de voltas dada pela lata (q_n) passa a ser:

$$q_n = \frac{C}{2\pi \cdot 2r} = \frac{C}{2\pi \cdot \frac{r}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{2\pi r} = \frac{1}{2} \cdot q$$

Portanto, se o raio da base da lata for dobrado, a quantidade de voltas dada pela lata deve ser a metade para que a distância percorrida por ela nos dois casos seja a mesma.

A.3 ATIVIDADE - JOGO COORDENADAS MINADAS

A.3.1 Exercício 1

Caso eu fosse um grande produtor de ovos, desenvolveria um sistema de embalagem reutilizável, utilizando materiais duráveis capazes de suportar vários ciclos de uso. O design seria pensado para facilitar a limpeza e a higienização, de forma semelhante aos sistemas utilizados na venda de refrigerantes e cervejas. Inicialmente, tanto os vendedores quanto os consumidores adquiririam as caixas de ovos pagando um valor proporcional à quantidade de ovos e uma taxa adicional referente a cada caixa retornável. A partir daí, nas compras subsequentes, os consumidores pagariam apenas pelos ovos adicionados às caixas vazias.

A.3.2 Exercício 2

a) $A(4,3)$ e $B(1,3)$

$$d = \sqrt{(1-4)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} = \sqrt{9} = 3\,\text{unidades}$$

b) $C(3,2)$ e $D(-4,2)$

$$d = \sqrt{(-4-3)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 0^2} = \sqrt{49} = 7\,\text{unidades}$$

c) $E(-1,-1)$ e $F(-5,-1)$

$$d = \sqrt{(-5-(-1))^2 + (-1-(-1))^2} = \sqrt{(-4)^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4\,\text{unidades}$$

d) $G(2,4)$ e $H(-2,1)$

$$d = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5\,\text{unidades}$$

e) $I(2,-5)$ e $J(3,-4)$

$$d = \sqrt{(3-2)^2 + (-4-(-5))^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} \cong 1.41\,\text{unidades}$$

A.3.3 Exercício 3

Considerando os dois tipos de representação, pode-se destacar que ambos possuem quatro quadrantes, resultam da interseção ortogonal de dois eixos orientados, apresentam um par de coordenadas e, por fim, indicam a localização de um ponto em um plano.

A.3.4 Exercício 4

O nosso planeta é aproximadamente esférico, por isso utiliza-se um sistema de coordenadas geográficas para descrever a posição de um ponto em sua superfície. Nesse sistema, a latitude e a longitude são medidas angulares que permitem localizar pontos na superfície terrestre com bastante precisão. A latitude pode ser definida como a distância angular de qualquer ponto na superfície terrestre em relação à linha do Equador, cujo vértice é o centro da Terra. Já a longitude é a distância angular de qualquer ponto na superfície terrestre em relação ao meridiano de Greenwich, cujo vértice também é o centro da Terra.

A.3.5 Exercício 5

No final do percurso, o aluno se encontra voltado para a direção sul.

A.3.6 Exercício 6

O piloto deve virar o avião $135°$ para a esquerda para que o avião faça o menor movimento possível e retome o voo em direção ao aeroporto.

A.3.7 Exercício 7

As coordenadas do primeiro fragmento são $0°$ de latitude e $78°27'$ de longitude oeste, enquanto as coordenadas do segundo fragmento são $51°30'$ de latitude norte e $0°$ de longitude. Logo, de acordo com o *Google Maps*, a queda do primeiro fragmento ocorreu na Cidade da Metade do Mundo, no cantão de Quito, no Equador, e a queda do segundo ocorreu no distrito de Greenwich, na região de Londres, na Inglaterra.

A.3.8 Exercício 8

De acordo com o enunciado, a escala do mapa é de 1:450.000 e a distância entre as cidades A e B no mapa é de 6 cm. Assim, utilizando a escala, tem-se a relação:

$$\frac{1}{450.000} = \frac{6 \text{ cm}}{x}$$

Resolvendo para x, temos:

$$x = \frac{6 \times 450.000}{1} = 2.700.000 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad x = 27 \text{ km}.$$

Logo, a distância real entre as duas cidades é de 270 km.

A.3.9 Exercício 9

Segundo o enunciado, o mapa está na escala de 1:50.000 e o trajeto do caminhão no mapa é de 20 cm. Sendo assim, por meio da escala e do valor dado, tem-se a seguinte relação:

$$\frac{1}{50.000} = \frac{20 \text{ cm}}{y}$$

Resolvendo para y, temos:

$$y = \frac{20 \times 50.000}{1} = 1.000.000 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad y = 10 \text{ km}.$$

Portanto, o caminhão percorreu 10 km durante seu trajeto.

A.3.10 Exercício 10

O mapa está na escala de 1:2.000.000 e o trem percorreu uma distância real de 50 km. Então, usando esses valores, temos a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{1}{2.000.000} = \frac{z}{50\,\text{km}}$$

Resolvendo para z, temos:

$$z = \frac{50 \times 1}{2.000.000} = 0,000025\,\text{km} \quad \text{ou} \quad z = 2,5\,\text{cm}.$$

Logo, a distância representada no mapa do percurso do trem é de 2,5 cm.

A.4 ATIVIDADE - TEODOLITO CASEIRO

A.4.1 Exercício 1

Para reduzir os impactos ambientais causados pelo uso de canudos plásticos, diversas alternativas ecologicamente viáveis têm sido adotadas. Entre elas, destacam-se os canudos de papel, que são recicláveis e se decompõem rapidamente, tornando-os uma opção biodegradável. Outra alternativa são os canudos de bambu, que podem ser reutilizados e compostados ao final de sua vida útil, aproveitando um recurso renovável.

Os canudos de aço inoxidável também se destacam por sua durabilidade e possibilidade de uso indefinido, já que podem ser lavados e reutilizados inúmeras vezes. Além disso, os canudos de vidro oferecem a vantagem de serem de fácil limpeza e reutilização prolongada. Por fim, os canudos de silicone são flexíveis, simples de lavar e proporcionam uma opção prática e durável.

Essas alternativas não apenas contribuem para a redução do impacto ambiental causado pelos canudos plásticos, mas também oferecem soluções sustentáveis e práticas para o uso cotidiano.

A.4.2 Exercício 2

Compactar materiais descartados é uma excelente forma de reduzir o espaço no lixo e, consequentemente, a quantidade de sacos usados. Garrafas PET e latas de bebidas podem ser amassadas, enquanto caixas de papelão e outras embalagens podem ser rasgadas ou cortadas em pedaços menores com as mãos ou uma tesoura.

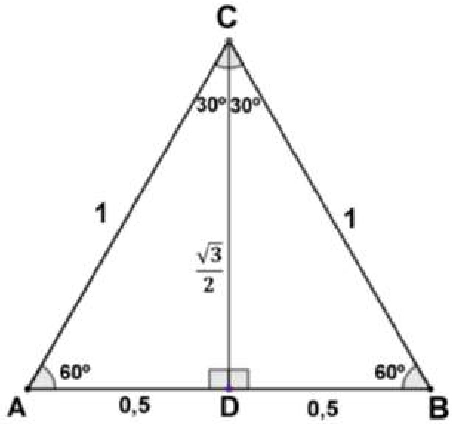
A.4.3 Exercício 3

A resposta deve ser pessoal, refletindo as ideias e opiniões do estudante sobre o que foi exposto.

A.4.4 Exercício 4

Sejam $\triangle ABC$ um triângulo equilátero de lado 1 unidade e D o ponto médio de AB.

Figura A.2: Triângulo Equilátero.



Fonte: Autoria Própria

Como o triângulo é equilátero, CD é a mediana, a bissetriz e a altura em relação ao vértice C. Portanto, os triângulos ACD e BCD são retângulos em $\angle ADC$ e $\angle BDC$, respectivamente. Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo ACD, onde a hipotenusa $\overline{AC} = 1$ e o cateto $\overline{AD} = 0,5$, obtemos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$$

$$1^2 = 0,5^2 + \overline{CD}^2$$

$$\overline{CD}^2 = 1 - 0,25$$

$$\overline{CD} = \sqrt{0,75} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

A partir daí, aplicando as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no $\angle ACD$ do triângulo ACD, obtemos:

$$\begin{aligned}
sen(\angle ACD) &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \Rightarrow sen\,30° = \frac{0,5}{1} \Rightarrow sen\,30° = \frac{1}{2}\\
\cos(\angle ACD) &= \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \cos 30° = \frac{\sqrt{3}/2}{1} \Rightarrow \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\\
tg(\angle ACD) &= \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} \Rightarrow tg\,30° = \frac{0,5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow tg\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3}
\end{aligned}$$

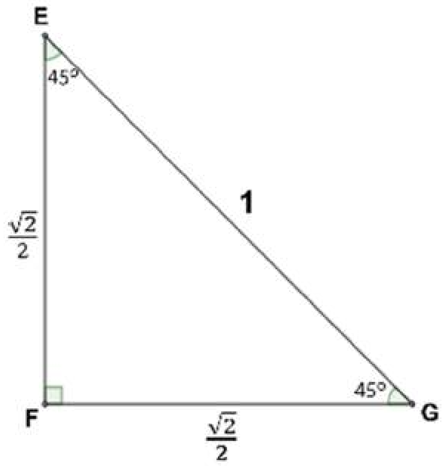
Analogamente, aplicando as razões seno, cosseno e tangente no $\angle CAD$ do triângulo

ACD, obtemos:

$$\begin{aligned} sen(\angle CAD) &= \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow sen\,60° = \frac{\sqrt{3}/2}{1} \Rightarrow sen\,60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(\angle CAD) &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \cos 60° = \frac{0,5}{1} \Rightarrow \cos 60° = 0,5 \\ tg(\angle CAD) &= \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} \Rightarrow tg\,60° = \frac{0,5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow tg\,60° = \sqrt{3} \end{aligned}$$

Agora, considerando o triângulo EFG, retângulo em F e isósceles, com a hipotenusa $\overline{EG}$ medindo 1 unidade.

Figura A.3: Triângulo Retângulo Isósceles com Hipotenusa Medindo 1.



Fonte: Autoria Própria

Como $\angle EFG = 90°$ e $\overline{EF} = \overline{FG} = x$, então $\angle FEG = \angle FGE = 45°$. Além disso, aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo EFG, obtemos:

$$\overline{EG}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FG}^2$$

$$1^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 1 = 2x^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

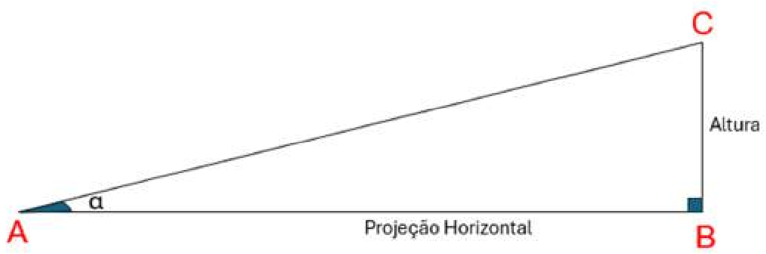
Por fim, aplicando as razões seno, cosseno e tangente no $\angle FEG$ do triângulo EFG, obtemos:

$$
\begin{aligned}
sen(\angle FEG) &= \frac{\overline{FG}}{\overline{EG}} \Rightarrow sen\,45^\circ = \frac{\sqrt{2}/2}{1} \Rightarrow sen\,45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\\
\cos(\angle FEG) &= \frac{\overline{EF}}{\overline{EG}} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}/2}{1} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\\
tg(\angle FEG) &= \frac{\overline{FG}}{\overline{EF}} \Rightarrow tg\,45^\circ = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} \Rightarrow tg\,45^\circ = 1
\end{aligned}
$$

A.4.5 Exercício 5

Note que a rampa é representada por um triângulo retângulo. Considerando o vértice que contém o ângulo α como A, o vértice com o ângulo reto como B e o último vértice como C, podemos analisar o triângulo $\triangle ABC$, representado na figura abaixo.

Figura A.4: Triângulo Retângulo Representando uma Rampa.



Fonte: Autoria Própria

Para determinar a inclinação da rampa, utilizamos a razão entre o desnível vertical e o comprimento horizontal. No triângulo retângulo formado, o desnível vertical corresponde ao lado BC, cateto oposto ao ângulo α do triângulo $\triangle ABC$, e o comprimento horizontal corresponde ao lado AB, cateto adjacente ao ângulo α do triângulo $\triangle ABC$.

Note que a tangente do ângulo α é definida como a razão entre o cateto oposto ao ângulo (BC) e o cateto adjacente ao ângulo (AB). Portanto, a seguinte relação pode ser estabelecida:

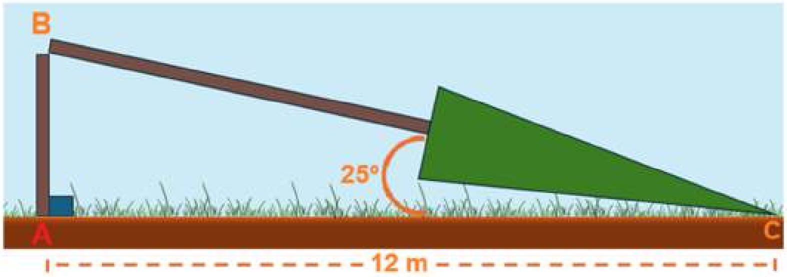
$$\text{Inclinação da rampa} = \frac{\text{Desnível vertical}}{\text{Comprimento horizontal}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} = tg\,\alpha.$$

Assim, podemos afirmar que a tangente é a razão trigonométrica adequada para encontrar o valor da inclinação da rampa.

A.4.6 Exercício 6

Considere os pontos A (base do tronco), B (ponto de quebra) e C (ponto de interseção entre o topo da árvore e o chão), formando o triângulo retângulo ABC,

Figura A.5: Representação da Árvore Caída.



Fonte: Autoria Própria

onde:

- AB é a parte do tronco que permanece na vertical,
- BC é o comprimento da parte caída da árvore,
- AC é a distância horizontal entre a base e o topo da árvore no solo,
- $A\widehat{C}B = 25°$ é o ângulo formado entre o topo da árvore e a horizontal.

Para determinar a altura total da árvore, soma-se a parte do tronco vertical AB com a parte caída BC. Primeiro, usamos o cosseno do ângulo $\angle ACB$ para encontrar BC:

$$\cos(25°) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}, \quad \overline{AC} = 12\,\text{m}$$

Logo,

$$\overline{BC} = \frac{12}{\cos(25°)} \cong 13.15\,\text{m}$$

Em seguida, usamos a tangente do ângulo $\angle ACB$ para encontrar AB:

$$tg(25°) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}, \quad \overline{AB} = 12 \cdot tg(25°) \cong 5.61\,\text{m}$$

Finalmente, a altura total da árvore é dada por:

$$\text{Altura Total} = \overline{BC} + \overline{AB} = \frac{12}{\cos(25°)} + 12 \cdot tg(25°) \cong 18.84\,\text{m}$$

Portanto, a altura total da árvore é aproximadamente 18.84 m.

A.4.7 Exercício 7

No triângulo $\triangle ABC$, temos que o ângulo $\angle ABC$ é de $72°$, o comprimento do segmento AC é de 5 metros e o segmento AB representa a medida da largura do rio. Para determinar a largura do rio, utiliza-se a tangente do ângulo $\angle ABC$, conforme segue:

$$tg(72°) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$tg(72°) = \frac{\overline{AB}}{5}$$

Isolando $\overline{AB}$:

$$\overline{AB} = 5 \cdot tg(72°)$$

Calculando:

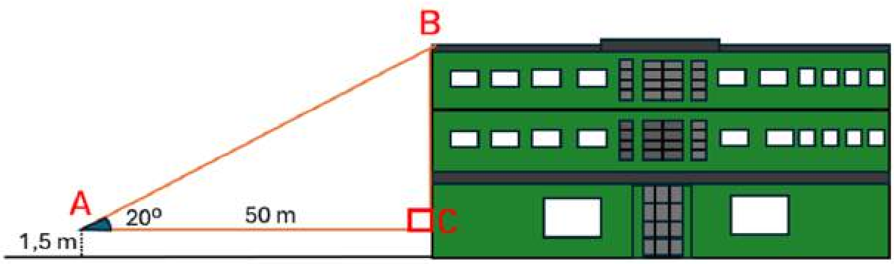
$$\overline{AB} \cong 15,39\,\mathrm{m}$$

Portanto, a largura do rio é de aproximadamente 15,39 metros.

A.4.8 Exercício 8

Tomando A como a posição do teodolito, B como o ponto de mira no topo do edifício e C como um ponto na lateral do edifício, de modo que o segmento AC seja paralelo ao solo e, como consequência, forme um ângulo reto com a lateral vertical do edifício. Veja a figura abaixo:

Figura A.6: Medindo a Altura do Palácio das Esmeraldas.



Fonte: Autoria Própria

Aplicando a tangente do ângulo $\angle BAC$ no triângulo $\triangle ABC$ formado, temos:

$$tg(20°) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}.$$

Rearranjando a fórmula, obtemos:

$$\overline{BC} = \overline{AC} \cdot tg(20°).$$

Substituindo o valor de $tg(20°) = 0,37$ e $\overline{AC} = 50\,\text{m}$, obtemos:

$$\overline{BC} = 50 \cdot 0,37 = 18,5\,\text{m}.$$

A altura do edifício é dada pela soma do segmento $\overline{BC}$ e a altura do teodolito em relação ao solo, ou seja:

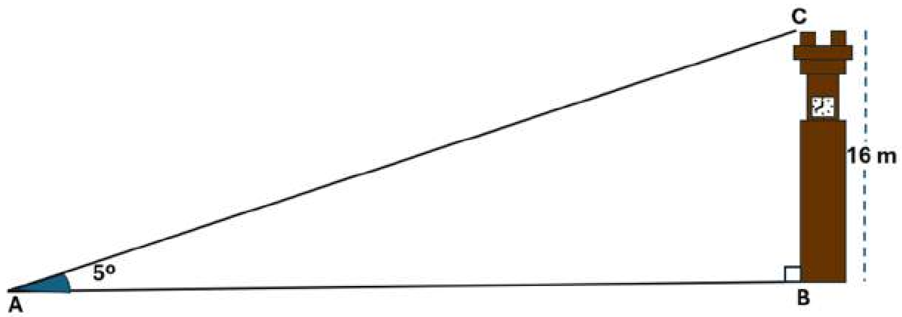
$$\overline{BC} + 1,5 = 18,5 + 1,5 = 20\,\text{m}.$$

Portanto, a altura do edifício é de 20 metros.

A.4.9 Exercício 9

O desenho a seguir representa a situação descrita no exercício, onde A corresponde ao teodolito caseiro, B à base da torre e C ao pico da torre.

Figura A.7: Medindo a distância até a Torre do Relógio.



Fonte: Autoria Própria

Note que a torre é vertical em relação ao solo, portanto o $\triangle ABC$ formado é retângulo em B. Assim, utilizando a tangente no ângulo $\angle BAC$ do $\triangle ABC$, a medida solicitada pode ser calculada conforme segue:

$$tg(B\widehat{A}C) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

Substituindo os valores fornecidos pelo exercício, temos:

$$tg(5°) = \frac{16}{\overline{AB}}$$

Rearranjando a fórmula, obtemos:

$$\overline{AB} = \frac{16}{tg(5°)} \cong 182,88\,\text{m}$$

Logo, a distância entre o aluno e a Torre do Relógio é de aproximadamente 182,88 metros.

A.4.10 Exercício 10

Para calcular a altura da escultura, vamos aplicar a tangente nos triângulos $\triangle BCP$ e $\triangle ABC$, conforme segue:

No triângulo BCP:

$$tg(35°) = \frac{\overline{BC}}{\overline{PC}} = \frac{h}{\overline{PC}}$$

Rearranjando a fórmula, temos:

$$\overline{PC} = \frac{h}{tg(35°)}$$

No triângulo ABC:

$$tg(22°) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{h}{5 + \overline{PC}}$$

Substituindo $\overline{PC} = \frac{h}{tg(35°)}$ na equação acima:

$$tg(22°) = \frac{h}{5 + \frac{h}{tg(35°)}}$$

Agora isolamos h. Multiplicando ambos os lados por $\left(5 + \frac{h}{tg(35°)}\right)$, temos:

$$h = tg(22°) \cdot \left(5 + \frac{h}{tg(35°)}\right)$$

Expandindo:

$$h = 5 \cdot tg(22°) + \frac{h \cdot tg(22°)}{tg(35°)}$$

Isolando h:

$$h\left(1 - \frac{tg(22°)}{tg(35°)}\right) = 5 \cdot tg(22°)$$

Substituímos os valores numéricos das tangentes ($tg(22°) \cong 0,404$ e $tg(35°) \cong 0,700$):

$$h\left(1 - \frac{0,404}{0,700}\right) = 5 \cdot 0,404$$

Simplificando:

$$h\,(1 - 0,577) = 2,02$$

$$h \cdot 0,423 = 2,02$$

Finalmente, isolamos h:

$$h = \frac{2,02}{0,423} \cong 4,77\,\mathrm{m}$$

A altura total da escultura é dada pela soma da altura h com a altura do teodolito (1,5 metros):

$$\text{Altura total} = h + 1,5 = 4,77 + 1,5 \cong 6,27\,\mathrm{m}$$

Portanto, a altura aproximada da escultura é de 6,27 metros.

A.5 ATIVIDADE - MOTOR ELÉTRICO RUDIMENTAR E OS SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

A.5.1 Exercício 1

A reciclagem do cobre desempenha um papel fundamental na redução da dependência da extração de minérios em estado bruto, contribuindo significativamente para a preservação dos recursos naturais e a mitigação dos impactos ambientais causados pela mineração. Além disso, a reciclagem ajuda a diminuir a quantidade de resíduos destinados a aterros sanitários.

Esse processo de reciclagem consome muito menos energia e água em comparação à produção de cobre a partir de minérios virgens, promovendo, assim, a conservação dos recursos energéticos e hídricos.

Outro benefício importante é que o cobre reciclado mantém praticamente todas as suas propriedades originais, o que permite sua reutilização em diversos produtos, como fios elétricos e tubulações. Esses produtos não apenas garantem maior eficiência energética, mas também resultam em um consumo reduzido de energia ao longo de sua vida útil, promovendo sustentabilidade.

Além disso, a indústria de reciclagem de cobre é um grande gerador de empregos em todo o mundo, impulsionando o desenvolvimento econômico e social, ao mesmo tempo em que proporciona uma fonte de renda para milhares de pessoas que atuam nesse setor.

A.5.2 Exercício 2

O cobre é preferido em relação ao grafite para a produção de fios elétricos devido a diversas vantagens que o tornam ideal para essa aplicação. Primeiramente, sua condutividade elétrica é superior à do grafite, o que reduz a resistência ao transporte de eletricidade e resulta em menor perda de energia.

Além disso, a ductilidade e a maleabilidade do cobre permitem a fabricação de fios em diferentes diâmetros, possibilitando a realização de curvas sem risco de quebra. Outro ponto importante é a resistência à corrosão: quando exposto ao ar, o cobre forma uma camada protetora de óxido, o que aumenta sua durabilidade em ambientes úmidos ou corrosivos.

Por fim, suas propriedades mecânicas o tornam capaz de suportar tensões, impactos e deformações durante a instalação e o uso, consolidando sua escolha como material preferido para fiação elétrica, garantindo eficiência da condução de energia elétrica.

A.5.3 Exercício 3

O alumínio é utilizado em fios de alta tensão em torres ou postes do sistema de transmissão de energia em vez do cobre por várias razões. Embora o cobre seja um excelente condutor elétrico, o alumínio oferece vantagens significativas para esse tipo de aplicação. Primeiramente, o alumínio é mais leve, o que facilita a instalação e reduz a carga sobre as estruturas que suportam os cabos.

Além disso, o alumínio é mais econômico, tornando-se uma opção mais viável para longas distâncias de transmissão. Ele também apresenta boa resistência à corrosão, formando uma camada protetora de óxido quando exposto ao ar, o que o torna adequado para condições externas. Embora o cobre tenha melhor condutividade elétrica, o alumínio, quando utilizado em cabos de maior diâmetro, pode transportar uma quantidade suficiente de eletricidade, atendendo às necessidades do sistema de transmissão.

A.5.4 Exercício 4

O cobre é um excelente condutor elétrico. Quando a corrente elétrica gerada pela pilha passa pelo fio de cobre da bobina, um campo magnético é criado ao seu redor, resultando na conversão de energia elétrica em energia magnética. O ímã permanente, situado próximo à bobina, possui um campo magnético que interage com o campo gerado pela bobina. Essa interação gera forças que fazem a bobina girar, garantindo o funcionamento contínuo do motor.

A.5.5 Exercício 5

Um circuito elétrico é uma conexão de componentes eletrônicos realizada por meio de fios condutores, que permitem a passagem de corrente elétrica. Esses componentes têm diversas funções, como gerar calor, armazenar cargas elétricas, controlar o fluxo de corrente elétrica e regular a tensão. Abaixo estão alguns dos principais elementos de um circuito elétrico e suas respectivas funções.

Geradores: Transformam diferentes formas de energia em energia elétrica. Exemplos de geradores incluem pilhas, baterias e usinas.

Resistores: Possuem duas funções principais: converter energia elétrica em energia térmica e limitar a passagem de corrente elétrica.

Receptores: Transformam energia elétrica em outros tipos de energia que não se limitam apenas ao calor. Exemplos incluem lâmpadas, motores e alto-falantes.

Capacitores: Armazenam cargas elétricas quando carregados e podem fornecer energia elétrica quando descarregados.

Dispositivos de Segurança: Fornecem um mecanismo de interrupção da corrente elétrica caso ela ultrapasse os limites de segurança. Exemplos comuns são os fusíveis e os disjuntores.

A.5.6 Exercício 6

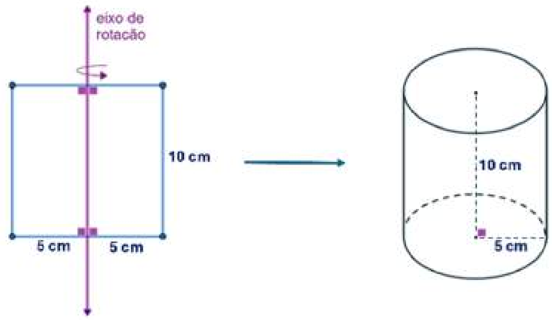
a) De acordo com o enunciado, as figuras planas mencionadas são: retângulo, triângulo equilátero e círculo. Assim, os sólidos geométricos formados a partir dessas figuras são, respectivamente, o cilindro, o cone e a esfera.

b) A rotação de um semicírculo em torno de um eixo de rotação que passa pelo seu diâmetro gera uma esfera.

A.5.7 Exercício 7

A figura abaixo representa o sólido geométrico obtido pela revolução de um quadrado em torno de um eixo.

Figura A.8: Cilindro de Revolução de Raio 5 cm.



Fonte: Autoria Própria

Note que o sólido formado é um cilindro reto, com raio da base igual a 5 cm e altura igual a 10 cm. Utilizando a fórmula para o cálculo do volume do cilindro reto, temos:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Substituindo os valores de $r = 5$ cm e $h = 10$ cm:

$$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 10$$

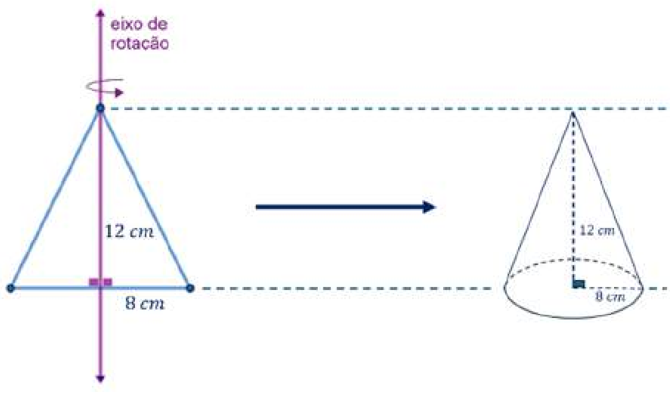
$$V \cong 785,4\,\text{cm}^3$$

Portanto, o volume do cilindro reto formado é de aproximadamente 785,4 cm³.

A.5.8 Exercício 8

A figura abaixo representa o sólido volumétrico obtido pela revolução do triângulo em torno do eixo representado:

Figura A.9: Cone de Revolução de Raio 8 cm.



Fonte: Autoria Própria

Perceba que o sólido formado é um cone reto de raio da base igual a 8 cm e altura igual a 12 cm. Utilizando a fórmula para o cálculo do volume do cone reto, obtemos:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Substituindo os valores, temos:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 12$$

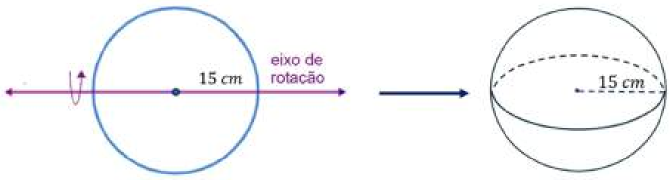
$$V \cong 804,25\,\text{cm}^3$$

Portanto, o volume do cone reto formado é de aproximadamente 804,25 cm^3.

A.5.9 Exercício 9

A figura abaixo representa o sólido volumétrico obtido pela revolução do círculo em torno do eixo indicado:

Figura A.10: Esfera de Revolução de Raio 15 cm.



Fonte: Autoria Própria

O sólido formado é uma esfera de raio igual a 15 cm. Daí, utilizando a fórmula para o cálculo do volume da esfera, obtemos:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Substituindo o valor de $r = 15$ cm:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 15^3$$

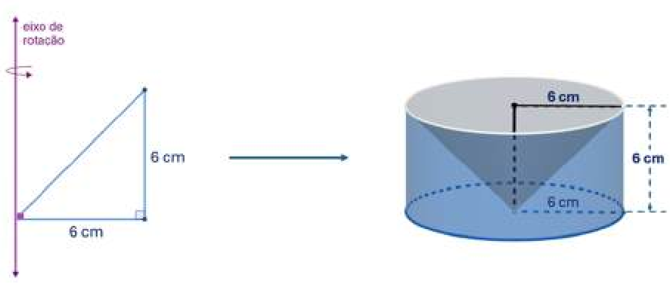
$$V \cong 14137,17\,\text{cm}^3$$

Portanto, o volume da esfera obtida é de aproximadamente $14137,13\,\text{cm}^3$.

A.5.10 Exercício 10

A figura abaixo ilustra o sólido volumétrico obtido pela revolução de um triângulo retângulo isósceles em torno do eixo indicado:

Figura A.11: Sólido de Revolução de Raio da Base 6 cm.



Fonte: Autoria Própria

Como o eixo de rotação é perpendicular à base do triângulo, o sólido formado tem a forma de um cilindro reto, com um espaço vazio em seu interior no formato de um cone. Note que a altura do cilindro é igual à altura do cone, o círculo das bases do cilindro é o mesmo da base superior do cone, e o raio das bases de ambos corresponde à medida da base do triângulo, que é de 6 cm.

Então, para calcular o volume do sólido formado ($V_{\text{sólido}}$), devemos calcular a diferença entre o volume do cilindro (V_{cilindro}) e o volume do cone (V_{cone}).

Volume do cilindro: A fórmula para o volume do cilindro é dada por:

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h$$

Substituindo os valores:

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 216\pi \,\text{cm}^3$$

Volume do cone: A fórmula para o volume do cone é:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Substituindo os valores:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\pi \,\text{cm}^3$$

Volume do sólido: Para encontrar o volume do sólido formado, subtraímos o volume do cone do volume do cilindro:

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cone}}$$

$$V_{\text{sólido}} = 216\pi - 72\pi = 144\pi$$

Calculando o valor aproximado:

$$V_{\text{sólido}} = 144 \cdot 3,1416 \cong 452,39\,\text{cm}^3$$

Portanto, o volume do sólido formado é de aproximadamente $452,39\,\text{cm}^3$.

PRODUTOS OBTIDOS DA REUTILIZAÇÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS

Neste apêndice, são apresentadas, por meio de ilustrações, alguns exemplos de como a reutilização de resíduos sólidos pode ser aplicada na construção de diversos tipos de objetos, brinquedos, experimentos, utensílios, produtos artesanais, entre outros. Todas as imagens pertencem ao acervo pessoal do autor e foram obtidas ao longo dos últimos anos, como resultado de trabalhos com foco na sustentabilidade.

Figura B.1: Brinquedos.

Figura B.2: Porta-Objetos.

Figura B.3: Foguete.

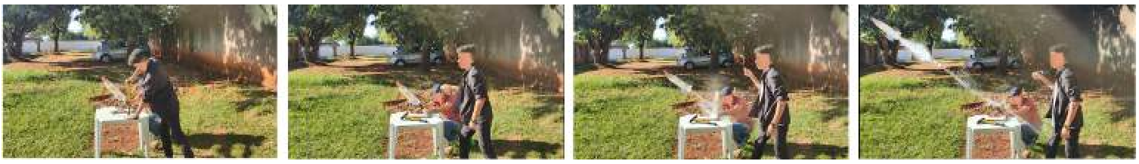


Figura B.4: Experiência Mistura de Cores.

Figura B.5: Mini Golf.

Figura B.6: Maquete Energia Eólica.

Figura B.7: Jogo de Sinuca.

Figura B.8: Relógio.

Figura B.9: Caixa de Ferramentas.

Figura B.10: Abajur.

Figura B.11: Suporte para Vasos.

Figura B.12: Fantasia para Festa.

Figura B.13: Maquete Casa Natalina.

Figura B.14: Helicóptero.

Figura B.15: Vasos para Plantas.

Figura B.16: Experiência Pulmão Artificial.

Figura B.17: Experiência Condutividade Elétrica.

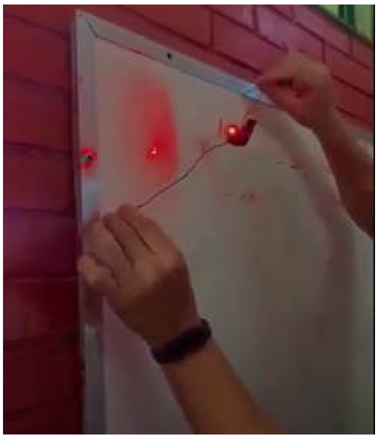


Figura B.18: Comedouro de Passarinho.

Figura B.19: Experiência Energia Solar.

Figura B.20: Experiência sobre Eletrização.

Figura B.21: Organizadores

Figura B.22: Varais de Roupas