UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

OTIMIZAÇÃO APLICADA AO PROJETO DE ENROLAMENTOS DE MÁQUINAS CA

André Luiz Carneiro Franco

[UFG] & [EMC] [Goiânia - Goiás - Brasil] 6 de novembro de 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

OTIMIZAÇÃO APLICADA AO PROJETO DE ENROLAMENTOS DE MÁQUINAS CA

André Luiz Carneiro Franco

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação pela Universidade Federal de Goiás (UFG), Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), sob a orientação do Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga.

Área de concentração: Engenharia Elétrica.

[UFG] & [EMC] [Goiânia - Goiás - Brasil] 6 de novembro de 2015

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Franco, André Luiz Carneiro Otimização Aplicada ao Projeto de Enrolamentos de Máquinas CA [manuscrito] / André Luiz Carneiro Franco 2015. 140 f.: il.
Orientador: Prof. Dr. Bernardo Pinheiro de Alvarenga. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica (EEEC), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia, 2015. Bibliografia. Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.
1. Força magnetomotriz. 2. Enrolamento. 3. Fator de enrolamento. 4. Distorção harmônica. 5. Otimização. I. Alvarenga, Bernardo Pinheiro de , orient. II. Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO



FOLHA DE APROVAÇÃO

"Otimização Aplicada ao Projeto de Enrolamentos de Máquinas CA"

ANDRÉ LUIZ CARNEIRO FRANCO

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída por:
Bernardo Pinheiro de Alvarenga – Orientador – EMC/UFG
Arean and concerning the species of the concerned
Aylton José Alves – IFG
Wesley Pacheco Calixto – EMC/UFG

Goiânia, 15 de setembro de 2015

Av.Universitária, nº 1488, Qd.86, Bl.A – 3º piso – 74605-010 - Setor Leste Universitário -Goiânia – Goiás Fones: (62) 3209 6293 – (62) 3209-6079 Telefax: (62) 3209-6292 Home Page:www.mestrado.emc.ufg.br





TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *down-load*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: [x] Dissertação [] Tese

Autor (a):	André Luiz Carneiro Franco														
E-mail: andreluiz@emc.ufg.br																
Seu e-m	nail j	boc	e se	r dispo	onibiliza	do r	na pág	jina?	[×]]Sim	n		[]	Nã	0	
Vínculo	emp	reg	atíc	io do a	utor		Técnic	o Admi	nistrat	ivo e	em	Educa	ção			
Agência	de	fom	ento):			Fund	ação	de A	mpa	arc	àP	esqui	sa	Sigla:	FAPEG
	_						do Es	tado	de Go	oiás						
País:	Bra	isil					UF:	GO	CNI	PJ:		08.15	56.10)2/0	001-02	
Título:				Otir	nização A	plica	da ao F	rojeto	de Enr	olam	nen	ntos de	Máqu	inas	CA.	
Palavras	s-ch	ave	:	Força M Otimiza	lagnetomo ção.	otriz;	Enrola	mento	; Fator	de e	enr	olame	nto; D	istor	ção harm	ônica;
Título e	m o	utra	líng	jua:	Applied	Optir	mizatio	n to AC	Windi	ngs [De	sign.				
Palavras	Palavras-chave em outra língua: Magnetomotive force; Winding; Winding factor; Harmonic distor- tion: Optimization.															
Área de	Área de concentração: Engenharia Elétrica															
Data defesa: (dd/mm/aaaa) 15/09/2015																
Programa de Pós-Graduação: ção																
Orientador (a): Bernardo Pinheiro de Alvarenga					_											
E-mail:			ber	nardo@	eee.ufg.bi	-										
Co-orient	Co-orientador (a):*															
E-mail:																

2. Identificação da Tese ou Dissertação

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [x] SIM [] NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Assinatura do (a) autor (a)

Data: 04 / 11 / 2015

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

AGRADECIMENTOS

Quando comecei a escrever esta parte, me senti previamente recompensado por esta caminhada. Relembrar a jornada é entender de fato a grandeza de tudo. Ter tantos nomes em mente é sentir a felicidade de saber que este trabalho foi feito por muitas e generosas mãos. Relembrando cada momento, tudo que sinto se resume a um profundo sentimento de gratidão, o qual espero conseguir expressar nestas linhas.

Primeiramente, agradeço a Deus, força bendita que rege todo este universo, que me permitiu ter a oportunidade de chegar até aqui e cujo amparo sempre me alcançou nas inúmeras vezes em que eu, sozinho, não teria forças para vencer.

Agradeço à Universidade Federal de Goiás e à Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, pelo apoio institucional e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás, pelo apoio financeiro e por acreditar neste trabalho.

Agradeço à minha mãe, Dinalva, que me ensinou as lições mais valiosas que carrego, entre elas a certeza de que o verdadeiro valor de um homem reside na sua capacidade de fazer o bem, a si e aos que estão ao seu redor. Obrigado, mãe! Você é minha grande mentora em vida.

À minha irmã Alyne e minha sobrinha Júlia, pelo amor que se faz sempre presente na minha vida, independente da distância.

À minha companheira Graciela, cujo amor e carinho me aquecem o coração e renovam as forças para buscar o melhor de mim a cada dia. Obrigado por estar ao meu lado.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Bernardo Alvarenga, que aceitou o desafio de me guiar por este caminho e contribuir para o meu crescimento acadêmico e pessoal. Obrigado pela oportunidade e pelos ensinamentos, professor.

Ao Prof. Dr. Ayrton e ao Prof. Dr. Wander, pelas valorosas contribuições e ao Prof. Dr. Wesley Pacheco que, mesmo sem vínculo formal com este trabalho, tanto me auxiliou e orientou. Não teria conseguido sem a sua ajuda, meu amigo.

A todos os colegas de EMC-UFG, em especial aos companheiros do curso de Engenharia Mecânica: Diogo Colvero, Fleide, João Bosco, Kléber, Felipe, Andréia, Leonardo, Carlos Alberto, Sigeo, Marlipe, Demóstenes, Daniel, Ricardo, Rhander e Ademyr. Escrevendo seus nomes, me recordo deste período e me sinto agraciado por jamais ter ouvido, de nenhum de vocês, sequer uma palavra que não fosse de apoio irrestrito e colaboração. Conviver com vocês é mais que exercer o meu ofício, é uma verdadeira honra.

Aos amigos Gustavo, Antônio, Diogo Oliveira, Carlos Leandro, Larissa, Emerson e Rubens pelos inúmeros conselhos e contribuições, sem os quais não seria possível concluir este trabalho.

Aos amigos de longa data, companheiros inseparáveis de luta, Mariel, Josimar, Vinícius e Gleydson. Obrigado, meus amigos! Vocês são os irmãos que eu não tive.

Aos colegas da Coordenação de Pós-Graduação, Dulce, João Antônio e Prof. Dr. Gélson, pelo apoio constante nas rotinas administrativas.

Por fim, agradeço a todos os que direta ou indiretamente contribuíram com este trabalho e que, por injustiça da minha memória, não tiveram seus nomes citados aqui. Que Deus promova na vida de cada um de vocês tudo de bom que me proporcionaram. Muito obrigado!

RESUMO

Este trabalho apresenta metodologia para análise e otimização de geometrias de enrolamentos de estator de máquinas CA, baseada no estudo da distorção harmônica associada à curva de força magnetomotriz no entreferro. Para tal, opta-se pelo estudo dos enrolamentos trifásicos de dupla camada integrais e fracionários. Primeiramente é realizado o estudo da força magnetomotriz dos enrolamentos convencionais, confrontando a análise harmônica através da distorção e espectro de Fourier com a metodologia tradicional de cálculo dos fatores de enrolamento. Definido o método, propõe-se a otimização do arranjo de enrolamentos de estator utilizando algoritmos genéticos, com o objetivo de sugerir geometrias alternativas otimizadas. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos.

APPLIED OPTMIZATION TO AC WINDINGS DESIGN

ABSTRACT

This work presents an analysis and optimization methodology for the AC machines stator windings design, based on magnetomotive force harmonic distortion study. For that, the three-phase double layer integral and fractional-slot windings are chosen. At first, magnetomotive force in conventional windings study is performed, comparing harmonic analysis by distortion and Fourier spectrum with the traditional calculation methodology of winding factors. In relation to the method, the stator windings arrangement optimization using genetic algorithms is proposed, in order to suggest alternative optimized layouts. The results are presented and discussed.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAF	PÍTULO 1 INTRODUÇÃO	23
1.1	Efeitos nocivos dos harmônicos e estudo da curva de força magnetomotriz.	23
1.2	Projeto de enrolamentos de máquinas CA.	24
1.3	Objetivos do trabalho.	25
1.4	Organização do trabalho	26
CAF	PÍTULO 2 GEOMETRIA DOS ENROLAMENTOS DE ESTA-	
	\mathbf{TOR}	27
2.1	Características gerais dos enrolamentos	27
2.2	Classificação dos enrolamentos	29
2.2.1	Quanto ao número de fases	29
2.2.2	Quanto à construção	30
2.2.3	Quanto ao número de camadas	30
2.2.4	Quanto ao passo de bobina	34
2.2.5	Quanto à distribuição	36
2.2.5	.1 Enrolamentos Integrais	39
2.2.5	.2 Enrolamentos Fracionários	40
2.2.6	Quanto ao arranjo das conexões finais entre os grupos de bobinas $\ . \ .$	44
2.3	Disposição dos condutores ao longo do entreferro	44
2.3.1	Disposição dos condutores nos enrolamentos integrais	45
2.3.1	.1 Exemplo de aplicação	47
2.3.2	Disposição dos condutores nos enrolamentos fracionários \ldots	48
2.3.2	.1 Exemplo de aplicação	50
2.4	Condições de simetria	51

CAPÍTULO 3 FORÇA MAGNETOMOTRIZ DOS ENROLA- MENTOS DE MÁQUINAS CA E FATORES DE ENROLAMENTO
3.1 Introdução
3.2 FMM em um condutor 54
3.3 FMM de uma bobina de passo pleno 56
3.4 FMM de uma bobina de passo fracionário - fator de redução de passo
3.5 Fator de distribuição
3.6 FMM de uma fase - fator de enrolamento 65
3.7 FMM de um enrolamento trifásico - considerações 67
3.7.1 FMM nos enrolamentos integrais 68
3.7.2 FMM nos enrolamentos fracionários 70
CAPÍTULO 4 OTIMIZAÇÃO
4.1 Introdução
4.1.1 Métodos determinísticos de otimização
4.1.2 Métodos heurísticos de otimização
4.2 Algoritmos Genéticos
4.2.1 Representação genética
4.2.2 População inicial
4.2.3 Avaliação
4.2.4 Seleção
4.2.4.1 Método de seleção da roleta ou seleção proporcional 80
4.2.4.2 Amostragem Universal Estocástica (Stochastic Universal Sampling -
SUS)
$4.2.4.3 \text{Seleção por Torneio} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $
4.2.4.4 Elitismo
4.2.5 Operadores genéticos
4.2.5.1 Cruzamento ou crossover
4.2.5.2 Mutação
4.2.6 Formação da nova população
4.2.7 Parâmetros dos algoritmos genéticos
4.2.7.1 Tamanho da população $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $ 85
4.2.7.2 Taxa de cruzamento
4.2.7.3 Taxa de mutação
4.2.7.4 Critérios de parada

4.3 Considerações finais	86
CAPÍTULO 5 METODOLOGIA	. 87
5.1 Introdução	87
5.2 Caracterização da qualidade dos enrolamentos através da Distorção Ha	ır-
$m \hat{o} nica \ de \ FMM \qquad \dots \qquad$	88
5.2.1 Etapa 1: Construção da curva de FMM associada ao enrolamento $% \mathcal{S}^{(1)}$.	88
5.2.1.1 Parâmetros do enrolamento $\ldots \ldots \ldots$	88
5.2.1.2 Parâmetros de cálculo da série de Fourier e Distorção Harmônica	89
5.2.1.3 Determinação das posições de ranhura	89
5.2.1.4 Construção da curva de FMM	89
5.2.2 Etapa 2: Cálculo dos coeficientes de Fourier, Espectro harmônico	e
Distorção Harmônica associada	91
5.3 Otimização da geometria de enrolamento	93
5.3.1 Definição dos parâmetros iniciais e posições de ranhura	93
5.3.1.1 Parâmetros do enrolamento	93
5.3.1.2 Parâmetros de cálculo da série de Fourier e Distorção Harmônica	
5.3.1.3 Parâmetros de otimização	
5.3.2 Geração da População Inicial	
5.3.2.1 Características dos indivíduos	95
5.3.3 Simulação	97
5.3.3.1 Etapa 1: Construção da curva de FMM	97
5.3.3.2 Etapa 2: Cálculo dos coeficientes de Fourier, Espectro harmônico	е
Distorção Harmônica Associada	99
5.3.3.3 Etapa 3: Cálculo do defasamento angular entre os vetores de FM	Μ
de cada fase	99
5.3.4 Avaliação	100
5.3.5 Seleção	101
5.3.6 Cruzamento	101
5.3.7 Mutação	101
5.3.8 Formação da Nova População	103
5.4 Considerações Finais	103
CAPÍTULO 6 RESULTADOS	. 105
6.1 Análise dos enrolamentos convencionais	105
6.1.1 Passo de bobina	105

6.1.2 Enrolamentos distribuídos convencionais $\ldots \ldots \ldots$	7				
6.1.3 Enrolamentos integrais	7				
6.1.4 Enrolamentos fracionários	2				
6.2 Otimização da geometria dos enrolamentos considerando sua Distorção					
Harmônica Total	6				
6.2.1 Otimização dos enrolamentos integrais $\ldots \ldots \ldots$	8				
6.2.2 Otimização dos enrolamentos fracionários $\ldots \ldots \ldots$	4				
6.3 Considerações finais	0				
CAPÍTULO 7 CONCLUSÃO 13	1				
7.1 Contribuições do Trabalho	2				
7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros	2				
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS					

LISTA DE FIGURAS

Pág.

2.1	Zonas de fase num intervalo polar.	28
2.2	Zonas de fase num enrolamento trifásico de 4 polos	28
2.3	Diagrama de um enrolamento imbricado de 4 polos	31
2.4	Diagrama de um enrolamento concêntrico de 8 polos	31
2.5	Diagrama de um enrolamento ondulado de 4 polos	31
2.6	Distribuição dos condutores num enrolamento de simples camada	32
2.7	Zonas de fase num enrolamento trifásico de dupla camada	33
2.8	Distribuição dos condutores num enrolamento trifásico de dupla camada.	33
2.9	Enrolamento trifásico de passo pleno	35
2.10	Enrolamento trifásico de passo fracionário.	36
2.11	Zonas de fase num enrolamento de passo fracionário.	37
2.12	Enrolamento concentrado.	38
2.13	Intervalo polar duplo de um enrolamento integral de duas camadas $(q=2)$.	39
2.14	Intervalo polar duplo de um enrolamento fracionário fictício	40
2.15	Disposição dos condutores num enrolamento trifásico fracionário de $q =$	
	$\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$	41
2.16	Disposição plana da primeira camada do enrolamento integral exemplifi-	
	cado	48
2.17	Disposição plana dos condutores da fase A do enrolamento fracionário	
	exemplificado.	51
3.1	Distribuição espacial de FMM gerada pelos condutores de cada lado de	
	uma bobina de passo pleno.	55
3.2	Distribuição espacial de FMM gerada por uma bobina de passo pleno e	
	seus diversos harmônicos.	57
3.3	Distribuição espacial de FMM gerada por uma bobina de passo fracionário.	59
3.4	Efeito da redução do passo de bobina sobre a FMM do enrolamento de	
	passo fracionário.	60
3.5	Composição vetorial da FMM de uma bobina de passo fracionário	60
3.6	FMM de um grupo de bobinas de $q = 3$ e passo pleno	63
3.7	Composição vetorial das FMM das bobinas de um grupo	63
3.8	Distribuição espacial de FMM para uma fase de um enrolamento integral	
	distribuído de passo pleno	67

camada. 69 3.10 Distribuição espacial de FMM para um enrolamento fracionário de q=2+ $\frac{1}{4}$ e y = 5. 70 4.1 Fluxograma do algoritmo genético básico. 76 4.2 Indivíduo binário. 77 4.3 Populacao de cromossomos binários. 78 4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) ocorrente entrando. 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples gamada e q=1. 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 97 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106	3.9	Distribuição espacial de FMM para um enrolamento integral de simples
3.10 Distribuição espacial de FMM para um enrolamento fracionário de q=2+ $\frac{1}{4}$ e y = 5. 70 4.1 Fluxograma do algoritmo genético básico. 76 4.2 Indivíduo binário. 77 4.3 Populacao de cromossomos binários. 78 4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, alcatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 100 5.7 Processo de validação dos indivíduos da População. 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total		camada
$\frac{1}{4}$ e y = 5. 70 4.1 Fluxograma do algoritmo genético básico. 76 4.2 Indivíduo binário. 77 4.3 Populacao de cromossomos binários. 78 4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2. 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para o enrolamento a 106	3.10	Distribuição espacial de FMM para um enrolamento fracionário de q= $2+$
4.1 Fluxograma do algoritmo genético básico. 76 4.2 Indivíduo binário. 77 4.3 Populacao de cromossomos binários. 78 4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enclamento trifásico de simples 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 102 5.7 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 103 5.7 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 102 5.7 Distribuição de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concen		$\frac{1}{4} e y = 5.$
4.2 Indivíduo binário. 77 4.3 Populacao de cromossomos binários. 78 4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) 90 corrente entrando. 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um encolamento trifásico de simples 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 102 5.7 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 102 5.7 Distribuição de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3.	4.1	Fluxograma do algoritmo genético básico
4.3 Populacao de cromossomos binários. 78 4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) corrente entrando. 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples camada e q=1. 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2. 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 108 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial ins	4.2	Indivíduo binário
4.4 Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. 82 4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 110 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 108 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantâne	4.3	Populacao de cromossomos binários
4.5 Cruzamento uniforme. 83 4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento 102 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 108 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3. 109	4.4	Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos. $\ldots \ldots \ldots \ldots 82$
4.6 Mutações binária simples, aleatória e por troca. 84 5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) corrente entrando. 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples camada e q=1. 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2. 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um en- rolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 108 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3. 109 6.6 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 1. 110 6.7 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para	4.5	Cruzamento uniforme
5.1 Posição angular das ranhuras de estator. 89 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) corrente entrando. 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples camada e q=1. 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2. 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 108 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3. 109 6.6 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 1. 110 6.7 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2. 109	4.6	Mutações binária simples, aleatória e por troca
 5.2 Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) corrente entrando	5.1	Posição angular das ranhuras de estator
corrente entrando. 90 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples camada e q=1. 91 5.4 Exemplo de indivíduo da População. 96 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População. 97 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2. 98 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3. 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação. 102 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um en- rolamento trifásico concentrado. 106 6.2 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para os enro- lamentos selecionados. 106 6.3 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 108 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 109 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3. 109 6.6 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 1. 110 6.7 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2. 110	5.2	Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b)
 5.3 Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples camada e q=1		$corrente entrando. \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $
 camada e q=1	5.3	Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples
 5.4 Exemplo de indivíduo da População		$camada e q=1. \dots \dots$
 5.5 Processo de validação dos indivíduos da População	5.4	Exemplo de indivíduo da População
 5.6 Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2	5.5	Processo de validação dos indivíduos da População
 trifásico de q=1 e y=2	5.6	Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento
 5.7 Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifasico de q=3 100 5.8 Fluxograma da operação de mutação		trifásico de q=1 e y=2
 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado	5.7	Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifasico de $q=3$ 100
 6.1 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado	0.8	r luxograma da operação de mutação
 rolamento trifásico concentrado	6.1	Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um en-
 6.2 Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para os enrolamentos selecionados. 6.3 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1. 6.4 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2. 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3. 6.6 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 1. 6.7 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2. 		rolamento trifásico concentrado
 lamentos selecionados	6.2	Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para os enro-
 6.3 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1		lamentos selecionados
 enrolamento 1	6.3	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o
 6.4 Distribuição espacial instantanea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2	0.4	enrolamento 1
 6.5 Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3	6.4	Distribuição espacial instantanea e diagrama vetorial de FMM para o
 6.5 Distribuição espacial instantanea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3	C F	enrolamento 2
 6.6 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 1 110 6.7 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2 110 	0.0	Distribuição espacial instantanea e diagrama vetorial de FMM para o
6.7 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2 110	66	Espectre hermônice e fatores de enclamente para e enclamente 1 110
0.1 Espectro narmonico e natores de embranento para o embranento 2 110	0.0 6.7	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2
6.8 Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 3 111	6.8	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2 110
	0.0	

6.9	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o)	
	enrolamento 4	•	112
6.10	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o)	
	enrolamento 5		113
6.11	Distribuição espacial e estrela de FMM para o enrolamento 6		113
6.12	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 4		114
6.13	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 5		114
6.14	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 6		115
6.15	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o)	
	enrolamento 7		118
6.16	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 7		119
6.17	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o)	
	enrolamento 8		121
6.18	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 8		121
6.19	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o)	
	enrolamento 9.		123
6.20	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 9.		123
6.21	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para c)	
	enrolamento 10		125
6.22	Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 10	•	125
6.23	Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o		120
0.20	oprolamento 11	,	196
6.94	Espectro harmônico o fatoros de aprolamento para o aprolamento 11	•	120
0.24	Distribuição especial instantânea o disgrama vetorial de EMM para e	•	121
0.20	Distribuição espacial instantanea e diagrama vetorial de FMM para c	J	100
0.00	enrolamento 12	•	129
6.26	Espectro harmónico e fatores de enrolamento para o enrolamento 12.	•	129

LISTA DE TABELAS

Pág.

2.1	Parâmetros dos enrolamentos fracionários de primeiro e segundo grau	42
2.2	Parâmetros de enrolamento.	46
2.3	Arranjo dos condutores de fase num enrolamento integral.	48
2.4	Arranjo dos condutores de fase num enrolamento fracionário	51
3.1	Fatores de distribuição para os enrolamentos trifásicos convencionais	64
5.1	Relação entre genes e correntes de fase	95
6.1	Configuração dos enrolamentos convencionais analisados	07
6.2	Arranjo dos condutores da primeira camada e números de índice para os	
	enrolamentos 1 a 6	08
6.3	Configuração dos enrolamentos otimizados propostos	17
6.4	Arranjo dos condutores da primeira camada e números de índice para os	
	enrolamentos 7 a 12	17

LISTA DE SÍMBOLOS

$m_{\rm c}$	_	Número de fases
\overline{Z}	_	Número de ranhuras de estator
$\frac{2}{2n}$	_	Número de polos
$\frac{-r}{n}$	_	Número de pares de polos
r $ au$	_	Passo polar
, 11	_	Passo de bobina em ranhuras
9 B	_	Relação entre o passo de bobina e o passo polar
a	_	Número de ranhuras por polo e fase
R	_	Numerador da fração imprópria de <i>a</i>
D	_	Denominador da fração imprópria de q
Ω Ω	_	\hat{A} ngulo elétrico entre ranhuras
M	_	Número de módulos repetitivos do enrolamento
Z'	_	Número de ranhuras por módulo
2		$\hat{\Lambda}$ ngulo ocupado por uma zona do faso (om radianos)
α_z		Número de ranhuras por polo
\mathcal{Q}	_	Número de espiras por polo
i v	_	Valor da corrente
<i>u</i>	_	Passo de bobina em radianos elétricos
9rad		$\hat{\Lambda}$ ngulo entre es veteres de EMM no entreferre
$\frac{\alpha_f}{T_r}$		Paríodo da onda fundamental
<u>г</u> 0	_	Posição angular
n n	_	Ordem harmônica
п. До	_	Valor médio da curva no período
a a	_	Termo em cosseno da série de Fourier
h_n	_	Termo em seno da série de Fourier
E_1	_	Altura da onda retangular de FMM desenvolvida por uma bobina
1 b t	_	Tempo
$F_1(\theta)$	_	Função de FMM desenvolvida por um condutor
$F_{\rm h}(\theta)$	_	FMM para um harmônico numa bobina de passo pleno
F_{h}	_	Amplitude da fundamental de FMM de uma bobina de passo pleno
F_{h}	_	Amplitude de um harmônico de FMM de uma bobina de passo pleno
$F_{bt}(\theta)$	_	FMM total numa bobina de passo pleno
F_{br_1}	_	Amplitude da fundamental de FMM de uma bobina de passo fracionário
$F_{br_{m}}$	_	Amplitude de um harmônico de FMM de uma bobina de passo fracionário
k_{r_1}	_	Fator de redução de passo para a componente fundamental
k_{r_n}	_	Fator de redução de passo para o harmônico de ordem n
$F_{br(n)}(\theta)$	_	FMM para um harmônico numa bobina de passo fracionário
$F_{brt}(\theta)$	_	FMM total numa bobina de passo fracionário
k_{d_1}	—	Fator de distribuição para a componente fundamental

k_{d_n}	_	Fator de distribuição para o harmônico de ordem n
n_r	_	Ordem dos harmônicos de ranhura
k_{p_1}	_	Fator de enrolamento para a componente fundamental
k_{p_n}	_	Fator de enrolamento para o harmônico de ordem n
F_{fase_1}	_	Amplitude da fundamental de FMM numa fase de um enrolamento integral
F_{fase_n}	_	Amplitude de um harmônico de FMM numa fase de um enrolamento integral
$F_{fase_{(n)}}(\theta)$	_	FMM para um harmônico numa fase de um enrolamento integral
$F_{Tfase}(\theta)$	_	FMM total numa fase de um enrolamento integral
F_{trif_1}	_	Amplitude da componente fundamental de FMM num enrolamento trifásico
ω_{sn}	—	Frequência angular síncrona
ω_n	—	Frequência angular para o harmônico de ordem n
κ	_	Tamanho do torneio
G	—	Numero da geração atual
G_{max}	—	Numero máximo de iterações
$F_{aval}(x)$	_	função de avaliação
$F_{aval}(x)^*$	—	Valor ótimo da função de avaliação
I_a	_	Corrente na fase A
I_b	_	Corrente na fase B
I_c	_	Corrente na fase C
n_t	_	Número de harmônicos considerados na série de Fourier
p_0	—	Posição angular de referência
p_A	—	Posição angular do eixo de FMM da fase A
p_B	—	Posição angular do eixo de FMM da fase B
p_C	—	Posição angular do eixo de FMM da fase C
Δ	—	Defasamento angular entre os vetores de FMM das fases A, B e C
C_n	—	Amplitude de um harmônico no espectro de Fourier
C_1	—	Amplitude da componente fundamental no espectro de Fourier
C_s	—	Amplitude da componente principal no espectro de Fourier
DH	—	Distorção Harmônica
DHT	—	Distorção Harmônica Total
$DHT_{\%}$	—	Distorção Harmônica Total percentual
l	_	Número de indivíduos da população
С	—	Comprimento do cromossomo

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- FMM Força Magnetomotriz
- FEM Força Eletromotriz
- CA Corrente Alternada
- AG Algoritmo Genético
- DNA Ácido desoxirribonucléico
- M.D.C. Máximo Divisor Comum

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

É bem conhecida a importância das máquinas elétricas no mundo atual. Seja na geração de energia, na atividade industrial ou até mesmo utilizadas em dispositivos residenciais, atualmente as máquinas elétricas se fazem presentes em uma infinidade de aplicações. Estima-se que os motores elétricos sejam responsáveis por mais de 50% da energia consumida no mundo, sendo que as máquinas CA representam mais de 90% do mercado mundial (CUNHA, 2009). Os geradores síncronos, por sua vez, produzem a maior parte da energia elétrica consumida no planeta, estando presentes em hidrelétricas, termoelétricas, entre outras centrais geradoras (LOPES J. Q.; HOMRICH, 2012).

Tanto os motores quanto os geradores CA apresentam, de forma geral, enrolamentos alocados em ranhuras localizadas na periferia do estator, sendo os enrolamentos trifásicos de dupla camada o tipo mais comum. As características elétricas e a eficiência de uma máquina dependem predominantemente das propriedades dos seus enrolamentos, de forma que estudos e avanços no sentido de melhorar suas propriedades possuem grande relevância (BUKSNAITS, 2007).

1.1 Efeitos nocivos dos harmônicos e estudo da curva de força magnetomotriz.

É conhecido que a força magnetomotriz constitui grandeza importante para o estudo do desempenho das máquinas CA, sendo desejável que sua distribuição espacial no entreferro seja o mais próximo possível de uma onda senoidal (KOSTENKO M.; PI-OTROVSKI, 1979; DAJAKU G.; GERLING, 2013; LIPO, 2004; SEN, 1997). Os harmônicos espaciais de Força magnetomotriz influenciam negativamente o desempenho da máquina, de forma que, quanto maior o conteúdo harmônico contido na curva de força magnetomotriz, mais o campo magnético rotativo se distanciará de uma onda senoidal (BUKSNAITS, 2007).

Entre os diversos efeitos indesejáveis causados pela presença de harmônicos, podemse citar o aumento nas perdas no ferro e no cobre, aparecimento de fluxos e correntes parasitas, aumento da saturação magnética e reatância, vibrações mecânicas e ruído (DAJAKU G.; GERLING, 2013; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; CALVERT, 1938; TOMMASO A.O.; GENDUSO, 2015; KOCABAS, 2009). Estes efeitos podem ser consideráveis ou desprezíveis, dependendo das proporções de projeto.

Além destes, destaca-se que o comportamento da curva torque x velocidade é fortemente influenciado pelo conteúdo harmônico da força magnetomotriz. As componentes harmônicas podem induzir torques parasitas que tendem a ajustar o ponto de operação da máquina para menores velocidades, afetando seu desempenho (SEN, 1997; KOCABAS, 2009).

Com o intuito de diminuir o conteúdo harmônico e melhorar a performance das máquinas, são bem conhecidas as técnicas de distribuir e encurtar o passo das bobinas dos enrolamentos, documentadas na literatura clássica à respeito do assunto. A utilização dos fatores de enrolamento na caracterização do conteúdo harmônico da força magnetomotriz constitui ferramenta preponderante neste contexto (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955; VEINOTT, 1959).

O estudo dos fatores de enrolamento é a base dos estudos sobre as propriedades eletromagnéticas dos enrolamentos de máquinas trifásicas. Entretanto, estes fatores representam apenas os valores relativos das amplitudes dos harmônicos de força magnetomotriz ou força eletromotriz em relação às amplitudes correspondentes de um enrolamento concentrado de simples camada (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955; VEINOTT, 1959). Uma vez que os enrolamentos concentrados de simples camada não geram harmônicos de ordem par, é impossível determinar os fatores de enrolamento para os harmônicos pares gerados por determinados tipos de enrolamentos trifásicos, como por exemplo, os enrolamentos fracionários (BUKSNAITS, 2007). Nestes enrolamentos, ocasionalmente a distribuição espacial de força magnetomotriz apresenta harmônicos pares e harmônicos de ordem inferior à componente síncrona principal (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; GRAHAM, 1927; CALVERT, 1938).

1.2 Projeto de enrolamentos de máquinas CA.

Uma vez que a distribuição espacial de força magnetomotriz no entreferro depende apenas da geometria dos enrolamentos e das correntes que os percorrem, busca-se na fase de projeto dos enrolamentos a obtenção de geometrias que resultem em uma distribuição espacial de força magnetomotriz o mais livre possível de harmônicos. Tendo em vista que os efeitos indesejáveis dos harmônicos espaciais são proporcionais às suas magnitudes, uma onda de força magnetomotriz otimizada resulta numa melhora das características da máquina (KOCABAS, 2009).

A maioria dos enrolamentos de máquinas CA são produzidos seguindo padrões geométricos contidos em tabelas e ábacos desenvolvidos há várias décadas, baseados na teoria tradicional de análise dos fatores de enrolamento e na experiência dos projetistas. De forma geral, a disposição do enrolamento obedece a parâmetros de projeto previamente definidos, como o número de ranhuras, fases e polos. Assim, comumente o projetista apenas realiza a consulta e procura, dentre as opções disponíveis, o arranjo que se encaixa nestes parâmetros. De fato, para a maioria das máquinas, este procedimento funciona de forma satisfatória (SMITH A.C.; DELGADO, 2010).

No entanto, com os novos desafios impostos a cada dia na operação e controle de máquinas elétricas, como o uso de dispositivos eletrônicos de controle, se torna importante o desenvolvimento de ferramentas mais adequadas para a análise e projeto de máquinas, utilizando os recursos computacionais disponíveis atualmente. Neste sentido, muitos aplicativos computacionais foram desenvolvidos para solucionar diversos problemas de origem magnética em máquinas elétrica rotativas e em sistemas elétricos de maneira geral. Contudo, poucas ferramentas computacionais foram desenvolvidas para tratar dos enrolamentos de máquinas CA e seu projeto (TOMMASO A.O.; GENDUSO, 2015), justificando os esforços recentes no âmbito do desenvolvimento de ferramentas para este fim.

1.3 Objetivos do trabalho.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia para análise e otimização de geometrias de enrolamentos trifásicos de estator de dupla camada, baseada no estudo da Distorção Harmônica de força magnetomotriz produzida por estes enrolamentos. Partindo-se de arranjos de condutores totalmente aleatórios, pretende-se encontrar geometrias de enrolamento otimizadas.

Para tal, utilizam-se como ferramenta de busca os algoritmos genéticos. Em problemas que envolvam permutações ou onde o espaço de busca seja muito extenso, os algoritmos genéticos tendem a apresentar bons resultados, justificando a escolha do método. Considerando a infinidade de arranjos de bobinas de fase e passos de bobina possíveis e que o número de possibilidades cresce exponencialmente à medida que se aumenta o número de ranhuras, sem a utilização de uma técnica de busca especializada como o algoritmo genético, o tempo de processamento se tornaria inviável. Desta forma, este trabalho visa contribuir para o projeto de máquinas elétricas, fornecendo alternativas de projeto e análise de enrolamentos CA.

1.4 Organização do trabalho.

O trabalho está organizado em 7 capítulos , dispostos da seguinte maneira:

O Capítulo 2 apresenta os enrolamentos polifásicos de estator de máquinas CA, suas principais propriedades, classificação e princípios de projeto. Apresenta também as principais técnicas construtivas utilizadas para a redução do conteúdo harmônico de força magnetomotriz, bem como exemplos de aplicação.

O Capítulo 3 apresenta uma análise da força magnetomotriz no entreferro de máquinas CA, conforme referências tradicionais sobre o tema. Partindo-se da distribuição espacial de força magnetomotriz desenvolvida por um condutor, é realizada a análise da força magnetomotriz associada aos diversos tipos de enrolamento. Também é apresentado o conceito dos fatores de enrolamento para caracterização do conteúdo harmônico.

O Capítulo 4 traz uma revisão sobre as principais técnicas de otimização, detalhando os princípios e características dos algoritmos genéticos, utilizados neste trabalho.

O Capítulo 5 apresenta a metodologia de caracterização dos enrolamentos CA através da Distorção Harmônica de força magnetomotriz associada e pelo espectro de Fourier, realizada por meio de ferramenta computacional. Também descreve a ferramenta de otimização implementada para busca de geometrias de enrolamento alternativas.

O Capítulo 6 apresenta os resultados da análise harmônica realizada e um comparativo entre as geometrias convencionais e os resultados obtidos na otimização, bem como as discussões pertinentes.

Por fim, o Capítulo 7 destina-se às conclusões e sugestão de estudos futuros.

CAPÍTULO 2

GEOMETRIA DOS ENROLAMENTOS DE ESTATOR

2.1 Características gerais dos enrolamentos

Enrolamentos nos quais bobinas individuais são alocadas em ranhuras, formando enrolamentos mono ou polifásicos, constituem grande parte dos enrolamentos de máquinas CA. As características eletromagnéticas deste tipo de enrolamento são definidas por fatores como número de fases, tipo de construção, número de camadas por ranhura, passo das bobinas que formam o enrolamento, número de ranhuras por polo e fase, arranjo das conexões finais entre os grupos de bobinas, entre outros. Estes fatores buscam o melhor equilíbrio entre diversas demandas de projeto da máquina, que deve levar em consideração aspectos teóricos, econômicos, limitações de materiais e especificidades da aplicação (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; DESHPANDE, 2011; LANGSDORF, 1955; LIPO, 2004).

A disposição das bobinas no enrolamento se dá de forma que em cada polo há trechos destinados aos condutores de cada fase. Dessa forma, num enrolamento com *m* fases haverá sob cada polo *m* regiões distintas, denominadas **zonas de fase**. Numa zona de fase, os lados das bobinas de determinada fase são alocados de forma que em todos eles a corrente flua no mesmo sentido (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993). A Figura. 2.1 ilustra um intervalo polar e suas respectivas zonas de fase para um enrolamento trifásico. O espaço angular em radianos elétricos ocupado pelos condutores numa zona de fase é dado por:

$$\alpha_z = \frac{\pi}{m} \tag{2.1}$$

Enrolamentos com zonas de fase de $\frac{\pi}{3}$ radianos elétricos são os mais comuns, sendo utilizados nas máquinas trifásicas. As zonas de fase são distribuídas simetricamente, de forma que as mesmas sejam alocadas separadas por distâncias iguais na periferia do estator. Num enrolamento balanceado, essa distância é dada por $\frac{2 \cdot \pi}{m}$ radianos elétricos (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; SEN, 1997). A Figura 2.2 mostra a divisão do enrolamento em zonas de fase de polaridades¹ positivas e nega-

¹As polaridades são adotadas de acordo com o sentido da corrente que percorre os condutores, determinado pelo sentido de enrolamento das bobinas. Neste trabalho, adota-se como polaridades positiva e negativa o sentido da corrente saindo e entrando no enrolamento, respectivamente.



Figura 2.1 - Zonas de fase num intervalo polar.

tivas num enrolamento trifásico, de acordo com o sentido da corrente que percorre os condutores em cada polo.



Figura 2.2 - Zonas de fase num enrolamento trifásico de 4 polos.

Assim, numa máquina trifásica, a primeira zona positiva da fase A está localizada a 120° elétricos da primeira zona positiva da fase B que, por sua vez, está localizada a 120° da primeira zona positiva da fase C. Esta é uma condição necessária para que se obtenha um enrolamento simétrico, ou seja, um enrolamento que define um sistema balanceado de *m* fases (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993). Para fins de estudo geralmente se consideram os enrolamentos balanceados (WALKER, 1981), os quais são tema deste trabalho.

O conjunto de bobinas contidas numa zona de fase é denominado **grupo de bobinas**. As bobinas de um grupo são ligadas em série, com apenas 2 (dois) terminais, podendo a ligação entre os grupos ser feita em série, paralelo ou numa combinação série-paralelo. Nos enrolamentos mais comuns, todas as bobinas dos grupos são iguais em forma e tamanho (ALVARENGA, 1993; VEINOTT, 1959).

Nos enrolamentos de máquinas CA mais utilizados, cada bobina geralmente possui um lado alocado na camada interna (ou inferior) de uma ranhura e seu outro lado localizado na camada externa (ou superior) de outra ranhura. Uma vez que as bobinas são de mesmo tamanho, definindo-se as posições dos lados esquerdos das bobinas, automaticamente as posições dos lados direitos das mesmas bobinas também estarão definidas (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; SEN, 1997). Existem enrolamentos onde, por questões construtivas, esse arranjo é diferente, de forma que lados da mesma bobina aparecem na mesma camada. Esse tipo de arranjo introduz um pequeno desbalanceamento eletromagnético entre as fases, embora este efeito geralmente seja insuficiente para causar alguma alteração relevante no desempenho da máquina sendo, portanto, desconsiderado (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; VEINOTT, 1959). Nos enrolamentos que possuem apenas uma camada, obviamente, todos os lados de bobina se encontram na mesma posição em relação à ranhura que os contém. As características dos enrolamentos quanto ao número de camadas serão abordadas adiante.

2.2 Classificação dos enrolamentos

2.2.1 Quanto ao número de fases

Os enrolamentos podem ser arranjados de maneira a formar enrolamentos monofásicos ou polifásicos, sendo o número de fases representado por m. No caso dos enrolamentos polifásicos, estes podem ser vistos como um conjunto de m enrolamentos monofásicos, separados entre si por um ângulo de $\frac{2\cdot\pi}{m}$ radianos elétricos, alimentados de forma independente por uma fonte polifásica equilibrada. Embora o valor de m possa ser escolhido livremente, o amplo uso de fontes de energia trifásicas faz com que a maioria das máquinas elétricas polifásicas sejam trifásicas (m = 3) (PYRHO-NEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; DESHPANDE, 2011). Neste trabalho consideram-se apenas os enrolamentos trifásicos, excitados por correntes trifásicas CA equilibradas.

2.2.2 Quanto à construção

No que diz respeito à sua construção, os enrolamentos podem ser do tipo imbricado, concêntrico ou ondulado. No enrolamento imbricado se utilizam bobinas de mesmo tamanho e formato, contendo o mesmo número de espiras. Isso resulta num enrolamento perfeitamente simétrico. Vantagens como a possibilidade de encurtamento do passo de bobina, com consequente melhora nas formas de onda de força eletromotriz e força magnetomotriz, além do uso de bobinas iguais, simplificando assim a fabricação, estão entre os motivos pelos quais os enrolamentos imbricados (geralmente de dupla camada) são atualmente os mais empregados em máquinas CA (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; DESHPANDE, 2011).

Os enrolamentos concêntricos, também chamados de enrolamentos espirais, apresentam maior facilidade de construção, uma vez que suas bobinas possuem diferentes larguras e podem ser inseridas nas ranhuras de forma mais simples, quando comparado ao enrolamento imbricado (LIPO, 2004). Este tipo de enrolamento já foi bastante utilizado, porém atualmente seu uso é bastante restrito, sendo geralmente empregado em máquinas de pequena potência(KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

Nos enrolamentos ondulados, consegue-se realizar a ligação dos condutores que constituem uma fase sem recorrer à ligação entre bobinas, o que é muito útil em caso de máquinas com alto número de pólos, uma vez que, neste tipo de máquina, o número de ligações entre bobinas se torna muito elevado (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). A Figura 2.3, Figura 2.4 e Figura 2.5 ilustram os enrolamentos imbricado, concêntrico e ondulado, respectivamente.

2.2.3 Quanto ao número de camadas

Quanto ao número de camadas, os enrolamentos podem ser definidos como de **simples camada** ou **dupla camada**. Nos enrolamentos de simples camada, cada bobina


Figura 2.3 - Diagrama de um enrolamento imbricado de 4 polos.



Figura 2.4 - Diagrama de um enrolamento concêntrico de 8 polos.



Figura 2.5 - Diagrama de um enrolamento ondulado de 4 polos.

ocupa duas ranhuras, sendo alocado um lado de bobina em cada ranhura. Neste tipo de enrolamento, o número total de bobinas é igual à metade do número de ranhuras Z. Considerando um enrolamento de simples camada de m fases e 2p pólos, haverão p grupos de bobinas para cada fase, resultando num total de $m \cdot p$ grupos de bobinas no enrolamento. Num enrolamento trifásico, por exemplo, esses grupos são dispostos nas respectivas zonas de fase, respeitando um defasamento angular de 120° entre elas. As zonas de polaridade positiva e negativa de uma mesma fase, por sua vez, estão separadas uma da outra em 180° elétricos (DESHPANDE, 2011; KOSTENKO M.; PI-OTROVSKI, 1979; PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; MUNOZ, 1987). A Figura 2.6 apresenta a distribuição de condutores num enrolamento trifásico de simples camada, cuja distribuição de zonas de fase é verificada na Figura 2.2. Os enrolamentos de simples camada tem seu uso praticamente restrito a máquinas de

pequena potência (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).



Figura 2.6 - Distribuição dos condutores num enrolamento de simples camada.

Nos enrolamentos de dupla camada, cada ranhura do estator contém 2 (dois) lados de bobinas distintas, podendo estas pertencerem à mesma fase ou a fases diferentes. Assim, o número de bobinas contidas num enrolamento de dupla camada é igual ao número de ranhuras de estator Z (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; DESHPANDE, 2011; MUNOZ, 1987). Desta forma, num enrolamento de dupla camada com m fases e 2p pólos, haverá 2p grupos de bobinas para cada fase, resultando num total de $m \cdot 2p$ grupos de bobinas em todo o enrolamento, também dispostos de forma a obedecer o defasamento angular elétrico de $\frac{2 \cdot \pi}{m}$ entre fases. Cada camada possui suas próprias zonas de fase, sendo as zonas de polaridade positiva e negativa de um mesmo grupo de bobinas localizadas em camadas diferentes, separadas uma da outra pelo passo de bobina em graus elétricos (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993). A Figura 2.7 e Figura 2.8 apresentam, respectivamente, a distribuição das zonas de fase e a distribuição de condutores num enrolamento trifásico de dupla camada.

Este tipo de enrolamento tem a vantagem de permitir a ligação de circuitos paralelos em máquinas que possuam grande corrente de fase, possibilitando assim



Figura 2.7 - Zonas de fase num enrolamento trifásico de dupla camada.



Figura 2.8 - Distribuição dos condutores num enrolamento trifásico de dupla camada.

trabalhar-se com tensões diferentes mediante uma simples mudança nas ligações externas (MUNOZ, 1987).

Devido à maior flexibilidade de parâmetros construtivos e também por se tratar de uma geometria mais usual, utilizada na maioria das máquinas CA, este trabalho abordará somente os enrolamentos imbricados trifásicos de duas camadas.

2.2.4 Quanto ao passo de bobina

As ranhuras presentes no estator estão divididas entre os pólos da máquina, de forma que o número de ranhuras contidas em cada intervalo polar (π radianos elétricos) é denominado **passo polar em ranhuras** (τ). É definido por:

$$\tau = \frac{Z}{2p} \tag{2.2}$$

Onde 2p representa o número de polos da máquina.

Uma vez determinado o passo polar, define-se o **passo de bobina** (y) em ranhuras, que representa o número de ranhuras abrangidas pelos lados de uma bobina. A relação entre $y \in \tau$ é dada por:

$$\beta = \frac{y}{\tau} \tag{2.3}$$

Onde β representa a fração do passo de bobina em relação ao passo polar ou simplesmente passo da bobina. O valor do passo de bobina em ranhuras y, adicionado à ordem da ranhura onde se encontra um dos lados da bobina, determina a ordem da ranhura onde estará alocado o outro lado da mesma bobina. O passo de bobina também pode ser dado em graus elétricos, sendo definido como o ângulo elétrico que separa 2 (dois) lados de uma mesma bobina (ALVARENGA, 1993; SEN, 1997; FITZGERALD A. E.; KINGSLEY JR., 2003).

Quando o passo das bobinas que formam um enrolamento é igual ao passo polar, o enrolamento é dito de **passo pleno**. Nesta configuração, a distância angular entre os dois lados de uma bobina é de π radianos ou ou 180° elétricos e $\beta = 1$. Por outro lado, quando o passo das bobinas que formam o enrolamento é menor que o passo polar, o enrolamento é dito de **passo fracionário** ou de **passo encurtado**. Neste caso, a distância entre os dois lados de uma bobina é menor que π graus elétricos e, consequentemente, $\beta < 1$ (LANGSDORF, 1955; ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PI-

OTROVSKI, 1979; WALKER, 1981). Matematicamente, é possível analisar o caso de $\beta > 1$, que representaria um enrolamento de passo "aumentado". Contudo, a utilização de bobinas de passo maior que o passo polar implica em dificuldades de montagem e aumento da dispersão das cabeças de bobina, tornando essa configuração não vantajosa (LIPO, 2004; PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009). A Figura 2.9 e Figura 2.10 ilustram os enrolamentos de passo pleno e fracionário, respectivamente.



Figura 2.9 - Enrolamento trifásico de passo pleno.

O encurtamento de passo influencia no conteúdo harmônico da densidade de fluxo no entreferro da máquina. Selecionando-se corretamente o valor de β pode-se obter uma distribuição de densidade de fluxo magnético mais senoidal que num enrolamento de passo pleno, ou seja, uma forma de onda de força magnetomotriz com menor conteúdo harmônico. Em uma máquina síncrona de polos salientes, por exemplo, a redução de passo pode resultar numa produção de tensões mais senoidais que num enrolamento de passo pleno. Outras vantagens da utilização de enrolamentos de passo fracionário são a diminuição da utilização de cobre e o aumento da rigidez das bobinas, uma vez que as conexões entre terminais dos grupos de bobinas se tornam menores. Este fato é especialmente importante no caso dos turbo-alternadores de alta velocidade, devido aos esforços de flexão produzidos nas ligações dos terminais das



Figura 2.10 - Enrolamento trifásico de passo fracionário.

bobinas em condições de curto-circuito (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; LANGSDORF, 1955; MUNOZ, 1987).

Enrolamentos de passo fracionário são geralmente do tipo imbricado, sempre de duas camadas, uma vez que não há como reduzir o passo de bobina num enrolamento de simples camada (ALVARENGA, 1993). A redução de passo causa um deslocamento entre as zonas de fase das duas camadas do enrolamento, de forma que uma mesma ranhura passa a abrigar condutores de fases distintas, ao passo que, num enrolamento de passo pleno, cada ranhura sempre contém condutores da mesma fase (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; WALKER, 1981; SEN, 1997). A Figura 2.7 e Figura 2.11 ilustram as zonas de fase em enrolamentos trifásicos de passo pleno e fracionário, respectivamente.

2.2.5 Quanto à distribuição

Em um enrolamento polifásico, as zonas de fase podem abranger uma ou mais ranhuras, de acordo com o número de ranhuras do estator e a quantidade de polos. Define-se, então, o número de ranhuras por polo e fase q, que representa o número de ranhuras contidas em cada zona de fase dentro de um polo. É dado por:



Figura 2.11 - Zonas de fase num enrolamento de passo fracionário.

$$q = \frac{Z}{m \cdot 2p} \tag{2.4}$$

Quando, dentro de um polo, todos os condutores de uma determinada fase estão concentrados numa única bobina, sendo alocados na mesma ranhura (q = 1), tem-se um **enrolamento concentrado**. Esta configuração de enrolamento é pouco utilizada, uma vez que sua distribuição espacial de FMM apresenta grande conteúdo harmônico (GERLING, 2008). Quando os condutores de fase dentro de um polo estão alocados em mais de uma ranhura $(q \neq 1)$, tem-se um **enrolamento distribuído**. Nestes enrolamentos, os condutores de fase estão distribuídos em bobinas ligadas em série, ocupando q ranhuras vizinhas dentro do polo (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). O ângulo elétrico entre ranhuras adjacentes num enrolamento distribuído é dado por:

$$\alpha = \frac{180 \cdot 2p}{Z} \ (graus) \ \text{ou} \ \alpha = \frac{\pi \cdot 2p}{Z} \ (rad) \tag{2.5}$$

A Figura 2.12 e Figura 2.8 ilustram, respectivamente, os enrolamentos do tipo con-

centrado e distribuído.



Figura 2.12 - Enrolamento concentrado.

Normalmente, as máquinas CA são construídas com enrolamentos distribuídos, que se caracterizam por apresentar q > 1. Porém, em geradores síncronos de grande porte é comum a utilização de um número de ranhuras por polo e fase inferior à unidade (q < 1) (WALKER, 1981; PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). A distribuição dos enrolamentos ao longo do entreferro reduz a Distorção Harmônica da força magnetomotriz (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; FITZGERALD A. E.; KINGSLEY JR., 2003), além de fornecer outras vantagens construtivas, como uma melhor dissipação do calor gerado pelas perdas ôhmicas (devido à maior área superficial das bobinas) e uma maior variedade de opções de arranjo dos condutores (LANGSDORF, 1955).

Ainda quanto à distribuição, o enrolamento pode ser classificado como **integral** ou **congruente** quando q é um número inteiro. Se q puder ser escrito na forma de uma fração, diz-se que o enrolamento é **fracionário** ou **incongruente** (ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955; VEINOTT, 1959; STEIN-BRINK, 2008).

2.2.5.1 Enrolamentos Integrais

Neste tipo de enrolamento, o número de ranhuras por polo e fase q é inteiro e o número de condutores pertencentes a cada fase é sempre o mesmo em todos os polos da máquina, formando m zonas de fase iguais sob cada polo. A disposição de um número de bobinas igual em todos os grupos resulta num arranjo perfeitamente simétrico entre os condutores das diferentes fases. Para isso, é necessário que o número total de ranhuras do estator seja sempre um múltiplo do número de polos (LANGSDORF, 1955). A Figura 2.8, Figura 2.9 e Figura 2.10 apresentam casos de disposição dos condutores de enrolamentos integrais.

Nos enrolamentos integrais, o período da distribuição de fluxo magnético no entreferro é de 2 (dois) polos, ou seja, a disposição dos condutores nas ranhuras se repete sem alterações a cada intervalo polar duplo e, consequentemente, a distribuição espacial de força magnetomotriz no entreferro também se repete no mesmo intervalo. Isso significa que, adotando-se um lado de bobina na posição $p_0 = 0^{\circ}$ como referência, na posição 360° elétricos haverá um lado de outra bobina da mesma fase que se encontrará na mesma posição relativa ao campo magnético que o primeiro. O conjunto de bobinas compreendido neste intervalo é denominado **módulo repetitivo**. Uma vez determinada a disposição dos condutores em um módulo, este pode ser replicado até que se atinja o número de polos da máquina (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; DESHPANDE, 2011). Na Figura 2.13 observa-se a representação de 2 (dois) polos num enrolamento integral de duas camadas, considerando apenas as bobinas de uma fase.



Figura 2.13 - Intervalo polar duplo de um enrolamento integral de duas camadas (q=2).

Quanto maior o valor de q, maior a redução do conteúdo harmônico presente na distribuição espacial de força magnetomotriz. Contudo, em se tratando de enrolamentos integrais, valores elevados de q demandam um aumento considerável nas dimensões da máquina, sobretudo em máquinas com alto número de polos. É comum a utilização de arranjos com q = 3 ou q = 4, podendo este valor ser maior em casos especiais. Em geral, enrolamentos integrais de dupla camada são utilizados em máquinas de indução comuns (DESHPANDE, 2011).

2.2.5.2 Enrolamentos Fracionários

Num enrolamento fracionário, o valor de q é uma fração imprópria no formato $\left(\frac{R}{D}\right)$ e não um número inteiro. Por este conceito, apresentado na Figura 2.14, haveria, a princípio, um número fracionário de bobinas pertencentes a cada fase, o que não é possível uma vez que, para que esta condição fosse atendida, seria necessário que uma mesma bobina percentecesse a mais de uma fase, tornando essa disposição infactível (ALVARENGA, 1993). Assim, existem regras que definem a disposição adequada para os condutores deste tipo de enrolamento, de forma que cada fase seja eletricamente e magneticamente balanceada. Essa disposição resulta num número diferente de ranhuras para cada fase sob cada polo e, consequentemente, um valor desigual de bobinas por grupo. A Figura 2.15 mostra um exemplo de disposição dos condutores de fase num enrolamento fracionário.



Figura 2.14 - Intervalo polar duplo de um enrolamento fracionário fictício.

Para que se construa um enrolamento trifásico equilibrado, é necessário que as bobinas de fase do enrolamento sejam distribuídas de acordo com um padrão determinado. Nos enrolamentos integrais, isto é perfeitamente visualizado com a ajuda do



Figura 2.15 - Disposição dos condutores num enrolamento trifásico fracionário de $q = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$.

ângulo α_z . Nestes enrolamentos, as bobinas estão sempre na mesma posição angular elétrica, quando se considera cada módulo repetitivo (2 polos) isoladamente (Figura 2.13).

No caso do enrolamento fracionário, a posição angular elétrica das bobinas muda a cada 2 (dois) polos. Para que isto ocorra, o módulo repetitivo do enrolamento pode abraçar mais que 2 (dois) polos (ALVARENGA, 1993; DESHPANDE, 2011). Assim, o espaço angular ocupado por cada fase não é mais igual dentro dos polos, resultando em zonas de fase diferentes sob cada polo (Figura 2.14) (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009).

Devido à assimetria na disposição dos condutores de fase em cada polo, que ocasiona um deslocamento na posição relativa das ranhuras nos diferentes polos em relação ao campo magnético, nos enrolamentos fracionários o ângulo elétrico entre ranhuras α não mais coincide com o ângulo elétrico entre fasores de corrente e entre fasores de força eletromotriz nos condutores das bobinas. O menor ângulo α_f entre estes fasores é obtido por:

$$\alpha_f = \frac{\pi}{R \cdot m} \tag{2.6}$$

Onde R é o numerador da fração imprópria q.

Num enrolamento fracionário, o numerador da fração de q indica o número de ranhuras que serão ocupadas por casa fase no número de polos indicado pelo numerador da fração, antes que o enrolamento se repita. Num enrolamento com $q = \frac{9}{4}$, por exemplo, serão R = 9 ranhuras para cada fase distribuídas em D = 4 polos. Sendo assim, o conceito de módulo repetitivo também é válido para os enrolamentos fracionários porém, ao contrário do que acontece nos enrolamentos integrais, nem sempre a disposição das bobinas no enrolamento se repetirá a cada 2 (dois) polos, estando este intervalo associado ao denominador da fração D. Ele determina a quantidade de polos percorrida até que a distribuição espacial de força magnetomotriz no entreferro se repita.

Quando o denominador D é um número ímpar, define-se um **enrolamento de primeiro grau**. Já quando o valor de D é par, tem-se um **enrolamento de segundo grau** (DESHPANDE, 2011; PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993). A Tabela 2.1 reúne alguns parâmetros que diferenciam os enrolamentos fracionários de dupla camada de primeiro e de segundo grau. A disposição dos condutores nestes enrolamentos será abordada adiante.

	Enrolamento de 1º grau	Enrolamento de 2º grau			
Parâmetro q	q = R/D				
Denominador D	ímpar	par			
${\rm N^o}$ de módulos repetitivos (M)	p/D	2p/D			
Ranhuras por módulo (Z^\prime)	$6 \cdot R$	$3 \cdot R$			
\mathbf{N}^{o} de polos por módulo (t)	$2 \cdot D$	D			

Tabela 2.1 - Parâmetros dos enrolamentos fracionários de primeiro e segundo grau.

Nos enrolamentos fracionários, não há a necessidade de que o número de ranhuras de estator Z seja um múltiplo do número de polos, o que fornece uma variedade maior de opções construtivas. Porém, para que se respeite a simetria entre as fases, con-

tinua sendo necessário que Z seja múltiplo do número de fases (ALVARENGA, 1993; LANGSDORF, 1955; DESHPANDE, 2011). Quando q é racional, não há como obter um enrolamento de passo pleno, uma vez que o passo polar (τ) não é um número real. Enrolamentos fracionários são, portanto, obrigatoriamente enrolamentos de passo encurtado (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009).

Os enrolamentos fracionários apresentam algumas vantagens em relação aos enrolamentos integrais, tais como:

- Maior liberdade de escolha do número de ranhuras de estator (Z) para o mesmo número de polos (LIPO, 2004);
- Utilização de um número de ranhuras de estator que não seja múltiplo do número de polos, tendendo a suprimir oscilações no fluxo magnético causado pelo movimento dos dentes em relação às faces polares (LANGSDORF, 1955);
- Maior redução do conteúdo harmônico de força magnetomotriz no entreferro, sobretudo os harmônicos de ranhura, bastante notáveis em enrolamentos integrais, sem, no entanto, aumentar as dimensões da máquina (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009);
- Múltiplas alternativas de redução do passo de bobina;
- Oportunidade de melhorar a forma de onda de tensão em geradores, eliminando certas ordens harmônicas (DESHPANDE, 2011).

A grande desvantagem deste tipo de enrolamento se dá pelo aparecimento dos chamados **harmônicos sub-síncronos** ou **sub-harmônicos** na onda de força magnetomotriz, quando o denominador D é diferente de 2 (dois). Estes sub-harmônicos são ordens harmônicas de período superior à componente síncrona principal e apresentam velocidade de deslocamento superior à síncrona. (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; SALMINEN P.; NIEMELA, 2004)

Nos enrolamentos fracionários também é notado o aparecimento de ordens harmônicas pares, devido à assimetria na distribuição de FMM no entreferro, causando efeitos indesejáveis no desempenho da máquina, como aquecimento, ruído e perda de eficiência (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; DESHPANDE, 2011; GRAHAM, 1927). Geralmente os enrolamentos fracionários são de dupla camada, embora seja possível a montagem de um enrolamento fracionário de simples camada (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009). Devido à sua característica de redução de conteúdo harmônico de força eletromotriz e força magnetomotriz sem aumento significativo das dimensões da máquina, os enrolamentos fracionários são encontrados principalmente em grandes máquinas síncronas, com elevado número de pólos (DESHPANDE, 2011).

2.2.6 Quanto ao arranjo das conexões finais entre os grupos de bobinas

Assim como os grupos de bobinas, quando um enrolamento é formado por vários módulos repetitivos, estes podem ser ligados em série, paralelo ou numa combinação série-paralelo. Estes arranjos determinam o número de caminhos percorridos pela corrente de fase, o qual varia de acordo com o tipo de enrolamento (ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

Nos enrolamentos integrais, como cada par de pólos representa um módulo repetitivo, para 2p polos há, portanto, p módulos e p caminhos paralelos para a corrente. Nos enrolamentos fracionários, esse número é determinado pelo número de módulos repetitivos do enrolamento M, sendo este dado pelo máximo divisor comum entre Ze 2p (BIANCHI N.; DAI PRE, 2006; ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). Portanto:

$$M = M.D.C.(Z, 2p) \tag{2.7}$$

2.3 Disposição dos condutores ao longo do entreferro

O princípio de funcionamento de máquinas elétricas é baseado na interação entre os campos magnéticos e as correntes que circulam nos enrolamentos da máquina (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009). Sabe-se também que a distribuição espacial de força magnetomotriz no enrolamento está diretamente ligada à disposição dos condutores nas ranhuras do estator, de forma que, para que se obtenha uma distribuição periódica da força magnetomotriz no entreferro da máquina, se torna necessário que a disposição dos condutores nas ranhuras também seja periódica (PYRHONEN J.; JOKI-NEN, 2009; ALVARENGA, 1993; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). Esta disposição é determinada em fase de projeto, fundamentalmente, pelas dimensões da máquina e pelo nível de saturação dos dentes. Conforme o tipo de enrolamento, se permite uma certa flexibilidade dos parâmetros construtivos. A escolha criteriosa destes permite melhorar o desempenho da máquina.

Os enrolamentos das máquinas CA trifásicas geralmente são espacialmente distribuídos nas ranhuras de estator de forma a se obter uma distribuição de campo magnético o mais senoidal possível. Considerando as limitações construtivas do estator, como a presença de ranhuras e a existência de um número discreto de condutores contidos em cada uma delas, obter uma distribuição senoidal de força magnetomotriz no entreferro da máquina se torna um grande desafio (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; LIPO, 2004).

Uma vez conhecidos os tipos de enrolamento e seus principais parâmetros, existem regras definidas para a organização dos condutores nas ranhuras. Essas regras determinam o que alguns autores definem como **enrolamento padrão** ou **convencional** (WALKER, 1981; LIPO, 2004; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). Embora não haja uma regra geral para o projeto de enrolamento de uma máquina, possibilitando o arranjo dos condutores de fase de maneiras distintas, a distribuição padrão se mostrou eficiente, originando tabelas e ábacos amplamente utilizados pelos fabricantes (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; LIWSCHITZ; RAYMUND, 1964). As regras de distribuição pra os enrolamentos padrão trifásicos de dupla camada serão mostradas a seguir.

Primeiramente, alguns parâmetros iniciais são definidos, como o número de ranhuras de estator (Z), número de pólos (2p) e o passo de bobina em ranhuras (y). Os demais parâmetros são funções dos primeiros, sendo obtidos através das relações (2.2) a (2.10). A Tabela 2.2 reúne os principais parâmetros que caracterizam os enrolamentos de máquinas CA.

2.3.1 Disposição dos condutores nos enrolamentos integrais

Nos enrolamentos integrais, o arranjo dos condutores é determinado para um par de polos, se repetindo no caso de máquinas com maior numero de polos. Considerando um enrolamento integral trifásico, o número de ranhuras contidas num polo é dado por:

$$Q = 3 \cdot q \tag{2.8}$$

Grandeza	Descrição	Natureza
Z	número de ranhuras	inteiro
2p	número de pólos	inteiro
m	número de fases $(=3)$	inteiro
τ	passo polar em ranhuras (2.2)	inteiro/racional
y	passo de bobina em ranhuras (2.3)	inteiro
β	passo de bobina	real
q	ranhuras por pólo e fase (2.4)	inteiro/racional
R	numerador da fração imprópria de \boldsymbol{q}	inteiro
D	denominador da fração imprópria de \boldsymbol{q}	inteiro
α	ângulo entre ranhuras (2.5)	real
M	número de módulos repetitivos (2.7)	inteiro
Z'	ranhuras por módulo (2.9) ; (2.10)	inteiro

Tabela 2.2 - Parâmetros de enrolamento.

E o número de ranhuras contidas no módulo repetitivo é dado por:

$$Z' = 2 \cdot Q \tag{2.9}$$

Sob o polo, cada fase ocupará q ranhuras, com as fases consequentes possuindo polaridades distintas. Para a primeira camada, adotando-se a ranhura de ordem 1 (um) como primeira ranhura pertencente à fase A, a primeira ranhura pertencente à fase B de mesma polaridade estará alocada na ranhura $\frac{Z'}{3}$ à frente desta, e a ranhura da fase C se encontrará na ranhura $\frac{Z'}{3}$ à frente da primeira ranhura de B.

A primeira ranhura do segundo polo será a de ordem Q+1. Neste polo, a distribuição se repete, porém com o sentido (polaridade) das bobinas invertidos em relação à primeira e adotando a ranhura de ordem Q + 1 como referência. Assim, adotandose a ranhura Q + 1 como primeira ranhura de A, a primeira ranhura de B estará localizada na ranhura $(Q+1) + \frac{Z'}{3}$, e a primeira ranhura da fase C estaria localizada na ranhura de ordem $(Q + 1) + \frac{2 \cdot Z'}{3}$. No entanto, uma vez que a disposição dos condutores está definida apenas para 2 (dois) polos em Z' ranhuras, a ordem da fase C deverá ser subtraída de Z', para que seu valor não ultrapasse o número de ranhuras contidas no módulo Z'. Assim, a primeira ranhura da fase C estará localizada na ranhura de ordem $(Q+1) - \frac{Z'}{3}$.

Finalizado o arranjo dos condutores na primeira camada, na segunda camada seguese o mesmo padrão, porém a distribuição se iniciará na ranhura de ordem y à frente da ranhura onde se iniciou a primeira camada. Além disso, como os lados de uma mesma bobina devem ficar em camadas diferentes, as polaridades da segunda camada são invertidas com relação à primeira. Novamente, para que a ordem da ranhura de qualquer fase não ultrapasse o valor de Z', sempre que seu valor for superior a este, a ordem deve ter seu valor subtraído em Z' ranhuras.

2.3.1.1 Exemplo de aplicação

Enrolamento de Z = 24 ranhuras, 2p = 4 polos, y = 5 ranhuras (passo encurtado)

O valor de q de acordo com (2.4) é:

$$q = \frac{24}{4\cdot 3} = 2$$
 (enrolamento integral)

Assim, tem-se:

 $Q = 3 \cdot 2 = 6$ ranhuras por pólo (2.8); $Z' = 2 \cdot 6 = 12$ ranhuras no módulo repetitivo (2.9).

Distribuindo a primeira camada e adotando-se a ranhura 1 como referência, temos:

Fase A: Ranhuras 1 e 2 (polaridade positiva); 7 e 8 (polaridade negativa);Fase B: ranhuras 5 e 6 (polaridade positiva); 11 e 12 (polaridade negativa);Fase C: ranhuras 9 e 10 (polaridade positiva); 3 e 4 (polaridade negativa).

A segunda camada se iniciará na ranhura de ordem 6. Fazendo a distribuição, temos:

Fase A: Ranhuras 6 e 7 (polaridade negativa); 12 e 1 (polaridade positiva);Fase B: ranhuras 10 e 11 (polaridade negativa); 4 e 5 (polaridade positiva);Fase C: ranhuras 2 e 3 (polaridade negativa); 8 e 9 (polaridade positiva).

A distribuição resultante dos condutores no enrolamento é apresentada na Tabela 2.3.

A Figura 2.16 ilustra a disposição plana da primeira camada de condutores do en-

	Ordem das ranhuras						
Fase	Cam	ada 1	Camada 2				
	+	-	+	-			
А	1, 2	7, 8	12, 1	6,7			
В	5, 6	11, 12	4, 5	10, 11			
С	9,10	3, 4	8, 9	2, 3			

Tabela 2.3 - Arranjo dos condutores de fase num enrolamento integral.

rolamento, segundo a Tabela 2.3.



Figura 2.16 - Disposição plana da primeira camada do enrolamento integral exemplificado.

2.3.2 Disposição dos condutores nos enrolamentos fracionários

Nos enrolamentos fracionários, a determinação do layout do enrolamento se torna um pouco mais complexa, uma vez que o arranjo dos condutores varia a cada polo. Além disso, o arranjo dos condutores não mais se repete a cada passo polar duplo, mas a cada D pólos. Deshpande e Langsdorf (DESHPANDE, 2011; LANGSDORF, 1955) apresentam um método de determinação do arranjo dos condutores em enrolamentos trifásicos fracionários. Embora seja mais complexo que o proposto na Seção 2.3.1, este método possui caráter generalista, sendo aplicável tanto aos enrolamentos integrais quanto fracionários. É apresentado a seguir: Primeiramente, obtido o valor de q na forma $\frac{R}{D}$, a quantidade de ranhuras de um módulo repetitivo é dada por:

$$Z' = 3 \cdot R \tag{2.10}$$

Assim, em cada camada serão alocados R condutores (lados de bobina) de cada fase, resultando em Z' condutores a cada D pólos, para o caso dos enrolamentos de segundo grau. Nos enrolamentos de primeiro grau, o número de pólos que compõe o módulo repetitivo é ímpar, o que torna necessário que 2 (dois) módulos sejam necessários para que a máquina tenha um número de pólos par. Nestes enrolamentos, o segundo módulo possui disposição idêntica ao primeiro, porém com as polaridades da fase invertidas. Para fins práticos, define-se que o módulo repetitivo de um enrolamento de primeiro grau possui $2 \cdot Z'$ ranhuras dispostas em $2 \cdot D$ pólos, com cada fase possuindo $2 \cdot R$ condutores (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; CALVERT, 1938).

Posteriormente, determina-se o ângulo entre ranhuras α (2.6) e, adotando uma ranhura como referência em 0°, define-se o ângulo (em graus elétricos) correspondente a cada ranhura do módulo. Feito isso, a disposição dos condutores do enrolamento trifásico obedece à seguinte regra:

> $0^{\circ} \leq \alpha < 60^{\circ}$: ranhura com condutor da fase A $60^{\circ} \leq \alpha < 120^{\circ}$: ranhura com condutor da fase C $120^{\circ} \leq \alpha < 180^{\circ}$: ranhura com condutor da fase B

Para fins de simplificação, a sequência compreende apenas ângulos de até 180° elétricos. Desta forma, quando o valor do ângulo de uma ranhura é maior que este valor, o mesmo é subtraído de $k \cdot 180^{\circ}$, sendo k = (1, 2, 3, ..), tal que permaneça sempre neste intervalo. Os condutores são dispostos de forma que, em fases consecutivas, o sentido da corrente nas bobinas seja oposto, obedecendo à sequência apresentada na Figura 2.2. Assim, dentro de um pólo os condutores virão na sequência +A, -C, +Be no pólo seguinte se inverterão as polaridades, até que se tenha preenchido todas as ranhuras do módulo.

Assim como nos enrolamentos integrais, a distribuição dos condutores na segunda camada segue o mesmo arranjo da primeira, porém iniciando-se na ranhura de ordem y à frente da ranhura onde se iniciou a primeira camada. Novamente, as polaridades

da segunda camada são invertidas com relação à primeira. Quando a ordem de uma ranhura de qualquer fase ultrapassar o valor de Z', a mesma deve ter seu valor subtraído em Z' ranhuras, garantindo assim que sejam preenchidas somente as Z'ranhuras que compõe o módulo repetitivo.

O padrão de arranjo dos condutores de fase num enrolamento fracionário pode ser representado através de uma sequência numérica, que mostra o número de condutores de uma fase contidos em cada pólo da máquina. Essa sequência determina o que se define como **números de índice do enrolamento** (*index numbers*) (LANGS-DORF, 1955; DESHPANDE, 2011; WALKER, 1981). Para que o enrolamento fracionário seja balanceado, os mesmos números de índice devem se repetir para todas as fases, porém com os condutores das mesmas separados entre si pelo ângulo adequado (WALKER, 1981). A quantidade de dígitos dos números de índice deve ser igual a D e seu somatório deve ser igual a R (DESHPANDE, 2011).

2.3.2.1 Exemplo de aplicação

Enrolamento de Z = 54 ranhuras, 2p = 8 polos, y = 5 ranhuras (passo encurtado)

O valor de q (2.4) é:

 $\mathbf{q}=\frac{54}{8\cdot3}=\frac{9}{4}$ (enrolamento fracionário de segundo grau)

Assim, tem-se:

R = 9 condutores de cada fase; D = 4 polos no modulo repetitivo; $Z' = 3 \cdot 9 = 27$ ranhuras no módulo repetitivo (2.10); Ângulo entre ranhuras: $\alpha = \frac{180 \cdot 4}{27} = 26,66^{\circ}$ (2.5).

A distribuição dos condutores nas 27 ranhuras da primeira camada é mostrada na Tabela 2.4.

A Figura 2.17 ilustra a disposição plana dos condutores da fase A, segundo a Tabela 2.4.

Assim, para uma fase do enrolamento, os números de índice são:

Ranhura	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Posição (\le 180^\circ)$	0	26,66	53,33	80	106,66	133,33	160	6,66	33,33
Fase	+A	+A	+A	-C	-C	В	В	-A	-A
Ranhura	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$Posição (\le 180^\circ)$	60	86,66	113,33	140	166,66	13,33	40	66,66	93,33
Fase	С	С	С	-B	-B	+A	+A	-C	-C
		·			·				
Ranhura	19	20	21	22	23	24	25	26	27
$Posição (\le 180^\circ)$	120	146,66	173,33	20	46,66	73,33	100	126,66	153,33
Fase	В	В	В	-A	-A	С	С	-B	-B

Tabela 2.4 - Arranjo dos condutores de fase num enrolamento fracionário.



Figura 2.17 - Disposição plana dos condutores da fase A do enrolamento fracionário exemplificado.

3222

2.4 Condições de simetria

Um enrolamento de máquina CA é dito simétrico quando, alimentado por uma fonte simétrica, produz um campo magnético girante. Para garantir a simetria dos enrolamentos polifásicos, existem algumas restrições relativas aos parâmetros construtivos que devem ser respeitadas. São elas:

• O número de ranhuras de estator Z deve ser inteiro e divisível pelo número de fases, garantindo assim que todas as fases possuam o mesmo número de bobinas no enrolamento (BIANCHI N.; BOLOGNANI, 2006; WALKER, 1981;

PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009);

- Nos enrolamentos fracionários, o denominador da fração de q (D) não pode ser um múltiplo inteiro do número de fases. Para os enrolamentos trifásicos, portanto, D não pode ser um múltiplo de 3 (três) (KOSTENKO M.; PIOTRO-VSKI, 1979; ALVARENGA, 1993; STEINBRINK, 2008);
- Para um enrolamento de dupla camada fracionário, o denominador D deve ser divisor do número de polos 2p. Nos enrolamentos de simples camada fracionários, D deve ser um divisor inteiro do número de pares de polos p (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009).

Considerando as condições de simetria, conclui-se que os enrolamentos integrais são necessariamente simétricos, uma vez que o valor de D, caso o valor em que q seja escrito na forma de uma fração, será sempre igual a 1 (um), ou seja, sempre será múltiplo de qualquer número inteiro m > 2 e também divisor de qualquer número inteiro 2p. Contudo, a construção de um enrolamento simétrico fracionário depende de uma escolha adequada do valor da fração q.

Quando se projeta um enrolamento, geralmente o número de polos aparece como uma condição inicial, de forma que a escolha do valor de D é restritiva. Desta forma, definindo-se o valor de q, nem sempre é possível construir um enrolamento fracionário simétrico com determinado número de polos (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; ALVARENGA, 1993; LANGSDORF, 1955; WALKER, 1981). Pode-se fazer uso de enrolamentos com ranhuras vazias para restabelecer a simetria, porém este tipo de arranjo não será abordado neste trabalho.

CAPÍTULO 3

FORÇA MAGNETOMOTRIZ DOS ENROLAMENTOS DE MÁQUINAS CA E FATORES DE ENROLAMENTO

3.1 Introdução

Quando um enrolamento estatórico de uma máquina elétrica é percorrido por determinados valores instantâneos de corrente, se estabelece uma densidade de campo magnético no entreferro. Considerando que o circuito magnético não apresenta saturação e que a relutância das partes ferromagnéticas é desprezível, a distribuição de densidade de fluxo ao longo do entreferro resulta proporcional à força magnetomotriz (FMM) (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; ALVARENGA, 1993; SEN, 1997). Assim, para a determinação precisa da distribuição do campo magnético gerada pelos enrolamentos, se torna imprescindível a análise da distribuição espacial de FMM em cada ponto do entreferro (ALVARENGA, 1993; LANGSDORF, 1955).

Da distribuição de campo magnético no enrolamento, por sua vez, dependem grandezas importantes, como os valores e características das forças magnetomotrizes (FMMs) induzidas nos enrolamentos e as forças de natureza eletromagnética criadoras dos binários motores da máquina (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

A FMM é interpretada como a energia despendida pelo campo magnético para que as linhas de fluxo atravessem uma vez um caminho fechado qualquer em volta da bobina (ALVARENGA B. P.; CAMARGO, 1990; LANGSDORF, 1955). Sua distribuição espacial nos enrolamentos polifásicos já foi amplamente estudada por diversos autores, sobretudo no que diz respeito ao seu comportamento nos enrolamentos integrais. De forma geral, a FMM pode ser representada por uma componente senoidal fundamental mais um conjunto de ondas harmônicas superiores, cada uma se movendo com seu próprio comprimento de onda durante um ciclo da corrente (VEINOTT, 1959; GRA-HAM, 1927; CALVERT, 1938). A disposição dos condutores (bobinas) no enrolamento influencia diretamente a distribuição de FMM no entreferro, assim como as correntes que os percorrem (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; ALVARENGA, 1993). Uma vez estabelecidos no Capítulo 2 os principais parâmetros construtivos dos enrolamentos CA e a maneira tradicional de dispor os condutores nas ranhuras de estator, este capítulo discorrerá sobre a FMM desenvolvida, assim como sobre a influência dos aspectos construtivos dos enrolamentos na forma da FMM resultante, conforme tratam as referências clássicas sobre o assunto. Uma vez que o estudo se concentra nos harmônicos associados aos enrolamentos, o efeito das ranhuras será desprezado. Partindo-se da aproximação pela série de Fourier da FMM gerada por um condutor e por uma bobina, será mostrado o comportamento da FMM resultante numa fase e num enrolamento trifásico completo, buscando-se apresentar e diferenciar as particularidades existentes nos enrolamentos integrais e fracionários.

3.2 FMM em um condutor

Uma vez que a disposição dos condutores no estator de uma máquina CA é periódica, a distribuição de FMM no entreferro também possui este comportamento, repetindo sua distribuição espacial a cada módulo repetitivo do enrolamento. É conhecido que qualquer função periódica, finita e de valor único f(x) em cada ponto do domínio pode ser representada por sua série de Fourier (VEINOTT, 1959; LATTI, 2007). Desta forma, a determinação da distribuição espacial de FMM no entreferro pode ser realizada efetuando sua aproximação através da série de Fourier para o comprimento de um módulo repetitivo da máquina.

Para a determinação da FMM associada a cada bobina num enrolamento trifásico de dupla camada, admite-se um valor instantâneo de corrente. A curva de FMM, por sua vez, é decomposta em suas diversas componentes harmônicas, as quais são adicionadas separadamente às ondas correspondentes de mesma ordem das demais bobinas, até que se obtenha a distribuição espacial de FMM para o enrolamento como um todo (VEINOTT, 1959; GRAHAM, 1927).

No entanto, em seu trabalho, Hague (HAGUE, 1962) mostra que a distribuição espacial de FMM de cada bobina, usualmente aproximada por uma onda retangular, pode ser vista como a superposição das FMMs desenvolvidas em cada um dos seus lados, conforme mostrado na Figura 3.1. Cada lado de bobina produz sua própria distribuição de FMM no entreferro, no formato aproximado de uma onda dente de serra de valor de pico igual à $\frac{N \cdot i}{2}$, onde N representa o número de espiras da bobina e *i* o valor instantâneo da corrente. Essa distribuição se estende por todo o comprimento do módulo repetitivo do enrolamento. As ondas associadas a cada lado estão separadas pelo passo da bobina y_{rad} em radianos elétricos, dado pela equação (3.1).

$$y_{rad} = \beta \cdot \pi \tag{3.1}$$



Figura 3.1 - Distribuição espacial de FMM gerada pelos condutores de cada lado de uma bobina de passo pleno.

A série de Fourier para um sinal periódico $F_1(\theta)$ no espaço é dada por:

$$F_1(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta) + b_n \sin(n \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta)$$
(3.2)

Na qual:

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} F_1(\theta) d\theta$$
 (3.3)

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} F_1(\theta) \cos(n \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta) d\theta$$
(3.4)

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} F_1(\theta) \operatorname{sen}(n \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta) d\theta$$
(3.5)

 $T_0 = \text{período da onda fundamental } (rad); n = \text{ordem harmônica}; \theta = \text{posição angular}$ (rad).

Os valores de a_0 , $a_n e b_n$ estão associados às amplitudes dos componentes harmônicos de $F_1(\theta)$. Em um capítulo posterior é mostrada a forma de utilizar os coeficientes de Fourier para a determinação do chamado **espectro** da onda em análise.

Embora a maioria dos autores defina a bobina como a unidade fundamental do

enrolamento, o que construtivamente é correto, a abordagem através da FMM gerada em cada condutor (lado) se torna interessante em problemas em que a corrente da bobina não tenha um caminho de retorno definido como, por exemplo, nos rotores do tipo gaiola das máquinas de indução, além de poder ser utilizada na análise dos enrolamentos de estator. Do mesmo modo, esta abordagem permite tratar os enrolamentos fracionários de forma semelhante aos enrolamentos integrais.

Embora mais complexa, uma vez que demanda maior esforço matemático, esta será a metodologia utilizada neste trabalho, haja vista que se dispõe de ferramentas computacionais para o cálculo da distribuição de FMM. Neste capítulo, no entanto, visando a compreensão dos fenômenos relacionados à FMM tal qual tratados na abordagem clássica sobre o assunto, será feita uma revisão baseada na análise tradicional da FMM no entreferro e nas definições dos fatores de enrolamento das máquinas CA, adotando-se para tal a bobina como unidade fundamental do enrolamento.

3.3 FMM de uma bobina de passo pleno

De acordo com a teoria tradicional, existem duas unidades básicas utilizadas na construção dos enrolamentos de estator: as bobinas de passo pleno e de passo fracionário. À partir destas unidades fundamentais, todos os tipos possíveis de enrolamentos distribuídos podem ser construídos (LANGSDORF, 1955). Assim, a análise da distribuição de FMM nos dois casos é importante para o entendimento da formação da FMM resultante no entreferro das máquinas polifásicas. Utiliza-se como exemplo o caso mais simples, ou seja, um enrolamento concentrado de 2p = 2 polos.

Uma bobina de passo pleno, quando alimentada por um valor instantâneo de corrente, estabelece no entreferro uma distribuição de FMM cuja forma pode ser aproximada por uma onda retangular de período igual a um passo polar duplo (2π radianos). Essa distribuição é mostrada na figura 3.2. Neste caso, os condutores estão separados de um ângulo $y_{rad} = \pi$ radianos elétricos.

A altura da onda retangular, definida na Figura 3.2 como F_b , representa a FMM necessária para fazer passar o fluxo magnético uma vez pelo entreferro e é dada por:

$$F_b = \frac{N \cdot i}{2} \tag{3.6}$$

Onde N é o número de espiras e i é a corrente.



Figura 3.2 - Distribuição espacial de FMM gerada por uma bobina de passo pleno e seus diversos harmônicos.

A curva retangular apresentada na Figura 3.2 pode ser aproximada pela sua série de Fourier ((3.2) a (3.5)). Matematicamente, esta onda equivale a uma componente senoidal fundamental mais uma série de harmônicos de ordem superior. No caso da Figura 3.2, a curva representa a FMM em um instante de tempo para o qual a corrente é máxima.

Numa bobina de passo pleno, o termo médio a_0 da série de Fourier (3.3) é nulo e a distribuição espacial de FMM corresponde a componente fundamental acrescida de todos os harmônicos de ordem ímpar. Tornando o eixo das coordenadas coincidente com o eixo da bobina, como apresentado na Figura 3.2, os termos em cosseno da série de Fourier desaparecem (VEINOTT, 1959; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

Assim, a expressão para um harmônico de ordem n qualquer da curva de FMM de uma bobina de passo pleno será:

$$F_{b_{(n)}}(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot F_b \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \theta)$$
(3.7)

Onde θ é a posição angular.

E sua amplitude instantâne
a ${\cal F}_{b_n}$ será dada por:

$$F_{b_n} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot F_b \tag{3.8}$$

A onda retangular resultante será igual ao somatório da componente fundamental e

todos os seus harmônicos, sendo expressa por:

$$F_{bt}(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot F_b \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \theta)$$
(3.9)

Verifica-se pelas expressões (3.7) a (3.9) que a amplitude de uma ordem harmônica qualquer é inversamente proporcional à sua ordem n. Desta forma, os harmônicos de baixa ordem tendem a possuir maior amplitude e por este motivo são considerados os mais nocivos ao desempenho da máquina, sendo desejável a sua eliminação ou atenuação (LANGSDORF, 1955).

3.4 FMM de uma bobina de passo fracionário - fator de redução de passo

Quando se reduz o passo de uma bobina, a distância angular entre seus lados se torna menor que o passo polar. Ao ser percorrida por um valor instantâneo de corrente, uma bobina de passo fracionário estabelece uma distribuição de FMM que possui um formato retangular assimétrico de período igual a 2π radianos, conforme apresentado na Figura 3.3. As áreas abaixo e acima do eixo das abcissas continuam iguais, porém não mais simétricas em relação ao eixo horizontal. A relação entre as ordenadas positivas e negativas depende agora da fração do passo de bobina β (GRAHAM, 1927; VEINOTT, 1959; ALVARENGA, 1993). Devido a este fato, na distribuição de FMM gerada por uma bobina de passo fracionário há o aparecimento, além dos harmônicos de ordem ímpar, de componentes harmônicas de ordem par. No entanto, nos enrolamentos integrais esses harmônicos de ordem par não aparecerão na onda final de FMM, devido ao cancelamento que ocorre quando as componentes de todas as bobinas são adicionadas (GRAHAM, 1927). A presença de componentes harmônicas pares nos enrolamentos fracionários será abordada adiante.

Ainda sobre a Figura 3.3, um vez que as áreas acima e abaixo do eixo das abcissas são iguais, o termo a_0 da série de Fourier continua sendo nulo e, adotando-se novamente o eixo da bobina coincidente com o eixo das coordenadas, os termos em cosseno também desaparecem, tal qual num enrolamento de passo pleno (VEINOTT, 1959; GRAHAM, 1927).

Para fins de análise da influência da redução de passo de bobina no enrolamento, o efeito magnetizante de uma bobina de passo fracionário pode ser visto como o



Figura 3.3 - Distribuição espacial de FMM gerada por uma bobina de passo fracionário.

de duas bobinas de passo pleno separadas lateralmente entre si de um ângulo $(1 - \beta)\pi$, cada bobina desenvolvendo uma FMM cuja amplitude é igual à metade da amplitude total. Os harmônicos de ordem *n* são separados de um ângulo $(1 - \beta)\pi \cdot n$ (LIPO, 2004; LANGSDORF, 1955). A redução do passo causa uma defasagem espacial entre as curvas de FMM de cada bobina, conforme mostrado na Figura 3.4 para as componentes fundamentais. Uma representação vetorial é mostrada na Figura 3.5, na qual os vetores tem amplitude associada à amplitude de cada componente mostrado na Figura 3.4.

Para o caso analisado, a amplitude instantânea da componente fundamental será dada por:

$$F_{br_1} = 2 \cdot \frac{F_{b_1}}{2} \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2}) \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \frac{\pi}{2}) = \frac{4}{\pi} \cdot F_b \cdot \operatorname{sen}(\beta \cdot \frac{\pi}{2}) \cdot \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2}) \quad (3.10)$$

E para um harmônico qualquer de ordem ímpar n:

$$F_{br_n} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot F_b \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2}) \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \frac{\pi}{2})$$
(3.11)

Em (3.11), define-se o fator de redução de passo como sendo:

$$k_{r_n} = \operatorname{sen}(n \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2}) \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \frac{\pi}{2})$$
(3.12)



Figura 3.4 - Efeito da redução do passo de bobina sobre a FMM do enrolamento de passo fracionário.



Figura 3.5 - Composição vetorial da FMM de uma bobina de passo fracionário.

Assim, a expressão para um harmônico de ordem ímpar n desenvolvido por uma bobina de passo fracionário será:

$$F_{br_{(n)}}(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot F_b \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \theta) \cdot k_{r_n}$$
(3.13)

Onde k_{r_n} é o fator de redução de passo para o harmônico dado.

Por fim, a série completa para a FMM de uma bobina de passo fracionário é descrita através da expressão:

$$F_{brt}(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot F_b \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \theta) \cdot k_{r_n}$$
(3.14)

Esta expressão é similar à série obtida para uma bobina de passo pleno (3.9). No entanto, cada termo é multiplicado pelo seu próprio fator de redução de passo. Num enrolamento de passo fracionário, o termo k_{r_n} para a componente fundamental (k_{r_1}) é sempre menor que a unidade, e os coeficientes $(k_{r_3}, k_{r_5}, k_{r_7}, \text{ etc.})$ geralmente são menores ou iguais a k_{r_1} . Por esta razão, a FMM desenvolvida por um enrolamento de passo fracionário possui amplitude da componente fundamental menor que a desenvolvida num enrolamento de passo pleno com o mesmo número de espiras, porém apresenta uma melhoria quanto ao seu conteúdo harmônico (KOSTENKO M.; PIOTRO-VSKI, 1979; LANGSDORF, 1955).

Através da redução de passo é possível, inclusive, eliminar certas ordens harmônicas específicas. De forma geral, quando se encurta o passo do enrolamento em $\frac{1}{n} \cdot \tau$, o harmônico de ordem *n* desaparece da curva de FMM do enrolamento (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955). Por exemplo, num enrolamento onde o passo de bobina é igual a $\frac{4}{5}$ do passo polar ($\beta = 0, 8$), o harmônico de ordem 5 desaparece da curva de FMM. Um passo de bobina de $\frac{6}{7}$ ($\beta = 0, 85$), por sua vez, elimina o sétimo harmônico. Uma vez que os harmônicos de ordem 5 e 7, de forma geral, são os que apresentam maiores amplitudes num enrolamento trifásico, um valor de β entre 0,80 e 0,85 geralmente apresenta um melhor resultado na redução de harmônicos (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

A expressões (3.12) e (3.14) indicam que os harmônicos de ordem par não estão presentes na curva de FMM do enrolamento.

No entanto, verifica-se nos enrolamentos fracionários a presença de componentes harmônicas de ordem par na distribuição de FMM resultante no enrolamento, de forma que o fator de redução de passo, calculado da maneira tradicional, não representa o conteúdo harmônico de FMM para esta configuração de enrolamento de forma satisfatória. Este fato é verificado atribuindo-se valores de n pares na expressão (3.12), resultando em fatores de redução de passo (k_{r_n}) sempre nulos para estas componentes. Embora alguns autores sugiram outras metodologias de cálculo dos fatores de redução de passo para os enrolamentos fracionários, de forma geral não há uma regra definida para sua determinação (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009).

3.5 Fator de distribuição

Normalmente, as máquinas CA são construídas com enrolamentos distribuídos, que se caracterizam por apresentar q > 1 (Seção 2.2.5). Num enrolamento polifásico integral distribuído, os condutores que formam um grupo de bobinas estão localizados em ranhuras adjacentes, separados entre si pelo passo de ranhura (2.5). A componente fundamental é obtida realizando o somatório das componentes individuais de cada bobina, sendo o mesmo procedimento aplicado para as componentes harmônicas (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; VEINOTT, 1959; ALVARENGA, 1993).

Nos enrolamentos integrais, uma vez que os condutores sob cada polo encontram-se na mesma posição relativa ao campo magnético, o ângulo de ranhura α coincide com o ângulo entre os vetores de FMM no entreferro α_f (2.6). Considerando a componente fundamental, o ângulo de defasagem entre duas ranhuras vizinhas é α (2.5). Para o harmônico de ordem n, por sua vez, este ângulo é dado por $n \cdot \alpha$ (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955). O efeito da distribuição do enrolamento para as componentes fundamentais de um grupo de bobinas, pertencentes a um enrolamento integral, é apresentado na Figura 3.6. A representação vetorial é mostrada na Figura 3.7.

Considerando-se a defasagem espacial entre os vetores, fica claro que a amplitude da FMM de um enrolamento distribuído será sempre inferior à de um enrolamento concentrado (q = 1) de mesmo número de espiras. Assim, a relação entre a magnitude da FMM de um enrolamento distribuído e a FMM de um enrolamento concentrado equivalente é definida como **fator de distribuição** (LANGSDORF, 1955; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; WALKER, 1981). O fator de distribuição k_{d_n} para um harmônico n qualquer é dado por:



Figura 3.6 - FMM de um grupo de bobinas de q=3 e passo pleno.



Figura 3.7 - Composição vetorial das FMM das bobinas de um grupo.

$$k_{d_n} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{n \cdot q \cdot \alpha}{2}\right)}{q \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n \cdot \alpha}{2}\right)} \tag{3.15}$$

Quando o número de ranhuras por polo e fase q é muito grande, podendo ser tomado por infinito (α tendendo a zero) tem-se o que se define matematicamente como **enrolamento uniformemente distribuído** (VEINOTT, 1959; LANGSDORF, 1955; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

A Tabela 3.1 apresenta os fatores de distribuição para alguns enrolamentos trifásicos convencionais. O sinal negativo para alguns fatores indicam que a ordem harmônica correspondente é oposta em fase em relação à componente fundamental.

n	$\mathbf{q} = \mathbf{ranhuras} \ \mathbf{por} \ \mathbf{polo} \ \mathbf{e} \ \mathbf{fase}$							
	2	3	4	5	6	∞		
1	0.9659	0.9598	0.9577	0.9567	0.9561	0.9549		
3	0.7071	0.6667	0.6533	0.6472	0.6440	0.6366		
5	0.2588	0.2176	0.2053	0.2000	0.1972	0.1910		
7	-0.2588	-0.1774	-0.1576	-0.1494	-0.1453	-0.1364		
9	-0.7071	-0.3333	-0.2706	-0.2472	-0.2357	-0.2122		
11	-0.9659	-0.1774	-0.1261	-0.1095	-0.1017	-0.0868		
13	-0.9659	0.2176	0.1261	0.1022	0.0920	0.0735		
15	-0.7071	0.6667	0.2706	0.2000	0.1726	0.1273		
17	-0.2588	0.9598	0.1576	0.1022	0.0837	0.0562		
19	0.2588	0.9598	-0.2053	-0.1095	-0.0837	-0.0503		

Tabela 3.1 - Fatores de distribuição para os enrolamentos trifásicos convencionais.

Nos enrolamentos fracionários, conforme mostrado na Seção 2.2.5.2, a posição relativa entre as bobinas e o campo magnético não é mais a mesma sob cada polo. Neste caso, para que (3.15) seja válida para o cálculo dos fatores de distribuição, os valores de α e q devem ser substituídos, respectivamente, pelo ângulo α_f entre vetores de FMM no entreferro (2.6) e pelo número de ranhuras por polo e fase equivalente, dado por R. Assim, o fator de distribuição de um enrolamento fracionário de $q = \frac{R}{D}$ ranhuras por polo e fase é o mesmo que para um enrolamento integral de R ranhuras por polo e fase (VEINOTT, 1959; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979), embora o conteúdo harmônico da FMM resultante seja diferente nestes enrolamentos.

Assim como ocorre com os fatores de redução de passo, o valor de k_{d_1} é sempre pró-

ximo de 1 (um) e os demais coeficientes (k_{d_3} , k_{d_5} , k_{d_7} , etc.) geralmente são menores ou iguais a k_{d_1} . Por esta razão, a componente fundamental de FMM num enrolamento distribuído possui menor amplitude que a fundamental de FMM de um enrolamento concentrado, porém a FMM resultante apresenta uma melhoria quanto ao seu conteúdo harmônico (LANGSDORF, 1955; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; SEN, 1997).

Algumas ordens harmônicas não são afetadas pela distribuição do enrolamento, apresentando o mesmo fator de distribuição obtido para a componente fundamental. Estes harmônicos, conhecidos como harmônicos de ranhura (VEINOTT, 1959; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955), tem suas ordens (n_r) definidas em função do número de ranhuras por polo, através da expressão:

$$n_r = 2 \cdot Q \cdot k \pm 1 = 6 \cdot q \cdot k \pm 1 \tag{3.16}$$

Onde Q é o número de ranhuras por polo (2.8) e k é um número inteiro (1, 2, 3, ...). Os fatores de distribuição para os harmônicos de ranhura aparecem em destaque na Tabela 3.1.

Geralmente, os harmônicos de ranhura podem ser controlados adotando-se uma inclinação das ranhuras de rotor ou através da utilização de enrolamentos fracionários (VEINOTT, 1959; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

3.6 FMM de uma fase - fator de enrolamento

Num enrolamento integral distribuído, a amplitude da FMM de um dado harmônico de ordem n para uma fase do enrolamento é encontrada determinando-se a amplitude da FMM de mesma ordem gerada por cada bobina, multiplicando-se este valor pelo número de bobinas por grupo (q) e então multiplicando-se pelos fatores de distribuição e de redução de passo, k_{d_n} e k_{r_n} , respectivamente (VEINOTT, 1959; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

O produto do fator de distribuição e do fator de redução de passo é definido como fator de enrolamento (k_{p_n}) . Para um harmônico n qualquer é dado por:

$$k_{p_n} = k_{d_n} \cdot k_{r_n} \tag{3.17}$$

Em termos gerais, a amplitude de um dado harmônico é inversamente proporcional à sua ordem, mas é proporcional ao fator de enrolamento para o harmônico dado (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). Assim, a amplitude de um harmônico qualquer numa fase de um enrolamento integral distribuído é dada pela expressão:

$$F_{fase_n} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot q \cdot F_b \cdot k_{p_n} \tag{3.18}$$

E a série de Fourier para um harmônico n qualquer de uma fase de um enrolamento integral distribuído é dada por

$$F_{fase_{(n)}}(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot q \cdot F_b \cdot k_{p_n} \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \theta)$$
(3.19)

A FMM total de fase, por sua vez, é obtida pela expressão:

$$F_{Tfase}(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot q \cdot F_b \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot k_{p_n} \cdot \operatorname{sen}(n \cdot \theta)$$
(3.20)

Para os enrolamentos fracionários, os fatores de enrolamento calculados pela metodologia tradicional não representam de forma adequada todas as ordens harmônicas presentes na onda resultante de FMM destes enrolamento. Assim como citado na Seção 3.4, alguns autores propõem outras maneiras para o cálculo dos fatores de enrolamento e das amplitudes das diferentes ordens harmônicas presentes nos enrolamentos incongruentes. As características da FMM dos enrolamentos fracionários serão abordadas adiante.

Quando um enrolamento polifásico é alimentado por correntes senoidais, a FMM de cada uma das fases se comporta como uma onda pulsante estacionária, com uma distribuição semelhante à apresentada na Figura 3.8. A figura retrata a distribuição de FMM para um instante onde a corrente i é máxima. A composição das m fases defasadas entre si no tempo e no espaço estabelece a distribuição de FMM resultante que, por sua vez, origina o campo magnético girante no enrolamento polifásico (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; VEINOTT, 1959).

Sobre os fatores apresentados, pode-se concluir que a distribuição e a redução de passo do enrolamento, embora reduzam ligeiramente a amplitude da componente


Figura 3.8 - Distribuição espacial de FMM para uma fase de um enrolamento integral distribuído de passo pleno.

fundamental de FMM, promovem uma sensível redução no seu conteúdo harmônico, aproximando a forma de onda de uma senóide. Também verifica-se que, para os enrolamentos integrais, os fatores de enrolamento representam de forma adequada o comportamento harmônico da distribuição de FMM ao longo do entreferro, o que não acontece no casos dos enrolamentos fracionários.

3.7 FMM de um enrolamento trifásico - considerações

Assim como ocorre para a FMM de uma bobina e de uma fase, num enrolamento trifásico a curva de FMM resultante é obtida através da superposição das curvas de FMM dos diferentes elementos (bobinas) que formam o enrolamento (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; ALVARENGA, 1993). Assim, o harmônico de ordem n de um enrolamento trifásico é obtido realizando-se o somatório dos harmônicos de mesma ordem de cada uma das fases. Um enrolamento trifásico balanceado consiste em 3 (três) enrolamentos de fase agindo de forma independente e gerando um campo magnético no entreferro, sendo os eixos destes campos defasados em 120° ($\frac{2\pi}{3}$ radianos) elétricos (VEINOTT, 1959; SEN, 1997). As amplitudes do harmônico fundamental e dos harmônicos superiores de cada uma das fases variam no tempo seguindo a mesma lei que a corrente que percorre cada enrolamento (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

Quando um enrolamento polifásico é defasado no espaço de $\frac{2\pi}{m}$ radianos e é percorrido por correntes defasadas no tempo do mesmo ângulo, verifica-se que a FMM fundamental resultante se desloca pelo entreferro como uma onda de amplitude constante (VEINOTT, 1959; LANGSDORF, 1955; ALVARENGA B. P.; CAMARGO, 1990) que, no caso dos enrolamentos trifásicos, é dada pela equação (3.21):

$$F_{trif_1} = \frac{3}{2} \cdot F_{fase_1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot q \cdot F_b \cdot k_{p_1}$$
(3.21)

Sabe-se que esta componente fundamental viaja pelo entreferro na velocidade síncrona (ω_s). Os harmônicos superiores, contudo, se deslocam numa velocidade inversamente proporcional à sua ordem (GRAHAM, 1927; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; LANGSDORF, 1955; SEN, 1997), obedecendo à relação:

$$\omega_{sn} = \pm \frac{1}{n} \cdot \omega_s \tag{3.22}$$

Na qual ω_{sn} (rad/s ou rpm) é a velocidade síncrona correspondente ao harmônico de ordem n.

Como resultado, tem-se que os harmônicos de ordem superior viajam a velocidades inferiores à componente fundamental, cada um se movendo seu próprio comprimento de onda durante um ciclo da corrente (GRAHAM, 1927). O sentido de giro também varia para cada harmônico, podendo ser igual ou oposto ao da componente fundamental. Como regra geral para a FMM do enrolamento trifásico, os harmônicos de ordem n = 6k + 1, onde k é um número inteiro, giram no mesmo sentido da fundamental, enquanto os harmônicos de ordem n = 6k - 1 se movem no sentido oposto (VEINOTT, 1959; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979; SEN, 1997; KOCABAS, 2009). Vale lembrar que, em máquinas trifásicas, quando não há correntes de sequência zero percorrendo o enrolamento, os harmônicos cujas ordens são múltiplas de 3 (três) são inexistentes na onda resultante de FMM (GRAHAM, 1927; LIWSCHITZ, 1943; VEINOTT, 1959; BIANCHI N.; DAI PRE, 2006; CHEN J. Y.; CHEN, 1998).

3.7.1 FMM nos enrolamentos integrais

Assim como ocorre no caso de uma única bobina de passo pleno, a FMM gerada em um enrolamento trifásico integral é simétrica em relação ao eixo das abcissas, não havendo, portanto, a presença de harmônicos de ordem par (LANGSDORF, 1955; VEINOTT, 1959). A componente principal (fundamental) da FMM neste tipo de enrolamento tem sempre ordem n = 1 e período espacial igual a 2π radianos elétricos. Assim, a distribuição de FMM num enrolamento integral se repetirá a cada 2 (dois) polos, tal qual a disposição do enrolamento. Desta forma, basta-se analisar dois passos polares do enrolamento para se determinar o comportamento da FMM gerada em todo o entreferro, independentemente do número de polos que a máquina possua (GRAHAM, 1927; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). A Figura 3.9 apresenta um exemplo de curva de FMM resultante para um enrolamento trifásico distribuído de q = 3 para um dado instante.



Figura 3.9 - Distribuição espacial de FMM para um enrolamento integral de simples camada.

Nos enrolamentos integrais, algumas componentes harmônicas apresentam amplitudes consideráveis. Isso se deve ao fato de que, uma vez que a disposição dos grupos de bobinas de cada fase se repete a cada polo, os harmônicos superiores de FMM de todos os grupos da mesma fase somam-se algebricamente, estando presentes na FMM resultante da máquina (KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). Tendo em vista que a FMM resultante nos enrolamentos integrais não apresenta harmônicos de ordem par e as ordens harmônicas múltiplas de 3 (três) são nulas nos enrolamentos trifásicos, basicamente os harmônicos contidos na distribuição espacial de FMM de um enrolamento trifásico integral são de ordem $6k \pm 1$ (onde k é um número inteiro), viajando no sentido favorável ou oposto ao da componente fundamental (HAGUE, 1917; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

3.7.2 FMM nos enrolamentos fracionários

A FMM desenvolvida num enrolamento fracionário varia de polo para polo, assim como o arranjo dos condutores nos diferentes grupos de bobinas. Devido a este fato, a distribuição de FMM resultante não é mais simétrica em relação ao eixo das abcissas, conforme ilustra a distribuição apresentada na Figura 3.10 para um enrolamento fracionário, num dado instante. Essa assimetria resulta, ocasionalmente, no aparecimento de componentes harmônicas pares e outras cujo período polar é maior que 2 (dois) passos polares. Isso implica que, além dos harmônicos superiores, nos enrolamentos fracionários pode haver o aparecimento de harmônicos sub-síncronos, cuja ordem é inferior à da componente predominante que viaja na velocidade síncrona, denominada **componente principal** (CALVERT, 1938; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979). Assim como os harmônicos superiores comuns, estas ordens harmônicas exercem influência nociva sobre o desempenho da máquina (CALVERT, 1938; GRAHAM, 1927; SALMINEN P.; NIEMELA, 2004).



Figura 3.10 - Distribuição espacial de FMM para um enrolamento fracionário de q $=2 + \frac{1}{4}$ e y = 5.

Em seu trabalho, Graham (GRAHAM, 1927) define os harmônicos sub-síncronos e sugere um estudo quantitativo da influência destes no desempenho da máquina. Uma vez que sua ordem é menor que a da componente síncrona e, respeitando a relação (3.22), tem-se que estes harmônicos viajam pelo entreferro a velocidades maiores que a síncrona, obedecendo à condição de percorrer um comprimento de onda durante um ciclo da corrente, em sentido favorável ou contrário à componente principal.

No entanto, quando o número de ranhuras por polo e fase q é racional e respeita as condições de simetria definidas na Seção 2.4, o diferente posicionamento dos vetores de FMM das bobinas sob cada polo em relação ao campo magnético promove uma atenuação considerável da amplitude de certas ordens harmônicas, dentre elas os harmônicos de ranhura, que se destacam nos enrolamentos integrais. Assim, com a técnica de fracionar o enrolamento pode-se buscar uma suavização das curvas resultantes de FMM e das tensões induzidas nos enrolamentos de estator e rotor sem, no entanto, recorrer a um aumento considerável das dimensões da máquina (PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009; LANGSDORF, 1955).

Liwschitz (LIWSCHITZ, 1943) apresenta um critério para a determinação da existência de uma dada ordem harmônica n na curva de FMM resultante de um enrolamento fracionário. Se:

$$(\frac{n}{p}+1)\cdot\frac{D}{2} = K_1$$
 (3.23)

Onde:

 K_1 é um número inteiro excluindo 0 e

$$\left(\frac{n}{p} \pm 1\right) \cdot \frac{D}{2m} = K_2 \tag{3.24}$$

Onde:

 K_2 é um número inteiro incluindo 0.

O harmônico n existe na curva de FMM do enrolamento. O sinal utilizado em (3.24) define o sentido de rotação do harmônico. Se negativo (-), o harmônico gira no mesmo sentido da componente síncrona. Caso seja positivo (+), o harmônico se move em oposição à fundamental.

Nos enrolamentos fracionários, a ordem da componente síncrona principal da FMM nem sempre coincide com a fundamental da série de Fourier (n = 1). Esta ordem varia conforme o número de polos contidos em um módulo repetitivo da máquina. Assim, num enrolamento fracionário onde o número de ranhuras por polo e fase q possui denominador D par (enrolamento de segundo grau), a componente síncrona principal tem ordem $n = \frac{D}{2}$. Nos enrolamentos fracionários onde D é ímpar (enrolamentos de primeiro grau), a principal tem ordem n = D (CALVERT, 1938; LIWSCHITZ, 1943).

Uma vez que o denominador D determina a quantidade de polos contidos num módulo repetitivo do enrolamento, para fins de análise da distribuição de FMM num enrolamento fracionário, é necessário se construir a curva para $2 \cdot D$ passos polares em um enrolamento de primeiro grau e para D passos polares no caso de um enrolamento de segundo grau (GRAHAM, 1927; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979).

Conforme exposto na Seção 3.5, para os enrolamentos fracionários, os fatores de enrolamento não ilustram de forma adequada o conteúdo harmônico de sua distribuição espacial de FMM, não havendo, portanto, uma expressão geral que relacione a amplitude de quaisquer componentes harmônicas em função dos seus fatores de distribuição e de redução de passo.

No próximo capítulo é apresentada uma introdução aos métodos de otimização e um detalhamento da técnica de algoritmos genéticos, a qual será utilizada para minimização do conteúdo harmônico da FMM associada aos enrolamentos CA trifásicos de dupla camada, sejam estes integrais ou fracionários.

CAPÍTULO 4

OTIMIZAÇÃO

4.1 Introdução

Otimização é a tentativa de melhora de um processo em torno de um ponto ou pontos ótimos ou otimizados (CALIXTO, 2008). Essencialmente, os problemas de otimização consistem na minimização ou maximização de funções de uma ou mais variáveis dentro de determinado domínio, satisfazendo ao conjunto de restrições. As técnicas de otimização são mecanismos empregados na busca pela melhor solução, utilizando critérios e parâmetros determinísticos ou estocásticos para direcionar a pesquisa. Em otimização, o domínio da função comumente é denominado **espaço de busca**, sendo definido como o espaço que engloba todas as soluções factíveis de determinado problema (LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008).

A utilização de métodos de otimização para resolução de problemas reais é amplamente difundida, sendo utilizada com sucesso em diversas áreas de conhecimento. Há grande variedade de técnicas disponíveis, permitindo a solução de problemas específicos e de complexidade elevada em intervalo de tempo considerado viável (GEN M.; CHENG, 2000; LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013). Neste contexto, a concepção de modelo matemático que englobe o máximo conhecimento possível à respeito do problema e suas restrições, além da escolha de método de otimização eficiente se tornam diferenciais importantes na busca pela solução satisfatória. Basicamente, os métodos de otimização podem ser classificados como determinísticos e heurísticos.

4.1.1 Métodos determinísticos de otimização

Os métodos determinísticos englobam a maioria dos métodos clássicos de otimização, como o Método Simplex, Método de Newton, Método de Gradiente, entre outros. Geralmente, são utilizados na busca por soluções de funções contínuas, necessitando ao menos da primeira derivada da função. Devido a esta característica, não são indicados para a otimização de funções que possuam descontinuidades ou que não sejam diferenciáveis. Apesar de trabalharem preferencialmente com variáveis contínuas, os métodos determinísticos podem ser utilizados para a otimização de problemas com variáveis discretas, por meio de aproximações (HOLTZ, 2005).

Outra característica dos métodos determinísticos é a influência do ponto de partida

no resultado final, o que pode ocasionar numa convergência prematura para um ponto ótimo local. Desta forma, os métodos determinísticos não possuem desempenho satisfatório em funções que possuam vários pontos ótimos locais, denominadas **funções multimodais** (LINDEN, 2006; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008).

4.1.2 Métodos heurísticos de otimização

Os métodos heurísticos de otimização consistem em alternativa para resolução de problemas considerados difíceis ou intratáveis pelos métodos tradicionais, se caracterizando pela introdução de parâmetros e dados estocásticos no processo de otimização. Embora estes métodos não garantam a otimalidade das soluções obtidas ou quantifiquem sua proximidade da resposta considerada ótima, existe a tendência de que os métodos heurísticos consigam alcançar, em tempo de execução razoável, resultados otimizados ou até mesmo a resposta ótima para os mais variados tipos de problemas reais (TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008).

Os métodos heurísticos podem ser classificados em heurísticas específicas ou metaheurísticas. As heurísticas específicas são dependentes do problema, adaptadas exclusivamente para solução de determinado caso ou exemplo. As metaheurísticas, por sua vez, são algoritmos de propósito geral, cujos conceitos podem ser aplicados na resolução de uma infinidade de problemas de otimização. Podem ser vistos como metodologias gerais de alto nível, podendo ser utilizadas como diretrizes para o desenvolvimento de heurísticas específicas para determinados problemas de otimização (TALBI, 2009).

As metaheurísticas são capazes de resolver problemas considerados complexos, reduzindo e explorando de forma eficiente o espaço de busca, geralmente muito amplo para ser explorado em tempo razoável pelos métodos tradicionais. São de fácil desenvolvimento e implementação, além de serem bastante flexíveis (TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). Devido a estas características, as metaheurísticas alcançaram grande popularidade nas últimas duas décadas, sendo aplicadas na resolução de problemas em áreas como engenharia, telecomunicações, logística, meio ambiente, entre outras. Busca Local, Simulated Annealing e os Algoritmos Genéticos são exemplos de metaheurísticas (TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008).

No desenvolvimento da metaheurística, é necessário levar em consideração dois critérios aparentemente conflitantes: aproveitamento das melhores soluções (exploitation - busca local) e exploration (busca global) (TALBI, 2009; CALIXTO, 2008). O aproveitamento das melhores soluções consiste no processo de busca direcionado, o qual utiliza informações dos pontos anteriormente visitados para definir as regiões promissoras e explorá-las, na procura de melhores soluções numa busca localizada em torno do ponto. A exploration, por sua vez, consiste em visitar novas regiões do espaço de soluções, aumentando a abrangência e evitando que o algoritmo fique confinado a sub-regiões do espaço de busca (CALIXTO, 2008; TALBI, 2009; GEN M.; CHENG, 2000).

4.2 Algoritmos Genéticos

Introduzidos por Holland (HOLLAND, 1975) na década de 70, os algoritmos genéticos (AG) podem ser definidos como uma heurística de busca num espaço de soluções, baseada numa metáfora dos mecanismos de seleção natural e comportamento adaptativo dos seres biológicos encontrados na natureza (LINDEN, 2006; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008; GEN M.; CHENG, 2000; TALBI, 2009).

Basicamente, os algoritmos genéticos criam uma população de **indivíduos**, também denominados **cromossomos**, sendo cada indivíduo a representação codificada de uma possível solução para o problema proposto. Estes indivíduos são submetidos a uma evolução simulada, através de processos de avaliação, seleção e dos denominados **operadores genéticos**, que consistem em mecanismos computacionais de transformação dos indivíduos ao longo de sucessivas gerações. Assim, uma nova população de indivíduos é formada a cada geração (LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008; GEN M.; CHENG, 2000). Verifica-se a tendência de que os indivíduos representem soluções cada vez melhores à medida que o processo avança, podendo resultar em um candidato ótimo ou em uma solução otimizada do problema (CALIXTO, 2008; LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013).

Os AG são métodos não-determinísticos de busca, fazendo uso de diversos parâmetros estocásticos que influenciam no seu comportamento. Assim, um AG com a mesma população inicial e o mesmo conjunto de parâmetros iniciais pode encontrar soluções diferentes a cada vez que é executado (LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). Linden (LINDEN, 2006) enumera algumas características positivas dos algoritmos genéticos que tornam sua utilização viável para uma ampla variedade de problemas reais:

- Busca paralela Os AG trabalham com o conceito de população, testando simultaneamente diversas soluções, muitas vezes em regiões distintas do espaço de busca;
- Global Não tendem a ficar presos em mínimos locais, sendo ideais na otimização de funções multimodais;
- Busca não totalmente aleatória Apesar de utilizarem parâmetros estocásticos, os AG promovem a busca direcionada no espaço de soluções. Assim, é possível realizar a busca em espaços intratavelmente grandes, o que não seria possível utilizando técnicas tradicionais;
- Não afetados por descontinuidades na função ou em suas derivadas Os AG são ideais no tratamento de funções descontínuas onde não se possa calcular a derivada;
- Capaz de lidar com funções discretas, contínuas, booleanas e até mesmo não numéricas, apresentando grande flexibilidade e robustez.

A Figura 4.1 apresenta o fluxograma do algoritmo genético básico.



Figura 4.1 - Fluxograma do algoritmo genético básico.

Conforme ilustrado no fluxograma, os algoritmos genéticos possuem alguns componentes básicos, os quais são descritos a seguir:

4.2.1 Representação genética

Os algoritmos genéticos requerem que as variáveis do problema sejam codificadas em um cromossomo de comprimento finito. Essa representação pode ser definida através de vetores de números reais, binários, inteiros ou até mesmo símbolos, os quais serão manipulados ao longo das iterações (LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008; CALIXTO, 2008). Cada elemento do vetor é chamado de **gene**, em alusão ao termo biológico que define os componentes da cadeia de DNA nos seres biológicos (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013). O tamanho do indivíduo é determinado pelo número de genes contidos no vetor. A Figura 4.2 apresenta um exemplo de indivíduo, codificado no sistema binário.



Figura 4.2 - Indivíduo binário.

Os trabalhos pioneiros de Holland (HOLLAND, 1975) utilizavam a codificação binária, sendo esta mais fácil de manipular e analisar. No entanto, a representação real apresenta certas vantagens em relação à representação binária, sobretudo quando se torna necessária maior precisão no valor das variáveis, evitando o uso de cromossomos excessivamente longos e melhorando o tempo de processamento do algoritmo (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013; LINDEN, 2006).

A representação utilizando números inteiros, por sua vez, é indicada na solução de problemas que envolvam arranjos, permutação ou análise combinatória (SOARES, 1997; TALBI, 2009). Assim, não há regra geral para a representação genética, sendo esta totalmente arbitrária e definida de acordo com a necessidade do problema (LIN-DEN, 2006; SOARES, 1997). Por se tratar de uma etapa determinante no desenvolvimento do algoritmo genético, é importante que a representação escolhida seja a mais completa possível, abordando o maior número possível de características do

problema (LINDEN, 2006; TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008).

4.2.2 População inicial

Primeiramente, é definida uma população inicial de possíveis soluções, a qual será o ponto de partida para a execução do algoritmo genético. De forma geral, a população inicial é determinada aleatoriamente, visando a obtenção da maior diversidade e abrangência do espaço de busca possível. No entanto, em algumas aplicações pode ser utilizada alguma heurística com o intuito de direcionar a geração da população, visando explorar determinada região do espaço de busca ou até mesmo eliminar certas soluções não factíveis (TALBI, 2009; LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013). A Figura 4.3 ilustra uma população de indivíduos codificados de forma binária.



Figura 4.3 - Populacao de cromossomos binários.

4.2.3 Avaliação

O processo de avaliação determina o quão bom cada indivíduo é na solução do problema proposto, atribuindo a este indivíduo um valor numérico que expressa sua **aptidão** (fitness). A aptidão é calculada através da **função objetivo** ou **função de avaliação**, a qual serve como guia para a busca e, portanto, deve refletir de forma precisa os objetivos a serem alcançados na solução do problema (MICHALEWICZ Z.; FOGEL, 2004; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008; LINDEN, 2006). Assim, a função objetivo deve ser específica para cada problema, não havendo uma regra geral para sua determinação (LINDEN, 2006).

Essencialmente, o ajuste da função de avaliação é feito experimentalmente, analisando-se o comportamento do algoritmo. Deve ser definida de forma criteriosa, sendo capaz de diferenciar, entre as soluções sub-ótimas, a que está mais próxima da solução procurada (LINDEN, 2006).

A função de avaliação comumente engloba também as restrições impostas ao problema, de forma a penalizar as soluções que desrespeitem alguma condição estabelecida. Neste caso, é importante o conhecimento do quanto cada restrição influencia na qualidade da solução obtida, de forma a penalizar cada solução de acordo com a importância da restrição não atendida.

4.2.4 Seleção

Após serem avaliados, os indivíduos devem passar pelo processo de seleção para formarem a **nova população**, que originará os indivíduos da próxima geração (LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). Este processo deve simular o mecanismo de seleção natural que ocorre na natureza, onde os indivíduos mais capazes tendem a gerar mais descendentes, porém, garantindo que os indivíduos menos aptos também possam gerar descendentes. Essa condição é importante para garantir que as características positivas que eventualmente pertençam aos indivíduos (TALBI, 2009; LINDEN, 2006; CALIXTO, 2008).

A escolha do método de seleção influencia diretamente na eficiência do algoritmo, definindo o quão agressiva será a competição entre os indivíduos de maior e menor aptidão. Esse grau de competitividade presente na seleção é chamado de **pressão de seleção** ou **pressão seletiva**. De acordo com Linden (LINDEN, 2006), pressão seletiva é a força que o método de seleção faz para que as características dos melhores indivíduos sejam transmitidas para a próxima geração.

Processos que apresentam baixa pressão de seleção tendem a promover maior diversidade entre os indivíduos, porém a convergência para o ponto ótimo pode ser prejudicada. Por outro lado, processos que apresentam forte pressão de seleção tendem a convergir mais rapidamente, o que pode ocasionar numa convergência prematura para um ponto ótimo local (TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). Portanto, deve haver equilíbrio na pressão de seleção para que haja direcionamento da busca, evitando contudo a convergência genética prematura.

Existem diversos métodos de seleção. Nos algoritmos genéticos comuns, os métodos de seleção mais utilizados são o método da roleta, a amostragem universal estocástica e a seleção por torneio.

4.2.4.1 Método de seleção da roleta ou seleção proporcional

Neste método, simula-se uma roleta, onde o espaço que cada indivíduo ocupa varia de acordo com seu valor de aptidão. Uma vez determinadas os tamanhos das regiões ocupadas por cada indivíduo, a seleção é feita girando a roleta. A cada giro da roleta um indivíduo é selecionado (HOLLAND, 1975; GEN M.; CHENG, 2000; LINDEN, 2006; EIBEN A. E.; SMITH, 2003)

A seleção proporcional possui alta variância, permitindo que um mesmo indivíduo de maior aptidão seja sorteado mais de uma vez. Essa característica pode levar a perda de diversidade, podendo resultar numa convergência prematura do algoritmo para uma solução ótima local (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013; TALBI, 2009).

4.2.4.2 Amostragem Universal Estocástica (Stochastic Universal Sampling - SUS)

O método da Amostragem Universal Estocástica é semelhante ao método da roleta, porém realiza simultaneamente a seleção de k indivíduos a cada giro desta. A simulação do giro da roleta é feita de forma que os k pontos de seleção (agulhas da roleta) estejam igualmente espaçados. O método da amostragem Universal Estocástica visa reduzir a variância causada pelo método da roleta tradicional (TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008).

4.2.4.3 Seleção por Torneio

Na seleção por torneio, são sorteados aleatoriamente alguns indivíduos da população, os quais competirão entre si pela seleção para a nova população. A forma mais comum de determinar o vencedor do torneio é através do valor da sua função de avaliação. Indivíduos mais aptos tendem a vencer os torneios nos quais participam, porém a seleção dos competidores é totalmente aleatória, sem favorecimentos (LINDEN, 2006).

Na seleção por torneio, existe uma variável denominada **tamanho do torneio**, aqui representada por κ , que define quantos indivíduos participarão de cada torneio (TALBI, 2009; LINDEN, 2006). O menor valor de κ é $\kappa = 2$ (LINDEN, 2006). O aumento do número de indivíduos competindo aumenta pressão de seleção, ou seja, os cromossomos com maior aptidão tendem a ser escolhidos e estabelecer domínio sobre a população, o que promove diminuição na diversidade, podendo levar a convergência prematura (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). De forma geral, na literatura é comum o uso de tamanhos de torneio que variam entre 3 (três) e 5 (cinco).

4.2.4.4 Elitismo

O elitismo consiste na inserção do indivíduo melhor avaliado da geração atual (G) na próxima geração (G + 1), garantindo que o melhor resultado alcançado não seja perdido (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013; LINDEN, 2006). Esta técnica evita a perda de informações importantes presentes nos indivíduos de alta aptidão, além de garantir pelo menos uma avaliação igual ao melhor indivíduo da geração G, no caso em que nenhum indivíduo melhor avaliado seja gerado na geração (G + 1) (CALIXTO, 2008).

4.2.5 Operadores genéticos

Os operadores genéticos atuam sobre a população intermediária como mecanismos de transformação, visando simular a evolução dos seres biológicos encontrada na natureza (GEN M.; CHENG, 2000). Embora existam diversos operadores genéticos, alguns podendo inclusive ser específicos para determinado problema, os principais operadores genéticos são o cruzamento e a mutação, os quais são descritos a seguir.

4.2.5.1 Cruzamento ou crossover

O operador de cruzamento ou crossover consiste na troca de genes entre dois ou mais cromossomos (pai e mãe), permitindo assim que os indivíduos das próximas gerações herdem características dos indivíduos das gerações anteriores (CALIXTO, 2008). É considerado por alguns autores o mais importante dos operadores genéticos, influenciando de forma determinante na eficiência do algoritmo (KONAK A.; COIT, 2006; GEN M.; CHENG, 2000). Os principais métodos de cruzamento são descritos a seguir.

Cruzamento de um ponto

No cruzamento de um ponto, é selecionada uma posição aleatória no cromossomo pai. A partir desta posição, denominada ponto de corte, há a troca de genes entre os cromossomos pai e mãe. Da primeira posição até a posição escolhida, os genes do pai são transferidos para o novo indivíduo. Do ponto escolhido até o final do cromossomo, por sua vez, os genes da mãe são transferidos. Assim forma-se o primeiro descendente ou filho (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013; GEN M.; CHENG, 2000; LINDEN, 2006).

Cruzamento de 2 pontos e multipontos

Trata-se de uma extensão do método anterior, porém, ao invés de um ponto, são escolhidos 2 (dois) ou mais pontos de corte, determinando os intervalos nos quais os genes dos pais serão transferidos aos descendentes. A Figura 4.4 ilustra os cruzamentos de um ponto e multipontos.



Figura 4.4 - Cruzamento de um ponto e cruzamento multipontos.

Cruzamento uniforme

No cruzamento uniforme, para cada posição é sorteado um valor 0 (zero) ou 1(um), que determina a origem dos genes que serão transferidos para os descendentes. Se, durante um cruzamento, para determinada posição o valor sorteado for 0 (zero), o gene do pai para aquela posição é copiado para o descendente. Caso o valor seja 1 (um), o gene do da mãe é copiado. O processo se repete até que sejam determinados todos os genes do novo indivíduo (LINDEN, 2006). A Figura 4.5 exemplifica o cruzamento uniforme.

4.2.5.2 Mutação

O operador de mutação tem por finalidade introduzir diversidade genética na população, através de alterações aleatórias nos genes dos indivíduos. O objetivo da mutação é aumentar a exploração do espaço de soluções, de forma a evitar que a busca fique restrita a sub-regiões e a consequente estagnação do algoritmo (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013; KONAK A.; COIT, 2006; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). Os tipos de mutação mais comuns são descritos a seguir:

CRUZAMENTO UNIFORME



Figura 4.5 - Cruzamento uniforme.

Mutação binária simples

Utilizada em algoritmos com codificação binária, a mutação binária simples determina, em posições aleatórias, a inversão do valor dos genes do indivíduo (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013). Se o valor for 0 (zero), então é alterado para 1 (um) e vice-versa.

Mutação aleatória

Na mutação aleatória, sorteiam-se randomicamente alguns genes do indivíduo, os quais são substituídos por valores aleatórios dentro do alfabeto válido (TALBI, 2009; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008). Geralmente é utilizada em algoritmos que utilizam codificações real e inteira.

Mutação por troca

Na mutação por troca, são sorteados aleatoriamente, k pares de genes, e os genes de cada par trocam de posição entre si. A Figura 4.6 ilustra os processos de mutação binária simples, mutação aleatória e mutação por troca.

Mutação Creep

Na mutação creep é adicionado ao gene um pequeno valor aleatório, obtido de uma distribuição normal com média zero e desvio padrão baixo, ou ainda de uma dis-



Figura 4.6 - Mutações binária simples, aleatória e por troca.

tribuição uniforme. Geralmente utilizada em algoritmos de codificação real, a mutação creep visa explorar localmente o espaço de busca, uma vez que não causa uma pertubação considerável nas características indivíduos (EIBEN A. E.; SMITH, 2003; GALVÃO C.O.; VALENÇA, 1999).

4.2.6 Formação da nova população

Nesta etapa são definidos os indivíduos que formarão a nova população, a qual será avaliada na próxima iteração do algoritmo. Os algoritmos genéticos clássicos geralmente são geracionais, ou seja, os novos indivíduos formados durante os processos de cruzamento e mutação substituem inteiramente a população da geração anterior (LINDEN, 2006). Quando se utiliza o método de elistimo, no entanto, o melhor indivíduo da geração anterior é mantido, sendo os demais substituídos pelos descendentes.

No entanto, existem outras estratégias para determinação dos indivíduos da nova população que promovem a substituição gradativa dos indivíduos a cada geração. A técnica de steady state e a estratégia ($\mu + \lambda$) podem ser citadas neste contexto (LINDEN, 2006; TALBI, 2009), não sendo tratadas em detalhes neste trabalho.

4.2.7 Parâmetros dos algoritmos genéticos

O desempenho dos algoritmos genéticos é sensivelmente influenciado pelos parâmetros utilizados durante o processo (LINDEN, 2006). Assim, se torna indispensável o ajuste criterioso das diversas variáveis envolvidas, de forma a buscar o conjunto de valores que tornem a busca mais eficiente. Embora não haja regra geral para determinação dos valores de cada parâmetro, a literatura fornece alguns direcionamentos que podem servir de ponto de partida para a calibração do algoritmo. Os principais parâmetros dos algoritmos genéticos são descritos a seguir.

4.2.7.1 Tamanho da população

O tamanho da população determina o número de soluções simultâneas que serão testadas a cada iteração. Pode ser fixo, quando não se altera ao longo da execução do algoritmo, ou dinâmico, quando é alterado ao longo da execução do algoritmo. O desempenho do algoritmo é extremamente sensível ao tamanho da população, sendo este geralmente definido experimentalmente de acordo com a complexidade do problema e a codificação adotada (LINDEN, 2006). O objetivo é garantir a diversidade de soluções sem, no entanto, aumentar consideravelmente o tempo de processamento (JONG, 2006; CALIXTO, 2008).

4.2.7.2 Taxa de cruzamento

A taxa de cruzamento determina a probabilidade de troca de genes entre os indivíduos pais durante o cruzamento, definindo a velocidade com que novos indivíduos são inseridos na população. Sua aplicação é feita gerando um valor aleatório entre 0 (zero) e 1 (um) para cada possível cruzamento. Caso o valor sorteado seja menor que a taxa definida, então acontece o cruzamento entre os pais sorteados. Caso o valor seja maior, o cruzamento não ocorre (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013).

Em aplicações práticas, é comum o uso de taxa de cruzamento variável ao longo das iterações, uma vez que não há uma probabilidade adequada durante toda a execução do algoritmo. Essencialmente, nas primeiras iterações o valor da taxa de cruzamento deve ser elevado, como forma de estimular a exploração do espaço de soluções. Já nas últimas iterações, onde a princípio há maior convergência genética, o valor da taxa de cruzamento utilizado costuma ser baixo (LINDEN, 2006; LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008; CALIXTO, 2008).

4.2.7.3 Taxa de mutação

A taxa de mutação determina a probabilidade de alteração nos genes de cada indivíduo. Sua aplicação é dada gerando-se um valor real aleatório entre 0 (zero) e 1 (um) para cada indivíduo da população. Se o valor sorteado for menor que a taxa de mutação definida, então a mutação ocorre naquele indivíduo. Caso contrário, o indivíduo não é alterado (LOPES H. S.; RODRIGUES, 2013).

De forma geral, a taxa de mutação possui valor baixo, uma vez que, caso seja muito alta, o algoritmo se aproximará muito da busca aleatória (*random walk*), dificultando sua convergência (TALBI, 2009; LINDEN, 2006). No entanto, se for muito baixa, a busca poderá ficar estagnada em sub-regiões do espaço de busca.

Assim como ocorre com taxa de cruzamento, geralmente opta-se pelo uso de uma taxa de mutação variável ao longo das iterações do algoritmo, de forma que esta se inicie baixa nas primeiras gerações e que aumente ao longo do tempo, contribuindo para que novas regiões do espaço de busca sejam exploradas e evitando efeitos indesejáveis, como a estagnação e convergência prematura (CALIXTO, 2008).

4.2.7.4 Critérios de parada

Os critérios de parada delimitam a quantidade de buscas do algoritmo, definindo as condições para o encerramento do processo de otimização. Fatores como valor da função objetivo desejado $(F_{(x)}^*)$, número máximo de iterações realizadas (G_{max}) , diminuição da diversidade populacional, estagnação da melhor solução após determinado número de iterações, entre outros, podem ser utilizados como critério de parada de um algoritmo genético (LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, 2008; CALIXTO, 2008).

4.3 Considerações finais

Definidas as principais características dos algoritmos genéticos, o próximo capítulo destina-se apresentação da metodologia utilizada para análise e otimização dos enrolamentos de máquinas CA, descrevendo as ferramentas utilizadas e critérios de análise estabelecidos.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta metodologia para determinação de geometrias otimizadas para enrolamentos de máquinas CA trifásicas, em relação ao conteúdo harmônico presente na distribuição espacial de FMM no entreferro. Primeiramente, considerando-se a disposição construtiva dos enrolamentos trifásicos de dupla camada, é apresentada metodologia para caracterização da qualidade dos enrolamentos, por meio da representação das componentes harmônicas através do espectro de Fourier e cálculo da Distorção Harmônica associada. Para tal, desenvolve-se uma ferramenta computacional que, determinados os parâmetros construtivos do enrolamento, realiza a distribuição das funções espaciais de FMM desenvolvidas pelos condutores alocados em cada ranhura do estator. Através da superposição das FMM individuais associadas a cada ranhura obtém-se a distribuição espacial de FMM para todo o comprimento do entreferro.

A FMM total é então decomposta numericamente em sua série de Fourier. As amplitudes das ordens harmônicas presentes são calculadas definindo o espectro harmônico. Conhecidas as amplitudes da componente fundamental e suas diversas harmônicas, é então calculada a Distorção Harmônica Total, como forma de quantificar o conteúdo harmônico presente. Estes dados permitem realizar um comparativo com o método tradicional de avaliação da FMM nos enrolamentos, baseado no cálculo dos fatores de enrolamento.

Verificada a eficiência do método, é realizado um estudo visando a obtenção de geometrias otimizadas para enrolamentos de estator. Para tal, utilizam-se ferramentas heurísticas baseadas em algoritmos evolucionários. Partindo-se de uma distribuição aleatória dos condutores das fases e da utilização de um passo de bobina também aleatório, pretende-se obter geometrias de enrolamento que apresentem Distorção Harmônica otimizada, respeitando as condições de simetria para enrolamentos trifásicos definidas na Seção 2.4. Assim, é possível realizar uma análise comparativa entre as geometrias de enrolamento obtidas e os arranjos tradicionais para enrolamentos trifásicos de dupla camada, apresentados no Capítulo 2.

5.2 Caracterização da qualidade dos enrolamentos através da Distorção Harmônica de FMM

O programa realiza a construção e análise da curva de FMM no entreferro para enrolamentos de geometria convencional (WALKER, 1981; LIPO, 2004; LANGSDORF, 1955; KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, 1979), dispondo os condutores conforme método de construção definido na Seção 2.3.2.

5.2.1 Etapa 1: Construção da curva de FMM associada ao enrolamento

5.2.1.1 Parâmetros do enrolamento

Para que se possa realizar a construção da curva de FMM de um enrolamento convencional, é necessário conhecer os respectivos valores das correntes de fase que percorrem o enrolamento para um dado instante que se deseje analisar. Assim, são definidos pelo usuário os valores instantâneos das correntes que percorrem cada enrolamento de fase. Neste estudo, é adotado um instante de tempo tal que a corrente na fase A seja máxima. Considerando uma fonte trifásica equilibrada, tem-se os seguintes valores de corrente de fase:

$$I_a = 1 \quad p.u. \tag{5.1}$$

$$I_b = -\frac{1}{2} \cdot I_a \tag{5.2}$$

$$I_c = I_b \tag{5.3}$$

Além dos valores instantâneos das correntes, também são fornecidos pelo usuário os parâmetros iniciais para determinação da geometria de enrolamento: número de ranhuras de estator Z, número de polos da máquina 2p e passo de bobina em ranhuras y. Os demais parâmetros, como número de ranhuras por polo e fase, comprimento do módulo repetitivo, passo de ranhura, passo polar, entre outros, são funções destes primeiros, sendo calculados pelo programa.

5.2.1.2 Parâmetros de cálculo da série de Fourier e Distorção Harmônica

São definidas também algumas variáveis para o cálculo das amplitudes harmônicas e da Distorção Harmônica associada à FMM de enrolamento. Os principais são:

 $n_t =$ número de harmônicos a serem considerados na série de Fourier. Este trabalho utiliza séries contendo $n_t = 40$ e $n_t = 80$ harmônicos, de acordo com a complexidade da curva de FMM associada a cada enrolamento.

 $\mathbf{Resolução} = número de pontos na curva de FMM.$ Neste estudo, adota-se uma resolução de 10.000 pontos por polo;

5.2.1.3 Determinação das posições de ranhura

Conhecidas as principais grandezas de estator, realiza-se a determinação da posição angular de cada ranhura, conforme ilustrado na Figura 5.1. Partindo-se de uma posição de referência $p_0 = 0^\circ$ e considerando o ângulo entre ranhuras α , as posições angulares de todas as ranhuras de estator são determinadas. Uma vez que o estudo se restringe aos enrolamentos trifásicos de duas camadas, cada ranhura receberá 2 (dois) condutores, um para cada camada do enrolamento.



Figura 5.1 - Posição angular das ranhuras de estator.

5.2.1.4 Construção da curva de FMM

Definidas as posições angulares das ranhuras que formam o estator e o método de arranjo dos condutores, para cada condutor de fase é associada uma função de FMM no entreferro, associada à corrente de fase correspondente e com sentido especificado. Conforme definido na Seção 3.2, a curva de FMM associada a um condutor tem o formato de uma onda dente de serra, cujos intervalos positivos e negativos são determinados conforme o sentido da corrente que o percorre.

Considerando os enrolamentos distribuídos de dupla camada, o valor de pico da função de FMM gerada por cada condutor é dado por $\frac{N \cdot i}{4 \cdot q}$, onde N é o número de espiras por bobina, i é a corrente de fase e q o número de ranhuras por polo e fase da máquina. Para fins de simplificação, considera-se N = 1. A Figura 5.2 apresenta a forma de onda de FMM atribuída a cada lado de bobina.



Figura 5.2 - Distribuição de FMM associada a um condutor: a) corrente saindo; b) corrente entrando.

Conhecidas as funções de FMM desenvolvidas por cada condutor e suas respectivas posições, a Força Magnetomotriz total para um dado instante é obtida pela superposição das contribuições individuais dos condutores alocados em todas as ranhuras do estator, para cada ponto do entreferro, conforme representado na Figura 5.3 para um enrolamento de Z = 6 ranhuras e 2p = 2 polos.



Figura 5.3 - Distribuição de FMM associada a um enrolamento trifásico de simples camada e q=1.

Conforme definido na Seção 2.2.5, para fins de análise da distribuição espacial de FMM, basta construir a curva para um módulo repetitivo da máquina, o qual se replicará, caso necessário, até que se atinja o número de polos desejado. Desta forma, todas as grandezas calculadas nesse estudo dizem respeito apenas a um módulo repetitivo do enrolamento, demandando assim menor esforço computacional.

5.2.2 Etapa 2: Cálculo dos coeficientes de Fourier, Espectro harmônico e Distorção Harmônica associada

Nesta etapa, a função de FMM obtida é decomposta numericamente em sua série de Fourier. Os coeficientes a_0 , a_n e b_n são calculados conforme expressões (3.3) a (3.5), respectivamente. A aproximação da curva de FMM para é feita considerando o número de componentes harmônicas n_t definido pelo usuário. A amplitude C_n do harmônico de ordem n da série de Fourier é dada por:

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{5.4}$$

Onde n é a ordem harmônica.

O gráfico de C_n em função da ordem harmônica define o espectro da FMM. O

cálculo das amplitudes harmônicas através dos coeficientes de Fourier e sua representação através do espectro harmônico buscam representar de forma mais clara o conteúdo harmônico contido na distribuição de FMM para qualquer tipo de enrolamento. Conforme discutido no Capítulo 3, a representação do conteúdo harmônico de FMM por meio dos fatores de enrolamento não representa de forma satisfatória as ordens harmônicas pares e componentes sub-síncronas, ocasionalmente encontradas nos enrolamentos fracionários.

Conhecidas as amplitudes dos harmônicos, utiliza-se a Distorção Harmônica como forma de quantificar o conteúdo harmônico da distribuição espacial de FMM, avaliando a qualidade do enrolamento. Além do conteúdo harmônico total, esta abordagem permite quantificar a influência de determinados grupos harmônicos de interesse. De forma geral, a Distorção harmônica de um sinal é definida pela relação:

$$DH = \frac{1}{C_s} \cdot \sqrt{\sum_n C_n^2} \tag{5.5}$$

Na qual n pode ser considerado segundo a análise necessária e C_s representa a amplitude da componente principal, sendo:

$$C_s = C_1 \ (enrolamento\ integral). \tag{5.6}$$

$$C_s = C_D \ (enrolamento fracionário de primeiro grau.)$$
 (5.7)

$$C_s = C_{\frac{D}{2}} \ (enrolamento\ fracionário\ de\ segundo\ grau.) \tag{5.8}$$

Tomando todo o espectro disponível, a expressão (5.5) determina a Distorção Harmônica Total (*DHT*). Fazendo $n = 6k \pm 1$, é possível analisar a distorção associada aos harmônicos de sequência positiva e/ou negativa da FMM (FRANCO A. L. C.; AL-VARENGA, 2014).

Adicionalmente, para um dado número de ranhuras por polo e fase q, o algoritmo permite o cálculo da Distorção Harmônica Total como função do passo de bobina.

Neste caso, o passo de bobina não é informado pelo usuário na sessão de parâmetros iniciais e terá seus valores variando num intervalo entre 1 (um) até o passo de bobina possível, podendo ser menor ou igual ao passo polar. A curva resultante permite analisar o comportamento harmônico da FMM para diferentes valores de β e encontrar o menor valor de Distorção Harmônica Total possível para os enrolamentos de disposição convencional.

A título ilustrativo, também são calculados os fatores de enrolamento, conforme definidos nas seções 3.4 e 3.5, permitindo um comparativo entre a análise harmônica através do espectro de Fourier e Distorção Harmônica e a abordagem tradicional por meio destes fatores.

5.3 Otimização da geometria de enrolamento

Definida a metodologia de cálculo da Distorção Harmônica de FMM como forma de avaliar a qualidade dos enrolamentos, parte-se para a otimização da geometria de enrolamentos trifásicos de duas camadas. Para este estudo, optou-se pela implementação da técnica heurística de algoritmos genéticos, conforme método definido na Seção 4.2.

5.3.1 Definição dos parâmetros iniciais e posições de ranhura

5.3.1.1 Parâmetros do enrolamento

A inicialização do simulador se dá com a definição, por parte do usuário, do número de ranhuras por polo e fase q do enrolamento e a determinação automática das posições de ranhura, conforme definido na Seção 5.2.1.3. Também são definidos pelo usuário os valores instantâneos das correntes que percorrem cada enrolamento de fase para o instante analisado e o número de espiras N, tal qual definido para o estudo dos enrolamentos convencionais. Para a otimização, foram mantidos os valores instantâneos de corrente I_a , $I_b \in I_c$, (5.1), (5.2) e (5.3), respectivamente, bem como o valor de N = 1 espira por bobina. O cálculo das demais grandezas fica a cargo do programa. Ressalta-se que o passo de bobina não é definido pelo usuário, uma vez que também será otimizado.

5.3.1.2 Parâmetros de cálculo da série de Fourier e Distorção Harmônica

Para o simulador, são definidos os mesmos parâmetros para cálculo dos coeficientes da série de Fourier e Distorção Harmônica adotados na análise dos enrolamentos convencionais, apresentados na Seção 5.2.1.2.

5.3.1.3 Parâmetros de otimização

São definidos pelo usuário os valores das variáveis relacionadas ao processo de otimização, sendo estas:

Número de indivíduos da população (l) : Neste trabalho, utiliza-se populações de tamanho variando entre 100 e 20.000 indivíduos, de acordo com a complexidade do enrolamento. A cada simulação, o número de indivíduos da população é mantido fixo durante as iterações.

Taxa de cruzamento: Optou-se por uma taxa de cruzamento variável ao longo das iterações, tendo seu valor inicial fixado em 80% e valor final de 30%.

Taxa de mutação: Também adotou-se uma taxa de mutação variável ao longo das iterações, com valor inicial de 5% e final de 40%.

Critério de parada: Foi definido como critério de parada do algoritmo o número de iterações realizadas. Este valor foi fixado em 100 iterações para todas as simulações.

5.3.2 Geração da População Inicial

Após a determinação dos parâmetros do enrolamento e posições das ranhuras, dá-se início ao processo de otimização propriamente dito. O número de ranhuras por polo e fase q, definido pelo usuário na seção de parâmetros iniciais, deve ser escolhido de forma a possibilitar a simetria entre fases, ou seja, tal que o número de ranhuras de estator Z seja divisível por 3 (três). Esta condição possibilita que o número de condutores para todas as fases seja o mesmo. Assim, cada fase deve possuir $\frac{Z}{3}$ condutores em cada camada. O algoritmo utiliza codificação inteira em intervalo definido, de forma que cada indivíduo representa uma posível geometria de enrolamento.

5.3.2.1 Características dos indivíduos

Cada cromossomo contém todas as informações que definem a disposição dos condutores no enrolamento. Ele consiste numa sequência de números inteiros aleatórios que representa a disposição dos condutores das fases nas ranhuras e o passo de bobina do enrolamento. Cada número inteiro da sequência tem associado a si uma função de FMM no espaço, cuja curva apresenta formato de uma onda dente de serra de amplitude $\frac{N \cdot i}{4 \cdot q}$, conforme apresentado na Figura 5.2. O valor desta função para cada ponto do entreferro está relacionado ao valor e sentido da corrente da fase a qual pertence o condutor. Assim, a representação dos genes em cada indivíduo segue o disposto na Tabela 5.1.

Gene	Fase	Sentido da corrente	Representação
0	A	entrando	-A
1	A	saindo	+A
2	В	entrando	-B
3	В	saindo	+B
4	C	entrando	-C
5	C	saindo	+C

Tabela 5.1 - Relação entre genes e correntes de fase.

Portanto, cada gene do indivíduo representa a FMM desenvolvida por um condutor de determinada fase, quando percorrido por uma corrente de amplitude e sentido especificados. Os genes são escolhidos de forma aleatória, num intervalo definido entre 0 (zero) e 5 (cinco). A sobreposição das curvas de FMM individuais origina a distribuição espacial de FMM total que se pretende otimizar. A posição do gene coincide com a ordem da ranhura ocupada pelo condutor, cuja posição angular correspondente é conhecida.

Nos enrolamentos trifásicos de dupla camada, o deslocamento entre os condutores da primeira e segunda camada é definido pelo passo de bobina. Por questões construtivas e econômicas, este é sempre um número inteiro inferior ou igual ao passo polar (LIPO, 2004; PYRHONEN J.; JOKINEN, 2009). Assim, para que se forneça uma informação completa da disposição dos condutores das duas camadas do enrolamento, o último gene de cada cromossomo contém um número inteiro que representa o valor do passo

de bobina em ranhuras y. Este número também é escolhido de forma aleatória, dentro de um intervalo definido entre 1 (um) até o maior passo de bobina possível, ou seja, o valor inteiro mais próximo ou igual ao passo polar. A Figura 5.4 representa um exemplo de indivíduo e sua associação com a geometria do enrolamento. Cada indivíduo é constituído por Z + 1 genes, representando Z condutores de fase mais o passo de bobina em ranhuras.



Figura 5.4 - Exemplo de indivíduo da População.

Definidas as características dos indivíduos, primeiramente é gerada uma matriz População, de tamanho $l \ge c$, onde l é o número de indivíduos e c a quantidade de genes Z + 1. Uma vez que a geração da sequência de genes dos indivíduos tem caráter aleatório, para que se obedeça ao balanço entre fases descrito na Seção 5.3.2, é necessário que seja feita uma validação dos indivíduos gerados, corrigindo-os caso o número de genes de qualquer uma das fases seja maior que $\frac{Z}{3}$. Assim, a matriz População é verificada por meio de uma **Função Restrição**, a qual avalia a quantidade de genes de determinada fase e, caso seja identificado um valor acima do permitido, substitui-se aleatoriamente um dos genes desta fase por outro pertencente a uma das demais fases, também escolhido aleatoriamente. Este processo, exemplificado na Figura 5.5, é repetido até que o indivíduo possua genes pertencentes às 3 (três) fases na mesma quantidade.

Os cromossomos validados definem a população inicial, a qual será a origem do processo de otimização. Cada indivíduo será individualmente testado e avaliado conforme procedimentos descritos a seguir.



Figura 5.5 - Processo de validação dos indivíduos da População.

5.3.3 Simulação

O simulador extrai as informações contidas em cada indivíduo e, substituindo cada gene pela respectiva função de FMM associada, retorna a distribuição espacial de FMM resultante, a qual é analisada do ponto de vista do conteúdo harmônico e simetria. Este processo é dividido em 3 (três) etapas:

5.3.3.1 Etapa 1: Construção da curva de FMM

As informações associadas a cada gene dos indivíduos são utilizadas pelo simulador para a construção da curva de FMM do enrolamento. As informações relevantes para o processo são:

Fase: determinada pela correlação estabelecida na Seção 5.3.2.1, define a fase ao qual pertence o condutor, relacionando o valor de pico da curva de FMM correspondente ao valor instantâneo da corrente associada a esta fase no instante considerado.

Sentido da corrente: Determinado pela polaridade da bobina, o sentido da corrente que percorre o condutor define os intervalos negativos e positivos da função de FMM desenvolvida.

Posição angular: Definida pela posição do gene, estabelece a posição angular da ranhura de estator que aloca o condutor.

Passo de bobina: Definido pelo último gene de cada indivíduo, determina o deslocamento espacial da segunda camada do enrolamento em relação à primeira.

Com estes dados, é realizada a construção da curva de FMM para a primeira camada do enrolamento, conforme definido na Seção 5.2.1.4 para os enrolamentos conven-

cionais.

Alocadas as funções da primeira camada do enrolamento, o simulador determina o posicionamento dos condutores da segunda camada, baseado na informação do passo de bobina presente no último gene de cada indivíduo. Conforme definido na Seção 2.2.3, num enrolamento trifásico de dupla camada cada bobina é alocada de forma que seus lados estejam situados em camadas distintas. Isso implica dizer que a segunda camada possui arranjo similar à primeira, porém com condutores sendo percorridos por correntes em sentido contrário, além de estar deslocada da primeira no espaço pelo passo de bobina em ranhuras y. Desta forma, com as informações de disposição dos condutores da primeira camada e do passo de bobina contidas em cada indivíduo, o simulador gera outra sequência numérica, correspondente à segunda camada do enrolamento. Obedecendo à mesma relação apresentada na Tabela 5.1 e respeitando-se as novas posições angulares dos condutores, as curvas de FMM associadas aos condutores da segunda camada são alocadas nas posições correspondentes. A figura 5.6 mostra a construção da curva de FMM num determinado instante para a segunda camada de um enrolamento de Z = 6 ranhuras, 2p = 2 polos e passo de bobina y = 2 ranhuras.



Figura 5.6 - Distribuição de FMM associada à segunda camada de um enrolamento trifásico de q=1 e y=2.

A Força Magnetomotriz total é obtida efetuando-se a superposição das curvas de FMM dos condutores das duas camadas, para cada ponto do entreferro.

5.3.3.2 Etapa 2: Cálculo dos coeficientes de Fourier, Espectro harmônico e Distorção Harmônica Associada

É realizado o cálculo das amplitudes harmônicas e Distorção Harmônica Total associada ao enrolamento, segundo a metodologia proposta na Seção 5.2.2, para cada indivíduo da população. Como resposta, obtém-se o espectro de Fourier e os respectivos valores de Distorção Harmônica. Também é feito o cálculo dos fatores de enrolamento.

5.3.3.3 Etapa 3: Cálculo do defasamento angular entre os vetores de FMM de cada fase

Para que se estabeleça um campo magnético girante num enrolamento trifásico, é necessário que os eixos das FMM das fases estejam defasados entre si de 120° no espaço e que os enrolamentos sejam percorridos por correntes defasadas no tempo do mesmo ângulo (FITZGERALD A. E.; KINGSLEY JR., 2003; LANGSDORF, 1955). Assim, uma condição para que uma geometria de enrolamento seja válida é que os condutores estejam agrupados nas ranhuras de forma a obedecer a este defasamento espacial entre fases.

Considerando que os valores das correntes de fase definidos na Seção 5.2.1.1 são constantes e iguais aos apresentados por uma fonte trifásica equilibrada para um determinado instante, se torna necessário avaliar o defasamento angular entre os vetores de FMM sugerido por cada cromossomo da população. Assim, o simulador realiza a soma geométrica dos vetores de FMM de cada fase para uma camada do enrolamento, considerando suas respectivas amplitudes e posições angulares. Esta soma é apresentada na forma de sua estrela de FMM, conforme ilustra a Figura 5.7 para um enrolamento trifásico integral convencional.

O cálculo do defasamento angular entre os vetores de fase de FMM busca quantificar a simetria do arranjo proposto, sendo parâmetro importante na avaliação da qualidade da solução. Ressalta-se que, uma vez que a disposição dos condutores na segunda camada do enrolamento é igual à primeira, invertendo-se apenas o sentido das correntes que percorrem os condutores de fase, não se torna necessária a elaboração de outro diagrama para representar a segunda camada do enrolamento.



Figura 5.7 - Diagrama vetorial de FMM para um enrolamento trifásico de q=3.

5.3.4 Avaliação

A função de avaliação $F_{aval}(x_1, x_2, ..., x_n)$ deve ser construída levando em consideração as restrições do problema. Para o caso analisado, a função de avaliação é dada pela seguinte expressão:

$$F_{aval}(x) = DH + R \cdot \Delta \tag{5.9}$$

Onde:

$$\Delta = \frac{(|p_B - p_A| - 120^\circ) + (|p_C - p_A| - 240^\circ)}{360^\circ}$$
(5.10)

representa o defasamento angular entre os vetores de FMM das fases. As variáveis p_A , $p_B e p_C$ determinam as posições angulares dos vetores resultantes de FMM para as fases A, B e C, respectivamente.

Verifica-se em (5.9) que são considerados 2 (dois) parâmetros na avaliação da qualidade da resposta e determinação do valor do valor ótimo da função de avaliação $(F_{aval}(x)^*)$. São eles:

Distorção Harmônica (DH): É a principal grandeza que se deseja minimizar, definindo o percentual de harmônicos presentes na função de FMM. Pode ser cal-

culada considerando todo o espectro disponível (DHT) ou apenas para grupos harmônicos específicos de interesse. Neste trabalho, optou-se pela minimização da Distorção Harmônica Total.

Defasamento angular entre os vetores de FMM (Δ): Definido por (5.10), determina a simetria do arranjo proposto. Mesmo que, ocasionalmente, alguns indivíduos possam apresentar valores aceitáveis de Distorção Harmônica, soluções que apresentem defasamento angular entre os eixos das FMM das fases diferentes de 120° não são interessantes do ponto de vista prático sendo, portanto, penalizados na avaliação.

5.3.5 Seleção

Optou-se neste trabalho pela utilização do método de seleção por torneio (tamanho do torneio $\kappa = 4$) para escolha dos indivíduos que formarão a população intermediária. A cada torneio, o indivíduo vencedor é escolhido como primeiro pai, e o segundo melhor avaliado é selecionado como segundo pai. Os demais não são selecionados. Também faz-se uso do elitismo para garantir a manutenção do melhor indivíduo para a próxima geração, tal qual definido na Seção 4.2.4.

5.3.6 Cruzamento

Utiliza-se o cruzamento multiponto, conforme definido na Seção 4.2.5.1. No entanto, visando promover uma maior liberdade na transferência de genes entre os indivíduos, o número de cortes a cada cruzamento também é sorteado aleatoriamente. Essa característica permite que seja estatisticamente possível efetuar desde cruzamentos de um ponto até cruzamentos uniformes na mesma população. Cada cruzamento origina um novo indivíduo de forma que, para que sejam formados l indivíduos, são necessários l cruzamentos.

5.3.7 Mutação

Optou-se neste estudo pela utilização em conjunto de dois métodos distintos de mutação, sendo o primeiro aplicado aos genes que definem a disposição dos condutores de fase e o segundo aplicado exclusivamente ao último gene de cada indivíduo, o qual define o passo de bobina. Os genes que definem a disposição dos condutores são submetidos a uma mutação por troca, conforme definida na Seção 4.2.5.2. Os genes de passo, por sua vez, são submetidos a uma variação da mutação creep, porém utilizando fatores inteiros. Ao invés de se utilizar um pequeno valor real para causar perturbação no cromossomo, optou-se pelo aumento ou diminuição do passo de bobina em 1 (uma) unidade em caso de mutação, respeitando-se os limites permitidos para o passo de bobina (mínimo de 1 (uma) ranhura e no máximo o valor do passo polar τ). Essa adaptação se torna necessária uma vez que o passo de bobina em ranhuras é uma grandeza inteira, não fazendo sentido ter seu valor alterado por um fator real.

A mutação do último gene é aplicada escolhendo-se uma variável binária *moreorless*, a qual é atribuída um valor aleatório de 0 (zero) ou 1 (um) e que determina, respectivamente, se o último gene do indivíduo deve ter seu valor diminuído ou aumentado em 1 (uma) unidade. Caso seja definido o aumento, o gene tem seu valor acrescido em uma unidade. Em caso de diminuição, o gene tem seu valor diminuído em uma unidade. Se em alguma operação os limites inferior ou superior para os valores possíveis de passo de bobina for ultrapassado, ocorre a ação oposta. A Figura 5.8 apresenta o processo na forma de fluxograma.



INDIVÍDUO 0 2 4 2 1 5 3

Figura 5.8 - Fluxograma da operação de mutação.
5.3.8 Formação da Nova População

Nesta etapa, é gerada a população para a próxima geração, utilizando a técnica de elitismo definida na Seção 4.2.4.4. Assim, o melhor indivíduo da geração anterior é inserido junto aos indivíduos provenientes dos processos de cruzamento e mutação. Entretanto, durante o processo de cruzamento, o equilíbrio entre o número de condutores de fase, definido na Seção 5.3.2, pode ter sido alterado em alguns indivíduos. Assim, torna-se necessária a correção de alguns genes em determinados indivíduos, para que seja restabelecida a simetria entre o número de condutores de todas as fases.

Como solução, a nova população é submetida à correção através da sub-rotina de Restrição, descrita na Seção 5.3.2.1. Ao fim do processo, tem-se uma nova matriz População, corrigida e pronta para ser testada pelo simulador na próxima iteração do programa, repetindo o ciclo até que o critério de parada do algoritmo seja atingido.

5.4 Considerações Finais

Com base na metodologia proposta, foram realizadas as análises da FMM de entreferro para diversos tipos de enrolamento, abordando tanto as geometrias convencionais como também arranjos de enrolamento provenientes do processo de otimização. Os resultados obtidos e as discussões pertinentes serão apresentados no próximo capítulo.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos utilizando as metodologias descritas no Capítulo 5. Primeiramente, é realizada a análise do conteúdo harmônico de FMM associada aos enrolamentos convencionais, através do espectro de Fourier e dos fatores de enrolamento. Em seguida são apresentados e discutidos os resultados obtidos através da ferramenta de otimização desenvolvida, comparando as geometrias encontradas com os arranjos de enrolamento convencionais.

6.1 Análise dos enrolamentos convencionais

Esta seção tem por objetivo realizar um comparativo entre os fatores de enrolamento e a abordagem através da Distorção Harmônica e espectro de Fourier para representação da FMM nos enrolamentos trifásicos convencionais, sejam estes integrais ou fracionários. Para este estudo, foram selecionados 3 (três) enrolamentos distribuídos integrais (q = 2, 3 e 4) e 3 (três) fracionários $(q = \frac{5}{2}, \frac{9}{4} e \frac{11}{8})$.

6.1.1 Passo de bobina

Uma vez que o passo de bobina possui influência sobre o conteúdo harmônico de FMM dos enrolamentos, sua escolha deve ser feita de forma a promover o menor conteúdo harmônico possível. Como exemplo, considerando um enrolamento trifásico concentrado (q = 1), a Figura 6.1 ilustra a influência do passo de bobina sobre a Distorção Harmônica Total de FMM associada (5.5), a qual na figura é dada em valores percentuais.

Para o caso apresentado, onde o passo de bobina é considerado uma grandeza contínua, o valor ótimo de redução de passo que resulta em menor Distorção Harmônica é $\beta = 0,83$. Tendo em vista que nos enrolamentos reais as posições de ranhura são discretas, nem todos os valores de β são construtivamente possíveis, de forma que, para cada enrolamento, há um valor de passo de bobina factível que possibilita a maior redução do conteúdo harmônico de FMM. Para os enrolamentos selecionados na Seção 6.1, a Figura 6.2 apresenta as curvas de Distorção Harmônica Total (percentual) em função do passo de bobina relativo β . Consideram-se séries de $n_t = 40$ harmônicos para os casos analisados, com exceção do enrolamento de $q = \frac{11}{8}$, para o qual a série de Fourier abrange $n_t = 80$ harmônicos.



Figura 6.1 - Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para um enrolamento trifásico concentrado.



Figura 6.2 - Distorção Harmônica Total em função do passo de bobina para os enrolamentos selecionados.

As curvas apresentadas na Figura 6.2 confirmam que cada enrolamento convencional possui um passo de bobina específico que lhe garante a melhor característica em termos de conteúdo harmônico de FMM. Para os casos analisados, os valores de β variam no intervalo entre 0,72 e 0,84.

6.1.2 Enrolamentos distribuídos convencionais

Definidos os números de ranhuras por polo e fase e respectivos passos de bobina, a Tabela 6.1 reúne as configurações dos enrolamentos convencionais selecionados.

Enrolamento	q	Ζ	2p	β	у	C_s	DHT(%)
1	2	12	2	0.8333	5	0.891	13.99
2	3	18	2	0.7778	7	0.861	9.26
3	4	24	2	0.8333	10	0.883	6.29
4	5/2	15	2	0.80	6	0.869	11.73
5	9/4	27	4	0.7407	5	0.838	15.64
6	11/8	33	8	0.7273	3	0.830	26.48

Tabela 6.1 - Configuração dos enrolamentos convencionais analisados.

Para os enrolamentos 1 a 6, apresentados na Tabela 6.1, os condutores estão dispostos na primeira camada de acordo com o mostrado na Tabela 6.2. Também são mostrados os respectivos números de índice dos enrolamentos. A Tabela 6.2 foi obtida de acordo com a metodologia apresentada na Seção 2.4.

6.1.3 Enrolamentos integrais

A Figura 6.3, Figura 6.4 e Figura 6.5 apresentam a distribuição espacial instantânea de FMM no entreferro e sua aproximação pela série de Fourier para os enrolamentos 1, 2 e 3, respectivamente. Também são apresentados os respectivos diagramas vetoriais das FMMs de fase.

Destaca-se o comportamento simétrico das curvas de FMM em relação ao eixo horizontal, o que sugere a inexistência de ordens harmônicas pares. Os diagramas vetoriais mostram que as componentes resultantes de cada fase estão defasadas entre si em 120°, garantindo a simetria dos enrolamentos.

Enrolamento	Arranjo	Índices
1	АА-С-СВВ-А-АСС-В-В	22
2	ААА-С-СВВВ	33
	-А -А -А С С С -В -В -В	
3	АААА-С-С-СВВВВ	44
	-A -A -A -A C C C C -B -B -B -B	
4	A A A -C -C B B B -A -A C C C -B -B	32
5	A A A -C -C B B -A -A C C C -B -B	3222
	A A -C -C B B B -A -A C C -B -B	
6	A A -C B B -A C -B -B A -C B B	21111122
	-АСС-ВА-С-СВ-АСС-ВА	
	А -С В -А -А С -В	

Tabela 6.2 - Arranjo dos condutores da primeira camada e números de índice para os enrolamentos 1 a 6.



Figura 6.3 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 1.

A Figura 6.6, Figura 6.7 e Figura 6.8 apresentam os espectros de Fourier e os fatores de enrolamento para as máquinas 1 a 3, respectivamente.



Figura 6.4 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 2.



Figura 6.5 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 3.



Figura 6.6 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 1.



Figura 6.7 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 2.

A Figura 6.3 até a Figura 6.8 mostram o efeito da distribuição do enrolamento no conteúdo harmônico de FMM nos enrolamentos integrais. Conforme pode ser observado nos espectros, a distribuição do enrolamento em um maior número de ranhuras



Figura 6.8 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 3.

promove uma atenuação considerável da amplitude de certas ordens harmônicas, reduzindo o conteúdo harmônico de FMM como um todo. Isso se reflete no valor da Distorção Harmônica Total, que diminui à medida que se aumenta o número de ranhuras por polo e fase do enrolamento.

Observa-se que as componentes pares de fato apresentam amplitudes nulas nos espectros e possuem fatores de enrolamento também nulos, indicando concordância entre ambas as representações. Também verifica-se nos espectros harmônicos que as componentes de ordem $6k \pm 1$ se destacam. Dentre estas, os harmônicos de ranhura (3.16) apresentam as maiores amplitudes, o que se confirma verificando que estes harmônicos apresentam o mesmo fator de enrolamento que a componente fundamental em todos os casos.

De forma geral, verifica-se que as abordagens através do espectro harmônico e pelo tradicional cálculo dos fatores de enrolamento são coerentes na representação do conteúdo harmônico da FMM em enrolamentos trifásicos integrais, com o espectro mostrando de forma mais clara a inexistência das ordens harmônicas múltiplas de 3 (três). O cálculo da Distorção Harmônica, por sua vez, contribui no sentido de quantificar a influência dos harmônicos existentes, relacionando a curva obtida com a distribuição senoidal pretendida.

6.1.4 Enrolamentos fracionários

A Figura 6.9, Figura 6.10 e Figura 6.11 apresentam a distribuição espacial de FMM no entreferro e sua aproximação pela série de Fourier para os enrolamentos 4, 5 e 6. Também são apresentados os diagramas vetorias de FMM dos enrolamentos.



Figura 6.9 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 4.

A Figura 6.9, Figura 6.10 e Figura 6.11 evidenciam o comportamento assimétrico em relação ao eixo horizontal das curvas de FMM dos enrolamentos fracionários, sugerindo o aparecimento de componentes harmônicas pares. Os diagramas vetoriais, por sua vez, confirmam a simetria dos arranjos, além de demonstrar o efeito do fracionamento do enrolamento no posicionamento dos vetores de FMM, de forma que estes se comportam como se houvesse um número de ranhuras por polo e fase maior do que de fato existe. Esse comportamento, inerente aos enrolamentos fracionários, é descrito na Seção 3.5.

A Figura 6.12, Figura 6.13 e Figura 6.14 apresentam os espectros de Fourier e os fatores de enrolamento para as máquinas 4 a 6, respectivamente.

O espectro harmônico do enrolamento 4 mostra uma atenuação de ordens harmôni-



Figura 6.10 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 5.



Figura 6.11 - Distribuição espacial e estrela de FMM para o enrolamento 6.

cas relevantes quando comparado com o enrolamento 1, cuja geometria é semelhante. Aqui ocorre redução na amplitude dos harmônicos de ordem 5, 11, 13, 23, 25, 35



Figura 6.12 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 4.



Figura 6.13 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 5.

e 37. No entanto, por se tratar de um enrolamento fracionário, há o surgimento de componentes harmônicas pares cuja amplitude deve ser considerada. No espectro



Figura 6.14 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 6.

harmônico do enrolamento 4, os harmônicos de ordem 2, 4, 8 e 14 e 16 se destacam, além das componentes de ordem ímpar 7, 29 e 31. Isso resulta em um valor de DHT(%) levemente menor que a apresentada no enrolamento 1. Os harmônicos de ordens múltiplas de 3 (três) são nulos. Evidentemente, no projeto de um enrolamento, a escolha do número de ranhuras por polo e fase deve ser feita considerando as amplitudes harmônicas que de fato se deseja reduzir, além das restrições construtivas. Cada geometria apresenta vantagens e desvantagens quanto ao conteúdo harmônico de FMM, cabendo ao projetista optar pela que melhor atende a sua aplicação.

Os fatores de enrolamento, no entanto, apresentam componentes pares nulas, sugerindo a inexistência destas na curva de FMM e representando de forma mais adequada os harmônicos de ordem ímpar. Os harmônicos de ordem 29 e 31 apresentam o mesmo valor de fator de enrolamento que a componente fundamental, podendo ser classificados como harmônicos de ranhura.

A distribuição de FMM do enrolamento 5 abrange 2p = 4 polos, de forma que sua componente síncrona principal não mais coincide com a componente fundamental e apresenta ordem n = 2. O mesmo ocorre com o enrolamento 6, cuja componente principal tem ordem n = 4. Nos dois casos, as amplitudes das componentes principais e suas ordens múltiplas aparecem destacadas nos espectros, na cor vermelha. No enrolamento 5, verifica-se a presença de ordens harmônicas pares, além da componente fundamental com período maior que 2 polos, definida como um harmônico sub-síncrono. Comparando novamente com o enrolamento 1, por exemplo, embora promova uma redução de certas ordens harmônicas, a presença das componentes citadas torna a DHT(%) deste enrolamento maior, mesmo possuindo um número de ranhuras por polo e fase maior que o primeiro. Confrontando o espectro harmônico com os fatores de enrolamento para o enrolamento 5, estes últimos apresentam fatores não nulos para os harmônicos de ordem 3 (três) e harmônicos de ordem par com fatores iguais a zero. Assim, os fatores de enrolamento não representam de forma satisfatória todo o conteúdo harmônico da FMM para este caso.

No enrolamento 6, verifica-se a presença de harmônicos superiores pares e ímpares, além da presença de componentes sub-síncronas de ordens n = 1 (2 polos), e n = 2 (4 polos). Os harmônicos de ordens 5, 29, 69 e 70 também possuem amplitudes consideráveis. Isso resulta numa Distorção Harmônica Total elevada em relação aos demais enrolamentos, conforme verifica-se na Tabela 6.1. Novamente não é constatada no espectro a presença de harmônicos múltiplos de 3 (três), embora para alguns destes harmônicos os fatores de enrolamento não sejam nulos. Ainda em relação aos fatores de enrolamento, verifica-se que as componentes pares apresentam fatores nulos e que os harmônicos de ordens 65 e 67 se caracterizam como harmônicos de ranhura, embora suas amplitudes sejam irrelevantes no espectro.

De forma geral, para os enrolamentos fracionários estudados conclui-se que a a abordagem através dos fatores de enrolamento se torna incompleta, não representando todo o conteúdo harmônico da curva de FMM de maneira adequada. A análise através do espectro harmônico e do cálculo da Distorção Harmônica associada, no entanto, representa o comportamento harmônico da curva de FMM de forma mais clara, sendo preferível ao uso dos fatores de enrolamento. Assim, sugere-se a otimização de geometrias de enrolamento baseada na minimização da Distorção Harmônica Total associada, para os mesmos valores de q apresentados para os enrolamentos convencionais.

6.2 Otimização da geometria dos enrolamentos considerando sua Distorção Harmônica Total

Para cada enrolamento listado na Tabela 6.1, foi aplicada a metodologia descrita na Seção 5.3. O processo de otimização gerou um novo conjunto de enrolamentos, ditos otimizados. Estes enrolamentos tem dados mostrados na Tabela 6.3.

Enrolamento	q	Ζ	2p	β	у	C_s	DHT(%)
7	2	12	2	1	6	0.891	13.99
8	3	18	2	1	9	0.861	9.26
9	4	24	2	1	12	0.883	6.29
10	5/2	15	2	0.9333	7	0.869	11.73
11	9/4	27	4	0.8889	6	0.840	15.97
12	11/8	33	8	0.9697	4	0.862	26.79

Tabela 6.3 - Configuração dos enrolamentos otimizados propostos.

A Tabela 6.4 mostra a distribuição de condutores e os números de índice para os enrolamentos obtidos. Para os casos onde cada fase possui índices próprios, estes estão especificados.

Tabela 6.4 - Arranjo dos condutores da primeira camada e números de índice para os enrolamentos 7 a 12.

Enrolamento	Arranjo	Índices	
7	ААА-СВВВ-АССС-В	31	
8	ААА-СВВВА-А-А	A: 321 / B: 411 / C: 51	
	ССССС-ВА-В		
9	A A A A -C -C -C-C B B B B B B	A: 44 / B: 62 / C: 44	
	-А-А-АСССС-В-В		
10	A A A A -C B B B B -A C C C C -B	41	
11	A A A B -C B B -A -A C C C A -B	32121	
	АА-С-СВВВС-АСС-В-В		
12	A A A B B - A C C - B A A B B B	312221	
	СС-ВАА-СВВСССАА-С		
	ВВ-АСС		

6.2.1 Otimização dos enrolamentos integrais

Verificando os enrolamentos integrais 7, 8 e 9, observa-se que tanto sua disposição quanto o passo de bobina otimizado são diferentes em relação aos enrolamentos convencionais 1, 2 e 3, apresentados na Tabela 6.1.

No enrolamento 7, ao invés dos tradicionais 2 (dois) condutores por polo, há uma distribuição irregular dos condutores de fase sob cada polo, de forma que são alocados 3 (três) condutores em um polo e apena 1 (um) condutor no polo seguinte. O passo de bobina, por sua vez, é pleno ($\beta = 1$). A Figura 6.15 apresenta a distribuição espacial de FMM e sua aproximação pela série de Fourier para o enrolamento 7.



Figura 6.15 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 7.

Verifica-se o comportamento simétrico da curva de FMM em relação ao eixo horizontal, de forma que a assimetria na disposição dos condutores de fase não resulta em assimetria na distribuição de FMM. Comparando com a curva para o enrolamento tradicional de q = 2, apresentada na Figura 6.3, verifica-se que se trata da mesma distribuição de FMM, porém com os eixos das fases deslocados no espaço. Esse deslocamento se confirma analisando o diagrama vetorial de FMM do enrolamento 7, o qual apresenta os eixos das 3 (três) fases em posições diferentes em relação a do enrolamento convencional (enrolamento 1). No enrolamento 7, também verificase o defasamento de 120° entre os eixos das fases, consistindo em um enrolamento balanceado.

Além do deslocamento dos eixos das fases, o diagrama vetorial de FMM para a geometria proposta mostra uma distribuição diferente dos vetores de FMM. Se no enrolamento convencional estes ocupavam 2 (duas) posições relativas ao campo magnético, as quais eram coincidentes sob cada polo, na geometria sugerida os vetores de FMM estão alocados em 3 (três) posições distintas, num efeito semelhante ao apresentado em enrolamentos fracionários. A Figura 6.16 apresenta o espectro harmônico e os fatores de enrolamento para o enrolamento 7.



Figura 6.16 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 7.

Comparando a Figura 6.6 com a Figura 6.16, o espectro harmônico confirma que a curva de FMM para o enrolamento otimizado 7 é a mesma apresentada pelo enrolamento convencional 1, possuindo as mesmas amplitudes da componente fundamental e harmônicas, porém obtida através de um arranjo diferente. Sua Distorção Harmônica Total, apresentada na Tabela 6.3, possui valor idêntico ao apresentado pelo enrolamento 1, o que reforça esta afirmação. No entanto, os fatores de enrolamento apresentam valores diferentes dos apresentados para o enrolamento 1, uma vez que o passo de bobina utilizado não é o mesmo nas duas configurações. Assim, fica claro que os fatores de enrolamento calculados da maneira tradicional não são adequados para a representação do conteúdo harmônico de FMM para a geometria sugerida.

A análise da geometria otimizada permite concluir que, para um enrolamento de q = 2, pode-se conseguir a mesma distribuição de FMM de um enrolamento de passo encurtado utilizando bobinas de passo pleno, bastando-se apenas alterar o arranjo dos condutores. Embora o encurtamento de passo apresente outras vantagens, como a economia de cobre e diminuição da dispersão nas bobinas, a geometria sugerida é uma alternativa construtiva interessante, tornando a redução de passo desnecessária na obtenção de uma distribuição de FMM mais próxima de uma senóide. Ressalta-se que a solução apresentada pela geometria do enrolamento 7 não é única, ou seja, outros arranjos podem existir com desempenho numérico semelhante.

Para o enrolamento 8, cada fase apresenta um padrão próprio de distribuição de acordo com a Tabela 6.4. Esta distribuição é bastante peculiar, uma vez que contraria a condição de que as fases devem possuir o mesmo padrão de distribuição para formar um enrolamento balanceado (WALKER, 1981). O passo de bobina é pleno. A Figura 6.17 apresenta a distribuição espacial de FMM, sua aproximação pela série de Fourier e o diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 8.

A distribuição de FMM para o enrolamento 8 mostra uma curva simétrica em relação ao eixo horizontal e que novamente coincide com a distribuição apresentada para o enrolamento convencional de q = 3 (Figura 6.4). Assim, ambos os enrolamentos apresentam o mesmo valor de Distorção Harmônica, conforme verifica-se nas Tabelas 6.1 e 6.3. Os vetores de FMM associados às bobinas de fase apresentam, evidentemente, uma distribuição diferente em relação ao enrolamento 2, conforme mostram os diagramas vetoriais da Figura 6.4 e Figura 6.17. O diagrama vetorial também evidencia o defasamento em 120° entre fases para o enrolamento otimizado. A Figura 6.18 apresenta o espectro harmônico e os fatores de enrolamento para o enrolamento 8.

Comparando-se a Figura 6.7 com a Figura 6.18, os espectros harmônicos confirmam a coincidência da curva de FMM associada ao enrolamento otimizado 8 com a apresentada pelo enrolamento convencional 2, pois as amplitudes harmônicas são iguais



Figura 6.17 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 8.



Figura 6.18 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 8.

nos dois casos. No entanto, os fatores de enrolamento possuem valores diferentes,

uma vez que o passo do enrolamento 8 é pleno e o do enrolamento 2 é reduzido. Assim, os fatores de enrolamento não representam de forma correta os harmônicos presentes na curva de FMM para o enrolamento 8.

Desta forma, a geometria otimizada apresenta uma alternativa ao arranjo convencional para este enrolamento, utilizando uma distribuição assimétrica e bobinas de passo pleno para obter o mesmo efeito de conteúdo harmônico de FMM desenvolvido por um enrolamento convencional de passo fracionário. Novamente, a alteração do arranjo dos condutores substitui o encurtamento do passo de bobina como técnica de redução de harmônicos na curva de FMM. Além do enrolamento 8, outras simulações resultaram em geometrias diferentes, apresentando a curva de FMM e mesmo valor de Distorção Harmônica Total, de forma que podem ser propostas diferentes geometrias para este enrolamento para que se obtenha o mesmo efeito de FMM no entreferro.

No enrolamento 9, verifica-se nas Tabelas 6.2 e 6.4 que, enquanto as fases A e C apresentam os tradicionais 4 (quatro) condutores por polo, a fase B é distribuída de forma diferente, com 6 (seis) condutores alocados em um polo e apenas 2 (dois) alocados no outro. O passo de bobina otimizado, por sua vez, é igual ao passo polar da máquina (12 ranhuras). A Figura 6.19 apresenta a distribuição espacial de FMM e o diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 9.

A curva de FMM associada ao enrolamento 9 coincide com a apresentada na Figura 6.5 para o enrolamento 3, com os eixos das FMM de fase deslocados no espaço em relação ao primeiro e em 120° entre si, confirmando a simetria do arranjo. Também verifica-se a distribuição distinta dos vetores no diagrama, com cada fase ocupando 6 (seis) posições, ao invés das tradicionais 4 (quatro) posições do enrolamento convencional. Os valores de DHT(%) associados aos enrolamentos proposto e convencional são iguais (6,29%). A Figura 6.20 apresenta o espectro de Fourier e os fatores de enrolamento para o enrolamento 9.

Comparando a Figura 6.8 com a Figura 6.20, verifica-se que as amplitudes harmônicas no espectro são coincidentes. Em outras palavras, a assimetria na distribuição dos condutores da fase B não resulta no aparecimento de nenhuma ordem harmônica adicional. Assim, tem-se uma geometria alternativa viável para este enrolamento, novamente utilizando bobinas de passo pleno e substituindo o efeito da redução de passo pela mudança na disposição dos condutores da fase B. Os fatores de enrola-



Figura 6.19 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 9.



Figura 6.20 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 9.

mento, por sua vez, são diferentes em relação aos apresentados para o enrolamento 3. Assim, verifica-se que os fatores de enrolamento não são adequados na representação da FMM da geometria otimizada obtida. Outras simulações realizadas confirmaram que a alteração do padrão de distribução das fases A e C podem causar o mesmo efeito, evidenciando a diversidade de geometrias possíveis para este enrolamento.

Verificando as geometrias propostas para os enrolamentos integrais apresentados, conclui-se que, no que diz respeito à distribuição espacial de FMM no entreferro, existem diferentes maneiras de se alcançar o mesmo efeito. Utilizando as técnicas convencionais de distribuição e redução de passo do enrolamento ou fazendo uso de padrões alternativos de alocação dos condutores, é possível se obter a mesma distribuição espacial de FMM no entreferro. Neste sentido, a representação através da Distorção Harmônica e espectro de Fourier se mostra mais efetiva, uma vez que verifica-se que os fatores de enrolamento calculados da maneira tradicional não conseguem representar o comportamento das FMMs provenientes de geometrias alternativas de forma satisfatória. Assim, a ferramenta proposta atinge seu objetivo de propor alternativas de projeto e análise para os enrolamentos de estator trifásicos integrais.

6.2.2 Otimização dos enrolamentos fracionários

O enrolamento 10 apresenta um padrão alternativo de distribuição dos condutores em relação ao enrolamento convencional 4, com os grupos de bobinas alocados conforme apresentado na Tabela 6.4. Os números de índice são diferentes para os dois enrolamentos, de forma que o enrolamento 10 apresenta índices 41 e o enrolamento 4 apresenta os índices 32. O passo de bobina, por sua vez, é maior no enrolamento 10, passando de 5 (cinco) para 6 (seis) ranhuras e resultando num valor de $\beta = 0,9333$. Entretanto, o enrolamento proposto apresenta o mesmo valor de DHT(%) que o enrolamento tradicional 4 e sua distribuição de FMM possui a mesma forma de onda, conforme comparação entre a Figura 6.9 e a Figura 6.21.

Observa-se que a disposição dos vetores destes enrolamentos é idêntica e o defasamento angular de 120° entre as fases é mantido em ambos os casos, com os eixos das fases localizados em posições distintas nos dois casos. A Figura 6.22 apresenta o espectro harmônico e os fatores de enrolamento para o enrolamento 10. No espectro, as amplitudes dos harmônicos apresentam valores iguais aos mostrados na Figura 6.12 para o enrolamento 4, embora seus fatores de enrolamento, os quais dependem exclusivamente do valor de q e do passo de bobina, sejam diferentes nos dois enrolamentos.



Figura 6.21 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 10.



Figura 6.22 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 10.

Assim, o enrolamento otimizado possui as mesmas propriedades harmônicas de FMM do enrolamento convencional de mesmo número de ranhuras por polo e fase $(q = \frac{5}{2})$,

porém seu padrão geométrico e passo de bobina são diferentes. O arranjo obtido consiste, portanto, em uma alternativa geométrica ao enrolamento convencional.

O enrolamento 11 apresenta características distintas em relação ao enrolamento convencional 5. Sua distribuição tem como índices os números 32121, enquanto o enrolamento 5 apresenta os índices 3222. O passo de bobina no enrolamento otimizado também é maior (y = 6) e seu valor de DHT(%) é levemente superior (15,97%), representando aumento de cerca de 2% em relação ao primeiro (15,64%). Entretanto, a amplitude da componente principal C_s é cerca de 0,24% maior (0.840 contra 0.838). A Figura 6.23 mostra a distribuição espacial de FMM e sua aproximação pela série de Fourier para o enrolamento 11, bem como seu diagrama vetorial de FMM. A título de observação, os números de índice apresentados pelo enrolamento 11 ferem a regra definida na Seção 2.4, uma vez que o número de algarismos do índice sugere um enrolamento de 5 polos.



Figura 6.23 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 11.

O diagrama mostra uma diferença no posicionamento dos vetores em relação aos grupos de bobinas, quando comparado ao apresentado na Figura 6.10 para o enrolamento 5. Embora em ambos os casos os vetores de FMM estejam distribuídos em 9 (nove) posições relativas distintas, para o enrolamento 11 essa distribuição apresenta 8 (oito) vetores em posições adjacentes e 1 (um) vetor isolado para cada uma das fases, ao passo que no enrolamento convencional 5 todos os vetores de FMM estão alocados em posições adjacentes. Ressalta-se na Figura 6.23 que todos os vetores resultantes das fases estão defasados em 120°, confirmando a simetria do arranjo proposto. A Figura 6.24 apresenta o espectro harmônico e os fatores de enrolamento para o enrolamento 11.



Figura 6.24 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 11.

Assim como ocorre no enrolamento fracionário convencional correspondente, no enrolamento 11 a componente síncrona principal possui ordem n = 2. Fazendo um comparativo com o espectro harmônico apresentado na Figura 6.13 para o enrolamento 5, verifica-se uma redução na amplitude da componente fundamental e na amplitude das harmônicas superiores de ordem 8, 13 e 14. Entretanto, há um aumento considerável na amplitude dos harmônicos de ordens 7, 10, 11, 16, 17 e 20. Os demais harmônicos apresentam variações de amplitude mais discretas. Do ponto de vista dos fatores de enrolamento, os valores são diferentes em ambos os enrolamentos, devido ao passo de bobina diferente utilizado nos dois casos.

Tem-se portanto um enrolamento de geometria e comportamento harmônico dife-

rentes do enrolamento fracionário convencional, embora próximos deste. Assim, o enrolamento proposto consiste em uma alternativa construtiva para o enrolamento de q = 9/4 tradicional, podendo ser empregado em casos onde a redução das ordens harmônicas citadas seja desejável, sobretudo a componente sub-síncrona fundamental. Entretanto, essa mudança implica em um pequeno aumento da Distorção Harmônica Total. Assim, é fornecida uma nova possibilidade de arranjo para este enrolamento, cabendo ao projetista determinar a geometria que melhor atende aos objetivos de projeto.

No enrolamento 12, verifica-se um padrão de disposição dos condutores diferente em relação ao enrolamento fracionário convencional 6, apresentando números de índice diferentes e um passo de bobina aumentado. Enquanto no enrolamento 6 os índices são 22211111, a geometria proposta apresenta os índices 312221. No enrolamento proposto, verifica-se que os índices sugerem um número de polos diferente do que de fato o enrolamento possui, contrariando a regra exposta na Seção 2.4. Neste caso, os algarismos do índice sugerem um enrolamento de 6 (seis) polos, ao invés de 8 (oito). Já o passo de bobina é aumentado de 3 (três) para 4 (quatro) ranhuras no enrolamento 12, resultando em $\beta = 0.9697$. Sua Distorção Harmônica Total é de 26,79%, um aumento de 1,17% em relação ao valor apresentado pelo enrolamento 6. Entretanto, há um aumento de 3,86% na amplitude da componente principal síncrona, o que é bastante desejável. A Figura 6.25 mostra a distribuição espacial de FMM e o diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 12.

Quando se compara a Figura 6.11 com a Figura 6.25, verifica-se no enrolamento 12 um maior espalhamento dos vetores de FMM de cada fase. Em ambos os casos, os vetores de cada fase ocupam 11 (onze) posições relativas distintas, e o defasamento angular de 120° entre fases é respeitado. A Figura 6.26 apresenta o espectro harmônico e os fatores de enrolamento para o enrolamento 12.

O espectro harmônico apresenta destaque para as componentes superiores de ordem 5, 29, 37, 62 e 70, além dos sub-harmônicos de ordem 1 e 2. A componente síncrona principal, por sua vez, tem ordem n = 4. Em relação ao espectro harmônico apresentado na Figura 6.14 para enrolamento fracionário convencional correspondente, verifica-se um aumento na amplitude das componentes sub-síncronas de ordem 1 e 2, além de um pequeno aumento na componente na componente superior de ordem 11. Entretanto, há uma redução na amplitude das componentes de ordem 5, 7 e 13. Os demais harmônicos tem suas amplitudes pouco alteradas nos dois arranjos.



Figura 6.25 - Distribuição espacial instantânea e diagrama vetorial de FMM para o enrolamento 12.



Figura 6.26 - Espectro harmônico e fatores de enrolamento para o enrolamento 12.

Os fatores de enrolamento, por sua vez, apresentam valores diferentes em ambos os casos, devido ao diferente passo de bobina utilizado.

6.3 Considerações finais

Para os casos estudados, a metodologia proposta se mostrou eficiente e até mesmo surpreendente em algumas situações, resultando na obtenção de geometrias alternativas interessantes. A ferramenta de otimização desenvolvida se mostrou adequada, podendo ser aperfeiçoada para utilização no projeto de outros tipos de enrolamentos de máquinas elétricas.

Há de se considerar, no momento do projeto dos enrolamentos, a influência da geometria em outros parâmetros da máquina, principalmente na dispersão e na resistência dos enrolamentos de fase. Aparentemente, alguns dos enrolamentos ditos otimizados acabam produzindo desequilíbrio nas características elétricas dos enrolamentos trifásicos, devido às diferentes conexões entre os grupos de bobinas de fase.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO

Os resultados apresentados no Capítulo 6 indicam que a análise da FMM de enrolamento através da representação espectral e cálculo da Distorção Harmônica associada permite caracterizar de maneira mais completa o comportamento harmônico da curva de FMM, fornecendo dados consistentes sobre a influência dos parâmetros construtivos na distribuição de campo magnético na máquina e permitindo a otimização do projeto de enrolamentos. Embora este método apresente maior complexidade matemática quando comparado ao cálculo dos fatores de enrolamento, com o auxílio das ferramentas computacionais e de otimização disponíveis este tipo de análise torna-se viável.

Os resultados também mostram que existe um passo de bobina ótimo que proporciona um menor conteúdo harmônico na curva de FMM para cada enrolamento. Assim, para determinado número de ranhuras por polo e fase, sempre há um valor de passo que permite obter uma melhor distribuição espacial de força magnetomotriz. No entanto, conclui-se que o padrão geométrico de disposição dos condutores influencia diretamente neste valor.

Enquanto nos arranjos de enrolamento convencionais β costuma ter valor próximo de 0,8, para as geometrias sugeridas neste trabalho o valor de beta otimizado resultou próximo da unidade. Assim, uma análise específica para cada enrolamento permite encontrar diferentes relações geometria/passo de bobina que melhor atendam aos objetivos de projeto.

Embora verificada existência de padrões geométricos alternativos para obtenção da mesma distribuição de FMM encontrada nos enrolamentos tradicionais para alguns casos, além de geometrias apresentando características distintas destes, não foi encontrada uma regra para determinar a quantidade de arranjos balanceados possíveis para cada enrolamento. Desde a mudança nos índices do enrolamento até mesmo a variação do arranjo de uma fase para outra, diferentes geometrias de enrolamento se mostraram possíveis, algumas destas apresentadas neste trabalho.

Com base no que foi apresentado, o algoritmo genético se mostrou uma ferramenta adequada na determinação de arranjos otimizados para enrolamentos trifásicos de estator, podendo o simulador desenvolvido ser utilizado como ferramenta de projeto de máquinas CA.

7.1 Contribuições do Trabalho

As contribuições deste trabalho podem assim ser descritas:

Artigo em congresso:

Distorção Harmônica da FMM em Enrolamentos de Máquinas CA. 16° SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11° CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo - MOMAG 2014. Franco, A. L. C.; Alvarenga, B. P.; Silva, W. G.

Produção Tecnológica:

- Ferramenta computacional para construção e análise da FMM em enrolamentos trifásicos de geometria convencional;
- Simulador heurístico para otimização de geometrias de enrolamentos de estator de máquinas CA.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Aperfeiçoamento das ferramenta desenvolvidas, com a inclusão dos efeitos de ranhura sobre o conteúdo harmônico de FMM;
- Aplicação da ferramenta de otimização para geometrias de enrolamento de maior comprimento, apresentando maior número de polos;
- Extensão do método para análise das FEM induzidas em rotores de máquinas de indução, considerando o efeito da inclinação das barras em rotores do tipo gaiola;
- Montagem e execução de testes em bancada de máquinas que apresentem as geometrias alternativas sugeridas, analisando suas demais propriedades magnéticas e quantificando as perdas;
- Estudo da distribuição de fluxo magnético no ferro do estator para as geometrias de enrolamento alternativas propostas;

• Desenvolvimento de metodologia alternativa para o cálculo dos fatores de enrolamento, de forma a abranger tanto os enrolamentos integrais quanto fracionários, além de serem funcionais tanto para geometrias padrão quanto alternativas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARENGA, B. P. Modelo para o Cálculo do Conjugado de uma Máquina de Indução Incluindo os Efeitos de Enrolamento e Saturação Magnética. [S.l.]: Dissertação de Mestrado. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia - UFU, 1993. 27, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 52, 53, 58, 62, 67

ALVARENGA B. P.; CAMARGO, I. M. T. E. J. J. R. Máquinas Síncronas de Polos Lisos: Enrolamentos e Campos Eletromagnéticos Associados. [S.l.]: Trabalho de Conclusão de Curso. Brasília: Universidade de Brasília - UNB, 1990. 53, 68

BIANCHI N.; BOLOGNANI, S. P. M. G. G. Design Considerations for
Fractional-slot Winding Configurations of Synchronous Machines. [S.l.]:
Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 42, p. 997-1006, 2006. 51, 52

BIANCHI N.; DAI PRE, M. Use of The Star of Slots in Designing Fractional-slot Single-layer Synchronous Motors. [S.l.]: Electric Power Applications, IEE Proceedings, vol. 153, p. 459-466, 2006. 44, 68

BUKSNAITS, J. New Approach for Evaluation of Electromagnetic Properties of Three-Phase Windings. [S.l.]: Electronics & Electrical Engineering Journal, p. 31-36, 2007. 23, 24

CALIXTO, W. P. Aplicação do Mapeamento Conforme no Cálculo do Fator de Carter. [S.l.]: Dissertação de Mestrado. Goiânia: Universidade Federal de Goiás - UFG, 2008. 73, 75, 77, 79, 81, 85, 86

CALVERT, J. F. Amplitudes of Magnetomotive Force Harmonics for Fractional Slot Windings-I. [S.l.]: American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the, vol. 57, p. 777-785, 1938. 23, 24, 49, 53, 70, 72

CHEN J. Y.; CHEN, C. A Low Harmonic, High Spread Factor Induction Motor. [S.l.]: Power Electronic Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1998. Proceedings. 1998 International Conference on, vol. 1, p. 129-134, 1998. 68

CUNHA, L. Radiografia - Motores elétricos: movendo o mundo. [S.l.]: Revista O Setor Elétrico, edição 43, Agosto de 2009. Disponível em: <http://www.osetoreletrico.com.br/web/a-revista/edicoes/132-radiografiamotores-eletricos-movendo-o-mundo.html>, acesso em: 16 de junho de 2015 às 16:20., 2009. 23

DAJAKU G.; GERLING, D. A Novel Tooth Concentrated Winding with Low Space Harmonic Contents. [S.l.]: Electric Machines Drives Conference (IEMDC), 2013 IEEE International, p. 755-760, 2013. 23

DESHPANDE, M. V. Design And Testing Of Electrical Machines. [S.l.]: New Delhi: PHI Learning Private Limited, 2011. 27, 30, 31, 32, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 48, 50

EIBEN A. E.; SMITH, J. E. Introduction to Evolutionary Computing. [S.1.]: New York: Springer, 2003. 80, 84

FITZGERALD A. E.; KINGSLEY JR., C. U. S. D. Eletric Machinery - 6th edition. [S.l.]: New York: McGraw-Hill Book Company, p.174-238, 2003. 34, 38, 99

FRANCO A. L. C.; ALVARENGA, B. P. S. W. G. Distorção Harmônica da FMM em enrolamentos de máquinas CA. [S.l.]: 16° SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11° CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo - MOMAG 2014, Curitiba - PR - Brasil, 2014. 92

GALVÃO C.O.; VALENÇA, M. Sistemas Inteligentes - Aplicações a Recursos Hídricos e Ciências Ambientais. [S.l.]: Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 1999. 84

GEN M.; CHENG, R. Genetic Algorithms & Engineering Optimization. [S.l.]: New York: Wiley-Interscience, 2000. 73, 75, 80, 81

GERLING, D. Analysis of the Magnetomotive Force of a Three-phaseWinding with Concentrated Coils and Different Symmetry Features.[S.1.]: Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008. InternationalConference on, p. 2832-2837, 2008. 37

GRAHAM, Q. The M. M. F. Wave of Polyphase Windings With Special Reference to Sub-Synchronous Harmonics. [S.l.]: American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the, vol. XLVI, p. 19-29, 1927. 24, 43, 53, 54, 58, 68, 69, 70, 72

HAGUE, B. The Mathematical Treatment of the Magnetomotive Force of Armature Windings. [S.l.]: Electrical Engineers, Journal of the Institution of, vol. 55, p. 489 - 514, 1917. 69

_____. The Principles of Electromagnetism Applied to Electrical Machines. [S.l.]: Dover Publications, 1962. 54

HOLLAND, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. [S.l.]: Oxford: U Michigan Press, 1975. 75, 77, 80

HOLTZ, G. C. C. **Traçado Automático de Envoltórias de Esforços em Estruturas Planas Utilizando um Algoritmo Evolucionário.** [S.l.]: Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio, 2005. 73

JONG, K. A. D. Evolutionary Computation: A Unified Approach. [S.l.]: Cambridge: The MIT Press, 2006. 85

KOCABAS, D. Novel Winding and Core Design for Maximum Reduction of Harmonic Magnetomotive Force in AC Motors. [S.l.]: Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 45, p. 735-746, 2009. 23, 24, 25, 68

KONAK A.; COIT, D. W. S. A. E. Multi-objective Optimization Using Genetic Algorithms: A tutorial. [S.l.]: Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, 2006. 81, 82

KOSTENKO M.; PIOTROVSKI, L. Máquinas Eléctricas - volume 2:
Máquinas de Corrente Alternada. [S.l.]: Porto: Edições Lopes da Silva, 1979.
23, 24, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 44, 45, 52, 53, 57, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 72, 88

LANGSDORF, A. S. Theory of Alternating Current Machinery - 2nd edition. [S.l.]: Tokyo: McGraw-Hill Book Company, 1955. 24, 27, 34, 35, 36, 38, 39, 43, 48, 50, 52, 53, 56, 58, 59, 61, 62, 64, 65, 68, 71, 88, 99

LATTI, B. P. Sinais e Sistemas Lineares - 2a. edição. [S.l.]: Porto Alegre: Bookman, 2007. 54

LEE K. Y.; EL-SHARKAWI, M. A. Modern Heuristic Optimization Techniques - Theory and Applications to Power Systems. [S.l.]: New Jersey: Wiley, 2008. 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 82, 83, 85, 86

LINDEN, R. Algoritmos Genéticos: Uma importante ferramenta da Inteligência Computacional. [S.l.]: Rio de Janeiro: Brasport, 2006. 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 85, 86

LIPO, T. A. Introduction to AC Machine Design. [S.l.]: Wisconsin: Wisconsin Power Eletronics Research Center - University of Wisconsin, 2004. 23, 27, 30, 35, 43, 45, 59, 88, 95

LIWSCHITZ, M. Distribution factors and pitch factors of the harmonics of a fractional-slot winding. [S.l.]: American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the, vol. 62, p. 664 - 666, 1943. 68, 71, 72

LIWSCHITZ, M.; RAYMUND, H. Calcolo e determinazione delle dimensioni delle macchine elettriche. Hoepli, 1964. (Biblioteca tecnica). Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=KH5KnwEACAAJ>. 45

LOPES H. S.; RODRIGUES, L. C. A. S. M. T. A. Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional. [S.l.]: Curitiba: Ominipax,, 2013. 73, 75, 77, 78, 80, 81, 82, 83, 85, 86

LOPES J. Q.; HOMRICH, R. P. Determinação da Característica de Excitação da Máquina Síncrona de Rotor Cilíndrico a Partir dos Dados de Operação sob FP zero. [S.l.]: IV SBSE - Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. 2012, Goiânia - GO, Brasil, 2012. 23

MICHALEWICZ Z.; FOGEL, D. B. How to Solve It: Modern Heuristics - 2nd edition. [S.l.]: New York: Springer, 2004. 78

MUNOZ, N. T. Cálculo de Enrolamentos de Máquinas Elétricas e Sistemas de Alarme - 4a edição. [S.l.]: Rio de Janeiro: Biblioteca Técnica Freitas Bastos, 1987. 31, 32, 33, 36

PYRHONEN J.; JOKINEN, T. H. V. Design of Rotating Electrical
Machines, volume 2. [S.l.]: Great Britain: Wiley, 2009. 27, 29, 30, 31, 32, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 49, 51, 52, 62, 71, 95
SALMINEN P.; NIEMELA, M. P. J. M. J. **Performance Analysis of Fractional Slot Wound PM-motors for Low Speed Applications.** [S.l.]: Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE, vol. 2, p. 1032 - 1037, 2004. 43, 70

SEN, P. C. Principles of Electric Machines and Power Electronics - second edition. [S.l.]: New York: Wiley, 1997. 23, 24, 27, 29, 34, 36, 53, 65, 67, 68

SMITH A.C.; DELGADO, D. Automated AC Winding Design. [S.l.]: Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2010), 5th IET International Conference on, p. 1-6, 2010. 25

SOARES, G. L. Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações. [S.l.]: Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, 1997. 77

STEINBRINK, J. Design and Analysis of Windings of Electrical
Machines. [S.l.]: Electrical Drives, Automation and Motion, 2008. SPEEDAM
2008. International Symposium on, p. 717-720, 2008. 38, 52

TALBI, E. Metaheuristics: From Design to Implementation. [S.l.]: New Jersey: Wiley, 2009. 74, 75, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 86

TOMMASO A.O.; GENDUSO, F. M. R. D. A New Software Tool for Design, Optimization, and Complete Analysis of Rotating Electrical Machines Windings. [S.l.]: Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 51, p. 1-10, 2015. 23, 25

VEINOTT, C. G. Theory and Design of Small Induction Motors. [S.l.]: New York: McGraw-Hill Book Company, 1959. 24, 29, 38, 53, 54, 57, 58, 62, 64, 65, 66, 67, 68

WALKER, J. H. Large Synchronous Machines: Design, Manufacture and Operation. [S.l.]: Oxford: Clarendon Press Oxford, 1981. 29, 34, 35, 36, 38, 45, 50, 51, 52, 62, 88, 120