

Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Bárbara Pereira Silva

**Modelagem e Solução de Aterramentos
Sujeitos a Surtos de Corrente: Respostas nos
Domínios da Frequência e do Tempo**

Goiânia

2016

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	Bárbara Pereira Silva		
E-mail:	barbara.pereira07@gmail.com		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim	<input type="checkbox"/> Não	
Vínculo empregatício do autor			
Agência de fomento:	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior	Sigla:	CAPES
País:	Brasil	UF:	DF
CNPJ:	00889834/0001-08		
Título:	Modelagem e Solução de Aterramentos Sujeitos a Surtos de Corrente: Respostas nos Domínios da Frequência e do Tempo		
Palavras-chave:	Análise transitória, aterramento, modelo eletromagnético híbrido, método dos momentos.		
Título em outra língua:	Modeling and Solution of Grounding Subject to Current Surges: Responses in Frequency and Time Domain		
Palavras-chave em outra língua:	transient analysis, grounding, hybrid electromagnetic model, moments method.		
Área de concentração:	Engenharia Elétrica		
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	29/03/2016		
Programa de Pós-Graduação:	Engenharia Elétrica e de Computação		
Orientador (a):	Prof. Dr. Antônio César Baleeiro Alves		
E-mail:	abaleeiro@gmail.com		

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Assinatura do (a) autor (a)

Data: ____ / ____ / ____

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Bárbara Pereira Silva

Modelagem e Solução de Aterramentos Sujeitos a Surtos de Corrente: Respostas nos Domínios da Frequência e do Tempo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Antônio César Baleeiro Alves

Goiânia

2016

Ficha catalográfica elaborada automaticamente
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Pereira Silva, Bárbara

Modelagem e Solução de Aterramentos Sujeitos a Surtos de
Corrente: Respostas nos Domínios da Frequência e do Tempo
[manuscrito] / Bárbara Pereira Silva. - 2016.

126 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Antônio César Baleeiro Alves.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de
Engenharia Elétrica (EEEEC) , Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia, 2016.

Bibliografia. Anexos.

Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Análise transitória. 2. Aterramento. 3. Modelo eletromagnético
híbrido. 4. Método dos momentos. I. Baleeiro Alves, Antônio César,
orient. II. Título.

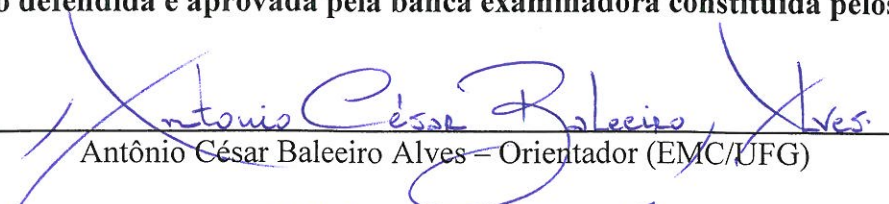


FOLHA DE APROVAÇÃO

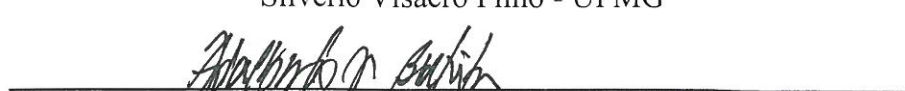
"Modelagem e Solução de Aterramentos Sujeitos a Surtos de Corrente: Respostas nos Domínios da Frequência e do Tempo."

BÁRBARA PEREIRA SILVA

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos senhores:


Antônio César Baleeiro Alves – Orientador (EMC/UFG)


Silvério Visacro Filho - UFMG


Adalberto José Batista – EMC/UFG

Goiânia, 29 de março de 2016

*Este trabalho é dedicado aos meus pais Sebastião e Sheila,
aos meus avós Sebastião Bomba, Sebastiana e Maria
e aos meus irmãos João Pedro e Luiz Felipe.*

Agradecimentos

Inicialmente, gostaria de fazer um agradecimento especial ao meu orientador Prof. Dr. Antônio César Baleeiro Alves pela oportunidade a mim confiada, pelos ensinamentos, pela paciência e pela amizade. Minha sincera gratidão por todo o aprendizado adquirido.

Agradeço meu pai Sebastião pela paciência, carinho e por estar sempre de braços abertos para me ajudar.

Agradeço minha mãe Sheila pelo incentivo, dedicação e assistência em todos os momentos.

Aos meus avós Sebastião Bomba (em memória), Sebastiana e Maria que sempre estiveram na torcida me apoiando.

Aos meus irmãos João Pedro e Luiz Felipe pelo amor, suporte e compreensão.

Aos colegas de mestrado, Bruno, Lambrine, Laura, Fernando, Filipe e Igor, pela ajuda e amizade.

Ao Professor Dr. Luís Gustavo Wesz da Silva, coordenador do Nupse, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, por facultar o uso dos computadores na fase final das simulações.

Agradeço a todos os professores, funcionários e colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás pelo apoio e contribuição durante esses anos de pesquisa.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fomento e também à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (Fapeg) pelo suporte financeiro na divulgação dos resultados alcançados com a dissertação no que se refere à participação em eventos.

Enfim, a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para essa conquista.

*“A mente que se abre a uma nova idéia
jamais voltará ao seu tamanho original”.*

Albert Einstein

Resumo

Na análise de sistemas de aterramento elétrico é primordial a investigação dos efeitos causados pela incidência de descarga atmosférica, uma vez que esse é o principal fenômeno eletromagnético responsável pelos desligamentos não programados de instalações elétricas causando severas solicitações mecânicas e térmicas. Nesta dissertação é apresentado um estudo do comportamento transitório para diferentes configurações de eletrodos de aterramentos frente a descargas atmosféricas. O modelo adotado é nomeado de modelo eletromagnético híbrido, pois baseia-se nas equações eletromagnéticas e utiliza-se conceitos da análise de circuitos elétricos. A modelagem é realizada no domínio da frequência, considerando-se os efeitos da propagação eletromagnética no eletrodo metálico e no solo ao redor. Na solução numérica do modelo é empregado o método dos momentos para a discretização dos eletrodos e obtenção das impedâncias. É também levada em conta a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. São contemplados nesta modelagem os efeitos de propagação e os acoplamentos eletromagnéticos entre os eletrodos do aterramento. A partir da implementação computacional do modelo, foram obtidos resultados para eletrodos simples (em posição horizontal ou vertical) e para malhas quadradas. Esta ferramenta e os resultados obtidos permitem avaliar a resposta do aterramento submetido a uma injeção de uma corrente impulsiva típica de descargas atmosféricas. A validação da ferramenta desenvolvida é feita por meio de comparações dos resultados obtidos com resultados de casos semelhantes publicados na literatura técnica.

Palavras-chave: análise transitória, aterramento, modelo eletromagnético híbrido, método dos momentos.

Abstract

In the grounding systems analysis, the investigation of the effects caused by lightning discharge is a crucial task, since it is the main electromagnetic phenomena responsible for electricity outages which can be the cause of severe mechanical and thermal stresses on electric installations. This dissertation presents a study of transient behavior for various grounding configurations subject to impulsive currents originated from incident discharges. The model is named hybrid electromagnetic model, because it is based on electromagnetic equations and it is used concepts of electrical circuit analysis. The modeling is performed in frequency domain considering the effects of electromagnetic propagation on the metal electrode and into surrounding soil. In the numerical solution of model is used the method of moments for the discretization of the electrodes and calculus of the impedances. This methodology also considers the variation of electric soil parameters when frequency varies. The modeling comprised the effects of propagation and electromagnetic couplings between the grounding electrodes. Results were obtained for simple electrodes (wire horizontally buried in the soil or a vertical rod) and grounding grid in square format from the computational implementation of the mathematical model. This tool and the results obtained lend itself to the determination of the grounding systems response subjected to an injection of a typical current of lightning discharge. The validation of the tool which resulted from this work is made by comparing the obtained results with results of similar cases reported in the technical literature.

Keywords: transient analysis, grounding, hybrid electromagnetic model, moments method

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Fontes de corrente transversal e longitudinal em um eletrodo cilíndrico de comprimento ℓ	30
Figura 2.2 – Eletrodo elementar emissor e um ponto P situado a uma distância r	31
Figura 2.3 – Eletrodo elementar receptor situado a uma distância r do eletrodo elementar emissor.	33
Figura 2.4 – Aproximação da distribuição de corrente. (a) Segmentação em eletrodos elementares. (b) Funções de base constantes.	36
Figura 2.5 – Distribuição da corrente transversal ao longo do eletrodo de aterramento.	37
Figura 2.6 – Configuração do sistema físico usando o método das imagens.	40
Figura 2.7 – Distribuição da corrente longitudinal ao longo do eletrodo de aterramento.	43
Figura 2.8 – Parâmetros elétricos do solo em função da frequência.	48
Figura 3.1 – Elevação do potencial médio, a queda de tensão e os potenciais nodais associados no segmento i de um eletrodo.	52
Figura 3.2 – Representação das correntes transversal e longitudinal nos nós do segmento i	57
Figura 3.3 – Eletrodos interligados formando uma malha de aterramento retangular.	59
Figura 3.4 – Circuito T equivalente de um segmento.	60
Figura 3.5 – Circuitos Γ representativos do segmento. (a) Circuito Γ equivalente à esquerda. (b) Circuito Γ equivalente à direita.	60
Figura 3.6 – Forma de onda da corrente representada pela função dupla exponencial.	64
Figura 3.7 – Ondas típicas de descarga atmosférica representada pela função de Heidler.	66
Figura 4.1 – Configurações de aterramento simuladas: (a) eletrodo horizontal, (b) haste vertical, (c) malha quadrada com apenas um reticulado e (d) malha quadrada com seis reticulados.	76
Figura 4.2 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal de 10 m em função da frequência para diferentes subdivisões em um solo de resistividade constante e igual a $1000 \Omega\text{m}$	79
Figura 4.3 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical de 10 m em função da frequência para diferentes subdivisões em um solo de resistividade constante e igual a $1000 \Omega\text{m}$	81
Figura 4.4 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma eletrodo horizontal de 30 m em função da frequência para diferentes valores de resistividade considerando os parâmetros do solo constantes.	84

Figura 4.5 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical de 30 m em função da frequência para diferentes valores de resistividade considerando os parâmetros do solo constantes.	86
Figura 4.6 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal em função da frequência para diferentes valores de comprimento do eletrodo em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$	89
Figura 4.7 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical em função da frequência para diferentes valores de comprimento do eletrodo em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$. . .	90
Figura 4.8 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical de 30 m para diferentes resistividades em 100 Hz considerando os parâmetros do solo variáveis com a frequência.	92
Figura 4.9 – Curvas de elevação do potencial no ponto de entrada de uma haste vertical de 10 m quando submetida a uma primeira descarga de retorno para solos de resistividade de (a) $100 \Omega\text{m}$ e (b) $4000 \Omega\text{m}$, considerando os parâmetros do solo variáveis com a frequência.	96
Figura 4.10–Curvas de elevação do potencial no ponto de entrada de hastes verticais quando submetidas a uma descarga subsequente em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$	98
Figura 4.11–Impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical solicitada por uma descarga subsequente em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$	100
Figura 4.12–Curvas de impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical solicitada por uma descarga subsequente para diferentes valores de resistividade.	101
Figura 4.13–Curvas de impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical solicitada por uma onda lenta e uma onda rápida para um solo de resistividade independente da frequência e igual a $1000 \Omega\text{m}$	102
Figura 4.14–(a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento para configurações básicas de aterramento de comprimento total de 30 m em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$	104
Figura 4.15–Curvas de elevação do potencial no ponto de entrada para configurações básicas de aterramento de 30 m quando submetido a uma onda de corrente lenta em um solo de resistividade variável $\rho_0 = 1000 \Omega\text{m}$. . .	106
Figura 4.16–Potenciais transitórios na malha 60 m x 60 m para corrente injetada no canto para (a) $t = 0,1 \mu\text{s}$; (b) $t = 0,5 \mu\text{s}$; (c) $t = 1 \mu\text{s}$; e (d) $t = 10 \mu\text{s}$	108
Figura 4.17–Potenciais transitórios na malha 60 m x 60 m para corrente injetada no meio para (a) $t = 0,1 \mu\text{s}$; (b) $t = 0,5 \mu\text{s}$; (c) $t = 1 \mu\text{s}$; e (d) $t = 10 \mu\text{s}$	109

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros da função dupla exponencial considerando $I_0 = 1$ kA. . .	64
Tabela 2 – Parâmetros da função de Heidler.	66
Tabela 3 – Impedância de aterramento de um eletrodo horizontal de 10 m em baixa frequência (100 Hz) e em alta frequência (1 MHz) para diferentes subdivisões.	80
Tabela 4 – Impedância de aterramento de uma haste vertical de 10 m em baixa frequência (100 Hz) e em alta frequência (1 MHz) para diferentes subdivisões.	82
Tabela 5 – Influência da profundidade na impedância para algumas frequências.	94

Sumário

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Considerações iniciais	21
1.2	Revisão bibliográfica	22
1.3	Motivação e Justificativa	24
1.4	Objetivos	25
1.5	Organização do texto	26
2	MODELAGEM DE ATERRAMENTOS PARA OBTENÇÃO DA RESPOSTA A UM SURTO DE CORRENTE	27
2.1	Introdução	27
2.2	Metodologia adotada	27
2.3	Acoplamentos entre eletrodos elementares em um meio infinito	30
2.4	Representação das equações integrais através do Método dos Momentos	34
2.4.1	Impedâncias transversais próprias e mútuas entre eletrodos	36
2.4.1.1	Considerações sobre o meio semi-infinito no cálculo da impedância transversal	40
2.4.2	Impedâncias longitudinais próprias e mútuas entre segmentos	42
2.4.2.1	Considerações sobre o meio semi-infinito no cálculo da impedância longitudinal	44
2.5	Dependência dos parâmetros do solo com a frequência	46
3	REPRESENTAÇÃO DE ATERRAMENTOS POR MEIO DE CIRCUITOS E ANÁLISE MATRICIAL	51
3.1	Introdução	51
3.2	Potenciais nodais nos segmentos de um eletrodo cilíndrico	51
3.2.1	Relações entre o potencial e a queda de tensão com os potenciais nodais	52
3.2.2	Obtenção das matrizes admitância transversal e admitância longitudinal	54
3.2.3	Relação entre as correntes transversal e longitudinal	56
3.2.4	Obtenção da matriz admitância global	57
3.3	Potenciais nodais nos segmentos de eletrodos em malha	58
3.3.1	Equacionamento para um eletrodo com apenas um segmento	59
3.3.2	Equacionamento para uma malha com M segmentos e N nós	61
3.4	Representação da frente de onda da corrente injetada	63
3.4.1	Função dupla exponencial	63
3.4.2	Função de Heidler	65
3.5	Transformação entre os domínios do tempo e da frequência	66

3.6	Caracterização do comportamento impulsivo de eletrodos de aterramento	67
3.7	Procedimentos passo a passo	69
4	ESTUDOS DE CASOS	75
4.1	Introdução	75
4.2	Resultados e análise de sensibilidade	76
4.2.1	Impedância de aterramento no domínio da frequência	76
4.2.2	Resposta impulsiva do aterramento no domínio do tempo	94
4.2.3	Impedância impulsiva e comprimento efetivo	98
4.3	Resultados comparativos para diferentes configurações	103
4.3.1	Impedância de aterramento no domínio da frequência	103
4.3.2	Resposta impulsiva do aterramento no domínio do tempo	105
4.4	Resultados comparativos com outros trabalhos	106
4.4.1	Distribuição do potencial transitório em uma malha	106
4.4.2	Campo elétrico na superfície do solo	109
5	CONCLUSÕES	111
	REFERÊNCIAS	115
	 ANEXOS	 119
	ANEXO A – POTENCIAIS E CAMPOS ELÉTRICOS PRODUZIDOS POR FONTES INFINITESIMAS DE CORRENTE	121
A.1	Fonte pontual de carga	121
A.2	Fonte pontual de injeção de corrente	123
A.3	Fonte infinitesimal de injeção de corrente	123
A.4	Fonte infinitesimal de corrente longitudinal	124

1 Introdução

1.1 Considerações iniciais

Apesar das instalações elétricas estarem constantemente sujeitas a sobrecargas elétricas, o sistema elétrico deve promover a máxima confiabilidade para assegurar a continuidade, a qualidade, a economicidade no fornecimento da energia elétrica e, principalmente, a segurança. Para que isso aconteça, um dos principais recursos capazes de manter a integridade física de uma instalação é o aterramento elétrico. O sistema de aterramento também tem como objetivos garantir a segurança das pessoas e conduzir a corrente elétrica da sobrecarga para o solo. Por essas razões, torna-se relevante um projeto adequado do sistema de aterramento para conhecer a resposta desse quando submetido a correntes de baixa e alta frequência.

A resposta de um sistema de aterramento pode ser classificada como sendo de regime permanente ou transitória. Respostas em regime permanente correspondem a baixas frequências devido, por exemplo, a um curto-circuito e a correntes de longa duração. O transitório é aquele cujas respostas correspondem a altas frequências, por exemplo, as ondas impulsivas de correntes de descargas atmosféricas. Porém, o sistema de aterramento se comporta de forma distinta perante a essas duas condições. Portanto é necessário estudar o comportamento destas respostas de forma separada. Dessa forma, o estudo adequado que considera tais respostas possibilita compreender o comportamento dos aterramentos o mais próximo da realidade física. O resultado prático implica em projetos de aterramentos mais eficientes e confiáveis, isto é, que garanta a segurança da operação do sistema elétrico envolvido. Mas, para realizar esse estudo, é necessário o uso de modelos matemáticos que representem os problemas físicos causados por uma sobrecarga elétrica.

No que se refere ao comportamento de aterramentos em baixas frequências, os cálculos para determinação do comportamento do aterramento são relativamente simples. Há vários trabalhos sobre o assunto e diversos modelos computacionais que apresentam resultados eficazes e robustos, devido à maior facilidade em se representar os fenômenos eletromagnéticos em frequências industriais, já que esta análise é baseada na aproximação das equações eletromagnéticas, considerando o regime estacionário. Para baixas frequências, o potencial nos eletrodos pode ser considerado constante e o solo apresenta um comportamento basicamente resistivo, ou seja, a sua característica dielétrica ($\omega\varepsilon$) pode ser desprezada perante a condutividade (σ).

Na investigação da resposta transitória há uma complexidade maior na modelagem dos fenômenos eletromagnéticos associados às correntes impulsivas originadas por surtos

atmosféricas, que são caracterizadas por apresentar valores de pico muito superiores às correntes na frequência industrial e também para as condições de curto-circuito. A análise de aterramentos frente a fenômenos de natureza rápida (tipo descargas atmosféricas) torna-se mais complexa, pois é preciso considerar os efeitos de propagação no solo e a dependência dos parâmetros condutividade (σ) e permissividade (ε) com a frequência, já que as características elétricas do solo influenciam de forma significativa no comportamento do aterramento.

No final da década de 70, metodologias para avaliação do comportamento de aterramentos em baixa frequência já estavam praticamente definidas, pois, por se tratar de um assunto menos complexo que a análise transitória, surgiram vários estudos, como por exemplo, os trabalhos de [Dawalibi e Mukhedkar \(1976\)](#) e [Heppe \(1979\)](#). Por outro lado, a investigação de fenômenos transitórios em aterramento baseada nas equações de campo é mais recente. Como exemplos de trabalhos da literatura técnica neste tema citam-se os trabalhos de [Grcev e Dawalibi \(1990\)](#), [Grcev \(1996\)](#) e [Visacro \(1992\)](#).

1.2 Revisão bibliográfica

A análise do desempenho de sistemas de aterramento frente a correntes impulsivas é um assunto de enorme interesse científico e para as aplicações da engenharia. Na literatura atual, a maioria dos trabalhos utilizam métodos analíticos e simulação numérica para estudo transitório de aterramento. Os três principais métodos analíticos são baseados na teoria de linhas de transmissão, na teoria de circuitos e na teoria dos campos eletromagnéticos.

A teoria de circuitos elétricos considera a associação de elementos resistivos, indutivos e capacitivos para representar as características elétricas do sistema de forma concentrada ([MELIOPOULOS; MOHARAM, 1983](#)), ([PAPALEXOPOULOS; MELIOPOULOS, 1987](#)). Em 1989, D. Ramamoorthy e outros autores usaram a modelagem por meio de circuitos elétricos para analisar o desempenho de malhas de aterramento frente a fenômenos de alta frequência. Cada eletrodo é inicialmente dividido em diversos segmentos. Cada segmento é modelado por meio de um circuito equivalente com indutâncias e condutância, sendo desprezados os efeitos capacitivo e resistivo. Também é considerado o acoplamento eletromagnético entre os segmentos e o efeito interface solo-ar ([RAMAMOORTHY et al., 1989](#)). Em 1999 e 2000, Otero e outros autores apresentaram uma solução nova para estudar o comportamento transitório de aterramentos no domínio da frequência baseado na teoria de circuitos. O eletrodo é segmentado e cada segmento possui um circuito equivalente, que é solucionado através de análise nodal utilizando as leis de Kirchhoff. Nesse modelo é incluído o acoplamento entre os segmentos ([OTERO; CIDRÁS; DEL ÁLAMO, 1999](#)), ([CIDRÁS; OTERO; GARRIDO, 2000](#)).

Dentre as três metodologias para solucionar analiticamente o comportamento

do aterramento quando solicitado por correntes impulsivas, a modelagem por linhas de transmissão foi a pioneira na análise de eletrodos enterrados, sendo introduzida por Sunde (SUNDE, 1968). Antes disso, os trabalhos eram essencialmente experimentais com o intuito de estimar a impedância impulsiva e compará-la com a resistência de aterramento. A partir desses resultados, notou-se que o sistema de aterramento comportava-se de forma diferente quando submetido a fenômenos rápidos e quando submetido a fenômenos lentos.

A teoria de linhas de transmissão aplica as equações do eletromagnetismo no plano perpendicular à linha e pode ser utilizada para investigar o desempenho do aterramento sob correntes impulsivas no domínio da frequência. Nesse tipo de modelagem, o eletrodo é subdividido em segmentos e cada segmento é modelado como uma linha de transmissão e caracterizado pelos parâmetros R, L, G e C (VERMA; MUKHEDKAR, 1980), (MAZZETTI; VECA, 1983), (VELAZQUEZ; MUKHEDKAR, 1984), (MENTER; GRCEV, 1994), (LIU; ZITNIK; THOTTAPPILLIL, 2001).

Os primeiros trabalhos que foram publicados com base nas equações de campo surgiram na metade da década de 80. Em 1986, Dawalibi publicou um artigo, dividido em duas partes, que investiga o comportamento de eletrodos de aterramento com base nas equações do eletromagnetismo no domínio da frequência (DAWALIBI, 1986). O modelo apresenta uma aproximação válida para baixas frequências (quase-estáticas) a fim de evitar as integrais de Sommerfeld (SOMMERFELD, 1949).

Em 1990, Grcev e Dawalibi escreveram um artigo dando continuidade ao trabalho citado no parágrafo anterior. Neste trabalho foi desenvolvida uma formulação completa com base na teoria dos campos eletromagnéticos e foi proposta uma solução aproximada baseada no trabalho de Burke e Miller (1984). Os eletrodos estão enterrados em um meio semi-infinito e energizados com fontes de frequências elevadas. O efeito da interface solo-ar é inserido a partir da solução das integrais de Sommerfeld. A partir da segmentação dos eletrodos, aproxima-se cada segmento por correntes filamentosas. As distribuições de carga e de corrente na superfície de cada segmento geram o potencial elétrico escalar V e o potencial vetor magnético \vec{A} , respectivamente, que são obtidos pelas funções de Green. Por meio desses potenciais, determina-se o campo elétrico \vec{E} , sendo $\vec{E} = -\vec{\nabla}V - j\omega\vec{A}$. A distribuição de corrente é obtida pela aplicação do Método dos Momentos, que permite a redução de uma equação integral em um sistema de equações lineares para solucionar o modelo (ADAMS, 1974). Os resultados são inicialmente obtidos no domínio da frequência e para convertê-los para o domínio do tempo utiliza-se os algoritmos de Transformada Rápida de Fourier, FFT e IFFT, respectivamente, *Fast Fourier Transform* e *Inverse Fast Fourier Transform*.

Visacro (1992) apresentou uma modelagem no domínio da frequência com base nas equações de campo, mas cujos resultados foram traduzidos em grandezas de circuitos,

pelo interesse nas aplicações em engenharia. Nesse estudo, os eletrodos de aterramento estão imersos em um meio semi-infinito. O efeito interface solo-ar é introduzido por meio da aproximação do método das imagens (TAKASHIMA; NAKAE; ISHIBASHI, 1981). Em cada segmento do eletrodo considera-se a existência de duas fontes de corrente: uma fonte de corrente transversal que dispersa para o solo e uma fonte de corrente longitudinal que propaga ao longo do segmento. A corrente transversal gera um campo elétrico de natureza divergente e, conseqüentemente, a elevação do potencial em relação ao infinito nos segmentos e em pontos genéricos do meio. A corrente longitudinal gera um campo elétrico de natureza solenoidal, que acarreta na queda de tensão entre os segmentos. Devido às correntes transversal e longitudinal surgem, respectivamente, os acoplamentos elétricos (capacitivo e condutivo) e magnético (indutivo) entre os segmentos. Em 2005, sintetizando os resultados de uma série de trabalhos publicados pelos autores, Visacro e Soares Júnior publicaram um artigo que apresenta a formulação do modelo designado de modelo eletromagnético híbrido (HEM, do inglês *hybrid electromagnetic model*).

Em 1993, Dawalibi e Selby apresentaram um estudo que investiga a propagação do campo eletromagnético na superfície do solo devido à injeção de uma corrente de frequência fixa em um eletrodo horizontal enterrado (DAWALIBI; SELBY, 1993). Também foram feitas comparações com os trabalhos de Takashima, Nakae e Ishibashi (1981) e de Greev e Dawalibi (1990).

A partir dos trabalhos citados nesta seção, a comunidade científica brasileira vem desenvolvendo muitos trabalhos na área de aterramento sob correntes impulsivas. Dentre esses, estão os trabalhos desenvolvidos por Soares Júnior (1996), Schroeder (2001), Soares Júnior (2001), Salari Filho (2006) e Alípio (2008), que aplicaram o HEM e apresentaram contribuições ao modelo.

No mesmo período analisado, o problema de análise de aterramentos em condições transitórias foi também tratado através da aplicação de outras metodologias como, por exemplo, Método dos Elementos Finitos (FEM) e Método das Diferenças Finitas no Domínio de Tempo (FDTD), que fogem ao escopo desta dissertação.

1.3 Motivação e Justificativa

Sabe-se da importância do estudo das descargas atmosféricas e seus efeitos na rede elétrica e sobre os seres vivos. Esses fenômenos naturais ocorrem de forma aleatória e, em estruturas desprotegidas podem trazer vários prejuízos, como danos aos equipamentos, riscos para os seres humanos e os animais localizados nas proximidades do local de incidência e interrupção no fornecimento de energia.

No caso do Brasil, há uma elevada densidade de incidência de descargas atmosféricas,

sendo essas responsáveis pelas principais solicitações dos aterramentos elétricos aliada a ocorrência de valores elevados de resistividade do solo se comparados com valores característicos de outros países (VISACRO, 2002). Valores de resistividade média da ordem de $1000 \Omega\text{m}$ são encontrados no território brasileiro. Por isso faz-se necessário e indispensável, em um projeto, a análise criteriosa e conveniente do comportamento do sistema de aterramento quando solicitado por descarga atmosférica para dimensionar corretamente tal sistema.

Nesse contexto, a utilização de uma modelagem matemática que represente de forma fisicamente consistente um sistema de aterramento real é uma boa estratégia para investigar a descarga atmosférica e sua interação com o sistema de aterramento.

Boa parte das metodologias de avaliação existentes na literatura são fundamentadas em excessivas simplificações em seus modelos, o que pode acarretar em inconsistências físicas em relação ao fenômeno investigado. Dentre essas metodologias, muitas estão voltadas para soluções pontuais, o que impede a generalidade de suas aplicações.

A partir dos fatores descritos, constata-se a relevância de se investigar a resposta do aterramento quando submetido a um evento impulsivo. Deste modo, esta dissertação apresenta um estudo sobre o HEM e análise do desempenho de aterramentos quando solicitado por uma descarga atmosférica a partir da implementação do modelo.

1.4 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho consiste em obter uma avaliação pertinente da resposta transitória de sistemas de aterramento com diferentes configurações submetidos a correntes impulsivas de forma de onda similar àquelas de descargas atmosféricas.

Para tanto, o primeiro objetivo é estabelecer equações e algoritmos, baseados no HEM, que levam em consideração os parâmetros do solo variáveis com a frequência ao longo do espectro representativo de descargas atmosféricas.

Em seguida, o segundo objetivo é desenvolver e implementar um ambiente computacional, no *software* MATLAB (MATLAB®, 1984), para avaliação de transitórios em eletrodos enterrados.

O terceiro e último objetivo é aplicar a modelagem desenvolvida para diferentes configurações para validá-la e para analisar a sensibilidade do aterramento em função dos parâmetros que influenciam de maneira expressiva a resposta transitória do sistema de aterramento.

Ao cumprir os objetivos citados acima, pretende-se contribuir para uma melhor compreensão do comportamento transitório do aterramento elétrico.

1.5 Organização do texto

O texto desta dissertação está estruturado em 5 capítulos e um anexo, incluindo a presente Introdução.

No Capítulo 2 são relatados os principais aspectos do HEM. É feita uma descrição do Método dos Momentos para solucionar as equações integrais do modelo. Além disso, são deduzidos os acoplamentos eletromagnéticos entre os eletrodos, incluindo as devidas considerações do sistema físico.

No Capítulo 3 é destacada a solução do modelo de representação do sistema de aterramento por meio da análise de circuitos. Neste capítulo são apresentados os procedimentos passo a passo para desenvolvimento de um algoritmo computacional para representar diferentes configurações de aterramento.

O Capítulo 4 apresenta os resultados com as respectivas análises de diversos estudos de casos oriundos da aplicação da modelagem descrita nos Capítulos 2 e 3.

No Capítulo 5 são descritas algumas conclusões gerais obtidas a partir dos desenvolvimentos alcançados, além de propostas para trabalhos futuros.

2 Modelagem de Aterramentos para Obtenção da Resposta a um Surto de Corrente

2.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os principais aspectos da modelo eletromagnético híbrido (HEM) utilizada para investigar o comportamento de aterramentos frente à injeção de correntes impulsivas. Essa modelagem é desenvolvida no domínio da frequência e baseia-se nas equações de campo. Além disso, a solução final do modelo é obtida com auxílio da teoria de circuitos. Portanto, tal modelagem resulta da combinação da modelagem por meio de circuitos elétricos e eletromagnética, o que justifica o nome modelo eletromagnético híbrido. Essa modelagem utiliza expressões matemáticas complexas, o que garante sua precisão e gera uma grande esforço computacional.

As seções seguintes apresentam de forma detalhada a modelagem em questão. A seção 2.2 descreve a metodologia adotada para solucionar o problema e as condições impostas para representar o aterramento. A seção 2.3 apresenta os acoplamentos eletromagnéticos traduzidos pelas expressões do potencial escalar médio e a força eletromotriz induzida entre os componentes do aterramento em um meio infinito. Na seção 2.4 é apresentada a solução das equações integrais através do Método dos Momentos, também são obtidas as expressões das impedâncias transversal e longitudinal para um meio semi-infinito.

2.2 Metodologia adotada

A metodologia consiste em modelar o comportamento dos eletrodos e do solo vizinho a sistemas de aterramento quando são submetidos a uma corrente impulsiva devido, por exemplo, a uma descarga atmosférica. Para tanto, é desenvolvido um modelo matemático baseado na teoria eletromagnética para avaliar o desempenho de sistemas de aterramento com foco em aplicações de engenharia.

O modelo estudado e descrito neste capítulo é aplicável, a princípio, para um eletrodo isolado cilíndrico, seja ele horizontal ou vertical, e seu desenvolvimento matemático é feito no domínio da frequência $j\omega$. Depois de estabelecidas as equações matriciais da análise nodal para um eletrodo, o modelo é então estendido para configurações de eletrodos interligados, como por exemplo, malhas e configurações de eletrodos dispostos radialmente.

Essa modelagem deve ser eficiente do ponto de vista computacional, deve conter variáveis de significado físico que retratem as grandezas em análise, e que permitam relacionar os parâmetros de projeto com os efeitos nos eletrodos quando submetidos a solicitações de correntes elétricas de espectro de frequências amplo.

Para desenvolver o modelo é necessário dividir a abordagem em duas etapas: na primeira, caracteriza-se o meio condutor (solo) como infinito em todas as direções e, na segunda etapa, o meio é considerado semi-infinito, em que se deve considerar os efeitos de interface entre os meios ar e solo.

No início do processo, o condutor (ou eletrodo) é subdividido em segmentos uniformes e cilíndricos de comprimento ℓ para que seja possível definir os campos elétrico e magnético associados. Cada segmento é designado por eletrodo elementar. Posteriormente, a partir da seção 2.4, o eletrodo de comprimento L_e do aterramento é analisado como se fosse constituído de vários eletrodos elementares dispostos coaxialmente.

Na análise eletromagnética, o eletrodo elementar é visto como uma soma de eletrodos infinitesimais de comprimento $d\ell$. Para atender a todas as condições impostas pelas equações de Maxwell, a representação ideal de $d\ell$ seria o dipolo elétrico, em que os campos elétricos e magnéticos são determinados a partir dos vetores potenciais de Hertz e das Integrais de Sommerfeld, como foi desenvolvido em (GRCEV; DAWALIBI, 1990). No entanto, devido às dificuldades inerentes ao cálculo destas integrais, neste trabalho é utilizada a metodologia desenvolvida em (PORTELA, 1997a) e (PORTELA, 1997b), que adota a modelagem através dos dipolos, porém a solução é obtida através de ondas esféricas considerando a aproximação por fontes elementares de corrente transversal e longitudinal, conforme apresentado no Anexo A.

Na modelagem adotada neste trabalho, é desenvolvida uma representação compacta do aterramento, em que são impostas algumas condições relacionadas à dimensão ℓ , que também asseguram as características físicas fundamentais do problema. Sendo γ o coeficiente de propagação (vide equação (2.1)), uma dessas condições é que o comprimento ℓ deve ser tal que $|\gamma \ell| \ll 1$, o que permite determinar os campos eletromagnéticos substituindo os elementos infinitesimais (que seriam originalmente representados por dipolos) por fontes pontuais de carga e de injeção e por fontes filamentosas de corrente (PORTELA, 1997a). O coeficiente γ é calculado para grandezas senoidais de pulsação $\omega = 2\pi f$, em que f é a frequência do sinal de corrente, imersas em um meio linear, homogêneo e isotrópico, portanto, γ é determinado pela seguinte expressão:

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu[\sigma(\omega) + j\omega\varepsilon(\omega)]} = \alpha_\gamma(\omega) + j\beta_\gamma(\omega), \quad (2.1)$$

sendo:

- μ - permeabilidade magnética do meio;

- $\sigma(\omega)$ - condutividade elétrica do meio;
- $\varepsilon(\omega)$ - permissividade elétrica do meio;
- $\alpha_\gamma(\omega)$ - coeficiente de atenuação;
- $\beta_\gamma(\omega)$ - coeficiente de defasamento.

Os parâmetros $\sigma(\omega)$, $\varepsilon(\omega)$, $\alpha_\gamma(\omega)$ e $\beta_\gamma(\omega)$ podem variar com a frequência e, a partir deste ponto do texto, são utilizadas, respectivamente, as notações σ , ε , α_γ e β_γ para representá-los. Ao final deste capítulo, na seção 2.5, são apresentadas expressões que traduzem leis de variação dos parâmetros do solo com a frequência elétrica.

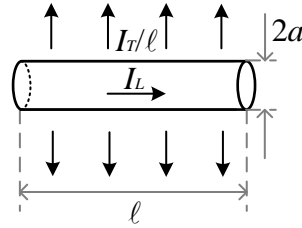
Baseado em (GRCEV, 1996), o raio da seção transversal a do eletrodo é muito menor do que o comprimento de onda no solo e o comprimento ℓ é muito maior do que o raio. Esta suposição permite aproximar a corrente total nos condutores por correntes filamentosas. Ao mesmo tempo, esse comprimento deve ser suficientemente pequeno, de modo que seja possível supor uma variação desprezível dos campos ao longo do eletrodo elementar, permitindo considerar que as fontes de corrente são constantes em cada eletrodo elementar, conforme é tratado na seção 2.4.

Cada eletrodo elementar funciona como duas fontes de campo: uma fonte divergente e uma fonte solenoidal. Associada à fonte de campo divergente, tem-se a corrente transversal, que apresenta apenas efeito elétrico e nenhum efeito magnético. Devido a esse campo, surgem elevações de potencial em relação ao infinito nos eletrodos elementares imersos no solo. Em contrapartida, a corrente longitudinal está associada à fonte de campo solenoidal, conseqüentemente tal corrente apresenta efeito eletromagnético, que ocasiona o surgimento de uma força eletromotriz induzida em todos os eletrodos elementares.

O comportamento eletromagnético dos sistemas de aterramento é obtido a partir da superposição dos efeitos transversais e longitudinais que são expressos, respectivamente, pelo potencial escalar elétrico (simbolizado por V), devido à corrente transversal que deixa o condutor em direção ao solo, e pelo potencial vetor magnético (simbolizado por \vec{A}), devido à corrente longitudinal que passa ao longo do eletrodo elementar. Portanto, como foi suposto anteriormente que cada eletrodo elementar funciona como uma fonte de corrente constante, considera-se a injeção de uma corrente transversal I_T no solo uniformemente distribuída no eletrodo elementar e uma corrente longitudinal I_L uniforme, como ilustrado na Figura 2.1 (VISACRO; SOARES JÚNIOR, 2005). As correntes transversal e longitudinal variam no tempo, sendo representadas, respectivamente, pelas formas complexas $I_T = |I_T| e^{j\omega t}$ e $I_L = |I_L| e^{j\omega t}$.

Na Figura 2.1 estão ilustradas as fontes de corrente de um eletrodo elementar, em que I_T/ℓ corresponde a densidade linear de corrente transversal no eletrodo elementar, e I_L corresponde a fonte de corrente longitudinal.

Figura 2.1 – Fontes de corrente transversal e longitudinal em um eletrodo cilíndrico de comprimento ℓ .



2.3 Acoplamentos entre eletrodos elementares em um meio infinito

Nesta seção é tratado o acoplamento entre eletrodos elementares em um meio infinito e depois são introduzidas nas subseções 2.4.1.1 e 2.4.2.1 as considerações que devem ser feitas para um meio semi-infinito. Para evitar repetições do termo ‘elementar’ nesta seção, sempre que for mencionado eletrodo deverá ser entendido como eletrodo elementar.

O acoplamento entre dois eletrodos quaisquer é associado ao campo eletromagnético produzido por um eletrodo que enlaça outro eletrodo. O eletrodo que dá origem a esse campo é denominado emissor, representado pelo índice j , e o outro eletrodo, que é submetido ao campo, é designado como receptor, representado pelo índice i . Basicamente, são dois tipos de acoplamentos existentes entre cada par de eletrodos: o transversal e o longitudinal. Para a análise desses acoplamentos, é proposta uma aproximação que permite estudar separadamente os campos transversais e longitudinais associados ao modelo adotado, devido às fontes de corrente transversal e longitudinal. Esses campos são expressos por meio dos potenciais escalar e vetor, respectivamente.

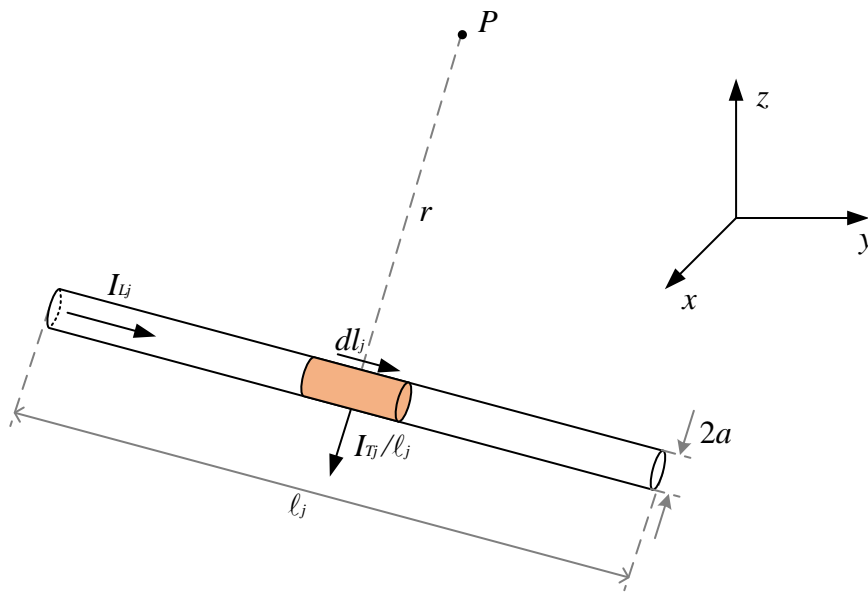
O acoplamento transversal é a interação eletromagnética entre o eletrodo emissor (j) e o eletrodo receptor (i) devido à fonte transversal de corrente (I_{Tj}/ℓ_j) presente em j . Essa interação é traduzida pela impedância transversal (Z_{Tij}) entre esses dois eletrodos. Z_{Tij} é determinada pela razão entre o potencial escalar médio em relação ao infinito V_{ij} no eletrodo receptor i e a corrente transversal I_{Tj} no eletrodo emissor j . O potencial escalar médio V_{ij} surge devido ao campo elétrico divergente \vec{E}_v gerado pela densidade de corrente linear transversal em j . A impedância transversal representa, fisicamente, os acoplamentos elétricos (capacitivo e condutivo) entre os eletrodos. Se $i = j$, tem-se a impedância transversal própria. Se $i \neq j$, tem-se a impedância transversal mútua.

O acoplamento longitudinal é a interação eletromagnética entre o eletrodo emissor j e o eletrodo receptor i devido à fonte longitudinal (I_{Lj}) no eletrodo elementar j . Esse acoplamento é expresso pela impedância longitudinal (Z_{Lij}) entre os eletrodos i e j . Essa impedância é obtida pela relação da queda de tensão induzida ΔV_{ij} no eletrodo receptor i

e a corrente longitudinal I_{Lj} no eletrodo emissor j . A tensão induzida ΔV_{ij} surge devido ao campo elétrico solenoidal \vec{E}_A produzido no eletrodo j pela corrente linear longitudinal I_{Lj} que percorre o mesmo. A impedância longitudinal compreende o efeito indutivo do acoplamento entre os eletrodos. Para o cálculo da impedância longitudinal própria faz-se $i = j$. Para o cálculo da impedância longitudinal mútua faz-se $i \neq j$.

As expressões das impedâncias transversal e longitudinal entre eletrodos são obtidas a partir do potencial escalar médio e do potencial vetor magnético, respectivamente, em um ponto P gerados por um eletrodo emissor j de raio a e de comprimento ℓ_j imerso em um meio infinito em todas as direções. Esse comprimento é suficientemente pequeno para garantir que as fontes de corrente transversal e longitudinal sejam constantes (essa condição é explicada com mais detalhes na seção 2.4). O eletrodo emissor j injeta no meio uma corrente transversal filamentar I_{Tj} e é percorrido por uma corrente longitudinal filamentar I_{Lj} , como mostra a Figura 2.2.

Figura 2.2 – Eletrodo elementar emissor e um ponto P situado a uma distância r .



No que se refere ao efeito da corrente transversal, este é obtido com o auxílio das expressões descritas no Anexo A, baseadas nas equações de Maxwell. Nesse anexo são mostradas as equações utilizadas para determinar o potencial escalar e o campo elétrico de natureza divergente num meio homogêneo e isotrópico relacionado à fonte infinitesimal de corrente transversal, que são apresentadas nas equações (A.21) e (A.22), respectivamente.

Para o eletrodo elementar de comprimento ℓ_j da Figura 2.2, a corrente dI_{Tj} em cada eletrodo infinitesimal dl_j pode ser obtida pela equação (2.2) (SALARI FILHO, 2006):

$$dI_{Tj} = \frac{I_{Tj}}{\ell_j} dl_j \quad (2.2)$$

Logo, a partir das equações (2.2), (A.21) e (A.22), tem-se o potencial escalar V e o campo elétrico \vec{E}_V no ponto P , ilustrado na Figura 2.2, devido à corrente filamental I_{Tj} , que deixa o eletrodo emissor rumo ao solo (VISACRO; SOARES JÚNIOR, 2005). Tal corrente possui variação no tempo, sendo representada pela forma complexa $I_{Tj} = |I_{Tj}| e^{j\omega t}$. Mais a frente, para obter o acoplamento transversal, o potencial escalar devido à corrente transversal no eletrodo emissor j é representado por V_j em vez de V . O potencial escalar V e o campo elétrico \vec{E}_V podem ser expressos a partir de uma soma de fontes infinitesimais de corrente transversal, isto é, podem ser obtidos pela integrações (2.3) e (2.4), respectivamente, ao longo do comprimento ℓ_j , que deve ser suficientemente pequeno:

$$V = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)} \int_{\ell_j} \frac{I_{Tj} e^{-\gamma r}}{\ell_j r} dl_j, \quad (2.3)$$

$$\vec{E}_V = -\vec{\nabla}V = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)} \int_{\ell_j} \frac{I_{Tj} (1 + \gamma r)}{\ell_j r^2} e^{-\gamma r} \vec{a}_r \quad (2.4)$$

sendo:

- $\omega = 2\pi f$ corresponde à frequência angular do sinal de corrente injetada e f a frequência;
- μ é a permeabilidade magnética;
- σ e ε são a condutividade elétrica e a permissividade elétrica, respectivamente, do solo e essas grandezas são dependentes de ω ;
- dl_j é o comprimento do elemento diferencial na direção coaxial do eletrodo emissor ℓ_j ;
- r é a distância entre cada elemento diferencial (dl_j) do eletrodo emissor e o ponto P ;
- γ é o coeficiente de propagação, definido pela expressão (2.1).

Nas equações (2.3) e (2.4), o termo $e^{-\gamma r}$ traduz a propagação da onda eletromagnética no solo. Esse termo é um número complexo, pois γ é um número complexo, como definido na equação (2.1). A partir dessa equação, o termo em questão pode ser reescrito como $e^{-\gamma r} = e^{-(\alpha_\gamma + j\beta_\gamma)r}$, em que a parcela real, $e^{-\alpha_\gamma r}$, é responsável pela atenuação da onda e a parcela imaginária, $e^{-j\beta_\gamma r}$, é responsável pela defasagem da onda.

Para determinar o campo que surge no ponto P devido à corrente longitudinal que propaga através do eletrodo emissor, recorre-se às expressões apresentadas no Anexo A: o potencial vetor magnético, dado pela equação (A.23), e o campo elétrico de natureza solenoidal, dado pela equação (A.24), associados à uma fonte infinitesimal de corrente longitudinal. Então, a partir das equações (A.23) e (A.24), o potencial vetor magnético

\vec{A} e o campo elétrico \vec{E}_A no ponto P são obtidos somando-se as contribuições das correntes infinitesimais que percorrem, longitudinalmente, o eletrodo j . Assim, \vec{A} e \vec{E}_A são calculados através das integrações apresentadas em (2.5) e (2.6), enfatizando que a corrente longitudinal possui variação no tempo, sendo representada pela forma complexa $I_{Lj} = |I_{Lj}| e^{j\omega t}$ (VISACRO, 1992).

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{\ell_j} I_{Lj} \frac{e^{-\gamma r}}{r} d\vec{\ell}_j \quad (2.5)$$

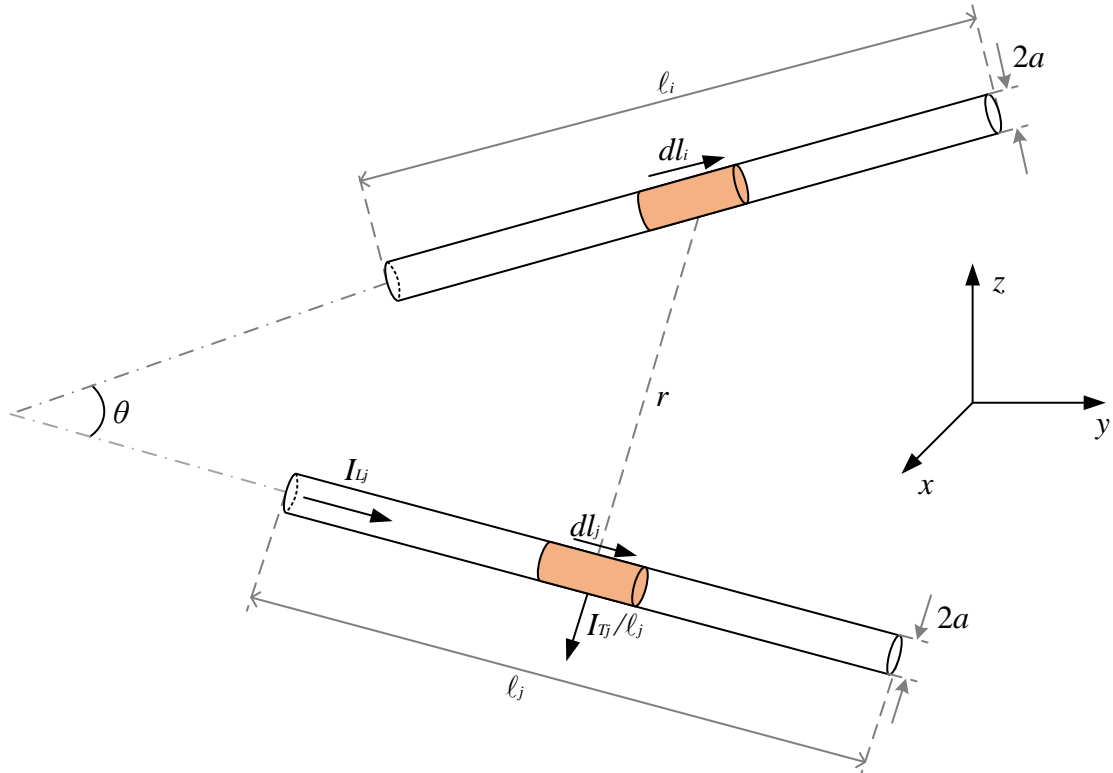
$$\vec{E}_A = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \int_{\ell_j} I_{Lj} \frac{e^{-\gamma r}}{r} d\vec{\ell}_j \quad (2.6)$$

O vetor campo elétrico total \vec{E} no ponto P é obtido pela soma do campo elétrico \vec{E}_V e o campo elétrico \vec{E}_A :

$$\vec{E} = \vec{E}_V + \vec{E}_A \quad (2.7)$$

Para estabelecer as equações que representam os acoplamentos entre eletrodos j e i , considera-se agora que no ponto P há outro eletrodo, designado eletrodo receptor i de comprimento ℓ_i e raio a , como está ilustrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Eletrodo elementar receptor situado a uma distância r do eletrodo elementar emissor.



Devido às fontes de corrente nos eletrodos surgem interações eletromagnéticas entre os eletrodos i e j , que são analisadas separadamente, como comentado anteriormente. A densidade de corrente transversal no eletrodo emissor j , que é injetada no meio infinito, gera um potencial escalar médio induzido V_{ij} no eletrodo receptor i , que é calculado pela média aritmética dos potenciais ao longo do eletrodo receptor de comprimento ℓ_i . Por se tratar de uma soma contínua, a média aritmética é obtida por integração da equação (2.3) ao longo de ℓ_i . O potencial V_{ij} é obtido pela expressão (2.8) (VISACRO; SOARES JÚNIOR, 2005):

$$V_{ij} = \frac{1}{\ell_i} \int_{\ell_i} V_j dl_i \quad \rightarrow \quad V_{ij} = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_j\ell_i} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} I_{Tj} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i \quad (2.8)$$

A corrente longitudinal que percorre o eletrodo j produz uma força eletromotriz induzida no eletrodo i , que é determinada pela integração do campo elétrico \vec{E}_A , também ao longo do comprimento ℓ_i , a qual resulta na expressão (2.9) (VISACRO; SOARES JÚNIOR, 2005):

$$\Delta V_{ij} = - \int_{\ell_i} \vec{E}_A \cdot d\vec{l}_i \quad \rightarrow \quad \Delta V_{ij} = j\omega \frac{\mu}{4\pi} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} I_{Lj} \frac{e^{-\gamma r}}{r} d\vec{l}_j \cdot d\vec{l}_i \quad (2.9)$$

Resolvendo o produto escalar $d\vec{l}_j \cdot d\vec{l}_i$ que aparece na equação (2.9), tem-se a expressão (2.10):

$$\Delta V_{ij} = j\omega \frac{\mu \cos \theta}{4\pi} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} I_{Lj} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i, \quad (2.10)$$

sendo θ o ângulo entre os eletrodos elementares i e j , conforme ilustrado na Figura 2.3.

Como descrito anteriormente, a impedância transversal (Z_{Tij}) é dada pelo potencial escalar médio (V_{ij}) dividido pela corrente transversal (I_{Tj}) e a impedância longitudinal (Z_{Lij}) é dada pela relação da queda de tensão induzida (ΔV_{ij}) e a corrente longitudinal (I_{Lj}). Porém, para resolver essas expressões a partir das equações (2.8) e (2.10) é necessário conhecer a dependência das correntes I_{Tj} e I_{Lj} em função do comprimento ℓ_j . Essa dependência é descrita na seção a seguir. Posteriormente, nesta dissertação, a solução das equações (2.8) e (2.10) é efetuada por meio de métodos numéricos.

2.4 Representação das equações integrais através do Método dos Momentos

A análise desenvolvida até aqui considera eletrodos cilíndricos de comprimentos reduzidos ℓ_i e ℓ_j , os quais foram designados eletrodos elementares. Nestes eletrodos, as

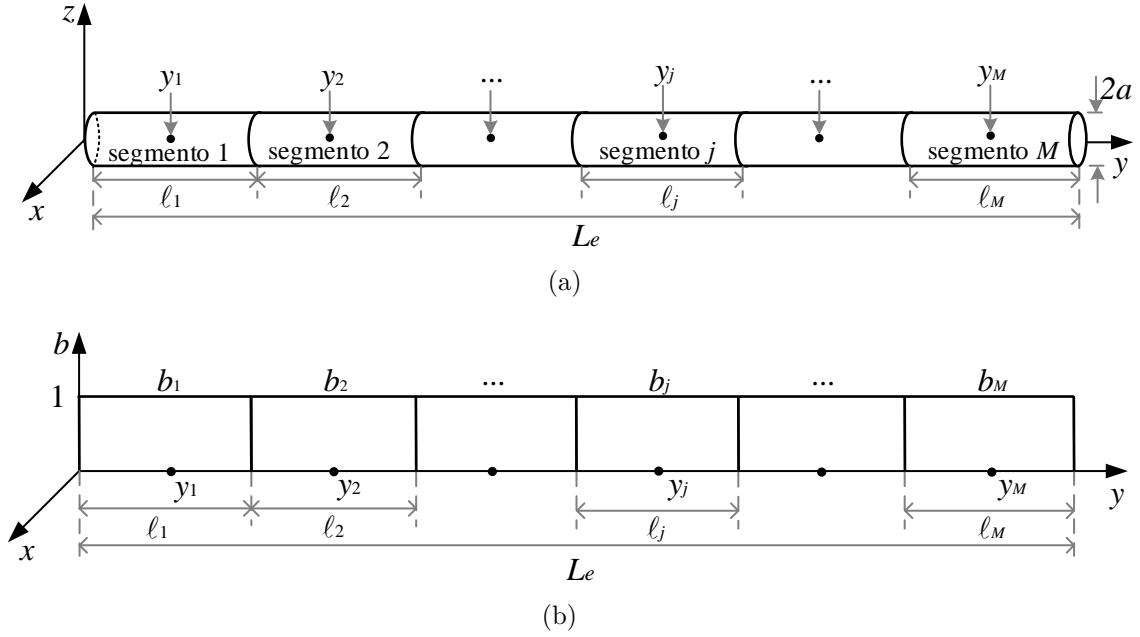
correntes foram admitidas constantes. Para estender a aplicação das expressões (2.8) e (2.10) a um eletrodo real de comprimento L_e , é necessário estabelecer as distribuições de corrente transversal e longitudinal ao longo de todo comprimento L_e e, a partir delas, calcular as outras grandezas de interesse, como por exemplo, os perfis de potencial e campo elétrico ao longo da malha de aterramento e na superfície. Porém, para determinar essas distribuições é preciso resolver as integrais das equações (2.8) e (2.10).

A solução de tais equações pode ser obtida numericamente, reduzindo a equação integral a uma série de equações algébricas lineares, que podem ser resolvidas por técnicas convencionais de análise matricial. O método que transforma uma integral em um sistema matricial de equações lineares, que podem ser resolvidas através de algoritmos numéricos de inversão/fatoração de matrizes, é denominado Método dos Momentos (MoM) (ADAMS, 1974), (HARRINGTON, 1993). Para a aplicação desse método, é necessário efetuar a discretização adequada do eletrodo em segmentos menores. Esses segmentos menores correspondem aos eletrodos elementares descritos nas seções anteriores.

Seja um eletrodo horizontal ao longo do eixo y de raio a e comprimento L_e , como mostra a Figura 2.4(a). Esse eletrodo é particionado em M segmentos uniformes, tais que $\ell_1 = \ell_2 = \dots = \ell_{M-1} = \ell_M$. A segmentação do eletrodo determina a precisão dos cálculos. Essa precisão está relacionada com o comprimento de cada segmento, que deve atender a duas condições. A primeira condição é que o comprimento ℓ do segmento deve ser muito maior que o raio a do segmento cilíndrico de seção reta circular ($\ell \gg a$) (HARRINGTON, 1993). A partir dessa condição, o segmento é considerado um condutor filamental de corrente. Outra condição é que o comprimento do segmento deve ser suficientemente pequeno, permitindo considerar a corrente transversal que dispersará no solo distribuída uniformemente, e a corrente longitudinal uniforme, ambas por toda extensão do segmento.

As distribuições de corrente no sistema de aterramento são aproximadas por uma combinação linear de M funções de base $b_j(\ell)$ (GRCEV; DAWALIBI, 1990). Essas funções devem ser condizentes com a variável física investigada e a sua escolha deve minimizar, sempre que possível, o esforço computacional. Dessa forma, obtém-se uma representação constante por segmento de uma função polinomial das distribuições de corrente, isto é, adotam-se as funções de base como pulsos, como mostra a Figura 2.4(b).

Figura 2.4 – Aproximação da distribuição de corrente. (a) Segmentação em eletrodos elementares. (b) Funções de base constantes.



2.4.1 Impedâncias transversais próprias e mútuas entre eletrodos

No caso da distribuição de corrente transversal, essa é representada por uma soma ponderada de M funções de base $b_{T_j}(\ell)$ predefinidas multiplicadas pelos coeficientes desconhecidos $c_{T_j}(\ell)$. De forma geral, a corrente transversal $I_T(\ell)$, em qualquer ponto ao longo do eletrodo de comprimento L_e é dada pela seguinte equação (ADAMS, 1974), (GRCEV; DAWALIBI, 1990):

$$I_T(\ell) = \sum_{j=1}^M c_{T_j}(\ell) b_{T_j}(\ell), \quad (2.11)$$

em que as funções de base $b_{T_j}(\ell)$ são definidas como funções de pulso, ou seja:

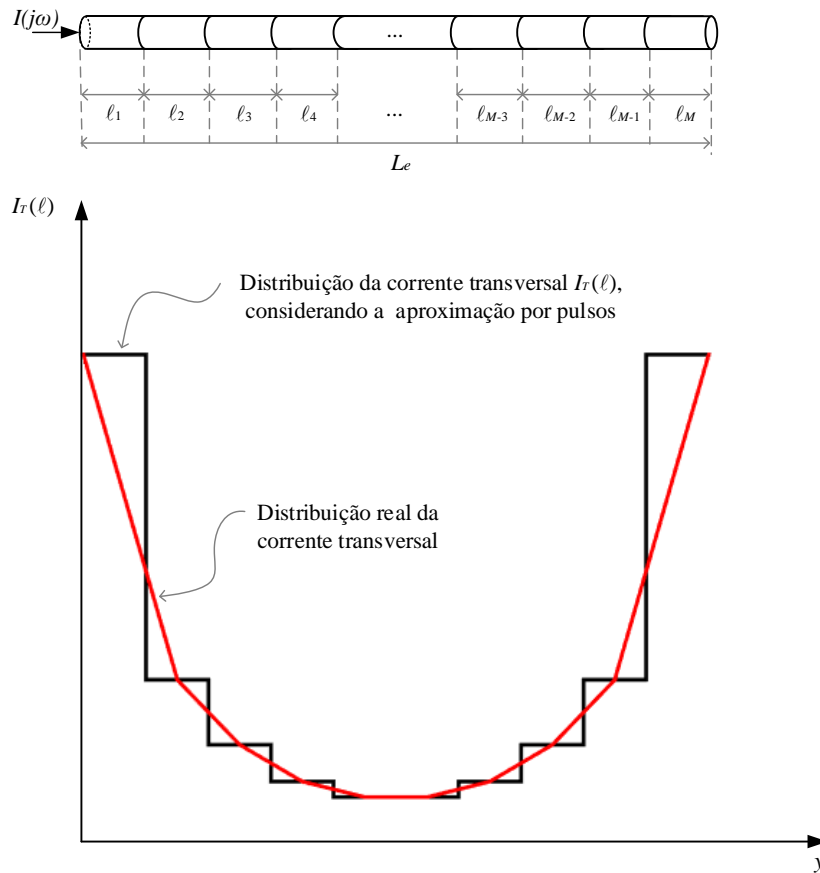
$$b_{T_j}(\ell) = \begin{cases} 1, & \text{no segmento } j \\ 0, & \text{para os demais,} \end{cases} \quad (2.12)$$

e os coeficientes $c_{T_j}(\ell)$ desconhecidos a determinar são definidos como:

$$c_{T_j}(\ell) = \begin{cases} \frac{I_{T_j}}{\ell_j}, & \text{no segmento } j \\ 0, & \text{para os demais} \end{cases} \quad (2.13)$$

A Figura 2.5, que está fora de escala, ilustra a distribuição real da corrente transversal comparada com a distribuição dessa corrente utilizando a aproximação por pulso com base no Método dos Momentos ao longo do eletrodo dividido em M segmentos. Nota-se que a aproximação por pulso é pertinente ao comparar com a distribuição real da corrente transversal, mas para que os resultados sejam satisfatórios, a escolha do comprimento do segmento (ℓ) deve ser adequada, isto é, as condições impostas no início desta seção devem ser atendidas.

Figura 2.5 – Distribuição da corrente transversal ao longo do eletrodo de aterramento.



O Método dos Momentos permite reduzir uma equação integral a uma série de equações algébricas lineares. Então a partir desse método é possível calcular a elevação do potencial médio em relação ao infinito no segmento i devido à contribuição das correntes transversais em todos os segmentos do eletrodo $\left(V_i = \sum_{j=1}^M V_{ij} \right)$ através da expressão (2.8), assim

$$V_i = \sum_{j=1}^M \frac{1}{\ell_i} \int_{\ell_i} V_j dl_i \quad (2.14)$$

Ao substituir a equação (2.3) em (2.11) e a equação resultante em (2.14) e, em seguida, igualar $c_{T_j}(\ell)$ a I_{T_j} , conforme a equação (2.13), obtém-se a seguinte expressão para o

potencial escalar médio no segmento i :

$$V_i = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_i} \int_{\ell_i} \sum_{j=1}^M \left[\int_{\ell_j} \frac{I_{Tj}}{\ell_j} b_{Tj}(\ell) \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j \right] dl_i \quad (2.15)$$

Como comentado anteriormente, a densidade de corrente transversal $\frac{I_{Tj}}{\ell_j}$ se distribui uniformemente para o solo ao longo do segmento j , mas varia de um para outro, logo, tal densidade é constante e pode sair do integrando, assim a equação (2.15) leva a uma equação com M incógnitas:

$$\begin{aligned} V_i = & \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_1\ell_i} I_{T1} \int_{\ell_i} \int_{\ell_1} b_{T1}(\ell) \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_1 dl_i + \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_2\ell_i} I_{T2} \int_{\ell_i} \int_{\ell_2} b_{T2}(\ell) \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_2 dl_i + \dots + \\ & + \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_j\ell_i} I_{Tj} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} b_{Tj}(\ell) \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i + \dots + \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_M\ell_i} I_{TM} \int_{\ell_i} \int_{\ell_M} b_{TM}(\ell) \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_M dl_i \end{aligned} \quad (2.16)$$

Pela equação (2.16), nota-se que o potencial no i -ésimo segmento é a soma das contribuições do potencial em cada segmento. Então essa equação pode ser reescrita como:

$$V_i = Z_{i1} I_{T1} + Z_{i2} I_{T2} + \dots + Z_{ij} I_{Tj} + \dots + Z_{iM} I_{TM} \quad (2.17)$$

Para a solução dos potenciais escalares médios nos M segmentos, são necessárias M equações linearmente independentes, então varia-se o índice i de 1 até M para obter essas equações, em que cada uma expressa o potencial médio no segmento devido às correntes transversais que saem dos outros segmentos e dele mesmo. Além disso, pelo que foi definido na condição da equação (2.12), sabe-se que no segmento em questão, isto é, no segmento j , a função de base $b_{Tj}(\ell)$ vale 1, desta maneira obtém-se:

$$\begin{aligned} V_1 = & \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_1\ell_1} I_{T1} \int_{\ell_1} \int_{\ell_1} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_1 dl_1 + \dots + \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_M\ell_1} I_{TM} \int_{\ell_1} \int_{\ell_M} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_M dl_1 \\ & \vdots \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$V_M = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_1\ell_M} I_{T1} \int_{\ell_M} \int_{\ell_1} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_1 dl_M + \dots + \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_M\ell_M} I_{TM} \int_{\ell_M} \int_{\ell_M} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_M dl_M$$

Com base nas expressões (2.17) e (2.18), obtém-se o sistema matricial que relaciona a elevação de potencial médio em relação ao infinito em cada segmento condutor com as respectivas correntes transversais, através da matriz $[Z_T]$:

$$[V] = [Z_T] \cdot [I_T], \quad (2.19)$$

sendo:

- os elementos do vetor $[V]$ se referem ao potencial médio em cada segmento receptor e tem dimensão $M \times 1$;
- o vetor $[I_T]$, de dimensão $M \times 1$, expressa a corrente que dispersa de cada segmento emissor;
- $[Z_T]$ é definida como matriz impedância transversal de dimensão $M \times M$;
- M é o número de segmentos condutores.

Para o cálculo do vetor $[I_T]$, é necessário isolá-lo na equação (2.19). Então multiplica-se ambos os lados da igualdade pela matriz admitância transversal $[Y_T]$, que é obtida pela matriz inversa da impedância transversal $[Z_T]$, conforme a equação (2.20):

$$[Y_T] = [Z_T]^{-1} \quad (2.20)$$

Logo, o vetor $[I_T]$ é determinado pela equação (2.21):

$$[I_T] = [Y_T] \cdot [V] \quad (2.21)$$

Pelas expressões dadas em (2.16), (2.17) e (2.18), é possível determinar o potencial escalar médio V_{ij} no segmento receptor i devido à corrente I_{Tj} que dispersa do segmento emissor j , de acordo com a expressão a seguir:

$$V_{ij} = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_j\ell_i} I_{Tj} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i \quad (2.22)$$

A matriz $[Z_T]$ é composta pelas impedâncias transversais mútuas, que são os termos fora da diagonal principal dessa matriz, e pelas impedâncias transversais próprias, que correspondem aos termos da diagonal principal (em que se faz $i = j$). O elemento Z_{Tij} da matriz é obtido pela razão entre o potencial escalar médio induzido no i -ésimo segmento, apresentado na equação (2.22), e a corrente transversal no j -ésimo segmento que produziu esse potencial. Em vista disso, tem-se:

$$Z_{Tij} = \frac{V_{ij}}{I_{Tj}} = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)\ell_j\ell_i} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i \quad (2.23)$$

A impedância transversal própria de um segmento é simplesmente a impedância transversal mútua de dois segmentos separados por uma distância a , em que a é o raio do eletrodo. Isso impede a possibilidade de ocorrer uma divisão por zero no cálculo dessa impedância.

A expressão (2.23) foi obtida considerando o solo como sendo infinito em todas as direções. Na subseção a seguir é acrescentado o efeito da interface ar-solo.

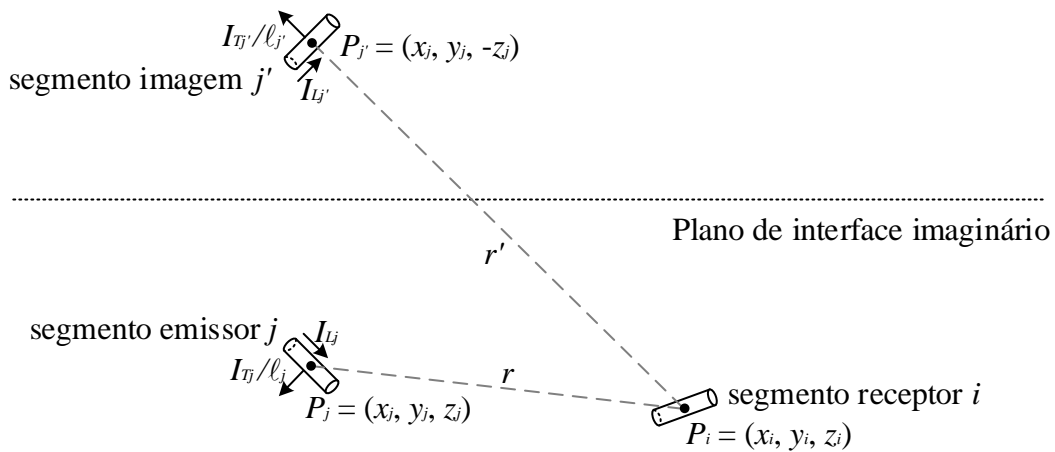
2.4.1.1 Considerações sobre o meio semi-infinito no cálculo da impedância transversal

Em análises de aterramentos deve-se considerar que os eletrodos estão imersos em um meio semi-infinito, pois as malhas de aterramento são enterradas, em geral, próximas da interface entre os meios solo e ar. Conseqüentemente, é importante contabilizar nos cálculos o efeito causado pelos diferentes meios separados por uma superfície simples, que, neste caso, é a interface solo-ar, para que os resultados se mantenham suficientemente fiéis à realidade. O solo é suposto homogêneo composto por uma camada horizontal representado pela condutividade elétrica σ_s , pela permissividade elétrica ε_s e pela permeabilidade magnética μ_s . O solo está em contato direto com uma camada de ar de altura considerada infinita. O ar é representado pela condutividade elétrica σ_a e pela permissividade elétrica ε_a .

Para tal fim, introduz-se a imagem do segmento emissor para considerar a presença do ar, conforme ilustrado na Figura 2.6. O segmento imagem j' contém uma fonte imagem de corrente transversal $I_{Tj'}/\ell_{j'}$ e uma fonte imagem de corrente longitudinal $I_{Lj'}$. Esse segmento é semelhante ao segmento emissor (fonte real) e os segmentos j' e j são simétricos, ou seja, estão equidistantes em relação ao plano de interface imaginário.

Na Figura 2.6, os pontos P_j , $P_{j'}$ e P_i retratam as coordenadas dos pontos médios dos segmentos emissor, imagem e receptor, respectivamente. A intensidade da densidade de corrente transversal do segmento imagem é a mesma do segmento emissor, isto é, $I_{Tj'}/\ell_{j'} = I_{Tj}/\ell_j$. O comprimento do segmento imagem ($\ell_{j'}$) também é igual ao comprimento do segmento emissor (ℓ_j), assim, $\ell_{j'} = \ell_j$.

Figura 2.6 – Configuração do sistema físico usando o método das imagens.



Para a obtenção da equação da impedância transversal entre os segmentos i e j incluindo o efeito da interface solo-ar, aplica-se o método das imagens modificado, que avalia o efeito da interface solo-ar na propagação dos campos eletromagnéticos associados à fonte de corrente transversal (SCHROEDER, 2001), (ALÍPIO, 2008).

Quando a onda eletromagnética incide na superfície que separa dois meios, uma parte de sua energia é transferida para o segundo meio, formando a onda transmitida ou refratada e outra retorna ao primeiro meio, constituindo a onda refletida. Neste trabalho não é abordada a parcela da onda que é transmitida para o segundo meio.

No processo de reflexão, na interface entre o ar e o solo, o campo refletido de volta para o solo, devido à corrente transversal que deixa um segmento, depende das características eletromagnéticas dos meios e pode ser expresso pelo coeficiente de reflexão, simbolizado pela letra grega Γ_r (gama maiúscula) e calculado de modo aproximado pela expressão a seguir (TAKASHIMA; NAKAE; ISHIBASHI, 1980), (TAKASHIMA; NAKAE; ISHIBASHI, 1981):

$$\Gamma_r = \frac{(\sigma_s + j\omega\varepsilon_s) - (\sigma_a + j\omega\varepsilon_a)}{(\sigma_s + j\omega\varepsilon_s) + (\sigma_a + j\omega\varepsilon_a)}, \quad (2.24)$$

onde:

- σ_s e ε_s são a condutividade elétrica e a permissividade elétrica do solo, respectivamente, e podem variar com a frequência;
- σ_a e ε_a são a condutividade elétrica e a permissividade elétrica do ar, respectivamente.

Em vista disso, à expressão (2.23) é adicionada uma parcela associada à imagem do segmento emissor, multiplicada pelo coeficiente de reflexão, logo:

$$Z_{Tij} = \frac{1}{4\pi(\sigma_s + j\omega\varepsilon_s)\ell_j\ell_i} \left(\int_{\ell_i} \int_{\ell_j} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i + \int_{\ell_i} \int_{\ell_{j'}} \Gamma_r \frac{e^{-\gamma r'}}{r'} dl_{j'} dl_i \right), \quad (2.25)$$

sendo:

- $\ell_{j'}$, ℓ_j e ℓ_i correspondem ao comprimento dos segmentos imagem (j'), emissor (j) e receptor (i), respectivamente;
- r' é a distância entre o segmento j' e o segmento i .

Pela equação (2.25), nota-se que a impedância Z_{Tij} depende apenas da geometria do sistema de aterramento, da frequência de excitação e dos parâmetros do meio. Essa impedância expressa, fisicamente, a interação eletromagnética entre os segmentos condutores, através dos acoplamentos elétricos (condutivo e capacitivo) entre eles.

A seguir, utilizando uma abordagem análoga àquela apresentada para obter a expressão (2.23) e posteriormente estendida para incluir a interface ar-solo (equação (2.25)), a impedância longitudinal é determinada.

2.4.2 Impedâncias longitudinais próprias e mútuas entre segmentos

As correntes longitudinais são representadas por uma expansão de M funções de base $b_{L_j}(\ell)$ conhecidas, com coeficientes desconhecidos $c_{L_j}(\ell)$. Em geral, a corrente longitudinal $I_L(\ell)$, em qualquer ponto ao longo do eletrodo é descrita pela seguinte expressão (ADAMS, 1974), (GRCEV; DAWALIBI, 1990):

$$I_L(\ell) = \sum_{j=1}^M c_{L_j}(\ell) b_{L_j}(\ell), \quad (2.26)$$

em que as funções de base $b_{L_j}(\ell)$ são definidas como pulsos, ou seja:

$$b_{L_j}(\ell) = \begin{cases} 1, & \text{no segmento } j \\ 0, & \text{para os demais,} \end{cases} \quad (2.27)$$

e os coeficientes $c_{L_j}(\ell)$ desconhecidos a serem determinados são definidos como:

$$c_{L_j}(\ell) = \begin{cases} I_{L_j}, & \text{no segmento } j \\ 0, & \text{para os demais} \end{cases} \quad (2.28)$$

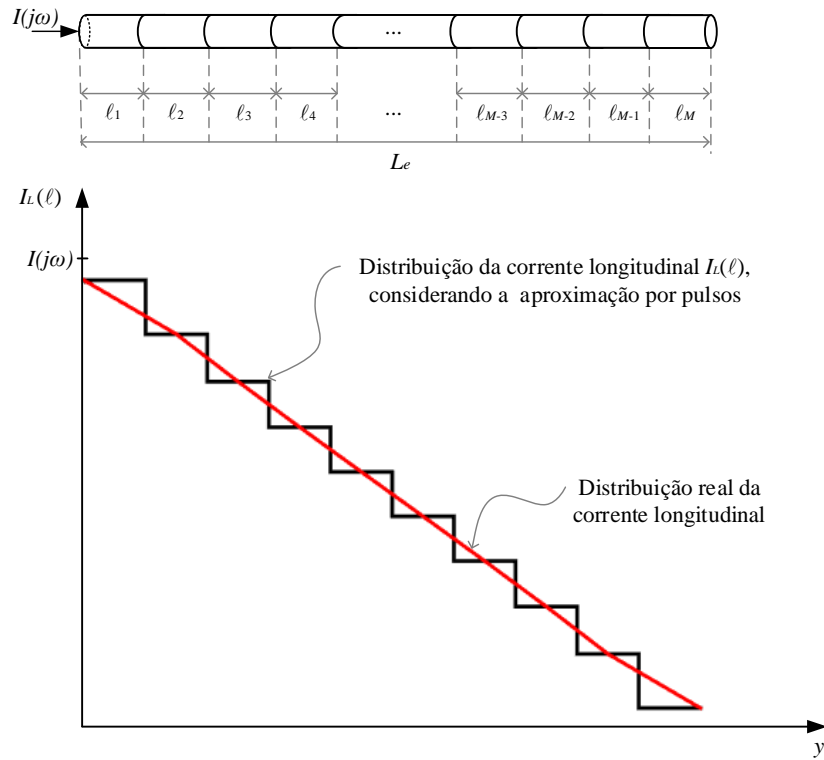
A Figura 2.7, que também está fora de escala, apresenta a distribuição real da corrente longitudinal e a distribuição dessa corrente utilizando a aproximação por pulsos através do Método dos Momentos ao longo do eletrodo dividido em M segmentos. Comparando-se a aproximação por pulsos com a distribuição real da corrente longitudinal, nota-se que aquela apresenta resultados satisfatórios, porém, para que isso ocorra é preciso escolher corretamente o comprimento do segmento (ℓ), atendendo as condições impostas na seção 2.4, assim como no gráfico apresentado na Figura 2.5.

Aplicando o Método dos Momentos, a queda de tensão ΔV_i causada pelas correntes longitudinais em todos os segmentos condutores $\left(\Delta V_i = \sum_{j=1}^M \Delta V_{ij}\right)$ é calculada a partir da equação (2.10), considerando $c_{L_j}(\ell) = I_{L_j}$. Então obtém-se:

$$\Delta V_i = j\omega \frac{\mu \cos \theta}{4\pi} \int_{\ell_i} \sum_{j=1}^M \left[\int_{\ell_j} I_{L_j} b_{L_j}(\ell) \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j \right] dl_i \quad (2.29)$$

A corrente longitudinal I_{L_j} , no segmento j é suposta constante na extensão do segmento, como informado anteriormente, porém varia de um segmento para outro, isso quer dizer que, as correntes longitudinais independem do comprimento do segmento em questão e podem sair do integrando.

Figura 2.7 – Distribuição da corrente longitudinal ao longo do eletrodo de aterramento.



Então, do mesmo modo que ocorre na obtenção do potencial escalar médio, o somatório da expressão anterior dá origem a uma equação com M incógnitas. Para solucionar o problema, ou seja, encontrar as M correntes longitudinais que percorrem os segmentos, são necessárias M equações linearmente independentes, variando-se o índice i de 1 até M . Essas equações podem ser reescritas na forma de matriz, como apresentado a seguir:

$$[\Delta V] = [Z_L] \cdot [I_L], \quad (2.30)$$

onde:

- M é o número total de segmentos do eletrodo;
- o vetor $[\Delta V]$, de dimensão $M \times 1$, representa a queda de tensão induzida em cada segmento receptor;
- os elementos do vetor $[I_L]$, de dimensão $M \times 1$, expressam a corrente que propaga ao longo de cada segmento emissor;
- $[Z_L]$, com dimensão $M \times M$, é definida matriz de impedância longitudinal composta pelas impedâncias longitudinais próprias, que constituem os elementos da diagonal principal, e pelas impedâncias longitudinais mútuas, que são os elementos fora da diagonal principal.

Para isolar o vetor $[I_L]$ na equação (2.30) é preciso multiplicar ambos os lados da igualdade pela matriz admitância longitudinal $[Y_L]$, determinada pela matriz inversa da impedância longitudinal $[Z_L]$ e dada pela equação (2.31):

$$[Y_L] = [Z_L]^{-1} \quad (2.31)$$

Logo, o vetor $[I_L]$ é obtido pela equação (2.32):

$$[I_L] = [Y_L] \cdot [\Delta V] \quad (2.32)$$

A partir dessas informações, a queda de tensão induzida ΔV_{ij} no segmento receptor i devido à corrente I_{Lj} que percorre a extensão do segmento emissor j , é calculada pela seguinte expressão:

$$\Delta V_{ij} = j\omega \frac{\mu \cos \theta}{4\pi} I_{Lj} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i \quad (2.33)$$

Com base na equação anterior, a impedância longitudinal Z_{Lij} é calculada pela razão entre a queda de tensão induzida no segmento i e a corrente longitudinal no segmento j , logo

$$Z_{Lij} = \frac{\Delta V_{ij}}{I_{Lj}} = j\omega \frac{\mu \cos \theta}{4\pi} \int_{\ell_i} \int_{\ell_j} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i \quad (2.34)$$

Se os segmentos i e j forem perpendiculares ($\theta = 90^\circ$), a impedância longitudinal Z_{Lij} é nula.

A impedância longitudinal própria de um segmento é simplesmente a impedância longitudinal mútua de dois segmentos separados por uma distância a , em que a é o raio do eletrodo.

A expressão (2.34) foi obtida considerando o solo como sendo infinito em todas as direções. Na subseção a seguir é inserido o efeito da interface solo-ar.

2.4.2.1 Considerações sobre o meio semi-infinito no cálculo da impedância longitudinal

Do mesmo modo que foi feito na subseção 2.4.1.1, em que foi acrescentado o efeito da interface solo-ar na equação da impedância transversal, deve-se inserir tal efeito na expressão da impedância longitudinal, já que os eletrodos estão na verdade imersos em um meio semi-infinito.

O solo, onde os eletrodos de aterramento estão imersos, é representado pela condutividade elétrica σ_s , pela permissividade elétrica ϵ_s e pela permeabilidade magnética μ_s , como descrito anteriormente. Em geral, a permeabilidade magnética do solo é bastante próxima à permeabilidade magnética do ar, exceto para solos com grande concentração de minerais de origem ferromagnética. Neste trabalho é considerada a aproximação de que o solo possui permeabilidade magnética aproximadamente igual à permeabilidade magnética do vácuo μ_0 .

Na Figura 2.6 está representado o segmento imagem j' , localizado simetricamente em relação ao segmento emissor i . Como descrito anteriormente, o segmento j' contém uma fonte imagem de corrente transversal $I_{Tj'}/\ell_{j'}$ e uma fonte imagem de corrente longitudinal $I_{Lj'}$. A intensidade da corrente longitudinal do segmento j' é a mesma do segmento j , isto é, $I_{Lj'} = I_{Tj}$ e $\ell_{j'} = \ell_j$.

A inclusão do efeito da interface solo-ar no acoplamento longitudinal é feita de forma distinta em relação ao acoplamento transversal. Neste caso, não é considerado o processo de reflexão, pois a corrente longitudinal se propaga ao longo do eletrodo diferentemente da corrente transversal, que tem natureza divergente. Por esse motivo, no acoplamento longitudinal, utiliza-se o método das imagens para analisar o efeito da interface solo-ar na propagação dos campos eletromagnéticos associados à fonte de corrente longitudinal (SCHROEDER, 2001), (ALÍPIO, 2008).

Em vista disso, na expressão (2.34) é adicionada a parcela associada à imagem do segmento emissor, logo:

$$Z_{Lij} = j\omega \frac{\mu_s \cos \theta}{4\pi} \left(\int_{\ell_i} \int_{\ell_j} \frac{e^{-\gamma r}}{r} dl_j dl_i + \int_{\ell_i} \int_{\ell_{j'}} \frac{e^{-\gamma r'}}{r'} dl_{j'} dl_i \right) \quad (2.35)$$

Na determinação da impedância longitudinal própria, em que se faz $i = j$, é necessário inserir uma componente de impedância associada ao fluxo magnético interno ao condutor cilíndrico, denominada impedância interna (Z_{int}), que é adicionada à expressão de Z_{Ljj} . Como a corrente longitudinal é suposta constante na extensão do segmento, Z_{int} pode ser calculada a partir da formulação para efeito pelicular, que incorpora o efeito do cabo real, ou seja, é considerada a variação na distribuição da densidade de corrente na seção transversal do segmento em função da frequência do sinal de corrente aplicado. A expressão de Z_{int} , para um condutor composto por um único material, isto é, sem alma de aço, é dada na equação (2.36) (SALARI FILHO, 2006).

$$Z_{int} = \ell_j \left[\frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{\sigma_1}} \frac{I_0(\rho_1)}{I_1(\rho_1)} \right], \quad (2.36)$$

sendo:

- μ_1 - permeabilidade magnética do condutor;
- σ_1 - condutividade elétrica do condutor;
- $\rho_1 = a\sqrt{j\omega\mu_1\sigma_1}$;
- $I_0(\rho_1)$ e $I_1(\rho_1)$ - funções de Bessel modificadas de primeira espécie, de ordem 0 e 1, respectivamente, avaliadas em ρ_1 .

A equação (2.35) mostra que, para calcular a impedância longitudinal, é necessário conhecer apenas a geometria do sistema de aterramento, a frequência de excitação e as características eletromagnéticas do meio. Essa impedância expressa a interação eletromagnética entre os segmentos e traduz o efeito físico do acoplamento magnético (indutivo) entre eles.

2.5 Dependência dos parâmetros do solo com a frequência

Na análise de sistemas de aterramento é imprescindível a modelagem correta do solo. Em condições em que não há a ocorrência significativa de fenômenos não lineares, o solo apresenta comportamento linear, sendo caracterizado pela condutividade elétrica σ_s , pela permissividade elétrica ε_s e pela permeabilidade magnética μ_s , que são parâmetros associados à propagação do campo eletromagnético devido a uma corrente injetada. É importante ressaltar que, para valores elevados do campo elétrico no solo, pode ocorrer o efeito de ionização do solo e, para variações rápidas do campo elétrico, pode ocorrer histerese (SALARI FILHO, 2006). Os valores elevados do campo elétrico ou as variações rápidas dos mesmos descaracterizam o comportamento linear do solo. Esse comportamento não linear pode ser abordado no domínio do tempo. Neste trabalho considera-se o comportamento do solo como linear, já que o estudo é desenvolvido no domínio da frequência.

Como comentado no início deste capítulo, em baixas frequências, assume-se que o solo possui um comportamento puramente resistivo, pois o valor da característica dielétrica ($\omega\varepsilon_s$) é desprezível comparada com a condutividade (σ_s), isto é, $\sigma_s \gg \omega\varepsilon_s$. Por esse motivo, o solo é representado apenas pela condutividade elétrica (σ_s) ou pela sua resistividade elétrica (ρ_s), que é definida como $\rho_s = 1/\sigma_s$. Deste modo, é considerada apenas a corrente de condução que circula pela resistência do solo. Logo, condutividade para frequências industriais é muito dependente de características físicas e químicas do solo devido ao fato da condução de corrente se dar basicamente de forma eletrolítica.

Quando se pretende modelar o aterramento para frequências de ordens superiores, é preciso admitir a dependência da condutividade elétrica σ_s e da permissividade elétrica ε_s em função da frequência. Em altas frequências, além da resistência, devem ser levadas em conta a indutância e a capacitância. Assim, associada à corrente de condução, haverá uma corrente de deslocamento que circula pela capacitância (GAZZANA, 2012). Portanto, as características dielétricas do meio devem ser inseridas e, com isso, o fenômeno físico da condutividade do solo passa a ser associado a um processo dissipativo, e não mais às características físico-químicas, como ocorre em baixas frequências.

A avaliação do comportamento dos parâmetros σ_s e ε_s ao longo do espectro de frequência (desde frequências muito baixas até 2 MHz) é feita através de várias medições

para um número muito grande de solos e também através de distribuições estatísticas. A partir dessas medições e distribuições, [Portela e Tavares \(2001\)](#) apresentaram uma formulação para se estimar a variação dos parâmetros do solo com a frequência baseados nos resultados de medições. A formulação em questão é definida a partir de três parâmetros estatisticamente independentes, que são σ_0 , Δi e α , conforme apresentada na equação:

$$\sigma_s + j\omega\varepsilon_s = \sigma_0 + \Delta i \left[\cot\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) + j \right] \left(\frac{f}{1 \times 10^6} \right)^\alpha, \quad (2.37)$$

sendo:

- σ_s é condutividade elétrica do solo em função da frequência, sendo a parte real do resultado obtido na equação (2.37);
- ω é a frequência angular, em que $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência elétrica;
- ε_s é permissividade elétrica do solo em função da frequência, sendo a parte imaginária do resultado obtido na equação dividida por ω (2.37);
- σ_0 é a condutividade elétrica do solo em baixa frequência;
- Δi é um parâmetro do solo que representa a variação de $\omega\varepsilon_s$ entre 100 Hz e 1 MHz;
- α é um parâmetro do solo que determina a dependência de $\sigma_s + j\omega\varepsilon_s$ em função da frequência.

O parâmetro σ_0 pode ser obtido através de medições usuais em baixa frequências como, por exemplo, o Método de Wenner.

Os parâmetros α e Δi , que traduzem a variação com a frequência, podem ser determinados pela análise dos dados de medição obtidos por meio de técnicas laboratoriais, as quais encontram-se detalhadas em ([PORTELA, 1999](#)). Outra hipótese para determinar tais parâmetros é por meio de suas distribuições estatísticas, que fornecem subsídios básicos para obter valores razoáveis dos parâmetros α e Δi para vários estudos que avaliam o comportamento do solo sob solicitações transitórias.

Analisando-se resultados de avaliações de desempenho de sistemas de aterramento submetidos à injeção de correntes de descargas atmosféricas apresentados em ([PORTELA, 2002](#)), sugere-se alguns valores típicos para os parâmetros α e Δi com base nas distribuições estatísticas para solos brasileiros com condutividade elétrica em baixas frequências (σ_0) entre $100 \mu(\Omega\text{m})^{-1}$ e $10000 \mu(\Omega\text{m})^{-1}$, são eles ([SALARI FILHO, 2006](#)):

- Para obtenção de valores medianos:

$$\begin{cases} \alpha \cong 0,706 \\ \Delta i \cong 11,71 \times 10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1} \end{cases} \quad (2.38)$$

- Para obtenção de valores razoavelmente seguros:

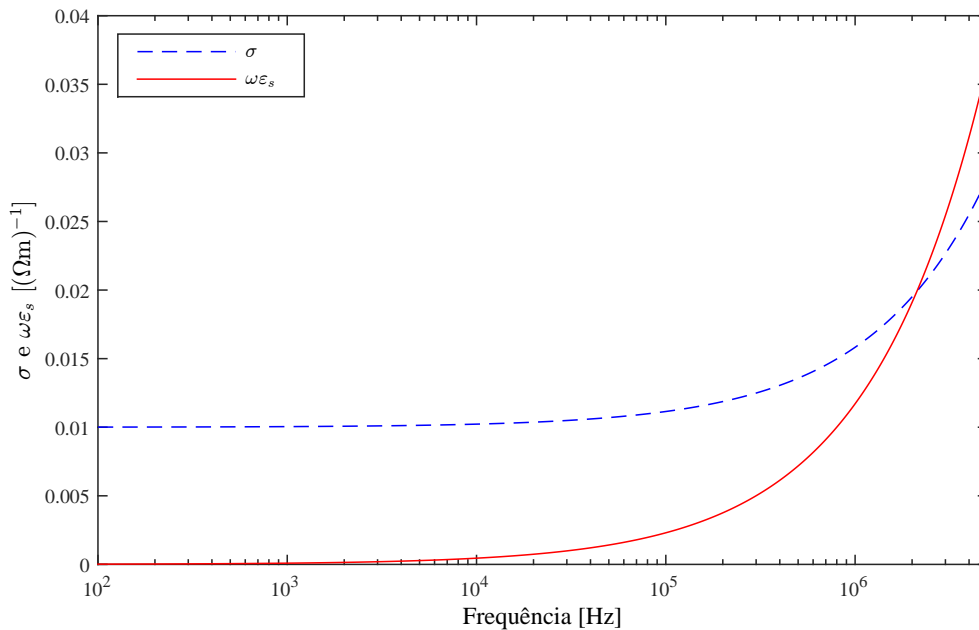
$$\begin{cases} \alpha \cong 0,806 \\ \Delta i \cong 9,23 \times 10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1} \end{cases} \quad (2.39)$$

ou

$$\begin{cases} \alpha \cong 0,856 \\ \Delta i \cong 7,91 \times 10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1} \end{cases} \quad (2.40)$$

Um gráfico típico de comportamento do solo em função da frequência é ilustrado na Figura 2.8. Para a construção desse gráfico utilizou-se a equação (2.37) para $\sigma_0 = 0,01 (\Omega\text{m})^{-1}$ e os valores para α e Δi adotados são mostrados em (2.38).

Figura 2.8 – Parâmetros elétricos do solo em função da frequência.



Por meio do gráfico apresentado na Figura 2.8 é possível comparar a condutividade elétrica do solo σ_s e a característica dielétrica $\omega\epsilon_s$. Nota-se que, em baixas frequências,

$\sigma_s = \sigma_0$ e $\sigma_s \gg \omega\varepsilon_s$, portanto, o solo possui um comportamento puramente resistivo, como comentado anteriormente. Em altas frequências, percebe-se que os parâmetros elétricos do solo são sensivelmente dependentes da frequência.

3 Representação de Aterramentos por meio de Circuitos e Análise Matricial

3.1 Introdução

Neste capítulo procede-se ao desenvolvimeto de dois modelos de representação do sistema de aterramento por meio de circuitos, aplicando as leis de Kirchhoff. Em seguida, é obtida a solução do sistema físico por meio de análise matricial.

No Capítulo 2, os efeitos das fontes de corrente transversal e longitudinal são interpretados isoladamente, como é possível perceber nos sistemas matriciais apresentados em (2.19) e (2.30), respectivamente. Porém, esses efeitos fazem referência a um único sistema físico e, logo, não são independentes. Para isso, é necessário formular o acoplamento entre eles por meio da representação por meio de circuitos e analisar o conjunto através de sistema matricial.

Para associar os efeitos das fontes de corrente transversal e longitudinal, foram analisados alguns trabalhos anteriores. Neste estudo, observou-se algumas considerações diferentes na determinação do sistema físico em sua totalidade. Os trabalhos pesquisados escolheram caminhos distintos, mas partindo do mesmo princípio e obtendo resultados equivalentes.

A partir do estudo realizado, foram deduzidas duas maneiras de descrever o sistema para obter as equações nodais dos segmentos condutores, que são evidenciadas nas seções a seguir. As duas maneiras são utilizadas neste trabalho para obtenção dos resultados. A primeira maneira, apresentada na seção 3.2, foi desenvolvida para solucionar o sistema físico de eletrodos horizontais e hastes verticais de dimensões genéricas. A segunda maneira, apresentada na seção 3.3, foi usada para resolver o sistema físico de malhas retangulares. Ressaltando que, ao fazer a modelagem correta, as duas maneiras de descrever o sistema podem ser utilizadas para vários tipos de configuração. A solução do sistema físico é obtida no domínio da frequência, para então obter a resposta do sistema no domínio do tempo aplica-se um algoritmo de transformação entre os domínios da frequência e do tempo. O algoritmo de transformação é descrito na seção 3.5.

3.2 Potenciais nodais nos segmentos de um eletrodo cilíndrico

Nesta seção é desenvolvida uma forma de associar os efeitos das fontes de corrente transversal e longitudinal em um eletrodo horizontal ou em uma haste vertical. Para

tanto, os sistemas matriciais dados em (2.21) e (2.32) devem ser associados, traduzindo as relações de dependência entre eles e, assim, é possível representar a resposta do sistema sob estudo de forma consistente.

Considere um eletrodo que possui M segmentos e N nós, como nesta subseção são analisados eletrodos simples, então o número de segmentos M é obtido pela razão entre o comprimento do eletrodo L_e e o comprimento de cada segmento ℓ , isto é:

$$M = L_e/\ell \quad (3.1)$$

e o número de nós é dado por:

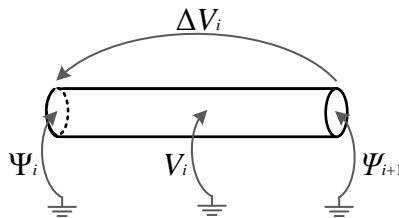
$$N = M + 1 \quad (3.2)$$

O primeiro segmento do eletrodo é formado pelo nó 1, que está no início do segmento 1 e pelo nó 2, que está localizado no fim do segmento 1. O nó 2 é comum para os segmentos 1 e 2, sendo que no segmento 2, o nó 2 passa a ser o nó que está no início do segmento 2. O último segmento (segmento M) é formado pelos nós M , conectado no início do segmento M e $M + 1$, conectado no fim do segmento M .

3.2.1 Relações entre o potencial e a queda de tensão com os potenciais nodais

Nesta subseção é definido o primeiro procedimento para associar os efeitos das fontes de corrente transversal e longitudinal em um único eletrodo. O procedimento inicial é definir, separadamente, as relações entre o potencial e a queda de tensão com os potenciais nodais do segmento e as relações entre as correntes transversal e longitudinal do mesmo e, depois disso, os potenciais nodais e as tais correntes são integrados. A Figura 3.1 ilustra um segmento i (também designado como eletrodo elementar), onde se pode visualizar a queda de tensão ΔV_i e o potencial médio V_i indicado no meio do segmento e medido em relação ao infinito. Na mesma figura são indicados os potenciais dos nós das extremidades do segmento i , nós estes denotados por i e $i + 1$ e seus respectivos potenciais nodais Ψ_i e Ψ_{i+1} .

Figura 3.1 – Elevação do potencial médio, a queda de tensão e os potenciais nodais associados no segmento i de um eletrodo.



O potencial médio do i -ésimo segmento é expresso pela média aritmética dos potenciais dos respectivos nós, dado pela equação (3.3). A queda de tensão no i -ésimo

segmento é calculada pela diferença entre os potenciais nodais do segmento em questão, conforme apresentada na equação (3.4) (VISACRO; SOARES JÚNIOR, 2005).

$$V_i = \frac{\Psi_i + \Psi_{i+1}}{2} \quad (3.3)$$

$$\Delta V_i = \Psi_i - \Psi_{i+1} \quad (3.4)$$

Os vetores $[V]$ e $[\Delta V]$ para os M segmentos em função dos potenciais dos N nós podem ser reescritos da seguinte forma:

$$[V] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Psi_1 + \Psi_2 \\ \Psi_2 + \Psi_3 \\ \vdots \\ \Psi_{N-2} + \Psi_{N-1} \\ \Psi_{N-1} + \Psi_N \end{bmatrix}_{M \times 1} \quad (3.5)$$

$$[\Delta V] = \begin{bmatrix} \Psi_1 - \Psi_2 \\ \Psi_2 - \Psi_3 \\ \vdots \\ \Psi_{N-2} - \Psi_{N-1} \\ \Psi_{N-1} - \Psi_N \end{bmatrix}_{M \times 1} \quad (3.6)$$

A aplicação das relações descritas em (3.5) e (3.6) para cada segmento permite reescrever as equações (2.21) e (2.32) em função dos potenciais nodais. A equação (2.21) calcula o vetor das correntes transversais ($[I_T]$) pelo produto da matriz admitância transversal ($[Y_T]$) e o vetor dos potenciais médios ($[V]$) e a equação (2.32) calcula o vetor das correntes longitudinais ($[I_L]$) pelo produto da matriz admitância longitudinal ($[Y_L]$) e o vetor das quedas de tensão ($[\Delta V]$). As matrizes admitância transversal e admitância longitudinal são obtidas invertendo as matrizes impedância transversal ($[Z_T]$) e impedância longitudinal ($[Z_L]$), respectivamente. Os elementos das matrizes $[Z_T]$ e $[Z_L]$ são obtidos a partir das equações (2.25) e (2.35), respectivamente, já que essas impedâncias dependem apenas da geometria do sistema de aterramento, da frequência de excitação e das propriedades eletromagnéticas do ar e do solo.

O novo equacionamento que calcula as correntes $[I_T]$ e $[I_L]$ em função dos potenciais nodais provoca uma reformulação nas matrizes admitância transversal e longitudinal, obtendo novas matrizes, que são denominadas matrizes modificadas, definidas como $[Y_{TM}]$ e $[Y_{LM}]$, como pode ser visto nas equações (3.7) e (3.8), respectivamente.

$$[I_T] = [Y_{TM}] \cdot [\Psi] \quad (3.7)$$

$$[I_L] = [Y_{LM}] \cdot [\Psi], \quad (3.8)$$

onde:

- $[I_T]$ e $[I_L]$ são os vetores de correntes transversais e longitudinais, respectivamente, ambos de dimensão $M \times 1$;
- $[\Psi]$ é o vetor de potenciais nodais, de dimensão $N \times 1$, em que N é o número total de nós;
- $[Y_{TM}]$ e $[Y_{LM}]$ são as matrizes admitâncias transversal e longitudinal modificadas, respectivamente, ambas de dimensão $M \times N$.

3.2.2 Obtenção das matrizes admitância transversal e admitância longitudinal

Conforme apresentado nas equações (3.7) e (3.8), para relacionar os vetores de correntes, $[I_T]$ e $[I_L]$, e o vetor de potenciais nodais, $[\Psi]$, é necessário modificar as matrizes $[Y_T]$ e $[Y_L]$. Por esse motivo, são obtidas as matrizes $[Y_{TM}]$ e $[Y_{LM}]$, que são compostas por relações entre os elementos das matrizes $[Y_T]$ e $[Y_L]$, respectivamente. As matrizes $[Y_{TM}]$ e $[Y_{LM}]$ para um único eletrodo enterrado podem ser determinadas, respectivamente, pelos algoritmos 1 e 2.

Algoritmo 1: Obtenção da matriz $[Y_{TM}]()$

Entrada: Matriz admitância transversal $[Y_T]_{M \times M}$.**Saída:** Matriz admitância transversal modificada $[Y_{TM}]_{M \times N}$.// Cria uma matriz de dimensão $M \times N$ inicializada com "zeros".1 $[Y_{TM}] \leftarrow 0$.2 **para** $a \leftarrow 1$ **até** M **faça**3 **para** $b \leftarrow 1$ **até** N **faça**4 **se** $(b = 1)$ **então** // Calcula a primeira coluna da matriz $[Y_{TM}]$.5 $Y_{TM}[a][b] \leftarrow \frac{1}{2}Y_T[a][b]$.6 **senão se** $(b = N)$ **então** // Calcula a última coluna da matriz $[Y_{TM}]$.7 $Y_{TM}[a][b] \leftarrow \frac{1}{2}Y_T[a][b - 1]$.8 **senão** // Calcula da segunda até a penúltima coluna da matriz $[Y_{TM}]$.9 $Y_{TM}[a][b] \leftarrow \frac{1}{2}\{Y_T[a][b - 1] + Y_T[a][b]\}$.10 **retorna** $[Y_{TM}]$.

Algoritmo 2: Obtenção da matriz $[Y_{LM}]()$

Entrada: Matriz admitância longitudinal $[Y_L]_{M \times M}$.

Saída: Matriz admitância longitudinal modificada $[Y_{LM}]_{M \times N}$.

// Cria uma matriz de dimensão $M \times N$ inicializada com "zeros".

```

1   $[Y_{LM}] \leftarrow 0$ .

2  para  $a \leftarrow 1$  até  $M$  faça
3      para  $b \leftarrow 1$  até  $N$  faça
4          se  $(b = 1)$  então
5              // Calcula a primeira coluna da matriz  $[Y_{LM}]$ .
6               $Y_{LM}[a][b] \leftarrow Y_L[a][b]$ .
7          senão se  $(b = N)$  então
8              // Calcula a última coluna da matriz  $[Y_{LM}]$ .
9               $Y_{LM}[a][b] \leftarrow -Y_L[a][b - 1]$ .
10         senão
11             // Calcula da segunda até a penúltima coluna da matriz  $[Y_{LM}]$ .
12              $Y_{LM}[a][b] \leftarrow -Y_L[a][b - 1] + Y_L[a][b]$ .

10 retorna  $[Y_{LM}]$ .
```

3.2.3 Relação entre as correntes transversal e longitudinal

O próximo passo é relacionar as correntes transversal e longitudinal do segmento em questão. Essa relação é obtida pela aplicação da Lei de Kirchhoff das correntes para cada nó do segmento, que estabelece que a soma algébrica das correntes em um nó é igual a zero. Na seção 2.2, a densidade de corrente transversal foi suposta constante ao longo do segmento, porém, para aplicar a Lei de Kirchhoff das correntes e proceder ao somatório das correntes em cada nó, é necessário concentrar a corrente transversal em duas partes iguais nas extremidades de cada segmento, isto é, dividi-la igualmente entre os nós extremos i e $i + 1$, como apresentado na Figura 3.2 (SOARES JÚNIOR, 1996). A corrente longitudinal no segmento i , I_{Li} , é percorrida do nó i em direção ao nó $i + 1$, conforme ilustrado na Figura 3.2.

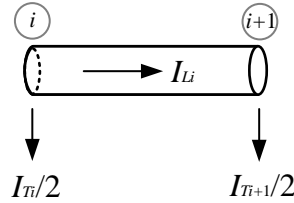
Aplicando-se a Lei de Kirchhoff em todos os nós do sistema, são obtidas N equações para as correntes. Considere um exemplo em que são avaliadas as correntes do segmento i de um eletrodo horizontal ou de uma haste vertical. O segmento i está entre os segmentos $i - 1$ e $i + 1$. Supondo que o primeiro nó recebe injeção de uma corrente externa I_{ei} , as equações das correntes para o primeiro e o segundo nó do segmento correspondente, são,

respectivamente:

$$-I_{L_{i-1}} + I_{L_i} + \frac{I_{T_{i-1}}}{2} + \frac{I_{T_i}}{2} = I_{ei} \quad (3.9)$$

$$-I_{L_i} + I_{L_{i+1}} + \frac{I_{T_i}}{2} + \frac{I_{T_{i+1}}}{2} = 0 \quad (3.10)$$

Figura 3.2 – Representação das correntes transversal e longitudinal nos nós do segmento i .



3.2.4 Obtenção da matriz admitância global

As relações entre os potenciais e as correntes foram estabelecidas separadamente e, para integrá-las, é necessário substituir os M elementos de cada vetor das equações (3.7) e (3.8) nas N equações obtidas pela aplicação da Primeira Lei de Kirchhoff das correntes, que relacionam as correntes transversal e longitudinal em cada nó do eletrodo de aterramento. Assim, um novo sistema matricial com as relações nodais é estabelecido do tipo $[Y_{eq}] \cdot [\Psi] = [I_e]$, em que $[Y_{eq}]$ é a matriz admitância global, que é composta por relações entre os elementos das matrizes $[Y_{TM}]$ e $[Y_{LM}]$. Essa matriz equivalente tem dimensão $N \times N$ e é determinada pelo algoritmo 3, $[\Psi]$ é o vetor de potenciais nodais, de dimensão $N \times 1$, e $[I_e]$ é o vetor correspondente à injeção de correntes externas e possui dimensão $N \times 1$. Os elementos do vetor $[I_e]$ terão valores diferentes de zero apenas naqueles nós em que há injeção de corrente externa, ocasionada, por exemplo, por um surto qualquer, que pode ser originado de uma descarga atmosférica.

Algoritmo 3: Obtenção da matriz $[Y_{eq}]()$

Entrada: Matriz admitância transversal modificada $[Y_{TM}]_{M \times N}$,
 Matriz admitância longitudinal modificada $[Y_{LM}]_{M \times N}$.

Saída: Matriz resultante $[Y_{eq}]_{N \times N}$.

// Cria uma matriz de dimensão $N \times N$ inicializada com "zeros".

```

1   $[Y_{eq}] \leftarrow 0$ .
2  para  $p \leftarrow 1$  até  $N$  faça
3      para  $q \leftarrow 1$  até  $N$  faça
4          se  $(p = 1)$  então
5              // Calcula a primeira linha da matriz  $[Y_{eq}]$ .
6               $Y_{eq}[p][q] \leftarrow Y_{LM}[p][q] + \frac{1}{2}Y_{TM}[p][q]$ .
7          senão se  $(p = N)$  então
8              // Calcula a última linha da matriz  $[Y_{eq}]$ .
9               $Y_{eq}[p][q] \leftarrow -Y_{LM}[p-1][q] + \frac{1}{2}Y_{TM}[p-1][q]$ .
10         senão
11             // Calcula da segunda até a penúltima linha da matriz  $[Y_{eq}]$ .
12              $Y_{eq}[p][q] \leftarrow -Y_{LM}[p-1][q] + Y_{LM}[p][q] + \frac{1}{2}\{Y_{TM}[p-1][q] + Y_{TM}[p][q]\}$ .
13     retorna  $[Y_{eq}]$ .

```

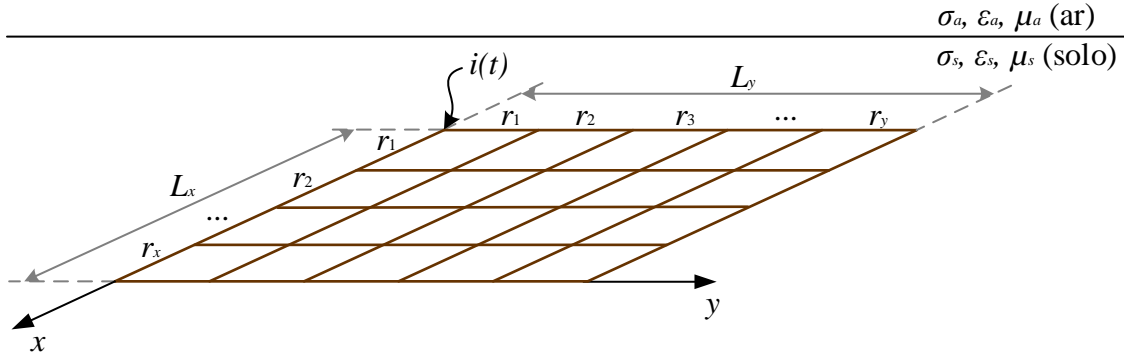
A solução do sistema matricial $[Y_{eq}] \cdot [\Psi] = [I_e]$ fornece o vetor de potenciais nodais $[\Psi]$ e, utilizando-se das relações expostas ao longo do desenvolvimento feito nesta subseção, são encontradas as variáveis de interesse, como as correntes transversais e longitudinais contidas nos vetores $[I_T]$ $[I_L]$ conforme as equações (3.7) e (3.8), respectivamente. Também são obtidas as elevações do potencial médio e as quedas de tensão nos segmentos, contidas nos vetores $[V]$ e $[\Delta V]$, conforme as equações (2.19) e (2.30), respectivamente.

3.3 Potenciais nodais nos segmentos de eletrodos em malha

Nesta seção é apresentada uma outra maneira para solucionar o sistema físico, que é utilizada para malhas retangulares. A solução do sistema físico é baseada na teoria de circuitos elétricos através da representação de cada segmento por um circuito T equivalente.

Considere uma malha retangular que, no eixo x , apresenta r_x reticulados e comprimento total L_x e, no eixo y , apresenta r_y reticulados e comprimento total L_y , conforme ilustrado na Figura 3.3.

Figura 3.3 – Eletrodos interligados formando uma malha de aterramento retangular.



O número de segmentos em x e em y são dados pelas equações (3.11) e (3.12), respectivamente, e o número total de segmentos é dado pela (3.13).

$$M_x = \left\lfloor \frac{L_x}{\ell} \right\rfloor (r_y + 1) \quad (3.11)$$

$$M_y = \left\lfloor \frac{L_y}{\ell} \right\rfloor (r_x + 1) \quad (3.12)$$

$$M = M_x + M_y \quad (3.13)$$

O número de segmentos M_x e M_y obtidos nas equações (3.11) e (3.12), respectivamente, são números inteiros, portanto os resultados das divisões realizadas em tais equações devem ser truncados em números inteiros. Para representar o truncamento de um número κ qualquer, utiliza-se a notação $\lfloor \kappa \rfloor$, que resulta no piso de κ , isto é, o maior inteiro menor ou igual a κ .

O número de nós em x e em y são calculados pelas equações (3.14) e (3.15), respectivamente. Para determinar o número total de nós em uma malha é necessário somar o número de nós no eixo x e no eixo y e subtrair os nós que são comuns nos dois eixos, que são os nós onde há conexão de condutores. O cálculo do número total de nós é obtido pela equação (3.16).

$$N_x = \left\{ \left\lfloor \frac{L_x}{\ell} \right\rfloor + 1 \right\} (r_y + 1) \quad (3.14)$$

$$N_y = \left\{ \left\lfloor \frac{L_y}{\ell} \right\rfloor + 1 \right\} (r_x + 1) \quad (3.15)$$

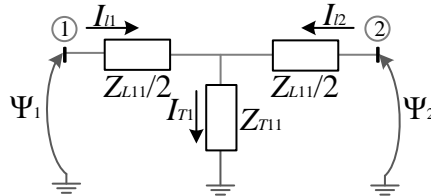
$$N = N_x + N_y - (r_x + 1)(r_y + 1) \quad (3.16)$$

3.3.1 Equacionamento para um eletrodo com apenas um segmento

Considere um eletrodo com apenas um segmento e dois nós. O único segmento do eletrodo pode ser representado por um circuito T equivalente, conforme ilustrado

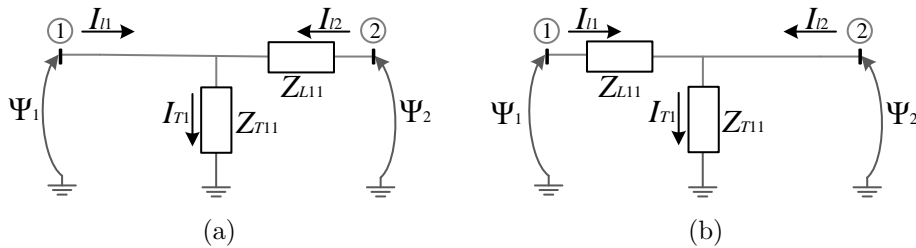
na Figura 3.4, em que Z_{T11} e Z_{L11} são, respectivamente, as impedâncias transversal e longitudinal, que possuem seus valores conhecidos pelas expressões (2.25) e (2.35). Nessa figura, I_{T1} é a corrente transversal que dispersa para o solo, I_{l1} e I_{l2} são, respectivamente, as correntes longitudinais auxiliares que partem dos nós 1 e 2 do segmento e Ψ_1 e Ψ_2 são os potenciais nodais do mesmo (SALARI FILHO, 2006).

Figura 3.4 – Circuito T equivalente de um segmento.



Assim como foi feito em (SALARI FILHO, 2006), o circuito T equivalente é reduzido em dois circuitos Γ equivalentes, como mostra a Figura 3.5, com o ramo em derivação à esquerda, conforme a Figura 3.5(a) ou à direita, conforme a Figura 3.5(b). Esta aproximação é feita para facilitar a elaboração das expressões dos potenciais nodais em função das correntes transversal e longitudinal. Para tal, se aplica a intermédio da Lei de Kirchhoff das tensões, que estabelece que é nulo o somatório das quedas e elevações de tensão ao longo de um caminho fechado de um circuito elétrico.

Figura 3.5 – Circuitos Γ representativos do segmento. (a) Circuito Γ equivalente à esquerda. (b) Circuito Γ equivalente à direita.



Pode-se então estabelecer as seguintes equações das tensões no circuito Γ à esquerda da Figura 3.5(a):

$$\Psi_1 - Z_{T11} I_{T1} = 0 \quad (3.17)$$

$$\Psi_1 - \Psi_2 + Z_{L11} I_{l2} = 0 \quad (3.18)$$

Aplicando a Lei de Kirchhoff das tensões no circuito Γ à direita, ilustrado na Figura 3.5(a), obtêm-se as seguintes equações:

$$\Psi_2 - Z_{T11} I_{T1} = 0 \quad (3.19)$$

$$\Psi_1 - \Psi_2 - Z_{L11} I_{l1} = 0 \quad (3.20)$$

Através da média aritmética entre (3.17) e (3.19) e também entre (3.18) e (3.20) e sabendo que $I_T = I_{l1} + I_{l2}$, chega-se às seguintes equações:

$$\left(\frac{\Psi_1 + \Psi_2}{2}\right) - Z_{T11}(I_{l1} + I_{l2}) = 0 \quad (3.21)$$

$$\Psi_1 - \Psi_2 - Z_{L11}\left(\frac{I_{l1} - I_{l2}}{2}\right) = 0 \quad (3.22)$$

3.3.2 Equacionamento para uma malha com M segmentos e N nós

As equações (3.21) e (3.22), que foram deduzidas na subseção 3.3.1, são para um eletrodo com apenas um segmento e dois nós. As equações para uma malha com M segmentos e N nós são obtidas expandindo as equações para um único segmento. A partir dessa expansão são obtidas as equações (3.23) e (3.24) generalizadas, levando em conta os acoplamentos transversais e longitudinais entre todos os segmentos. Além dessas duas equações genéricas, para se obter a solução do sistema global é necessário inserir a equação (3.25), que representa a injeção de correntes externas em qualquer nó do sistema, uma vez que, em cada nó, o somatório das correntes externas deve ser igual ao somatório das correntes longitudinais auxiliares I_{l1} e I_{l2} , que partem deste nó.

$$[A] \cdot [\Psi] - [Z_T] \cdot [I_{l1}] - [Z_T] \cdot [I_{l2}] = 0 \quad (3.23)$$

$$[B] \cdot [\Psi] - \frac{1}{2}[Z_L] \cdot [I_{l1}] + \frac{1}{2}[Z_L] \cdot [I_{l2}] = 0 \quad (3.24)$$

$$[C] \cdot [I_{l1}] + [D] \cdot [I_{l2}] = [I_e], \quad (3.25)$$

sendo:

- $[I_{l1}]$ é o vetor composto pelas correntes longitudinais auxiliares que partem do primeiro nó em direção aos segmentos correspondentes, com dimensão $M \times 1$;
- $[I_{l2}]$ é o vetor composto pelas correntes longitudinais auxiliares que partem do segundo nó em direção aos segmentos correspondentes, com dimensão $M \times 1$;
- $[\Psi]$ corresponde ao vetor de potenciais nodais, de dimensão $N \times 1$;
- $[Z_T]$ corresponde à matriz de impedâncias transversais próprias e mútuas entre segmentos, com dimensão $M \times M$;
- $[Z_L]$ matriz das impedâncias longitudinais próprias e mútuas entre segmentos, com dimensão $M \times M$;
- $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$ são matrizes de conectividade, com dimensões $M \times N$, $M \times N$, $N \times M$ e $N \times M$, respectivamente, a lei de formação dessas matrizes é apresentada

a seguir (PORTELA, 1997a), (SALARI FILHO, 2006):

$$A(m, n) = \begin{cases} 1/2, & \text{se o nó } n \text{ for conectado ao segmento } m; \\ 0, & \text{se não houver conexão entre nó } n \text{ e o segmento } m. \end{cases} \quad (3.26)$$

$$B(m, n) = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } n \text{ for conectado no início do segmento } m; \\ -1, & \text{se o nó } n \text{ for conectado no fim do segmento } m; \\ 0, & \text{se não houver conexão entre nó } n \text{ e o segmento } m. \end{cases} \quad (3.27)$$

$$C(n, m) = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } n \text{ for conectado no início do segmento } m; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.28)$$

$$D(n, m) = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } n \text{ for conectado no fim do segmento } m; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.29)$$

Para que o sistema possa ser resolvido, é de crucial importância a montagem correta das matrizes $[A]_{M \times N}$, $[B]_{M \times N}$, $[C]_{N \times M}$ e $[D]_{N \times M}$.

Atavés da análise das matrizes anteriormente definidas, percebe-se que:

$$[A] = \frac{1}{2}([C] + [D])^T \quad (3.30)$$

$$[B] = ([C] - [D])^T \quad (3.31)$$

Realizando-se a composição das três equações (3.23), (3.24) e (3.25) na forma do sistema global de equações, pode ser obtida a relação de equações nodais, tal que:

$$[Y_{eq}] \cdot [\Psi] = [I_e], \quad (3.32)$$

sendo $[Y_{eq}]$ a matriz admitância global definida por:

$$[Y_{eq}] = [A]^T \cdot [Y_T] \cdot [A] + [B]^T \cdot [Y_L] \cdot [B], \quad (3.33)$$

sendo que, $[Y_T]$ e $[Y_L]$ são as matrizes admitância transversal e admitância longitudinal, obtidas pelas equações (2.20) e (2.31).

Os vetores das correntes longitudinais auxiliares I_{i1} e I_{i2} são determinados através das seguintes expressões:

$$[I_{i1}] = \left(\frac{1}{2} [Y_T] \cdot [A] + [Y_L] \cdot [B] \right) [\Psi] \quad (3.34)$$

$$[I_{i2}] = \left(\frac{1}{2} [Y_T] \cdot [A] - [Y_L] \cdot [B] \right) [\Psi] \quad (3.35)$$

O vetor das correntes transversais I_T e o vetor das correntes longitudinais médias I_L são obtidos por:

$$[I_T] = [I_{i1}] + [I_{i2}] \quad (3.36)$$

$$[I_L] = \frac{1}{2} ([I_{i1}] - [I_{i2}]) \quad (3.37)$$

3.4 Representação da frente de onda da corrente injetada

As simulações e verificação de resultados se relacionam diretamente com a representação das ondas de corrente impulsivas. Deste modo, é importante representar matematicamente essas ondas para análise computacional de transitórios eletromagnéticos originados pela incidência de surtos atmosféricos. É interessante, em termos práticos, sintetizar funções representativas que possam ser facilmente reproduzidas em laboratório para ensaios de desempenho de equipamentos frente a impulsos atmosféricos.

Apesar de existirem várias funções para representação da corrente de descarga, duas funções são usualmente adotadas: a função dupla exponencial e a função de Heidler. Vale ressaltar que, embora essas duas funções sejam comumente citadas na literatura para representar a forma de onda da corrente de uma descarga atmosférica e que na atualidade já existem funções mais adequadas para representar a forma de onda da corrente real, nesta dissertação optou-se por adotar as funções descritas anteriormente.

3.4.1 Função dupla exponencial

A função dupla exponencial é uma aproximação matemática mais simples da forma de onda da corrente. Além disso, um motivo para a utilização dessa função é que, ao se aplicar a transformada de Fourier em ondas dessa natureza, verifica-se a existência de componentes com amplitudes significativas em altas frequências. A dupla exponencial é constituída pela soma de duas formas de onda exponenciais com constantes de tempo diferentes e de sinais contrários, ou seja:

$$i(t) = k I_0 (e^{-at} - e^{-bt}), \quad (3.38)$$

sendo que, I_0 é a amplitude máxima da corrente, a e b são parâmetros ajustados para que a onda tenha tempo de frente de onda e tempo de meia onda desejados e k é o fator de correção para que o valor máximo de $i(t)$ coincida com I_0 .

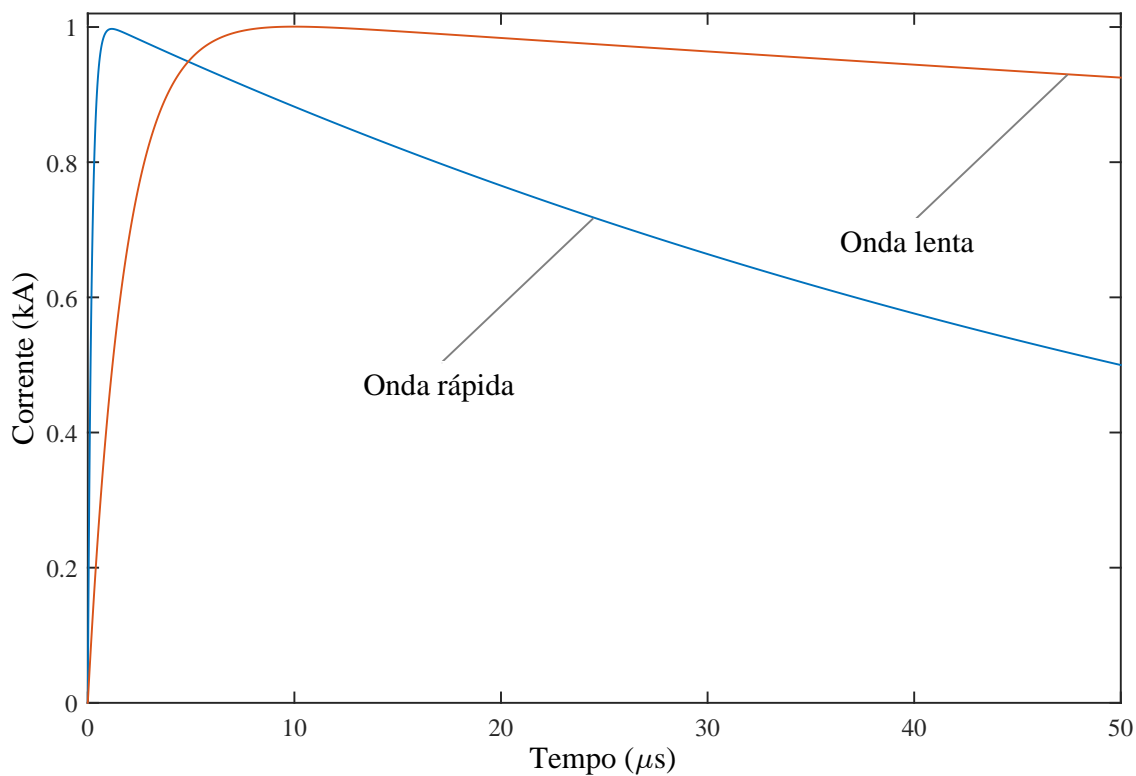
Em algumas análises de sensibilidade apresentadas neste trabalho são consideradas duas ondas de corrente, uma onda de descarga atmosférica rápida e a outra relativamente lenta, ambas com valor de pico de 1 kA. Na onda rápida, o tempo correspondente à corrente máxima é de $1 \mu\text{s}$ e o tempo de meia onda é igual a $50 \mu\text{s}$ (GRCEV, 1996). Na onda lenta, o tempo correspondente à corrente máxima é de $10 \mu\text{s}$ e o tempo de meia onda é igual a $350 \mu\text{s}$ (JIA; XIAOQING, 2006). A Tabela 1 mostra os valores dos parâmetros da função dupla exponencial usados para reproduzir ondas de descarga atmosférica rápida e lenta com amplitude máxima da corrente (I_0) igual a 1 kA.

Tabela 1 – Parâmetros da função dupla exponencial considerando $I_0 = 1 \text{ kA}$.

Tipo de onda	k	$a \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$b \text{ (s}^{-1}\text{)}$
Onda rápida	1,0167	$0,01420 \times 10^6$	$5,073 \times 10^6$
Onda lenta	1,0250	$0,00205 \times 10^6$	$0,564 \times 10^6$

A partir da equação (3.38) e da Tabela 1 é possível visualizar na Figura 3.6 as duas ondas de correntes (rápida e lenta) do tipo dupla exponencial que são usadas em algumas simulações.

Figura 3.6 – Forma de onda da corrente representada pela função dupla exponencial.



Apesar das inúmeras vantagens associadas a esta representação, esta forma de

onda não é a mais adequada para representar aos mecanismos físicos associados à descarga atmosférica, pois a natureza côncava da frente de onda da corrente da descarga real nos instantes iniciais não é contemplada pela onda e também existe diferença na derivada máxima da onda real para a função dupla exponencial.

3.4.2 Função de Heidler

Tentando suprir essas diferenças existentes entre a onda real e a dupla exponencial, o pesquisador Heidler propôs uma expressão analítica, denominada de função de Heidler, capaz de representar, com maior precisão, a natureza côncava da onda de corrente de descarga no início da frente da onda, a ocorrência da derivada máxima próxima ao pico, além do decaimento da amplitude a partir deste ponto (HEIDLER; CVETIĆ; STANIĆ, 1999). Tal função foi concebida através de dados obtidos em observações das correntes de retorno em torres monitoradas com instrumentação específica. A expressão da função de Heidler é mostrada em (3.39):

$$i(t) = \sum_{k=1}^m \frac{I_{0k}}{\eta_k} \frac{\left(\frac{t}{\tau_{1k}}\right)^{n_k}}{1 + \left(\frac{t}{\tau_{1k}}\right)^{n_k}} e^{(-t/\tau_{2k})}, \quad (3.39)$$

onde:

- I_{0k} - amplitude da corrente;
- τ_{1k} - constante de tempo relacionada ao tempo de frente da onda de corrente;
- τ_{2k} - constante de tempo relacionada ao tempo de decaimento da onda de corrente;
- n_k - expoente de ajuste da função de Heidler com valores entre 2 e 10;
- η_k - fator de correção de amplitude calculado por: $\eta_k = e^{-(\tau_{1k}/\tau_{2k})} (n_k (\tau_{2k}/\tau_{1k}))^{1/n_k}$

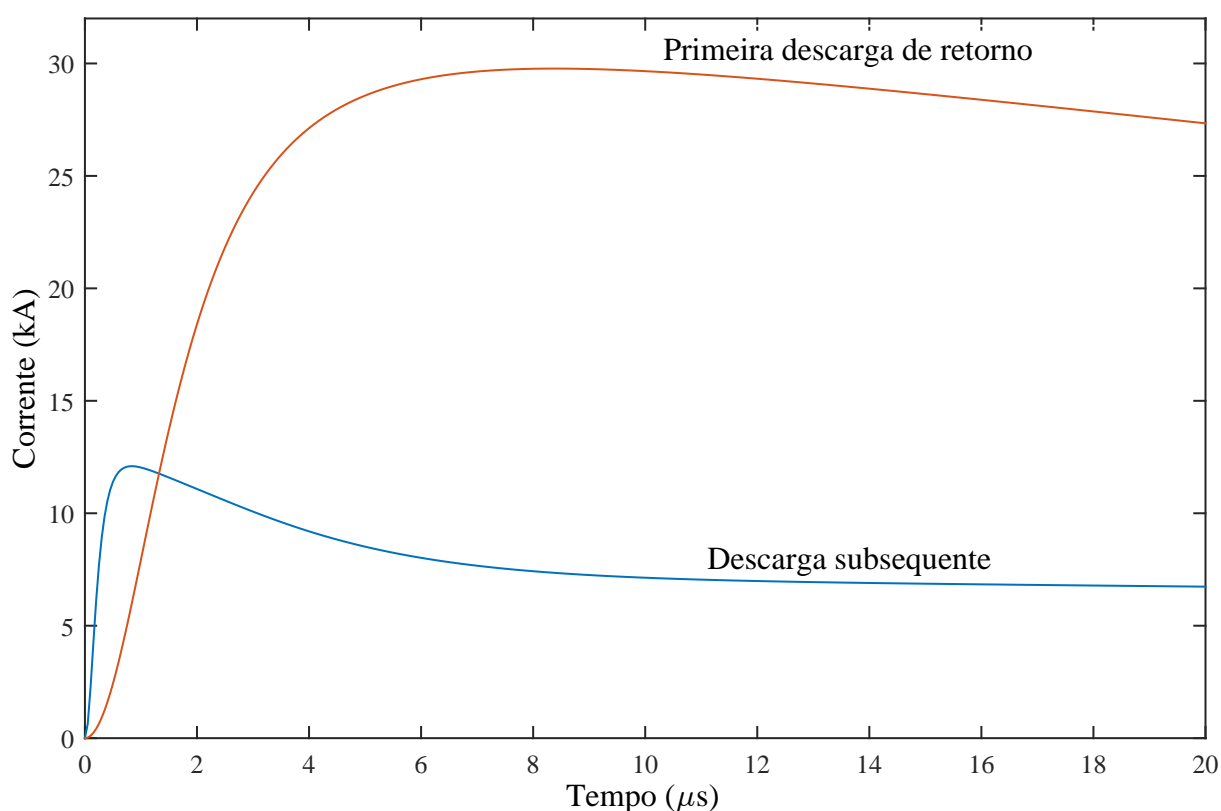
Algumas simulações de análise de sensibilidade e de comparações com outros resultados são feitas utilizando a função de Heidler como representação da corrente injetada. Para isso, foram utilizadas duas diferentes formas de onda de corrente impulsivas representativas das primeiras e subsequentes descargas de retorno, típicas de descargas atmosféricas reais. A forma de onda da primeira corrente de retorno é reproduzida por uma função de Heidler e a da corrente de retorno subsequente por uma soma de duas funções de Heidler, com os parâmetros característicos apresentados na Tabela 2 (RACHIDI et al., 2001).

A Figura 3.7 ilustra as formas de onda obtidas através da função analítica desenvolvida por Heidler, dada na equação (3.39), admitindo os parâmetros expostos na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros da função de Heidler.

Tipo de onda	I_{01} (kA)	τ_{11} (μ s)	τ_{21} (μ s)	n_1	I_{02} (kA)	τ_{12} (μ s)	τ_{22} (μ s)	n_2
Primeira descarga	28	1,8	95	2	—	—	—	—
Descarga subsequente	10,7	0,25	2,5	2	6,5	2	230	2

Figura 3.7 – Ondas típicas de descarga atmosférica representada pela função de Heidler.



3.5 Transformação entre os domínios do tempo e da frequência

Conforme enfatizado, a análise de sistemas de aterramento é resolvida por uma formulação no domínio da frequência (apresentada no capítulo anterior), o que implica a consideração de um sistema linear. Porém, a utilização de uma modelagem no domínio da frequência para tratar de fenômenos que ocorrem no tempo requer a utilização de algoritmos de transformação entre esses dois domínios, são eles: o algoritmo de FFT (do inglês *Fast Fourier Transform*), que aplica a transformada de Fourier a partir da resposta no domínio do tempo para obter a resposta no domínio da frequência, e o algoritmo IFFT (do inglês *Inverse Fast Fourier Transform*), que aplica a transformada inversa de Fourier para determinar a resposta no domínio do tempo. Esses algoritmos são aproximados, pois envolvem limitação de banda de funções e requer amostragem regular das funções contínuas

que são geralmente de longos períodos e espectros infinitos (GRCEV; DAWALIBI, 1990).

Quando pretende-se determinar a resposta do sistema frente à onda de corrente injetada no domínio do tempo, inicialmente define-se o sinal de corrente injetado em algum nó do sistema, o sinal pode ser, por exemplo, uma onda de corrente representativa de uma descarga atmosférica. Ele representa a solicitação que o sistema físico ficará submetido e é traduzido fisicamente no domínio do tempo, então aplica-se a Transformada de Fourier para o levantamento do espectro de frequência do sinal em questão, esse espectro corresponde ao conjunto de frequências de interesse (GRCEV; DAWALIBI, 1990). Neste trabalho, o sinal de corrente é representado pela função dupla exponencial ou pela função de Heidler, descritas nas seções 3.4.1 e 3.4.2, respectivamente.

O conjunto de frequências de interesse para a análise do aterramento é feito a partir do cálculo da frequência (máxima) de Nyquist e da determinação do número de amostras. A frequência de Nyquist é dada por (GRCEV; DAWALIBI, 1990), (GRCEV; POPOV, 2005):

$$F_m = \frac{1}{2\Delta t}, \quad (3.40)$$

sendo F_m a maior frequência de interesse para o cálculo de um sinal no tempo utilizando-se um passo de tempo igual a Δt .

3.6 Caracterização do comportamento impulsivo de eletrodos de aterramento

Para a caracterização do comportamento impulsivo do aterramento é essencial a definição de parâmetros que denotem de forma consistente a informação física do sistema de aterramento. A definição desses parâmetros tem como objetivo distinguir o comportamento do aterramento em altas frequências e o comportamento em baixas frequências.

Além dos potenciais no nível do solo, o parâmetro básico que caracteriza o desempenho em baixa frequência é a resistência de aterramento definida como $R = V/I$, em que V representa a elevação do potencial no ponto de injeção de corrente em relação ao remoto neutro e I é a corrente injetada.

Os parâmetros adotados neste trabalho para caracterizar o desempenho impulsivo são definidos a seguir.

1. Impedância de aterramento

Para cada frequência de interesse no espectro analisado, tem-se uma função de transferência, que representa a impedância de aterramento, sendo essa independente da excitação e dependente apenas da geometria, das características eletromagnéticas

do aterramento e do meio que está inserido. A impedância de aterramento $Z(j\omega)$ é um dos parâmetros de interesse nas simulações, pois auxilia na análise do comportamento do sistema de aterramento para as frequências típicas de uma descarga atmosférica. Isso significa que a partir da análise de $Z(j\omega)$ torna-se possível conhecer prontamente as características indutivas, condutivas e capacitivas do aterramento. Essa impedância é dependente da frequência angular ω do sinal injetado e é obtida pela razão entre o potencial no ponto de injeção do sinal e o respectivo sinal de corrente injetado no nó. Uma alternativa simples para determinar $Z(j\omega)$ é adotar um valor unitário para corrente de excitação, com o intuito de facilitar as operações, sem que se perca a generalidade. Ela é definida como:

$$Z(j\omega) = \frac{\Psi_n(j\omega)}{1 A}, \quad (3.41)$$

sendo que, $\Psi_n(j\omega)$ é o GPR (do inglês "ground potencial rise") no ponto de injeção do sinal, obtido como resposta a uma excitação permanente por uma corrente de 1 A para determinada faixa de frequência de interesse. O valor de $\Psi_n(j\omega)$ corresponde ao elemento da n -ésima linha do vetor $[\Psi]$. O potencial surge como resposta à corrente externa (I_{en}) de valor unitário injetada no n -ésimo nó do eletrodo de aterramento.

2. Potencial transitório no ponto de injeção de corrente

Após determinar a gama de frequências exigida, calcula-se a função de transferência $Z(j\omega)$, dada na equação (3.41) para todas as frequências de interesse. Em seguida faz-se a multiplicação, no domínio da frequência, da impedância de aterramento (função de transferência) pela onda injetada, assim obtém-se a resposta do sistema à onda de corrente injetada no domínio da frequência. Porém, esta corrente é fornecida no domínio do tempo, então antes de fazer tal multiplicação, aplica-se a transformada de Fourier da corrente.

Finalmente, aplica-se a transformada inversa de Fourier para determinar a resposta do sistema frente à onda de corrente injetada no domínio do tempo, conforme a equação a seguir:

$$v(t) = F^{-1} \{Z(j\omega) \cdot F[i(t)]\}, \quad (3.42)$$

sendo que, $i(t)$ corresponde a corrente injetada no aterramento, $v(t)$ representa a resposta a esta excitação, F e F^{-1} são, respectivamente, a transformada direta e inversa de Fourier.

3. Impedância impulsiva

Quando se considera o aterramento submetido a correntes impulsivas associadas a descargas atmosféricas, é muito comum se fazer referência à impedância impulsiva do aterramento. Enquanto a impedância complexa descreve o comportamento do

aterramento no domínio da frequência, a impedância impulsiva é um parâmetro no domínio do tempo. A impedância impulsiva é determinada pela seguinte expressão:

$$Z_p = \frac{V_p}{I_p} \quad (3.43)$$

sendo que, V_p é o valor de pico de $v(t)$ e I_p é o valor de pico de $i(t)$.

4. Coeficiente impulsivo

O coeficiente impulsivo é um parâmetro útil na comparação entre o comportamento transitório e o comportamento em baixa frequência. Esse coeficiente é obtido pela razão entre a impedância impulsiva Z_p e a resistência de aterramento R , conforme apresentado na equação (3.44):

$$A = \frac{Z_p}{R} \quad (3.44)$$

5. Comprimento efetivo

O comprimento efetivo ℓ_{ef} é o comprimento limite (máximo) do eletrodo de aterramento para o qual o coeficiente impulsivo A é igual a um. Deste modo, comprimentos maiores que ℓ_{ef} não implicam reduções significativas da impedância impulsiva Z_p .

3.7 Procedimentos passo a passo

Nas seções anteriores, foram descritos os procedimentos de cálculo para solucionar o problema transitório para o conjunto de frequências de interesse. Esses procedimentos foram implementados em MATLAB (MATLAB®, 1984) para determinar os resultados do sistema de aterramento analisado. A seção atual apresenta os passos seguidos pela ferramenta computacional desenvolvida juntamente com um resumo que abrange as principais informações do que foi descrito nos Capítulos 2 e 3.

1. Entrada de dados

Na entrada de dados devem ser informados os parâmetros elétricos do solo (condutividade e permissividade relativa), a profundidade do sistema de aterramento, o raio dos condutores enterrados (a) e a geometria do sistema de aterramento. Quanto a geometria do sistema de aterramento, no caso de eletrodos horizontais ou hastes verticais, deve ser informado apenas o comprimento total (L_e) e, no caso de malhas retangulares, devem ser informados o comprimento total no eixo x (L_x), o número de reticulados no eixo x (n_x), o comprimento total no eixo y (L_y) e o número de reticulados no eixo y (n_y).

2. Segmentação dos eletrodos e numeração dos nós

A segmentação dos eletrodos e a numeração dos nós é feita de forma automatizada. O algoritmo automaticamente trata de fazer tal segmentação, encontrar os nós correspondentes e numerá-los.

As equações para o cálculo do número de segmentos (M) e para o cálculo do número de nós (N) em eletrodos horizontais ou hastes verticais são apresentadas em (3.1) e (3.2), respectivamente. As equações para o cálculo M e para o cálculo de N em malhas retangulares são apresentadas em (3.13) e (3.16), respectivamente.

Para o cálculo dos segmentos e dos nós é necessário conhecer o comprimento do segmento (ℓ). Esse cálculo deve garantir a aproximação por correntes filamentosas, então $\ell \gg a$. O comprimento ℓ deve atender duas condições impostas:

- O comprimento ℓ deve ser no mínimo cinco vezes maior que o raio do eletrodo;
- O comprimento ℓ deve ser no máximo igual a um décimo do comprimento de onda no solo (λ_{solo}) para a frequência mais elevada, em que λ_{solo} é dado por (OLSEN; WILLIS, 1996), (GRCEV; AMAUTOVSKI-TOSEVA, 2003):

$$\lambda_{solo} = \frac{2\pi}{\beta}, \quad \beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (3.45)$$

3. Representação da onda de corrente injetada

Neste trabalho, a onda de corrente injetada é representada pela função exponencial, dada na equação (3.38), ou pela função de Heidler, dada na equação (3.39), em que t pode ser representado por um vetor que se inicia em 0 e termina em t_{final} (o valor de t_{final} é estipulado pelo usuário) com passo Δt . Para o cálculo do passo de tempo Δt , obtido através equação (3.40), é preciso informar a frequência máxima (frequência de Nyquist) do espectro de frequência da onda representativa da solicitação investigada. No caso de uma onda de corrente que representa uma descarga atmosférica, esse a faixa do espectro é, em geral, de 100 Hz a 2 MHz, pois é nessa faixa que os componentes de frequência da solicitação possuem amplitude considerável.

4. Para cada frequência simulada do espectro de frequência

O espectro de frequência se inicia em F_m/s e termina em F_m com passo F_m/s , em que s é o número de amostras, que equivale ao número de pontos usados para representar a onda de corrente injetada no domínio do tempo, isto é, s corresponde ao tamanho do vetor t definido no passo 3. A frequência de Nyquist (F_m), dada pela equação (3.40), e o número de amostras (s) estão diretamente ligados à precisão nos cálculos, isto é, quanto maior o número de amostras, maior a precisão e maior o tempo de cálculo.

Após fazer o levantamento do espectro de frequência, executa-se os sub-passos 4.1 ao 4.5 em sequência para cada frequência do espectro. Portanto, esses passos são repetidos s vezes. Os resultados obtidos durante esses passos são armazenados em vetores e , nos passos 5 e 6, esses resultados são apresentados graficamente.

a) **Cálculo dos parâmetros elétricos do solo, do coeficiente de propagação e do coeficiente de reflexão**

Os parâmetros elétricos do solo, condutividade (σ_s) e permissividade (ϵ_s), são calculados através da equação (2.37) para cada frequência simulada. O valor da permeabilidade magnética do solo (μ_s) é adotado constante e igual ao do vácuo, isto é, $\mu_s = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m. O coeficiente de propagação γ , dado na equação (2.1), e o coeficiente de reflexão Γ_r , dado na equação (2.24), variam com a frequência e com os parâmetros elétricos do solo.

b) **Cálculo das impedâncias transversais e longitudinais entre os segmentos**

As impedâncias transversal (Z_{Tij}) e longitudinal (Z_{Lij}) entre os segmentos i e j são calculadas pelas expressões (2.25) e (2.35), respectivamente. Portanto, para obter as matrizes de impedâncias transversal e longitudinal, $[Z_T]$ e $[Z_L]$, varia-se i de 1 até M e j de 1 até M , em que M é o número de segmentos. Porém, como o sistema físico que está sendo analisado é considerado linear, ele satisfaz as condições do teorema da reciprocidade, em que os campos eletromagnéticos não se alteram quando a posição da fonte de corrente é trocada com a posição de observação dos campos. Tal teorema se baseia na propriedade de simetria das matrizes $[Z_T]$ e $[Z_L]$. Por esta razão, não é necessário calcular todos os elementos das matrizes, já que essas são simétricas. Então para obter $[Z_T]$ e $[Z_L]$, faz-se i variar de 1 até M , j variar de i até M e iguala-se os elementos $Z_{Tij} = Z_{Tji}$ e $Z_{Lij} = Z_{Lji}$.

c) **Cálculo das matrizes admitância transversal e longitudinal**

A matriz admitância transversal $[Y_T]$ é obtida pela equação (2.20) e a matriz admitância longitudinal $[Y_L]$ é determinada pela equação (2.31).

d) **Cálculo da matriz admitância global**

Para eletrodos horizontais ou hastes verticais, a matriz admitância global ($[Y_{eq}]$) é definida com auxílio do algoritmo 3. Porém, antes de determinar essa matriz é preciso obter a matriz admitância transversal modificada ($[Y_{TM}]$) e a matriz admitância longitudinal modificada ($[Y_{LM}]$), que são obtidas nos algoritmos 1 e 2, respectivamente.

No caso de malhas retangulares, a matriz admitância global é obtida pela equação (3.33), sendo necessário definir antes as matrizes de conectividade

$[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$, que são determinadas em (3.26), (3.27), (3.28) e (3.29), respectivamente.

e) **Solução do sistema matricial global e cálculo das correntes transversais, das correntes longitudinais, dos potenciais médios e das quedas de tensão nos segmentos**

A solução do sistema matricial global consiste em obter o vetor de potenciais nodais ($[\Psi]$) do sistema de aterramento, isso é feito resolvendo a equação $[\Psi] = [Y_{eq}]^{-1} \cdot [I_e]$.

O cálculo dos vetores das correntes transversais ($[I_T]$) e longitudinais ($[I_L]$) a partir do vetor de potenciais nodais é feito de forma distinta para eletrodos isolados e para malhas. Para eletrodos isolados, utiliza-se as equações (3.7) e (3.8), respectivamente, para obter $[I_T]$ e $[I_L]$. Para malhas, calcula-se primeiramente os vetores de correntes longitudinais auxiliares (I_{l1} e I_{l2}), obtidos em (3.34) e (3.35), em seguida, determina-se os vetores $[I_T]$ e $[I_L]$ por meio das equações (3.36) e (3.37), respectivamente.

Os vetores dos potenciais médios ($[V]$) e das quedas de tensão ($[\Delta V]$) são determinados, respectivamente, pelas equações (3.5) e (3.6).

5. Obtenção de resultados no domínio da frequência

Os resultados que podem ser obtidos no domínio da frequência são:

- Impedância de aterramento, dada na equação (3.41);
- Distribuição de potenciais e campo elétrico ao longo da malha de aterramento e no nível do solo; e
- Distribuição das correntes transversais e longitudinais no aterramento.

6. Obtenção de resultados no domínio do tempo

Para obter resultados no domínio do tempo é necessário um algoritmo de transformação frequência \times tempo. O algoritmo utilizado neste trabalho foi o IFFT (do inglês *Inverse Fast Fourier Transform*), que aplica a transformada inversa de Fourier para determinar a resposta no domínio do tempo a partir da resposta no domínio da frequência.

No domínio do tempo podem ser obtidos os seguintes resultados:

- Potencial transitório resultante no ponto de injeção de ondas genéricas de corrente, dada na equação (3.42);
- Impedância impulsiva, dada na equação (3.43);
- Coeficiente impulsivo, dado na equação (3.44);

- Comprimento efetivo; e
- Potenciais e campo elétrico no nível do solo.

4 Estudos de casos

4.1 Introdução

O comportamento de um sistema de aterramento está diretamente associado às inúmeras variáveis envolvidas no processo de interação do aterramento com o meio. As variáveis de projeto de maior relevância dentro do processo de dissipação da corrente elétrica para o solo são aquelas que influenciam diretamente no desempenho do sistema enterrado frente a diversas solicitações. Tais variáveis são: os parâmetros do solo, geometria e configuração dos eletrodos, as características aleatórias e imprevisíveis do surto (magnitude e forma de onda) e a profundidade do aterramento. Deste modo, a variação dessas grandezas conduz a diferentes respostas do aterramento. Nesse sentido, é de fundamental importância um estudo aprofundado que analise a influência das variáveis e projeto no comportamento do sistema de aterramento. A partir dessa análise, é possível examinar a sensibilidade da resposta do aterramento quando as grandezas descritas anteriormente são alteradas.

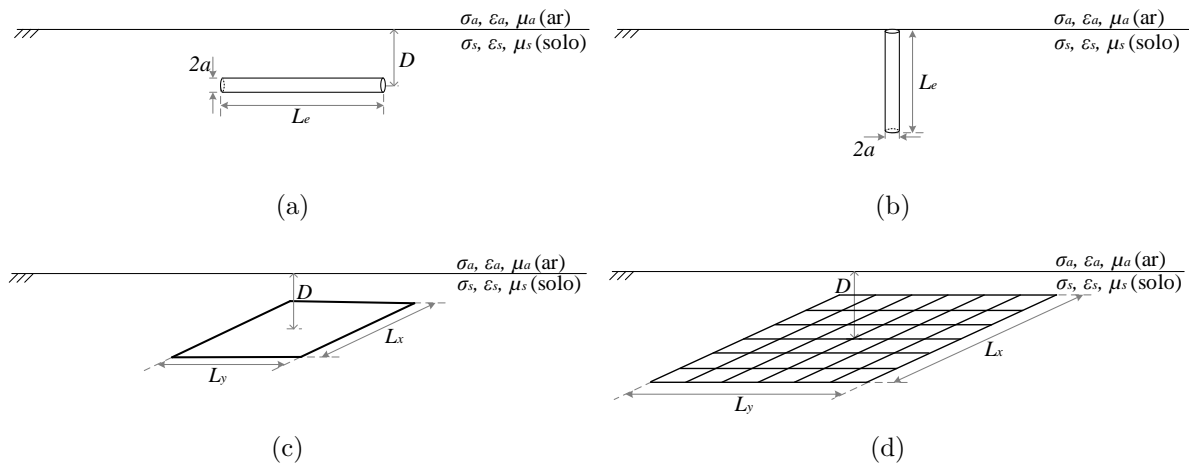
Um requisito essencial na realização do estudo em questão é a existência de um modelo matemático fisicamente consistente. O modelo proposto nos Capítulos 2 e 3 apresenta características adequadas no que concerne à sua implementação computacional para a análise de desempenho do aterramento.

Neste trabalho desenvolveu-se um programa computacional seguindo os procedimentos descritos na seção 3.7. A ferramenta computacional fornece respostas objetivas no domínio do tempo e da frequência para o comportamento do aterramento em condições estabelecidas (de configuração, de meio e de ocorrência) e também realiza uma análise de sensibilidade das variáveis envolvidas no projeto de um aterramento com relação ao seu desempenho.

Os resultados descritos neste capítulo estão divididos em três seções. A seção 4.2 apresenta os resultados da análise de sensibilidade do aterramento. Nesta seção, os resultados são apresentados no domínio da frequência ou do tempo. No domínio da frequência, obtém-se a impedância de aterramento. No domínio do tempo, os resultados obtidos são: resposta impulsiva, impedância impulsiva e comprimento efetivo. Tais resultados têm a finalidade de mostrar a sensibilidade do aterramento quando varia-se algum parâmetro, como, por exemplo, o comprimento do segmento, o comprimento do eletrodo e a resistividade e quando se considera a dependência dos parâmetros do solo variáveis com a frequência. Na seção 4.3 são apresentados os resultados nos domínios da frequência e do tempo que comparam diferentes configurações de eletrodo. A seção 4.4 apresenta um estudo comparativo com outros trabalhos da literatura.

As configurações dos eletrodos de aterramento que são analisadas nas três seções a seguir são ilustradas na Figura 4.1, que são: eletrodo horizontal (Figura 4.1(a)), haste vertical (Figura 4.1(b)), malha quadrada com apenas um reticulado (Figura 4.1(c)) e malha quadrada com seis reticulados (Figura 4.1(d)).

Figura 4.1 – Configurações de aterramento simuladas: (a) eletrodo horizontal, (b) haste vertical, (c) malha quadrada com apenas um reticulado e (d) malha quadrada com seis reticulados.



4.2 Resultados e análise de sensibilidade

Esta seção apresenta os resultados da análise de sensibilidade do sistema de aterramento obtidos através da variação de diversos parâmetros, que são avaliados no domínio da frequência e no domínio do tempo.

4.2.1 Impedância de aterramento no domínio da frequência

Nesta subseção é feita uma análise de sensibilidade do aterramento em que avalia-se a impedância de aterramento ao longo do espectro de frequência característico de uma descarga atmosférica variando-se alguns parâmetros, são eles: comprimento do segmento, comprimento do eletrodo, resistividade e profundidade. A variação desses parâmetros é observada em eletrodos horizontais e hastes verticais, considerando-se, em alguns casos, os parâmetros do solo constantes e, em outros casos, variáveis. Por meio dessa análise é possível visualizar os efeitos de propagação e as características condutivas, capacitivas e indutivas do aterramento ao longo do espectro de frequência.

CASO 1: A influência da subdivisão do eletrodo sobre a precisão dos resultados

Condições do estudo:

- tipo de configuração: eletrodo horizontal (CASO 1A) e haste vertical (CASO 1B);
- profundidade do aterramento: $D = 0,5$ m (CASO 1A) e $D = 0$ m (CASO 1B);
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- comprimento do eletrodo: $L_e = 10$ m;
- comprimentos do segmento: $\ell = 0,035$ m, $\ell = 0,07$ m, $\ell = 1$ m, $\ell \cong 2,2$ m e $\ell \cong 4,4$ m.

A determinação do comprimento de cada segmento (ℓ) em que o aterramento é particionado está diretamente relacionada com a precisão dos cálculos e com o tempo computacional. Quanto a precisão, a resposta alcançada para o comportamento do aterramento é tão mais exata quanto menor for a dimensão do segmento. Em termos de economia do esforço de cálculo e redução do tempo de processamento computacional, é interessante que o comprimento ℓ seja o maior possível para diminuir o número de segmentos e, conseqüentemente, reduzir o tamanho das matrizes (VISACRO, 1992).

Para garantir a precisão dos cálculos, o comprimento ℓ deve atender as condições impostas no item 2 da seção 3.7, em que o comprimento ℓ adotado deve ser no mínimo cinco vezes maior que o raio do eletrodo e no máximo igual a um décimo do comprimento de onda no solo (λ_{solo}) para a frequência mais elevada. O cálculo do comprimento de onda no solo λ_{solo} é feito por meio da equação (3.45) para a frequência mais elevada do espectro, que neste caso é de 2 MHz.

Assim, para um eletrodo de raio igual a 7 mm, o comprimento ℓ deve estar entre o intervalo de 0,035 m até, aproximadamente, 4,4 m. Entretanto, esse intervalo é amplo e, dependendo do comprimento total do eletrodo, os resultados podem ser inconsistentes. Então é necessário escolher corretamente tal comprimento para que os resultados sejam satisfatórios. Essa escolha foi feita através da análise das simulações da impedância de aterramento para um eletrodo horizontal e uma haste vertical para diferentes valores do comprimento do segmento.

CASO 1A: Análise da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal para diferentes comprimentos do segmento.

Este caso tem a finalidade de investigar a sensibilidade de um eletrodo horizontal, ilustrado na Figura 4.1(a), para diferentes comprimentos de segmento, com objetivo de obter o comprimento ℓ que forneça resultados precisos sem demandar muito tempo de processamento.

Como informado anteriormente, este estudo foi feito para um eletrodo horizontal de 7 mm de raio e 10 m de comprimento. Escolheu-se cinco valores de ℓ diferentes com base nos limites descritos no item 2 da seção 3.7, são eles: $\ell = 5a = 0,035$ m, $\ell = 10a = 0,07$ m, $\ell = 1$ m, $\ell = \lambda_{solo}/20 \cong 2,2$ m e $\ell = \lambda_{solo}/10 \cong 4,4$ m.

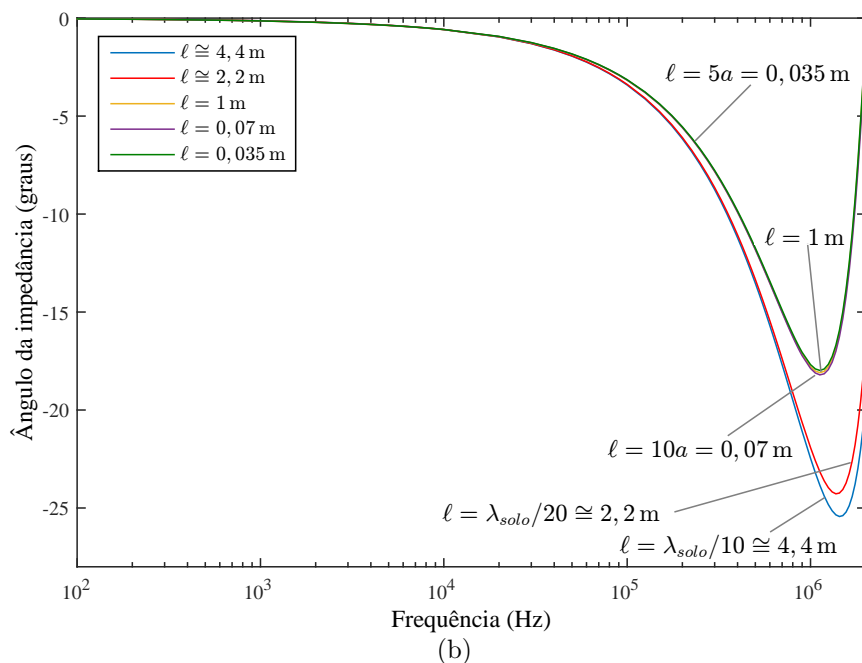
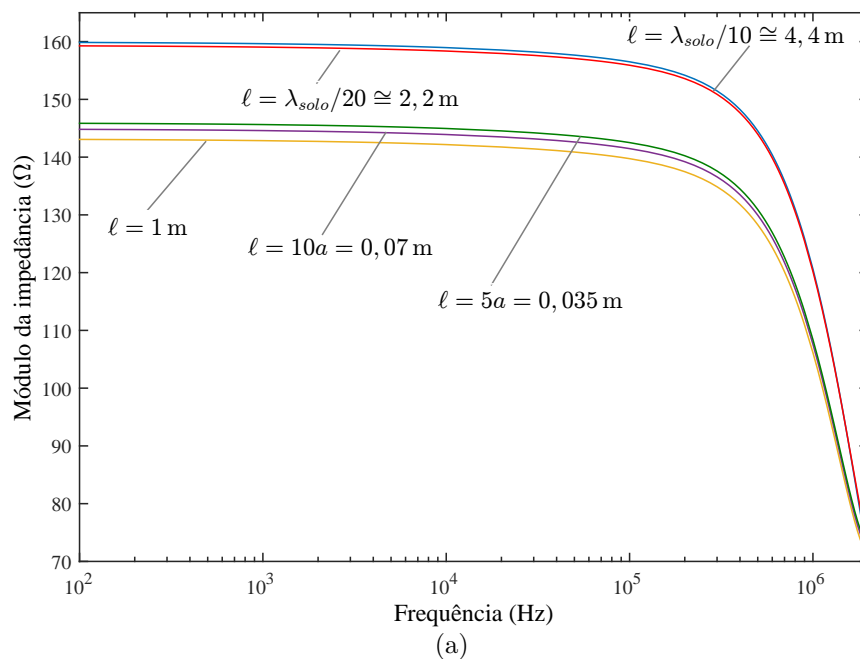
Os valores adotados para o comprimento do segmento têm o objetivo de contemplar eletrodos com número de segmentos reduzido até eletrodos com muitos segmentos. Para $\ell = 0,035$ m, tem-se 285 segmentos, para $\ell = 0,07$ m, tem-se 142 segmentos, para $\ell = 1$ m, tem-se 10 segmentos, para $\ell \cong 2,2$ m, tem-se 4 segmentos e para $\ell \cong 4,4$ m, tem-se 2 segmentos.

A Figura 4.2 apresenta o módulo e a fase da impedância de aterramento *versus* a frequência para os cinco valores de ℓ . Para os comprimentos $\ell = 0,035$ m e $\ell = 0,07$ m, o tempo computacional foi em torno de 4 horas, enquanto que para os outros comprimentos, o tempo de simulação foi em questão de minutos. Nota-se que o formato das curvas são semelhantes, porém, os módulos da impedância, ilustrado na Figura 4.2(a), para os comprimentos $\ell \cong 2,2$ m e $\ell \cong 4,4$ m são maiores, já os módulos da impedância para os comprimentos $\ell = 0,035$ m, $\ell = 0,07$ m e $\ell = 1$ m são bem próximos.

Na Figura 4.2(b) é possível visualizar que, para baixas frequências, a fase de todas as curvas é aproximadamente zero, como era esperado. Em altas frequências, as curvas para $\ell \cong 2,2$ m e $\ell \cong 4,4$ m apresentam fases menores que as curvas para $\ell = 0,035$ m, $\ell = 0,07$ m e $\ell = 1$ m, que estão praticamente sobrepostas.

Conforme (VISACRO, 1992), não há sentido em se investir demasiadamente em exatidão, sendo razoável a tolerância de erros da ordem de 5% nos cálculos, em função das incertezas associadas às grandezas envolvidas nos cálculos nos casos de aplicação concreta. Para avaliar os erros entre os diferentes comprimentos do segmento, gerou-se a Tabela 3, que mostra as impedâncias obtidas para as subdivisões testadas em duas frequências distintas, 100 Hz (baixa frequência) e 1 MHz (alta frequência). Verifica-se que os erros do módulo da impedância para os comprimentos $\ell = 0,07$ m e $\ell = 1$ m foram menores que 2% em relação ao módulo da impedância de aterramento para o menor comprimento ($\ell = 0,035$ m), tanto para baixa quanto para alta frequência. Já para os comprimentos maiores ($\ell \cong 2,2$ m e $\ell \cong 4,4$ m), os erros estiveram entre 9% e 11%.

Figura 4.2 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal de 10 m em função da frequência para diferentes subdivisões em um solo de resistividade constante e igual a $1000 \Omega\text{m}$.



Então, com o intuito de conciliar exatidão com economia em tempo de processamento, adotou-se $\ell = 1 \text{ m}$, pois os erros de tal comprimento são bastante reduzidos e a dimensão das matrizes também são reduzidas.

Tabela 3 – Impedância de aterramento de um eletrodo horizontal de 10 m em baixa frequência (100 Hz) e em alta frequência (1 MHz) para diferentes subdivisões.

Comprimento do segmento (ℓ)	Impedância em baixa frequência (100 Hz)	Impedância em alta frequência (1 MHz)
4,4 m	159,9 / $\underline{-0,04^\circ}$ Ω	120,6 / $\underline{-22,5^\circ}$ Ω
2,2 m	159,3 / $\underline{-0,04^\circ}$ Ω	120,2 / $\underline{-21,9^\circ}$ Ω
1 m	143,1 / $\underline{-0,04^\circ}$ Ω	106,1 / $\underline{-17,8^\circ}$ Ω
0,07 m	144,8 / $\underline{-0,04^\circ}$ Ω	107,6 / $\underline{-17,9^\circ}$ Ω
0,035 m	145,9 / $\underline{-0,04^\circ}$ Ω	108,4 / $\underline{-17,7^\circ}$ Ω

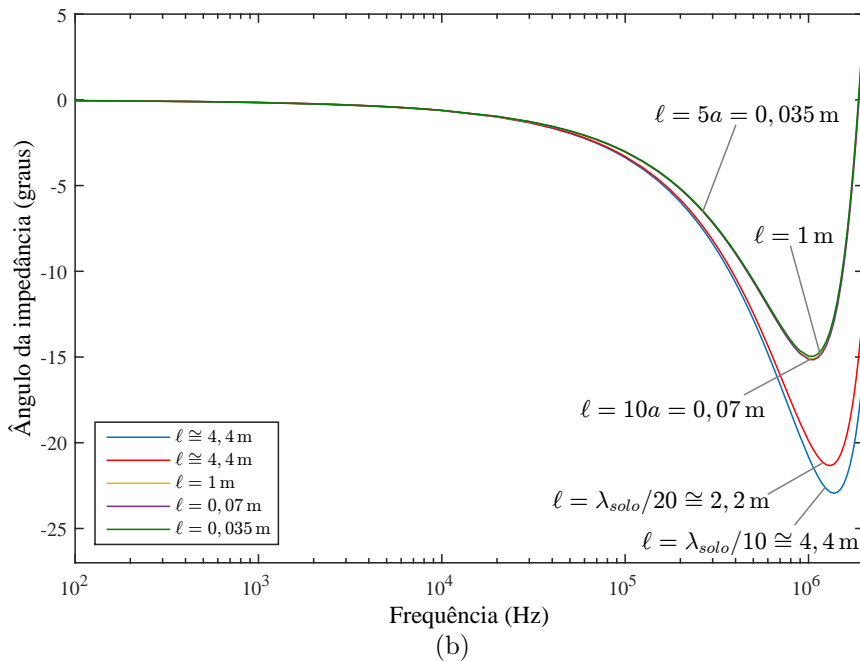
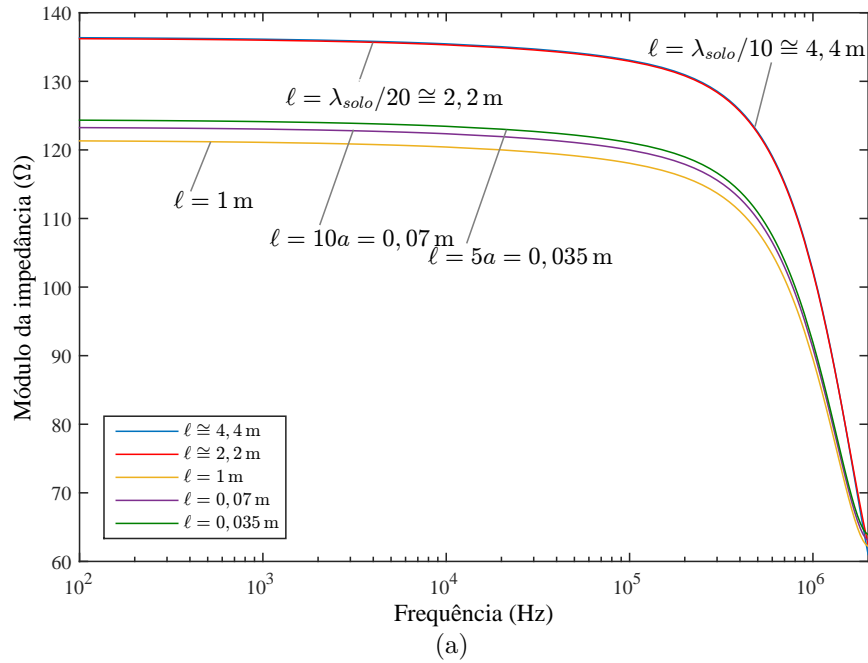
CASO 1B: Análise da impedância de aterramento de uma haste vertical para diferentes comprimentos do segmento.

Assim como no CASO 1A, o atual caso tem como finalidade investigar a sensibilidade do aterramento para diferentes subdivisões. Entretanto, neste caso é avaliada a sensibilidade de uma haste vertical, mostrada na Figura 4.1(b), para que seja possível encontrar um comprimento ℓ que apresente resultados satisfatórios, mas que não necessite de grande esforço computacional.

Como apresentado nas condições de estudo, a haste da Figura 4.1(b) tem 7 mm de raio e 10 m de comprimento. Os valores escolhidos para ℓ e os respectivos número de segmentos (M) nas simulações são os mesmos utilizados no CASO 1A. Logo, a dimensão das matrizes são iguais ao do caso anterior, conseqüentemente, o tempo de simulação para cada comprimento do segmento também é igual.

A Figura 4.3 e a Tabela 4 apresentam os resultados obtidos para cada comprimento ℓ . Nas Figuras 4.3(a) e Figura 4.3(b) é possível visualizar, respectivamente, os módulos e os ângulos das impedâncias da haste vertical para cinco subdivisões diferentes. A Tabela 4 mostra as impedâncias em 100 Hz e 1 MHz. Nessa tabela, pode ser estabelecida uma avaliação dos erros cometidos no cálculo do módulo da impedância de aterramento para uma determinada segmentação na haste analisada comparado com a maior segmentação ($\ell = 0,035$ m). Verifica-se que os erros para os comprimentos $\ell = 0,07$ m e $\ell = 1$ m foram abaixo de 3% e para os comprimentos $\ell \cong 2,2$ m e $\ell \cong 4,4$ m os erros foram maiores que 9%.

Figura 4.3 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical de 10 m em função da frequência para diferentes subdivisões em um solo de resistividade constante e igual a $1000 \Omega\text{m}$.



Do mesmo modo que no caso do eletrodo horizontal, as subdivisões para $\ell = 1 \text{ m}$ apresentaram resultados satisfatórios sem exigir um grande esforço computacional para simular a impedância de aterramento da haste vertical. Portanto, o valor do comprimento do segmento utilizado nas simulações a seguir é de 1 m.

Tabela 4 – Impedância de aterramento de uma haste vertical de 10 m em baixa frequência (100 Hz) e em alta frequência (1 MHz) para diferentes subdivisões.

Comprimento do segmento (ℓ)	Impedância em baixa frequência (100 Hz)	Impedância em alta frequência (1 MHz)
4,4 m	$136,4 \angle -0,04^\circ \Omega$	$102,4 \angle -20,8^\circ \Omega$
2,2 m	$136,2 \angle -0,04^\circ \Omega$	$102,2 \angle -19,9^\circ \Omega$
1 m	$121,3 \angle -0,05^\circ \Omega$	$89,54 \angle -15,1^\circ \Omega$
0,07 m	$123,3 \angle -0,05^\circ \Omega$	$91,08 \angle -15,1^\circ \Omega$
0,035 m	$124,3 \angle -0,05^\circ \Omega$	$91,93 \angle -15,0^\circ \Omega$

Ao analisar o módulo das impedâncias do eletrodo horizontal e da haste vertical por meio das Figuras 4.2 e 4.3 e das Tabelas 3 e 4, percebe-se que o valor da impedância de aterramento da haste vertical é menor em relação ao valor da impedância de aterramento do eletrodo horizontal. O valor do módulo da impedância de aterramento para a haste vertical é 85 % do valor do módulo para o eletrodo horizontal em todo o espectro analisado, portanto a haste vertical é mais efetiva em função da configuração do campo no solo.

CASO 2: A variação da impedância com a frequência para diferentes valores de resistividade do solo

Condições do estudo:

- tipo de configuração: eletrodo horizontal (CASO 2A) e haste vertical (CASO 2B);
- profundidade do aterramento: $D = 0,5$ m (CASO 2A) e $D = 0$ m (CASO 2B);
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividades do solo, supostas independentes da frequência: $\rho_s = 100 \Omega\text{m}$, $\rho_s = 500 \Omega\text{m}$, $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$, $\rho_s = 2000 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- comprimento do eletrodo: $L_e = 30$ m.

O CASO 2 tem como finalidade analisar o gráfico da impedância de aterramento, discutindo o comportamento da resposta em baixas e altas frequências. Esse caso também

tem o objetivo de avaliar a resposta do aterramento em diferentes solos, desde aqueles com baixas resistividades até aqueles com resistividades mais elevadas. O estudo é feito, inicialmente, em um eletrodo horizontal e, em seguida, em uma haste vertical, supondo os parâmetros elétricos do solo constantes.

CASO 2A: Análise da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal para diferentes valores de resistividade.

Este caso tem como finalidade avaliar a sensibilidade de um eletrodo horizontal, ilustrado na Figura 4.1(a), inserido em solos com diferentes valores de resistividade.

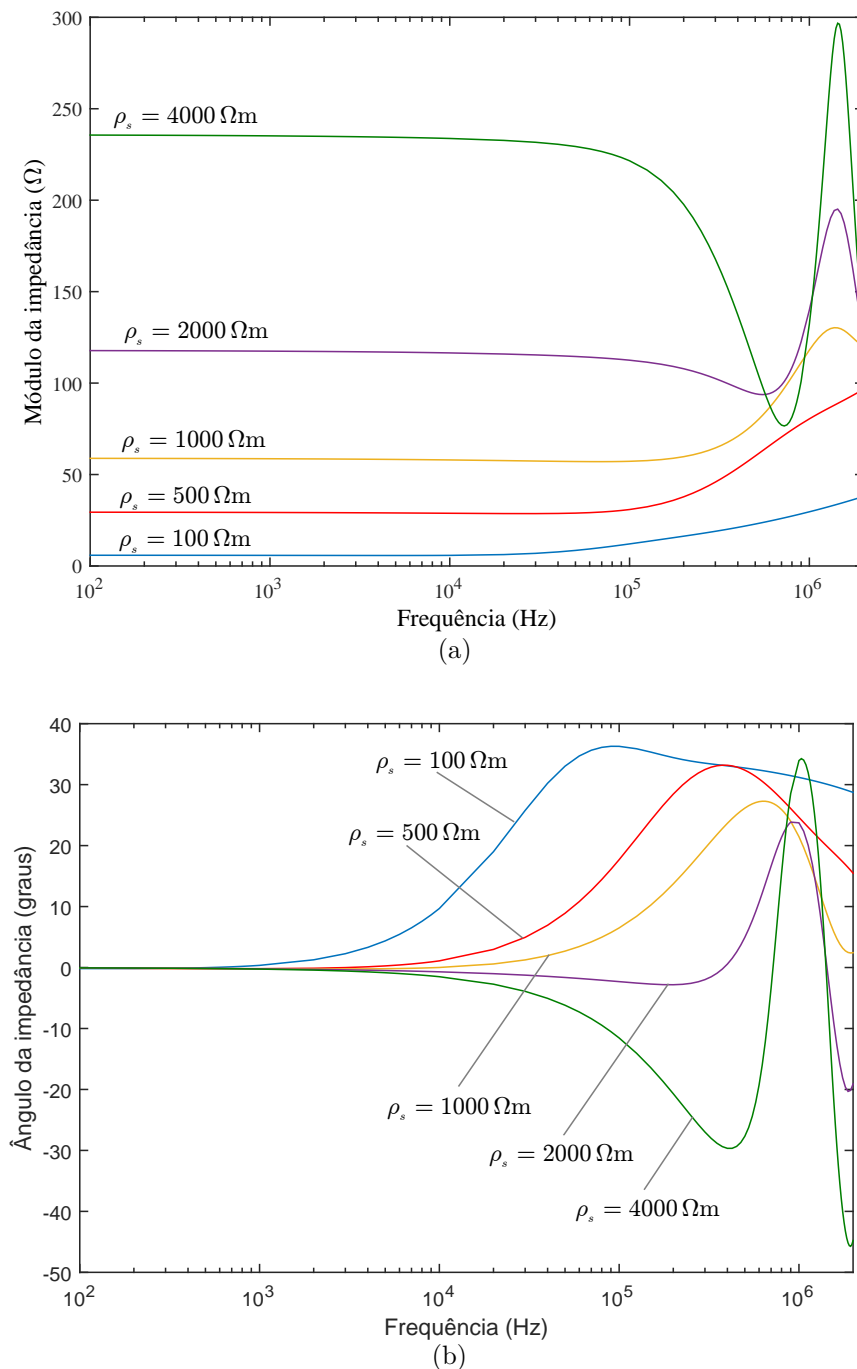
Antes de avaliar a influência da resistividade do solo, é feita uma análise da curva da impedância de aterramento ao longo do espectro de frequência. Como exemplo, são estudadas as curvas de módulo e fase, ilustradas nas Figuras 4.4(a) e 4.4(b), respectivamente, da impedância de aterramento para $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$. Conforme se pode observar nessas Figuras, há duas regiões distintas que caracterizam a resposta do aterramento, uma está associada a frequências mais baixas e a outra está associada a frequências mais elevadas. Não há uma frequência exata capaz de definir a transição de baixas frequências para altas frequências. Porém, a partir do gráfico da Figura em questão, assume-se que a transição ocorre em torno de 10 kHz.

Para frequências mais baixas, o módulo da impedância é constante e o ângulo de fase é próximo de zero. Em vista disso, o sistema pode ser representado por uma resistência de aterramento. Tal fato pode ser explicado a partir da substituição do eletrodo por um segmento de linha constituído por elementos RLC (impedância indutiva em série com a impedância equivalente do paralelo entre a impedância resistiva e a impedância capacitiva). Em baixas frequências, a reatância indutiva, obtida por meio da equação $X_L = \omega L$, é muito pequena e a reatância capacitiva, dada por $X_C = 1/(\omega C)$, é muito elevada. Desse modo, impedância indutiva em série não exerce influência significativa na propagação longitudinal da onda e a corrente através da impedância capacitiva é muito pequena. Portanto, os efeitos de propagação são predominantemente condutivos, tais efeitos estão ligados à densidade de corrente de condução ($\vec{J}_C = \sigma \vec{E}_V$) que percorre a resistência paralela (condutância).

Já em altas frequências, fica evidente a presença dos efeitos reativos na impedância de aterramento, uma vez que os valores do módulo e do ângulo da impedância diferem consideravelmente dos valores obtidos em baixas frequências. Observa-se que no espectro superior de frequência para $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$, os efeitos reativos ora são capacitivos ora são indutivos. Em um primeiro momento predomina-se o efeito capacitivo, pois o módulo da impedância reduz e a fase apresenta ângulos negativos. Os efeitos capacitivos estão

associados à densidade de corrente de deslocamento ($\vec{J}_D = j\omega\varepsilon\vec{E}_V$). Nessa região do espectro, os efeitos capacitivos são significativos até, aproximadamente, 700 kHz, a partir dessa frequência os efeitos indutivos são preponderantes, pois há o aumento no valor do módulo da impedância e os ângulos passam a ser positivos. Os efeitos indutivos estão relacionados ao campo elétrico \vec{E}_A .

Figura 4.4 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma eletrodo horizontal de 30 m em função da frequência para diferentes valores de resistividade considerando os parâmetros do solo constantes.



A partir dos gráficos das Figuras 4.4(a) e 4.4(b), observa-se que a representação do aterramento por apenas uma resistência não é válida quando aquele está sujeito a fenômenos impulsivos, sendo válida apenas para fenômenos de baixa frequência, tal como curtos-circuitos.

Na análise da sensibilidade do aterramento para diferentes resistividades, nota-se que, na região de frequências mais baixas do gráfico da Figura 4.4(a), o módulo da impedância aumenta praticamente na mesma proporção em que a resistividade aumenta. Por exemplo, o módulo da impedância em baixas frequências para $\rho_s = 500 \Omega\text{m}$ é $29,41 \Omega$, dobrando a resistividade ($\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$) o módulo da impedância passa a ser $58,85 \Omega$.

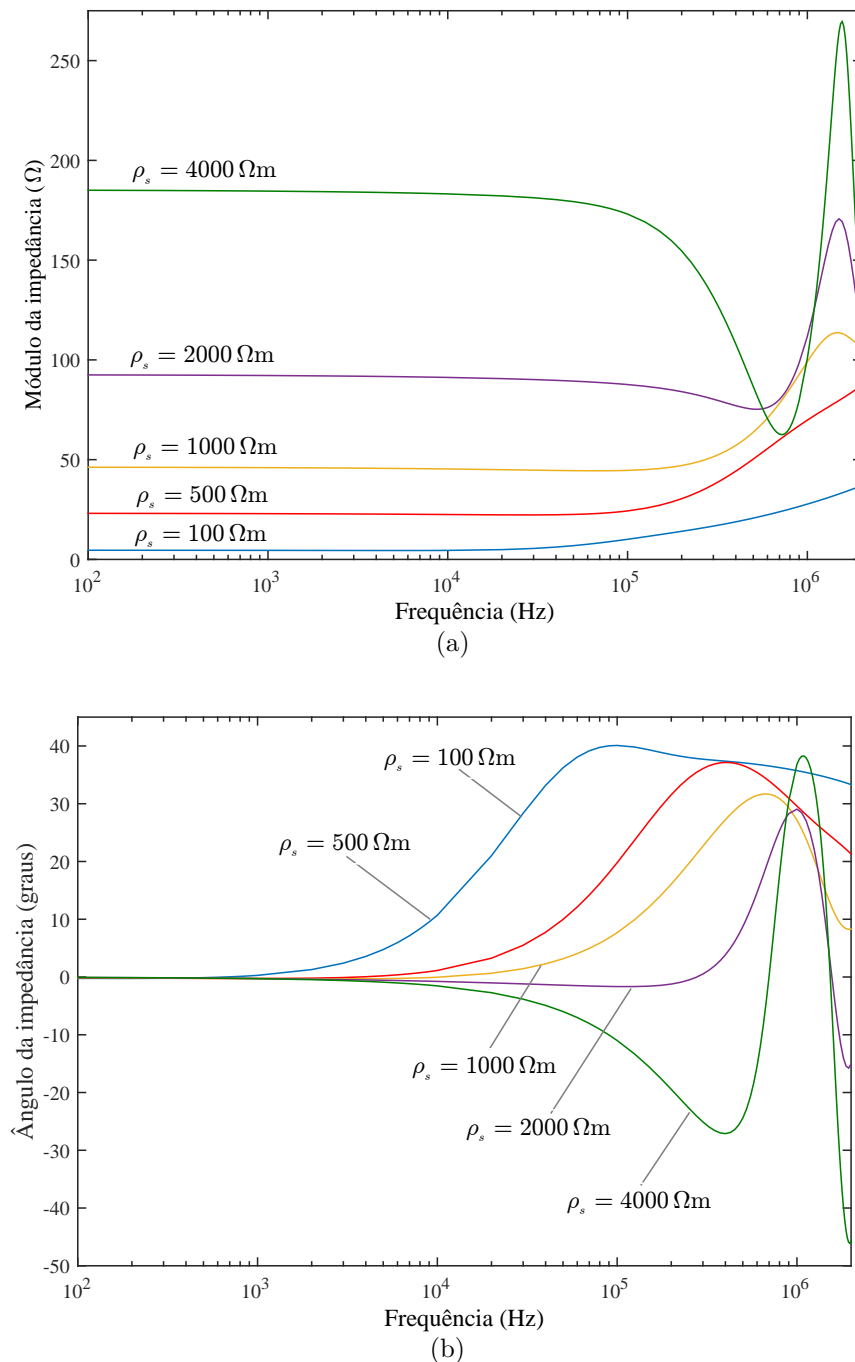
No espectro superior de frequência para o eletrodo inserido em um solo de alta resistividade ($\rho_s = 2000 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$), fica evidente o predomínio dos efeitos capacitivos dentro de certa faixa de frequência. Isso ocorre pois nessa região do espectro, a densidade de corrente de deslocamento ($\vec{J}_D = j\omega\varepsilon\vec{E}_V$) torna-se cada vez maior se comparada à densidade de corrente de condução ($\vec{J}_C = \sigma\vec{E}_V$), uma vez que esses solos possuem baixa condutividade, com isso os efeitos relacionados à densidade de corrente transversal ($\vec{J}_T = \vec{J}_D + \vec{J}_C$) são dominados por \vec{J}_D . Por outro lado, a partir de determinada frequência nota-se o aumento das características indutivas no aterramento.

Para solos com resistividades mais baixas ($\rho_s = 100 \Omega\text{m}$, $\rho_s = 500 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$), de forma contrária, a densidade de corrente de condução \vec{J}_C é dominante se comparada à densidade \vec{J}_D , pois a densidade de corrente transversal não sofre influência significativa da frequência. Portanto, os efeitos indutivos predominam na resposta do aterramento nos solos de menores valores de resistividade.

CASO 2B: Análise da impedância de aterramento de uma haste vertical para diferentes valores de resistividade.

O caso atual também tem o objetivo de avaliar a resposta do aterramento no domínio da frequência para diferentes valores de resistividade, porém para outro tipo de configuração: a haste vertical mostrada na Figura 4.1(b). Para tanto, foram elaborados os gráficos do módulo e da fase da impedância de aterramento, que são apresentados na Figura 4.5.

Figura 4.5 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical de 30 m em função da frequência para diferentes valores de resistividade considerando os parâmetros do solo constantes.



Conforme se pode observar, as curvas do módulo (Figura 4.5(a)) e do ângulo (Figura 4.5(b)) das impedâncias de aterramento para haste são bem próximas das curvas obtidas no CASO 2A para eletrodo horizontal. Isso quer dizer que, as ponderações descritas no CASO 2A são válidas para este caso. Então, percebe-se que o módulo da impedância é proporcional à resistividade. Para solos com resistividade mais baixas ($\rho_s = 100 \Omega\text{m}$,

$\rho_s = 500 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$), prevalecem as características indutivas no espectro superior de frequência para a faixa analisada. Em solos de alta resistividade ($\rho_s = 2000 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$), primeiramente há a dominância do efeito capacitivo e, em seguida, o crescimento do efeito indutivo na resposta do aterramento.

Todavia, a haste vertical é mais efetiva em relação à impedância de aterramento, pois neste caso há uma redução nos valores do módulo da impedância em toda faixa do espectro comparados aos do eletrodo horizontal.

CASO 3: A variação da impedância com a frequência para diferentes valores de comprimento do eletrodo.

Condições do estudo:

- tipo de configuração: eletrodo horizontal (CASO 3A) e haste vertical (CASO 3B);
- profundidade do aterramento: $D = 0,5 \text{ m}$ (CASO 3A) e $D = 0 \text{ m}$ (CASO 3B);
- raio do eletrodo: $a = 7 \text{ mm}$;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- comprimentos do eletrodo: $L_e = 5 \text{ m}$, $L_e = 15 \text{ m}$, $L_e = 30 \text{ m}$ e $L_e = 90 \text{ m}$.

A impedância de aterramento, definida no domínio da frequência, depende apenas das características eletromagnéticas do meio e da geometria do aterramento. Dentre as características eletromagnéticas, a resistividade do solo é a que mais influencia na sensibilidade da resposta do aterramento. Dentre os parâmetros que definem a geometria, aquele que tem maior influência na impedância é o comprimento do eletrodo.

Então como já foi feito o estudo sobre a sensibilidade do aterramento para a variação da resistividade para dois tipos de configuração, eletrodo horizontal e haste vertical, neste caso é realizada a análise da impedância de aterramento para essas configurações, considerando diversos comprimentos de eletrodos, definidos nas condições de estudo, sob um solo de $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.

CASO 3A: Análise da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal para diferentes valores de comprimento do eletrodo.

Este caso apresenta a análise da impedância de aterramento do eletrodo horizontal, ilustrado na Figura 4.1(a), no domínio da frequência para diferentes comprimentos do eletrodo inseridos em um solo de $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.

A Figura 4.6 ilustra o gráfico do módulo (Figura 4.6(a)) e da fase (Figura 4.6(b)) da impedância de aterramento para um eletrodo horizontal enterrado a 0,5 m de profundidade para valores fixos de resistividade ($\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$) e permissividade ($\epsilon_r = 10$). Por meio da figura em questão é possível analisar a sensibilidade do aterramento para diferentes valores de comprimento do eletrodo.

Conforme o esperado, na região de baixas frequências, à medida que o comprimento aumenta, o módulo da impedância reduz. Todavia, a partir de determinado comprimento, não há diminuição significativa no módulo. O comprimento em questão é denominado comprimento efetivo e sua definição é discutida no CASO 9.

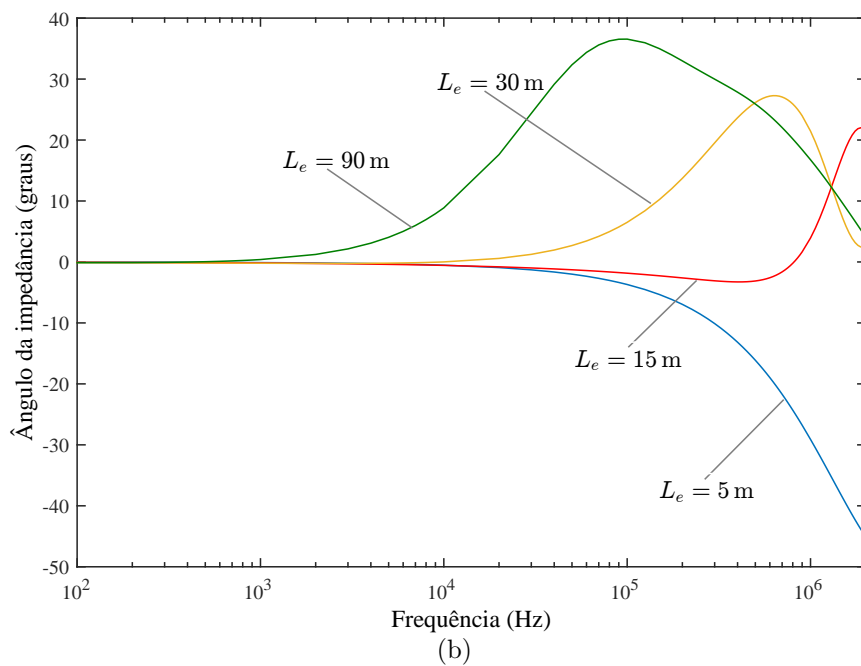
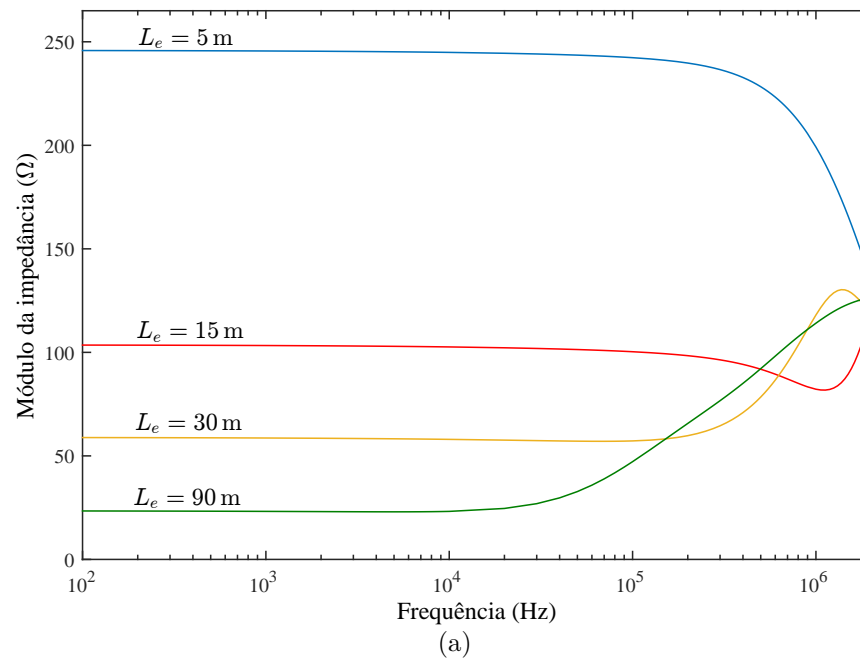
Na faixa superior do espectro da Figura 4.6, observa-se que os eletrodos de comprimentos maiores ($L_e = 30 \text{ m}$ e $L_e = 90 \text{ m}$) apresentam características indutivas, pois há o aumento do módulo da impedância e os ângulos se tornam positivos. Isso ocorre nos eletrodos de maior comprimento pelo fato de que a corrente que dispersa é melhor distribuída ao longo do condutor, com isso, há o predomínio dos efeitos longitudinais.

Como o eletrodo de 5 m tem comprimento reduzido, a distribuição longitudinal da corrente é inferior quando comparada com eletrodos maiores. Os efeitos transversais possuem maior relevância em frequências mais elevadas, logo, as características capacitivas são preponderantes, acarretando na diminuição do módulo da impedância e o ângulo assume valores negativos.

A resposta do aterramento em altas frequências para o outro eletrodo de menor comprimento ($L_e = 15 \text{ m}$) também apresenta, inicialmente, características capacitivas, devido a relevância da densidade de corrente transversal. Porém, essas características são significativas apenas em uma determinada faixa de frequência, a partir da qual as características indutivas são dominantes.

Pela Figura 4.6 pode-se realizar uma análise geral da impedância de aterramento quando varia-se o comprimento do eletrodo. Conforme se pode observar, comprimentos menores apresentam características capacitivas e à medida que os comprimentos aumentam, há o crescimento das características indutivas até que para determinado comprimento prevalece apenas as características indutivas.

Figura 4.6 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de um eletrodo horizontal em função da frequência para diferentes valores de comprimento do eletrodo em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.



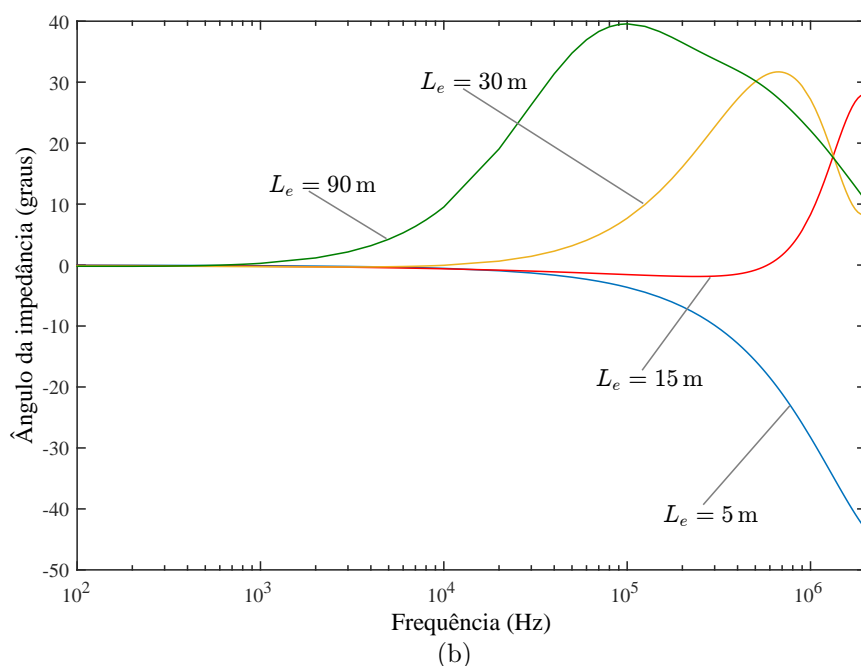
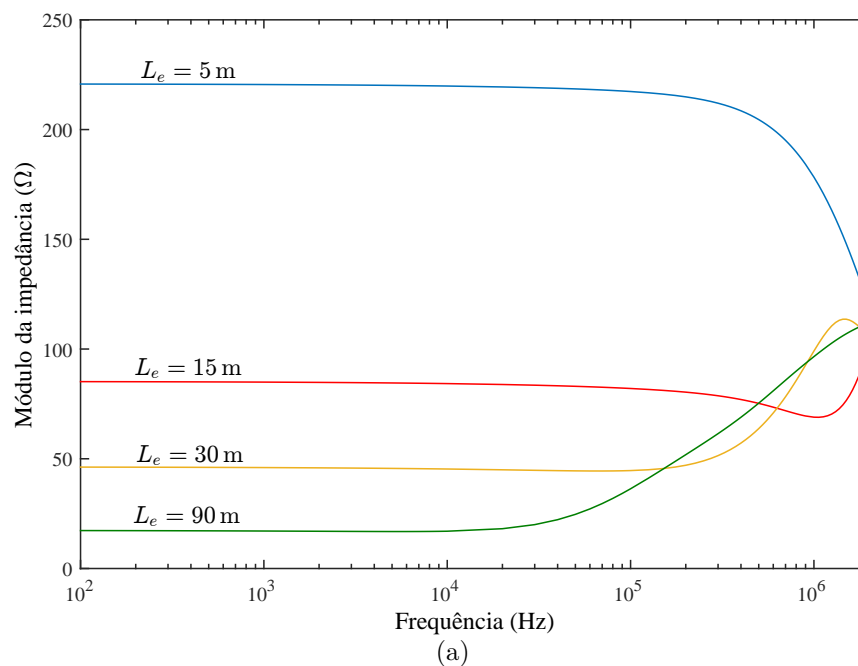
CASO 3B: Análise da impedância de aterramento de uma haste vertical para diferentes valores de comprimento do eletrodo.

O estudo realizado no CASO 3B tem o intuito de avaliar o aterramento para diferentes comprimentos da haste vertical, ilustrada na Figura 4.1(b), inserida em um solo

de resistividade constante e igual a $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$ ($\rho_s = 1/\sigma_s$).

As curvas do módulo (4.7(a)) e da fase (4.7(b)) da impedância de aterramento *versus* frequência da Figura 4.7 possuem mesmo formato que as curvas da Figura 4.6 para o estudo do eletrodo horizontal (CASO 3A).

Figura 4.7 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical em função da frequência para diferentes valores de comprimento do eletrodo em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.



A vantagem da haste vertical é que essa apresenta uma redução entre 10,2%

(para a haste de menor comprimento) e 26,1% (para a haste de maior comprimento) do módulo da impedância em relação ao eletrodo horizontal. O módulo da impedância também diminui com o aumento do comprimento do eletrodo.

A resposta do aterramento apresenta comportamento indutivo e capacitivo em frequências elevadas. O efeito capacitivo é dominante em eletrodos de menor comprimento, à medida que o comprimento aumenta há o surgimento do efeito indutivo, como já foi discutido no CASO 3A.

CASO 4: A variação da impedância com a frequência para diferentes valores de resistividade do solo, considerando os parâmetros do solo dependentes da frequência

Condições do estudo:

- tipo de configuração: haste vertical;
- profundidade do aterramento: $D = 0$ m;
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividades do solo em baixa frequência (100 Hz): $\rho_0 = 100 \Omega\text{m}$, $\rho_0 = 500 \Omega\text{m}$, $\rho_0 = 1000 \Omega\text{m}$, $\rho_0 = 2000 \Omega\text{m}$ e $\rho_0 = 4000 \Omega\text{m}$;
- permissividade do solo, admitida variável com a frequência;
- comprimento do eletrodo: $L_e = 30$ m.

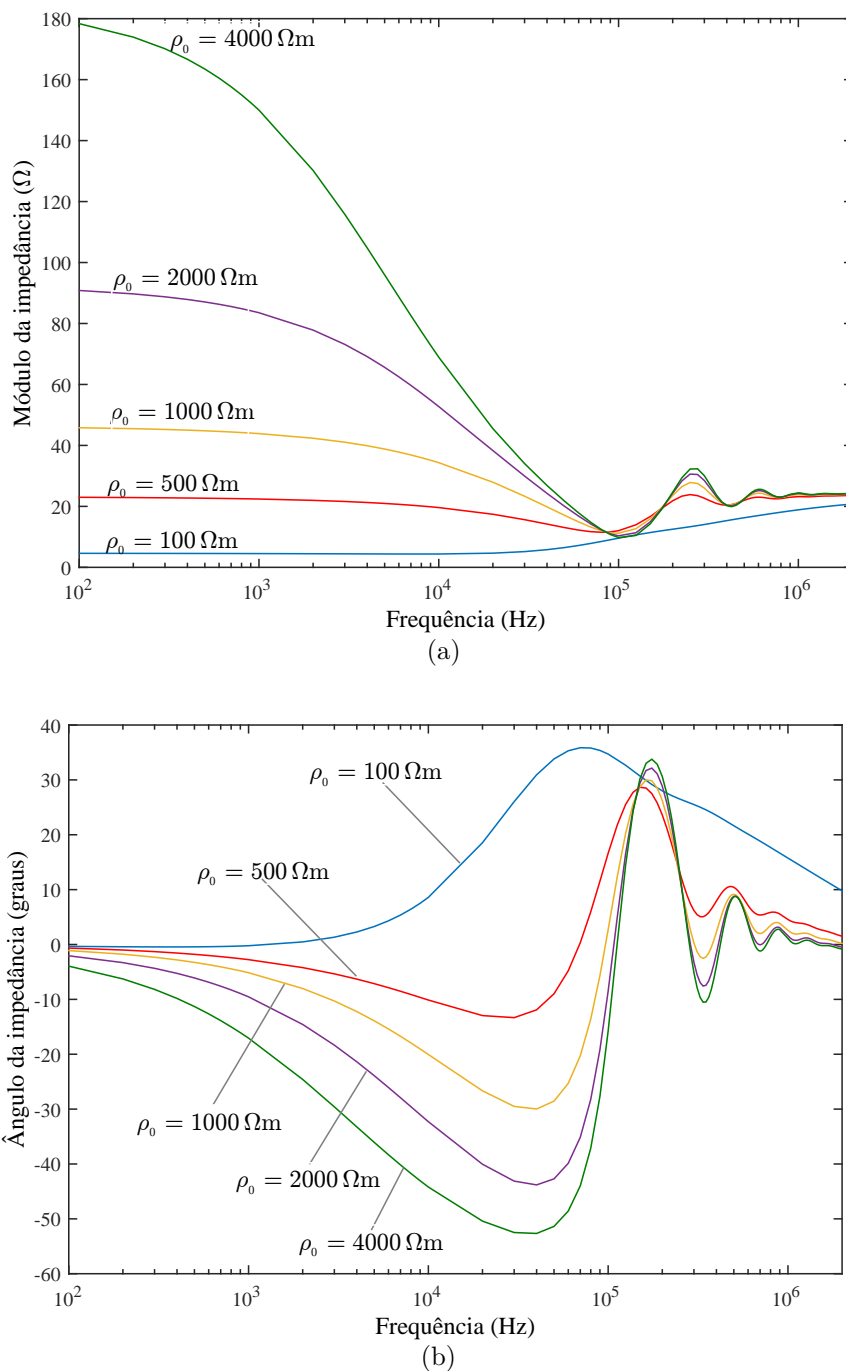
Em fenômenos impulsivos é interessante a inserção da dependência dos parâmetros elétricos do solo (resistividade e permissividade) com a frequência para modelar corretamente o aterramento. Então, o atual caso tem o intuito de avaliar o comportamento da haste vertical, ilustrada na Figura 4.1(b), para diferentes valores de resistividade em 100 Hz ($\rho_0 = 1/\sigma_0$), quando se consideram os parâmetros do solo (ρ e ε) variáveis com a frequência, e comparar com o CASO 2B, que apresenta a resposta do aterramento, supondo os parâmetros do solo com valores fixos.

A expressão, baseada em técnicas de medições precisas com tratamento rigoroso dos dados medidos, que quantifica a variação de ρ e ε ao longo do espectro de frequência é apresentada na equação 2.37. Ela é uma expressão aproximada, em que, para obter valores medianos, os valores adotados para os parâmetros α e Δi são dados em 2.38.

As Figuras 4.8(a) e 4.8(b) mostram o módulo e a fase, respectivamente, da impedância de aterramento. Comparando essas Figuras com aquelas do CASO 2B, ilustradas

nas Figuras 4.5(a) e 4.5(b), há uma diminuição significativa da faixa de frequência em que se pode representar o aterramento por apenas uma resistência ao incluir a dependência dos parâmetros ρ e ε com a frequência.

Figura 4.8 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento de uma haste vertical de 30 m para diferentes resistividades em 100 Hz considerando os parâmetros do solo variáveis com a frequência.



Os valores do módulo da impedância de aterramento são bem próximos para $f = 100$ Hz, quando se compara solos com parâmetros constantes e variáveis com a

frequência, havendo uma diferença de aproximadamente 0,1% a 3,6% da menor para a maior resistividade. Esse erro se deve ao fato de que a permissividade dos dois casos são distintas. Apesar da resistividade em 100 Hz ser a mesma para os casos em questão, já que ela é um dado de entrada para os dois, a permissividade para o CASO 4 não é um dado de entrada como no CASO 2B ($\epsilon_r = 10$), sendo determinada pela equação 2.37.

Diferentemente do caso de solos com parâmetros constantes, no atual caso, apenas a impedância de aterramento do solo com a resistividade mais baixa em 100 Hz ($\rho_0 = 100 \Omega\text{m}$) apresenta somente características indutivas em altas frequências. Para as outras resistividades, percebe-se a presença das características capacitivas e indutivas na resposta do aterramento. Entretanto, as faixas de frequência com que tais características predominam são maiores para solos com parâmetros variáveis. Quanto maior ρ_0 , maior a diferença no comportamento da impedância e maior a influência dos efeitos capacitivos e indutivos ao longo de todo o espectro.

CASO 5: A influência da profundidade do eletrodo horizontal na impedância de aterramento

Condições do estudo:

- tipo de configuração: eletrodo horizontal;
- valores de profundidade do aterramento: $D = 0,5 \text{ m}$ e $D = 1 \text{ m}$;
- raio do eletrodo: $a = 7 \text{ mm}$;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa, suposta independente da frequência: $\epsilon_r = 10$;
- comprimento do eletrodo: $L_e = 30 \text{ m}$.

Este caso tem como objetivo avaliar a influência da profundidade do eletrodo horizontal, mostrado na Figura 4.1(a), na impedância de aterramento.

Os valores de profundidade adotados para realizar este estudo foram $D = 0,5 \text{ m}$ e $D = 1 \text{ m}$, que são valores limites normalmente utilizados nas instalações.

A Tabela 5 apresenta os módulos das impedâncias de aterramento para os parâmetros informados nas condições do estudo para algumas frequências do espectro. É notório que a variação da profundidade afeta muito levemente o módulo da impedância de aterramento. Para a variação da profundidade de 0,5 m para 1 m, os módulos das impedâncias para as frequências analisadas oscilam entre 6 e 7,5%, aproximadamente.

Tais resultados mostram que a prática de aprofundar os eletrodos não diminuem de forma considerável a impedância de aterramento.

Tabela 5 – Influência da profundidade na impedância para algumas frequências.

Frequência (kHz)	Impedância (Ω)	
	(0,5 m)	(1,0 m)
0,1	59,0	55,4
1	58,6	55,2
10	58,0	54,5
100	57,2	53,0
500	78,4	73,2
1000	118,1	109,4
1500	129,6	120,0

4.2.2 Resposta impulsiva do aterramento no domínio do tempo

Esta subseção tem o objetivo de estudar a sensibilidade do aterramento por meio da resposta impulsiva do potencial no domínio do tempo quando há a incidência de uma descarga atmosférica no aterramento. A análise de sensibilidade é feita em haste verticais variando-se a resistividade do solo e o comprimento do eletrodo e supondo os parâmetros dependentes da frequência em um caso e independentes da frequência em outros casos.

CASO 6: Análise da resposta impulsiva do potencial *versus* tempo para aterramento em haste vertical

Condições do estudo:

- tipo de configuração: haste vertical;
- profundidade do aterramento: $D = 0$ m;
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- Para os parâmetros do solo constantes:

- resistividades do solo, supostas independentes da frequência: $\rho_s = 100 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- Para os parâmetros do solo variáveis:
 - resistividades do solo em baixa frequência (100 Hz): $\rho_0 = 100 \Omega\text{m}$ e $\rho_0 = 4000 \Omega\text{m}$;
 - permissividade do solo, admitida variável com a frequência;
- comprimento do eletrodo: $L_e = 10 \text{ m}$;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: função de Heidler (primeira descarga de retorno).

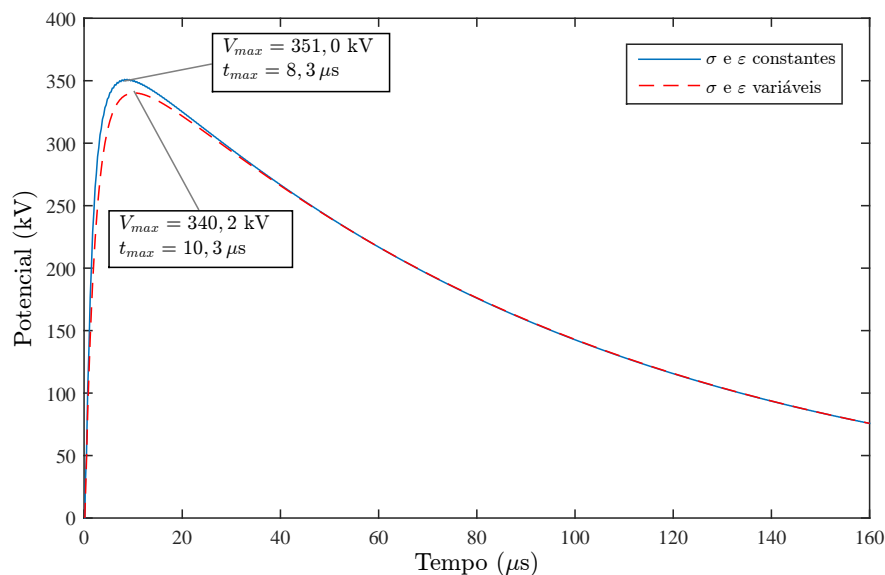
O presente caso tem a finalidade de avaliar a elevação do potencial desenvolvida no ponto de injeção de corrente. Por meio das curvas de elevação do potencial *versus* tempo é possível conhecer o potencial máximo e o respectivo instante de tempo que o aterramento fica submetido quando o mesmo está sujeito a eventos impulsivos.

A Figura 4.9 ilustra as curvas de elevação do potencial *versus* tempo no ponto de entrada para uma haste vertical de 10 m inserida em solos com valores de resistividade de 100 Ωm e 4000 Ωm quando há a injeção da primeira descarga de retorno com valor de pico de 29,8 kA, sendo representada pela função de Heidler. A equação dessa função é dada na equação (3.39) e os parâmetros que representam a primeira descarga de retorno estão descritos na Tabela 2. São ilustrados os comportamentos das elevações do potencial considerando os parâmetros do solo independentes da frequência e também variáveis com a frequência.

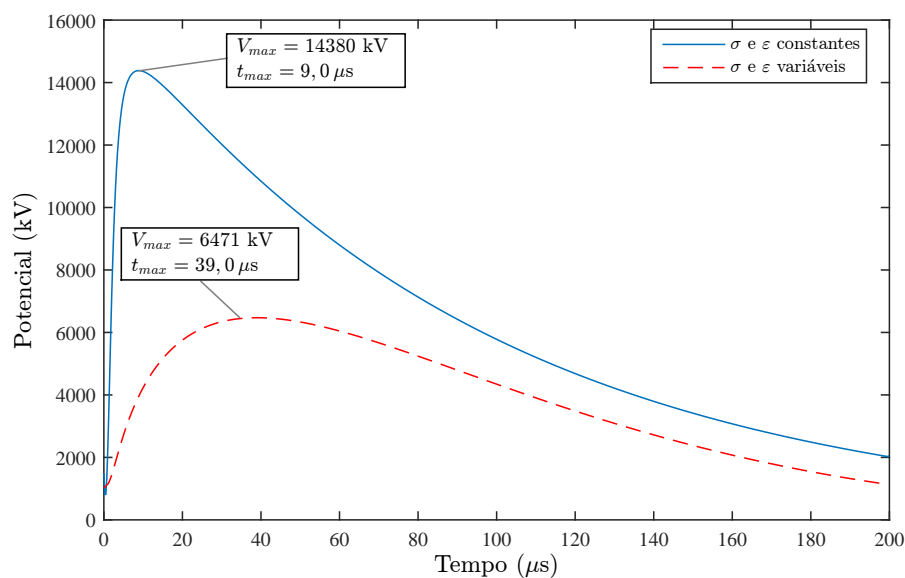
A Figura 4.9 mostra que o nível máximo de potencial é maior em solos com valores de resistividade mais elevados. Isso pode ser observado tanto nas curvas que consideram a resistividade e a permissividade do solo fixas como as curvas que consideram esses parâmetros variáveis.

Com base na Figura 4.9(a), em que é considerado um solo de baixa resistividade (100 Ωm), nota-se que a curva que leva em conta a dependência dos parâmetros do solo com a frequência é bem próxima da curva que considera os parâmetros do solo independentes da frequência, havendo apenas uma pequena redução de, aproximadamente, 3% no nível máximo do potencial.

Figura 4.9 – Curvas de elevação do potencial no ponto de entrada de uma haste vertical de 10 m quando submetida a uma primeira descarga de retorno para solos de resistividade de (a) $100 \Omega\text{m}$ e (b) $4000 \Omega\text{m}$, considerando os parâmetros do solo variáveis com a frequência.



(a)



(b)

Para um solo de alta resistividade ($4000 \Omega\text{m}$), como ilustrado na Figura 4.9(b), percebe-se que, na curva que inclui a dependência dos parâmetros do solo com a frequência, a redução no valor de pico da onda é superior a 50% em relação a curva que desconsidera a variação dos parâmetros elétricos do solo. Também destaca-se o fato de que o efeito da variação dos parâmetros do solo com a frequência distorce a forma de onda da elevação

do potencial, sendo que, essa distorção é mais pronunciada à medida que se aumenta a resistividade do solo. A alteração na curva que considera os parâmetros do solo variáveis com a frequência ocorre pelo fato de que, em frequências mais altas, os efeitos condutivos se tornam significativos quando comparados com a curva que não inclui a dependência dos parâmetros do solo com a frequência. Por esses motivos, destaca-se que, ao considerar os parâmetros do solo constantes ao longo do espectro de frequência, tem-se um estudo conservativo do desempenho do aterramento.

CASO 7: A resposta impulsiva do potencial *versus* tempo para aterramento em haste vertical para diferentes valores de comprimento do eletrodo

Condições do estudo:

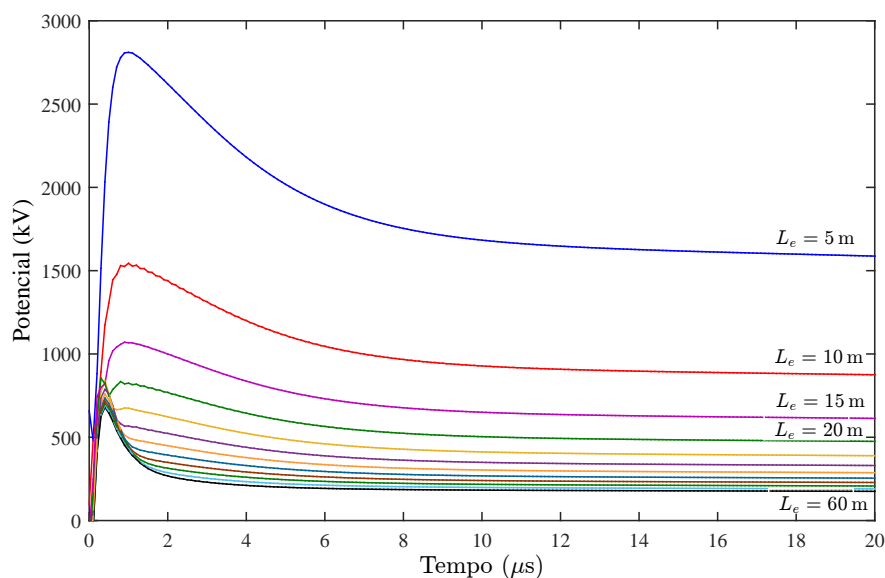
- tipo de configuração: haste vertical;
- profundidade do aterramento: $D = 0$ m;
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- comprimentos do eletrodo: $L_e = 5$ m, $L_e = 10$ m, $L_e = 15$ m, $L_e = 20$ m, $L_e = 25$ m, $L_e = 30$ m, $L_e = 35$ m, $L_e = 40$ m, $L_e = 45$ m, $L_e = 50$ m, $L_e = 55$ m e $L_e = 60$ m;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: função de Heidler (descarga subsequente).

O atual caso tem o objetivo de avaliar o potencial transitório na entrada do aterramento quando esse é solicitado por uma descarga subsequente representada pela função de Heidler e com amplitude de 12,1 kA. Os parâmetros que representam a descarga subsequente são fornecidos na Tabela 2.

A Figura 4.10 mostra a elevação do potencial no ponto de injeção para hastes verticais enterradas em um solo de resistividade fixa $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$ e permissividade relativa também fixa $\varepsilon_r = 10$. Nessa Figura, as curvas do potencial são obtidos para diferentes comprimentos de haste, sendo que, o passo é de 5 m até o comprimento de 60 m. Como se pode observar, o aumento do comprimento da haste implica na diminuição do valor máximo do potencial em relação ao infinito. Porém, destaca-se que esse aumento do comprimento é eficaz na redução do pico do potencial até certo limite, pois a partir de $L_e = 20$ m, o aumento do comprimento da haste não acarreta em uma redução significativa

do valor máximo do potencial. Isso quer dizer que eletrodos com comprimento superior a esse valor limite não implicam em picos menores de potencial, ou seja, não contribuem para melhoria do desempenho do aterramento. Esse comprimento limite é denominado de comprimento efetivo do eletrodo, como já foi descrito na seção 3.6 do Capítulo 3. Uma outra forma para visualizar com mais clareza o valor do comprimento efetivo é por meio do gráfico da impedância impulsiva em função do comprimento do eletrodo, como é estudado no caso seguinte.

Figura 4.10 – Curvas de elevação do potencial no ponto de entrada de hastes verticais quando submetidas a uma descarga subsequente em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.



4.2.3 Impedância impulsiva e comprimento efetivo

A atual seção avalia a impedância impulsiva para determinar o comprimento efetivo do aterramento. Também apresenta-se nesta seção a impedância impulsiva para diferentes resistividades e para diferentes tipos de onda de corrente injetada.

CASO 8: Determinação de comprimento efetivo através da impedância impulsiva versus comprimento do eletrodo

Condições do estudo:

- tipo de configuração: haste vertical;
- profundidade do aterramento: $D = 0 \text{ m}$;

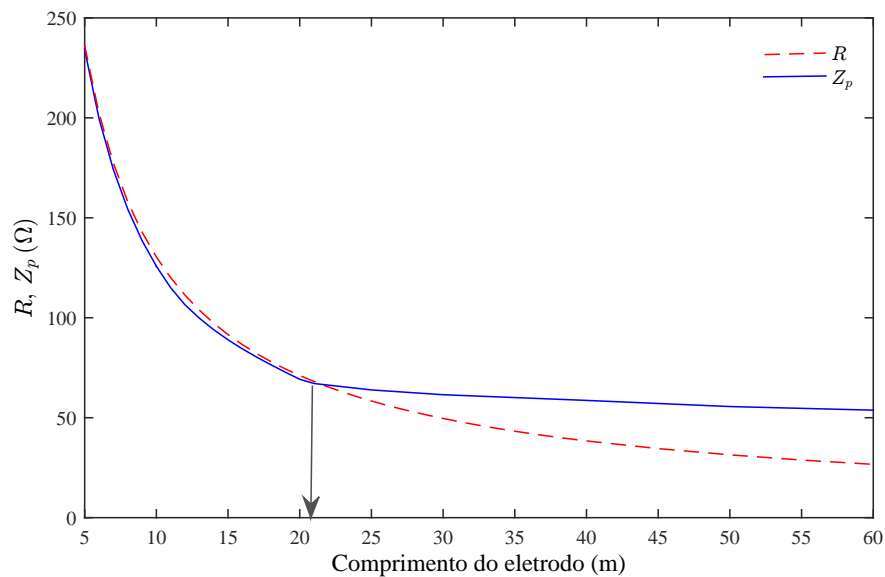
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: função de Heidler (descarga subsequente).

Este caso tem a finalidade de avaliar o gráfico da impedância impulsiva e da resistência de aterramento em função do comprimento do eletrodo e, a partir desses gráficos, determinar o comprimento efetivo da haste vertical descrita no CASO 7, que está imersa em um solo de parâmetros elétricos constantes e é solicitada por uma descarga subsequente com amplitude de 12,1 kA.

A partir do valor de pico da elevação de potencial no ponto de injeção e do valor de pico da onda de corrente injetada, determina-se a impedância impulsiva. Através do valor dessa impedância é possível definir o comprimento efetivo do aterramento, que é aquele comprimento a partir do qual o aumento de extensão da haste não resulta na redução significativa da impedância impulsiva.

A Figura 4.11 apresenta as curvas da impedância impulsiva e da resistência de aterramento em função do comprimento da haste. De acordo com a figura em questão, a resistência de aterramento diminui com o aumento do comprimento. A impedância impulsiva acompanha a resistência de aterramento até um determinado comprimento, ou seja, o coeficiente impulsivo, que é obtido pela relação da impedância impulsiva e da resistência de aterramento, é praticamente igual a um até certo limite. A partir desse limite, a impedância impulsiva torna-se praticamente constante, enquanto que a resistência de aterramento continua a diminuir, resultando em coeficiente impulsivo maior que um. Isso quer dizer que acréscimos no comprimento do eletrodo não acarreta na redução da impedância impulsiva. Esse comprimento limite é o comprimento efetivo, que é comprimento de eletrodo máximo para o qual o coeficiente impulsivo é igual a um. Então, conforme se pode visualizar na Figura 4.11, o valor do comprimento efetivo é aproximadamente 21,5 m.

Figura 4.11 – Impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical solicitada por uma descarga subsequente em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.



CASO 9: Impedância impulsiva em função do comprimento do eletrodo para diferentes valores de resistividade do solo

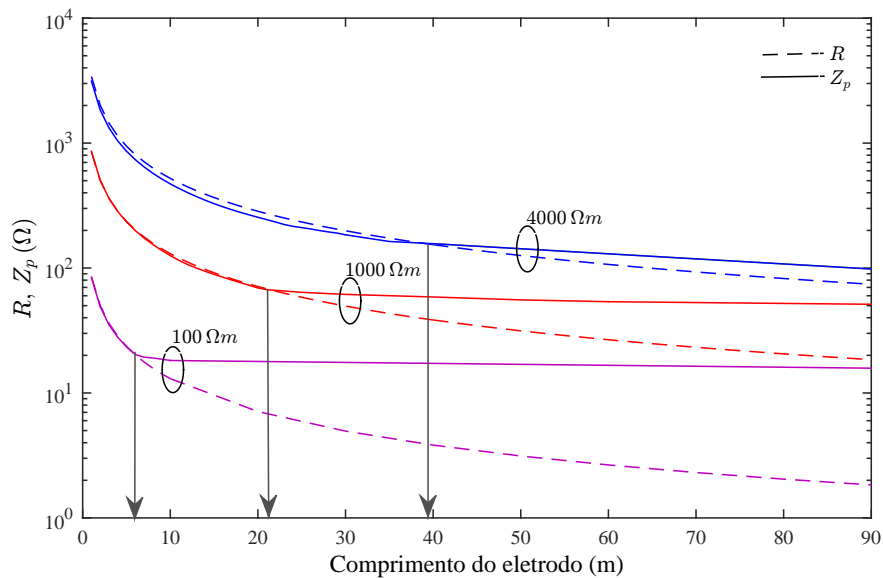
Condições do estudo:

- tipo de configuração: haste vertical;
- profundidade do aterramento: $D = 0$ m;
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- valores de resistividade do solo independentes da frequência: $\rho_s = 100 \Omega\text{m}$, $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa do solo independente da frequência: $\epsilon_r = 10$;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: função de Heidler (descarga subsequente).

O intuito deste caso é analisar a sensibilidade do aterramento através da impedância impulsiva quando varia-se a resistividade do solo. Para tanto, são investigadas hastes verticais com comprimentos que variam de 1 m até 90 m imersas em solos de resistividades constantes que são injetadas por uma descarga subsequente com valor de pico de 12,1 kA.

Na Figura 4.12 é possível visualizar as curvas das impedâncias impulsivas e as respectivas resistências de aterramento para três resistividades do solo diferentes. Nota-se que o solo de menor resistividade apresenta menor variação na impedância impulsiva, pois os efeitos de propagação são mais significativos, enquanto que o solo de resistividade mais alta apresenta variações relevantes na impedância impulsiva. Como os efeitos de propagação são mais acentuados nos solos de baixa resistividade, então esses apresentam comprimentos efetivos menores que aqueles com resistividade mais elevada, ou seja, o comprimento efetivo cresce com o aumento da resistividade do solo. A partir da Figura 4.12, os valores estimados dos comprimentos efetivos para $\rho_s = 100 \Omega\text{m}$, $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$ e $\rho_s = 4000 \Omega\text{m}$ são, respectivamente, 6 m, 21,5 m e 38 m.

Figura 4.12 – Curvas de impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical solicitada por uma descarga subsequente para diferentes valores de resistividade.



CASO 10: A influência do tipo de onda da corrente para diferentes valores de resistividade na impedância impulsiva versus comprimento do eletrodo

Condições do estudo:

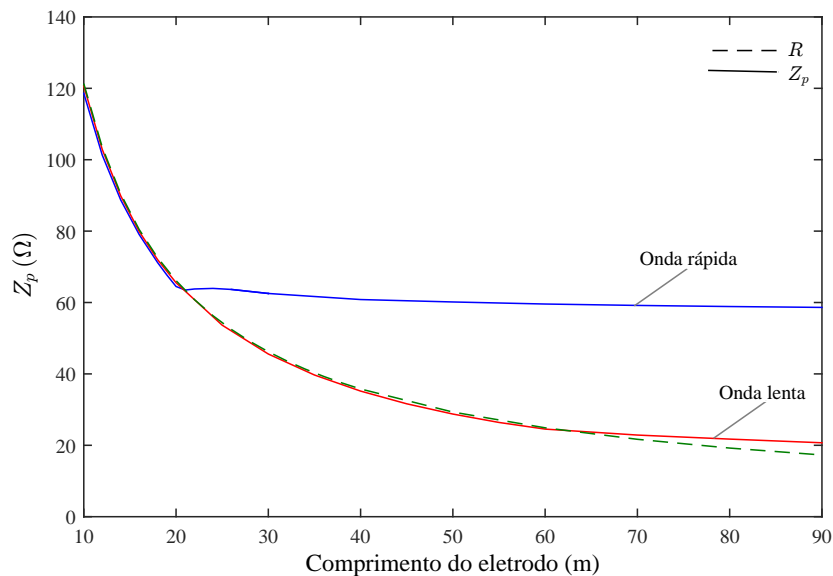
- tipo de configuração: haste vertical;
- profundidade do aterramento: $D = 0$ m;
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$;

- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: dupla exponencial (onda rápida e onda lenta).

O objetivo deste caso é investigar a influência da forma de onda no comprimento efetivo e na impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical imersa em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.

A Figura 4.13 ilustra as curvas da impedância impulsiva do aterramento tipo haste em função do comprimento quando há a injeção de uma onda de corrente lenta e de uma onda de corrente rápida, ambas com valor de pico de 1 kA, que são representadas pela função dupla exponencial, dada pela equação (3.38). Os parâmetros da função dupla exponencial que definem as ondas rápida e lenta são apresentados na Tabela 1.

Figura 4.13 – Curvas de impedância impulsiva em função do comprimento de uma haste vertical solicitada por uma onda lenta e uma onda rápida para um solo de resistividade independente da frequência e igual a $1000 \Omega\text{m}$.



Percebe-se claramente na Figura 4.13 que o tipo de onda de corrente injetada no aterramento influencia no valor do comprimento efetivo. Os resultados mostram que as duas curvas, onda lenta e onda rápida, apresentam comportamento semelhante até que se alcance o comprimento efetivo para a haste submetida a onda de corrente rápida. Também é notório que quanto mais lenta a onda, maior o comprimento efetivo da haste. Então para ondas muito lentas, o comportamento da impedância impulsiva é similar ao da resistência de aterramento ao longo do comprimento, já que o comprimento efetivo é muito elevado. Constata-se na Figura 4.13 que a impedância impulsiva para a onda mais lenta é menor que a impedância impulsiva para a onda mais rápida após o eletrodo atingir

o comprimento efetivo referente à onda rápida. Antes disso, ambas possuem valores de impedância bem próximos. Isso significa que a onda lenta só resulta em picos de potencial menores que a onda rápida para comprimentos superiores ao comprimento efetivo da onda rápida.

4.3 Resultados comparativos para diferentes configurações

Apresenta-se nesta seção uma análise comparativa para configurações básicas de aterramento no domínio da frequência e no domínio do tempo.

4.3.1 Impedância de aterramento no domínio da frequência

Apresenta-se nesta subseção a comparação de resultados da impedância de aterramento no domínio da frequência para algumas configurações de aterramento.

CASO 11: Comparação da impedância *versus* frequência para eletrodo horizontal, haste vertical e malha

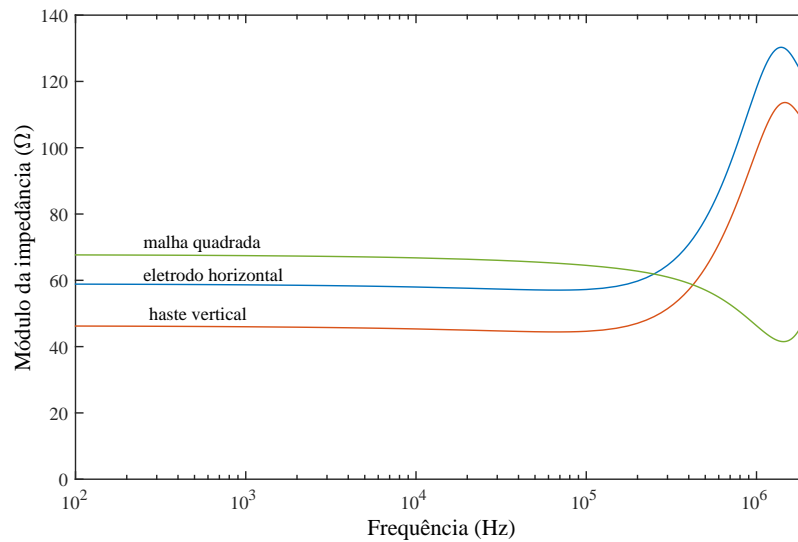
Condições do estudo:

- tipo de configuração: eletrodo horizontal, haste vertical e malha quadrada;
- número de reticulados no eixo x e no eixo y da malha, respectivamente: $r_x = 1$ e $r_y = 1$;
- profundidade do eletrodo horizontal e da malha: $D = 0,5$ m;
- profundidade da haste vertical: $D = 0$ m;
- raio do aterramento: $a = 7$ mm;
- resistividades do solo, supostas independente da frequência: $\rho_s = 1000$ Ω m;
- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 10$;
- comprimento total de cada aterramento: $L_e = 30$ m.

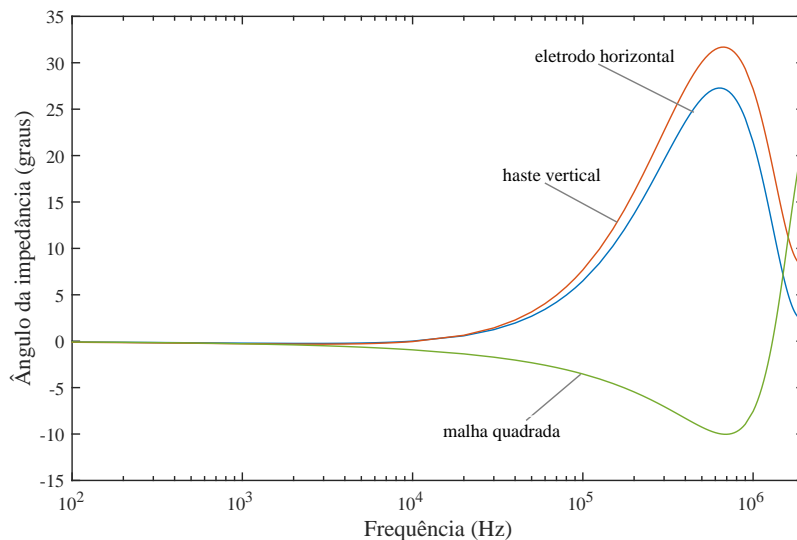
O atual caso tem como objetivo avaliar a impedância ao longo do espectro de frequência para três configurações básicas de aterramento: eletrodo horizontal (Figura 4.1(a)), haste vertical (Figura 4.1(b)) e malha com apenas um reticulado (Figura 4.1(c)). O comprimento total de cada aterramento é de 30 m. Portanto, o comprimento no eixo x e no eixo y da malha são iguais a $L_x = L_y = 7,5$ m.

A Figura 4.14 ilustra a impedância de aterramento para as configurações básicas de aterramento. Por meio dessa figura nota-se que o módulo da impedância em baixas frequências para a malha é o mais elevado, entretanto, em altas frequências, o módulo da impedância é o menor, sendo que, num primeiro momento a impedância apresenta característica capacitiva e depois característica indutiva. Nas frequências inferiores, a haste vertical é a mais efetiva, pois o módulo da impedância de aterramento é o mais reduzido. Isso ocorre em função da configuração do campo no solo, como já comentado anteriormente.

Figura 4.14 – (a) Módulo e (b) ângulo da impedância de aterramento para configurações básicas de aterramento de comprimento total de 30 m em um solo de resistividade constante $\rho_s = 1000 \Omega\text{m}$.



(a)



(b)

Já nas frequências superiores, o módulo da impedância da haste aumenta e a fase é positiva (efeito indutivo) até determinada frequência e, posteriormente, o módulo decai e a fase é negativa (efeito capacitivo). O módulo da impedância do eletrodo horizontal em baixas frequências possui valor intermediário e, em altas frequências, o módulo é o mais elevado, apresentando, inicialmente, efeito indutivo e, em seguida, efeito capacitivo.

4.3.2 Resposta impulsiva do aterramento no domínio do tempo

Nesta subseção é feita uma análise das tensões transitórias desenvolvidas em configurações básicas de aterramento devido a uma corrente impulsiva. Esta subseção tem a finalidade de avaliar o pico da elevação do potencial e o instante em que ocorre esse pico para as configurações de interesse.

CASO 12: Comparação das respostas impulsivas do potencial *versus* tempo para aterramentos em haste vertical e eletrodo horizontal, considerando os parâmetros do solo dependentes da frequência

Condições do estudo:

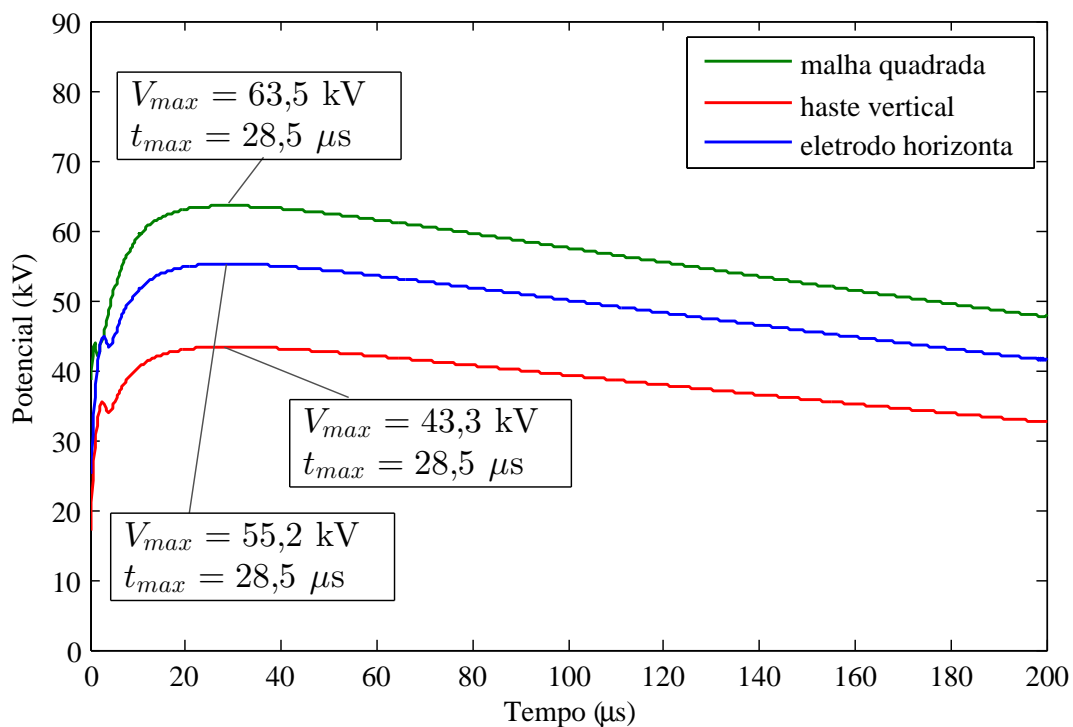
- tipo de configuração: eletrodo horizontal, haste vertical e malha quadrada;
- número de reticulados no eixo x e no eixo y da malha, respectivamente: $r_x = 1$ e $r_y = 1$;
- profundidade do eletrodo horizontal e da malha: $D = 0,5$ m;
- profundidade da haste vertical: $D = 0$ m;
- raio do eletrodo: $a = 7$ mm;
- resistividade do solo em baixa frequência (100 Hz): $\rho_0 = 1000 \Omega\text{m}$;
- permissividade do solo, admitida variável com a frequência;
- comprimento total de cada aterramento: $L_e = 30$ m;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: dupla exponencial (onda lenta).

A finalidade deste caso é comparar a resposta transitória no domínio do tempo de uma haste vertical, de um eletrodo horizontal e de uma malha quadrada de 30 m, que são enterrados em um solo de resistividade em baixa frequência $\rho_0 = 1000 \Omega\text{m}$, em que os parâmetros elétricos são considerados dependentes da frequência. Para isso, investiga-se a

elevação do potencial em relação ao infinito para as configurações de aterramento quando solicitadas por uma onda lenta de corrente que apresenta um valor de pico de 1 kA e é representada por uma dupla exponencial.

Na Figura 4.15 estão plotadas as curvas dos potenciais ao longo do tempo de uma haste vertical, de um eletrodo horizontal e de uma malha quadrada. Como se pode observar, os formatos das três curvas são bastante próximos e o tempo para o qual se tem o valor máximo de potencial é o mesmo. Porém, o pico do potencial do eletrodo horizontal é 27,5% maior que o pico do potencial da haste vertical. O pico do potencial da malha quadrada é 46,7% maior que o pico do potencial da haste vertical. Portanto, como já esperado, os desempenhos de um eletrodo horizontal e de uma malha são inferiores quando comparados com uma haste vertical de mesma dimensão, devido à configuração do campo no solo.

Figura 4.15 – Curvas de elevação do potencial no ponto de entrada para configurações básicas de aterramento de 30 m quando submetido a uma onda de corrente lenta em um solo de resistividade variável $\rho_0 = 1000 \Omega\text{m}$.



4.4 Resultados comparativos com outros trabalhos

Esta seção apresenta alguns resultados comparativos com outros trabalhos da literatura com a finalidade de validar o HEM.

4.4.1 Distribuição do potencial transitório em uma malha

Analisa-se nesta subseção a distribuição espacial do potencial na superfície do plano formado pelos condutores de uma malha. O estudo é feito comparando-se com os

resultados obtidos por Grcev (1996).

CASO 13: Distribuição temporal e espacial do potencial para aterramento em malha

Condições do estudo:

- tipo de configuração: malha quadrada;
- número de reticulados no eixo x e no eixo y , respectivamente: $r_x = 6$ e $r_y = 6$;
- comprimento total no eixo x e no eixo y , respectivamente: $L_x = 60\text{ m}$ e $L_y = 60\text{ m}$;
- profundidade do aterramento: $D = 0,5\text{ m}$;
- raio dos condutores: $a = 7\text{ mm}$;
- resistividade do solo, suposta independente da frequência: $\rho_s = 100\ \Omega\text{m}$;
- permissividade relativa do solo, suposta independente da frequência: $\varepsilon_r = 36$;
- representação da forma de onda da corrente impulsiva: dupla exponencial (onda rápida).

No caso 13 pretende-se mostrar os potenciais transitórios na superfície do solo da malha ilustrada na Figura 4.1(d) imersa em um solo homogêneo com resistividade constante $\rho_s = 100\ \Omega\text{m}$ e permissividade relativa $\varepsilon_r = 36$. A onda de corrente injetada é a onda rápida de amplitude igual a 1 kA, representada pela função dupla exponencial. Dois cenários são considerados no que se refere ao ponto de injeção da corrente: primeiro é a injeção da corrente no canto da malha e o segundo é a injeção da corrente no centro da malha.

Nas simulações, devido à grande quantidade de segmentos e o tamanho das matrizes o tempo de processamento foi de quase 2 dias para cada cenário, em um computador com processador Intel i7 e 3,6 GHz de *clock*.

As Figuras 4.16 e 4.17 ilustram a distribuição espacial do potencial durante o período transitório da malha para a corrente impulsiva injetada no canto e no meio da malha, respectivamente. Os resultados ilustrados nessas figuras podem ser comparados com os resultados obtidos por Grcev (1996). Conforme se pode constatar, há uma variação significativa nos potenciais entre os pontos da malha. Os valores mais elevados ocorrem próximos do ponto de injeção da corrente. Na injeção da corrente no canto da malha, tem-se potenciais mais elevados. À medida que o tempo passa, há o espalhamento do

potencial ao longo da malha e os potenciais vão diminuindo até se equalizar sobre toda a superfície do solo.

Figura 4.16 – Potenciais transitórios na malha 60 m x 60 m para corrente injetada no canto para (a) $t = 0,1 \mu\text{s}$; (b) $t = 0,5 \mu\text{s}$; (c) $t = 1 \mu\text{s}$; e (d) $t = 10 \mu\text{s}$.

