

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA, ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL

**ESTACAS CARREGADAS
LATERALMENTE:
AVALIAÇÃO DE UM MÉTODO EMPÍRICO PARA A
PREVISÃO DE ESFORÇOS INTERNOS**

ISABELLA CHRISTINE DE PAULA SANTOS

D0142G16
GOIÂNIA
2016

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Isabella Christine de Paula Santos

Título do trabalho: Estacas Carregadas Lateralmente: avaliação de um Método Empírico para a previsão de esforços internos

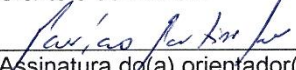
3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ **SIM** ☐ **NÃO**¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:


Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 08 / 07 / 19

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

ISABELLA CHRISTINE DE PAULA SANTOS

**ESTACAS CARREGADAS
LATERALMENTE:
AVALIAÇÃO DE UM MÉTODO EMPÍRICO PARA A
PREVISÃO DE ESFORÇOS INTERNOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Geotecnia

Docente: Prof. Dr. Maurício Martines Sales

D0142G16
GOIÂNIA
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Santos, Isabella Christine de Paula
Estacas Carregadas Lateralmente: [manuscrito] : avaliação de um
Método Empírico para a previsão de esforços internos / Isabella
Christine de Paula Santos. - 2016.
202 f.

Orientador: Prof. Maurício Martines Sales.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Civil e Ambiental (EECA), Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil - Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, Goiânia,
2016.

Bibliografia. Apêndice.
Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, tabelas, lista de figuras, lista
de tabelas.

1. Estacas carregadas lateralmente. . 2. Previsão de esforços
internos. . 3. Método Empírico. . 4. Método dos elementos finitos.. 5.
Método das diferenças finitas. I. Sales, Maurício Martines , orient. II.
Título.

CDU 624.13



PPG
GECON

Programa de Pós-Graduação em
Geotecnia, Estruturas e Construção Civil



Ata de Nº 0142 da sessão de julgamento da
Dissertação da aluna Isabella Christine de
Paula Santos da área de concentração
Geotecnia do PPG em Geotecnia, Estruturas e
Construção Civil.

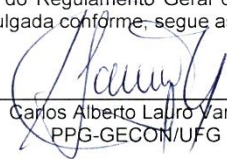
Aos 31 dias do mês de agosto de 2016, às 13h30min, na Sala Caryocar, 2º andar, Bloco A da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação da UFG, reuniu-se a banca examinadora designada na forma regimental pela Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil para julgar a Dissertação intitulada "**Estacas Carregadas Lateralmente: Avaliação de um Método Empírico para a Previsão de Esforços Internos**", apresentada pela aluna **Isabella Christine de Paula Santos**, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de MESTRE, área de concentração Geotecnia. A Banca Examinadora foi Presidida pelo Prof. Dr. Mauricio Martines Sales (GECON/UFG), tendo como membros o Prof. Dr. Carlos Alberto Lauro Vargas (GECON/UFG) e o Prof. Dr. Renato Pinto da Cunha (UnB). Aberta a sessão pública, a candidata teve a oportunidade de expor o trabalho. Após a exposição, a aluna foi arguida oralmente pelos membros da Banca, os quais concluíram pelos seguintes resultados:

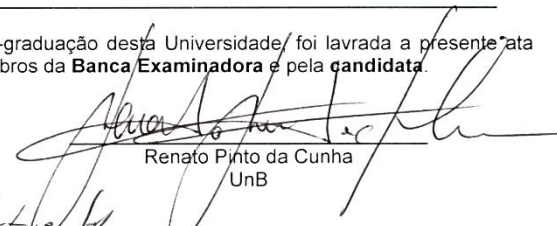
Membro	Instituição	Função	Resultado
Maurício Martines Sales	GECON/UFG	Presidente	<i>Aprovada</i>
Carlos Alberto Lauro Vargas	GECON/UFG	Examinador Interno	<i>aprovada</i>
Renato Pinto da Cunha	UnB	Examinador Externo	<i>Aprovada</i>

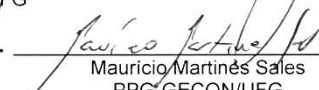
(X) Tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema de sua Dissertação, a Banca Examinadora concluiu pela **aprovação** da candidata **sem restrições**.

() Não tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema de sua Dissertação, a Banca Examinadora concluiu pela **reprovação** da candidata, conforme as seguintes justificativas:

Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de pós-graduação desta Universidade, foi lavrada a presente ata que, lida e julgada conforme, segue assinada pelos membros da **Banca Examinadora** e pela **candidata**.


Carlos Alberto Lauro Vargas
PPG-GECON/UFG


Renato Pinto da Cunha
UnB


Maurício Martines Sales
PPG-GECON/UFG

Candidata: Isabella Christine de Paula Santos *Isabella Christine de Paula Santos*

Dedico este trabalho aos meus pais, Luci e Juarêz, aos meus irmãos, Ana Gabriela e Adelar Neto, e ao Gabriel por me apoiarem sempre.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por estar sempre ao meu lado, me abençoando e me ajudando a enfrentar os meus desafios.

À minha família, em especial à minha mãe, Luci, e aos meus irmãos, Adelar e Ana Gabriela, por estarem sempre ao meu lado. Não poderia deixar de agradecer à minha tia Ana Maria e ao meu tio Marcelo pelo apoio que sempre me deram; ao meu namorado Gabriel que sempre me incentivou, esteve ao meu lado e entendeu meus momentos de ausência; aos meus sogros por sempre me apoiarem; e ao meu cunhado Ulysses pela ajuda prestada.

Ana Gabriela, do fundo do meu coração, não tenho como expressar tanta gratidão pela ajuda que me deu neste período. Gabriel, obrigada por tudo, pelo companheirismo e por toda a ajuda fornecida.

Ao professor Maurício, pelo conhecimento compartilhado, pela confiança que teve em mim, pela paciência, disponibilidade, dedicação, amizade e pelo apoio.

Aos professores do GECON, da área de Geotecnia, Márcia, Lilian, Carlos, Maurício, Gilson, Patrícia, e da área de Estruturas Sylvia, Daniel e Ademir, pelas conversas, conselhos e ensinamento transmitidos, e pela disponibilidade de sempre me ensinar. Obrigada por me proporcionarem a oportunidade de concluir o meu mestrado.

À Tallyta, ao Mauro e à Sofia, por me ensinarem um pouco mais a respeito de MEF e sobre o programa DIANA. Em especial à Tallyta por estar sempre disposta a me ajudar e a tirar as minhas dúvidas, para que eu conseguisse utilizar o DIANA durante toda a minha dissertação.

Aos meus amigos (fora do mestrado) por compreenderem a minha ausência e sempre demonstraram carinho por mim, e aos meus amigos do mestrado, Mirella, Rafaella, Thiago, Victor, entre outros colegas de estudos, pelo apoio e conversas. Em especial a Mirella, que sempre esteve ao meu lado nos meus momentos de maior desespero e pela ajuda fornecida.

Aos técnicos de laboratório, Clayton e João, que tanto me ajudaram no semestre que fiz a disciplina de Laboratório de Solos e sempre foram tão legais e gentis comigo.

À Teacher Marina pela amizade, conselhos e ajuda prestados.

À CAPES pela ajuda financeira durante a realização do meu mestrado, e pelo apoio ao PPG-GECON.

RESUMO

Diversas obras estão sujeitas a grandes esforços laterais, tais como, estruturas “off-shore”; estruturas de contenção; fundações de edifícios elevados e de pontes; portos e torres de linhas de transmissão. Com isso, o objetivo geral desta dissertação é avaliar um método empírico para a previsão de esforços internos em estacas carregadas lateralmente, o qual é baseado nos ensaios Standard Penetration Test (SPT), tornando o uso deste método mais simples. Para realizar este estudo, foram utilizadas as ferramentas numéricas DIANA, baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF), e o programa Microsoft Office Excel, no qual foi implementado o Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método Empírico estudado para a obtenção de esforços internos na estaca (momento fletor, deslocamento e tensões). Foram avaliados casos de estacas isoladas sujeitas apenas a cargas laterais ou a momento fletor, variando-se parâmetros da estaca e as propriedades do solo, simulando solos com diferentes deformabilidades. Realizaram-se três análises para o problema estudado, considerando um modelo elástico-linear: análises paramétricas; comparações entre “meio contínuo” e “coeficiente de reação horizontal”; e avaliação do método empírico. Obteve-se uma relação para a tensão máxima horizontal a partir do índice de resistência à penetração (N_{SPT}). A partir disto, observou-se que, tanto o deslocamento, quanto o momento dependem das propriedades do solo, e que as tensões do solo não variam muito na projeção da estaca. As camadas superiores são as que mais sofrem maior influência do carregamento aplicado na superfície. À medida que a deformabilidade do solo aumenta os esforços internos das estacas diminuem. Existe um comprimento crítico para as estacas. Verificou-se que as relações de Broms (1964) e de Pyke e Beiake (1985) para o coeficiente de reação horizontal do solo são as que melhor representam o comportamento de estacas submetidas a carregamentos horizontais. O método empírico avaliado conseguiu representar bem os casos estudados em relação aos momentos fletores gerados. Foi sugerido qual o comprimento de armação (L_0) mais adequado para as estacas em função do tipo de solo e das características geométricas da estaca. Obtiveram-se relações para um coeficiente de proporcionalidade K, relacionando as variáveis necessárias para se estimar a tensão horizontal máxima, sendo este dependente do tipo de solo e das características geométricas da estaca.

Palavras-chave: Estacas carregadas lateralmente. Previsão de esforços internos. Método Empírico. Método dos elementos finitos. Método das diferenças finitas.

ABSTRACT

Several constructions are subject of large lateral forces, for example, “off-shore” structures; retaining structures foundations of high buildings and bridges; ports and towers transmission lines. Thus, the general objective of this work is to evaluate an empirical method for predicting internal efforts in laterally loaded piles, which is based on Standard Penetration Test (SPT), making the use of this method simpler. To conduct this study, it was used the numerical tools DIANA, based on the Finite Element Method (FEM), and Excel spreadsheet, in which the Finite Differences Method (FDM) and the Empirical Method studied to obtain internal efforts at the piles (bending moment, displacement and stress) were implemented. Several cases of isolated piles subject only to horizontal load or bending moment were evaluated, by varying parameters such as the relative length and diameter of the pile; and soil properties, simulating soils with different deformabilities. Three analyzes were performed to the studied problem, considering an elastic-linear model: parametric analyzes, comparisons between "continuous medium" and "horizontal reaction coefficient" and evaluation of the empirical method. Also, it was searched to get a relation for the maximum horizontal stress from the penetration resistance index (N_{SPT}). It was observed that both, the displacement and the bending moment, depend quite on the soil properties, and that soil stresses do not vary much in the pile projection. The soil upper layers are the ones which suffer greater loading influence applied to the surface. As the soil deformability increases, the internal efforts of piles diminish. There is a critical length for the piles. It was checked that relations from Broms (1964) e de Pyke e Beiake (1985) for the horizontal reaction coefficient of soil, which best represent the behavior of piles subjected to laterally loading. The empirical method evaluated could well represent the cases studied in relation to the bending moments generated. It has been suggested that the truss length (L_0) most appropriate for the piles in certain types of soils, and this depends on the type of soil and the geometric characteristics of the pile. Relations were obtained for a K coefficient of proportionality, which relates the necessary variables to estimate the maximum horizontal stress, which is dependent on soil type and geometrical characteristics of the pile.

Keywords: Laterally loaded piles. Prediction internal efforts. Empirical method. Finite element method. Finite differences method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Estaca submetida a uma força transversal: reação do solo (a) real e (b) modelada pela hipótese de Winkler (VELLOSO; LOPES, 2010)	26
Figura 2.2 – Reação do solo contra o deslocamento horizontal da estaca: (a) tensões despertadas e (b) mecanismo de ruptura (VELLOSO; LOPES, 2010)	28
Figura 2.3 – Mecanismos de ruptura: a) Estaca longa engastada; b) Estaca intermediária engastada; c) Estaca curta engastada; d) Estaca longa livre e e) Estaca curta livre (VELLOSO; LOPES, 2010) – modificado pela autora.....	30
Figura 2.4 – Conceito de curvas “p-y” (VELLOSO; LOPES, 2010).....	33
Figura 2.5 – Método de Miche (1930): cálculo aproximado do momento fletor (VELLOSO; LOPES, 2010).....	39
Figura 2.6 – Diagramas de (a) rotação, (b) momento, (c) esforço cortante e (d) tensões no solo (VELLOSO; LOPES, 2010) – modificada pela autora.....	41
Figura 2.7 – Esquemas do módulo cisalhante do solo <i>versus</i> profundidade: a) rigidez constante com a profundidade; b) rigidez aumentando linearmente com a profundidade a partir do zero; c) duas camadas de solo com rigidez constante em cada camada (HIGGINS <i>et al.</i> , 2013).....	42
Figura 2.8 – Esquema de malha para diferenças finitas (BERNATZ, 2010)	55
Figura 2.9 – Diferenciação numérica – aproximação por diferenças finitas (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008)	55
Figura 2.10 – Formas de aproximação da derivada por diferenças finitas (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008)	56
Figura 2.11 – Malha de uma estaca carregada horizontalmente para diferenças finitas	57
Figura 2.12 – Diagramas de tensões do solo real e o considerado pelo método empírico (aproximado do real) (a) e curva de momento distribuído ao longo da estaca (b)	59
Figura 2.13 – Representação gráfica da profundidade L_0 e da $\sigma_{h \text{ máx}}$	59
Figura 2.14 – Estaca submetida a carga lateral e a momento fletor	60
Figura 2.15 – Representação de um ponto em uma profundidade z qualquer.....	61

Figura 3.1 – Fluxo de trabalho do programa DIANA (TNO, 2014b) – Modificada pela autora	67
Figura 3.2 – Interface gráfica do programa FX+ for DIANA (TNO, 2011)	67
Figura 3.3 – Inserindo a geometria circular da estaca	68
Figura 3.4 – Inserindo a malha automaticamente	69
Figura 3.5 – Criando elemento para gerar a malha (“manualmente”)	69
Figura 3.6 – Definição das propriedades do problema	70
Figura 3.7 – Início malha do solo	70
Figura 3.8 – Malha com carga e restrições estruturais	71
Figura 3.9 – Malha gerada	71
Figura 3.10 – Elementos utilizados nas implementações do DIANA (TNO, 2011)	73
Figura 3.11 – Habilitação de cálculo manual e iterativo da planilha Excel	74
Figura 3.12 – Campo para a entrada de dados na planilha do Excel	74
Figura 3.13 – Planilha desenvolvida no Excel para aplicação do MDF	74
Figura 3.14 – Discretização da estaca em “n+1” nós e a representação de dois pontos fictícios de cada lado	75
Figura 3.15 – Representação da posição e das projeções (horizontal e vertical) para a análise das tensões: a) vista em planta, e b) vista em corte – Exemplo de uma estaca com 40 cm de diâmetro	80
Figura 3.16 – Tensões do solo - estacas com $D = 40\text{ cm}$ – $L/D = 10$ – $E_S = 8\text{ MPa}$ – $H_0 = 100\text{ kN}$	81
Figura 3.17 – Tensões do solo - estacas com $D = 40\text{ cm}$ – $L/D = 10$ – $E_S = 60\text{ MPa}$ – $H_0 = 100\text{ kN}$	81
Figura 3.18 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80\text{ cm}$ e $E_S = 8\text{ MPa}$ – $H_0 = 100\text{ kN}$ – $L/D = 10$	81
Figura 3.19 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80\text{ cm}$ e $E_S = 60\text{ MPa}$ – $H_0 = 100\text{ kN}$ – $L/D = 10$	81

Figura 3.20 – Tensões do solo - estacas com $D = 40 \text{ cm}$ – $L/D = 10$ – $E_S = 8 \text{ MPa}$ – $M_0 = 100 \text{ kN.m}$	82
Figura 3.21 – Tensões do solo - estacas com $D = 40 \text{ cm}$ – $L/D = 10$ – $E_S = 60 \text{ MPa}$ – $M_0 = 100 \text{ kN.m}$	82
Figura 3.22 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80 \text{ cm}$ e $E_S = 8 \text{ MPa}$ – $M_0 = 100 \text{ kN.m}$ – $L/D = 10$	82
Figura 3.23 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80 \text{ cm}$ e $E_S = 60 \text{ MPa}$ – $M_0 = 100 \text{ kN.m}$ – $L/D = 10$	82
Figura 4.1 – Domínio estudado (LL e LI) (vista de $\frac{1}{4}$ da malha)	85
Figura 4.2 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca $L = 4 \text{ m}$ ($DI = 3L$)	86
Figura 4.3 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca $L = 4 \text{ m}$ ($DI = 5L$)	86
Figura 4.4 – Estudo de domínio: Distribuição de momento – Estaca $L = 4 \text{ m}$ ($DI = 3L$ e $5L$)	86
Figura 4.5 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca $L = 32 \text{ m}$ ($DI = 3L$)	87
Figura 4.6 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca $L = 32 \text{ m}$ ($DI = 5L$)	87
Figura 4.7 – Estudo de domínio: Distribuição de momento – Estaca $L = 32 \text{ m}$ ($DI = 3L$ e $5L$)	87
Figura 4.8 – Modelo das malhas geradas	89
Figura 4.9 – Cargas horizontais: pontual (a) e cisalhante (b)	89
Figura 4.10 – Domínio do problema (vista de $\frac{1}{4}$ da malha)	90
Figura 4.11 – Modelagens R01 e R03 – malhas mais refinada	92
Figura 4.12 – Detalhe aplicação da carga (tensão cisalhante) R01	92
Figura 4.13 – Detalhe aplicação da carga (força concentrada) R03	92
Figura 4.14 – Modelagens R02 e R04 – malhas mais refinada	92
Figura 4.15 – Detalhe aplicação da carga (tensão cisalhante) R02	92
Figura 4.16 – Detalhe aplicação da carga (força concentrada) R04	92
Figura 4.17 – Modelagens V01 e V03 – malhas mais refinadas	94
Figura 4.18 – Detalhe aplicação da carga (tensão cisalhante) V01 e V02	94

Figura 4.19 – Detalhe aplicação da carga (força concentrada) V03 e V04	94
Figura 4.20 – Modelagens V02 e V04 – malhas menos refinadas	94
Figura 4.21 – Estaca mais refinada (200 elementos) (a) e menos refinada (40 elementos) (b)	95
Figura 4.22 - Valores de deflexão das estacas curtas	96
Figura 4.23 – Valores de deflexão para as estacas longas.....	97
Figura 4.24 – Momento fletor: aplicado em um só ponto (a), produzido por um binário de forças (b) e produzido por binário de tensões distribuídas (c)	98
Figura 4.25 – Malhas M01, M02 e M03 – Estaca com $L = 4$ m	99
Figura 4.26 – Malhas M04, M05 e M06 – Estaca com $L = 16$ m	99
Figura 4.27 – Deflexão – Estaca com $L = 4$ m	100
Figura 4.28 – Deflexão – Estaca com $L = 16$ m	100
Figura 4.29 – Distribuição de momentos – Estaca com $L = 4$ m	101
Figura 4.30 – Distribuição de momentos – Estaca com $L = 16$ m	101
Figura 4.31 – Estaca de geometria circular aproximada por um octógono	103
Figura 4.32 – Domínio das modelagens de validação do deslocamento (vista de $\frac{1}{4}$ da malha)	103
Figura 4.33 – Análises V03 e V06 para validação do deslocamento	104
Figura 4.34 – Detalhe aplicação da carga V03 e V06	104
Figura 4.35 – Malha das Validações V06 e V07	105
Figura 4.36 – Deformação da estaca (Validação V07).....	106
Figura 4.37 – Comparação entre ALLFINE e FX+ for DIANA ($E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$)	106
Figura 4.38 – Comparação entre ALLFINE e FX+ for DIANA ($E_s = 1.618 \text{ kN/m}^2$)	107
Figura 4.39 – Distribuição típica de momentos (a) apenas carga horizontal aplicada (b) apenas com momento aplicado (POULOS; DAVIS, 1980) – modificada pela autora	109
Figura 4.40 – Malha para validação do momento gerado	110

Figura 4.41 – Malhas VM01, VM01_1, VM02, VM02_1, VM07, VM07_1, VM08 e VM08_1: (a) Detalhe estaca (b) Estaca sujeita a força horizontal (c) Estaca com momento aplicado (d) Vista em planta - 8 elementos	113
Figura 4.42 – Malhas VM05, VM05_1, VM06, VM06_1, VM09, VM09_1, VM10 e VM10_1: (a) Detalhe estaca (b) Estaca sujeita a força horizontal (c) Estaca com momento aplicado (d) Vista em planta - 32 elementos	113
Figura 4.43 – Distribuição de momento ao longo da estaca (carregado lateralmente – H = 100 kN) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 8 elementos.....	114
Figura 4.44 – Distribuição de momento ao longo da estaca (carregado lateralmente – H = 100 kN) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 32 elementos.....	114
Figura 4.45 – Distribuição de momento (carregado lateralmente – H = 100 kN) – Interpolação quadrática – Análise estaca com 8 elementos x estaca com 32 elementos.....	115
Figura 4.46 – Distribuição de momento ao longo da estaca (momento aplicado – M = 100 kN.m) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 8 elementos....	115
Figura 4.47 – Distribuição de momento ao longo da estaca (momento aplicado – M = 100 kN.m) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 32 elementos..	116
Figura 4.48 – Distribuição de momento (momento aplicado – M = 100 kN.m) – Interpolação quadrática – Análise estaca com 8 elementos x estaca com 32 elementos.....	117
Figura 4.49 – Deflexão da estaca – Hetenyi x MDF	121
Figura 4.50 – Rotação da estaca – Hetenyi x MDF	121
Figura 4.51 – Momento distribuído ao longo da estaca – Hetenyi x MDF	122
Figura 4.52 – Cortante da estaca – Hetenyi x MDF	122
Figura 5.1 – Modelo de malha utilizadas nos problemas simulados	125
Figura 5.2 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada).....	130
Figura 5.3 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $\overline{K} = 1250$ (H_0 aplicada).....	130
Figura 5.4 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada).....	130
Figura 5.5 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado).....	130

Figura 5.6 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $\overline{K} = 1250$ (M_0 aplicado).....	131
Figura 5.7 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado).....	131
Figura 5.8 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada).....	132
Figura 5.9 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 1250$ (H_0 aplicada).....	132
Figura 5.10 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada).....	133
Figura 5.11 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)	133
Figura 5.12 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 1250$ (M_0 aplicado)	133
Figura 5.13 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)	133
Figura 5.14 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $L/D = 10$ (H_0 aplicada).....	135
Figura 5.15 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $L/D = 40$ (H_0 aplicada).....	135
Figura 5.16 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $L/D = 10$ (M_0 aplicado).....	135
Figura 5.17 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $D = 80$ cm (H_0 aplicada) (M_0 aplicado)	135
Figura 5.18 – Tensões do solo - solo com $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)	136
Figura 5.19 – Tensões do solo - solo com $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)	136
Figura 5.20 – Tensões do solo - solo com $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)	137
Figura 5.21 – Tensões do solo - solo com $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)	137

Figura 6.1 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	139
Figura 6.2 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	140
Figura 6.3 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	141
Figura 6.4 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	142
Figura 6.5 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	143
Figura 6.6 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	144
Figura 6.7 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	145
Figura 6.8 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	146
Figura 6.9 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	147
Figura 6.10 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	148
Figura 6.11 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	149
Figura 6.12 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	150
Figura 6.13 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	152
Figura 6.14 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	153

Figura 6.15 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	154
Figura 6.16 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	155
Figura 6.17 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	156
Figura 6.18 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	157
Figura 6.19 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	158
Figura 6.20 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	159
Figura 6.21 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	160
Figura 6.22 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	161
Figura 6.23 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	162
Figura 6.24 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	163
Figura 6.25 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	165
Figura 6.26 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	166
Figura 6.27 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	167
Figura 6.28 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	168

Figura 6.29 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	169
Figura 6.30 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	170
Figura 6.31 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	171
Figura 6.32 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	172
Figura 6.33 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	173
Figura 6.34 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	174
Figura 6.35 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	175
Figura 6.36 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões	176
Figura 7.1 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)	181
Figura 7.2 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)	182
Figura 7.3 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 20$; $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)	182
Figura 7.4 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 20$; $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)	183
Figura 7.5 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 40$; $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)	183
Figura 7.6 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 40$; $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)	184
Figura 7.7 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)	186
Figura 7.8 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)	187
Figura 7.9 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 20$; $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)	187

Figura 7.10 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 20; $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado) ...	188
Figura 7.11 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 40; $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)	188
Figura 7.12 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 40; $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado) ...	189
Figura A.1 – Planilha no Microsoft Office Excel para obter os gráficos de momento fletor a partir dos resultados encontrados no programa DIANA	202

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes propostos por Matlock e Reese (ALONSO, 1989).....	40
Tabela 2.2 – Coeficientes de regressão para deflexão da cabeça de estacas longas, flexíveis com topo livre em solo de duas camadas – Higgins <i>et al.</i> (2013)	47
Tabela 2.3 – Coeficientes de regressão para deflexão da cabeça de estacas rígidas com topo livre em solo de duas camadas – Higgins <i>et al.</i> (2013)	48
Tabela 3.1 – Polinômios dos elementos CTP45 e CHX60 (TNO, 2011).....	73
Tabela 4.1 – Malhas geradas para estudo – Estaca curta.....	91
Tabela 4.2 – Verificação da forma de aplicar as cargas – Estaca longa.....	93
Tabela 4.3 – Modelagens para análise da aplicação de momento fletor – Estaca com $L = 4$ m	99
Tabela 4.4 – Modelagens para análise da aplicação de momento fletor – Estaca com $L = 16$ m	99
Tabela 4.5 – Modelagens V03 ($E_s = 5.631$ kN/m ²) e V06 ($E_s = 1.618$ kN/m ²).....	104
Tabela 4.6 – Modelagens V05 ($E_s = 5.631$ kN/m ²) e V07 ($E_s = 1.618$ kN/m ²).....	105
Tabela 4.7 – Malhas submetidas apenas a carregamento horizontal	111
Tabela 4.8 – Malhas apenas com momento aplicado	112
Tabela 4.9 – Fatores de influência para a constante k_h Hetenyi (1946 apud POULOS; DAVIS, 1980).....	119
Tabela 4.10 – Resultados obtidos pelo MDF	120
Tabela 5.1 – Cargas e momentos fletores aplicados nas modelagens no programa FX+ <i>for</i> DIANA	123
Tabela 5.2 – Comprimento da estaca de acordo com diâmetro e comprimento relativo	124
Tabela 5.3 – Malhas simuladas para os casos de $L/D = 10$	125
Tabela 5.4 – Malhas simuladas para os casos de $L/D = 20$	126
Tabela 5.5 – Malhas simuladas para os casos de $L/D = 40$	126

Tabela 5.6 – Classificação das estacas quanto à sua rigidez, segundo Poulos e Davis (1980)	127
Tabela 5.7 – Módulo de elasticidade do solo adimensional	128
Tabela 7.1 – Relações estudadas de K_1 , K_2 e K	180

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ELS – Estado limite de serviço

ELU – Estado limite último

MDF – Método das diferenças finitas

MEF – Método dos elementos finitos

N_{SPT} - Índice de resistência à penetração

SPT – Standard Penetration Test

LISTA DE SÍMBOLOS

D – dimensão transversal da estaca (diâmetro);

DI – limite inferior (domínio inferior);

DL – limite lateral (domínio lateral);

E_S – módulo de elasticidade do solo ou módulo de *Young*;

E_P – módulo de elasticidade da estaca;

E_{oed} – módulo oedométrico;

G_S – módulo cisalhante do solo;

G_S^* – módulo cisalhante equivalente;

H – carga horizontal aplicada;

I_P – momento de inércia da seção da estaca;

I – momento de inércia da seção transversal da estaca em relação ao eixo principal normal ao plano de flexão;

K – coeficiente de proporcionalidade entre a tensão horizontal máxima;

$\overline{K}$ – rigidez relativa solo-estaca

$K_{\rho H}$ – fator de influência para a constante k_h de deslocamento – solução de Hetenyi;

$K_{\theta H}$ – fator de influência para a constante k_h de rotação – solução de Hetenyi;

K_{MH} – fator de influência para a constante k_h de momento – solução de Hetenyi;

K_{QH} – fator de influência para a constante k_h de cortante – solução de Hetenyi;

k_h – coeficiente de reação horizontal do solo;

Kh – módulo de reação horizontal do solo;

M – momento fletor aplicado;

m_h – taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal com a profundidade;

m^* – gradiente m^* ;

$M_{\text{máx}}$ – momento fletor máximo;

n_h – taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal com a profundidade, incluindo a dimensão transversal D (dimensão FL^{-3}).

p – tensão normal horizontal atuante em frente a estaca;

T – rigidez relativa estaca-solo;

z – profundidade do ponto analisado do solo;

$z_{crítico}$ – profundidade crítica,

L – comprimento da estaca;

L_C – comprimento crítico da estaca;

L_P – comprimento da estaca (nomenclatura utilizada na solução de Higgins *et al.*);

L_0 – profundidade onde o momento é zerado (até onde a estaca deverá ser armada);

L/D – comprimento relativo;

M_0 – momento aplicado no método proposto;

H – carga horizontal aplicada;

H_0 – carga horizontal aplicada no método proposto;

M_i – momento aplicado no ponto i ;

Q_i – cortante no ponto i ;

R_n – é o resíduo da série de Taylor;

r_P – raio da estaca (nomenclatura utilizada na solução de Higgins *et al.*);

ν_s – coeficiente de Poisson do solo;

ν_p – coeficiente de Poisson da estaca;

ρ – deslocamento horizontal do solo;

σ_{hi} – tensão horizontal ponto i ;

$\sigma_{h\ máx}$ – tensão máxima horizontal;

λ – rigidez relativa solo-estaca;

θ_i – rotação no ponto i .

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	25
2.2. MÉTODOS E MODELOS TEÓRICOS PARA FUNDAÇÕES CARREGADAS LATERALMENTE	26
2.2.1. Modelos que analisam o deslocamento da estaca	27
2.2.2. Métodos que analisam a ruptura da estaca.....	29
2.3. COEFICIENTES DE REAÇÃO HORIZONTAL.....	34
2.4. SOLUÇÕES A PARTIR DO COEFICIENTE DE REAÇÃO HORIZONTAL	37
2.4.1. Para o caso do módulo de reação horizontal constante com a profundidade.....	37
2.4.2. Para o caso do módulo de reação horizontal variável linearmente com a profundidade.....	38
2.5. ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE PELA TEORIA DA ELASTICIDADE.....	40
2.6. COMPORTAMENTO DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE ..	49
2.7. STANDARD PENETRATION TEST (SPT).....	52
2.8. CORRELAÇÕES ENTRE O NSPT E O MÓDULO DE ELASTICIDADE DO SOLO	53
2.9. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS (MDF)	54
2.10. MÉTODO EMPÍRICO AVALIADO	58
2.11. EFEITO DO COMPRIMENTO DA ESTACA.....	64
3 METODOLOGIA.....	66
3.1. PROGRAMA DIANA	66
3.2. IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	73

3.3. OBTENÇÃO DOS GRÁFICOS DE TENSÕES POR MEIO DOS RESULTADOS DO DIANA	79
4 ESTUDO DE MALHA E VALIDAÇÃO DAS FERRAMENTAS EMPREGADAS	84
4.1. MEF – ESTUDO DO DOMÍNIO	84
4.2. ESTUDO DE MALHA E APLICAÇÃO DA CARGA.....	88
4.2.1. Quanto à forma de aplicação da carga horizontal e densidade da malha no DIANA	88
4.2.2. Quanto à forma de aplicação do momento.....	97
4.3. COMPARAÇÃO COM CASOS DA LITERATURA	102
4.3.1. Validação quanto ao deslocamento horizontal	102
4.3.2. Validação em relação ao momento fletor	108
4.4. VALIDAÇÃO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	118
5 ANÁLISE PARAMÉTRICA	123
5.1. MALHAS UTILIZADAS NO ESTUDO.....	123
5.2. RIGIDEZ DA ESTACA	126
5.3. ADIMENSIONALIZAÇÃO DOS GRÁFICOS	127
5.4. COMPORTAMENTO DA ESTACA.....	129
6 COMPARAÇÕES “MEIO CONTÍNUO” X “COEFICIENTE DE REAÇÃO HORIZONTAL”.....	138
6.1. SOLOS COM ALTA DEFORMABILIDADE	139
6.2. SOLOS COM DEFORMABILIDADE MÉDIA	151
6.3. SOLOS COM BAIXA DEFORMABILIDADE	165
7 AVALIAÇÃO DO MÉTODO EMPÍRICO	178
7.1. PROBLEMAS ESTUDADOS.....	178
7.2. AVALIAÇÃO DO MÉTODO EMPÍRICO ANALISADO.....	180
7.3. COMENTÁRIOS ADICIONAIS	190

8 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	192
8.1. CONCLUSÕES.....	192
8.1.1. Análise paramétrica	192
8.1.2. Comparações “meio contínuo” x “coeficiente de reação horizontal”	193
8.1.3. Avaliação do método empírico	194
8.2. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	196
REFERÊNCIAS	197
APÊNDICE A OBTENÇÃO DO GRÁFICO DE MOMENTO FLETOR PELO DIANA	202

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Diante da alta taxa de crescimento populacional, existe a necessidade de ocupação de novas áreas para habitação, melhoria estrutural das áreas previamente ocupadas e obras de engenharia mais arrojadas, que levam a esforços cada vez maiores. Nesse sentido, para o crescimento de cidades nas regiões nobres é cada vez menor a disponibilidade de áreas e, com isso, há uma pressão para a verticalização das obras, resultando em fundações mais complexas. Evidencia-se, assim, a importância das fundações nas edificações.

Considerando que a fundação transmite carga para o solo, e que este deve resistir a todos os esforços aplicados sobre ele, tem-se preocupado com a relação solo-estrutura. A análise desta relação tem por objetivo fornecer os deslocamentos reais da fundação e da estrutura, e calcular os esforços internos resultantes desta interação. Esta interação depende da rigidez e da geometria da fundação, do tipo de solo e do nível de deslocamento atingido.

O uso de estacas como elemento de fundação tem-se tornado cada vez mais difundido. No Brasil, as fundações de edificações construídas em concreto armado, nas primeiras décadas do século XX, se apoiavam sobre fundações diretas, do tipo sapatas de concreto armado ou blocos de concreto simples. Nas situações em que eram utilizadas fundações profundas, optava-se pelo uso de estacas de madeira ou estacas pré-moldadas de concreto armado.

Além de resistirem aos esforços verticais, as estacas são empregadas para resistirem aos esforços horizontais e aos momentos fletores. O pilar em uma ponte, por exemplo, está sujeito a cargas verticais provenientes do peso próprio da ponte e das cargas sobre ela; a cargas horizontais longitudinais (frenagem, efeito de temperatura e etc.) e a cargas horizontais transversais (força centrífuga, ventos, inundações, entre outros). Consequentemente, o elemento de fundação deste pilar também deve resistir a estes esforços.

Dessa forma, devido ao número crescente de obras sujeitas a grandes esforços laterais, como por exemplo, estruturas “off-shore” e de contenção, fundações de edifícios elevados e de pontes, portos e torres de linhas de transmissão, as fundações devem ser dimensionadas não apenas em relação às cargas verticais, mas também em relação aos esforços horizontais.

Um aspecto fundamental nos estudos de estacas carregadas lateralmente é o comportamento estaca-solo. Nestes estudos se devem determinar os elementos básicos, como deslocamentos

horizontais, cargas laterais, momentos fletores, empuxo e esforços cortantes atuantes na estaca. Para gerar estas análises, existem diversos métodos numéricos, que aliados à tecnologia computacional, permitem simular as fundações em solos com maior rigor matemático, aproximando cada vez mais o modelo da realidade.

A análise do comportamento de estacas isoladas, submetidas a carregamento horizontal, pode ser feita basicamente por cinco linhas de abordagem: modelos baseados em equilíbrio limite; modelos baseados no coeficiente de reação horizontal do solo; modelos elásticos; modelos sofisticados implementados em ferramentas numéricas e pelo método das curvas “p-y”.

O objetivo geral desta dissertação é avaliar um método empírico para a previsão de esforços internos em estacas carregadas lateralmente, o qual será baseado nos ensaios Standard Penetration Test (SPT), tornando o uso deste método mais simples.

Os objetivos específicos são: estudar os métodos teóricos existentes; realizar análises paramétricas para escolher as modelagens numéricas a serem executadas; comparar métodos de previsão de esforços internos para estacas carregadas lateralmente e apresentar o método em estudo.

Com esse intuito, a pesquisa foi estruturada em oito capítulos, com o intuito de apresentar o assunto e os métodos utilizados para desenvolver a pesquisa, de forma a obter uma melhor apreensão das informações disponibilizadas neste. Os capítulos foram organizados da seguinte forma:

- **Capítulo 1 – Introdução:** são apresentados o tema, a justificativa e os objetivos gerais e específicos do trabalho.

- **Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica:** neste capítulo são apresentadas algumas considerações gerais sobre o tema estudado e uma breve explicação sobre os modelos teóricos existentes para a análise de estacas carregadas horizontalmente; algumas soluções para o coeficiente de reação horizontal do solo e para a obtenção de esforços internos por meio deste modelo. Além disso, é feita uma abordagem a cerca do comportamento de estacas carregadas lateralmente por meio de citações de trabalhos nesta linha, desde mais antigos até os mais recentes. Também são mostrados alguns trabalhos que utilizam o N_{SPT} para a análise de estacas sujeitas a carregamentos transversais; algumas correlações entre o N_{SPT} e o módulo de elasticidade do

solo e a apresentação, de forma sucinta, do Método das Diferenças Finitas (MDF) e as soluções de esforços internos por meio deste.

- **Capítulo 3 – Metodologia:** são abordados os métodos e os programas numéricos utilizados para a realização deste estudo. São apresentadas as informações necessárias para a implementação das modelagens numéricas no programa DIANA, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF); e as equações e dados de entrada necessários para a implementação da planilha eletrônica Excel com o MDF.

- **Capítulo 4 – Estudo de Malha e Validação da Implementação no DIANA e da Planilha com MDF:** neste capítulo são apresentados o estudo de malhas, para identificar a influência da discretização das mesmas, e da forma de aplicação das cargas atuantes sobre a estaca, e a validação do programa DIANA. Realiza-se também, a validação da planilha no Excel com a aplicação do MDF. Estas validações foram executadas por meio da comparação de resultados existentes na literatura com os obtidos pelos métodos utilizados, sendo que para a validação da ferramenta numérica DIANA foram comparados os valores obtidos neste programa com outro também baseado no MEF, e a validação da planilha com o MDF foi realizada comparando-se os resultados encontrados com outra solução que utiliza MDF.

- **Capítulo 5 – Análise paramétrica:** as análises paramétricas foram feitas por meio da comparação dos resultados obtidos para os casos simulados no programa DIANA, que compreendem estacas de diferentes diâmetros e comprimentos, em diferentes tipos de solos, simulando solos com deformabilidades diferentes.

- **Capítulo 6 – Comparações “meio contínuo” x “coeficiente de reação horizontal”:** Neste capítulo foram comparados os resultados de análises elásticas, considerando dois modelos distintos: Meio Contínuo e Elástico (utilizando o DIANA), com o método de coeficientes de reação, que considera o solo como uma sequência discreta de molas. Tal modelo foi implementado em planilha eletrônica (utilizando o Excel) com o Método das Diferenças Finitas, representando o solo por molas elásticas (coeficiente de reação horizontal do solo).

- **Capítulo 7 – Avaliação do método empírico:** Este capítulo apresenta a avaliação de um método empírico para estacas carregadas lateralmente, proposto pela Empresa GEOSERV ENGENHARIA na década de 80, e que é utilizado por diversas empresas na região centro-oeste. São apresentadas análises comparativas entre os resultados obtidos com o programa numérico DIANA e com o método empírico avaliado. Procurou-se ainda obter uma solução para a tensão máxima horizontal (tensão de trabalho), que deveria ser empregada por este método para obter resultados mais próximos de uma análise elástica.

- **Capítulo 8 – Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos:** versa-se sobre as conclusões obtidas com as análises realizadas na pesquisa, assim como sugestões para a realização de trabalhos futuros que possam ser elaborados como auxílio ou a partir deste.

- **Apêndice A – Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos:** apresenta a metodologia adotada para obter os gráficos de momento fletor a partir dos resultados obtidos com o programa DIANA.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão revisados alguns modelos baseados no coeficiente de reação horizontal do solo que preveem o comportamento de estacas isoladas submetidas a carregamentos laterais.

2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Estacas carregadas lateralmente são usadas para a contenção de solo; plataformas marinhas; pilares de pontes; estruturas esbeltas; torres e edificações sob carregamentos horizontais em geral. Elas representam um problema complexo de interação solo-estrutura conduzido pela relação entre a estaca e a reação de empuxo passivo gerado no solo em torno desta (SU; LI, 2013).

O valor da deformação de estacas carregadas transversalmente depende da reação do solo, o qual é função do nível de deformação, e da rigidez a flexão da mesma. A interação depende essencialmente da geometria e da rigidez da estaca, do nível de deformação alcançado e do tipo de solo.

A reação do solo à ação da estaca é um aspecto fundamental nos estudos de estacas sujeitas a esforços horizontais. Essa reação depende da natureza do solo, do nível de carregamento, do tipo de solicitação, da forma e dimensão da estaca. Nessas análises, devem-se determinar os elementos básicos, como deslocamentos horizontais, cargas laterais, momentos fletores, empuxo e esforços cortantes atuantes na estaca.

A análise de uma estrutura de fundação solicitada por cargas laterais é realizada sob o estado limite último (ELU) de resistência e estado limite de serviço (ELS). Sousa (2006) destaca que os dois estados limites precisam ser concebidos no dimensionamento de fundações profundas sujeitas a carregamentos horizontais, uma vez que o problema engloba três aspectos: estabilidade do solo (segurança à ruptura); ruptura estrutural das estacas por esforços internos excessivos e deslocamentos excessivos da cabeça dos elementos de fundação de modo a comprometer o trabalho da estrutura suportada.

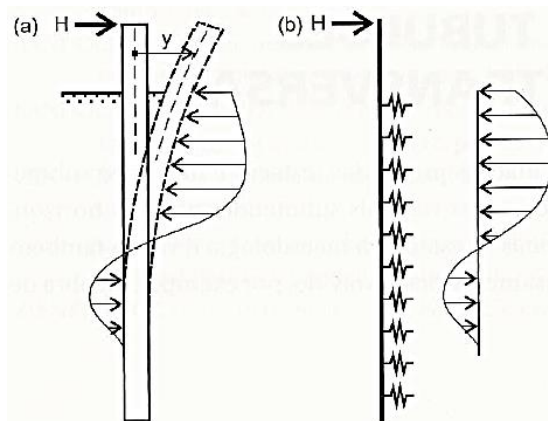
Assim, conforme o esforço lateral acima da superfície do terreno aumente, os deslocamentos horizontais de uma estaca submetida a esse esforço e a correspondente reação do solo crescem, até que se atinja a ruptura do solo, supondo que a estaca resista às solicitações fletoras que aparecem, como representado na Figura 2.1 (a).

2.2. MÉTODOS E MODELOS TEÓRICOS PARA FUNDAÇÕES CARREGADAS LATERALMENTE

Existem vários modelos para o estudo de estacas carregadas lateralmente, e como o problema se divide em duas verificações, deslocamento e ruptura, pode-se ser realizada uma análise de ELS (para deslocamento) ou ELU (para ruptura). Há teorias mais avançadas, no entanto, que podem analisar as duas situações, como é o caso dos modelos baseados nos Métodos dos Elementos Finitos (MEF) e das curvas “p-y”.

A abordagem teórica deste problema, ou seja, obtenção dos esforços, rotações e deslocamentos gerados nas estacas carregadas horizontalmente, segue basicamente cinco linhas: método do equilíbrio limite; método do módulo de reação horizontal; modelo de um meio contínuo e elástico; modelos complexos em ferramentas numéricas; e o método das curvas “p-y” (FAN; LONG, 2005). Os métodos que analisam a condição de trabalho para fornecer os deslocamentos horizontais e esforços internos nas estacas consideram o solo como uma extensão da hipótese de Winkler, proposta em 1867, a qual representa o solo por uma série de molas independentes (Figura 2.1 (b)), ou analisando o caso de vigas apoiadas em um meio contínuo, ou seja, em um solo normalmente elástico.

Figura 2.1 – Estaca submetida a uma força transversal: reação do solo (a) real e (b) modelada pela hipótese de Winkler (VELLOSO; LOPES, 2010)



Em ambos os modelos, as tensões despertadas no solo precisam ser verificadas quanto à possibilidade de se esgotar a resistência passiva dele, se as molas forem consideradas lineares ou o meio elástico linear. Se a análise considerar que a reação é do tipo mola, porém não linear, o comportamento do solo pode ser modelado até a ruptura pelas curvas “p-y” (VELLOSO; LOPES, 2010).

Outros métodos analisam a estaca na condição de ruptura ou equilíbrio plástico, fornecendo a força horizontal que levaria à ruptura da estaca ou do solo. Essa força precisa ser reduzida por um fator de segurança para que seja obtido o máximo esforço horizontal de serviço. Alternativamente, também se pode introduzir a força de serviço majorada por um fator parcial, e a resistência passiva do solo minorada por fatores parciais de minoração da resistência, para verificar se há equilíbrio (VELLOSO; LOPES, 2010).

2.2.1. Modelos que analisam o deslocamento da estaca

a) Método do módulo de reação horizontal:

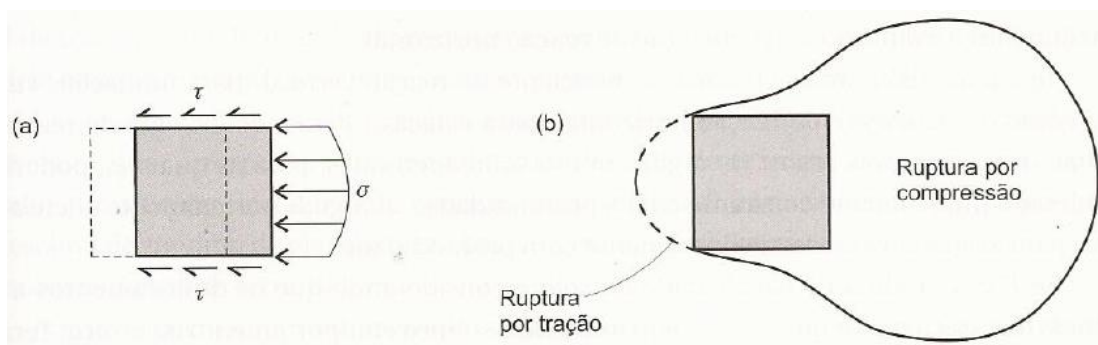
Para o cálculo de estacas carregadas transversalmente pode-se basear nos métodos da teoria de reação horizontal do solo, que considera que a reação do solo é proporcional ao deslocamento horizontal. Os métodos baseados no coeficiente de reação do solo foram idealizados por Winkler em 1867. Sua hipótese é amplamente utilizada na solução de problemas de estacas submetidas a esforços laterais, principalmente pela possibilidade de variação dos parâmetros tensão-deformação com a profundidade e por poder simular comportamento não linear do solo, pelas curvas “p-y”.

Alonso (1989) afirma que apesar do modelo de Winkler não representar, na totalidade, a realidade física do problema, este é muito utilizado no estudo de deslocamentos e esforços em estacas carregadas transversalmente. De acordo com Poulos e Davis (1980), uma das desvantagens da hipótese de Winkler é a falta de continuidade entre as molas, por serem discretas e independentes. Além disso, os autores não vislumbravam aplicação para análise de grupo de estacas. Diversos autores, entretanto, apontaram aproximações teóricas para o assunto, como Brown; Morrison e Reese (1988) que apresentam soluções aproximadas para grupos de estacas. Recentemente, trabalhos como de Han; Salgado e Prezzi (2015) empregaram uma nova abordagem para descrever a mecânica do meio contínuo, obtendo resultados mais eficientes do que as curvas “p-y” para o comportamento não linear. Ashour; Pilling e Norris (2004), que desenvolveram um modelo aproximado de cunha de deformação

para analisar o comportamento de um grupo de estacas, sob carregamento horizontal, em solo homogêneo e solo heterogêneo, e baseando-se nessa aproximação foi possível determinar a curva “p-y” de diferentes estacas do grupo. Salgado; Tehrani e Prezzi (2014) analisaram o comportamento de grupos de estacas sujeitas a este tipo de carregamento, que apresentaram um método semi-analítico para analisar grupos de estacas submetidas a cargas laterais. Para ilustrar a facilidade de uso e utilidade do método, foram gerados gráficos mostrando a capacidade de carga de grupos de estacas para alguns perfis de solos.

Como o solo resiste ao deslocamento horizontal da estaca por tensões normais de compressão contra a frente da estaca e por tensões cisalhantes atuantes nas laterais (Figura 2.2), fazendo com que quase não haja resistência na parte de trás da estaca, a substituição do solo por molas idênticas e independentes pode ser compreendida naturalmente para o caso de uma viga. No entanto, esta compreensão não é tão trivial para uma estaca assente em solo.

Figura 2.2 – Reação do solo contra o deslocamento horizontal da estaca: (a) tensões despertadas e (b) mecanismo de ruptura (VELLOSO; LOPES, 2010)



Uma estaca carregada transversalmente é solicitada em compressão de um lado e em tração do outro, e do lado tracionado, geralmente, o solo não acompanha o movimento da estaca, assim o modelo do meio elástico contínuo não representa adequadamente o solo na vizinhança de uma estaca carregada transversalmente (PRAKASH; SHARMA, 1990). Além disso, os deslocamentos variam ao longo do comprimento da estaca.

Segundo Garassino (1994), o modelo de Winkler para se prever o comportamento de estacas submetidas a solicitações laterais é o mais empregado em todo mundo. Trabalhos como de Sales; Cunha e Farias (1998) e de Araújo (2013), utilizaram modelos baseados no coeficiente de reação horizontal do solo para estudar estacas carregadas lateralmente.

A Equação (2.1), a qual incorpora a Hipótese de Winkler, rege a interação entre o solo e a estaca para a análise de estacas sob carregamento horizontal, impondo igualdade de forças internas e externas atuantes na estaca e levando em conta a rigidez à flexão da estaca ($E_P I$).

$$E_P I_P \frac{d^4 \rho}{dz^4} + K_h \rho = 0 \quad (2.1)$$

onde:

E_P = módulo de elasticidade do material da estaca;

I_P = momento de inércia da seção transversal da estaca;

z = profundidade do ponto analisado do solo;

ρ = deslocamento horizontal do solo;

K_h = módulo de reação horizontal do solo (incorpora a dimensão transversal da estaca – dimensão FL^{-2}).

b) Modelo do meio contínuo e elástico:

Os modelos de um meio contínuo e elástico preveem o comportamento da estaca a partir da teoria da elasticidade, considerando o solo em um domínio elástico. Este método apresenta bons resultados apenas para baixos níveis de deformação, quando o solo pode ser aproximado pelo regime elástico e possui, como vantagem, o fato de possibilitar a análise de interação em um grupo de estacas (SALES; CUNHA; FARIAS, 1998).

2.2.2. Métodos que analisam a ruptura da estaca

a) Método do Equilíbrio Limite:

As abordagens baseadas em equilíbrio limite adotam uma forma de deslocamento para a estaca, o qual pode se caracterizar como um movimento de translação, de giro de toda ou de parte da estaca, dependendo do comprimento da mesma, ou seja, se a estaca é curta ou longa. Após se definir o comportamento da estaca, faz-se o equilíbrio de tensões atuantes na face da estaca.

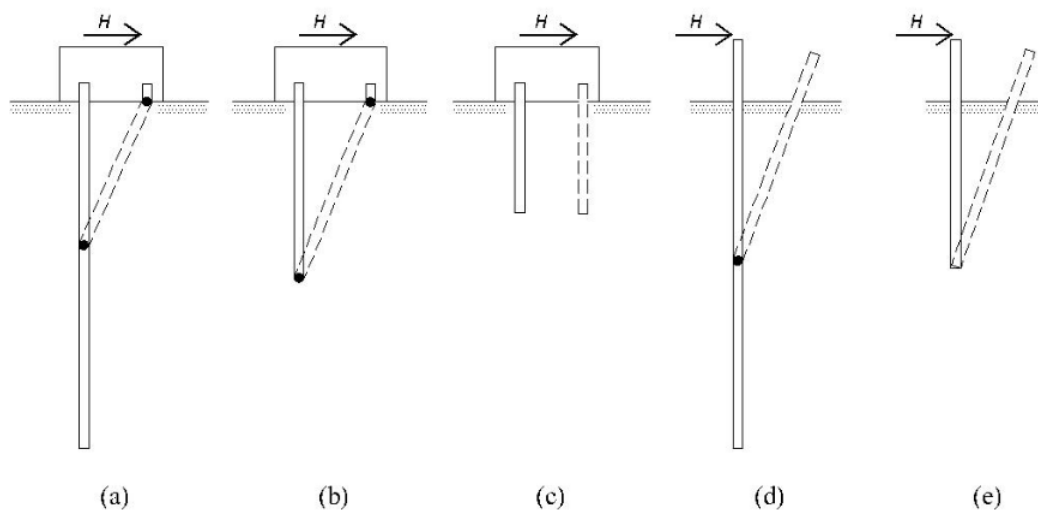
Nesta área, podem ser citados os trabalhos de Broms (1965) e o de Fleming et al. (2009), os quais adotam a filosofia dos métodos de Equilíbrio Limite, que determinam a capacidade de

carga por meio da tensão ou resistência limite do solo. Sendo que o colapso de uma fundação em estacas carregadas horizontalmente ocorre quando um mecanismo de ruptura se forma em cada estaca, como apresentado na Figura 2.3.

O modo de ruptura depende do comprimento da estaca, da rigidez da seção da estaca e das características de tensão-deformação do solo (CINTRA, 2002). Os mecanismos de ruptura são:

- a) Estacas longas engastadas, que a ruptura ocorre por serem formadas duas rótulas plásticas, uma na seção de engastamento e outra a uma determinada profundidade;
- b) Estacas intermediárias engastadas, que apresentam colapso quando o momento fletor na seção de engastamento da estaca atinge o valor correspondente à carga última da estaca;
- c) Estacas curtas engastadas, nas quais a ruptura acontece quando a estaca tem uma translação de corpo rígido;
- d) Estacas longas livres, que sofrem colapso quando a resistência da estaca à ruptura é atingida a certa profundidade;
- e) Estacas curtas livres, no qual a ruptura ocorre quando a estaca gira, como um corpo rígido, em torno de um ponto localizado a certa profundidade. O solo apresenta resistência lateral ao longo do comprimento da estaca.

Figura 2.3 – Mecanismos de ruptura: a) Estaca longa engastada; b) Estaca intermediária engastada; c) Estaca curta engastada; d) Estaca longa livre e e) Estaca curta livre (VELLOSO; LOPES, 2010) – modificado pela autora



A ruptura de um grupo de estacas ou de estacas isoladas carregadas transversalmente pode ocorrer se as cargas atuantes ultrapassarem as previstas em projeto; se os parâmetros de resistência da estaca ou do solo forem superestimados e se o cálculo da resistência lateral da estaca for superestimado.

As estacas longas se rompem pela formação de uma ou duas rótulas plásticas ao longo de seu comprimento (ruptura do próprio material da estaca) e as estacas curtas rompem quando a resistência do terreno é ultrapassada. Os deslocamentos laterais das estacas relativamente curtas dependem principalmente da profundidade de penetração e das propriedades do solo, enquanto os deslocamentos laterais de uma estaca longa são independentes da profundidade de penetração, mas dependem da rigidez da seção da estaca (CINTRA, 2002). Além dos fatores citados por Cintra (2002), os deslocamentos laterais de uma estaca longa também dependem da rigidez do solo.

b) Método dos elementos finitos (MEF):

Análise em Elementos Finitos, também chamada de Método dos Elementos Finitos, é um método de solução numérica para problemas de campo, os quais requerem a determinação de distribuição espacial de uma ou mais variáveis dependentes. Sendo que, matematicamente, um problema de campo é descrito por equações diferenciais ou por uma expressão integral (COOK *et al.*, 2002).

De acordo com Bathe (1996), o MEF na engenharia foi desenvolvido inicialmente para analisar problemas de mecânica estrutural. No entanto, posteriormente se reconheceu que a técnica poderia ser aplicada em diversas classes de problemas. Essa aplicação tem-se estendido, por exemplo, à problemas de análise de obras de terra e de fundações.

Elementos finitos individuais podem ser visualizados como pequenas parcelas da estrutura (COOK *et al.*, 2002). Esses elementos são conectados por pontos chamados nós. O conjunto de elementos finitos mais nós forma o que é conhecido como malha de elementos finitos.

Esse método possibilita a modelagem do solo de forma mais próxima do real, por incorporar diversos dos fatores que afetam a interação solo-estaca. Em alguns casos, esta análise é feita de forma tridimensional e exige um maior esforço computacional. Segundo González (2014), o MEF é o mais utilizado dos métodos numéricos existentes, por ser uma ferramenta ampla e versátil para modelar quase todo tipo de problema.

Uma das maiores vantagens do método é o fato de possibilitar simulações tridimensionais. As cargas laterais são na realidade multidirecionais, e por isso é necessária uma análise 3D para simular o comportamento desse problema (SU; LI, 2013).

Como exemplo, podem ser citados os trabalhos de Viana; Azevedo I. e Azevedo R. (1998), que apresentaram análises não lineares, considerando o modelo tridimensional de elementos finitos e de Lautenschläger *et al.* (2010), no qual realizaram uma modelagem tridimensional utilizando método dos elementos finitos. Ambos os estudos foram realizados para estacas.

Problemas gerados em elementos finitos podem ser apenas para análises de deslocamento ou para avaliar deslocamento e ruptura. O tipo de análise depende do tipo da implementação do modelo, que pode ser elástico ou elasto-plástico. Se for um modelo elástico, só é possível obter resultados de deslocamento e se for um modelo de base elasto-plástica, é possível realizar tanto análises de deslocamento, quanto de ruptura.

Vale ressaltar que neste trabalho foram realizadas apenas implementações com modelo elástico-linear.

c) Curvas “p-y”:

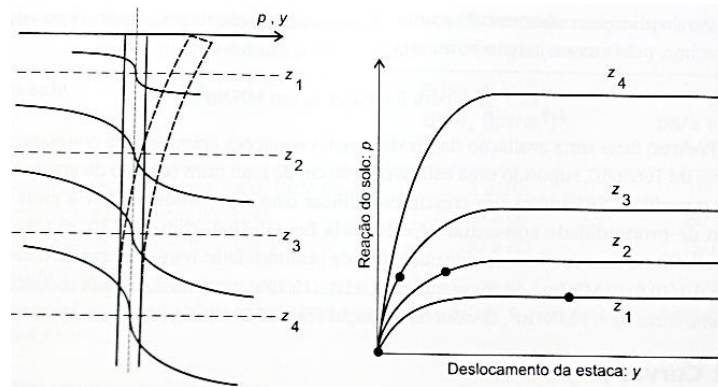
Um problema de carregamento lateral em estacas pode ser considerado linear apenas para baixos níveis de carga e, conseqüentemente, para pequenos deslocamentos horizontais.

O método das curvas “p-y” (resistência vs deslocamento) pode ser considerado uma extensão do método de Winkler, pois ambos estão baseados no princípio do módulo de reação horizontal do solo. No entanto, neste caso se considera molas não lineares, cujo comportamento é expresso pela curva “p-y”. Essas curvas permitem que sejam identificados os diferentes níveis de mobilização da resistência lateral do solo em função do deslocamento sofrido pela estaca, conforme Figura 2.4. Com esse método, pode-se realizar tanto análises de deslocamento, quanto de ruptura.

A partir das curvas “p-y” pode-se determinar os deslocamentos horizontais e esforços internos da estaca utilizando-se métodos numéricos e analíticos. Essas curvas tem como vantagem o fato de assumir um comportamento não linear entre a resistência do solo e o deslocamento horizontal da estaca, podendo produzir uma solução mais realista, por exemplo, em relação aos métodos baseados na teoria do coeficiente de reação horizontal do solo. Além disso,

também pode ser utilizado para estimar a capacidade de carga lateral do sistema solo – estaca (ARAÚJO, 2013).

Figura 2.4 – Conceito de curvas “p-y” (VELLOSO; LOPES, 2010)



Diversos autores utilizaram este método. Dentre eles, pode-se citar Liu e Meyerhof (1987), que desenvolveram um método de análise não linear para estacas flexíveis carregadas lateralmente, comparando o método proposto com outros já existentes por meio de análises elásticas e plásticas.

Heidari *et al.* (2014), que analisou o comportamento não linear de uma estaca isolada carregada lateralmente submetida a carregamento lateral cíclico, por meio do Método de deformação de cunha baseado na curva “p-y” (*strain wedge method – SWM*). Sendo que este método se mostrou capaz de representar a interação solo-estaca.

Kim e Jeong (2011) compararam resultados obtidos em modelagens 3D usando elementos finitos com valores encontrados em testes de carga de campo, por meio da análise de curvas “p-y”. Os autores concluíram que a simulação 3D possui concordância com os valores medidos em campo, proporcionando uma representação realista da interação solo-estaca para estacas carregadas lateralmente, o que não ocorre com alguns métodos baseados nas curvas “p-y”. Determinaram ainda que uma análise numérica tridimensional rigorosa pode superar as limitações de métodos “p-y” existentes.

Araújo (2013) realizou um estudo experimental para investigar o comportamento de estacas hélice contínua e estacas cravadas metálicas submetidas a carregamentos laterais em areia. Para a interpretação dos resultados, o coeficiente de reação horizontal do solo foi determinado através dos resultados das provas de carga e comparado com valores obtidos a partir de

correlações baseadas no índice de resistência à penetração (NSPT). Além disso, curvas “p-y” foram construídas para prever o comportamento de estacas submetidas a carregamentos horizontais.

2.3. COEFICIENTES DE REAÇÃO HORIZONTAL

Para a determinação dos esforços internos e deslocamentos de estacas sujeitas a carregamentos laterais e momentos flettores, tem sido muito utilizada a teoria da reação horizontal do solo, baseada no problema de viga sobre apoio elástico. Sendo que esta hipótese considera que a reação é proporcional ao deslocamento em determinado ponto.

Considera-se a resultante das tensões normais e cisalhantes em uma área à frente da estaca, supondo-se que a reação do solo é uma tensão normal (p), perpendicular ao deslocamento. De tal modo, pela hipótese de Winkler, tem-se que p pode ser calculado pela Equação (2.2).

$$p = k_h \times \rho \quad (2.2)$$

onde:

p = tensão normal horizontal atuante em frente a estaca (dimensão FL⁻²); k_h = coeficiente de reação horizontal (constante da “mola”) (dimensão FL⁻³); e ρ = deslocamento horizontal do solo.

Além do coeficiente k_h apresentado, há o módulo de reação horizontal (K_h) incorporando a dimensão transversal da estaca (D), sendo K_h (dimensão FL⁻²) calculado pela Equação (2.3).

$$K_h = k_h \times D \quad (2.3)$$

O coeficiente de reação horizontal (k_h) pode ser constante ou variar com a profundidade, sendo que o valor e a variação de k_h dependem das características de deformação do solo. Para o caso de uma argila pré-adensada, em que o E_s é praticamente independente da profundidade, o k_h é constante e pode ser calculado pela Equação (2.4). Caso ele seja variável, o que ocorre para o caso de uma areia pura, por exemplo, em que o E_s cresce de forma linear com a profundidade, pode ser calculado pelas Equações (2.5) e (2.6).

$$k_h = \frac{p}{\rho} \quad (2.4)$$

$$k_h = m_h \times z \quad (2.5)$$

$$k_h = n_h \times \frac{z}{D} \quad (2.6)$$

onde:

z = profundidade; m_h = taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal com a profundidade (dimensão FL^{-4}); n_h = taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal com a profundidade, incluindo a dimensão transversal D (dimensão FL^{-3}).

A principal dificuldade para a aplicação da teoria de reação horizontal do solo é estimar apropriadamente o valor de K_h , pois este depende de muitos fatores além da natureza do solo. Com isso, ele não pode ser determinado diretamente em laboratório ou por meio de ensaios em modelos reduzidos. A determinação do módulo de reação do solo é geralmente feita por meio de prova de carga lateral em uma estaca; por prova de carga em placa ou por correlações empíricas com outros parâmetros do solo (CINTRA, 2002). Dessa forma, diversos autores propuseram relações para o k_h .

Terzaghi (1955) analisou tanto o coeficiente de reação vertical para fundações superficiais, quanto o coeficiente de reação horizontal para estacas. Para o segundo caso, foram consideradas argilas muito sobreadensadas, para as quais k_h poderia ser considerado constante e argilas normalmente adensadas, nas quais k_h crescia linearmente com a profundidade. Assim, Terzaghi propôs a Equação (2.7), considerando que os deslocamentos a uma distância da estaca maior que $3D$ não tem influência sobre o comportamento da estaca.

$$k_h = 0,74 \times \frac{E_s}{D} \quad (2.7)$$

onde:

E_s = módulo de elasticidade do solo; e D = dimensão transversal da estaca (diâmetro).

Pyke e Beiake (1985) sugeriram uma relação diferente entre o módulo de elasticidade do solo (E_s) e a dimensão transversal da estaca (D), conforme Equação (2.8).

$$k_h = \frac{2E_s}{D} \quad (2.8)$$

Broms (1964¹ *apud* POULOS; DAVIS, 1980) estimou k_h de acordo com a Equação (2.9):

$$k_h = 1,67 \frac{E_s}{D} \quad (2.9)$$

Vésic (1961) estimou k_h pela Fórmula (2.10):

$$k_h = \left(\frac{0,65}{D} \right)^{12} \sqrt{\frac{E_s D^4}{E_p I_p}} \left(\frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \right) \quad (2.10)$$

onde:

ν_s = coeficiente de Poisson do solo.

Schmitt (1995) propôs para k_h a Equação (2.11):

$$k_h = 2,1 \left(\frac{E_{oed}^{\frac{4}{3}}}{(E_p I_p)^{\frac{1}{3}}} \right) \quad (2.11)$$

onde:

E_{oed} = módulo oedométrico.

A escolha do coeficiente de reação horizontal depende do tipo e nível de carregamento. Com isso, é preciso levar em conta o nível de mobilização da resistência e verificar se o carregamento é cíclico, pois em estacas sob forças horizontais podem ser atingidos elevados níveis de mobilização da resistência, conforme o perfil do terreno (VELLOSO; LOPES, 2010).

Em areias, para um nível maior de deformação, observa-se uma redução no k_h à metade ou um terço do valor de pequenas deformações (POULOS; DAVIS, 1980). O coeficiente de reação para um determinado nível de mobilização da resistência pode ser obtido por meio da construção da curva “p-y”.

¹ BROMS, B. B. Lateral resistance of piles in cohesive soil. **JSMFD**, ASCE. v 90, n. SM2, p. 27-65, 1964.

2.4. SOLUÇÕES A PARTIR DO COEFICIENTE DE REAÇÃO HORIZONTAL

Para resolver a Equação diferencial (2.1) do problema de uma estaca carregada lateralmente podem-se usar métodos numéricos, como por exemplo, o método das diferenças finitas (MDF), e os analíticos. Os métodos analíticos têm sido desenvolvidos para os casos em que o módulo de reação horizontal é constante ou varia linearmente com a profundidade (ALONSO, 1989).

2.4.1. Para o caso do módulo de reação horizontal constante com a profundidade

No caso em que k_h é considerado constante com a profundidade, o estudo de uma estaca sob carga horizontal se aproxima do estudo de uma viga de base elástica. A solução de Hetenyi (1946) é considerada clássica para o caso em que o coeficiente é constante com a profundidade. Sua solução pode ser aplicada às estacas longas em solo com K_h constante, sendo que o autor resolveu o problema de uma viga horizontal infinita apoiada em meio elástico. Para a estaca ser considerada longa deve-se ter $\lambda L > 4$ (L = comprimento da estaca e λ é a rigidez relativa da estaca) (HETENYI, 1946). Sendo λ obtido pela Equação (2.12).

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_h D}{4 E_P I}} = \sqrt[4]{\frac{K_h}{4 E_P I_P}} \quad (2.12)$$

onde:

λ = rigidez relativa solo-estaca; E_P = módulo de elasticidade da estaca; e I_P = momento de inércia da seção transversal da estaca (em relação ao eixo principal normal ao plano de flexão).

A partir disto, para estacas sujeitas a carregamento lateral e momento fletor atuantes no nível do terreno, Hetenyi obteve as soluções (2.13) e (2.14) para deslocamento horizontal na superfície do terreno (ρ) e momento fletor máximo ($M_{máx}$) a uma profundidade aproximada de $0,7/\lambda$, respectivamente.

$$\rho = \frac{2 H \lambda}{K_h} + \frac{2 M \lambda^2}{K_h} \quad (2.13)$$

$$M_{m\acute{a}x} = 0,32 \frac{H}{\lambda} + 0,7 M \quad (2.14)$$

onde:

H = força horizontal aplicada; e M = momento fletor aplicado.

2.4.2. Para o caso do módulo de reação horizontal variável linearmente com a profundidade

Alguns métodos de cálculo como o clássico trabalho de Miche (1930² *apud* VELLOSO; LOPES, 2010) e os trabalhos de Matlock e Reese (1960, 1961) apresentaram soluções de cálculo levando em consideração o coeficiente de reação horizontal que varia com a profundidade.

a) Método de Miche:

Segundo Velloso e Lopes (2010), Miche foi o primeiro autor a resolver o problema de estaca em solo com coeficiente de reação horizontal crescendo linearmente, levando em conta a deformabilidade da estaca. Os autores adotaram a rigidez relativa estaca-solo (T) conforme a Equação (2.15), pois K_h é variável com a profundidade.

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_P I}{n_h}} = \sqrt[5]{\frac{E_P I_P}{m_h D}} \quad (2.15)$$

Assim, pelo método de Miche, obtém-se a Equação (2.16) para o deslocamento horizontal no topo da estaca (ρ) e a Equação (2.17) para momento fletor máximo ($M_{m\acute{a}x}$), a uma profundidade de $1,32T$.

$$\rho = 2,40 \frac{T^3 H}{E_P I_P} \quad (2.16)$$

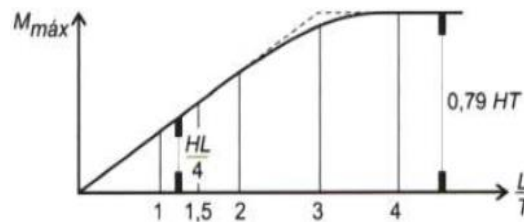
² MICHE, R. J. Investigation of piles subject to horizontal forces: Application to quay walls. **Journal of the School of Engineering**, Giza, Egito, n 4, 1930.

$$M_{m\acute{a}x} = 0,79 H T \quad (2.17)$$

Se o comprimento da estaca for menor que $1,5T$, calcula-se o $M_{m\acute{a}x}$ pela Equação (2.18). A uma profundidade maior que $4T$, calcula-se pela Equação (2.17). Se o comprimento da estaca estiver entre $1,5T$ e $4T$, o momento fletor máximo pode ser estimado pela Figura 2.5.

$$M_{m\acute{a}x} = 0,25 H T \quad (2.18)$$

Figura 2.5 – Método de Miche (1930): cálculo aproximado do momento fletor (VELLOSO; LOPES, 2010)



b) Método de Matlock e Reese:

O método de Matlock e Reese (1960, 1961³ *apud* ALONSO, 1989) utilizou a técnica da diferenciação para uma estaca submetida a uma força horizontal e a um momento aplicado no topo, obtendo, com isso, o deslocamento horizontal, o momento fletor, o esforço cortante, a rotação e a reação do solo, considerando as estacas flexíveis, que são apresentados nas Equações (2.19), (2.20), (2.21), (2.22) e (2.23), respectivamente.

$$\rho = A_y \frac{HT^3}{E_p I_p} + B_y \frac{MT^2}{E_p I_p} \quad (2.19)$$

$$M = A_m HT + B_m M \quad (2.20)$$

$$Q = A_q H + B_q \frac{M}{T} \quad (2.21)$$

$$\theta = A_\theta \frac{HT^2}{E_p I_p} + B_\theta \frac{MT}{E_p I_p} \quad (2.22)$$

$$\sigma_h = A_p \frac{H}{T} + B_p \frac{M}{T^2} \quad (2.23)$$

³ MATLOCK, H.; REESE, L. C. Foundation analysis off offshore pile supported structures. In: ICSMFE, 1961, Paris. *Proceedings...* Paris, 1961, p. 91-97.

onde:

H = carga horizontal aplicada; M = momento fletor aplicado; A e B = parâmetros adimensionais – apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Coeficientes propostos por Matlock e Reese (ALONSO, 1989)

z/T	A_y	A_θ	A_m	A_q	A_p	B_y	B_θ	B_m	B_q	B_p
0	2,435	- 1,623	0	1	0	1,623	- 1,750	1	0	0
0,1	2,273	- 1,618	0,100	0,989	- 0,227	1,453	- 1,650	1	- 0,007	- 0,145
0,2	2,112	- 1,603	0,198	0,956	- 0,422	1,293	- 1,550	0,999	- 0,028	- 0,259
0,3	1,952	- 1,578	0,291	0,906	- 0,586	1,143	- 1,450	0,994	- 0,058	- 0,343
0,4	1,796	- 1,543	0,379	0,840	- 0,718	1,003	- 1,351	0,987	- 0,095	- 0,401
0,5	1,644	- 1,503	0,459	0,764	- 0,822	0,873	- 1,253	0,976	- 0,137	- 0,436
0,6	1,496	- 1,454	0,532	0,677	- 0,897	0,752	- 1,156	0,960	- 0,181	- 0,451
0,7	1,353	- 1,397	0,595	0,585	- 0,947	0,642	- 1,061	0,939	- 0,226	- 0,449
0,8	1,216	- 1,335	0,649	0,489	- 0,973	0,540	- 0,968	0,914	- 0,270	- 0,432
0,9	1,086	- 1,268	0,693	0,392	- 0,977	0,448	- 0,878	0,885	- 0,312	- 0,403
1,0	0,962	- 1,197	0,727	0,295	- 0,962	0,364	- 0,792	0,852	- 0,350	- 0,364
1,2	0,738	- 1,047	0,767	0,109	- 0,885	0,223	- 0,629	0,775	- 0,414	- 0,268
1,4	0,544	- 0,893	0,772	- 0,056	- 0,761	0,112	- 0,482	0,688	- 0,456	- 0,157
1,6	0,381	- 0,741	0,746	- 0,193	- 0,609	0,029	- 0,354	0,594	- 0,477	- 0,047
1,8	0,247	- 0,596	0,696	- 0,298	- 0,445	- 0,030	- 0,245	0,498	- 0,476	0,054
2,0	0,142	- 0,464	0,628	- 0,371	- 0,283	- 0,070	- 0,155	0,404	- 0,456	0,140
3,0	- 0,075	- 0,040	0,225	- 0,349	0,226	- 0,089	0,057	0,059	- 0,213	0,268
4,0	- 0,050	0,052	0,000	- 0,106	0,201	- 0,028	0,049	- 0,042	0,017	0,112
5,0	- 0,009	- 0,025	0,033	0,013	0,046	0	0,011	- 0,026	- 0,029	- 0,002

A vantagem deste método está relacionada com a possibilidade de se obter uma solução analítica para os deslocamentos ao longo da estaca. Por outro lado, o método ignora o possível comportamento não linear do sistema estaca-solo (ARAÚJO, 2013). Os efeitos da carga horizontal (H) e do momento fletor (M) aplicado podem ser calculados separadamente aplicando-se o princípio da superposição. Depois de calculados separadamente, os efeitos de H e M devem ser sobrepostos.

2.5. ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE PELA TEORIA DA ELASTICIDADE

a) Poulos e Davis:

Poulos e Davis (1980) analisaram o problema de estacas carregadas lateralmente utilizando a teoria da elasticidade, considerando o solo como um meio homogêneo, contínuo, elástico e isotrópico. Tendo como parâmetros elásticos o módulo de Young do solo (E_s) e o coeficiente de Poisson (ν_s), observando que a variação do ν_s não tem influência significativa nos

resultados, e assim, as soluções foram desenvolvidas para $v_s = 0,5$, embora haja a correção para outros valores de v_s .

Pela Teoria da Elasticidade, tem-se que a partir da derivada do deslocamento ρ em relação à profundidade z , se obtém o diagrama e a Equação (2.24) de rotação; com a derivada de segunda ordem, multiplicada por $E_P I_P$, encontra-se o gráfico e a Expressão (2.25) de momento; a terceira derivada multiplicada por $E_P I_P$ fornece o diagrama e a Equação (2.26) de cortante e com a derivada a quarta, multiplicada por $E_P I_P$ obtém-se o diagrama e a Relação (2.27) de tensões no solo, como apresentado na Figura 2.6, letras (a), (b), (c) e (d) respectivamente.

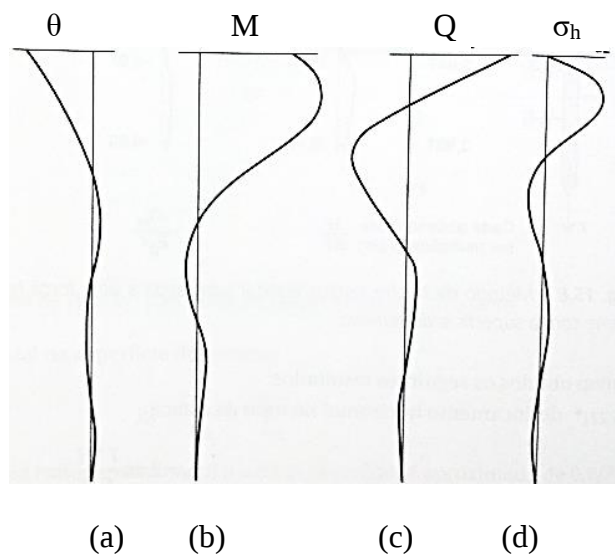
$$\theta_i = \frac{d\rho_i}{dz} \quad (2.24)$$

$$M_i = E_P I_P \frac{d^2 \rho_i}{dz^2} \quad (2.25)$$

$$Q_i = E_P I_P \frac{d^3 \rho_i}{dz^3} \quad (2.26)$$

$$\sigma_{hi} = E_P I_P \frac{d^4 \rho_i}{dz^4} \quad (2.27)$$

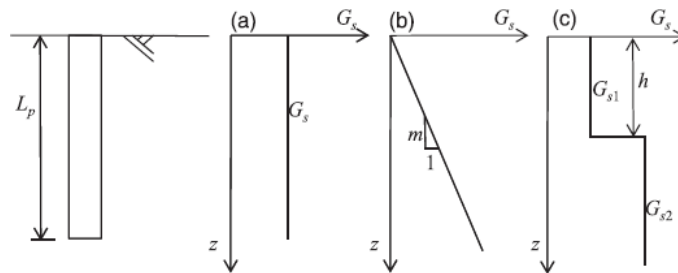
Figura 2.6 – Diagramas de (a) rotação, (b) momento, (c) esforço cortante e (d) tensões no solo (VELLOSO; LOPES, 2010) – modificada pela autora



b) Solução de Higgins *et al.*:

Higgins *et al.* (2013) analisaram estacas carregadas transversalmente, de forma cilíndrica, inseridas em uma camada de solo elástico, para os casos de módulo cisalhante (G_s) do solo constante e variável linearmente ao longo da profundidade. Desta forma, foram considerados três perfis de solo: 1º) solo homogêneo no qual G_s permanece constante; 2º) solo heterogêneo no qual G_s aumenta linearmente com a profundidade, a partir do valor zero, na superfície do terreno; e 3º) Solo com duas camadas com diferentes valores de G_s , que permanecem constantes em cada camada (Figura 2.7).

Figura 2.7 – Esquemas do módulo cisalhante do solo *versus* profundidade: a) rigidez constante com a profundidade; b) rigidez aumentando linearmente com a profundidade a partir do zero; c) duas camadas de solo com rigidez constante em cada camada (HIGGINS *et al.*, 2013)



As análises foram realizadas com auxílio de programas baseados no MEF. Foram estudadas estacas de diferentes comprimentos, flexibilidades e condições de contorno, sob carregamento lateral ou momento fletor atuantes no topo da estaca. Segundo os autores, a rigidez relativa (E_P/G_s^*), possui grande influência no comportamento da estaca. O fator G_s^* foi utilizado nas análises para representar as propriedades elásticas do solo, e pode ser obtido pela Equação (2.28). Nos solos em que a rigidez aumenta linearmente com a profundidade, adota-se o gradiente m modificado (m^*), sendo m igual a diferencial do módulo cisalhante em relação à profundidade ($m = dG_s/dz$), e a rigidez relativa da estaca é adequadamente representada por ($E_P/m^* r_P$). O gradiente m^* é encontrado pela Fórmula (2.29).

$$G_s^* = G_s(1 + 0,75\nu_s) \quad (2.28)$$

onde:

G_s^* = módulo cisalhante equivalente; G_s = módulo cisalhante do solo; e ν_s = coeficiente de Poisson do solo.

$$m^* = m(1 + 0,75\nu_s) = \frac{dG_s}{dz} (1 + 0,75\nu_s) \quad (2.29)$$

No estudo foi considerado que estacas com E_P/G_S^* maior ou igual a 80 se comportam como uma estaca longa flexível com a deflexão (deslocamento) do topo da estaca diminuindo continuamente com o aumento da rigidez relativa. Para estacas com E_P/G_S^* menor que 80, há uma divergência do comportamento flexível em relação ao comportamento rígido conforme a rigidez aumenta, sendo que o comportamento da estaca rígida é caracterizado por não haver mudança no deslocamento do topo da mesma conforme E_P/G_S^* aumenta. Para grandes valores de rigidez relativa, a estaca não flutua como uma viga flexível, mas sim com uma translação e rotação constante.

Com isso, o comportamento de estacas rígidas depende apenas do comprimento relativo da estaca, ou seja, da geometria da mesma. Por outro lado, as estacas flexíveis dependem da rigidez relativa e do comprimento relativo das mesmas.

Para um valor particular de comprimento relativo, se a relação E_P/G_S^* , para o caso de solo homogêneo, é maior do que o valor limite, então a estaca se comporta como um elemento rígido. O mesmo acontece para estacas em solos com módulo crescendo com a profundidade (E_P/m^*r_P maior que o valor limite). Os valores limites para E_P/G_S^* e E_P/m^*r_P podem ser relacionados pelas Equações (2.30) e (2.31), respectivamente.

$$\left(\frac{E_P}{G_S^*}\right)_{RT} = 44 \left(\frac{L_P}{r_P}\right)^{3,23} \quad (2.30)$$

onde:

E_P = módulo de elasticidade da estaca; L_P = comprimento da estaca; e r_P = raio da estaca.

$$\left(\frac{E_P}{m^*r_P}\right)_{RT} = 119 \left(\frac{L_P}{r_P}\right)^{3,45} \quad (2.31)$$

❖ **Análise em solo com apenas uma camada:**

- **No caso de estacas flexíveis:**

Os autores determinaram que a deflexão lateral e a rotação da cabeça das estacas longas flexíveis de topo livre, em solo homogêneo, podem ser obtidas pelas Expressões (2.32) e (2.33), respectivamente.

$$\rho = 0,34 \frac{H}{G_S^* r_P} \left(\frac{E_P}{G_S^*} \right)^{-0,18} + 0,30 \frac{M}{G_S^* r_P^2} \left(\frac{E_P}{G_S^*} \right)^{-0,43} \quad (2.32)$$

$$\theta = 0,28 \frac{H}{G_S^* r_P^2} \left(\frac{E_P}{G_S^*} \right)^{-0,43} + 0,90 \frac{M}{G_S^* r_P^3} \left(\frac{E_P}{G_S^*} \right)^{-0,72} \quad (2.33)$$

onde:

H = carga horizontal aplicada; e M = momento fletor aplicado;

Para o caso das estacas longas flexíveis de topo livre, em solo heterogêneo, com o módulo crescendo linearmente com a profundidade, o deslocamento lateral e a rotação são estimados pelas Equações (2.34) e (2.35).

$$\rho = 0,55 \frac{H}{m^* r_P^2} \left(\frac{E_P}{m^* r_P} \right)^{-0,33} + 0,53 \frac{M}{m^* r_P^3} \left(\frac{E_P}{m^* r_P} \right)^{-0,54} \quad (2.34)$$

$$\theta = 0,50 \frac{H}{m^* r_P^3} \left(\frac{E_P}{m^* r_P} \right)^{-0,54} + 1,23 \frac{M}{m^* r_P^4} \left(\frac{E_P}{m^* r_P} \right)^{-0,78} \quad (2.35)$$

Estacas de topo engastado com $(E_P/G_S^*) > (E_P/G_S^*)_{RT}$ e $(E_P/m^* r_P) > (E_P/m^* r_P)_{RT}$ passam por uma translação sem rotação, devido a carga horizontal aplicada. Com isso, os deslocamentos de uma estaca longa, flexível, de topo engastado, em solo homogêneo e em solo heterogêneo (em que o módulo varia linearmente) são obtidos pelas Equações (2.36) e (2.37), respectivamente.

$$\rho = 0,24 \frac{H}{G_S^* r_P} \left(\frac{E_P}{G_S^*} \right)^{-0,20} \quad (2.36)$$

$$\rho = 0,31 \frac{H}{m^* r_P} \left(\frac{E_P}{m^* r_P} \right)^{-0,35} \quad (2.37)$$

O momento fletor máximo gerado ($M_{m\acute{a}x}$), no caso de estacas de topo livre sujeitas apenas a momento, é igual ao momento aplicado e ocorre na cabeça da mesma. Se for aplicada uma força horizontal, o $M_{m\acute{a}x}$ ocorre a certa profundidade abaixo da superfície do terreno.

Para estacas longas flexíveis, o $M_{m\acute{a}x}$ é independente do comprimento relativo e pode ser expresso pela Equação (2.38). Semelhantemente, para estacas longas flexíveis em perfis de solos com o módulo crescendo linearmente com a profundidade, o $M_{m\acute{a}x}$ é encontrado pela Expressão (2.39).

$$M_{m\acute{a}x} = 0,20Hr_p \left(\frac{E_p}{G_s^*} \right)^{0,29} \quad (2.38)$$

$$M_{m\acute{a}x} = 0,40Hr_p \left(\frac{E_p}{m^*r_p} \right)^{0,22} \quad (2.39)$$

Em estacas mais curtas, o $M_{m\acute{a}x}$ depende do comprimento relativo e, como a rigidez relativa aumenta, o $M_{m\acute{a}x}$ se desvia da tendência seguida pelas estacas longas. Em grandes valores da taxa de rigidez, o $M_{m\acute{a}x}$ de estacas curtas se torna independente da taxa de rigidez, indicando um comportamento rígido.

- **No caso de estacas rígidas:**

Para os comprimentos relativos considerados no estudo, valores de $E_p/G_s^* \geq 10^5$ caracterizam estacas rígidas, e para os casos com $E_p/G_s^* < 10^5$ a resposta da estaca se desvia do comportamento rígido. Existe um valor limite de L_p/r_p , que quando excedido faz com que a deflexão da estaca seja independente do comprimento relativo. Este valor limite é conhecido como comprimento relativo crítico $(L_p/r_p)_c$, o qual é obtido pela Equação (2.40) para o caso de solos homogêneos e pela Equação (2.41) para solos heterogêneos, em que o módulo cisalhante varia linearmente com a profundidade.

$$\left(\frac{L_p}{r_p} \right)_c = 2 \left(\frac{E_p}{G_s^*} \right)^{0,29} \quad (2.40)$$

$$\left(\frac{L_p}{r_p} \right)_c = 2 \left(\frac{E_p}{m^*r_p} \right)^{0,22} \quad (2.41)$$

Estacas com $(L_P/r_P) > (L_P/r_P)_C$ se comportam como estacas longas e flexíveis e o comprimento que produz o L_P/r_P igual ao $(L_P/r_P)_C$ é conhecido como comprimento crítico (L_C) da estaca. O L_C representa a profundidade limite de uma estaca, a partir da qual aumentar o seu comprimento não mais afeta o comportamento lateral da mesma.

A deflexão lateral e a rotação de estacas rígidas, de topo livre, em solo homogêneo são encontradas pelas Equações (2.42) e (2.43), respectivamente.

$$\rho = 0,23 \frac{H}{G_S^* r_P} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-0,42} + 0,15 \frac{M}{G_S^* r_P^2} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-1,19} \quad (2.42)$$

$$\theta = 0,15 \frac{H}{G_S^* r_P^2} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-1,19} + 0,21 \frac{M}{G_S^* r_P^3} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-2,10} \quad (2.43)$$

O deslocamento lateral e a rotação de estacas rígidas longas, de topo livre, em solo heterogêneo são obtidos pelas Equações (2.44) e (2.45), respectivamente.

$$\rho = 0,37 \frac{H}{m^* r_P^2} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-1,14} + 0,29 \frac{M}{m^* r_P^3} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-1,19} \quad (2.44)$$

$$\theta = 0,29 \frac{H}{m^* r_P^3} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-1,99} + 0,33 \frac{M}{m^* r_P^4} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-2,93} \quad (2.45)$$

A deflexão da cabeça de estacas rígidas longas, de topo engastado, em solo homogêneo é estimada pela Equação (2.46).

$$\rho = 0,14 \frac{H}{G_S^* r_P} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-0,65} \quad (2.46)$$

O deslocamento de estacas rígidas longas, de topo engastado, em solo heterogêneo é encontrado pela Equação (2.47).

$$\rho = 0,14 \frac{H}{m^* r_P^2} \left(\frac{L_P}{r_P} \right)^{-1,50} \quad (2.47)$$

O momento máximo para estacas rígidas longas em solo homogêneo com grande valor de rigidez relativa é dado pela Expressão (2.48).

$$M_{m\acute{a}x} = 0,15Hr_p \left(\frac{L_p}{r_p} \right) = 0,15Hr_p \quad (2.48)$$

Semelhantemente, momento máximo para estacas rígidas longas em solo variando com a profundidade é encontrado pela Fórmula (2.49).

$$M_{m\acute{a}x} = 0,27Hr_p \left(\frac{L_p}{r_p} \right) = 0,27Hr_p \quad (2.49)$$

❖ Análise em solo com duas camadas:

Um caso simples de solo composto por duas camadas distintas foi investigado pelos autores. A camada inicial, com profundidade h , e a camada inferior são caracterizadas pelos módulos cisalhantes equivalentes G_{S1}^* e G_{S2}^* , respectivamente (Figura 2.7 (c)). A espessura h da primeira camada é fixada até a metade do comprimento crítico (L_C).

O deslocamento inicial de estacas longas flexíveis, com topo livre, em um perfil de solo com duas camadas, devido a uma força lateral aplicada no topo das mesmas, pode ser expresso pela Equação (2.50).

$$\rho = k_1 \frac{H}{G_{S1}^* r_p} \left(\frac{E_p}{G_{S1}^*} \right)^{-k_2} \quad (2.50)$$

onde:

k_1 e k_2 = coeficientes de regressão apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Coeficientes de regressão para deflexão da cabeça de estacas longas, flexíveis com topo livre em solo de duas camadas – Higgins *et al.* (2013)

G_{S1}^*/G_{S2}^*	h/L_p	k_1	k_2
0,5	0,1	0,47	0,18
	0,3	0,38	0,18
	0,5	0,37	0,18

Tabela 2.2 - Coeficientes de regressão para deflexão da cabeça de estacas longas, flexíveis com topo livre em solo de duas camadas – Higgins *et al.* (2013) (continuação)

0,67	0,5	0,35	0,18
1,0 (homogêneo)	-	0,34	0,18
2,0	0,1	0,21	0,16
	0,3	0,26	0,16
	0,5	0,28	0,16
4,0	0,5	0,26	0,16

O deslocamento lateral da cabeça de estacas rígidas, com topo livre, em duas camadas de solo, devido a uma carga horizontal aplicada no topo das mesmas, pode ser estimada pela Equação (2.51).

$$\rho = k_3 \frac{H}{G_{S1}^* r_P} \left(\frac{E_P}{G_{S1}^*} \right)^{-k_4} \quad (2.51)$$

onde:

k_3 = coeficientes de regressão apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Coeficientes de regressão para deflexão da cabeça de estacas rígidas com topo livre em solo de duas camadas – Higgins *et al.* (2013)

G_{S1}^*/G_{S2}^*	h/L_P	k_3	k_4
0,5	0,1	0,46	0,50
	0,3	0,37	0,50
	0,5	0,37	0,54
0,67	0,5	0,33	0,52
1,0 (homogêneo)	-	0,23	0,42
2,0	0,1	0,12	0,39
	0,3	0,14	0,36
	0,5	0,19	0,41
4,0	0,5	0,12	0,33

2.6. COMPORTAMENTO DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE

O desempenho de estacas submetidas a cargas transversais e momentos depende de diversos fatores. Dentre eles se destacam as características do carregamento e as propriedades do solo e da estaca. Com isso, o comportamento desse tipo de estaca é mais complexo do que as sujeitas a cargas axiais, sendo que no segundo caso as propriedades da estaca pouco influenciam no comportamento e a ruptura ocorre no solo adjacente à estaca. Enquanto a ruptura de estacas carregadas horizontalmente geralmente se dá por colapso da mesma à flexão.

O carregamento lateral em estacas pode ser dividido em duas categorias: em carregamento ativo, no qual forças externas são aplicadas à estaca, com o solo resistindo à carga e em carregamento passivo, em que o movimento do solo adjacente à estaca impõe esforços à mesma (FLEMING *et al.*, 2009).

Broms (1964) avaliou o comportamento de estacas em argilas em condição não drenada (solos coesivos) e em areias (solos não coesivos), baseando-se no método de ruptura. Sendo que a ruptura de uma fundação em estacas ocorre quando um mecanismo de ruptura se forma em cada estaca.

Viana; Azevedo I. e Azevedo R. (1998) apresentaram análises não lineares de estacas carregadas lateralmente, considerando o modelo tridimensional de elementos finitos. A partir dos resultados obtidos, determinou-se a camada superficial do solo é a que exerce a maior influência nos deslocamentos horizontais, sofridos pelas estacas. Isso reforça a teoria de Matlock e Reese (1960).

Sales; Cunha e Farias (1998) fizeram algumas considerações sobre estacas isoladas carregadas lateralmente, por meio do modelo baseado no coeficiente de reação horizontal do solo, utilizando o Método das Diferenças Finitas em planilha eletrônica. Com este trabalho, chamou-se atenção para a importância das camadas superiores no comportamento de uma estaca sujeita a este tipo de carregamento.

Fan e Long (2005) estudaram a resposta de solos (areia) de estacas carregadas lateralmente. Para isso, eles compararam diversos métodos existentes de estimativa de resistência do solo, tendo como resultado que o método de Hansen, proposto em 1961, é o que fornece uma

melhor forma para se prever a resistência final do solo de uma estaca carregada lateralmente em areia.

Lautenschläger *et al.* (2010) realizaram uma modelagem tridimensional das estacas sob carregamento lateral utilizando método dos elementos finitos, por meio de um modelo elástico linear. Foi analisada a resposta do conjunto solo-estaca, em termo do comportamento carga-deflexão, mediante combinação de fatores geométricos e geotécnicos estabelecidos. Os resultados indicaram que a maior concentração de tensões e deslocamentos no solo está localizada no terço superior da estaca e que a capacidade de carga horizontal de um sistema solo-estaca é afetado principalmente pelo intercepto coesivo, ângulo de atrito interno e módulo de Young. Ainda, com o intuito de diminuir a magnitude dos deslocamentos no solo, foi realizada uma análise da melhoria do solo ao redor da estaca na região mais solicitada, através da simulação de uma camada de tratamento composta por solo-cimento. Obteve-se, com isso, que mesmo para pequenos volumes de tratamento de solo, ocorre uma significativa melhoria do comportamento carga-deflexão da estaca.

Su e Li (2013) analisaram estacas isoladas submetidas a carregamentos horizontais multidirecionais e unidirecionais, usando o método dos elementos finitos (análise tridimensional). A partir disso, concluiu-se que a resistência lateral de uma estaca em caminhos multidirecionais é menor do que sob caminho unidirecional.

Higgins *et al.* (2013), que estudaram estacas carregadas lateralmente em três tipos de solo, considerando casos com módulo cisalhante constante variável linearmente com a profundidade, para diferentes comprimentos, flexibilidades e condições de contorno das estacas. Dentre suas conclusões, pode-se destacar que para estacas em duas camadas de solo, no caso em que a camada inferior é mais fraca do que a superior resulta em uma maior deflexão da cabeça da estaca, enquanto que o fato da segunda camada ser mais resistente do que a primeira resulta em uma deflexão menor do que a obtida no caso do solo homogêneo. O deslocamento lateral da estaca aumenta não apenas se a espessura da primeira camada diminui, mas também se a espessura da segunda camada diminui. Para uma camada superior mais fraca, o deslocamento da estaca aumenta à medida que a espessura da camada superior aumenta. No entanto, o efeito da camada da base é insignificante se a espessura da primeira camada é muito grande.

Segundo Salgado *et al.* (2013), apesar de serem comuns as análises de estacas sujeitas a carregamento lateral e momento fletor por meio das curvas “p-y”, estas não são capazes de

capturar a interação tridimensional complexa entre a estaca e o solo. Essa interação requer abordagens numéricas tridimensionais, usando, por exemplo, métodos de elementos finitos. Com isso, os autores apresentaram métodos semi-analíticos desenvolvidos para calcular a reação de estacas sob forças horizontais em solo elástico. O método utilizado para a análise do problema obteve resultados bastante próximos dos obtidos com o modelo 3D de MEF, mas teve um gasto menor de tempo computacional.

Elhakim; Khouly e Awad (2016) aplicaram o modelo tridimensional, usando um programa baseado em elementos finitos para analisar grupos de estacas carregados lateralmente. Dentre as conclusões obtidas, os autores destacaram que as estacas pertencentes a um mesmo grupo, espaçadas por uma pequena distância, sofrem mais deflexão do que a estaca isolada submetida a mesma carga horizontal por estaca, devido ao efeito de grupo.

Santos; Sales e Lima (2016) estudaram o comportamento de estacas carregadas lateralmente variando-se as geometrias das estacas; e o perfil dos solos, o módulo de elasticidade e o número de camadas do solo, ou seja, considerando-se solos homogêneos e heterogêneos. Os autores destacaram, que o perfil do solo tem grande importância no modo como a estaca se comporta, ou seja, tanto o deslocamento, quanto o momento dependem muito das propriedades do solo. As camadas superiores do solo são as que mais exercem influência nos resultados de momento e deslocamento, sendo que a primeira camada foi decisiva no comportamento da estaca. O comportamento da estaca, entretanto, foi bastante distinto dependendo da combinação dos módulos de elasticidade de cada camada. Logo, não é o módulo de elasticidade médio que define o comportamento da estaca, mas sim o módulo de elasticidade do solo das camadas mais superficiais.

Para o problema de estacas carregadas transversalmente, podem ser realizadas análises lineares e não lineares. A análise linear só deve ser empregada para carregamento que provoque pequenas deformações, pois senão o efeito não-linear será importante. Trabalhos como o de Xu et al. (2013) e Zhang (2009), analisaram o comportamento de estacas carregadas lateralmente em solo não linear propondo novos métodos de análises. Xu et al. (2013) propôs um modelo de cunha para a análise de estacas isoladas carregadas lateralmente em solos arenosos usando o modelo de Duncan-Chang, encontrando bons resultados entre o que era previsto e o que foi medido nas estacas testadas. Zhang (2009) desenvolveu um método para a análise não-linear de estacas rígidas carregadas lateralmente em solos não coesivos.

Neste trabalho foram realizadas análises elásticas lineares para estacas isoladas carregadas lateralmente.

2.7. STANDARD PENETRATION TEST (SPT)

Standard Penetration Test (SPT) é o método de investigação do solo mais utilizado no Brasil e em diversos outros países. No Brasil, em 1974, foi apresentada no V Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos a proposta de normalização do método de execução de sondagens de simples reconhecimento dos solos. Essa proposta, após inúmeras discussões por usuários e pesquisadores se tornou a primeira norma brasileira de SPT em 1979, denominada “Execução de Sondagens de Simples Reconhecimento dos Solos” – MB 1211/79, recebendo mais tarde, em 1980, a denominação NBR 6484 (CARVALHO, 2012).

No final da década de 80, foi apresentada no congresso internacional da *International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering* (ISSMFE) a “Referência Internacional do Procedimento do Teste”. Esse documento versa sobre o procedimento recomendado para a execução do ensaio SPT. No Brasil o teste é normatizado pela NBR 6484, que prescreve o procedimento de execução desse tipo de investigação do subsolo para aplicações em Engenharia Civil. Sendo que esta norma teve sua última revisão realizada em 2001, passando a ter validade em março desse mesmo ano.

A partir da sondagem SPT é possível determinar os tipos de solo em suas respectivas profundidades de ocorrência, devido à retirada de amostras deformadas; a posição do nível do lençol freático e os de índices de resistência à penetração (N_{SPT}) a cada metro perfurado.

Diversos trabalhos apresentaram estudos de estacas carregadas lateralmente utilizando o N_{SPT} . Fabbrocino *et al.* (2015) estudaram uma relação entre a velocidade de onda cisalhante e o número de golpes do ensaio SPT, em uma região da Itália. Sendo que a quantidade e qualidade de investigações geotécnicas precisam ser planejadas de acordo o tipo de construção e a complexidade do subsolo, o que se torna relevante em áreas sísmicas, nas quais a caracterização do subsolo influencia na magnitude das ondas sísmicas e no comportamento das fundações das estruturas.

Anderson; Townsend e Grajales (2003) analisaram sete casos históricos de provas de carga em estacas ou fustes escavados sujeitos a carregamento horizontal. Com o intuito de avaliar os métodos utilizados para construir as curvas “p-y”, eles realizaram comparações entre provas

de carga e resultados obtidos com métodos computacionais para obter essas curvas. Uma das correlações realizadas se baseou nos ensaios SPT e Cone Penetration Test (CPT), mostrando que os resultados com base nos dados do SPT eram conservadores para todos os níveis de carga, e usando os parâmetros do CPT obtinha melhor comportamento de campo previsto.

Guo (2013) estudou o comportamento de estacas de topo livre carregadas lateralmente, considerando os diversos fatores que interferem no comportamento das mesmas. Apresentaram soluções simplificadas envolvendo parâmetros como módulo cisalhante do solo, tensão cisalhante não drenada, e o índice de resistência à penetração do solo (N_{SPT}).

2.8. CORRELAÇÕES ENTRE O NSPT E O MÓDULO DE ELASTICIDADE DO SOLO

O módulo de elasticidade dos solos (E_S), para análise de fundações, pode ser obtido por meio de ensaios de laboratório, ensaios in situ, retroanálise de provas de carga, e por correlações empíricas. Dentre as correlações empíricas, existem as relações com o SPT, fazendo com que relações entre o N_{SPT} e o E_S sejam estudadas. Magalhães (2005) mostrou que valores entre 3 e 4 deram bons resultados para retroanálise de recalques em estacas nas cidades de Goiânia e Brasília. Dessa forma, Bittencourt (2012) utilizou a relação do E_S com o valor de N_{SPT} , em uma razão correspondente a 3,5 vezes (em MPa) (Equação (2.52)), sendo esta uma relação bem difundida e empregada na cidade de Goiânia para estacas carregadas verticalmente.

$$E_S = \frac{N_{SPT}}{3,5} \quad (2.52)$$

onde:

E_S = módulo de elasticidade do solo; e N_{SPT} = índice de resistência à penetração.

Poulos (1989) estabeleceu a relação (2.53) e Poulos (2001) apresentou a Equação (2.54) para correlações entre o N_{SPT} e o E_S , em MPa, para o caso de estacas carregadas verticalmente.

$$E_S = 4 N_{SPT} \quad (2.53)$$

$$E_S = 3 N_{SPT} \quad (2.54)$$

A relação (2.54), proposta por Poulos (2001) foi obtida com SPT para energia de 60%. No Brasil, entretanto, é usado como referência o SPT para energia de 72%.

Os valores do índice de resistência à penetração (N_{SPT}), encontrados no ensaio SPT, são influenciados pela energia do impacto do martelo, que é transferida ao amostrador através das hastes. Os valores do N_{SPT} são diretamente associados às características do equipamento utilizado (ODEBRECHT, 2003). Pode-se dizer que, devido à diversidade de equipamentos existentes pra realizar o ensaio, há variações na energia transmitida por cada equipamento numa mesma profundidade de um mesmo tipo de solo.

Nesse sentido, a uniformização dos resultados da transmissão de energia tem sido direcionada à correção do valor do N_{SPT} para um único valor de energia. Nos Estados Unidos a maioria das correlações empíricas foram estabelecidas sobre um nível de eficiência de 60% (MOURA, 2007), dessa forma a correção do valor medido de N_{SPT} é feita em um valor de referência N_{60} . Esta recomendação é adotada e apresentada no trabalho de Skeptonn (1986). No entanto, a eficiência do SPT brasileiro, quando mesmo é rigorosamente executado de acordo com a Norma Brasileira NBR 6484, é em média igual a 72% (DÉCOURT, 1989). Outros trabalhos como o Odebrecht (2003); Cavalcante (2002); Lukiantchuki (2012); Odebrecht *et al.* (2005) e Youd; Bartholomew e Jamison (2008) tratam desse assunto. Com isso, no caso brasileiro, a relação (2.54), proposta por Poulos (2001) pode ser reescrita para a forma da Equação (2.55).

$$E_S = 3,6 N_{SPT} \quad (2.55)$$

Para o caso de estacas carregadas lateralmente, Décourt (1991) apresentou uma proposta para a estimativa dos parâmetros elásticos do solo homogêneo para deformações relativas de 1%, em função dos valores N_{SPT} (Equação (2.56)).

$$E_S = 2 N_{SPT} \quad (2.56)$$

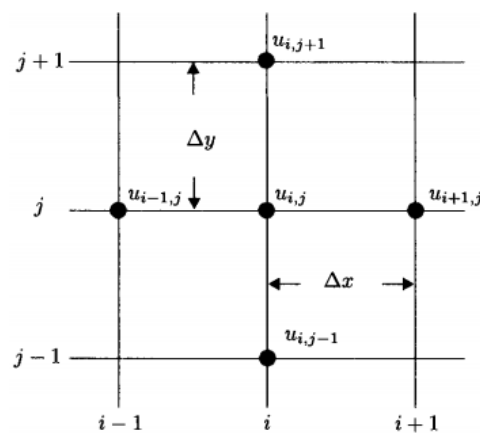
2.9. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS (MDF)

As equações diferenciais parciais (EPDs) são utilizadas para estudar diversos fenômenos da natureza, em diversas áreas de aplicação. O MDF é um método de resolução de EPDs, em que as derivadas de qualquer ordem são substituídas por diferenças finitas aproximadas. Segundo Bernatz (2010) a principal vantagem desse método é a facilidade de construção da equação algébrica para a EPD.

No MDF, o domínio de um problema contínuo é discretizado por uma série de nós, criando uma malha de pontos, nos quais são calculadas as incógnitas do problema. Deste modo, o princípio do MDF é aproximar por meio de equações algébricas cada termo do modelo proposto em cada nó da malha.

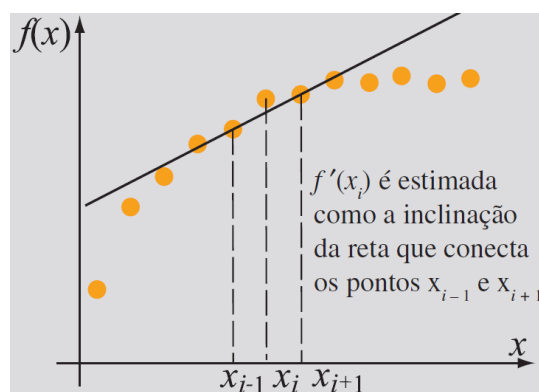
Bernatz (2010) afirma que o primeiro passo na diferença finita é substituir o domínio do problema por uma malha, espaçados por uma distância Δ . Assim, os valores de uma equação $u(x,y)$, por exemplo, no nós são representados por $u_{i,j}$, $u_{i+1,j}$ e etc (Figura 2.8).

Figura 2.8 – Esquema de malha para diferenças finitas (BERNATZ, 2010)



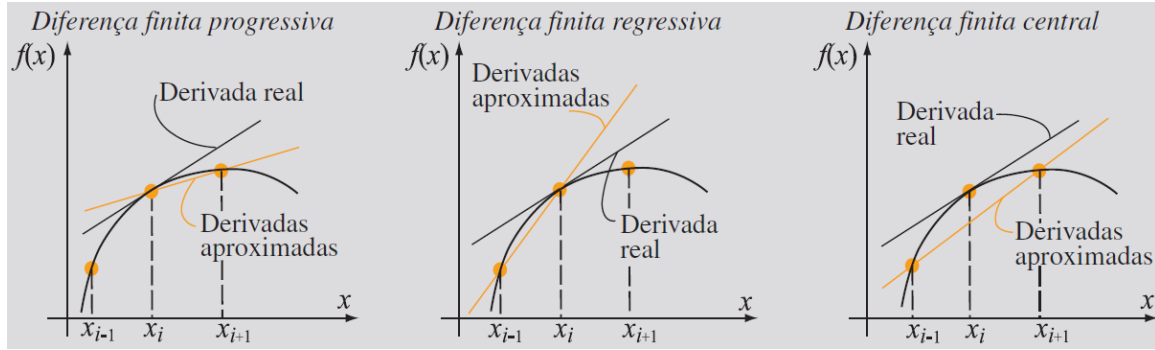
A aproximação da derivada em um ponto x_i se baseia nos valores dos pontos vizinhos de x_i (Figura 2.9). A precisão da aproximação por diferenças finitas depende da precisão dos pontos do conjunto de dados, do espaçamento entre os pontos e da fórmula específica usada na aproximação. A fórmula mais simples aproxima a derivada como sendo a inclinação da reta que conecta dois pontos adjacentes (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008).

Figura 2.9 – Diferenciação numérica – aproximação por diferenças finitas (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008)



Dentre as fórmulas de aproximação por diferenças finitas, pode-se destacar a progressiva (em avanço), a regressiva (em atraso) e a central (centrada), que são mostradas na Figura 2.10.

Figura 2.10 – Formas de aproximação da derivada por diferenças finitas (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008)



As fórmulas das diferenças finitas em avanço, em atraso e centrada podem ser deduzidas a partir da série de Taylor (Equação (2.57)). O número de nós utilizados nos cálculos varia com a fórmula, e os pontos podem estar à frente, atrás ou em ambos os lados do ponto onde se calcula a derivada.

Para uma função de uma só variável $f(x)$ derivável $(n+1)$ vezes em um intervalo contendo um ponto $x = x_0$, o teorema de Taylor afirma que, para cada z contido nesse intervalo, existe um valor $x = \xi$ entre x e x_0 (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008), tal que:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} + \frac{(x - x_0)^2}{2!} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x=x_0} + \frac{(x - x_0)^3}{3!} \left. \frac{d^3f}{dx^3} \right|_{x=x_0} + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} \left. \frac{d^n f}{dx^n} \right|_{x=x_0} + R_n(x) \quad (2.57)$$

sendo:

$$R_n = \frac{(x - x_0)^{n+1}}{n + 1!} \left. \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}} \right|_{x=\xi} \quad (2.58)$$

R_n é chamado de resíduo. O valor deste resíduo não pode ser calculado na prática porque o valor de ξ não é conhecido. Quando a série de Taylor é usada na obtenção do valor aproximado de uma função no ponto x , dois ou mais termos são usados. A precisão da aproximação depende de quantos termos da série de Taylor forem usados e na proximidade do

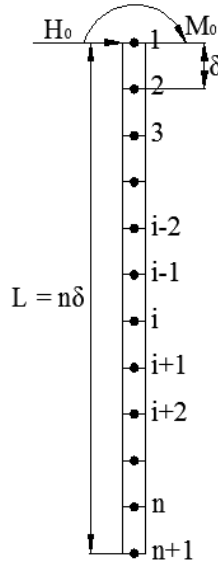
ponto x em relação ao ponto x_0 . A precisão aumenta à medida que x se torna mais próximo de x_0 e também com o aumento do número de termos (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008).

Considerando $n = 1$, o teorema de Taylor se reduz a Equação (2.59):

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=\xi} = \frac{f(x) - f(x_0)}{(x - x_0)} \quad (2.59)$$

No problema de uma estaca carregada lateralmente, pode ser empregada uma malha unidimensional para o problema, dividindo-se a estaca em n segmentos, obtendo-se $n+1$ pontos (Figura 2.11) onde se pretende obter soluções para o deslocamento, a rotação, o momento, a cortante e o momento, das equações diferenciais obtidas pela teoria da elasticidade, apresentadas no item 2.5 deste trabalho. Com isso, os valores da rotação, do momento, da cortante e da tensão pelo MDF são encontrados pelas Equações (2.60), (2.61), (2.62) e (2.63), respectivamente.

Figura 2.11 – Malha de uma estaca carregada horizontalmente para diferenças finitas



- Rotação em cada ponto, por meio de uma derivada centrada:

$$\theta_i = \frac{d\rho_i}{dz} = \frac{\rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{2\delta} \quad (2.60)$$

sendo:

ρ_i = deslocamento do solo em determinado ponto;

δ = espaçamento entre cada nó da malha.

- Momento em cada ponto:

$$M_i = E_P I_P \frac{d^2 \rho_i}{dz^2} = E_P I_P \frac{\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1}}{\delta^2} \quad (2.61)$$

- Cortante em cada ponto:

$$Q_i = E_P I_P \frac{d^3 \rho_i}{dz^3} = E_P I_P \frac{\rho_{i+2} - 2\rho_{i+1} + 2\rho_{i-1} - \rho_{i-2}}{2\delta^3} \quad (2.62)$$

- Tensão no solo:

$$\sigma_{hi} = k_h D \times \rho_i \quad (2.63)$$

Múltiplos trabalhos apresentaram análises utilizando o MDF para auxiliar nas análises, como é o caso de Lin *et al.* (2016) que desenvolveram um método simplificado para o estudo de estacas carregadas horizontalmente em argila mole, modificando curvas “p-y” propostas por Matlock (1970) para este tipo de solo. Em seguida, utilizaram o *software* FLAC^{3D} (*Fast Lagrangian Analysis of Continua*), baseado no MDF para validar o método proposto. Sales; Cunha e Farias (1998) analisaram o problema de estacas carregadas lateralmente, através do método do módulo de reação horizontal do solo, e apresentaram a solução deste problema via implementação do MDF. Poulos e Davis (1980) também apresentaram solução para o problema de estacas carregadas transversalmente por meio do estudo do MDF.

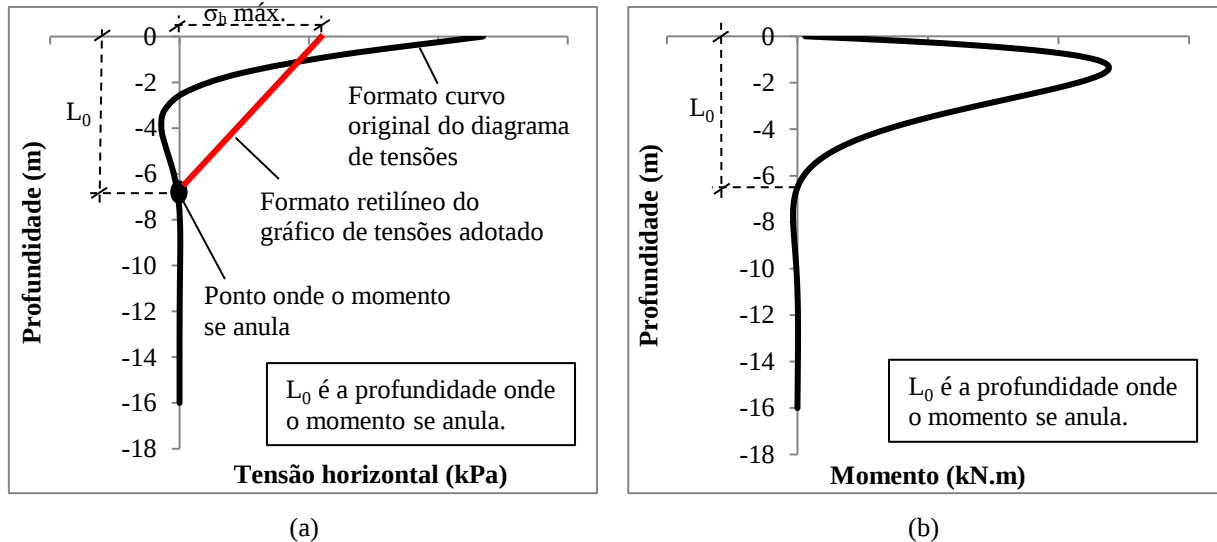
2.10. MÉTODO EMPÍRICO AVALIADO

O método empírico, proposto pela Empresa GEOSERV ENGENHARIA na década de 80, para estacas carregadas lateralmente pressupõe uma situação de equilíbrio de corpo rígido, obtendo-se com isso os esforços internos na estaca (SALES; COSTA, 1988).

O método empírico considera uma aproximação ao gráfico de tensões do solo, que apresenta formato curvo. Admite-se que o gráfico de tensões possui formato retilíneo, formando um “triângulo equivalente”. Dessa forma, considera-se a área do triângulo equivalente à área da curva do diagrama de tensões, para que sejam obtidos esforços de cortante e momento

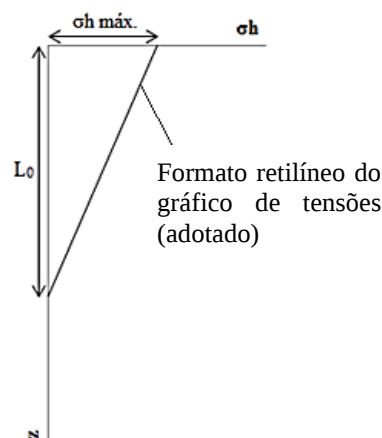
semelhantes ao original. Além disso, o triângulo deve partir do ponto onde o momento se anula (Figura 2.12) (SALES; COSTA, 1988).

Figura 2.12 – Diagramas de tensões do solo real e o considerado pelo método empírico (aproximado do real) (a) e curva de momento distribuído ao longo da estaca (b)



No método empírico avaliado é arbitrado um valor para a tensão máxima horizontal de trabalho e, com isso, encontraram-se as demais variáveis como, por exemplo, momento fletor e deslocamento horizontal. Sendo que, para adotar um diagrama de tensões, é necessário que se tenha o comprimento da estaca (L); a tensão de trabalho na superfície; e a profundidade L_0 onde se considera que o momento se anula (Figura 2.12 (a)). A tensão de trabalho é a tensão horizontal mobilizada no solo quando a estaca está submetida a uma carga de projeto, ou seja, é a tensão horizontal máxima ($\sigma_h \text{ máx.}$) de projeto do solo.

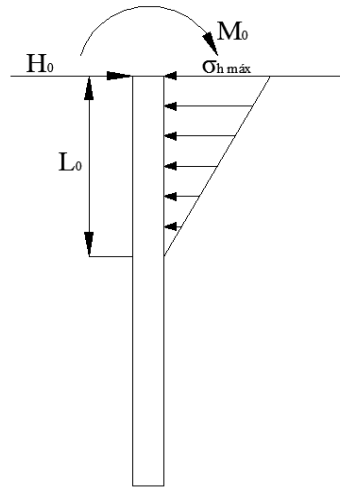
Figura 2.13 – Representação gráfica da profundidade L_0 e da $\sigma_h \text{ máx.}$



Segundo Sales e Costa (1988), a tensão horizontal máxima deve ser estimada a partir de ensaio *in situ*, usualmente pelo N_{SPT} dos primeiros metros no topo da estaca. Os autores sugerem estimar o valor da $\sigma_h \text{ máx.}$ a partir da média do N_{SPT} para os dois primeiros metros.

No problema de uma estaca submetida à carga lateral e a momento fletor (Figura 2.14), é possível estimar o L_0 a partir do diagrama de tensões equivalente, fazendo-se uma análise de equilíbrio de momentos (somatório de momento) em relação ao ponto onde o momento se anula (Equações (2.64) e (2.65)). O valor de L_0 pode ser obtido pela Equação (2.66).

Figura 2.14 –Estaca submetida a carga lateral e a momento fletor



$$M_0 + H_0 L_0 = \left(\frac{\sigma_h \text{ máx.} L_0 D}{2} \right) \left(\frac{2}{3} L_0 \right) \quad (2.64)$$

$$\left(\frac{\sigma_h \text{ máx.} D}{3} \right) L_0^2 - H_0 L_0 - M_0 = 0 \quad (2.65)$$

$$L_0 = \frac{H_0 + \sqrt{H_0^2 + \frac{(4 \sigma_h \text{ máx.} D M_0)}{3}}}{\left(\frac{2 \sigma_h \text{ máx.} D}{3} \right)} \quad (2.66)$$

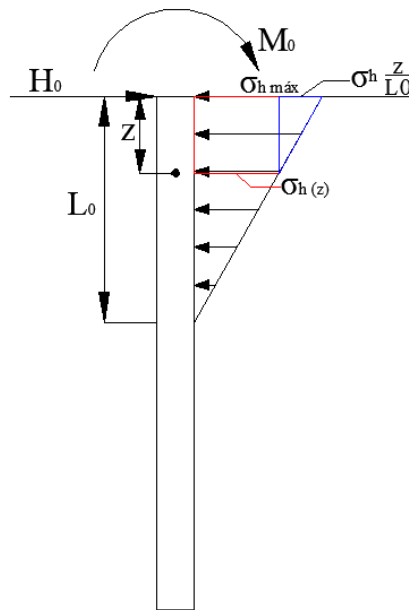
onde:

L_0 = profundidade onde o momento é zerado (até onde a estaca necessita de armação); M_0 = momento aplicado; H_0 = carga horizontal aplicada; $\sigma_h \text{ máx.}$ = tensão horizontal de projeto próxima à superfície; e D = largura ou diâmetro da estaca.

A partir do digrama de tensões podemos encontrar a tensão em uma profundidade z qualquer ($\sigma_{h(z)}$), como exemplificado na Figura 2.15, por meio das equações (2.67) e (2.68). Com base na tensão num ponto qualquer, podemos determinar o momento z nessa profundidade.

Para encontrar o momento em uma profundidade z qualquer (Figura 2.15), é feito, inicialmente, semelhança de triângulos para encontrar a $\sigma_{h(z)}$ (Equações (2.67) e (2.68)). Em seguida, por meio do equilíbrio de momentos no ponto z , obtém-se o momento em uma profundidade z (M_z) (Equação (2.69)), ou seja, calcula-se a força da profundidade 0 até a profundidade z genérica, e a partir da força resultante se encontra o momento nessa profundidade, utilizando-se a Equação (2.70).

Figura 2.15 – Representação de um ponto em uma profundidade z qualquer



Fazendo:

$$\frac{\sigma_{h \text{ máx}}}{L_0} = \frac{\sigma_z}{L_0 - z} \quad (2.67)$$

$$\sigma_z = \sigma_{h \text{ máx}} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) \quad (2.68)$$

Na cota z :

$$M_{(z)} = M_0 + H_0 z - \left[\left(\sigma_{h \text{ máx}} \left(1 - \frac{z}{L_0} \right) \right) z D \frac{z}{2} \right] - \left[\left(\sigma_{h \text{ máx}} \frac{z}{L_0} \right) \left(\frac{zD}{2} \right) \left(\frac{2}{3} z \right) \right] \quad (2.69)$$

A Equação (2.69) pode ser reescrita conforme a Equação (2.70).

$$M_{(z)} = M_0 + (H_0 z) - \left[z^2 \left(\frac{\sigma_{h \text{ máx}} D}{2} \right) \right] + \left[z^3 \left(\frac{\sigma_{h \text{ máx}} D}{6L_0} \right) \right] \quad (2.70)$$

O momento máximo é encontrado num ponto onde a derivada se anula. Este ponto foi denominado como profundidade crítica ($z_{\text{crítica}}$), a qual pode ser calculada pela Equação (2.71), que é obtida igualando-se a zero a derivada da Equação (2.70).

$$z_{\text{crítica}} = L_0 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2H_0}{\sigma_{h \text{ máx}} L_0 D} \right)} \right] \quad (2.71)$$

Com o valor de $z_{\text{crítica}}$, obtém-se o momento máximo ($M_{\text{máx.}}$) ao substituir o valor de $z_{\text{crítica}}$ na Equação (2.70). Sendo que para calcular a armação da estaca é necessário conhecer o valor do $M_{\text{máx.}}$ e a distribuição de momento ao longo da profundidade.

A armação da estaca é proporcional ao momento. Onde o momento é maior, deve-se ter maior armação, e no caso de grandes comprimentos de L_0 , ao se aproximar de L_0 esta armação pode ser reduzida gradativamente, e depois de L_0 , não é mais necessário que se tenha armação. Isso vale para grandes comprimentos de L_0 .

O método se baseia, portanto, em adotar uma tensão máxima, que é a tensão de trabalho para projetos de fundações profundas, em função do valor de N_{SPT} .

Diversos autores tentam relacionar, empiricamente, a tensão do solo com o N_{SPT} por meio de uma constante de proporcionalidade, denominada neste trabalho por K_1 , enquanto outros autores tentam relacionar o N_{SPT} com o E_s por meio de uma constante de proporcionalidade, aqui definida por K_2 . Trabalhos como o de Moraes (1976) e o de Alonso (1983) sugerem relações entre o N_{SPT} e o K_1 para estimar a tensão admissível dos solos. Moraes (1976) apresenta as relações de $\sigma_{h \text{ máx.}}$ para solos coesivos, sendo $\sigma_{h \text{ máx.}} = \frac{N_{\text{SPT}}}{4}$ (kgf/cm²) para argila pura; $\sigma_{h \text{ máx.}} = \frac{N_{\text{SPT}}}{5}$ (kgf/cm²) para argila siltosa e $\sigma_{h \text{ máx.}} = \frac{N_{\text{SPT}}}{7,5}$ (kgf/cm²) para argila

arenosa siltosa. Alonso (1983) propõe $\sigma_{h \text{ máx.}} = \frac{N_{SPT}}{50}$ (MPa) e $\sigma_{h \text{ máx.}} = \frac{N_{SPT}}{30}$ (MPa). Outros autores sugerem valores para K_2 . Poulos (1989) apresenta a relação $E_S = 4 N_{SPT}$ (MPa) e Poulos (2001) $E_S = 3 N_{SPT}$ (MPa).

Dessa forma, o método empírico avaliado adota as hipóteses de que a tensão máxima horizontal de trabalho do solo ($\sigma_{h \text{ máx.}}$), em kPa, pode ser estimada relacionando o N_{SPT} com uma constante de proporcionalidade K_1 (Equação (2.72)), e de que haja uma relação para N_{SPT} , que relaciona o módulo de elasticidade do solo (E_S), em MPa, com uma constante K_2 (Equação (2.73)). Relacionando-se as duas hipóteses e supondo uma constante de proporcionalidade K , conforme mostrado nas Equações (2.74) e (2.75), tem-se que a $\sigma_{h \text{ máx.}}$ pode ser encontrada pela Equação (2.76).

Sendo:

$$\sigma_{h \text{ máx}} = \frac{N_{SPT}}{K_1} 100 \quad (\text{kPa}) \quad (2.72)$$

Observação: a unidade de K_1 , usualmente é encontrada em cm^2/kgf na literatura. Multiplica-se por 100 para converter a unidade da tensão horizontal em kPa. Enquanto o N_{SPT} é adimensional.

$$N_{SPT} = \frac{E_S}{K_2} \quad (2.73)$$

Observação: o K_2 tem a mesma unidade do módulo de elasticidade, que usualmente é expresso em MPa.

Juntando as Equações (2.72) e (2.73), tem-se:

$$\sigma_{h \text{ máx}} = \frac{E_S}{K_1 K_2} 100 \quad (\text{kPa}) \quad (2.74)$$

Supondo uma constante única “K”, que relaciona K_1 e K_2 , encontra-se a Equação (2.75):

$$K = \frac{K_1 K_2}{100} \quad (2.75)$$

Substituindo a Equação (2.75) na Equação(2.74), obtém-se a Equação (2.76) para a tensão máxima horizontal.

$$\sigma_{h \text{ máx}} = \frac{E_S}{K} \quad (2.76)$$

2.11. EFEITO DO COMPRIMENTO DA ESTACA

Segundo Velloso e Lopes (2010) as estacas são ditas longas quando seu comprimento é cinco vezes o comprimento característico, enquanto Hetenyi (1946) afirma que para a estaca ser considerada longa deve-se ter $\lambda L > 4$ (L = comprimento da estaca e λ é a rigidez relativa da estaca). Dessa forma, para Hetenyi (1946) e Miche (1930⁴ *apud* VELLOSO; LOPES, 2010), o limite para o comprimento característico é π ou 4, e no método de Matlock e Reese (1960) o limite é 5.

A constante λ envolve parâmetros do solo e da estaca, expressando uma relação entre a rigidez do solo e a rigidez à flexão da estaca, sendo expressa pela Equação (2.12), conforme mostrado abaixo.

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_h D}{4 E_P I}} = \sqrt[4]{\frac{K_h}{4 E_P I_P}}$$

Davisson (1970⁵ *apud* POULOS; DAVIS, 1980) propõe o fator de rigidez relativa (R), que pode ser expressão pela Equação (2.77)

$$R = \sqrt[4]{\frac{E_P I_P}{k_h D}} \quad (2.77)$$

sendo:

$$\lambda = \frac{1}{1,414R} \quad (2.78)$$

⁴ Idem ².

⁵ DAVISSON, M. T. Lateral Load Capacity of Piles. **Highway Research Record**, Washington, D. C., n. 333, p. 104-112, 1970.

As estacas carregadas lateralmente, geralmente, são classificadas em rígidas, intermediárias ou flexíveis. Essa classificação é importante, pois o comportamento da estaca analisada é influenciado pela rigidez da mesma. Uma estaca rígida tem os deslocamentos oriundos de uma rotação de corpo rígido, e uma estaca flexível têm os deslocamentos devidos à flexão.

Diversos autores propõem relações para classificar as estacas quanto ao seu comportamento, como é o caso de Davisson em 1970, e Poulos e Davis em 1980.

♦ Davisson (1970⁶ *apud* CINTRA, 2010), considera que:

- Estaca flexível: $L/R > 4$ ($= \lambda L > 2,83$)
- Estaca intermediária: L/R esteja entre 2 e 4
- Estaca rígida: $L/R < 2$ ($= \lambda L < 1,414$)

♦ Poulos e Davis (1980) adotam que:

- Estaca flexível: $\lambda L > 2,5$
- Estaca intermediária: λL entre 1,5 e 2,5
- Estaca rígida: $\lambda L < 1,5$

Neste trabalho, para classificar a estaca quanto ao seu comprimento, serão adotados como referência os valores propostos por Poulos e Davis (1980).

⁶ Idem ⁵.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os métodos e as ferramentas numéricas utilizadas para realizar o estudo, apresentando, ainda, a forma como foram aplicados. As análises foram realizadas com os métodos dos elementos finitos e das diferenças finitas, com o auxílio dos *softwares* DIANA (FX+ *for* DIANA para pré e pós-processador) (TNO, 2011), que é baseado no MEF, e Excel (MICROSOFT, 2016) para a aplicação do MDF. Apresentam-se, com isso, as características dos elementos finitos utilizados nas implementações do DIANA e a planilha numérica desenvolvida com o MDF.

3.1. PROGRAMA DIANA

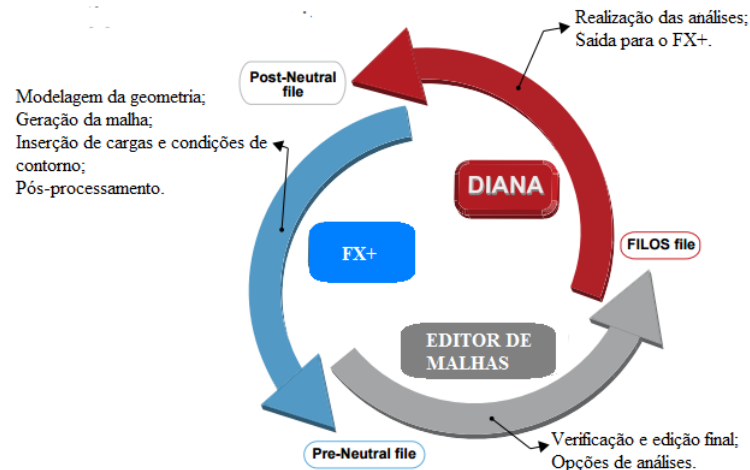
O DIANA é um programa de elementos finitos, fundamentado no método dos deslocamentos, sendo dedicado à análise de diversos tipos de obras de engenharia civil e geotécnica, tais como barragens; diques; túneis e estruturas subterrâneas (TNO, 2014a). O programa pode ser aplicado em análises tridimensionais, tanto lineares, quanto não lineares, as quais podem ser obtidas por diversos modelos, como por exemplo, pelo modelo Mohr Coulomb (modelo plástico que pode ser usado em análises não lineares) e pelos modelos elasto-plástico e elástico.

Este programa possui diversos modelos constitutivos que permitem representar fenômenos complexos em estruturas de concreto armado, tais como cura do concreto; fissuração e efeitos da temperatura. Em relação ao âmbito geotécnico, o programa oferece modelos constitutivos que permite simular o solo e materiais rochosos, podendo realizar aplicações em fundações, aterros, túneis, escavações, estabilidade de taludes, minas e barragens. Podem-se fazer análises de fluxo de água subterrânea, terremoto e liquefação, dentre outras. Ainda é possível considerar o efeito da interação entre solo e estrutura, sendo um fator preponderante para uso desse programa para realização deste trabalho (TNO, 2016).

O DIANA realiza o processamento da estrutura. Para realizar o pré-processamento e o pós-processamento, utiliza-se o iDIANA ou o FX+ *for* DIANA (Figura 3.1). O primeiro faz parte do pacote computacional do DIANA, porém o seu uso se torna vantajoso apenas por meio de

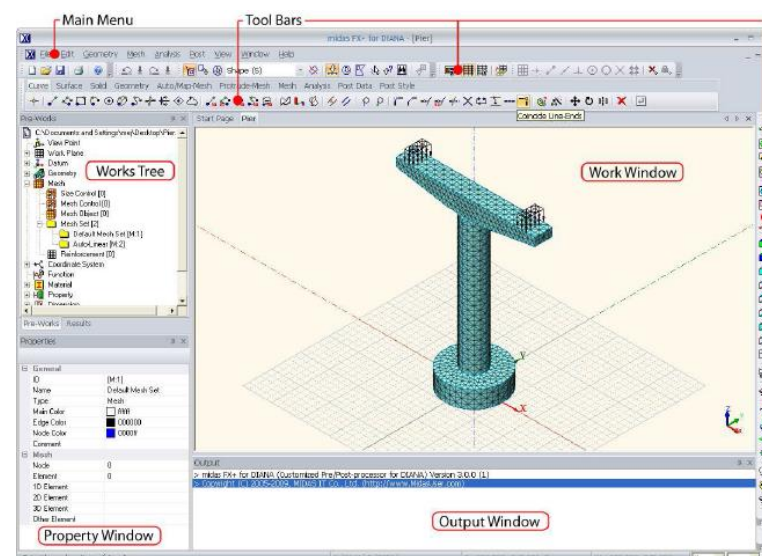
script, que é um arquivo que contém o algoritmo com os comandos necessários para a realização da modelagem da estrutura (OLIVEIRA, 2013).

Figura 3.1 – Fluxo de trabalho do programa DIANA (TNO, 2014b) – Modificada pela autora



O FX+ é um avançado *Computer Aided Design* (CAD), que possui uma interface gráfica (Figura 3.2), que permite a modelagem da geometria do problema de forma rápida e a geração automática da malha de elementos finitos. Tem-se ainda, fácil acesso à tarefa desejada, comando ou dados do modelo; possui uma árvore de trabalho que exibe geometrias, malhas, análises e dados de resultados em uma estrutura em árvore semelhante ao *Windows* (TNO, 2014b).

Figura 3.2 – Interface gráfica do programa FX+ for DIANA (TNO, 2011)



Para simular um problema, utilizando o pré e pós-procesador FX+ for DIANA, deve-se seguir basicamente os passos listados a seguir:

- Primeiramente se insere a geometria do problema (Figura 3.3). Neste caso, escolheu-se uma geometria circular, optando-se por inserir um sólido cilíndrico com as dimensões da mesma.
- Em seguida, gera-se a malha automaticamente (Figura 3.4) ou “manualmente”, escolhendo-se o tipo de elemento que será utilizado (Figura 3.5) e acrescentando as propriedades do problema (Figura 3.6). Ressaltando, que neste trabalho a malha foi gerada manualmente.
- Posteriormente, inicia-se a modelagem do domínio, que pode ser feita da forma explicada anteriormente, acrescentando-se as coordenadas dos nós (manualmente) (Figura 3.7).
- Finalizadas as malhas da estaca e do solo, adiciona-se a carga que será aplicada sobre a estaca e as condições de contorno (graus de liberdade) da estrutura (Figura 3.8). Com isso, tem-se a modelagem de um caso com elementos finitos (Figura 3.9).

Desta forma, os dados de entrada para a modelagem de um problema de estaca isolada são: Definição da geometria; parâmetros do solo e do material da estaca; definição da malha de elementos finitos, que pode ser gerada automática ou manualmente; natureza e aplicação da(s) carga(s) e condições de contorno (restrições de deslocamento).

Figura 3.3 – Inserindo a geometria circular da estaca

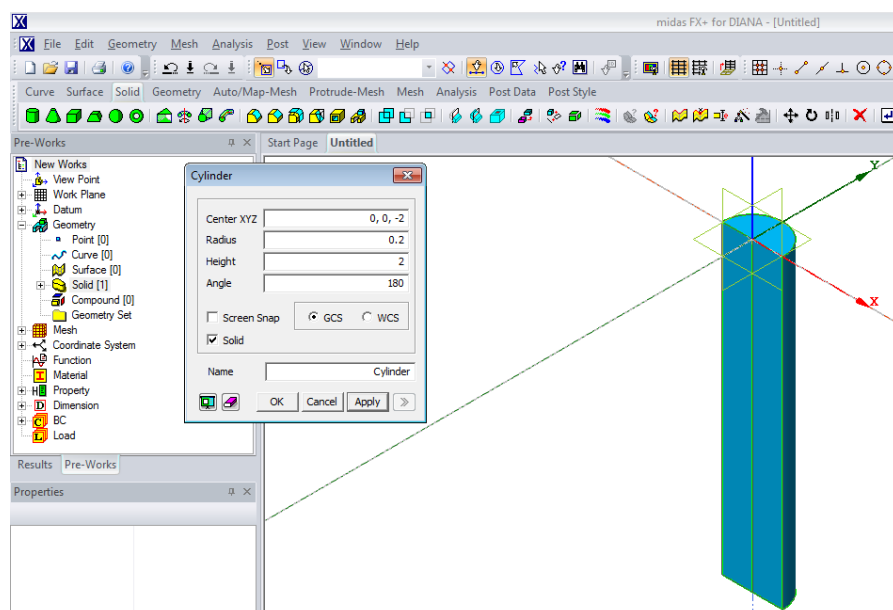


Figura 3.4 – Inserindo a malha automaticamente

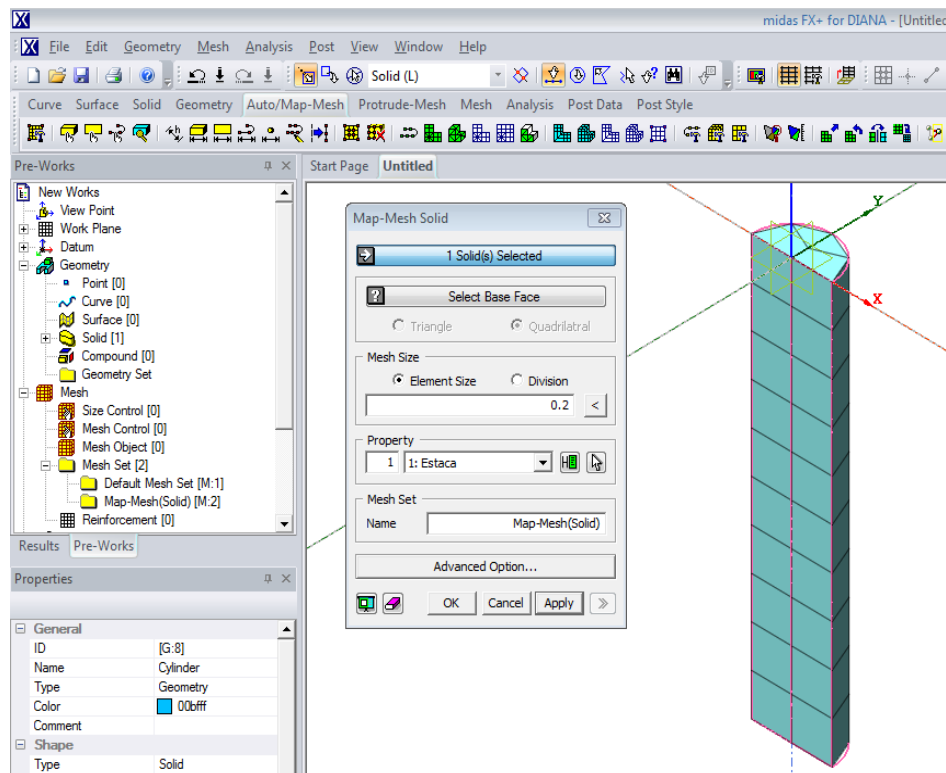


Figura 3.5 – Criando elemento para gerar a malha (“manualmente”)

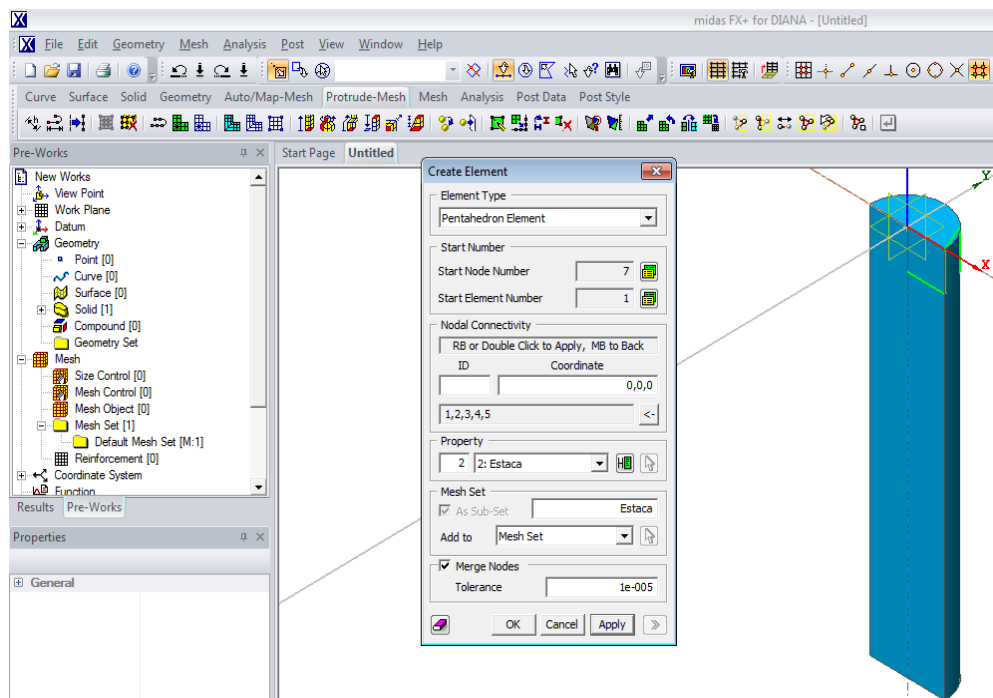


Figura 3.6 – Definição das propriedades do problema

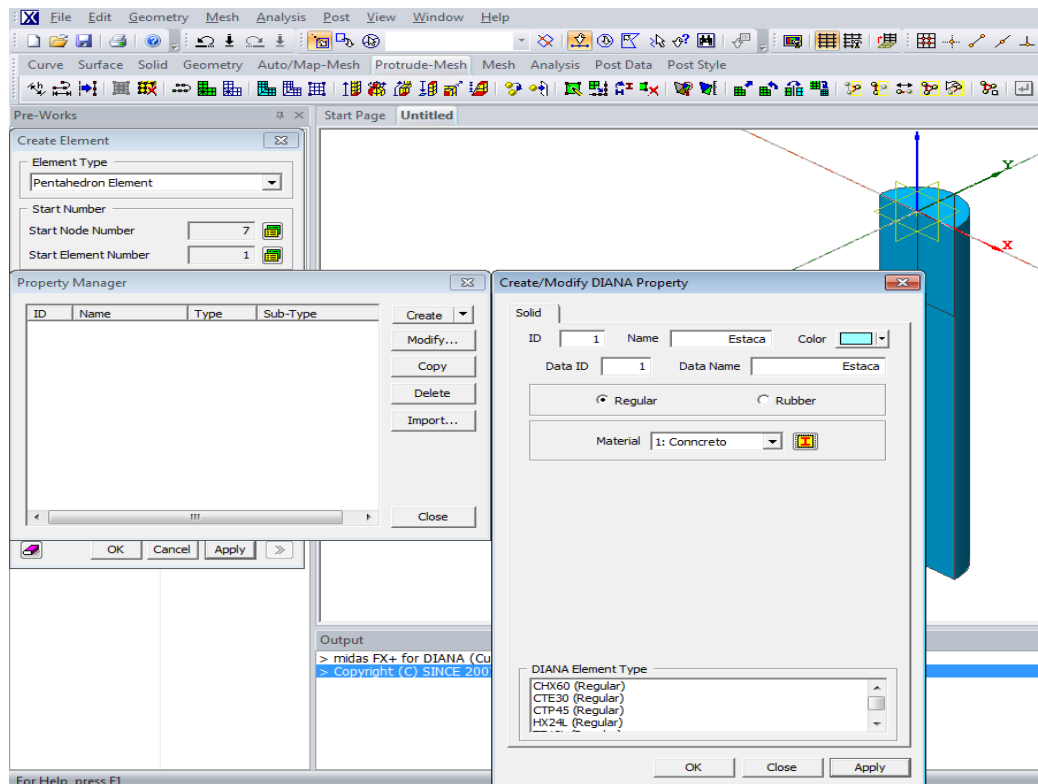


Figura 3.7 – Início malha do solo

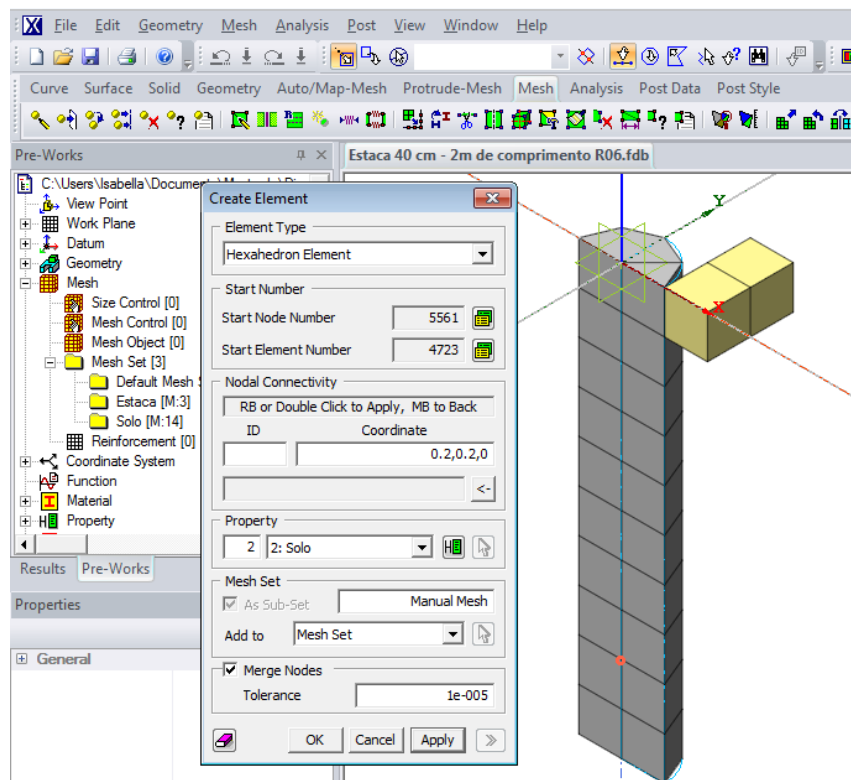


Figura 3.8 – Malha com carga e restrições estruturais

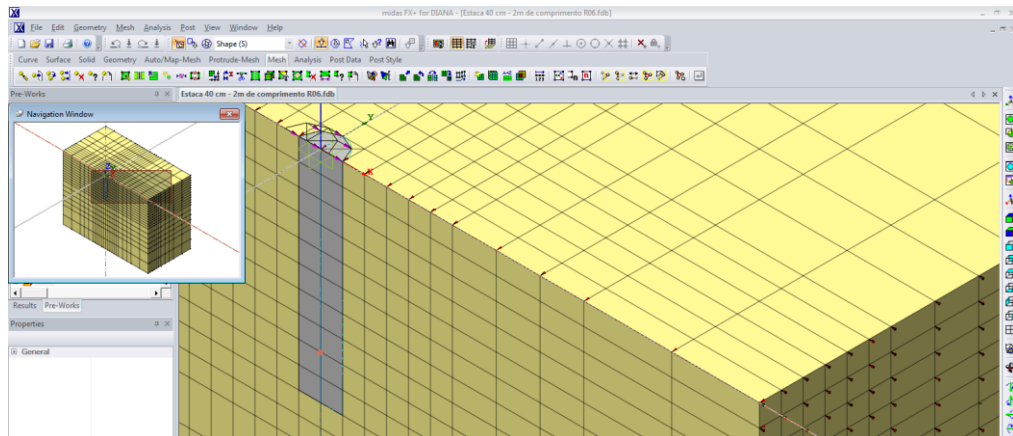
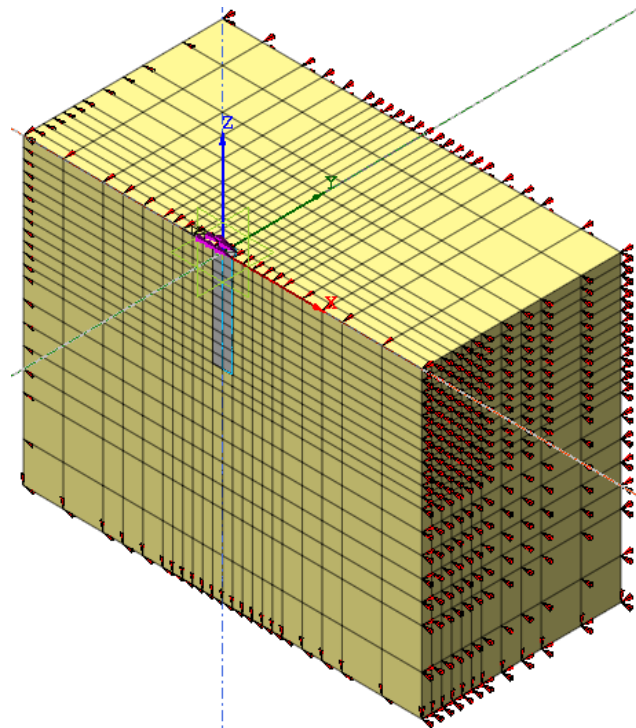


Figura 3.9 – Malha gerada



Para se desenvolver a modelagens deste trabalho, após realizar estudos de malhas e validação do DIANA, tendo como um dos itens estudados o uso de elementos com interpolação linear *versus* interpolação quadrática com o intuito de analisar o ganho de precisão nos resultados, optou-se por utilizar elementos tridimensionais sólidos, isoparamétricos, com interpolação quadrática.

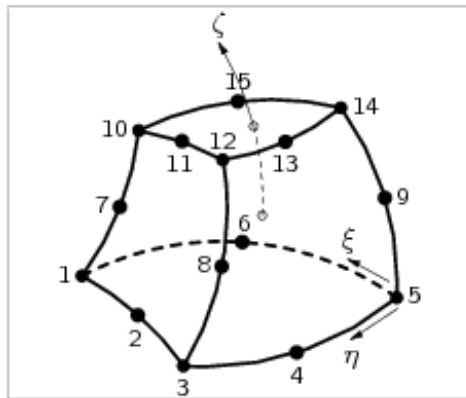
Os elementos sólidos são elementos de uso geral. No entanto, por causa da sua tendência para produzir grandes sistemas de equações, estes elementos são geralmente aplicados apenas quando outros elementos são inadequados ou produziriam resultados da análise imprecisos. Geralmente estes elementos são aplicados em análise de estruturas com grandes volumes, como fundações de concreto e estruturas off-shore, e as massas de solo (TNO, 2011).

A escolha de um elemento linear ou quadrático influencia no refinamento da malha e no tempo de processamento do problema, sendo que a implementação de elementos quadráticos exige um maior esforço computacional devido a maior quantidade de nós envolvidos, que gera um sistema com mais equações, e que requerem funções de interpolação não lineares. Ao se optar por um elemento quadrático, teoricamente, pode-se discretizar menos a malha, obtendo uma simulação com menor número de elementos, mas com um número considerável de nós, o que produz um resultado satisfatório para o caso analisado. O elemento quadrático possui maior número de nós do que o elemento linear, como, por exemplo, um elemento sólido hexaédrico linear possui 8 nós nos vértices do mesmo, enquanto o mesmo elemento quadrático possui 20 nós (apresentando nós intermediários aos nós dos vértices). Dessa forma, optar por elemento linear, pode indicar que seja necessário ter uma malha mais refinada, com maior número de elementos, para obter um resultado semelhante ao encontrado utilizando uma modelagem com elementos de interpolação quadrática, que precisaria de um menor número de elementos.

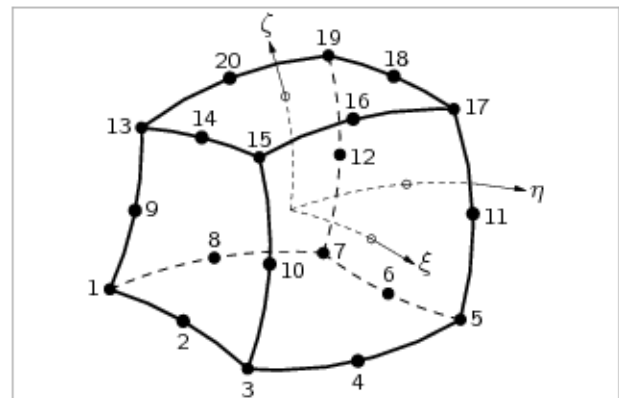
Segundo Bittencourt (2012), a principal desvantagem do elemento hexaédrico de 8 nós está em sua impossibilidade de representar flexão pura, uma vez que em sua formulação são emprega das funções de interpolação lineares. Apesar disso, o emprego desse elemento finito se justifica por sua implementação exigir pouco esforço computacional e pela quantidade apreciável de aplicações que podem ser desenvolvidas com o mesmo quando a resposta visada é, principalmente, o deslocamento.

Os elementos tridimensionais sólidos isoparamétricos utilizados neste trabalho são CTP45, que possuem 15 nós e 5 lados, e CHX60, de 20 nós e 6 faces, como apresentado na Figura 3.10. Ambos os elementos CTP45 e CHX60 são baseados na interpolação quadrática, mas o primeiro apresenta integração numérica e o segundo integração de Gauss (TNO, 2011). Os polinômios representativos destes elementos são mostrados na Tabela 3.1.

Figura 3.10 – Elementos utilizados nas implementações do DIANA (TNO, 2011)



CTP45



CHX60

Tabela 3.1 – Polinômios dos elementos CTP45 e CHX60 (TNO, 2011)

Elemento	Polinômio
CTP45	$u_i(\xi, \eta, \zeta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\eta\zeta + a_6\xi\zeta + a_7\xi^2 + a_8\eta^2 + a_9\zeta^2$ $+ a_{10}\xi\eta\zeta + a_{11}\xi^2\zeta + a_{12}\eta^2\zeta + a_{13}\xi\zeta^2 + a_{14}\eta\zeta^2$
CHX60	$u_i(\xi, \eta, \zeta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\eta\zeta + a_6\xi\zeta + a_7\xi^2 + a_8\eta^2 + a_9\zeta^2$ $+ a_{10}\xi\eta\zeta + a_{11}\xi^2\eta + a_{12}\xi^2\zeta + a_{13}\xi\eta^2 + a_{14}\xi\zeta^2 + a_{15}\eta^2\zeta + a_{16}\eta\zeta^2$ $+ a_{17}\xi^2\eta\zeta + a_{18}\xi\eta^2\zeta + a_{19}\xi\eta\zeta^2$

3.2. IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Para a aplicação do MDF no problema de estacas carregadas lateralmente, o domínio do problema contínuo é discretizado por uma série de nós, espaçados por pequenos incrementos (neste trabalho o incremento utilizado foi uma distância δ), nos quais são calculadas as incógnitas do problema. Deste modo, o princípio do MDF é aproximar por meio de equações algébricas cada termo do modelo proposto em cada nó da malha.

Para o desenvolvimento da planilha eletrônica, com o MDF, foi utilizado o *software* Microsoft Excel 2010 (MICROSOFT, 2016). Primeiramente, habilitou-se as opções de cálculo manual e o cálculo iterativo da planilha (Figura 3.11). Em seguida, criou-se um campo para a entrada de dados, informando a carga horizontal (H_0) ou o momento fletor (M_0) aplicado, o comprimento e o diâmetro da estaca (L), o módulo de elasticidade (EP) e o

momento de inércia (I_p) da estaca, o módulo de elasticidade do solo (E_s), o número de intervalos (n) que a estaca foi dividida e a altura de cada segmento (δ) (Figura 3.12).

Figura 3.11 – Habilitação de cálculo manual e iterativo da planilha Excel

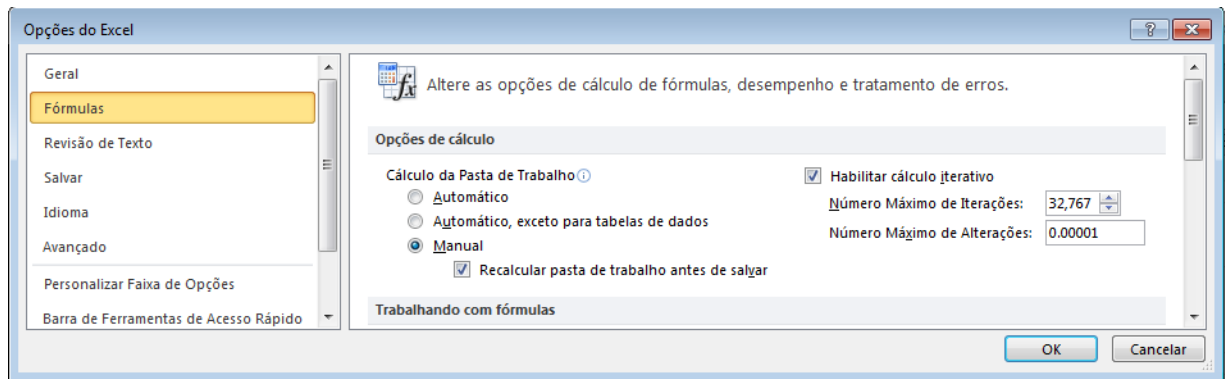


Figura 3.12 – Campo para a entrada de dados na planilha do Excel

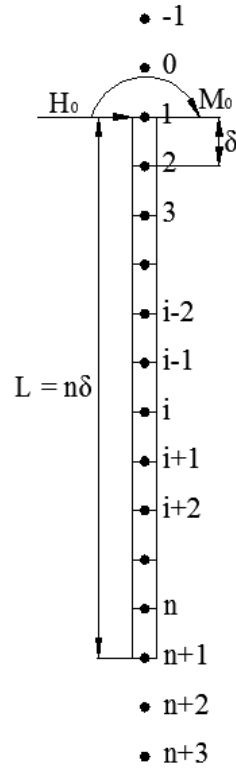
Carga horizontal (H_0) - kN	0		Comprimento da estaca (L) - m	0		Número de intervalos da estaca (n)	0
Momento aplicado (M_0) - kN*m	0		Diâmetro da estaca (D) - m	0		Altura de cada segmento (δ) - m	0
			E_p - kN/m²	0		E_s - kN/m²	0
			I_p - m⁴	0			

Posteriormente, inicia-se a implementação da planilha (Figura 3.13), acrescentando em várias células as equações de deslocamento, rotação, momento, cortante e tensão do solo em cada ponto, apresentadas no item 2.9 deste trabalho. No caso de uma estaca carregada horizontalmente, divide-se a mesma em “ n ” segmentos lineares, obtendo “ $n+1$ ” nós, conforme apresentado na Figura 3.14. Os pontos fictícios criados (0, -1, $n+2$ e $n+3$) são necessários para auxiliar na solução da planilha, por ser um método iterativo que depende do ponto estudado e de pontos anteriores e posteriores a este.

Figura 3.13 – Planilha desenvolvida no Excel para aplicação do MDF

Pontos	Profundidade (Z) - m	k_h - kN/m ³	a_i	Deslocamento (ρ_i) - m	Rotação (θ) - rad	Momento (M) - kN*m	Cortante (H_i) - kN	Tensão no solo (σ_h) - kPa
-1	-	-	-	-	-	-	-	-
0	-	-	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	-	-	-
...	-	-	-	-	-	-	-	-
n	-	-	-	-	-	-	-	-
$n+1$	-	-	-	-	-	-	-	-
$n+2$	-	-	-	-	-	-	-	-
$n+3$	-	-	-	-	-	-	-	-

Figura 3.14 – Discretização da estaca em “n+1” nós e a representação de dois pontos fictícios de cada lado



O Teorema de Taylor (Equação (2.57)) auxilia na resolução das derivadas, que podem ser resolvidas em atraso (utilizando o ponto em estudo e o ponto imediatamente anterior a este), em avanço (envolvendo o ponto em estudo e o ponto imediatamente posterior a este) e centradas (usando os pontos imediatamente anteriores e posteriores ao ponto em estudo).

Para a estaca apresentada na Figura 3.14, as derivadas até quarta ordem são:

- Derivada de primeira ordem centrada:

$$\frac{d\rho_i}{dz} = \frac{\rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{2\delta} \quad (3.1)$$

- Derivada de segunda ordem em avanço:

$$\frac{d^2\rho_i}{dz^2} = \frac{\rho'_{i+1} - \rho'_i}{\delta} = \frac{\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1}}{\delta^2} \quad (3.2)$$

sendo:

$$\rho'_{i+1} = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\delta} \quad (\text{em atraso}) \quad (3.3)$$

$$\rho'_i = \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\delta} \quad (\text{em atraso}) \quad (3.4)$$

- Derivada de terceira ordem centrada:

$$\frac{d^3 \rho_i}{dz^3} = \frac{\rho''_{i+1} - \rho''_{i-1}}{2\delta} = \frac{\rho_{i+2} - 2\rho_{i+1} + 2\rho_{i-1} - \rho_{i-2}}{2\delta^3} \quad (3.5)$$

sendo:

$$\rho''_{i+1} = \frac{\rho'_{i+2} - \rho'_{i+1}}{\delta} = \frac{\rho_{i+2} - 2\rho_{i+1} + \rho_i}{\delta^2} \quad (\text{em avanço}) \quad (3.6)$$

$$\rho''_{i-1} = \frac{\rho'_i - \rho'_{i-1}}{\delta} = \frac{\rho_i - 2\rho_{i-1} + \rho_{i-2}}{\delta^2} \quad (\text{em avanço}) \quad (3.7)$$

$$\rho'_{i+2} = \frac{\rho_{i+2} - \rho_{i+1}}{\delta} \quad (\text{em atraso}) \quad (3.8)$$

$$\rho'_{i-1} = \frac{\rho_{i-1} - \rho_{i-2}}{\delta} \quad (\text{em atraso}) \quad (3.9)$$

- Derivada de quarta ordem em atraso:

$$\frac{d^4 \rho_i}{dz^4} = \frac{\rho'''_i - \rho'''_{i-1}}{\delta} = \frac{\rho_{i+2} - 4\rho_{i+1} + 6\rho_i - 4\rho_{i-1} + \rho_{i-2}}{\delta^4} \quad (3.10)$$

sendo:

$$\rho'''_i = \frac{\rho''_{i+1} - \rho''_i}{\delta} = \frac{\rho_{i+2} - 3\rho_{i+1} + 3\rho_i - \rho_{i-1}}{\delta^3} \quad (\text{em avanço}) \quad (3.11)$$

$$\rho'''_{i-1} = \frac{\rho''_i - \rho''_{i-1}}{\delta} = \frac{\rho_{i+1} - 3\rho_i + 3\rho_{i-1} - \rho_{i-2}}{\delta^3} \quad (\text{em avanço}) \quad (3.12)$$

onde:

δ = comprimento dos segmentos da estaca.

A Equação diferencial (2.1) rege a interação entre o solo e a estaca no caso de estacas carregadas lateralmente. Ao substituir a Equação (3.10) na (2.1), chega-se a Equação algébrica (3.13).

$$E_p I_p \left[\frac{\rho_{i+2} - 4\rho_{i+1} + 6\rho_i - 4\rho_{i-1} + \rho_{i-2}}{\delta^4} \right] + K_h \rho_i = 0 \quad (3.13)$$

Reescrevendo a Equação (3.13) na forma (3.14), isolando-se ρ_i , tem-se:

$$\rho_i \left(6 + \frac{K_h \delta^4}{E_p I_p} \right) = -\rho_{i+2} + 4\rho_{i+1} + 4\rho_{i-1} - \rho_{i-2} \quad (3.14)$$

$$\rho_i = \left[\frac{-\rho_{i+2} + 4\rho_{i+1} + 4\rho_{i-1} - \rho_{i-2}}{\left(6 + \frac{k_h D \delta^4}{E_p I_p} \right)} \right] \quad (3.15)$$

Considerando que:

$$6 + \frac{k_h D \delta^4}{E_p I_p} = a_i \quad (3.16)$$

Pode-se reescrever a fórmula de deflexão da estaca de forma mais simplificada, conforme Equação (3.17)

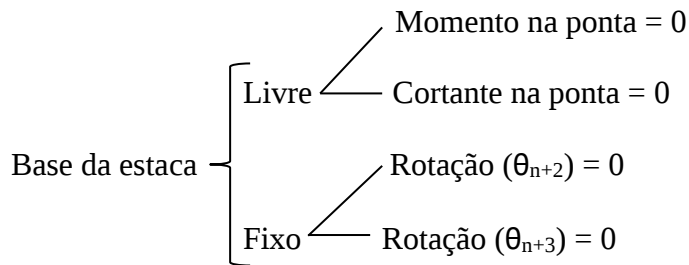
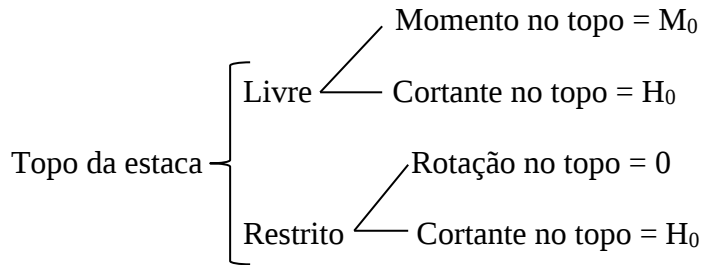
.

$$\rho_i = \left[\frac{-\rho_{i+2} + 4\rho_{i+1} + 4\rho_{i-1} - \rho_{i-2}}{a_i} \right] \quad (3.17)$$

Percebe-se que o valor do deslocamento horizontal da estaca (ρ_i) em cada nó é função da própria deflexão “ ρ_i ” e também da deflexão em dois pontos posteriores e dois anteriores. Por isso, surgem mais quatro pontos fictícios (sendo 2 de cada lado da estaca), como mostrado na Figura 3.14. Sendo a estaca dividida em “ $n+1$ ” pontos, têm-se “ $n+5$ ” incógnitas e “ $n+1$ ” equações.

Para auxiliar na solução da planilha com o MDF é necessário a consideração de outras quatro equações obtidas a partir das condições de contorno no topo e na base da estaca. Pode-se

assumir que o topo e a base da estaca estejam livres ou engastados, como pode ser observado no esquema abaixo:



onde:

H_0 = carga transversal aplicada no topo da estaca;

M_0 = momento aplicado no topo da estaca;

θ_i = rotação no ponto “i” da estaca.

Por meio dessas considerações (para estacas de topo e base livres), têm-se:

$$\rho_{-1} = \frac{-2H_0\delta^3}{E_P I_P} - 2\rho_2 + 2\rho_0 + \rho_3 \quad (3.18)$$

$$\rho_0 = \frac{M_0\delta^2}{E_P I_P} - \rho_2 + 2\rho_1 \quad (3.19)$$

$$\rho_{n+2} = 2\rho_{n+1} - \rho_n \quad (3.20)$$

$$\rho_{n+3} = 2\rho_{n+2} - 2\rho_n + \rho_{n-1} \quad (3.21)$$

Com as equações dos pontos fictícios, tem-se, agora, um sistema com o mesmo número de equações e incógnitas ($n+5$). Desta forma, consegue-se encontrar o valor da deflexão da estaca em cada nó, que é o deslocamento do solo. Com o valor do deslocamento, os valores de rotação, momento, cortante e tensão no solo em cada ponto são encontrados, sendo que as equações (Equação (2.60), (2.61), (2.62) e (2.63)) foram apresentadas no item 2.9.

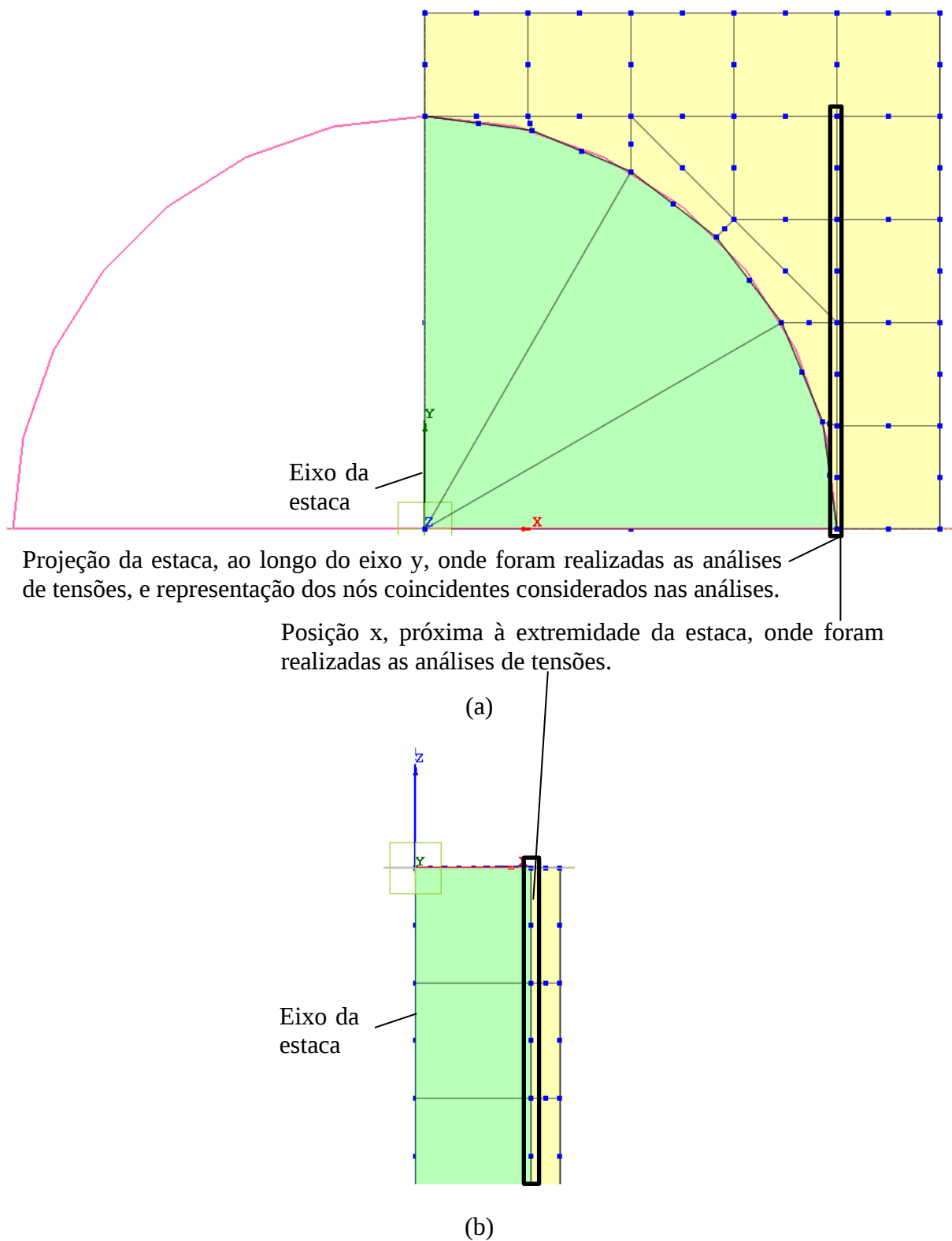
3.3. OBTENÇÃO DOS GRÁFICOS DE TENSÕES POR MEIO DOS RESULTADOS DO DIANA

Para a análise de tensões, observou-se a distribuição de tensões no solo, contrárias à direção de aplicação da carga horizontal, ao longo da projeção horizontal (na direção do eixo y) e vertical (ao longo do comprimento) da estaca. Conforme se aproxima da área da estaca, as tensões no solo ficam maiores. Com isso, analisaram-se as tensões na posição x mais próxima da extremidade da estaca (Figura 3.15).

Apresentaram-se, com isso, resultados para tensões máximas e tensões médias. Para a estimativa das tensões médias foi considerada a existência de um nó fictício em cada nó coincidente entre dois ou mais elementos do solo, que possui o valor da tensão igual à média dos valores das tensões de cada nó que o compõe, em uma determinada coordenada. Em seguida, para determinar a tensão média em cada cota z , ao longo do comprimento da estaca, calculou-se a média das tensões dos nós fictícios presentes ao longo da projeção em y da estaca, na posição x considerada.

As tensões máximas foram obtidas nas coordenadas com $y = 0$, ao longo da projeção vertical da estaca, na posição x considerada (posição mais próxima à extremidade da estaca). Levando-se em consideração a existência de nós fictícios, que representam os nós coincidentes de dois ou mais elementos do solo, e possui valor de tensão igual à média dos valores da tensão de cada nó coincidente.

Figura 3.15 – Representação da posição e das projeções (horizontal e vertical) para a análise das tensões: a) vista em planta, e b) vista em corte – Exemplo de uma estaca com 40 cm de diâmetro



Nas Figuras 3.16 à 3.23 são apresentados os resultados de tensões médias e máximas do solo, para estacas com comprimento relativo (L/D) igual a 10, de 40 cm e 80 cm de diâmetro, em

solos com diferentes deformabilidades ($E_s = 8 \text{ MPa}$ e 60 MPa). As Figuras 3.16 à 3.19 mostram os resultados de estacas submetidas apenas a carga horizontal ($H = 100 \text{ kN}$), e as Figuras 3.20 à 3.23 apresentam os valores encontrados nos casos de estacas submetidas apenas a momento fletor ($M = 100 \text{ kN.m}$).

Figura 3.16 – Tensões do solo - estacas com $D = 40 \text{ cm}$ – $L/D = 10$ – $E_s = 8 \text{ MPa}$ – $H_0 = 100 \text{ kN}$

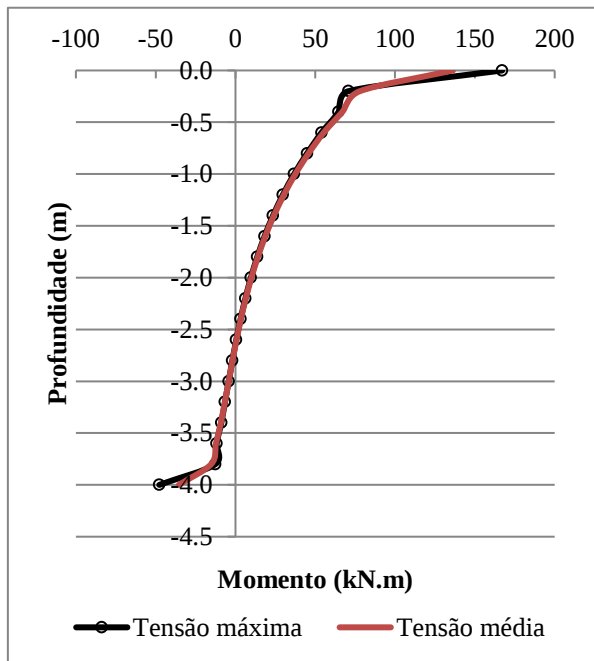


Figura 3.17 – Tensões do solo - estacas com $D = 40 \text{ cm}$ – $L/D = 10$ – $E_s = 60 \text{ MPa}$ – $H_0 = 100 \text{ kN}$

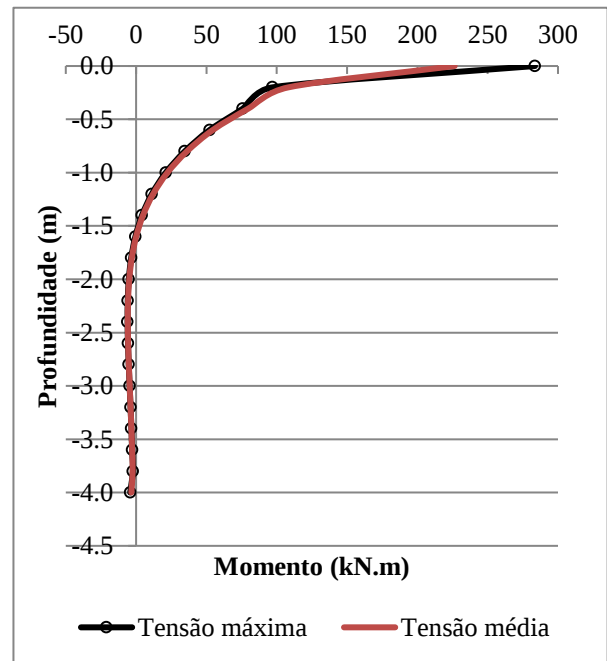


Figura 3.18 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80 \text{ cm}$ e $E_s = 8 \text{ MPa}$ – $H_0 = 100 \text{ kN}$ – $L/D = 10$

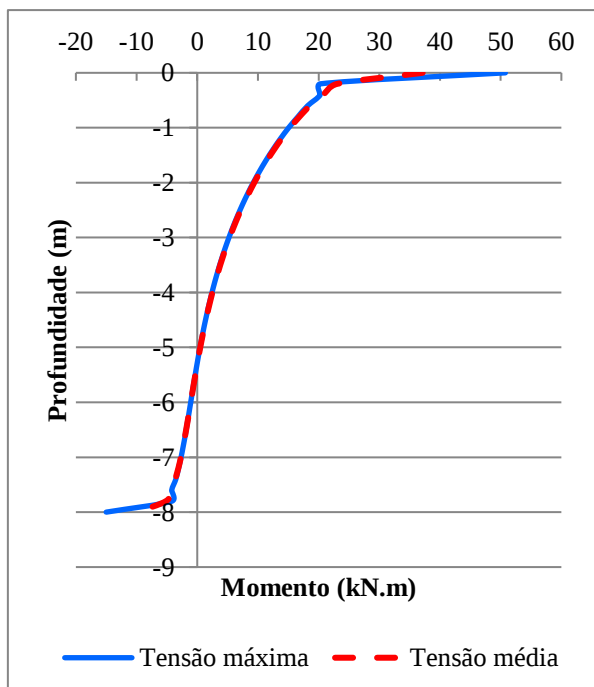


Figura 3.19 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80 \text{ cm}$ e $E_s = 60 \text{ MPa}$ – $H_0 = 100 \text{ kN}$ – $L/D = 10$

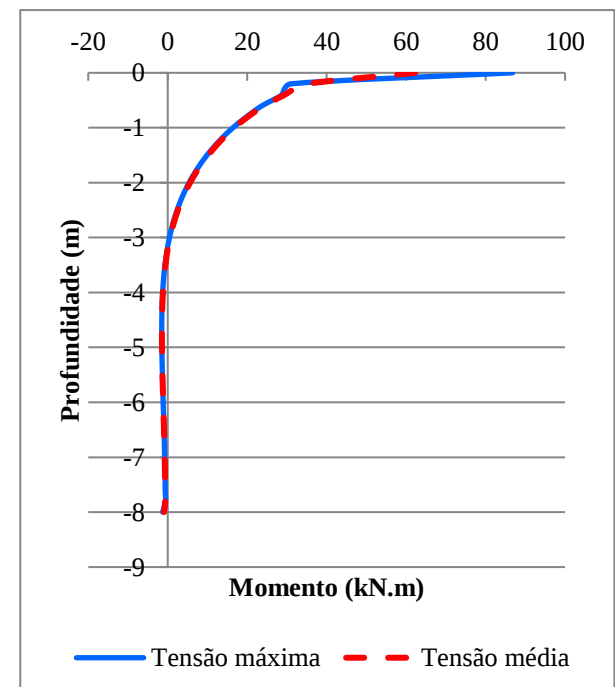


Figura 3.20 – Tensões do solo - estacas com $D = 40$ cm
– $L/D = 10$ – $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m

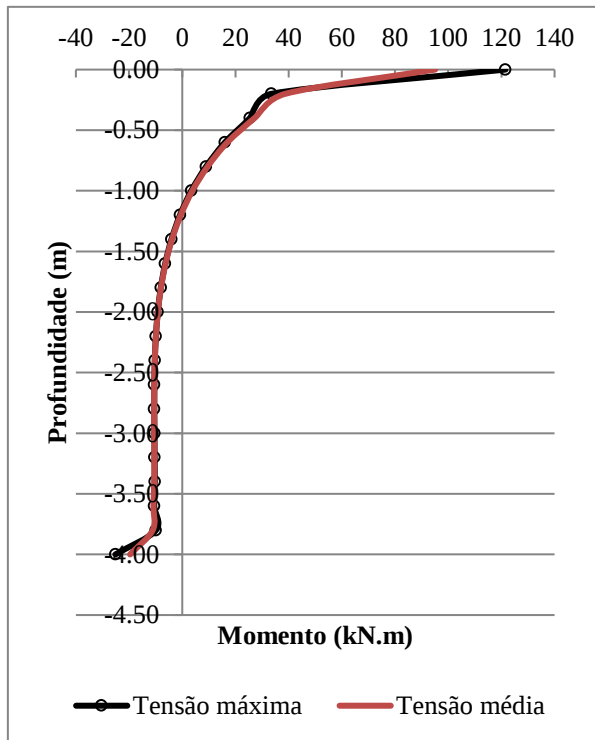


Figura 3.21 – Tensões do solo - estacas com $D = 40$ cm
– $L/D = 10$ – $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m

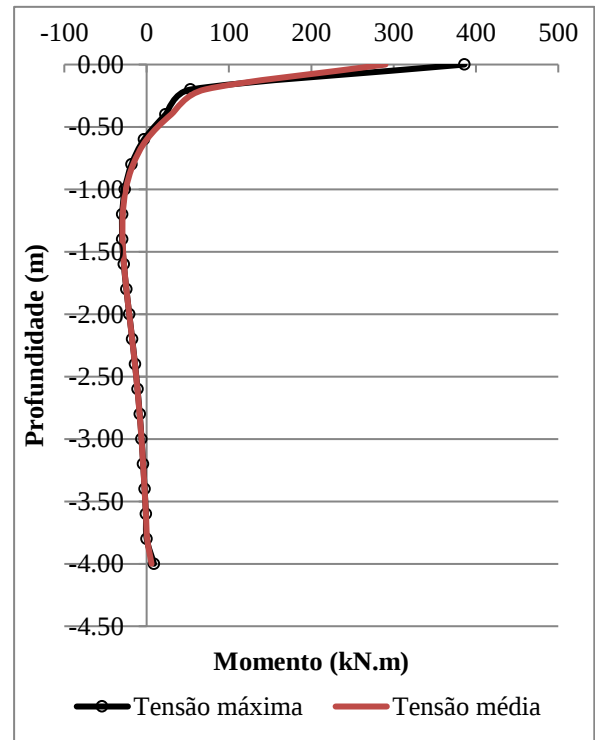


Figura 3.22 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80$ cm e $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – $L/D = 10$

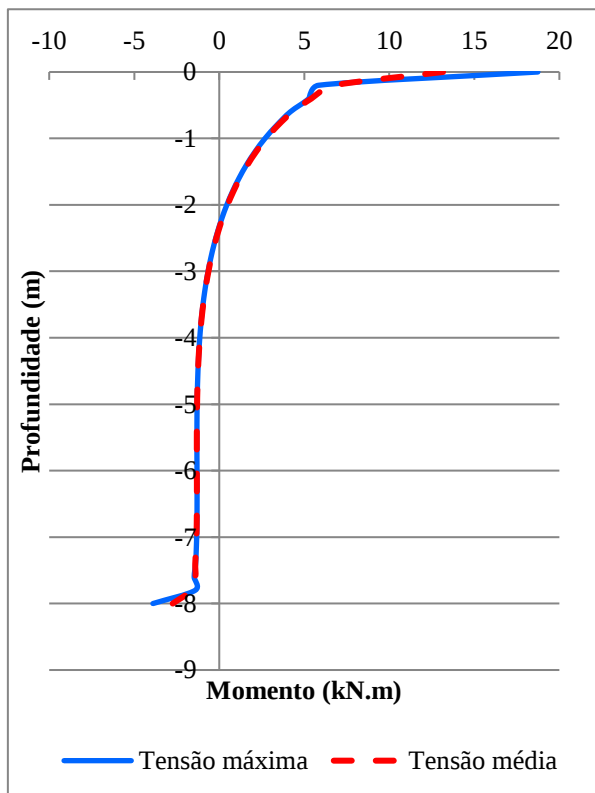
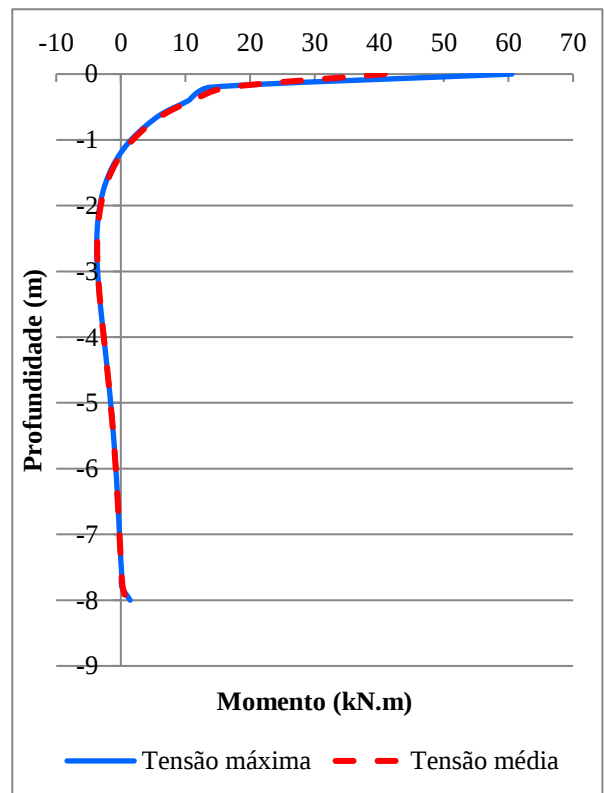


Figura 3.23 – Gráfico de tensões das estacas com $D = 80$ cm e $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – $L/D = 10$



Observando-se os resultados obtidos, nota-se que os valores das tensões máximas são próximos ao valor das tensões médias, independentemente da deformabilidade do solo e da geometria da estaca, o que pode ser resultado de uma grande discretização da malha, mostrando que a tensão não varia muito na projeção da estaca. Dessa forma, concluiu-se que neste trabalho, as análises de tensões serão realizadas utilizando-se os valores das tensões médias.

CAPÍTULO 4

ESTUDO DE MALHA E VALIDAÇÃO DAS FERRAMENTAS EMPREGADAS

Neste capítulo são apresentadas as validações do programa DIANA (TNO, 2011) e da planilha no Excel (MICROSOFT, 2016) com o MDF.

Na fase inicial do programa em Elementos Finitos procurou-se identificar a influência da discretização da malha e do tipo de elemento finito a ser utilizado, com o intuito de encontrar qual proporciona o resultado mais preciso.

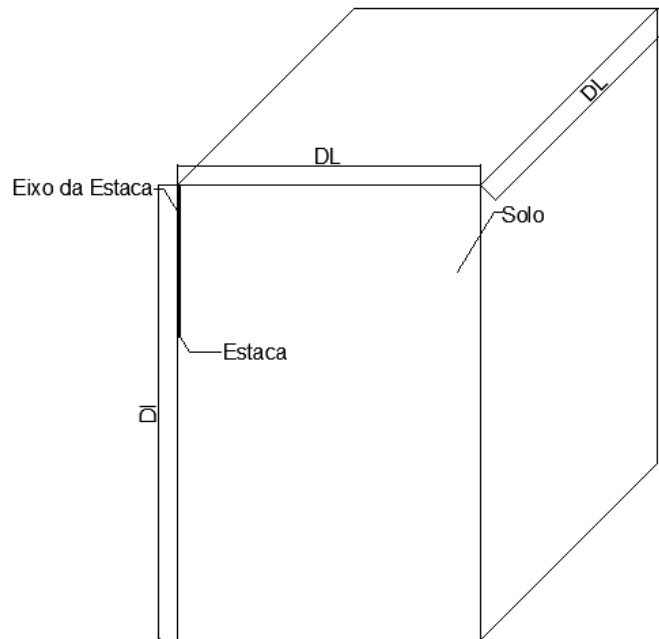
As validações dos programas são necessárias para verificar se as modelagens realizadas pelo DIANA são adequadas para o problema em estudo, e se as análises feitas com o MDF aplicado no Excel são confiáveis. Para isso, compararam-se soluções publicadas na literatura com as obtidas pelos programas utilizados, sendo que inicialmente foi validado o uso do Diana e depois a planilha com implementação em MDF.

4.1. MEF – ESTUDO DO DOMÍNIO

Com o intuito de obter maior precisão nos resultados das modelagens no DIANA, ponderou-se a importância da escolha do domínio considerado na análise de uma estaca isolada carregada lateralmente, em um meio elástico linear. No MEF se deve limitar o domínio envolvido no problema, além de impor restrições de deslocamentos que se aproximem da situação real.

O limite inferior (DI) representa a profundidade em que se encontra uma camada de solo que possa ser considerada indeslocável. Quando não houver conhecimento da profundidade em que essa se encontra, é necessário adotar uma profundidade de malha grande o suficiente que não influencie no resultado final. Quanto ao limite lateral (DL) o mesmo pode ser dito, ou seja, o limite horizontal “aceitável” deve ser grande o suficiente que não influencie no resultado final.

Desta forma, no estudo executado, variou-se o DL para 3 casos diferentes (2L, 3L e 5L) e o DI para 2 casos diferentes (3L e 5L), como apresentado na Figura 4.1, sendo L o comprimento da estaca.

Figura 4.1 – Domínio estudado (LL e LI) (vista de $\frac{1}{4}$ da malha)

O primeiro caso estudado para realizar as comparações abrange uma estaca isolada curta ($L = 4$ m), com diâmetro (D) igual 0,4 m e uma estaca isolada mais longa ($L = 32$ m), com $D = 0,8$ m. Ambas possuem $E_p = 25$ GPa; coeficiente de Poisson da estaca (ν_p) = 0,2 e carga horizontal (H) aplicada no topo da estaca de 200 kN. O solo é homogêneo, com $E_s = 8$ MPa e $\nu_s = 0,3$. Aos nós da borda do domínio foram impostas restrições de deslocamentos. Na direção de x e y , ao longo da profundidade de todas as faces laterais do domínio, impediu-se o deslocamento na direção perpendicular e na base do domínio restringiram-se os deslocamentos nas 3 direções.

São apresentadas nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 as curvas correspondentes a cada caso gerado para a estaca de 4 m de comprimento e nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 os resultados obtidos para a estaca de 32 m de comprimento.

Figura 4.2 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca L = 4 m (DI = 3L)

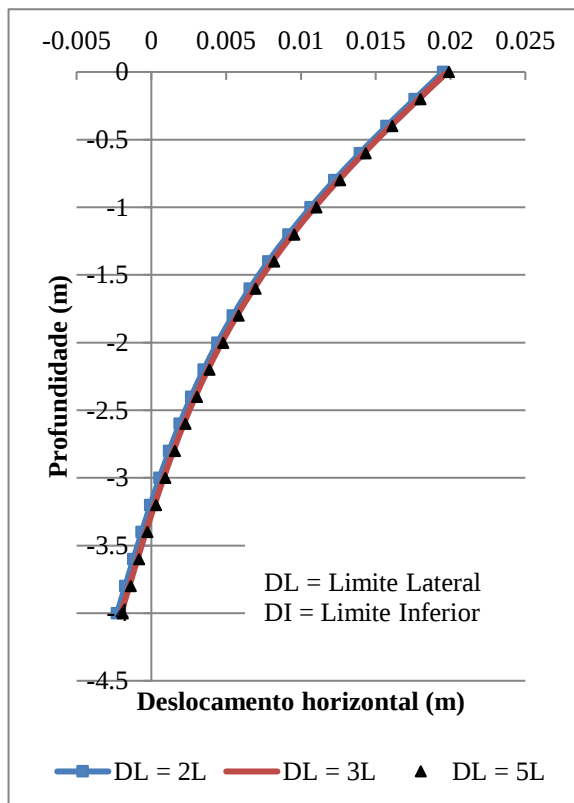


Figura 4.3 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca L = 4 m (DI = 5L)

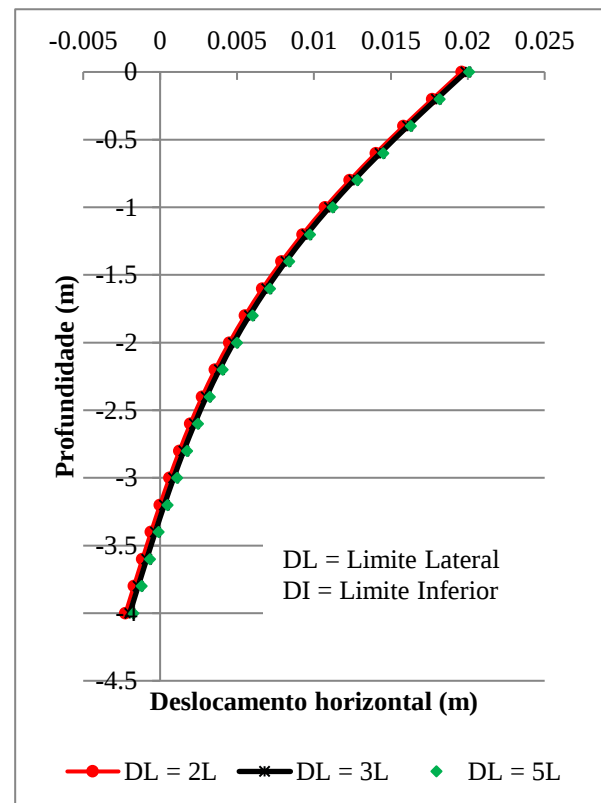


Figura 4.4 – Estudo de domínio: Distribuição de momento – Estaca L = 4 m (DI = 3L e 5L)

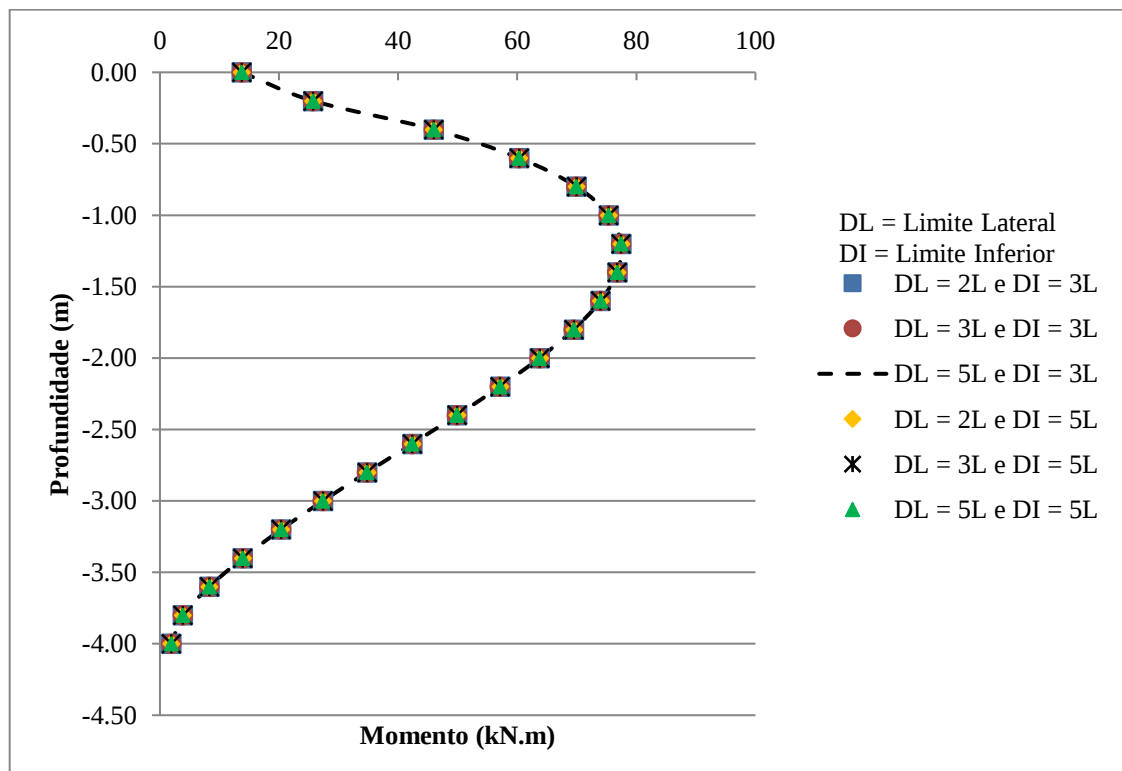


Figura 4.5 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca L = 32 m (DI = 3L)

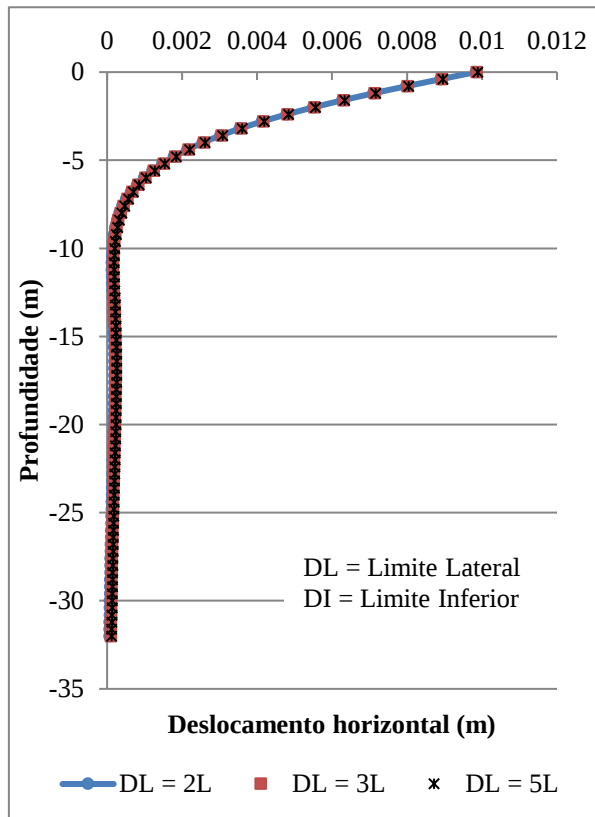


Figura 4.6 – Estudo de domínio: Deslocamento horizontal – Estaca L = 32 m (DI = 5L)

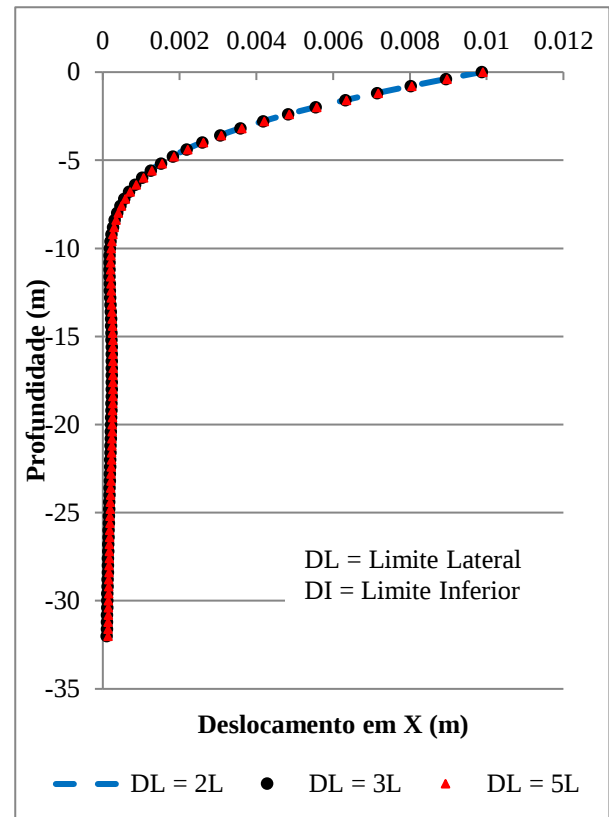
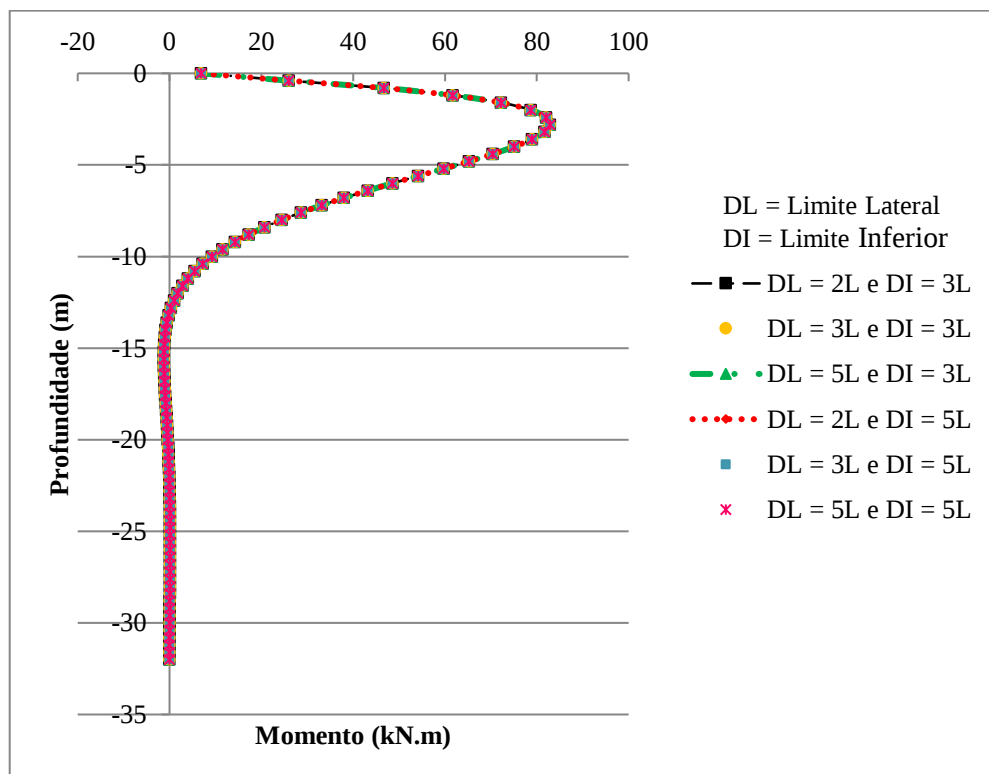


Figura 4.7 – Estudo de domínio: Distribuição de momento – Estaca L = 32 m (DI = 3L e 5L)



De acordo com o observado nos gráficos das Figuras 4.2 à 4.7, como a carga está sendo aplicada na horizontal, o que mais influencia nos resultados é a dimensão lateral do domínio. Deste modo, adotar o limite inferior de $3L$ é suficiente para captar o comportamento da estaca em termos de deflexão e momento gerado. O fato das curvas convergirem para valores bem próximos indica que não é necessário utilizar um domínio lateral maior do que $2L$, sendo que com este limite se consegue representar todo o deslocamento horizontal e momento que a estaca está sofrendo. Além disso, não utilizar domínios exagerados reduz o tempo computacional de cada análise.

Determinou-se, assim, que os casos gerados neste trabalho serão executados com malhas de limite lateral igual a $2L$ e de limite inferior igual a $3L$.

4.2. ESTUDO DE MALHA E APLICAÇÃO DA CARGA

O estudo de malhas utilizadas no programa DIANA foi realizado com o objetivo de obter a malha que represente adequadamente a situação analisada. Foram avaliados os tipos de elementos que devem ser utilizados, o detalhamento da malha (ser mais ou menos refinada), e o domínio necessário. Quanto a aplicação da carga, procurou-se determinar qual a melhor forma de se aplicar as cargas horizontais e os momentos em cada modelagem do DIANA.

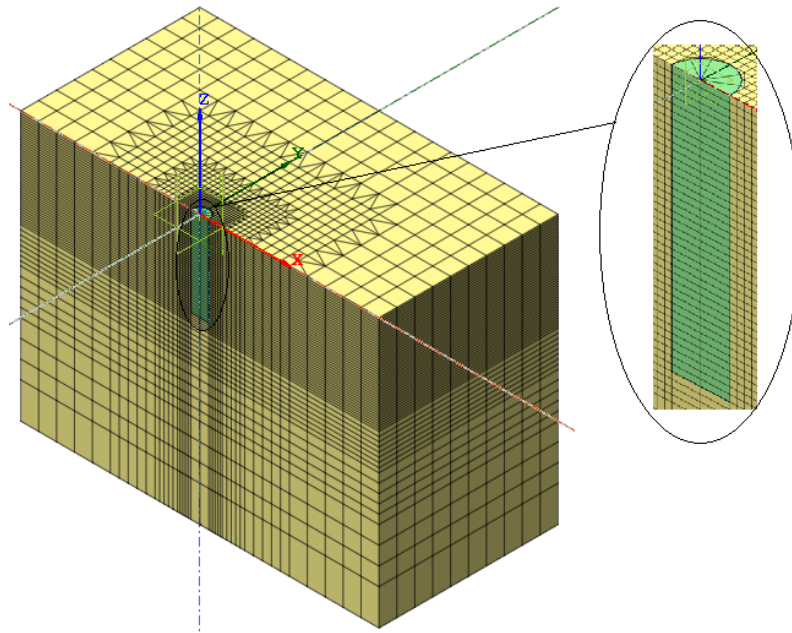
4.2.1. Quanto à forma de aplicação da carga horizontal e densidade da malha no DIANA

Um problema de uma estaca isolada carregada verticalmente pode ser resolvido de modo bidimensional, porque a carga está na mesma direção do eixo da estaca, fazendo com que tudo fique simétrico em relação aquele eixo. Quando há carga transversal, no entanto, o problema não é mais totalmente simétrico, tornando-se essencialmente tridimensional.

As análises deste trabalho foram realizadas em uma estaca isolada, com apenas uma carga aplicada, o que gera um eixo de simetria e que está na mesma direção em que a carga é aplicada. Com isso, é possível modelar apenas metade do problema (considerando a direção de aplicação da carga), com o intuito de obter malhas menores e a solução dos problemas de forma mais rápida. Nas simulações executadas os nós da interface entre a estaca e o solo foram mantidos coincidentes.

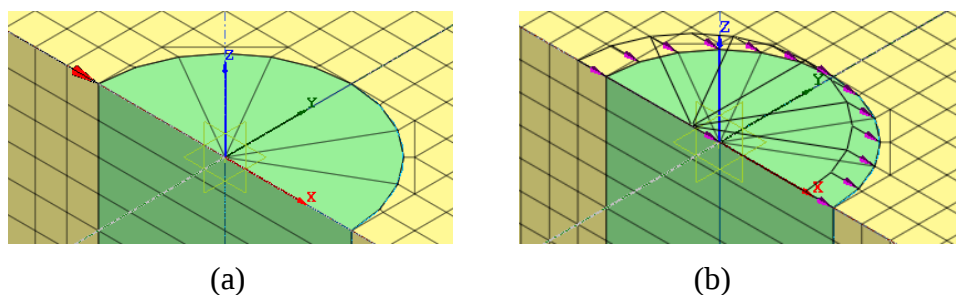
Foram modeladas duas malhas, uma malha mais refinada e uma menos refinada, com estaca isolada circular e domínio prismático (Figura 4.8) variando-se o tipo, tamanho e quantidade de elementos.

Figura 4.8 – Modelo das malhas geradas



Além disso, nesta etapa foi analisada a forma de se aplicar a carga horizontal, que pode ser do tipo concentrada (aplicada em um nó, na direção do eixo x , sentido positivo) ou do tipo cisalhante (tangente à face superior da estaca, distribuída, na direção do eixo x , sentido positivo), conforme Figura 4.9 (a) e (b) respectivamente.

Figura 4.9 – Cargas horizontais: pontual (a) e cisalhante (b)

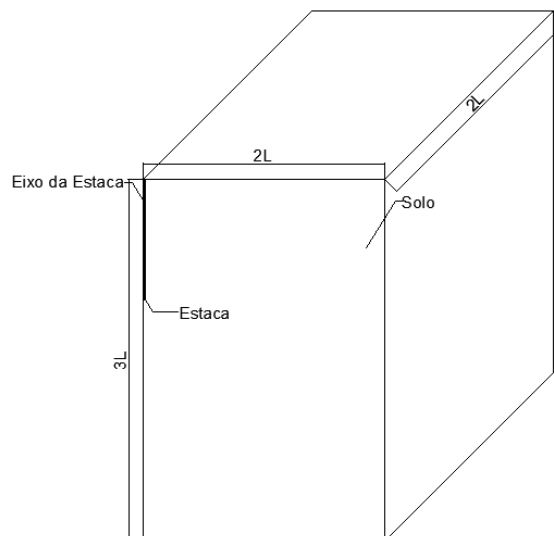


Desta forma, simularam-se dois problemas fictícios com estaca isolada de seção circular, sendo uma estaca curta e outra mais longa. Para o caso de estaca curta, adotou-se

comprimento (L) = 2,0 m; diâmetro (D) = 0,40 m; módulo de elasticidade da estaca (E_P) = 25 GPa; coeficiente de Poisson (ν_P) = 0,2 e com carregamento horizontal (H) no topo = 200 kN. O solo é homogêneo, com módulo de elasticidade (E_S) = 8 MPa e $\nu_S = 0,3$. O domínio adotado foi de $2L$ para o limite lateral e $3L$ para o limite inferior (Figura 4.10), ou seja, 2,0 m no comprimento e na largura e 6,0 m na vertical. Aos nós da borda do domínio foram impostas restrições de deslocamentos, como explicado no item 4.1 deste trabalho.

Quanto ao caso de estaca mais longa, baseou-se o problema fictício proposto por Sales; Cunha e Farias (1998), que abrange uma estaca isolada circular, com $L = 10,0$ m; $D = 0,40$ m, mas desenhada com 0,42 m; $E_P = 21$ GPa; $\nu_P = 0,25$ e com H no topo = 50 kN. O solo era homogêneo, com $E_S = 5.631$ kN/m² e $\nu_S = 0,35$. O domínio adotado é de $2L$ para o limite lateral e $3L$ para o limite inferior (Figura 4.10), ou seja, 20,0 m na horizontal e 30,0 m na vertical. Como realizado na estaca curta, foram impostas restrições de deslocamentos aos nós da borda do domínio, para simular a situação real.

Figura 4.10 – Domínio do problema (vista de $\frac{1}{4}$ da malha)



No caso da carga horizontal do tipo pontual, aplicou-se na modelagem a metade da força total, e para o caso da carga horizontal do tipo tangencial, foi aplicada uma tensão cisalhante, que é a relação da força horizontal total pela área total da face superior da estaca.

Para realizar este estudo, utilizando o FX+ for DIANA em uma abordagem 3D, considerou-se o solo como um meio elástico linear. Foram modeladas diversas malhas para a estaca curta, as

quais são especificadas na Tabela 4.1. Ressaltando, que todas as simulações realizadas para se avaliar as malhas e as formas de aplicação das cargas foram executadas com elementos de interpolação linear. Nas simulações mais refinadas, na malha da estaca utilizaram-se elementos hexaédricos, e na malha do solo foram utilizados elementos do tipo hexaédricos e pentaédricos. Enquanto nas modelagens com malhas menos refinadas, empregou-se elementos pentaédricos na malha da estaca, e na malha do solo foram empregados elementos hexaédricos e pentaédricos. As diferenças entre as malhas processadas são:

- Quanto à densidade da malha, os casos R01 e R03 são mais detalhados, enquanto as malhas R02 e R04 são menos refinadas;
- As malhas R01 e R03 são iguais, tendo como diferença a forma de se aplicar a carga, na primeira é aplicada uma carga cisalhante e na segunda uma força concentrada;
- As malhas R02 e R04 são iguais, tendo como diferença a forma de se aplicar a carga, na primeira é aplicada uma carga cisalhante e na segunda uma força concentrada.
- As malhas das modelagens R01 e R03, e os detalhes de aplicação das cargas destas malhas são apresentados nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13. Nas Figuras 4.14, 4.15 e 4.16 são mostradas as malhas das simulações R02 e R04, e os detalhes de aplicação das cargas destas malhas.

Tabela 4.1 – Malhas geradas para estudo – Estaca curta

	MODELAGEM			
	R01	R02	R03	R04
Forma de aplicação da carga horizontal	Tensão cisalhante	Tensão cisalhante	Força pontual	Força pontual
Malha	Mais refinada	Menos refinada	Mais refinada	Menos refinada
Nº de elementos total	45.994	4.712	45.994	4.712
Nº de nós total	43.746	5.560	43.746	5.560
Nº de elementos da estaca	240	40	240	40
Nº de nós da estaca	574	66	574	66

Figura 4.11 – Modelagens R01 e R03 – malhas mais refinada

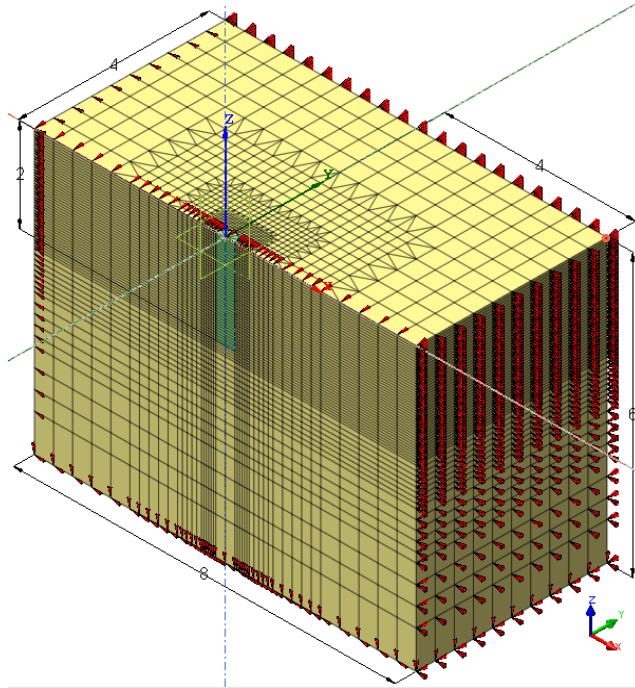


Figura 4.12 – Detalhe aplicação da carga (tensão cisalhante) R01

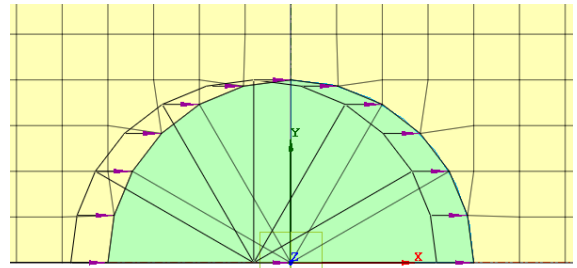


Figura 4.13 – Detalhe aplicação da carga (força concentrada) R03

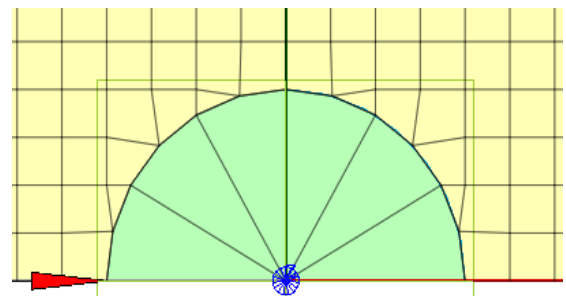


Figura 4.14 – Modelagens R02 e R04 – malhas mais refinada

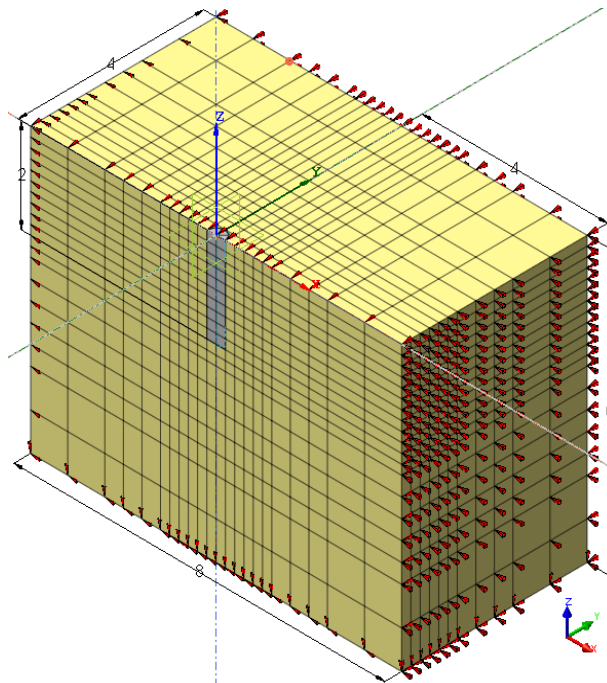


Figura 4.15 – Detalhe aplicação da carga (tensão cisalhante) R02

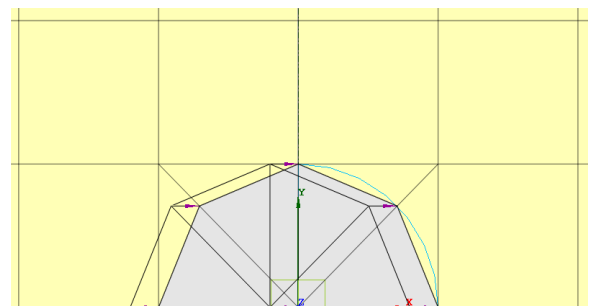
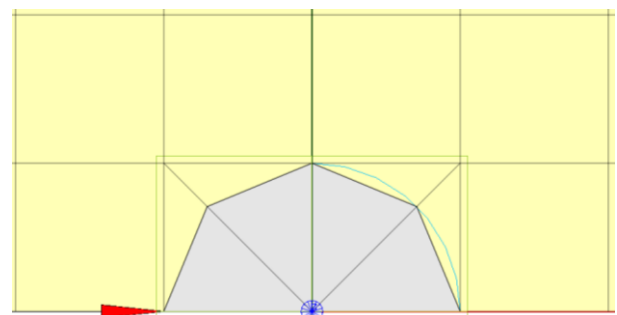


Figura 4.16 – Detalhe aplicação da carga (força concentrada) R04



Quanto às implementações para a estaca mais longa, também foram utilizados elementos de interpolação linear, variando-se novamente a forma de aplicar a carga horizontal (tangencial cisalhante ou força pontual nodal), tanto nas malhas mais refinadas, quanto nas menos refinadas. Na malha da estaca utilizaram-se elementos pentaédricos, e na malha do solo foram utilizados elementos do tipo hexaédricos e pentaédricos. Desta forma, foram geradas as malhas V01, V02, V03 e V04, que são detalhadas na Tabela 4.2 e mostradas nas Figuras de 4.17 a 4.21.

As diferenças entre as malhas executadas são:

- Quanto à densidade da malha, os casos V01 e V03 são mais detalhados, enquanto as malhas V02 e V04 são menos refinadas;
- As malhas V01 e V03 são iguais, tendo como diferença a forma de se aplicar a carga, na primeira é aplicada uma carga cisalhante e na segunda uma força concentrada. O mesmo pode ser dito para as comparações entre V02 e V04.
- Malha V05, manteve-se uma malha mais simples para o solo (menos detalhada) e refinou-se mais a estaca.

Tabela 4.2 – Verificação da forma de aplicar as cargas – Estaca longa

	MODELAGEM				
	V01	V02	V03	V04	V05
Forma de aplicação da carga horizontal	Tensão cisalhante	Tensão cisalhante	Força pontual	Força pontual	Força pontual
Malha	Mais refinada	Menos refinada	Mais refinada	Menos refinada	Estaca mais detalhada
Nº de elementos total	32.072	9.842	32.072	9.842	10.002
Nº de nós total	35.440	11.260	35.440	11.260	11.500
Nº de elementos da estaca	40	40	40	40	200
Nº de nós da estaca	66	66	66	66	306

Figura 4.17 – Modelagens V01 e V03 – malhas mais refinadas

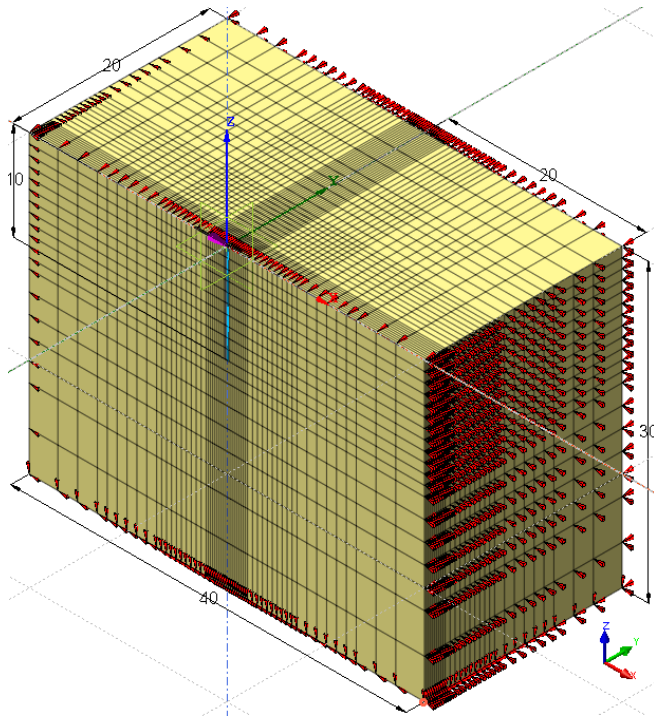


Figura 4.18 – Detalhe aplicação da carga (tensão cisalhante) V01 e V02

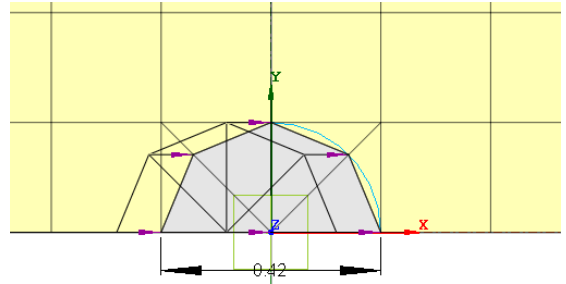


Figura 4.19 – Detalhe aplicação da carga (força concentrada) V03 e V04

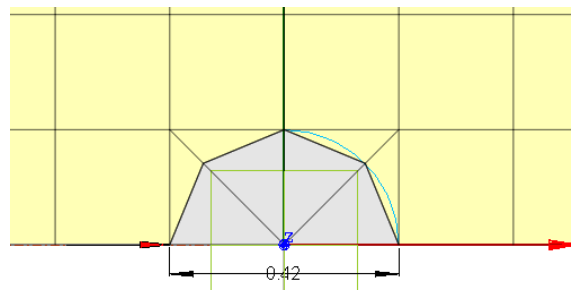


Figura 4.20 – Modelagens V02 e V04 – malhas menos refinadas

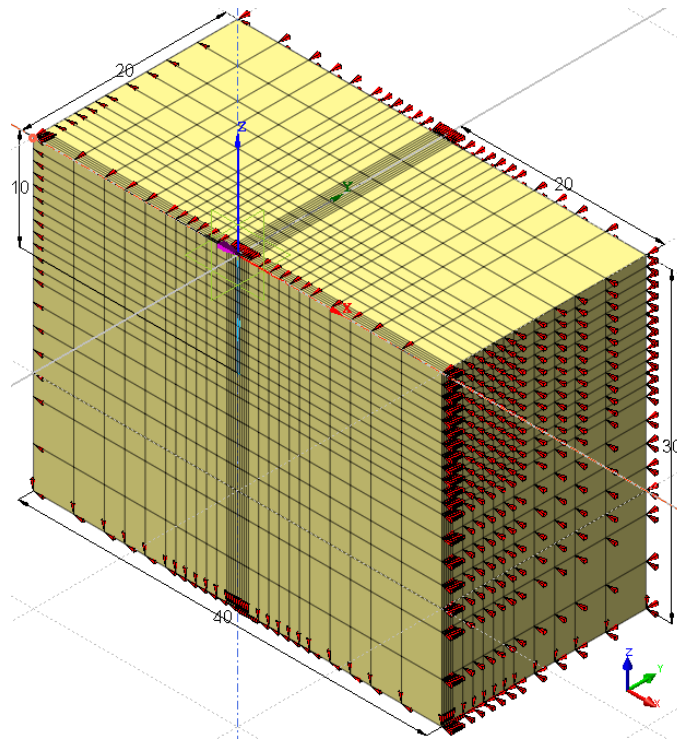
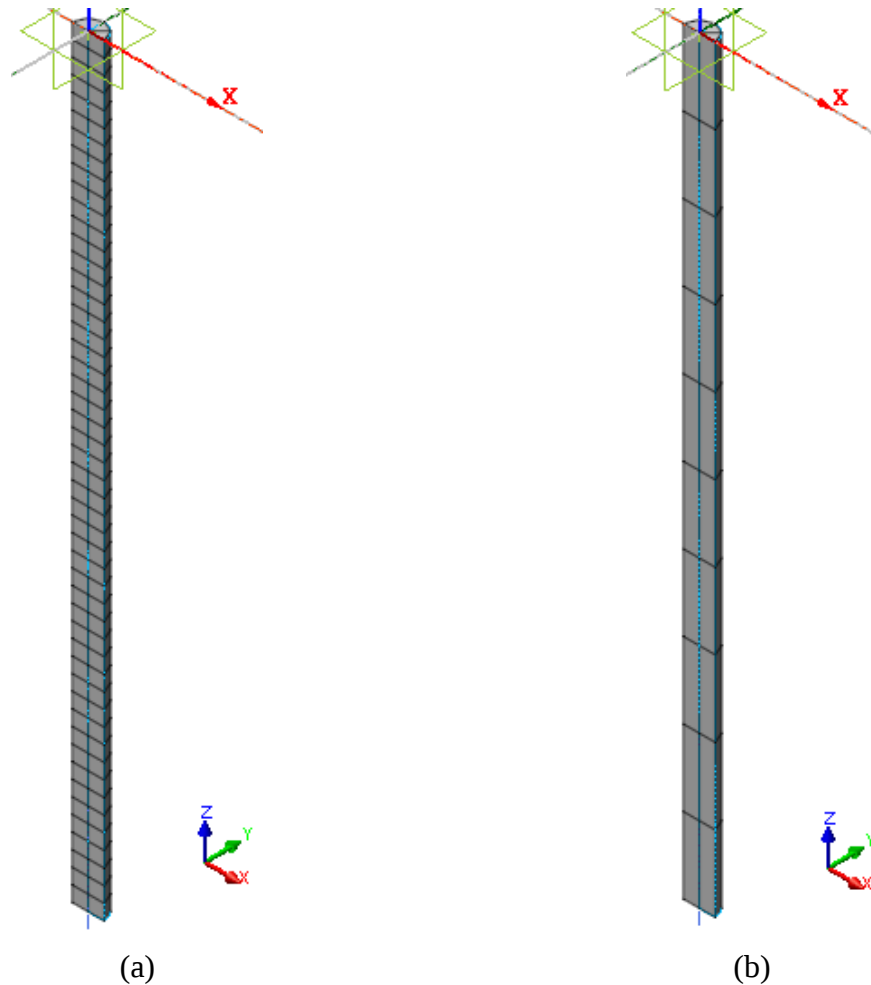


Figura 4.21 – Estaca mais refinada (200 elementos) (a) e menos refinada (40 elementos) (b)



Com o intuito de obter as bases gerais para a concepção e calibração do processo de modelagem numérica (forma de aplicação da carga, dimensões do domínio, tipos de elementos finitos a serem utilizados e densidade da malha), foi avaliado o deslocamento horizontal sofrido pela estaca, tanto para o caso da estaca curta, quanto para o caso da estaca mais longa. Para isso, optou-se por analisar os nós do centro da estaca (com coordenadas x e y iguais a 0).

Apresentam-se nas Figuras 4.22 e 4.23 a comparação dos resultados obtidos para o deslocamento horizontal (dos nós com as coordenadas de x e y iguais a zero) das estacas curtas e das estacas mais longas. No caso das malhas mais refinadas das estacas curtas o solo e a estaca foram mais detalhados tanto na direção vertical, quanto nas direções horizontais, ou seja, olhando-se em planta, a estaca na malha menos refinada tinha apenas quatro elementos, e na malha mais discretizada passou a ter seis. Já no caso das estacas mais longas, nas malhas

mais refinadas apenas o solo foi mais detalhado, permanecendo a estaca com o mesmo número de elementos.

Ao analisar os gráficos da Figura 4.22, nota-se a importância da malha, pois os resultados obtidos com as malhas mais refinadas convergiram para valores distintos das malhas não tão detalhadas, o que não ocorre nos gráficos da Figura 4.23. Isso pode ser atribuído ao fato de que nas modelagens da Figura 4.22, no caso das malhas mais refinadas, a estaca também foi mais refinada em planta, enquanto no caso das estacas mais longas, nas malhas mais refinadas (V01 e V02), apenas o solo foi mais refinado, e o número de elementos da estaca permaneceu o mesmo utilizado nas malhas menos refinadas (V03 e V04). A necessidade de se ter a malha da estaca mais refinada também se evidencia ao comparar as curvas V01, V02, V03 e V04, referentes às estacas com 40 elementos, com a curva V05, de uma estaca com 200 elementos, pois os resultados convergiram para valores diferentes. Dessa forma, determinou-se que é necessário a estaca ser um pouco mais detalhada para captar todo o deslocamento. Quanto à forma de aplicação da carga transversal, percebe-se que o modo de aplicação desta não interfere no resultado, seja ela do tipo tensão cisalhante ou concentrada em um nó.

Figura 4.22 - Valores de deflexão das estacas curtas

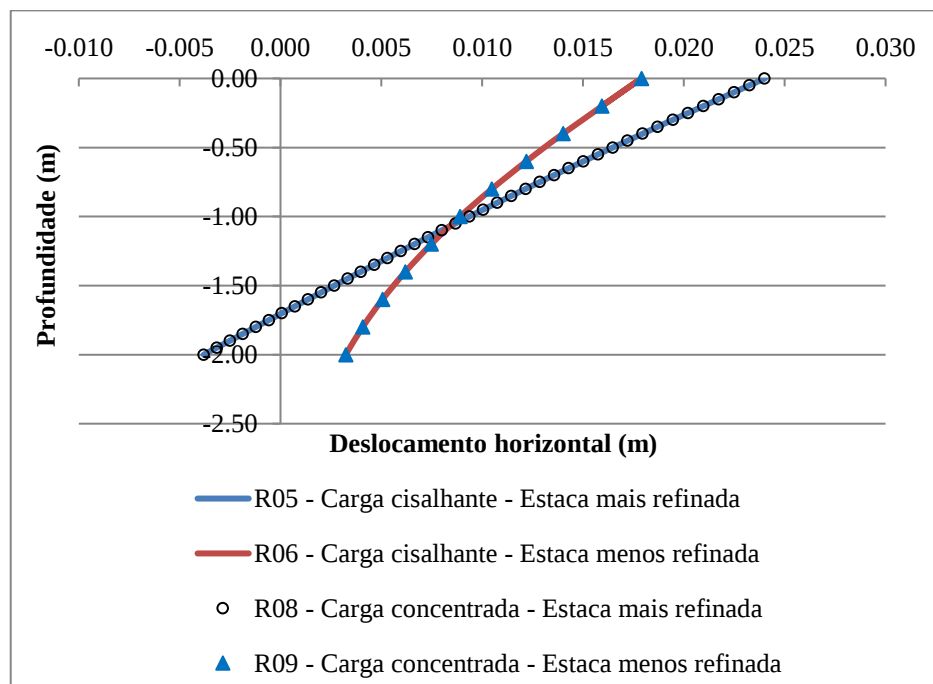
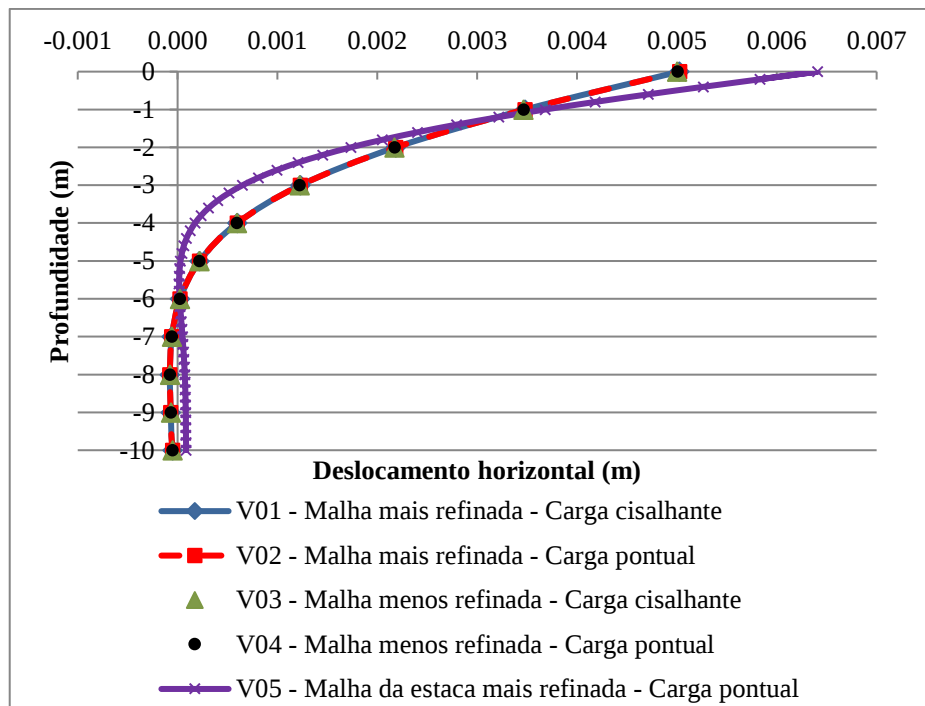


Figura 4.23 – Valores de deflexão para as estacas longas



Além disso, nota-se que as estacas mais longas apresentam deflexão, o que não ocorre com as curtas. As estacas curtas tendem a se deslocar quase como um corpo rígido, o que pode ser atribuído tanto às características geométricas e propriedades da estaca, quanto ao tipo de solo, sendo que ambos podem influenciar no comportamento de flexão da estaca. Caso seja um solo muito deformável, com baixo módulo de elasticidade, será mais difícil para a estaca se deslocar. Pode-se dizer, com isso, que a estaca simulada é muito curta para o solo em questão (apenas 2 m de comprimento), girando quase como um corpo rígido.

Assim, compreende-se que o problema de flexão da estaca no solo depende do comprimento, diâmetro e inércia da estaca, além das propriedades do solo.

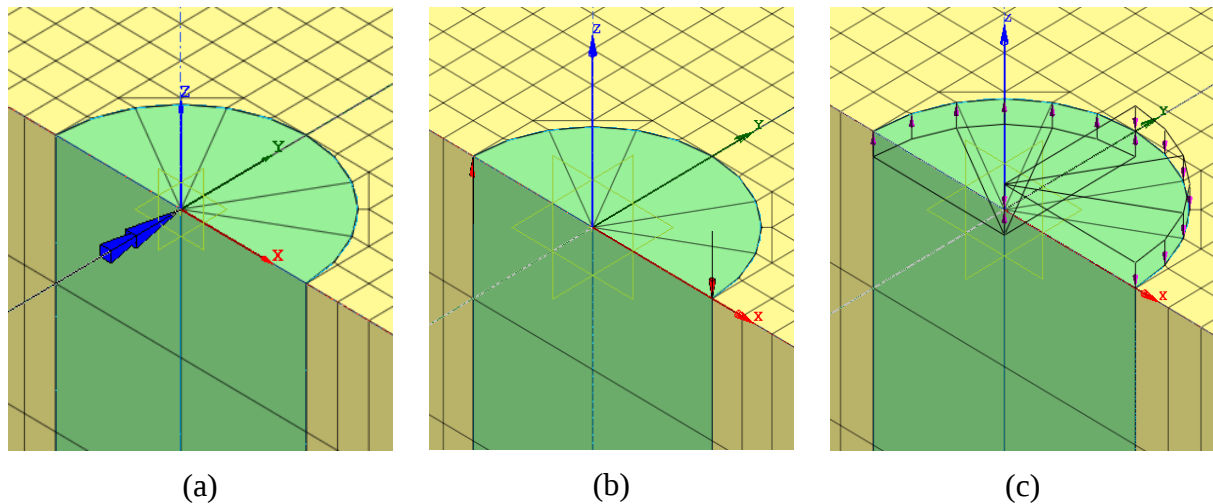
A partir disso, decidiu-se que neste trabalho as modelagens iriam ser executadas com carga horizontal do tipo concentrada e com as malhas mais discretizadas, buscando usar sempre malhas com maior refinamento de forma a aumentar o grau de precisão dos resultados.

4.2.2. Quanto à forma de aplicação do momento

Para se avaliar a forma de aplicação de momento fletor, que pode ser do tipo concentrado (aplicado em um nó, na direção do eixo y, sentido positivo) ou representado por um binário de

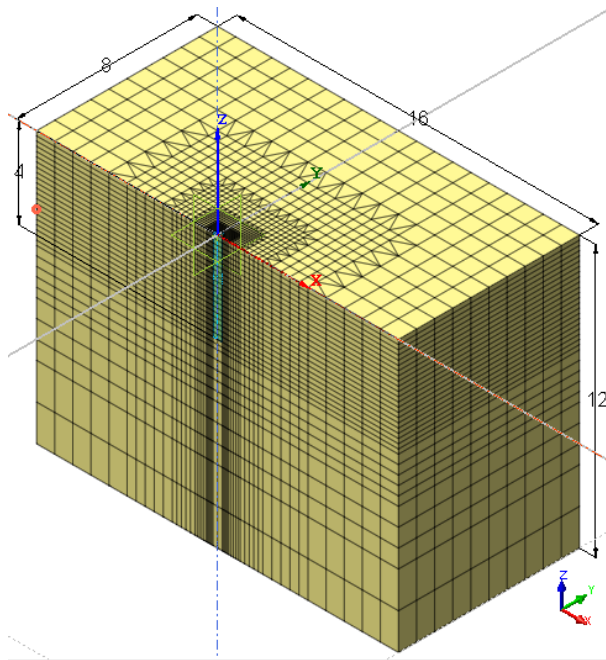
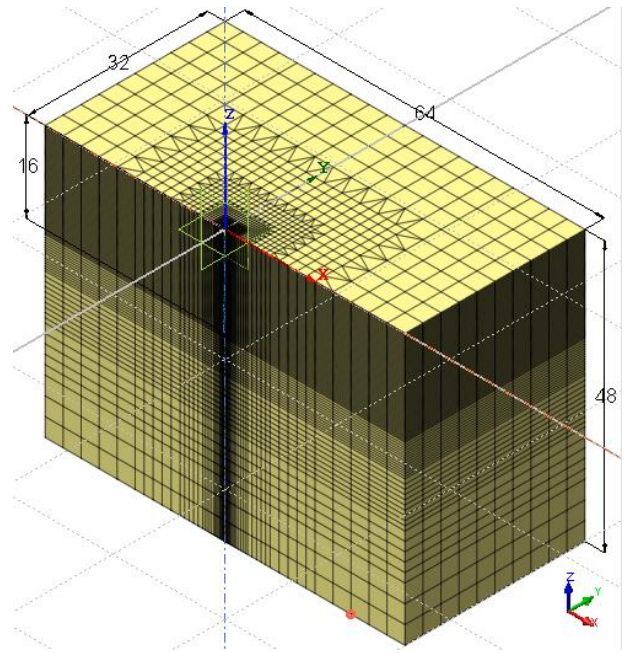
forças verticais (força vertical concentrada nos nós superiores das extremidades da estaca, em sentido contrário) ou representado por um par de tensões (binário de tensões verticais distribuídas na face superior da estaca, com sentidos contrários), conforme mostrado na Figura 4.24 (a), (b) e (c), respectivamente.

Figura 4.24 – Momento fletor: aplicado em um só ponto (a), produzido por um binário de forças (b) e produzido por binário de tensões distribuídas (c)



O estudo foi realizado para uma estaca isolada curta ($L = 4$ m) e para outra estaca isolada longa ($L = 16$ m), ambas com $D = 40$ cm, $E_p = 25$ GPa; $\nu_p = 0,2$ e com momento aplicado no topo da estaca de 100 kN.m. O solo é homogêneo, com $E_s = 8$ MPa e $\nu_s = 0,3$. O domínio adotado foi de $2L$ para o limite lateral e $3L$ para o limite inferior, ou seja, 8 m no comprimento e na largura e 12 m na vertical para os casos em que a estaca tem 4 m de comprimento e de 32 m na horizontal e 48 m na vertical para os casos em que a estaca tem 16 m de comprimento, conforme as Figuras 4.25 e 4.26, respectivamente. Aos nós da borda do domínio foram impostas restrições de deslocamentos, como explicado no item 4.1 deste trabalho.

Para analisar o grau de precisão dos resultados, modelaram-se diversas malhas, ambas executadas com elementos de interpolação linear, que são especificadas na Tabela 4.3 e na Tabela 4.4. Na malha da estaca utilizaram-se elementos hexaédricos, e na malha do solo foram utilizados elementos do tipo pentaédricos e hexaédricos. Ressaltando, que foi aplicado apenas momento fletor nas simulações.

Figura 4.25 – Malhas M01, M02 e M03 – Estaca com $L = 4$ mFigura 4.26 – Malhas M04, M05 e M06 – Estaca com $L = 16$ mTabela 4.3 – Modelagens para análise da aplicação de momento fletor – Estaca com $L = 4$ m

	MODELAGEM		
	M01	M02	M03
Forma de aplicação do momento	Pontual (concentrado no nó) – kN.m	Binário de forças concentradas – kN	Par de tensões distribuídas – kPa
Nº de elementos total	30.464	30.464	30.464
Nº de nós total	28.908	28.908	28.908
Nº de elementos da estaca	120	120	120
Nº de nós da estaca	294	294	294

Tabela 4.4 – Modelagens para análise da aplicação de momento fletor – Estaca com $L = 16$ m

	MODELAGEM		
	M04	M05	M06
Forma de aplicação do momento	Pontual (concentrado no nó) – kN.m	Binário de forças concentradas – kN	Par de tensões distribuídas – kPa
Nº de elementos total	154.512	154.512	154.512

Tabela 4.4 – Modelagens para análise da aplicação de momento fletor – Estaca com $L = 16$ m (continuação)

	MODELAGEM		
	M04	M05	M06
Nº de nós total	141.102	141.102	141.102
Nº de elementos da estaca	480	480	480
Nº de nós da estaca	1.134	1.134	1.134

As Figuras 4.27 e 4.28 exibem os resultados de deslocamentos obtidos para as estacas de 4 m e 16 m de comprimento respectivamente, e as Figuras 4.29 e 4.30 apresentam a distribuição de momentos para cada modelagem executada.

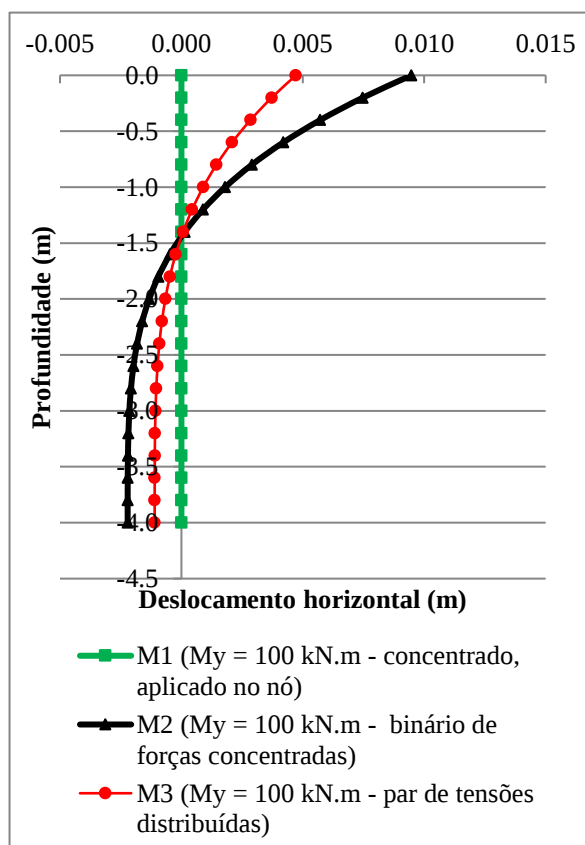
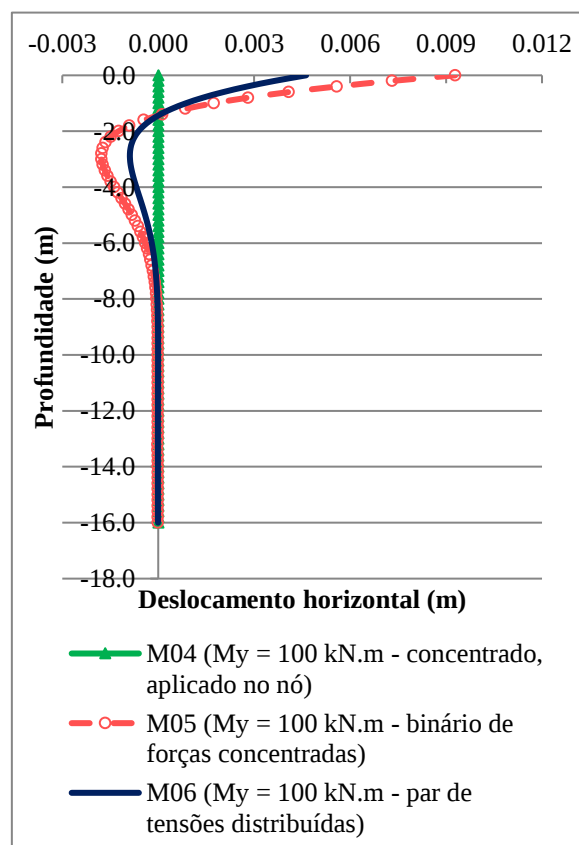
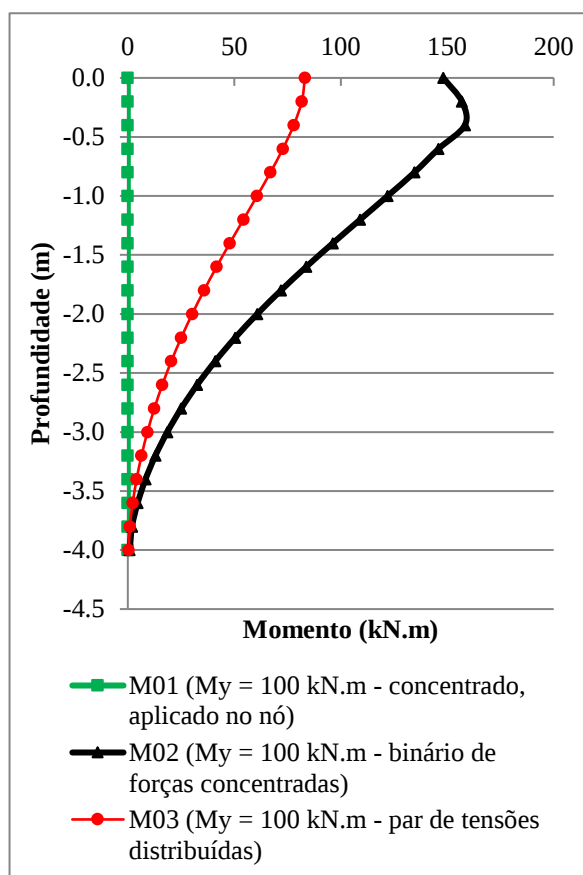
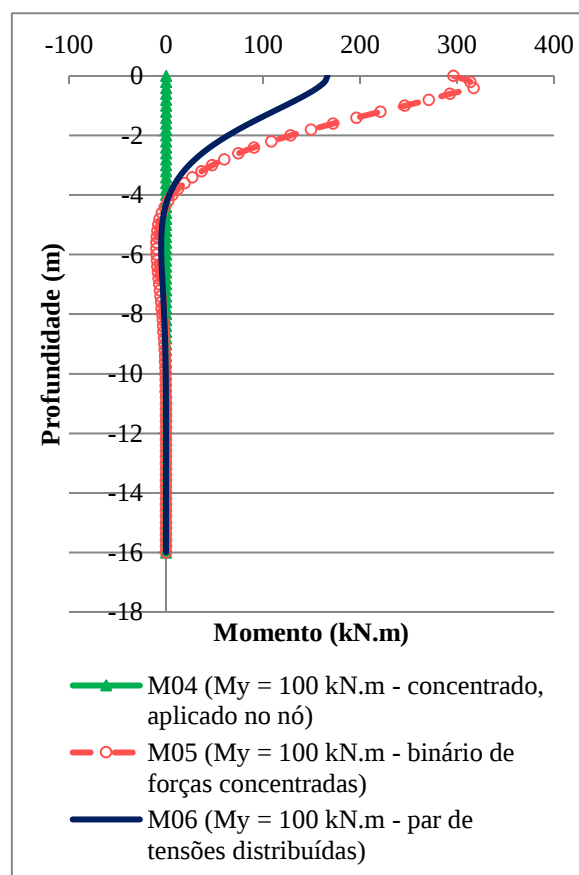
Figura 4.27 – Deflexão – Estaca com $L = 4$ mFigura 4.28 – Deflexão – Estaca com $L = 16$ m

Figura 4.29 – Distribuição de momentos – Estaca com $L = 4$ mFigura 4.30 – Distribuição de momentos – Estaca com $L = 16$ m

Nos gráficos das Figuras 4.27 a 4.30, o momento aplicado de forma concentrada no nó não exerce nenhum efeito em termos de deflexão e momento gerado. Isto acontece, pois estão sendo utilizados, nas modelagens, elementos 3D sólidos, e estes tipos de elementos só possuem graus de liberdade de deslocamento (translação). Com isso, utilizar carregamentos que envolvem rotação não influencia nos resultados. Ao se comparar os resultados obtidos do binário de forças e do par de tensões distribuídas, tem-se que o par de tensões apresenta um momento inicial próximo de 100 kN.m, que é o que está sendo aplicado, enquanto o binário de forças fornece um momento inicial muito maior do que isso. Dessa forma, concluiu-se que o par de tensões distribuídas consegue representar melhor o momento aplicado, enquanto o binário de forças não consegue, sendo que o momento fletor inicial (na cota zero) deveria ser igual ao momento aplicado, pois os problemas não estão submetidos à força horizontal. No entanto, percebe-se que a momento fletor inicial encontrado com o par de tensões distribuídas ainda não satisfaz o que se deseja obter, indicando que a malha ainda não está refinada o suficiente.

Desta forma, as modelagens utilizadas neste trabalho, submetidas o momento fletor aplicado, serão executadas com o momento representado por um par de tensões verticais distribuídas na face superior da estaca.

4.3. COMPARAÇÃO COM CASOS DA LITERATURA

Para testar a validade das modelagens aplicadas ao problema em estudo utilizando o programa DIANA, e o seu grau de precisão, foram comparados os valores obtidos em problemas conhecidos, publicados na literatura, com os resultados alcançados ao se modelar o mesmo problema no DIANA. Para a validação do deslocamento horizontal, baseou-se no trabalho de Sales; Cunha e Farias (1998), no qual foi utilizado outro programa fundamentado em método dos elementos finitos (MEF).

Quanto à validação do programa em relação ao momento gerado, compararam-se os valores encontrados por Poulos e Davis (1980), que empregaram o método dos elementos de contorno para analisar o comportamento de uma estaca isolada em um meio elástico contínuo, com os resultados obtidos no DIANA para o mesmo problema.

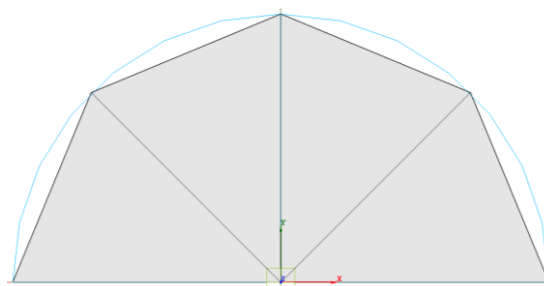
4.3.1. Validação quanto ao deslocamento horizontal

A validação foi realizada comparando o DIANA com o programa ALLFINE, que foi validado por Sales; Cunha e Farias (1998) quanto ao resultado de deflexão, em um trabalho sobre análise de estacas isoladas carregadas lateralmente, por meio do método do módulo de reação horizontal do solo.

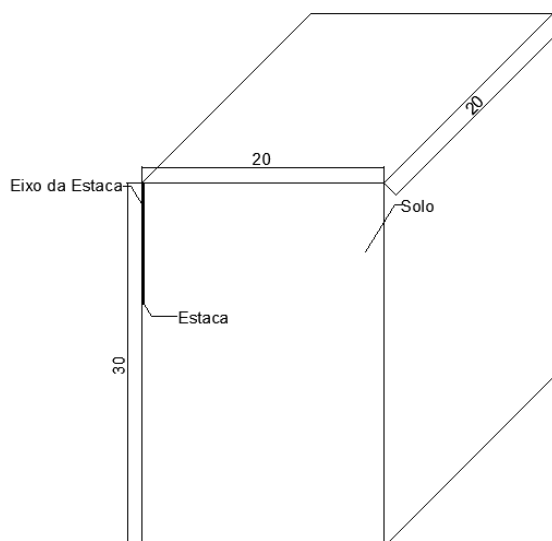
O problema fictício proposto por eles abrangia uma estaca isolada circular, com $L = 10,0$ m; $D = 0,40$ m; $E_P = 21$ GPa; $\nu_P = 0,25$ e com H no topo = 50 kN. O solo era homogêneo, com $E_s = 5.631$ kN/m², 2.371 kN/m² e 1.618 kN/m² e $\nu_s = 0,35$.

Ao simular o problema no programa ALLFINE, os autores representaram a estaca com geometria circular aproximada por um octógono (Figura 4.31) de diagonal igual a 42 cm, para se ter o diâmetro, a área e a inércia o mais próximo possível do real. Ressaltando, que essa ideia também foi utilizada neste trabalho, tendo uma geometria similar a do artigo original.

Figura 4.31 – Estaca de geometria circular aproximada por um octógono



As simulações foram executadas apenas para os casos de solo homogêneo com $E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$ e 1.618 kN/m^2 , com elementos de interpolação linear. Adotando-se o domínio de $2L$ para o limite lateral e $3L$ para o limite inferior, ou seja, 20 m na horizontal e 30 m na vertical (Figura 4.32).

Figura 4.32 – Domínio das modelagens de validação do deslocamento (vista de $\frac{1}{4}$ da malha)

Em todas as implementações foram utilizados elementos de interpolação linear, e malhas mais refinadas do que a original. Desta forma, foram geradas as análises V03 (Tabela 4.2) e V06, que são mostradas nas Figuras 4.33 e 4.34, e detalhadas na Tabela 4.5. Sendo que foi utilizada para as simulações V03 e V05 a mesma malha de elementos finitos, alterando-se apenas o E_s (V03 é referente ao caso de $E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$, e a modelagem V05 é alusiva ao $E_s = 1.618 \text{ kN/m}^2$).

Figura 4.33 – Análises V03 e V06 para validação do deslocamento

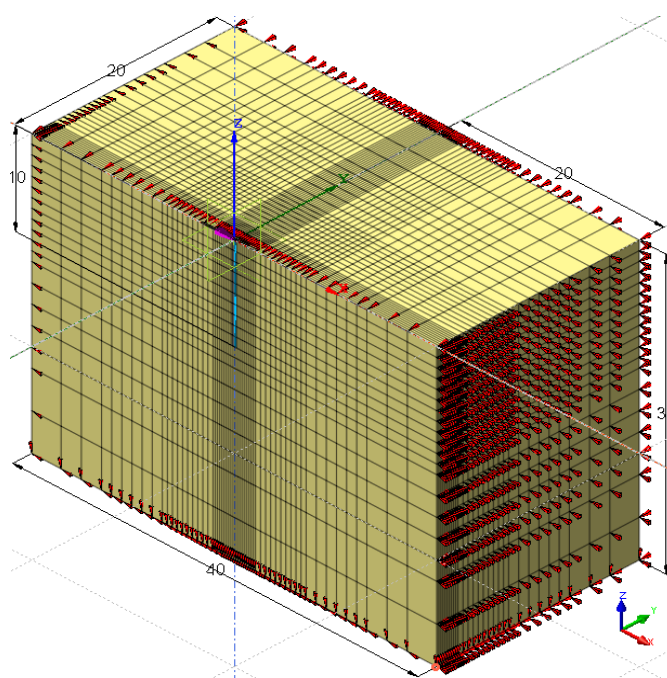
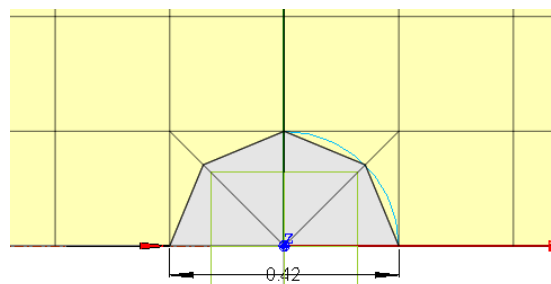


Figura 4.34 – Detalhe aplicação da carga V03 e V06

Tabela 4.5 – Modelagens V03 ($E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$) e V06 ($E_s = 1.618 \text{ kN/m}^2$)

MODELAGENS	
Forma de aplicação da carga horizontal	Força pontual – kN
Nº de elementos total	32.072
Nº de nós total	35.440
Nº de elementos da estaca	40
Nº de nós da estaca	66
Tipo de elemento utilizado na estaca	Pentaédrico
Tipo de elementos utilizados no solo	Hexaédrico e pentaédrico

Com o intuito de melhorar a precisão dos resultados de deflexão, optou-se por utilizar outras malhas para realizar mais duas análises (V05 (Tabela 4.2) e V07), mantendo-se uma malha de solo mais simples, e variando a densidade da malha da estaca. Com isso, enquanto nas simulações V03 e V06 a estaca foi dividida em 40 elementos, nas modelagens V05 e V07 a estaca foi seccionada em 200 elementos, mantendo-se o uso de elementos com interpolação linear.

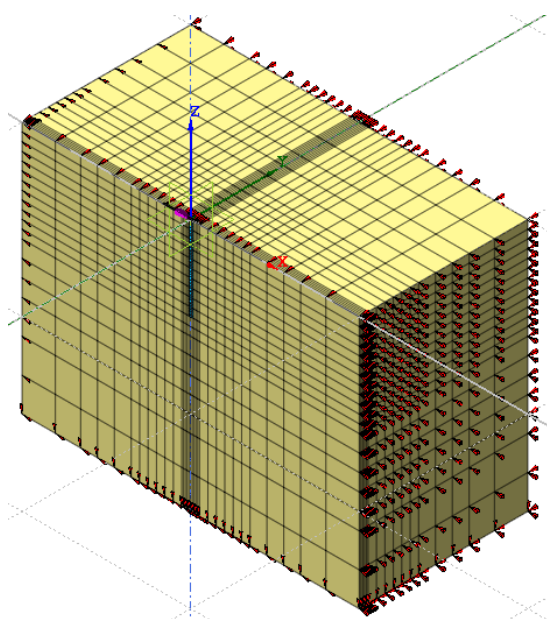
É importante ressaltar, que se manteve a geometria de octógono da estaca, refinando-a apenas na vertical. De tal modo, verticalmente cada elemento da estaca mais refinada passou a ter 20 cm de altura. E nos casos em que a estaca é menos detalhada, cada elemento possui 1,0 m de altura (Figura 4.21).

Estão discretizadas na Tabela 4.6 e apresentadas na Figura 4.35 as características da malha empregada na validação para $E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$ (V05) e $E_s = 1.618 \text{ kN/m}^2$ (V07).

Tabela 4.6 – Modelagens V05 ($E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$) e V07 ($E_s = 1.618 \text{ kN/m}^2$)

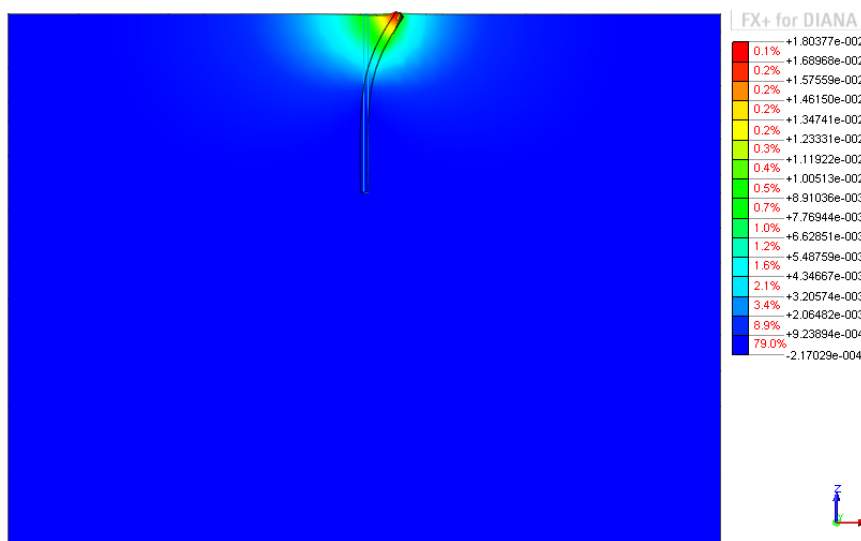
MODELAGENS	
Forma de aplicação da carga horizontal	Força pontual – kN
Malha	Estaca mais detalhada
Nº de elementos total	10.002
Nº de nós total	11.500
Nº de elementos da estaca	200
Nº de nós da estaca	306
Tipo de elemento utilizado na estaca	Pentaédrico
Tipo de elementos utilizados no solo	Hexaédrico e pentaédrico

Figura 4.35 – Malha das Validações V06 e V07



A Figura 4.36 apresenta a forma como a estaca se deforma ao ser solicitada pela carga horizontal. Pode-se observar que a zona que mais se deforma é a parte superior da estaca.

Figura 4.36 – Deformação da estaca (Validação V07)



As Figuras 4.38 e 4.39 apresentam os resultados apresentados pelo programa DIANA e as soluções obtidas nas modelagens de Sales; Cunha e Farias (1998), utilizando o programa ALLFINE, que dividiram a estaca em 30 partes e discretizaram o domínio em 468 elementos cúbicos de 20 nós cada (totalizando 2.499 nós).

Figura 4.37 – Comparação entre ALLFINE e FX+ for DIANA ($E_s = 5.631 \text{ kN/m}^2$)

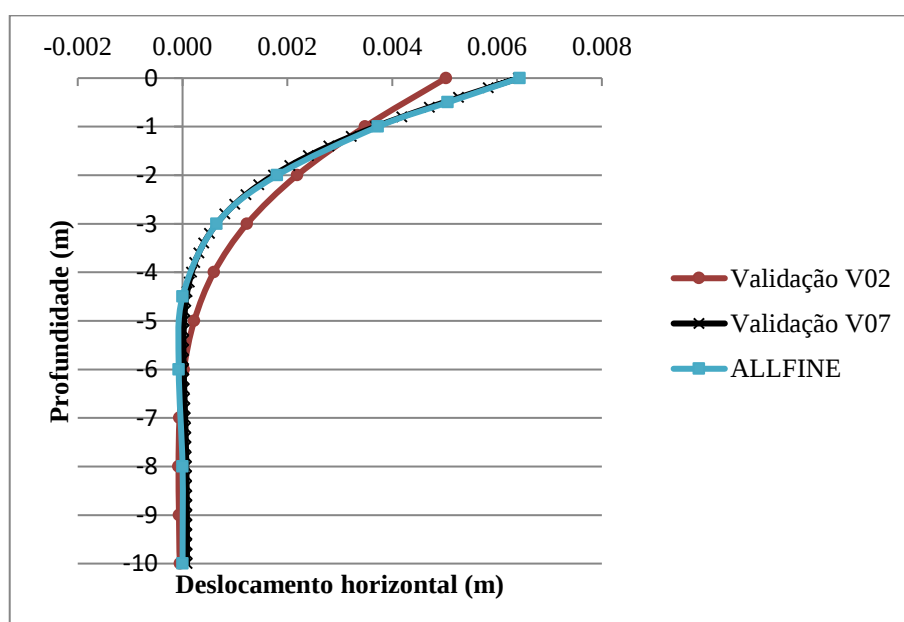
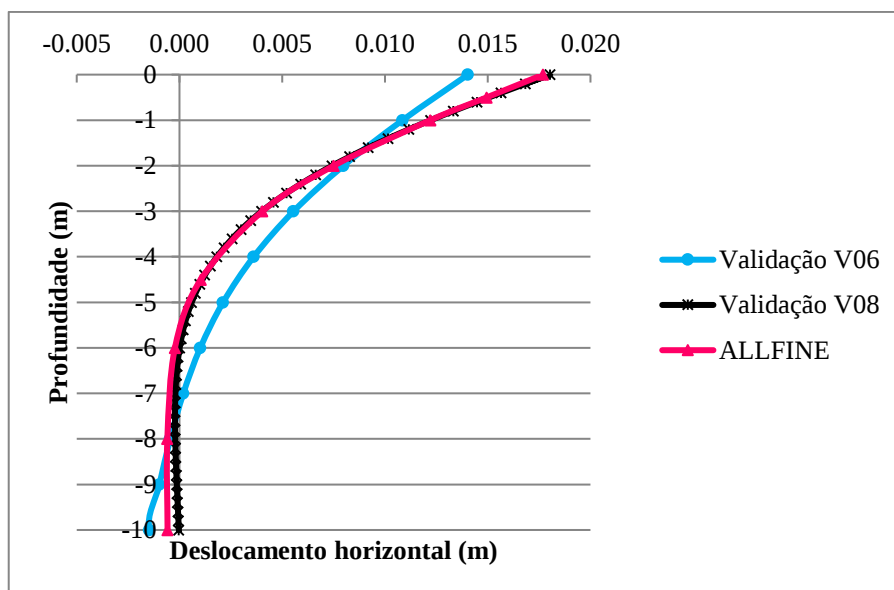


Figura 4.38 – Comparação entre ALLFINE e FX+ for DIANA ($E_s = 1.618 \text{ kN/m}^2$)

O problema observado foi a flexão da estaca na massa de solo. Observa-se nas simulações do DIANA, nos gráficos das Figuras 4.37 e 4.38, que nos casos em que a estaca e a massa de solo foram pouco refinadas, ocorreram deslocamentos menores. Enquanto, nos casos em que a estaca e as primeiras camadas do solo (mais especificamente, os primeiros 10 m de profundidade) foram mais detalhadas, obtiveram-se recalques mais próximos dos casos estudados.

Analisando-se a questão da estaca, o fato das modelagens em que a mesma possui refinamento mais simples ao longo da vertical (de metro em metro), apresentar valores de deslocamentos menores do que os obtidos nos casos em que ela foi detalhada de 20 em 20 cm, conclui-se que a estaca (um elemento de concreto, mais rígido) influencia muito no resultado. O concreto e suas características, como a inércia, define o quanto a estaca irá fletir.

Porém, a forma de discretizar a estaca é o que mais influencia no comportamento da mesma, pois quando se analisa o problema, o metro ou os 20 cm, está avaliando qual a capacidade desta parte poder girar (fletir). E ao se detalhar mais, chega-se a um recalque um pouco maior.

A partir disto, comparando-se os resultados alcançados neste trabalho com os encontrados na modelagem publicada na literatura em 1998, nota-se que atingiu-se os resultados mais aproximados quando a estaca foi mais refinada. Nota-se ainda que, no caso da análise de deslocamento horizontal, o uso de elementos com interpolação linear possui precisão

aceitável, ou seja, nestes casos estes elementos conseguem representar bem o comportamento da estaca quanto ao deslocamento.

É importante ressaltar, que os resultados obtidos por Sales; Cunha e Farias (1998), a partir da simulação de uma malha com domínio discretizado em 468 elementos cúbicos de 20 nós (2.499 ao todo) e estaca de geometria circular aproximada por um octógono com diâmetro de 42 cm, dividida em 30 partes, foram alcançados por problemas gerados em um software mais recente (DIANA), o qual possibilita se ter uma malha muito mais refinada, com quantidades maiores de elementos e nós (aproximadamente 11.000 elementos e 12.000 nós), gerada de maneira mais fácil, e processada por um tempo muito menor, ou seja, com menor custo computacional.

4.3.2. Validação em relação ao momento fletor

A validação do programa, considerando o momento fletor gerado, foi realizada comparando-se um problema modelado no DIANA com um apresentado por Poulos e Davis (1980), que simulou uma estaca isolada flutuante, de geometria retangular, com topo livre em um meio elástico linear, sob carregamento horizontal H . Esta estaca foi considerada como uma faixa vertical retangular fina, diâmetro D , comprimento L e constante de flexibilidade $E_p I_p$. Para simplificar as análises iniciais, assim como Poulos e Davis (1980) fizeram, não se levou em consideração possíveis tensões cisalhantes existentes entre o solo e as laterais da estaca. Supôs-se um solo ideal, homogêneo, isotrópico, sendo um material elástico semi-infinito, com módulo de Young E_s e coeficiente de Poisson ν_s . Assumiu-se também, que o solo atrás da estaca, próximo à superfície, adere à estaca.

Para obter as soluções do problema, as quais dependem do fator de flexibilidade da estaca (K_R), que pode ser calculado pela Equação (4.1), Poulos e Davis (1980) dividiram a estaca em 21 elementos.

$$K_R = \frac{E_p I_p}{E_s L^4} \quad (4.1)$$

onde:

E_p = módulo de elasticidade da estaca;

I_p = inércia da estaca;

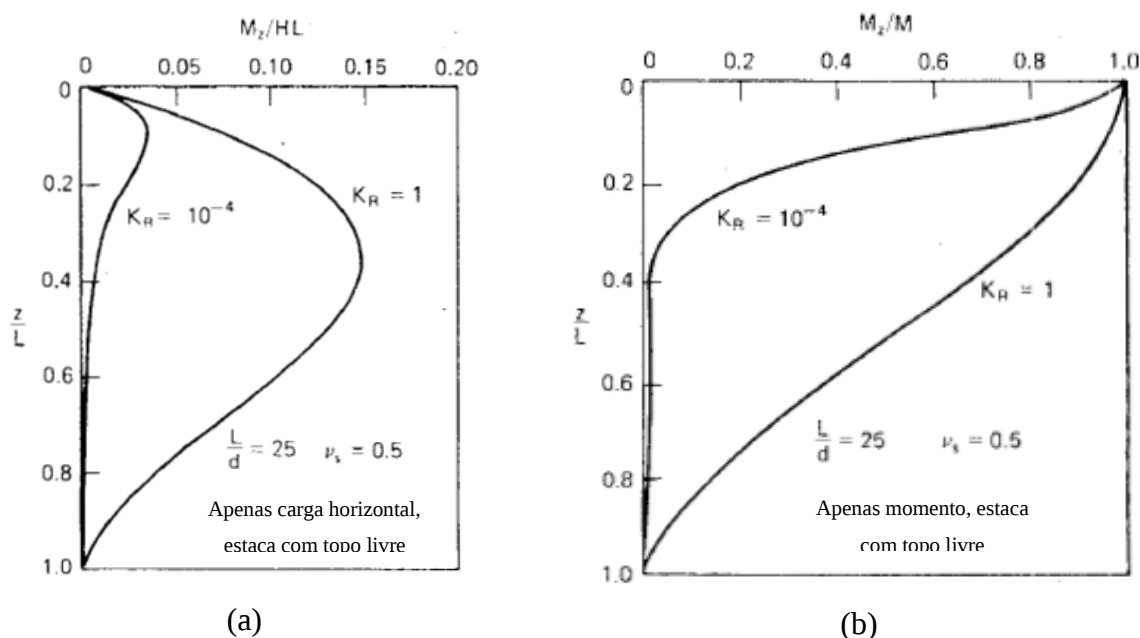
E_s = módulo de elasticidade do solo;

L = comprimento da estaca.

O K_R é uma medida adimensional da rigidez relativa da estaca, obtido pela Teoria da Elasticidade, e que seus valores são limitados a infinito para estaca rígida e zero para estaca infinitamente longa (POULOS; DAVIS, 1980).

Com isso, a Figura 4.39 (a) e (b) apresenta a solução encontrada por Poulos e Davis (1980) para a distribuição de momento ao longo da estaca em um solo elástico, para os casos gerados apenas com carga horizontal aplicada (caso a) e apenas com momento aplicado (caso b) respectivamente, considerando-se o comprimento relativo da estaca $\left(\frac{L}{d}\right)$ igual a 25, o ν_s igual a 0,5, e K_R variando entre dois valores (10^{-4} e 1,0).

Figura 4.39 – Distribuição típica de momentos (a) apenas carga horizontal aplicada (b) apenas com momento aplicado (POULOS; DAVIS, 1980) – modificada pela autora

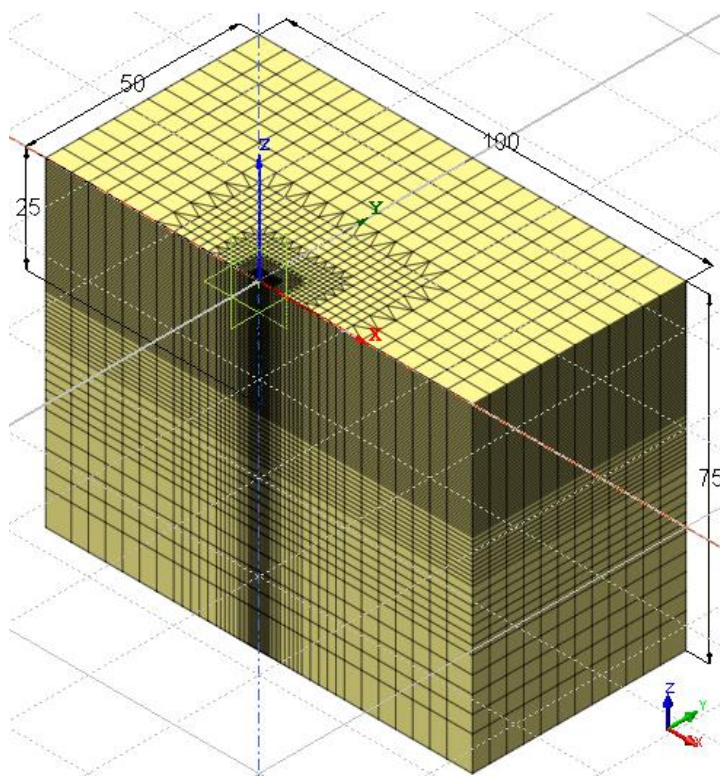


Com o intuito de analisar o grau de precisão dos resultados obtidos, quanto ao momento gerado, utilizando o DIANA, em uma abordagem 3D para um meio elástico linear, modelaram-se dois problemas fictícios para uma estaca de seção quadrada, pois Poulos e

Davis implementaram uma estaca de seção retangular, com $\frac{L}{D} = 25$; $D = 1,0$ m; $L = 25$ m; $E_p = 25$ GPa; $\nu_p = 0,2$ e H no topo = 100 kN ou M no topo = 100 kN.m. O solo é homogêneo, com $E_s = 53333,333$ kN/m² ou $E_s = 5,333$ kN/m² e $\nu_s = 0,499$. O domínio adotado é de forma prismática, tendo 50 m na horizontal e 75 m na vertical (Figura 4.40).

Vale ressaltar, que os valores do módulo de elasticidade do solo utilizados foram obtidos por meio do cálculo de E_s , considerando-se a Equação (4.1), sendo que com o valor de K_R igual a 10^{-4} se obtém um E_s igual a 53333,333 kN/m² e com um K_R igual a 1,0, tem-se E_s igual a 5,333 kN/m².

Figura 4.40 – Malha para validação do momento gerado



Para aumentar o grau de acurácia dos resultados executaram-se dois tipos diferentes de malhas, a fim de refinar mais a estaca, pois foi decidido que os casos submetidos a momento deveriam ser gerados com malhas muito mais refinadas. Cada modelagem foi executada usando interpolação linear (elementos com 8 nós) e interpolação quadrática (elementos com 20 nós). Na Tabela 4.7 e na Tabela 4.8 são apresentadas as malhas geradas quanto ao número e tipo de elementos, forma de aplicação da carga horizontal e propriedade do solo, para o caso

em que se aplica apenas força horizontal e para o caso submetido apenas a momento respectivamente.

Em todas as modelagens a estaca foi dividida em elementos de 0,5 m de comprimento ao longo da vertical, refinando-se a mesma apenas ao longo do eixo x e do eixo y . Com isso, olhando-se em planta é possível perceber que a estaca foi dividida em 8 e 32 elementos, conforme Figuras 4.41 e 4.42, respectivamente.

Tabela 4.7 – Malhas submetidas apenas a carregamento horizontal

	MODELAGEM			
	VM01 e VM02	VM01_1 e VM02_1	VM05 e VM06	VM05_1 e VM06_1
Forma de aplicação da carga horizontal	Força concentrada	Força concentrada	Força concentrada	Força concentrada
Tipo de elemento utilizado	Elemento sólido de interpolação linear	Elemento sólido de interpolação quadrática	Elemento sólido de interpolação linear	Elemento sólido de interpolação quadrática
Solo	VM01: $E_s = 53333,333 \text{ kPa}$ VM02: $E_s = 5,333 \text{ kPa}$	VM01_1: $E_s = 53333,333 \text{ kPa}$ VM02_1: $E_s = 5,333 \text{ kPa}$	VM05: $E_s = 53333,333 \text{ kPa}$ VM06: $E_s = 5,333 \text{ kPa}$	VM05_1: $E_s = 53333,333 \text{ kPa}$ VM06_1: $E_s = 5,333 \text{ kPa}$
Nº de elementos total	79.648	79.648	94.088	94.088
Nº de nós total	75.849	307.173	88.554	359.753
Nº de elementos da estaca	400	400	1.600	1.600
Nº de nós da estaca	765	2.637	2.295	8.421

Tabela 4.8 – Malhas apenas com momento aplicado

	MODELAGEM			
	VM07 e VM08	VM07_1 e VM08_1	VM09 e VM10	VM09_1 e VM10_1
Forma de aplicação do momento fletor	Força concentrada	Força concentrada	Força concentrada	Força concentrada
Tipo de elemento utilizado	Elemento sólido de interpolação linear	Elemento sólido de interpolação quadrática	Elemento sólido de interpolação linear	Elemento sólido de interpolação quadrática
Solo	VM07: Es = 53333,333 kPa VM08: Es = 5,333 kPa	VM07_1: Es = 53333,333 kPa VM08_1: Es = 5,333 kPa	VM09: Es = 53333,333 kPa VM10: Es = 5,333 kPa	VM09_1: Es = 53333,333 kPa VM10_1: Es = 5,333 kPa
Nº de elementos total	79.648	79.648	94.088	94.088
Nº de nós total	75.849	307.173	88.554	359.753
Nº de elementos da estaca	400	400	1.600	1.600
Nº de nós da estaca	765	2.637	2.295	8.421

Nas Figuras 4.43, 4.44 e 4.45 são apresentadas comparações entre os resultados obtidos a partir das modelagens realizadas no FX+ for DIANA, considerando apenas força lateral aplicada, e os encontrados por Poulos e Davis (1980). Nas Figuras 4.46 4.47 e 4.48 são mostrados os valores obtidos no DIANA em relação aos encontrados por Poulos e Davis (1980) para o caso apenas com momento fletor aplicado.

Figura 4.41 – Malhas VM01, VM01_1, VM02, VM02_1, VM07, VM07_1, VM08 e VM08_1: (a) Detalhe estaca (b) Estaca sujeita a força horizontal (c) Estaca com momento aplicado (d) Vista em planta - 8 elementos

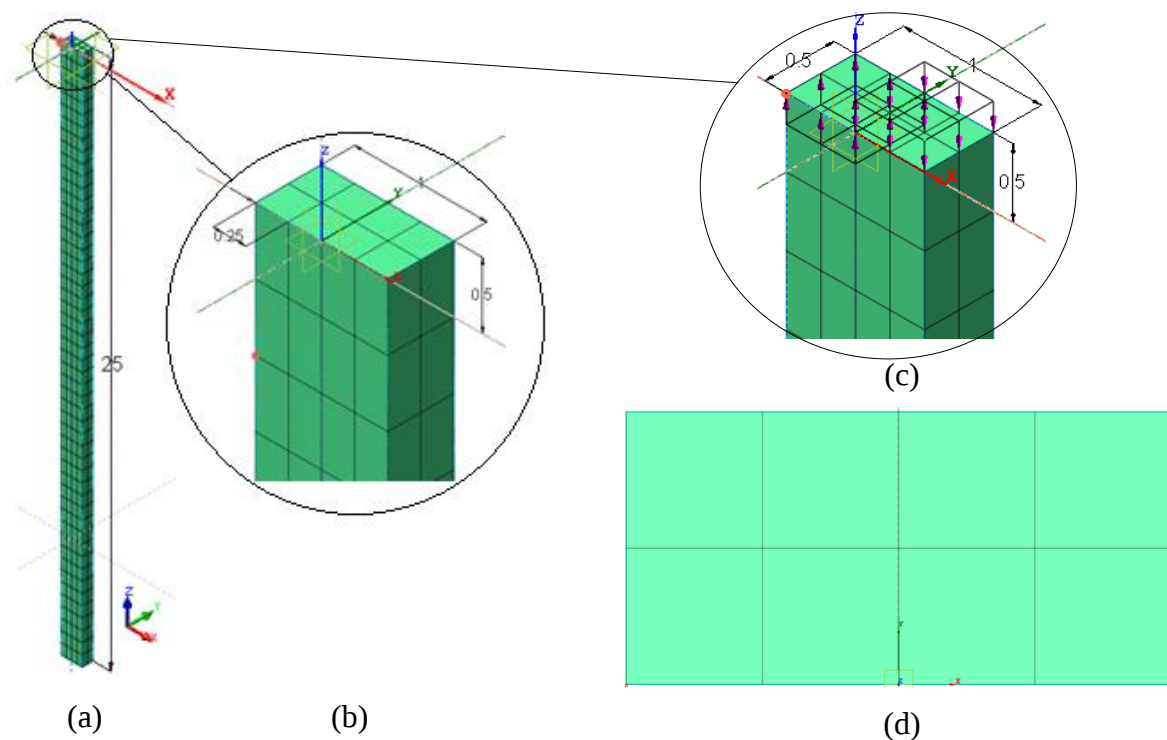


Figura 4.42 – Malhas VM05, VM05_1, VM06, VM06_1, VM09, VM09_1, VM10 e VM10_1: (a) Detalhe estaca (b) Estaca sujeita a força horizontal (c) Estaca com momento aplicado (d) Vista em planta - 32 elementos

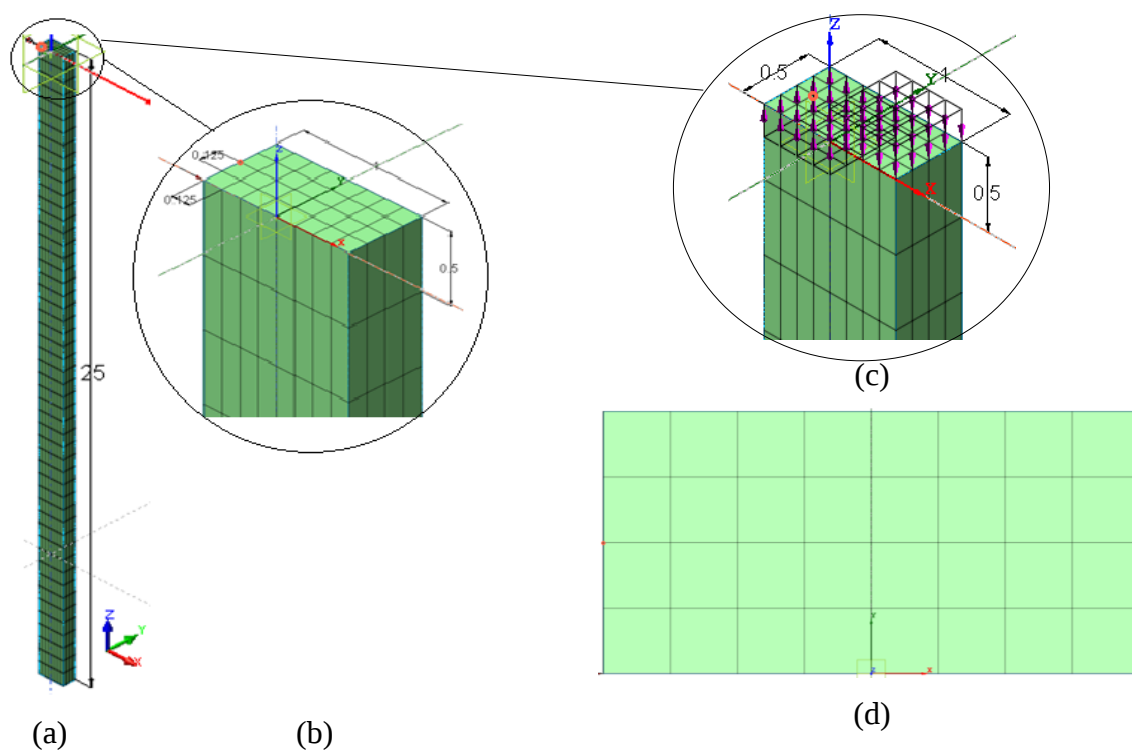


Figura 4.43 – Distribuição de momento ao longo da estaca (carregado lateralmente – $H = 100$ kN) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 8 elementos

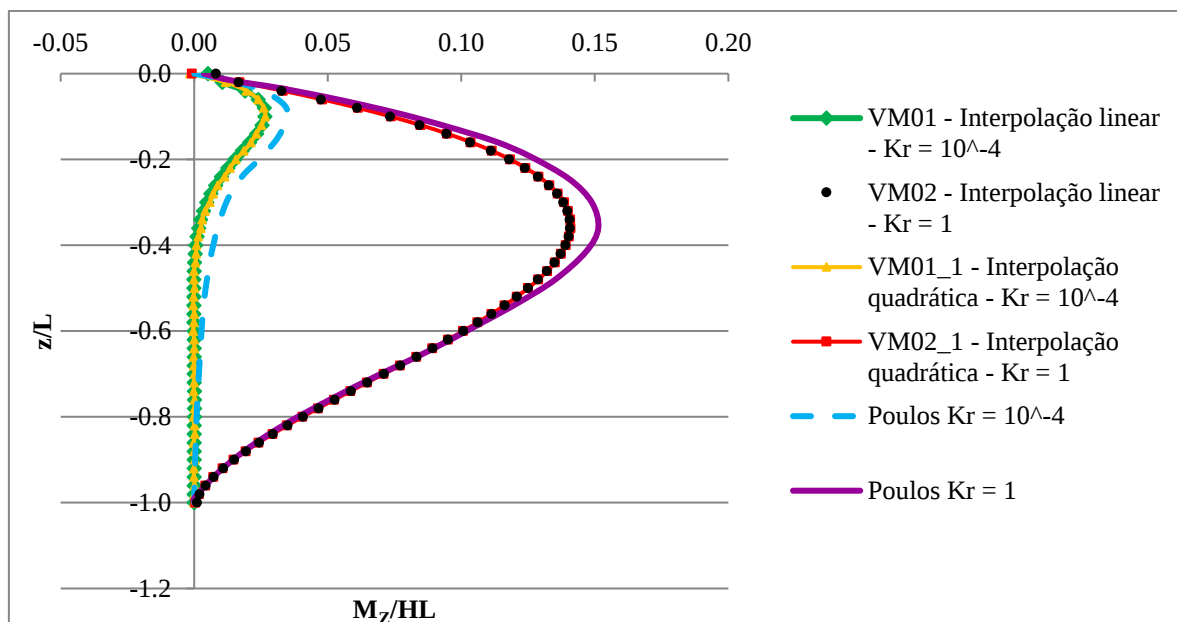
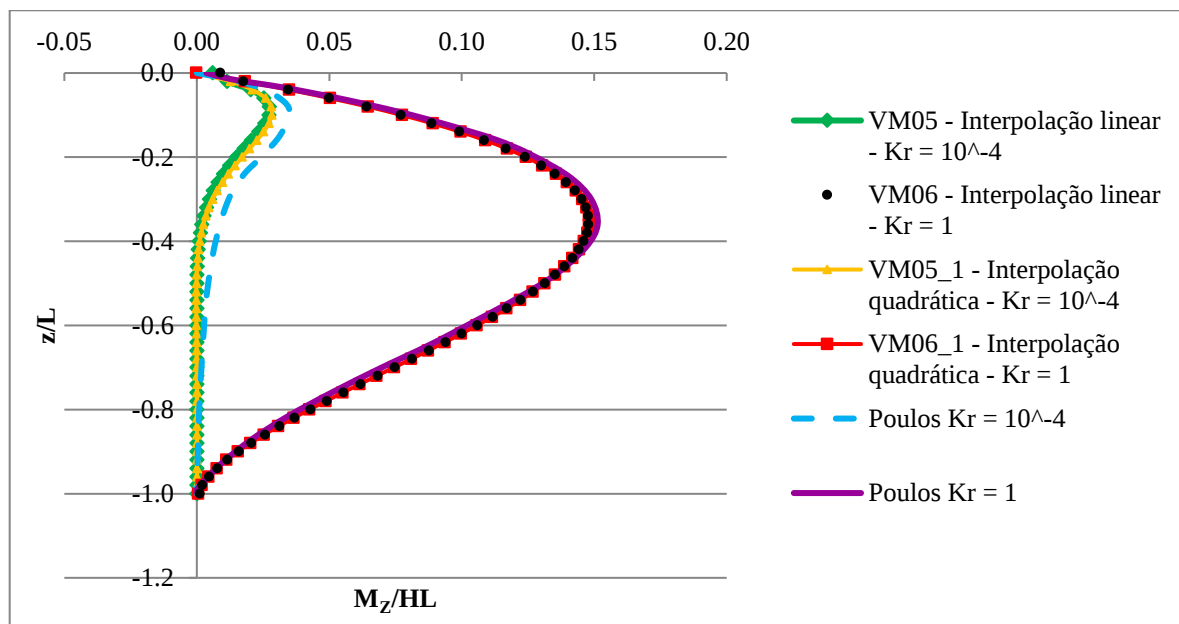


Figura 4.44 – Distribuição de momento ao longo da estaca (carregado lateralmente – $H = 100$ kN) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 32 elementos



Observando-se os gráficos das Figuras 4.43 e 4.44 quanto ao uso de elementos quadráticos e lineares, nota-se que as curvas obtidas possuem formato bastante semelhante ao longo da profundidade, mas as modelagens realizadas com elementos quadráticos representam melhor o comportamento do topo da estaca, porque o valor do momento inicial no topo da estaca é

igual a zero ou muito próximo de zero. O que deveria ocorrer, pois o problema está submetido apenas ao efeito da força transversal. Além disso, a estaca com 32 elementos teve um resultado bem melhor do que a com 8 elementos.

Figura 4.45 – Distribuição de momento (carregado lateralmente – $H = 100$ kN) – Interpolação quadrática –
Análise estaca com 8 elementos x estaca com 32 elementos

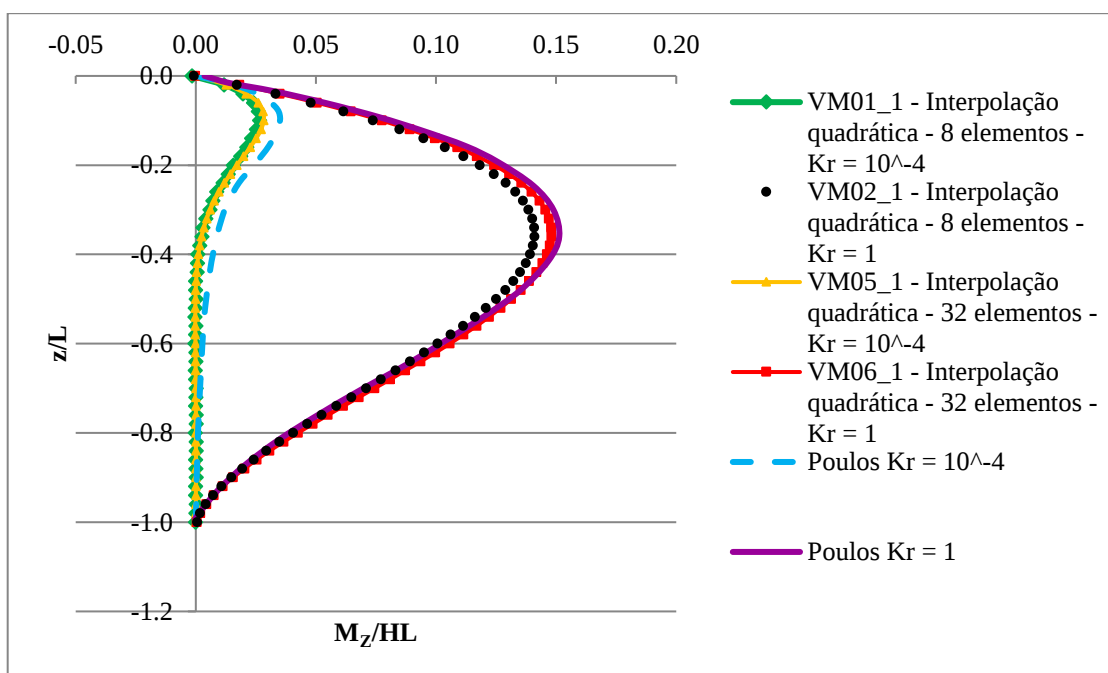


Figura 4.46 – Distribuição de momento ao longo da estaca (momento aplicado – $M = 100$ kN.m) – Análise
interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 8 elementos

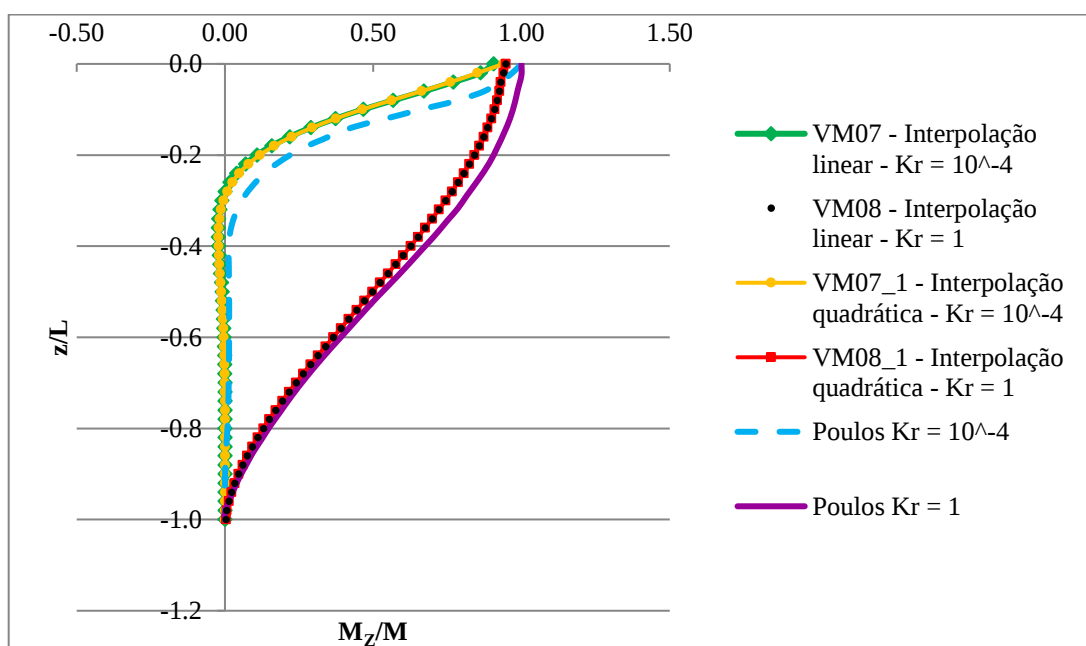
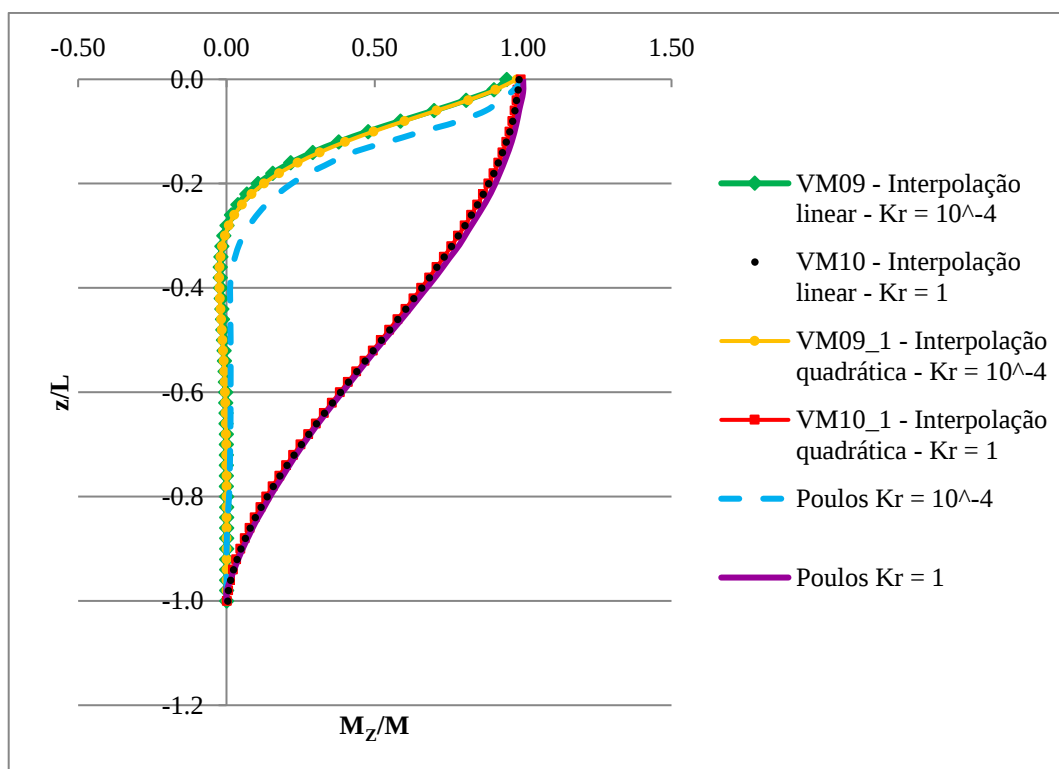
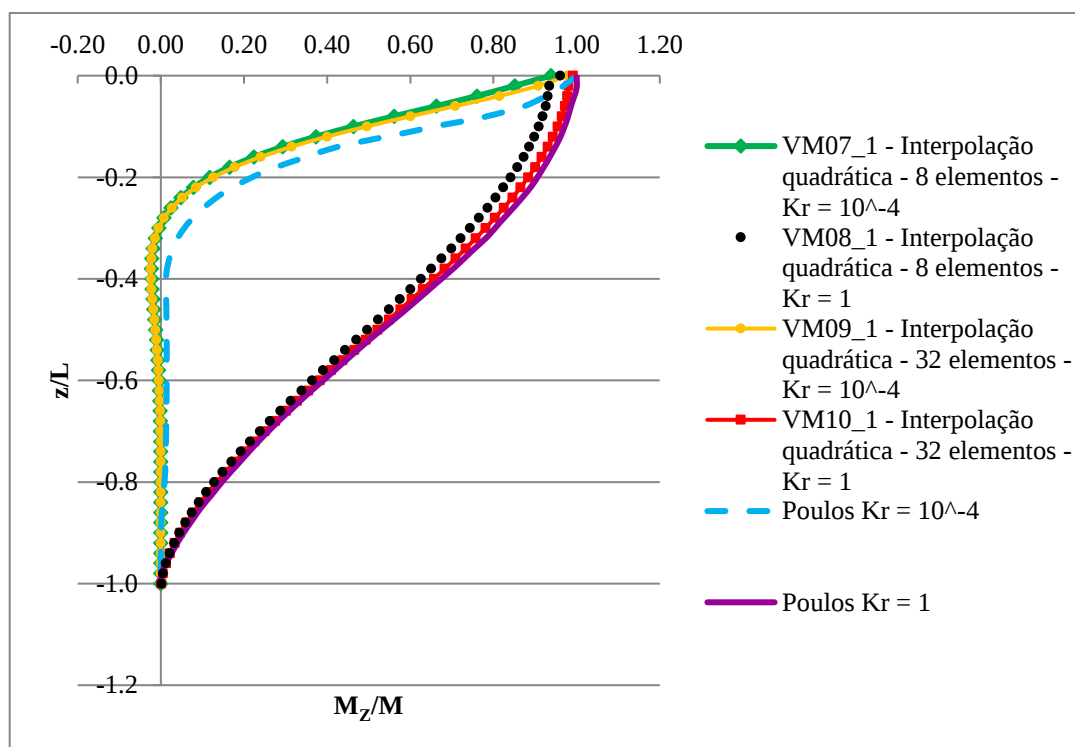


Figura 4.47 – Distribuição de momento ao longo da estaca (momento aplicado – $M = 100 \text{ kN.m}$) – Análise interpolação linear x interpolação quadrática - Estaca com 32 elementos



Analisando-se as Figuras 4.46 e 4.47, quanto ao uso de elementos lineares e quadráticos, tem-se que quando se aplica momento, o elemento linear não consegue representar bem o momento aplicado, enquanto quadrático consegue. Essa diferença é observada no topo da estaca, pois as malhas quadráticas conseguem captar uma maior porcentagem do momento aplicado, apesar de ambas as curvas possuírem o mesmo comportamento ao longo da profundidade. No gráfico de Poulos e Davis (1980), o momento ser igual a 1 significa que o momento nessa cota (na cota zero) é igual ao momento aplicado, justamente porque só se tem momento aplicado e não tem força lateral. Nota-se, com isso, que com as malhas de elementos quadráticos foram encontrados valores bem mais aproximados de 1.

Figura 4.48 – Distribuição de momento (momento aplicado – $M = 100 \text{ kN.m}$) – Interpolação quadrática –
Análise estaca com 8 elementos x estaca com 32 elementos



O problema analisado foi a distribuição de momento ao longo da estaca. Observando-se os gráficos apresentados nas Figuras 4.43, 4.44, 4.45, 4.46, 4.47 e 4.48 é possível notar que ao se refinar a estaca ao longo de x e y (passando a ter 32 elementos quando vista em planta) houve maior convergência dos resultados, ou seja, as estacas com 8 e 32 elementos (em planta) possuem resultados próximos dos determinados por Poulos e Davis (1980), com pequenas diferenças, mas com formatos bastante próximos. Os valores obtidos com as estacas de 32 elementos (em planta), entretanto, se aproximaram mais dos resultados encontrados por Poulos e Davis, do que os obtidos com as estacas de 8 elementos (em planta).

Deste modo, percebe-se que a maior ou menor aproximação dos valores encontrados depende da forma de discretizar a estaca e dos parâmetros do solo, sendo que quando o solo é bastante resistente, ou seja, pouco deformável (caso $K_r = 10^{-4}$), percebe-se certa diferença entre as curvas na parte superior da estaca, mas quando o solo é mais deformável (caso $K_r = 1$), a proximidade entre as curvas é bem maior. Além disso, o fato de se refinar mais a estaca possibilita obter resultados mais próximos dos reais, mostrando que ao se utilizar o método dos elementos finitos com modelo elástico, a obtenção de momento fletor ao longo da estaca é sensível à quantidade de elementos da mesma.

Concluiu-se também, que o tipo de elemento utilizado, quadrático ou linear, para esse nível de divisão (refinado) não apresentou tanta importância ao longo da profundidade, a não ser no topo da estaca, como pode ser analisado nas Figuras 4.45 e 4.48. Nos casos em que foram utilizados elementos sólidos quadráticos representaram melhor o momento fletor atuante. As malhas mais refinadas representaram melhor o momento fletor inicial obtido em cada modelagem.

Baseando-se nisso, decidiu-se que neste trabalho as modelagens seriam realizadas com elementos sólidos do tipo quadráticos, por apresentarem maior precisão dos resultados no topo da estaca.

4.4. VALIDAÇÃO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Para a validação da planilha de MDF, apresentada no capítulo de metodologia deste trabalho, executou-se um problema fictício, comparando os resultados encontrados na planilha com a solução proposta por Hetenyi (1946⁷, apud POULOS; DAVIS, 1980).

O problema proposto para a validação consiste em uma estaca com $L = 10$ m, $D = 0,4$ m, $E_p = 25$ GPa, $I_p = 0.001256$ m⁴ e H no topo = 50 kN. O solo é homogêneo, com $k_h = 6.755,681$ kN/m³.

A solução de Hetenyi (1946 apud POULOS; DAVIS, 1980) compreende relações para deslocamento horizontal, rotação, momento e cortante, conforme Equações (4.2), (4.3), (4.4) e (4.5).

$$\rho = \frac{2H\beta}{k_h D} \times K_{\rho H} \quad (4.2)$$

onde:

ρ = deslocamento horizontal;

H = carga lateral aplicada;

D = diâmetro da estaca.

⁷ Idem⁴.

$$\theta = \frac{2H\beta^2}{k_h D} \times K_{\theta H} \quad (4.3)$$

$$M = \frac{-H}{\beta} \times K_{MH} \quad (4.4)$$

$$Q = -H \times K_{QH} \quad (4.5)$$

onde:

$K_{\rho H}$ = fator de influência para a constante k_h de deslocamento;

$K_{\theta H}$ = fator de influência para a constante k_h de rotação;

K_{MH} = fator de influência para a constante k_h de momento;

K_{QH} = fator de influência para a constante k_h de cortante.

Sendo:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_h D}{4E_p I_p}} \quad (4.6)$$

Os valores apresentados na Tabela 4.9 são referentes aos fatores de influência das Equações (4.2) à (4.6).

Tabela 4.9 – Fatores de influência para a constante k_h Hetenyi (1946 apud POULOS; DAVIS, 1980)

βL	z/L	$K_{\rho H}$	$K_{\theta H}$	K_{MH}	K_{QH}
4	0	1,0008	1,0015	0	1,0000
4	0,0625	0,7550	0,9488	0,1926	0,5616
4	0,1250	0,5323	0,8247	0,2907	0,2411
4	0,1875	0,3452	0,6693	0,3218	0,0234
4	0,2500	0,1979	0,5101	0,3092	-0,1108
4	0,3125	0,0890	0,3641	0,2717	-0,1810
4	0,3750	0,0140	0,2403	0,2226	-0,2055

Tabela 4.9 – Fatores de influência para a constante k_h Hetenyi (1946 apud POULOS; DAVIS, 1980)
(continuação)

βL	z/L	$K_{\rho H}$	$K_{\theta H}$	K_{MH}	K_{QH}
4	0,4375	-0,0332	0,1419	0,1715	-0,1996
4	0,5000	-0,0590	0,0682	0,1243	-0,1758
4	0,5625	-0,0692	0,0163	0,0843	-0,1432
4	0,6250	-0,0687	-0,0176	0,0529	-0,1084
4	0,6875	-0,0615	-0,0379	0,0299	-0,0756
4	0,7500	-0,0505	-0,0488	0,0147	-0,0475
4	0,8125	-0,0376	-0,0536	0,0057	-0,0255
4	0,8750	-0,0239	-0,0552	0,0014	-0,0101
4	0,9375	-0,0101	-0,0555	0,0001	-0,0016
4	1,000	0,0038	-0,0555	0	0

Vale ressaltar, que para a análise dos valores obtidos em ambas as formas de estudo, adotou-se a notação de sinais (sentido positivo do eixo z é para baixo) utilizada por Hetenyi ao apresentar sua solução. Com isso, para executar a validação da planilha em MDF, adotou-se essa notação, multiplicando, conseqüentemente, as equações apresentadas no item 2.10 deste trabalho por -1. Diferentemente do que será considerado nas próximas simulações com MDF deste trabalho, nas quais adotar-se-á o sentido positivo do eixo z para cima, como ocorre no programa DIANA.

Na Tabela 4.10 podem-se verificar os resultados encontrados na planilha de MDF.

Tabela 4.10 – Resultados obtidos pelo MDF

Pontos	Profundidade (z) - m	Deslocamento (ρi) - m	Rotação (θ) - rad	Momento (M) - kN*m	Cortante (H_i) - kN
-1	-	0.0201926			
0	-	0.0175705			
1	0.00	0.0146646	0.0058118	0.0005320	-50.0005945
2	0.50	0.0117587	0.0056219	-20.0458241	-32.1484273
3	1.00	0.0090427	0.0051274	-32.1477202	-18.0944000
4	1.50	0.0066313	0.0044615	-38.1400788	-7.5044706
5	2.00	0.0045812	0.0037246	-39.6520757	0.0712044

Tabela 4.10 – Resultados obtidos pelo MDF (continuação)

Pontos	Profundidade (z) - m	Deslocamento (ρi) - m	Rotação (θ) - rad	Momento (M) - kN*m	Cortante (Hi) - kN
6	2.50	0.0029067	0.0029883	-38.0687897	5.1304956
7	3.00	0.0015929	0.0023006	-34.5215261	8.1708165
8	3.50	0.0006061	0.0016903	-29.8979500	9.6567447
9	4.00	-0.0000974	0.0011715	-24.8647893	10.0005642
10	4.50	-0.0005654	0.0007475	-19.8974249	9.5527556
11	5.00	-0.0008449	0.0004139	-15.3121041	8.5997959
12	5.50	-0.0009793	0.0001618	-11.2977307	7.3670250
13	6.00	-0.0010067	-0.0000205	-7.9452121	6.0247445
14	6.50	-0.0009588	-0.0001457	-5.2731506	4.6961075
15	7.00	-0.0008610	-0.0002264	-3.2493002	3.4657100
16	7.50	-0.0007324	-0.0002743	-1.8076675	2.3880933
17	8.00	-0.0005867	-0.0002996	-0.8614650	1.4956196
18	8.50	-0.0004328	-0.0003107	-0.3123371	0.8053685
19	9.00	-0.0002759	-0.0003142	-0.0564168	0.3248488
20 (n)	9.50	-0.0001186	-0.0003146	0.0121602	0.0564168
21 (n + 1)	10.00	0.0000387	-0.0003145	-0.0003826	0.0003515
n + 2	-	0.0001959			
n + 3	-	0.0003531			

São exibidos nas Figuras 4.49 à 4.52 as comparações entre os valores encontrados por Hetenyi e com o MDF.

Figura 4.49 – Deflexão da estaca – Hetenyi x MDF

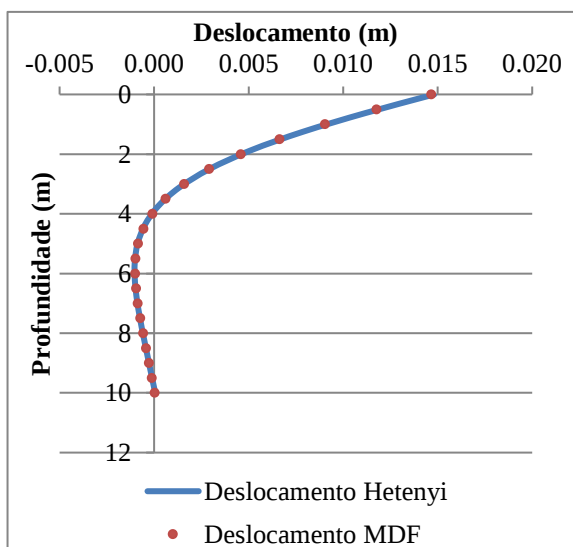


Figura 4.50 – Rotação da estaca – Hetenyi x MDF

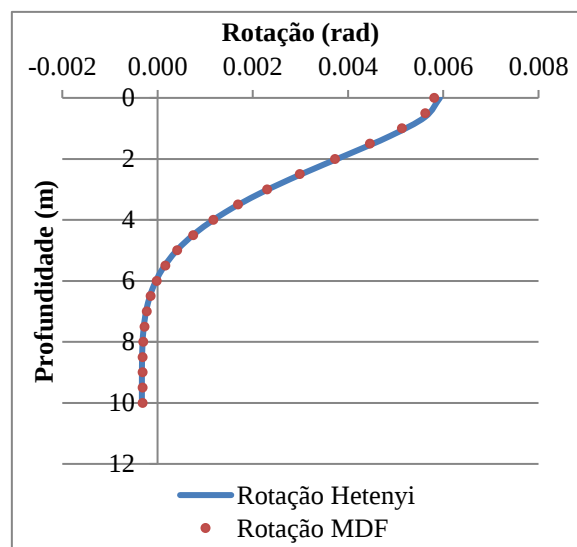


Figura 4.51 – Momento distribuído ao longo da estaca – Hetenyi x MDF

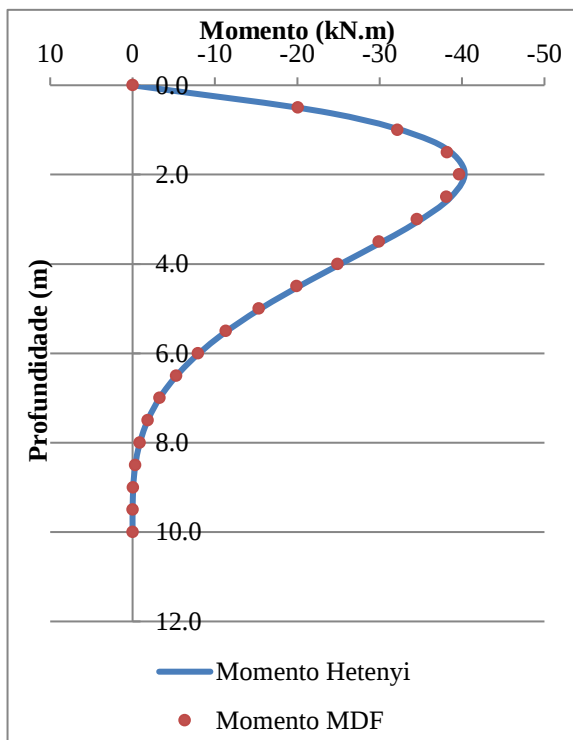
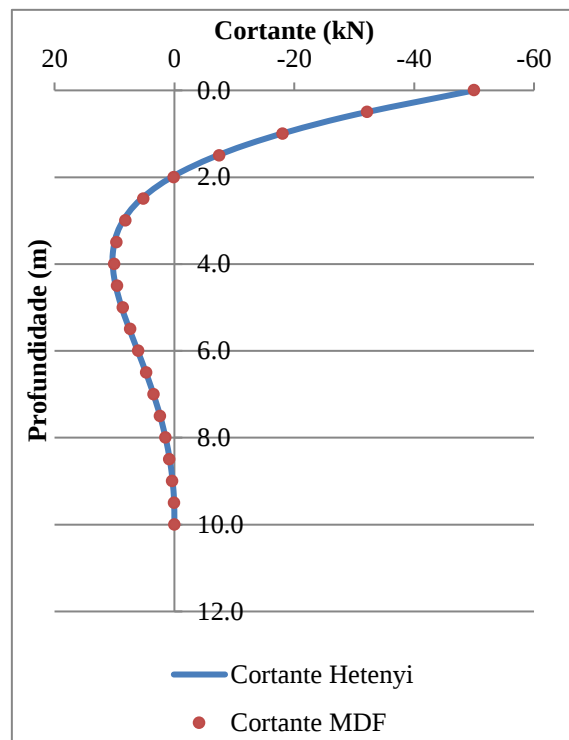


Figura 4.52 – Cortante da estaca – Hetenyi x MDF



Como pode ser observado, os valores alcançados pelo MDF convergem para valores bem semelhantes aos obtidos por Hetenyi (1946). Deste modo, conclui-se que a planilha com MDF utilizada consegue representar bem o comportamento da estaca, o que indica que as fórmulas expressas na mesma estão corretas, possibilitando o uso da mesma para o desenvolvimento do trabalho. Ressaltando, que as divisões da estaca a serem utilizadas nas próximas simulações serão entre 20 e 30.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE PARAMÉTRICA

As análises paramétricas foram feitas por meio da comparação dos resultados obtidos para os casos simulados no programa DIANA, que compreendem estacas de diferentes diâmetros e comprimentos, em diferentes tipos de solos (com deformabilidades diferentes).

5.1. MALHAS UTILIZADAS NO ESTUDO

Foram estudados casos de estacas isoladas circulares em que se aplicaram apenas carregamento horizontal ou apenas momento fletor, variando-se as propriedades do solo e a geometria da estaca. Nas simulações foram considerados três módulos de elasticidade (E_s) diferentes para o solo (8 MPa, 20 MPa e 60 MPa), com o intuito de representar solos de diferentes deformabilidade; três comprimentos relativos (L/D) diferentes para a estaca (10, 20 e 40); e três diâmetros (D) diferentes para a estaca (40 cm, 60 cm e 80 cm). A carga ou momento aplicado em cada simulação foi adotado de acordo com o diâmetro da estaca, como mostrado na Tabela 5.1. A carga lateral foi aplicada de forma pontual, concentrada em um nó (Figura 4.9 (a)), e o momento fletor foi produzido por um par de tensões verticais distribuídas na face superior da estaca, formando um binário de tensões (Figura 4.24 (c)).

Tabela 5.1 – Cargas e momentos fletores aplicados nas modelagens no programa FX+ for DIANA

MODELAGENS PARA $L/D = 10, 20$ e 40		
Diâmetro das estacas (cm)	Carga Horizontal (kN)	Momento Fletor (kN.m)
40	100	100
60	200	200
80	400	400

Em todas as modelagens adotou-se o coeficiente de Poisson do solo (ν_s) = 0,3; módulo de elasticidade da estaca (E_p) = 25 GPa e coeficiente de Poisson do material da estaca (ν_p) = 0,2, sendo que estes 3 parâmetros influenciam menos que os demais e por isto foram considerados constantes. Os comprimentos de estaca (L) variaram de acordo com o L/D e o D adotado,

conforme Tabela 5.2. Em todos os casos o solo foi considerado homogêneo e o problema foi analisado para os três diferentes parâmetros de E_s .

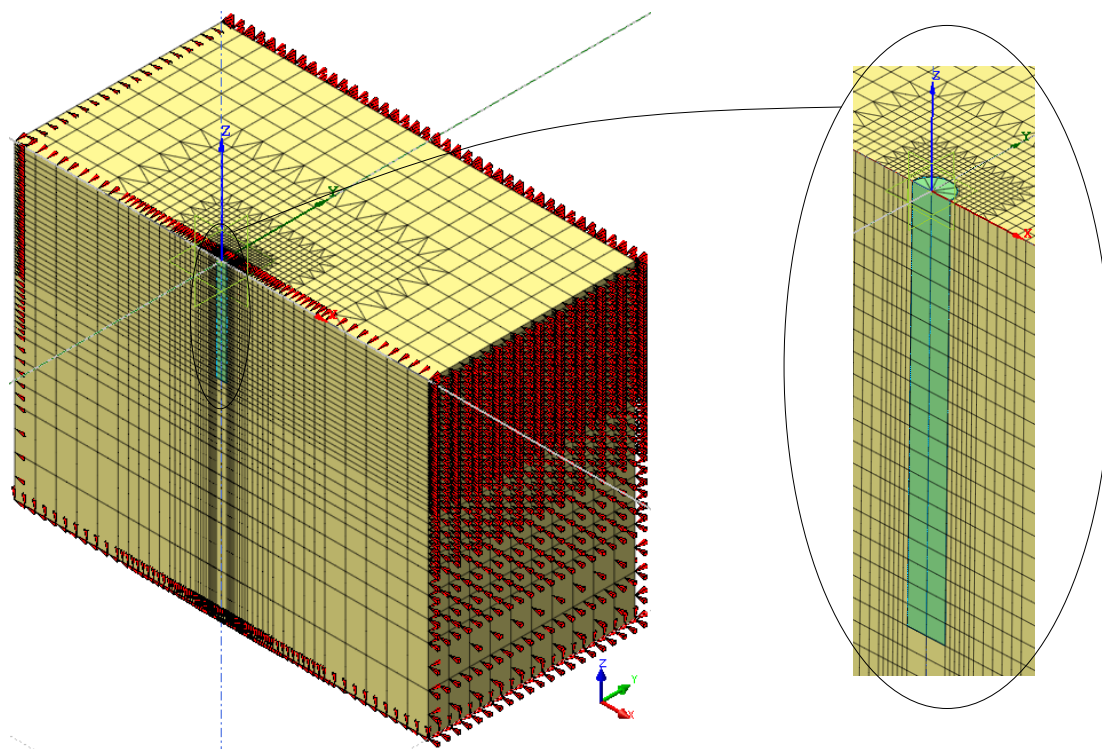
Para a simulação das malhas, em todos os casos ($L/D = 10, 20$ e 40), utilizaram-se elementos hexaédricos isoparamétricos com interpolação quadrática na malha da estaca, e elementos hexaédricos e pentaédricos isoparamétricos com interpolação quadrática na malha do domínio (solo).

Tabela 5.2 – Comprimento da estaca de acordo com diâmetro e comprimento relativo

L/D	D (m)	L (m)
10	0,40	4,0
	0,60	6,0
	0,80	8,0
20	0,40	8,0
	0,60	12,0
	0,80	16,0
40	0,40	16,0
	0,60	24,0
	0,80	32,0

De acordo com o que foi mostrado no item 4.1 deste trabalho, os casos gerados foram executados com malhas de limite lateral igual a $2L$ (a partir do eixo da estaca) e de limite inferior igual a $3L$. Aos nós da borda do domínio foram impostas restrições de deslocamentos, para simular a situação real (na direção de x e y , ao longo da profundidade do domínio, impediu-se o deslocamento na direção perpendicular a estas e na base do domínio restringiu-se o deslocamento nas 3 direções) (Figura 5.1).

Figura 5.1 – Modelo de malha utilizadas nos problemas simulados



As características das malhas utilizadas são apresentadas na Tabela 5.3 para os casos com $L/D = 10$, na Tabela 5.4 para $L/D = 20$ e na Tabela 5.5 para os problemas de $L/D = 40$.

Tabela 5.3 – Malhas simuladas para os casos de $L/D = 10$

	MODELAGENS		
	Diâmetro 40 cm	Diâmetro 60 cm	Diâmetro 80 cm
Nº de elementos total	30.464	46.276	59.024
Nº de nós total	117.231	172.675	224.601
Nº de elementos da estaca	120	180	240
Nº de nós da estaca	973	1.443	1.913

Tabela 5.4 – Malhas simuladas para os casos de $L/D = 20$

	MODELAGENS		
	Diâmetro 40 cm	Diâmetro 60 cm	Diâmetro 80 cm
Nº de elementos total	71.946	113.386	132.472
Nº de nós total	271.855	420.890	497.847
Nº de elementos da estaca	240	360	480
Nº de nós da estaca	1.913	2.853	3.793

Tabela 5.5 – Malhas simuladas para os casos de $L/D = 40$

	MODELAGENS		
	Diâmetro 40 cm	Diâmetro 60 cm	Diâmetro 80 cm
Nº de elementos total	154.512	137.856	165.168
Nº de nós total	577.827	510.109	617.427
Nº de elementos da estaca	480	360	480
Nº de nós da estaca	3.793	2.853	3.793

5.2. RIGIDEZ DA ESTACA

Considerando as características geométricas das estacas (Tabela 5.2), é possível classificá-las quanto à rigidez, o que pode ser feito utilizando as considerações de Poulos e Davis (1980) apresentadas no item 2.11 deste trabalho. Dessa forma, Poulos e Davis (1980) classificam as estacas como sendo flexíveis, intermediárias ou rígidas.

Para o cálculo da rigidez relativa estaca-solo (λ) utilizou-se a Equação (2.12); para o cálculo de k_h a Equação (2.9) proposta por Broms em 1964; e para a classificação da rigidez da estaca quanto ao seu comprimento foram adotados como referência os valores propostos por Poulos e Davis (1980). Constatou-se, com isso, que estacas com comprimento menor, em solos mais deformáveis, têm o comportamento de uma estaca intermediária, e estacas com comprimento maior, em solos de deformabilidade média e baixa, apresentam o comportamento de uma estaca flexível (Tabela 5.6). Além disso, pode-se dizer que quanto maior o comprimento relativo da estaca, mais flexível ela é.

Tabela 5.6 – Classificação das estacas quanto à sua rigidez, segundo Poulos e Davis (1980)

L/D	D (m)	L (m)	Es (MPa)	λL	Classificação da estaca
10	0,40	4	8	2,28	Intermediária
	0,40	4	20	2,87	Flexível
	0,40	4	60	3,78	Flexível
	0,60	6	8	2,28	Intermediária
	0,60	6	20	2,87	Flexível
	0,60	6	60	3,78	Flexível
	0,80	8	8	2,28	Intermediária
	0,80	8	20	2,87	Flexível
	0,80	8	60	3,78	Flexível
20	0,40	8	8	4,57	Flexível
	0,40	8	20	5,74	Flexível
	0,40	8	60	7,56	Flexível
	0,60	12	8	4,57	Flexível
	0,60	12	20	5,74	Flexível
	0,60	12	60	7,56	Flexível
	0,80	16	8	4,57	Flexível
	0,80	16	20	5,74	Flexível
	0,80	16	60	7,56	Flexível
40	0,40	16	8	9,14	Flexível
	0,40	16	20	11,49	Flexível
	0,40	16	60	15,12	Flexível
	0,60	24	8	9,14	Flexível
	0,60	24	20	11,49	Flexível
	0,60	24	60	15,12	Flexível
	0,80	32	8	9,14	Flexível
	0,80	32	20	11,49	Flexível
	0,80	32	60	15,12	Flexível

5.3. ADIMENSIONALIZAÇÃO DOS GRÁFICOS

Para realizar as análises, os gráficos foram adimensionalizados conforme mostrado a seguir:

• **Módulo de elasticidade do solo (E_s):** para adimensionalizar adotou-se uma rigidez relativa estaca-solo ($\bar{K}$), que pode ser obtida pela Equação (5.1):

$$\bar{K} = \frac{E_P}{E_S} \quad (5.1)$$

onde: E_S = módulo de elasticidade do solo; e E_P = módulo de elasticidade da estaca.

Dessa forma, os E_S serão apresentados nos gráficos como especificado na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Módulo de elasticidade do solo adimensional

E_s (MPa)	E_s adimensional ($\bar{K} = \frac{E_P}{E_S}$)
8	3125
20	1250
60	416,67

• **Profundidade (z):**

$$z = \frac{z}{L} \quad (5.2)$$

onde: z = profundidade estudada; e L = comprimento da estaca.

• **Deslocamento horizontal (ρ):**

$$\rho = \frac{\rho}{D} \quad (5.3)$$

onde: ρ = deslocamento horizontal do solo; e D = dimensão transversal da estaca (diâmetro).

• **Momento fletor (M):**

- Para os casos em que há apenas carga horizontal aplicada:

$$M = \frac{M}{H \cdot L} \quad (5.4)$$

onde: M = momento fletor obtido pelo DIANA; H = carga horizontal aplicada; e L = comprimento da estaca.

- Para os casos em que há apenas momento fletor aplicado:

$$M = \frac{M}{M_0} \quad (5.5)$$

onde: M = momento fletor obtido pelo DIANA; M_0 = momento fletor aplicado; e L = comprimento da estaca.

• **Tensão:**

- Para os casos em que há apenas carga horizontal aplicada:

$$\sigma = \frac{\sigma_h \cdot D^2}{H} \quad (5.6)$$

- Para os casos em que há apenas momento fletor aplicado:

$$\sigma = \frac{\sigma_h \cdot D^2 \cdot L}{M_0} \quad (5.7)$$

onde: σ_h = tensão horizontal obtida pelo DIANA, ao longo da profundidade, nos nós dos elementos; H = carga horizontal aplicada; M_0 = momento fletor aplicado; D = diâmetro da estaca; e L = comprimento da estaca.

5.4. COMPORTAMENTO DA ESTACA

Com o intuito de analisar o comportamento de estacas com diferentes diâmetros e comprimentos, em diferentes tipos de solos, observaram-se os deslocamentos sofridos pelas estacas, o momento gerado pelas mesmas e as tensões do solo. Foram aplicados nas malhas utilizadas (apresentadas nas Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5) o mesmo carregamento horizontal (100 kN) ou o mesmo valor de momento fletor (100 kN.m). Dessa forma, nesta parte foram analisados os resultados obtidos no programa numérico DIANA, por meio de uma análise paramétrica. Ressalta-se que os resultados encontrados são para uma análise elástico-linear.

As Figuras 5.2 à 5.4 e as Figuras 5.5 à 5.7 apresentam, respectivamente, curvas comparativas de deslocamento horizontal, para os problemas desenvolvidos sob carga horizontal aplicada e para os casos sujeitos apenas a momento, variando-se o módulo de elasticidade do solo.

Figura 5.2 – Deflexão da estaca obtida no DIANA –
 $\bar{K} = 3125$ (H_0 aplicada)

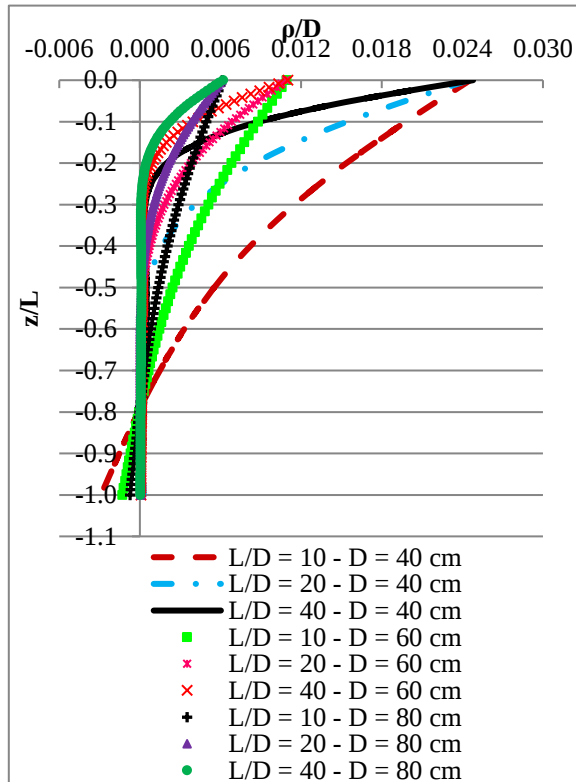


Figura 5.3 – Deflexão da estaca obtida no DIANA –
 $\bar{K} = 1250$ (H_0 aplicada)

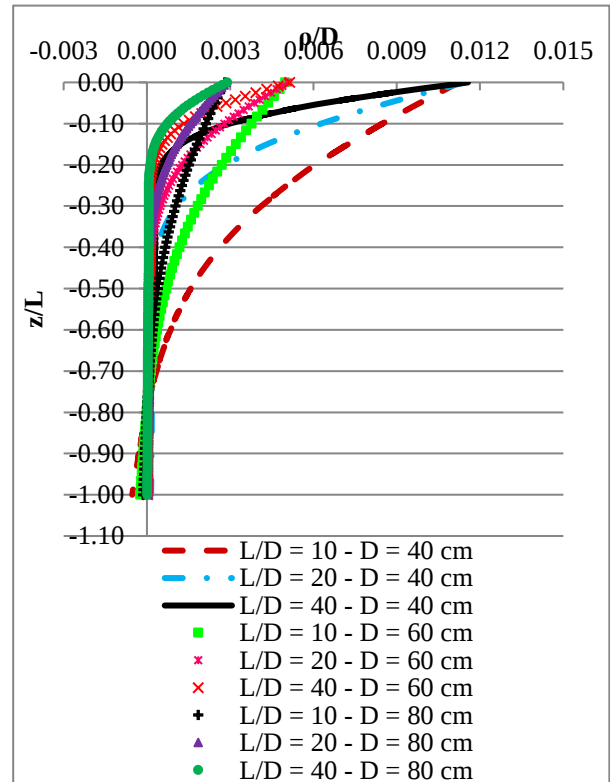


Figura 5.4 – Deflexão da estaca obtida no DIANA –
 $\bar{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)

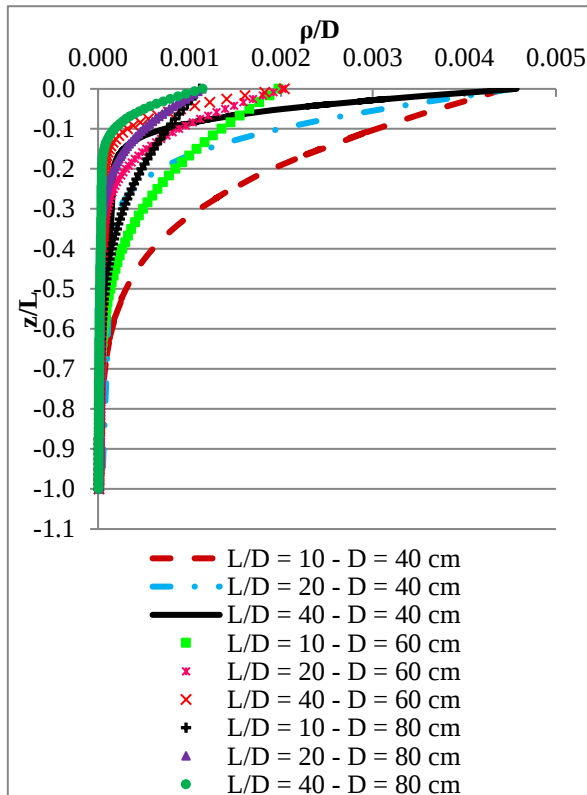


Figura 5.5 – Deflexão da estaca obtida no DIANA –
 $\bar{K} = 3125$ (M_0 aplicado)

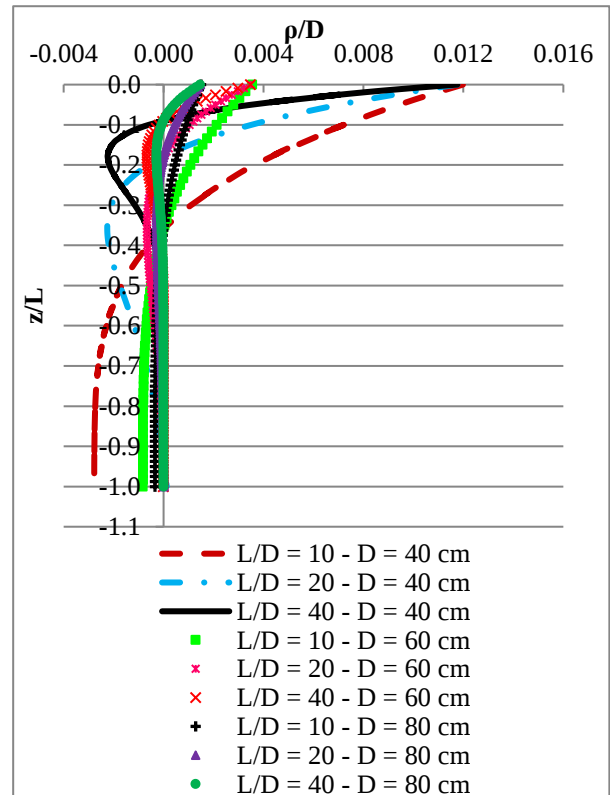


Figura 5.6 – Deflexão da estaca obtida no DIANA –
 $\overline{K} = 1250$ (M_0 aplicado)

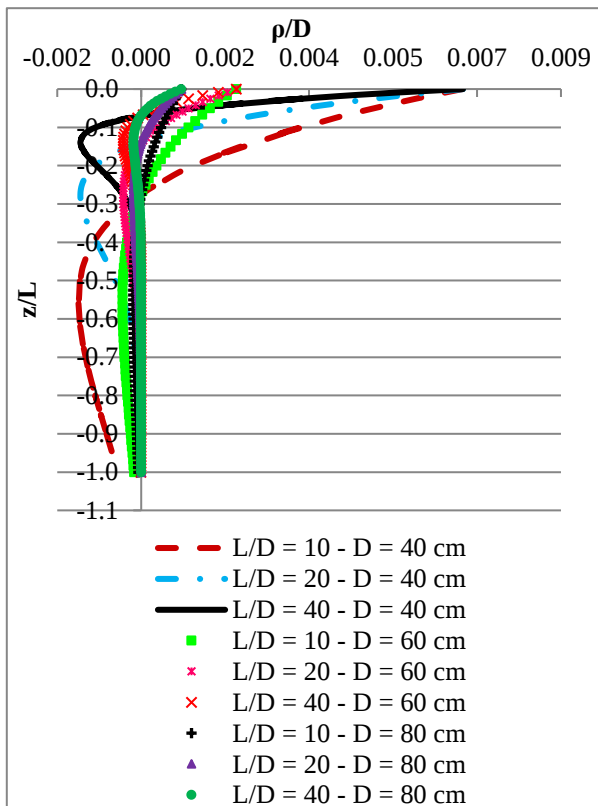
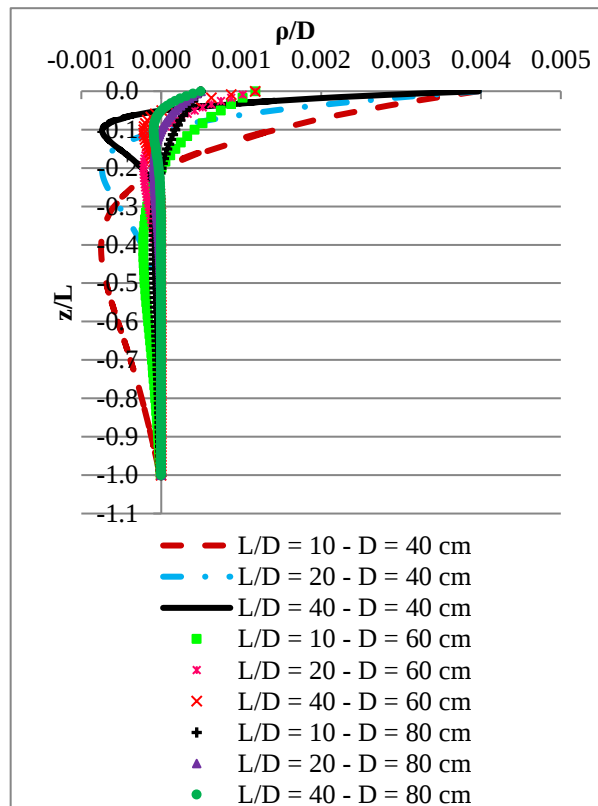


Figura 5.7 – Deflexão da estaca obtida no DIANA –
 $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)



Analisando-se da Figura 5.2 à Figura 5.7, ao comparar estacas de mesmo diâmetro em solos com diferentes módulos de elasticidade (representados pelo $\overline{K}$ - rigidez relativa para o solo), em ambos os casos submetidos a carregamento horizontal ou a momento fletor, nota-se que as estacas em solo mais deformável sofrem maior deslocamento horizontal do que as estacas inseridas em solos menos deformáveis. Para os problemas com momentos aplicados, os deslocamentos negativos ocorreram na maioria das estacas. O mesmo não acontece quando a solicitação é a carga horizontal.

Pelas curvas mostradas nas Figuras 5.2 à 5.7, percebe-se que estacas de diâmetros diferentes, submetidas a um mesmo carregamento e localizadas em um mesmo tipo de solo possuem deslocamentos diferentes, sendo que as estacas com menores diâmetros apresentam maior deslocamento lateral que as estacas com maiores diâmetros. O que pode ser explicado por apresentarem menor rigidez relativa, facilitando a movimentação das estacas com menores diâmetros, que exercem menor esforço para se deslocar, e maior esforço do solo para contê-la. Com isso, é possível notar que o deslocamento na superfície depende das propriedades do

solo e do diâmetro da estaca. O comprimento da estaca (L) não interfere no deslocamento máximo, mas interfere em sua distribuição com a profundidade.

Nas Figuras 5.8 à 5.10 e as Figuras 5.11 à 5.13 apresentam comparações entre curvas de momento gerado ao longo da estaca, para os casos sujeitos a carga transversal e para os problemas submetidos a momento fletor repectivamente, variando-se o módulo de elasticidade do solo.

As curvas apresentadas nas Figuras 5.8 à 5.10 mostram que as estacas com menor comprimento relativo (L/D), submetidas apenas a carregamento lateral, geram valores de momentos maiores, independentemente do tipo de solo. Nota-se que, quanto menor o L/D , maiores são os momentos gerados pelas estacas, sendo que estacas com o mesmo L/D , mas com diâmetros diferentes, apresentam valores de momentos gerados bastante próximos. No entanto, as estacas em solo mais deformável provocam maiores valores de momento fletor máximo do que as estacas inseridas em solos menos deformáveis.

Figura 5.8 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\bar{K} = 3125$ (H_0 aplicada)

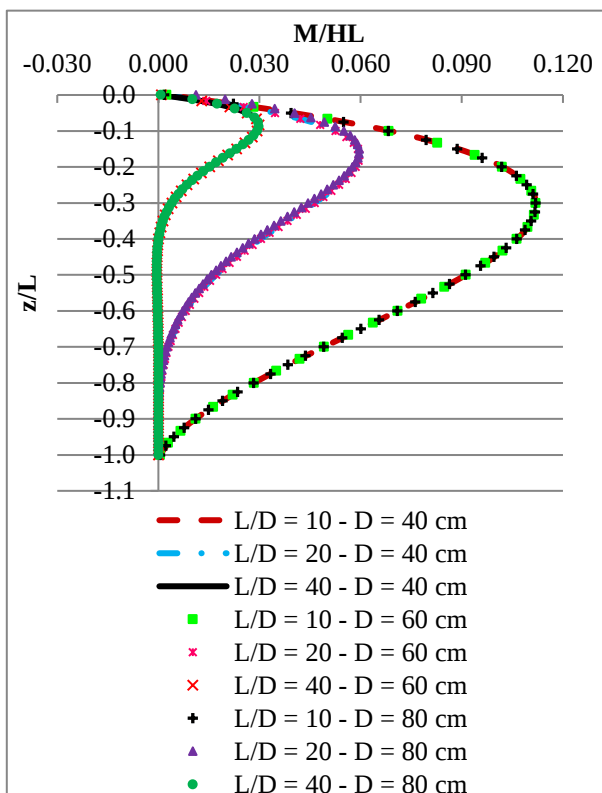


Figura 5.9 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\bar{K} = 1250$ (H_0 aplicada)

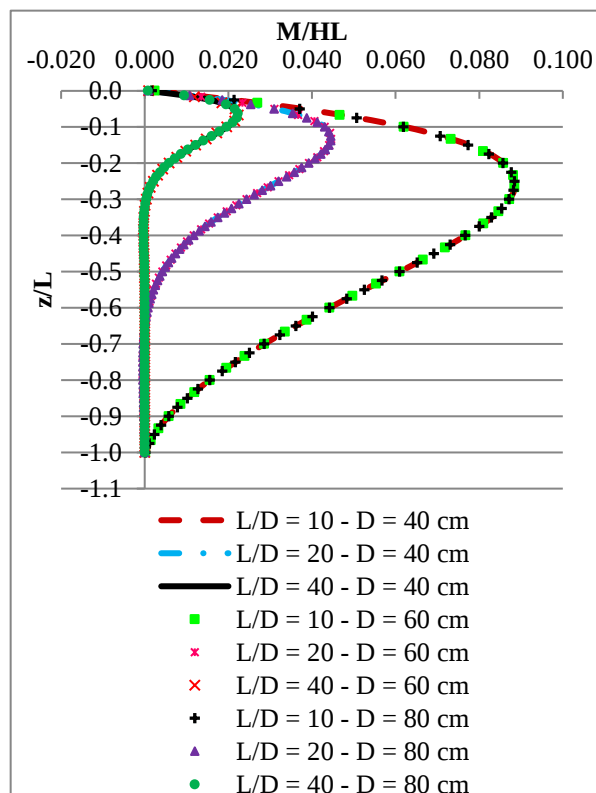


Figura 5.10 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)

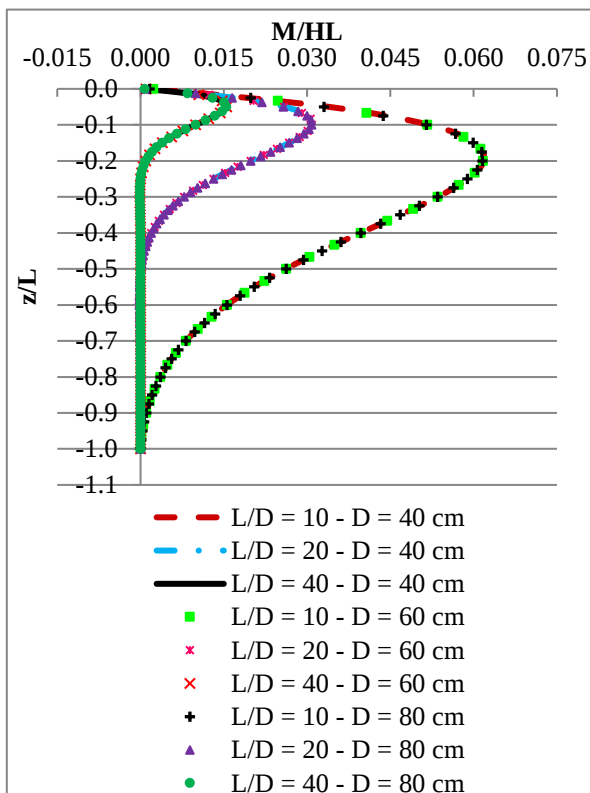


Figura 5.11 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)

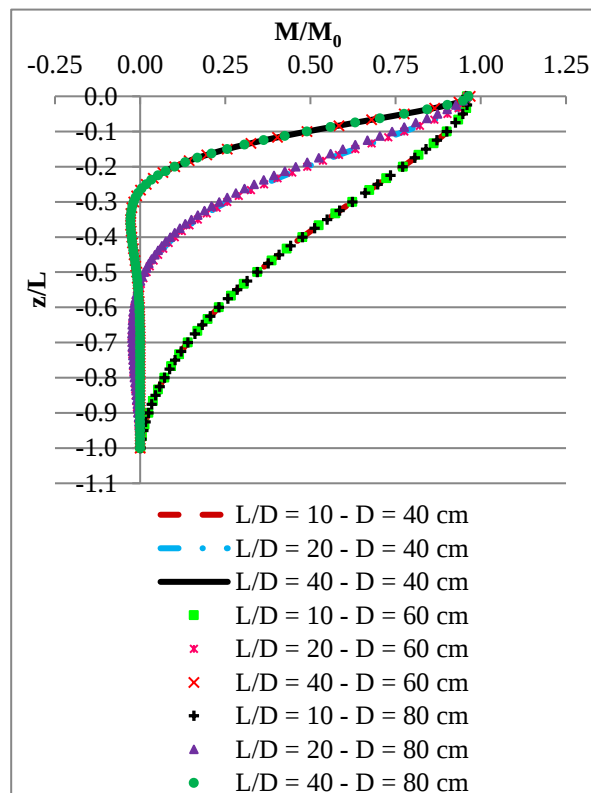


Figura 5.12 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 1250$ (M_0 aplicado)

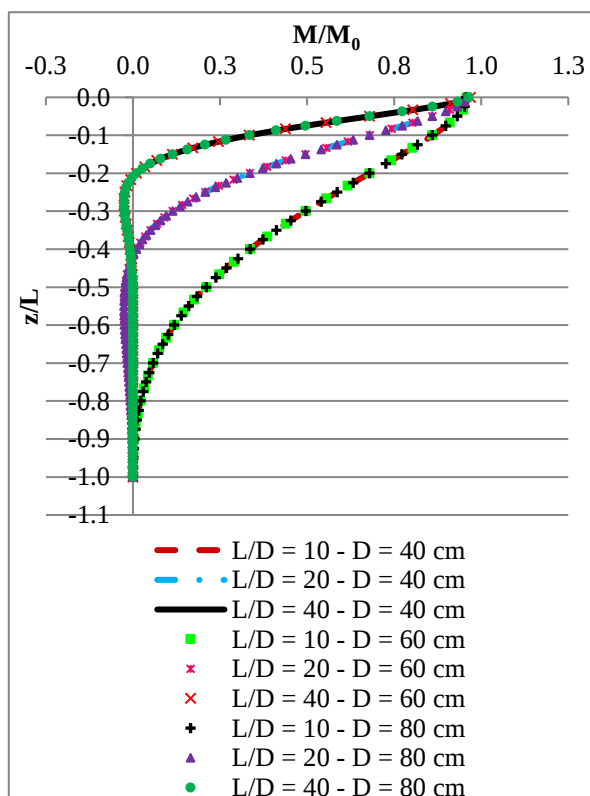
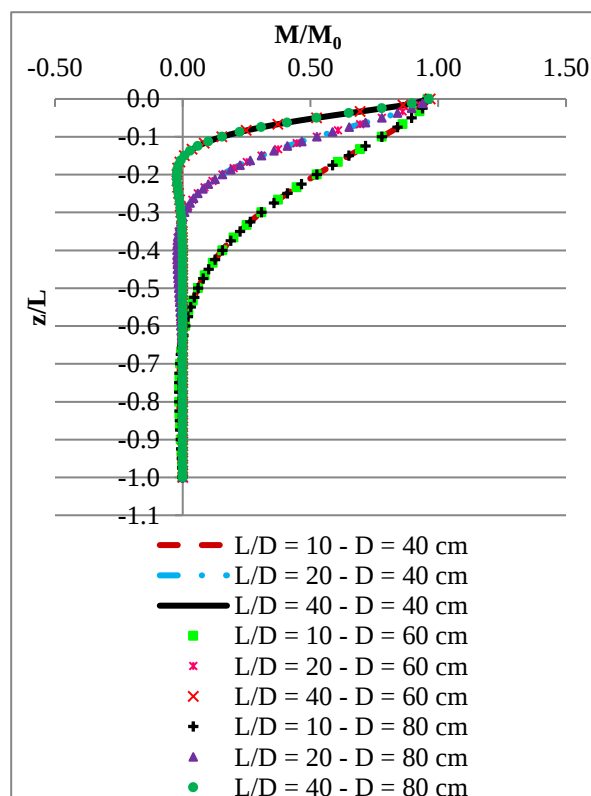


Figura 5.13 – Distribuição de momento das estacas obtido no DIANA – $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)



Já as Figuras 5.11 à 5.13, que exibem os casos sujeitos apenas a momento fletor, mostram que o momento máximo gerado é igual ao momento aplicado. Além disso, em ambos os casos, nota-se que as estacas com menor comprimento relativo apresentam maior distribuição de momentos ao longo da profundidade, do que as estacas mais rígidas.

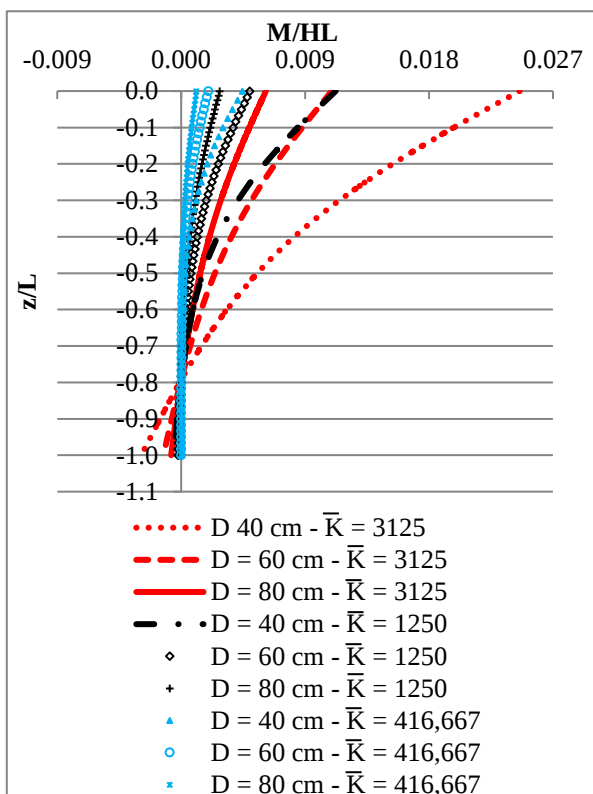
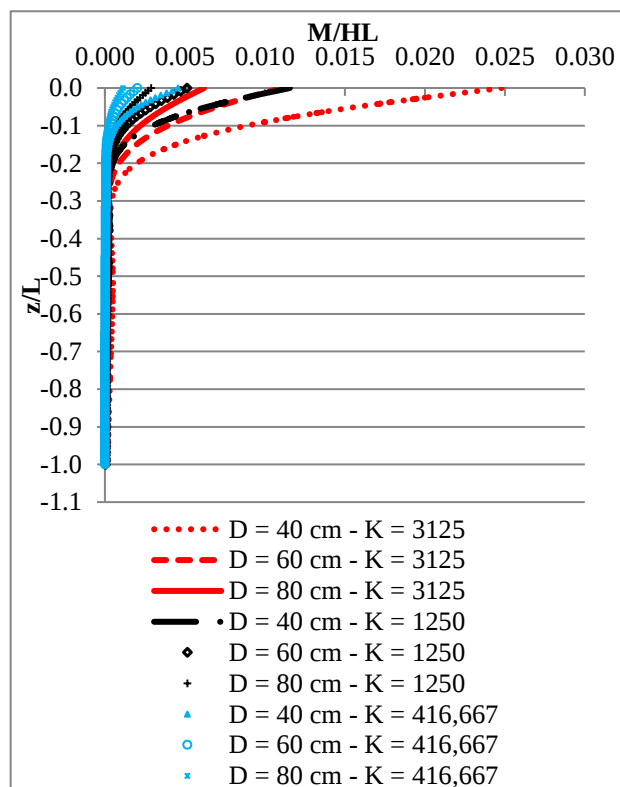
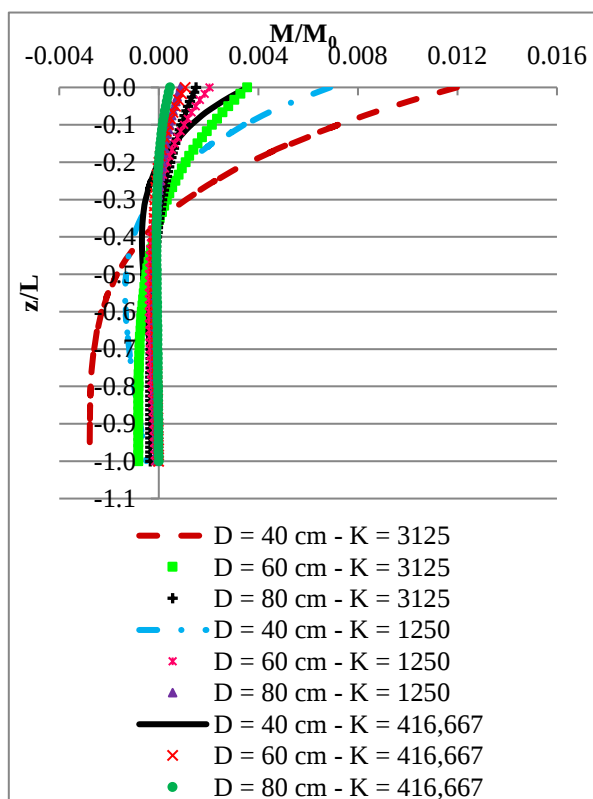
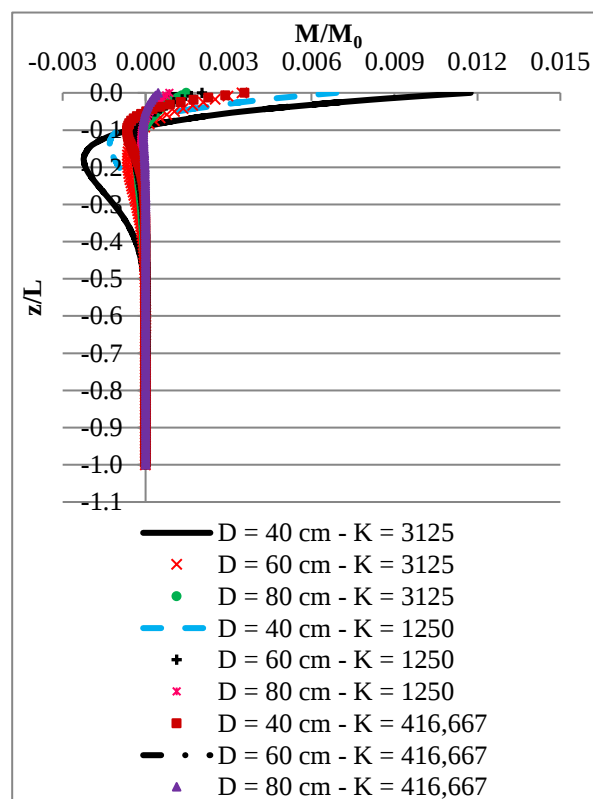
Desta forma, percebe-se que estacas com menor comprimento relativo apresentam maior facilidade para se movimentar, exigindo menor esforço da mesma para “girar”, e maior esforço do solo para contê-la. Em contrapartida, solos com maior módulo de elasticidade caracterizam solos menos deformáveis, e quanto menos deformável for o solo, maior é a dificuldade que a estaca encontra para se deslocar. Assim, conforme aumenta a deformabilidade do solo, aumenta o valor do momento gerado pela movimentação da estaca no interior do solo.

Com relação à distribuição de momentos ao longo da profundidade e à deformabilidade do solo, observou-se que as estacas inseridas em solo com maior módulo de elasticidade atingem o ponto de engastamento mais próximo da superfície, o que indica que em solos menos deformáveis, para um mesmo carregamento, seria necessária uma menor armação da estaca. Sendo que o engastamento da estaca indica que a partir de determinada profundidade, aumentar o comprimento da mesma não alterará o comportamento da estaca.

Com isso, analisando os gráficos da Figura 5.2 à Figura 5.13, percebe-se que as curvas de deslocamento e momento fletor apresentam maior variação de valores na parte superior da estaca, indicando que esta parte é a que mais sofre efeito da carga horizontal ou momento atuante. Nota-se ainda, que a certa profundidade a estaca começa a ficar engastada, o que não ocorre nas estacas mais curtas.

Esse efeito do engastamento pode ser melhor observado nas Figuras 5.14 à 5.17, que apresentam gráficos comparativos (de deslocamentos laterais) para comprimentos relativos iguais a $L/D = 10$ e 40 , e diferentes diâmetros de estacas ($D = 40, 60$ e 80 cm), em solos com diferentes deformabilidade ($E_s = 8, 20$ e 60 MPa), considerando os casos em que são aplicados apenas carga horizontal ou momento.

A profundidade de engastamento é conhecida como comprimento crítico (L_C) da estaca carregada transversalmente, que é conhecido como aquele a partir do qual um aumento de comprimento não mais afeta o comportamento de seu topo (DÉCOURT, 1998). Uma vez que a estaca tenha um comprimento superior a L_C , o comprimento real da estaca não mais afetará nem o deslocamento máximo, nem o diagrama de momento gerado.

Figura 5.14 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $L/D = 10$ (H_0 aplicada)Figura 5.15 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $L/D = 40$ (H_0 aplicada)Figura 5.16 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $L/D = 10$ (M_0 aplicado)Figura 5.17 – Deflexão da estaca obtida no DIANA – $D = 80$ cm (H_0 aplicada) (M_0 aplicado)

Uma estaca mais curta, se comporta de forma similar a um corpo rígido quando está assentada em um solo mais deformável (com menor valor de E_s) (Figura 5.14). Já as estacas mais curtas, em solo pouco deformável, submetidas à carga horizontal, não ficam completamente engastadas, mas não apresentam deslocamento negativo (Figura 5.14), enquanto as estacas mais longas apresentam engastamento a partir de certa profundidade (Figura 5.15).

As estacas mais curtas, em solo pouco deformável, submetidas a momento fletor, não ficam completamente engastadas, mas apresentam deslocamento negativo (Figura 5.16). Já as estacas mais longas, além de apresentarem engastamento em determinada profundidade, possuem deslocamento negativo (Figura 5.17).

Quanto às análises de tensões, nas Figuras 5.18 e 5.19 são mostradas comparações entre as tensões médias (conforme mostrado no item 3.3 deste trabalho) em solos com diferentes deformabilidades ($E_s = 8$ e 60 MPa), para estacas submetidas apenas a carga horizontal, nos casos de $L/D = 10$ e 40 e $D = 40$ e 80 cm. Nas Figuras 5.20 e 5.21 são exibidas curvas comparativas das tensões médias obtidas para $E_s = 8$ e 60 MPa, nos casos de $L/D = 10$ e 40 e $D = 40$ e 80 cm, estando as estacas submetidas à momento fletor.

Figura 5.18 – Tensões do solo - solo com $\bar{K} = 3125$ (H_0 aplicada)

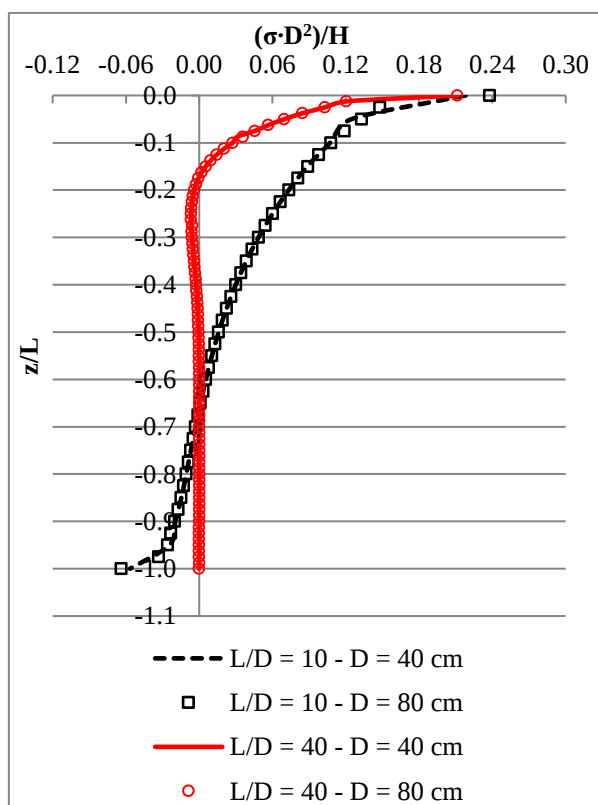


Figura 5.19 – Tensões do solo - solo com $\bar{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)

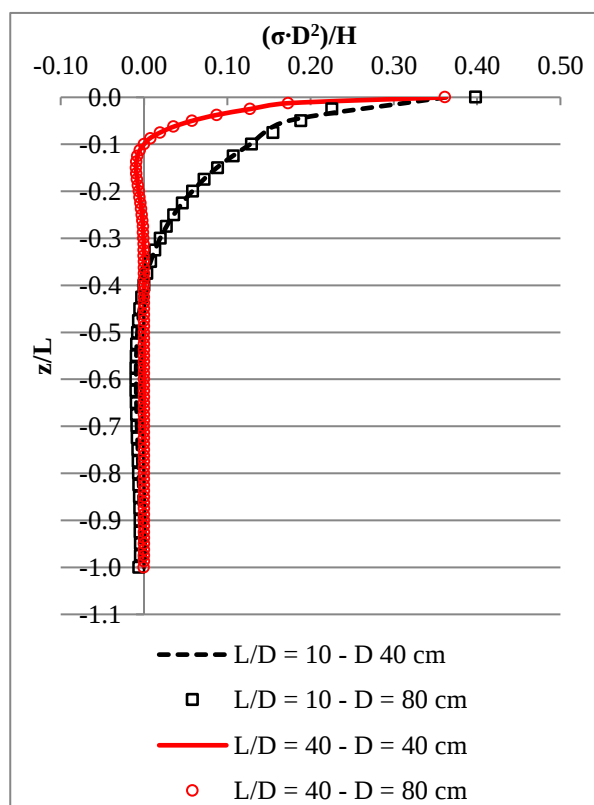


Figura 5.20 – Tensões do solo - solo com $\overline{K} = 3125$
(M_0 aplicado)

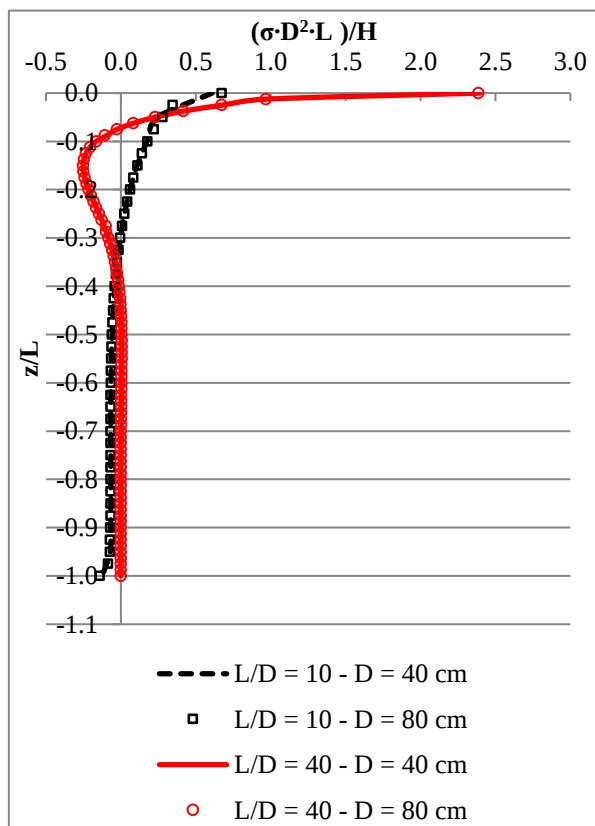
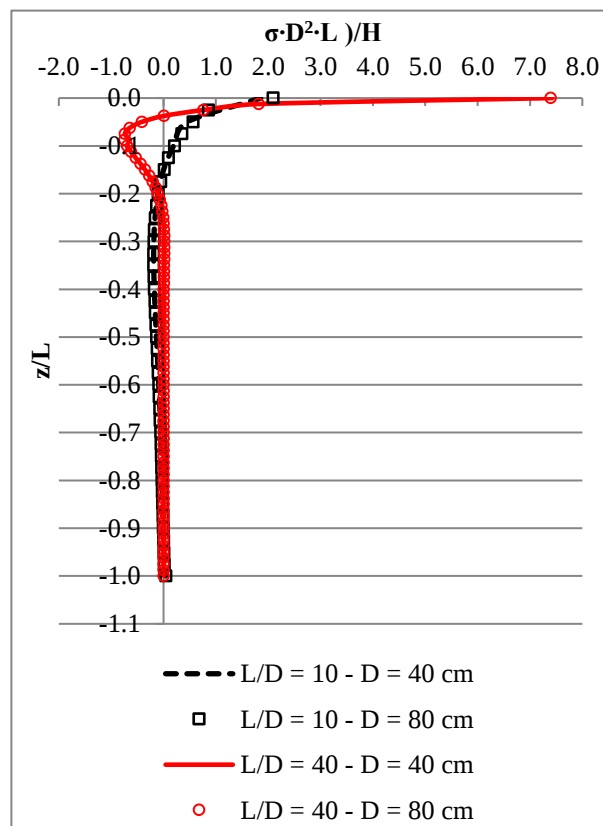


Figura 5.21 – Tensões do solo - solo com $\overline{K} = 416,667$
(M_0 aplicado)



Comparando-se os resultados das Figuras 5.18 à 5.21, que apresentam curvas comparativas entre as tensões médias para estacas inseridas em solos com diferentes deformabilidades, tem-se que estacas que apresentam os mesmos valores de rigidez tendem a gerar a mesma tensão, independentemente do L/D e do D da estaca.

Nos casos de estacas submetidas apenas à H_0 , nota-se que as estacas mais curtas, geram tensões maiores do que no caso de estacas mais longas. Já nos casos submetidos apenas à momento fletor, ocorre o contrário.

No entanto, percebe-se que conforme diminui a deformabilidade do solo (aumenta o E_s do solo), as tensões geradas pelas estacas tendem a aumentar. Isto pode ser atribuído ao fato da estaca ter que exercer uma força maior para se movimentar (deslocando ou “girando”) em um solo menos deformável, e como o solo fica menos susceptível a se deformar, este exerce uma força de reação muito maior para conter a movimentação da estaca.

Dessa forma, para um mesmo diâmetro e mesma carga horizontal, a tensão média gerada depende pouco da deformabilidade do solo, pois a força de reação do solo (integração da curva de tensões) equilibrará a mesma ação.

CAPÍTULO 6

COMPARAÇÕES “MEIO CONTÍNUO” X “COEFICIENTE DE REAÇÃO HORIZONTAL”

Neste capítulo foram comparados os resultados de análises elásticas, considerando dois modelos distintos: Meio Contínuo e Elástico (utilizando o DIANA), com o método de coeficientes de reação, que considera o solo como uma sequência discreta de molas. Tal modelo foi implementado em planilha eletrônica com a modelagem matemática do Método das Diferenças Finitas, representando o solo por molas elásticas (coeficiente de reação horizontal do solo).

Estas comparações foram realizadas para avaliar algumas das soluções encontradas na literatura para o coeficiente de reação horizontal (k_h). Foram escolhidas 5 relações empíricas, apresentadas no capítulo 2 (Equações (2.7), (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11)), com o intuito de observar qual se aproxima mais dos resultados obtidos com o MEF e poderia ser considerada mais adequada para a análise de estacas carregadas lateralmente.

Considerando o problema de estacas carregadas lateralmente, para desenvolver a planilha com o MDF, dividiu-se o domínio (comprimento da estaca) em 20 intervalos (obtendo 21 nós). Foram estudados os casos de estacas isoladas, apresentados no capítulo 5 deste trabalho, em que se aplicaram apenas carregamento horizontal ou apenas momento fletor, variando-se as propriedades do solo e a geometria da estaca. Consideraram-se três módulos de elasticidade (E_s) diferentes para o solo (8 MPa, 20 MPa e 60 MPa); três comprimentos relativos (L/D) diferentes para a estaca (10, 20 e 40); e três diâmetros (D) diferentes para a estaca (40 cm, 60 cm e 80 cm). A carga ou momento aplicado em cada simulação foi adotado de acordo com o diâmetro da estaca, como mostrado na Tabela 5.1.

Em todos os casos o solo foi considerado homogêneo, adotou-se o coeficiente de Poisson do solo (ν_s) = 0,3; módulo de elasticidade da estaca (E_p) = 25 GPa e coeficiente de Poisson do material da estaca (ν_p) = 0,2. Os comprimentos de estaca (L) variaram de acordo com o L/D e o D adotado, conforme Tabela 5.2.

Para a representação das análises elástico-lineares, observaram-se os deslocamentos, momentos e tensões gerados.

6.1. SOLOS COM ALTA DEFORMABILIDADE

Nas Figuras 6.1 e 6.2 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.3 e 6.4 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 10$.

Figura 6.1 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

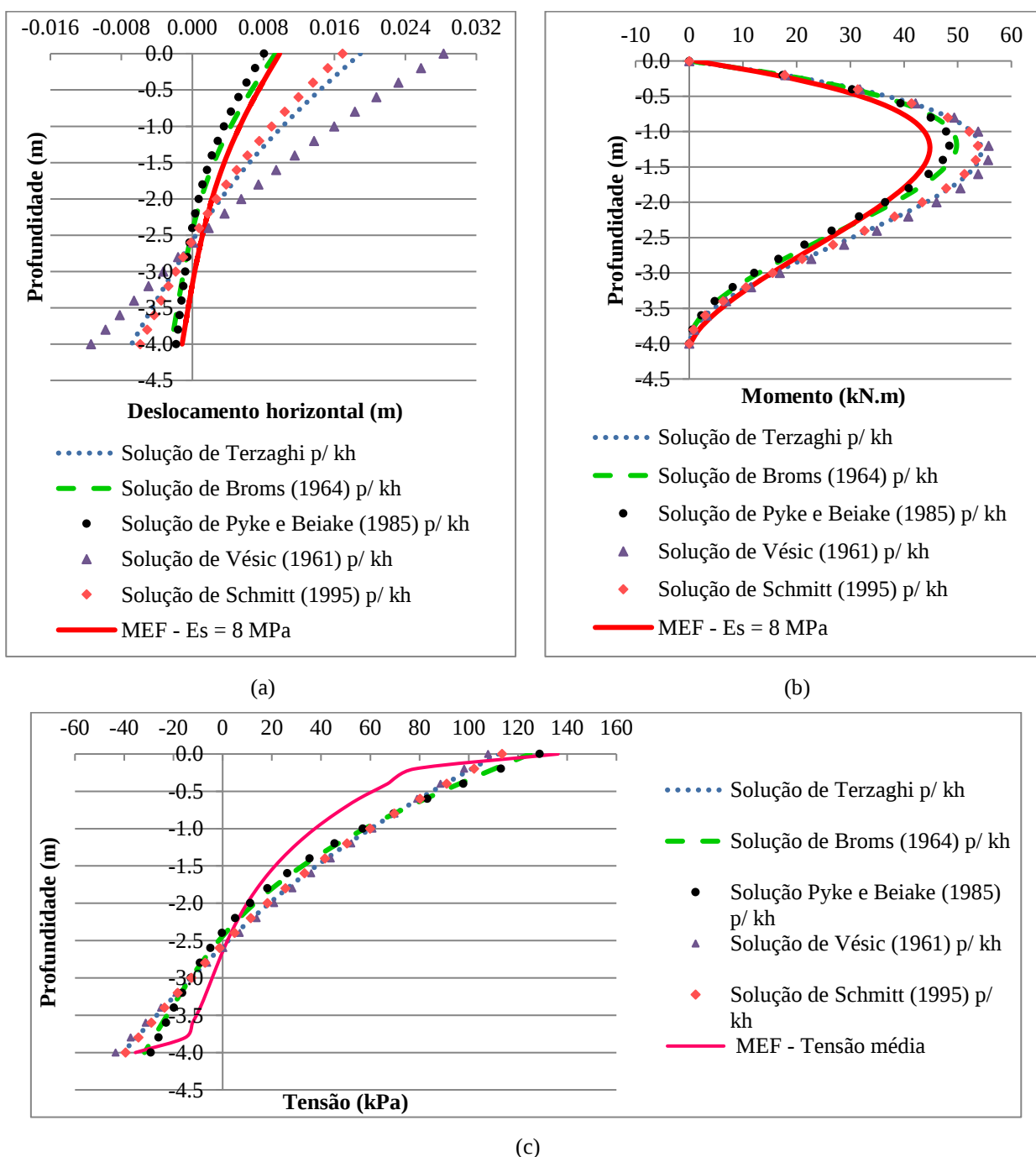


Figura 6.2 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

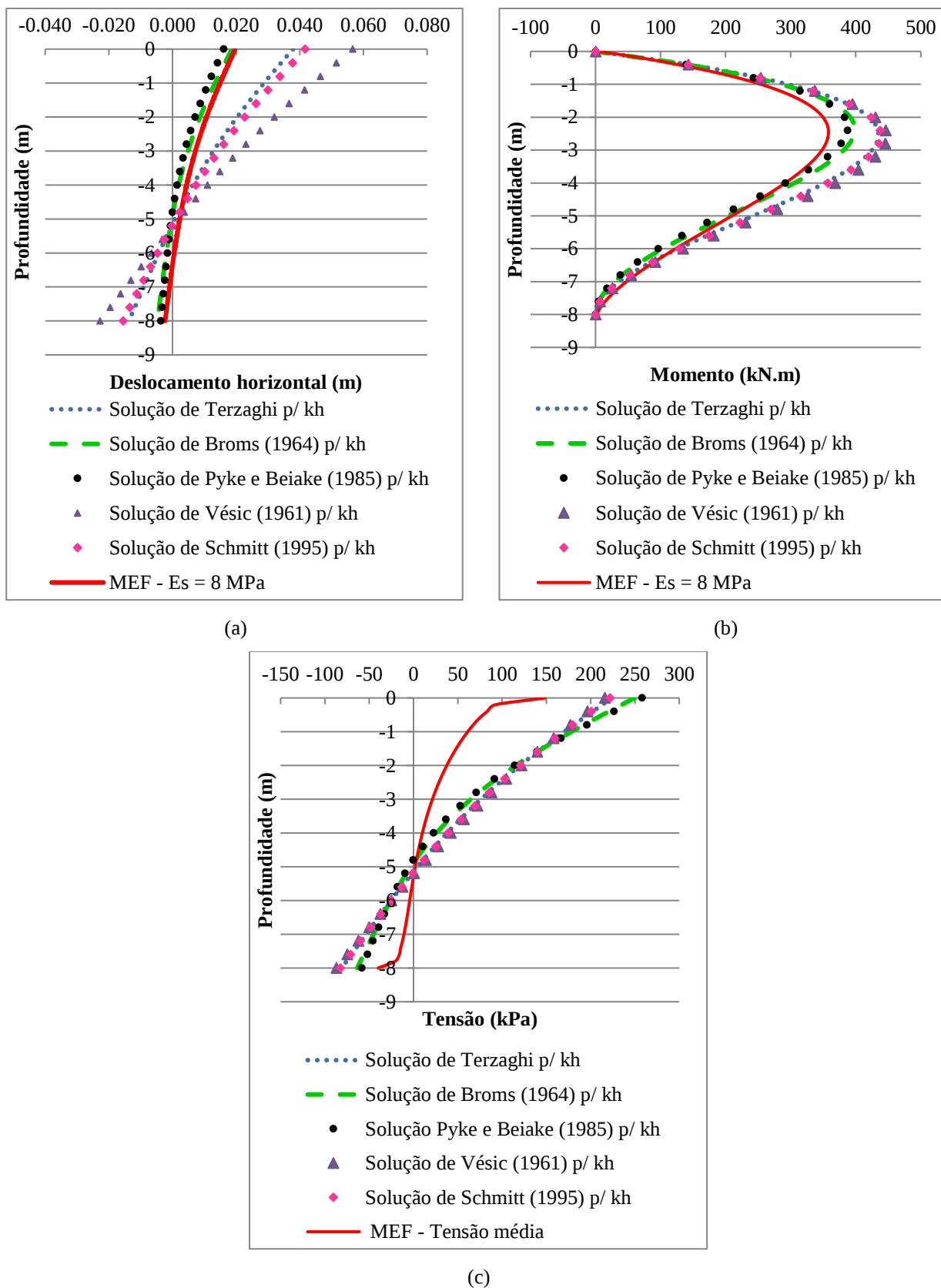


Figura 6.3 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

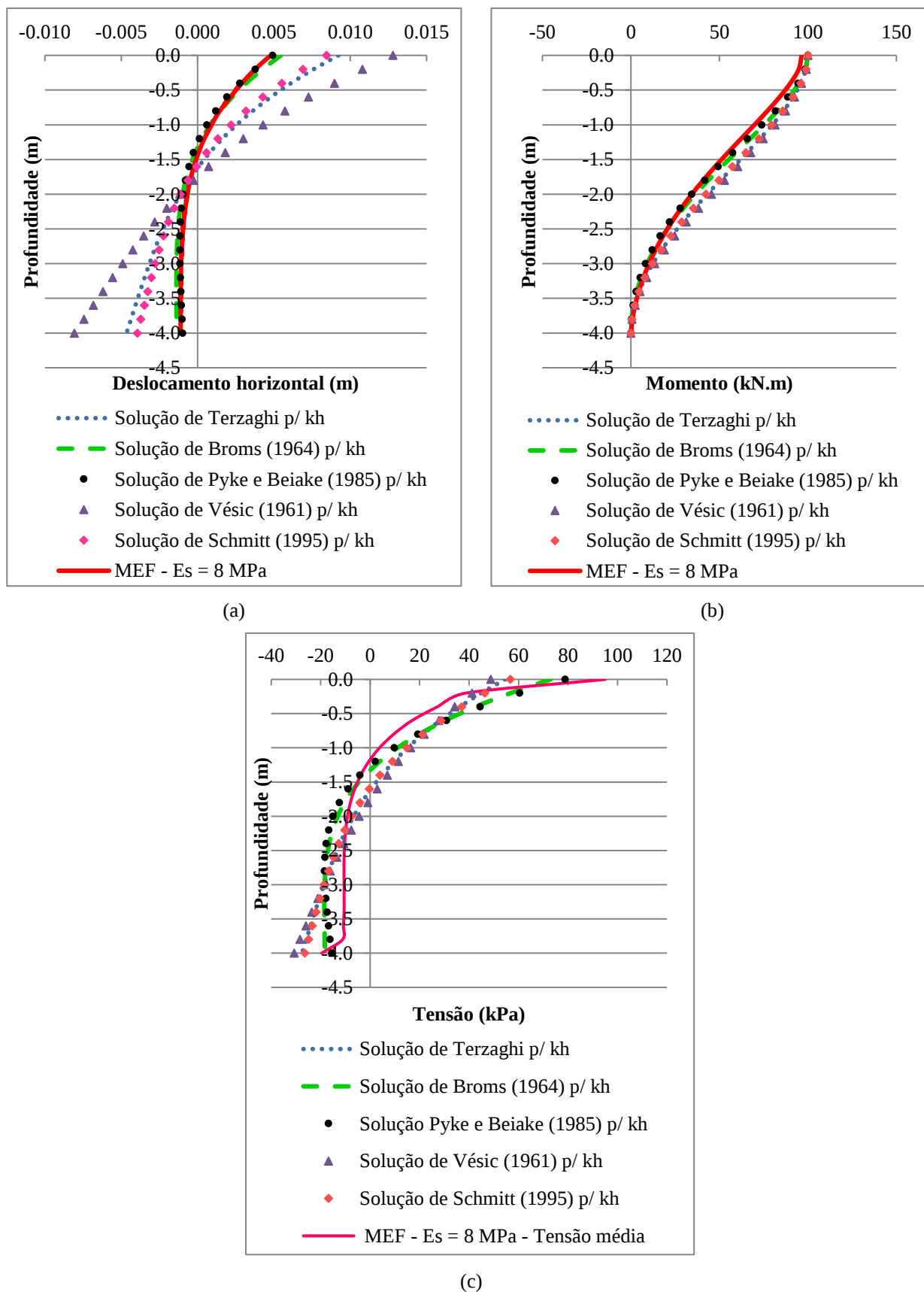
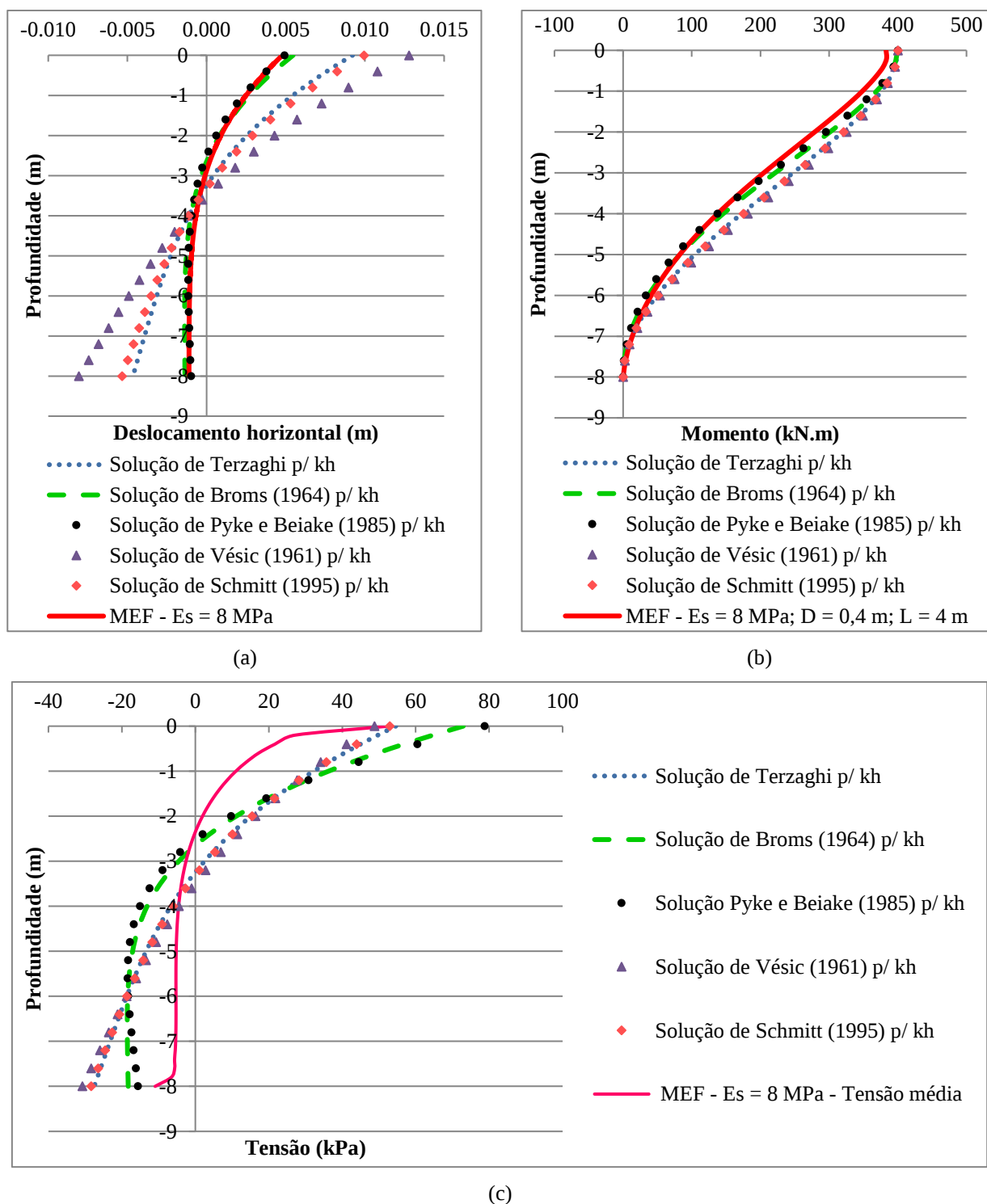


Figura 6.4 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nas Figuras 6.5 e 6.6 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.7 e 6.8 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 20$.

Figura 6.5 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

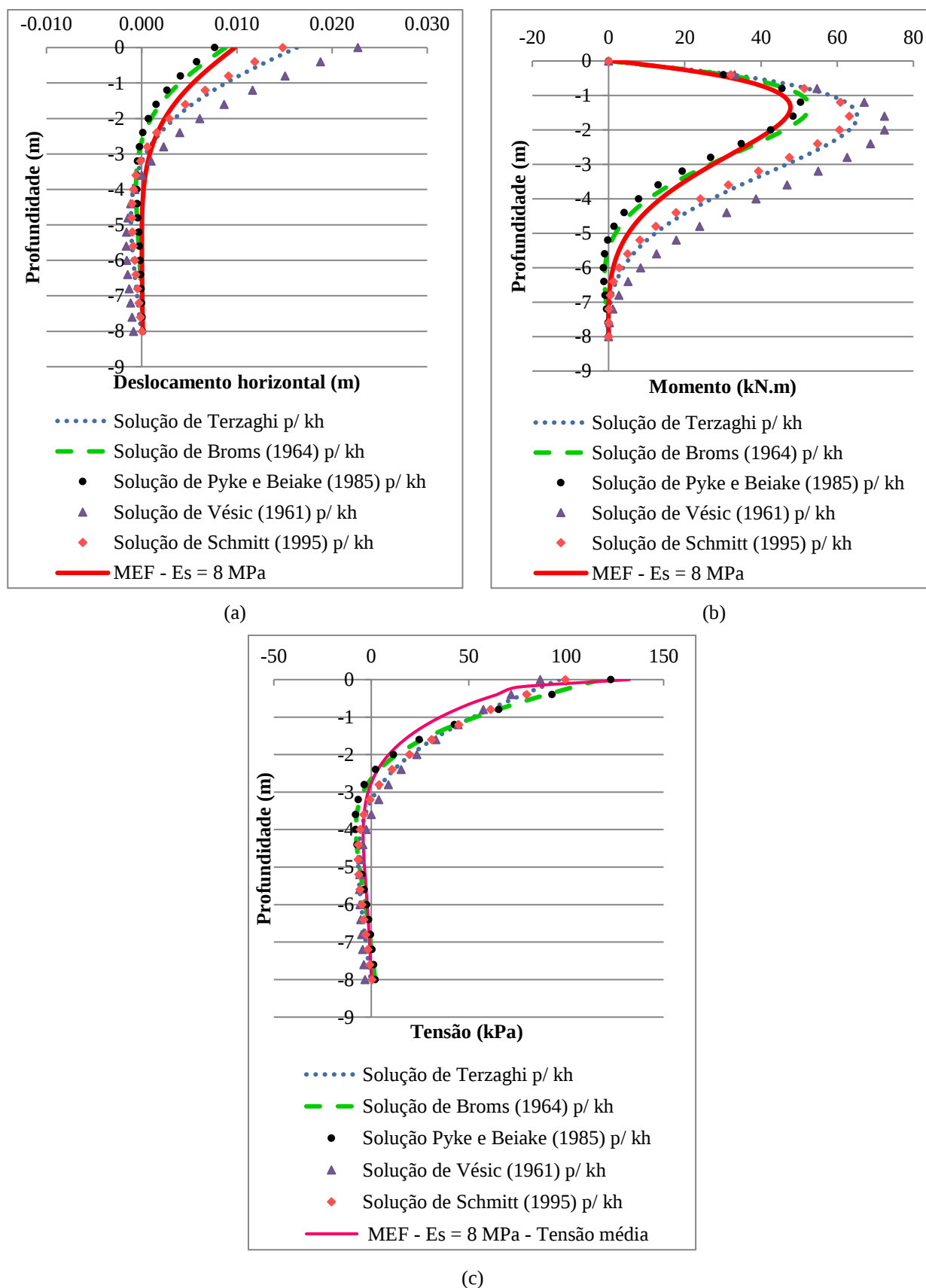


Figura 6.6 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

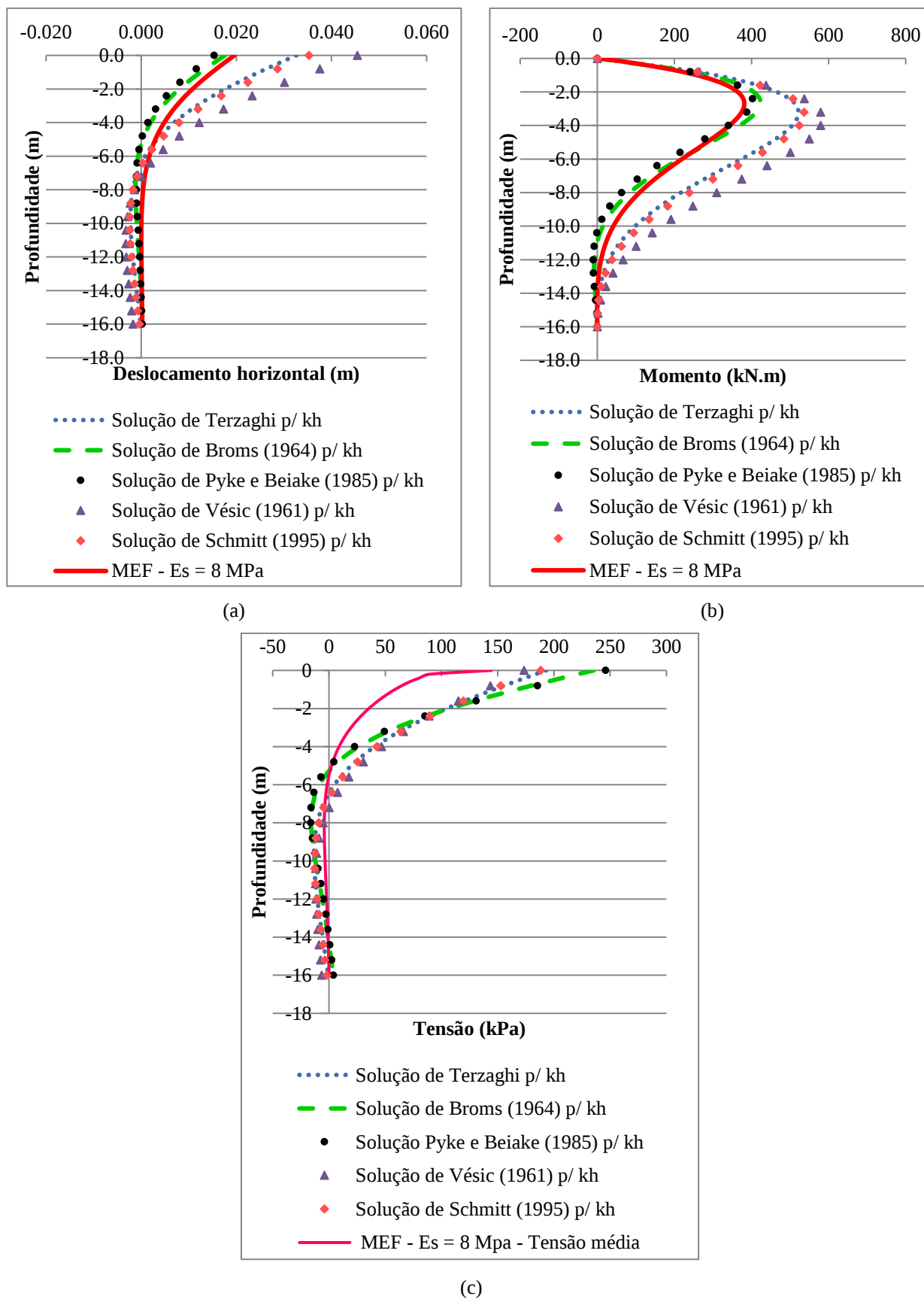


Figura 6.7 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

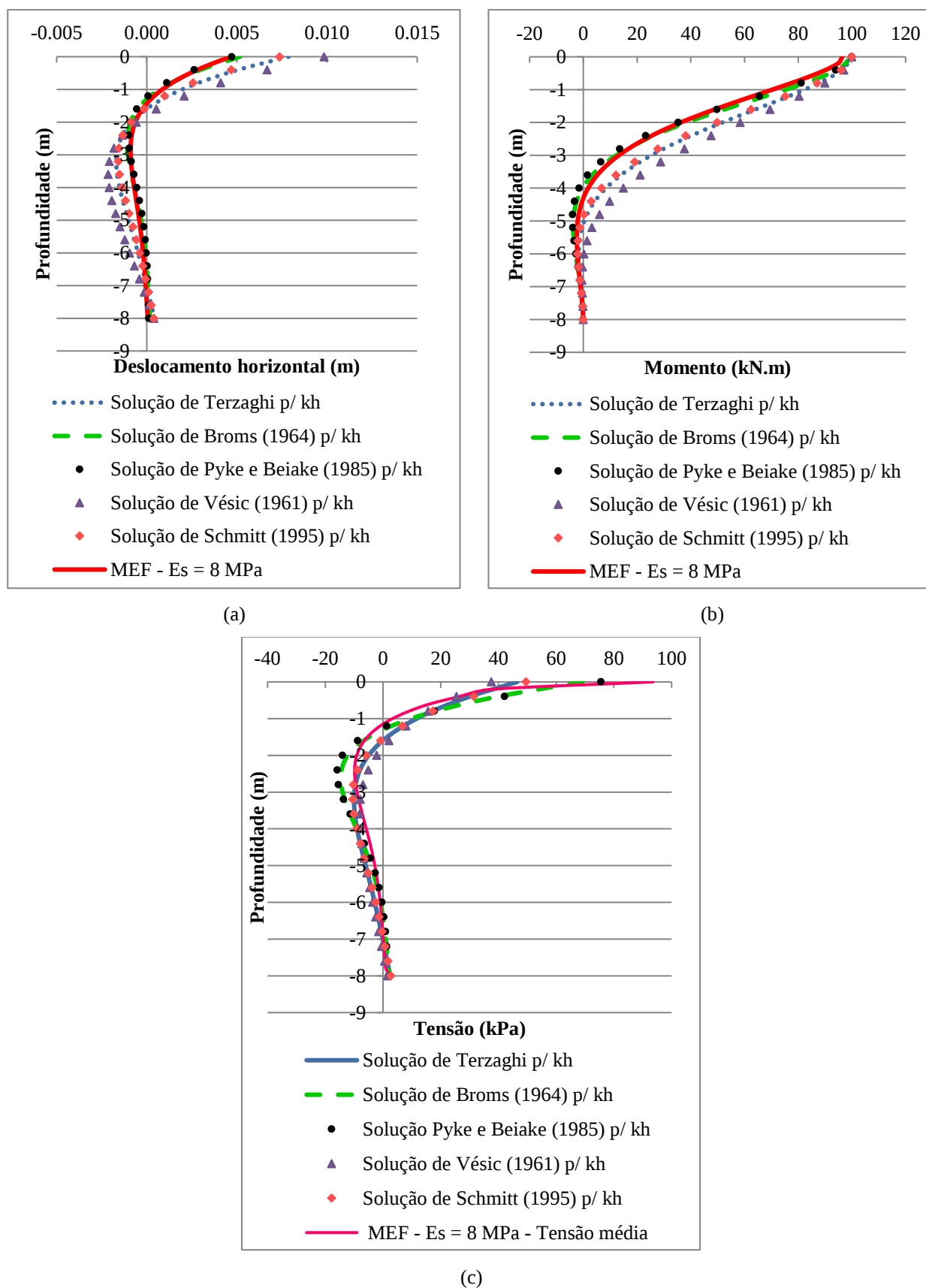
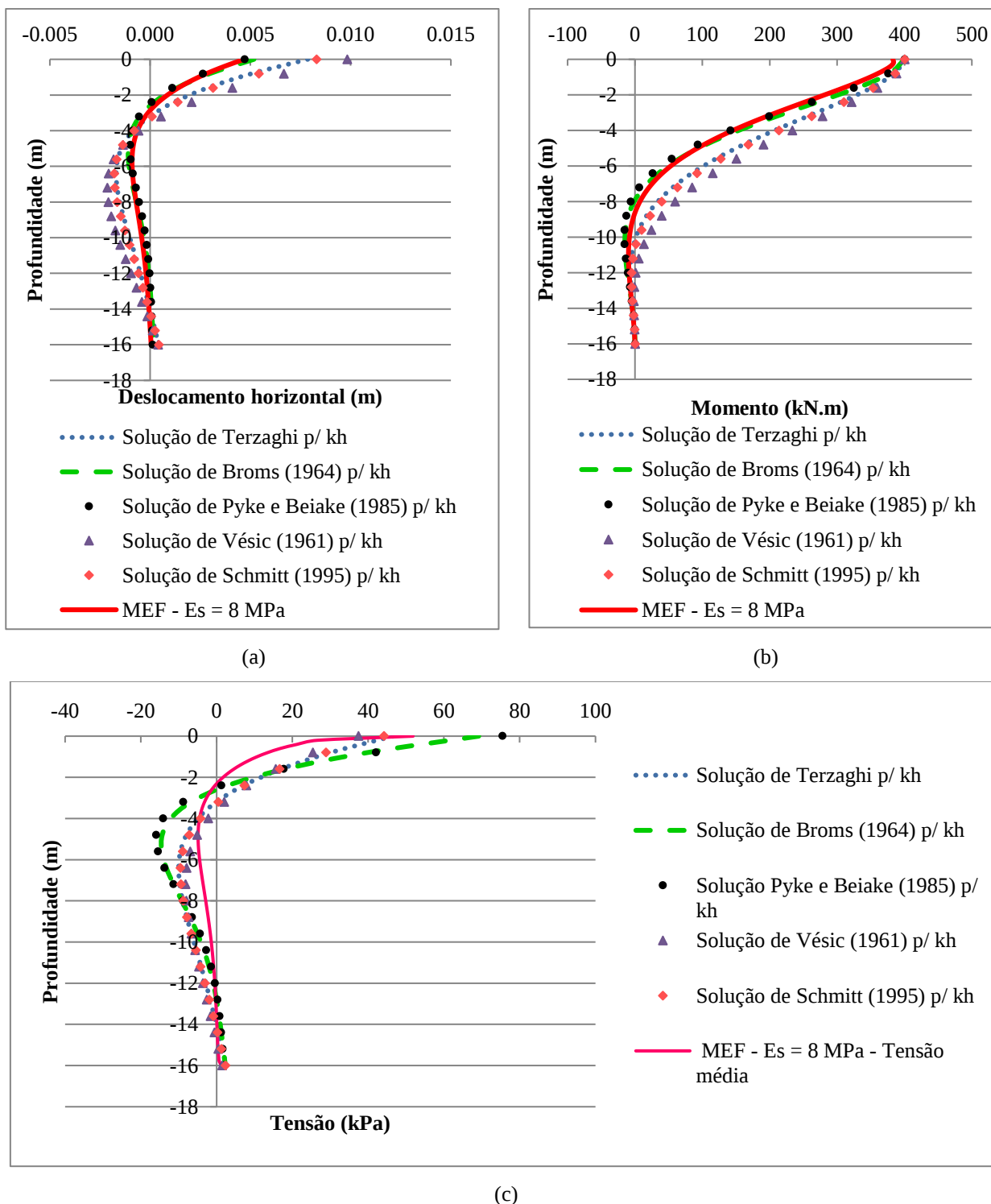


Figura 6.8 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nas Figuras 6.9 e 6.10 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.11 e 6.12 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 40$.

Figura 6.9 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

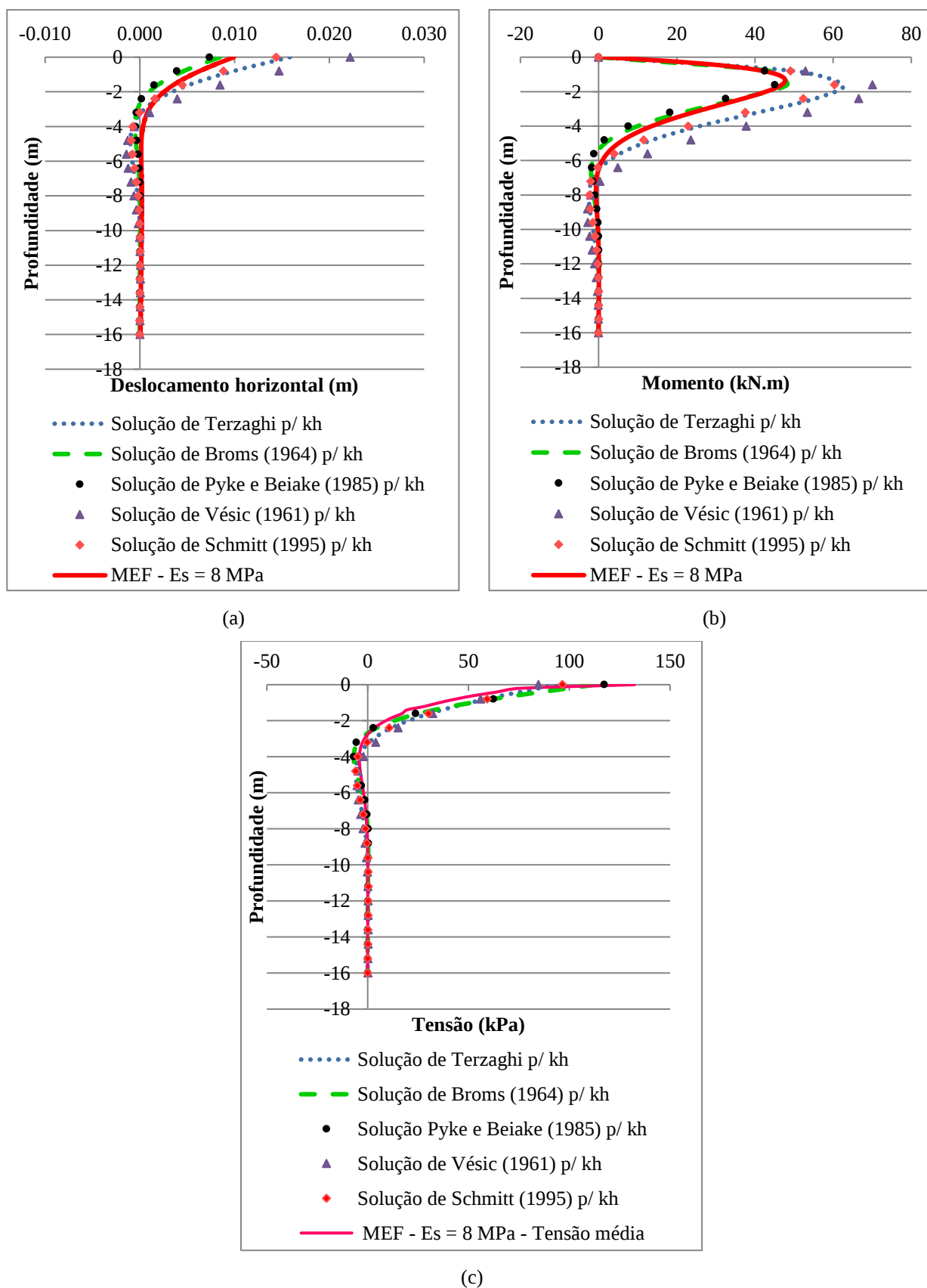


Figura 6.10 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

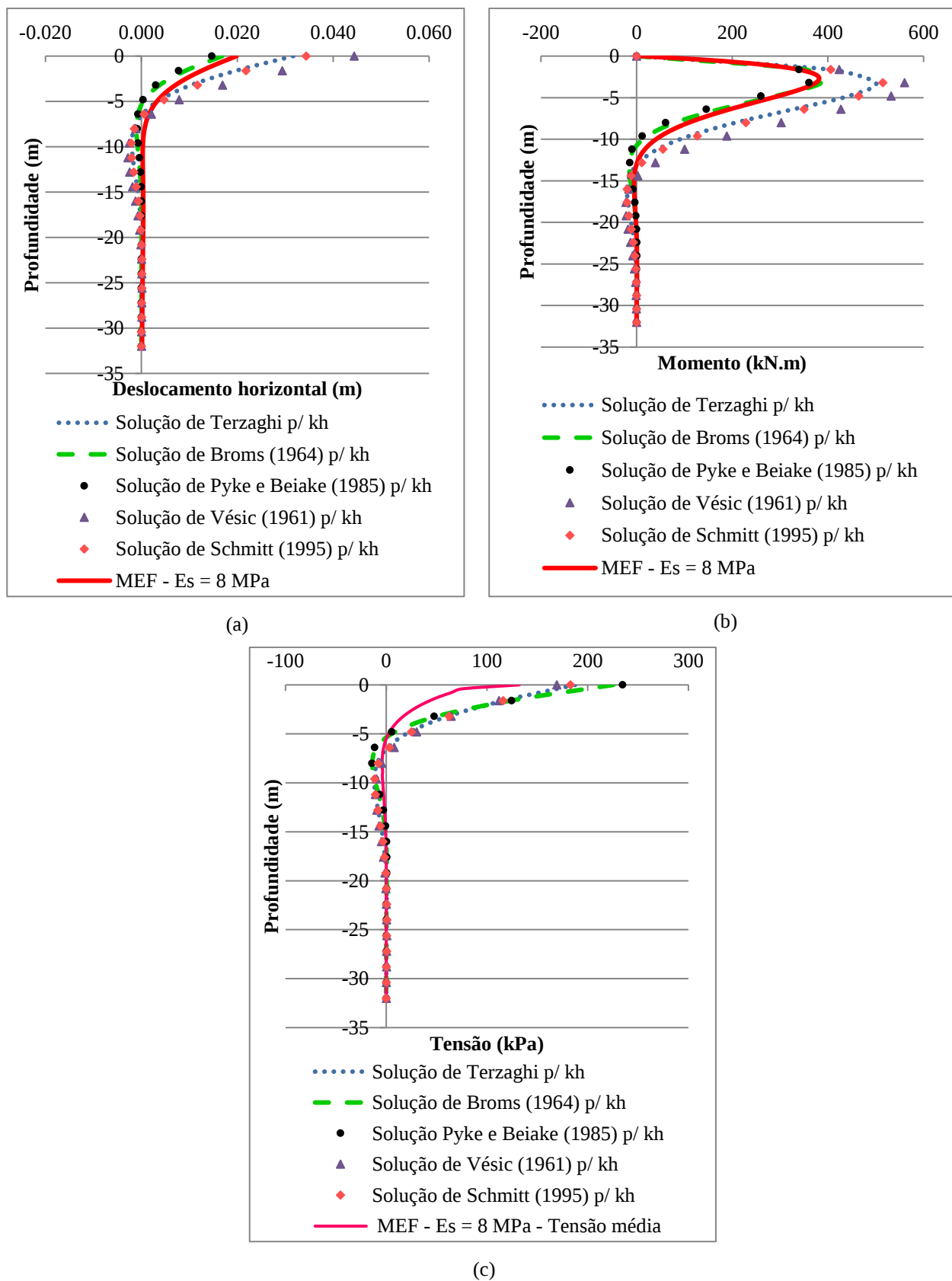


Figura 6.11 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

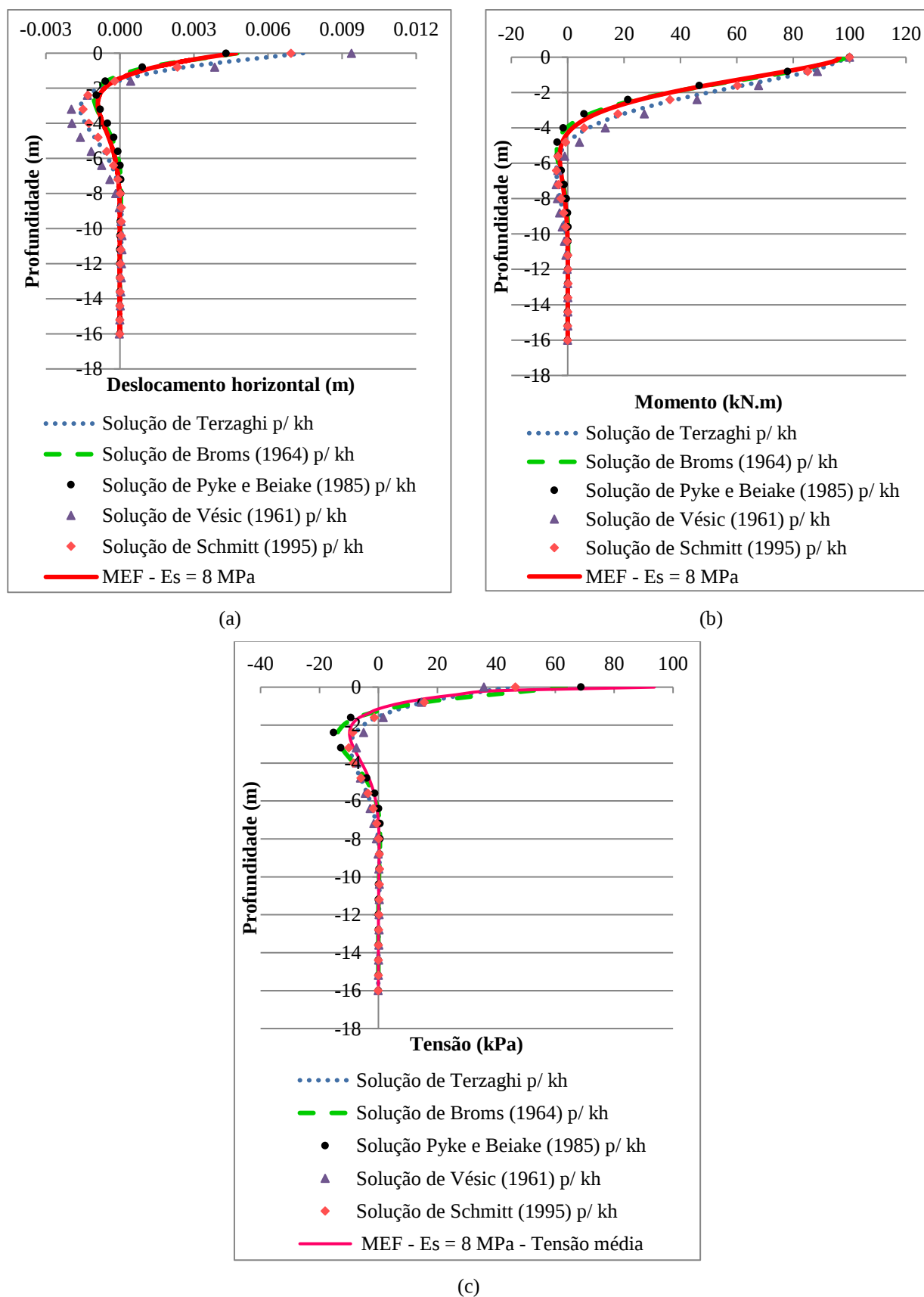
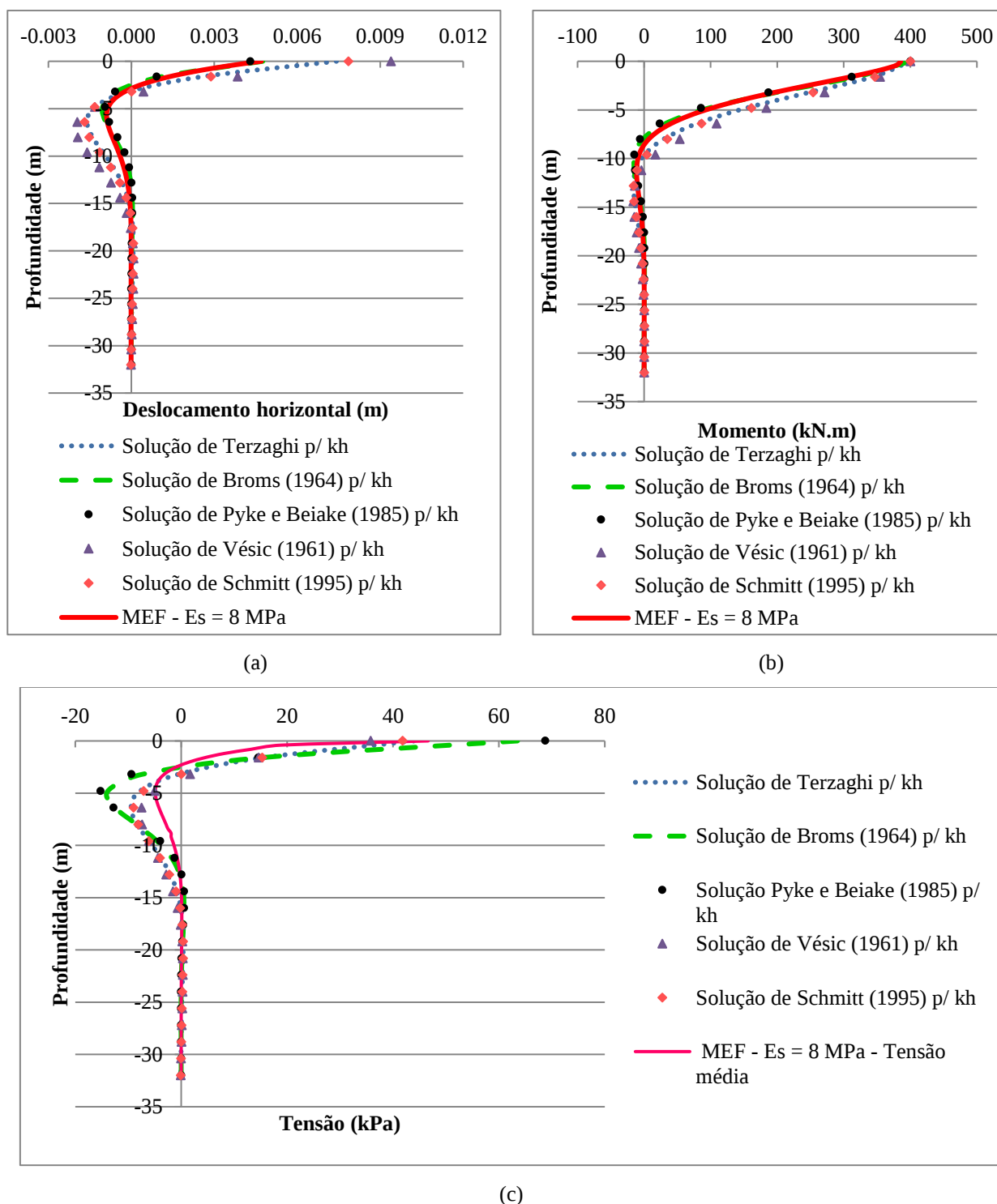


Figura 6.12 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 8$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Para os casos de estacas curtas, de comprimento intermediário e mais longas, em solo muito deformável, é possível notar por meio das Figuras 6.1 à 6.12, que independentemente do tipo de carga atuante, as soluções de Broms (1964) e Pyke e Beaiake (1985) são as que mais se

aproximam dos resultados de deslocamento, momento e tensão média obtidos com o programa DIANA (MEF). Por outro lado, percebe-se que os valores obtidos com essas soluções são um pouco menores para o deslocamento, quando as estacas estão sob ação de carga horizontal, e quando estão submetidas apenas a momento os resultados de deslocamentos são mais precisos, ao compará-los com os valores encontrados com o MEF.

Quanto ao momento fletor gerado ao longo das estacas, com as soluções de Broms (1964) e Pyke e Beiake (1985), nota-se que no caso das estacas mais curtas, o momento obtido com o MDF é um pouco maior do que o estimado pelo DIANA, e para os casos das estacas de comprimento intermediário e mais longas, os resultados do MDF são mais aproximados aos do MEF. Dessa forma, na prática, a estaca seria armada adequadamente, pois como a área de aço de uma fundação depende do momento fletor gerado. O erro do deslocamento, no caso de haver apenas carga lateral atuante, é pequeno e não causaria grandes problemas, pois a estaca estaria segura, ou seja, com a armação correta.

Nos casos em que há apenas momento fletor aplicado, todas as soluções para k_h se aproximam do resultado obtido com o MEF. O que pode ser atribuído ao fato de que quando a estaca está sob a ação apenas de momento, o valor do momento máximo é igual ao momento aplicado.

Por meio da análise do gráfico de tensões, observa-se que todos os métodos (MDF) ficaram próximos entre si, mas com resultados aproximados (valores maiores ou menores) ao do MEF. A tensão nas extremidades da estaca até se aproxima, mas ao longo da estaca há certas diferenças, que são mais relevantes no caso das estacas curtas. A provável diferença entre as tensões é que o MEF considera a continuidade ao longo da estaca e o MDF assume “molas distintas”.

As soluções de Terzaghi, Vésic e Schmitt, apesar de fornecerem resultados superiores aos obtidos pelo MEF, o que significa que estas soluções estão a favor da segurança. No entanto, executar um projeto com essas soluções não seria tão vantajoso, pois ao se analisar em termos de momento máximo e armações das estacas, o projeto ficaria bem mais caro.

6.2. SOLOS COM DEFORMABILIDADE MÉDIA

Nas Figuras 6.13 e 6.14 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.15 e 6.16 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 10$.

Figura 6.13 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

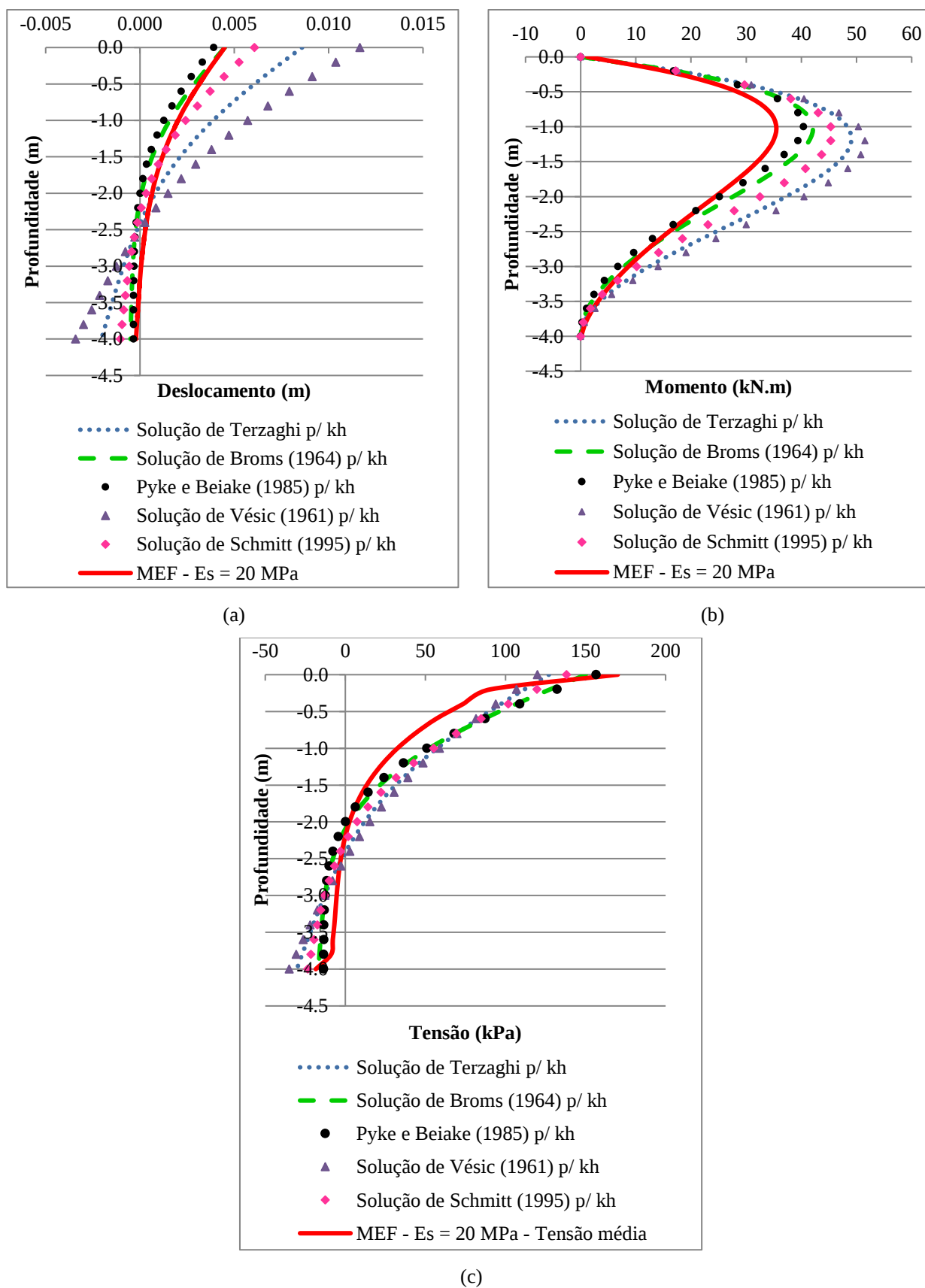


Figura 6.14 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

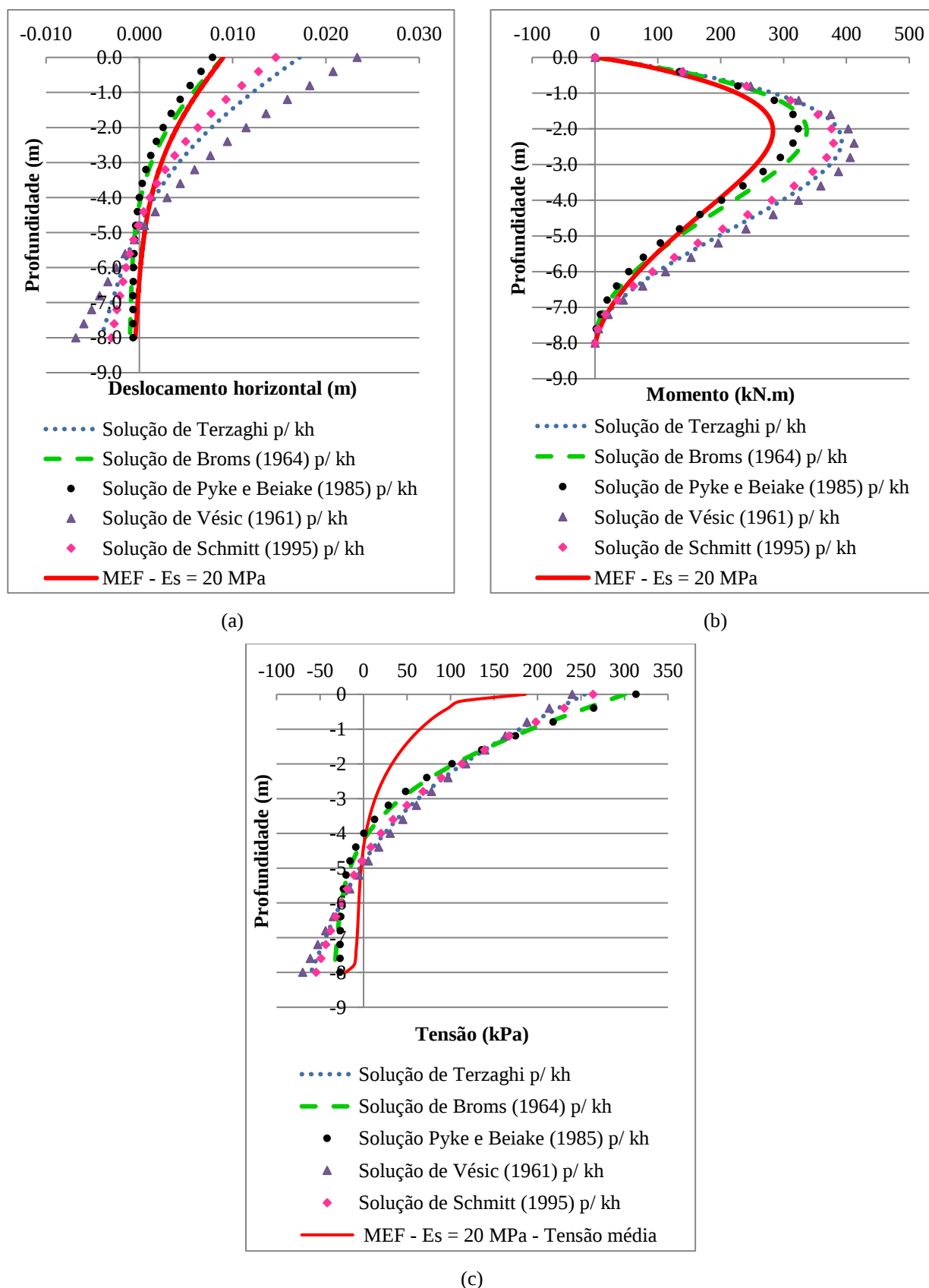


Figura 6.15 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

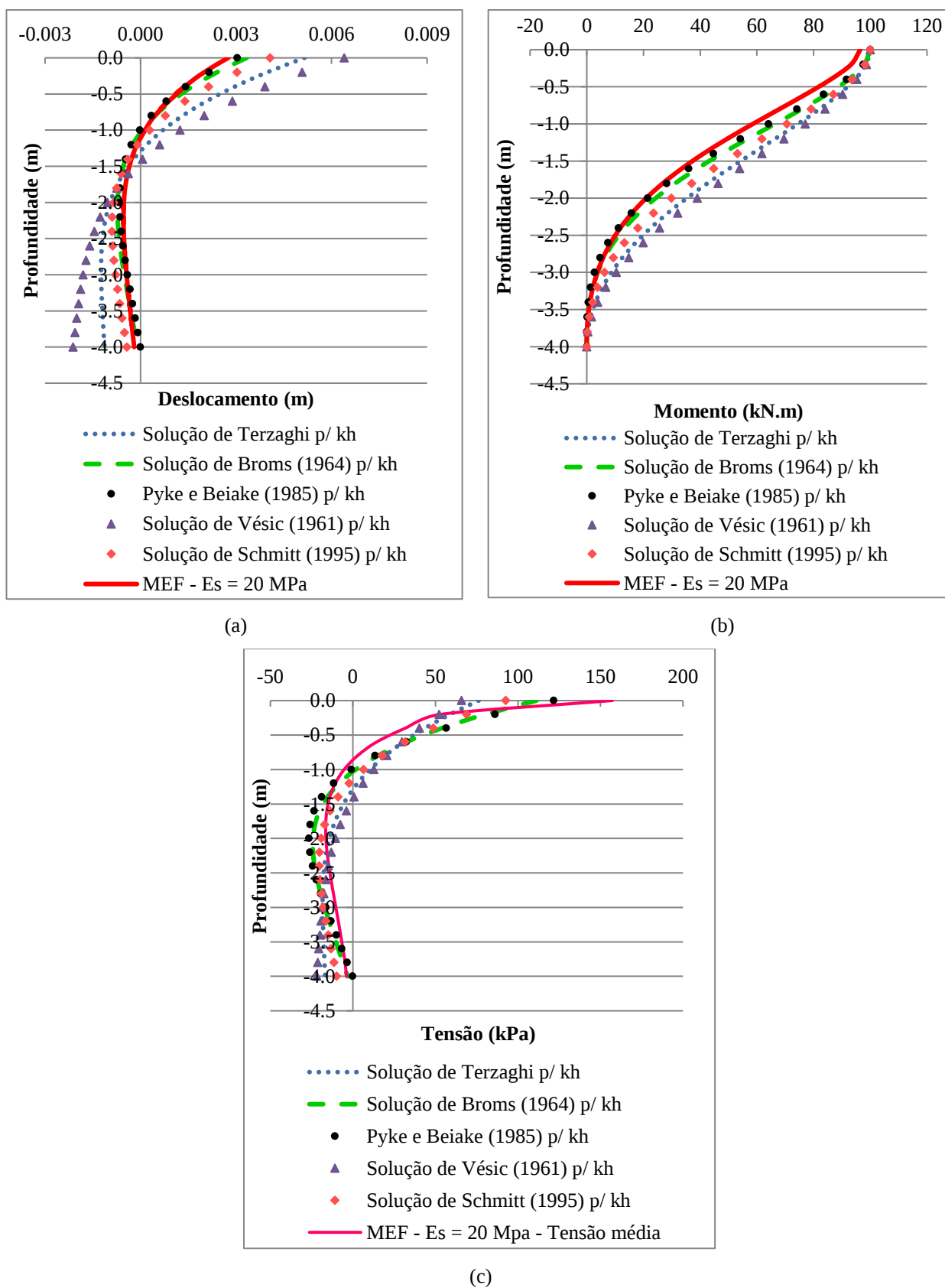
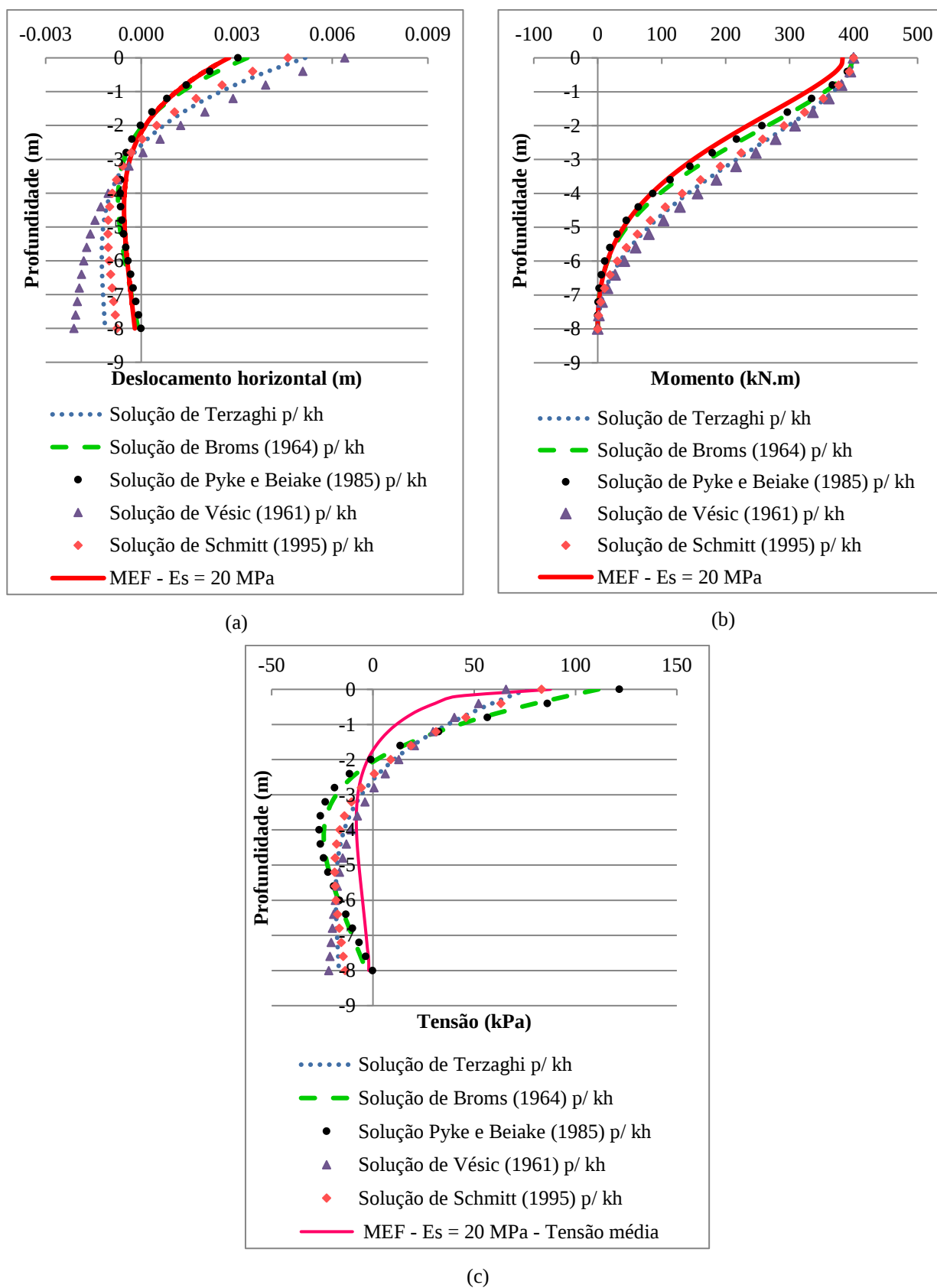


Figura 6.16 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nas Figuras 6.17 e 6.18 são apresentadas os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.19 e 6.20 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 20$.

Figura 6.17 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

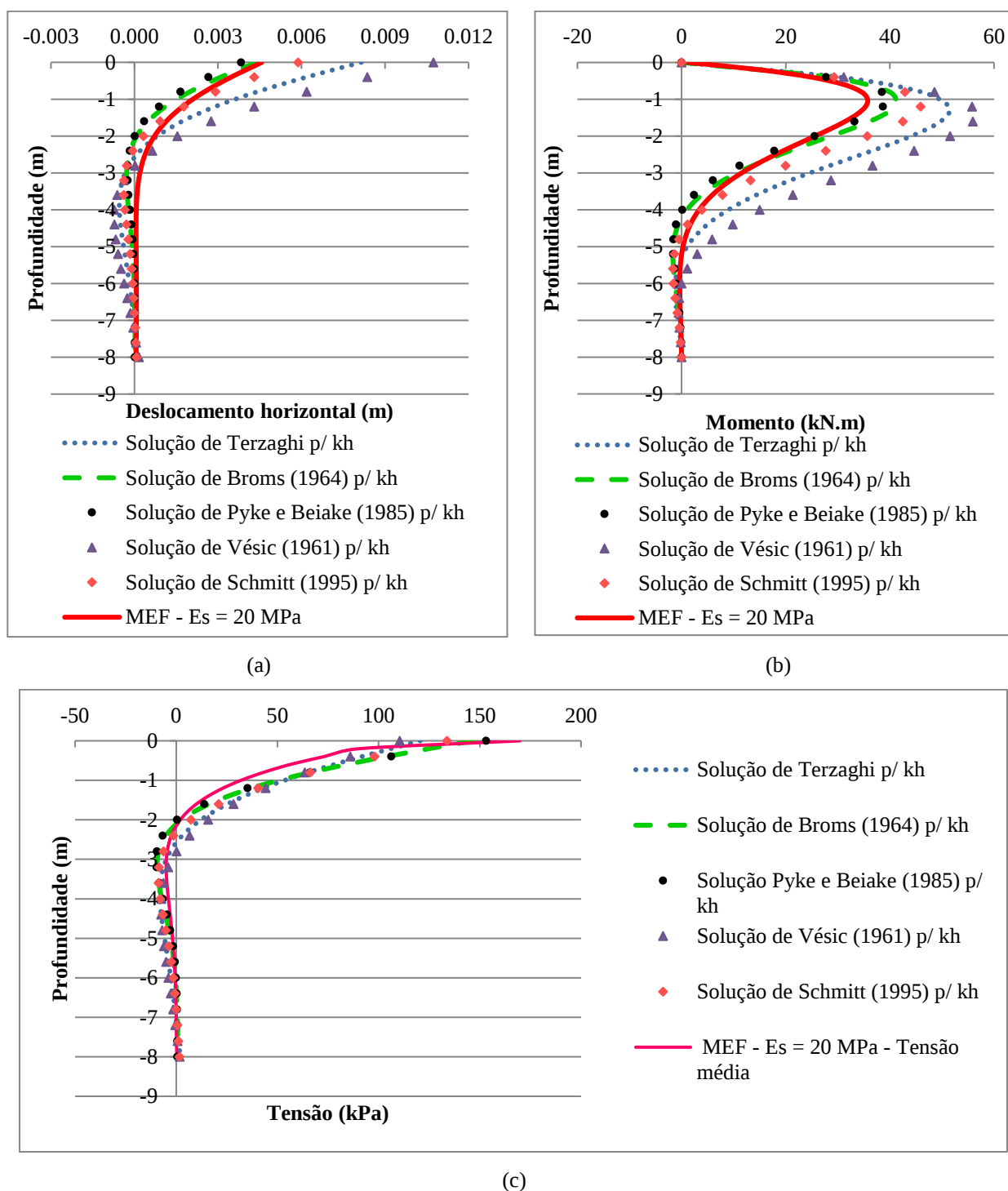


Figura 6.18 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

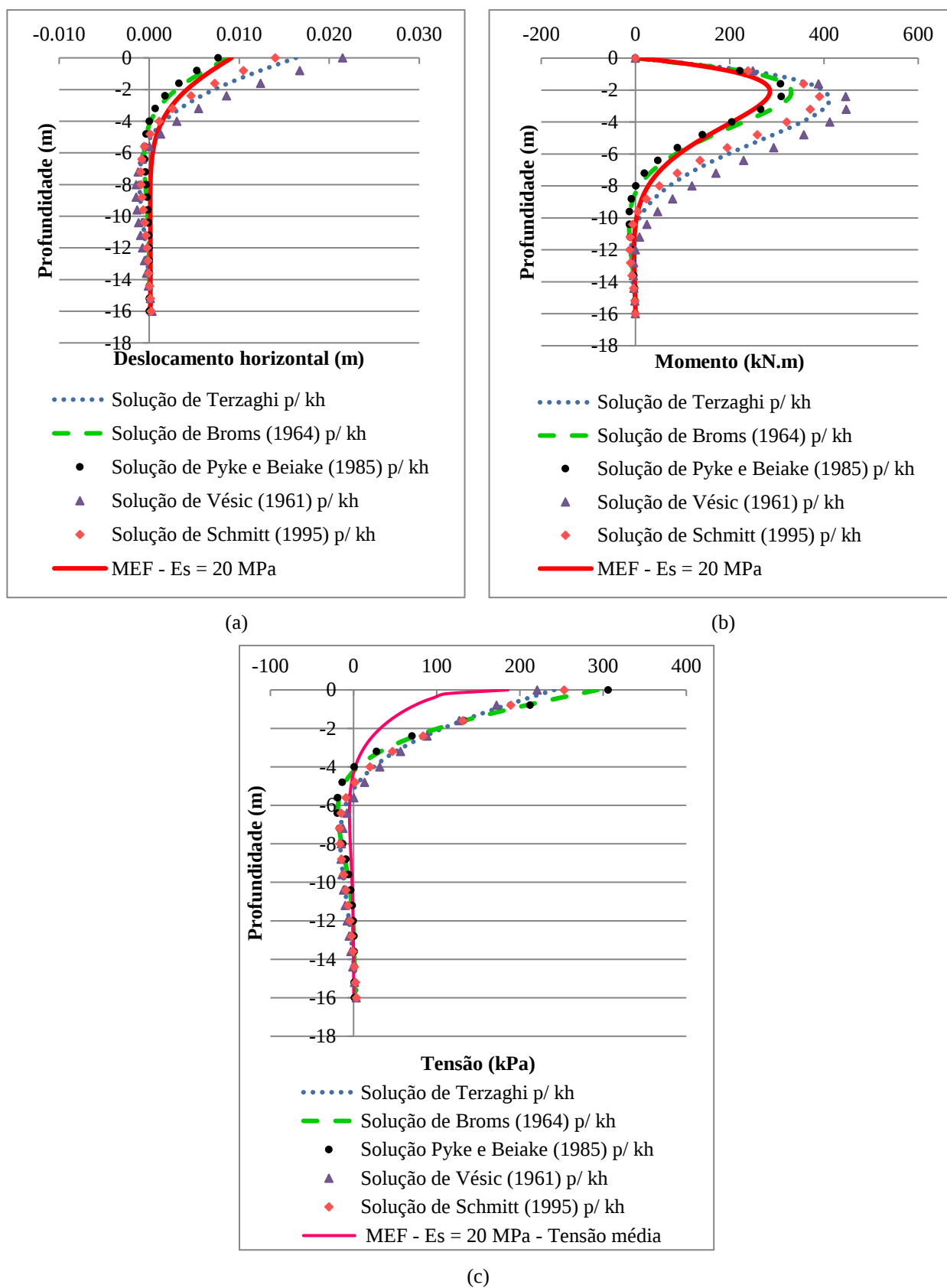


Figura 6.19 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

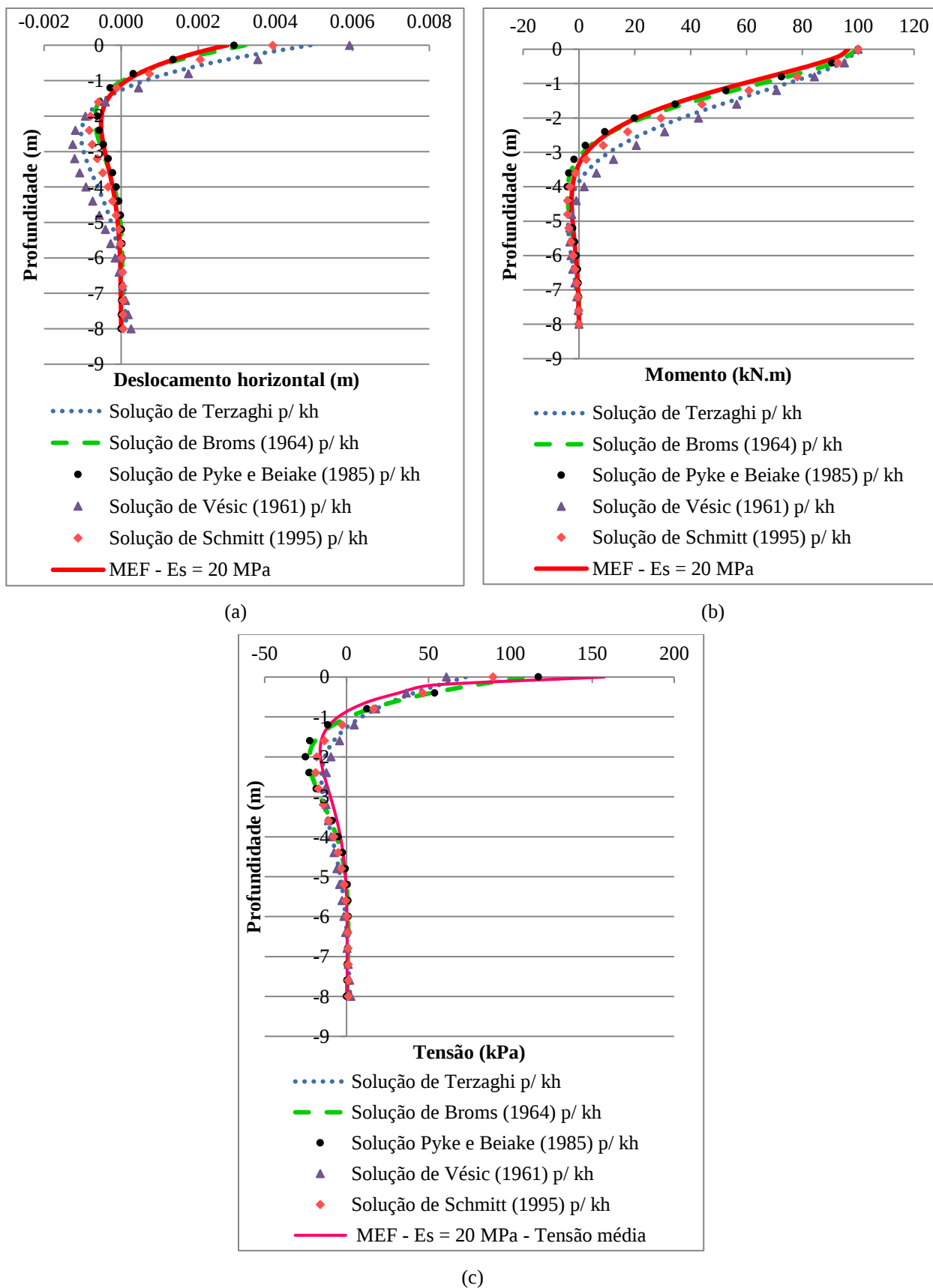
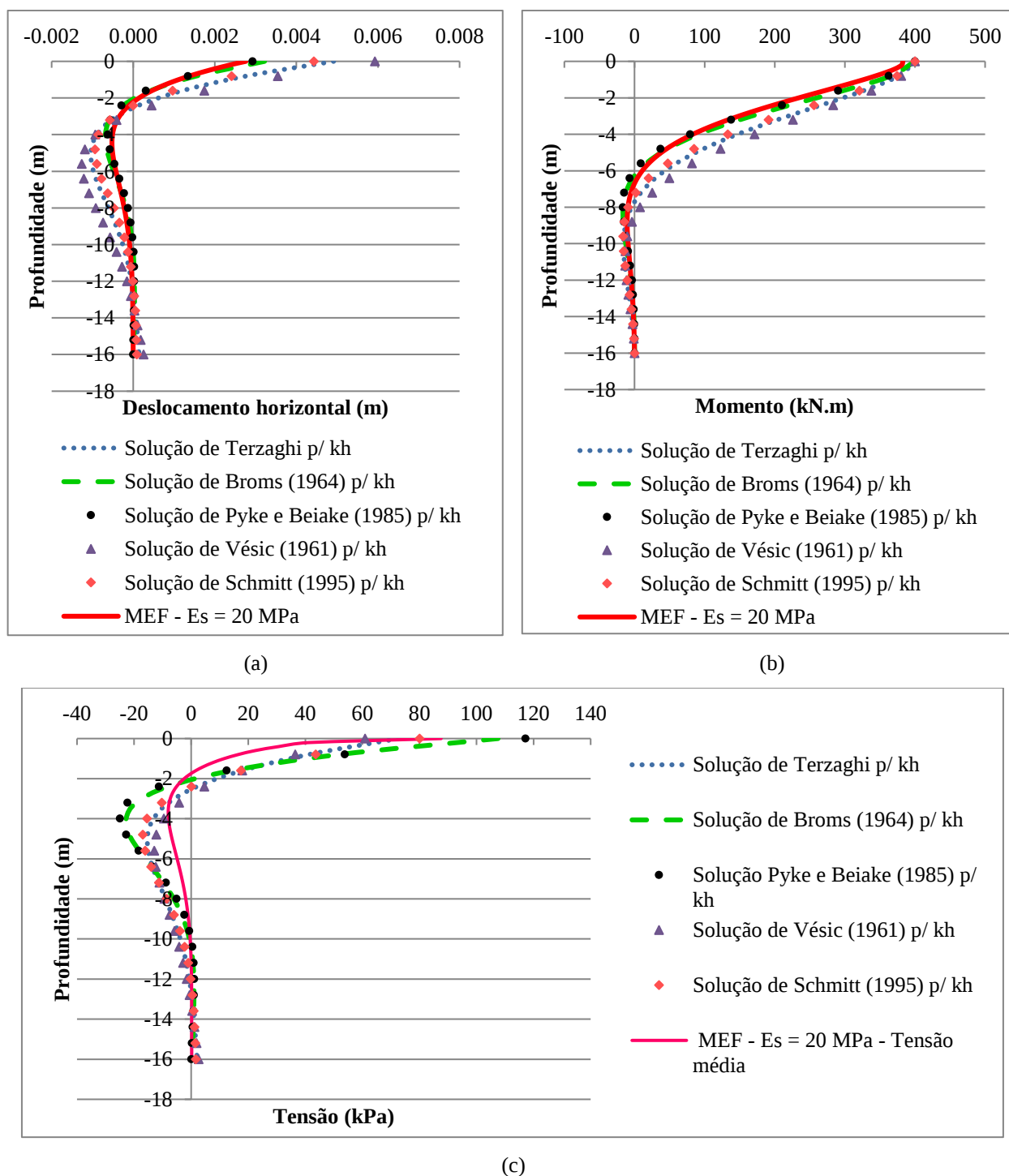


Figura 6.20 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nas Figuras 6.21 e 6.22 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.23 e 6.24 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 40$.

Figura 6.21 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

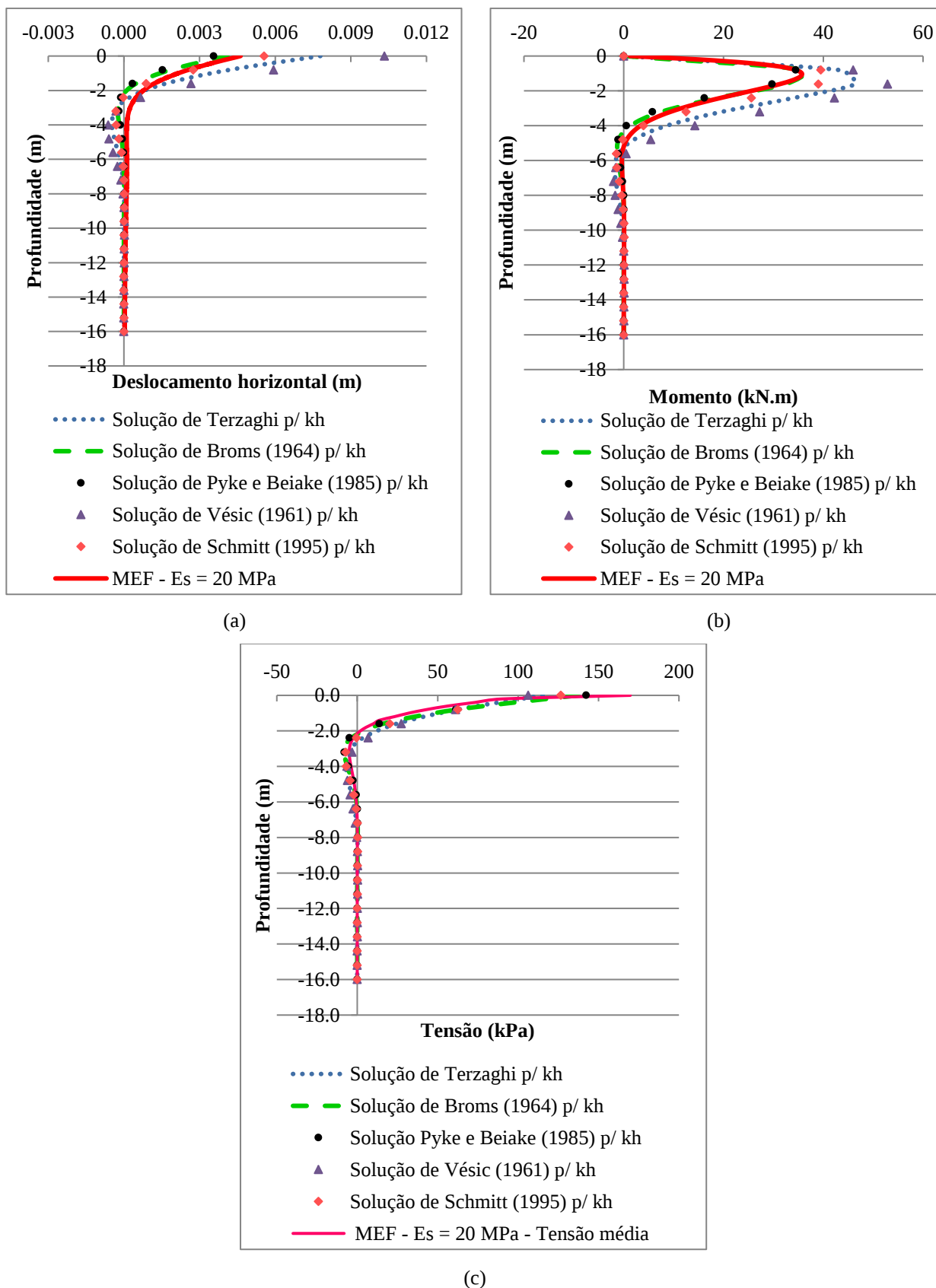


Figura 6.22 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

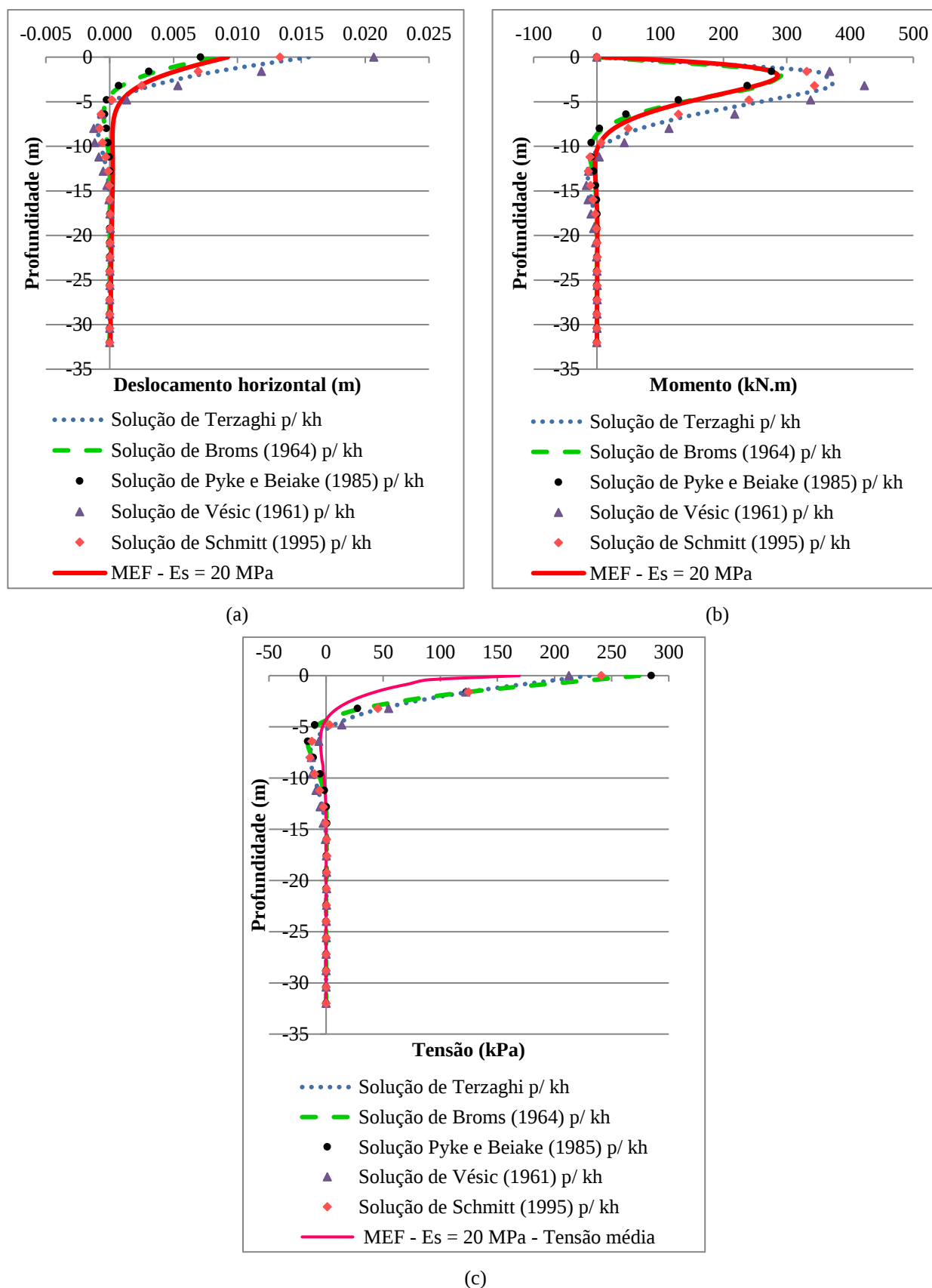
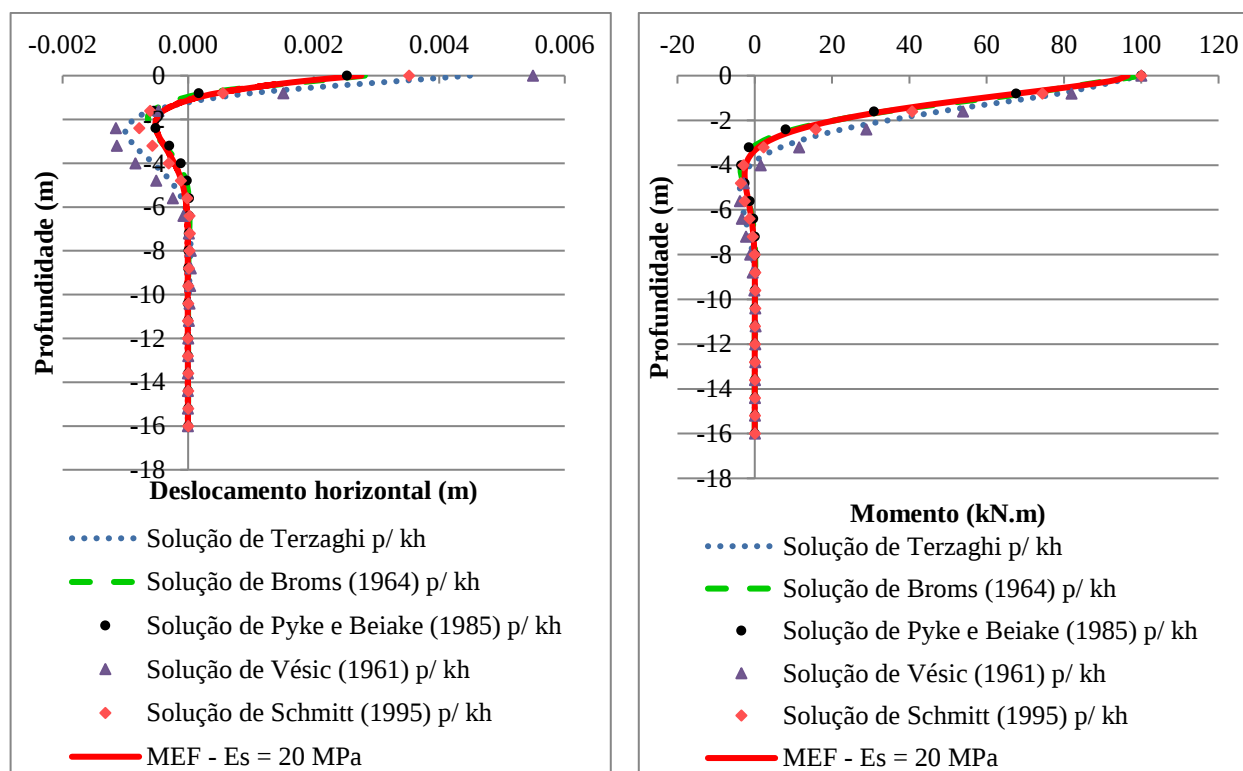
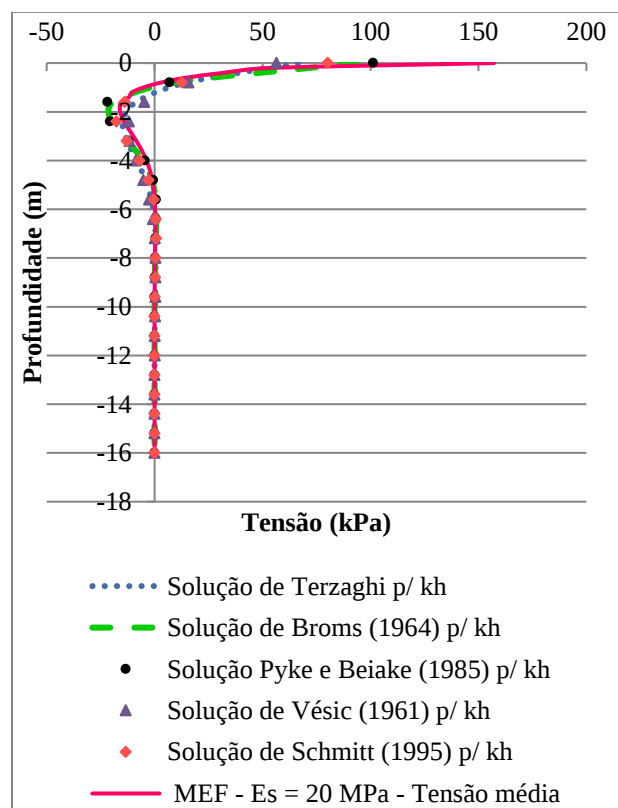


Figura 6.23 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



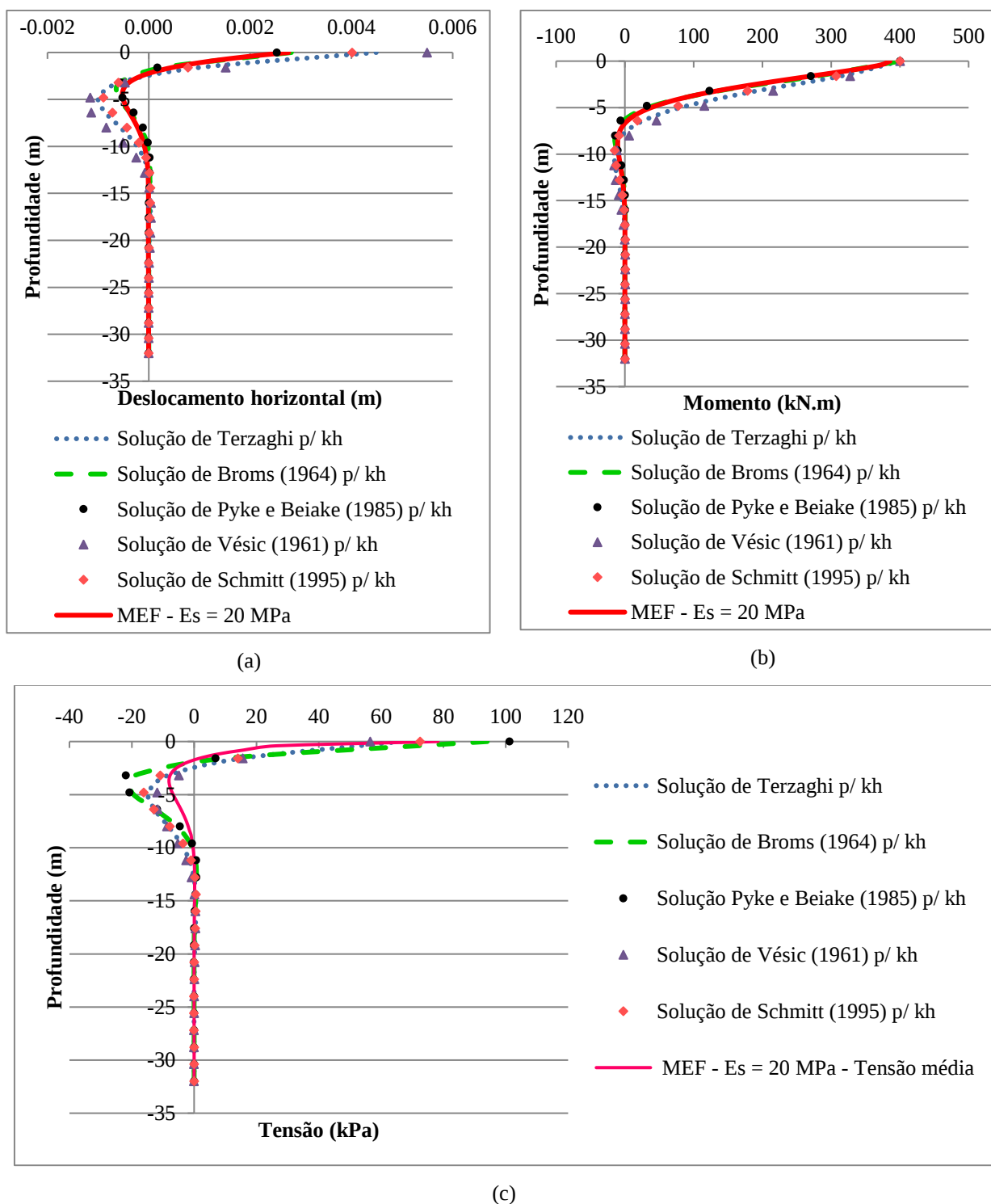
(a)

(b)



(c)

Figura 6.24 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 20$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nos casos de estacas inseridas em solos com deformabilidade média, as soluções para k_h que tendem a ter melhores resultados para o comportamento das estacas carregadas lateralmente, independentemente do tipo de solicitação a que são submetidas, são as de Broms (1964) e

Pyke e Beiake (1989). As soluções de Terzaghi, Vésic e Schmitt apesar de serem satisfatórias e trabalharem a favor da segurança, possuem resultados distantes dos obtidos com o MEF, principalmente nos problemas em que há apenas carga horizontal atuando.

Para as estacas curtas, de comprimento intermediário e mais longas, em solo com deformabilidade média, nota-se pelas Figuras 6.13 à 6.24, que as soluções de Broms (1964) e Pyke e Beiake (1985) são as que mais se aproximam dos resultados de deslocamento, momento e tensão média obtidos com o programa baseado no MEF. Os valores obtidos com essas soluções são um pouco menores para o deslocamento, quando as estacas estão submetidas apenas a carga lateral. Já para os problemas em que as estacas são solicitadas apenas por momento fletor, os resultados de deslocamentos são mais precisos, quando comparados com os valores estimados no programa numérico DIANA.

Nota-se ainda, que as soluções de Broms (1964) e Pyke e Beiake (1985), no caso das estacas mais curtas e de comprimentos intermediários, possuem valores de momento máximo gerado um pouco maior do que o encontrado com o DIANA, e para os casos das estacas mais longas, os resultados do MDF são mais precisos em relação aos do MEF. Com isso, pode-se dizer que, nos casos sob a ação apenas de momento fletor, a diferença dos deslocamentos é muito pequena, e não causaria grandes problemas, pois a estaca estaria armada corretamente.

Nos casos em que há apenas momento fletor aplicado, as soluções Broms, Pyke e Beiake, Terzaghi, Vésic e Schmitt para k_h se aproximam dos valores obtidos com o MEF. Isso pode ser explicado pelo fato de que quando a estaca está submetida apenas a momento, o valor do momento máximo é igual ao momento aplicado.

Quanto às tensões do solo desenvolvidas devido a aplicação da carga, observa-se que todas as soluções com o método das diferenças finitas ficaram próximos entre si, mas com resultados aproximados (valores maiores ou menores) aos do MEF. Nas extremidades da estaca, os valores estimados pelos métodos (MDF) para a tensão ficam um pouco próximos obtidos com o MEF, mas ao longo da estaca há certas diferenças, que são mais relevantes no caso das estacas curtas e nas estacas de comprimento intermediário. Essa diferença entre as tensões obtidas com o MDF e com o MEF podem estar relacionadas com tipo de análise realizada, sendo que no DIANA foi realizada uma modelagem tridimensional e na implementação do MDF foi executada uma modelagem unidimensional.

6.3. SOLOS COM BAIXA DEFORMABILIDADE

Nas Figuras 6.25 e 6.26 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.27 e 6.28 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 10$.

Figura 6.25 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

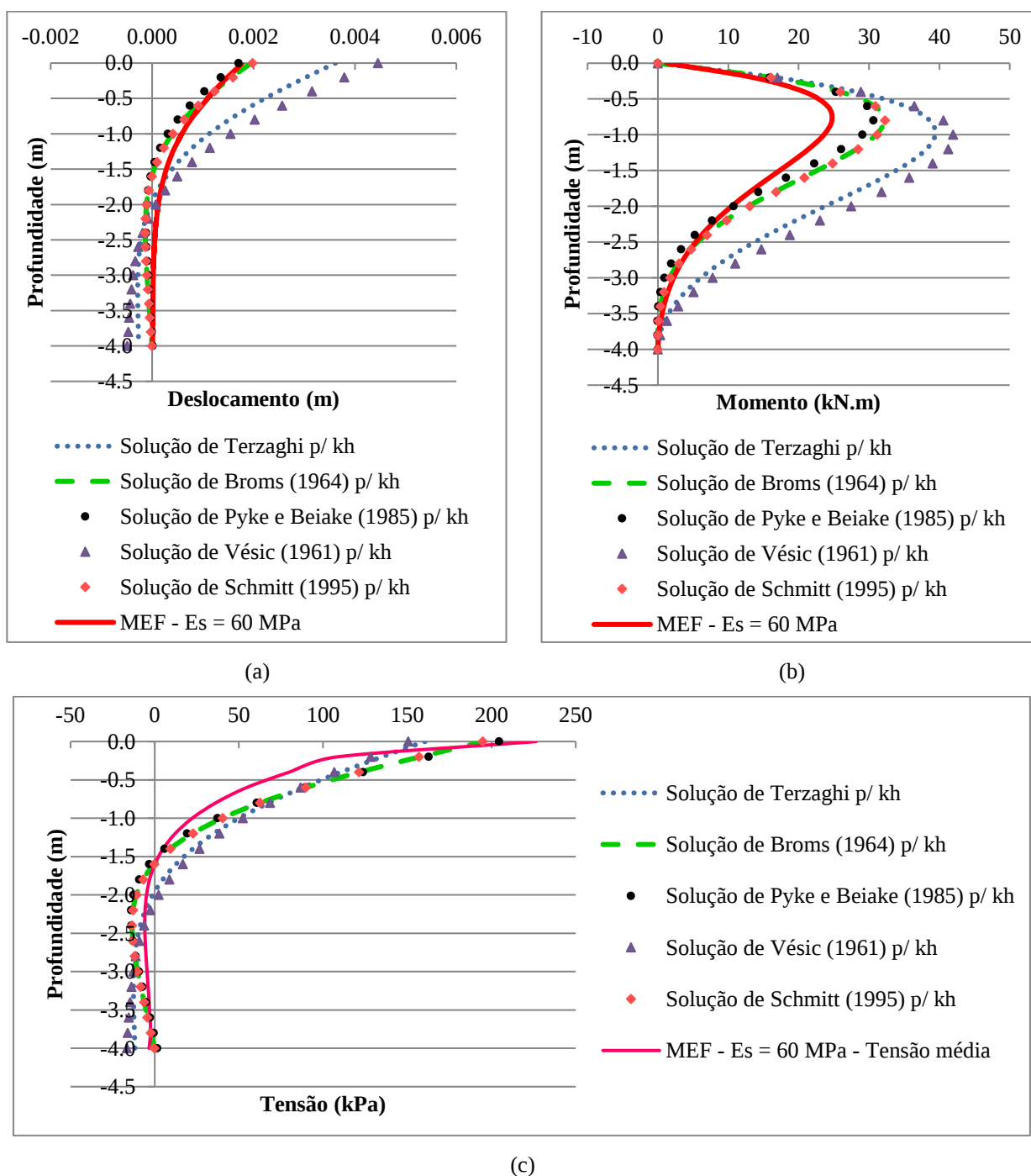


Figura 6.26 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

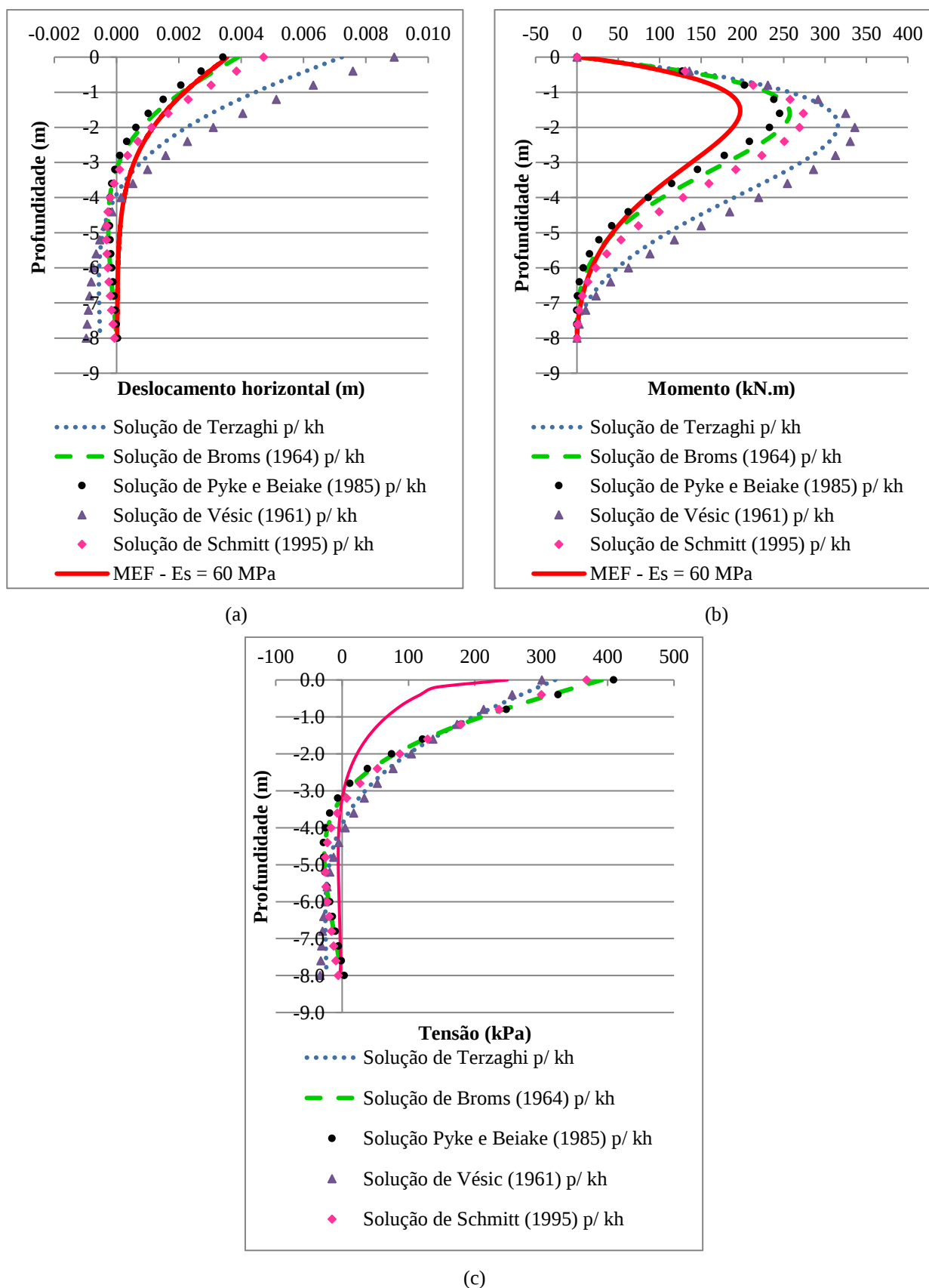


Figura 6.27 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

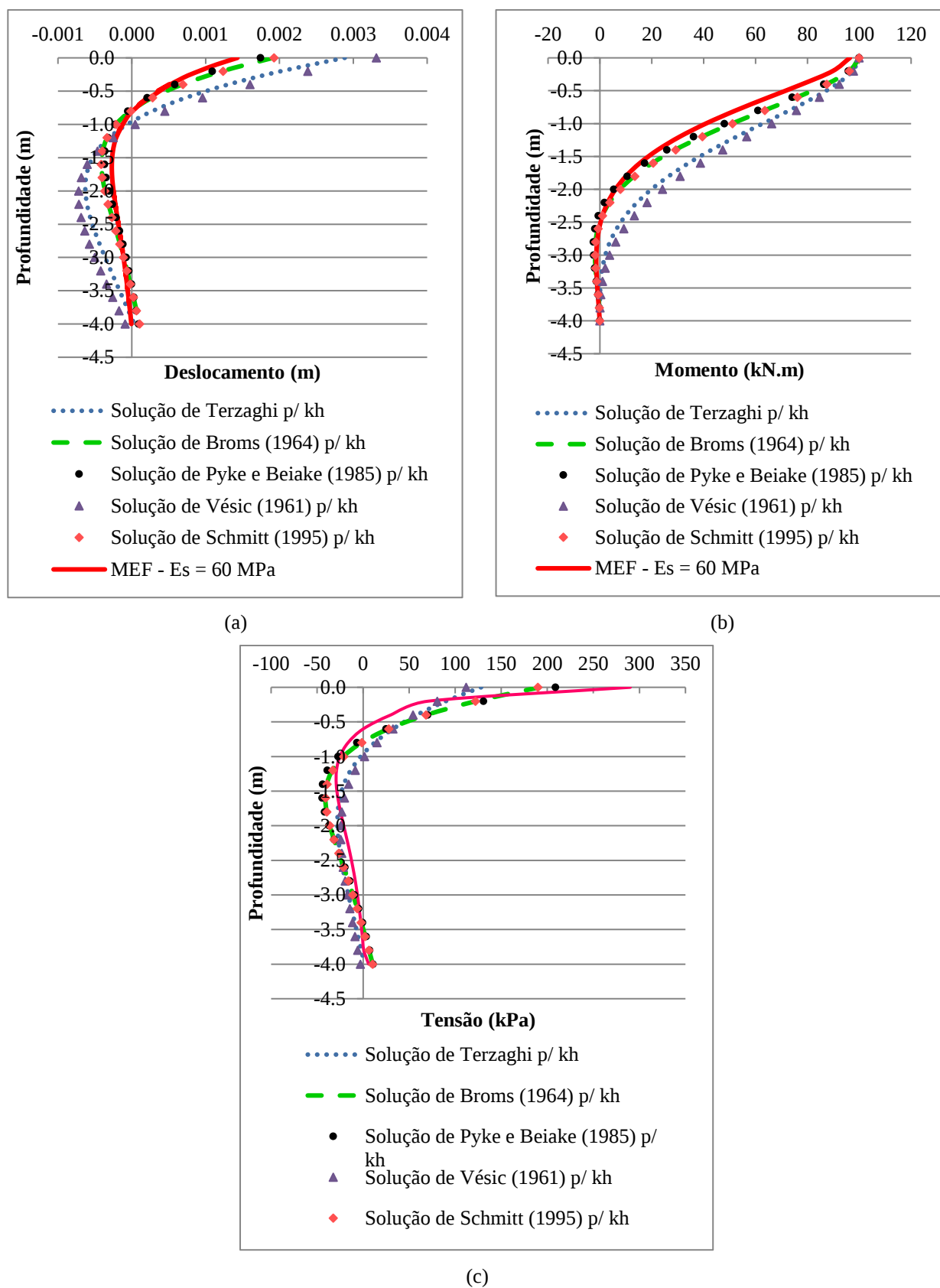
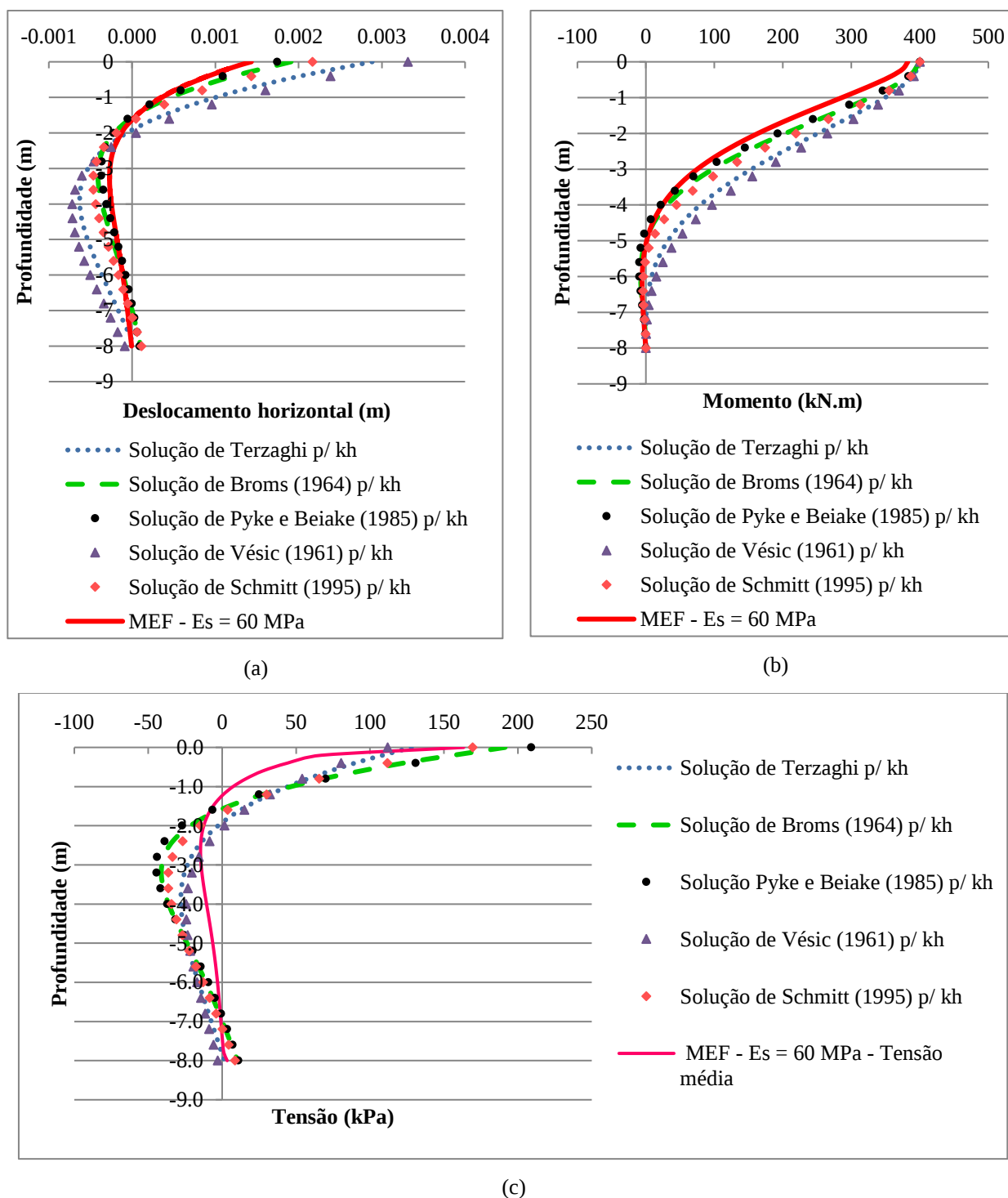


Figura 6.28 – Estaca com $L/D = 10$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nas Figuras 6.29 e 6.30 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.31 e 6.32 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 20$.

Figura 6.29 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

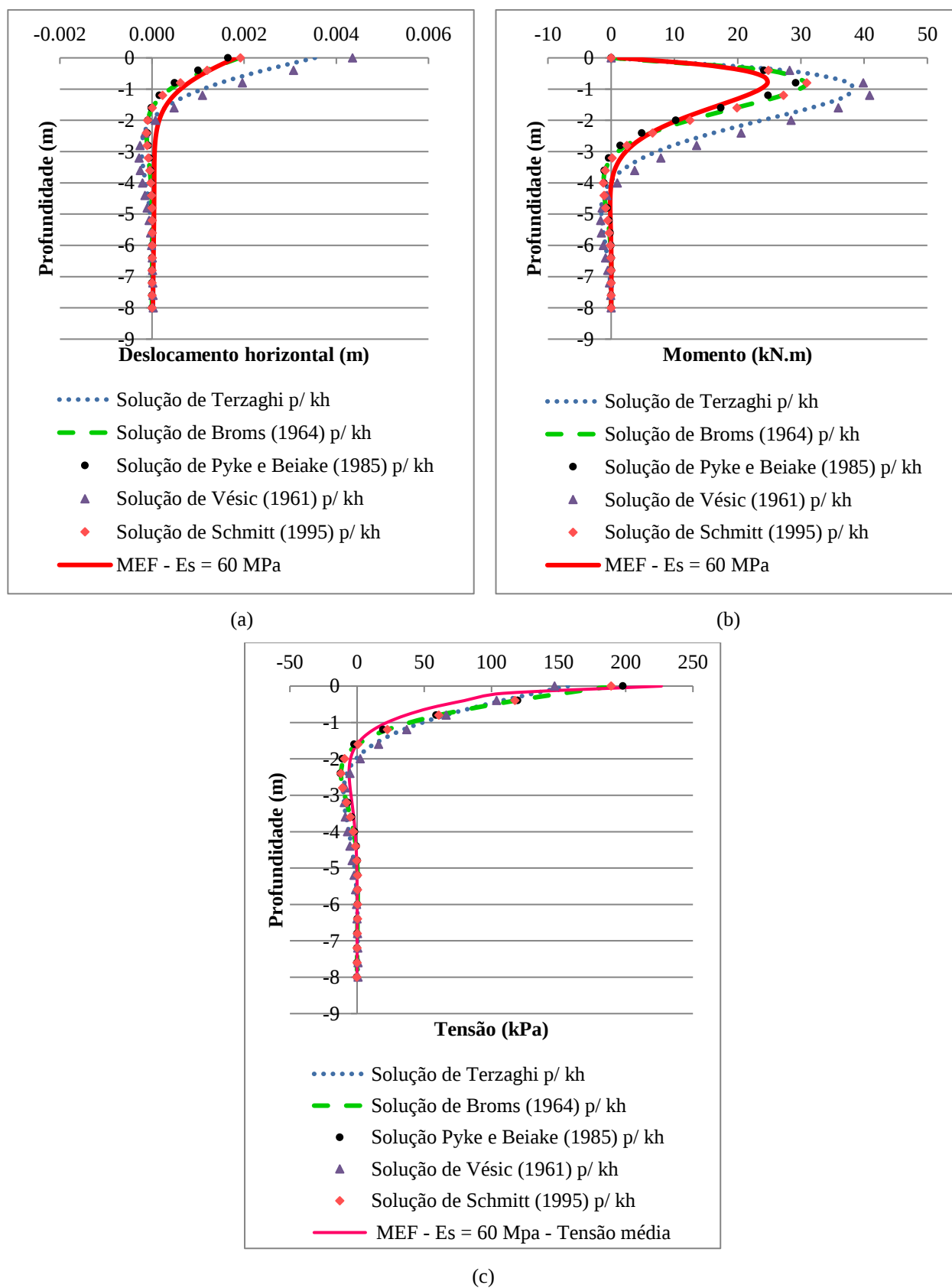


Figura 6.30 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

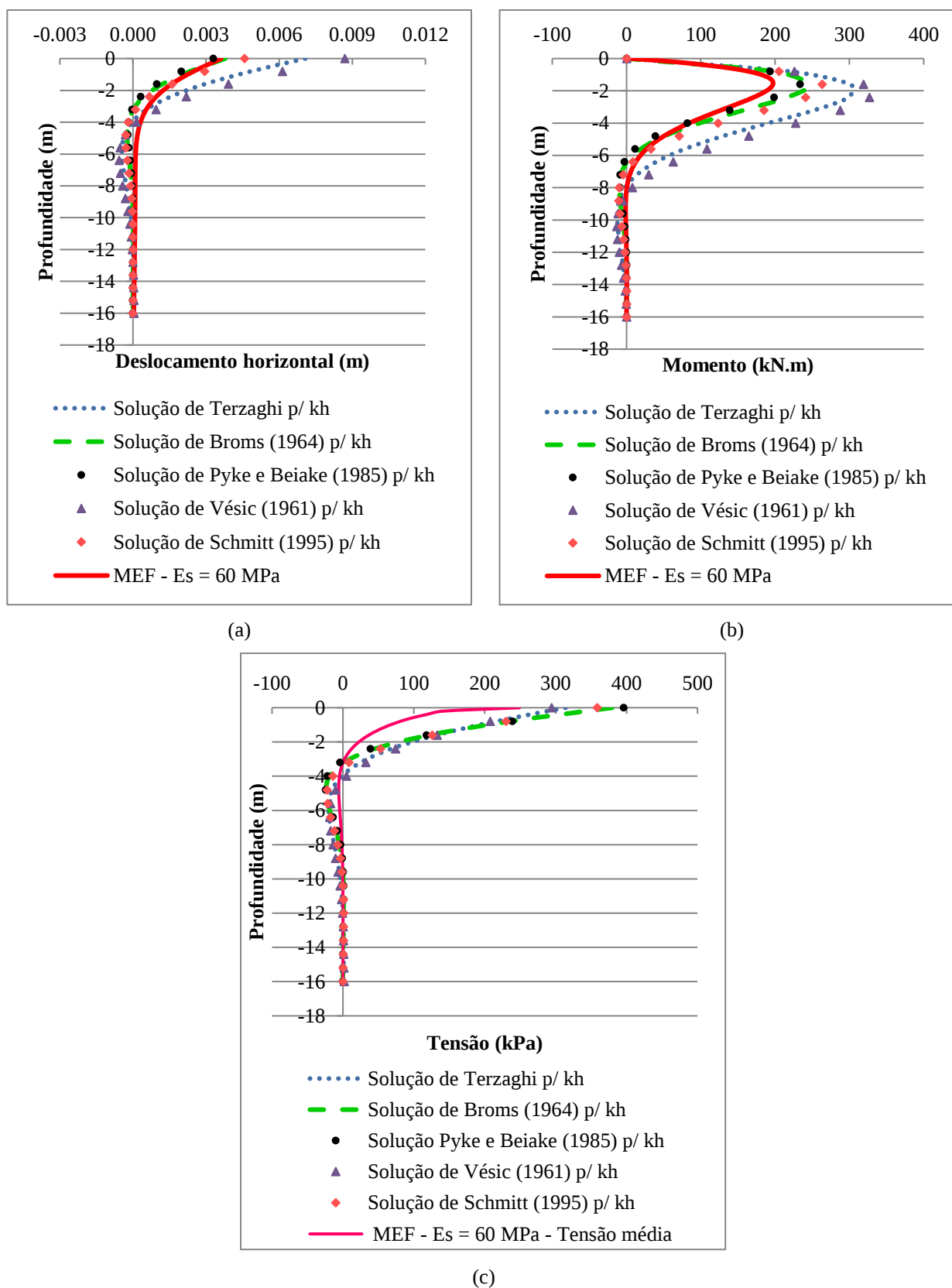


Figura 6.31 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

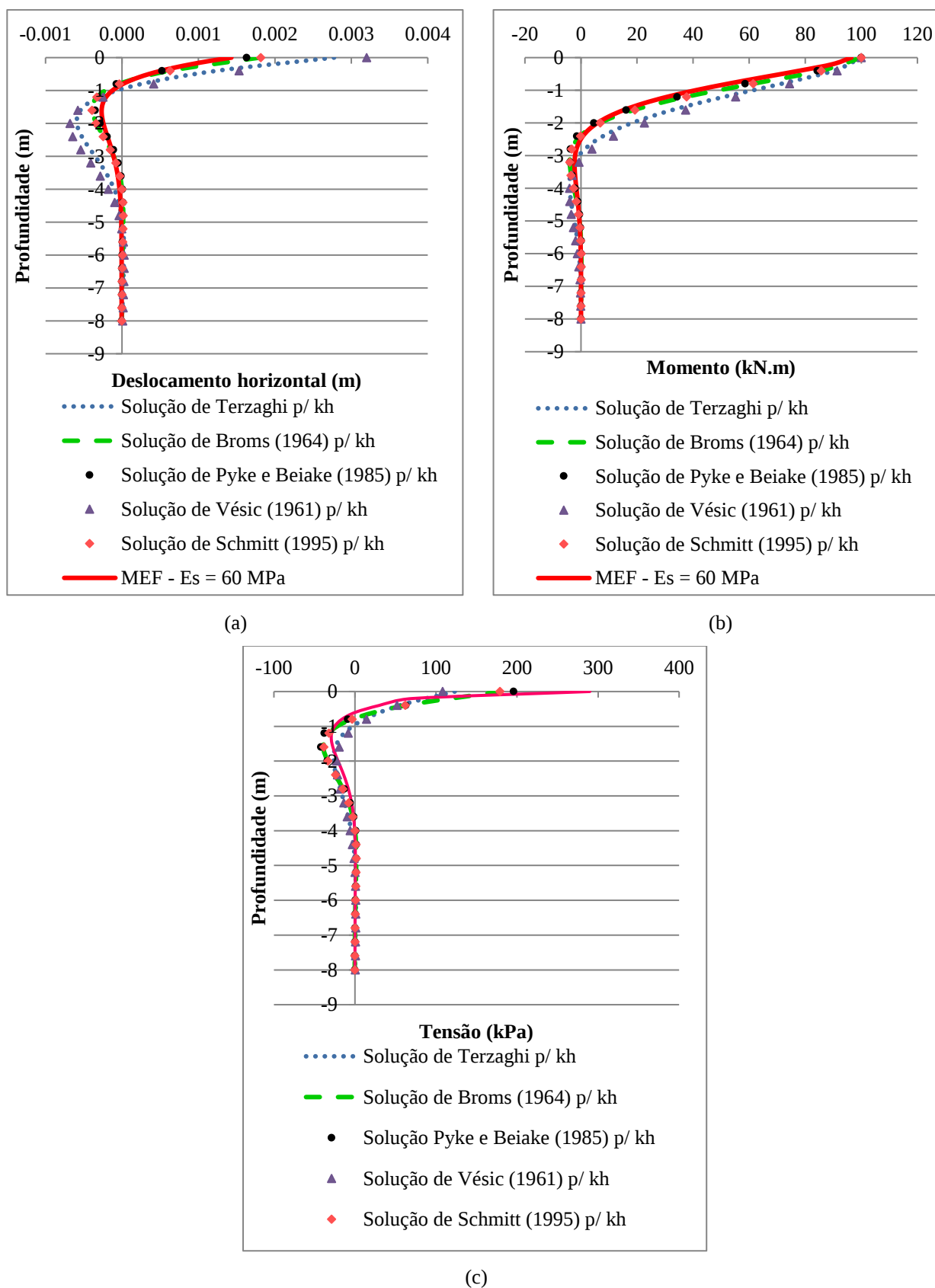
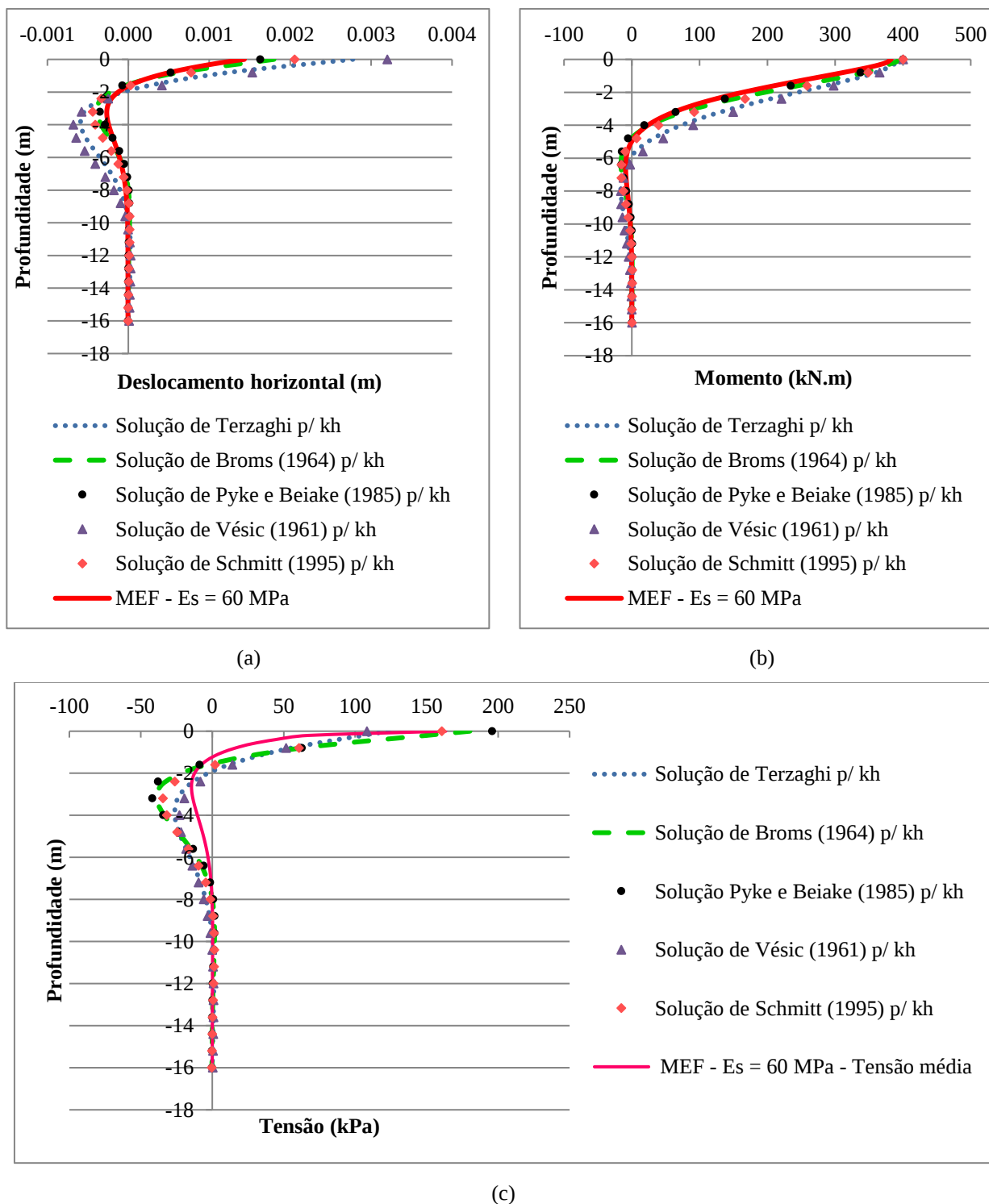


Figura 6.32 – Estaca com $L/D = 20$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Nas Figuras 6.33 e 6.34 são apresentadas as os resultados para estacas submetidas apenas a carga horizontal e as Figuras 6.35 e 6.36 são mostrados os valores encontrados para os casos apenas com momento aplicado. Ambos para os casos de $L/D = 40$.

Figura 6.33 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 100$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

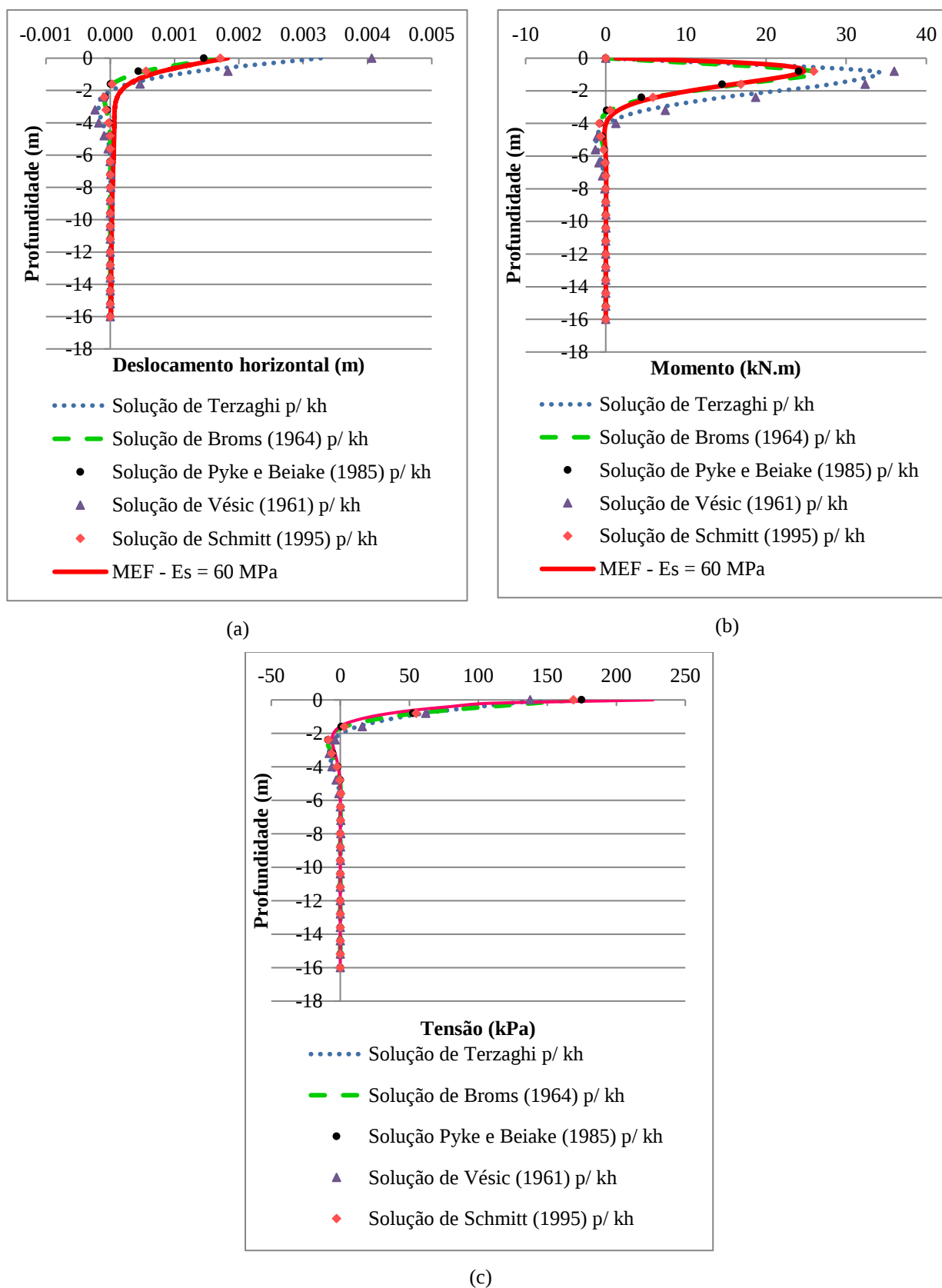


Figura 6.34 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $H_0 = 400$ kN – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

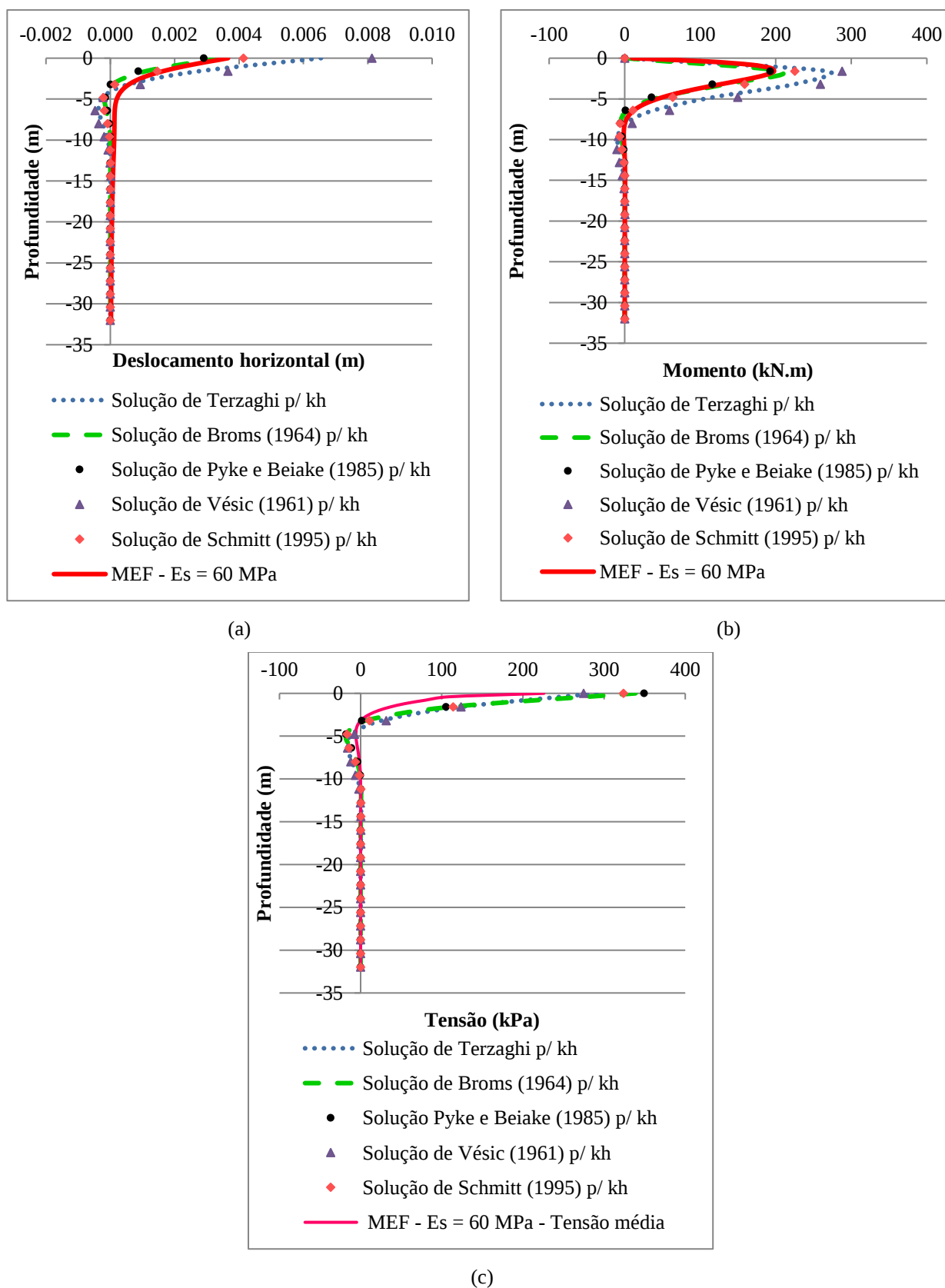


Figura 6.35 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 40$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 100$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões

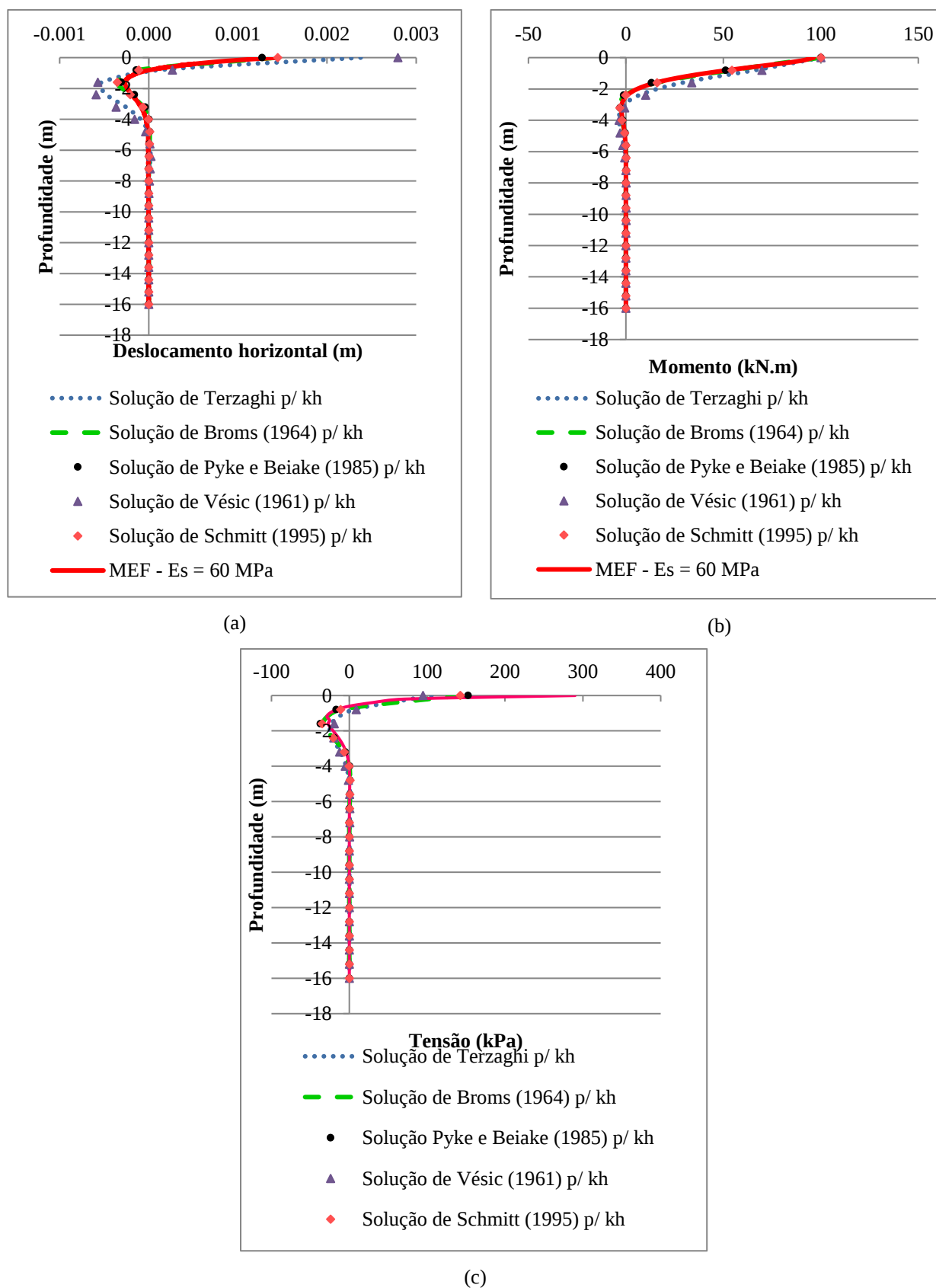
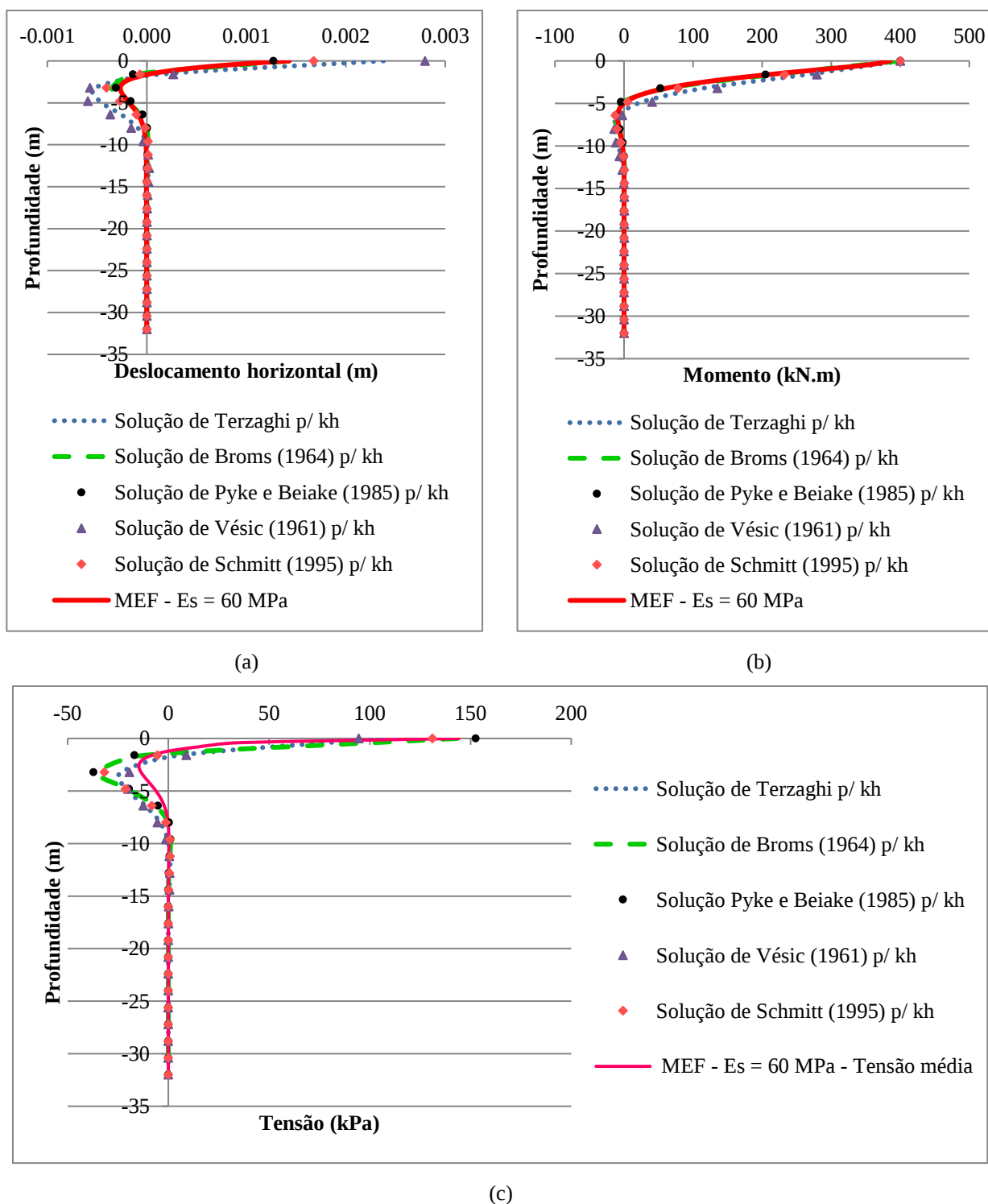


Figura 6.36 – Estaca com $L/D = 40$; $D = 80$ cm; $E_s = 60$ MPa – $M_0 = 400$ kN.m – a) Deslocamento; b) Momento fletor; c) Tensões



Para os casos de estacas curtas, de comprimento intermediário e mais longas, em solo pouco deformável, é possível notar por meio das Figuras 6.25 à 6.36, que independentemente do tipo

de carga atuante, as soluções de Broms (1964), Pyke e Beiake (1985) e Schmitt (1995) são as que mais se aproximam dos resultados de deslocamento, momento e tensão média obtidos com o programa com o MEF. Os valores de deslocamento obtidos com essas soluções são bem próximos aos obtidos com o MEF, nos casos em que há apenas carga transversal atuante. Quando as estacas são solicitadas por momento, os deslocamentos estimados por essas soluções possuem valores um pouco maiores, mas bem próximos dos resultados obtidos com o DIANA.

Quanto ao momento fletor gerado ao longo das estacas, com as soluções de Broms (1964), Pyke e Beiake (1985) e Schmitt (1995), percebe-se que no caso das estacas mais curtas e das intermediárias, o momento obtido com o MDF é um pouco maior do que o estimado pelo DIANA, e para os casos das mais longas, os resultados do MDF são mais precisos em relação aos do MEF. Dessa forma, na prática, utilizar qualquer uma dessas 3 soluções para obter o valor de momento máximo, com o intuito de se encontrar a área de aço para a mesma, significa que esta será armada corretamente.

Nos casos em que há apenas momento fletor aplicado, todas as soluções estudadas para k_h se aproximam do resultado obtido com o MEF. O que pode ser atribuído ao fato de que quando a estaca está sob a ação apenas de momento, o valor do momento máximo é igual ao momento aplicado. Por outro lado, as soluções de Broms (1964), Pyke e Beiake (1985) e Schmitt (1995) são as que representam melhor o momento distribuído ao longo da estaca.

Por meio da análise do gráfico de tensões, observa-se que todos os métodos (MDF) ficaram próximos entre si, mas com resultados aproximados (valores maiores ou menores) ao do MEF. Nos casos de estacas mais longas, a distribuição de tensões sofrem menos variações ao longo da profundidade, quando se compara os resultados do MEF com o MDF. Enquanto nos problemas que envolvem estacas mais curtas e intermediárias a tensão nas extremidades da estaca se aproxima, mas ao longo da estaca há certas diferenças, que são mais relevantes no caso das estacas curtas. A provável diferença entre as tensões é que o MEF considera a continuidade ao longo da estaca e o MDF assume “molas distintas”.

As soluções de Terzaghi e Vésic, apesar de fornecerem resultados a favor da segurança não são vantajosas para a aplicação em projetos, pois ao se analisar em termos de momento máximo e armações das estacas, o projeto ficaria bem mais caro.

CAPÍTULO 7

AVALIAÇÃO DO MÉTODO EMPÍRICO

Este capítulo apresenta a avaliação de um método empírico para estacas carregadas lateralmente, proposto pela Empresa GEOSERV ENGENHARIA na década de 80, e que é utilizado por diversas empresas na região centro-oeste.

Foram realizadas análises comparativas entre os resultados obtidos com o programa numérico DIANA, o qual baseado no método dos elementos finitos, e com o método empírico avaliado, com o objetivo de analisar a precisão do segundo para os vários casos testados. Levou-se em consideração o tipo de solo, a deformabilidade do mesmo, e as características geométricas da estaca.

Além disso, procurou-se obter uma solução para a tensão máxima horizontal (tensão de trabalho) (Equação (2.76)), que deveria ser empregada por este método para obter resultados mais próximos de uma análise elástica. Vale ressaltar, que as equações propostas por este método foram apresentadas no capítulo 2, item 2.10, deste trabalho.

7.1. PROBLEMAS ESTUDADOS

Como apresentado no capítulo 5, para realizar este estudo, foram gerados problemas fictícios de estacas isoladas circulares em que se aplicaram apenas carregamento horizontal ou apenas momento fletor, variando-se as propriedades do solo e as características geométricas da estaca, em um meio elástico-linear.

Para realizar as simulações, variou-se o módulo de elasticidade dos solos (E_s), o comprimento relativo (L/D) e o diâmetro (D) das estacas. Foram considerados três E_s (8 MPa, 20 MPa e 60 MPa), com o intuito de considerar solos de diferentes deformabilidades, os quais são representados de forma adimensional nos resultados por meio do fator $\overline{K}$ (Equação (5.1)), que constitui a rigidez relativa do solo (Tabela 5.7), sendo (3125, 1250 e 416,67, respectivamente).

Quanto ao valor dos esforços aplicados sobre a estaca, a carga horizontal ou momento fletor aplicado em cada simulação, levou-se em consideração o D da estaca. Dessa forma, os

mesmos foram adotados de acordo com o diâmetro da estaca, como mostrado na Tabela 5.1. A carga lateral foi aplicada de forma pontual e o momento fletor foi representado por um par de tensões verticais distribuídas na face superior da estaca (Figura 4.9 (a) e Figura 4.24 (c), respectivamente).

Em relação aos comprimentos relativos e diâmetros das estacas, consideraram-se três L/D diferentes (10, 20 e 40), e três D diferentes (40 cm, 60 cm e 80 cm). Os comprimentos de estaca (L) variaram de acordo com o L/D e o D adotado, conforme Tabela 5.2. As malhas utilizadas estão representadas na Figura 5.1 e nas Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5 para os respectivos L/D iguais a 10, 20 e 40, respectivamente. Em todas as simulações adotou-se solo homogêneo, com $\nu_s = 0,3$, e estaca com $E_p = 25$ GPa e $\nu_p = 0,2$.

Como demonstrado no capítulo 2 deste trabalho, no item 2.10, o método empírico avaliado adota a hipótese de que a tensão máxima horizontal de trabalho do solo ($\sigma_h \text{ máx.}$), em kPa, pode ser estimada relacionando o N_{SPT} e o E_s com o fator K_1 e K_2 respectivamente (Equações (2.72) e (2.73)). Relacionando-se estas duas hipóteses, e supondo uma constante única K , conforme mostrado nas Equações (2.74) e (2.75), tem-se que a $\sigma_h \text{ máx.}$ pode ser determinada pela relação entre o E_s e a constante de proporcionalidade K (Equação (2.76)).

Trabalhos como o de Moraes (1976) e o de Alonso (1983) sugerem relações entre o N_{SPT} e o K_1 para estimar a tensão admissível dos solos. Moraes (1976) apresenta as relações de $\sigma_h \text{ máx.}$ para solos coesivos, sendo $\sigma_h \text{ máx.} = \frac{N_{SPT}}{4}$ (kgf/cm²) para argila pura; $\sigma_h \text{ máx.} = \frac{N_{SPT}}{5}$ (kgf/cm²) para argila siltosa e $\sigma_h \text{ máx.} = \frac{N_{SPT}}{7,5}$ (kgf/cm²) para argila arenosa siltosa. Alonso (1983) propõe $\sigma_h \text{ máx.} = \frac{N_{SPT}}{50}$ (MPa) e $\sigma_h \text{ máx.} = \frac{N_{SPT}}{30}$ (MPa). Outros autores sugerem valores para K_2 . Poulos (1989) apresenta a relação $E_s = 4 N_{SPT}$ (MPa) e Poulos (2001) $E_s = 3 N_{SPT}$ (MPa).

Dessa forma, observando as soluções encontradas na literatura, selecionou-se 4 combinações para os valores de K_1 e K_2 , com o intuito de obter uma constante K (Equação (2.75)). Para abranger as faixas encontradas nos trabalhos mencionados, considerou-se K_1 podendo variar de 4 a 8 e K_2 de 2 a 5, fazendo com que o valor de K varie de 0,08 à 0,4, conforme mostrado na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Relações estudadas de K_1 , K_2 e K

Fatores	1º Combinação	2º Combinação	3º Combinação	4º Combinação
K_1	4	5	5	8
K_2	2	3,5	5	5
K	0,08	0,175	0,25	0,4

O método empírico se baseia no N_{SPT} , com isso, com o intuito de estimar uma relação para a tensão máxima horizontal, que é a tensão de trabalho para projetos de fundações profundas, considerando-se o N_{SPT} , foram comparados resultados obtidos com o método empírico avaliado *versus* valores encontrados com a modelagem numérica (no programa DIANA).

Para fazer as comparações com uma ferramenta mais precisa, foi necessário relacionar o parâmetro de entrada do método empírico (N_{SPT}) com a propriedade do solo (E_s) em uma análise numérica (Equação (2.73)).

7.2. AVALIAÇÃO DO MÉTODO EMPÍRICO ANALISADO

As análises realizadas são elástico-lineares, para os casos em que há apenas carga horizontal ou momento fletor aplicado. Avaliaram-se os gráficos de momentos obtidos pelos resultados encontrados utilizando o método dos elementos finitos (pelo DIANA) e os estimados pelo método empírico estudado.

Embora o método parta do pressuposto de corpo rígido, avaliou-se sua aplicabilidade a valores de diâmetro e relações de L/D usuais na prática.

a) Casos com carga horizontal aplicada:

As Figuras 7.1 a 7.6 apresentam os gráficos comparativos entre Método Empírico Analisado *versus* MEF (modelagens numéricas realizadas no DIANA), para os casos submetidos apenas à carga horizontal. São mostrados, com isso, os resultados de momento fletor gerado ao longo da estaca, quando as mesmas são submetidas a uma solicitação horizontal, para as diversas relações apresentadas na Tabela 7.1.

As Figuras 7.1 e 7.2 apresentam os dados obtidos no caso de estacas inseridas em solo mais deformáveis, enquanto as Figuras 7.3 e 7.4 e as Figuras 7.5 e 7.6 exibem os resultados encontrados para as estacas inseridos em solos com deformabilidade média e menos deformáveis, respectivamente.

Ressalta-se, que no capítulo 5, foi mostrado que ao colocar os resultados gerados com o programa DIANA de forma adimensional, a distribuição de momento fletor e o valor do momento máximo gerado são iguais para estacas inseridas em um mesmo tipo de solo (mesmo E_s) e que apresentam o mesmo comprimento relativos (L/D), apesar de terem diâmetros diferentes.

Figura 7.1 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)

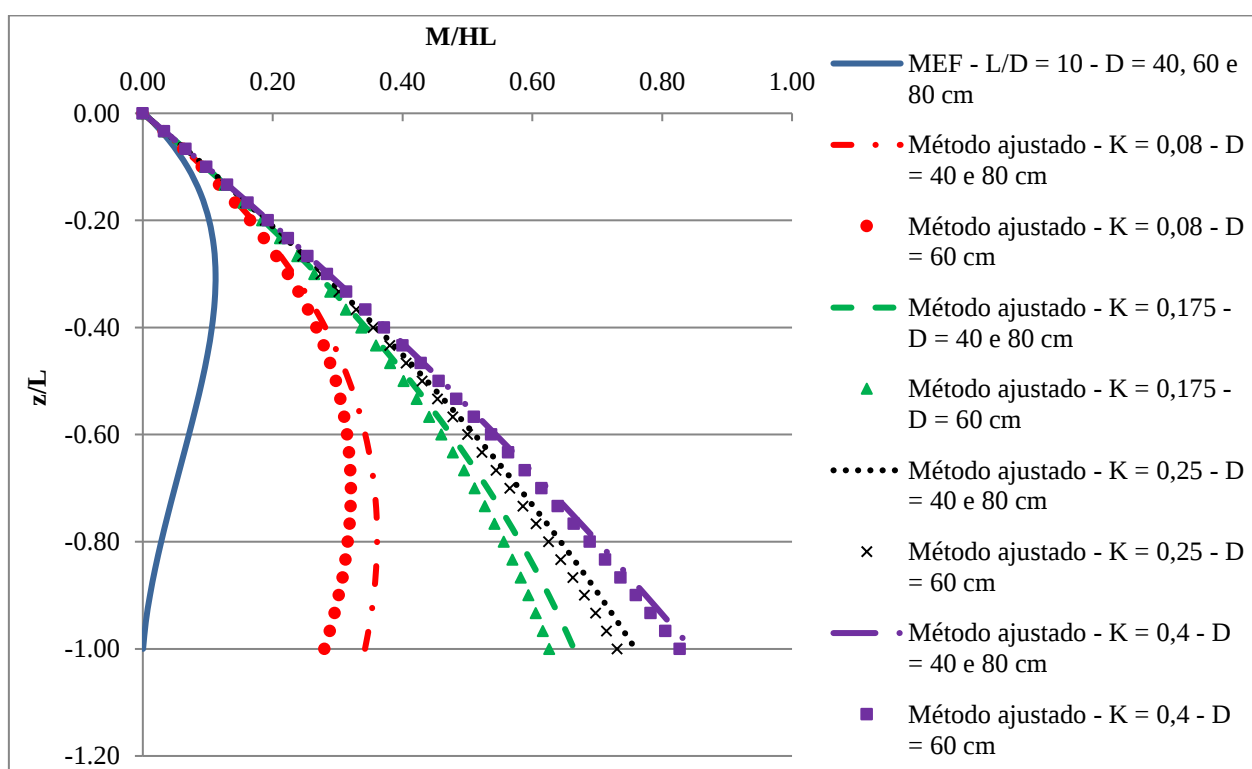


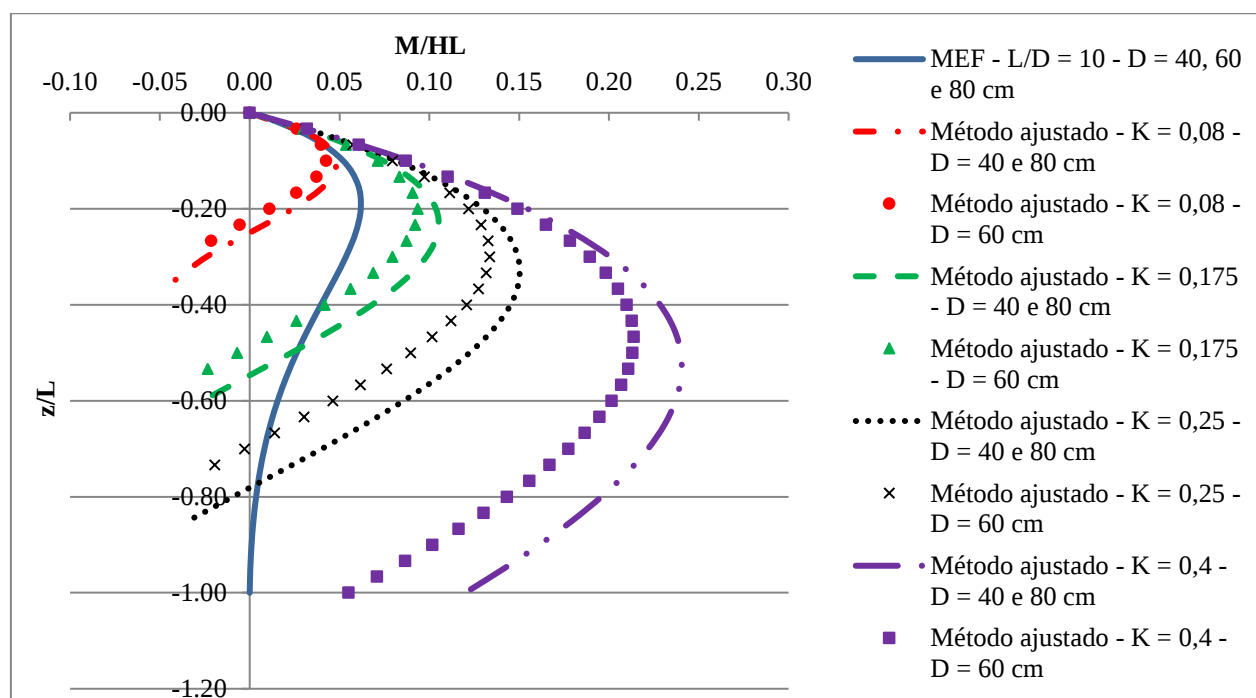
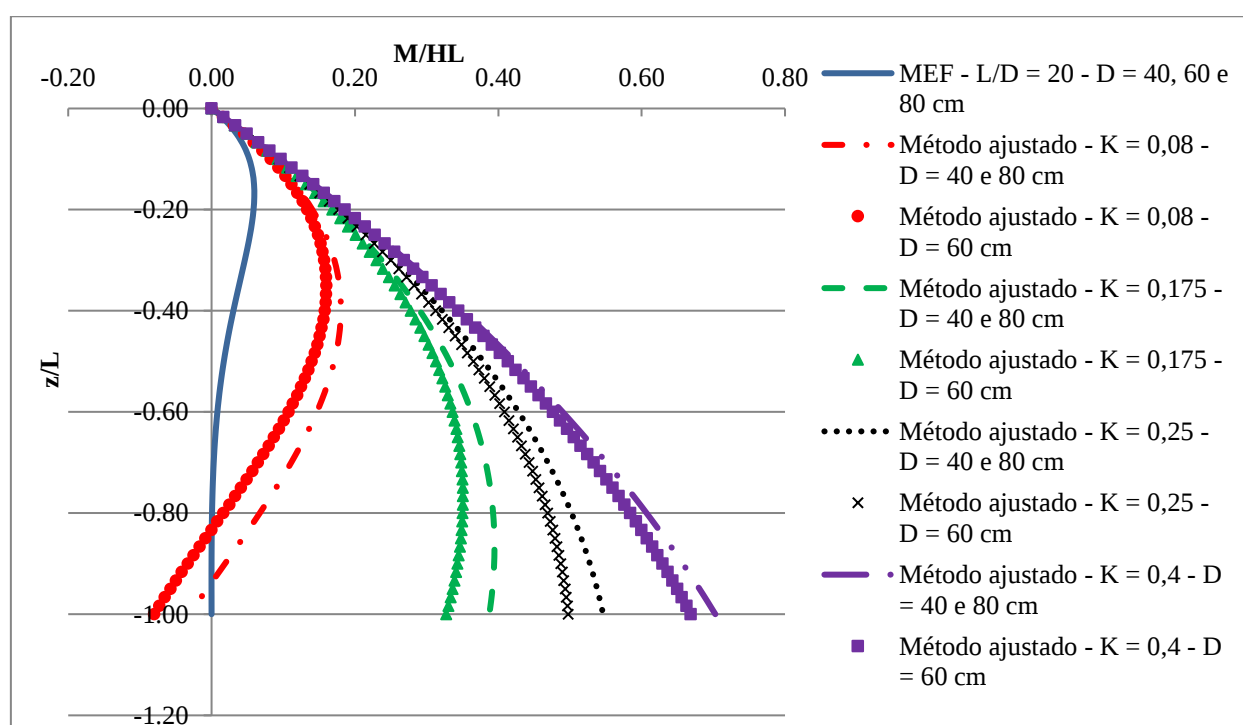
Figura 7.2 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 10; $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)Figura 7.3 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 20; $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)

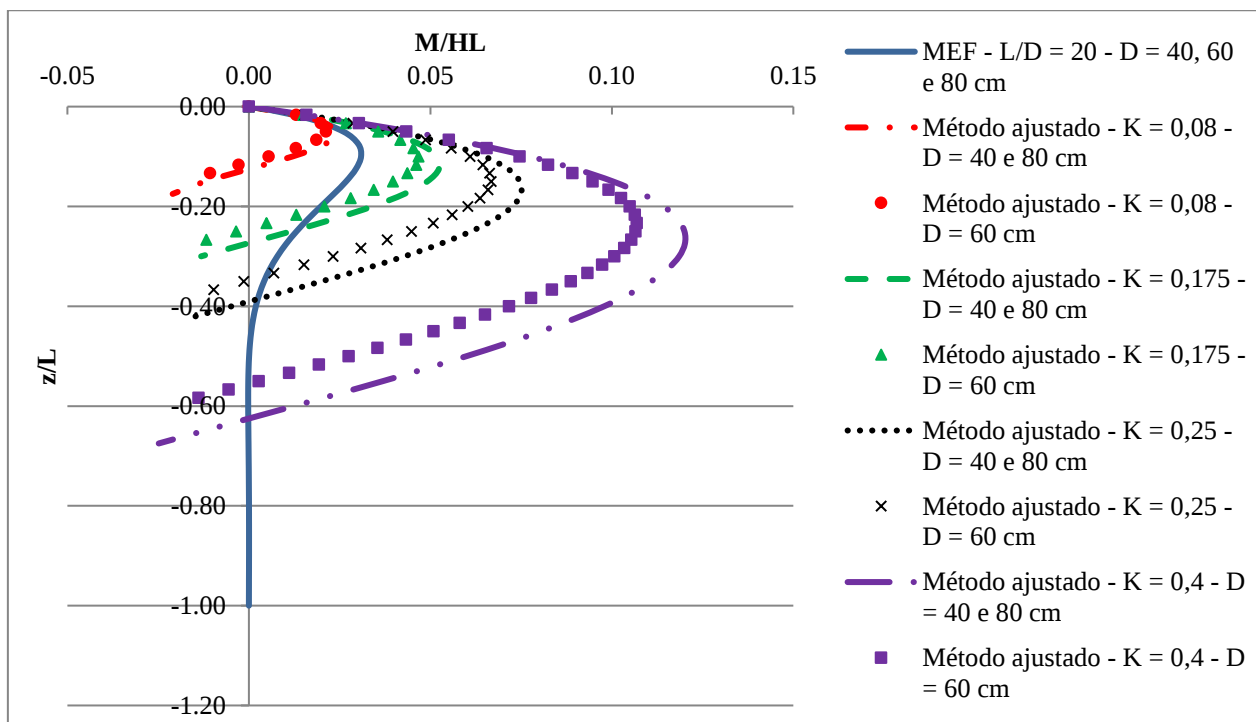
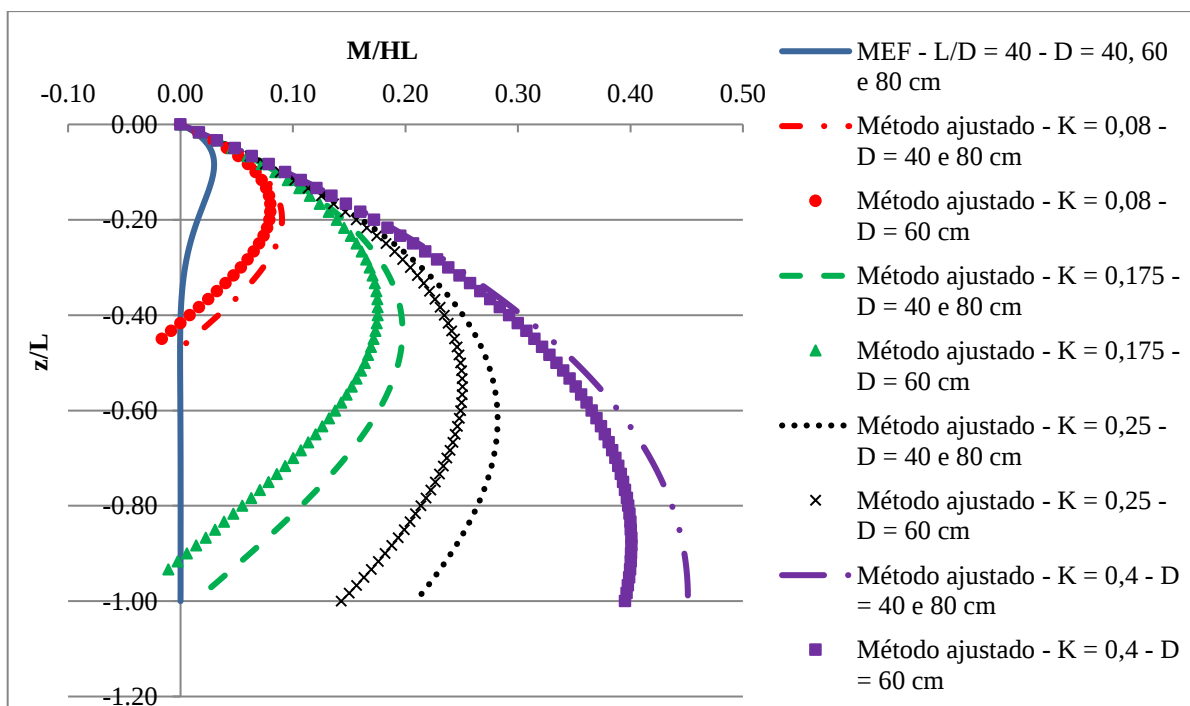
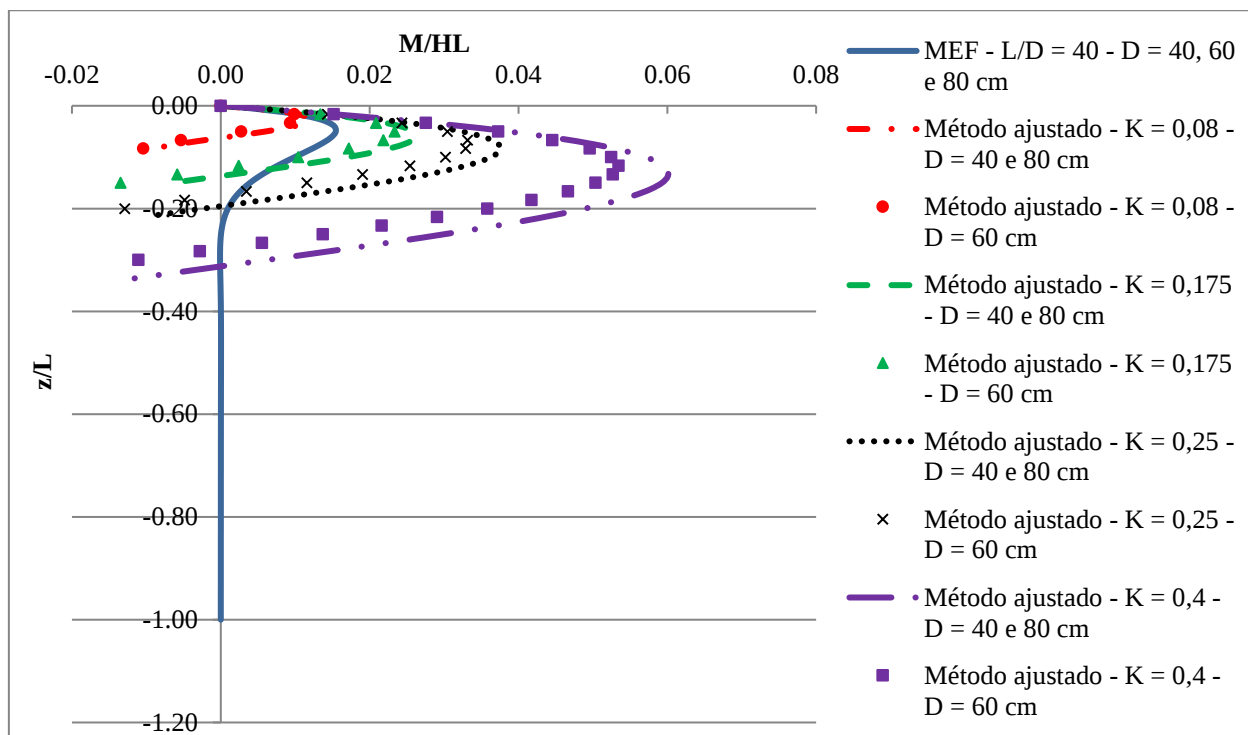
Figura 7.4 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 20; $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)Figura 7.5 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 40; $\overline{K} = 3125$ (H_0 aplicada)

Figura 7.6 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 40$; $\overline{K} = 416,667$ (H_0 aplicada)

As análises realizadas são do tipo elástico-linear, dessa forma, observando-se as Figuras 7.1 e 7.2, que apresentam os resultados de estacas de mesmo comprimento relativo, mas de diâmetros diferentes, inseridas em solos com diferentes rigidez relativa ($\overline{K}$), no qual a Figura 7.1 e a Figura 7.2 representam um solo de alta deformabilidade e de baixa deformabilidade, respectivamente, nota-se que o Método Empírico estudado obtém valores satisfatórios para determinadas combinações estudadas.

Para tanto, percebe-se pelas Figuras de 7.1 a 7.6, que os valores do momento fletor máximo e da distribuição de momentos gerados ao longo da estaca são menores para os casos em que se adota o menor valor da constante de proporcionalidade (K), ou seja, $K = 0,08$, e que conforme aumenta o seu valor, o momento fletor máximo e a distribuição de momento fletor ao longo da estaca também ficam maiores.

No caso da Figura 7.1, compreende-se adotar o valor de $K = 0,08$ para estacas com menor rigidez, ou seja, mais rígidas (Tabela 5.6), inseridas em solos mais deformáveis, gera resultados satisfatórios, enquanto que no caso de estacas com maior flexibilidade, inseridas em solos menos deformáveis, obtém-se resultados melhores adotando-se $K = 0,175$ quando se pensa em momento fletor máximo gerado e $K = 0,4$ quando se pensa em comprimento L_0 ,

que é o comprimento crítico da estaca, no qual se considera que a estaca atingiu seu ponto de engastamento.

O método de Sales e Costa (1988) considera que o comprimento L_0 corresponde ao comprimento que a estaca deve ser armada. Com isso, as estacas mais curtas, em solos muito deformáveis, devem ser totalmente armadas, com o intuito de combater a flexão das mesmas.

As Figuras 7.3 e 7.4, que relacionam estacas de comprimento intermediário, inseridas em solos mais e menos deformáveis respectivamente, mostram que ao se adotar o valor de $K = 0,08$, no caso de solos com maior deformabilidade, e $K = 0,175$, no caso de solos com menor deformabilidade, se obtém valores satisfatórios quando se leva em consideração o valor do momento fletor máximo gerado para ambos os casos. No entanto, ao se ponderar o momento distribuído ao longo da estaca e o comprimento L_0 , o valor de $K = 0,4$ seria o mais adequado para estacas inseridas em solos com baixa deformabilidade.

As Figuras 7.5 e 7.6 apresentam os resultados obtidos com para o caso de estacas longas, mais flexíveis (Tabela 5.6), inseridas em solos de maior e menor deformabilidade respectivamente. Observando-as, nota-se que ao se considerar o valor de $K = 0,08$ para solos de alta deformabilidade e $K = 0,175$ para solos de baixa deformabilidade, obtém-se bons resultados quando se leva em consideração o valor do momento fletor máximo gerado para ambos os casos. No entanto, para estacas inseridas em solos com baixa deformabilidade, o valor de $K = 0,40$ seria o mais adequado ao se levar em consideração o momento distribuído ao longo da estaca e o comprimento L_0 . Com isso, nota-se que ao adotar $K = 0,175$, deve-se aumentar o valor de L_0 obtido no método empírico.

Vale ressaltar que, os resultados considerados satisfatórios utilizando o Método proposto por Sales e Costa em 1988, foram maiores do que os obtidos utilizando o programa DIANA, o qual é baseado no Método dos Elementos Finitos, que possibilita a modelagem do solo de forma mais próxima do real.

Por meio da comparação das curvas com os resultados do método empírico x do MEF, e analisando-se o comprimento L_0 , foi observado que, na prática, nos casos das estacas curtas, independentemente do diâmetro das mesmas, estas devem conter armação ao longo de toda sua profundidade, pois os gráficos do MEF alcançam o valor do L_0 na profundidade final da estaca.

Quanto às estacas intermediárias e as mais longas, para qualquer diâmetro estudado, pode-se adotar o comprimento L_0 estimado pelo método empírico para armar as estacas, se for utilizado o coeficiente de proporcionalidade $K = 0,40$, pois o valor de L_0 encontrado com o método avaliado é maior do que o alcançado com o MEF. Já, se utilizar $K = 0,175$, deve-se aumentar o valor de L_0 obtido com o método empírico, sendo que ao observar a curva de melhor ajuste do método empírico com a do MEF, percebe-se que o valor obtido pelo método empírico é insuficiente, ou seja, este comprimento deve ser aumentado para ambos os casos de L/D estudados.

b) Casos com momento fletor aplicado:

As 7.7 a 7.12 apresentam os gráficos comparativos entre Método Empírico Analisado *versus* MEF (modelagens numéricas realizadas no DIANA), para os casos submetidos apenas à momento fletor. Dessa forma, são apresentados os resultados de momento fletor gerado ao longo da estaca para as diversas relações apresentadas na Tabela 7.1.

Figura 7.7 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)

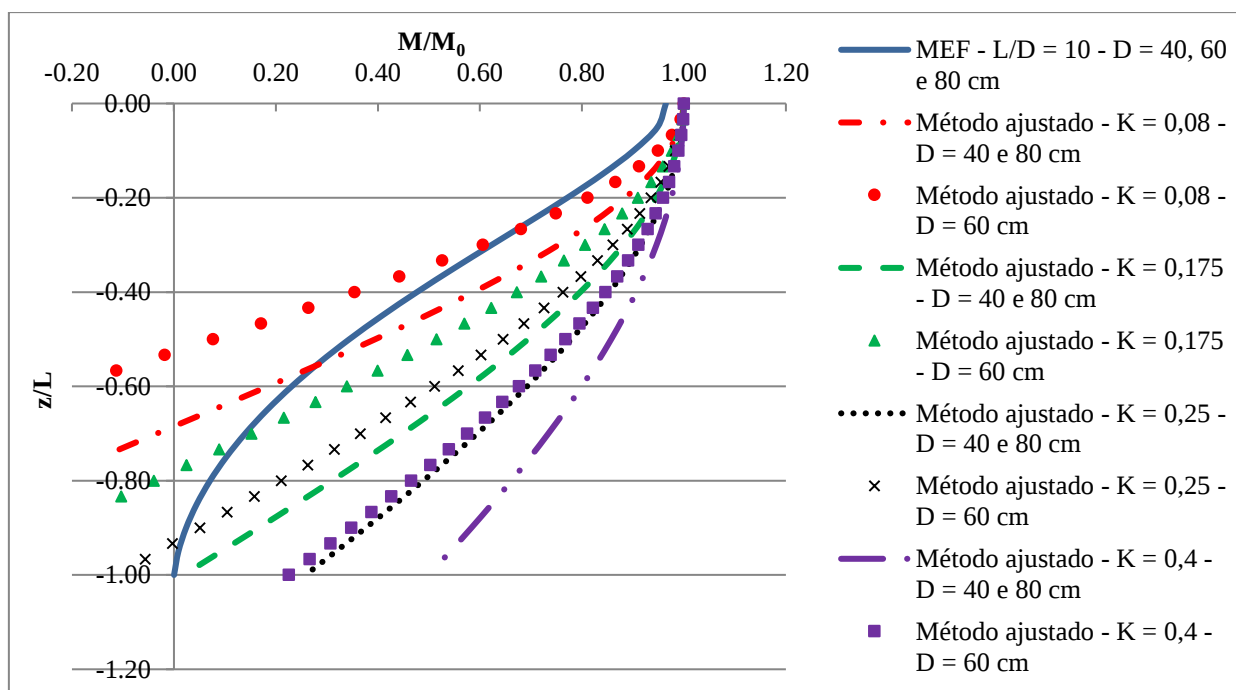


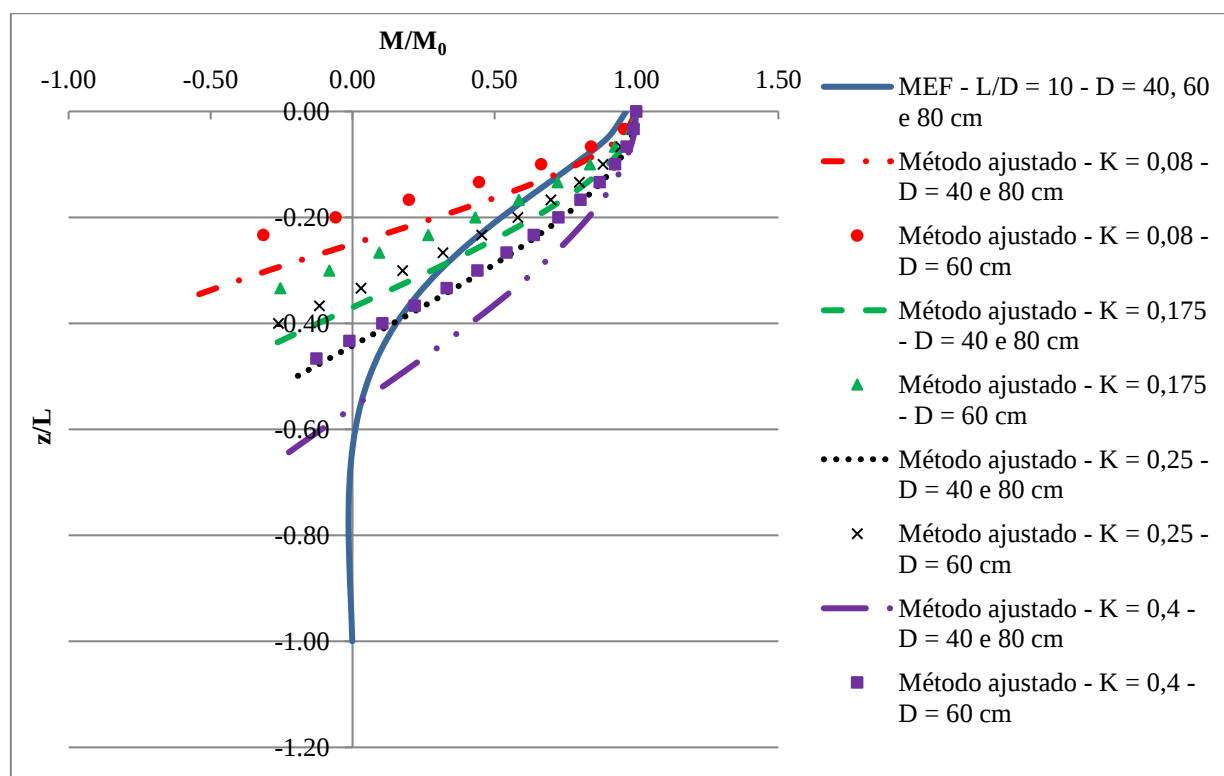
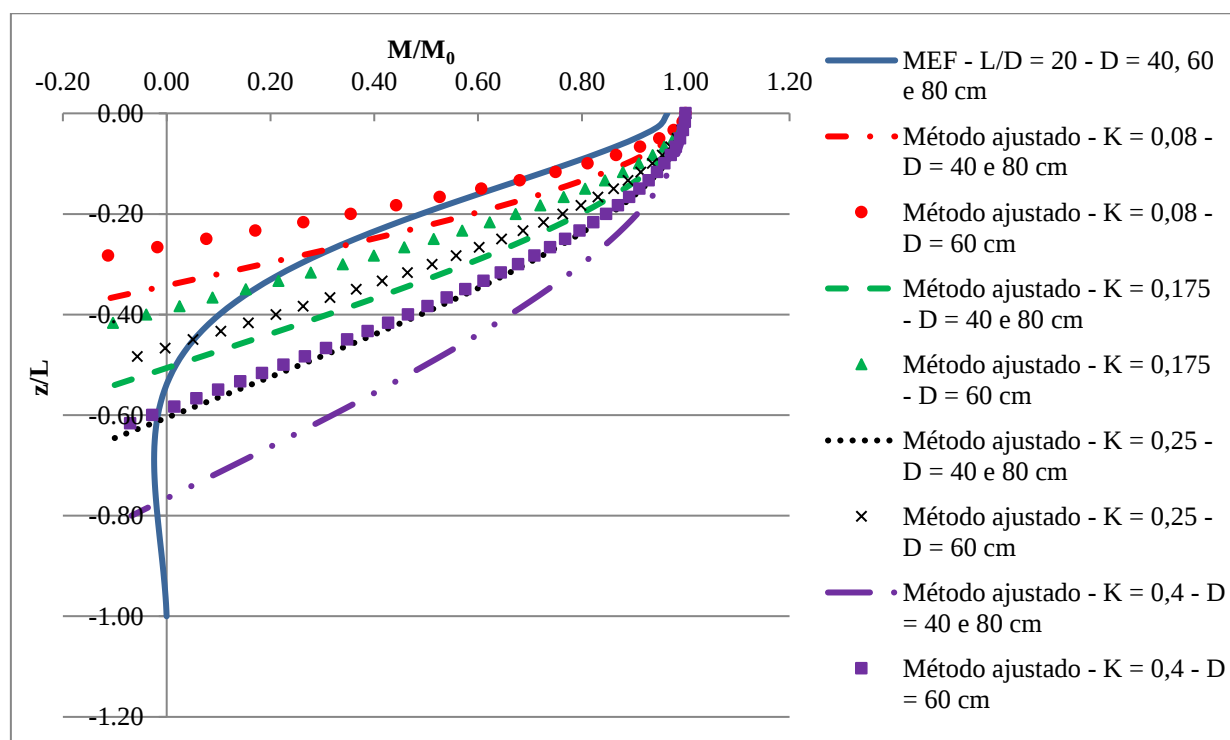
Figura 7.8 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 10$; $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)Figura 7.9 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 20$; $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)

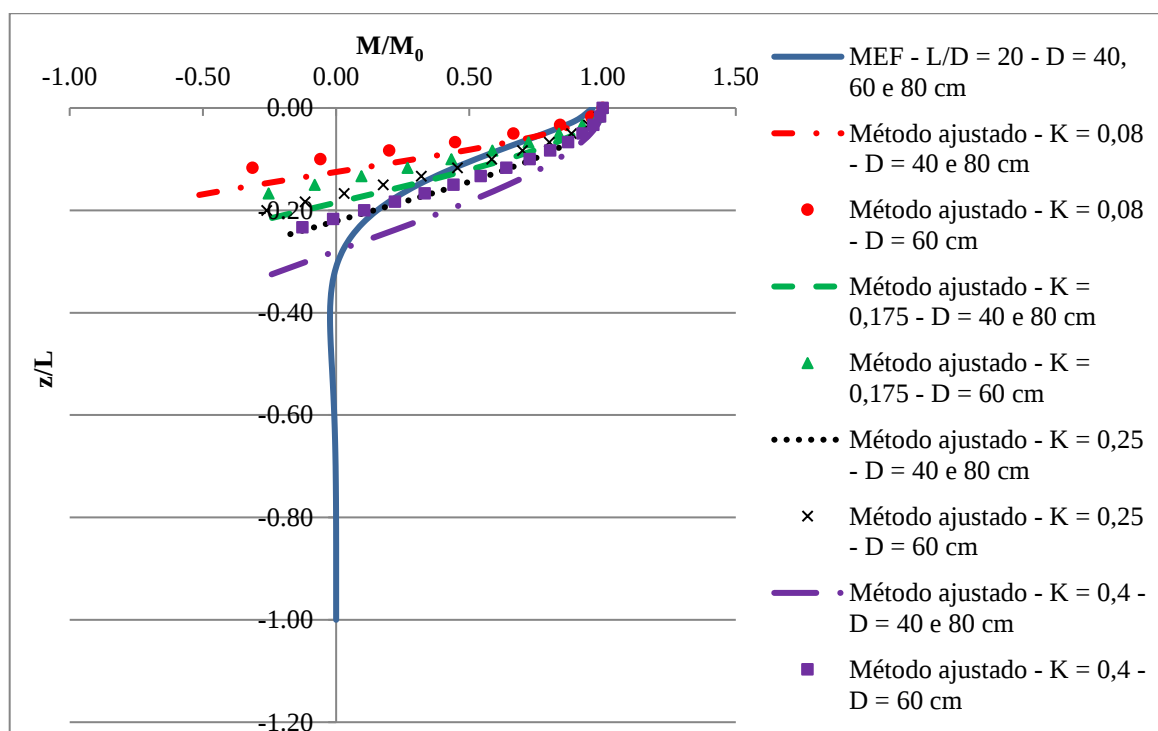
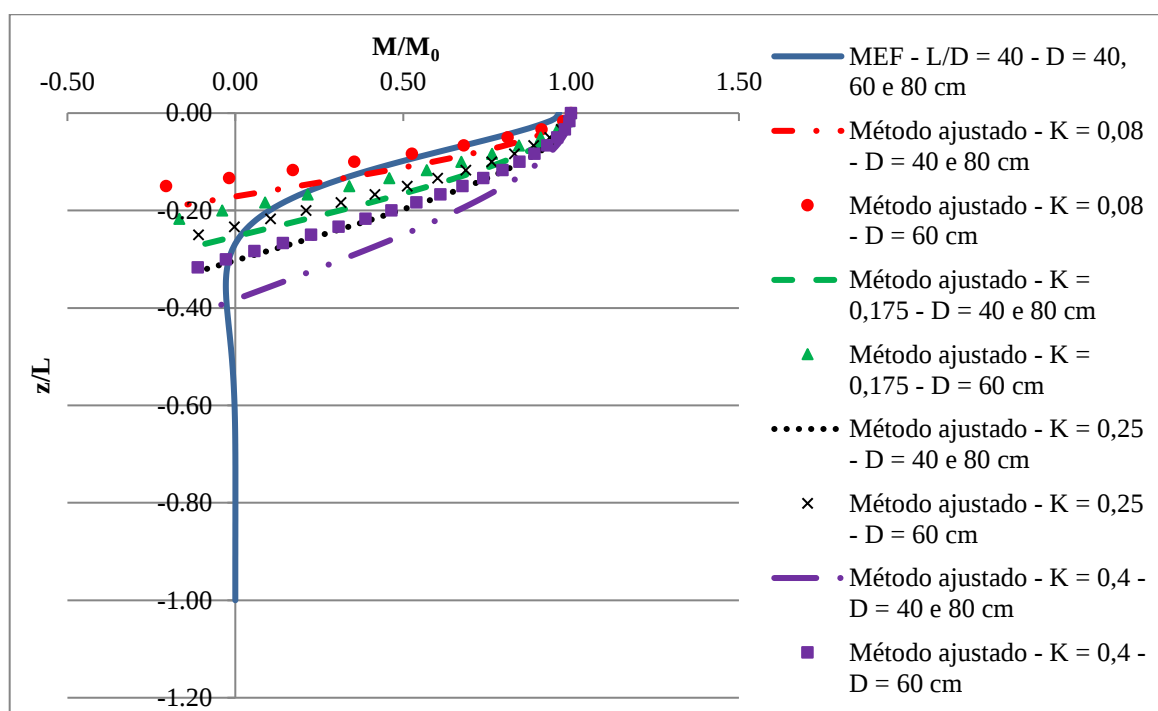
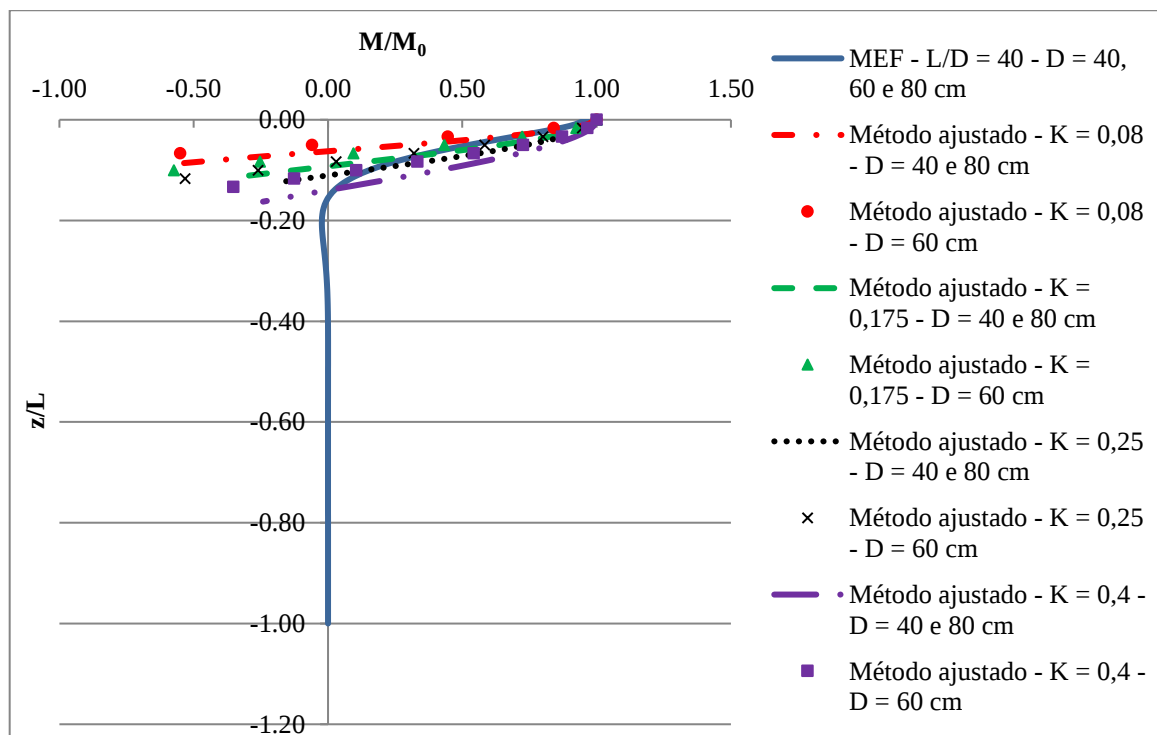
Figura 7.10 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 20; $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)Figura 7.11 – Método Empírico x MEF – Estaca L/D = 40; $\overline{K} = 3125$ (M_0 aplicado)

Figura 7.12 – Método Empírico x MEF – Estaca $L/D = 40$; $\overline{K} = 416,667$ (M_0 aplicado)

Para estacas curtas carregadas lateralmente sujeitas apenas a momento fletor, e inseridas em solos muito deformáveis, nota-se pela Figura 7.7 que os resultados do método empírico se comportaram melhor entre os valores 0,08 e 0,175. Adotar 0,175 significa ficar a favor da segurança. No trecho superior, usando $K = 0,175$ seria obtido um bom dimensionamento da área de aço. Somente na parte inferior da estaca, precisaria acrescentar uma “armação pequena” até uma profundidade maior, onde o momento se anula no DIANA. Já, para estacas curtas inseridas em solos menos deformáveis (Figura 7.8), o valor mais satisfatório para o coeficiente de proporcionalidade K é 0,25, considerando-se os valores de momento distribuído ao longo da estaca. Isso pode ocorrer devido à rigidez relativa entre a estaca e o solo ($\overline{K}$), que é menor no caso de estacas inseridas em solos menos deformáveis.

Quanto ao comprimento L_0 , observando-se os gráficos comparativos (Figuras 7.7 e 7.8), foi possível notar que o valor de L_0 obtido com o método empírico é bem menor do que o alcançado com o MEF, mas o valor do momento neste trecho da estaca é pequeno.

Pela Figura 7.9, na qual são apresentadas curvas para estacas de comprimento intermediário, localizadas em solos muito deformáveis, ocasionando uma maior rigidez relativa estaca-solo, é possível observar que o método empírico tende a se comportar melhor com o valor médio de

K entre 0,175 e 0,25. Em contrapartida, pela Figura 7.10, que apresenta estacas de comprimento intermediário, em solos menos deformáveis, proporcionando uma rigidez relativa estaca-solo menor, percebe-se que ambos os valores de $K = 0,25$ e $K = 0,40$ fornecem um resultado satisfatório para o uso do método empírico, sendo que as curvas possuem formato bastante semelhante, se diferenciando pelo fato da curva de $K = 0,40$ ter uma representação de momento distribuído maior do que a de $K = 0,25$, ou seja, a curva de $K = 0,40$ converge de forma mais lenta para o eixo y do que a curva de $K = 0,25$.

Quanto às estacas mais longas (Figura 7.11), é possível notar que, no caso de a estaca estar inserida em um solo deformável, o método empírico tende a se comportar bem para os valores médios de $K = 0,25$ e $K = 0,40$, pois as curvas estão muito próximas. No entanto, a distribuição de momentos ao longo da estaca com $K = 0,40$ e o comprimento L_0 são maiores do que os valores obtidos para $K = 0,25$ e com o DIANA (pelo MEF). Em relação as estacas mais longas, inseridas em solos pouco deformáveis (Figura 7.12), o K mais satisfatório é 0,40.

Quanto ao comprimento L_0 , observa-se que o comprimento de armação deve ser maior do que o alcançado com o método empírico, sendo que o valor de L_0 obtido pelo MEF é maior do que o estimado com o método empírico. Porém, no caso de estacas longas, não é necessário que nesta parte adicional seja utilizada a armação máxima, proporcional ao momento máximo, pois o momento fletor gerado nesta parte da estaca é menor, como pode ser visto pelos resultados obtidos no MEF. Dessa forma, somente a pequena armação neste trecho da estaca deve ir até uma profundidade maior, seja com barras de menor diâmetro ou menor quantidade de barras de aço.

7.3. COMENTÁRIOS ADICIONAIS

Com relação ao comprimento L_0 , que corresponde ao comprimento que a estaca deve ser armada, estabeleceu-se que as estacas mais curtas, em solo muito deformável, devem ser totalmente armadas, com o intuito de combater a flexão da mesma. Na prática, a área de aço pode variar, se necessário, dependendo do comprimento da estaca. Em estaca com até 4 m de comprimento é mantida a mesma armação ao longo de todo seu comprimento, já para armações mais longas pode-se utilizar área de aço variável (barras com comprimentos diferentes).

Na região centro-oeste a estimativa do módulo de elasticidade a partir dos valores de N_{SPT} , considerando o fator $K_2 = 3,5$, é bastante utilizada. Segundo Magalhães (2005) nos solos de Brasília e Goiânia, a relação entre o E_s e o N_{SPT} varia entre 3 e 4. Bittencourt (2012) afirma que para se obter o E_s , a relação entre o valor de N_{SPT} , em uma razão correspondente a 3,5 vezes, é bem difundida e empregada em Goiânia.

Assim, a partir dos resultados obtidos para o coeficiente K , pode-se estimar o valor de K_1 para os solos com alta, média e pouca deformabilidade submetidos a esforços laterais.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho procurou-se estudar o comportamento de estacas carregadas lateralmente, avaliar as soluções existentes para este problema a partir do coeficiente de reação horizontal do solo e avaliar o método empírico proposto pela Empresa GEOSERV ENGENHARIA na década de 80.

8.1. CONCLUSÕES

São mostradas a seguir as principais conclusões desta dissertação, referente ao estudo de estacas carregadas lateralmente. Dessa forma, subdividiu-se as conclusões em 3 subitens, com o intuito de apresentar as conclusões das 3 análises realizadas de forma mais clara.

8.1.1. Análise paramétrica

- À medida que a deformabilidade do solo aumenta (maior valor do módulo de elasticidade), os esforços internos das estacas diminuem. Tanto para os casos com carga horizontal, quanto para os casos com momentos atuantes, para um mesmo L/D e diâmetro, quanto maior valor do módulo de elasticidade, menor foi o deslocamento da estaca e também menor o momento gerado;
- Estacas em solo mais deformáveis sofrem maior deslocamento horizontal do que as estacas inseridas em solos menos deformáveis. Para os problemas com momentos aplicados, ocorrem deslocamentos negativos na maioria das estacas, o que não acontece quando a solicitação é a carga horizontal;
- Estacas de diâmetros diferentes, submetidas a um mesmo carregamento, seja ele carga horizontal ou momento fletor, e localizadas em um mesmo tipo de solo possuem deslocamentos diferentes. Estacas com diâmetros menores apresentam maior recalque lateral, e geram momentos menores, que as estacas com diâmetros maiores.
- Para uma mesma estaca, com momento aplicado, o momento máximo gerado é igual ao momento aplicado. Se o solo for mais deformável, os deslocamentos são maiores (tanto os positivos quanto os negativos), o que mostra o papel de confinamento do solo;

- Em relação ao momento fletor, estacas submetidas apenas a carregamento lateral com menor diâmetro geram momentos menores do que as estacas com diâmetros superiores
- Para os casos em que as estacas estão submetidas à ação de momento fletor, o momento máximo gerado é igual ao momento aplicado.
- Estacas em solo mais deformável, com baixo valor de módulo de elasticidade, geram maiores valores de momento fletor máximo do que as estacas inseridas em solos menos deformáveis.
- As curvas de deslocamento e momento fletor apresentaram maior variação de valores na parte superior da estaca, indicando que esta parte é a que mais sofre influência da carga horizontal ou do momento atuante;
- Quanto ao comprimento da estaca, observou-se que, dependendo da interação solo-estaca, essa estará mais ou menos engastada no solo. Estacas curtas se comportam quase como um corpo rígido quando está assentada em um solo mais deformável. Já as estacas mais curtas, em solo pouco deformável, submetidas à carga horizontal, não ficam completamente engastadas, mas não apresentam deslocamento negativo, enquanto as estacas mais curtas, em solo pouco deformável, submetidas a momento fletor não ficam completamente engastadas, mas apresentam deslocamento negativo;
- A certa profundidade, ao longo do comprimento da estaca, esta atinge o ponto de engastamento, conhecido como comprimento crítico, e a partir deste ponto o carregamento não exerce efeito na mesma em termo de deslocamento e momento gerado;
- As estacas inseridas em solo com maior módulo de elasticidade atingem o ponto de engastamento de forma mais rápida, o que indica que em solos menos deformáveis, para um mesmo carregamento, é necessária uma menor armação da estaca;
- Em relação às tensões geradas no solo, conforme o módulo de elasticidade do mesmo aumenta, a tensão gerada também aumenta. Isso pode ser atribuído ao fato da estaca ter que exercer uma força maior para se movimentar em um solo com elevado valor de módulo de elasticidade, e como o solo fica menos susceptível a se deformar, este exerce uma força de reação muito maior para conter a movimentação da estaca.

8.1.2. Comparações “meio contínuo” x “coeficiente de reação horizontal”

- Por meio das comparações entre os casos estudados utilizando o MEF e o MDF, concluiu-se que as soluções de Broms (1964) e de Pyke e Beiake (1985) para o coeficiente de

reação horizontal do solo são as que melhor representam o comportamento das estacas submetidas tanto a carregamento horizontal, quanto a momento fletor, quando analisados os deslocamentos e o momento fletor máximo obtido, independentemente do tipo de solo e da geometria da estaca.

- Pequenas diferenças que ocorrem entre os resultados de deslocamentos, estimados pelo MEF e pelo MDF, não causaria grandes problemas, pois em termos práticos, a estaca estaria dimensionada corretamente quanto a armação, pois esta é dependente do resultado de momento máximo obtido.
- Os valores de tensões são bem sensíveis, e quando se compara os resultados do MEF com o do MDF, nota-se diferenças entre os resultados obtidos com o MEF e o MDF ao longo da projeção vertical da estaca. A provável diferença entre as tensões é que o MEF considera a continuidade ao longo da estaca e o MDF assume “molas distintas”, ou que no MEF é gerada uma modelagem tridimensional e no MDF uma modelagem unidimensional.

8.1.3. Avaliação do método empírico

- No método empírico avaliado é arbitrado um valor para a tensão máxima horizontal de trabalho e, com isso, encontraram-se as demais variáveis como, por exemplo, momento fletor e comprimento L_0 , que é o comprimento até onde a estaca deverá ser armada;
- O método empírico se baseia no N_{SPT} para a obtenção da tensão máxima horizontal. Dessa forma, relacionou-se o parâmetro de entrada do método com o módulo de elasticidade do solo, por meio de um coeficiente de proporcionalidade K ;
- O coeficiente K é dependente de outros dois fatores de proporcionalidade, K_1 e K_2 , que se relacionam com o N_{SPT} e com o E_s , respectivamente. Os valores arbitrados para K dependem do tipo de solo e das características geométricas da estaca;
- Levando-se em consideração o valor do momento fletor máximo gerado, para os casos estudados de estacas submetidas apenas a carga horizontal, inseridas em solos muito deformáveis (com baixo módulo de elasticidade) ou com deformabilidade média, foi determinado que a tensão horizontal máxima deveria ser obtida relacionando esta com $K = 0,08$, e nos problemas de estacas em solos pouco deformáveis (com E_s maiores), com $K = 0,175$. Adotar maiores valores para K estaria a favor da segurança, no entanto, na prática

poderia acarretar um aumento de custo da obra, pois os momentos fletores máximos encontrados são maiores, o que implicar em um gasto maior com armação;

- Em relação ao comprimento L_0 , que corresponde ao comprimento que a estaca deve ser armada, obtido pelo método empírico avaliado, para os casos de estacas submetidas apenas a carga horizontal, determinou-se que estacas mais curtas, em solo muito e pouco deformável, devem ser totalmente armadas;
- Para estacas de comprimento intermediário, submetidas apenas a carga horizontal, inseridas em solos de alta deformabilidade, em solos pouco deformáveis, ao se considerar $K = 0,08$, deve ter o valor de L_0 obtido pelo Método Empírico avaliado acrescido de 20%. Já no caso de estarem inseridas em solo pouco deformável, com $K = 0,175$, o valor de L_0 deve ser aumentado em 55%;
- Nos casos das estacas mais longas, em que há a atuação apenas de carga horizontal, inseridas em solos muito deformáveis, adotando-se $K = 0,08$, pode-se adotar o valor de L_0 calculado a partir do método avaliado. Mas, o valor de L_0 obtido pelo Método Empírico deve ser acrescido em 50%, quando se analisa estacas inseridas em solos pouco deformáveis;
- Nos casos de estacas curtas e de comprimento intermediário, submetidas a momento fletor, inseridas em solos com baixo valor de módulo de elasticidade, a tensão horizontal máxima pode ser obtida utilizando o fator de proporcionalidade $K = 0,175$;
- Para estacas inseridas em solos pouco deformáveis (com E_s maiores), solicitadas por momento fletor, utilizando o coeficiente $K = 0,25$, obteve-se bons resultados;
- No caso de estacas mais longas, os valores de $K = 0,25$ e $K = 0,40$ fornecem bons resultados para as estacas inseridas em solos mais deformáveis e pouco deformáveis respectivamente;
- Quanto ao comprimento L_0 obtido pelo método empírico, para os problemas submetidos apenas a momento fletor: estacas curtas, com diâmetros pequenos, em solos mais deformáveis, devem ser totalmente armadas. Estacas mais curtas, inseridas em solos com baixa deformabilidade, devem ter o comprimento L_0 aumentado em 50%. Já, estacas de tamanhos intermediários ou mais longos, inseridas em solos muito deformáveis, considerando $K = 0,25$ e $K = 0,40$ (como explicado) devem ter o valor do L_0 aumentado em 20%.
- Levando-se em consideração que a tensão máxima horizontal não é estimada diretamente a partir do módulo de elasticidade, mas sim do índice N_{SPT} , pois o segundo é de fácil

obtenção, por ser encontrado a partir do laudo de sondagem, é necessário que se obtenha valores para K_1 , que se relaciona com o N_{SPT} . Dessa forma, utilizando os resultados considerados satisfatórios para coeficiente de proporcionalidade K , pode-se estimar o valor de K_1 para casos práticos.

8.2. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Com o intuito de se aprofundar no assunto discutido nesta pesquisa, propõe-se:

- Incorporar o comportamento não-linear nas comparações com outras teorias;
- Fazer provas de carga com instrumentação da estaca ao longo de sua profundidade, a fim de analisar o comportamento da estaca;
- Estudar o comportamento de estacas carregadas lateralmente para os casos em que elas recebem carregamento ao longo de sua profundidade, e verificar se o método empírico avaliado também se enquadra para estes casos ou se é necessária a formulação de um novo método a partir da ideia do método empírico apresentado.

REFERÊNCIAS

- ALONSO, U. R. **Dimensionamento de fundações profundas**. 1. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA., 1989. 169 p.
- ALONSO, U. R. **Exercícios de fundações**. 1. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA., 1983. 202 p.
- ANDERSON, J. B.; TOWNSEND, F. C.; GRAJALES, B. Case history evaluation of laterally loaded piles. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, v 129, n. 3, p. 187-196, 2003.
- ARAÚJO, A. G. D. **Provas de carga estática com carregamento lateral em estacas escavadas hélice contínua e cravadas metálicas em areia**. 2013. 221 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.
- ASHOUR, M.; PILLING, P. e NORRIS, G. Lateral behavior of pile groups in layered soils. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, v 130, n. 6, p. 580-592, 2004.
- BATHE, K. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1996. 1027 p.
- BERNATZ, R. A. **Fourier Series and Numerical Methods for Partial Differential Equations**. Hoboken, New Jersey: : John Wiley & Sons, Inc., 2010. 318 p.
- BROMS, B. B. Design of laterally loaded piles. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, ASCE, v 91, n. SM3, p. 79-99, 1965.
- BITTENCOURT, D. M. A. **Construção de uma ferramenta numérica para análise de radiers estaqueados**. 2012. 223 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2012.
- BROWN, D. A.; MORRISON, C. e REESE, L. C. Lateral load behavior of pile group in sand. **Journal of Geotechnical Engineering**, ASCE, v 114, n. 11, p. 1261-1276, 1988.
- CARVALHO, I. S. **Proposta para certificação das empresas de sondagens à percussão – Tipo SPT**. 2012. 95 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de pós-graduação em engenharia de edificações e ambiental, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá/MT, 2012.
- CAVALCANTE, E. H. **Investigação teórico-experimental sobre o SPT**. 2002. 410 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- CINTRA, J. C. A. **Carregamento lateral em estacas**. Reimpressão – cód. 04003. São Carlos: Serviço gráfico – EESC – USP, 2002. 83 p.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and applications of finite element analysis**. 4. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2002. 719 p.
- DÉCOURT, L. The Standard Penetration Test – State of the art report. *In*: XII INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION

ENGINEERING, 1989, Rio de Janeiro. **Proceedings...** Rio de Janeiro: ABMS, 1989, v. 4, p. 2405-2416.

DÉCOURT, L. Análise e projeto de fundações profundas – Estacas. *In*: HACHICH, W.; FALCONI, F. F.; SAES, J. L.; FROTA, R. G. Q.; CARVALHO, C. S.; NIYAMA, S. **Fundações: teoria e prática**. 2. ed. São Paulo: Pini, 1998. 751 p. p. 265-301.

FABBROCINO, S.; LANZANO, G.; FORTE, G.; MAGISTRIS, F. S., FABBROCINO, G. SPT blow count vs. shear wave velocity relationship in the structurally complex formations of the Molise Region (Italy). **Engineering Geology**, Italy, v 187, p. 84-97, 2015.

FAN, C. C.; LONG, J. H. Assessment of Existing Methods for Predicting Soil Response of The Laterally Loaded Piles in Sand. **Computers and Geotechnics**, Taiwan, v. 32, n. 04, p. 274-289, 2005.

FLEMING, K.; WELTMAN, A.; RANDOLPH, M.; ELSON, K. **Piling Engineering**. 3. ed. Inglaterra: Taylor & Francis, 2009. 398p.

GARASSINO, A. L. Some Developments on Laterally Loaded Piles with Particular Reference to p-y Subgrade Reaction Method, *In*: 4th INTERNATIONAL DFI CONFERENCE, 1994, Balkema, Rotterdam, v. 2, p 759-774.

GEOCOMPANY. Disponível em: < <http://geocompany.com.br/ftp/artigo15.pdf>>. Acesso em: 10 de dezembro de 2014, às 21h35min.

GILAT, A.; SUBRAMANIAM, V. **Métodos numéricos para engenheiros e cientistas: uma introdução com aplicações usando o MATLAB**. 1. ed. – tradução Alberto Resende de Conti. Porto Alegre: Bookman, 2008. 479 p.

GONZÁLEZ, J. R. **Estudo numérico do comportamento de estacas carregadas lateralmente**. 2014. 118 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, 2014.

GUO, W. D. Simple modelo f nonlinear response of 52 laterally loaded piles. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, v 139, n. 2, p. 234-252, 2013.

HAN, F.; SALGADO, R. e PREZZI, M. Nonlinear analyses of laterally loaded piles – A semi-analytical approach. **Computers and Geotechnics**, West Lafayette, USA, v 70, p. 116-129, 2015.

HEIDARI, M.; NAGGAR, H.; JAHANANDISH, M.; GHAHRAMANI, A. Generalized cyclic p–y curve modeling for analysis of laterally loaded piles. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Iran, v 63, p. 138–149, 2014.

HIGGINS, W.; VASQUEZ, C.; BASU, D.; GRIFFITHS, D. V. Elastic solutions for laterally loaded piles. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, v 139, n. 7, p. 1096-1103, 2013.

KIM, Y.; JEONG, S. Analysis of soil resistance on laterally loaded piles based on 3D soil–pile interaction. **Computers and Geotechnics**, Seoul, v 38, p. 248-257, 2011.

LAUTENSCHLÄGER, C. E. R.; RIGHETTO, G. L.; SCHNAID, F.; CONSOLI, N. C. Modelagem Numérica do Comportamento Carga-Deflexão de Fundações Profundas Submetidas a Carregamentos Laterais. *In*: COMBRAMSEG, 2010, Gramado, Brasil. **Anais...** Gramado, Brasil: ABMS, 2010. 8 p. ID333.

LIU, Q.; MEYERHOF, G. G. New method for non-linear analysis of laterally loaded flexible piles. **Computers and Geotechnics**, England, v 4, p. 151-169, 1987.

LIN, C.; HAN, J.; BENNETT, C.; PARSONS, R. L. Analysis of laterally loaded piles in soft clay considering scour-hole dimensions. **Ocean Engineering**, United States, v 111, p. 461-470, 2016.

LUKIENTCHUKI, J. A. **Interpretação de resultados do ensaio SPT com base em instrumentação dinâmica**. 2012. 364 f. Tese (Doutorado em Geotecnia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2012.

MAGALHÃES, P. H. L. **Avaliação dos métodos de capacidade de carga e recalque de estacas hélice contínua via provas de carga**. 2005. 243 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília/ Distrito Federal, 2005.

MATLOCK, H.; REESE, L. C. Generalized solutions for laterally loaded piles. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, ASCE. v 86, n. SM5, p. 63-95, 1960.

MORAES, M. C. **Estruturas de Fundações**. 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1976. 264p.

MOURA, A. S. **Avaliação de metodologias de projeto de fundações superficiais de aerogeradores assentes em areia e duna**. 2007. 323 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Faculdade de tecnologia Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília/DF, 2007.

ODEBRECHT, E. **Medidas de energia no ensaio SPT**. 2003. 230 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

ODEBRECHT, E; SCHNAID, F.; ROCHA, M. M.; BERNERDES, G. P. Energy efficiency for Standard Penetration Tests. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, v 131, n. 10, p. 1252-1263, 2005.

PRAKASH, S.; SHARMA, H. **Pile foundations in engineering practice**. New York/ Chichester/ Brisbane/ Toronto/ Singapore: John Wiley & Sons, Inc., 1990. 784 p.

POULOS, H. G. Piled raft foundations: design and applications. **Géotechnique**, Sydney, v 51, n. 2, p. 95-113, 2001.

OLIVEIRA, D. S. **Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas**. 2013. 234 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Pile foundation analysis and design**. 1. ed. Canada: Copyright, 1980. 397 p.

POULOS, H. G. Pile behavior – theory and application. **Géotechnique**, Sydney, v 39, n. 3, p. 365-415, 1989.

POULOS, H. G. Piled raft foundations: design and applications. **Géotechnique**, Sydney, v 51, n. 2, p. 95-113, 2001.

PYKE, R.; BEIKAE, M. A new solution for the resistance of single piles to lateral loading, **Laterally Loaded Deep Foundations: analysis and performance**, J. A. Langer, E. T. Mosley and C. D. Thompson, Editors. Philadelphia: ASTM STP 835, p. 3-20, 1984.

SALES, M. M.; CUNHA, R. P.; FARIAS, M. M. O uso do Métodos das Diferenças Finitas na análise de estacas carregadas lateralmente. In: COMBRAMSEG, 1998, Brasília, Brasil. *Anais...* Brasília, Brasil: ABMS, 1998, v. 1, p. 245-252.

SALES, M. M.; COSTA, W. L. **Método para obtenção dos esforços internos de estacas carregadas lateralmente**. Documento interno da Empresa GEOSERV ENGENHARIA. 1988.

SALGADO, R.; BASU, D.; PREZZI, M.; TEHRAN, F. S. Semi-analytical solutions for laterally loaded piles in multilayered soils. In: 18th INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2013, Paris. **Proceedings...** Paris: ISSMGE, 2013. 3524 p. p. 2855-2858.

SALGADO, R.; TEHRANI, F. S.; PREZZI, M. Analysis of laterally loaded pile groups in multilayered elastic soil. **Computers and Geotechnics**, United States ou Elsevier, v 62, p. 136-153, 2014.

SANTOS, I. C. P.; SALES, M. M.; LIMA, G. M. S. O efeito da interação solo-estaca na geração de momentos internos de uma estaca carregada horizontalmente. In: COMBRAMSEG, 2016, Belo Horizonte, Brasil. *Anais...* Minas Gerais, Brasil: ABMS, 2016.

SCHMITT, P. Méthode empirique d'évaluation du coefficient de réaction du sol vis-à-vis des ouvrages de soutènement souples. **Revue Française Géotechnique**, Nanterre, n. 71, p. 3-10, 1995.

SKEMPTON, A. W. Standard penetration test procedures and the effects in sands of overburden pressure, relative density, particle size, ageing and overconsolidation. **Géotechnique**, v 36, n. 3, p. 425-447, 1986.

SOUSA, C. T. **Ensaio e análise de resposta de estacas em solo residual do granito sob ações horizontais**. 2006. 228 f. Dissertação (Mestrado em Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal: 2006.

SU, D.; LI, J. H. Three-dimensional finite element study of a single pile response to multidirectional lateral loadings incorporating the simplified state-dependent dilatancy model. **Computers and Geotechnics**, China, v 50, p. 129–142, 2013.

TERZAGHI, K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. **Geotechnique**, ASCE, v 5, n. 4, p. 297-326, 1955.

TNO. **DIANA: Finite Element Analysis – User's Manual FX+ for DIANA**. Release 9.4.4. 1. ed. The Netherlands: TNO DIANA, 2011. 294p.

TNO. Disponível em: < <http://tnodiana.com/History> >. Acesso em: 06 de novembro de 2014a, às 20h15min.

TNO. **FX+ for DIANA: Pre/Post Processor for DIANA**. Folheto. 2014b. 4 p.

TNO. **DIANA: Geotechnical Solutions**. Folheto. 2016. 4 p.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2010. 568p.

VIANA, H. M. F.; AZEVEDO, I. C. D.; AZEVEDO, R. F. Estudo do comportamento não – linear de estacas carregadas lateralmente usando Elementos Finitos Tridimensionais. In: COMBRAMSEG, 1998, Brasília, Brasil. *Anais...* Brasília, Brasil: ABMS, 1998, v. 1, p. 377-383.

XU, L-Y.; CAI, F.; WANG, G-X.; UGAI, K. Nonlinear analysis of laterally loaded single piles in sand using modified strain wedge model. **Computers and Geotechnics**, v 51, p. 60-71, 2013.

YOU, T. L.; BARTHOLOMEW, H. W.; STEIDL, J. H. SPT hammer energy ratio versus drop height. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, v 134, n. 3, p. 397-400, 2008.

ZHANG, L. Nonlinear analysis of laterally loaded rigid piles in cohesionless soil. **Computers and Geotechnics**, Arizona, v 36, p. 718-724, 2009.

APÊNDICE A

OBTENÇÃO DO GRÁFICO DE MOMENTO FLETOR PELO DIANA

Para a determinação dos gráficos de momento a partir dos resultados obtidos no programa DIANA, implementou-se uma planilha Microsoft Office Excel (Figura A.1), em que era necessário inserir o números dos elementos constituintes das estacas (Figura 4.24); a posição dos nós em cada elemento das estacas e suas respectivas coordenadas (x, y e z); a tensão vertical gerada em cada nó, a partir das quais foram calculadas as tensões médias entre as tensões dos elementos vizinhos considerando cada nó; a área da seção transversal de cada elemento da estaca; o raio da estaca e a distância do centro de gravidade de cada elemento até o eixo da estaca.

Em seguida, calculou-se a força aplicada em cada elemento (tensão média * área da seção) e o momento fletor gerado (força * braço de alavanca). Posteriormente, para se obter o valor do momento total gerado, somou-se os momentos parciais obtidos pela relação de cada elemento vizinho.

Figura A.1 – Planilha no Microsoft Office Excel para obter os gráficos de momento fletor a partir dos resultados encontrados no programa DIANA

Elemento	Position of Node	X (m)	Y (m)	Z (m)	σ_v Nodes (kN/m ²)	Tensão Média Nós Coincidentes - σ_v Nodes (kN/m ²)	Tensão Média - σ_v Nodes (N/m ²)	Área do elemento (m ²)	Raio (m)	d (m)	Braço de Alavanca (X_barra centróide)	Força (kN)	Momento (kN*m)	Momento Parcial (kN*m)	Momento Total (kN*m)	Z (m)
92552	Node Pos-01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
92552	Node Pos-02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.2
92552	Node Pos-03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.4
92552	Node Pos-04	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.6
92552	Node Pos-05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.8
92552	Node Pos-06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1
92552	Node Pos-07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.2
92552	Node Pos-08	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.4
92552	Node Pos-09	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.6
92552	Node Pos-10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.8
92552	Node Pos-11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2
92552	Node Pos-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2.2
92552	Node Pos-13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2.4
92552	Node Pos-14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2.6
92552	Node Pos-15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2.8
92552	Node Pos-16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-3
92552	Node Pos-17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-3.2
92552	Node Pos-18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-3.4
92552	Node Pos-19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-3.6
92552	Node Pos-20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-3.8
92553	Node Pos-01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-4
92553	Node Pos-02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-4
92553	Node Pos-03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-4
92553	Node Pos-04	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-4