

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA,  
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**CONSTRUÇÃO DE UMA FERRAMENTA  
NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE RADIERS  
ESTAQUEADOS**

**DOUGLAS MAGALHÃES ALBUQUERQUE  
BITTENCOURT**

D0052G12  
GOIÂNIA  
2012

DOUGLAS MAGALHÃES ALBUQUERQUE BITTENCOURT

**CONSTRUÇÃO DE UMA FERRAMENTA  
NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE RADIERS  
ESTAQUEADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Geotecnia

Orientador: Prof. Maurício Martines Sales

Co-orientadora: Prof<sup>a</sup>. Sylvia Regina Mesquita de Almeida

D0052G12  
GOIÂNIA  
2012

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**GPT/BC/UFG**

B624c Bittencourt, Douglas Magalhães Albuquerque.  
Construção de uma ferramenta numérica para análise de raders estaqueados [manuscrito] / Douglas Magalhães Albuquerque Bittencourt. – 2012.  
222 f. : il., figs, tabs.

Orientador: Maurício Martines Sales; Coorientadora: Prof<sup>fa</sup>.  
Dr<sup>a</sup>. Sylvia Regina Mesquita de Almeida.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás,  
Escola de Engenharia Civil, 2012.

Bibliografia.  
Inclui lista de figuras, abreviaturas, siglas e tabelas.  
Apêndices.

*Dedico este trabalho aos meus pais, Luzia e Artur, que me deram fundações sólidas e competentes para que eu pudesse crescer com segurança; ao meu irmão, Arthur Filho, que sempre se sacrificou, trabalhando para me ajudar e para que eu pudesse estudar cada vez mais; a minha amada, Darlaine, que sempre me apoiou para buscar o melhor de tudo o que fizesse, sendo minha amiga, companheira e conselheira.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus pela oportunidade de viver e contribuir para um mundo melhor.

Aos meus pais, irmão e esposa por compreenderem minha ausência e por me apoiarem sempre, inclusive pelas críticas construtivas.

Ao Professor Maurício Sales, pela atenção, pela confiança, pelo respeito, pela dedicação, pela responsabilidade, pela amizade, pelo bom-humor e pela paciência.

A Professora Sylvia pela orientação, pela confiança, pela paciência e pela disposição em trabalhar em uma área da engenharia, que não é sua especialidade, esforçando-se ao máximo.

A Professora Lilian, pela confiança desde 2006, com a oportunidade de trabalhar na pesquisa. Pela amizade, conversas e conselhos, trazendo me paz e segurança para continuar batalhando.

Aos Professores Gilson, Carlos e Zenon, pela disposição em me ajudar sem esperar nada em troca. Homens de bom coração!

Aos Professores Ademir, Daniel e Matilde e ao Eng. Rüter pela ajuda nas implementações numéricas com o programa DIANA.

Aos Professores Wellington e Humberto, do IF-UFG, pela ajuda com o programa e pela disposição e benevolência.

Aos colegas de programação Victor e Alberto, da Estruturas, pela ajuda e ouvidos.

A todos os colegas do Mestrado do GECON, pelo companheirismo e pela oportunidade de trabalhar em equipe.

Ao grande amigo Márcio Careli, por sempre estar ao meu lado, me incentivando e contribuindo para a qualidade do trabalho. Eternamente grato!

Aos amigos Diego, Ana Larissa, Vitor Coelho e Benício.

À Maria e ao David pelas ótimas refeições e pelo carinho e bom-humor!

A CAPES, pela bolsa de estudos.

## RESUMO

Tem-se verificado nos últimos anos uma demanda crescente por projetos de fundações mais bem elaborados e capazes de atender ao alto grau de complexidade das ações estruturais. Entretanto, a filosofia de projeto geotécnico atual se mostra defasada ou incapaz de suprir a essas necessidades, uma vez que os métodos tradicionais de cálculo de fundações estacadas muitas vezes desprezam o desempenho do contato do bloco com o solo e negligenciam a influência da rigidez e da interação entre os elementos que compõem o sistema de fundação. Para o aumento da qualidade da concepção de grandes grupos de estacas, com ou sem a associação de pilares, é necessário um tratamento mais rigoroso do problema utilizando, por exemplo, o conceito de radier estacado. Tal abordagem permite uma análise integrada de todo o conjunto responsável pelo desempenho da fundação: o radier, as estacas e o solo, mas possui uma complexidade inerente a sua formulação sendo que o seu desenvolvimento é geralmente mais bem sucedido empregando-se métodos numéricos. Nesse contexto, este trabalho visou ao desenvolvimento de uma ferramenta numérica tridimensional em elementos finitos, utilizando a linguagem de programação “C”, para o estudo de fundações em radier estacado, que foi denominada de Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF). O programa foi desenvolvido integralmente durante o período da pesquisa e destaca-se dos programas comerciais atuais por disponibilizar saídas de resultados necessárias ao projeto, como tensões, deformações, deslocamentos, esforços cortantes e normais e momentos fletores para o bloco e para as estacas *etc.* Além disso, foi desenvolvido e incorporado ao FENF um algoritmo de busca capaz de identificar a melhor combinação de altura de bloco e comprimento e seção transversal de estacas que resultem em uma solução viável tecnicamente e com o menor custo. O programa FENF emprega o modelo constitutivo elástico-linear para os materiais e os representa por meio de elementos finitos tridimensionais isoparamétricos com oito nós e funções de interpolação lineares para os campos de deslocamentos. A ferramenta numérica foi validada com êxito, a partir da comparação de seus resultados com os de outros programas, também em elementos finitos, ou com soluções analíticas da Teoria da Elasticidade Linear. Foram apresentados dois exemplos de aplicação do FENF com a Busca Exaustiva Ordenada, sendo um bloco com 16 e outro com 36 estacas, que permitiram avaliar a eficácia do programa e comparar os seus resultados com os previstos pelo método manual simplificado. Verificou-se que o tratamento integrado do sistema de fundação, considerando-o como um radier estacado, permite a obtenção de um projeto mais econômico e mais seguro.

**Palavras-chave:** Radier estacado. Análise numérica. Método dos Elementos Finitos. Otimização de fundações. Projeto de fundações.

## ABSTRACT

A growing demand for better-prepared projects of foundations and able to attend the high degree of structural complexity of the actions has been noted in recent years. However, the current geotechnical design philosophy shows itself outdated or unable to solve these needs, due to the fact that traditional methods of calculating piled foundations often ignore the performance of the block contact with the soil and neglect the influence of the stiffness and the interaction among the elements that makeup the foundation system. To increase the quality of the design of large pile groups, with or without associated columns, there is a need for a more rigorous treatment of the problem and, in order to achieve it, one may employ the concept of piled raft which allows an integrated analysis of the entire set responsible for the performance of the foundation: the raft, the piles and the soil. This approach has a complexity inherent of its formulation; therefore, its development is generally more successful employing numerical methods. In this context, this study aimed to develop a three-dimensional numerical tool in finite elements, using the programming language "C" for the study of piled raft foundations, which was called *Ferramenta Numérica para Análise de Fundações* (FENF). The program was fully developed during the research period and contrasts the commercial software available at present for outputting the results that are necessary for the project, such as stresses, strains, shear and normal efforts, displacements, and bending moments in the block and the piles *etc.* In addition, along with the program, a search algorithm was developed which is capable of identifying the best combination of the height and length of the block and cross section of piles that result in a viable solution with the lowest cost. In order to do so, the software employs the linear elastic constitutive model for materials and represents them through finite three-dimensional isoparametric elements with eight nodes and linear interpolation functions for the displacement fields. During its development and after it was complete, the numerical tool has been successfully validated by comparing its results with those of other programs also in finite element or with analytical solutions of the Linear Theory of Elasticity. Two examples of application of FENF have been presented with Exhaustive Search Ordered, in which: one block with 16 and another with 36 piles, allowing us to evaluate the effectiveness of the program and compare its results with those predicted by the simplified manual method. It's been noticed that the integrated treatment of the foundation system, considering it as a piled raft, allows us to obtain a more economical and safer project.

**Keywords:** Piled raft. Numerical analysis. Finite Element Method. Optimization of foundations. Design of foundations.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Mecanismos de interação em radiers estaqueados (HAIN; LEE, 1978). Adaptada pelo autor .....	45
Figura 3.1 – Isolinhas de recalque do radier sem (a) e com estacas (b) (EL- MOSSALLAMY; FRANKE, 1997) .....	57
Figura 3.2 – Isolinhas de tensões ao longo da profundidade (EL- MOSSALLAMY; FRANKE, 1997). Adaptada pelo autor .....	58
Figura 3.3 – Comparação entre recalques medidos e calculados (MANDOLINI; RUSSO; VIGGIANI, 2005). Adaptada pelo autor.....	60
Figura 4.1 – Forma geral de um problema de otimização .....	72
Figura 4.2 – Metodologia clássica de solução de problemas .....	72
Figura 4.3 – Metodologia de projeto ótimo.....	73
Figura 4.4 – Abordagens para solução do problema de otimização em Engenharia (SILVA, 2004).....	74
Figura 4.5 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se a Busca Exaustiva .....	77
Figura 4.6 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se o B&B (Etapas 1 a 4)....	78
Figura 4.7 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se o B&B (Etapas 5 e 6)....	79
Figura 4.8 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se o B&B (Etapas 7 e 8)....	80
Figura 5.1 – Malha de elementos finitos para um dente (COOK <i>et al.</i> , 2002) .....	83
Figura 5.2 – O processo de análise de elementos finitos (BATHE, 1996). Adaptada pelo autor .....	85
Figura 5.3 – Elemento sólido de oito nós e sistema global de coordenadas. Modificada de TNO (2008).....	87
Figura 5.4 – Face de um elemento sólido com vetores $V_1$ e $V_2$ tangentes à face e um ponto qualquer da face (COOK <i>et al.</i> , 2002). Adaptada pelo autor .....	92
Figura 5.5 – Vista em planta do bloco sobre nove estacas proposto por Ottaviani (1975).....	96

Figura 5.6 – Vista em planta do bloco sobre 16 estacas .....	100
Figura 5.7 – Vista em planta do bloco sobre 35 estacas .....	101
Figura 5.8 – Fluxograma do programa FENF .....	105
Figura 6.1 – Estaca isolada em visualização em três dimensões.....	110
Figura 6.2– Vista em perfil dos blocos sobre estacas propostos por Ottaviani (1975).....	111
Figura 6.3– Vista em planta do bloco sobre nove estacas proposto por Ottaviani (1975).....	112
Figura 6.4– Vista em planta do bloco sobre quinze estacas proposto por Ottaviani (1975)..	112
Figura 6.5 – Estrutura para exemplo de validação de esforços solicitantes.....	114
Figura 6.6 – Comparação de recalques normalizados resultados da estaca isolada (H/L = 5).....	115
Figura 6.7 – Comparação de recalques normalizados resultados da estaca isolada (H/L = 10).....	116
Figura 6.8 – Comparação de resultados da estaca isolada com L = 20 m e H = 80 m .....	117
Figura 6.9 – Comparação de resultados da estaca isolada com L = 20 m e H = 30 m .....	117
Figura 6.10 – Comparação de resultados da estaca isolada com L = 40 m e H = 60 m .....	118
Figura 6.11 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com L = 20 m, H = 30 m e K = 400.....	119
Figura 6.12 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com L = 20 m, H = 30 m e K = 2000.....	119
Figura 6.13 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com L = 40 m, H = 60 m e K = 400.....	120
Figura 6.14 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com L = 40 m, H = 60 m e K = 2000.....	120
Figura 6.15 – Perspectiva da malha de elementos finitos do radier sobre nove estacas (discretização).....	121
Figura 6.16 – Perspectiva da malha de elementos finitos do radier sobre nove estacas (materiais).....	121
Figura 6.17 – Vista em planta da malha do radier sobre nove estacas .....	122

Figura 6.18 – Comparação de resultados para o radier sobre nove estacas, com $L = 17$ m e $H = 30$ m.....	122
Figura 6.19 – Comparação de resultados para o radier sobre nove estacas, com $L = 37$ m e $H = 60$ m.....	123
Figura 6.20 – Comparação de resultados para o radier sobre 15 estacas, com $L = 17$ m e $H = 30$ m.....	123
Figura 6.21 – Comparação de recalques no topo das estacas para o radier sobre nove estacas com $L = 17$ m.....	125
Figura 6.22 – Comparação de recalques na base das estacas para o radier sobre nove estacas com $L = 17$ m.....	125
Figura 6.23 – Comparação de recalques no topo das estacas para o radier sobre 15 estacas com $L = 17$ m.....	126
Figura 6.24 – Comparação de recalques na base das estacas para o radier sobre 15 estacas com $L = 17$ m.....	126
Figura 6.25 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 17$ m e $K = 400$ .....	127
Figura 6.26 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 17$ m e $K = 2000$ .....	127
Figura 6.27 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 37$ m e $K = 400$ .....	128
Figura 6.28 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 37$ m e $K = 2000$ .....	128
Figura 6.29 – Comparação de momentos fletores em viga biapoiada com carga concentrada.....	129
Figura 6.30 – Comparação de esforços cortantes em viga biapoiada com carga concentrada.....	129
Figura 6.31 – Geometria e malha de elementos finitos do exemplo para análises complementares – sem solo.....	130
Figura 6.32 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 1.....	131

Figura 6.33 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 2.....	131
Figura 6.34 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 1 .....	132
Figura 6.35 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 2.....	132
Figura 6.36 – Geometria e malha de elementos finitos do exemplo para análises complementares – com solo .....	133
Figura 6.37 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 1, $E_s = 20$ MPa .....	134
Figura 6.38 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 2, $E_s = 20$ MPa .....	134
Figura 6.39 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 1, $E_s = 20$ MPa.....	134
Figura 6.40 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 2, $E_s = 20$ MPa.....	134
Figura 6.41 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 1, $E_s = 100$ MPa .....	135
Figura 6.42 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 2, $E_s = 100$ MPa .....	135
Figura 6.43 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 1, $E_s = 100$ MPa.....	135
Figura 6.44 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 2, $E_s = 100$ MPa.....	135
Figura 7.1 – Vista em planta dos pilares pertencentes ao bloco sobre 36 estacas, medidas em metro.....	136
Figura 7.2 – Numeração das estacas no bloco analisado .....	138
Figura 7.3 – Momento equivalente a carregamento nodal.....	140
Figura 7.4 – Grupos de tipos de estacas considerados no bloco sobre 36 estacas.....	141
Figura 7.5 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas .....	143
Figura 7.6 – Bacias de momentos fletores $M_x$ (a) e $M_y$ (b) – bloco sobre 36 estacas .....	144
Figura 7.7 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas. FENF com $L = 9$ m.....	146
Figura 7.8 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas. FENF com $L = 6$ m.....	147
Figura 7.9 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas. FENF com $L = 12$ m.....	147
Figura 7.10 – Vista em planta do bloco sobre 16 estacas .....	149

Figura 7.11 – Grupos de tipos de estacas no bloco sobre 16 estacas.....	152
Figura 7.12 – Distribuição de carga vertical nas estacas ao longo da profundidade.....	153
Figura 7.13 – Bacia de momentos fletores $M_x$ – bloco sobre 16 estacas.....	154
Figura 7.14 – Bacia de momentos fletores $M_y$ – bloco sobre 16 estacas.....	155
Figura 7.15 – Bacia de momentos fletores suavizados $M_{sx}$ – bloco sobre 16 estacas.....	156
Figura 7.16 – Bacia de momentos fletores suavizados $M_{sy}$ – bloco sobre 16 estacas.....	156
Figura 7.17 – Distribuição de ferragens verticais – bloco sobre 16 estacas.....	157
Figura 7.18 – Distribuição de ferragens horizontais – bloco sobre 16 estacas.....	158
Figura C.1 – Deslocamentos “u” no topo do bloco (exemplo 2).....	217
Figura C.2 – Deslocamentos “v” no topo do bloco (exemplo 2).....	217
Figura C.3 – Deslocamentos “w” no topo do bloco (exemplo 2).....	218
Figura C.4 – Tensões verticais no contato radier-solo (exemplo 2).....	218
Figura C.5 – Esforços cortantes suavizados na direção de y (exemplo 2).....	219
Figura C.6 – Esforços normais suavizados na direção de y (exemplo 2).....	219
Figura C.7 – Deslocamentos verticais (m) para todo o domínio (exemplo 2).....	223
Figura C.8 – Tensões verticais (kPa) na região do bloco (exemplo 2).....	220
Figura C.9 – Distribuição de ferragens verticais inferiores (exemplo 2).....	221
Figura C.10 – Distribuição de ferragens horizontais inferiores (exemplo 2).....	221

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Projetos de fundação em radier estaqueado (KATZENBACH; ARSLAN; MOORMANN, 2000). Adaptada pelo autor .....	48
Tabela 2.2 – Outros projetos de fundação em radier estaqueado .....	49
Tabela 4.1 – Tempos por atleta e por estilo .....	76
Tabela 5.1 – Locais dos Pontos de Gauss e fatores de Peso para quadratura de Gauss de ordem 2.....	88
Tabela 5.2 – Matriz de Grupos de tipos de estacas.....	96
Tabela 5.3 – Matriz de Variáveis de Projeto .....	97
Tabela 5.4 – Variáveis de Projeto – radier sobre 16 estacas .....	99
Tabela 6.1 – Recalque normalizado de estacas isoladas proposto por Lee (1973) .....	115
Tabela 7.1 – Valores de $N_{SPT}$ e de módulos de elasticidade adotados para o solo .....	137
Tabela 7.2 – Momentos fletores no bloco sobre 36 estacas .....	145
Tabela 7.3 – Previsões de ferragens no bloco sobre 36 estacas .....	145
Tabela 7.4 – Custos dos projetos convencional e “otimizado” no bloco sobre 36 estacas....	146
Tabela 7.5 – Custos em R\$ dos projetos convencional, “otimizado” e tentativas manuais... 148	
Tabela 7.6 – Carga admissível das estacas por diâmetro .....	150
Tabela 7.7 – Previsões de ferragens no bloco sobre 16 estacas .....	155
Tabela 7.8 – Áreas de aço verticais ( $cm^2/m$ ) – bloco sobre 16 estacas.....	158
Tabela 7.9 – Áreas de aço horizontais ( $cm^2/m$ ) – bloco sobre 16 estacas.....	159
Tabela 7.10 – Custos em R\$ dos projetos convencional, “otimizado” e tentativas manuais. 159	
Tabela A.1 – Dados de entrada do programa FENF .....	176
Tabela B.1 – Resultados dos casos a partir do trabalho de Lee (1973) .....	179
Tabela B.2 – Recalques normalizados das estacas isoladas com $L = 20$ m e $H = 80$ m – Ottaviani (1975).....	179

Tabela B.3 – Recalques normalizados das estacas isoladas com $L = 20$ m e $H = 30$ m – Ottaviani (1975).....	180
Tabela B.4 – Recalques normalizados das estacas isoladas com $L = 40$ m e $H = 60$ m – Ottaviani (1975).....	180
Tabela B.5 – Tensões normalizadas das estacas isoladas com $L = 20$ m, $H/L = 1,5$ e $K = 400$ – Ottaviani (1975) .....	180
Tabela B.6 – Tensões normalizadas das estacas isoladas com $L = 20$ m, $H/L = 1,5$ e $K = 2000$ – Ottaviani (1975) .....	181
Tabela B.7 – Tensões normalizadas das estacas isoladas com $L = 40$ m, $H/L = 1,5$ e $K = 2000$ – Ottaviani (1975) .....	181
Tabela B.8 – Recalques normalizados máximos do radier sobre nove estacas com $L = 17$ m – Ottaviani (1975).....	182
Tabela B.9 – Recalques normalizados máximos do radier sobre nove estacas com $L = 37$ m – Ottaviani (1975).....	182
Tabela B.10 – Recalques normalizados máximos do radier sobre 15 estacas com $L = 17$ m – Ottaviani (1975).....	182
Tabela B.11 – Distribuição de recalques no topo das estacas para o radier sobre nove estacas com $L = 17$ m, $K = 800$ – Ottaviani (1975).....	183
Tabela B.12 – Distribuição de recalques na base das estacas para o radier sobre nove estacas com $L = 17$ m, $K = 800$ – Ottaviani (1975).....	183
Tabela B.13 – Distribuição de recalques no topo das estacas para o radier sobre 15 estacas com $L = 17$ m, $K = 2000$ – Ottaviani (1975).....	184
Tabela B.14 – Distribuição de recalques no topo das estacas para o radier sobre nove estacas com $L = 17$ m, $K = 2000$ – Ottaviani (1975).....	185
Tabela B.15 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 17$ m e $K = 400$ – Ottaviani (1975) .....	186
Tabela B.16 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 17$ m e $K = 2000$ – Ottaviani (1975).....	186
Tabela B.17 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 37$ m e $K = 400$ – Ottaviani (1975) .....	187

Tabela B.18 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com $L = 37$ m e $K = 2000$ – Ottaviani (1975).....	187
Tabela B.19 – Resultados de esforços solicitantes .....	188
Tabela B.20 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares .....	190
Tabela B.21 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares, $E_s = 20$ MPa .....	191
Tabela B.22 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares, $E_s = 100$ MPa .....	193
Tabela B.23 – Carga nas estacas do exemplo 1 do Capítulo 7.....	194
Tabela B.24 – Momentos fletores no bloco do exemplo 1 do Capítulo 7 .....	195
Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções .....	200
Tabela C.2 – Carga vertical nas estacas ao longo da profundidade.....	214
Tabela C.3 – Esforços cortantes nas estacas ao longo da profundidade .....	214
Tabela C.4 – Momentos fletores nas estacas ao longo da profundidade .....	215
Tabela C.5 – Deslocamentos (em mm) nas estacas 1 e 2 ao longo da profundidade .....	215
Tabela C.6 – Deslocamentos (em mm) nas estacas 3 e 4 ao longo da profundidade .....	216

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

B&B – *Branch-and-Bound*

DIANA – *Displacement Analyzer*, programa comercial em elementos finitos

EF – Elementos Finitos

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite Último

FENF – Ferramenta Numérica para Análise de Fundações

FO – Função Objetivo

GARP – General Analysis of Raft on Piles

MEC – Método dos Elementos de Contorno

MEF – Método dos Elementos Finitos

NBR – Norma Brasileira

PM – Programação Matemática

SPT – Standard Penetration Test

## LISTA DE SÍMBOLOS

- a – Faixa de aplicação de carga superficial
- $a_i$  – Fator de majoração da carga, graus de liberdade generalizados
- cm – Centímetro
- $c(\mathbf{x})$  – Restrições de projeto de igualdade e de desigualdade
- d – Diâmetro da estaca
- dS – Infinitesimal de área
- $\mathbf{d}$  – Vetor de deslocamentos nodais
- e – Excentricidade da carga
- $f(\mathbf{x})$  – Função Objetivo
- i – Variável contadora, índice
- $\mathbf{i}$  – Vetor unitário na direção de x
- j – Variável contadora, índice
- $\mathbf{j}$  – Vetor unitário na direção de y
- k – Variável contadora, índice
- $\mathbf{k}$  – Vetor unitário na direção de z
- kg – Quilograma
- kN – Quilonewton
- kPa – Quilopascal
- l – Cosseno diretor na direção de x
- m – Metro, cosseno diretor na direção de y
- m<sup>2</sup> – Metro quadrado
- m<sup>3</sup> – Metro cúbico
- mm – Milímetro

$n$  – Cosseno diretor na direção de  $z$

$n_{\text{Grupos}}$  – Número de grupos de tipos de estacas

$n_{\text{Hb}}$  – Número de alturas de bloco

$n_p$  – Número de estacas

$q$  – Carga uniformemente distribuída

$\mathbf{r}_e$  – Vetor de cargas nodais no elemento

$s$  – Distância entre elementos de fundação, segundo

$u$  – Deslocamento nodal generalizado, deslocamento nodal na direção de  $x$

$v$  – Deslocamento nodal na direção de  $y$

$w$  – Recalque, recalque do topo da estaca, deslocamento nodal na direção de  $z$

$x$  – Coordenada horizontal, eixo coordenado

$\mathbf{x}$  – Vetor das variáveis de projeto

$x_i$  – Coordenada horizontal da estaca  $i$  ao longo de  $x$

$x_1, x_2, x_3, x_n$  – Variáveis de projeto

$x_{\min}, x_{\max}$  – Restrições laterais

$y$  – Coordenada horizontal, eixo coordenado

$y_i$  – Coordenada horizontal da estaca  $i$  ao longo de  $y$

$z$  – Coordenada vertical, cota vertical

$A$  – Área da seção transversal da estaca

$B$  – Menor dimensão em planta do radier

$\mathbf{B}$  – Matriz cinemática

$\mathbf{C}$  – Matriz constitutiva elástica

$CA_e$  – Custo do aço das estacas

$CA_r$  – Custo do aço do radier

$CC_e$  – Custo do concreto das estacas

$CC_r$  – Custo do concreto do radier

$CE_r$  – Custo de escavação do radier

$C_\phi$  – Custo de perfuração de estacas com o diâmetro/lado  $\phi$

$D$  – Diâmetro da estaca (seção circular), lado da estaca (seção quadrangular)

$E$  – Módulo de elasticidade

$E_c$  – Módulo de elasticidade do bloco

$E_s$  – Módulo de elasticidade do solo

$E_p$  – Módulo de elasticidade da estaca

$ES$  – Análise elástica com módulo secante

$F$  – Fator de segurança global

$\mathbf{F}$  – Vetor de forças na estrutura

$FS$  – Fator de Segurança

$G$  – Carga permanente

$GPa$  – Gigapascal

$H$  – Distância entre o nível da fundação e o topo do edifício ( piso mais alto), domínio vertical do problema na modelagem numérica

$J$  – Determinante da matriz Jacobiana

$\mathbf{J}$  – Matriz Jacobiana

$K$  – Rigidez relativa estaca-solo

$\mathbf{K}$  – Matriz de rigidez da estrutura

$L$  – Comprimento da estaca

$LE$  – Linear e elástico com módulo tangente inicial

$L_\phi$  – Comprimento total de estacas com o diâmetro/lado  $\phi$

$MN$  – Meganewton

$MPa$  – Megapascal

$M_{sx}$  – Momento fletor suavizado em torno do eixo  $x$

$M_{sy}$  – Momento fletor suavizado em torno do eixo y

$M_x$  – Momento fletor em torno do eixo x

$M_y$  – Momento fletor em torno do eixo y

$\mathbf{N}$  – Matriz de funções de interpolação

$N^\circ$  – Número

NL – Não-linear

$N_i$  – Funções de interpolação

$N_{SPT}$  – Índice de resistência à penetração

P – Carga aplicada, carga acidental

$P_1, P_2, P_3, P_4$  – Identificação dos pilares

$P_i$  – Carregamento aplicado

$R'$  – Resistência de projeto

$R_i$  – Carga na estaca i

$R_u$  – Resistência última

R\$ – Reais

$TA_e$  – Taxa de aço das estacas

$TA_r$  – Taxa de aço do radier

$\mathbf{U}$  – Vetor de deslocamentos nodais

$\mathbf{V}$  – Vetor na face do elemento finito

$\mathbf{V}_1$  – Vetor tangente na face do elemento finito

$\mathbf{V}_2$  – Vetor tangente na face do elemento finito

$V_e$  – Volume das estacas

$V_r$  – Volume do radier

$W_i$  – Fatores pesos dos pontos de Gauss

3D – Tridimensional

$\alpha_{pp}$  – Fator de interação estaca-estaca

$\alpha_{sp}$  – Fator de interação carga superficial-estaca

$\alpha_{ps}$  – Fator de interação estaca-superfície do solo

$\alpha_{ss}$  – Fator de interação carga superficial-superfície do solo

$\gamma_{xy}$  – Deformação cisalhante na direção do eixo x e paralelo ao eixo y

$\gamma_{yz}$  – Deformação cisalhante na direção do eixo y e paralelo ao eixo z

$\gamma_{zx}$  – Deformação cisalhante na direção do eixo z e paralelo ao eixo x

$\boldsymbol{\varepsilon}$  – Vetor de deformações

$\varepsilon_x$  – Deformação normal ao longo do eixo x

$\varepsilon_y$  – Deformação normal ao longo do eixo y

$\varepsilon_z$  – Deformação normal ao longo do eixo z

$\zeta$  – Coordenada natural do elemento finito correspondente ao eixo z

$\eta$  – Coordenada natural do elemento finito correspondente ao eixo y

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\nu_s$  – Coeficiente de Poisson do solo

$\nu_c$  – Coeficiente de Poisson do bloco

$\nu_p$  – Coeficiente de Poisson da estaca

$\xi$  – Coordenada natural do elemento finito correspondente ao eixo x

$\xi_i$  – Locais dos pontos de Gauss

$\sigma$  – Tensão normal média real no elemento de estaca, carga distribuída normal à face  $\xi$  do elemento

$\boldsymbol{\sigma}'$  – Vetor de tensões efetivas

$\sigma_{vp}$  – Tensões verticais médias normalizadas

$\sigma_x'$  – Tensão normal efetiva ao longo do eixo x

$\sigma_y'$  – Tensão normal efetiva ao longo do eixo y

$\sigma_z'$  – Tensão normal efetiva ao longo do eixo z

$\tau_{xy}$  – Tensão cisalhante na direção do eixo x e paralelo ao eixo y

$\tau_{yz}$  – Tensão cisalhante na direção do eixo y e paralelo ao eixo z

$\tau_{zx}$  – Tensão cisalhante na direção do eixo z e paralelo ao eixo x

$\phi$  – Diâmetro da armadura

$\Gamma$  – Matriz inversa à matriz Jacobiana

$\Sigma$  – Somatório

$\Phi$  – Fator de redução da resistência

$\Phi$  – Vetor de tensão superficial

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>26</b>
<b>2. SISTEMAS DE FUNDAÇÕES EM RADIER ESTAQUEADO.....</b>	<b>31</b>
<b>2.1 BREVE HISTÓRICO DAS FUNDAÇÕES EM ESTACAS.....</b>	<b>31</b>
<b>2.2 DEFINIÇÕES.....</b>	<b>33</b>
<b>2.3 COMENTÁRIOS ACERCA DAS SIMPLIFICAÇÕES EM PROJETOS DE FUNDAÇÕES ESTAQUEADAS.....</b>	<b>35</b>
<b>2.4 COMPORTAMENTO DE FUNDAÇÕES MISTAS .....</b>	<b>40</b>
<b>2.4.1 Concepção e projeto de radiers estaqueados.....</b>	<b>41</b>
<b>2.4.2 Mecanismos de interação em radiers estaqueados.....</b>	<b>44</b>
<b>2.4.3 Emprego de radiers estaqueados .....</b>	<b>46</b>
<b>3. ANÁLISES NUMÉRICAS DE FUNDAÇÕES EM ESTACAS .....</b>	<b>51</b>
<b>3.1 MÉTODOS COMPUTACIONAIS DE ANÁLISE .....</b>	<b>52</b>
<b>3.2 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS EM FUNDAÇÕES MISTAS.....</b>	<b>54</b>
<b>3.3 OTIMIZAÇÃO DE RADIERS ESTAQUEADOS.....</b>	<b>65</b>
<b>4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS.....</b>	<b>70</b>
<b>4.1 DEFINIÇÕES.....</b>	<b>70</b>
<b>4.2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS .....</b>	<b>72</b>
<b>4.2.1 Métodos de Programação Matemática.....</b>	<b>74</b>
<b>4.2.2 <i>Branch-and-Bound</i> .....</b>	<b>75</b>
<b>5. METODOLOGIA .....</b>	<b>81</b>
<b>5.1 ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>82</b>
<b>5.1.1 Definições.....</b>	<b>82</b>
<b>5.1.2 Formulação do MEF .....</b>	<b>85</b>

5.1.2.1 Relação constitutiva .....	86
5.1.2.2 Características do elemento finito empregado.....	87
5.1.2.3 Carregamento Equivalente.....	91
5.1.2.4 Obtenção de resultados específicos.....	93
<b>5.2 OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA PARA UM RADIER ESTAQUEADO.....</b>	<b>94</b>
<b>5.2.1 Dados de entrada para a busca e função objetivo.....</b>	<b>94</b>
<b>5.2.2 Escolha do método de busca da melhor solução.....</b>	<b>98</b>
<b>5.3 ESTRUTURA DO PROGRAMA.....</b>	<b>102</b>
<b>5.3.1 Concepção do programa .....</b>	<b>102</b>
<b>5.3.2 Saídas de dados.....</b>	<b>106</b>
<b>6. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA.....</b>	<b>108</b>
<b>6.1 TRABALHOS DE REFERÊNCIA PARA VALIDAÇÃO .....</b>	<b>109</b>
<b>6.2 ESTACAS ISOLADAS – LEE (1973) .....</b>	<b>114</b>
<b>6.3 ESTACAS ISOLADAS – OTTAVIANI (1975).....</b>	<b>116</b>
<b>6.3.1 Análise de recalques máximos .....</b>	<b>116</b>
<b>6.3.2 Análise de tensões normais nas estacas.....</b>	<b>118</b>
<b>6.4 RADIERS ESTAQUEADOS – OTTAVIANI (1975).....</b>	<b>121</b>
<b>6.4.1 Análise de recalques máximos .....</b>	<b>122</b>
<b>6.4.2 Análise de distribuição de recalques.....</b>	<b>124</b>
<b>6.4.3 Análise de tensões normais nas estacas.....</b>	<b>127</b>
<b>6.5 VALIDAÇÃO DE ESFORÇOS SOLICITANTES .....</b>	<b>128</b>
<b>6.6 ANÁLISES COMPLEMENTARES.....</b>	<b>130</b>
<b>7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO .....</b>	<b>136</b>
<b>7.1 BLOCO SOBRE 36 ESTACAS COM UMA SIMETRIA .....</b>	<b>136</b>
<b>7.2 BLOCO SOBRE 16 ESTACAS COM SIMETRIA DUPLA .....</b>	<b>148</b>
<b>8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>160</b>

<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>169</b>
<b>APÊNDICE A – EXEMPLO REDUZIDO DE ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS.....</b>	<b>171</b>
<b>APÊNDICE B – TABELAS DE VALORES DOS CASOS DE VALIDAÇÃO E DE APLICAÇÃO .....</b>	<b>179</b>
<b>APÊNDICE C – SAÍDAS DE DADOS DO EXEMPLO 2.....</b>	<b>200</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Uma obra de Engenharia Civil normalmente requer estudos e análises que propiciem soluções adequadas e econômicas. Algumas áreas fazem uso de formulações teóricas complexas e de ferramentas computacionais elaboradas. Entretanto, em alguns setores, costuma-se utilizar ainda procedimentos ou métodos que não condizem com as exigências da Engenharia moderna. O projeto de Fundações, apesar do nível técnico adequado dos profissionais envolvidos e das empresas executoras, geralmente se enquadra nesta segunda vertente, pois o uso de métodos empíricos de análise ainda é predominante e a concepção do projeto e o dimensionamento dos elementos estruturais se baseiam em propostas provenientes de outras áreas, como a de Estruturas, as quais nem sempre consideram como a presença do material geotécnico envolvido pode influenciar no desempenho do sistema de fundação, como se faz na interação soloestrutura.

A concepção de fundações estacadas segue essa tendência. A metodologia tradicional de projeto geralmente opta pelo emprego de fundações isoladas, em que cada conjunto de estacas reunidas em um bloco suporta as ações de apenas um pilar. Outra característica dessa metodologia de projeto reside no fato de se considerar apenas as estacas como elementos de suporte, especificando-se um fator de segurança mínimo contra a ruptura para cada estaca. Além disso, na maioria dos projetos tradicionais não se empregam fundações associadas, nem se utilizam muitas estacas, nem se considera o efeito do bloco no desempenho do sistema de fundação. Quando os métodos tradicionais deixam de ser aceitáveis, o uso de métodos detalhados que representem mais acuradamente o comportamento da fundação passa a ser imprescindível para sua concepção e para sua análise.

Nessas situações de maior complexidade, a aplicação do conceito de radier estacado pode ser bastante útil. Trata-se de um tipo de fundação no qual todo o sistema, composto pelas estacas e também pelo bloco e pelo solo circundante, responde em conjunto pelo desempenho da fundação quanto a cargas e a recalques. Essa abordagem também é válida em fundações mais simples, mas é nos grandes grupos, em situações de carregamento não-uniforme ou em

casos de geometrias menos usuais, que sua aplicação mostra-se mais eficiente e realista, quando comparada com os métodos tradicionais.

Do ponto de vista das metodologias de análise, os projetos tradicionais caracterizam-se pela grande quantidade de hipóteses simplificadoras adotadas, por exemplo, na previsão de cargas nas estacas e de esforços solicitantes. Outra deficiência notória é o uso preponderante de métodos empíricos para a previsão da capacidade de carga admissível geotécnica dos elementos de fundação. São escassas tanto a obtenção quanto as análises dos parâmetros de resistência e de deformabilidade. É rara até mesmo a retroanálise, por meio de uma prova de carga estática, por exemplo, em que se poderia comprovar ou avaliar os parâmetros adotados em projeto.

O conceito de radier estaqueado apresenta uma complexidade inerente à sua própria formulação, fazendo com que a sua aplicação seja mais bem desenvolvida com o auxílio de ferramentas computacionais que empregam métodos numéricos, como o Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Elementos de Contorno (MEC) ou o Método dos Elementos Finitos (MEF). Este último é o mais difundido atualmente para o estudo de estruturas de Engenharia, contribuindo, inclusive, na avaliação e no comportamento de radiers estaqueados, pois permitem o estudo de diversos fatores que podem interferir na análise de um projeto de fundação. Além disso, possibilitam a previsão do comportamento do sistema de forma mais acurada que nos métodos tradicionais de projetos de fundações, por necessitar de poucas hipóteses simplificadoras.

Existem, atualmente, diversas ferramentas computacionais baseadas no MEF que permitem o estudo de fundações estaqueadas. Entretanto, a maioria delas também se aplica a vários outros problemas, sendo poucas aquelas que se destinam à análise de sistemas de fundações de forma exclusiva. Assim, a obtenção dos resultados de interesse ao projeto e análise da fundação requer um pós-processamento adicional que identifique, por exemplo, os esforços solicitantes no bloco e nas estacas. Essa característica generalista dificulta a utilização dos mesmos pelos projetistas e pelos pesquisadores da área. Desta maneira, verifica-se a necessidade do desenvolvimento de uma ferramenta numérica dedicada, que aborde problemas de fundações estaqueadas, com procedimentos numéricos especialmente desenvolvidos e/ou selecionados e, além disso, facilite a aplicação dos resultados na análise e no dimensionamento estrutural dos elementos que compõem o conjunto.

Assim, pretendeu-se com o presente trabalho construir uma ferramenta numérica tridimensional para análise de radiers estaqueados utilizando o MEF, denominado Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF). O comportamento do sistema bloco-estaca-solo foi analisado em conjunto, de tal forma que a interação entre cada unidade não fosse negligenciada. Almejou-se a obtenção de tensões e de deformações no bloco, nas estacas e no solo. Especificamente para o bloco, visou-se a obtenção e a apresentação dos esforços solicitantes (momentos fletores, esforços cortantes e normais) e os recalques ao longo de sua projeção vertical e para as estacas, a quantidade de carga vertical suportada, os esforços de cisalhamento e de flexão e os deslocamentos em seções ao longo da profundidade. Além disso, o desenvolvimento da ferramenta numérica se deu de tal forma que favorecesse a sua expansão futura, permitindo a incorporação fácil de outros modelos constitutivos ou de cálculos específicos para o projeto.

A validação do programa se deu por meio da comparação de seus resultados com a de outros em que também se utilizou o MEF. Com isso, depois de desenvolvida a parte inicial do programa foi desenvolvido um algoritmo de busca da melhor solução viável em termos do custo global da fundação, respeitadas condições determinadas pelo usuário. Como variáveis de projeto passíveis de modificação durante a busca foram previstos a altura do bloco e o comprimento e a seção transversal da estaca, inclusive os valores nulos para esta. Como restrições de projeto foram admitidos um Fator de Segurança Global e recalques limites, além de tensões verticais máximas nas estacas. Por fim, o custo da fundação contemplou valores relativos aos materiais empregados, como concreto e aço, e à execução, como escavação do bloco e instalação das estacas.

Em suma, esta Dissertação versa sobre os aspectos fundamentais para a construção de uma ferramenta numérica para a análise de fundações, estaqueadas ou não, destacando os fatores intervenientes na sua concepção e na sua modelagem numérica por elementos finitos tridimensionais, além de permitir a obtenção automática de uma solução frente a condições determinadas de carregamentos e desempenho relativo ao comportamento tensão-deformação especificado.

Para tanto, a apresentação textual da pesquisa foi estruturada em oito capítulos e em três Apêndices visando à melhor apreensão das informações disponibilizadas e à continuação do estudo do tema por meio de pesquisas futuras, conforme itemização a seguir:

- **Capítulo 1 – Introdução:** apresenta-se o tema, a justificativa e os objetivos do trabalho;
- **Capítulo 2 – Sistemas de fundações:** é apresentada uma breve revisão literária geotécnica acerca do tema fundações, destacando-se os trabalhos recentes na área. Além de um histórico pequeno sobre fundações em estacas, apresentam-se definições fundamentais sobre o assunto. São tecidos comentários acerca das simplificações em projetos de fundações estaqueadas e se discute o método tradicional de projeto de fundações que não costuma abordar adequadamente alguns aspectos relevantes da interação soloestrutura. Em seguida, são abordados os conceitos relativos às fundações em radiers estaqueados, destacando-se desde as filosofias mais antigas até as mais atuais de concepção dessas fundações mistas, além de mostrar exemplos de emprego desse conceito de projeto em obras reais no mundo e de casos brasileiros;
- **Capítulo 3 – Análises numéricas de fundações em estacas:** são descritos sucintamente os métodos numéricos principais e mais utilizados no tratamento de problemas de fundações. Apresentam-se vários trabalhos que desenvolveram modelagens numéricas em elementos finitos no tema estudado, sendo elucidadas tanto referências clássicas como pesquisas atuais. Além disso, foram destacadas pesquisas que visaram ao desenvolvimento de otimizações em radiers estaqueados;
- **Capítulo 4 – Fundamentos teóricos em otimização de estruturas:** apresentam-se os conceitos acerca do tema Otimização mais relevantes para a pesquisa e necessários para o entendimento dos elementos que compõem o algoritmo de obtenção da melhor solução viável. São apresentados exemplos elucidativos para a compreensão do método de Busca Exaustiva e do de otimização *Branch-and-Bound*, escolhidos como candidatos à implementação no programa FENF;
- **Capítulo 5 – Metodologia:** trata dos aspectos metodológicos referentes à concepção e ao desenvolvimento do FENF. São apresentados conceitos essenciais para a análise de elementos finitos e a formulação do método aplicado no que se refere à relação constitutiva, às características do elemento e ao carregamento equivalente. São descritas as metodologias empregadas para a busca da melhor solução viável. Por fim, é apresentada a estrutura do programa desenvolvido, destacando suas características, aplicações e arquivos de entrada e de saída de dados;

- **Capítulo 6 – Validação do Programa:** apresentam-se neste capítulo comparações de resultados obtidos utilizando o programa FENF e os verificados em outras análises similares, as quais também empregaram o Método dos Elementos Finitos ou alguma solução analítica envolvendo a Teoria da Elasticidade Linear. Foram avaliados, principalmente, os deslocamentos e as tensões em estacas isoladas e em grupos e os resultados de cortantes e de momentos fletores para o bloco;
- **Capítulo 7 – Exemplos de aplicação:** abordam-se dois exemplos de fundações estaqueadas analisadas com a ferramenta numérica desenvolvida e com o emprego da Busca Exaustiva Ordenada para se obter a melhor solução viável em termos do custo global da fundação. Foram comparados os dimensionamentos das fundações obtidos a partir dos resultados da análise numérica e dos métodos de cálculo tradicionais;
- **Capítulo 8 – Conclusões e sugestões para trabalhos futuros:** versa-se sobre as conclusões obtidas com o desenvolvimento da pesquisa, no que se refere à implementação computacional da ferramenta numérica, e com os exemplos de aplicação tratados no Capítulo 7. Por fim, são apontadas sugestões para outros trabalhos que possam ser elaborados a partir ou com o auxílio deste;
- **Apêndice A – Exemplo reduzido de arquivo de entrada de dados:** apresenta-se um modelo da organização de um arquivo de entrada de dados para uso no programa FENF com a Busca Exaustiva Ordenada;
- **Apêndice B – Tabelas de valores dos casos de validação e de aplicação:** são disponibilizados os resultados obtidos nos casos de validação (Capítulo 6) e do primeiro exemplo de aplicação (Capítulo 7);
- **Apêndice C – Saídas de dados do exemplo 2:** são disponibilizados os resultados obtidos com o estudo do bloco sobre 16 estacas, apresentado como segundo exemplo no Capítulo 7.

## **CAPÍTULO 2**

### **SISTEMAS DE FUNDAÇÕES EM RADIER ESTAQUEADO**

Embora se usem fundações desde a pré-história, o seu comportamento ainda está longe de estar completamente esclarecido (MANDOLINI; RUSSO; VIGGIANI, 2005). Faz-se necessário uma revisão dos aspectos teóricos que permeiam esta área de estudo, o que possibilitará os fundamentos necessários para o desenvolvimento desta pesquisa. Uma vez que o assunto é bastante extenso, a presente revisão de literatura foca o estudo de fundações estaqueadas e, principalmente, de radiers estaqueados.

#### **2.1 BREVE HISTÓRICO DAS FUNDAÇÕES EM ESTACAS**

Este trabalho não visa à apresentação de todos os elementos históricos que compõem a engenharia de fundações em estacas e, sim, inserir o presente estudo no contexto que propiciou os fundamentos para o desenvolvimento das pesquisas no tema.

A necessidade de fundações às moradias humanas manifesta-se desde a Era Neolítica, em que o homem ao construir choupanas de madeiras, à beira de lagos, lança mão de palafitas. Estas constituem a primeira utilização de estacas como elementos de fundação, o que proporcionou ideias adicionais sobre a resistência do solo (NÁPOLES NETO, 1998). As fundações em estacas de madeira progrediram significativamente por volta do ano 1250, quando se inventou uma serra para corte da cabeça destas estacas debaixo d'água e em 1450 quando se projetou um bate-estacas já similar aos modernos (NÁPOLES NETO, 1998).

Segundo Sales (2000), a utilização de estacas como elementos de fundação remonta a vários séculos, se fazendo presente em obras de grande porte como igrejas, torres e castelos. Entretanto, a elaboração e a formulação de uma teoria que fundamentasse a aplicação se deram a partir da Revolução Industrial (século XVIII), cujo momento exigia o barateamento dos custos das fundações dos prédios e das fábricas (TERZAGHI; PECK; MESRI, 1996). O desenvolvimento da sociedade e da economia do século XIX fez com que as especificações de quantidade de estacas em uma fundação não fossem superiores ao necessário, uma vez que o preço destes elementos passou a ser importante (TERZAGHI; PECK; MESRI, 1996).

No Brasil a aplicação de estacas em fundação também remonta às palafitas, muito comuns em cidades da região Norte deste país, “tendo sido a utilização de estacas de madeira uma prática habitual de séculos passados em construções portuárias e edificações em zonas de solos moles com lençol freático superficial” (PRESA; POUSADA, 2001). Vargas (1998) cita o único caso de sucesso em obras portuárias brasileiras do século XIX como sendo o das Docas da Alfândega do Rio de Janeiro, em 1866, apoiada sobre estacas de madeira cravadas por bate-estacas a vapor e inspecionadas por mergulhadores.

Segundo Presa e Pousada (2001), com o concreto armado, a escolha por fundações estaqueadas foi intensificada. Inicialmente, as estacas mais utilizadas foram as pré-moldadas, a Strauss e a tipo Franki *Standard*. Ao longo do tempo este tipo de estaca foi sendo substituído pelas pré-fabricadas, as quais se caracterizam pela confecção fora do local de obra, geralmente, em indústria especializada. Atualmente as estacas escavadas do tipo Hélice Contínua Monitorada representam o tipo de solução de fundação mais utilizada no mundo e uma das mais utilizadas no Brasil (FALCONI; MARZIONNA, 1999).

Com relação ao projeto de fundações, Nápoles Neto (1998) indica que as primeiras tentativas de racionalizar o projeto de fundações por sapatas e por estacas datam de 1772, cujas iniciativas baseavam-se na observação e na experimentação. Em meados da década de 1970 já “sabia-se que o desempenho e a forma de transferência de carga ao solo de uma estaca” e de uma fundação rasa eram diferentes (SALES, 2000). Desta forma, até hoje muitos projetistas abstêm-se em empregar esses dois tipos de fundações associadas. Mesmo assim várias pesquisas foram desenvolvidas sobre o assunto. Entretanto, estas eram muitas vezes bastante simplificadas, pois não consideravam a relação do bloco com o solo e, também, a interação entre o bloco e as estacas.

A aplicação da Teoria da Elasticidade estimulou novas pesquisas que propiciaram uma melhor compreensão do “processo de interação entre uma fundação rasa (*cap*, sapata, bloco ou radier) e estacas sob a mesma” (SALES, 2000). Neste âmbito, os primeiros e principais trabalhos que propiciaram os recentes estudos de comportamentos de fundações estaqueadas, bem como de radier estaqueado, foram os de Poulos e Davis (1968), Poulos (1968), Mattes e Poulos (1968) e Butterfield e Banerjee (1971a, 1971b).

## 2.2 DEFINIÇÕES

Um sistema de fundação compõe-se pelas unidades estruturais e pelo subsolo, que tanto pode se constituir por solo como por rocha. Logo, a resposta frente a uma determinada solicitação é resultado da interação entre os elementos estruturais e os geotécnicos, refletindo o caráter global do conjunto no desempenho da fundação. Os elementos estruturais devem ser resistentes o bastante para que possam, ao transferir a carga ao solo, resistir adequadamente aos esforços solicitantes advindos da ação dos carregamentos externos provenientes da superestrutura. Da mesma maneira, deve-se verificar a capacidade da camada portante, geralmente o solo, em resistir às cargas atuantes, a fim de que a mesma não “rompa” ou apresente deformações excessivas.

As unidades estruturais do sistema de fundação são os elementos de transição responsáveis pela absorção dos carregamentos e transferência de cargas para o material de suporte. Dependendo das premissas de projeto e, principalmente, das condições do subsolo, considerando-se a sua resistência e a sua deformabilidade, podem-se utilizar fundações rasas ou profundas. As primeiras são normalmente utilizadas quando o estrato superficial é adequado para suportar os carregamentos sem manifestar deformações que prejudiquem a estrutura ou a arquitetura. São os casos das fundações em radier, em sapatas e em blocos. Já no caso de a camada rasa do terreno não se mostrar adequada, geralmente se adota uma fundação profunda em estacas ou em tubulões.

Segundo a NBR 6122 (ABNT, 2010) as fundações rasas, também chamadas de diretas, caracterizam-se por transferir o carregamento por meio de tensões distribuídas sob as mesmas. Além disso, estão assentes a uma profundidade inferior a duas vezes sua menor dimensão. Esta norma brasileira especifica também que as fundações profundas caracterizam-se pela transferência de carregamento através da base (resistência de ponta, por compressão), pela superfície lateral (resistência de fuste, por cisalhamento) ou por uma combinação de ambas.

Velloso e Lopes (2010) apresentam as diferentes formas de classificação das estacas. Com relação ao tipo de material, elas podem ser de madeira, de concreto moldado no local ou não, de aço ou mistas. De acordo com o efeito que o processo executivo resulta, as estacas podem ser classificadas como de deslocamento, em que o solo é deslocado horizontalmente para dar lugar à estaca, como de substituição, quando o solo é removido previamente à instalação da estaca ou, ainda, como sem deslocamento, em que há pouca remoção do solo e se procura

manter o estado de tensões anterior à execução. Segundo Terzaghi, Peck e Mesri (1996) e rerepresentado por Velloso e Lopes (2010), quanto ao comportamento, podem-se ter três tipos de estacas:

- Estacas de atrito em solos granulares muito permeáveis (estacas de compactação): transferem a maior parte do carregamento através do atrito lateral e, pelo processo executivo de cravação, propiciam uma redução da porosidade e da compressibilidade do solo entre as estacas;
- Estacas de atrito em solos finos de baixa permeabilidade (estacas flutuantes): a maior parte do carregamento também é transferida por atrito lateral, porém não se tem uma melhoria das propriedades solo adjacente à estaca;
- Estacas de ponta: transferem a maior parte do carregamento pela sua base, geralmente a uma camada de solo resistente e profunda.

As fundações estaqueadas são concebidas conforme se pretende que elas se comportem em campo. Neste contexto, as diferenças preponderantes de comportamento são a consideração ou não do desempenho do bloco de coroamento suportando parte do carregamento e influenciando nos recalques e da interação entre as unidades do sistema. A terminologia grupo de estacas ou bloco sobre estacas refere-se à concepção tradicional em que não se considera o papel do bloco e a interação dos elementos, sendo o desempenho ditado pelas estacas. Já a designação radier estaqueado considera que além das estacas, o bloco ou radier e o solo se interagem e respondem em conjunto pelo desempenho do sistema de fundação. Ao longo deste trabalho serão apresentadas as características que compõem estes tipos de fundações estaqueadas.

Terzaghi, Peck e Mesri (1996) recomendam que as fundações satisfaçam a duas condições independentes. A primeira diz respeito a se ter um Fator de Segurança (FS) contra a ruptura, por carregamento, de 2 a 3, dependendo do código do país e do tipo de fundação. A segunda recomendação refere-se à quantidade de deformação máxima admissível que não prejudique a segurança da estrutura ou inviabilize a utilização da edificação. Conforme apontado por Randolph (1994), Poulos (1998, 2001), os projetos de fundações tradicionais geralmente não contemplam uma análise de deformações e, sim, apenas, tendem a privilegiar a análise da capacidade de carga, sendo negligenciada a previsão de recalques.

Burland, Broms e de Mello (1977) comentam sobre o projeto de fundações utilizando o critério de recalque admissível, o qual seria mais realista e, provavelmente, mais econômico, quando, por exemplo, se utilizam estacas como elementos redutores de recalque. Entretanto, Chamecki (1958) alertou sobre o cuidado que se deve ter ao se projetar fundações com base no critério de recalque diferencial admissível sem se levar em consideração a rigidez da estrutura. Demonstra que este fato e a não consideração dos recalques diferenciais no dimensionamento da estrutura pode resultar desde um projeto bastante seguro até mesmo propenso à ruína. De Mello (1975) afirma que, na prática, o comportamento de uma fundação é condicionado pelos recalques, entretanto alerta a importância de se realizar uma análise preliminar de segurança perante a ruptura, seja ela física ou convencional, conforme também sugeriu Décourt (1998).

Para uma adequada previsão de recalques é imprescindível um melhor conhecimento das propriedades do terreno. Assim, um projeto racional de fundações em estacas deveria contemplar uma obtenção eficaz das características do solo, que possa respaldar a concepção do projeto de fundação, cuja relação deverá ser íntima com o projeto de estruturas (CHAMECKI, 1958; DE MELLO, 1986; DÉCOURT, 1998).

### **2.3 COMENTÁRIOS ACERCA DAS SIMPLIFICAÇÕES EM PROJETOS DE FUNDAÇÕES ESTAQUEADAS**

A maioria dos projetos de fundação em estacas corresponde à definição apresentada anteriormente de grupo de estacas ou de bloco sobre estacas, na qual o elemento estrutural sobre as estacas tem apenas a função de união e de transferência de carga para as estacas. Este método não considera a relação dos diferentes materiais envolvidos – fundação rasa (radier) mais profunda (estacas) associados ao solo circundante (interação solo-estrutura) – o que o torna bastante simplificado, podendo gerar desperdício e soluções não econômicas. Neste item serão comentadas as principais simplificações que podem resultar em um projeto inadequado de fundações em estacas.

Conforme sugerem Burland, Broms e de Mello (1977) um projeto de fundação apropriado deveria ter à disposição um adequado levantamento das cargas da estrutura e das propriedades geotécnicas do terreno. Isso poderia possibilitar uma verificação eficaz das ações e das

deformações na fundação. A previsão dos recalques poderia ser informada aos projetistas de estruturas e de arquitetura, os quais avaliariam se a magnitude dos mesmos seria prejudicial.

De acordo com Poulos, Carter e Small (2001) quando se projeta contra a ruptura, os engenheiros geotécnicos geralmente adotam um dos seguintes procedimentos:

- Abordagem com fator de segurança global: corresponde a um dos mais habitualmente utilizados no século XX. O critério de projeto é representado pela expressão  $R_u/F \geq \Sigma P_i$ . Em que  $P_i$  representa o carregamento aplicado,  $R_u$  a resistência última e  $F$  o fator de segurança global, o qual pode variar de acordo com a experiência do projetista e o tipo de fundação;
- Abordagem pelos fatores de carga e de resistência: consiste em uma abordagem que considera os estados limites, sendo reflexo da influência dos engenheiros de estruturas, principalmente dos Estados Unidos. Ela pode ser representada pela expressão  $\Phi R_u \geq \Sigma a_i P_i$ , em que  $\Phi$  representa um fator de redução da resistência e  $a_i$  um fator de majoração da carga, ambos especificados por normas;
- Abordagem com fator de segurança parcial: bastante utilizada na Europa, podendo ser representada pela expressão  $R' \geq \Sigma a_i P_i$ , em que  $R'$  corresponde à resistência de projeto, “calculada usando os parâmetros de resistência de projeto, obtidos pela redução dos valores característicos do solo com fatores de segurança parciais”;
- Abordagem probabilística: nesta metodologia trabalha-se com a Probabilidade de ruptura sendo menor ou igual à Probabilidade de ruína admissível. Os autores comentam que esta abordagem é pouco utilizada pelos projetistas de fundações, diferentemente dos profissionais que lidam com terremotos, com Geotecnia Ambiental e com estruturas *off-shore*.

Poulos, Carter e Small (2001) comentam que “tem havido muitos debates com relação à abordagem europeia”. Os principais equívocos ocorrem em problemas de interação solo-estrutura, em que os resultados das análises com as resistências reduzidas nem sempre conduzem ao pior caso de projeto. Por exemplo, “no projeto de um radier estaqueado, se a capacidade da estaca é reduzida, o momento fletor negativo dentro do radier pode ser subestimado quando a estaca está localizada sob um pilar”. Assim, é preferível adotar a abordagem pelos fatores de carga e de resistência e calcular os valores de projeto usando parâmetros geotécnicos melhor estimados, em seguida um fator apropriado pode ser atribuído aos resultados calculados. A utilização de fatores de segurança específicos pode conduzir a

um projeto superconservador, além disso, as diferenças de cargas nas estacas podem ser muito grandes (MANDOLINI; RUSSO; VIGGIANI, 2005).

Segundo Mandolini e Viggiani (1997), apesar dos avanços desde Burland, Broms e de Mello (1977), a maioria dos projetos ainda são baseados na capacidade de carga e não nos recalques. Isso poderia mudar mediante a revisão dos códigos e normas locais. Verifica-se que no Brasil a maioria dos projetos ainda não efetua a previsão dos recalques. O desenvolvimento de um projeto considerando-se apenas a resistência aos carregamentos é insuficiente, pois as deformações verticais e as rotações podem causar uma redistribuição dos esforços na estrutura, o que pode ser maléfico do ponto de vista de resistência. Além disso, os recalques podem comprometer o uso da edificação.

Observa-se uma predominância, ou até mesmo uma exclusividade, no emprego de correlações com o índice de resistência à penetração  $N_{SPT}$  na previsão das propriedades geotécnicas (como o módulo elástico) e das capacidades geotécnicas de carga vertical e lateral. Existem outros métodos e é importante ressaltar que “nenhuma quantidade de ensaios laboratoriais ou cálculos sofisticados podem compensar a falta de conhecimento acerca do perfil do terreno” (BURLAND; BROMS; DE MELLO, 1977).

Robert (1997) e Pinto (2010) comentam sobre as dificuldades na determinação dos parâmetros de resistência e de deformabilidade do terreno, necessários às expressões teóricas de capacidade de carga de Terzaghi, Meyerhof, Hansen ou Vesic. Cintra e Aoki (2010) versam sobre a discrepância destas proposições ao prever um fator de capacidade de carga. Isso tem limitado e desmotivado substancialmente a aplicação dos métodos teóricos em um número elevado de projetos. Por isso, é predominante o uso de correlações empíricas regionais na determinação da tensão admissível do solo. Robert (1997) realizou um estudo em que se compararam os valores de capacidade de carga de estacas calculados por métodos empíricos e os resultados de provas de carga estáticas. A análise mostrou que a maioria das previsões apresentou um erro de  $\pm 15\%$ , algumas  $\pm 25\%$  e, em poucos casos,  $\pm 40\%$ . Ele conclui que o procedimento empírico atual possui acurácia aceitável.

De Mello (1986) não concorda em se projetar fundações a partir dos resultados das provas de carga, pois considera que estas se tratam de um processo de investigação *a posteriori*. Deve haver primeiro um projeto preliminar e um levantamento de custos que envolva instalação,

execução, prova de carga e interpretação, o que propiciaria revisões no projeto relativas à quantidade e ao comportamento satisfatório das estacas.

Mandolini, Russo e Viggiani (2005) também consideram as provas de carga estática como um método de comprovação da resistência da fundação. Reconhecem ainda, que o ensaio quando levado até a ruptura, constitui no método de projeto mais realístico. Além disso, nos últimos anos, o conhecimento da curva carga-recalque tem favorecido o desenvolvimento de projetos que se baseiam em critérios de recalque e de tensão-deformação.

Desta maneira, a utilização de correlações empíricas na previsão da capacidade de carga e de propriedades geotécnicas se mostra como um meio apropriado em projetos de fundações usuais. Deve se ter em mente que existem outras formas, as quais devem ser consideradas, principalmente em problemas mais complexos. Outra dificuldade é a avaliação das concepções realizadas, sendo recomendável a validação dos métodos de projeto mediante o monitoramento das obras realizadas e a divulgação das análises efetuadas, conforme sugerido por Mandolini e Viggiani (1997).

Burland, Broms e de Mello (1977), Randolph (1994) e Mandolini e Viggiani (1997) comentam que a principal razão pela escolha por uma fundação estaqueada é a redução dos recalques de uma fundação direta, em radier. Entretanto, nessa escolha, a abordagem tradicional de projeto negligencia a capacidade de carga da fundação rasa e assume que toda a carga estrutural seja conduzida pelas estacas, com um fator de segurança adequado contra a ruptura. Segundo Poulos (1998) e Mandolini, Russo e Viggiani (2005) esse procedimento tradicional resulta em recalques desnecessariamente pequenos e um aumento de custo significativo.

Burland, Broms e de Mello (1977) consideravam obsoleto o fato de o projeto de fundações contar com apenas as estacas para o suporte da estrutura e não considerar a capacidade do solo entre as estacas e sob o bloco. Isto se deve ao fato de os projetistas terem um conhecimento limitado ou insuficiente dos mecanismos de interação estaca-solo-bloco. Poulos, Carter e Small (2001) comentam que além da importância da interação entre as unidades dentro de um sistema de fundação, deve-se considerar também a influência dos recalques de outras fundações adjacentes, uma vez que o acréscimo de deformações devido à superposição dos bulbos de tensões pode acarretar em recalques indesejáveis à edificação.

Um projeto de fundações estaqueadas é normalmente considerado adequado quando a estaca mais carregada não ultrapassa a carga de projeto adotada, entretanto, conforme apresentado por Sales *et al.* (2002), este procedimento acarreta em fatores segurança globais (considerando todo o sistema de fundação) superiores a quatro em muitos casos. Assim, o conhecimento do nível de segurança real do sistema de fundação depende significativamente do método de análise empregado, haja vista que em grupos de estacas, a desconsideração do desempenho do bloco no desempenho do conjunto pode inviabilizar um projeto, pois algumas estacas poderiam não atender aos fatores de segurança específicos.

Uma das principais simplificações de projeto de bloco sobre estacas está em se considerar que estas trabalham em condições idênticas, ou seja, que a quantidade de carga vertical suportada por cada uma é a mesma. Conforme verificado por Bittencourt e Sales (2009a, 2009b) e Sales e Bittencourt (2010), em grupos com mais de quatro estacas, estas podem estar submetidas à solicitações bastante diferentes, dependendo da posição relativa no conjunto. Em blocos rígidos, como na maioria dos projetos usuais, as estacas periféricas tendem a absorver uma maior parcela do carregamento e, assim, podem estar submetidas a um esforço que pode ser maior que o admissível. Estes autores mostram que em blocos com várias estacas a realização de um cálculo mais aprimorado, que considere todos os mecanismos de interação radier-solo-estacas mostra-se indispensável.

Outra simplificação importante consiste em se adotar soluções da teoria das estruturas para fundações sem uma avaliação devida. O método das bielas para o cálculo das armaduras no bloco mostra-se como um procedimento eficaz para conjuntos com poucas estacas. O método não costuma propiciar bons resultados para quando se têm muitas estacas e o método das vigas aliado à utilização de ferramentas numéricas costuma conduzir à melhores resultados.

Com relação à nova norma brasileira de Fundações, a NBR 6122 (ABNT, 2010), observam-se muitos avanços com relação à anterior de 1996. Destacam-se a melhor organização dos assuntos abordados, a ênfase nas investigações geológicas e geotécnicas e a apresentação dos procedimentos executivos dos principais tipos de estacas. Com relação aos aspectos de projeto observam-se, também, alguns avanços importantes, principalmente com respeito aos Estados Limites de Utilização e de Serviço e as formas de consideração das ações da superestrutura e das resistências características e de projeto.

A NBR 6122 (ABNT, 2010) reconhece que “a Engenharia de Fundações não é uma ciência exata e que riscos são inerentes a toda e qualquer atividade que envolva fenômenos ou materiais da natureza”. Esta nota expressa o caráter peculiar desta área da Engenharia Civil, cuja eficácia das análises depende de um conhecimento e de uma interpretação racional dos parâmetros geotécnicos, podendo requerer o emprego de análises que considerem muitas variáveis simultaneamente.

Apesar dos avanços, a NBR 6122 (ABNT, 2010) ainda não contempla as fundações de comportamento misto sapatas e radiers estaqueados, pois considera que se tratam de sistemas de aplicação restrita. Porém, evidencia que em estruturas nas quais a deformabilidade das fundações possa influenciar na distribuição dos esforços, a interação solo-estrutura ou fundação-estrutura deverá ser estudada. Esta especificação mostra a importância do trabalho conjunto entre os projetistas de estruturas e os de fundações, conforme já comentado anteriormente. Dentro do aspecto das deformações a norma comenta sobre o efeito de grupo, em que o recalque de uma estaca dentro do conjunto é maior devido aos deslocamentos das estacas ao seu redor.

Deve-se ressaltar o aspecto inovador considerado na NBR 6122 (ABNT, 2010) com relação à avaliação do desempenho das fundações. Essa norma especifica a realização de pelo menos o monitoramento dos recalques medidos na estrutura, os quais deverão ser avaliados mediante a comparação com os valores fornecidos pelo projetista. Sendo assim, a obrigatoriedade da previsão e das medidas dos deslocamentos poderá propiciar um melhor conhecimento dos comportamentos das fundações, uma vez que se deverá investir em uma melhor caracterização geotécnica do terreno e em métodos de cálculo menos simplificados.

## **2.4 COMPORTAMENTO DE FUNDAÇÕES MISTAS**

Uma fundação em radier estaqueado envolve a associação de três elementos resistentes que trabalham simultaneamente: as estacas, o radier e o subsolo. Conforme salientam Katzenbach, Arslan e Moormann (2000) o estudo deste tipo de sistema não deve ser dissociado, uma vez que a interação entre os elementos influem significativamente no comportamento carga recalque do conjunto, o qual tende a se diferenciar do comportamento do elemento isolado. Apesar da complexidade do problema, estes autores sugerem algumas vantagens ao se aplicar radiers estaqueados, que tem propiciado o desenvolvimento de fundações não usuais na Alemanha:

- Redução dos recalques total e diferencial;
- Aumento da capacidade de carga da fundação rasa
- Redução para valores mais econômicos dos esforços internos no radier.

Os aspectos referentes ao comportamento de fundações mistas envolvem principalmente os estudos da concepção, do projeto e dos mecanismos de interação, os quais serão apresentados a seguir.

### **2.4.1 Concepção e projeto de radiers estaqueados**

Como em qualquer sistema de fundação, o projeto de um radier estaqueado exige a consideração dos seguintes tópicos (POULOS, 1998, 2000, 2001):

- Capacidade de carga última para cargas vertical e lateral;
- Recalque máximo;
- Recalque diferencial;
- Esforços cortantes e momentos no radier, para seu projeto estrutural;
- Cargas e momentos nas estacas, para seu projeto estrutural.

Poulos (2001) sugere que um projeto racional em radier estaqueado deve envolver três fases, sendo que a seleção dos parâmetros geotécnicos configura-se em um componente essencial para os três estágios:

- a) Um estágio preliminar que avalie a viabilidade do uso de um radier estaqueado e o número de estacas para satisfazer às exigências do projeto. Corresponde a uma etapa em que o efeito do número de estacas é avaliado por meio de uma análise aproximada;
- b) Um segundo estágio no qual um exame mais detalhado permita avaliar onde as estacas seriam exigidas e as características gerais das estacas;
- c) Um estágio final e detalhado de projeto para obter o número ótimo, localização e configuração das estacas, e computar uma distribuição detalhada dos recalques, momentos fletores e cortantes no radier e cargas e momentos nas estacas.

O primeiro e o segundo estágios envolvem cálculos relativamente simples, que podem ser realizados sem um programa computacional complexo. O estágio detalhado geralmente demanda o uso de ferramentas numéricas que possam considerar de forma racional a interação entre solo, radier e estacas. Também pode ser necessária a consideração do efeito da rigidez da superestrutura.

A aplicabilidade de um radier estaqueado é mais comumente alcançada, quando a inclusão de estacas se dá pela necessidade de controle de recalques globais e/ou diferenciais, o que significa dizer que nestes casos, somente o radier já seria capaz de prover adequadamente a capacidade de carga necessária (POULOS, 2001).

Nos trabalhos de Poulos (1998, 2000, 2001) verificam-se as circunstâncias favoráveis ao uso de radiers estaqueados. Perfis de solo constituídos por argilas rijas ou areias compactas são considerados favoráveis. Já perfis de solo contendo materiais compressíveis a profundidade relativamente rasas, de solo que estão sofrendo recalques por adensamento ou de solo que poderão sofrer expansão devido a causas externas são considerados desfavoráveis, uma vez que a capacidade de carga geotécnica destes perfis tende a ser baixa e costumam apresentar susceptibilidade a recalques acentuados.

Um projeto em radier estaqueado pode ser concebido de diferentes modos, conforme apresenta Randolph (1994):

- **Abordagem convencional:** O sistema é projetado como um grupo de estacas, porém considera-se que o radier contribua na capacidade de carga. Utiliza-se um espaçamento uniforme entre as estacas em toda área do radier. A redução do número total de estacas é uma vantagem desta abordagem, uma vez que o bloco recebe parte da carga total aplicada.
- **Creep Piling:** Nesta forma de projeto algumas estacas podem absorver uma carga correspondente de 70 a 80 % de sua capacidade de suporte último, onde alguma deformação plástica pode ocorrer. Segundo Burland, Broms e de Mello (1977) a fundação é dimensionada essencialmente como um radier, mas os recalques são reduzidos pela inclusão de estacas como “elementos redutores de recalque”, distribuídas uniformemente e com um espaçamento regular sob todo o radier, as quais podem apresentar deslocamentos relativos ao solo adjacente. Sales (2000), Poulos (2001) e Bacelar (2003) comentam uma análise apresentada por Hansbo (1993) na qual se conseguiu reduzir de 211 para 104 estacas ao se modificar a abordagem de convencional para *creep piling*.

- **Controle de recalque diferencial:** Nesta concepção as estacas são posicionadas a fim de se reduzir os recalques diferenciais, mesmo que isso não implique em uma redução dos recalques globais. A adição de umas poucas estacas na região central, possivelmente carregadas próximo da capacidade última das mesmas, reduz a tendência de manifestação de maiores recalques nessa região, o que minimiza os recalques diferenciais. Segundo Poulos (2001) esta abordagem é uma versão extrema do *creep piling*, em que toda a capacidade de carga da estaca é utilizada, isto é, algumas ou todas as estacas trabalham a 100 % da sua capacidade última. Os conceitos acima induzem ao uso de estacas, primariamente, como redutoras de recalque, enquanto reconhece que elas também contribuem para o aumento de carga última do sistema de fundação como um todo.

Poulos (1998, 2000) sugere, ainda, outra forma de concepção denominada por “radier reforçado por estacas”, a qual consiste basicamente no posicionamento de uma quantidade ótima de estacas sob o radier a fim de se atender a critérios específicos, como a redução dos esforços solicitantes na placa ou dos recalques diferenciais. Neste caso, as estacas poderiam ter sua resistência última plenamente mobilizada.

Sales, Small e Poulos (2010) apresentam uma nova forma de concepção de radiers estaqueados assentes em solos argilosos e instalados em edificações com dois ou mais subsolos. “Nestes casos, a fundação em radier estaqueado é chamada ‘radier estaqueado compensado’. As tensões no solo são reduzidas devido à escavação e o recarregamento do solo pode ser considerado no projeto”. Quando um radier estaqueado é escolhido para ser a fundação de um edifício com múltiplos subsolos, as etapas de construção e as cargas removidas ou aplicadas ao solo são muito importantes para o desempenho final da fundação (SALES; SMALL; POULOS, 2010). Destacam que nos radiers estaqueados, as estacas podem mobilizar altos níveis de carga e, até mesmo, sua resistência última, sem que isso comprometa a segurança do conjunto. Segundo Sales, Small e Poulos (2010) uma fundação compensada é aquela em que se consideram os efeitos decorrentes da escavação no projeto da fundação. Os autores propõem uma metodologia simplificada para abordar radiers estaqueados compensados e apresentam exemplos em que se empregaram o programa GARP (SMALL; POULOS, 2007) para a análise do radier estaqueado sob uma solicitação não-drenada e o programa em elementos finitos CONS3D para o processo de adensamento, que permite prever os deslocamentos ao longo do tempo sob condições de carregamento drenado. Assim,

puderam analisar e comparar os recalques ao longo do tempo em vários edifícios executados na Europa previstos numericamente com os medidos em campo.

## 2.4.2 Mecanismos de interação em radiers estaqueados

Ao se adotar um sistema de fundação em radier estaqueado deve-se ter em mente que a resposta do conjunto se deve às características de cada elemento e como estes interagem ao serem solicitados, resistindo às cargas e sofrendo deformações (BITTENCOURT; LIMA, 2009). A análise deste tipo de fundação mista requer a consideração de quatro tipos de interações desenvolvidas entre os elementos daquela fundação, como se apresenta na Figura 2.1.

A análise de grupos de estacas e de radiers estaqueados, abordando o conceito de fatores de interação, tem sido amplamente adotada desde Poulos (1968). A interação estaca-estaca é definida como a deflexão de uma estaca não carregada causada por uma estaca carregada adjacente. Este fator de interação pode ser expresso por  $\alpha_{pp}$ :

$$\alpha_{pp} = \frac{\text{deflexão adicional da estaca sem carga}}{\text{deflexão de uma estaca isolada carregada}} \quad (2.1)$$

Esta interação pode ser calculada considerando um par de estacas com uma distância “s” entre as mesmas, como mostrado na Figura 2.1a. As estacas podem ter diferentes comprimentos e diâmetros.

A interação carga superficial – estaca corresponde à interação entre uma carga uniformemente distribuída aplicada na superfície do terreno e uma estaca sem carga a uma distância “s” do centro da superfície do solo carregado. Este fator de interação,  $\alpha_{sp}$ , como apresentado na Figura 2.1b, pode ser expresso por:

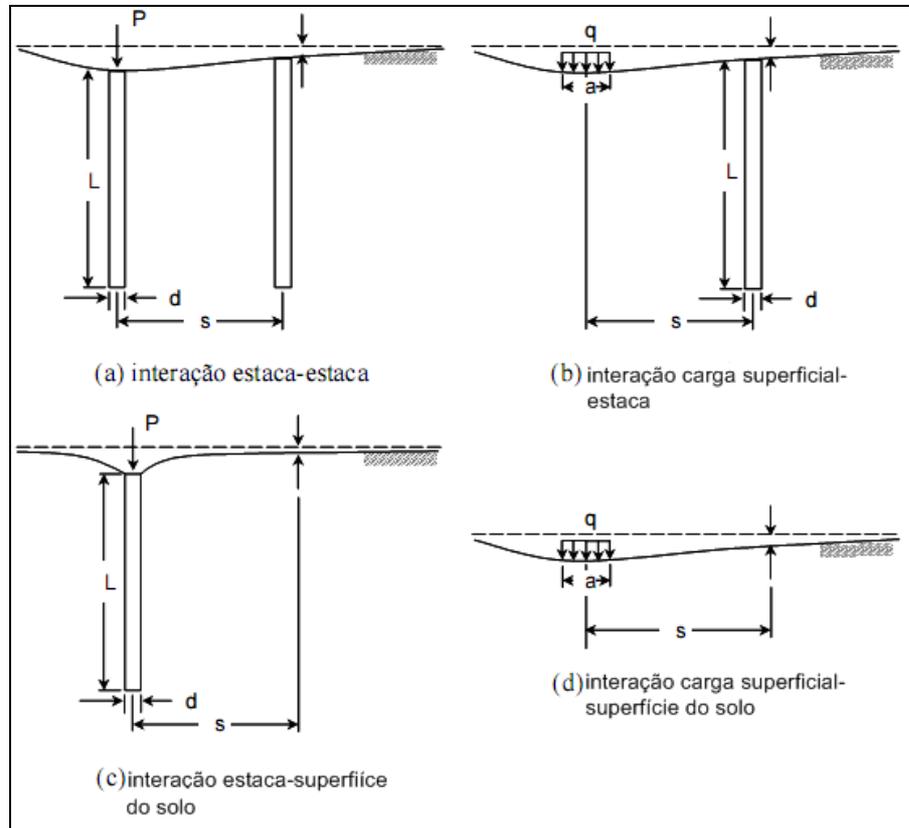
$$\alpha_{sp} = \frac{\text{deflexão adicional de uma estaca sem carga}}{\text{deflexão da superfície de solo carregada}} \quad (2.2)$$

Define-se a interação estaca – superfície do solo como aquela entre uma estaca carregada e a superfície do solo a uma distância “s” da estaca carregada como apresentado na Figura 2.1c. O fator de interação,  $\alpha_{ps}$ , pode ser expresso por:

$$\alpha_{ps} = \frac{\text{deflexão adicional na superfície do solo sem carga}}{\text{deflexão de uma estaca isolada carregada}} \quad (2.3)$$

Este fator de interação pode ser obtido de maneira similar ao  $\alpha_{pp}$ , tendo-se atenção de que apenas uma estaca está presente na análise.

Figura 2.1 – Mecanismos de interação em radiers estaqueados (HAIN; LEE, 1978). Adaptada pelo autor.



Por fim, a interação carga superficial – superfície do solo corresponde àquela entre uma superfície de solo uniformemente carregada e outra não carregada, a uma distância “s” de centro a centro das superfícies, como se apresenta na Figura 2.1d. Este fator de interação ( $\alpha_{ss}$ ) pode ser expresso por:

$$\alpha_{ss} = \frac{\text{deflexão adicional de uma superfície de solo sem carga}}{\text{deflexão de uma superfície de solo carregada}} \quad (2.4)$$

Mandolini (2003) apresenta, essencialmente, dois mecanismos de interação, presentes na análise de radiers estaqueados: o da interação radier-solo-estaca e o da interação estaca-solo-estaca. Para médios a grandes radiers estaqueados este autor afirma ser imprescindível uma análise da interação solo-estrutura, a fim de que o uso da construção não seja comprometido.

### 2.4.3 Emprego de radiers estaqueados

Como em diversos campos da Engenharia Civil, um projeto de fundações deve atender aos requisitos técnicos e aos de segurança. No entanto, o fator econômico também se constitui em um fator preponderante para as definições de projeto. Inicialmente, procura-se o emprego de fundações diretas, isoladas preferencialmente, pois o seu custo normalmente é baixo. Porém, quando esta solução não é viável tecnicamente, a utilização de estacas passa a ser avaliada e, muitas vezes, são facilmente concebidas e incorporadas no projeto por meio da filosofia tradicional de concepção de fundações. Entretanto, existem casos em que as simplificações de cálculo existente nos métodos tradicionais de projeto não permitem a sua aplicação em obras mais exigentes e complexas, do ponto de vista de recalques, do de capacidade de carga ou do de esforços solicitantes no bloco, por exemplo. Nestes casos, uma solução em radier estaqueado pode conduzir a um projeto adequado sem prejudicar a utilização da edificação ou trazer custos adicionais à obra como um todo, sendo muitas vezes até mais econômico. Segundo Franke, El-Mossallamy e Wittmann (2000) a escolha de um radier estaqueado é usualmente apropriada e indicada nos casos de edifícios com:

- Índice de esbeltez do edifício, dada pela relação entre a sua altura (H) e sua largura (B), maior ou igual a 4 e, assim, sensível à inclinação;
- Elevadas pressões de contato no radier (média de 500 a 600 kPa) e grandes recalques;
- Excentricidade do carregamento da superestrutura;
- Fundação profunda com escavação superior a 10 m – Franke, El-Mossallamy e Wittmann (2000) não explicam o porquê, mas o autor deste trabalho entende que isso se deve ao fato de que escavações superiores a 10 m podem resultar em uma grande alteração no estado de tensões *in situ*, o que pode exigir análises que possam considerar este efeito, o que não é simples;
- Estruturas adjacentes (edifícios, pontes, túneis, tubulações de esgoto, *etc*) próximas a fundação.

Franke, El-Mossallamy e Wittmann (2000) citam que outra aplicação para radiers estaqueados é propiciar suporte localizado com estacas apenas em regiões muito carregadas, principalmente para evitar juntas no radier sob o nível d'água.

Como exemplo de aplicação do conceito, apresenta-se a seguir alguns exemplos de emprego de radiers estaqueados no exterior e no Brasil. Na Tabela 2.1 são apresentados algumas fundações mistas concebidas em Frankfurt, na Alemanha, cujos dados foram colecionados por Katzenbach, Arslan e Moormann (2000), em que “B” corresponde à menor dimensão em planta do radier, “H” à distância entre o nível da fundação e o topo do edifício (pisos mais altos), “G” à carga permanente e “P” à carga acidental.

Dentre os edifícios apresentados na Tabela 2.1, destacam-se três gerações de radiers estaqueados. A primeira geração, constituída pelo Messe-Torhaus e pelo Messeturm, foram concebidos pela necessidade de se reduzirem os recalques máximos e diferenciais cujas análises preliminares assim previram. Destacam-se os métodos simplificados empregados, como a consideração de deformação plana e a de comportamento linear e elástico. A experiência adquirida com os dois primeiros edifícios propiciou a aplicação de mais cinco projetos de fundações mistas entre 1990 e 1996, pertencentes à segunda geração, que assim como os primeiros contaram com a instrumentação e o monitoramento de cargas e de recalques nos elementos de fundação, o que permitiu, também, o desenvolvimento de melhores métodos de análise e de previsão. A terceira geração é composta pelos três últimos edifícios apresentados na Tabela 2.1, os quais puderam contar com métodos numéricos mais aprimorados durante a fase de projeto.

Na Tabela 2.2 apresentam-se outros exemplos de aplicação de fundações em radier estaqueado bem descritos por suas fontes. Outros exemplos poderiam ser apresentados, porém a presente pesquisa não pretende levantar todas as obras em radiers estaqueados existentes e, sim, apenas apresentar as principais e mais bem documentadas. Reconhece-se, ainda, que inúmeras outras fontes também já apresentaram e discutiram a concepção destes edifícios, logo as fontes destacadas são apenas indicativas para o tema.

Poulos (1994) apresenta um caso de obra no Brasil que foi projetado seguindo a metodologia de radiers estaqueados. Trata-se do Edifício Akasaka, em São Paulo, o qual ao ser concebido inicialmente para fundações em sapatas isoladas, previram-se recalques excessivos. A introdução de seis estacas sob a sapata mais carregada permitiria que a fundação recalcesse até um valor máximo aceitável ao custo de uma mobilização total das estacas, mas respeitando-se um fator de segurança global de 2,25.

Tabela 2.1 – Projetos de fundação em radier estaqueado (KATZENBACH; ARSLAN; MOORMANN, 2000).

Adaptada pelo autor.

Dados da Construção	Messe-Torhaus	Messeturm	DG-Bank	American Express	Taunustor Japan-Centre	Forum (Kastor e Pollux)	Congress Centre Messe Frankfurt	Main Tower	Eurotheum	Franfurter Welle
Período de construção	1983-85	1988-91	1990-93	1991-92	1994-96	1994-97	1995-97	1996-99	1997-99	1998-2001
Altura (m)	130	256,5	208	74,7	115,3	94/130	51,6	198	110	55
Nº de pavimentos	22-30	64	53	16	29	22/32	13-14	57	31	13
Nº de subsolos	0	2	3	4	4	3	2	5	3	2
Área da fundação (m <sup>2</sup> )	2 x 430	3457	2940	3570	1920	14000	10200	3800	1830	25000
Nível da fundação (m)	-3,0	-14,0	-12,0/-14,0	-14,0	-15,8	-13,5	-8,0	-21,0	-13,0	-7,5/-11,5
Espessura do radier	2,5	3,0-6,0	3,0-4,5	2,0	1,0-3,5	1,0-3,0	0,8-2,7	3,0-3,8	1,0-2,5	1,0-2,2
Número de estacas	2 x 42	64	40	35	25	26/22	141	112	25	102
Espaçamento entre estacas - s (m)	3,0-3,5 D	3,5-6,0 D	3,8-6,0 D	3,5 D	3,0-6,0 D	4,0-6,0 D	3,0-6,0 D	3,0-6,0 D	1,6-6,0 D	3,5 D
Comprimento das estacas - L (m)	20,0	26,9-34,9	30,0	20,0	22,0	20,0 e 30,0	12,5-34,5	20,0 e 30,0	25,0 e 30,0	20,0 e 25,0
Diâmetro da estaca - D (m)	0,9	1,3	1,3	0,9	1,3	1,3	1,3	1,5	1,5	0,9
Excentricidade da carga - e (m)	0,8	0	0	>0	7,5	≈40	>0	2,0	3,8	>0
Relação de esbeltez (H/B)*	5,4	4,3	4,7	1,8	3,6	3,0/4,1	3,0	4,5	≈9,0	1,0
Carga total (G+P) (MN)	2 x 200	1880	1420	1200	1050	990/920	1800	2000	570	≈1000
Estacas instrumentadas	6	12	6	6	6	3/3	12	17 (+25)	4	6
Carga no radier (%)	80	55	50	N/D	40	35/40	40	85	30	N/D
Carga observada nas estacas (MN)	1,7-6,9	5,8-20,1	9,2-14,9	2,7-5,1	7,9-13,8	7,4-11,7/5,0-12,6	4,2-6,5	1,4-8,0	1,8-6,1	N/D
Recalque máx. observado - w (mm)	150	144	110	55	60	80	40-60	25	32	N/D

Tabela 2.2 – Outros projetos de fundação em radier estaqueado.

Dados do Edifício	Treptowers	Sony Centre	Complexo de Edifícios	Nova Biblioteca de Alexandria	Emirates Twin Towers	Burj Khalifa (torre principal)
Local	Berlim, Alemanha	Berlim, Alemanha	Niigata, Japão	Alexandria, Egito	Dubai, Emirados Árabes Unidos	Dubai, Emirados Árabes Unidos
Data	1995-97	1996-99	1994	1995-99	1996-2000	2004-10
Altura (m)	121	103	125	10 pvtos.	355/305	828
Espessura do radier (m)	2,0-3,0	1,5-2,5	2,0-3,7	1,275-2,4	1,5	3,7
Nº de estacas	54	44	157	599	92/102	196
Comprimento das estacas (m)	12,5-16,0	20-25	20	27,7	40-45	47,45
Diâmetro das estacas (m)	0,9	1,5	1,0-1,9	1,0-1,2-1,5	1,2	1,5
Outras informações	-	-	3 subsolos	4 subsolos (abaixo do nível d'água)	-	4 a 6 subsolos
Fontes	Katzenbach, Arslan e Moormann (2000)	Katzenbach, Arslan e Moormann (2000)	Majima, Nagao (2000)	Hamza e Ghoneim (2000)	Poulos e Davids (2005)	Poulos e Bunce (2008)

Uma das primeiras tentativas de emprego do conceito de radier estaqueado no Brasil foi feita por Décourt (1994), o qual definiu “estaca-T” como a associação entre uma sapata e uma única estaca centrada. As características principais desse sistema de fundação é a transferência de cargas através da ponta e ao longo do fuste da estaca e no contato do “topo” (sapata) com o solo. Décourt (1994) salienta que a ligação entre os elementos vertical e horizontal deve ser de tal modo que apenas esforços verticais de compressão sejam transferidos à estaca. Solicitações decorrentes de esforços horizontais e de momentos fletores devem ser suportadas pelo topo. Outra tentativa de emprego de um tipo de fundação mista foi feita por Val (1995), o qual denominou como “estapata” a associação entre uma sapata e uma estaca sem uma ligação estrutural. Entre os dois elementos é deixado um espaço a fim de que o elemento horizontal suportasse uma parcela maior da carga. Assim, a estaca poderia atuar resistindo à carga excedente sem que isso resultasse em um recalque excessivo.

Sales *et al.* (2002) aplicaram o conceito de radier estaqueado para analisar um bloco sobre 25 estacas executado em Taguatinga (Distrito Federal) que, na metodologia tradicional, seria descartada por resultar em algumas estacas suportando cargas elevadas ( $FS < 1,5$ ). A análise da mesma fundação como radier estaqueado permitiu que se identificasse um comportamento aceitável, pois os valores máximos previstos não ocorreriam simultaneamente e, ainda assim, o nível de segurança real seria superior ao calculado inicialmente.

No Brasil, não se verifica coleção de dados de obras com fundações mistas tão bem exploradas quanto às anteriores. Isso pode ser explicado pela pouca utilização dessa abordagem de projeto no país como um todo. Entretanto, na última década, obras nas cidades de Goiânia e de Brasília têm utilizado cada vez mais o conceito de radier estaqueado em seus projetos de fundações. Os trabalhos realizados têm sido desenvolvidos a partir de projetos de grupos de estacas, nos quais foram necessárias, por exemplo, muitas estacas em um mesmo bloco que, muitas vezes, reunia mais de um pilar. Assim, o objetivo das análises era poder considerar o papel do bloco no desempenho do sistema de fundação como um todo, de forma tridimensional e não apenas de algumas seções pré-determinadas como se fazia até então. Isso permitiu avaliar como as rigidezes dos elementos e as interações entre os mesmos influenciavam o seu comportamento. As análises realizadas por meio de métodos numéricos permitiram identificar geometrias e quantidade de estacas mais adequadas, que resultassem em cargas nas estacas, momentos fletores no bloco, recalques totais e diferenciais, *etc.* mais favoráveis segundo os critérios de projeto. Para isso, sempre foram considerados Fatores de Segurança Globais superiores a 2,5. Uma das técnicas mais empregadas para a “otimização” destes radiers estaqueados foi a utilização de estacas de diferentes rigidezes, conforme apresentado por Bittencourt e Sales (2009) e Sales e Bittencourt (2010) com casos hipotéticos e de obras reais da técnica proposta por Poulos (2005) e por Chow (2007).

Soares e Soares (2002) versam sobre a utilização de fundações mistas para edifícios de grande porte na Grande João Pessoa (Paraíba), as quais contaram com o monitoramento de recalques. Destacam a redução da quantidade de estacas, haja vista a contribuição do bloco na capacidade de suporte. Para tanto, empregam um cálculo simplificado em que a carga vertical a ser suportada pelas estacas corresponde aquela não suportada pelo contato bloco-solo. Os resultados de monitoramento indicam um comportamento adequado das fundações, entretanto ressalta-se que o projeto de uma fundação em radier estaqueado deve contar com análises mais aprimoradas, que possam contemplar os mecanismos de interação e as propriedades geotécnicas do terreno.

## **CAPÍTULO 3**

### **ANÁLISES NUMÉRICAS DE FUNDAÇÕES EM ESTACAS**

Conforme apresentado no item 2.4.1, Poulos (2000) enfatiza que um método de projeto completo deveria ser capaz de atender a todos os aspectos de projeto mencionados por meio de uma análise simples e coerente. Embora os métodos simplificados sejam bastante úteis em avaliações preliminares e em avaliações expeditas, são as ferramentas numéricas tridimensionais que podem possibilitar interpretações mais fies do comportamento do sistema em campo, pois todo o domínio do problema e as interações entre os elementos são considerados.

Para o estudo de fundações em estacas, Poulos (1989) apresenta um sistema de classificação expandido com três categorias de análise/procedimentos de projeto. A primeira é a mais simples e foi a mais utilizada no mundo. É essencialmente empírica e tem suas correlações obtidas a partir de ensaios simples em campo ou em laboratório. A segunda categoria requer estudos de campo mais relevantes, embora o uso de correlações seja menor. Utiliza conceitos simples da Mecânica dos Solos e pode considerar modelos constitutivos e materiais diferentes, linear-elástico ou não-linear e rígido-plástico ou elastoplástico. A terceira categoria fundamenta-se em teorias mais específicas e complexas da Mecânica dos Solos, tratando de materiais com comportamento particular. Para isso, requer estudos geotécnicos consideráveis, que envolvam cuidadosos ensaios laboratoriais e de campo.

As análises numéricas de radiers estaqueados enquadram-se nas segunda e terceira vertentes das categorias de análise. Conforme Poulos (2000) e Sales (2000), os métodos detalhados ou numéricos são desenvolvidos depois de avaliada a aplicabilidade do radier estaqueado e visam a um estudo aprimorado dos recalques, dos locais e número ótimos das estacas e dos esforços solicitantes no radier e nas estacas. Os métodos de análise detalhados recaem em duas categorias (POULOS, 2000): métodos computacionais aproximados ou métodos computacionais rigorosos. Estes serão delineados a seguir.

### 3.1 MÉTODOS COMPUTACIONAIS DE ANÁLISE

Segundo Poulos (2000), os métodos computacionais simplificados, como o próprio nome sugere, são métodos numéricos que fazem uso de simplificações de cálculo e/ou de modelagem, como por exemplo, na representação das estacas ou do radier. É citado, por exemplo, um método que emprega “faixas sobre molas”. Seções pré-determinadas do radier são substituídas por “sapatas” e as estacas por molas com rigidez definida. Apesar disso, todos os mecanismos de interação são considerados. O método possui resultados satisfatórios para casos simples, entretanto com carregamentos que causam torção do bloco, o mesmo não ocorre.

Outro método simplificado citado por Poulos (2000) constitui em uma abordagem que emprega placas sobre molas. Neste caso, o radier é representado por uma placa elástica que é suportada por molas, as quais representam as estacas. Verifica-se que os mecanismos de interação podem ser considerados.

Com relação aos métodos computacionais rigorosos, destacam-se aqueles que utilizam o Método dos Elementos de Contorno (MEC) ou o Método dos Elementos Finitos (MEF). Há, também, os híbridos que aplicam o MEC e o MEF conjuntamente. Característica comum a estes métodos, e que os diferenciam dos simplificados, é a discretização tanto do radier quanto das estacas.

“O MEC envolve a solução de um conjunto de equações integrais, onde somente o contorno do problema necessita ser discretizado. A solução numérica é inicialmente obtida nos contornos e posteriormente são inferidos os valores nos pontos interiores do domínio em questão” (SALES, 2000, p. 47). Segundo Becker (1992) nesta abordagem as equações diferenciais que regem o problema são transformadas em identidades integrais que são aplicadas em cada superfície ou contorno. Estas integrais são numericamente obtidas no contorno, que é dividido em pequenos segmentos (elementos de contorno). Desta maneira, a dimensionalidade do problema é reduzida em uma unidade (PRADO, 1991). Em geral, as soluções disponíveis para problemas de fundações partem de uma equação (como a de Mindlin (1936)<sup>1</sup> *apud* Sales (2000), por exemplo) a qual tenta representar o problema, em que

---

<sup>1</sup> MINDLIN, R. D. Forces at a point in the interior of a semi-infinite-solid. **Physics**, v. 7, p. 195-202, 1936.

geralmente não são consideradas diversas características, o que implica, muitas vezes, em resultados aproximados. Outro ponto negativo é que quase todas as análises consideram o bloco rígido, o que nem sempre é verdade.

Segundo Sales (2000) e Poulos (2000), a análise tridimensional por elementos finitos consiste na ferramenta mais poderosa para a consideração dos diversos fatores intervenientes na análise de um radier estaqueado. Um programa em MEF discretiza seu modelo em elementos finitos, nos quais se atribuem as propriedades do material que os mesmos representam. Por meio de procedimentos diretos da mecânica, a partir de formulações do Cálculo Variacional, ou, ainda, de resíduos ponderados, obtém-se o relacionamento aproximado entre deslocamentos e as respectivas forças (nodais).

Dentre as abordagens que empregam o MEF, segundo Poulos (2000) existem aquelas que são mais simplificadas, pois envolvem a representação do grupo de estacas ou do radier estaqueado como um problema de deformação plana ou de axissimetria. Um dos principais problemas desta abordagem simplificada é que apenas padrões regulares de carregamento podem ser apreciados e a obtenção de momentos no radier é prejudicada. Já a análise tridimensional por elementos finitos pode representar melhor o comportamento do sistema, porém o esforço computacional pode ser substancial.

A associação do MEC e do MEF em uma mesma análise é uma estratégia que vem sendo utilizada com o intuito de superar as limitações e aproveitar as vantagens destes métodos. Para combinar os dois métodos, Hain e Lee (1978) impõem a compatibilidade dos deslocamentos na interface radier-solo, mantendo-se, assim, um único sistema de equações a ser resolvido. O que se verifica em diversos trabalhos desta natureza é que o MEF é utilizado na representação do radier, permitindo verificar os efeitos da flexibilidade deste elemento e os esforços em diversos locais do mesmo. Já o MEC é utilizado na representação do conjunto estacas-solo, no qual o grande número de variáveis e de interações é eliminado, não resultando nos numerosos e grandes sistemas de equações. Entretanto, um dos problemas dessa associação é que o sistema de equações do MEF é simétrico e do MEC não. Assim, ou se perde uma das grandes vantagens do MEF ou é necessário lançar mão de métodos ou simplificações que tornem as matrizes obtidas do MEC simétricas.

### 3.2 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS EM FUNDAÇÕES MISTAS

A análise de radiers estaqueados por métodos analíticos ou manuais constitui-se em uma tarefa que requer um tempo bastante considerável. Franke, El-Mossalamy e Wittmann (2000) comentam sobre a necessidade de implementação de métodos numéricos para análises de fundações, pois os cálculos manuais exigiriam tempos muito grandes. Para isso, usa-se muitas vezes o MEF, para o qual são apresentadas duas vantagens:

- Até mesmo em pequenos escritórios de engenheiros consultores, programas computacionais simplificados para radiers estão disponíveis para o cálculo, inclusive, de recalques sob cargas arbitrárias;
- Programas com esta formulação, por meio de métodos iterativos, permitem o estabelecimento de limites de tensão na interface solo-radier.

Com o advento dos computadores e a melhoria contínua de suas capacidades de processamento, a resolução de problemas de fundações por meio de métodos numéricos possibilitou aos pesquisadores desenvolver seus estudos com maior agilidade e qualidade. O tema da presente pesquisa não é novo, o que exige a apresentação de alguns trabalhos anteriores que seguiram a mesma linha de pesquisa. Descreve-se a seguir exemplos de estudos que empregaram métodos numéricos para a análise de fundações em radier estaqueado.

Um dos trabalhos pioneiros no tema de fundações estaqueadas por meio de métodos numéricos foi o de Ottaviani (1975), o qual ainda se configura como um dos trabalhos de referência para modelagens computacionais atuais. Nesse trabalho empregou-se o MEF para o estudo do comportamento de estacas isoladas e de grupos de estacas em meio homogêneo, linear e elástico. Para tanto, utilizaram-se elementos axissimétricos, para os casos de estacas isoladas, e sólidos tridimensionais, para os de radiers sobre estacas, para a avaliação da relação do recalque dos sistemas de fundação mediante a variação da razão entre o módulo do solo e o do concreto das estacas. Além disso, avaliou-se a distribuição de tensões nas estacas e o mecanismo de transferência de carga para as mesmas em grupos com e sem *cap*. O autor justifica o emprego de modelagens 3D como o meio capaz de propiciar um estudo dos mecanismos de transferência de carga, principalmente a das estacas para o solo adjacente, em fundações desta natureza.

Uma característica das análises realizadas por Ottaviani (1975) é a escolha de um coeficiente de Poisson igual a 0,45 para o solo. Isso significa dizer que se admite uma condição não-drenada para este material e que as estacas transferem o carregamento principalmente por atrito lateral. Com o objetivo de se reduzir o tempo de processamento, o autor utilizou um domínio vertical relativamente pequeno de 1,5 vez o comprimento das estacas e, com o mesmo objetivo, as estacas foram modeladas com seção transversal quadrangular, pois segundo ele “esta aproximação não afeta os resultados” de distribuição de tensões e de deformações. Ottaviani (1975) conclui que a espessura de solo sob a base das estacas tem influência marcante nos recalques de um grupo, embora o mesmo não ocorra para estacas isoladas. Esta característica para o grupo justifica-se pelo fato de ocorrer concentrações de tensões na base das estacas, cuja mobilização da resistência se manifesta de baixo para cima, ao contrário das estacas isoladas. Além disso, o grupo transfere tensões a regiões mais afastadas do bloco. A presença e o contato do *cap* (radier) com o solo têm papel importante na distribuição das cargas para as estacas e nas tensões cisalhantes desenvolvidas no topo destas.

Sanctis (2000) afirma que um projeto eficiente de fundações é aquele que permite considerar a interação solo-estrutura. Entretanto, Russo (1996) reconhece que a maioria dos projetistas não aplica este critério pela falta de confiança e de métodos de análise simples e eficazes. Nesse trabalho, o autor desenvolveu um programa simplificado, chamado NAPRA, para a análise de radiers estaqueados, no qual a placa é modelada pelo MEF e as estacas como molas não-lineares que consideram as interações radier-solo-estacas. Em síntese, o programa principal trabalha de forma incremental. Uma vez atribuída uma rigidez inicial da estaca e um valor de carga limite, o programa utiliza uma hipérbole como a curva carga-recalque da estaca, e assim sucessivamente, para cada incremento, até que sua matriz de deformabilidade se torne função do carregamento aplicado. No caso em que surgem esforços de tração no contato entre a placa e o terreno, o programa utiliza um processo iterativo para encontrar uma solução equilibrada do problema de interação que seja compatível com a característica do contato placa-solo.

El-Mossallamy e Franke (1997) apresentaram um estudo do comportamento de radiers estaqueados a partir da avaliação e do monitoramento de fundações desta natureza executadas em Frankfurt, Alemanha. Com base nestas medidas, apresentaram um “método numérico melhorado”. Trata-se de um programa híbrido, chamado GAPR, em MEF e em MEC capaz de representar a característica tridimensional do problema. O radier é modelado pelo MEF como uma placa em flexão e o grupo de estacas, imerso em semi-espaço finito, é simulado como

uma estrutura em MEC. Como características gerais, o programa pode considerar as pressões de contato no radier e a interface estaca-solo e a base das estacas podem ser modeladas por respostas não-lineares. No programa apresentado por El-Mossallamy e Franke (1997), a diferença de comportamento tensão-deformação do solo que se pode observar entre o recarregamento e o carregamento primário proveniente de um alívio de tensões após a escavação do terreno é modelada e considerada nas análises. Esta situação pode ser observada em muitos casos de edifícios com subsolos, onde as estacas são executadas de uma cota superior ao nível da fundação. Depois de realizada a escavação do subsolo o alívio de tensões gerado pode modificar o comportamento do sistema de fundação (EL-MOSSALLAMY; FRANKE, 1997). Sales, Small e Poulos (2010) estudaram como o efeito da escavação do terreno pode influir no comportamento do radier estaqueado. Esse trabalho foi comentado no item 2.4.1 deste trabalho.

No programa GAPR, um tipo de cálculo incremental não-linear com adaptação iterativa do MEF e do MEC em cada incremento é aplicado (EL-MOSSALLAMY; FRANKE, 1997). Esta técnica mista é empregada para reduzir a memória computacional requerida para simular o problema tridimensional considerando o comportamento não-linear. Como um exemplo de aplicação, os autores empregam a ferramenta numérica na análise do edifício Messeturm. Conforme já apresentado na Tabela 2.1, o Messeturm destaca-se como um dos maiores edifícios da Europa com 256 m de altura. Configura-se como um dos pioneiros quanto ao emprego do sistema de fundação em radier estaqueado. Segundo O'Neill *et al.* (1996) o solo local é constituído essencialmente por sedimentos terciários e pré-adensados, também chamado de argila de Frankfurt, com intercalações arenosas e fragmentos de calcáreo até pelo menos 70 m de profundidade. Katzenbach, Arslan e Moormann (2000) apresentam mais informações acerca da estratigrafia do subsolo de Frankfurt e destacam que a espessura da camada de argila varia bastante de 40 a mais de 150 m, dependendo da distância do rio que percorre a cidade.

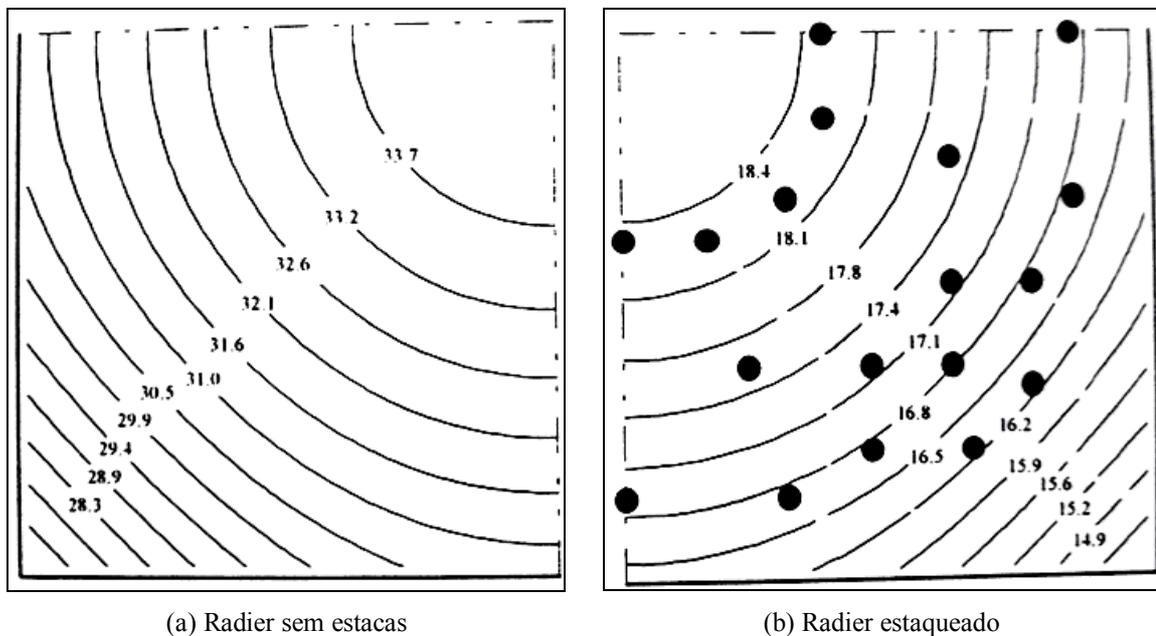
De acordo com O'Neill *et al.* (1996) o projeto do Messeturm foi desenvolvido com base nos estados limites último e de utilização assumindo que as estacas conduziriam de 30 a 50 % da carga do edifício. O radier e as estacas foram projetados para ambos estados. Estas foram concebidas para atingir sua resistência geotécnica última para que se controlassem os recalques. Com o programa GAPR, El-Mossallamy e Franke (1997) analisaram o radier estaqueado considerando três possibilidades de modelos para o solo de tal forma que fosse

possível avaliar a influência dos parâmetros constitutivos no comportamento da fundação. Os modelos eram:

- a) Hipótese de comportamento linear-elástico com compatibilidade total entre as estacas e o solo adjacente;
- b) Idem anterior, mas com a consideração de resposta não-linear para a estaca;
- c) Idem anterior, mas com a consideração de recarregamento e carregamento primário.

A primeira hipótese não resultou em valores próximos aos observados em campo. A incorporação da não-linearidade propiciou resultados mais plausíveis. Os melhores resultados foram obtidos com a última hipótese, denotando a importância do recarregamento do solo no desempenho da fundação. Com este modelo, El-Mossallamy e Franke (1997) efetuaram comparações de comportamento entre o radier estaqueado, executado e instrumentado, e um radier não estaqueado hipotético. Verificaram, com isso, uma redução no recalque máximo de 55 % e de 60 % nos recalques diferenciais, além de uma redução de 35 % no momento fletor máximo. Na Figura 3.1 apresenta-se a influência das estacas na redução dos recalques (em mm) da fundação.

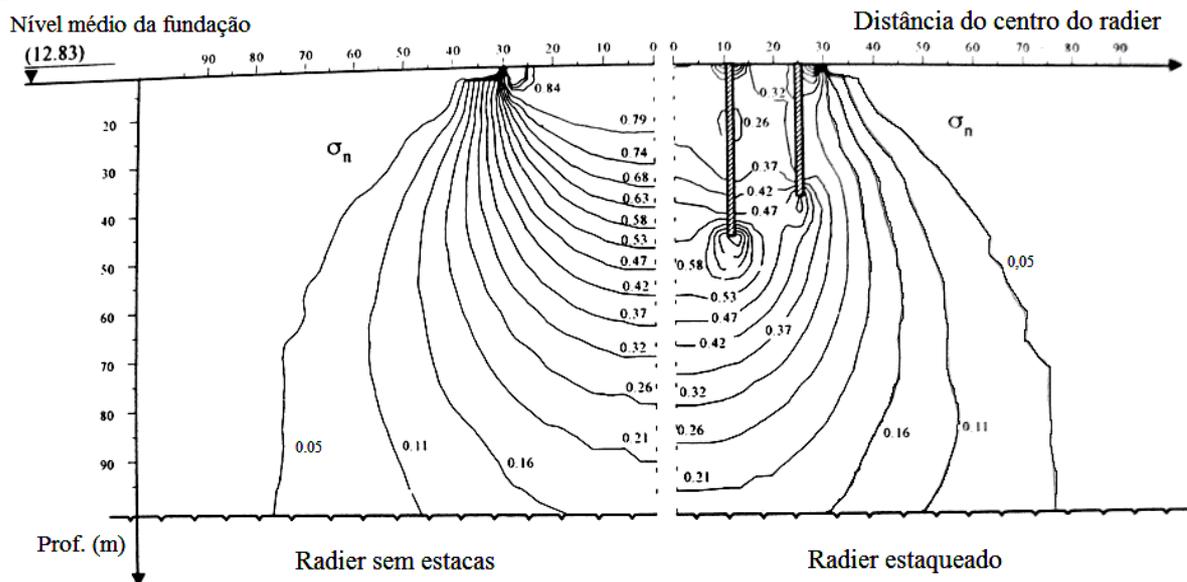
Figura 3.1 – Isolinhas de recalque do radier sem (a) e com estacas (b) (EL-MOSSALLAMY; FRANKE, 1997).



Por meio da instrumentação e da análise comparativa, foi desenvolvida a Figura 3.2 que permite comprovar a mobilização da resistência a partir da ponta das estacas da fundação mista, ao contrário de uma estaca isolada, na qual a deformação vertical é substancial no

domínio superior. Assim, a tarefa principal das estacas em uma fundação em radier estaqueado é transmitir as cargas aplicadas às camadas profundas. Este rearranjo de tensões conduz a uma redução nos recalques totais e diferenciais, especialmente quando a rigidez do solo aumenta com a profundidade, como no caso estudado (EL-MOSSALLAMY; FRANKE, 1997). Além disso, a instrumentação do Messeturm mostrou, segundo O'Neill *et al.* (1996), que as estacas foram responsáveis por suportar 57 % do carregamento total depois de 5 meses de finalizada a superestrutura. Já segundo El-Mossallamy e Franke (1997) afirmam que este valor corresponde a 60 %, tendo a previsão estimado 55 %. Observou-se, ainda, que a interação entre os elementos do sistema de fundação causou um acréscimo na tensão horizontal nas estacas, fazendo com estacas tivessem um aumento na capacidade de carga individual de 10 a 20 %.

Figura 3.2 – Isolinhas de tensões ao longo da profundidade (EL-MOSSALLAMY; FRANKE, 1997). Adaptada pelo autor.



Assim, a fundação do edifício Messeturm mostra-se como exemplo típico de radier estaqueado, cujo contato radier-solo apresenta uma resistência suficiente para suportar as cargas da edificação, mas os recalques previstos para o radier sem estacas não seriam adequados por não atenderem o estado limite de utilização.

Segundo Cunha, Poulos e Small (2001), trabalhos anteriores em radier estaqueado consideravam a aplicação do carregamento proveniente da superestrutura como sendo uniformemente distribuído ao invés de uma carga concentrada. Os autores consideram esta forma como mais condizente com as obras reais. Assim, de acordo com os mesmos, existem

poucos estudos de comportamento de radiers estaqueados sob cargas concentradas. Esse trabalho teve como objetivo avaliar tal influência sob o aspecto dos principais fatores externos ao projeto, como características geométricas das estacas e do radier, custo global, *etc.*, empregando-se a ferramenta numérica híbrida GARP 6. Apresentam 26 casos comparativos que permitem o estudo de radiers estaqueados solicitados por cargas concentradas. Várias soluções de projeto foram examinadas para que se pudessem estudar quais combinações de parâmetros conduziam a projetos com menor custo de acordo com um critério de desempenho particular. Embora o artigo tenha focado em um caso específico, é sugerido o emprego de técnicas de otimização em projetos correntes de fundações profundas para que se possa avaliar melhor o comportamento destes sistemas de fundação.

As características do radier estaqueado executado para a nova biblioteca de Alexandria (Tabela 2.2) foram apresentadas por Hamza e Ghoneim (2000). A estrutura e a fundação foram analisadas simultaneamente por meio do programa computacional em elementos finitos SAP90. Utilizou-se um total de 20500 nós e 29700 elementos para a análise do conjunto. O radier, quatro pisos, e as paredes foram modelados por elementos tridimensionais de casca. Os pilares foram modelados como elementos 3D de pórtico. As estacas foram modeladas por molas unidimensionais, cujas rigidezes variaram de acordo com o diâmetro da estaca e o tipo de solicitação (compressão ou tração).

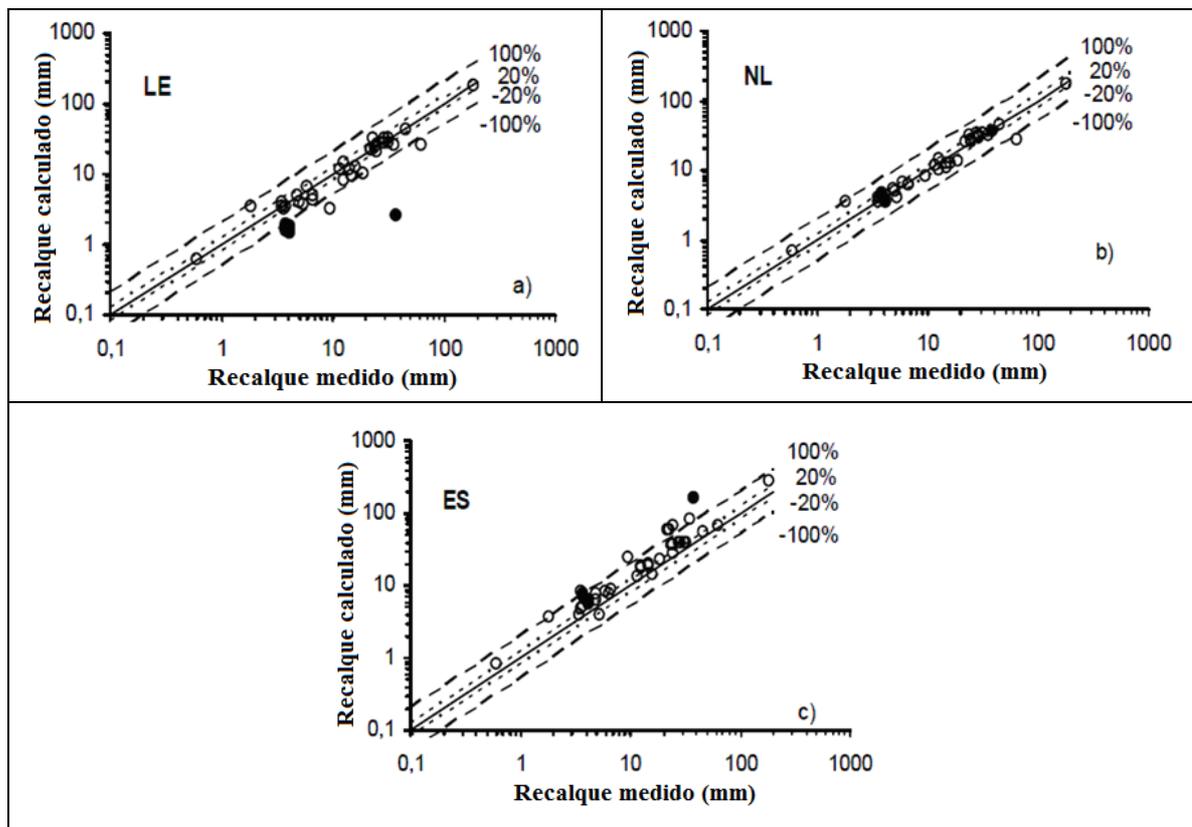
Poulos (2000) reapresenta um estudo comparativo de alguns métodos analíticos e numéricos de cálculo de fundações estaqueadas. Por meio de análises conduzidas com o programa GARP, conclui que em se tratando de radiers estaqueados nem o recalque máximo nem a porcentagem de carga conduzida pelas estacas é muito sensível a espessura do radier. Entretanto, como é de se esperar, o aumento da espessura do radier reduz os recalques diferenciais, mas aumentam os momentos fletores. Mostrou-se, por exemplo, a necessidade de um estudo para a avaliação da quantidade ótima de estacas segundo um determinado critério, por exemplo, o momento máximo. Além disso, o acréscimo de poucas estacas contribui significativamente para o Fator de Segurança (FS) e para obtenção de maiores cargas para um mesmo recalque.

Mandolini, Russo e Viggiani (2005) ilustram o emprego da ferramenta numérica NAPRA. Neste programa o comportamento global de cada estaca é modelado por uma relação não-linear (por exemplo, relação hiperbólica entre a carga e o recalque), enquanto as interações entre as estacas e os outros elementos são assumidas lineares. Em outras palavras a não-

linearidade está concentrada na interface solo-estaca. Com o NAPRA os autores efetuaram uma comparação do recalque médio de 48 casos históricos, dos quais a maioria fora concebida segundo a metodologia tradicional, com um FS alto, propiciando análises lineares e elásticas (LE), com o módulo tangente inicial (Figura 3.3a). Em seguida computou-se a não-linearidade (NL) (Figura 3.3b), melhorando-se a acurácia das retroanálises nos casos em que o comportamento elástico era mais pronunciado. Já nos casos em que alguma não-linearidade fora desprezada, a acurácia melhorou substancialmente. Realizando-se as mesmas análises elásticas, porém com o módulo elástico secante (ES), (Figura 3.3c), incorretamente são amplificadas ambas as componentes elástica e plástica do recalque da estaca simples e, assim, superestima o recalque observado. Desta maneira, a recomendação difundida por outros autores de que o emprego do módulo secante como sendo mais adequada e generalizada nem sempre é correta.

Figura 3.3 – Comparação entre recalques medidos e calculados (MANDOLINI; RUSSO; VIGGIANI, 2005).

Adaptada pelo autor.



Poulos e Bunce (2008) apresentam uma descrição ampla do processo de concepção da fundação mista do Burj Khalifa. O projeto principal foi modelado empregando-se o programa em elementos finitos ABAQUS. Outros modelos foram desenvolvidos para validar e

correlacionar os resultados deste programa com os de outros, dentro os quais o REPUTE, o PIGLET e o VDISP. Algumas das características do modelo apresentado por Poulos e Bunce (2008) são as seguintes:

- Camada de solo: considerado como um material com comportamento descrito pelo modelo constitutivo de Von Misses e baseado em curvas tensão-deformação não-lineares;
- Estacas da torre principal: modeladas como elementos de viga conectados ao solo por elementos de interação estaca-solo. Previsões carga-recalque Classe A foram utilizadas para a calibração dos elementos. Chama-se Classe A quando a previsão do comportamento carga x recalque é feita sem o conhecimento prévio de resultados de provas de carga (POULOS, 1989);
- Estacas do edifício adjacente: elementos de viga totalmente aderidos ao perfil de solo;
- Carregamentos: aplicados como cargas concentradas nas regiões dos pilares;
- Peso do radier: aplicado como uma carga uniformemente distribuída;

Na análise do Burj Khalifa considerou-se o comportamento não-linear do solo para as análises de tensão-deformação. Para as previsões de cargas nas estacas e no radier realizaram-se análises lineares e não-lineares. Em suma o emprego de várias ferramentas numéricas e de modelos constitutivos permitiu uma avaliação bastante eficaz das características e do comportamento do radier estaqueado. Outros estudos avançados foram conduzidos, como o efeito do carregamento cíclico na rigidez da fundação, porém maiores informações fugiriam do objetivo deste capítulo.

Reul e Randolph (2003) apresentam os resultados de retroanálises detalhadas utilizando análises tridimensionais em elementos finitos de três fundações em radier estaqueado assentes em argila sobreadensada. Comparações de recalques total e diferenciais e de carga conduzida pelas estacas apresentaram boa concordância, embora as análises de elementos finitos geralmente mostrem uma maior proporção de carga sendo suportada pelas estacas do que o estimado a partir das medidas de campo. Três indicadores de desempenho são propostos: a proporção de carga conduzida pelas estacas, o recalque máximo e o recalque diferencial máximo. É recomendado que os dois últimos sejam dados como uma proporção com relação ao que se obteria em uma fundação em radier sem estacas. Por fim, sugere-se que uma disposição ótima das estacas possa conduzir a uma melhoria do último indicador.

Nos últimos quinze anos tem-se verificado um avanço nos estudos de radiers estaqueados no Brasil e no mundo. Tem-se buscado estudar o comportamento destes sistemas de fundações sob a ótica de diversos aspectos, dentre os quais se podem citar os seguintes temas, por exemplo:

- Modelagem numérica via Método dos Elementos Finitos e Método dos Elementos de Contorno;
- Previsão de capacidade de suporte;
- Análise de conjuntos com estacas de diferentes rigidezes em um mesmo bloco;
- Estudo dos mecanismos de interação radier-solo-estacas;
- Análise de esforços solicitantes nos blocos de fundação;
- Problemas de interação solo-estrutura;
- Otimização de estaqueamentos;
- Avaliação de estacas defeituosas e de reforços de fundação;
- Desenvolvimento de ferramentas numéricas de análise.

Sales (2000) apresenta um estudo teórico, experimental e numérico da aplicação de radiers estaqueados. O autor destaca os métodos de análise de fundações mistas e faz o uso de métodos numéricos desenvolvidos com o Método dos Elementos Finitos (MEF) e com o Método dos Elementos de Contorno (MEC) para avaliar o comportamento destes sistemas. Propõe uma nova metodologia para considerar a resposta de estacas totalmente mobilizadas em situações de “sapatas estaqueadas”. O procedimento numérico foi implementado no programa GARP, o que resultou na versão GARP 7, bem como é apresentado na forma de equações simples, passíveis de serem usadas na fase preliminar do projeto de uma sapata estaqueada.

Bacelar (2003) estuda o comportamento de radiers estaqueados submetidos a carregamento vertical. Para tanto, a autora emprega o programa em elementos finitos ABAQUS, para realizar um estudo paramétrico, no qual são observados os recalques e as cargas nas estacas ao se modificarem características geométricas do problema e parâmetros elásticos dos materiais. Observa que a resposta do sistema é diferente para condições de carregamento

drenado e não-drenado e que o coeficiente de Poisson do solo, considerado homogêneo, influi consideravelmente na distribuição de cargas.

Conforme comentado anteriormente, o comportamento de fundações estaqueadas é um problema tridimensional que pode envolver materiais com diferentes propriedades de resistência e de deformabilidade e, além disso, a superposição de efeitos interferem consideravelmente na interação radier-solo-estacas. Sob este ponto de vista, o estudo de radiers estaqueados tem sido desenvolvido por meio do emprego de ferramentas computacionais de análise que podem utilizar diferentes métodos numéricos. Em face dessa constatação, alguns autores estudaram as vantagens e as desvantagens de algumas abordagens numéricas ao tentar representar um radier estaqueado:

- Cunha (2003) comparou as respostas do PILE99, em MEC, com as do ANSYS, em MEF, ao estudar a interação solo-estrutura de fundações em estacas;
- Bittencourt e Lima (2009) e Souza (2010) compararam os resultados de recalques e de cargas nas estacas ao utilizarem o programa GARP 8 (SMALL; POULOS, 2007), que emprega o MEF na placa e o MEC para o conjunto estacas-solo, e outras ferramentas que aplicam o MEF para todo o problema. Para isso, os primeiros empregaram o solucionador de equações diferenciais parciais FlexPDE e o último o programa DIANA, em que ambos empregam o MEF para todo o domínio tridimensional;
- Campos (2011) comparou os resultados de momentos fletores nos blocos de fundações ao desenvolver as análises com o GARP 8 e com o DIANA.

É de consenso entre os autores que as análises via MEF conduzem a respostas que tendem a representar mais fielmente o comportamento do sistema em campo, uma vez que todo o domínio do problema é considerado. No entanto, as análises com programas híbridos ou exclusivamente em MEC também podem ser desenvolvidas, porém verifica-se que a sua aplicabilidade tende a ser mais eficaz em casos mais simples, com poucas estacas, em que a forma de consideração da interação entre as unidades interfere menos nos resultados.

No trabalho de Bezerra (2003) destaca-se a realização de retroanálises com ferramentas numéricas simples e detalhadas a fim de obter o desempenho de cada uma destas, caracterizando suas limitações e aplicabilidade. Com esse estudo, pode-se estimar os parâmetros elásticos do solo para a aplicação em simulações futuras.

Cordeiro (2007) e Cunha, Cordeiro e Sales (2010) também efetuaram análises com abordagens numéricas diferentes, em MEC e em MEF, para avaliar os fatores de interação radier-solo-estacas, mas contribuíram principalmente no que diz respeito ao estudo da resposta carga *versus* recalque do sistema de fundação e a parcela de carga absorvida por cada elemento de tal sistema nas três situações: grupo intacto, grupo danificado e grupo reforçado.

Janda *et al.* (2009) discorrem acerca do emprego da ferramenta numérica em elementos finitos PLAXIS 3D *Foundation* para a simulação da resposta mecânica de fundações profundas, utilizando o conceito de radier estaqueado, em solo tropical colapsível. As curvas carga-recalque calculadas numericamente e as obtidas em campo são comparadas, permitindo avaliar a qualidade dos parâmetros de entrada no programa provenientes de ensaios laboratoriais, de campo ou provenientes de retro-análises. Tratam, também, das diferenças de comportamento entre grupos de estacas e de radiers estaqueados em solos tropicais ao se empregarem estacas tipo hélice contínua monitorada em solos saturados ou não.

Smith e Wang (1998) comentam que análise tridimensional de radiers estaqueados com elementos finitos geralmente requer um armazenamento excessivo de memória. Para resolver este problema, apresentam técnicas de programação e de execução de programas a fim de se poupar memória e obter resultados mais rapidamente. Os procedimentos numéricos foram validados com eficácia e são utilizados para a análise de um caso real. A aplicação do trabalho de Smith e Wang (1998) no desenvolvimento de ferramentas numéricas tridimensionais em elementos finitos poderá minimizar consideravelmente a desvantagem do método relativa ao tempo de processamento, o que poderá facilitar o seu emprego em mais análises de radiers estaqueados.

Novak, Reese e Wang (2005) apontam algumas razões para a modelagem 3D de radiers estaqueados:

- O problema é tão complexo que métodos simplificados não podem representá-lo corretamente;
- Os códigos em MEF são adequados e capazes de executar em computadores pessoais.

Novak, Reese e Wang (2005) utilizaram o programa comercial AMPS para construir os modelos e analisar o comportamento das fundações do edifício Westendstrasse 1, na Alemanha, e de um outro localizado na cidade de Urawa, no Japão. As análises lineares e

elásticas conseguiram obter resultados semelhantes aos observados em campo, comprovando a eficiência do programa para análise desse tipo de problema.

Lee *et al.* (2010) empregam o programa em MEF PLAXIS 3D *Foundations* para estudar o comportamento dos radiers estaqueados dos edifícios Torhaus e Westend 1, construídos em Frankfurt, Alemanha. O diferencial desse trabalho está no emprego de diferentes modelos para representar as estacas. Elas foram modeladas por elementos sólidos, com e sem elementos de interface, e por “estacas embutidas”, as quais consistem por elementos de viga delgados conectados ao solo circundante por elementos de interface ao longo do fuste e da base das estacas. Com relação ao comportamento mecânico dos materiais, o solo foi representado pelo modelo constitutivo de solo com endurecimento e o radier e as estacas como materiais elásticos e lineares. As previsões foram comparadas aos resultados de monitoramento de recalques e da parcela de carga suportada pelas estacas e aos apresentados por Reul e Randolph (2003), os quais empregaram o programa em MEF 3D ABAQUS, cujas estacas foram modeladas por elementos sólidos sem elementos de interface e com seções aproximadas por um quadrado de mesma área.

Os resultados obtidos por Lee *et al.* (2010) mostraram que o desempenho das “estacas embutidas” foram os melhores, sendo comparáveis as estacas representadas por elementos sólidos com elementos de interface. Ambos os métodos obtiveram desvios médios de  $\pm 10\%$  com relação às medidas, o que é considerado satisfatório. Embora, os demais modelos também tenham representado o comportamento adequadamente, eles tenderam a subestimar os deslocamentos e a superestimar a proporção de carga vertical conduzida pelas estacas.

Nota-se que a maioria das análises é conduzida empregando-se análises lineares e elásticas, embora o comportamento dos materiais estruturais e geotécnicos nem sempre se apresentem deste modo. No entanto, conforme avaliado por Apted, Soubry e Renton-Rose (2000) esta hipótese é, na maioria dos casos, válida uma vez que se trabalha usualmente com baixos níveis de carregamento em comparação com a capacidade de suporte da fundação.

### 3.3 OTIMIZAÇÃO DE RADIERS ESTAQUEADOS

Em linhas gerais, pode-se dizer que a otimização refere-se à busca pela melhor solução para um problema com objetivos e limitações definidos. Seu processo envolve a avaliação de várias soluções possíveis ou não com o objetivo de se identificar aquela que conduz ao melhor

projeto. A noção de melhor projeto é subjetiva, mas costuma estar relacionada ao menor custo ou o menor tempo para o desenvolvimento de uma tarefa.

No que diz respeito às fundações estaqueadas, verifica-se que a metodologia tradicional de projeto favorece a busca por melhores projetos, haja vista a quantidade de simplificações empregada que geralmente conduz a projetos com fatores de segurança globais muito altos. Pensando nisso, pode-se verificar a existência de trabalhos em que os autores buscaram uma melhoria da solução convencional simplesmente substituindo ou rearranjando os elementos do sistema de fundação de tal forma que se pudesse obter um projeto mais adequado do ponto de vista econômico, técnico ou executivo. Horikoshi e Randolph (1998) comentam que a maioria dos grupos de estacas é projetada sem considerar a contribuição do bloco. São especificadas muitas estacas, o que resulta em recalques globais desnecessariamente pequenos, ou seja, menos estacas poderiam ser utilizadas. Isso vai de encontro ao aspecto econômico, no qual é preferível que o radier possa contribuir com alguma parcela de resistência e que os recalques médios e diferenciais poderiam ser maiores, mas ainda dentro do aceitável.

Conforme comentado anteriormente, um dos métodos empregados para a obtenção de melhores projetos de radiers estaqueados consiste na utilização de estacas de diferentes rigidezes, conforme apresentado por Small, Zhang e Chow (2004), Chow e Small (2006), Bittencourt e Sales (2009) e Sales e Bittencourt (2010) com casos hipotéticos e de obras reais da técnica proposta por Poulos (2005) e por Chow (2007). Em grandes grupos, essa metodologia pode permitir uma melhor distribuição de cargas nas estacas, o que geralmente reduz as diferenças de recalques no bloco melhorando a distribuição de momentos fletores no mesmo ao custo de um pequeno acréscimo no recalque máximo.

Horikoshi e Randolph (1998) comentam sobre a falta de desenvolvimento de projetos de radiers estaqueados que empreguem a diferença de recalques como um meio para a otimização dos sistemas de fundação. Nesse trabalho, os autores apresentam os resultados de um estudo paramétrico feito por meio de análises numéricas simplificadas, as quais foram validadas preliminarmente por meio de ensaios de modelos em centrífuga. É apresentada uma forma de projeto em que as estacas só são instaladas sob a parte central de um radier flexível com o intuito de se reduzirem os recalques diferenciais. “O estudo mostrou que radiers estaqueados podem ser projetados para um recalque diferencial por meio da inclusão de estacas na região central do radier correspondente de 16 a 25 % da área do mesmo” (HORIKOSHI; RANDOLPH, 1998). A rigidez desse grupo de estacas equivale ao do radier

sozinho e, dependendo da área do grupo de estacas e do coeficiente de Poisson do solo, as estacas podem ser responsáveis por cerca de 40 a 70 % do carregamento total aplicado. Recomendam ainda que as estacas não mobilizem mais do que 80 % de sua resistência última a fim que não se aumentem os recalques diferenciais no radier.

Valliappan, Tandjiria e Khalili (1999) desenvolveram um programa que combina elementos finitos com processo de otimização. As análises permitem não linearidade para o solo e para as estacas. A função objetivo da otimização correspondia ao custo da fundação e as variáveis de projeto poderiam ser a espessura do radier, a seção transversal, o comprimento e o número de estacas. Os deslocamentos máximos e diferenciais foram selecionados como restrições. Devido à complexidade das interações radier-solo-estacas que ocorrem no sistema o problema foi modelado com elementos finitos sólidos tridimensionais para o conjunto estacas-solo, enquanto que no radier foram empregados elementos finitos de casca formados a partir de elementos isoparamétricos de estado de tensões planas e elementos de placa de Reissner-Mindlin (VALLIAPPAN; TANDJIRIA; KHALILI, 1999). Os autores destacam que, nas análises, foram empregados domínios laterais iguais a seis vezes a largura do radier e verticais iguais a três vezes o comprimento das estacas. Um fato interessante diz respeito à quantidade pequena de elementos. Um dos problemas apresentados consistia em um radier com lado igual a 15 m, o qual contou com no máximo 49 elementos e o restante do problema no máximo 1331. Segundo os autores, a aplicabilidade destas malhas foi previamente analisada. Por fim, demonstram a eficiência e a eficácia dos algoritmos e formulações desenvolvidas para a otimização estrutural de radiers estaqueados.

Kim *et al.* (2001) apresentam um programa que define a localização ótima das estacas em um radier estaqueado, de tal forma que se tenha um valor mínimo de recalque diferencial. Embora a posição das estacas seja resultado do processo de otimização, as dimensões e a quantidade das mesmas devem ser definidas previamente. A função objetivo para a otimização está relacionada ao vetor gradiente que expressa o deslocamento da superfície do radier. O radier é modelado como uma placa usando a Teoria de Mindlin e é discretizado por elementos finitos isoparamétricos. O solo é representado por molas de Winkler, ao passo que a rigidez das estacas é obtida a partir do método analítico proposto por Randolph e Wroth, que considera a interação entre as estacas. Na modelagem podem ser aplicados carregamentos tridimensionais e o estudo mostrou que o programa pode ser uma ferramenta eficaz para se obter o arranjo ótimo de estacas com relação ao recalque diferencial.

A otimização de fundações em radier estaqueado também foi estudada por Lima (2007). Nesse trabalho, o autor aplicou algoritmos de otimização ao programa GARP (versão 7), para verificar a melhor combinação de comprimento e diâmetro das estacas e altura do bloco frente a um determinado carregamento. Por fim, analisou um caso particular de um radier estaqueado em Brasília, em que foram comparadas três metodologias: uma convencional como grupo de estacas; uma na forma de otimização manual (baseada na experiência do profissional em um processo de tentativa e erro) e por último a análise realizada pelo programa de otimização. Este se mostrou mais eficaz, pois pode obter o melhor resultado com um número menor de análises.

Wuang e Kulhawy (2008) comentam que a maioria dos projetos de fundações usuais foca na análise dos estados limites últimos (ELU) e/ou de serviços (ELS) e, muitas vezes, não fazem um tratamento adequado dos aspectos econômicos. Em vista disso, os autores apresentam uma abordagem de projeto que considera explicitamente a construção e os resultados econômicos, de tal forma que se tenha um custo mínimo. Em outras palavras, a abordagem de projeto envolve um processo de otimização cujo objetivo é a minimização do custo, respeitando as variáveis e as restrições de projeto.

O modelo de otimização foi desenvolvido em uma planilha do Microsoft Excel e é resolvido utilizando a função Solver. Como exemplo, a abordagem é aplicada ao projeto de uma fundação isolada. Os estudos e a análise de sensibilidade desenvolvida mostraram que a variabilidade das propriedades geotécnicas do solo influi consideravelmente no custo da fundação e, além disso, que para o projeto de uma sapata típica, se o critério de estado limite último é rigoroso, o de serviço é completamente atendido.

Grupos de estacas são geralmente projetados com comprimentos de estacas iguais ou similares. Porém, segundo Leung, Klar e Soga (2010) devido ao efeito da interação entre os elementos, esse arranjo não pode ser considerado uma configuração ótima. Assim, eles analisaram a variação dos comprimentos de estacas em grupos de estacas e em radiers estaqueados a fim de se alcançar o desempenho ótimo e global do sistema de fundação. Ao invés de incorporar todos os parâmetros envolvidos em um projeto de fundação estaqueada, o artigo apresenta um estudo sistemático da otimização pela variação de comprimentos das estacas. Os benefícios alcançados são mostrados tanto em termos de aumento na rigidez global quanto na redução dos recalques diferenciais. Nesse trabalho, o solo é tratado por meio de coeficientes de flexibilidade, cuja abordagem permite trabalhar com estacas de diferentes

comprimentos. Leung, Klar e Soga (2010) empregam o MEF em sua análise. O radier é modelado como uma placa fina, por meio de elementos retangulares de quatro nós. O problema da não-linearidade elastoplástica é considerado nas interfaces estaca-solo e radier-solo e é descrito no artigo original. Dependendo das características da estrutura, o critério de otimização pode ser ou rigidez global máxima ou recalque diferencial mínimo. O primeiro se aplica a casos em que o radier é considerado rígido, quando se tem apenas um pilar e/ou a estrutura é de pequeno porte ao passo que o segundo critério se aplica a estruturas com cargas mais significantes e em grandes grupos com muitas estacas (LEUNG; KLAR; SOGA, 2010). O método se aplica às estacas que mobilizam a sua resistência principalmente por atrito lateral. Demonstrou-se que com uma mesma quantidade de material de estaca, uma configuração ótima do comprimento das estacas propicia a obtenção de um sistema de fundação mais rígido, com menores diferenças de recalques, as quais poderiam causar distorções angulares ou fissuras na estrutura. Além da melhoria do desempenho técnico, a otimização favorece os aspectos econômicos e ambientais, uma vez que menos material precisa ser utilizado.

# CAPÍTULO 4

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS

A otimização pode ser vista simplesmente como o ato de se obter a melhor solução para um problema sob dadas circunstâncias. Em outras palavras, a “otimização está interessada em alcançar o melhor resultado para uma dada operação enquanto satisfaz determinadas restrições” (HAFTKA; GÜRDAL, 1991). Ressalta-se que a busca por soluções ótimas é um processo inerente ao ser humano que, uma vez de posse da solução de um problema, segue em busca de melhorias, em uma procura por técnicas eficazes que forneçam soluções melhores.

No campo da ciência, a otimização pode ser vista como a finalização ideal de um processo de análises sucessivas no qual se procura garantir que a solução seguinte seja melhor que a anterior. A maioria dos problemas de otimização tem como objetivo a maximização ou a minimização de uma função. Durante o processo, as configurações de projeto são alteradas a fim de se obter a melhor solução que atenda às premissas de projeto, as quais delimitam o domínio viável do problema.

Neste Capítulo são apresentados os principais conceitos relativos ao processo de otimização. Apresenta-se também o arcabouço teórico do método de *Branch-and-Bound*, utilizado em alguns experimentos numéricos apresentados no Capítulo 5 deste trabalho.

### 4.1 DEFINIÇÕES

A noção de otimização implica a existência de alguma função ou expressão que possa ser melhorada e/ou utilizada para medir a eficiência de um projeto (HAFTKA; GÜRDAL, 1991). A essa função dá-se o nome de função objetivo e ela é responsável pela avaliação quantitativa da qualidade de cada solução. A função objetivo deve ser escrita em função de parâmetros e de variáveis de projeto. Os parâmetros de projeto mantêm-se constantes durante o processo de otimização, enquanto as variáveis de projeto são as grandezas cujos valores ótimos são buscados no processo iterativo.

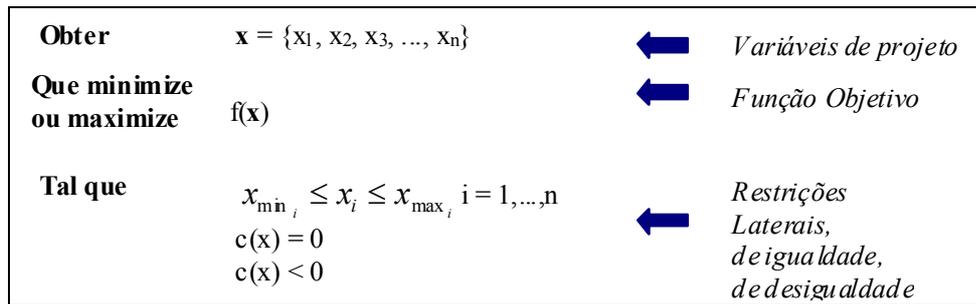
Quando se tem apenas um objetivo, a função é dita simples e quando se tem mais de um, a função é denominada multiobjetivo e o problema é referido como Otimização de Multicritérios. Haftka e Gürdal (1991) comentam que em problemas de Otimização Estrutural, o peso, os deslocamentos, as tensões, as frequências de vibração, a carga de flambagem e o custo ou qualquer combinação destas podem ser empregadas como funções objetivo. O sucesso da otimização depende muito da escolha adequada da função objetivo. Assim, é fundamental que se deduza uma expressão matemática que quantifique corretamente a eficiência do projeto. Trata-se de uma tarefa que nem sempre é fácil, pois algumas vezes os parâmetros de qualidade podem ser subjetivos.

As variáveis de projeto podem assumir valores contínuos ou discretos. No primeiro caso, a variável pode assumir qualquer valor dentro de uma faixa pré-estabelecida e, no segundo caso, ela só pode assumir valores isolados, constantes em uma lista de valores admissíveis (HAFTKA; GÜRDAL, 1991). Como exemplo de variáveis de projeto podem ser citados: as dimensões das seções transversais dos elementos estruturais reticulados; ou as propriedades geométricas da seção, como área e momento de inércia; a seção transversal ou o comprimento de estacas em fundações; a altura de um bloco de fundação *etc.*

A viabilidade de uma solução fruto de uma otimização está relacionada ao atendimento às restrições de projeto, ou seja, às condições que limitam o espaço das variáveis de projeto, delimitando a região onde a solução ótima pode ser encontrada. As restrições podem ser de três tipos: laterais, de desigualdade ou de igualdade. Uma restrição do tipo lateral exige que a variável de projeto assuma um valor entre um máximo e um mínimo. Já a restrição de desigualdade impõe uma fronteira à região viável, estabelecendo um limite superior ou um limite inferior para uma combinação das variáveis de projeto. Por fim, a restrição de igualdade representa uma redução na ordem do espaço das soluções exigindo o atendimento a uma equação relacionada ao problema em si.

Com as definições apresentadas, a formulação de um problema de otimização segue a forma apresentada na Figura 4.1. Contudo, destaca-se que em muitas áreas do conhecimento o problema pode ser formulado sem que a função objetivo ou as restrições sejam escritas explicitamente. Outras vezes, elas são funções não explícitas das variáveis de projeto.

Figura 4.1 – Forma geral de um problema de otimização.



## 4.2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS

A Figura 4.2 apresenta a sistemática convencional de projeto, a qual envolve um fluxo que é executado até que o projetista julgue a solução satisfatória. Como se pode observar na Figura 4.3, um processo de otimização envolve uma modificação dessa metodologia clássica na qual a decisão sobre o término do processo depende do critério de convergência do método de otimização empregado.

Figura 4.2 – Metodologia clássica de solução de problemas.

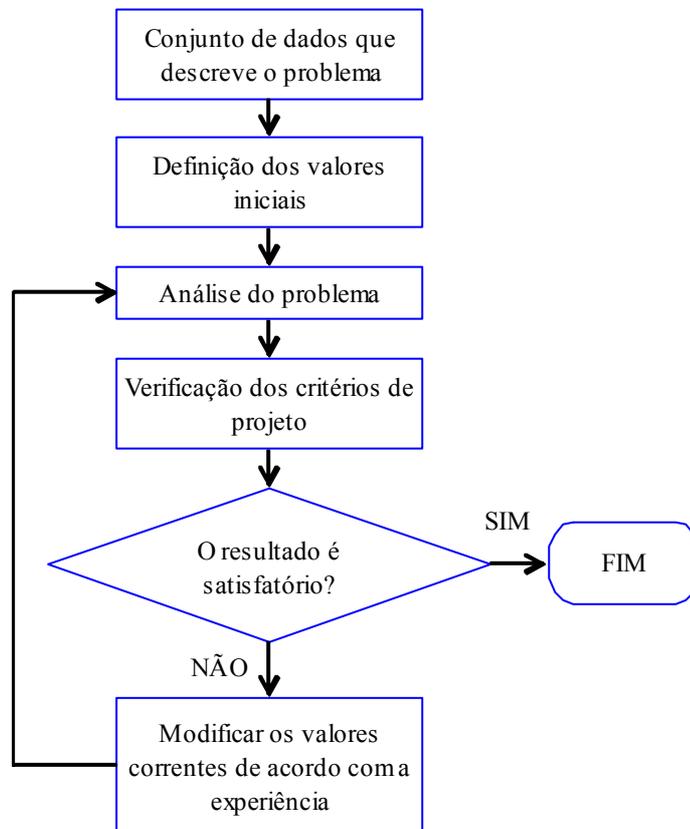
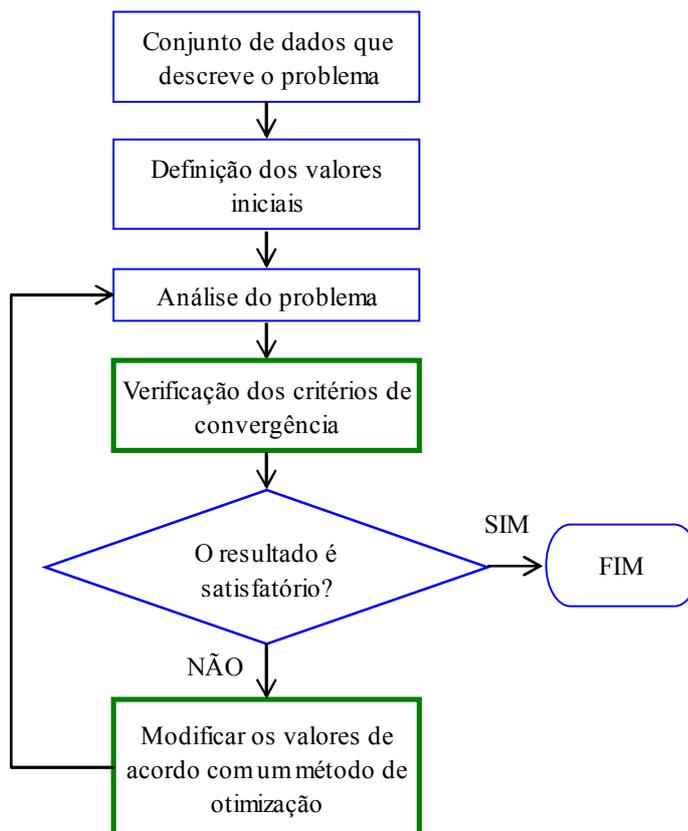


Figura 4.3 – Metodologia de projeto ótimo.



Em problemas de Engenharia, trabalha-se normalmente com três tipos de abordagens em otimização estrutural. São elas:

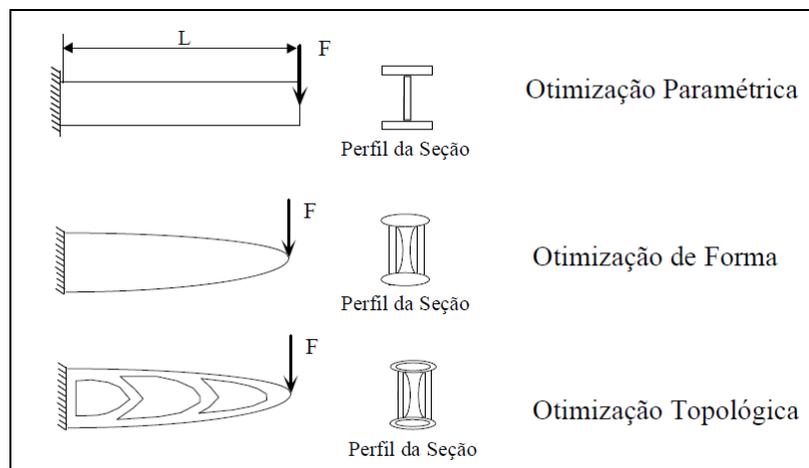
- Otimização paramétrica ou de dimensões;
- Otimização de forma;
- Otimização topológica.

Para se entender o objetivo de cada uma, pode-se recorrer ao exemplo apresentado por Silva (2004) apresentado na Figura 4.4, para o caso de uma viga em balanço, em que se busca a maximização de sua rigidez. Na otimização de parâmetros são otimizadas as dimensões (ou a razão das dimensões) da estrutura, mantendo-se a sua forma pré-definida (SILVA, 2004). Com a otimização de forma, pode-se ter uma modificação nos contornos internos e externos da estrutura. Mosmann (2003) comenta que para as variáveis de projeto usam-se geralmente raios, medidas lineares e curvas como *splines*, a qual pode ser entendida com uma curva definida matematicamente por dois ou mais pontos de controle. Comenta também que um dos problemas desse tipo de análise está na alteração das dimensões da geometria, a qual pode causar distorções na malha de elementos finitos empregada. Por fim, a otimização de

topologia consiste em se encontrar a distribuição ótima de "furos" no interior da estrutura. As variáveis de projeto seriam, por exemplo, dados que indicam a distribuição de material em cada ponto do domínio (SILVA, 2004).

A busca pela melhor solução em um problema de fundação em estacas, por exemplo, pode ser abordada com o emprego da otimização paramétrica, em que poderiam ser avaliados dados como as dimensões dos elementos estruturais, mais especificamente a altura do bloco e o comprimento e a seção transversal das estacas.

Figura 4.4 – Abordagens para solução do problema de otimização em Engenharia (SILVA, 2004).



A Figura 4.4 mostra que a otimização de topologia se apresenta como a mais abrangente, pois permite a obtenção de uma solução com a menor quantidade de material possível em um processo que envolve a modificação da forma da estrutura e a possibilidade de existência de vazios no mesmo.

Para o desenvolvimento de um processo de otimização, conforme ilustrado na Figura 4.3, pode-se recorrer a diferentes técnicas de otimização. Neste âmbito, foram escolhidos para serem apresentados, de forma sucinta, os métodos de Programação Matemática e o *Branch-and-Bound*.

#### 4.2.1 Métodos de Programação Matemática

Os métodos de Programação Matemática (PM) aplicam a teoria de mínimos de funções na busca da solução ótima. As variáveis de projeto são contínuas e os métodos necessitam do cálculo da derivada da função objetivo e das restrições em relação às variáveis de projeto, o que pode constituir uma dificuldade adicional. Por outro lado, geralmente se chega à solução

ótima com um número de análises (avaliações da função objetivo e das restrições) inferior ao *Branch-and-Bound*, o que conduz a um menor tempo total de processamento.

Em relação à formulação, os métodos são geralmente classificados em: métodos analíticos; métodos numéricos; e métodos gráficos. Os métodos analíticos em PM caracterizam-se pelo emprego do Cálculo Diferencial ou do Cálculo Variacional em sua formulação. Resolvem apenas problemas simples de otimização ou com pequeno número de variáveis de projeto. Por sua simplicidade, esses métodos são empregados para validar a solução de métodos numéricos mais complexos como os de otimização numérica.

Os métodos numéricos envolvem um processo iterativo e podem ser classificados em específicos e em gerais. No primeiro caso, é comum a necessidade de que uma formulação específica seja desenvolvida para cada problema, fazendo com que a sua aplicação se restrinja a alguns problemas de otimização estrutural, uma vez que para cada novo tipo de problema uma nova formulação empírica deve ser desenvolvida. Porém, esses métodos têm a vantagem de serem mais eficientes computacionalmente que os métodos numéricos genéricos. Estes correspondem aos métodos de programação matemática propriamente dita e são geralmente implementados em *softwares* de otimização em geral. A denominação genéricos advém do fato de poderem ser aplicados a qualquer problema de otimização.

Por fim, nos métodos gráficos a obtenção da solução ótima se dá por meio da construção de gráficos da função objetivo, das restrições e do domínio viável. Sua aplicação é muito limitada por necessitarem que tanto a função objetivo como as restrições sejam funções explícitas das variáveis de projeto, além de somente permitirem a solução de problemas com até duas variáveis de projeto. A função objetivo e as restrições podem ser funções lineares, quadráticas ou de mais alta ordem das variáveis de projeto. Os métodos de PM podem ser classificados, ainda, como lineares ou não lineares dependendo se a função objetivo e as variáveis de projeto são lineares ou não. Caso não sejam, o problema de otimização poderá ser com ou sem restrições.

#### **4.2.2 *Branch-and-Bound***

O método de otimização *Branch-and-Bound* (B&B) constitui-se em uma técnica utilizada na busca de soluções ótimas que envolvem variáveis discretas (RAO, 2009). Sua aplicação é comum em áreas que empregam produtos industrializados, como por exemplo, o caso de

condução de água por meio de tubulações, cujas peças costumam possuir dimensões padronizadas. Segundo Goldbarg e Luna (2000), a técnica envolve a identificação prévia de soluções possíveis para o problema e a obtenção posterior da ótima inteira. Para os mesmos autores, o termo *branch* está relacionado ao ato de se efetuar divisões racionais no espaço das soluções e o termo *bound* “ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração”. Uma característica importante do método consiste em se permitir a “relaxação” de uma ou mais restrições de projeto, admitindo-se inicialmente soluções não viáveis, com o intuito de se identificar o potencial de sucesso de um ramo de solução. Para que se possa entender o método apresenta-se, a seguir, um exemplo simples em que o B&B é aplicado.

Considere-se o caso em que um técnico de natação possua quatro atletas com os quais ele terá de escolher a ordem dos mesmos para que se obtenha o menor tempo possível na prova do revezamento quatro estilos, denominado 4x100 *Medley*. Na competição cada atleta só poderá nadar uma vez, e a sequência de estilos deve ser respeitada: costas, peito, borboleta e crawl. A Tabela 4.1 apresenta os tempos, em segundos, que cada atleta é capaz de desenvolver.

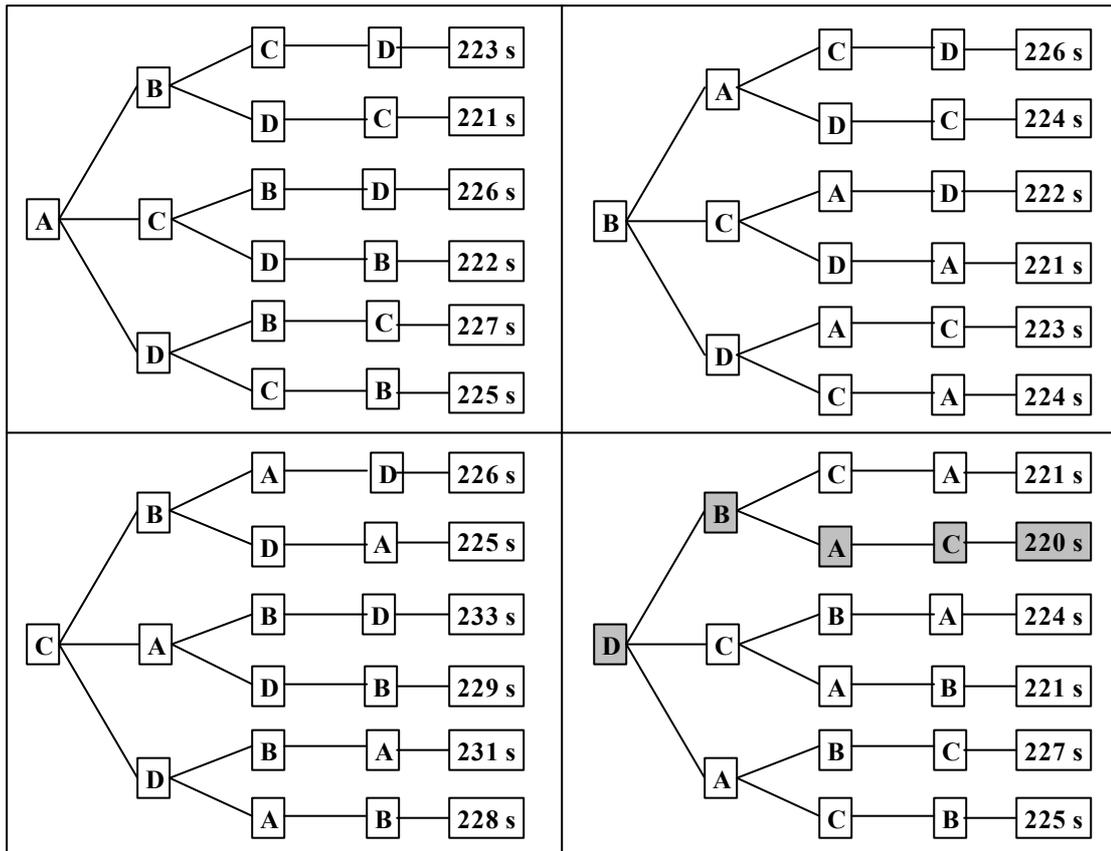
Tabela 4.1 – Tempos por atleta e por estilo.

Atleta	Tempo por estilo (s)			
	Costas	Peito	Borboleta	Crawl
A	55	67	50	48
B	56	65	55	50
C	60	65	52	49
D	56	68	52	51

O problema poderia ser solucionado de duas formas. A primeira consiste em identificar todas as combinações de atletas possíveis e calcular, em seguida, o tempo total para cada uma, o que possibilita a identificação dos menores tempos. Este procedimento é chamado de Busca Exaustiva ou método da "força bruta", pois a função objetivo deve ser avaliada para cada uma das combinações possíveis. Outra forma consiste em se aplicar a técnica do B&B, em que apenas as soluções mais promissoras têm a função objetivo avaliada, o que pode diminuir o número de iterações no problema e, conseqüentemente, conduzir a um menor tempo de processamento. A Figura 4.5 apresenta a resolução do problema empregando-se a Busca Exaustiva, na qual é destacada a melhor solução com a sequência de atletas, D-B-A-C, totalizando 220 s.

Conforme se verifica na Figura 4.5, a formação ou a organização das soluções possíveis, não necessariamente viáveis, depende das características do problema e, portanto, deve-se desenvolver um algoritmo novo para cada caso que se estuda. Esta afirmativa também é verdadeira para o método B&B e a resolução prévia de um caso similar e mais simples utilizando a “força bruta” pode facilitar o seu desenvolvimento.

Figura 4.5 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se a Busca Exaustiva.

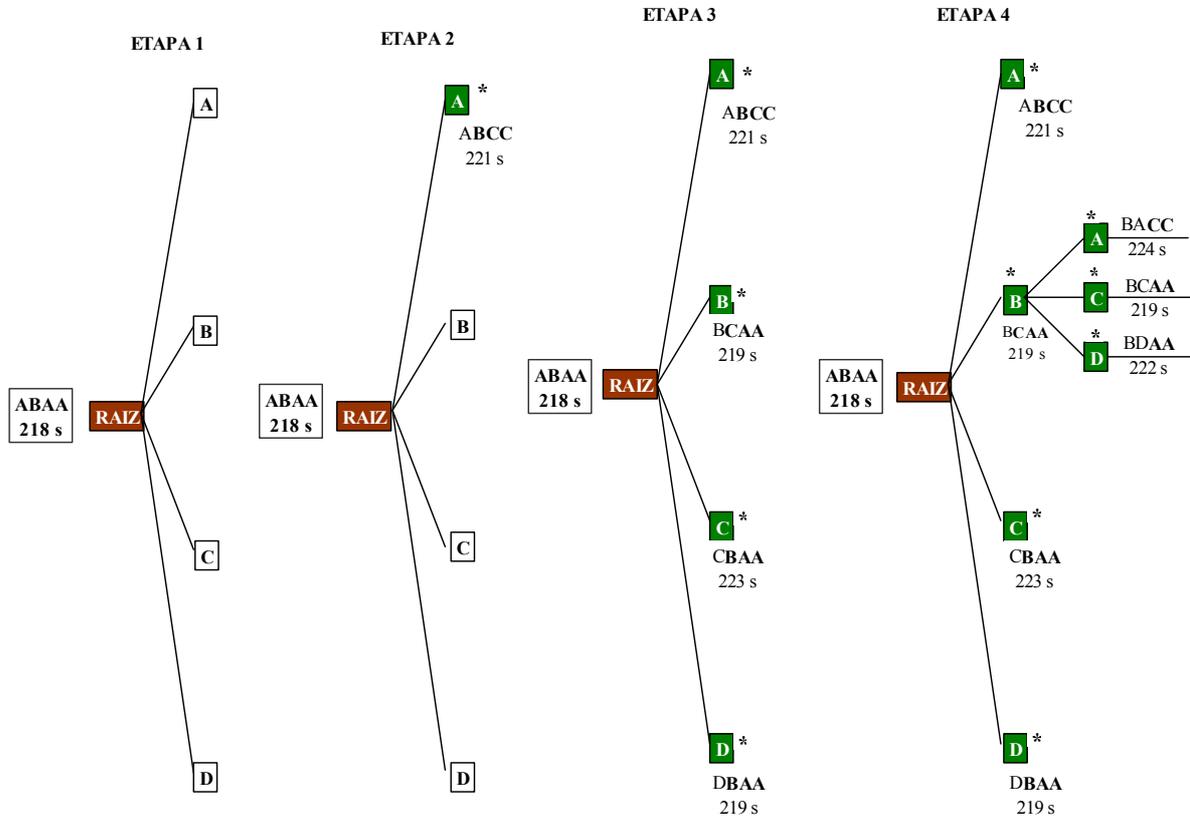


No B&B, a identificação dos ramos promissores é feita avaliando-se a Função Objetivo de tal forma que esta obtenha um valor mínimo na iteração, mesmo que esta não seja uma solução admissível com relação às restrições. No exemplo, será admitido que um atleta participe mais de uma vez. O método deve ser desenvolvido até que se obtenha a melhor solução com uma configuração admissível. As Figuras 4.6 a 4.8 ilustram a resolução do exemplo aplicando-se o método B&B, apresentando-se as suas principais etapas.

- Etapa 1: no início, nenhuma decisão foi tomada. Calcula-se o valor mínimo de tempo de prova, ainda que um mesmo atleta nade mais de uma vez. O tempo total mínimo de 218 segundos pode ser obtido a partir das combinações de atletas ABAA e ACAA. Têm-se, assim,

duas possibilidades de vértice raiz. Escolhendo-se o primeiro, é feita a sua expansão. Cada nó filho corresponde à atribuição da primeira atribuição a um membro específico da equipe;

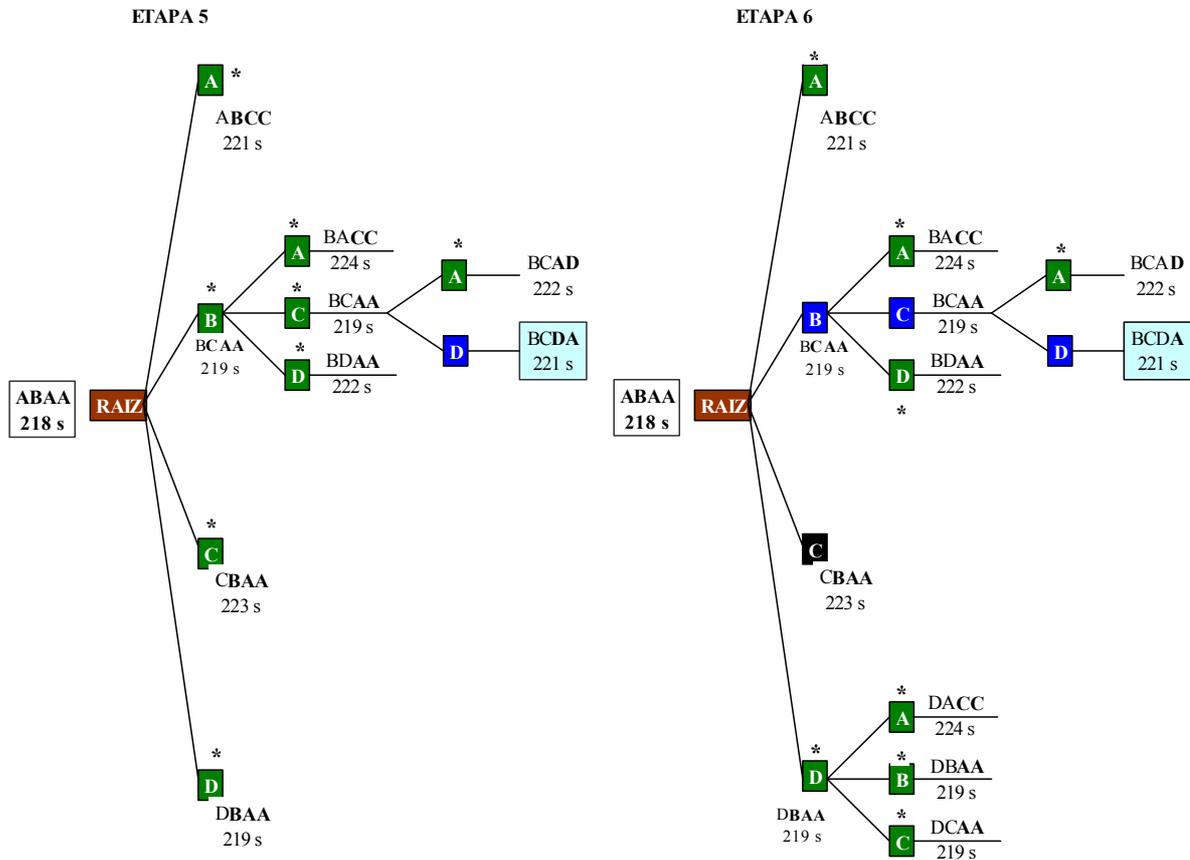
Figura 4.6 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se o B&B (Etapas 1 a 4).



- Etapa 2: decidiu-se que a pessoa A irá realizar o nado de costas. Isso é indicado colorindo A em verde e indicando-se um asterisco próximo a ele. O atleta A não pode ser selecionado para realizar outro estilo, porque já foi escolhido. Aos outros atletas serão atribuídos os estilos restantes. Isso será feito com o mesmo critério utilizado para os demais: a pessoa com menor tempo será escolhida, ainda que se repita. Se houver impasse, escolhe-se arbitrariamente. Neste caso, o resultado da função objetivo para a solução ABCC, resulta em um valor de 221 s;
- Etapa 3: passa-se para o próximo nó, em que a decisão é que B realize o nado de costas; neste caso, B não poderá realizar qualquer outro estilo; aos outros atletas serão atribuídos os demais estilos. Realiza-se o mesmo procedimento para os nós filhos restantes a serem explorados;
- Etapa 4: Agora serão expandidos (*branch*) os nós da árvore. O nó a ser escolhido deve ser o mais promissor, ou seja, aquele que tem o maior potencial em conduzir à melhor solução. Neste caso, pode ser o nó B, com 219 s. Fixado o nadador B, escolhe-se o próximo a

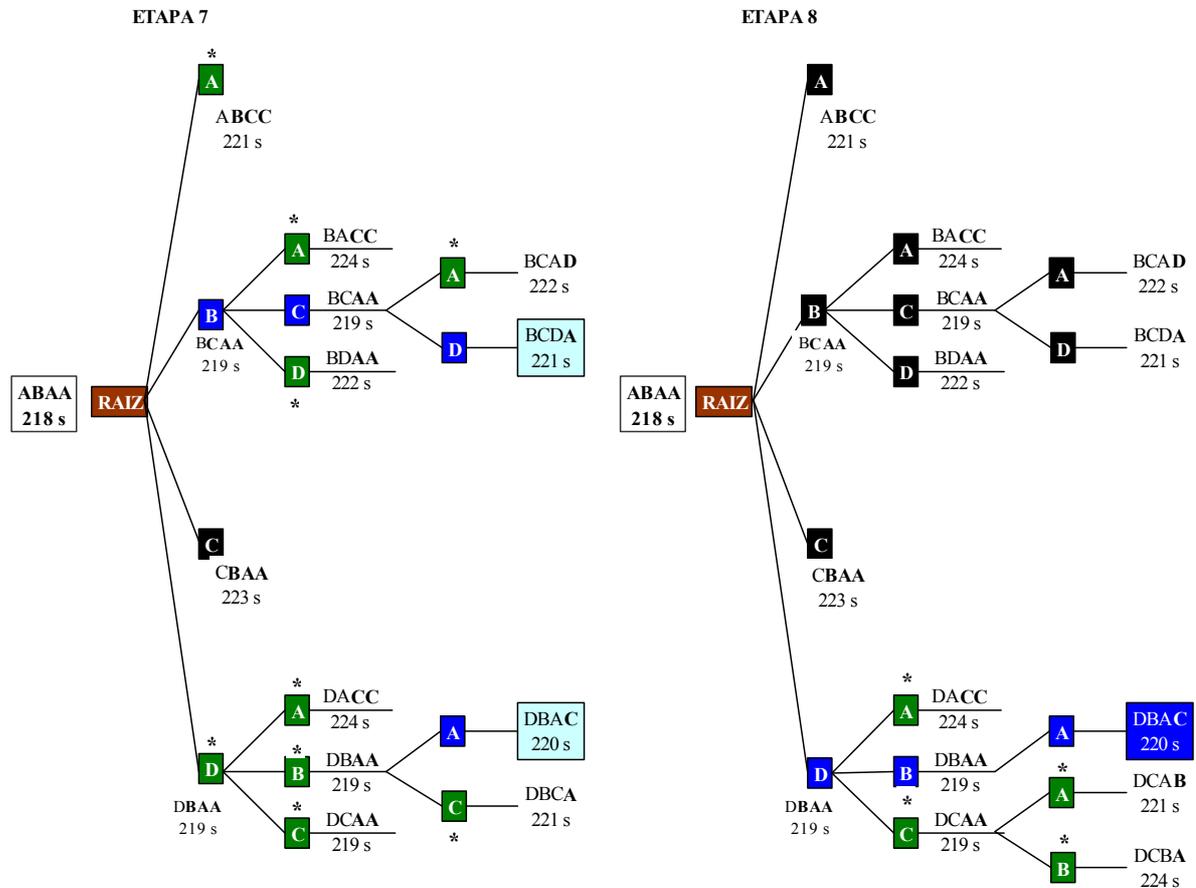
ser mantido. Todos os ramos resultaram em soluções não viáveis, o que exigirá pelo menos mais uma expansão no ramo B;

Figura 4.7 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se o B&B (Etapas 5 e 6).



- Etapa 5: escolhe-se para expandir o estado mais promissor até o momento encontrado. Neste caso, poderia ser o vértice D, no nível 1 da árvore, ou o vértice C no nível 2 e no ramo B. Aleatoriamente, escolhe-se o último. Com isso, tem-se que a configuração BCDA é uma solução admissível e, assim, esta passa a ser uma solução candidata. O ramo C pode ser prontamente podado, pois sua solução mais promissora tem valor maior que a solução candidata obtida;
- Etapa 6: escolhe-se para expandir o estado mais promissor até o momento encontrado. Trata-se do vértice D, no nível 1 da árvore. Repetem-se os procedimentos anteriores;
- Etapa 7: escolhe-se para expandir o estado mais promissor até o momento encontrado. Neste caso, o vértice B ou o C no nível 2 e no ramo D. Aleatoriamente, escolhe-se o primeiro. Com isso, tem-se que a configuração DBAC é uma solução admissível e, assim, com a função objetivo menor. Logo, esta passa a ser a solução candidata. O ramo A pode ser prontamente podado, pois sua solução mais promissora é maior que a solução candidata obtida.

Figura 4.8 – Desenvolvimento do problema-exemplo aplicando-se o B&amp;B (Etapas 7 e 8).



- Etapa 8: repete-se a Etapa 6, para o nó C do segundo nível do ramo D, pois este possui um valor menor que a solução candidata. Como não se obteve um valor menor para a função objetivo que o dado pela solução candidata e como não há mais ramos promissores, DBAC é a solução ótima do problema.

Comparando-se o desenvolvimento da Busca Exaustiva e do B&B, este se mostra mais complexo do ponto de vista de programação, entretanto dependendo das características do problema e da eficácia de sua formulação ele pode ser muito mais eficiente computacionalmente que o primeiro. A sua qualidade pode ser medida a partir do número de vezes que a Função Objetivo é avaliada. No exemplo apresentado o B&B fez 16 avaliações, enquanto que a Busca Exaustiva precisou de 24, ou seja, cerca de 33 % menos. Com relação ao sucesso no emprego do B&B, Rosseti *et al.* (2011) sugerem que o algoritmo possa identificar rapidamente uma solução candidata a fim de se diminuir os ramos a serem expandidos; que se definam formas fáceis de se identificar ramos não promissores, evitando-se a expansão dos mesmos; que se ordene as restrições e variáveis, de forma a testar primeiro as mais restritivas.

## **CAPÍTULO 5**

### **METODOLOGIA**

O Método dos Elementos Finitos (MEF), hoje largamente empregado para solução de problemas em engenharia, foi inicialmente desenvolvido em uma base física para análise de problemas de mecânica estrutural (BATHE, 1996). Entretanto, sua aplicação tem-se estendido a outras classes de problemas, como a análise de fundações ou o estudo de obras de terra, como barragens e estruturas de contenção. O Capítulo 2 abordou as simplificações existentes em projetos de fundações em estacas que muitas vezes pode não conduzir a soluções adequadas. Além disso, tem-se verificado o aumento crescente na complexidade das fundações, sendo comuns o nível elevado de cargas verticais e de momentos e a proximidade dos pilares. Esses fatores demandam uma abordagem mais detalhada dos sistemas de fundação. Embora implementações computacionais envolvendo análise elástica linear de estruturas tridimensionais (3D) estejam disponíveis no mercado, na maioria das vezes sua aplicação a estruturas de fundação demanda uma considerável quantidade adicional de cálculos para que os resultados sejam aproveitáveis pelo projetista. Além disso, o projetista depara-se constantemente com problemas de escolha de um número muito grande de opções para as configurações de projeto. São diversas as possibilidades para parâmetros como altura do bloco, diâmetro e comprimento das estacas *etc.* Assim, a ferramenta numérica desenvolvida neste trabalho contribui para facilitar a análise desses projetos.

O presente capítulo trata dos aspectos referentes à concepção e ao desenvolvimento da ferramenta numérica para análise de radiers estaqueados. São apresentados alguns conceitos fundamentais para a análise de elementos finitos e a formulação do método aplicado no que se refere à relação constitutiva, às características do elemento finito utilizado e ao carregamento equivalente. São descritas as metodologias avaliadas para a busca da solução ótima: a Busca Exaustiva e o método de *Branch-and-Bound*. Por fim, é apresentada a estrutura do programa desenvolvido, destacando suas características, aplicações e arquivos de entrada e de saída de dados.

## 5.1 ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS

Este item apresenta os principais conceitos referentes à análise numérica em elementos finitos e aborda a formulação do método numérico aplicada ao programa desenvolvido.

### 5.1.1 Definições

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico para a solução de problemas de campo, o qual é matematicamente descrito por meio de equações diferenciais ou por expressões integrais requerendo a determinação da distribuição espacial de uma ou mais variáveis dependentes (COOK *et al.*, 2002). Para Zienkiewicz e Taylor (2000), o MEF é considerado como um processo de discretização geral de problemas contínuos colocados matematicamente por meio de declarações definidas.

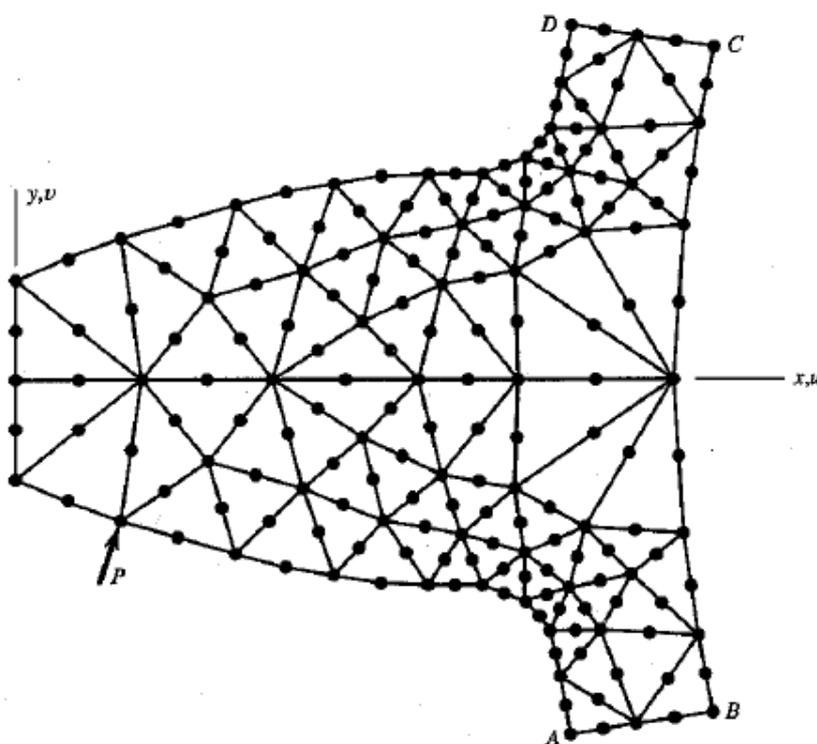
O desenvolvimento do MEF para a solução de problemas de engenharia iniciou-se na década de 1960 com advento dos computadores digitais. Para Bathe (1996), a essência do método está na definição de um conjunto de equações que representam o problema e na posterior resolução do mesmo de forma eficiente e, ao mesmo tempo, geral para que se possa aplicá-lo em mais de um tipo de problema. Por exemplo, uma mesma estrutura computacional é capaz de tratar estruturas diferentes como vigas, pórticos ou fundações.

Os elementos finitos podem ser visualizados como pedaços pequenos que compõem o domínio de uma estrutura. Para Cook *et al.* (2002), a palavra “finito” distingue estas peças dos elementos infinitesimais usados no Cálculo Diferencial. O método é desenvolvido de tal forma que em cada elemento haja apenas uma parcela do campo que se pretende representar, de modo que possa ser representada por uma variação espacial simples. Na maioria das vezes essa representação é descrita por meio de um polinômio ou por uma combinação de polinômios. A variação real do campo em estudo no domínio de um elemento é certamente muito complexa. Assim a análise por elementos finitos (EF) propicia uma solução aproximada (COOK *et al.*, 2002).

Um exemplo de estrutura modelada em elementos finitos é apresentado na Figura 5.1, na qual pode-se observar que os elementos são conectados por pontos chamados nós. A reunião de elementos recebe o nome de estrutura de elementos finitos, considerando-se que uma estrutura faz referência a um corpo ou a uma região definida. O arranjo particular de elementos é chamado malha. Numericamente, uma malha de elementos finitos conduz a um sistema de

equações algébricas para ser solucionado para obtenção das grandezas de campo desconhecidas localizadas nos nós. Essas grandezas podem ser definidas como valores de uma quantidade de campo e, dependendo do tipo de elemento, talvez a sua primeira derivada (COOK *et al.*, 2002) e são chamadas graus de liberdade. Devido à transformação do contínuo em discreto, a quantidade de campo ao longo de toda a estrutura é aproximada elemento a elemento, em forma particionada. Desta maneira, a qualidade de uma solução por EF pode ser melhorada por meio do aumento do número de elementos na estrutura.

Figura 5.1 – Malha de elementos finitos para um dente (COOK *et al.*, 2002).



Como principais vantagens do MEF podem se destacar a sua versatilidade e o seu apelo físico. Outras características/vantagens são (COOK *et al.*, 2002):

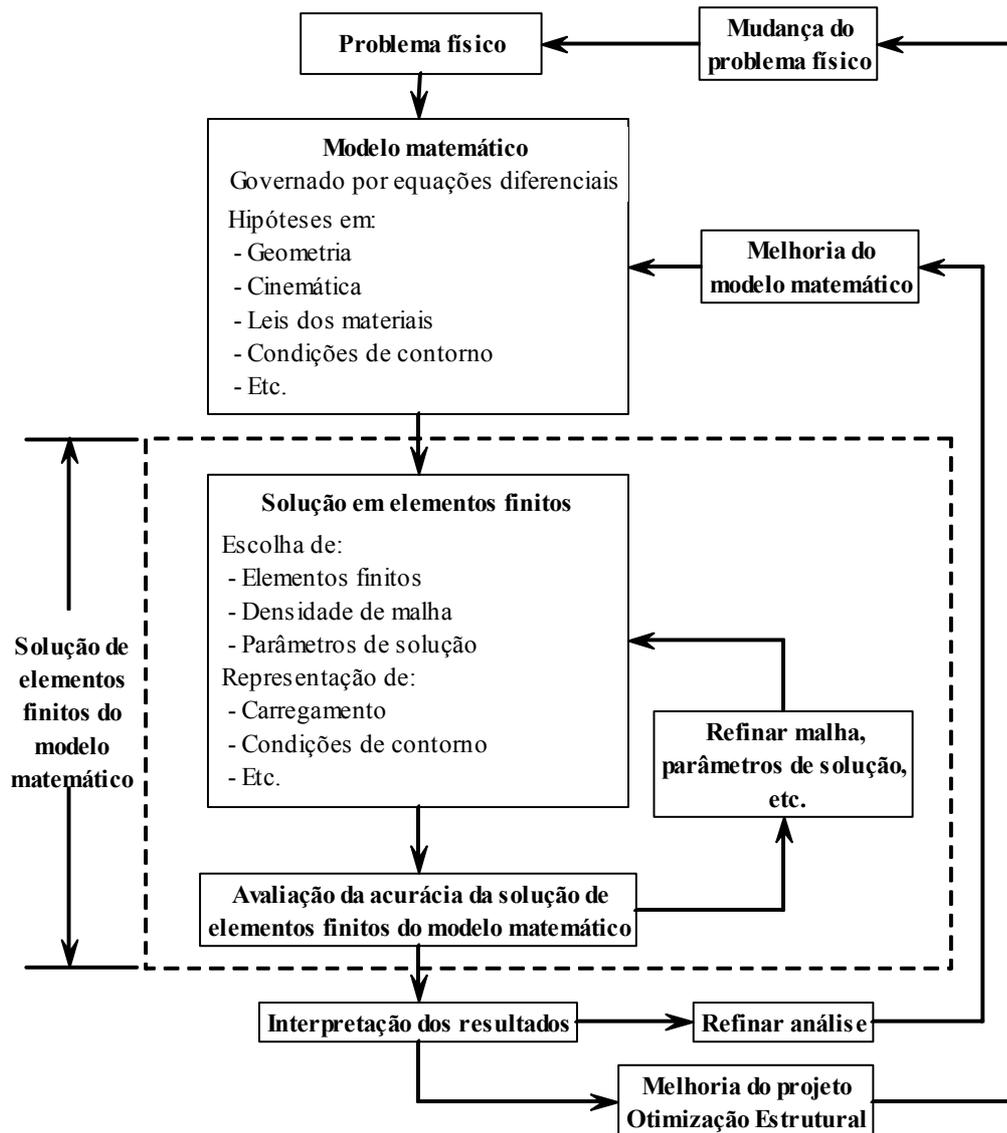
- A análise por EF é aplicável a qualquer problema de campo, como condução de calor, análise de tensão, campos magnéticos *etc*;
- Não existe restrição de geometria. O corpo ou a região analisada pode ter qualquer forma;
- Condições de contorno e carregamentos não são restritos. Por exemplo, em uma análise de tensão, qualquer porção de um corpo pode ser suportada, enquanto forças distribuídas ou concentradas podem ser aplicadas em qualquer região da estrutura;

- Permitem o uso de materiais não isotrópicos e suas propriedades mecânicas podem mudar de um elemento para outro ou, até mesmo, dentro do elemento;
- Componentes que têm comportamentos e descrições matemáticas diferentes podem ser combinados. Assim, uma análise simples por EF pode conter barras, vigas, placas, cabos *etc.*
- Uma estrutura em EF assemelha-se ao corpo ou à região analisada;
- A aproximação é melhorada facilmente por meio de um refinamento de malha em regiões cuja quantidade de campo seja relativamente mais alta ou onde se exige uma maior resolução.

O método pode ser empregado para resolver problemas matemáticos, físicos e, principalmente, de engenharia e seu processo de análise pode ser resumido conforme apresentado por Bathe (1996) e ilustrado na Figura 5.2. O problema real geralmente consiste em uma estrutura, ou componentes desta, sujeitas a carregamentos. A idealização do problema físico para um modelo matemático requer o levantamento de hipóteses que conduzam às equações diferenciais que governam o problema (BATHE, 1996). A análise pelo MEF resolve esse modelo matemático. Uma vez que o procedimento é numérico, deve-se avaliar a acurácia da solução. Se não é alcançado o nível de acurácia desejado o problema deve ser reavaliado depois de feito um refinamento da malha. Esse processo consiste em se aumentar a quantidade de elementos ou o número de nós, caso se opte pela modificação do tipo de elemento. Por fim, Bathe (1996) alerta que a escolha de um modelo matemático apropriado é crucial e determina completamente a representatividade do problema real.

Nesta pesquisa, o MEF é empregado na representação de um sistema de fundação no qual se pretende avaliar o seu comportamento mediante a ação de cargas externas. Nesse tipo de problema, são conhecidas as forças aplicadas, as propriedades mecânicas dos materiais envolvidos e as condições de contorno. As incógnitas do problema são os deslocamentos nodais nas direções dos eixos coordenados, sabendo-se que alguns são nulos, pois são apoios em determinadas direções. Admite-se material isotrópico com comportamento elástico-linear e a hipótese de pequenos deslocamentos. Desta maneira, representando-se o carregamento na estrutura pelo vetor  $\mathbf{F}$ , as propriedades dos materiais pela matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  e os deslocamentos nodais por  $\mathbf{U}$ , o problema consiste em se resolver o sistema de equações dado pela equação (5.1) ou, na forma reorganizada, dada pela equação (5.2).

Figura 5.2 – O processo de análise de elementos finitos (BATHE, 1996). Adaptada pelo autor.



$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F} \quad (5.2)$$

### 5.1.2 Formulação do MEF

A formulação do MEF envolve a consideração da relação constitutiva tensão-deformação adotada para a representação do problema e contempla as características do elemento finito empregado e os aspectos relativos ao carregamento da estrutura. Estes tópicos serão delineados a seguir.

### 5.1.2.1 Relação constitutiva

Quase todos os materiais usados na engenharia possuem certo grau de propriedade de elasticidade. Se as forças externas que produzem deformação não excederem determinado limite, a deformação desaparece quando as forças cessam de atuar (TIMOSHENKO; GOODIER, 1980). No modelo matemático da elasticidade as tensões e as deformações resultam da integração de sistemas de equações diferenciais obtidos a partir da hipótese de continuidade, acrescidas da consideração de relações lineares entre tensão e deformação (LAIER; BARREIRO, 2005). A hipótese de que os materiais possam ser considerados contínuos, homogêneos, isotrópicos e de comportamento linear elástico (comportamento tensão *versus* deformação) pode ser aplicada na maioria dos problemas de engenharia de fundações. Isso advém do fato de que a concepção e o projeto dos mesmos primam pela ocorrência de pequenos deslocamentos e de baixos níveis de tensão, de tal maneira que a possibilidade de plastificação tende a ser mínima. Sob esta ótica, neste trabalho assumiu-se no desenvolvimento da ferramenta numérica comportamento elástico e linear.

A relação entre as componentes de tensão e as componentes de deformação indicam a existência de uma proporcionalidade entre o vetor de tensões efetivas ( $\sigma'$ ) e o de deformações ( $\epsilon$ ), que se dá por meio da matriz constitutiva elástica ( $C$ ), conforme apresenta a equação (5.3) e expandida na equação (5.4).

$$\sigma' = C \epsilon \quad (5.3)$$

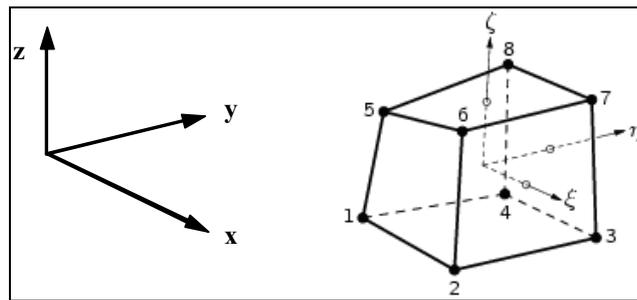
$$\begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \sigma'_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

Em que  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$  representam as tensões normais ao longo dos eixos coordenados  $x$ ,  $y$  e  $z$ ;  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  e  $\tau_{zx}$  as tensões cisalhantes; “E” o módulo de elasticidade;  $\nu$  o coeficiente de Poisson;  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e  $\epsilon_z$  as deformações axiais;  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$  e  $\gamma_{zx}$  as deformações cisalhantes.

### 5.1.2.2 Características do elemento finito empregado

No programa desenvolvido, que será descrito no item 5.3, foi empregado o elemento finito sólido hexaédrico, isoparamétrico, com oito nós. A Figura 5.3 ilustra o elemento e apresenta os sistemas de coordenadas naturais ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ) e globais ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) e a incidência nodal. Esse conceito identifica os nós que compõem o elemento em uma sequência definida. Cada nó do elemento possui três graus de liberdade a translação, sendo um para cada direção de eixo coordenado.

Figura 5.3 – Elemento sólido de oito nós e sistema global de coordenadas. Modificada de TNO (2008).



O procedimento necessário para a dedução da matriz de rigidez do elemento pode ser verificada em Cook *et al.* (2002).

Para o sólido de oito nós, o deslocamento  $u$  pode ser escrito em termos dos graus de liberdade generalizados  $a_i$  (com  $i$  variando de 1 a 8). Ou seja, a equação que expressa os deslocamentos nodais do elemento é dada por:

$$u(\xi, \eta, \zeta) = a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\zeta + a_5\xi\eta + a_6\eta\zeta + a_7\zeta\xi + a_8\xi\eta\zeta \quad (5.5)$$

As coordenadas ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) de qualquer ponto no elemento pode ser obtido a partir das coordenadas do nó  $i$  do elemento por meio da equação (5.6) e os deslocamentos ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) por meio da equação (5.7) utilizando-se as funções de interpolação ( $N$ ) para cada nó  $i$  (equações 5.8).

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & N_5 &= \frac{1}{8}(-1+\xi)(-1+\eta)(1+\zeta) \\ N_2 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(-1+\eta)(-1+\zeta) & N_6 &= \frac{1}{8}(-1-\xi)(1-\eta)(-1-\zeta) \\ N_3 &= \frac{1}{8}(-1-\xi)(-1-\eta)(1-\zeta) & N_7 &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \\ N_4 &= \frac{1}{8}(-1+\xi)(1+\eta)(-1+\zeta) & N_8 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(-1-\eta)(-1-\zeta) \end{aligned} \quad (5.8)$$

A relação deformação-deslocamento é dada pela equação (5.9), em que  $\mathbf{B}$  é conhecida como matriz cinemática e  $\mathbf{d}$  é o vetor de deslocamentos nodais. A matriz  $\mathbf{B}$  é igual ao produto de três matrizes retangulares, conforme se denota das equações (5.10) a (5.12).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (5.9)$$

Na equação (5.11), os termos  $\Gamma_{ij}$  referem-se aos elementos da matriz  $\mathbf{\Gamma}$ , que corresponde à inversa da matriz Jacobiana ( $\mathbf{J}$ ), dada pela equação (5.13). Assim, pode-se calcular a matriz de rigidez,  $\mathbf{K}$ , do elemento por meio da equação (5.14), em que  $J$  corresponde ao determinante de  $\mathbf{J}$ . Nesta pesquisa,  $\mathbf{K}$  foi obtido por integração numérica a partir da Quadratura de Gauss utilizando-se a equação (5.15). A Tabela 5.1 apresenta os pontos e os pesos de Gauss para a integração numérica de ordem 2.

Tabela 5.1 – Locais dos Pontos de Gauss e fatores de Peso para quadratura de Gauss de ordem 2.

Locais dos Pontos de Gauss $\xi_i$	Fatores Pesos $W_i$
$\pm 1/\sqrt{3}$	1

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \frac{\partial w}{\partial \eta} \\ \frac{\partial w}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

Os elementos da matriz de rigidez, obtida conforme a equação (5.15), são calculados termo a termo por meio de iterações sucessivas que abrangem cada um dos 24 graus de liberdade do elemento. Mais detalhes de procedimento de cálculo de integrais numéricas podem ser apreciados em Cook *et al.* (2002).

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \frac{\partial w}{\partial \eta} \\ \frac{\partial w}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{1,\eta} & N_{1,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{1,\xi} & N_{1,\eta} & N_{1,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1,\xi} & N_{1,\eta} & N_{1,\zeta} \\ N_{2,\xi} & N_{2,\eta} & N_{2,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{2,\xi} & N_{2,\eta} & N_{2,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{2,\xi} & N_{2,\eta} & N_{2,\zeta} \\ N_{3,\xi} & N_{3,\eta} & N_{3,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{3,\xi} & N_{3,\eta} & N_{3,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{3,\xi} & N_{3,\eta} & N_{3,\zeta} \\ N_{4,\xi} & N_{4,\eta} & N_{4,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{4,\xi} & N_{4,\eta} & N_{4,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{4,\xi} & N_{4,\eta} & N_{4,\zeta} \\ N_{5,\xi} & N_{5,\eta} & N_{5,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{5,\xi} & N_{5,\eta} & N_{5,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{5,\xi} & N_{5,\eta} & N_{5,\zeta} \\ N_{6,\xi} & N_{6,\eta} & N_{6,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{6,\xi} & N_{6,\eta} & N_{6,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{6,\xi} & N_{6,\eta} & N_{6,\zeta} \\ N_{7,\xi} & N_{7,\eta} & N_{7,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{7,\xi} & N_{7,\eta} & N_{7,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{7,\xi} & N_{7,\eta} & N_{7,\zeta} \\ N_{8,\xi} & N_{8,\eta} & N_{8,\zeta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{8,\xi} & N_{8,\eta} & N_{8,\zeta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{8,\xi} & N_{8,\eta} & N_{8,\zeta} \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ w_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ w_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ w_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ w_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ w_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ w_8 \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\mathbf{K}_{24 \times 24} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} J d\xi d\eta d\zeta \quad (5.14)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{nPG} \sum_{j=1}^{nPG} \sum_{k=1}^{nPG} [W_i W_j W_k J \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} (\xi_i, \eta_j, \zeta_k)] \quad (5.15)$$

A principal desvantagem do elemento hexaédrico de oito nós está em sua impossibilidade de representar flexão pura, uma vez que em sua formulação empregam-se funções de interpolação lineares (equações 5.8). Em flexão simples, o elemento apresenta, além da deformação por flexão esperada, uma deformação por cisalhamento. Este cisalhamento “parasita” absorve energia de deformação de tal forma que se for aplicada uma deformação de flexão, o momento necessário para produzi-la é maior que o momento real (COOK *et al.*, 2002). Pode-se dizer, assim, que o elemento apresenta *locking* em relação ao cisalhamento, também chamado de cisalhamento espúrio. Desta maneira, para se representar melhor um problema de flexão em uma análise de elementos finitos, com esse elemento, pode ser necessário um maior refinamento de malha na região de estudo a fim de se atenuar o efeito citado. Apesar disso, o emprego desse elemento finito se justifica pela quantidade apreciável de aplicações que podem ser desenvolvidas com o mesmo quando a resposta visada é, principalmente, o deslocamento. Além disso, pode-se dizer que a sua implementação em um programa é simples e exige pouco esforço computacional, haja vista o tipo de equações utilizadas em sua formulação quando comparados a outros elementos que contam com nós intermediários aos dos vértices do sólido, requerendo funções de interpolação não lineares. Outro ponto favorável reside no fato de que o seu emprego por um usuário de elementos finitos principiante é mais simples, pois exige menos conhecimento em modelagens numéricas. Cita-se, por exemplo, que alguns programas comerciais, ao se criar um elemento finito, exigem do usuário que os nós sejam informados na sequência definida pela incidência/conectividade.

### 5.1.2.3 Carregamento Equivalente

No programa desenvolvido as cargas podem ser aplicadas diretamente nos nós ou ao longo de uma ou mais faces de elementos. No primeiro caso, o carregamento tem unidade de força e a sua orientação segue a do sistema de coordenadas global da estrutura. Uma vez que o carregamento é aplicado diretamente sobre o nó da estrutura e com sentido conhecido, o programa é capaz de associá-lo ao grau de liberdade correspondente para que, depois, possa ser resolvido o sistema de equações dado pela equação (5.2). No segundo caso, admite-se que o carregamento tenha unidade de força por unidade de área e que seja uniformemente distribuído ao longo de alguma das faces do elemento. Escolheu-se o sistema local (do elemento) de coordenadas para a identificação da orientação do carregamento. Nesse caso, o programa efetua uma transformação do carregamento distribuído aplicado em uma superfície

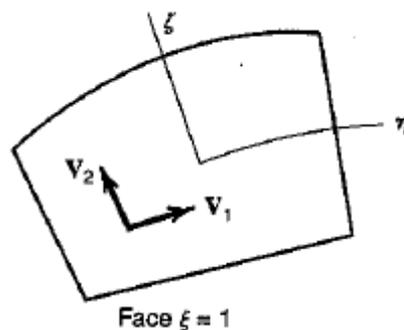
(face do elemento) para os nós da estrutura. Dessa forma, o vetor  $\mathbf{F}$  contém, além das cargas nodais propriamente ditas, as cargas nodais equivalentes provenientes das cargas distribuídas.

Considerando apenas cargas externas aplicadas ao elemento, o vetor de cargas nodais  $\mathbf{r}_e$  quando se tem apenas uma tração em superfície,  $\Phi$ , é dado pela equação (5.16), em que  $\mathbf{N}$  representa a matriz das funções de interpolação (equações 5.8) e  $dS$  o infinitesimal de área da superfície.

$$\mathbf{r}_e = \int \mathbf{N}^T \Phi dS \quad (5.16)$$

O método de cálculo do carregamento equivalente é ilustrado por Cook *et al.* (2002) e será reapresentado aqui. Considere uma carga distribuída  $\sigma$  normal à face  $\xi$  do elemento apresentado na Figura 5.4. A face não precisa ser plana e o número de nós nesta face não precisa ser um argumento. A principal tarefa é avaliar o termo  $\Phi dS$  na equação (5.16), sendo  $dS$  um elemento de área da face carregada. Para este cálculo, devem-se determinar os cossenos diretores normais à face. Seja  $\mathbf{V} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k}$  um vetor qualquer na face  $\xi = 1$ , em que  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  são os vetores unitários e  $x$ ,  $y$  e  $z$  as direções. Na Figura 5.4, os vetores tangentes à face  $\mathbf{V}_1$  e  $\mathbf{V}_2$  em um ponto qualquer da face são dados pelas equações (5.17). Os cossenos diretores  $l$ ,  $m$ ,  $n$  normais à face são obtidos por meio do produto vetorial, conforme a equação (5.18).

Figura 5.4 – Face de um elemento sólido com vetores  $\mathbf{V}_1$  e  $\mathbf{V}_2$  tangentes à face e um ponto qualquer da face (COOK *et al.*, 2002). Adaptada pelo autor.



Assim,  $l dS = (J_{22} J_{33} - J_{23} J_{32}) d\eta d\zeta$  e assim por diante. Agora,  $\Phi dS = [l m n]^T \sigma dS$ , em que  $l \sigma dS$ ,  $m \sigma dS$  e  $n \sigma dS$  são as componentes  $x$ ,  $y$  e  $z$  do incremento de força normal  $\sigma dS$ , respectivamente. As componentes  $x$ ,  $y$  e  $z$  no nó  $i$  são obtidas por meio da equação (5.19), onde todas as funções de forma e os termos Jacobianos são calculados em  $\xi = 1$  e  $i$  percorre

todos os nós da face  $\xi = 1$  ( $i = 5, 6, 7, 8$  para o elemento da Figura 5.3). No programa, a equação (5.19) foi calculada numericamente por meio de procedimento similar ao empregado no cálculo da matriz de rigidez do elemento.

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1 &= \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \eta} d\eta = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial \eta} \mathbf{k} \right) d\eta = (J_{21} \mathbf{i} + J_{22} \mathbf{j} + J_{23} \mathbf{k}) d\eta \\ \mathbf{V}_2 &= \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \zeta} d\zeta = \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial \zeta} \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial \zeta} \mathbf{k} \right) d\zeta = (J_{31} \mathbf{i} + J_{32} \mathbf{j} + J_{33} \mathbf{k}) d\zeta\end{aligned}\quad (5.17)$$

$$\mathbf{l}\mathbf{i} + m\mathbf{j} + n\mathbf{k} = \frac{\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2}{|\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2|} = \frac{\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2}{dS}\quad (5.18)$$

$$\begin{Bmatrix} r_{xi} \\ r_{yi} \\ r_{zi} \end{Bmatrix} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_i \sigma \begin{Bmatrix} J_{22} J_{33} - J_{23} J_{32} \\ J_{23} J_{31} - J_{21} J_{33} \\ J_{21} J_{32} - J_{22} J_{31} \end{Bmatrix} d\eta d\zeta\quad (5.19)$$

Calculados os deslocamentos para os graus de liberdade livres, emprega-se a equação (5.9) para se obterem as componentes de deformações e, assim, aplicando-se a equação (5.3) as tensões são obtidas.

#### 5.1.2.4 Obtenção de resultados específicos

Embora haja uma quantidade grande de ferramentas numéricas em elementos finitos, não se verifica alguma que forneça automaticamente resultados que permitam a aplicação direta em projetos de fundações. Os programas usuais fornecem, geralmente, apenas os deslocamentos, as deformações e as tensões. Porém a análise do sistema de fundação requer a avaliação de outros resultados, dentre os quais se destacam:

- Recalques máximo e mínimo no bloco;
- Tensões no contato radier-solo;
- Esforços solicitantes no bloco e nas estacas.

O programa desenvolvido nesta pesquisa obtém esses resultados e apresenta-os de forma que a sua aplicação no projeto possa ser feita com agilidade, sem necessidade de pós-processamento. A descrição de todas as saídas de dados será apresentada no item 5.3.2.

Os recalques, ou seja, os deslocamentos verticais, são obtidos para os nós do topo do bloco. Trata-se de um algoritmo simples, em que previamente à rotina de cálculo dos deslocamentos nodais são identificados os nós do topo do bloco, para que possam ser armazenadas as translações verticais.

As deformações e as tensões interpoladas para os nós são obtidas, inicialmente, a partir da contribuição individual de cada elemento. Esse procedimento permite o cálculo das tensões médias nos nós, as quais são utilizadas no cálculo dos esforços solicitantes no bloco e nas estacas. Para tanto, calcula-se previamente a área de influência de cada nó ao longo dos eixos coordenados. Tendo-se as tensões nos nós e as áreas de influência dos nós é possível calcular os esforços normais e os esforços cortantes no bloco e nas estacas. Por fim, o cálculo dos momentos fletores é feito com relação ao centróide da seção, seja do bloco ou da estaca.

## 5.2 OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA PARA UM RADIER ESTAQUEADO

Apresentam-se neste item os dados necessários para o desenvolvimento da busca da solução ótima com o programa desenvolvido. Destacam-se as informações relativas à função objetivo e os experimentos numéricos desenvolvidos para a escolha do método de busca da melhor solução viável.

### 5.2.1 Dados de entrada para a busca e função objetivo

Para se medir a qualidade de uma possível solução para um radier estaqueado pode-se utilizar diferentes funções objetivos. Nesta dissertação optou-se pelo custo de execução da fundação para se realizar esta avaliação. A Função Objetivo (FO), dada pela equação (5.20), corresponde à soma dos custos de execução e de materiais do radier e das estacas:

$$FO = (CE_r + CC_r + CA_r \times TA_r) \times V_r + \sum_{i=1}^{n\phi} C_\phi L(\phi) + (CC_e + CA_e \times TA_e) \times V_e \quad (5.20)$$

Onde:

$CE_r$  = custo de escavação do radier por  $m^3$  – R\$/ $m^3$  ;

$CC_r$  = custo do concreto do radier – R\$/ $m^3$ ;

$CA_r$  = custo do aço para o bloco – R\$/kg;

$TA_r$  = taxa de aço para o bloco – kg/m<sup>3</sup>;

$V_r$  = volume do radier – m<sup>3</sup>;

$C_\emptyset$  = custo de perfuração de estacas com o diâmetro/lado  $\emptyset$  – R\$/m;

$L_\emptyset$  = comprimento total de estacas com o diâmetro/lado  $\emptyset$ ;

$CC_e$  = custo do concreto das estacas – R\$/m<sup>3</sup>;

$CA_e$  = custo do aço para as estacas – R\$/kg;

$TA_e$  = taxa de aço para as estacas – kg/m<sup>3</sup>;

$V_e$  = volume de estacas – m<sup>3</sup>.

No programa desenvolvido, considerou-se que se mais de uma estaca possuir as mesmas características de comprimento e de seção transversal implica que elas pertencem a um mesmo “Grupo”. Assim, um Grupo reúne todas as estacas que terão as mesmas características geométricas durante o processo de busca da solução ótima. Porém, caso o usuário queira, pode ser especificado que o número de Grupos seja igual ao de estacas. Essa definição de Grupo permite, por exemplo, que estacas em uma mesma posição relativa, como as de canto, sempre alterem seus comprimentos e suas seções transversais ao mesmo tempo, pois pode-se almejar que determinadas estacas em um sistema de fundação tenham as mesmas características.

Considere-se, por exemplo, o bloco apresentado na Figura 5.5, analisado por Ottaviani (1975). Podem-se identificar três tipos de estacas de acordo com a sua posição relativa no bloco:

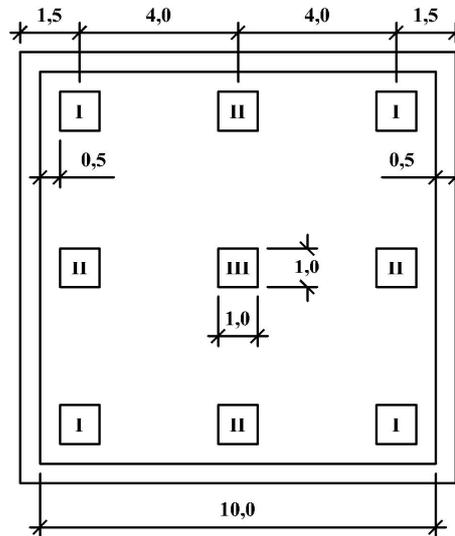
- Tipo I: estacas de canto;
- Tipo II: estacas laterais;
- Tipo III: estaca interna.

Esse bloco poderia ser analisado em um processo de busca de solução ótima. Para isso, no programa desenvolvido são necessárias as seguintes informações:

- Número de alturas de bloco ( $nHb$ ) e valores dessas alturas;
- Número de Grupos de tipos de estacas ( $N_{grupos}$ );

- Descrição de quais estacas pertencem a qual Grupo;
- Descrição de quantos comprimentos e quantos diâmetros são possíveis por Grupo de tipo de estaca;

Figura 5.5 – Vista em planta do bloco sobre nove estacas proposto por Ottaviani (1975).



Desta forma, poderia se estudar o seguinte caso para o bloco apresentado na Figura 5.5. Três alturas de bloco ( $nHb = 3$ ): 3,0, 2,0 e 1,0 m; Grupo 1 para as estacas de canto, as quais poderão ter apenas uma seção quadrada de lado igual 0,5 m, porém três comprimentos possíveis, sendo iguais a 20, 15 ou a 10 m; Grupo 2 para as estacas laterais, as quais podem ter duas seções transversais quadradas de 0,5 e de 0,75 m de lado e apenas dois valores possíveis de comprimento de estaca: 20 e 15 m; Grupo 3 para a estaca central que só poderá ter uma seção com 0,75 m de lado e apenas um comprimento de estaca, com 20 m. Essa descrição deve ser feita de forma padrão no arquivo de entrada de dados. Primeiramente devem-se informar as características dos Grupos, conforme Tabela 5.2. Em seguida, pode-se montar a matriz de Variáveis de Projeto, conforme Tabela 5.3. Desta maneira pode-se realizar a busca da solução ótima. O procedimento de elaboração do arquivo de entrada de dados será apresentado no Apêndice A, no qual será retomada a forma de descrição das variáveis de projeto.

Tabela 5.2 – Matriz de Grupos de tipos de estacas.

Número do Grupo	Número de comprimentos	Número de diâmetros
1	3	1
2	2	2
3	1	1

Para se determinar a viabilidade de uma solução candidata é necessária a definição das restrições de projeto. Para a busca da melhor solução viável, o programa requer que o usuário especifique:

- Fator de Segurança Global mínimo;
- Recalque vertical máximo;
- Diferença de recalques verticais máximo;
- Tensão vertical máxima nas estacas;

O Fator de Segurança Global do sistema de fundação corresponde à relação entre o somatório das resistências últimas das estacas e do contato radier-solo e a carga vertical total aplicada. Para tanto, o usuário deverá especificar as capacidades geotécnicas (sem fator de segurança parcial) de carga vertical à compressão das estacas e a tensão vertical limite entre o radier e o solo. A parcela de resistência proveniente das estacas é obtida mediante a soma de suas capacidades individuais, para cada possibilidade de solução, e a do radier é feita tomando-se a área de contato efetiva entre o bloco e solo, descontando-se a área da seção transversal das estacas.

Os valores máximos admissíveis de recalque vertical e de diferença de recalques, o qual corresponde ao valor resultante entre a diferença obtida com os recalques mínimo e máximo, são avaliados na face superior do bloco, pois é nessa região que ocorrem as maiores magnitudes de deformação vertical e por ser o local onde nas obras é possível realizar leituras de deslocamentos por meio de instrumentos.

Tabela 5.3 – Matriz de Variáveis de Projeto.

Alturas de bloco	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
	Comprimentos de estaca	Lados de Estaca	Comprimentos de estaca	Lados de Estaca	Comprimentos de estaca	Lados de Estaca
3,0	20	0,50	20	0,75	20	0,75
2,0	15	-	15	0,50	-	-
1,0	10	-	-	-	-	-

A tensão vertical máxima nas estacas é solicitada para que se possa avaliar se alguma estaca poderia ter seu limite de resistência estrutural ultrapassado.

Em termos de esforço computacional, a primeira restrição é a mais “barata”, pois envolve cálculos simples e não requer o desenvolvimento da análise de elementos finitos, diferentemente das outras restrições.

### 5.2.2 Escolha do método de busca da melhor solução

Conforme comentado no Capítulo 4, a busca da solução ótima empregando-se o método do *Branch-and-Bound* (B&B) deve ser desenvolvida considerando-se as características do problema em estudo. Para tanto, foram desenvolvidos problemas-exemplo para que se estudasse a melhor forma de programação, dos quais serão apresentados três casos que permitem avaliar a aplicabilidade desse método de otimização em problemas de fundações estaqueadas. Nestes exemplos, foram avaliados, apenas, as restrições de Fator de Segurança e de recalques.

O primeiro caso diz respeito a um conjunto formado por quatro estacas iguais, com carregamento aplicado no centro do bloco. Em face dessas características considerou-se a dupla simetria do problema no desenvolvimento das soluções. Para a composição das soluções possíveis considerou-se;

- Quatro alturas de bloco: 0,25, 0,50, 0,75 e 1,00 m;
- Seis comprimentos de estaca: 2, 4, 6, 8, 10 e 12 m;
- Três tipos de seções quadradas, com lados: 0,25, 0,50 e 0,75 m;

Diferentemente do exemplo apresentado no Capítulo 4, em que se buscava diminuir o número de vezes em que a Função Objetivo era calculada, deseja-se minimizar a quantidade de vezes em que as restrições são avaliadas, no caso o Fator de Segurança e principalmente os recalques, pois requer a análise de elementos finitos que demanda esforço computacional substancial.

Para esse exemplo, considerou-se no B&B a existência de três níveis, sendo o primeiro representado pela altura de bloco, o segundo pelo lado da seção transversal e o terceiro pelo comprimento de estaca. Este estudo mostrou que o B&B consegue obter a solução ótima calculando-se 35 vezes o Fator de Segurança e desenvolvendo 20 vezes a análise de elementos finitos em um universo de 72 combinações de soluções.

O mesmo problema poderia ser estudado empregando-se a Busca Exaustiva, mas de uma forma mais racional, que será chamada neste trabalho de Busca Exaustiva Ordenada. Como o próprio nome sugere, ao invés de se avaliar todas as soluções, realiza-se um cálculo da Função Objetivo de todas as combinações e, em seguida, estas são classificadas em ordem crescente com relação ao custo da solução. A melhor solução viável será a primeira em que todas as restrições sejam atendidas e, assim, o programa poderá ser interrompido, pois não existirá outra combinação com menor valor de Função Objetivo. Empregando-se a Busca Exaustiva Ordenada, a melhor solução viável é obtida com 26 cálculos do Fator de Segurança e seis análises de elementos finitos. A combinação ótima é a que emprega altura de bloco igual a 0,5 m, comprimento de estacas igual a 6 m e lado igual 0,5 m.

O desenvolvimento do primeiro caso mostrou que o acréscimo da altura do bloco propicia um aumento de rigidez do sistema de fundação, porém a adição de custo da solução é mais significativa, fazendo com que seja mais propício aumentar a rigidez a partir das estacas, o que também reflete em aumento do Fator de Segurança, o que não ocorre com o aumento da altura do bloco.

Como se pode inferir, o primeiro caso trata de um problema muito simples, com poucas estacas e com possibilidades de solução que um projetista experiente seria capaz de identificar a melhor resposta mais rapidamente que o próprio algoritmo de busca. Tendo isso em vista, desenvolveu-se o segundo caso, também simétrico e com carregamento vertical aplicado no centro do bloco, mas com 16 estacas e três Grupos de tipos de estaca, identificados pelos números 1, 2 e 3, conforme se pode observar na Figura 5.6. A Tabela 5.4 apresenta as variáveis de projeto consideradas.

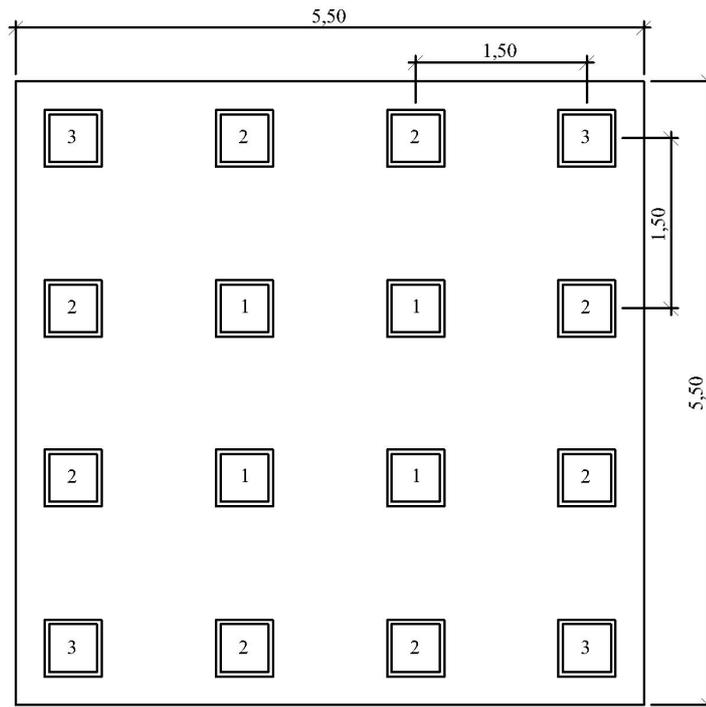
Tabela 5.4 – Variáveis de Projeto – radier sobre 16 estacas.

Alturas de bloco (m)	Lado (m)	Comprimentos de estaca (m)		
		Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
1,0	0,5	12	8	4
1,1	0,6	16	12	8
1,2	-	-	-	-

Neste caso, pode-se observar que os dados de projeto empregados condizem mais com a realidade do projeto de fundações, em que as alturas de bloco possíveis são mais semelhantes e os comprimentos de estacas maiores. Foram identificadas 156 combinações de soluções para as variáveis de projeto dadas na Tabela 5.4 e o B&B, seguindo a mesma organização de níveis que o caso anterior obteve a solução ótima com 53 cálculos de Fator de Segurança e 42

análises de elementos finitos, ao passo que a Busca Exaustiva Ordenada conseguiu obter o mesmo resultado com 34 cálculos de Fator de Segurança (considerando-se um mínimo de 2,0) e 19 análises de elementos finitos. A configuração ótima compreende o emprego do bloco com altura igual 1,1 m, estacas do Grupo 1 com 16 m e do Grupo 3 com 4 m, ambas com 0,5 m de lado. Não foram necessárias as estacas do Grupo 2.

Figura 5.6 – Vista em planta do bloco sobre 16 estacas.

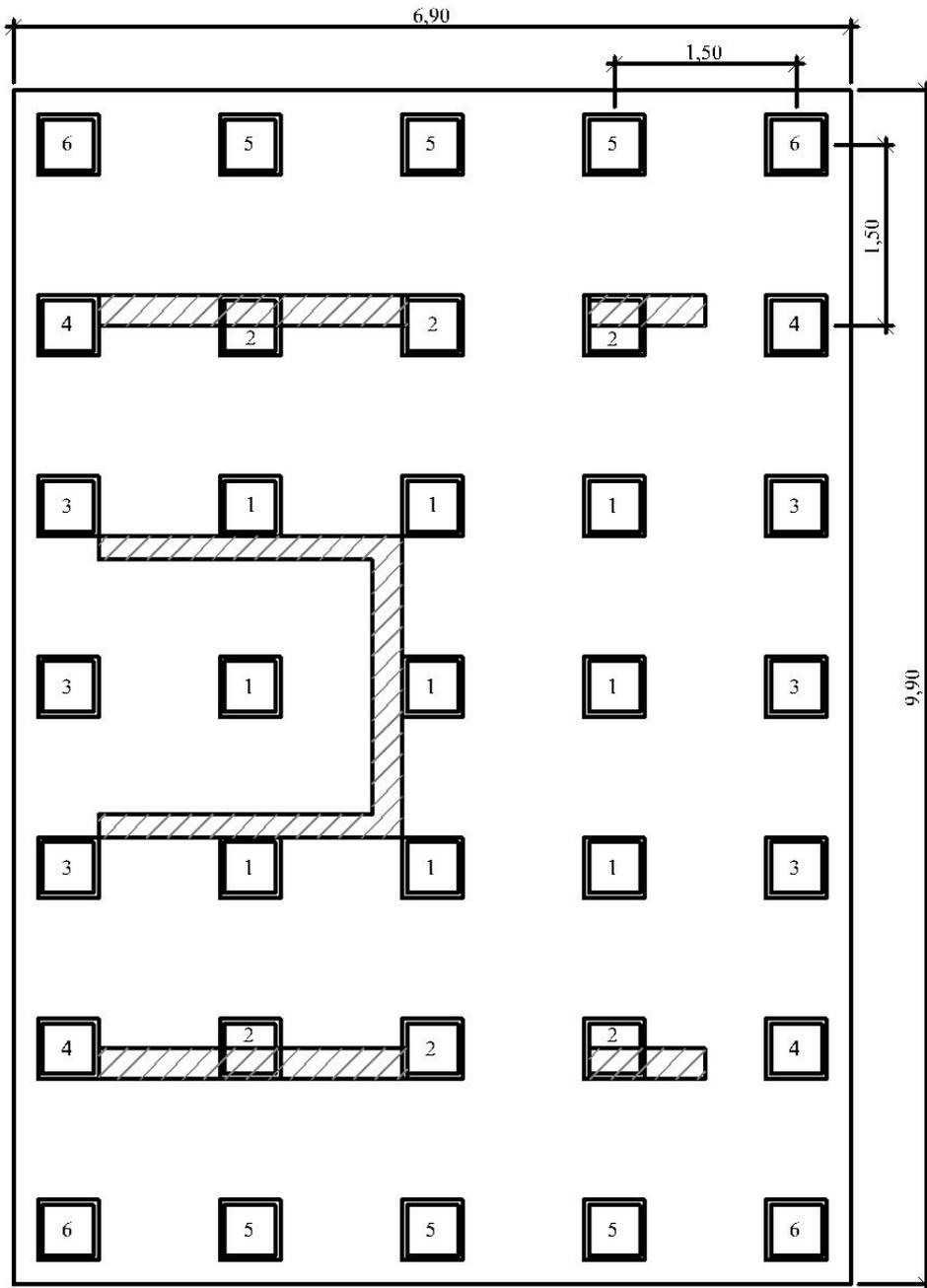


Este caso pode mostrar que a maior eficácia da Busca Exaustiva Ordenada pode ser devido ao fato de uma escolha inteligente dos Grupos com respeito à região carregada, afinal é de se esperar a existência de estacas próximas a este local. Assim, desenvolveu-se o terceiro caso, sem considerar a simetria. Trata-se de um radier com 35 estacas, conforme se apresenta na Figura 5.7, onde se podem observar os seis grupos de tipos de estaca considerados e as regiões carregadas verticalmente, cujas magnitudes são diferentes.

Para a composição das soluções possíveis considerou-se;

- Três alturas de bloco: 1,4, 1,5 e 1,6 m;
- Dois comprimentos de estaca para cada grupo: 12 e 15 m;
- Dois tipos de seções quadradas, com lados: 0,5 e 0,6 m.

Figura 5.7 – Vista em planta do bloco sobre 35 estacas.



Assim, foram previstas 4368 combinações possíveis para as variáveis de projeto, sendo todas elas viáveis com relação ao Fator de Segurança mínimo (adotado igual a 2,5). O método B&B encontrou a solução ótima depois de realizadas 200 análises de elementos finitos, enquanto que a Busca Exaustiva Ordenada obteve o mesmo resultado com 177 análises. A melhor solução viável foi obtida empregando-se a altura de bloco igual a 1,4 m, estacas do Grupo 2 com 15 m e dos Grupos 5 e 6 com 12 m e lado igual a 0,5 m.

Desta forma, depois de avaliados casos simples e complexos de radiers estaqueados observou-se que o método *Branch-and-Bound* não foi o mais eficaz, haja vista que a Busca Exaustiva Ordenada obteve maior sucesso nos problemas de fundações estaqueadas estudadas. A menor eficiência do B&B nos problemas-exemplo pode ser explicada a partir das seguintes observações:

- O aumento do valor do custo da solução, expresso pela Função Objetivo, não representa necessariamente em aumento do Fator de Segurança ou da rigidez do sistema de fundação. Por exemplo, aumentando-se a altura do bloco, embora se aumente a rigidez não se tem ganho de resistência, pois esta é função apenas da área de contato do bloco com o solo;
- O B&B requer o desenvolvimento de soluções com valor alto da Função Objetivo antes de outras com valor inferior que podem ser viáveis;
- O B&B depende muito do usuário para ser mais ou menos eficiente, pois o algoritmo pode exigir um esforço computacional substancial até que encontre uma solução candidata.

Em face das observações feitas a partir dos problemas-exemplo, optou-se por utilizar a Busca Exaustiva Ordenada para a obtenção da melhor solução viável de uma fundação em estacas no programa desenvolvido.

## 5.3 ESTRUTURA DO PROGRAMA

Apresentam-se neste item os aspectos metodológicos de desenvolvimento da ferramenta numérica no que concerne às etapas necessárias para a sua concepção e as atividades necessárias para a sua aplicação.

### 5.3.1 Concepção do programa

A aplicação do MEF foi feita utilizando a plataforma de programação C. Ela apresenta vantagens que são importantes para o desenvolvimento dos trabalhos, dentre as quais se podem citar a apropriada organização estrutural dos dados fornecidos, a eficácia na atualização quando comparada a outras plataformas, pois é idêntica à utilizada no sistema operacional mais comum nos computadores pessoais, permite implementações posteriores de forma mais eficiente *etc.*

A programação foi feita apreciando algumas rotinas já implementadas, as quais foram devidamente avaliadas e verificadas. Além disso, a maioria dos algoritmos específicos foi elaborada durante a realização da pesquisa.

Para a construção da ferramenta numérica para análise de radiers estaqueados, denominada *Ferramenta Numérica para Análise de Fundações – FENF*, a modelagem numérica ao longo do período de pesquisa seguiu as seguintes etapas:

- Etapa 1: Aprendizado inicial da linguagem de programação – C. Consultaram-se materiais bibliográficos na área para que se verificasse a sintaxe de programação. Para tanto, desenvolveram-se pequenos programas para a aplicação de tais conceitos;
- Etapa 2: Consolidação do aprendizado. Desenvolveu-se um programa em C para análise de estruturas em regime linear-elástico. Empregaram-se elementos finitos quadriláteros de quatro e de oito nós. Este programa serviu como “base” para o desenvolvimento da ferramenta numérica para análise de radiers estaqueados;
- Etapa 3: Desenvolvimento do programa FENF para análise linear-elástica tridimensional;
- Etapa 4: Incorporação do algoritmo de busca da melhor solução viável no programa;

O programa FENF permite o estudo de fundações estaqueadas ou não, desde que possam ser representadas a partir de elementos finitos sólidos de oito nós, conforme descrito anteriormente. As estacas devem ser modeladas com seção quadrangular, a qual poderá ser de mesma área transversal ou de mesmo perímetro que a circular, conforme sugerem Ottaviani (1975), Sales (2000) e Bittencourt, Dhoeler e Sales (2011). Campos (2011) simulou estacas de seção circular como uma seção quadrada com área equivalente igual a média das áreas de um quadrado de mesma área transversal e de um com o mesmo perímetro que o da seção circular original. Esta abordagem será seguida neste trabalho.

A entrada de dados é feita por meio de um arquivo de texto padrão, no qual devem ser informados os parâmetros dos materiais, as ações e os tipos de análises a considerar, como por exemplo, a necessidade de se calcularem ou não os esforços solicitantes. Os resultados obtidos são transferidos para arquivos de texto com formatação apropriada para a construção de gráficos necessários ao projeto. A descrição dos arquivos de entrada e de saídas de dados serão tratados nos itens 5.3.2 e no Apêndice A.

O programa FENF não conta com gerador de malha de elementos finitos e, assim, esta etapa do processo de modelagem deve ser feita previamente. Nesta pesquisa foi utilizado o programa DIANA (TNO, 2008), utilizando-se o pré-processador *FX+*, para a geração das malhas de elementos finitos.

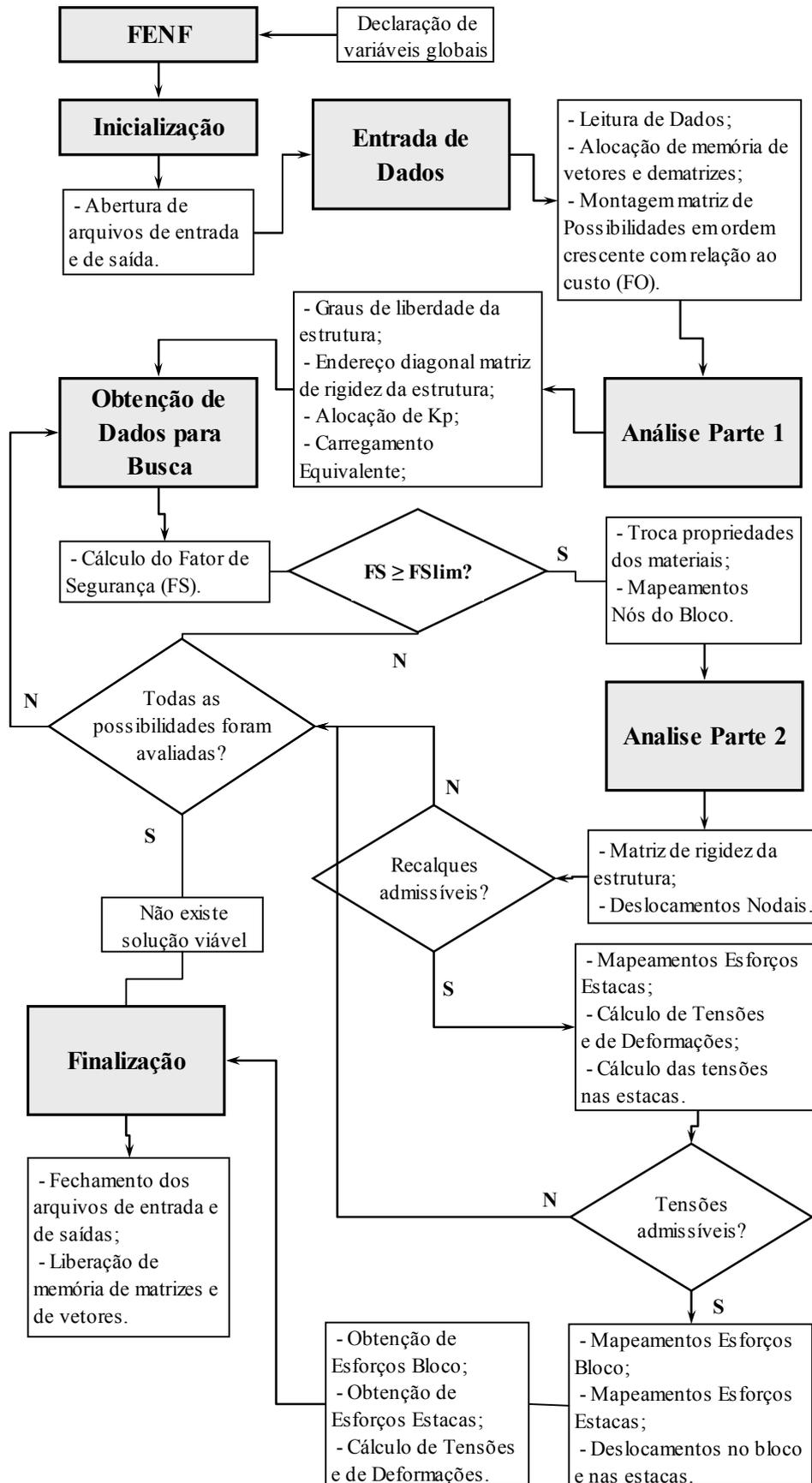
O fluxograma da ferramenta numérica é apresentado na Figura 5.8. A matriz de rigidez é armazenada em perfil e na solução do sistema de equações é usada a decomposição de Cholesky.

A análise é dividida em três partes: o cálculo do vetor de forças equivalentes; o cálculo da matriz de rigidez e solução do sistema de equações; e obtenção dos esforços. Tal procedimento foi adotado porque o vetor de forças equivalentes é calculado uma única vez, fora do processo de busca da solução ótima. No processo de otimização, as propriedades mecânicas de alguns elementos são modificadas conforme se alteram as variáveis de projeto. Assim, a segunda parte da análise, envolvendo o cálculo da matriz de rigidez da estrutura e a obtenção dos deslocamentos nodais é feita a cada iteração do processo de otimização. Caso a solução seja viável com relação aos recalques, são calculadas as tensões normais nas estacas para a avaliação do limite de tensão nas estacas. A terceira parte da análise, envolvendo o cálculo completo dos esforços, é feita apenas para a solução ótima, depois de encerrado o processo de otimização e obtidas as tensões e as deformações para toda a estrutura.

Primeiramente são identificadas as características da análise no que diz respeito aos valores de altura de bloco e configurações das estacas, ou seja, comprimentos e seções. O Fator de Segurança é calculado e, depois, avalia-se se ele é maior ou igual ao admissível. Caso não seja, passa-se à próxima solução, se ainda houver alguma para ser avaliada. Se isso não for verdadeiro, o problema não possui solução viável. Caso o Fator de Segurança seja admissível o programa segue realizando as trocas de propriedades dos materiais na matriz de incidência para que se tenha a geometria especificada e os mapeamentos dos nós do topo do bloco para posterior avaliação dos recalques.

Inicia-se a segunda parte da análise, em que se desenvolve a matriz de rigidez da estrutura. Desta forma, podem-se calcular os deslocamentos nodais resolvendo-se o sistema de equações dado pela equação (5.2). Obtidas as translações, o programa avalia se os recalques máximo e diferencial são admissíveis. Se não forem, a solução é inviável, se forem, realizam-se os mapeamentos para os cálculos de esforços normais nas estacas.

Figura 5.8 – Fluxograma do programa FENF.



Em seguida, procede-se ao cálculo das tensões e das deformações, que permitem avaliar se as tensões normais nas estacas são inferiores ao máximo estipulado pelo usuário. Não sendo, passa-se à próxima configuração. Caso seja admissível, a possibilidade é a melhor solução viável do problema. Parte-se, então, para os mapeamentos para os cálculos de esforços solicitantes no radier e nas estacas. As funções de mapeamento têm como objetivo identificar as características geométricas do problema, como por exemplo, as seções para cálculo, as áreas de influência dos nós *etc.* A seguir, são calculados os esforços solicitantes nas estacas e no bloco.

### 5.3.2 Saídas de dados

O programa FENF disponibiliza os resultados por meio de arquivos de texto que podem ser visualizados por meio do “programa bloco de notas” ou pelo editor de textos da própria plataforma de programação. Além disso, o programa elabora dois arquivos de saída que permitem que um programa externo apresente os resultados graficamente. Os arquivos de saída são identificados pelo nome do arquivo de entrada de dados seguido da extensão *.tmp*, *.out* ou *.sai*. O arquivo *.tmp* apresenta os resultados temporários para verificação expedita. O arquivo *.out* contém os seguintes resultados:

- Tensões nos elementos de estaca;
- Tensões médias nos nós da estrutura;
- Deformações médias nos nós da estrutura;
- Esforços solicitantes no bloco e nas estacas (para cada seção transversal);
- Deslocamentos (u, v, w) das seções das estacas;
- Resultados da Busca Exaustiva: solução ótima e custo;
- Máximos e mínimos: esforços no bloco, recalques máximo e diferencial.

Por fim, o arquivo *.sai* contém os seguintes resultados:

- Deslocamentos nodais.
- Tensões e deformações nos elementos: para cada nó do elemento, com suas coordenadas, tensões e deformações.

Um arquivo para a saída gráfica contém os resultados de deslocamentos, de tensões e de deformações no contato radier-solo. O segundo arquivo possui os resultados de deslocamentos, de tensões e de deformações para todo o domínio do problema. Assim, o primeiro arquivo permite a construção de gráficos bidimensionais e o segundo de tridimensionais.

## CAPÍTULO 6

### VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

A análise tridimensional de um sistema de fundação por meio de uma ferramenta numérica computacional constitui uma tarefa complexa uma vez que a representação de suas unidades e das características do problema permite uma quantidade significativa de alternativas. Em outras palavras, o bloco, as estacas e o solo, associados às condições de contorno, ao representarem um conjunto respondem às solicitações por meio da interação entre os seus elementos. Nesta interação, diversas variáveis influenciam a resposta do problema, como, por exemplo, a rigidez dos elementos do sistema, os materiais envolvidos, os mecanismos de interação, a forma de carregamento *etc.* Essas características fazem com que a representação computacional do problema de fundações, ou a sua modelagem numérica, possa ser conduzida de várias formas.

Verifica-se, mesmo para configurações simples de sistemas de fundação, que não há uma solução fechada para esses problemas (POULOS; DAVIS, 1980; SALES, 2000). Observando esta dificuldade, diversos pesquisadores têm tratado o problema por meio da aplicação de métodos aproximados, com o emprego de alguma ferramenta numérica. Para que as análises feitas com estes métodos aproximados possam ser consideradas válidas e confiáveis deve-se, primeiramente, realizar a sua verificação. Este procedimento consiste na comparação de resultados obtidos por esses métodos com os de outras soluções consideradas mais rigorosas, o que pode ser feito a partir de outros programas ou por meio da análise dos resultados de monitoramento de obras reais.

Deve-se ressaltar que em um processo de validação não se pretende que os resultados sejam iguais, mas, sim, que se observem valores similares e uma tendência comum à resposta, ou seja, que a divergência entre os resultados seja mínima. Isto é aceitável, pois as ferramentas computacionais de análise nem sempre utilizam as mesmas formulações matemáticas e procedimentos de cálculo. Além disso, conforme ressaltado por Bittencourt, Doehler e Sales (2011), o comportamento real das unidades que compõem o sistema de fundação dependem fundamentalmente dos parâmetros do solo. Assim, é aceitável que se observem diferenças de resultados entre duas simulações numéricas, porém é importante que a

magnitude do desvio seja bem inferior à variabilidade dos resultados devido à incerteza dos dados de entrada, como os parâmetros geotécnicos de resistência e de deformabilidade.

Apresentam-se neste capítulo comparações de resultados obtidos utilizando a Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF) e os verificados em outras análises similares, as quais também empregaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) ou alguma solução analítica envolvendo a Teoria da Elasticidade Linear. Para tanto, foram feitas as seguintes comparações, conforme a disponibilidade de dados:

- Recalques de estacas isoladas em solo homogêneo;
- Recalques máximos em radiers estaqueados;
- Bacia de deslocamentos verticais ao nível do topo e da base das estacas em grupos;
- Tensões normais em estacas isoladas;
- Tensões normais em estacas dentro de um grupo;
- Carga vertical e esforços cortantes em estacas ao longo da profundidade;
- Momentos fletores em viga biapoiada;

Destaca-se que durante a construção do programa foram realizadas verificações que permitiram avaliar a consistência das implementações. Considerou-se que a apresentação destes estudos ocuparia muito espaço e não contribuiria para a análise da pesquisa propriamente dita. Os resultados em forma de tabelas podem ser verificados no Apêndice B.

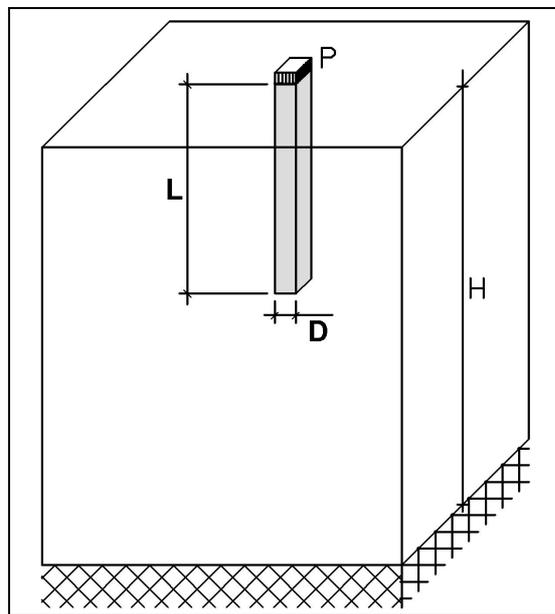
## 6.1 TRABALHOS DE REFERÊNCIA PARA VALIDAÇÃO

Para se realizar a calibração do FENF escolheram-se trabalhos clássicos e bem documentados. Nos casos de validação procurou-se reproduzir as mesmas condições empregadas pelos autores em seus estudos, observando-se as características dos problemas, como a geometria, as propriedades dos materiais e as condições de contorno, por exemplo. Salienta-se que todos os trabalhos empregaram análises lineares elásticas.

O primeiro trabalho avaliado é o de **Lee (1973)** o qual efetuou um estudo de estacas isoladas flutuantes em uma massa de solo homogênea em um semi-espaço infinito utilizando o MEF. Adotou uma rigidez relativa, relação entre os módulos de elasticidade da estaca ( $E_p$ ) e do solo ( $E_s$ ), igual a 1000, dada por  $K = E_p/E_s$ . Nas análises, empregou-se o módulo de elasticidade do

concreto da estaca igual a 20 GPa e um coeficiente de Poisson  $\nu_p = 0,20$  (valor adotado pelo autor) e, para o solo,  $\nu_s = 0,40$ . Conforme sugerido por Sales, Farias e Cunha (1998), utilizou-se um domínio horizontal de três vezes o comprimento da estaca e os resultados são apresentados segundo o recalque normalizado dado por  $E_s \cdot w \cdot D/P$  para várias relações  $L/D$ , em que  $E_s$  é o módulo de elasticidade do solo,  $w$  é o recalque do topo da estaca,  $D$  é o diâmetro da estaca,  $P$  é a carga vertical aplicada e  $L$  é o comprimento da estaca. Além dos resultados de Lee (1973), apresentar-se-ão também os de Poulos e Davis (1980), que repetiram as análises empregando a abordagem de Mindlin (1936)<sup>1</sup> com a Teoria da Elasticidade, a qual possibilita a consideração de um meio semi-infinito. Destacam-se, também, as soluções obtidas por Sales (2000) com o ALLFINE (FARIAS, 1993) para relações  $H/L$  iguais a cinco e a dez, em que  $H$  expressa o domínio vertical do problema, ou seja, a distância entre o topo da estaca, que coincide com o nível da superfície do terreno, e a base do maciço de solo, onde se considera indeslocável. A Figura 6.1 apresenta uma visão geral da geometria dos problemas de estacas isoladas.

Figura 6.1 – Estaca isolada em visualização em três dimensões.

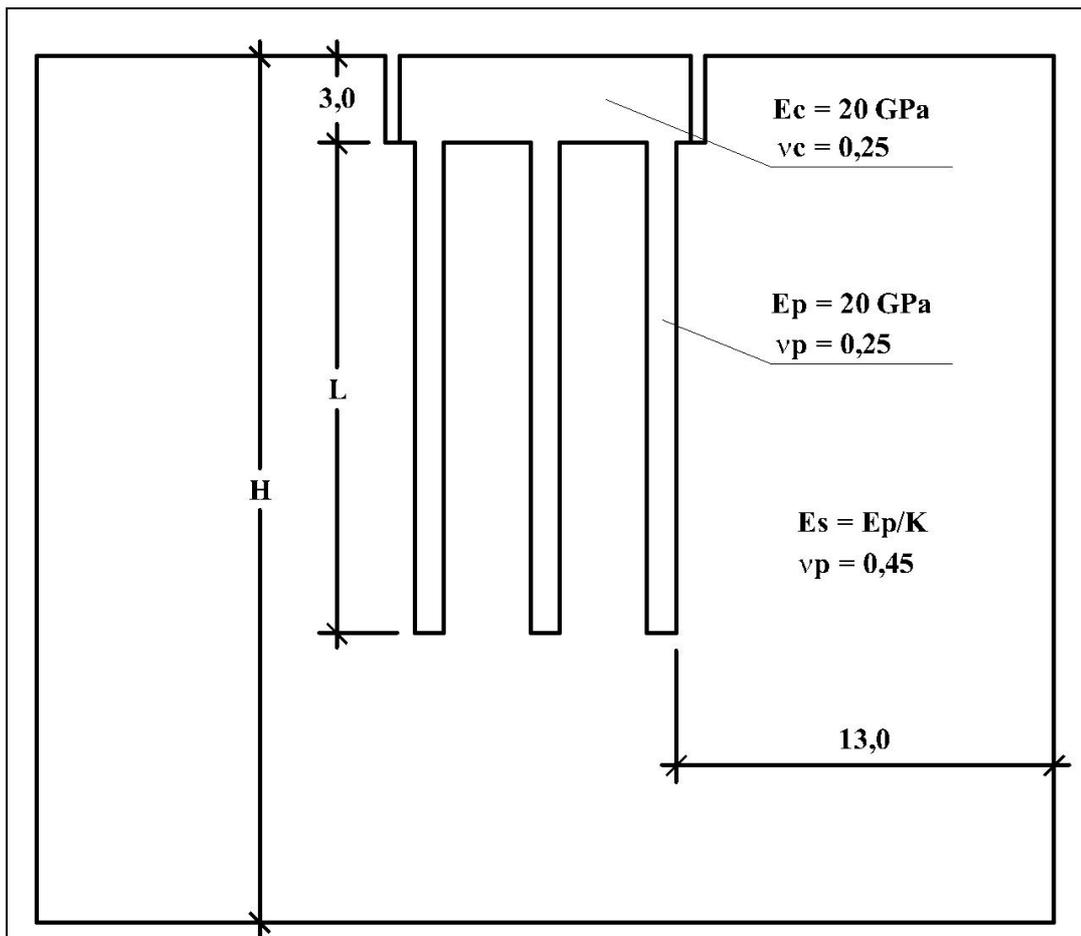


Uma vez que as estacas modeladas por Lee (1973) possuíam seção transversal circular, empregou-se no FENF uma estaca de seção quadrada com mesma área da seção circular. Conforme estudado por Ottaviani (1975), por Sales (2000) e por Bittencourt, Doehler e Sales (2011) este artifício não implica em alterações significativas no comportamento da estaca.

<sup>1</sup> MINDLIN, R. D. Forces at a point in the interior of a semi-infinite-solid. **Physics**, v. 7, p. 195-202, 1936.

Um dos principais trabalhos de referência para a análise de fundações em estacas com o MEF foi proposto por **Ottaviani (1975)**, o qual efetuou seus estudos utilizando o computador UNIVAC 1108 para analisar problemas de estacas isoladas, grupos de estacas e de radiers estaqueados com estacas de seção quadrangular, com lado  $D = 1,0$  m e comprimento  $L$  em meio homogêneo, linear-elástico utilizando o MEF. Por não haver uma referência explícita quanto ao domínio horizontal do caso de estacas isoladas, adotou-se como igual a três vezes o comprimento da estaca de cada caso. Para o concreto das estacas e do bloco foi utilizado um módulo de elasticidade de 20 GPa,  $E_p$  e  $E_c$  respectivamente, e um coeficiente de Poisson de 0,25,  $\nu_p$  e  $\nu_c$  respectivamente, sendo de  $\nu_s = 0,45$  o do solo, conforme se indica na Figura 6.2. A análise se deu pela observação de recalques normalizados, dados por  $E_p \cdot w \cdot D/P$  no topo das estacas ao se variar o módulo do solo ( $E_s$ ) para diferentes valores de rigidez relativa estaca-solo, dada por  $K = E_p/E_s$ .

Figura 6.2 – Vista em perfil dos blocos sobre estacas propostos por Ottaviani (1975).



No trabalho de Ottaviani (1975) foi estudado o comportamento de dois tipos de conjuntos de estacas reunidos em blocos, conforme se apresentam nas Figuras 6.3 e 6.4, com nove e com

15 estacas, respectivamente. Esse autor efetuou suas análises ora considerando o contato do radier com o solo, refletindo o conceito geral de radier estaqueado, ora não. Nas validações desenvolvidas neste trabalho optou-se pela avaliação apenas do primeiro conceito de tipo de fundação. Nestes casos, as estacas foram classificadas de acordo com a sua posição da seguinte forma:

- Tipo I: estacas de canto;
- Tipo II: estacas laterais;
- Tipo III: estacas internas.

Empregou-se, nestes conjuntos, uma configuração típica de blocos sobre estacas, com espaçamento entre as faces de 3,0 m e o bloco com altura com o mesmo valor. Respeitou-se uma distância de 0,5 m entre às faces das estacas periféricas e o contorno do bloco. Foi deixado um espaço livre com o mesmo valor ao longo da lateral do bloco com relação ao solo.

Figura 6.3 – Vista em planta do bloco sobre nove estacas proposto por Ottaviani (1975).

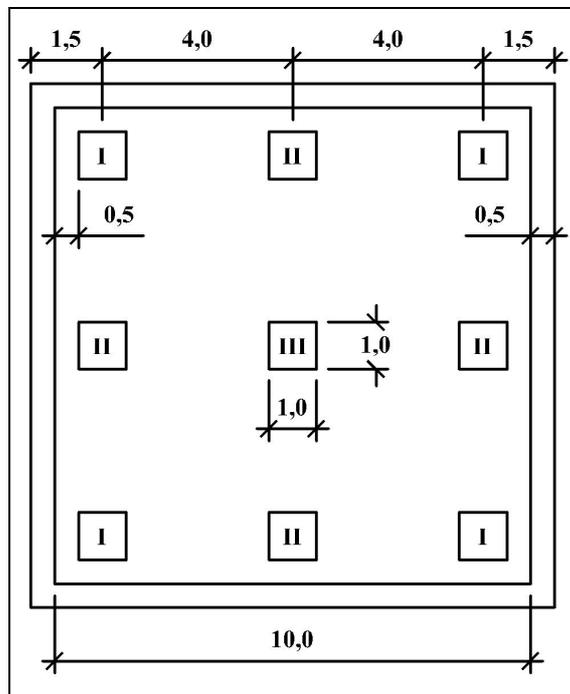
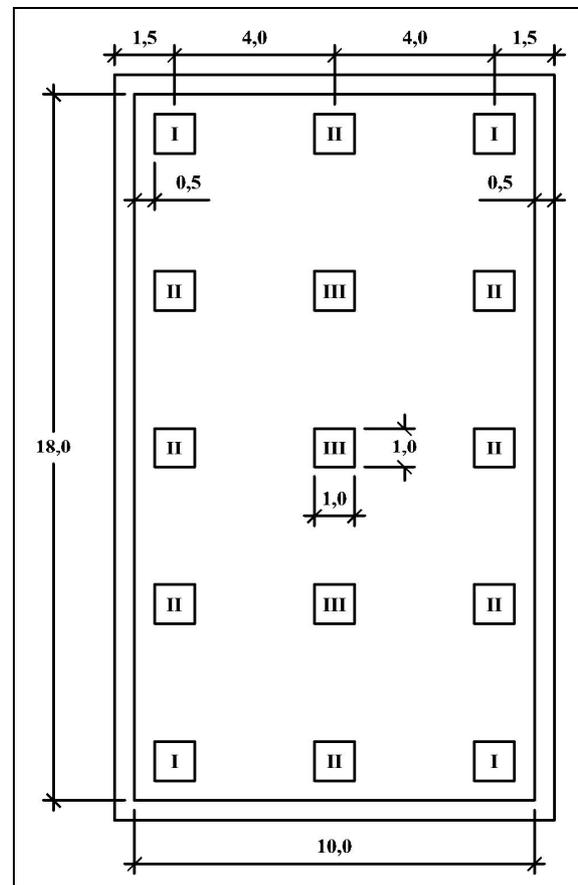


Figura 6.4 – Vista em planta do bloco sobre quinze estacas proposto por Ottaviani (1975).



Com relação aos domínios dos problemas, Ottaviani (1975) respeitou uma distância de 13 m entre a face das estacas periféricas dos blocos e o contorno lateral. As condições de contorno assumidas são que os nós em tais contornos não permitem o deslocamento normalmente ao plano definido pelo contorno, mas são livres nas demais direções. Com os dois blocos, foram feitas três modelagens numéricas:

- Bloco 1: nove estacas com  $L = 17$  m e  $H = 30$  m;
- Bloco 2: nove estacas com  $L = 37$  m e  $H = 60$  m;
- Bloco 3: 15 estacas com  $L = 17$  m e  $H = 30$  m;

No cálculo do recalque normalizado o valor  $P$  refere-se à carga média por estaca, ou seja, a carga total dividida pelo número de estacas e o recalque máximo foi obtido ao nível do topo (cabeça) das estacas. Ou seja, na cota  $z = -3,0$  m.

Outra análise realizada a partir do trabalho de Ottaviani (1975) foi a observação da variação das tensões verticais médias normalizadas  $\sigma_{vp}$  com a profundidade dentro da estaca para diferentes valores de  $L$  e de rigidez relativa estaca-solo. Todas as tensões são plotadas adimensionalmente e são definidas como  $\sigma_{vp} = \sigma \cdot A/P$ , em que  $\sigma$  é a tensão normal média real no elemento da estaca,  $A$  é área da seção transversal da estaca e  $P$  dado tal qual definido anteriormente conforme se refira a um caso de uma estaca isolada ou a um grupo. Os casos avaliados neste estudo são dados a seguir:

- Estacas isoladas com  $L = 20$  m e  $a = 40$  m, com  $K = 400$  e  $a = 2000$  e  $H/L = 1,5$ ;
- Radiers sobre nove estacas com  $L = 17$  m e  $a = 37$  m, com  $K = 400$  e  $a = 2000$  e  $H/L = 1,5$ . As tensões são comparadas, apenas, para as estacas do tipo I (de canto).

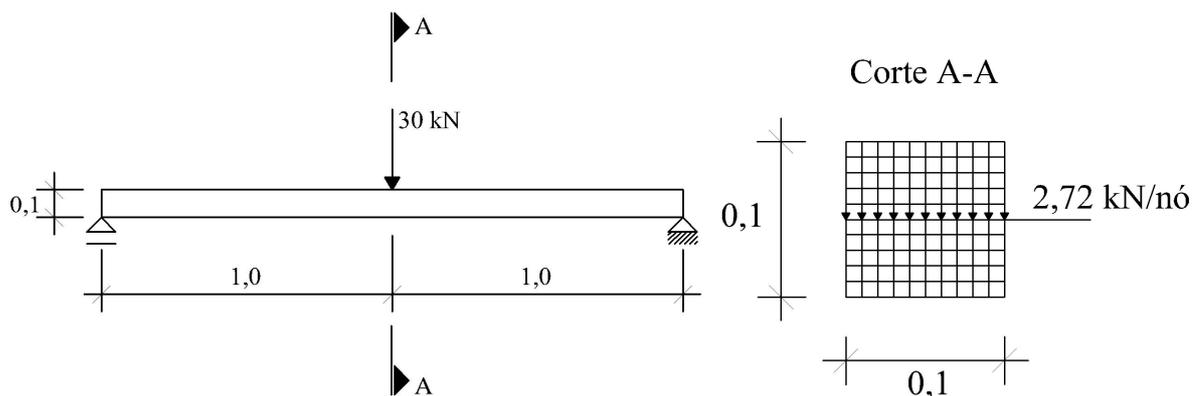
Compararam-se, também, a distribuição dos deslocamentos no topo e na base das estacas, ao longo do plano de simetria, para o bloco com nove estacas,  $L = 17$  m,  $K = 400$  e  $H = 30$  m e para o bloco com 15 estacas,  $L = 17$  m,  $K = 2000$  e  $H = 30$  m. Ressalta-se que o topo das estacas corresponde à cota  $z = -3,0$  m e a base à cota  $z = -20,0$  m.

Além dos resultados de Ottaviani (1975), compararam-se os resultados obtidos pelo FENF com os de Sales (2000), que utilizou o programa ALLLFINE (FARIAS, 1993), com os de Bittencourt e Lima (2009), que empregaram o solucionador de equações diferenciais parciais FlexPDE (PDE SOLUTIONS, 2009) e com os do DIANA (TNO, 2008) desenvolvidos pelo

autor desta dissertação, já validado por Bittencourt, Doehler e Sales (2011). Salienta-se que todas as ferramentas numéricas empregam o MEF em suas formulações.

A validação dos cálculos dos esforços solicitantes para o radier e para as estacas se deu por meio da comparação dos resultados do programa FENF com os obtidos a partir da Teoria de Vigas da Resistência dos Materiais. Para tanto, conforme se apresenta na Figura 6.5 considerou-se uma viga/estaca de seção quadrangular de lado igual a 0,10 m e comprimento igual a 2,0 m. Adotou-se um módulo de elasticidade de 20 GPa e um coeficiente de Poisson igual a 0,20. As condições de contorno correspondiam a de uma viga biapoiada nas faces perpendiculares à maior direção. O carregamento buscou representar a ação de uma carga concentrada no meio do vão da peça, com valor resultante igual a 30 kN. Destaca-se que foi empregada uma malha com elementos cúbicos com lado igual a 1 cm.

Figura 6.5 – Estrutura para exemplo de validação de esforços solicitantes.



## 6.2 ESTACAS ISOLADAS – LEE (1973)

Os resultados de recalques normalizados da análise paramétrica desenvolvida por Lee (1973) para o estudo de estacas isoladas são apresentados na Tabela 6.1, a qual também mostra as soluções obtidas por Poulos e Davis (1980), por Sales (2000) e com o DIANA pelo autor desta pesquisa e com o FENF.

Os valores observados na Tabela 6.1 indicam diferenças significativas de recalques dentre os diferentes autores. Estas discrepâncias não indicam erros nas implementações, pois não são conhecidas as malhas de elementos finitos empregadas por cada autor e as características particulares de cada modelagem. Ressalta-se que as análises com o DIANA e com o FENF possuíam os mesmos dados de entrada, o que propiciou respostas mais similares. Nas Figuras

6.6 e 6.7 os resultados obtidos com o FENF são comparados graficamente para os casos com  $H/L = 5$  e a 10, respectivamente. Nestes gráficos, observa-se que não há uma solução que sempre se apresente mais ou menos conservadora. Além disso, as análises com a relação  $H/L = 10$  apresentaram respostas mais similares às apontadas por Lee (1973). Por fim, nota-se que as discrepâncias tendem a diminuir para os casos de estacas longas, para maiores relações  $L/D$ .

Tabela 6.1 – Recalque normalizado de estacas isoladas proposto por Lee (1973).

L/D	Lee (1973)	Poulos e Davis (1980)	ALLFINE (H/L=10)	ALLFINE (H/L=5)	DIANA (H/L=10)	DIANA (H/L=5)	FENF (H/L=10)	FENF (H/L=5)
3,5	0,267	0,258	0,237	0,225	0,254	0,232	0,250	0,229
5	0,211	0,205	0,196	0,186	0,212	0,197	0,210	0,195
10,5	0,115	0,112	0,126	0,121	0,137	0,133	0,137	0,132
15	0,103	0,100	0,102	0,098	0,114	0,109	0,113	0,108
19,5	0,094	0,092	0,089	0,085	0,097	0,094	0,097	0,093

Figura 6.6 – Comparação de recalques normalizados resultados da estaca isolada ( $H/L = 5$ ).

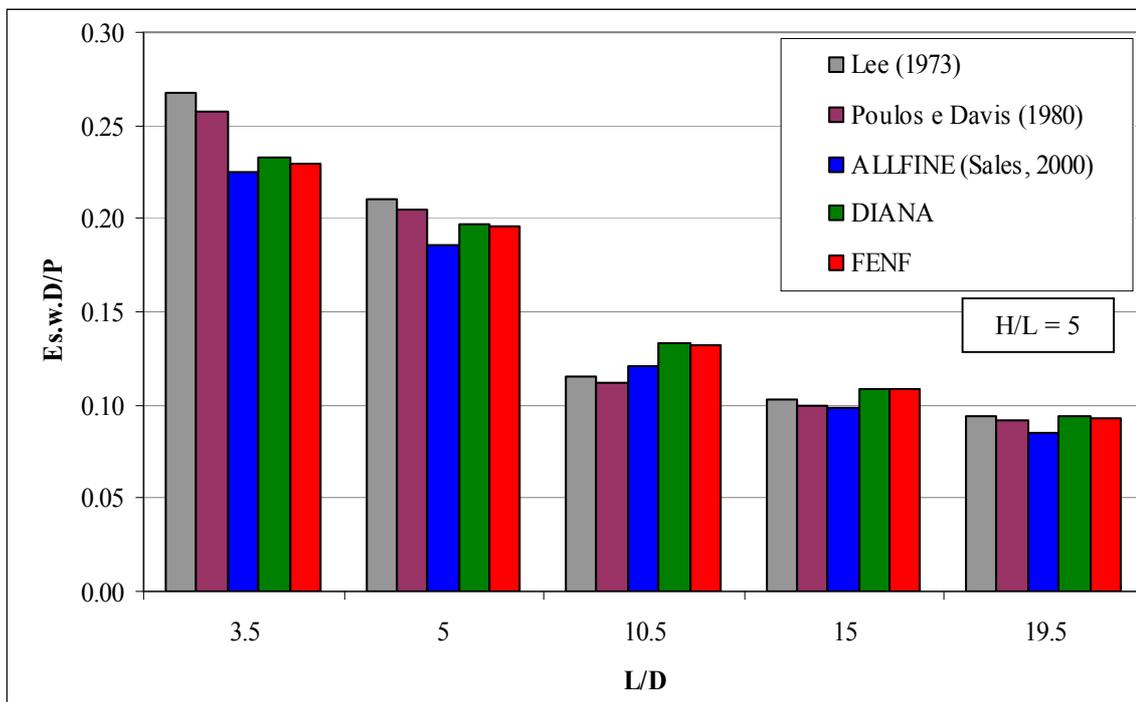
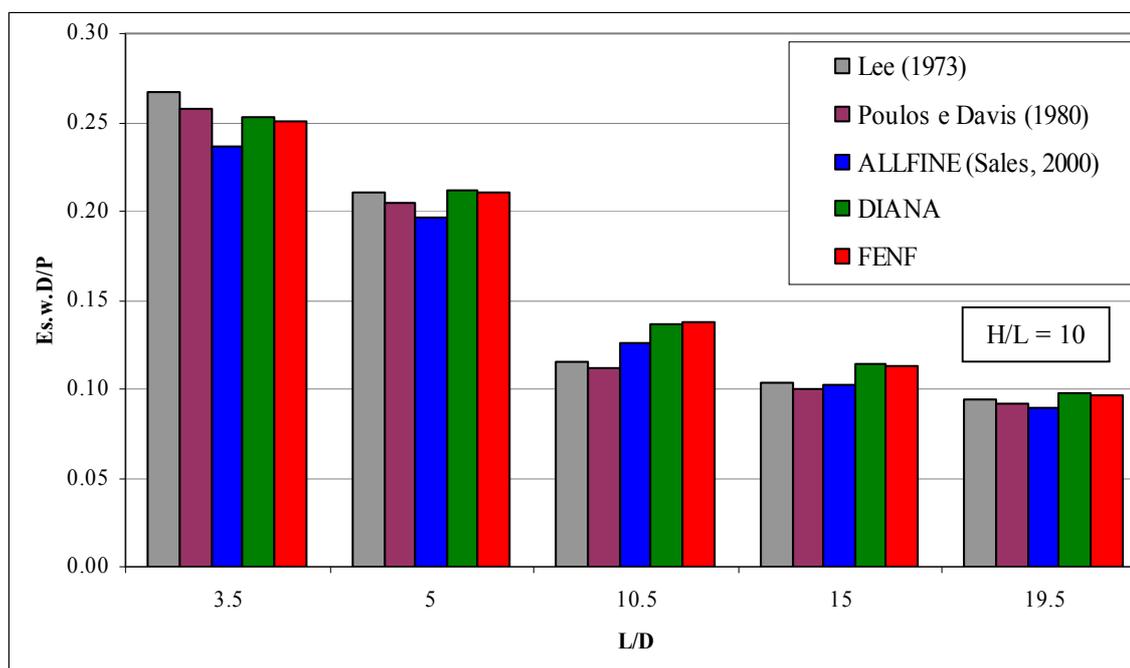


Figura 6.7 – Comparação de recalques normalizados resultados da estaca isolada ( $H/L = 10$ ).

## 6.3 ESTACAS ISOLADAS – OTTAVIANI (1975)

### 6.3.1 Análise de recalques máximos

Conforme descrito anteriormente, Ottaviani (1975) efetuou uma quantidade grande de estudos de comportamento de fundações em estacas isoladas e em grupos. Neste item serão apresentadas comparações de recalques máximos normalizados e de tensões verticais nas estacas. Nas Figuras 6.8 a 6.10 apresentam-se as relações entre a rigidez relativa e o respectivo recalque normalizado para diferentes comprimentos de estacas e de relações  $H/L$ .

Verifica-se nos três gráficos uma concordância expressiva entre os resultados obtidos com o programa FENF e as demais modelagens. No primeiro caso, em que se tem  $L = 20$  m e  $H/L = 4$ , a diferença máxima observada é inferior a 4 %, que foi observada entre o FENF e o ALLFINE. No segundo caso, com o mesmo valor de  $L$ , mas com  $H/L = 1,5$ , verifica-se que as respostas apontadas por Ottaviani (1975) tendem a ser mais conservadoras que as demais soluções. Já os resultados do FENF situam entre os desse autor e os verificados com o ALLFINE e se aproxima mais aos do FlexPDE. Por fim, para o último caso, observa-se um comportamento como nos anteriores, porém o FENF mostrou-se mais conservador e se aproximou mais aos resultados de Ottaviani (1975).

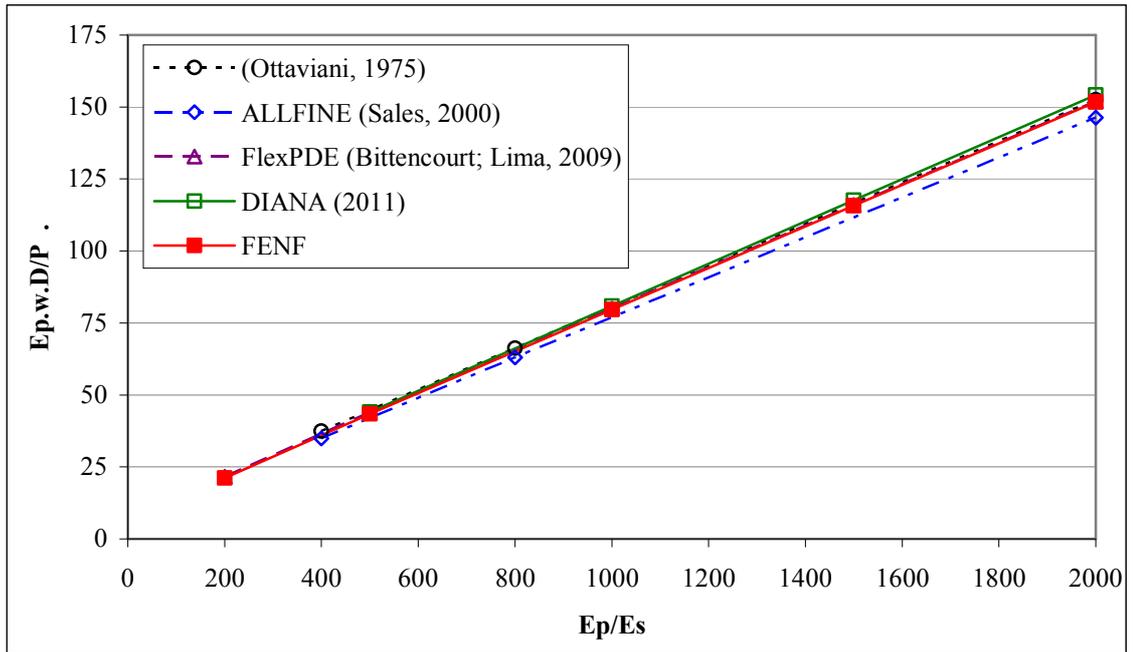
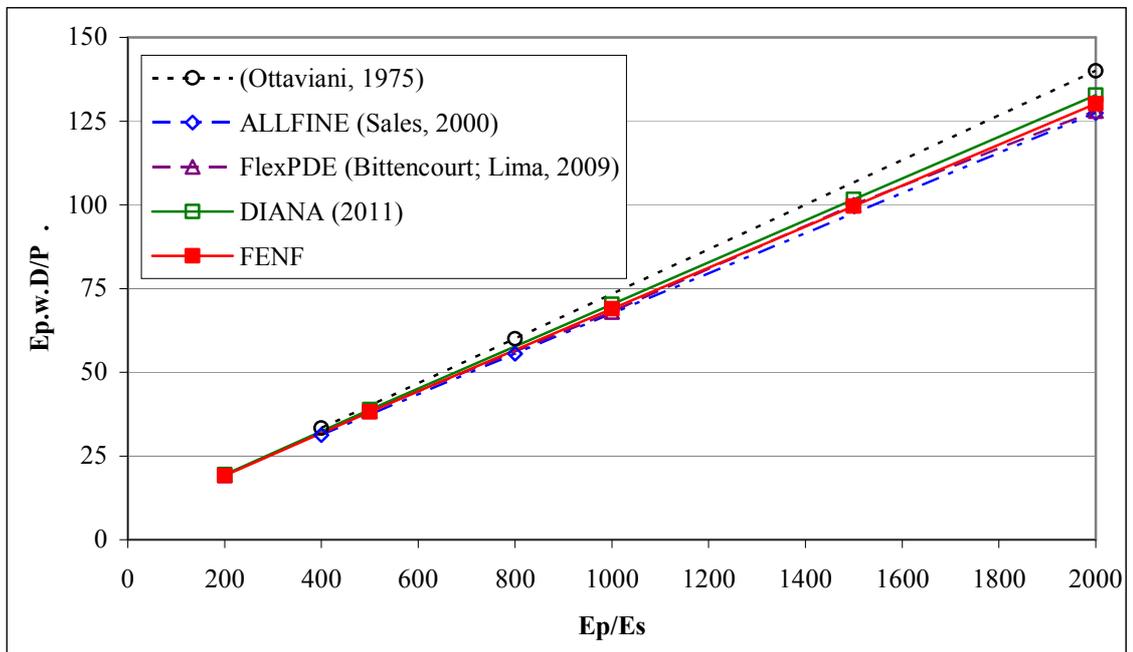
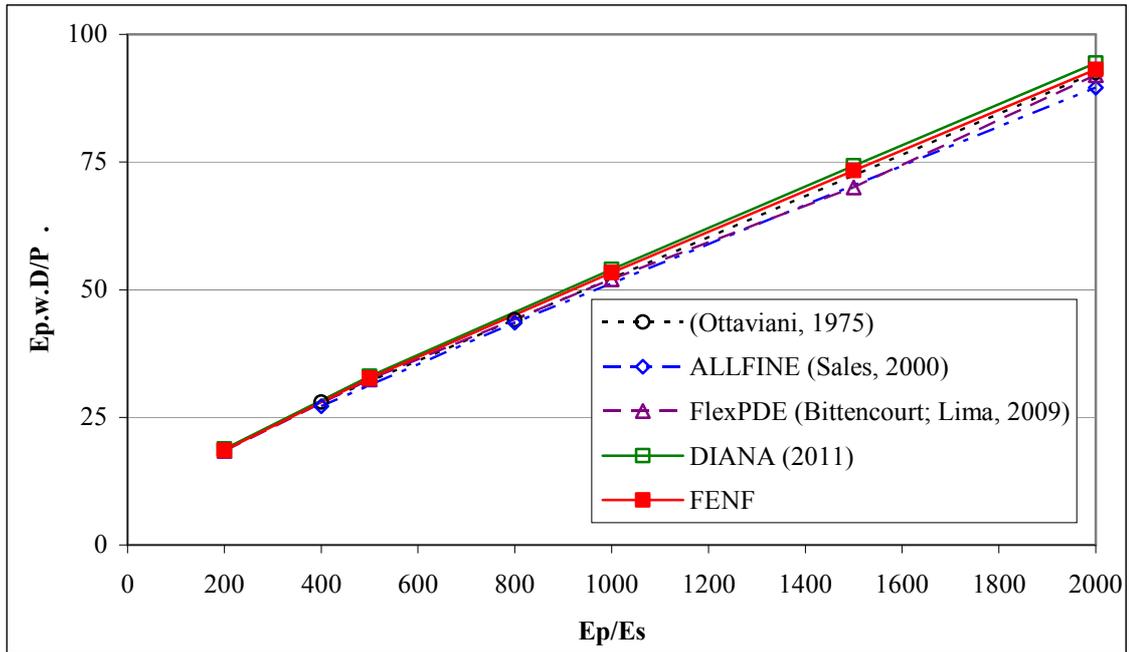
Figura 6.8 – Comparação de resultados da estaca isolada com  $L = 20$  m e  $H = 80$  m.Figura 6.9 – Comparação de resultados da estaca isolada com  $L = 20$  m e  $H = 30$  m.

Figura 6.10 – Comparação de resultados da estaca isolada com  $L = 40$  m e  $H = 60$  m.

### 6.3.2 Análise de tensões normais nas estacas

Nas Figuras 6.11 a 6.14 apresentam-se comparações de tensões normais médias nas estacas com  $L = 20$  m e  $K = 400$  e a 2000 e com  $L = 40$  m e  $K = 400$  e a 2000, respectivamente.

Para os casos com  $L = 20$  m, observa-se uma concordância expressiva, principalmente para o caso com a estaca mais rígida, em que as curvas são praticamente coincidentes. Para o caso em que a estaca é mais flexível, as soluções obtidas pelo FENF e pelo DIANA tendem a se aproximar à obtida com o ALLFINE.

Para os casos em que se têm  $L = 40$  m observa-se um comportamento similar ao anterior, destacando-se que a diferença entre os resultados de Ottaviani e as demais modelagens é maior para o solo mais rígido. Entretanto, a similitude entre as soluções observadas no ALLFINE, no DIANA e no FENF é significativa.

O comportamento mais similar do FENF com relação ao trabalho de Ottaviani (1975), quando se compara com o problema proposto por Lee (1973), pode ser explicado pelo fato de o primeiro trabalho ser mais bem documentado incluindo, por exemplo, as especificações mais claras da geometria dos problemas e as condições de contorno específicas.

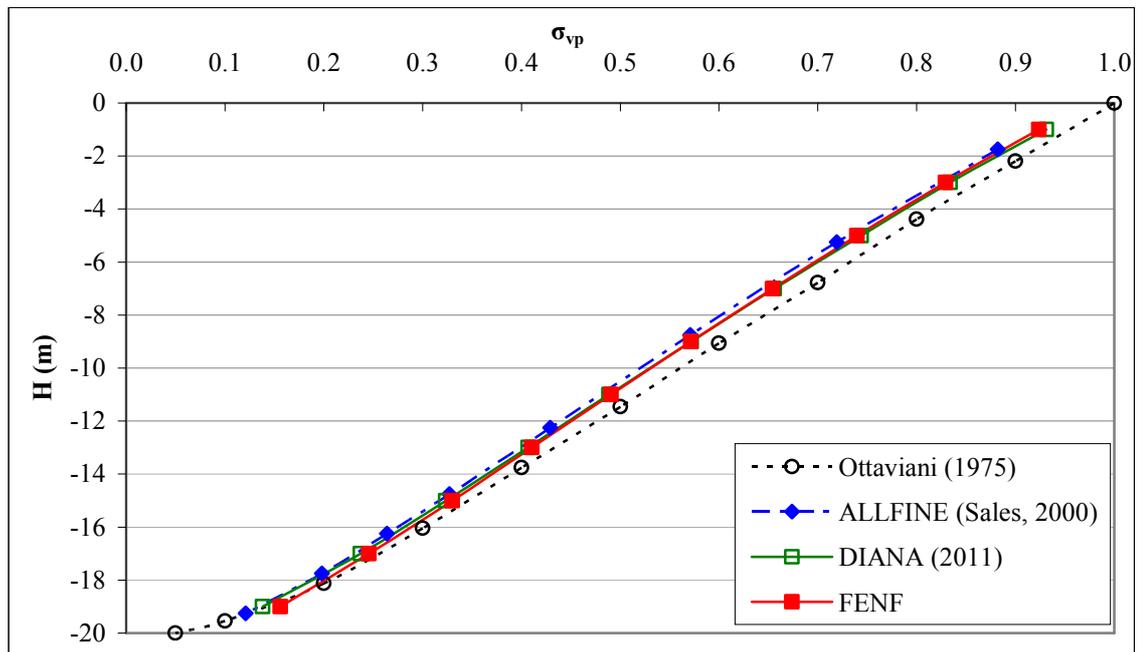
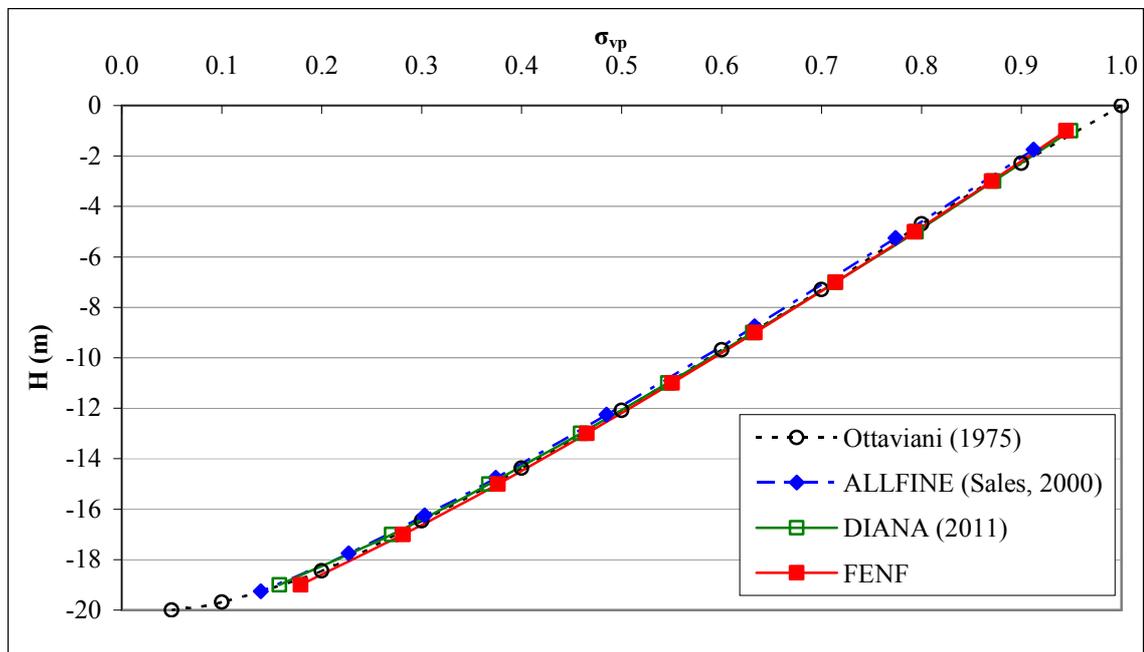
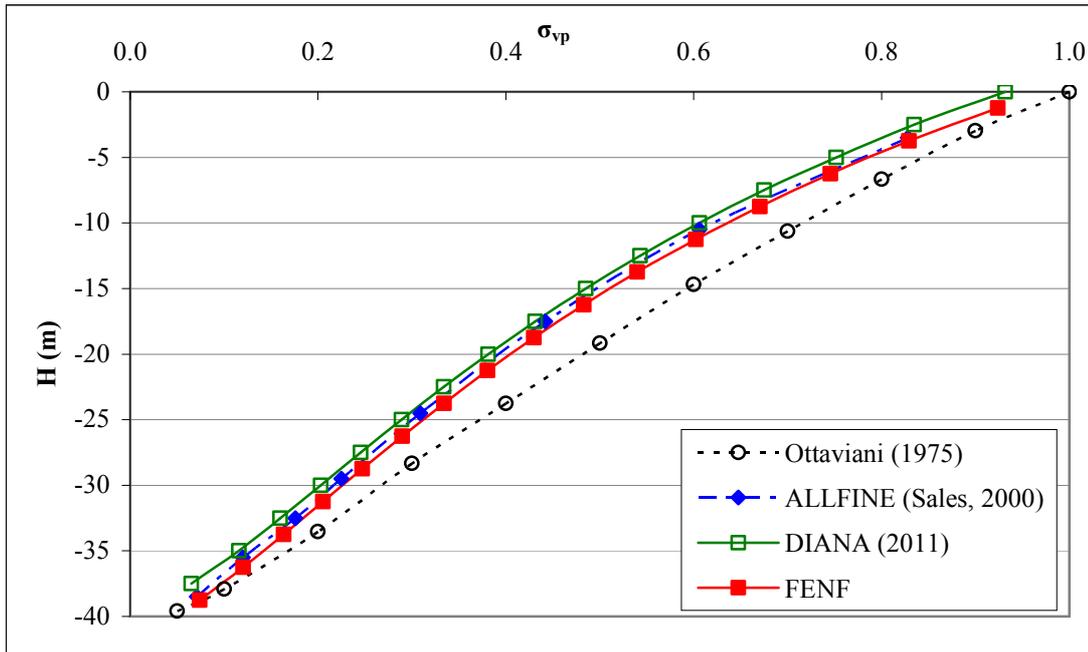
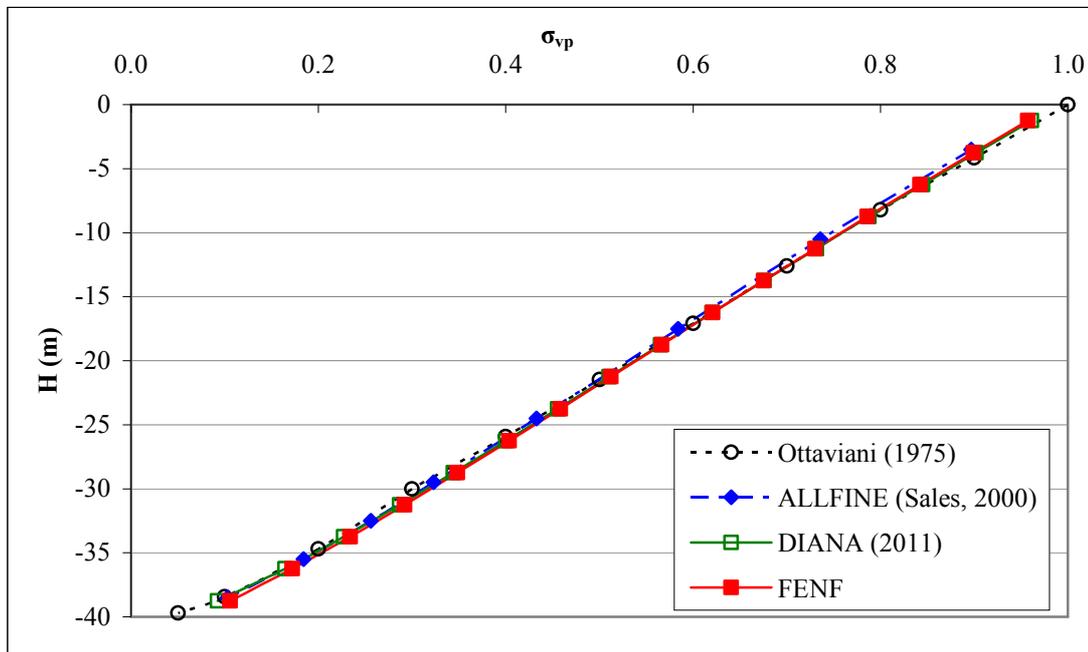
Figura 6.11 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com  $L = 20$  m,  $H = 30$  m e  $K = 400$ .Figura 6.12 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com  $L = 20$  m,  $H = 30$  m e  $K = 2000$ .

Figura 6.13 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com  $L = 40$  m,  $H = 60$  m e  $K = 400$ .Figura 6.14 – Tensões normais ao longo da estaca isolada com  $L = 40$  m,  $H = 60$  m e  $K = 2000$ .

Uma vez que a malha de elementos finitos empregada pelo FENF e pelo DIANA no desenvolvimento dos problemas eram as mesmas, poderia se esperar que os resultados de ambos fossem idênticos. Embora na maioria das respostas as discrepâncias não tenham sido significativas, essa constatação pode ser atribuída à diferença de métodos de resolução dos sistemas de equações empregados pelas ferramentas numéricas ou outros fatores intrínsecos à

implementação computacional de cada programa. Esta observação será explorada no item 6.6 deste Capítulo.

#### 6.4 RADIERS ESTAQUEADOS – OTTAVIANI (1975)

Além dos casos de estacas isoladas, no trabalho de Ottaviani também são avaliados radiers com nove e com 15 estacas. Conforme dito anteriormente, lançou-se mão da simetria dos problemas a fim de se reduzirem o tempo de processamento. Este artifício pode ser observado nas Figuras 6.15 a 6.17, em que são apresentadas as malhas de elementos finitos do caso de nove estacas com  $L = 20$  m.

Na Figura 6.15 é apresentada uma visão geral da malha empregada, em que chama a atenção para as discretizações na horizontal e na vertical. A Figura 6.16 representa o mesmo problema, mas são destacados os materiais diferentes empregados, sendo cinza o concreto e amarelo o solo. Por fim, observa-se na Figura 6.17 uma vista em planta, na cota  $z = -3,0$  m do mesmo caso.

Figura 6.15 – Perspectiva da malha de elementos finitos do radier sobre nove estacas (discretização).

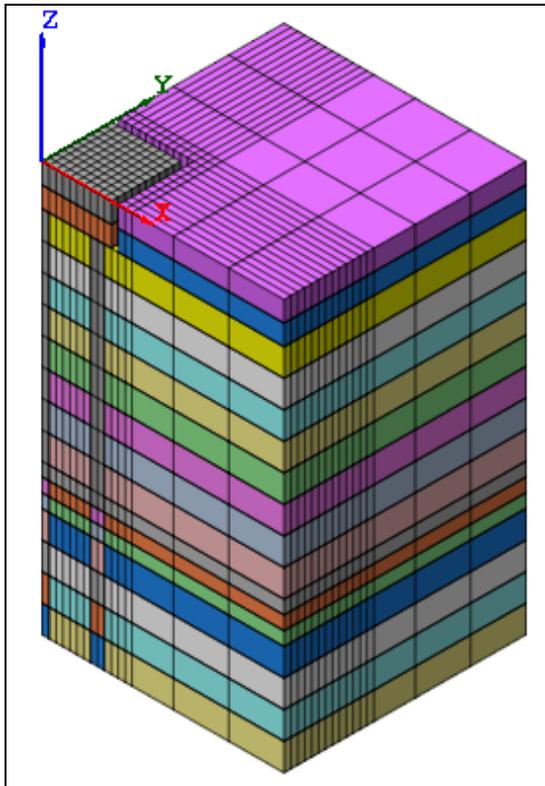


Figura 6.16 – Perspectiva da malha de elementos finitos do radier sobre nove estacas (materiais).

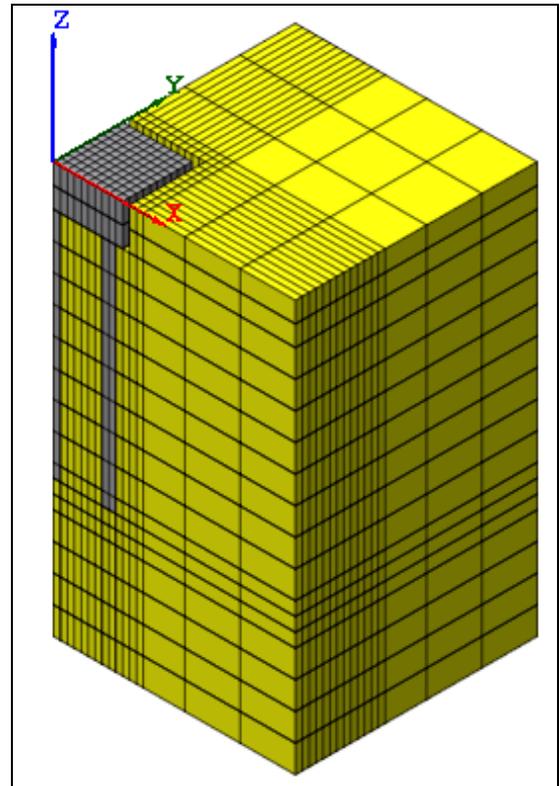
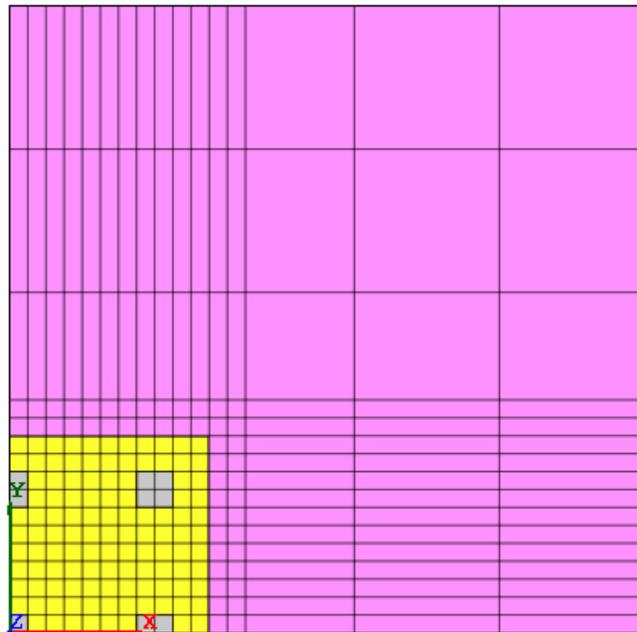


Figura 6.17 – Vista em planta da malha do radier sobre nove estacas.



### 6.4.1 Análise de recalques máximos

Nas Figuras 6.18 a 6.20 são apresentadas as comparações de recalques normalizados máximos para os casos de nove estacas com  $L = 17$  m e  $H = 30$  m,  $L = 37$  m e  $H = 60$  m e de 15 estacas com  $L = 17$  m e  $H = 30$  m, respectivamente.

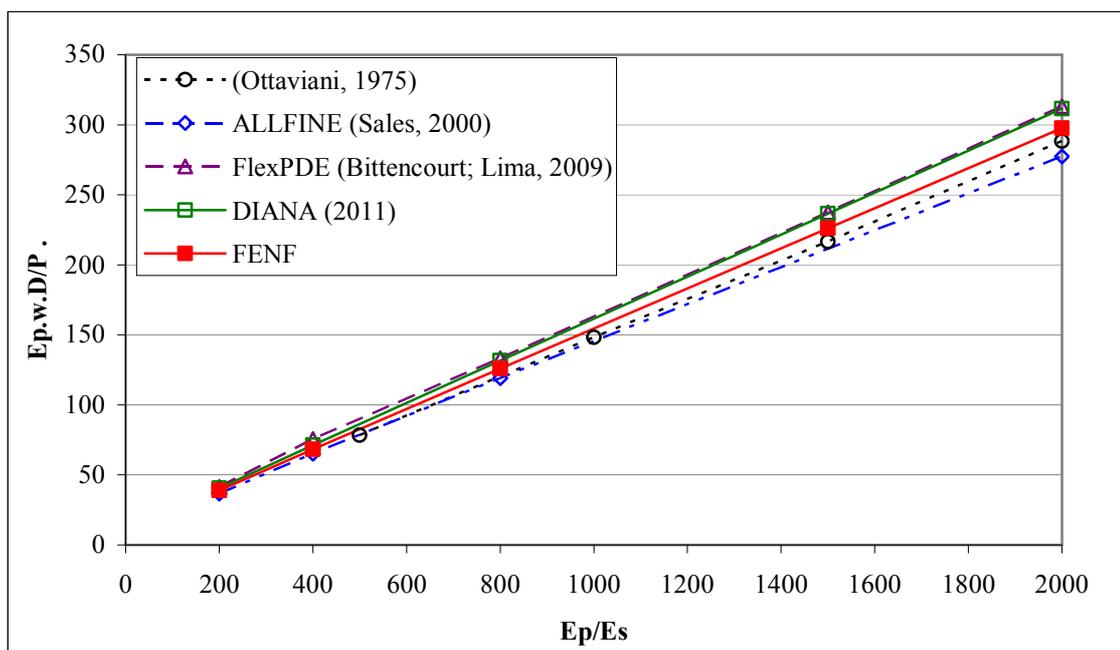
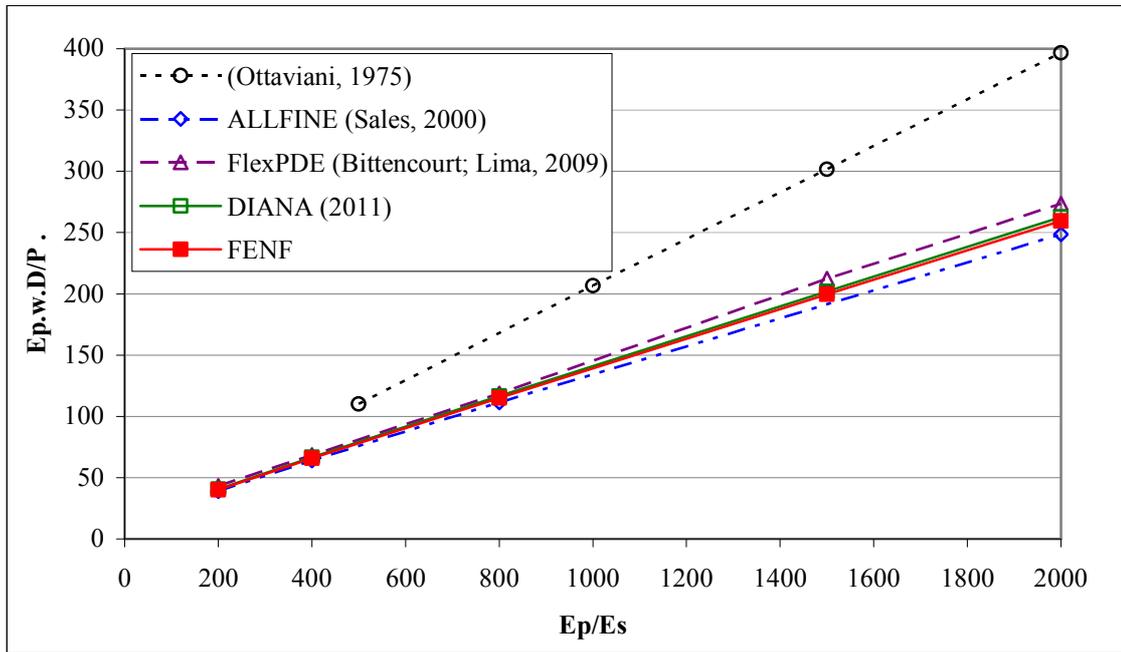
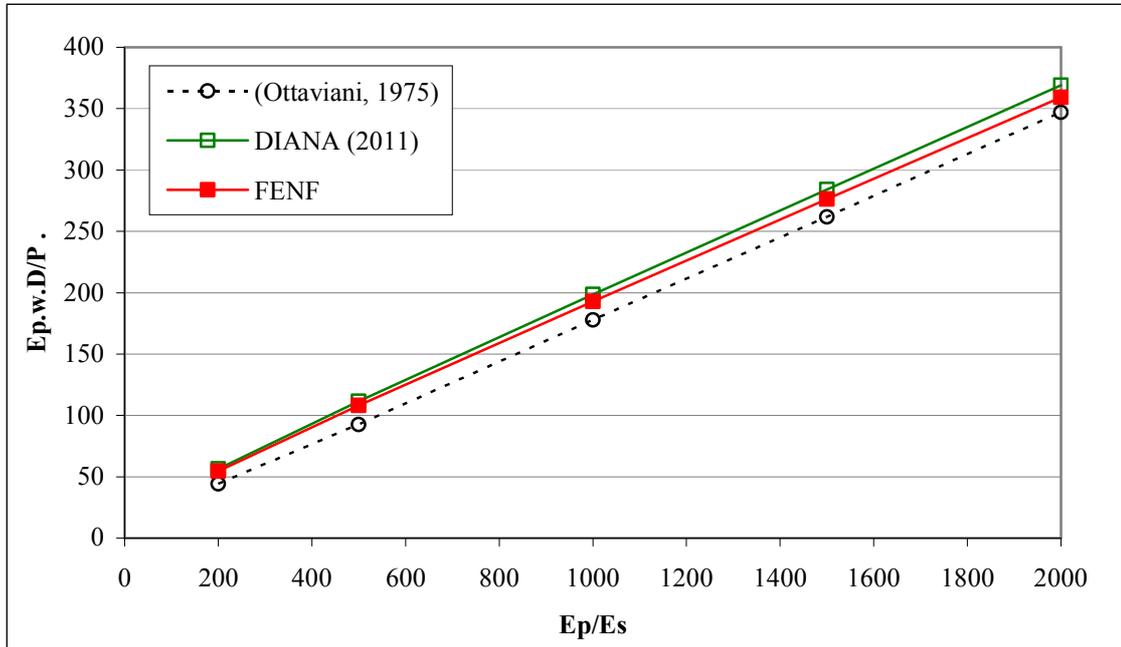
Figura 6.18 – Comparação de resultados para o radier sobre nove estacas, com  $L = 17$  m e  $H = 30$  m.

Figura 6.19 – Comparação de resultados para o radier sobre nove estacas, com  $L = 37$  m e  $H = 60$  m.Figura 6.20 – Comparação de resultados para o radier sobre 15 estacas, com  $L = 17$  m e  $H = 30$  m.

A Figura 6.18 mostra que o FENF apresentou concordância apreciável com os resultados obtidos por Ottaviani (1975) e Bittencourt e Lima (2009), situando entre estes. Na figura seguinte, observa-se que o comportamento não foi bem previsto por Ottaviani, entretanto os resultados do FENF apresentaram concordância significativa com os demais trabalhos, situando entre os obtidos com o ALLFINE e o FlexPDE. Na última figura, observou-se que os

resultados do FENF mantiveram a tendência de aproximação de resultados com relação aos de Ottaviani. Ainda com relação aos resultados apresentados na Figura 6.19, conforme verificado por Sales (2000) a previsão de Ottaviani para este caso constitui-se em “fato estranho”:

Os resultados apresentados por esse autor indicam que o radier sobre 9 estacas de 40m recalcaria mais do que o mesmo radier sobre 9 estacas de 20m. Tal situação é inconcebível, se na Figura 3.5 ficou demonstrado, inclusive por ele também, que a estaca isolada de 40m é mais rígida do que a de 20m para o perfil de solo homogêneo em questão. Em seu artigo, Ottaviani não se atentou para o equívoco cometido e tentou justificar a “surpresa” como sendo função das tensões impostas pelo radier no contato radier/solo (SALES, 2000, p. 75).

A discrepância também poderia ser explicada por um possível equívoco de descrição da geometria do problema. Depois de avaliar os gráficos e figuras do trabalho, pode-se constatar que o engano estaria no espaçamento entre faces das estacas, que seria de 2,0 m e não de 3,0 m, conforme o autor descreveu. Como se poderá observar nos resultados de comparação de distribuição de recalques, no item 6.4.2 deste trabalho, denota-se que os recalques na região da base das estacas não correspondem aos locais esperados. Seria como se os valores de recalques estivessem deslocados em 1,0 m da posição real das estacas. O equívoco mencionado não compromete a qualidade do trabalho de Ottaviani (1975), entretanto os resultados para os casos de grupos estaqueados devem ser observados com ressalvas.

#### **6.4.2 Análise de distribuição de recalques**

Discute-se neste item a comparação de distribuição de recalques normalizados em um plano de simetria ao longo da cota do topo e da base das estacas dos radiers sobre nove e sobre 15 estacas com  $L = 17$  m. Nas Figuras 6.21 e 6.22 são mostradas as bacias de recalques para o primeiro grupo e nas Figuras 6.23 e 6.24 para o segundo conjunto.

Conforme verificado anteriormente, com relação aos recalques máximos, os resultados denotam a presença de um equívoco no trabalho de Ottaviani com relação aos casos de radiers estaqueados. Na presente análise o engano é mais notório, sendo mais evidente ao se observarem os recalques ao nível da base das estacas.

Para o primeiro grupo, verifica-se uma boa aproximação de resultados entre o FENF e o DIANA, sendo a diferença máxima inferior a 5 % na região das estacas. Para o segundo grupo, a diferença máxima observada na região das estacas foi inferior a 3 %.

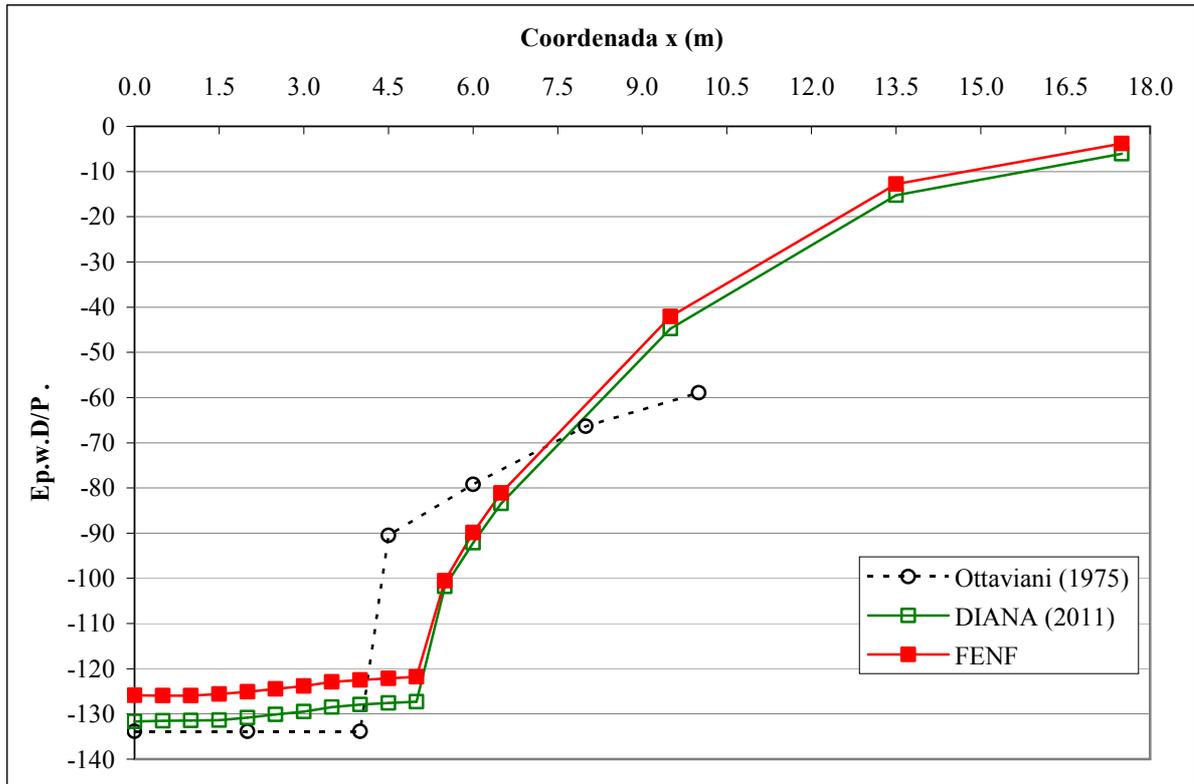
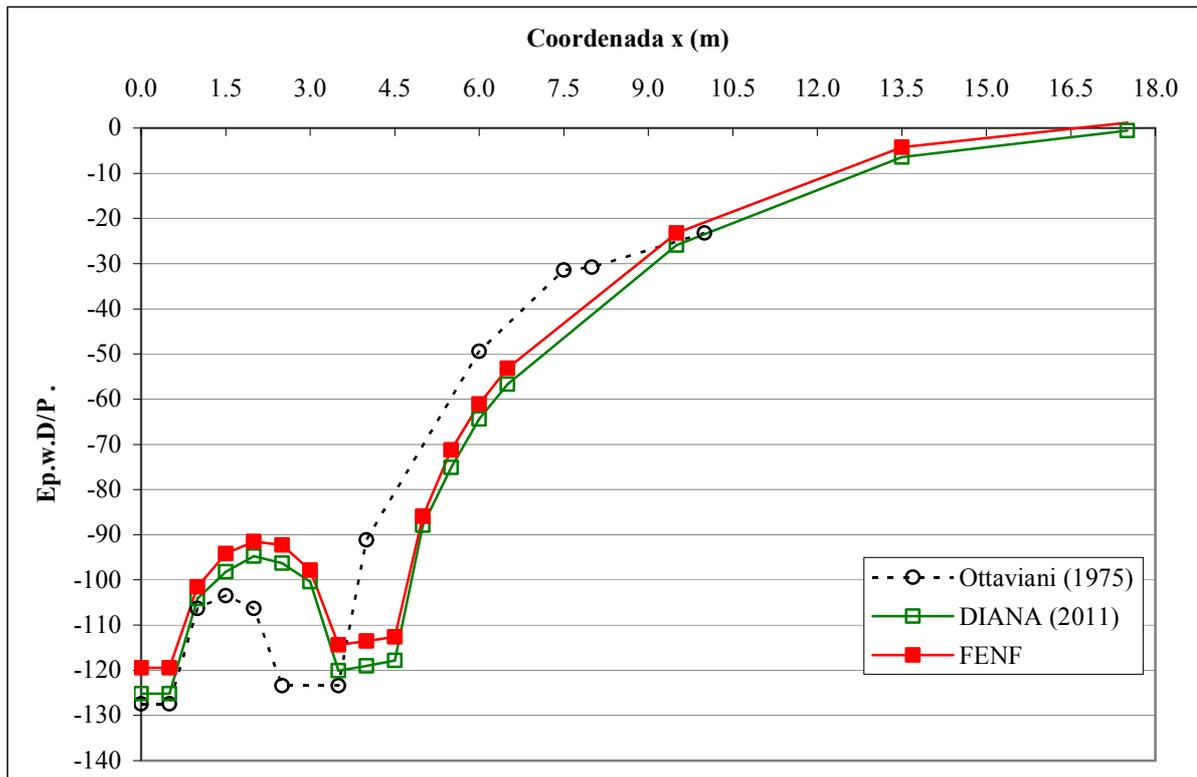
Figura 6.21 – Comparação de recalques no topo das estacas para o radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m.Figura 6.22 – Comparação de recalques na base das estacas para o radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m.

Figura 6.23 – Comparação de recalques no topo das estacas para o radier sobre 15 estacas com L = 17 m.

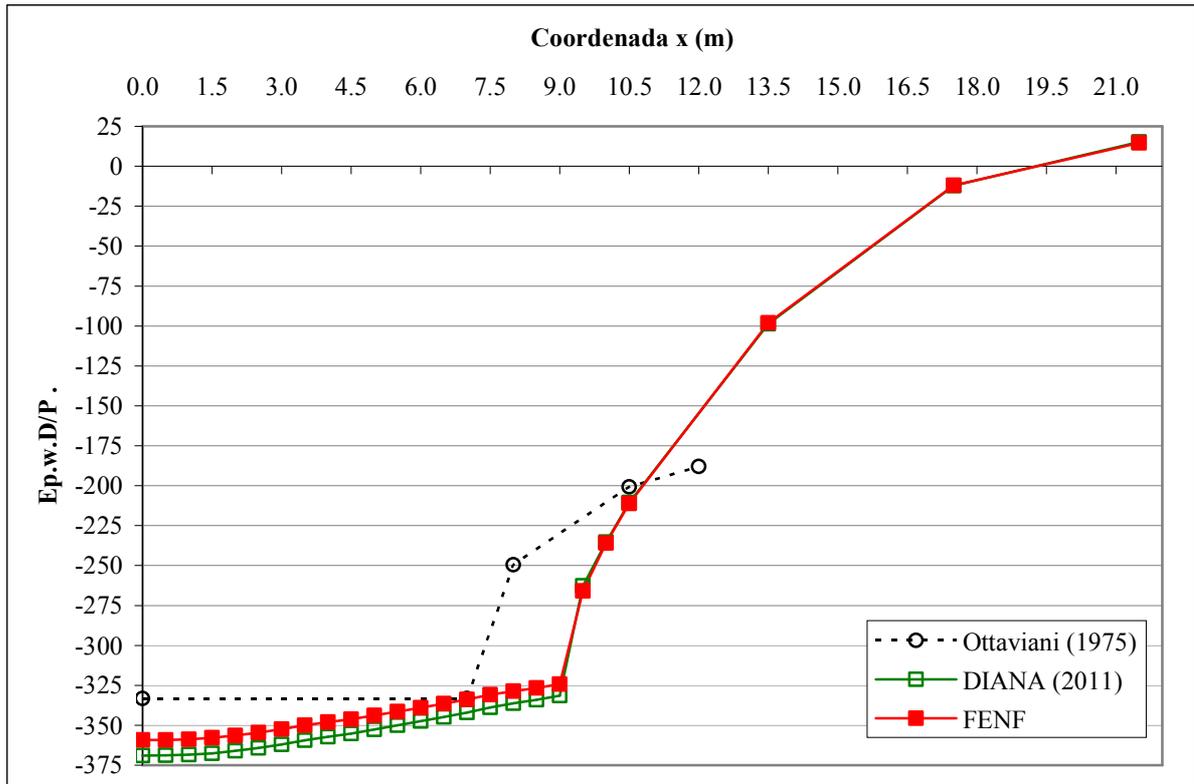
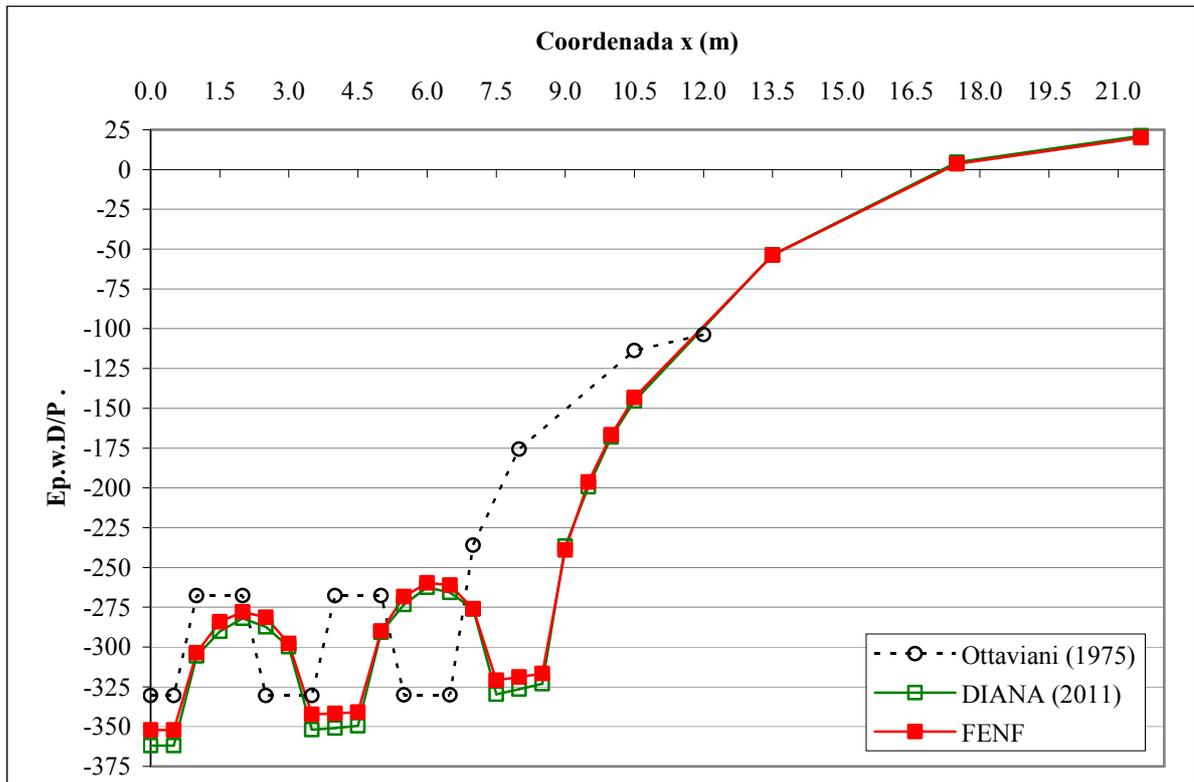


Figura 6.24 – Comparação de recalques na base das estacas para o radier sobre 15 estacas com L = 17 m.



### 6.4.3 Análise de tensões normais nas estacas

Nas Figuras 6.25 a 6.28 apresentam-se comparações de tensões normais normalizadas nas estacas do canto dos radiers sobre nove estacas para os casos com  $L = 17$  m e  $K = 400$  e a 2000 e com  $L = 37$  m e  $K = 400$  e a 2000, respectivamente.

Os resultados de tensões normais nas estacas seguiram a mesma tendência de comportamento apresentada pelos casos de estacas isoladas. Mais uma vez, os resultados denotam o provável engano cometido por Ottaviani (1975) ao descrever a geometria dos problemas de radiers estaqueados. Conforme é de se esperar os resultados do FENF e os do DIANA se aproximam substancialmente, além de apresentarem concordância significativa com os resultados obtidos por Sales (2000) com o ALLFINE.

Figura 6.25 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m e  $K = 400$ .

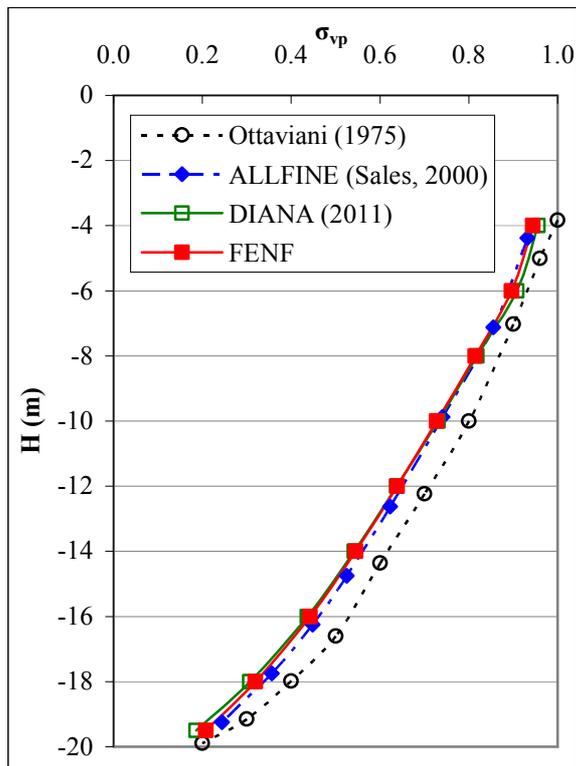
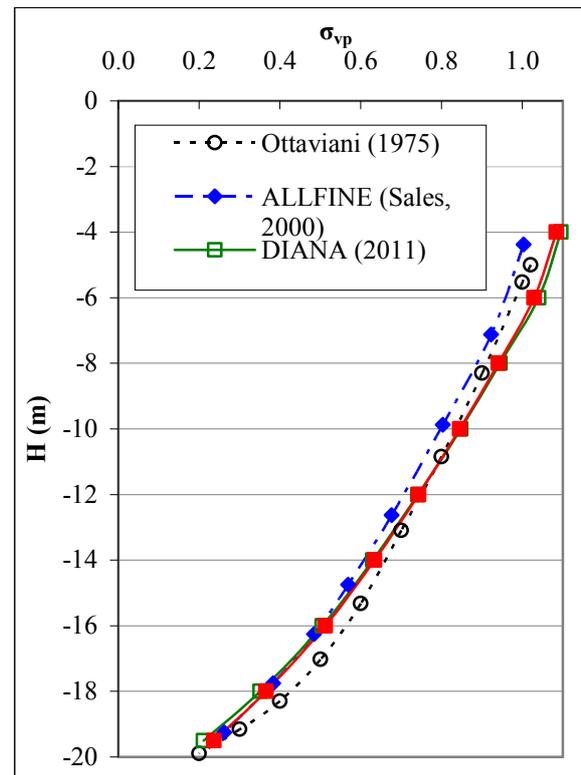


Figura 6.26 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m e  $K = 2000$ .



Observa-se na Figura 6.26, para os casos em que se tiveram  $L = 17$  m e rigidez relativa estaca-solo igual a 2000, que o ALLFINE indica que as estacas tendem a apresentar menores valores de tensões normais na região próxima ao topo das estacas. Entretanto, para os demais casos, quando se tiveram estacas mais rígidas e perfis de solo menos deformáveis, essa

diferença deixou de ser perceptível, desconsiderando-se as respostas obtidas por Ottaviani (1975).

Figura 6.27 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com  $L = 37$  m e  $K = 400$ .

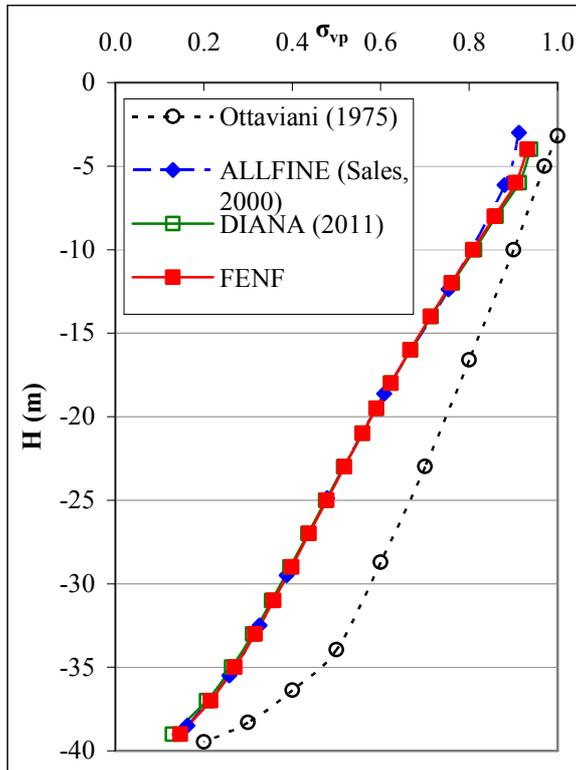
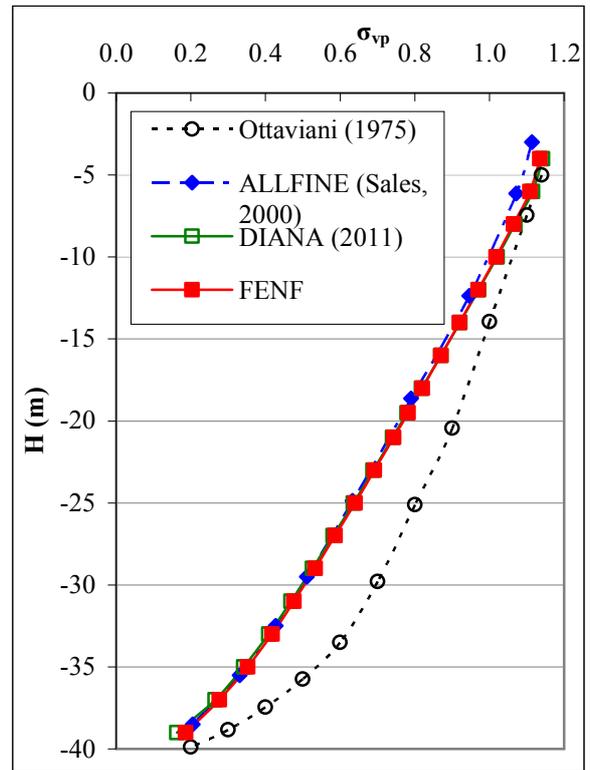


Figura 6.28 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com  $L = 37$  m e  $K = 2000$ .



## 6.5 VALIDAÇÃO DE ESFORÇOS SOLICITANTES

As Figuras 6.29 e 6.30 apresentam as comparações de resultados de momentos fletores e de esforços cortantes, respectivamente, entre o programa FENF e o previsto aplicando-se a Teoria de Vigas da Resistência dos Materiais. Nota-se a concordância significativa entre as duas abordagens, comprovando a eficácia da ferramenta numérica no cálculo dos esforços. Os resultados apresentados para a viga e para a estaca foram idênticos. A diferença de modelagem entre a viga e a estaca foi a consideração da orientação com relação aos eixos coordenados, em que a viga teve a maior direção ao longo do eixo x e a estaca no eixo z.

Figura 6.29 – Comparação de momentos fletores em viga biapoiada com carga concentrada.

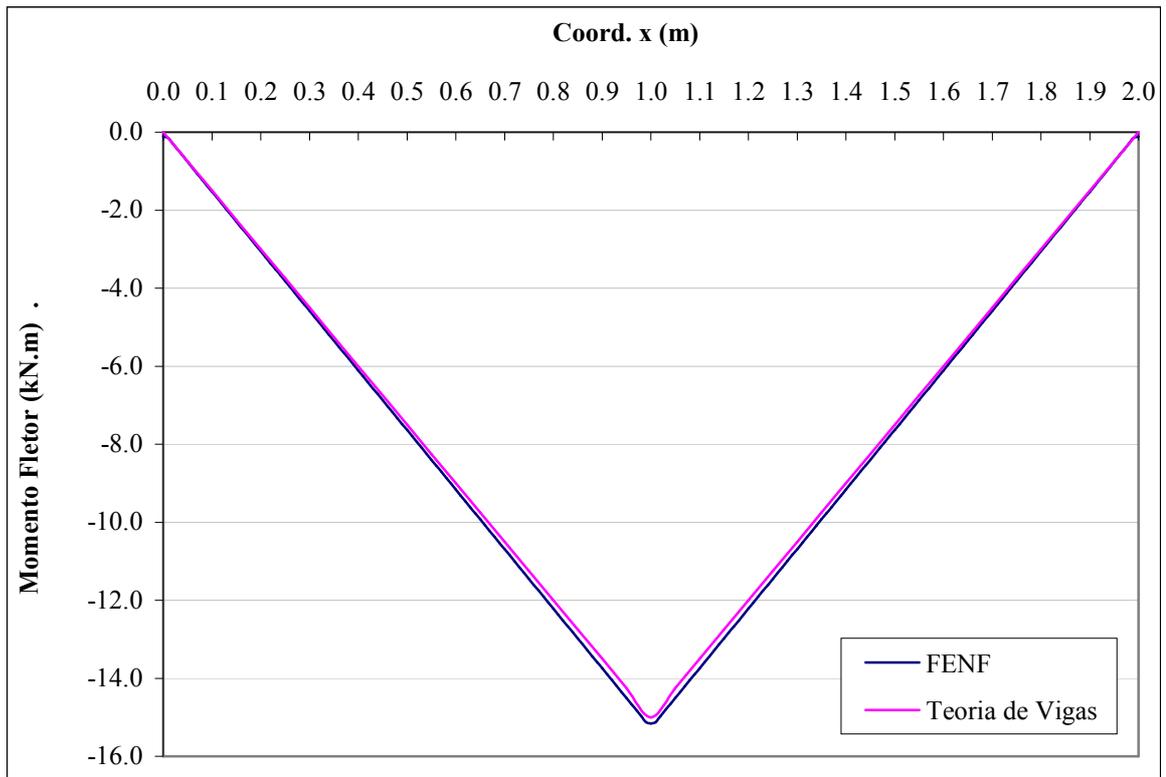
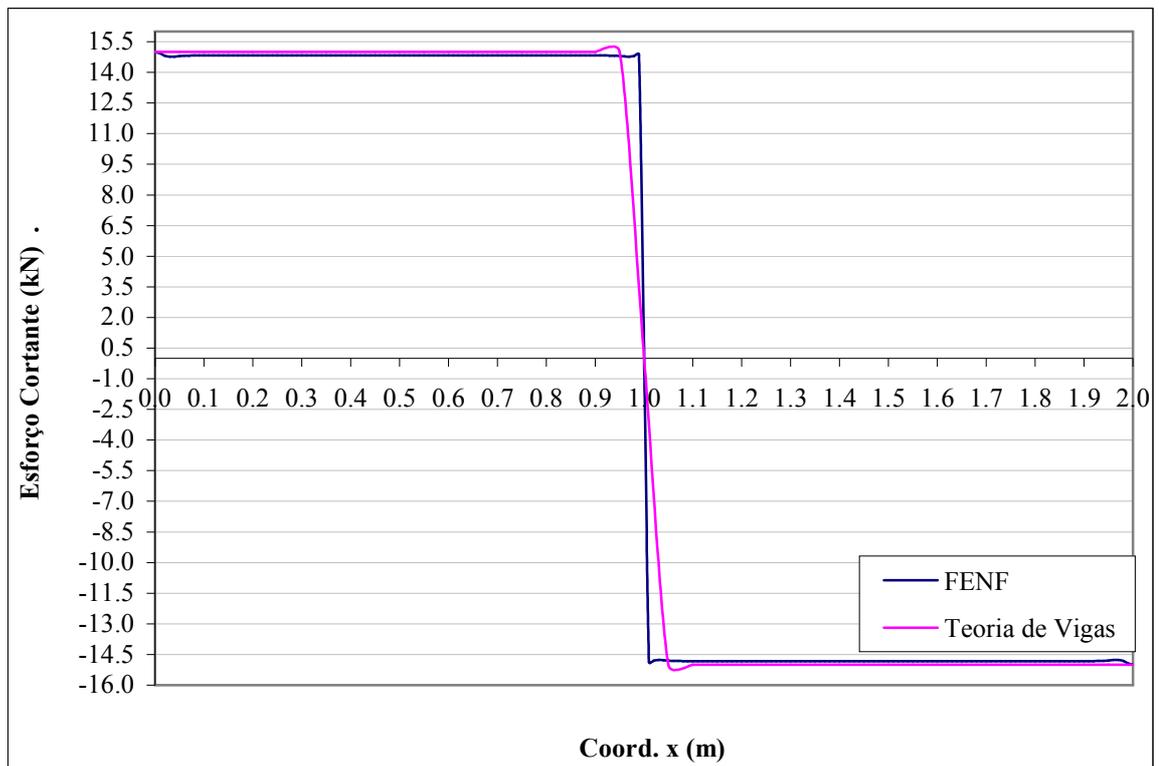


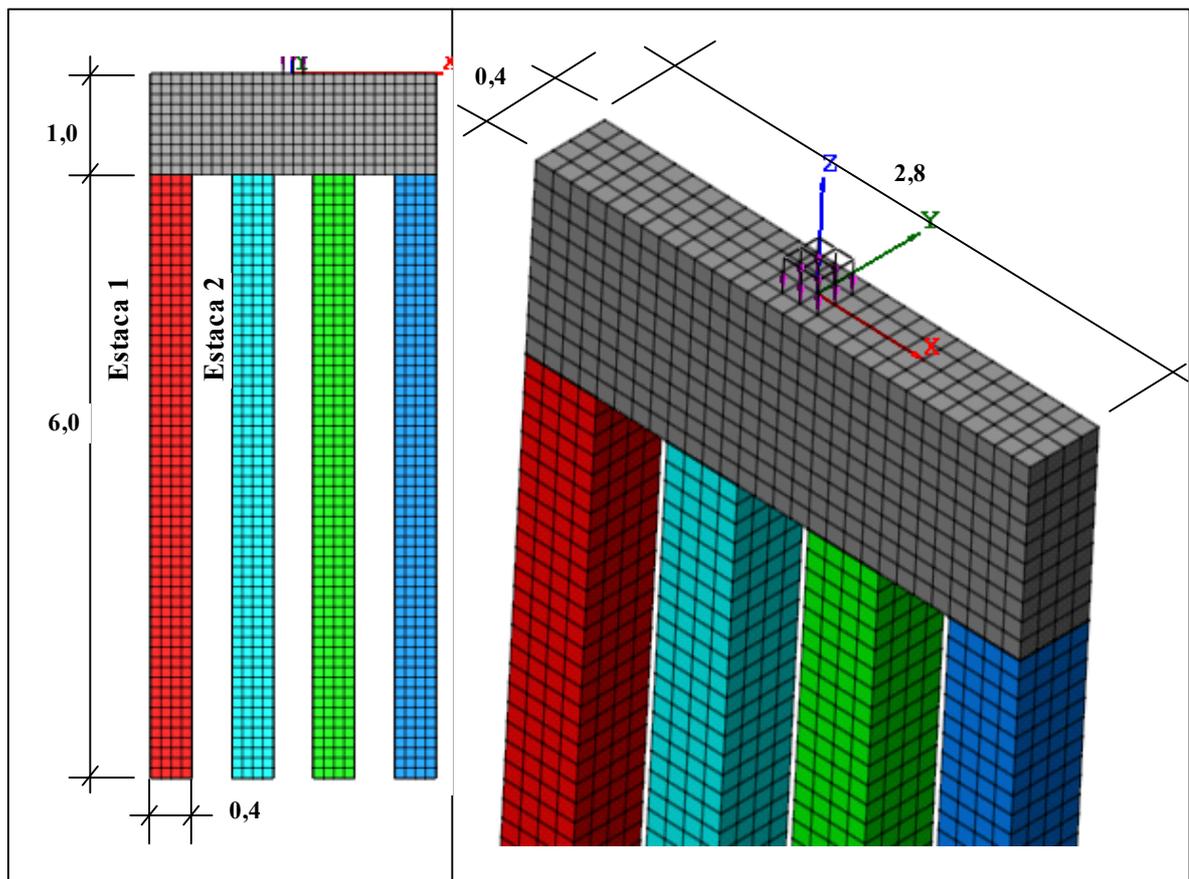
Figura 6.30 – Comparação de esforços cortantes em viga biapoiada com carga concentrada.



## 6.6 ANÁLISES COMPLEMENTARES

Em um problema em que se têm a geometria, o carregamento e a malha de elementos finitos simétricos espera-se que os resultados de tensões e de deformações também o sejam. Para que isso pudesse ser comprovado desenvolveu-se um problema exemplo de um bloco sobre quatro estacas alinhadas ao longo do eixo de coordenadas “x”, conforme se apresenta na Figura 6.30. Para o bloco e para as estacas foi adotado um módulo de elasticidade de 20 GPa e um coeficiente de Poisson de 0,25. Como pode ser observado na Figura 6.31 foi empregada uma malha de elementos finitos uniforme em que os elementos tinham lados iguais a 0,1 m. Foi aplicado um carregamento uniformemente distribuído na região central do topo do bloco em uma área de 0,2 x 0,2 m<sup>2</sup> com o valor de 10000 kPa.

Figura 6.31 – Geometria e malha de elementos finitos do exemplo para análises complementares – sem solo.



Inicialmente desenvolveu-se o caso sem a presença de solo com o intuito de se verificar se o somatório de cargas verticais nas estacas correspondia à carga total aplicada e se os resultados dos programas FENF e DIANA seriam semelhantes. Para tanto, considerou-se como condição de contorno que os nós da base das estacas teriam as suas três deslocabilidades impedidas. As

Figuras 6.32 a 6.35 apresentam os resultados gráficos da distribuição de cargas verticais e de esforços cortantes ao longo da profundidade para as estacas números 1 e 2 do sistema apresentado na Figura 6.31. Foi verificada com êxito a simetria das respostas de deslocamentos, de deformações, de tensões e, conseqüentemente, de esforços solicitantes nos elementos estruturais. O somatório de cargas verticais nas estacas calculado a partir das tensões verticais apresentadas pelo DIANA foi idêntico à carga total aplicada para todas as seções estabelecidas. Entretanto, o programa FENF apresenta uma oscilação nos resultados nas seções próximas ao topo e à base das estacas, que apresentam erros máximos de 5,9 % e de 8,5 % respectivamente. A 0,1 m do topo e da base das estacas esses erros diminuem pela metade e nos próximos 0,5 m, em cada sentido, a diferença reduz para menos de 0,5 % ficando idêntico à carga aplicada no restante das estacas, entre as seções -1,7 m e -6,2 m. Comportamento similar é observado para os esforços cortantes.

Figura 6.32 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 1.

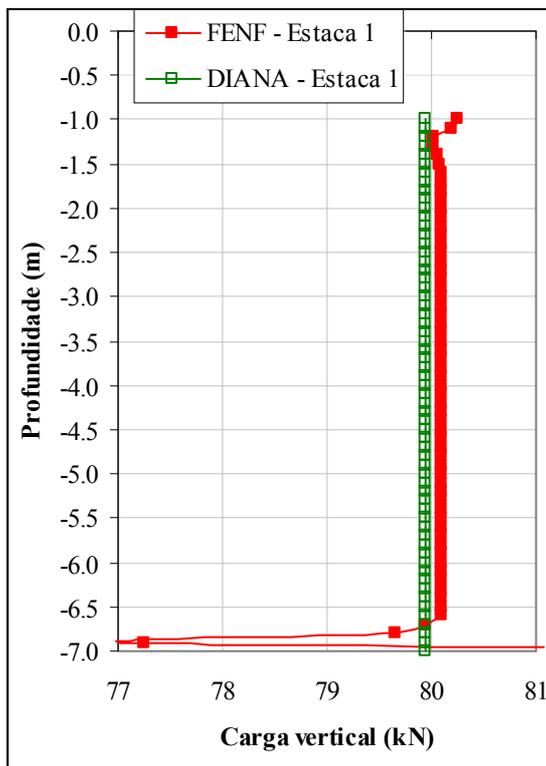
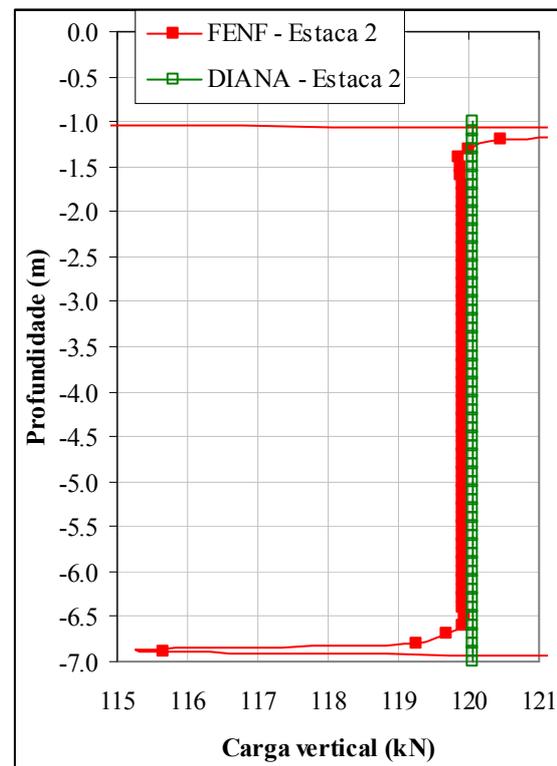


Figura 6.33 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 2.



Na realidade, pode-se dizer que não se tratam de erros de cálculo de esforços e, sim, que ocorre uma concentração de tensões nas regiões de interface entre elementos parcialmente carregados, como no caso do topo da estaca que está em contato com o bloco (carregado),

entre elementos com mudança brusca na condição de contorno ou na propriedade do material (conforme poderá ser observado no próximo exemplo), como no caso da base da estaca. Entretanto, poder-se-ia inquirir por que o programa DIANA não apresenta os mesmos problemas de oscilação de resultados. Na verdade, esse programa conta com rotinas de suavização de tensões e de deformações ao se extrapolarem os resultados para os nós dos elementos.

Figura 6.34 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 1.

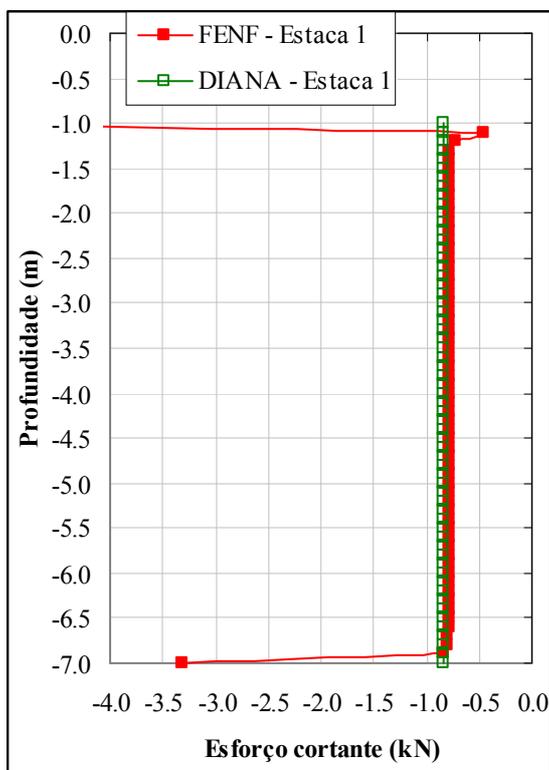
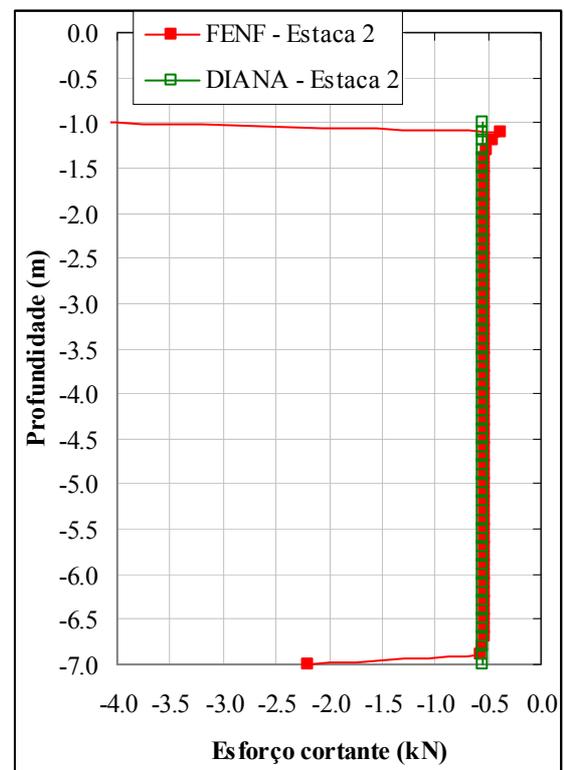


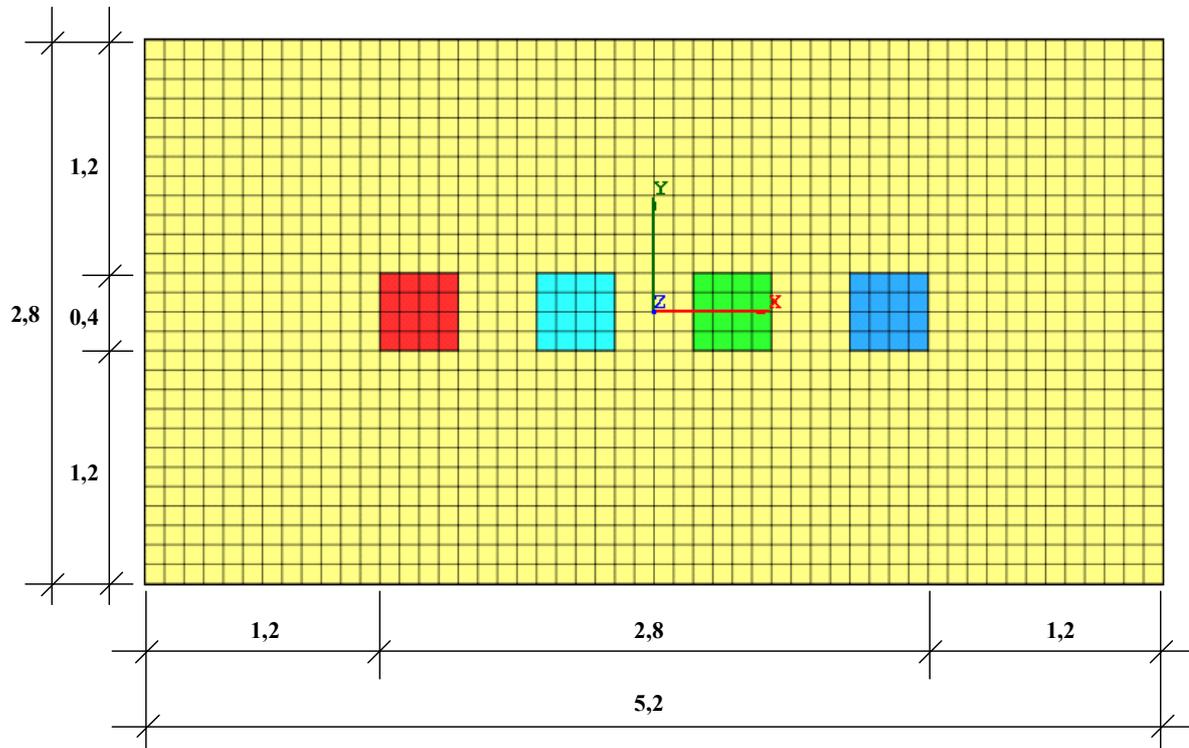
Figura 6.35 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 2.



Foram estudados, ainda, mais dois casos empregando-se elementos em torno das estacas e abaixo do bloco, conforme vista em planta apresentada na Figura 6.36. Como condição de contorno considerou-se que os nós na cota da base da estaca tinham suas três translações impedidas. Esses elementos em torno das estacas representam uma camada de solo com módulo elástico ( $E_s$ ) de 20 MPa ou 100 MPa e coeficiente de Poisson igual a 0,30. As Figuras 6.37 a 6.40 apresentam os resultados de distribuição de cargas verticais e de esforços cortantes para o caso com  $E_s$  igual a 20 MPa e as Figuras 6.41 a 6.44 para o caso com  $E_s$  igual a 100 MPa.

Similarmente ao caso anterior, sem solo, em ambos os casos verifica-se uma semelhança considerável de respostas entre os programas FENF e DIANA, exceto pelas seções próximas ao topo e à base das estacas.

Figura 6.36 – Geometria e malha de elementos finitos do exemplo para análises complementares – com solo.



Os resultados apresentados neste item mostram que o usuário do programa FENF terá que ser cuidadoso ao analisar os resultados de esforços solicitantes nos elementos de fundação, pois o mesmo poderá apresentar resultados não condizentes com a realidade em decorrência da dificuldade de se tratar numericamente regiões sujeitas à concentração de tensões. Uma estratégia para a interpretação pode ser o emprego de uma curva de ajuste ou empregar malhas mais refinadas nestas regiões a fim de se detectar discrepâncias visíveis. Para o refinamento de malha empregado no exemplo, ou seja, elementos com lado igual a 0,1 m, os resultados a partir de 0,3 m abaixo do topo da estaca já podem ser considerados válidos.

Por fim, a partir resultados obtidos, pode-se dizer que o programa FENF foi validado com êxito para as respostas de deslocamentos, tensões e esforços solicitantes para análises lineares e elásticas de sistemas de fundação.

Figura 6.37 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 1,  $E_s = 20$  MPa.

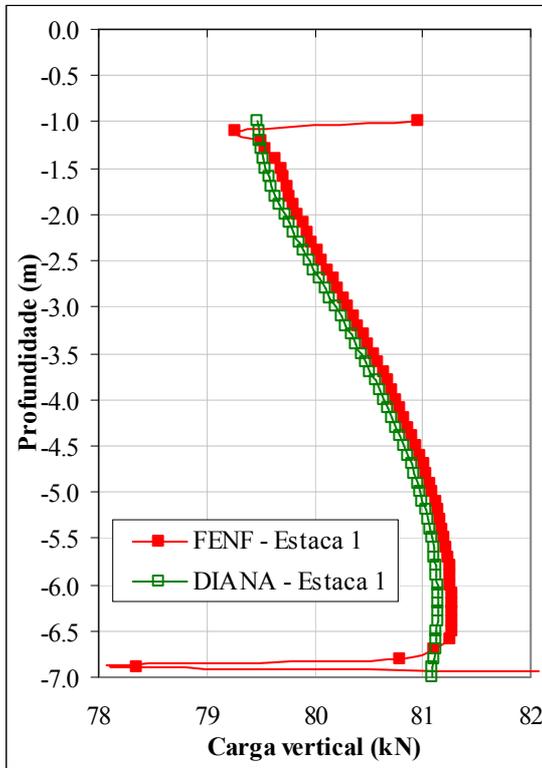


Figura 6.38 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 2,  $E_s = 20$  MPa.

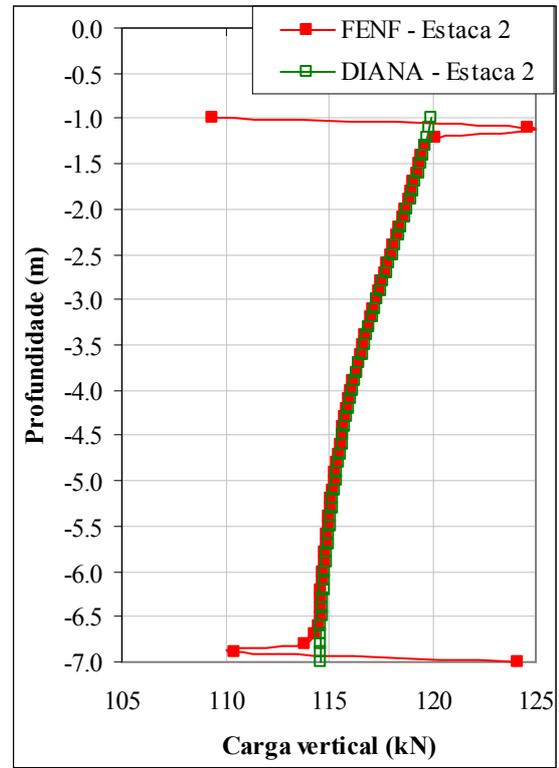


Figura 6.39 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 1,  $E_s = 20$  MPa.

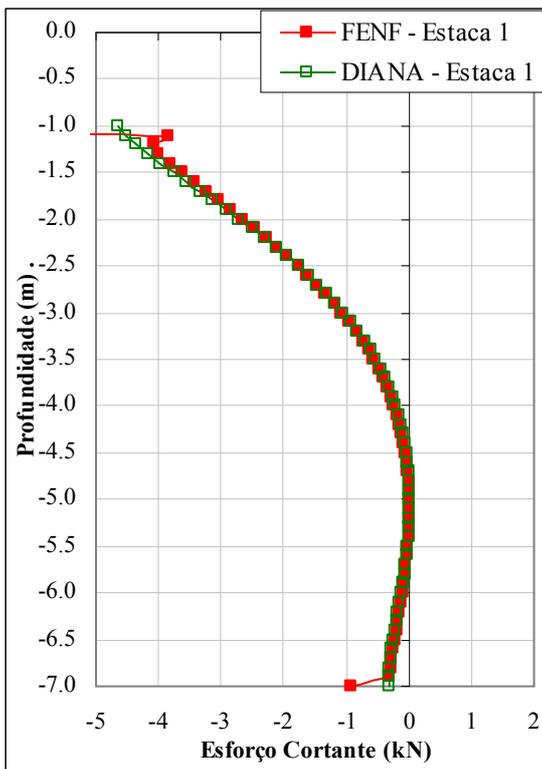


Figura 6.40 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 2,  $E_s = 20$  MPa.

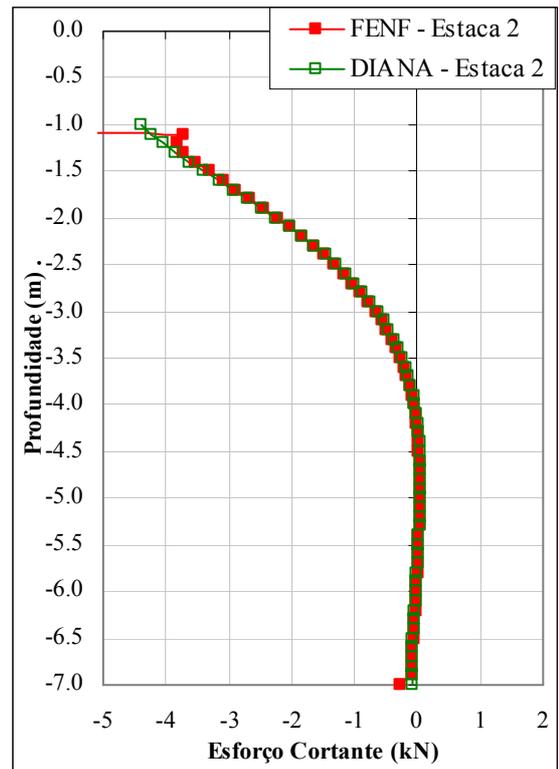


Figura 6.41 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 1,  $E_s = 100$  MPa.

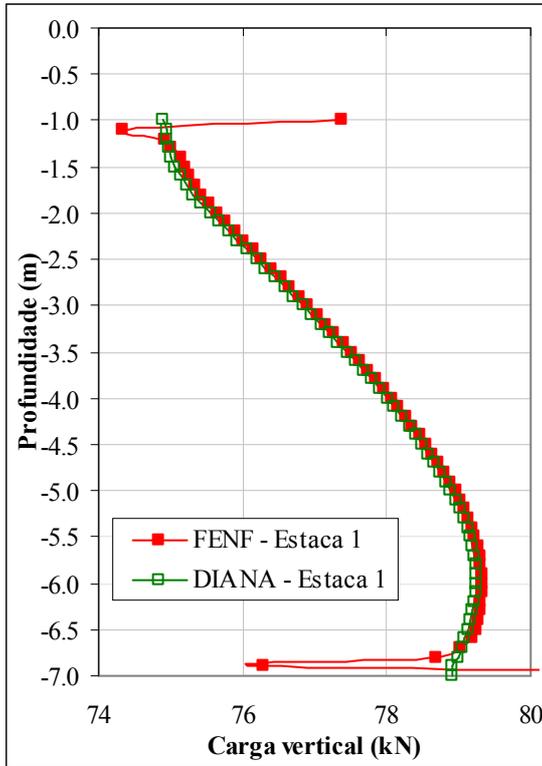


Figura 6.43 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 1,  $E_s = 100$  MPa.

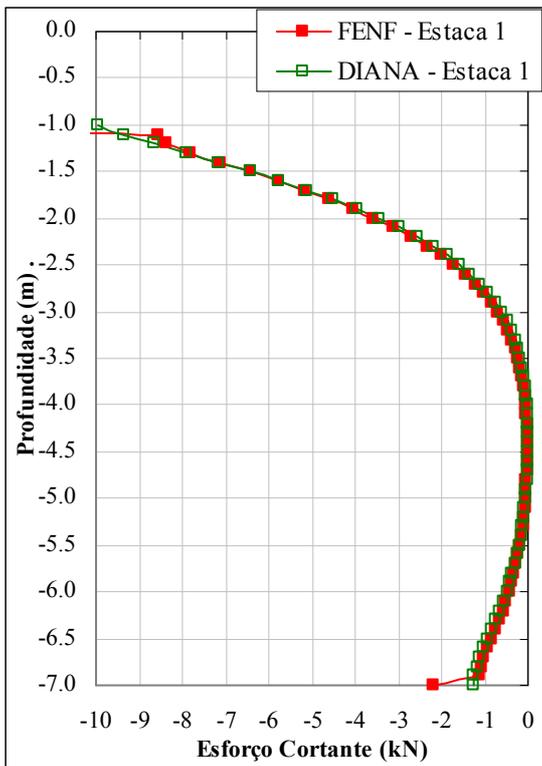


Figura 6.42 – Carga vertical ao longo da profundidade. Estaca 2,  $E_s = 100$  MPa.

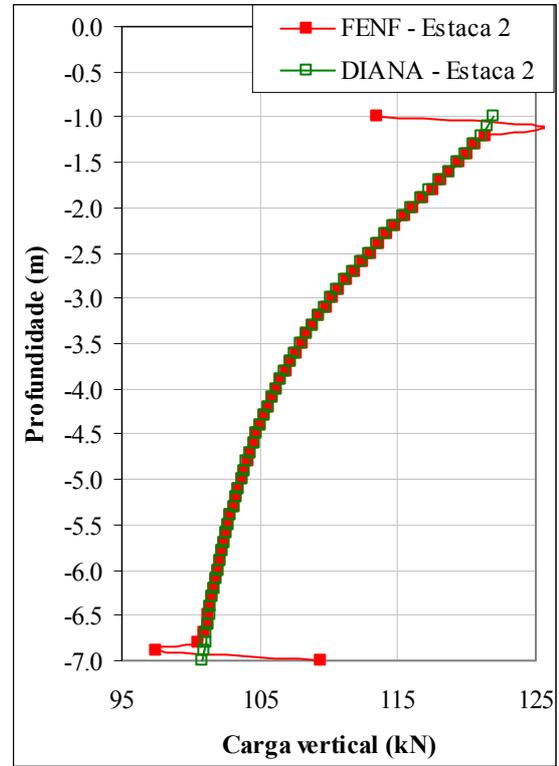
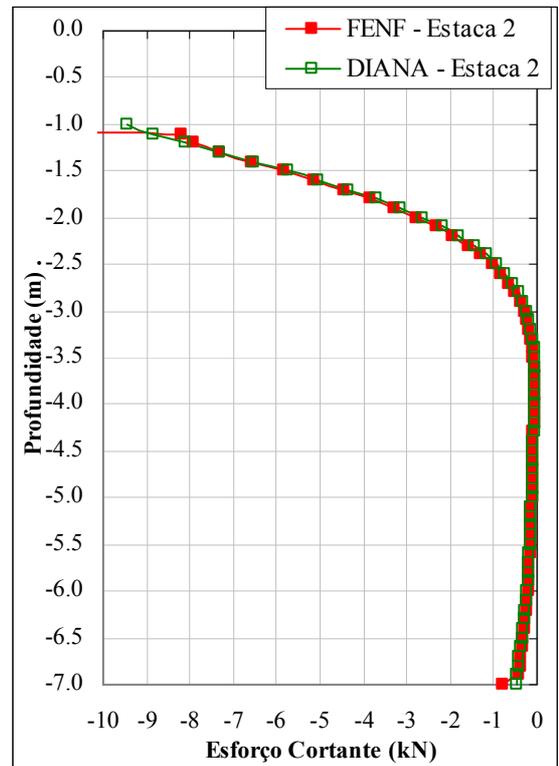


Figura 6.44 – Esforço cortante ao longo da profundidade. Estaca 2,  $E_s = 100$  MPa.



## CAPÍTULO 7

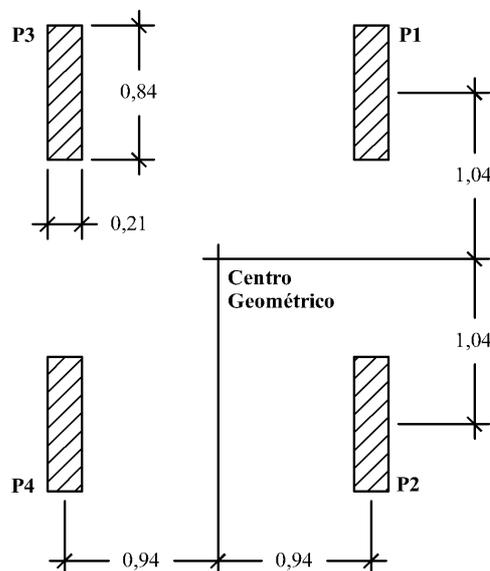
### EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Este capítulo apresenta dois exemplos de fundações estacadas que foram analisadas empregando-se a Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF). Em ambos os casos fez-se o uso da Busca Exaustiva Ordenada para se obter a melhor solução viável em termos do custo global da fundação. Foram comparados os dimensionamentos das fundações obtidos a partir dos resultados da análise numérica e dos métodos de cálculo tradicionais, normalmente empregados nos projetos de blocos sobre estacas. Os principais resultados comparados foram as cargas nas estacas, as ferragens dos blocos e o custo global da fundação.

#### 7.1 BLOCO SOBRE 36 ESTACAS COM UMA SIMETRIA

O primeiro exemplo trata de um sistema de fundação para suportar quatro pilares associados em um mesmo radier, ação motivada pela proximidade dos mesmos e pela quantidade elevada de cargas vertical e momentos. Na Figura 7.1 é apresentada a disposição dos pilares e as distâncias entre os mesmos a partir do centro geométrico do conjunto. Os quatro pilares apresentados, P1 a P4, possuem as mesmas dimensões: 0,21 m na horizontal e 0,84 m na vertical.

Figura 7.1 – Vista em planta dos pilares pertencentes ao bloco sobre 36 estacas, medidas em metro.



Na Tabela 7.1 apresentam-se os valores de resistência à penetração ( $N_{SPT}$ ) do solo local, tomados a partir do topo do bloco, e os respectivos valores de módulos de elasticidade ( $E_s$ ) adotados. O módulo de elasticidade do solo apresentado e classificado como silte-arenoso, foi considerado proporcional ao valor de  $N_{SPT}$ , em uma razão correspondente a 3,5 vezes (em MPa), relação esta bem difundida e empregada em Goiânia (MAGALHÃES; CUNHA; SALES, 2006; SALES; PACHECO, 2006). Entretanto, ressalta-se que vários autores, como por exemplo Sales (2000) e Poulos (2001) reconhecem a retroanálise de provas de carga como uma das melhores formas de se estimar o módulo elástico dos solos para análise de fundações.

Tabela 7.1 – Valores de  $N_{SPT}$  e de módulos de elasticidade adotados para o solo.

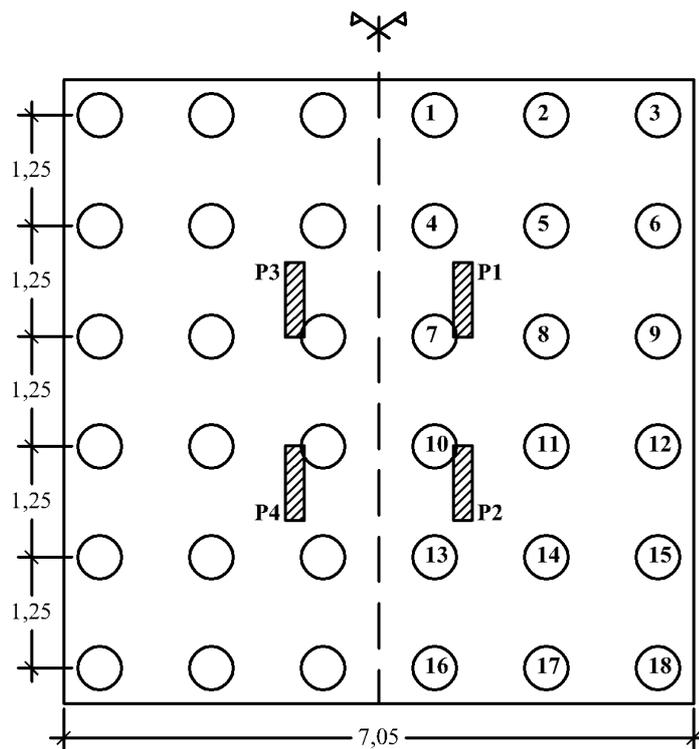
Profundidade (m)	$N_{SPT}$	$E_s$ (kPa)
-1,7	10	35000
-2,7	10	
-3,7	14	58333
-4,7	17	
-5,7	19	
-6,7	22	98000
-7,7	28	
-8,7	32	
-9,7	30	
-10,7	30	119000
-11,7	32	
-12,7	37	
-13,7	37	
-13,7 a -20,7	50	175000
-20,7 a -30,0	-	250000

A resistência característica do concreto adotada para o bloco foi de 25 MPa e de 20 MPa para as estacas. A partir do perfil do terreno apresentado na Tabela 7.1 foi estudada a solução em Estacas Tipo Hélice Contínua Monitorada de 0,5 m de diâmetro com espaçamento de 1,25 m (2,5 vezes o diâmetro).

No projeto original tinha-se em mãos a situação de carregamentos permanentes e outra em que os acidentais se faziam presentes. Na primeira situação cada um dos quatro pilares estariam submetidos a apenas uma carga vertical de 6500 kN. Já na segunda situação, observando-se a situação mais crítica da ação do vento ao se combinar os quatro pilares em um mesmo grupo, os pilares P1 e P3 estariam submetidos a uma carga vertical de 11000 kN e os outros a uma de 500 kN e, ainda, um momento  $M_x$  de -2500 kN.m cada um. Com a mudança no sentido de ação do vento, a maior carga vertical poderia ser aplicada aos últimos

pilares e a menor aos primeiros, ao passo que os momentos fletores teriam a mesma magnitude, mas com sinal trocado. Para o primeiro caso de carregamento, um grupo de 25 estacas solicitadas ao máximo de sua carga geotécnica admissível (1178 kN, considerando uma tensão no concreto igual a 6,0 MPa) seria suficiente, entretanto quando se verificou a ação do vento a mesma solução não poderia ser empregada, pois a tensão vertical nas estacas poderia ultrapassar o limite estrutural de 6,746 MPa, o qual pode ser admitido quando se tem o vento como ação variável principal, pois a NBR 6122 (ABNT, 2010) permite um acréscimo de até 30 %, dependendo do método de cálculo da resistência geotécnica da estaca, nesta situação de carregamento. No caso o limite estrutural representa apenas 12,5 % de acréscimo. Em face da restrição de tensões normais nas estacas e depois de se realizarem algumas análises numéricas preliminares, em que se avaliou também o emprego de um arranjo com 30 estacas, empregou-se um arranjo com 36 estacas, conforme se apresenta na Figura 7.2, para se estudar a melhor solução viável.

Figura 7.2 – Numeração das estacas no bloco analisado no exemplo 1.



Para a determinação da capacidade de carga geotécnica das estacas foi utilizado o método de Décourt e Quaresma (1978), com o qual se previu que as estacas atingiriam os 1178 kN com 12 m de comprimento abaixo da base do bloco. A tensão última no contato radier-solo foi admitida igual 750 kPa.

Na Figura 7.2 pode-se observar, também, que existe um plano vertical de simetria que passa pelo centro do bloco. Essa característica do problema foi considerada na modelagem com o intuito de se reduzirem os tempos de processamento. Foi escolhido o lado direito do bloco, em que se têm os pilares P1 e P2 e as estacas numeradas de 1 a 18. Como domínios do problema considerou-se um tamanho vertical igual a 30 m a partir do topo do bloco e um horizontal de 24 m a partir do centro geométrico do bloco, obtendo-se uma malha de elementos finitos com 89440 nós, 83328 elementos e 248766 graus de liberdade livres. Não foi desprezado o solo em volta do bloco, acima da cota de topo das estacas (base do bloco).

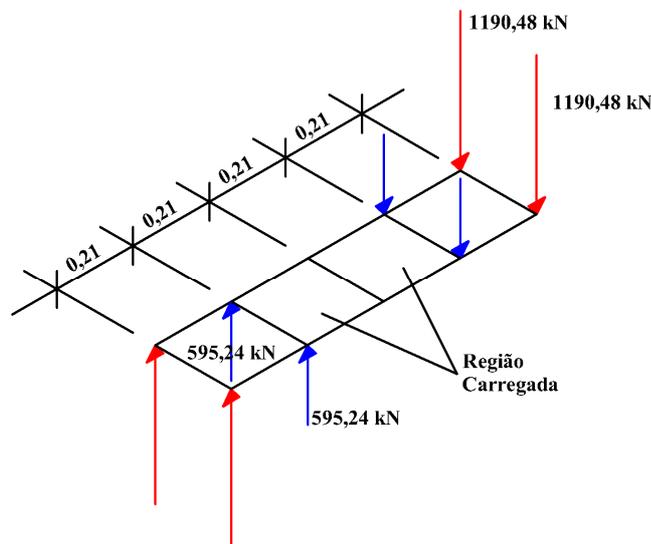
Conforme descrito no Capítulo 5, o programa FENF admite que as estacas tenham seção transversal quadrangular. Assim, as estacas originais, tiveram a seção transversal circular aproximada por um quadrado cujos lados foram obtidos calculando-se a média entre a área de um quadrado com a mesma seção do círculo e um quadrado com o mesmo perímetro que o círculo. Para o diâmetro de 0,5 m ter-se-ia um quadrado com 0,4188 m, o qual foi arredondado para 0,42 m.

A carga vertical dos pilares foi aplicada sob a forma de pressão uniformemente distribuída ao longo da projeção dos mesmos ao passo que os momentos fletores foram transformados em cargas nodais equivalentes. Para isso, conforme se pode observar na Figura 7.3, cada região carregada foi subdividida com elementos finitos em quatro partes ao longo da maior inércia do pilar e, assim, foram calculadas as cargas nodais cujos binários resultassem no momento aplicado no pilar.

Para a segunda situação de carregamento, a obtenção da melhor solução viável empregando-se a Busca Exaustiva Ordenada implementada no programa FENF considerou possível apenas um valor de altura de bloco, igual a 1,7 m, e um de diâmetro, aproximado por um quadrado de lado igual a 0,42 m. No entanto, foi permitida a existência de quatro grupos de tipos de estacas, como pode ser observado na Figura 7.4. As estacas do Grupo 1 poderiam assumir os comprimentos de 12 e de 10 m, as dos Grupos 2 e 3 os de 8 e de 6 m e as estacas do Grupo 4 apenas o comprimento de 6 m. Para os Grupos 2, 3 e 4 permitiu-se, também, a possibilidade de não existir as estacas dos respectivos conjuntos. Conforme se pode avaliar, buscou-se o emprego de estacas de diferentes comprimentos para a obtenção da melhor solução viável haja vista a experiência obtida por Small, Zhang e Chow (2004), Chow e Small (2006), Bittencourt e Sales (2009a, 2009b) e Sales e Bittencourt (2010) os quais observaram que a aplicação de estacas menos rígidas nas extremidades do bloco tende a propiciar um

desempenho melhor com respeito à distribuição de tensões no radier e nas estacas. Assim, para a obtenção da melhor solução viável o algoritmo do programa FENF identificou um universo de 36 alternativas de projeto.

Figura 7.3 – Momento equivalente a carregamento nodal.



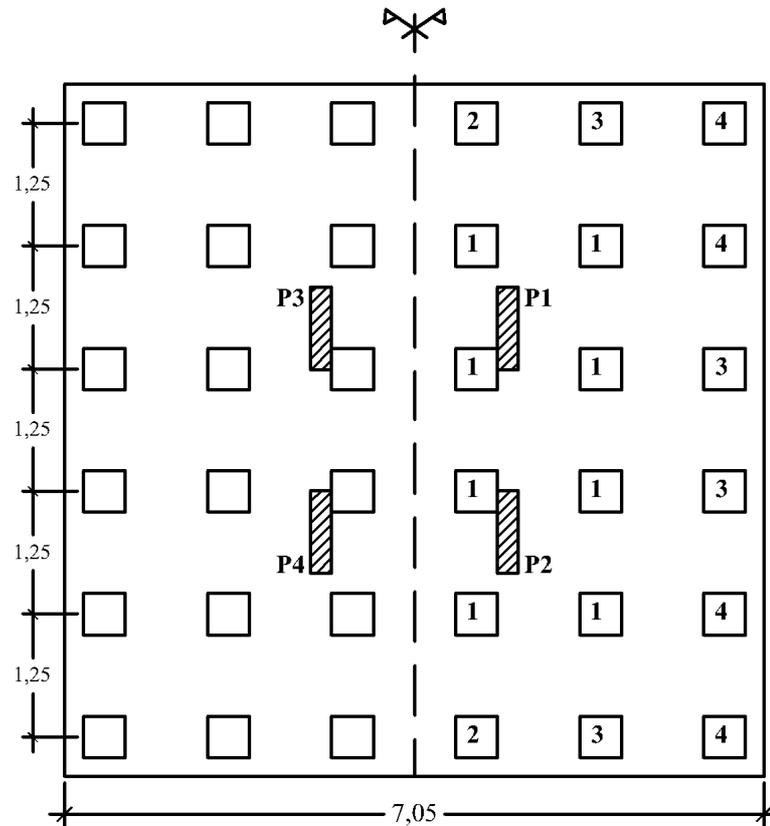
Como restrições de projeto foram especificadas:

- Fator de Segurança Global mínimo: 2,5;
- Recalque máximo no topo do bloco: 20 mm;
- Diferença de recalques limite no topo do bloco: 10 mm;
- Tensão vertical máxima nas estacas: 6,746 MPa.

Para o cálculo da Função Objetivo, ou seja, o custo da fundação, foram assumidos os seguintes valores (praticados em Goiânia em janeiro de 2012):

- Custo de escavação do radier: R\$ 100,00/m<sup>3</sup>;
- Custo do concreto do radier e das estacas: R\$ 280,00/m<sup>3</sup>;
- Custo do aço do radier e das ferragens: R\$ 5,00/kg;
- Custo de execução das estacas: R\$ 50,00/m.

Figura 7.4 – Grupos de tipos de estacas considerados no bloco sobre 36 estacas.



A melhor solução viável obtida pelo programa FENF empregou as estacas do Grupo 1 com 10 m de comprimento e as demais com 6 m, o que implicou em um Fator de Segurança Global igual a 3,72. O recalque vertical máximo foi de 12,9 mm e a maior diferença de recalques de 7,6 mm. Por fim, a estaca mais carregada foi a de número 3 que apresentou a magnitude de 1316,4 kN, inferior ao limite estrutural de 1324,6 kN. Conforme os resultados indicam, o fator preponderante para a definição da solução admissível foi tensão máxima nas estacas, haja vista que o atendimento às demais restrições de projeto se deu com uma margem de diferença relativamente acentuada.

Na metodologia tradicional de projeto de blocos sobre estacas toda a carga aplicada no bloco é distribuída entre as estacas, a partir da superposição de efeitos da carga vertical e dos momentos atuantes. Conforme descrito por Alonso (1983), a carga atuante em uma estaca genérica  $i$  ( $R_i$ ) de coordenadas  $(x_i, y_i)$  é dada pela da equação (7.1), em que  $P$  é a carga vertical resultante,  $n_p$  é o número de estacas e  $M_x$  e  $M_y$  são os momentos fletores em torno dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente, na cota de arrasamento das estacas, mas usualmente considerados como idênticos àqueles ao nível de base dos pilares:

$$R_i = \frac{P}{n_p} \pm \frac{M_y x_i}{\sum x_i^2} \pm \frac{M_x y_i}{\sum y_i^2} \quad (7.1)$$

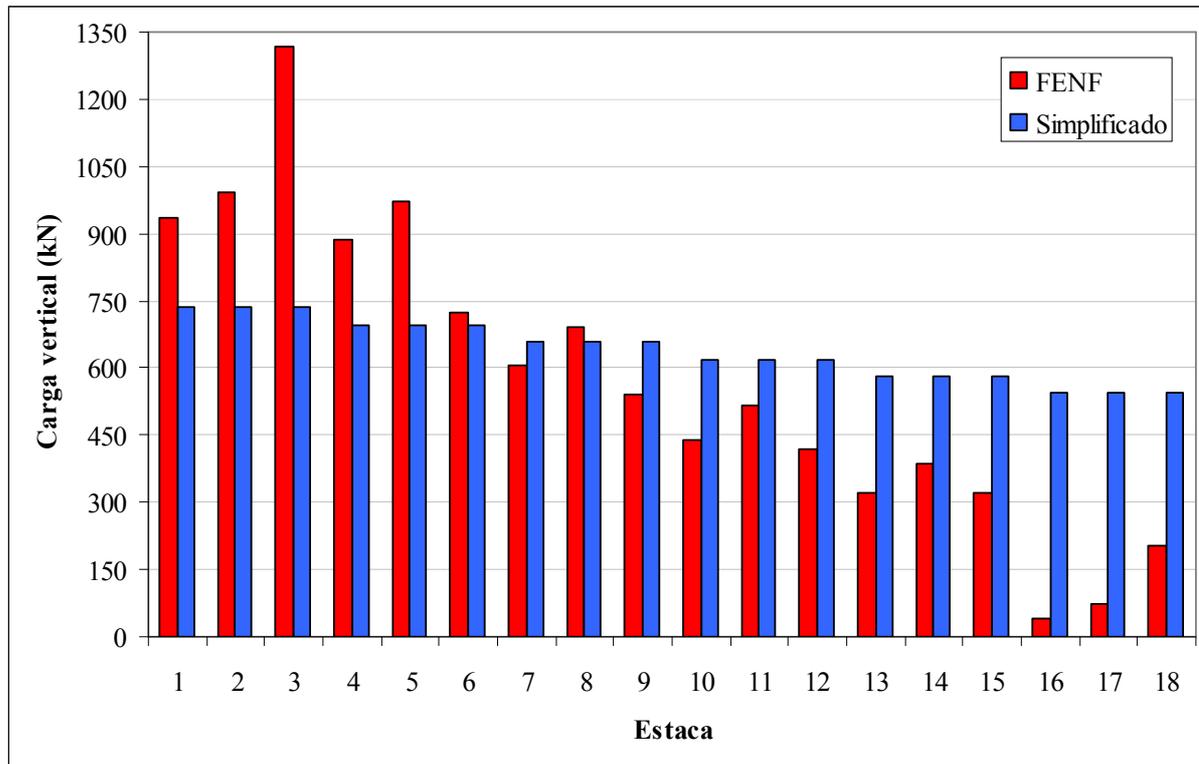
Na mesma filosofia de projeto, os esforços de flexão no bloco podem ser calculados empregando-se o método das vigas em que se calcula o momento fletor na seção desejada por meio do produto entre a reação de cada estaca e o braço de alavanca até a seção desejada. Caso a seção esteja sob um pilar, ou tenha passado por algum, esse momento pode ser reduzido pela consideração da tensão de solicitação do pilar. No presente estudo de comparação levou-se em conta essa parcela de momento devida ao pilar. Maiores explicações acerca dos métodos de dimensionamento de blocos de fundação fogem ao escopo deste trabalho. Para tanto, podem-se consultar Moraes (1976), Alonso (1983) e Hachich *et al.* (1998), por exemplo.

Empregando-se a equação (7.1) foram calculadas as cargas verticais nas estacas, com as quais se comparam as suas magnitudes com a previsão do programa FENF na Figura 7.5. Pode-se observar que o método simplificado prevê uma distribuição de cargas bastante semelhante, ao passo que o FENF indica resultados muito diferentes de estaca para estaca. Naquele método, as estacas mais solicitadas seriam as de números 1 a 3, com 734,13 kN, e as menos as de números 16 a 18, com 543,65 kN. Já o FENF previu que a estaca mais carregada seria a de número 3, com 1316,4 kN, e a menos a de número 16, com 39,2 kN. O projeto empregando o método tradicional poderia empregar uma estaca com 9 m de comprimento abaixo do bloco, haja vista que a previsão de carga vertical foi de apenas 734,13 kN e, não, de 1178 kN para a qual se exigiriam 12 m de estaca.

Com relação aos esforços de flexão no radier, o método simplificado assume que o momento é uniforme em toda a seção do bloco. Entretanto, como mostra a Figura 7.6, as distribuições de momentos fletores em torno do eixo x ( $M_x$ ) e em torno do y ( $M_y$ ), respectivamente, variam ponto a ponto. Assim, para que se pudessem comparar os resultados previstos pelos métodos analítico e numérico, foram identificadas as seções horizontal e vertical que tinham as maiores magnitudes de somatórios de  $M_x$  e de  $M_y$ , respectivamente. Em outras palavras, foram calculados os momentos totais nas seções do bloco para que se pudessem comparar os resultados dos dois métodos. O maior somatório de  $M_x$  se deu na coordenada  $y = 1,255$  m, ao passo que a maior soma de  $M_y$  se deu na coordenada  $x = 0,835$  m, cujos valores em cada ponto da seção são dados na Tabela 7.2. Ressalta-se que para o cálculo da área de aço

necessária para resistir aos esforços de flexão no radier, foram considerados os somatórios de esforços apresentados na Tabela 7.2, sendo que, para a armadura vertical, o momento  $M_x$  foi multiplicado por dois para se considerar todo o bloco.

Figura 7.5 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas.

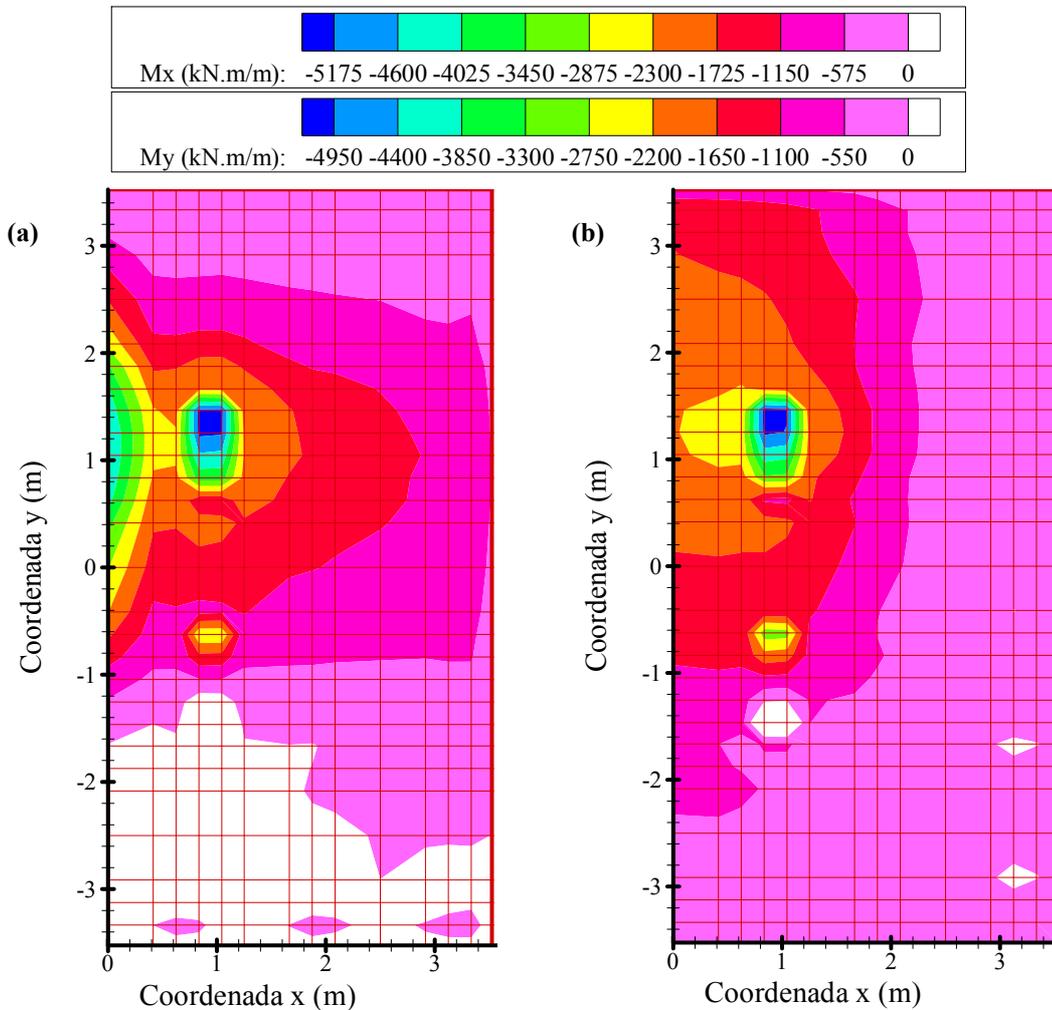


A Tabela 7.3 apresenta as previsões de momentos máximos totais e áreas de aço e sugestões de ferragens feitas empregando-se a metodologia tradicional de projeto de fundações e o programa FENF. Observa-se que, no caso estudado, o método simplificado obteve momentos  $M_x$  e  $M_y$  15 e 10 % superiores, respectivamente, ao programa FENF. Além disso, conforme se pode verificar na Figura 7.6, o programa FENF pode possibilitar um projeto “otimizado” de armaduras no bloco, pois se podem definir regiões com mais ou menos ferragens de acordo com a magnitude de esforços da região escolhida. Na Tabela 7.3 apresentam-se também as armaduras superior e de pele, as quais foram definidas como ferragem mínima. Abordagens complementares acerca dos possíveis detalhamentos das ferragens do bloco e das estacas não condizem com o objetivo desta Dissertação.

Em sequência, a Tabela 7.4 apresenta um resumo dos quantitativos e dos custos das soluções obtidas de forma simplificada e com o programa FENF. Pode-se observar que a solução obtida por este é pelo menos 12 % mais barata que a obtida pelo projeto convencional. Assim, o presente exemplo mostra que o emprego da ferramenta numérica se justifica tanto pelo

critério técnico quanto pelo econômico, pois permite uma avaliação mais fidedigna do problema em campo e pode propiciar um dimensionamento mais “otimizado” refletindo em um menor custo global da fundação.

Figura 7.6 – Bacias de momentos fletores para o bloco sobre 36 estacas: (a)  $M_x$ ; (b)  $M_y$ .



Neste estudo, o projeto tradicional indicou que o emprego de estacas com comprimento igual a 9,0 m seria adequado, pois a previsão simplificada de carga nas estacas assim mostrou. Caso o projetista de fundações quisesse fazer uma análise mais aprimorada empregando uma ferramenta numérica detalhada para avaliar a qualidade da solução escolhida no projeto tradicional simplificado poderia se usar o FENF e, assim, avaliar se essa possibilidade seria realmente admissível. A sua aplicação indicaria que a solução poderia ser adequada pelos critérios de Fator de Segurança (FS), igual a 4,17, e de recalques (máximo de 11,8 mm e diferencial de 6,7 mm), entretanto, conforme se apresenta na Figura 7.7, a carga na estaca 3 atingiria o valor de 1545,74 kN, ultrapassando a tensão estrutural máxima admitida de 6,746 MPa ou 1324,6 kN.

Tabela 7.2 – Momentos fletores no bloco sobre 36 estacas.

x (m)	y (m)	M <sub>x</sub> (kN.m)	x (m)	y (m)	M <sub>y</sub> (kN.m)
-3,525	1,255	-50,2052	0,835	-3,525	-21,1151
-3,335	1,255	-214,4003	0,835	-3,335	-103,8148
-3,125	1,255	-223,8105	0,835	-3,125	-93,8023
-2,915	1,255	-339,3160	0,835	-2,915	-119,7261
-2,500	1,255	-528,9238	0,835	-2,500	-191,0131
-2,085	1,255	-461,4582	0,835	-2,085	-168,4502
-1,875	1,255	-333,5937	0,835	-1,875	-93,6189
-1,665	1,255	-565,1079	0,835	-1,665	-125,3720
-1,250	1,255	-694,3489	0,835	-1,465	245,5993
-1,045	1,255	-1087,0402	0,835	-1,255	-19,5155
-0,835	1,255	-1113,6868	0,835	-1,045	-212,3057
-0,625	1,255	-493,5908	0,835	-0,835	-420,2548
-0,415	1,255	-762,7942	0,835	-0,625	-646,0080
0,000	1,255	-970,0667	0,835	-0,415	-369,1950
			0,835	0,000	-647,3459
			0,835	0,415	-580,2013
			0,835	0,625	-211,8069
			0,835	0,835	-683,5695
			0,835	1,045	-870,6811
			0,835	1,255	-1064,1941
			0,835	1,465	-1051,9961
			0,835	1,665	-399,2146
			0,835	1,875	-421,0994
			0,835	2,085	-559,5965
			0,835	2,500	-698,9025
			0,835	2,915	-460,3529
			0,835	3,125	-291,1870
			0,835	3,335	-274,1513
			0,835	3,525	-65,7513
<b>Total (metade do bloco)</b>		<b>-7838,3</b>	<b>Total</b>		<b>-10618,6</b>

Tabela 7.3 – Previsões de ferragens no bloco sobre 36 estacas.

Método	Momento total (kN.m)	Área de aço (cm <sup>2</sup> )	Ferragem inferior	Ferragem superior	Armadura de pele
Simplificado	M <sub>x</sub> = -18022,5	378,47	78φ25mm c/ 9 cm	35φ8mm c/ 20 cm	16φ12,5mm c/ 10 cm
	M <sub>y</sub> = -11691,7	245,53	51φ25mm c/ 13,5 cm	35φ8mm c/ 20 cm	16φ12,5mm c/ 10 cm
FENF	M <sub>x</sub> = -15676,7	329,21	68φ25mm c/ 10 cm	35φ8mm c/ 20 cm	16φ12,5mm c/ 10 cm
	M <sub>y</sub> = -10618,6	223,00	46φ25mm c/ 15 cm	35φ8mm c/ 20 cm	16φ12,5mm c/ 10 cm

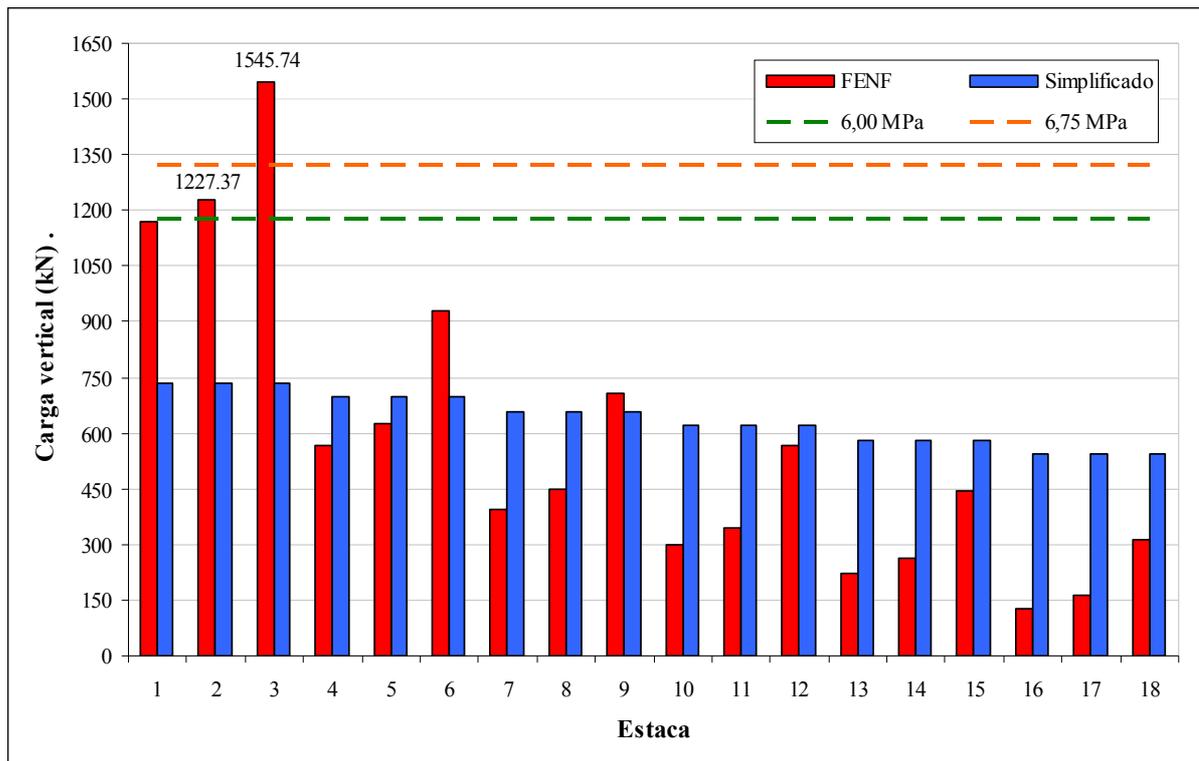
Partindo do princípio de que estacas menos rígidas geralmente propiciam ao radier uma capacidade mais significante em absorver uma maior parcela da carga aplicada, uma vez que

o sistema se torna mais flexível, poder-se-ia empregar todas as estacas com 6 m de comprimento útil. Com isso, o conjunto apresentaria um FS de 3,17, um recalque máximo 15,2 mm e diferencial de 8,5 mm e, conforme mostra a Figura 7.8, mobilizar-se-ia menos cargas nas estacas, entretanto na mais carregada o resultado seria ainda mais desfavorável, pois se teria um valor de 1647,14 kN.

Tabela 7.4 – Custos dos projetos convencional e “otimizado” no bloco sobre 36 estacas.

		Simplificado	FENF
Bloco	Concreto	23657,20	23657,20
	Escavação	8449,00	8449,00
	Ferragem	28939,30	20940,00
Estacas	Concreto	17812,83	15394,40
	Execução	16200,00	14000,00
	Ferragem	8493,75	8493,75
<b>Total</b>		<b>103552,08</b>	<b>90934,35</b>

Figura 7.7 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas. FENF com L = 9 m.



Outra ideia poderia ser a de aplicar um sistema mais rígido empregando-se todas as estacas com 12 m. Com isso, o FS seria igual 5,20, o recalque máximo de 9,5 mm e o diferencial de 5,6 mm. A carga na estaca 3, mais carregada, seria reduzida para 1415,10 kN, porém continuaria ultrapassando o limite de tensão estrutural, conforme se observa na Figura 7.9.

Figura 7.8 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas. FENF com L = 6 m.

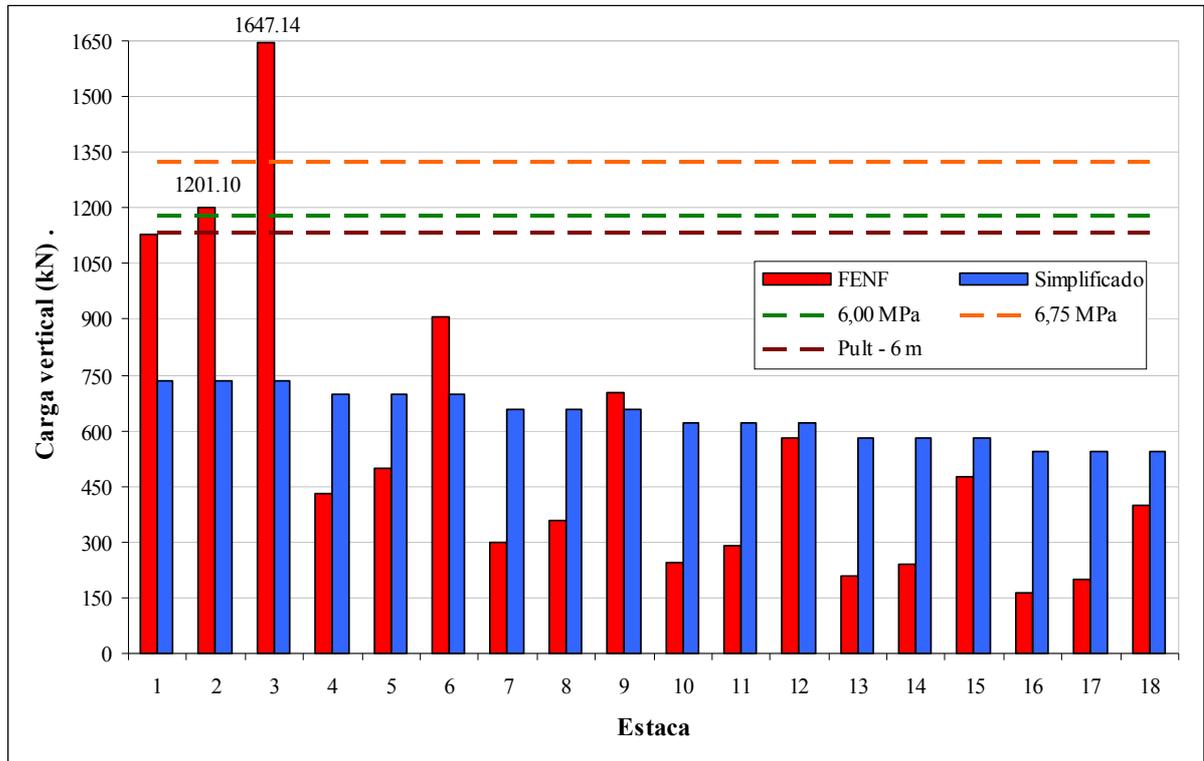
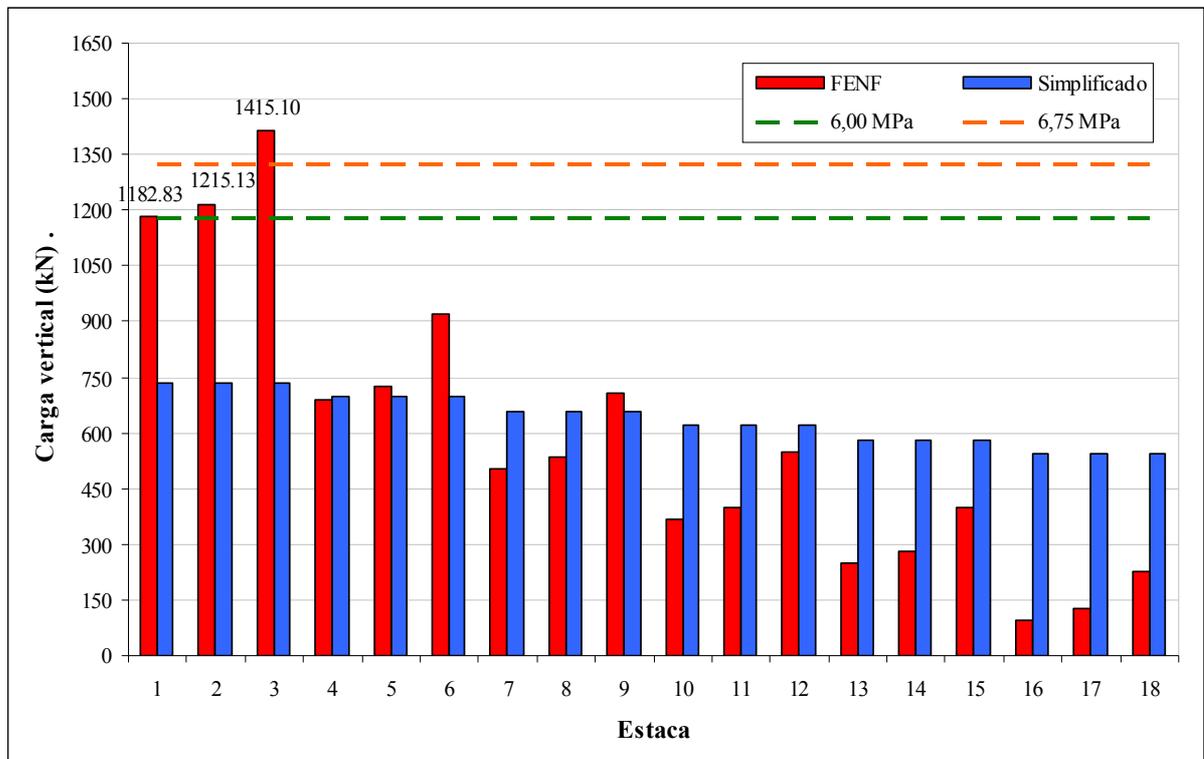


Figura 7.9 – Comparação de distribuição de cargas verticais nas estacas. FENF com L = 12 m.



As soluções empregando todas as estacas iguais, seja com seis, nove ou doze metros de comprimento, mostraram que essa prática histórica, tomada como uma premissa inflexível de projeto, não conduz necessariamente ao melhor desempenho para o sistema de fundação. A melhor solução viável identificada pelo programa FENF mostrou, para o exemplo estudado, que o emprego de estacas menos rígidas nas regiões periféricas do bloco podem contribuir para um desempenho mais eficaz que o previsto pelos métodos simplificados.

Como ilustração, a Tabela 7.5 compara os custos de todas as soluções apresentadas neste item. O caso em que se empregaram todas as estacas com 6 m teve o menor custo global, porém nenhuma das soluções empregando todas as estacas iguais se mostrou plenamente viável, pois haviam estacas que não atenderam o critério de tensão vertical máxima. Do ponto de vista estrutural, uma alternativa para se aumentar o limite de tensão admissível na estaca consiste em se considerar uma armadura longitudinal contribuindo na resistência às solicitações normais. Assim, poder-se-ia ter um valor de restrição de projeto de maior magnitude, tornando as três últimas análises admissíveis. Salienta-se, ainda, que se adotasse o mesmo critério para a Busca Exaustiva Ordenada, o programa FENF obteria uma solução de menor custo que a apresentada neste item.

Tabela 7.5 – Custos em R\$ dos projetos convencional, “otimizado” e tentativas manuais.

		<b>Simplificado</b>	<b>FENF</b>	<b>FENF 6m</b>	<b>FENF 9m</b>	<b>FENF 12m</b>
<b>Bloco</b>	Concreto	23657,20	23657,20	23657,20	23657,20	23657,20
	Escavação	8449,00	8449,00	8449,00	8449,00	8449,00
	Ferragem	28939,30	20940,00	23351,75	22447,35	21844,40
<b>Estacas</b>	Concreto	17812,83	15394,40	11874,80	17813,60	23749,60
	Execução	16200,00	14000,00	10800,00	16200,00	21600,00
	Ferragem	8493,75	8493,75	8493,75	8493,75	8493,75
<b>Total</b>		<b>103552,08</b>	<b>90934,35</b>	<b>86626,50</b>	<b>97060,90</b>	<b>107793,95</b>

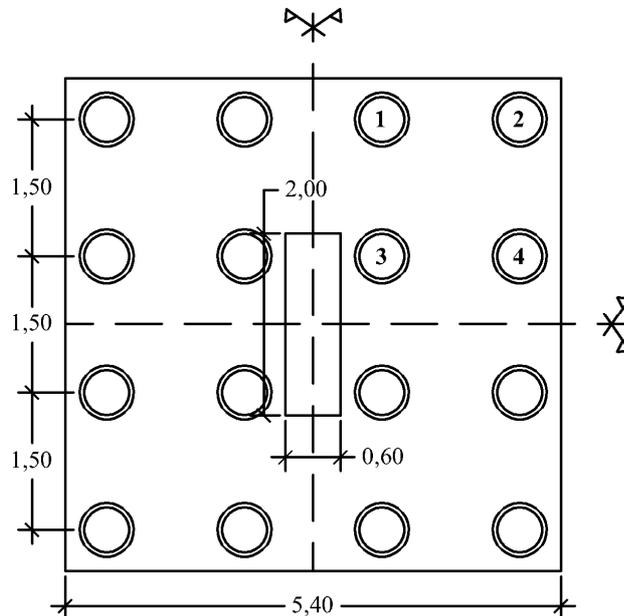
## 7.2 BLOCO SOBRE 16 ESTACAS COM SIMETRIA DUPLA

Este exemplo aborda a aplicação do programa FENF para o projeto de um sistema de fundação em que o método de projeto tradicional tenderia a prever comprimentos de estacas significativamente maiores que a análise aprimorada considerando o conjunto como um radier estaqueado. Trata-se de um caso hipotético do ponto de vista de carregamentos e de propriedades do solo, porém com representatividade significativa dos projetos observados atualmente. Além de comparar os dimensionamentos seguindo a metodologia de “grupos de estacas” e a de radiers estaqueados, serão apresentadas as principais saídas de dados

disponibilizadas pelo programa FENF. Além disso, para a Busca Exaustiva Ordenada serão consideradas mais de uma possibilidade para a altura do bloco, para o comprimento da estaca e para o diâmetro das estacas.

O problema envolve um conjunto de 16 estacas reunidas em um bloco para suportar uma carga vertical de 25000 kN aplicada sob a forma de tensão de compressão uniformemente distribuída em uma área de 1,2 m<sup>2</sup> (0,6 m x 2,0 m), conforme apresenta a Figura 7.10, na qual se pode observar o arranjo das estacas com espaçamento entre eixos igual a 1,5 m e a numeração das estacas consideradas na análise numérica.

Figura 7.10 – Vista em planta do bloco sobre 16 estacas.



Para o desenvolvimento do problema, foi adotado um solo homogêneo para todo o domínio e incluindo a região entre as cotas de topo e de base do bloco, com módulo elástico igual a 80 MPa e coeficiente de Poisson igual a 0,3. Com isso, foram escolhidos os diâmetros de 0,5 m e de 0,6 m e as estacas do tipo Hélice Contínua Monitorada. A Tabela 7.6 apresenta as cargas admissíveis previstas empregando-se o método de Décourt-Quaresma (1978) ao longo da profundidade abaixo do bloco para cada estaca. Para o material do bloco e das estacas, consideraram-se os módulos de elasticidade de 30 GPa e de 20 GPa, respectivamente e o coeficiente de Poisson de 0,25.

Seguindo a filosofia tradicional de projeto, a quantidade de carga vertical que cada estaca seria solicitada corresponde a 1/16 do total aplicado, ou seja, 1562,5 kN. Assim, para o

diâmetro de 0,5 m, seria necessário um comprimento de estaca de 21 m e para a de 0,6 m o comprimento de 17 m, conforme se pode observar na Tabela 7.6.

Tabela 7.6 – Carga admissível das estacas por diâmetro.

Profundidade (m)	Carga admissível (kN)	
	Diâmetro = 0,5m	Diâmetro = 0,6m
1	169,2	203,1
2	292,4	371,1
3	371,4	486,0
4	439,1	567,3
5	506,8	648,5
6	574,5	729,7
7	642,2	811,0
8	709,9	892,2
9	777,5	973,4
10	845,2	1054,7
11	912,9	1135,9
12	980,6	1217,1
13	1048,3	1298,4
14	1116,0	1379,6
15	1183,7	1460,8
16	1251,4	1542,1
17	1319,1	1623,3
18	1386,8	1704,5
19	1454,5	1785,8
20	1522,2	1867,0
21	1589,9	1948,2

Para a primeira seção de estaca, ter-se-ia uma tensão vertical de 7,958 MPa que ultrapassa o limite estrutural adotado pela NBR 6122 (ABNT, 2010), igual a 6,0 MPa, e o de 6,746 MPa, obtido a partir do cálculo estrutural contemplando os respectivos coeficientes de majoração das ações e minoração das resistências, estabelecidos pela mesma norma. No entanto, pode-se considerar a contribuição da armadura longitudinal da estaca e se admitir um limite de tensão superior aos citados. Segundo a NBR 6122 (ABNT, 2010), a área de aço mínima numa estaca deve ser igual a 0,5 % da área da seção transversal da estaca, o que corresponde para a estaca de 0,5 m de diâmetro o valor de 9,82 cm<sup>2</sup> para o qual serão adotadas seis barras de 16 mm, totalizando 12,06 cm<sup>2</sup>. Acrescida a resistência da armadura mínima à seção de concreto da estaca obtém-se o limite de tensão de 8,589 MPa, que é superior ao requerido (7,958 MPa). Desta forma, foi admitido no exemplo em estudo um limite de tensão de 8,589 MPa para as estacas. Para tanto, avaliando a resistência por atrito lateral mobilizada ao longo do fuste,

pode-se verificar que o comprimento de ferragem abaixo do bloco necessário para a resistência estrutural da estaca é de três metros, que é inferior ao mínimo de 4 m. Em outras palavras, a ferragem mínima estabelecida pela norma brasileira de fundações é suficiente para propiciar o acréscimo de resistência estrutural necessário para suportar a carga absorvida prevista para o caso em estudo.

Por possuir simetria dupla, na Figura 7.10 foi escolhido o quadrante superior direito do bloco, em que se têm as estacas numeradas de 1 a 4. Como domínios do problema considerou-se um tamanho vertical igual a 25 m a partir do topo do bloco e um horizontal de 18 m a partir do centro geométrico do bloco, obtendo-se uma malha de elementos finitos com 73600 nós, 68445 elementos e 205612 graus de liberdade livres.

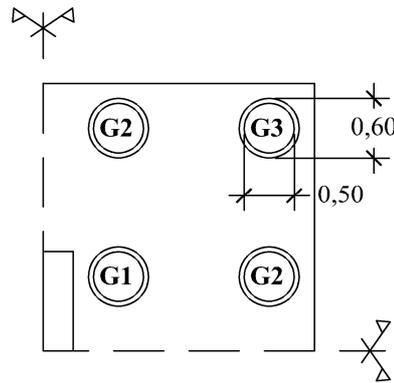
Para a obtenção da melhor solução viável empregando-se a Busca Exaustiva Ordenada implementada no programa FENF admitiu-se três possibilidades de altura de bloco: 1,4, 1,7 e 2,0 m; três grupos de tipos de estacas com três possibilidades de comprimento de estaca, sendo iguais a 6, 9 e 12 m, e duas de diâmetros, sendo iguais a 0,5 m e 0,6 m, os quais foram aproximados por quadrados com lados iguais a 0,42 m e a 0,5 m respectivamente, da mesma forma como feito para o exemplo anterior. A identificação dos grupos de tipos de estacas é apresentado na Figura 7.11, em que se tem a estaca 3 pertencente ao Grupo 1, as estacas 1 e 4 ao Grupo 2 e a estaca 2 ao Grupo 3. A tensão última no contato radier-solo foi admitida igual 1500 kPa. Como restrições de projeto foram especificadas:

- Fator de Segurança Global mínimo: 2,5;
- Recalque máximo no topo do bloco: 20 mm;
- Diferença de recalques limite no topo do bloco: 5 mm;
- Tensão vertical máxima nas estacas: 8,589 MPa.

Para o cálculo da Função Objetivo foram assumidos os seguintes valores (praticados em Goiânia em janeiro de 2012):

- Custo de escavação do radier: R\$ 100,00/m<sup>3</sup>;
- Custo do concreto do radier e das estacas: R\$ 280,00/m<sup>3</sup>;
- Custo do aço do radier e das ferragens: R\$ 5,00/kg;
- Custo de execução das estacas: R\$ 50,00/m.

Figura 7.11 – Grupos de tipos de estacas no bloco sobre 16 estacas.



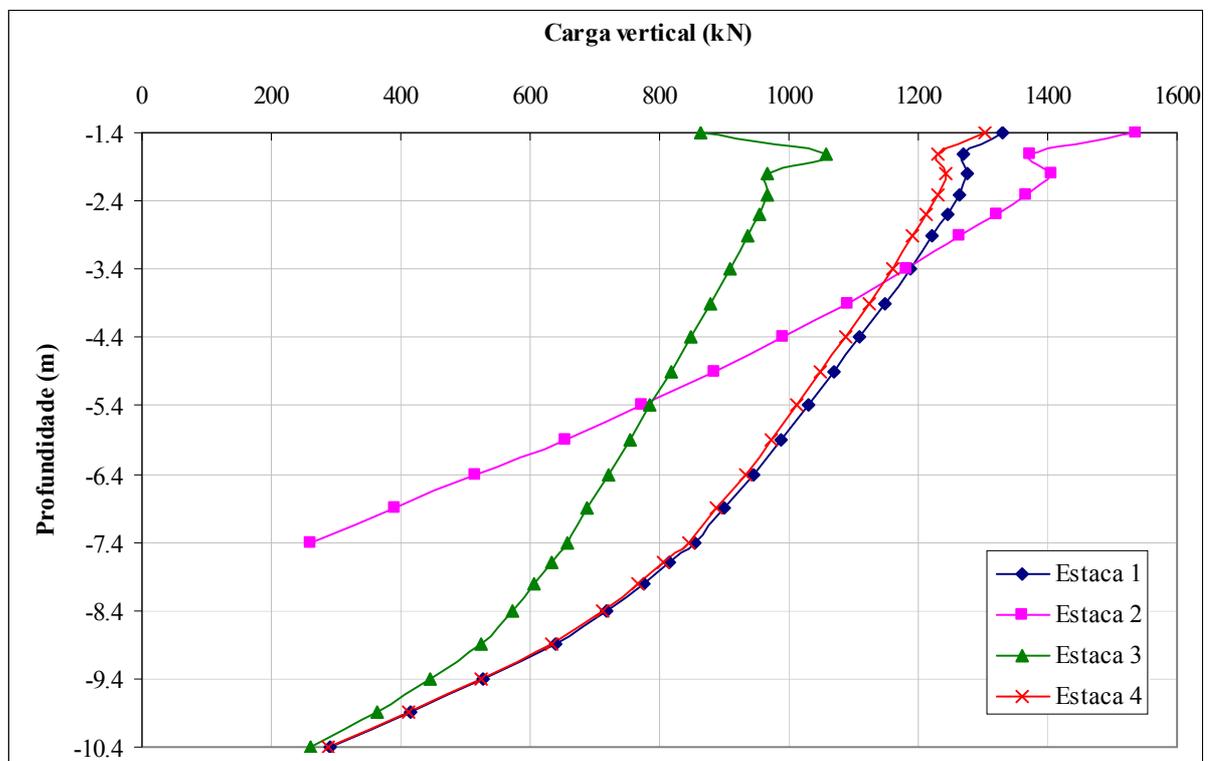
Dentre as 648 possibilidades (ver Apêndice C) de combinação das variáveis de projeto, a melhor solução viável obtida pelo programa FENF com o algoritmo de Busca Exaustiva Ordenada empregou as estacas do Grupo 1 e do Grupo 2 (estacas 1, 3 e 4) com 9 m de comprimento e diâmetro de 0,5 m e a estaca 2, pertencente ao Grupo 3, o comprimento de 6 m e o diâmetro de 0,6 m, o que resultou em um Fator de Segurança Global igual a 2,52. O recalque vertical máximo foi de 18,2 mm e a maior diferença de recalques de 2,2 mm. Por fim, a tensão máxima nas estacas situou próximo ao limite de 6,746 MPa em que não é necessário considerar a contribuição da armadura na resistência estrutural, com respeito à carga vertical. Conforme os resultados indicam, o fator preponderante para a definição da solução admissível foi o Fator de Segurança Global, haja vista que o atendimento às demais restrições de projeto se deu com uma margem maior.

Conforme comentado anteriormente, o método de projeto simplificado (equação 7.1) prevê que cada estaca absorva 1562,5 kN, porém devido à característica tridimensional do problema e às rigidezes diferentes dos elementos que compõem o sistema radier-solo-estacas a distribuição de cargas não é homogênea, conforme se ilustra na Figura 7.12 a distribuição de cargas nas estacas ao longo da profundidade. Tal qual apresentado no Capítulo 6, observa-se uma oscilação nos resultados próximos à base do bloco que merece uma interpretação criteriosa por parte do usuário do programa, mas que não inviabiliza a sua utilização. Para o caso em estudo, poderiam ser desconsiderados os valores na segunda seção das estacas 1, 2 e 4 e nas três primeiras seções da estaca 3, para a qual poderia se extrapolar a curva com os resultados restantes e obter o valor de 1025 kN de carga suportada.

É interessante notar na Figura 7.12 a similitude da forma das curvas referentes às estacas 1, 2 e 4, que têm os mesmos diâmetro e comprimento. Observou-se pequena diferença entre as estacas 1 e 4, pois o carregamento se dá mais próximo da primeira. Com relação à estaca 2,

observa-se uma maior quantidade de carga suportada nos metros iniciais, o que pode ser atribuído a sua maior distância até o centro geométrico do bloco e pelo fato de essa estaca possuir rigidez igual a 501148 kN/m, favorecendo à maior capacidade de absorção de carga, pouco superior às demais com 433569 kN/m, valores estes calculados a partir da Teoria da Elasticidade (POULOS; DAVIS, 1980). Para a mesma estaca, a transferência significativa de carga com poucos metros pode ser explicada pelo fato de esta possuir uma área lateral 20 % superior que as demais. Pode-se dizer, ainda, que as estacas comportaram-se como estacas flutuantes ou de atrito, pois apenas cerca de 20 % da carga verificada no topo das mesmas fora suportada pela base.

Figura 7.12 – Distribuição de carga vertical nas estacas ao longo da profundidade.

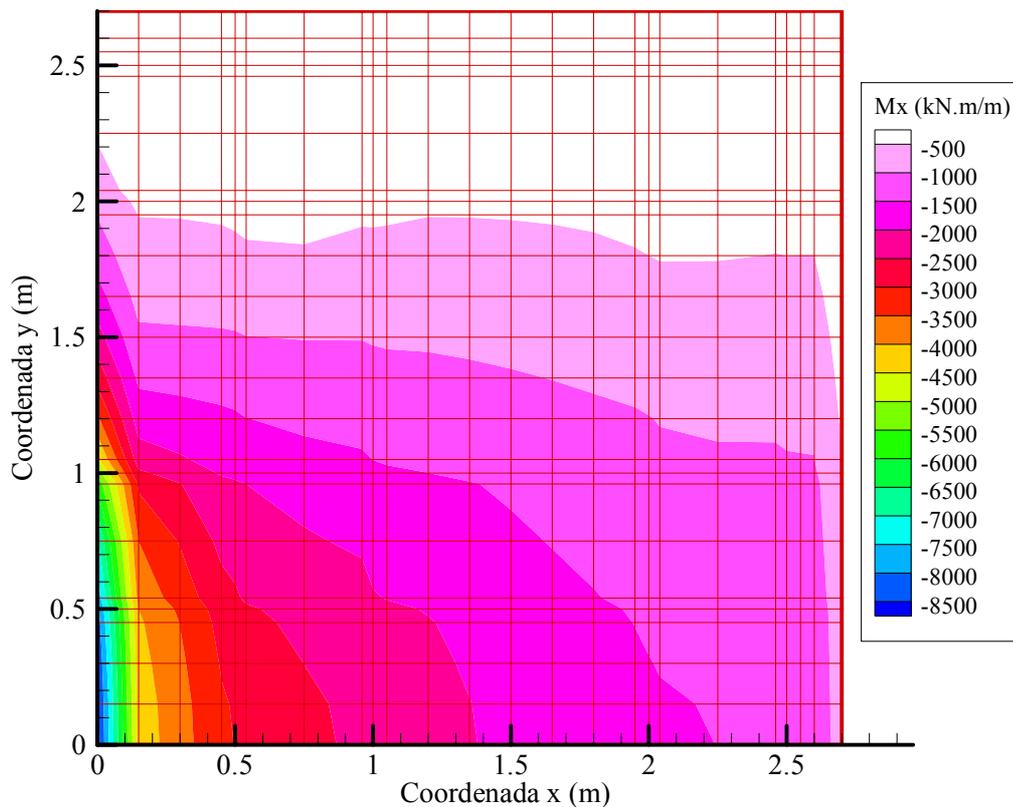


Assim como apresentado no exemplo anterior, o método de projeto simplificado assume uma distribuição de momentos fletores uniforme e constante para as seções transversais do bloco. No entanto, essa premissa também não foi verificada no exemplo em estudo conforme se apresentam nas Figuras 7.13 e 7.14 as distribuições de momentos fletores  $M_x$  e  $M_y$ , respectivamente. Nas mesmas ilustrações, pode-se notar a concentração de esforços próxima à região carregada, ao centro do bloco.

O dimensionamento estrutural do bloco levando-se em conta apenas os esforços máximos abaixo da região carregada poderia conduzir a um projeto com maior custo sem ser

adequadamente eficiente. Isso pode ser denotado a partir do exame da Tabela 7.7, que apresenta as áreas totais de aço previstas a partir do método de cálculo simplificado e dos resultados do programa FENF, sendo a referência (1) para indicar um projeto sem otimização da distribuição da armadura do bloco. Nos casos avaliados para essa tabela, a ferragem seria disposta uniformemente ao longo de todo o bloco e, assim, a região central e mais solicitada estaria com uma área de aço inferior ao requerido pelo esforço de flexão, acarretando deformações maiores, ou até mesmo plásticas, para a mobilização das armaduras situadas nas imediações do local. Da mesma forma, é ineficiente para o desempenho do bloco a existência da mesma ferragem próxima às bordas, em que os esforços são cerca de 10 % do máximo observado. Uma forma de se ter uma distribuição de armaduras mais eficiente consiste em se detalhar a ferragem em faixas com esforços semelhantes, dispondo-se mais barras onde é realmente necessário e menos onde não é. Além disso, nessa definição de faixas e a critério do projetista, poderiam ser desprezados os “picos” de esforços sob a região carregada.

Figura 7.13 – Bacia de momentos fletores  $M_x$  – bloco sobre 16 estacas.



Pensando na possibilidade de não se trabalhar com os valores de “pico”, foi desenvolvido no programa FENF um algoritmo de suavização de esforços solicitantes no bloco. A “suavização” se dá calculando-se a média geométrica dos esforços em uma faixa compreendida pelo próprio nó e pelos dois nós anteriores e dois posteriores ao longo dos

eixos coordenados (x e y). Caso o nó esteja próximo à borda do bloco ele poderá ter menos de dois nós em um dos lados e, assim, a ponderação é feita tomando as contribuições possíveis para o nó em questão. Ressalta-se que com esse procedimento mantém-se o momento total no bloco, propiciando uma redução dos picos de esforços apenas onde eles se manifestam, ou seja, onde não ocorrem variações significantes de valores, as respostas original e “suavizada” são idênticas. Nas Figuras 7.15 e 7.16 apresentam-se os momentos fletores suavizados, denominados  $M_{sx}$  e  $M_{sy}$ , respectivamente.

Figura 7.14 – Bacia de momentos fletores  $M_y$  – bloco sobre 16 estacas.

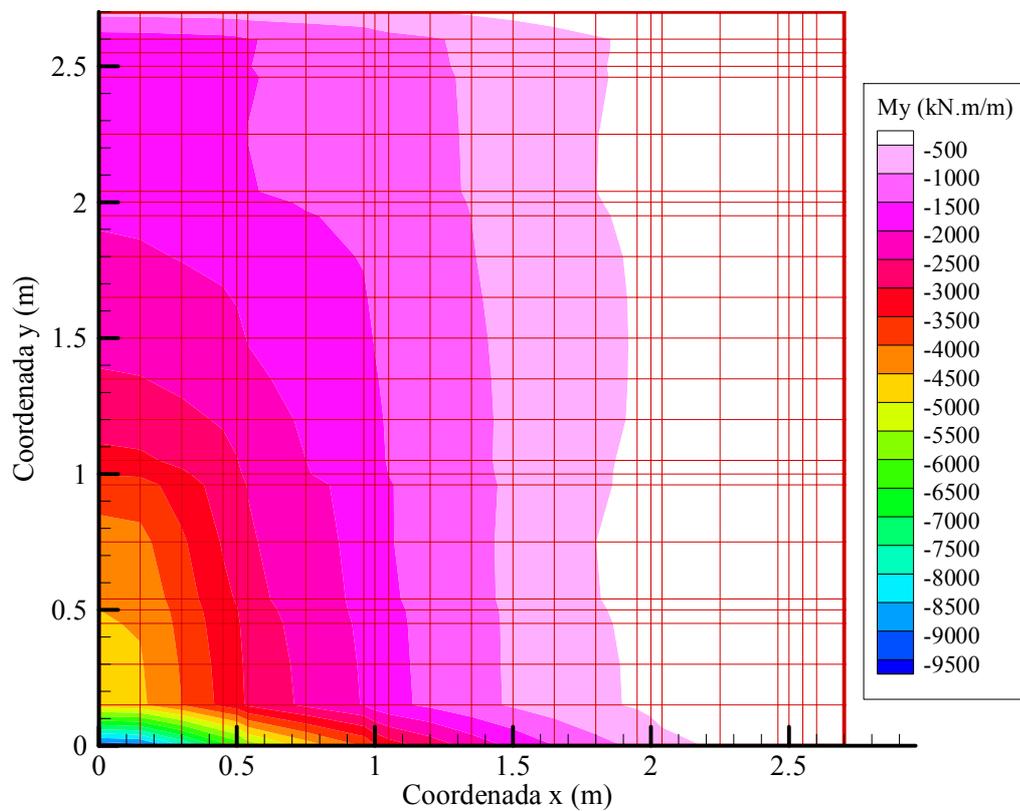
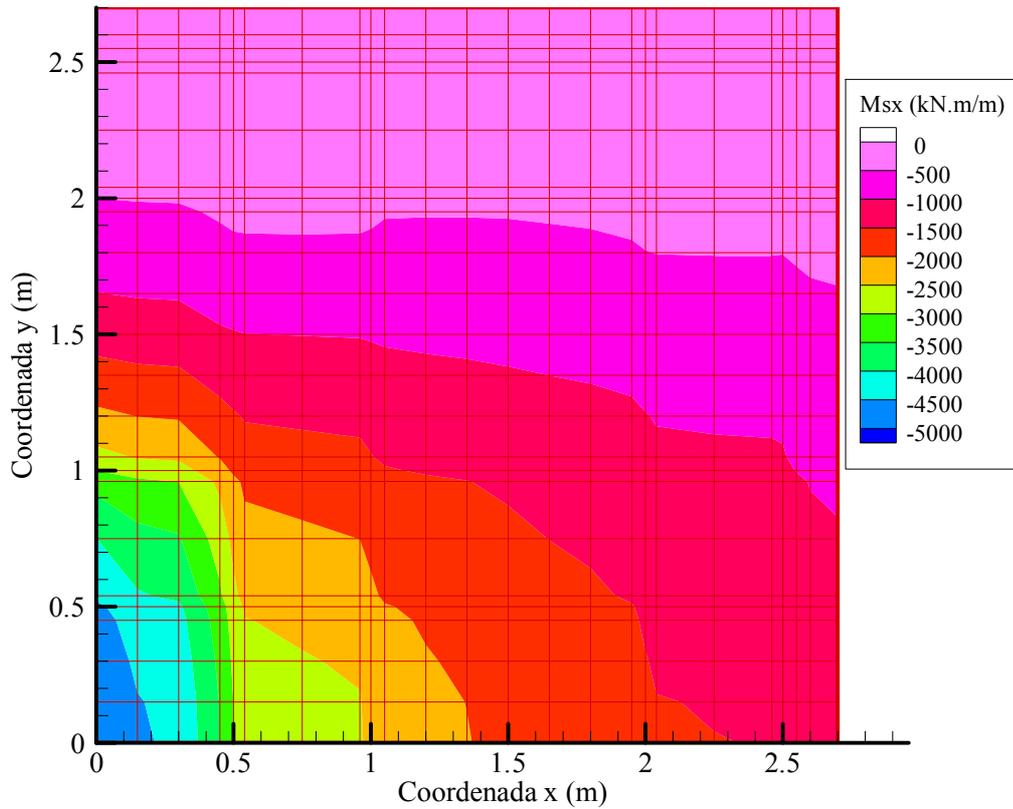
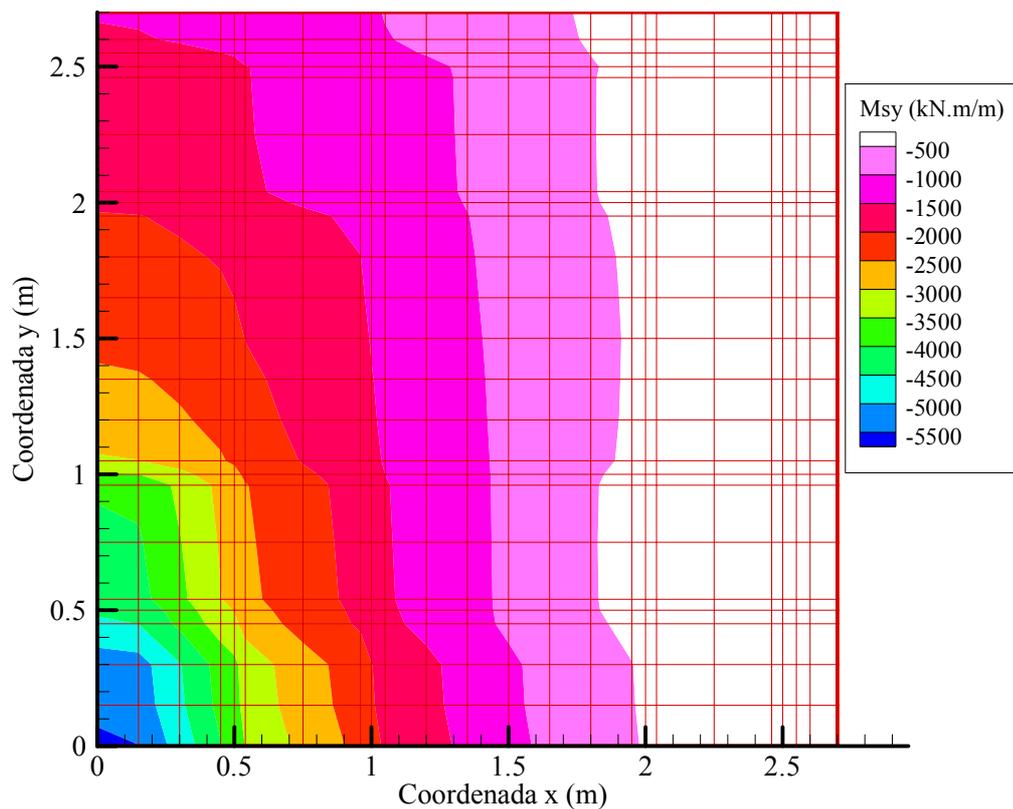


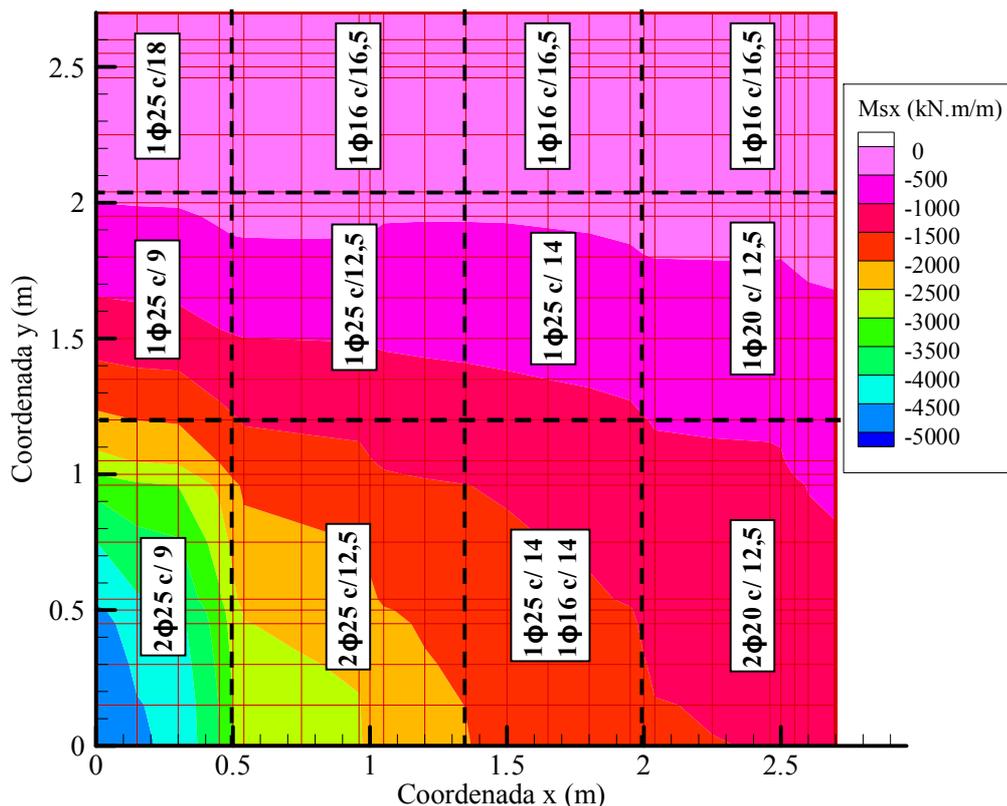
Tabela 7.7 – Previsões de ferragens no bloco sobre 16 estacas.

Método	Momento total (kN.m)	Área de aço (cm <sup>2</sup> )	Ferragem inferior	Ferragem superior	Armadura de pele
Simplificado	$M_x = -12500$	336,54	35x2 $\phi$ 25mm c/ 15,5 cm	27 $\phi$ 8mm c/ 20 cm	13 $\phi$ 12,5mm c/ 10 cm
	$M_y = -16875$	454,33	47x2 $\phi$ 25mm c/ 11,5 cm	27 $\phi$ 8mm c/ 20 cm	13 $\phi$ 12,5mm c/ 10 cm
FENF (1)	$M_x = -12958,2$	348,87	36x2 $\phi$ 25mm c/ 15 cm	27 $\phi$ 8mm c/ 20 cm	13 $\phi$ 12,5mm c/ 10 cm
	$M_y = -16784,8$	451,90	47x2 $\phi$ 25mm c/ 11,5 cm	27 $\phi$ 8mm c/ 20 cm	13 $\phi$ 12,5mm c/ 10 cm

Figura 7.15 – Bacia de momentos fletores suavizados  $M_{sx}$  – bloco sobre 16 estacas.Figura 7.16 – Bacia de momentos fletores suavizados  $M_{sy}$  – bloco sobre 16 estacas.

A partir dos gráficos apresentados nas Figuras 7.15 e 7.16, desenvolveu-se o dimensionamento estrutural do radier considerando uma distribuição de ferragens otimizada a fim de que se obtivessem seções mais eficientemente armadas. Para tanto, o bloco foi subdividido em regiões para o seu detalhamento, conforme se observam nas Figuras 7.17 e 7.18 para as armaduras verticais e horizontais inferiores, respectivamente. As Tabelas 7.8 e 7.9 apresentam as áreas de aço por metro de bloco ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ) para as ferragens verticais e horizontais, respectivamente, para cada região de detalhamento. Observa-se que nas regiões centrais foi admitida uma área total superior ao calculado para o FENF (1) na Tabela 7.7, pois se definiram faixas pouco superiores ao exatamente requerido. No entanto, para as demais seções e regiões as áreas de aço puderam ser reduzidas o que refletirá diretamente no custo global da obra.

Figura 7.17 – Distribuição de ferragens verticais – bloco sobre 16 estacas.



Com relação ao projeto convencional, pode-se dizer que tanto a proposta em estacas de 0,5 m de diâmetro e 21 m de comprimento quanto a de 0,6 m de diâmetro e 17 m de comprimento poderiam ser aplicadas como solução do problema em estudo. No entanto, conforme pode ser observado na Tabela 7.10, a primeira apresenta custo inferior à segunda, indicando-se o uso daquela. Apesar disso, as soluções empregando os resultados obtidos com o programa FENF sem otimização da distribuição das ferragens do bloco (FENF 1) e, principalmente, com

otimização (FENF 2) apresentam custos inferiores aos que se teriam com as soluções que empregam os métodos manuais.

Figura 7.18 – Distribuição de ferragens horizontais – bloco sobre 16 estacas.

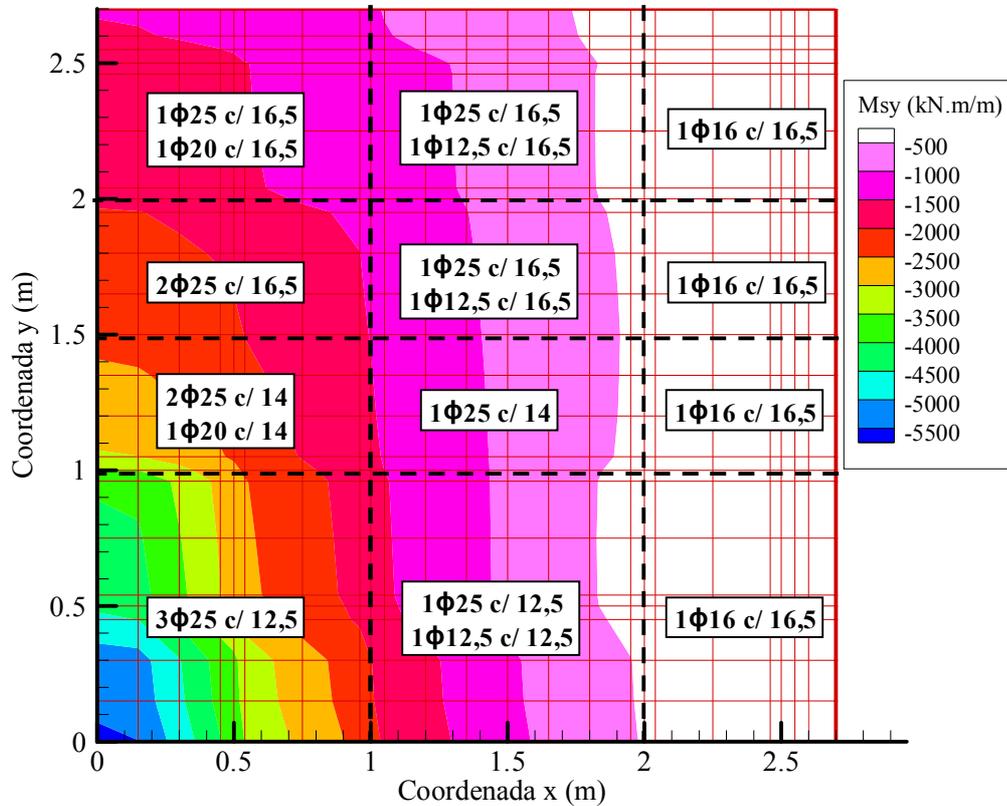


Tabela 7.8 – Áreas de aço verticais (cm<sup>2</sup>/m) – bloco sobre 16 estacas.

Faixas	$-2,70 \leq y \leq -2,00$	$-2,00 \leq y \leq -1,20$	$-1,20 \leq y \leq 1,20$	$1,20 \leq y \leq 2,00$	$2,00 \leq y \leq 2,70$
$-2,70 \leq x \leq -2,00$	12,38	25,85	53,85	25,85	12,38
$-2,00 \leq x \leq -1,35$	12,38	38,77	53,85	38,77	12,38
$-1,35 \leq x \leq -0,50$	12,38	38,77	80,77	38,77	12,38
$-0,50 \leq x \leq 0,50$	12,38	53,85	112,00	53,85	12,38
$0,50 \leq x \leq 1,35$	12,38	38,77	80,77	38,77	12,38
$1,35 \leq x \leq 2,00$	12,38	38,77	53,85	38,77	12,38
$2,00 \leq x \leq 2,70$	12,38	25,85	53,85	25,85	12,38
<b>Total (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>66,85</b>	<b>206,35</b>	<b>394,70</b>	<b>206,35</b>	<b>66,85</b>

O presente exemplo mostrou que a redução dos custos é mais pronunciada com a otimização da distribuição das ferragens nos blocos, o qual se mostra como um exercício raramente praticado na maioria dos projetos de fundação. Além disso, pode-se observar que a consideração da resistência do contato radier-solo propicia o emprego de estacas menos longas trabalhando com cargas próximas de seus respectivos valores últimos de capacidade de suporte de forma eficaz e eficiente sem o comprometimento da segurança global do sistema

de fundação. Em síntese, o simples fato de se empregar o programa FENF para o tratamento do problema, mesmo sem aplicar um detalhamento mais inteligente das ferragens no bloco, permite a obtenção de uma solução com menor custo devido à consideração mais eficaz do desempenho de todos os elementos que compõem o sistema de fundação.

Tabela 7.9 – Áreas de aço horizontais (cm<sup>2</sup>/m) – bloco sobre 16 estacas.

Faixas	$-2,70 \leq x \leq -2,00$	$-2,00 \leq x \leq -1,00$	$-1,00 \leq x \leq 1,00$	$1,00 \leq x \leq 2,00$	$2,00 \leq x \leq 2,70$
$-2,70 \leq y \leq -2,00$	12,38	38,77	53,85	38,77	12,38
$-2,00 \leq y \leq -1,50$	12,38	38,77	67,31	38,77	12,38
$-1,50 \leq y \leq -0,50$	12,38	38,77	98,00	38,77	12,38
$-0,50 \leq y \leq 0,50$	12,38	53,85	130,85	53,85	12,38
$0,50 \leq y \leq 1,50$	12,38	38,77	98,00	38,77	12,38
$1,50 \leq y \leq 2,00$	12,38	38,77	67,31	38,77	12,38
$2,00 \leq y \leq 2,70$	12,38	38,77	53,85	38,77	12,38
<b>Total (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>66,85</b>	<b>224,44</b>	<b>460,34</b>	<b>224,44</b>	<b>66,85</b>

Tabela 7.10 – Custos em R\$ dos projetos convencional, “otimizado” e tentativas manuais.

		Convencional (D=0,5m)	Convencional (D=0,6m)	FENF 1	FENF 2
<b>Bloco</b>	Concreto	11430,72	11430,72	11430,72	11430,72
	Escavação	4082,40	4082,40	4082,40	4082,40
	Ferragem	20401,84	20401,84	20622,95	13750,72
<b>Estacas</b>	Concreto	18471,60	21534,80	7837,20	7837,20
	Execução	16800,00	16320,00	6840,00	6840,00
	Ferragem	3680,00	4818,00	3963,00	3963,00
<b>Total</b>		<b>74866,56</b>	<b>78587,76</b>	<b>54776,27</b>	<b>47904,04</b>

Com o intuito de se exemplificar as saídas de dados possíveis, foi desenvolvido o Apêndice C com os resultados obtidos com o estudo do bloco sobre 16 estacas. Além disso, no Apêndice B são indicados os resultados tabelados que foram apresentados graficamente no primeiro exemplo (bloco sobre 36 estacas).

A critério de ilustração, destaca-se que o algoritmo de resolução do sistema de equações (eq. 5.2) implementado no programa FENF pode requerer um tempo de processamento de sete a oito horas (dependendo das características do computador utilizado) para os exemplos apresentados neste capítulo. Esse tempo pode ser considerado elevado, mas ressalta-se que para fins de pesquisa o mesmo é aceitável e reflete o refinamento de malha acentuado empregado.

## **CAPÍTULO 8**

### **CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e a aplicação de um programa para análises tridimensionais de tensões, de deformações e de esforços solicitantes para problemas de fundações, em especial para o tratamento de radiers estaqueados. A Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF) foi elaborada integralmente no período despendido para a pesquisa que culminou nesta dissertação, cuja contribuição principal à comunidade técnica e científica se traduzirá na disponibilização do programa para o desenvolvimento de outras pesquisas no assunto e para a elaboração de projetos mais eficazes.

O êxito na construção da ferramenta numérica se manifesta pelo fornecimento de respostas úteis e necessárias ao desenvolvimento de projetos de fundações e ao estudo do desempenho de radiers estaqueados, em que os materiais envolvidos possuam comportamento elástico-linear ou naqueles em que essa premissa não acarrete em prejuízo às análises. Como resultados de interesse à avaliação da fundação em estudo, o programa FENF pode disponibilizar os resultados de tensões, de deformações, de deslocamentos, de esforços normais, de esforços cortantes e de momentos fletores para o bloco e para as estacas. Além disso, para uma visualização tridimensional das respostas, podem-se verificar as tensões, as deformações e os deslocamentos. As saídas de dados são feitas por meio de arquivos de texto que permitem a elaboração de saídas gráficas sem cálculos ou procedimentos laboriosos.

Na presente pesquisa foi desenvolvido e implementado juntamente ao programa FENF um algoritmo de Busca Exaustiva Ordenada capaz de obter automaticamente a melhor solução viável existente em um universo de combinações que é obtido a partir da informação, por parte do usuário, das possibilidades de altura de bloco, de comprimentos e seções de estaca. Para tanto, foi eleita como função objetivo o custo global da fundação, que reflete os gastos para a execução do bloco e das estacas e dos com os materiais para a confecção dos mesmos. Por fim, a melhor solução viável corresponde àquela com menor custo que atende a todas as restrições de projeto, no caso o Fator de Segurança Global, os recalques máximo e mínimo e a tensão vertical limite nas estacas.

Ressalta-se, contudo, que a escolha pelo procedimento de busca da melhor solução se deu depois de se avaliar a possibilidade de emprego de um método de otimização paramétrica simples: o método *Branch-and-Bound*. Depois de se efetuar um número considerável de exemplos, observou-se que, para os problemas escolhidos e tomados como representativos dos de fundações, a Busca Exaustiva colocando as possibilidades em ordem crescente de custos, chamada Busca Exaustiva Ordenada, se mostrou mais eficiente, pois conseguia obter a mesma solução que o *Branch-and-Bound* com uma quantidade menor de análises de elementos finitos, ou seja, com um menor esforço computacional.

Depois de ser validado com êxito, conforme apresentado no Capítulo 6, o programa FENF foi utilizado para o estudo de dois sistemas de fundações em radier estaqueado, como pode ser visto no Capítulo 7. Os exemplos mostraram o potencial de aplicação da ferramenta para a análise de projetos de fundações tanto simples quanto complexos. Pode ser constatado que a metodologia tradicional de projeto de fundações pode ser consideravelmente não econômica e não eficiente. Isto porque essa filosofia estabelece que a estaca mais carregada deve atender a um Fator de Segurança específico, geralmente igual a dois, e, assim, as demais estacas que devem ser iguais àquela ficam menos solicitadas e com um Fator de Segurança muito superior ao da com maior carga vertical. Foi observado, também, que a premissa histórica de projeto de estacas iguais não conduz necessariamente a um desempenho eficaz do conjunto, principalmente nos grandes conjuntos, pois devido à semelhança de rigidez das estacas, as mais periféricas tendem a absorver a maior parcela da carga aplicada, ao passo que as internas ficam pouco solicitadas. Com isso, o bloco tem baixo nível de deformação e tende a apresentar concentrações de esforços solicitantes que acarretam em um maior custo da obra.

O exemplo 1 do Capítulo 7 mostrou, também, as diferenças de previsões de cargas nas estacas provenientes do método simplificado e do FENF. A análise numérica indica que a interação entre as estacas e a rigidez do bloco contribui significativamente para as diferenças de valores, fatores esses que a filosofia tradicional não contempla e que podem induzir a projetos inadequados em muitos casos. Com o exemplo 2, pode-se observar que o emprego do programa FENF e a avaliação de seus resultados permitem desenvolver projetos mais racionais para o bloco, pois se pode desenvolver um dimensionamento e um detalhamento de ferragens mais eficiente que contemple as regiões mais solicitadas, dispondo-se maiores seções de aço, sem que isso também se faça nos locais em que os esforços exijam uma armadura menos substancial. Além disso, o exemplo mostrou que o tratamento do problema como um radier estaqueado, respeitando-se um Fator de Segurança Global mínimo, permite a

obtenção de uma solução mais econômica, mesmo sem uma otimização das ferragens, pois se considera de modo eficaz o desempenho dos elementos que compõem o sistema de fundação contemplando as capacidades individuais e o efeito que cada um exerce no outro como um todo.

A presente pesquisa possibilitou a visualização de muitos fatores intervenientes no desempenho de sistemas de fundações quando analisados por meio de uma ferramenta numérica. Com a versão atual do programa FENF muitos estudos poderão ser desenvolvidos, como, por exemplo, a comparação de resultados deste com o de métodos simplificados ou com o de abordagens numéricas simplificadas. Para tanto, sugere-se como tópicos para trabalhos futuros no mesmo tema desta pesquisa:

- Incorporar ao programa FENF outros modelos constitutivos para os materiais;
- Implementar outros tipos de elementos finitos que representem melhor o comportamento em campo, como elementos de contato entre as estacas e o solo e no contato radier-solo;
- Prever limites geotécnicos de tensão para as estacas e para o contato radier-solo;
- Desenvolver um método de solução de sistema de equações mais eficiente do ponto de vista do tempo de processamento;
- Desenvolver algoritmos de “suavização” de resultados;
- Explorar o programa desenvolvendo-se exemplos mais complexos, com geometrias irregulares e carregamentos variados;
- Desenvolver uma entrada e uma saída de dados própria para o FENF.

## REFERÊNCIAS

- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 2010, 91 p.
- ALONSO, U. R. **Exercícios de fundações**. São Paulo: Edgard Blucher, 1983.
- APTED, J. P.; SOUBRY, M. A.; RENTON-ROSE, D. G. **Case histories of rafts in civil engineering**. In: HEMSLEY, J. A. (editor). **Design applications of raft foundations**. 1st ed. London: Thomas Telford Ltd. 2000. p. 411-424.
- BACELAR, C. J. R. **Análises de recalque em radiers estaqueados**. 2003, 193 p. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2003.
- BATHE, K. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1996, 1037 p. ISBN: 0-13-301458-4.
- BECKER, A. A. **The boundary element method in engineering: a complete course**. McGraw-Hill International, 1992.
- BEZERRA, J. E. **Estudo do comportamento de fundações em radier estaqueado: conceitos e aplicações**. 2003. 193 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia), Publicação G.DM-104/03, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2003.
- BITTENCOURT, D. M. A.; LIMA, B. E. A. **Análise dos fatores de interação em radier estaqueado: comparação entre duas abordagens numéricas**, 2009. 136 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 2009.
- BITTENCOURT, D. M. A.; SALES, M. M. Explorando as vantagens do uso de estacas com diferentes comprimentos em fundações estaqueadas. In: I GEOCENTRO, I SIMPÓSIO DE PRÁTICA DE ENGENHARIA GEOTÉCNICA NA REGIÃO DO CENTRO-OESTE, 2009, Goiânia, Brasil. **Anais...** Goiânia, 2009a, p. 66-70.
- BITTENCOURT, D. M. A.; SALES, M. M. Análise de radiers estaqueados com estacas de diferentes comprimentos. In: VI CONGRESSO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO - UFG, 2009, Goiânia. **Anais...**, Goiânia, 2009b. p. 3594-3608.
- BITTENCOURT, D. M. A.; DOEHLER, T.A.; SALES, M. M. Análise da Influência do tipo seção transversal no comportamento de estacas isoladas via modelagem numérica. In: VI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE APLICAÇÕES DE INFORMÁTICA EM GEOTECNIA, 2011, Brasília. **Anais...** Brasília: Universidade de Brasília, 2011, p. 213-221.
- BURLAND, J. B.; BROMS, B. B.; DE MELLO, V. F. B. Behaviour of foundations and structures. In: 9th INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING, 1977, Tokyo, Japan. **Proceedings...** Tokyo, Japan, 1977. v. 2, p. 495-546.
- BUTTERFIELD, R.; BANERJEE, P. K. The elastic analysis of compressible piles and pile groups. **Geotechnique**, London, v. 21, n. 1, p. 43-60, 1971a.

- BUTTERFIELD, R.; BANERJEE, P. K. The problem of pile group - pile cap interaction. **Geotechnique**, London, v. 21, n. 2, p. 135-142, 1971b.
- CAMPOS, D. V. de. Dimensionamento de blocos sobre estacas utilizando o conceito de radier estaqueado, 2011. 117 f. Dissertação de Mestrado. Publicação D0045G11, Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia. 2011.
- CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. **Fundações por estacas**: projeto geotécnico. 1ª ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2010, 96 p.
- CHAMECKI, S. Novo conceito de “recalque diferencial admissível”. *In*: 2º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS, 1958, Recife. **Anais...** São Paulo: ABMS, 1958, v. 1, p. 3-6.
- CHOW, H. S. W. **Analysis of piled raft foundations with piles different lengths and diameters**. 2007. 358 p. PhD Thesis. University of Sydney, Sydney, 2007.
- CHOW, H. S. W.; SMALL, J. C. Analysis of piled raft foundations with piles of different lengths subjected to horizontal and vertical loads. *In*: 6<sup>th</sup> EUROPEAN CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2006, Graz. **Proceedings...**, Graz, 2006. p. 583-588.
- CUNHA, F. R. L. da. **Análise numérica da interação solo-estrutura em fundações estaqueadas**. 2003. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2003.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and applications of finite element analysis**. 4<sup>th</sup> ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2002, 719 p. ISBN: 0-471-35605-0.
- CORDEIRO, A. F. B. **Avaliação numérica de reforço de grupo de estacas pela introdução de estacas adicionais**. 2007. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Publicação G.DM-155/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.
- CUNHA, R. P.; POULOS, H. G.; SMALL, J. C. Investigation of design alternatives for a piled raft case history. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering – ASCE**. Reston, VA, v. 127, n. 8, p. 635-641, 2001.
- CUNHA, R. P.; CORDEIRO, A. F. B.; SALES, M. M. Numerical assessment of an imperfect pile group with defective pile both at initial and reinforced conditions. **Soils and Rocks**, São Paulo, v. 33, n. 2, p. 81-96, 2010. ISSN 1980-9743.
- DÉCOURT, L. Uma aplicação prática da teoria radier estaqueado: a estaca-T. *In*: 10º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES, 1994, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu: ABMS, 1994, v 1, p. 311-316.
- DÉCOURT, L. Ruptura de fundações e coeficientes de segurança a luz do conceito de rigidez. *In*: 11º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 1998, Brasília. **Anais...** Brasília: ABMS, 1998, v. 3, p. 1599-1606.
- DÉCOURT, L. QUARESMA FILHO, A. R. Capacidade de carga de estacas a partir de valores de SPT. *In*: VIº CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES, 1978, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ABMS, 1978, v. 1, p. 45-53.
- DE MELLO, V. F. B. Deformações como base fundamental da escolha de fundação. **Geotecnia**, Portugal v. 5, n. 12, p. 55-75, 1975.

- DE MELLO, V. F. B. Abismo entre “teoria” e prática de fundações profundas: escolha de parâmetros geotécnicos de projeto. *In: 1º SEMINÁRIO DE ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES ESPECIAIS*, 1985, São Paulo. **Anais...** Local: Associação Brasileira de Mecânica dos Solos, Núcleo Regional de São Paulo, Associação Brasileira de Engenharia de Fundações, 1986, v. 4, p. 13-58.
- EL-MOSSALAMY, Y.; FRANKE, E. **Piled rafts: numerical modelling to simulate the behaviour of piled raft foundations**. The authors, Darmstadt, Germany. 1997. 182 p.
- FALCONI, F. F.; MARZIONNA, J. D. (editores). **Estaca hélice-contínua: a experiência atual**. São Paulo: ABMS – Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica. Núcleo Regional de São Paulo, ABEF – Associação Brasileira de Engenharia de Fundações e Serviços Geotécnicos Especializados, 1999. 162 p.
- FARIAS, M. M. **Numerical analysis of clay core dams**. 1993. 159 p. PhD Thesis, University. College of Swansea, Swansea, UK, 1993.
- FRANKE, E.; EL-MOSSALLAMY, Y.; WITTMANN, P. **Calculation methods for raft foundations in Germany**. *In: HEMSLEY, J. A. (editor). Design applications of raft foundations*. 1<sup>st</sup> ed. London: Thomas Telford Ltd. 2000. p. 283-322.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Campus Ltda, 2000, 649 p. ISBN 85-352-0541-1.
- HAIN, S. J.; LEE, I. K. The analysis of flexible raft-pile systems. **Géotechnique**, London, v. 28, n. 1, p. 65-83, 1978.
- HAMZA, M.; GHONEIM, M. **Piled raft foundation for new bibliotheca alexandrina**. *In: HEMSLEY, J. A. (editor). Design applications of raft foundations*. 1<sup>st</sup> ed. London: Thomas Telford Ltd. 2000. p. 411-424.
- HACHICH, W.; FALCONI, F. F.; SAES, J. L.; FROTA, R. G. Q.; CARVALHO, C. S.; NIYAMA, S. (Org.) **Fundações: Teoria e prática**. 2 ed. São Paulo: Pini, 1998. 751 p. ISBN: 85-7266-098-4.
- HAFTKA, R. T.; GÜRDAL, Z. **Elements of structural optimization**. Solid Mechanics and its applications: v. 11. 3<sup>rd</sup> ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991, 481 p. ISBN 0-7923-1504-9.
- HANSBO, S. Interaction problems related to the installation of pile groups. *In: 2nd INT. SEMINAR. ON DEEP FOUNDATIONS*, 1993. **Proceedings...** Ghent, 1993. p. 59-66.N
- HORIKOSHI, K.; RANDOLPH, M. F. A contribution to optimum design of piled rafts. **Géotechnique**, London, v. 48, n. 3, p. 301-317, 1998.
- JANDA, T.; CUNHA, R. P. da; KUKLÍK, P.; ANJOS, G. M. dos. Three Dimensional Finite Element Analysis and Back-analysis of CFA Standard Pile Groups and Piled Rafts Founded on Tropical Soil. **Soils and Rocks**, São Paulo, v. 32, n. 1, p. 3-18, 2009. ISSN 1980-9743.
- KATZENBACH, R.; ARSLAN, U.; MOORMANN, C. **Piled raft foundation projects in Germany**. *In: HEMSLEY, J. A. (editor). Design applications of raft foundations*. 1<sup>st</sup> ed. London: Thomas Telford Ltd. 2000. p. 323-391.
- KIM, K. N.; LEE, S.; KIM, K.; CHUNG, C.; KIM, M. M.; LEE, H. S. Optimal pile arrangement for minimizing differential settlements in piled raft foundations. **Computers and Geotechnics**, [s.l.], v. 28, p. 235-253, 2001. ISSN: 0266-352X.
- LAIER, J. E.; BARREIRO, J. C. **Complementos de resistências dos materiais**. Primeira parte – Tensões e deformações, Teoria da Elasticidade. Universidade de São Paulo. Escola de

Engenharia de São Carlos. Departamento de Engenharia de Estruturas. 2 ed. São Carlos, 2005.

LEE, I. K. **Application of Finite Element Method in Geot. Eng. – Part I – Linear Analysis**. Chapter 17 in Finite Element Techniques – A Short Course of Fundamentals and Application. Univ. of New South Wales. Australia. 1973.

LEE, S. W.; CHEANG, W. W. L.; SWOLFS, W. M.; BRINKGREVE, R. B. J. Modelling of piled rafts with different pile models. *In: 7<sup>th</sup> EUROPEAN CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING (NUMGE), 2010, Trondheim, Norway. Proceedings...* London: Taylor & Francis Group, 2010, p. 637-642. ISBN 978-0-415-59239-0.

LEUNG, Y. F.; KLAR, A.; SOGA, K. Theoretical study on pile length optimization of pile groups and piled rafts. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering – ASCE**. Reston, VA, v. 136, n. 2, p. 319-330, 2010. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000206

LIMA, B. S. **Otimização de fundações estaqueadas**. 2007. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Publicação G.DM-151A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

MAGALHÃES, P. H. L.; CUNHA, R. P.; SALES, M. M. Comparação de recalques de estacas hélice-contínua monitorada via estudo de banco de dados de provas de carga. *In: 13<sup>o</sup> CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES, 2006, Curitiba. Anais...* Curitiba: ABMS, 2006, v. 2, p. 867-872.

MAJIMA, M.; NAGAO, T. **Behaviour of piled raft foundation for tall building in Japan**. *In: HEMSLEY, J. A. (editor). Design applications of raft foundations*. 1<sup>st</sup> ed. London: Thomas Telford Ltd. 2000. p. 393-410.

MANDOLINI, A. Design of piled raft foundations: practice and development, *In: 4th INTERNATIONAL GEOTECHNICAL SEMINAR ON DEEP FOUNDATIONS ON BORED AND AUGER PILES, 2003, Ghent. Proceedings...* Rotterdam: Millpress, 2003. v. 1, p. 59-80.

MANDOLINI, A. VIGGIANI, C. Settlement of piled foundations.  **Géotechnique**, London, v. 47, n. 4, p. 791-816, 1997.

MANDOLINI, A.; RUSSO, G.; VIGGIANI, C. Pile foundations: experimental investigations, analysis and design. *In: 16<sup>th</sup> INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2005, Osaka, Japan. Proceedings...* Rotterdam: Millpress, 2005, p. 177-213.

MATTES, N. S.; POULOS, H. G. Settlement of single compressible pile. **Journal of Geotechnical Engineering Division**, ASCE - American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, v. 95, n. SM1, p. 189-207, 1968.

MORAES, M. da C. **Estruturas de fundações**. 3 ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976. 264 p.

MOSMANN, R. M. **Otimização topológica de estruturas contínuas submetidas a restrições de flexibilidade, volume e frequência natural**. 2003, 185 p. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2003.

- NÁPOLES NETO, A. D. F. **História das fundações. Uma breve história das fundações.** *In:* HACHICH, W.; FALCONI, F. F.; SAES, J. L.; FROTA, R. G. Q.; CARVALHO, C. S.; NIYAMA, S. (Editores). *Fundações: teoria e prática*. 2ª ed. São Paulo: PINI, 1998. p 17-33.
- NOVAK, L. J.; REESE, L. C.; WANG, S. T. Analysis of pile-raft foundations with 3D finite-element method. *In:* 2005 STRUCTURES CONGRESS AND THE 2005 FORENSIC ENGINEERING SYMPOSIUM, 2005. **Proceedings...** Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1061/40753\(171\)93](http://dx.doi.org/10.1061/40753(171)93) >. Acesso em: agosto/2011. ISBN: 0-7844-0753-3.
- OTTAVIANI, M. Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups. **Geotechnique**, London, v. 25, n. 2, p. 159-174, 1975.
- O'NEILL, M. W.; CAPUTO, V.; DE COCK, F.; HARTIKAINEN, J.; METS, M. **Case histories of pile-supported rafts.** Report for ISSMFE Technical Committee TC-18, University of Houston, Texas. 1996.
- PDE SOLUTIONS. **FlexPDE 6**. Manual. 538 p. 2009.
- PINTO, P. L. Projecto de fundações – prática actual e alguns aspectos inovadores *In:* XV CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 2010, Gramado, Brasil. **Anais...** Gramado: Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, 2010. CD-ROM.
- POULOS, H. G. Analysis of the settlement of pile groups. **Geotechnique**, London, v. 18, n. 4, p. 449-471, 1968.
- POULOS, H. G. **DEFPIG – Users' Guide.** Centre for Geotechnical Researches. University of Sydney. Australia. 1980.
- POULOS, H. G. Pile behaviour: theory and application. **Geotechnique**, London, v. 39, n. 3, p. 365-415, 1989.
- POULOS, H. G. Alternative design strategies for piled raft foundations. *In:* 3<sup>rd</sup> INT. CONF. DEEP FOUNDATIONS, 1994, Singapore. **Proceedings...** Singapore, p. 239-244.
- POULOS, H. G. The pile enhanced-raft – an economical foundation system. *In:* 11<sup>o</sup> CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 1998, Brasília. **Anais...** Brasília: ABMS, 1998, v. 4 (pós-congresso), p. 27-43.
- POULOS, H. G. **Practical design procedures for piled raft foundations.** *In:* HEMSLEY, J. A. (editor). **Design applications of raft foundations**. 1<sup>st</sup> ed. London: Thomas Telford Ltd. 2000. p. 425-467.
- POULOS, H. G. Piled raft foundations: design and applications. **Geotechnique**, London, v. 51, n. 2, p. 95-113, 2001.
- POULOS, H. G. Use of stiffness inserts in pile groups and piled rafts. **Geotechnical Engineering**. v. 159, n. 3, p. 153-159, 2005.
- POULOS, H. G.; CARTER, J. P.; SMALL, J. C. Foundations and retaining structures – research and practice. *In:* 15th INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2001, Istanbul. **Proceedings...** Istanbul, 2001. v. 4, p. 2527-2606.
- POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. The settlement of single axially-loaded incompressible piles and piers. **Geotechnique**, London, v. 18, n. 3, p. 351-371, 1968.

- POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Pile foundations analysis and design**. New York: John Wiley and Sons, 1980, 397 p.
- POULOS, H. G.; DAVIDS, A. J. Foundation design for the Emirates Twin Towers, Dubai. **Canadian Geotechnical Journal**, Canada, v. 42, p. 716-730, 2005.
- POULOS, H. G.; BUNCE, G. Foundation design for the Burj Dubai : the world's tallest building. *In: 6th INT. CONF. ON CASE HISTORIES IN GEOTECHNICAL ENGINEERING AND SYMPOSIUM IN HONOR OF PROFESSOR JAMES K. MITCHELL*, 2008, Arlington. **Proceedings...** Arlington, Paper N° 1.47, p. 1-16.
- PRADO, A. A. do. **Uma formulação hipersingular do método dos elementos de contorno para problemas bidimensionais**. 1991. Dissertação de Mestrado (Estruturas). Programa de Pós-graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1991.
- PRESA, E. P.; POUSADA, M. C. **Retrospectiva e técnicas modernas de fundações em estacas**. Salvador: ABMS – Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica. Núcleo Regional da Bahia, 2001. 75 p.
- RANDOLPH, M. F. Design methods for pile groups and piled rafts. *In: 13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING*, 1994, New Delhi, India. **Proceedings...**New Delhi, India, 1994. v. 1, p. 61-82.
- RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. 4<sup>th</sup> ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009, 813 p. ISBN 978-0-470-18352-6.
- REUL, O.; RANDOLPH, M. F. Piled rafts in overconsolidated clay comparison of in situ measurements and numerical analyses. **Geotechnique**, London, v. 53, n. 3, p. 301-315, 2003.
- ROBERT, Y. A few coments on pile design. **Canadian Geotechnical Journal**, Canada, v. 34, p. 560-567, 1997.
- ROSSETTI, R.; ROCHA, A. P.; PEREIRA, A.; SILVA, P. B.; FERNADES, T. **Técnicas de concepção de algoritmos: Branch and Bound** – exemplo. FEUP, MIEIC, CAL, 2010/2011. Disponível em: < [http://paginas.fe.up.pt/~rossetti/rwiki/lib/exe/fetch.php?media=teaching:1011:cal:14\\_2.tca2.bnboxemplo.pdf](http://paginas.fe.up.pt/~rossetti/rwiki/lib/exe/fetch.php?media=teaching:1011:cal:14_2.tca2.bnboxemplo.pdf) >. Acesso em: dezembro 2011.
- RUSSO, P. **Interazione terreno struttura per piastri su pali**. 1996, 289 p. Tese de Doutorado, Univ. di Roma La Spienza e di Napoli Federico II. Napoli. 1996.
- SALES, M. M. **Análise do comportamento de sapatas estaqueadas**. 2000. 229 f. Tese de Doutorado, Publicação G.TD/002A, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília. 2000.
- SALES, M. M.; BITTENCOURT, D. M. A. B., Análise de fundações com estacas de diferentes comprimentos. *In: XV CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA*, 2010, Gramado, Brasil. **Anais...** Gramado: ABMS, 2010. CD-ROM.
- SALES, M. M.; CUNHA, R. P. da; CAMAPUM DE CARVALHO, José; SILVA, C. M. Previsões de comportamento de um radier estaqueado no distrito federal. *In: 12º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS*, 2002, São Paulo. **Anais...** São Paulo : ABMS, 2002. v. 3. p. 1459-1469.

SALES, M. M.; CUNHA, R. P. da; POULOS, H. G.; SMALL, J. C. Simplified approach for load-settlement curve estimation of piled rafts. **Soils and Rocks**, São Paulo, v. 28, n. 1, p. 73-83, 2005.

SALES, M. M.; FARIAS, M. M.; CUNHA, R. P. da. Importância do domínio na análise numérica do recalque de estacas isoladas. In: 11º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 1998, Brasília. **Anais...** Brasília: ABMS, 1998, v. 1, p. 237-252.

SALES, M. M.; PACHECO, R. T. Desempenho de estacas escavadas após carregamento de estacas vizinhas em solo residual de micaxisto. In: 13º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES, 2006, Curitiba. **Anais...** Curitiba: ABMS, 2006, v. 2, p. 1055-1060.

SALES, M. M.; SMALL, J. C.; POULOS, H. G. Compensated piled rafts in clayey soils: behaviour, measurements, and predictions. **Canadian Geotechnical Journal**, Canada, v. 47, p. 327-345, 2010.

SANCTIS, L. de. **Modellazione ed analisi di piaster su pali**. 2000, 304 p., Tese de Doutorado, Univ. di Roma La Sapienza e di Napoli Federico II, Roma. 2000.

SILVA, E. C. N. **Otimização aplicada ao projeto de sistemas mecânicos**. Apostila, Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da USP, 2004.

SMALL, J.; POULOS, H. G. A method of analysis of pile rafts. In: 10<sup>th</sup> AUSTRALIA NEW ZEALAND CONFERENCE ON GEOMECHANICS. 2007, Australia. **Proceedings...** Australia, 2007, v. 2, p. 550-555.

SMALL, J. C.; ZHANG, H. H.; CHOW, H. S. W.; Behaviour of piled rafts with piles of different lengths and diameters. In: 9<sup>th</sup> AUSTRALIA – NEW ZEALAND CONFERENCE ON GEOMECHANICS, 2004, Auckland. **Proceedings...**, Auckland, 2004. p. 123-129.

SMITH, I. M.; WANG, A. Analysis of piled rafts. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**. Malden, v. 22, p. 777-790, n. 10, 1998. ISSN: 1096-9853.

SOARES, V. B.; SOARES, W. C. Fundações de grandes edifícios com estacas e blocos de coroamento participando das reações do solo e medição dos recalques obtidos. In: 12º CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 2002, São Paulo. **Anais...** São Paulo: ABMS, 2002. v. 3. p. 1765-1771.

SOUZA, R. da. **Análise dos fatores de interação entre estacas em radiers estaqueados: comparação entre duas ferramentas numéricas**. 2010, 205 f. Dissertação de Mestrado. Publicação D0019G10, Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia. 2010.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B.; MESRI, G. **Soil Mechanics in Engineering Practice**. 3<sup>rd</sup> ed. New York: Wiley-Interscience. 1996. 512 p.

TIMOSHENKO, S. P., GOODIER, J. N. **Teoria da elasticidade**. Tradução. VILLAÇA, S. F.; SORIANO, H. L.; SOUZA, H. S. 3 ed. Rio de Janeiro, Guanabara Dois: 1980.

TNO BUILDING AND CONSTRUCTION RESEARCH. **DIANA User's Manual**: Release 9.3. Delft, Netherlands, 2008.

VAL, E. C. Design of a safe and economic piled footing foundation. *In: 10<sup>th</sup> PANAMERICAN CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING*, 1995, Guadalajara. **Proceedings...** Guadalajara, 1995, v. 2, p. 1107-1116.

VALLIAPPAN, S.; TANDJIRA, V.; KHALILI, N. design of raft-pile foundation using combined optimization and finite element approach. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**. Malden, v. 23, p. 1043-1065, 1999. ISSN: 1096-9853.

VARGAS, M. **História das fundações. História da engenharia de fundações no Brasil**. *In: HACHICH, W.; FALCONI, F. F.; SAES, J. L.; FROTA, R. G. Q.; CARVALHO, C. S.; NIYAMA, S. (Editores). Fundações: teoria e prática*. 2<sup>a</sup> ed. São Paulo: PINI, 1998. p 34-50.

VELLOSO, D. de A.; LOPES, F. de R. **Fundações**. Fundações profundas. Nova edição. São Paulo: Oficina de Textos, 2010, 569 p.

WUANG, Y.; KULHAWY, F. H. Economic design optimization of foundations. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering – ASCE**. Reston, VA, v. 134, n. 8, p. 1097-1105, 2008. DOI: 10.1061/(ASCE) 1090-0241(2008)134:8(1097)

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**. 15<sup>th</sup> ed. Oxford: McGraw-Hill, 2000. Volume 1: The basis. 689 p. ISBN: 0-7506-5049-4.

# APÊNDICE A

## EXEMPLO REDUZIDO DE ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS

Neste Apêndice apresenta-se um modelo da organização de um arquivo de entrada de dados para uso na Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF). Foram suprimidas algumas informações do arquivo original, referentes às coordenadas nodais, à incidência e aos apoios, pois a sua apresentação neste documento representaria mais de 1000 páginas. O arquivo escolhido corresponde ao empregado no primeiro exemplo do Capítulo 7, que trata do problema de Busca Exaustiva Ordenada para um bloco sobre 36 estacas com simetria com relação ao eixo de coordenadas y. Apresenta-se a seguir o arquivo reduzido:

```
%FENF_-_entrada_de_dados:_Bloco_36_estacas
%Tipo_de_estrutura
PILED_RAFT
%Tipo_de_elemento
ISO_3D_8
%Numero_de_nos
89440
%Numero_de_materiais
8
%Numero_de_elementos
83328
%Numero_de_apoios
10060
%Numero_de_elementos_carregados
8
%Numero_de_nos_carregados
16
%Calcular_Esforcoss_no_Bloco_(SIM=1_NAO=0)
1
%Numero_de_nos_em_x
14
%Numero_de_nos_em_y
29
%Coordenadas_dos_nos_coordnos
1      24.0000      24.0000      0.0000
2      24.0000      24.0000     -0.1000
3      24.0000      24.0000     -0.3000
... (suprimido)
89438  0.4150     -24.0000     -0.1000
```

```

89439 0.0000      -21.0000      0.0000
89440 0.0000      -24.0000      0.0000
%Coordenadas_calculo_secoes_esforços_x
0.000 0.415 0.625 0.835 1.045 1.250 1.665
1.875 2.085 2.500 2.915 3.125 3.335 3.525
%Coordenadas_calculo_secoes_esforços_y
-3.525 -3.335 -3.125 -2.915 -2.500 -2.085 -1.875
-1.665 -1.465 -1.255 -1.045 -0.835 -0.625 -0.415
0.000 0.415 0.625 0.835 1.045 1.255 1.465
1.665 1.875 2.085 2.500 2.915 3.125 3.335 3.525
%Coordenadas_calculo_secoes_esforços_z
0.0 -0.1 -0.3 -0.5 -0.7 -0.9 -1.1 -1.3 -1.5 -1.7
%Propriedades_dos_materiais_propmats
%_____E_____poisson
1 23800000 0.25
2 21300000 0.25
3 35000 0.30
4 58333 0.30
5 98000 0.30
6 119000 0.30
7 175000 0.30
8 250000 0.30
%Numero_Material_Bloco
1
%Numero_Material_Estaca
2
%Numero_de_Camadas_Solo
6
%Camadas_Cotas_Solo
1 3 0.00
2 4 -2.70
3 5 -5.70
4 6 -9.70
5 7 -13.70
6 8 -20.70
%Incidencia
%_____no1_____no2_____no3_____no4_____no5_____no6_____no7_____no8_____material
_propelms
1 59103 59101 57507 57506 59135 59133 57539 57538 2
2 59101 59100 57508 57507 59133 59132 57540 57539 2
3 60223 60039 59100 59101 60226 60040 59132 59133 2
... (suprimido)
83326 37803 37804 37580 37579 37835 37836 37612 37611 8
83327 37804 37805 37581 37580 37836 37837 37613 37612 8
83328 37580 37581 37428 37429 37612 37613 37460 37461 8
%Apoios_(r=1_impedido_r=0_livre)
%_____no_____rtx_rty_rtz
1 1 1 1 0
2 2 1 1 0
3 3 1 1 0

```

... (suprimido)

10058 89438 1 1 0

10059 89439 1 0 0

10060 89440 1 1 0

%Elementos\_carregados\_(idsis=1\_global\_idsis=0\_local)

%_el	idsis	q1	q2	q3	q4	q5	q6
1	3181	0	0	0	0	-62358.28	
2	4009	0	0	0	0	-62358.28	
3	3892	0	0	0	0	-62358.28	
4	3775	0	0	0	0	-62358.28	
5	3533	0	0	0	0	-2834.47	
6	4477	0	0	0	0	-2834.47	
7	4594	0	0	0	0	-2834.47	
8	4711	0	0	0	0	-2834.47	

%Nos\_carregados\_cargasnos

%_no	fx	fy	fz
1	37143	0	-1190.48
2	37146	0	-1190.48
3	44664	0	-595.24
4	44666	0	-595.24
5	49288	0	595.24
6	49290	0	595.24
7	51336	0	1190.48
8	51337	0	1190.48
9	59432	0	-1190.48
10	59434	0	-1190.48
11	60051	0	-595.24
12	60381	0	-595.24
13	68369	0	595.24
14	68424	0	595.24
15	70711	0	1190.48
16	70723	0	1190.48

%Estaqueamento

%Numero\_de\_Estacas

18

%Calcular\_Esfornos\_Estacas\_(SIM=1\_NAO=0)

1

%Num\_secs\_calc\_esf\_est

25

%Propriedades\_das\_Estacas

%id	Xc	Yc	Grupo
1	0.625	3.125	2
2	1.875	3.125	3
3	3.125	3.125	4
4	0.625	1.875	1
5	1.875	1.875	1
6	3.125	1.875	4
7	0.625	0.625	1
8	1.875	0.625	1
9	3.125	0.625	3

```

10    0.625 -0.625 1
11    1.875 -0.625 1
12    3.125 -0.625 3
13    0.625 -1.875 1
14    1.875 -1.875 1
15    3.125 -1.875 4
16    0.625 -3.125 2
17    1.875 -3.125 3
18    3.125 -3.125 4
%Secoes_estacas
-1.7  -2.2  -2.7  -3.2  -3.7
-4.2  -4.7  -5.2  -5.7  -6.2
-6.7  -7.2  -7.7  -8.2  -8.7
-9.2  -9.7  -10.2 -10.7 -11.2
-11.7 -12.2 -12.7 -13.2 -13.7
%Busca_Exaustiva


---


%Realizar_Busca_Exaustiva_(SIM=1_NAO=0)
1
%Numero_de_Alturas_de_bloco_nHb
1
%Numero_nnos_z_bloco
10
%Numero_de_Grupos_Ngrupos
4
%Grupos_id_nL_nD
1    2    1
2    3    2
3    3    2
4    2    2
%Variaveis_de_Projeto
1.7  12    0.42  8    0.42  8    0.42  6    0.42
0    10    0    6    0.00  6    0.00  0.0  0.00
0    0    0    0.0  0    0.0  0    0    0
%Dados_Custo_Fundação
%Custo_Exec_Radier_CEr
100.00
%Custo_Concreto_Radier_CCr
300.00
%Custo_Ferragem_Radier_CAr
5.00
%Taxa_Ferragem_Radier_TAr
75.00
%Custo_Concreto_Estaca_CCe
300.00
%Taxa_Ferragem_Estaca_TAe
15.00
%Custo_Ferragem_Estaca_CAe
5.00
%Numero_de_tipos_lados_estacas

```

```

2
%Custo_Metro_Linear_Estacas
%Lado___Custo
0.00  00.00
0.42  50.00
%Numero_Combinacoes_tipos_estacas
4
%Carga_ultima_nas_estacas
%id___Lado___Comp___Pult
1     0.42  6.0   1134.90
2     0.42  8.0   1536.86
3     0.42  10.0  1931.50
4     0.42  12.0  2435.54
%Restrições_de_Projeto
%Recalque_Limite_rlim
0.020
%Diferenca_de_Recalques_Limite_drlim
0.010
%Tensao_ultima_contato_radier_solo
750.0
%Fator_de_Seguranca_Global_limite
2.5
%Grupos_Tensao_Maxima_kPa
1     6746
2     6746
3     6746
4     6746
%FIM

```

A seguir, tecem-se comentários acerca das informações necessárias para o desenvolvimento do programa para análise de fundações.

As linhas de comentário são identificadas pelo caracter “%” em seu início e apenas a primeira linha do arquivo é livre para conter qualquer informação, como por exemplo, um nome de identificação do arquivo, desde que não haja espaços entre os caracteres. As demais linhas de comentário são lidas pelo programa, na rotina de Entrada de Dados, e não podem ser modificadas. Salienta-se que só devem ser informados os dados que a análise requer. Por exemplo, se está se estudando o problema de uma estaca isolada não se devem informar parâmetros referentes a um radier, afinal ele não existe, a não ser que se queira simular um bloco no topo da estaca.

À linha de cabeçalho “Tipo\_de\_estrutura” deve-se informar o nome do tipo de estrutura, no caso, previu-se a denominação “PILED\_RAFT” para problemas de fundações. Para “Tipo\_de\_Elemento” deve-se especificar ISO\_3D\_8, que corresponde ao tipo de elemento

aplicável à análise: o elemento sólido tridimensional isoparamétrico de oito nós. Depois de “Numero\_de\_materiais” deve-se especificar a quantidade de materiais. Se a análise é completa, isto é, se conta com radier, estacas e solo, devem-se especificar pelo menos três tipos de materiais, ou seja, um para cada se o solo é considerado homogêneo. Caso seja estratificado pode-se ter tantos materiais quanto necessário. Outros dados de valores inteiros e positivos são apresentados na Tabela A.1.

Tabela A.1 – Dados de entrada do programa FENF.

Cabeçalho	Descrição
Numero_de_nos	Número de nós da estrutura
Numero_de_elementos	Número de elementos da estrutura
Numero_de_apoios	Número de nós que têm pelo menos uma translação impedida
Numero_de_elementos_carregados	Número de elementos com carga distribuída
Numero_de_nos_carregados	Número de nós com cargas pontuais
Calcular_Esfornos_no_Bloco_(SIM=1_NAO=0)	Identifica a necessidade de cálculo dos esforços solicitantes no bloco
Numero_de_nos_em_x	Quantidade de conjuntos de nós com mesmas coordenadas em x no bloco
Numero_de_nos_em_y	Quantidade de conjuntos de nós com mesmas coordenadas em y no bloco
Numero_Material_Bloco	Número que identifica o material de bloco/radier
Numero_Material_Estaca	Número que identifica o material de estaca
Numero_de_Camadas_Solo	Número de camadas de solo
Numero_de_Estacas	Quantidade de estacas
Calcular_Esfornos_Estacas_(SIM=1_NAO=0)	Identifica a necessidade de cálculo dos esforços solicitantes nas estacas
Num_secs_calc_esf_est	Número de seções para cálculo de esforços nas estacas
Realizar_Busca_Exaustiva_(SIM=1_NAO=0)	Identifica a necessidade de realização da busca exaustiva
Numero_de_Alturas_de_bloco_nHb	Número de alturas de bloco possíveis
Numero_nnos_z_bloco	Quantidade de conjuntos de nós com mesmas coordenadas em z no bloco
Numero_de_Grupos_Ngrupos	Quantidade de grupos de estacas
Custo_Exec_Radier_CEr	Custo de execução do radier por m <sup>3</sup> – R\$/m <sup>3</sup>
Custo_Concreto_Radier_CCr	Custo do concreto do radier – R\$
Custo_Ferragem_Radier_CAR	Custo do aço para o bloco – R\$/kg
Taxa_Ferragem_Radier_TAr	Taxa de aço para o bloco – kg/m <sup>3</sup>
Custo_Concreto_Estaca_Cce	Custo do concreto das estacas – R\$/m <sup>3</sup>
Taxa_Ferragem_Estaca_TAE	Taxa de aço para as estacas – kg/m <sup>3</sup>
Custo_Ferragem_Estaca_CAE	Custo do aço para as estacas – R\$/kg
Numero_de_tipos_lados_estacas	Número de lados diferentes de estaca
Recalque_Limite_rlim	Recalque vertical máximo admissível
Diferenca_de_Recalques_Limite_drlim	Diferença de recalques verticais admissível
Numero_Combinacoes_tipos_estacas	Número de combinações de estacas, em função do diâmetro e do comprimento
Tensao_ultima_contato_radier_solo	Tensão vertical última no contato radier-solo
Fator_de_Seguranca_Global_limite	Fator de Segurança Global limite/mínimo

Os demais dados devem ser informados na forma de matrizes. As coordenadas dos nós são especificadas depois da linha de cabeçalho “%\_\_\_\_\_X\_\_\_\_\_Y\_\_\_\_\_Z” em sequência de 1 até o número de nós. Em outras palavras, informa-se o número de nó, depois as suas coordenadas x, y e z.

Os valores de conjuntos de nós com mesmas coordenadas em x no bloco são dados depois de “Coordenadas\_calculo\_secoes\_esforcos\_x”, assim como para y depois de “Coordenadas\_calculo\_secoes\_esforcos\_y” e para as coordenadas z depois da linha de cabeçalho “Coordenadas\_calculo\_secoes\_esforcos\_z”. As seções em x e em y devem ser informadas em ordem crescente e as em z em ordem decrescente, iniciando de 0,00, pois no desenvolvimento do algoritmo do programa considerou-se que o topo do bloco e que a primeira camada de solo iniciam na cota z = 0,00 m. Isso deve ser observado, também, ao se informar as camadas de solo.

As propriedades dos materiais, ou seja, os valores de módulo de elasticidade e de coeficiente de Poisson, são informados depois de “\_\_\_\_\_E\_\_\_\_\_poisson”. Informam-se os materiais em sequência de 1 até o número de materiais.

A identificação das camadas de solo é feita depois de “Camadas\_Cotas\_Solo”, em que se informam em sequência, o número da camada de solo, o número do material que o identifica e a cota de início da camada.

A conectividade dos elementos é informada em sequência de 1 até o número de elementos e depois de “\_\_\_\_\_no1\_\_\_\_\_no2\_\_\_\_\_no3\_\_\_\_\_no4\_\_\_\_\_no5\_\_\_\_\_no6\_\_\_\_\_no7\_\_\_\_\_-\_\_\_\_no8\_\_\_\_\_material\_propelms”. Devem-se informar o número do elemento, a incidência, que são os nós que compõem o elemento na sequência da Figura 5.4, e o número do material do elemento.

Os apoios são informados depois de “\_\_\_no\_\_rtx\_rty\_rtz”, em sequência de 1 até o número total de apoios. Informa-se o número do apoio, em seguida o número do nó e depois se coloca 1 para dizer que a translação é impedida na direção correspondente ou zero se não for.

A declaração das cargas nos elementos é feita depois de “\_el\_\_idsis\_\_\_\_\_q1\_\_\_\_\_q2\_\_\_\_\_q3\_\_\_\_\_q4\_\_\_\_\_q5\_\_\_\_\_q6”. Informa-se, primeiramente, o número identificador da sequência de elementos carregados, depois o número do elemento, o valor zero para indicar o sistema local de coordenadas e, por fim, os valores de carga em cada face.

A face 1 é aquela em que  $\xi = -1$ , a face 2 em que  $\xi = 1$ , na face 3  $\eta = -1$ , na face 4  $\eta = 1$ , na face 5  $\zeta = -1$  e na face 6  $\zeta = 1$ . As cargas nodais são declaradas depois de “\_no \_\_\_fx \_\_\_fy \_\_\_fz”: informam-se, em sequência, o número de identificação, o qual inicia em 1 e termina com o total de nós carregados, depois o número do nó da estrutura e, por fim, as forças nas direções x, y e z, respectivamente.

Com relação às estacas, depois de “id \_\_\_Xc \_\_\_Yc \_\_\_Grupo”, devem-se informar em sequência o número identificador da estaca (id), as coordenadas em x e em y do centro da estaca e o número do Grupo a qual ela pertence. As coordenadas em z para o cálculos dos esforços solicitantes nas estacas devem ser informadas depois do cabeçalho “Secoes\_estacas” e devem estar em ordem decrescente.

A identificação dos Grupos de tipos de estacas deve-se realizar após o cabeçalho “Grupos\_id\_nL\_nD”. Informam-se o número identificador do Grupo, depois o número de comprimentos de estacas desse grupo e depois o número de lados de seção transversal.

As variáveis de projeto são informadas depois de “Variaveis\_de\_Projeto”. A primeira coluna de dados refere-se às possíveis alturas de bloco e às demais aos valores de comprimento de estaca e de lado da seção transversal. Assim, deve-se informar as alturas de bloco na primeira coluna, os possíveis comprimentos de estaca do Grupo 1 na segunda coluna, os possíveis lados de estaca do Grupo 2 na terceira e assim por diante para os demais Grupos. Onde não houver dados para serem informados, nessa matriz de Variáveis de Projeto, pode-se colocar qualquer valor. Recomenda-se colocar o algarismo 0, pois pode facilitar a observação de que não se trata de um dado válido.

A especificação da tensão vertical máxima para cada Grupo de estaca é feita depois de “Grupos\_Tensao\_Maxima\_kPa”. Cada linha da matriz é composta pelo número do Grupo e pelo valor de tensão.

A carga última nas estacas deve ser anunciada depois de “id \_\_\_Lado \_\_\_Comp \_\_\_Pult”. Devem-se informar em sequência o número identificador do tipo de estaca (id), depois o lado da seção transversal, em seguida o comprimento da estaca e, por fim, a carga última da estaca.

O arquivo de entrada de dados deve ser finalizado com %FIM.

## APÊNDICE B

### TABELAS DE VALORES DOS CASOS DE VALIDAÇÃO E DE APLICAÇÃO

Neste Apêndice são disponibilizados os valores obtidos nos casos de validação (Capítulo 6) e do primeiro exemplo de aplicação (Capítulo 7). O intuito desta apresentação é favorecer o trabalho de outras pesquisas ao se realizarem as mesmas análises.

A Tabela B.1 apresenta os resultados obtidos a partir da simulação dos casos propostos por Lee (1973).

Tabela B.1 – Resultados dos casos a partir do trabalho de Lee (1973).

L/D	Lee (1973)	Poulos e Davis (1980)	ALLFINE (H/L=10)	ALLFINE (H/L=5)	DIANA (H/L=10)	DIANA (H/L=5)	FENF (H/L=10)	FENF (H/L=5)
3.5	0,267	0,258	0,237	0,225	0,254	0,232	0,250	0,229
5	0,211	0,205	0,196	0,186	0,212	0,197	0,210	0,195
10.5	0,115	0,112	0,126	0,121	0,137	0,133	0,137	0,132
15	0,103	0,100	0,102	0,098	0,114	0,109	0,113	0,108
19.5	0,094	0,092	0,089	0,085	0,097	0,094	0,097	0,093

As Tabelas B.2 a B.4 apresentam os recalques normalizados máximos nos problemas de estacas isoladas propostos por Ottaviani (1975).

Tabela B.2 – Recalques normalizados das estacas isoladas com L = 20 m e H = 80 m – Ottaviani (1975).

Ep/Es	(Ottaviani, 1975)	ALLFINE (Sales, 2000)	FlexPDE (Bittencourt; Lima, 2009)	DIANA (2011)	FENF
200	-	-	21,60	21,46	21,17
400	37,48	34,92	-	-	-
500	-	-	44,00	44,04	43,42
800	66,24	62,98	-	-	-
1000	-	-	80,00	80,90	79,65
1500	-	-	116,00	117,58	115,71
2000	152,50	146,28	152,00	154,22	151,73

Tabela B.3 – Recalques normalizados das estacas isoladas com L = 20 m e H = 30 m – Ottaviani (1975).

Ep/Es	(Ottaviani, 1975)	ALLFINE (Sales, 2000)	FlexPDE (Bittencourt; Lima, 2009)	DIANA (2011)	FENF
200	-	-	19,20	19,46	19,17
400	33,33	31,22	-	-	-
500	-	-	38,40	38,84	38,19
800	60,00	55,48	-	-	-
1000	-	-	68,00	70,28	68,99
1500	-	-	100,00	101,58	99,62
2000	140,00	127,40	128,00	132,80	130,20

Tabela B.4 – Recalques normalizados das estacas isoladas com L = 40 m e H = 60 m – Ottaviani (1975).

Ep/Es	(Ottaviani, 1975)	ALLFINE (Sales, 2000)	FlexPDE (Bittencourt; Lima, 2009)	DIANA (2011)	FENF
200	-	-	18,40	18,80	18,55
400	27,97	27,14	-	-	-
500	-	-	32,40	33,02	32,65
800	44,10	43,54	-	-	-
1000	-	-	52,00	53,98	53,35
1500	-	-	70,00	74,28	73,34
2000	92,50	89,56	92,00	94,36	93,12

As Tabelas B.5 a B.7 apresentam as tensões normalizadas nos problemas de estacas isoladas propostos por Ottaviani (1975).

Tabela B.5 – Tensões normalizadas das estacas isoladas com L = 20 m, H/L = 1,5 e K = 400 – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
0,00	1,00	-1,75	0,882	-1,0	0,9312	-1,0	0,9237
-2,19	0,90	-5,25	0,719	-3,0	0,8337	-3,0	0,8294
-4,38	0,80	-8,75	0,571	-5,0	0,7439	-5,0	0,7398
-6,77	0,70	-12,25	0,429	-7,0	0,6560	-7,0	0,6543
-9,06	0,60	-14,75	0,327	-9,0	0,5717	-9,0	0,5715
-11,46	0,50	-16,25	0,264	-11,0	0,4889	-11,0	0,4907
-13,75	0,40	-17,75	0,198	-13,0	0,4069	-13,0	0,4106
-16,04	0,30	-19,25	0,121	-15,0	0,3237	-15,0	0,3299
-18,12	0,20			-17,0	0,2372	-17,0	0,2457
-19,54	0,10			-19,0	0,1382	-19,0	0,1560
-20,00	0,05						

Tabela B.6 – Tensões normalizadas das estacas isoladas com  $L = 20$  m,  $H/L = 1,5$  e  $K = 2000$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
0,00	1,00	-1,75	0,912	-1,0	0,9490	-1,0	0,9445
-2,29	0,90	-5,25	0,774	-3,0	0,8723	-3,0	0,8701
-4,69	0,80	-8,75	0,633	-5,0	0,7947	-5,0	0,7930
-7,29	0,70	-12,25	0,485	-7,0	0,7137	-7,0	0,7142
-9,69	0,60	-14,75	0,374	-9,0	0,6313	-9,0	0,6334
-12,08	0,50	-16,25	0,303	-11,0	0,5465	-11,0	0,5506
-14,38	0,40	-17,75	0,227	-13,0	0,4591	-13,0	0,4652
-16,46	0,30	-19,25	0,139	-15,0	0,3675	-15,0	0,3764
-18,44	0,20			-17,0	0,2702	-17,0	0,2813
-19,69	0,10			-19,0	0,1577	-19,0	0,1790
-20,00	0,05						

Tabela B.7 – Tensões normalizadas das estacas isoladas com  $L = 40$  m,  $H/L = 1,5$  e  $K = 2000$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
0,00	1,00	-3,50	0,828	0,00	0,9319	-1,25	0,9240
-2,96	0,90	-10,50	0,606	-2,50	0,8347	-3,75	0,8293
-6,67	0,80	-17,50	0,442	-5,00	0,7518	-6,25	0,7457
-10,62	0,70	-24,50	0,309	-7,50	0,6750	-8,75	0,6706
-14,69	0,60	-29,50	0,225	-10,00	0,6062	-11,25	0,6023
-19,17	0,50	-32,50	0,176	-12,50	0,5430	-13,75	0,5401
-23,75	0,40	-35,50	0,12	-15,00	0,4851	-16,25	0,4829
-28,33	0,30	-38,50	0,071	-17,50	0,4314	-18,75	0,4300
-33,54	0,20			-20,00	0,3813	-21,25	0,3806
-37,92	0,10			-22,50	0,3341	-23,75	0,3341
-39,58	0,05			-25,00	0,2891	-26,25	0,2898
				-27,50	0,2456	-28,75	0,2471
				-30,00	0,2030	-31,25	0,2053
				-32,50	0,1599	-33,75	0,1634
				-35,00	0,1158	-36,25	0,1202
				-37,50	0,0650	-38,75	0,0739

As Tabelas B.8 a B.10 apresentam os recalques normalizados máximos ao nível do topo das estacas nos problemas de radiers estaqueados propostos por Ottaviani (1975).

Tabela B.8 – Recalques normalizados máximos do radier sobre nove estacas com L = 17 m – Ottaviani (1975).

Ep/Es	(Ottaviani, 1975)	ALLFINE (Sales, 2000)	FlexPDE (Bittencourt; Lima, 2009)	DIANA (2011)	FENF
200	-	36,67	41,40	40,48	38,83
400	-	65,24	75,60	71,24	68,23
500	78,33	-	-	-	-
800	-	119,16	133,20	131,64	125,89
1000	148,33	-	-	-	-
1500	216,67	-	237,60	236,60	226,04
2000	288,33	277,38	313,20	311,42	297,52

Tabela B.9 – Recalques normalizados máximos do radier sobre nove estacas com L = 37 m – Ottaviani (1975).

Ep/Es	(Ottaviani, 1975)	ALLFINE (Sales, 2000)	FlexPDE (Bittencourt; Lima, 2009)	DIANA (2011)	FENF
200	-	39,11	43,20	40,58	40,02
400	-	64,09	68,40	66,72	65,89
500	110,00	-	-	-	-
800	-	111,38	118,80	116,48	115,11
1000	206,67	-	-	-	-
1500	301,67	-	212,40	201,90	199,55
2000	396,67	248,51	273,60	262,54	259,48

Tabela B.10 – Recalques normalizados máximos do radier sobre 15 estacas com L = 17 m – Ottaviani (1975).

Ep/Es	(Ottaviani, 1975)	DIANA (2011)	FENF
200	44,13	56,42	54,596
500	92,5	111,5	108,062
1000	177,79	198,48	192,772
1500	261,73	284,02	276,18
2000	346,88	369,08	359,16

As Tabelas B.11 a B.14 apresentam as distribuições de recalques ao longo dos planos de simetria aos níveis do topo e das bases das estacas de grupos com nove e com 15 estacas conforme propostos por Ottaviani (1975).

Tabela B.11 – Distribuição de recalques no topo das estacas para o radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m,  
 $K = 800$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		DIANA (2011)		FENF	
Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P
0,0	-133,84	0,0	-131,640	0,0	-125,888
2,0	-133,84	0,5	-131,540	0,5	-125,926
4,0	-133,84	1,0	-131,480	1,0	-125,918
4,5	-90,54	1,5	-131,380	1,5	-125,622
6,0	-79,18	2,0	-130,800	2,0	-125,094
8,0	-66,38	2,5	-130,140	2,5	-124,482
10,0	-58,94	3,0	-129,460	3,0	-123,816
		3,5	-128,480	3,5	-122,936
		4,0	-127,900	4,0	-122,466
		4,5	-127,580	4,5	-122,148
		5,0	-127,280	5,0	-121,808
		5,5	-101,820	5,5	-100,500
		6,0	-92,100	6,0	-89,840
		6,5	-83,420	6,5	-81,108
		9,5	-44,740	9,5	-42,044
		13,5	-15,260	13,5	-12,772
		17,5	-6,040	17,5	-3,813

Tabela B.12 – Distribuição de recalques na base das estacas para o radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m,  
 $K = 800$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		DIANA (2011)		FENF	
Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P
0,0	-127,41	0,0	-125,200	0,0	-119,476
0,5	-127,41	0,5	-125,140	0,5	-119,444
1,0	-106,31	1,0	-104,140	1,0	-101,538
1,5	-103,53	1,5	-98,220	1,5	-94,186
2,0	-106,31	2,0	-94,720	2,0	-91,496
2,5	-123,43	2,5	-96,320	2,5	-92,292
3,5	-123,43	3,0	-100,400	3,0	-97,882
4,0	-91,12	3,5	-120,120	3,5	-114,338
6,0	-49,42	4,0	-119,060	4,0	-113,524
7,5	-31,39	4,5	-117,860	4,5	-112,632
8,0	-30,75	5,0	-87,900	5,0	-85,896
10,0	-23,21	5,5	-75,100	5,5	-71,232
		6,0	-64,420	6,0	-61,078
		6,5	-56,720	6,5	-53,140
		9,5	-25,920	9,5	-23,236
		13,5	-6,420	13,5	-4,268
		17,5	-0,560	17,5	1,169

Tabela B.13 – Distribuição de recalques no topo das estacas para o radier sobre 15 estacas com  $L = 17$  m,  
 $K = 2000$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		DIANA (2011)		FENF	
Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P
0,0	-333,29	0,0	-369,080	0,0	-359,160
7,0	-333,29	0,5	-368,840	0,5	-359,180
8,0	-249,45	1,0	-368,320	1,0	-358,800
10,5	-200,77	1,5	-367,700	1,5	-357,860
12,0	-188,02	2,0	-366,020	2,0	-356,340
		2,5	-364,120	2,5	-354,540
		3,0	-362,000	3,0	-352,520
		3,5	-359,380	3,5	-350,060
		4,0	-357,200	4,0	-348,120
		4,5	-355,180	4,5	-346,280
		5,0	-352,640	5,0	-343,860
		5,5	-350,100	5,5	-341,440
		6,0	-347,460	6,0	-338,980
		6,5	-344,780	6,5	-336,480
		7,0	-342,060	7,0	-333,880
		7,5	-338,820	7,5	-330,920
		8,0	-336,320	8,0	-328,740
		8,5	-334,120	8,5	-326,700
		9,0	-331,540	9,0	-324,300
		9,5	-262,620	9,5	-265,940
		10,0	-235,300	10,0	-235,960
		10,5	-210,600	10,5	-211,100
		13,5	-98,740	13,5	-98,080
		17,5	-12,080	17,5	-11,948
		21,5	15,220	21,5	14,665

Tabela B.14 – Distribuição de recalques no topo das estacas para o radier sobre nove estacas com  $L = 17$  m,  $K = 2000$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		DIANA (2011)		FENF	
Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P	Coord. x (m)	Ep.w.D/P
0,0	-330,40	0,0	-362,040	0,0	-352,120
0,5	-330,40	0,5	-362,000	0,5	-352,080
1,0	-267,71	1,0	-305,600	1,0	-303,540
2,0	-267,71	1,5	-290,280	1,5	-284,140
2,5	-330,40	2,0	-281,940	2,0	-277,900
3,5	-330,40	2,5	-287,460	2,5	-281,420
4,0	-267,71	3,0	-299,880	3,0	-297,780
5,0	-267,71	3,5	-352,040	3,5	-342,280
5,5	-330,00	4,0	-350,880	4,0	-341,620
6,5	-330,00	4,5	-349,600	4,5	-340,900
7,0	-236,03	5,0	-290,800	5,0	-289,940
8,0	-175,70	5,5	-273,260	5,5	-268,320
10,5	-113,66	6,0	-262,420	6,0	-259,760
12,0	-103,72	6,5	-265,760	6,5	-261,040
		7,0	-276,220	7,0	-275,860
		7,5	-329,740	7,5	-320,880
		8,0	-326,520	8,0	-318,780
		8,5	-323,160	8,5	-316,560
		9,0	-236,640	9,0	-239,060
		9,5	-199,460	9,5	-196,368
		10,0	-168,180	10,0	-166,622
		10,5	-145,420	10,5	-143,244
		13,5	-53,540	13,5	-53,850
		17,5	4,460	17,5	3,474
		21,5	21,260	21,5	19,944

As Tabelas B.15 a B.18 apresentam os resultados de tensões normais normalizadas nas estacas do canto dos radiers sobre nove estacas para os casos com  $L = 17$  m e  $K = 400$  e a 2000 e com  $L = 37$  m e  $K = 400$  e a 2000, respectivamente.

Tabela B.15 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com L = 17 m e K = 400 – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
-3,83	1,00	-4,375	0,932	-4,0	0,9558	-4,0	0,9444
-5,00	0,96	-7,125	0,855	-6,0	0,9081	-6,0	0,8965
-7,02	0,90	-9,875	0,741	-8,0	0,8181	-8,0	0,8145
-10,00	0,80	-12,625	0,623	-10,0	0,7307	-10,0	0,7281
-12,23	0,70	-14,75	0,525	-12,0	0,6380	-12,0	0,6385
-14,36	0,60	-16,25	0,448	-14,0	0,5425	-14,0	0,5449
-16,60	0,50	-17,75	0,356	-16,0	0,4368	-16,0	0,4426
-17,98	0,40	-19,25	0,244	-18,0	0,3067	-18,0	0,3191
-19,15	0,30			-19,5	0,1861	-19,5	0,2076
-19,89	0,20						

Tabela B.16 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com L = 17 m e K = 2000 – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
-5,00	1,02	-4,375	1,003	-4,0	1,0956	-4,0	1,0839
-5,53	1,00	-7,125	0,922	-6,0	1,0403	-6,0	1,0289
-8,30	0,90	-9,875	0,803	-8,0	0,9445	-8,0	0,9408
-10,85	0,80	-12,625	0,676	-10,0	0,8471	-10,0	0,8451
-13,09	0,70	-14,75	0,569	-12,0	0,7418	-12,0	0,7431
-15,32	0,60	-16,25	0,484	-14,0	0,6300	-14,0	0,6338
-17,02	0,50	-17,75	0,383	-16,0	0,5049	-16,0	0,5123
-18,30	0,40	-19,25	0,262	-18,0	0,3515	-18,0	0,3660
-19,15	0,30			-19,5	0,2114	-19,5	0,2362
-19,89	0,20						

Tabela B.17 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com  $L = 37$  m e  $K = 400$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
-3,19	1,00	-3,000	0,913	-4,0	0,9387	-4,0	0,9316
-5,00	0,97	-6,125	0,880	-6,0	0,9131	-6,0	0,9054
-10,00	0,90	-12,375	0,753	-8,0	0,8607	-8,0	0,8576
-16,60	0,80	-18,625	0,608	-10,0	0,8119	-10,0	0,8086
-22,98	0,70	-24,875	0,479	-12,0	0,7619	-12,0	0,7598
-28,72	0,60	-29,500	0,387	-14,0	0,7141	-14,0	0,7124
-33,94	0,50	-32,500	0,326	-16,0	0,6677	-16,0	0,6667
-36,38	0,40	-35,500	0,258	-18,0	0,6231	-18,0	0,6227
-38,30	0,30	-38,500	0,163	-19,5	0,5904	-19,5	0,5906
-39,47	0,20			-21,0	0,5587	-21,0	0,5593
				-23,0	0,5171	-23,0	0,5184
				-25,0	0,4761	-25,0	0,4782
				-27,0	0,4356	-27,0	0,4385
				-29,0	0,3951	-29,0	0,3987
				-31,0	0,3538	-31,0	0,3582
				-33,0	0,3109	-33,0	0,3160
				-35,0	0,2634	-35,0	0,2700
				-37,0	0,2069	-37,0	0,2152
				-39,0	0,1296	-39,0	0,1470

Tabela B.18 – Tensões normais nas estacas do canto do radier sobre nove estacas com  $L = 37$  m e  $K = 2000$  – Ottaviani (1975).

Ottaviani (1975)		ALLFINE (Sales, 2000)		DIANA (2011)		FENF	
Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$	Z (m)	$\sigma_{vp}$
-5,00	1,14	-3,000	1,114	-4,0	1,1422	-4,0	1,1354
-7,45	1,10	-6,125	1,072	-6,0	1,1156	-6,0	1,1087
-13,94	1,00	-12,375	0,946	-8,0	1,0683	-8,0	1,0650
-20,43	0,90	-18,625	0,790	-10,0	1,0211	-10,0	1,0183
-25,11	0,80	-24,875	0,633	-12,0	0,9712	-12,0	0,9698
-29,79	0,70	-29,500	0,511	-14,0	0,9210	-14,0	0,9204
-33,51	0,60	-32,500	0,427	-16,0	0,8700	-16,0	0,8704
-35,74	0,50	-35,500	0,331	-18,0	0,8187	-18,0	0,8200
-37,45	0,40	-38,500	0,205	-19,5	0,7800	-19,5	0,7819
-38,83	0,30			-21,0	0,7410	-21,0	0,7436
-39,89	0,20			-23,0	0,6885	-23,0	0,6921
				-25,0	0,6354	-25,0	0,6400
				-27,0	0,5813	-27,0	0,5870
				-29,0	0,5261	-29,0	0,5328
				-31,0	0,4690	-31,0	0,4768
				-33,0	0,4089	-33,0	0,4175
				-35,0	0,3424	-35,0	0,3527
				-37,0	0,2650	-37,0	0,2769
				-39,0	0,1631	-39,0	0,1858

As Tabelas B.19 apresentam os valores de esforços solicitantes referentes a uma viga biapoçada.

Tabela B.19 – Resultados de esforços solicitantes.

FENF			FENF			FENF		
Seções	Cortante (kN)	Mom. Fletor (kN.m)	Seções	Cortante (kN)	Mom. Fletor (kN.m)	Seções	Cortante (kN)	Mom. Fletor (kN.m)
0,00	14,9964	-0,1112	0,41	14,8282	-6,2600	0,82	14,8282	-12,5200
0,01	14,9438	-0,1452	0,42	14,8282	-6,4127	0,83	14,8282	-12,6727
0,02	14,8193	-0,2970	0,43	14,8282	-6,5654	0,84	14,8282	-12,8253
0,03	14,7644	-0,4529	0,44	14,8282	-6,7180	0,85	14,8282	-12,9780
0,04	14,7692	-0,6085	0,45	14,8282	-6,8707	0,86	14,8282	-13,1307
0,05	14,7914	-0,7627	0,46	14,8282	-7,0234	0,87	14,8282	-13,2834
0,06	14,8097	-0,9160	0,47	14,8282	-7,1761	0,88	14,8283	-13,4361
0,07	14,8200	-1,0688	0,48	14,8282	-7,3288	0,89	14,8282	-13,5887
0,08	14,8250	-1,2215	0,49	14,8282	-7,4815	0,90	14,8279	-13,7414
0,09	14,8271	-1,3742	0,50	14,8282	-7,6341	0,91	14,8271	-13,8941
0,10	14,8279	-1,5269	0,51	14,8282	-7,7868	0,92	14,8252	-14,0468
0,11	14,8282	-1,6795	0,52	14,8282	-7,9395	0,93	14,8208	-14,1995
0,12	14,8283	-1,8322	0,53	14,8282	-8,0922	0,94	14,8118	-14,3523
0,13	14,8282	-1,9849	0,54	14,8282	-8,2449	0,95	14,7959	-14,5055
0,14	14,8282	-2,1376	0,55	14,8282	-8,3975	0,96	14,7761	-14,6595
0,15	14,8282	-2,2902	0,56	14,8282	-8,5503	0,97	14,7660	-14,8148
0,16	14,8282	-2,4429	0,57	14,8282	-8,7029	0,98	14,7938	-14,9708
0,17	14,8282	-2,5956	0,58	14,8282	-8,8556	0,99	14,8805	-15,1261
0,18	14,8282	-2,7483	0,59	14,8282	-9,0083	1,00	0,0000	-15,1537
0,19	14,8282	-2,9010	0,60	14,8282	-9,1610	1,01	-14,8805	-15,1261
0,20	14,8282	-3,0537	0,61	14,8282	-9,3136	1,02	-14,7938	-14,9708
0,21	14,8282	-3,2064	0,62	14,8282	-9,4663	1,03	-14,7660	-14,8148
0,22	14,8282	-3,3590	0,63	14,8282	-9,6190	1,04	-14,7761	-14,6595
0,23	14,8282	-3,5117	0,64	14,8282	-9,7717	1,05	-14,7959	-14,5055
0,24	14,8282	-3,6644	0,65	14,8282	-9,9244	1,06	-14,8118	-14,3523
0,25	14,8282	-3,8171	0,66	14,8282	-10,0771	1,07	-14,8208	-14,1995
0,26	14,8282	-3,9698	0,67	14,8282	-10,2297	1,08	-14,8252	-14,0468
0,27	14,8282	-4,1224	0,68	14,8282	-10,3824	1,09	-14,8271	-13,8941
0,28	14,8282	-4,2751	0,69	14,8282	-10,5351	1,10	-14,8279	-13,7414
0,29	14,8282	-4,4278	0,70	14,8282	-10,6878	1,11	-14,8282	-13,5887
0,30	14,8282	-4,5805	0,71	14,8282	-10,8405	1,12	-14,8283	-13,4361
0,31	14,8282	-4,7332	0,72	14,8282	-10,9931	1,13	-14,8282	-13,2834
0,32	14,8282	-4,8859	0,73	14,8282	-11,1459	1,14	-14,8282	-13,1307
0,33	14,8282	-5,0385	0,74	14,8282	-11,2985	1,15	-14,8282	-12,9780
0,34	14,8282	-5,1912	0,75	14,8282	-11,4512	1,16	-14,8282	-12,8253
0,35	14,8282	-5,3439	0,76	14,8282	-11,6039	1,17	-14,8282	-12,6727
0,36	14,8282	-5,4966	0,77	14,8282	-11,7565	1,18	-14,8282	-12,5200
0,37	14,8282	-5,6493	0,78	14,8282	-11,9092	1,19	-14,8282	-12,3673
0,38	14,8282	-5,8019	0,79	14,8282	-12,0619	1,20	-14,8282	-12,2146
0,39	14,8282	-5,9546	0,80	14,8282	-12,2146	1,21	-14,8282	-12,0619
0,40	14,8282	-6,1073	0,81	14,8282	-12,3673	1,22	-14,8282	-11,9092

Tabela B.19 – Resultados de esforços solicitantes (continuação).

FENF			FENF			Teoria de Vigas		
Seções	Cortante (kN)	Mom. Fletor (kN.m)	Seções	Cortante (kN)	Mom. Fletor (kN.m)	Seções	Cortante (kN)	Mom. Fletor (kN.m)
1,23	-14,8282	-11,7565	1,64	-14,8282	-5,4966	0,00	15	0
1,24	-14,8282	-11,6039	1,65	-14,8282	-5,3439	0,05	15	-0,75
1,25	-14,8282	-11,4512	1,66	-14,8282	-5,1912	0,10	15	-1,5
1,26	-14,8282	-11,2985	1,67	-14,8282	-5,0385	0,15	15	-2,25
1,27	-14,8282	-11,1459	1,68	-14,8282	-4,8859	0,20	15	-3
1,28	-14,8282	-10,9931	1,69	-14,8282	-4,7332	0,25	15	-3,75
1,29	-14,8282	-10,8405	1,70	-14,8282	-4,5805	0,30	15	-4,5
1,30	-14,8282	-10,6878	1,71	-14,8282	-4,4278	0,35	15	-5,25
1,31	-14,8282	-10,5351	1,72	-14,8282	-4,2751	0,40	15	-6
1,32	-14,8282	-10,3824	1,73	-14,8282	-4,1224	0,45	15	-6,75
1,33	-14,8282	-10,2297	1,74	-14,8282	-3,9698	0,50	15	-7,5
1,34	-14,8282	-10,0771	1,75	-14,8282	-3,8171	0,55	15	-8,25
1,35	-14,8282	-9,9244	1,76	-14,8282	-3,6644	0,60	15	-9
1,36	-14,8282	-9,7717	1,77	-14,8282	-3,5117	0,65	15	-9,75
1,37	-14,8282	-9,6190	1,78	-14,8282	-3,3590	0,70	15	-10,5
1,38	-14,8282	-9,4663	1,79	-14,8282	-3,2064	0,75	15	-11,25
1,39	-14,8282	-9,3136	1,80	-14,8282	-3,0537	0,80	15	-12
1,40	-14,8282	-9,1610	1,81	-14,8282	-2,9010	0,85	15	-12,75
1,41	-14,8282	-9,0083	1,82	-14,8282	-2,7483	0,90	15	-13,5
1,42	-14,8282	-8,8556	1,83	-14,8282	-2,5956	0,95	15	-14,25
1,43	-14,8282	-8,7029	1,84	-14,8282	-2,4429	1,00	0	-15
1,44	-14,8282	-8,5503	1,85	-14,8282	-2,2902	1,05	-15	-14,25
1,45	-14,8282	-8,3975	1,86	-14,8282	-2,1376	1,10	-15	-13,5
1,46	-14,8282	-8,2449	1,87	-14,8282	-1,9849	1,15	-15	-12,75
1,47	-14,8282	-8,0922	1,88	-14,8283	-1,8322	1,20	-15	-12
1,48	-14,8282	-7,9395	1,89	-14,8282	-1,6795	1,25	-15	-11,25
1,49	-14,8282	-7,7868	1,90	-14,8279	-1,5269	1,30	-15	-10,5
1,50	-14,8282	-7,6341	1,91	-14,8271	-1,3742	1,35	-15	-9,75
1,51	-14,8282	-7,4815	1,92	-14,8250	-1,2215	1,40	-15	-9
1,52	-14,8282	-7,3288	1,93	-14,8200	-1,0688	1,45	-15	-8,25
1,53	-14,8282	-7,1761	1,94	-14,8097	-0,9160	1,50	-15	-7,5
1,54	-14,8282	-7,0234	1,95	-14,7914	-0,7627	1,55	-15	-6,75
1,55	-14,8282	-6,8707	1,96	-14,7692	-0,6085	1,60	-15	-6
1,56	-14,8282	-6,7180	1,97	-14,7644	-0,4529	1,65	-15	-5,25
1,57	-14,8282	-6,5654	1,98	-14,8193	-0,2970	1,70	-15	-4,5
1,58	-14,8282	-6,4127	1,99	-14,9438	-0,1452	1,75	-15	-3,75
1,59	-14,8282	-6,2600	2,00	-14,9964	-0,1112	1,80	-15	-3
1,60	-14,8282	-6,1073				1,85	-15	-2,25
1,61	-14,8282	-5,9546				1,90	-15	-1,5
1,62	-14,8282	-5,8019				1,95	-15	-0,75
1,63	-14,8282	-5,6493				2,00	-15	0

As Tabelas B.20 apresentam os valores de carga vertical e de esforço cortante ao longo da profundidade para as estacas 1 e 2, referentes às Figuras 6.32, 6.33, 6.34 e 6.35.

Tabela B.20 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares.

Seções	FENF				DIANA			
	Carga vertical (kN)		Cortante (kN)		Carga vertical (kN)		Cortante (kN)	
	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2
-1,0	80,2529	107,9684	-6,3648	-4,2599	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,1	80,1856	125,3682	-0,4654	-0,3741	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,2	80,0109	120,4502	-0,7192	-0,4585	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,3	80,0162	120,0086	-0,7898	-0,5184	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,4	80,0606	119,8497	-0,7903	-0,5320	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,5	80,0809	119,8743	-0,7900	-0,5315	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,6	80,0871	119,8985	-0,7899	-0,5316	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,7	80,0880	119,9095	-0,7900	-0,5316	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,8	80,0878	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-1,9	80,0876	119,9128	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,0	80,0875	119,9127	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,1	80,0875	119,9126	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,2	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,3	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,4	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,5	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,6	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,7	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,8	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-2,9	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,0	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,1	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,2	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,3	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,4	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,5	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,6	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,7	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,8	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-3,9	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,0	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,1	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,2	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,3	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,4	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,5	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,6	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,7	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,8	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-4,9	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,0	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588

Tabela B.20 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares (continuação).

Seções	FENF				DIANA			
	Carga vertical (kN)		Cortante (kN)		Carga vertical (kN)		Cortante (kN)	
	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2
-5,1	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,2	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,3	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,4	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,5	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,6	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,7	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,8	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-5,9	80,0875	119,9125	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,0	80,0874	119,9124	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,1	80,0874	119,9124	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,2	80,0879	119,9132	-0,7900	-0,5317	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,3	80,0899	119,9162	-0,7900	-0,5316	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,4	80,0952	119,9241	-0,7899	-0,5316	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,5	80,1017	119,9338	-0,7899	-0,5315	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,6	80,0901	119,9164	-0,7897	-0,5314	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,7	79,9445	119,6985	-0,7952	-0,5351	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,8	79,6458	119,2512	-0,8077	-0,5434	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-6,9	77,2487	115,6621	-0,8332	-0,5602	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588
-7,0	86,8798	130,0825	-3,3105	-2,2082	79,9471	120,0529	-0,8317	-0,5588

As Tabelas B.21 apresentam os valores de carga vertical e de esforço cortante ao longo da profundidade para as estacas 1 e 2, referentes às Figuras 6.37, 6.38, 6.39 e 6.40.

Tabela B.21 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares,  $E_s = 20$  MPa.

Seções	FENF				DIANA			
	Carga vertical (kN)		Cortante (kN)		Carga vertical (kN)		Cortante (kN)	
	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2
-1,0	80,9534	109,3581	-13,5872	-11,7780	79,4729	119,9659	-4,6365	-4,3863
-1,1	79,2653	124,5687	-3,8428	-3,7234	79,4859	119,8830	-4,5153	-4,2395
-1,2	79,4998	120,1320	-4,0760	-3,8132	79,4950	119,7959	-4,3540	-4,0546
-1,3	79,5498	119,6562	-4,0016	-3,7166	79,5082	119,6998	-4,1698	-3,8473
-1,4	79,6397	119,4247	-3,8205	-3,5239	79,5254	119,5916	-3,9711	-3,6252
-1,5	79,6847	119,3389	-3,6334	-3,3128	79,5476	119,4735	-3,7637	-3,3944
-1,6	79,7151	119,2412	-3,4399	-3,0958	79,5747	119,3476	-3,5517	-3,1594
-1,7	79,7439	119,1239	-3,2435	-2,8766	79,6061	119,2157	-3,3378	-2,9241
-1,8	79,7758	118,9940	-3,0461	-2,6581	79,6413	119,0793	-3,1247	-2,6913
-1,9	79,8115	118,8575	-2,8500	-2,4430	79,6798	118,9392	-2,9141	-2,4638
-2,0	79,8503	118,7175	-2,6567	-2,2335	79,7210	118,7966	-2,7076	-2,2434
-2,1	79,8916	118,5753	-2,4676	-2,0312	79,7643	118,6520	-2,5065	-2,0318
-2,2	79,9349	118,4315	-2,2836	-1,8375	79,8094	118,5064	-2,3118	-1,8302
-2,3	79,9798	118,2870	-2,1056	-1,6534	79,8558	118,3603	-2,1241	-1,6395
-2,4	80,0259	118,1422	-1,9344	-1,4796	79,9032	118,2143	-1,9443	-1,4603

Tabela B.21 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares, Es = 20 MPa (cont.).

Seções	FENF				DIANA			
	Carga vertical (kN)		Cortante (kN)		Carga vertical (kN)		Cortante (kN)	
	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2
-2,5	80,0729	117,9977	-1,7703	-1,3166	79,9513	118,0690	-1,7726	-1,2929
-2,6	80,1204	117,8540	-1,6138	-1,1647	79,9999	117,9248	-1,6094	-1,1375
-2,7	80,1684	117,7117	-1,4651	-1,0238	80,0488	117,7821	-1,4549	-0,9941
-2,8	80,2165	117,5710	-1,3243	-0,8939	80,0977	117,6414	-1,3092	-0,8624
-2,9	80,2646	117,4323	-1,1917	-0,7749	80,1464	117,5029	-1,1723	-0,7423
-3,0	80,3125	117,2960	-1,0670	-0,6664	80,1949	117,3670	-1,0441	-0,6332
-3,1	80,3601	117,1622	-0,9504	-0,5681	80,2430	117,2338	-0,9246	-0,5348
-3,2	80,4073	117,0313	-0,8416	-0,4794	80,2906	117,1037	-0,8135	-0,4464
-3,3	80,4540	116,9034	-0,7406	-0,3999	80,3376	116,9767	-0,7107	-0,3676
-3,4	80,5000	116,7787	-0,6472	-0,3290	80,3840	116,8530	-0,6160	-0,2977
-3,5	80,5453	116,6573	-0,5611	-0,2663	80,4295	116,7328	-0,5291	-0,2362
-3,6	80,5898	116,5394	-0,4821	-0,2111	80,4742	116,6160	-0,4498	-0,1824
-3,7	80,6335	116,4248	-0,4101	-0,1630	80,5180	116,5028	-0,3777	-0,1357
-3,8	80,6763	116,3139	-0,3447	-0,1213	80,5608	116,3932	-0,3126	-0,0956
-3,9	80,7180	116,2065	-0,2857	-0,0855	80,6026	116,2872	-0,2542	-0,0615
-4,0	80,7588	116,1027	-0,2329	-0,0551	80,6433	116,1849	-0,2023	-0,0328
-4,1	80,7984	116,0025	-0,1859	-0,0296	80,6829	116,0862	-0,1564	-0,0091
-4,2	80,8369	115,9060	-0,1446	-0,0085	80,7212	115,9912	-0,1165	0,0102
-4,3	80,8742	115,8130	-0,1087	0,0085	80,7584	115,8997	-0,0821	0,0256
-4,4	80,9103	115,7235	-0,0779	0,0220	80,7943	115,8118	-0,0530	0,0374
-4,5	80,9450	115,6376	-0,0520	0,0323	80,8288	115,7274	-0,0289	0,0460
-4,6	80,9784	115,5551	-0,0307	0,0398	80,8619	115,6465	-0,0097	0,0519
-4,7	81,0104	115,4761	-0,0139	0,0448	80,8936	115,5690	0,0050	0,0553
-4,8	81,0410	115,4004	-0,0012	0,0475	80,9238	115,4949	0,0154	0,0566
-4,9	81,0700	115,3281	0,0074	0,0484	80,9524	115,4240	0,0217	0,0561
-5,0	81,0974	115,2589	0,0123	0,0476	80,9793	115,3563	0,0241	0,0539
-5,1	81,1231	115,1929	0,0136	0,0454	81,0045	115,2917	0,0229	0,0503
-5,2	81,1471	115,1299	0,0115	0,0419	81,0279	115,2302	0,0182	0,0456
-5,3	81,1692	115,0700	0,0062	0,0374	81,0494	115,1716	0,0103	0,0399
-5,4	81,1893	115,0129	-0,0021	0,0320	81,0688	115,1158	-0,0007	0,0334
-5,5	81,2075	114,9586	-0,0131	0,0259	81,0862	115,0628	-0,0144	0,0261
-5,6	81,2235	114,9070	-0,0267	0,0191	81,1014	115,0125	-0,0307	0,0183
-5,7	81,2372	114,8581	-0,0426	0,0119	81,1142	114,9648	-0,0494	0,0101
-5,8	81,2487	114,8117	-0,0607	0,0043	81,1247	114,9195	-0,0701	0,0015
-5,9	81,2577	114,7677	-0,0806	-0,0037	81,1327	114,8767	-0,0927	-0,0074
-6,0	81,2643	114,7261	-0,1020	-0,0118	81,1383	114,8363	-0,1167	-0,0165
-6,1	81,2685	114,6871	-0,1248	-0,0201	81,1414	114,7983	-0,1419	-0,0257
-6,2	81,2707	114,6511	-0,1485	-0,0285	81,1420	114,7627	-0,1680	-0,0349
-6,3	81,2722	114,6198	-0,1727	-0,0370	81,1405	114,7297	-0,1944	-0,0442
-6,4	81,2750	114,5959	-0,1971	-0,0454	81,1369	114,6995	-0,2208	-0,0535
-6,5	81,2771	114,5765	-0,2212	-0,0537	81,1319	114,6724	-0,2466	-0,0626
-6,6	81,2598	114,5347	-0,2443	-0,0618	81,1260	114,6491	-0,2711	-0,0714
-6,7	81,1064	114,3059	-0,2672	-0,0700	81,1195	114,6294	-0,2933	-0,0798
-6,8	80,7970	113,8610	-0,2885	-0,0779	81,1115	114,6112	-0,3118	-0,0872
-6,9	78,3604	110,4214	-0,3071	-0,0852	81,0955	114,5844	-0,3238	-0,0923
-7,0	88,0987	124,1457	-0,9333	-0,2802	81,0955	114,5844	-0,3238	-0,0923

As Tabelas B.22 apresentam os valores de carga vertical e de esforço cortante ao longo da profundidade para as estacas 1 e 2, referentes às Figuras 6.41, 6.42, 6.43 e 6.44.

Tabela B.22 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares,  $E_s = 100 \text{ MPa}$ .

Seções	FENF				DIANA			
	Carga vertical (kN)		Cortante (kN)		Carga vertical (kN)		Cortante (kN)	
	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2
-1,0	77,3695	113,5153	-20,4553	-18,7984	74,8808	121,9743	-9,9660	-9,4600
-1,1	74,3289	125,4067	-8,5558	-8,1782	74,9385	121,5447	-9,3530	-8,8524
-1,2	74,9185	121,4133	-8,3764	-7,9042	74,9513	121,0652	-8,6384	-8,1089
-1,3	75,0068	120,6137	-7,7951	-7,2932	74,9739	120,5364	-7,8943	-7,3217
-1,4	75,1313	119,9777	-7,1025	-6,5597	75,0089	119,9525	-7,1529	-6,5288
-1,5	75,2030	119,4113	-6,4297	-5,8308	75,0625	119,3295	-6,4346	-5,7576
-1,6	75,2692	118,8041	-5,7816	-5,1286	75,1340	118,6809	-5,7503	-5,0245
-1,7	75,3451	118,1639	-5,1665	-4,4659	75,2212	118,0173	-5,1067	-4,3404
-1,8	75,4346	117,5059	-4,5892	-3,8510	75,3212	117,3468	-4,5076	-3,7121
-1,9	75,5359	116,8416	-4,0527	-3,2887	75,4315	116,6756	-3,9552	-3,1432
-2,0	75,6465	116,1782	-3,5585	-2,7816	75,5495	116,0086	-3,4500	-2,6346
-2,1	75,7639	115,5206	-3,1067	-2,3299	75,6732	115,3499	-2,9913	-2,1855
-2,2	75,8863	114,8724	-2,6968	-1,9322	75,8007	114,7026	-2,5779	-1,7936
-2,3	76,0119	114,2367	-2,3274	-1,5862	75,9308	114,0694	-2,2079	-1,4556
-2,4	76,1396	113,6156	-1,9966	-1,2885	76,0622	113,4524	-1,8787	-1,1674
-2,5	76,2683	113,0112	-1,7024	-1,0353	76,1940	112,8532	-1,5879	-0,9246
-2,6	76,3973	112,4248	-1,4423	-0,8225	76,3257	112,2728	-1,3326	-0,7226
-2,7	76,5260	111,8574	-1,2138	-0,6458	76,4568	111,7123	-1,1099	-0,5568
-2,8	76,6539	111,3098	-1,0143	-0,5011	76,5867	111,1720	-0,9169	-0,4226
-2,9	76,7807	110,7824	-0,8412	-0,3842	76,7154	110,6522	-0,7507	-0,3159
-3,0	76,9063	110,2753	-0,6921	-0,2914	76,8426	110,1530	-0,6087	-0,2324
-3,1	77,0303	109,7884	-0,5644	-0,2190	76,9681	109,6742	-0,4881	-0,1687
-3,2	77,1527	109,3217	-0,4559	-0,1638	77,0919	109,2154	-0,3866	-0,1213
-3,3	77,2735	108,8746	-0,3643	-0,1228	77,2138	108,7763	-0,3017	-0,0873
-3,4	77,3924	108,4467	-0,2876	-0,0934	77,3338	108,3562	-0,2315	-0,0642
-3,5	77,5094	108,0374	-0,2239	-0,0735	77,4519	107,9546	-0,1739	-0,0496
-3,6	77,6244	107,6462	-0,1716	-0,0609	77,5678	107,5708	-0,1272	-0,0416
-3,7	77,7374	107,2724	-0,1291	-0,0540	77,6816	107,2041	-0,0899	-0,0386
-3,8	77,8483	106,9152	-0,0950	-0,0514	77,7932	106,8538	-0,0606	-0,0394
-3,9	77,9569	106,5740	-0,0681	-0,0520	77,9023	106,5191	-0,0381	-0,0427
-4,0	78,0630	106,2481	-0,0474	-0,0549	78,0090	106,1994	-0,0213	-0,0478
-4,1	78,1667	105,9367	-0,0320	-0,0592	78,1130	105,8939	-0,0095	-0,0539
-4,2	78,2677	105,6391	-0,0211	-0,0644	78,2142	105,6020	-0,0018	-0,0606
-4,3	78,3658	105,3546	-0,0142	-0,0702	78,3124	105,3229	0,0021	-0,0675
-4,4	78,4609	105,0827	-0,0108	-0,0761	78,4074	105,0559	0,0029	-0,0744
-4,5	78,5528	104,8226	-0,0105	-0,0821	78,4990	104,8006	0,0006	-0,0811
-4,6	78,6412	104,5736	-0,0131	-0,0879	78,5870	104,5561	-0,0045	-0,0876
-4,7	78,7258	104,3353	-0,0186	-0,0937	78,6711	104,3220	-0,0123	-0,0939
-4,8	78,8065	104,1069	-0,0268	-0,0994	78,7509	104,0975	-0,0230	-0,1002
-4,9	78,8829	103,8880	-0,0380	-0,1050	78,8263	103,8823	-0,0367	-0,1063
-5,0	78,9547	103,6779	-0,0522	-0,1108	78,8969	103,6756	-0,0536	-0,1127
-5,1	79,0215	103,4761	-0,0697	-0,1168	78,9622	103,4770	-0,0740	-0,1193
-5,2	79,0829	103,2821	-0,0908	-0,1232	79,0220	103,2860	-0,0984	-0,1264
-5,3	79,1386	103,0954	-0,1159	-0,1301	79,0757	103,1020	-0,1270	-0,1342

Tabela B.22 – Esforços solicitantes nas estacas 1 e 2, análises complementares,  $E_s = 100 \text{ MPa}$  (cont.).

Seções	FENF				DIANA			
	Carga vertical (kN)		Cortante (kN)		Carga vertical (kN)		Cortante (kN)	
	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 1	Estaca 2
-5,4	79,1881	102,9155	-0,1453	-0,1377	79,1229	102,9246	-0,1604	-0,1428
-5,5	79,2309	102,7420	-0,1795	-0,1462	79,1632	102,7534	-0,1991	-0,1524
-5,6	79,2667	102,5744	-0,2187	-0,1557	79,1960	102,5880	-0,2434	-0,1633
-5,7	79,2948	102,4125	-0,2635	-0,1664	79,2210	102,4280	-0,2937	-0,1755
-5,8	79,3150	102,2558	-0,3140	-0,1785	79,2378	102,2732	-0,3504	-0,1894
-5,9	79,3268	102,1043	-0,3705	-0,1921	79,2459	102,1235	-0,4137	-0,2049
-6,0	79,3301	101,9578	-0,4332	-0,2072	79,2453	101,9788	-0,4836	-0,2222
-6,1	79,3247	101,8166	-0,5019	-0,2240	79,2360	101,8395	-0,5600	-0,2415
-6,2	79,3113	101,6816	-0,5763	-0,2426	79,2182	101,7059	-0,6426	-0,2628
-6,3	79,2913	101,5548	-0,6560	-0,2629	79,1925	101,5791	-0,7306	-0,2861
-6,4	79,2674	101,4395	-0,7399	-0,2850	79,1604	101,4605	-0,8229	-0,3114
-6,5	79,2391	101,3347	-0,8268	-0,3087	79,1237	101,3523	-0,9177	-0,3384
-6,6	79,1899	101,2189	-0,9144	-0,3336	79,0853	101,2574	-1,0125	-0,3667
-6,7	79,0098	100,9504	-1,0017	-0,3599	79,0466	101,1763	-1,1028	-0,3953
-6,8	78,6774	100,4999	-1,0803	-0,3851	79,0026	101,1004	-1,1816	-0,4220
-6,9	76,2816	97,4232	-1,1369	-0,4043	78,9219	100,9857	-1,2331	-0,4406
-7,0	85,6415	109,3812	-2,1894	-0,7764	78,9219	100,8969	-1,2331	-0,4406

A Tabela B.23 apresenta os valores de carga vertical (em kN) nas estacas ilustrados no primeiro exemplo do Capítulo 7, referentes às Figuras 7.5, 7.7, 7.8 e 7.9.

Tabela B.23 – Carga nas estacas do exemplo 1 do Capítulo 7.

Estaca	Manual	FENF	FENF 6m	FENF 9m	FENF 12m
1	734,13	936,36	1129,56	1168,61	1182,83
2	734,13	991,41	1201,10	1227,37	1215,13
3	734,13	1316,41	1647,14	1545,74	1415,10
4	696,03	886,79	432,89	567,41	691,24
5	696,03	973,84	497,80	625,65	727,27
6	696,03	723,50	905,73	927,73	921,04
7	657,94	606,44	299,94	395,69	504,17
8	657,94	690,39	356,13	446,74	536,90
9	657,94	539,04	700,67	706,71	705,70
10	619,84	438,65	245,95	298,56	368,27
11	619,84	516,19	290,36	343,90	400,76
12	619,84	420,86	578,37	565,82	548,50
13	581,75	320,69	208,27	224,10	250,81
14	581,75	386,02	240,57	261,24	279,53
15	581,75	319,35	474,80	442,52	400,64
16	543,65	39,22	164,26	125,79	97,34
17	543,65	71,35	201,50	164,30	127,60
18	543,65	202,80	398,39	313,38	225,56

As Tabelas B.24 apresentam os valores momentos fletores (em kN.m/m) no bloco sobre 36 estacas (exemplo 1 do Capítulo 7) para a melhor solução viável, referentes à Figura 7.6.

Tabela B.24 – Momentos fletores no bloco do exemplo 1 do Capítulo 7.

Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)
0,000	-3,525	9,8060	-267,6220	0,415	1,255	-2440,9416	-2486,4242
0,000	-3,335	97,7144	-493,0838	0,415	1,465	-2346,7782	-2456,2622
0,000	-3,125	119,6260	-487,4140	0,415	1,665	-1984,3014	-2053,0245
0,000	-2,915	168,9354	-475,6066	0,415	1,875	-1655,4671	-1894,2923
0,000	-2,500	265,4106	-513,7964	0,415	2,085	-1245,7917	-1812,7932
0,000	-2,085	301,7215	-600,5633	0,415	2,500	-832,9467	-1783,2716
0,000	-1,875	211,0861	-647,9069	0,415	2,915	-354,2982	-1568,1905
0,000	-1,665	22,6262	-683,4374	0,415	3,125	-151,5206	-1467,6759
0,000	-1,465	-213,6160	-756,9732	0,415	3,335	-87,8825	-1468,4268
0,000	-1,255	-522,8363	-862,0953	0,415	3,525	-59,3998	-755,2862
0,000	-1,045	-914,8317	-1012,6918	0,625	-3,525	32,7458	-225,3865
0,000	-0,835	-1338,8377	-1168,0273	0,625	-3,335	-34,6043	-550,5063
0,000	-0,625	-1811,6554	-1285,0796	0,625	-3,125	70,5079	-452,6027
0,000	-0,415	-2318,6675	-1384,8714	0,625	-2,915	188,2702	-377,3000
0,000	0,000	-2916,0970	-1578,7600	0,625	-2,500	136,7749	-498,9490
0,000	0,415	-3636,5179	-1797,0627	0,625	-2,085	125,4947	-587,0135
0,000	0,625	-4227,2157	-1939,7831	0,625	-1,875	172,3759	-541,0064
0,000	0,835	-4531,5012	-2020,4514	0,625	-1,665	321,1280	-371,0045
0,000	1,045	-4670,8688	-2102,1831	0,625	-1,465	-222,1939	-770,5006
0,000	1,255	-4675,0204	-2156,4086	0,625	-1,255	-221,5698	-755,1947
0,000	1,465	-4422,8577	-2117,5010	0,625	-1,045	-452,0618	-975,7359
0,000	1,665	-4077,2994	-2084,9165	0,625	-0,835	-727,2277	-1242,0360
0,000	1,875	-3524,8492	-1999,8861	0,625	-0,625	-683,6576	-1147,7585
0,000	2,085	-2711,4230	-1887,5677	0,625	-0,415	-1107,0231	-1362,4667
0,000	2,500	-1694,0108	-1759,7045	0,625	0,000	-1474,7189	-1603,3410
0,000	2,915	-927,2941	-1661,9063	0,625	0,415	-1759,8380	-1757,2510
0,000	3,125	-481,9718	-1614,9655	0,625	0,625	-2178,7723	-1978,6786
0,000	3,335	-261,2596	-1563,5585	0,625	0,835	-2124,8104	-1971,1201
0,000	3,525	-68,5683	-737,0152	0,625	1,045	-2445,2274	-2382,4579
0,415	-3,525	24,2893	-249,7292	0,625	1,255	-2350,4326	-2421,3057
0,415	-3,335	-0,6161	-544,8999	0,625	1,465	-2144,8895	-2259,7684
0,415	-3,125	72,0117	-469,8385	0,625	1,665	-2204,0211	-2262,2025
0,415	-2,915	154,4621	-410,4370	0,625	1,875	-1666,0790	-1898,2170
0,415	-2,500	136,0489	-513,9289	0,625	2,085	-1228,3733	-1800,8594
0,415	-2,085	124,5417	-614,7746	0,625	2,500	-834,2308	-1775,9897
0,415	-1,875	163,3422	-567,5319	0,625	2,915	-299,6549	-1511,4042
0,415	-1,665	129,6790	-560,7731	0,625	3,125	-149,5090	-1423,9689
0,415	-1,465	3,1387	-567,1945	0,625	3,335	-70,4671	-1405,7333
0,415	-1,255	-215,4573	-785,0035	0,625	3,525	-70,9229	-754,8327
0,415	-1,045	-451,9672	-1009,4537	0,835	-3,525	27,0136	-222,2644
0,415	-0,835	-731,8650	-1271,0250	0,835	-3,335	-15,5422	-519,0740
0,415	-0,625	-920,6671	-1386,7005	0,835	-3,125	54,6374	-446,6777
0,415	-0,415	-1052,1796	-1297,2681	0,835	-2,915	136,3663	-383,1235
0,415	0,000	-1464,2322	-1608,2446	0,835	-2,500	132,0308	-460,2724
0,415	0,415	-1793,5579	-1795,1298	0,835	-2,085	145,0960	-539,0408
0,415	0,625	-1968,1661	-1765,9931	0,835	-1,875	337,4921	-445,8043
0,415	0,835	-2231,7460	-2073,7216	0,835	-1,665	76,5562	-611,5705
0,415	1,045	-2433,2028	-2360,2738	0,835	-1,465	1759,3893	1198,0453

Tabela B.24 – Momentos fletores no bloco do exemplo 1 do Capítulo 7 (continuação).

Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)
0,835	-1,255	361,1739	-92,9310	1,045	3,525	-36,2378	-613,4242
0,835	-1,045	-548,9880	-1010,9793	1,250	-3,525	4,0097	-214,6085
0,835	-0,835	-1541,0351	-2001,2132	1,250	-3,335	31,1279	-400,0772
0,835	-0,625	-2767,6316	-3076,2284	1,250	-3,125	40,4496	-383,5376
0,835	-0,415	-1020,0157	-1181,4239	1,250	-2,915	61,8205	-355,5646
0,835	0,000	-1509,5819	-1559,8697	1,250	-2,500	96,7276	-382,8722
0,835	0,415	-1966,5065	-1856,6443	1,250	-2,085	125,1750	-427,1146
0,835	0,625	-1338,2852	-1008,6044	1,250	-1,875	102,4359	-428,9188
0,835	0,835	-3706,7311	-3255,0930	1,250	-1,665	112,9611	-344,1476
0,835	1,045	-4515,1757	-4146,1006	1,250	-1,465	-212,7632	-555,8900
0,835	1,255	-5303,2705	-5067,5908	1,250	-1,255	-255,5703	-576,7994
0,835	1,465	-5358,3211	-5131,6882	1,250	-1,045	-464,3731	-779,5298
0,835	1,665	-2148,0148	-1947,3882	1,250	-0,835	-681,0097	-976,6344
0,835	1,875	-2005,5968	-2005,2353	1,250	-0,625	-783,7587	-982,2576
0,835	2,085	-1298,1058	-1790,7087	1,250	-0,415	-1179,9938	-1172,2344
0,835	2,500	-816,5250	-1684,1024	1,250	0,000	-1326,6959	-1250,9683
0,835	2,915	-351,9400	-1473,1292	1,250	0,415	-1625,0014	-1426,8673
0,835	3,125	-168,9974	-1386,6047	1,250	0,625	-2074,6978	-1689,6957
0,835	3,335	-96,9144	-1370,7566	1,250	0,835	-2117,1172	-1737,3943
0,835	3,525	-53,8569	-692,1188	1,250	1,045	-2272,2445	-1973,8008
1,045	-3,525	8,2183	-233,3796	1,250	1,255	-2239,8351	-2034,3383
1,045	-3,335	33,7276	-445,7115	1,250	1,465	-2038,6514	-1887,7186
1,045	-3,125	46,8289	-419,2033	1,250	1,665	-2092,8129	-1931,7588
1,045	-2,915	73,9342	-385,7813	1,250	1,875	-1649,1291	-1643,0087
1,045	-2,500	112,1180	-424,3074	1,250	2,085	-1227,1133	-1503,7835
1,045	-2,085	156,0792	-474,7174	1,250	2,500	-738,3503	-1362,5936
1,045	-1,875	306,5722	-413,2600	1,250	2,915	-392,3029	-1239,7836
1,045	-1,665	-17,6313	-622,1768	1,250	3,125	-211,7505	-1196,9749
1,045	-1,465	1726,9556	1249,5262	1,250	3,335	-121,6941	-1161,0339
1,045	-1,255	333,4410	-47,8271	1,250	3,525	-34,7293	-541,0199
1,045	-1,045	-561,6377	-960,0755	1,665	-3,525	20,9587	-167,8117
1,045	-0,835	-1496,6529	-1890,5294	1,665	-3,335	-1,9004	-379,4848
1,045	-0,625	-2782,7989	-3010,6803	1,665	-3,125	62,0632	-307,3886
1,045	-0,415	-1066,6334	-1132,0555	1,665	-2,915	120,6718	-256,7969
1,045	0,000	-1461,5356	-1459,7393	1,665	-2,500	62,8459	-348,1483
1,045	0,415	-1911,6638	-1750,1469	1,665	-2,085	31,1437	-400,9304
1,045	0,625	-1338,9815	-945,1974	1,665	-1,875	54,4984	-334,9054
1,045	0,835	-3702,2657	-3189,1427	1,665	-1,665	5,9829	-328,1826
1,045	1,045	-4434,2337	-4005,1430	1,665	-1,465	-107,6193	-370,5985
1,045	1,255	-5238,7479	-4928,6924	1,665	-1,255	-288,4494	-512,4283
1,045	1,465	-5287,6879	-4995,9359	1,665	-1,045	-459,2130	-640,1138
1,045	1,665	-2127,4111	-1855,2461	1,665	-0,835	-650,8357	-782,3628
1,045	1,875	-2029,0338	-1950,9661	1,665	-0,625	-780,4139	-812,8976
1,045	2,085	-1313,3393	-1707,1763	1,665	-0,415	-863,1961	-749,7889
1,045	2,500	-791,4947	-1558,8261	1,665	0,000	-1234,7796	-1018,5795
1,045	2,915	-402,1374	-1391,5734	1,665	0,415	-1459,2165	-1111,3804
1,045	3,125	-210,7165	-1335,8657	1,665	0,625	-1528,1329	-1033,0435
1,045	3,335	-116,7920	-1301,5031	1,665	0,835	-1694,9665	-1228,8065

Tabela B.24 – Momentos fletores no bloco do exemplo 1 do Capítulo 7 (continuação).

Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)
1,665	1,045	-1827,8355	-1454,6063	2,085	-1,465	-224,5571	-331,0770
1,665	1,255	-1808,3451	-1525,3154	2,085	-1,255	-324,6114	-363,2102
1,665	1,465	-1761,3807	-1526,2545	2,085	-1,045	-447,7128	-389,4349
1,665	1,665	-1467,1346	-1224,1523	2,085	-0,835	-616,5767	-441,6022
1,665	1,875	-1251,8327	-1115,6954	2,085	-0,625	-722,3320	-423,6206
1,665	2,085	-960,7844	-1093,9864	2,085	-0,415	-858,0557	-444,5734
1,665	2,500	-688,2110	-1139,3196	2,085	0,000	-1103,9696	-563,6658
1,665	2,915	-282,8218	-951,7015	2,085	0,415	-1293,4768	-603,0897
1,665	3,125	-113,5839	-854,8366	2,085	0,625	-1393,9924	-589,6218
1,665	3,335	-69,5008	-877,8430	2,085	0,835	-1455,4628	-598,2039
1,665	3,525	-64,2619	-482,2978	2,085	1,045	-1514,2109	-659,2614
1,875	-3,525	32,1308	-124,5904	2,085	1,255	-1476,6662	-668,4825
1,875	-3,335	-40,2717	-364,5517	2,085	1,465	-1402,4108	-671,7941
1,875	-3,125	52,2305	-274,0722	2,085	1,665	-1274,6108	-648,6087
1,875	-2,915	143,7585	-200,0016	2,085	1,875	-1095,0564	-612,4107
1,875	-2,500	47,7311	-308,8958	2,085	2,085	-858,8446	-606,4455
1,875	-2,085	-17,9468	-373,1185	2,085	2,500	-609,6590	-680,1404
1,875	-1,875	-6,6428	-317,9218	2,085	2,915	-313,2610	-616,7552
1,875	-1,665	26,5047	-248,7232	2,085	3,125	-166,4075	-575,0693
1,875	-1,465	-196,4533	-443,5428	2,085	3,335	-100,6034	-577,2514
1,875	-1,255	-299,6713	-461,0848	2,085	3,525	-52,1661	-288,7787
1,875	-1,045	-451,7374	-509,9663	2,500	-3,525	1,8203	-85,8372
1,875	-0,835	-644,4886	-598,6362	2,500	-3,335	25,1869	-153,3263
1,875	-0,625	-696,3518	-537,2037	2,500	-3,125	13,3523	-157,1492
1,875	-0,415	-807,0442	-566,6611	2,500	-2,915	0,2899	-154,0124
1,875	0,000	-1178,0335	-790,0916	2,500	-2,500	-12,9734	-171,7607
1,875	0,415	-1355,6865	-835,3445	2,500	-2,085	-59,1529	-188,1703
1,875	0,625	-1444,5465	-825,0299	2,500	-1,875	-136,2989	-199,4846
1,875	0,835	-1477,7889	-799,2493	2,500	-1,665	-221,2854	-213,9933
1,875	1,045	-1640,9917	-972,1083	2,500	-1,465	-282,5983	-221,0961
1,875	1,255	-1588,5416	-967,6471	2,500	-1,255	-375,2860	-243,5504
1,875	1,465	-1518,9943	-965,2176	2,500	-1,045	-479,3493	-258,1356
1,875	1,665	-1335,3823	-906,7332	2,500	-0,835	-592,4528	-263,8918
1,875	1,875	-1123,5492	-834,5090	2,500	-0,625	-732,4063	-283,5394
1,875	2,085	-855,6102	-816,1465	2,500	-0,415	-865,9161	-302,6736
1,875	2,500	-658,2498	-925,8948	2,500	0,000	-1008,7284	-332,4202
1,875	2,915	-251,7103	-771,1723	2,500	0,415	-1175,5483	-345,0134
1,875	3,125	-131,0969	-720,1546	2,500	0,625	-1293,9806	-362,0840
1,875	3,335	-58,6461	-713,0427	2,500	0,835	-1324,6423	-366,1048
1,875	3,525	-68,4045	-408,4060	2,500	1,045	-1302,2485	-367,4786
2,085	-3,525	26,2290	-107,4180	2,500	1,255	-1274,5152	-379,8201
2,085	-3,335	-15,8004	-292,5546	2,500	1,465	-1211,6915	-381,8192
2,085	-3,125	32,1377	-236,4179	2,500	1,665	-1136,5508	-387,1603
2,085	-2,915	82,5501	-179,0993	2,500	1,875	-1030,6227	-396,9099
2,085	-2,500	32,9324	-245,6576	2,500	2,085	-830,0349	-386,5204
2,085	-2,085	-31,3546	-299,0767	2,500	2,500	-568,0898	-423,4185
2,085	-1,875	-55,3029	-264,9355	2,500	2,915	-364,3322	-429,0516
2,085	-1,665	-88,9035	-243,3529	2,500	3,125	-227,2957	-422,9348

Tabela B.24 – Momentos fletores no bloco do exemplo 1 do Capítulo 7 (continuação).

Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)
2,500	3,335	-139,7692	-413,5712	3,125	0,835	-1024,8254	2,6007
2,500	3,525	-43,1046	-179,9225	3,125	1,045	-1114,1836	-93,2856
2,915	-3,525	16,4163	-39,4044	3,125	1,255	-1065,7641	-80,1509
2,915	-3,335	-8,1302	-119,3729	3,125	1,465	-1018,5397	-93,1317
2,915	-3,125	49,4135	-44,5937	3,125	1,665	-902,9154	-57,0285
2,915	-2,915	81,4362	-9,3471	3,125	1,875	-786,0793	-40,0383
2,915	-2,500	-30,5239	-110,6733	3,125	2,085	-621,2148	-32,5394
2,915	-2,085	-97,3199	-123,4120	3,125	2,500	-521,1858	-147,8216
2,915	-1,875	-108,6192	-47,8483	3,125	2,915	-200,8689	-61,4207
2,915	-1,665	-132,1132	-11,0769	3,125	3,125	-113,5941	-46,9328
2,915	-1,465	-283,4768	-125,5711	3,125	3,335	-48,4267	-74,2703
2,915	-1,255	-364,2074	-129,6095	3,125	3,525	-81,0447	-124,4331
2,915	-1,045	-470,4024	-138,0908	3,335	-3,525	22,6329	6,2253
2,915	-0,835	-583,1494	-143,7378	3,335	-3,335	-34,9715	-74,9500
2,915	-0,625	-614,9439	-51,8080	3,335	-3,125	15,1896	-34,9661
2,915	-0,415	-705,2871	-49,9258	3,335	-2,915	58,0337	2,5453
2,915	0,000	-946,8497	-177,3833	3,335	-2,500	-18,1844	-31,8964
2,915	0,415	-1035,6201	-128,3641	3,335	-2,085	-124,2360	-65,0152
2,915	0,625	-1048,1216	-39,3768	3,335	-1,875	-157,3810	-38,8334
2,915	0,835	-1061,5278	-47,7260	3,335	-1,665	-173,4249	3,8571
2,915	1,045	-1132,9292	-170,4814	3,335	-1,465	-295,4897	-47,2266
2,915	1,255	-1085,8111	-168,2671	3,335	-1,255	-375,6736	-37,2445
2,915	1,465	-1043,6289	-178,4628	3,335	-1,045	-463,7865	-29,8724
2,915	1,665	-924,1377	-105,7192	3,335	-0,835	-604,3319	-77,8837
2,915	1,875	-784,3709	-45,4308	3,335	-0,625	-662,9171	-48,3345
2,915	2,085	-637,8699	-94,8239	3,335	-0,415	-745,8556	-23,0960
2,915	2,500	-525,0182	-254,6162	3,335	0,000	-911,4258	-38,7229
2,915	2,915	-216,1410	-133,6886	3,335	0,415	-1044,3161	-62,7993
2,915	3,125	-78,7033	-53,6089	3,335	0,625	-1085,0093	-54,9495
2,915	3,335	-55,1948	-126,7950	3,335	0,835	-1088,0967	-30,0663
2,915	3,525	-79,5746	-149,0989	3,335	1,045	-1109,1535	-50,7136
3,125	-3,525	28,2943	1,3787	3,335	1,255	-1072,0014	-44,9373
3,125	-3,335	-41,1955	-104,0906	3,335	1,465	-1016,1853	-50,0341
3,125	-3,125	38,7145	-29,3878	3,335	1,665	-949,2366	-63,1829
3,125	-2,915	107,8369	27,9510	3,335	1,875	-844,2941	-59,5001
3,125	-2,500	-28,6532	-63,4819	3,335	2,085	-691,2569	-49,0817
3,125	-2,085	-129,8990	-94,1424	3,335	2,500	-518,7371	-79,3319
3,125	-1,875	-131,2745	-33,5966	3,335	2,915	-300,2620	-68,9257
3,125	-1,665	-111,4151	35,3661	3,335	3,125	-195,9474	-58,0529
3,125	-1,465	-290,7045	-80,6238	3,335	3,335	-129,8361	-89,5348
3,125	-1,255	-369,6085	-66,4632	3,335	3,525	-68,9052	-75,3885
3,125	-1,045	-469,4970	-63,9546	3,525	-3,525	16,2405	-2,3781
3,125	-0,835	-604,0334	-105,4044	3,525	-3,335	39,5507	8,6516
3,125	-0,625	-624,4852	-36,6038	3,525	-3,125	25,5139	-3,1941
3,125	-0,415	-683,4622	3,1748	3,525	-2,915	6,3893	-16,6037
3,125	0,000	-931,5657	-85,7545	3,525	-2,500	1,6718	-11,4777
3,125	0,415	-1025,8928	-74,9503	3,525	-2,085	-14,7380	0,4511
3,125	0,625	-1038,0591	-33,9510	3,525	-1,875	-61,2864	-8,4267

Tabela B.24 – Momentos fletores no bloco do exemplo 1 do Capítulo 7 (continuação).

Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)	Coord. x (m)	Coord. y (m)	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)
3,525	-1,665	-114,9977	-21,4483	3,525	1,045	-548,0563	-18,8769
3,525	-1,465	-142,1708	-16,7865	3,525	1,255	-528,4755	-16,0320
3,525	-1,255	-174,1910	-11,6884	3,525	1,465	-503,9611	-19,7091
3,525	-1,045	-214,1661	-9,9066	3,525	1,665	-472,0912	-19,2893
3,525	-0,835	-256,7807	-2,1336	3,525	1,875	-432,9621	-24,7366
3,525	-0,625	-324,3063	-14,4784	3,525	2,085	-356,0999	-25,2055
3,525	-0,415	-389,0113	-22,3817	3,525	2,500	-254,0979	-28,9738
3,525	0,000	-445,6522	-14,6711	3,525	2,915	-188,5155	-43,9512
3,525	0,415	-503,0962	-10,1848	3,525	3,125	-145,7762	-47,2814
3,525	0,625	-547,4211	-19,8089	3,525	3,335	-109,0579	-54,1441
3,525	0,835	-560,5213	-22,7589	3,525	3,525	-53,6664	-34,2803

## APÊNDICE C

### SAÍDAS DE DADOS DO EXEMPLO 2

Neste Apêndice são disponibilizados os resultados obtidos com o estudo do bloco sobre 16 estacas, apresentado como segundo exemplo no Capítulo 7. O intuito desta apresentação é favorecer o trabalho de outras pesquisas ao se realizarem as mesmas análises e elucidar com maior amplitude as saídas de dados em forma de tabelas que propiciam a construção de saídas gráficas em duas e em três dimensões.

As Tabelas C.1 a C.14 apresentam a matriz de combinações das variáveis de projeto e indicam o custo global previsto pela Ferramenta Numérica para Análise de Fundações (FENF). Nestas tabelas, têm-se os seguintes símbolos:

Pos. = número índice da possibilidade;

Hb = altura do bloco, em metros;

L1, L2, L3 = valores de comprimentos das estacas 1, 2 e 3 respectivamente;

D1, D2, D3 = valores de lados das estacas 1, 2 e 3 respectivamente;

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções.

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
1	1,4	6	0,42	6	0,42	6	0,42	2,30	42903,92
2	1,4	6	0,42	6	0,42	6	0,5	2,33	43903,48
3	1,4	6	0,5	6	0,42	6	0,42	2,33	43903,48
4	1,4	6	0,42	6	0,42	9	0,42	2,36	44414,12
5	1,4	9	0,42	6	0,42	6	0,42	2,36	44414,12
6	1,4	6	0,42	6	0,5	6	0,42	2,35	44903,00
7	1,4	6	0,5	6	0,42	6	0,5	2,35	44903,00
8	1,4	6	0,5	6	0,42	9	0,42	2,39	45413,68
9	1,4	9	0,42	6	0,42	6	0,5	2,39	45413,68
10	1,4	6	0,42	6	0,5	6	0,5	2,38	45902,56
11	1,4	6	0,5	6	0,5	6	0,42	2,38	45902,56
12	1,4	6	0,42	6	0,42	9	0,5	2,40	45913,48
13	1,4	9	0,5	6	0,42	6	0,42	2,40	45913,48
14	1,4	6	0,42	6	0,42	12	0,42	2,43	45924,36
15	1,4	6	0,42	9	0,42	6	0,42	2,43	45924,36
16	1,4	9	0,42	6	0,42	9	0,42	2,43	45924,36
17	1,4	12	0,42	6	0,42	6	0,42	2,43	45924,36

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
18	1,4	6	0,42	6	0,5	9	0,42	2,42	46413,24
19	1,4	9	0,42	6	0,5	6	0,42	2,42	46413,24
20	1,4	6	0,5	6	0,5	6	0,5	2,41	46902,12
21	1,4	6	0,5	6	0,42	9	0,5	2,43	46913,00
22	1,4	9	0,5	6	0,42	6	0,5	2,43	46913,00
23	1,4	6	0,42	9	0,42	6	0,5	2,46	46923,92
24	1,4	6	0,5	6	0,42	12	0,42	2,46	46923,92
25	1,4	6	0,5	9	0,42	6	0,42	2,46	46923,92
26	1,4	12	0,42	6	0,42	6	0,5	2,46	46923,92
27	1,4	6	0,5	6	0,5	9	0,42	2,45	47412,80
28	1,4	9	0,42	6	0,5	6	0,5	2,45	47412,80
29	1,4	9	0,42	6	0,42	9	0,5	2,47	47423,68
30	1,4	9	0,5	6	0,42	9	0,42	2,47	47423,68
31	1,4	6	0,42	9	0,42	9	0,42	2,49	47434,60
32	1,4	9	0,42	6	0,42	12	0,42	2,49	47434,60
33	1,4	9	0,42	9	0,42	6	0,42	2,49	47434,60
34	1,4	12	0,42	6	0,42	9	0,42	2,49	47434,60
35	1,4	6	0,42	6	0,5	9	0,5	2,46	47912,56
36	1,4	9	0,5	6	0,5	6	0,42	2,46	47912,56
37	1,4	6	0,42	6	0,42	12	0,5	2,48	47923,48
38	1,4	12	0,5	6	0,42	6	0,42	2,48	47923,48
39	1,4	6	0,42	6	0,5	12	0,42	2,48	47923,48
40	1,4	6	0,5	9	0,42	6	0,5	2,48	47923,48
41	1,4	9	0,42	6	0,5	9	0,42	2,48	47923,48
42	1,4	12	0,42	6	0,5	6	0,42	2,48	47923,48
<b>43</b>	<b>1,4</b>	<b>9</b>	<b>0,42</b>	<b>9</b>	<b>0,42</b>	<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>2,52</b>	<b>48434,12</b>
44	1,4	6	0,5	9	0,42	9	0,42	2,52	48434,12
45	1,4	6	0,5	6	0,5	9	0,5	2,49	48912,12
46	1,4	9	0,5	6	0,5	6	0,5	2,49	48912,12
47	1,4	6	0,42	9	0,5	6	0,42	2,51	48923,00
48	1,4	6	0,5	6	0,42	12	0,5	2,51	48923,00
49	1,4	6	0,5	6	0,5	12	0,42	2,51	48923,00
50	1,4	9	0,5	6	0,42	9	0,5	2,51	48923,00
51	1,4	12	0,42	6	0,5	6	0,5	2,51	48923,00
52	1,4	12	0,5	6	0,42	6	0,5	2,51	48923,00
53	1,4	6	0,42	9	0,42	9	0,5	2,53	48933,92
54	1,4	9	0,5	6	0,42	12	0,42	2,53	48933,92
55	1,4	9	0,5	9	0,42	6	0,42	2,53	48933,92
56	1,4	12	0,42	6	0,42	9	0,5	2,53	48933,92
57	1,4	6	0,42	9	0,42	12	0,42	2,56	48944,80
58	1,4	6	0,42	12	0,42	6	0,42	2,56	48944,80
59	1,4	9	0,42	9	0,42	9	0,42	2,56	48944,80
60	1,4	12	0,42	6	0,42	12	0,42	2,56	48944,80
61	1,4	12	0,42	9	0,42	6	0,42	2,56	48944,80
62	1,4	9	0,42	6	0,5	9	0,5	2,53	49422,80
63	1,4	9	0,5	6	0,5	9	0,42	2,53	49422,80
64	1,4	9	0,42	6	0,42	12	0,5	2,55	49433,68
65	1,4	9	0,42	6	0,5	12	0,42	2,55	49433,68
66	1,4	12	0,42	6	0,5	9	0,42	2,55	49433,68
67	1,4	12	0,5	6	0,42	9	0,42	2,55	49433,68

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
68	1,7	6	0,42	6	0,42	6	0,42	2,30	49508,64
69	1,4	6	0,42	6	0,5	12	0,5	2,54	49922,56
70	1,4	6	0,42	9	0,5	6	0,5	2,54	49922,56
71	1,4	6	0,5	9	0,5	6	0,42	2,54	49922,56
72	1,4	12	0,5	6	0,5	6	0,42	2,54	49922,56
73	1,4	6	0,5	9	0,42	9	0,5	2,56	49933,48
74	1,4	9	0,5	9	0,42	6	0,5	2,56	49933,48
75	1,4	6	0,42	12	0,42	6	0,5	2,59	49944,36
76	1,4	6	0,5	9	0,42	12	0,42	2,59	49944,36
77	1,4	6	0,5	12	0,42	6	0,42	2,59	49944,36
78	1,4	12	0,42	9	0,42	6	0,5	2,59	49944,36
79	1,4	6	0,42	9	0,5	9	0,42	2,58	50433,24
80	1,4	9	0,42	9	0,5	6	0,42	2,58	50433,24
81	1,4	9	0,42	9	0,42	9	0,5	2,60	50444,12
82	1,4	9	0,5	9	0,42	9	0,42	2,60	50444,12
83	1,4	6	0,42	12	0,42	9	0,42	2,62	50455,04
84	1,4	9	0,42	9	0,42	12	0,42	2,62	50455,04
85	1,4	9	0,42	12	0,42	6	0,42	2,62	50455,04
86	1,4	12	0,42	9	0,42	9	0,42	2,62	50455,04
87	1,7	6	0,42	6	0,42	6	0,5	2,33	50508,20
88	1,7	6	0,5	6	0,42	6	0,42	2,33	50508,20
89	1,4	6	0,5	6	0,5	12	0,5	2,57	50922,12
90	1,4	6	0,5	9	0,5	6	0,5	2,57	50922,12
91	1,4	9	0,5	6	0,5	9	0,5	2,57	50922,12
92	1,4	12	0,5	6	0,5	6	0,5	2,57	50922,12
93	1,4	9	0,5	6	0,42	12	0,5	2,59	50933,00
94	1,4	9	0,5	6	0,5	12	0,42	2,59	50933,00
95	1,4	12	0,42	6	0,5	9	0,5	2,59	50933,00
96	1,4	12	0,5	6	0,42	9	0,5	2,59	50933,00
97	1,4	6	0,5	12	0,42	6	0,5	2,61	50943,92
98	1,4	6	0,42	9	0,42	12	0,5	2,61	50943,92
99	1,4	12	0,42	6	0,42	12	0,5	2,61	50943,92
100	1,4	12	0,42	6	0,5	12	0,42	2,61	50943,92
101	1,4	12	0,5	6	0,42	12	0,42	2,61	50943,92
102	1,4	12	0,5	9	0,42	6	0,42	2,61	50943,92
103	1,7	6	0,42	6	0,42	9	0,42	2,36	51018,88
104	1,7	9	0,42	6	0,42	6	0,42	2,36	51018,88
105	1,4	6	0,5	9	0,5	9	0,42	2,60	51432,80
106	1,4	9	0,42	6	0,5	12	0,5	2,60	51432,80
107	1,4	9	0,42	9	0,5	6	0,5	2,60	51432,80
108	1,4	12	0,5	6	0,5	9	0,42	2,60	51432,80
109	1,4	6	0,5	12	0,42	9	0,42	2,65	51454,60
110	1,4	9	0,42	12	0,42	6	0,5	2,65	51454,60
111	1,7	6	0,42	6	0,5	6	0,42	2,35	51507,76
112	1,7	6	0,5	6	0,42	6	0,5	2,35	51507,76
113	1,4	6	0,42	9	0,5	9	0,5	2,62	51932,56
114	1,4	9	0,5	9	0,5	6	0,42	2,62	51932,56
115	1,4	6	0,42	9	0,5	12	0,42	2,64	51943,48
116	1,4	6	0,5	9	0,42	12	0,5	2,64	51943,48
117	1,4	9	0,42	9	0,5	9	0,42	2,64	51943,48

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
118	1,4	9	0,5	9	0,42	9	0,5	2,64	51943,48
119	1,4	12	0,42	9	0,5	6	0,42	2,64	51943,48
120	1,4	12	0,5	9	0,42	6	0,5	2,64	51943,48
121	1,4	6	0,42	12	0,42	9	0,5	2,66	51954,36
122	1,4	9	0,5	9	0,42	12	0,42	2,66	51954,36
123	1,4	9	0,5	12	0,42	6	0,42	2,66	51954,36
124	1,4	12	0,42	9	0,42	9	0,5	2,66	51954,36
125	1,4	6	0,42	12	0,42	12	0,42	2,69	51965,24
126	1,4	9	0,42	12	0,42	9	0,42	2,69	51965,24
127	1,4	12	0,42	9	0,42	12	0,42	2,69	51965,24
128	1,4	12	0,42	12	0,42	6	0,42	2,69	51965,24
129	1,7	6	0,5	6	0,42	9	0,42	2,39	52018,44
130	1,7	9	0,42	6	0,42	6	0,5	2,39	52018,44
131	1,4	9	0,42	9	0,42	12	0,5	2,68	52454,12
132	1,4	12	0,5	9	0,42	9	0,42	2,68	52454,12
133	1,7	6	0,42	6	0,5	6	0,5	2,38	52507,32
134	1,7	6	0,5	6	0,5	6	0,42	2,38	52507,32
135	1,7	6	0,42	6	0,42	9	0,5	2,40	52518,20
136	1,7	9	0,5	6	0,42	6	0,42	2,40	52518,20
137	1,7	6	0,42	6	0,42	12	0,42	2,43	52529,12
138	1,7	6	0,42	9	0,42	6	0,42	2,43	52529,12
139	1,7	9	0,42	6	0,42	9	0,42	2,43	52529,12
140	1,7	12	0,42	6	0,42	6	0,42	2,43	52529,12
141	1,4	6	0,5	9	0,5	9	0,5	2,65	52932,12
142	1,4	9	0,5	6	0,5	12	0,5	2,65	52932,12
143	1,4	9	0,5	9	0,5	6	0,5	2,65	52932,12
144	1,4	12	0,5	6	0,5	9	0,5	2,65	52932,12
145	1,4	6	0,42	12	0,5	6	0,42	2,67	52943,00
146	1,4	6	0,5	9	0,5	12	0,42	2,67	52943,00
147	1,4	12	0,42	6	0,5	12	0,5	2,67	52943,00
148	1,4	12	0,42	9	0,5	6	0,5	2,67	52943,00
149	1,4	12	0,5	6	0,42	12	0,5	2,67	52943,00
150	1,4	12	0,5	6	0,5	12	0,42	2,67	52943,00
151	1,4	6	0,5	12	0,42	9	0,5	2,69	52953,92
152	1,4	9	0,5	12	0,42	6	0,5	2,69	52953,92
153	1,4	6	0,5	12	0,42	12	0,42	2,72	52964,80
154	1,4	12	0,42	12	0,42	6	0,5	2,72	52964,80
155	1,7	6	0,42	6	0,5	9	0,42	2,42	53017,96
156	1,7	9	0,42	6	0,5	6	0,42	2,42	53017,96
157	1,4	9	0,42	9	0,5	9	0,5	2,68	53442,80
158	1,4	9	0,5	9	0,5	9	0,42	2,68	53442,80
159	1,4	9	0,42	9	0,5	12	0,42	2,71	53453,68
160	1,4	12	0,42	9	0,5	9	0,42	2,71	53453,68
161	1,4	9	0,42	12	0,42	9	0,5	2,73	53464,60
162	1,4	9	0,5	12	0,42	9	0,42	2,73	53464,60
163	1,4	9	0,42	12	0,42	12	0,42	2,75	53475,48
164	1,4	12	0,42	12	0,42	9	0,42	2,75	53475,48
165	1,7	6	0,5	6	0,5	6	0,5	2,41	53506,88
166	1,7	6	0,5	6	0,42	9	0,5	2,43	53517,76
167	1,7	9	0,5	6	0,42	6	0,5	2,43	53517,76

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
168	1,7	6	0,42	9	0,42	6	0,5	2,46	53528,64
169	1,7	6	0,5	6	0,42	12	0,42	2,46	53528,64
170	1,7	6	0,5	9	0,42	6	0,42	2,46	53528,64
171	1,7	12	0,42	6	0,42	6	0,5	2,46	53528,64
172	1,4	6	0,42	9	0,5	12	0,5	2,70	53942,56
173	1,4	6	0,42	12	0,5	6	0,5	2,70	53942,56
174	1,4	6	0,5	12	0,5	6	0,42	2,70	53942,56
175	1,4	12	0,5	9	0,5	6	0,42	2,70	53942,56
176	1,4	9	0,5	9	0,42	12	0,5	2,72	53953,48
177	1,4	12	0,5	9	0,42	9	0,5	2,72	53953,48
178	1,4	6	0,42	12	0,42	12	0,5	2,74	53964,36
179	1,4	12	0,42	9	0,42	12	0,5	2,74	53964,36
180	1,4	12	0,5	9	0,42	12	0,42	2,74	53964,36
181	1,4	12	0,5	12	0,42	6	0,42	2,74	53964,36
182	1,7	6	0,5	6	0,5	9	0,42	2,45	54017,52
183	1,7	9	0,42	6	0,5	6	0,5	2,45	54017,52
184	1,7	9	0,42	6	0,42	9	0,5	2,47	54028,44
185	1,7	9	0,5	6	0,42	9	0,42	2,47	54028,44
186	1,7	6	0,42	9	0,42	9	0,42	2,49	54039,32
187	1,7	9	0,42	6	0,42	12	0,42	2,49	54039,32
188	1,7	9	0,42	9	0,42	6	0,42	2,49	54039,32
189	1,7	12	0,42	6	0,42	9	0,42	2,49	54039,32
190	1,4	6	0,42	12	0,5	9	0,42	2,73	54453,24
191	1,4	9	0,42	12	0,5	6	0,42	2,73	54453,24
192	1,7	6	0,42	6	0,5	9	0,5	2,46	54517,32
193	1,7	9	0,5	6	0,5	6	0,42	2,46	54517,32
194	1,7	6	0,42	6	0,42	12	0,5	2,48	54528,20
195	1,7	6	0,42	6	0,5	12	0,42	2,48	54528,20
196	1,7	6	0,5	9	0,42	6	0,5	2,48	54528,20
197	1,7	9	0,42	6	0,5	9	0,42	2,48	54528,20
198	1,7	12	0,42	6	0,5	6	0,42	2,48	54528,20
199	1,7	12	0,5	6	0,42	6	0,42	2,48	54528,20
200	1,4	6	0,5	9	0,5	12	0,5	2,72	54942,12
201	1,4	6	0,5	12	0,5	6	0,5	2,72	54942,12
202	1,4	9	0,5	9	0,5	9	0,5	2,72	54942,12
203	1,4	12	0,5	6	0,5	12	0,5	2,72	54942,12
204	1,4	12	0,5	9	0,5	6	0,5	2,72	54942,12
205	1,4	9	0,5	9	0,5	12	0,42	2,75	54953,00
206	1,4	12	0,42	9	0,5	9	0,5	2,75	54953,00
207	1,4	6	0,5	12	0,42	12	0,5	2,77	54963,92
208	1,4	9	0,5	12	0,42	9	0,5	2,77	54963,92
209	1,4	12	0,42	9	0,5	12	0,42	2,77	54963,92
210	1,4	12	0,5	12	0,42	6	0,5	2,77	54963,92
211	1,4	9	0,5	12	0,42	12	0,42	2,79	54974,80
212	1,4	12	0,42	12	0,42	9	0,5	2,79	54974,80
213	1,4	12	0,42	12	0,42	12	0,42	2,82	54985,72
214	1,7	6	0,5	9	0,42	9	0,42	2,52	55038,88
215	1,7	9	0,42	9	0,42	6	0,5	2,52	55038,88
216	1,4	6	0,5	12	0,5	9	0,42	2,76	55452,80
217	1,4	9	0,42	9	0,5	12	0,5	2,76	55452,80

Tabela C.1– Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
218	1,4	9	0,42	12	0,5	6	0,5	2,76	55452,80
219	1,4	12	0,5	9	0,5	9	0,42	2,76	55452,80
220	1,4	9	0,42	12	0,42	12	0,5	2,81	55474,60
221	1,4	12	0,5	12	0,42	9	0,42	2,81	55474,60
222	1,7	6	0,5	6	0,5	9	0,5	2,49	55516,88
223	1,7	9	0,5	6	0,5	6	0,5	2,49	55516,88
224	1,7	6	0,42	9	0,5	6	0,42	2,51	55527,76
225	1,7	6	0,5	6	0,42	12	0,5	2,51	55527,76
226	1,7	6	0,5	6	0,5	12	0,42	2,51	55527,76
227	1,7	9	0,5	6	0,42	9	0,5	2,51	55527,76
228	1,7	12	0,42	6	0,5	6	0,5	2,51	55527,76
229	1,7	12	0,5	6	0,42	6	0,5	2,51	55527,76
230	1,7	6	0,42	9	0,42	9	0,5	2,53	55538,64
231	1,7	9	0,5	6	0,42	12	0,42	2,53	55538,64
232	1,7	9	0,5	9	0,42	6	0,42	2,53	55538,64
233	1,7	12	0,42	6	0,42	9	0,5	2,53	55538,64
234	1,7	6	0,42	9	0,42	12	0,42	2,56	55549,56
235	1,7	6	0,42	12	0,42	6	0,42	2,56	55549,56
236	1,7	9	0,42	9	0,42	9	0,42	2,56	55549,56
237	1,7	12	0,42	6	0,42	12	0,42	2,56	55549,56
238	1,7	12	0,42	9	0,42	6	0,42	2,56	55549,56
239	1,4	6	0,42	12	0,5	9	0,5	2,77	55952,56
240	1,4	9	0,5	12	0,5	6	0,42	2,77	55952,56
241	1,4	6	0,42	12	0,5	12	0,42	2,80	55963,48
242	1,4	9	0,42	12	0,5	9	0,42	2,80	55963,48
243	1,4	12	0,42	12	0,5	6	0,42	2,80	55963,48
244	1,4	12	0,5	9	0,42	12	0,5	2,80	55963,48
245	1,7	9	0,42	6	0,5	9	0,5	2,53	56027,52
246	1,7	9	0,5	6	0,5	9	0,42	2,53	56027,52
247	1,7	9	0,42	6	0,42	12	0,5	2,55	56038,44
248	1,7	9	0,42	6	0,5	12	0,42	2,55	56038,44
249	1,7	12	0,42	6	0,5	9	0,42	2,55	56038,44
250	1,7	12	0,5	6	0,42	9	0,42	2,55	56038,44
251	2	6	0,42	6	0,42	6	0,42	2,30	56113,40
252	1,7	6	0,42	6	0,5	12	0,5	2,54	56527,32
253	1,7	6	0,42	9	0,5	6	0,5	2,54	56527,32
254	1,7	6	0,5	9	0,5	6	0,42	2,54	56527,32
255	1,7	12	0,5	6	0,5	6	0,42	2,54	56527,32
256	1,7	6	0,5	9	0,42	9	0,5	2,56	56538,20
257	1,7	9	0,5	9	0,42	6	0,5	2,56	56538,20
258	1,7	6	0,42	12	0,42	6	0,5	2,59	56549,12
259	1,7	6	0,5	9	0,42	12	0,42	2,59	56549,12
260	1,7	6	0,5	12	0,42	6	0,42	2,59	56549,12
261	1,7	12	0,42	9	0,42	6	0,5	2,59	56549,12
262	1,4	6	0,5	12	0,5	9	0,5	2,80	56952,12
263	1,4	9	0,5	9	0,5	12	0,5	2,80	56952,12
264	1,4	9	0,5	12	0,5	6	0,5	2,80	56952,12
265	1,4	12	0,5	9	0,5	9	0,5	2,80	56952,12
266	1,4	6	0,5	12	0,5	12	0,42	2,83	56963,00
267	1,4	12	0,42	9	0,5	12	0,5	2,83	56963,00

Tabela C.1– Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
268	1,4	12	0,42	12	0,5	6	0,5	2,83	56963,00
269	1,4	12	0,5	9	0,5	12	0,42	2,83	56963,00
270	1,4	9	0,5	12	0,42	12	0,5	2,85	56973,92
271	1,4	12	0,5	12	0,42	9	0,5	2,85	56973,92
272	1,4	12	0,42	12	0,42	12	0,5	2,87	56984,80
273	1,4	12	0,5	12	0,42	12	0,42	2,87	56984,80
274	1,7	6	0,42	9	0,5	9	0,42	2,58	57037,96
275	1,7	9	0,42	9	0,5	6	0,42	2,58	57037,96
276	1,7	9	0,42	9	0,42	9	0,5	2,60	57048,88
277	1,7	9	0,5	9	0,42	9	0,42	2,60	57048,88
278	1,7	6	0,42	12	0,42	9	0,42	2,62	57059,76
279	1,7	9	0,42	9	0,42	12	0,42	2,62	57059,76
280	1,7	9	0,42	12	0,42	6	0,42	2,62	57059,76
281	1,7	12	0,42	9	0,42	9	0,42	2,62	57059,76
282	2	6	0,42	6	0,42	6	0,5	2,33	57112,96
283	2	6	0,5	6	0,42	6	0,42	2,33	57112,96
284	1,4	9	0,42	12	0,5	9	0,5	2,84	57462,80
285	1,4	9	0,5	12	0,5	9	0,42	2,84	57462,80
286	1,4	9	0,42	12	0,5	12	0,42	2,86	57473,68
287	1,4	12	0,42	12	0,5	9	0,42	2,86	57473,68
288	1,7	6	0,5	6	0,5	12	0,5	2,57	57526,88
289	1,7	6	0,5	9	0,5	6	0,5	2,57	57526,88
290	1,7	9	0,5	6	0,5	9	0,5	2,57	57526,88
291	1,7	12	0,5	6	0,5	6	0,5	2,57	57526,88
292	1,7	9	0,5	6	0,42	12	0,5	2,59	57537,76
293	1,7	9	0,5	6	0,5	12	0,42	2,59	57537,76
294	1,7	12	0,42	6	0,5	9	0,5	2,59	57537,76
295	1,7	12	0,5	6	0,42	9	0,5	2,59	57537,76
296	1,7	6	0,42	9	0,42	12	0,5	2,61	57548,64
297	1,7	6	0,5	12	0,42	6	0,5	2,61	57548,64
298	1,7	12	0,42	6	0,42	12	0,5	2,61	57548,64
299	1,7	12	0,42	6	0,5	12	0,42	2,61	57548,64
300	1,7	12	0,5	6	0,42	12	0,42	2,61	57548,64
301	1,7	12	0,5	9	0,42	6	0,42	2,61	57548,64
302	2	6	0,42	6	0,42	9	0,42	2,36	57623,60
303	2	9	0,42	6	0,42	6	0,42	2,36	57623,60
304	1,4	6	0,42	12	0,5	12	0,5	2,85	57962,56
305	1,4	12	0,5	12	0,5	6	0,42	2,85	57962,56
306	1,7	6	0,5	9	0,5	9	0,42	2,60	58037,52
307	1,7	9	0,42	6	0,5	12	0,5	2,60	58037,52
308	1,7	9	0,42	9	0,5	6	0,5	2,60	58037,52
309	1,7	12	0,5	6	0,5	9	0,42	2,60	58037,52
310	1,7	6	0,5	12	0,42	9	0,42	2,65	58059,32
311	1,7	9	0,42	12	0,42	6	0,5	2,65	58059,32
312	2	6	0,42	6	0,5	6	0,42	2,35	58112,48
313	2	6	0,5	6	0,42	6	0,5	2,35	58112,48
314	1,7	6	0,42	9	0,5	9	0,5	2,62	58537,32
315	1,7	9	0,5	9	0,5	6	0,42	2,62	58537,32
316	1,7	6	0,42	9	0,5	12	0,42	2,64	58548,20
317	1,7	6	0,5	9	0,42	12	0,5	2,64	58548,20

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
318	1,7	9	0,42	9	0,5	9	0,42	2,64	58548,20
319	1,7	9	0,5	9	0,42	9	0,5	2,64	58548,20
320	1,7	12	0,42	9	0,5	6	0,42	2,64	58548,20
321	1,7	12	0,5	9	0,42	6	0,5	2,64	58548,20
322	1,7	6	0,42	12	0,42	9	0,5	2,66	58559,12
323	1,7	9	0,5	9	0,42	12	0,42	2,66	58559,12
324	1,7	9	0,5	12	0,42	6	0,42	2,66	58559,12
325	1,7	12	0,42	9	0,42	9	0,5	2,66	58559,12
326	1,7	6	0,42	12	0,42	12	0,42	2,69	58570,00
327	1,7	9	0,42	12	0,42	9	0,42	2,69	58570,00
328	1,7	12	0,42	9	0,42	12	0,42	2,69	58570,00
329	1,7	12	0,42	12	0,42	6	0,42	2,69	58570,00
330	2	6	0,5	6	0,42	9	0,42	2,39	58623,16
331	2	9	0,42	6	0,42	6	0,5	2,39	58623,16
332	1,4	6	0,5	12	0,5	12	0,5	2,88	58962,12
333	1,4	9	0,5	12	0,5	9	0,5	2,88	58962,12
334	1,4	12	0,5	9	0,5	12	0,5	2,88	58962,12
335	1,4	12	0,5	12	0,5	6	0,5	2,88	58962,12
336	1,4	9	0,5	12	0,5	12	0,42	2,90	58973,00
337	1,4	12	0,42	12	0,5	9	0,5	2,90	58973,00
338	1,4	12	0,42	12	0,5	12	0,42	2,93	58983,92
339	1,4	12	0,5	12	0,42	12	0,5	2,93	58983,92
340	1,7	9	0,42	9	0,42	12	0,5	2,68	59058,88
341	1,7	12	0,5	9	0,42	9	0,42	2,68	59058,88
342	2	6	0,42	6	0,5	6	0,5	2,38	59112,04
343	2	6	0,5	6	0,5	6	0,42	2,38	59112,04
344	2	6	0,42	6	0,42	9	0,5	2,40	59122,96
345	2	9	0,5	6	0,42	6	0,42	2,40	59122,96
346	2	6	0,42	6	0,42	12	0,42	2,43	59133,84
347	2	6	0,42	9	0,42	6	0,42	2,43	59133,84
348	2	9	0,42	6	0,42	9	0,42	2,43	59133,84
349	2	12	0,42	6	0,42	6	0,42	2,43	59133,84
350	1,4	9	0,42	12	0,5	12	0,5	2,92	59472,80
351	1,4	12	0,5	12	0,5	9	0,42	2,92	59472,80
352	1,7	6	0,5	9	0,5	9	0,5	2,65	59536,88
353	1,7	9	0,5	6	0,5	12	0,5	2,65	59536,88
354	1,7	9	0,5	9	0,5	6	0,5	2,65	59536,88
355	1,7	12	0,5	6	0,5	9	0,5	2,65	59536,88
356	1,7	6	0,42	12	0,5	6	0,42	2,67	59547,76
357	1,7	6	0,5	9	0,5	12	0,42	2,67	59547,76
358	1,7	12	0,42	6	0,5	12	0,5	2,67	59547,76
359	1,7	12	0,42	9	0,5	6	0,5	2,67	59547,76
360	1,7	12	0,5	6	0,42	12	0,5	2,67	59547,76
361	1,7	12	0,5	6	0,5	12	0,42	2,67	59547,76
362	1,7	6	0,5	12	0,42	9	0,5	2,69	59558,64
363	1,7	9	0,5	12	0,42	6	0,5	2,69	59558,64
364	1,7	6	0,5	12	0,42	12	0,42	2,72	59569,56
365	1,7	12	0,42	12	0,42	6	0,5	2,72	59569,56
366	2	6	0,42	6	0,5	9	0,42	2,42	59622,72
367	2	9	0,42	6	0,5	6	0,42	2,42	59622,72

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
368	1,7	9	0,42	9	0,5	9	0,5	2,68	60047,52
369	1,7	9	0,5	9	0,5	9	0,42	2,68	60047,52
370	1,7	9	0,42	9	0,5	12	0,42	2,71	60058,44
371	1,7	12	0,42	9	0,5	9	0,42	2,71	60058,44
372	1,7	9	0,42	12	0,42	9	0,5	2,73	60069,32
373	1,7	9	0,5	12	0,42	9	0,42	2,73	60069,32
374	1,7	9	0,42	12	0,42	12	0,42	2,75	60080,24
375	1,7	12	0,42	12	0,42	9	0,42	2,75	60080,24
376	2	6	0,5	6	0,5	6	0,5	2,41	60111,60
377	2	6	0,5	6	0,42	9	0,5	2,43	60122,48
378	2	9	0,5	6	0,42	6	0,5	2,43	60122,48
379	2	6	0,42	9	0,42	6	0,5	2,46	60133,40
380	2	6	0,5	6	0,42	12	0,42	2,46	60133,40
381	2	6	0,5	9	0,42	6	0,42	2,46	60133,40
382	2	12	0,42	6	0,42	6	0,5	2,46	60133,40
383	1,7	6	0,42	9	0,5	12	0,5	2,70	60547,32
384	1,7	6	0,42	12	0,5	6	0,5	2,70	60547,32
385	1,7	6	0,5	12	0,5	6	0,42	2,70	60547,32
386	1,7	12	0,5	9	0,5	6	0,42	2,70	60547,32
387	1,7	9	0,5	9	0,42	12	0,5	2,72	60558,20
388	1,7	12	0,5	9	0,42	9	0,5	2,72	60558,20
389	1,7	6	0,42	12	0,42	12	0,5	2,74	60569,12
390	1,7	12	0,42	9	0,42	12	0,5	2,74	60569,12
391	1,7	12	0,5	9	0,42	12	0,42	2,74	60569,12
392	1,7	12	0,5	12	0,42	6	0,42	2,74	60569,12
393	2	6	0,5	6	0,5	9	0,42	2,45	60622,28
394	2	9	0,42	6	0,5	6	0,5	2,45	60622,28
395	2	9	0,42	6	0,42	9	0,5	2,47	60633,16
396	2	9	0,5	6	0,42	9	0,42	2,47	60633,16
397	2	6	0,42	9	0,42	9	0,42	2,49	60644,08
398	2	9	0,42	6	0,42	12	0,42	2,49	60644,08
399	2	9	0,42	9	0,42	6	0,42	2,49	60644,08
400	2	12	0,42	6	0,42	9	0,42	2,49	60644,08
401	1,4	9	0,5	12	0,5	12	0,5	2,96	60972,12
402	1,4	12	0,5	12	0,5	9	0,5	2,96	60972,12
403	1,4	12	0,42	12	0,5	12	0,5	2,98	60983,00
404	1,4	12	0,5	12	0,5	12	0,42	2,98	60983,00
405	1,7	6	0,42	12	0,5	9	0,42	2,73	61058,00
406	1,7	9	0,42	12	0,5	6	0,42	2,73	61058,00
407	2	6	0,42	6	0,5	9	0,5	2,46	61122,04
408	2	9	0,5	6	0,5	6	0,42	2,46	61122,04
409	2	6	0,42	6	0,42	12	0,5	2,48	61132,96
410	2	6	0,42	6	0,5	12	0,42	2,48	61132,96
411	2	6	0,5	9	0,42	6	0,5	2,48	61132,96
412	2	9	0,42	6	0,5	9	0,42	2,48	61132,96
413	2	12	0,42	6	0,5	6	0,42	2,48	61132,96
414	2	12	0,5	6	0,42	6	0,42	2,48	61132,96
415	1,7	6	0,5	9	0,5	12	0,5	2,72	61546,88
416	1,7	6	0,5	12	0,5	6	0,5	2,72	61546,88
417	1,7	9	0,5	9	0,5	9	0,5	2,72	61546,88

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
418	1,7	12	0,5	6	0,5	12	0,5	2,72	61546,88
419	1,7	12	0,5	9	0,5	6	0,5	2,72	61546,88
420	1,7	9	0,5	9	0,5	12	0,42	2,75	61557,76
421	1,7	12	0,42	9	0,5	9	0,5	2,75	61557,76
422	1,7	6	0,5	12	0,42	12	0,5	2,77	61568,64
423	1,7	9	0,5	12	0,42	9	0,5	2,77	61568,64
424	1,7	12	0,42	9	0,5	12	0,42	2,77	61568,64
425	1,7	12	0,5	12	0,42	6	0,5	2,77	61568,64
426	1,7	12	0,42	12	0,42	9	0,5	2,79	61579,56
427	1,7	9	0,5	12	0,42	12	0,42	2,79	61579,56
428	1,7	12	0,42	12	0,42	12	0,42	2,82	61590,44
429	2	6	0,5	9	0,42	9	0,42	2,52	61643,60
430	2	9	0,42	9	0,42	6	0,5	2,52	61643,60
431	1,7	6	0,5	12	0,5	9	0,42	2,76	62057,52
432	1,7	9	0,42	9	0,5	12	0,5	2,76	62057,52
433	1,7	9	0,42	12	0,5	6	0,5	2,76	62057,52
434	1,7	12	0,5	9	0,5	9	0,42	2,76	62057,52
435	1,7	9	0,42	12	0,42	12	0,5	2,81	62079,32
436	1,7	12	0,5	12	0,42	9	0,42	2,81	62079,32
437	2	6	0,5	6	0,5	9	0,5	2,49	62121,60
438	2	9	0,5	6	0,5	6	0,5	2,49	62121,60
439	2	6	0,42	9	0,5	6	0,42	2,51	62132,48
440	2	6	0,5	6	0,42	12	0,5	2,51	62132,48
441	2	6	0,5	6	0,5	12	0,42	2,51	62132,48
442	2	9	0,5	6	0,42	9	0,5	2,51	62132,48
443	2	12	0,42	6	0,5	6	0,5	2,51	62132,48
444	2	12	0,5	6	0,42	6	0,5	2,51	62132,48
445	2	6	0,42	9	0,42	9	0,5	2,53	62143,40
446	2	9	0,5	6	0,42	12	0,42	2,53	62143,40
447	2	9	0,5	9	0,42	6	0,42	2,53	62143,40
448	2	12	0,42	6	0,42	9	0,5	2,53	62143,40
449	2	6	0,42	9	0,42	12	0,42	2,56	62154,28
450	2	6	0,42	12	0,42	6	0,42	2,56	62154,28
451	2	9	0,42	9	0,42	9	0,42	2,56	62154,28
452	2	12	0,42	6	0,42	12	0,42	2,56	62154,28
453	2	12	0,42	9	0,42	6	0,42	2,56	62154,28
454	1,7	6	0,42	12	0,5	9	0,5	2,77	62557,32
455	1,7	9	0,5	12	0,5	6	0,42	2,77	62557,32
456	1,7	6	0,42	12	0,5	12	0,42	2,80	62568,20
457	1,7	9	0,42	12	0,5	9	0,42	2,80	62568,20
458	1,7	12	0,42	12	0,5	6	0,42	2,80	62568,20
459	1,7	12	0,5	9	0,42	12	0,5	2,80	62568,20
460	2	9	0,42	6	0,5	9	0,5	2,53	62632,28
461	2	9	0,5	6	0,5	9	0,42	2,53	62632,28
462	2	9	0,42	6	0,42	12	0,5	2,55	62643,16
463	2	9	0,42	6	0,5	12	0,42	2,55	62643,16
464	2	12	0,42	6	0,5	9	0,42	2,55	62643,16
465	2	12	0,5	6	0,42	9	0,42	2,55	62643,16
466	1,4	12	0,5	12	0,5	12	0,5	3,04	62982,12
467	2	6	0,42	6	0,5	12	0,5	2,54	63132,04

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
468	2	6	0,42	9	0,5	6	0,5	2,54	63132,04
469	2	6	0,5	9	0,5	6	0,42	2,54	63132,04
470	2	12	0,5	6	0,5	6	0,42	2,54	63132,04
471	2	6	0,5	9	0,42	9	0,5	2,56	63142,96
472	2	9	0,5	9	0,42	6	0,5	2,56	63142,96
473	2	6	0,42	12	0,42	6	0,5	2,59	63153,84
474	2	6	0,5	9	0,42	12	0,42	2,59	63153,84
475	2	6	0,5	12	0,42	6	0,42	2,59	63153,84
476	2	12	0,42	9	0,42	6	0,5	2,59	63153,84
477	1,7	6	0,5	12	0,5	9	0,5	2,80	63556,88
478	1,7	9	0,5	9	0,5	12	0,5	2,80	63556,88
479	1,7	9	0,5	12	0,5	6	0,5	2,80	63556,88
480	1,7	12	0,5	9	0,5	9	0,5	2,80	63556,88
481	1,7	6	0,5	12	0,5	12	0,42	2,83	63567,76
482	1,7	12	0,42	9	0,5	12	0,5	2,83	63567,76
483	1,7	12	0,42	12	0,5	6	0,5	2,83	63567,76
484	1,7	12	0,5	9	0,5	12	0,42	2,83	63567,76
485	1,7	9	0,5	12	0,42	12	0,5	2,85	63578,64
486	1,7	12	0,5	12	0,42	9	0,5	2,85	63578,64
487	1,7	12	0,42	12	0,42	12	0,5	2,87	63589,56
488	1,7	12	0,5	12	0,42	12	0,42	2,87	63589,56
489	2	6	0,42	9	0,5	9	0,42	2,58	63642,72
490	2	9	0,42	9	0,5	6	0,42	2,58	63642,72
491	2	9	0,42	9	0,42	9	0,5	2,60	63653,60
492	2	9	0,5	9	0,42	9	0,42	2,60	63653,60
493	2	6	0,42	12	0,42	9	0,42	2,62	63664,52
494	2	9	0,42	9	0,42	12	0,42	2,62	63664,52
495	2	9	0,42	12	0,42	6	0,42	2,62	63664,52
496	2	12	0,42	9	0,42	9	0,42	2,62	63664,52
497	1,7	9	0,42	12	0,5	9	0,5	2,84	64067,52
498	1,7	9	0,5	12	0,5	9	0,42	2,84	64067,52
499	1,7	9	0,42	12	0,5	12	0,42	2,86	64078,44
500	1,7	12	0,42	12	0,5	9	0,42	2,86	64078,44
501	2	6	0,5	6	0,5	12	0,5	2,57	64131,60
502	2	6	0,5	9	0,5	6	0,5	2,57	64131,60
503	2	9	0,5	6	0,5	9	0,5	2,57	64131,60
504	2	12	0,5	6	0,5	6	0,5	2,57	64131,60
505	2	9	0,5	6	0,42	12	0,5	2,59	64142,48
506	2	9	0,5	6	0,5	12	0,42	2,59	64142,48
507	2	12	0,42	6	0,5	9	0,5	2,59	64142,48
508	2	12	0,5	6	0,42	9	0,5	2,59	64142,48
509	2	6	0,42	9	0,42	12	0,5	2,61	64153,40
510	2	6	0,5	12	0,42	6	0,5	2,61	64153,40
511	2	12	0,42	6	0,42	12	0,5	2,61	64153,40
512	2	12	0,42	6	0,5	12	0,42	2,61	64153,40
513	2	12	0,5	6	0,42	12	0,42	2,61	64153,40
514	2	12	0,5	9	0,42	6	0,42	2,61	64153,40
515	1,7	6	0,42	12	0,5	12	0,5	2,85	64567,32
516	1,7	12	0,5	12	0,5	6	0,42	2,85	64567,32
517	2	6	0,5	9	0,5	9	0,42	2,60	64642,28

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
518	2	9	0,42	6	0,5	12	0,5	2,60	64642,28
519	2	9	0,42	9	0,5	6	0,5	2,60	64642,28
520	2	12	0,5	6	0,5	9	0,42	2,60	64642,28
521	2	6	0,5	12	0,42	9	0,42	2,65	64664,08
522	2	9	0,42	12	0,42	6	0,5	2,65	64664,08
523	2	6	0,42	9	0,5	9	0,5	2,62	65142,04
524	2	9	0,5	9	0,5	6	0,42	2,62	65142,04
525	2	6	0,42	9	0,5	12	0,42	2,64	65152,96
526	2	6	0,5	9	0,42	12	0,5	2,64	65152,96
527	2	9	0,42	9	0,5	9	0,42	2,64	65152,96
528	2	9	0,5	9	0,42	9	0,5	2,64	65152,96
529	2	12	0,42	9	0,5	6	0,42	2,64	65152,96
530	2	12	0,5	9	0,42	6	0,5	2,64	65152,96
531	2	6	0,42	12	0,42	9	0,5	2,66	65163,84
532	2	9	0,5	9	0,42	12	0,42	2,66	65163,84
533	2	9	0,5	12	0,42	6	0,42	2,66	65163,84
534	2	12	0,42	9	0,42	9	0,5	2,66	65163,84
535	2	6	0,42	12	0,42	12	0,42	2,69	65174,72
536	2	9	0,42	12	0,42	9	0,42	2,69	65174,72
537	2	12	0,42	9	0,42	12	0,42	2,69	65174,72
538	2	12	0,42	12	0,42	6	0,42	2,69	65174,72
539	1,7	6	0,5	12	0,5	12	0,5	2,88	65566,88
540	1,7	9	0,5	12	0,5	9	0,5	2,88	65566,88
541	1,7	12	0,5	9	0,5	12	0,5	2,88	65566,88
542	1,7	12	0,5	12	0,5	6	0,5	2,88	65566,88
543	1,7	9	0,5	12	0,5	12	0,42	2,90	65577,76
544	1,7	12	0,42	12	0,5	9	0,5	2,90	65577,76
545	1,7	12	0,42	12	0,5	12	0,42	2,93	65588,64
546	1,7	12	0,5	12	0,42	12	0,5	2,93	65588,64
547	2	9	0,42	9	0,42	12	0,5	2,68	65663,60
548	2	12	0,5	9	0,42	9	0,42	2,68	65663,60
549	1,7	9	0,42	12	0,5	12	0,5	2,92	66077,52
550	1,7	12	0,5	12	0,5	9	0,42	2,92	66077,52
551	2	6	0,5	9	0,5	9	0,5	2,65	66141,60
552	2	9	0,5	6	0,5	12	0,5	2,65	66141,60
553	2	9	0,5	9	0,5	6	0,5	2,65	66141,60
554	2	12	0,5	6	0,5	9	0,5	2,65	66141,60
555	2	6	0,42	12	0,5	6	0,42	2,67	66152,48
556	2	6	0,5	9	0,5	12	0,42	2,67	66152,48
557	2	12	0,42	6	0,5	12	0,5	2,67	66152,48
558	2	12	0,42	9	0,5	6	0,5	2,67	66152,48
559	2	12	0,5	6	0,42	12	0,5	2,67	66152,48
560	2	12	0,5	6	0,5	12	0,42	2,67	66152,48
561	2	6	0,5	12	0,42	9	0,5	2,69	66163,40
562	2	9	0,5	12	0,42	6	0,5	2,69	66163,40
563	2	6	0,5	12	0,42	12	0,42	2,72	66174,28
564	2	12	0,42	12	0,42	6	0,5	2,72	66174,28
565	2	9	0,42	9	0,5	9	0,5	2,68	66652,28
566	2	9	0,5	9	0,5	9	0,42	2,68	66652,28
567	2	9	0,42	9	0,5	12	0,42	2,71	66663,16

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
568	2	12	0,42	9	0,5	9	0,42	2,71	66663,16
569	2	9	0,42	12	0,42	9	0,5	2,73	66674,08
570	2	9	0,5	12	0,42	9	0,42	2,73	66674,08
571	2	9	0,42	12	0,42	12	0,42	2,75	66684,96
572	2	12	0,42	12	0,42	9	0,42	2,75	66684,96
573	2	6	0,42	9	0,5	12	0,5	2,70	67152,04
574	2	6	0,42	12	0,5	6	0,5	2,70	67152,04
575	2	6	0,5	12	0,5	6	0,42	2,70	67152,04
576	2	12	0,5	9	0,5	6	0,42	2,70	67152,04
577	2	9	0,5	9	0,42	12	0,5	2,72	67162,96
578	2	12	0,5	9	0,42	9	0,5	2,72	67162,96
579	2	6	0,42	12	0,42	12	0,5	2,74	67173,84
580	2	12	0,42	9	0,42	12	0,5	2,74	67173,84
581	2	12	0,5	9	0,42	12	0,42	2,74	67173,84
582	2	12	0,5	12	0,42	6	0,42	2,74	67173,84
583	1,7	9	0,5	12	0,5	12	0,5	2,96	67576,88
584	1,7	12	0,5	12	0,5	9	0,5	2,96	67576,88
585	1,7	12	0,42	12	0,5	12	0,5	2,98	67587,76
586	1,7	12	0,5	12	0,5	12	0,42	2,98	67587,76
587	2	6	0,42	12	0,5	9	0,42	2,73	67662,72
588	2	9	0,42	12	0,5	6	0,42	2,73	67662,72
589	2	6	0,5	9	0,5	12	0,5	2,72	68151,60
590	2	6	0,5	12	0,5	6	0,5	2,72	68151,60
591	2	9	0,5	9	0,5	9	0,5	2,72	68151,60
592	2	12	0,5	6	0,5	12	0,5	2,72	68151,60
593	2	12	0,5	9	0,5	6	0,5	2,72	68151,60
594	2	9	0,5	9	0,5	12	0,42	2,75	68162,48
595	2	12	0,42	9	0,5	9	0,5	2,75	68162,48
596	2	6	0,5	12	0,42	12	0,5	2,77	68173,40
597	2	9	0,5	12	0,42	9	0,5	2,77	68173,40
598	2	12	0,42	9	0,5	12	0,42	2,77	68173,40
599	2	12	0,5	12	0,42	6	0,5	2,77	68173,40
600	2	9	0,5	12	0,42	12	0,42	2,79	68184,28
601	2	12	0,42	12	0,42	9	0,5	2,79	68184,28
602	2	12	0,42	12	0,42	12	0,42	2,82	68195,20
603	2	6	0,5	12	0,5	9	0,42	2,76	68662,28
604	2	9	0,42	9	0,5	12	0,5	2,76	68662,28
605	2	9	0,42	12	0,5	6	0,5	2,76	68662,28
606	2	12	0,5	9	0,5	9	0,42	2,76	68662,28
607	2	9	0,42	12	0,42	12	0,5	2,81	68684,08
608	2	12	0,5	12	0,42	9	0,42	2,81	68684,08
609	2	6	0,42	12	0,5	9	0,5	2,77	69162,04
610	2	9	0,5	12	0,5	6	0,42	2,77	69162,04
611	2	6	0,42	12	0,5	12	0,42	2,80	69172,96
612	2	9	0,42	12	0,5	9	0,42	2,80	69172,96
613	2	12	0,42	12	0,5	6	0,42	2,80	69172,96
614	2	12	0,5	9	0,42	12	0,5	2,80	69172,96
615	1,7	12	0,5	12	0,5	12	0,5	3,04	69586,88
616	2	6	0,5	12	0,5	9	0,5	2,80	70161,60
617	2	9	0,5	9	0,5	12	0,5	2,80	70161,60

Tabela C.1 – Matriz de combinações das variáveis de projeto e custo previsto para as soluções (continuação).

Pos.	Hb	L1	D1	L2	D2	L3	D3	FS	Custo (R\$)
618	2	9	0,5	12	0,5	6	0,5	2,80	70161,60
619	2	12	0,5	9	0,5	9	0,5	2,80	70161,60
620	2	6	0,5	12	0,5	12	0,42	2,83	70172,48
621	2	12	0,42	9	0,5	12	0,5	2,83	70172,48
622	2	12	0,42	12	0,5	6	0,5	2,83	70172,48
623	2	12	0,5	9	0,5	12	0,42	2,83	70172,48
624	2	9	0,5	12	0,42	12	0,5	2,85	70183,40
625	2	12	0,5	12	0,42	9	0,5	2,85	70183,40
626	2	12	0,42	12	0,42	12	0,5	2,87	70194,28
627	2	12	0,5	12	0,42	12	0,42	2,87	70194,28
628	2	9	0,42	12	0,5	9	0,5	2,84	70672,28
629	2	9	0,5	12	0,5	9	0,42	2,84	70672,28
630	2	9	0,42	12	0,5	12	0,42	2,86	70683,16
631	2	12	0,42	12	0,5	9	0,42	2,86	70683,16
632	2	6	0,42	12	0,5	12	0,5	2,85	71172,04
633	2	12	0,5	12	0,5	6	0,42	2,85	71172,04
634	2	6	0,5	12	0,5	12	0,5	2,88	72171,60
635	2	9	0,5	12	0,5	9	0,5	2,88	72171,60
636	2	12	0,5	9	0,5	12	0,5	2,88	72171,60
637	2	12	0,5	12	0,5	6	0,5	2,88	72171,60
638	2	9	0,5	12	0,5	12	0,42	2,90	72182,48
639	2	12	0,42	12	0,5	9	0,5	2,90	72182,48
640	2	12	0,42	12	0,5	12	0,42	2,93	72193,40
641	2	12	0,5	12	0,42	12	0,5	2,93	72193,40
642	2	9	0,42	12	0,5	12	0,5	2,92	72682,28
643	2	12	0,5	12	0,5	9	0,42	2,92	72682,28
644	2	9	0,5	12	0,5	12	0,5	2,96	74181,60
645	2	12	0,5	12	0,5	9	0,5	2,96	74181,60
646	2	12	0,42	12	0,5	12	0,5	2,98	74192,48
647	2	12	0,5	12	0,5	12	0,42	2,98	74192,48
648	2	12	0,5	12	0,5	12	0,5	3,04	76191,60

A Tabela C.2 apresenta a distribuição de carga vertical nas estacas (em kN) ao longo da profundidade conforme gráfico apresentado na Figura 7.12.

A Tabela C.3 apresenta a distribuição de esforços cortantes nas estacas (em kN) ao longo da profundidade. O símbolo Hx indica o esforço cortante total na direção de x e Hy na direção y.

A Tabela C.4 apresenta a distribuição de momentos fletores nas estacas (em kN.m) ao longo da profundidade. O símbolo Mx indica o esforço de flexão total em torno de x e My em torno de y.

As Tabelas C.5 e C.6 apresentam os deslocamentos “u”, “v” e “w”, em mm, nos centros das estacas ao longo da profundidade.

Tabela C.2 – Carga vertical nas estacas ao longo da profundidade.

Seções	Estaca 1	Estaca 2	Estaca 3	Estaca 4
-1,4	1329,90	1536,62	863,15	1304,10
-1,7	1269,77	1371,38	1057,31	1230,05
-2,0	1276,71	1405,47	967,70	1243,49
-2,3	1264,21	1365,79	968,02	1231,34
-2,6	1244,90	1319,92	954,08	1213,35
-2,9	1220,64	1262,19	935,51	1190,82
-3,4	1187,00	1182,63	909,53	1159,51
-3,9	1148,55	1089,74	879,29	1123,62
-4,4	1108,98	990,26	848,05	1086,53
-4,9	1069,26	885,09	816,78	1049,14
-5,4	1029,37	773,16	785,52	1011,38
-5,9	988,82	654,26	754,04	972,81
-6,4	946,36	515,53	721,84	932,20
-6,9	900,93	391,46	688,92	888,48
-7,4	855,51	261,99	657,80	844,54
-7,7	816,36	-	632,48	806,50
-8,0	775,23	-	607,06	766,37
-8,4	718,63	-	572,61	710,96
-8,9	640,55	-	524,23	634,25
-9,4	528,72	-	446,93	523,94
-9,9	414,17	-	363,29	410,74
-10,4	289,67	-	259,41	287,39

Tabela C.3 – Esforços cortantes nas estacas ao longo da profundidade.

Seções	Estaca 1		Estaca 2		Estaca 3		Estaca 4	
	Hx (kN)	Hy (kN)	Hx (kN)	Hy (kN)	Hx (kN)	Hy (kN)	Hx (kN)	Hy (kN)
-1,4	117,4208	265,0568	340,3045	305,2262	207,9877	167,4678	279,4181	95,9995
-1,7	20,1845	53,0845	49,1257	45,4233	33,8580	28,0692	55,1773	16,6929
-2	14,5861	38,9287	58,6376	53,9438	25,4525	20,8560	40,3874	12,0363
-2,3	11,7621	32,3845	45,7736	42,3582	20,0058	16,5429	33,7144	9,7378
-2,6	8,8307	26,0893	39,9274	37,0662	14,7461	12,2761	27,2020	7,3406
-2,9	4,8048	17,2393	30,6478	28,6866	7,2196	6,0890	18,2027	4,0264
-3,4	2,4899	15,6337	23,0205	22,2835	3,9180	3,5842	15,9209	2,1904
-3,9	2,2969	15,8959	22,1983	21,6416	3,9198	3,6091	16,1754	2,0187
-4,4	2,0793	16,1512	21,8013	21,3341	3,9315	3,6411	16,4040	1,8211
-4,9	1,8282	16,3629	21,5937	21,2091	3,8936	3,6320	16,5842	1,5938
-5,4	1,6103	16,6362	21,5577	21,2316	3,8907	3,6552	16,8270	1,3976
-5,9	1,5121	16,9706	21,5876	21,3037	3,9499	3,7365	17,1349	1,3182
-6,4	1,7370	17,3751	21,9751	21,7163	4,1007	3,9050	17,5184	1,5589
-6,9	2,4401	17,7493	21,4686	21,2396	4,2877	4,1064	17,8736	2,2760
-7,4	6,9358	22,1507	44,0692	43,5951	6,3289	6,1454	22,2980	6,7697
-7,7	6,7766	20,9035	-	-	5,5804	5,4099	20,9672	6,6280
-8	4,1325	18,0232	-	-	4,0618	3,9047	18,0743	3,9960
-8,4	4,5113	17,4933	-	-	3,9159	3,7694	17,5660	4,3831
-8,9	6,7576	18,6946	-	-	4,5001	4,3597	18,7749	6,6350
-9,4	7,4218	18,2324	-	-	4,4259	4,2986	18,3036	7,3108
-9,9	7,2753	16,9430	-	-	4,2697	4,1608	17,0047	7,1802
-10,4	12,9746	29,8386	-	-	8,0799	7,9087	29,9407	12,8246

Tabela C.4 – Momentos fletores nas estacas ao longo da profundidade.

Seções	Estaca 1		Estaca 2		Estaca 3		Estaca 4	
	Mx (kN.m)	My (kN.m)						
-1,4	72,8267	35,0229	86,7190	97,9409	48,1861	59,3994	28,5883	77,6929
-1,7	51,9112	25,9533	62,1149	70,5890	36,6619	45,8782	21,1007	55,6624
-2	30,6294	17,0684	42,7695	49,2404	23,1952	28,9655	13,8375	33,5955
-2,3	12,8315	8,9426	23,2804	27,4141	11,5281	14,6459	7,1743	14,8723
-2,6	1,9532	3,4173	10,3438	12,7570	3,5886	4,8266	2,6702	3,2925
-2,9	-3,8636	-0,1083	1,2982	2,3246	-1,2481	-1,2064	-0,1812	-3,1592
-3,4	-6,1971	-2,0131	-4,7405	-4,7689	-3,6822	-4,3012	-1,6948	-6,0170
-3,9	-6,3749	-2,4401	-7,6674	-8,2397	-4,1931	-4,9993	-1,9934	-6,4904
-4,4	-5,1940	-1,8148	-8,5772	-9,3333	-3,4280	-4,1278	-1,4063	-5,4626
-4,9	-3,7945	-0,7325	-8,7621	-9,4962	-2,2850	-2,7819	-0,4239	-4,1184
-5,4	-2,7948	0,3034	-8,9663	-9,5822	-1,3288	-1,6348	0,5099	-3,1111
-5,9	-2,4397	0,8010	-9,3583	-9,8241	-0,8473	-1,0136	0,9272	-2,7138
-6,4	-2,7975	0,2994	-9,3566	-9,6718	-0,9454	-1,0266	0,3719	-3,0157
-6,9	-3,8933	-1,3860	-8,4047	-8,5897	-1,5772	-1,6166	-1,3438	-4,0568
-7,4	-6,2169	-4,2325	-6,5023	-6,6167	-2,8021	-2,8305	-4,1998	-6,3504
-7,7	-8,6237	-6,8062	-	-	-3,9270	-3,9587	-6,7723	-8,7394
-8	-9,8763	-7,8975	-	-	-4,3208	-4,3570	-7,8618	-9,9633
-8,4	-10,3218	-7,7324	-	-	-4,1538	-4,1942	-7,6949	-10,3798
-8,9	-10,4927	-7,0073	-	-	-3,7632	-3,8079	-6,9671	-10,5312
-9,4	-9,6288	-5,7220	-	-	-3,1020	-3,1459	-5,6829	-9,6559
-9,9	-7,1696	-3,8051	-	-	-2,1280	-2,1628	-3,7743	-7,1886
-10,4	-4,9993	-2,5273	-	-	-1,4242	-1,4489	-2,5053	-5,0123

Tabela C.5 – Deslocamentos (em mm) nas estacas 1 e 2 ao longo da profundidade.

Seções	Estaca 1			Estaca 2		
	u (mm)	v (mm)	w (mm)	u (mm)	v (mm)	w (mm)
-1,4	0,138	0,258	-16,848	0,263	0,227	-16,323
-1,7	0,173	0,308	-16,758	0,324	0,279	-16,255
-2,0	0,180	0,301	-16,648	0,337	0,289	-16,169
-2,3	0,170	0,266	-16,540	0,322	0,274	-16,085
-2,6	0,152	0,219	-16,433	0,292	0,247	-16,005
-2,9	0,130	0,174	-16,328	0,255	0,215	-15,927
-3,4	0,098	0,112	-16,158	0,197	0,165	-15,805
-3,9	0,074	0,071	-15,992	0,150	0,126	-15,691
-4,4	0,058	0,051	-15,832	0,119	0,102	-15,588
-4,9	0,048	0,047	-15,678	0,106	0,094	-15,494
-5,4	0,040	0,054	-15,529	0,110	0,101	-15,411
-5,9	0,031	0,068	-15,386	0,132	0,125	-15,340
-6,4	0,019	0,090	-15,249	0,171	0,166	-15,280
-6,9	0,004	0,119	-15,118	0,229	0,225	-15,236
-7,4	-0,007	0,159	-14,994	0,304	0,301	-15,211
-7,7	-0,009	0,191	-14,923	-	-	-
-8,0	-0,003	0,233	-14,856	-	-	-
-8,4	0,019	0,306	-14,770	-	-	-
-8,9	0,069	0,426	-14,674	-	-	-
-9,4	0,141	0,580	-14,589	-	-	-
-9,9	0,231	0,765	-14,523	-	-	-
-10,4	0,332	0,974	-14,484	-	-	-

Tabela C.6 – Deslocamentos (em mm) nas estacas 3 e 4 ao longo da profundidade.

Seções	Estaca 3			Estaca 4		
	u (mm)	v (mm)	w (mm)	u (mm)	v (mm)	w (mm)
-1,4	0,196	0,162	-17,478	0,288	0,114	-16,770
-1,7	0,250	0,204	-17,398	0,345	0,143	-16,683
-2,0	0,256	0,207	-17,319	0,343	0,148	-16,575
-2,3	0,233	0,187	-17,235	0,308	0,140	-16,470
-2,6	0,197	0,157	-17,154	0,260	0,125	-16,366
-2,9	0,157	0,124	-17,073	0,212	0,107	-16,264
-3,4	0,099	0,076	-16,942	0,144	0,082	-16,097
-3,9	0,056	0,042	-16,815	0,097	0,063	-15,936
-4,4	0,031	0,022	-16,693	0,071	0,050	-15,779
-4,9	0,018	0,012	-16,575	0,062	0,043	-15,628
-5,4	0,013	0,010	-16,462	0,065	0,037	-15,482
-5,9	0,013	0,010	-16,353	0,076	0,029	-15,342
-6,4	0,015	0,013	-16,248	0,096	0,017	-15,207
-6,9	0,020	0,019	-16,148	0,123	0,002	-15,077
-7,4	0,030	0,028	-16,053	0,163	-0,009	-14,955
-7,7	0,039	0,038	-15,999	0,195	-0,010	-14,885
-8,0	0,053	0,052	-15,946	0,236	-0,004	-14,818
-8,4	0,080	0,078	-15,879	0,309	0,018	-14,734
-8,9	0,124	0,123	-15,800	0,429	0,068	-14,638
-9,4	0,181	0,179	-15,730	0,583	0,139	-14,554
-9,9	0,248	0,246	-15,673	0,768	0,228	-14,488
-10,4	0,322	0,319	-15,638	0,978	0,330	-14,450

Além de gráficos de distribuição de momentos fletores (em unidades de kN.m e kN.m/m com e sem suavização dos resultados), conforme apresentado Capítulo 7, o programa FENF propicia, também, saídas gráficas bidimensionais de deslocamentos no topo do bloco, tensões e deformações no contato radier-solo e esforços solicitantes (normais, cortantes e momentos fletores) para o bloco. Para todo o domínio do problema, ou seja, de forma tridimensional podem ser visualizadas todas as tensões e deformações.

A Figura C.1 apresenta os deslocamentos “u” no bloco, ou seja, na direção x. A Figura C.2 apresenta os deslocamentos “v” no bloco, ou seja, na direção y. A Figura C.3 apresenta os deslocamentos “w” no bloco, ou seja, na direção z. A Figura C.4 apresenta as tensões verticais no contato radier-solo. A Figura C.5 apresenta os esforços cortantes suavizados na direção de y. A Figura C.6 apresenta os esforços normais suavizados na direção de y.

A Figura C.7 apresenta os deslocamentos verticais para todo o domínio e a Figura C.8 as tensões verticais na região próxima ao bloco.

Figura C.1 – Deslocamentos “u” no topo do bloco (exemplo 2).

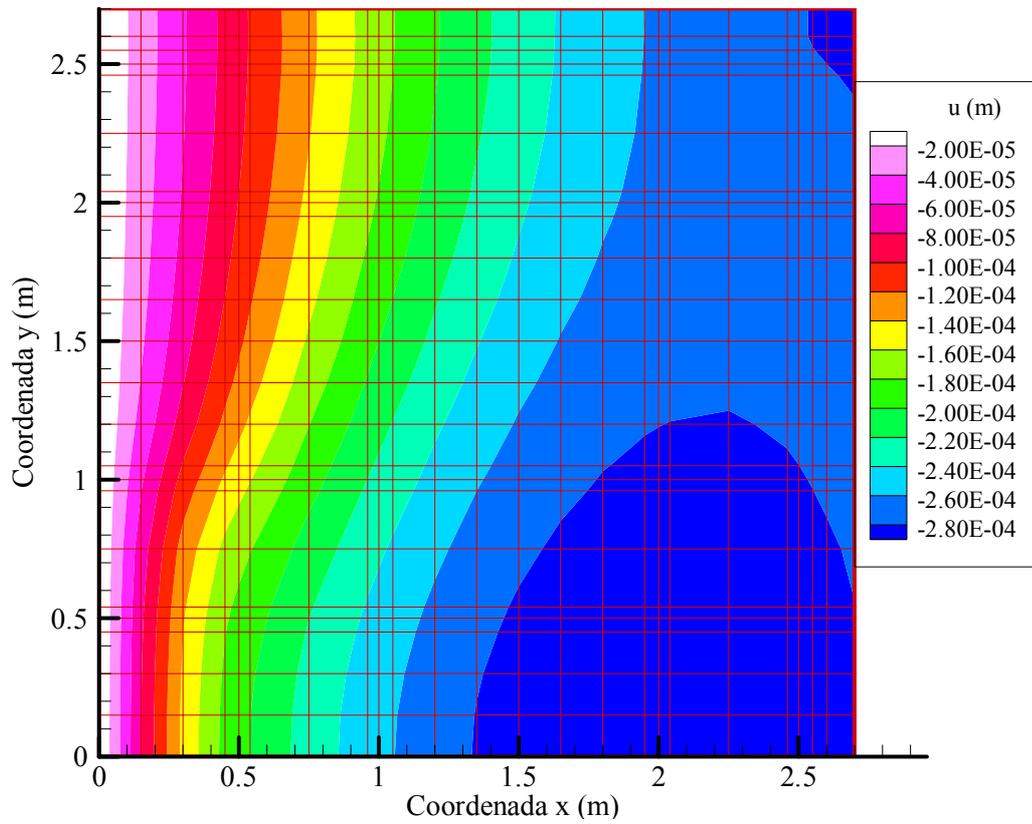


Figura C.2 – Deslocamentos “v” no topo do bloco (exemplo 2).

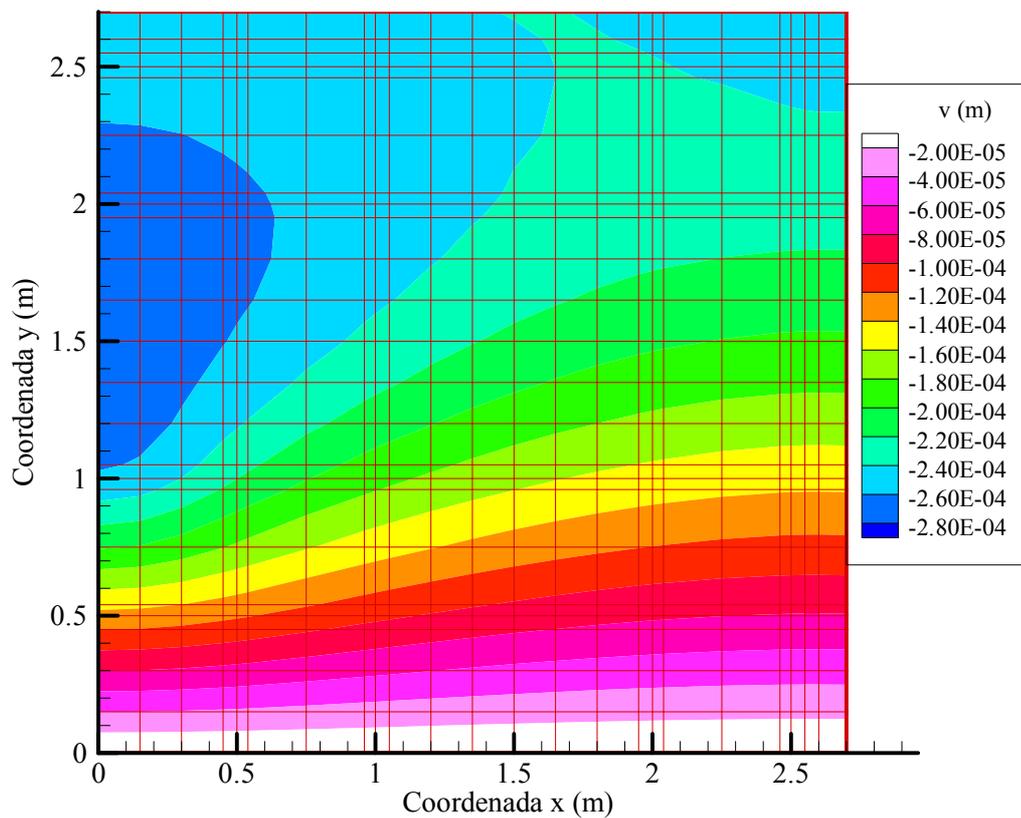


Figura C.3 – Deslocamentos “w” no topo do bloco (exemplo 2).

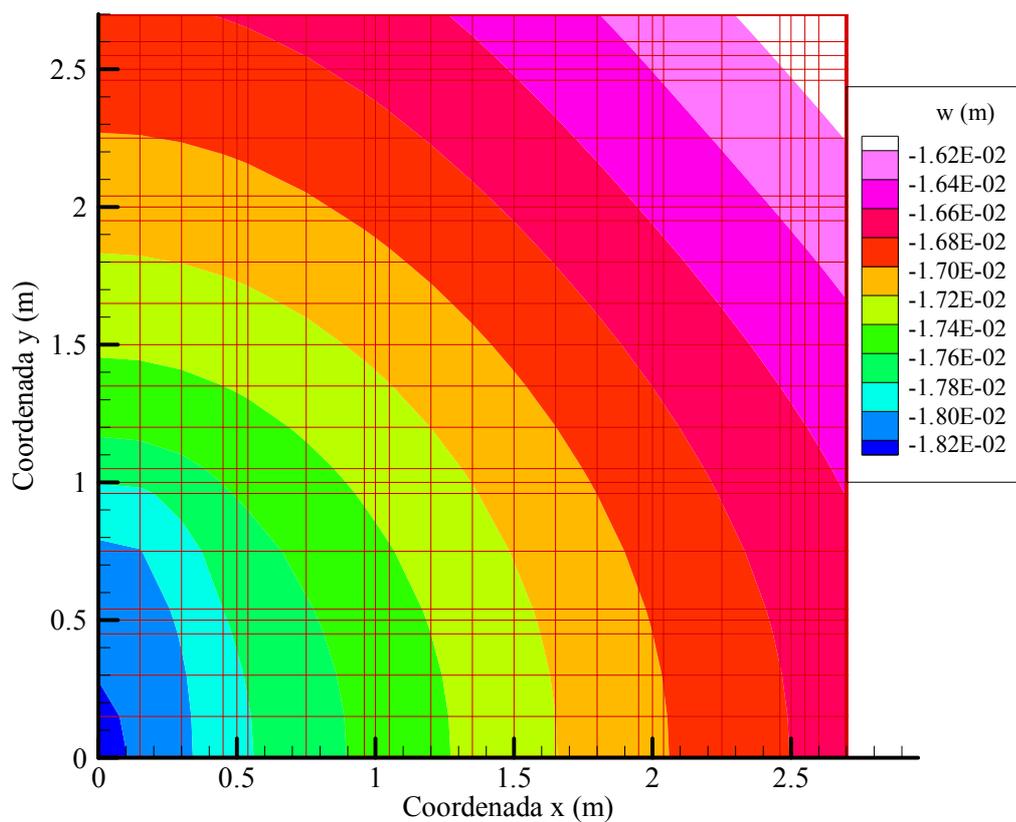


Figura C.4 – Tensões verticais no contato radier-solo (exemplo 2).

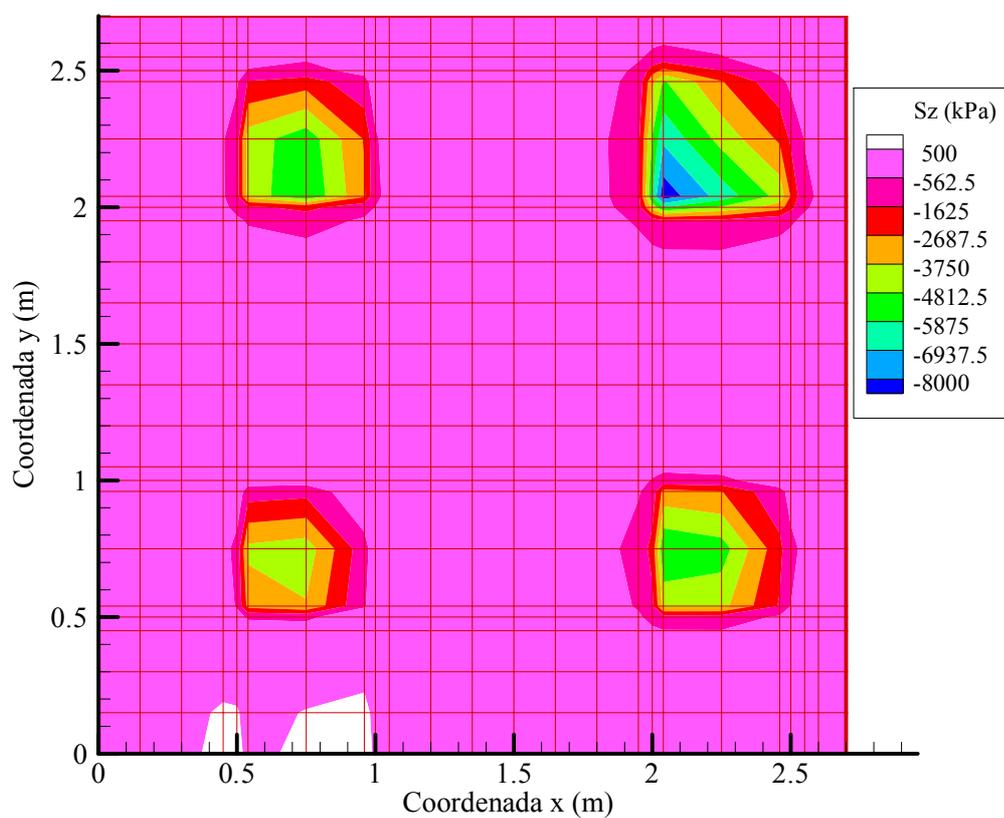


Figura C.5 – Esforços cortantes suavizados na direção de y (exemplo 2).

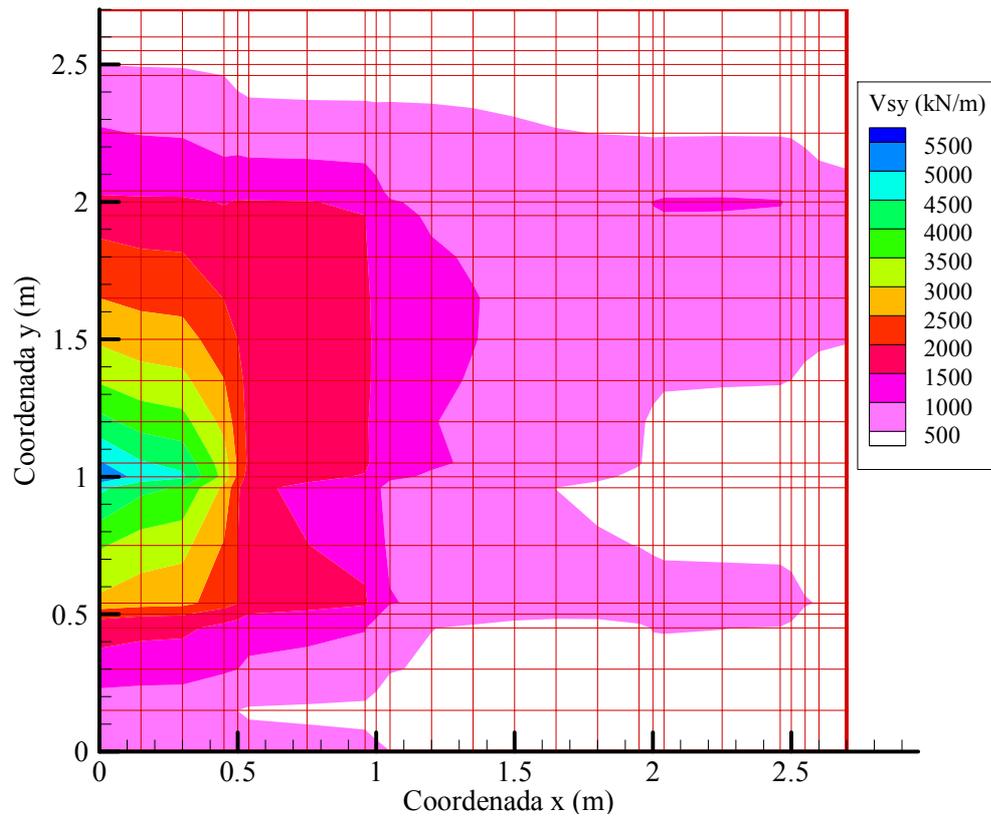


Figura C.6 – Esforços normais suavizados na direção de y (exemplo 2).

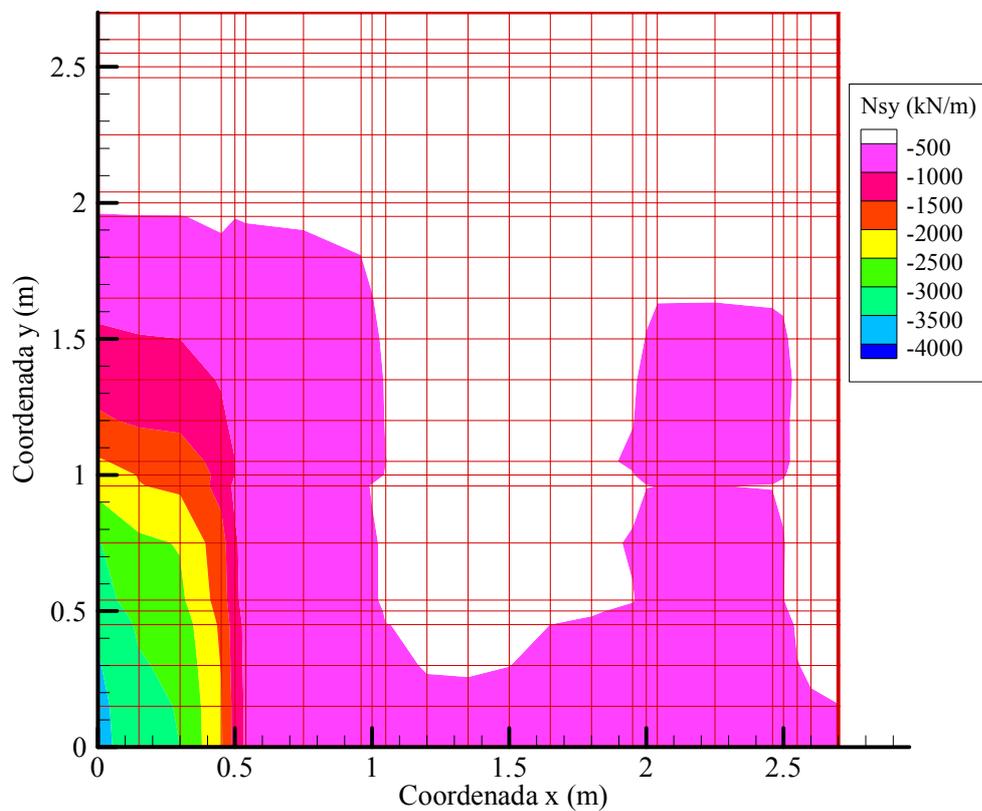


Figura C.7 – Deslocamentos verticais (m) para todo o domínio (exemplo 2).

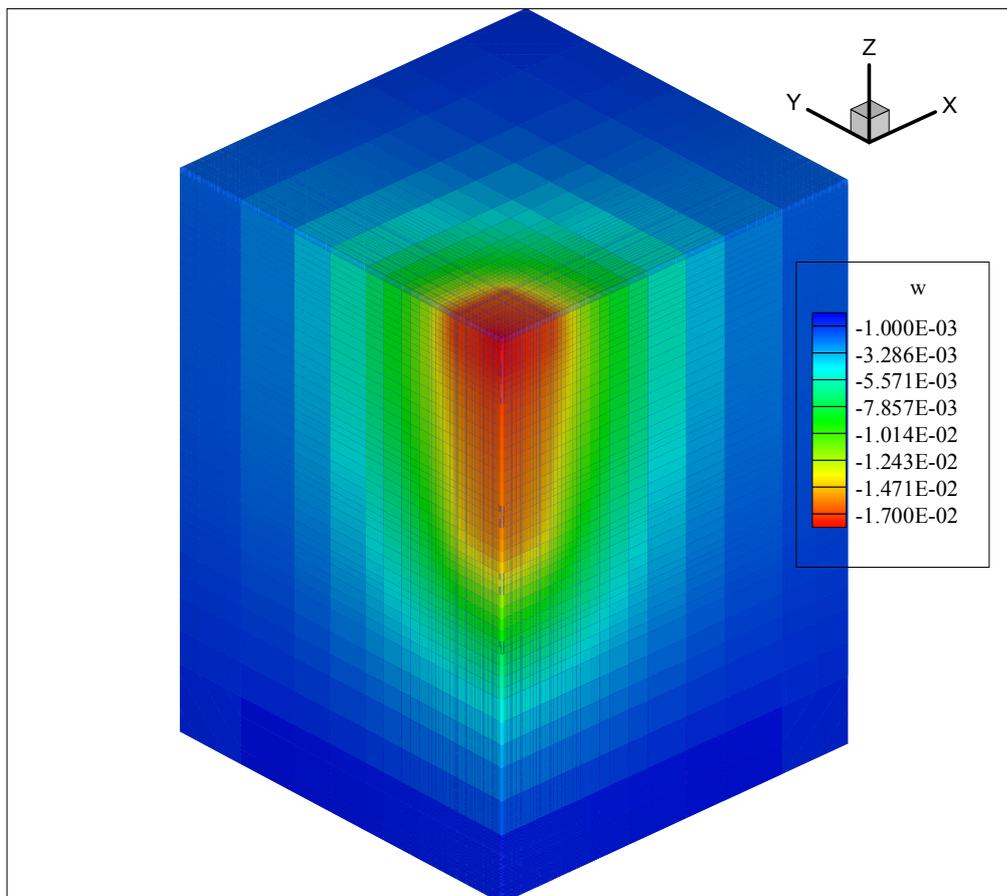
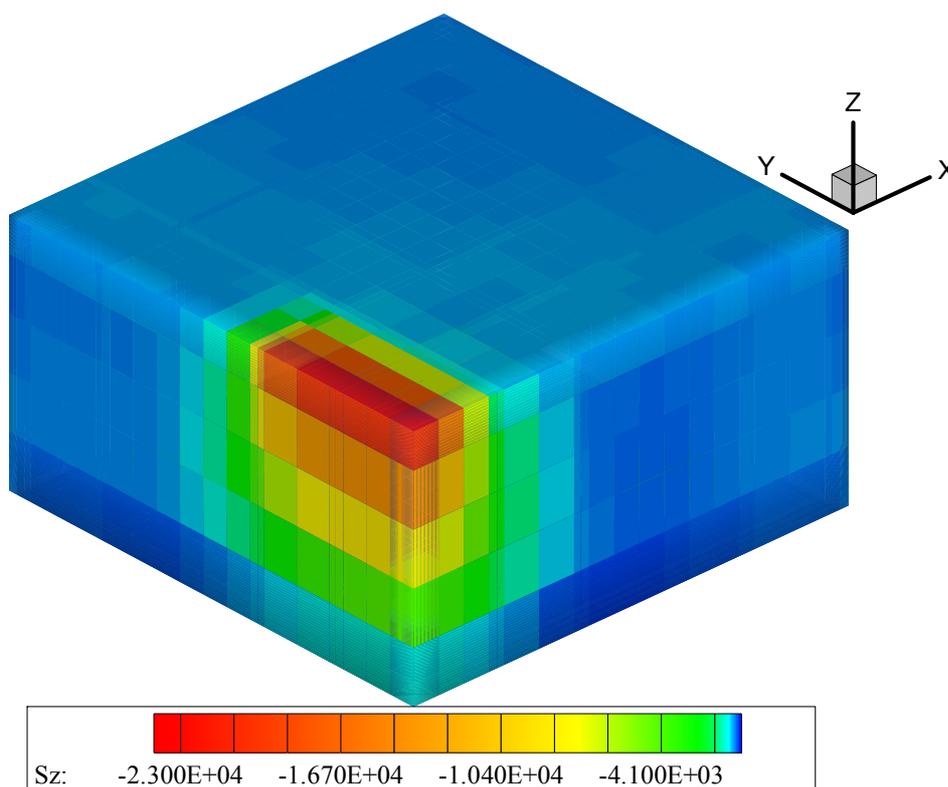


Figura C.8 – Tensões verticais (kPa) na região do bloco (exemplo 2).



Por fim, as Figuras C.9 e C.10 apresentam, de forma qualitativa e ilustrativa, possíveis distribuições de ferragens inferiores verticais e horizontais, respectivamente. Pode-se observar a concentração maior ou menor de aço de acordo com a magnitude de solicitação verificada.

Figura C.9 – Distribuição de ferragens verticais inferiores (exemplo 2).

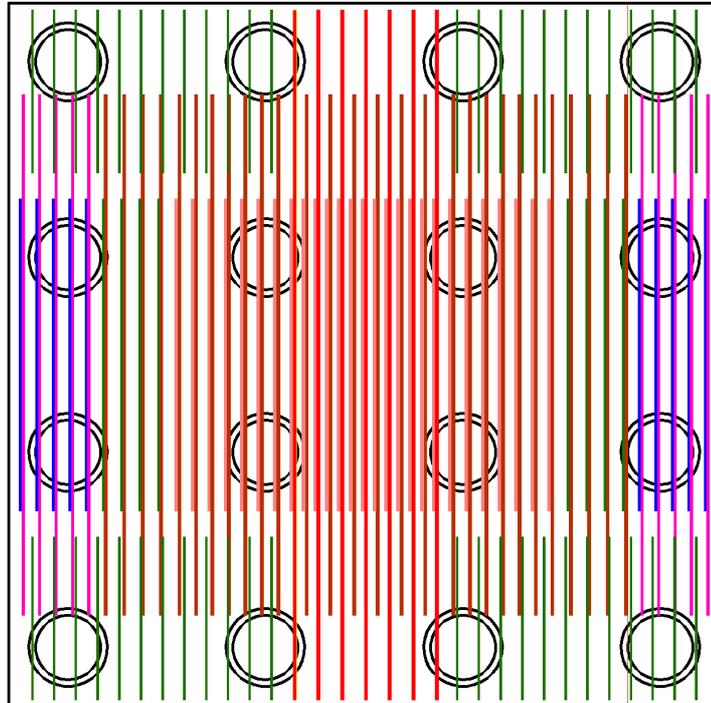


Figura C.10 – Distribuição de ferragens horizontais inferiores (exemplo 2).

