



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE
COMPUTAÇÃO (EMC)
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO

Wallisson Calixto Nogueira

Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Utilizando o Fluxo de Potência Intervalar

Goiânia

2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

☒ [X] Dissertação ☐ [] Tese

2. Nome completo do autor

Wallisson Calixto Nogueira

3. Título do trabalho

“Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Utilizando o Fluxo de Potência Intervalar”

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento ☒ [X] SIM ☐ [] NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Lina Paola Garcés Negrete, Professora do Magistério Superior**, em 02/01/2022, às 14:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **WALLISSON CALIXTO NOGUEIRA, Discente**, em 03/01/2022, às 09:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2603513** e o código CRC **989E540C**.

Referência: Processo nº 23070.058377/2021-62

SEI nº 2603513



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE
COMPUTAÇÃO (EMC)
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO



Wallisson Calixto Nogueira

Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Utilizando o Fluxo de Potência Intervalar

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Engenharia Elétrica e de Computação como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação.

Área de Concentração: Engenharia Elétrica.

Orientador: Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete

Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Goiânia

2021

Nogueira, Wallisson Calixto

Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Utilizando o Fluxo de Potência Intervalar/ Wallisson Calixto Nogueira. – Goiânia, 2021-

117 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, 2021.

1. Otimização. 2. Incertezas. 3. Fluxo de Potência Intervalar. I. Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete. II. Universidade Federal de Goiás. III. Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação. IV. Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Utilizando o Fluxo de Potência Intervalar



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 13 da sessão de Defesa de Dissertação de **Wallisson Calixto Nogueira**, que confere o título de Mestre em **Engenharia Elétrica e de Computação**, na área de concentração em **Engenharia Elétrica**.

Aos **trinta dias do mês de novembro de dois mil e vinte um**, a partir das **14h00min.**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **“Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Utilizando o Fluxo de Potência Intervalar”**. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora **Lina Paola Garcés Negrete (EMC/UFG)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor **Edmarcio Antonio Belati (CECS/UFABC)** membro titular externo, Professor Doutor **Gelson Antônio Andreia Brigatto (EMC/UFG)** membro titular externo, **cujas participações ocorreram através de videoconferência**. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **APROVADO** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora **Lina Paola Garcés Negrete**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos **trinta dias do mês de novembro de dois mil e vinte um**.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **WALLISSON CALIXTO NOGUEIRA, Discente**, em 11/01/2022, às 10:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Lina Paola Garcés Negrete, Professora do Magistério Superior**, em 11/01/2022, às 21:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gelson Antonio Andreia Brigatto, Professor do Magistério Superior**, em 12/01/2022, às 06:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edmarcio Antonio Belati, Usuário Externo**, em 14/01/2022, às 11:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2619000** e o código CRC **78F6F42E**.

Referência: Processo nº 23070.058377/2021-62

SEI nº 2619000

Este trabalho é dedicado à minha família e amigos.

Agradecimentos

À minha família que sempre me apoiou no meu sonho de estudar.

À minha esposa, pelo apoio e compreensão durante toda a jornada.

À Universidade Federal de Goiás (UFG) pelas oportunidades oferecidas.

À minha orientadora Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete pela sábia orientação e conselhos.

A todos os amigos que de alguma forma me apoiaram e incentivaram.

*“Somente o organismo mais apto prevalecerá”
(Charles Darwin)*

Resumo

Sistemas de Energia modernos devem lidar com altos níveis de incerteza no seu planejamento e operação, essas incertezas são devidas principalmente às variações nas cargas e na geração distribuída introduzida por novas tecnologias. Esse cenário traz novos desafios para os planejadores e operadores dos sistemas que precisam de novas ferramentas para realizar análises mais assertivas do estado da rede. Este trabalho apresenta uma metodologia de otimização capaz de considerar incertezas no problema de alocação e dimensionamento de geração distribuída em redes de distribuição de energia elétrica. A metodologia proposta utiliza o fluxo de potência intervalar (FPI) com o intuito de adicionar as incertezas no problema de otimização combinatória que é resolvido através das meta-heurísticas *Symbiotic Organism Search* (SOS) e *Particle Swarm Optimization* (PSO) para fins de comparação de desempenho. A adição de incertezas pelo FPI é validada pelo fluxo de potência probabilístico (FPP) resolvido através da Simulação de Monte Carlo (SMC). Essa metodologia foi implementada em *Python*®, e foi aplicada nas redes de teste IEEE 33-bus, IEEE 34-bus e IEEE 69-bus onde foram solucionados problemas de alocação e dimensionamento de geração distribuída visando a minimização das perdas técnicas e a regulação dos níveis de tensão da rede. Para a adição das incertezas, os resultados obtidos do FPI proposto nas redes testadas são compatíveis com os obtidos pelo FPP, evidenciando assim a robustez e aplicabilidade do método proposto. Para a solução do problema de otimização, a meta-heurística SOS mostrou-se robusta, uma vez que foi capaz de encontrar as melhores soluções que apresentam as menores perdas, mantendo os níveis de tensão regulados aos níveis pré-determinados. Já a meta-heurística PSO apresenta resultados menos satisfatórios, pois para todos os sistemas testados, a solução apresenta menor qualidade que aquela encontrada pelo SOS mostrando, dessa forma, que o algoritmo PSO apresenta dificuldades para escapar dos mínimos locais encontrados durante a simulação.

Palavras-chave: Otimização. Incertezas. Fluxo de Potência Intervalar.

Abstract

Modern Power Systems must deal with high levels of uncertainty in their planning and operation, these uncertainties are mainly due to variations in loads and distributed generation introduced by new technologies. This scenario brings new challenges for system planners and operators who need new tools to carry out more assertive analysis of the state of the network. This work presents an optimization methodology capable of considering uncertainties in the problem of sizing and sitting distributed generation in the networks. The proposed methodology uses the interval power flow (ILF) in order to add uncertainties to the combinatorial optimization problem that is solved through the meta-heuristics *Symbiotic Organism Search* (SOS) and *Particle Swarm Optimization* (PSO) for performance comparison purposes. The addition of uncertainties by ILF is validated by the probabilistic power flow (PLF) solved by Monte Carlo Simulation (MCS). This methodology was implemented in *Python*®, and was applied in the IEEE 33-bus, IEEE 34-bus and IEEE 69-bus test networks where distributed generation sizing and sitting problems were solved in order to minimize technical losses and to improve the voltage levels of the network. For the addition of uncertainties, the results obtained from the proposed ILF in the tested networks are compatible with those obtained by the PLF, thus showing the robustness and applicability of the proposed method. For the solution of the optimization problem, the SOS meta-heuristic proved to be robust, since it was able to find the best solutions that present the lowest losses, keeping the voltage levels regulated to the predetermined levels. On the other hand, the PSO meta-heuristic presents less satisfactory results, because for all the systems tested, the solution has a lower quality than that found by SOS, thus showing that the PSO algorithm presents difficulties to escape the minimum locations found during the simulation.

Keywords: Optimization. Uncertainty. Interval Load Flow.

Lista de ilustrações

Figura 1.1 – Quantidade de GD por ano e tipo	23
Figura 1.2 – Potência Instalada de GD por ano e tipo	23
Figura 4.1 – Organismos simbióticos vivendo em um ecossistema	33
Figura 4.2 – Iteração entre partículas no algoritmo PSO	37
Figura 5.1 – Sistema de distribuição didático 3-barras	43
Figura 6.1 – Função Uniforme de Distribuição de Densidade de Probabilidade para a carga ativa.	46
Figura 6.2 – Função Uniforme de Distribuição de Densidade de Probabilidade para a carga reativa.	47
Figura 7.1 – Exemplo de variável de otimização	48
Figura 8.1 – Perfil de tensão da rede IEEE 33-bus - SOS	56
Figura 8.2 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 33-bus - Pontos médios	57
Figura 8.3 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 33-bus - Diâmetros .	57
Figura 8.4 – Perfil de tensão da rede IEEE 33-bus - PSO	59
Figura 8.5 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 33-bus - Pontos médios	60
Figura 8.6 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 33-bus - Diâmetros .	60
Figura 8.7 – Perfil de tensão da rede IEEE 34-bus - SOS	63
Figura 8.8 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 34-bus - Pontos médios	64
Figura 8.9 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 34-bus - Diâmetros .	64
Figura 8.10–Perfil de tensão da rede IEEE 34-bus - PSO	65
Figura 8.11–Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 34-bus - Pontos médios	66
Figura 8.12–Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 34-bus - Diâmetros .	66
Figura 8.13–Perfil de tensão da rede IEEE 69-bus - SOS	69
Figura 8.14–Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 69-bus - Pontos médios	70
Figura 8.15–Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 69-bus - Diâmetros .	70
Figura 8.16–Perfil de tensão da rede IEEE 69-bus - PSO	71
Figura 8.17–Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 69-bus - Pontos médios	72
Figura 8.18–Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 69-bus - Diâmetros .	72

Lista de tabelas

Tabela 8.1 – Ângulo de fase – Rede IEEE 33-bus	54
Tabela 8.2 – Magnitude da tensão – Rede IEEE 33-bus	55
Tabela 8.3 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo SOS na a rede IEEE 33-bus	56
Tabela 8.4 – Analise de convergência o algoritmo SOS na rede IEEE 33-bus	56
Tabela 8.5 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para a rede IEEE 33-bus	57
Tabela 8.6 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo PSO na rede IEEE 33-bus	58
Tabela 8.7 – Analise de convergência o algoritmo PSO na rede IEEE 33-bus	59
Tabela 8.8 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para a rede IEEE 33-bus	59
Tabela 8.9 – Ângulo de fase – Rede IEEE 34-bus	61
Tabela 8.10–Magnitude da tensão – Rede IEEE 34-bus	62
Tabela 8.11–Potência Ativa de GD Alocada por barra na a rede IEEE 34-bus . . .	62
Tabela 8.12–Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para a rede IEEE 34-bus	63
Tabela 8.13–Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo PSO na a rede IEEE 34-bus	64
Tabela 8.14–Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para a rede IEEE 34-bus	66
Tabela 8.15–Ângulo de fase – Sistema de teste IEEE 69-bus	67
Tabela 8.16–Magnitude da tensão – Sistema de teste IEEE 69-bus	68
Tabela 8.17–Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo SOS na a rede IEEE 69-bus	68
Tabela 8.18–Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para a rede IEEE 69-bus	70
Tabela 8.19–Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo SOS na a rede IEEE 69-bus	71
Tabela 8.20–Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para a rede IEEE 69-bus	72

Trabalhos Submetidos e Publicados

Trabalhos aprovados e/ou publicados:

- Nogueira, Wallisson C.; Garcés Negrete, Lina P.; Avaliação do Desempenho de Técnicas de Solução de Fluxo de Potência. 16o CONPEEX - Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão, Universidade Federal de Goiás, Regional Goiânia, outubro, 2019.
- Nogueira, Wallisson; Negrete, Lina; López-Lezama, Jesús. Interval Load Flow for Uncertainty Consideration in Power Systems Analysis. *Energies*. 14. 642. 2021. 10.3390/en14030642.

Sumário

Introdução	17
I Levantamento Bibliográfico	21
1 Geração Distribuída	22
1.1 Dados de MMGD no Brasil	22
2 Fluxo de Potência	24
3 Modelagem de Incertezas	27
3.1 Fluxo de Potência Intervalar	27
3.1.1 Aritmética Intervalar	27
3.1.2 Operador de Krawczyk	28
3.1.2.1 Método de Newton Intervalar	28
3.1.2.2 Método de Krawczyk	29
3.2 Fluxo de Potência Probabilístico	30
4 Meta-heurísticas	32
4.1 Symbiotic Organism Search	32
4.1.1 Fase de mutualismo	33
4.1.2 Fase de comensalismo	34
4.1.3 Fase de parasitismo	35
4.2 Particle Swarm Optimization	35
II Desenvolvimento	38
5 Fluxo de Potência Intervalar Proposto	39
5.1 Exemplo Ilustrativo	42
6 Fluxo de Potência Probabilístico Proposto	46
7 Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Sob Incertezas	48
7.1 Symbiotic Organism Search	48
7.2 Particle Swarm Optimization	50
7.3 Métricas	50
III Resultados	52
8 Testes e Resultados	53
8.1 IEEE 33-bus test system	54
8.1.1 Dados do sistema	54
8.1.2 FPI e SMC	54

8.1.3	Alocação e Dimensionamento ótimo de Geração Distribuída	55
8.1.3.1	SOS	55
8.1.3.2	PSO	58
8.2	IEEE 34-bus test system	61
8.2.1	Dados do sistema	61
8.2.2	FPI e SMC	61
8.2.3	Alocação e Dimensionamento ótimo de Geração Distribuída	62
8.2.3.1	SOS	62
8.2.3.2	PSO	64
8.3	IEEE 69-bus test system	67
8.3.1	Dados do sistema	67
8.3.2	FPI e SMC	67
8.3.3	Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída	67
8.3.3.1	SOS	68
8.3.3.2	PSO	69
9	Conclusão	73
	Referências	75
	Apêndices	81
	APÊNDICE A Interval Load Flow for Uncertainty Consideration in Power Systems Analysis	82
	Anexos	97
	ANEXO A Funções Trigonométricas mpmath	98
	ANEXO B Dados da rede IEEE 33-bus test system	107
	ANEXO C Dados da rede IEEE 34-bus test system	110
	ANEXO D Dados da rede IEEE 69-bus test system	113

Introdução

Sistemas de Energia Elétrica (SEE) desempenham um papel importante nas sociedades modernas uma vez que eles possibilitam o uso de tecnologias e fornecem energia elétrica às indústrias e residências. Apesar disso, seu correto funcionamento só pode ser garantido se contarem com um adequado conjunto de ferramentas para sua operação e planejamento. Dentre estes estudos, a análise mais comum é o Fluxo de Potência (FP), que pode ser realizado por meio da utilização de várias técnicas amplamente conhecidas (MONTICELLI, 1983). Ainda assim, a maior fragilidade destes estudos é que a precisão de seus resultados é tão dubitável quanto a precisão dos dados de entrada (Allan; Al-Shakarchi, 1976). Imprecisões no fluxo de potência podem ser devidas a erros de medidas, previsões inexatas, suposições de limites na carga ou interrupções programadas (Borkowska, 1974).

O atual cenário político e econômico da indústria energética tem cada vez mais encorajado o uso de recursos energéticos distribuídos (RED) que incluem as gerações em pequena escala instaladas no lado do consumidor, a geração distribuída (GD), equipamentos de armazenamento de energia e a resposta à demanda, principalmente. Assim, a função dos consumidores vêm mudando progressivamente, se tornando cada vez mais ativos. Neste contexto, o modelo de carga adotado deve se adaptar para caracterizar estas novas incertezas (Primadianto; Lu, 2017). A análise intervalar pode ser vista como uma ferramenta efetiva para a consideração destas incertezas nos problemas de fluxo de potência (FP). Neste caso as cargas são modeladas por um conjunto de valores variando linearmente do menor ao maior valor possível, e assim tensões nodais, fluxos de potência e perdas são calculadas de maneira intervalar (de Oliveira; SETA; de Oliveira, 2016; PEREIRA; da Costa; ROSA, 2012; Araujo; da Costa, 2018; SETA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2020; MONEGO; FERNANDES, 2017). Esta abordagem é conhecida como fluxo de potência intervalar (FPI).

Para calcular o FPI são necessárias ferramentas matemáticas para garantir sua convergência. Isso pode ser realizado tanto pelo método de Newton intervalar (MOORE, 1966) bem como pelo método de Krawczyk (Mori; Yuihara, 1999), que encontram a solução do sistema intervalar com uma dada tolerância.

Em (SETA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2020), um modelo de planejamento ótimo da distribuição é proposto utilizando o FPI para a adição de incertezas, em que os resultados intervalares são utilizados como funções de mérito em um algoritmo de otimização. Em complemento o FPI, a matemática intervalar também é utilizada para adição de incertezas em problemas como a estimação de estados e de cálculo de curto-circuito (RASMUSSEN; YANG; NIELSEN, 2019).

Uma outra abordagem para a adição de incertezas é o fluxo de potência probabilístico (FPP) (Allan; Al-Shakarchi, 1976; Borkowska, 1974), em que as cargas são modeladas por meio de suas funções de densidade. Vários trabalhos propuseram modelos matemáticos para resolver este problema. A Simulação de Monte Carlo (SMC) é o método mais amplamente utilizado para a solução do FPP. Este método consiste na solução de vários FP determinísticos com variações aleatórias de seus parâmetros baseadas em suas funções de densidade de probabilidade, assim, se uma amostra de resultados grande o suficiente é obtida, um resultado altamente preciso pode ser obtido (Yu et al., 2009). Incertezas probabilísticas podem também ser modeladas por outro métodos, como a Expansão de Caos Polinomial (ECP), que é capaz de trabalhar de uma maneira não intrusiva e modelar com uma alta performance variáveis aleatórias e processos estocásticos (FU et al., 2020).

FPI tem se mostrado uma boa ferramenta para lidar com incertezas. Em (CHENG et al., 2018), os autores implementaram uma análise de FPI considerando as injeções de potência intervalares de fazendas eólicas com o foco de garantir ao operador do sistema valores intervalares das variáveis da rede para uma segura operação do sistema. Em (LUO et al., 2017), um FP baseado em aritmética afim é proposto para a consideração de flutuações regionais de potência não programadas. Os autores em (WANG et al., 2017) propuseram um FPI baseado em uma aritmética afim multi-estágio para considerar a incerteza das cargas e da geração distribuída em uma rede desequilibrada. Em (WANG et al., 2021), um híbrido entre fluxo de potência intervalar e probabilístico é proposto por meio de um método analítico de clusterização. Neste caso as incertezas de variáveis aleatórias e intervalares são consideradas simultaneamente. Os autores em (ZHANG et al., 2018) propuseram um FPI para gerar cenários otimizados. Nesta abordagem as incertezas intervalares são consideradas com limites variáveis, e a função objetivo é programada para calcular este limites. Em (LIAO et al., 2017) os autores propuseram um FPI baseado na função de inclusão de Taylor, enquanto em (LIU et al., 2020) um FPI é proposto utilizando a correlação das incertezas das injeções de potência. Outras variantes do FPI também são propostas em (ZHANG et al., 2017) e (TANG et al., 2020).

Mesmo melhorando a precisão do fluxo de potência, o problema de planejamento da distribuição envolvendo a integração de GD ainda é complexo. As conexões à rede para geração distribuída são significativamente diferentes das tradicionais conexões de geradores centralizados. Vários fatores devem ser analisados para o planejamento da conexão de GD, como número de fontes geradoras, suas localizações e tipos de conexão (ACKERMANN; ANDERSSON; SöDER, 2001; ALINEJAD-BEROMI; SEDIGHIZADEH; SADIGHI, 2008).

A instalação de GD em locais não ótimos, pode gerar uma série de malefícios à rede, como o aumento das perdas técnicas, tendo assim, um efeito oposto do desejado. Assim, utilizar um método capaz de selecionar os melhores locais e os dimensionamentos preferíveis em uma rede de distribuição complexa pode ser uma ótima ferramenta para os

planejadores, pois este é um grande problema de otimização combinatória (ALINEJAD-BEROMI; SEDIGHIZADEH; SADIGHI, 2008).

O problema de alocação e dimensionamento de GD consiste em duas etapas que são solucionadas em conjunto, a de seleção das melhores localidades para instalação da geração e a outra de escolha da capacidade máxima que cada uma das unidades geradoras (AFRAZ et al., 2012). Esse problema vem sendo amplamente estudado, utilizando uma série de diferentes objetivos. Tais objetivos podem ser a minimização de perdas (MAREDDY; REDDY; VYZA, 2010), melhoria no perfil de tensão (SEDIGHIZADEH; REZAZADEH, 2008), minimização de investimentos e custos de manutenção (LIU et al., 2015), melhoria dos índices de confiabilidade do sistema (BHADORIA et al., 2017), incremento de reserva girante (Abou El-Ela; ALLAM; SHATLA, 2010), além ainda das propostas que combinam vários destes objetivos (SEDIGHI et al., 2010; MORADI; ABEDINI, 2016; ALINEJAD-BEROMI; SEDIGHIZADEH; SADIGHI, 2008). Vários autores propuseram metodologias de otimização para resolver esse problema (JENKINS, 1995).

Diversas meta-heurísticas foram propostas para resolver problemas de otimização como, Particle Swarm Optimization por (KENNEDY, 1997), Particle Swarm Optimization Binário por (LEE et al., 2008), Symbiotic Organism Search por (CHENG; PRAYOGO, 2014), além de metodologias híbridas como as utilizadas em (NAYERIPOUR et al., 2013). Recentemente, os algoritmos de Symbiotic Organism Search (SOS) (CHENG; PRAYOGO, 2014) e Particle Swarm Optimization (PSO) (KENNEDY; EBERHART, 1995) tem mostrado sua eficiência em resolver problemas complexos de otimização. As metodologias PSO e SOS propõe respectivamente metodologias de otimização baseadas no comportamento de enxames durante seu deslocamento e no comportamento de organismos simbióticos em um ecossistema.

Objetivos

Assim, apresentados os problemas, esse trabalho tem como seus principais objetivos implementar uma metodologia capaz de adicionar incertezas no fluxo de potência por meio da aritmética intervalar, e também de implementar uma metodologia de otimização para a solução do problema de alocação de dimensionamento de geração distribuída que seja capaz de lidar com a incertezas no processo.

Propõe-se neste trabalho metodologias de otimização para a alocação e dimensionamento de GD considerando a adição de incertezas envolvidas com a operação dos sistemas de energia elétrica. As metodologias implementadas são baseadas nas meta-heurísticas de SOS e PSO. Para a consideração das incertezas no problema de fluxo de potência, utiliza-se o FPI utilizando o Operador de Krawczyk como mecanismo de convergência (NOGUEIRA; NEGRETE; LÓPEZ-LEZAMA, 2021) que apresenta melhores resultados quando comparado ao FPP baseado em SMC.

Contribuições

As principais contribuições deste trabalho são a apresentação de forma exemplificada e didática de uma implementação do FPI e também metodologias de otimização para alocação e dimensionamento de geração distribuída baseada nas meta-heurísticas SOS e PSO capazes de lidar com as incertezas do FPI por meio do uso de duas diferentes métricas.

Estrutura

Este trabalho apresenta a seguinte estrutura: Na parte um, é apresentado o levantamento bibliográfico dividido em quatro capítulos. O Capítulo 1 apresenta o conceito de geração distribuída e o seu crescimento no país. No Capítulo 2 é apresentada a metodologia Newton-Raphson para o cálculo do fluxo de potência. O Capítulo 3 traz as abordagens do FPI e FPP para a modelagem de incertezas. Já o Capítulo 4 apresenta as meta-heurísticas SOS e PSO para a solução de problemas de otimização. A parte dois, contém o desenvolvimento do trabalho contendo a apresentação das metodologias propostas, apresentando assim, nos Capítulos 5 e 6 respectivamente o FPI e o FPP propostos e no Capítulo 7 a metodologia de alocação e dimensionamento ótimo de geração distribuída sob incertezas baseada nas meta-heurísticas SOS e PSO. A seguir, as metodologias propostas são aplicadas nas redes de testes e seus resultados são apresentados na parte três, no Capítulo 8. Por fim, as principais conclusões e a proposta de trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 9.

Parte I

Levantamento Bibliográfico

1 Geração Distribuída

As reduções nos custos de investimento para sua instalação, e a maior acessibilidade às diversas tecnologias de telecomunicações que facilitam e aumentam a participação do consumidor nos sistemas de energia elétrica, vem acelerando nos últimos anos a inserção dos RED no Sistema Elétrico Brasileiro (EPE, 2021).

A micro e mini geração distribuída (MMGD) são a modalidade de RED mais aplicada no país até o momento, e vem tendo um crescimento exponencial. Elas foram regulamentadas no ano de 2012 pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) com a Resolução Normativa (REN) n° 482/2012, que permitiu à regulação brasileira a definição do termo *net metering* e a criação do sistema de créditos de energia elétrica (ANEEL, 2012). Em 2015, a regulamentação da MMGD foi aprimorada de modo a ampliar e tornar mais rápido o acesso dela aos consumidores pela REN n° 687/2015 (ANEEL, 2015).

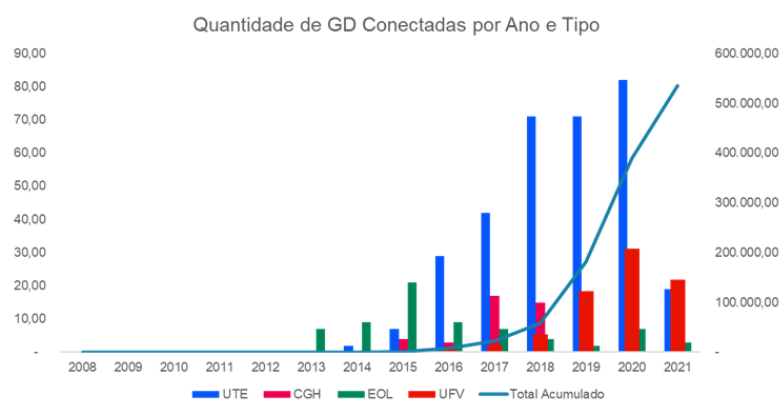
O principal impacto dessa ampla adoção de RED é a adição de uma nova fonte de incertezas nos problemas de planejamento de expansão do sistema energético (EPE, 2018). Esse novo cenário traz à tona a necessidade de adoção de novos modelos de carga, novas ferramentas de simulação e modelos regulatórios (Primadianto; Lu, 2017; EPE, 2018).

1.1 Dados de MMGD no Brasil

A ANEEL disponibiliza a base de dados SISGD (ANEEL, 2021), a qual é composta por informações de conexão de geração distribuída fornecida pelos diversos agentes do sistema elétrico brasileiro e, a partir desses dados foram elaboradas as Figuras 1.1 e 1.2. Desses dados disponibilizados é possível notar o crescimento, de fato, exponencial das GD à partir dos novos marcos regulatórios (ANEEL, 2012; ANEEL, 2015), principalmente na fonte fotovoltaica (UFV), que em julho de 2021 representou 99,9% das unidades de GD com 97,3% da potência instalada total no Brasil. Nas Figuras 1.1 e 1.2, os dados acumulados e referentes à UFV são apresentados em uma escala secundária à direita devido a grande diferença na ordem de grandeza.

Em função desse crescimento elevado das instalações de GD no país, neste trabalho, considera-se que a alocação e o dimensionamento desse tipo de instalações nos sistemas de energia elétrica não pode ser arbitrário e que regras de planejamento e operação devem ser satisfeitas para garantir o sucesso desses novos investimentos.

Figura 1.1 – Quantidade de GD por ano e tipo



Fonte: Elaborado pelo autor com dados de ([ANEEL, 2021](#))

Figura 1.2 – Potência Instalada de GD por ano e tipo



Fonte: Elaborado pelo autor com dados de ([ANEEL, 2021](#))

2 Fluxo de Potência

O fluxo de potência (FP) ou fluxo de carga é um problema de natureza não linear que tem como solução os estados da rede elétrica, ou seja, os módulos das tensões de barra e seus respectivos valores de ângulos de fase, que são representados pelo defasamento dos fasores de tensão em relação ao ângulo de fase de uma referência adotada no sistema (NESS; GRIFFIN, 1961).

As equações básicas para a solução desse problemas podem ser formuladas assumindo uma estrutura de referência de barras. Assim, para um sistema de N barras, o fluxo pode ser formulado a partir de N equações como a equação (2.1) com $k, m = 1, \dots, N$ (MOROZOWSKI, 1981).

$$\dot{I}_k = \sum_m Y_{km} \dot{V}_m \quad (2.1)$$

Em que $\dot{I}_k$ é a corrente total injetada na barra k , $\dot{V}_m$ é a tensão na barra m e Y_{km} é a soma das admitâncias ligadas à barras k se $m = k$ ou o negativo da soma das admitâncias conectadas entre as barras k e m se $k \neq m$.

Assim, a potência complexa total no nó k é dada pela equação (2.2), em que P_k e Q_k são as potências ativas e reativas injetadas na barra k :

$$\dot{S}_k = P_k + jQ_k = \dot{V}_k \dot{I}_k^* \quad (2.2)$$

Conjugando-se (2.1) e substituindo em (2.2) temos a equação (2.3).

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \sum_{m \in \Omega k} Y_{km}^* \dot{V}_m^* \quad (2.3)$$

Que pode ser escrita em sua forma exponencial como (2.4).

$$P_k + jQ_k = \|\dot{V}_k\| e^{j\theta_k} \sum_{m \in \Omega k} \|Y_{km}\| e^{-j\delta_{km}} \|\dot{V}_m\| e^{-j\theta_m} \quad (2.4)$$

Separando então, as partes real e imaginária da equação (2.4) tem-se as equações (2.5) e (2.6) .

$$P_k = \|\dot{V}_k\|^2 G_{kk} + \|\dot{V}_k\| \sum_{m \in \Omega k} \|\dot{V}_m\| (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.5)$$

$$Q_k = -\|\dot{V}_k\|^2 B_{kk} + \|\dot{V}_k\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (-B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.6)$$

Assim, com Y_{km} conhecido, as equações (2.5) e (2.6) formam um sistema de $2N$ equações para $4N$ variáveis: P_k , Q_k , $\|\dot{V}_k\|$ e θ_k . Então, para garantir consistência e solução única ao sistema, as variáveis do problema devem ser reduzidas, para se ter apenas $2N$ variáveis.

Para auxiliar nessa redução, definem-se três tipos principais de barra:

- *swing*: barra em que os valores de $\|\dot{V}_k\|$ e θ_k são conhecidos e, as potências P_k e Q_k podem ser livremente obtidas pelas equações (2.5) e (2.6);
- *PQ*: barra em que P_k e Q_k são conhecidas;
- *PV*: barra em que as variáveis P_k e $\|\dot{V}_k\|$ são conhecidas.

Consequentemente, destas premissas é possível criar um sistema com o formato de (2.7), em que as equações (2.8) são determinadas para barras tipo *PQ* e *PV* e, equações (2.9) são expressas apenas para barras tipo *PQ*.

$$g(x) = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\Delta P = P_{esp} - (\|\dot{V}_k\|^2 G_{kk} + \|\dot{V}_k\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m))) = 0 \quad (2.8)$$

$$\Delta Q = Q_{esp} - (-\|\dot{V}_k\|^2 B_{kk} + \|\dot{V}_k\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (-B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m))) = 0 \quad (2.9)$$

Para resolver esse sistema não linear de equações foi proposto, em 1961, o método de Newton-Rapshon (Tinney; Hart, 1967), que consiste em partir de uma aproximação conhecida x^h e conseguir uma aproximação melhor x^{h+1} resolvendo o sistema linear (2.10), em que $Jac(x)^h$ é o Jacobiano do sistema $g(x) = 0$.

$$Jac(x)^h \Delta x^{h+1} = -g(x^h) \quad (2.10)$$

Uma melhor estimativa de x é, então, obtida por meio da equação (2.11).

$$x^{h+1} = x^h + \Delta x^{h+1} \quad (2.11)$$

O jacobiano pode ser dividido em 4 sub-matrizes H , N , J e L como mostrado na equação (2.12) e definidas no conjunto de equações em (2.13) para $m \neq k$ e (2.14) para $m = k$:

$$Jac(V, \theta) = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} H_{km} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = \|\dot{V}_k\| \|\dot{V}_m\| (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ N_{km} &= \frac{\partial P_k}{\partial \|\dot{V}_m\|} = \|\dot{V}_k\| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ J_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -\|\dot{V}_k\| \|\dot{V}_m\| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ L_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \|\dot{V}_m\|} = \|\dot{V}_k\| (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} H_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = \|\dot{V}_k\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial \|\dot{V}_k\|} = 2\|\dot{V}_k\| G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ J_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = \|\dot{V}_k\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ L_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \|\dot{V}_k\|} = -2\|\dot{V}_k\| B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m\| (B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Assim, definidos os elementos do jacobiano, inicia-se o processo iterativo de atualização da solução, de acordo com a equação (2.15), até que o valor incremental das variáveis de interesse (neste caso, ΔP e ΔQ) sejam menores que uma tolerância pré-estabelecida.

$$\begin{bmatrix} \theta^{h+1} \\ V^{h+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^h \\ V^h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V^{h+1} \\ \Delta \theta^{h+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^h \\ V^h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H^h & N^h \\ J^h & L^h \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^h \\ \Delta Q^h \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

3 Modelagem de Incertezas

3.1 Fluxo de Potência Intervalar

O fluxo de potência intervalar (FPI) consiste no uso de grandezas intervalares na formulação básica do fluxo de potência, que foi apresentada na seção 2. Para isso, utiliza-se a teoria e conceptualização da aritmética intervalar, para possibilitar a implementação de operações com grandezas intervalares.

Assim, as operações intervalares possibilitam lidar com variáveis que possuem incertezas, (MONEGO; FERNANDES, 2017), porém, estes cálculos requerem um esforço computacional bem maior quando comparados aos cálculos convencionais e podem gerar um "problema de dependência", que alarga os intervalos dos resultados, deixando cada vez maior a distância entre o limite superior e inferior. Assim, diferentes técnicas podem ser utilizadas para suprimir esse problema. Uma delas é a utilização do operador de Krawczyk, que tem sido amplamente usado para lidar com essa dependência inerente aos cálculos intervalares, (Mori; Yuihara, 1999).

A seguir, será apresentada a teoria da aritmética intervalar e do operador de Krawczyk que fundamentam o FPI.

3.1.1 Aritmética Intervalar

Aritmética intervalar é baseada na realização de operações utilizando intervalos reais. Assim, uma variável X pode ser definida como $X = [x_1, x_2] = \{\bar{x} \in \mathbf{R}, x_1 \leq \bar{x} \leq x_2\}$. Com este intervalo, as propriedades ponto médio, diâmetro e raio podem ser definidas como segue, (Wang; Alvarado, 1992):

$$\text{Mid}(X) = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \quad (3.1)$$

$$\text{Diâmetro}(X) = x_2 - x_1 \quad (3.2)$$

$$\text{Raio}(X) = \frac{\text{Diâmetro}(X)}{2} \quad (3.3)$$

Adicionalmente, dadas as variáveis intervalares $X = [x_1, x_2] = \{\bar{x} \in \mathbf{R}, x_1 \leq \bar{x} \leq x_2\}$ e $Y = [y_1, y_2] = \{\bar{y} \in \mathbf{R}, y_1 \leq \bar{y} \leq y_2\}$, as operações aritméticas básicas para intervalos são definidas a seguir, (Wang; Alvarado, 1992; DIMITROV; MARKOV; POPOVA, 1992):

$$X + Y = [x_1 + y_1, x_2 + y_2] \quad (3.4)$$

$$X - Y = [x_1 - y_2, x_2 - y_1] \quad (3.5)$$

$$X \cdot Y = [\min(x_1y_1, x_1y_2, x_2y_1, x_2y_2), \max(x_1y_1, x_1y_2, x_2y_1, x_2y_2)] \quad (3.6)$$

$$\frac{X}{Y} = [x_1, x_2] \left[\frac{1}{y_1}, \frac{1}{y_2} \right] \text{ se } 0 \notin [y_1, y_2] \quad (3.7)$$

Apenas as operações básicas necessárias para a implementação do FPI foram apresentadas. Maiores detalhes sobre a aritmética intervalar podem ser encontrados em (DIMITROV; MARKOV; POPOVA, 1992). Para o FPI também são utilizadas operações trigonométricas intervalares, para isso, foi utilizada a biblioteca *mpmath* disponível para *Python®*, maiores detalhes sobre as funções trigonométricas estão disponíveis da documentação da biblioteca que pode ser encontrada no Anexo A.

3.1.2 Operador de Krawczyk

Para o cálculo do fluxo de potência, assim como descrito na seção 2, é necessária a resolução de um sistema de equações não lineares. A solução de equações não lineares exige o uso de métodos numéricos, uma vez que a resolução analítica delas é muito complexa. No fluxo de potência intervalar, a necessidade de lidar com variáveis intervalares inviabiliza o uso da metodologia de Newton-Raphson tradicionalmente usada na solução desse problema. Sendo assim, esta seção apresenta uma metodologia baseada no Operador de Krawczyk para a solução do sistema de equações não lineares associadas ao fluxo de potência intervalar.

O operador de Krawczyk é derivado do método de Newton intervalar. Assim, faz-se necessária uma explicação prévia do funcionamento desse método.

3.1.2.1 Método de Newton Intervalar

Suponhamos uma função não linear f , que atende à equação (3.8) e que possui uma solução verdadeira que é dada por um intervalo real.

$$f(x) = 0 \quad (3.8)$$

Aplicando-se o teorema do valor médio à equação (3.8), para encontrar uma $f(y)$, tem-se:

$$f(y) = f(x) + Jac(c)(y - x) \quad (3.9)$$

em que $c \in [x, y]$. Assumindo que $f(y) = 0$, tem-se:

$$Jac(c)(y - x) = -f(x) \quad (3.10)$$

Definido, então, o intervalo $[x, y] \in X$ tem-se:

$$Jac(X)(X - x) = -f(x) \quad (3.11)$$

Definindo o operador de Newton Intervalar $N(x, X)$ como a solução da equação (3.11) para X , tem-se:

$$N(x, X) = x - Jac(X)^{-1}f(x) \quad (3.12)$$

Assim, com x sendo o ponto médio do intervalo X e, introduzido a iteração h à equação (3.12), tem-se:

$$N(x^h, X^h) = x^h - Jac(X^h)^{-1}f(x^h) \quad (3.13)$$

Os intervalos de X^h podem ser reduzidos por meio de sua interseção com o resultado do operador de Newton Intervalar, da seguinte forma:

$$X^{h+1} = X^h \cap N(x^h, X^h) \quad (3.14)$$

Assim, o método de Newton intervalar exige a solução do sistema linear dado pela equação (3.13) para todo h .

3.1.2.2 Método de Krawczyk

Adicionando $(x - y)$ em ambos lados da equação (3.11) e utilizando a propriedade matricial de multiplicação pela matriz identidade I , tem-se:

$$(Jac(X) - I)(y - x) = -f(x) + x - y \quad (3.15)$$

E resolvendo a equação (3.15) para y tem-se:

$$y = -f(x) + x + (I - Jac(X))(y - x) \quad (3.16)$$

Então, sendo satisfeita a condição $[x, y] \in X$, pode-se definir o operador de Krawczyk como sendo a solução da equação (3.16).

$$K(x, X) = -f(x) + x + (I - Jac(X))(X - x) \quad (3.17)$$

Introduzindo a iteração h ao operador e uma matriz de condicionamento de Hansen e Smith C (Mori; Yuihara, 1999), tem-se:

$$K(x^h, X^h) = x - Cf(x^h) + (I - CJac(X^h))(X^h - x^h) \quad (3.18)$$

Assim, intervalos menores para X^h podem ser obtidos usando:

$$X^{h+1} = X^h \cap K(x^h, X^h) \quad (3.19)$$

Da equação (3.19), verifica-se que assim como no método de Newton Intervalar, o método de Krawczyk exige a interseção dos valores atuais do intervalo com os valores do operador para a atualização dos vetor X . Porém, observa-se que o método de Krawczyk não exige o cálculo da matriz inversa jacobiana $Jac(X^h)^{-1}$, o que em outras palavras significa que este método não requer a solução de um sistema linear de equações, o que torna seu uso mais prático e com menor esforço computacional.

3.2 Fluxo de Potência Probabilístico

Em um fluxo de potência determinístico, os valores das variáveis de entrada são as potências injetadas P_i para todas as barras PQ e PV, a potência reativa injetada Q_i para as barras PQ e o módulo da tensão $\|\dot{V}_i\|$ para as barras PV, como descrito na seção 2. Assim, o problema de fluxo de potência pode ser reformulado da seguinte forma, (Allan; Al-Shakarchi, 1976):

$$P_i = g_i(\theta_1, \dots, \theta_n, V_1, \dots, V_n) \quad (3.20)$$

$$Q_i = h_i(\theta_1, \dots, \theta_n, V_1, \dots, V_n) \quad (3.21)$$

Para o fluxo de potência probabilístico (FPP), a formulação é a mesma descrita pelas equações (3.20) e (3.21). Porém, agora as grandezas P_i e Q_i são definidas por meio de funções de densidade de probabilidade, enquanto a tensão V_i nas barras PV continua sendo uma quantidade determinística, (Allan; Al-Shakarchi, 1976).

Assim, o problema do FPP, possui as mesmas dificuldades do FP convencional, adicionando-se ainda o problema de tratamento de variáveis aleatórias. Para contornar

as dificuldades do FPP, que foi proposto inicialmente em 1974 por (Borkowska, 1974), foram desenvolvidas técnicas analíticas como as apresentadas em (Dopazo; Klitin; Sasson, 1975) e (Allan; Al-Shakarchi, 1976) e, também técnicas numéricas como as apresentadas em (ALLAN; GRIGG; AL-SHAKARCHI, 1976).

A solução numérica pode ser obtida utilizando a Simulação de Monte Carlo (SMC). Neste caso, a função de densidade de probabilidade de cada elemento é amostrada para que possa ser realizada a simulação. As simulações e amostragens devem ser realizadas um grande número de vezes, para que assim, um resultado representativo seja obtido.

Dessa forma, a SMC pode ser utilizada para a solução do FPP. Neste caso, a técnica é baseada na criação de vários cenários de simulação em que os dados de entrada são gerados de forma aleatória de acordo com a função de densidade de probabilidade que os define. Assim, resolvendo vários FP determinísticos convencionais e regidos pela lei dos grandes números, o resultado da SMC irá convergir com a função de densidade de probabilidade das funções de variáveis aleatórias dadas pelas equações (3.20) e (3.21) (ALLAN; SILVA; BURCHETT, 1981).

4 Meta-heurísticas

As meta-heurísticas formam uma classe de métodos que tem sido desenvolvidos fortemente desde sua criação nos anos 80. Elas foram propostas com o objetivo de atacar problemas complexos de otimização em que as heurísticas clássicas e métodos de otimização falharam em ser eficientes e efetivos (OSMAN; LAPORTE, 1996). Ao longo do tempo esses métodos tiveram em suas implementações a adição de estratégias que os ajudaram a fugir de máximos locais em espaços de solução complexos, especialmente em métodos que utilizam uma ou mais estruturas de vizinhança como métrica de definição de movimentos e transição em soluções, (GENDREAU; POTVIN et al., 2010).

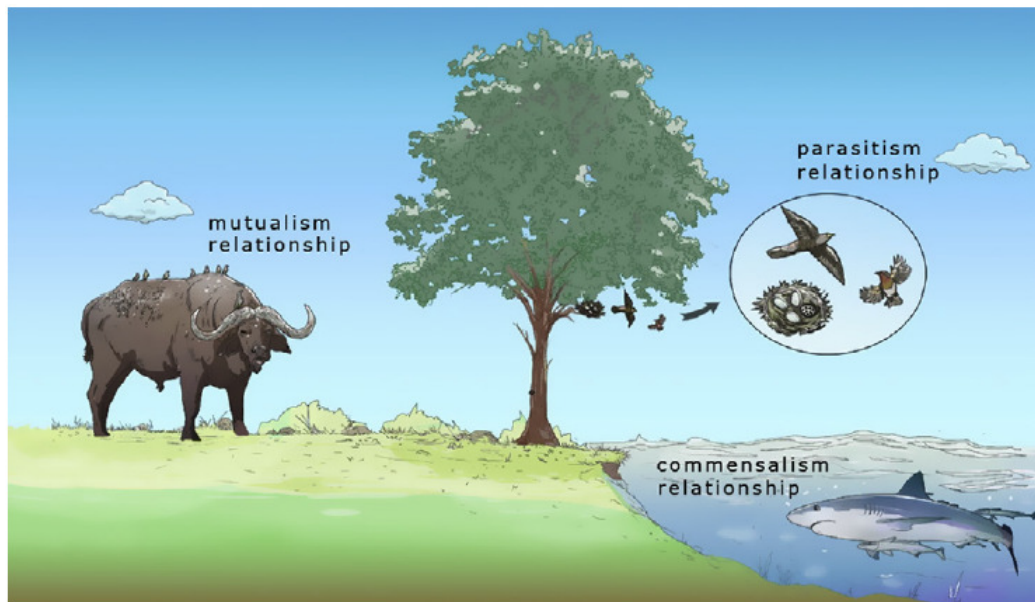
Algoritmos baseados em meta-heurísticas tentam encontrar a melhor solução dentre todas as possíveis em um problema de otimização. Para isso, elas avaliam várias soluções em potencial e realizam uma série de operações, para que novas soluções sejam produzidas e reavaliadas. Os algoritmos são produzidos de forma que as soluções possam ser armazenadas e manipuladas pelos diferentes operadores utilizados na técnica escolhida. Três classes podem ser utilizadas para classificar as meta-heurísticas de acordo com o método que utilizam para chegar em uma solução. As *Construtivas* que "constroem" soluções a partir das bases de suas constituições. As de *Buscas Locais* que iterativamente fazem pequenas mudanças em uma única solução. E as *Baseadas em População* que iterativamente combinam soluções em novas. Todavia, essas classes não são mutuamente exclusivas, as meta-heurísticas podem também combinar características diferentes dessas classes e, esses métodos podem ser chamados de métodos híbridos, (SÖRENSEN; GLOVER, 2013).

4.1 Symbiotic Organism Search

Os seres vivos raramente vivem isolados, devido à sua dependência a outros organismos para seu sustento e sobrevivência. Esse relacionamento baseado na dependência é chamado de simbiose. As relações simbióticas mais comuns na natureza são o mutualismo, o comensalismo e o parasitismo. O mutualismo é a relação simbiótica entre dois organismos, em que ambos são beneficiados. O comensalismo é a relação simbiótica entre dois organismos em que um é beneficiado e o outro não é afetado. O parasitismo é a relação simbiótica entre dois organismos em que um dos organismos é beneficiado e o outro é de fato prejudicado. A figura 4.1 ilustra um grupo de organismos simbióticos vivendo em um ecossistema (CHENG; PRAYOGO, 2014).

A meta-heurística *Symbiotic Organism Search* (SOS) simula as relações simbióticas, com organismos pareados, que são utilizadas na busca do organismo mais apto a resolver o problema de otimização. Como em outras meta-heurísticas baseadas em população, o

Figura 4.1 – Organismos simbióticos vivendo em um ecossistema



Fonte: (CHENG; PRAYOGO, 2014)

algoritmo SOS usa iterativamente uma população de candidatos de áreas promissoras para varrer o espaço de solução em busca do valor ótimo global. Os organismos iniciais são gerados randomicamente no espaço de solução. Cada organismo representa uma solução candidata ao problema de otimização com um valor de aptidão *fitness value* associado, que reflete o grau de adaptação do organismo para o objetivo desejado (CHENG; PRAYOGO, 2014).

Para gerar novas soluções as meta-heurísticas utilizam sequencias de operações. No algoritmo SOS gerar uma nova solução é um processo governado pela imitação das interações biológicas entre dois organismos do ecossistema. Cada organismo interage com os outros em três fases que se assemelham ao mundo real: fase de mutualismo, fase de comensalismo e a fase de parasitismo, (CHENG; PRAYOGO, 2014).

Cada iteração segue os princípios naturais de cada uma das fases, no mutualismo o benefício mútuo, no comensalismo um se beneficia enquanto o outro não é afetado e no parasitismo, um organismo é afetado para o benefício do outro.

A cada geração, os organismos são submetidos a interações em cada uma das fases simbióticas descritas, até que um critério de parada pré-determinado seja atingido.

4.1.1 Fase de mutualismo

Um exemplo de mutualismo que beneficia cada organismo participante, é o relacionamento entre pica-boi e o búfalo. O pica-boi se alimenta de insetos e carrapatos presentes

no corpo do búfalo, o que o beneficia, enquanto o búfalo é beneficiado pela remoção desses parasitas.

No SOS, X_i é o organismo que ocupa a i -ésima posição no ecossistema. Um outro organismo, X_j é escolhido aleatoriamente na população para interagir com X_i . Novos candidatos à solução X_i e X_j são calculados baseados na relação mutualística que é modelada como:

$$X_{inovo} = X_i + rand(0, 1) * (X_{best} - Vetor_Mútuo * BF_1) \quad (4.1)$$

$$X_{jnov} = X_j + rand(0, 1) * (X_{best} - Vetor_Mútuo * BF_2) \quad (4.2)$$

$$Vetor_Mútuo = \frac{X_i + X_j}{2} \quad (4.3)$$

Nas equações (4.1) e (4.2), o termo $rand(0, 1)$ é um número aleatório entre 0 e 1, enquanto BF_1 e BF_2 representam o quanto os organismos se beneficiarão da relação mútua, pois na natureza, nesse tipo de relação, cada organismo se beneficia de uma forma diferente. Assim, BF_1 e BF_2 devem variar aleatoriamente entre 1 e 2.

A equação (4.3) mostra um vetor chamado de "Vetor Mútuo", que representa a relação de mutualismo entre os organismos X_i e X_j . A parcela $(X_{best} - Vetor_Mútuo * BF)$ reflete o esforço mútuo para atingir um bom resultado e garantir a sobrevivência. O termo X_{best} é utilizado, pois representa o maior grau de aptidão no ecossistema, assim, utilizá-lo pode ajudar a incrementar o grau de aptidão de cada um dos organismos.

Finalmente, os organismos são atualizados somente caso seus novos valores de aptidão sejam melhores que os prévios à interação dos organismos.

4.1.2 Fase de comensalismo

Um exemplo de comensalismo é a relação entre o tubarão e a rêmora. A rêmora se fixa ao tubarão e se alimenta das sobras de alimento que o tubarão deixa. Enquanto o tubarão não é afetado pela presença e atividades da rêmora.

De maneira similar à do mutualismo, um organismo X_j é escolhido aleatoriamente para se relacionar com o organismo X_i . Assim, o organismo X_i se beneficia dessa interação, enquanto o organismo X_j não sofre nenhuma alteração. Um novo candidato à X_i é calculado nessa interação que é matematicamente modelada pela equação (4.4). Então, o organismo X_i é atualizado somente se o novo organismo for mais apto que o organismo pré-interação.

$$X_{inovo} = X_i + rand(-1, 1) * (X_{best} - X_j) \quad (4.4)$$

Na equação (4.4), o termo $rand-1, 1$ representa um número aleatório entre -1 e 1, enquanto a parcela $(X_{best} - X_j)$ reflete o benefício que o organismo X_i está recebendo do organismo X_j , aumentando suas vantagens de sobrevivência em um ecossistema em conjunto com o organismo mais apto atual X_{best} .

4.1.3 Fase de parasitismo

Um exemplo de parasitismo é a relação entre o chopim e outros pássaros hospedeiros. O chopim, coloca seus ovos no ninho de outro pássaro, o que o beneficia pois transfere o trabalho de cuidar dos filhotes ao pássaro que teve seu ninho invadido e prejudica o hospedeiro pois os recursos de sua prole serão consumidos pelo parasita, que pode inclusive, matar os filhotes do hospedeiro.

No algoritmo SOS, na etapa de parasitismo, o organismo X_i assume o papel de parasita por meio da criação de um organismo artificial chamado "Vetor Parasita". O Vetor Parasita é criado duplicando o vetor X_i e mudando aleatoriamente uma de suas dimensões. Um organismo X_j é escolhido aleatoriamente e serve de hospedeiro para o Vetor Parasita. O Vetor Parasita tenta substituir o organismo X_j , assim, ambos organismos são avaliados e, caso o Vetor Parasita seja mais apto, ele irá eliminar o organismo X_j e assumir sua posição no ecossistema.

4.2 Particle Swarm Optimization

Vários estudos tem sido realizados com o intuito de propor modelos computacionais que simulam o movimento de animais, sejam eles pássaros em um bando, cardumes de peixes ou enxames de abelhas, (KENNEDY; EBERHART, 1995).

De acordo com a literatura, o movimento desses conjuntos, que comumente são nomeados enxames, podem ser baseados em cinco princípios,(KENNEDY; EBERHART, 1995):

- 1] o princípio de proximidade, em que os indivíduos da população devem ser capazes de se locomover em um espaço de busca;
- 2] o princípio da qualidade, no qual os indivíduos devem ser capazes de responder à fatores de qualidade no ambiente;
- 3] o princípio das respostas diversas, em que os indivíduos não devem se prender à um caminho restrito;
- 4] o princípio da estabilidade, no qual os indivíduos não devem mudar seu comportamento sempre que as condições ambientais mudem.

- 5] o princípio da adaptabilidade, em que os indivíduos devem estar aptos a mudar seu comportamento quando ele não é mais conveniente .

O algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO), parte da base de um enxame que é gerado artificialmente no espaço de busca da solução, cada elemento desse enxame é denominado partícula e se comporta como um ponto sem massa e volume em um espaço N-dimensional, cada uma delas é uma candidata à solução do problema de otimização. As iterações dessas partículas são regidas pelos cinco princípios acima mencionados uma vez que as partículas podem alterar suas posições e velocidades de acordo com mudanças ambientais, o que garante a aderência com os princípios de proximidade e qualidade. O algoritmo PSO não limita o movimento das partículas, submetendo-as a constante busca por um valor ótimo global e local, o que garante o princípio das respostas diversas. As partículas mantêm seus movimentos estáveis no espaço de busca, enquanto muda seu modo de movimento para se adaptar às mudanças no ambiente, o que garante os princípios da estabilidade e adaptabilidade.

Assim, o PSO é um algoritmo de busca por soluções ótimas baseado no comportamento de um enxame, em que cada partícula pode memorizar seu próprio valor "ótimo", o valor "ótimo" de todas as outras partículas do enxame e a sua própria velocidade, além de possuir um valor de aptidão *fitness value* que mostra o quão perto aquela partícula está da posição ótima. Assim, em cada geração, as informações das partículas são combinadas gerando novas velocidades para cada uma das dimensões, as quais são utilizadas para gerar uma nova partícula, (WANG; TAN; LIU, 2018).

Para descrever o algoritmo PSO, assume-se um enxame de tamanho M em um espaço N-dimensional, em que a posição de cada partícula i é $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}, \dots, x_{iN})$, sua velocidade é $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id}, \dots, v_{iN})$ e a posição ótima que cada partícula assumiu, isto é, a posição em que aquela partícula assumiu o melhor *fitness value*. Essa posição é dada por $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id}, \dots, p_{iN})$. E a posição ótima do enxame, que corresponde a melhor das posições ótimas das partículas, é dada por $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gid}, \dots, p_{gin})$.

Assim, novas velocidades e posições para as partículas podem ser calculadas como:

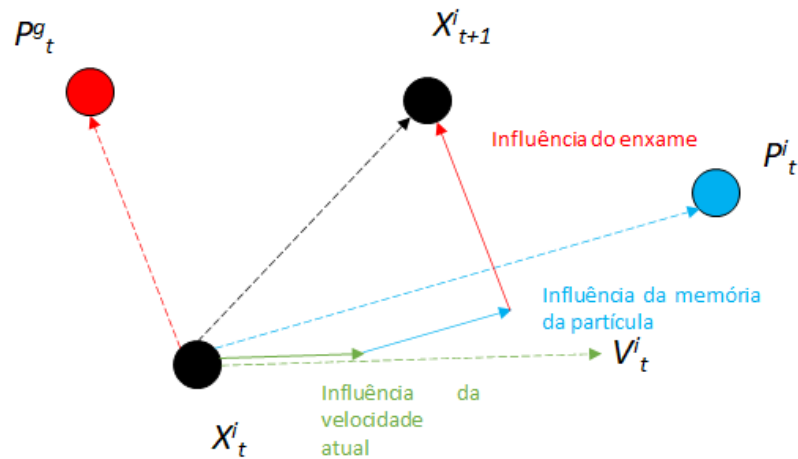
$$v_{i,t+1}^d = \omega * v_{i,t}^d + c_1 * rand(0, 1) * (p_{i,t}^d - x_{i,t}^d) + c_2 * rand(0, 1) * (p_{g,t} - x_{i,t}^d) \quad (4.5)$$

$$x_{i,t+1}^d = x_{i,t}^d + v_{i,t+1}^d \quad (4.6)$$

Da equação para atualização de velocidade, pode-se notar que o primeiro termo $\omega * v_{i,t}^d$ representa a influência da velocidade prévia da partícula. Isso significa que a partícula é fiel ao seu próprio estado de movimento, tendo assim uma componente inercial, então, o

parâmetro ω é chamada de peso inercial. O segundo termo, $c_1 * rand(0, 1) * (p_{i,t}^d - x_{i,t}^d)$, representa a distância entre a partícula e a sua própria posição ótima, esse termo é chamado de item cognitivo. Isso representa que a partícula pode pensar por si mesma, movendo-se de acordo com sua própria experiência. Assim, o parâmetro c_1 é chamado de fator de aprendizado cognitivo. O terceiro termo da equação, $c_2 * rand(0, 1) * (p_{g,t}^d - x_{i,t}^d)$, representa a distância entre a partícula e a posição ótima do enxame, esse termo é chamado de item social. Ele representa o fato de que as partículas podem compartilhar informações e cooperar, movendo-se de acordo com a experiência de todo o enxame. Neste termo, o parâmetro c_2 é chamado de fator de aprendizado social. A cada geração, o processo iterativo que cada partícula sofre pode ser analisado graficamente pela figura 4.2.

Figura 4.2 – Iteração entre partículas no algoritmo PSO



Fonte: Autoria própria

Assim sendo, as velocidades e posições de cada uma das partículas é atualizada de forma iterativa. Os máximos locais e globais, P_g e P_i , são recalculados a cada iteração até que um critério de parada pré-determinado seja atingido.

Parte II

Desenvolvimento

5 Fluxo de Potência Intervalar Proposto

Os principais passos para a solução do fluxo de potência utilizando variáveis intervalares são descritos abaixo.

Passo 1: Obter as tensões de barra utilizando um fluxo de potência determinístico. Neste trabalho, o fluxo de potência determinístico corresponde a solução do problema utilizando o método de Newton-Raphson com as variáveis de entrada fixas em seus valores determinísticos, i.e, injeções de potência (carga e geração) fixadas em seus máximos valores previstos.

Passo 2: Definir as variações percentuais nas demandas e calcular seus respectivos valores intervalares de acordo com:

$$Pc_k^i = Pc_k^d [1 - \alpha, 1 + \alpha] \quad (5.1)$$

$$Qc_k^i = Qc_k^d [1 - \alpha, 1 + \alpha] \quad (5.2)$$

Em que Pc_k^d e Qc_k^d são os valores determinísticos das cargas ativas e reativas, respectivamente, na barra k , α é a variação percentual na demanda e Pc_k^i e Qc_k^i são os valores intervalares para as cargas ativas e reativas, respectivamente. Cabe ressaltar que neste passo a passo, a representação intervalar foi considerada apenas para as cargas, ainda assim, a lógica das equações (5.1) e (5.2) pode ser estendida para a representação das gerações.

Passo 3: Calcular os valores esperados da potência injetada intervalar, por meio de seu valor determinístico e das cargas intervalares calculadas em (5.1) e (5.2), usando:

$$P_{exp_k}^i = P_{exp_k}^d - Pc_k^d + Pc_k^i \quad (5.3)$$

$$Q_{exp_k}^i = Q_{exp_k}^d - Qc_k^d + Qc_k^i \quad (5.4)$$

Em que $P_{exp_k}^d$ e $Q_{exp_k}^d$ são, respectivamente, a potência ativa e reativa esperada na barra k utilizada no fluxo de potência determinístico, enquanto $P_{exp_k}^i$ e $Q_{exp_k}^i$ são, respectivamente, as potências ativas e reativas intervalares esperadas na barra k .

Assim, os *mismatches* intervalares para a inicialização dos valores das magnitudes e dos ângulos das tensões de barras são calculados. Os *mismatches* intervalares são calculados

utilizando as potências calculadas determinísticas e seus respectivos valores intervalares esperados de acordo com as equações (5.5) e (5.6), conforme (Tinney; Hart, 1967).

$$\Delta P_k^i = P_{exp_k}^i - P_{calc_k}^d \quad (5.5)$$

$$\Delta Q_k^i = Q_{exp_k}^i - Q_{calc_k}^d \quad (5.6)$$

Em que $P_{calc_k}^d$ e $Q_{calc_k}^d$ são os valores determinísticos calculados para as potências ativas e reativas na barra k , enquanto ΔP_k^i e ΔQ_k^i são os *mismatches* intervalares das potências ativas e reativas na barra k , respectivamente.

Assim, os incrementos intervalares dos módulos e ângulos das tensões de barras são calculados utilizando a matriz jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico e os *mismatches* intervalares (ΔP^i e ΔQ^i), da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} = [Jac]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Em que ΔP^i e ΔQ^i são os vetores dos *mismatches* intervalares de potência ativa e reativa, respectivamente. Jac é a matriz jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico, $\Delta \theta^i$ e ΔV^i são os incrementos intervalares dos ângulos e módulos das tensões de barra, respectivamente. Assim, as magnitudes e ângulos intervalares das tensões de barras podem ser calculadas por meio de seu resultado determinístico e dos incrementos intervalares como:

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^d \\ V^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

em que θ^d e V^d são, respectivamente, os vetores da solução determinística para os ângulos de fase e dos módulos das tensões de barra, enquanto θ^i e V^i são respectivamente os valores intervalares dos ângulos de fase e módulos das tensões de barra.

Passo 4: Calcular as potências ativas e reativas intervalares utilizando a matriz de admitância do sistema, bem como os valores intervalares atuais dos ângulos de fase e magnitude das tensões de barra, utilizando (5.9) e (5.10) e assim recalculando os *mismatches* de potência, conforme (Tinney; Hart, 1967). Note que estas equações são similares as do fluxo de potência determinístico, com apenas a mudança de que as variáveis do problema foram substituídas por suas variáveis intervalares.

$$P_{calc_k}^i = \|\dot{V}_k^i\|^2 G_{kk} + \|\dot{V}_k^i\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \|\dot{V}_m^i\| \left(G_{km} \cos(\theta_k^i - \theta_m^i) + B_{km} \sin(\theta_k^i - \theta_m^i) \right) \quad (5.9)$$

$$Q_{calc_k}^i = -\|\dot{V}_k^i\|^2 B_{kk} + \|\dot{V}_k^i\| \sum_{m \in \Omega_k} \|\dot{V}_m^i\| \left(-B_{km} \cos(\theta_k^i - \theta_m^i) + G_{km} \sin(\theta_k^i - \theta_m^i) \right) \quad (5.10)$$

em que $\|\dot{V}_k^i\|$ e $\|\dot{V}_m^i\|$ são os módulos das tensões intervalares nas barras k e m , respectivamente. E, θ_k^i e θ_m^i são os ângulos de fase intervalares das tensões nas barras k e m , respectivamente. G_{ij} e B_{ij} são respectivamente as componentes real e imaginária de Y_{ij} da matriz de admitância do sistema e $P_{calc_k}^i$ e $Q_{calc_k}^i$ são, respectivamente, os valores intervalares das potências ativas e reativas. Assim, os *mismatches* intervalares são recalculados de acordo com (5.11) e (5.12), (Tinney; Hart, 1967):

$$\Delta P_k^i = P_{exp_k}^i - P_{calc_k}^i \quad (5.11)$$

$$\Delta Q_k^i = Q_{exp_k}^i - Q_{calc_k}^i \quad (5.12)$$

Passo 5: Aplicar o operador de Krawczyk de acordo com (3.18), no qual as variáveis assumirão os seguintes valores:

$$X^h = \begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$x^h = \text{Mid}(X^h) \quad (5.14)$$

$$f(x^h) = \text{Mid} \left(\begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} \right) \quad (5.15)$$

Passo 6: Atualizar os valores intervalares dos ângulos de fase e das magnitudes das tensões de barra por meio da interseção dos valores obtidos pelo operador de Krawczyk com os valores atuais, assim como em (5.16).

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} \cap K(x^h, X^h) \quad (5.16)$$

Passo 7: Verificar se a maior variação no raio das variáveis entre as iterações é menor que a tolerância especificada, se sim, o fluxo de potência intervalar convergiu, se não, retorna ao passo 5.

Passo 8: Calcular as grandezas elétricas intervalares de saída, $L^i(V_k, \theta_k, V_m, \theta_m)$ desejadas utilizando as equações (5.17) e (5.18).

$$\Delta L^i = \left[\frac{\partial L^d}{\partial \theta_k} X_p + \frac{\partial L^d}{\partial V_k} Y_p + \frac{\partial L^d}{\partial \theta_m} Z_p + \frac{\partial L^d}{\partial V_m} W_p \right] [\Delta P^i \Delta Q^i]^t \quad (5.17)$$

$$L^i = L^d + \Delta L^i \quad (5.18)$$

Em que L^i e L^d são respectivamente o valor intervalar e o valor determinístico da grandeza de saída. X_p , Y_p , Z_p e W_p são as linhas da matriz inversa jacobiana avaliada após a convergência do FP determinístico assim como mostra a equação (5.19).

$$[\dots \Delta \theta_k^i \Delta V_k^i \dots \Delta \theta_m^i \Delta V_m^i \dots]^t = [\dots X_p Y_p \dots Z_p W_p \dots]^t [\Delta P^i \Delta Q^i]^t \quad (5.19)$$

5.1 Exemplo Ilustrativo

Uma explicação detalhada do FPI para o sistema didático de três barras (3-barras), mostrado na Figura 5.1, é apresentado. Nesta figura, a impedância das linhas está representada em ohms, as cargas representadas em MVA, os módulos das tensões de barra em (p.u) e os ângulos de fase em graus ($^\circ$). Este sistema tem uma potência de base de 1 MVA e uma tensão de base de 23 kV. Na figura 5.1, as variáveis de estado de interesse para cada barra estão representadas na figura. Estes são os cálculos correspondentes ao descrito no **Passo 1** da Seção 5. A matriz jacobina da última iteração do fluxo de potência determinístico corresponde a:

$$[\text{Jac}] = \begin{bmatrix} 10^{20} & -1175,96 & 0,0 & 354,39 & -349,20 & 0,0 \\ -1174,55 & 2045,74 & -871,19 & -353,49 & 369,47 & -19,22 \\ 0,0 & -871,14 & 871,14 & 0,0 & -21,15 & 19,20 \\ -348,76 & 348,76 & 0,0 & 10^{20} & -1177,47 & 0,0 \\ 353,49 & -372,68 & 19,19 & -1174,55 & 2047,45 & -872,67 \\ 0,0 & 21,12 & -21,12 & 0,0 & -872,26 & 871,95 \end{bmatrix}$$

A matriz Jacobiana foi considerada em sua forma completa. Portanto, grandes valores da ordem de 10^{20} são assumidos nos elementos da diagonal principal referentes à barra *swing*, pois nesta barra o módulo e ângulo de fase são fixados em 1,0 p.u e 0 graus, respectivamente, assim a atualização iterativa dos valores destas barras não é necessário.

Uma variação percentual de 5%, i.e. $\alpha = 5\%$, é assumida para as cargas do sistema para assim definir seu valor intervalar, como apresentado no **Passo 2**, para P_c^i e Q_c^i :

$$[P_c^i] = \begin{bmatrix} [0; 0] \\ [1,747; 1,932] \\ [0,931; 1,029] \end{bmatrix}$$

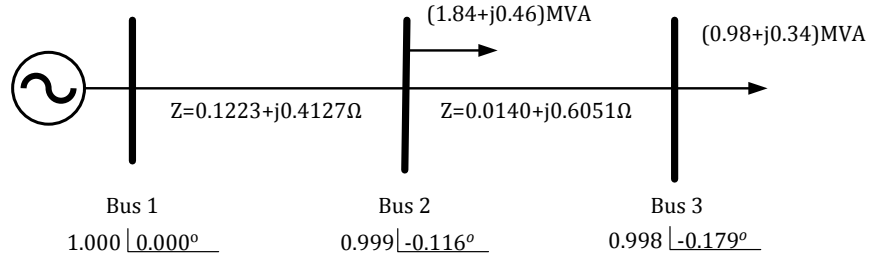


Figura 5.1 – Sistema de distribuição didático 3-barras

$$[Q_c^i] = \begin{bmatrix} [0; 0] \\ [0, 437; 0, 483] \\ [0, 323; 0, 357] \end{bmatrix}$$

A seguir, os incrementos intervalares dos módulos e ângulos das tensões são calculados, como o definido no **Passo 3** do algoritmo de FPI. Para isso, os *mismatches* intervalares das potências ativas e reativas são obtidos como:

$$\begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0; 0] \\ [-0, 092; 0, 092] \\ [-0, 049; 0, 049] \\ [0; 0] \\ [-0, 023; 0, 023] \\ [-0, 017; 0, 017] \end{bmatrix}$$

Utilizando os *mismatches* de potência intervalar e a matriz Jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico, os incrementos dos ângulos e módulos da tensão são calculados como:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0; 0] \\ [-0, 0001; 0, 0001] \\ [-0, 0002; 0, 0002] \\ [0; 0] \\ [-6, 454; 6, 454] \\ [-8, 541; 8, 541] \end{bmatrix}$$

Utilizando os incrementos intervalares de tensão, seus ângulos de fase e magnitudes de tensão intervalares são obtidos por meio da equação (5.8):

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0; 0] \\ [-0,0021; -0,0019] \\ [-0,0033; -0,0029] \\ [1; 1] \\ [0,9986; 0,9987] \\ [0,9982, 0,9984] \end{bmatrix}$$

Os *mismatches* intervalares das potências ativas e reativas são atualizados como descrito no **Passo 4** do algoritmo de FPI. Para este exemplo ilustrativo, os valores atualizados dos *mismatches* correspondem a:

$$\begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0; 0] \\ [-0,02116639; 0,02116643] \\ [-0,0006336; 0,0006334] \\ [0; 0] \\ [-0,0065334; 0,0065332] \\ [-0,00001280; 0,00001275] \end{bmatrix}$$

Então, o operador de Krawczyk deve ser aplicado assim como descrito no **Passo 5** do algoritmo do FPI. Os valores x^h e $f(x^h)$ são calculados utilizando as equações (5.14 - 5.16), obtendo:

$$x^h = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,00202 \\ -0,00313 \\ 1 \\ 0,9987 \\ 0,9983 \end{bmatrix}$$

$$f(x^h) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,91684 \\ -6,23102 \\ 0 \\ -4,98810 \\ -2,20536 \end{bmatrix} * 10^{-8}$$

Seguindo os cálculos apresentados no **Passo 6**, os valores atualizados das magnitudes e ângulos de fase das tensões de barras são obtidos:

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [-0,00216; -0,00215] \\ [-0,0031314; -0,0031309] \\ [1; 1] \\ [0,998713; 0,9987141] \\ [0,9982975; 0,9982977] \end{bmatrix}$$

A convergência do algoritmo do FPI é verificada, seguindo a descrição do **Passo 7**. Como foi obtida uma máxima variação no raio de $8,52 * 10^{-5}$ no V_k^i da barra 3, a convergência do FPI foi alcançada.

Com a sequência descrita no **Passo 8** é possível realizar o cálculo das perdas técnicas intervalares, assim, tendo uma perda técnica determinística de 2,03696 kW, das equações (5.17) e (5.18) são obtidos:

$$\Delta L^i = [-0,04832; 0,04833]$$

$$L^i = [1,98864; 2,08529]$$

6 Fluxo de Potência Probabilístico Proposto

Neste trabalho é proposta uma solução numérica para o FPP por meio da SMC. Neste caso, a função de densidade de probabilidade de cada elemento é amostrada para que possa ser realizada a simulação. As simulações e amostragens devem ser realizadas um grande número de vezes, para que assim, um resultado representativo seja obtido.

Na SMC proposta, foram adotadas funções de densidade de probabilidade uniformes para as cargas ativas e reativas, variando entre P^- e P^+ para carga ativa, e entre Q^- e Q^+ para a carga reativa, assim como ilustrado nas figuras 6.1 e 6.2. Neste caso, P^+ , P^- , Q^+ e Q^- são dados pelas equações (6.1 - 6.4), em que α é a variação em torno do dado determinístico adotada.

$$P_k^+ = P_k^d(1 + \alpha) \quad (6.1)$$

$$P_k^- = P_k^d(1 - \alpha) \quad (6.2)$$

$$Q_k^+ = Q_k^d(1 + \alpha) \quad (6.3)$$

$$Q_k^- = Q_k^d(1 - \alpha) \quad (6.4)$$

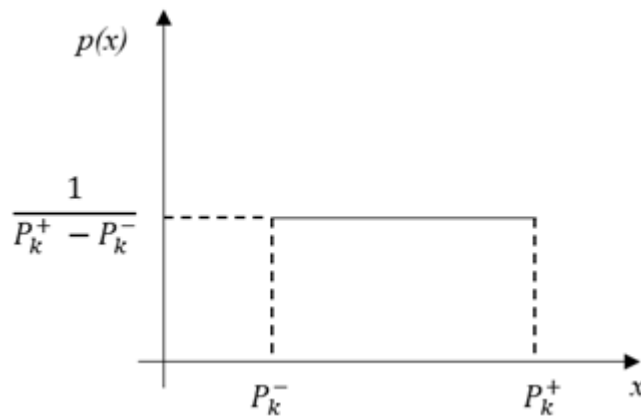


Figura 6.1 – Função Uniforme de Distribuição de Densidade de Probabilidade para a carga ativa.

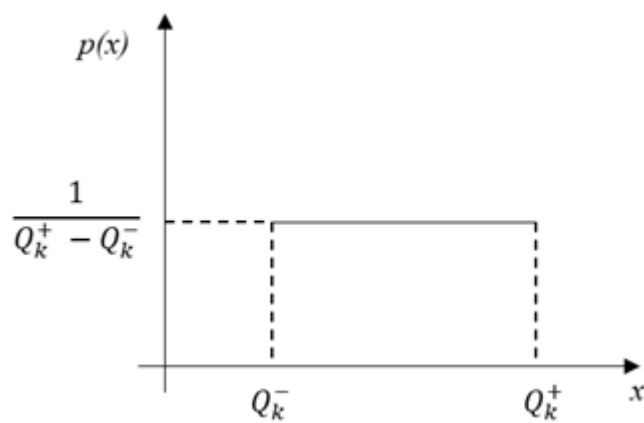


Figura 6.2 – Função Uniforme de Distribuição de Densidade de Probabilidade para a carga reativa.

7 Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída Sob Incertezas

Nesse capítulo serão descritas as implementações das metodologias propostas para solução dos problemas de otimização de alocação de dimensionamento sob cenários de incertezas nas cargas e geração.

As metodologias a seguir lidarão com uma única variável de otimização que realizará simultaneamente a alocação e o dimensionamento. Essa variável é um vetor N-dimensional, em que cada uma de suas posições representa uma das barras candidatas e o valor contida posição representa a sua potência nominal, assim como no exemplo da figura 7.1, onde temos 0 kW, ou seja, não há potência alocada nas barras 1 e N, 25 kW e 300 kW alocados nas barras 2 e N-1 respectivamente:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & N-1 & N \\ [0 ; 25 ; \dots ; 300 ; 0] \end{array}$$

Figura 7.1 – Exemplo de variável de otimização

7.1 Symbiotic Organism Search

Utilizando a metodologia de otimização SOS descrita na seção 4.1 e o FPI descrito em 5, foi implementado em *python*® um algoritmo baseado nesta meta-heurística como descrito a seguir.

Passo 1: Gerar um ecossistema de tamanho M , com organismos N-dimensionais.

Passo 2: Avaliação da aptidão de cada um dos organismos do ecossistema através do FPI, onde a função de aptidão fit_i de cada um dos organismos é o valor de perdas técnicas intervalares obtidas pelo FPI. Aplicam-se penalidades caso uma violação nos níveis tensão seja observada, a penalidade aplicada consiste na soma de um valor alto à função objetivo que se deseja minimizar. As violações em nível de tensão podem ser analisadas por meio da equação (7.1). Após isso o organismo mais apto, X_{best} é identificado.

$$\dot{V}_k^i \subset [0, 95; 1, 05]p.u. \quad (7.1)$$

Todos os organismos do ecossistema serão submetidos a todas as interações descritas nas fases 1, 2 e 3, a cada iteração. O organismo que está passando pela interação, a partir de agora será chamado de X_i .

Fase 1 - Mutualismo

Passo 3: seleciona-se um organismo X_j em que $j \neq i$.

Passo 4: o vetor mútuo é calculado por meio da equação (4.3).

Passo 5: novos organismos vindos do mutualismo são calculados por meio das equações (4.1) e (4.2), com os parâmetros $BF1$ e $BF2$ sorteados aleatoriamente entre 1 e 2.

Passo 6: os novos organismos são avaliados e, caso eles sejam mais aptos que os organismos originais, eles os substituem, mas caso não sejam, são descartados.

Fase 2 - Comensalismo

Passo 7: é selecionado um organismo X_j em que $j \neq i$.

Passo 8: um novo organismo é gerado por meio do comensalismo descrito pela equação (4.4).

Passo 9: o novo organismo é avaliado e caso seja mais apto que o organismo X_i original, ele o substitui e caso não seja mais apto é descartado.

Fase 3 - Parasitismo

Passo 10: é selecionado um organismo X_j em que $j \neq i$.

Passo 11: um Vetor Parasita é criado por meio da mudança aleatória de uma dimensão do organismo X_i .

Passo 12: o novo organismo parasita é avaliado e caso ele seja mais apto que o organismo X_j ele o substitui e caso não seja, é descartado.

Passo 13: é checado se i é a última posição na população, ou seja, se toda a população já passou pelas três fases simbióticas, se sim, vá para o próximo passo, se não, $i = i + 1$ e retorne ao **Passo 2**.

Passo 14: verifica-se se o critério de parada foi atingido, se não, retorne ao **Passo 2**. Se sim, a busca pela solução ótima está concluída.

7.2 Particle Swarm Optimization

Utilizando a metodologia de otimização PSO descrita na seção 4.2 e o FPI descrito em 5, foi implementado em *python*® o algoritmo respectivo como descrito a seguir.

Passo 1: Gerar um enxame de tamanho M , com partículas N -dimensionais e definida a iteração zero com a variável $iter = 0$.

Passo 2: Avaliar cada partícula do enxame por meio do FPI, em que a função de aptidão fit_i de cada um dos organismos é o valor de perdas técnicas intervalares obtidas pelo FPI e penalidades são aplicadas caso uma violação nos níveis tensão seja observada. As violações nos níveis de tensão podem ser analisadas por meio da equação (7.1). Após isso, definir a partícula com a melhor posição em direção à solução P^g no enxame e também a melhor posição de cada uma das partículas P^i .

Passo 3: É calculada uma nova velocidade para as partículas por meio da equação (4.5) em que foram utilizados os fatores de aprendizado $c1 = 2$ e $c2 = 1,49445$ que são valores comumente utilizados (WANG; TAN; LIU, 2018). Foi utilizando um fator de inércia ω dado pela seguinte equação:

$$\omega = \omega_{max} - \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{max_iter} * iter \quad (7.2)$$

Na equação 7.2, max_iter é o número máximo de iterações, $iter$ é o valor da iteração atual, $\omega_{max} = 0,9$ e $\omega_{min} = 0,4$ são respectivamente os valores máximo e mínimo para o peso inercial (LALITHA; REDDY; USHA, 2010).

Passo 4: Verificar se o critério de parada $iter = max_iter$ foi atingido, se não, $iter = iter + 1$ e retorne ao **Passo 2**, se sim, a posição ótima foi encontrada.

7.3 Métricas

Como os valores retornados pelo fluxo de potência intervalar são intervalos, é necessário definir um critério para avaliar qual o melhor valor da função objetivo, isto é, o menor valor para as perdas técnicas do sistema. Neste trabalho foram implementadas as seguintes metodologias de comparação:

1) Comparação dos pontos médios: Neste método, considera-se que o intervalo $X = [x_1, x_2]$ é menor que o intervalo $Y = [y_1, y_2]$ se os pontos médios deles, obtidos da equação (3.1), respeitam a seguinte restrição:

$$X < Y \Leftrightarrow Mid(X) < Mid(Y) \quad (7.3)$$

2) Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos: Neste método, considera-se que o intervalo $X = [x_1, x_2]$ é menor que o intervalo $Y = [y_1, y_2]$ se a função de medidas de intervalos dada pela equação (7.4) retorna um valor maior que zero (ALOLYAN, 2011), em que as variáveis são dadas pelas equações (7.5 - 7.8).

$$\mu(X, Y) = \begin{cases} m_y - m_x + 2 \cdot \text{sgn}(m_y - m_x), & \text{se } r_y + r_x = 0 \\ \frac{m_y - m_x}{r_y + r_x} + \text{sgn}(m_y - m_x), & \text{se } m_x \neq m_y \text{ e } r_y + r_x \neq 0 \\ \frac{r_y - r_x}{\max\{r_y, r_x\}}, & \text{se } m_x = m_y \text{ e } r_y + r_x \neq 0 \end{cases} \quad (7.4)$$

$$m_x = \text{Mid}(X) \quad (7.5)$$

$$r_x = \text{Raio}(X) \quad (7.6)$$

$$m_y = \text{Mid}(Y) \quad (7.7)$$

$$r_y = \text{Raio}(Y) \quad (7.8)$$

em que sgn é dada pela equação 7.9.

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad (7.9)$$

Assim, $X < Y$ pode ser matematicamente descrito pela equação 7.10.

$$X < Y \Leftrightarrow \mu(X, Y) > 0 \quad (7.10)$$

Parte III

Resultados

8 Testes e Resultados

Para a validação dos resultados do FPI, um programa capaz de calcular o fluxo de potência determinístico por meio do método de Newton-Rapshon (Tinney; Hart, 1967) com técnicas de tratamento de matrizes esparsas (Van Ness; Griffin, 1961) foi desenvolvido em *Python*®. Após a execução do fluxo de potência determinístico este programa processa também o FPI conforme descrito no Capítulo 5.

Sistemas de média tensão com topologias radiais foram simulados com variações na carga de 5%. O critério de parada considera uma variação máxima no raio das variáveis de 10^{-4} entre iterações. Todas as simulações computacionais foram implementadas, também, em *Python*®.

Mesmo que variáveis aleatórias e intervalares tenham diferentes conceitos (a representação intervalar é tipicamente não probabilística) (FU et al., 2020), os resultados do FPI são comparados com os da SMC. Para isso, vários sorteios para os valores de carga e fluxos de potência determinísticos foram executados por meio da SMC e, assim foram obtidos os valores máximos e mínimos das variáveis de tal forma que o resultado pudesse ser comparado com o do FPI. Foi utilizada uma função de distribuição de probabilidade uniforme para a SMC, para tornar a abordagem probabilística mais próxima da intervalar, uma vez com esta distribuição, todos os valores são igualmente representativos. Então, 3.000 iterações foram definidas para verificar a aderência do método para os sistemas de teste 33-bus, 34-bus e 69-bus. As funções uniformes de distribuição de densidade de probabilidade das cargas na SMC variam sobre os mesmos valores que os intervalos do FPI.

Após a validação dos resultados do FPI foram desenvolvidos em *Python*® programas capazes de realizar a alocação e dimensionamento ótimo de GD nas três redes de testes. Esses programas são baseados nas meta-heurísticas descritas: SOS (CHENG; PRAYOGO, 2014) e PSO (KENNEDY; EBERHART, 1995). As unidades de GD alocadas por esses algoritmos foram também simuladas com variações de 5% em sua potência. Para os sistemas de IEEE 33-bus e IEEE 34-bus foram consideradas 100 iterações dos algoritmos de otimização como critério de parada, enquanto que para o sistema IEEE 69-bus, o critério foi de 250 iterações devido a sua maior complexidade.

8.1 IEEE 33-bus test system

8.1.1 Dados do sistema

Os dados deste sistema podem ser encontrados no Anexo B. Os valores de base considerados são 100 kVA e 12,66 kV. O sistema 33-bus tem uma carga total ativa de 3715 kW e uma carga total reativa de 2300 kvar. Os valores máximo e mínimo da magnitude da tensão, obtidas no fluxo de potência determinístico são 1,0 p.u e 0,909 p.u, respectivamente.

8.1.2 FPI e SMC

As tabelas 8.1 e 8.2 mostram os resultados dos ângulos de fase e dos módulos das tensões de barra, respectivamente, calculados pelo FPI e pela SMC. Note que estes resultados são apresentados apenas para algumas barras representativas. Nestas tabelas os valores superiores e inferiores se referem aos limites, superior e inferior dos intervalos de resultados, respectivamente, enquanto o resultado determinístico corresponde àquele obtido pelo fluxo de potência determinístico.

Neste sistema de teste, a maior variação do resultado da magnitude da tensão em torno do resultado determinístico para a SMC é de 1,45% na barra 27 e a menor é 0,037% na barra 2. Para o FPI a maior variação é de 0,58% na barra 18 e a menor é 0,016% na barra 2. Com respeito ao ângulo de fase, as maiores variações em torno do resultado determinístico para a SMC é de 554,14% na barra 24 e 301,89% na barra 19 para o FPI, enquanto a menor variação para a SMC e o FPI são 54,48% e 21,68%, respectivamente, na barra 22.

Tabela 8.1 – Ângulo de fase – Rede IEEE 33-bus

barra	Método	Ângulo inferior (°)	Ângulo superior (°)	Ângulo Determinístico(°)
4	SMC	0,04781	0,25268	0,16196
	FPI	0,10333	0,22060	
9	SMC	-0,5890	-0,02469	-0,32471
	FPI	-0,52339	-0,12604	
19	SMC	-0,00934	0,01360	0,00279
	FPI	-0,00563	0,01121	
23	SMC	-0,02202	0,12872	0,06488
	FPI	0,01550	0,11425	
31	SMC	-0,10499	0,97313	0,41242
	FPI	0,18602	0,63882	

Tabela 8.2 – Magnitude da tensão – Rede IEEE 33-bus

barra	Método	Magnitude inferior (p.u.)	Magnitude superior (p.u.)	Magnitude determinística (p.u.)
4	SMC	0,97482	0,97852	0,97537
	FPI	0,97405	0,97670	
9	SMC	0,92540	0,93503	0,92595
	FPI	0,92192	0,92999	
19	SMC	0,99642	0,99693	0,99649
	FPI	0,99630	0,99667	
23	SMC	0,97863	0,98200	0,97930
	FPI	0,97820	0,98039	
31	SMC	0,91367	0,93063	0,91759
	FPI	0,91311	0,92308	

8.1.3 Alocação e Dimensionamento ótimo de Geração Distribuída

A alocação e dimensionamento ótimo de geração distribuída foi realizada na rede IEEE 33-bus, considerando as barras 6, 15, 25 e 32 como as barras elegíveis para a alocação de geração distribuída. Essa consideração foi realizada pois em sistemas de distribuição reais somente um conjunto de pontos da rede é, de fato, elegível para a conexão. Foi considerada também a restrição de que o máximo índice de penetração da geração nesse sistema é de 50%, ou seja, o total de geração não pode ultrapassar 50% da carga da rede. Assim, para esse sistema, temos que a geração máxima a ser alocada é de 1857,5 kW.

Na geração distribuída alocada é considerada uma incerteza de 5% na geração, assim como para as cargas da rede. Como inversores fotovoltaicos geralmente não controlam tensão ([ABNT, 2013](#)) foi adotado um fator de potência fixo para a geração distribuída de 0,92 capacitivo, maximizando a potência reativa injetada no sistema e, mantendo-se nos limites dispostos em ([ANEEL, 2010](#)).

8.1.3.1 SOS

O algoritmo SOS foi processado para a alocação da geração distribuída, com a restrição de simular 100 iterações em um ecossistema de 20 organismos e teve suas perdas ativas de energia avaliadas sob as duas métricas apresentadas na seção 7.3. Os montantes de potência alocada em cada uma das barras pode ser observada na tabela 8.3.

Para a validação dos resultados do algoritmo SOS foi realizada uma análise de convergência por meio dos resultados de 10 simulações de otimização na rede IEEE 33-bus utilizando a métrica de comparação dos pontos médios. Na tabela 8.4 estão os resultados dessas simulações, onde nota-se que todas levaram a valores próximos de perdas, ou seja, o algoritmo é convergente.

Tabela 8.3 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo SOS na a rede IEEE 33-bus

Barra	Potência Ativa de Geração Distribuída Alocada (kW)				
	6	15	25	32	Total
Comparação dos pontos médios	232,6	623,1	207,2	794,6	1857,5
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	299,8	606,8	165,7	785,2	1857,5

Tabela 8.4 – Análise de convergência o algoritmo SOS na rede IEEE 33-bus

Simulação	SOS	
	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
1	38,42	43,32
2	38,43	43,27
3	38,41	43,44
4	38,47	43,32
5	38,32	43,32
6	38,26	43,62
7	38,39	43,27
8	38,32	43,42
9	38,29	43,37
10	38,42	43,32

Como definido pela equação (7.1), a metodologia só considera os resultados que cumpram os limites de tensão pré-estabelecidos. Na figura 8.1, verifica-se a aderência deste critério.

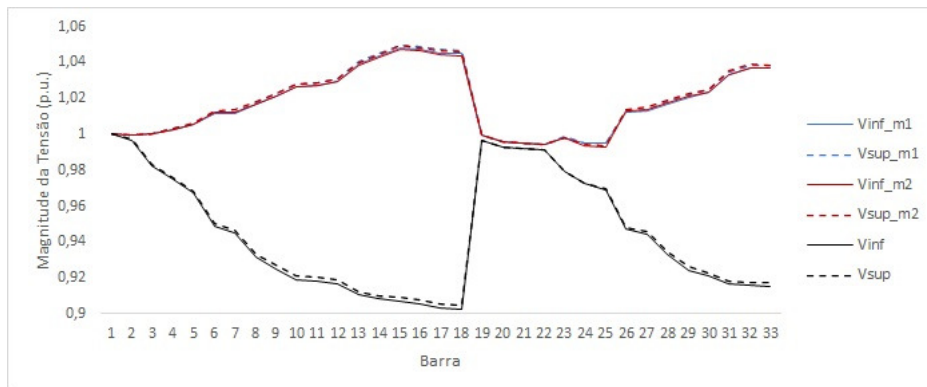


Figura 8.1 – Perfil de tensão da rede IEEE 33-bus - SOS

Na figura 8.1, os gráficos das variáveis V_{inf_m1} e V_{sup_m1} são respectivamente os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada uma das barras na solução obtida pelo algoritmo SOS, utilizando a métrica de comparação dos pontos médios. Por outro lado, V_{inf_m2} e V_{sup_m2} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada uma das barras na solução obtida pelo algoritmo SOS, utilizando a métrica de avaliação através da função de medida de

Tabela 8.5 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para a rede IEEE 33-bus

Métrica	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
Comparação dos pontos médios	38,26	43,62
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	38,36	43,66

intervalos. Finalmente, as variáveis V_{inf} e V_{sup} são respectivamente os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada uma das barras, obtidas pelo FPI no cenário sem geração distribuída.

Na tabela 8.5, pode-se observar os valores de perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para as duas métricas utilizadas. As figuras 8.2 e 8.3 mostram a convergência dos pontos médios das perdas intervalares e seus diâmetros para as duas métricas.

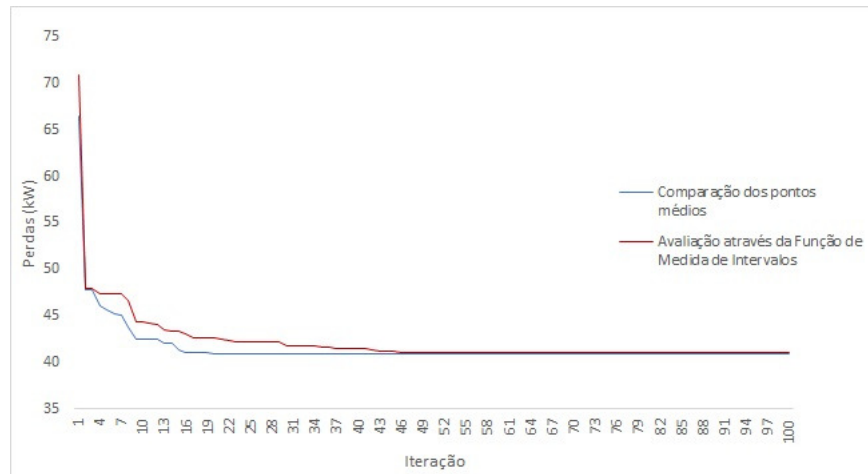


Figura 8.2 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 33-bus - Pontos médios

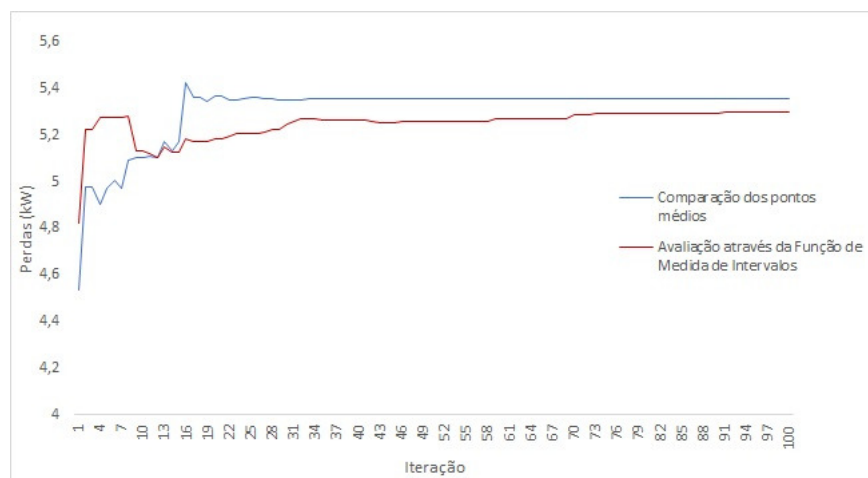


Figura 8.3 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 33-bus - Diâmetros

Da figura 8.2, observa-se que a convergência do algoritmo é obtida por volta da

Tabela 8.6 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo PSO na rede IEEE 33-bus

Potência Ativa de Geração Distribuída Alocada (kW)					
Barra	6	15	25	32	Total
Comparação dos pontos médios	344	629,7	406,9	443,7	1824,3
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	426,4	562,7	307,1	549,7	1845,9

iteração 45 e, mostra que o processo de busca visando perdas mínimas é adequado. Por outro lado, quando avaliado o raio do intervalo de perdas da melhor solução obtida a cada iteração, observa-se da figura 8.3 que o diâmetro aumenta no decorrer da simulação, ou seja, para ambas as métricas a incerteza do resultado aumenta no decorrer da simulação. Também é notório que a simulação realizada pela métrica de comparação por meio da função de medida de intervalos resulta em um menor diâmetro.

Portanto, em relação à convergência do algoritmo SOS, observou-se que o algoritmo é robusto e eficiente na solução do problema de alocação e dimensionamento de GD quando consideradas as duas métricas.

8.1.3.2 PSO

O algoritmo PSO foi processado para a alocação da geração distribuída, considerando a execução de 100 iterações sob um enxame de 20 partículas. As perdas de potência ativa foram avaliadas, durante o processo, por meio das duas métricas apresentadas na seção 7.3. Os montantes de potência alocadas em cada uma das barras pode ser observado na tabela 8.6.

Para a validação dos resultados do algoritmo PSO foi realizada uma análise de convergência por meio dos resultados de 10 simulações de otimização na rede IEEE 33-bus utilizando a métrica de comparação dos pontos médios. Na tabela 8.7 estão os resultados dessas simulações, onde nota-se que todas levaram a valores próximos de perdas, ou seja, o algoritmo é convergente.

Conforme a equação (7.1), a metodologia só considera os resultados que satisfazem os limites de tensão pré-estabelecidos. Na figura 8.4 verifica-se a aderência deste critério.

Na figura 8.4, as variáveis V_{inf_m1} e V_{sup_m1} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada barra do sistema na solução obtida pelo algoritmo PSO, utilizando a métrica de comparação dos pontos médio. As variáveis V_{inf_m2} e V_{sup_m2} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada barra do sistema, na solução obtida pelo algoritmo PSO utilizando a métrica de avaliação através da função de medida de intervalos. Finalmente, as linhas correspondentes a V_{inf} e V_{sup} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada barra do sistema obtidas pelo FPI no cenário sem geração.

Tabela 8.7 – Análise de convergência o algoritmo PSO na rede IEEE 33-bus

PSO		
Simulação	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
1	45,19	50,16
2	45,70	50,90
3	45,29	50,19
4	45,88	50,83
5	45,33	50,13
6	45,65	50,60
7	46,73	51,78
8	45,88	50,73
9	45,52	50,67
10	45,74	50,64

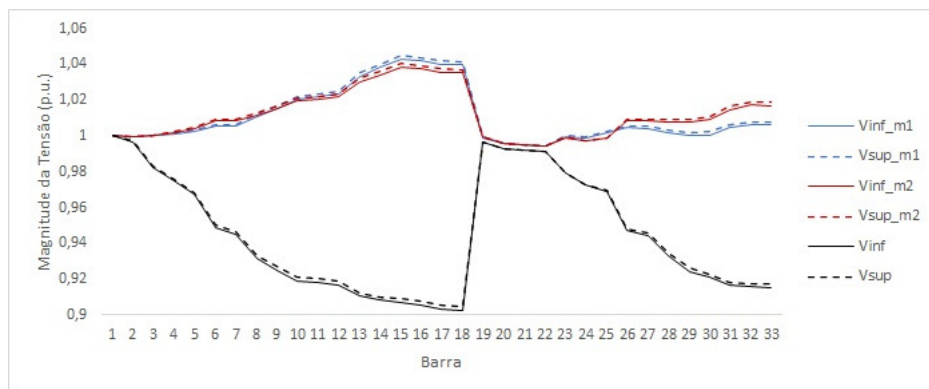


Figura 8.4 – Perfil de tensão da rede IEEE 33-bus - PSO

Tabela 8.8 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para a rede IEEE 33-bus

Métrica	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
Comparação dos pontos médios	45,19	50,16
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	41,40	46,39

Na tabelas 8.8, pode-se observar os valores de perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para as duas métricas utilizadas. As figuras 8.5 e 8.6 mostram a convergência dos pontos médios das perdas intervalares e seus diâmetros para as duas métricas.

Da figura 8.5, observa-se que a convergência do algoritmo é obtida por volta da iteração 9 e, mostra que o processo de busca visando perdas mínimas é adequado, uma vez que o ponto médio diminui a cada iteração, porém, é observa-se claramente que para ambas as métricas o algoritmo se prendeu a uma mínimo local. Por outro lado, quando avaliado o raio do intervalo de perdas da melhor solução obtida a cada iteração, observa-se da figura 8.6 que o raio aumenta no decorrer da simulação, ou seja, para ambas as métricas a incerteza do resultado aumenta no decorrer da simulação.

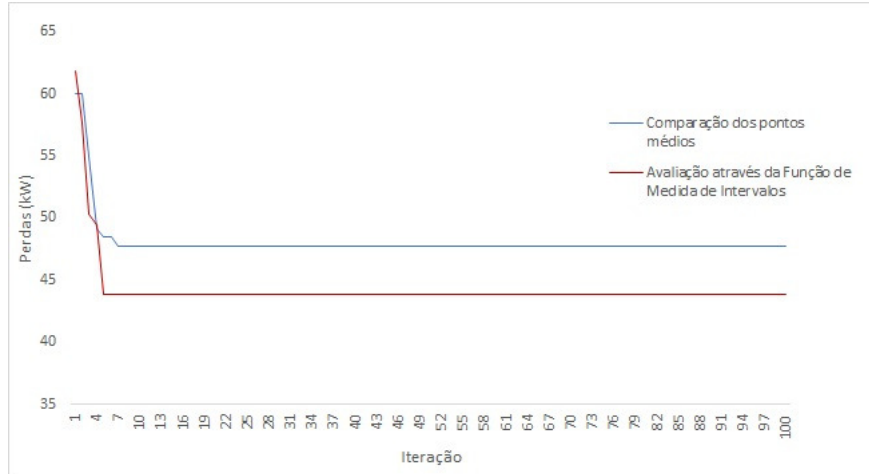


Figura 8.5 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 33-bus - Pontos médios

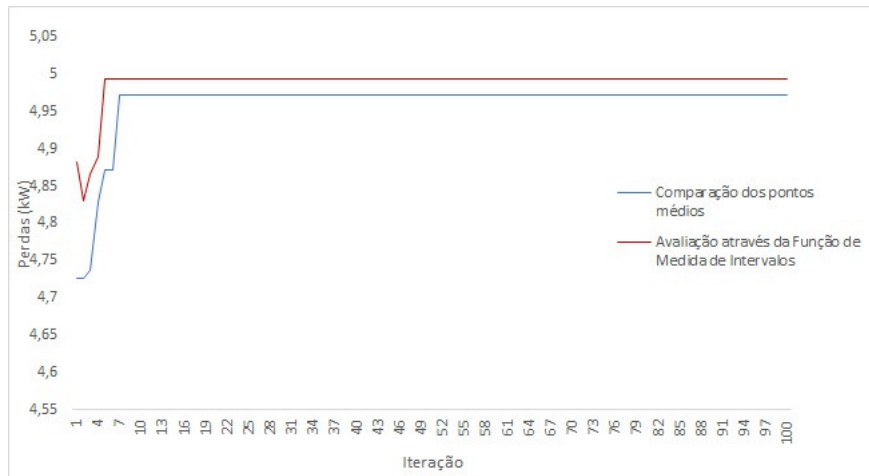


Figura 8.6 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 33-bus - Diâmetros

Portanto, em relação à convergência do algoritmo PSO, observou-se que o algoritmo funcionou corretamente buscando solucionar o problema de alocação e dimensionamento de GD quando consideradas as duas métricas, porém não foi capaz de escapar de pontos mínimos locais.

Em resumo, dos resultados apresentados nas seções 8.1.3.1 e 8.1.3.2 fica claro que o algoritmo SOS apresentou um melhor desempenho quando comparado ao PSO. Analisando a figura 8.5, observa-se claramente que o algoritmo PSO ficou preso em um mínimo local, para ambas métricas.

8.2 IEEE 34-bus test system

8.2.1 Dados do sistema

Os dados deste sistema podem ser encontrados no Anexo C. Os valores de base considerados são 1000 kVA e 11 kV. O sistema 34-bus tem uma carga total ativa de 4636,5 kW e uma carga total reativa de 2885,5 kvar. Os valores máximo e mínimo para os módulos das tensões de barra, obtidos pelo fluxo de potência determinístico, são 1,0 p.u e 0,942 p.u, respectivamente.

8.2.2 FPI e SMC

As tabelas 8.9 e 8.10 mostram os resultados dos ângulos de fase e dos módulos das tensões de barra, respectivamente, calculados pelo FPI e pela SMC. Note que estes resultados são apresentados apenas para algumas barras representativas. Nesta tabela, os valores superiores e inferiores se referem aos limites, superior e inferior dos intervalos de resultados, respectivamente, enquanto o resultado determinístico corresponde àquele obtido pelo fluxo de potência determinístico.

Neste sistema de teste, a maior variação do resultado da magnitude da tensão em torno do resultado determinístico para a SMC é de 0,88% na barra 27 e a menor é 0,07% na barra 2. Para o FPI a maior variação é de 0,33% na barra 27 e a menor é 0,03% na barra 2. Com respeito ao ângulo de fase, as maiores variações em torno do resultado determinístico para a SMC e o FPI são de 34,75% e 25,11%, respectivamente, ambos na barra 2, enquanto a menor variação para a SMC e o FPI são 21,32% e 12,54%, respectivamente, na barra 33.

Tabela 8.9 – Ângulo de fase – Rede IEEE 34-bus

barra	Método	Ângulo inferior (°)	Ângulo superior (°)	Ângulo Determinístico(°)
5	SMC	0,23615	0,35810	0,31588
	FPI	0,26275	0,36900	
9	SMC	0,48285	0,67387	0,61611
	FPI	0,53320	0,69891	
23	SMC	0,70353	1,00872	0,90243
	FPI	0,78490	1,01959	
27	SMC	0,79289	1,13820	1,00895
	FPI	0,88240	1,13499	
33	SMC	0,52957	0,72857	0,66792
	FPI	0,58067	0,75503	

Tabela 8.10 – Magnitude da tensão – Rede IEEE 34-bus

barra	Método	Magnitude inferior (p.u.)	Magnitude superior (p.u.)	Magnitude determinística (p.u.)
5	SMC	0,97556	0,97868	0,97603
	FPI	0,97479	0,97729	
9	SMC	0,96113	0,96639	0,96197
	FPI	0,95999	0,96396	
23	SMC	0,94417	0,95144	0,94601
	FPI	0,94318	0,94885	
27	SMC	0,93963	0,94997	0,94166
	FPI	0,93861	0,94474	
33	SMC	0,95896	0,96466	0,95992
	FPI	0,95784	0,96201	

Tabela 8.11 – Potência Ativa de GD Alocada por barra na a rede IEEE 34-bus

Potência Ativa de Geração Distribuída Alocada (kW)					
Barra	8	20	24	34	Total
Comparação dos pontos médios	132,3	525,2	1212	448,7	2318,2
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	163,3	479,2	1227,7	448	2318,2

8.2.3 Alocação e Dimensionamento ótimo de Geração Distribuída

A metodologia proposta para a alocação e dimensionamento ótimo de geração distribuída é testada na rede IEEE 34-bus, considerando as barras 8, 20, 24 e 34 como as barras candidatas para alocação de GD. Foi considerada também a restrição de que o máximo índice de penetração da geração nesse sistema é de 50%, assim, temos que a geração máxima a ser alocada é de 2318,25 kW.

As premissas de modelagem da geração consideradas foram as mesmas descritas na seção 8.1.3.

8.2.3.1 SOS

O algoritmo SOS foi simulado para a alocação da geração distribuída executando 100 iterações em um ecossistema de 20 organismos. As perdas de potência ativa são avaliadas utilizando as duas métricas apresentadas na seção 7.3. Os montantes de potência alocada em cada uma das barras são apresentados na tabela 8.11.

Conforme a equação (7.1), a metodologia só considera os resultados que satisfazem os limites de tensão pré-estabelecidos. Na figura 8.7, pode-se verificar o cumprimento deste critério.

Na figura 8.7, as linhas correspondentes a V_{inf_m1} e V_{sup_m1} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar em cada barra do

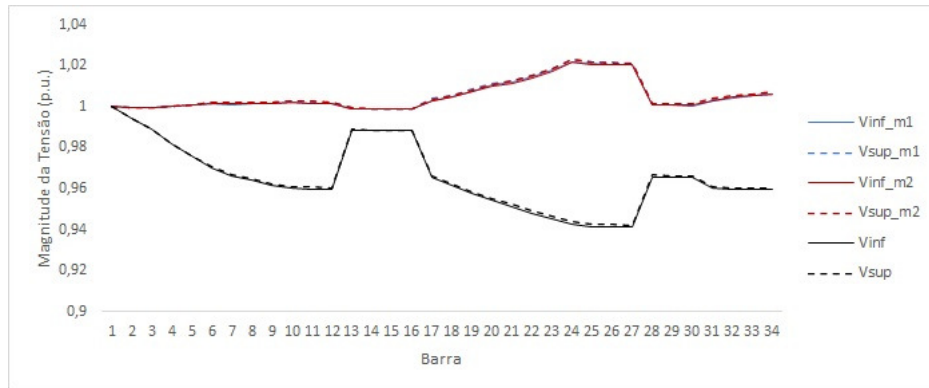


Figura 8.7 – Perfil de tensão da rede IEEE 34-bus - SOS

Tabela 8.12 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para a rede IEEE 34-bus

Métrica	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
Comparação dos pontos médios	42,98	47,83
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	43,01	47,82

sistema, na solução obtida pelo algoritmo SOS utilizando a métrica de comparação dos pontos médio. Nesta figura, as variáveis V_{inf_m2} e V_{sup_m2} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema, na solução obtida pelo algoritmo SOS utilizando a métrica de avaliação através da função de medida de intervalos. Finalmente, as linhas de V_{inf} e V_{sup} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema obtidas pelo FPI no cenário sem geração.

Na tabelas 8.12, pode-se observar os valores de perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para as duas métricas utilizadas. As figuras 8.8 e 8.9 mostram a convergência dos pontos médios das perdas intervalares e seus diâmetros para as duas métricas.

Da figura 8.8, observa-se que a convergência do algoritmo é obtida por volta da iteração 53 e, mostra que o processo de busca visando perdas mínimas é adequado. Por outro lado, quando avaliado o diâmetro do intervalo de perdas da melhor solução obtida a cada iteração, observa-se da figura 8.9 que o diâmetro aumenta no decorrer da simulação, ou seja, para ambas as métricas a incerteza do resultado aumenta no decorrer da simulação. Também é notório que a simulação realizada pela métrica de comparação através da função de medida de intervalos resulta em um menor diâmetro.

Portanto, em relação à convergência do algoritmo SOS, observou-se que o algoritmo é robusto e eficiente na solução do problema de alocação e dimensionamento de GD quando consideradas as duas métricas.

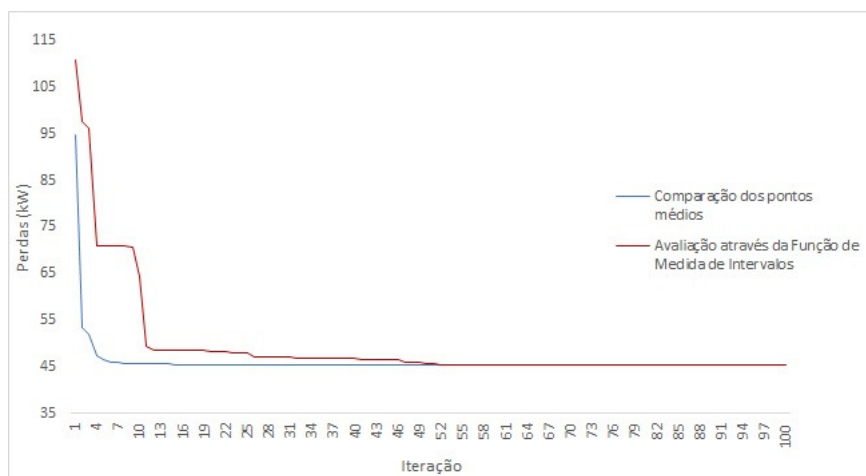


Figura 8.8 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 34-bus - Pontos médios

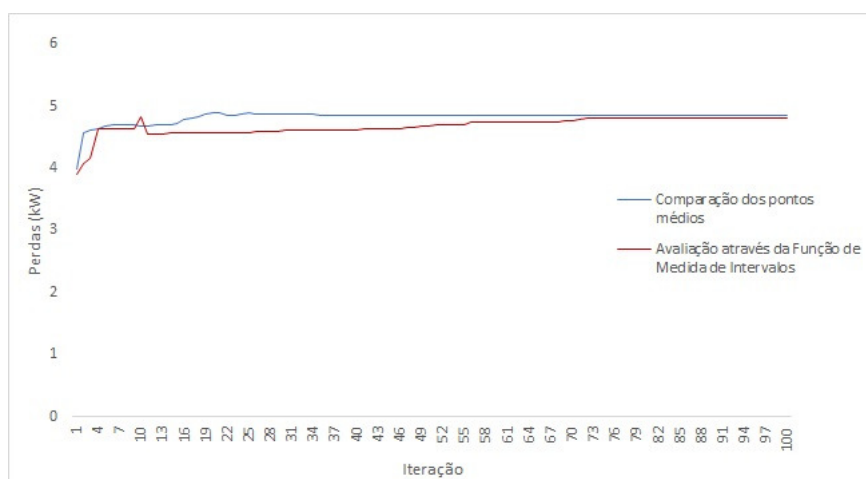


Figura 8.9 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 34-bus - Diâmetros

Tabela 8.13 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo PSO na a rede IEEE 34-bus

Potência Ativa de Geração Distribuída Alocada (kW)					
Barra	8	20	24	34	Total
Comparação dos pontos médios	464,4	517,4	695,6	618,4	2295,8
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	467,1	656,8	636,9	550,4	2311,2

8.2.3.2 PSO

O algoritmo PSO foi executado para a alocação da geração distribuída considerando 100 iterações em um enxame de 20 partículas. As perdas de potência ativa são avaliadas usando as duas métricas apresentadas na seção 7.3. Os montantes de potência alocada em cada uma das barras candidatas são apresentados na tabela 8.13.

Conforme a equação 7.1, a metodologia só considera os resultados que satisfazem os limites de tensão pré-estabelecidos. Na figura 8.10, verifica-se o cumprimento deste

critério.

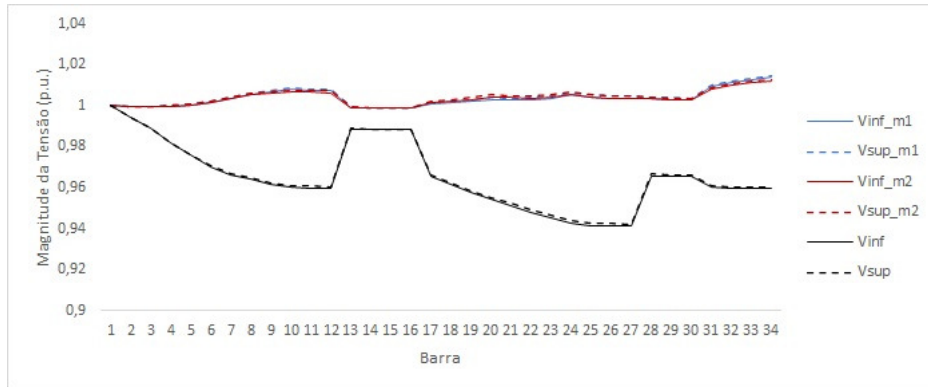


Figura 8.10 – Perfil de tensão da rede IEEE 34-bus - PSO

Na figura 8.10, os gráficos de V_{inf_m1} e V_{sup_m1} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema na solução obtida pelo algoritmo PSO, utilizando a métrica de comparação dos pontos médios. Por outro lado, V_{inf_m2} e V_{sup_m2} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema na solução obtida pelo algoritmo PSO, utilizando a métrica de avaliação através da função de medida de intervalos. Finalmente, nesta figura, as linhas referentes a V_{inf} e V_{sup} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema obtidas pelo FPI no cenário sem geração.

Na tabela 8.14, observam-se os valores de perdas intervalares obtidos pelo algoritmo PSO para as duas métricas utilizadas. As figuras 8.11 e 8.12 mostram a convergência dos pontos médios das perdas intervalares e seus diâmetros para as duas métricas.

Da figura 8.11, observa-se que a convergência do algoritmo é obtida por volta da iteração 9 e, mostra que o processo de busca visando perdas mínimas é adequado, uma vez que o ponto médio diminui a cada iteração, porém, é observa-se claramente que para ambas as métricas o algoritmo se prendeu a uma mínimo local. Por outro lado, quando avaliado o raio do intervalo de perdas da melhor solução obtida a cada iteração, observa-se da figura 8.12 que o diâmetro aumenta no decorrer da simulação, ou seja, para ambas as métricas a incerteza do resultado aumenta no decorrer da simulação. Também é notório que a simulação realizada pela métrica de comparação por meio da função de medida de intervalos resulta em um menor diâmetro.

Portanto, em relação à convergência do algoritmo PSO, observou-se que o algoritmo funcionou corretamente buscando solucionar o problema de alocação e dimensionamento de GD quando consideradas as duas métricas, porém não foi capaz de escapar de pontos mínimos locais.

Tabela 8.14 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para a rede IEEE 34-bus

Métrica	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
Comparação dos pontos médios	50,76	55,29
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	49,71	54,24

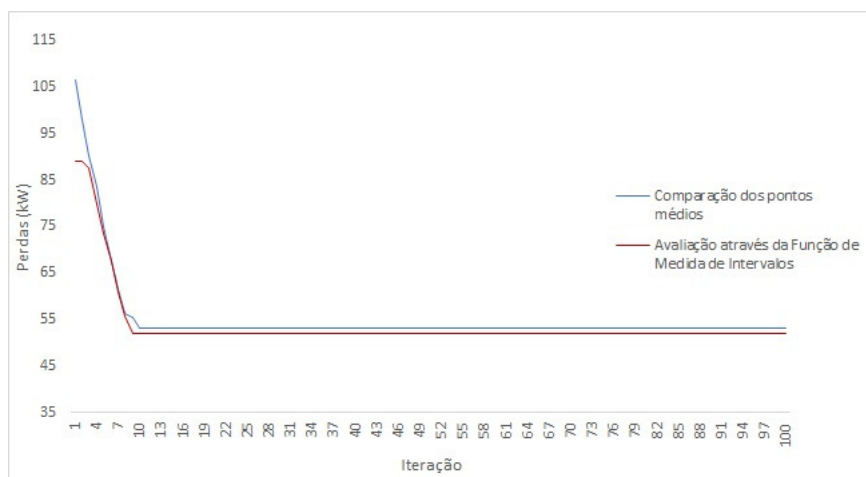


Figura 8.11 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 34-bus - Pontos médios

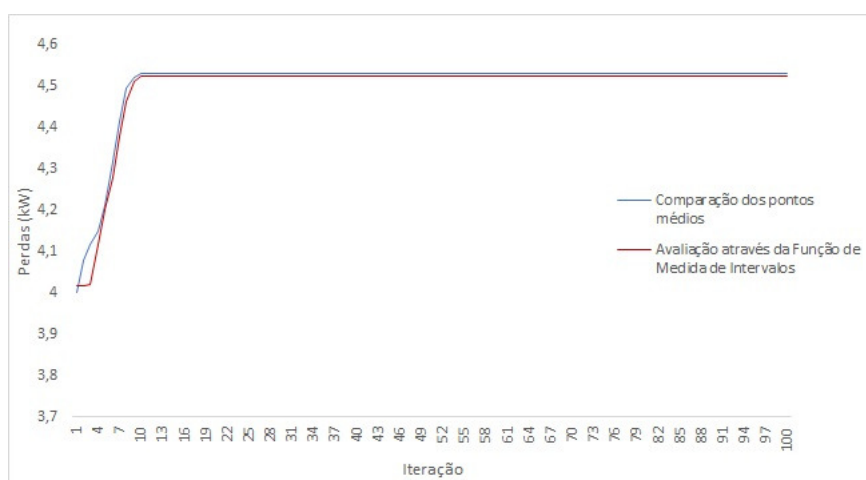


Figura 8.12 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 34-bus - Diâmetros

Em resumo, aos resultados apresentados nas seções 8.2.3.1 e 8.2.3.2, observa-se que o algoritmo SOS apresentou um melhor desempenho quando comparado ao PSO. Por outro lado, analisando a figura 8.11, observa-se claramente que o algoritmo PSO ficou preso em um mínimo local, para ambas métricas.

8.3 IEEE 69-bus test system

8.3.1 Dados do sistema

Os dados deste sistema podem ser encontrados no Anexo D. Os valores de base considerados são 100 kVA e 12,66 kV. O sistema 69-bus tem uma carga total ativa de 3802,19 kW e uma carga total reativa de 2694,60 kvar. Os valores máximo e mínimo da magnitude da tensão, obtidas no fluxo de potência determinístico, são 1,0 p.u e 0,909 p.u, respectivamente.

8.3.2 FPI e SMC

As tabelas 8.15 e 8.16 mostram o resultado das simulações do FPI E SMC.

Para o sistema de teste IEEE 69-bus, a maior variação da magnitude da tensão ao redor do resultado determinístico para a SMC é de 2,61% na barra 65 e, a menor é de 0,002% na barra 29. Para o FPI a maior variação é de 0,55% na barra 65 e a menor é 0,001% na barra 29. Quanto aos ângulos de fase, as maiores variações para a SMC e o FPI são de 307,45% e 116,08%, respectivamente, ambas na barra 32, enquanto as menores variações para a SMC e o FPI são de 21,32% na barra 4 e 21,5% na barra 37, respectivamente.

Tabela 8.15 – Ângulo de fase – Sistema de teste IEEE 69-bus

barra	Método	Ângulo inferior (°)	Ângulo superior (°)	Ângulo determinístico(°)
2	SMC	-0,00140	-0,00089	-0,00122
	FPI	-0,00133	-0,00223	
29	SMC	-0,00587	-0,00421	-0,00530
	FPI	-0,00578	-0,00482	
48	SMC	-0,06559	-0,03440	-0,05247
	FPI	-0,05724	-0,04770	
54	SMC	0,00461	0,37110	0,19470
	FPI	0,12409	0,26530	
63	SMC	0,33813	187,126	112,526
	FPI	0,90650	134,402	

8.3.3 Alocação e Dimensionamento Ótimo de Geração Distribuída

A metodologia proposta para a alocação e dimensionamento ótimo de geração distribuída é testada na rede IEEE 69-bus considerando as barras 10, 18, 27, 40, 49, 54, 62 e 68 como barras candidatas para alocação. É considerada também a restrição de que

Tabela 8.16 – Magnitude da tensão – Sistema de teste IEEE 69-bus

barra	Método	Magnitude inferior (p.u.)	Magnitude superior (p.u.)	Magnitude determinística(p.u.)
2	SMC	0,99996	0,99997	0,99996
	FPI	0,99996	0,99997	
29	SMC	0,99984	0,99987	0,99985
	FPI	0,99984	0,99986	
48	SMC	0,99840	0,99883	0,99854
	FPI	0,99847	0,99980	
54	SMC	0,96770	0,97738	0,97141
	FPI	0,96985	0,97296	
63	SMC	0,89464	0,93411	0,91165
	FPI	0,90679	0,91652	

Tabela 8.17 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo SOS na a rede IEEE 69-bus

Potência Ativa de Geração Distribuída Alocada (kW)										
Barra	10	18	27	40	49	54	63	68	Total	
Comparação dos pontos médios	0	0	18,72	0	21,32	0	720,4	0	760,44	
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	13,2	11,1	0	2,91	62,63	0	670,6	0	760,44	

o máximo índice de penetração da geração nesse sistema é de 20%, assim, temos que a geração máxima a ser alocada é de 760,44 kW.

Como esse é um sistema de maior porte, é considerado um menor índice de penetração para que seja verificada, de fato, a capacidade de convergência das meta-heurísticas na alocação ótima de GD. Essa justificativa está relacionada com uma característica comum observada nos resultados obtidos para os sistemas IEEE 33-bus e IEEE 34-bus, em que a GD foi alocada em todas as barras candidatas. Como o sistema de 69-bus é de maior porte, faz-se necessário forçar os algoritmos de otimização a escolher as melhores dentre dessas barras candidatas.

8.3.3.1 SOS

O algoritmo SOS foi simulado para a alocação da geração distribuída considerando 250 iterações em um ecossistema de 20 organismos. As perdas de potência ativa são avaliadas sob as duas métricas apresentadas na seção 7.3. Os montantes de potência alocada como resultado da implementação do algoritmo, em cada uma das barras são apresentados na tabela 8.17.

Conforme a equação 7.1, a metodologia só considera os resultados que satisfaçam os limites de tensão pré-estabelecidos. Na figura 8.13, verifica-se o cumprimento deste

critério.

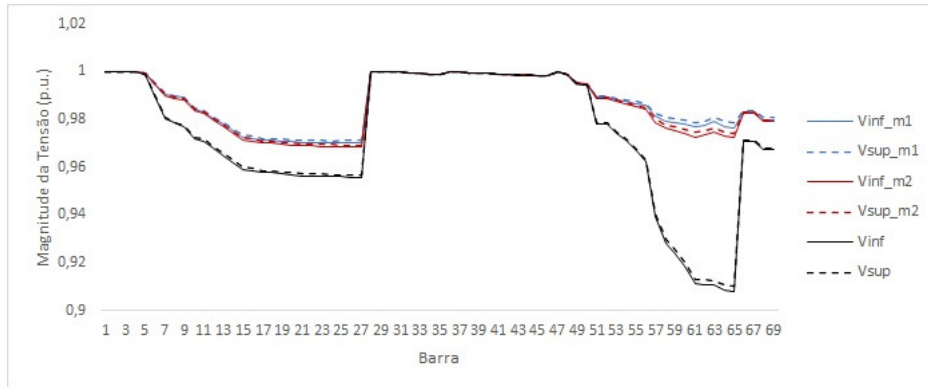


Figura 8.13 – Perfil de tensão da rede IEEE 69-bus - SOS

Na figura 8.13, os gráficos correspondentes a V_{inf_m1} e V_{sup_m1} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema na solução obtida pelo algoritmo SOS, utilizando a métrica de comparação dos pontos médios. Os gráficos das variáveis V_{inf_m2} e V_{sup_m2} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema na solução obtida pelo algoritmo SOS, utilizando a métrica de avaliação através da função de medida de intervalos. Os Gráficos de V_{inf} e V_{sup} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema obtidas pelo FPI no cenário sem geração.

Na tabela 8.18, pode-se observar os valores de perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para as duas métricas utilizadas. As figuras 8.14 e 8.15 mostram a convergência dos pontos médios das perdas intervalares e seus diâmetros para as duas métricas. Da figura 8.14, observa-se que a convergência do algoritmo é obtida por volta da iteração 92 e, mostra que o processo de busca visando perdas mínimas é adequado. Por outro lado, quando avaliado o diâmetro do intervalo de perdas da melhor solução obtida a cada iteração, observa-se da figura 8.9 que o raio varia no decorrer da simulação. Também é notório que a simulação realizada pela métrica de comparação por meio da função de medida de intervalos resulta em um menor diâmetro.

Portanto, em relação à convergência do algoritmo SOS, observou-se que o algoritmo é robusto e eficiente na solução do problema de alocação e dimensionamento de GD quando consideradas as duas métricas.

8.3.3.2 PSO

O algoritmo PSO foi executado para a alocação da geração distribuída considerando 250 iterações em um enxame de 20 partículas. As perdas de potência ativa são avaliadas

Tabela 8.18 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo SOS para a rede IEEE 69-bus

Métrica	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
Comparação dos pontos médios	79,7	129,5
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	85,7	135,3

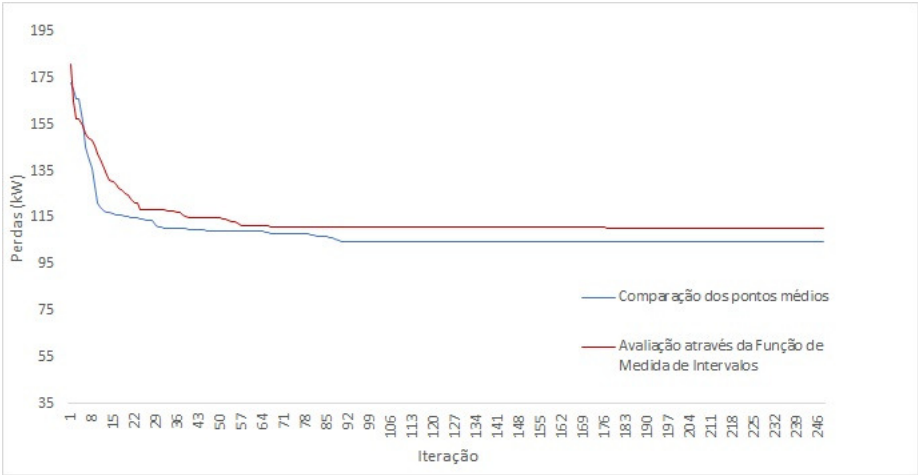


Figura 8.14 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 69-bus - Pontos médios

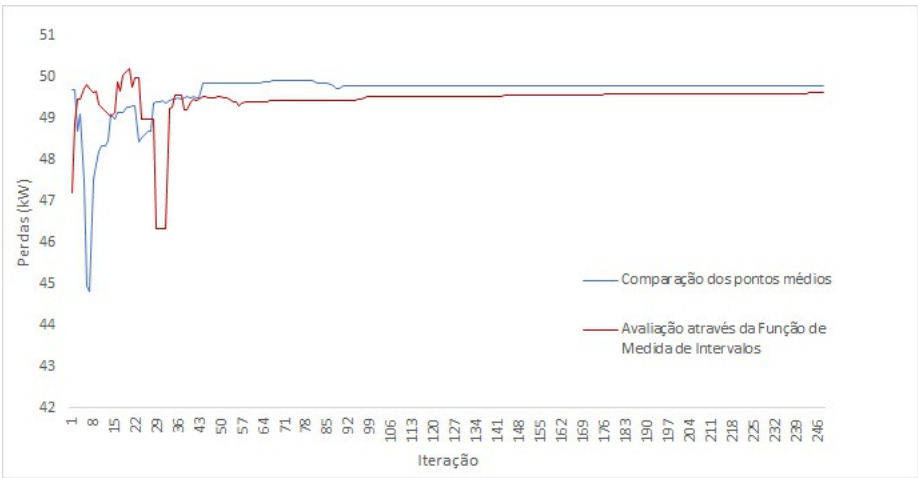


Figura 8.15 – Convergência do algoritmo SOS para a rede IEEE 69-bus - Diâmetros

sob as duas métricas apresentadas na seção 7.3. Os montantes de potência alocada nas barras candidatas são apresentados na tabela 8.19.

Conforme a equação 7.1, a metodologia só considera os resultados que satisfaçam os limites de tensão pré-estabelecidos. Na figura 8.16, verificar-se o atendimento a este critério.

Na figura, os gráficos de 8.16 V_{inf_m1} e V_{sup_m1} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema na

Tabela 8.19 – Potência ativa de GD alocada por barra pelo algoritmo SOS na a rede IEEE 69-bus

Potência Ativa de Geração Distribuída Alocada (kW)									
Barra	10	18	27	40	49	54	63	68	Total
Comparação dos pontos médios	69,9	118,06	95,47	52,9	86	102,8	115,1	88,5	728,73
Avaliação através da Função de Medida de Intervalos	92,89	97,5	82,3	100,53	75,73	97,28	114,14	85,34	745,71

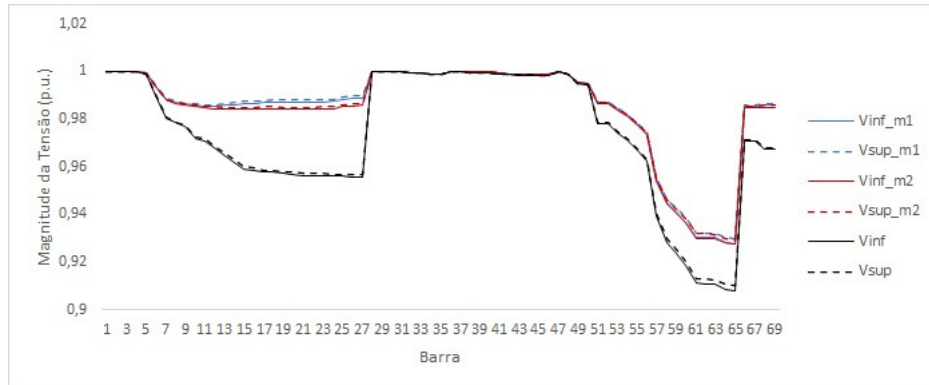


Figura 8.16 – Perfil de tensão da rede IEEE 69-bus - PSO

solução obtida pelo algoritmo PSO, utilizando a métrica de comparação dos pontos médios. Os gráficos das variáveis V_{inf_m2} e V_{sup_m2} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema na solução obtida pelo algoritmo PSO, utilizando a métrica de avaliação através da função de medida de intervalos. Finalmente, as variáveis V_{inf} e V_{sup} são, respectivamente, os limites inferior e superior da magnitude da tensão intervalar nas barras do sistema obtidas pelo FPI no cenário sem geração.

Na tabela 8.20 são apresentados os valores de perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para as duas métricas utilizadas. As figuras 8.17 e 8.18 mostram a convergência dos pontos médios das perdas intervalares e seus diâmetros para as duas métricas. Da figura 8.17, observa-se que a convergência do algoritmo é obtida por volta da iteração 9 e, mostra que o processo de busca visando perdas mínimas é adequado, uma vez que o ponto médio diminui a cada iteração, porém, é observa-se claramente que para ambas as métricas o algoritmo se prendeu a um mínimo local. Por outro lado, quando avaliado o raio do intervalo de perdas da melhor solução obtida a cada iteração, observa-se da figura 8.18 que o diâmetro aumenta no decorrer da simulação, ou seja, para ambas as métricas a incerteza do resultado aumenta no decorrer da simulação. Também é notório que a simulação realizada pela métrica de comparação através da função de medida de intervalos resulta em um menor diâmetro.

Portanto, em relação à convergência do algoritmo PSO, observou-se que o algoritmo funcionou corretamente buscando solucionar o problema de alocação e dimensionamento de GD quando consideradas as duas métricas, porém não foi capaz de escapar de pontos

Tabela 8.20 – Perdas intervalares obtidas pelo algoritmo PSO para a rede IEEE 69-bus

Métrica	Limite Inferior das Perdas (kW)	Limite Superior das Perdas (kW)
Comparação dos pontos médios	145,56	193,70
Avaliação por meio da Função de Medida de Intervalos	148,77	196,30

mínimos locais e nota-se ainda que a solução na qual o algoritmo se prendeu sequer foi capaz de regular a tensão do alimentador dentro dos limites desejados.

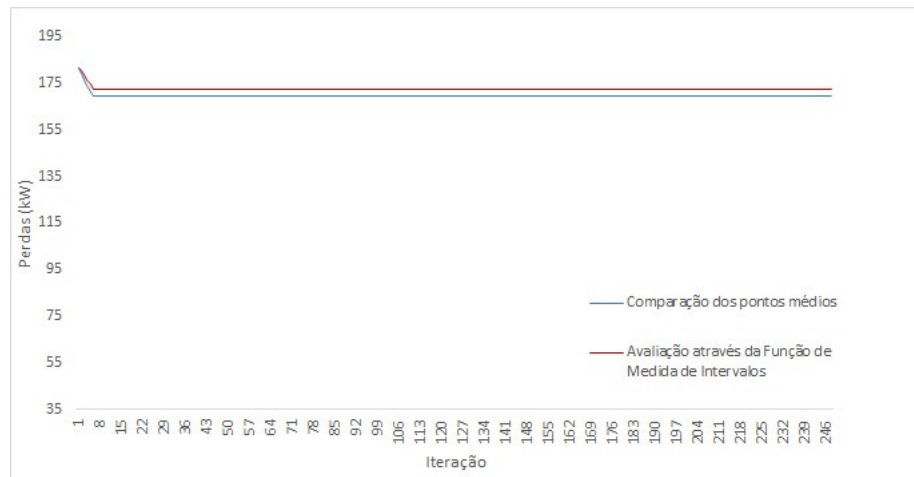


Figura 8.17 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 69-bus - Pontos médios

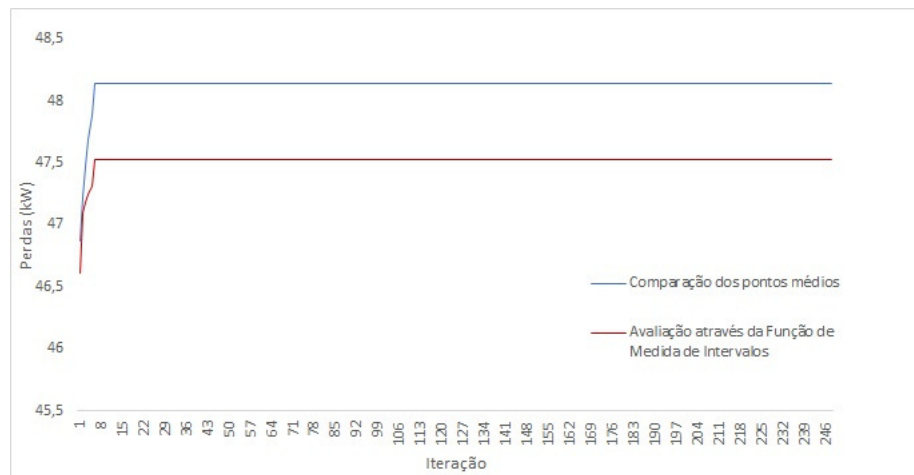


Figura 8.18 – Convergência do algoritmo PSO para a rede IEEE 69-bus - Diâmetros

Em resumo, dos resultados apresentados nas seções 8.3.3.1 e 8.3.3.2, observa-se que o algoritmo SOS apresentou um melhor desempenho quando comparado ao PSO. Adicionalmente, analisando a figura 8.17, é evidente que o algoritmo PSO ficou preso em um mínimo local, para ambas métricas.

9 Conclusão

O principal objetivo desse trabalho foi desenvolver uma metodologia de otimização para alocação e dimensionamento de geração distribuída considerando as incertezas envolvidas nas cargas e gerações. Essas incertezas foram modeladas por meio do fluxo de potência intervalar e a otimização foi realizada por meio das meta-heurísticas SOS e PSO.

A pesquisa foi iniciada com buscas por metodologias para adição de incertezas nos problemas de fluxo de potência. Assim, foi selecionado o fluxo de potência intervalar como metodologia principal para adição dessas incertezas e o fluxo de potência probabilístico como metodologia auxiliar para validação de seus resultados.

Adaptações e combinações das metodologias apresentadas em (de Oliveira; SETA; de Oliveira, 2016; PEREIRA; da Costa; ROSA, 2012; Araujo; da Costa, 2018; SETA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2020; MONEGO; FERNANDES, 2017) foram utilizadas para a proposta da metodologia apresentada na seção 5, que é a base a consideração de incertezas neste trabalho.

A metodologia proposta para o fluxo de potência probabilístico foi implementada em *Python®* e seus resultados foram satisfatórios quando comparados aos obtidos pelo fluxo de potência probabilístico, os resultados dessa implementação e da comparação dos das metodologias culminaram na publicação do artigo (NOGUEIRA; NEGRETE; LÓPEZ-LEZAMA, 2021).

Tendo em posse uma metodologia robusta para a adição de incertezas foi possível implementar metodologias de otimização que considerem as incertezas na avaliação de seus resultados e em suas condições de contorno. Assim, foram implementadas as meta-heurísticas SOS e PSO com a adição de incertezas para resolver o problema de alocação e dimensionamento de geração distribuída em redes de energia elétrica.

Os resultados apresentados para todas as redes de distribuição analisadas mostram a superioridade da metodologia SOS sobre a PSO, considerando os parâmetros e modelagens utilizadas nesse trabalho, uma vez que ela obteve melhores resultados em todas as simulações. Um dos fatos que tornam a aplicação do algoritmo SOS é que não existe a necessidade de configurar nenhum parâmetro, o que torna sua convergência mais simples, uma vez que parâmetros predeterminados como os presentes no algoritmo PSO afetam diretamente a convergência do modelo. As metodologias implementadas foram avaliadas a partir de duas diferentes métricas, a da comparação dos pontos médios e a da função de avaliação de intervalos. Dos resultados apresentados, ambas métricas apresentam resultados equivalentes, porém, vale notar que a função de avaliação de intervalos resulta em resultados com um menor diâmetro.

Em particular, para a rede IEEE 69-bus, nota-se que o algoritmo PSO não teve um bom desempenho, não conseguindo sequer propor uma solução capaz de atender às restrições quanto aos níveis de tensão do sistema. Também, verifica-se que nos casos em que as soluções ótimas envolviam a alocação de geração em todas as barras candidatas, o algoritmo PSO apresentou resultados razoáveis e, portanto, afirma-se que o PSO atua melhor com problemas de dimensionamento da geração do que em problemas de alocação. Em outras palavras, o algoritmo PSO não teve uma boa convergência quando considerada a simultaneidade dos problemas de alocação e dimensionamento de GD, porém, pode-se esperar convergência adequada quando apenas o problema de dimensionamento é abordado, segundo os resultados obtidos pelos modelos aqui utilizados.

Considerando, então, o algoritmo SOS utilizando o FPI, este trabalho apresenta uma metodologia robusta capaz de adicionar incerteza em um problema complexo de planejamento do sistema elétrico, a seleção das localidades e o dimensionamento das unidades geradoras, que vem se tornando cada vez mais presente no cotidiano dos agentes de distribuição de energia elétrica.

Para trabalhos futuros, propõe-se a implementação de técnicas de otimização multiobjetivo que levem em consideração também a proposta de obras para a rede, a minimização de seus custos e a melhoria de sua confiabilidade. Analisar a integração de outros RED que serão muito presentes no cenário de transição energética, como sistemas de *Energy Storage* e controles de carga por meio de resposta à demanda. Por fim, também, sugere-se a implementação de outras meta-heurísticas para a avaliação de seu comportamento utilizando variáveis intervalares.

Referências

ABNT. Abnt nbr 16149:2013 sistemas fotovoltaicos (fv) – características da interface de conexão com a rede elétrica de distribuição. Rio de Janeiro, 2013. Citado na página 55.

Abou El-Ela, A.; ALLAM, S.; SHATLA, M. Maximal optimal benefits of distributed generation using genetic algorithms. *Electric Power Systems Research*, v. 80, n. 7, p. 869–877, 2010. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779610000118>>. Citado na página 19.

ACKERMANN, T.; ANDERSSON, G.; SÖDER, L. Distributed generation: a definition. *Electric Power Systems Research*, v. 57, n. 3, p. 195–204, abr. 2001. ISSN 03787796. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378779601001018>>. Citado na página 18.

AFRAZ, A. et al. Optimal sizing and sitting in radial standard system using pso. *American Journal of Scient. Res*, v. 67, p. 50–58, 2012. Citado na página 19.

ALINEJAD-BEROMI, Y.; SEDIGHIZADEH, M.; SADIGHI, M. A particle swarm optimization for sitting and sizing of Distributed Generation in distribution network to improve voltage profile and reduce THD and losses. In: *2008 43rd International Universities Power Engineering Conference*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–5. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

ALLAN, R.; SILVA, A. L. D.; BURCHETT, R. Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100, n. 5, p. 2539–2546, 1981. Citado na página 31.

Allan, R. N.; Al-Shakarchi, M. R. G. Probabilistic a.c. load flow. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 123, n. 6, p. 531–536, 1976. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 30 e 31.

ALLAN, R. N.; GRIGG, C. H.; AL-SHAKARCHI, M. R. G. Numerical techniques in probabilistic load flow problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 10, n. 4, p. 853–860, 1976. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.1620100412>>. Citado na página 31.

ALOLYAN, I. A new method for comparing closed intervals. *The Australian Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 8, n. 1, p. 1–6, 2011. Citado na página 51.

ANEEL. Resolução normativa nº 414, de 9 de setembro de 2010. Brasília, 2010. Citado na página 55.

ANEEL. Resolução normativa nº 482, de 17 de abril de 2012. Brasília, 2012. Citado na página 22.

ANEEL. Resolução normativa nº 687, de 24 de novembro de 2015. Brasília, 2015. Citado na página 22.

- ANEEL. *SISGD*. 2021. Acessado em 25/07/2021. Disponível em: <[Araujo, B. M. C.; da Costa, V. M. New developments in the interval current injection power flow formulation. *IEEE Latin America Transactions*, v. 16, n. 7, p. 1969–1976, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 73.

BHADORIA, V. S. et al. Reliability Improvement of Distribution System by Optimal Siting and Sizing of Disperse Generation. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, v. 24, n. 06, p. 1740006, dez. 2017. ISSN 0218-5393, 1793-6446. Disponível em: <<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S021853931740006X>>. Citado na página 19.

Borkowska, B. Probabilistic load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-93, n. 3, p. 752–759, 1974. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 31.

CHENG, M.-Y.; PRAYOGO, D. Symbiotic organisms search: A new metaheuristic optimization algorithm. *Computers & Structures*, v. 139, p. 98–112, 2014. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794914000881>>. Citado 4 vezes nas páginas 19, 32, 33 e 53.

CHENG, W. et al. Interval Power Flow Analysis Considering Interval Output of Wind Farms through Affine Arithmetic and Optimizing-Scenarios Method. *Energies*, v. 11, n. 11, p. 3176, nov 2018. Number: 11 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/11/11/3176>>. Citado na página 18.

de Oliveira, L. W.; SETA, F. da S.; de Oliveira, E. J. Optimal reconfiguration of distribution systems with representation of uncertainties through interval analysis. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 83, p. 382 – 391, 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061516306573>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 73.

DIMITROV, N.; MARKOV, S.; POPOVA, E. Extended interval arithmetics: New results and applications. *Computer Arithmetic and Enclosure Methods*, p. 225–232, 01 1992. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

Dopazo, J. F.; Klitin, O. A.; Sasson, A. M. Stochastic load flows. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 94, n. 2, p. 299–309, 1975. Citado na página 31.

EPE. Recursos energéticos distribuídos: Impactos no planejamento energético. Rio de Janeiro, Julho 2018. Citado na página 22.

EPE. Nota técnica epe dea-see 009/2021 - modelo de mercado da micro e minigeração distribuída \(4md\): Metodologia – versão pde 2031. Rio de Janeiro, Junho 2021. Citado na página 22.

FU, C. et al. Response analysis of an accelerating unbalanced rotating system with both random and interval variables. *Journal of Sound and Vibration*, v. 466, p. 115047, 2020. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X19306108>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 53.](https://app.powerbi.com/view?r=eyJrIjoiZjM4NmM0OWYtN2IwZS00YjViLTllMjItN2E5MzBkN2ZlMzVkIiwidCI6IjQwZDZmOWI4LWVjYTctNDZhMi05MmQ0LWVhNGU5YzAxNzBMSIsImMiOiR9>)

- GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. et al. *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer, 2010. v. 2. Citado na página 32.
- JENKINS, N. Embedded generation. *Power Engineering Journal*, v. 9, n. 3, p. 145–150, 1995. Citado na página 19.
- KENNEDY, J. The particle swarm: social adaptation of knowledge. In: *Proceedings of 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC '97)*. [S.l.: s.n.], 1997. p. 303–308. Citado na página 19.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942–1948 vol.4. Citado 3 vezes nas páginas 19, 35 e 53.
- LALITHA, M. P.; REDDY, V. V.; USHA, V. Optimal dg placement for minimum real power loss in radial distribution systems using pso. *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*, Citeseer, v. 13, 2010. Citado na página 50.
- LEE, S. et al. Modified binary particle swarm optimization. *Progress in Natural Science*, v. 18, n. 9, p. 1161–1166, 2008. ISSN 1002-0071. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1002007108002189>>. Citado na página 19.
- LIAO, X. et al. Interval method for uncertain power flow analysis based on Taylor inclusion function. *Transmission Distribution IET Generation*, v. 11, n. 5, p. 1270–1278, 2017. ISSN 1751-8695. Conference Name: Transmission Distribution IET Generation. Citado na página 18.
- LIU, B. et al. A Computational Attractive Interval Power Flow Approach With Correlated Uncertain Power Injections. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 35, n. 1, p. 825–828, jan 2020. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Citado na página 18.
- LIU, K.-y. et al. Optimal sitting and sizing of DGs in distribution system considering time sequence characteristics of loads and DGs. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 69, p. 430–440, jul. 2015. ISSN 01420615. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142061515000630>>. Citado na página 19.
- LUO, L. et al. An Affine Arithmetic-Based Power Flow Algorithm Considering the Regional Control of Unscheduled Power Fluctuation. *Energies*, v. 10, n. 11, p. 1794, nov 2017. Number: 11 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/10/11/1794>>. Citado na página 18.
- MAREDDY, P.; REDDY, V.; VYZA, U. Optimal dg placement for minimum real power loss in radial distribution systems using pso. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, v. 13, p. 107–116, 03 2010. Citado na página 19.
- MONEGO, A. D.; FERNANDES, T. Optimal power flow analysis with interval mathematics -the krawczyk method. In: *the 12th latin-american congress on electricity generation and transmission - clagtee 2017*. [S.l.: s.n.], 2017. Citado 3 vezes nas páginas 17, 27 e 73.

- MONTICELLI, A. *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. E. Blucher, 1983. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=b_qAkgEACAAJ>. Citado na página 17.
- MOORE, R. E. *Interval Analysis*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1966. Citado na página 17.
- MORADI, M.; ABEDINI, M. A novel method for optimal dg units capacity and location in microgrids. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 75, p. 236–244, 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061515003956>>. Citado na página 19.
- Mori, H.; Yuihara, A. Calculation of multiple power flow solutions with the krawczyk method. In: *1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 5, p. 94–97 vol.5. Citado 3 vezes nas páginas 17, 27 e 30.
- MOROZOWSKI, F. M. *Matrizes Esparsas em Redes de Potência: Técnicas de Operação*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos Científicos Editora S.A., 1981. Citado na página 24.
- NAYERIPOUR, M. et al. Multi-objective placement and sizing of dgs in distribution networks ensuring transient stability using hybrid evolutionary algorithm. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 25, p. 759–767, 2013. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032113003195>>. Citado na página 19.
- NESS, J. V. V.; GRIFFIN, J. Elimination methods for load-flow studies. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, v. 80, p. 299–302, 1961. Citado na página 24.
- NOGUEIRA, W. C.; NEGRETE, L. P. G.; LÓPEZ-LEZAMA, J. M. Interval load flow for uncertainty consideration in power systems analysis. *Energies*, v. 14, n. 3, 2021. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/14/3/642>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 73.
- OSMAN, I. H.; LAPORTE, G. *Metaheuristics: A bibliography*. [S.l.]: Springer, 1996. Citado na página 32.
- PEREIRA, L.; da Costa, V.; ROSA, A. Interval arithmetic in current injection power flow analysis. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 43, n. 1, p. 1106 – 1113, 2012. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061512002244>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 73.
- Primadianto, A.; Lu, C. A review on distribution system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 5, p. 3875–3883, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 22.
- RASMUSSEN, T. B.; YANG, G.; NIELSEN, A. H. Interval estimation of voltage magnitude in radial distribution feeder with minimal data acquisition requirements. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 113, p. 281 – 287, 2019. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061518337414>>. Citado na página 17.

- SEDIGHI, M. et al. Sitting and sizing of dg in distribution network to improve of several parameters by pso algorithm. In: *2010 International Conference on Mechanical and Electrical Technology*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 533–538. Citado na página 19.
- SEDIGHIZADEH, M.; REZAZADEH, A. Using genetic algorithm for distributed generation allocation to reduce losses and improve voltage profile. *International Journal of Computer and Systems Engineering*, World Academy of Science, Engineering and Technology, v. 2, n. 1, p. 50 – 55, 2008. ISSN eISSN: 1307-6892. Disponível em: <<https://publications.waset.org/vol/13>>. Citado na página 19.
- SETA, F. d. S.; OLIVEIRA, L. W. de; OLIVEIRA, E. J. de. Distribution system planning with representation of uncertainties based on interval analysis. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 31, n. 2, p. 494–510, 2020. ISSN 2195-3899. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40313-020-00573-0>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 73.
- SÖRENSEN, K.; GLOVER, F. Metaheuristics. *Encyclopedia of operations research and management science*, Springer New York, v. 62, p. 960–970, 2013. Citado na página 32.
- TANG, K. et al. Affine Arithmetic-Based Coordinated Interval Power Flow of Integrated Transmission and Distribution Networks. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 11, n. 5, p. 4116–4132, sep 2020. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Citado na página 18.
- Tinney, W. F.; Hart, C. E. Power flow solution by newton’s method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-86, n. 11, p. 1449–1460, 1967. Citado 4 vezes nas páginas 25, 40, 41 e 53.
- Van Ness, J. E.; Griffin, J. H. Elimination methods for load-flow studies. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, v. 80, n. 3, p. 299–302, 1961. Citado na página 53.
- WANG, C. et al. A clustering-based analytical method for hybrid probabilistic and interval power flow. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 126, p. 106605, mar 2021. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061520320287>>. Citado na página 18.
- WANG, D.; TAN, D.; LIU, L. Particle swarm optimization algorithm: an overview. *Soft Computing*, Springer, v. 22, n. 2, p. 387–408, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 50.
- WANG, Y. et al. Interval power flow analysis via multi-stage affine arithmetic for unbalanced distribution network. *Electric Power Systems Research*, v. 142, p. 1–8, jan 2017. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877961630325X>>. Citado na página 18.
- Wang, Z.; Alvarado, F. L. Interval arithmetic in power flow analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 3, p. 1341–1349, 1992. Citado na página 27.
- Yu, H. et al. Probabilistic load flow evaluation with hybrid latin hypercube sampling and cholesky decomposition. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 2, p. 661–667, 2009. Citado na página 18.

ZHANG, C. et al. A Mixed Interval Power Flow Analysis Under Rectangular and Polar Coordinate System. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 2, p. 1422–1429, mar 2017. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Citado na página 18.

ZHANG, C. et al. An Interval Power Flow Analysis Through Optimizing-Scenarios Method. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 9, n. 5, p. 5217–5226, sep 2018. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Citado na página 18.

Apêndices

APÊNDICE A – Interval Load Flow for Uncertainty Consideration in Power Systems Analysis

Article

Interval Load Flow for Uncertainty Consideration in Power Systems Analysis

Wallisson C. Nogueira ¹, Lina Paola Garcés Negrete ¹ and Jesús M. López-Lezama ^{2,*}

¹ Electrical, Mechanical and Computer Engineering School, Federal University of Goiás, Av. Universitária No. 1488, Goiânia 74605-010, Brazil; walli.calixto@gmail.com (W.C.N.); lina_negrete@ufg.br (L.P.G.N.)

² Grupo en Manejo Eficiente de la Energía (GIMEL), Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Antioquia (UdeA), Calle 70 No. 52-21, Medellín 050010, Colombia

* Correspondence: jmaria.lopez@udea.edu.co; Tel.: +57-3008315893

Abstract: Modern power systems must deal with a greater degree of uncertainty in power flow calculation due to variations in load and generation introduced by new technologies. This scenario poses new challenges to power system operators which require new tools for an accurate assessment of the system state. This paper presents an interval load flow (ILF) approach for dealing with uncertainty in power system analysis. A probabilistic load flow (PLF), based on Monte Carlo Simulation (MCS), was also implemented for comparative purposes. The ILF and PLF are used to estimate the network states. Both methods were implemented in Python[®] using the IEEE 34-bus, IEEE 69-bus and 192-bus Brazilian distribution system. The results with the proposed ILF on the aforementioned benchmark test systems proved to be compatible with that of the MCS, evidencing the robustness and applicability of the proposed approach.

Keywords: uncertainty; probabilistic load flow; interval load flow; Monte Carlo Simulation



Citation: Nogueira, W.C.; Garcés Negrete, L.P.; López-Lezama, J.M. Interval Load Flow for Uncertainty Consideration in Power Systems Analysis. *Energies* **2021**, *14*, 642. <https://doi.org/10.3390/en14030642>

Academic Editor: Teuvo Suntio
Received: 3 January 2021
Accepted: 21 January 2021
Published: 27 January 2021

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2021 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Electric power systems (EPS) play a key role in modern societies since they enable the use of technology and provide electricity to homes and industries. Nonetheless, their proper functioning can only be guaranteed if they count with the right set of tools for their operation and planning. Within these studies, the most common analysis is the power flow or load flow calculation, which can be carried out by several well-known techniques [1]. Nonetheless, the main drawback of these techniques is that their results are as accurate as their input data [2]. Inaccuracies in power flow data may be due to measurement errors, inexact forecasts, or assuming the load with some limits or unscheduled interruptions [3].

The current political and economic situation of the electricity industry is increasingly encouraging the use of distributed energy resources (DER) which include small-scale generation units that are located on the consumer's side of the meter, storage devices and demand respond. Therefore, the role of customers is progressively changing and adapting, becoming more active. Within this context, the load models adopted for power flow calculation must also adapt to characterize new uncertainties [4]. Interval analysis can be seen as an effective tool to take into account this type of uncertainties within power flow studies. In this case, the load is modeled through a set of values ranging from the smallest to the largest possible one; and therefore, nodal voltages, losses and power flows are calculated in an interval way [5–9]. This approach is known as Interval Load Flow (ILF).

To calculate an ILF it is necessary to use mathematical tools that guarantee its convergence. This may be done through the Newton Interval method [10] as well as with the Krawczyk method [11], which finds the solution of the interval system within a given tolerance.

In [8], an optimal distribution planning model is proposed with the addition of uncertainties via ILF, where the interval results are used as merit functions for an optimization

algorithm. In addition to the ILF, interval mathematics are also used to add uncertainty to other problems, such as state estimation and short circuit calculations [12].

Another approach for adding uncertainties is through the Probabilistic Load Flow (PLF) [2,3], where loads are modeled through their probability distribution functions. Several works have proposed mathematical methods to solve this problem. The Monte Carlo Simulation (MCS) approach is the most widely used method for solving the PLF. This method consists of the solution of several deterministic load flows with random variations in their parameters, based on their probability density functions; thus, if the sample of results is large enough, a highly accurate result can be obtained [13]. Probabilistic uncertainties can also be evaluated with other methods such as Polynomial Chaos Expansion (PCE), which is able to work in a non-intrusive way and exhibits a high performance in stochastic modeling of random variables and processes [14].

ILF has proven to be an effective tool when dealing with uncertainties. In [15], the authors implemented an ILF analysis considering interval output of wind farms with the aim of providing accurate ranges of the power grid variables which can be used by the system operator to guarantee security of the power system. In [16], an affine arithmetic-based power flow algorithm is proposed to take into account regional control of unscheduled power fluctuations. The authors in [17] propose an ILF based on multi-stage affine arithmetic which is applied to an unbalanced distribution network to address the influence of distributed generation and load uncertainty. In [18], a hybrid probabilistic and interval load flow is proposed by means of a clustering-based analytical method. In this case, the uncertainties of random and interval variables are simultaneously considered. The authors in [19] propose an ILF by means of the optimizing-scenarios method. In this approach, the interval uncertainties are considered as variables with varying bounds, and the objective function is set to calculate these unknown variables. In [20] the authors proposed an ILF based on the Taylor inclusion function, while in [21] an ILF approach with correlated uncertain power injections is presented. Other variants of the ILF are also proposed in [22,23].

The main objective of this paper is to employ the ILF and analyze its performance in calculating the states of the electrical network for benchmark distribution systems comparing the result with that of a conventional MCS where the same networks are analyzed with their load modeled by a function of uniform probability density over the same range of the interval load. Therefore, the main contributions of this work can be described as follows: (i) an exemplified and straightforward calculation methodology of the ILF is presented, (ii) a comparison of the proposed ILF with MCS is performed and, (iii) a sensibility analysis is carried out regarding the input variables of the ILF and its convergence.

The structure of this paper is as follows: In Section 2, basic concepts of Interval Arithmetic are presented. Section 3 presents, in detail, the methodology for the ILF. The main results of the ILF and its comparison with MCS are presented in Section 5. Finally, the conclusions of the work are presented in Section 6.

2. Interval Arithmetic

Interval arithmetic is based on operations using real intervals. So, a given variable X can be defined as $X = [x_1, x_2] = \{\bar{x} \in \mathbf{R}, x_1 \leq \bar{x} \leq x_2\}$. Within this interval, the midpoint, diameter and radius properties can be defined as follows [24]:

$$\text{Mid}(X) = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \quad (1)$$

$$\text{Diameter}(X) = x_2 - x_1 \quad (2)$$

$$\text{Radius}(X) = \frac{\text{Diameter}(X)}{2} \quad (3)$$

Given the interval variables $X = [x_1, x_2] = \{\bar{x} \in \mathbf{R}, x_1 \leq \bar{x} \leq x_2\}$ and $Y = [y_1, y_2] = \{\bar{y} \in \mathbf{R}, y_1 \leq \bar{y} \leq y_2\}$, arithmetic operations are defined for intervals as follows [24,25]:

$$X + Y = [x_1 + y_1, x_2 + y_2] \quad (4)$$

$$X - Y = [x_1 - y_1, x_2 - y_2] \quad (5)$$

$$X \cdot Y = [\min(x_1 y_1, x_1 y_2, x_2 y_1, x_2 y_2), \max(x_1 y_1, x_1 y_2, x_2 y_1, x_2 y_2)] \quad (6)$$

$$\frac{X}{Y} = [x_1, x_2] \left[\frac{1}{y_1}, \frac{1}{y_2} \right] \text{ if } 0 \notin [y_1, y_2] \quad (7)$$

The methodology for the evaluation of the ILF requires the solution of an analytical load flow, which is named in this paper as a deterministic load flow. From the input values corresponding to deterministic net injected powers and bus voltages (magnitudes and angles) obtained as solution of the deterministic load flow, the interval values of the net injected powers as well as the magnitudes and angles of the bus voltages are established.

Thus, the convergences of the intervals are analyzed according to the variations of the pre-established diameters. The intervals of the bus voltages are reduced by the Krawczyk method, which in this case consists on the application of the Krawczyk operator [11] at each iteration of the algorithm, as indicated in (8). The Krawczyk operator returns interval values that must be intersected with the current values to reduce overestimation of the interval variables.

$$K(x^h, X^h) = x^h - C f(x^h) + (I - C J(X^h))(X^h - x^h) \quad (8)$$

In this case, X is a real interval, x is the midpoint of X , $f(x)$ is the value of the nonlinear function at point x , $J(X)$ is the Jacobian of the nonlinear function calculated in the range X , C is the matrix of preconditioning which is equal to the Jacobian inverse calculated at the midpoint of X , I is the identity matrix and h is the current iteration. X is the vector of the modules and angles of the interval bus voltages. The main advantage of using the Krawczyk operator is that there is no need to solve a linear system.

3. Interval Load Flow

The most conventional method for solving the load flow problem is the formulation of the power injected at each bus in its polar form [7]. Interval analysis is useful for modeling uncertainties in numerical analyzes [11]; thus, it is used in conjunction with the polar formulation of the Newton-Raphson power flow to create what is called an ILF.

3.1. Algorithm Description

The main steps for obtaining a solution to the power flow considering interval variables are described below.

Step 1: Obtain the bus voltages using a deterministic load flow. In this work, the deterministic load flow corresponds to the solution of the power flow through the Newton-Raphson method with input variables fixed in their deterministic values, i.e., power injections (load and generation) fixed in its predicted maximum values.

Step 2: Define the percentage of variation of demands and calculate their respective interval values according to (9) and (10):

$$Pc_k^i = Pc_k^d [1 - \alpha, 1 + \alpha] \quad (9)$$

$$Qc_k^i = Qc_k^d [1 - \alpha, 1 + \alpha] \quad (10)$$

where Pc_k^d and Qc_k^d are the values of the deterministic active and reactive loads, respectively, at bus k , α is the demand percentage variation and Pc_k^i and Qc_k^i are the interval values of the active and reactive loads, respectively. It is worth mentioning that in this work, the interval representation is only considered for loads; nonetheless, the logic of

Equations (9) and (10) can be extended for an interval representation of the generation, if necessary.

Step 3: Calculate the expected interval power through the expected deterministic power and the interval load calculated in (9) and (10), as given by (11) and (12).

$$P_{exp_k}^i = P_{exp_k}^d - P_{c_k}^d + P_{c_k}^i \quad (11)$$

$$Q_{exp_k}^i = Q_{exp_k}^d - Q_{c_k}^d + Q_{c_k}^i \quad (12)$$

where $P_{exp_k}^d$ and $Q_{exp_k}^d$ are, respectively, the active and reactive expected power at bus k used in the deterministic load flow, while $P_{exp_k}^i$ and $Q_{exp_k}^i$ are, respectively, the interval active and reactive expected power at bus k .

Then, the interval mismatches for the initialization of the bus voltages magnitude and angles can be calculated. The interval mismatches must be obtained with the calculated deterministic powers and the expected interval powers, using expressions (13) and (14) as indicated in [26].

$$\Delta P_k^i = P_{exp_k}^i - P_{calc_k}^d \quad (13)$$

$$\Delta Q_k^i = Q_{exp_k}^i - Q_{calc_k}^d \quad (14)$$

where $P_{calc_k}^d$ and $Q_{calc_k}^d$ are the calculated deterministic active and reactive power at bus k , while ΔP_k^i and ΔQ_k^i are the interval values of the mismatches at bus k , respectively.

Thus, the interval increments of the bus voltages magnitudes and their respective angles are calculated from the Jacobian matrix of the last iteration of the deterministic power flow and the interval mismatches (ΔP^i and ΔQ^i) as given by (15).

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} = [Jac]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} \quad (15)$$

where ΔP^i and ΔQ^i are the vectors of interval mismatches of active and reactive power, respectively. Also, $[Jac]$ is the jacobian matrix of the last iteration of the deterministic load flow and $\Delta \theta^i$ and ΔV^i are the interval increments of the angles and magnitudes of bus voltages, respectively. Then, the interval voltage magnitudes and phase angles can be calculated using the deterministic solution and the interval increments indicated in (16).

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^d \\ V^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} \quad (16)$$

where θ^d and V^d are respectively the vectors of the deterministic solution of voltage phase angles and magnitudes, while θ^i and V^i are the vectors of interval values of voltage phase angles and magnitudes, respectively.

Step 4: Obtain the interval active and reactive power calculated using the admittance matrix of the system as well as the current interval magnitudes and angles of the buses voltages, as described in (17) and (18) and, thus recalculate the power mismatches, as proposed by [26]. Note that these equations are similar to those in the deterministic load flow, only now the variables of the problem are replaced by their respective interval variables.

$$P_{calc_k}^i = \left\| \dot{V}_k^i \right\|^2 G_{kk} + \left\| \dot{V}_k^i \right\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \left\| \dot{V}_m^i \right\| \left(G_{km} \cos(\theta_k^i - \theta_m^i) + B_{km} \sin(\theta_k^i - \theta_m^i) \right) \quad (17)$$

$$Q_{calc_k}^i = -\left\| \dot{V}_k^i \right\|^2 B_{kk} + \left\| \dot{V}_k^i \right\| \sum_{m \in \Omega_k}^k \left\| \dot{V}_m^i \right\| \left(B_{km} \cos(\theta_k^i - \theta_m^i) + G_{km} \sin(\theta_k^i - \theta_m^i) \right) \quad (18)$$

where $\left\| \dot{V}_k^i \right\|$ and $\left\| \dot{V}_m^i \right\|$ are the interval voltage magnitudes at buses k and m , respectively. Also, θ_k^i and θ_m^i are the interval voltage angles at buses k and m , respectively. G_{ij} and B_{ij}

are respectively the real and complex components of Y_{ij} of the system admittance matrix and $P_{calc_k}^i$ and $Q_{calc_k}^i$ are, respectively, the interval active and reactive calculated powers. Thus, the interval mismatches of active and reactive power are updated according to (19) and (20) [26]:

$$\Delta P_k^i = P_{exp_k}^i - P_{calc_k}^i \quad (19)$$

$$\Delta Q_k^i = Q_{exp_k}^i - Q_{calc_k}^i \quad (20)$$

Step 5: Apply the Krawczyk operator according to (8), where the variables will assume the following values:

$$X^h = \begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$x^h = \text{Mid}(X^h) \quad (22)$$

$$f(x^h) = \text{Mid} \left(\begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} \right) \quad (23)$$

Step 6: Update the interval increments for the voltage magnitudes and angles through the intersections between the interval voltages in the previous iteration and the voltage obtained by the Krawczyk operator as indicated in (24).

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} \cap K(x^h, X^h) \quad (24)$$

Step 7: Check if the greater radius variation of the interval magnitude and angle of the bus voltages between the iterations is less than the specified tolerance, if yes, the interval power flow has converged; otherwise, return to step 5.

3.2. Illustrative Example

A detailed explanation of the ILF algorithm using a didactic 3-bus system, shown in Figure 1, is presented. In this figure, the line impedances are in ohms, the loads are in MVA and the bus voltages are in per-unit (p.u). This system has a base power of 1 MVA and a base voltage of 23 kV. In Figure 1, the state variables obtained through a deterministic load flow in each bus are shown. These calculations correspond to those described in **Step 1** of Section 3.1. The Jacobian matrix of the last iteration of the deterministic load flow for this system corresponds to:

$$[\text{Jac}] = \begin{bmatrix} 10^{20} & -1175.96 & 0.0 & 354.39 & -349.20 & 0.0 \\ -1174.55 & 2045.74 & -871.19 & -353.49 & 369.47 & -19.22 \\ 0.0 & -871.14 & 871.14 & 0.0 & -21.15 & 19.20 \\ -348.76 & 348.76 & 0.0 & 10^{20} & -1177.47 & 0.0 \\ 353.49 & -372.68 & 19.19 & -1174.55 & 2047.45 & -872.67 \\ 0.0 & 21.12 & -21.12 & 0.0 & -872.26 & 871.95 \end{bmatrix}$$

The Jacobian matrix was considered in its full form. Therefore, high values in the order of 10^{20} were assumed in the main diagonal corresponding to the slack bus, because in this bus the magnitude and phase angle voltage are fixed in 1.0 p.u and 0 degrees, respectively, and thus iterative updating of these variables is not necessary.

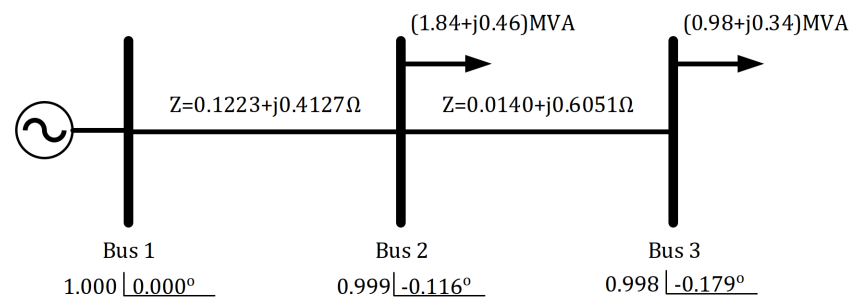


Figure 1. Didactic 3-bus distribution system.

A percentage variation of 5%, i.e., $\alpha = 5\%$, is assumed for the loads of the system to define the interval values, as presented in *Step 2*, for P_c^i and Q_c^i as:

$$[P_c^i] = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [1.747, 1.932] \\ [0.931, 1.029] \end{bmatrix}$$

$$[Q_c^i] = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [0.437, 0.483] \\ [0.323, 0.357] \end{bmatrix}$$

Next, the interval increments of the bus voltages magnitudes and angles must be calculated, as stated in the *Step 3* of the ILF algorithm. For this, the interval mismatches of active and reactive powers at each bus are obtained as:

$$\begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [-0.092, 0.092] \\ [-0.049, 0.049] \\ [0, 0] \\ [-0.023, 0.023] \\ [-0.017, 0.017] \end{bmatrix}$$

Using the interval mismatches of the power loads and the Jacobian Matrix, the interval increments of the bus voltages magnitudes and their respective angles are computed as:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta^i \\ \Delta V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [-0.0001, 0.0001] \\ [-0.0002, 0.0002] \\ [0, 0] \\ [-6.454, 6.454] \\ [-8.541, 8.541] \end{bmatrix}$$

Using the interval increments of the bus voltages, the interval voltage magnitudes and phase angles are obtained, using Equation (16), as:

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [-0.0021, -0.0019] \\ [-0.0033, -0.0029] \\ [1, 1] \\ [0.9986, 0.9987] \\ [0.9982, 0.9984] \end{bmatrix}$$

The interval mismatches of the active and reactive power are updated as presented in **Step 4** of the ILF algorithm. For this illustrative example, the updated mismatches correspond to:

$$\begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [-0.02116639, 0.02116643] \\ [-0.0006336, 0.0006334] \\ [0, 0] \\ [-0.0065334, 0.0065332] \\ [-0.00001280, 0.00001275] \end{bmatrix}$$

Then, the Krawczyk operator must be applied as shown in **Step 5** of the algorithm. The values for x^h and $f(x^h)$ are calculated using Equations (22)–(24), obtaining:

$$x^h = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.00202 \\ -0.00313 \\ 1 \\ 0.9987 \\ 0.9983 \end{bmatrix}$$

$$f(x^h) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.91684 \\ -6.23102 \\ 0 \\ -4.98810 \\ -2.20536 \end{bmatrix} \times 10^{-8}$$

Following the calculations presented in **Step 6**, the updated values for the voltage magnitudes and angles are obtained as:

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} [0, 0] \\ [-0.00216, -0.00215] \\ [-0.0031314, -0.0031309] \\ [1, 1] \\ [0.9987137, 0.9987141] \\ [0.9982975, 0.9982977] \end{bmatrix}$$

The convergence of the ILF algorithm is checked as stated in **Step 7**. As the obtained maximum radius variation is 8.52×10^{-5} in the V_k^i of the bus 3, the convergence of the ILF is reached.

4. Probabilistic Load Flow

The PLF was proposed in 1974 [3] and can be solved analytically, as in [2,3,27], numerically as presented in [28] or through a hybrid approach as presented in [2].

The numerical simulation can be performed using the MCS method. In this case, the probability density functions of each of the parameters that are considered as random variables are sampled to proceed with the simulation. The simulation and sampling must be carried out many times so that, with a large sample of input variables, a good result is obtained.

In the MCS performed, uniform probability density functions were adopted for the active and reactive loads varying between P^+ and P^- for active load, and between Q^+ and Q^- for reactive power load as illustrated in Figures 2 and 3. In this case, P^+ , P^- , Q^+ and Q^- are given by equations (25) to (28).

$$P_k^+ = P_k^d(1 + \alpha) \quad (25)$$

$$P_k^- = Pc_k^d(1 - \alpha) \quad (26)$$

$$Q_k^+ = Qc_k^d(1 + \alpha) \quad (27)$$

$$Q_k^- = Qc_k^d(1 - \alpha) \quad (28)$$

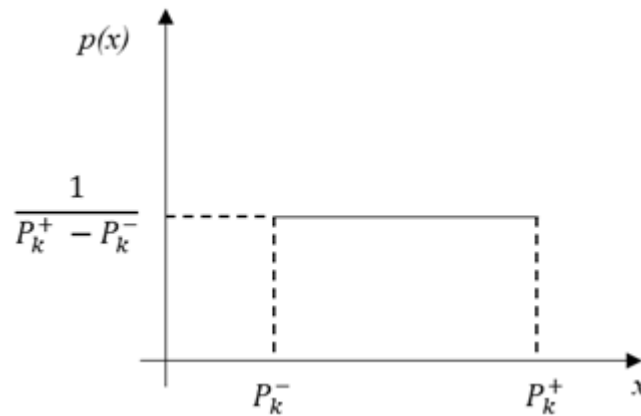


Figure 2. Uniform Probability Density Distribution for Active Power.

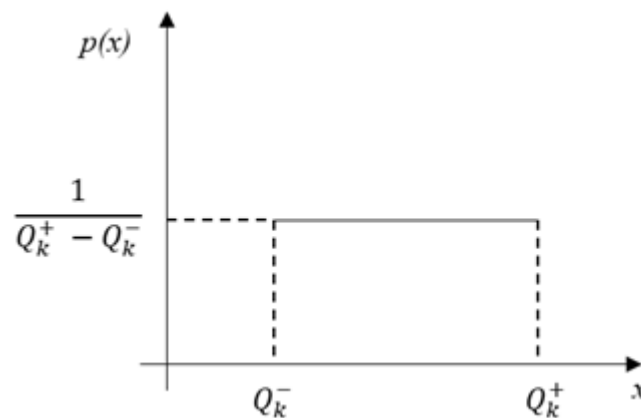


Figure 3. Uniform Probability Density Distribution for Reactive Power.

Thus, a large number of samples are carried out in order to ensure that most of the probable values are obtained in the simulation.

5. Test and Results

A program capable of calculating the deterministic power flow using the Newton-Rapshon method [26] with sparse techniques [29] was developed in *Python*[®] and then the IPF was processed as indicated in Section 3.

Medium voltage distribution circuits with radial topologies were simulated with a variation of 5% in the load with a stopping criteria of a variation in the radius of 10^{-4} between iterations.

Although probabilistic and interval variables are different concepts (interval representation is typically non-probabilistic) [14], the results of the IPF were compared with those of a MCS. For this, the probabilistic load flow was run with a high number of draws to obtain the maximum and minimum values of the simulated quantities, so that results could be compared with the intervals obtained by the interval power flow. Also, a uniform probability distribution was used in the MCS to make the probabilistic approximation closer to the interval, since all the values contained within it are equally representative for the result. In this case, 3000 drawings were used to verify the adherence of the method in the 34-bus and 69-bus test systems and with 30,000 drawings for the 192-bus system.

Uniform probability density functions for the net injected power at buses were considered in the MCS, their loads varying by the same percentage as in the ILF.

5.1. IEEE 34-Bus Radial TEST System

The data of this system can be found in [30]. The base values considered are 1000 kVA and 11 kV. The 34-bus system has a total active power demand of 4636.5 kW and total reactive power of 2885.5 kvar. The minimum and maximum values of voltage magnitude at the buses, obtained by a deterministic load flow are 1.0 p.u and 0.942 p.u, respectively.

Tables 1 and 2 show the results of the phase angle and magnitude voltages, respectively, calculated by the ILF and MCS for a variation in the radius of 10^{-4} . Note that the results are shown only for some representative buses of the system. In these tables, the lower and upper values refer to the lower and upper limits of the intervals and, the deterministic values correspond to those obtained through the execution of the deterministic power flow.

In this test system, the largest variation of the voltage magnitude around the deterministic result with the MCS is 0.88% at bus 27 and the smallest variation is 0.07% at bus 2. For the ILF the largest variation is 0.33% at bus 27 and the smallest one is 0.03% at bus 2. Regarding phase angles the largest variation around the deterministic result for the MCS and ILF are 34.75% and 25.11%, respectively both at bus 2; while the smallest variation for MCS and ILF are 21.32% and 12.54%, respectively at bus 33.

Table 1. Phase Angle—IEEE 34-bus test system.

Bus	Method	Lower Angle (°)	Upper Angle (°)	Deterministic Angle (°)
5	MCS	0.23615	0.35810	0.31588
	ILF	0.26275	0.36900	
9	MCS	0.48285	0.67387	0.61611
	ILF	0.53320	0.69891	
23	MCS	0.70353	1.00872	0.90243
	ILF	0.78490	1.01959	
27	MCS	0.79289	1.13820	1.00895
	ILF	0.88240	1.13499	
33	MCS	0.52957	0.72857	0.66792
	ILF	0.58067	0.75503	

Table 2. Voltage Magnitude—IEEE 34-bus test system.

Bus	Method	Lower Magnitude (p.u.)	Upper Magnitude (p.u.)	Deterministic Magnitude (p.u.)
5	MCS	0.97556	0.97868	0.97603
	ILF	0.97479	0.97729	
9	MCS	0.96113	0.96639	0.96197
	ILF	0.95999	0.96396	
23	MCS	0.94417	0.95144	0.94601
	ILF	0.94318	0.94885	
27	MCS	0.93963	0.94997	0.94166
	ILF	0.93861	0.94474	
33	MCS	0.95896	0.96466	0.95992
	ILF	0.95784	0.96201	

For this system a sensibility analysis was done by changing the percent variation of the loads from 5% to 20% with steps of 5%. Figure 4 depicts the radius of the voltage magnitude and Figure 5 illustrates the radius of the phase angle for each simulated scenario.

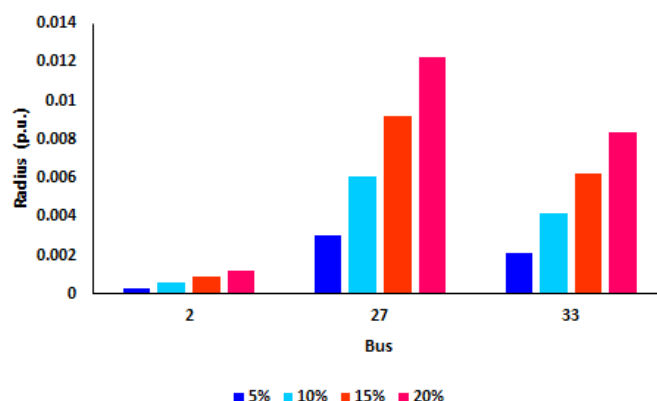


Figure 4. Radius of the Voltage Magnitude.

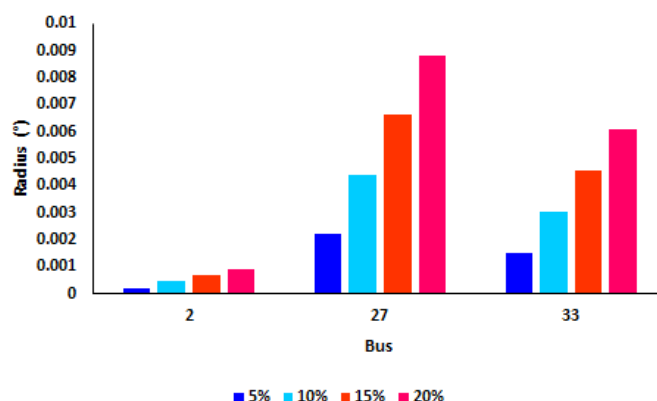


Figure 5. Radius of the Phase Angle.

As expected, with the increase of the percentage variation on the loads, the radius of the result variables became larger.

5.2. IEEE 69-Bus Distribution Network

The data of this system can be found in [31]. The base values considered are 100 kVA and 12.66 kV. The 69-bus system has a total active power demand of 3802.19 kW and total reactive power of 2694.60 kvar. The minimum and maximum values of voltage magnitude at the buses, obtained by a deterministic load flow are 1.0 p.u and 0.909 p.u, respectively.

Tables 3 and 4 show the results of the state variables calculated by ILF and MCS for a radius of 10^{-4} .

For the IEEE 69-bus test system, the largest variation at the voltage magnitude around the deterministic result with the MCS is 2.61% at bus 65 and the smallest one is 0.002% at bus 29. For the ILF the largest variation is 0.55% at bus 65 and the smallest one is 0.001% at bus 29. Regarding phase angles the largest variation around the deterministic result for MCS and ILF are 307.45% and 116.08%, respectively, both at bus 32; while the smallest variation for MCS and ILF are 21.32% at bus 4 and 21.5% at bus 37, respectively.

Table 3. Phase Angle—IEEE 69-bus test system.

Bus	Method	Lower Angle (°)	Upper Angle (°)	Deterministic Angle (°)
2	MCS	−0.00140	−0.00089	−0.00122
	ILF	−0.00133	−0.00223	
29	MCS	−0.00587	−0.00421	−0.00530
	ILF	−0.00578	−0.00482	
48	MCS	−0.06559	−0.03440	−0.05247
	ILF	−0.05724	−0.04770	
54	MCS	0.00461	0.37110	0.19470
	ILF	0.12409	0.26530	
63	MCS	0.33813	187.126	112.526
	ILF	0.90650	134.402	

Table 4. Voltage Magnitude—IEEE 69-bus test system.

Bus	Method	Lower Magnitude (p.u.)	Upper Magnitude (p.u.)	Deterministic Magnitude (p.u.)
2	MCS	0.99996	0.99997	0.99996
	ILF	0.99996	0.99997	
29	MCS	0.99984	0.99987	0.99985
	ILF	0.99984	0.99986	
48	MCS	0.99840	0.99883	0.99854
	ILF	0.99847	0.99980	
54	MCS	0.96770	0.97738	0.97141
	ILF	0.96985	0.97296	
63	MCS	0.89464	0.93411	0.91165
	ILF	0.90679	0.91652	

5.3. 192-Bus Brazilian Distribution Network

The data of this system can be found in [32]. The base values are 100 kVA and 13.8 kV. The 192-bus system has a total active power demand of 6031 kW and reactive power of 2124 kvar. The minimum and maximum values of voltage magnitude at the buses, obtained by a deterministic load flow are 1.0 p.u and 0.955 p.u, respectively.

Tables 5 and 6 show the results of the state variables calculated by ILF and MCS for a variation in the radius of 10^{-4} .

For this system, the largest variation at the voltage magnitude around the deterministic result with the MCS is 0.37% at bus 51 and the smallest one is 0.01% at bus 2. For the ILF the largest variation is 0.25% at bus 51 and the smallest variation is 0.01% at bus 2. Regarding phase angles, the largest variation around the deterministic result for MCS and ILF are respectively 13.33% at bus 94 and 14.81% at bus 54, while the smallest variation for MCS and ILF are respectively 12.11% at bus 2 and 14.53% at bus 55.

Table 5. Phase Angle—192-bus Brazilian distribution network.

Bus	Method	Lower Angle (°)	Upper Angle (°)	Deterministic Angle (°)
8	MCS	−0.24610	−0.21364	−0.24170
	ILF	−0.27692	−0.20648	
36	MCS	−0.90111	−0.76996	−0.87943
	ILF	−100.956	−0.75299	
64	MCS	−0.44769	−0.38699	−0.43892
	ILF	−0.50307	−0.37477	
113	MCS	−0.86144	−0.73693	−0.84702
	ILF	−0.97206	−0.72197	
187	MCS	−0.91812	−0.78600	−0.89612
	ILF	−102.858	−0.76365	

Table 6. Voltage Magnitude—192-bus Brazilian distribution network.

Bus	Method	Lower Magnitude (p.u.)	Upper Magnitude (p.u.)	Deterministic Magnitude (p.u.)
8	MCS	0.98727	0.98888	0.98795
	ILF	0.98732	0.99176	
36	MCS	0.95602	0.96027	0.95686
	ILF	0.95461	0.95911	
64	MCS	0.97824	0.97994	0.97827
	ILF	0.97713	0.97939	
113	MCS	0.95754	0.96171	0.95849
	ILF	0.95632	0.96066	
187	MCS	0.95603	0.95959	0.95612
	ILF	0.95612	0.95842	

As shown in Tables 1–6, it can be seen that there is an intersection between the ranges of results obtained through the MCS and the ILF for voltage magnitudes and phase angles in all buses. It is also evident that the MCS and ILF intervals contain the deterministic power flow solution for all cases.

6. Conclusions

Nowadays, power and distribution systems must deal with greater degrees of uncertainty not only related to new generation technologies but also to variations in the demand side. In this context, system operators are in constant search of new tools for power system analyses. This paper contributes in the analysis and discussion of such tools by proposing an ILF approach that takes into account uncertainties in demand. A step-by-step straightforward methodology for calculating an ILF based on the polar form of the Newton-Rapshon method is presented. Furthermore, a comparison of the proposed approach with a MCS is carried out along with a sensibility analysis regarding the input variables of the ILF and its convergence for several benchmark test systems. It was found that with small variations in loads, the ILF presents results as good as those produced by MCS, but with a reduced computational effort. As the operation and planning of electrical energy systems are based on the supply of the load, which in turn is endowed with uncertainties, it can be concluded

that the use of the ILF as a methodology for the evaluation of the performance of energy systems is satisfactory and recommended in power flow analyses.

Author Contributions: Conceptualization, W.C.N., L.P.G.N. and J.M.L.-L.; Data curation, W.C.N. and L.P.G.N.; Formal analysis, W.C.N. and L.P.G.N.; Funding acquisition, J.M.L.-L.; Investigation, W.C.N., L.P.G.N. and J.M.L.-L.; Methodology, W.C.N.; Project administration, W.C.N., L.P.G.N. and J.M.L.-L.; Resources, W.C.N., L.P.G.N. and J.M.L.-L.; Software, W.C.N.; Supervision, L.P.G.N.; Validation, L.P.G.N.; Visualization, L.P.G.N.; Writing—original draft, W.C.N.; Writing—review and editing, W.C.N., L.P.G.N. and J.M.L.-L. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was funded by the Colombia Scientific Program within the framework of the so-called Ecosistema Científico (Contract No. FP44842-218-2018).

Acknowledgments: The authors gratefully acknowledge the support from the Colombia Scientific Program within the framework of the call Ecosistema Científico (Contract No. FP44842-218-2018). The authors also want to acknowledge Universidad de Antioquia for its support through the project “estrategia de sostenibilidad”.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

- Monticelli, A.J. *Flujo de Carga em Redes de Energia Eletrica*; Edgar Blucher Ltda: São Paulo, Brazil, 1983.
- Allan, R.N.; Al-Shakarchi, M.R.G. Probabilistic A.C. Load Flow. *Proc. Inst. Electr. Eng.* **1976**, *123*, 531–536. [[CrossRef](#)]
- Borkowska, B. Probabilistic Load Flow. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **1974**, *PAS-93*, 752–759. [[CrossRef](#)]
- Primadianto, A.; Lu, C. A Review on Distribution System State Estimation. *IEEE Trans. Power Syst.* **2017**, *32*, 3875–3883. [[CrossRef](#)]
- de Oliveira, L.W.; Seta, F.D.S.; de Oliveira, E.J. Optimal reconfiguration of distribution systems with representation of uncertainties through interval analysis. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **2016**, *83*, 382–391. [[CrossRef](#)]
- Pereira, L.; da Costa, V.; Rosa, A. Interval arithmetic in current injection power flow analysis. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **2012**, *43*, 1106–1113. [[CrossRef](#)]
- Araujo, B.M.C.; da Costa, V.M. New Developments in the Interval Current Injection Power Flow Formulation. *IEEE Latin Am. Trans.* **2018**, *16*, 1969–1976. [[CrossRef](#)]
- Seta, F.d.S.; de Oliveira, L.W.; de Oliveira, E.J. Distribution System Planning with Representation of Uncertainties Based on Interval Analysis. *J. Control Autom. Electr. Syst.* **2020**, *31*, 494–510. [[CrossRef](#)]
- Del Monego, A.; Fernandes, T. Optimal Power Flow Analysis with Interval Mathematics—the Krawczyk Method. In Proceedings of the 12th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission—Clagtee 2017, Mar del Plata, Argentina, 12–15 November 2017.
- Moore, R.E. *Interval Analysis*; Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, USA, 1966.
- Mori, H.; Yuihara, A. Calculation of multiple power flow solutions with the Krawczyk method. In Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), Orlando, FL, USA, 30 May–2 June 1999; Volume 5, pp. 94–97. [[CrossRef](#)]
- Rasmussen, T.B.; Yang, G.; Nielsen, A.H. Interval estimation of voltage magnitude in radial distribution feeder with minimal data acquisition requirements. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **2019**, *113*, 281–287. [[CrossRef](#)]
- Yu, H.; Chung, C.Y.; Wong, K.P.; Lee, H.W.; Zhang, J.H. Probabilistic Load Flow Evaluation With Hybrid Latin Hypercube Sampling and Cholesky Decomposition. *IEEE Trans. Power Syst.* **2009**, *24*, 661–667. [[CrossRef](#)]
- Fu, C.; Xu, Y.; Yang, Y.; Lu, K.; Gu, F.; Ball, A. Response analysis of an accelerating unbalanced rotating system with both random and interval variables. *J. Sound Vib.* **2020**, *466*, 115047. [[CrossRef](#)]
- Cheng, W.; Cheng, R.; Shi, J.; Zhang, C.; Sun, G.; Hua, D. Interval Power Flow Analysis Considering Interval Output of Wind Farms through Affine Arithmetic and Optimizing-Scenarios Method. *Energies* **2018**, *11*, 3176. [[CrossRef](#)]
- Luo, L.; Gu, W.; Wang, Y.; Chen, C. An Affine Arithmetic-Based Power Flow Algorithm Considering the Regional Control of Unscheduled Power Fluctuation. *Energies* **2017**, *10*, 1794. [[CrossRef](#)]
- Wang, Y.; Wu, Z.; Dou, X.; Hu, M.; Xu, Y. Interval power flow analysis via multi-stage affine arithmetic for unbalanced distribution network. *Electr. Power Syst. Res.* **2017**, *142*, 1–8. [[CrossRef](#)]
- Wang, C.; Liu, D.; Tang, F.; Liu, C. A clustering-based analytical method for hybrid probabilistic and interval power flow. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **2021**, *126*, 106605. [[CrossRef](#)]
- Zhang, C.; Chen, H.; Shi, K.; Qiu, M.; Hua, D.; Ngan, H. An Interval Power Flow Analysis Through Optimizing-Scenarios Method. *IEEE Trans. Smart Grid* **2018**, *9*, 5217–5226. [[CrossRef](#)]
- Liao, X.; Liu, K.; Zhang, Y.; Wang, K.; Qin, L. Interval method for uncertain power flow analysis based on Taylor inclusion function. *Transm. Distrib. IET Gener.* **2017**, *11*, 1270–1278. [[CrossRef](#)]

21. Liu, B.; Huang, Q.; Zhao, J.; Hu, W. A Computational Attractive Interval Power Flow Approach with Correlated Uncertain Power Injections. *IEEE Trans. Power Syst.* **2020**, *35*, 825–828. [\[CrossRef\]](#)
22. Zhang, C.; Chen, H.; Ngan, H.; Yang, P.; Hua, D. A Mixed Interval Power Flow Analysis Under Rectangular and Polar Coordinate System. *IEEE Trans. Power Syst.* **2017**, *32*, 1422–1429. [\[CrossRef\]](#)
23. Tang, K.; Dong, S.; Zhu, C.; Song, Y. Affine Arithmetic-Based Coordinated Interval Power Flow of Integrated Transmission and Distribution Networks. *IEEE Trans. Smart Grid* **2020**, *11*, 4116–4132. [\[CrossRef\]](#)
24. Wang, Z.; Alvarado, F.L. Interval arithmetic in power flow analysis. *IEEE Trans. Power Syst.* **1992**, *7*, 1341–1349. [\[CrossRef\]](#)
25. Dimitrov, N.; Markov, S.; Popova, E. Extended interval arithmetics: New results and applications. In *Computer Arithmetic and Enclosure Methods*; North-Holland: Amsterdam, The Netherlands, 1992; pp. 225–232.
26. Tinney, W.F.; Hart, C.E. Power Flow Solution by Newton's Method. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **1967**, *PAS-86*, 1449–1460. [\[CrossRef\]](#)
27. Dopazo, J.F.; Klitin, O.A.; Sasson, A.M. Stochastic load flows. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **1975**, *94*, 299–309. [\[CrossRef\]](#)
28. Allan, R.N.; Grigg, C.H.; Al-Shakarchi, M.R.G. Numerical techniques in probabilistic load flow problems. *Int. J. Numer. Methods Eng.* **1976**, *10*, 853–860. [\[CrossRef\]](#)
29. Van Ness, J.E.; Griffin, J.H. Elimination Methods for Load-Flow Studies. *Trans. Am. Inst. Electr. Eng. Part III Power Appar. Syst.* **1961**, *80*, 299–302. [\[CrossRef\]](#)
30. Prakash, D.; Lakshminarayana, C. Optimal siting of capacitors in radial distribution network using Whale Optimization Algorithm. *Alex. Eng. J.* **2017**, *56*, 499–509. [\[CrossRef\]](#)
31. Baran, M.E.; Wu, F.F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Trans. Power Deliv.* **1989**, *4*, 725–734. [\[CrossRef\]](#)
32. Brigatto, G.A. Modelo De Decisão Multiobjetivo Para a Busca De Estratégias Ótimas De Inserção De Empreendimentos Em Geração Distribuída. Ph.D. Thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 2011.

Anexos

ANEXO A – Funções Trigonométricas mpmath

Trigonometric functions

Except where otherwise noted, the trigonometric functions take a radian angle as input and the inverse trigonometric functions return radian angles.

The ordinary trigonometric functions are single-valued functions defined everywhere in the complex plane (except at the poles of $\tan$, $\sec$, $\csc$, and $\cot$). They are defined generally via the exponential function, e.g.

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}.$$

The inverse trigonometric functions are multivalued, thus requiring branch cuts, and are generally real-valued only on a part of the real line. Definitions and branch cuts are given in the documentation of each function. The branch cut conventions used by mpmath are essentially the same as those found in most standard mathematical software, such as Mathematica and Python's own `cmath` library (as of Python 2.6; earlier Python versions implement some functions erroneously).

Degree-radian conversion

`degrees()`

`mpmath.degrees(x)`

Converts the radian angle x to a degree angle:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 15; mp.pretty = True
>>> degrees(pi/3)
60.0
```

`radians()`

`mpmath.radians(x)`

Converts the degree angle x to radians:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 15; mp.pretty = True
>>> radians(60)
1.0471975511966
```

Trigonometric functions

`cos()`

`mpmath.cos(x, **kwargs)`

Computes the cosine of x , $\cos(x)$.

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> cos(pi/3)
0.5
>>> cos(100000001)
-0.9802850113244713353133243
>>> cos(2+3j)
(-4.189625690968807230132555 - 9.109227893755336597979197j)
>>> cos(inf)
nan
>>> nprint(chop(taylor(cos, 0, 6)))
[1.0, 0.0, -0.5, 0.0, 0.0416667, 0.0, -0.00138889]
```

Intervals are supported via `mpmath.iv.cos()`:

```
>>> iv.dps = 25; iv.pretty = True
>>> iv.cos([0,1])
[0.540302305868139717400936602301, 1.0]
>>> iv.cos([0,2])
[-0.41614683654714238699756823214, 1.0]
```

sin()

`mpmath.sin(x, **kwargs)`

Computes the sine of x , $\sin(x)$.

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> sin(pi/3)
0.8660254037844386467637232
>>> sin(100000001)
0.1975887055794968911438743
>>> sin(2+3j)
(9.1544991469114295734673 - 4.168906959966564350754813j)
>>> sin(inf)
nan
>>> nprint(chop(taylor(sin, 0, 6)))
[0.0, 1.0, 0.0, -0.166667, 0.0, 0.00833333, 0.0]
```

Intervals are supported via `mpmath.iv.sin()`:

```
>>> iv.dps = 25; iv.pretty = True
>>> iv.sin([0,1])
[0.0, 0.841470984807896506652502331201]
>>> iv.sin([0,2])
[0.0, 1.0]
```

tan()

`mpmath.tan(x, **kwargs)`

Computes the tangent of x , $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$. The tangent function is singular at $x = (n + 1/2)\pi$, but `tan(x)` always returns a finite result since $(n + 1/2)\pi$ cannot be represented exactly using floating-point arithmetic.

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> tan(pi/3)
1.732050807568877293527446
>>> tan(100000001)
-0.2015625081449864533091058
>>> tan(2+3j)
(-0.003764025641504248292751221 + 1.003238627353609801446359j)
>>> tan(inf)
nan
>>> nprint(chop(taylor(tan, 0, 6)))
[0.0, 1.0, 0.0, 0.333333, 0.0, 0.133333, 0.0]
```

Intervals are supported via `mpmath.iv.tan()`:

```
>>> iv.dps = 25; iv.pretty = True
>>> iv.tan([0,1])
[0.0, 1.55740772465490223050697482944]
>>> iv.tan([0,2]) # Interval includes a singularity
[-inf, +inf]
```

sec()

`mpmath.sec(x)`

Computes the secant of x , $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$. The secant function is singular at $x = (n + 1/2)\pi$, but `sec(x)` always returns a finite result since $(n + 1/2)\pi$ cannot be represented exactly using floating-point arithmetic.

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> sec(pi/3)
2.0
>>> sec(100000001)
-1.184723164360392819100265
>>> sec(2+3j)
(-0.04167496441114427004834991 + 0.0906111371962375965296612j)
>>> sec(inf)
nan
>>> nprint(chop(taylor(sec, 0, 6)))
[1.0, 0.0, 0.5, 0.0, 0.208333, 0.0, 0.0847222]
```

Intervals are supported via `mpmath.iv.sec()`:

```
>>> iv.dps = 25; iv.pretty = True
>>> iv.sec([0,1])
[1.0, 1.85081571768092561791175326276]
>>> iv.sec([0,2]) # Interval includes a singularity
[-inf, +inf]
```

csc()

`mpmath.csc(x)`

Computes the cosecant of x , $\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$. This cosecant function is singular at $x = n\pi$, but with the exception of the point $x = 0$, `csc(x)` returns a finite result since $n\pi$

cannot be represented exactly using floating-point arithmetic.

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> csc(pi/3)
1.154700538379251529018298
>>> csc(10000001)
-1.864910497503629858938891
>>> csc(2+3j)
(0.09047320975320743980579048 + 0.04120098628857412646300981j)
>>> csc(inf)
nan
```

Intervals are supported via `mpmath.iv.csc()`:

```
>>> iv.dps = 25; iv.pretty = True
>>> iv.csc([0,1]) # Interval includes a singularity
[1.18839510577812121626159943988, +inf]
>>> iv.csc([0,2])
[1.0, +inf]
```

cot()

`mpmath.cot(x)`

Computes the cotangent of x , $\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)} = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$. This cotangent function is singular at $x = n\pi$, but with the exception of the point $x = 0$, `cot(x)` returns a finite result since $n\pi$ cannot be represented exactly using floating-point arithmetic.

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> cot(pi/3)
0.5773502691896257645091488
>>> cot(10000001)
1.574131876209625656003562
>>> cot(2+3j)
(-0.003739710376336956660117409 - 0.9967577965693583104609688j)
>>> cot(inf)
nan
```

Intervals are supported via `mpmath.iv.cot()`:

```
>>> iv.dps = 25; iv.pretty = True
>>> iv.cot([0,1]) # Interval includes a singularity
[0.642092615934330703006419974862, +inf]
>>> iv.cot([1,2])
[-inf, +inf]
```

Trigonometric functions with modified argument

cospi()

`mpmath.cospi(x, **kwargs)`

Computes the <no doc> of x

sinpi()

`mpmath.sinpi(x, **kwargs)`

Computes the <no doc> of x

Inverse trigonometric functions

acos()

`mpmath.acos(x, **kwargs)`

Computes the inverse cosine or arccosine of x , $\cos^{-1}(x)$. Since $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ for real x , the inverse cosine is real-valued only for $-1 \leq x \leq 1$. On this interval, `acos()` is defined to be a monotonically decreasing function assuming values between $+\pi$ and 0.

Basic values are:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> acos(-1)
3.141592653589793238462643
>>> acos(0)
1.570796326794896619231322
>>> acos(1)
0.0
>>> nprint(chop(taylor(acos, 0, 6)))
[1.5708, -1.0, 0.0, -0.166667, 0.0, -0.075, 0.0]
```

`acos()` is defined so as to be a proper inverse function of $\cos(\theta)$ for $0 \leq \theta < \pi$. We have $\cos(\cos^{-1}(x)) = x$ for all x , but $\cos^{-1}(\cos(x)) = x$ only for $0 \leq \Re[x] < \pi$:

```
>>> for x in [1, 10, -1, 2+3j, 10+3j]:
...     print("%s %s" % (cos(acos(x)), acos(cos(x))))
...
1.0 1.0
(10.0 + 0.0j) 2.566370614359172953850574
-1.0 1.0
(2.0 + 3.0j) (2.0 + 3.0j)
(10.0 + 3.0j) (2.566370614359172953850574 - 3.0j)
```

The inverse cosine has two branch points: $x = \pm 1$. `acos()` places the branch cuts along the line segments $(-\infty, -1)$ and $(+1, +\infty)$. In general,

$$\cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2} + i \log\left(ix + \sqrt{1 - x^2}\right)$$

where the principal-branch log and square root are implied.

asin()

`mpmath.asin(x, **kwargs)`

Computes the inverse sine or arcsine of x , $\sin^{-1}(x)$. Since $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ for real x , the inverse sine is real-valued only for $-1 \leq x \leq 1$. On this interval, it is defined to be a

monotonically increasing function assuming values between $-\pi/2$ and $\pi/2$.

Basic values are:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> asin(-1)
-1.570796326794896619231322
>>> asin(0)
0.0
>>> asin(1)
1.570796326794896619231322
>>> nprint(chop(taylor(asin, 0, 6)))
[0.0, 1.0, 0.0, 0.166667, 0.0, 0.075, 0.0]
```

`asin()` is defined so as to be a proper inverse function of $\sin(\theta)$ for $-\pi/2 < \theta < \pi/2$. We have $\sin(\sin^{-1}(x)) = x$ for all x , but $\sin^{-1}(\sin(x)) = x$ only for $-\pi/2 < \Re[x] < \pi/2$:

```
>>> for x in [1, 10, -1, 1+3j, -2+3j]:
...     print("%s %s" % (chop(sin(asin(x))), asin(sin(x))))
...
1.0 1.0
10.0 -0.5752220392306202846120698
-1.0 -1.0
(1.0 + 3.0j) (1.0 + 3.0j)
(-2.0 + 3.0j) (-1.141592653589793238462643 - 3.0j)
```

The inverse sine has two branch points: $x = \pm 1$. `asin()` places the branch cuts along the line segments $(-\infty, -1)$ and $(+1, +\infty)$. In general,

$$\sin^{-1}(x) = -i \log\left(ix + \sqrt{1 - x^2}\right)$$

where the principal-branch log and square root are implied.

atan()

`mpmath.atan(x, **kwargs)`

Computes the inverse tangent or arctangent of x , $\tan^{-1}(x)$. This is a real-valued function for all real x , with range $(-\pi/2, \pi/2)$.

Basic values are:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 25; mp.pretty = True
>>> atan(-inf)
-1.570796326794896619231322
>>> atan(-1)
-0.7853981633974483096156609
>>> atan(0)
0.0
>>> atan(1)
0.7853981633974483096156609
>>> atan(inf)
1.570796326794896619231322
```

```
>>> nprint(chop(taylor(atan, 0, 6)))
[0.0, 1.0, 0.0, -0.333333, 0.0, 0.2, 0.0]
```

The inverse tangent is often used to compute angles. However, the `atan2` function is often better for this as it preserves sign (see `atan2()`).

`atan()` is defined so as to be a proper inverse function of $\tan(\theta)$ for $-\pi/2 < \theta < \pi/2$. We have $\tan(\tan^{-1}(x)) = x$ for all x , but $\tan^{-1}(\tan(x)) = x$ only for $-\pi/2 < \Re[x] < \pi/2$:

[illegible]

The inverse tangent has two branch points: $x = \pm i$. `atan()` places the branch cuts along the line segments $(-i\infty, -i)$ and $(+i, +i\infty)$. In general,

$$\tan^{-1}(x) = \frac{i}{2}(\log(1 - ix) - \log(1 + ix))$$

where the principal-branch log is implied.

atan2()

`mpmath.atan2(y, x)`

asec()

`mpmath.asec(x)`

Computes the inverse secant of x , $\sec^{-1}(x) = \cos^{-1}(1/x)$.

acsc()

$$\text{mpmath.acsc}(x)$$

Computes the inverse cosecant of x , $\csc^{-1}(x) = \sin^{-1}(1/x)$.

acot()

`mpmath.acot(x)`

Computes the inverse cotangent of x , $\cot^{-1}(x) = \tan^{-1}(1/x)$.

Sinc function

sinc()

mpmath.**sinc**(x)

`sinc( $x$ )` computes the unnormalized sinc function, defined as

$$\operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} \sin(x)/x, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

See [sincpi\(\)](#) for the normalized sinc function.

Simple values and limits include:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 15; mp.pretty = True
>>> sinc(0)
1.0
>>> sinc(1)
0.841470984807897
>>> sinc(inf)
0.0
```

The integral of the sinc function is the sine integral Si:

```
>>> quad(sinc, [0, 1])
0.946083070367183
>>> si(1)
0.946083070367183
```

sincpi()

mpmath.**sincpi**(x)

`sincpi( $x$ )` computes the normalized sinc function, defined as

$$\operatorname{sinc}_{\pi}(x) = \begin{cases} \sin(\pi x)/(\pi x), & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Equivalently, we have $\operatorname{sinc}_{\pi}(x) = \operatorname{sinc}(\pi x)$.

The normalization entails that the function integrates to unity over the entire real line:

```
>>> from mpmath import *
>>> mp.dps = 15; mp.pretty = True
>>> quadosc(sincpi, [-inf, inf], period=2.0)
1.0
```

Like, [sinpi\(\)](#), [sincpi\(\)](#) is evaluated accurately at its roots:

```
>>> sincpi(10)
0.0
```

ANEXO B – Dados da rede IEEE 33-bus test system

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
1	2	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	100	60
3	0	1	0	0	0	90	40
4	0	1	0	0	0	120	80
5	0	1	0	0	0	60	30
6	0	1	0	0	0	60	20
7	0	1	0	0	0	200	100
8	0	1	0	0	0	200	100
9	0	1	0	0	0	60	20
10	0	1	0	0	0	60	20
11	0	1	0	0	0	45	30
12	0	1	0	0	0	60	35
13	0	1	0	0	0	60	35
14	0	1	0	0	0	120	80
15	0	1	0	0	0	60	10
16	0	1	0	0	0	60	20
17	0	1	0	0	0	60	20
18	0	1	0	0	0	90	40
19	0	1	0	0	0	90	40
20	0	1	0	0	0	90	40
21	0	1	0	0	0	90	40
22	0	1	0	0	0	90	40
23	0	1	0	0	0	90	50
24	0	1	0	0	0	420	200
25	0	1	0	0	0	420	200
26	0	1	0	0	0	60	25
27	0	1	0	0	0	60	25
28	0	1	0	0	0	60	20
29	0	1	0	0	0	120	70
30	0	1	0	0	0	200	600

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
31	0	1	0	0	0	150	70
32	0	1	0	0	0	210	100
33	0	1	0	0	0	60	40

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
1	2	1	0,0922	0,0477	0	1
2	3	1	0,493	0,2511	0	1
3	4	1	0,366	0,1864	0	1
4	5	1	0,3811	0,1941	0	1
5	6	1	0,819	0,707	0	1
6	7	1	0,1872	0,6188	0	1
7	8	1	1,7114	1,2351	0	1
8	9	1	1,03	0,74	0	1
9	10	1	1,04	0,74	0	1
10	11	1	0,1966	0,065	0	1
11	12	1	0,3744	0,1238	0	1
12	13	1	1,468	1,155	0	1
13	14	1	0,5416	0,7129	0	1
14	15	1	0,591	0,526	0	1
15	16	1	0,7463	0,545	0	1
16	17	1	1,289	1,721	0	1
17	18	1	0,732	0,574	0	1
2	19	1	0,164	0,1565	0	1
19	20	1	1,5042	1,3554	0	1
20	21	1	0,4095	0,4784	0	1
21	22	1	0,7089	0,9373	0	1
3	23	1	0,4512	0,3083	0	1
23	24	1	0,898	0,7091	0	1
24	25	1	0,896	0,7011	0	1
6	26	1	0,203	0,1034	0	1
26	27	1	0,2842	0,1447	0	1
27	28	1	1,059	0,9337	0	1
28	29	1	0,8042	0,7006	0	1
29	30	1	0,5075	0,2585	0	1
30	31	1	0,9744	0,963	0	1

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
31	32	1	0,3105	0,3619	0	1
32	33	1	0,341	0,5302	0	1

ANEXO C – Dados da rede IEEE 34-bus test system

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
1	2	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	230	142,5
3	0	1	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	230	142,5
5	0	1	0	0	0	230	142,5
6	0	1	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	230	142,5
9	0	1	0	0	0	230	142,5
10	0	1	0	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0	230	142,5
12	0	1	0	0	0	137	84
13	0	1	0	0	0	72	45
14	0	1	0	0	0	72	45
15	0	1	0	0	0	72	45
16	0	1	0	0	0	13,5	7,5
17	0	1	0	0	0	230	142,5
18	0	1	0	0	0	230	142,5
19	0	1	0	0	0	230	142,5
20	0	1	0	0	0	230	142,5
21	0	1	0	0	0	230	142,5
22	0	1	0	0	0	230	142,5
23	0	1	0	0	0	230	142,5
24	0	1	0	0	0	230	142,5
25	0	1	0	0	0	230	142,5
26	0	1	0	0	0	230	142,5
27	0	1	0	0	0	137	85
28	0	1	0	0	0	75	48
29	0	1	0	0	0	75	48
30	0	1	0	0	0	75	48

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
31	0	1	0	0	0	57	37,5
32	0	1	0	0	0	57	37,5
33	0	1	0	0	0	57	37,5
34	0	1	0	0	0	57	37,5

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
1	2	1	0,117	0,048	0	1
2	3	1	0,1073	0,044	0	1
3	4	1	0,1645	0,0457	0	1
4	5	1	0,1495	0,0415	0	1
5	6	1	0,1495	0,0415	0	1
6	7	1	0,3144	0,054	0	1
7	8	1	0,2096	0,036	0	1
8	9	1	0,3144	0,054	0	1
9	10	1	0,2096	0,036	0	1
10	11	1	0,131	0,0225	0	1
11	12	1	0,1048	0,018	0	1
3	13	1	0,1572	0,027	0	1
13	14	1	0,2096	0,036	0	1
14	15	1	0,1048	0,018	0	1
15	16	1	0,0524	0,009	0	1
6	17	1	0,1794	0,0498	0	1
17	18	1	0,1645	0,0457	0	1
18	19	1	0,2079	0,0473	0	1
19	20	1	0,189	0,043	0	1
20	21	1	0,189	0,043	0	1
21	22	1	0,262	0,045	0	1
22	23	1	0,262	0,045	0	1
23	24	1	0,3144	0,054	0	1
24	25	1	0,2096	0,036	0	1
25	26	1	0,131	0,0225	0	1
26	27	1	0,1048	0,018	0	1
7	28	1	0,1572	0,027	0	1
28	29	1	0,1572	0,027	0	1
29	30	1	0,1572	0,027	0	1

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
10	31	1	0,1572	0,027	0	1
31	32	1	0,2096	0,036	0	1
32	33	1	0,1572	0,027	0	1
33	34	1	0,1048	0,018	0	1

ANEXO D – Dados da rede IEEE 69-bus test system

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	2,6	2,2
7	0	1	0	0	0	40,4	30
8	0	1	0	0	0	75	54
9	0	1	0	0	0	30	22
10	0	1	0	0	0	28	19
11	0	1	0	0	0	145	104
12	0	1	0	0	0	145	104
13	0	1	0	0	0	8	5,5
14	0	1	0	0	0	8	5,5
15	0	1	0	0	0	0	0
16	0	1	0	0	0	45,5	30
17	0	1	0	0	0	60	35
18	0	1	0	0	0	60	35
19	0	1	0	0	0	0	0
20	0	1	0	0	0	1	0,6
21	0	1	0	0	0	114	81
22	0	1	0	0	0	5,3	3,5
23	0	1	0	0	0	0	0
24	0	1	0	0	0	28	20
25	0	1	0	0	0	0	0
26	0	1	0	0	0	14	10
27	0	1	0	0	0	14	10
28	0	1	0	0	0	26	18,6
29	0	1	0	0	0	26	18,6
30	0	1	0	0	0	0	0

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
31	0	1	0	0	0	0	0
32	0	1	0	0	0	0	0
33	0	1	0	0	0	14	10
34	0	1	0	0	0	19,5	14
35	0	1	0	0	0	6	4
36	0	1	0	0	0	26	18,55
37	0	1	0	0	0	26	18,55
38	0	1	0	0	0	0	0
39	0	1	0	0	0	24	17
40	0	1	0	0	0	24	17
41	0	1	0	0	0	1,2	1
42	0	1	0	0	0	0	0
43	0	1	0	0	0	6	4,3
44	0	1	0	0	0	0	0
45	0	1	0	0	0	39,22	26,3
46	0	1	0	0	0	39,22	26,3
47	0	1	0	0	0	0	0
48	0	1	0	0	0	79	56,4
49	0	1	0	0	0	384,7	274,5
50	0	1	0	0	0	384	274,5
51	0	1	0	0	0	41,2	28,3
52	0	1	0	0	0	3,6	2,7
53	0	1	0	0	0	4,35	3,5
54	0	1	0	0	0	26,4	19
55	0	1	0	0	0	24	17,2
56	0	1	0	0	0	0	0
57	0	1	0	0	0	0	0
58	0	1	0	0	0	0	0
59	0	1	0	0	0	100	72
60	0	1	0	0	0	0	0
61	0	1	0	0	0	1244	888
62	0	1	0	0	0	32	23
63	0	1	0	0	0	0	0
64	0	1	0	0	0	227	162
65	0	1	0	0	0	59	42
66	0	1	0	0	0	18	13

Dados de Barra							
Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (rad)	Pg (kW)	Qg (kvar)	Pc (kW)	Qc (kvar)
67	0	1	0	0	0	18	13
68	0	1	0	0	0	28	20
69	0	1	0	0	0	28	20

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
1	2	1	0,0005	0,0012	0	1
2	3	1	0,0005	0,0012	0	1
3	4	1	0,0015	0,0036	0	1
4	5	1	0,0251	0,0294	0	1
5	6	1	0,366	0,1864	0	1
6	7	1	0,3811	0,1941	0	1
7	8	1	0,0922	0,047	0	1
8	9	1	0,0493	0,0251	0	1
9	10	1	0,819	0,2707	0	1
10	11	1	0,1872	0,0619	0	1
11	12	1	0,7114	0,2351	0	1
12	13	1	1,03	0,34	0	1
13	14	1	1,044	0,345	0	1
14	15	1	1,058	0,3496	0	1
15	16	1	0,1966	0,065	0	1
16	17	1	0,3744	0,1238	0	1
17	18	1	0,0047	0,0016	0	1
18	19	1	0,3276	0,1083	0	1
19	20	1	0,2106	0,0696	0	1
20	21	1	0,3416	0,1129	0	1
21	22	1	0,014	0,0046	0	1
22	23	1	0,1591	0,0526	0	1
23	24	1	0,3463	0,1145	0	1
24	25	1	0,7488	0,2475	0	1
25	26	1	0,3089	0,1021	0	1
26	27	1	0,1732	0,0572	0	1
3	28	1	0,0044	0,0108	0	1
28	29	1	0,064	0,1565	0	1
29	30	1	0,3978	0,1315	0	1
30	31	1	0,0702	0,0232	0	1

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
31	32	1	0,351	0,116	0	1
32	33	1	0,839	0,2816	0	1
33	34	1	1,708	0,5646	0	1
34	35	1	1,474	0,4873	0	1
3	36	1	0,0044	0,0108	0	1
36	37	1	0,064	0,1565	0	1
37	38	1	0,1053	0,123	0	1
38	39	1	0,0304	0,0355	0	1
39	40	1	0,0018	0,0021	0	1
40	41	1	0,7283	0,8509	0	1
41	42	1	0,31	0,3623	0	1
42	43	1	0,041	0,0478	0	1
43	44	1	0,0092	0,0116	0	1
44	45	1	0,1089	0,1373	0	1
45	46	1	0,0009	0,0012	0	1
4	47	1	0,0034	0,0084	0	1
47	48	1	0,0851	0,2083	0	1
48	49	1	0,2898	0,7091	0	1
49	50	1	0,0822	0,2011	0	1
8	51	1	0,0928	0,0473	0	1
51	52	1	0,3319	0,1114	0	1
9	53	1	0,174	0,0886	0	1
53	54	1	0,203	0,1034	0	1
54	55	1	0,2842	0,1447	0	1
55	56	1	0,2813	0,1433	0	1
56	57	1	1,59	0,5337	0	1
57	58	1	0,7837	0,263	0	1
58	59	1	0,3042	0,1006	0	1
59	60	1	0,3861	0,1172	0	1
60	61	1	0,5075	0,2585	0	1
61	62	1	0,0974	0,0496	0	1
62	63	1	0,145	0,0738	0	1
63	64	1	0,7105	0,3619	0	1
64	65	1	1,041	0,5302	0	1
11	66	1	0,2012	0,0611	0	1
66	67	1	0,0047	0,0014	0	1
12	68	1	0,7394	0,2444	0	1

Dados de Linhas						
Barra De	Barra Para	Circuito	R (ohm)	X (ohm)	C (ohm)	Tap
68	69	1	0,0047	0,0016	0	1