

Abner Leonel Gadelha Gomes

**Decoerência quântica em neutrinos
de aceleradores**

Goiânia

18 de março de 2019

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE
TESES E
DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: Dissertação Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

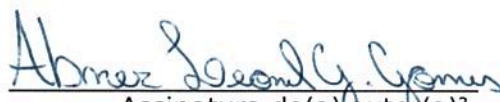
Nome completo do autor: Abner Leonel Gadelha Gomes

Título do trabalho: **Decoerência quântica em neutrinos de aceleradores**

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:


Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 28 / 02 / 2019

¹Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente
- Submissão de artigo em revista científica
- Publicação como capítulo de livro
- Publicação da dissertação/tese em livro

²A assinatura deve ser escaneada.

Abner Leonel Gadelha Gomes

Decoerência quântica em neutrinos de aceleradores

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal de Goiás, em cumprimento às exigências do programa de Doutorado em Física

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes

Goiânia

18 de março de 2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Leonel Gadelha Gomes, Abner
Decoerência quântica em neutrinos de aceleradores [manuscrito] /
Abner Leonel Gadelha Gomes. - 2019.
CCVII, 207, f.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Física (IF), Programa de Pós-Graduação em Física, Goiânia, 2019.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui siglas, símbolos, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Fenomenologia. 2. Oscilação de neutrinos. 3. Decoerência quântica. 4. Experimentos de aceleradores. I. Avelino Gomes, Ricardo, orient. II. Título.

CDU 539.12



Universidade Federal de Goiás
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Ata Nº 44 de defesa de tese de
Abner Leonel Gadelha Gomes para
obtenção do título de Doutor em
Física.

Aos 18 dias do mês de março de 2019, às 13h00min, no Anfiteatro I do Instituto de Física da UFG, reuniu-se a Banca Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-Graduação em Física, composta pelo **Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes** (orientador e presidente da Banca – IF/UFG), **Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa** (DF/PUC RIO), **Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo** (IFGW/UNICAMP), **Prof. Dr. Wesley Bueno Cardoso** (IF/UFG) e **Prof. Dr. Ardiley Torres Avelar** (IF/UFG) para julgar a tese de doutorado de **Abner Leonel Gadelha Gomes**, intitulada: “**Decoerência quântica em neutrinos de aceleradores**”. O Presidente abriu os trabalhos agradecendo a presença dos membros da Banca Examinadora e concedeu a palavra a **Abner Leonel Gadelha Gomes**, que expôs detalhadamente seu trabalho. Em seguida, os membros da Banca fizeram suas considerações e procederam à arguição do candidato. Concluída essa etapa, a Banca, em sessão fechada, deu prosseguimento ao julgamento do trabalho, atribuindo os seguintes conceitos:

Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes (orientador)

Aprovado

Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa (DF/PUC RIO)

Aprovado

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo (IFGW/UNICAMP)

Aprovado

Prof. Dr. Wesley Bueno Cardoso (IF/UFG)

Aprovado

Prof. Dr. Ardiley Torres Avelar (IF/UFG)

Aprovado

Novamente em sessão aberta, o presidente da Banca anunciou o resultado final do julgamento, declarando o candidato **Abner Leonel Gadelha Gomes** Aprovado pela Banca Examinadora. Nada mais havendo a tratar, a sessão foi encerrada e lavrou-se a presente ata que segue assinada pelos membros da Banca Examinadora.

Goiânia, 18 de março de 2019.

Ricardo A. Gomes
Prof. Dr. Ricardo A. Gomes

Hiroshi Nunokawa
Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa

Marcelo Moraes Guzzo
Prof. Dr. Marcelo M. Guzzo

Wesley B. Cardoso
Prof. Dr. Wesley Bueno Cardoso

Ardiley Torres Avelar
Prof. Dr. Ardiley Torres Avelar

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

Em especial, agradeço ao meu orientador, o Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes, pela paciência, pelos ensinamentos, não só de física, mas também pelo compartilhamento de experiências sobre as dificuldades diárias no âmbito de questões pessoais. Pela oportunidade dada a mim para desenvolver minhas capacidades em poder aprender e tirar resultados na área de física de altas energias. Também não poderia deixar de agradecer ao colaborador sempre presente em nossos trabalhos, o Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres, com quem aprendi muito sobre física de neutrinos em estudos fenomenológicos.

Ao longo dos últimos 11 anos me dediquei a formação de física. Nos últimos 5 anos, minha dedicação tem sido para a preparação em ser titulado como doutor em física de altas energias. Esta jornada só foi possível devido, primeiramente, a meu apego a minha fé de que não estava sozinho. Por isso sou grato à Deus por ter sido sempre uma presença dentro de mim que me deu forças em todos os momentos, os bons e os ruins. Agradeço ao apoio da minha família, em especial aos meus avós, Juraci Alves Gadelha e Eliaquim Alves Gadelha, que me fizeram ser a pessoa que sou hoje. Ao meus pais, Raquel Alves Gadelha e Abimar Leonel Gomes, que acreditam em meu potencial. Também agradeço à Jeissika Amaral Theisen pela companhia em boa parte de todo o meu doutorado. Por fim, agradeço também aos amigos do IF-UFG.

RESUMO

Nesta tese investigamos a oscilação de neutrinos no regime de três sabores no vácuo considerando o sistema quântico como aberto. Isto nos permitiu introduzir efeitos de decoerência quântica na dinâmica de evolução temporal dos autoestados dos neutrinos. A caracterização deste efeito é dada pelos parâmetros Γ_{12} , Γ_{13} e Γ_{23} , que estão associados aos efeitos de decoerência em que não há dissipação de energia dos neutrinos, e os parâmetros Γ_{33} e Γ_{88} , que correspondem a possíveis efeitos dissipativos. Propomos alguns cenários possíveis para se investigar os efeitos da decoerência em sistemas de neutrinos. Em cada um destes cenários supomos ter apenas um parâmetro de decoerência Γ . Em nossa análise consideramos uma fenomenologia para o parâmetro de decoerência, da forma $\Gamma = \gamma_0(E/\text{GeV})^n$, que é a parametrização mais utilizada em estudos que incluem decoerência quântica em neutrinos, onde γ_0 é o parâmetro da decoerência sem dependência energética e n é a lei de potência de E (energia do neutrino), em que consideramos para essa análise, $n = -2, 0, 2$.

Esse formalismo foi aplicado aos dados da análise de desaparecimento do modo FHC do MINOS e das configurações de *neutrino run* e *antineutrino run* de ambas as análises de desaparecimento e aparecimento de T2K. Tivemos como objetivo obter novos possíveis limites à decoerência quântica com os dados analisados para os diferentes cenários propostos. Mostramos que para $n = -2$ e $n = 0$ obtivemos limites da ordem de $\mathcal{O}(10^{-23})$ GeV e para $n = 2$, da ordem de $\mathcal{O}(10^{-25})$ GeV no nível de 90% *C.L.-Confidence Level* (Nível de Confiança). Em particular para $n = -2$, obtivemos um limite três ordens de grandeza mais restritivo do que a análise anterior (P. Coloma, J. Lopez-Pavon, I. Martinez-Soler and H. Nunokawa, Decoherence in Neutrino Propagation Through Matter,

and Bounds from IceCube/DeepCore , Eur. Phys. J. C78 (2018) 614), a qual obtivemos que $\gamma_0 \leq 1,69 \times 10^{-23}$ GeV no nível de 90% C.L.. Através dos cenários investigados nesta tese também fomos capazes de analisar o efeito da decoerência no setor solar dos parâmetros de oscilação ($\Gamma_{12} \neq 0$), de possíveis efeitos dissipativos ($\Gamma_{33} = \Gamma_{88} \neq 0$) e da possibilidade da fase de oscilação ser complexa e suas possíveis consequências na oscilação de neutrinos usual.

Palavras-chave : Fenomenologia, oscilação de neutrinos, decoerência quântica, experimento de aceleradores.

ABSTRACT

In this thesis we investigate the three flavor neutrino oscillation in vacuum considering the open quantum system framework. This allows us to introduce the quantum decoherence effects in the temporal evolution dynamics of neutrinos eigenstates. The characterization of this effect is given by Γ_{12} , Γ_{13} and Γ_{23} parameters, which are associated with the decoherence effects in which there is no neutrino energy dissipation, and the Γ_{33} and Γ_{88} , which correspond to possible dissipative effects. We propose some possible scenarios to investigate the effects of decoherence on neutrino systems. In each of these scenarios we assume only one parameter of decoherence Γ . In our analysis we consider a phenomenology for the parameter of decoherence, as $\Gamma = \gamma_0(E/\text{GeV})^n$, which is the parameterization most used in studies that include quantum decoherence in neutrinos, where γ_0 is the decoherence parameter without energy dependence and n is the power law of E (neutrino energy), in which we consider to this analysis, $n = -2, 0, 2$.

This formalism was applied to the data of disappearance analysis of MINOS FHC and in the *neutrino run* and *antineutrino run* configurations of both disappearance and appearance analysis of T2K. We had as aim obtain new possibles limits to the quantum decoherence with the analyzed data to the different proposed scenarios. We have showed that for $n = -2$ and $n = 0$ we obtained limits in the order of $\mathcal{O}(10^{-23})$ GeV and for $n = 2$, in the order of $\mathcal{O}(10^{-25})$ GeV at level of 90% C.L.-*Confidence Level*. In particular for $n = -2$, we obtained a limit three orders of magnitude more constrained than the previous analysis (P. Coloma, J. Lopez-Pavon, I. Martinez-Soler and H. Nunokawa, Decoherence in Neutrino Propagation Through Matter, and Bounds from IceCube/DeepCore , Eur. Phys. J. C78 (2018) 614), where we obtained that $\gamma_0 \leq 1.69 \times 10^{-23}$ GeV at level of 90%

C.L.. Through the investigated scenarios in this thesis we also were able to analyze the decoherence effect in the solar oscillation parameter ($\Gamma_{12} \neq 0$), of possible dissipative effects ($\Gamma_{33} = \Gamma_{88} \neq 0$) and the possibility of the oscillation phase be complex and its possible consequences in the usual neutrino oscillation.

Keywords : Phenomenology, neutrino oscillation, quantum decoherence, accelerators experiments.

SUMÁRIO

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	viii
Lista de abreviaturas e siglas	xxvii
Introdução	xxviii
1 Introdução aos neutrinos	1
1.1 Breve história da oscilação de neutrinos	1
1.2 Interação dos neutrinos	3
1.2.1 Interação via CC	4
1.2.2 Interação via NC	5
1.3 Mistura de neutrinos	5
1.4 Oscilação padrão	7
1.4.1 Neutrinos na matéria	11
1.4.2 Questões em aberto na oscilação de neutrinos	12
1.4.3 Status da oscilação de neutrinos	15
2 Oscilação de neutrinos com efeitos de decoerência quântica	16
2.1 Dinâmica da equação mestra de Lindblad	16
2.1.1 Comentários sobre equação mestra de Lindblad	16
2.1.2 Equação mestra expandida na base $SU(N)$	18

2.1.3	Conservação de probabilidade	19
2.1.4	Entropia do subsistema de interesse	21
2.1.5	Matriz de decoerência/dissipação	21
2.2	Subsistema de neutrinos sem dissipação de energia	23
2.2.1	Probabilidade no caso sem dissipação de energia	24
2.3	Subsistema de neutrinos com dissipação de energia	29
2.4	Fenomenologia do parâmetro de decoerência	37
2.5	Modelos propostos para a análise	39
2.5.1	Caso 1	40
2.5.2	Caso 2	42
2.5.3	Caso 3	45
2.5.4	Caso 4	48
2.5.5	Caso 5	50
2.6	Limites de Γ obtidos pela literatura	53
3	Metodologia de análise e validação dos dados	55
3.1	Cálculo do espectro de eventos esperados	55
3.2	Análise estatística de dados minimizando o χ^2	61
3.2.1	Função de verossimilhança	62
3.2.2	Função χ^2	62
3.2.3	Curvas de níveis de confiança	63
3.2.4	Termos de penalização	65
3.3	Validação da análise dos dados de MINOS	66
3.3.1	Fluxo no <i>Near</i> e <i>Far Detector</i>	67
3.3.2	Interações no <i>Far Detector</i>	70
3.3.3	Eficiência e o espectro de eventos esperados no <i>Far Detector</i>	72
3.3.4	Análise de desaparecimento com dados de MINOS FHC	74
3.4	Validação da análise dos dados de T2K	79
3.4.1	Fluxo no <i>SK detector</i>	80
3.4.2	Interações no <i>SK detector</i>	81
3.4.3	Eficiência e os espectros de eventos esperados no <i>SK detector</i>	88
3.4.4	Análise usando <i>neutrino-run</i> e <i>antineutrino run</i> de T2K	90
3.5	Estratégia para a análise de decoerência	95

4	Efeito da energia na decoerência	97
4.1	Efeito de Γ em MINOS	97
4.2	Efeito de Γ em T2K	103
5	Análise dos resultados	113
5.1	Oscilação pura	113
5.2	Decoerência: casos 1, 2 e 3	115
5.3	Decoerência: casos 4 e 5	120
5.4	Limite dos parâmetros de decoerência	124
5.5	Impacto da restrição de θ_{13} do experimento Daya Bay na análise	128
5.6	Efeito da dissipação	129
5.7	Efeito de decoerência do setor solar	132
5.8	Efeito da fase complexa	134
	Conclusão	135
A	Detalhes do cálculo - oscilação pura	137
B	Equação Mestra de Lindblad-Kossakowski	140
C	Probabilidade de oscilação com decoerência em $t = 0$	147
D	Análise dos resultados de MINOS e T2K separadamente	149
D.1	Análise dos casos com imposição de $S > 0$	149
D.1.1	Análise de MINOS	149
D.1.2	Análise de T2K	153
D.2	Análise dos casos sem impor $S > 0$	158
D.2.1	Análise de MINOS	159
D.2.2	Análise de T2K	162
E	Unidades relevantes para a análise	167
	Referências Bibliográficas	169

LISTA DE FIGURAS

1.1	Exemplos de interações CC e NC entre neutrino e um nucleon. Em (a) temos um exemplo de CC, da interação de um sabor de neutrino qualquer ν_l com um nucleon N, intermediado por um bóson W^\pm . Em (b), temos um caso de NC, da interação de um sabor de neutrino com um nucleon intermediado por um bóson Z^0 causando um espalhamento. Os diagramas de Feynman foram retirados da referência [43].	4
1.2	Hierarquia normal e invertida de massa dos neutrinos. Figura adaptada e retirada de http://scienceblogs.com/startswithabang/2012/01/16/neutrinos-to-ring-in-the-new-y/	14
2.1	Probabilidade de transição do neutrino muônico para a oscilação pura, dado pela curva preta, em comparação com o caso de oscilação com decoerência para o cenário onde a dissipação não é permitida, dado pela curva vermelha, onde fizemos $\Gamma_{ij} = \Gamma$ e $L = 295$ km. Usamos $\Gamma = 10^{-22}$ GeV e os parâmetros de oscilação $\theta_{12} = 0,59$ rad, $\theta_{13} = 0,14$ rad, $\sin^2\theta_{23} = 0,5$, $\Delta m_{21}^2 = 7,54 \times 10^{-5}$ eV ² e $\Delta m_{32}^2 = 2,50 \times 10^{-3}$ eV ²	28
2.2	Probabilidade de sobrevivência do ν_μ . O mesmo usado para a Fig. 2.1 se aplica aqui. .	29
2.3	Nesta figura mostramos como a exponencial de dissipação presente na probabilidade de oscilação mais decoerência se comporta para $n = \{-2, 0, 2\}$. Usamos $\gamma_0 = 10^{-22}$ GeV, sendo o painel superior, $L = 735$ km, enquanto que para o painel inferior usamos $L = 295$ km.	38
2.4	Probabilidade de transição do neutrino muônico para o eletrônico para oscilação pura, dado na curva preta, em comparação com o caso 1 de oscilação com decoerência, para $n = -2, 0, 2$, dado pelas curvas vermelha, verde e azul, respectivamente. Os valores usados para os parâmetros foram os mesmos da Fig. 2.1.	41

2.5	Probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico onde no painel superior usamos $L = 735$ km e no inferior, $L = 295$ km. Adotamos o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.	42
2.6	Segue o mesmo padrão e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.	43
2.7	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.	44
2.8	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.	46
2.9	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.	47
2.10	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.	48
2.11	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.	49
2.12	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.	52
2.13	Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.	52
3.1	Exemplo genérico do formato de uma gaussiana assimétrica usada em nossas análises. A gaussiana acima mostra duas resoluções distintas, σ^e e σ^d , para valores inferiores e superiores ao valor esperado E_k , respectivamente. Com resoluções distintas, podemos controlar melhor a largura destas gaussianas com a finalidade de obter uma extrapolação do fluxo do <i>Near</i> para o <i>Far</i> mais próxima da ideal.	58
3.2	Seção de choque dos neutrinos por nucleon e versus a energia em GeV, para interações do tipo CCQE, corrente carregada com processo quase elásticos, e CCnQE, corrente carregada para processos não quase elásticos. Curva preta e vermelha mostra a seção de choque para neutrinos para CCQE e CCnQE respectivamente, enquanto que as curvas verde e azul são para antineutrino.	59
3.3	Exemplo genérico do formato de uma gaussiana assimétrica usada em nossas análises. A gaussiana acima mostra duas resoluções distintas, σ^e e σ^d , para valores inferiores e superiores ao valor esperado E_k , respectivamente. Com resoluções distintas, podemos controlar melhor a largura destas gaussianas com a finalidade de obter uma extrapolação do fluxo do <i>Near</i> para o <i>Far</i> mais próxima da ideal.	61
3.4	Podemos ver a distribuição acima como uma matriz coluna M , que auxilia a modelar a forma do espectro do fluxo de neutrinos no <i>Far Detector</i> , que foi retirada das Refs. [67, 68]. O painel esquerdo mostra o espectro para neutrinos muônicos enquanto que o painel direito é o espectro para antineutrinos muônicos.	68

3.5	Matriz ajustada para fazer a extrapolação do fluxo que passa pelo Near Detector para o fluxo que passa pelo Far Detector. O painel superior mostra o ajuste para neutrinos muônicos enquanto que o painel inferior é o ajuste para antineutrinos muônicos. O histograma mostra uma visão tridimensional da matriz onde a escala de cores define a altura da projeção no plano.	69
3.6	Fluxo de neutrinos previstos no modo FHC para neutrinos muônicos (coluna esquerda) e antineutrinos muônicos (coluna direita). No painel superior mostramos os fluxos no <i>Near Detector</i> retirados da Ref. [6], enquanto que no painel inferior mostramos os fluxos extrapolados para <i>Far Detector</i> usando as resoluções dadas pela Eq. (3.22) e as matrizes de extrapolação dada pela Fig. 3.5.	70
3.7	Matriz ajustada para fazer a transformação de energia verdadeira para energia reconstruída. O histograma mostra uma visão tridimensional da matriz onde a escala de cores define a altura da projeção no plano. Utilizamos a mesma matriz para ambos neutrinos muônicos e antineutrinos muônicos.	71
3.8	Cálculo dos espectros de interações no <i>Far Detector</i> na energia verdadeira (curva sólida preta) e na energia reconstruída (curva tracejada vermelha) esperadas sem supor a oscilação de neutrinos. No painel à esquerda temos as interações de neutrinos muônicos, enquanto no painel direito temos as interações de antineutrinos muônicos. No painel à esquerda temos o espectro de neutrinos muônicos, enquanto que à direita, o espectro de antineutrinos muônicos. No cálculo das interações não levamos em conta a eficiência de detecção do aparato experimental.	72
3.9	Eficiência do detector do MINOS em função da energia reconstruída do neutrino extraída da Ref. [6] para detecção de neutrinos muônicos (painel esquerdo) e antineutrinos muônicos (painel direito).	73
3.10	Cálculo dos eventos esperados sem oscilação de neutrinos no <i>Far Detector</i> usando o método proposto pela Eq. (3.1) são dado pelas curvas tracejadas vermelhas em confronto com o espectro esperado sem oscilação determinado pelo MINOS, que é dado pelas curvas pretas sólidas. No painel à esquerda temos o espectro de neutrinos muônicos, enquanto que à direita, o espectro de antineutrinos muônicos.	73

- 3.11 Cálculo dos eventos esperados usando o método proposto pela Eq. (3.1). No painel à esquerda temos o espectro de neutrinos muônicos, enquanto que à direita, o espectro de antineutrinos muônicos. Calculamos os eventos esperados sem oscilação (curva sólida preta), esperados com oscilação usando os valores obtidos de melhor ajuste dos parâmetros de oscilação dados na Tab. 3.2 (curva tracejada pontilhada cinza), e o comparamos com os dados experimentais do MINOS. Em verde tracejado temos o ruído devido a eventos de raios cósmicos. 74
- 3.12 Esta é a região permitida para um nível de confiança de 90% da projeção dos parâmetros de oscilação Δm_{32}^2 por $\sin^2 2\theta_{23}$, obtida da análise de desaparecimento de antineutrino muônico (curva preta pontilhada) e da análise de desaparecimento de neutrinos muônicos (curva sólida preta) para o modo FHC de MINOS. Mostramos como a região permitida obtida de antineutrinos muônicos é pobre em relação à de neutrinos muônicos. 75
- 3.13 Esta é a região permitida para um nível de confiança de 90% da projeção dos parâmetros de oscilação Δm_{32}^2 por $\sin^2 2\theta_{23}$, obtida da análise nossa de desaparecimento de neutrino muônico (curva sólida preta), nossa de neutrino mais antineutrino combinados (curva tracejada azul), e a região oficial do MINOS utilizando todos os dados de FHC e RHC e neutrinos atmosféricos (curva pontilhada vermelha). Mostramos aqui que nossa reprodução fica muito próxima do resultado oficial do MINOS que utiliza todos os dados. Isso mostra que os dados de FHC é dominante nas análises de MINOS. 76
- 3.14 Região permitida para um nível de confiança de 90% onde fizemos agora para a variável $\sin^2 \theta_{23}$ combinando os dados de desaparecimento FHC do MINOS de neutrinos muônicos e antineutrinos muônicos. É usual se apresentar os resultados dos parâmetros de oscilação em $\sin^2 \theta_{23}$, para que possamos facilmente visualizar a simetria em relação ao octante de θ_{23} , já que nesta simetria, os dois valores complementares de $\sin^2 \theta_{23}$ são permitidos. Esta simetria ocorre por dois motivos, uma é devido a pequena mistura entre ν_1 e ν_3 , dado pelo valor próximo de zero de θ_{13} , e a segunda é por causa que no setor atmosférico, os neutrinos interagem muito pouco com a matéria, e podemos aproximar o modelo para o vácuo, o que causa tal simetria. 77
- 3.15 Estas são as projeções 1D dos parâmetros de oscilação. Podemos obtê-las marginalizando o χ^2 em relação a um dos parâmetros de oscilação. À esquerda temos a projeção para Δm_{32}^2 , enquanto que à esquerda, a projeção para $\sin^2 \theta_{23}$. Vemos por este resultado, a simetria do modelo com relação à θ_{23} 79

3.16	Fluxo de neutrinos previstos no detector <i>SK</i> do T2K para <i>neutrino-run</i> , dado pelo painel da esquerda e <i>antineutrino run</i> , dado pelo painel da direita. O fluxo de neutrinos e antineutrinos muônicos é dado pelas curvas pretas sólidas e vermelhas sólidas respectivamente, enquanto que os de neutrinos e antineutrinos eletrônicos são dados pelas curvas verdes e azuis respectivamente. Retiramos os fluxos da página oficial do T2K, onde sua predição foi publicado na Ref. [74].	81
3.17	Representação tridimensional da matriz que transforma a energia verdadeira em reconstruída para a análise de desaparecimento de $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$. No painel superior temos a matriz para as interações CCQE, enquanto no inferior temos para as interações CCnQE.	83
3.18	Interações esperadas na energia verdadeira, dadas pelas curvas pretas sólidas, e na energia reconstruída, dadas pelas curvas vermelhas tracejadas, para o modo <i>neutrino run</i> . Na coluna esquerda temos os espectros esperados sem oscilação, dado pelo painel superior, e com oscilação, dado pelo painel inferior, para interações do tipo CCQE, enquanto que na coluna direita é o mesmo para interações CCnQE.	84
3.19	Interações esperadas na energia verdadeira, dadas pelas curvas pretas sólidas, e na energia reconstruída, dadas pelas curvas vermelhas tracejadas, para o modo <i>antineutrino run</i> . Aqui, seguimos o mesmo padrão dado na Fig. 3.18.	85
3.20	Representação tridimensional da matriz que transforma a energia verdadeira em reconstruída para a análise de aparecimento de $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$. No painel superior temos a matriz obtida para o modo <i>neutrino run</i> , enquanto no inferior temos o obtido para o modo <i>antineutrino run</i>	86
3.21	Interações esperadas na energia verdadeira, dadas pelas curvas pretas sólidas, e na energia reconstruída, dadas pelas curvas vermelhas tracejadas. No painel superior temos os espectros esperados para o modo <i>neutrinos run</i> , onde à esquerda temos o canal $\nu_e \rightarrow \nu_e$ somado ao $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, enquanto que à direita temos somente a contribuição $\nu_e \rightarrow \nu_e$. No painel inferior temos o mesmo para o modo <i>antineutrino run</i>	87
3.22	Eficiência ajustada segundo os espectros de neutrinos publicados nas Ref. [7, 73], onde em vermelho tracejado, temos o ajuste para o modo <i>neutrino run</i> , e azul pontilhado, o obtido para o modo <i>antineutrino run</i> . No painel esquerdo, temos a eficiência para a análise de desaparecimento, enquanto que na direita, temos para a análise de aparecimento. Ajustamos a eficiência tendo como referência os espectros esperados segundo a oscilação de neutrinos em T2K.	89

- 3.23 Nossos eventos esperados segundo a oscilação de neutrinos para a análise de desaparecimento, separando os processos CCQE, dado pela curva cinza tracejado, e CCnQE, dado pela curva rosa tracejado, onde no painel esquerdo temos o modo *neutrino-run* e *antineutrino run* na direita. Também é mostrado o espectro de corrente neutra, dado pela curva verde, e os eventos totais, que é a soma de CCQE, CCnQE e NC, dado pela curva azul. 90
- 3.24 Nosso espectro esperado obtido para a análise de desaparecimento, dado pela curva azul tracejado, em comparação com os dados e o espectro obtido pelo experimento T2K, que é dado pela curva vermelha tracejada. O ruído devido aos eventos de NC também é mostrado pela curva verde. 91
- 3.25 Nosso espectro esperado obtido para a análise de aparecimento em comparação com os dados e o espectro obtido pelo experimento T2K. Aqui seguimos o mesmo padrão apresentado na Fig. 3.24. 91
- 3.26 Regiões de confiança para 90% C.L. de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$ para as análises de desaparecimento na configuração de *neutrino-run*, representado no painel da esquerda e *antineutrino run*, dado no painel da direita. As curvas dadas na cor azul tracejado são os nossos resultados, enquanto que os dados na cor vermelha são os do T2K. 92
- 3.27 Região de confiança para 90% C.L. de δ_{CP} por $\sin^2\theta_{13}$ para as análises de aparecimento na configuração de *neutrino-run*, dado pela curva tracejada azul, *antineutrino run*, dada pela curva vermelha tracejada, e o combinado de ambos os *runs*, dado pela curva sólida preta, e seus respectivos melhores ajustes, dados pelos pontos. 93
- 3.28 Região de confiança de δ_{CP} por $\sin^2\theta_{13}$ para as análises de aparecimento na configuração de *neutrino-run* combinada com a de *antineutrino run*. No painel esquerdo temos o nosso resultado para NH, onde a curva preta sólida é para 90%, e a tracejada para 68% C.L. No painel direito temos o mesmo padrão para os resultados obtidos pelo T2K, porém, também é mostrado os resultados para IH, pelas curvas amarelas. 94
- 3.29 Projeções uni-dimensionais dos parâmetros de oscilação do resultado combinado dos *runs* do T2K. No painel superior mostramos os limites dos parâmetros de oscilação de Δm_{32}^2 , dado à esquerda, e $\sin^2\theta_{23}$, dado à direita, enquanto no inferior temos os limites obtidos de δ_{CP} , à esquerda, e $\sin^2\theta_{13}$, à direita. 94

4.1 Comparamos o efeito de Γ com o caso padrão da oscilação, dado pela curva cinza tracejada pontilhada. Os parâmetros de oscilação usados foram os obtidos do melhor ajuste com dados do MINOS, que é $\Delta m_{32}^2 = 2,36 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\sin^2 \theta_{23} = 0,40$. Para investigar o efeito da decoerência neste cenário, mantivemos os mesmos valores dos parâmetros de oscilação e fixamos $\gamma_0 = 10^{-22} \text{ GeV}$, para $n = -2, 0, 2$, dados pelas curvas vermelha pontilhada, preta sólida e azul tracejada, respectivamente. O ruído devido aos raios cósmicos, dado pela curva verde tracejada, foi adicionado aos espectros do caso padrão e também nos com decoerência para que possamos compará-los com os dados de maneira justa. 98

4.2 Regiões de confiança para 90% C.L. obtidos da análise de neutrinos muônicos de FHC do MINOS usando o caso 1 dos modelos de oscilação com decoerência. A curva cinza tracejada pontilhada é o caso padrão da oscilação, enquanto que as curvas vermelha pontilhada, preta sólida e azul tracejada são para $n = -2, 0, 2$ respectivamente. No painel superior temos na coluna esquerda as regiões permitidas de Δm_{32}^2 por $\sin^2 \theta_{23}$, enquanto na coluna direita, temos as de Δm_{32}^2 por $\log(\gamma_0)$ e no inferior, as de $\sin^2 \theta_{23}$ por $\log(\gamma_0)$. Os pontos nas figuras indicam os melhores ajustes para cada subcaso. . . . 99

4.3 As curvas aqui descritas seguem o mesmo padrão de tipo e cores da Fig. 4.2. Mostramos as regiões uni-dimensionais dos parâmetros de oscilação e de decoerência do caso 1 para a análise de neutrinos muônicos de FHC do MINOS. No painel superior temos na coluna esquerda as regiões de Δm_{32}^2 , enquanto na coluna direita, temos as de $\sin^2 \theta_{23}$ e no inferior, as de γ_0 100

4.4 Região de confiança de Δm_{32}^2 por $\sin^2 \theta_{23}$ para um nível de confiança 90%, obtidos da análise de antineutrinos muônicos de FHC do MINOS usando o caso 1 dos modelos de oscilação com decoerência. 102

4.5 A mesma descrição dada na Fig. 4.3, porém, para a configuração de antineutrinos muônicos de FHC do MINOS. 103

4.6 Este painel segue a mesma escolha de cores e tipos de curvas como mostrado na Fig. 4.1. Mostramos os espectros para a análise de T2K. O painel superior mostra os eventos esperados de desaparecimento de neutrino muônicos à esquerda e aparecimento de neutrinos eletrônicos à direita, para *neutrino run*, enquanto que o inferior é o mesmo, porém, para *antineutrino run*. Nestes espectros usamos os parâmetros de oscilação obtidos pelo nosso melhor ajuste de T2K, sendo $\Delta m_{32}^2 = 2,55 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\text{sen}^2 \theta_{23} = 0,50$, $\text{sen}^2 \theta_{13} = 0,031$, and $\delta_{CP} = -2,44$ radianos. Então, comparamos o efeito de incluir $\gamma_0 = 10^{-22} \text{ GeV}$ sobre o cenário de oscilação padrão, assim também como o efeito disto em relação aos dados. 104

4.7 Mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros sensíveis à análise para T2K, onde as curvas aqui descritas seguem o mesmo padrão de tipo e cores da Fig. 4.2. No painel superior mostramos à esquerda, as regiões permitidas de Δm_{32}^2 por $\text{sen}^2 \theta_{23}$, enquanto que à direita temos as de δ_{CP} por $\text{sen}^2 \theta_{13}$. Já no painel inferior temos as de Δm_{32}^2 por $\text{sen}^2 \theta_{13}$ à esquerda e $\text{sen}^2 \theta_{23}$ por $\text{sen}^2 \theta_{13}$ à direita. 106

4.8 Regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em relação ao de decoerência γ_0 na análise de T2K. Na primeira coluna temos as regiões de Δm_{32}^2 por $\log(\gamma_0)$, enquanto que na segunda coluna temos as de $\text{sen}^2 \theta_{23}$, no painel superior e $\text{sen}^2 \theta_{13}$ por $\log(\gamma_0)$ no painel inferior. 107

4.9 Projeções uni-dimensionais dos parâmetros sensíveis a análise com dados do T2K. No painel superior temos à esquerda, as curvas de Δm_{32}^2 e à direita, as de $\text{sen}^2 \theta_{23}$. No painel do meio, temos à esquerda, as de $\text{sen}^2 \theta_{13}$, e à direita, as de δ_{CP} , enquanto que no painel inferior temos as obtidas de γ_0 108

4.10 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 4.7, porém, agora para a análise usando dados do modo *antineutrino run* do T2K. 109

4.11 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 4.8, porém, agora para a análise usando dados do modo *antineutrino run* do T2K. 110

4.12 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 4.9, porém, agora para a análise usando dados do modo *antineutrino run* do T2K. 111

5.1 Regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. Estes resultados foram obtidos usando o modelo de oscilação pura. A análise de MINOS é dado pela curva verde sólida, T2K é dado pela curva rosa pontilhada e a análise combinada pela curva cinza tracejada. No painel esquerdo temos as regiões dos parâmetros do setor atmosférico e no direito, as de δ_{CP} em função de $\text{sen}^2 \theta_{13}$ 114

5.2 Projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação. As cores e o estilo das curvas são os mesmos adotados pela Fig. 5.1. No painel superior temos à esquerda, as curvas de $\sin^2\theta_{23}$ e à direita, as de Δm_{32}^2 . No painel inferior temos as de $\sin^2\theta_{13}$ e δ_{CP} , respectivamente. 115

5.3 Nesta tabela mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. Na primeira, segunda e terceira coluna temos os subcasos $n = -2, 0, 2$, respectivamente. Na primeira linha apresentamos as regiões de Δm_{32}^2 em função de $\sin^2\theta_{23}$, na segunda (terceira) linha temos as regiões de $\Delta m_{32}^2(\sin^2\theta_{23})$ em função de $\sin^2\theta_{13}$ e na terceira linha as de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$. O caso 1 é dado pela curva preta sólida, o caso 2, pela curva vermelha pontilhada e o caso 3 pela curva azul tracejada. O caso padrão é descrito pela curva cinza tracejada pontilhada. 116

5.4 Nesta tabela mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$. Esta tabela está organizada como a Fig. 5.3. Na primeira, segunda e terceira linha apresentamos as regiões de Δm_{32}^2 , $\sin^2\theta_{23}$ e $\sin^2\theta_{13}$, respectivamente. 117

5.5 Nesta tabela mostramos as projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação. Esta tabela está organizada como a Fig. 5.3. Na primeira, segunda, terceira e quarta linha apresentamos as projeções de Δm_{32}^2 , $\sin^2\theta_{23}$, $\sin^2\theta_{13}$ e δ_{CP} , respectivamente. 119

5.6 Esta tabela está organizada igual a Fig. 5.3. O caso 4 é descrito pelas curvas em cor magenta sólida e o caso 5, pelas curvas verde tracejada. 121

5.7 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.4. Porém, apresentamos as curvas obtidas dos caso 4 e 5. Estas curvas seguem o mesmo estilo e cor dadas na Fig. 5.3. 122

5.8 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.5 para os casos 4 e 5. 123

5.9 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.6, porém, para a análise combinada de MINOS + T2K. 124

5.10 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.9 para a análise combinada com a inclusão da restrição de θ_{13} do experimento Daya Bay. 129

5.11 A primeira linha desta tabela introduz as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$ e a segunda linha as projeções unidimensionais de $\sin^2\theta_{13}$ para os casos 1 e 2. 130

5.12 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.11 para os casos 3 e 4. 132

5.13 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.11 para os casos 2 e 3. 133

5.14 A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.11 para os casos 1 e 4. 134

D.1 Regiões de confiança para 90% C.L. obtidos da análise de $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de FHC do MINOS para os casos 1, 2 e 3. O caso 1 é dado pelas curvas pretas sólidas, caso 2, pelas vermelhas pontilhada, e caso 3, pelas azuis tracejadas. A primeira coluna da direita para a esquerda mostram os resultados para $n = -2$, a segunda para $n = 0$, e a terceira para $n = 2$. A primeira linha do painel olhando do superior para o inferior mostra as regiões permitidas dos parâmetros do setor atmosférico. As subsequentes mostram as dos parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$ 150

D.2 As curvas aqui descritas seguem o mesmo padrão de estilo e cores da Fig. D.1. Mostramos as regiões unidimensionais dos parâmetros de oscilação e de decoerência dos caso 1, 2 e 3 para a análise de $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de FHC do MINOS. Na primeira linha do painel mostramos as curvas de Δm_{32}^2 , na segunda, as de $\sin^2\theta_{23}$, e na terceira, as de γ_0 151

D.3 Neste painel mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. O painel está organizado como na Fig. D.1. A diferença é que não descrevemos as curvas em função de γ_0 neste painel. Mostramos além das regiões dos parâmetros do setor atmosférico, também as de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ em função de $\sin^2\theta_{13}$, e as δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$ 155

D.4 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.3, porém, agora para os parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$ 156

D.5 Curvas unidimensionais de todos os parâmetros de oscilação da análise de *neutrino run* combinado com *antineutrino run* de T2K para os 3 casos investigados e a oscilação padrão. Os estilos das curvas e as cores são as mesmas descritas pela Fig. D.1. 157

D.6 Projeções unidimensionais de γ_0 para análise de *neutrino run* combinado com *antineutrino run* de T2K. 158

D.7 Neste painel, o caso 4 é dado pelas curvas na cor magenta sólida, e o caso 5, na verde tracejada. O caso padrão da oscilação é dado pela cor cinza tracejado pontilhado. Este painel está organizado como dado pela Fig. fig:2d.minos.fhc.entr.cresc. 159

D.8 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.2 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7. 161

D.9 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.3 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7. 163

D.10 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.4 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7. 164

-
- D.11 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.5 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7. 165
- D.12 A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.6 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7. 166

LISTA DE TABELAS

1.1	Os melhores ajustes (M. A.) com a incerteza de 1σ e os intervalos permitidos de 3σ de nível de confiança dos parâmetros de oscilação para as hierarquia normal e invertida são mostrados nesta tabela, obtidos pelo ajuste global da análise apresentada na Ref. [51]. O parâmetro Δm_{3l}^2 define a hierarquia de massa, onde $l = 1$ equivale à NH e $l = 2$, a IH.	15
2.1	Os termos ρ^α , com $\alpha = \{e, \mu, \tau\}$, mostrados explicitamente em função dos ângulos de mistura $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$, a partir da Eq. (1.6).	33
2.2	Os diferentes cenários que julgamos interessantes a serem analisados são descritos nesta tabela. Em nossas análises usamos em cada caso um parâmetro apenas para a decoerência. Analisaremos no caso 1, o fato de colocar a decoerência no setor solar em igualdade com o setor atmosférico, além do mesmo em relação a dissipação. No caso 2 fazemos com que a dissipação não seja permitida. No caso 3, veremos o fato de fazermos $\Gamma_{12} = 0$ também. No caso 4 e 5, não impomos que a entropia do subsistema de neutrinos seja sempre crescente, e temos o intuito de ver consequências causadas devida a possíveis mudanças da fase de oscilação dos neutrinos.	39
3.1	Lista de símbolos das distribuições mostradas ao longo deste capítulo.	56

3.2	Os valores de melhor ajuste nosso para dados de desaparecimento do MINOS do modo FHC são mostrados e comparados com o melhor ajuste experimental do MINOS com os dados totais. Também adicionamos as incertezas obtidas que podem ser retiradas da Fig. 3.15. Por fim, adicionamos também a previsão esperada sem oscilação.	79
3.3	Os valores de melhor ajuste nosso para a análise combinada dos <i>runs</i> de T2K são mostrados e comparados com o melhor ajuste experimental do T2K. Também adicionamos as incertezas obtidas que podem ser retiradas da Fig. 3.29. Por último adicionamos a hipótese esperada sem oscilação.	95
3.4	Mostramos o número de pontos, o intervalo de valores, e o passo adotado para cada parâmetro dos modelos que investigamos. Em alguns casos alteramos o número de pontos e o intervalo de valores com o intuito de ganho computacional de processamento, porém, mantivemos o passo descrito abaixo sendo o mesmo em toda a análise de decoerência.	96
5.1	Apresentamos o melhor ajuste obtido por cada um dos parâmetros relevantes dos modelos para os casos com efeito de decoerência (casos 1, 2 e 3) e a oscilação pura para a análise combinada de MINOS + T2K. Mostramos também os valores obtidos de χ^2/dof	120
5.2	O mesmo mostrado pela Tab. 5.1 para os casos 4 e 5.	124
5.3	Apresentamos os limites superiores de γ_0 para o nível de confiança de 90% encontrados por nossa análise. Os limites de MINOS e T2K também são apresentados nesta tabela. As análises de MINOS e T2K separadamente são apresentadas no Apêndice D.	125
5.4	Apresentamos os limites superiores de γ_0 publicados pela literatura. Também mostramos uma sugestão de valor de γ_0 dado para resolver o problema do valor máximo de θ_{23} em $\text{NO}\nu\text{A}$, que é proposto e discutido na Ref. [63], e a análise de sensibilidade para DUNE. Os limites apresentados de ICECUBE/DeepCore são os obtidos pela hierarquia normal. O * e † são limites dados no nível de 68% e 95% C.L., respectivamente. Os limites que não estão marcados por nenhum destes últimos símbolos estão no nível de 90% C.L..	126

5.5	Nesta tabela mostramos os limites superiores obtidos da análise combinada de MINOS com T2K para 95% C.L. do caso 3. Colocamos os limites superiores (95% C.L.) de ICECUBE e DeepCore que obtiveram limites para um modelo semelhante ao do caso 3.	128
5.6	Apresentamos os casos 1, 2, 3 e 4 com intuito de facilitar a visão de cada um destes modelos.	130
5.7	Apresentamos os casos 2 e 3 (ambos sem permissão de dissipação) e os casos 1 e 4 (ambos permitem dissipação) para ajudar na visualização da análise.	132
D.1	Melhor ajuste dos parâmetros dos modelos usados nesta análise para $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de MINOS FHC. Mostramos também os valores obtidos de χ^2/dof	153
D.2	O mesmo mostrado pela Tab. D.1, porém, para análise combinada de <i>neutrino run</i> e <i>antineutrino run</i> de T2K.	158
D.3	Melhor ajuste dos parâmetros dos modelos usados nesta análise para $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de MINOS FHC para os casos 4 e 5. Mostramos também os valores obtidos de χ^2/dof	162
D.4	O mesmo mostrado pela Tab. D.3, porém, para análise combinada de <i>neutrino run</i> e <i>antineutrino run</i> de T2K.	166
E.1	Mostramos as unidades de cada uma das variáveis e parâmetros utilizados em nossa análise.	167

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Siglas e abreviaturas	
MINOS	<i>Main Injector Neutrino Oscillation Search</i>
T2K	<i>Tokai to Kamioka</i>
NO ν A	<i>NuMI Off-axis ν_e Appearance</i>
NuMI	<i>Neutrinos at the Main Injector</i>
DUNE	<i>Deep Underground Neutrino Experiment</i>
SK	<i>Super-Kamiokande</i>
KamLAND	<i>Kamioka Liquid-scintillator Anti-Neutrino Detector</i>
FHC	<i>Forward Horn Current</i>
RHC	<i>Reverse Horn Current</i>
C.L.	<i>Confidence Level</i>
PMNS	<i>Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata</i>
CC	<i>Charged Current</i>
NC	<i>Neutral Current</i>
CP	<i>Charge conjugation and Parity</i>
NH	<i>Normal Hierarchy</i>
IH	<i>Inverted Hierarchy</i>
FD	<i>Far Detector</i>
ND	<i>Near Detector</i>
QE	<i>Quasi-Elástico</i>
nQE	<i>não Quasi-Elástico</i>
POT	<i>Protons On Target</i>

INTRODUÇÃO

Neutrinos são partículas elementares que pertencem a família dos léptons. São férmions de *spin* $1/2$ com carga nula e pouco massivos. Em sua propagação, o neutrino sofre um fenômeno que causa a observação de um número de eventos significativamente diferente do esperado pelo Modelo Padrão. Desde a observação do fluxo de neutrinos em 1968 pelo experimento Homestake [1], a qual se observou um grande déficit de neutrinos detectados, até a conclusão sobre a causa do fenômeno foram mais de 30 anos.

O modelo físico que explica os resultados obtidos é a oscilação de neutrinos. Esse modelo foi utilizado para explicar os dados do experimento Super-Kamiokande [2] em 1998 (oscilação em neutrinos atmosféricos) e SNO [3] em 2002 (oscilação em neutrinos solares). Em 2015 o prêmio nobel de física prestigiou tal descoberta. Outros experimentos de neutrinos também confirmaram a previsão pelo modelo de oscilação de neutrinos como os resultados apresentados nas Refs. [4–8]. Os neutrinos se manifestam em autoestados de sabor. No momento conhecemos 3 gerações dos neutrinos, o neutrino eletrônico, o muônico e o tauônico. O modelo descreve como esses autoestados oscilam entre si.

O período em que se testaram o modelo de oscilação para explicar o déficit de neutrinos, também foram testados outras possibilidades como o decaimento de neutrinos e a decoerência quântica. Os experimentos refutaram tais possibilidades com uma significância acima de 7σ C.L..

Neste trabalho temos como objetivo investigar o efeito da decoerência quântica na oscilação de neutrinos usando os dados de MINOS e T2K, e em estabelecer limites para esses efeitos. Usamos o gerador de dinâmica de Gorini–Kossakowski–Sudarshan–Lindblad [9, 10] para descrever a evolução temporal dos autoestados de sabor do nosso sistema. Como

consequência, surgem novos parâmetros que caracterizam a decoerência. Propomos uma fenomenologia em que eles possuam uma dependência com a potência da energia do neutrino.

Dividimos a análise em cenários que nos permitem analisar efeitos dissipativos, efeito da decoerência no setor solar da oscilação e o impacto da frequência de oscilação ser complexa sobre o sistema de neutrinos. O diferencial do nosso trabalho está em investigar modelos que ainda não foram explorados pela literatura, bem como alguns cenários que permitam efeitos dissipativos em igualdade com os efeitos de decoerência intrínseca.

Alguns dos modelos que propomos investigar possuem somente o efeito chamado de decoerência intrínseca [11–16], que é dado quando é suposto que o parâmetro de decoerência afete somente os termos oscilatórios da probabilidade¹. Em outros modelos permitimos que efeitos de dissipação/relaxação [14, 17–22] ocorram. Os termos que causam esse efeito possuem um comportamento similar ao dado por modelos de decaimento de neutrinos [23]. Nesses modelos, temos a possibilidade da decoerência se manifestar mesmo sem a oscilação de neutrinos. Para um tempo de propagação suficientemente grande, a decoerência tem seu efeito maximizado nesta dinâmica. Então, temos uma situação de mistura máxima dos autoestados de sabor. A probabilidade de qualquer canal de oscilação vai para $1/\alpha$, onde α é o número de sabores assumidos pelo modelo. Nossa investigação contempla 3 casos em que ambos os termos oscilatórios e não oscilatórios são afetados (casos 1, 4 e 5 do Capítulo 2) pela decoerência e dois que somente os termos oscilatórios são afetados (casos 2 e 3 do Capítulo 2).

Esta tese está organizada em 5 capítulos. No Capítulo 1 fazemos uma breve introdução à história da oscilação dos neutrinos e mostramos, de forma qualitativa, como os neutrinos interagem com a matéria. Além disso, introduzimos a matriz de mistura em sua forma geral e a solução da oscilação de neutrinos para o caso padrão no vácuo. Por fim, fazemos um levantamento sobre o status da oscilação de neutrinos atualmente.

No Capítulo 2 descrevemos a decoerência quântica na oscilação de neutrinos através do gerador de dinâmica de Lindblad. Propusemos uma fenomenologia para os parâmetros que caracterizam a decoerência em nosso sistema, além de propor alguns cenários para serem investigados. No Capítulo 3 detalhamos a metodologia da análise e validação dos dados usados neste trabalho.

¹São os termos que o argumento das funções senoidais são as frequências de oscilação, do tipo $\sin^2 \Delta_{ij}$, em que Δ_{ij} é a frequência. Quando a decoerência afeta somente estes termos, chamamos de decoerência intrínseca.

No Capítulo 4 fazemos uma análise sobre o efeito da decoerência na energia dos neutrinos para as análises de MINOS e T2K. Por fim, no Capítulo 5 apresentamos e discutimos os resultados para os cenários mostrados pelo Capítulo 2, e fazemos análises sobre efeitos dissipativos, do efeito da decoerência sobre o setor solar da oscilação e da fase ser complexa.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO AOS NEUTRINOS

1.1 Breve história da oscilação de neutrinos

O neutrino foi proposto teoricamente por Wolfgang Pauli em 1930 para explicar o espectro de energia do elétron obtido através do decaimento β , dado por:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (1.1)$$

que é o processo fundamental da teoria eletrofraca. identifiquemos n , como o nêutron, p , o próton, e^- , o elétron, e $\bar{\nu}_e$, o antineutrino eletrônico.

De sua proposta teórica até sua detecção passou-se 24 anos. O neutrino só foi detectado em 1954, por Frederick Reines e Clyde Cowan através do experimento com reatores nucleares em Savannah River Reactor (EUA) [24, 25]. Pela fissão nuclear dos átomos de Urânio foi possível identificar o sinal do antineutrino eletrônico de forma indireta. Neste processo, o $\bar{\nu}_e$ interage fracamente com o p produzindo um n e um e^+ . Quando capturados por átomos de Cd , um intervalo de tempo Δt podia ser observado entre as duas partículas pelo osciloscópio. Com isso, era possível identificar o antineutrino eletrônico.

Os neutrinos também tinham papel fundamental para explicar a fonte de energia do Sol. Para que isto fosse provado, era necessário observar o fluxo de neutrinos eletrônicos produzidos pelo Sol. Em 1968, Ray Davis registrou o primeiro experimento [1] a medir neutrinos solares usando um grande tanque de cloro na mina de Homestake localizada na Dakota do Sul (as minas são utilizadas por estarem no subsolo, evitando que os raios cósmicos interfiram de forma significativa nos resultados). O experimento funcionava por

meio da absorção de um neutrino pelo cloro, transformando-o em argônio por um processo β -inverso pela seguinte reação:



onde se usou uma técnica para contar precisamente os átomos de ${}^{37}\text{Ar}$, que de forma indireta era o sinal de que um neutrino havia interagido com o tanque de cloro. Deste experimento surgiu o problema do neutrino solar, que foi a incompatibilidade no fluxo de neutrinos observados vindos do Sol por Ray Davis em comparação com o previsto teoricamente por John Bahcall. O experimento de Homestake observou aproximadamente 1/3 do previsto por Bahcall, o que levou ao questionamento sobre o que estava ocorrendo com o comportamento destas partículas. Havia três possibilidades sobre o fato, o método de detecção dos argônios poderia ter alguma falha, ou a predição feita por Bahcall estaria com algum erro, ou ainda, poderia ser que uma nova física estaria por trás de todo esse comportamento anômalo. Com as verificações minuciosas realizadas em diante, houve a conclusão de que os resultados de Davis e os cálculos de Bahcall estavam corretos. De fato, um comportamento anômalo estava ocorrendo com os neutrinos em sua propagação, logo, uma nova física regia a evolução temporal dos autoestados dos neutrinos.

A oscilação de neutrinos é o modelo que descreve como estas partículas se propagam pelo espaço-tempo. Esta comprovação advém das medidas feitas por diversos experimentos de neutrinos [4, 26, 27]. O modelo foi proposto por Bruno Pontecorvo na década de 1950 [28, 29]. O único sabor de neutrino esperado nesse momento era o eletrônico. Pontecorvo criou um modelo onde o neutrino eletrônico transita para um estado de sabor diferente via oscilação. Não se sabia sobre outros sabores de léptons (grupo de partículas elementares ao qual os neutrinos fazem parte), então a primeira sugestão era a de que estes neutrinos não teriam manifestação de sabor, levando a criação do conceito de neutrino estéril¹ [30].

Em 1962, o neutrino muônico foi descoberto pelo experimento de Brookhaven [31], liderado por Lederman, Schwartz e Steinberger. Isto fez com que a possibilidade de oscilação ganhasse força como a possível explicação do comportamento anômalo dos neutrinos. Neste mesmo ano, Maki, Nakagawa e Sakata descreveram um modelo teórico que permite a mistura de dois tipos de neutrinos ($\nu_e \rightarrow \nu_\mu$), por um mecanismo diferente do

¹ Essa denominação foi criada pois acreditava-se que o neutrino estéril seria uma partícula neutra que não interagiria por nenhuma das forças descritas no Modelo Padrão, sendo praticamente impossível de ser detectada.

proposto por Bruno Pontecorvo. A partir deste modelo surge a primeira parametrização da matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) [32], que neste momento era para duas famílias de neutrinos.

Um pouco mais tarde, em 1969, Bruno Pontecorvo e Vladimir Gribov se uniram para produzir um trabalho onde foi formulado o primeiro modelo de oscilação de neutrinos solares para a transição $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ quantitativamente [33]. Este modelo supunha duas famílias de neutrinos, e foi dado como uma proposta efetiva para a explicação dos dados de Homestake.

No Modelo Padrão, os neutrinos foram descritos com massa nula, mas, para que haja oscilação de neutrinos é necessário que sejam massivos. Sobre estas questões, revisões realizadas por Eliezer e Swift [34], Fritzsch e Minkowski [35], Bilenky e Pontecorvo [36–38], tratam sobre a inclusão de neutrinos massivos neste modelo.

1.2 Interação dos neutrinos

Neutrinos são léptons pouco massivos que não possuem carga elétrica e que interagem com o meio fracamente [39–42]. Os neutrinos podem interagir com a matéria trocando os bósons W^\pm , o que chamamos de interação via corrente carregada (CC). A outra forma de interagir é por troca do bóson Z^0 , chamado de interação via corrente neutra (NC). Os neutrinos de aceleradores interagem com nucleons de n e p dos detectores. As interações dos neutrinos com estes nucleons podem ocorrer por reações *quasi-elásticas* via CC, quando os estados finais da interação geram somente um lépton carregado e um nucleon. Uma outra interação importante dos neutrinos com os detectores é o chamado *não quasi-elástico*, em que o produto final da interação produz um lépton carregado (no caso do processo CC) ou um neutrino (no caso do processo NC), mais um chuveiro hadrônico. Este último processo é dominado em regimes em que a energia do neutrino é muito maior que a energia de repouso do nucleon com o qual o neutrino interage inicialmente.

Na Fig. 1.1 (a), mostramos o diagrama de Feynman que representa a interação de um neutrino de sabor l com um nucleon N via CC. Em interações deste tipo, um lépton l carregado de sabor associado ao neutrino interagente é gerado. No exemplo dado pelo diagrama, um chuveiro hadrônico surge da interação, ou seja, a representação de um processo *não quasi-elástico*.

Na Fig. 1.1 (b) mostramos o diagrama de Feynman para uma interação do tipo NC.

Neste caso, o neutrino é espalhado pelo nucleon mudando sua energia e seu momento. Neste diagrama, o exemplo novamente é de um processo *não quasi-elástico*².

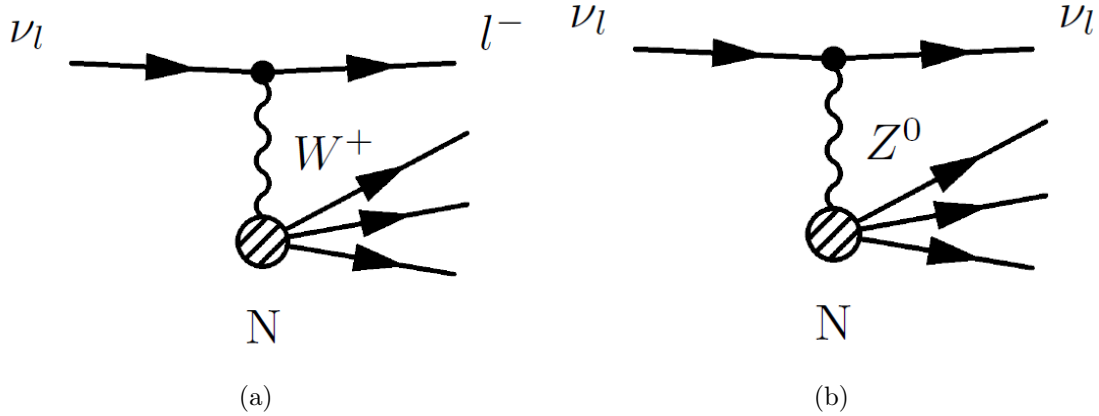


Figura 1.1: Exemplos de interações CC e NC entre neutrino e um nucleon. Em (a) temos um exemplo de CC, da interação de um sabor de neutrino qualquer ν_l com um nucleon N, intermediado por um bóson W^\pm . Em (b), temos um caso de NC, da interação de um sabor de neutrino com um nucleon intermediado por um bóson Z^0 causando um espalhamento. Os diagramas de Feynman foram retirados da referência [43].

1.2.1 Interação via CC

Na interação CC neutrino-nucleon, ocorre um recuo do nucleon com emissão de um lépton. Para que a interação seja permitida, a conservação de carga deve ser obedecida, assim como o número leptônico [44]. Atribui-se o número leptônico $L = +1$ ao elétron, múon, tau, e os neutrinos associados, e $L = -1$ ao pósitron, anti-múon, anti-taon, e aos antineutrinos associados. Quando ocorre a absorção do bóson mediador pelo nucleon no processo, temos a corrente gerada pelo W^+ , enquanto que a emissão gera a corrente pelo W^- . Esta interação pode ocorrer pelos processos:

$$\begin{aligned} \nu_l + n &\rightarrow l^- + p, \\ \bar{\nu}_l + p &\rightarrow l^+ + n, \end{aligned} \tag{1.3}$$

A Eq. (1.3) mostra como ν_l e $\bar{\nu}_l$ transformam o nucleon com o qual interagem, por um próton p , ou por um nêutron n . Através da interação CC, podemos identificar o sabor do neutrino, pela detecção do lépton associado. Logo, só podemos observar a oscilação de neutrinos em interações deste tipo. Na prática, somente os feixes de neutrinos eletrônicos e

²O neutrino pode espalhar também elasticamente com o nucleon N via NC, pelo processo $(\bar{\nu})_l + N \rightarrow (\bar{\nu})_l + N$. Mais detalhes sobre as interações dos neutrinos podem ser encontradas na Ref. [42].

muônicos e seus respectivos antineutrinos são geralmente produzidos em laboratório, pois, é necessário muita energia para gerar léptons de sabor tau por terem a energia de repouso elevada, da ordem de 2 GeV. A fonte de neutrinos tauônicos está ligado à astrofísica de partículas e pela interação dos raios cósmicos de alta energia com a atmosfera da Terra.

1.2.2 Interação via NC

Neutrinos e antineutrinos também interagem com nucleons via corrente neutra trocando bósons Z^0 com a matéria. Neste tipo de interação não é gerado nenhum lépton carregado. Com isso, não é possível identificar o sabor do neutrino neste processo, o que impossibilita investigar a oscilação de neutrinos que interagem via NC. Esta interação pode ser descrita por:

$$\begin{aligned}\nu_l + N &\rightarrow \nu_l + N + \sum_i X_i, \\ \bar{\nu}_l + N &\rightarrow \bar{\nu}_l + N + \sum_i X_i,\end{aligned}\tag{1.4}$$

onde N é um nucleon (n ou p) antes e depois da interação, e $\sum_i X_i$, o chuveiro hadrônico gerado após a interação devido um processo *não quasi-elástico*. O bóson Z^0 possui carga $q = 0$, então a terceira partícula no vértice νZ^0 é o neutrino em outro estado de energia e momento, o que garante a conservação de carga e do número leptônico, como mostrado no diagrama dado pela Fig. 1.1 (b). Pelo exemplo dado no diagrama de Feynman, é possível detectar um neutrino via NC identificando o chuveiro hadrônico que pode ser gerado pelo nucleon instável que é produzido pela interação, onde geralmente são gerados mésons π^0 , π^+ e π^- , sempre garantindo que o chuveiro hadrônico conserve a carga total no processo.

1.3 Mistura de neutrinos

A partir da lagrangeana que descreve a interação fraca, é possível calcular as densidades de corrente que descrevem as interações dos neutrino [42]. Os neutrinos se manifestam como autoestados de sabor, o que permite pela corrente carregada investigar como as bases de sabor de neutrinos $\{\nu_\alpha\}$ e de massa $\{\nu_i\}$ se relacionam. A princípio, uma solução simples é supor que as bases são idênticas, o que permite considerar que os neutrinos possuem massa nula. Esta suposição foi de fato admitida no Modelo Padrão. Porém, com as investigações realizadas no setor de neutrinos, foram observados que as bases de neutrinos de sabores e de massas não estão em fase. Uma proposta de que a base $\{\nu_i\}$ pode

ser transformada para a base $\{\nu_\alpha\}$ por uma rotação, foi proposta por Bruno Pontecorvo, que identificou o fenômeno como oscilação de neutrinos. O mecanismo de como estas rotações entre as bases ocorre foram feitas por Maki-Nakagawa-Sakata. A matriz unitária que rege esta mistura é conhecida por matriz PMNS [32], onde a descrevemos seguindo a nomenclatura:

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix},$$

que mistura os estados de sabor com os de massa pela relação:

$$|\nu_\alpha\rangle = U_{PMNS}^* |\nu_i\rangle \quad \alpha = e, \mu, \tau; \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.5)$$

A matriz PMNS em sua forma total é dado como:

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}c_{12}s_{23}e^{+i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{13}s_{12}s_{23}e^{+i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{12}c_{23}e^{+i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{13}s_{12}c_{23}e^{+i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

onde $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, e θ_{ij} , é o ângulo de mistura dos autoestados de massa com $i, j = 1, 2, 3$. A fase de Dirac, δ , permite a possibilidade de violação CP (*charge-conjugation parity*)³.

A matriz PMNS é parametrizada como a rotação por três ângulos de mistura⁴, que é associado aos setores de oscilação, como dado a seguir:

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{+i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

A matriz que mistura $\nu_2 - \nu_3$, descreve neutrinos atmosféricos e os produzidos por aceleradores, enquanto que a matriz que descreve a mistura $\nu_1 - \nu_2$, está conectada aos neutrinos solares e os produzidos nos reatores. A matriz que mistura $\nu_1 - \nu_3$, está presente tanto no setor atmosférico/acelerador como no setor solar/reator.

³ Conjugação de carga e paridade são discutidos na referência [39].

⁴ Nós conhecemos 3 tipos de neutrinos, são eles os neutrinos eletrônicos, muônicos e tauônicos. Logo, o espaço de Hilbert do sistema possui dimensão $N = 3$. Por isso a parametrização foi feita como rotações por 3 ângulos de mistura. Caso, um quarto neutrino exista, seriam necessários uma parametrização por 6 rotações e assim por diante. Um quarto neutrino poderia ser o neutrino estéril.

1.4 Oscilação padrão

Mostramos na última seção como os autoestados de sabor se relacionam com os autoestados de massa. Para uma matriz unitária U , podemos escrever esta relação como:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (1.8)$$

onde os índices gregos expressam os autoestados de sabor com $\alpha = \{e, \mu, \tau\}$ e os índices latinos, os autoestados de massa com $i = \{1, 2, 3\}$, no caso em que consideramos 3 neutrinos. A partir da Eq. (1.8) podemos construir a matriz densidade em $t = 0$ da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho^\alpha(0) &= |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\alpha| \\ &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} |\nu_i\rangle\langle\nu_j| \\ &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} \rho_{ij}(0). \end{aligned} \quad (1.9)$$

onde a matriz $\rho_{ij}(0)$ é quadrada, e tem dimensão 3×3 .

No formalismo de matrizes densidades de estados, a evolução temporal é dada pela equação de Liouville,

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -i[\mathcal{H}_v, \rho(t)], \quad (1.10)$$

onde usamos a dinâmica de Von-Neumann, geralmente usada em *ensembles* de estados mistos. \mathcal{H}_v é o hamiltoniano na base dos autoestados de massa quando consideramos os neutrinos se propagando no vácuo. Assim, podemos defini-lo como:

$$\mathcal{H}_v = \begin{pmatrix} E_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & E_i \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

Nesta base, o hamiltoniano é diagonal onde E_i são os autovalores de energia de $\{|\nu_i\rangle\}$, logo, os autoestados de massa possuem energia bem definida. No caso dos neutrinos da base de sabor, o hamiltoniano é modificado pelos os ângulos de mistura da matriz U .

A energia dos neutrinos pode ser descrita por:

$$E_i = \sqrt{|\vec{p}_i|^2 + m_i^2}, \quad (1.12)$$

onde usamos o sistema natural de unidades, com $c = \hbar = 1$, em que c é a velocidade da luz e \hbar é a constante de Planck. Uma boa aproximação é supor que os neutrinos ν_1 , ν_2 e ν_3 possuem, em média, a mesma energia cinética $|\vec{p}|$. Também é conhecido que esta energia é muito superior a de repouso destas partículas. Isto nos permite fazer a aproximação de que $|\vec{p}| \gg m_i$. Podemos a partir disto reescrever E_i como uma expansão de Taylor,

$$E_i = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_i^2} \simeq |\vec{p}| + \frac{m_i^2}{2|\vec{p}|} \simeq E + \frac{m_i^2}{2E}, \quad (1.13)$$

onde fizemos uma aproximação até a primeira ordem. Os experimentos que investigam oscilação de neutrinos possuem sensibilidade para ver o efeito do termo $m_i^2/2|\vec{p}|$. Fazemos também uma segunda aproximação em que consideramos $|\vec{p}| \simeq E$, pois os neutrinos estão em um regime de altas energias, o que significa que podemos supor que esta é aproximadamente dada pelo termo cinético.

Voltando a Eq. (1.10), podemos agora calcular o segundo termo para este sistema:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_v \rho^\alpha(0) - \rho^\alpha(0) \mathcal{H}_v &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} (\mathcal{H}_v |\nu_i\rangle \langle \nu_j| - |\nu_i\rangle \langle \nu_j| \mathcal{H}_v) \\ &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} \Delta_{ij} \rho_{ij}(0), \end{aligned} \quad (1.14)$$

onde definimos que

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}, \quad (1.15)$$

como sendo o parâmetro de massa do nosso sistema, com $\Delta m_{ij}^2 \equiv (m_i^2 - m_j^2)$.

Resolvemos a Eq. (1.10) para este sistema, e junto ao resultado da Eq. (1.14), obtemos que $\rho_{ij}(t)$ é dado por:

$$\rho_{ij}(t) = \rho_{ij}(0) e^{-i\Delta_{ij}t}, \quad (1.16)$$

sendo que a mesma solução vale quando escrevemos na base de sabor,

$$\rho^\alpha(t) = \sum_{i,j} [U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}] \rho_{ij}(0) e^{-i\Delta_{ij}t}. \quad (1.17)$$

Pela Eq. (1.17) concluímos que apenas os elementos da diagonal da matriz densidade não dependerão do termo oscilatório, caracterizado pela exponencial complexa negativa de Δ_{ij} . Aqui entendemos que o parâmetro de massa é o responsável pelas oscilações dos neutrinos. É interessante notar também que este termo possui uma dependência com a

energia do neutrino, o que implica que para o caso em que estas partículas são muito energéticas, essas oscilações acontecem com uma frequência menor.

A probabilidade de transição de um neutrino de sabor α para um neutrino de sabor β pode ser calculado tomando o traço de ρ^α em $t = 0$ multiplicado por um dado ρ^β em um instante t qualquer, como descrito a seguir,

$$P_{\alpha\beta}(t) = \text{Tr}[\rho^\alpha(0)\rho^\beta(t)]. \quad (1.18)$$

Antes de prosseguirmos, vamos resgatar uma importante propriedade da matriz densidade. Vamos considerar que nosso sistema seja resumido a um problema do grupo $SU(3)$. Com isso, podemos expandir qualquer operador do $SU(3)$ com as matrizes de Gell-Mann [45], pois, as 8 matrizes de Gell-Mann juntamente com a matriz unitária formam uma base completa do $SU(3)$. Esta base é formada por:

$$F_0 = \frac{1}{\sqrt{6}}I_3, \quad F_j = \frac{1}{2}\Lambda_j, \quad (1.19)$$

com $j = \{1, 2, \dots, 8\}$, I_3 , a matriz unitária 3×3 , e Λ_j , as matrizes de Gell-Mann dadas logo abaixo,

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \Lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \Lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \Lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \Lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \Lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \Lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \Lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

A expansão de um operador \mathcal{O} nesta base fica:

$$\begin{aligned} \mathcal{O} &= \begin{pmatrix} \mathcal{O}_{11} & \mathcal{O}_{12} & \mathcal{O}_{13} \\ \mathcal{O}_{21} & \mathcal{O}_{22} & \mathcal{O}_{23} \\ \mathcal{O}_{31} & \mathcal{O}_{32} & \mathcal{O}_{33} \end{pmatrix} = \mathcal{O}_\mu F_\mu \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}}\mathcal{O}_0 + \frac{1}{2}(\mathcal{O}_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{O}_8) & \frac{1}{2}(\mathcal{O}_1 - i\mathcal{O}_2) & \frac{1}{2}(\mathcal{O}_4 - i\mathcal{O}_5) \\ \frac{1}{2}(\mathcal{O}_1 + i\mathcal{O}_2) & \frac{1}{\sqrt{6}}\mathcal{O}_0 - \frac{1}{2}(\mathcal{O}_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{O}_8) & \frac{1}{2}(\mathcal{O}_6 - i\mathcal{O}_7) \\ \frac{1}{2}(\mathcal{O}_4 + i\mathcal{O}_5) & \frac{1}{2}(\mathcal{O}_6 + i\mathcal{O}_7) & \frac{1}{\sqrt{6}}\mathcal{O}_0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\mathcal{O}_8 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Analisando a Eq. (1.21), vemos que quando expandimos um operador qualquer em $SU(3)$ temos que, por simetria, os termos da matriz devem obedecer a seguinte relação:

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \mathcal{O}_{11} & \mathcal{O}_{21}^* & \mathcal{O}_{31}^* \\ \mathcal{O}_{21} & \mathcal{O}_{22} & \mathcal{O}_{32}^* \\ \mathcal{O}_{31} & \mathcal{O}_{32} & \mathcal{O}_{33} \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

Assim, é possível mostrar que expandindo para o $SU(N)$, temos que $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ quando $i \neq j$.

Agora que provamos esta propriedade para o caso particular do $SU(3)$, podemos então calcular a probabilidade de transição entre os sabores α e β ,

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i\Delta_{ij}t} \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta_{ij}t}{2} \right) \\ &\quad - 2 \sum_{i>j} \text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \text{sen}(\Delta_{ij}t), \end{aligned} \quad (1.23)$$

onde os detalhes das passagens dos cálculos para se chegar na Eq. (1.23) podem ser encontrados no Apêndice A. A Eq. (1.23) é usada em análises de desaparecimento e aparecimento de neutrinos. No cenário atual, os experimentos de longa linha de feixe estão admitindo o efeito de matéria em suas análises, dado que com o progresso na resolução dos detectores, passou-se a ter sensibilidade a este efeito. A seguir descrevemos um pouco sobre o efeito de matéria.

1.4.1 Neutrinos na matéria

Os neutrinos podem ser espalhados fracamente com os elétrons presentes no meio de propagação causando o chamado efeito de matéria. Este efeito é causado pelo espalhamento coerente dos neutrinos, a qual podemos fazer analogia com a luz refratando entre dois meios. O espalhamento coerente não muda o momento linear do neutrino na interação. Porém, assim como a luz tem um índice de refração específico para cada meio, o neutrino tem uma massa efetiva para cada meio (o meio é definido pela densidade de elétrons). Neste caso, o hamiltoniano do sistema é modificado por um termo de interação descrito em sua forma matricial por:

$$H_{\text{int}} = \sqrt{2}G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

onde G_F é a constante de Fermi definida como $\sqrt{2}g^2/8m_W^2$, g é a constante de acoplamento da interação eletrofraca, m_W^2 é a massa do bóson W e n_e é a densidade de elétrons na matéria. H_{int} é descrito na base de sabor, o que causa uma modificação significativa no hamiltoniano do sistema de neutrinos.

Investigações que lidam com o setor solar de neutrinos devem levar em consideração este efeito [46, 47]. As fontes de neutrinos eletrônicos são estrelas como o Sol e reatores nucleares. Os experimentos deste setor lidam com o desaparecimento de neutrinos eletrônicos. Neste caso, no início destas investigações quando os experimentos não tinham resolução suficiente, se pode optar por uma aproximação pelo modelo de oscilação em apenas duas famílias de neutrinos ao fazer o limite $\theta_{12} \gg \theta_{13}$ levando a um problema do $SU(2)$ onde $U = U_{12}$. Neste limite, é simples de se obter a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico com efeito de matéria. Com o avanço nas resoluções dos detectores, os experimentos de reatores usando o modelo no regime de 3 neutrinos foram capazes de medir com alta precisão o valor de θ_{13} .

Os recentes experimentos de longa linha de feixe, como o T2K e o NO ν A investigam a oscilação de neutrinos para o setor atmosférico de neutrinos. Estes experimentos fazem análises de desaparecimento ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$) de neutrino muônico e aparecimento de neutrino eletrônico ($\nu_\mu \rightarrow \nu_e$), alcançando resolução suficiente para perceber o efeito de matéria, principalmente no canal de aparecimento. No regime de três neutrinos não é trivial calcular as probabilidades de transição e sobrevivência dos autoestados de sabor considerando

o efeito de matéria. Uma forma de se encontrar uma solução aproximada é apresentada em [48] onde se propõem usar a Teoria da Perturbação.

1.4.2 Questões em aberto na oscilação de neutrinos

Os ângulos de mistura e os parâmetros de massa dos neutrinos estão sendo determinados por diversos experimentos que investigam neutrinos produzidos por várias formas de fontes geradoras destas partículas. Com as investigações na oscilação de neutrinos foram desvendados importantes questões sobre as propriedades dessas partículas, bem como a descoberta dos neutrinos serem massivos. Contudo, ainda há algumas questões a serem determinadas em respeito aos neutrinos. São três as principais questões: o problema do octante de θ_{23} , a medida da fase δ_{CP} , que pode desvendar a questão da assimetria partícula e anti-partícula no setor leptônico, e a hierarquia de massa dos neutrinos. Estes problemas estão conectados, ou seja, a medida precisa dos parâmetros do modelo de oscilação são aprimoradas conforme cada uma destas questões vão sendo resolvidas. A seguir damos uma breve explicação sobre cada uma destes três pontos em aberto.

No setor de neutrinos atmosféricos é investigado principalmente análises de desaparecimento de neutrinos muônicos. Neste caso, uma boa aproximação para a probabilidade de oscilação é dada em duas famílias, em que se considera $\Delta m_{21}^2 = 0 \text{ eV}^2$ e $\theta_{13} = 0^\circ$. Assim, a probabilidade para a evolução dos neutrinos no vácuo pode ser escrita como:

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx 1 - 4\text{sen}^2\theta_{23} (1 - \text{sen}^2\theta_{23}) \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 t}{4E} \right). \quad (1.25)$$

A amplitude de sobrevivência do neutrino muônico possui uma degenerescência em relação ao octante de $\theta_{23} > 45^\circ$, chamado de octante superior, ou $\theta_{23} < 45^\circ$, chamado de octante inferior. Na aproximação de $\theta_{13} = 0^\circ$ fica impossível determinar qual o octante de θ_{23} , o que ficou conhecido como problema do octante. Em 2012, um experimento que realiza análises de neutrinos produzidos por reatores, Daya Bay, determinou com mais de 5σ o valor de $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 0,092 \pm 0,016$ [49]. A última análise deste experimento mostra uma medida mais precisa, que é $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 0,0856 \pm 0,0029$ [50]. Com a descoberta de θ_{13} ser não-nulo foi aberta uma janela para determinarmos o octante de θ_{23} , bem como a possibilidade de investigar a fase de simetria CP e a hierarquia de massa dos neutrinos. Na aproximação em que $\theta_{13} \neq 0^\circ$, podemos escrever a probabilidade de sobrevivência no vácuo como:

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx 1 - 4\text{sen}^2\theta_{23} \cos^2\theta_{13} (1 - \text{sen}^2\theta_{23} \cos^2\theta_{13}) \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 t}{4E} \right), \quad (1.26)$$

o que implica na quebra da degenerescência de θ_{23} , uma vez que as medidas atuais indicam que $\cos^2 \theta_{13} \approx 0,98$. Os principais experimentos em atividade que tem como objetivo determinar o octante de θ_{23} são $\text{NO}\nu\text{A}$ e T2K . Estes experimentos alcançaram sensibilidade suficiente para investigar esta questão, a qual as medidas vêm sendo mais precisas a cada análise.

A descoberta de θ_{13} não-nulo permite a investigação do canal de transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, em que uma aproximação para a probabilidade é:

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} \approx 4 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2}{4E} t \right), \quad (1.27)$$

onde vemos facilmente que caso θ_{13} fosse nulo, como consequência esta transição também seria nula. Através deste canal são realizadas as análises de aparecimento de neutrinos eletrônicos no setor atmosférico. Além destas análises contribuir com a questão da determinação do octante, esta também é fundamental para as investigações da fase CP e hierarquia de massa.

A Eq. (1.23) mostra a probabilidade de oscilação em sua forma geral no vácuo. Os termos da matriz PMNS complexos são aqueles que dependem da fase CP. No caso da sobrevivência do neutrino muônico, é fácil ver que apenas a parte real da probabilidade sobrevive. A investigação da fase CP procura por diferenças entre a oscilação de neutrinos e antineutrinos. A única diferença entre os modelos de um caso e outro é que deve ser substituído na probabilidade (δ_{CP}) por ($-\delta_{CP}$) quando se está trabalhando com dados de antineutrinos. A diferença entre as probabilidades de sobrevivência $\Delta P_{\mu\mu(\bar{\mu}\bar{\mu})} \equiv P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} - P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}$ é igual à zero. Estas probabilidades dependem de $\cos \delta_{CP}$, que é uma função par, ou seja, isto não modifica a probabilidade mesmo quando $\delta_{CP} \neq 0$. Concluímos que não é possível investigar CP pelas análises de desaparecimento de neutrinos muônicos. Por outro lado, a Eq. (1.23) mostra que quando $\alpha \neq \beta$, a parte imaginária contribui na probabilidade e com isso temos $\Delta P_{\mu e(\bar{\mu}e)} \propto \sin \delta_{CP}$, o que possibilita investigar CP em análises de aparecimento de neutrinos eletrônicos. O experimento MINOS foi capaz de investigar o aparecimento de neutrinos eletrônicos, bem como $\text{NO}\nu\text{A}$ e T2K estão estudando este canal de transição com o objetivo de determinar a fase CP no setor leptônico.

Na Seção 1.4.1 discutimos os efeitos de matéria sobre os neutrinos eletrônicos. No setor solar dos neutrinos este efeito é significativo e através dele foi possível obter a hierarquia entre ν_1 e ν_2 . Sabemos pelo efeito de matéria que $m_2 > m_1$. No caso do setor atmosférico, pela ausência de múons na matéria, as análises de desaparecimento de neutrinos muônicos não são sensíveis ao efeito de matéria e uma boa aproximação é a

probabilidade de oscilação no vácuo, como dado pela Eq. (1.26), em que é fácil observar que Δm_{32}^2 positivo ou negativo satisfaz o modelo de oscilação, ou seja, através da probabilidade no vácuo determinamos o módulo de Δm_{32}^2 , mas, não é possível saber a hierarquia. O mesmo pode ser observado através da probabilidade de transição neutrino muônico para eletrônico no vácuo, dado pela Eq. (1.27). São possíveis duas hierarquias, a normal (NH) e a invertida (IH), como descrito abaixo:

$$\begin{aligned} \Delta m_{31}^2 &> \Delta m_{32}^2 \quad [\text{Hierarquia Normal (NH)}]; \\ \Delta m_{32}^2 &> \Delta m_{31}^2 \quad [\text{Hierarquia Invertida (IH)}], \end{aligned} \quad (1.28)$$

Na Fig. 1.2 mostramos um esquema com estas duas hierarquias possíveis para auxiliar

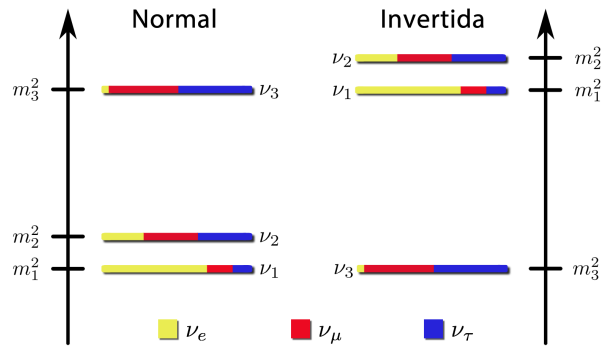


Figura 1.2: Hierarquia normal e invertida de massa dos neutrinos. Figura adaptada e retirada de <http://scienceblogs.com/startswithabang/2012/01/16/neutrinos-to-ring-in-the-new-y/>.

no entendimento da questão a ser determinada.

O resultado que comprovou que θ_{13} é diferente de zero é tão importante que o efeito de matéria pode ser investigado nas análises de aparecimento de neutrinos eletrônicos. Apesar da probabilidade de transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ser baixa, os experimentos NO ν A e T2K tem uma sensibilidade para investigar a hierarquia de massa dos neutrinos. Futuramente, DUNE será o experimento com maior sensibilidade à essa análise, em que no pior dos cenários, a hierarquia de massa será determinada com 5σ . Uma aproximação para a probabilidade de transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ na matéria é:

$$\begin{aligned} P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} &\approx 4s_{23}^2 s_{13}^2 c_{13}^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 t}{4E} \right) \left[1 + \frac{2A}{\Delta m_{31}^2} \left(1 - \sin^2 \theta_{13} \right) \right] \\ &- 8s_{23}^2 s_{13}^2 c_{13}^2 \left(1 - 2\sin^2 \theta_{13} \right) \frac{AL}{4E} \cos \left(\frac{\Delta m_{32}^2 t}{2E} \right) \sin \left(\frac{\Delta m_{32}^2 t}{2E} \right), \end{aligned} \quad (1.29)$$

onde $A \equiv \sqrt{2}G_F n_e E$. Se fazemos $n_e = 0$, reduzimos a probabilidade ao caso do vácuo, dado pela Eq. (1.27). A Eq. (1.29) mostra que é possível solucionar a questão da hierarquia de massa dos neutrinos.

1.4.3 Status da oscilação de neutrinos

Na Tab. 1.1 mostramos o cenário atual das medidas dos parâmetros de oscilação obtidos pelo ajuste global do *nu-fit* [51]. Este resultado mostra uma preferência pelo octante inferior de θ_{23} independentemente se a hierarquia é a normal ou a invertida. No

Tabela 1.1: Os melhores ajustes (M. A.) com a incerteza de 1σ e os intervalos permitidos de 3σ de nível de confiança dos parâmetros de oscilação para as hierarquia normal e invertida são mostrados nesta tabela, obtidos pelo ajuste global da análise apresentada na Ref. [51]. O parâmetro Δm_{3l}^2 define a hierarquia de massa, onde $l = 1$ equivale à NH e $l = 2$, a IH.

Parâmetros	Hierarquia Normal		Hierarquia Invertida	
	M. A. $\pm 1\sigma$	Intervalo de 3σ	M. A. $\pm 1\sigma$	Intervalo de 3σ
$\sin^2\theta_{12}$	$0,310^{+0,013}_{-0,012}$	0,275 – 0,350	$0,310^{+0,013}_{-0,012}$	0,275 – 0,350
$\theta_{12}/^\circ$	$33,82^{+0,78}_{-0,76}$	31,61 – 36,27	$33,82^{+0,78}_{-0,75}$	31,61 – 36,27
$\sin^2\theta_{23}$	$0,582^{+0,015}_{-0,019}$	0,428 – 0,624	$0,582^{+0,015}_{-0,018}$	0,433 – 0,623
$\theta_{23}/^\circ$	$33,82^{+0,78}_{-0,76}$	31,61 – 36,27	$33,82^{+0,78}_{-0,75}$	31,61 – 36,27
$\sin^2\theta_{13}$	$0,02240^{+0,00065}_{-0,00066}$	0,02044 – 0,02437	$0,02240^{+0,00065}_{-0,00066}$	0,02044 – 0,02437
$\theta_{13}/^\circ$	$8,61^{+0,12}_{-0,13}$	8,22 – 8,98	$8,65^{+0,12}_{-0,13}$	8,27 – 9,03
$\delta_{CP}/^\circ$	217^{+40}_{-28}	135 – 366	280^{+25}_{-28}	196 – 351
Δm_{21}^2 (10^{-5} eV ²)	$7,39^{+0,21}_{-0,20}$	6,79 – 8,01	$7,39^{+0,21}_{-0,20}$	6,79 – 8,01
Δm_{3l}^2 (10^{-3} eV ²)	$+2,525^{+0,033}_{-0,031}$	+2,431 – +2,622	$-2,512^{+0,034}_{-0,031}$	-2,606 – -2,413

caso da fase CP, a hierarquia de massa tem efeito significativo sobre o valor de δ_{CP} . A partir deste resultado vemos que no momento, $l = 1$ (NH) e $l = 2$ (IH) possuem uma diferença entre os valores limites do parâmetro de massa do setor atmosférico com a mesma ordem para ambas as hierarquias no nível de 3σ . Assim, podemos concluir que ainda não é possível afirmar uma preferência por uma das hierarquias possíveis pela análise com os dados tomados até este momento.

CAPÍTULO 2

OSCILAÇÃO DE NEUTRINOS COM EFEITOS DE DECOERÊNCIA QUÂNTICA

Neste capítulo desenvolvemos o modelo de oscilação de neutrinos incluindo a decoerência quântica e discutimos suas consequências causadas no caso padrão da oscilação de neutrinos, para as distâncias das linhas de feixe de MINOS e T2K.

2.1 Dinâmica da equação mestra de Lindblad

Nesta seção fazemos uma breve introdução sobre o gerador de dinâmica temporal de Lindblad, que é a forma mais usual para descrever um dado sistema que interage com o meio. Nas subseções seguintes trabalhamos algumas condições gerais que o nosso sistema de neutrinos devem obedecer e alguns cenários interessantes para serem investigados.

2.1.1 Comentários sobre equação mestra de Lindblad

A equação mestra de Gorini–Kossakowski–Sudarshan–Lindblad [9, 10] rege a dinâmica de evolução temporal dos estados para um sistema quântico aberto, dado por:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -i[\mathcal{H}_v, \rho(t)] + \frac{1}{2} \sum_k \left([V_k, \rho V_k^\dagger] + [V_k \rho, V_k^\dagger] \right), \quad (2.1)$$

onde V_k são um conjunto de operadores que atuam em um dado sistema de interesse, o qual queremos estudar, descrito na Eq. (2.1) pela matriz densidade $\rho(t)$, e que ditam

como as interações com o meio ocorrem. O índice k nos diz qual é a dimensão do espaço de Hilbert que estamos estudando.

A Eq. (2.1) é obtida a partir da evolução de um sistema total pela equação de Liouville. Este sistema é descrito como:

$$\rho_{(R+I)} = \rho_R \otimes \rho_I, \quad (2.2)$$

onde ρ_I é o subsistema de interesse e ρ_R o reservatório térmico (subsistema do meio). Nesta dinâmica, queremos investigar apenas como o subsistema de interesse evolui no tempo (mais detalhes no Apêndice B). Através de certas operações matemáticas é possível olhar apenas para ρ_I . Isto tem como consequência o segundo termo do lado direito da igualdade da Eq. (2.1). Os efeitos causados por esta nova dinâmica pode nos levar a perder algumas informações para o subsistema do reservatório e deve ser tratado cuidadosamente para que não ocorram interpretações fisicamente duvidosas, como por exemplo, probabilidades que retornam valores negativos. Para que isso não ocorra, há certas imposições dadas por Lindblad [10].

Nos sistemas que investigamos, é importante garantirmos que a evolução temporal seja markoviana, para que a integração entre um instante t_0 e t_1 não tenha memória. Isso significa que a distribuição de probabilidade do próximo estado depende apenas do estado atual, entre t_0 e t_1 , e não da sequência de eventos que o precederam. Portanto, isto é o mesmo que pensarmos que a evolução temporal não depende do seu passado.

Em nossa investigação vamos usar o gerador de dinâmica de Lindblad para fazer a evolução temporal do nosso sistema de neutrinos. A oscilação usual é o modelo que ajusta os dados de neutrinos tomados de experimentos de longa linha de feixe. Portanto, esperamos que os efeitos da decoerência sejam fracos no regime em que investigamos.

Com as distâncias das linhas de feixe de MINOS e T2K vemos um grande potencial para que interessantes restrições a possibilidade de decoerência quântica em neutrinos sejam obtidas por estes experimentos. Um outro importante ponto é que esperamos que os efeitos de decoerência aconteçam antes de um possível efeito de dissipação, pois, em um regime relativístico como o dado pelo subsistema de neutrinos, a dissipação é esperada ocorrer após propagações por distâncias muito longas. Assim, neutrinos de super-novas seriam uma fonte muito boa para se explorar casos em que há possibilidade de dissipação. Neutrinos atmosféricos também tem um grande potencial para investigar possíveis dissipações. Na literatura temos limites com dados de fontes atmosféricas, através de análises

do Super-Kamiokande e IceCube/DeepCore, onde as análises foram feitas com modelos que não permitem a dissipação.

2.1.2 Equação mestra expandida na base $SU(N)$

Uma forma interessante de se obter os elementos da matriz densidade do problema físico, é vê-lo como um problema de níveis. Por exemplo, no nosso caso admitimos a existência de 3 sabores de neutrinos, portanto, podemos encará-lo como um problema de 3 níveis. Para um modelo geral, podemos expandir a equação mestra na base do grupo que gera o $SU(N)$. Assim, temos,

$$H = \sum_{\mu} H_{\mu} F_{\mu}, \quad (2.3)$$

onde F_{μ} são as matrizes que formam a base completa do $SU(N)$ e $\mu = \{0, \dots, N^2 - 1\}$. Este índice indica o número de operadores necessários para formar a base completa do espaço de dimensão $n = N^2 - 1$. Estas matrizes obedecem a relação de comutação

$$[F_i, F_j] = i \sum_k f_{ijk} F_k \quad (2.4)$$

em que ijk vai de 1 a 8. Pela Eq. (2.4) temos as constantes de estruturas f_{ijk} . No caso do $SU(3)$, estas constantes obedecem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} f_{123} = 1, \quad f_{147} = f_{165} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{376} = \frac{1}{2}, \quad f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \\ f_{156} = f_{367} = \dots = -\frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

e todos os outros f_{ijk} não relacionados com as permutações dos índices dados pela Eq. (2.5) são nulos.

Expandindo o comutador de H com $\rho(t)$, temos que,

$$\begin{aligned} -i[H, \rho(t)] &= -i[H_0 F_0 + H_i F_i, \rho_0 F_0 + \rho_j F_j] \\ &= -i([H_0 \sigma_0, \rho_0 F_0 + \rho_j F_j] + [H_i F_i, \rho_0 F_0] + [H_i F_i, \rho_j F_j]) \\ &= -i([H_i F_i, \rho_j F_j]) = f_{ijk} H_i \rho_j F_z \delta_{kz}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

e com esta última relação podemos reescrever a equação mestra expandida,

$$\dot{\rho}_{\mu}(t) F_{\mu} = f_{ijk} H_i \rho_j F_{\mu} \delta_{k\mu} + D_{\mu\nu} \rho_{\nu} F_{\mu}. \quad (2.7)$$

Através da Eq. (2.7) podemos retirar as informações sobre a dinâmica dos neutrinos para a oscilação com a decoerência (isso inclui os efeitos dissipativos) para uma forma generalizada em regime que seja no vácuo¹.

2.1.3 Conservação de probabilidade

Para que nosso sistema no formalismo de matriz densidade continue obedecendo conservação de probabilidade, precisamos garantir que

$$\text{Tr}[\rho(t)] = 1 \quad (2.8)$$

para qualquer instante t . Como consequência, o $\text{Tr}[\dot{\rho}(t)] = 0$, ou seja,

$$\text{Tr}[\dot{\rho}_\mu(t)F_\mu] = 2\dot{\rho}_0(t) = 0. \quad (2.9)$$

Agora, tomando o traço do lado direito da igualdade da Eq. (2.7), temos

$$\begin{aligned} \text{Tr}[2f_{ijk}H_i\rho_j\sigma_\mu\delta_{k\mu} + D_{\mu\nu}\rho_\nu\sigma_\mu] &= \text{Tr}\left[2H_3\begin{pmatrix} 0 & \rho_2 + i\rho_1 \\ \rho_2 - i\rho_1 & 0 \end{pmatrix}\right] \\ &+ \text{Tr}[\sigma_0 D_{0\nu}\rho_\nu + \sigma_1 D_{1\nu}\rho_\nu + \sigma_2 D_{2\nu}\rho_\nu + \sigma_3 D_{3\nu}\rho_\nu] \\ &= 2\rho_\nu D_{0\nu}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde σ_μ são as matrizes de Pauli. O resultado da Eq. (2.10) implica que $D_{\mu 0} = D_{0\nu} = 0$ por simetria. Fizemos a expansão no $SU(2)$ para facilitar o desenvolvimento do cálculo desta última relação. Este mesmo resultado pode ser obtido para o $SU(3)$ ou para um N qualquer. Com a conservação da probabilidade vemos que a matriz de decoerência se reduz a dimensão de $(N^2 - 1) \times (N^2 - 1)$.

Quando nosso subsistema é formado em sua totalidade por estados puros, a matriz densidade deve obedecer

$$\text{Tr}[\rho^2] = 1, \quad (2.11)$$

pois, para ensembles puros temos $\rho^2 = \rho$. Contudo, quando o subsistema passa a ser formado por um ensemble misto, o que temos é

$$\text{Tr}[\rho^2] \leq 1. \quad (2.12)$$

¹No caso de incluir efeito de matéria, esta dinâmica é bem mais complicada de se obter, principalmente, analiticamente, uma vez que o potencial de interação da matéria é dado por um operador que atua na base de sabor. Logo, a transformação para a base de massa não é trivial nesse caso, dado que os autoestados que diagonalizam o hamiltoniano desse novo sistema são difíceis de se trabalhar. Algumas referências abordaram o problema de inclusão de efeitos de matéria na decoerência de neutrinos [19, 52, 53].

Em experimentos de aceleradores de neutrinos, é produzido em $t = 0$ um ensemble de estados $|\nu_\mu\rangle$. Com a evolução temporal, permitimos que os neutrinos oscilem, produzindo um ensemble misto com $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$, e $|\nu_\tau\rangle$. No entanto, quando temos apenas oscilação pura, o ensemble volta a ser puro após o período T de uma oscilação completa. Quando adicionamos o efeito de decoerência quântica ao sistema, ocorre o amortecimento da oscilação ao longo da evolução temporal, o que faz com que o ensemble se torne totalmente misto com o tempo. Tomando a primeira derivada em relação a t da condição dada pela Eq. (2.12), temos:

$$\frac{d}{dt}Tr[\rho^2(t)] \leq 0, \quad (2.13)$$

de onde podemos obter uma condição interessante resolvendo a Eq. (2.13), que é:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}Tr[\rho^2(t)] &= 2Tr[\rho(t)\dot{\rho}(t)] \\ &= 2Tr[\rho_\mu(t)F_\mu\dot{\rho}_\nu(t)F_\nu] \\ &= 2Tr[\rho_0(t)\dot{\rho}_0(t) + \rho_0(t)\dot{\rho}_i(t)F_i \\ &\quad + \rho_i(t)F_i\dot{\rho}_0(t) + \rho_i(t)\dot{\rho}_j(t)F_iF_j] \\ &= 4\rho_i(t)\dot{\rho}_i(t), \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde usamos que $Tr[F_iF_j] = 2\delta_{ij}$. Substituindo a Eq. (2.7) em Eq. (2.14), temos que

$$Tr[\rho(t)\dot{\rho}(t)] = 4\rho_i f_{ijk} H_i \rho_j \delta_{ki} + 2\rho_i(t) D_{i\nu} \rho_\nu. \quad (2.15)$$

Na Eq. (2.15), o primeiro termo do lado direito da igualdade é nulo para qualquer valor de k e i , o que leva a seguinte condição para a conservação de probabilidade:

$$\rho_i(t)\rho_j(t)D_{ij} \leq 0, \quad (2.16)$$

onde fizemos $D_{0\nu} = D_{\mu 0} = 0$. Para nosso sistema fazemos uma escolha de que D seja uma matriz diagonal, levando a condição

$$D_{ii} \leq 0, \quad (2.17)$$

em que precisamos apenas garantir que os termos da diagonal do operador D sejam negativos.

2.1.4 Entropia do subsistema de interesse

Consideremos um reservatório grande o suficiente que permaneça em equilíbrio térmico independentemente da interação com o subsistema de interesse. Podemos considerar que a entropia do subsistema de interesse pode aumentar como implicação do efeito da interação com o meio. Uma das imposições para o gerador de Lindblad [10] é a de que

$$\sum_k V_k V_k^\dagger = I, \quad (2.18)$$

onde I é a matriz identidade. Esta imposição é feita para que não ocorram os efeitos de memória nesta dinâmica, garantindo que não aconteça perda de probabilidade do sistema de neutrinos². Se impormos que a entropia para o subsistema de interesse³ cresça com t , então usando a entropia de Von Neumann:

$$S = -kTr[\rho \ln \rho], \quad (2.19)$$

onde k é a constante de Boltzmann, devemos garantir que $S \geq 0$, logo,

$$\frac{d}{dt} S \geq 0, \quad (2.20)$$

também. Para que a condição dada pela Eq. (2.20) seja obedecida [54], temos que garantir que

$$\sum_k (V_k V_k^\dagger - V_k^\dagger V_k) = 0, \quad (2.21)$$

o que nos leva a duas possíveis condições: a primeira é exatamente a imposição de Lindblad dada pela Eq. (2.18), dado que esses operadores V_k são representados por matrizes quadradas $N \times N$. A segunda condição possível é

$$V_k = V_k^\dagger, \quad (2.22)$$

ou seja, que V_k seja um operador hermitiano.

2.1.5 Matriz de decoerência/dissipação

Os termos de decoerência/dissipação $D[\rho]$ da Eq. (2.1) podem ser escritos em uma forma matricial,

$$D[\rho(t)] = \frac{1}{2} \sum_k \left([V_k, \rho V_k^\dagger] + [V_k \rho, V_k^\dagger] \right). \quad (2.23)$$

²Uma descrição mais detalhada encontra-se no Apêndice B.

³Para o sistema total (R+I), a entropia é invariante, pois neste caso o sistema é fechado.

Para obtermos a forma matricial de D , o que podemos fazer é expandir os operadores V_k e a densidade de estados ρ na base do $SU(N)$, como feito na Ref. [17], de tal forma que temos:

$$\begin{aligned} V_k &= \sum_{\mu} v_{\mu}^{(k)} F_{\mu}, \\ \rho &= \sum_{\mu} \rho_{\mu} F_{\mu}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

onde $v_{\mu}^{(k)}$ são os coeficientes de V_k . Com isso, substituindo a Eq. (2.24) na Eq. (2.23), e assumindo a condição $V_k = V_k^{\dagger}$, temos que:

$$D[\rho(t)] = \frac{1}{2} \left[\sum_{\mu\nu\gamma} (\vec{v}_{\mu} \cdot \vec{v}_{\nu}) f_{\alpha\mu\gamma} f_{\gamma\nu\beta} \right] \rho_{\beta} F_{\alpha}, \quad (2.25)$$

onde

$$D_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\gamma} (\vec{v}_{\mu} \cdot \vec{v}_{\nu}) f_{\alpha\mu\gamma} f_{\gamma\nu\beta} \quad (2.26)$$

são os elementos da matriz D . Definimos o produto escalar de \vec{v}_{μ} com \vec{v}_{ν} como:

$$\vec{v}_{\mu} \cdot \vec{v}_{\nu} = \sum_k v_{\mu}^{(k)} v_{\nu}^{(k)}. \quad (2.27)$$

onde $\vec{v}_{\mu} = \{v^{(1)}, v^{(2)}, \dots, v^{(N^2-1)}\}$, um vetor do espaço $R^{(N^2-1)}$.

Em sua forma matricial, D possui tamanho $(N^2 - 1) \times (N^2 - 1)$, enquanto que H , ρ e os operadores V_k , possuem tamanho $N \times N$, que é a dimensão do nosso sistema de neutrinos. Após o expandirmos na base do $SU(3)$, vemos pela Eq. (2.27) que os elementos de matriz $D_{\alpha\beta}$ possuem vínculos dependentes das componentes $v_{\mu}^{(k)}$, que ditam como a decoerência é caracterizada para o subsistema de interesse. Abrindo a Eq. (2.26) e usando os valores das constantes de estruturas, os elementos da diagonal desta matriz são

$$\begin{aligned} D_{11} &= 4v_2^2 + 4v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + v_6^2 + v_7^2; \\ D_{22} &= 4v_1^2 + 4v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + v_6^2 + v_7^2; \\ D_{33} &= 4v_1^2 + 4v_2^2 + v_4^2 + v_5^2 + v_6^2 + v_7^2; \\ D_{44} &= v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + 4v_5^2 + v_6^2 + v_7^2 + 3v_8^2 + 2\sqrt{3}\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_8; \\ D_{55} &= v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + 4v_4^2 + v_6^2 + v_7^2 + 3v_8^2 + 2\sqrt{3}\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_8; \\ D_{66} &= v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + 4v_7^2 + 3v_8^2 - 2\sqrt{3}\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_8; \\ D_{77} &= v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + 4v_6^2 + 3v_8^2 - 2\sqrt{3}\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_8; \\ D_{88} &= 3v_4^2 + 3v_5^2 + 3v_6^2 + 3v_7^2, \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde os vínculos entre os elementos de D são vistos explicitamente. Quando supomos que V_k é descrito por matrizes reais, temos que satisfazer

$$v_\mu^2 \geq 0 \quad (2.29)$$

para qualquer valor de μ , pois, estes também são necessariamente reais. Para os cenários em que é imposta a entropia ser crescente com t , a Eq. (2.29) deve ser obedecida. Quando esta condição não é satisfeita, não podemos garantir que a entropia do subsistema de interesse cresça com t . Isto não é proibido fisicamente, já que o sistema total necessariamente não tem variação em sua entropia.

2.2 Subsistema de neutrinos sem dissipação de energia

A conservação de energia acontecerá se impormos que o subsistema de interesse interaja com o meio sem que haja troca de energia, chamado por alguns autores de decoerência intrínseca [11–16]. Impor que não há dissipação de energia é uma suposição um pouco forte, pois, na verdade esperamos que sistemas quânticos abertos dissipem energia para o meio por qual passam. Entretanto, dentro do tempo de decoerência que lidamos, definido pelas distâncias entre os detectores de neutrinos dos experimentos, é plausível considerar que a dissipação não ocorra. Nesses casos, a obtenção das probabilidades de sobrevivência e transição de sabores podem ser obtidas por um mecanismo mais simples, como mostraremos a seguir. Para que a energia não seja dissipada, devemos garantir que

$$\frac{d}{dt} Tr[H\rho] = 0. \quad (2.30)$$

Resolvendo a Eq. (2.30), temos:

$$\begin{aligned} Tr[H\dot{\rho}] &= Tr[H_\mu F_\mu \dot{\rho}_\nu F_\nu] \\ &= Tr[H_0 F_0 \dot{\rho}_0 F_0 + H_0 F_0 \dot{\rho}_\nu F_\nu + H_\mu F_\mu \dot{\rho}_0 F_0 + H_i F_i \dot{\rho}_j F_j] \\ &= 2H_i \dot{\rho}_i. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Tomando a Eq. (2.7) e substituindo na Eq. (2.31), encontramos

$$\begin{aligned} Tr[H\dot{\rho}(t)] &= 4f_{ijk} H_i^2 \rho_j \delta_{ki} + 2H_i D_{i\nu} \rho_\nu \\ &= 2H_i D_{i\nu} \rho_\nu, \end{aligned} \quad (2.32)$$

que resulta em

$$H_i D_{i\nu} \rho_\nu = 0, \quad (2.33)$$

e nos leva à

$$H_i D_{ii} = 0. \quad (2.34)$$

No regime de 3 neutrinos os índices de H_i não nulos são $i = \{0, 3, 8\}$. Isto implica que neste caso particular, a matriz D deve ter

$$D_{33} = D_{88} = 0, \quad (2.35)$$

reduzindo o operador D a uma matriz com 6 parâmetros físicos distintos.

2.2.1 Probabilidade no caso sem dissipação de energia

Para descrever este caso particular vamos usar uma visão mais simplista, em que não precisamos recorrer diretamente a forma expandida dada pela Eq. (2.7). Como auxílio ao desenvolvimento dos nossos cálculos, vamos reescrever a equação mestra, dada a seguir:

$$\dot{\rho}(t) = -i[H, \rho] + D[\rho]. \quad (2.36)$$

Uma abordagem interessante sobre como modelar o termo $D[\rho]$ neste caso é dado nas Refs. [15, 55]. Para que $\{|\nu_i\rangle\}$ sejam autoestados de V_k , temos que,

$$[H, V_k] = 0, \quad (2.37)$$

o que implica em V_k ser hermitiano. Este cenário dado pela Eq. (2.37) é o caso particular mais explorado pela literatura. Nossa investigação tem como diferencial, a abordagem também de situações em que permita possíveis dissipações, como mostraremos em seções mais a frente.

Podemos resolver a Eq. (2.37) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} [H, V_k] &= \left[\sum_{\mu} v_{\mu}^{(k)} F_{\mu}, \sum_{\nu} H_{\nu} F_{\nu} \right] \\ &= i \sum_{ijq} f_{ijq} v_i^{(k)} H_j F_q, \end{aligned} \quad (2.38)$$

portanto, concluímos que

$$\sum_{ij} v_i^{(k)} H_j = 0, \quad (2.39)$$

onde $\{i,j\}$ vai de 1 a 8. Agora, de acordo com as Refs. [17, 20], podemos usar as matrizes de Gell-Mann dadas na Eq. (1.21), para expandir H nessa base como descrito na Eq. (2.3), obtendo

$$H = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}}H_0 + \frac{1}{2}(H_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}H_8) & \frac{1}{2}(H_1 - iH_2) & \frac{1}{2}(H_4 - iH_5) \\ \frac{1}{2}(H_1 + iH_2) & \frac{1}{\sqrt{6}}H_0 - \frac{1}{2}(H_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}H_8) & \frac{1}{2}(H_6 - iH_7) \\ \frac{1}{2}(H_4 + iH_5) & \frac{1}{2}(H_6 + iH_7) & \frac{1}{\sqrt{6}}H_0 - \frac{1}{\sqrt{3}}H_8 \end{pmatrix},$$

de onde extraímos em combinado com a Eq. (2.39) que

$$H_1 = H_2 = H_4 = H_5 = H_6 = H_7 = 0, \quad (2.40)$$

pois sabemos que os termos fora da diagonal do hamiltoniano são zero, o que implica que para este caso particular,

$$v_3^{(k)} = v_8^{(k)} = 0. \quad (2.41)$$

Uma outra visão é partirmos para V_k em sua forma matricial, que neste caso particular será descrito por matrizes diagonais, como se segue:

$$V_k = \begin{pmatrix} v_{k,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & v_{k,i} \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

Agora, voltando na Eq. (2.23) podemos resolver $D[\rho]$:

$$\begin{aligned} D[\rho(t)] &= \frac{1}{2} \sum_k (2V_k \rho V_k - \rho V_k V_k - V_k V_k \rho) \\ &= \frac{1}{2} \sum_k 2V_k \left(\sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta j} |\nu_i\rangle \langle \nu_j| \right) V_k \\ &\quad - \left(\sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta j} |\nu_i\rangle \langle \nu_j| \right) V_k V_k - V_k V_k \left(\sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta j} |\nu_i\rangle \langle \nu_j| \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta j} \sum_k [2v_{k,i} |\nu_i\rangle \langle \nu_j| v_{k,j} - |\nu_i\rangle \langle \nu_j| v_{k,j}^2 - v_{k,i}^2 |\nu_i\rangle \langle \nu_j|] \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \left[U_{\alpha i}^* U_{\beta j} \rho_{ij} \sum_k (v_{k,i} - v_{k,j})^2 \right], \end{aligned} \quad (2.43)$$

onde identificamos

$$\Gamma_{ij} = -\frac{1}{2} \sum_k (v_{k,i} - v_{k,j})^2, \quad (2.44)$$

que é o parâmetro que irá caracterizar a decoerência quântica para o subsistema de neutrinos. Os coeficientes $v_{k,i}$ podem ser interpretados como os autovalores de V_k com $i = \{1, \dots, 3\}$ e $k = \{1, \dots, 8\}$.

Nesse caso, é simples obter a forma geral para $\dot{\rho}_{ij}(t)$, que é

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ij}(t) &= -i \sum_{i,j} [U_{\alpha i}^* U_{\beta j}] \Delta_{ij} \rho_{ij}(0) - \sum_{i,j} [U_{\alpha i}^* U_{\beta j}] \Gamma_{ij} \rho_{ij}(0) \\ &= \sum_{i,j} [U_{\alpha i}^* U_{\beta j}] \rho_{ij}(0) (-i\Delta_{ij} - \Gamma_{ij}), \end{aligned} \quad (2.45)$$

em que os parâmetros de $D[\rho(t)]$ são negativos pela Eq. (2.44). Portanto, $\rho_{ij}(t)$ é dado por:

$$\rho_{ij}(t) = \sum_{i,j} [U_{\alpha i}^* U_{\beta j}] \rho_{ij}(0) e^{-(i\Delta_{ij} + \Gamma_{ij})t}. \quad (2.46)$$

A partir de $\rho_{ij}(t)$, podemos obter a probabilidade de transição de um estado α para um β , pelo traço da matriz densidade, como fizemos para o caso padrão, logo,

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-\Gamma_{ij}t - i\Delta_{ij}t} \\ &= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 e^{-\Gamma_{ii}t} + 2 \sum_{i>j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-\Gamma_{ij}t - i\Delta_{ij}t} \\ &= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 e^{-\Gamma_{ii}t} + 2 \sum_{i>j} \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] e^{-\Gamma_{ij}t} \cos(\Delta_{ij}t) \\ &\quad - 2 \sum_{i>j} \text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] e^{-\Gamma_{ij}t} \text{sen}(\Delta_{ij}t), \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde os parâmetros Γ_{ij} , para $i = j$, são zero de acordo com a Eq. (2.44). Com isso, obtemos que

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i>j} \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] [1 - e^{-\Gamma_{ij}t} \cos(\Delta_{ij}t)] \\ &\quad - 2 \sum_{i>j} \text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] e^{-\Gamma_{ij}t} \text{sen}(\Delta_{ij}t), \end{aligned} \quad (2.48)$$

que é a generalização da probabilidade para o caso em que temos conservação de energia do subsistema de interesse. Para a decoerência intrínseca, a exponencial que amortece

a oscilação atua somente nas funções senoidais e cossenoidais em que o argumento é a frequência de oscilação Δ_{ij} . Fazendo o limite em que $\Gamma_{ij} \rightarrow \infty$, temos que a oscilação deixa de ocorrer, restando apenas os termos não oscilatórios. Além disto, para este limite também vemos que apesar da manifestação da decoerência, temos $\sum_{\beta} P_{\alpha\beta} = 1$, que é consistente com a conservação da probabilidade de todos os canais.

Transição neutrino muônico para eletrônico

Como estamos interessados na investigação de dados que vêm de experimentos de longa linha de feixe, é interessante obter o caso da probabilidade de transição entre os estados muônico e eletrônico. Usando as Eqs. (1.5), (1.6) e (2.47) temos que

$$\begin{aligned} P_{\mu e} &= 2 \left\{ A_{\mu e}^{(12)} \left[e^{-\Gamma_{12}t} \cos(\Delta_{21}t) - 1 \right] - B_{\mu e}^{(12)} e^{-\Gamma_{12}t} \text{sen}(\Delta_{21}t) \right\} \\ &+ 2 \left\{ A_{\mu e}^{(13)} \left[e^{-\Gamma_{13}t} \cos(\Delta_{31}t) - 1 \right] - B_{\mu e}^{(13)} e^{-\Gamma_{13}t} \text{sen}(\Delta_{31}t) \right\} \\ &+ 2 \left\{ A_{\mu e}^{(23)} \left[e^{-\Gamma_{23}t} \cos(\Delta_{32}t) - 1 \right] - B_{\mu e}^{(23)} e^{-\Gamma_{23}t} \text{sen}(\Delta_{32}t) \right\}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde,

$$\begin{aligned} A_{\mu e}^{(12)} &= c_{12}^2 s_{12}^2 c_{13}^2 (s_{13}^2 s_{23}^2 - c_{23}^2) + c_{13}^2 s_{13} c_{23} s_{23} (c_{12} s_{12}^3 - c_{12}^3 s_{12}) \cos \delta; \\ B_{\mu e}^{(12)} &= -c_{12} s_{12} c_{13}^2 s_{13} c_{23} s_{23} \text{sen} \delta; \\ A_{\mu e}^{(13)} &= -c_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 - c_{12} s_{12} c_{13}^2 s_{13} c_{23} s_{23} \cos \delta; \\ B_{\mu e}^{(13)} &= c_{12} s_{12} c_{13}^2 s_{13} c_{23} s_{23} \text{sen} \delta; \\ A_{\mu e}^{(23)} &= -s_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 + c_{12} s_{12} c_{13}^2 s_{13} c_{23} s_{23} \cos \delta; \\ B_{\mu e}^{(23)} &= -c_{12} s_{12} c_{13}^2 s_{13} c_{23} s_{23} \text{sen} \delta. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Para um regime assumido no vácuo, com a Eq. (2.49) podemos investigar como a decoerência afeta análises de aparecimento de neutrinos eletrônicos. Podemos dizer que o efeito de matéria é pequeno para a linha de feixe do experimento T2K, o que nos habilita usar a probabilidade neste regime.

A Fig. 2.1 mostra o comportamento da probabilidade de transição do neutrino muônico para o eletrônico para o L do T2K, em que a curva preta é o caso padrão da oscilação, enquanto a curva vermelha é o caso da oscilação com a decoerência quântica. Os valores dos parâmetros da oscilação padrão são descritos na figura e na legenda. Fizemos $\Gamma_{ij} = \Gamma$ e o fixamos para o valor de $\Gamma = 10^{-22}$ GeV. O termo de amortecimento da probabilidade é proporcional a ΓL , em que Γ é dado em unidades de [GeV] e L em [km]. O efeito do

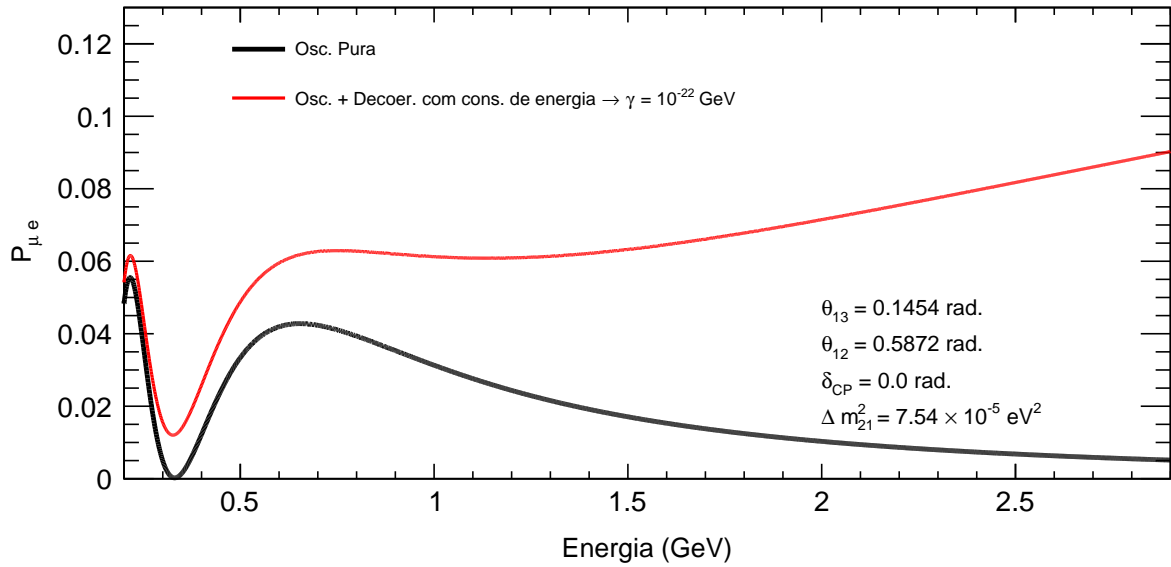


Figura 2.1: Probabilidade de transição do neutrino muônico para a oscilação pura, dado pela curva preta, em comparação com o caso de oscilação com decoerência para o cenário onde a dissipação não é permitida, dado pela curva vermelha, onde fizemos $\Gamma_{ij} = \Gamma$ e $L = 295$ km. Usamos $\Gamma = 10^{-22}$ GeV e os parâmetros de oscilação $\theta_{12} = 0,59$ rad, $\theta_{13} = 0,14$ rad, $\sin^2\theta_{23} = 0,5$, $\Delta m_{21}^2 = 7,54 \times 10^{-5}$ eV² e $\Delta m_{32}^2 = 2,50 \times 10^{-3}$ eV².

valor de Γ usado na probabilidade causa um amortecimento significativo no intervalo de energia usado para as curvas. Enquanto a probabilidade do caso padrão tende a ir para zero com o aumento da energia, a probabilidade de oscilação com decoerência cresce. No limite em que $\Gamma \rightarrow \infty$, a probabilidade tende para um valor constante diferente de zero e que depende dos valores dos ângulos de mistura. No limite em que $\Gamma \rightarrow 0$, a probabilidade vai para o caso padrão.

Sobrevivência do neutrino muônico

Para se analisar dados de desaparecimento de neutrinos muônicos, devemos ter a probabilidade de oscilação com decoerência para a sobrevivência do estado muônico do neutrino, que é dada por:

$$\begin{aligned}
 P_{\mu\mu} &= 1 - 2 \left\{ A_{\mu\mu}^{(12)} [1 - e^{-\Gamma_{12}t} \cos(\Delta_{21}t)] + A_{\mu\mu}^{(13)} [1 - e^{-\Gamma_{13}t} \cos(\Delta_{31}t)] \right\} \\
 &\quad - 2A_{\mu\mu}^{(23)} [1 - e^{-\Gamma_{23}t} \cos(\Delta_{32}t)],
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

em que

$$\begin{aligned}
 A_{\mu\mu}^{(12)} &= (s_{12}^2 c_{23}^2 + c_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2 + 2s_{12}c_{12}s_{13}c_{23}s_{23} \cos \delta) \\
 &\quad \times (c_{12}^2 c_{23}^2 + s_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2 - 2s_{12}c_{12}s_{13}c_{23}s_{23} \cos \delta); \\
 A_{\mu\mu}^{(13)} &= (s_{12}^2 c_{23}^2 + c_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2 + 2s_{12}c_{12}s_{13}c_{23}s_{23} \cos \delta) s_{23}^2 c_{13}^2; \\
 A_{\mu\mu}^{(23)} &= (c_{12}^2 c_{23}^2 + s_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2 - 2s_{12}c_{12}s_{13}c_{23}s_{23} \cos \delta) s_{23}^2 c_{13}^2.
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

A Fig. 2.2 mostra as curvas da probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico para

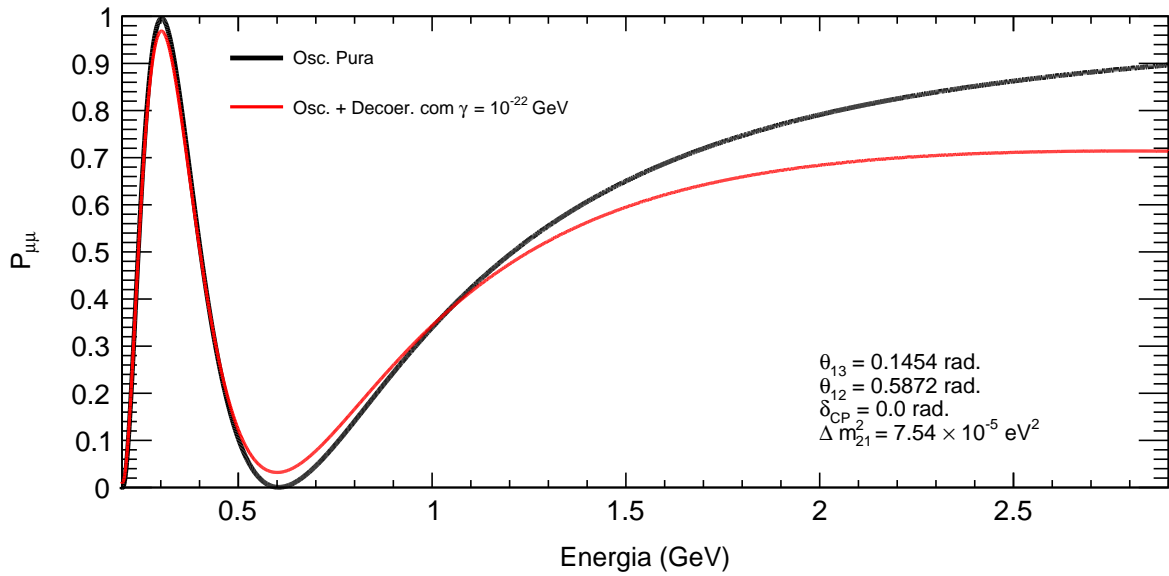


Figura 2.2: Probabilidade de sobrevivência do ν_{μ} . O mesmo usado para a Fig. 2.1 se aplica aqui.

o caso padrão e com os efeitos de decoerência, seguindo o padrão de cores dado pela Fig. 2.1. O efeito da decoerência faz com que a probabilidade diminua com o aumento da energia. No limite em que $\Gamma \rightarrow \infty$, a probabilidade assume um valor constante, que novamente depende dos valores dos ângulos de mistura.

2.3 Subsistema de neutrinos com dissipação de energia

O subsistema de neutrinos permitirá possíveis dissipações se $[H, V_k] \neq 0$. Isto significa que H e V_k não são diagonalizados simultaneamente. Isto implica que teremos termos fora da diagonal não nulos nas matrizes V_k . Modelar este cenário é mais complexo do que o caso particular apresentado anteriormente em que impusemos a não dissipação da energia. Precisamos encontrar as soluções da Eq. (2.7), que envolve um conjunto de equações diferenciais acopladas. Na Ref. [17] temos uma abordagem interessante para

tratar os casos em que há a permissão de dissipação de energia. Vamos discutir este caso daqui em diante para 3 famílias de neutrinos. Podemos reescrever a Eq. (2.7) como:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_k &= \sum_{i,j} H_i \rho_j f_{ijk} + \sum_{\nu} D_{k\nu} \rho_{\nu} \\ &= \sum_j \left(\sum_i H_i f_{ijk} + D_{kj} \right) \rho_j\end{aligned}\quad (2.53)$$

onde usamos a condição de que $D_{k0} = 0$. Podemos identificar os elementos de matriz

$$M_{kj} = \sum_i H_i f_{ijk} + D_{kj}, \quad (2.54)$$

em que temos uma matriz 8×8 . Podemos escrever a Eq. (2.53) em uma forma matricial

$$\dot{\rho} = \mathcal{M}\rho, \quad (2.55)$$

na qual ρ é definido como um vetor coluna de componentes $\rho_i(t)$ com $i = 1, \dots, 8$. Em suma, o vetor coluna ρ é dado por funções $\rho_i(t)$ que descrevem como a dinâmica acontece para este caso geral. Basta agora, construir a matriz \mathcal{M} a partir da Eq. (2.54) e resolver um sistema de equações diferenciais acopladas dada pela Eq. (2.53).

Pelas Eqs. (1.21) e (2.3) podemos extrair que:

$$H_3 = \Delta_{12} \quad e \quad H_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta_{13} + \Delta_{23}), \quad (2.56)$$

e as outras componentes H_i , para $i = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7\}$, são nulos. Agora, usando a Eq. (2.54) encontramos

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} -\Gamma_{11} & -\Delta_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta_{21} & -\Gamma_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Gamma_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{44} & -\Delta_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta_{31} & -\Gamma_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{66} & -\Delta_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta_{32} & -\Gamma_{77} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{88} \end{pmatrix}, \quad (2.57)$$

em sua forma explícita. A matriz \mathcal{M} é formada por blocos diagonais, o que facilita a obtenção das soluções dos $\rho_i(t)$. Usamos a condição da Eq. (2.17) e renomeamos os

termos para $D_{ii} = -\Gamma_{ii}$, que é uma notação usualmente aplicada na literatura. Também é a mesma a qual usamos para o caso em que impusemos a não permissão de dissipação da energia.

A Eq. (2.57) junto com as Eqs. (2.53) e (2.55), nos leva às seguintes equações diferenciais acopladas:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_1(t) &= -\Gamma_{11}\rho_1(t) - \Delta_{21}\rho_2(t); \\
\dot{\rho}_2(t) &= -\Gamma_{22}\rho_2(t) + \Delta_{21}\rho_1(t); \\
\dot{\rho}_3(t) &= -\Gamma_{33}\rho_3(t); \\
\dot{\rho}_4(t) &= -\Gamma_{44}\rho_4(t) - \Delta_{31}\rho_5(t); \\
\dot{\rho}_5(t) &= -\Gamma_{55}\rho_5(t) + \Delta_{31}\rho_4(t); \\
\dot{\rho}_6(t) &= -\Gamma_{66}\rho_6(t) - \Delta_{32}\rho_7(t); \\
\dot{\rho}_7(t) &= -\Gamma_{77}\rho_7(t) + \Delta_{32}\rho_6(t); \\
\dot{\rho}_8(t) &= -\Gamma_{88}\rho_8(t).
\end{aligned} \tag{2.58}$$

Vemos a partir da Eq. (2.58) que o acoplamento das equações diferenciais ocorrem em pares. O $\dot{\rho}_1(t)$ está acoplado com $\dot{\rho}_2(t)$, $\dot{\rho}_4(t)$ com $\dot{\rho}_5(t)$, e $\dot{\rho}_6(t)$ com $\dot{\rho}_7(t)$, como consequência da matriz \mathcal{M} ser formada por blocos de matrizes 2×2 . Como a forma funcional destas equações acopladas é a mesma, basta resolver um desses sistemas pareados. Resolvemos a Eq. (2.58) usando a ferramenta *maxima*, obtendo a partir disso:

$$\begin{aligned}
\rho_1(t) &= e^{-\frac{(\Gamma_{11}+\Gamma_{22})}{2}t} \left\{ \rho_1(0) \left[\frac{\Gamma_{22} - \Gamma_{11}}{\Omega_{12}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{12}}{2}t \right) + \cos \left(\frac{\Omega_{12}}{2}t \right) \right] - \frac{2\Delta_{21}}{\Omega_{12}} \rho_2(0) \text{sen} \left(\frac{\Omega_{12}}{2}t \right) \right\}; \\
\rho_2(t) &= e^{-\frac{(\Gamma_{11}+\Gamma_{22})}{2}t} \left\{ \rho_2(0) \left[\frac{\Gamma_{11} - \Gamma_{22}}{\Omega_{12}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{12}}{2}t \right) + \cos \left(\frac{\Omega_{12}}{2}t \right) \right] + \frac{2\Delta_{21}}{\Omega_{12}} \rho_1(0) \text{sen} \left(\frac{\Omega_{12}}{2}t \right) \right\}; \\
\rho_3(t) &= e^{-\Gamma_{33}t} \rho_3(0); \\
\rho_4(t) &= e^{-\frac{(\Gamma_{44}+\Gamma_{55})}{2}t} \left\{ \rho_4(0) \left[\frac{\Gamma_{55} - \Gamma_{44}}{\Omega_{13}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{13}}{2}t \right) + \cos \left(\frac{\Omega_{13}}{2}t \right) \right] - \frac{2\Delta_{31}}{\Omega_{13}} \rho_5(0) \text{sen} \left(\frac{\Omega_{13}}{2}t \right) \right\}; \\
\rho_5(t) &= e^{-\frac{(\Gamma_{44}+\Gamma_{55})}{2}t} \left\{ \rho_5(0) \left[\frac{\Gamma_{44} - \Gamma_{55}}{\Omega_{13}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{13}}{2}t \right) + \cos \left(\frac{\Omega_{13}}{2}t \right) \right] + \frac{2\Delta_{31}}{\Omega_{13}} \rho_4(0) \text{sen} \left(\frac{\Omega_{13}}{2}t \right) \right\}; \\
\rho_6(t) &= e^{-\frac{(\Gamma_{66}+\Gamma_{77})}{2}t} \left\{ \rho_6(0) \left[\frac{\Gamma_{77} - \Gamma_{66}}{\Omega_{23}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{23}}{2}t \right) + \cos \left(\frac{\Omega_{23}}{2}t \right) \right] - \frac{2\Delta_{32}}{\Omega_{23}} \rho_7(0) \text{sen} \left(\frac{\Omega_{23}}{2}t \right) \right\}; \\
\rho_7(t) &= e^{-\frac{(\Gamma_{66}+\Gamma_{77})}{2}t} \left\{ \rho_7(0) \left[\frac{\Gamma_{66} - \Gamma_{77}}{\Omega_{23}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{23}}{2}t \right) + \cos \left(\frac{\Omega_{23}}{2}t \right) \right] + \frac{2\Delta_{32}}{\Omega_{23}} \rho_6(0) \text{sen} \left(\frac{\Omega_{23}}{2}t \right) \right\}; \\
\rho_8(t) &= e^{-\Gamma_{88}t} \rho_8(0),
\end{aligned} \tag{2.59}$$

em que

$$\begin{aligned}\Omega_{12} &= \sqrt{4\Delta_{21}^2 - |\Gamma_{22} - \Gamma_{11}|^2}; \\ \Omega_{13} &= \sqrt{4\Delta_{31}^2 - |\Gamma_{55} - \Gamma_{44}|^2}; \\ \Omega_{23} &= \sqrt{4\Delta_{32}^2 - |\Gamma_{77} - \Gamma_{66}|^2},\end{aligned}\tag{2.60}$$

sendo Ω_{ij} as novas frequências de oscilação que agora são modificadas pelos parâmetros Γ_{ii} .

Precisamos conhecer como é a matriz densidade ρ^α , para um sabor α , em $t = 0$. Neste limite a matriz densidade descreve apenas a mistura dos neutrinos da base de massa, que foi dado pela Eq. (1.9), reescrevendo-a, temos:

$$\rho^\alpha(0) = \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} |\nu_i\rangle \langle \nu_j|,\tag{2.61}$$

que nos leva a forma matricial dada por:

$$\rho^\alpha(0) = \begin{pmatrix} |U_{\alpha 1}|^2 & U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} & U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} \\ U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 1} & |U_{\alpha 2}|^2 & U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} \\ U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 1} & U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 2} & |U_{\alpha 3}|^2 \end{pmatrix}.\tag{2.62}$$

A matriz dada pela Eq. (2.62) pode ser igualada a expansão de ρ^α na base F_μ , que é dado em sua forma explícita a seguir:

$$\rho^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}}\rho_0^\alpha + \frac{1}{2}(\rho_3^\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_8^\alpha) & \frac{1}{2}(\rho_1^\alpha - i\rho_2^\alpha) & \frac{1}{2}(\rho_4^\alpha - i\rho_5^\alpha) \\ \frac{1}{2}(\rho_1^\alpha + i\rho_2^\alpha) & \frac{1}{\sqrt{6}}\rho_0^\alpha - \frac{1}{2}(\rho_3^\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_8^\alpha) & \frac{1}{2}(\rho_6^\alpha - i\rho_7^\alpha) \\ \frac{1}{2}(\rho_4^\alpha + i\rho_5^\alpha) & \frac{1}{2}(\rho_6^\alpha + i\rho_7^\alpha) & \frac{1}{\sqrt{6}}\rho_0^\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_8^\alpha \end{pmatrix},\tag{2.63}$$

e a partir das Eqs. (2.62) e (2.63), podemos extrair que

$$\begin{aligned}\rho_1^\alpha &= 2\text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2}]; \\ \rho_2^\alpha &= -2\text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2}]; \\ \rho_3^\alpha &= |U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2; \\ \rho_4^\alpha &= 2\text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3}]; \\ \rho_5^\alpha &= -2\text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3}]; \\ \rho_6^\alpha &= 2\text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3}]; \\ \rho_7^\alpha &= -2\text{Im}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3}]; \\ \rho_8^\alpha &= \sqrt{3} \left(\frac{1}{3} - |U_{\alpha 3}|^2 \right),\end{aligned}\tag{2.64}$$

onde usamos a identidade

$$U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} = \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}] + i\text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}]. \quad (2.65)$$

A partir da Eq. (2.64), podemos obter todos os termos $\rho_i^\alpha(0)$ em função dos ângulos de mistura θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , como descrito na Tab. 2.1.

Tabela 2.1: Os termos ρ^α , com $\alpha = \{e, \mu, \tau\}$, mostrados explicitamente em função dos ângulos de mistura θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , a partir da Eq. (1.6).

$\rho_1^e = 2c_{13}^2 c_{12} s_{12}$
$\rho_1^\mu = 2 [c_{12} s_{12} (s_{13}^2 s_{23}^2 - c_{23}^2) + s_{13} c_{23} s_{23} (2s_{12}^2 - 1) \cos \delta]$
$\rho_1^\tau = 2 [c_{12} s_{12} s_{13}^2 (1 - 2s_{23}^2) - s_{12}^2 s_{13} c_{23} s_{23} \cos \delta]$
$\rho_2^e = 0$
$\rho_2^\mu = -2s_{13} c_{23} s_{23} \text{sen } \delta$
$\rho_2^\tau = 2s_{13}^2 c_{23} s_{23} \text{sen } \delta$
$\rho_3^e = c_{13}^2 (1 - 2s_{12}^2)$
$\rho_3^\mu = c_{23}^2 (2s_{12}^2 - 1) + s_{13}^2 s_{23}^2 (1 - 2s_{12}^2) + 4s_{12} c_{12} s_{13} c_{23} s_{23} \cos \delta$
$\rho_3^\tau = c_{23}^2 s_{23}^2 (s_{12}^4 - c_{12}^4) (1 - s_{13}^4) - 2c_{12} s_{12}^3 s_{13} c_{23} s_{23} (1 - 2s_{23}^2) (1 - s_{13}^2) \cos \delta$
$\rho_4^e = 2c_{12} c_{13} s_{13} \cos \delta$
$\rho_4^\mu = -2c_{13} s_{23} (s_{12} c_{23} + c_{12} s_{13} s_{23} \cos \delta)$
$\rho_4^\tau = 2c_{13} c_{23} (s_{12} s_{23} - c_{12} s_{13} c_{23} \cos \delta)$
$\rho_5^e = 2c_{12} c_{13} s_{13} \text{sen } \delta$
$\rho_5^\mu = -2c_{12} c_{13} s_{13} s_{23}^2 \text{sen } \delta$
$\rho_5^\tau = -2c_{12} c_{13} s_{13} c_{23}^2 \text{sen } \delta$
$\rho_6^e = 2s_{12} c_{13} s_{13} \cos \delta$
$\rho_6^\mu = 2c_{13} s_{23} (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{13} s_{23} \cos \delta)$
$\rho_6^\tau = -2c_{13} c_{23} (c_{12} s_{23} + s_{12} s_{13} c_{23} \cos \delta)$
$\rho_7^e = 2s_{12} c_{13} s_{13} \text{sen } \delta$
$\rho_7^\mu = -2s_{12} c_{13} s_{13} s_{23}^2 \text{sen } \delta$
$\rho_7^\tau = -2s_{12} c_{13} s_{13} c_{23}^2 \text{sen } \delta$
$\rho_8^e = \sqrt{3} \left(\frac{1}{3} - s_{13}^2 \right)$
$\rho_8^\mu = \sqrt{3} \left(\frac{1}{3} - c_{13}^2 s_{23}^2 \right)$
$\rho_8^\tau = \sqrt{3} \left(\frac{1}{3} - c_{13}^2 c_{23}^2 \right)$

Os elementos da matriz densidade após a evolução temporal são obtidos da Eq. (2.59). No caso de $\rho_0^\alpha(t)$, podemos obtê-lo pela Eq. (2.9) junto ao auxílio das Eqs. (2.62) e (2.63), que resulta em

$$\rho_0^\alpha(t) = \sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (2.66)$$

Os elementos $\rho_{ij}(t)$ para $i \neq j$ podem ser calculados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho_{ij}(t) = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta\Gamma_{ij}}{\Omega_{ij}} \left[\rho_i(0) + i\rho_j(0) \right] \text{sen} \left(\frac{\Omega_{ij}t}{2} \right) \right. \\ & \left. + \left[\rho_i(0) - i\rho_j(0) \right] \left[\cos \left(\frac{\Omega_{ij}t}{2} \right) - i \frac{2\Delta_{ji}}{\Omega_{ij}} \text{sen} \left(\frac{\Omega_{ij}t}{2} \right) \right] \right\} e^{-\Gamma_{ij}t}, \end{aligned} \quad (2.67)$$

onde Γ_{ij} é definido como uma média dos seguintes parâmetros:

$$\Gamma_{12} = \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22}}{2}, \quad \Gamma_{13} = \frac{\Gamma_{44} + \Gamma_{55}}{2}, \quad \Gamma_{23} = \frac{\Gamma_{66} + \Gamma_{77}}{2}, \quad (2.68)$$

de forma que $\delta\Gamma_{ij}$ foi definido como

$$\delta\Gamma_{12} = \Gamma_{22} - \Gamma_{11}, \quad \delta\Gamma_{13} = \Gamma_{55} - \Gamma_{44}, \quad \delta\Gamma_{23} = \Gamma_{77} - \Gamma_{66}. \quad (2.69)$$

A partir da definição dada na Eq. (2.68), pudemos retirar uma relação dos parâmetros de decoerência com os setores de neutrinos solares e atmosféricos. Os vínculos de Γ_{11} e Γ_{22} são com o setor solar de neutrinos, enquanto que os pares $(\Gamma_{44}$ e $\Gamma_{55})$ e $(\Gamma_{66}$ e $\Gamma_{77})$, estão associados ao setor de neutrinos atmosféricos. Esta relação também pode ser observada no caso particular em que impomos a não permissão de dissipação de energia do subsistema de neutrinos. No entanto, de maneira diferente do caso geral em que a frequência de oscilação é alterada pelos parâmetros que descrevem o efeito de decoerência. Para os termos de $\rho(t)$ em que $i = j$, temos

$$\begin{aligned} \rho_{11}(t) &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left(\rho_3(0)e^{-\Gamma_{33}t} + \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_8(0)e^{-\Gamma_{88}t} \right); \\ \rho_{22}(t) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(\rho_3(0)e^{-\Gamma_{33}t} - \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_8(0)e^{-\Gamma_{88}t} \right); \\ \rho_{33}(t) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_8(0)e^{-\Gamma_{88}t}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Em sua forma matricial, a matriz densidade $\rho(t)$ pode ser escrita como:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(0)e^{-\Gamma_{12}t - i\Omega_{12}t} & \rho_{13}(0)e^{-\Gamma_{13}t - i\Omega_{13}t} \\ \rho_{12}^*(0)e^{-\Gamma_{12}t + i\Omega_{12}t} & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(0)e^{-\Gamma_{23}t - i\Omega_{23}t} \\ \rho_{13}^*(0)e^{-\Gamma_{13}t + i\Omega_{13}t} & \rho_{23}^*(0)e^{-\Gamma_{23}t + i\Omega_{23}t} & \rho_{33}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

onde $\rho_{11}(t)$, $\rho_{22}(t)$ e $\rho_{33}(t)$ são dados pela Eq. (2.70). Nesse caso, a matriz $\rho(t)$ possui termos na diagonal que dependem de Γ_{33} e Γ_{88} , que são os responsáveis pelos possíveis efeitos de dissipação. Estes parâmetros correspondem em analogia com o caso da conservação de energia, aos parâmetros Γ_{ii} , que por definição eram nulos naquele caso particular. O efeito de Γ nos termos fora da diagonal são responsáveis pela decoerência intrínseca. Se fazemos $\Gamma_{33} = \Gamma_{88} = 0$, caímos em uma matriz que descreve a dinâmica como dada pela Eq. (2.48). Tomando $Tr[\rho^\alpha(0)\rho^\beta(t)]$ temos a probabilidade de transição de um estado α para β :

$$\begin{aligned}
 P_{\alpha\beta} &= \rho_{11}^\alpha(0)\rho_{11}^\beta(t) + \rho_{22}^\alpha(0)\rho_{22}^\beta(t) + \rho_{33}^\alpha(0)\rho_{33}^\beta(t) \\
 &+ \rho_{12}^\alpha(0)\rho_{12}^{*\beta}(t) + \rho_{12}^{*\alpha}(0)\rho_{12}^\beta(t) \\
 &+ \rho_{13}^\alpha(0)\rho_{13}^{*\beta}(t) + \rho_{13}^{*\alpha}(0)\rho_{13}^\beta(t) \\
 &+ \rho_{23}^\alpha(0)\rho_{23}^{*\beta}(t) + \rho_{23}^{*\alpha}(0)\rho_{23}^\beta(t),
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

e usando as Eqs. (2.67) e (2.70) temos a forma geral para este caso de três sabores de neutrinos,

$$\begin{aligned}
 P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \rho_3^\alpha \rho_3^\beta e^{-\Gamma_{33}t} + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta e^{-\Gamma_{88}t} \right. \\
 &+ \left[\left(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta \right) \cos \left(\frac{\Omega_{12}}{2} t \right) \right. \\
 &+ \left. \left. \left[\frac{2\Delta_{21}}{\Omega_{12}} \left(\rho_1^\beta \rho_2^\alpha - \rho_1^\alpha \rho_2^\beta \right) + \left(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta - \rho_2^\alpha \rho_2^\beta \right) \frac{\delta\Gamma_{12}}{\Omega_{12}} \right] \sin \left(\frac{\Omega_{12}}{2} t \right) \right] e^{-\Gamma_{12}t} \right. \\
 &+ \left[\left(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta \right) \cos \left(\frac{\Omega_{13}}{2} t \right) \right. \\
 &+ \left. \left. \left[\frac{2\Delta_{31}}{\Omega_{13}} \left(\rho_4^\beta \rho_5^\alpha - \rho_4^\alpha \rho_5^\beta \right) + \left(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta - \rho_5^\alpha \rho_5^\beta \right) \frac{\delta\Gamma_{13}}{\Omega_{13}} \right] \sin \left(\frac{\Omega_{13}}{2} t \right) \right] e^{-\Gamma_{13}t} \right. \\
 &+ \left[\left(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta \right) \cos \left(\frac{\Omega_{23}}{2} t \right) \right. \\
 &+ \left. \left. \left[\frac{2\Delta_{32}}{\Omega_{23}} \left(\rho_6^\beta \rho_7^\alpha - \rho_6^\alpha \rho_7^\beta \right) + \left(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta - \rho_7^\alpha \rho_7^\beta \right) \frac{\delta\Gamma_{23}}{\Omega_{23}} \right] \sin \left(\frac{\Omega_{23}}{2} t \right) \right] e^{-\Gamma_{23}t} \right\},
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

onde a probabilidade foi escrita em termos de ρ_i^η , com $i = \{1, \dots, 8\}$ e $\eta = \{\alpha, \beta\}$. Para escrever a probabilidade em função dos termos da matriz de mistura, podemos usar a seguinte identidade:

$$\begin{aligned}
 \text{Re}[U_{\gamma i}^* U_{\gamma j}] &\equiv \text{Re}[U_{\gamma i} U_{\gamma j}^*]; \\
 \text{Im}[U_{\gamma i}^* U_{\gamma j}] &\equiv -\text{Im}[U_{\gamma i} U_{\gamma j}^*],
 \end{aligned} \tag{2.74}$$

de onde é fácil obter que

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}] \operatorname{Re}[U_{\beta i}^* U_{\beta j}] + \operatorname{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}] \operatorname{Im}[U_{\beta i}^* U_{\beta j}] &= \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j}^*]; \\ \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}] \operatorname{Im}[U_{\beta i}^* U_{\beta j}] - \operatorname{Re}[U_{\beta i}^* U_{\beta j}] \operatorname{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j}] &= -\operatorname{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j}^*], \end{aligned} \quad (2.75)$$

de tal maneira que podemos reescrever a probabilidade em termos da matriz de mistura:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} (|U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2) (|U_{\beta 1}|^2 - |U_{\beta 2}|^2) e^{-\Gamma_{33}t} \\ &+ \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3} - |U_{\alpha 3}|^2 \right) \left(\frac{1}{3} - |U_{\beta 3}|^2 \right) e^{-\Gamma_{88}t} \\ &+ 2 \left\{ \operatorname{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \cos \left(\frac{\Omega_{12}}{2} t \right) \right. \\ &+ \left. \left(\operatorname{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1}^* U_{\beta 2}] \frac{\delta\Gamma_{12}}{\Omega_{12}} - \operatorname{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \frac{2\Delta_{21}}{\Omega_{12}} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\Omega_{12}}{2} t \right) \right\} e^{-\Gamma_{12}t} \\ &+ 2 \left\{ \operatorname{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \cos \left(\frac{\Omega_{13}}{2} t \right) \right. \\ &+ \left. \left(\operatorname{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1}^* U_{\beta 3}] \frac{\delta\Gamma_{13}}{\Omega_{13}} - \operatorname{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \frac{2\Delta_{31}}{\Omega_{13}} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\Omega_{13}}{2} t \right) \right\} e^{-\Gamma_{13}t} \\ &+ 2 \left\{ \operatorname{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \cos \left(\frac{\Omega_{23}}{2} t \right) \right. \\ &+ \left. \left(\operatorname{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2}^* U_{\beta 3}] \frac{\delta\Gamma_{23}}{\Omega_{23}} - \operatorname{Im}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \frac{2\Delta_{32}}{\Omega_{23}} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\Omega_{23}}{2} t \right) \right\} e^{-\Gamma_{23}t}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

A probabilidade dada pela Eq. (2.76) é o modelo mais geral de oscilação de neutrinos com efeitos de decoerência quântica no vácuo quando escolhemos a matriz de decoerência/dissipação para uma forma diagonal [15, 17, 20, 55]. Nesse caso, vemos pela primeira linha da Eq. (2.76), que os termos Γ_{33} e Γ_{88} afetam os termos não oscilatórios da probabilidade, o que não ocorre para o caso particular em que a energia não é dissipada. Se fazemos o limite em que $\Gamma_{ij} \rightarrow \infty$, a perda total de coerência quântica nos leva que a probabilidade assume valor igual a $1/3$, independentemente de quem seja α e β . Esta é uma consequência dos efeitos dissipativos sobre o sistema. Caso façamos $t = 0$, a probabilidade é $P_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$, como mostrado pelo Apêndice C.

Uma consequência deste caso é que há termos da forma $\delta\Gamma_{ij}/\Omega_{ij}$ e Δ_{ij}/Ω_{ij} acoplados a alguns termos de amplitude da probabilidade que podem ter um efeito de alterar a sua ordem de magnitude dependendo da força com que Γ_{ij} atue no sistema. Em particular, para $\delta\Gamma_{ij}/\Omega_{ij}$, o sinal destes termos de amplitude podem inclusive serem invertidos. Além disso, uma dinâmica nova pode ser permitida neste caso geral, pois surgem efeitos possíveis

da decoerência que atuam diretamente na fase de oscilação dos neutrinos, que podem resultar em probabilidades em que a fase de oscilação é invertida, caso

$$|\Gamma_{ii} - \Gamma_{jj}|^2 > 4\Delta_{ij}^2, \quad (2.77)$$

mudando a dinâmica da oscilação, de tal maneira que devemos fazer a seguinte transformação na Eq. (2.76),

$$\begin{aligned} \sin\left(i\frac{\Omega'_{ij}}{2}t\right) &= i\sinh\left(\frac{\Omega'_{ij}}{2}t\right), \\ \cos\left(i\frac{\Omega'_{ij}}{2}t\right) &= \cosh\left(\frac{\Omega'_{ij}}{2}t\right), \end{aligned} \quad (2.78)$$

em que

$$\begin{aligned} \Omega_{ij} &= i\Omega'_{ij}, \\ \Omega'_{ij} &= \sqrt{|\Gamma_{jj} - \Gamma_{ii}|^2 - 4\Delta_{ij}^2}, \end{aligned} \quad (2.79)$$

de maneira em que todos os termos da probabilidade em que temos Ω_{ij} , devem ser substituídos por $i\Omega'_{ij}$.

Nas seções a seguir mostraremos submodelos interessantes para serem investigados, derivados da Eq. (2.76).

2.4 Fenomenologia do parâmetro de decoerência

Em nossa investigação não supomos saber como a interação dos neutrinos ocorre com o subsistema do reservatório. Adotamos utilizar de uma fenomenologia para caracterizar o parâmetro que causa a decoerência, como proposta nas Refs. [11, 55], que é

$$\Gamma = \gamma_0 \left(\frac{E}{E_0}\right)^n, \quad (2.80)$$

onde γ_0 é o parâmetro de decoerência sem a dependência da energia, E , a energia do neutrino, e E_0 , uma energia de referência que é escolhida igual a 1 GeV. Esta forma adotada de parametrização é comum na literatura, na qual colocamos Γ dependente da energia do neutrino por uma potência n . Existem outras formas diferentes propostas para Γ , como a descrita na Ref. [15]. Independente da forma funcional assumida para este parâmetro, os vínculos dados pela Eq. (2.28) e a condição de que $D_{ii} \leq 0$ devem ser obedecidas.

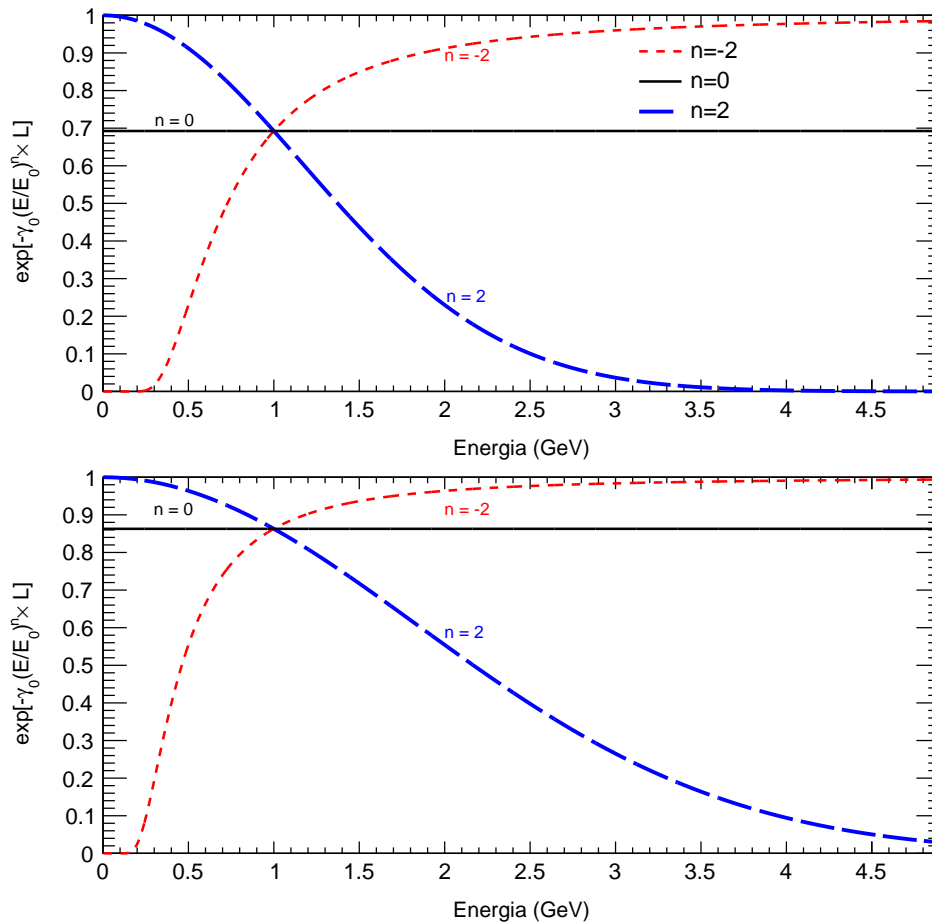


Figura 2.3: Nesta figura mostramos como a exponencial de dissipação presente na probabilidade de oscilação mais decoerência se comporta para $n = \{-2, 0, 2\}$. Usamos $\gamma_0 = 10^{-22}$ GeV, sendo o painel superior, $L = 735$ km, enquanto que para o painel inferior usamos $L = 295$ km.

Neste trabalho analisamos casos em que supomos a potência com respeito a energia ser $n = \{-2, 0, 2\}$. Quando $n = 2$, o parâmetro Γ pode ser proporcional a E^2/M_{Pl} , em que $M_{\text{Pl}} = 1,229 \times 10^{19}$ GeV, é a massa de Planck. Nesse caso, a manifestação da decoerência quântica em neutrinos seria motivado por possíveis efeitos quânticos gravitacionais. Efeitos de Γ da ordem de 10^{-19} GeV são compatíveis com possíveis flutuações do espaço como consequência da interação do neutrino com o meio (espaço). Alguns estudos abordam este tema, como mostrado pelas Refs. [11, 12, 56–58]. Para $n = -2$, o efeito é o oposto do anterior, o que nos motiva a investigá-lo por ser um cenário em que os dados utilizados nessa análise sugerem a interessantes restrições para γ_0 . No caso de $n = 0$, a decoerência ocorre sem uma dependência com a energia, o que significa ser um cenário em que não se propõe nenhuma parametrização para Γ . Este caso é o mais investigado pela literatura em decoerência de neutrinos.

Na Fig. 2.3 mostramos como a exponencial de dissipação se comporta mediante os três valores de n propostos. Em ambos os gráficos usamos $\gamma_0 = 10^{-22}$ GeV. No painel superior fizemos $L = 735$ km, e no inferior $L = 295$ km. Para $n = 0$, Γ é constante, e com isso seu efeito é o mesmo para todo o espectro de neutrinos. Em $n = -2$, γ_0 é dominante em energias mais baixas, precisamente, quando $E < 1$ GeV, enquanto que para $n = 2$, este domínio ocorre para energias maiores, para $E > 1$ GeV .

2.5 Modelos propostos para a análise

Pudemos através da discussão anterior, entender que a inclusão do fenômeno de decoerência em neutrinos nos abre a possibilidade de investigar vários cenários distintos. Decidimos por investigar 5 casos particulares. Todos os casos que propomos são permitidos pelos vínculos que os parâmetros Γ_{ii} devem obedecer, obtidos pela Eq. (2.28). Em cada um dos cenários investigados optamos por ter o efeito da decoerência descrito por um único parâmetro Γ . Na Tab. 2.2, os casos 1, 2 e 3 obedecem a condição de $v_\mu^2 \geq 0$, ou seja, a imposição da entropia ser crescente em t , enquanto que nos casos 4 e 5, esta condição não é imposta.

Tabela 2.2: Os diferentes cenários que julgamos interessantes a serem analisados são descritos nesta tabela. Em nossas análises usamos em cada caso um parâmetro apenas para a decoerência. Analisaremos no caso 1, o fato de colocar a decoerência no setor solar em igualdade com o setor atmosférico, além do mesmo em relação a dissipação. No caso 2 fazemos com que a dissipação não seja permitida. No caso 3, veremos o fato de fazermos $\Gamma_{12} = 0$ também. No caso 4 e 5, não impomos que a entropia do subsistema de neutrinos seja sempre crescente, e temos o intuito de ver consequências causadas devida a possíveis mudanças da fase de oscilação dos neutrinos.

Modelos	Γ_{12}	Γ_{33}	Γ_{13}	Γ_{23}	Γ_{88}
Caso 1	Γ	Γ	Γ	Γ	Γ
Caso 2	Γ	0	Γ	Γ	0
Caso 3	0	0	Γ	Γ	0
Caso 4	0	Γ	Γ	Γ	Γ
Caso 5	0	Γ	$\Gamma/2$	$\Gamma/2$	Γ

2.5.1 Caso 1

Neste caso impusemos, como na ref. [20], que:

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{13} = \Gamma_{23} = \Gamma_{33} = \Gamma_{88} = \Gamma, \quad (2.81)$$

que é permitido desde que,

$$v_1^2 = v_2^2 = v_3^2 = v_4^2 = v_5^2 = v_6^2 = v_7^2 = v_8^2 = \frac{\Gamma}{12}, \quad (2.82)$$

e $\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_8 = 0$. A probabilidade de conversão é dada por:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left[\rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta + \left(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta \right) \cos(\Delta_{21}t) + \left(\rho_1^\beta \rho_2^\alpha - \rho_1^\alpha \rho_2^\beta \right) \text{sen}(\Delta_{21}t) \right. \\ &+ \left(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta \right) \cos(\Delta_{31}t) + \left(\rho_4^\beta \rho_5^\alpha - \rho_4^\alpha \rho_5^\beta \right) \text{sen}(\Delta_{31}t) \\ &\left. + \left(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta \right) \cos(\Delta_{32}t) + \left(\rho_6^\beta \rho_7^\alpha - \rho_6^\alpha \rho_7^\beta \right) \text{sen}(\Delta_{32}t) \right] e^{-\Gamma t}, \end{aligned} \quad (2.83)$$

onde pudemos colocar o termo exponencial em evidência multiplicando toda a parte da probabilidade que depende dos ângulos de mistura e dos parâmetros de massa Δ_{ij} dos neutrinos. Esta probabilidade escrita em relação aos termos da matriz de mistura pode ser reduzida para uma forma mais compacta, que é

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} - \left\{ \frac{1}{3} - \delta_{\alpha\beta} + 2 \sum_{j>i} \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j}^*] [1 - \cos(\Delta_{ji}t)] \right. \\ &\left. + 2 \sum_{j>i} \text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j}^*] \text{sen}(\Delta_{ji}t) \right\} e^{-\Gamma t}. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Fazendo o caso limite em que $\Gamma \rightarrow \infty$, a probabilidade vai para $1/3$, como esperado pela Eq. (2.73). Diferente do caso em que não permitimos a dissipação de energia entre os subsistemas, temos aqui um efeito dissipativo sobre os termos contantes da probabilidade (não oscilatórios). No limite em que $\Gamma \rightarrow 0$ é fácil ver que a probabilidade se reduz ao caso de oscilação pura.

Neste cenário queremos investigar as consequências de permitir a possibilidade de efeitos dissipativos. Podemos ter uma boa ideia da sensibilidade dos dados para este efeito através da análise do comportamento das curvas da probabilidade.

Nas Figuras 2.4 e 2.5 mostramos as curvas de $P_{\alpha\beta}$ em função da energia para a transição de sabores e sobrevivência, respectivamente. Mostramos como a probabilidade se comporta para os valores de n escolhidos para a análise e comparamos o efeito de Γ com o caso

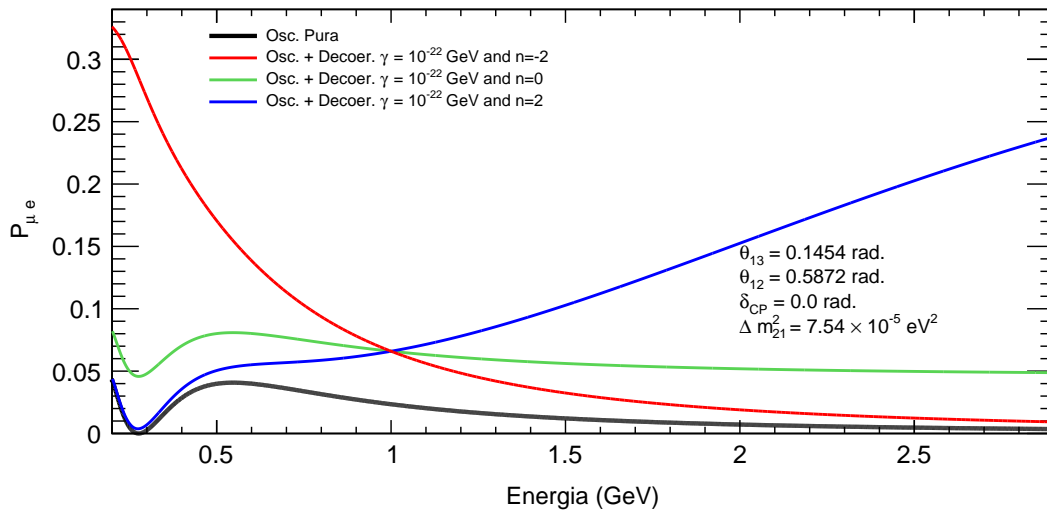


Figura 2.4: Probabilidade de transição do neutrino muônico para o eletrônico para oscilação pura, dado na curva preta, em comparação com o caso 1 de oscilação com decoerência, para $n = -2, 0, 2$, dado pelas curvas vermelha, verde e azul, respectivamente. Os valores usados para os parâmetros foram os mesmos da Fig. 2.1.

de oscilação pura (curva preta). Usamos $\gamma_0 = 10^{-22}$ GeV, que podemos considerar como um valor de efeito significativo no amortecimento da oscilação de neutrinos, dada a ordem de magnitude de Δm_{ij}^2 . Em relação aos parâmetros de oscilação, os valores usados para as curvas estão descritos na legenda das figuras, com excessão de $\Delta m_{32}^2 = 2,50 \times 10^{-3}$ eV² e $\sin^2 \theta_{23} = 0,50$.

Na Fig. 2.4 fizemos $L = 295$ km, onde podemos ver para $n = -2$ (curva vermelha), que o efeito da decoerência é dominante para baixas energias, enquanto que para $n = 2$ (curva azul), é dominante para altas energias, como esperado pelo comportamento obtido da análise apenas do termo exponencial de Γ . Para $n = 0$ (curva verde), o efeito é constante sobre todo o espectro de energia. O efeito de $n = 0$ é intermediário entre os subcasos $n = \pm 2$.

Na Fig. 2.5 mostramos no painel superior, a probabilidade para $L = 735$ km. Fazemos também com que o intervalo de energia seja de (0,5 – 11) GeV, dentro da realidade do espectro dado pelo experimento MINOS. O efeito da decoerência nestas condições é favorecido quando $n = 2$. No painel inferior usamos $L = 295$ km, e o intervalo de energia foi escolhido de (0,2 – 2,9) GeV, que é algo próximo do que temos para o espectro de T2K. Nestas condições, a decoerência é favorecida quando $n = -2$ para a região próxima do mínimo da oscilação. Para $n = 2$ também há um efeito significativo que começa a partir de 1,5 GeV. No entanto, para essas energias se espera que a contribuição estatística pelos dados não tenha significância. Podemos concluir das curvas das probabilidades que

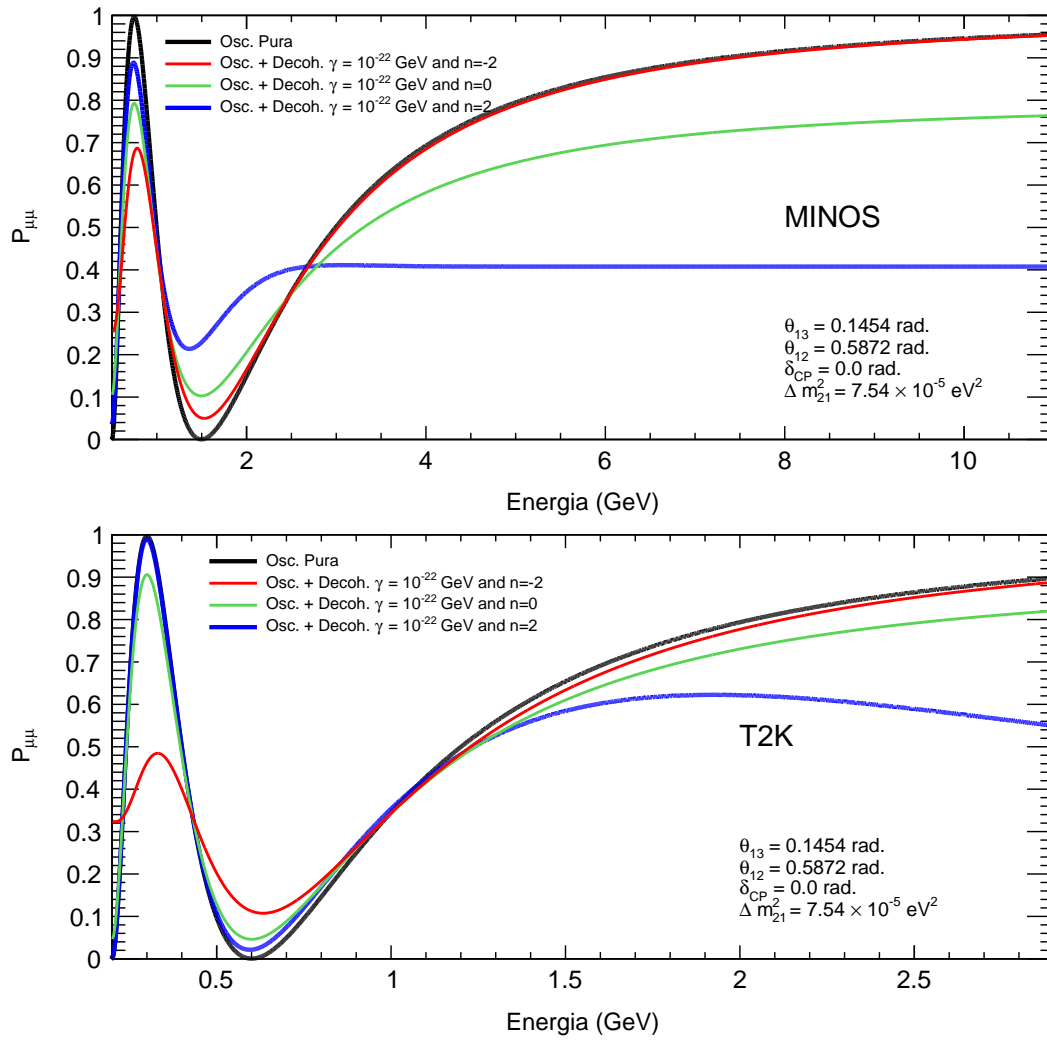


Figura 2.5: Probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico onde no painel superior usamos $L = 735$ km e no inferior, $L = 295$ km. Adotamos o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.

MINOS parece favorecer casos em que $n = 2$, enquanto que T2K pode favorecer $n = -2$.

2.5.2 Caso 2

Este cenário pode ser visto como um caso particular do dado na seção anterior, pois fizemos a imposição de não haver efeitos dissipativos no subsistema dos neutrinos. Fizemos com que $\Gamma_{33} = \Gamma_{88} = 0$, e que

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{13} = \Gamma_{23} = \Gamma, \quad (2.85)$$

sendo possível desde que,

$$v_3^2 = v_8^2 = \frac{\Gamma}{4} \quad (2.86)$$

e $v_1^2 = v_2^2 = v_4^2 = v_5^2 = v_6^2 = v_7^2 = 0$, reduzindo este caso ao mesmo da Eq. (2.48). A probabilidade pode ser descrita como a seguir:

$$\begin{aligned}
 P_{\alpha\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta + \left[\left(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta \right) \cos(\Delta_{21}t) + \left(\rho_1^\beta \rho_2^\alpha - \rho_1^\alpha \rho_2^\beta \right) \text{sen}(\Delta_{21}t) \right. \right. \\
 & + \left. \left(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta \right) \cos(\Delta_{31}t) + \left(\rho_4^\beta \rho_5^\alpha - \rho_4^\alpha \rho_5^\beta \right) \text{sen}(\Delta_{31}t) \right. \\
 & \left. \left. + \left(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta \right) \cos(\Delta_{32}t) + \left(\rho_6^\beta \rho_7^\alpha - \rho_6^\alpha \rho_7^\beta \right) \text{sen}(\Delta_{32}t) \right] e^{-\Gamma t} \right\}, \quad (2.87)
 \end{aligned}$$

e reduzida a uma forma mais simples se escrita em função dos termos da matriz de mistura:

$$\begin{aligned}
 P_{\alpha\beta} = & \delta_{\alpha\beta} - 2 \left\{ \sum_{j>i} \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j}^*] [1 - e^{-\Gamma t} \cos(\Delta_{ji}t)] \right. \\
 & \left. + \sum_{j>i} \text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j}^*] e^{-\Gamma t} \text{sen}(\Delta_{ji}t) \right\}. \quad (2.88)
 \end{aligned}$$

Este cenário é interessante, pois podemos analisar o efeito de permitir ou não a dissipação de energia, que pode ser obtido da comparação entre os casos 1 (dissipação) e 2 (decoerência intrínseca).

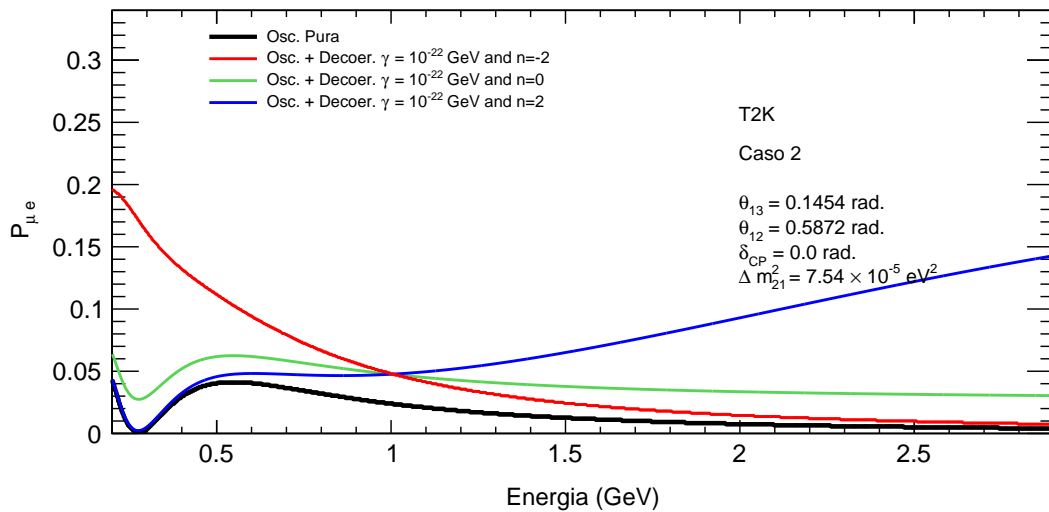


Figura 2.6: Segue o mesmo padrão e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.

As Figuras 2.6 e 2.7 mostram as curvas das probabilidades de transição e sobrevivência, respectivamente, para $n = -2, 0, 2$, dada no mesmo padrão das Figuras 2.4 e 2.5 do caso 1 (usamos o mesmo valor de γ_0 , assim como também os de oscilação). Para a transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, em comparação com o caso 1, o efeito de não permitir dissipações no subsistema de neutrinos é perceptível em todos os valores de n . O impacto sobre a probabilidade para este caso diminuiu em comparação com o obtido pelo caso anterior. Isto nos fornece

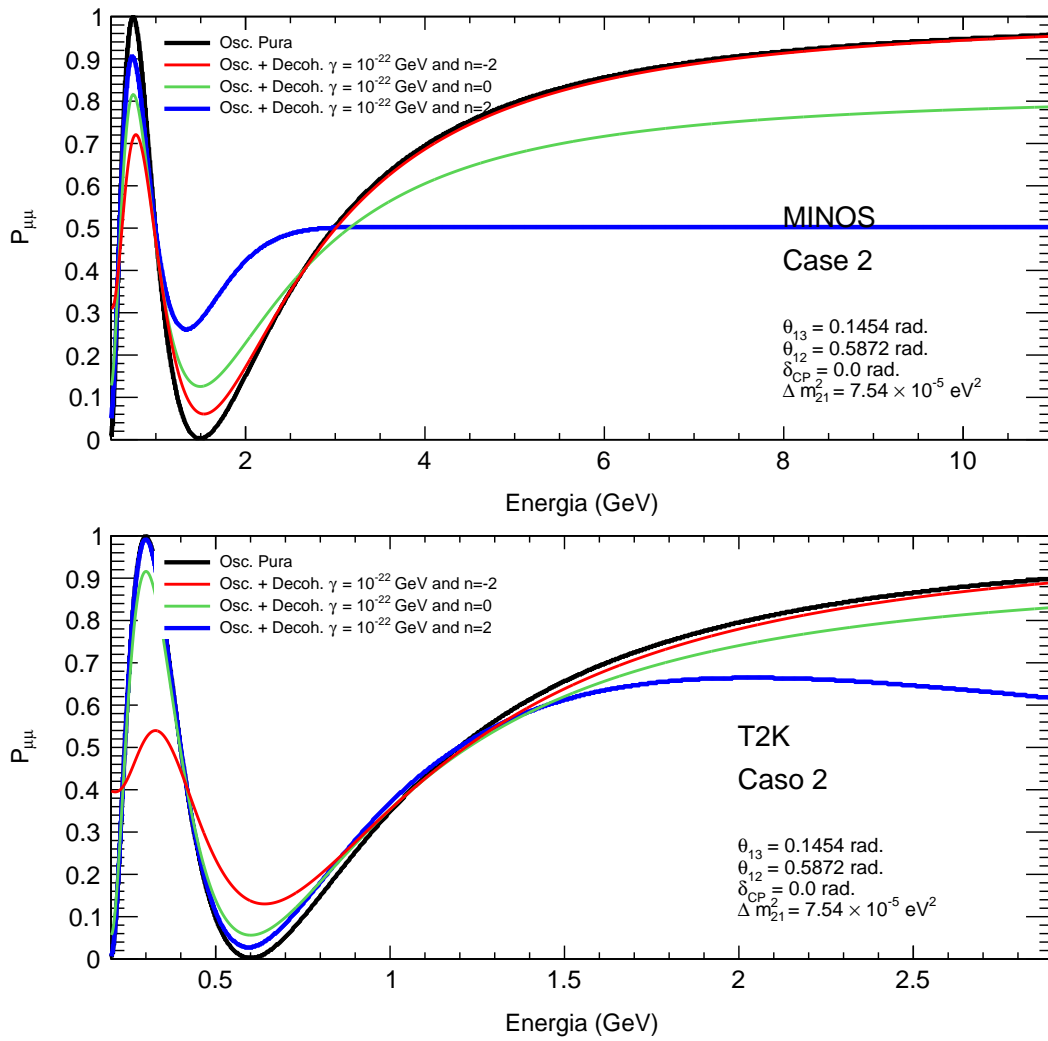


Figura 2.7: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.

algumas pistas de que a dissipação tenha um certo papel neste canal de análise em relação a este canal de oscilação.

Em relação a probabilidade de sobrevivência, para o L de MINOS, o valor de γ_0 usado para obter estas curvas é suficiente para que ocorra o amortecimento total da oscilação para este valor de n . Com isso, no caso 1, a probabilidade se estabiliza para $1/3$, enquanto para o caso 2 isto ocorre para uma constante que depende dos valores atribuídos para os ângulos de mistura (no caso é algo entorno de $1/2$). Também vemos esta diferença para o L do T2K, porém, não a ponto de observar o amortecimento completo da oscilação para este valor de γ_0 usado.

2.5.3 Caso 3

Para este cenário queremos investigar qual o impacto que Γ_{12} têm nesses modelos. Caso a decoerência em neutrinos siga o padrão ocorrido na oscilação usual, esperamos que $\Gamma_{12} \ll \Gamma_{23}$, pois sabemos que $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2$. Já Γ_{13} seria da ordem de Γ_{23} , pois $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2$, que implica que Δm_{32}^2 e Δm_{31}^2 possuem mesma ordem de magnitude. Se os neutrinos obedecerem tais condições, uma boa aproximação seria fazer $\Gamma_{12} = 0$, e que

$$\Gamma_{13} = \Gamma_{23} = \Gamma, \quad (2.89)$$

caracterizando este caso como um modelo atmosférico, assim chamado por algumas Refs. [59, 60]. Este cenário é possível com a imposição de que

$$v_8^2 = \frac{\Gamma}{3} \quad \text{e} \quad v_1^2 = v_2^2 = v_3^2 = v_4^2 = v_5^2 = v_6^2 = v_7^2 = 0. \quad (2.90)$$

Como $\Gamma_{12} \neq 0$ no caso 1, isto nos permite analisar se há alguma diferença causada pela presença ou não deste parâmetro através da comparação deste caso com o 2. A probabilidade para este cenário é descrita como um subcaso da Eq. (2.48), dado como:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} = & \delta_{\alpha\beta} - 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] [1 - \cos(\Delta_{21}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \text{sen}(\Delta_{21}t) \right. \\ & + \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] [1 - e^{-\Gamma t} \cos(\Delta_{31}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] e^{-\Gamma t} \text{sen}(\Delta_{31}t) \\ & \left. + \text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] [1 - e^{-\Gamma t} \cos(\Delta_{32}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] e^{-\Gamma t} \text{sen}(\Delta_{32}t) \right\}, \end{aligned} \quad (2.91)$$

que é um modelo de decoerência intrínseca, pois Γ atua somente nos termos oscilatórios da probabilidade.

Sabemos que $\Delta m_{21}^2 / \Delta m_{32}^2 \approx 10^{-2}$, o que nos permite negligenciar Δm_{21}^2 como uma boa aproximação em análises do setor atmosférico. Neste limite, a contribuição da amplitude do setor solar é nula, como podemos ver ao fazê-lo na Eq. (2.91). Isso significa que o efeito de Γ_{12} pode ser maior que o de Γ_{13} e Γ_{23} , mas, como Δm_{21}^2 interfere pouco neste setor, podemos não ser capazes de ver o efeito da decoerência causada por Γ_{12} . Neste caso, podemos analisar se ao negligenciar Γ_{12} , isto causa um impacto na análise em geral.

No canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$, podemos comparar as Figuras 2.7 e 2.9, que nos mostram a sobrevivência do neutrino muônico para os casos 2 e 3, respectivamente. Não vemos basicamente nenhuma diferença entre negligenciar ou não o valor de Γ_{12} . Como esperado, os termos relacionados a mistura $\nu_1 - \nu_2$ não são perceptíveis frente aos termos de mistura $\nu_1 - \nu_3$

e $\nu_2 - \nu_3$, que possuem forte dependência com os parâmetros θ_{23} e Δm_{32}^2 . Portanto, em análises de desaparecimento de neutrinos muônicos não esperamos observar um impacto devido a Γ_{12} para os dados analisados.

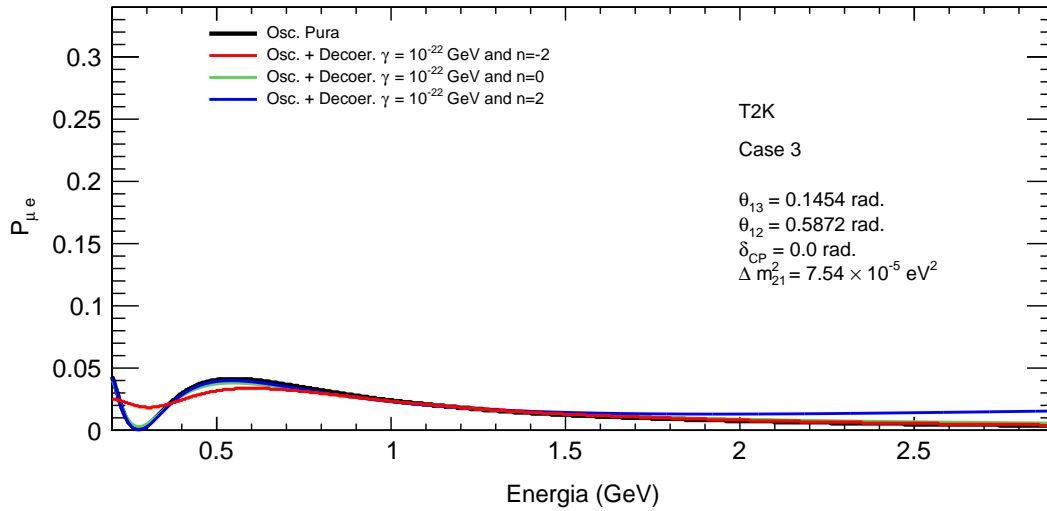


Figura 2.8: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.

Comparando a Fig. 2.6 com a 2.8 vemos que o efeito de fazer $\Gamma_{12} = 0$, causa uma diferença significativa no canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, em que possivelmente devemos ver um efeito entre os casos 2 e 3. Isto nos leva a pensar que Γ_{12} pode ter um papel efetivo em análises de aparecimento.

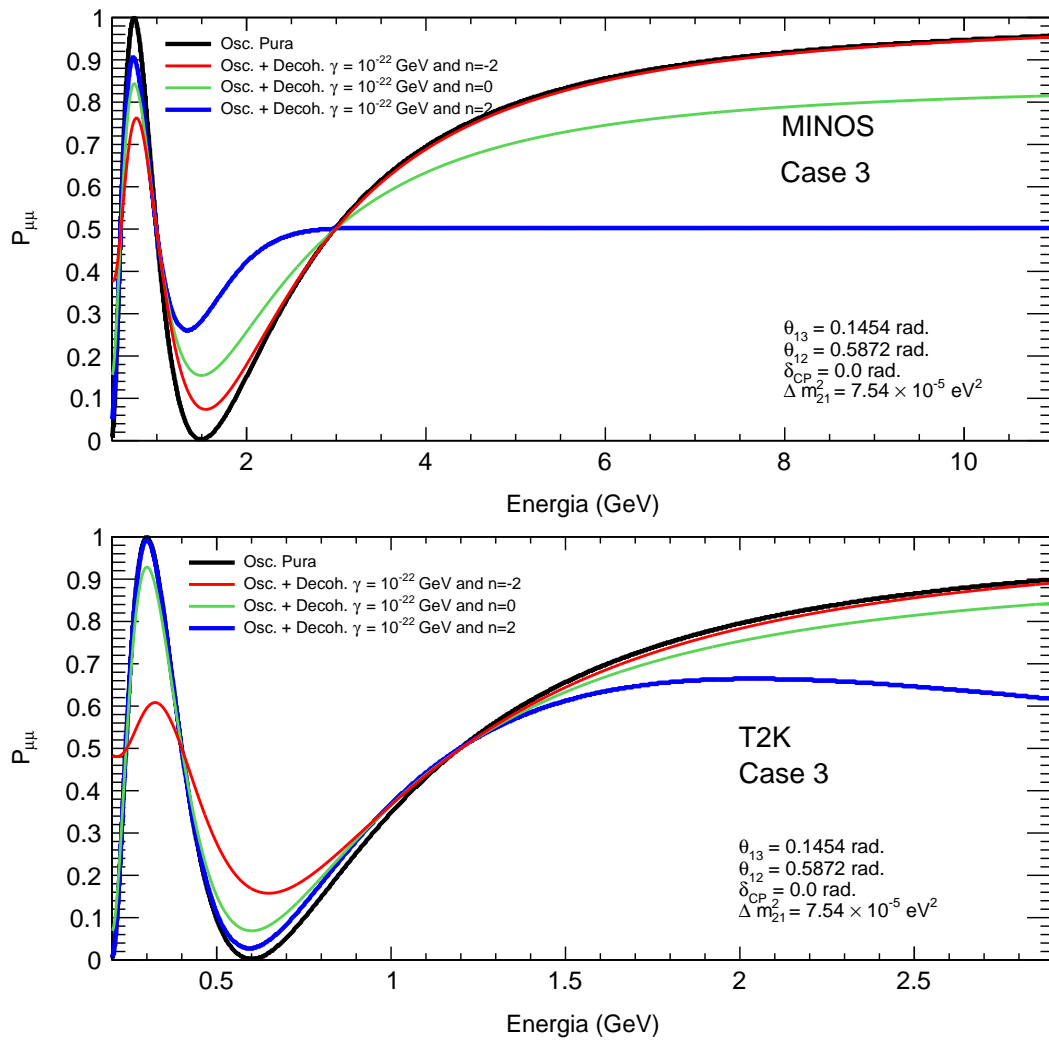


Figura 2.9: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.

2.5.4 Caso 4

Para este caso permitimos efeitos dissipativos, porém, fizemos $\Gamma_{12} = 0$, enquanto que

$$\Gamma_{13} = \Gamma_{23} = \Gamma_{33} = \Gamma_{88} = \Gamma \quad (2.92)$$

que é um caso permitido fazendo a imposição de que

$$v_1^2 = v_2^2 = v_4^2 = v_5^2 = v_6^2 = v_7^2 = \frac{\Gamma}{12}, \quad v_8^2 = \frac{\Gamma}{6} \quad \text{e} \quad v_3^2 = -\frac{\Gamma}{6}, \quad (2.93)$$

e que resulta em um cenário em que não garantimos que a entropia do subsistema de neutrinos seja crescente com t . A probabilidade pode ser escrita como se segue:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} = & \frac{1}{3} - 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] [1 - \cos(\Delta_{21}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \text{sen}(\Delta_{21}t) \right\} \\ & - 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] [1 - \cos(\Delta_{31}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \text{sen}(\Delta_{31}t) \right. \\ & + \left. \text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] [1 - \cos(\Delta_{32}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \text{sen}(\Delta_{32}t) \right. \\ & \left. + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} \right\} e^{-\Gamma t}, \end{aligned} \quad (2.94)$$

sendo bem semelhante ao que obtivemos na Eq. (2.84), com excessão que o termo exponencial de Γ não interfere nos termos associados ao setor solar. Este é justamente o motivo que faz com que este caso viole a condição da entropia. Para que a entropia seja crescente com t , não podemos ter um efeito dissipativo que seja mais forte um efeito típico de decoerência intrínseca, como o causado por Γ_{12} .

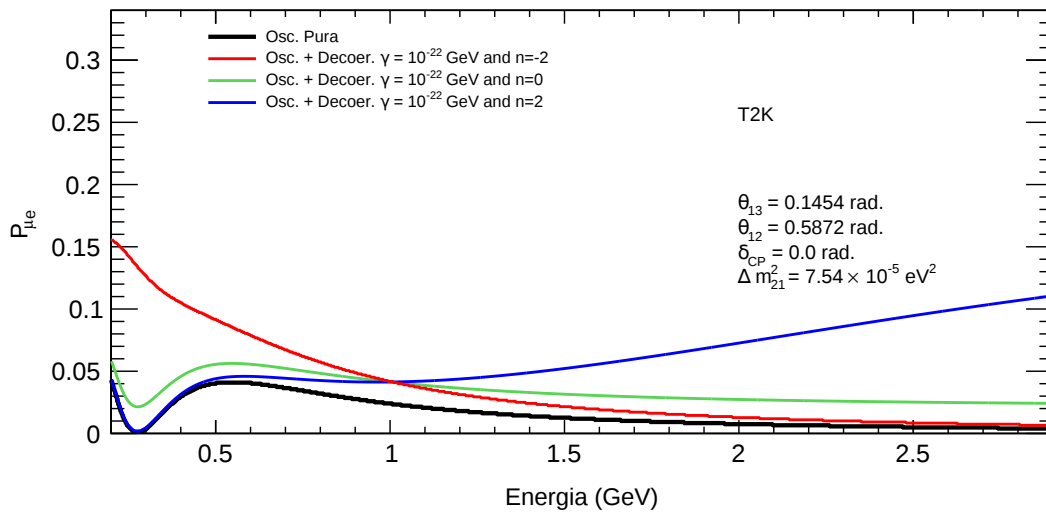


Figura 2.10: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.

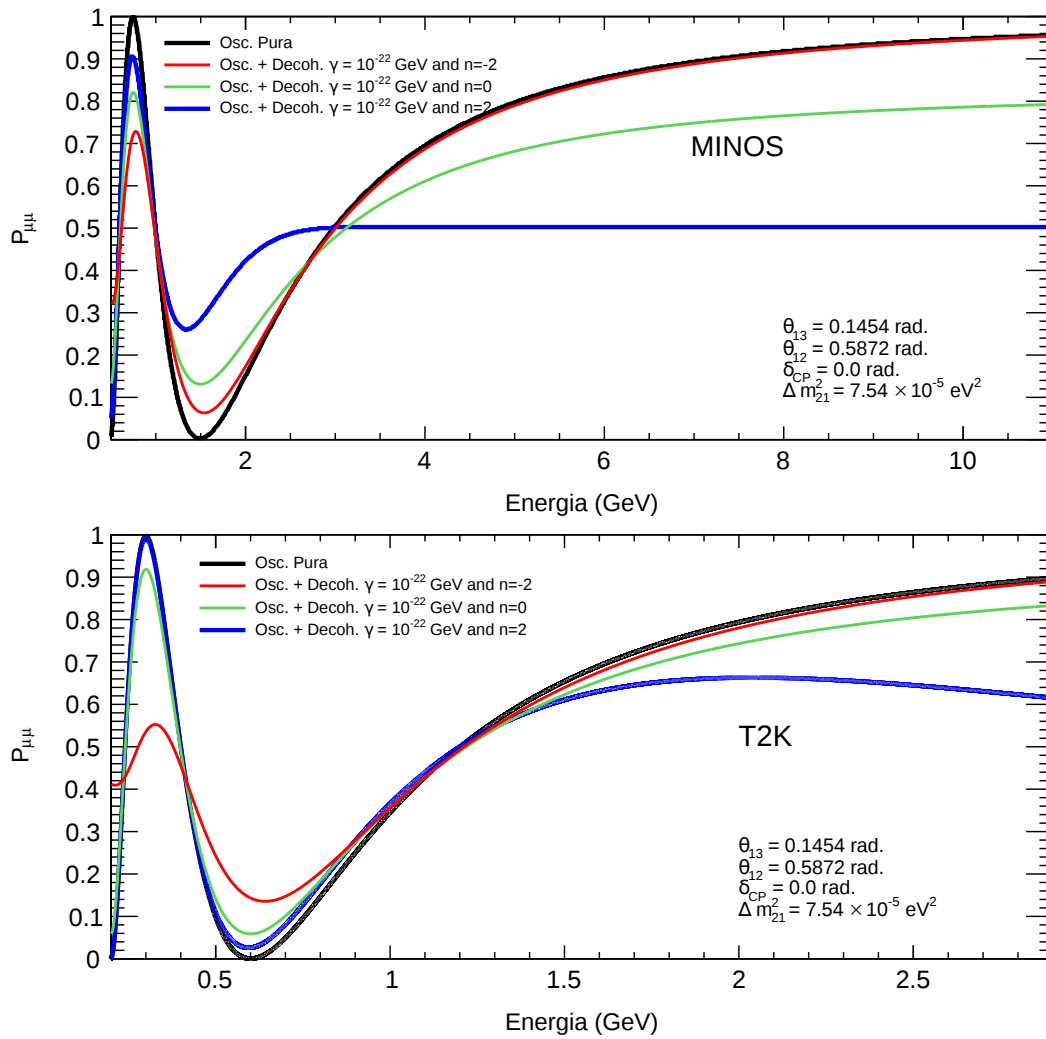


Figura 2.11: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.

As Figuras 2.10 e 2.11 seguem o mesmo padrão de cores adotadas no caso 1. O valor fixado para γ_0 e todos os outros parâmetros de oscilação usados também são os mesmos dos casos anteriores. Fazendo uma comparação entre os casos 1 e 4, não vemos diferença entre os cenários para a probabilidade de sobrevivência. Para a probabilidade de transição, acreditamos que a diferença maior é provocada por conta de escolhermos $\Gamma_{12} = 0$ para este cenário. Em $n = -2$, a probabilidade cresce em energias abaixo de 1 GeV, enquanto que para $n = 2$, isto ocorre para energia acima de 1 GeV, como esperado pela análise do comportamento das curvas pelo caso 1.

Fazendo o limite em que $\Gamma \rightarrow \infty$, a probabilidade não vai para $1/3$, como esperado dos casos em que a dissipação é permitida. Isto significa que mesmo havendo dissipação de energia do sistema, os autoestados não tendem a ir para uma condição de mistura máxima. Esta é uma implicação que ocorre por não impormos a entropia ser crescente

com t . No limite em que $\Gamma \rightarrow 0$, a probabilidade vai para o caso padrão.

2.5.5 Caso 5

No caso 5 temos como motivação investigar as consequências da decoerência em um cenário em que permitimos que o efeito de Γ ocorra na frequência da probabilidade.

O modelo de oscilação de neutrinos possui uma frequência Δ_{ij} que varia com a variável L/E . Em experimentos de aceleradores a distância é fixa e esta frequência varia apenas com $1/E$. Quando adicionamos a decoerência quântica na oscilação de neutrinos, vemos pelas Eqs. (2.60) e (2.73) que a frequência da probabilidade passa também a depender de Γ . A parametrização do parâmetro de decoerência dado na seção 2.4 faz com que a frequência tenha uma dependência com a energia de uma maneira diferente do caso usual. Além disso, abrimos a possibilidade neste modelo de observar valores de Ω_{ij} complexos. Isto causa uma mudança da dinâmica da oscilação transformando a probabilidade de uma função senoidal para uma função senoidal hiperbólica através de uma inversão de fase da frequência. Esta fase pode ser escrita como:

$$\Omega_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{E} \sqrt{1 - \left(\frac{E}{\Delta m_{ij}^2}\right)^2 \gamma_0^2 \left(\frac{E}{E_0}\right)^{2n}}, \quad (2.95)$$

onde a energia para qual a inversão de fase ocorre é dada quando

$$E[\text{GeV}] \geq \left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{\gamma_0} 10^1(10^{-19})[\text{GeV}]\right)^{\frac{1}{1+n}} \times (E_0[\text{GeV}])^{\frac{n}{1+n}}, \quad (2.96)$$

onde E é dado em unidades de [GeV]. Com isso, peguemos um cenário em que $\Delta m_{ij_{\min}}^2 = 2,0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\Delta m_{ij_{\max}}^2 = 2,8 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, e, $\gamma_{0_{\min}} = 10^{-8}(10^{-19}) \text{ GeV}$ e $\gamma_{0_{\max}} = 10^{-2}(10^{-19}) \text{ GeV}$, que é dado em termos de $(10^{-19}) \text{ GeV}$. A ordem desses valores é obtida, uma vez que escolhemos Δm_{ij}^2 em unidades de $[\text{eV}^2]$ e γ_0 em [GeV]. Sendo min e max, o valor inferior e superior destes parâmetros. Dado isto, para os valores de n que escolhemos, a inversão de fase ocorre para

$$\begin{aligned} n = -2, & \quad E \geq 0,5 \text{ GeV}; \\ n = 0, & \quad E \geq 2,0 \text{ GeV}; \\ n = 2, & \quad E \geq 1,26 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (2.97)$$

Para um caso em que queremos investigar todos estes efeitos comentados anteriormente, escolhemos o seguinte cenário:

$$\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma_{44} = \Gamma_{66} = 0, \quad (2.98)$$

e que

$$\Gamma_{33} = \Gamma_{88} = \Gamma, \quad \frac{1}{2}\Gamma_{55} = \Gamma_{13} = \frac{1}{2}\Gamma, \quad \frac{1}{2}\Gamma_{77} = \Gamma_{23} = \frac{1}{2}\Gamma. \quad (2.99)$$

em que temos que impor que

$$v_1^2 = v_2^2 = \frac{\Gamma}{12}, \quad v_3^2 = -\frac{\Gamma}{6}, \quad v_4^2 = v_6^2 = \frac{5\Gamma}{24}, \quad v_5^2 = v_7^2 = -\frac{\Gamma}{24} \quad \text{e} \quad v_8^2 = 0, \quad (2.100)$$

que resulta em outro caso onde a condição da entropia não é obedecida.

Este cenário é semelhante ao caso 4, pois em ambos fazemos $\Gamma_{12} = 0$ e os outros parâmetros diferentes de zero. Em nossa análise temos o intuito de comparar ambos para observarmos o que ocorre nesse modelo onde a fase de oscilação possa ser invertida. A probabilidade neste caso pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} - 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] [1 - \cos(\Delta_{21}t)] + \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \text{sen}(\Delta_{21}t) \right\} \\ &- 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \left[1 - \cos\left(\frac{\Omega_{13}}{2}t\right) \right] + \text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \left[1 - \cos\left(\frac{\Omega_{23}}{2}t\right) \right] \right\} \\ &+ 2 \left(\text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \frac{\Delta_{31}}{\Omega_{13}} - \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \frac{\Gamma}{\Omega_{13}} \right) \text{sen}\left(\frac{\Omega_{13}}{2}t\right) \\ &+ 2 \left(\text{Im}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \frac{\Delta_{32}}{\Omega_{23}} - \text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \frac{\Gamma}{\Omega_{23}} \right) \text{sen}\left(\frac{\Omega_{23}}{2}t\right) \\ &+ \left. \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta} \right\} e^{-\Gamma t}, \end{aligned} \quad (2.101)$$

onde podemos observar que a forma da Eq. (2.101) é similar à obtida pela Eq. (2.94). A grande diferença é a frequência de oscilação que passa a ser proporcional à Ω_{ij} , e os pesos Δ_{ij}/Ω_{ij} associados aos termos de amplitude da parte imaginária, e Γ/Ω_{ij} associados aos da parte real. Caso Δ_{ij} e Ω_{ij} tenham mesma ordem de grandeza e $\Gamma \ll \Omega_{ij}$, reduziríamos este caso ao 4.

As Figuras 2.12 e 2.13 mostram o caso de transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ e sobrevivência $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ respectivamente. Comparando com as Figuras 2.10 e 2.11 do caso 4, vemos que não temos diferenças entre as curvas dos dois casos para as curvas da probabilidade de transição de sabores. No caso da sobrevivência do neutrino muônico, os casos 4 e 5 diferem em relação ao limite em que $\Gamma \rightarrow \infty$ devido ao efeito dos pesos Γ/Ω_{ij} e Δ_{ji}/Ω_{ij} que multiplicam a amplitude da probabilidade. Este impacto fez com que o amortecimento total da oscilação ocorresse novamente para um valor próximo de $1/3$.

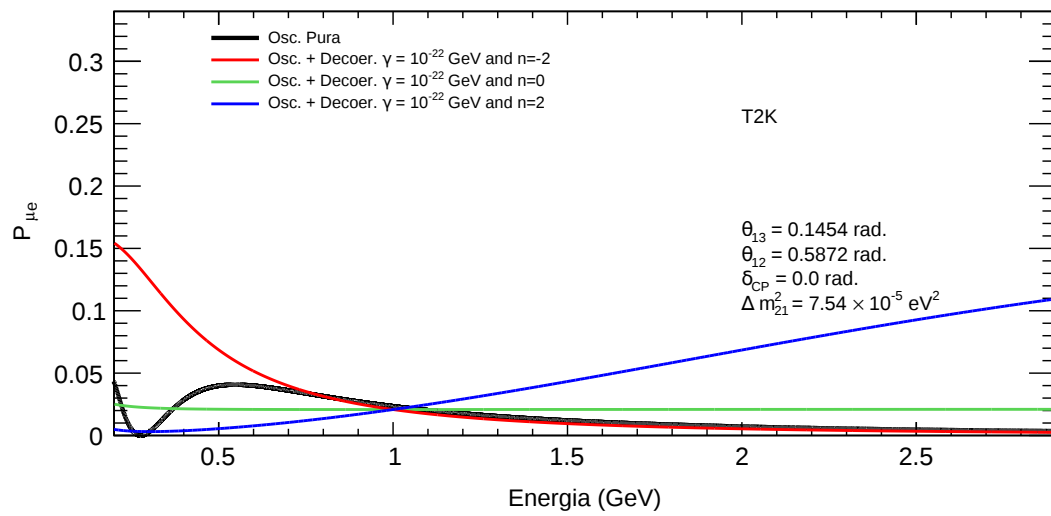


Figura 2.12: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.4.

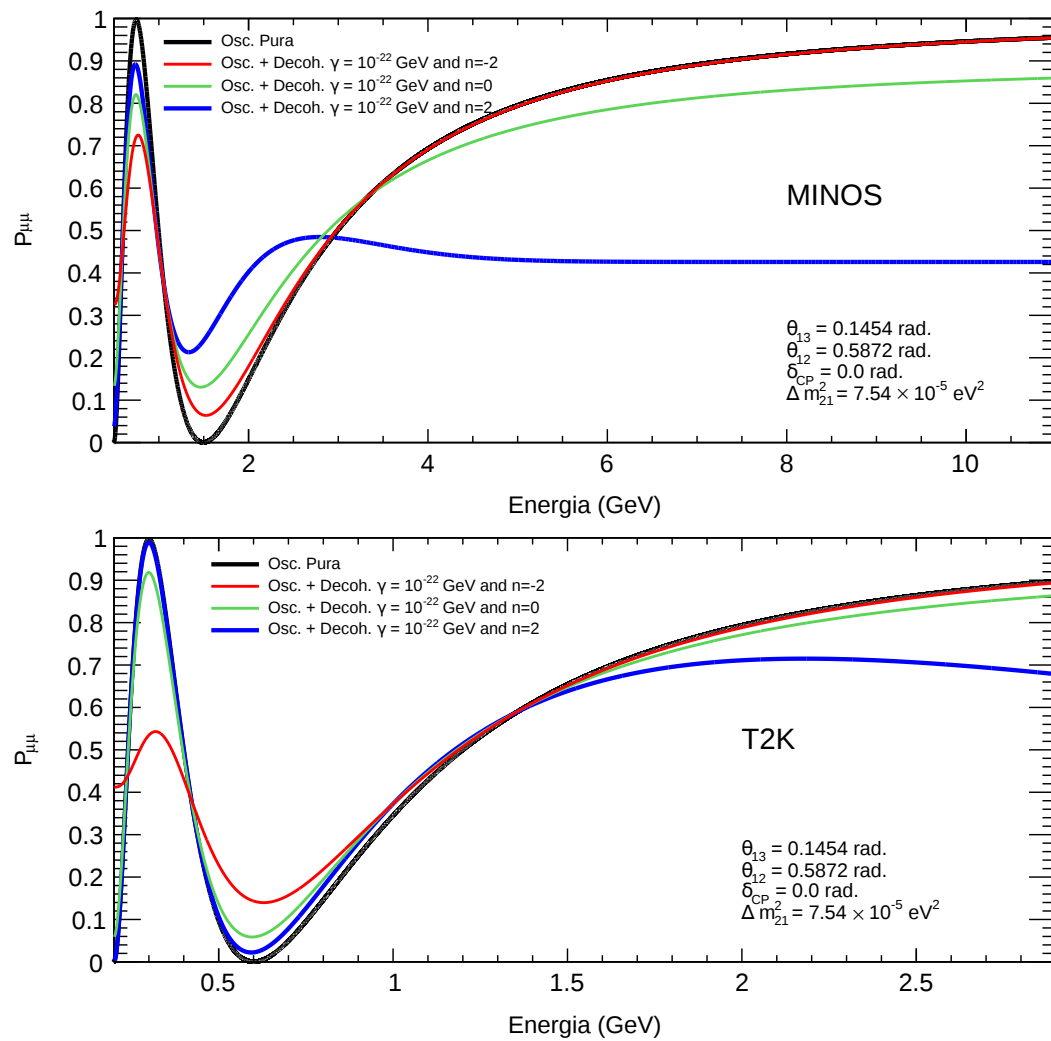


Figura 2.13: Segue o mesmo padrão de cores e os mesmos valores dos parâmetros da Fig. 2.5.

2.6 Limites de Γ obtidos pela literatura

A seguir mostramos um levantamento breve dos limites superiores obtidos para os modelos que levam em conta a decoerência quântica na dinâmica dos neutrinos.

O experimento Super-Kamiokande [2] obteve fortes limites para $n = 2$, que é motivado como uma explicação a possíveis efeitos quânticos gravitacionais [11, 12, 56–58] devido a interação do neutrino com o meio. Estes resultados podem ser encontrados na Ref. [11], em que foram usados dados de neutrinos atmosféricos. O limite superior obtido foi da ordem de $\gamma_0 < \mathcal{O}(10^{-25})$ GeV no nível de 90% C.L., para um modelo simples em duas famílias de neutrinos.

Um estudo fenomenológico também usando dados de neutrinos atmosféricos [13], agora, da colaboração IceCube/DeepCore [59] apresentou uma discussão da importância em se usar a probabilidade de neutrinos na matéria⁴ e como este efeito pode interferir nas análises dos limites de Γ como uma nova interpretação da evolução dos autoestados. Os resultados de IceCube/DeepCore foram para análises de modelos com o parâmetro Γ_{12} e $\Gamma_{13} - \Gamma_{23}$, chamados pelos autores de modelos solares e atmosféricos, respectivamente. Neste trabalho foram investigados os efeitos nas hierarquias normal e invertida, obtendo fortes restrições para o limite superior de Γ em $n = 2$. O limite superior de γ_0 obtido para este n foi o que mais restringiu a possibilidade de decoerência na literatura, que foi $\gamma_0 < 1,9 \times 10^{-32}$ GeV para o nível de 95% C.L.. Este limite foi obtido para o modelo solar na hierarquia normal, e o mesmo limite foi obtido para o modelo atmosférico na hierarquia invertida.

Para os modelos solares, na Ref. [61] é apresentado uma análise com boas restrições para Γ_{12} usando dados de longa linha de feixe do KamLAND [5] em uma família de três neutrinos, onde os autores supuseram $n = -1, 0, 1$. Para fechar os resultados da literatura usando dados de longa linha de feixe, na Ref. [62], usando dados de MINOS, restrições para Γ em modelos focados ao Γ_{23} foram feitos para $n = -2, -1, 0, 1, 2$, onde se assumiu análises com modelos em dois sabores de neutrinos. Uma análise de sensibilidade para modelos solar e atmosférico também foi feita para DUNE na Ref. [60] supondo $n = 0$ e obteve limites expressivos para o modelo atmosférico.

Recentemente, a decoerência em neutrinos tem obtido um certo destaque pela literatura, como apresentado em [63], como uma possível explicação sobre uma tensão nas

⁴Neutrinos atmosféricos podem atravessar todo o planeta Terra, portanto, efeitos de matéria tem um papel importante em análises de oscilação de neutrinos.

medidas experimentais entre $\text{NO}\nu\text{A}$ e T2K em relação ao máximo ângulo de θ_{23} , que foi excluído pela análise anterior de $\text{NO}\nu\text{A}$ [64] com 90% C.L.. Na verdade, a análise atual de $\text{NO}\nu\text{A}$ [8] consideravelmente diminuiu esta tensão para menos do que 1σ C.L.. Na Ref. [63] é discutido a possibilidade do efeito da decoerência aliviar este conflito na medida de θ_{23} pelos dois experimentos caso o valor de $\Gamma_{32} = (2.3 \pm 1.1) \times 10^{-23}$ GeV para $n = 0$ seja permitido, entretanto, os limites superiores dados pela Ref. [13] já refutaram este valor.

Em experimentos de *short-baseline* (linha de feixe curta), como MiniBooNe e LSND foram observados uma certa anomalia com os neutrinos, onde foram observados um excesso em relação ao esperado. A decoerência em neutrinos também foi proposta para explicar este fato no experimento LSND, como dado nas Refs. [15, 55].

A partir deste levantamento bibliográfico vemos a importância em contribuir com novos limites de γ_0 apresentados pela literatura usando dados de aceleradores, pois o último trabalho feito foi com dados não completos de MINOS.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE ANÁLISE E VALIDAÇÃO DOS DADOS

Neste capítulo temos como objetivo discorrer sobre a metodologia desenvolvida para analisar estatisticamente os dados usados neste trabalho. Mostramos também a validação desta metodologia a partir da comparação dos nossos resultados obtidos para o caso padrão da oscilação com os da literatura que usaram os mesmos dados desta análise [6, 7].

3.1 Cálculo do espectro de eventos esperados

Os experimentos de neutrinos de aceleradores são também chamados de experimentos de longa linha de feixe, do termo em inglês *long-baseline*, sendo caracterizados por 2 detectores de neutrinos. Um detector fica próximo da fonte inicial do fluxo de neutrinos, com o objetivo de observar eventos que não oscilaram. Isto é válido porque a frequência de oscilação é aproximadamente nula neste caso por depender linearmente com a distância do detector à fonte e inversamente com a energia dos neutrinos. Este detector é chamado de *Near Detector*. O segundo detector fica longe da fonte inicial do fluxo de neutrinos e por isso é chamado de *Far Detector*. O fluxo que passa pelo segundo detector de neutrinos é o que esperamos ter sofrido o fenômeno de oscilação.

Os experimentos tomam dados no *Near Detector* e o extrapolam via um método de Monte Carlo para o que seria esperado obter no *Far Detector*. Assim, é possível prever o espectro de neutrinos no *Far*, caso a frequência de oscilação fosse nula. Em contra partida,

dados experimentais são também tomados no *Far*. Isto permite o compararmos com os eventos esperados sem este efeito anômalo e analisar estatisticamente os dados segundo o modelo de oscilação de neutrinos afim de ajustar as frequências e os ângulos de mistura da matriz PMNS.

Na Tab. 3.1 mostramos uma lista de símbolos para facilitar o entedimento de algumas distribuições usadas na análise.

Tabela 3.1: Lista de símbolos das distribuições mostradas ao longo deste capítulo.

Símbolos	Descrição
$N^{\text{un-osc}}$	Número de eventos esperados sem oscilação
N^{osc}	Número de eventos esperados segundo o modelo de oscilação pura
N^{dados}	Número de eventos observados nos dados
N^{b}	Número de eventos provindos de ruído (<i>background</i>)
N^{mod}	Número de eventos esperados segundo o modelo analisado

Os eventos esperados segundo um modelo em um *bin* i de energia N_i^{mod} , é calculado da seguinte forma:

$$N_i^{\text{mod}} = \left(\sum_{j=1}^{\text{bins}} \phi_j^{\text{Far}} \times \bar{P}_j^{\text{mod}} \times \sigma_j^{\text{int}} \times G_{ji} \right)_i \times \epsilon_i, \quad (3.1)$$

onde ϕ^{Far} é o fluxo que passa pelo detector *Far*, \bar{P}^{mod} , a probabilidade obtida através do modelo analisado, σ^{int} , a seção de choque para uma certa interação *int* e G , a matriz de reconstrução de energia do neutrino.

O fluxo ϕ^{Far} pode ser calculado como:

$$\phi_j^{\text{Far}} = \left(\sum_{k=1}^{\text{bins}} \phi_k^{\text{Near}} \times f_{kj}^{F/N} \right)_j, \quad (3.2)$$

onde ϕ^{Near} é o fluxo que passa pelo detector *Near* praticamente. Todo o fluxo gerado pela fonte passa pelo detector perto, ou seja, o espectro de energia produzido pelo acelerador pode ser totalmente observado neste detector. $f^{F/N}$ é uma matriz que simula como a extrapolação do fluxo ocorre para o *Far*. A extrapolação é influenciada por efeitos geométricos, como o ângulo sólido com que o fluxo é gerado. Como o *Far Detector* se localiza a uma longa distância da fonte, a dispersão do fluxo faz com que apenas uma pequena

seção de área do fluxo original passe pelo detector longe. O efeito causado pelo ângulo sólido influencia também a energia do fluxo que passa pelo *Far*, uma vez que os neutrinos menos dispersos são os mais energéticos e os mais prováveis de passarem pelo *Far*, caso seja um experimento *on-axis* (alinhado com a linha de feixe de neutrinos). Com intuito de melhorar a capacidade dos ajustes dos parâmetros de oscilação, é interessante em alguns experimentos que o detector *Far* não esteja alinhado com o fluxo de neutrinos da fonte¹. Isso se faz necessário para que os neutrinos observados no *Far* sejam de energias mais baixas, o que permite nesses casos específicos, uma melhora significativa da sensibilidade do experimento aos parâmetros de oscilação. Com todas estas informações em mente, propomos parametrizar a matriz $f^{F/N}$ por meio de gaussianas como descrito a seguir:

$$f_{kj}^{F/N} = G_{kj}^{e(d)} \times M_j, \quad (3.3)$$

onde $f_{kj}^{F/N}$ são os elementos desta matriz, e $G_{kj}^{e(d)} = G^{e(d)}(E_k, E_j)$, são gaussianas assimétricas, com variável E_j e valor esperado E_k , a qual ajustamos para extrapolar o fluxo que passa pelo *Near* para o que esperamos passar pelo *Far*. M é um vetor coluna, e serve para auxiliar as gaussianas, funcionando na prática como um fator de normalização para $G^{e(d)}$, e quando utilizada é extraída de alguma referência relacionada aos dados experimentais usados, caso contrário, fixamos $M_j = 1$.

Nosso método foi desenvolvido para distribuições discretizadas. A resolução das distribuições depende da largura dos bins de energia da amostra de dados. O número de bins determinará quantos elementos teremos para $f^{F/N}$, que será uma matriz quadrada $N \times N$, onde N é o número total de bins da amostra. A ideia para simular o processo de extrapolação é pegar cada ϕ_k^{Near} , relacionado a energia esperada E_k , e espalhar este fluxo através de uma distribuição sobre todo o espectro de energia transformada, E_j , da amostra. E então, somar as contribuições k das distribuições para construir a nova distribuição ϕ_j^{Far} , como dado pela Eq. (3.2). Esta equação mostra simplesmente o cálculo da multiplicação de uma matriz coluna, ϕ^{Near} , por uma matriz quadrada $N \times N$, que resulta em outra matriz coluna ϕ^{Far} .

A Fig. 3.1 mostra um exemplo genérico de uma gaussiana assimétrica para um valor esperado $E_k = 2$, e duas resoluções σ_k^e e σ_k^d , para valores inferiores (*e*-esquerda) e superiores (*d*-direita) em relação ao valor médio da gaussiana, respectivamente. Quando

¹Quando o detector Far está alinhado com a fonte de neutrinos, chamamos isto de configuração *on axis*, do termo em inglês que significa dentro do eixo. Porém, nos casos em que o Far não está alinhado, chamamos de *off axis*, que significa fora do eixo.

$\sigma_k^e \neq \sigma_k^d$, temos a gaussiana assimétrica e neste caso, a distribuição de ϕ_k^{Near} sobre todos os E_j , inclusive quando $k = j$ é não simétrica. Portanto, a Fig. 3.1 mostra que cada gaussiana é caracterizada por um k fixo. Cada uma possui uma resolução assimétrica $\sigma_k^{e(d)}$ dependente de E_k . Além disso, independente do valor de M , podemos concluir pelas Equações (3.2) e (3.3), que cada uma das gaussianas, como mostradas na Fig. 3.1, representam uma linha da matriz $f^{F/N}$. A normalização destas gaussianas também é dividida entre e(d), sendo calculadas como a seguir:

$$\begin{aligned}
 N_k^e &= \int_{E_0 - \delta_0/2}^{E_k} G^{e(d)}(E_k, E_j) dE_j \\
 N_k^d &= \int_{E_k}^{E_N + \delta_N/2} G^{e(d)}(E_k, E_j) dE_j,
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

onde E_0 e E_N são as energias inicial e final do espectro, respectivamente. δ_0 e δ_N são as larguras do *bin* inicial e final, E_k é o valor central da gaussiana e E_j são as energias desta distribuição.

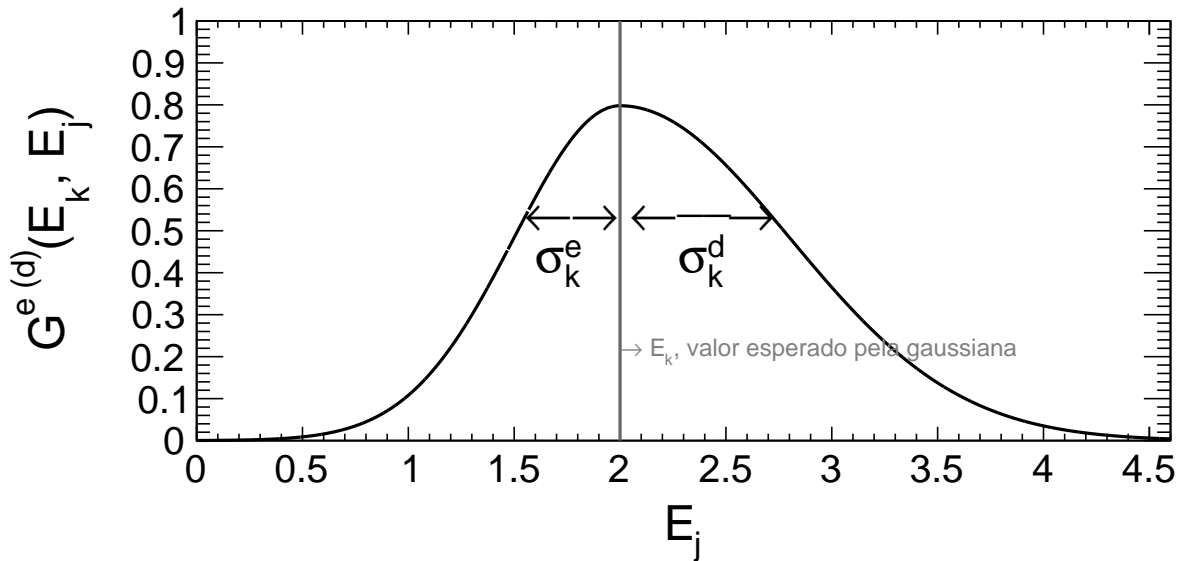


Figura 3.1: Exemplo genérico do formato de uma gaussiana assimétrica usada em nossas análises. A gaussiana acima mostra duas resoluções distintas, σ^e e σ^d , para valores inferiores e superiores ao valor esperado E_k , respectivamente. Com resoluções distintas, podemos controlar melhor a largura destas gaussianas com a finalidade de obter uma extrapolação do fluxo do *Near* para o *Far* mais próxima da ideal.

O modelo é descrito na Eq. (3.1) por \bar{P}_j^{mod} , que é calculado por uma média da função probabilidade do modelo em um *bin* de energia, como segue-se,

$$\bar{P}_j^{\text{mod}} = \frac{1}{\delta_j} \int_{E_j - \delta_j/2}^{E_j + \delta_j/2} P^{\text{mod}}(E) dE, \tag{3.5}$$

em que E_j e δ_j são a energia central do neutrino no *bin*, e a largura do *bin* j respectivamente, e $P^{\text{mod}}(E)$ é a função da probabilidade por energia.

Seguindo adiante na Eq. (3.1), temos a seção de choque dos neutrinos σ^{int} para cada processo de interação. Na Fig. 3.2 mostramos a seção de choque dos neutrinos por nucleon para interações do tipo CC, corrente carregada, em processos quasi-elásticos (QE), e não quasi-elásticos (nQE), obtidos da simulação do NEUT *neutrino generator* [65]. As curvas pretas e vermelhas mostram o comportamento da seção de choque para neutrinos em processos QE e nQE, respectivamente. Para energias abaixo de 1,5 GeV aproximadamente, os processos quasi-elásticos são dominantes sobre os processos não quasi-elásticos, enquanto que para valores acima desta energia, os processos não quasi-elásticos passam a ser dominantes sobre os quasi-elásticos. As curvas verde e azul mostram as seções de choque de QE e nQE para antineutrinos, respectivamente. Podemos observar em relação aos neutrinos, que os antineutrinos interagem menos com a matéria. Isso significa que nas tomadas dos dados experimentais é observado menos eventos de antineutrinos nos detectores do que eventos de neutrinos. Podemos dizer que na média, a probabilidade de interação do antineutrino é de aproximadamente 33% da interação do neutrino.

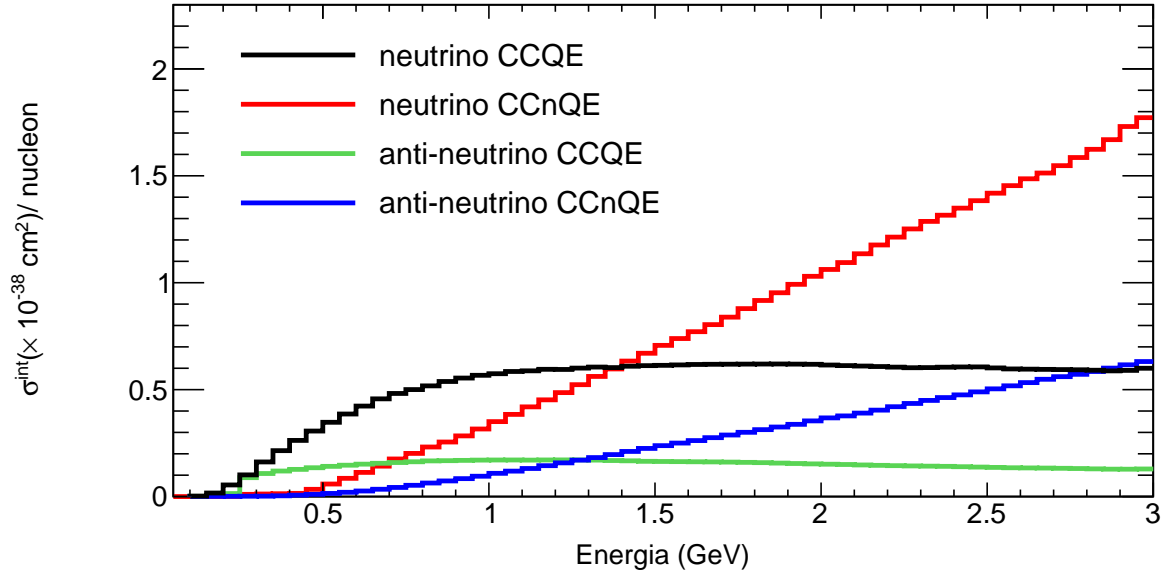


Figura 3.2: Seção de choque dos neutrinos por nucleon e versus a energia em GeV, para interações do tipo CCQE, corrente carregada com processo quase elásticos, e CCnQE, corrente carregada para processos não quase elásticos. Curva preta e vermelha mostra a seção de choque para neutrinos para CCQE e CCnQE respectivamente, enquanto que as curvas verde e azul são para antineutrino.

Até o momento não introduzimos o significado físico dos índices dados na Eq. (3.1): j e i são, respectivamente, as distribuições em *true energy* (energia verdadeira) e *reconstruc-*

ted energy (energia reconstruída). Os eventos detectados possuem uma energia verdadeira (*true energy*) que pode ser estimada através do fluxo inicial dos neutrinos. É necessário uma forma de reconstruir a energia (*reconstructed energy*) dos eventos de neutrinos detectados afim de identificar a partícula interagente com o detector e obter uma leitura em dados computacionais de vários parâmetros destas partículas, como a energia e o momento \vec{p} dos neutrinos. Para isso, os experimentos desenvolvem uma simulação de Monte Carlo capaz de realizar esta tarefa. Obviamente, a energia reconstruída pela simulação não é exatamente igual a energia depositada no detector pela interação do neutrino. Eventualmente, parte da energia de uma interação não é bem capturada pelo detector. Nesses casos, o processo de reconstrução da energia é útil para obter uma boa aproximação da energia total da interação e diminuir os erros da captura de energia pelo detector. A matriz com elementos G_{ji} é responsável por transformar os eventos de energia verdadeira para reconstruída. Modelamos G por gaussianas, de forma similar a matriz $f^{F/N}$, em que cada linha da matriz G é uma gaussiana G_{ji} , para uma energia verdadeira E_j esperada, que é distribuída sobre as energias reconstruídas E_i . Cada elemento da matriz G que multiplica a distribuição dada por $(\phi_j^{\text{Far}} \times \bar{P}_j^{\text{mod}} \times \sigma_j^{\text{int}})$, foi modelado da seguinte forma:

$$G_{ji} = \frac{1}{N_j} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E_i - E_j + \delta E}{\sigma_j^G} \right)^2 \right], \quad (3.6)$$

onde N_j é a constante de normalização, E_i é a energia reconstruída, E_j , a energia verdadeira, e δE , é um deslocamento da energia em relação ao valor central da gaussiana, que usamos nos processos onde a incerteza em relação ao valor esperado da energia verdadeira é elevado. Isto ocorre em processos de interação não quasi-elásticos, onde parte da energia da interação é dissipada. σ_j^G é a resolução de cada gaussiana, podendo ser constante ou dependente da energia do neutrino. Neutrinos muito energéticos possuem erros maiores em relação a energia reconstruída. Nestes casos, o ajuste da resolução por um polinômio dependente de E_j é uma solução interessante. A Fig. 3.3 mostra um exemplo para a gaussiana G_{ji} para um valor médio $E_j = 2$ e $\delta E = 0.1$. Na prática, este deslocamento faz com que a distribuição na energia reconstruída tenha mais um grau de liberdade para ser ajustado. As gaussianas G_{ji} também podem ser assimétricas, com as mesmas características já apresentadas por $G_{kj}^{e(d)}$.

Voltando a Eq. (3.1), podemos entender melhor todo o processo para o cálculo da distribuição de eventos. Temos a distribuição coluna na energia verdadeira dado por $(\phi_j^{\text{Far}} \times \bar{P}_j^{\text{mod}} \times \sigma_j^{\text{int}})$ que multiplica uma matriz G , a qual é responsável por fazer a devida

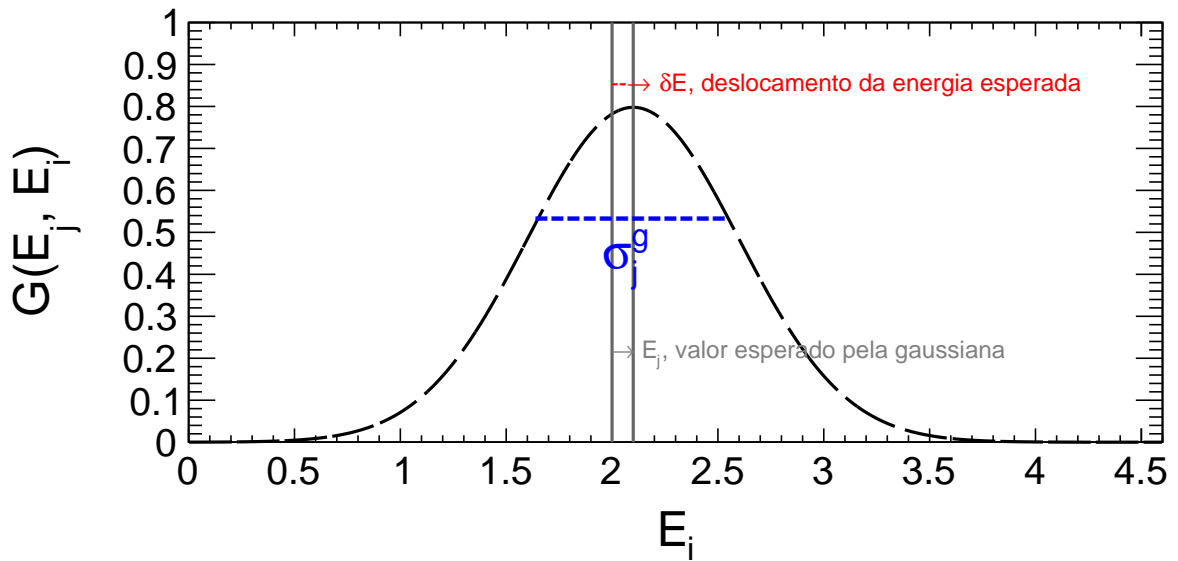


Figura 3.3: Exemplo genérico do formato de uma gaussiana assimétrica usada em nossas análises. A gaussiana acima mostra duas resoluções distintas, σ^e e σ^d , para valores inferiores e superiores ao valor esperado E_k , respectivamente. Com resoluções distintas, podemos controlar melhor a largura destas gaussianas com a finalidade de obter uma extrapolação do fluxo do *Near* para o *Far* mais próxima da ideal.

transformação para a energia reconstruída E_i . Isto resulta em uma nova distribuição também coluna. Assim, é justificado a soma em j da Eq. (3.1), pois cada elemento da distribuição em i vêm da multiplicação da linha j da distribuição ($\phi_j^{\text{Far}} \times \bar{P}_j^{\text{mod}} \times \sigma_j^{\text{int}}$) pela coluna i de G .

Por fim, temos a eficiência do detector ϵ_i , que também é um vetor coluna. A eficiência pode ser extraída de uma referência experimental, ou pode ser ajustada de acordo a reproduzir o espectro de eventos esperados obtidos por um experimento. Como a eficiência é encontrada e determinada para cada tipo de detector, então, esta é dada na energia reconstruída. Logo, este vetor é multiplicado pela distribuição resultante da transformação realizada por G , o que resulta no espectro esperado de neutrinos.

3.2 Análise estatística de dados minimizando o χ^2

Vamos fazer uma breve introdução sobre o uso do método de χ^2 usado em nossa análise. No nosso caso usamos este método para testar se os modelos investigados se ajustam aos dados de neutrinos utilizados nesta análise. Fizemos isto por minimização do χ^2 e pelo cálculo das curvas de níveis de confiança.

3.2.1 Função de verossimilhança

A função de verossimilhança é usada para testar hipóteses, por exemplo sobre uma certa distribuição amostral de dados. Em amostras *binadas*, podemos aproximar cada *bin* por uma certa distribuição. A função de verossimilhança pode ser definida como:

$$\mathcal{L} = \prod_{j=0}^{\frac{\epsilon_j^2}{\sigma_j^2}} \prod_{i=0}^{bins} P(\mu(\theta_n, \epsilon_j), x_i) \quad (3.7)$$

onde ϵ_j são as possíveis incertezas sistemáticas relacionadas a normalização da distribuição de hipótese a ser testada, e são definidas por serem termos do tipo gaussiano. A função verossimilhança é então definida como o produtório das distribuições $P(\mu(\theta_n, \epsilon_j), x_i)$ dos *bins*, em que $\mu(\theta_n, \epsilon_j)$ é a função hipótese, com θ_n , o conjunto de parâmetros a serem ajustados, sendo $n = 1, 2, 3 \dots$, e x_i , os dados para cada *bin* i . A distribuição P deve ser escolhida de acordo com as características da amostra de dados a ser analisada, sendo comum as escolhas por distribuições gaussianas e de poisson.

3.2.2 Função χ^2

A função χ^2 é definido como:

$$\chi^2 = -2 \ln \mathcal{L}. \quad (3.8)$$

No caso em que P é assumido como gaussianas, temos a solução aproximada para a Eq. (3.8) sendo

$$\chi^2 = \sum_i^{bins} \left[\frac{(1 + \alpha)N_i^{mod} + (1 + \beta)N_i^b - N_i^d}{\sigma_i} \right]^2 + \frac{\alpha^2}{\sigma_\alpha^2} + \frac{\beta^2}{\sigma_\beta^2} \quad (3.9)$$

onde a Eq. (3.9) é a forma de χ^2 usada para MINOS em nossas análises, sendo α a incerteza relacionada a normalização dos eventos esperados segundo o modelo, e possui resolução σ_α . O parâmetro β é a incerteza de normalização do espectro de ruído, possuindo uma resolução σ_β . Para permitir o ajuste dos eventos, um termo de forma gaussiana é adicionado para cada uma das incertezas, com a função de penalizar esta flexibilidade de ajuste. Fazemos com que a normalização dos eventos seja ajustada por no máximo 1σ de α e β . A incerteza σ_i é composta pelos erros estatísticos e sistemáticos, que foram extraídos dos dados experimentais de MINOS. O termo constante

$$c = \sum_i^{bins} \ln \frac{1}{2\sigma_i} \quad (3.10)$$

resultante da solução da Eq. (3.8) é desprezado na Eq. (3.9) por ser só um termo de renormalização da função χ^2 .

Quando supomos que a distribuição P é do tipo Poisson, o χ^2 terá uma forma aproximada como a seguir:

$$\begin{aligned} \chi^2 = & 2 \sum_i \left\{ \left[1 + \alpha + t \left(\frac{E_i - \bar{E}}{E_{\max}} \right) \right] \left[N_i^{\text{mod}} + N_i^b \right] - N_i^d \right. \\ & \left. - N_i^d \ln \left(\left[1 + \alpha + t \left(\frac{E_i - \bar{E}}{E_{\max}} \right) \right] \left[\frac{N_i^{\text{mod}} + N_i^b}{N_i^d} \right] \right) \right\} + \frac{\alpha^2}{\sigma_\alpha^2} + \frac{t^2}{\sigma_t^2}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde t é uma incerteza sistemática conhecida por *tilt* [66], e serve para calibrar certas perturbações nas energias dos neutrinos. Aqui, \bar{E} é a energia média do espectro de eventos, e E_{\max} , a energia máxima do espectro. Usamos a forma de Poisson do χ^2 quando a distribuição a ser analisada possui baixa estatística por *bin*, que implica em erros estatísticos elevados quando comparados com as incertezas sistemáticas. Na distribuição de Poisson, o erro sistemático relacionado aos eventos não pode ser incrementado facilmente como na distribuição gaussiana, em que podemos incluí-lo dentro da incerteza σ_i . Na distribuição de Poisson temos apenas o estatístico, que é igual à $\sqrt{N_i^d}$. No experimento T2K, o número de eventos observados por *bin* de energia se encaixam bem neste cenário em que P é da forma de Poisson.

3.2.3 Curvas de níveis de confiança

Usamos a função χ^2 para ajustar o cenário ideal do nosso modelo investigado em relação aos dados de neutrinos de MINOS e T2K. Fizemos curvas de níveis de confiança (C.L.-*Confidence Level*) para restringir limites dos parâmetros do modelo. Como o χ^2 tem a função de medir a compatibilidade entre uma dada hipótese e os dados, seu valor mínimo é o cenário ideal para uma certa amostra. Nesse caso, procuramos por um

$$\chi_{\min}^2 |_{\theta_{13_{bf}}, \theta_{23_{bf}}, \Delta m_{32_{bf}}^2, \delta_{\text{CP}_{bf}}, \gamma_{0_{bf}}}, \quad (3.12)$$

em que $\theta_{13_{bf}}$, $\theta_{23_{bf}}$, $\Delta m_{32_{bf}}^2$, $\delta_{\text{CP}_{bf}}$, e $\gamma_{0_{bf}}$ são os valores dos parâmetros que minimizam a função χ^2 globalmente. Aqui usamos como exemplo os parâmetros do modelo de oscilação de neutrinos com os efeitos de decoerência quântica, porém, a dependência da função χ^2 depende do modelo a ser utilizado. Em Seções subsequentes discutiremos sobre a validação da análise de MINOS e T2K, em que utilizaremos da oscilação padrão como modelo de análise.

Para se obter as curvas de níveis, testamos um intervalo de valores de cada parâmetro do modelo. Pegamos necessariamente todas as permutações possíveis dos cenários, que são definidos pelo o conjunto de parâmetros do modelo. Obviamente, o melhor cenário é o dado pela Eq. (3.12), que é o valor de referência das curvas de níveis. Assim, renormalizamos os valores de χ_i^2 como²:

$$\Delta\chi_i^2 = \chi_i^2 - \chi_{\min}^2, \quad (3.13)$$

onde agora temos $\Delta\chi_{\min}^2 = 0$, como valor mínimo desta distribuição. A partir disto podemos encontrar qualquer curva de nível de confiança em relação aos parâmetros do modelo.

Em nossas análises apresentamos regiões de confianças uni e bidimensionais. Ambas devem ser obtidas através do método de marginalização dos parâmetros. Supondo que queiramos uma projeção 1D de γ_0 , devemos obter

$$\Delta\chi^2(\gamma_{0_i}) = \chi^2(\gamma_{0_i})|_{\min(\theta_{13}, \theta_{23}, \Delta m_{32}^2, \delta_{CP})} - \chi_{\min}^2 \quad (3.14)$$

onde para cada γ_{0_i} , temos o conjunto de parâmetros definidos aqui por $\min(\theta_{13}, \theta_{23}, \Delta m_{32}^2, \delta_{CP})$ que minimizam o valor de χ^2 para o dado γ_{0_i} . Este processo que acabamos de descrever é chamado de marginalização, onde no caso da Eq. (3.14) a marginalização foi feita com respeito a todos os parâmetros da oscilação padrão, exceto γ_0 , que terá um certo comportamento dado os efeitos da oscilação. No caso bidimensional, a ideia é similar, porém, a marginalização é feita em relação a dois parâmetros simultaneamente, como por exemplo a seguinte:

$$\Delta\chi^2(\theta_{23_i}, \Delta m_{32_j}^2) = \chi^2(\theta_{23_i}, \Delta m_{32_j}^2)|_{\min(\theta_{13}, \delta_{CP}, \gamma_0)} - \chi_{\min}^2, \quad (3.15)$$

onde para cada valores de θ_{23_i} e $\Delta m_{32_j}^2$ simultâneos, teremos os parâmetros $\min(\theta_{13}, \delta_{CP}, \gamma_0)$ que minimizam χ^2 .

Nos casos unidimensionais, o nível de confiança pode ser mensurado em σ como a seguir:

$$t\sigma = \left(\sqrt{\Delta\chi^2}\right) \sigma, \quad (3.16)$$

onde $t \equiv \sqrt{\Delta\chi^2}$. Nos casos bidimensionais, estaremos interessados em mostrar as regiões dos parâmetros para um nível de confiança de 90%. Neste caso, o nível é definido como

²O índice i é o valor de χ^2 para cada cenário do modelo, que é definido pelo conjunto $\theta_{13_i}, \theta_{23_i}, \Delta m_{32_i}^2, \delta_{CP_i}$, e γ_{0_i} .

uma curva que obedece o seguinte:

$$\Delta\chi^2 \lesssim 4,61, \quad (3.17)$$

e para 68% C.L., temos $\Delta\chi^2 \lesssim 2,28$.

3.2.4 Termos de penalização

A função χ^2 também é dependente dos parâmetros α e β , as incertezas sistemáticas de normalização, e também de t , o *tilt*. O resultado final deve ser marginalizado em relação a estes parâmetros, como mostrado pelas Eqs. (3.12), (3.14), e (3.15) que não mostram nenhuma dependência com parâmetros de incertezas sistemáticas. Portanto, o que obtemos é

$$\chi_i^2 = \chi^2(\theta_{13i}, \theta_{23i}, \Delta m_{32i}^2, \delta_{CPi}, \gamma_{0i})|_{\min(\alpha, \beta)} \quad (3.18)$$

onde i é uma dada linha que define certos valores dos parâmetros que formam um cenário possível a ser investigado, e α e β são os valores das incertezas que minimizam χ_i^2 . A idéia é análoga para quando temos o parâmetro de incerteza t .

Os parâmetros de incerteza podem ser obtidos por minimização do χ^2 de forma numérica ou analítica. No caso do χ^2 de Poisson, os valores de α e t devem ser obtidos numericamente, pois α e t são correlacionados. Porém, no caso em que o χ^2 é gaussiano, desde que tenhamos apenas dois parâmetros de incertezas de normalização, então é possível obter α_{\min} e β_{\min} fazendo $\partial\chi^2/\partial\alpha = 0$ e $\partial\chi^2/\partial\beta = 0$, respectivamente. Fazendo este cálculo podemos definir algumas constantes com respeito aos parâmetros α e β :

$$\begin{aligned} a &= \sum_i^{bins} \left(\frac{N_i^{\text{mod}}}{\sigma_i} \right)^2 + \frac{1}{\sigma_\alpha^2} \\ b &= \sum_i^{bins} \left(\frac{\sqrt{N_i^{\text{mod}} N_i^b}}{\sigma_i} \right)^2 \\ c &= \sum_i^{bins} \left(\frac{\sqrt{N_i^{\text{mod}} (N_i^d - N_i^{\text{mod}} - N_i^b)}}{\sigma_i} \right)^2 \\ d &= \sum_i^{bins} \left(\frac{N_i^b}{\sigma_i} \right)^2 + \frac{1}{\sigma_\beta^2} \\ e &= \sum_i^{bins} \left(\frac{\sqrt{N_i^b (N_i^d - N_i^{\text{mod}} - N_i^b)}}{\sigma_i} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde os termos a , b , c , d , e e são obtidos das derivadas com relação à α e β . Então, usando a Eq. (3.19) temos:

$$\begin{aligned}\alpha_i^{\min} &= \frac{cd - be}{ad - b^2} \\ \beta_i^{\min} &= \frac{bc - ae}{b^2 - ad},\end{aligned}\tag{3.20}$$

em que α_i^{\min} e β_i^{\min} são os parâmetros calculados de forma analítica que minimizam χ_i^2 .

3.3 Validação da análise dos dados de MINOS

MINOS foi um experimento proposto para medir os parâmetros de oscilação de neutrinos do setor atmosférico, principalmente pela análise de desaparecimento de neutrinos muônicos. Mas também foi capaz de fazer análise de corrente neutra e aparecimento de neutrinos eletrônicos. O detector *Near* está localizado no Fermilab, pesando 980 toneladas, e o *Far* em Soudan, Minnesota, EUA, com 5400 toneladas. O *Near Detector* fica a 1 km do feixe de neutrinos, enquanto que o *Far* está a 735 km.

O experimento é composto de uma linha de feixe de neutrinos (NuMI-*Neutrinos at the Main Injector*), com dois detectores constituídos basicamente de ferro e de cintiladores de plástico, submetidos a um campo magnético toroidal \vec{B} , que permite distinguir entre ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ pela deflexão do múon ao passar por este campo. Na linha de feixe NuMI, os mésons produzidos são focalizados por um par de sistemas magnéticos chamados *horns* que podem focalizar tanto mésons positivos quanto negativos, dependendo do sentido da corrente selecionada. A configuração para neutrinos do feixe NuMI que focaliza em π^+ e K^+ , é chamada de FHC (*Forward Horn Current*), resultando em um feixe composto de 92,9% de ν_μ , 5,8% de $\bar{\nu}_\mu$ e 1,3% de $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$. No caso da configuração para antineutrinos que focaliza π^- e K^- , chamamos de RHC (*Reverse Horn Current*), e as taxas de produção do feixe de antineutrinos resulta agora em 58,1% de ν_μ , 39,9% de $\bar{\nu}_\mu$ e 2,0% $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$. Na configuração de RHC é produzido mais ν_μ do que $\bar{\nu}_\mu$, pois o feixe é produzido inicialmente da colisão entre prótons, que por não serem anti-partículas, acabam resultando em um

feixe composto também por mais partículas do que anti-partículas [67].

$$\begin{aligned}
\pi^{+(-)} &\longrightarrow \mu^{+(-)} + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (\sim 100\%) \\
K^{+(-)} &\longrightarrow \mu^{+(-)} + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (63.5\%) \\
K^{+(-)} &\longrightarrow \pi^{+(-)} + \pi^0 \quad (20.6\%) \\
K^{+(-)} &\longrightarrow \pi^0 + e^{+(-)} + \nu_e(\bar{\nu}_e) \quad (5.1\%) \\
K^{+(-)} &\longrightarrow \pi^0 + \mu^{+(-)} + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (3.4\%) \\
K^{+(-)} &\longrightarrow \pi^{+(-)} + \pi^{+(-)} + \pi^{-(+)} \quad (5.6\%).
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Na Eq. (3.21) mostramos as probabilidades para os principais canais de decaimento do pión e múon.

Os dados usados nesta análise são do modo FHC, com acúmulo de $10,71 \times 10^{20}$ POT (*protons on target*). Usamos os dados da análise de desaparecimento que compõe os eventos de neutrinos e antineutrinos muônicos obtidos de interações CC³ [6].

3.3.1 Fluxo no *Near* e *Far Detector*

O fluxo de neutrinos e antineutrinos muônicos no *Near Detector* foram obtidos das Refs. [67, 68], podendo ser vistos pelo painel superior da Fig. 3.6. O fluxo no *Far Detector*, que é descrito pelo painel inferior da Fig. 3.6, foi calculado usando a matriz $f^{F/N}$. Porém, antes de analisarmos a Fig. 3.6, vamos primeiro mostrar como modelamos a matriz $f^{F/N}$. Para isso, tomamos como referência os resultados presentes nas Refs. [67, 68], de onde extraímos a matriz coluna M para auxiliar neste processo. Na Fig. 3.4 mostramos M em função da energia dos neutrinos, onde no painel esquerdo temos esta matriz auxiliar para neutrinos muônicos e no direito para antineutrinos muônicos. A forma de M é importante para modelar a forma do espectro do fluxo de neutrinos no *Far* e também vem acompanhada de um fator multiplicativo de 10^{-6} , que está relacionado a perda numérica do fluxo pela sua dispersão devida ao ângulo sólido com que este é gerado. Além da matriz coluna M , temos as gaussianas $G^{e(d)}$, que ajustamos tomando como base os resultados e as informações dadas também nas Refs. [67, 68]. A partir disso, conseguimos parametrizar de forma inteligente as resoluções das gaussianas como polinômios da energia e ajustamos as constantes destas funções polinomiais de acordo com o espectro de eventos esperados

³Os dados utilizados nesta análise são da amostra em que os eventos observados são produzidos dentro do detector e que seu rastro é totalmente contido no detector, chamados de *contained-vertex*

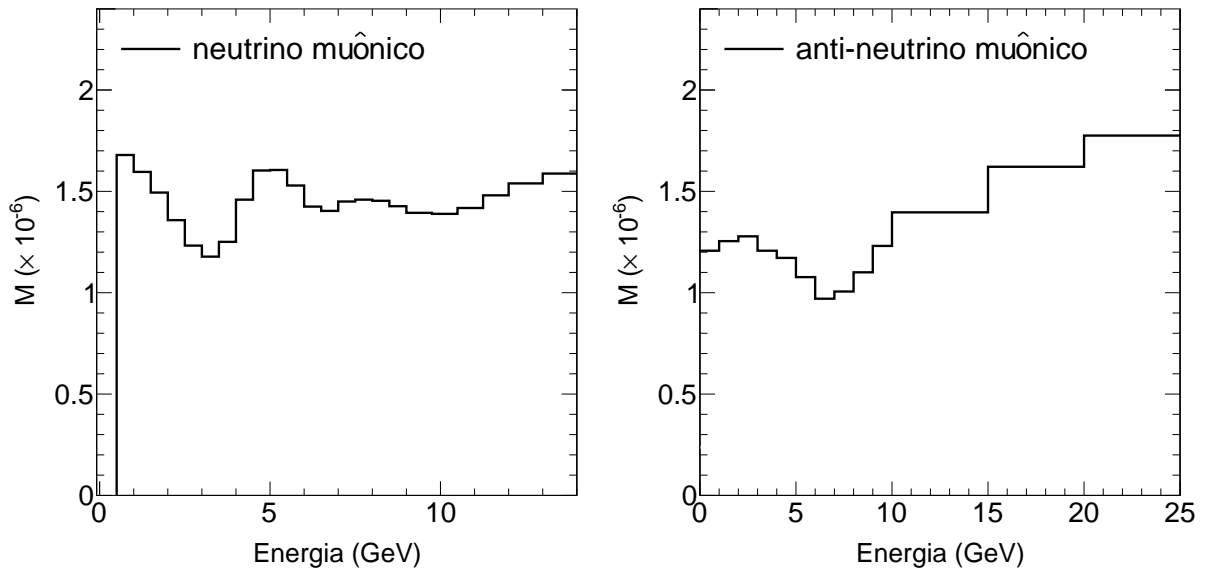


Figura 3.4: Podemos ver a distribuição acima como uma matriz coluna M , que auxilia a modelar a forma do espectro do fluxo de neutrinos no *Far Detector*, que foi retirada das Refs. [67, 68]. O painel esquerdo mostra o espectro para neutrinos muônicos enquanto que o painel direito é o espectro para antineutrinos muônicos.

sem oscilação da Ref. [6]. Com isso obtivemos,

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu_\mu}^d(E_k) &= 2,12 - 1,63E_k + 0,4E_k^2; & \sigma_{\bar{\nu}_\mu}^d(E_k) &= 4,6 - 0,08E_k + 0,002E_k^2; \\ \sigma_{\nu_\mu}^e(E_k) &= 0,01 + 0,06E_k; & \sigma_{\bar{\nu}_\mu}^e(E_k) &= 0,09E_k^2,\end{aligned}\quad (3.22)$$

onde a dependência com a energia das nossas resoluções foram escolhidas com até no máximo a potência de grau 2 na energia E_k , sendo também (e), o índice da resolução à esquerda e (d), à direita do valor esperado das gaussianas.

Usando a Eq. (3.22), pudemos obter a Fig. 3.5, onde temos as matrizes $G^{e(d)}$ para neutrinos muônicos (painel superior) e antineutrinos muônicos (painel inferior). Mostramos a projeção no plano da energia E_k (no *Near*) em função da energia transformada E_j para o *Far*. A escala de cor serve para termos uma referência tridimensional dessas gaussianas, mostrando basicamente o valor de $G^{e(d)}(E_k, E_j)$. Podemos ver pela escala de cor que a diagonal desses gráficos apresentam os maiores valores de $G^{e(d)}$, pois estes são os valores esperados das gaussianas. Quanto mais distante da diagonal, mais próximo de zero é o valor da gaussiana, que é o comportamento esperado dessas funções. Também podemos ver principalmente pelo painel superior, a assimetria das gaussianas devido ao ajuste das resoluções e(d) serem distintas.

Voltando na Fig. 3.6, colocamos o fluxo no *Near Detector* gerados pelo feixe NuMI, painel superior (curvas sólidas pretas), em comparação com o fluxo no *Far Detector*, painel

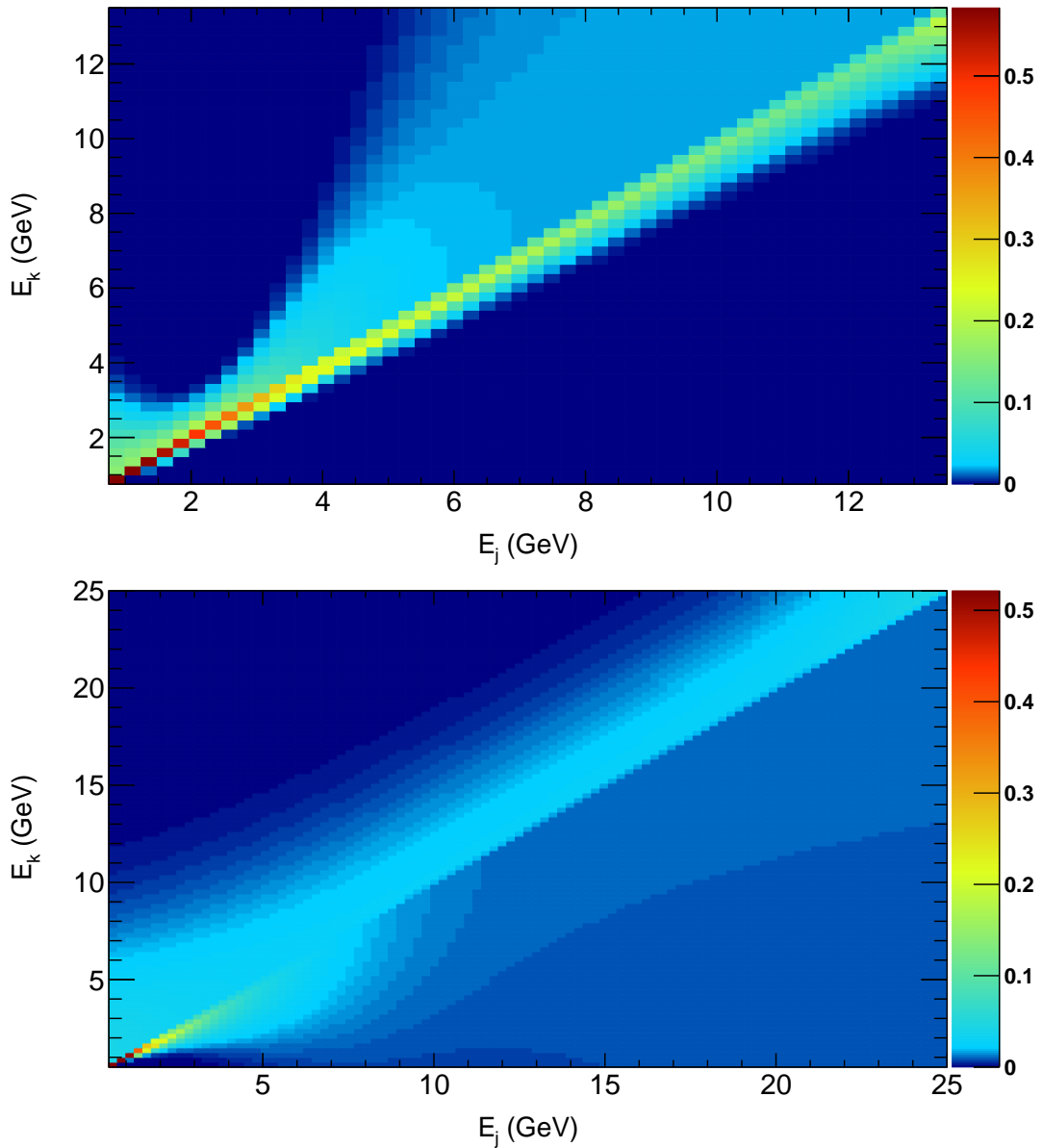


Figura 3.5: Matriz ajustada para fazer a extrapolação do fluxo que passa pelo Near Detector para o fluxo que passa pelo Far Detector. O painel superior mostra o ajuste para neutrinos muônicos enquanto que o painel inferior é o ajuste para antineutrinos muônicos. O histograma mostra uma visão tridimensional da matriz onde a escala de cores define a altura da projeção no plano.

inferior (curvas sólidas vermelhas), sem supor a oscilação de neutrinos, pois queremos apenas ver o efeito da matriz $f^{F/N}$. A primeira coluna mostra o espectro do fluxo para neutrinos muônicos, enquanto que a segunda coluna mostra a de antineutrinos muônicos. As unidades em que os fluxos foram extraídos são distintas para neutrinos e antineutrinos muônicos. Porém, o mais interessante aqui é observar como a quantidade de neutrinos que passam pelo *Far* é inferior aos que passam pelo *Near*, principalmente por causa do fator multiplicativo de M . Já a forma do espectro é, principalmente, afetada pelo uso da

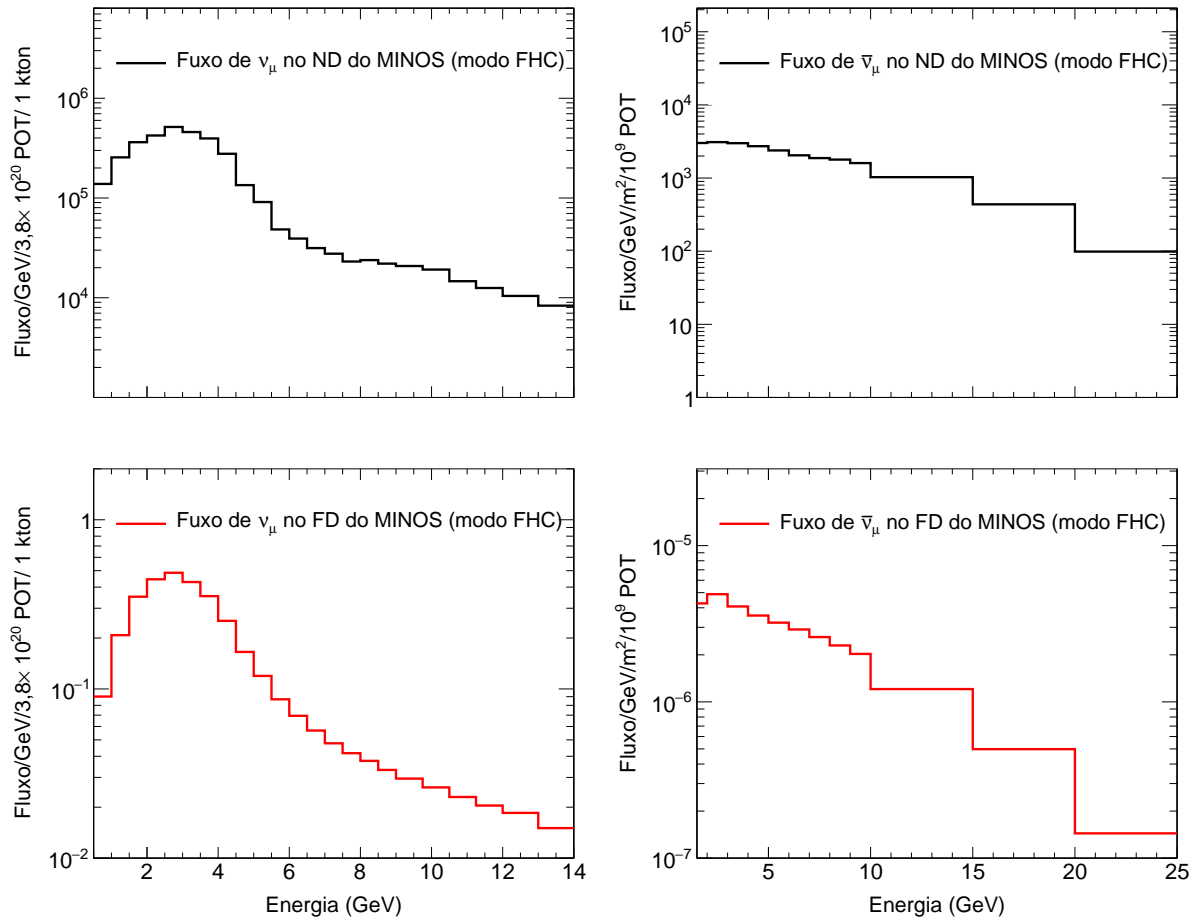


Figura 3.6: Fluxo de neutrinos previstos no modo FHC para neutrinos muônicos (coluna esquerda) e antineutrinos muônicos (coluna direita). No painel superior mostramos os fluxos no *Near Detector* retirados da Ref. [6], enquanto que no painel inferior mostramos os fluxos extrapolados para *Far Detector* usando as resoluções dadas pela Eq. (3.22) e as matrizes de extrapolação dada pela Fig. 3.5.

matriz $G^{e(d)}$.

3.3.2 Interações no *Far Detector*

Para as interações no *Far Detector*, devemos levar em conta a seção de choque de neutrinos e antineutrinos muônicos com o principal componente do detector. Aproximamos o detector do MINOS como sendo 100% de núcleos de Fe . Também vamos selecionar apenas as interações de corrente carregada, que em MINOS não se distinguiu entre QE e nQE, portanto, levamos em conta a seção de choque total de CC dos neutrinos, que é basicamente a soma entre as seções de choque de QE e nQE mostradas na Fig. 3.2. Esta figura mostra a seção de choque por nucleon, ou seja, para simular as interações, estimamos quantos núcleos de Fe temos no detector *Far*, que pode ser facilmente obtido sabendo o volume e massa fiduciais deste detector, a qual descrevemos no início da Seção 3.3.

O detector é projetado para capturar a energia total da interação dos neutrinos com os núcleos de Fe . Para diminuir as incertezas dessas medidas, uma reconstrução da energia dos neutrinos é feita seguindo certos critérios definidos pelo experimento. Através da Ref. [67], pudemos entender que o experimento MINOS realiza tal operação por uma matriz de conversão modelada por gaussianas simétricas. A resolução dessas gaussianas tem dependência linear com a energia. Parametrizamos as resoluções que faz a reconstrução de energia da seguinte forma:

$$\sigma^G(E_j) = 0,1E_j, \quad (3.23)$$

como uma boa aproximação para ambos neutrinos e antineutrinos muônicos de FHC.

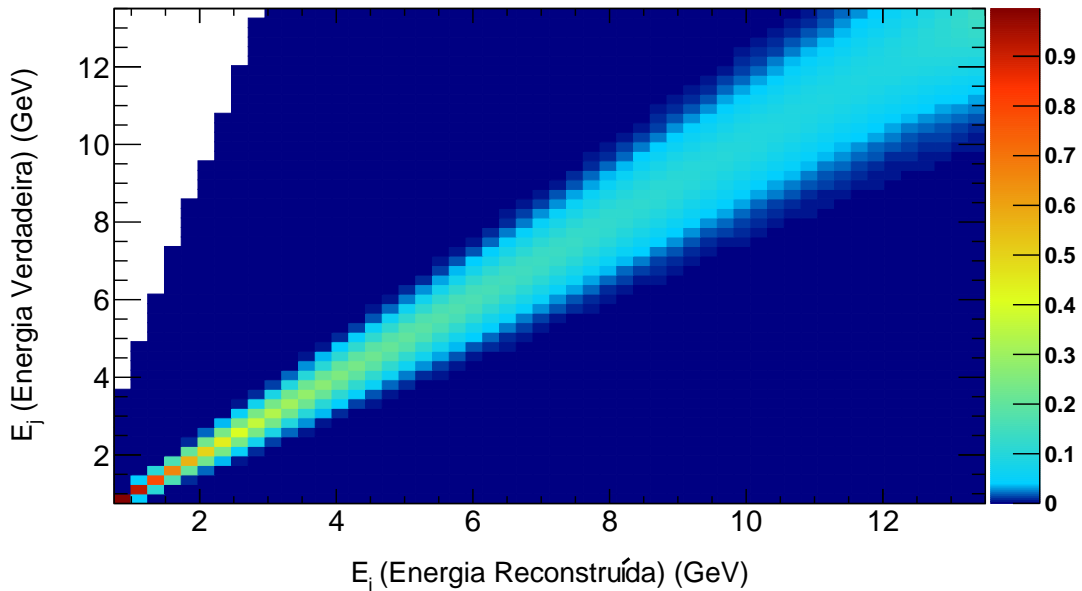


Figura 3.7: Matriz ajustada para fazer a transformação de energia verdadeira para energia reconstruída. O histograma mostra uma visão tridimensional da matriz onde a escala de cores define a altura da projeção no plano. Utilizamos a mesma matriz para ambos neutrinos muônicos e antineutrinos muônicos.

A Fig. 3.7 mostra a matriz G , dado pela escala de cores, em função das energias verdadeiras, E_j , e reconstruídas, E_i . Podemos ver nitidamente pela diagonal da figura que as gaussianas são simétricas e que suas larguras vão aumentando para energias maiores.

A Fig. 3.8 mostra as interações dos neutrinos (painel esquerdo) e antineutrinos muônicos (painel direito) na energia verdadeira (curva sólida preta) e na energia reconstruída (curva tracejada vermelha) sem supor oscilação de neutrinos. O espectro não é significativamente mudado pelo processo de reconstrução da energia nas interações do tipo CC. Também podemos concluir a partir disto que o detector do MINOS possuía ótima qualidade em capturar bem a energia do neutrino.

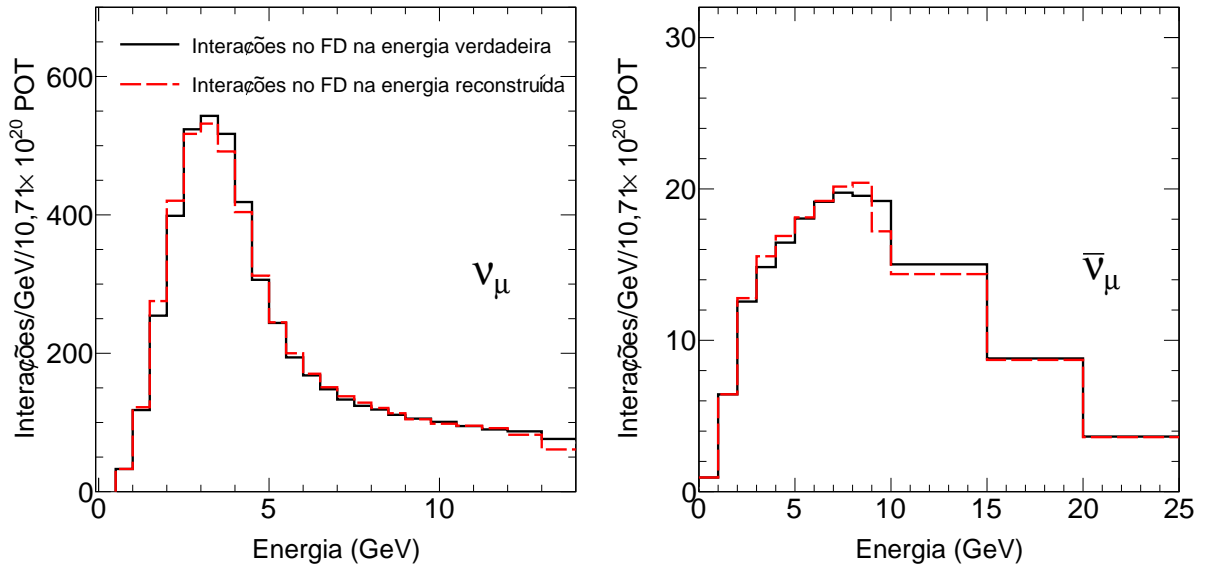


Figura 3.8: Cálculo dos espectros de interações no *Far Detector* na energia verdadeira (curva sólida preta) e na energia reconstruída (curva tracejada vermelha) esperadas sem supor a oscilação de neutrinos. No painel à esquerda temos as interações de neutrinos muônicos, enquanto no painel direito temos as interações de antineutrinos muônicos. No cálculo das interações não levamos em conta a eficiência de detecção do aparato experimental.

3.3.3 Eficiência e o espectro de eventos esperados no *Far Detector*

As eficiências de detecção de neutrinos e antineutrinos muônicos foram retirados da Ref. [67]. A eficiência do detector está relacionada a capacidade de um evento ser identificado como sendo um caso de interação verdadeira de um neutrino ou não. Por vezes, os pulsos de sinais captados pelo detector pode ser confundido com o sinal de alguma outra partícula. Caso, a eficiência do detector fosse 100%, todas as interações calculadas na Seção anterior seriam bem identificadas. Porém, todo aparato experimental possui uma certa eficiência, e no caso do MINOS, esta eficiência pode ser estimada também por certos critérios bem definidos pela colaboração experimental.

Na Fig. 3.9 mostramos a eficiência do detector *Far* do MINOS em função da energia do neutrino. No painel esquerdo é apresentado o de neutrinos e o direito, de antineutrinos muônicos. A eficiência não é dada por um valor absoluto, e possui dependência com a energia. Em geral, a eficiência é pior para energias mais baixas. Porém, podemos ver pela Fig. 3.9 que há certas nuances nessa conclusão. Por exemplo, para MINOS, no caso de neutrinos muônicos temos um pequeno vale em torno de 6 GeV, e para antineutrinos muônicos, a eficiência tem uma pequena queda para energias acima de 15 GeV.

Podemos comparar pela Fig. 3.10, os espectros de eventos esperados sem oscilação

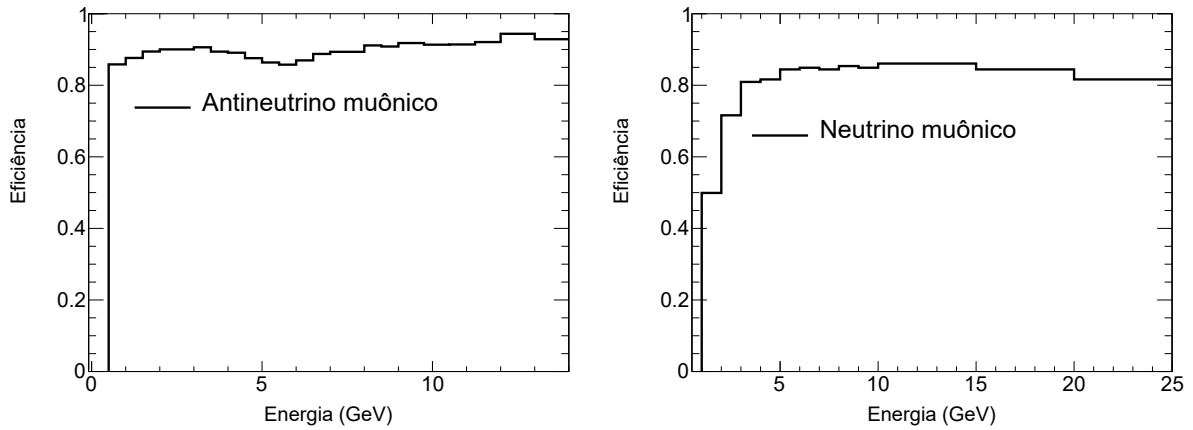


Figura 3.9: Eficiência do detector do MINOS em função da energia reconstruída do neutrino extraída da Ref. [6] para detecção de neutrinos muônicos (painel esquerdo) e antineutrinos muônicos (painel direito).

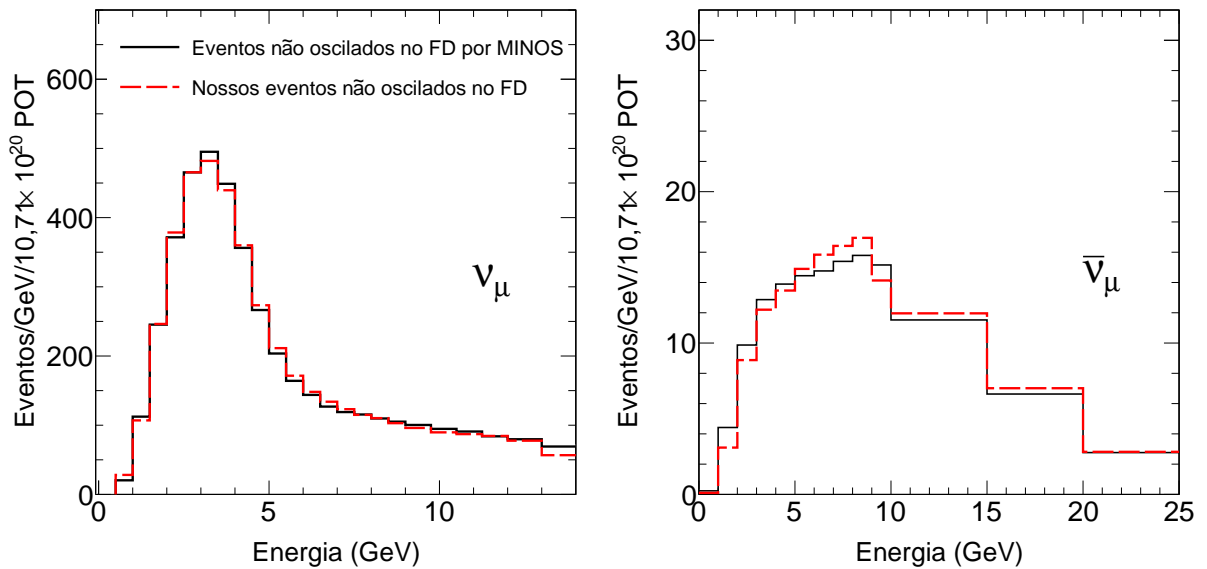


Figura 3.10: Cálculo dos eventos esperados sem oscilação de neutrinos no *Far Detector* usando o método proposto pela Eq. (3.1) são dado pelas curvas tracejadas vermelhas em confronto com o espectro esperado sem oscilação determinado pelo MINOS, que é dado pelas curvas pretas sólidas. No painel à esquerda temos o espectro de neutrinos muônicos, enquanto que à direita, o espectro de antineutrinos muônicos.

de neutrinos por nosso método (curva tracejada vermelha) com os esperados pelo próprio MINOS (curva sólida preta). No painel esquerdo temos os espectros de neutrinos muônicos, enquanto que no direito temos os de antineutrinos muônicos. Visualmente, vemos uma boa concordância entre nossos eventos estimados em confronto com os do MINOS. Fazendo um teste de qualidade do ajuste, *goodness of fit*, obtivemos assumindo uma distribuição gaussiana, o valor de $\chi^2 \approx 0,5$ para ambos ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$.

3.3.4 Análise de desaparecimento com dados de MINOS FHC

Na última Seção mostramos a reprodução e validação do espectro de eventos esperados sem oscilação calculados pelo nosso método de análise. O próximo passo é incluir o modelo de oscilação de neutrinos e reproduzir os resultados experimentais de MINOS para este caso padrão.

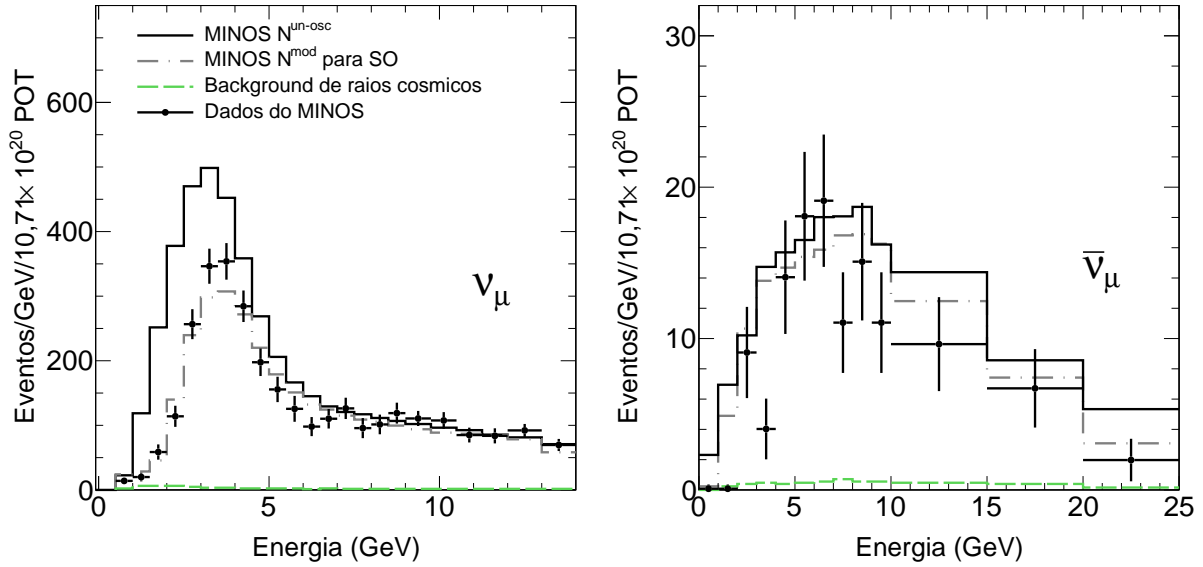


Figura 3.11: Cálculo dos eventos esperados usando o método proposto pela Eq. (3.1). No painel à esquerda temos o espectro de neutrinos muônicos, enquanto que à direita, o espectro de antineutrinos muônicos. Calculamos os eventos esperados sem oscilação (curva sólida preta), esperados com oscilação usando os valores obtidos de melhor ajuste dos parâmetros de oscilação dados na Tab. 3.2 (curva tracejada pontilhada cinza), e o comparamos com os dados experimentais do MINOS. Em verde tracejado temos o ruído devido a eventos de raios cósmicos.

A Fig. 3.11 mostra o resultado do cálculo dos eventos esperados sem oscilação (curva sólida preta), com oscilação (curva cinza tracejada pontilhada) para o valor dos parâmetros de oscilação encontrados no melhor ajuste da nossa análise, a qual mostraremos com detalhes adiante na Tab. 3.2, o ruído (*Background*) (curva verde tracejada) de raios cósmicos e os dados experimentais extraídos da Ref. [6]. O painel à esquerda é o espectro de eventos de neutrinos muônicos e à direita temos os eventos de antineutrinos muônicos. Como o ruído é composto de raios cósmicos, a oscilação não afeta este espectro e, portanto, não houve necessidade de estimá-lo e apenas os extraímos da Ref. [6], assim como os dados experimentais. O espectro esperado segundo a oscilação está com o ruído somado, assim podemos compará-lo com os dados. O modelo de oscilação de neutrinos ajusta melhor os dados do que supor nenhuma hipótese (dado pela predição sem oscilação de neutrinos). Olhando para o teste de χ^2 pelo número de graus de liberdade (gl),

obtemos que a hipótese de oscilação de neutrinos resulta em um $\chi^2/gl \approx 1,34$, enquanto que a hipótese nula indica um valor de $\chi^2/gl \approx 9,55$, o que mostra que estatisticamente a oscilação de neutrinos é de fato uma excelente hipótese⁴.

A predição dos eventos esperados sem oscilação de neutrinos muônicos é bem superior aos dados observados, o que indica que neutrinos desapareceram. Nessas análises investigamos a probabilidade de sobrevivência dos neutrinos muônicos, portanto, o canal de $P_{(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)}$. O espectro esperado com oscilação para este canal de investigação faz com que o espectro tenha um certo déficit que varia de acordo com os parâmetros de oscilação ajustados. Por isso a chamamos de análise de desaparecimento de neutrinos.

O espectro de antineutrinos muônicos correspondem somente a 5,8% do fluxo total. O déficit esperado de eventos de $\bar{\nu}_\mu$ praticamente não é observado dado a baixa quantidade de eventos detectados.

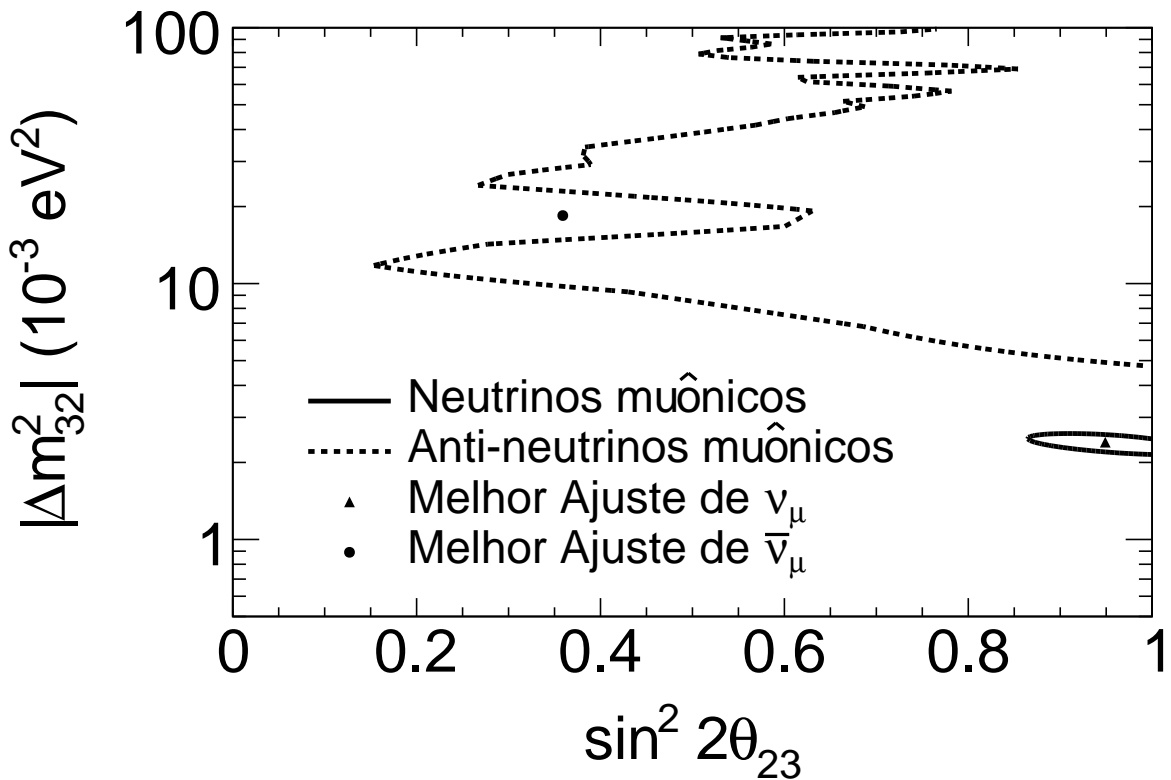


Figura 3.12: Esta é a região permitida para um nível de confiança de 90% da projeção dos parâmetros de oscilação Δm_{32}^2 por $\sin^2 2\theta_{23}$, obtida da análise de desaparecimento de antineutrino muônico (curva preta pontilhada) e da análise de desaparecimento de neutrinos muônicos (curva sólida preta) para o modo FHC de MINOS. Mostramos como a região permitida obtida de antineutrinos muônicos é pobre em relação à de neutrinos muônicos.

⁴Os valores mostrados de χ^2/gl estão na Tab. 3.2, e foram calculados combinando as análises de neutrinos e antineutrinos muônicos.

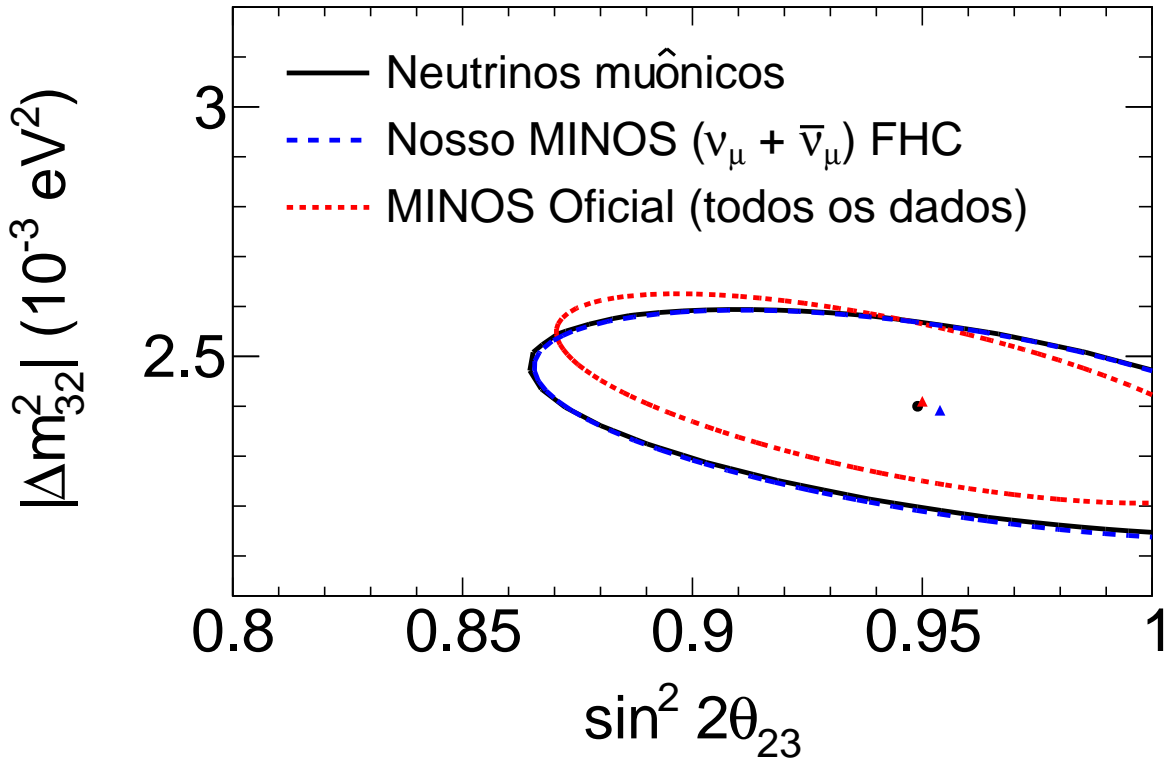


Figura 3.13: Esta é a região permitida para um nível de confiança de 90% da projeção dos parâmetros de oscilação Δm_{32}^2 por $\sin^2 2\theta_{23}$, obtida da análise nossa de desaparecimento de neutrino muônico (curva sólida preta), nossa de neutrino mais antineutrino combinados (curva tracejada azul), e a região oficial do MINOS utilizando todos os dados de FHC e RHC e neutrinos atmosféricos (curva pontilhada vermelha). Mostramos aqui que nossa reprodução fica muito próxima do resultado oficial do MINOS que utiliza todos os dados. Isso mostra que os dados de FHC é dominante nas análises de MINOS.

Para validar os resultados de MINOS usamos o modelo de oscilação pura na aproximação de 2 sabores. O modelo possui apenas dois parâmetros de oscilação nesse cenário, θ_{23} e Δm_{32}^2 . As análises de desaparecimento de neutrinos muônicos não possuem sensibilidade aos valores de θ_{13} , δ_{CP} e Δm_{21}^2 , pois estes parâmetros são suprimidos no canal de sobrevivência $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$, o que justifica nossa aproximação. Com o modelo definido, que também é o mesmo usado na Ref.[6], pudemos fazer a análise estatística de dados afim de obter as regiões permitidas e as projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação.

Para o caso do MINOS usamos para a análise de dados a distribuição de χ^2 gaussiano, dado pela Eq. (3.9), em que a incerteza de normalização utilizada para os eventos esperados de sinal e ruído foram de 14,7% e 4% respectivamente [67]. Para se fazer a análise, testamos um conjunto de valores dos parâmetros de oscilação e obtivemos uma tabela com os valores de $\chi_i^2(\Delta m_{32_i}^2, \sin^2 \theta_{23_i})$, onde pudemos encontrar o valor de $\chi^2|_{\min(\Delta m_{32_{bf}}^2, \sin^2 \theta_{23_{bf}})}$, sendo $\Delta m_{32_{bf}}^2$ e $\sin^2 \theta_{23_{bf}}$, os valores dos parâmetros que minimizam a função χ^2 . A par-

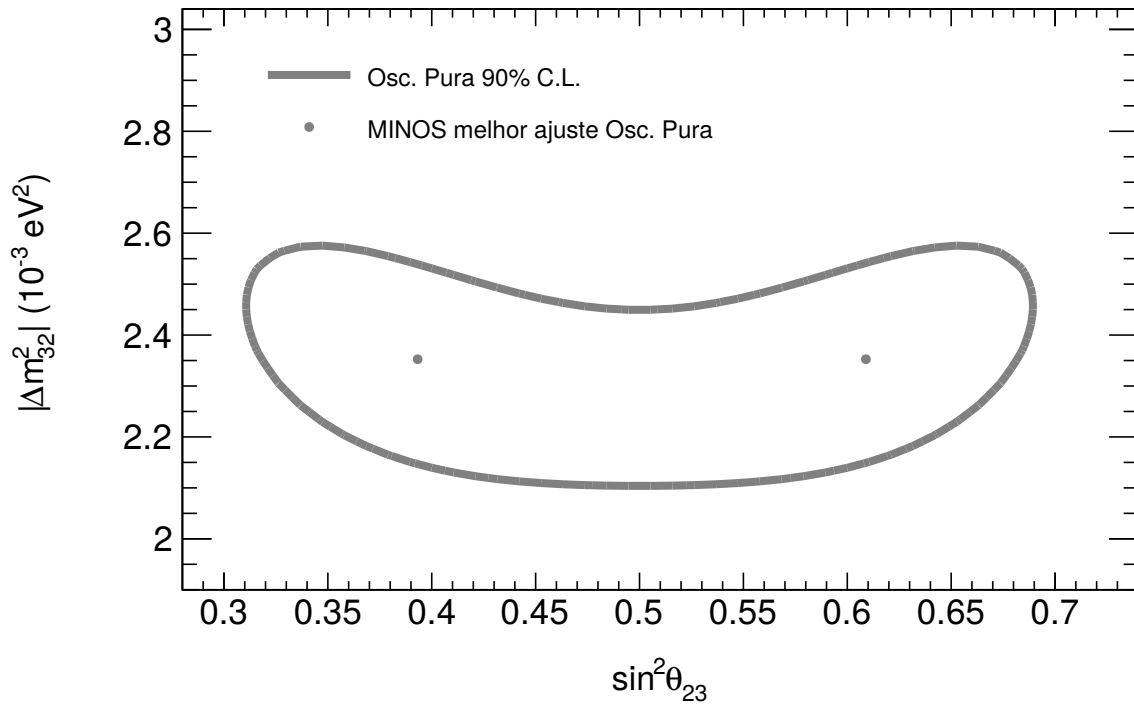


Figura 3.14: Região permitida para um nível de confiança de 90% onde fizemos agora para a variável $\sin^2\theta_{23}$ combinando os dados de desaparecimento FHC do MINOS de neutrinos muônicos e antineutrinos muônicos. É usual se apresentar os resultados dos parâmetros de oscilação em $\sin^2\theta_{23}$, para que possamos facilmente visualizar a simetria em relação ao octante de θ_{23} , já que nesta simetria, os dois valores complementares de $\sin^2\theta_{23}$ são permitidos. Esta simetria ocorre por dois motivos, uma é devido a pequena mistura entre ν_1 e ν_3 , dado pelo valor próximo de zero de θ_{13} , e a segunda é por causa que no setor atmosférico, os neutrinos interagem muito pouco com a matéria, e podemos aproximar o modelo para o vácuo, o que causa tal simetria.

tir disto, pudemos calcular e obter a distribuição $\Delta\chi_i^2 = \chi_i^2 - \chi_{\min}^2$. Obtivemos a região permitida dos parâmetros Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ usando a metodologia explicada na Seção 3.2.

Na Fig. 3.12 mostramos a região permitida de 90% C.L. de Δm_{32}^2 versus $\sin^2\theta_{23}$ obtida para os dados de desaparecimento de antineutrinos muônicos, dado pela curva preta tracejada, e de neutrinos muônicos, dada pela curva preta sólida, para o modo FHC, e seus respectivos pontos de melhores ajustes. Mostramos ambas as análises de ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ separadas no mesmo plano. Podemos observar que a análise de neutrinos muônicos restringe muito mais a região de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ do que a análise de antineutrinos muônicos. Isto ocorre obviamente pela baixa estatística tomada de eventos de $\bar{\nu}_\mu$ FHC, como já mostrado também pela Fig. 3.11. Não há na literatura, um resultado oficial de MINOS que mostre somente a análise de $\bar{\nu}_\mu$ FHC para $10,71 \times 10^{20}$ POT. Porém, na Ref. [69] temos esta análise para uma estatística de $7,1 \times 10^{20}$ POT, a qual nossa região é compatível, o que contribui para nossa validação. Outro ponto interessante é que dado a

grande diferença estatística entre ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$, esperamos que a análise combinada entre eles seja completamente dominada pela análise de desaparecimento de neutrinos muônicos, o que significa que os limites de Δm_{32}^2 e $\sin^2 2\theta_{23}$ não devem ser alterados significativamente pela inclusão de antineutrinos muônicos de FHC.

A Fig. 3.13 mostram as regiões permitidas para um nível de confiança de 90% da análise de desaparecimento de neutrinos muônicos obtida pela nossa análise, dada pela curva preta sólida, e $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de FHC combinados também de nossa análise, dada pela curva tracejada azul. Podemos compará-las com a curva de 90% obtida pelo MINOS, que inclui os dados de FHC, RHC, e neutrinos atmosféricos, que é dado pela curva vermelha tracejada, e seus respectivos melhores ajustes. O que podemos ver deste resultado é a compatibilidade entre a nossa reprodução das regiões permitidas e a obtida pelo próprio experimento MINOS. Nossa comparação é injusta, dado que a curva oficial de MINOS engloba outros dados, os de RHC e neutrinos atmosféricos, da qual não utilizamos. Porém, nos mostra também que os dados de FHC são dominantes sobre os outros, já que nossa curva está em compatibilidade com o resultado do MINOS. Como esperado, a inclusão de antineutrinos muônicos de FHC não alterou significativamente o resultado obtido da análise usando os dados somente de neutrinos muônicos. Com relação aos melhores ajustes dos parâmetros de oscilação obtidos, também observamos uma excelente compatibilidade entre os nossos e do MINOS.

A Fig. 3.14 mostra a análise de neutrinos e antineutrinos muônicos combinados, agora em relação a $\sin^2 \theta_{23}$. É interessante analisarmos as regiões permitidas em relação ao parâmetro de θ_{23} escrito desta forma para que possamos ver a simetria da probabilidade de sobrevivência do setor atmosférico com respeito a θ_{23} . O melhor ajuste prefere $\sin^2 \theta_{23} = 0,39(0.61)$. Ambos estes valores ajustam de forma igual os dados de desaparecimento. Isto é visto claramente pela projeção unidimensional do termo $\sin^2 \theta_{23}$ na Fig. 3.15, em que vemos os dois mínimos como soluções para o modelo de oscilação pura, pois ambos tocam $\Delta\chi^2 = 0$.

A Fig. 3.15 mostra as projeções unidimensionais dos parâmetros Δm_{32}^2 e $\sin^2 \theta_{23}$, que é obtido via o método de marginalização.

Na Tab. 3.2 mostramos os valores ajustados pelo experimento MINOS usando dados totais de neutrinos (incluindo RHC e dados de neutrinos produzidos na atmosfera) e os ajustados por nós com dados somente do modo FHC. Mostramos também o valor de χ^2 obtido não supondo a oscilação de neutrinos. Apresentamos as incertezas dos parâmetros

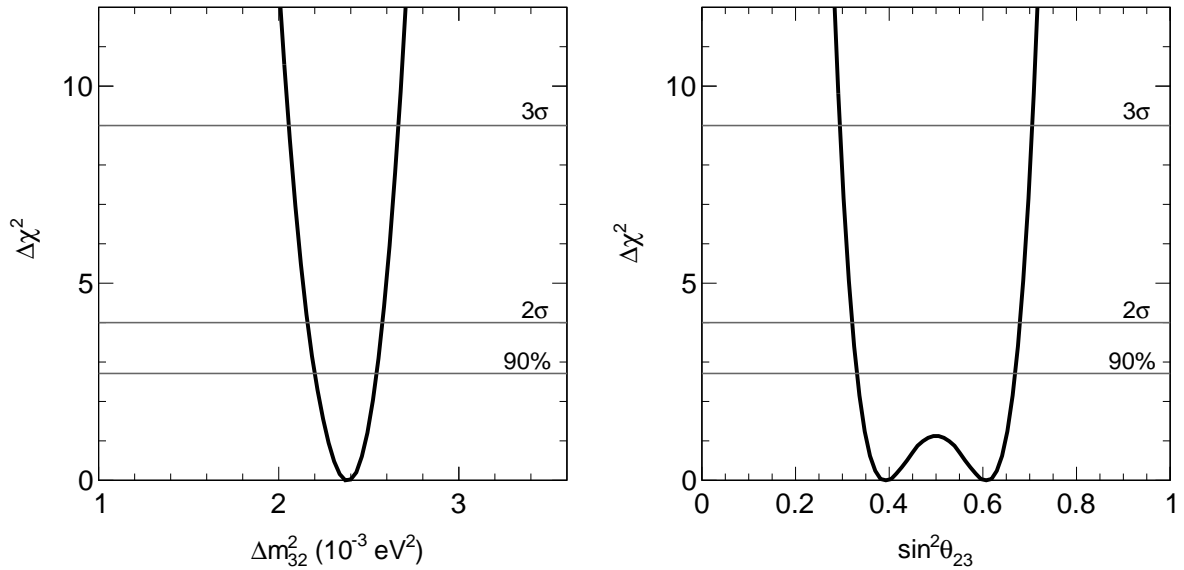


Figura 3.15: Estas são as projeções 1D dos parâmetros de oscilação. Podemos obtê-las marginalizando o χ^2 em relação a um dos parâmetros de oscilação. À esquerda temos a projeção para Δm_{32}^2 , enquanto que à esquerda, a projeção para $\sin^2\theta_{23}$. Vemos por este resultado, a simetria do modelo com relação à θ_{23} .

Tabela 3.2: Os valores de melhor ajuste nosso para dados de desaparecimento do MINOS do modo FHC são mostrados e comparados com o melhor ajuste experimental do MINOS com os dados totais. Também adicionamos as incertezas obtidas que podem ser retiradas da Fig. 3.15. Por fim, adicionamos também a previsão esperada sem oscilação.

	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV 2)	$\sin^2\theta_{23}$	χ^2/gl
MINOS total	$2,41 \pm 0,10$	$0,33$ (0,67) $\pm 0,05$	NA
Nosso MINOS FHC	$2,39 \pm 0,17$	$0,39$ (0,61) $\pm_{0,07}^{0,06}$	45,64/34
Sem oscilação	–	–	324,7/36

na tabela no nível de 1σ , que podem ser obtidas da Fig. 3.15, e também inserimos as de MINOS. Dentro deste nível de confiança nossos ajustes dos parâmetros de oscilação estão dentro das incertezas obtidas experimentalmente. A comparação pode ser injusta no sentido de que não usamos todos os dados. Porém, podemos afirmar pelos resultados mostrados anteriormente que validamos a reprodução de MINOS.

3.4 Validação da análise dos dados de T2K

O experimento T2K foi designado para medir questões em aberto na oscilação de neutrinos, como a investigação pela fase δ_{CP} , e o octante de θ_{23} [70]. O experimento

produz análises de desaparecimento de neutrinos muônicos e também de aparecimento de neutrinos eletrônicos. O experimento é composto de dois detectores. O *Near detector* fica a 280 m da fonte. O feixe de neutrinos é enviado para o detector Super-Kamiokande (*SK Detector*) [71], localizado 295 km da fonte. O processo de detecção dos neutrinos é via radiação Cerenkov. Esta forma de obter os sinais dos eventos de neutrinos não permite identificar a carga do lépton associado ao neutrino, o que impossibilita saber se o evento é de ν_μ ou $\bar{\nu}_\mu$. Como consequência, as análises usando dados do T2K contemplam a soma de eventos de neutrinos e antineutrinos (os eventos esperados calculados segundo o modelo de oscilação também deve ser a soma de $\nu + \bar{\nu}$). O experimento funciona em duas configurações, uma focaliza a produção de neutrinos e, portanto, é chamada de *neutrino-run*, e a segunda focaliza a produção de antineutrinos, chamada de *antineutrino run*.

Nesta análise usamos dados de ambas as configurações. A exposição no modo *neutrino-run* foi de $7,48 \times 10^{20}$ POT, enquanto que para *antineutrino run*, a exposição foi de $7,47 \times 10^{20}$ POT. Os resultados da análise de desaparecimento obteve fortes limites sobre $\sin^2\theta_{23}$ e Δm_{32}^2 [70, 72, 73]. Além disso, através da análise de aparecimento de neutrino eletrônico, foi possível observar uma evidência de que δ_{CP} é diferente de zero [7] através dos limites obtidos por T2K.

3.4.1 Fluxo no *SK detector*

Para reproduzir os resultados de T2K, usamos o fluxo já esperado no *Far*, ou seja, no *SK Detector*. Retiramos o fluxo da página oficial do T2K, que foi previsto pelo estudo dado na Ref. [74]. Logo, para T2K não precisamos ajustar a matriz $f^{F/N}$.

A Fig. 3.16 mostra o fluxo no *SK* usado no T2K do *run* I-VII para o modo *neutrino-run* (painel à esquerda) e *antineutrino run* (painel à direita). Quando o experimento roda em *neutrino-run*, o fluxo de neutrinos ν_μ , dado pela curva preta e ν_e , dado pela curva verde, são maiores que os dos respectivos antineutrinos. Nesta configuração a otimização de T2K na produção de mésons π^+ chega próximo de 100%. O contrário ocorre quando o experimento funciona em *antineutrino run*, em que temos o fluxo de antineutrinos muônicos, dado pela curva vermelha e antineutrinos eletrônicos, dado pela curva azul, superior ao de neutrino. Em relação as interações no detector, para uma mesma exposição em POT, interagem no detector mais neutrinos do que antineutrinos devido a diferença das seções de choque entre eles.

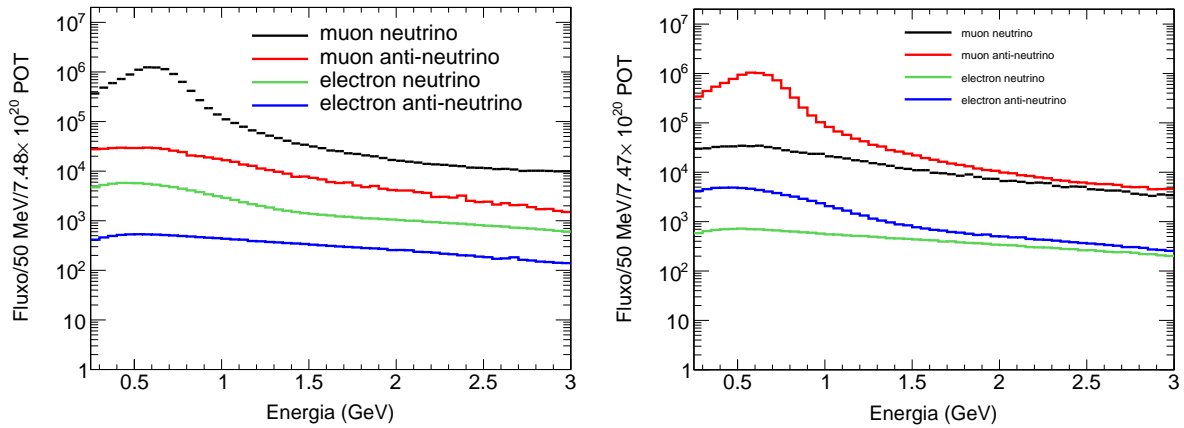


Figura 3.16: Fluxo de neutrinos previstos no detector *SK* do T2K para *neutrino-run*, dado pelo painel da esquerda e *antineutrino run*, dado pelo painel da direita. O fluxo de neutrinos e antineutrinos muônicos é dado pelas curvas pretas sólidas e vermelhas sólidas respectivamente, enquanto que os de neutrinos e antineutrinos eletrônicos são dados pelas curvas verdes e azuis respectivamente. Retiramos os fluxos da página oficial do T2K, onde sua predição foi publicado na Ref. [74].

3.4.2 Interações no *SK detector*

No experimento T2K, o sinal é dado somente pelos eventos observados da interação CC quasi-elástico (QE). Eventos observados por processos CC não quasi-elásticos (nQE) e os obtidos via corrente neutra são assumidos como ruídos. Em nossa análise não reproduzimos os eventos de corrente neutra através do fluxo, pois estes eventos não são afetados pela oscilação padrão e nem pelos modelos de decoerência, a qual foi nosso objetivo final. Este ruído foi extraído da Ref. [7]. Fizemos a reprodução pelo fluxo para o ruído proveniente de interações nQE, pois este sim é modificado tanto pela oscilação padrão como pelos modelos de decoerência. Para calcular as interações no detector, consideramos a seção de choque dos neutrinos com nucleons de água, composição da matéria principal do *SK Detector*.

A matriz G que transforma a energia verdadeira em reconstruída foi parametrizada para as interações de ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ segundo a referência [75], que é

$$\begin{aligned} \delta E_{(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)}^{\text{CCQE}} &= 0 \text{ GeV}, & \delta E_{(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)}^{\text{CCnQE}} &= 0,34 \text{ GeV}, \\ \sigma_{(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)}^{\text{CCQE}} &= 0,085 \text{ GeV}, & \sigma_{(\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu)}^{\text{CCnQE}} &= 0,130 \text{ GeV}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde o deslocamento δE e a resolução da gaussiana G foi assumida a mesma para ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$. No caso de interações quasi-elásticas, o deslocamento de energia da matriz utilizado foi igual à zero. Nestas interações as perdas de energia são mínimas e com isso, a reconstrução da energia é precisa. Isto significa que as incertezas sistemáticas são menores que as

interações do tipo nQE. Isto pode ser visto também pela resolução das gaussianas. Além disso, diferentemente de MINOS, a matriz usada aqui para se obter as interações de neutrinos e antineutrinos muônicos não tem dependência com sua energia, o que indica que é possível reconstruir a energia dos neutrinos em T2K com a mesma precisão não importando qual seja a energia da interação.

A Fig. 3.17 mostra a matriz G construída a partir do ajuste dado pela Eq. (3.24), em que vemos a relação entre energia verdadeira e reconstruída. O painel superior mostra a matriz para o caso quasi-elástico, enquanto que o inferior mostra o caso não quasi-elástico. Podemos ver o deslocamento da diagonal da matriz para o caso nQE. Sua dispersão é maior quando comparado com o QE.

Com a Eq. (3.24) e a Fig. 3.17, podemos calcular as interações de neutrinos e antineutrinos muônicos no *SK detector* na energia reconstruída. A Fig. 3.18 traz a comparação dos espectros de interações esperados do modo *neutrino run* na energia verdadeira, dada pelas curvas sólidas pretas, e na energia reconstruída, dada pelas curvas tracejadas vermelhas. A coluna esquerda são os espectros de CCQE, sendo o painel superior, o esperado sem supor a oscilação de neutrinos e o inferior, o esperado segundo o melhor ajuste dos parâmetros da oscilação de três sabores, enquanto que a coluna direita é o mesmo para CCnQE.

Analisando primeiramente a coluna esquerda, vemos que não há muita diferença entre o espectro esperado sem oscilação na energia verdadeira e reconstruída, que reflete o já mostrado pela Eq. (3.24). Para o esperado segundo o melhor ajuste encontrado pelo modelo de oscilação, o poço⁵ característico da oscilação na energia reconstruída ficou mais fraco do que o da energia verdadeira. Na coluna direita podemos ver no caso sem oscilação, o nítido deslocamento do pico do espectro esperado na energia reconstruída quando comparado com o da energia verdadeira, que é causado por δE . Enquanto que o esperado com oscilação na energia reconstruída possui um vale bem tímido em torno de 0,4 GeV, que mostra a não compatibilidade em se usar estes eventos como sinal no experimento. Na energia verdadeira, este poço é mais nítido, o que mostra que se T2K fosse capaz de melhorar a resolução e diminuir a incerteza na energia dos neutrinos, poderia ser possível considerar este tipo de interação como sinal.

A Fig. 3.19 mostra o mesmo que a Fig. 3.18, porém, para o modo *antineutrino run*,

⁵ O vale no espectro observado no entorno de 0,6 GeV é o sinal de desaparecimento de neutrinos no espectro.

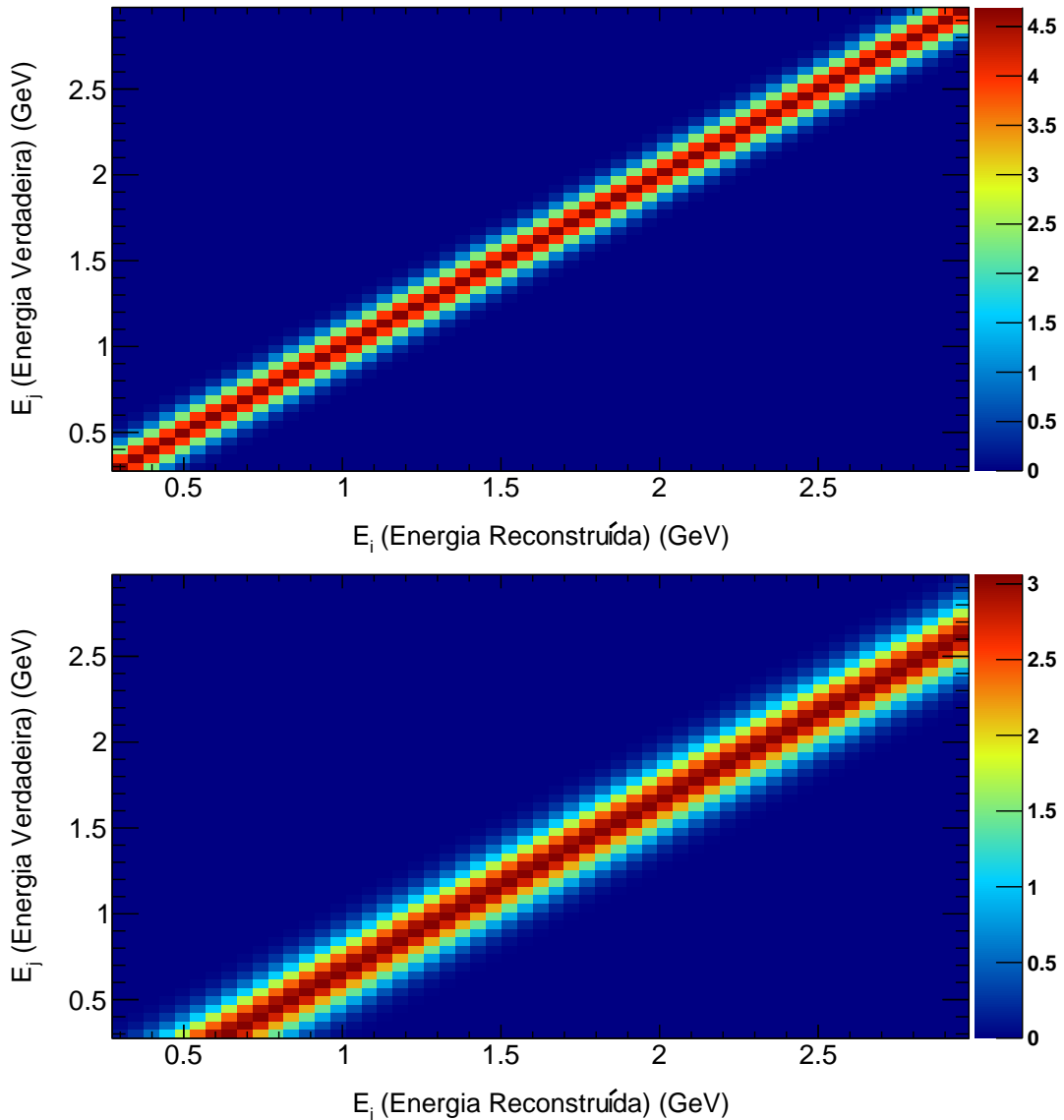


Figura 3.17: Representação tridimensional da matriz que transforma a energia verdadeira em reconstruída para a análise de desaparecimento de $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$. No painel superior temos a matriz para as interações CCQE, enquanto no inferior temos para as interações CCnQE.

onde as mesmas matrizes dada pela Fig. 3.17 foram utilizadas. Portanto, a análise desta figura é análoga ao discutido pela mostrada anteriormente, com exceção de um ponto que vale a pena mencionar a respeito do espectro esperado com oscilação de CCnQE. Vemos um poço mais presente aqui na energia reconstruída, do que o obtido no modo *neutrino run*. Isto significa que apesar do antineutrino interagir menos com o detector, o sinal de oscilação é bem presente. Isto pode contribuir muito na análise combinada dos *runs* de desaparecimento de neutrinos. O número de interações do modo *antineutrino run* é bem inferior ao do *neutrino run* devido a diferença entre as seções de choque de ν e $\bar{\nu}$,

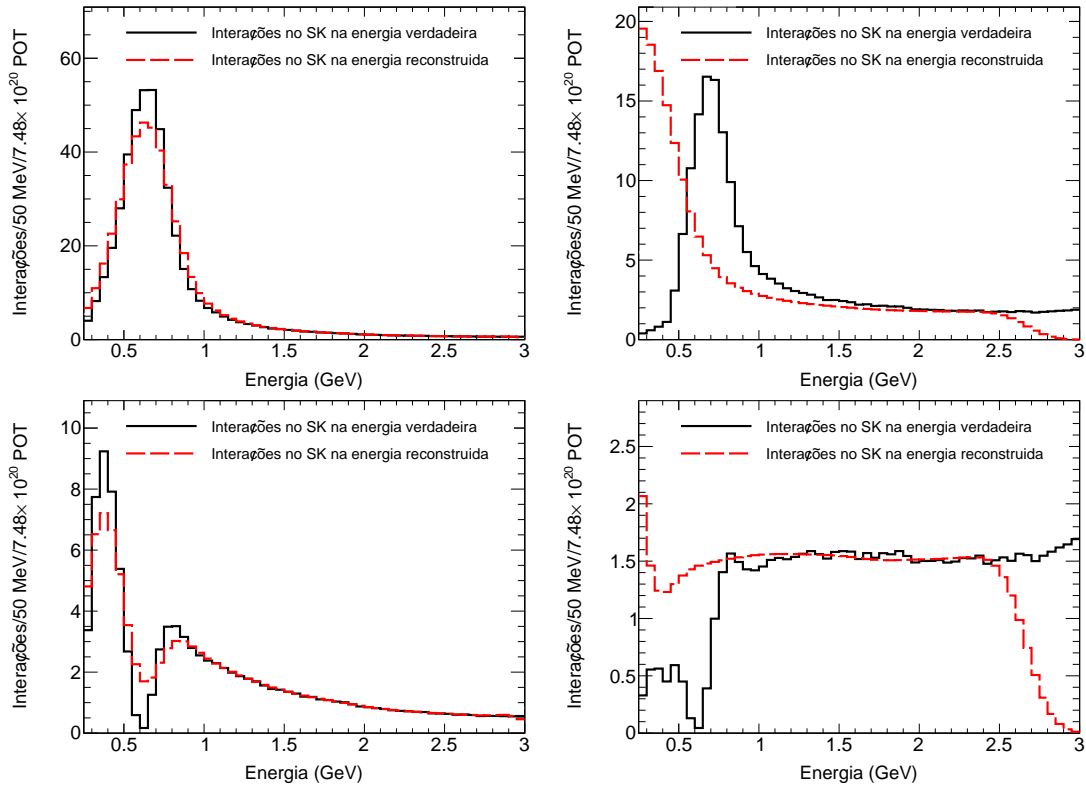


Figura 3.18: Interações esperadas na energia verdadeira, dadas pelas curvas pretas sólidas, e na energia reconstruída, dadas pelas curvas vermelhas tracejadas, para o modo *neutrino run*. Na coluna esquerda temos os espectros esperados sem oscilação, dado pelo painel superior, e com oscilação, dado pelo painel inferior, para interações do tipo CCQE, enquanto que na coluna direita é o mesmo para interações CCnQE.

mesmo tendo praticamente a mesma exposição em POT em ambos os *runs*. Podemos também observar que a forma dos espectros são semelhantes entre os modos *neutrino* e *antineutrino run*.

Apesar de existir na literatura [75] um ajuste também para a matriz G para os ν_e e $\bar{\nu}_e$, escolhemos fazer nosso próprio ajuste, pois assim fomos capazes de obter resultados mais próximos do oficial do T2K. Supomos a resolução como um polinômio de E_i , como feito em MINOS, e portanto obtivemos que,

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu_e/\bar{\nu}_e}^{\nu\text{-run}(d)} &= 0,53 - 1,98E_j + 1,97E_j^2 \text{ (GeV)}; \\ \sigma_{\nu_e/\bar{\nu}_e}^{\nu\text{-run}(e)} &= 0,13E_j \text{ GeV},\end{aligned}\tag{3.25}$$

são as resoluções obtidas de $\nu_e/\bar{\nu}_e$ do modo *neutrino run*, onde os índices $e(d)$ referem-se as gaussianas que transformam a energia de altas (baixas) para baixas (altas) energias.

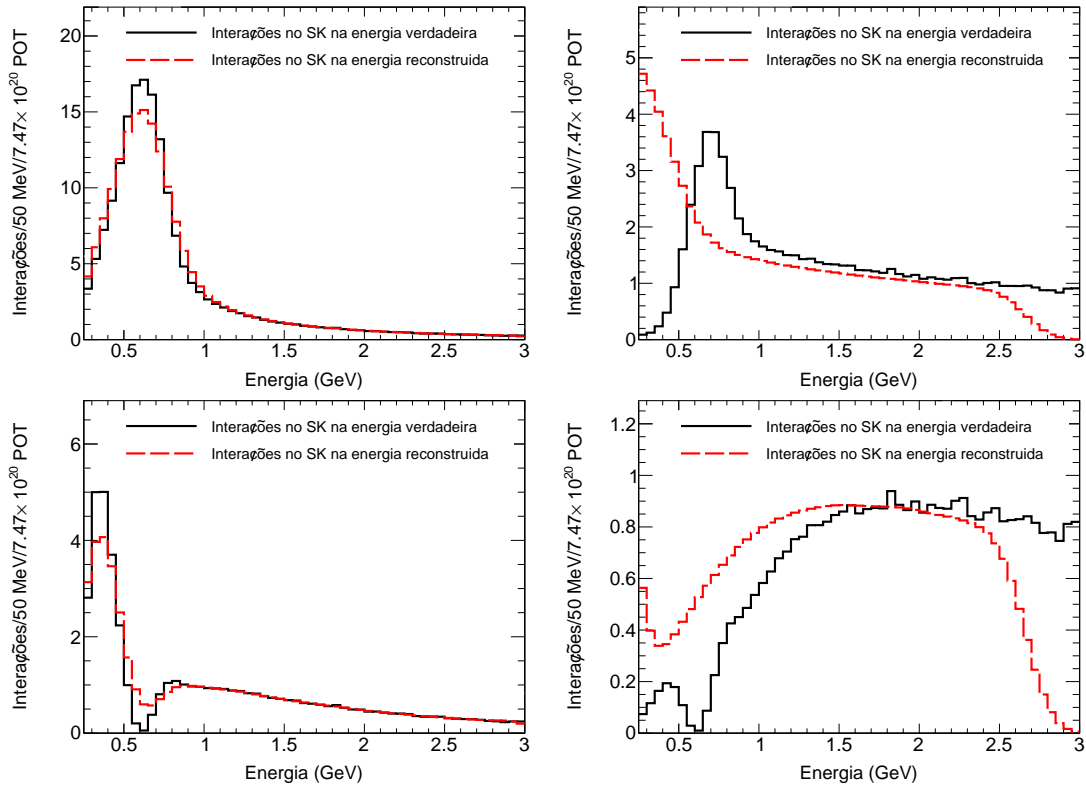


Figura 3.19: Interações esperadas na energia verdadeira, dadas pelas curvas pretas sólidas, e na energia reconstruída, dadas pelas curvas vermelhas tracejadas, para o modo *antineutrino run*. Aqui, seguimos o mesmo padrão dado na Fig. 3.18.

Para *antineutrino run* obtivemos:

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu_e/\bar{\nu}_e}^{\bar{\nu}\text{-run(d)}} &= 0,43 - 2,17E_j + 2,33E_j^2 \text{ (GeV)}; \\ \sigma_{\nu_e/\bar{\nu}_e}^{\bar{\nu}\text{-run(e)}} &= 0,1E_j \text{ GeV.}\end{aligned}\quad (3.26)$$

Nos ajustes nossos descritos pelas Equações (3.25) e (3.26), supomos as mesmas resoluções para neutrinos e antineutrinos eletrônicos e deixamos livre para que o ajuste entre *neutrino* e *antineutrino run* fossem diferentes afim de obter uma melhor validação dos resultados experimentais. Obviamente, pensando pelo lado experimental, é esperado que as incertezas na reconstrução da energia sejam as mesmas, independente da configuração em que o experimento esteja funcionando. Porém, como conduzimos uma análise fenomenológica, esta flexibilidade nos nossos estudos contribui para resultados mais próximos do oficial. Além disso, podemos ver que apesar desta flexibilidade adotada em nossa análise, os ajustes das resoluções para *neutrino* e *antineutrino run* são bem compatíveis, o que mostra que se supuséssemos os mesmos ajustes para ambos, ainda assim seríamos capazes de reproduzir o experimento. Mas, não com a mesma proximidade que obtivemos fazendo da forma mostrada. Outro ponto a se mencionar é que no caso dos neutrinos eletrônicos,

não separamos os sinais em CCQE e CCnQE. O acúmulo de interações de ν_e e $\bar{\nu}_e$ para a exposição em POT usada nesta análise ainda é pobre. Portanto, as interações de corrente carregadas também são pobres no detector, o que dificulta em uma análise fenomenológica a separação dos processos de CC em dois tipos. Especificamente para a análise de aparecimento, o sinal tem embutido os eventos de nQE, em que supomos o nosso ruído ser somente os eventos de corrente neutra.

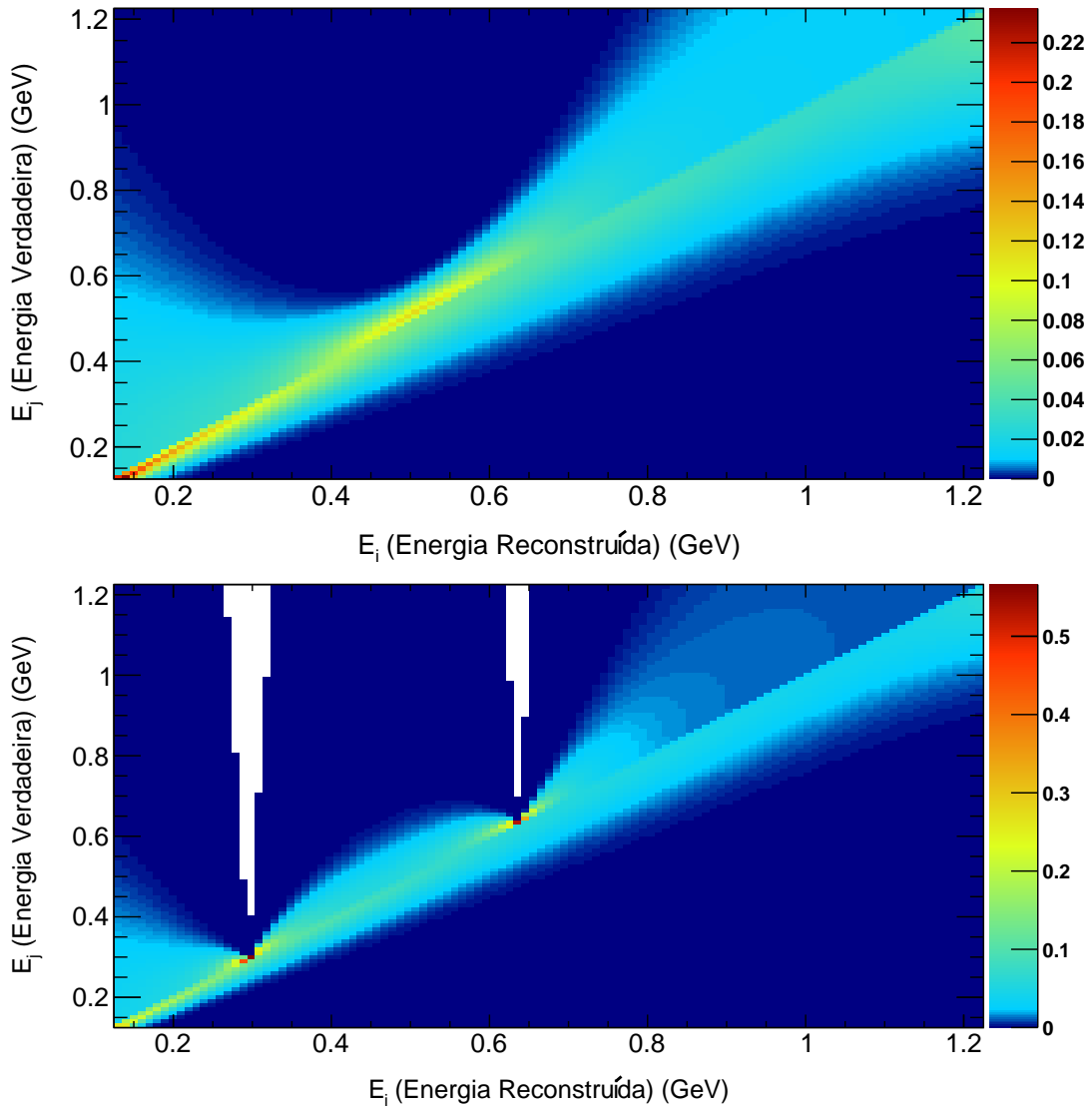


Figura 3.20: Representação tridimensional da matriz que transforma a energia verdadeira em reconstruída para a análise de aparecimento de $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$. No painel superior temos a matriz obtida para o modo *neutrino run*, enquanto no inferior temos o obtido para o modo *antineutrino run*.

A Fig. 3.20 mostra a projeção tridimensional da matriz G para o caso de reconstrução da energia das interações dos neutrinos e antineutrinos eletrônicos, em que temos a relação entre energia verdadeira e reconstruída. No painel superior temos a matriz para o modo

neutrino run, enquanto no inferior mostramos a matriz para o modo *antineutrino run*. Em nosso ajuste, fixamos $\delta E = 0$, pois esperamos que o processo quasi-elástico seja dominante no intervalo de energia de interação dos neutrinos. Olhando para o painel superior, vemos que as energias transformadas abaixo da diagonal seguem um padrão linear com a energia. Porém, os valores acima da diagonal mostram uma resolução que é larga no início, mas, para energias intermediárias a largura afina e depois para energias mais altas, a largura volta a aumentar. O nosso ajuste foi interessante neste sentido, pois pelo lado experimental é esperado uma dificuldade em reconstruir energias muito baixas, assim como energias muito elevadas. Esse padrão foi possível de se obter pela forma como parametrizamos as resoluções da matriz G . No painel inferior, vemos um padrão bem similar obtido pelo modo *antineutrino run*, que mostra visualmente a compatibilidade entre os ajustes dos *runs*.

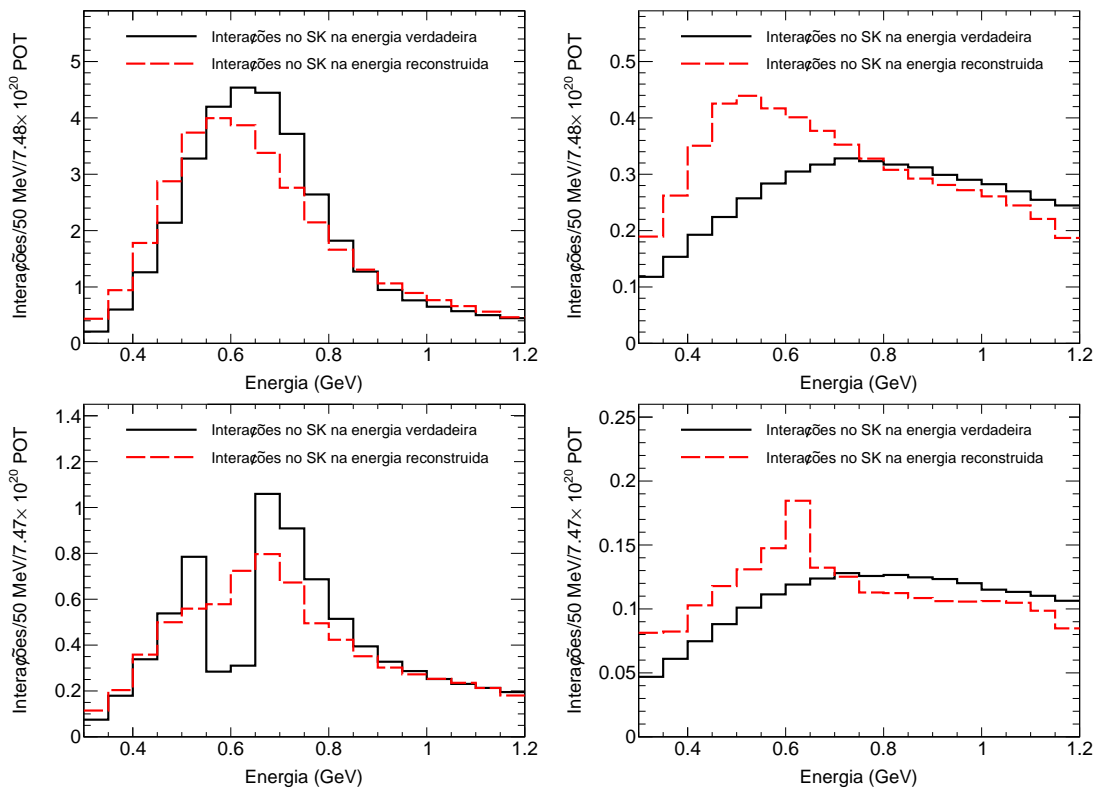


Figura 3.21: Interações esperadas na energia verdadeira, dadas pelas curvas pretas sólidas, e na energia reconstruída, dadas pelas curvas vermelhas tracejadas. No painel superior temos os espectros esperados para o modo *neutrinos run*, onde à esquerda temos o canal $\nu_e \rightarrow \nu_e$ somado ao $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, enquanto que à direita temos somente a contribuição $\nu_e \rightarrow \nu_e$. No painel inferior temos o mesmo para o modo *antineutrino run*.

A partir da Fig. 3.20, podemos calcular as interações esperadas no *SK detector* para $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$ de ambos os modos, mostradas na Fig. 3.21. No painel superior temos os

espectros de interações esperados para o modo *neutrino run*, enquanto no inferior temos os esperados para *antineutrino run*. A coluna esquerda mostram os espectros esperados da soma dos canais de sobrevivência $\nu_e \rightarrow \nu_e$ e transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$. A coluna direita mostra apenas as interações provindas do canal $\nu_e \rightarrow \nu_e$. Os espectros na energia verdadeira são dados pelas curvas pretas sólidas, enquanto que na energia reconstruída, temos as curvas vermelhas tracejadas. Os valores dos parâmetros de oscilação utilizados para se calcular os espectros de interações foram os nossos obtidos para o melhor ajuste usando os dados de T2K. Podemos notar pelos espectros, que a matriz G está fazendo exatamente o esperado. Segundo o que mostra a Fig. 3.20, é possível perceber o deslocamento do pico de interações para uma energia mais baixa na energia reconstruída quando comparada com o da energia verdadeira. Um outro ponto interessante é que podemos comparar as interações com e sem a adição de $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, em que vemos que o aparecimento de neutrinos eletrônicos é um sinal forte se comparado com o espectro esperado segundo $\nu_e \rightarrow \nu_e$. Para termos uma ideia deste sinal, basta fazermos $[(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - (\nu_e \rightarrow \nu_e)]$, e assim concluímos que o aparecimento é bastante relevante em relação ao esperado da sobrevivência do neutrino eletrônico.

3.4.3 Eficiência e os espectros de eventos esperados no *SK detector*

A eficiência foi ajustada de tal maneira a reproduzir os eventos esperados segundo a oscilação, que podem ser encontrados nas Refs. [7, 73]. Para reproduzir os eventos usamos os valores dos parâmetros de oscilação ajustados pelo T2K. A Fig. 3.22 mostra a eficiência ajustada em função da energia reconstruída dos neutrinos. O painel à esquerda mostram os resultados da eficiência para detecção ($\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$) no modo *neutrino-run* (curva vermelha) e *antineutrino run* (curva azul). O painel à direita mostra o mesmo para ($\nu_e + \bar{\nu}_e$).

A eficiência de detecção do experimento depende também do tipo de interação que o neutrino tem com os nucleons. Mas, devido a dificuldade em modelar uma eficiência para cada interação, fizemos um ajuste médio da eficiência e supomos como a mesma em todos os processos de interação. A eficiência ajustada no caso do T2K pode ser vista como uma variável que serviu para fazer o ajuste fino ao espectro de eventos esperados pelo experimento. O resultado obtido mostra que apesar de não termos extraído a eficiência de uma referência experimental, ainda assim o resultado é coerente, pois nenhum valor obtido para tal ajuste ultrapassa o valor de 100%.

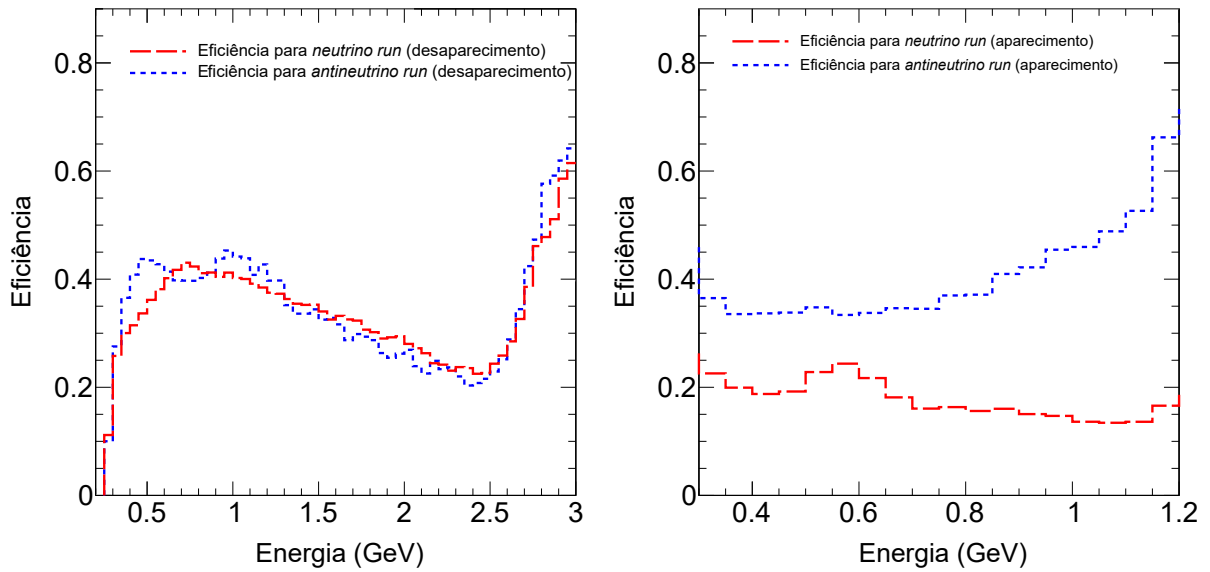


Figura 3.22: Eficiência ajustada segundo os espectros de neutrinos publicados nas Ref. [7, 73], onde em vermelho tracejado, temos o ajuste para o modo *neutrino run*, e azul pontilhado, o obtido para o modo *antineutrino run*. No painel esquerdo, temos a eficiência para a análise de desaparecimento, enquanto que na direita, temos para a análise de aparecimento. Ajustamos a eficiência tendo como referência os espectros esperados segundo a oscilação de neutrinos em T2K.

Na análise de desaparecimento separamos os eventos calculados nos processos de CCQE e CCnQE. O resultado pode ser visto na Fig. 3.23, em que usamos o melhor ajuste obtido pelo T2K. No painel à esquerda temos os eventos esperados no modo *neutrino run*, e à direita estão os eventos esperados no modo *antineutrino run*. Em ambas as configurações vemos que os eventos do processo QE, dado pela curva cinza tracejada, possuem a característica de oscilação pelo vale aparente em torno de 0,6 GeV. O mesmo não ocorre para os eventos dos processos nQE, dado pela curva rosa tracejada, pois como já falado, a reconstrução destes eventos em T2K é bastante dificultada pelas altas incertezas por conta da falta de informação da energia total nestes processos. Podemos notar também que com a adição da eficiência, o pequeno poço que existia no espectro de interação, agora não existe mais nos eventos esperados de não quasi-elásticos. Nesta figura também acrescentamos o espectro de eventos de corrente neutra, descritos pela cor verde tracejada, que assim como os eventos de nQE, são ruídos. Os eventos esperados são a soma dos eventos obtidos de QE, nQE e NC, o que resulta no espectro em cor azul tracejado, que por sua vez continua com o poço devido ao desaparecimento de neutrinos bem presente. A curva azul é o resultado final da reprodução do espectro de eventos do T2K para o caso da análise de desaparecimento. Vamos compará-la na próxima Seção com os espectros esperados obtidos pelo próprio experimento e também com os dados

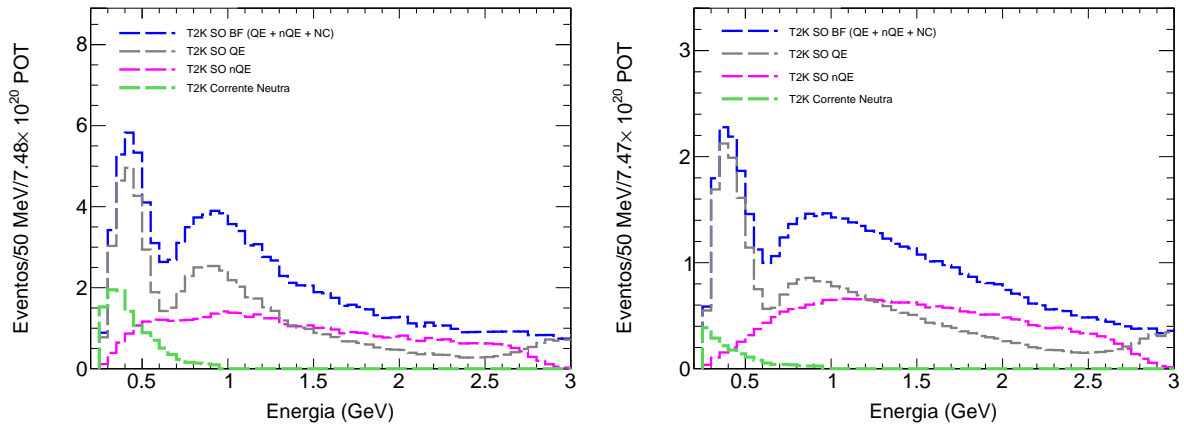


Figura 3.23: Nossos eventos esperados segundo a oscilação de neutrinos para a análise de desaparecimento, separando os processos CCQE, dado pela curva cinza tracejado, e CCnQE, dado pela curva rosa tracejado, onde no painel esquerdo temos o modo *neutrino-run* e *antineutrino run* na direita. Também é mostrado o espectro de corrente neutra, dado pela curva verde, e os eventos totais, que é a soma de CCQE, CCnQE e NC, dado pela curva azul.

experimentais. Como em nossa análise não separamos os eventos de CC em QE e nQE para o caso de aparecimento, então deixaremos para discutir os eventos esperados desta análise na próxima Seção também.

3.4.4 Análise usando *neutrino-run* e *antineutrino run* de T2K

Vamos apresentar agora os resultados da análise de desaparecimento e aparecimento de neutrinos usando os dados de T2K para o caso padrão da oscilação. Na Fig. 3.24, temos no painel esquerdo, os eventos esperados obtidos para o modo *neutrino run*, e no direito os obtidos para *antineutrino run*. Mostramos o espectro de eventos calculados usando o melhor ajuste dos parâmetros obtidos em nossa análise, que é dado pela curva azul tracejada, em que podemos compará-la com os dados de T2K e também com o espectro de eventos esperado oficial do experimento, dado pela curva vermelha tracejada. Para podermos comparar os espectros com os dados de T2K, somamos o ruído de corrente neutra aos espectros nossos esperados e ao oficial. Os nossos espectros de eventos estão em ótima concordância com os oficiais do T2K em ambos os *runs*, logo, o ajuste com os dados obtidos também são bons.

A Fig. 3.25 apresenta os espectros obtidos pela análise de aparecimento de neutrinos eletrônicos. Esta figura segue o mesmo padrão da Fig. 3.24. Foram observados 32 eventos de $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$ no modo *neutrino run*, e apenas 4 eventos para *antineutrino run*, o que evidencia a baixa estatística deste canal. Nossa conclusão é a que os espectros possuem

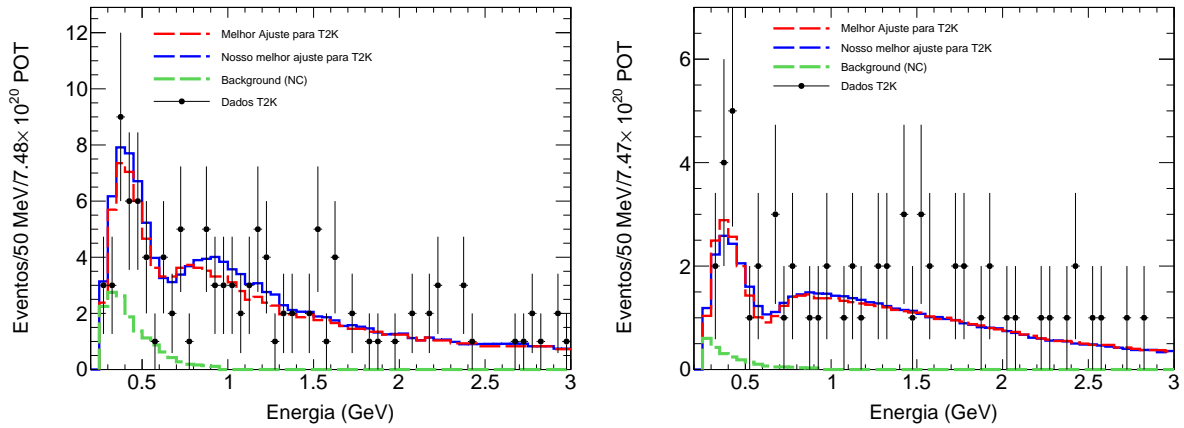


Figura 3.24: Nosso espectro esperado obtido para a análise de desaparecimento, dado pela curva azul tracejada, em comparação com os dados e o espectro obtido pelo experimento T2K, que é dado pela curva vermelha tracejada. O ruído devido aos eventos de NC também é mostrado pela curva verde.

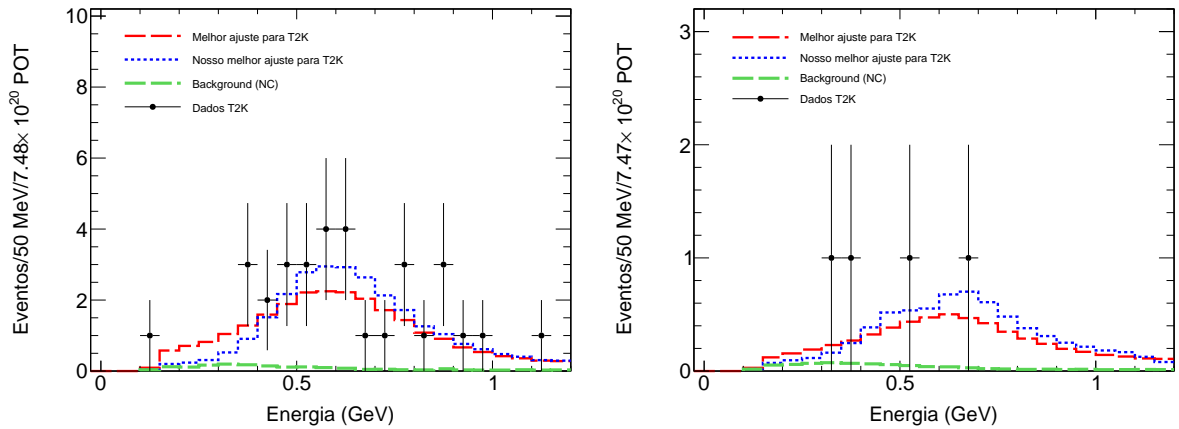


Figura 3.25: Nosso espectro esperado obtido para a análise de aparecimento em comparação com os dados e o espectro obtido pelo experimento T2K. Aqui seguimos o mesmo padrão apresentado na Fig. 3.24.

boa concordância com os oficiais do experimento.

Com a reprodução do espectro concluída, o próximo passo foi investigar as regiões de níveis de confiança. Para validar a reprodução dos resultados do T2K, também é necessário observar a concordância entre as regiões de confiança dos parâmetros de oscilação obtidas em nossa análise com aquelas obtidas oficialmente pelo experimento T2K. Em análises fenomenológicas esperamos que os resultados obtidos sejam levemente menos restritivos que os resultados experimentais⁶. Nosso resultado em *antineutrino run* foi um pouco mais restritivo que o oficial, mas, estatisticamente dentro do que podemos considerar aceitável.

⁶Para pesquisadores de fora da colaboração experimental não há as mesmas informações disponíveis que para aqueles que estão dentro da colaboração.

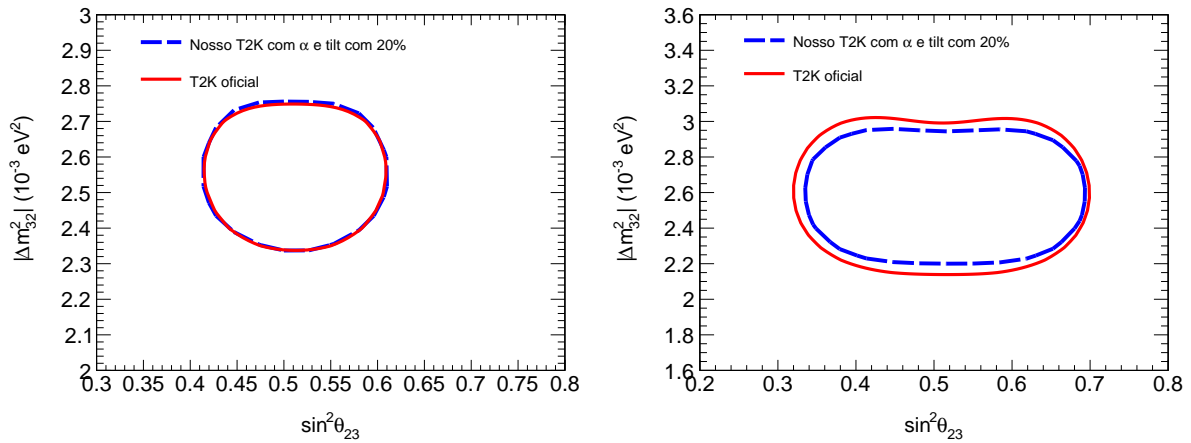


Figura 3.26: Regiões de confiança para 90% C.L. de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$ para as análises de desaparecimento na configuração de *neutrino-run*, representado no painel da esquerda e *antineutrino run*, dado no painel da direita. As curvas dadas na cor azul tracejada são os nossos resultados, enquanto que os dados na cor vermelha são os do T2K.

Começamos pela análise de desaparecimento de neutrinos, em que a Fig. 3.26 traz no painel esquerdo, as regiões permitidas de 90% C.L. para o modo *neutrino run* e no direito é o mesmo para o modo *antineutrino run*. Nesta figura o nosso resultado, que é dado pela curva azul tracejada, pode ser comparado com o obtido pelo T2K, dado pela curva vermelha, em que para o modo *neutrino run* nosso resultado é muito próximo do experimental. Na análise de desaparecimento os resultados do modo *neutrino run* são dominantes sobre os do modo *antineutrino run*, logo, na análise combinada dos *runs*, os resultados são muito próximos dos obtidos para *neutrino run*. Para esta análise ajustamos a resolução para a normalização dos eventos e para a calibração da energia em 20%, portanto, $\sigma_\alpha = 0,2$ e $\sigma_t = 0,2$, respectivamente. O ajuste destas incertezas não foi com base em alguma referência experimental, mas com base na reprodução das regiões permitidas do T2K.

Os resultados das análises de aparecimento de neutrinos eletrônicos, onde é interessante analisar as regiões permitidas dos parâmetros δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$. Para a reprodução desta análise supomos apenas o caso de hierarquia normal (NH). Usamos as probabilidades de sobrevivência $\nu_e \rightarrow \nu_e$ e transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ com efeitos de matéria [48], em que usamos $\rho = 2,6 \text{ g/cm}^3$ como a densidade de elétrons da Terra.

Na Fig. 3.27 mostramos a região permitida de 90% C.L. dos parâmetros de δ_{CP} por $\sin^2\theta_{13}$, onde a curva tracejada azul é o resultado para o modo *neutrino run*, a curva vermelha tracejada é o modo *antineutrino run*, e a curva preta sólida é o resultado da combinação de ambos os *runs*. Para cada um dos casos mostramos também os melhores

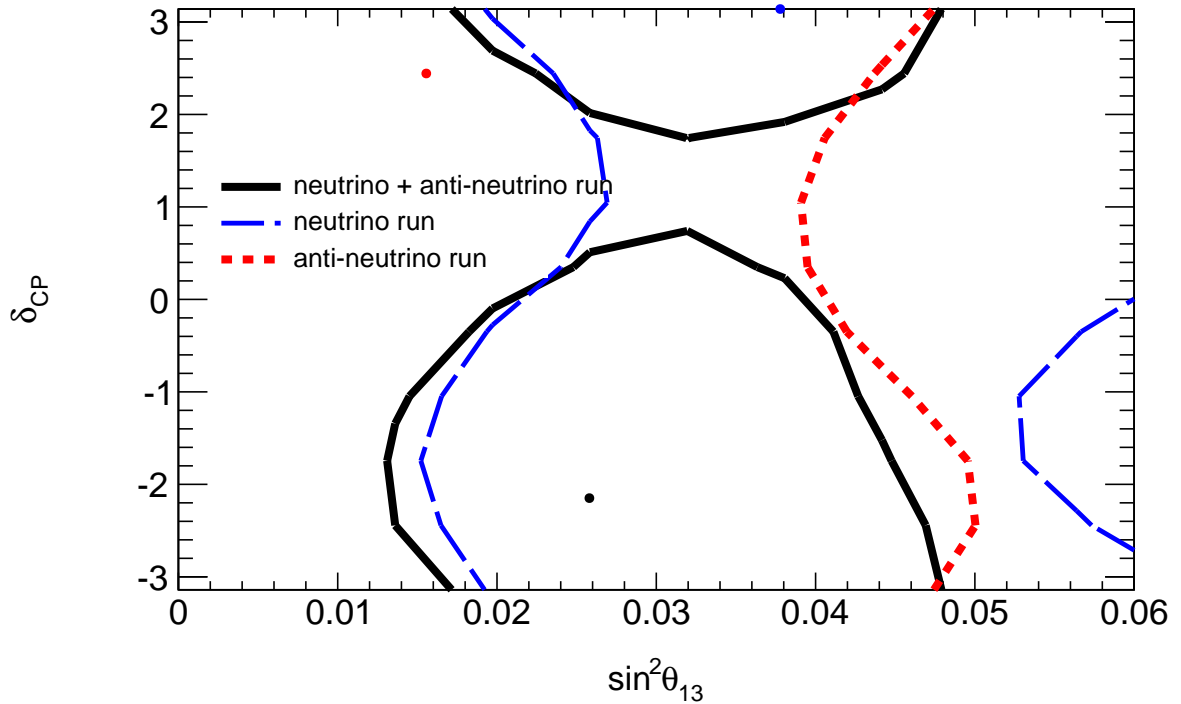


Figura 3.27: Região de confiança para 90% C.L. de δ_{CP} por $\sin^2\theta_{13}$ para as análises de aparecimento na configuração de *neutrino-run*, dado pela curva tracejada azul, *antineutrino run*, dada pela curva vermelha tracejada, e o combinado de ambos os *runs*, dado pela curva sólida preta, e seus respectivos melhores ajustes, dados pelos pontos.

ajustes obtidos indicados pelos pontos na figura. Para se obter este resultado é preciso combinar a análise de desaparecimento de neutrinos muônicos com a análise de aparecimento de neutrinos eletrônicos, pois é pelo desaparecimento que os parâmetros Δm_{32}^2 e θ_{23} são restringidos. Isto é de suma importância para que a restrição de δ_{CP} e θ_{13} sejam interessantes.

Olhando para os *runs* separadamente, vemos que ambos não restringem em nada o valor de δ_{CP} . O combinado destes *runs* traz um resultado interessante, pois mostra que T2K começa a ter uma pequena restrição dos valores de δ_{CP} no nível de 90% C.L.. Ocorre uma rejeição de valores entre $0,255\pi$ e $0,573\pi$ radianos.

A Fig. 3.28 por sua vez, mostra o nosso resultado, dado no painel esquerdo, onde projetamos as regiões permitidas no nível de 90%, dado pela curva preta sólida, e 68% C.L., dado pela curva preta tracejada. No painel direito temos a região publicada pelo T2K, onde as curvas pretas são o caso de hierarquia normal, e as amarelas, as obtidas para hierarquia invertida (IH). Comparando as nossas curvas com as do T2K para NH, vemos uma boa concordância dos nossos resultados com o oficial. Obtivemos um resultado que restringe menos os parâmetros de oscilação do que o do experimento, contudo, entendemos

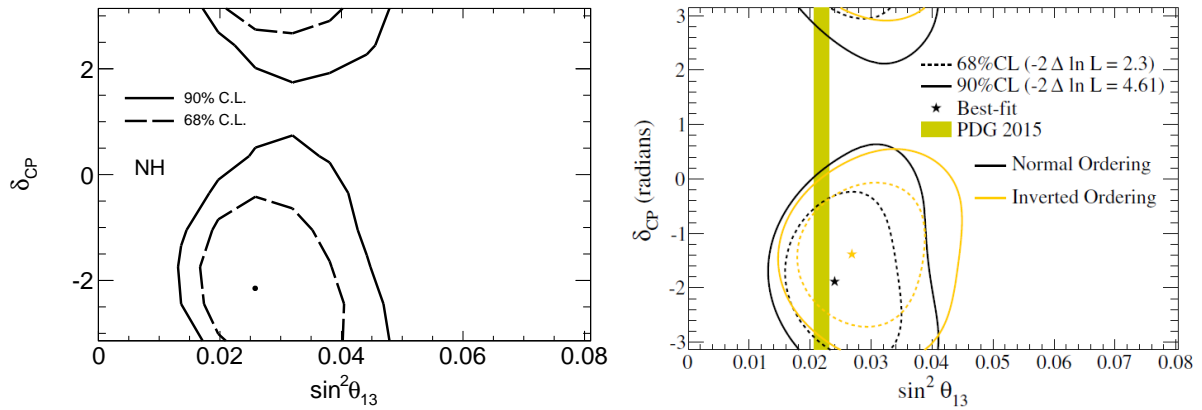


Figura 3.28: Região de confiança de δ_{CP} por $\sin^2 \theta_{13}$ para as análises de aparecimento na configuração de *neutrino-run* combinada com a de *antineutrino run*. No painel esquerdo temos o nosso resultado para NH, onde a curva preta sólida é para 90%, e a tracejada para 68% C.L. No painel direito temos o mesmo padrão para os resultados obtidos pelo T2K, porém, também é mostrado os resultados para IH, pelas curvas amarelas.

que não são diferenças estatisticamente significativas.

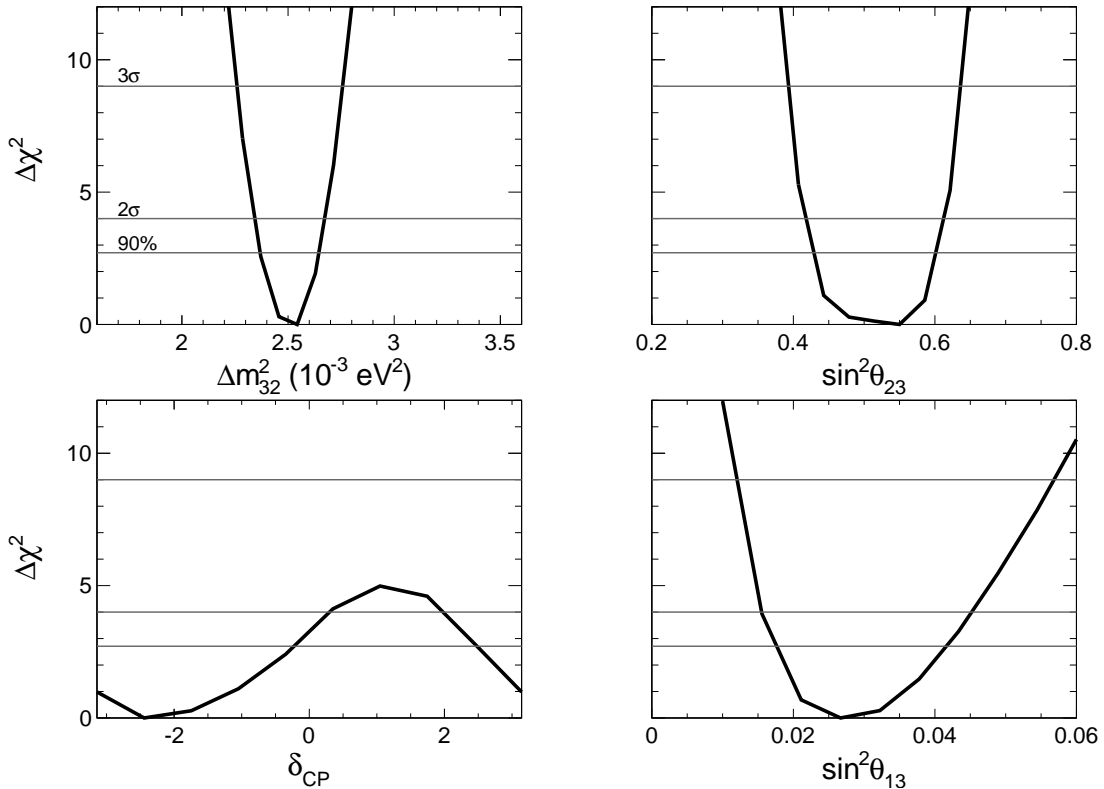


Figura 3.29: Projeções uni-dimensionais dos parâmetros de oscilação do resultado combinado dos *runs* do T2K. No painel superior mostramos os limites dos parâmetros de oscilação de Δm_{32}^2 , dado à esquerda, e $\sin^2 \theta_{23}$, dado à direita, enquanto no inferior temos os limites obtidos de δ_{CP} , à esquerda, e $\sin^2 \theta_{13}$, à direita.

Os resultados apresentados anteriormente das regiões bidimensionais dos parâmetros

de oscilação nos levam a concluir que a reprodução dos resultados de T2K foram validados. Na Fig. 3.29 mostramos as projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação padrão. No painel superior, as projeções de Δm_{32}^2 à esquerda e $\text{sen}^2\theta_{23}$ à direita. No painel inferior temos à esquerda, a projeção de δ_{CP} e à direita, a de $\text{sen}^2\theta_{13}$. Os parâmetros do setor

Tabela 3.3: Os valores de melhor ajuste nosso para a análise combinada dos *runs* de T2K são mostrados e comparados com o melhor ajuste experimental do T2K. Também adicionamos as incertezas obtidas que podem ser retiradas da Fig. 3.29. Por último adicionamos a hipótese esperada sem oscilação.

	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\text{sen}^2\theta_{23}$	$\text{sen}^2\theta_{13}$	δ_{CP} (rad.)	χ^2/gl
T2K	2,545	$0,532 \pm_{0,068}^{0,046}$	0,0217	-1,791	NA
Nosso T2K	$2,543 \pm_{0,133}^{0,057}$	$0,550 \pm_{0,162}^{0,038}$	$0,0267 \pm_{0,0051}^{0,0098}$	$-2,443 \pm_{0,699}^{1,443}$	178,70/152
Sem oscilação	–	–	–	–	888,08/156

solar foram fixados e iguais à $\Delta m_{21}^2 = 7,53 \times 10^{-5}$ eV² e $\text{sen}^2\theta_{12} = 0,304$. As linhas horizontais delimitam os níveis de 90%, 2σ , e 3σ de C.L.. Podemos ver que os limites obtidos para T2K são fortes, com excessão de δ_{CP} , onde em nossa análise, não temos quase nenhuma restrição a partir de 2σ C.L..

A Tab. 3.3 traz os melhores ajustes obtidos de T2K para a análise combinada dos *runs* e também os nossos melhores ajustes. Baseado nas projeções unidimensionais dos parâmetros pudemos retirar as informações dos erros dos ajustes obtidos no nível de 1σ C.L., o que mostra que os resultados obtidos por nós contemplam os do T2K neste nível de confiança. Também mostramos o valor de χ^2 obtido caso não tenhamos oscilação de neutrinos e obtivemos que $\chi^2/gl \approx 5,69$, e para o caso supondo a oscilação, tivemos que $\chi^2/gl \approx 1,18$, o que nos leva a concluir que a oscilação padrão é uma excelente hipótese.

Concluimos a partir das discussões ao longo desta Seção que os nossos resultados obtidos para T2K são validados pela comparação com os resultados oficiais.

3.5 Estratégia para a análise de decoerência

Para a análise de decoerência adotamos todos os modelos no vácuo (como descrito no Capítulo 2). Usamos para os cálculos, um espaço de parâmetros do modelo descrito pela Tab. 3.4, em que apresentamos o número de pontos utilizados para cada parâmetro e o intervalo de valores em que estes pontos são espaçados. Também mostramos o passo

Tabela 3.4: Mostramos o número de pontos, o intervalo de valores, e o passo adotado para cada parâmetro dos modelos que investigamos. Em alguns casos alteramos o número de pontos e o intervalo de valores com o intuito de ganho computacional de processamento, porém, mantivemos o passo descrito abaixo sendo o mesmo em toda a análise de decoerência.

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\text{sen}^2\theta_{23}$	$\text{sen}^2\theta_{13}$	δ_{CP} (rad.)	$\log(\gamma_0)$ (-19)
núm. de pontos	20	15	10	9	20
intervalo	1,6 - 2,8	0,28 - 0,72	0,002 - 0,054	$-\pi$ - 2.44	-8 - -2
passo	0.063	0.031	0.0058	0.70	0.32

obtido para cada parâmetro. A granularidade adotada, que é dada pelo passo, foi sempre a mesma durante a análise de decoerência. Em alguns casos diminuimos o número de pontos e restringimos melhor o intervalo de valores de alguns parâmetros, com a estratégia de obter ganho computacional e tempo de processamento dos cálculos.

CAPÍTULO 4

EFEITO DA ENERGIA NA DECOERÊNCIA

Neste capítulo mostramos como é o efeito do parâmetro da decoerência para as diferentes dependências energéticas usadas nesta análise. Mostramos este efeito sobre os espectros para os dados de cada análise para MINOS (ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ de FHC) e T2K, (*neutrino run* e *antineutrino run*). Pegamos o caso 1 dado no Capítulo 2 como exemplo para mostrar as regiões de confiança bidimensionais e unidimensionais dos parâmetros investigados para observarmos o efeito de cada valor de n . Apresentamos esta análise para ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ separadamente em MINOS. O mesmo é feito para T2K em que apresentamos *neutrino* e *antineutrino run* separadamente. O comportamento destes efeitos são similares para os outros casos mostrados no Capítulo 2.

4.1 Efeito de Γ em MINOS

Nessa seção mostramos o impacto de Γ para as diferentes dependências com a energia sobre os espectros de MINOS. Também mostramos como o cenário padrão é modificado por esta fenomenologia.

A Fig. 4.1 mostra os espectros esperados usando os melhores ajustes dos parâmetros de oscilação obtidos para MINOS pelo caso padrão da oscilação, que foram $\Delta m_{32}^2 = 2,36 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\sin^2 \theta_{23} = 0,40$, em que fizemos $\theta_{13} = \delta_{CP} = 0$. No painel esquerdo temos os espectros para os dados de neutrinos, enquanto que no direito, temos os de

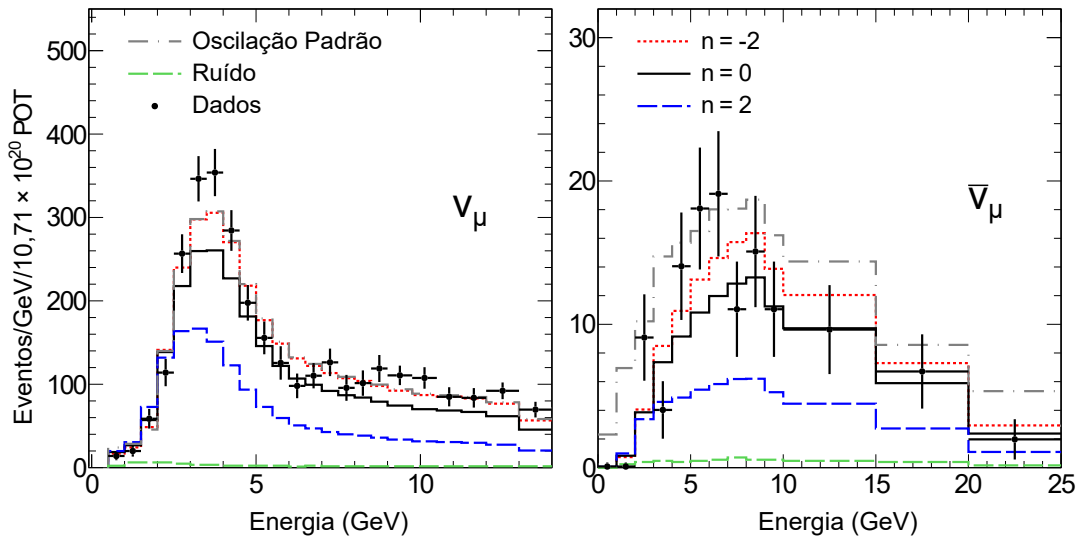


Figura 4.1: Comparamos o efeito de Γ com o caso padrão da oscilação, dado pela curva cinza tracejada pontilhada. Os parâmetros de oscilação usados foram os obtidos do melhor ajuste com dados do MINOS, que é $\Delta m_{32}^2 = 2,36 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\sin^2 \theta_{23} = 0,40$. Para investigar o efeito da decoerência neste cenário, mantivemos os mesmos valores dos parâmetros de oscilação e fixamos $\gamma_0 = 10^{-22} \text{ GeV}$, para $n = -2, 0, 2$, dados pelas curvas vermelha pontilhada, preta sólida e azul tracejada, respectivamente. O ruído devido aos raios cósmicos, dado pela curva verde tracejada, foi adicionado aos espectros do caso padrão e também nos com decoerência para que possamos compará-los com os dados de maneira justa.

antineutrinos muônicos.

A curva cinza tracejada pontilhada mostra o espectro esperado para o caso padrão, enquanto a verde tracejada mostra o ruído, já as curvas vermelha pontilhada, preta sólida e azul tracejada são os espectros esperados obtidos para $n = -2, 0, 2$, respectivamente, onde usamos $\gamma_0 = 10^{-22} \text{ GeV}$.

O ruído de raios cósmicos está adicionado a todos os espectros obtidos, assim, a comparação com os dados de MINOS é apropriada. Vamos tomar o caso padrão como referência de melhor modelo ajustado aos dados. Para o valor de γ_0 usado, em $n = -2$, nosso espectro é basicamente o mesmo do caso padrão para os eventos de desaparecimento de neutrinos muônicos. Para antineutrinos muônicos, o efeito é visível devido a pobre estatística para estes dados. Para $n = 2$, temos o maior efeito em relação ao caso padrão para ambos os espectros. Isto mostra que o espectro de energia do MINOS favorece melhores restrições à decoerência para este subcaso.

Na Fig. 4.2 mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros sensíveis a estes dados para a análise de neutrinos muônicos de FHC. No painel superior à esquerda, apresentamos as curvas de níveis de Δm_{32}^2 em função de $\sin^2 \theta_{23}$, enquanto que na coluna direita, temos as de Δm_{32}^2 por $\log(\gamma_0)$ e no painel inferior, as de $\sin^2 \theta_{23}$ por $\log(\gamma_0)$. Os

pontos nas figuras são os valores dos melhores ajustes dos parâmetros obtidos da análise, e suas cores estão associados aos seus respectivos subcasos. Seguimos o mesmo padrão de tipos e cores das curvas mostradas para o caso padrão e os subcasos $n = -2, 0, 2$, como mostrado na Fig. 4.1.

Todas as curvas de níveis apresentadas são complementares. Os efeitos observados pela região de Δm_{32}^2 por $\sin^2 \theta_{23}$ podem também serem vistos pelas curvas em função de $\log(\gamma_0)$. Para a região dos parâmetros de oscilação, vemos uma distorção maior em relação ao cenário padrão provocado por $n = -2$. Nesse subcaso, o espectro de energia de MINOS atua enfraquecendo Γ , então para compensar o efeito da energia, γ_0 tende a agir na análise desses dados com uma maior intensidade. Isto provoca um impacto maior sobre o cenário esperado pela oscilação pura. Também vemos por este resultado que o efeito de γ_0 faz com

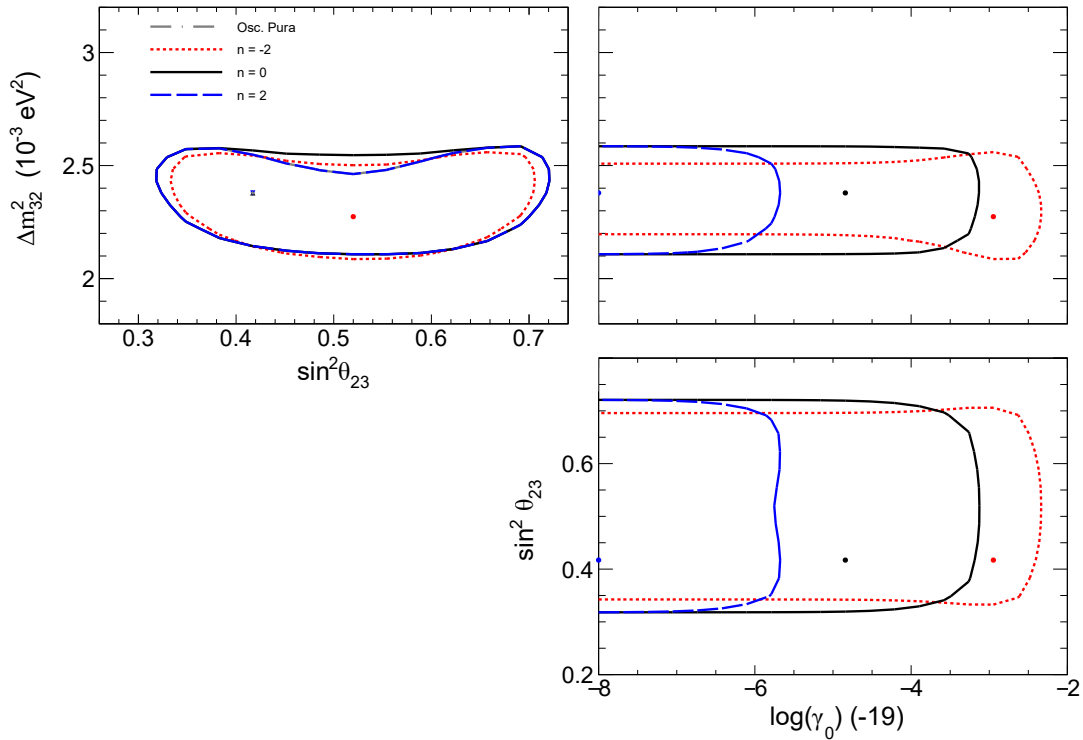


Figura 4.2: Regiões de confiança para 90% C.L. obtidos da análise de neutrinos muônicos de FHC do MINOS usando o caso 1 dos modelos de oscilação com decoerência. A curva cinza tracejada pontilhada é o caso padrão da oscilação, enquanto que as curvas vermelha pontilhada, preta sólida e azul tracejada são para $n = -2, 0, 2$ respectivamente. No painel superior temos na coluna esquerda as regiões permitidas de Δm_{32}^2 por $\sin^2 \theta_{23}$, enquanto na coluna direita, temos as de Δm_{32}^2 por $\log(\gamma_0)$ e no inferior, as de $\sin^2 \theta_{23}$ por $\log(\gamma_0)$. Os pontos nas figuras indicam os melhores ajustes para cada subcaso.

que θ_{23} tenda a assumir seu valor máximo. O efeito da decoerência é o amortecimento da oscilação, e com isso acaba modificando também a amplitude da probabilidade do modelo. Isto causa um enfraquecimento da amplitude, como podemos ver no comportamento da

probabilidade de sobrevivência dada na Fig. 2.5. Para compensar este efeito, o ângulo de mistura mais relevante (θ_{23}) tende a assumir valores próximos de $\pi/4$ radianos.

Observamos em $n = -2$ que a manifestação da decoerência contribuiu para restringir mais os valores dos parâmetros de oscilação do que o próprio caso padrão, apesar desta significância ser baixa. Ainda em $n = -2$, o valor de Δm_{32}^2 ajustado foi inferior aos outros subcasos. Como em um caso típico de oscilador amortecido, a manifestação da decoerência tende a enfraquecer a frequência de oscilação. Isto não ocorre para $n = 0$ e $n = 2$, em que o efeito de γ_0 é menor. Nesses subcasos, as curvas e os melhores ajustes tendem para o caso padrão.

Vemos pelas regiões permitidas dos parâmetros de oscilação em relação ao parâmetro de decoerência uma restrição maior do parâmetro γ_0 no subcaso $n = 2$, em que o melhor ajuste tende para $\gamma_0 \rightarrow 0$. Como esperado pela análise dos espectros, o subcaso $n = 0$ restringe mais γ_0 do que $n = -2$.

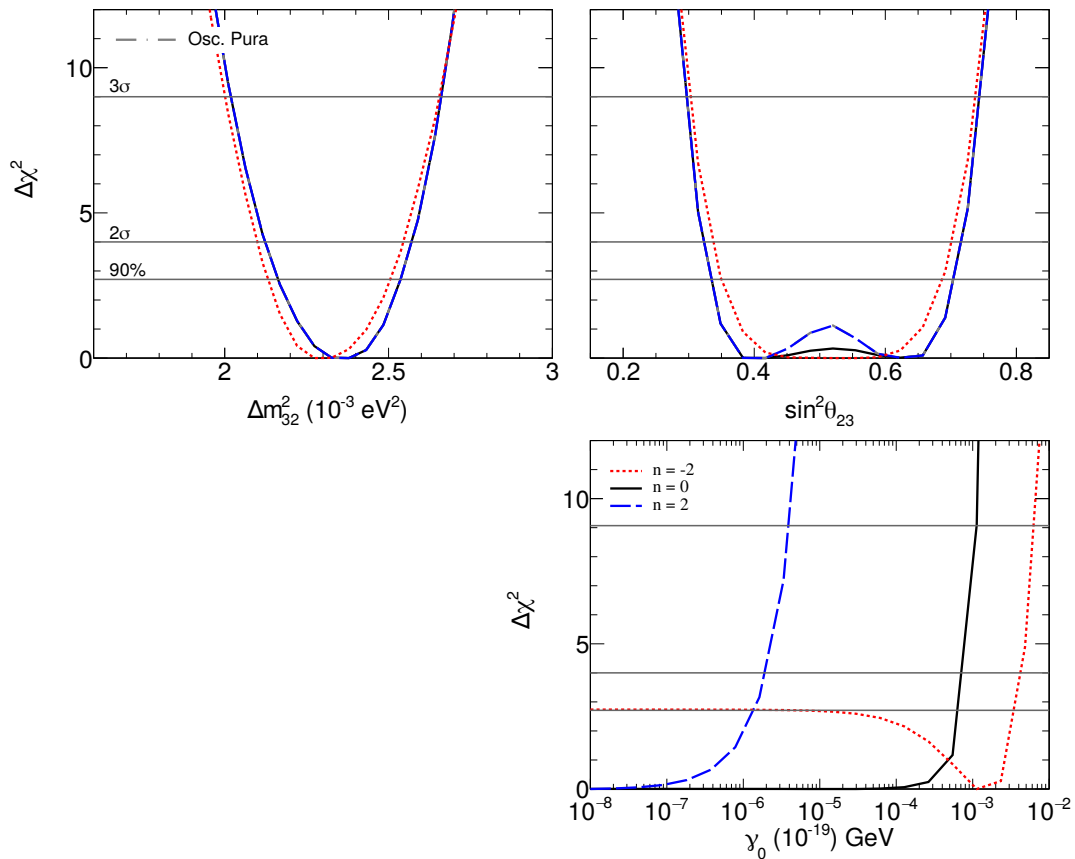


Figura 4.3: As curvas aqui descritas seguem o mesmo padrão de tipo e cores da Fig. 4.2. Mostramos as regiões uni-dimensionais dos parâmetros de oscilação e de decoerência do caso 1 para a análise de neutrinos muônicos de FHC do MINOS. No painel superior temos na coluna esquerda as regiões de Δm_{32}^2 , enquanto na coluna direita, temos as de $\sin^2\theta_{23}$ e no inferior, as de γ_0 .

Na Fig. 4.3 mostramos as projeções unidimensionais dos parâmetros, em que podemos comparar os efeitos da manifestação da decoerência sobre os parâmetros de oscilação, o que complementa os resultados da Fig. 4.2. No painel superior temos à esquerda, as curvas de Δm_{32}^2 , enquanto que à direita temos as de $\sin^2\theta_{23}$, e no painel inferior temos as curvas de γ_0 .

Na projeção de Δm_{32}^2 vemos nenhum efeito para os subcasos $n = 0, 2$, quando comparado com o caso padrão. Em $n = -2$ vemos o deslocamento da curva para a esquerda devido ao mínimo de Δm_{32}^2 ser localizado para um valor menor do que o obtido pelo caso padrão. Em relação ao $\sin^2\theta_{23}$, vemos como principal característica, a tendência do ajuste ir para o valor máximo de θ_{23} quando n diminui. Podemos ver também que esta tendência ocorre para $n = 0$, apesar de o melhor ajuste ser o mesmo da oscilação padrão.

Por fim, assim como vemos pelas regiões permitidas bidimensionais de 90% C.L., em relação a projeção de γ_0 , os limites obtidos são mais restritivos para $n = 2$. Em $n = -2$, temos um mínimo não zero para γ_0 com uma significância de 90% C.L., o que modifica o cenário das regiões permitidas bidimensionais em relação ao caso padrão para os parâmetros de oscilação.

Obtemos que os dados de ν_μ de FHC do MINOS retornam limites da seguinte ordem,

$$\begin{aligned}\gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-22}) \text{ GeV, para } n = -2; \\ \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-23}) \text{ GeV, para } n = 0; \\ \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-25}) \text{ GeV, para } n = 2,\end{aligned}\tag{4.1}$$

para um nível de confiança de 90%, que são a ordem dos limites obtidos para cada n independente do caso investigado.

Mostramos no Capítulo 3 que os dados coletados de antineutrinos muônicos do modo FHC são estatisticamente pobres. Podemos observar isto também pela Fig. 4.1, em que vemos uma grande diferença numérica entre os eventos de ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$. Com isso, a sensibilidade aos parâmetros Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ é pequena.

Na Fig. 4.4 mostramos a região permitida de 90% C.L. de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$ para o caso padrão e os subcasos $n = -2, 0, 2$. Mantivemos o mesmo padrão das figuras anteriores. O impacto pelo efeito da decoerência sobre os parâmetros de oscilação foram mínimos para todos os subcasos de n quando comparados com o caso padrão. Como estes dados sequer restringem bem os parâmetros de oscilação, não vimos necessidade de analisar as regiões permitidas bidimensionais com respeito à γ_0 .

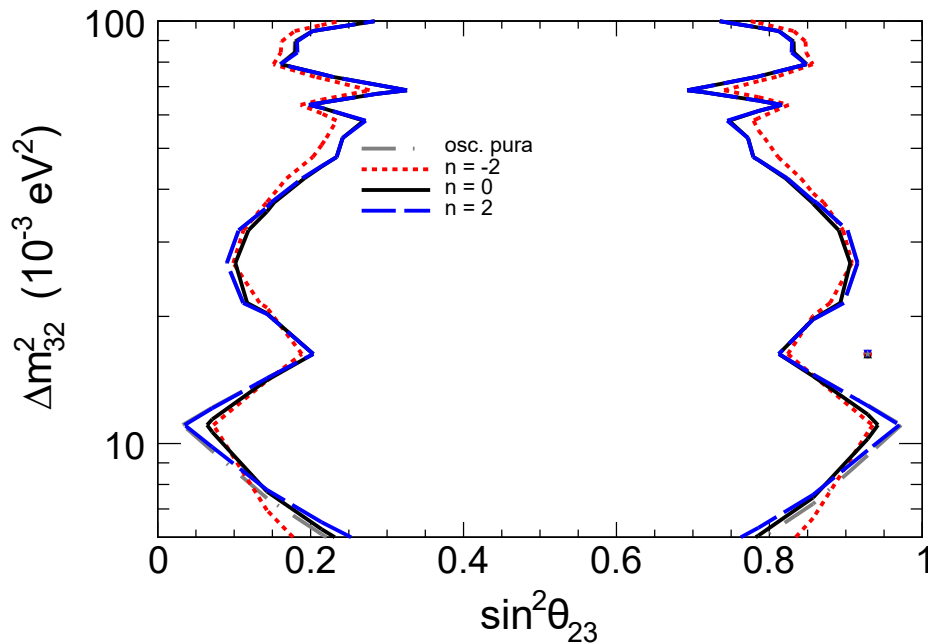


Figura 4.4: Região de confiança de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$ para um nível de confiança 90%, obtidos da análise de antineutrinos muônicos de FHC do MINOS usando o caso 1 dos modelos de oscilação com decoerência.

Na Fig. 4.5, temos as projeções unidimensionais dos parâmetros para $\bar{\nu}_\mu$ de FHC, no mesmo padrão da Fig. 4.3. Na projeção de Δm_{32}^2 vemos para o caso padrão, um mínimo global e três mínimos locais, um à esquerda e outros dois à direita do mínimo global. Não vemos alteração do mínimo global pelo efeito da decoerência, porém, o efeito de γ_0 enfraqueceu a sensibilidade à Δm_{32}^2 com exceção do subcaso $n = 2$. Este mesmo comportamento se repete para a projeção unidimensional de $\sin^2\theta_{23}$, dado no painel superior, coluna direita da Fig. 4.3.

Analisando os limites de γ_0 obtidos dado no painel inferior, é interessante que os dados de $\bar{\nu}_\mu$ tenham sensibilidade para determinar limites a decoerência apesar da baixa estatística. Isto ocorre fundamentalmente porque a manifestação da decoerência depende da distância da fonte ao detector e da energia do neutrino. Obviamente, vemos também que os limites são mais fracos que os obtidos dos dados de neutrinos muônicos de FHC.

A partir desta análise concluímos que é importante utilizar estes dados em nossa análise. A ordem dos limites obtidos para este caso foram,

$$\begin{aligned}
 \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-22}) \text{ GeV, para } n = -2; \\
 \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-23}) \text{ GeV, para } n = 0; \\
 \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-25}) \text{ GeV, para } n = 2,
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

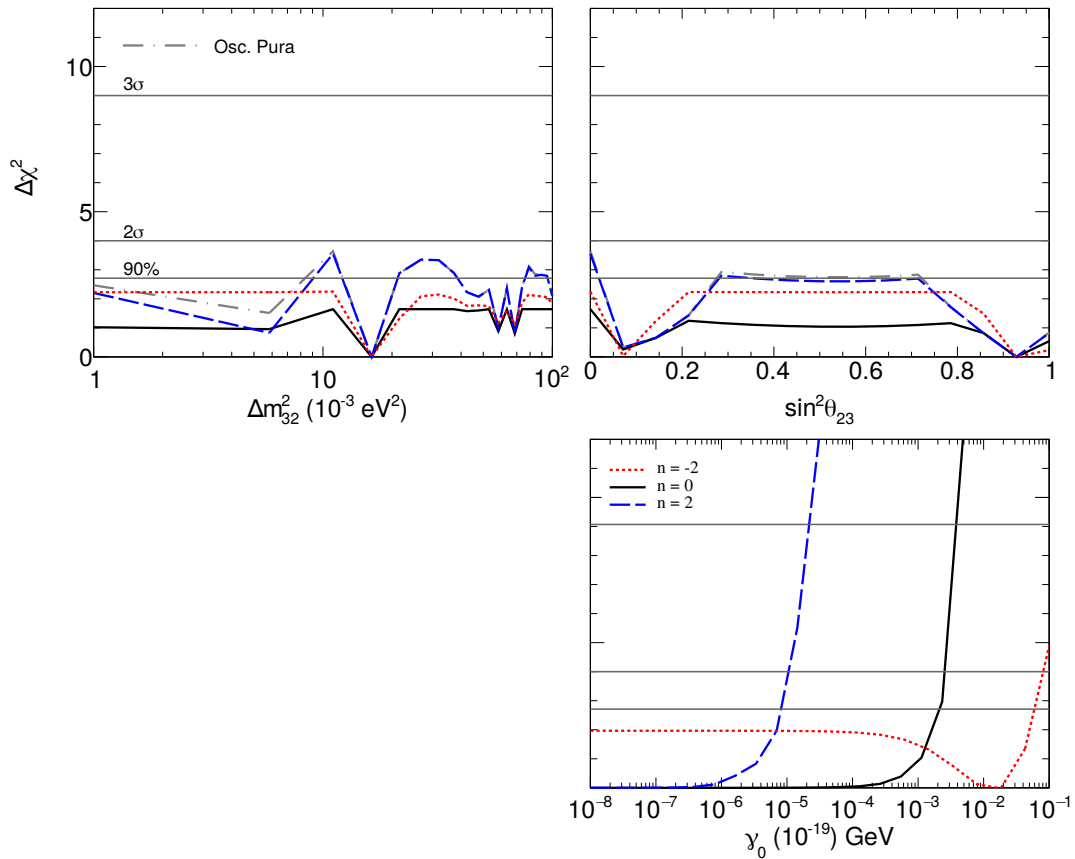


Figura 4.5: A mesma descrição dada na Fig. 4.3, porém, para a configuração de antineutrinos muônicos de FHC do MINOS.

para um nível de confiança de 90%.

4.2 Efeito de Γ em T2K

Nessa seção mostramos o impacto de Γ para as diferentes dependências com a energia sobre os espectros de desaparecimento e aparecimento de T2K. Também mostramos como o cenário padrão é modificado por esta fenomenologia.

No caso do T2K, temos os dados de desaparecimento e aparecimento de neutrinos. Na Fig. 4.6 temos no painel superior, à esquerda, os espectros esperados de desaparecimento e à direita os espectros de aparecimento de neutrinos do modo *neutrino run*. No painel inferior temos o mesmo para o modo *antineutrino run*. Mostramos o caso padrão da oscilação, em que usamos o melhor ajuste dos parâmetros de oscilação obtidos da análise de T2K. No caso da decoerência, mantivemos os valores obtidos do melhor ajuste da oscilação pura e adicionamos $\gamma_0 = 10^{-22}$ GeV para os subcasos $n = -2, 0, 2$. Mantivemos o mesmo padrão de cores e tipos das curvas da Fig. 4.1.

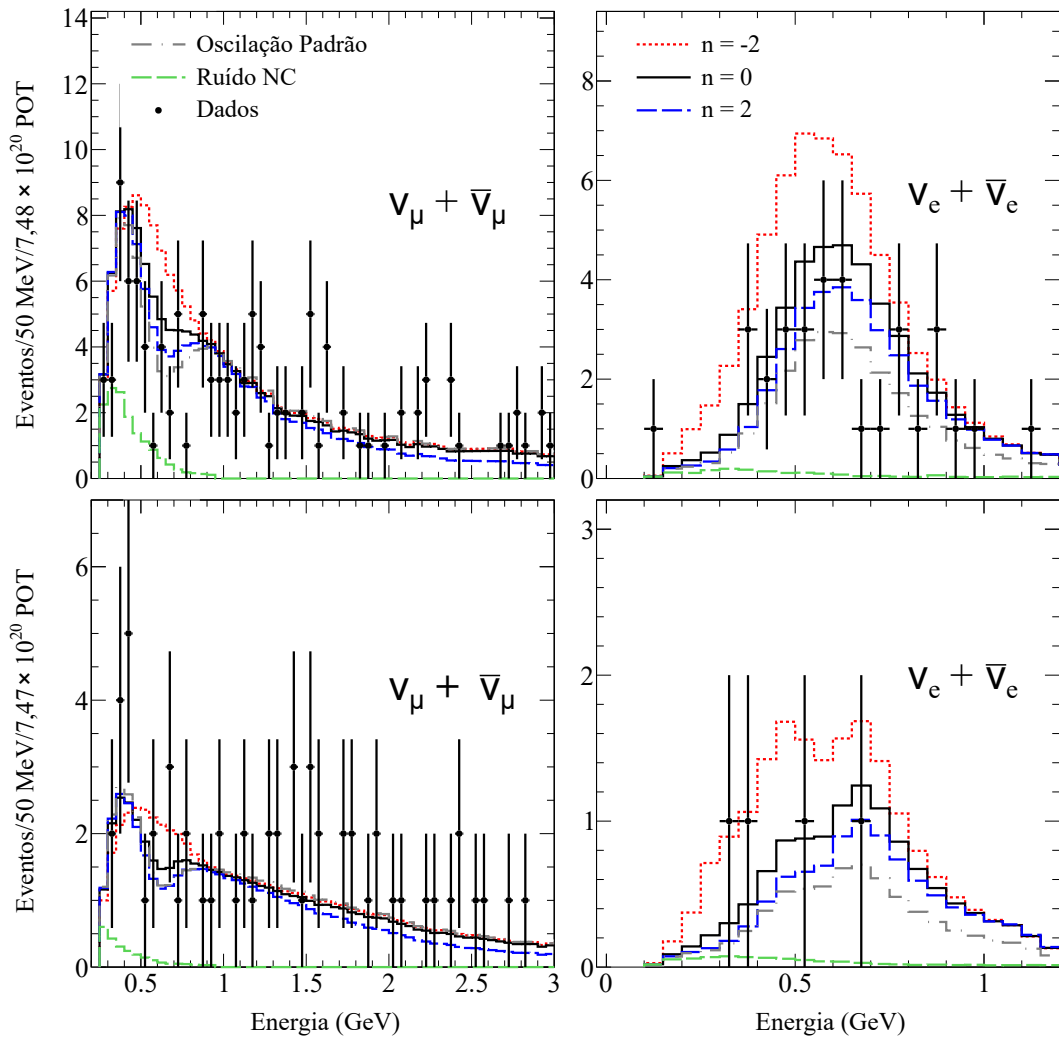


Figura 4.6: Este painel segue a mesma escolha de cores e tipos de curvas como mostrado na Fig. 4.1. Mostramos os espectros para a análise de T2K. O painel superior mostra os eventos esperados de desaparecimento de neutrino muônicos à esquerda e aparecimento de neutrinos eletrônicos à direita, para *neutrino run*, enquanto que o inferior é o mesmo, porém, para *antineutrino run*. Nestes espectros usamos os parâmetros de oscilação obtidos pelo nosso melhor ajuste de T2K, sendo $\Delta m_{32}^2 = 2,55 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 \theta_{23} = 0,50$, $\sin^2 \theta_{13} = 0,031$, and $\delta_{CP} = -2,44$ radianos. Então, comparamos o efeito de incluir $\gamma_0 = 10^{-22} \text{ GeV}$ sobre o cenário de oscilação padrão, assim também como o efeito disto em relação aos dados.

Como abordado no Capítulo 3, em T2K temos dois tipos de ruído, um devido a eventos de CC não *quasi* elásticos, e o segundo devido aos eventos de NC. Mostramos através da curva verde tracejada, apenas o ruído devido a corrente neutra. Todas as outras curvas são a soma de CCQE, CCnQE e NC.

Comparado ao MINOS, o espectro de energia de T2K é para energias mais baixas. Isto serve para compensar a linha de feixe que também é mais curta, logo, a relação L/E é da mesma ordem do MINOS. Energias abaixo de 1 GeV favorecem uma restrição de Γ

para quando $n = -2$. Vemos pelas curvas, que os dados de desaparecimento possuem o mínimo de oscilação em uma região para $E < 1$ GeV. Uma boa parte deste espectro possui também energias acima de 1 GeV.

É esperado que T2K tenha uma sensibilidade balanceada com respeito aos valores de n . Apesar que o subcaso $n = -2$ parece ser ligeiramente mais favorável a melhores restrições por ser o mais distoante do caso padrão.

Na coluna direita da Fig. 4.6, temos os espectros esperados obtidos para a análise de aparecimento, em que temos predominantemente $E < 1$ GeV. Com isso é possível observar que para $n = -2$ temos o maior efeito sobre o caso padrão. Isto nos leva a concluir que os dados de aparecimento contribuem para restringir mais os valores de γ_0 neste subcaso. O combinado dos dados de desaparecimento e aparecimento devem causar uma tendência a uma melhor restrição para $n = -2$. Podemos esperar que T2K seja complementar a MINOS, que possui melhor sensibilidade para $n = 2$.

Ainda sobre os espectro de eventos esperados por T2K, podemos observar que o efeito de γ_0 faz com que o poço característico da oscilação em torno de 0,5 GeV desapareça com o aumento do efeito de Γ na análise de desaparecimento de neutrinos. No Capítulo 2, vimos pela Fig. 2.5 (painel direito, onde usamos o L do T2K) o mesmo comportamento para a probabilidade. No caso da análise de aparecimento, ao olharmos para a Eq. (2.84), observamos que quando o efeito de Γ é forte, a probabilidade tende para uma constante. Pudemos ver o mesmo acontecer pela Fig. 2.4 para $n = -2$. A probabilidade assume valores altos para energias baixas e depois vai a quase zero quando a energia aumenta. O comportamento contrário ocorre para $n = 2$. Como o espectro de energia da análise de aparecimento é predominantemente para energias abaixo de 1 GeV, vemos um excesso de eventos esperados quando o efeito de Γ é forte.

Analisaremos agora o resultado somente com os dados do modo *neutrino run*. Vamos mostrar os resultados obtidos do combinado dos dados de desaparecimento e aparecimento de neutrinos nessa configuração. No caso do T2K, os parâmetros de oscilação sensíveis a análise são Δm_{32}^2 , θ_{23} , θ_{13} , δ_{CP} e γ_0 (parâmetro que incluímos para caracterizar a decoerência).

Na Fig. 4.7 mostramos as regiões permitidas dos parâmetros de oscilação para um nível de confiança de 90%. No painel superior temos as curvas obtidas bidimensionais de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$ à esquerda, enquanto que à direita temos as de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$. No painel inferior temos as de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{13}$ à esquerda e $\sin^2\theta_{23}$ por $\sin^2\theta_{13}$

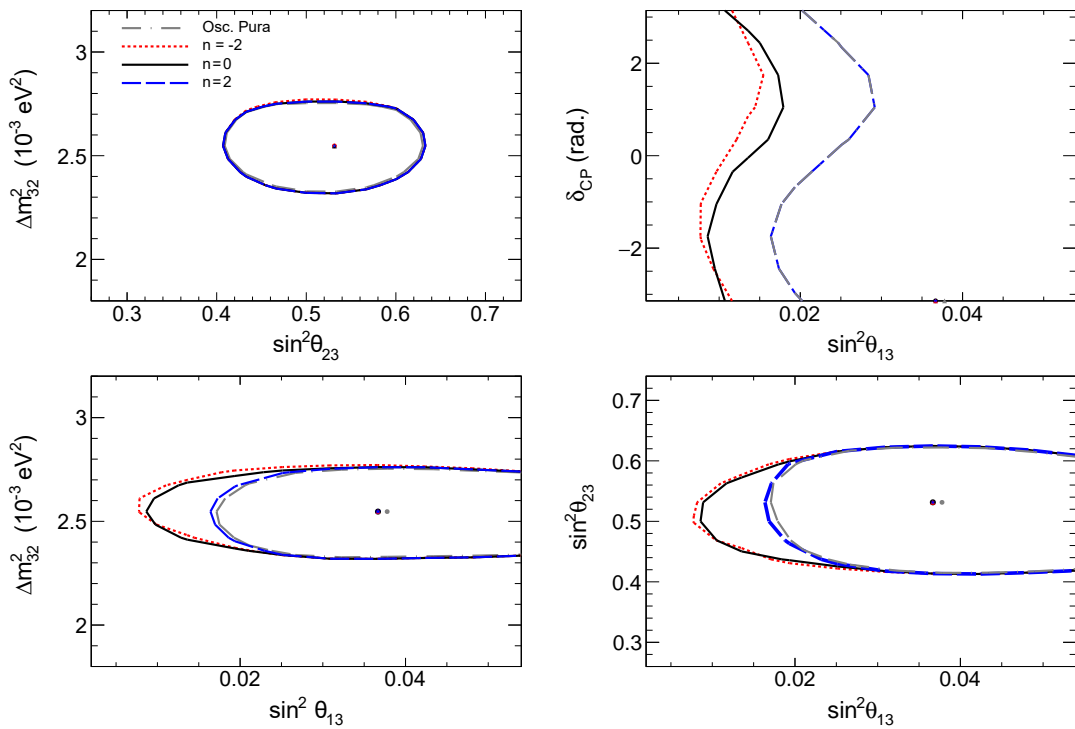


Figura 4.7: Mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros sensíveis à análise para T2K, onde as curvas aqui descritas seguem o mesmo padrão de tipo e cores da Fig. 4.2. No painel superior mostramos à esquerda, as regiões permitidas de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$, enquanto que à direita temos as de δ_{CP} por $\sin^2\theta_{13}$. Já no painel inferior temos as de Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{13}$ à esquerda e $\sin^2\theta_{23}$ por $\sin^2\theta_{13}$ à direita.

à direita.

Não vemos efeito da decoerência nas regiões dos parâmetros Δm_{32}^2 por $\sin^2\theta_{23}$ em relação ao caso padrão. Com relação aos valores de $\sin^2\theta_{13}$, para $n = 0$ e $n = -2$, a decoerência tem como efeito aumentar o intervalo de permissão de θ_{13} . Para $n = 2$, os valores permitidos de θ_{13} são os mesmos da oscilação padrão, pois γ_0 atua com menos força neste cenário. Com relação a δ_{CP} , o efeito da decoerência não teve como consequência alguma restrição, continuando a permitir no nível de 90% C.L. todos os valores possíveis de δ_{CP} .

Na Fig. 4.8 mostramos as regiões permitidas bidimensionais para 90% C.L. dos parâmetros de oscilação com respeito a $\log(\gamma_0)$. No painel superior mostramos as regiões de Δm_{32}^2 à esquerda, e $\sin^2\theta_{23}$ à direita, enquanto que no painel inferior temos as de $\sin^2\theta_{13}$. O subcaso $n = -2$ é para T2K o que obtivemos as melhores restrições. Podemos notar que o subcaso $n = 2$ está restringindo mais os valores de γ_0 do que $n = 0$. A explicação para isto vem do espectro de energia de T2K, que possui parte de seu espectro abaixo de 1 GeV, o que favoreceu o subcaso $n = -2$, e uma parte acima de 1 GeV, o que favoreceu

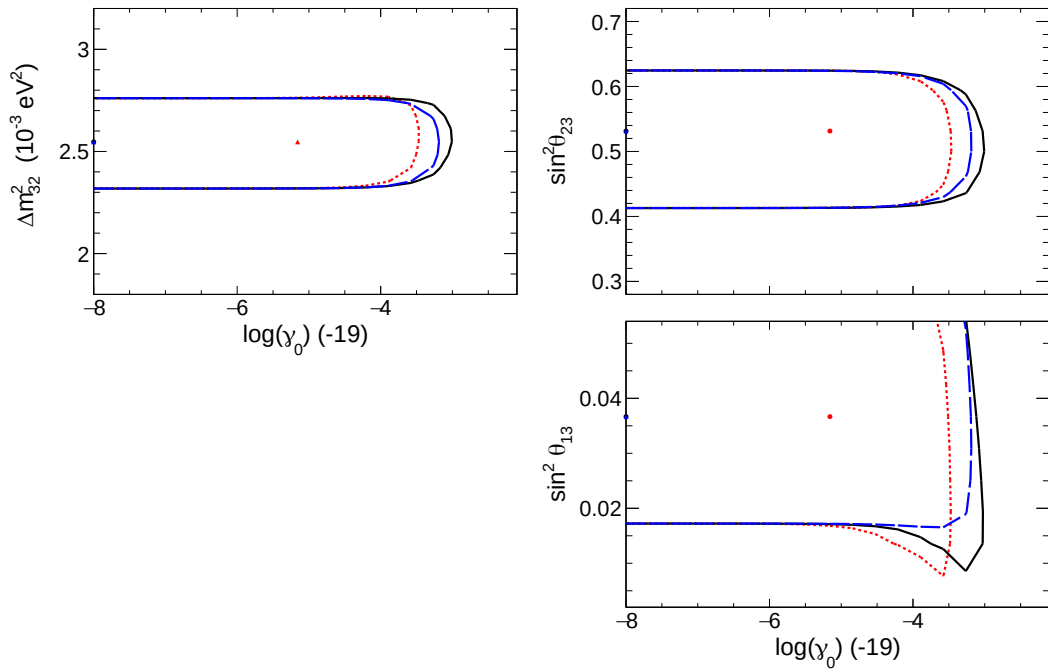


Figura 4.8: Regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em relação ao de decoerência γ_0 na análise de T2K. Na primeira coluna temos as regiões de Δm_{32}^2 por $\log(\gamma_0)$, enquanto que na segunda coluna temos as de $\sin^2\theta_{23}$, no painel superior e $\sin^2\theta_{13}$ por $\log(\gamma_0)$ no painel inferior.

$n = 2$. Além disso, vemos que o efeito sobre os parâmetros de oscilação são consistentes com os observados pela Fig. 4.7.

Na Fig. 4.9 mostramos as projeções unidimensionais dos parâmetros para o modo *neutrino run* do T2K. Na coluna esquerda temos no painel superior, as curvas de Δm_{32}^2 e no centro, as de $\sin^2\theta_{13}$. Na coluna direita temos no painel superior, as de $\sin^2\theta_{23}$, no centro, as de δ_{CP} e no inferior, as de γ_0 . As projeções de Δm_{32}^2 , $\sin^2\theta_{23}$ e δ_{CP} nos mostram o mesmo comportamento observado pelas curvas bidimensionais no nível de 90% C.L., que é o efeito nulo da decoerência sobre os limites inferiores e superiores dos parâmetros de oscilação. A projeção unidimensional de $\sin^2\theta_{13}$ mostra o efeito da decoerência de diminuir o limite inferior de θ_{13} . As curvas de γ_0 nos mostram que os limites obtidos no nível de 90% C.L. para a decoerência são próximos entre si no caso do modo *neutrino run* de T2K, independentemente do valor de n . Neste nível de confiança os limites são da ordem de,

$$\begin{aligned}
 \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-23}) \text{ GeV, para } n = -2; \\
 \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-22}) \text{ GeV, para } n = 0; \\
 \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-23}) \text{ GeV, para } n = 2,
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

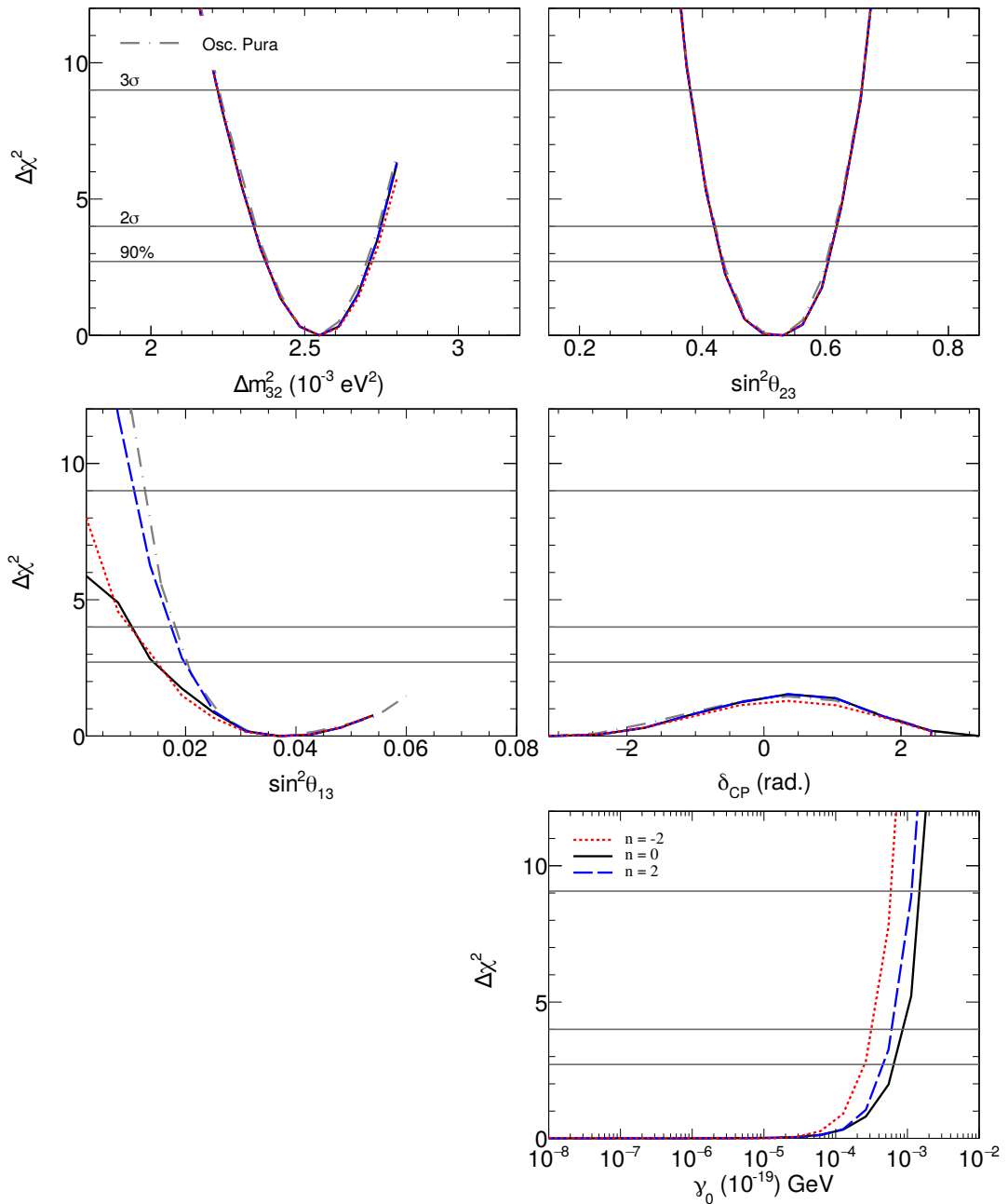


Figura 4.9: Projeções uni-dimensionais dos parâmetros sensíveis a análise com dados do T2K. No painel superior temos à esquerda, as curvas de Δm_{32}^2 e à direita, as de $\sin^2\theta_{23}$. No painel do meio, temos à esquerda, as de $\sin^2\theta_{13}$, e à direita, as de δ_{CP} , enquanto que no painel inferior temos as obtidas de γ_0 .

para um nível de confiança de 90%.

A estatística em POT usada para a tomada de dados no modo *antineutrino run* é basicamente a mesma do modo *neutrino run*. Porém, no total temos uma quantidade de eventos observados inferior ao modo anterior, principalmente devido a diferença na seção de choque de ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$.

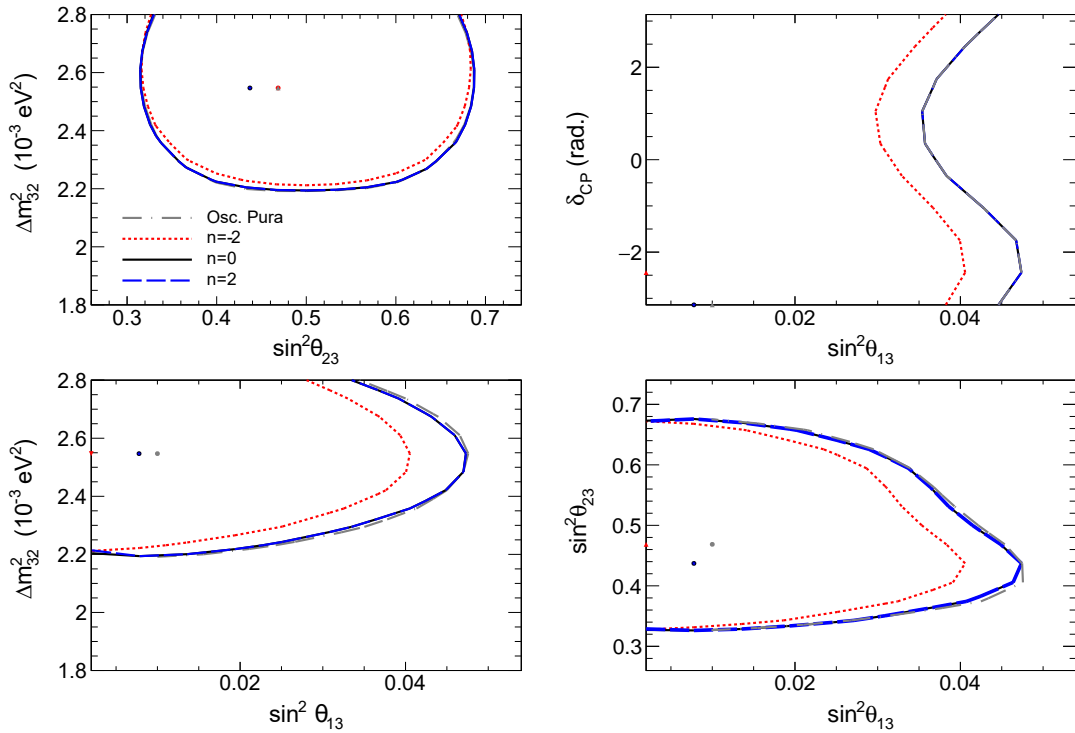


Figura 4.10: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 4.7, porém, agora para a análise usando dados do modo *antineutrino run* do T2K.

Na Fig. 4.10 mostramos as regiões permitidas para um nível de confiança de 90% dos parâmetros de oscilação, em que o painel segue a mesma descrição dada na Fig. 4.7. Os intervalos e o número de pontos de cada parâmetro foram adotados como mostrado na Tab. 3.4. Por conta disto, obtivemos regiões de Δm_{32}^2 não completamente fechadas. O nosso intuito aqui é mostrar apenas o efeito que a decoerência tem sobre cada uma das amostras de dados utilizados na análise. O objetivo final é o resultado da análise combinada de todos os dados utilizados, em que *neutrino run* é dominante estatisticamente. A análise combinada de ambos restringem os parâmetros de oscilação para valores de $\Delta m_{32}^2 < 2,8 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$. Baseado neste objetivo foi melhor optar por este intervalo de valores a qual o custo computacional seria reduzido significativamente¹.

As regiões de Δm_{32}^2 em função de $\sin^2 \theta_{23}$ e $\sin^2 \theta_{13}$ para o subcaso $n = -2$ faz com que haja uma pequena restrição dos valores permitidos de Δm_{32}^2 em relação aos valores permitidos pela oscilação pura. Para $n = 0$ e $n = 2$, não vemos nenhum efeito. Os valores permitidos para $\sin^2 \theta_{23}$ e $\sin^2 \theta_{13}$ também ficam mais restritos devido o efeito da

¹No caso dos resultados apresentados para antineutrinos de FHC do MINOS, fizemos a análise em separado com um intervalo maior dos valores de Δm_{32}^2 , apenas para descrever o efeito de n nesta amostra de dados. Como os dados de MINOS não são sensíveis à θ_{13} e δ_{CP} , a análise tem menos custo computacional factível do que no caso de T2K, que possui 5 parâmetros sensíveis.

decoerência no subcaso $n = -2$, enquanto que para os outros subcasos de n , os valores permitidos coincidem com o caso padrão. Para δ_{CP} , em todos os subcasos não vemos nenhum efeito.

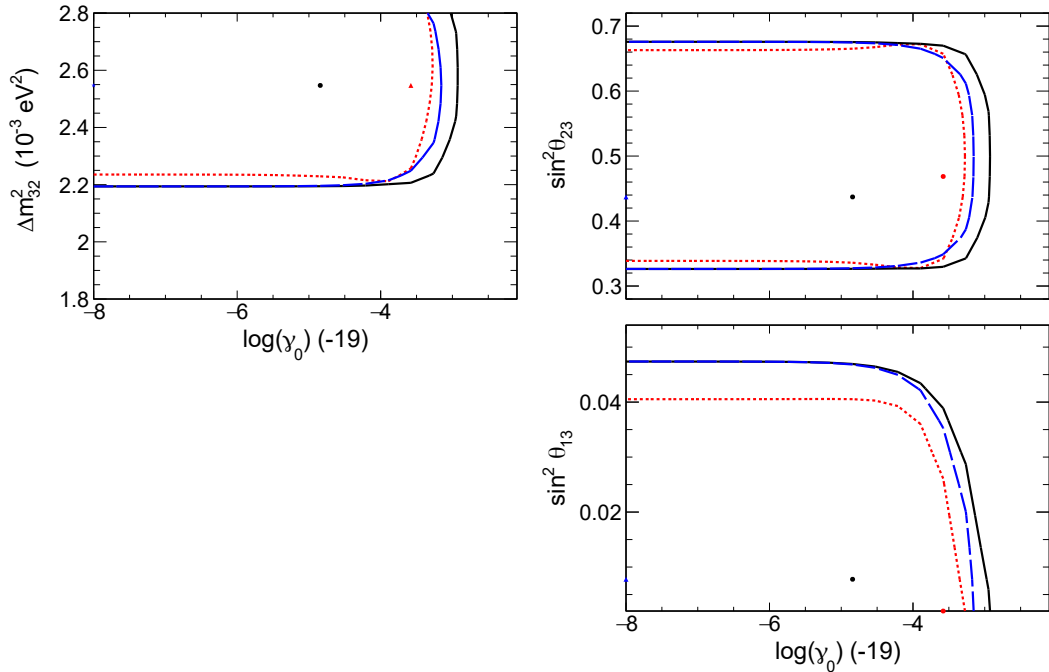


Figura 4.11: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 4.8, porém, agora para a análise usando dados do modo *antineutrino run* do T2K.

Na Fig. 4.11 mostramos as regiões permitidas para um nível de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$, em que o painel segue a mesma descrição dada na Fig. 4.8. Estes resultados complementam os mostrados pela Fig. 4.10, em que podemos observar os mesmos efeitos anteriores neste nível de confiança. Observamos que assim como no modo *neutrino run*, os resultados desta análise favorecem a uma melhor restrição em $n = -2$. Mas, esta diferença não parece ser significativa ou conclusiva pelos resultados apresentados por estas regiões bidimensionais.

Na Fig. 4.12 mostramos as projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação e os limites para γ_0 obtidos da análise do modo *antineutrino run*. Nas curvas de Δm^2_{32} não temos impacto significativos pelos valores de n para os níveis de significância mostrados. Em $\sin^2\theta_{23}$, o limite inferior é afetado até o nível de $2,2\sigma$ C.L.. Acima disto, ambos limites inferiores e superiores não tem diferenças em relação ao caso padrão. O mínimo obtido para θ_{13} é próximo de zero para estes dados, mesmo no cenário padrão. O efeito em $n = -2$ contribui para que θ_{13} vá para zero. Observamos também que o limite superior de θ_{13} é restringido para este subcaso. Os limites inferiores e superiores para $n = 0$ e

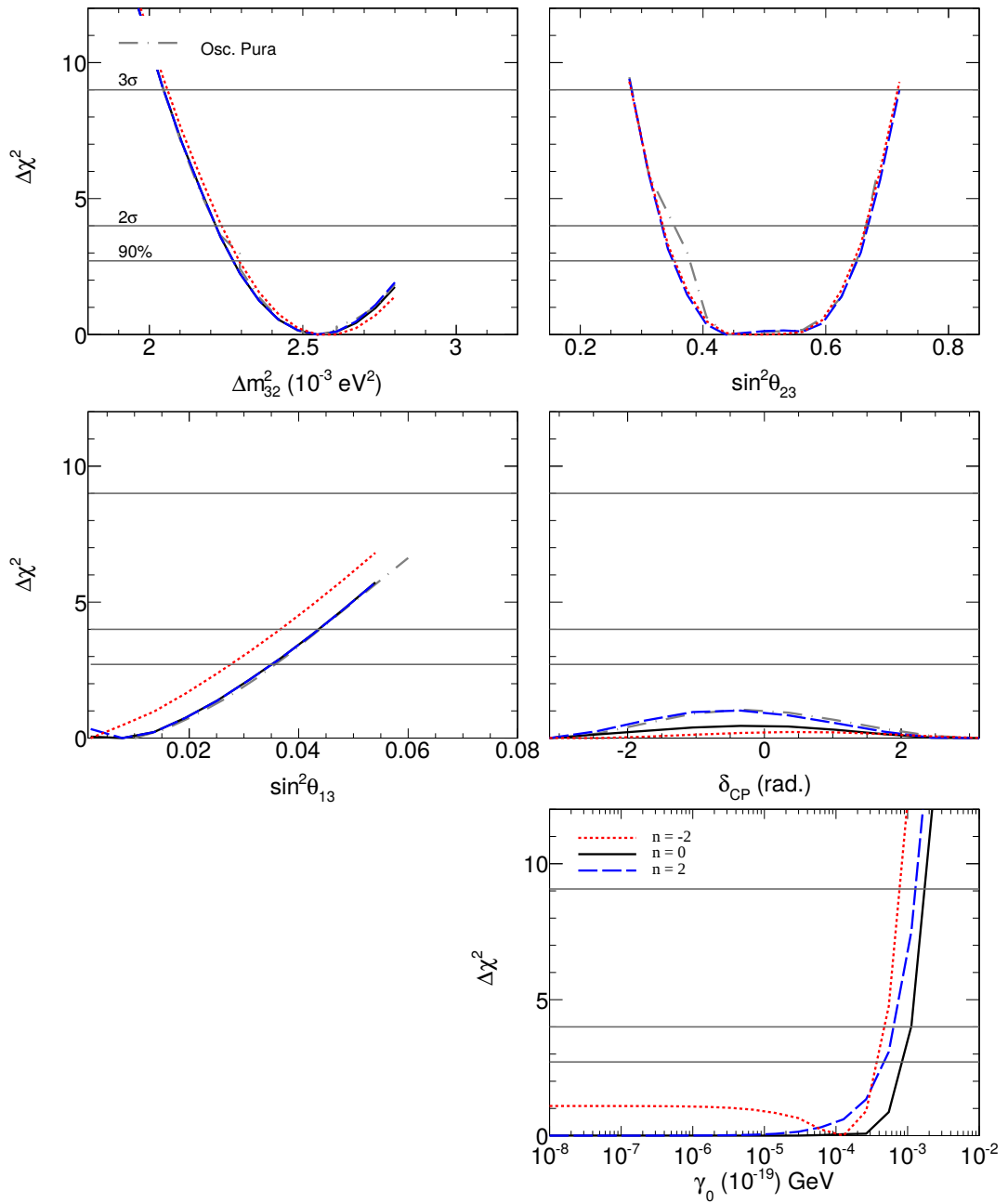


Figura 4.12: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 4.9, porém, agora para a análise usando dados do modo *antineutrino run* do T2K.

$n = 2$ são os mesmos do caso padrão. Com relação a δ_{CP} , o efeito de $n = -2$ e $n = 0$ fez enfraquecer a sensibilidade a este parâmetro. Para $n = 2$ não houve nenhum efeito pela decoerência.

A projeção unidimensional de γ_0 mostra que para o nível de 90% C.L., os subcasos $n = -2$ e $n = 2$ resultam em limites com a mesma ordem de grandeza. Em $n = 0$ temos a menor restrição. A ordem dos limites obtidos com estes dados são semelhantes aos obtidos

pelo modo *neutrino run*, que é

$$\begin{aligned}\gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-23}) \text{ GeV, para } n = -2; \\ \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-22}) \text{ GeV, para } n = 0; \\ \gamma_0 &\leq \mathcal{O}(10^{-23}) \text{ GeV, para } n = 2,\end{aligned}\tag{4.4}$$

para um nível de confiança de 90%.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo mostramos os resultados do efeito da decoerência quântica na evolução temporal dos neutrinos e os limites de Γ para os dados de MINOS e T2K combinados. As análises separadas de MINOS e T2K estão descritas no Apêndice D. Neste Apêndice mostramos as particularidades das análises individuais dos dados de cada experimento usado neste trabalho. Os resultados obtidos do combinado entre os experimentos carregam algumas das características observadas pelas análises individuais.

Mostramos a análise de permitir ou não efeitos dissipativos sobre o nosso sistema. Também investigamos possíveis efeitos da decoerência no setor solar da oscilação de neutrinos e o impacto na análise caso a fase de oscilação seja complexa.

5.1 Oscilação pura

Neste trabalho foram apresentados no Capítulo 3 os resultados da análise da oscilação de neutrinos para os dados de MINOS e T2K. Nesta Seção apresentamos os resultados da análise combinada para a oscilação pura e fazemos a comparação com as obtidas separadamente.

Na Fig. 5.1 apresentamos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação do setor atmosférico no painel esquerdo e de δ_{CP} em função $\sin^2\theta_{13}$ no painel direito. O resultado de MINOS é dado pela curva verde sólida, T2K é dado pela curva rosa pontilhada e o combinado é dado pela curva cinza tracejada pontilhada. Em cada um dos gráficos mostramos também o melhor ajuste obtido dos parâmetros. Este resultado

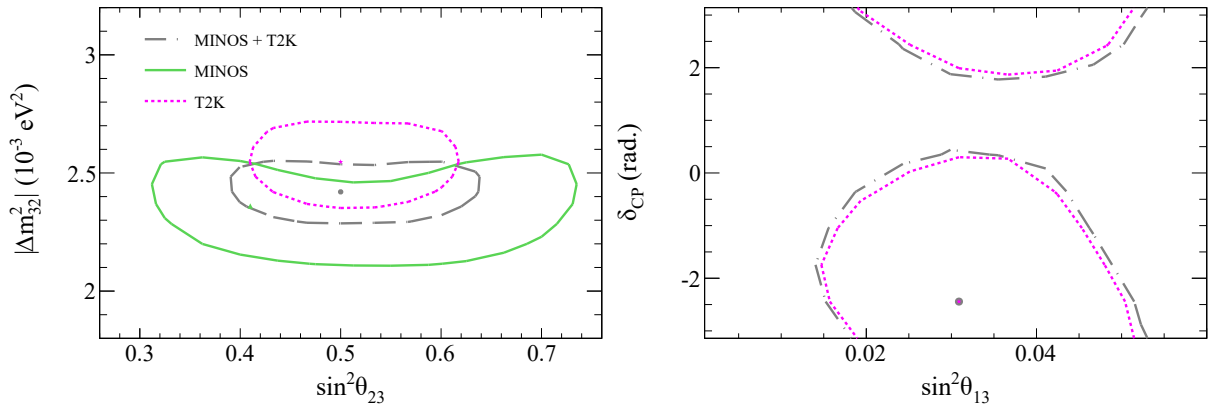


Figura 5.1: Regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. Estes resultados foram obtidos usando o modelo de oscilação pura. A análise de MINOS é dado pela curva verde sólida, T2K é dado pela curva rosa pontilhada e a análise combinada pela curva cinza tracejada. No painel esquerdo temos as regiões dos parâmetros do setor atmosférico e no direito, as de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$.

foi obtido usando o modelo de oscilação pura no vácuo.

Na análise combinada observamos uma preferência do ajuste para o valor máximo de θ_{23} . A inclusão de MINOS causou o enfraquecimento dos limites em $\sin^2\theta_{23}$ se comparado ao obtido por T2K. Com relação a Δm_{32}^2 , o ajuste foi para um valor intermediário entre o obtido pela análise de cada um dos experimentos. Os limites inferiores e superiores de Δm_{32}^2 foram restringidos em relação aos resultados obtidos pelos os experimentos separadamente.

Nos resultados de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$, mostramos as análises de T2K e do combinado. Os dados de MINOS usados neste trabalho não possuem sensibilidade a estes parâmetros. Em relação aos resultados de T2K, a região obtida pelo combinado é levemente menos restritiva com respeito a ambos os parâmetros com a inclusão de MINOS.

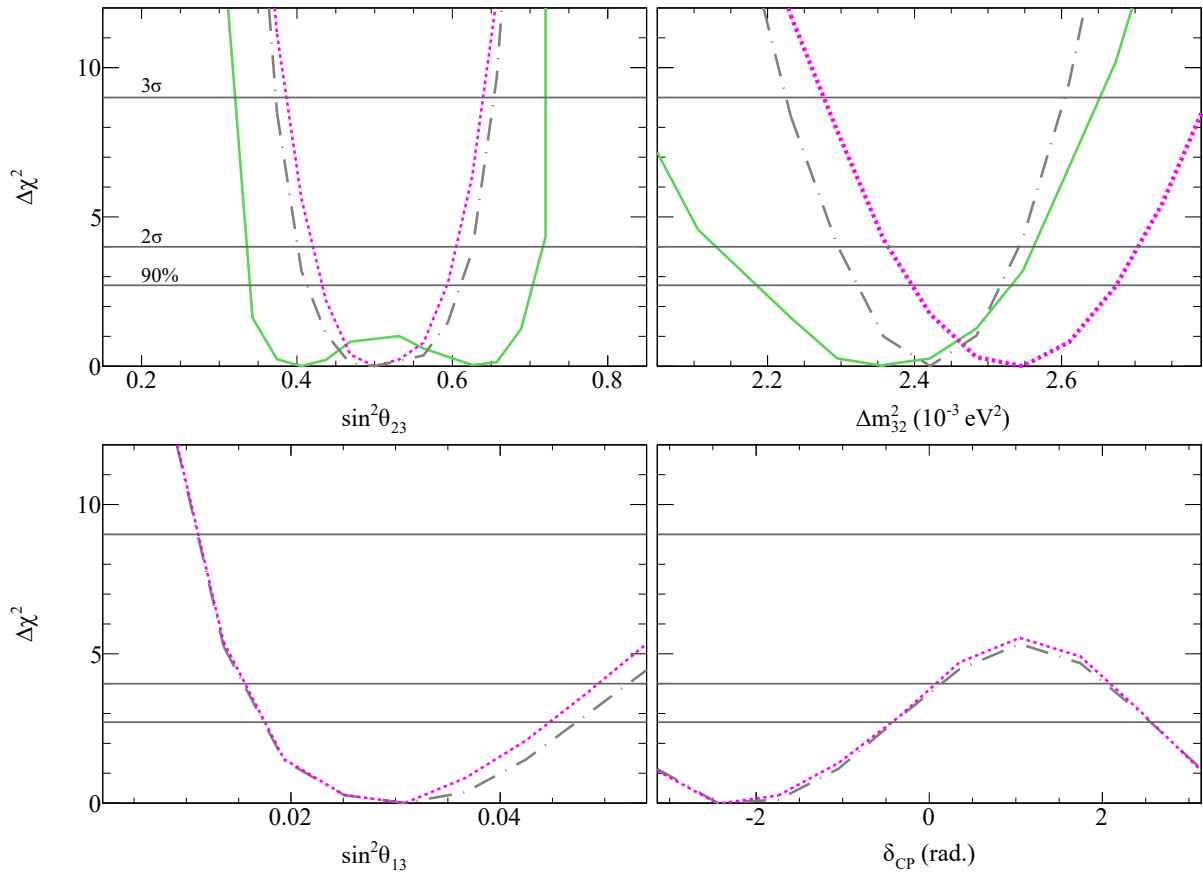


Figura 5.2: Projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação. As cores e o estilo das curvas são os mesmos adotados pela Fig. 5.1. No painel superior temos à esquerda, as curvas de $\sin^2\theta_{23}$ e à direita, as de Δm_{32}^2 . No painel inferior temos as de $\sin^2\theta_{13}$ e δ_{CP} , respectivamente.

Na Fig. 5.2 é apresentado as projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação. Adotamos os mesmos estilos de curva e cores da Fig. 5.1. No painel superior temos à esquerda as projeções de $\sin^2\theta_{23}$ e a direita, as de Δm_{32}^2 . No painel inferior temos as projeções de $\sin^2\theta_{13}$ e δ_{CP} , respectivamente. Os resultados das projeções unidimensionais são consistentes com o observado pelas regiões bidimensionais e mostram o mesmo comportamento descrito pela Fig. 5.1.

5.2 Decoerência: casos 1, 2 e 3

Os resultados obtidos dos casos 1, 2 e 3 são apresentados nesta Seção. Estes casos correspondem aos cenários em que impusemos a condição de $S \geq 0$ (entropia do subsistema de neutrinos crescente com o tempo).

A Fig. 5.3 apresenta as regiões de confiança para um nível de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. Organizamos esta figura na forma de uma tabela, em que a primeira, segunda

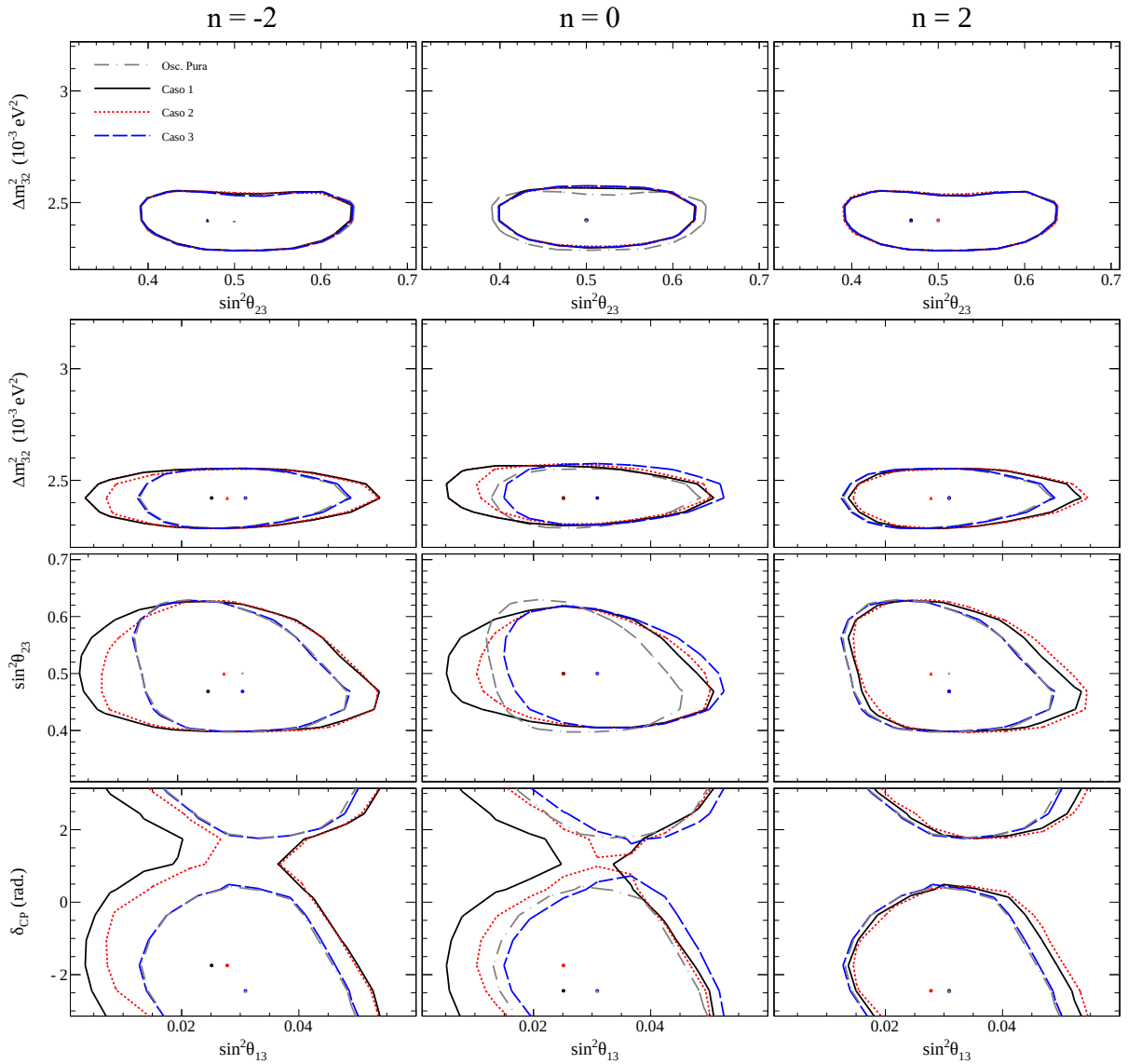


Figura 5.3: Nesta tabela mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. Na primeira, segunda e terceira coluna temos os subcasos $n = -2, 0, 2$, respectivamente. Na primeira linha apresentamos as regiões de Δm_{32}^2 em função de $\sin^2 \theta_{23}$, na segunda (terceira) linha temos as regiões de $\Delta m_{32}^2 (\sin^2 \theta_{23})$ em função de $\sin^2 \theta_{13}$ e na terceira linha as de δ_{CP} em função de $\sin^2 \theta_{13}$. O caso 1 é dado pela curva preta sólida, o caso 2, pela curva vermelha pontilhada e o caso 3 pela curva azul tracejada. O caso padrão é descrito pela curva cinza tracejada pontilhada.

e terceira coluna correspondem aos subcasos $n = -2, 0, 2$, respectivamente. O caso 1 é dado pela curva preta sólida, o caso 2, pela curva vermelha pontilhada e o caso 3, pela curva azul tracejada. A oscilação pura é dada pela curva cinza tracejada pontilhada.

Na primeira linha estão as regiões permitidas dos parâmetros de oscilação do setor atmosférico dos neutrinos. Em todos os casos analisados, nenhum efeito estatisticamente

significativo ocorre para estes parâmetros devido ao efeito da decoerência ¹. As possíveis distorções nas regiões de confiança devido a decoerência sobre os parâmetros de oscilação δ_{CP} e θ_{13} é mostrado pela última linha. A restrição de δ_{CP} foi enfraquecida em $n = -2$ nos casos 1 e 2 e em $n = 0$ em todos os casos. Houve um efeito sobre os limites inferiores e superiores de $\sin^2\theta_{13}$ em todos os subcasos, com excessão do caso 3 em $n = -2$ e $n = 2$. As regiões de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ em função de $\sin^2\theta_{13}$ foram adicionadas a tabela com o intuito de mostrar a consistência dos resultados obtidos. A partir destas regiões podemos extrair as mesmas conclusões obtidas anteriormente.

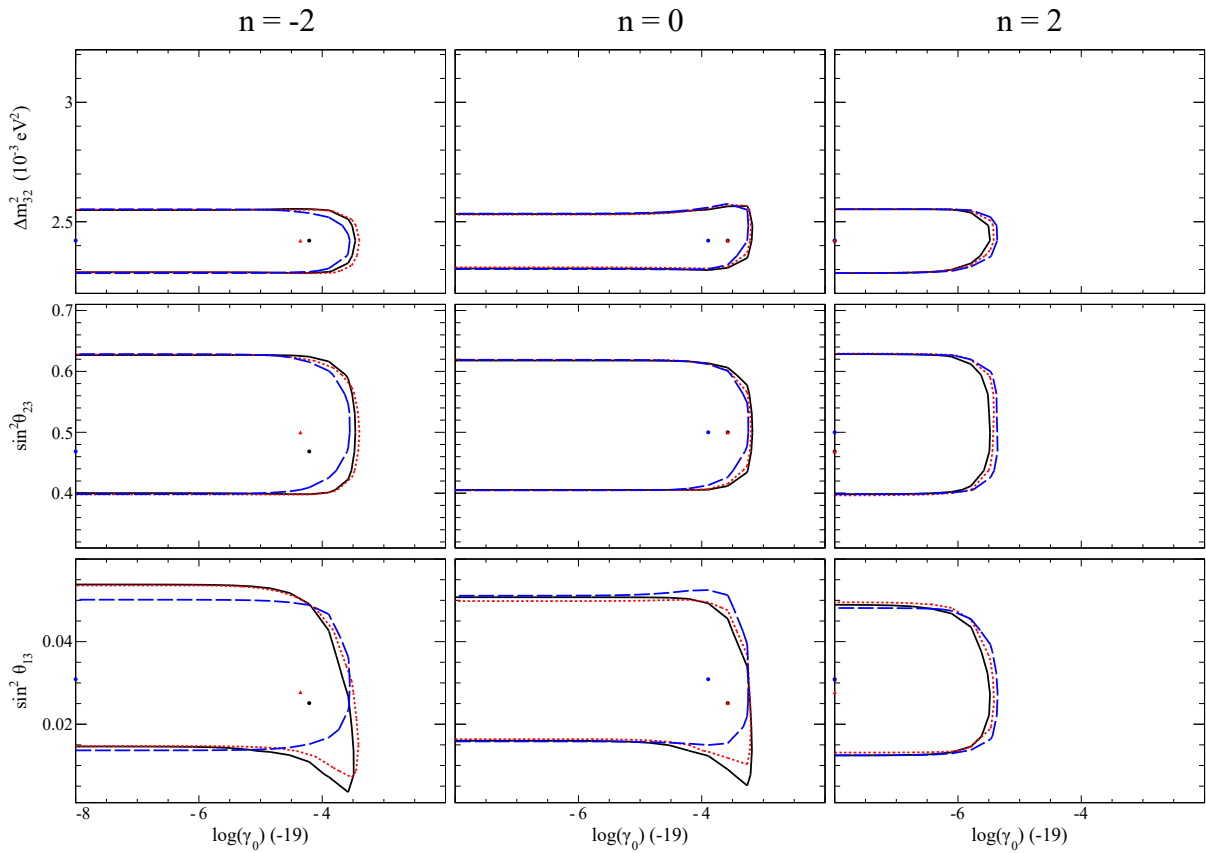


Figura 5.4: Nesta tabela mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$. Esta tabela está organizada como a Fig. 5.3. Na primeira, segunda e terceira linha apresentamos as regiões de Δm_{32}^2 , $\sin^2\theta_{23}$ e $\sin^2\theta_{13}$, respectivamente.

Na Fig. 5.4 são mostradas as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em função de γ_0 . Estes resultados são complementares aos da Fig. 5.3. Por consistência, pudemos observar os mesmos efeitos sobre os parâmetros de oscilação discutidos

¹No subcaso $n = 0$ observamos um pequeno efeito em que obtivemos uma restrição dos limites inferiores e superiores de $\sin^2\theta_{23}$ com respeito ao cenário padrão. Contudo, podemos afirmar que este efeito não tem significância estatística.

a partir da Fig. 5.3.

Na última linha da tabela podemos observar que o efeito da decoerência no nível de 90% C.L. nos casos 1 e 2 amplia o limite inferior de $\sin^2\theta_{13}$. Isto ocorre na região em que os valores de γ_0 são da ordem de 10^{-23} GeV em $n = -2$ e 10^{-22} GeV em $n = 0$. Em $n = 2$, o limite superior de γ_0 para estas regiões bidimensionais são da ordem de 10^{-25} GeV. Neste limite, nenhum efeito é observado sobre os parâmetros δ_{CP} e θ_{13} para os 3 casos.

No caso 3, em particular, obtivemos para a análise combinada que o limite superior de γ_0 em $n = -2$ e $n = 2$ foi para um valor de ordem suficientemente pequeno (pequeno ao ponto de não mudar significativamente a probabilidade de oscilação pura) para que nenhum efeito ocorresse sobre θ_{13} . Além disto, nesses dois subcasos o melhor ajuste tende para γ_0 nulo, o que diminui os efeitos sobre os parâmetros de θ_{13} e δ_{CP} . Em $n = 0$, o valor do limite superior de γ_0 (da ordem de 10^{-22} GeV) foi suficiente para provocar um pequeno efeito sobre estes parâmetros de oscilação. Isto explica os efeitos observados pelas regiões de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}^2$.

As projeções de $\Delta\chi^2$ em função dos parâmetros da oscilação padrão são dados na Fig. 5.5. No nível de 90% C.L., as conclusões anteriores são consistentes com o mostrado por estas curvas. Estes resultados permitem observar o comportamento dos parâmetros de oscilação para outros níveis de confiança. Para Δm_{32}^2 não vemos nenhum impacto sobre seus limites para $n = -2$ e $n = 2$. Em $n = 0$ há um pequeno deslocamento da curva para a direita em relação ao caso padrão.

Nas projeções de $\sin^2\theta_{23}$ observamos um efeito apenas em $n = 0$ com respeito ao caso padrão. Como observado pela região de confiança de Δm_{32}^2 em função de $\sin^2\theta_{23}$ no nível de 90% C.L., temos uma leve restrição dos limites inferiores e superiores de $\sin^2\theta_{23}$ nos casos 1, 2 e 3. Acima de 3σ C.L., estes limites não possuem mais diferença com os do caso padrão.

As projeções de $\sin^2\theta_{13}$ tem um comportamento semelhante ao obtido pela análise de T2K. O limite inferior de θ_{13} tende a zero nos casos 1 e 2 para os níveis de confiança de

²No apêndice D temos as análises separadas de cada experimento. Analisando separadamente pudemos observar que os casos com decoerência modificam as regiões de contorno esperadas pela oscilação padrão em MINOS, exceto por $n = 2$. Em T2K isto ocorre para os casos 1 e 2. Para o caso 3 em T2K não temos efeito em nenhum valor de n . Na análise combinada o caso 3 apresenta um pequeno efeito em $n = 0$ por causa que a inclusão de MINOS implicou em mudança no cenário mostrado pela análise separada de T2K. Isto permitiu um melhor ajuste não nulo para γ_0 . Este efeito, contudo, não é estatisticamente significativo.

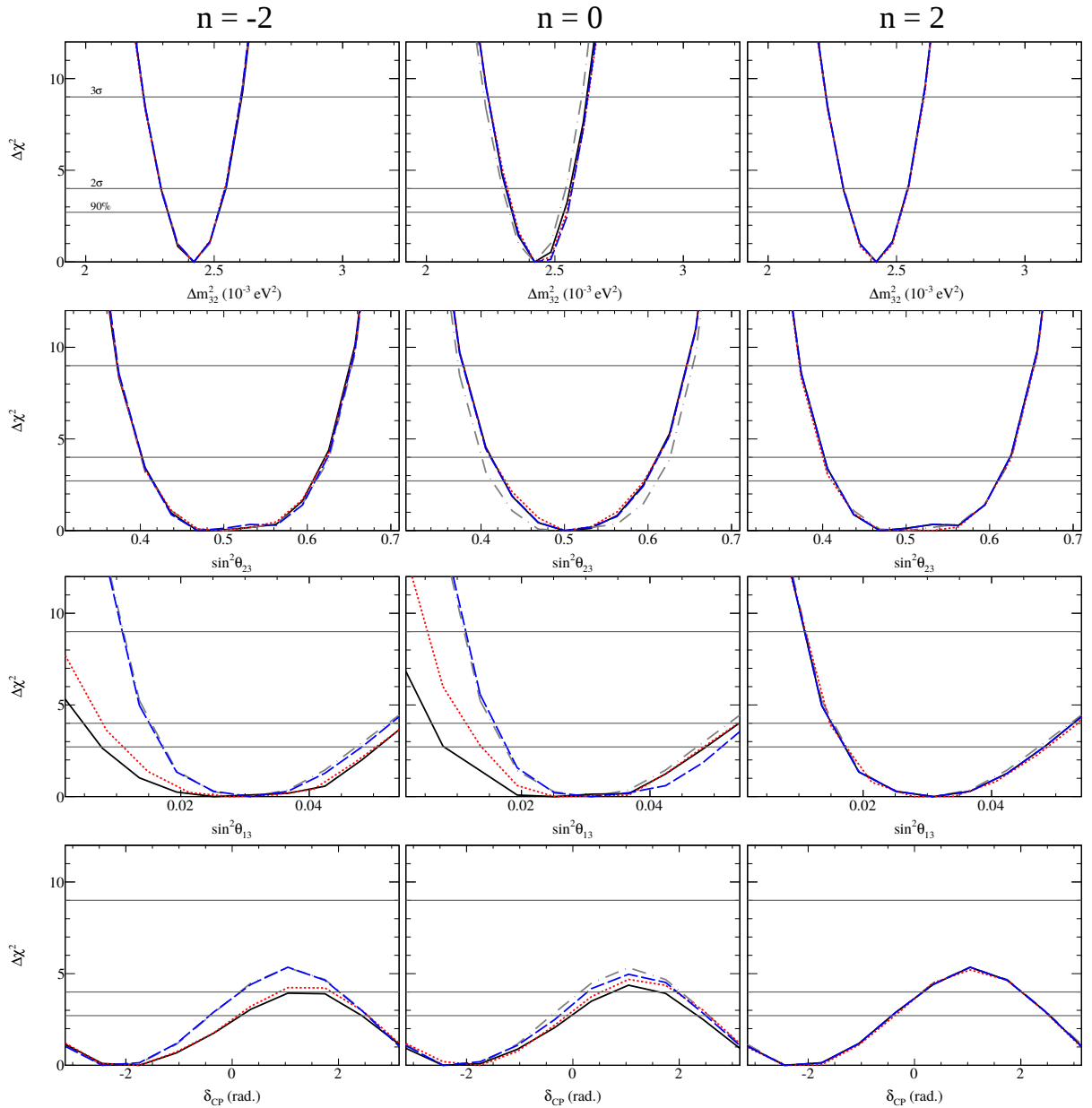


Figura 5.5: Nesta tabela mostramos as projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação. Esta tabela está organizada como a Fig. 5.3. Na primeira, segunda, terceira e quarta linha apresentamos as projeções de Δm_{32}^2 , $\sin^2\theta_{23}$, $\sin^2\theta_{13}$ e δ_{CP} , respectivamente.

2,45 σ e 3 σ C.L., respectivamente. Em $n = 0$, isto parece ocorrer para o caso 1 em 2,83 σ C.L.. Em $n = 2$ não temos diferenças significativas em relação ao caso padrão. As curvas de δ_{CP} apresentam uma consistência com as regiões bidimensionais de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$ mostradas pela Fig. 5.3.

Como complemento a análise, mostramos na Tab. 5.1, o melhor ajuste obtido para a análise combinada de MINOS com T2K para o caso padrão e os modelos com decoerência. Também apresentamos o valor do χ^2 mínimo obtido por cada caso pelo número de graus

Tabela 5.1: Apresentamos o melhor ajuste obtido por cada um dos parâmetros relevantes dos modelos para os casos com efeito de decoerência (casos 1, 2 e 3) e a oscilação pura para a análise combinada de MINOS + T2K. Mostramos também os valores obtidos de χ^2/dof .

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\sin^2\theta_{23}$	$\sin^2\theta_{13}$	δ_{CP} (rad.)	$\gamma_0/10^{-19}$ GeV	χ^2/dof
caso padrão	2,42	0,50	0,031	-2,44	-	209,4/188
caso 1						
$n = -2$	2,42	0,47	0,025	-1,74	$7,52 \times 10^{-5}$	208,9/187
$n = 0$	2,42	0,50	0,025	-2,44	$2,34 \times 10^{-4}$	208,0/187
$n = 2$	2,42	0,47	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	209,2/187
caso 2						
$n = -2$	2,42	0,47	0,028	-1,74	$5,01 \times 10^{-5}$	209,2/187
$n = 0$	2,42	0,50	0,025	-1,74	$2,34 \times 10^{-4}$	208,1/187
$n = 2$	2,42	0,47	0,028	-2,44	$\rightarrow 0$	209,5/187
caso 3						
$n = -2$	2,42	0,47	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	209,2/187
$n = 0$	2,42	0,50	0,031	-2,44	$1,27 \times 10^{-4}$	208,1/187
$n = 2$	2,42	0,47	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	209,2/187

de liberdade da análise (*dof-degrees of freedom*). Desta tabela podemos retirar que de maneira geral, os ajustes obtidos por todos os modelos analisados são muito próximos do obtido pelo caso padrão da oscilação. Os valores de χ^2/dof são todos da ordem de 1, o que significa que os modelos analisados ajustam bem os dados usados neste trabalho.

5.3 Decoerência: casos 4 e 5

Nesta Seção apresentamos os resultados obtidos da análise dos casos 4 e 5, em que a condição da entropia do subsistema de neutrinos ser crescente com t não é garantida. Nestes cenários permitimos os efeitos de dissipação. Porém, em ambos os casos fizemos $\Gamma_{12} = 0$. O caso 5 foi modelado de tal forma que a decoerência pode alterar a frequência de oscilação de maneira drástica, ao ponto da fase de oscilação se tornar complexa. Isto faz a dinâmica das frequências passar a ter uma dependência com funções hiperbólicas ao invés de senoidais. No Capítulo 2 mostramos que o limite para que a fase seja complexa depende da energia do neutrino, do valor do parâmetro de diferença quadrática das massas dos neutrinos e do valor de n . Mostramos que dentro dos limites dos valores dos parâmetros

esperados para as nossas regiões permitidas de 90% C.L., o limiar para a fase complexa é para $n = -2$, de 0,5 GeV, para $n = 0$, de 2 GeV e para $n = 2$, de 1,26 GeV.

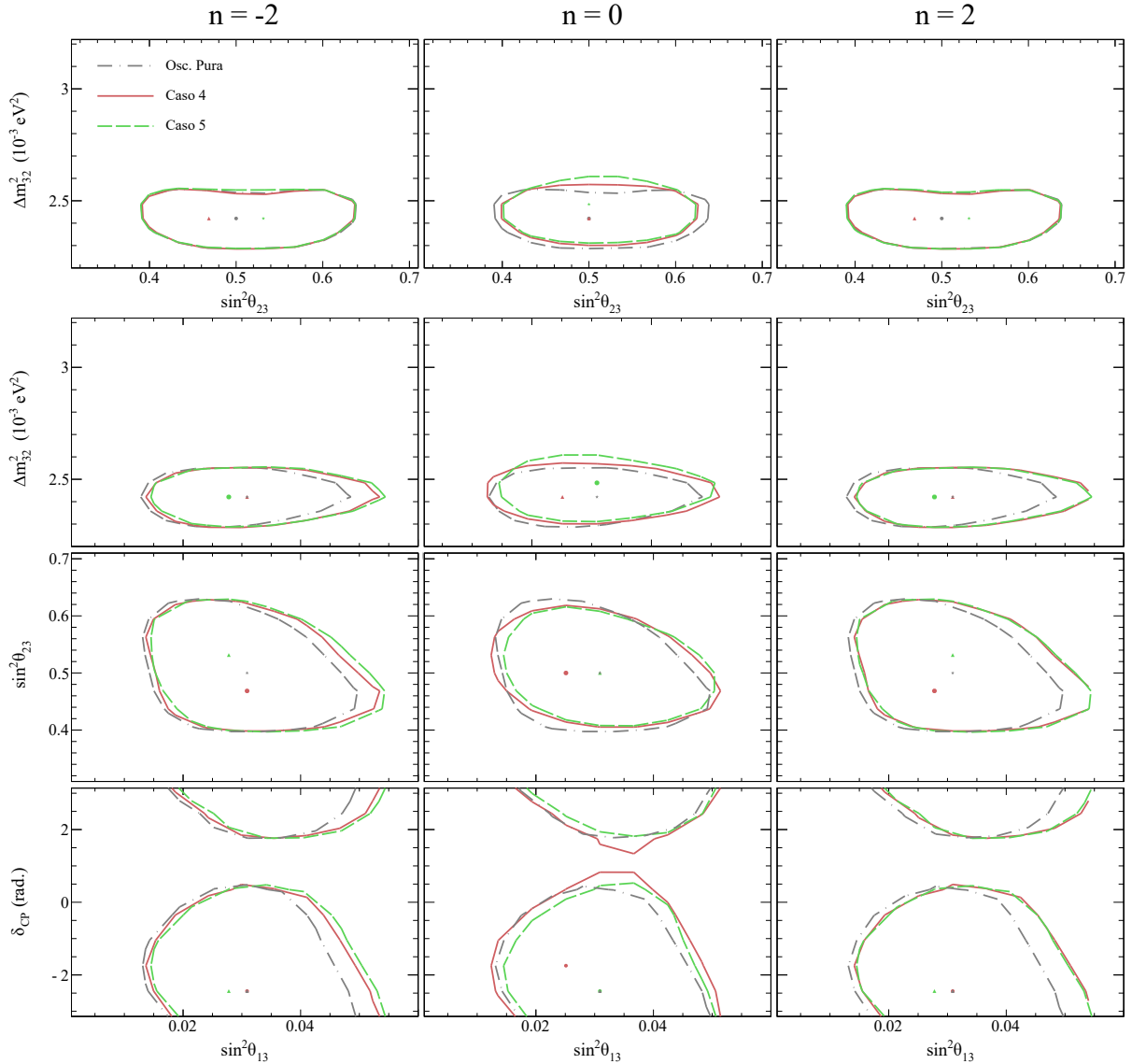


Figura 5.6: Esta tabela está organizada igual a Fig. 5.3. O caso 4 é descrito pelas curvas em cor magenta sólido e o caso 5, pelas curvas verde tracejada.

A Fig. 5.6 mostra uma tabela com as regiões permitidas para o nível de confiança de 90% dos parâmetros de oscilação. O caso 4 é dado pelas curvas em magenta sólido e o caso 5, pelas curvas em verde tracejado. Esta tabela de figuras está organizada como a Fig. 5.3. Os resultados obtidos para as regiões de confiança dos parâmetros do setor atmosférico são bem semelhantes as obtidas pelos casos em que impusemos $S \geq 0$.

Nos casos 4 e 5 os efeitos sobre θ_{13} e δ_{CP} nas regiões de 90% C.L. foram menos significativas do que em relação aos casos 1 e 2. Em comparação com o caso padrão, também não observamos nenhum efeito estatisticamente significativo em relação aos parâmetros θ_{13} e δ_{CP} .

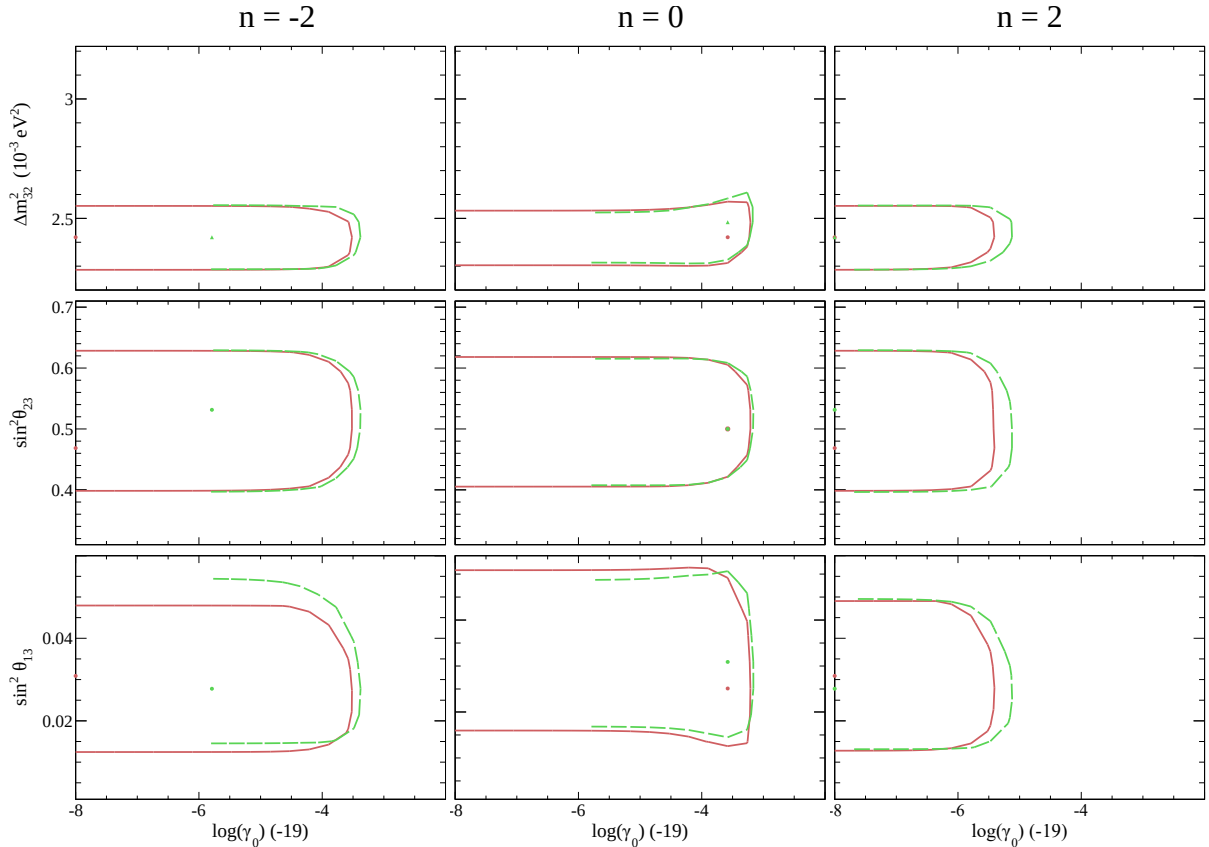


Figura 5.7: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.4. Porém, apresentamos as curvas obtidas dos caso 4 e 5. Estas curvas seguem o mesmo estilo e cor dadas na Fig. 5.3.

Na Fig. 5.7 temos as regiões dos parâmetros de oscilação em função de γ_0 . Estas curvas estão consistentes com os resultados apresentados na Fig. 5.6. Não vemos diferenças significativas entre os casos 4 e 5.

As projeções unidimensionais dos parâmetros de oscilação dada pela Fig. 5.8 mostram que os efeitos da decoerência observados no nível de 90% C.L. sobre os parâmetros de oscilação são os mesmos observados nos níveis de 2σ e 3σ C.L.. Em particular para $\sin^2\theta_{23}$ em $n = 0$, podemos observar que para níveis acima de $3,16\sigma$ C.L., os limites inferiores e superiores deste parâmetro parecem começar a entrar em fase com os da oscilação padrão. Assim como o observado nos subcasos $n = -2$ e $n = 2$, onde não há diferença entre os casos com decoerência e a oscilação padrão para nenhum nível de confiança.

A Tab. 5.2 mostra o melhor ajuste obtido para cada caso. Os resultados mostram que

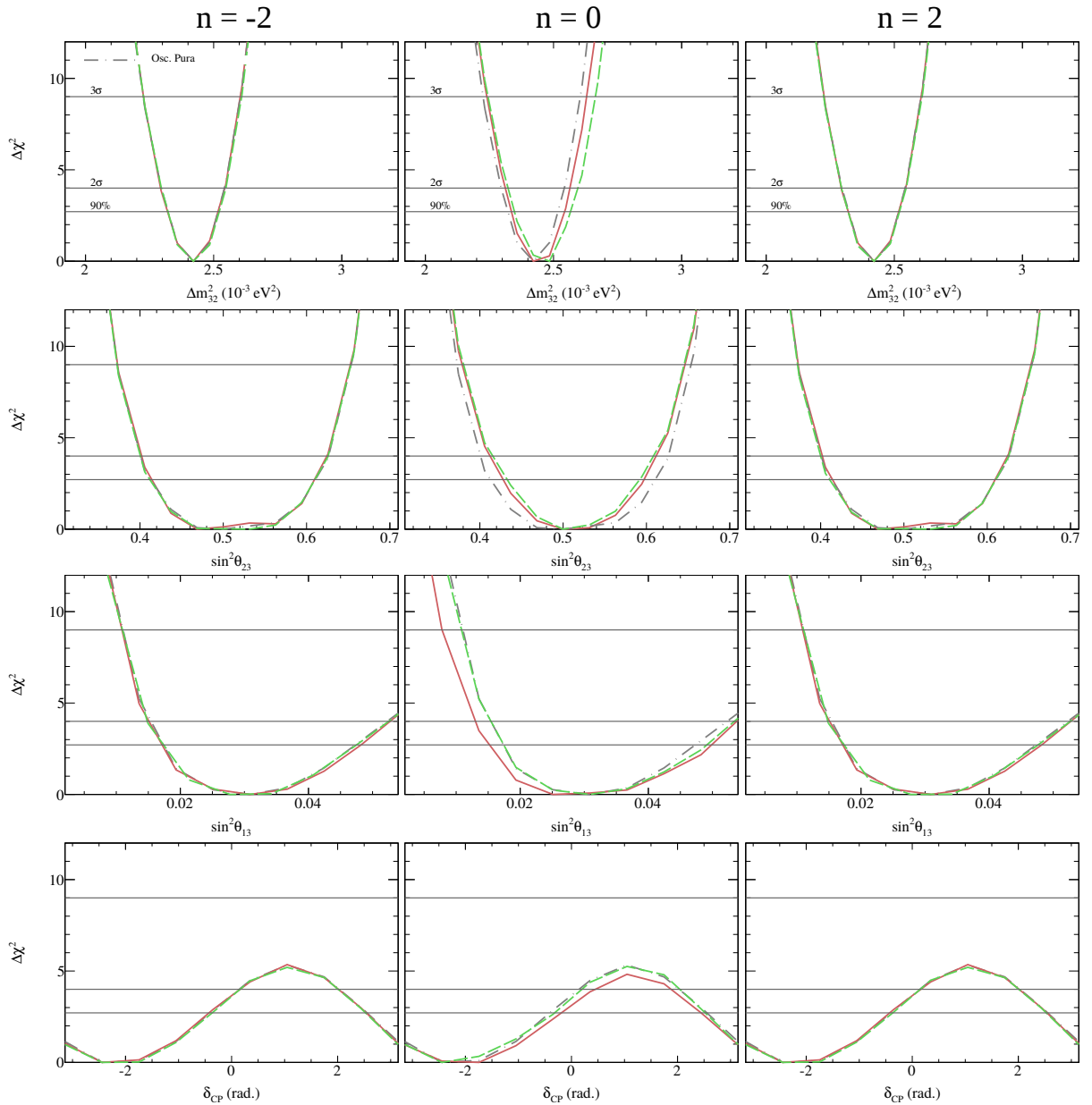


Figura 5.8: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.5 para os casos 4 e 5.

os casos 4 e 5 deram χ^2/dof compatíveis entre si, apesar da flexibilidade da frequência da probabilidade poder ser complexa no caso 5. Mesmo com relação ao caso padrão obtivemos ajustes sem diferença estatística. Podemos concluir que a análise com os dados de MINOS e T2K não são afetados pela fase ser complexa. A Tab. 5.2 mostra que a escolha de não fazer uma imposição sobre a entropia também não afetou a compatibilidade do ajuste dos casos 4 e 5 com o obtido pela oscilação pura.

Tabela 5.2: O mesmo mostrado pela Tab. 5.1 para os casos 4 e 5.

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\sin^2\theta_{23}$	$\sin^2\theta_{13}$	δ_{CP} (rad.)	$\gamma_0/10^{-19}$ GeV	χ^2/dof
caso padrão	2,42	0,50	0,031	-2,44	-	209,4/188
caso 4						
$n = -2$	2,42	0,47	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	209,2/187
$n = 0$	2,42	0,50	0,025	-1,74	$2,64 \times 10^{-4}$	208,1/187
$n = 2$	2,42	0,47	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	209,2/187
caso 5						
$n = -2$	2,42	0,53	0,028	-2,44	$1,62 \times 10^{-6}$	209,4/187
$n = 0$	2,48	0,5	0,031	-2,44	$2,64 \times 10^{-4}$	207,9/187
$n = 2$	2,42	0,53	0,028	-2,44	$\rightarrow 0$	209,5/187

5.4 Limite dos parâmetros de decoerência

Os limites obtidos pelos casos analisados é apresentado na Fig. 5.9 pelas projeções unidimensionais de γ_0 . A figura é descrita em forma de tabela nos mesmos moldes da Fig. 5.3. A primeira linha da tabela apresenta os resultados dos casos 1, 2 e 3. Na segunda

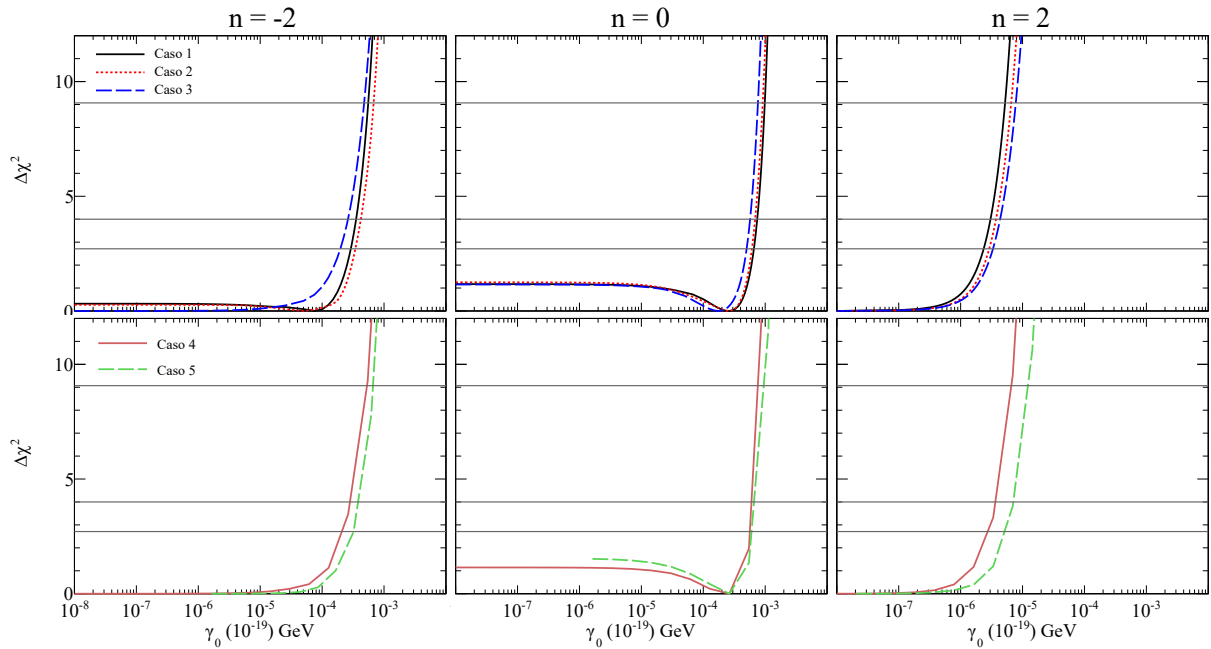


Figura 5.9: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.6, porém, para a análise combinada de MINOS + T2K.

linha temos os resultados dos casos 4 e 5.

Em $n = -2$ obtivemos um mínimo não nulo para γ_0 nos casos 1 e 2 com uma signi-

ficância abaixo de 1σ C.L.. Obtivemos limites da ordem de $\mathcal{O}(10^{-23})$ GeV para todos os casos analisados no nível de 90% C.L.. Para $n = 0$ obtivemos um mínimo não nulo de γ_0 em todos os casos analisados com significância em torno de 1σ C.L.. Neste subcaso observamos limites para o parâmetro da decoerência com ordem entre 10^{-23} e 10^{-22} GeV no nível de 90% C.L.. Em $n = 2$, o mínimo das curvas em todos os casos tende para $\gamma_0 = 0$. Os limites obtidos no nível de 90% C.L. foram da ordem de $\mathcal{O}(10^{-25})$ GeV. Obtivemos limites mais restritivos para este subcaso por causa da inclusão da análise de MINOS, que possui um espectro que favorece melhores restrições para $n = 2$.

Tabela 5.3: Apresentamos os limites superiores de γ_0 para o nível de confiança de 90% encontrados por nossa análise. Os limites de MINOS e T2K também são apresentados nesta tabela. As análises de MINOS e T2K separadamente são apresentadas no Apêndice D.

	$n = -2$	$n = 0$	$n = 2$
MINOS			
Caso 1	$3,7 \times 10^{-22}$	$6,8 \times 10^{-23}$	$1,7 \times 10^{-25}$
Caso 2	$3,0 \times 10^{-22}$	$6,5 \times 10^{-23}$	$2,4 \times 10^{-25}$
Caso 3	$1,9 \times 10^{-22}$	$5,9 \times 10^{-23}$	$2,5 \times 10^{-25}$
Caso 4	$3,0 \times 10^{-22}$	$6,5 \times 10^{-23}$	$2,4 \times 10^{-25}$
Caso 5	$3,0 \times 10^{-22}$	$8,3 \times 10^{-23}$	$4,8 \times 10^{-25}$
T2K			
Caso 1	$2,8 \times 10^{-23}$	$6,2 \times 10^{-23}$	$3,1 \times 10^{-23}$
Caso 2	$2,9 \times 10^{-23}$	$5,2 \times 10^{-23}$	$3,3 \times 10^{-23}$
Caso 3	$1,7 \times 10^{-23}$	$3,9 \times 10^{-23}$	$4,1 \times 10^{-23}$
Caso 4	$2,1 \times 10^{-23}$	$5,0 \times 10^{-23}$	$3,6 \times 10^{-23}$
Caso 5	$2,4 \times 10^{-23}$	$4,4 \times 10^{-23}$	$5,4 \times 10^{-23}$
MINOS+T2K			
Caso 1	$2,9 \times 10^{-23}$	$6,6 \times 10^{-23}$	$2,3 \times 10^{-25}$
Caso 2	$3,4 \times 10^{-23}$	$6,1 \times 10^{-23}$	$2,9 \times 10^{-25}$
Caso 3	$2,0 \times 10^{-23}$	$5,0 \times 10^{-23}$	$3,3 \times 10^{-25}$
Caso 4	$2,2 \times 10^{-23}$	$5,7 \times 10^{-23}$	$2,9 \times 10^{-25}$
Caso 5	$3,2 \times 10^{-23}$	$5,8 \times 10^{-23}$	$5,4 \times 10^{-25}$

Na Tab. 5.3 estão resumidos os limites superiores obtidos por nossa análise para MI-

NOS, T2K (mais detalhes das análises separadas no Apêndice D), e MINOS + T2K para cada um dos casos. Para $n = 2$, nossa melhor restrição para a manifestação da decoerência vem da análise de MINOS para o caso 1, em que o limite superior obtido é $\gamma_0 \leq 1,74 \times 10^{-25}$ GeV no nível de 90% C.L.. Em $n = 0$ e $n = -2$, o limite superior mais restritivo foi obtido através da análise de T2K, caso 3, em que $\gamma_0 \leq 3,86 \times 10^{-23}$ GeV para $n = 0$, e $\gamma_0 \leq 1,69 \times 10^{-23}$ GeV para $n = -2$, no nível de 90% C.L.. A análise combinada resultou em limites para $n = 2$ da ordem dos obtidos pela análise de MINOS, o que mostra o domínio de MINOS para este subcaso. Em $n = 0$, ambas as análises de MINOS e T2K deram limites com a mesma ordem de grandeza. Para $n = -2$, os limites da análise combinada foram dominados pelos obtidos por T2K. Isto mostra que há uma complementariedade entre MINOS (dominante em $n = 2$) e T2K (dominante em $n = -2$). Os resultados apresentados na tabela também mostram que ao olharmos os limites obtidos para cada um dos valores de n , obtivemos restrições à decoerência com a mesma ordem de magnitude independentemente do modelo analisado.

Tabela 5.4: Apresentamos os limites superiores de γ_0 publicados pela literatura. Também mostramos uma sugestão de valor de γ_0 dado para resolver o problema do valor máximo de θ_{23} em $\text{NO}\nu\text{A}$, que é proposto e discutido na Ref. [63], e a análise de sensibilidade para DUNE. Os limites apresentados de ICECUBE/DeepCore são os obtidos pela hierarquia normal. O * e † são limites dados no nível de 68% e 95% C.L., respectivamente. Os limites que não estão marcados por nenhum destes últimos símbolos estão no nível de 90% C.L..

	$n = -2$	$n = 0$	$n = 2$
Limites anteriores			
SK (Γ_{23}) [11]	–	$3,5 \times 10^{-23}$	$9,0 \times 10^{-26}$
MINOS* (Γ_{23}) [62]	$2,0 \times 10^{-22}$	$5,4 \times 10^{-23}$	$5,0 \times 10^{-25}$
KamLAND† (Γ_{12}) [61]	–	$6,8 \times 10^{-22}$	–
ICECUBE† ($\Gamma_{13} = \Gamma_{23}$) [13]	$2,8 \times 10^{-18}$	$4,0 \times 10^{-24}$	$1,0 \times 10^{-31}$
DeepCore† ($\Gamma_{13} = \Gamma_{23}$) [13]	$4,3 \times 10^{-20}$	$8,2 \times 10^{-23}$	$1,1 \times 10^{-25}$
Sugestão			
$\text{NO}\nu\text{A}$ [63]	–	$(2,3 \pm 1,1) \times 10^{-23}$	–
Sensibilidade			
DUNE (Γ_{12}) [60]	–	$1,2 \times 10^{-23}$	–
DUNE ($\Gamma_{23} = \Gamma_{13}$) [60]	–	$7,7 \times 10^{-25}$	–

Na Tab. 5.4 estão resumidos os limites superiores publicados pela literatura para os parâmetros de decoerência. Os limites publicados usando dados de neutrinos atmosféricos dos experimentos Super-Kamiokande [11] e ICECUBE/DeepCore [13] restringiram fortemente Γ para $n = 2$ devido ao regime em que o espectro de energia dos neutrinos atmosféricos podem atingir. As energias detectadas podem alcançar a níveis muito maiores que os usuais obtidos por experimentos de longa linha de feixe (aceleradores). As distâncias podem chegar ao diâmetro da Terra, o que contribui bastante para restringir o subcaso $n = 2$. A análise de KamLAND obteve restrições no setor solar e MINOS no setor atmosférico. Os resultados de MINOS foram obtidos com dados não completos do experimento e apresentados no nível de 68% C.L. [62].

Mostramos também na tabela o resultado do trabalho em que se discute como a decoerência quântica pode resolver o problema do valor máximo de θ_{23} , que surgiu em análises passadas entre T2K [7] e NO ν A [64]. Deste trabalho se propuseram a sugestão pelo valor de Γ mostrado na tabela que poderia resolver o conflito entre os dois experimentos de aceleradores. O modelo utilizado para se chegar neste valor é semelhante ao caso 3 do nosso trabalho. Comparando a coluna de $n = 0$ das Tabelas 5.3 e 5.4 observamos que os nossos limites obtidos não refutam a possibilidade proposta pela Ref. [63] no nível de 90% C.L.. Porém, o resultado de ICECUBE também em um modelo semelhante ao caso 3 foi capaz de rejeitar esta possibilidade.

No trabalho de sensibilidade feito para DUNE foram realizadas restrições para o parâmetro da decoerência do setor solar e atmosférico. Foi adotado um modelo em que $\Gamma_{13} = \Gamma_{23}$ e $\Gamma_{12} \neq 0$, portanto, foram utilizados dois parâmetros distintos para a decoerência. A partir deste cenário obteve-se expectativas de fortes limites para a decoerência no setor atmosférico em DUNE.

Na Tab. 5.5 apresentamos os nossos limites de γ_0 para o caso 3 em um nível de confiança de 95% C.L.. Fazemos a comparação com os limites de ICECUBE e DeepCore obtidos por um modelo semelhante ao nosso para o mesmo nível de confiança. Os limites obtidos por nossa análise para $n = -2$ são os mais restritivos da literatura no momento com 5 e 3 ordens de grandeza de diferença dos obtidos pelo ICECUBE e DeepCore, respectivamente. Em $n = 0$, ICECUBE foi mais restritivo por uma ordem de grandeza, e obtivemos um limite um pouco melhor, por um fator 1,5, em relação a análise de DeepCore. O espectro de ICECUBE favorece fortes limites em $n = 2$, em que foram obtidos limites superiores com 6 ordens de grandeza mais restritivos que os nossos. A análise de DeepCore obteve

Tabela 5.5: Nesta tabela mostramos os limites superiores obtidos da análise combinada de MINOS com T2K para 95% C.L. do caso 3. Colocamos os limites superiores (95% C.L.) de ICECUBE e DeepCore que obtiveram limites para um modelo semelhante ao do caso 3.

	$n = -2$	$n = 0$	$n = 2$
MINOS+T2K			
Caso 3	$2,5 \times 10^{-23}$	$5,6 \times 10^{-23}$	$4,1 \times 10^{-25}$
Limites anteriores			
ICECUBE ($\Gamma_{13} = \Gamma_{23}$) [13]	$2,8 \times 10^{-18}$	$4,0 \times 10^{-24}$	$1,0 \times 10^{-31}$
DeepCore ($\Gamma_{13} = \Gamma_{23}$) [13]	$4,3 \times 10^{-20}$	$8,2 \times 10^{-23}$	$1,1 \times 10^{-25}$

limites com a mesma ordem de grandeza dos nossos para este subcaso.

A análise de DUNE diferencia o parâmetro da decoerência do setor solar e atmosférico. Como a ordem dos nossos limites independe do modelo, podemos comparar os casos 2 e 3, onde temos Γ_{12} não nulo e igual a zero, respectivamente. Entendemos por esta comparação que Γ_{12} estar presente ou não no modelo não interfere na medida do limite. Assim, podemos comparar os nossos limites com o esperado por DUNE e concluir que este será capaz de melhorar os limites do setor atmosférico em duas ordens de grandeza para $n = 0$. A análise de neutrinos atmosféricos com ICECUBE mostrou um grande potencial para restrições em $n = 2$. Isto sugere que futuramente, neutrinos atmosféricos de DUNE possam contribuir efetivamente em limites de Γ para este valor de n .

5.5 Impacto da restrição de θ_{13} do experimento Daya Bay na análise

Adicionamos aos nossos resultados a restrição de θ_{13} obtida pelo experimento Daya Bay [76], da mesma forma como foi realizado na Ref. [7]. Adicionamos a nossa análise um χ^2 gaussiano como segue a seguir:

$$\chi_{\text{restrição-reator}}^2 = \left(\frac{\sin^2 2\theta_{13} - 0,0841}{0,0033} \right)^2, \quad (5.1)$$

e varremos todos os pontos de θ_{13} dentro do intervalo usado pela nossa análise, segundo a nossa granularidade escolhida, como descrito na Tab. 3.4. A sua diferença pelo ajuste de Daya Bay dentro de 1σ é computado por este termo gaussiano de χ^2 .

Os novos limites de γ_0 obtidos a partir disto são apresentados pela Fig. 5.10, nos

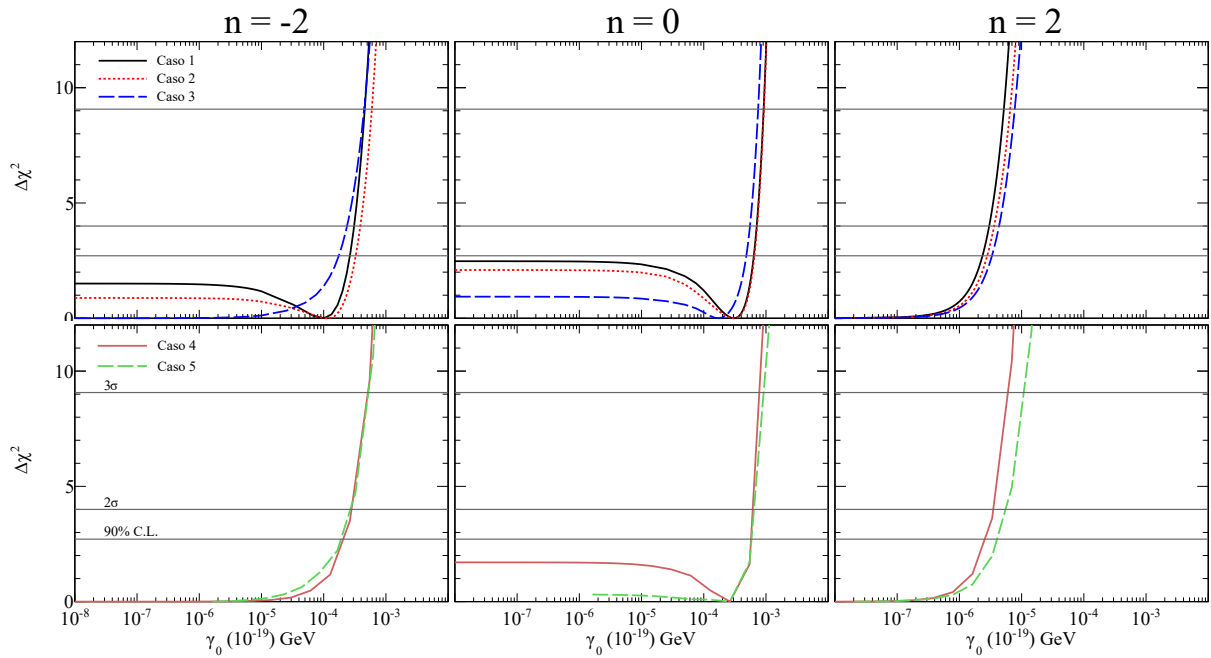


Figura 5.10: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.9 para a análise combinada com a inclusão da restrição de θ_{13} do experimento Daya Bay.

mesmos moldes da Fig. 5.9. O cenário foi pouco modificado em cada um dos casos investigados. Podemos analisar as diferenças obtidas entre as Figuras 5.9 e 5.10. Um dos efeitos que vemos com a adição deste χ^2 gaussiano é o impacto sobre os mínimos das curvas. Para os casos 1 e 2 em $n = -2$, a significância do valor não nulo de γ_0 aumenta para $1,22\sigma$ e 1σ C.L., respectivamente. Em $n = 0$, a significância destes mínimos aumentam para algo em torno de 90% e $1,42\sigma$ C.L. para estes mesmos casos, respectivamente. O caso 3 não apresenta mudanças em relação ao da análise de MINOS + T2K. Em $n = 0$ ocorre algo interessante entre os casos 4 e 5, em que a significância do mínimo de γ_0 é aumentada para um valor acima de 1σ C.L. no caso 4, mas, no caso 5 ocorreu o contrário, com a significância do mínimo diminuindo drasticamente em comparação com o resultado de MINOS + T2K. Em $n = 2$ não observamos efeitos significativos com a inclusão deste termo de χ^2 . Incluir esta restrição de θ_{13} dada por Daya Bay fez com que os limites para todos os n fossem levemente enfraquecidos em relação ao resultado anterior.

5.6 Efeito da dissipação

Na apresentação dos resultados observamos que não há efeito significativo da decoerência sobre os parâmetros do setor atmosférico dos neutrinos. Pudemos observar também que há um efeito sobre os parâmetros δ_{CP} e $\sin^2\theta_{13}$ em alguns dos cenários investigados,

com os dados usados neste trabalho. A seguir vamos analisar o impacto de permitir efeitos dissipativos sobre nossa análise.

Tabela 5.6: Apresentamos os casos 1, 2, 3 e 4 com intuito de facilitar a visão de cada um destes modelos.

Modelos	Γ_{12}	Γ_{33}	Γ_{13}	Γ_{23}	Γ_{88}
Caso 1	Γ	Γ	Γ	Γ	Γ
Caso 2	Γ	0	Γ	Γ	0
Caso 3	0	0	Γ	Γ	0
Caso 4	0	Γ	Γ	Γ	Γ

Na Tab. 5.6 mostramos os cenários em que queremos investigar os efeitos dissipativos. Podemos analisar o efeito da dissipação pela comparação dos resultados obtidos entre os casos 1 e 2. Estes casos estão associados com $\Gamma_{12} \neq 0$. Podemos a partir disto analisar o efeito da dissipação quando associado ao parâmetro de decoerência que atua no setor solar. Também podemos analisar este efeito pela comparação entre os casos 3 e 4, em que temos $\Gamma_{12} = 0$.

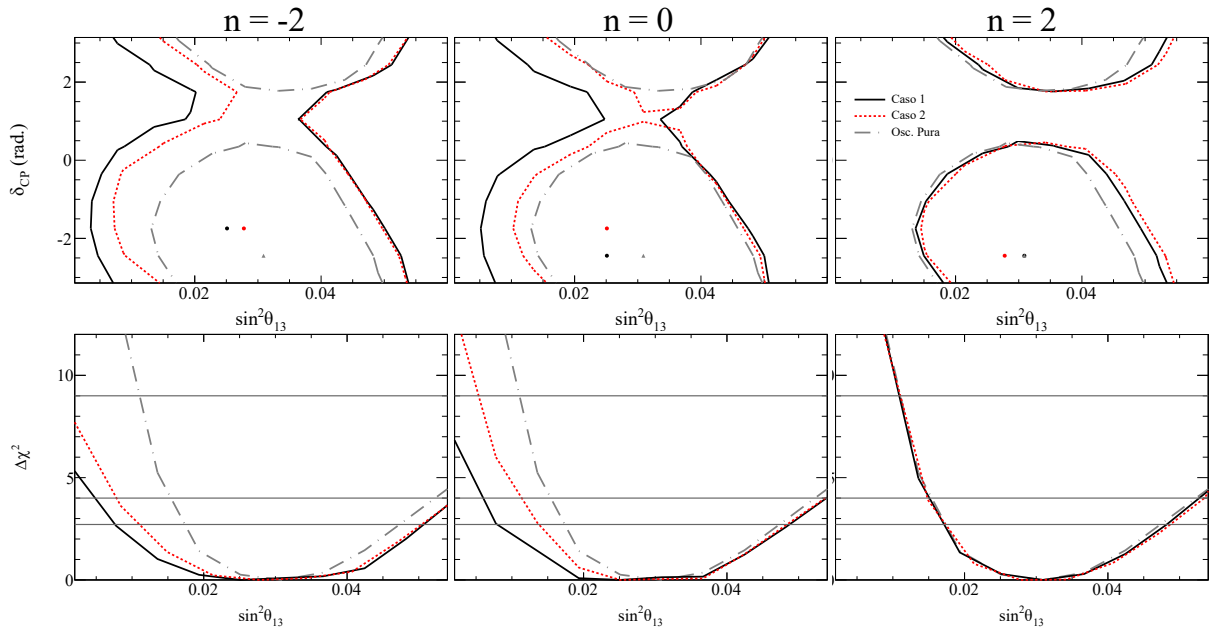


Figura 5.11: A primeira linha desta tabela introduz as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$ e a segunda linha as projeções unidimensionais de $\sin^2\theta_{13}$ para os casos 1 e 2.

Na Fig. 5.11 mostramos as regiões de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$ na primeira linha da tabela e as projeções unidimensionais de $\sin^2\theta_{13}$ na segunda linha para os casos 1 e 2. Esta figura está organizada como a Fig. 5.8 e os estilos e cores das curvas apresentadas

seguem o mesmo padrão dado para estes casos nas seções anteriores. Para $n = 2$, os casos 1 e 2 são pouco modificados pela decoerência quântica se comparamos com o caso padrão. Além disso, não vemos diferenças significativas entre os casos 1 e 2. Em $n = 0$ e $n = -2$, os efeitos da decoerência são mais aparentes em relação ao caso padrão. Apesar do efeito de permitir a dissipação (caso 1) enfraquecer a restrição de δ_{CP} e expandir os limites de $\sin^2\theta_{13}$ em relação ao observado no caso 2, podemos concluir que esta diferença não é estatisticamente significativa entre estes casos.

Na projeção unidimensional de $\sin^2\theta_{13}$ observamos que o limite inferior de θ_{13} tende a zero para um nível de confiança a partir de aproximadamente 3σ C.L. no caso 1. Isto poderia interferir nas medidas atuais de θ_{13} e conseqüentemente afetar as análises de CP . No Capítulo 2 mostramos que a probabilidade de transição $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ com o L e o intervalo de energia do espectro de T2K tem seu maior efeito pela decoerência exatamente no caso 1, ao compararmos com o comportamento da oscilação pura. Podemos dizer que o número de eventos do canal de aparecimento de T2K ainda é estatisticamente pobre³. Isto pode explicar o efeito observado sobre os parâmetros δ_{CP} e $\sin^2\theta_{13}$. Uma análise futura com um acúmulo maior estatístico de dados poderá responder se os efeitos observados em nossa análise persistem. Pelas Tabelas 5.1 e 5.2 observamos pelo valor de χ^2/dof que todos os modelos ajustam os dados semelhantemente à oscilação padrão. Isto reforça a ideia dos efeitos serem puramente estatísticos, uma vez que não podemos afirmar que o caso 1 é o melhor modelo a se ajustar aos dados.

No caso 4 permitimos os efeitos dissipativos como descrito pela Tab. 5.6. A comparação entre os casos 3 e 4 pode ser influenciado também pela imposição sobre a entropia. No caso 3 impomos que $S \geq 0$ enquanto que no caso 4 não fizemos tal imposição.

A Fig. 5.12 apresenta os resultados obtidos dos casos 3 e 4, organizado como a Fig. 5.11. Os resultados obtidos por $n = -2$ e $n = 2$ foram bem similares. Em $n = 0$ obtivemos o maior efeito, em que os limites de δ_{CP} e $\sin^2\theta_{13}$ foram levemente enfraquecidos em comparação com o caso padrão. Por esta comparação também não vemos diferença estatisticamente significativa entre os casos 3 e 4.

A partir desta análise podemos concluir que o efeito da dissipação pode ser negligenciado para a análise com os dados usados neste trabalho, ou seja, se Γ_{33} e Γ_{88} é imposto ser diferente de zero ou não, isto não foi significativo na análise. Isto ocorre tanto em cenários

³T2K é um experimento ativo que continua tomando dados para a análise de aparecimento de neutrinos eletrônicos e desaparecimento de neutrinos muônicos, diferentemente do MINOS que é um experimento finalizado.

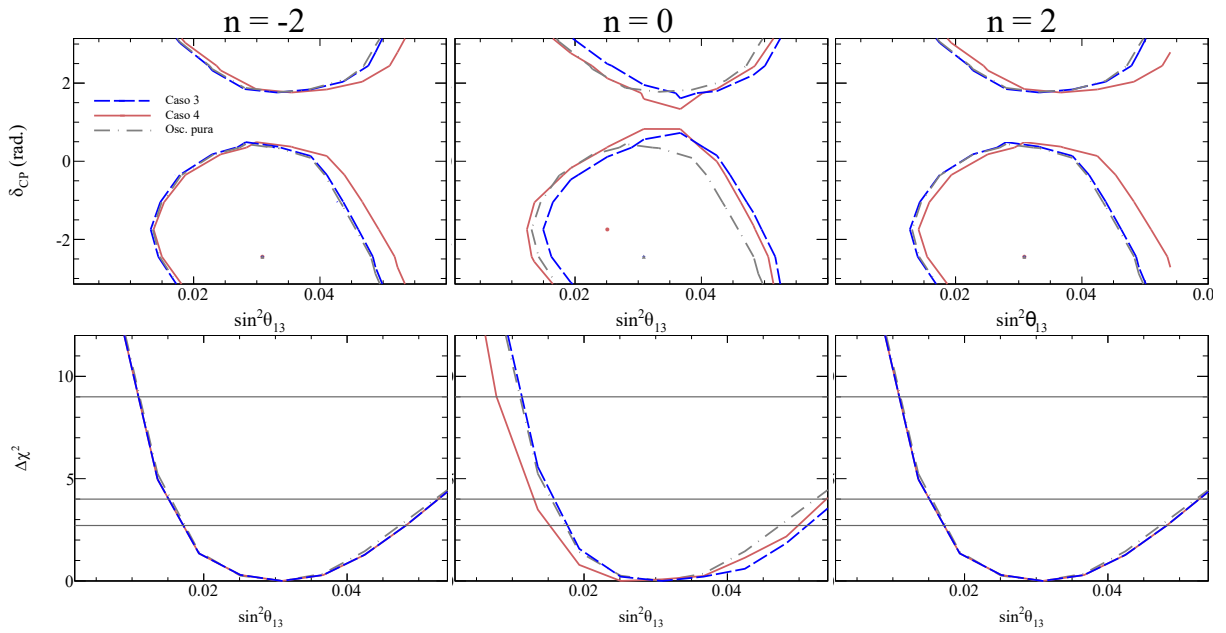


Figura 5.12: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.11 para os casos 3 e 4.

associados com a presença de Γ_{12} , onde não observamos diferenças significativas entre os casos 1 e 2, quanto em cenários em que impomos $\Gamma_{12} = 0$.

5.7 Efeito de decoerência do setor solar

Observamos na apresentação dos resultados de cada caso analisado que Γ_{12} tem o papel de realizar um efeito sobre os limites dos parâmetros δ_{CP} e $\sin^2 \theta_{13}$. Fizemos a Tab. 5.7

Tabela 5.7: Apresentamos os casos 2 e 3 (ambos sem permissão de dissipação) e os casos 1 e 4 (ambos permitem dissipação) para ajudar na visualização da análise.

Modelos	Γ_{12}	Γ_{33}	Γ_{13}	Γ_{23}	Γ_{88}
Caso 2	Γ	0	Γ	Γ	0
Caso 3	0	0	Γ	Γ	0
Caso 1	Γ	Γ	Γ	Γ	Γ
Caso 4	0	Γ	Γ	Γ	Γ

com intuito de facilitar a visualização dos efeitos que queremos analisar. Os casos 2 e 3 não permitem efeitos dissipativos. A partir da análise destes dois casos podemos ver o efeito de ter ou não Γ_{12} atuando na análise em associação com a não dissipação. Em contra partida, com os casos 1 e 4 podemos analisar o mesmo quando a dissipação está presente.

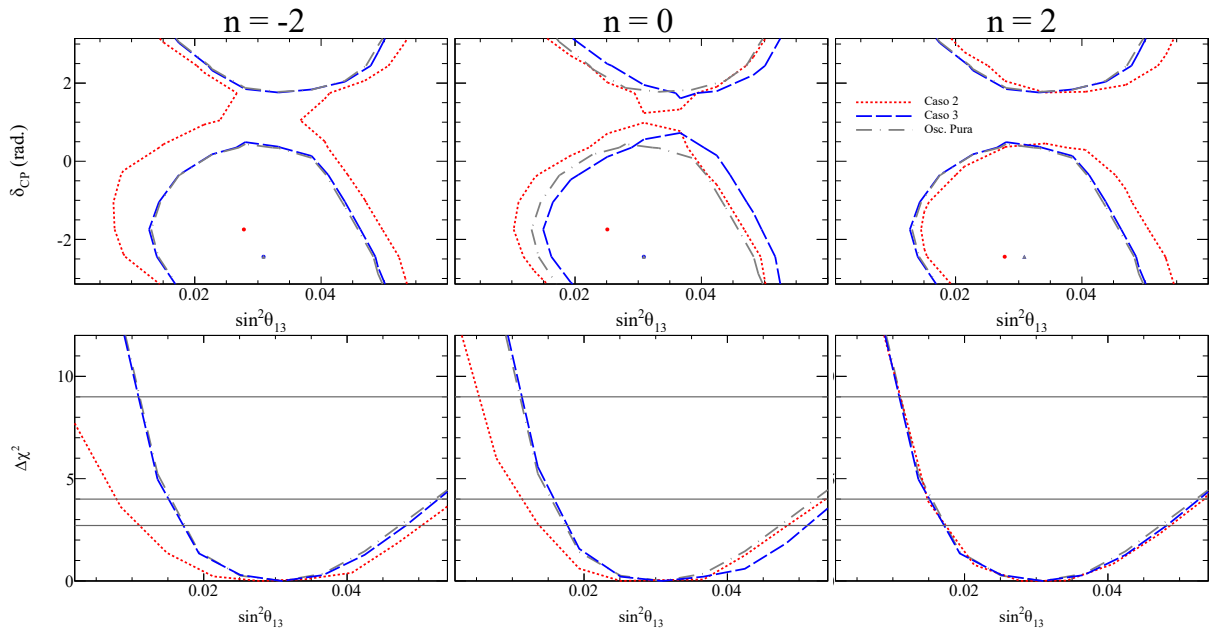


Figura 5.13: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.11 para os casos 2 e 3.

Na Fig. 5.13 mostramos os resultados dos casos 2 e 3. No caso 3, em que $\Gamma_{12} = 0$, vemos que o efeito da decoerência não afeta os parâmetros δ_{CP} e $\sin^2 \theta_{13}$ em $n = -2$ e $n = 2$ comparado ao caso padrão. Como esperado, em $n = 2$, não houve impacto relevante sobre os parâmetros de oscilação pelo caso 2, pois n é dominante sobre o efeito de $\Gamma_{12} \neq 0$. Em $n = 0$, ambos os casos 2 e 3 são alterados em comparação com o caso padrão, porém, sem diferenças significativas entre eles. O maior efeito sobre os limites dos parâmetros é observado em $n = -2$, em que o caso 2 resultou em um enfraquecimento da restrição de δ_{CP} e os limites de $\sin^2 \theta_{13}$. Para $n = -2$ podemos concluir que o papel de Γ_{12} tem um efeito visível quando associado a cenários sem efeitos dissipativos.

Na Fig. 5.14 apresentamos os resultados dos casos 1 e 4. No caso 4 observamos que quando permitimos a dissipação, mas fazemos $\Gamma_{12} = 0$, não observamos efeitos significativos sobre os parâmetros δ_{CP} e $\sin^2 \theta_{13}$. Concluímos o mesmo quando analisamos o efeito da dissipação pelos casos 3 e 4. No caso 1 em que a dissipação é permitida e Γ_{12} foi imposto ser diferente de zero, vemos um efeito maior sobre os parâmetros em $n = -2$ e $n = 0$. Podemos reforçar por esta análise a conclusão anterior de que a dissipação não afeta significativamente os parâmetros de oscilação. O efeito maior ocorre pela presença de $\Gamma_{12} \neq 0$.

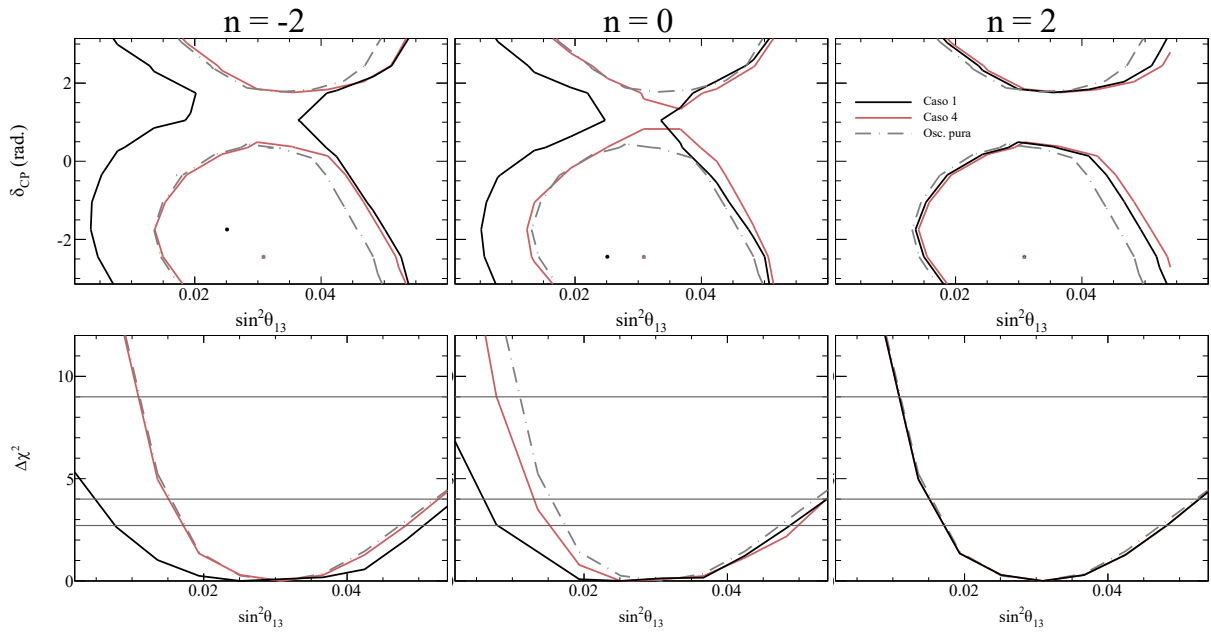


Figura 5.14: A mesma descrição dada na legenda da Fig. 5.11 para os casos 1 e 4.

5.8 Efeito da fase complexa

Pelos casos 4 e 5 podemos analisar o efeito de permitir a fase da oscilação ser complexa. No caso 5 abrimos esta flexibilidade. Na Seção 5.3 apresentamos os resultados destes cenários. Em ambos os casos não fizemos a imposição de $S \geq 0$. Os resultados desta análise são mostrados pelas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8.

A fase de oscilação no caso 5 possui uma dependência com o parâmetro Γ , o que a possibilita ser complexa. Em nossa análise sabemos que esta fase se torna complexa de acordo com o valor da energia e de Δm^2 . Na maior parte do espectro de energia dos dados analisados esta fase é complexa e a probabilidade tem sua forma modificada, passando a ter uma dinâmica ditada por funções hiperbólicas.

Mostramos na Seção 5.3 que a mudança causada pela fase de oscilação não afeta significativamente as regiões de confiança dos parâmetros de oscilação. Também observamos que os ajustes obtidos pelo valor de χ^2 são da mesma ordem dos obtidos pelo caso padrão. Isto mostra que ambos os casos 4 e 5 ajustam os dados tão bem quanto o cenário padrão da oscilação.

Os resultados obtidos pelo caso 5 nos levam a concluir que o efeito da fase ser complexa não altera o efeito da decoerência observado por casos em que isto não é permitido. Podemos fazer tal afirmação por não observarmos diferenças significativas entre os resultados dos casos 4 e 5.

CONCLUSÃO

Neste trabalho investigamos a existência de efeitos de decoerência quântica na oscilação de neutrinos no regime de três sabores no vácuo. Aplicamos este formalismo sobre os dados da análise de desaparecimento de neutrinos muônicos do modo FHC de MINOS e das configurações de *neutrino run* e *antineutrino run* de ambas as análises de desaparecimento de neutrinos muônicos e aparecimento de neutrinos eletrônicos de T2K.

O formalismo do modelo de oscilação com decoerência quântica apresentado no Capítulo 2 nos permitiu propor cenários em que possíveis efeitos dissipativos sejam permitidos na evolução temporal dos neutrinos. No total propusemos 5 casos possíveis em que pudemos a partir deles investigar o efeito da decoerência sobre os parâmetros de oscilação, possíveis efeitos dissipativos e a possíveis consequências da fase de oscilação ser complexa. Mostramos que no setor atmosférico dos parâmetros de oscilação não houve efeito com significância devido a decoerência em nenhum dos casos. Com relação aos parâmetros δ_{CP} e θ_{13} , observamos que quando a decoerência está presente no setor solar, ocorre um efeito de enfraquecimento dos limites desses parâmetros em relação ao caso padrão. Mostramos também que a inclusão do efeito de dissipação não altera significativamente os resultados obtidos pelo cenário da oscilação pura (isto pode ser visto pela análise do caso 4), assim como o caso em que permitimos a fase ser complexa.

Em nossa análise consideramos uma fenomenologia para o parâmetro de decoerência Γ , da forma $\Gamma = \gamma_0(E/\text{GeV})^n$, que é a parametrização mais utilizada em estudos que incluem decoerência quântica em neutrinos. Escolhemos analisar os casos em que $n = -2, 0, 2$. Obtivemos limites para γ_0 da ordem de $\mathcal{O}(10^{-23})$ GeV para $n = -2$ e $n = 0$, e $\mathcal{O}(10^{-25})$ GeV para $n = 2$, no nível de 90% C.L.. Os nossos limites obtidos para $n = -2$ superam

os obtidos por análises anteriores (ver Tabelas 5.3 e 5.4) em que obtivemos como melhor limite neste caso, $\gamma_0 \leq 1,69 \times 10^{-23}$ GeV (obtido pelo caso 3) no nível de 90% C.L.. Para $n = 0$, obtivemos limites comparáveis aos obtidos pela análise de SK (essa análise foi feita no regime de dois sabores de neutrinos) e pela de DeepCore. No caso de $n = 2$, mostramos que nossos limites são competitivos com as análises anteriores de SK, MINOS (sem usar os dados totais) e DeepCore. A análise com os dados de neutrinos atmosféricos de ICECUBE para $n = 2$ apresentam fortes limites, 6 ordens de magnitude mais restritivas que as obtidas pelos resultados com neutrinos de aceleradores. Isto levanta uma expectativa de que futuramente os dados de neutrinos atmosféricos de DUNE possam ser utilizados para impor fortes limites para $n = 2$. Com o aumento estatístico dos dados de T2K, podemos também intuitivamente esperar que limites ainda mais fortes à decoerência sejam obtidos para $n = -2$.

APÊNDICE A

DETALHES DO CÁLCULO - OSCILAÇÃO PURA

No Capítulo 1 desta Tese descrevemos o modelo de oscilação de neutrinos. Na Eq. (1.23) mostramos a forma generalizada da probabilidade para um caso em que podemos ter n neutrinos. Vamos aqui descrever de forma detalhada os passos para irmos da primeira linha para a segunda linha da Eq. (1.23). Novamente, a probabilidade de transição de α para β é dada da seguinte forma:

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i\Delta_{ij}t}. \quad (\text{A.1})$$

Dividimos a soma em (A.1) em duas somas, onde a primeira é para $m = n$ e a outra para $m \neq n$,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 + \sum_{j \neq i} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i(E_i - E_j)t}. \quad (\text{A.2})$$

No entanto, passamos a soma para m diferente de n em (A.2), para valores em que $j > i$, e pra isso basta multiplicarmos a segunda soma por um fator 2,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 + 2 \sum_{j > i} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i(E_i - E_j)t}. \quad (\text{A.3})$$

Os neutrinos possuem uma energia cinética muito maior do que sua energia de repouso. No sistema natural de unidades isto é a mesma coisa que afirmar que $p \gg m_i$. Podemos a partir desta consideração reescrever a energia dos neutrinos E_i como sendo,

$$E_i = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2} \simeq |\vec{p}| + \frac{m_i^2}{2|\vec{p}|} \simeq E + \frac{m_i^2}{2E}, \quad (\text{A.4})$$

onde fazemos $|\vec{p}| \simeq E$. Agora, substituímos a Equação (A.4) em (A.3) e obtemos,

$$P(L/E)_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 + 2 \sum_{j>i} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right), \quad (\text{A.5})$$

onde $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ é o módulo da diferença quadrática de massa dos neutrinos e a distância L é a aproximação feita,

$$x = c \cdot t \approx t \approx L. \quad (\text{A.6})$$

A distância L (fonte - detector) e a energia dos neutrinos E , são quantidades determinadas pelos experimentos [77, 78]. Estas são as variáveis da Equação (A.5).

Vamos separar o segundo termo da somatória em (A.5) na parte real e imaginária. Logo, obtemos,

$$\begin{aligned} P(L/E)_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 + \sum_{j>i} 2 \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \cos\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right) \\ &\quad - \sum_{j>i} 2 \operatorname{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Uma outra identidade que podemos tirar da matriz U é a seguinte,

$$UU^\dagger UU^\dagger = 1 \longrightarrow \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j} = \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 + \sum_{j>i} 2 \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] = \delta_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.8})$$

e que sendo assim,

$$\sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}|^2 = \delta_{\alpha\beta} - \sum_{j>i} 2 \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}], \quad (\text{A.9})$$

substituímos a Equação (A.9) em (A.7), e obtemos,

$$\begin{aligned} P(L/E)_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{j>i} \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \left[1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right)\right] \\ &\quad - 2 \sum_{j>i} \operatorname{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

onde podemos escrever,

$$1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right) = 2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right), \quad (\text{A.11})$$

e por fim,

$$\begin{aligned}
P(L/E)_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>i} \text{Re}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \\
& - 2 \sum_{j>i} \text{Im}[U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\beta j}^* U_{\alpha j}] \text{sen} \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right).
\end{aligned} \tag{A.12}$$

A probabilidade de oscilação dos canais onde $\alpha \neq \beta$ é chamado de probabilidade de transição, enquanto que nos casos em que $\alpha = \beta$, chamamos de probabilidade de sobrevivência. Nos casos em que os termos da matriz U são reais, podemos simplificar a Equação (A.12) da seguinte forma,

$$P(L/E)_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right), \tag{A.13}$$

onde a probabilidade de sobrevivência neste caso é em sua forma geral,

$$P(L/E)_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = 1 - 4 \sum_{j>i} |U_{\alpha i} U_{\alpha j}|^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right). \tag{A.14}$$

APÊNDICE B

EQUAÇÃO MESTRA DE LINDBLAD-KOSSAKOWSKI

Estudos sobre sistemas quânticos abertos são investigados desde a segunda metade do século XX [79]. É extremamente importante os estudos destes sistemas, pois no mundo real a maioria dos sistemas estudados devem ser tratados como aberto. Quando o tempo de evolução do sistema é pequeno o suficiente para que os efeitos causados pelo meio sejam desprezíveis, então podemos tratá-lo como um sistema fechado. A seguir vamos apresentar como podemos tratar sistema quânticos abertos.

Podemos pensar o nosso sistema total em $t = 0$ como o produto tensorial de dois subsistemas (estamos supondo que antes de haver qualquer evolução temporal, os estados dos dois subsistemas não são correlacionados), o R -reservatório e o I -interesse. O espaço de Hilbert associado ao estado global deste sistema pode ser descrito por $\mathcal{H}_R \otimes \mathcal{H}_I$, onde \mathcal{H}_R defini o espaço de Hilbert do reservatório e \mathcal{H}_I , o de interesse.

O subsistema quântico de interesse é o que queremos investigar. A dinâmica deste subsistema deve ser alterada quando permitimos que informações possam ser trocadas com o subsistema do reservatório por meio de interações entre os dois subsistemas, o que gera certas correlações entre eles após a evolução temporal do subsistema I . Vamos adotar a hipótese de que o meio em que o subsistema de interesse está inserido é um reservatório térmico em equilíbrio. Com isso, o número de estados do meio é finito e não variável no tempo e diminuímos as informações do sistema global a apenas as informações do subsistema de interesse.

A evolução temporal do sistema global é dada pelo operador

$$U(t_0, t) = \exp[-i\mathcal{H}_{\text{total}}(t - t_0)] \quad (\text{B.1})$$

onde $\mathcal{H}_{\text{total}}$ é o Hamiltoniano total do sistema e $U(t_0, t)U^\dagger(t_0, t) = I$. Para o sistema total, a evolução deve ser unitária. Com isso, o sistema global pode ser descrito pela equação de Liouville, como a seguir:

$$\frac{d}{dt}\rho_{(R+I)}(t) = -i[\mathcal{H}_{\text{total}}, \rho_{(R+I)}]. \quad (\text{B.2})$$

Também podemos escrever a Eq. (B.2) em termos do operador de Liouville L (também chamado em algumas literaturas de super operador),

$$\frac{d}{dt}\rho_{(R+I)}(t) = L\rho_{(R+I)}. \quad (\text{B.3})$$

Devemos reduzir nosso sistema a apenas as informações do subsistema ρ_I . Podemos realizar a operação de traço de $\rho_{(R+I)}$ com respeito ao subsistema R , de tal forma que teremos:

$$\rho_I = \text{Tr}_R[\rho_{(R+I)}]. \quad (\text{B.4})$$

O reservatório térmico é um subsistema que não evolui temporalmente. Deve existir um mapeamento dinâmico que descreve a evolução temporal do subsistema de interesse, como dado a seguir:

$$\rho_I(0) \rightarrow \rho_I(t) = \Lambda(t)\rho_I(0) \equiv \text{Tr}_R[U(t)\rho_{(R+I)}U^\dagger(t)], \quad (\text{B.5})$$

em que $\Lambda(t)$ é quem caracteriza este mapeamento dinâmico e $\rho_{(R+I)} = \rho_I(0) \otimes \rho_R$. Esta relação define o mapa do espaço $I(\mathcal{H}_I)$ de matrizes densidade do subsistema de interesse nele mesmo,

$$\Lambda(t) : I(\mathcal{H}_I) \rightarrow I(\mathcal{H}_I). \quad (\text{B.6})$$

Podemos escrever $\rho_I(t)$ pela representação de Kraus, onde o mapeamento dinâmico pode ser decomposto na chamada soma discreta de Kraus, que resulta em

$$\Lambda(t)\rho_I = \sum_k V_k(t)\rho_I(0)V_k^\dagger(t) \equiv \text{Tr}_R[U(t)\rho_{(R+I)}U^\dagger(t)], \quad (\text{B.7})$$

onde os operadores de Kraus podem ser definidos como $V_k(t) = \sqrt{\lambda_k}U(t)|s_k\rangle\langle s_k|$, em que a base $\{|s_k\rangle\}$ é ortonormal. A seguir vamos descrever sobre as propriedades de $\Lambda(t)$ e dos operadores V_k .

A Eq. (B.7) descreve a evolução temporal dos autoestados de ρ_I . O mapa dinâmico é caracterizado por um conjunto de operadores V_k que atuam no espaço de Hilbert de interesse e não mais por apenas um operador evolução temporal, como no caso do sistema total ($R + I$) dado por $U(t)$. Vamos reduzir nossa notação a $\rho \equiv \rho_I$, pois daqui para frente estaremos trabalhando sempre com o subsistema I . Então, não haverá necessidade de carregar este índice.

O operador de Liouville é responsável por gerar a dinâmica de evolução dos estados do sistema. Para garantirmos a positividade do traço da matriz densidade, o mapeamento deve ser positivo sobre o sistema. Em sistemas abertos a dinâmica do subsistema de interesse é alterada pelas interações com o meio. Em geral estas dinâmicas são não Markovianas em que o traço da matriz densidade de ρ não se conserva (em outras palavras, a memória do sistema não é conservada). Isto pode nos levar a interpretações físicas não plausíveis, como probabilidades negativas. É importante tomar muito cuidado ao se tratar sistemas quânticos abertos. Como não estamos interessados em dinâmicas não Markovianas, precisamos que Λ seja mais do que positivo, que seja completamente positivo. Para isto, é necessário que $\Lambda(t)$ seja definido como um semigrupo dinâmico completamente positivo, formado por uma família de mapas dinâmicos $\{\Lambda(t_n), t_n \geq 0\}$. As propriedades deste semigrupo dinâmico são:

1. $\Lambda(t_0) = I$, para $t_0 = 0 \rightarrow \Lambda(0)\rho(0) = \rho(0)$;
2. $\Lambda(t_n) \cdot \Lambda(t_{n-1}) \equiv \Lambda(t_{n-1}) \cdot \Lambda(t_n) = \Lambda(t_n + t_{n-1})$, para $t_n, t_{n-1} \geq 0$. Esta propriedade garante que o sistema não dependa de seu passado, mas somente de seu estado atual, ou seja, não há perda de memória;
3. Seja $\rho(0) > 0$, então $\rho(t) = \Lambda(t)\rho(0) > 0$ sempre;
4. $Tr[\rho(t)] = Tr[\Lambda(t)\rho(0)] = 1 \rightarrow$ conservação de probabilidade. O mapeamento dinâmico deve garantir a preservação do traço do operador densidade;
5. $\lim_{t \rightarrow 0} \Lambda(t)\rho(0) = \rho(0)$, propriedade de continuidade;
6. $\Lambda(t)\rho(0) = \sum_k V_k^\dagger \rho(0) V_k$, onde $V_k, \sum_k V_k^\dagger V_k \in I(\mathcal{H}_I)$. Esta propriedade vem do teorema de Kraus;
7. Seja um espaço $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$, supondo Λ_1 e $\Lambda_2 \in$ a completa positividade. Então existe um único semigrupo dinâmico completamente positivo Λ , tal que $\Lambda(t)(\rho_1 \otimes \rho_2) = \Lambda_1(t)\rho_1 \otimes \Lambda_2(t)\rho_2$ para todo $\rho_1 \in I(\mathcal{H}_1)$ e $\rho_2 \in I(\mathcal{H}_2)$.

As propriedades acima garantem que a dinâmica seja markoviana. Não obstante, podemos pensar em quais casos podemos tratar um sistema físico delimitado por estas propriedades. A evolução markoviana é bem aplicada em sistemas em que a aproximação de *Weak Coupling Limit* [80, 81] pode ser considerada. Em resumo, este limite diz que caso o ambiente (subsistema do reservatório) com a qual o subsistema de interesse (também chamado reduzido) é acoplado não seja alterado após a evolução temporal, ou seja, que o acoplamento entre os dois subsistemas seja suficientemente fraco. Isto significa que podemos considerar que $\rho_{(R+I)}(t) \approx \rho_I(t) \otimes \rho_R$, o que implicará em

$$\sum_k V_k(t)V_k^\dagger(t) = I. \quad (\text{B.8})$$

Pode parecer um pouco repetitivo, mas esta aproximação foi realizada implicitamente anteriormente quando impomos que o meio era um reservatório térmico em equilíbrio que não teria alterações no tempo. Podemos considerar que a matriz densidade que descreve o ensemble misto de estados dos neutrinos se modifica muito mais rápido dinamicamente pelo efeito de oscilação de neutrinos do que por uma relaxação dos elementos desta matriz. Esta relaxação do sistema pode ser entendida como por exemplo um decaimento do neutrino em outras partículas. Como os resultados apontam para limites em que o tempo de vida do neutrino tende a ser infinito, então a aproximação de *Weak Coupling Limit* parece se adequar a este sistema.

Vamos chamar de \tilde{L} , o operador de Liouville para o sistema reduzido ao de interesse. Temos que

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = \tilde{L}\rho(t), \quad (\text{B.9})$$

porém, como $\rho(t) = \Lambda(t)\rho$, então,

$$\frac{d}{dt}\Lambda(t)\rho = \tilde{L}\rho(t), \quad (\text{B.10})$$

então, uma solução para a equação diferencial acima é definir o semigrupo dinâmico como:

$$\Lambda(t) = e^{\tilde{L}t}. \quad (\text{B.11})$$

Na Eq. (B.11), $\Lambda(t)$ é sempre positivo, dado que \tilde{L} por definição é também sempre positivo. É fácil ver que $[t - t_0]\tilde{L} = \ln[\Lambda(t)\Lambda^{-1}(t_0)]$ onde $t_0 = 0$. Então, se expandimos esta

expressão em torno de t_0 temos que¹

$$\tilde{L}\rho(t) = \frac{1}{t} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{\Lambda(t)\rho - \rho}{n+1} \right] \approx \frac{\Lambda(t)\rho - \rho}{t}. \quad (\text{B.12})$$

Vamos voltar agora a Eq. (B.7) e definir que o conjunto de operadores V_k podem ser vistos como operadores de uma base completa que gera o $SU(n)$, formada pelos operadores V_β , com $\beta = \{0, \dots, n^2 - 1\}$, com n sendo a dimensão do espaço de Hilbert e $V_0 = I$. Logo, temos que:

$$\Lambda(t)\rho(t) = \sum_{\beta, \gamma}^{n^2-1} (c_\beta V_\beta) \rho (c_\gamma^* V_\gamma^\dagger), \quad (\text{B.13})$$

onde incluímos os coeficientes $c_\beta(t)$ que agora irão carregar a dependência temporal de V_k . Podemos substituir a Eq. (B.13) em (B.12), obtendo:

$$\tilde{L}\rho(t) = \frac{c_{00}(t) - 1}{t} \rho + \sum_{i=1}^{n^2-1} \left[\frac{c_{i0}(t)}{t} V_i \rho \right] + \rho \sum_{j=1}^{n^2-1} \left[\frac{c_{0j}^*(t)}{t} V_j^\dagger \right] + \sum_{i,j=1}^{n^2-1} \left[\frac{c_i c_j^*}{t} V_i \rho V_j^\dagger \right], \quad (\text{B.14})$$

onde fizemos $c_i c_0^* \equiv c_{i0}$ e $c_0 c_j^* \equiv c_{0j}^*$ por conveniência. Podemos simplificar a Eq. (B.14) definindo o operador A como:

$$A = \sum_{i=1}^{n^2-1} a_i(t) V_i, \quad (\text{B.15})$$

com $a_i(t) = c_{i0}(t)/t$. Assim, temos que,

$$\tilde{L}\rho(t) = a_{00}(t)\rho + A\rho + \rho A^\dagger + \sum_{i,j=1}^{n^2-1} \left[a_i a_j^* V_i \rho V_j^\dagger \right], \quad (\text{B.16})$$

onde $a_{00}(t) = (c_{00}(t) - 1)/t$. Se definimos

$$H^{(\alpha)} = \frac{1}{2i}(A - A^\dagger) \quad (\text{B.17})$$

e

$$H^{(\beta)} = \frac{1}{2}(a_{00} + A + A^\dagger), \quad (\text{B.18})$$

¹Para o nosso caso em que tratamos neutrinos de linha de feixe longa, a aproximação dada na Eq. (B.12) é justificada, pois nossa investigação está relacionado sempre com evoluções temporais consideradas curtas. Porém, longas o suficiente para investigar a oscilação de neutrinos. Nas Refs. [9, 10] pode-se ver discussões mais gerais para sistemas quânticos abertos.

então, podemos escrever

$$\tilde{L}\rho(t) = -i[H^{(\alpha)}, \rho] + \{H^{(\beta)}, \rho\} + \sum_{i,j=1}^{n^2-1} [a_i a_j^* V_i \rho V_j^\dagger]. \quad (\text{B.19})$$

Podemos identificar o operador $H^{(\alpha)}$ como o Hamiltoniano do sistema², $H^{(\alpha)} \rightarrow H$. O operador $H^{(\beta)}$ pode ser derivado fazendo o traço de $\tilde{L}\rho$,

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\tilde{L}\rho] &= \sum_i -i \left[(E_i^{(\alpha)} - E_i^{(\alpha)}) |s_i\rangle \langle s_i| \right] + \sum_i \left[2E_i^{(\beta)} |s_i\rangle \langle s_i| \right] + \sum_i \left[a_i a_i^* V_i V_i^\dagger |s_i\rangle \langle s_i| \right] \\ &= \sum_i \left[2E_i^{(\beta)} + a_i a_i^* V_i V_i^\dagger \right] |s_i\rangle \langle s_i| \\ &= \text{Tr} \left[2H^{(\beta)} + \sum_{i,j=1}^{n^2-1} a_i a_j^* V_i V_j^\dagger \right] \rho, \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

onde $E_i^{(\alpha)}$ e $E_i^{(\beta)}$ são os autovalores respectivamente de $H^{(\alpha)}$ e $H^{(\beta)}$.

Como o operador \tilde{L} é definido pelos operadores V_k (base que gera o $SU(n)$). Então, assim como as matrizes de Gell-Mann, o traço das matrizes V_k serão iguais a zero. Podemos mostrar a partir da Eq. (B.16) que³

$$\text{Tr}[\tilde{L}\rho] = 0, \quad (\text{B.21})$$

e então temos que

$$H^{(\beta)} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n^2-1} a_i a_j^* V_i V_j^\dagger. \quad (\text{B.22})$$

Substituindo a Eq. (B.22) em (B.19) temos a primeira forma do gerador de Kossakowski,

$$\tilde{L}\rho(t) = -i[H, \rho] + \sum_{i,j=1}^{n^2-1} a_i a_j^* \left[V_i \rho V_j^\dagger - \frac{1}{2} \{V_i V_j^\dagger, \rho\} \right]. \quad (\text{B.23})$$

Desde que os coeficientes a_i e a_j^* sejam reais, podemos fazer $a_i a_j^* \equiv a_{ij}$. É mais comum apresentar a Eq. (B.23) com relações de comutações ao invés de anti-comutações,

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -i[H, \rho] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n^2-1} a_{ij} \left([V_i, \rho V_j^\dagger] + [V_i \rho, V_j^\dagger] \right). \quad (\text{B.24})$$

²Toda esta derivação da equação mestra de Lindblad-Kossakowski pode ser vista em detalhes no capítulo 3, página 121, do livro dado na Ref. [80].

³Escolhemos a_{00} igual a zero.

Quando descrevemos sistemas quânticos abertos, o gerador da evolução temporal é modificado de acordo com o segundo termo do lado direito da igualdade da Eq. (B.24). Este termo é o responsável pelos efeitos de decoerência quântica. O que ocorre de diferentes casos em relação aos sistemas fechados é a perda de coerência quântica com o tempo de propagação.

O gerador de dinâmica de Kossakowski-Lindblad é descrito na Ref. [10]. Este gerador é descrito como a seguir:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -i[\mathcal{H},\rho] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n^2-1} \left([\mathcal{V}_i, \rho \mathcal{V}_i^\dagger] + [\mathcal{V}_i \rho, \mathcal{V}_i^\dagger] \right), \quad (\text{B.25})$$

com \mathcal{H} , o Hamiltoniano do subsistema de interesse, e \mathcal{V}_i , os operadores que irão gerar os efeitos de decoerência.

APÊNDICE C

PROBABILIDADE DE OSCILAÇÃO COM DECOERÊNCIA EM $T = 0$

A probabilidade de transição no vácuo entre dois sabores de neutrinos no regime em que consideramos oscilação mais efeitos de decoerência quântica, é dado por

$$\begin{aligned}
P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} (|U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2) (|U_{\beta 1}|^2 - |U_{\beta 2}|^2) e^{-\Gamma_{33}t} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3} - |U_{\alpha 3}|^2 \right) \left(\frac{1}{3} - |U_{\beta 3}|^2 \right) e^{-\Gamma_{88}t} \\
&+ 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \cos\left(\frac{\Omega_{12}}{2}t\right) + \left(\text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1}^* U_{\beta 2}] \frac{\Gamma_{22} - \Gamma_{11}}{\Omega_{12}} - \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] \frac{2\Delta_{21}}{\Omega_{12}} \right) \text{sen}\left(\frac{\Omega_{12}}{2}t\right) \right\} e^{-\frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22}}{2}t} \\
&+ 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \cos\left(\frac{\Omega_{13}}{2}t\right) + \left(\text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1}^* U_{\beta 3}] \frac{\Gamma_{55} - \Gamma_{44}}{\Omega_{13}} - \text{Im}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] \frac{2\Delta_{31}}{\Omega_{13}} \right) \text{sen}\left(\frac{\Omega_{13}}{2}t\right) \right\} e^{-\frac{\Gamma_{44} + \Gamma_{55}}{2}t} \\
&+ 2 \left\{ \text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \cos\left(\frac{\Omega_{23}}{2}t\right) + \left(\text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2}^* U_{\beta 3}] \frac{\Gamma_{77} - \Gamma_{66}}{\Omega_{23}} - \text{Im}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*] \frac{2\Delta_{32}}{\Omega_{23}} \right) \text{sen}\left(\frac{\Omega_{23}}{2}t\right) \right\} e^{-\frac{\Gamma_{66} + \Gamma_{77}}{2}t}.
\end{aligned} \tag{C.1}$$

A forma obtida de $P_{\alpha\beta}$ é mais complexa do que a probabilidade de oscilação pura. É simples de provarmos que a probabilidade de transição de estados no caso da oscilação pura é zero em $t = 0$. Porém, isto não é tão claro quando tratamos da probabilidade de oscilação mais decoerência. Devido a este motivo, é interessante provarmos que de fato, a Eq. (C.1) em $t = 0$ é zero. Logo, aplicando $t = 0$ em $P_{\alpha\beta}$ temos:

$$\begin{aligned}
P_{\alpha\beta} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} (|U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2) (|U_{\beta 1}|^2 - |U_{\beta 2}|^2) + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3} - |U_{\alpha 3}|^2 \right) \left(\frac{1}{3} - |U_{\beta 3}|^2 \right) \\
&+ 2\text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 1} U_{\beta 2}^*] + 2\text{Re}[U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 1} U_{\beta 3}^*] + \text{Re}[U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} U_{\beta 2} U_{\beta 3}^*].
\end{aligned} \tag{C.2}$$

Na Eq. (C.2) podemos reescrever o segundo termo como:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} (|U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2) (|U_{\beta 1}|^2 - |U_{\beta 2}|^2) &= \frac{1}{2} (|U_{\alpha 1} U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 2} U_{\beta 2}|^2) \\
&- \frac{1}{2} (|U_{\alpha 1} U_{\beta 2}|^2 + |U_{\alpha 2} U_{\beta 1}|^2),
\end{aligned} \tag{C.3}$$

enquanto que o terceiro termo da Eq. (C.2) pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3} - |U_{\alpha 3}|^2 \right) \left(\frac{1}{3} - |U_{\beta 3}|^2 \right) &= \frac{1}{6} (|U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2 - 2|U_{\alpha 3}|^2) (|U_{\beta 1}|^2 + |U_{\beta 2}|^2 - 2|U_{\beta 3}|^2) \\
 &= \frac{1}{6} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 2}|^2) \\
 &+ \frac{1}{6} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 2}|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 1}|^2) \\
 &- \frac{1}{3} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 3}|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 1}|^2) \\
 &- \frac{1}{3} (|U_{\alpha 2}U_{\beta 3}|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 2}|^2) + \frac{2}{3}|U_{\alpha 3}U_{\beta 3}|^2. \tag{C.4}
 \end{aligned}$$

Para facilitar, vamos indentificar toda a primeira linha da Eq. (C.2) como uma constante A . Logo usando as relações obtidas por (C.3) e (C.4) temos:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 2}|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 3}|^2) \\
 &- \frac{1}{3} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 2}|^2 + |U_{\alpha 1}U_{\beta 3}|^2) \\
 &- \frac{1}{3} (|U_{\alpha 2}U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 3}|^2) \\
 &- \frac{1}{3} (|U_{\alpha 3}U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 2}|^2). \tag{C.5}
 \end{aligned}$$

Logo, observamos que no terceiro, quarto e quinto termo, podemos colocar em evidência os termos de matrizes $|U_{\alpha 1}|^2$, $|U_{\alpha 2}|^2$ e $|U_{\alpha 3}|^2$ respectivamente. E usando o fato de que

$$|U_{\beta 1}|^2 + |U_{\beta 2}|^2 + |U_{\beta 3}|^2 = 1, \tag{C.6}$$

então A pode ser reescrito como

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 2}|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 3}|^2) \\
 &- \frac{1}{3} (|U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2 + |U_{\alpha 3}|^2) \\
 &+ \frac{1}{3} (|U_{\alpha 1}U_{\beta 1}|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 2}|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 3}|^2), \tag{C.7}
 \end{aligned}$$

sendo fácil tirar que A na verdade é

$$A = \sum_i |U_{\alpha i}U_{\beta i}|^2 = \delta_{\alpha\beta} - \sum_{j>i} 2\text{Re}[U_{\alpha i}^*U_{\beta i}U_{\beta j}^*U_{\alpha j}]. \tag{C.8}$$

Portanto, aplicando a Eq. (C.8) na probabilidade em $t = 0$, dada pela Eq. (C.2), temos que

$$P_{\alpha\beta}(t = 0) = \delta_{\alpha\beta}, \tag{C.9}$$

ou seja, no caso de transição de sabores temos a probabilidade sendo nula enquanto que para o caso de sobrevivência, ela é máxima.

APÊNDICE D

ANÁLISE DOS RESULTADOS DE MINOS E T2K SEPARADAMENTE

D.1 Análise dos casos com imposição de $S > 0$

Nesta seção apresentamos os resultados de MINOS e T2K para os casos em que impomos a condição da entropia do subsistema de interesse ser crescente com o tempo.

D.1.1 Análise de MINOS

A Fig. D.1 mostra um painel das regiões de contorno para um nível de confiança de 90% dos parâmetros do setor atmosférico de neutrinos e destes em função de γ_0 . O caso 1 é dado pelas curvas pretas sólidas, caso 2, pelas curvas vermelhas pontilhadas, caso 3, pelas curvas azuis tracejadas e o caso padrão, pelas curvas cinzas pontilhadas tracejadas. Neste painel, a primeira, segunda e terceira coluna da esquerda para a direita correspondem aos subcasos $n = -2, 0, 2$, respectivamente. Como os dados de desaparecimento de neutrinos muônicos não são sensíveis à θ_{13} , o caso padrão é simétrico com respeito ao ângulo θ_{23} .

Olhando para a primeira coluna ($n = -2$), vemos que a região de confiança dos parâmetros de oscilação deixou levemente de ser simétrica com a adição do efeito da decoerência para todos os casos em comparação com a oscilação pura. Os valores permitidos para $\sin^2\theta_{23} > 0,5$ foram aumentados discretamente em relação aos inferiores a 0,5. Além disso, a região ficou um pouco mais restritiva para θ_{23} e Δm_{32}^2 em relação ao cenário padrão. Olhando o melhor ajuste obtido pelos modelos, observamos uma tendência do θ_{23}

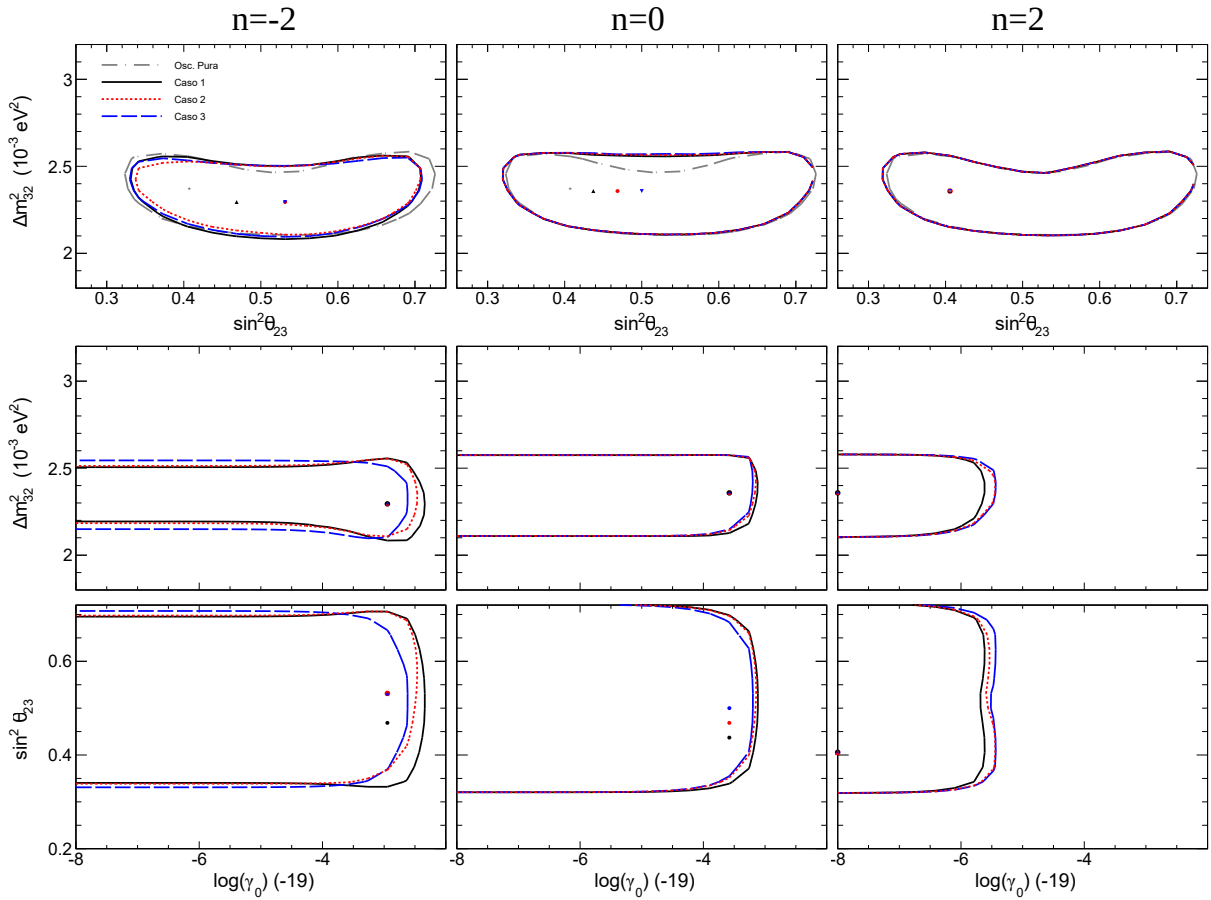


Figura D.1: Regiões de confiança para 90% C.L. obtidos da análise de $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de FHC do MINOS para os casos 1, 2 e 3. O caso 1 é dado pelas curvas pretas sólidas, caso 2, pelas vermelhas pontilhada, e caso 3, pelas azuis tracejadas. A primeira coluna da direita para a esquerda mostram os resultados para $n = -2$, a segunda para $n = 0$, e a terceira para $n = 2$. A primeira linha do painel olhando do superior para o inferior mostra as regiões permitidas dos parâmetros do setor atmosférico. As subsequentes mostram as dos parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$.

ir para o seu valor máximo, enquanto que Δm_{32}^2 foi para um valor inferior ao da oscilação pura, ou seja, a frequência de oscilação se tornou mais fraca nos casos em que há decoerência. Nas regiões em função de $\log(\gamma_0)$, o ajuste foi para um valor não nulo para o parâmetro de decoerência em todos os casos. Este efeito provocou as distorções vistas sobre o cenário padrão dos parâmetros do setor atmosférico.

No subcaso $n = 0$, todos os 3 casos deram regiões permitidas sem diferenças significativas entre si no nível de 90% C.L.. O efeito de Γ fez os valores superiores de Δm_{32}^2 aumentarem na região ao redor de $\sin^2\theta_{23} = 0,5$. Nesse subcaso, todos os modelos preferiram o ajuste por um γ_0 não nulo, o que alterou o ajuste dos parâmetros de oscilação com respeito ao caso padrão.

Sabemos que em $n = 2$, MINOS tem melhor sensibilidade para a restrição de γ_0 . Não

há diferença entre as regiões dos parâmetros de oscilação dos 3 casos com decoerência. Em comparação ao caso padrão, observamos um leve impacto sobre θ_{23} , que fez com que o limite inferior de $\sin^2\theta_{23}$ fossem suavemente ampliados. Nesse subcaso, os modelos preferiram um ajuste para $\gamma_0 \rightarrow 0$, e como consequência, não houve divergência em relação ao ajuste dos parâmetros de oscilação obtidos pelo caso padrão.

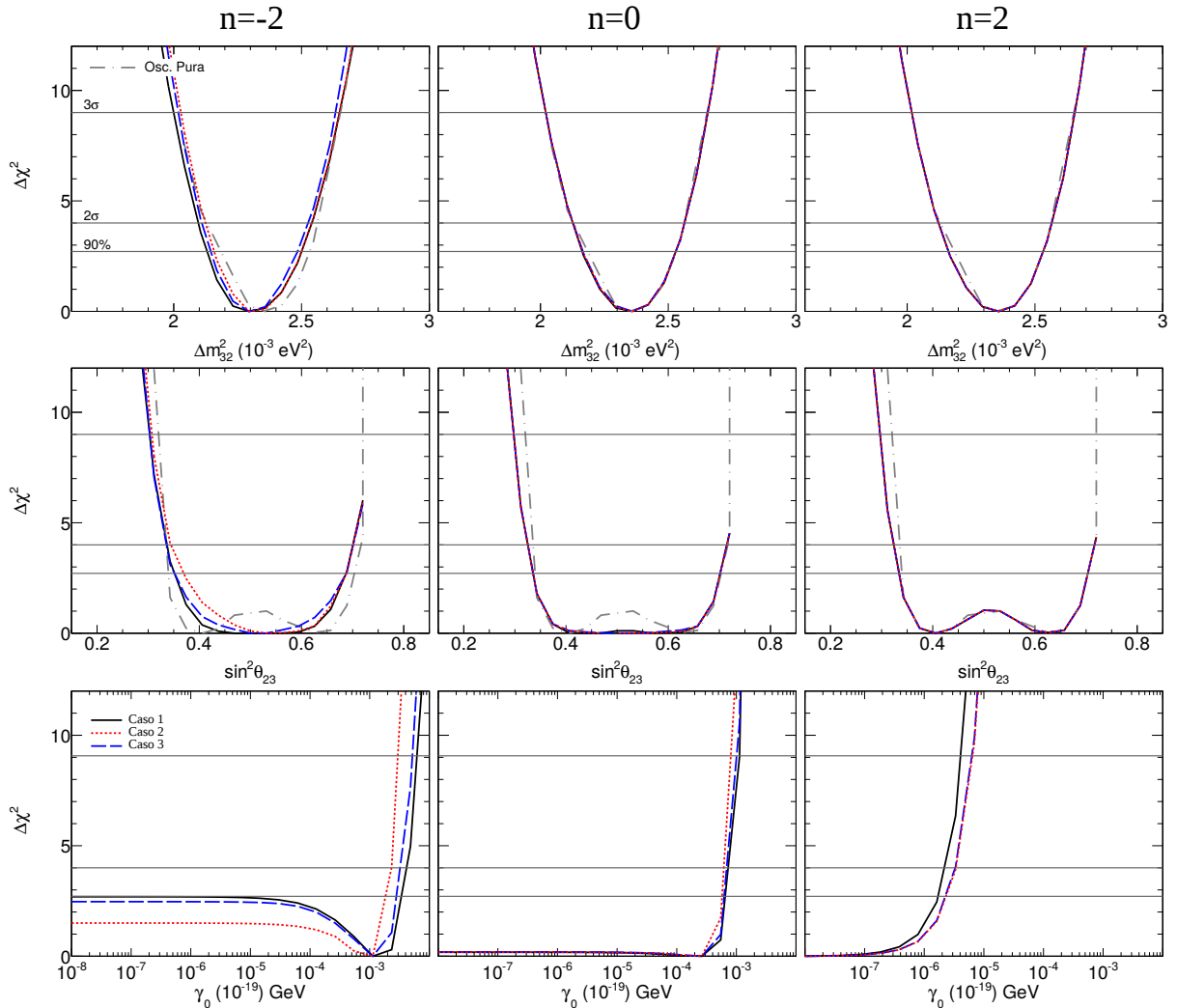


Figura D.2: As curvas aqui descritas seguem o mesmo padrão de estilo e cores da Fig. D.1. Mostramos as regiões unidimensionais dos parâmetros de oscilação e de decoerência dos caso 1, 2 e 3 para a análise de $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de FHC do MINOS. Na primeira linha do painel mostramos as curvas de Δm_{32}^2 , na segunda, as de $\sin^2\theta_{23}$, e na terceira, as de γ_0 .

As projeções de $\Delta\chi^2$ em função dos parâmetros de oscilação e da decoerência ajudam a complementar a discussão sobre as regiões permitidas bidimensionais. A Fig. D.2 mostram estas projeções unidimensionais onde seguimos o mesmo padrão adotado pela Fig. D.1. Olhando para o nível de 90% C.L., o comportamento das curvas estão consistentes com as conclusões dadas pelos resultados da Fig. D.1. Estas curvas são interessantes para se

observar o efeito da decoerência em outros níveis de confiança. Também podemos obter conclusões interessantes a partir do comportamento dos mínimos globais destas curvas.

No subcaso $n = -2$, o valor do mínimo de Δm_{32}^2 é deslocado para a esquerda em relação a oscilação padrão para os 3 casos, e com isso toda a curva também é deslocada. Acima de 2σ C.L., os casos 1 e 2 passam a ter os mesmos limites superiores que os obtidos pela oscilação pura. Em relação a θ_{23} , o efeito da decoerência fez o valor máximo deste ângulo ter uma significância maior, diferente do caso padrão em que $\sin^2\theta_{23} = 0,5$ é excluído no nível de 1σ C.L.. As restrições dos limites de $\sin^2\theta_{23}$ em relação a oscilação pura deixam de ocorrer para valores acima de $2,45\sigma$ C.L.. Para γ_0 , o mínimo das curvas tem uma significância aproximada de 90% C.L. para os casos 1 e 3, e de $1,22\sigma$ C.L. para o caso 3. Os limites superiores de γ_0 para os 3 casos foram da ordem de $\mathcal{O}(10^{-22})$ GeV para 90% C.L.. Este é o subcaso com maior efeito sobre o cenário da oscilação padrão em MINOS.

As curvas de Δm_{32}^2 em $n = 0$ e $n = 2$ são bem semelhantes, e o impacto provocado pela decoerência nesses dois subcasos não é significativa. Para θ_{23} , em $n = 0$, o valor máximo de θ_{23} também apresenta uma maior significância com a inclusão da decoerência. Esta é a única diferença em relação ao obtido por $n = 2$, que no nível de 90% C.L. tem o mesmo comportamento mostrado pelo caso padrão. Acima de $2,45\sigma$ C.L., em ambos os subcasos, os limites inferiores e superiores de $\sin^2\theta_{23}$ são ampliados.

O mínimo global de γ_0 obtido em $n = 0$ tem uma baixa significância, sendo os limites superiores no nível de 90% C.L. da ordem de $\mathcal{O}(10^{-22})$ GeV. Em $n = 2$, o impacto da decoerência é o menor entre todos os n . A tendência do ajuste ideal para a análise dos dados é a oscilação pura, em que $\gamma_0 = 0$. Os limites de γ_0 neste subcaso são da ordem de $\mathcal{O}(10^{-25})$ GeV.

A Tab. D.1 mostram os valores obtidos para o melhor ajuste de cada caso, e também seus respectivos valores de χ^2 mínimo sobre o número de graus de liberdade *dof* da análise de MINOS. No caso padrão temos 4 parâmetros livres, enquanto que nos casos em que a decoerência está presente, temos 5 parâmetros livres. Não é estranho que a análise dos dados seja melhorado pelo χ^2 , para modelos que possuam mais parâmetros para serem ajustados, abrindo uma flexibilidade maior para o ajuste dos espectros esperados de neutrinos. Os casos em que o valor de γ_0 teve um efeito no ajuste foram para $n = -2$, em que o valor de χ^2/dof foi levemente melhor que o da oscilação padrão. Já nos casos em que γ_0 ajustado pelos modelos foi nulo, a tendência foi por ajustes que vão no sentido

Tabela D.1: Melhor ajuste dos parâmetros dos modelos usados nesta análise para $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de MINOS FHC. Mostramos também os valores obtidos de χ^2/dof .

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\sin^2\theta_{23}$	$\gamma_0/10^{-19}$ GeV	χ^2/dof
caso padrão	2,36	0,41	-	45,55/32
caso 1				
$n = -2$	2,29	0,47	$1,13 \times 10^{-3}$	42,86/31
$n = 0$	2,36	0,44	$2,64 \times 10^{-4}$	45,38/31
$n = 2$	2,36	0,41	$\rightarrow 0$	45,56/31
caso 2				
$n = -2$	2,29	0,53	$5,45 \times 10^{-4}$	43,09/31
$n = 0$	2,36	0,47	$2,64 \times 10^{-4}$	45,36/31
$n = 2$	2,36	0,41	$\rightarrow 0$	45,56/31
caso 3				
$n = -2$	2,29	0,53	$1,13 \times 10^{-3}$	44,09/31
$n = 0$	2,36	0,50	$2,64 \times 10^{-4}$	45,37/31
$n = 2$	2,36	0,41	$\rightarrow 0$	45,56/31

do cenário padrão.

D.1.2 Análise de T2K

A Fig. D.3 apresenta o painel com as regiões de confiança de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação, onde analisamos os impactos da decoerência sobre o cenário padrão. As cores e as formas das curvas foram adotadas como descrito pela Fig. D.1, assim como a organização das colunas do painel.

O caso padrão da oscilação para os dados de T2K prefere um ajuste para θ_{23} próximo de 45° . Um dos efeitos da decoerência parece ser o de maximizar o valor deste ângulo de mistura. Vemos para todos os casos e subcasos ($n = -2, 0, 2$) descritos pelo painel, que os dados de T2K não alteram o ajuste de $\sin^2\theta_{23}$ com a inclusão da decoerência. Podemos concluir que no nível de 90% C.L., os 3 casos investigados não modificam significativamente os parâmetros do setor atmosférico. O efeito maior é visto em $n = -2$, em que o limite superior de Δm_{32}^2 é levemente ampliado para os casos 1 e 2.

Na última linha do painel, temos as regiões permitidas de δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$ em

que vemos um impacto sobre estes parâmetros pelos casos 1 e 2. Em $n = -2$ obtivemos o maior efeito por estes casos, que além de afetar θ_{13} , enfraqueceu a restrição em δ_{CP} obtida por T2K no nível de 90% C.L. permitindo todo o intervalo de 0 a 2π para a fase CP. Em $n = 0$, somente os limites de θ_{13} foram alterados, permitindo valores $\sin^2\theta_{13} < 0,015$, onde o valor de 0,015 é o limite inferior do caso padrão. Para $n = 2$, não houve nenhuma mudança em relação a oscilação pura por parte de nenhum dos casos. Também não observamos impacto do efeito da decoerência pelo caso 3 nos parâmetros δ_{CP} e $\sin^2\theta_{13}$ para todos os valores de n . As curvas de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ em função de $\sin^2\theta_{13}$ são complementares, e resolvemos por apresentá-las para se observar a consistência dos nossos resultados.

A análise de desaparecimento mostra que o setor atmosférico é pouco modificado em relação ao caso padrão independentemente do modelo usado. Nessa análise, a dependência com a energia por parte do parâmetro Γ é que parece ter um papel importante.

No cenário de aparecimento de neutrinos, o caso 1 é o que mais afeta os parâmetros δ_{CP} e $\sin^2\theta_{13}$. Isto nos leva a pensar que para os dados de T2K, o cenário com o parâmetro da decoerência que atua no setor solar, associado com o efeito de dissipação, implica em um efeito de enfraquecer a restrição destes parâmetros, principalmente em $n = -2$. No caso 2 não permitimos efeitos dissipativos, mas permitimos que Γ_{12} afetasse a análise. Observamos um efeito deste parâmetro em δ_{CP} e $\sin^2\theta_{13}$. A partir da comparação deste caso com o caso 1 vemos que o efeito maior é devido a Γ_{12} , uma vez que podemos concluir que não há diferenças significativas entre estes casos.

O painel dado pela Fig. D.4 apresentam as regiões de confiança de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação em função de γ_0 . Com isso, podemos analisar qual a relação direta entre os parâmetros de oscilação e o de decoerência. Estes resultados são complementares aos da Fig. D.3, mostrando a consistência da análise. Os efeitos sobre os parâmetros de oscilação são os mesmos observados anteriormente e com isso não vemos necessidade de explicar em detalhes cada uma das regiões apresentadas. O que podemos acrescentar de informação é que em $n = -2$, apesar do ajuste preferir γ_0 não nulo, quando olhamos para a região em que $\gamma_0 \rightarrow 0$, os limites inferiores e superiores dos parâmetros de oscilação são pouco alterados em relação ao caso padrão.

Complementando os resultados anteriores, a Fig. D.5 mostram as projeções de $\Delta\chi^2$ em função dos parâmetros de oscilação que foram mantidos livres nesta análise. Os resultados apresentados neste painel ajudam a auxiliar a discussão sobre o efeito da decoerência na

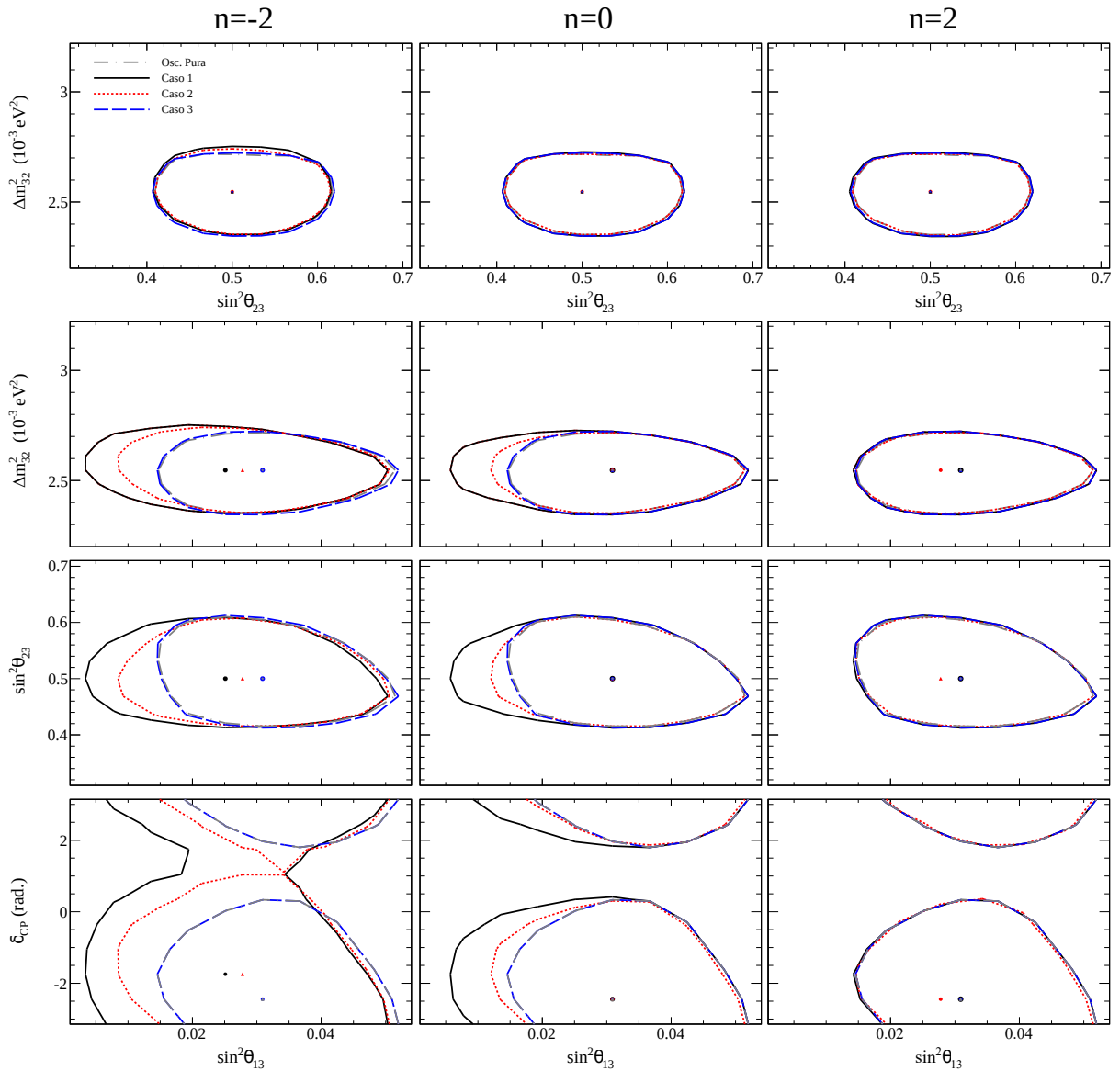


Figura D.3: Neste painel mostramos as regiões permitidas de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação. O painel está organizado como na Fig. D.1. A diferença é que não descrevemos as curvas em função de γ_0 neste painel. Mostramos além das regiões dos parâmetros do setor atmosférico, também as de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ em função de $\sin^2\theta_{13}$, e as δ_{CP} em função de $\sin^2\theta_{13}$.

oscilação padrão. Observamos o mesmo impacto analisado e concluído anteriormente para todos os parâmetros no nível de 90% C.L.. Nosso intuito com estas curvas é a viabilidade de analisar o comportamento das curvas em outros níveis de confiança.

Para as curvas de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ não observamos diferenças significativas para o caso padrão. Com exceção em $n = -2$ para Δm_{32}^2 , em que os casos 1 e 2 elevam o limite superior com o aumento do nível de confiança.

Para $\sin^2\theta_{13}$, podemos destacar um efeito interessante, pois apesar de não termos

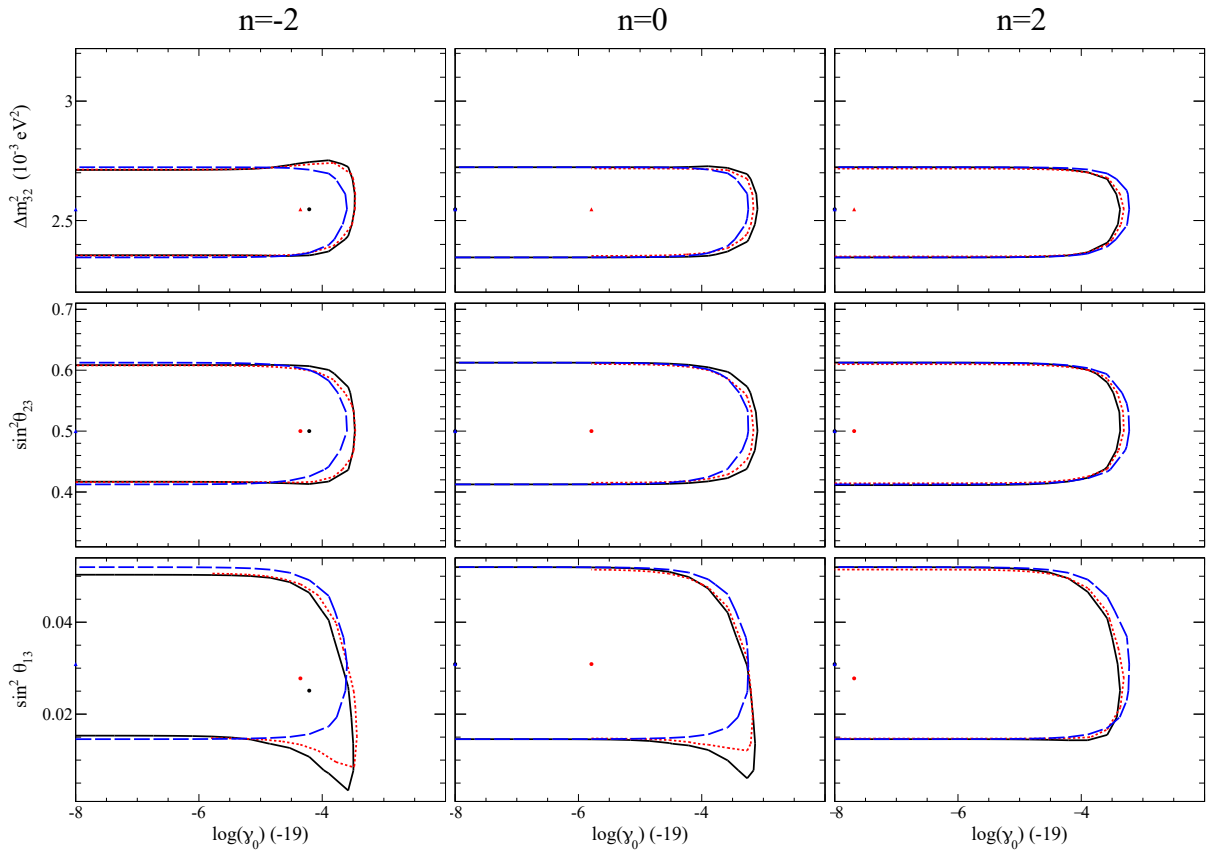


Figura D.4: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.3, porém, agora para os parâmetros de oscilação em função de $\log(\gamma_0)$.

o ponto de $\sin^2 \theta_{13} = 0$ em nossos cálculos para a análise (ver Tab. 3.4), vemos uma tendência que a partir de $2,45\sigma$ C.L., o valor de $\theta_{13} = 0$ seja permitido para o caso 1. Para o caso 2 isto também tende a ocorrer por volta de 3σ C.L.. Isso pode trazer uma implicação nas análises de δ_{CP} , que necessitam de $\theta_{13} \neq 0$ para a possibilidade de investigar esta fase. As curvas unidimensionais de $\sin^2 \theta_{13}$ mostram que o impacto de possíveis processos dissipativos e de Γ_{12} podem interferir no setor de θ_{13} . As curvas de δ_{CP} mostram o mesmo observado pelas regiões bidimensionais. Vemos que ocorre um enfraquecimento destes limites em $n = -2$, para os casos 1 e 2.

Por fim, a Fig. D.6 traz os limites aos efeitos da decoerência obtidos através da análise de T2K. Para $n = -2$, o caso 3 resultou na melhor restrição de γ_0 . Para $n = 0, 2$, houve uma inversão deste cenário e o caso 3 é quem foi levemente menos restritivo em relação aos outros casos. Pela característica do espectro de T2K, como mostramos no Capítulo 4, é esperado que a diferença entre os limites obtidos seja pequena independente do valor de n usado. De forma geral, o que obtemos para o nível de confiança de 90%, são limites superiores de γ_0 da ordem de $\mathcal{O}(10^{-23})$ GeV.

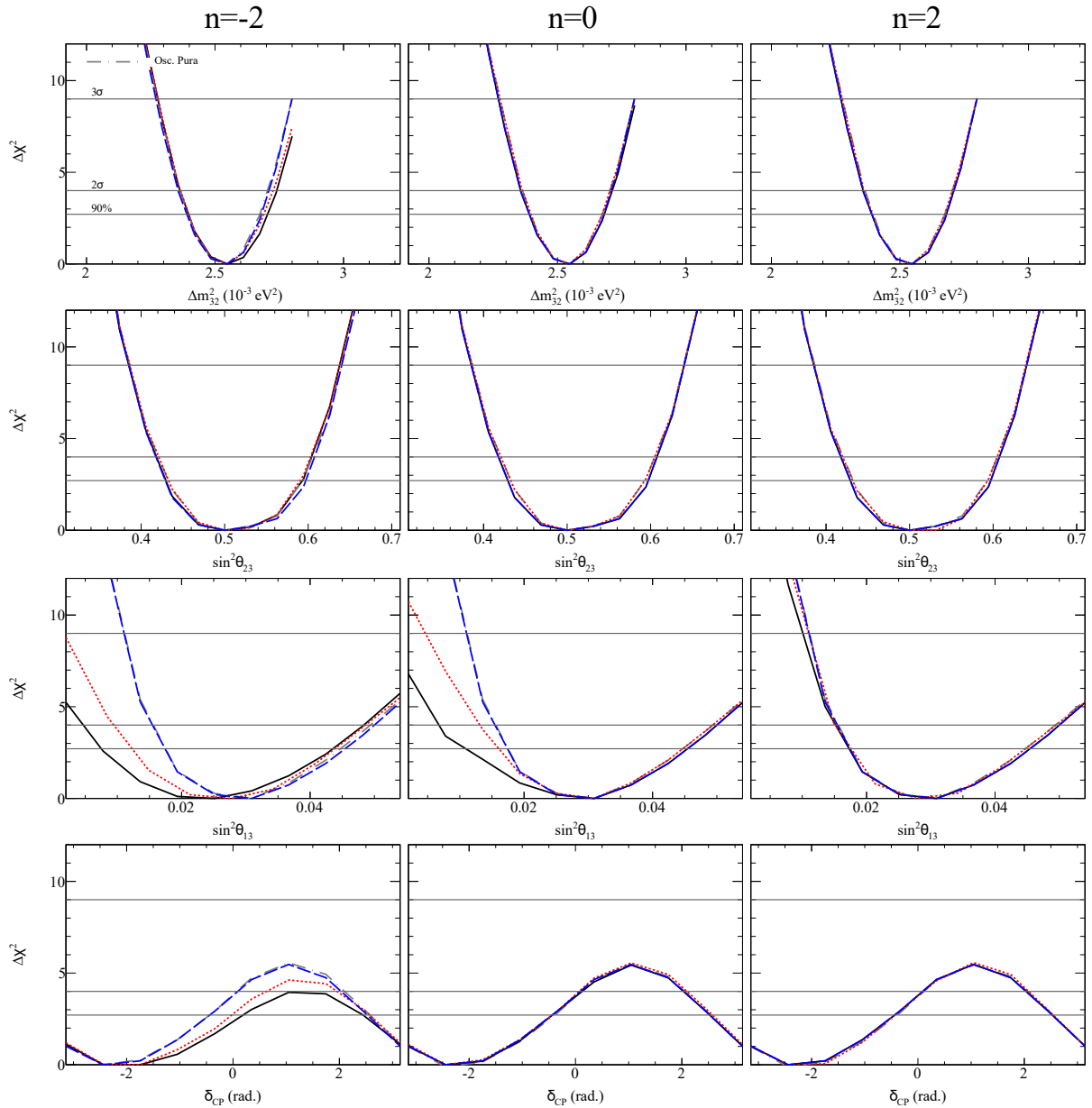


Figura D.5: Curvas unidimensionais de todos os parâmetros de oscilação da análise de *neutrino run* combinado com *antineutrino run* de T2K para os 3 casos investigados e a oscilação padrão. Os estilos das curvas e as cores são as mesmas descritas pela Fig. D.1.

A Tab. D.2 apresentam os valores obtidos do melhor ajuste de cada modelo investigado, o que nos permite compará-los com o caso padrão. O ajuste do caso padrão¹ resultou em um $\chi^2/dof = 1,04$, correspondendo ao melhor ajuste entre os modelos analisados. A diferença não é significativa entre os ajustes obtidos pelos os modelos com decoerência,

¹Diferentemente do resultado apresentado na Tab. 3.3 onde usamos 3-neutrinos na matéria, aqui usamos o regime de 3-neutrinos no vácuo para que a comparação com os resultados da análise dos modelos com decoerência fossem justificados uma vez que estes também foram modelados no vácuo.

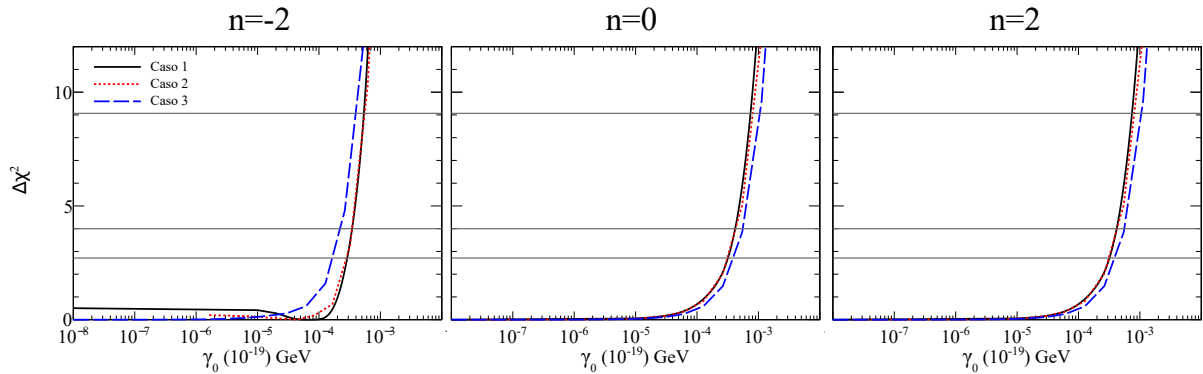


Figura D.6: Projeções unidimensionais de γ_0 para análise de *neutrino run* combinado com *antineutrino run* de T2K.

Tabela D.2: O mesmo mostrado pela Tab. D.1, porém, para análise combinada de *neutrino run* e *antineutrino run* de T2K.

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$	δ_{CP} (rad.)	$\gamma_0/10^{-19}$ GeV	χ^2/dof
caso padrão	2,55	0,50	0,031	-2,44	-	158,9/152
caso 1						
$n = -2$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$6,16 \times 10^{-5}$	158,5/151
$n = 0$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
$n = 2$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
caso 2						
$n = -2$	2,55	0,50	0,028	-1,74	$4,42 \times 10^{-5}$	158,7/151
$n = 0$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	158,9/151
$n = 2$	2,55	0,50	0,028	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
caso 3						
$n = -2$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
$n = 0$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
$n = 2$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151

como podemos observar pela tabela. Mas, vemos uma pequena preferência a partir desta análise pelo caso padrão.

D.2 Análise dos casos sem impor $S > 0$

Nesta seção apresentamos os resultados de MINOS e T2K para os casos em que não impomos a condição da entropia do subsistema de interesse ser crescente com o tempo.

D.2.1 Análise de MINOS

Pela característica do espectro de neutrinos de MINOS, a análise do caso 5 é amplamente dominada pela situação em que a probabilidade tem o comportamento dado por funções hiperbólicas. A Fig. D.7 mostra o painel com as regiões permitidas de 90% C.L. destes casos para neutrinos e antineutrinos muônicos de MINOS combinados, nos mesmos moldes da Fig. D.1. As curvas do caso 4 são dadas na cor margenta sólidas, enquanto

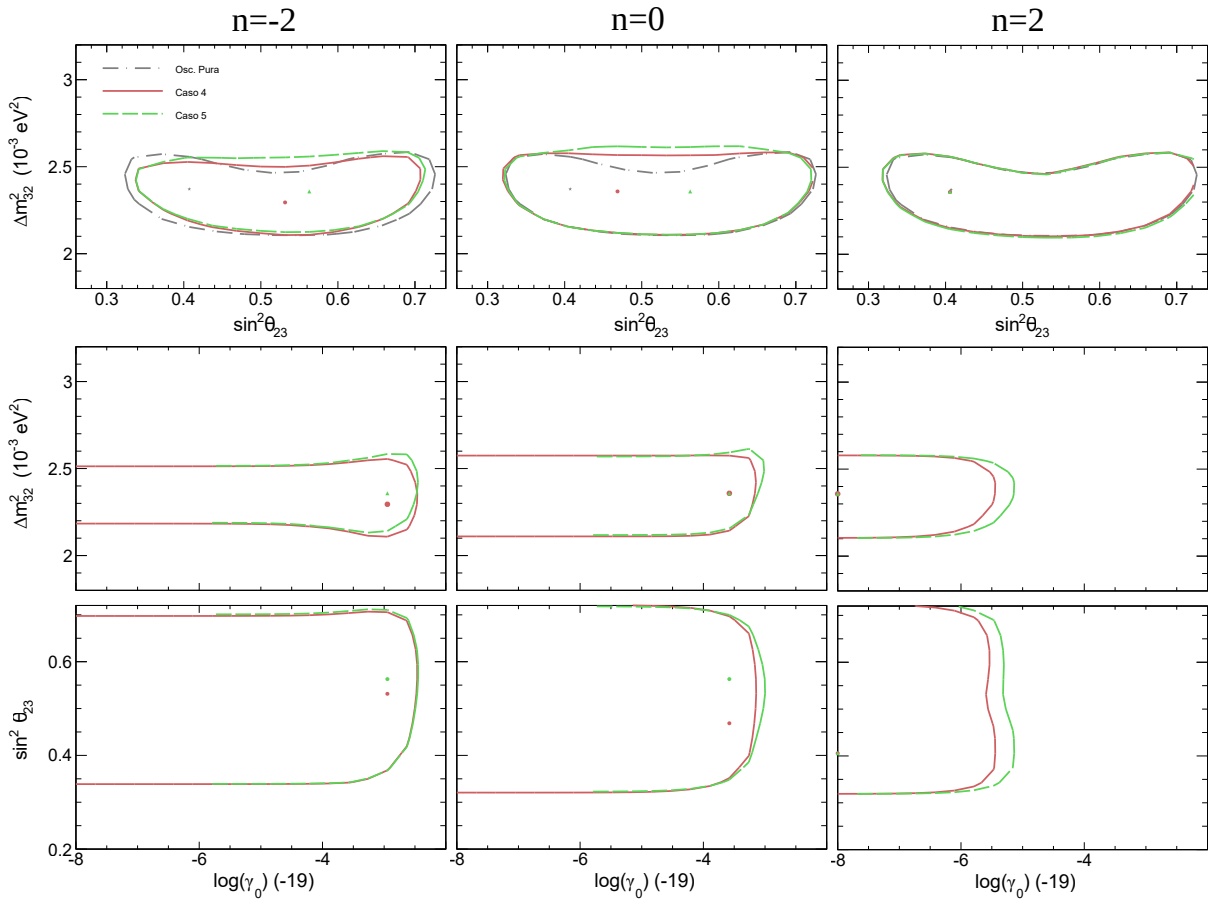


Figura D.7: Neste painel, o caso 4 é dado pelas curvas na cor margenta sólida, e o caso 5, na verde tracejada. O caso padrão da oscilação é dado pela cor cinza tracejado pontilhado. Este painel está organizado como dado pela Fig. fig:2d.minos.fhc.ent.cresc.

que o caso 5, nas curvas verdes tracejadas, mantendo a oscilação padrão na cor cinza pontilhada tracejada.

O subcaso $n = -2$ traz regiões permitidas semelhantes as obtidas por este mesmo subcaso na Fig. D.1. Isto é mais um fator de que n deve ter maior relevância nestas análises do que o próprio modelo. Mesmo permitindo a inversão de fase, não vemos mudanças drásticas em relação ao cenário padrão. A análise do caso 5 causou uma clara assimetria com respeito a θ_{23} . Os valores permitidos de Δm_{32}^2 foram aumentados para

os limites superiores em regiões de $\sin^2\theta_{23} > 0,42$. O caso 4 se assemelha bastante aos cenários onde impusemos a condição de entropia sempre crescente. Em relação ao melhor ajuste dos parâmetros de oscilação de cada modelo, o caso 4 manteve o comportamento de conclusões anteriores, ao aproximar θ_{23} de seu ângulo máximo, enquanto que Δm_{32}^2 foi enfraquecido como consequência da manifestação da decoerência. Para o caso 5, θ_{23} teve uma preferência pelo octante superior e Δm_{32}^2 se manteve o mesmo do caso padrão. As regiões de confiança em função de γ_0 mostram que no caso limite em que $\gamma_0 \rightarrow 0$, os limites superiores e inferiores de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ são restringidos como efeito do melhor ajuste² não nulo de γ_0 .

Para $n = 0$, o comportamento das regiões vão no mesmo caminho da análise para os casos 1, 2 e 3. O caso 4 é semelhante ao caso 2, onde obtivemos inclusive os mesmos ajustes para os parâmetros de oscilação. Para o caso 5 obtivemos um efeito sobre o limite superior de Δm_{32}^2 fazendo os valores permitidos expandirem em relação a oscilação padrão. Em relação as regiões permitidas em função de γ_0 , o ajuste não nulo do parâmetro da decoerência não parece ter efeito nos limites inferiores e superiores de Δm_{32}^2 e $\sin^2\theta_{23}$ no limite $\gamma_0 \rightarrow 0$.

Para o subcaso $n = 2$, como esperado em MINOS, não observamos nenhum efeito sobre os parâmetros da oscilação padrão. O melhor ajuste destes parâmetros não foram alterados em relação ao cenário padrão. γ_0 tende a ser zero e pelas regiões em função deste parâmetro, vemos que não há impactos no cenário padrão pelos efeitos da decoerência.

A Fig. D.8 apresenta as projeções de $\Delta\chi^2$ em função dos parâmetros livres da análise para os caso 4 e 5, estando na mesma forma apresentada pela Fig. D.2. Os efeitos observados anteriormente pelas curvas bidimensionais estão consistentes com as unidimensionais no nível de 90% C.L..

Em Δm_{32}^2 , para $n = -2$, a curva do caso 4 é toda deslocada para valores à esquerda devido ao valor do mínimo ter sido um valor inferior de Δm_{32}^2 em relação ao padrão. Para o caso 4, acima de 2σ C.L., o limite inferior é restringido enquanto que o superior é expandido. Para este mesmo caso em $n = 0$, o limite superior de Δm_{32}^2 também aumenta. Com relação a $n = 2$, vemos pequenos impactos sobre o cenário padrão, mas,

²Nossos cálculos para o caso 5 e $n = -2, 0$ foram feitos com um limite inferior de $\gamma_0 = 10^{-6}$ GeV, e por isso as curvas em função deste parâmetro não continuam para valores menores que este limite. No entanto, para este valor de γ_0 vemos que as regiões já estão estabilizadas para o caso limite e não há implicações no resultado a escolha de um valor inferior de γ_0 diferente do que estamos escolhendo como padrão ao longo desta análise.

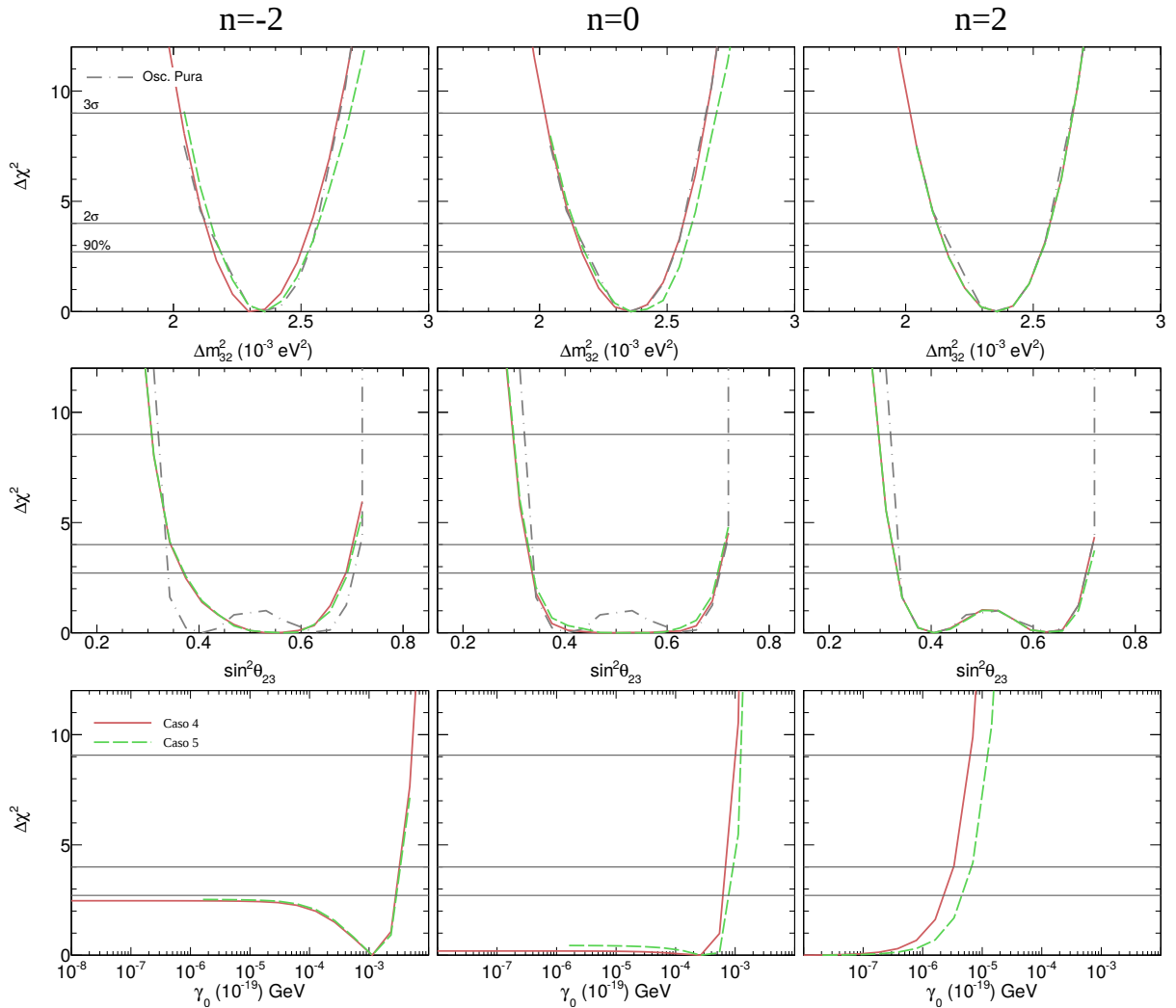


Figura D.8: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.2 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7.

sem significância.

Com respeito a $\sin^2\theta_{23}$, em $n = -2$ os casos 4 e 5 manifestam o efeito de tender ao máximo valor de θ_{23} . Temos para este subcaso em específico uma quebra da simetria em relação a este parâmetro, em que podemos claramente ver a tendência para o octante superior de θ_{23} em ambos os casos. Em $n = 0$ e $n = 2$, podemos observar uma semelhança entre os casos, com exceção da preferência pelo valor máximo de θ_{23} em $n = 0$.

Na última linha do painel temos as curvas de γ_0 . Em $n = -2$, o mínimo não nulo de γ_0 tem uma significância que chega próximo de 90% C.L. para ambos os casos. Em $n = 0$, o mínimo obtido também foi para $\gamma_0 \neq 0$, porém, a significância é abaixo de 1σ C.L.. Enquanto que para $n = 2$, temos a maior restrição de γ_0 por estes casos, em que particularmente o caso 4 resultou em limites mais restritivos que o caso 5.

Tabela D.3: Melhor ajuste dos parâmetros dos modelos usados nesta análise para $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ de MINOS FHC para os casos 4 e 5. Mostramos também os valores obtidos de χ^2/dof .

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\sin^2\theta_{23}$	$\gamma_0/10^{-19}$ GeV	χ^2/dof
caso padrão	2,36	0,41	-	45,55/32
caso 4				
$n = -2$	2,29	0,53	$1,13 \times 10^{-4}$	43,02/31
$n = 0$	2,36	0,47	$2,64 \times 10^{-4}$	45,36/31
$n = 2$	2,36	0,41	$\rightarrow 0$	45,56/31
caso 5				
$n = -2$	2,36	0,56	$1,13 \times 10^{-4}$	43,09/31
$n = 0$	2,36	0,56	$2,64 \times 10^{-4}$	45,11/31
$n = 2$	2,36	0,41	$\rightarrow 0$	45,56/31

A Tab. D.3 traz os valores obtidos para o melhor ajuste dos parâmetros do nossos modelo 4 e 5 e do caso padrão. Olhando para o valor de χ^2/dof , podemos concluir que todos os modelos se ajustam bem aos dados. O cenário para $n = -2$, é o que mais afeta os espectros de MINOS, fazendo com que a frequência de oscilação fosse enfraquecida em todos os modelos anteriores. Exceto para o caso 5, que preferiu o ajuste para o caso padrão em Δm_{32}^2 . Isto deve ser uma consequência de Γ agir diretamente em Δm_{32}^2 .

D.2.2 Análise de T2K

As mesmas análises anteriores são mostradas nesta seção para os dados de T2K, onde os resultados apresentados são o combinado das análises de *neutrino run* e *antineutrino run*.

A Fig. D.9 apresenta o painel para as regiões de confiança de 90% C.L. dos parâmetros de oscilação, que seguem as mesmas formas e cores das curvas dadas na Fig. D.7, além de o painel estar organizado da mesma forma que a Fig. D.3. Não obtemos diferenças significativas entre os casos 4 e 5 para com o cenário padrão para todos os parâmetros de oscilação no nível de 90% C.L., independentemente de qual o valor de n . O resultado obtido é diferente para estes casos em relação aos parâmetros $\sin^2\theta_{13}$ e δ_{CP} , em comparação com os obtidos onde a condição da entropia foi imposta. Apesar dos casos apresentados aqui serem para $\Gamma_{12} = 0$, ainda assim temos a permissão para a dissipação

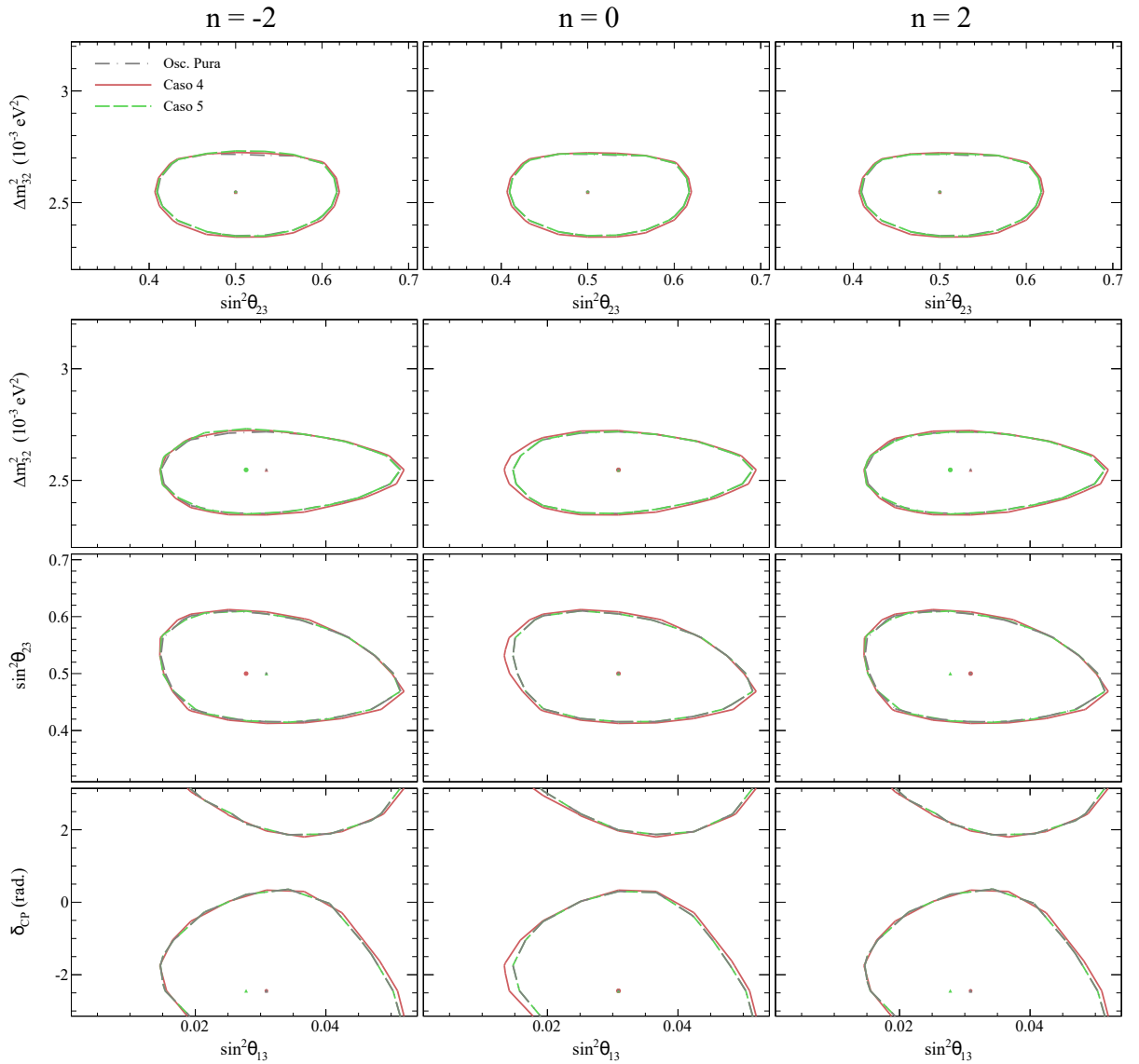


Figura D.9: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.3 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7.

ocorrer. Porém, por não impormos a condição da entropia, o efeito dissipativo no canal $\nu_\mu\nu_e$ não foi aparente como nas análises anteriores em que $\Gamma_{12} \neq 0$.

O mesmo é visto pela Fig. D.10, em que vemos o efeito do parâmetro γ_0 afetando os limites inferiores e superiores dos parâmetros de oscilação. Vemos para $n = -2$, que levemente, os limites superiores de Δm_{32}^2 foram afetados no caso 5 no nível de 90% C.L.. Para $n = 0$, o mesmo ocorre com $\sin^2\theta_{13}$ em relação ao seu limite inferior, enquanto que para $n = 2$, não vemos nenhum efeito sobre os limites dos parâmetros de oscilação. No caso limite em que $\gamma_0 \rightarrow 0$, não há mudança devido o melhor ajuste para ambos os casos tenderem a $\gamma_0 = 0$.

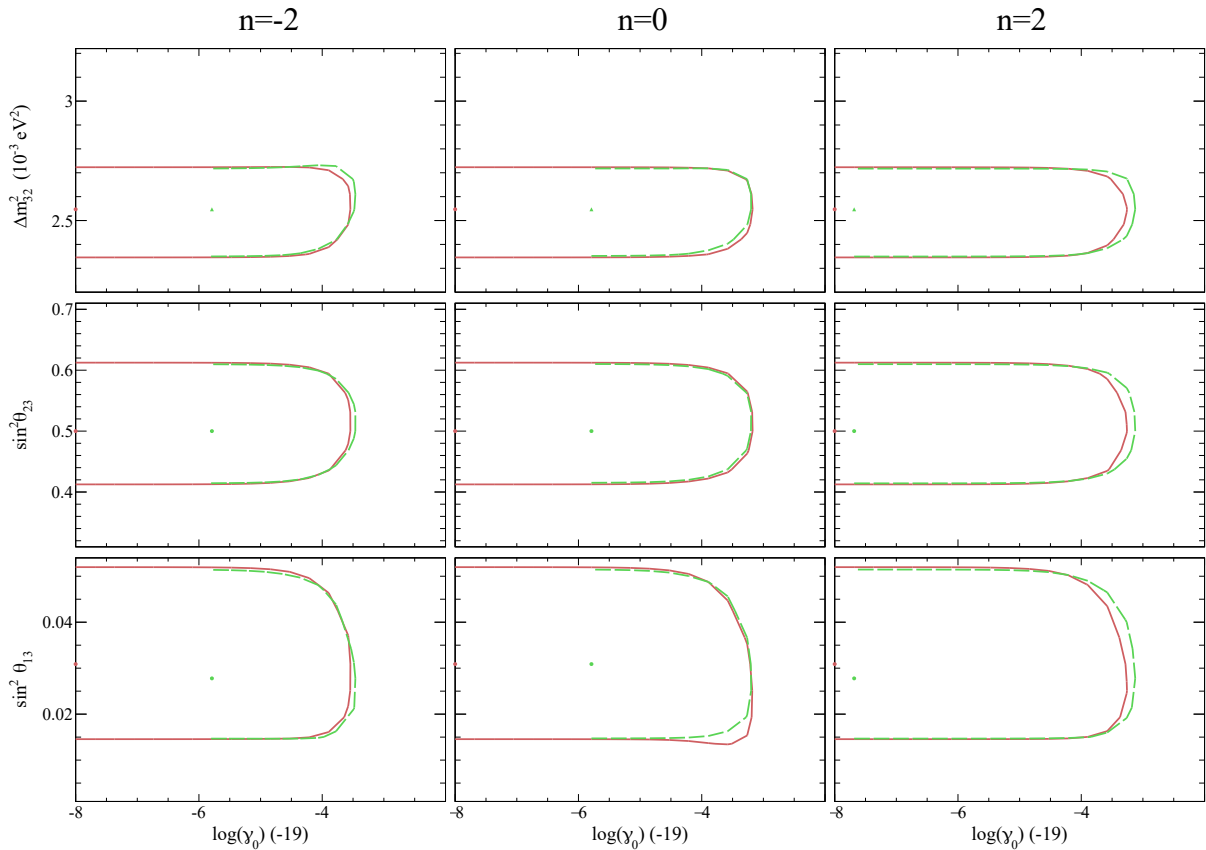


Figura D.10: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.4 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7.

A Fig. D.11 traz o painel com as projeções de $\Delta\chi^2$ em função dos parâmetros para a análise. Com relação a outros níveis de confiança, não vemos também nenhuma mudança dos limites inferiores e superiores dos parâmetros de oscilação com a inclusão da decoerência quântica em relação ao caso padrão, com excessão do limite inferior de $\sin^2\theta_{13}$ em $n = 0$ no caso 4.

A Fig. D.12 mostram as curvas com os limites obtidos por T2K para γ_0 . Não vemos para estes dados, diferenças significativas entre os limites obtidos por ambos os cenários investigados. Por estas curvas vemos também que $\gamma_0 \rightarrow 0$ para todos os valores de n , o que não ocorreu para os casos 1 e 2, em $n = -2$ e $n = 0$ (casos em que permitimos dissipação e que Γ_{12} atuasse no sistema). A partir disso podemos concluir que Γ_{12} de fato tem um papel importante nas análises destes limites, ou, que a imposição da entropia esteja fazendo alguma diferença. A ordem de magnitude dos limites superiores de γ_0 foram os mesmos obtidos pela análise de T2K para os casos 1, 2 e 3 dados no Capítulo 5.

Por fim, a Tab. D.4 mostra o melhor ajuste obtido por cada caso, onde vemos o mesmo observado pelas regiões de confiança. Concluimos com isso que a manifestação da

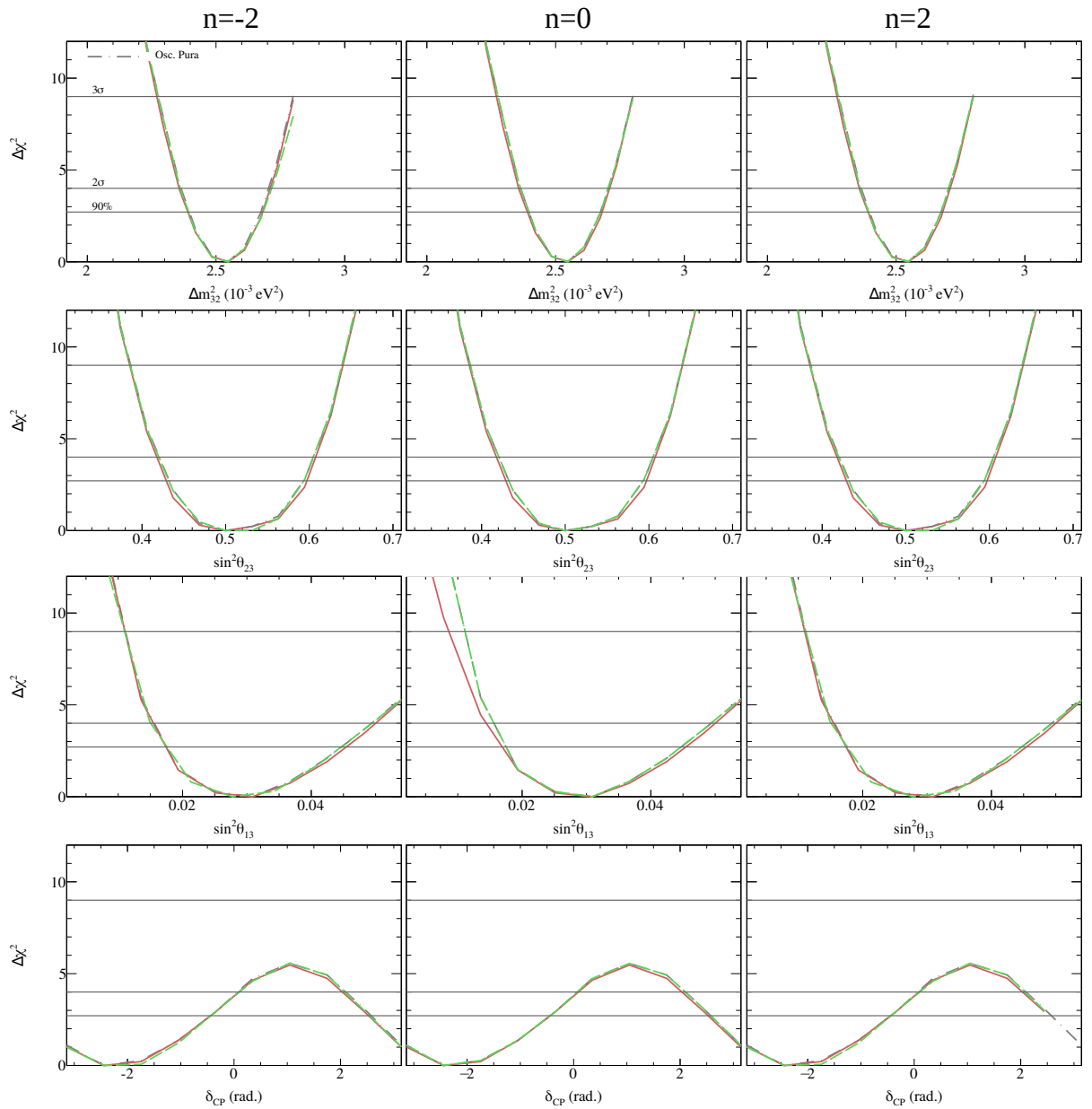


Figura D.11: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.5 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7.

decoerência não alterou o cenário padrão da oscilação.

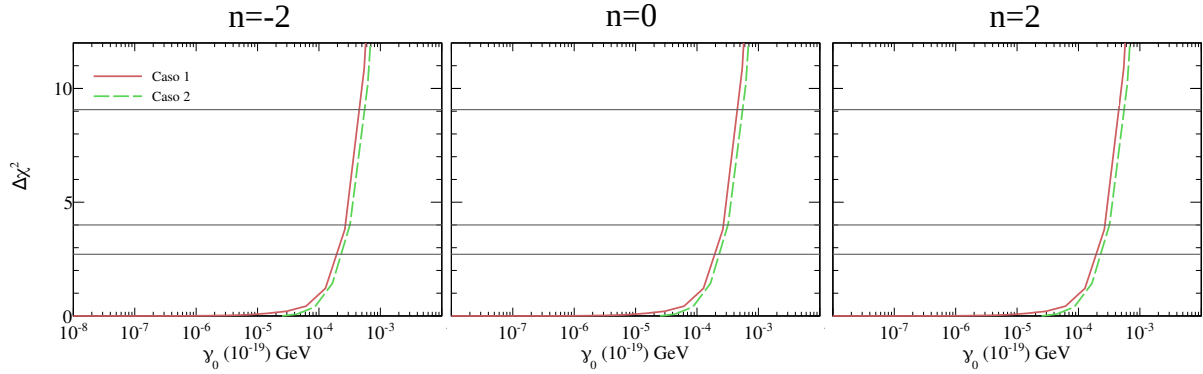


Figura D.12: A mesma descrição dada na legenda da Fig. D.6 para os casos 4 e 5. As cores e estilos das curvas seguem como dado pela Fig. D.7.

Tabela D.4: O mesmo mostrado pela Tab. D.3, porém, para análise combinada de *neutrino run* e *antineutrino run* de T2K.

parâmetros	Δm_{32}^2 (10^{-3} eV ²)	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$	δ_{CP} (rad.)	$\gamma_0/10^{-19}$ GeV	χ^2/dof
caso padrão	2,55	0,50	0,031	-2,44	-	158,9/152
caso 4						
$n = -2$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
$n = 0$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
$n = 2$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	159,0/151
caso 5						
$n = -2$	2,55	0,50	0,028	-2,44	$1,62 \times 10^{-6}$	159,0/151
$n = 0$	2,55	0,50	0,031	-2,44	$\rightarrow 0$	158,9/151
$n = 2$	2,55	0,50	0,028	-2,44	$\rightarrow 0$	158,9/151

APÊNDICE E

UNIDADES RELEVANTES PARA A ANÁLISE

Neste apêndice mostramos as unidades dos parâmetros e das variáveis usadas ao longo da análise. Trabalhamos no desenvolvimento dos modelos abordados nesta tese nas unidades naturais. Entendemos que não é intuitivo a mudança para as unidades convencionais, que é de suma importância para entendermos as dimensões e as ordens de grandezas dos resultados obtidos.

Tabela E.1: Mostramos as unidades de cada uma das variáveis e parâmetros utilizados em nossa análise.

Parâmetros/Variáveis	Unidade
L	Dado em quilômetros [km]
E	Dado em Giga eletrivolt [GeV]
Δm_{ij}^2	Dado em eletrivolt ao quadrado [eV ²]
$\text{sen}^2\theta_{23}$	Adimensional
$\text{sen}^2\theta_{13}$	Adimensional
δ_{CP}	Dado em radianos
$\gamma_0(\Gamma)$	Dado em Gigaeletrivolt [GeV]

A Tab. E.1 mostra a unidade de cada variável e parâmetro utilizada em nossa análise. Adontando estas unidades podemos calcular os fatores numéricos de conversão para as

unidades convencionais. Com isso, temos:

$$\hbar c \approx 1,98 \times 10^{-19} \text{ GeV} \cdot \text{km} = 1; \quad (\text{E.1})$$

$$1 \text{ km} \approx \frac{1}{2} \times \frac{10^{19}}{\text{GeV}}, \quad (\text{E.2})$$

que é uma relação importante entre as unidades de distância de propagação e energia.

Em nossos modelos com decoerência temos nas exponenciais que caracterizam os efeitos de amortecimento da probabilidade, os termos

$$\Gamma L \rightarrow [\text{GeV}][\text{km}] = \frac{1}{2} \times \frac{10^{19}}{\text{GeV}} [\text{GeV}]. \quad (\text{E.3})$$

Para estas unidades, temos um fator dentro das exponenciais da ordem de 10^{19} . Com isso, o efeito percebido pelos dados usados na análise são sensíveis a valores de Γ da ordem de $10^{-25} - 10^{-22} \text{ GeV}$.

Para oscilação de neutrinos, o termo de frequência multiplicado pela variável L/E é dada por:

$$\frac{\Delta m_{ij}^2}{4E} L \rightarrow \frac{1 [\text{eV}^2]}{4 [\text{GeV}]} [\text{km}] = \frac{1}{4} \times 10^{-9} [\text{eV}] \frac{10^{10}}{1,98} \frac{1}{[\text{eV}]} \approx 1,27. \quad (\text{E.4})$$

Nestas unidades, basta multiplicarmos o termo pelo fator 1,27.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee et al., *Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector, Astrophys. J.* **496** (1998) 505.
- [2] SUPER-KAMIOKANDE collaboration, Y. Fukuda et al., *Measurement of the flux and zenith angle distribution of upward through going muons by Super-Kamiokande, Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 2644 [hep-ex/9812014].
- [3] SNO collaboration, Q. R. Ahmad et al., *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory, Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011301 [nucl-ex/0204008].
- [4] SNO collaboration, Q. R. Ahmad et al., *Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by 8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory, Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 071301 [nucl-ex/0106015].
- [5] KAMLAND collaboration, S. Abe et al., *Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND, Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 221803 [0801.4589].
- [6] MINOS collaboration, P. Adamson et al., *Measurement of Neutrino and Antineutrino Oscillations Using Beam and Atmospheric Data in MINOS, Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 251801 [1304.6335].
- [7] T2K collaboration, K. Abe et al., *Combined Analysis of Neutrino and Antineutrino Oscillations at T2K, Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) 151801 [1701.00432].

- [8] NOvA collaboration, M. A. Acero et al., *New constraints on oscillation parameters from ν_e appearance and ν_μ disappearance in the NOvA experiment*, *Phys. Rev.* **D98** (2018) 032012 [1806.00096].
- [9] V. Gorini, A. Kossakowski and E. C. G. Sudarshan, *Completely Positive Dynamical Semigroups of N Level Systems*, *J. Math. Phys.* **17** (1976) 821.
- [10] G. Lindblad, *On the generators of quantum dynamical semigroups*, *Communications in Mathematical Physics* **48** (1976) 119.
- [11] E. Lisi, A. Marrone and D. Montanino, *Probing possible decoherence effects in atmospheric neutrino oscillations*, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 1166 [hep-ph/0002053].
- [12] F. Benatti and R. Floreanini, *Massless neutrino oscillations*, *Phys. Rev.* **D64** (2001) 085015 [hep-ph/0105303].
- [13] P. Coloma, J. Lopez-Pavon, I. Martinez-Soler and H. Nunokawa, *Decoherence in Neutrino Propagation Through Matter, and Bounds from IceCube/DeepCore*, *Eur. Phys. J.* **C78** (2018) 614 [1803.04438].
- [14] R. L. N. Oliveira and M. M. Guzzo, *Quantum dissipation in vacuum neutrino oscillation*, *Eur. Phys. J.* **C69** (2010) 493.
- [15] P. Bakhti, Y. Farzan and T. Schwetz, *Revisiting the quantum decoherence scenario as an explanation for the LSND anomaly*, *JHEP* **05** (2015) 007 [1503.05374].
- [16] J. A. B. Coelho and W. A. Mann, *Decoherence, matter effect, and neutrino hierarchy signature in long baseline experiments*, *Phys. Rev.* **D96** (2017) 093009 [1708.05495].
- [17] A. M. Gago, E. M. Santos, W. J. C. Teves and R. Zukanovich Funchal, *A Study on quantum decoherence phenomena with three generations of neutrinos*, hep-ph/0208166.
- [18] F. Benatti and R. Floreanini, *Open system approach to neutrino oscillations*, *JHEP* **02** (2000) 032 [hep-ph/0002221].

- [19] J. A. Carpio, E. Massoni and A. M. Gago, *Revisiting quantum decoherence for neutrino oscillations in matter with constant density*, *Phys. Rev.* **D97** (2018) 115017 [1711.03680].
- [20] R. L. N. Oliveira and M. M. Guzzo, *Dissipation and θ_{13} in neutrino oscillations*, *Eur. Phys. J.* **C73** (2013) 2434.
- [21] R. L. N. Oliveira, *Dissipative Effect in Long Baseline Neutrino Experiments*, *Eur. Phys. J.* **C76** (2016) 417 [1603.08065].
- [22] M. M. Guzzo, P. C. de Holanda and R. L. N. Oliveira, *Quantum Dissipation in a Neutrino System Propagating in Vacuum and in Matter*, *Nucl. Phys.* **B908** (2016) 408 [1408.0823].
- [23] V. D. Barger, J. G. Learned, S. Pakvasa and T. J. Weiler, *Neutrino decay as an explanation of atmospheric neutrino observations*, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 2640 [astro-ph/9810121].
- [24] F. Reines and C. L. Cowan, *Detection of the free neutrino*, *Phys. Rev.* **92** (1953) 830.
- [25] C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse and A. D. McGuire, *Detection of the free neutrino: A Confirmation*, *Science* **124** (1956) 103.
- [26] MINOS collaboration, P. Adamson et al., *Measurement of the Neutrino Mass Splitting and Flavor Mixing by MINOS*, *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 181801 [1103.0340].
- [27] SUPER-KAMIOKANDE collaboration, J. Hosaka et al., *Solar neutrino measurements in super-Kamiokande-I*, *Phys. Rev.* **D73** (2006) 112001 [hep-ex/0508053].
- [28] B. Pontecorvo, *Mesonium and anti-mesonium*, *Sov. Phys. JETP* **6** (1957) 429.
- [29] B. Pontecorvo, *Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge*, *Sov. Phys. JETP* **7** (1958) 172.
- [30] B. Pontecorvo, *Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge*, *Sov. Phys. JETP* **26** (1968) 984.

- [31] G. Danby, J. M. Gaillard, K. A. Goulianos, L. M. Lederman, N. B. Mistry, M. Schwartz et al., *Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos*, *Phys. Rev. Lett.* **9** (1962) 36.
- [32] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, *Remarks on the unified model of elementary particles*, *Prog. Theor. Phys.* **28** (1962) 870.
- [33] V. N. Gribov and B. Pontecorvo, *Neutrino astronomy and lepton charge*, *Phys. Lett.* **28B** (1969) 493.
- [34] S. Eliezer and A. R. Swift, *Experimental Consequences of electron Neutrino-Muon-neutrino Mixing in Neutrino Beams*, *Nucl. Phys.* **B105** (1976) 45.
- [35] H. Fritzsch and P. Minkowski, *Vector-Like Weak Currents, Massive Neutrinos, and Neutrino Beam Oscillations*, *Phys. Lett.* **62B** (1976) 72.
- [36] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, *The Quark-Lepton Analogy and the Muonic Charge*, *Yad. Fiz.* **24** (1976) 603.
- [37] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, *Again on Neutrino Oscillations*, *Lett. Nuovo Cim.* **17** (1976) 569.
- [38] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, *Lepton Mixing and Neutrino Oscillations*, *Phys. Rept.* **41** (1978) 225.
- [39] D. Griffiths, *Introduction to elementary particles*. 2008.
- [40] F. Halzen and A. D. Martin, *QUARKS AND LEPTONS: AN INTRODUCTORY COURSE IN MODERN PARTICLE PHYSICS*. 1984.
- [41] K. Zuber, *Neutrino Physics, Second Edition*. Aug., 2011, 10.1201/b11065.
- [42] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. 2007.
- [43] S. J. Coleman, *A Measurement of Neutrino Oscillations with Muon Neutrinos in the MINOS Experiment*, Ph.D. thesis, William-Mary Coll., 2011. 10.2172/1023978.
- [44] E. J. Konopinski and H. M. Mahmoud, *The universal fermi interaction*, *Phys. Rev.* **92** (1953) 1045.

- [45] M. Gell-Mann, *Symmetries of baryons and mesons*, *Phys. Rev.* **125** (1962) 1067.
- [46] L. Wolfenstein, *Neutrino Oscillations in Matter*, *Phys. Rev.* **D17** (1978) 2369.
- [47] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov, *Resonant amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*, *Nuovo Cim.* **C9** (1986) 17.
- [48] K. Asano and H. Minakata, *Large-Theta(13) Perturbation Theory of Neutrino Oscillation for Long-Baseline Experiments*, *JHEP* **06** (2011) 022 [1103.4387].
- [49] DAYA BAY collaboration, F. P. An et al., *Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay*, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 171803 [1203.1669].
- [50] DAYA BAY collaboration, D. Adey et al., *Measurement of the Electron Antineutrino Oscillation with 1958 Days of Operation at Daya Bay*, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 241805 [1809.02261].
- [51] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, A. Hernandez-Cabezudo, M. Maltoni and T. Schwetz, *Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ_{CP} , and the mass ordering*, *JHEP* **01** (2019) 106 [1811.05487].
- [52] M. M. Guzzo, P. C. de Holanda and R. L. Oliveira, *Quantum dissipation in a neutrino system propagating in vacuum and in matter*, *Nuclear Physics B* **908** (2016) 408 .
- [53] R. L. N. Oliveira, A. de Gouvêa and M. M. Guzzo, *Study of Neutrino Oscillation and Dissipative Effects in LBNE*, *Nucl. Part. Phys. Proc.* **273-275** (2016) 2699.
- [54] F. Benatti and H. Narnhofer, *Entropy behaviour under completely positive maps*, *Letters in Mathematical Physics* **15** (1988) 325.
- [55] Y. Farzan, T. Schwetz and A. Y. Smirnov, *Reconciling results of LSND, MiniBooNE and other experiments with soft decoherence*, *JHEP* **07** (2008) 067 [0805.2098].
- [56] N. E. Mavromatos and S. Sarkar, *Probing Models of Quantum Decoherence in Particle Physics and Cosmology*, 2006, hep-ph/0612193.
- [57] G. Barenboim and N. E. Mavromatos, *CPT violating decoherence and LSND: A Possible window to Planck scale physics*, *JHEP* **01** (2005) 034 [hep-ph/0404014].

- [58] A. Sakharov, N. Mavromatos, A. Meregaglia, A. Rubbia and S. Sarkar, *Exploration of Possible Quantum Gravity Effects with Neutrinos. I. Decoherence in Neutrino Oscillations Experiments*, *J. Phys. Conf. Ser.* **171** (2009) 012038 [0903.4985].
- [59] ICECUBE collaboration, M. G. Aartsen et al., *Measurement of Atmospheric Neutrino Oscillations at 6–56 GeV with IceCube DeepCore*, *Phys. Rev. Lett.* **120** (2018) 071801 [1707.07081].
- [60] G. B. Gomes, D. V. Forero, M. M. Guzzo, P. C. De Holanda and R. L. N. Oliveira, *Quantum Decoherence Effects in Neutrino Oscillations at DUNE*, 1805.09818.
- [61] G. Balieiro Gomes, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda and R. L. N. Oliveira, *Parameter Limits for Neutrino Oscillation with Decoherence in KamLAND*, *Phys. Rev.* **D95** (2017) 113005 [1603.04126].
- [62] R. L. N. de Oliveira, M. M. Guzzo and P. C. de Holanda, *Quantum Dissipation and CP Violation in MINOS*, *Phys. Rev.* **D89** (2014) 053002 [1401.0033].
- [63] J. A. B. Coelho, W. A. Mann and S. S. Bashar, *Nonmaximal θ_{23} mixing at NOvA from neutrino decoherence*, *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) 221801 [1702.04738].
- [64] NOvA collaboration, P. Adamson et al., *Measurement of the neutrino mixing angle θ_{23} in NOvA*, *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) 151802 [1701.05891].
- [65] Izmaylov, A., *T2K neutrino experiment results and future perspectives*, 2017, <https://www.t2k.org/docs/talk/271>.
- [66] P. Huber, M. Lindner and W. Winter, *Superbeams versus neutrino factories*, *Nucl. Phys.* **B645** (2002) 3 [hep-ph/0204352].
- [67] MINOS collaboration, P. Adamson et al., *A Study of Muon Neutrino Disappearance Using the Fermilab Main Injector Neutrino Beam*, *Phys. Rev.* **D77** (2008) 072002 [0711.0769].
- [68] MINOS collaboration, P. Adamson et al., *Neutrino and Antineutrino Inclusive Charged-current Cross Section Measurements with the MINOS Near Detector*, *Phys. Rev.* **D81** (2010) 072002 [0910.2201].

- [69] MINOS collaboration, P. Adamson et al., *Search for the disappearance of muon antineutrinos in the NuMI neutrino beam*, *Phys. Rev.* **D84** (2011) 071103 [1108.1509].
- [70] T2K collaboration, K. Abe et al., *Measurements of neutrino oscillation in appearance and disappearance channels by the T2K experiment with 6.6×10^{20} protons on target*, *Phys.Rev.* **D91** (2015) 072010 [1502.01550].
- [71] SUPER-KAMIOKANDE collaboration, T. Kajita, E. Kearns and M. Shiozawa, *Establishing atmospheric neutrino oscillations with Super-Kamiokande*, *Nucl. Phys.* **B908** (2016) 14.
- [72] T2K collaboration, K. Abe et al., *First Muon-Neutrino Disappearance Study with an Off-Axis Beam*, *Phys. Rev.* **D85** (2012) 031103 [1201.1386].
- [73] T2K collaboration, K. Abe et al., *Measurement of neutrino and antineutrino oscillations by the T2K experiment including a new additional sample of ν_e interactions at the far detector*, *Phys. Rev.* **D96** (2017) 092006 [1707.01048].
- [74] T2K collaboration, K. Abe et al., *T2K neutrino flux prediction*, *Phys. Rev.* **D87** (2013) 012001 [1211.0469].
- [75] A. M. Gago, R. A. Gomes, A. L. G. Gomes, J. Jones-Perez and O. L. G. Peres, *Visible neutrino decay in the light of appearance and disappearance long baseline experiments*, *JHEP* **11** (2017) 022 [1705.03074].
- [76] DAYA BAY collaboration, F. P. An et al., *Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the Daya Bay experiment*, *Phys. Rev.* **D95** (2017) 072006 [1610.04802].
- [77] B. Kayser, *On the quantum mechanics of neutrino oscillation*, *Phys. Rev. D* **24** (1981) 110.
- [78] Y. Grossman and H. J. Lipkin, *Flavor oscillations from a spatially localized source: A Simple general treatment*, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 2760 [hep-ph/9607201].
- [79] I. Prigogine and P. Résibois, *On the kinetics of the approach to equilibrium*, *Physica* **27** (1961) 629 .

-
- [80] H. P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*. 2002.
- [81] E. B. Davies, *Markovian master equations*, *Communications in Mathematical Physics* **39** (1974) 91.