



**UFG**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA  
COMPUTAÇÃO

SÁVIO MENEZES SAMPAIO

**IVF/NSGA-III: Uma Metaheurística  
Evolucionária *Many-Objective* com  
Busca Guiada por Balizas e Fertilização  
In Vitro**

GOIÂNIA-GO  
2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE INFORMÁTICA

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

### E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### 1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação     Tese     Outro\*: \_\_\_\_\_

\*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

#### 2. Nome completo do autor

Sávio Menezes Sampaio

#### 3. Título do trabalho

IVF/NSGA-III: Uma Metaheurística Evolucionária Many-Objective com Busca Guiada por Balizas e Fertilização In Vitro

#### 4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento  SIM     NÃO<sup>1</sup>

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Celso Gonçalves Camilo Junior, Professor do Magistério Superior**, em 10/05/2024, às 15:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Sávio Menezes Sampaio, Discente**, em 10/05/2024, às 15:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4555530** e o código CRC **7E7EB22E**.

---

Referência: Processo nº 23070.014059/2024-32

SEI nº 4555530

SÁVIO MENEZES SAMPAIO

# **IVF/NSGA-III: Uma Metaheurística Evolucionária *Many-Objective* com Busca Guiada por Balizas e Fertilização In Vitro**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Instituto de Informática, da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação.

**Área de concentração:** Ciência da Computação.

**Linha de Pesquisa:** Sistemas Inteligentes e Aplicações.

**Orientador:** Prof. Dr. Celso Gonçalves Camilo Junior

GOIÂNIA-GO

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Menezes Sampaio, Sávio

IVF/NSGA-III: Uma Metaheurística Evolucionária Many-Objective com Busca Guiada por Balizas e Fertilização In Vitro [manuscrito] / Sávio Menezes Sampaio. - 2024.

ccxx, 220 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Celso Gonçalves Camilo Junior.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Informática (INF), Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Cidade de Goiás, 2024.

Inclui gráfico, tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Busca Guiada por Balizas. 2. Método de Fertilização In Vitro. 3. Algoritmos Meméticos Multi-Objetivo e Many-Objective. 4. Algoritmos Evolucionários Multi-Objetivo e Many-Objective. 5. NSGA-III. I. Gonçalves Camilo Junior, Celso, orient. II. Título.

CDU 004



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE INFORMÁTICA

**ATA DE DEFESA DE TESE**

Ata nº **10/2024** da sessão de Defesa de Tese de **Sávio Menezes Sampaio**, que confere o título de Doutor em **Ciência da Computação**, na área de concentração em **Ciência da Computação**.

Aos onze dias do mês de abril de dois mil e vinte e quatro, a partir das nove horas, na sala 150 do Instituto de Informática, realizou-se a sessão pública de Defesa de Tese intitulada **“IVF/NSGA-III: Uma Metaheurística Evolucionária Many-Objective com Busca Guiada por Balizas e Fertilização In Vitro”**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Celso Gonçalves Camilo Junior (INF/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora Karla Tereza Figueiredo Leite (UERJ), membra titular externa, cuja participação ocorreu por videoconferência; Professor Doutor Fernando Buarque de Lima Neto (UPE), membro titular externo, cuja participação ocorreu por videoconferência; Professor Doutor Vagner José do Sacramento Rodrigues (INF/UFG), membro titular externo; e Professor Doutor Sávio Salvarino Teles de Oliveira (INF/UFG), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca não fizeram sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Tese, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Celso Gonçalves Camilo Junior, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos onze dias do mês de abril de dois mil e vinte e quatro.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Savio Salvarino Teles De Oliveira, Professor do Magistério Superior**, em 11/04/2024, às 13:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Karla Tereza Figueiredo Leite, Usuário Externo**, em 11/04/2024, às 13:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vagner Jose Do Sacramento Rodrigues, Professor do Magistério Superior**, em 11/04/2024, às 13:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Celso Goncalves Camilo Junior, Professor do Magistério Superior**, em 11/04/2024, às 13:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Buarque de Lima Neto, Usuário Externo**, em 11/04/2024, às 15:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4483892** e o código CRC **075ECBF9**.

---

**Referência:** Processo nº 23070.014059/2024-32

SEI nº 4483892

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador(a).

### **Sávio Menezes Sampaio**

O autor é graduado em Segurança da Informação pela Universidade Católica de Brasília (2013) e mestre em Ciência da Computação pela Universidade Federal de Goiás - UFG (2020), concursado como Técnico Judiciário especializado em Tecnologia da Informação no Tribunal Regional do Trabalho da 18ª Região - Goiás, onde exerce o cargo de Diretor da Divisão de Administração de Servidores de Aplicação, vinculada à Secretaria de Tecnologia da Informação do TRT-18ª Região. Membro do grupo de pesquisa I4Soft - Intelligence for Software, tem experiência em Algoritmos Evolucionários aplicados a problemas de otimização, com foco em "Planning and Scheduling" e "Flow Shop". Como bolsista do Centro de Excelência em Inteligência Artificial - CEIA, desenvolveu modelos e algoritmos para otimização, contribuindo para a área de inteligência artificial aplicada.

Dedico este trabalho a Deus, aos professores e amigos reencontrados nesta vida e, especialmente, à minha família. Em particular, à minha mãe e meu pai, meus primeiros professores, que me ensinaram a valorizar os estudos; aos meus irmãos e minha irmã; à minha esposa, Ana Mary, e ao meu filho, Ênio José, pelo apoio incondicional nesta jornada. Enfrentamos juntos desafios como longas jornadas de trabalho e estudo, especialmente nos finais de semana, e a busca por equilíbrio entre compromissos acadêmicos, profissionais e familiares, superando cada obstáculo com amor, coragem e perseverança.

---

## Agradecimentos

---

À minha família por ser a base da minha educação e por sempre me apoiar em meus objetivos, em especial à minha mãe Thaís Eliane e a meu pai Antônio José, meus primeiros professores e meus exemplos, por todos os ensinamentos e apoio incondicional, sem os quais eu não estaria aqui.

Ao meu filho, Ênio José, e à minha esposa, Ana Mary, que sempre me apoiaram e me incentivaram neste longo caminho até aqui, e que me acompanharam estudando noites, madrugadas, finais de semana e feriados, buscando conciliar os estudos com o trabalho.

Aos meus irmãos, Rudini, Igor, Verbena, Davi e Yuri.

A meu orientador, professor Celso Camilo, pela confiança, parceria e pelos valiosos direcionamentos.

A todos os revisores anônimos que, com críticas construtivas, contribuíram para a melhoria dos artigos desenvolvidos nessa jornada.

À Universidade Federal de Goiás, o Instituto de Informática, seu corpo docente, diretores e técnicos administrativos pela estrutura e manutenção das condições necessárias ao estudo.

Aos professores que compõem a banca examinadora, agradeço por contribuírem para a melhoria deste trabalho.

Agradeço também aos nossos antepassados, cujas histórias de vida e ensinamentos, transmitidos através das gerações, bem como seu legado de resiliência e perseverança, constituem uma fonte contínua de inspiração e motivação. Somos frutos do esforço coletivo de muitas gerações, e por isso lhes sou eternamente grato.

“Conhece-te a ti mesmo.”

**Inscrição no Templo de Apolo, Delfos,**  
*Máxima da Antiguidade Grega.*

---

## Resumo

---

Sampaio, Sávio Menezes. **IVF/NSGA-III: Uma Metaheurística Evolucionária *Many-Objective* com Busca Guiada por Balizas e Fertilização In Vitro.** Goiânia-GO, 2024. 220p. Tese de Doutorado Relatório de Graduação. Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás.

O Algoritmo Genético de Fertilização In Vitro (IVF/GA) demonstra aplicabilidade robusta em problemas de otimização mono-objetivo, particularmente aqueles que são complexos e multimodais. Este trabalho propõe a expansão do método IVF para a otimização *many-objective*, que lida com mais de três objetivos simultâneos. O estudo introduz novos critérios de ativação, seleção, exploração assistida e mecanismos de transferência, consolidando a inovação através da integração do método IVF ao NSGA-III, aqui referido como IVF/NSGA-III. Este trabalho incorpora a estratégia de Busca Guiada por Balizas em uma configuração de Steady State, visando superar desafios inerentes à otimização *many-objective*. Este enfoque se concentra na convergência dinâmica para regiões promissoras do espaço de soluções e adota um fator de escala adaptativo no contexto de Evolução Diferencial, proporcionando uma metodologia alternativa aos métodos convencionais de intensificação. Experimentos conduzidos com os *benchmarks many-objective* DTLZ, MaF e WFG mostram que o IVF/NSGA-III melhora significativamente o desempenho em relação ao algoritmo NSGA-III padrão em diversos problemas testados, validando seu potencial como contribuição valiosa ao campo dos Algoritmos Evolutivos *Many-Objective* (MOEAs). O estudo sugere novas direções para o desenvolvimento de estratégias meméticas *many-objective* e oferece *insights* significativos para pesquisadores que buscam métodos de otimização mais eficazes e adaptáveis.

### Palavras-chave

Busca Guiada por Balizas, In Vitro Fertilization Method, Algoritmos Meméticos Multi-Objetivo e *Many-Objective*, Algoritmos Evolucionários Multi-Objetivo e *Many-Objective*, Algoritmos Genéticos, Evolução Diferencial, NSGA-III

---

## Abstract

---

Sampaio, Sávio Menezes. **The In Vitro Fertilization Genetic Algorithm (IVF/GA) demonstrates robust applicability to single-objective optimization problems, particularly those that are complex and multimodal. This work proposes the expansion of the IVF method to many-objective optimization, which deals with more than three simultaneous objectives. The study introduces new activation criteria, selection, assisted exploration, and transfer mechanisms, consolidating innovation through the integration of the IVF method with NSGA-III, here referred to as IVF/NSGA-III. This approach incorporates the Beacon-Guided Search strategy in a Steady State configuration, aiming to overcome the inherent challenges of many-objective optimization. It focuses on dynamic convergence to promising regions of the solution space and adopts an adaptive scale factor within the context of Differential Evolution, providing an alternative methodology to conventional intensification methods. Experiments conducted with the many-objective benchmarks DTLZ, MaF, WFG show that IVF/NSGA-III significantly enhances performance compared to the standard NSGA-III algorithm across various tested problems, validating its potential as a valuable contribution to the field of Many-Objective Evolutionary Algorithms (MOEAs). The study suggests new directions for the development of many-objective memetic strategies and offers significant insights for researchers seeking more effective and adaptable optimization methods.** Goiânia-GO, 2024. 220p. PhD. Thesis Relatório de Graduação. Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás.

### Keywords

Beacon-Guided Search, In Vitro Fertilization Method, Multi-Objective and Many-Objective Memetic Algorithms, Multi-Objective and Many-Objective Evolutionary Algorithms, Genetic Algorithms, Differential Evolution, NSGA-III

---

# Sumário

---

Lista de Figuras	15
Lista de Tabelas	26
1 Introdução	31
1.1 Objetivos	33
1.2 Organização do Trabalho	34
2 Fundamentação Teórica e Trabalhos Relacionados	35
2.1 Otimização <i>multi</i> e <i>many-objective</i>	35
2.2 Indicadores de qualidade em otimização Multiobjetivo	37
2.2.1 Hipervolume	37
2.2.2 Distância Geracional Invertida	38
2.3 Algoritmo <i>many-objective</i> NSGA-III	38
2.4 Algoritmos Meméticos e Hibridismo	40
2.5 Método de Fertilização In Vitro	41
2.6 Trabalhos Correlatos	44
2.7 Competição GECCO 2022 e Avanços em Algoritmos de Objetivo Único com Implicações para Métodos mais Complexos como Algoritmos Multiobjetivo	47
3 IVF/NSGA-III com Busca Guiada por Balizas	48
3.1 Busca Guiada por Balizas	51
3.2 Etapa de Ativação do IVF <i>Many-Objective</i> : Melhoria do Gatilho e Busca em Duas Etapas	52
3.3 Etapa de Coleta no Método IVF <i>Many-Objective</i> : Aprimorando a Diversidade na Frente de Pareto	54
3.3.1 Coleta: Definição do Nicho Alvo e do Pai Corrente Inicial	55
3.3.2 Coleta: Seleção de Mães na Adaptação do Método Auxiliar IVF à Abordagem <i>Many-Objective</i>	58
3.3.3 Coleta das Melhores Mães: Exploração Ampliada	60
3.3.4 Coleta de Mães na Vizinhança do Nicho Alvo: Intensificação	62
3.4 Manipulação Genética: Busca Guiada Por Balizas	68
3.4.1 Etapa Exploratória de Parte das Mães: Foco no Operador AR	68
3.4.2 Operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”	70
3.4.3 Redução gradual do Fator de Escala “F”	72
3.4.4 Fator de Escala “F” Negativo: Manobra de Inversão Completa	74
3.4.5 Autoadaptação do Fator de Escala “F”	77
3.4.6 Implementação de Ruído Adaptativo no Fator de Escala para Diversificação Genética	82

3.4.7	Abordagens Tradicional e com <i>Steady State</i> nos Ciclos In Vitro	85
3.5	Transferência usando o mesmo critério de sobrevivência do algoritmo host	88
<b>4</b>	<b>Experimentos e Resultados</b>	<b>91</b>
4.1	Frameworks Utilizados no Desenvolvimento e Experimentação: Pymoo e PlatEMO	93
4.2	Aplicação do IVF/GA no Problema Rastrigin de 50 Variáveis	94
4.3	Aplicação do Algoritmo IVF/GA/DE ao Problema Rastrigin de 50 Variáveis	99
4.4	Algoritmo IVF/GA na Resolução do Problema Rastrigin com 50 Variáveis Usando Crossover SBX para Produzir um Único Descendente por Par de Pais	103
4.5	Experimento com Taxa de Execução por Geração e Taxa Percentual de Avaliações: Gatilho de Ativação	108
4.6	Experimento 5: IVF/NSGA-III em Problemas DTLZ com 3 e 5 Objetivos, sem Steady State	117
4.6.1	DTLZ 1 com 3 objetivos	121
4.6.2	DTLZ 1 com 5 objetivos	130
4.6.3	DTLZ 2 com 3 objetivos	137
4.6.4	DTLZ 2 com 5 objetivos	144
4.6.5	DTLZ 3 com 3 objetivos	151
4.6.6	DTLZ 3 com 5 objetivos	158
4.6.7	DTLZ 4 com 3 objetivos	165
4.6.8	DTLZ 4 com 5 objetivos	172
4.7	Experimento 6: Comparação entre o IVF/NSGA-III e os algoritmos A-NSGA-III, MOEA/D, MOEA/D-AWA, RVEA, tDEA e NSGA-III, em 23 problemas dos benchmarks DTLZ, MaF e WFG	179
4.7.1	Resultados em problemas com 2 objetivos	181
	Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 2 objetivos	185
4.7.2	Resultados em problemas com 3 objetivos	186
	Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 3 objetivos	195
4.7.3	Resultados em problemas com 7 objetivos	195
	Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 7 objetivos	199
4.7.4	Resultados em problemas com 10 objetivos	200
	Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 10 objetivos	207
<b>5</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>209</b>
5.1	Conclusões	209
5.2	Contribuições	212
5.3	Limitações	212
5.4	Trabalhos Futuros	213
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>215</b>

---

## Lista de Figuras

---

- 2.1 Figura de Deb e Jain (2014) indicando como 15 pontos de referência podem ser dispostos em um hiperplano normalizado e por meio dos quais são traçadas linhas de referência a partir da origem, que interceptam a superfície de aproximação e servirão de guias para a manutenção da diversidade das soluções. Fonte: Deb e Jain (2014) 39
- 2.2 Figura de Deb e Jain (2014) indicando como soluções são associadas às linhas de referência, com base nas menores distâncias perpendiculares. Fonte: Deb e Jain (2014) 40
- 2.3 Fluxo resumido do método de Fertilização In Vitro Adaptado de Camilo-Junior e Yamanaka (2011) 42
- 2.4 Exemplo do primeiro estágio da Manipulação Genética: operadores de exploração. O operador AR não participa esse estágio de exploração. Adaptado de Camilo-Junior e Yamanaka (2011) 43
- 2.5 Exemplo do segundo estágio da Manipulação Genética: Recombinação Assistida Fonte: Os autores (2019), adaptado de Camilo-Junior e Yamanaka (2011) 44
- 3.1 Diagrama resumido do acoplamento do método de Fertilização In Vitro *many-objective*, sem Steady State, ao algoritmo *many-objective* NSGA-III: IVF/NSGA-III 49
- 3.2 Diagrama resumido do acoplamento do método de Fertilização In Vitro *many-objective*, com Steady State, ao algoritmo *many-objective* NSGA-III: IVF/NSGA-III 50
- 3.3 ZDT3: Superfície de desempenho da média do hipervolume de 30 execuções, com 25.000 avaliações, de cada combinação de parâmetros do IVF/GDE3 (EAR-N), em comparação com a média de HV do GDE3 (0,5159648, centro da Color Key). Tons vermelhos indicam médias inferiores à do GDE3. Tons azuis indicam médias superiores à do GDE3. Fonte: Sampaio e Camilo-Junior (2019) 53
- 3.4 Exemplo da população do NSGA-III após algumas gerações, no tratamento do problema DTLZ2 com 3 objetivos. Quanto mais os pontos pretos estiverem sobre os pontos laranja, melhor o resultado final. Vide o cálculo do IGD. 56
- 3.5 Nova estratégia de coleta do pai inicial para o In Vitro em *many-objective*. 57
- 3.6 Duas soluções extremas e seus 100 descendentes Fonte: Ishibuchi, Akedo e Nojima (2014) 59
- 3.7 Coleta de mães com as menores distâncias aos seus nichos: exploração ampliada do espaço de busca. 60

3.8	Resultados da recombinação entre o pai corrente e as Melhores Mães, sublinhando a capacidade de exploração do espaço além do nicho alvo.	61
3.9	Coleta de mães vizinhas ao nicho alvo, cuja recombinação com o Pai Corrente visa gerar filhos mais próximos ao nicho alvo, intensificando sua cobertura.	63
3.10	Resultado da recombinação do Pai Corrente com mães vizinhas, demonstrando a geração de filhos que potencializam a cobertura do Nicho Alvo.	64
3.11	Estratégia de coleta das mães iniciais como aquelas da vizinhança do Nicho Alvo, que podem contribuir para uma maior intensificação da cobertura do “Nicho alvo”.	65
3.12	Vários filhos encontrados mais próximos do nicho alvo do que o antigo pai corrente. O melhor filho substitui o pai corrente.	66
3.13	Exemplo de uma segunda geração de filhos obtidos com a estratégia de coleta de pai inicial baseado em nicho com pior cobertura e coleta de mães vizinhas ao nicho alvo.	67
3.14	Esquema “DE/best-to-current/0”, sem vetor extra de perturbação, e com fator de escala $F=0,5$ .	70
3.15	Exemplo de uma primeira iteração do método IVF, onde três mães ( $\vec{X}_{i,G'}$ , $\vec{X}_{j,G'}$ e $\vec{X}_{k,G'}$ ) (como “balizas fixas”) são iteradas com o pai inicial ( $\vec{X}_{best,G'}$ ) e obtêm três descendentes, um dos quais ( $\vec{V}_{i,G'}$ ) está mais próximo do nicho alvo e substituirá o pai atual em uma iteração subsequente do método IVF.	71
3.16	Exemplo de uma iteração IVF subsequente em que um descendente superou o pai inicial e se tornou o novo pai atual. É realizado um novo ciclo de recombinação com as mesmas mães vizinhas (“balizas fixas”), desta vez com o novo pai atual. Novos descendentes são obtidos, um dos quais ( $\vec{V}_{j,G''}$ ) intensifica ainda mais a proximidade com o nicho-alvo.	71
3.17	Redução do fator de escala “F” com base na distância da solução “pai corrente” para o nicho alvo.	72
3.18	Intensificação sobre o nicho alvo, com redução gradual de “F” e múltiplos ciclos internos In Vitro	73
3.19	Ampliação da Figura 3.18, com a aproximação do nicho alvo com busca guiada por balizas fixas	74
3.20	102 filhos entre o pai corrente e 3 mães posicionadas em sentidos opostos ao nicho alvo: $F \in [0,0,0,5]$	75
3.21	Filho obtido mais próximo ao nicho alvo após uso de “F” negativo ( $-0,5$ ). Este exemplo exhibe o resultado de 102 descendentes com o uso de: $F \in [-0,5,0,5]$	76
3.22	Segunda geração In Vitro, com novo pai corrente e número restrito de mães: $F \in [-0,5,0,5]$	77
3.23	Cálculo do fator de escala $F$ autoadaptativo em razão das distâncias do pai corrente e da mãe iterada, para o nicho alvo, considerando-se que o nicho alvo está em uma posição entre estas duas balizas.	79
3.24	Cálculo do fator de escala $F$ autoadaptativo em razão das distâncias do pai corrente e da mãe iterada, para o nicho alvo, considerando-se que o nicho alvo está em uma posição além do pai corrente, em relação à mãe iterada.	79

3.25	Exemplo da autoadaptação do fator $F$ que intensifica a aproximação do Descendente (D) sobre o nicho alvo (A), à medida em que o pai atual (P) se aproxima do nicho alvo ou as posições de P, A e M (mãe iterada) se alinham (nicho alvo entre pai e mãe).	79
3.26	Exemplo da autoadaptação do fator $F$ que intensifica a aproximação do Descendente (D) sobre o nicho alvo (A), à medida em que o pai atual (P) se aproxima do nicho alvo ou as posições de P, A e M (mãe) se alinham (nicho além do pai, em relação à mãe).	80
3.27	Filhos obtidos com o método indicado na Figura 3.23	80
3.28	3 gerações In Vitro, com busca guiada por balizas com fator de escala autoadaptativo	81
3.29	Exemplo de inversão do fator $F$ , dinâmico, proporcional e com valor negativo, atingindo o nicho alvo posicionado além do pai atual, em relação à mãe iterada. O descendente que melhor se aproxima do nicho alvo foi obtido a partir da segunda mãe da Figura, na ordem de cima para baixo.	82
3.30	Filhos obtidos com o método indicado na Figura 3.23, mas agora com mutação gaussiana sobre "F"	83
3.31	Filhos obtidos com o método indicado na Figura 3.23, mas agora com mutação gaussiana sobre "F"	84
3.32	Etapas 0 a 5 de uma intensificação IVF com busca guiada por balizas, $F$ auto-ataptativo e Steady State	86
3.33	Etapas 6 a 11 de uma intensificação IVF com busca guiada por balizas, $F$ auto-ataptativo e Steady State	87
3.34	Etapa de transferência, no fluxo geral do método de Fertilização In Vitro Adaptado de Camilo-Junior e Yamanaka (2011)	88
3.35	Ao considerar apenas o "rank" de não-dominância na transferência, um super indivíduo pode substituir uma solução com maior contribuição ao Hipervolume. Portanto, é crucial incluir o "crowding distance" dos super indivíduos na transferência.	89
4.1	Panorama de performance do algoritmo IVF/GA com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.	97
4.2	Outro ângulo do panorama de performance do algoritmo IVF/GA com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.	97
4.3	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/GA com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta.	98
4.4	Boxplots indicando a performance do algoritmo IVF/GA com 3 configurações: sem o uso do módulo IVF, com valores default (ivf_rate=0.5, ivf_collect_size=5), e com a melhor combinação indicada na tabela 4.3	98

4.5	Panorama de performance do algoritmo IVF/GA/DE com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.	101
4.6	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/GA/DE com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta.	101
4.7	Boxplots com resultados do algoritmo IVF/GA/DE em 3 configurações: sem o uso do módulo IVF, com valores default (ivf_rate=0.5, ivf_collect_size=5), e com a melhor combinação indicada na tabela 4.6.	102
4.8	(a) e (b) exibem performances dos algoritmos IVF/GA e IVF/GA/DE nos Experimentos 1 e 2, com a mesma escala de cores. Em IVF/GA o aumento no número de avaliações In Vitro pode comprometer a performance, pois o operador SBX produz o dobro de descendentes em relação ao operador DE, aplicado no IVF/GA/DE.	102
	(a) IVF/GA	102
	(b) IVF/GA/DE	102
4.9	Panorama de performance do algoritmo IVF/GA (2) com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.	105
4.10	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/GA (2) com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta.	105
4.11	Boxplots indicando a performance do algoritmo IVF/GA (2) com 3 configurações: sem o uso do módulo IVF, com valores default (ivf_rate=0.5, ivf_collect_size=5), e com a melhor combinação indicada na tabela 4.3.	106
4.12	(a), (b) e (c) apresentam o mapa de calor das superfícies de desempenho dos algoritmos IVF/GA, IVF/GA (2) e IVF/GA/DE, com o mesmo Color Key, no tratamento do problema descrito nos Experimentos 1, 2 e 3. Com a redução de 2 para 1 filho gerado no SBX, usado nos ciclos internos do IVF/GA (2), há mais contribuições em comparação com o IVF/GA com 2 descendentes por crossover, porém sem superar os resultados do IVF/GA/DE.	107
	(a) IVF/GA	107
	(b) IVF/GA/DE	107
	(c) IVF/GA (2)	107
4.13	(a), (b), (c) e (d) apresentam total percentual de avaliações usadas pelo In Vitro e Mediana do IGD de duas formas de taxa de execução do In Vitro.	110
	(a) IVF Rate por geração	110
	(b) Mediana com IVF Rate por geração	110
	(c) IVF Rate por avaliações	110
	(d) Mediana com IVF Rate por avaliações	110
4.14	IVF Rate por geração: bolxplots com a descrição do uso percentual de avaliações realizadas pelo In Vitro, em 30 execuções, com taxa de execução de 30%, com diferentes tamanhos de coletas.	111

4.15	IVF Rate por total de avaliações: bolxplots com a descrição do uso percentual de avaliações realizadas pelo In Vitro, em 30 execuções, com taxa de execução de 30%, com diferentes tamanhos de coletas.	112
4.16	(a) e (b) apresentam boxplots com os resultados do IGD de 30 execuções com diferentes combinações de tamanhos de coleta e com as duas abordagens de taxa de execução do método In Vitro (10%)	112
	(a) IVF Rate por geração: 10%	112
	(b) IVF Rate por limite de avaliações: 10%	112
4.17	(a) e (b): IGDs de diferentes configurações iVF (30%)	113
	(a) IVF Rate por geração: 30%	113
	(b) IVF Rate por limite de avaliações: 30%	113
4.18	(a) e (b): IGDs de diferentes configurações iVF (50%)	113
	(a) IVF Rate por geração: 50%	113
	(b) IVF Rate por limite de avaliações: 50%	113
4.19	(a) e (b) apresentam boxplots com os resultados do IGD de 30 execuções com diferentes combinações de tamanhos de coleta e com as duas abordagens de taxa de execução do método In Vitro (100%)	114
	(a) IVF Rate por geração: 100%	114
	(b) IVF Rate por limite de avaliações: 100%	114
4.20	IVF Rate por geração: mapa de cores indicando em que combinações de parâmetros o resultado obteve p-value superior (laranja) ou inferior (tons de verde) a 0.05.	115
4.21	IVF Rate por total de avaliações: mapa de cores indicando em que combinações de parâmetros o resultado obteve p-value superior (laranja) ou inferior (tons de verde) a 0.05.	116
4.22	Boxplots com médias do IGD comparando os algoritmos NSGA-III e IVF/NSGA-III no tratamento dos problemas DTLZ 1 a 4, com 3 objetivos: recorte com ivf_rate = 10%	119
4.23	Boxplots com médias do IGD comparando os algoritmos NSGA-III e IVF/NSGA-III no tratamento dos problemas DTLZ 1 a 4, com 5 objetivos: recorte com ivf_rate = 10%	120
4.24	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	121
4.25	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	122
4.26	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	123
4.27	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	124
4.28	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	126

4.29	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	126
4.30	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	127
4.31	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p$ -value < 0.05, no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	128
4.32	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	128
4.33	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	129
4.34	Mapa de calor com médias dos percentuais de avaliações utilizadas pelo In Vitro nas 30 execuções de cada combinação de parâmetros indicados na figura.	129
4.35	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	130
4.36	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	131
4.37	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	132
4.38	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	132
4.39	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	134
4.40	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	135
4.41	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	135
4.42	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p$ -value < 0.05, no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	136

4.43	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	136
4.44	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	137
4.45	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	138
4.46	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	139
4.47	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	139
4.48	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	141
4.49	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	142
4.50	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	142
4.51	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	143
4.52	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	143
4.53	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	144
4.54	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	145
4.55	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	146
4.56	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	146

4.57	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	148
4.58	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	149
4.59	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	149
4.60	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	150
4.61	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	150
4.62	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	151
4.63	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	152
4.64	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	153
4.65	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	153
4.66	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	155
4.67	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	156
4.68	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	156
4.69	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	157

4.70	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	157
4.71	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	158
4.72	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	159
4.73	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	160
4.74	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	160
4.75	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	162
4.76	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	163
4.77	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	163
4.78	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	164
4.79	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	164
4.80	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	165
4.81	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	166
4.82	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	167
4.83	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	167

4.84	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	169
4.85	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	170
4.86	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	170
4.87	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	171
4.88	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	171
4.89	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.	172
4.90	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.	173
4.91	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.	174
4.92	Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.	174
4.93	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	176
4.94	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	177
4.95	Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.	177
4.96	Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.	178

4.97	Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.	178
4.98	Exemplos de populações finais, no problema MaF4, com 2 objetivos e 11 variáveis	182
4.99	Exemplos de populações finais, no problema DTLZ2, com 3 objetivos e 12 variáveis	188
4.100	Exemplos de populações finais, no problema DTLZ4, com 3 objetivos e 12 variáveis	189
4.101	Exemplos de populações finais, no problema MaF4, com 3 objetivos e 12 variáveis	190
4.102	Exemplos de populações finais, no problema WFG2, com 3 objetivos e 12 variáveis	191
4.103	Exemplos de populações finais, no problema WFG6, com 3 objetivos e 12 variáveis	192
4.104	Exemplos de populações finais, no problema MaF1, com 10 objetivos e 19 variáveis	204

---

## Lista de Tabelas

---

2.1	Operadores de recombinação assistida do método de Fertilização In Vitro	43
4.1	Principais propriedades dos problemas DTLZ, MaF e WFG utilizados	92
4.2	Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/GA com o problema Rastrigin com 50 variáveis	95
4.3	Médias do resultado de 30 execuções do IVF/GA, com o Rastrigin com 50 variáveis, combinando diferentes taxas de execução e diferentes tamanhos de coleta	96
4.4	$p$ -value da comparação estatística entre os algoritmos da Fig. 4.4. "r"é ivf_rate e "c"é "ivf_collect_size"	96
4.5	Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/GA/DE com o problema Rastrigin com 50 variáveis	100
4.6	Médias do resultado de 30 execuções do IVF/GA/DE, com o problema Rastrigin com 50 variáveis, combinando diferentes taxas de execução do In Vitro e diferentes tamanhos de coleta	100
4.7	$p$ -value da comparação estatística entre algoritmos da Fig. 4.7. "r"é ivf_rate e "c"é "ivf_collect_size"	102
4.8	Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/GA com o problema Rastrigin com 50 variáveis	104
4.9	Médias do resultado de 30 execuções do IVF/GA, com Rastrigin com 50 variáveis, combinando diferentes taxas de execução e tamanhos de coleta	104
4.10	Cálculo do $p$ -value da comparação estatística entre os algoritmos indicados na Fig. 4.4. "r"é ivf_rate e "c"é "ivf_collect_size"	106
4.11	Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/NSGA-III duas abordagens de taxa de execução	109
4.12	Parâmetros IVF usados nesse experimento	118
4.13	IGD: NSGA-III (A) e IVF/NSGA-III (B) com o recorte dos resultados de ivf_rate=10% e collect_size≈10% (9, se 3 objetivos, e 21, se 5 objetivos)	118
4.14	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	124
4.15	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	125

4.16	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	125
4.17	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	125
4.18	$p$ -value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	127
4.19	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	133
4.20	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	133
4.21	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	133
4.22	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	134
4.23	$p$ -value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	134
4.24	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	140
4.25	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	140
4.26	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	140
4.27	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	141
4.28	$p$ -value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	141

4.29	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	147
4.30	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	147
4.31	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	147
4.32	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	148
4.33	$p$ -value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	148
4.34	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	154
4.35	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	154
4.36	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	154
4.37	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	155
4.38	$p$ -value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	155
4.39	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	161
4.40	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	161

4.41	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	161
4.42	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	162
4.43	p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	162
4.44	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	168
4.45	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	168
4.46	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	168
4.47	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	169
4.48	p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	169
4.49	Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	175
4.50	Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	175
4.51	Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	175
4.52	Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.	176
4.53	p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III	176
4.54	Descrição das variantes IVF/NSGA-III utilizadas	180

4.55	Problemas com 2 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD	181
4.56	Problemas com 2 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III	181
4.57	Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 2 objetivos e 11 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada	183
4.58	Comparação com NSGA-III: métrica <i>runtime</i> dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 2 objetivos e 11 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada	184
4.59	Problemas com 3 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD	187
4.60	Problemas com 3 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III	187
4.61	Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 3 objetivos e 12 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada	193
4.62	Comparação com NSGA-III: métrica <i>runtime</i> dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 3 objetivos e 12 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada	194
4.63	Problemas com 7 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD	196
4.64	Problemas com 7 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III	196
4.65	Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 7 objetivos e 16 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada	197
4.66	Comparação com NSGA-III: métrica <i>runtime</i> dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 7 objetivos e 16 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada	198
4.67	Experimento com 10 objetivos: número de variáveis	200
4.68	Problemas com 10 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD	200
4.69	Problemas com 10 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III	201
4.70	Comparação com IVF/NSGA-III-SS-N (*)	201
4.71	IVF/NSGA-III-SS-N usado como referência para a comparação estatística: destaque para as quantidades de problemas em que cada algoritmo supera, piora ou empata com a referência	202
4.72	Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 10 objetivos, com 31 execuções e 250.000 avaliações cada	205
4.73	Comparação com NSGA-III: métrica <i>runtime</i> dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 10 objetivos, com 31 execuções e 250.000 avaliações cada	206

---

## Introdução

---

O domínio da otimização computacional, particularmente na abordagem de problemas complexos do mundo real, testemunhou avanços significativos através da aplicação de técnicas de otimização multiobjetivo. Estes problemas, caracterizados pela necessidade de equilibrar objetivos múltiplos, muitas vezes conflitantes, são onipresentes em vários domínios, desde a engenharia até a economia (TALBI, 2009). A complexidade destes problemas demanda estratégias avançadas capazes de gerenciar os delicados equilíbrios exigidos pela otimização multiobjetivo (DEB et al., 2002).

Algoritmos Evolucionários, dentre os quais os mais populares na literatura são os Algoritmos Genéticos (AGs), tem sido utilizados em diversas áreas de aplicação devido à sua adaptabilidade e eficácia. Para a obtenção de bons resultados, é importante que tais algoritmos possuam maior capacidade de convergência e de exploração do espaço de busca, o que nem sempre é satisfatório quando são abordados problemas complexos, como problemas multimodais ou problemas multiobjetivos.

Os algoritmos de Otimização Multiobjetivo Evolutivo (EMO) surgiram como uma solução robusta e versátil neste contexto, inspirando-se nos princípios da evolução natural. Algoritmos como NSGA-II (DEB et al., 2002) e SPEA2 (ZITZLER; LAUMANN; THIELE, 2001) demonstraram sua eficácia na resolução de problemas multiobjetivos (MOPs). Além disso, algoritmos como NSGA-III (DEB; JAIN, 2014) e MOEA/D (ZHANG; LI, 2007) ampliaram essa capacidade para resolver problemas com um maior número de objetivos, abordando assim uma gama mais ampla de cenários de otimização complexos (ISHIBUCHI et al., 2020). Na literatura recente, são considerados como problemas multiobjetivos aqueles que possuem 2 ou 3 objetivos. Os problemas com mais de 3 objetivos são denominados como *many-objective problems*. (SATO; ISHIBUCHI, 2023; BI; WANG, 2016; KHARE; YAO; DEB, 2003; PURSHOUSE; FLEMING, 2007; LÜCKEN; BARÁN; BRIZUELA, 2014)

Um fator chave na eficácia desses algoritmos (EMO) são suas diversas abordagens para manipular informações genéticas e implementar critérios de adaptação. Essa diversidade deu origem a diferentes famílias algorítmicas, como Algoritmos Genéticos (AG), Estratégias Evolutivas (ES), Programação Genética (GP) e Evolução Diferencial

(DE). No entanto, apesar dos pontos fortes dos algoritmos individuais, alcançar um equilíbrio ideal entre convergência e diversidade dentro de uma população — essencial para a exploração e intensificação eficazes do espaço de busca — continua a ser um desafio, especialmente no contexto de aplicações do mundo real. (SATO; ISHIBUCHI, 2023)

Em vista dessa dificuldade, de capacidade de convergência e exploração, torna-se relevante o trabalho de Camilo-Junior e Yamanaka (2011) em que é apresentado o *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* como um algoritmo auxiliar paralelo, que objetiva auxiliar os Algoritmos Genéticos com bons indivíduos, a partir de um melhor tratamento das estruturas presentes na população de pais. A característica auxiliar desse algoritmo possibilita a sua incorporação em diferentes algoritmos evolutivos, inclusive aqueles com foco em problemas com múltiplos objetivos. Trabalhos recentes realizaram a adaptação do método de Fertilização In Vitro à abordagem multiobjetivo e propuseram as versões híbridas dos algoritmos IVF/NSGA-II (SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2017) e IVF/GDE3 (SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2019).

Em problemas *many-objective* (com mais de três objetivos), a exploração e a intensificação da fronteira de Pareto se tornam especialmente desafiadoras devido à complexidade crescente e à dimensionalidade do espaço de objetivos. Esta dificuldade é amplamente reconhecida na literatura recente, com vários autores destacando as características desses desafios em contextos de alta dimensionalidade de objetivos (JAIMES; COELLO, 2015) (ZAPOTECAS-MARTÍNEZ et al., 2023) (DEB et al., 2023) (SATO; ISHIBUCHI, 2023). Diferentes abordagens foram propostas para melhorar a convergência de soluções para a fronteira de Pareto em problemas *many-objective*: Redução da dimensionalidade dos objetivos (*Dimensionality reduction of objectives*); Abordagem relaxada baseada em dominância (*Relaxed dominance-based approach*); Abordagem baseada em indicadores (*Indicator-based approach*); Abordagem baseada em decomposição (*Decomposition-based approach*); e Pesquisa em duas etapas (*Two-staged search*) (SATO; ISHIBUCHI, 2023).

A presente tese propõe a expansão do *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* (IVF) para tratar especificamente problemas de otimização *many-objective*, onde existem mais de três objetivos a serem considerados simultaneamente. Esta proposta de algoritmo auxiliar *many-objective* visa mitigar limitações observadas em algoritmos evolucionários tradicionais, que frequentemente enfrentam dificuldades em manter uma diversidade adequada de soluções e em convergir e diversificar soluções sobre a fronteira de Pareto em cenários com alta dimensionalidade de objetivos (GU; XU; LI, 2022). A problemática central que este trabalho busca tratar é, portanto, a necessidade de um algoritmo que não apenas identifique soluções de alta qualidade em contextos complexos de múltiplos objetivos, mas que também promova uma exploração eficaz do espaço de busca mantendo uma convergência e diversidade eficientes.

A escolha da abordagem *Two-Stage Search* para este estudo é fundamentada na sua capacidade de lidar de forma sequencial com os desafios de convergência e diversidade de soluções (SATO; ISHIBUCHI, 2023), assim como os Algoritmos Meméticos, com uma estrutura de busca global e uma busca local auxiliar (NERI; COTTA, 2012). Esta metodologia permite a alternância entre o aprimoramento da convergência das soluções em direção à fronteira de Pareto, seguido por uma segunda fase que prioriza a expansão e diversificação das soluções ao longo dessa fronteira. Este método se mostra particularmente vantajoso em problemas *many-objective*, onde o equilíbrio entre convergência e diversidade se torna mais crítico e desafiador devido ao aumento do número de objetivos.

Os desafios relacionados à convergência e qualidade das soluções em problemas multi e *many-objective* são significativos e têm direcionado a escolha desta proposta. Em problemas com muitos objetivos, a complexidade de manter a qualidade das soluções aumenta exponencialmente devido ao crescente número de *trade-offs* entre os objetivos conflitantes. A convergência para soluções de alta qualidade é dificultada pela extensa fronteira de Pareto, que requer métodos mais sofisticados para sua identificação e exploração eficaz. Estes desafios foram essenciais para fundamentar a proposta do trabalho, que visa desenvolver um algoritmo auxiliar que não apenas aborde estes problemas com eficácia, mas também ofereça uma metodologia robusta para a otimização em cenários de alta dimensionalidade.

Entre os diferentes algoritmos evolutivos *many-objective*, o algoritmo NSGA-III, amplamente citado na literatura MOEA, é um método capaz de resolver problemas de otimização em grande escala com requisitos computacionais aceitáveis (YI et al., 2020). Além da sua capacidade de lidar com problemas *many-objective* com baixo requisito computacional, a seleção do NSGA-III como base para este trabalho decorre do fato deste algoritmo apresentar uma falta de manutenção da diversidade de soluções em espaços de objetivo com alta dimensionalidade (GU; XU; LI, 2022), o que o torna uma escolha ideal para ser expandido com o método auxiliar *In Vitro Fertilization*. A integração do IVF ao NSGA-III visa melhorar ainda mais a capacidade do algoritmo de explorar o espaço de soluções de forma mais efetiva, utilizando a metodologia de fertilização *in vitro* e a busca guiada por balizas para enriquecer a população com candidatos de alta qualidade, proporcionando assim um avanço competitivo na otimização *many-objective*.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver uma metaheurística evolucionária *many-objective* (IVF/NSGA-III) baseada na estratégia de Busca Guiada por Balizas e na Fertilização *In Vitro* acoplada ao algoritmo NSGA-III (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm III*).

Neste sentido, e em sequência aos trabalhos de [Sampaio e Camilo-Junior \(2017\)](#) (IVF/NSGA-II) e [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#) (IVF/GDE3), os objetivos específicos desta pesquisa são:

1. Definir um conjunto de procedimentos para a adaptação do método de Fertilização In Vitro para o tratamento de problemas *many-objective*, adotando a busca guiada por balizas, com fatores de escala adaptativos e uso de estado estacionário;
2. Acoplar esta adaptação ao algoritmo evolucionário *many-objective* NSGA-III, com o uso da abordagem *Two-staged search* (IVF/NSGA-III);
3. Avaliar o desempenho da contribuição desta hibridização IVF/NSGA-III com base em *benchmarks many-objective*.
4. Comparar os resultados do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III com resultados de seu algoritmo anfitrião canônico NSGA-III e outros algoritmos *many-objective*.

## 1.2 Organização do Trabalho

Na continuação deste trabalho, no Capítulo 2, é apresentada a fundamentação teórica que serve de alicerce para este estudo, abrangendo os principais conceitos e teorias que norteiam essa pesquisa.

O Capítulo 3, apresenta as propostas deste trabalho, incluindo a adaptação do método de Fertilização In Vitro para problemas *many-objective*. Esta adaptação é explorada sob duas perspectivas principais: a Abordagem Baseada em Decomposição e a Pesquisa em Duas Etapas, juntamente com a implementação da estratégia de busca guiada por balizas. Neste capítulo, são descritos os detalhes desta proposta, incorporando melhorias como a otimização do gatilho de execução baseado em um limite de avaliações, a adoção de uma estratégia de coleta focada em nichos de pior desempenho (ou pior cobertura), e a seleção de “mães” nas proximidades (vizinhança) desses nichos alvo. Além disso, discute-se a integração de um paradigma adaptativo da Evolução Diferencial na busca guiada por balizas, especificamente ajustada à metodologia In Vitro, e seu subsequente acoplamento com o Algoritmo Evolucionário *Many-Objective* NSGA-III.

O Capítulo 4 descreve os experimentos realizados, *benchmarks*, parâmetros dos algoritmos, indicadores utilizados e seus resultados.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões dos experimentos, as contribuições da pesquisa ao campo da otimização evolutiva *many-objective*, reconhecendo as limitações enfrentadas e propondo caminhos para a continuação desta linha de investigação em trabalhos futuros.

## Fundamentação Teórica e Trabalhos Relacionados

### 2.1 Otimização *multi* e *many-objective*

De acordo com Deb (2001), um problema de otimização multiobjetivo (“multi-objective optimization problem”, MOOP) lida com mais de uma função objetivo simultaneamente. Nos problemas reais práticos, como no planejamento urbano, design de engenharia e gestão de recursos, são bastante comuns os problemas com múltiplos objetivos. Por exemplo, no design de um automóvel, engenheiros podem precisar otimizar simultaneamente a segurança, eficiência de combustível e custo de produção. Da mesma forma, na gestão de recursos hídricos, decisões devem equilibrar a distribuição eficiente de água, sustentabilidade ambiental e custos operacionais. Além de múltiplas funções objetivo que devem ser maximizadas ou minimizadas, um problema de otimização multiobjetivo geralmente também possui restrições que suas soluções viáveis devem satisfazer.

Ainda segundo Deb (2001), um problema de otimização multiobjetivo, com  $M$  objetivos pode ser descrito como indicado na equação 2-1.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize/Maximize : } f_m(x), & m = 1, 2, \dots, M; \\
 & \text{sujeito a : } g_j(x) \geq 0, & j = 1, 2, \dots, J; \\
 & h_k(x) = 0, & k = 1, 2, \dots, K; \\
 & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, & i = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

Em que uma solução  $x$  é um vetor de  $n$  variáveis de decisão, restritas a um valor mínimo  $x_i^{(L)}$  e um valor máximo  $x_i^{(U)}$ , intervalo definido como espaço de variáveis de decisão  $D$ . Há  $M$  funções objetivo as quais se deseja minimizar ou maximizar. Contendo ainda um conjunto com  $J$  restrições de desigualdade e  $K$  restrições de igualdade (funções de restrição  $g_j(x)$  e  $h_k(x)$ ).

Ainda segundo Deb (2001), o princípio da dualidade, no contexto da otimização, sugere que podemos converter um problema de maximização em um problema de mini-

mização multiplicando a função objetivo por  $-1$ , o que facilita muito a tarefa de lidar com tipos mistos de objetivos.

Em geral, de acordo com [Ishibuchi et al. \(2020\)](#), os problemas multiobjetivos não possuem uma solução única ótima, pois os objetivos são conflitantes entre si. Os problemas multiobjetivos possuem um conjunto de soluções que são vistas como tendo a mesma otimalidade denominada “Pareto ótima”.

Na otimização multiobjetivo, as soluções são comparadas com base no critério de dominância de Pareto, em que uma solução  $a$  é considerada “dominada” por outra solução  $b$  quando a seguinte relação é válida:  $f_i(b) \geq f_i(a)$  para  $i = 1, 2, \dots, m$  e  $f_j(b) > f_j(a)$  para pelo menos um  $j$ . Quando uma solução  $a$  não é dominada por nenhuma outra solução,  $a$  é considerada uma solução “Pareto ótima”. E o conjunto de soluções Pareto ótimas, no espaço de objetivos, é denominado “fronteira de Pareto”, que também expõe a relação de conflito e de troca entre os  $m$  objetivos do problema em questão ([ISHIBUCHI et al., 2020](#)).

[Deb et al. \(2002\)](#) cita que a presença de múltiplos objetivos em um problema, em princípio, dá origem a esse conjunto de soluções ótimas (amplamente conhecidas como Conjunto Pareto-ótimo), em vez de uma única solução ótima. Ainda segundo [Deb et al. \(2002\)](#), na ausência de mais informações, nenhuma dessas soluções do Conjunto Pareto-ótimo pode ser considerada melhor do que as outras. Isso requer que sejam encontradas quantas soluções Pareto-ótimas seja possível.

[Kukkonen e Lampinen \(2006\)](#) destacam que muitos problemas práticos possuem múltiplos objetivos, e vários aspectos podem causar múltiplas restrições aos problemas. Como exemplo, os autores citam que os problemas de design mecânico tem vários objetivos, como o “desempenho obtido” e os “custos de fabricação” e, além disso, os recursos disponíveis podem causar limitações. Ainda segundo esses autores, as restrições podem ser divididas em restrições de limites e funções de restrição. As restrições de limite são usadas quando o valor de uma variável de decisão é limitado a algum alcance e as funções de restrição representam restrições mais complicadas, que são expressas como funções.

[Zhang et al. \(2008\)](#) também destaca que a otimização para múltiplos objetivos conflitantes resulta em mais de uma solução ótima, gerando o conjunto de soluções conhecidas como soluções Pareto-ótimas. Embora uma dessas soluções seja escolhida eventualmente, a tendência recente nos estudos de otimização multiobjetivo evolutiva tem se concentrado em encontrar soluções o mais próximas da frente de Pareto. Esse conjunto de soluções pode fornecer uma boa visão das diferentes regiões de compensação, sobre a fronteira resultante, ajudando assim uma tomada de decisão melhor e mais confiável.

Segundo [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), várias são as técnicas aplicadas em problemas de otimização, mas, no entanto, poucas alcançam desempenho satisfatório

quando o problema é complexo, como, por exemplo, problemas multimodais ou multi-objetivos.

Em seu trabalho, [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#) apresentam o In Vitro Fertilization Genetic Algorithm, que pode também ser utilizado como um algoritmo auxiliar paralelo (AAP), contribuindo para a identificação de bons indivíduos, obtidos por meio de um melhor tratamento das estruturas presentes nas populações de pais.

[Freitas et al. \(2015\)](#) cita que é recorrente a dificuldade em se proporcionar aos algoritmos evolucionários uma maior capacidade de convergência e de exploração do espaço de busca, e, nesse aspecto, destaca a relevância do In Vitro Fertilization Genetic Algorithm.

De acordo com [Ishibuchi et al. \(2020\)](#), um grande número de algoritmos de otimização multiobjetivo evolutiva tem sido proposto na literatura, e a otimização “*many-objective*” tem sido um tema relevante na última década na comunidade de otimização evolucionária multiobjetivo.

Esses algoritmos geralmente são categorizados em três classes com base em seus mecanismos de avaliação de aptidão: (i) algoritmos EMO baseados em dominância de Pareto, (ii) baseados em indicadores e (iii) baseados em decomposição ([ISHIBUCHI et al., 2020](#)).

Outra classificação também cita diferentes abordagens propostas para melhorar a convergência de soluções para a fronteira de Pareto em problemas *many-objective*: Redução da dimensionalidade dos objetivos (*Dimensionality reduction of objectives*); Abordagem relaxada baseada em dominância (*Relaxed dominance-based approach*); Abordagem baseada em indicadores (*Indicator-based approach*); Abordagem baseada em decomposição (*Decomposition-based approach*); e Pesquisa em duas etapas (*Two-staged search*). ([SATO; ISHIBUCHI, 2023](#))

## 2.2 Indicadores de qualidade em otimização Multiobjetivo

### 2.2.1 Hipervolume

Para a avaliação do desempenho de algoritmos evolucionários multi e *many-objective*, é necessária a consideração de dois aspectos: a convergência para a fronteira ótima de Pareto e a manutenção de um conjunto de soluções bem distribuídas sobre o conjunto de aproximação.

O indicador de desempenho Hipervolume (HV) ([ZITZLER; THIELE, 1999](#)) é uma das métricas mais usadas e citadas na literatura MOEA ([RIQUELME; LÜCKEN; BARAN, 2015](#)). O Hipervolume também é conhecido como métrica S ou métrica de

*hiperarea*. Ele mede o tamanho do espaço objetivo dominado (coberto) por um conjunto de aproximações. Para calcular esta região dominada, esse indicador requer um ponto de referência. Entretanto, alguns autores citam que há um elevado custo computacional para o cálculo do Hipervolume, com o aumento da quantidade de objetivos do problema analisado.

### 2.2.2 Distância Geracional Invertida

Outra métrica amplamente utilizada, com menor custo computacional para um número maior de objetivos é o IGD. Seja  $S$  uma aproximação do conjunto de Pareto e  $P$  um conjunto de pontos uniformemente distribuídos do conjunto de Pareto, seja  $\delta(x, y)$  a distância euclidiana dos pontos  $x$  e  $y$  no espaço objetivo, a métrica de distância geracional inversa (IGD) (COELLO; SIERRA, 2004) é definida na Equação 2-2.

$$IGD(S, P) = \frac{1}{|P|} \sum_{x \in P} \min_{y \in S} \delta(x, y) \quad (2-2)$$

Caso alguns pontos do conjunto  $P$  não sejam cobertos pela aproximação do conjunto Pareto, este conjunto será penalizado.

Por esta razão, uma maior aproximação, uniformemente distribuída, com melhor cobertura dos pontos utilizados para a representação da fronteira de Pareto contribuirá para a obtenção de melhores valores para o IGD.

## 2.3 Algoritmo *many-objective* NSGA-III

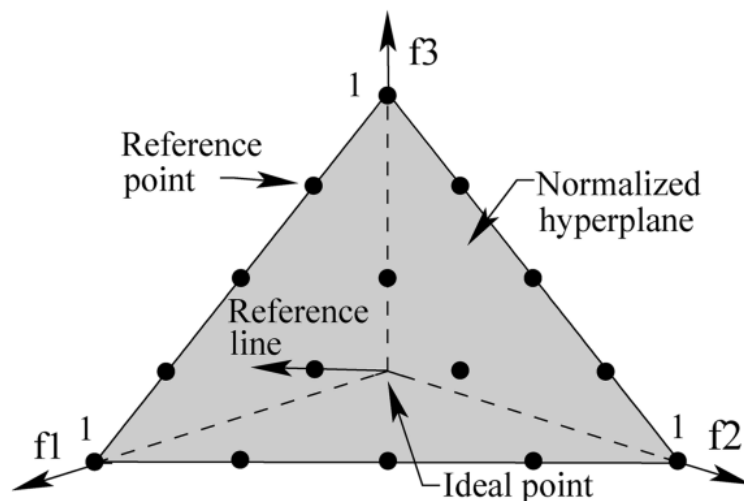
Cruz-Reyes et al. (2015) destaca que a otimização *many-objective* tem atraído cada vez mais atenção na comunidade Evolutionary Multi-objective Optimization (EMO), principalmente sob dois aspectos: os problemas de otimização envolvendo um grande número de objetivos aparecem em muitas aplicações do mundo real. E “os algoritmos evolucionários multiobjetivo encontraram grandes dificuldades na otimização de muitos objetivos, porque quase todas as soluções em cada população se tornam não-dominadas quando o número de objetivos é aumentado, o que levaria à perda severa da pressão seletiva para guiar a população em direção à frente de Pareto-ótimo”.

Uma abordagem para se preservar a diversidade das soluções é a utilização de pontos de referência predefinidos abrangendo toda a frente Pareto-ótima para auxiliar as soluções em direção a locais específicos (IBRAHIM et al., 2016).

O NSGA-III (DEB; JAIN, 2014) é um algoritmo de otimização *many-objective* baseado em decomposição, em que, além do rank de não dominância, sua população é guiada por um conjunto de pontos de referência estruturados predefinidos, com o intuito de manter a diversidade de soluções sobre uma superfície de aproximação.

Devido ao seu poder de guiar soluções para qualquer direção predefinida, o NSGA-III vem ganhando mais aceitação na resolução de problemas de otimização multi-objetivos do mundo real (IBRAHIM et al., 2016).

Semelhante ao processo utilizado no NSGA-II, que ordena a população com base no rank de não-dominância e em seguida com base no distanciamento de aglomerações, no NSGA-III o processo é semelhante, porém, a manutenção da diversidade é realizada não com base em distância de aglomerações, mas baseado na proximidade de pontos e linhas de referência. O espaço de objetivos é dividido homoganeamente por um conjunto de pontos, pelos quais podem ser traçadas linhas a partir da origem. Em Deb e Jain (2014) os autores usaram a função de Das e Dennis (DAS; DENNIS, 1998) para gerar esses pontos de referência. Blank et al. (2021) apresentam outro método também utilizado para a criação de pontos de referência. A Figura 2.1 apresenta um exemplo da disposição de pontos e linhas de referência sobre um hiperplano normalizado, do artigo Deb e Jain (2014).

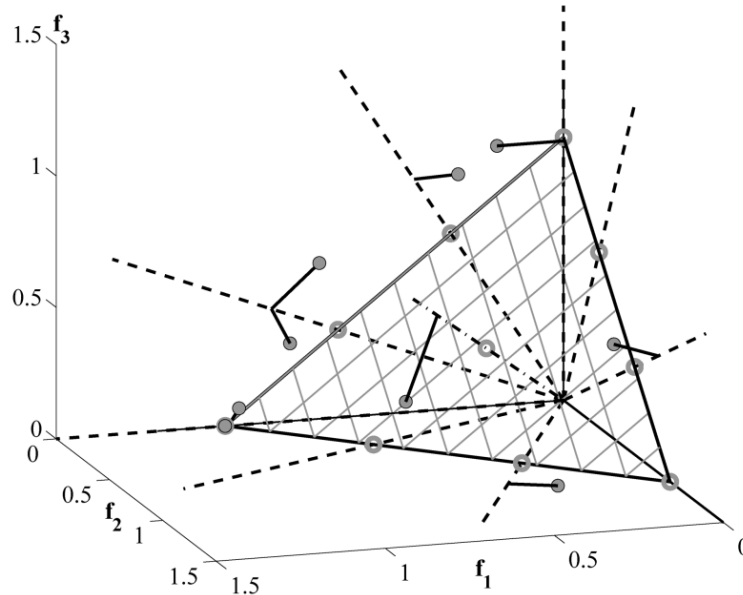


**Figura 2.1:** Figura de Deb e Jain (2014) indicando como 15 pontos de referência podem ser dispostos em um hiperplano normalizado e por meio dos quais são traçadas linhas de referência a partir da origem, que interceptam a superfície de aproximação e servirão de guias para a manutenção da diversidade das soluções.

Fonte: Deb e Jain (2014)

Segundo Deb e Jain (2014), a estrutura básica do NSGA-III (também chamado pelo autor como “many-objective NSGA-II”) é semelhante ao NSGA-II original, com mudanças significativas em seu operador de seleção. Enquanto que no NSGA-II os autores usavam o distanciamento de aglomerações para a manutenção da diversidade, no NSGA-III a manutenção da diversidade entre membros da população é auxiliada por uma série de pontos de referência, que são posicionados dinamicamente, com base na população, e com base no espaço normalizado dos objetivos.

A Figura 2.2, de [Deb e Jain \(2014\)](#), indica como os indivíduos de uma população do NSGA-III são associados a essas linhas de referência, com base na menor distância perpendicular entre cada solução e cada linha de referência mais próxima.



**Figura 2.2:** Figura de [Deb e Jain \(2014\)](#) indicando como soluções são associadas às linhas de referência, com base nas menores distâncias perpendiculares.  
Fonte: [Deb e Jain \(2014\)](#)

## 2.4 Algoritmos Meméticos e Hibridismo

Conforme citado por [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#), o hibridismo em algoritmos evolucionários refere-se à combinação das boas características de diferentes técnicas para a obtenção de melhores resultados do que se tinha com cada técnica isoladamente. Estes algoritmos híbridos também são frequentemente chamados de algoritmos meméticos ([MOSCATO; COTTA, 2003, 2010](#)).

[Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#) destacam que o hibridismo costuma ser utilizado por pesquisadores da Computação Evolucionária para a obtenção de um melhor desempenho ao se lidar com problemas reais .

Componentes da Evolução Diferencial de objetivo único têm sido utilizados em diferentes trabalhos, em que são combinados aos componentes de outras meta-heurísticas, como otimização por enxame de partículas (PSO), algoritmos genéticos (GA), colônia de abelhas (ABC), para que esses algoritmos híbridos se beneficiem da sinergia de tais combinações ([DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016](#)).

[Sato e Ishibuchi \(2023\)](#) destacam que estudos recentes sobre métodos *multi e many-objective* têm dado ênfase à velocidade de convergência do processo de busca

para a fronteira de Pareto, bem como à necessidade sobre a diversidade de soluções (convergência e diversificação). Além disso, citam uma das abordagens utilizadas na otimização *many-objective* denominada como “Two-staged search”, ou “Pesquisa em duas etapas”.

Com relação à hibridização em otimização multiobjetivo, o método de busca local foi implementado pela primeira vez, no algoritmo MOGLS (*Multiobjective Genetic Local Search*), em [Ishibuchi e Murata \(1996\)](#) e [Ishibuchi e Murata \(1998\)](#).

[Ishibuchi, Yoshida e Murata \(2003\)](#), em seu trabalho “*Balance between genetic search and local search in memetic algorithms for multiobjective permutation flowshop scheduling*”, fizeram uso do hibridismo com busca local em algoritmos evolutivos multiobjetivo e seus resultados indicaram que esta é uma abordagem promissora para melhorar a velocidade de convergência da busca.

Da mesma forma, em diferentes trabalhos de hibridismo com o uso do algoritmo NSGA-II, o uso do elitismo tem sido uma importante característica para algoritmos evolutivos multiobjetivo, contribuindo para uma maior velocidade de convergência.

Outros trabalhos recentes, como [Sampaio e Camilo-Junior \(2017\)](#) e [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#) também sugerem que algoritmos meméticos, combinando algoritmos evolutivos e outras técnicas de pesquisa local, bem como com o uso de elitismo, como os recursos fornecidos pelo método de Fertilização In Vitro (Seção 2.5), podem ser implementados para se manter um equilíbrio entre a exploração e a diversificação das soluções no espaço de busca, além de contribuírem para a melhoria da velocidade de convergência de algoritmos evolutivos multiobjetivo.

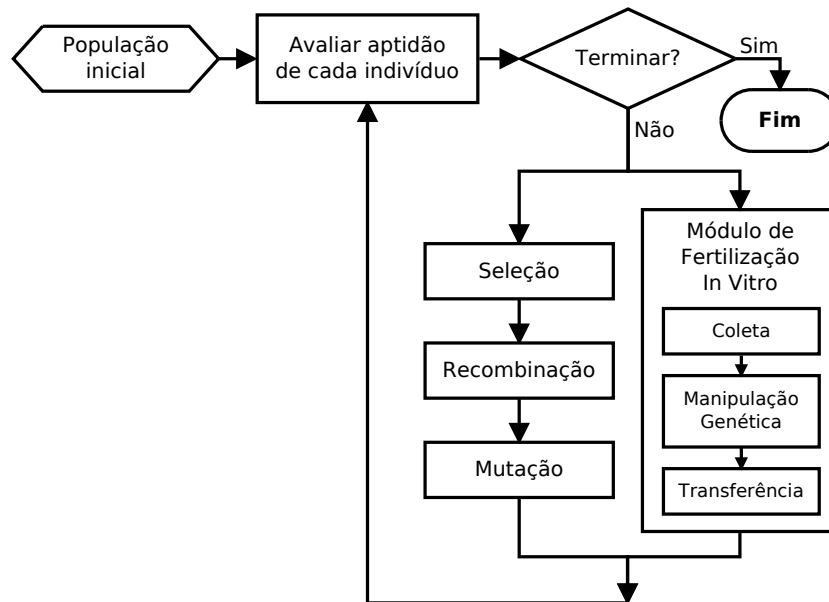
## 2.5 Método de Fertilização In Vitro

O Algoritmo Genético de Fertilização In Vitro (IVF/GA) foi proposto por [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), com a hibridização do Algoritmo Genético e seu acoplamento com o método de Fertilização In Vitro, um algoritmo auxiliar com fluxo paralelo, contribuindo para a manutenção da convergência e exploração no espaço de busca.

De acordo com [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), o módulo de Fertilização In Vitro recombina cromossomos de parte da população do Algoritmo Genético para minerar informações genéticas presentes em indivíduos. Com isso, visa identificar, usar e recombinar bom material genético (blocos de construção), simulando a geração de “bebês de proveta” geneticamente manipulados e avaliados no processo de Fertilização In Vitro.

Em [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), demonstrou-se que este algoritmo tem o potencial de ser acoplado a outros algoritmos evolutivos, uma vez que é modular e é executado em um fluxo paralelo ao “algoritmo anfitrião” (ou “algoritmo principal” ou

“*host algorithm*”) (Fig. 2.3) (SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2017). Esse acoplamento pode ser realizado antes do processo principal do algoritmo anfitrião, em alguma etapa interna durante esse processo principal, ou após o processo principal do algoritmo anfitrião. A Figura 2.3 apresenta as etapas do método de Fertilização In Vitro: Coleta, Manipulação Genética e Transferência.



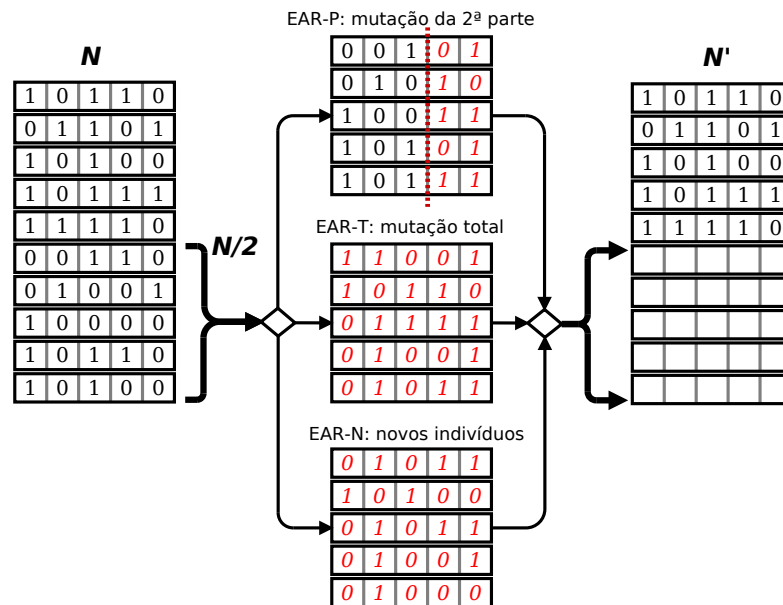
**Figura 2.3:** Fluxo resumido do método de Fertilização In Vitro  
Adaptado de Camilo-Junior e Yamanaka (2011)

De acordo com Sampaio e Camilo-Junior (2017), a etapa de coleta é a extração de parte da população (“tamanho da coleta”) que será submetida a manipulações genéticas para mineração de informações e a produção de novas soluções. Na etapa de coleta, um indivíduo é classificado como “Pai inicial” (doador), e os demais indivíduos são classificados como “Mães” (receptoras). A coleta pode seguir algum critério de acordo com a necessidade do operador, em que o “Pai inicial” pode ser o melhor indivíduo, ou ter outra característica mais adequada à abordagem que se pretende utilizar. Da mesma forma, as “mães” podem ser as melhores soluções da população, ou terem outra característica que contribua para a obtenção de material genético a ser utilizado na etapa seguinte, de manipulação genética.

A etapa seguinte, de manipulação genética, é dividida em dois estágios. O primeiro estágio submete a população coletada ao tratamento de operadores exploratórios, que pode alterar parte ou todo o material genético de parte da população coletada. Nesta etapa, o método de Fertilização In Vitro possui os seguintes operadores: AR, EAR-P, EAR-T e, finalmente, EAR-N (ver Fig. 2.4 e Tabela 2.1). Em seguida, a subpopulação resultante do primeiro estágio de manipulação genética é submetida à operação de recombinação genética, de acordo com a Fig. 2.5. Nesta etapa, serão geradas soluções

descendentes, que serão denominadas como “super-bebês”, ou “super indivíduos”, e que deverão ser avaliados pela função objetivo.

Neste processo, caso um super indivíduo seja superior ao “Pai corrente”, este super indivíduo substituirá o “Pai corrente” e um novo ciclo de recombinação com as soluções receptoras será realizado.

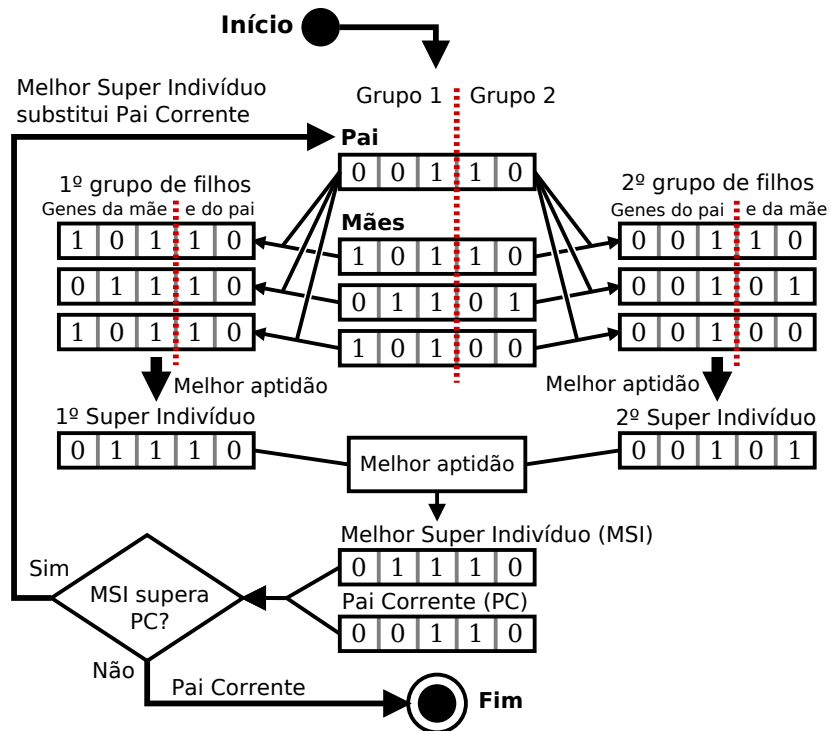


**Figura 2.4:** Exemplo do primeiro estágio da Manipulação Genética: operadores de exploração. O operador AR não participa esse estágio de exploração.

Adaptado de *Camilo-Junior e Yamanaka (2011)*

**Tabela 2.1:** Operadores de recombinação assistida do método de Fertilização In Vitro

Operador	Descrição
AR	Utiliza as informações dos indivíduos coletados, sem alterações genéticas. Fornece velocidade à operação.
EAR-N	Substitui a metade inferior das mães coletadas por novos indivíduos aleatórios. Estende a exploração no espaço de busca.
EAR-T	Muta todo o cromossomo de metade das mães coletadas (das mães com menores aptidões).
EAR-P	Muta parte do cromossomo de metade das mães coletadas (das mães com menores aptidões).
EAR-PA	Muta parte do cromossomo de alguns indivíduos de metade das mães coletadas (sorteia algumas mães com menores aptidões).



**Figura 2.5:** Exemplo do segundo estágio da Manipulação Genética: Recombinação Assistida

Fonte: Os autores (2019), adaptado de Camilo-Junior e Yamanaka (2011)

## 2.6 Trabalhos Correlatos

Os Algoritmos Evolucionários *Many-Objective* tiveram um rápido desenvolvimento sobre sua fundamentação teórica nos últimos anos, como pode ser verificado nos trabalhos Sato e Ishibuchi (2023), Deb et al. (2023), Ming, Gong e Wang (2022), Mittal et al. (2022), Jaimes e Coello (2015) entre outros.

Em relação aos Algoritmos Meméticos, Neri e Cotta (2012) destacam que estes são meta-heurísticas de base populacional formados por uma estrutura evolutiva global e um conjunto de algoritmos de busca local que podem ser utilizados dentro do ciclo de geração da estrutura evolutiva externa (global).

Uma definição sistemática inicial a respeito dos Algoritmos Meméticos foi apresentada em 1989 por Moscato et al. (1989). Dois anos depois, em Norman e Moscato (1991) foi apresentada a primeira implementação de que se tem notícia de um Algoritmo Memético, para o tratamento do Problema do Caixeiro Viajante (PCV ou TSP).

Ainda sobre esses algoritmos, os autores Neri e Cotta (2012) destacam que:

“Diferentemente de todos os algoritmos propostos na época, um Algoritmo Memético não era um algoritmo específico, mas era algo muito mais geral que um algoritmo de otimização: como os Algoritmos Meméticos consistem no conceito de combinar algoritmos de busca locais

e globais, eles representam uma classe ampla e flexível de algoritmos que de alguma forma continham o trabalho anterior sobre algoritmos evolutivos (EAs) e, portanto, constituíam uma nova filosofia em otimização. Provavelmente devido ao seu conteúdo excessivamente inovador, os Algoritmos Meméticos tiveram que enfrentar por cerca de uma década o ceticismo da comunidade científica que repetidamente rejeitou a abordagem memética como uma possibilidade valiosa na otimização.” (NERI; COTTA, 2012, tradução nossa)

Em 2011, no trabalho de [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), foi proposto o Algoritmo Genético de Fertilização In Vitro (IVF/GA). Este é um algoritmo auxiliar com fluxo paralelo, que visa contribuir para a manutenção da convergência e exploração no espaço de busca. Atuando de forma paralela ao fluxo do algoritmo principal, o módulo de Fertilização In Vitro recombina cromossomos de parte da população do Algoritmo Genético para minerar informações genéticas presentes em indivíduos.

Como demonstrado por [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), o algoritmo IVF tem o potencial de ser acoplado a outros algoritmos evolutivos, uma vez que é modular e é executado em um fluxo paralelo ao algoritmo anfitrião, conforme tratado na Seção 2.5. Essa característica modular possibilita sua utilização para a composição de novos algoritmos meméticos.

Com relação à abordagem multiobjetivo e algoritmos meméticos, em [Ishibuchi e Murata \(1998\)](#) os autores propuseram o algoritmo “*Multiobjective Genetic Local Search*” (MOGLS), que é o primeiro algoritmo memético multiobjetivo conhecido. Nos anos seguintes mais algoritmos meméticos multiobjetivo foram propostos, como o “*Memetic Pareto Archived Evolution Strategy*” (M-PAES) ([KNOWLES; CORNE, 2000](#)) em 2000, “NSGA-II with LS” ([DEB; GOEL, 2001](#)) em 2001, combinando o NSGA-II com busca local, e “Multi-objective memetic approach for flexible process sequencing problems” ([CHEN; CHEN, 2008](#)) de 2008, entre outros.

Em 2015 foi publicado o trabalho de [Freitas et al. \(2015\)](#) com uma abordagem utilizando o método de Fertilização In Vitro acoplado ao NSGA-II (NSGA-II In Vitro) para resolução do Problema do Próximo *Release* Multiobjetivo. Uma diferença entre o trabalho “NSGA-II In Vitro” com relação à proposta inicial de [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), para a abordagem multiobjetivo, foi a de que o processo de coleta dos melhores indivíduos precisou considerar outro critério de ordenação, uma vez que há mais de um objetivo a ser comparado. Assim, naquela abordagem multiobjetivo os melhores indivíduos eram coletados com base no *ranking* de não-dominância e no grau de espalhamento (“crowding distance”), enquanto que na etapa de Coleta do IVF/GA original a coleta era baseada apenas no *fitness* ou valor do único objetivo a ser intensificado.

Outra diferença entre o “NSGA-II In Vitro” e a proposta inicial “IVF/GA”, em que no processo de recombinação genética apenas o melhor filho substituiria o pai

corrente, em [Freitas et al. \(2015\)](#) todos os filhos que superassem o pai corrente seriam recombinados com as mães coletadas e gerariam descendentes.

Por fim, ainda em relação ao trabalho de [Freitas et al. \(2015\)](#), na etapa de transferência todos os indivíduos gerados no processo de Fertilização In Vitro eram transferidos para a população corrente, “restando ao processo particular de ordenação do NSGA-II selecionar as melhores soluções”. Na proposta inicial, de [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), a etapa de transferência possibilita que o operador defina quantos super indivíduos devem ser transferidos.

Em 2017 foi publicada uma outra abordagem para o acoplamento do método de Fertilização In Vitro ao NSGA-II (IVF/NSGA-II) ([SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2017](#)). Diferente da versão “NSGA-II In Vitro”, no “IVF/NSGA-II” apenas o melhor filho substituía o pai corrente. O *benchmark* ZDT foi utilizado para comparação entre o IVF/NSGA-II e o NSGA-II. Os resultados indicaram que o método de fertilização In Vitro contribuiu para a melhoria do NSGA-II e que o IVF/NSGA-II superou significativamente o NSGA-II canônico nos problemas ZDT4, ZDT5 e ZDT6.

Em 2019, no trabalho de [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#) (IVF/GDE3) os autores usaram uma nova abordagem para a coleta do pai corrente inicial, em comparação com a coleta utilizada nos trabalhos “NSGA-II In Vitro” e “IVF/NSGA-II”. Nas primeiras versões, com NSGA-II, baseadas em “ranking” e “crowding distance”, o pai corrente inicial era uma solução de uma das extremidades da frente de Pareto, uma vez que as extremidades possuem “rank” zero e “crowding distance” infinito. Já no IVF/GDE3 o pai corrente inicial passou a ser o indivíduo da posição “Número de objetivos + 1”. Assim, as soluções das extremidades da frente de Pareto, além de outras soluções mais bem avaliadas nos critérios de “ranking” e “crowding distance”, até o limite definido no tamanho da coleta, eram classificadas como “mães coletadas”.

Essas melhorias identificadas em [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#) foram adotadas na abordagem de [Sampaio e Camilo-Junior \(2017\)](#) e utilizadas em um novo trabalho em 2019 ([SAMPAIO; DANTAS; CAMILO-JUNIOR, 2019](#)) com uma nova versão do IVF/NSGA-II. Este último trabalho tratava de um problema com representação combinatorial, variante do Problema do Caixeiro Viajante multiobjetivo e com múltiplas restrições.

Como resultado desta pesquisa, em 2023, a primeira versão do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III ([SAMPAIO; DANTAS; CAMILO-JUNIOR, 2023](#)) foi apresentada no “IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)”, com foco na otimização *many-objective*. Esta versão introduziu inovações em métodos de coleta, manipulação genética e transferência, aspectos que serão detalhadamente explorados no Capítulo 3 deste trabalho.

## 2.7 Competição GECCO 2022 e Avanços em Algoritmos de Objetivo Único com Implicações para Métodos mais Complexos como Algoritmos Multiobjetivo

No programa de competições do GECCO 2022 foi incluída a “Competition on Real Parameter Single Objective Bound Constrained Optimization”. Na descrição dos objetivos desta competição, os autores indicam que pretendem “avaliar o estado da arte atual em otimização numérica de objetivo único com restrições limitadas com um número maior de avaliações de funções máximas”. “Melhorias algorítmicas dependem em parte do *feedback* de testes conduzidos com funções de *benchmark* de objetivo único, que são os blocos de construção elementares para tarefas mais complexas, como problemas dinâmicos, de *niching*, composição e computacionalmente caros”.

Os organizadores da Seção Especial CEC’22, sobre Otimização de Parâmetros Reais, defendem que funções cada vez mais desafiadoras devem ser desenvolvidas, à medida em que os algoritmos também são melhorados, e que essa interação entre métodos e problemas impulsiona o progresso.

No *Technical Report* “Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2022 Special Session and Competition on Single Objective Bound Constrained Numerical Optimization”, de dezembro de 2021, os autores também destacam a importância da pesquisa sobre algoritmos de otimização de objetivo único, enfatizando que estes são a base sobre a qual métodos mais complexos, como algoritmos de otimização multiobjetivo, de nichos e restritos, são construídos. E concluem indicando que melhorias realizadas sobre os algoritmos de otimização de objetivo único são importantes porque podem afetar outros domínios também, como, por exemplo, contribuir para a solução de problemas enfrentados em outros métodos mais complexos, como algoritmos de otimização multiobjetivo, de nichos e restritos, citados anteriormente.

Por fim, segundo [Ishibuchi et al. \(2020\)](#), em algoritmos baseados em Decomposição, como MOEA/D e NSGA-III, um problema multiobjetivo é decomposto em vários problemas de objetivo único. Cada problema de objetivo único tem a mesma função escalar e um vetor de peso diferente. Uma única solução é atribuída a cada problema de objetivo único. Todos os problemas de objetivo único são otimizados de forma cooperativa para diferentes direções no espaço objetivo ao longo dos vetores de peso.

Estas observações não apenas realçam a importância de se continuar a pesquisa e o desenvolvimento em algoritmos de otimização de objetivo único mas também sugerem uma rota promissora para avanços em otimização multi e *many-objective* a partir de evoluções em algoritmos de objetivo único, como é o caso desta tese que é inspirada no IVF/GA.

---

## IVF/NSGA-III com Busca Guiada por Balizas

---

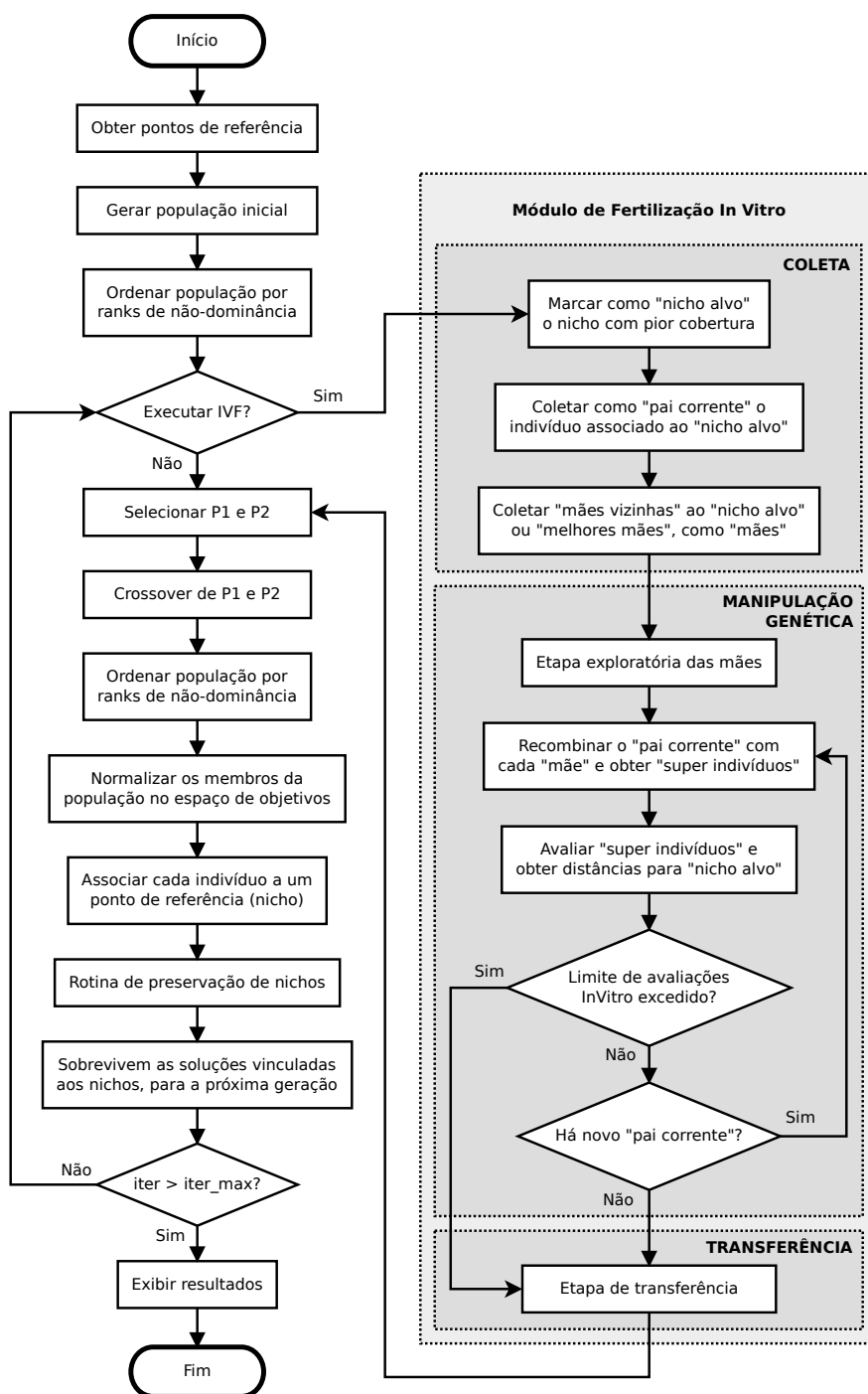
Este capítulo apresenta uma série de contribuições ao método de Fertilização In Vitro, com o objetivo de aprimorar sua aplicabilidade em contextos de otimização *many-objective*. A proposta desta pesquisa envolve a implementação de uma nova estratégia de coleta, focada na seleção de um “nicho alvo”, com base na Abordagem de Decomposição *many-objective*, que utiliza linhas de referência para definir nichos e vizinhanças. Esta abordagem busca não somente melhorar a seleção de soluções candidatas, mas também ampliar a capacidade de explorar o espaço de soluções de forma mais eficiente, enfrentando os desafios próprios de problemas com múltiplos objetivos. Detalhes sobre o uso de nichos alvo e sua aplicação prática serão discutidos nas seções subsequentes deste capítulo.

Associada a essa estratégia de coleta, na etapa de Manipulação Genética foi incorporada uma metodologia de busca guiada por balizas. Neste método, as soluções selecionadas, denominadas “mães”, atuam como referências para orientar a criação de novas soluções descendentes que se aproximem do nicho alvo de maneira mais precisa.

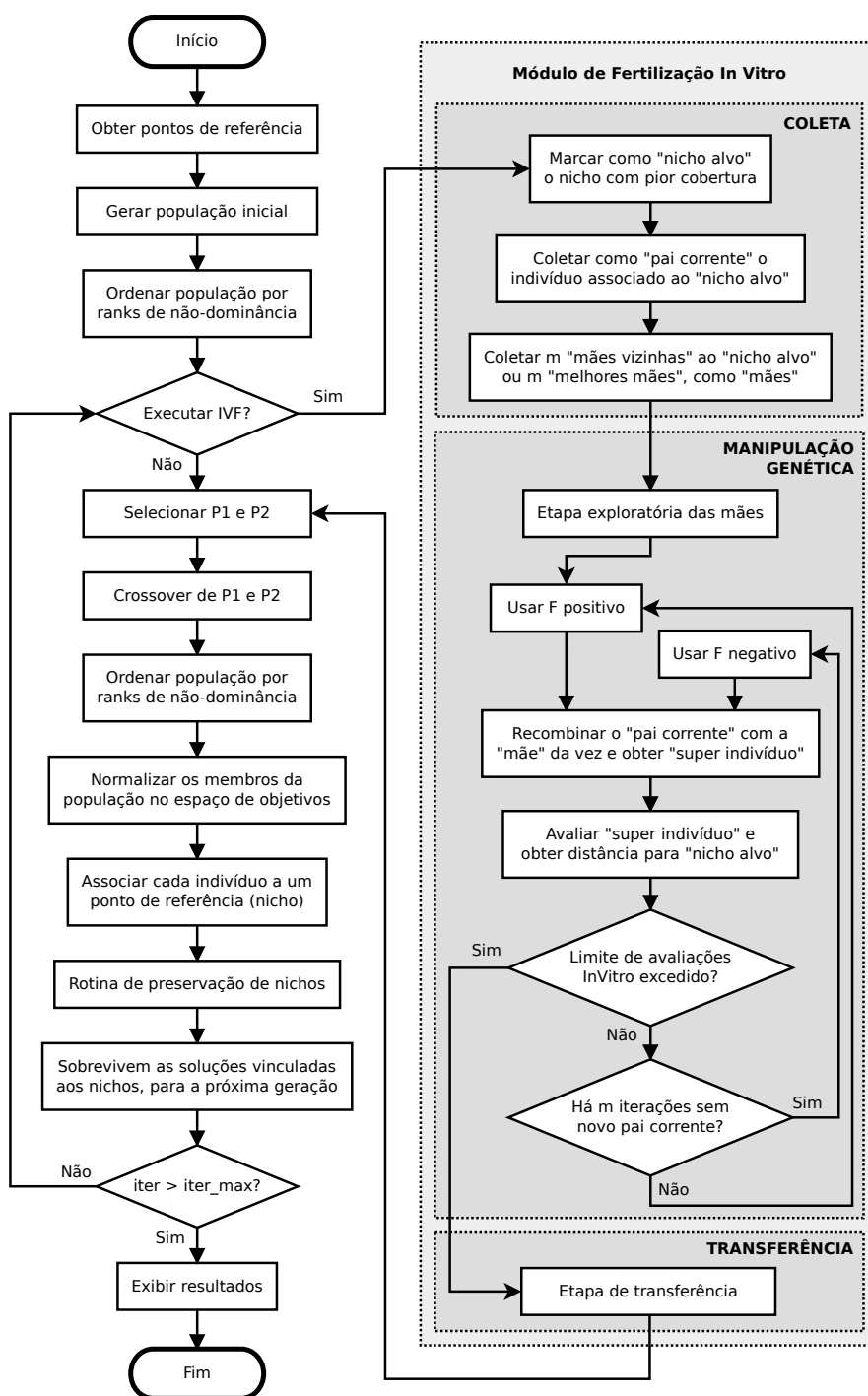
Essa técnica propõe uma exploração do espaço de soluções mais direcionada e eficaz, o que é fundamental na busca por soluções que aprimorem a diversidade de resultados sobre a frente de Pareto. Além disso, a estratégia de busca guiada por balizas adota uma abordagem elitista da Evolução Diferencial (“DE/best-to-current/0”). Esta decisão busca assegurar que a geração de novos descendentes seja sempre voltada para a melhoria constante, intensificando a busca por soluções melhores em relação ao nicho alvo. E, por fim, essa abordagem inclui, para a etapa da Transferência, o uso do mesmo operador de ordenação utilizado pelo algoritmo *host*, para a manutenção da população ordenada de acordo com a estratégia deste mesmo algoritmo.

As Figuras 3.1 e 3.2 apresentam diagramas desta proposta de hibridismo, com o método de Fertilização In Vitro adaptado à abordagem *many-objective*, utilizando busca guiada por balizas, sem *Steady State* e com *Steady State*, respectivamente, e acoplados ao algoritmo evolucionário *many-objective* NSGA-III (IVF/NSGA-III). Detalhes adicionais sobre os componentes específicos, incluindo o operador de evolução diferencial e o fator de escala “F”, são providenciados na seção subsequente deste capítulo.

Os detalhes e fundamentações dessas melhorias, incluindo a análise sobre a implementação e a aplicação do fator de escala adaptativo "F" exibido nas figuras 3.1 e 3.2, serão explorados nas Seções a seguir. Este trabalho contribui para o avanço na otimização *many-objective*, oferecendo novas perspectivas para a resolução de problemas complexos que são comuns em várias áreas de pesquisa e prática.



**Figura 3.1:** Diagrama resumido do acoplamento do método de Fertilização In Vitro *many-objective*, sem Steady State, ao algoritmo *many-objective* NSGA-III: IVF/NSGA-III



**Figura 3.2:** Diagrama resumido do acoplamento do método de Fertilização In Vitro many-objective, com Steady State, ao algoritmo many-objective NSGA-III: IVF/NSGA-III

### 3.1 Busca Guiada por Balizas

A busca guiada por balizas constitui uma metodologia dentro do paradigma de otimização, incorporando conceitos inovadores provenientes do método de Fertilização In Vitro (IVF) e da Evolução Diferencial (DE). Essa abordagem visa aprimorar a eficiência e a eficácia do processo de busca ao orientar a geração de descendentes em direção a objetivos específicos, utilizando-se de soluções denominadas balizas. Estas balizas atuam como pontos de referência estratégicos, guiando a navegação do espaço de busca e promovendo uma aproximação mais efetiva aos nichos alvo.

No contexto da adaptação do IVF para abordagens *many-objective*, a seleção de balizas (“pai corrente inicial” e “mães”) é realizada com base em critérios cuidadosamente definidos, como a proximidade aos nichos de interesse ou a representatividade dentro do espaço de soluções. Através da utilização do operador de evolução diferencial “DE/best-to-current/0”, combinado com um fator de escala “F” autoadaptável, e de recursos de inversão de sentido da busca, assim como a adoção da estratégia *Steady State* nos ciclos internos In Vitro, essa estratégia permite um posicionamento mais preciso dos descendentes, favorecendo tanto a intensificação da cobertura dos nichos selecionados quanto a exploração de novas regiões do espaço de busca.

Essencialmente, a busca guiada por balizas refina e expande a abordagem tradicional do IVF, adaptando-a para enfrentar os desafios intrínsecos aos problemas *many-objective*. Ao integrar essa técnica, a metodologia proposta oferece um mecanismo robusto e flexível para as etapas de coleta e de manipulação genética, que se ajusta dinamicamente às demandas do processo de otimização. Tal abordagem representa um avanço na busca por soluções de alta qualidade, contribuindo para novos *insights* no campo da otimização evolutiva.

Apenas como ilustração, a busca guiada por balizas reflete técnicas de balizamento náutico e uso de sensores de distância, onde balizas demarcam rotas e alertam sobre perigos. Semelhante aos sensores que orientam veículos diversos (náuticos, terrestres, aéreos ou espaciais) para um posicionamento preciso, as balizas na otimização direcionam a exploração no espaço de soluções, destacando áreas promissoras. Esse método potencializa a navegação eficiente, tanto no mar quanto nos complexos espaços de busca algorítmicos, promovendo um progresso seguro em direção aos objetivos desejados.

As particularidades e os benefícios dessa estratégia de busca guiada por balizas serão elucidados com maior profundidade nas seções subsequentes, especialmente nas dedicadas às etapas de coleta e de manipulação genética. Este detalhamento permitirá uma compreensão mais clara de como as balizas influenciam diretamente na orientação e no sucesso da busca, realçando a sua aplicabilidade e relevância no contexto *many-objective*.

## 3.2 Etapa de Ativação do IVF *Many-Objective*: Melhoria do Gatilho e Busca em Duas Etapas

Essa proposta aborda uma evolução significativa na metodologia de ativação do método In Vitro Fertilization (IVF) adaptado para contextos *many-objective*, focando na eficácia do consumo de chamadas à função de avaliação. A inovação, no contexto do método IVF, reside na implementação de um mecanismo de gatilho refinado para determinar a execução deste método auxiliar em momentos estratégicos dentro do ciclo de vida do algoritmo anfitrião, visando aprimorar a diversificação das soluções na frente de Pareto e promover a aproximação efetiva das soluções aos seus nichos alvo.

Em trabalhos anteriores, a execução do IVF em combinação com algoritmos multiobjetivos, como IVF/NSGA-II (SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2017) e IVF/GDE3 (SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2019), era regida por parâmetros baseados em probabilidades, sem limites específicos para o número de avaliações consumidas pelo método auxiliar. Mais especificamente em Sampaio e Camilo-Junior (2019), foram realizados testes que compararam como a taxa de execução e o tamanho da coleta poderiam impactar no resultado final de uma otimização sobre os problemas do benchmark ZDT. Um exemplo desse impacto do tamanho da coleta pode ser observado na Figura 3.3, com o problema ZDT3, onde pode-se observar que em diferentes taxas de execução do In Vitro a cada geração ( $ivf\_rate = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7$  e  $0.9$ ) coletas com apenas 5 ou 7 indivíduos obtiveram resultados melhores do que com coletas com 11 ou 19 indivíduos, que acabaram degradando o resultado final.

Esse modelo anterior não oferecia um controle preciso sobre a quantidade de execuções da função de avaliação, levando a desafios no balanceamento entre a obtenção de melhorias nos resultados e a gestão eficiente da quantidade restante de funções de avaliação para o processo de otimização. A análise desses trabalhos antecedentes revelou que tanto a dimensão da coleta quanto a frequência de execução do IVF influenciavam diretamente o consumo de avaliações, necessitando de ajustes manuais para encontrar um equilíbrio mais adequado.

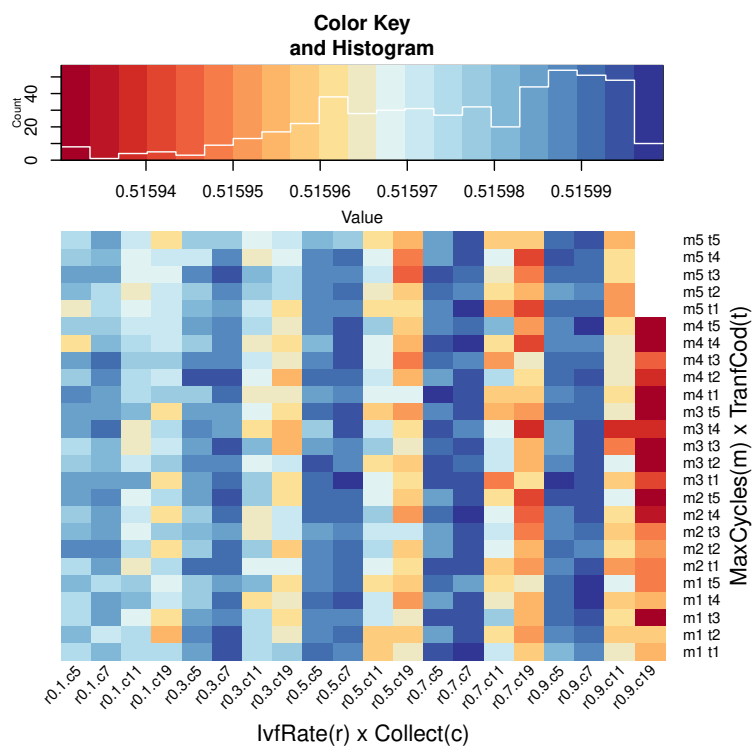
A partir dessas constatações, propõe-se uma abordagem que aloca um percentual das avaliações disponíveis especificamente para o IVF, baseado em uma análise de janela móvel que monitora o consumo de avaliações ao longo das gerações. Tal estratégia garante que o IVF seja ativado apenas quando o número total de avaliações consumidas pelo método auxiliar estiver dentro de um limite predefinido, ajustado proporcionalmente ao tamanho da população e ao estágio atual da evolução. Isso permite uma distribuição mais eficiente das avaliações, evitando o esgotamento prematuro dos recursos e mantendo a viabilidade do IVF nas fases críticas da otimização.

Este mecanismo dinâmico de controle não só previne o uso excessivo de avalia-

ções nas etapas iniciais mas também assegura a disponibilidade do IVF nas etapas finais, onde sua atuação pode ser decisiva para a intensificação dos resultados. A capacidade de modular a ativação do IVF conforme a necessidade oferece uma adaptação mais ágil às complexidades do problema em análise, promovendo um equilíbrio saudável entre exploração e intensificação dentro do espaço de soluções.

Um experimento comparativo é proposto para se avaliar o desempenho do IVF sob esta nova gestão de avaliações, contrapondo-a com a metodologia probabilística anterior. Os resultados são expostos na Seção 4.5 e ilustrados pelas Figuras 4.13 e 4.21.

Portanto, a introdução deste sistema de gatilho aprimorado para a ativação do IVF em contextos *many-objective* representa uma abordagem promissora para melhorar o consumo de avaliações, além de reforçar a capacidade do IVF de contribuir significativamente para a diversificação da fronteira de Pareto. Tal abordagem alinha-se com os objetivos da busca *many-objective* de duas etapas, possibilitando uma aplicação mais eficiente e adaptativa do IVF em problemas de otimização complexos e *many-objective*.



**Figura 3.3:** ZDT3: Superfície de desempenho da média do hiper-volume de 30 execuções, com 25.000 avaliações, de cada combinação de parâmetros do IVF/GDE3 (EAR-N), em comparação com a média de HV do GDE3 (0,5159648, centro da Color Key). Tons vermelhos indicam médias inferiores à do GDE3. Tons azuis indicam médias superiores à do GDE3.

Fonte: *Sampaio e Camilo-Junior (2019)*

### 3.3 Etapa de Coleta no Método IVF *Many-Objective*: Aprimorando a Diversidade na Frente de Pareto

A busca por soluções ótimas em problemas de otimização *many-objective* envolve a exploração eficiente do espaço de soluções para identificar um conjunto de alternativas que representem um compromisso adequado entre múltiplos objetivos conflitantes. Neste contexto, o método In Vitro Fertilization (IVF) adaptado à abordagem *many-objective* emerge como uma estratégia promissora para auxiliar algoritmos evolutivos na obtenção de uma frente de Pareto diversificada e bem distribuída. A chave para a contribuição dessa abordagem reside na etapa de coleta, onde uma seleção adequada do nicho alvo é essencial.

Como citado nos trabalhos [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), [Sampaio e Camilo-Junior \(2017\)](#) e [\(SAMPAIO; CAMILO-JUNIOR, 2019\)](#), uma das primeiras etapas do In Vitro é a coleta. Os autores do IVF/GA, no trabalho “Um Algoritmo Auxiliar Paralelo inspirado na Fertilização in Vitro para melhorar o desempenho dos Algoritmos Genéticos”, 2010, apresentam a etapa de Coleta da seguinte forma:

**“Coleta** - A forma ideal de aproveitar todas as informações presentes na população seria recombinar os indivíduos gene a gene até encontrar a melhor combinação, o que seria inviável computacionalmente, principalmente para cromossomos maiores. Por isso, optou-se por trabalhar com uma parcela da população (N indivíduos), captada por alguma estratégia de coleta de material genético. A estratégia usada neste trabalho é a coleta dos N melhores indivíduos da população (porcentagem dos melhores), sendo que o melhor é considerado o Pai e os demais as Mães. **Outras estratégias como a coleta de sub-populações, porcentagem da população, porcentagem da população com o melhor indivíduo, entre outras, podem ser usadas para geração de matéria-prima utilizada na próxima fase, manipulação genética.** [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#)

No capítulo sobre trabalhos futuros, os autores sugerem a exploração de variadas estratégias de Coleta, Manipulação Genética e Transferência, além da aplicação intermitente do In Vitro ao longo de várias gerações, visando reduzir o custo computacional.

“Assim, sugerem-se como trabalhos futuros pesquisas sobre estratégias de aproveitamento da informação genética e a construção de novos operadores para o AAP, com **diferentes estratégias de Divisão do Material Genético, Coleta, Manipulação Genética e Transferência. Como indicação para diminuir o custo computacional, sugere-se a aplicação do AAP em intervalos de algumas gerações e/ou a substituição dos operadores dos AGs pelo AAP.** Dados os resultados, sugere-se também a aplicação do AAP a outras classes de problemas, incluindo problemas multiobjetivo, e o acoplamento do AAP a outras heurísticas populacionais, como os Algoritmos Evolucionários e o PSO (Particle Swarm Optimization).” [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#)

Nas subseções seguintes, serão detalhadas as propostas desta pesquisa voltadas para o aprimoramento da etapa de coleta do método auxiliar IVF, adaptado à abordagem *many-objective*. As inovações desenvolvidas para aprimorar a coleta IVF com a seleção de nichos alvo e a utilização eficiente de balizas na busca por soluções serão expostas, visando potencializar a diversidade e a qualidade das soluções na frente de Pareto. Tais melhorias, representadas nesta pesquisa, constituem um avanço significativo na aplicação do IVF em contextos de otimização *many-objective*, buscando contribuir para a eficácia dos algoritmos evolutivos *many-objective* na resolução de problemas complexos.

### 3.3.1 Coleta: Definição do Nicho Alvo e do Pai Corrente Inicial

A etapa de coleta no IVF *many-objective* inicia com a identificação de um nicho alvo para a intervenção. Este nicho é selecionado com base na distância dos indivíduos a ele associados, visando intensificar a busca em regiões menos exploradas do espaço de soluções.

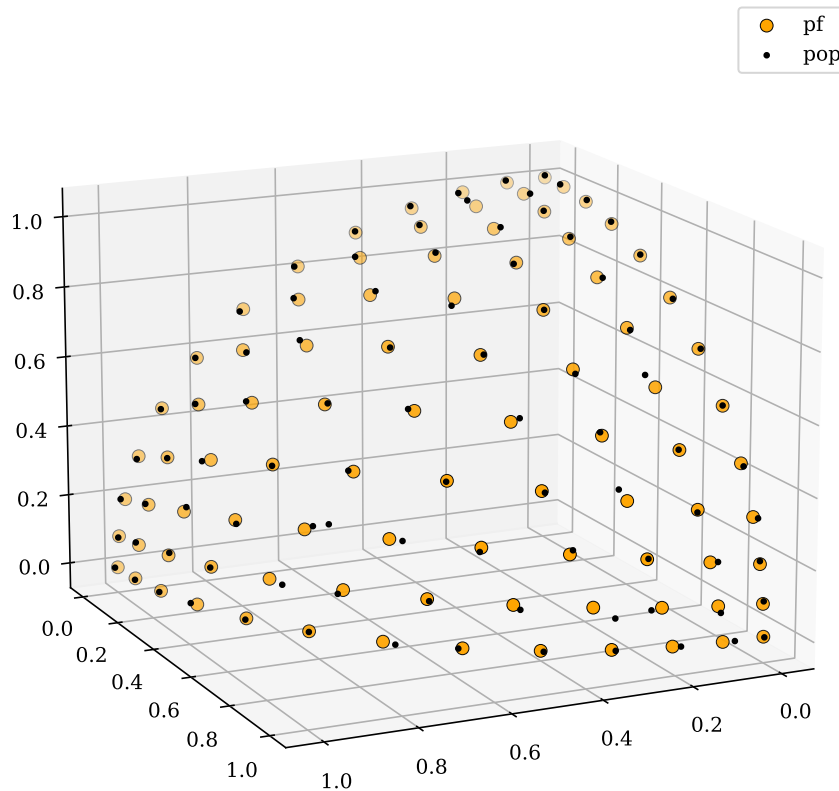
No contexto do NSGA-III, onde cada indivíduo é vinculado a um nicho específico através de um sistema de referência, o nicho alvo é definido como aquele cujo indivíduo associado apresenta a maior distância em relação ao restante da população e seus respectivos nichos.

Tal critério visa promover uma maior diversidade na distribuição das soluções ao longo da frente de Pareto, abordando diretamente o desafio de manter um equilíbrio entre convergência e diversificação das soluções.

A Figura 3.4 ilustra uma geração específica do algoritmo NSGA-III, aplicada ao problema DTLZ-2, utilizando 91 pontos de referência (nichos) e compreendendo uma população de 92 indivíduos. Nesta ilustração, é possível notar que determinados nichos, definidos a partir dos pontos de referência, apresentam uma distância considerável em relação aos seus respectivos indivíduos.

A metodologia de decomposição empregada, que utiliza pontos e linhas de referência, desempenha um papel análogo ao da métrica de distância de aglomerações, visando a obtenção de um conjunto de soluções que distribua de maneira mais uniforme pela superfície de aproximação. Dessa forma, durante a inicialização do método In Vitro, é determinado o nicho com a cobertura menos satisfatória, designado como “nicho alvo”. Conforme a estratégia implementada pelo NSGA-III, onde cada nicho possui pelo menos um indivíduo a ele associado, o indivíduo vinculado ao “nicho alvo” é selecionado como o “pai inicial” para a etapa de Coleta, marcando a adaptação do método In Vitro para a abordagem *many-objective*.

Na realização de buscas nas proximidades do “pai inicial”, é possível que surjam novos descendentes situados entre o “pai corrente” e o “nicho alvo”.



**Figura 3.4:** Exemplo da população do NSGA-III após algumas gerações, no tratamento do problema DTLZ2 com 3 objetivos. Quanto mais os pontos pretos estiverem sobre os pontos laranja, melhor o resultado final. Vide o cálculo do IGD.

Tais descendentes, por estarem mais próximos ao “nicho alvo”, serão considerados superiores ao “pai corrente”. Conseqüentemente, o “melhor super indivíduo” emergente substituirá o “pai corrente” para a subsequente etapa de recombinação no processo do In Vitro. Esta dinâmica possibilita que o In Vitro contribua significativamente para ampliar a cobertura dos nichos.

A cada nova geração em que o método é aplicado, os “nichos alvos” são alternados, baseando-se na análise das distâncias entre os nichos e seus respectivos indivíduos associados, promovendo assim uma distribuição mais homogênea das soluções na frente de Pareto.

Como ilustrado na Figura 3.5, a estratégia de Coleta desenvolvida nesta pesquisa identifica especificamente um “Nicho Alvo”, cujo indivíduo associado é selecionado como “Pai Inicial” para o processo subsequente de recombinação.

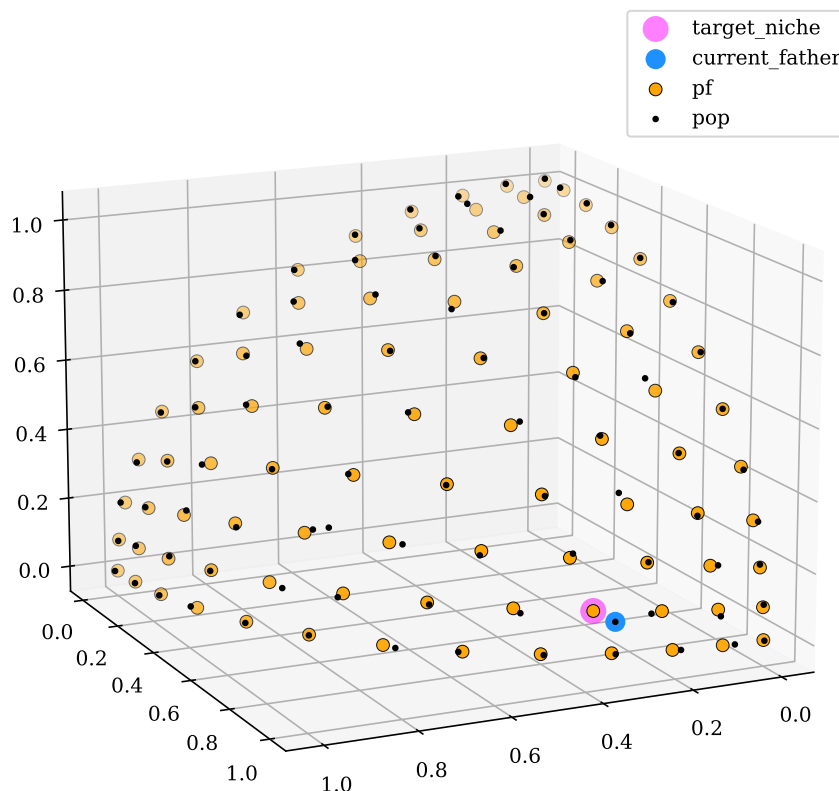
Ao focar a intervenção do IVF em nichos alvo específicos, esta abordagem procura não apenas melhorar a qualidade das soluções em termos de proximidade à frente

de Pareto ideal, mas também ampliar a cobertura de soluções ao longo dessa frente. Isso é particularmente relevante em cenários *many-objective*, onde a complexidade do espaço de objetivos torna desafiador alcançar uma representação abrangente e diversificada da frente de Pareto.

Essa estratégia de coleta direcionada permite uma atuação focada em regiões do espaço de soluções que podem estar sub-representadas, contribuindo para uma melhoria global na distribuição das soluções.

A incorporação de uma etapa de coleta aprimorada no método IVF *many-objective* representa uma evolução significativa na maneira como este algoritmo auxiliar aborda a otimização de problemas com múltiplos objetivos. Ao definir um nicho alvo com base na análise da distribuição espacial dos indivíduos, essa estratégia oferece uma nova dimensão para a melhoria da diversidade na frente de Pareto.

A expectativa é que essa abordagem possa ser amplamente aplicada para reforçar a capacidade dos algoritmos evolutivos *many-objective* híbridos em gerar soluções que não apenas atendam aos critérios de convergência, mas que também reflitam uma ampla gama de opções viáveis para tomada de decisão em contextos complexos.



**Figura 3.5:** Nova estratégia de coleta do pai inicial para o In Vitro em *many-objective*.

### 3.3.2 Coleta: Seleção de Mães na Adaptação do Método Auxiliar IVF à Abordagem *Many-Objective*

Na integração do método In Vitro Fertilization (IVF) à complexa arena dos problemas *many-objective*, a fase de Coleta se apresenta como um pilar essencial para o êxito da otimização evolutiva. Esta etapa é responsável pela criteriosa seleção de mães que, juntamente ao pai inicial identificado, são cruciais para a concepção de novas gerações de soluções.

A complexidade intrínseca dos problemas *many-objective*, caracterizada por múltiplas dimensões de objetivos, demanda uma abordagem meticulosa na seleção dessas mães, buscando um equilíbrio entre a necessidade de intensificar a busca em nichos específicos e a necessária exploração do vasto espaço de soluções.

O NSGA-III, algoritmo em que esta adaptação do IVF é focada, emprega uma estratégia de decomposição do espaço de busca, utilizando pontos e linhas de referência como nichos. Esses nichos facilitam a distribuição equitativa das soluções pelo espaço de busca, promovendo uma evolução baseada no critério de não-dominância.

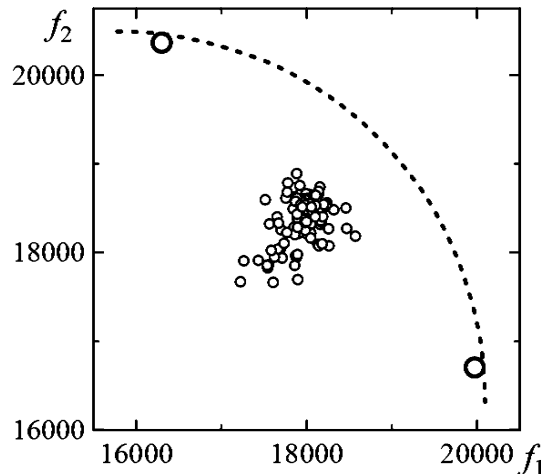
Nesse processo, os indivíduos são associados a nichos específicos e avaliados com base na distância até seus nichos designados. A sobrevivência de um indivíduo é determinada pela sua capacidade de estar mais próximo do seu nicho em comparação com outros candidatos, refletindo uma adaptação dinâmica conforme o conjunto de soluções aproxima-se da frente de Pareto.

Considerando a estratégia de seleção de mães proposta na definição original do método IVF, inicialmente, optou-se por adotar a abordagem de selecionar as “Melhores Mães” baseando-se na eficácia demonstrada pelo método IVF em outras configurações de problemas de objetivo único (IVF/GA) e multiobjetivo (IVF/NSGA-II e IVF/GDE3). Testes preliminares sugeriram que essa estratégia tem o potencial de contribuir para a exploração do espaço de busca, indicando um avanço na qualidade das soluções geradas.

Paralelamente, esta pesquisa apresenta uma nova proposta de seleção de mães visando uma intensificação mais direcionada ao nicho alvo, favorecendo a geração de um número maior de descendentes que superam o pai corrente. Esse enfoque permite a realização de ciclos adicionais de intensificação do In Vitro, nos quais são priorizados indivíduos que estreitam a distância em relação ao nicho alvo.

Dependendo da distância entre a solução considerada pai corrente e uma solução “mãe”, podemos nos deparar com situações semelhantes à citada em [Ishibuchi e Narukawa \(2005\)](#), em que os autores concluem que a recombinação de pais distantes (sem similaridades), apesar de melhorar a diversidade das soluções prejudica o desempenho de convergência do algoritmo NSGA-II.

Em [Ishibuchi, Akedo e Nojima \(2014\)](#) os autores demonstram que de 100 (cem) filhos gerados por cruzamento uniforme de dois pais muito diferentes, que são duas soluções da população final do algoritmo MOEA/D em regiões extremas em relação à frente de Pareto, todos foram gerados em torno do centro dos dois pais, no espaço de objetivos, e nenhum estava próximo à fronteira de Pareto, como indica a Fig. 3.6.



**Figura 3.6:** Duas soluções extremas e seus 100 descendentes

Fonte: [Ishibuchi, Akedo e Nojima \(2014\)](#)

Diante desse desafio, são apresentadas estas duas propostas distintas para a seleção das mães no contexto *many-objective* do IVF: a primeira direciona a atenção para a intensificação em torno do nicho alvo, elegendo mães a partir da proximidade imediata a este nicho (soluções com maiores similaridades em relação ao Pai Inicial). Tal estratégia tem o objetivo de refinar a qualidade das soluções adjacentes ao nicho em questão, favorecendo uma evolução direcionada e eficiente em direção à frente de Pareto. A segunda via, alternativamente, abrange a seleção de mães com base nas menores distâncias aos seus respectivos nichos, e abstrai-se da proximidade ao nicho alvo. Esta abordagem visa a enriquecer o *pool* genético, incentivando uma exploração mais ampla e diversificada do espaço de soluções.

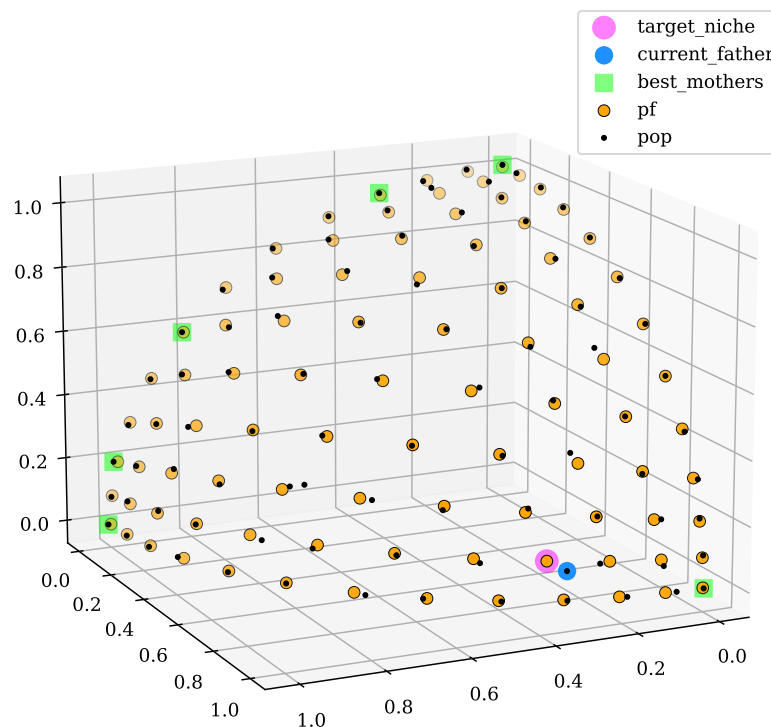
Estas abordagens para a seleção de mães, denominadas “Mães Vizinhas” e “Melhores Mães”, respectivamente, encapsulam filosofias de busca contrastantes: uma focada em aprimoramentos localizados e a outra em uma diversificação estratégica e exploratória do espaço de objetivos. As seções que se seguem se dedicarão a um detalhamento de cada proposta, delineando seus princípios e impactos potenciais sobre o processo de otimização do IVF *many-objective*, ilustrando como essas estratégias podem ser alternadas ou combinadas para maximizar os benefícios do método IVF acoplado ao NSGA-III.

### 3.3.3 Coleta das Melhores Mães: Exploração Ampliada

Dentro do contexto da adaptação do método In Vitro Fertilization (IVF) para a otimização *many-objective*, a fase de coleta de mães assume um papel crítico na diversificação genética do processo evolutivo.

As “Melhores Mães” (ou “Mães Sentinelas”), selecionadas por apresentarem as melhores (menores) distâncias até seus respectivos nichos em comparação com o restante da população, desempenham uma função de vigilância, identificando e guardando os pontos mais próximos à fronteira ideal dentro de cada nicho. Esta seleção é fundamentada na capacidade destes indivíduos de agirem como sentinelas dentro do seu nicho, marcando os limites mais próximos da fronteira de Pareto e, assim, auxiliando na exploração do espaço de busca compartilhando materiais genéticos promissores.

Ao definir o pai inicial como o indivíduo associado ao nicho de pior cobertura, e selecionar, a seguir, os indivíduos com menor distância para seus nichos (considerando apenas aqueles no rank zero de não-dominância), esta abordagem permite a coleta de um conjunto de mães que maximiza a diversidade genética promissora disponível para recombinação. Este processo é ilustrado na Figura 3.7, onde se evidencia a disposição das “Melhores Mães” ao longo das extremidades do conjunto de aproximação, indicando sua posição estratégica para a exploração do espaço de busca.



**Figura 3.7:** Coleta de mães com as menores distâncias aos seus nichos: exploração ampliada do espaço de busca.

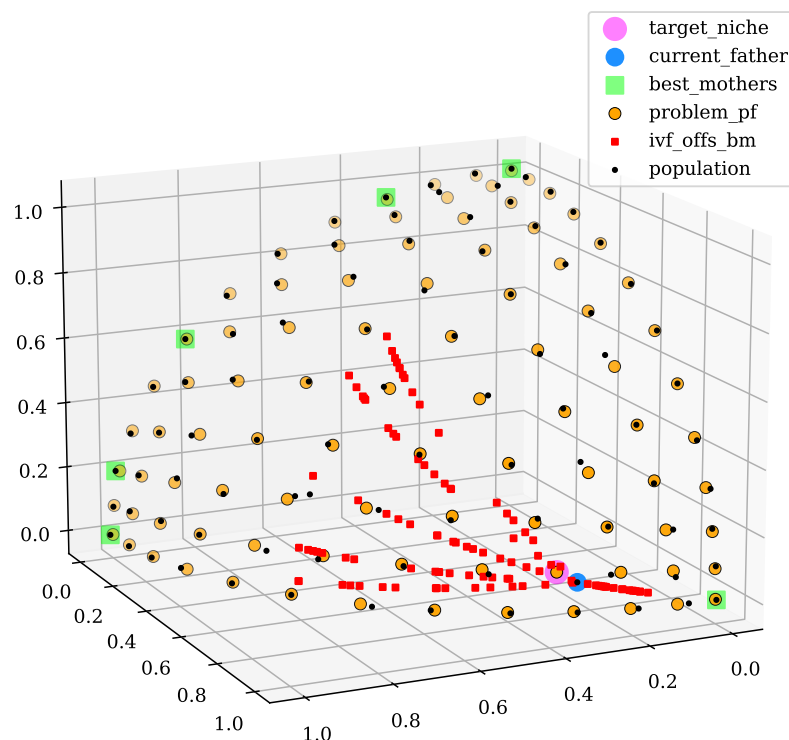
Experimentos iniciais, utilizando o operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”, revelaram que, apesar de alguns descendentes serem gerados distantes do nicho alvo, eles contribuem para a ampla exploração do espaço de busca.

Situações onde a recombinação ocorre entre pais distantes podem, paradoxalmente, prejudicar a convergência do algoritmo, conforme observado em estudos precedentes (ISHIBUCHI; NARUKAWA, 2005) (ISHIBUCHI; AKEDO; NOJIMA, 2014).

Assim, a eficácia dessa estratégia de coleta pode ser utilizada no início do processo de busca em alternância e cedendo cada vez mais espaço para a coleta de Mães Vizinhas ao nicho alvo, buscando-se um balanço adequado entre exploração e intensificação.

A Figura 3.8, por exemplo, demonstra o potencial dessa abordagem para gerar filhos em posições entre o pai e cada mãe, ampliando a exploração e a descoberta de novas regiões promissoras no espaço de busca.

As Figuras 3.7 e 3.8 ilustram como as soluções mais próximas aos seus nichos tendem a posicionar-se nas extremidades da frente de Pareto. Isso ocorre principalmente porque os pontos de referência ajustam-se dinamicamente aos limites da frente de aproximação.



**Figura 3.8:** Resultados da recombinação entre o pai corrente e as Melhores Mães, sublinhando a capacidade de exploração do espaço além do nicho alvo.

Portanto, ao aplicar um fator de escala “F” superior a 1.0 na recombinação com o operador “DE/best-to-current/0”, os descendentes podem ser posicionados além das mães em relação ao pai inicial (“best”), facilitando a expansão da frente de aproximação, especialmente nas etapas iniciais do processo evolutivo. Esse mecanismo oferece uma abordagem estratégica para ampliar a cobertura da frente de aproximação, promovendo uma exploração mais abrangente do espaço de soluções.

Assim, a coleta de Melhores Mães se apresenta como uma tática para a fase inicial do processo evolutivo, proporcionando uma exploração diversificada do espaço de busca e ampliando o potencial de descoberta de novas soluções promissoras. Este equilíbrio entre a exploração espacial e a intensificação localizada constitui uma das bases para a evolução adaptativa proposta pelo IVF na otimização *many-objective*.

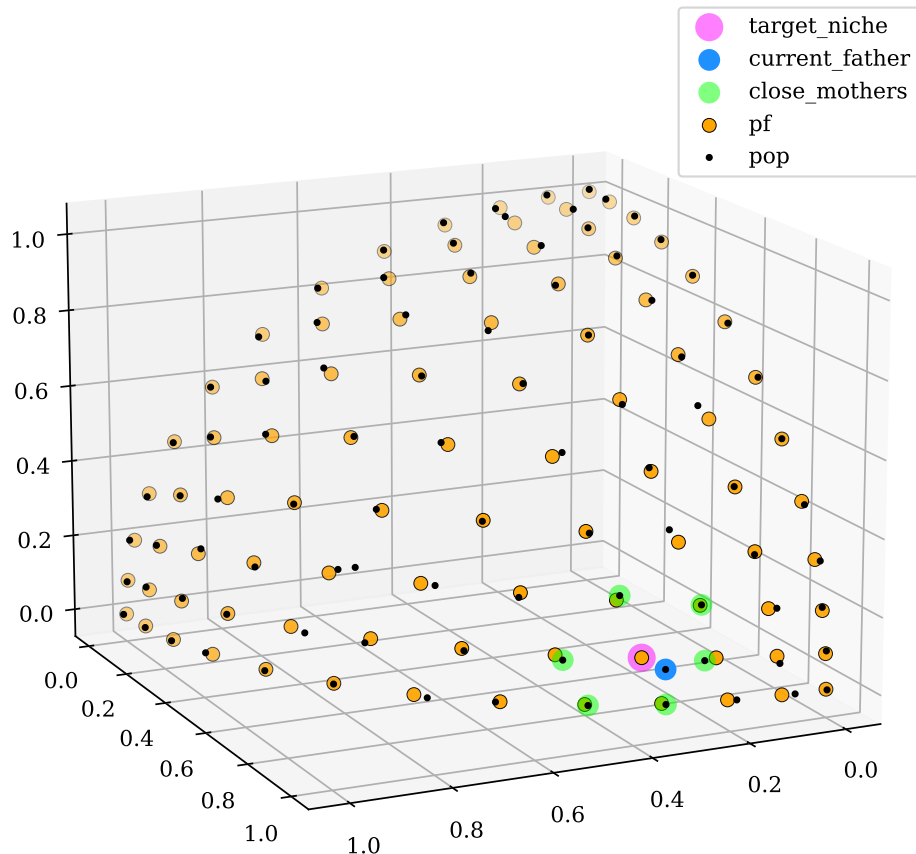
### 3.3.4 Coleta de Mães na Vizinhança do Nicho Alvo: Intensificação

Para aprimorar a cobertura do nicho alvo, identificado pela maior distância de seu indivíduo associado (o pai inicial), e assim potencialmente melhorar o Indicador de Distância Generacional (IGD), propõe-se a seleção de mães situadas na proximidade imediata do nicho alvo. Esta estratégia visa direcionar a busca por soluções mais próximas ao nicho do pai inicial, contribuindo para a intensificação da região de interesse.

A seleção de mães vizinhas ao nicho alvo é exemplificada na Figura 3.9, onde se ilustra a coleta de seis mães localizadas ao redor do nicho alvo. Esta abordagem permite que, ao recombinar estas mães com o pai corrente, sejam gerados descendentes que se posicionem mais próximos ao nicho alvo, aumentando a densidade de soluções nessa região específica.

A abordagem de coleta de mães vizinhas ao nicho alvo introduz a concepção de utilizá-las como balizas orientadoras na subsequente Etapa de Manipulação Genética. Esta metodologia visa posicionar descendentes em regiões estratégicas do espaço de busca, focando na intensificação da aproximação do nicho com pior cobertura. As mães vizinhas, ao agirem como pontos de referência para esse posicionamento, desempenham um papel crucial na busca guiada por balizas, orientando a evolução dos descendentes, buscando fazer com que estes se alinhem mais efetivamente com as áreas de interesse.

A exemplificação desta estratégia é evidenciada na Figura 3.10, onde a utilização das mães como balizas facilita a criação de descendentes que se situam entre o pai corrente e as mães coletadas. Neste exemplo são apresentados os resultados de 102 (cento e duas) recombinações entre o pai corrente e as mães coletadas. Para este processo, adotou-se o operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”, tratando o pai como a melhor solução deste problema local (“best”) devido à sua proximidade com o nicho alvo, enquanto cada mãe é percebida como uma solução atual a ser iterada (“current”).

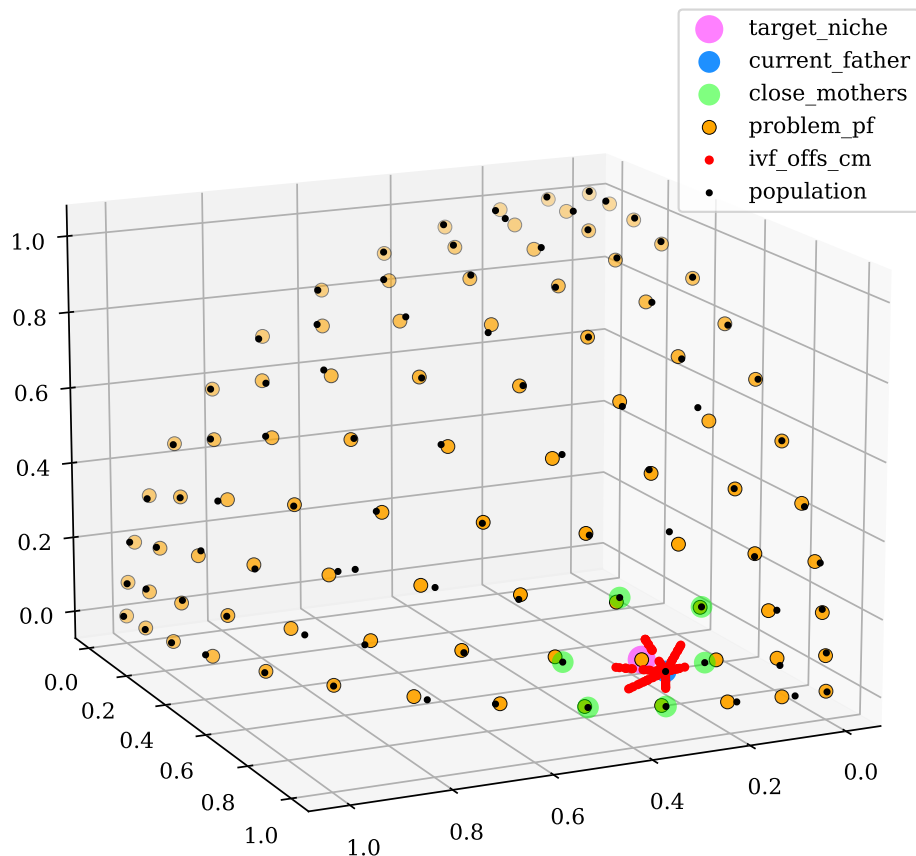


**Figura 3.9:** Coleta de mães vizinhas ao nicho alvo, cuja recombinação com o Pai Corrente visa gerar filhos mais próximos ao nicho alvo, intensificando sua cobertura.

No exemplo da Figura citada, o uso do fator de escala “F” é ajustado para variar entre 0.0 e 0.5, e o coeficiente de cruzamento “CR” é estabelecido em 1.0, promovendo uma distribuição dos filhos que abrange desde a posição do pai até a localização de cada mãe, sob circunstâncias específicas visando a aproximação ao nicho alvo com maior precisão.

Esta estrutura de busca, ancorada na orientação proporcionada pelas balizas, será detalhadamente explorada na Seção sobre a Etapa de Manipulação Genética e Busca Guiada por Balizas. A Seção dedicará atenção especial à eficácia desta tática em direcionar a evolução para áreas promissoras, evidenciando como a configuração específica do operador “DE/best-to-current/0” e a adaptação do fator “F” contribuem para aprimorar a aproximação das soluções em relação ao nicho de foco, refletindo-se em um processo de otimização mais eficiente e direcionado, nesta adaptação do método IVF à abordagem *many-objective* e seu acoplamento ao algoritmo NSGA-III.

Através da Figura 3.11, detalha-se o processo iterativo de geração de descendentes, ilustrando a eficácia da estratégia de coleta de mães vizinhas em direcionar a evolução



**Figura 3.10:** Resultado da recombinação do Pai Corrente com mães vizinhas, demonstrando a geração de filhos que potencializam a cobertura do Nicho Alvo.

das soluções para regiões mais próximas ao nicho alvo.

Esta abordagem, ao permitir a seleção de filhos não dominados e mais próximos ao nicho alvo para substituir o pai corrente, viabiliza um ciclo contínuo de refinamento e intensificação do nicho em foco.

A metodologia proposta ajusta o vetor resultante da diferença entre o pai e a mãe pelo fator "F", e somado ao pai, projeta os filhos em locais estratégicos que favorecem a aproximação ao nicho alvo. O "CR" fixado em 1.0 assegura que todos os genes do descendente provenham da modificação vetorial, sem incorporação de genes diretos do pai. Esta técnica permite um controle preciso sobre a direção e intensidade da busca, focalizando esforços na região de interesse.

Como indicado na Figura 3.11, neste exemplo, os filhos são gerados sobre regiões entre o pai corrente e cada mãe vizinha ao nicho alvo, a uma distância entre 0.0 e 0.5 da distância de cada mãe para o pai corrente. No caso apresentado nesta Figura, 3 mães (à esquerda na figura) geraram filhos em regiões mais próximas do nicho alvo

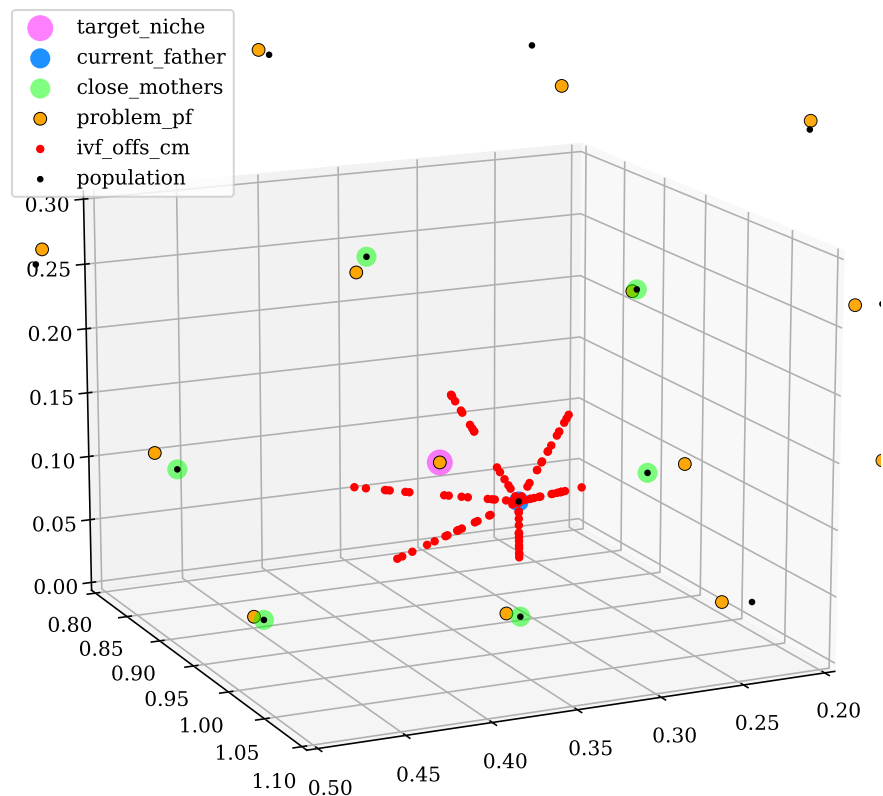
do que a posição em que está o pai corrente. O filho que estiver não-dominado e possuir uma distância para o nicho alvo menor do que a distância do pai corrente para o nicho alvo será considerado o substituto do pai corrente, e será utilizado em um novo ciclo de recombinação do In Vitro, com estas mesmas mães da vizinhança (balizas fixas).

A Figura 3.12 apresenta a posição em que está o filho mais próximo no nicho alvo, e que substitui o pai corrente em um novo ciclo de recombinação In Vitro.

A Figura 3.13 apresenta um ciclo seguinte, com o resultado de 102 recombinações deste novo pai corrente com as mesmas mães da vizinhança do nicho alvo.

Nesta figura pode-se observar como essa abordagem pode contribuir para uma aproximação do nicho alvo, guiada pelo posicionamento das mães vizinhas (balizas fixas), que, apesar de também não estarem cobrindo completamente seus respectivos nichos, podem atuar como sensores contribuindo para o surgimento de filhos em regiões mais promissoras e mais próximas do nicho alvo do que o pai coletado inicialmente.

Como ilustrado na Figura 3.13, novos filhos, nesta segunda geração In Vitro, aparecem ainda mais próximos do nicho alvo, e o melhor deles substituiria o novo pai

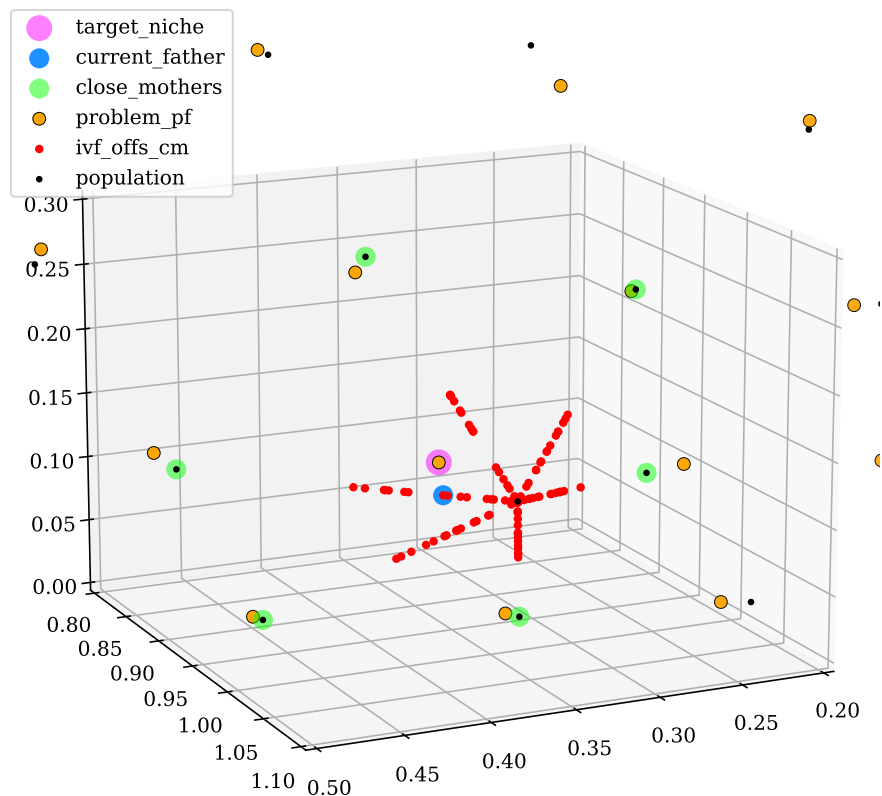


**Figura 3.11:** *Estratégia de coleta das mães iniciais como aquelas da vizinhança do Nicho Alvo, que podem contribuir para uma maior intensificação da cobertura do “Nicho alvo”.*

corrente, permitindo assim um novo ciclo de intensificação dessa cobertura em uma terceira geração In Vitro.

As Figuras anteriormente discutidas apresentam o resultado de 102 (cento e duas) recombinações entre o pai corrente e as mães localizadas na vizinhança do nicho alvo, com o intuito de demonstrar a eficácia da estratégia que engloba a identificação do nicho alvo, a seleção do pai inicial associado ao nicho alvo e da coleta de mães vizinhas ao nicho alvo, aliada à metodologia de orientação mediante balizas e à aplicação do operador “DE/best-to-current/0”, na promoção de um direcionamento efetivo com foco na melhoria da aproximação sobre nicho alvo.

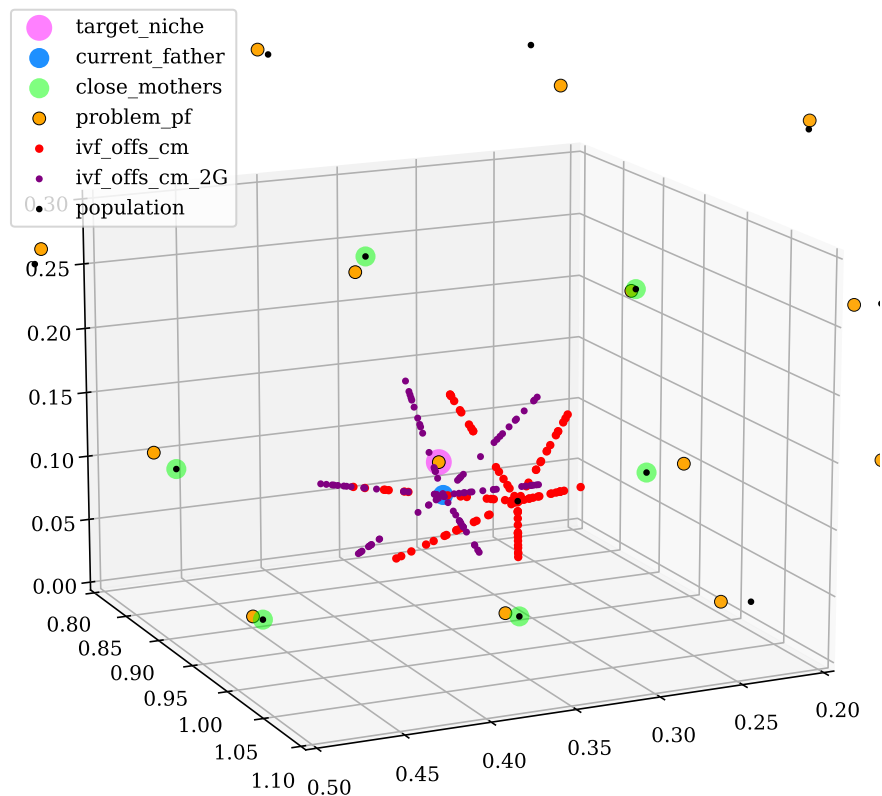
No entanto, conforme evidenciado na Figura 3.13, observa-se a geração de descendentes situados a distâncias superiores em relação ao pai corrente para o nicho alvo, apesar de estarem direcionados a uma área promissora. Tal constatação destaca a importância de se desenvolver estratégias que aprimorem o posicionamento desses descendentes no espaço de busca, com o objetivo de otimizar o uso das avaliações, um recurso frequentemente limitado em processos de otimização.



**Figura 3.12:** *Vários filhos encontrados mais próximos do nicho alvo do que o antigo pai corrente. O melhor filho substitui o pai corrente.*

A busca por um posicionamento mais preciso e eficiente dos descendentes, que minimize o uso de avaliações enquanto intensifica a aproximação ao nicho alvo, constitui o cerne da estratégia da busca guiada por balizas. Este método será exposto com maior profundidade na seção dedicada à Manipulação Genética, enfatizando a sua relevância na melhoria do processo de otimização.

A implementação dessa estratégia de coleta de mães vizinhas, juntamente com a manipulação adaptativa do fator “F”, revela-se uma ferramenta versátil para atender às distintas demandas e características dos problemas *many-objective* abordados. Este método não apenas facilita a intensificação efetiva do nicho alvo mas também promove uma abordagem dinâmica e flexível para o processo de otimização, adaptando-se às nuances específicas do espaço de busca *many-objective*.



**Figura 3.13:** Exemplo de uma segunda geração de filhos obtidos com a estratégia de coleta de pai inicial baseado em nicho com pior cobertura e coleta de mães vizinhas ao nicho alvo.

## 3.4 Manipulação Genética: Busca Guiada Por Balizas

Na adaptação do método In Vitro Fertilization (IVF) para abordagens *many-objective*, a etapa de Manipulação Genética assume uma configuração inovadora no contexto do método IVF ao integrar a técnica de busca guiada por balizas.

Neste contexto, as mães coletadas na etapa anterior desempenham um papel crucial, funcionando como balizas fixas que orientam a geração de descendentes em direção aos nichos alvo. A utilização do operador de evolução diferencial “DE/best-to-current/0”, acompanhada de um fator de escala “F” adaptativo, permite uma intervenção mais precisa e efetiva no espaço de busca, visando a intensificação da aproximação das soluções aos nichos de referência.

Esta seção apresenta a integração e as implicações dessa abordagem de busca guiada por balizas no processo de manipulação genética do método IVF *many-objective*. Nas subseções subsequentes, serão apresentados aspectos dessa proposta de adaptação do método IVF, iniciando-se pela etapa exploratória das mães, conforme a metodologia original do IVF, destacando-se a relevância do operador AR para esta adaptação *many-objective*.

Em seguida, será descrito o uso do operador de evolução diferencial “DE/best-to-current/0”, enfatizando a importância da modulação do fator de escala “F” e suas implicações para a busca. Serão também apresentados tanto a redução gradual do fator “F” para evitar o afastamento excessivo dos descendentes do nicho alvo quanto a inversão de “F” para exploração de novas áreas no espaço de soluções, bem como a autoadaptação desse fator de escala.

Por fim, serão apresentadas as diferenças entre as estratégias de busca sem e com o uso da abordagem “Steady State” nos ciclos internos do método IVF, ilustrando como estas influenciam a eficiência e a eficácia do processo de otimização do método IVF adaptado ao *many-objective*.

### 3.4.1 Etapa Exploratória de Parte das Mães: Foco no Operador AR

No contexto da adaptação do método In Vitro Fertilization (IVF) para abordagens *many-objective*, a etapa exploratória das mães é um componente vital do processo de manipulação genética. Embora o IVF canônico proponha uma série de operadores para a mutação das mães coletadas, com o objetivo de introduzir novos materiais genéticos para a exploração do espaço de busca, esta pesquisa opta por concentrar-se exclusivamente no uso do operador Assisted Recombination (AR).

O operador AR distingue-se por sua capacidade de utilizar as informações genéticas das mães coletadas sem introduzir alterações. Isso significa que o material genético existente nas soluções do algoritmo anfitrião é preservado, mantendo assim

as mães coletadas como balizas fixas para a orientação da busca. A decisão de focar no operador AR deve-se ao interesse em avaliar a contribuição da intensificação do nicho alvo, empregando apenas o material genético já presente, sem recorrer a recursos adicionais de exploração oferecidos pelo IVF.

A utilização do operador AR permite uma manipulação genética que preserva a integridade das balizas genéticas, o que é crucial para a eficácia da abordagem de busca guiada por balizas adotada nesta pesquisa. Por não alterar o material genético das mães coletadas, o operador AR oferece uma abordagem mais controlada e previsível para a intensificação da aproximação das soluções aos nichos de referência. Esta metodologia facilita a análise do impacto da estratégia de balizas fixas no direcionamento e na eficácia da busca evolutiva.

Ao optar por não implementar as mutações exploratórias propostas pelos operadores EAR-N, EAR-T, EAR-P e EAR-PA, minimiza-se o risco de desviar a busca de seu foco na intensificação dos nichos alvo. Ao mesmo tempo, evita-se a potencial dispersão das balizas genéticas que poderia resultar da alteração das mães coletadas. Dessa forma, a pesquisa procura explorar a capacidade do método IVF *many-objective* de otimizar a distribuição das soluções na frente de Pareto, mantendo uma estratégia coesa e direcionada.

A escolha pelo uso exclusivo do operador AR nesta adaptação do IVF *many-objective* sublinha o compromisso da pesquisa com a precisão na busca guiada por balizas, visando uma exploração efetiva e uma intensificação acurada dos nichos alvo, sem a incorporação de variáveis adicionais que poderiam comprometer a clareza da análise dos resultados obtidos.

Entretanto, é importante destacar que, em situações práticas da aplicação do IVF *many-objective*, a inclusão dos operadores exploratórios pode ser considerada, coletando-se um número maior de mães. Essa abordagem permitiria manter um conjunto de balizas fixas, enquanto outras mães poderiam ser submetidas a mutações, introduzindo novos materiais genéticos que não estavam presentes até então no processo de busca. Tal estratégia equilibrada entre a conservação das balizas genéticas e a introdução controlada de variabilidade genética poderia enriquecer a exploração do espaço de busca, potencializando tanto a intensificação em direção aos nichos alvo quanto a exploração de novas regiões promissoras do espaço de soluções.

Assim, a flexibilidade na escolha e na aplicação dos operadores de mutação exploratória, juntamente com a manutenção de balizas fixas, oferece uma abordagem adaptativa que pode ser ajustada conforme as necessidades específicas do problema em questão, maximizando a eficiência do método IVF adaptado ao *many-objective*.

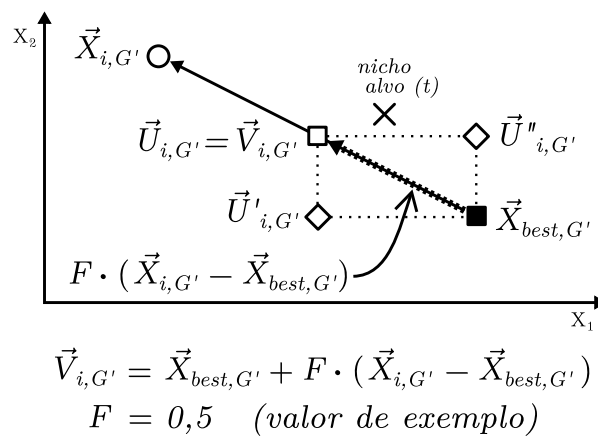
### 3.4.2 Operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”

Na adaptação do método In Vitro Fertilization (IVF) à abordagem *many-objective*, a utilização do operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0” emerge como uma estratégia central para a manipulação genética. Esse operador é empregado com o objetivo de realizar uma busca guiada por balizas, onde a solução associada a um nicho alvo é considerada a “melhor” em um contexto localizado, visando a melhoria de sua cobertura. Diferentemente do contexto tradicional, onde o alvo é a melhor solução global, essa abordagem focaliza em soluções próximas ao nicho designado como alvo, permitindo um refinamento específico na distribuição das soluções.

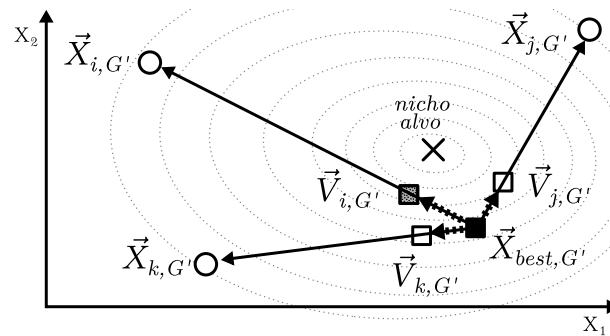
A Figura 3.14 indica a estrutura deste operador, que é semelhante ao “DE/current-to-best/1” (DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016), focando em uma solução alvo (“best”), mas sem um vetor de perturbação aleatório extra.

O operador “DE/best-to-current/0” é utilizado para gerar descendentes posicionando-os estrategicamente em relação ao pai corrente e às mães selecionadas como balizas. Essa metodologia possibilita um controle refinado sobre a localização dos descendentes, direcionando-os para regiões do espaço de busca que são consideradas promissoras para a intensificação do nicho alvo. A escolha desse operador baseia-se na sua capacidade de focar na solução alvo sem a necessidade de vetores de perturbação aleatórios adicionais, promovendo uma intervenção mais direcionada e eficaz.

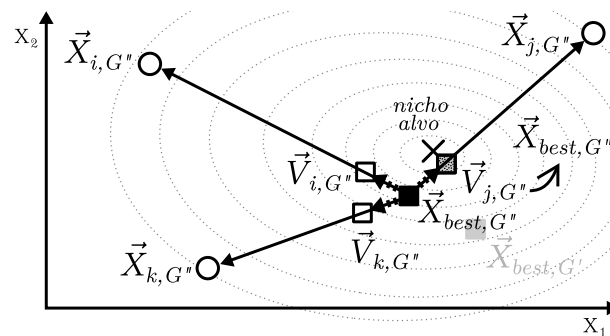
A Figura 3.14 ilustra que, à medida que a distância entre a solução “best” (pai corrente) e o nicho alvo diminui, torna-se necessário ajustar progressivamente o fator de escala “F” para valores menores. Esse ajuste visa a geração de descendentes cada vez mais próximos ao pai corrente, e conseqüentemente, ao nicho alvo. Tal estratégia garante uma aproximação ao objetivo desejado, otimizando o processo de busca por soluções cada vez melhores.



**Figura 3.14:** Esquema “DE/best-to-current/0”, sem vetor extra de perturbação, e com fator de escala  $F=0,5$ .



**Figura 3.15:** Exemplo de uma primeira iteração do método IVF, onde três mães ( $\vec{X}_{i,G'}$ ,  $\vec{X}_{j,G'}$  e  $\vec{X}_{k,G'}$ ) (como “balizas fixas”) são iteradas com o pai inicial ( $\vec{X}_{best,G'}$ ) e obtêm três descendentes, um dos quais ( $\vec{V}_{i,G'}$ ) está mais próximo do nicho alvo e substituirá o pai atual em uma iteração subsequente do método IVF.



**Figura 3.16:** Exemplo de uma iteração IVF subsequente em que um descendente superou o pai inicial e se tornou o novo pai atual. É realizado um novo ciclo de recombinação com as mesmas mães vizinhas (“balizas fixas”), desta vez com o novo pai atual. Novos descendentes são obtidos, um dos quais ( $\vec{V}_{j,G''}$ ) intensifica ainda mais a proximidade com o nicho-alvo.

As Figuras 3.15 e 3.16 ilustram como a recombinação de um pai com várias mães vizinhas gera descendentes próximos ao nicho alvo, permitindo sua substituição em ciclos futuros. Esse processo destaca a eficácia do operador “DE/best-to-current/0” em intensificar a busca no nicho alvo, visando aprimorar a cobertura dos nichos de forma direcionada.

O processo se inicia com a seleção do pai inicial, identificado como a solução mais próxima ao nicho alvo, e prossegue com a escolha de mães adjacentes a este nicho. Estas mães atuam como balizas, orientando a geração de descendentes que potencialmente superam o pai em termos de proximidade ao nicho alvo. A implementação deste operador com uma taxa de cruzamento (CR) fixada em 1.0 assegura que os resultados da recombinação sejam sempre equivalentes à solução gerada (“Mutant Vector”:  $\vec{U}_{i,G} = \vec{V}_{i,G}$ ), sem incorporar material genético adicional do pai corrente (nem  $\vec{U}'_{i,G}$  ou  $\vec{U}''_{i,G}$ ).

A utilização do operador “DE/best-to-current/0” na busca guiada por balizas para o IVF *many-objective* aprimora a precisão na intensificação de nichos. Esta estratégia direciona a busca para aprimorar a cobertura dos nichos alvos, elevando a eficiência do IVF em otimizações *many-objective*, delineando um caminho promissor para a manipulação genética em contextos de otimização *many-objective*.

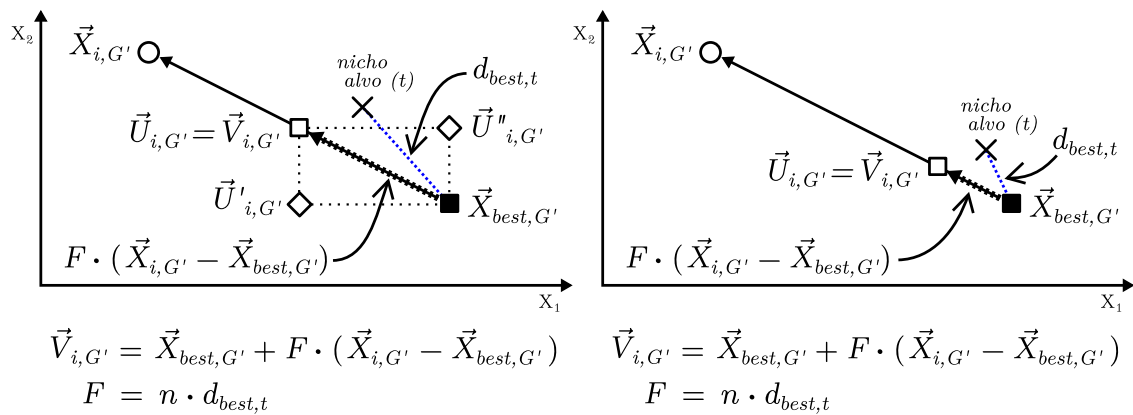
### 3.4.3 Redução gradual do Fator de Escala “F”

No âmbito da adaptação do método In Vitro Fertilization (IVF) para abordagens *many-objective*, a regulação do fator de escala “F” no operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0” constitui um mecanismo essencial para o controle preciso do posicionamento dos descendentes.

Implementa-se uma estratégia de redução gradual de “F” com o propósito de restringir a geração de descendentes a posições não excessivamente distantes do nicho alvo, particularmente em situações onde as posições dos descendentes ultrapassam a distância entre o pai corrente e o nicho alvo, como pôde ser observado na Figura 3.13.

Os autores Blank e Deb (2020) destacam que, ao invés de se escolher um valor fixo entre 0,0 e 2,0 para a constante de mutação “F”, do operador de Evolução Diferencial, “recentemente, descobriu-se que selecionar F do intervalo 0,5 a 1,0 aleatoriamente para cada geração ou cada vetor de diferença, uma técnica chamada “dither”, melhora significativamente o comportamento de convergência, especialmente para funções objetivo ruidosas”. Um valor “F” muito grande pode aumentar o raio de busca, mas pode dificultar a convergência.

De acordo com Weber, Neri e Tirronen (2011), diversos trabalhos buscam o desenvolvimento de mecanismos para a variação temporal do fator de escala, sugerindo que uma diminuição controlada de “F” ao longo do processo de otimização pode conduzir a resultados finais de qualidade superior.



**Figura 3.17:** Redução do fator de escala “F” com base na distância da solução “pai corrente” para o nicho alvo.

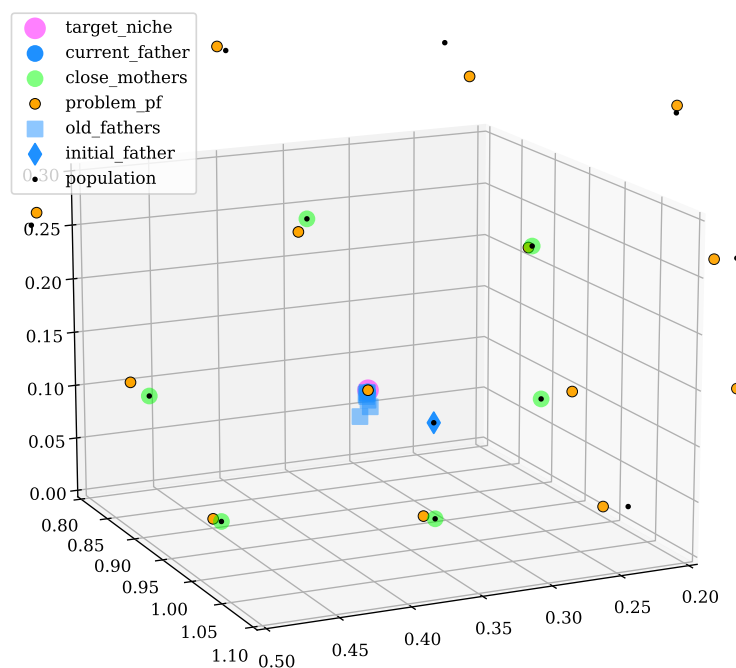
Em consonância com essas observações, a presente metodologia propõe uma redução progressiva de “F” no contexto do operador “DE/current-to-best/0”. A intenção é melhorar a aproximação dos descendentes em relação ao nicho alvo, podendo serem empregadas para tanto funções lineares, exponenciais ou outras que facilitem a obtenção de posições intermediárias entre o pai corrente e a mãe iterada, considerando-se as distâncias relativas a essas soluções e ao nicho em questão.

A Figura 3.17 apresenta um exemplo em que o fator  $F$  é reduzido proporcionalmente à distância da solução “pai atual” para o nicho alvo.

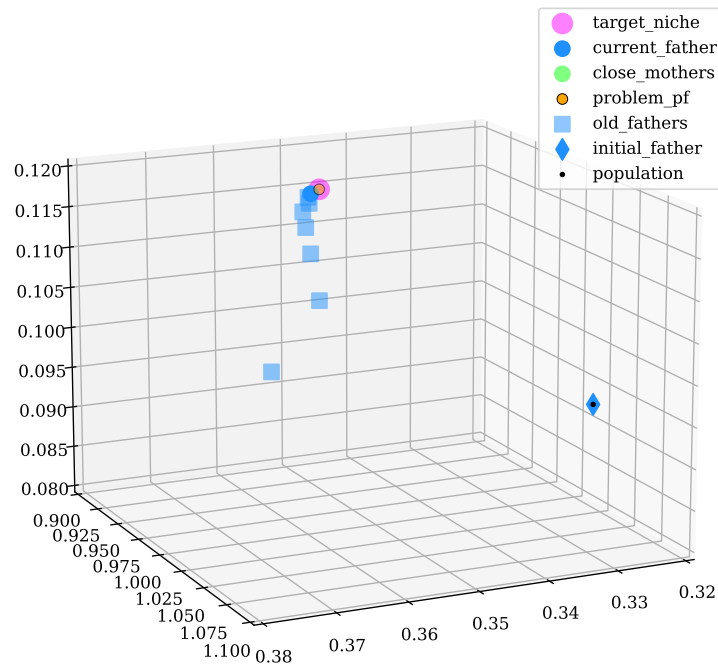
Este procedimento de ajuste do fator “F” proporciona uma sintonia fina na criação de descendentes, promovendo a geração destes em faixas promissoras que favoreçam a aproximação e intensificação do nicho alvo, buscando-se evitar a ultrapassagem de distâncias críticas que poderiam comprometer a eficácia do processo de busca.

As Figuras 3.18 e 3.19 apresentam um exemplo de intensificação com a redução da distância dos super indivíduos em direção do nicho alvo, com a redução do “passo” (“F”) a cada nova geração de pais correntes, em ciclos internos do In Vitro. Neste exemplo foi utilizado:  $F = 2.5 * d_{best,t}$ , em que *best* indica o “pai atual” e “t” indica o nicho alvo.

Essa função ajusta “F” conforme se reduz a distância do pai corrente para nicho alvo, promovendo uma redução adaptativa que se afina com a progressão da busca, assegurando assim um direcionamento mais efetivo e preciso dos esforços de otimização.



**Figura 3.18:** Intensificação sobre o nicho alvo, com redução gradual de “F” e múltiplos ciclos internos In Vitro



**Figura 3.19:** Ampliação da Figura 3.18, com a aproximação do nicho alvo com busca guiada por balizas fixas

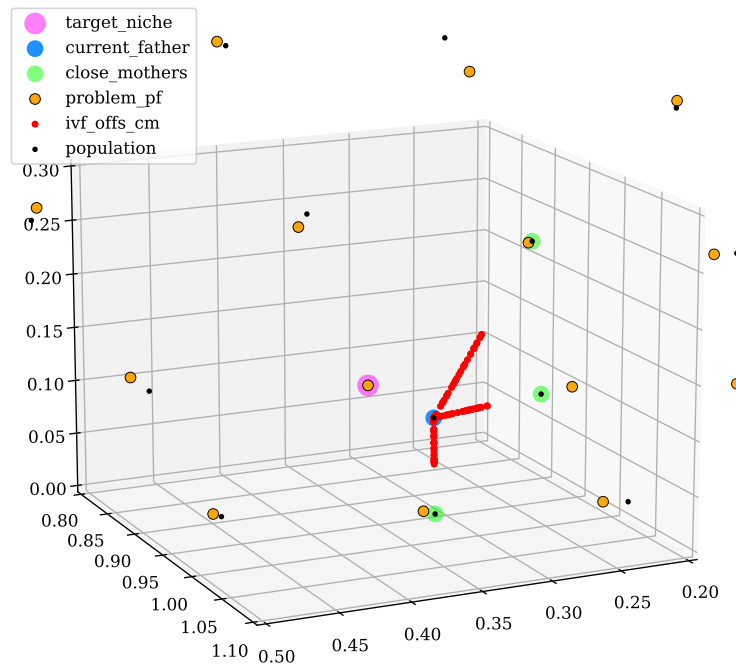
A implementação dessa estratégia de redução gradual do fator de escala “F”, alinhada com os princípios de busca guiada por balizas, reforça a capacidade do método IVF adaptado ao *many-objective* de intensificar a cobertura dos nichos alvo, enquanto mantém a eficiência do processo de busca e a qualidade das soluções geradas.

Embora, neste exemplo, uma função linear ajuste o fator de escala “F” no espaço de variáveis, a partir de uma distância no espaço de objetivos, é crucial adaptar essas variáveis às especificidades de cada problema, tornando-se um parâmetro que requer testes prévios para sua calibragem.

Isso destaca a importância da autoadaptação de “F” na estratégia de busca guiada por balizas, o que será detalhado em outra subseção deste Capítulo. Essa autoadaptação permite que o método IVF *many-objective* se ajuste dinamicamente, melhorando a precisão e eficácia dos resultados de acordo com as necessidades do problema.

### 3.4.4 Fator de Escala “F” Negativo: Manobra de Inversão Completa

Na metodologia de adaptação do método IVF à abordagem *many-objective*, destaca-se a introdução da inversão do fator de escala “F” no operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”. Esta técnica permite a geração de descendentes em sentidos que se estendem além das posições relativas do pai corrente em relação às mães, oferecendo uma nova dimensão de exploração do espaço de busca.



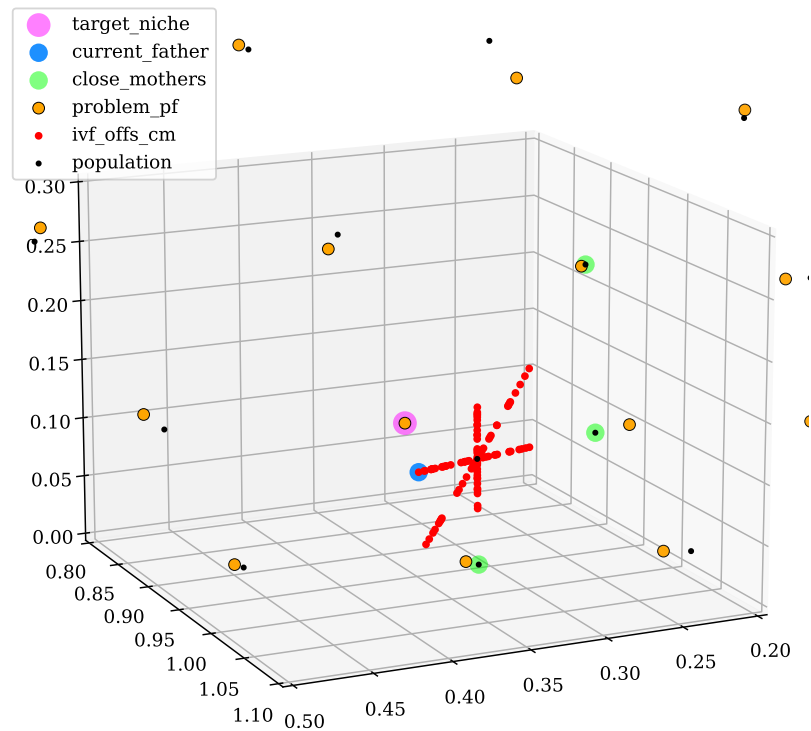
**Figura 3.20:** 102 filhas entre o pai corrente e 3 mães posicionadas em sentidos opostos ao nicho alvo:  $F \in [0,0,0,5]$

O uso de valores negativos para “F” viabiliza a criação de descendentes que não se limitam às regiões intermediárias entre o pai corrente e as mães iteradas, mas que também exploram áreas potencialmente promissoras localizadas em sentidos opostos. Esta abordagem se mostra particularmente útil em cenários onde os sentidos tradicionais de busca, determinados por “F” positivos, não resultam na produção de descendentes que superem o pai corrente em termos de proximidade ao nicho alvo.

As Figuras 3.20, 3.21 e 3.22, apresentam a geração de descendentes a partir de um conjunto limitado de mães, situadas de maneira que os filhos, sob um fator “F” tradicional (positivo), se posicionariam em locais contraproducentes em relação ao objetivo de aproximação do nicho alvo. A inversão para valores de “F” negativos, por outro lado, amplia o espectro de sentidos possíveis, permitindo a criação de soluções em áreas que anteriormente poderiam ser consideradas inacessíveis ou menos prováveis de serem exploradas.

Com a alteração do fator “F” para a obtenção de valores entre  $-0,5$  e  $0,5$  ao invés de valores entre  $0,0$  e  $0,5$ , podem ser explorados mais sentidos em volta do pai corrente, mesmo com um número reduzido de mães coletadas.

A Figura 3.21 indica onde estaria o novo pai corrente, neste exemplo, e a Figura 3.22 apresenta como ficariam os 102 filhas deste novo pai corrente, em uma segunda geração In Vitro, recombinando-se o novo pai corrente e as mesmas 3 mães coletadas



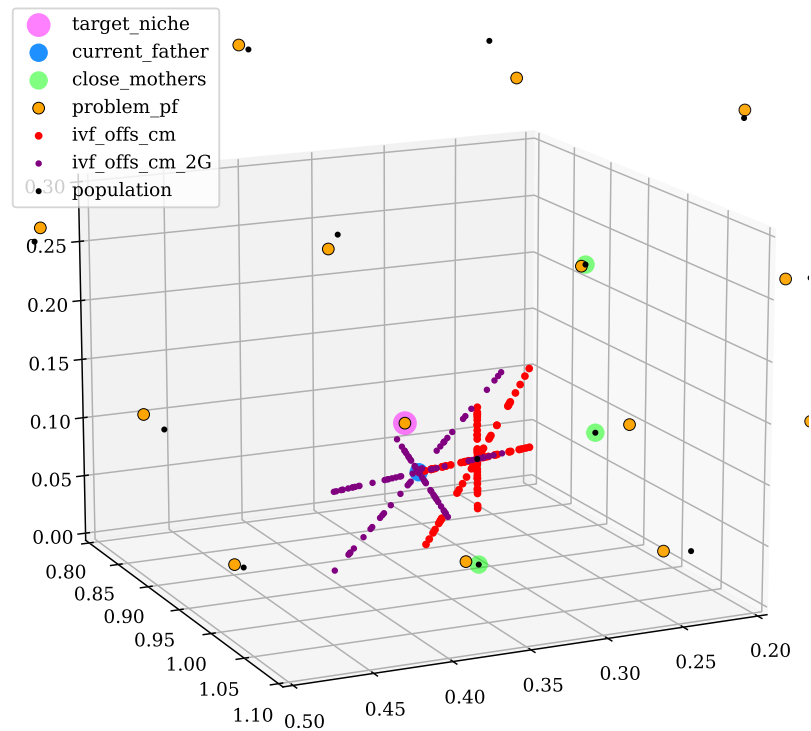
**Figura 3.21:** Filho obtido mais próximo ao nicho alvo após uso de “F” negativo ( $-0.5$ ). Este exemplo exibe o resultado de 102 descendentes com o uso de:  $F \in [-0.5, 0.5]$

inicialmente (balizas fixas). Neste exemplo, para ilustração, foi utilizado um fator de escala “F” com valores aleatórios entre  $-0,5$  e  $0,5$ .

A abordagem proposta aqui introduz uma dimensão adicional à busca, permitindo a exploração de áreas do espaço de soluções anteriormente inacessíveis com a configuração original.

Essa flexibilização na escolha dos sentidos de geração dos descendentes, possibilitada pela inversão do “F” (negativo), é demonstrada como um mecanismo eficaz para a exploração de novas regiões no espaço de soluções. Ao adotar tal estratégia, essa busca guiada por balizas aplicada ao método IVF *many-objective* capitaliza sobre a capacidade de navegação em condições adversas, ampliando a cobertura do espaço de busca e fomentando a identificação de soluções inovadoras.

Conforme estruturado pelo método IVF, o descendente que apresentar a menor distância para o nicho alvo, em comparação com o pai corrente, ascenderá à posição de novo pai corrente para subsequente recombinação com as mesmas mães (balizas fixas). Esse processo iterativo, enriquecido pela inversão do “F”, evidencia a dinamicidade e a adaptabilidade da busca guiada por balizas aplicada ao IVF no contexto *many-objective*, reforçando sua eficiência e eficácia na exploração de espaços complexos de soluções.



**Figura 3.22:** Segunda geração *In Vitro*, com novo pai corrente e número restrito de mães:  $F \in [-0.5, 0.5]$

### 3.4.5 Autoadaptação do Fator de Escala “F”

A adaptação do método In Vitro Fertilization (IVF) para contextos *many-objective* em conjunto com uma busca guiada por balizas inclui uma refinada estratégia de manipulação genética que incorpora a autoadaptação do fator de escala “F” no operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”. Esta abordagem permite uma modulação mais precisa deste parâmetro, ajustando-se dinamicamente à distância entre a solução corrente (pai) e o nicho alvo, bem como à distância entre as mães coletadas (balizas) e o referido nicho. Com essa estratégia, busca-se otimizar a geração de descendentes, alinhando-os mais eficazmente às regiões de interesse no espaço de soluções.

Valores de “F” adaptativos proporcionam a capacidade de gerar descendentes tanto nas proximidades imediatas do pai corrente, favorecendo a intensificação, quanto em regiões além deste (pai corrente), explorando o espaço de busca de maneira mais abrangente. Isso se dá pela possibilidade de o “F” assumir valores negativos, permitindo a exploração de direções opostas àquelas inicialmente indicadas pelas balizas, e valores superiores a 1.0, explorando espaços além das mães coletadas.

Tal mecanismo de autoadaptação de “F” é fundamental para a flexibilização da busca, permitindo que ela responda adequadamente à dinâmica do espaço de soluções e

às especificidades de cada problema. Estratégias complementares, como a variação de “F” baseada em distribuições probabilísticas ajustadas às distâncias entre as soluções correntes e os nichos alvos, enriquecem ainda mais a metodologia, assegurando uma navegação eficiente e adaptativa pelo complexo terreno dos problemas *many-objective*.

De acordo com [Neri e Tirronen \(2009\)](#), embora a Evolução Diferencial (DE) seja um otimizador simples e eficiente, especialmente para problemas de otimização contínua, “sua estrutura possui algumas limitações na lógica de busca, pois contém um conjunto muito restrito de movimentos de exploração”. Assim, segundo [Neri e Tirronen \(2009\)](#), “esse fato inspirou muitos cientistas da computação a melhorar o DE, propondo modificações no algoritmo original”.

Várias propostas foram sugeridas para se melhorar a estrutura existente de DE. As melhorias propostas para a Evolução Diferencial incluem redução do tamanho da população, busca local por fator de escala, busca local cruzada adaptativa, mutação trigonométrica, entre outras ([NERI; TIRRONEN, 2009](#)).

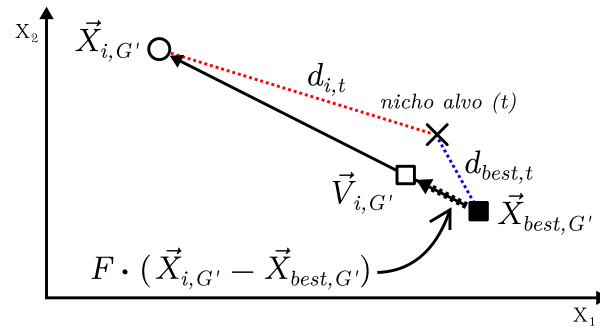
Como indicado anteriormente, esta pesquisa de adaptação do método IVF à abordagem *many-objective* emprega estratégias elitistas de Evolução Diferencial, como o operador “DE/best-to-current/0”, de acordo com a Figura 3.14.

Neste Capítulo foi destacado como a redução gradativa do fator de escala ( $F$ ) no esquema “DE/best-to-current/0” pode contribuir para a aproximação de novas soluções sobre o nicho alvo. Como citado, podem ser utilizadas funções que obtenham posições intermediárias entre o pai atual e a mãe iterada, com fatores proporcionais à distância do pai corrente para o nicho alvo. À medida que o pai atual se aproxima do nicho alvo, e sua distância se aproxima de zero, um fator de escala  $F$  próximo de 0,0 poderá fornecer bons descendentes para a aproximação ao nicho alvo, na vizinhança do pai corrente.

Em linha com as melhorias para a estrutura da Evolução Diferencial, e buscando a redução de parâmetros de configuração, esta pesquisa propõe a utilização de um Fator de Escala  $F$  autoadaptativo, em razão das distâncias do pai corrente para o nicho alvo e da mãe iterada para o nicho alvo, na forma indicada pelas Figuras 3.23, 3.24, 3.25 e 3.26, que consideram duas situações: 1) o nicho alvo está entre o pai corrente e a mãe iterada; e 2) o nicho alvo está além do pai corrente, em relação à mãe iterada.

No primeiro caso (nicho alvo entre o pai corrente e a mãe iterada),  $F$  pode ser obtido como:  $F = \text{distToX}(\text{pai}) / (\text{distToX}(\text{pai}) + \text{distToX}(\text{mae}))$ . No segundo caso (nicho alvo além do pai corrente, em relação à mãe iterada),  $F$  pode ser obtido como:  $F = \text{distToX}(\text{pai}) / (\text{distToX}(\text{pai}) - \text{distToX}(\text{mae}))$ .

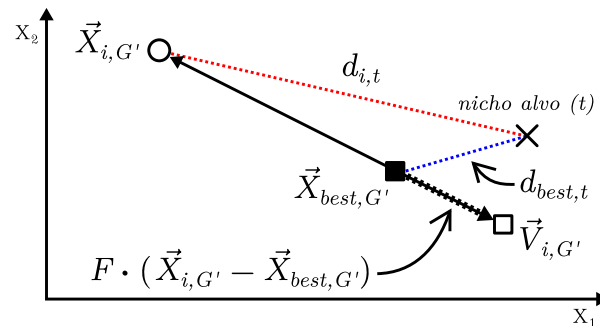
Como tratado anteriormente, valores de  $F$  negativos (situação em que o nicho alvo está além do pai, em relação à mãe iterada) podem produzir descendentes em posições diferentes daquelas entre a mãe iterada e o pai atual, resultando em uma vantagem exploratória para a busca auxiliar local.



$$\vec{V}_{i,G'} = \vec{X}_{best,G'} + F \cdot (\vec{X}_{i,G'} - \vec{X}_{best,G'})$$

$$F = d_{best,t} / (d_{best,t} + d_{i,t})$$

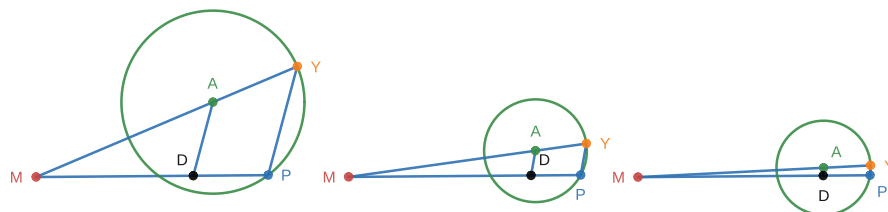
**Figura 3.23:** Cálculo do fator de escala  $F$  autoadaptativo em razão das distâncias do pai corrente e da mãe iterada, para o nicho alvo, considerando-se que o nicho alvo está em uma posição entre estas duas balizas.



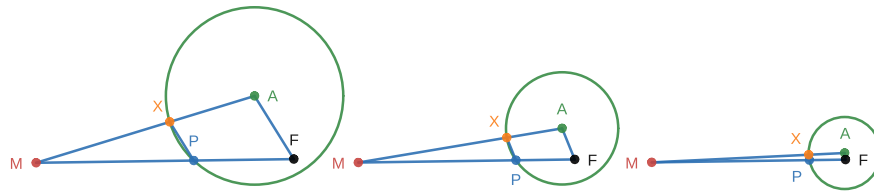
$$\vec{V}_{i,G'} = \vec{X}_{best,G'} + F \cdot (\vec{X}_{i,G'} - \vec{X}_{best,G'})$$

$$F = d_{best,t} / (d_{best,t} - d_{i,t})$$

**Figura 3.24:** Cálculo do fator de escala  $F$  autoadaptativo em razão das distâncias do pai corrente e da mãe iterada, para o nicho alvo, considerando-se que o nicho alvo está em uma posição além do pai corrente, em relação à mãe iterada.



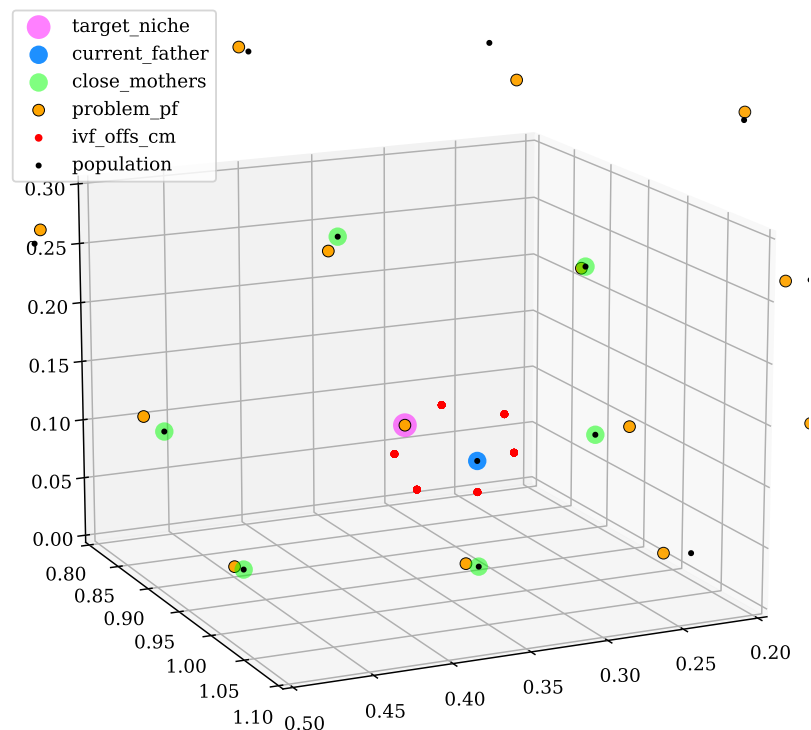
**Figura 3.25:** Exemplo da autoadaptação do fator  $F$  que intensifica a aproximação do Descendente (D) sobre o nicho alvo (A), à medida em que o pai atual (P) se aproxima do nicho alvo ou as posições de P, A e M (mãe iterada) se alinham (nicho alvo entre pai e mãe).



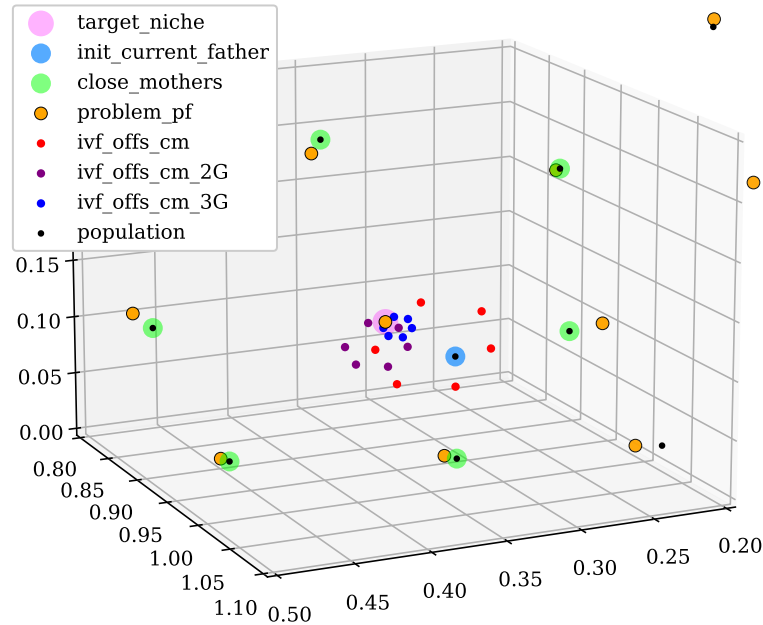
**Figura 3.26:** Exemplo da autoadaptação do fator  $F$  que intensifica a aproximação do Descendente ( $D$ ) sobre o nicho alvo ( $A$ ), à medida em que o pai atual ( $P$ ) se aproxima do nicho alvo ou as posições de  $P$ ,  $A$  e  $M$  (mãe) se alinham (nicho além do pai, em relação à mãe).

À medida que o valor de  $F$  se aproxima de 0,0, o raio de busca para obtenção de soluções em torno do pai atual (melhor) diminui.

A Figura 3.27 apresenta o resultado de 6 cruzamentos entre as 6 mães coletadas vizinhas ao nicho alvo, com o uso do coeficiente de mutação “F” calculado para que o filho seja posicionado em uma região promissora entre a mãe e o pai, intensificando a aproximação sobre o nicho alvo. Esta Figura ilustra como o uso de um fator de escala autoadaptativo aproveita o posicionamento das mães (balizas) e reduz a quantidade de avaliações utilizadas nessa intensificação.



**Figura 3.27:** Filhos obtidos com o método indicado na Figura 3.23



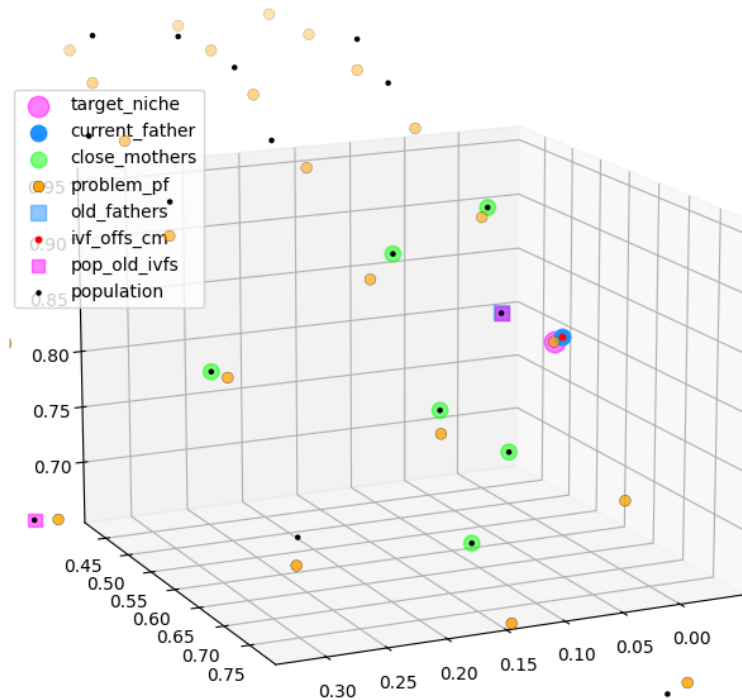
**Figura 3.28:** 3 gerações *In Vitro*, com busca guiada por balizas com fator de escala autoadaptativo

A Figura 3.28 apresenta um exemplo de 3 gerações *In Vitro* (vermelho, violeta e azul), cada qual com 6 descendentes obtidos a partir do pai corrente de cada ciclo *In Vitro* e usando as mesmas 6 mães (balizas fixas) da coleta inicial, com  $CR = 1.0$  e um fator  $F$  autoadaptativo:  $F = \text{distToX}(\text{pai}) / (\text{distToX}(\text{pai}) + \text{distToX}(\text{mae}))$ .

A Figura 3.29 demonstra como a inversão do fator  $F$ , dinâmico, proporcional e com valor negativo, permite explorar uma região posterior à posição do pai, em relação à mãe iterada. No exemplo desta Figura o nicho alvo estava em uma região à borda da fronteira, sem que houvesse mães ou outras soluções posteriores. Esta estratégia pode contribuir para o escape dos mínimos locais, bem como para a expansão das bordas da frente de aproximação no espaço de busca.

A implementação da autoadaptação do fator de escala “F” constitui um componente relevante na estratégia de busca guiada por balizas, focalizando na eficiência do uso de avaliações, consideradas recursos escassos e valiosos em processos de otimização. Tal abordagem aprimorada facilita o direcionamento dos descendentes a áreas-chave do espaço de soluções, potencializando uma intensificação acurada dos nichos alvo, evitando a utilização desnecessária de avaliações.

Este recurso também contribui para otimização de problemas *many-objective* à medida em que esta abordagem minimiza a necessidade de ajustes manuais de parâmetros, conferindo ao algoritmo uma capacidade de resposta dinâmica às variações no espaço de busca e na proximidade dos nichos alvo. A autoadaptação permite que o algoritmo se ajuste de forma mais eficaz às demandas específicas de cada problema, otimizando tanto a exploração do espaço de soluções quanto a intensificação em regiões de interesse.



**Figura 3.29:** Exemplo de inversão do fator  $F$ , dinâmico, proporcional e com valor negativo, atingindo o nicho alvo posicionado além do pai atual, em relação à mãe iterada. O descendente que melhor se aproxima do nicho alvo foi obtido a partir da segunda mãe da Figura, na ordem de cima para baixo.

Esta técnica também busca identificar a necessidade de um balanço entre diversificação e convergência, alternando-se entre valores positivos e negativos de  $F$ , facilitando a obtenção de soluções de alta qualidade que se aproximem dos nichos alvo com maior precisão. Esse mecanismo de adaptação não apenas eleva a eficiência do processo de busca como também reforça a robustez e a adaptabilidade do método IVF adaptado à abordagem *many-objective*, destacando-se também como uma contribuição para a área de otimização evolutiva com múltiplos objetivos.

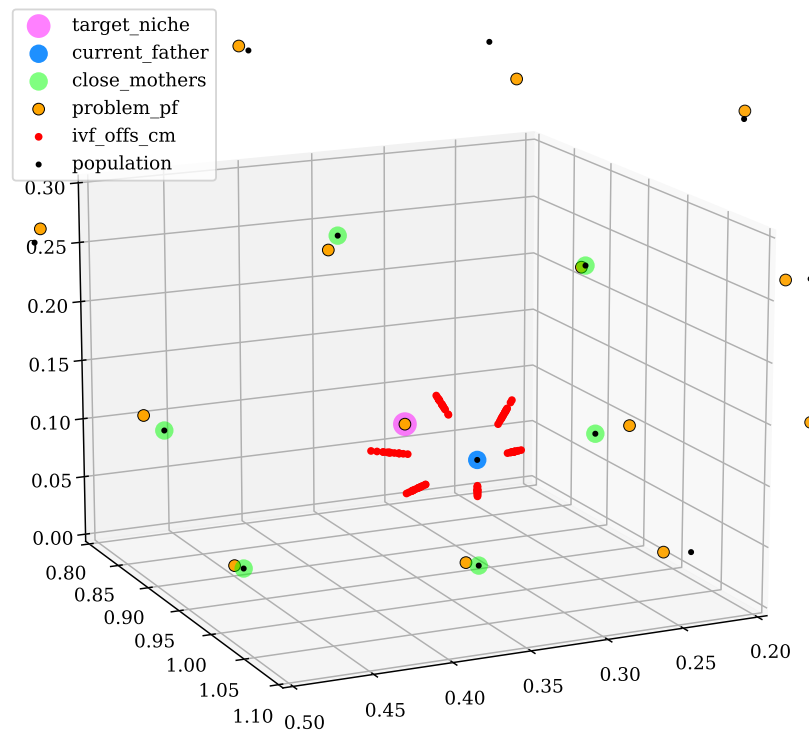
### 3.4.6 Implementação de Ruído Adaptativo no Fator de Escala para Diversificação Genética

A implementação de um ruído (ou dither) no vetor mutante gerado pelo operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0” é uma estratégia empregada neste trabalho para enriquecer a diversidade genética durante a aproximação ao nicho alvo. Esta técnica é particularmente relevante quando se busca minimizar as distâncias em relação ao nicho alvo sem introduzir perturbações que possam comprometer a qualidade da intensificação.

Optou-se por este operador (ao invés do “DE/best-to-current/1”) devido à sua capacidade de ajuste fino na geração de descendentes, evitando a necessidade de um vetor extra de perturbação que poderia exigir ajustes adicionais em sintonia com a diminuição do valor de “F”. Para a utilização do operador “DE/best-to-current/1” é fundamental que o vetor extra de perturbação seja tratado de forma a se evitar o distanciamento das áreas de interesse.

A adição de um ruído sobre o fator de escala “F” autoadaptativo, proporcional ao próprio valor de “F”, oferece uma metodologia para a introdução de variações genéticas sem afastar-se excessivamente das regiões de interesse em torno do nicho alvo. Este ajuste é realizado mediante a aplicação de uma distribuição normal, onde o desvio padrão “ $\sigma$ ” é calculado com base no fator de escala, exemplificado pela fórmula:  $F' = F + N(0, \sigma)$ , e  $\sigma = (|F|)/10$ . Tal abordagem permite a geração de novos indivíduos em áreas adjacentes à região inicialmente direcionada, mantendo a busca dinâmica e adaptável às nuances do espaço de soluções. A Figura 3.30 apresenta esta abordagem com uma mutação gaussiana com  $F = F + N(0, \sigma)$ , com  $\sigma = |F|/10$ .

Em caso de alguma restrição que impeça que um indivíduo seja criado sobre o ponto específico sem o “dither”, o uso dessa mutação sobre “F” possibilitaria o surgimento de outros indivíduos em regiões vizinhas àquela desejada por este método.



**Figura 3.30:** Filhos obtidos com o método indicado na Figura 3.23, mas agora com mutação gaussiana sobre “F”

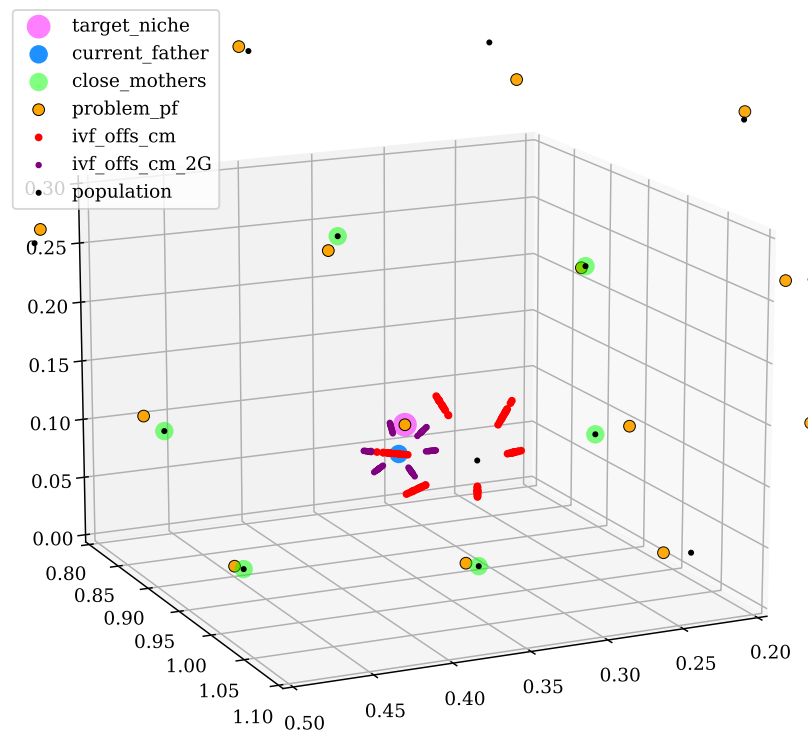
Na Figura 3.31, observa-se não apenas a aproximação progressiva das soluções em direção ao nicho alvo, mas também uma notável redução no espalhamento das mesmas ao longo do vetor resultante.

Isso ilustra de maneira clara como o tamanho da mutação se ajusta e diminui proporcionalmente à medida que a distância entre o pai corrente e o nicho alvo se reduz.

Tal dinâmica enfatiza a eficácia do ajuste do fator de escala “F” em refinar a busca e concentrar os esforços de otimização nas regiões mais promissoras do espaço de soluções, evidenciando a capacidade do método em promover uma exploração eficiente e direcionada.

Além de contribuir para a intensificação de áreas vizinhas ao ponto de interesse, essa metodologia funciona como um mecanismo de ajuste da intensidade de busca, que se torna progressivamente mais refinado à medida que a busca se aproxima do alvo.

Ao possibilitar a criação de indivíduos em posições ligeiramente alternativas, a aplicação do ruído no fator de escala “F” contribui para a superação de potenciais mínimos locais e amplia a capacidade de exploração do algoritmo, reforçando sua efetividade na identificação de soluções promissoras no contexto de problemas *many-objective*.



**Figura 3.31:** Filhos obtidos com o método indicado na Figura 3.23, mas agora com mutação gaussiana sobre “F”

### 3.4.7 Abordagens Tradicional e com *Steady State* nos Ciclos In Vitro

A integração da abordagem *Steady State* nos ciclos internos do método In Vitro Fertilization, agora adaptado para contextos *many-objective* e enriquecido pela estratégia de busca guiada por balizas, representa um avanço metodológico destinado a aprimorar a eficiência da otimização.

Esta nova abordagem com *Steady State* modifica o modelo generacional tradicionalmente empregado, substituindo-o por um esquema onde cada descendente gerado é imediatamente avaliado e tem a oportunidade de substituir o pai corrente caso represente uma melhoria. Este processo assegura um avanço contínuo e minimiza o desperdício de recursos computacionais em soluções menos promissoras.

A Figura 3.28, apresentada anteriormente, usando o modelo generacional In Vitro, ilustra como em 3 gerações IVF foram utilizadas 18 avaliações da função objetivo.

Diferentemente do modelo anterior, onde múltiplos descendentes eram gerados e avaliados em cada ciclo, mas apenas um era selecionado para continuidade, a adoção do *Steady State* permite uma seleção imediata e eficaz de um melhor descendente que supere o pai corrente. Esta estratégia acelera significativamente o processo de convergência, especialmente em cenários onde o número de avaliações disponíveis para a busca local auxiliar é limitado.

As Figuras 3.32 e 3.33 apresentam um resultado de intensificação sobre a vizinhança de um nicho alvo, com a adoção da busca guiada por balizas, com fator de escala autoadaptativo, e o uso da abordagem *Steady State* nos ciclos internos In Vitro.

Durante a etapa de coleta as mães da vizinhança do nicho alvo são ordenadas com base na proximidade de seus respectivos nichos. Essa ordenação está representada nas Figuras 3.32 e 3.33, para indicar a sequência de recombinações com cada pai corrente de cada ciclo *Steady State* In Vitro.

Neste exemplo foram utilizados 11 ciclos In Vitro (a primeira imagem apresenta a seleção do nicho alvo e a coleta do pai inicial e das mães da vizinhança do nicho alvo), o que indica que o método auxiliar fez 2 ciclos de intensificação com o conjunto de mães coletadas, consumindo assim apenas 11 avaliações dessa hibridização. Nesse exemplo, apenas a primeira recombinação com a mãe de número 6 é apresentada, em benefício da inclusão do primeiro quadro com o “ponto de partida” desses ciclos.

Essas figuras também apresentam as distâncias, em cada etapa, do pai corrente para o nicho alvo. Essas informações indicam que, em 11 avaliações, a distância do pai corrente passou de 0,093956 para 0,000165, representando uma melhoria de 99,824%. Ou seja, uma distância quase 500 vezes menor do que a distância inicial, em 11 passos.

A implementação do *Steady State* transforma cada ciclo de recombinação em um passo evolutivo direto e focado, potencializando a intensificação sobre o nicho alvo com uma quantidade reduzida de avaliações.

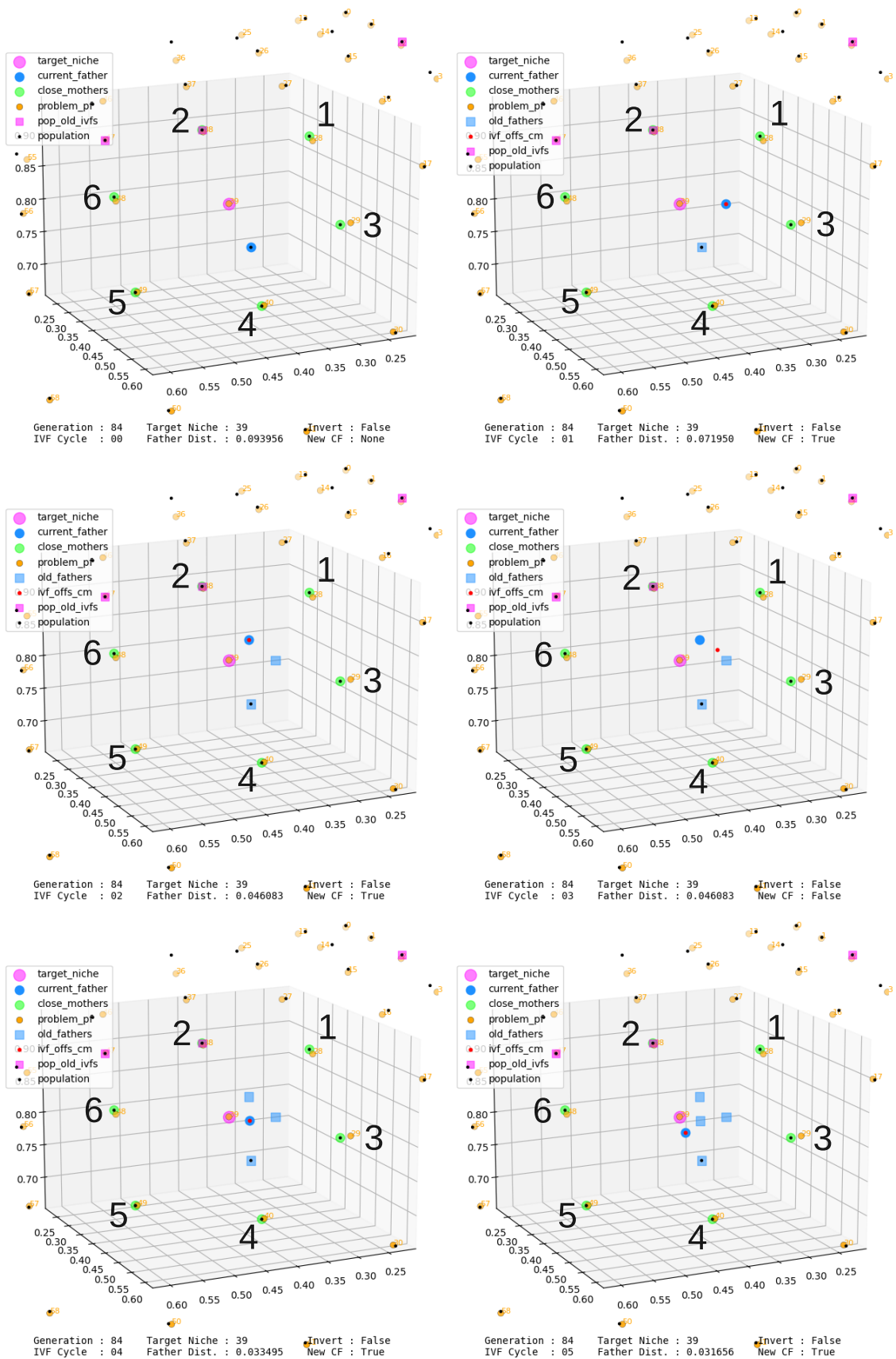


Figura 3.32: Etapas 0 a 5 de uma intensificação IVF com busca guiada por balizas, F auto-ataptativo e Steady State

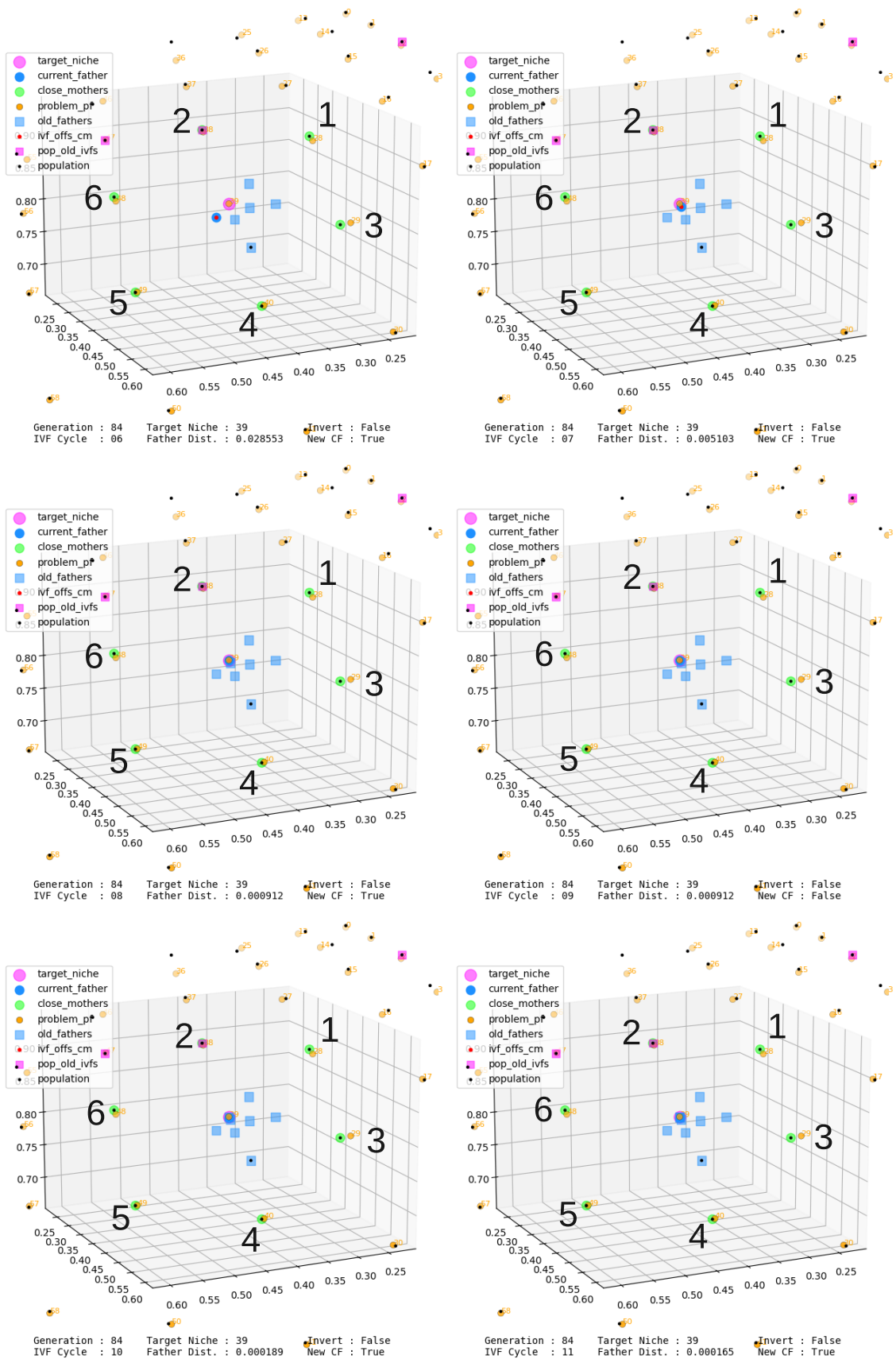


Figura 3.33: Etapas 6 a 11 de uma intensificação IVF com busca guiada por balizas, F auto-ataptativo e Steady State

### 3.5 Transferência usando o mesmo critério de sobrevivência do algoritmo host

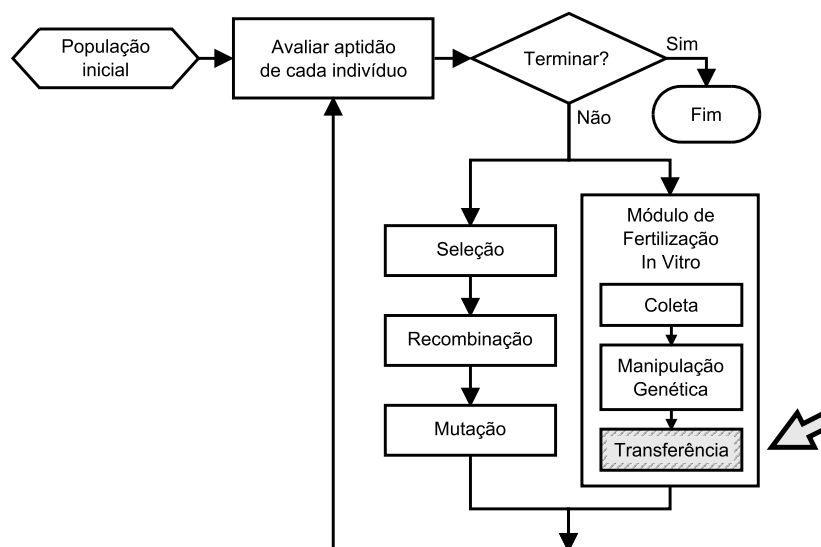
Na Figura 3.34 destaca-se a etapa de transferência no fluxo geral do método de Fertilização In Vitro, acoplado a um algoritmo evolutivo.

Conforme indicado pelos autores [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#), o operador de transferência do IVF/GA (de objetivo único) pode ser implementado de diferentes maneiras, sendo a mais utilizada a transferência para a população anfitriã de um único super indivíduo. No entanto, também de acordo com os mesmos autores, pode-se também transferir um conjunto de super indivíduos produzidos no estágio de Manipulação Genética.

Em [Sampaio e Camilo-Junior \(2017\)](#), com uma adaptação do método de Fertilização In Vitro ao algoritmo multiobjetivo NSGA-II (IVF/NSGA-II), observou-se que um super indivíduo com bons resultados em um objetivo (em comparação com os indivíduos da população coletada ou gerada pelo método IVF) pode, na realidade, estar dominado por outras soluções disponíveis na população anfitriã do Algoritmo Evolutivo.

Assim, na abordagem multiobjetivo, a transferência apenas do melhor super indivíduo encontrado (em comparação com sua sub-população), poderia causar seu descarte imediato pelo algoritmo anfitrião NSGA-II, caso a solução transferida estivesse dominada por outra solução na população original.

Deste modo, como tratado em [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#), na abordagem multiobjetivo passou-se a verificar a contribuição das soluções In Vitro perante toda a



**Figura 3.34:** Etapa de transferência, no fluxo geral do método de Fertiliza o In Vitro

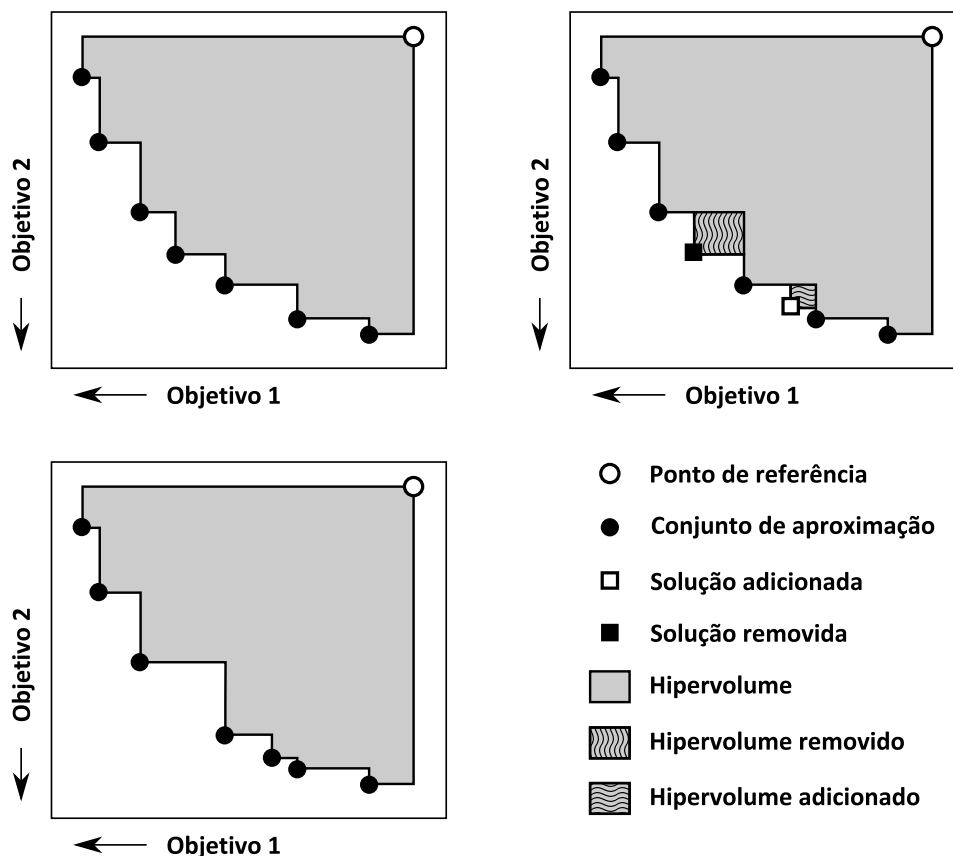
Adaptado de [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#)

população original do algoritmo host, para se evitar que indivíduos transferidos afetassem, por exemplo, o *crowding distance* dos indivíduos do algoritmo host, gerando retrabalho para uma nova reorganização das soluções, prejudicando assim o resultado final.

A Figura 3.35 indica como uma transferência de indivíduos não-dominados poderia prejudicar o Hipervolume ao não ser verificada a contribuição sobre o espalhamento das soluções, comparando-se a sub-população tratada pelo In Vitro com a população completa do algoritmo host.

Desta forma, já em [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#) passou-se a analisar não apenas o *ranking* de não-dominância, como também a contribuição sobre o espalhamento.

Para isso, os indivíduos obtidos pelo In Vitro passaram a ser reunidos com a população original do algoritmo host, e esta população passou pelo mesmo critério de sobrevivência daquele algoritmo. No caso do NSGA-II o critério utilizado é a ordenação pelo *ranking* de não-dominância e a classificação em um mesmo rank baseada no distanciamento de aglomerações.



**Figura 3.35:** Ao considerar apenas o “rank” de não-dominância na transferência, um super indivíduo pode substituir uma solução com maior contribuição ao Hipervolume. Portanto, é crucial incluir o “crowding distance” dos super indivíduos na transferência.

Da mesma forma, na abordagem *many-objective*, com o seu acoplamento ao algoritmo NSGA-III, este trabalho propõe que os indivíduos gerados e avaliados pelo In Vitro sejam reunidos em uma população de transferência, e ao final dos seus ciclos o In Vitro reúna essa população de super indivíduos com a população original do algoritmo host, e execute o mesmo operador de sobrevivência usado pelo algoritmo host.

Neste caso, o NSGA-III usa o critério de ordenação por não-dominância associado à vinculação de soluções para cada nicho, em que sobrevivem os indivíduos com menores distâncias para seus respectivos nichos.

Com isso o método In Vitro pode ser utilizado de forma similar a um operador populacional, em que recebe toda a população do algoritmo host, executa sua estratégia evolutiva, com as etapas de coleta, manipulação exploratória, recombinação, e na etapa de transferência o In Vitro reúne os super indivíduos e a população original, executa a sobrevivência e devolve uma população inteira, já classificada de acordo com o critério do seu respectivo algoritmo host, neste caso o NSGA-III.

---

## Experimentos e Resultados

---

Este capítulo descreve uma série de experimentos conduzidos para explorar e refinar a abordagem proposta de Fertilização In Vitro, com Busca Guiada por Balizas, acoplada ao NSGA-III, identificada como IVF/NSGA-III. A sequência lógica destes experimentos pretende analisar decisões críticas e implementar melhorias incrementais no IVF/NSGA-III, com cada subseção contribuindo com *insights* para a evolução do algoritmo.

Inicialmente, foi realizada uma investigação sobre o comportamento do algoritmo IVF/GA em um contexto de problema *single objective*, utilizando o problema Rastrigin (RASTRIGIN, 1974; RUDOLPH, 1990) com 50 variáveis. Esta análise preliminar permitiu uma revisão das etapas de coleta e de manipulação genética, fornecendo uma base para adaptações subsequentes no contexto *many-objective*.

Prosseguindo, a inclusão do operador de Evolução Diferencial nos ciclos internos do IVF, em combinação com o GA, revelou a possibilidade de gerar um único descendente por par de recombinação IVF como um potencial aprimoramento. Este *insight* apontou para uma direção onde a intensificação do processo poderia ser alcançada com uma utilização mais eficiente das execuções da função de avaliação. Assim, em um experimento subsequente, o IVF/GA foi ajustado para gerar apenas um descendente por par de recombinação IVF, visando explorar esse equilíbrio entre intensificação e economia de recursos.

Adicionalmente, foi examinada a gestão sobre o consumo de execuções da função de avaliação por meio de uma taxa percentual permitida para o uso pelo algoritmo auxiliar. Esse experimento visou otimizar o aproveitamento dos recursos computacionais disponíveis, contribuindo para o desenvolvimento de um método mais eficiente e adaptativo.

Finalmente, dois experimentos comparativos foram realizados para avaliar a eficácia do IVF/NSGA-III. O primeiro comparou diretamente o IVF/NSGA-III, sem a implementação do Steady State, com o NSGA-III canônico nos problemas DTLZ 1, 2, 3 e 4, com 3 e 5 objetivos. O segundo estendeu essa comparação para incluir seis algoritmos *many-objective* reconhecidos, abordando um espectro mais amplo de 23 problemas dos

benchmarks DTLZ (DEB et al., ), MaF (CHENG et al., 2017) e WFG (HUBAND et al., 2006), com configurações de 2, 3, 7 e 10 objetivos. Essa etapa visa avaliar a robustez e a versatilidade da proposta IVF/NSGA-III em uma gama diversificada de desafios *many-objective*.

A Tabela 4.1 apresenta um conjunto detalhado de características associadas a cada um dos problemas *many-objective* analisados nas referências (CHENG et al., 2017; TANABE; ISHIBUCHI, 2018; REDDY; DULIKRAVICH, 2019). Esta compilação possibilita a avaliação dos algoritmos sob um espectro diversificado de condições, incluindo multimodalidade, interdependência entre variáveis (não-separabilidade), elevada dificuldade de convergência e presença de problemas deceptivos. A variedade dessas características visa proporcionar uma análise robusta do desempenho dos algoritmos em cenários complexos de otimização.

**Tabela 4.1:** Principais propriedades dos problemas DTLZ, MaF e WFG utilizados

Problema	Forma da fronteira	Multimodal	Não Separável	Bias	Deceptivo
DTLZ 1	Linear	✓			
DTLZ 2	Côncava				
DTLZ 3	Côncava	✓			
DTLZ 4	Côncava			✓	
DTLZ 5	Côncava degenerada		-	✓	
DTLZ 6	Côncava degenerada		-	✓	
DTLZ 7	Mista descontínua	✓			
MaF 1	Linear e invertida	✓			
MaF 2	Côncava e invertida				
MaF 3	Convexa	✓			
MaF 4	Côncava e invertida (mal escalado)	✓			
MaF 5	Convexa e degenerada (mal escalado)		Parcialmente	✓	
MaF 6	Convexa e degenerada		Parcialmente		
MaF 7	Mista descontínua	✓	Parcialmente		
WFG 1	Convexa mista			✓	
WFG 2	Convexa descontínua	Em $F_m$	✓		
WFG 3	Linear degenerada		✓		
WFG 4	Côncava	✓			
WFG 5	Côncava				✓
WFG 6	Côncava		✓		
WFG 7	Côncava			✓	
WFG 8	Côncava		✓	✓	
WFG 9	Côncava	✓	✓	✓	✓

Como citado anteriormente, a implementação e os experimentos descritos contribuem para o campo da otimização *many-objective*, demonstrando como aprimoramentos focados em algoritmos destinados a problemas de objetivo único podem ser adaptados e expandidos para enfrentar desafios mais complexos. Cada experimento e decisão tomada ao longo deste processo não apenas contribuiu para um refinamento do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III mas também fornece *insights* valiosos para trabalhos futuros.

Nas seções a seguir, serão apresentados detalhes sobre os *frameworks* utilizados, as configurações específicas dos experimentos, e os resultados alcançados, destacando as contribuições para o avanço das metodologias propostas. Estas metodologias foram detalhadas no Capítulo 3 deste trabalho, culminando em uma abordagem promissora para a otimização *many-objective*.

## 4.1 Frameworks Utilizados no Desenvolvimento e Experimentação: Pymoo e PlatEMO

O desenvolvimento e a experimentação dos algoritmos apresentados nesta pesquisa foram apoiados pelo uso de dois *frameworks* principais: Pymoo (Blank; Deb, 2020) e PlatEMO (TIAN et al., 2017). Ambos os frameworks oferecem recursos robustos para a concepção, implementação e análise de algoritmos de otimização *multi* e *many-objective*.

O Pymoo, proposto por Julian Blank e Kalyanmoy Deb, é uma biblioteca Python especializada em otimização multiobjetivo e *many-objective* (Blank; Deb, 2020). Este *framework* é desenvolvido em Python, uma linguagem valorizada pela comunidade acadêmica e industrial por sua flexibilidade e eficácia em ciência de dados e aprendizado de máquina. Este *framework* distingue-se pela facilidade de personalização e expansão de algoritmos evolutivos, permitindo a implementação de operadores customizados para adaptar-se às necessidades específicas dos pesquisadores. Entre os recursos oferecidos, incluem-se algoritmos conhecidos como MOEA/D e NSGA-III, ferramentas para análise de resultados como métricas de Hipervolume e IGD (COELLO; SIERRA, 2004), ferramentas para testes estatísticos, a exemplo do teste Wilcoxon-Mann-Whitney (SHESKIN, 2003), e um conjunto variado de funções de teste adaptadas para desafios *many-objective*.

Além do Pymoo, esta pesquisa também se beneficiou do uso do PlatEMO, desenvolvido em Matlab. O PlatEMO proporciona uma gama ainda mais ampla de algoritmos *many-objective* e *benchmarks*, facilitando a realização de experimentos comparativos extensivos. Em particular, foi no PlatEMO que se realizou o experimento envolvendo 23 problemas dos benchmarks DTLZ, MaF e WFG, comparando o algoritmo híbrido proposto IVF/NSGA-III com seis outros algoritmos *many-objective* amplamente reconhecidos: NSGA-III, A-NSGA-III, MOEA/D, MOEA/D-AWA, RVEA e t-DEA. Este experimento permitiu uma análise comparativa abrangente, destacando a eficácia do algoritmo proposto frente a outras abordagens consagradas.

O PlatEMO é também reconhecido por sua capacidade de execução de múltiplas avaliações de forma paralela, similarmente ao Pymoo, o que é essencial para otimizar o tempo computacional em experimentos de grande escala.

Nas seções seguintes, serão detalhados os experimentos conduzidos utilizando

ambos os *frameworks*, Pymoo e PlatEMO. Esta abordagem combinada permitiu uma investigação diversificada, fornecendo *insights* valiosos para contribuições do método de Fertilização In Vitro e da Busca Guiada por Balizas para a otimização *many-objective*.

## 4.2 Aplicação do IVF/GA no Problema Rastrigin de 50 Variáveis

Este experimento, junto aos dois que imediatamente o seguem e estão intrinsecamente ligados, busca identificar aprimoramentos nas variáveis-chave do método de Fertilização In Vitro, incluindo o tamanho da coleta, o gatilho de ativação e o consumo de avaliações, este último referindo-se ao número de descendentes gerados pelo método auxiliar. Tal investigação responde aos desafios observados no estudo de [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#), particularmente evidenciados na análise realizada na Figura 3.3.

Os resultados e perspectivas obtidos por meio de cada experimento são fundamentais para o desenvolvimento de estratégias que serão implementadas e detalhadas em seções posteriores deste trabalho. Nelas, serão abordadas inovações como a modificação da taxa de execução — transitando de um critério probabilístico para uma porcentagem do consumo de avaliações dentro de uma janela de gerações específica — e a manutenção da Estratégia de Evolução Diferencial nos ciclos internos do In Vitro. Esta última inclui a geração de um único descendente por par de recombinação e a redução do vetor de perturbação para promover uma evolução mais precisa e focada em intensificação, técnicas que foram incorporadas ao IVF/NSGA-III.

Tais observações estão em consonância com o discutido na Seção 2.7, reiterando que melhorias em algoritmos voltados para problemas de objetivo único são essenciais, oferecendo bases sólidas para enfrentar desafios nos contextos mais complexos de otimização multi e *many-objective*.

Diante dessa perspectiva, a presente pesquisa empreendeu uma investigação preliminar sobre possíveis refinamentos em variáveis e mecanismos do método de Fertilização In Vitro (IVF) aplicado ao problema Rastrigin, caracterizado por sua natureza multimodal e com o uso de 50 dimensões, como etapa antecedente à abordagem de questões multi e *many-objective* de maior complexidade.

Assim, efetuou-se a integração do IVF com o Algoritmo Genético (IVF/GA), seguindo a metodologia descrita por [Camilo-Junior e Yamanaka \(2011\)](#). Esta fase do estudo visa identificar ajustes pertinentes nos componentes do IVF que possam influenciar de maneira positiva a capacidade do método em resolver problemas que exibem uma estrutura complexa e desafiadora, como o Rastrigin, estabelecendo as bases para futuras aplicações em cenários de otimização com múltiplos objetivos.

A Tabela 4.2 detalha as configurações adotadas para o experimento com o problema Rastrigin aplicando o algoritmo IVF/GA. Essa configuração inclui a investigação de diversas combinações de parâmetros específicos do método In Vitro, como variadas taxas de execução por geração (*IVF Rate*) e distintos tamanhos de coleta (*IVF Collect Size*).

Para estabelecer um parâmetro de comparação, realizou-se um conjunto de 30 execuções (30 otimizações) nas quais a taxa de execução do In Vitro foi configurada como zero, simulando, assim, a operação do Algoritmo Genético desprovido do suporte do algoritmo auxiliar. Os resultados dessa configuração foram replicados para diferentes tamanhos de coleta, permitindo uma análise comparativa cujos detalhes podem ser verificados na Tabela 4.3 e visualizados nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

**Tabela 4.2:** *Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/GA com o problema Rastrigin com 50 variáveis*

Parâmetro	Valor
Algoritmo	IVF/GA
Problema	Rastrigin
Variáveis	50
Objetivos	1
População ( <i>P</i> )	50
Limite de avaliações ( <i>LA</i> )	5.000
Gerações ( <i>G</i> )	100
<i>Crossover Operator</i>	SBX
<i>Crossover Probability</i>	0,9
<i>Crossover eta</i>	3.0
<i>Mutation Operator</i>	Polynomial Mutation
<i>Mutation Probability</i>	$1/N = 2\%$
<i>Mutation eta</i>	5.0
<i>IVF Rate</i>	0.0 a 1.0, passo 0.1
<i>IVF Collect Size</i>	3 a 12, passo 1
<i>IVF Max Cycles</i>	4
<i>IVF Transfer Size</i>	Todos os filhos
<i>IVF Exploratory Strategy</i>	EAR-N
<i>IVF Crossover</i>	Idem algoritmo anfitrião
<i>IVF Mutation</i>	Idem algoritmo anfitrião
Número de execuções ( <i>E</i> )	30

A análise dos resultados obtidos nas 30 execuções das três configurações delineadas, conforme exposto na Figura 4.4, embasou o cálculo do *p*-value utilizando o teste estatístico de Wilcoxon Rank Sum. Os dados pertinentes estão compilados na Tabela 4.4.

A Figura 4.3 exibe um mapa de calor que sintetiza o desempenho das combinações de parâmetros, revelando áreas onde a intervenção do método In Vitro propicia melhorias significativas, comprovadas estatisticamente, em contrapartida a configurações

**Tabela 4.3:** Médias do resultado de 30 execuções do IVF/GA, com o Rastrigin com 50 variáveis, combinando diferentes taxas de execução e diferentes tamanhos de coleta

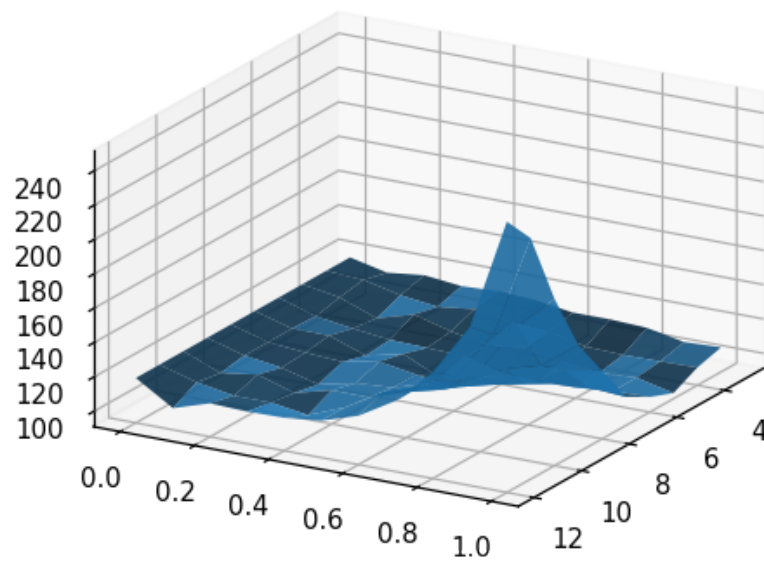
coleta: taxa	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.0	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49
0.1	112,63	116,25	113,86	110,67	111,35	111,22	111,25	108,84	111,23	103,99
0.2	115,24	111,39	105,76	107,56	111,26	109,17	108,16	111,93	107,49	110,82
0.3	112,95	108,68	112,01	105,05	103,70	107,96	102,51	105,33	107,54	110,10
0.4	114,04	111,38	106,27	104,41	108,73	112,03	107,35	110,97	104,32	110,52
0.5	112,78	107,49	102,40	103,77	98,69	108,36	108,78	110,89	112,88	112,94
0.6	109,75	106,46	104,67	97,47	102,62	105,09	115,44	117,99	125,39	119,84
0.7	109,84	101,72	100,71	97,01	108,31	110,60	118,51	123,46	133,01	132,56
0.8	108,94	100,93	98,31	97,63	107,53	115,17	131,66	139,66	144,44	153,19
0.9	104,72	101,23	99,55	99,48	109,40	127,53	137,88	168,35	171,40	183,68
1.0	105,64	101,70	94,58	100,17	108,00	131,11	153,84	188,57	231,68	249,13

que, devido à elevada frequência de execução combinada a um extenso tamanho de coleta, tendem a deteriorar o desempenho geral do algoritmo híbrido.

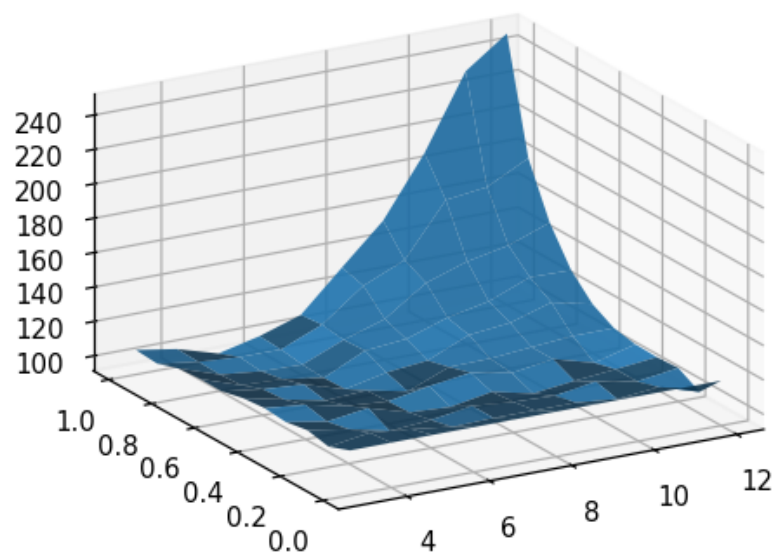
Conforme indicado pela Figura 4.3, taxas (probabilidades) de execução do método de Fertilização In Vitro em 50% a 100% das gerações, associadas a coletas menores, variando de 4 a 6 indivíduos de uma população total de 50 (aprox. 10% da população), resultaram em desempenhos melhores. Por outro lado, taxas de execução reduzidas, entre 10% e 40%, apresentaram resultados promissores com tamanhos de coleta variando entre 5 e 10 indivíduos, correspondendo a 10% a 20% do total da população. A necessidade de se equilibrar a taxa de execução com o tamanho da coleta, impactando o uso de avaliações pelo algoritmo auxiliar, destaca a relevância de pesquisas sobre auto-parametrização e da implementação de mecanismos para a ativação do método auxiliar e gestão eficaz de avaliações durante a busca.

**Tabela 4.4:** *p*-value da comparação estatística entre os algoritmos da Fig. 4.4. "r" é *ivf\_rate* e "c" é *ivf\_collect\_size*

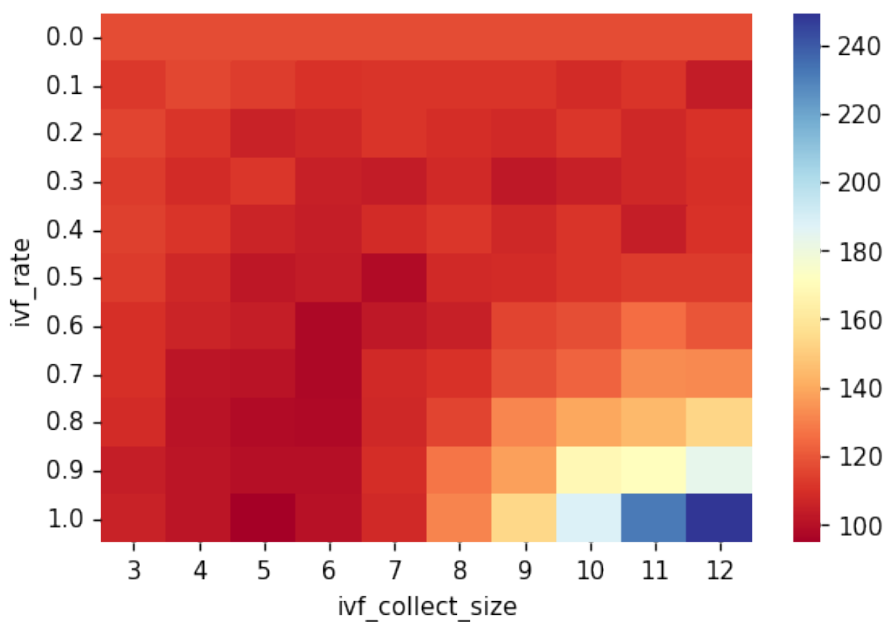
IVF/GA	r=0.0	r=0.5 e c=5	r=0.7 e c=6
r=0.0	-	$2.4909 \times 10^{-4}$ ***	$2.5456 \times 10^{-6}$ ***
r=0.5 e c=5	$2.4909 \times 10^{-4}$ ***	-	$6.4835 \times 10^{-2}$ *
r=0.7 e c=6	$2.5456 \times 10^{-6}$ ***	$6.4835 \times 10^{-2}$ *	-
<i>p</i> -value : *** <i>p</i> < 0.01, ** <i>p</i> < 0.05, * <i>p</i> < 0.1			



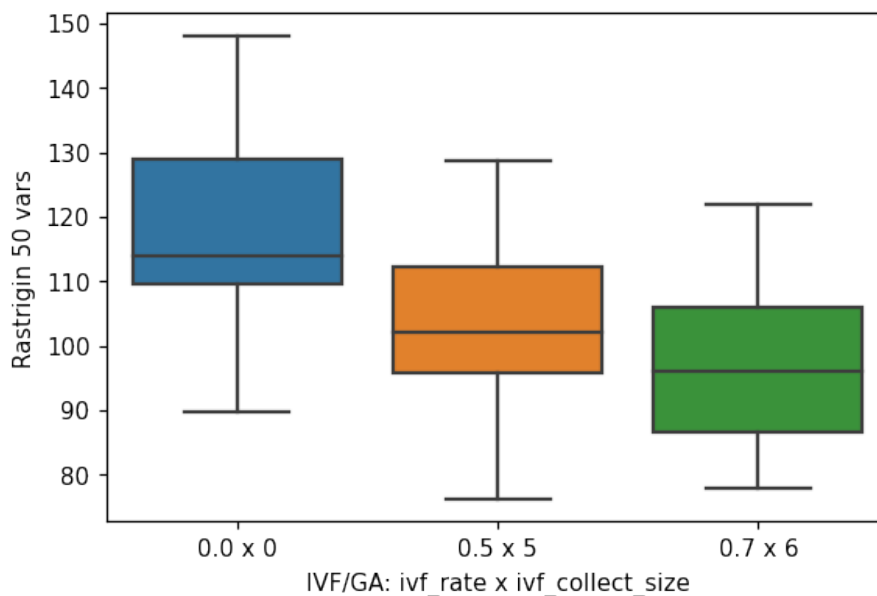
**Figura 4.1:** Panorama de performance do algoritmo IVF/GA com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.



**Figura 4.2:** Outro ângulo do panorama de performance do algoritmo IVF/GA com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.



**Figura 4.3:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/GA com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta.



**Figura 4.4:** Boxplots indicando a performance do algoritmo IVF/GA com 3 configurações: sem o uso do módulo IVF, com valores default (`ivf_rate=0.5`, `ivf_collect_size=5`), e com a melhor combinação indicada na tabela 4.3

### 4.3 Aplicação do Algoritmo IVF/GA/DE ao Problema Rastrigin de 50 Variáveis

Com base nos avanços documentados no estudo IVF/GDE3 [Sampaio e Camilo-Junior \(2019\)](#), que abordou problemas de otimização multiobjetivo utilizando o operador “DE/current-to-best/1” dentro do contexto do método de Fertilização In Vitro, decidiu-se incorporar este operador ao método IVF integrado ao Algoritmo Genético de objetivo único, resultando na formação do algoritmo memético IVF/GA/DE.

A designação IVF/GA/DE é empregada para descrever a integração do método de Fertilização In Vitro (IVF) com o Algoritmo Genético (GA), incorporando operadores de cruzamento como o SBX (Simulated Binary Crossover) e de mutação como a mutação polinomial (Polynomial Mutation). Este conjunto é enriquecido pela inclusão de um operador de Evolução Diferencial (DE), especificamente o “DE/current-to-best/1”, aplicado unicamente nos ciclos internos do método In Vitro.

Este experimento, seguindo o procedimento adotado na análise do IVF/GA, empregou o algoritmo IVF/GA/DE na resolução do desafio apresentado pelo problema Rastrigin, que se caracteriza por sua alta dimensionalidade, especificamente com 50 variáveis. A investigação envolveu a exploração de diversas configurações, variando as taxas de execução e os tamanhos de coleta, com o objetivo de avaliar o impacto dessas variáveis na performance do algoritmo.

A Tabela 4.5 detalha as configurações adotadas em um total de 3300 testes, explorando a interação entre 10 diferentes taxas de execução do In Vitro (variando de 0,1 a 1,0, com incrementos de 0,1) e 10 distintos tamanhos de coleta (de 3 a 12, com incrementos unitários). Como referência, foram conduzidas 30 execuções adicionais do algoritmo, configurando a taxa de execução do In Vitro em 0,0, para estabelecer a performance base do Algoritmo Genético sem o recurso do componente auxiliar In Vitro. Os resultados destas execuções, sob a configuração “ivf\_rate=0.0”, serviram para a obtenção da média de desempenho do Algoritmo Genético isoladamente, e foram replicados para cada uma das configurações de tamanho de coleta do In Vitro, conforme ilustrado na Tabela 4.6 e visualizado através do mapa de calor na Figura 4.6.

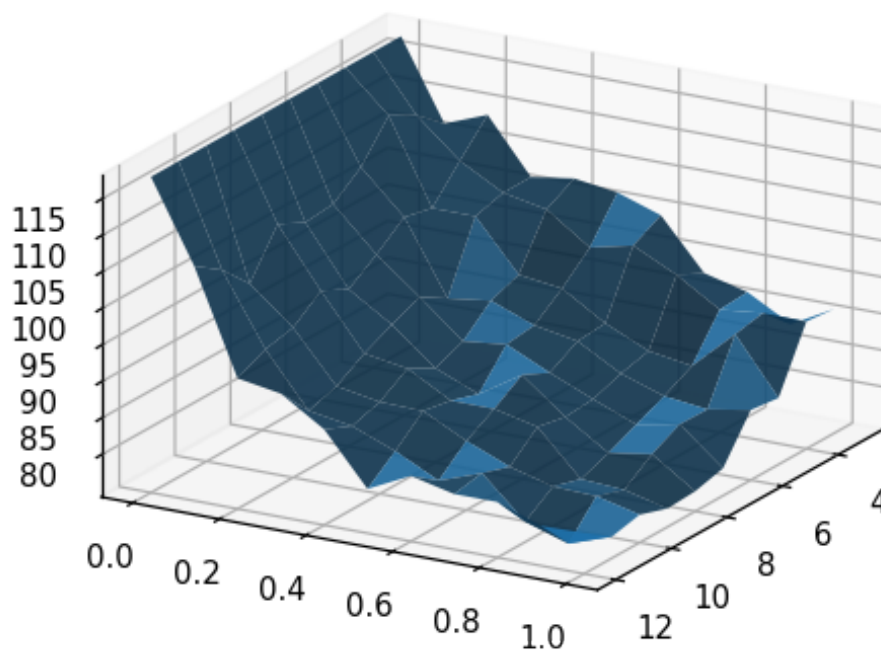
A Tabela 4.6 mostra a média de 30 execuções de otimização para cada configuração testada, assegurando uma amostra estatística confiável para análises detalhadas, como média e desvio padrão. Os resultados de cada uma das 30 execuções das 3 configurações indicadas na Fig. 4.7 foram empregados para análises estatísticas, incluindo o cálculo do *p-value* pelo *Wilcoxon Rank Sum Test*, conforme detalhado na Tabela 4.7. A Figura 4.8 compara os resultados obtidos pelo IVF/GA e pelo IVF/GA/DE na mesma escala. Pode-se observar que há uma intensificação maior dos resultados no IVF/GA/DE, com coletas em torno de 20% do tamanho da população e com taxas de execução maiores do que 50%.

**Tabela 4.5:** *Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/GA/DE com o problema Rastrigin com 50 variáveis*

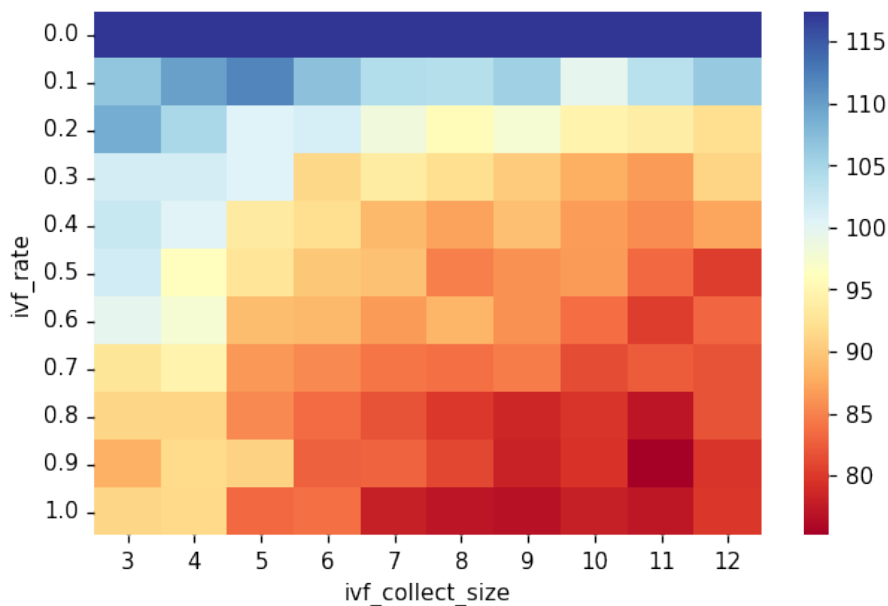
Parâmetro	Valor
Algoritmo	IVF/GA/DE
Problema	Rastrigin
Variáveis	50
Objetivos	1
População ( $P$ )	50
Limite de avaliações ( $LA$ )	5.000
Gerações ( $G$ )	100
<i>Crossover Operator</i>	SBX
<i>Crossover Probability</i>	0,9
<i>Crossover eta</i>	3.0
<i>Mutation Operator</i>	Polynomial Mutation
<i>Mutation Probability</i>	$1/N = 2\%$
<i>Mutation eta</i>	5.0
<i>IVF Rate</i>	0.0 a 1.0, passo 0.1
<i>IVF Collect Size</i>	3 a 12, passo 1
<i>IVF Max Cycles</i>	4
<i>IVF Transfer Size</i>	Todos os filhos
<i>IVF Exploratory Strategy</i>	EAR-N
<i>IVF DE F</i>	Random
<i>IVF DE CR</i>	0.9
Número de execuções ( $E$ )	30

**Tabela 4.6:** *Médias do resultado de 30 execuções do IVF/GA/DE, com o problema Rastrigin com 50 variáveis, combinando diferentes taxas de execução do In Vitro e diferentes tamanhos de coleta*

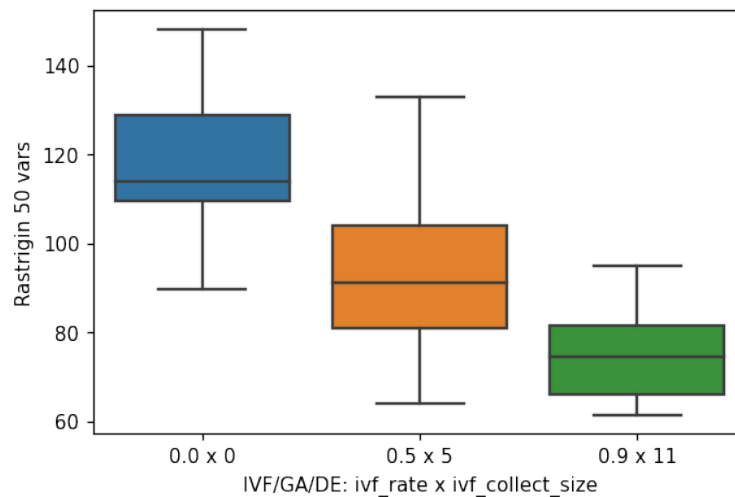
coleta: taxa	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.0	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49
0.1	106,65	109,93	112,02	107,10	104,18	103,81	105,72	99,69	103,72	106,38
0.2	108,95	104,80	100,46	101,37	98,38	95,77	97,69	94,79	93,97	92,12
0.3	101,54	101,53	100,46	91,35	93,68	92,03	90,22	87,88	86,65	91,14
0.4	102,47	100,38	93,57	92,14	88,73	87,20	89,28	86,84	85,68	87,35
0.5	101,65	96,26	92,79	89,87	89,40	84,74	85,99	86,71	83,36	80,31
0.6	99,65	97,64	89,13	88,83	86,64	88,48	85,96	83,72	80,41	83,20
0.7	92,84	94,75	86,45	85,50	84,13	83,83	84,62	81,29	82,55	81,83
0.8	91,35	91,09	85,53	83,52	81,77	80,01	78,58	79,70	77,03	81,86
0.9	88,08	91,73	90,97	82,81	82,91	80,98	78,23	79,49	75,13	79,71
1.0	91,26	91,68	83,36	83,84	78,00	77,00	76,76	78,06	77,19	79,86



**Figura 4.5:** Panorama de performance do algoritmo IVF/GA/DE com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.



**Figura 4.6:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/GA/DE com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta.

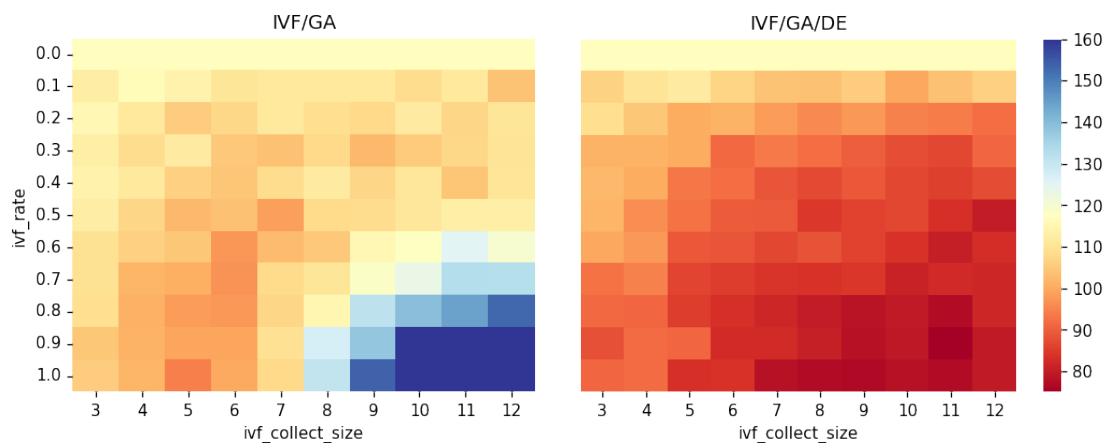


**Figura 4.7:** Boxplots com resultados do algoritmo IVF/GA/DE em 3 configurações: sem o uso do módulo IVF, com valores default ( $ivf\_rate=0.5$ ,  $ivf\_collect\_size=5$ ), e com a melhor combinação indicada na tabela 4.6.

**Tabela 4.7:**  $p$ -value da comparação estatística entre algoritmos da Fig. 4.7. "r" é  $ivf\_rate$  e "c" é  $ivf\_collect\_size$

IVF/GA/DE	r=0.0	r=0.5 e c=5	r=0.9 e c=11
r=0.0	-	$3.7996 * 10^{-7} ***$	$2.7 * 10^{-11} ***$
r=0.5 e c=5	$3.7996 * 10^{-7} ***$	-	$8.7396 * 10^{-6} ***$
r=0.9 e c=11	$2.7 * 10^{-11} ***$	$8.7396 * 10^{-6} ***$	-

$p$ -value : \*\*\* $p < 0.01$ , \*\* $p < 0.05$ , \* $p < 0.1$



(a) IVF/GA

(b) IVF/GA/DE

**Figura 4.8:** (a) e (b) exibem performances dos algoritmos IVF/GA e IVF/GA/DE nos Experimentos 1 e 2, com a mesma escala de cores. Em IVF/GA o aumento no número de avaliações In Vitro pode comprometer a performance, pois o operador SBX produz o dobro de descendentes em relação ao operador DE, aplicado no IVF/GA/DE.

## 4.4 Algoritmo IVF/GA na Resolução do Problema Rastrigin com 50 Variáveis Usando Crossover SBX para Produzir um Único Descendente por Par de Pais

Nos experimentos anteriores, observou-se uma distinção importante na mecânica reprodutiva entre o algoritmo IVF/GA e o IVF/GA/DE. Enquanto o primeiro, utilizando o operador de crossover SBX, produz dois descendentes a cada interação genética entre o pai corrente e uma mãe selecionada, o último, empregando operadores de Evolução Diferencial, gera apenas um único descendente por recombinação. Esta diferença resulta em um aumento no consumo de avaliações pelo método In Vitro no caso do IVF/GA, limitando assim os recursos avaliativos disponíveis para o algoritmo anfitrião.

Dada a aplicabilidade dos operadores de Evolução Diferencial principalmente em contextos com representações reais e a necessidade de adaptações do método IVF para outros tipos de representação, investigou-se o desempenho do IVF/GA quando ajustado para que o operador SBX produzisse apenas um descendente por par de pais em cada ciclo interno do In Vitro. Este ajuste visa explorar o impacto na eficiência de consumo das avaliações disponíveis e na capacidade do algoritmo anfitrião em prosseguir com sua estratégia evolutiva sem comprometimento significativo de recursos.

A Tabela 4.8 detalha as configurações adotadas neste experimento, com diferentes taxas de ativação do In Vitro por geração no algoritmo anfitrião e variações no tamanho de coleta. Estas configurações são as mesmas dos experimentos anteriores, excetuando-se a alteração na quantidade de descendentes gerados pelo operador SBX durante os ciclos internos do In Vitro.

As médias de 30 execuções para cada conjunto de configurações estão sumarizadas na Tabela 4.9. Os dados derivados dessas 30 execuções para as configurações selecionadas, exibidos na Fig. 4.11, fundamentam o cálculo do valor  $p$ -value para análise estatística, apresentada na Tabela 4.10.

A análise comparativa entre os algoritmos utilizados neste e nos experimentos precedentes é visualizada através dos mapas de calor na Fig. 4.12. Nota-se que a redução no número de descendentes gerados a partir de cada par de recombinação, viabiliza a exploração de uma quantidade maior de combinação de parâmetros, alcançando melhorias significativas nos resultados em comparação ao algoritmo anfitrião.

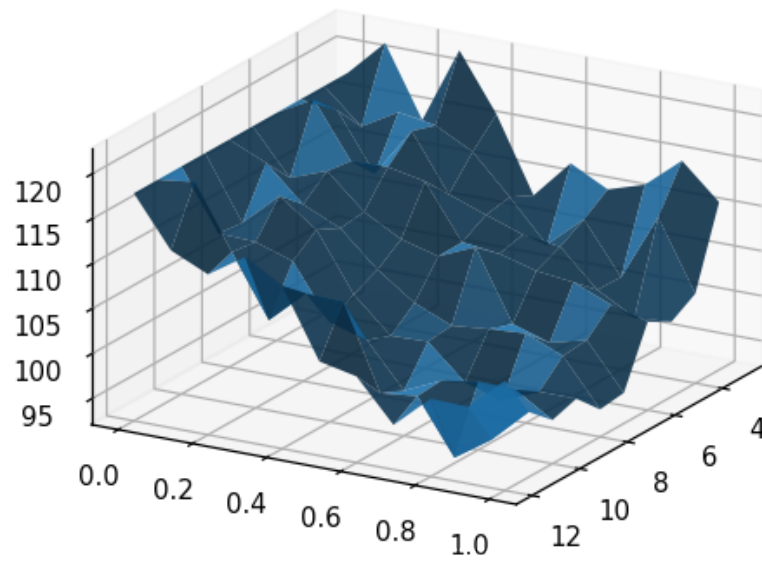
Essa observação é relevante, uma vez que o operador de Evolução Diferencial é mais adequado para o tratamento de problemas com representação real. Deste modo, para o tratamento de problemas com outros tipos de representação, como binária, combinatorial, entre outras, o In Vitro pode manter sua contribuição reduzindo-se a quantidade de descendentes gerados por cada operação de recombinação.

**Tabela 4.8:** *Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/GA com o problema Rastrigin com 50 variáveis*

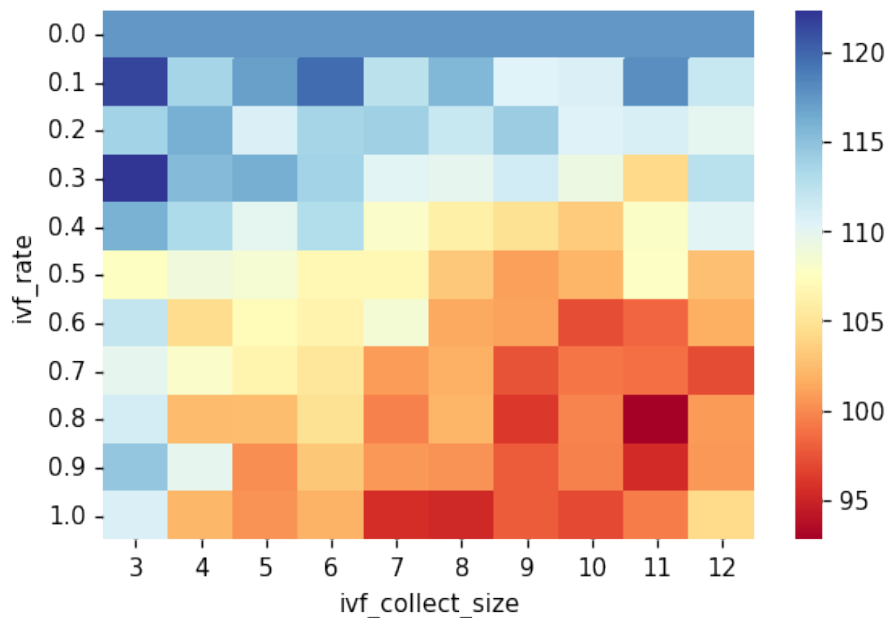
Parâmetro	Valor
Algoritmo	IVF/GA (2)
Problema	Rastrigin
Variáveis	50
Objetivos	1
População ( $P$ )	50
Limite de avaliações ( $LA$ )	5.000
Gerações ( $G$ )	100
<i>Crossover Operator</i>	SBX
<i>Crossover Probability</i>	0,9
<i>Crossover eta</i>	3.0
<i>Mutation Operator</i>	Polynomial Mutation
<i>Mutation Probability</i>	$1/N = 2\%$
<i>Mutation eta</i>	5.0
<i>IVF Rate</i>	0.0 a 1.0, passo 0.1
<i>IVF Collect Size</i>	3 a 12, passo 1
<i>IVF Max Cycles</i>	4
<i>IVF Transfer Size</i>	Todos os filhos
<i>IVF Exploratory Strategy</i>	EAR-N
<i>IVF Crossover</i>	SBX com 1 filho gerado para cada par de pais
<i>IVF Mutation</i>	Idem algoritmo anfitrião
Número de execuções ( $E$ )	30

**Tabela 4.9:** *Médias do resultado de 30 execuções do IVF/GA, com Rastrigin com 50 variáveis, combinando diferentes taxas de execução e tamanhos de coleta*

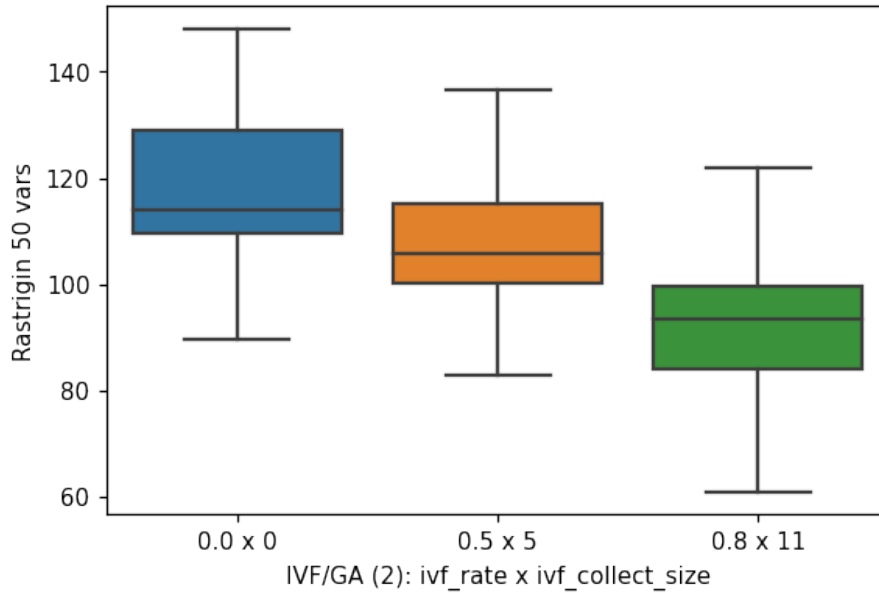
coleta: taxa	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.0	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49	117,49
0.1	121,56	113,75	117,03	119,75	112,51	115,68	110,49	110,83	118,03	111,90
0.2	113,77	116,12	110,79	113,66	114,06	111,83	114,26	110,64	111,00	110,02
0.3	122,30	115,44	116,30	113,80	110,29	109,96	111,27	109,28	104,20	112,72
0.4	115,97	113,27	110,03	112,97	108,02	106,13	104,88	103,28	107,94	110,27
0.5	107,71	109,00	108,52	106,96	106,90	103,20	101,02	102,04	107,81	102,65
0.6	112,06	104,49	107,10	106,46	108,68	101,44	101,14	97,20	98,42	101,76
0.7	109,92	108,09	106,53	105,33	100,90	101,84	97,40	99,08	98,85	97,13
0.8	111,22	102,43	102,52	104,84	99,61	102,12	96,19	99,74	92,78	100,83
0.9	114,67	109,88	100,22	103,14	100,66	100,41	97,93	99,62	95,55	100,71
1.0	110,83	102,13	100,50	101,99	95,58	95,23	97,90	97,02	99,41	104,37



**Figura 4.9:** Panorama de performance do algoritmo IVF/GA (2) com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Taxas de execução variando de 0.0 a 1.0, tamanhos de coletas variando de 3 a 12, e resultados de performance indicados no eixo vertical.



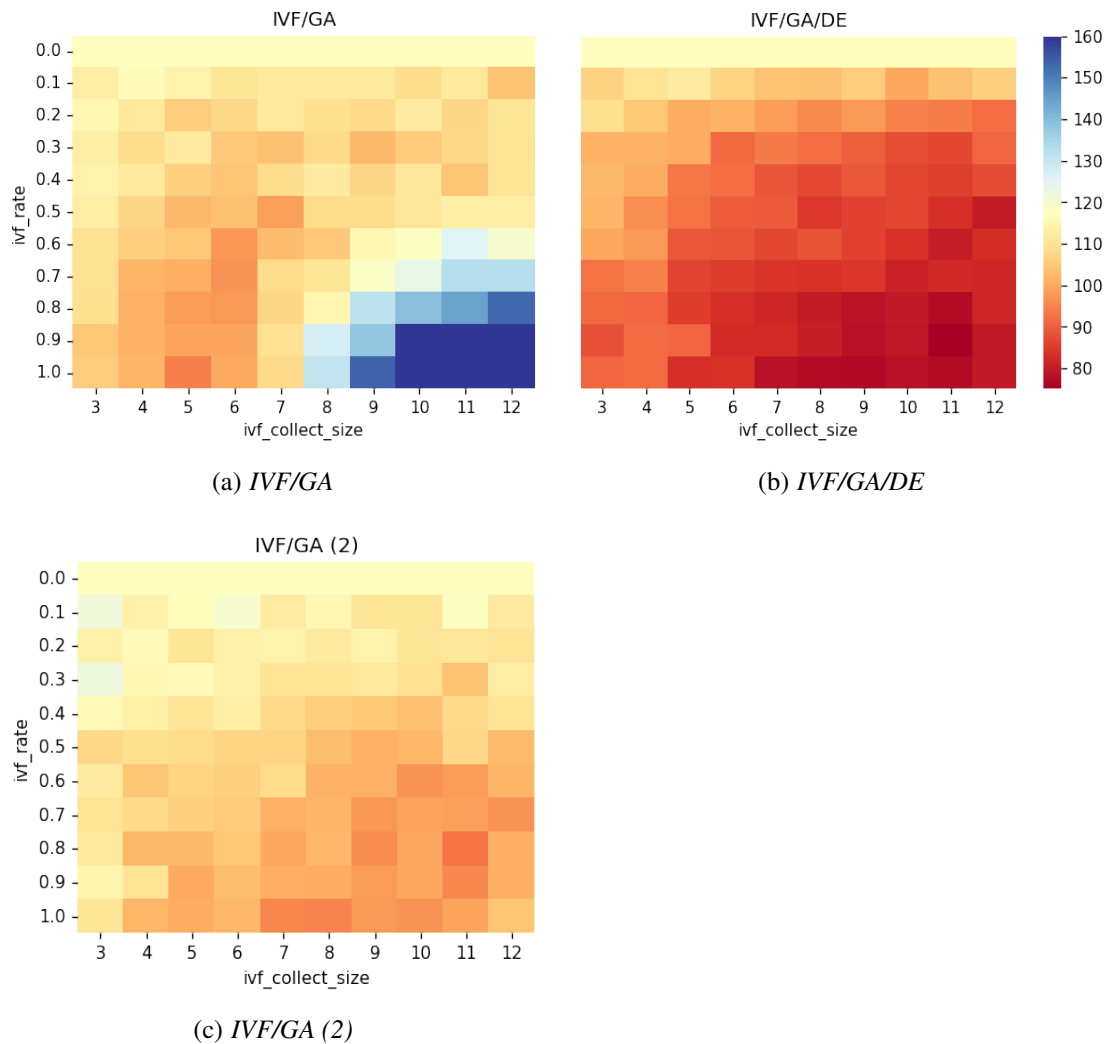
**Figura 4.10:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/GA (2) com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta.



**Figura 4.11:** Boxplots indicando a performance do algoritmo IVF/GA (2) com 3 configurações: sem o uso do módulo IVF, com valores default ( $ivf\_rate=0.5$ ,  $ivf\_collect\_size=5$ ), e com a melhor combinação indicada na tabela 4.3.

**Tabela 4.10:** Cálculo do  $p$ -value da comparação estatística entre os algoritmos indicados na Fig. 4.4. "r" é  $ivf\_rate$  e "c" é  $ivf\_collect\_size$

IVF/GA	r=0.0	r=0.5 e c=5	r=0.8 e c=11
r=0.0	-	$1.4064 * 10^{-2} *$	$4.4205 * 10^{-7} ***$
r=0.5 e c=5	$1.4064^{-2} *$	-	$1.4194 * 10^{-4} ***$
r=0.8 e c=11	$4.4205 * 10^{-7} ***$	$1.4194 * 10^{-4} ***$	-
$p$ -value : $***p < 0.01$ , $**p < 0.05$ , $*p < 0.1$			



**Figura 4.12:** (a), (b) e (c) apresentam o mapa de calor das superfícies de desempenho dos algoritmos *IVF/GA*, *IVF/GA/DE* (2) e *IVF/GA/DE*, com o mesmo Color Key, no tratamento do problema descrito nos Experimentos 1, 2 e 3. Com a redução de 2 para 1 filho gerado no SBX, usado nos ciclos internos do *IVF/GA (2)*, há mais contribuições em comparação com o *IVF/GA* com 2 descendentes por crossover, porém sem superar os resultados do *IVF/GA/DE*.

## 4.5 Experimento com Taxa de Execução por Geração e Taxa Percentual de Avaliações: Gatilho de Ativação

Na análise dos experimentos anteriores, evidenciou-se que a interação entre a taxa de execução e o tamanho da coleta impacta significativamente no volume total de avaliações consumidas pelo método auxiliar In Vitro. Um gerenciamento mais eficaz deste volume pode mitigar o efeito do In Vitro sobre os resultados gerais do algoritmo anfitrião.

Foi notado que, dependendo do problema em questão, existe um ponto de equilíbrio em que a ampliação do tamanho da coleta exige uma diminuição da taxa de execução, e vice-versa, para evitar a deterioração dos resultados em comparação aos alcançados pelo algoritmo anfitrião. Este fenômeno é ilustrado na Figura 4.3, onde a combinação incrementada de taxa de execução e tamanho da coleta eleva o número de avaliações pelo In Vitro, reduzindo as disponíveis para o algoritmo anfitrião e, por consequência, afetando adversamente o desempenho final na resolução do problema proposto.

Diante deste cenário, propõe-se uma nova abordagem para a ativação do In Vitro, fundamentada em um limite percentual sobre o conjunto de avaliações admissíveis até cada geração. Esta estratégia estabelece um teto para as avaliações conduzidas pelo In Vitro, sem levar em conta o volume da coleta.

Em cada geração do algoritmo anfitrião, o In Vitro avalia se o total de suas avaliações está abaixo do limiar definido, comparando-o ao total possível até o momento (produto do tamanho da população pela geração corrente). Se o montante de avaliações pelo In Vitro for inferior ao limite estipulado, o método é ativado, executando suas funções e somando as avaliações empregadas. Caso contrário, o In Vitro é pausado naquela geração, sendo reativado somente quando as avaliações totais do algoritmo híbrido permitirem que o número de avaliações do In Vitro se ajuste novamente ao limite preestabelecido.

Este experimento pretende comparar a diferença entre essas duas taxas para execução do método de Fertilização In Vitro acoplado ao NSGA-III, no tratamento do problema DTLZ1, com 3 objetivos. Foi utilizado o algoritmo IVF/NSGA-III (com uso do operador DE nos ciclos internos IVF), com diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta e dos parâmetros de taxa de execução do In Vitro com duas abordagens: taxa de execução como uma probabilidade em cada geração do algoritmo anfitrião e taxa de execução como um percentual de avaliações In Vitro em relação ao total de avaliações, percentual este abaixo do qual o In Vitro pode ser executado.

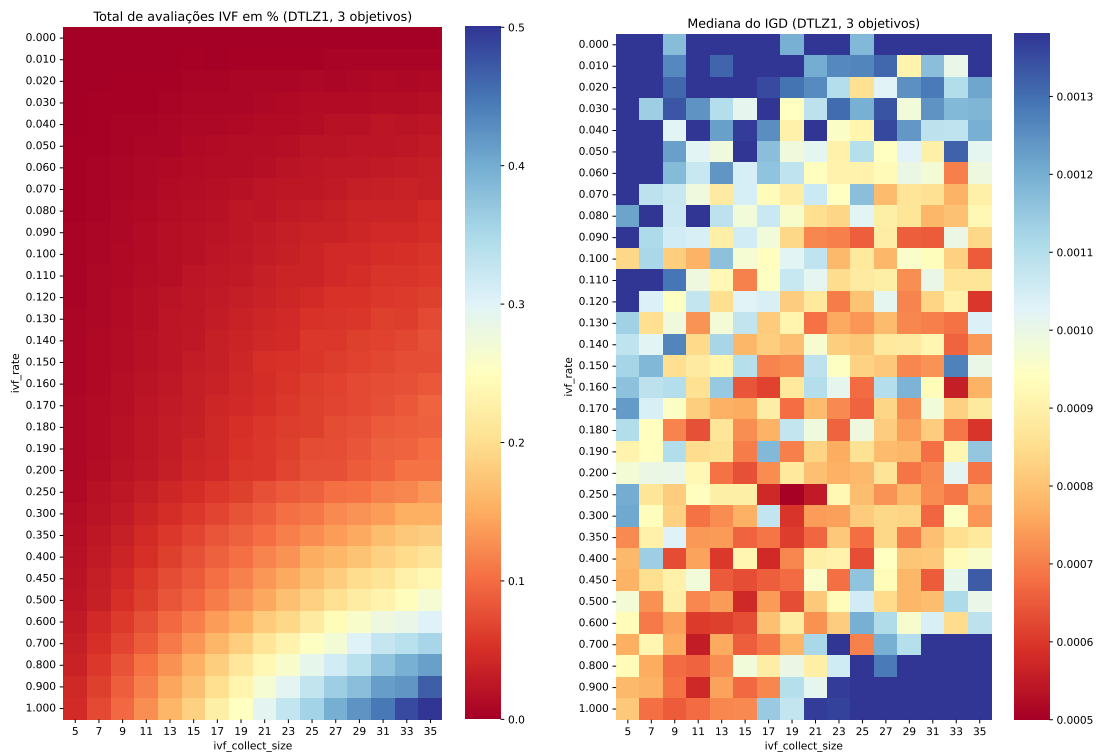
Neste experimento, o IVF/NSGA-III foi configurado com o operador exploratório In Vitro EAR-N, com metade das mães sendo substituída por novas soluções. O In Vitro também foi configurado para fazer a coleta das melhores mães, que incluem

soluções das extremidades da fronteira de aproximação, por terem os melhores valores de proximidade para seus respectivos nichos. Os parâmetros de tamanho de população, quantidade máxima de gerações e configurações do algoritmo anfitrião (NSGA-III) foram extraídos do artigo (DEB; JAIN, 2014), e estão indicados na Tabela 4.11.

**Tabela 4.11:** Parâmetros usados nos testes para avaliação do IVF/NSGA-III duas abordagens de taxa de execução

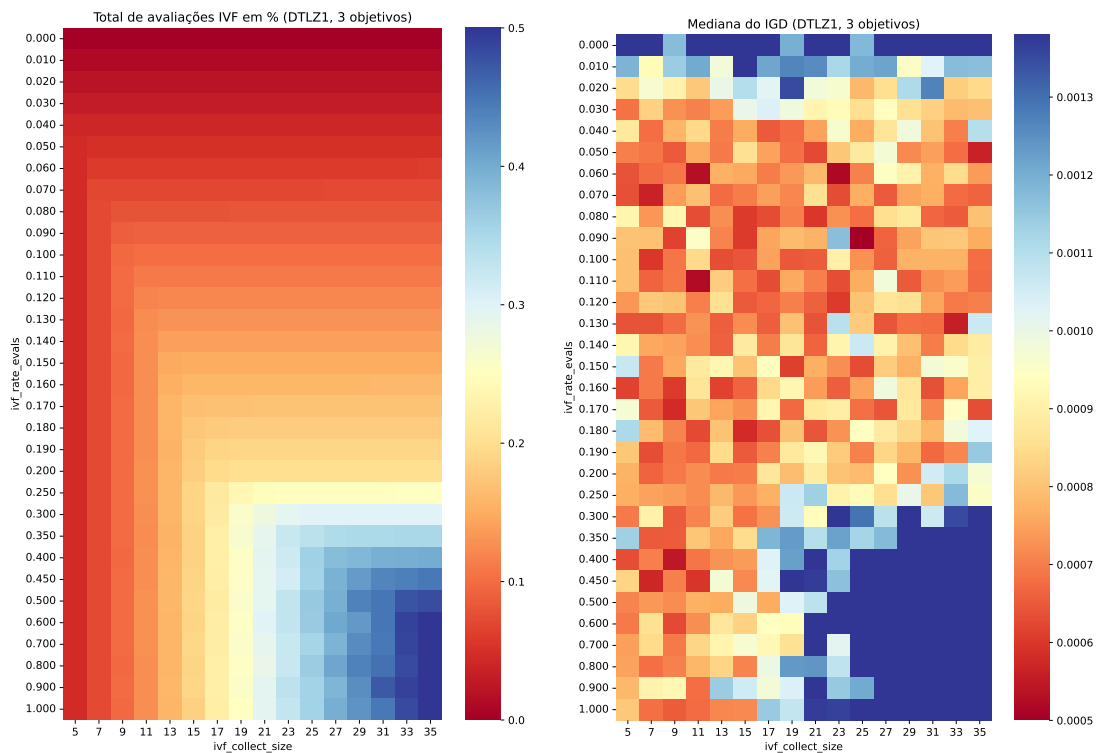
Parâmetro	Valor
Algoritmo	IVF/NSGA-III
Problema	DTLZ1
Variáveis	5
Objetivos	3
Pontos de referência ( <i>ref_dirs</i> )	91
População ( <i>P</i> )	92
Gerações ( <i>G</i> )	400
<i>Crossover Operator</i>	SBX
<i>Crossover Probability</i>	1
<i>Crossover eta</i>	30
<i>Mutation Operator</i>	Polynomial Mutation
<i>Mutation Probability</i>	1/N
<i>Mutation eta</i>	20
<i>IVF Rate</i> (para os dois testes)	0.0 a 0.2, passo 0.01; 0.25 a 0.50, passo 0.05; e 0.6 a 1.0, passo 0.1
<i>IVF Collect Size</i>	5 a 35, passo 2
<i>IVF Max Cycles</i>	Ilimitado
<i>IVF Transfer Size</i>	Todos os filhos
<i>IVF Exploratory Strategy</i>	EAR-N
<i>IVF DE F</i>	Random de 0.5 a 1.0
<i>IVF DE CR</i>	0.9
Número de execuções ( <i>E</i> )	30

As Figuras 4.13(a) e 4.13(b) apresentam o percentual total de avaliações utilizadas pelo In Vitro, do total de avaliações utilizadas pelo algoritmo como um todo, e o valor da Mediana do IGD, das 30 execuções de cada uma das combinações dos parâmetros de tamanho de coleta e taxa de execução, sobre o problema DTLZ1 com 3 objetivos, com o uso da taxa de execução do In Vitro como uma probabilidade testada a cada geração do algoritmo anfitrião. E as Figuras 4.13(c) e 4.13(d) apresentam o percentual total de avaliações utilizadas pelo In Vitro, do total de avaliações utilizadas pelo algoritmo como um todo, e o valor da Mediana do IGD, das 30 execuções de cada uma das combinações dos parâmetros de tamanho de coleta e taxa de execução, com o uso da taxa de execução do In Vitro como um limite percentual (sobre o total de avaliações), acima do qual o In Vitro não pode ser executado em determinada geração do algoritmo anfitrião.



(a) IVF Rate por geração

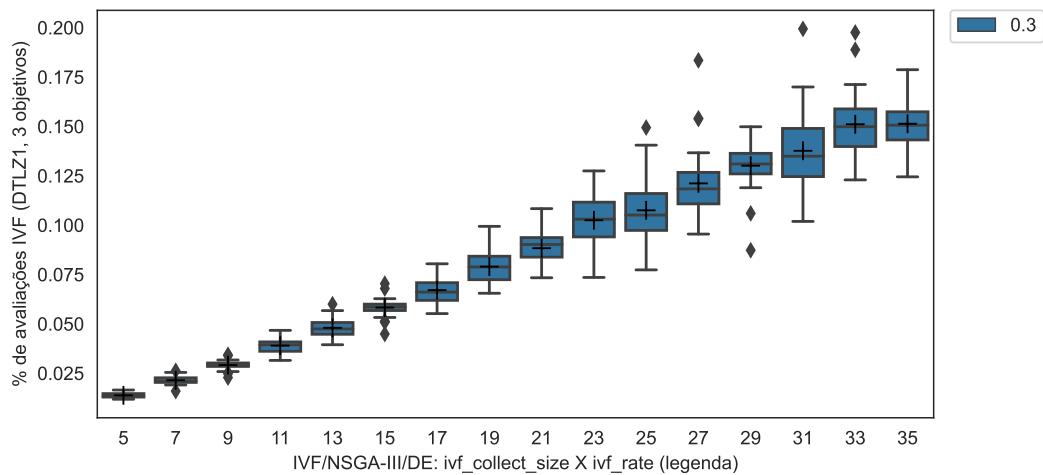
(b) Mediana com IVF Rate por geração



(c) IVF Rate por avaliações

(d) Mediana com IVF Rate por avaliações

**Figura 4.13:** (a), (b), (c) e (d) apresentam total percentual de avaliações usadas pelo In Vitro e Mediana do IGD de duas formas de taxa de execução do In Vitro.



**Figura 4.14:** *IVF Rate por geração: boxplots com a descrição do uso percentual de avaliações realizadas pelo In Vitro, em 30 execuções, com taxa de execução de 30%, com diferentes tamanhos de coletas.*

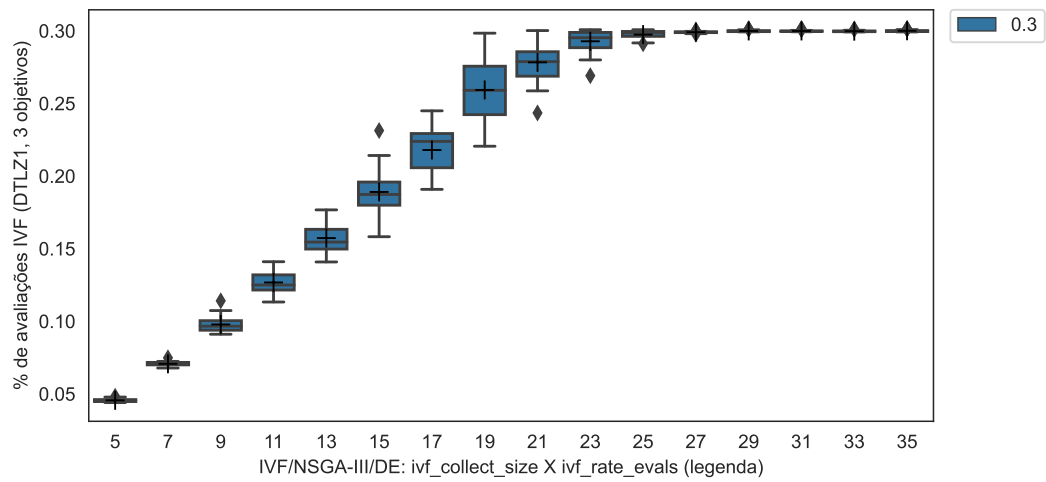
As Figuras 4.14 e 4.15 apresentam um corte sobre o percentual realmente utilizado de avaliações, nos dois casos, quando a taxa utilizada era de 30%: com taxa como probabilidade de execução a cada geração e com taxa como percentual do total de avaliações do algoritmo.

O corte exibido pela Figura 4.15 apresenta os diferentes “platôs” em que determinados tamanhos de coleta ficam limitados a 30% de avaliações, enquanto que outros tamanhos menores de coleta não alcançam os 30% de avaliações. Isso pode indicar que com a configuração utilizada neste experimento, apesar de haver um limite maior disponível de avaliações, o método In Vitro não encontrou muitos casos de filhos melhores do que o pai corrente, que o substituíssem e pudessem realizar mais ciclos de recombinação, consumindo assim mais avaliações.

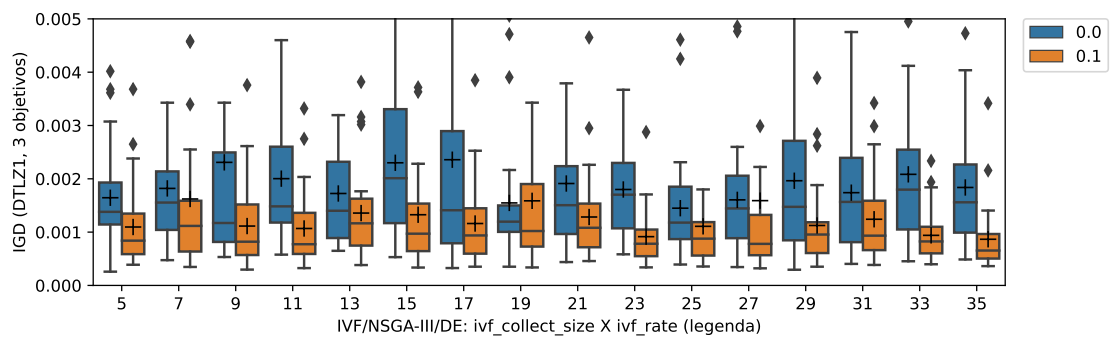
Entretanto, apesar de uma quantidade reduzida de ciclos internos do In Vitro, os resultados sugerem que os indivíduos gerados pelo In Vitro contribuíram para a obtenção de melhores valores para o IGD, em algumas combinações de parâmetros, como indicam as Figuras 4.13(d), 4.16, 4.20 e 4.21.

Importante destacar que as figuras 4.19(a) e 4.19(a) apresentam praticamente o mesmo resultado devido à *seed* utilizada, que foi baseada no tamanho da coleta e na taxa utilizada. Como nos dois casos com 100% de execução não havia limite, então as duas execuções tiveram o mesmo comportamento.

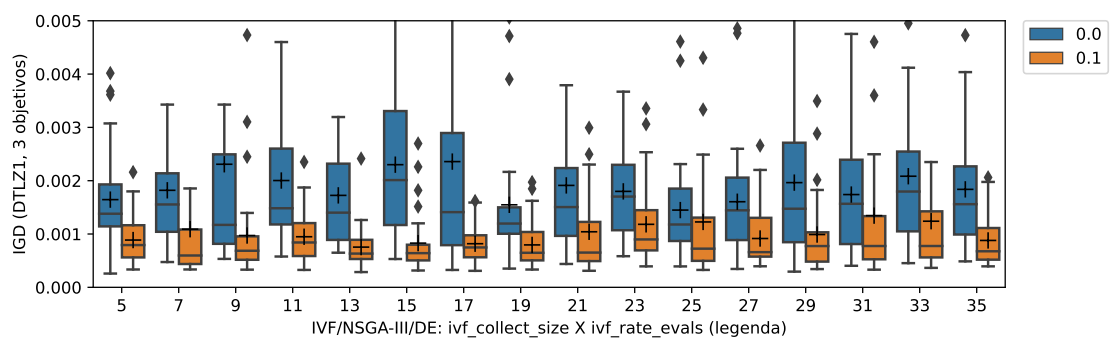
As Figuras 4.20 e 4.21 apresentam os mapas de cores indicando se os resultados *p*-value das diferentes combinações de tamanho de coleta e IVF Rate ficaram acima ou abaixo de 0.05.



**Figura 4.15:** *IVF Rate por total de avaliações: bolxplots com a descrição do uso percentual de avaliações realizadas pelo In Vitro, em 30 execuções, com taxa de execução de 30%, com diferentes tamanhos de coletas.*

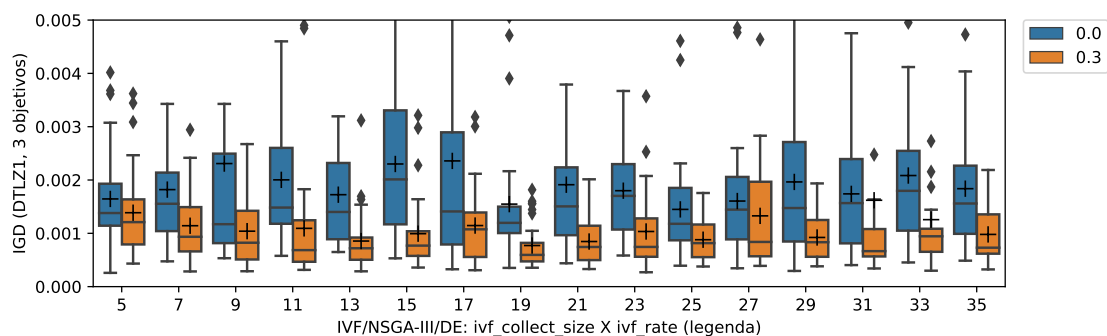


(a) *IVF Rate por geração: 10%*

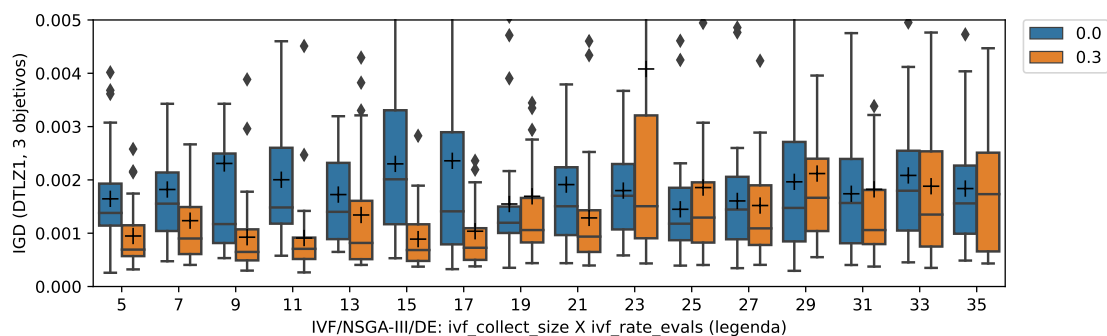


(b) *IVF Rate por limite de avaliações: 10%*

**Figura 4.16:** *(a) e (b) apresentam boxplots com os resultados do IGD de 30 execuções com diferentes combinações de tamanhos de coleta e com as duas abordagens de taxa de execução do método In Vitro (10%)*

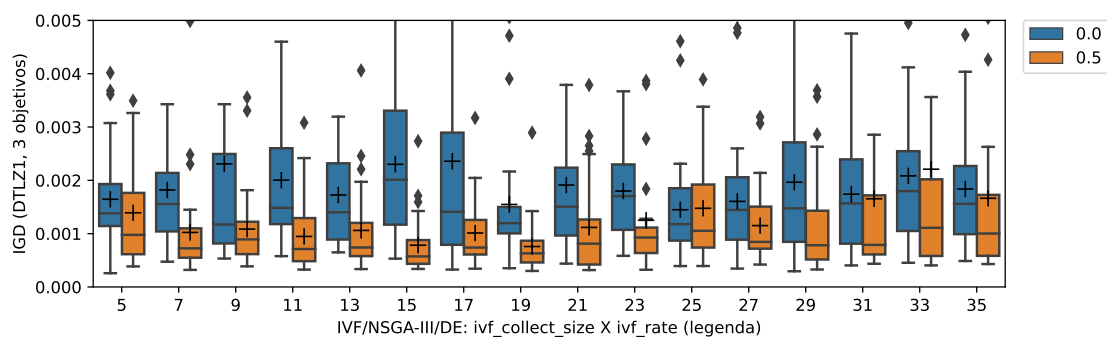


(a) IVF Rate por geração: 30%

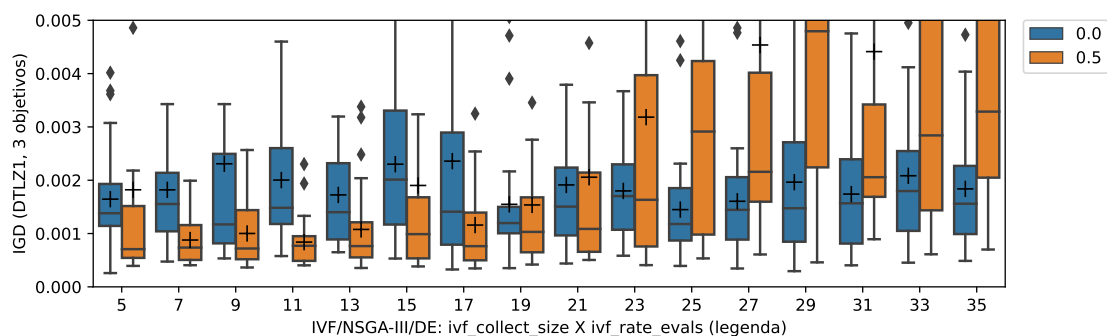


(b) IVF Rate por limite de avaliações: 30%

**Figura 4.17:** (a) e (b): IGDs de diferentes configurações iVF (30%)

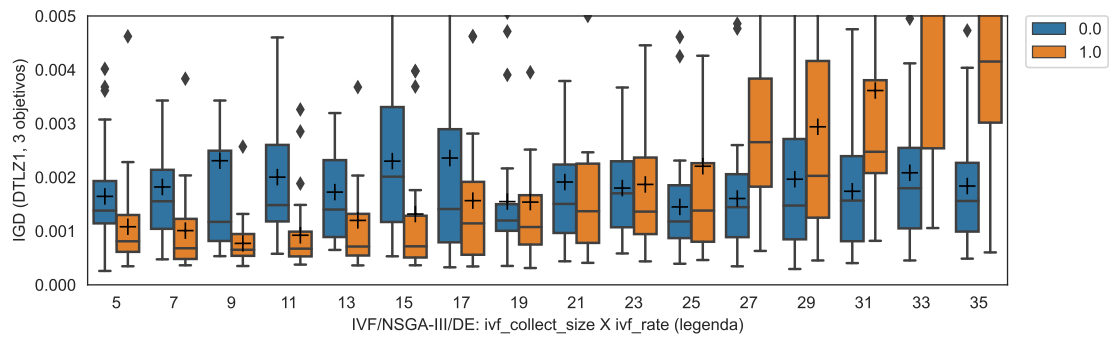


(a) IVF Rate por geração: 50%

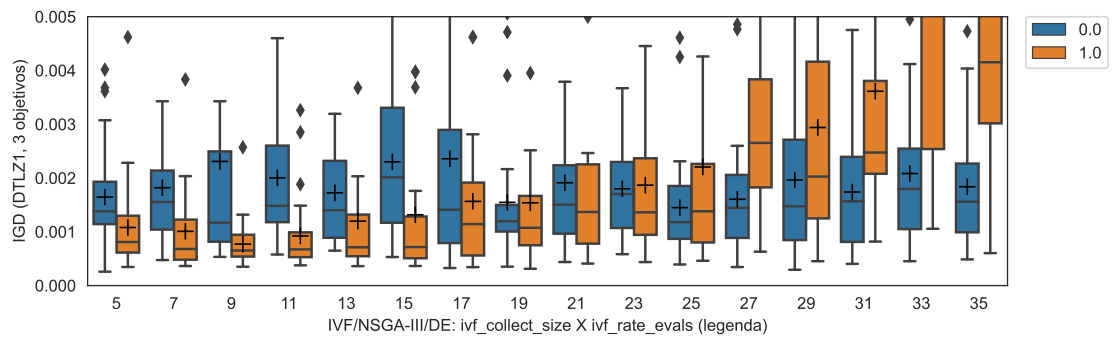


(b) IVF Rate por limite de avaliações: 50%

**Figura 4.18:** (a) e (b): IGDs de diferentes configurações iVF (50%)

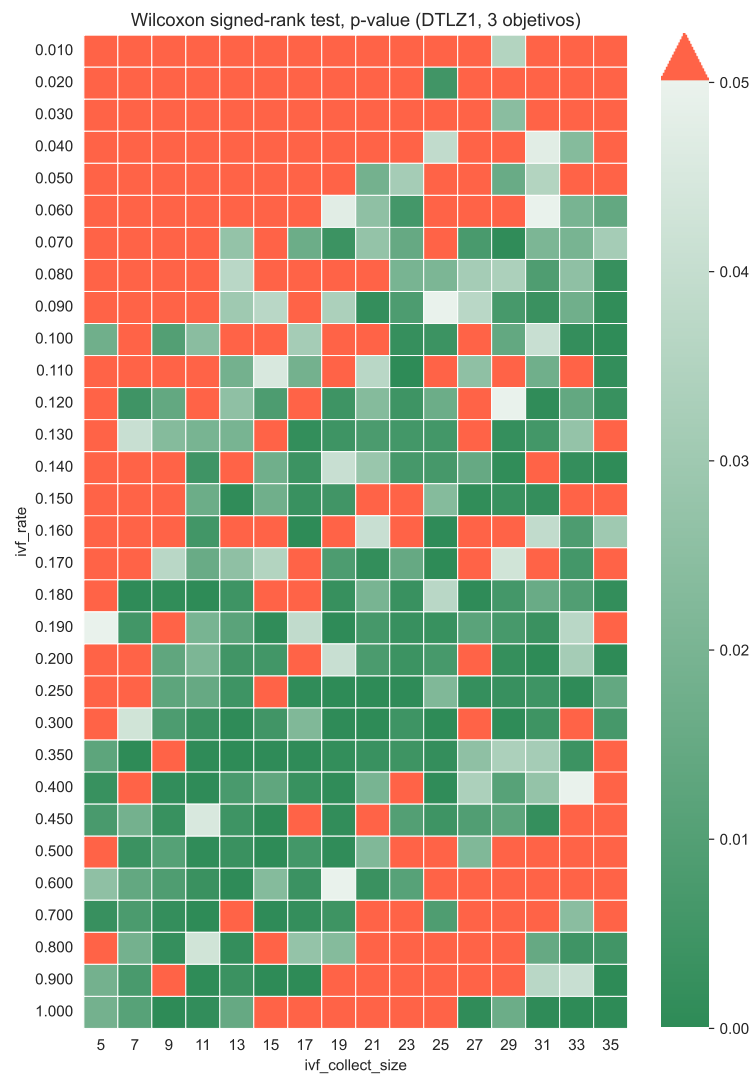


(a) IVF Rate por geração: 100%

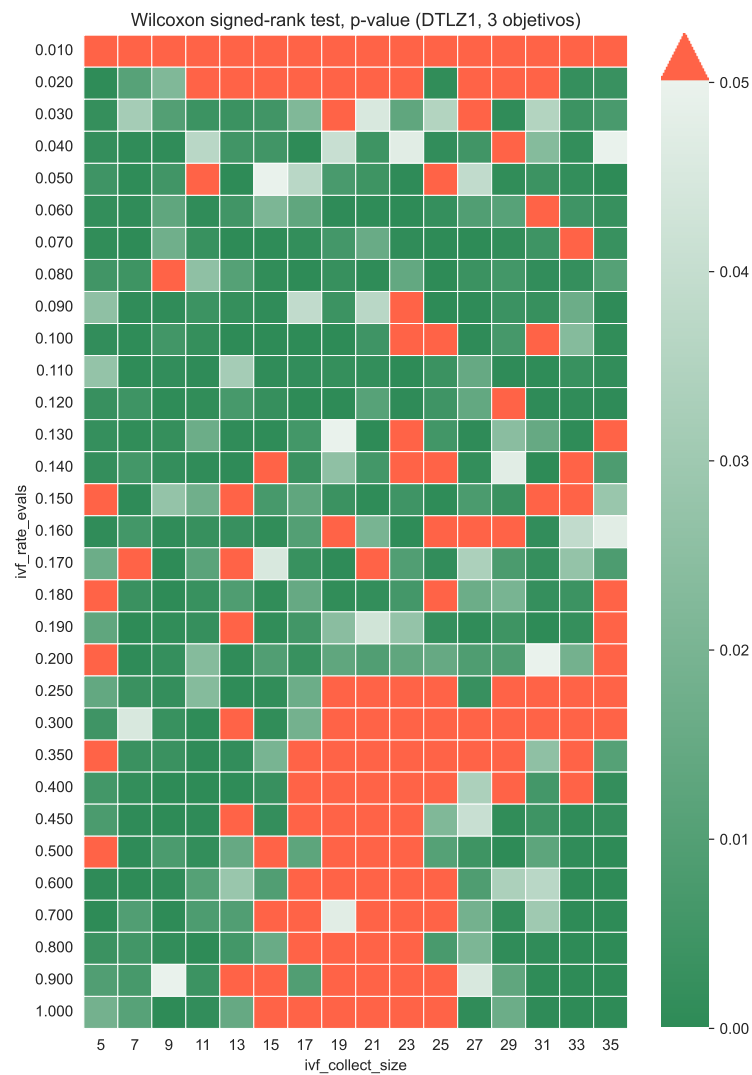


(b) IVF Rate por limite de avaliações: 100%

**Figura 4.19:** (a) e (b) apresentam boxplots com os resultados do IGD de 30 execuções com diferentes combinações de tamanhos de coleta e com as duas abordagens de taxa de execução do método In Vitro (100%)



**Figura 4.20:** *IVF Rate por geração: mapa de cores indicando em que combinações de parâmetros o resultado obteve p-value superior (laranja) ou inferior (tons de verde) a 0.05.*



**Figura 4.21:** *IVF Rate por total de avaliações: mapa de cores indicando em que combinações de parâmetros o resultado obteve p-value superior (laranja) ou inferior (tons de verde) a 0.05.*

## 4.6 Experimento 5: IVF/NSGA-III em Problemas DTLZ com 3 e 5 Objetivos, sem Steady State

Este experimento visa avaliar o algoritmo híbrido IVF/NSGA-III com Busca Guiada por Balizas, adotando-se o gatilho de ativação do método auxiliar In Vitro a partir de uma taxa percentual de avaliações usadas pelo método IVF em relação ao número total de avaliações disponíveis para o algoritmo híbrido IVF/NSGA-III. Neste caso foi usado o modelo generacional nos ciclos internos do In Vitro, sem uso de Steady State.

Nesse experimento, também foi alternada a estratégia de coleta das Melhores Mães, com as menores distâncias para seus respectivos nichos, com a abordagem das Mães da Vizinhança do nicho alvo.

Este experimento visa avaliar a contribuição da coleta de Mães Vizinhas nas suas configurações originais. Para tanto, utilizou-se o operador AR do método IVF, que não altera os genes das mães coletadas.

Tanto o algoritmo canônico NSGA-III quanto o algoritmo híbrido proposto IVF/NSGA-III foram configurados com os mesmos parâmetros internos do NSGA-III, mesmo critério de parada e tamanho de população.

Os parâmetros  $CR$  e  $F$ , utilizados pela estratégia “DE/best-to-current/0” no IVF, neste experimento, são:  $CR = 1.0$ ,  $F' = \text{distToX}(me)/(\text{distToX}(me) + \text{distToX}(pai))$  e  $F = F' + N(0, \sigma)$ , com  $\sigma = (|F'|)/10$ , onde  $\text{distToX}()$  é uma função para obter a distância perpendicular de uma solução e a linha de referência do nicho alvo intensificado em cada ciclo In Vitro.

Os parâmetros para avaliação e comparação com os resultados do NSGA-III foram estabelecidos conforme [Deb e Jain \(2014\)](#). Os testes foram realizados nos problemas DTLZ 1, 2, 3 e 4, variando a configuração entre 3 e 5 objetivos, constituindo um total de oito cenários distintos.

Nos cenários com três objetivos, geraram-se 91 pontos de referência pelo método de Das e Dennis ([DAS; DENNIS, 1998](#)), com populações de 92 indivíduos. As gerações para os problemas DTLZ 1, 2, 3 e 4 foram definidas, respectivamente, em 400, 250, 1000 e 600.

Para os cenários com cinco objetivos, utilizaram-se 210 pontos de referência, também gerados pelo método de Das e Dennis ([DAS; DENNIS, 1998](#)), com populações de 212 indivíduos. As gerações para os problemas DTLZ 1, 2, 3 e 4, nesse contexto, foram ajustadas para, respectivamente, 600, 350, 1000 e 1000.

Conforme indica a Tabela [4.12](#), oito valores para “ivf\_rate” foram testados. Para os problemas DTLZ de 1 a 4 com três objetivos, oito valores para “collect\_size” foram testados, e, com cinco objetivos, dez valores para “collect\_size”. Cada problema

foi executado 30 vezes para se obter as médias de IGD e o cálculo de  $p$ -value para comparação estatística com *Wilcoxon Rank Sum Test*.

A seguir, apresenta-se um resumo dos resultados alcançados, baseado no teste de 576 combinações de parâmetros (Tabela I). Os boxplots nas Figuras 4.22 e 4.23 mostram os resultados de um recorte das configurações com  $ivf\_rate = 10\%$  e variação de  $ivf\_collect\_size$  para DTLZ 1 a 4 com 3 e 5 objetivos. A Tabela 4.13 apresenta o resumo dos resultados de um recorte ainda mais específico, com  $ivf\_rate = 10\%$  e  $collect\_size \approx 10\%$  do tamanho da população.

Os resultados indicam que, nos problemas DTLZ 1 e 2 com cinco objetivos, não há diferença estatística entre os dois algoritmos. Nos outros problemas (DTLZ 3 e 4), especialmente nos mais complexos (com 5 objetivos), o IVF/NSGA-III intensificou significativamente o resultado médio do IGD, com diferença estatística, especialmente nos problemas DTLZ 2 com três objetivos, DTLZ 3 com três e cinco objetivos e DTLZ 4 com cinco objetivos, com  $p$ -value  $< 0.001$ .

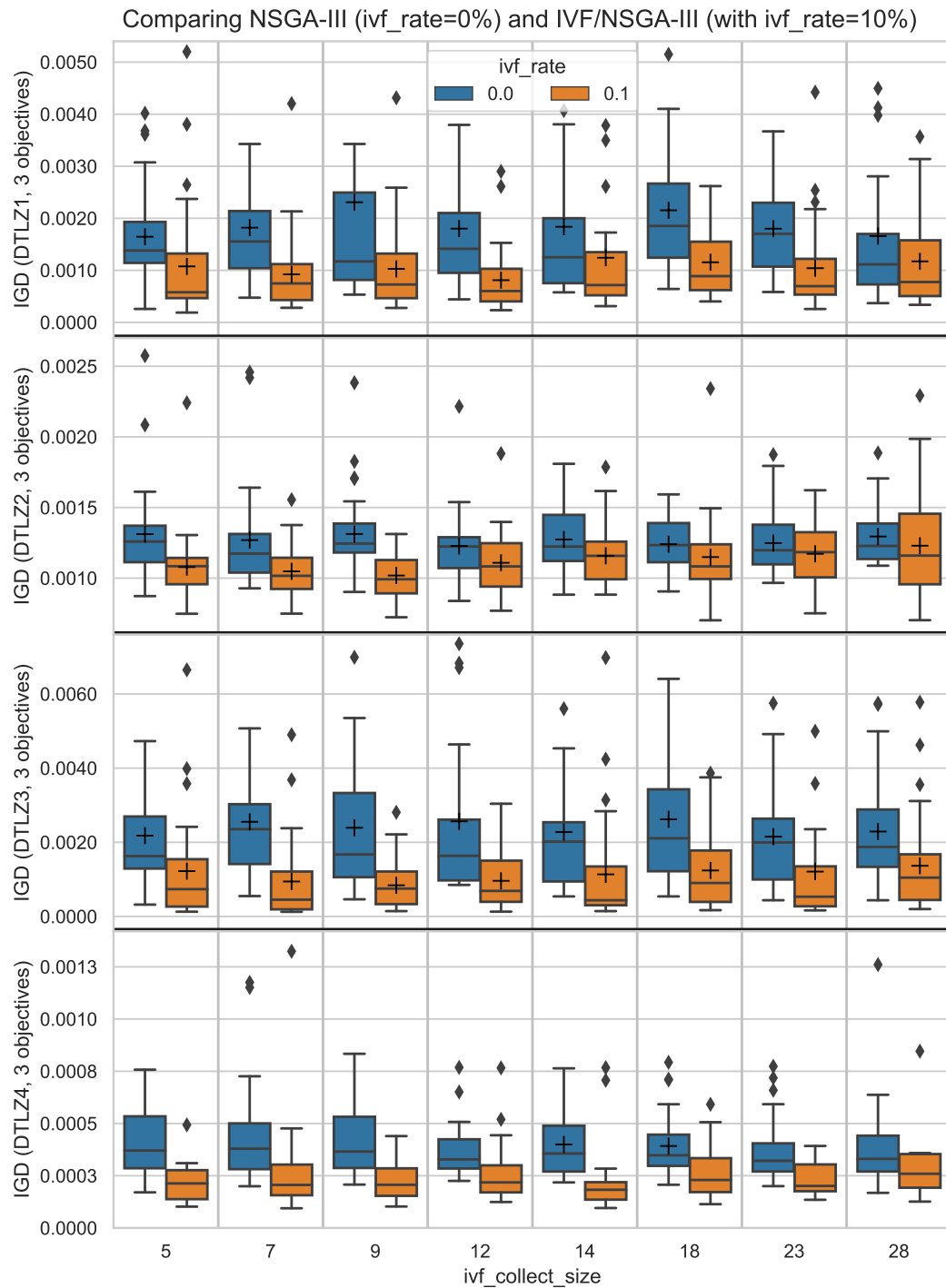
As subseções deste tópico apresentarão uma quantidade maior de detalhes desses resultados, com mapas de calor contendo as médias do IGD de 30 execuções nos problemas DTLZ 1 a 4 com 3 e 5 objetivos, das diferentes combinações de parâmetros experimentadas.

**Tabela 4.12:** Parâmetros IVF usados nesse experimento

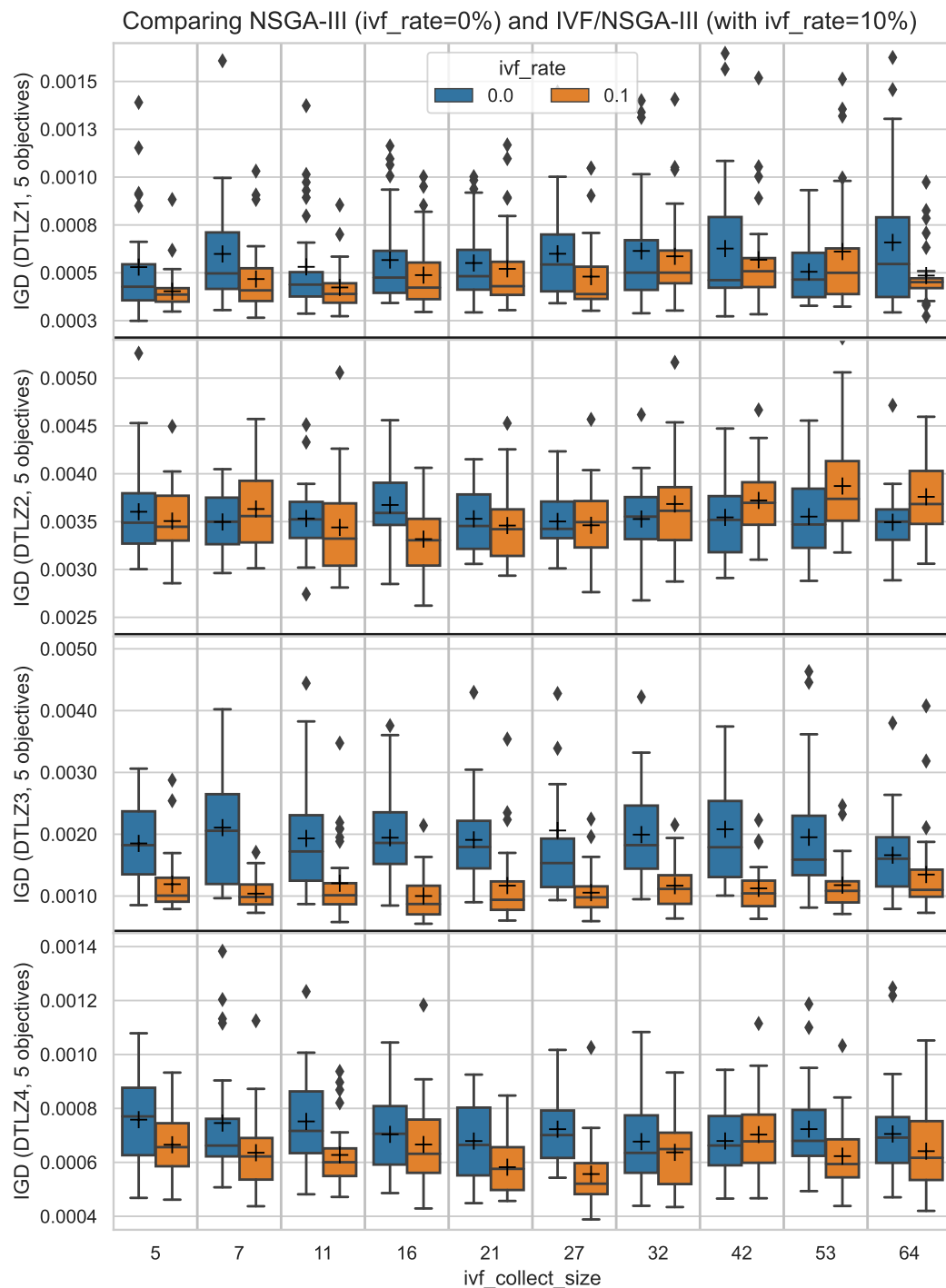
Parâmetro e Descrição	Valores
<b>IVF Rate (<math>r</math>):</b> Limite percentual de avaliações usadas pelo IVF (%)	0, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 20, 25, 30
<b>Collect Size (<math>c</math>), para 3 objetivos</b>	5, 7, 9, 12, 14, 18, 23, 28
<b>Collect Size (<math>c</math>), para 5 objetivos</b>	5, 7, 11, 16, 21, 27, 32, 42, 53, 64

**Tabela 4.13:** IGD: NSGA-III (A) e IVF/NSGA-III (B) com o recorte dos resultados de  $ivf\_rate=10\%$  e  $collect\_size \approx 10\%$  (9, se 3 objetivos, e 21, se 5 objetivos)

DTLZ	OBJ	Média (A)	Média (B)	$p$ -value	$< 0.05$
1	3	0.002309	<b>0.001027</b>	0.002415	✓
1	5	0.000551	<b>0.000521</b>	0.861213	
2	3	0.001312	<b>0.001019</b>	0.000097	✓
2	5	0.003529	<b>0.003459</b>	0.198610	
3	3	0.002392	<b>0.000841</b>	0.000148	✓
3	5	0.001909	<b>0.001169</b>	0.000529	✓
4	3	0.095390	<b>0.095228</b>	0.007731	✓
4	5	0.000679	<b>0.000582</b>	0.000241	✓



**Figura 4.22:** Boxplots com médias do IGD comparando os algoritmos NSGA-III e IVF/NSGA-III no tratamento dos problemas DTLZ 1 a 4, com 3 objetivos: recorte com  $ivf\_rate = 10\%$



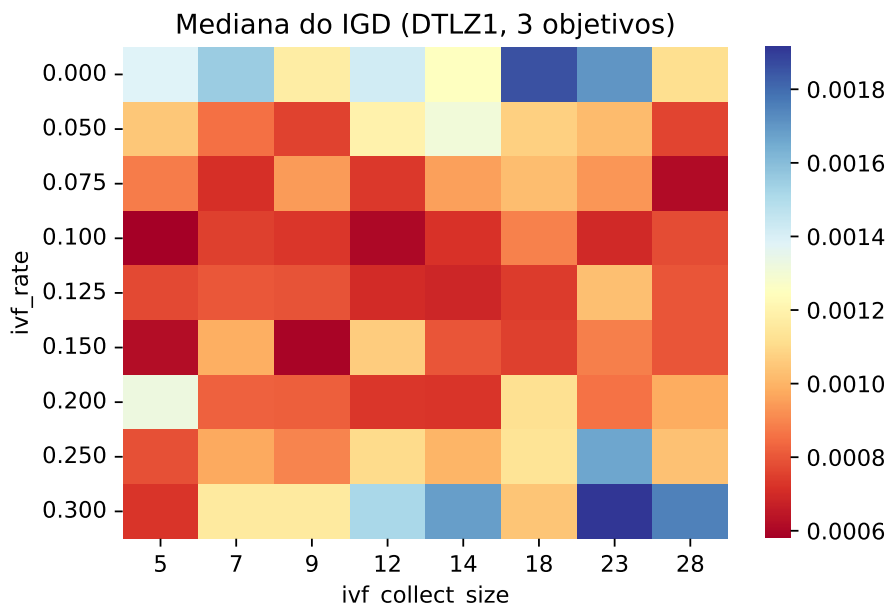
**Figura 4.23:** Boxplots com médias do IGD comparando os algoritmos NSGA-III e IVF/NSGA-III no tratamento dos problemas DTLZ 1 a 4, com 5 objetivos: recorte com  $ivf\_rate = 10\%$

### 4.6.1 DTLZ 1 com 3 objetivos

Para a análise do desempenho do acoplamento do método de Fertilização In Vitro ao algoritmo many-objective NSGA-III, com o uso de nicho e as abordagens propostas no capítulo 3, foi realizado um experimento com diferentes combinações de parâmetros In Vitro.

Para referência foram também realizadas diversas execuções com o algoritmo NSGA-III, sem o uso do método In Vitro, e com os mesmos parâmetros descritos no artigo (DEB; JAIN, 2014).

As figuras 4.24 (mediana), 4.25 (média), 4.26 (mínimo) e 4.27 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.

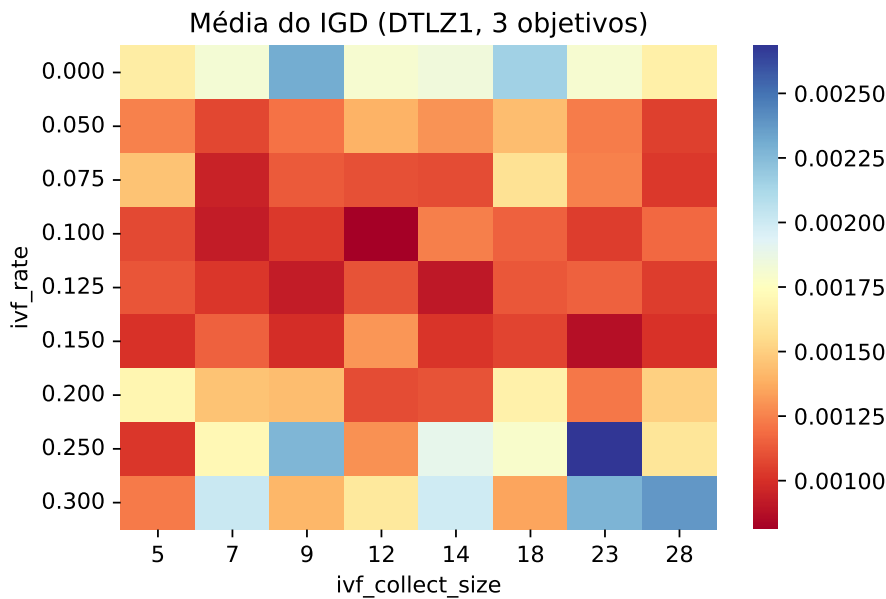


**Figura 4.24:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.28, 4.29, 4.30 apresentam boxplots que contém uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank



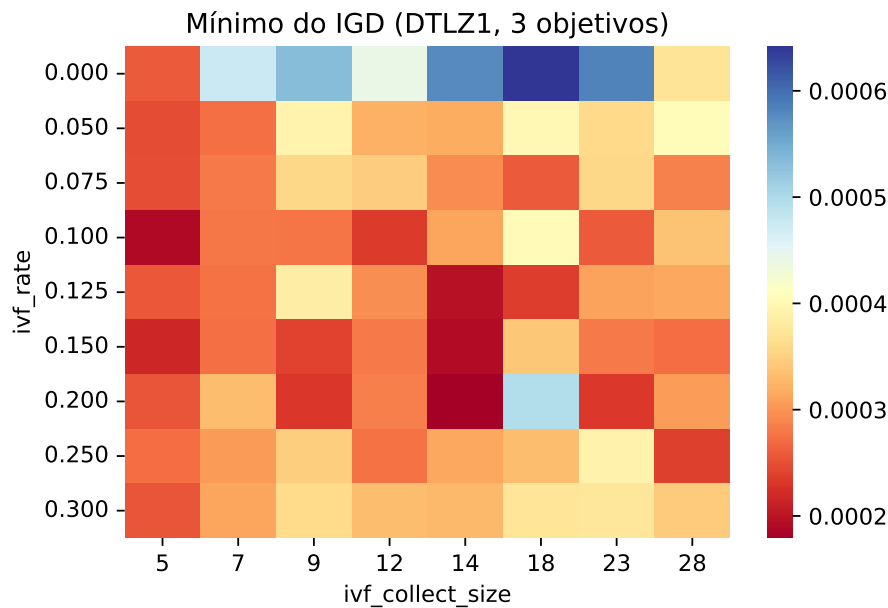
**Figura 4.25:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

Sum Test, indicados na Tabela 4.18, e na Figura 4.31, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

Para comparação sobre a quantidade de execuções realizadas por diferentes tamanhos de coletas com uma taxa de 10% de avaliações permitidas para serem usadas pelo In Vitro, a Figura 4.32 apresenta os boxplots com o percentual de avaliações usadas por esta configuração.

Um detalhe a ser reportado é referente à diferença sobre a quantidade de avaliações quando é usado uma taxa elevada (limite percentual de consumo de avaliações pelo algoritmo auxiliar), mas com uma coleta baixa. Nem sempre uma coleta baixa foi capaz de consumir todo o percentual de avaliações disponíveis para o método auxiliar. A Figura 4.34 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações realmente utilizados pelo In Vitro, em diferentes combinações de taxa de execução e tamanho de coleta. Com uma taxa de avaliações de 30% para o In Vitro, a média e a mediana do percentual de avaliações realmente utilizado pelo In Vitro ficou entre 20% e 25%. Com coletas muito pequenas, como a de 5 indivíduos, em que há 1 pai coletado e 4 mães, o método In Vitro pode estar realizando poucos ciclos internos, e encerrando sua execução, naquela geração, sem usar um número de avaliações equivalente aos 30% permitidos.

A Figura 4.34 apresenta as médias dos percentuais de avaliações utilizadas pelo In Vitro nas 30 execuções de cada combinação de parâmetros utilizados no experimento. Ao compararmos esse resultado com o exposto nas Figuras 4.13(a) e 4.13(c), podemos observar que, diferente do experimento com a coleta de mães como os indivíduos com

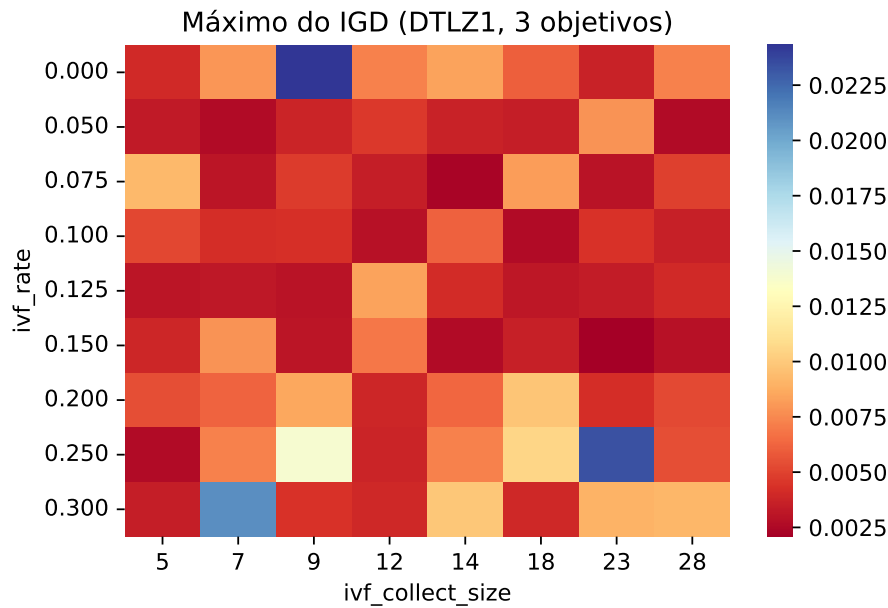


**Figura 4.26:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.

menor distância para seus respectivos nichos, a coleta de mães da vizinhança do nicho alvo juntamente com um redutor gradual do fator de multiplicação do operador “DE/current-to-target/1”, coletas com diferentes tamanhos conseguiram encontrar soluções melhores do que o pai corrente, e com isso realizar mais ciclos internos do In Vitro, alcançando o limite máximo de avaliações com mais frequência.

As Figuras 4.29 e 4.33 apresentam cortes sobre as taxas de 10% e 30% de limite de avaliações realizadas pelo In Vitro.

Os resultados indicam que para o problema DTLZ1 com 3 objetivos há uma contribuição do acoplamento do método de Fertilização In Vitro adaptado à abordagem *Many-Objective* com uso de nichos, mais especificamente com o uso de taxas de avaliação entre 7,5% e 12,5% e com coletas com essas mesmas proporções em relação ao tamanho da população do algoritmo anfitrião. Nestes casos foram observados resultados melhores em comparação com os resultados obtidos pelo algoritmo anfitrião sem o acoplamento do método In Vitro, e com diferença estatística.



**Figura 4.27:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.14:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com taxa 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.001380	0.001554	0.001171	0.001414	0.001251	0.001852	0.001702	0.001114
0.050	0.001046	0.000855	0.000753	0.001193	0.001306	0.001073	0.001017	0.000759
0.075	0.000881	0.000710	0.000943	0.000734	0.000954	0.001020	0.000932	0.000612
0.100	0.000578	0.000748	0.000727	0.000602	0.000717	0.000888	0.000696	0.000775
0.125	0.000770	0.000801	0.000791	0.000703	0.000686	0.000736	0.001023	0.000795
0.150	0.000616	0.000984	0.000589	0.001060	0.000794	0.000749	0.000882	0.000793
0.200	0.001321	0.000819	0.000817	0.000727	0.000720	0.001117	0.000855	0.000979
0.250	0.000785	0.000974	0.000895	0.001104	0.000997	0.001128	0.001659	0.001031
0.300	0.000724	0.001155	0.001155	0.001514	0.001683	0.001039	0.001915	0.001749

**Tabela 4.15:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

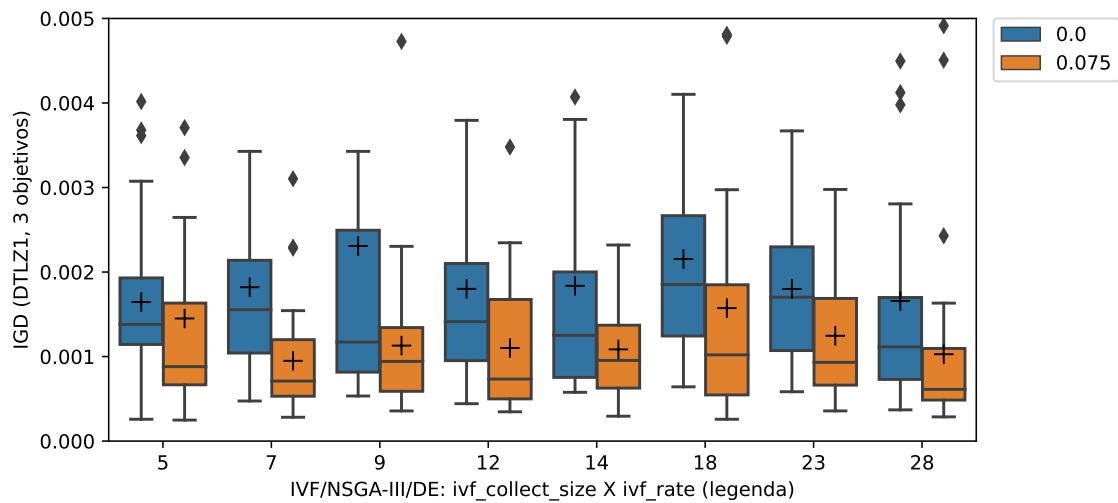
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.001645	0.001820	0.002309	0.001801	0.001837	0.002154	0.001800	0.001658
0.050	0.001250	0.001069	0.001205	0.001396	0.001300	0.001430	0.001234	0.001047
0.075	0.001450	0.000950	0.001130	0.001101	0.001085	0.001573	0.001246	0.001028
0.100	0.001076	0.000924	0.001027	0.000811	0.001241	0.001155	0.001041	0.001172
0.125	0.001118	0.001020	0.000924	0.001109	0.000910	0.001122	0.001152	0.001044
0.150	0.001003	0.001148	0.000988	0.001306	0.001009	0.001066	0.000871	0.001006
0.200	0.001690	0.001450	0.001433	0.001082	0.001108	0.001666	0.001214	0.001504
0.250	0.001019	0.001704	0.002274	0.001289	0.001888	0.001789	0.002685	0.001596
0.300	0.001223	0.002013	0.001405	0.001610	0.001995	0.001349	0.002278	0.002385

**Tabela 4.16:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

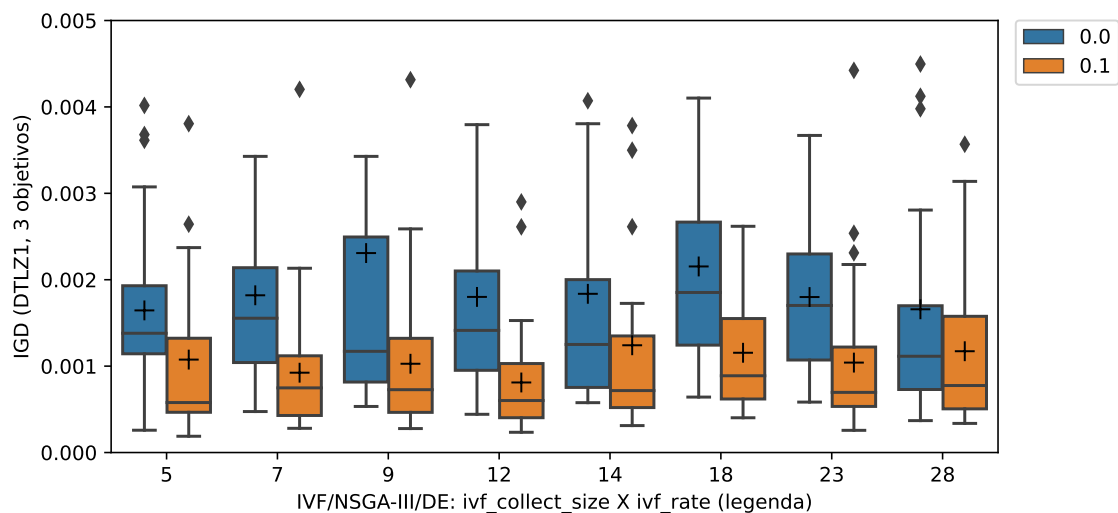
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.000258	0.000474	0.000533	0.000443	0.000577	0.000642	0.000584	0.000369
0.050	0.000248	0.000274	0.000394	0.000321	0.000318	0.000399	0.000359	0.000406
0.075	0.000248	0.000282	0.000357	0.000347	0.000294	0.000258	0.000357	0.000286
0.100	0.000188	0.000280	0.000277	0.000234	0.000312	0.000402	0.000257	0.000337
0.125	0.000256	0.000276	0.000385	0.000296	0.000197	0.000236	0.000309	0.000314
0.150	0.000217	0.000275	0.000240	0.000281	0.000190	0.000341	0.000281	0.000273
0.200	0.000255	0.000332	0.000231	0.000285	0.000179	0.000496	0.000233	0.000306
0.250	0.000273	0.000306	0.000348	0.000276	0.000314	0.000332	0.000391	0.000237
0.300	0.000255	0.000313	0.000361	0.000333	0.000329	0.000372	0.000375	0.000345

**Tabela 4.17:** Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

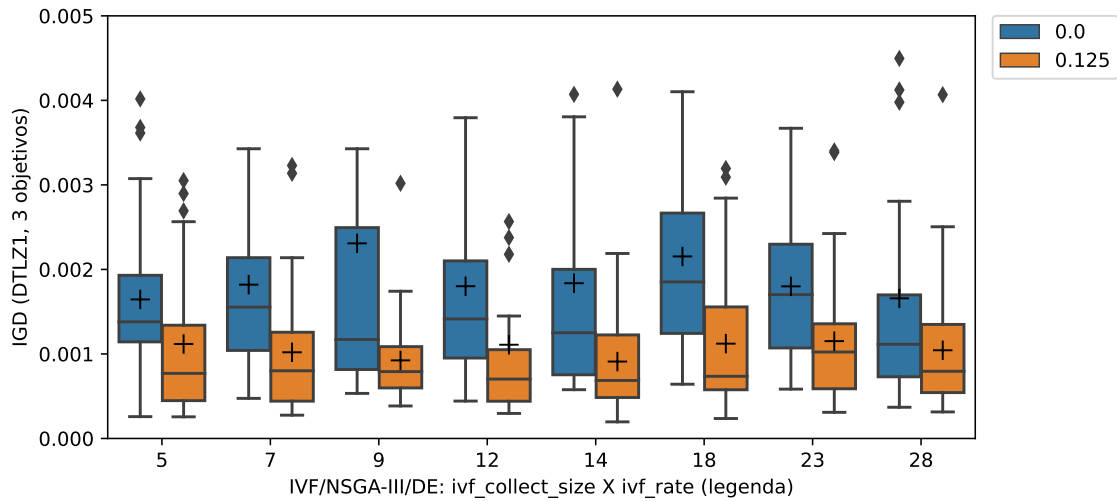
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.004017	0.007966	0.024314	0.007243	0.008396	0.006011	0.003670	0.007221
0.050	0.003313	0.002648	0.003756	0.004677	0.003660	0.003555	0.007853	0.002648
0.075	0.009285	0.003103	0.004729	0.003479	0.002320	0.008243	0.002977	0.004914
0.100	0.005200	0.004203	0.004315	0.002901	0.006157	0.002618	0.004423	0.003568
0.125	0.003051	0.003230	0.003019	0.008403	0.004133	0.003194	0.003402	0.004068
0.150	0.003892	0.007837	0.003063	0.006869	0.002623	0.003600	0.002084	0.002948
0.200	0.005411	0.006242	0.008584	0.003870	0.006334	0.009797	0.004174	0.005272
0.250	0.002616	0.007258	0.013854	0.003735	0.007228	0.010556	0.023339	0.005442
0.300	0.003547	0.021049	0.004381	0.003943	0.009854	0.003973	0.008957	0.009130



**Figura 4.28:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



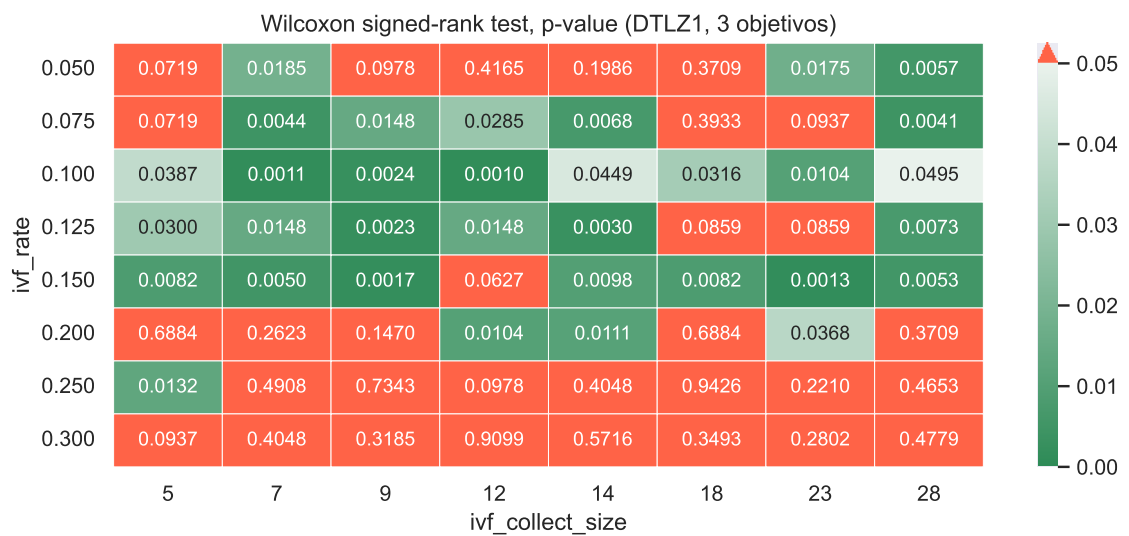
**Figura 4.29:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



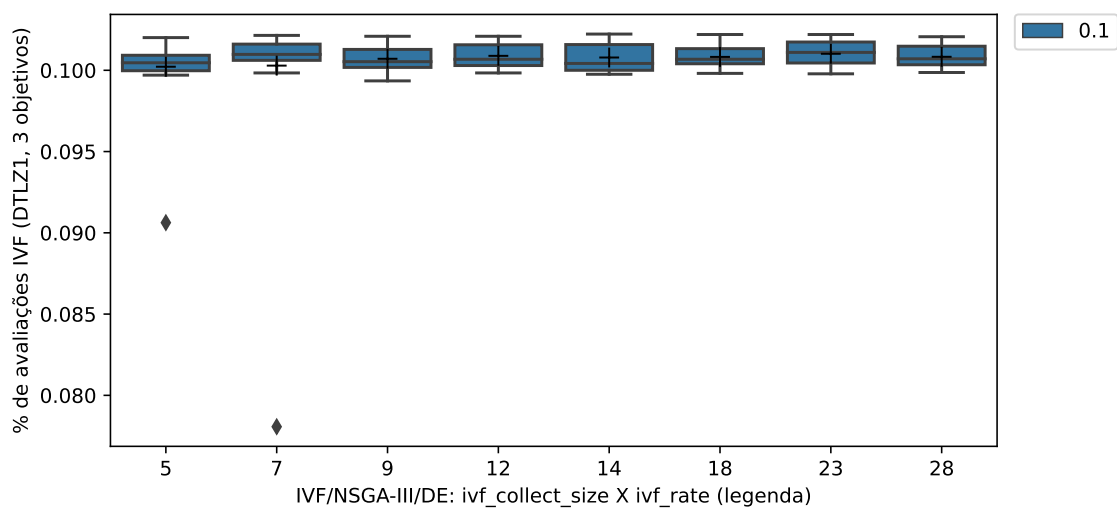
**Figura 4.30:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.18:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

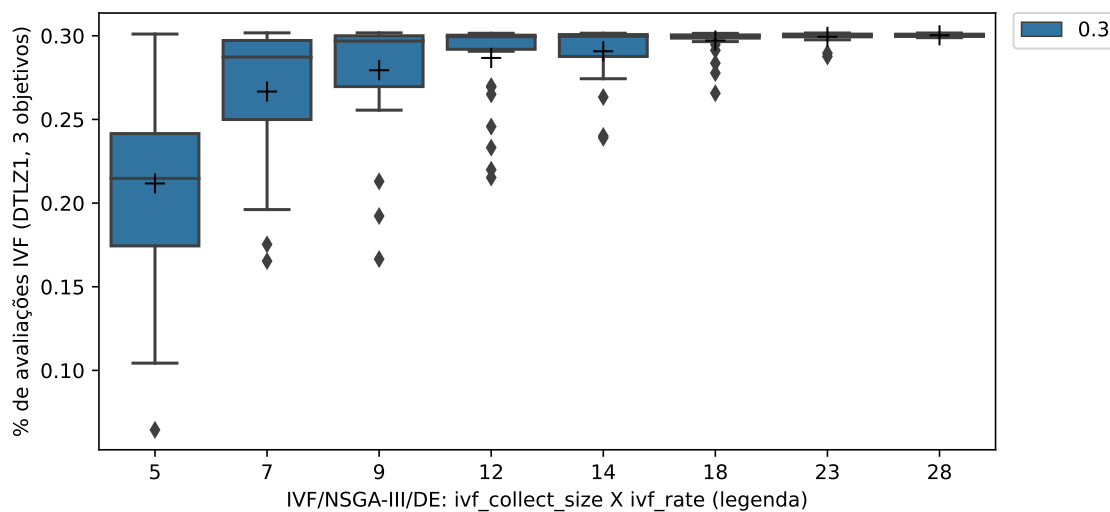
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.050	0.071903	0.018519	0.097772	0.416534	0.198610	0.370935	0.017518	0.005667
0.075	0.071903	0.004390	0.014795	0.028486	0.006836	0.393334	0.093676	0.004114
0.100	0.038723	0.001114	0.002415	0.000963	0.044919	0.031603	0.010444	0.049498
0.125	0.030010	0.014795	0.002255	0.014795	0.002957	0.085896	0.085896	0.007271
0.150	0.008217	0.004992	0.001709	0.062683	0.009842	0.008217	0.001287	0.005320
0.200	0.688359	0.262299	0.147040	0.010444	0.011079	0.688359	0.036826	0.370935
0.250	0.013194	0.490798	0.734325	0.097772	0.404835	0.942611	0.221022	0.465283
0.300	0.093676	0.404835	0.318491	0.909931	0.571646	0.349346	0.280214	0.477947



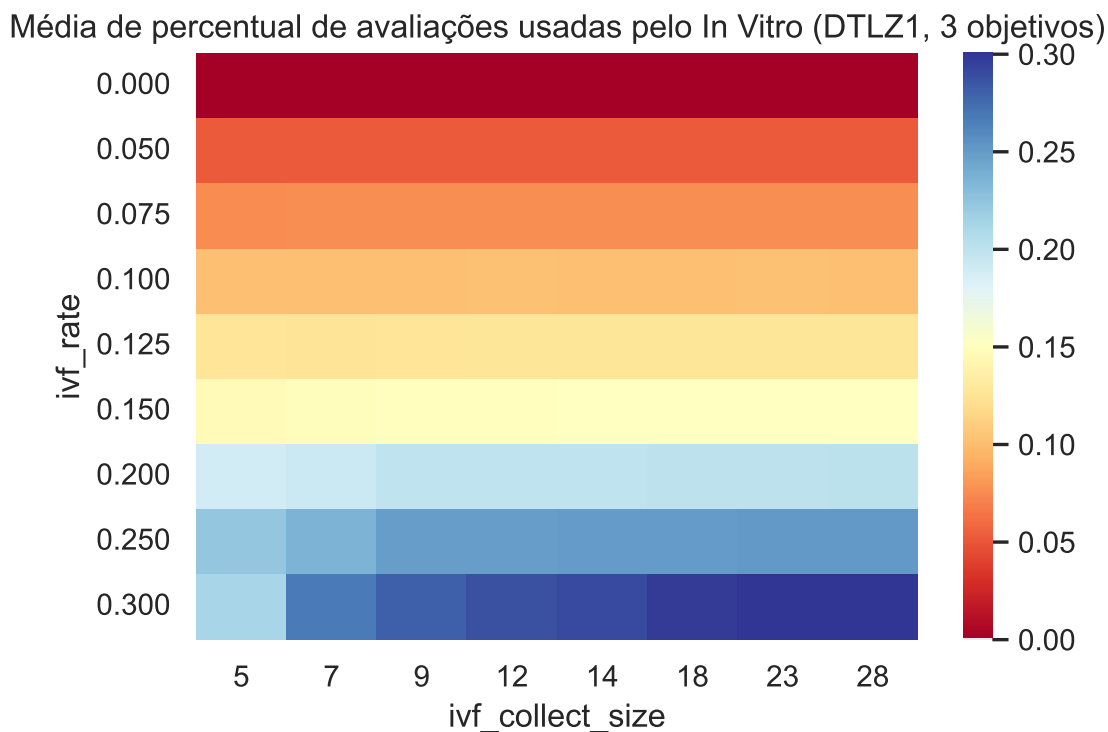
**Figura 4.31:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com  $p$ -value  $< 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.32:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.



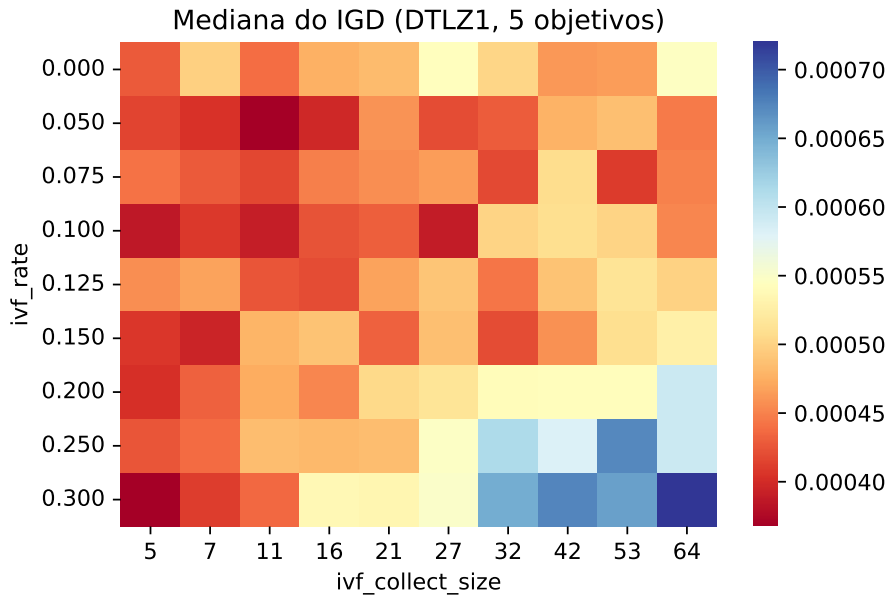
**Figura 4.33:** *Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.*



**Figura 4.34:** *Mapa de calor com médias dos percentuais de avaliações utilizadas pelo In Vitro nas 30 execuções de cada combinação de parâmetros indicados na figura.*

### 4.6.2 DTLZ 1 com 5 objetivos

As Figuras 4.35 (mediana), 4.36 (média), 4.37 (mínimo) e 4.38 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



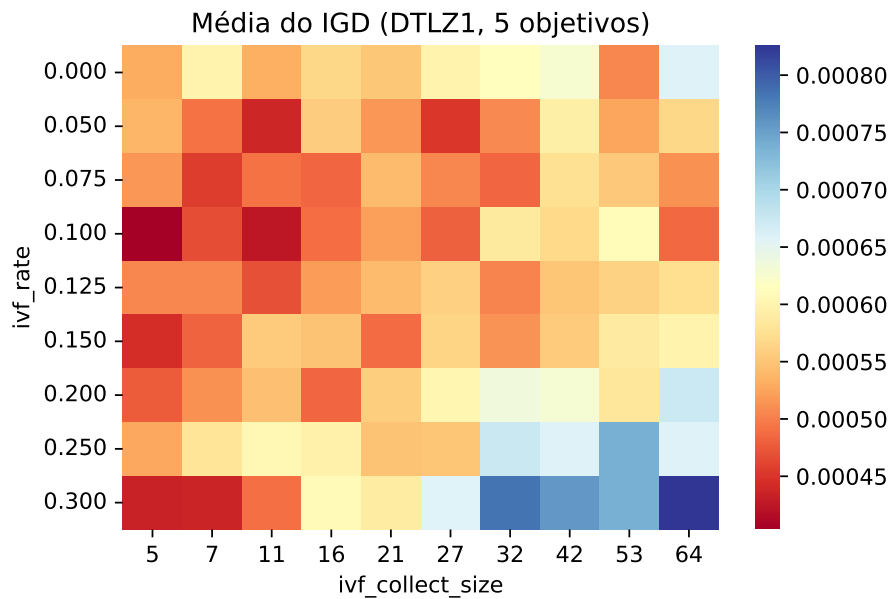
**Figura 4.35:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.39, 4.40 e 4.41 apresentam boxplots que contém uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura: taxas de avaliação de 7,5%, 10,0% e 12,5%.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.23, e na Figura 4.42, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

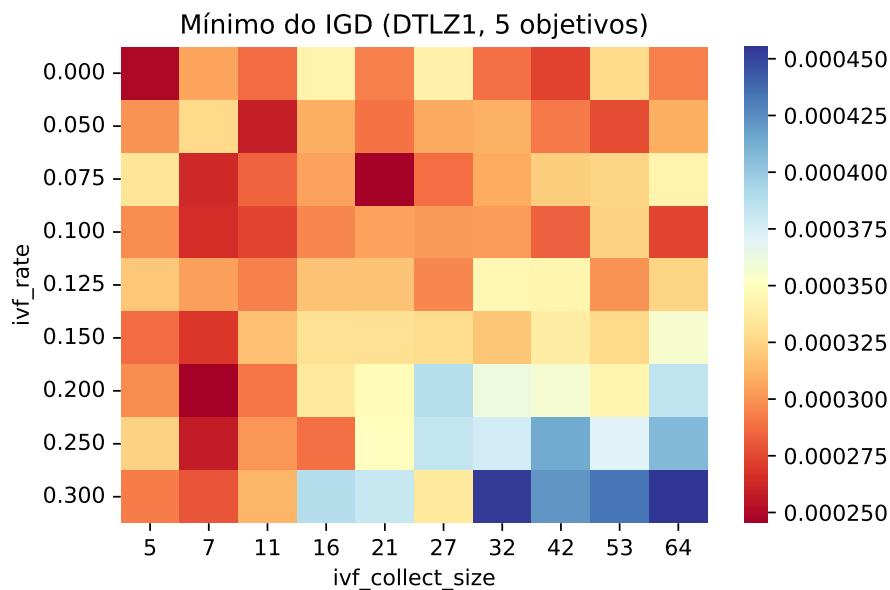
Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.43 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.



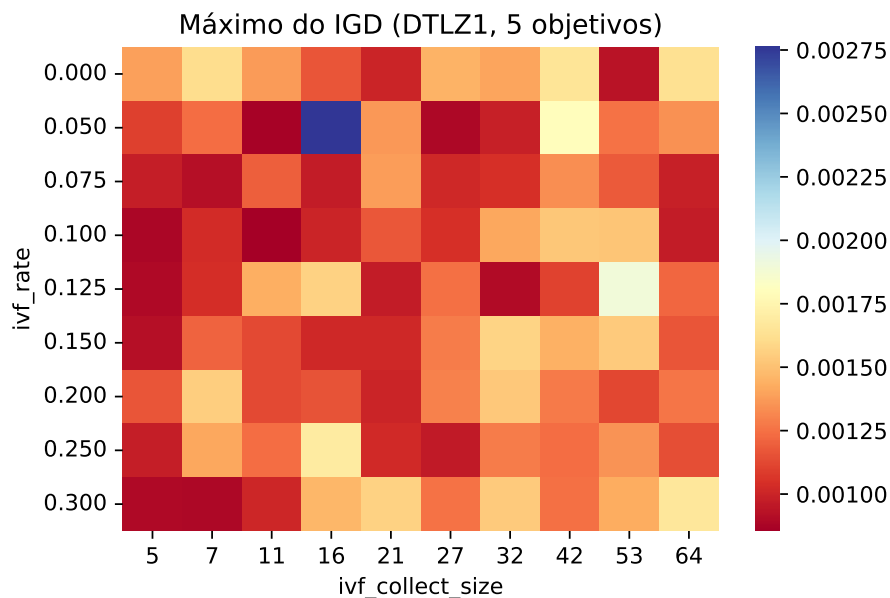
**Figura 4.36:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

Com uma coleta de 10% do tamanho da população (21 indivíduos coletados), a Figura 4.43 indica que foram consumidas em torno de 20% a 25% de avaliações, o que seria um pouco mais do que o dobro do tamanho da coleta. Coleta de 11 indivíduos (aproximadamente 5% do tamanho da população) ficou em torno de 15% de avaliações. Isso poderia indicar que foi realizada uma média de 2 a 2,5 ciclos internos do IVF (a cada ativação do IVF em gerações do algoritmo anfitrião), ciclos estes que ocorrem apenas caso sejam encontrados filhos melhores do que o pai corrente, ou seja, filhos mais próximos do nicho alvo. Apesar de ocorrerem alguns ciclos internos, e dos resultados com o In Vitro terem obtido medianas menores, nos casos de taxas como 10%, não houve diferença estatística na grande maioria dos resultados.

Importante destacar que houve um resultado prejudicial em casos de taxas e coletas muito elevadas (20%, 25% e 30% de taxa de avaliação, com coletas maiores do que 10% do tamanho da população), em que ocorrem muitas avaliações no algoritmo auxiliar, e sobram menos avaliações para o algoritmo anfitrião realizar sua estratégia evolutiva.



**Figura 4.37:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.38:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.19:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000427	0.000497	0.000438	0.000475	0.000482	0.000543	0.000501	0.000462	0.000465	0.000546
0.050	0.000415	0.000403	0.000369	0.000398	0.000459	0.000419	0.000428	0.000477	0.000486	0.000445
0.075	0.000441	0.000427	0.000416	0.000448	0.000456	0.000464	0.000417	0.000507	0.000410	0.000450
0.100	0.000386	0.000408	0.000390	0.000423	0.000430	0.000389	0.000501	0.000508	0.000500	0.000451
0.125	0.000456	0.000467	0.000424	0.000419	0.000467	0.000490	0.000442	0.000488	0.000513	0.000498
0.150	0.000407	0.000395	0.000479	0.000487	0.000431	0.000485	0.000420	0.000458	0.000508	0.000526
0.200	0.000403	0.000431	0.000473	0.000452	0.000505	0.000514	0.000540	0.000541	0.000542	0.000593
0.250	0.000424	0.000436	0.000484	0.000481	0.000484	0.000546	0.000611	0.000581	0.000673	0.000593
0.300	0.000367	0.000410	0.000435	0.000536	0.000533	0.000550	0.000649	0.000673	0.000657	0.000720

**Tabela 4.20:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

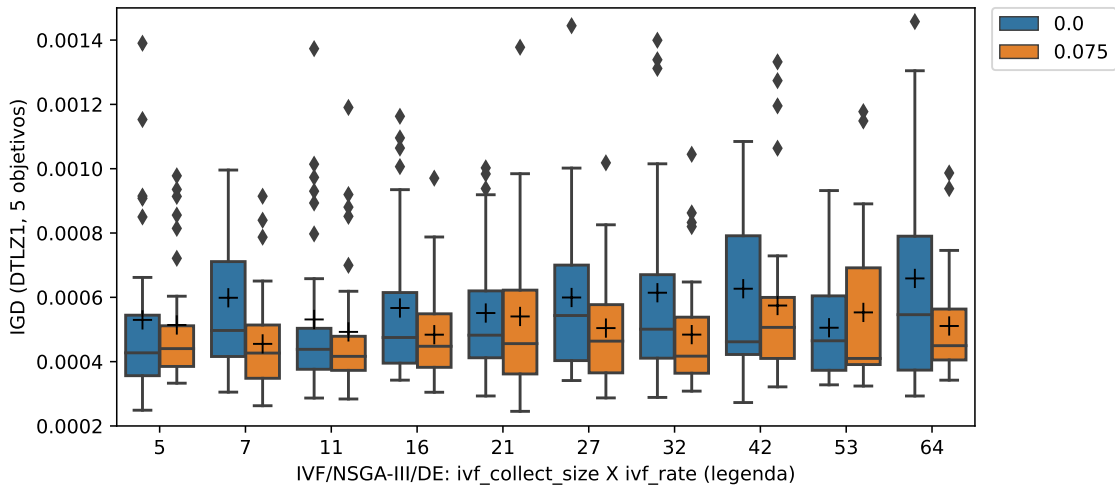
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000530	0.000599	0.000531	0.000567	0.000551	0.000599	0.000614	0.000627	0.000505	0.000659
0.050	0.000537	0.000492	0.000437	0.000556	0.000515	0.000451	0.000507	0.000592	0.000525	0.000565
0.075	0.000514	0.000455	0.000493	0.000484	0.000541	0.000504	0.000484	0.000574	0.000553	0.000511
0.100	0.000404	0.000468	0.000424	0.000488	0.000521	0.000480	0.000586	0.000568	0.000611	0.000486
0.125	0.000505	0.000505	0.000469	0.000519	0.000541	0.000559	0.000503	0.000549	0.000561	0.000573
0.150	0.000444	0.000482	0.000554	0.000548	0.000486	0.000563	0.000513	0.000555	0.000587	0.000600
0.200	0.000477	0.000511	0.000544	0.000483	0.000557	0.000602	0.000636	0.000629	0.000582	0.000674
0.250	0.000527	0.000579	0.000606	0.000596	0.000547	0.000550	0.000674	0.000658	0.000738	0.000658
0.300	0.000434	0.000436	0.000490	0.000607	0.000588	0.000656	0.000783	0.000758	0.000738	0.000826

**Tabela 4.21:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000249	0.000305	0.000287	0.000342	0.000293	0.000341	0.000289	0.000273	0.000328	0.000293
0.050	0.000300	0.000327	0.000259	0.000309	0.000289	0.000307	0.000310	0.000291	0.000276	0.000309
0.075	0.000333	0.000263	0.000284	0.000305	0.000245	0.000287	0.000308	0.000322	0.000324	0.000342
0.100	0.000298	0.000265	0.000273	0.000295	0.000305	0.000302	0.000303	0.000284	0.000323	0.000274
0.125	0.000319	0.000304	0.000294	0.000317	0.000317	0.000296	0.000345	0.000344	0.000300	0.000324
0.150	0.000287	0.000269	0.000316	0.000331	0.000330	0.000328	0.000318	0.000338	0.000327	0.000355
0.200	0.000298	0.000245	0.000290	0.000335	0.000348	0.000388	0.000362	0.000357	0.000344	0.000384
0.250	0.000324	0.000258	0.000300	0.000289	0.000350	0.000383	0.000377	0.000414	0.000370	0.000407
0.300	0.000292	0.000279	0.000311	0.000389	0.000381	0.000335	0.000453	0.000422	0.000434	0.000455

**Tabela 4.22:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

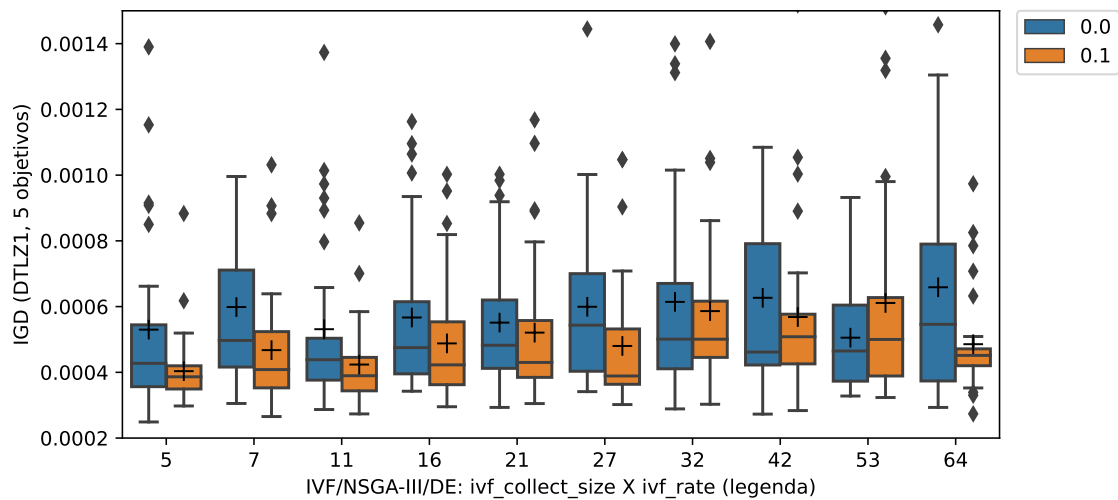
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.001390	0.001608	0.001373	0.001163	0.001003	0.001445	0.001399	0.001647	0.000932	0.001625
0.050	0.001093	0.001236	0.000868	0.002762	0.001363	0.000887	0.000984	0.001796	0.001254	0.001345
0.075	0.000978	0.000914	0.001190	0.000971	0.001378	0.001018	0.001045	0.001332	0.001177	0.000987
0.100	0.000883	0.001031	0.000854	0.001002	0.001168	0.001047	0.001407	0.001518	0.001512	0.000974
0.125	0.000898	0.001038	0.001435	0.001566	0.000971	0.001249	0.000904	0.001101	0.001897	0.001217
0.150	0.000919	0.001209	0.001130	0.001011	0.001012	0.001283	0.001577	0.001442	0.001535	0.001160
0.200	0.001162	0.001549	0.001130	0.001160	0.000998	0.001295	0.001528	0.001277	0.001120	0.001258
0.250	0.000978	0.001411	0.001235	0.001683	0.001024	0.000961	0.001280	0.001235	0.001351	0.001143
0.300	0.000895	0.000886	0.001005	0.001460	0.001569	0.001252	0.001537	0.001247	0.001424	0.001664



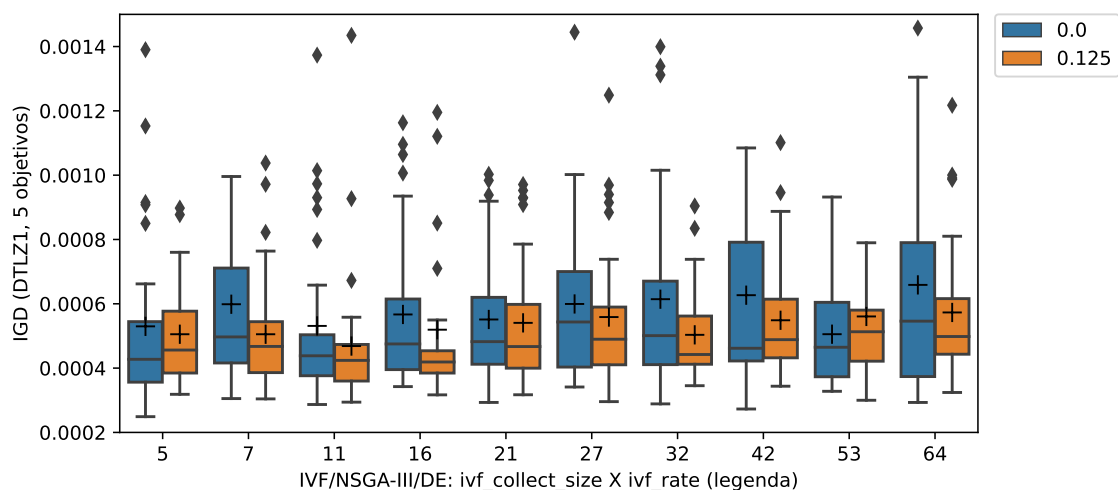
**Figura 4.39:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.23:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

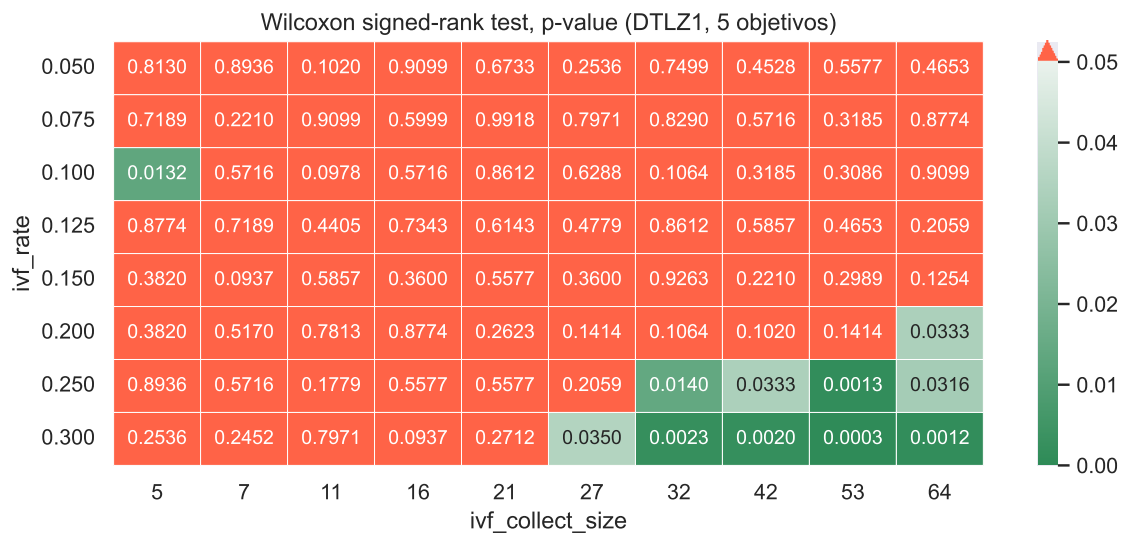
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.050	0.813017	0.893644	0.102011	0.909931	0.673280	0.253644	0.749871	0.452807	0.557743	0.465283
0.075	0.718888	0.221022	0.909931	0.599936	0.991795	0.797098	0.829013	0.571646	0.318491	0.877403
0.100	0.013194	0.571646	0.097772	0.571646	0.861213	0.628843	0.106394	0.318491	0.308615	0.909931
0.125	0.877403	0.718888	0.440522	0.734325	0.614315	0.477947	0.861213	0.585712	0.465283	0.205888
0.150	0.382034	0.093676	0.585712	0.360039	0.557743	0.360039	0.926255	0.221022	0.298944	0.125438
0.200	0.382034	0.517048	0.781264	0.877403	0.262299	0.141390	0.106394	0.102011	0.141390	0.033269
0.250	0.893644	0.571646	0.177907	0.557743	0.557743	0.205888	0.013975	0.033269	0.001287	0.031603
0.300	0.253644	0.245190	0.797098	0.093676	0.271155	0.035009	0.002255	0.001965	0.000283	0.001197



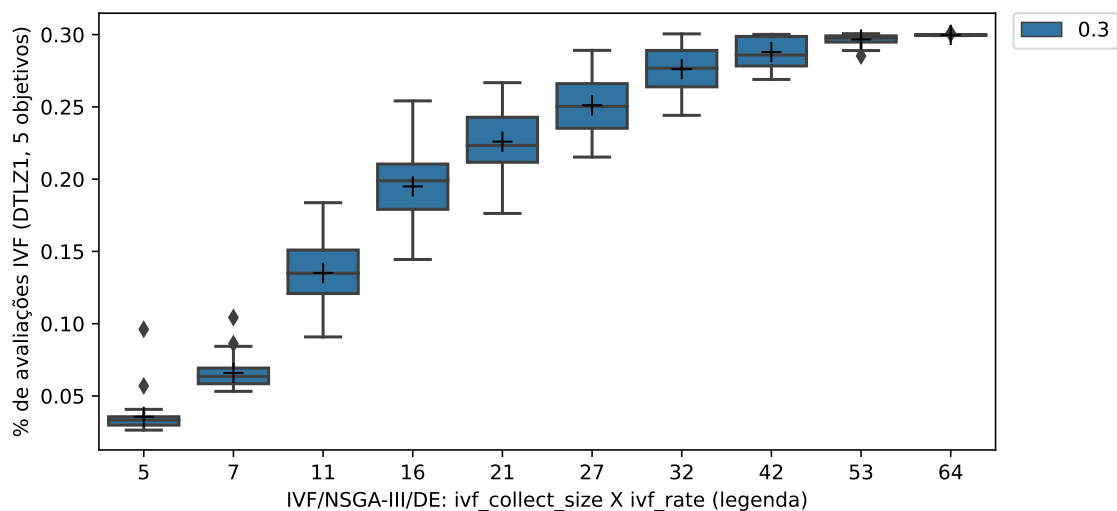
**Figura 4.40:** Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.



**Figura 4.41:** Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.



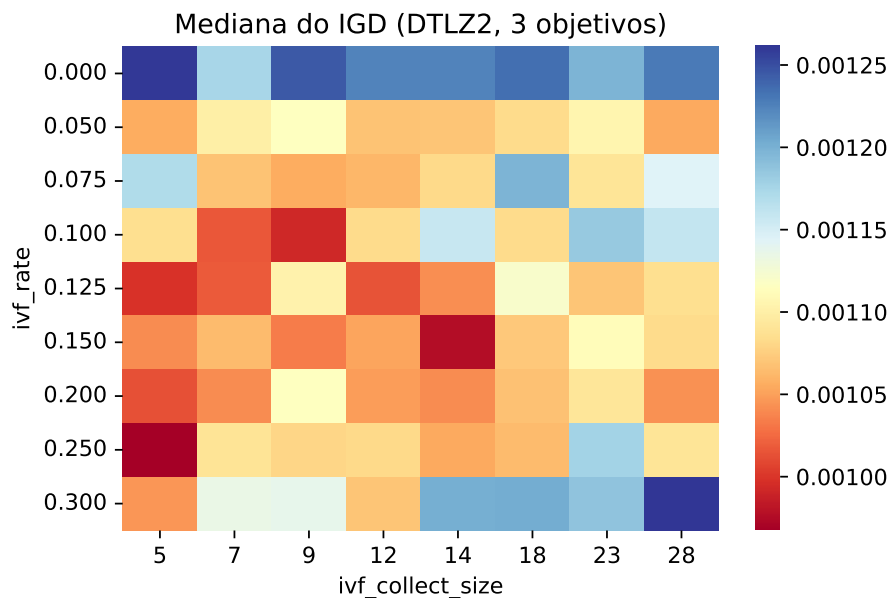
**Figura 4.42:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com  $p$ -value  $< 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.43:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

### 4.6.3 DTLZ 2 com 3 objetivos

As figuras 4.44 (mediana), 4.45 (média), 4.46 (mínimo) e 4.47 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



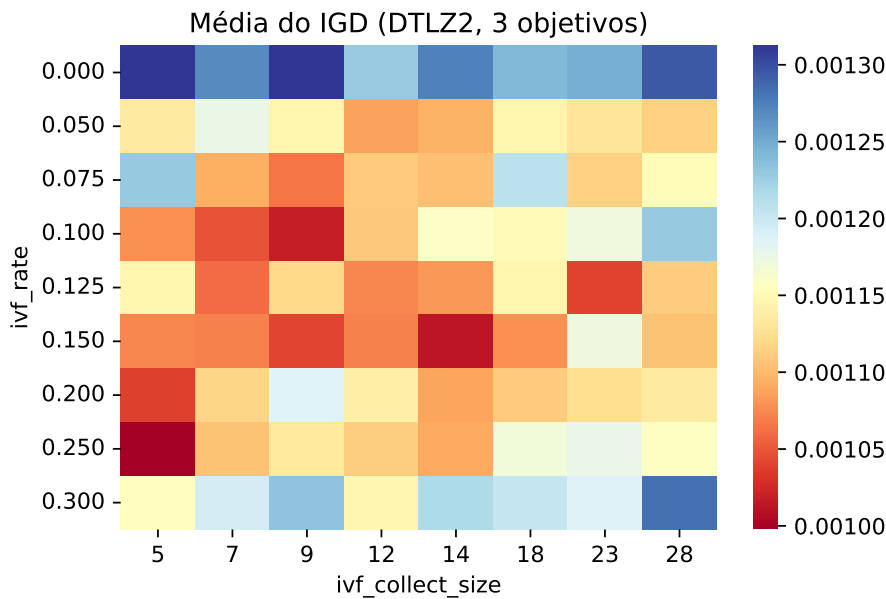
**Figura 4.44:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.24, 4.25, 4.26 e 4.27, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.48, 4.49 e 4.50 apresentam boxplots que contém uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.28, e na Figura 4.51, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.52 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.



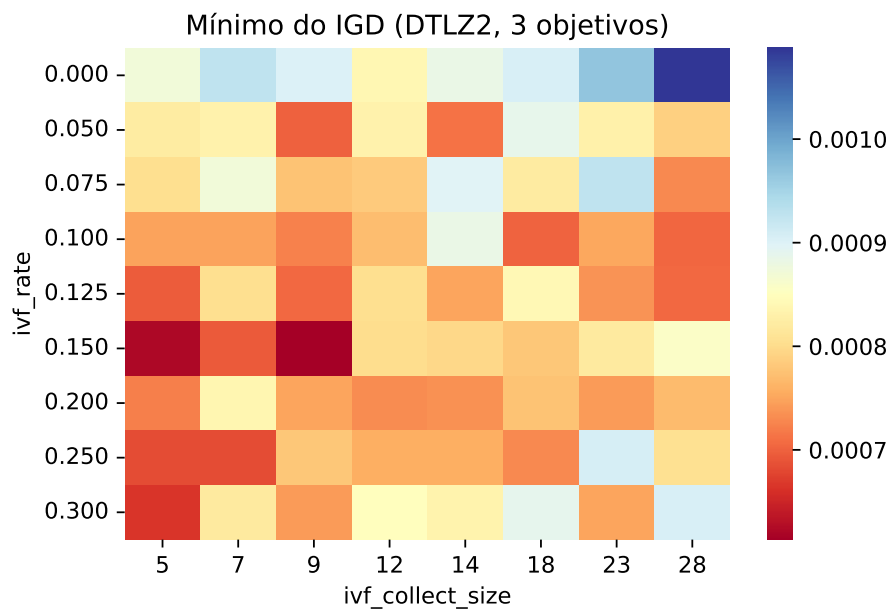
**Figura 4.45:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

Com uma coleta de 10% do tamanho da população (21 indivíduos coletados), a Figura 4.52 indica que foram consumidas em torno de 20% a 25% de avaliações, o que seria um pouco mais do que o dobro do tamanho da coleta. Isso poderia indicar uma média de 2 a 2,5 ciclos internos do In Vitro, que ocorrem apenas caso sejam encontrados filhos melhores do que o pai corrente, ou seja, filhos mais próximos do nicho alvo.

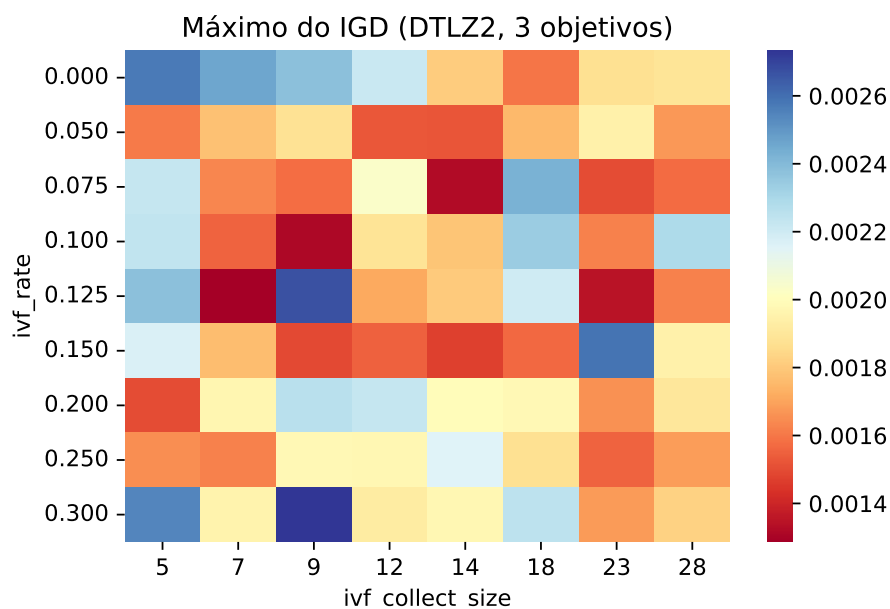
Os resultados indicam que para o problema DTLZ2 com 3 objetivos há contribuição do In Vitro para a obtenção de valores menores do IGD.

Taxas de execução com consumo entre 5% a 25% com coletas inferiores a 25% do tamanho da população obtiveram melhores resultados, inclusive com diferença estatística.

Com 30% de taxa para o consumo de avaliações, quase todos os tamanhos de coletas realizaram em torno de 30% de avaliações, indicando que mais ciclos internos do In Vitro foram realizados, em que soluções melhores do que o pai corrente foram obtidas, contribuindo assim para a obtenção de soluções mais próximas ao nicho alvo, de acordo com a estratégia proposta neste trabalho para o In Vitro em *Many-Objective*.



**Figura 4.46:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.47:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.24:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.001259	0.001174	0.001245	0.001224	0.001224	0.001234	0.001197	0.001228
0.050	0.001055	0.001099	0.001115	0.001067	0.001069	0.001082	0.001105	0.001054
0.075	0.001170	0.001067	0.001055	0.001061	0.001082	0.001198	0.001089	0.001143
0.100	0.001085	0.001017	0.000992	0.001083	0.001158	0.001083	0.001184	0.001160
0.125	0.000998	0.001017	0.001102	0.001014	0.001042	0.001121	0.001069	0.001085
0.150	0.001041	0.001063	0.001033	0.001051	0.000976	0.001071	0.001111	0.001083
0.200	0.001013	0.001040	0.001115	0.001048	0.001040	0.001066	0.001091	0.001043
0.250	0.000967	0.001088	0.001079	0.001082	0.001053	0.001063	0.001177	0.001090
0.300	0.001045	0.001134	0.001137	0.001069	0.001201	0.001203	0.001187	0.001261

**Tabela 4.25:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

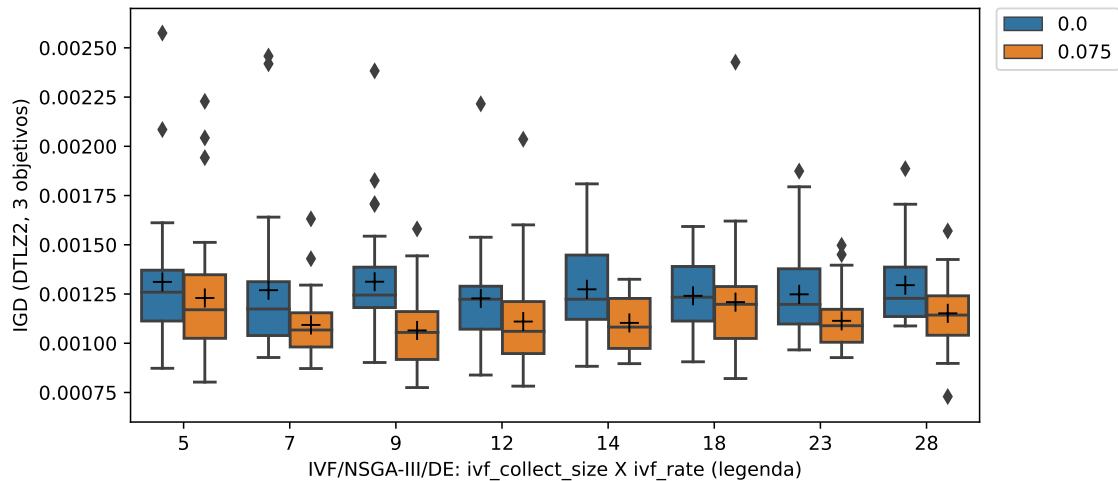
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.001312	0.001269	0.001312	0.001228	0.001274	0.001241	0.001248	0.001295
0.050	0.001135	0.001176	0.001144	0.001087	0.001095	0.001144	0.001129	0.001114
0.075	0.001230	0.001093	0.001065	0.001110	0.001103	0.001209	0.001114	0.001152
0.100	0.001078	0.001048	0.001019	0.001108	0.001158	0.001149	0.001172	0.001230
0.125	0.001144	0.001060	0.001120	0.001074	0.001082	0.001144	0.001039	0.001112
0.150	0.001074	0.001071	0.001039	0.001070	0.001012	0.001078	0.001173	0.001105
0.200	0.001038	0.001118	0.001186	0.001138	0.001088	0.001110	0.001124	0.001135
0.250	0.000998	0.001106	0.001132	0.001113	0.001091	0.001169	0.001178	0.001157
0.300	0.001155	0.001194	0.001233	0.001146	0.001215	0.001202	0.001188	0.001282

**Tabela 4.26:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.000873	0.000928	0.000902	0.000839	0.000883	0.000906	0.000966	0.001088
0.050	0.000822	0.000831	0.000700	0.000831	0.000713	0.000887	0.000829	0.000789
0.075	0.000803	0.000872	0.000775	0.000782	0.000896	0.000821	0.000927	0.000729
0.100	0.000748	0.000749	0.000723	0.000769	0.000883	0.000702	0.000751	0.000702
0.125	0.000695	0.000804	0.000704	0.000804	0.000749	0.000840	0.000738	0.000705
0.150	0.000622	0.000694	0.000613	0.000801	0.000795	0.000780	0.000818	0.000856
0.200	0.000722	0.000837	0.000749	0.000731	0.000735	0.000776	0.000743	0.000768
0.250	0.000684	0.000683	0.000779	0.000757	0.000758	0.000728	0.000908	0.000806
0.300	0.000665	0.000818	0.000741	0.000849	0.000833	0.000888	0.000750	0.000906

**Tabela 4.27:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

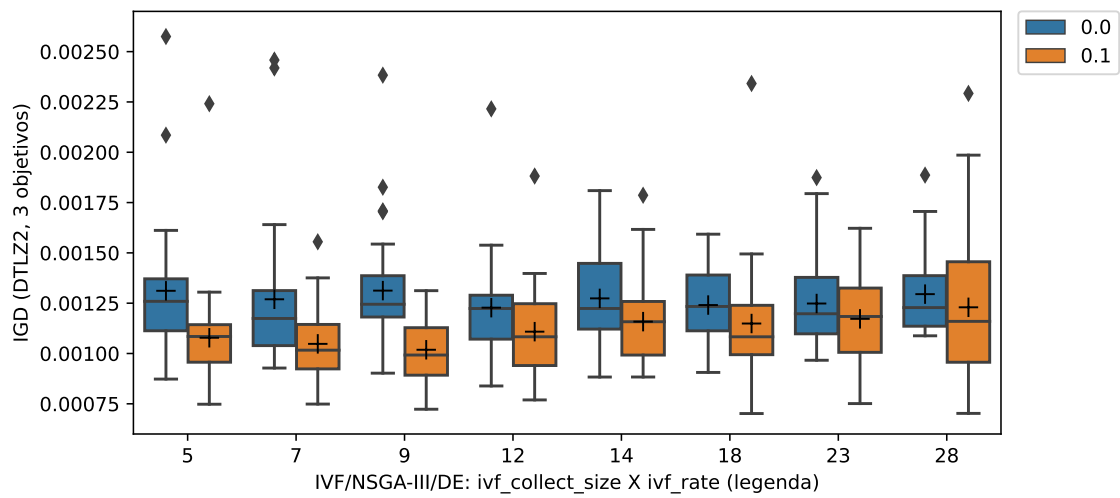
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.002575	0.002458	0.002383	0.002216	0.001809	0.001593	0.001874	0.001886
0.050	0.001607	0.001775	0.001875	0.001524	0.001521	0.001755	0.001944	0.001672
0.075	0.002228	0.001632	0.001581	0.002036	0.001325	0.002427	0.001497	0.001570
0.100	0.002241	0.001555	0.001312	0.001882	0.001786	0.002342	0.001622	0.002292
0.125	0.002382	0.001287	0.002671	0.001711	0.001803	0.002198	0.001347	0.001624
0.150	0.002169	0.001767	0.001491	0.001549	0.001471	0.001567	0.002592	0.001944
0.200	0.001501	0.001967	0.002263	0.002226	0.001997	0.001982	0.001655	0.001903
0.250	0.001650	0.001626	0.001977	0.001974	0.002153	0.001873	0.001555	0.001688
0.300	0.002545	0.001958	0.002734	0.001924	0.001976	0.002251	0.001678	0.001825



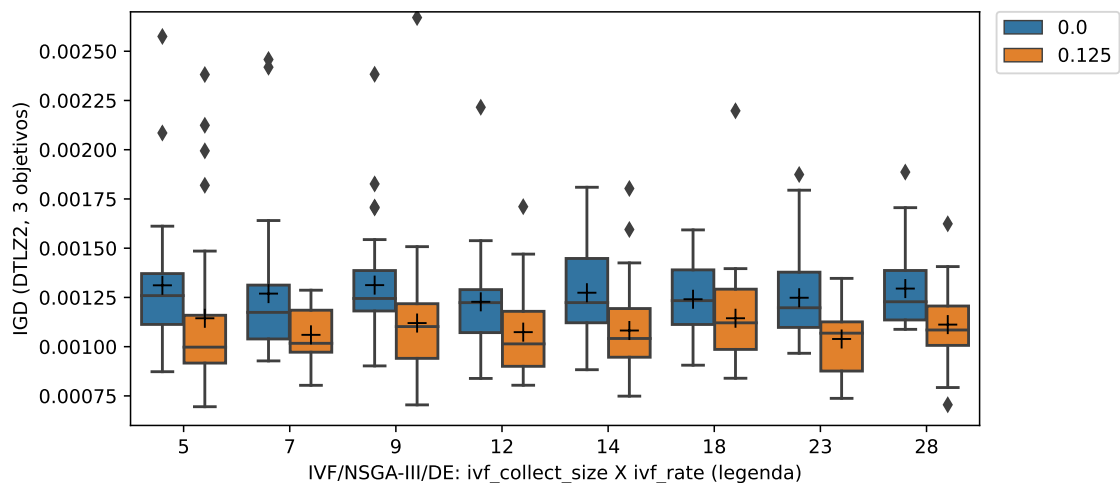
**Figura 4.48:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.28:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

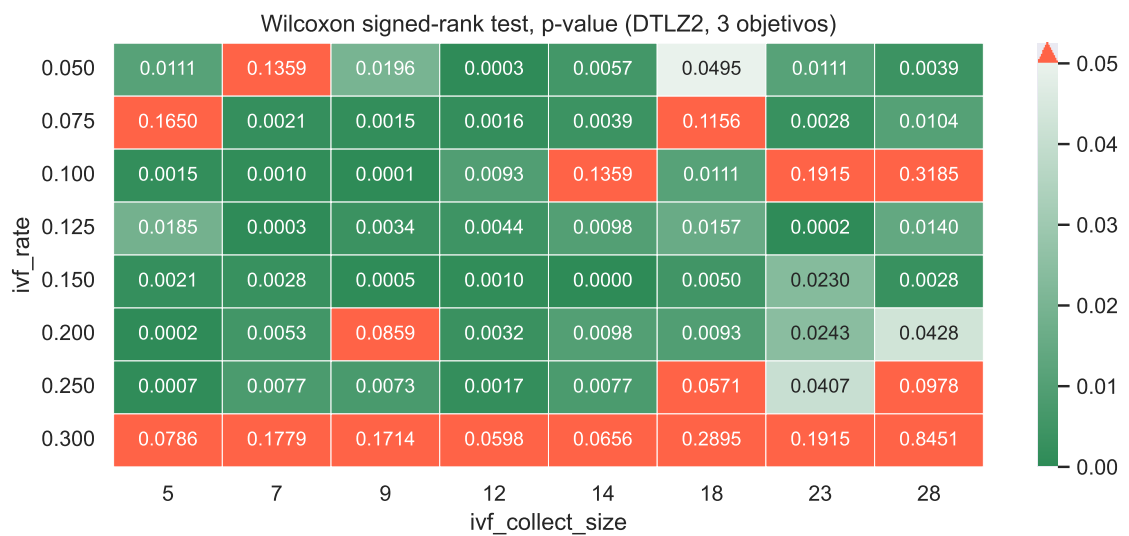
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.050	0.011079	0.135908	0.019569	0.000283	0.005667	0.049498	0.011079	0.003854
0.075	0.165027	0.002105	0.001484	0.001593	0.003854	0.115608	0.002765	0.010444
0.100	0.001484	0.000963	0.000097	0.009271	0.135908	0.011079	0.191522	0.318491
0.125	0.018519	0.000261	0.003379	0.004390	0.009842	0.015658	0.000222	0.013975
0.150	0.002105	0.002765	0.000453	0.000963	0.000049	0.004992	0.023038	0.002765
0.200	0.000205	0.005320	0.085896	0.003162	0.009842	0.009271	0.024308	0.042767
0.250	0.000664	0.007731	0.007271	0.001709	0.007731	0.057096	0.040702	0.097772
0.300	0.078647	0.177907	0.171376	0.059836	0.065641	0.289477	0.191522	0.845080



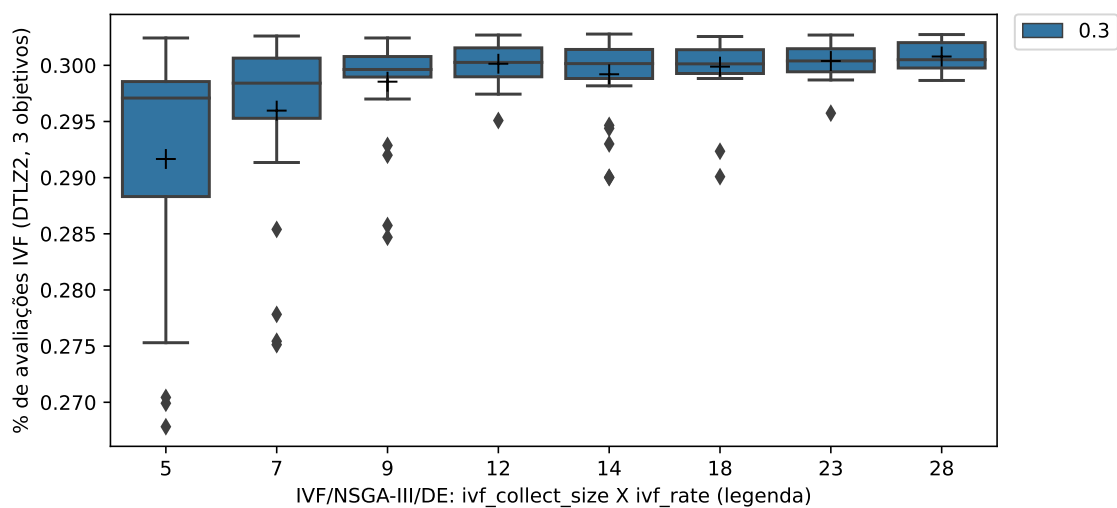
**Figura 4.49:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



**Figura 4.50:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



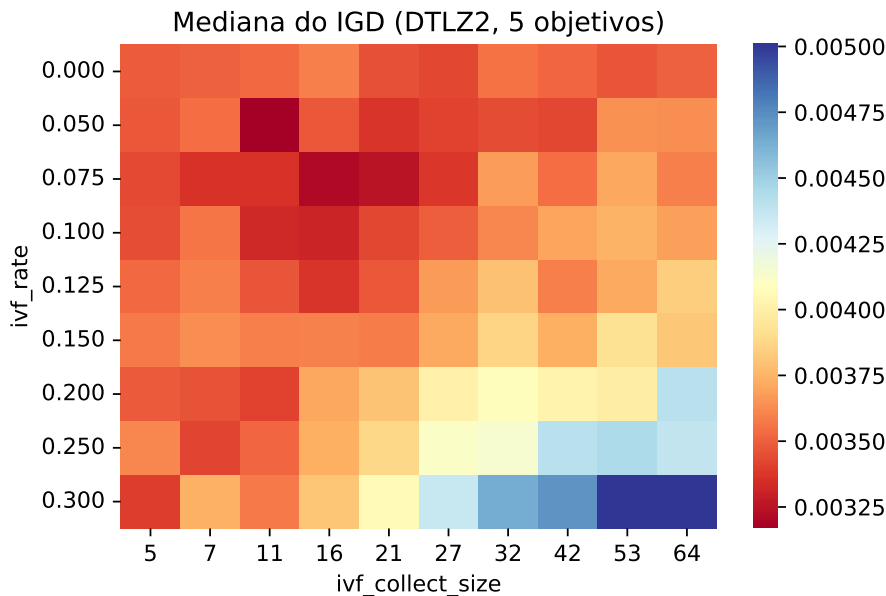
**Figura 4.51:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com  $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.52:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

#### 4.6.4 DTLZ 2 com 5 objetivos

As figuras 4.53 (mediana), 4.54 (média), 4.55 (mínimo) e 4.56 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



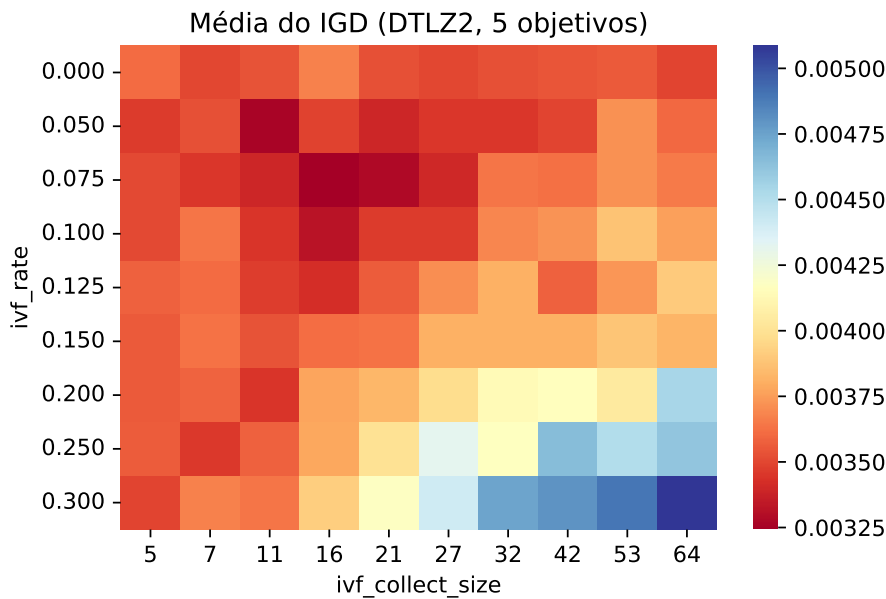
**Figura 4.53:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.29, 4.30, 4.31 e 4.32, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.57, 4.58, 4.59 apresentam boxplots que apresentam uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.33, e na Figura 4.60, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.61 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.

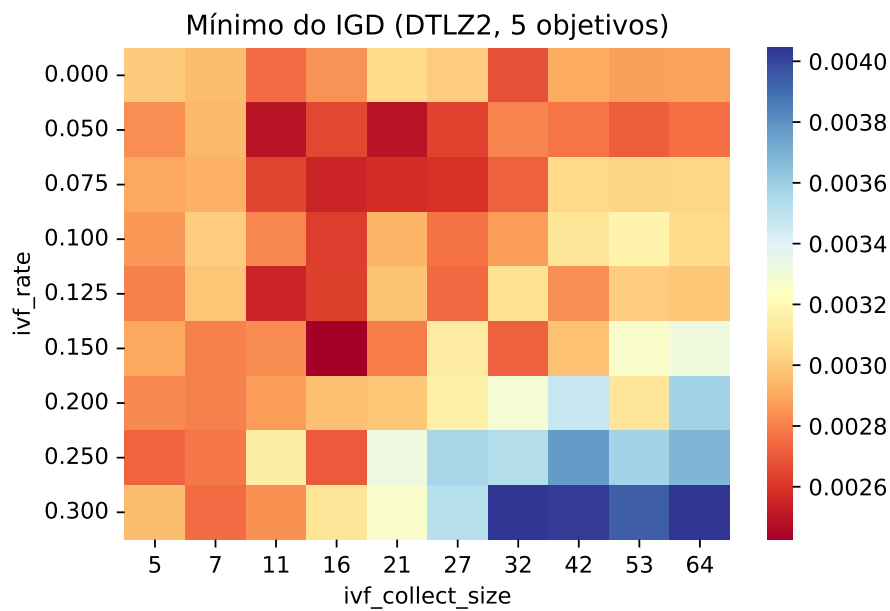


**Figura 4.54:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

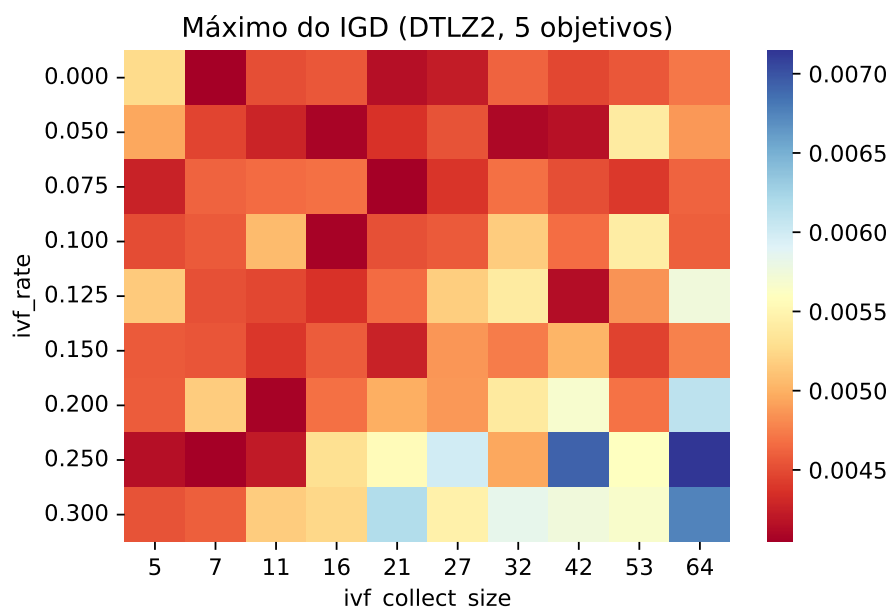
A Figura 4.61 indica que, de modo semelhante ao que ocorreu no experimento com o problema DTLZ2 com 3 objetivos, também no DTLZ 2 com 5 objetivos uma coleta de 10% do tamanho da população (21 indivíduos coletados) consumiu em torno de 20% a 25% de avaliações, o que seria um pouco mais do que o dobro do tamanho da coleta. Isso poderia indicar uma média de 2 a 2,5 ciclos internos do In Vitro, que ocorrem apenas caso sejam encontrados filhos melhores do que o pai corrente, ou seja, filhos mais próximos do nicho alvo.

Apesar de uma faixa de 2 a 2,5 ciclos em alguns casos, os resultados indicam que para o problema DTLZ2 com 5 objetivos, não houve uma colaboração do In Vitro que fosse suficiente para diminuir os valores do IGD com diferença estatística entre os resultados do algoritmo anfitrião com e sem o acoplamento do In Vitro.

Importante destacar que houve um resultado prejudicial em casos de taxas e coletas muito elevadas (20%, 25% e 30% de taxa de avaliação, com coletas maiores do que 10% do tamanho da população), em que ocorrem muitas avaliações no algoritmo auxiliar, e sobram menos avaliações para o algoritmo anfitrião realizar sua estratégia evolutiva.



**Figura 4.55:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.56:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.29:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.003489	0.003499	0.003523	0.003590	0.003454	0.003424	0.003552	0.003518	0.003470	0.003500
0.050	0.003471	0.003538	0.003168	0.003471	0.003364	0.003412	0.003440	0.003420	0.003637	0.003631
0.075	0.003432	0.003359	0.003358	0.003205	0.003240	0.003373	0.003678	0.003541	0.003701	0.003591
0.100	0.003447	0.003558	0.003323	0.003305	0.003421	0.003495	0.003613	0.003697	0.003738	0.003684
0.125	0.003521	0.003587	0.003466	0.003369	0.003476	0.003669	0.003789	0.003586	0.003707	0.003842
0.150	0.003573	0.003633	0.003585	0.003596	0.003579	0.003712	0.003864	0.003723	0.003918	0.003811
0.200	0.003477	0.003462	0.003411	0.003706	0.003800	0.004008	0.004080	0.004018	0.003983	0.004407
0.250	0.003607	0.003417	0.003517	0.003725	0.003874	0.004110	0.004141	0.004404	0.004441	0.004377
0.300	0.003391	0.003730	0.003575	0.003806	0.004056	0.004357	0.004635	0.004724	0.005001	0.005007

**Tabela 4.30:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

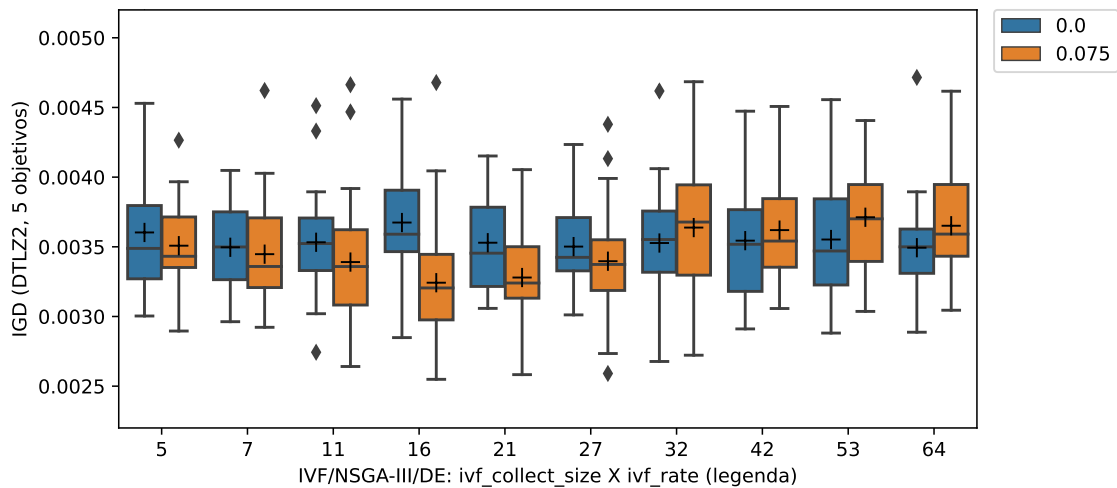
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.003603	0.003497	0.003533	0.003674	0.003529	0.003502	0.003527	0.003544	0.003552	0.003494
0.050	0.003461	0.003525	0.003259	0.003481	0.003393	0.003448	0.003444	0.003492	0.003712	0.003599
0.075	0.003508	0.003447	0.003390	0.003242	0.003280	0.003397	0.003638	0.003620	0.003712	0.003651
0.100	0.003506	0.003632	0.003439	0.003317	0.003459	0.003462	0.003684	0.003722	0.003872	0.003759
0.125	0.003580	0.003607	0.003470	0.003416	0.003562	0.003710	0.003805	0.003576	0.003730	0.003901
0.150	0.003557	0.003629	0.003538	0.003616	0.003630	0.003811	0.003810	0.003806	0.003883	0.003823
0.200	0.003559	0.003588	0.003437	0.003769	0.003829	0.003975	0.004129	0.004159	0.004041	0.004542
0.250	0.003565	0.003455	0.003579	0.003780	0.003994	0.004322	0.004169	0.004653	0.004510	0.004612
0.300	0.003492	0.003672	0.003633	0.003914	0.004178	0.004403	0.004744	0.004803	0.004896	0.005087

**Tabela 4.31:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.003003	0.002963	0.002743	0.002848	0.003058	0.003011	0.002677	0.002911	0.002881	0.002887
0.050	0.002836	0.002950	0.002493	0.002648	0.002492	0.002636	0.002805	0.002767	0.002714	0.002759
0.075	0.002896	0.002922	0.002641	0.002549	0.002583	0.002591	0.002722	0.003057	0.003036	0.003045
0.100	0.002856	0.003013	0.002812	0.002622	0.002935	0.002763	0.002874	0.003103	0.003178	0.003060
0.125	0.002802	0.002983	0.002550	0.002630	0.002978	0.002737	0.003084	0.002835	0.003012	0.002989
0.150	0.002895	0.002803	0.002826	0.002426	0.002791	0.003135	0.002720	0.002970	0.003272	0.003317
0.200	0.002820	0.002802	0.002869	0.002966	0.002983	0.003159	0.003287	0.003473	0.003101	0.003582
0.250	0.002724	0.002779	0.003145	0.002699	0.003328	0.003566	0.003528	0.003767	0.003578	0.003688
0.300	0.002962	0.002745	0.002839	0.003090	0.003272	0.003523	0.004041	0.004026	0.003940	0.004044

**Tabela 4.32:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

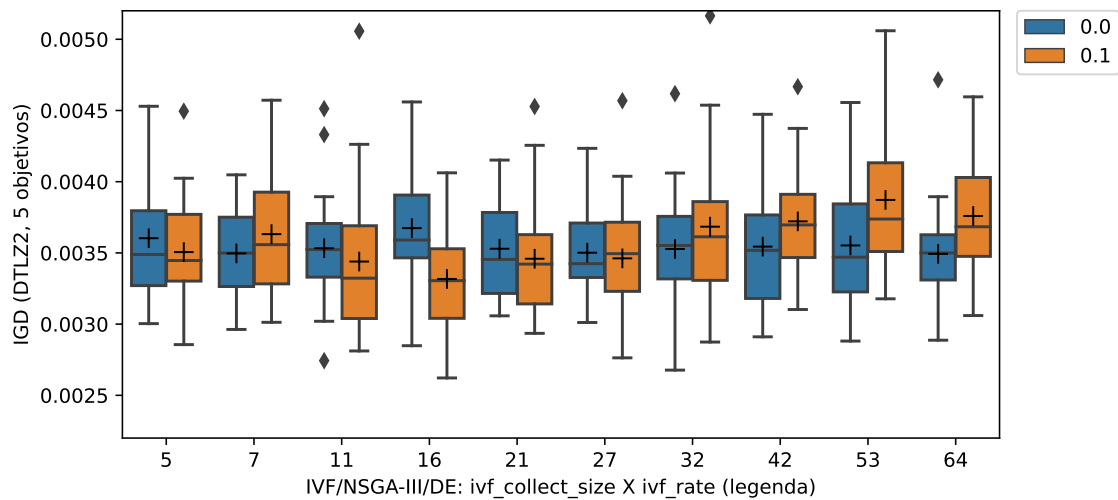
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.005260	0.004048	0.004513	0.004560	0.004152	0.004234	0.004618	0.004473	0.004556	0.004715
0.050	0.004949	0.004468	0.004285	0.004076	0.004364	0.004532	0.004101	0.004160	0.005394	0.004875
0.075	0.004265	0.004622	0.004663	0.004679	0.004054	0.004379	0.004685	0.004507	0.004406	0.004616
0.100	0.004495	0.004572	0.005057	0.004062	0.004528	0.004569	0.005164	0.004667	0.005419	0.004596
0.125	0.005149	0.004525	0.004475	0.004361	0.004663	0.005179	0.005395	0.004133	0.004852	0.005751
0.150	0.004573	0.004543	0.004391	0.004582	0.004271	0.004865	0.004740	0.005020	0.004449	0.004770
0.200	0.004583	0.005170	0.004061	0.004679	0.004981	0.004874	0.005385	0.005672	0.004689	0.006114
0.250	0.004153	0.004046	0.004217	0.005298	0.005551	0.005988	0.004949	0.006926	0.005606	0.007148
0.300	0.004535	0.004601	0.005165	0.005242	0.006170	0.005460	0.005838	0.005744	0.005658	0.006751



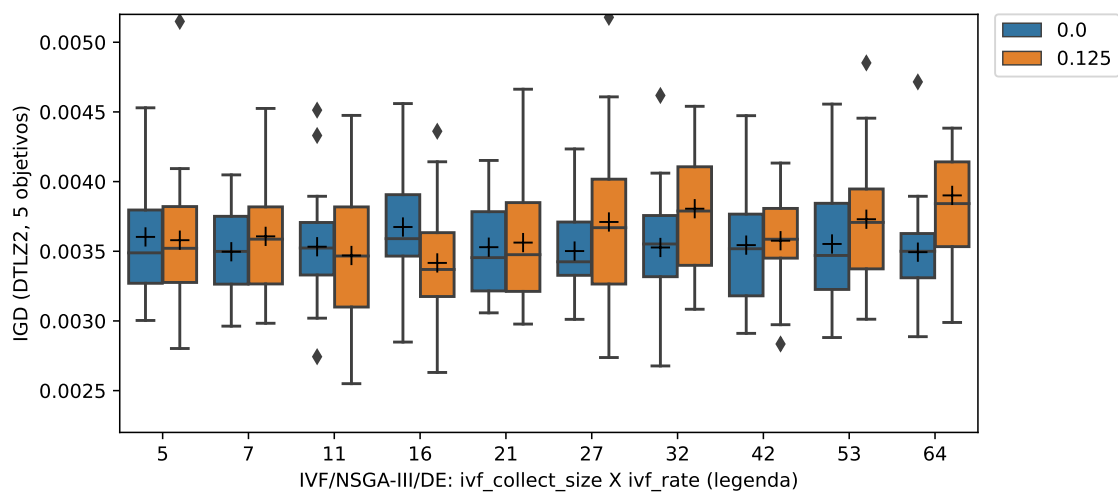
**Figura 4.57:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.33:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

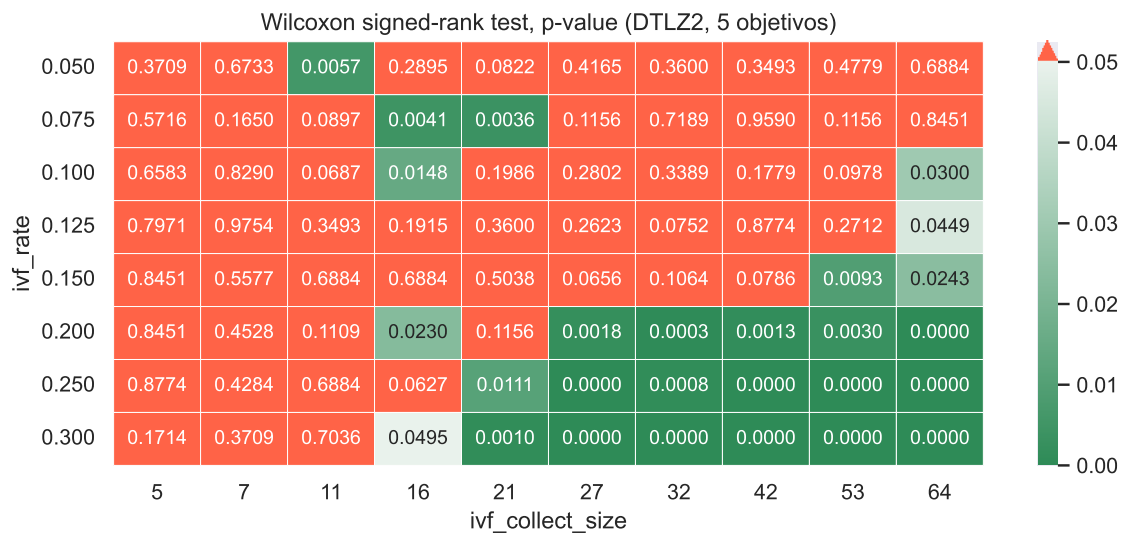
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.050	0.370935	0.673280	0.005667	0.289477	0.082206	0.416534	0.360039	0.349346	0.477947	0.688359
0.075	0.571646	0.165027	0.089718	0.004114	0.003609	0.115608	0.718888	0.958990	0.115608	0.845080
0.100	0.658331	0.829013	0.068714	0.014795	0.198610	0.280214	0.338856	0.177907	0.097772	0.030010
0.125	0.797098	0.975387	0.349346	0.191522	0.360039	0.262299	0.075213	0.877403	0.271155	0.044919
0.150	0.845080	0.557743	0.688359	0.688359	0.503833	0.065641	0.106394	0.078647	0.009271	0.024308
0.200	0.845080	0.452807	0.110926	0.023038	0.115608	0.001833	0.000261	0.001287	0.002957	0.000018
0.250	0.877403	0.428430	0.688359	0.062683	0.011079	0.000020	0.000831	0.000011	0.000016	0.000002
0.300	0.171376	0.370935	0.703564	0.049498	0.000963	0.000012	0.000004	0.000003	0.000005	0.000002



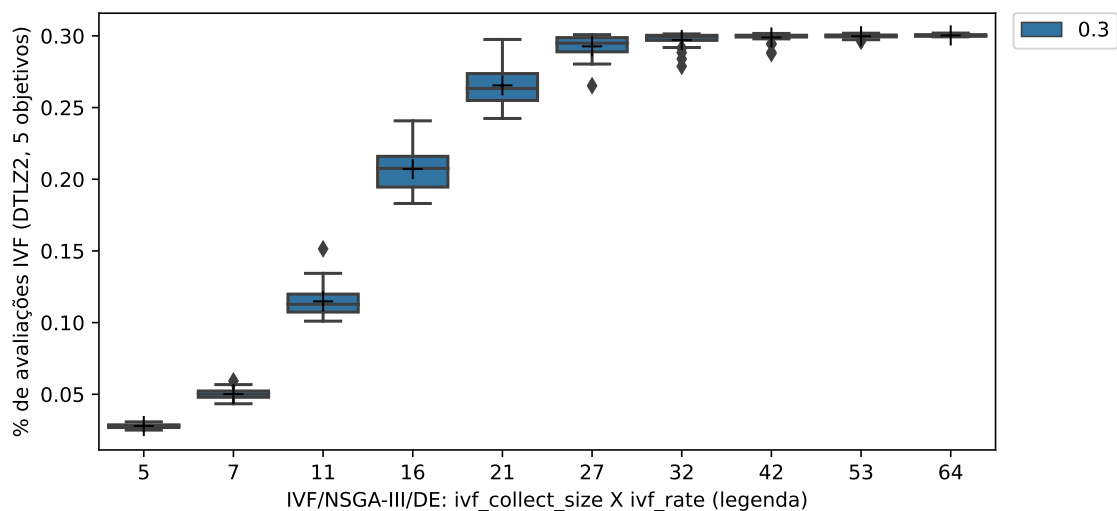
**Figura 4.58:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



**Figura 4.59:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



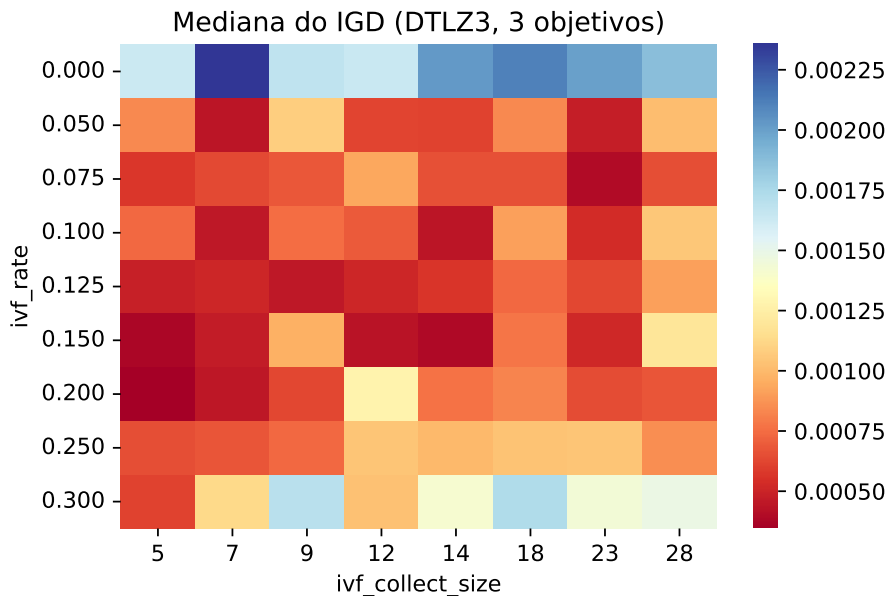
**Figura 4.60:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com  $p\text{-value} < 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.61:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

### 4.6.5 DTLZ 3 com 3 objetivos

As figuras 4.62 (mediana), 4.63 (média), 4.64 (mínimo) e 4.65 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



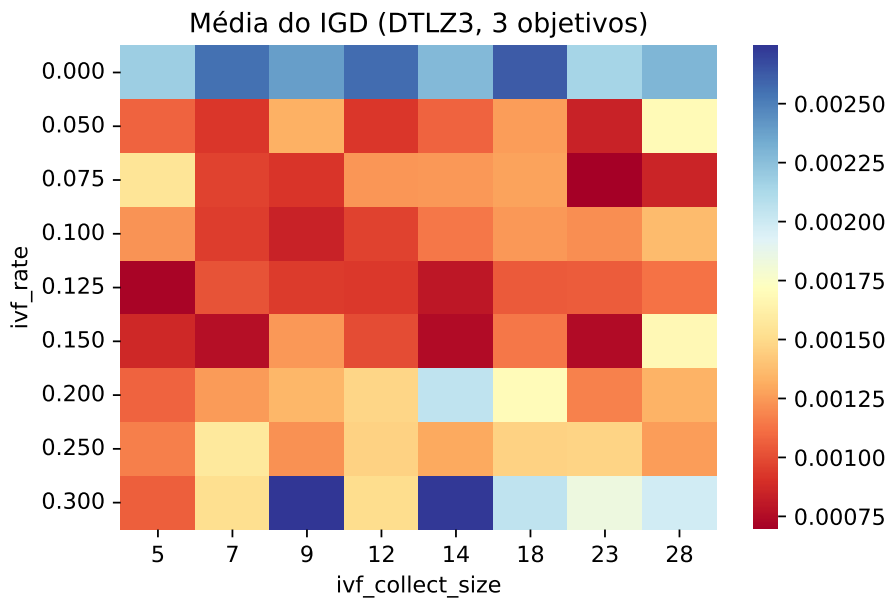
**Figura 4.62:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.34, 4.35, 4.36 e 4.37, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.66, 4.67, 4.68 apresentam boxplots que apresentam uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.38, e na Figura 4.69, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

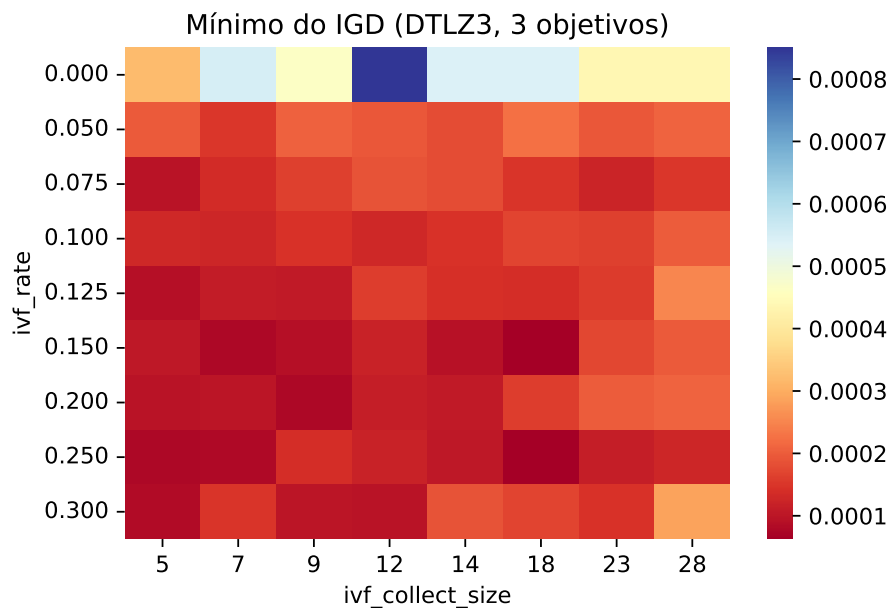
Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.70 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.



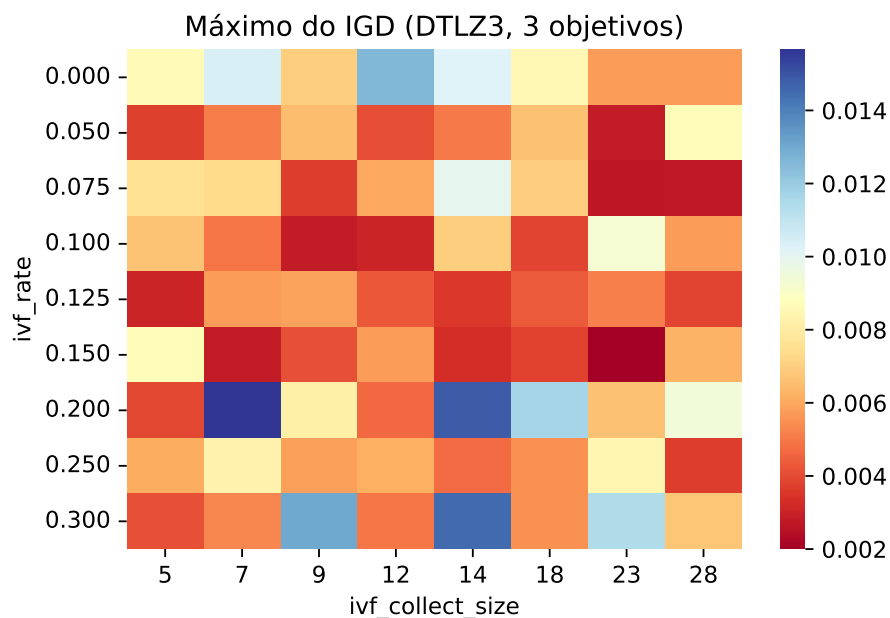
**Figura 4.63:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

Com uma coleta de aproximadamente 5% do tamanho da população (5 indivíduos coletados), a Figura 4.70 indica que foram consumidas uma média de 20% de avaliações, e com uma coleta de aproximadamente 7,5% do tamanho da população (7 indivíduos) foram consumidas uma média de quase 28% de avaliações, o que poderia indicar que ocorreram nestes casos algo em torno de 4 a 5 ciclos internos do In Vitro, que ocorrem apenas caso sejam encontrados filhos melhores do que o pai corrente, ou seja, filhos mais próximos do nicho alvo.

Os resultados indicam que para o problema DTLZ3 com 3 objetivos, houve uma colaboração com diferença estatística entre os resultados do algoritmo anfitrião com e sem o acoplamento do In Vitro, principalmente taxas inferiores a 20% e coletas inferiores a 30% do tamanho da população. Apesar de haver uma limitação relacionada ao percentual de consumo de avaliações, o tamanho da coleta pode ter um impacto importante uma vez que o número de ciclos possíveis dependerá do tamanho da coleta e do tamanho da população. Com 1/3 de população sendo coletada, cada ciclo interno do In Vitro gerará uma quantidade de filhos equivalente a 1/3 da população, e com isso em 3 ciclos internos será alcançado o limite de avaliações de uma geração do algoritmo anfitrião. Então, coletando 1/3 da população o In Vitro poderia fazer no máximo 3 ciclos internos. Um tamanho menor de coleta, como, por exemplo, 10%, já poderia realizar um número maior de ciclos, intensificando o resultado de um determinado nicho alvo.



**Figura 4.64:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.65:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.34:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.001628	0.002355	0.001672	0.001636	0.002017	0.002108	0.001996	0.001875
0.050	0.000832	0.000436	0.001079	0.000618	0.000611	0.000838	0.000476	0.001009
0.075	0.000566	0.000632	0.000676	0.000930	0.000656	0.000659	0.000394	0.000648
0.100	0.000736	0.000453	0.000751	0.000689	0.000437	0.000903	0.000533	0.001047
0.125	0.000481	0.000506	0.000452	0.000505	0.000557	0.000731	0.000625	0.000909
0.150	0.000371	0.000465	0.000962	0.000429	0.000388	0.000775	0.000516	0.001186
0.200	0.000345	0.000442	0.000622	0.001276	0.000768	0.000819	0.000643	0.000674
0.250	0.000650	0.000671	0.000734	0.001036	0.000993	0.001030	0.001038	0.000848
0.300	0.000610	0.001126	0.001697	0.001024	0.001411	0.001728	0.001434	0.001483

**Tabela 4.35:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

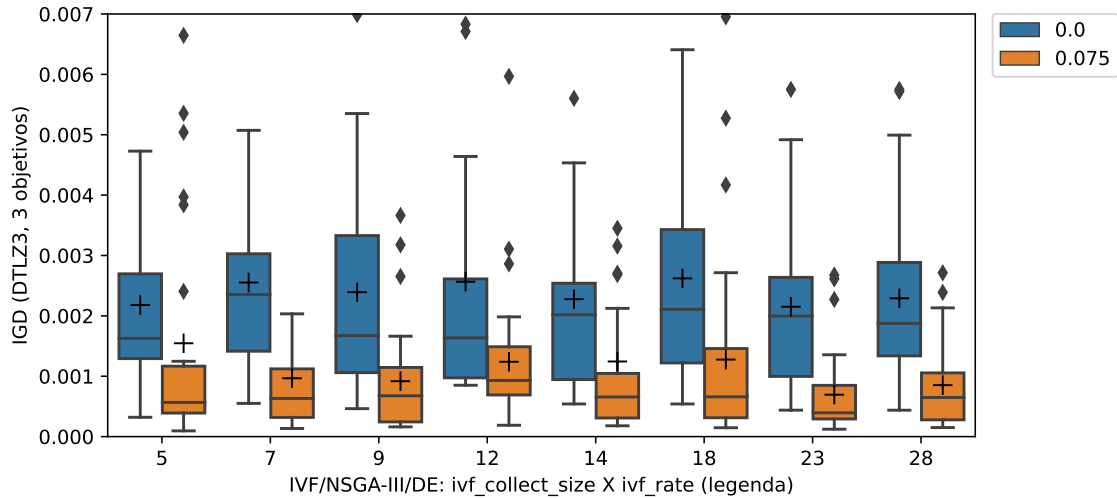
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.002179	0.002552	0.002392	0.002565	0.002277	0.002621	0.002151	0.002291
0.050	0.001076	0.000920	0.001324	0.000927	0.001075	0.001259	0.000843	0.001685
0.075	0.001546	0.000967	0.000917	0.001239	0.001244	0.001276	0.000694	0.000852
0.100	0.001223	0.000943	0.000841	0.000962	0.001136	0.001240	0.001210	0.001366
0.125	0.000713	0.001017	0.000942	0.000928	0.000797	0.001042	0.001048	0.001122
0.150	0.000870	0.000766	0.001242	0.000993	0.000746	0.001141	0.000743	0.001673
0.200	0.001074	0.001255	0.001349	0.001473	0.002054	0.001696	0.001168	0.001329
0.250	0.001165	0.001573	0.001218	0.001462	0.001301	0.001458	0.001466	0.001263
0.300	0.001060	0.001512	0.002746	0.001510	0.002731	0.002053	0.001834	0.001978

**Tabela 4.36:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.000320	0.000550	0.000463	0.000851	0.000541	0.000541	0.000438	0.000437
0.050	0.000196	0.000152	0.000205	0.000193	0.000179	0.000225	0.000194	0.000208
0.075	0.000095	0.000134	0.000161	0.000188	0.000179	0.000147	0.000123	0.000150
0.100	0.000129	0.000126	0.000144	0.000130	0.000144	0.000170	0.000164	0.000200
0.125	0.000090	0.000110	0.000107	0.000160	0.000142	0.000138	0.000156	0.000252
0.150	0.000105	0.000075	0.000090	0.000118	0.000091	0.000063	0.000171	0.000195
0.200	0.000094	0.000098	0.000077	0.000114	0.000107	0.000160	0.000199	0.000210
0.250	0.000077	0.000080	0.000139	0.000118	0.000103	0.000063	0.000114	0.000125
0.300	0.000084	0.000146	0.000099	0.000096	0.000187	0.000169	0.000144	0.000285

**Tabela 4.37:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

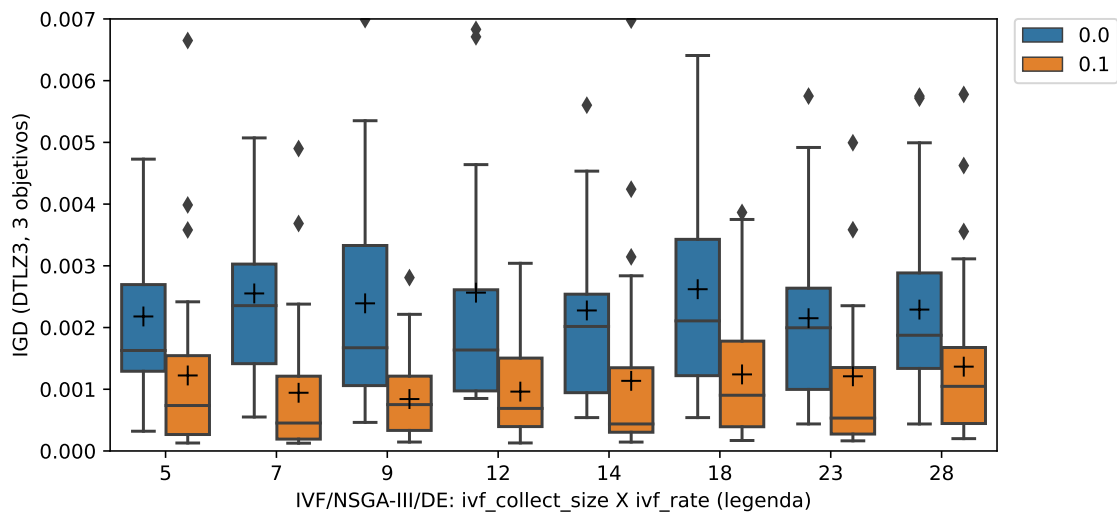
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.008598	0.010430	0.006989	0.012610	0.010189	0.008489	0.005750	0.005750
0.050	0.003733	0.005085	0.006496	0.004058	0.005042	0.006609	0.002805	0.008670
0.075	0.007515	0.007341	0.003664	0.005966	0.009908	0.006954	0.002675	0.002713
0.100	0.006650	0.004900	0.002809	0.003041	0.006981	0.003865	0.009308	0.005777
0.125	0.003035	0.005745	0.005867	0.004249	0.003563	0.004301	0.005109	0.003819
0.150	0.008691	0.002810	0.004099	0.005771	0.003312	0.003784	0.001999	0.006243
0.200	0.003868	0.015664	0.008187	0.004615	0.014862	0.011706	0.006615	0.009445
0.250	0.006075	0.008306	0.005797	0.006113	0.004675	0.005514	0.008416	0.003681
0.300	0.004085	0.005295	0.012998	0.004988	0.014492	0.005506	0.011406	0.006710



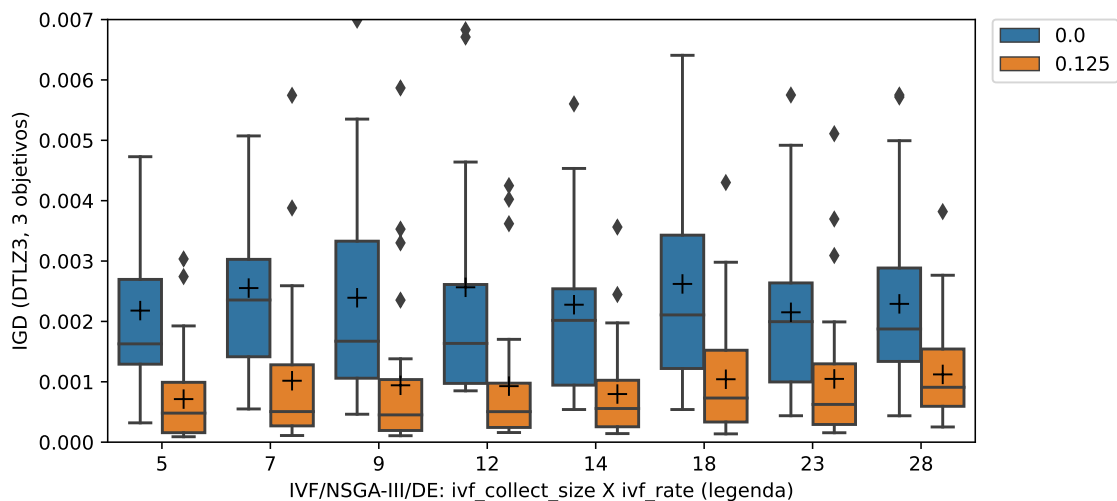
**Figura 4.66:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.38:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

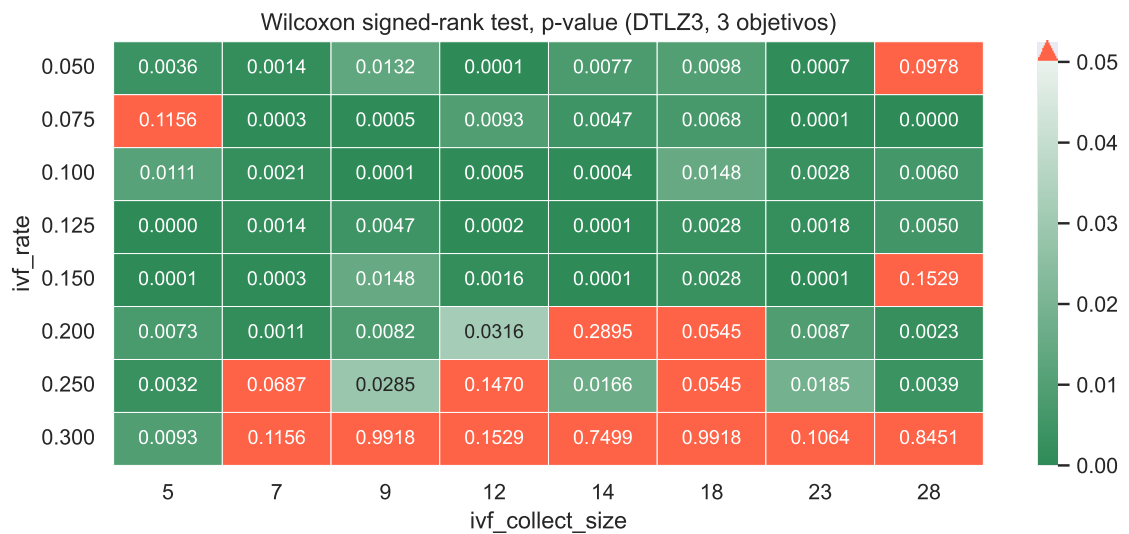
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.050	0.003609	0.001382	0.013194	0.000106	0.007731	0.009842	0.000716	0.097772
0.075	0.115608	0.000283	0.000529	0.009271	0.004682	0.006836	0.000148	0.000022
0.100	0.011079	0.002105	0.000148	0.000529	0.000359	0.014795	0.002765	0.006035
0.125	0.000049	0.001382	0.004682	0.000174	0.000082	0.002765	0.001833	0.004992
0.150	0.000115	0.000332	0.014795	0.001593	0.000058	0.002765	0.000136	0.152861
0.200	0.007271	0.001114	0.008217	0.031603	0.289477	0.054463	0.008730	0.002255
0.250	0.003162	0.068714	0.028486	0.147040	0.016566	0.054463	0.018519	0.003854
0.300	0.009271	0.115608	0.991795	0.152861	0.749871	0.991795	0.106394	0.845080



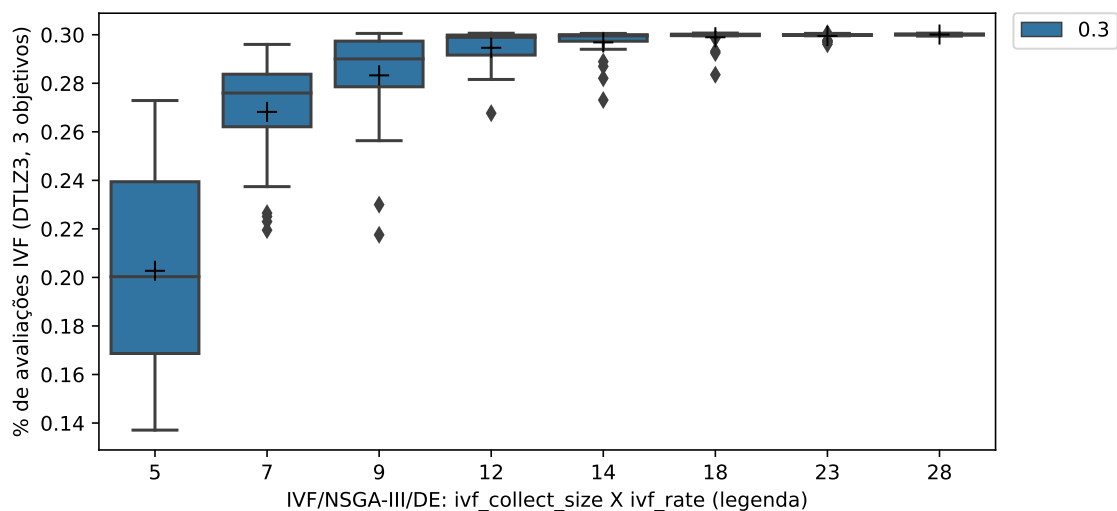
**Figura 4.67:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



**Figura 4.68:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



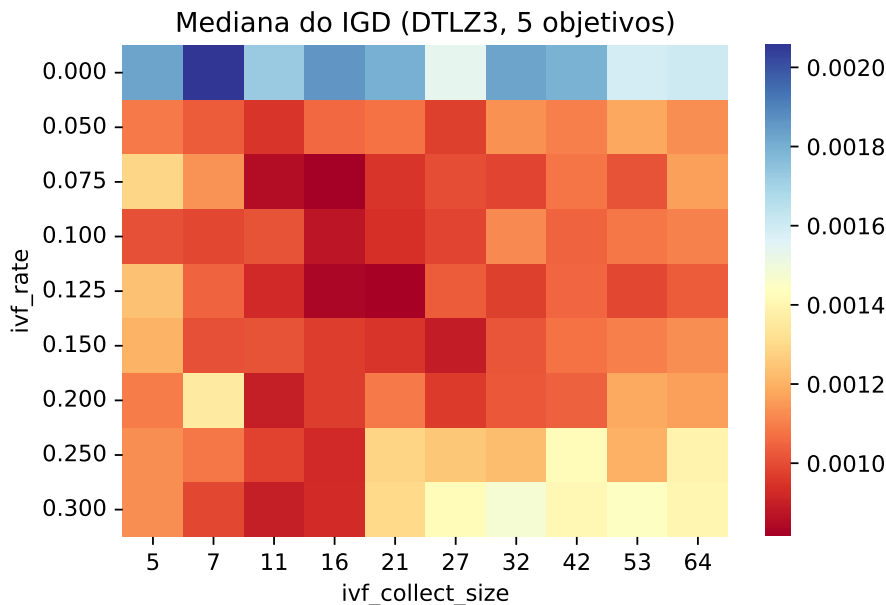
**Figura 4.69:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com  $p$ -value  $< 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.70:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

### 4.6.6 DTLZ 3 com 5 objetivos

As figuras 4.71 (mediana), 4.71 (média), 4.71 (mínimo) e 4.71 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



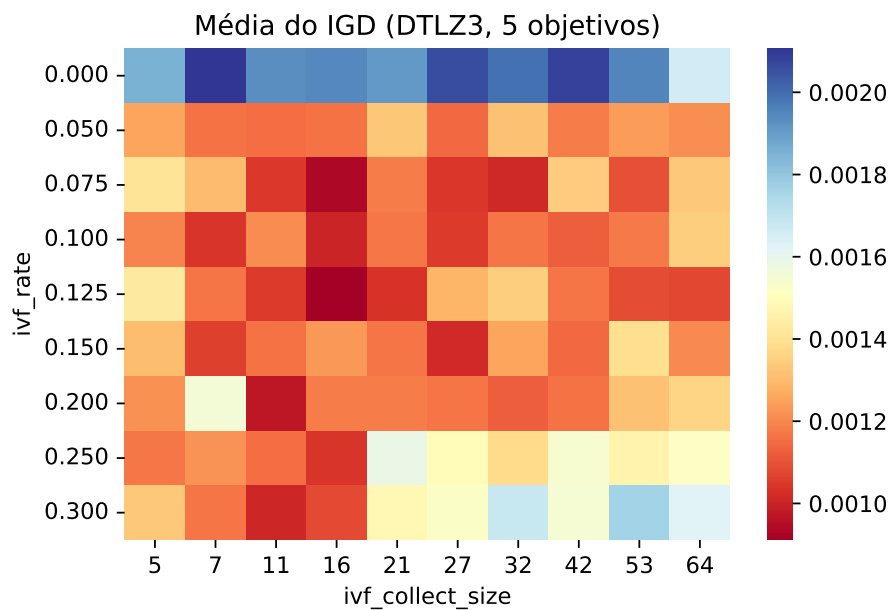
**Figura 4.71:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.39, 4.40, 4.41 e 4.42, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.75, 4.76 e 4.77 apresentam boxplots que apresentam uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.43, e na Figura 4.78, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.79 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.

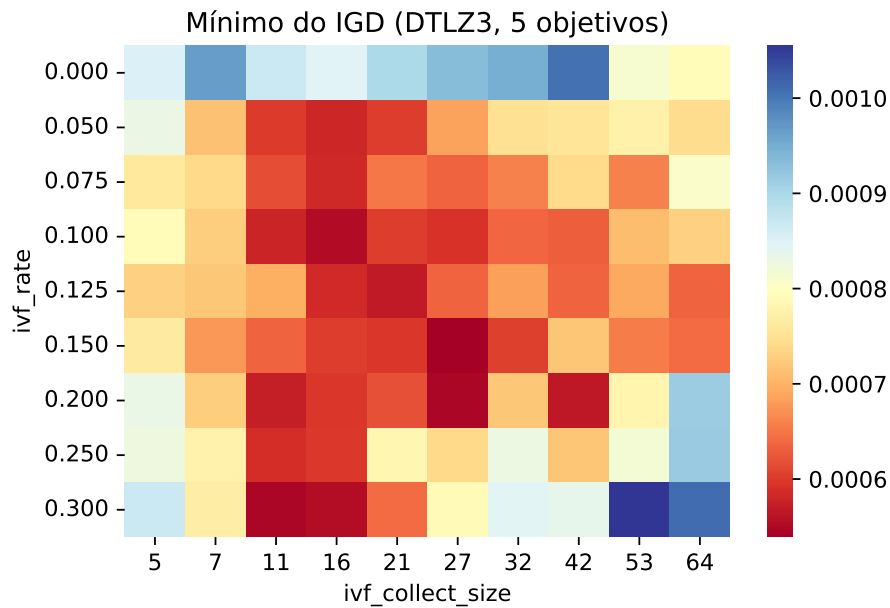


**Figura 4.72:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

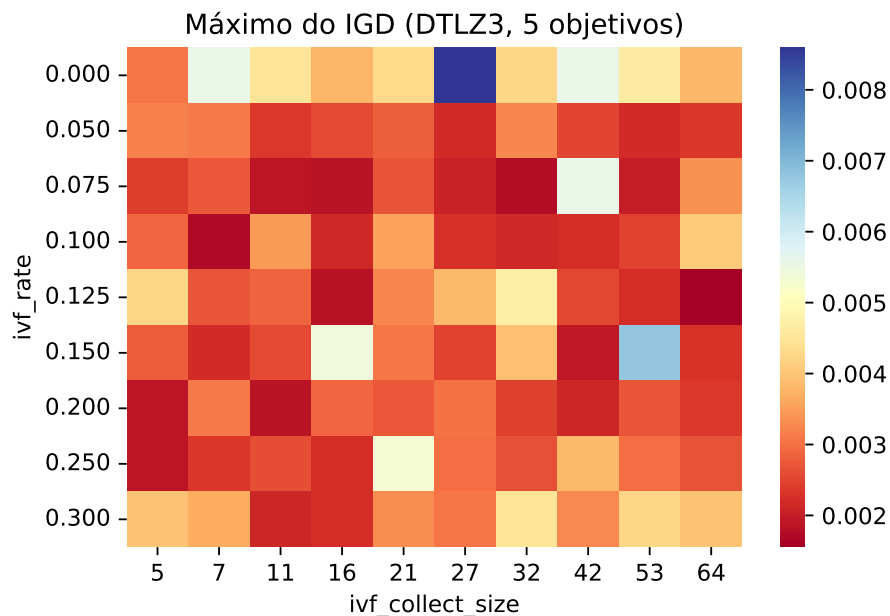
Com uma coleta de 10% do tamanho da população (21 indivíduos coletados), a Figura 4.79 indica que foram consumidas em torno de 20% a 25% de avaliações, o que seria um pouco mais do que o dobro do tamanho da coleta. Isso poderia indicar uma média de 2 a 2,5 ciclos internos do In Vitro, que ocorrem apenas caso sejam encontrados filhos melhores do que o pai corrente, ou seja, filhos mais próximos do nicho alvo.

Os resultados indicam que para o problema DTLZ3 com 5 objetivos, semelhante ao DTZL3 com 3 objetivos, houve uma contribuição do In Vitro para a redução do valor do IGD, com diferença estatística entre os resultados do algoritmo anfitrião com e sem o acoplamento do In Vitro.

Importante destacar que nos casos das taxas 25% e 30%, com coletas maiores do que 10% do tamanho da população, o resultado do IVF/NSGA-III ficou equivalente ao resultado do NSGA-III sem o acoplamento do In Vitro.



**Figura 4.73:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.74:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.39:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.001823	0.002056	0.001721	0.001859	0.001794	0.001533	0.001823	0.001789	0.001589	0.001603
0.050	0.001088	0.001031	0.000946	0.001053	0.001075	0.000971	0.001132	0.001098	0.001174	0.001124
0.075	0.001285	0.001135	0.000850	0.000814	0.000947	0.000998	0.000981	0.001076	0.001010	0.001163
0.100	0.001007	0.000985	0.001013	0.000871	0.000939	0.000979	0.001115	0.001043	0.001083	0.001100
0.125	0.001232	0.001046	0.000925	0.000831	0.000821	0.001032	0.000974	0.001050	0.000988	0.001027
0.150	0.001200	0.001004	0.001011	0.000965	0.000949	0.000891	0.001015	0.001071	0.001099	0.001127
0.200	0.001093	0.001357	0.000896	0.000964	0.001087	0.000963	0.001019	0.001040	0.001178	0.001163
0.250	0.001127	0.001082	0.000978	0.000924	0.001283	0.001246	0.001221	0.001418	0.001194	0.001389
0.300	0.001126	0.000988	0.000895	0.000926	0.001298	0.001418	0.001475	0.001403	0.001440	0.001400

**Tabela 4.40:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

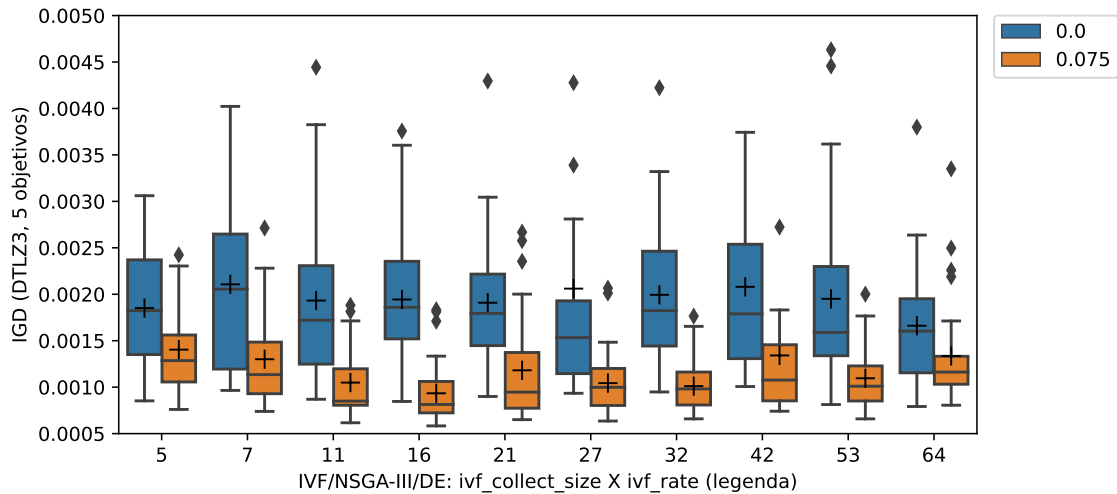
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.001851	0.002107	0.001932	0.001944	0.001909	0.002061	0.001994	0.002080	0.001951	0.001661
0.050	0.001256	0.001162	0.001153	0.001163	0.001328	0.001141	0.001314	0.001179	0.001243	0.001213
0.075	0.001404	0.001301	0.001049	0.000934	0.001181	0.001044	0.001011	0.001341	0.001096	0.001335
0.100	0.001192	0.001039	0.001207	0.001000	0.001169	0.001055	0.001168	0.001124	0.001176	0.001347
0.125	0.001425	0.001165	0.001053	0.000911	0.001036	0.001288	0.001347	0.001167	0.001088	0.001076
0.150	0.001308	0.001065	0.001163	0.001232	0.001165	0.001015	0.001254	0.001141	0.001389	0.001203
0.200	0.001217	0.001556	0.000969	0.001178	0.001181	0.001164	0.001122	0.001163	0.001316	0.001364
0.250	0.001173	0.001220	0.001152	0.001037	0.001593	0.001495	0.001379	0.001544	0.001464	0.001520
0.300	0.001333	0.001166	0.001007	0.001081	0.001479	0.001527	0.001683	0.001547	0.001763	0.001622

**Tabela 4.41:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000853	0.000965	0.000870	0.000846	0.000900	0.000934	0.000949	0.001007	0.000813	0.000792
0.050	0.000830	0.000714	0.000601	0.000580	0.000602	0.000685	0.000748	0.000755	0.000773	0.000743
0.075	0.000760	0.000739	0.000617	0.000583	0.000651	0.000635	0.000659	0.000741	0.000659	0.000806
0.100	0.000790	0.000729	0.000579	0.000552	0.000603	0.000593	0.000636	0.000631	0.000710	0.000729
0.125	0.000729	0.000719	0.000695	0.000585	0.000569	0.000635	0.000684	0.000635	0.000691	0.000636
0.150	0.000765	0.000677	0.000634	0.000603	0.000597	0.000539	0.000604	0.000717	0.000654	0.000640
0.200	0.000833	0.000727	0.000573	0.000596	0.000619	0.000545	0.000719	0.000566	0.000780	0.000915
0.250	0.000826	0.000777	0.000588	0.000599	0.000783	0.000741	0.000828	0.000718	0.000817	0.000917
0.300	0.000868	0.000769	0.000546	0.000554	0.000642	0.000788	0.000844	0.000836	0.001055	0.001010

**Tabela 4.42:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

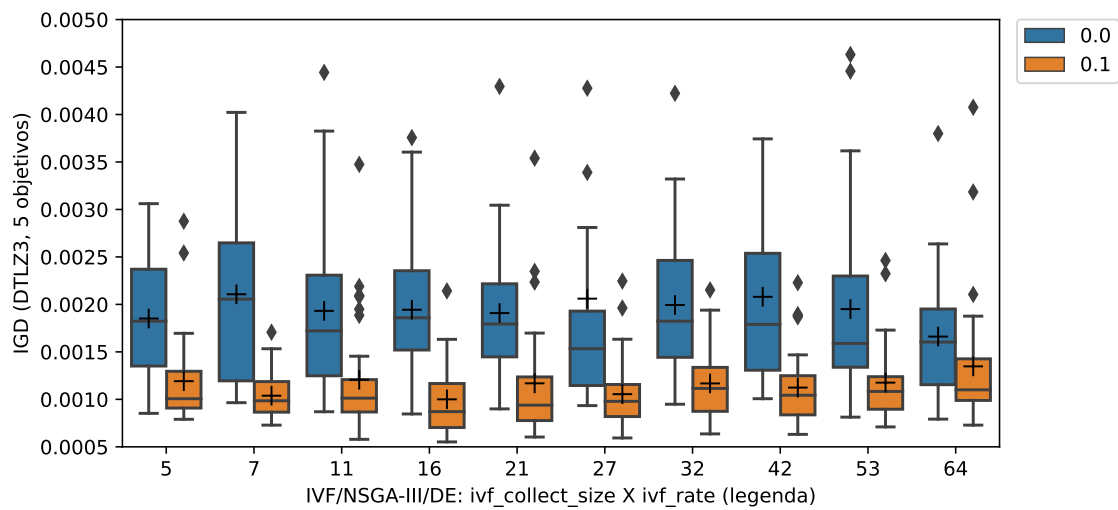
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.003061	0.005573	0.004443	0.003757	0.004296	0.008595	0.004223	0.005574	0.004632	0.003799
0.050	0.003200	0.003106	0.002378	0.002550	0.002807	0.002207	0.003244	0.002509	0.002189	0.002339
0.075	0.002424	0.002713	0.001881	0.001833	0.002668	0.002065	0.001764	0.005596	0.002001	0.003350
0.100	0.002876	0.001707	0.003475	0.002142	0.003540	0.002246	0.002152	0.002229	0.002462	0.004076
0.125	0.004235	0.002705	0.002853	0.001804	0.003244	0.003825	0.004716	0.002543	0.002225	0.001554
0.150	0.002781	0.002199	0.002555	0.005406	0.003082	0.002470	0.003900	0.001931	0.006772	0.002277
0.200	0.001874	0.003102	0.001835	0.002900	0.002713	0.003025	0.002453	0.002130	0.002699	0.002374
0.250	0.001879	0.002336	0.002621	0.002220	0.005305	0.002984	0.002636	0.003833	0.002974	0.002657
0.300	0.003956	0.003654	0.002121	0.002227	0.003292	0.003062	0.004489	0.003260	0.004243	0.003963



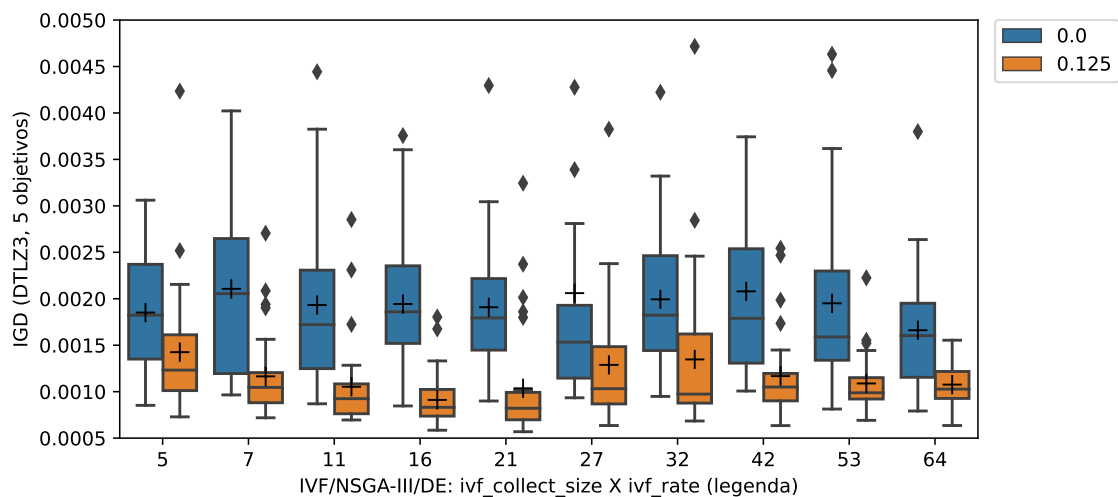
**Figura 4.75:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.43:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

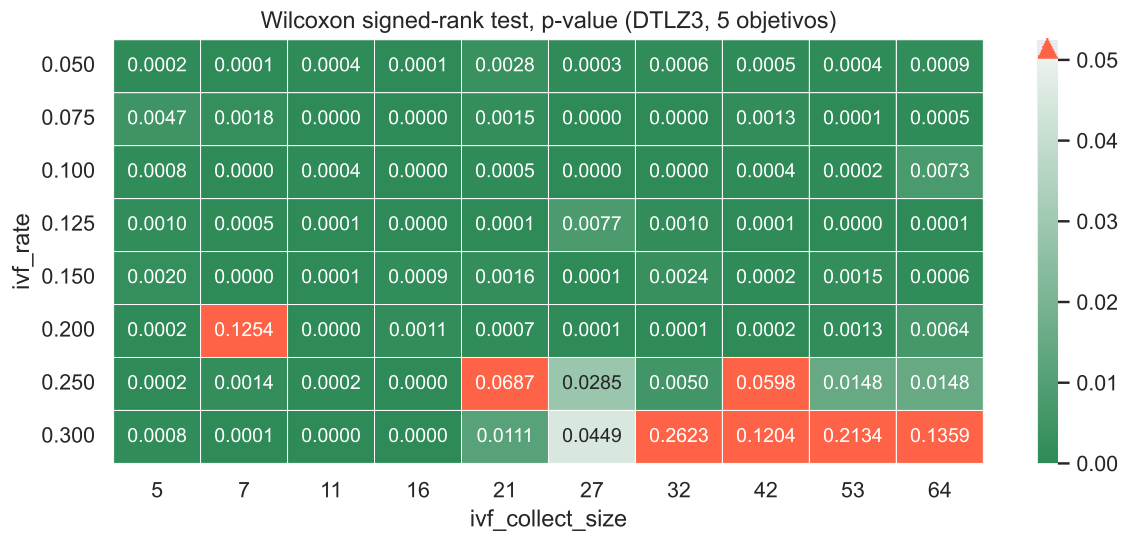
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.050	0.000222	0.000148	0.000420	0.000082	0.002765	0.000261	0.000616	0.000529	0.000420	0.000894
0.075	0.004682	0.001833	0.000016	0.000008	0.001484	0.000044	0.000016	0.001287	0.000075	0.000529
0.100	0.000771	0.000010	0.000420	0.000003	0.000529	0.000041	0.000011	0.000359	0.000205	0.007271
0.125	0.000963	0.000453	0.000075	0.000010	0.000082	0.007731	0.001036	0.000148	0.000037	0.000058
0.150	0.001965	0.000005	0.000069	0.000894	0.001593	0.000082	0.002415	0.000222	0.001484	0.000616
0.200	0.000160	0.125438	0.000028	0.001114	0.000664	0.000136	0.000148	0.000174	0.001287	0.006424
0.250	0.000174	0.001382	0.000222	0.000002	0.068714	0.028486	0.004992	0.059836	0.014795	0.014795
0.300	0.000771	0.000089	0.000031	0.000041	0.011079	0.044919	0.262299	0.120445	0.213358	0.135908



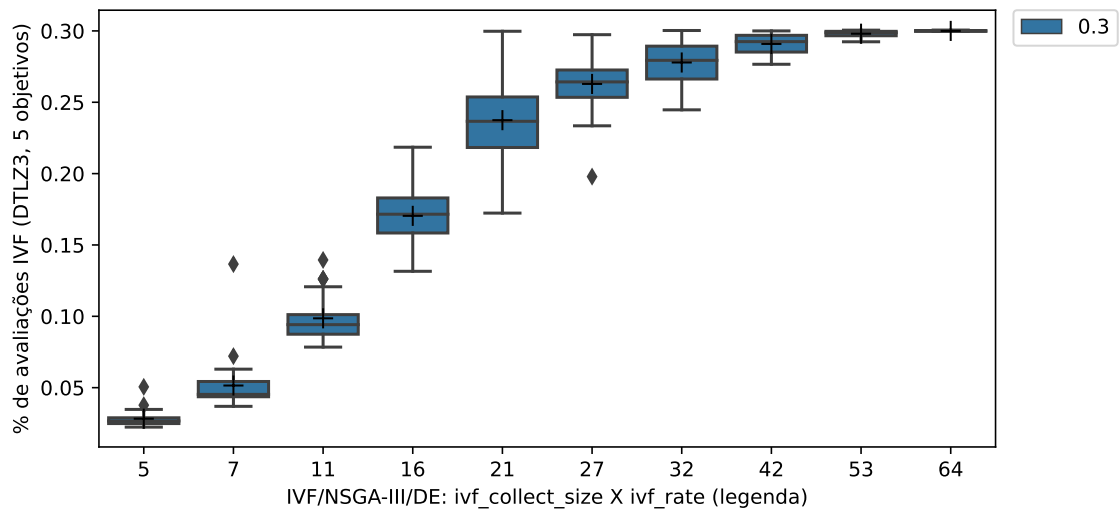
**Figura 4.76:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



**Figura 4.77:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*



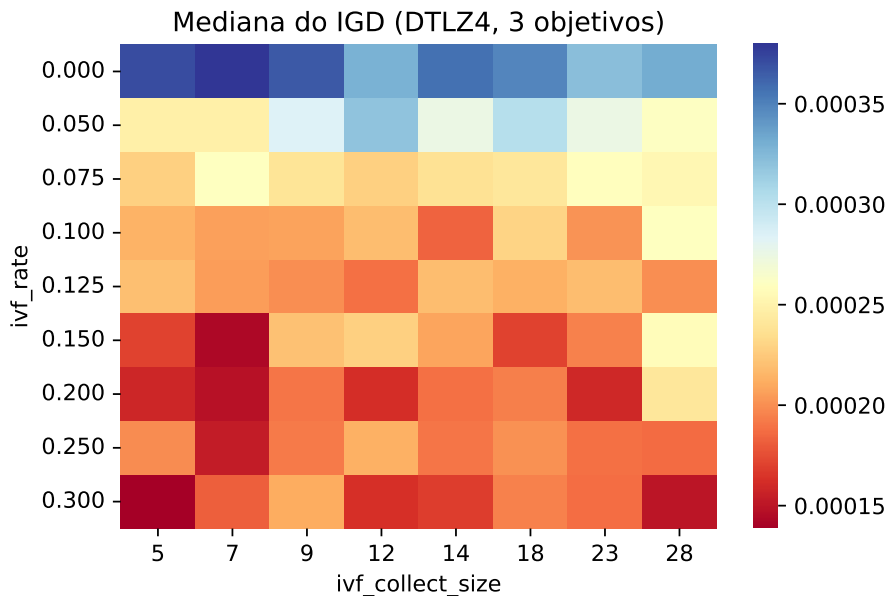
**Figura 4.78:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com p-value < 0.05, no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.79:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

### 4.6.7 DTLZ 4 com 3 objetivos

As figuras 4.80 (mediana), 4.81 (média), 4.82 (mínimo) e 4.83 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



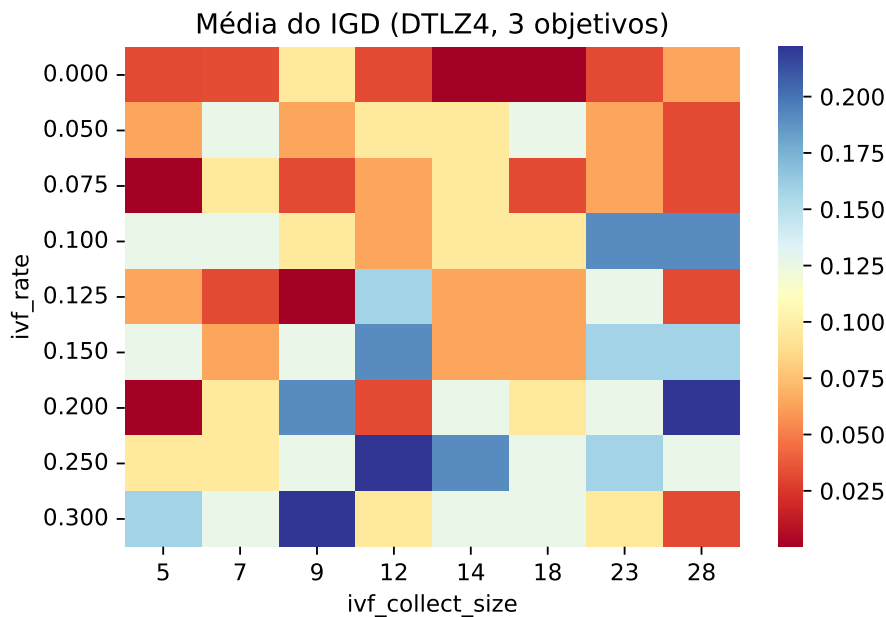
**Figura 4.80:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.44, 4.45, 4.46 e 4.47, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.84, 4.85 e 4.86 apresentam boxplots que apresentam uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do p-value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.48, e na Figura 4.87, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p\text{-value} < 0.05$ ).

Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.88 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.

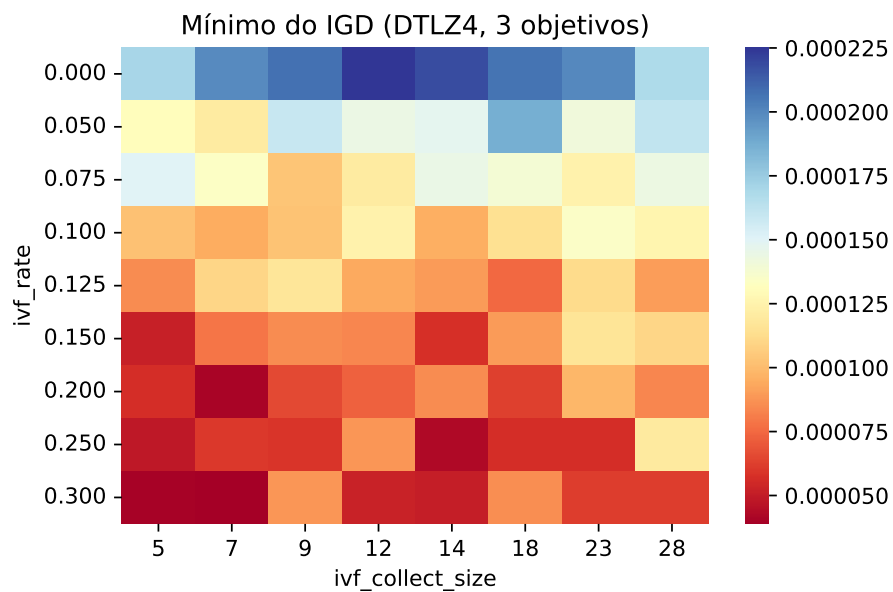


**Figura 4.81:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

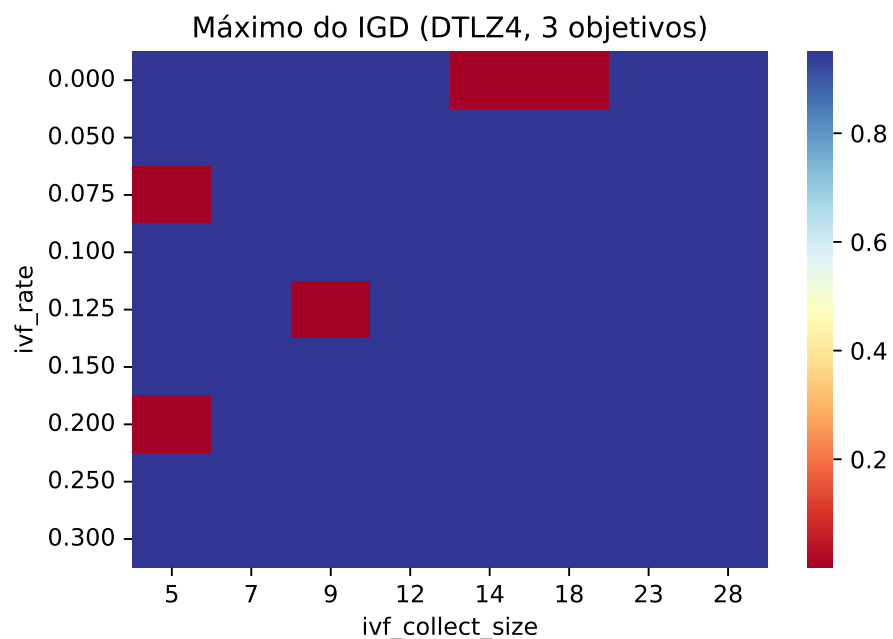
Com uma coleta de 10% do tamanho da população (9 indivíduos coletados), a Figura 4.88 indica que foram consumidas em torno de 25% a 30% de avaliações. As coletas de 5 e de 7 indivíduos também realizaram uma quantidade de avaliações com média aproximada de 20% e 27%, aproximadamente. Isso poderia indicar que foram realizados mais do que 3 ou 4 ciclos internos do In Vitro, que ocorrem apenas caso sejam encontrados filhos melhores do que o pai corrente, ou seja, filhos mais próximos do nicho alvo.

Os resultados indicam que para o problema DTLZ4 com 3 objetivos, houve contribuição para a redução dos valores do IGD, porém em um conjunto menor de combinações de parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta. Os melhores resultados estariam entre taxas de 7,5% a 20% e coletas menores do que 25% do tamanho da população.

A tabela de valores máximo indica que pode haver um mínimo local retendo o avanço do algoritmo, com valor de IGD igual a 0.950335. O In Vitro possui outros operadores exploratórios, como o EAR-N, EAR-T, EAR-P, que poderiam contribuir para a saída de alguns mínimos locais.



**Figura 4.82:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.83:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.44:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.000370	0.000379	0.000366	0.000328	0.000356	0.000348	0.000321	0.000331
0.050	0.000247	0.000247	0.000284	0.000318	0.000274	0.000302	0.000275	0.000260
0.075	0.000227	0.000259	0.000239	0.000227	0.000237	0.000241	0.000258	0.000252
0.100	0.000213	0.000206	0.000207	0.000218	0.000183	0.000230	0.000201	0.000259
0.125	0.000219	0.000205	0.000199	0.000188	0.000218	0.000212	0.000219	0.000200
0.150	0.000170	0.000143	0.000220	0.000227	0.000208	0.000170	0.000195	0.000257
0.200	0.000158	0.000147	0.000190	0.000162	0.000188	0.000193	0.000158	0.000240
0.250	0.000198	0.000153	0.000191	0.000212	0.000190	0.000201	0.000188	0.000186
0.300	0.000139	0.000181	0.000211	0.000162	0.000168	0.000194	0.000187	0.000149

**Tabela 4.45:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

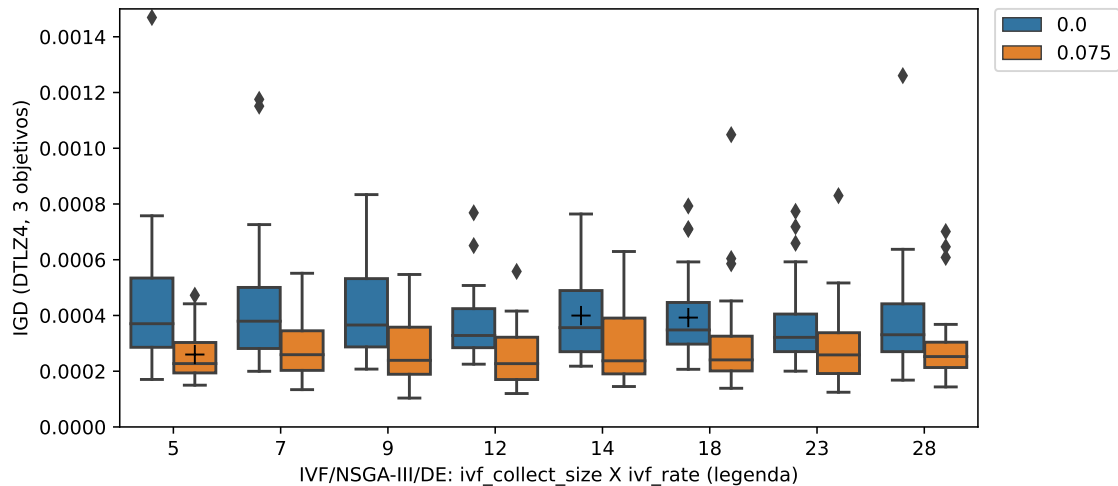
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.032103	0.032586	0.095390	0.032025	0.000400	0.000392	0.032033	0.063713
0.050	0.063615	0.126929	0.063634	0.095317	0.095301	0.127001	0.063668	0.031948
0.075	0.000260	0.095271	0.031936	0.063585	0.095277	0.031966	0.063617	0.031955
0.100	0.126888	0.126927	0.095228	0.063588	0.095222	0.095261	0.190231	0.190272
0.125	0.063559	0.031925	0.000218	0.158540	0.063555	0.063554	0.126925	0.031878
0.150	0.126858	0.063501	0.126906	0.190242	0.063555	0.063540	0.158557	0.158604
0.200	0.000202	0.095181	0.190221	0.031867	0.126887	0.095197	0.126865	0.221915
0.250	0.095213	0.095212	0.126900	0.221898	0.190248	0.126907	0.158550	0.126900
0.300	0.158536	0.126870	0.221930	0.095209	0.126890	0.126880	0.095250	0.031846

**Tabela 4.46:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.000170	0.000200	0.000208	0.000225	0.000218	0.000207	0.000200	0.000168
0.050	0.000131	0.000120	0.000159	0.000144	0.000148	0.000187	0.000141	0.000161
0.075	0.000150	0.000134	0.000104	0.000120	0.000145	0.000139	0.000125	0.000144
0.100	0.000102	0.000094	0.000103	0.000124	0.000095	0.000114	0.000135	0.000126
0.125	0.000085	0.000110	0.000117	0.000094	0.000090	0.000075	0.000112	0.000090
0.150	0.000052	0.000079	0.000085	0.000084	0.000057	0.000089	0.000117	0.000110
0.200	0.000056	0.000041	0.000066	0.000073	0.000085	0.000062	0.000098	0.000084
0.250	0.000049	0.000060	0.000059	0.000088	0.000043	0.000056	0.000057	0.000119
0.300	0.000040	0.000039	0.000088	0.000052	0.000051	0.000086	0.000062	0.000062

**Tabela 4.47:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

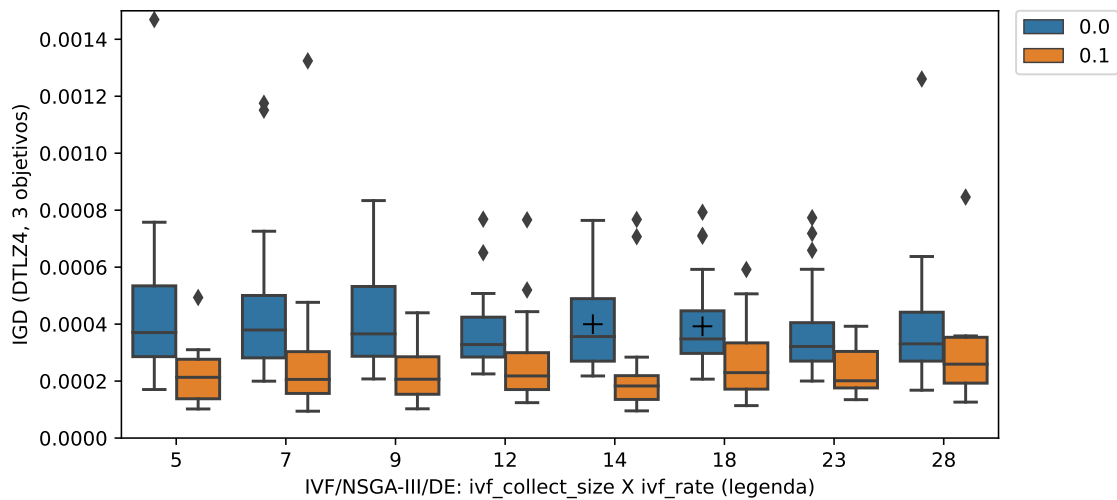
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.000	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.000764	0.000793	0.950335	0.950335
0.050	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.075	0.000472	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.100	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.125	0.950335	0.950335	0.000468	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.150	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.200	0.000744	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.250	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335
0.300	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335	0.950335



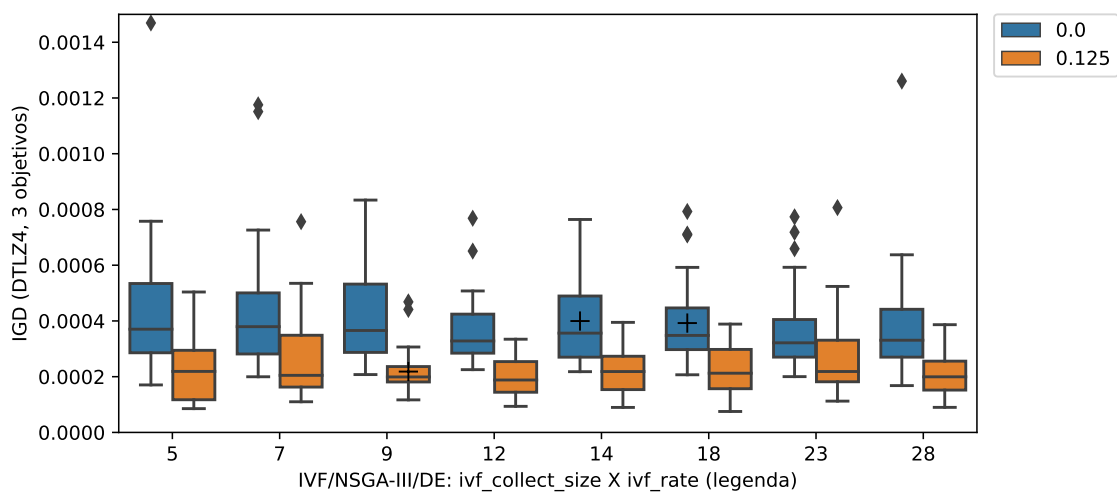
**Figura 4.84:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.48:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

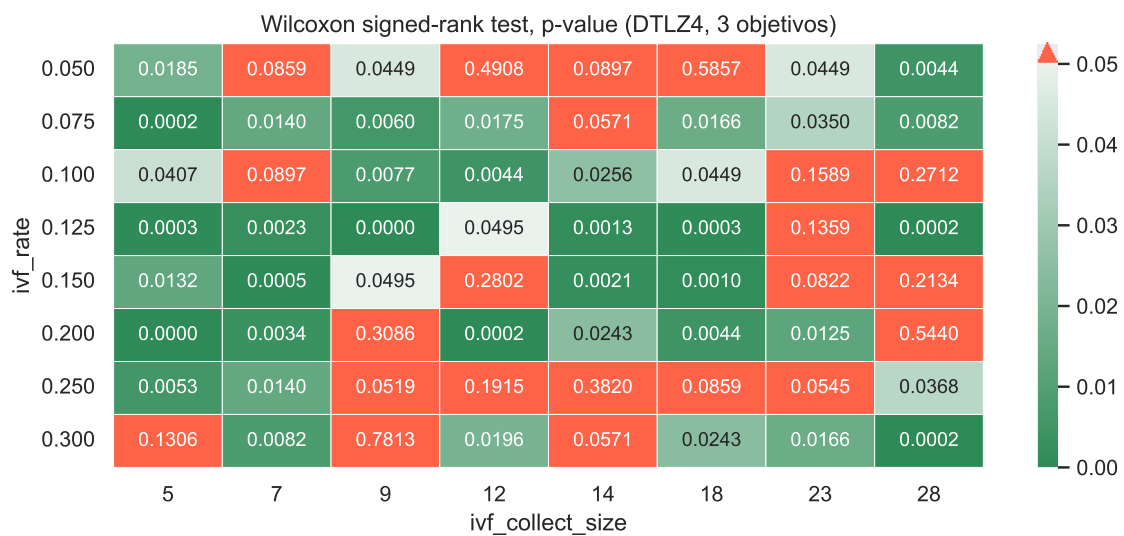
coleta:	5	7	9	12	14	18	23	28
taxa								
0.050	0.018519	0.085896	0.044919	0.490798	0.089718	0.585712	0.044919	0.004390
0.075	0.000160	0.013975	0.006035	0.017518	0.057096	0.016566	0.035009	0.008217
0.100	0.040702	0.089718	0.007731	0.004390	0.025637	0.044919	0.158855	0.271155
0.125	0.000306	0.002255	0.000004	0.049498	0.001287	0.000306	0.135908	0.000174
0.150	0.013194	0.000453	0.049498	0.280214	0.002105	0.000963	0.082206	0.213358
0.200	0.000006	0.003379	0.308615	0.000189	0.024308	0.004390	0.012453	0.544006
0.250	0.005320	0.013975	0.051931	0.191522	0.382034	0.085896	0.054463	0.036826
0.300	0.130592	0.008217	0.781264	0.019569	0.057096	0.024308	0.016566	0.000189



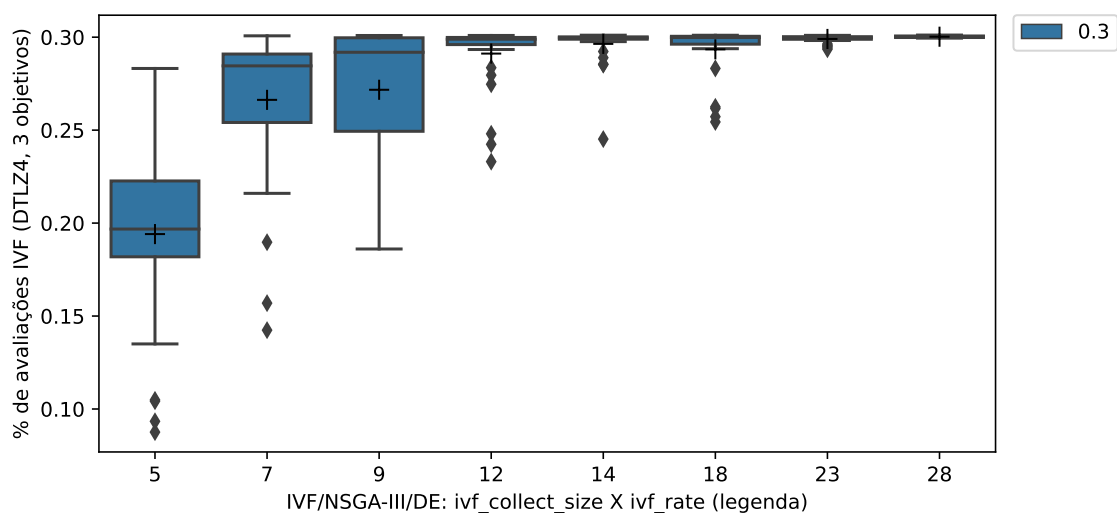
**Figura 4.85:** Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.



**Figura 4.86:** Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.



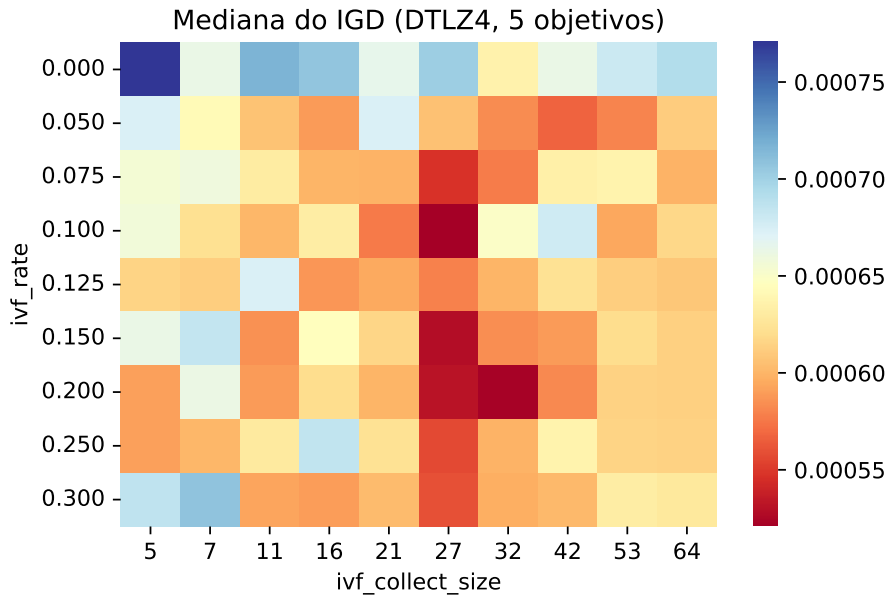
**Figura 4.87:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com  $p$ -value  $< 0.05$ , no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.88:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

### 4.6.8 DTLZ 4 com 5 objetivos

As figuras 4.89 (mediana), 4.90 (média), 4.91 (mínimo) e 4.92 (máximo) apresentam mapas de calor com os resultados do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração.



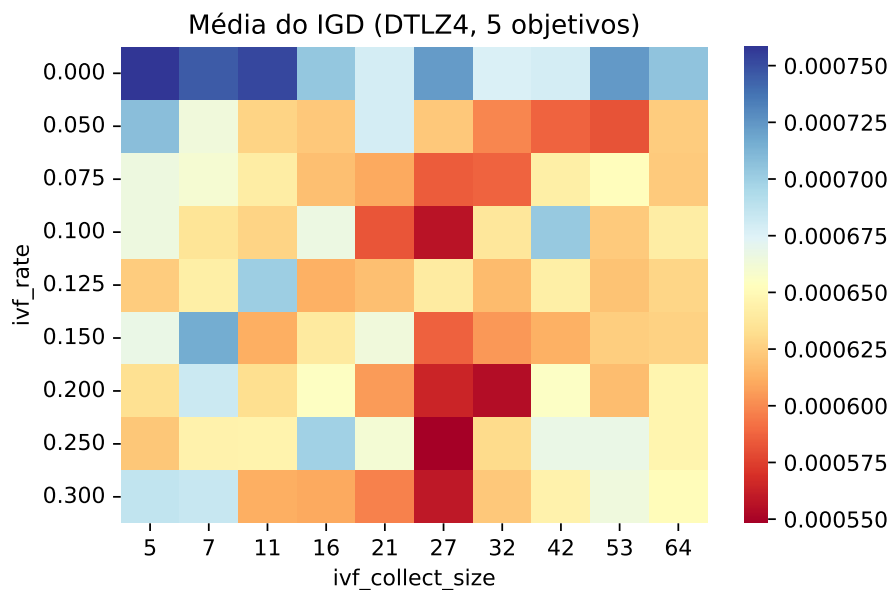
**Figura 4.89:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mediana do IGD de 30 execuções.

Devido à quantidade de resultados para as diferentes configurações experimentadas, as tabelas com os resultados de mediana, média, mínimo e máximo dos valores do IGD obtidos de 30 execuções de cada configuração, ficaram separadas nas tabelas 4.49, 4.50, 4.51 e 4.52, respectivamente.

Para a visualização de um corte sobre alguns desses resultados, as figuras 4.93, 4.94 e 4.95 apresentam boxplots que apresentam uma descrição dos valores do IGD obtidos por configurações com taxas de avaliações indicadas em cada figura.

Os resultados de cada uma das 30 execuções das configurações também foram utilizados para o cálculo do  $p$ -value para comparação estatística com o Wilcoxon Rank Sum Test, indicados na Tabela 4.53, e na Figura 4.96, indicando por meio de cores os conjuntos em que há ou não diferença estatística ( $p$ -value < 0.05).

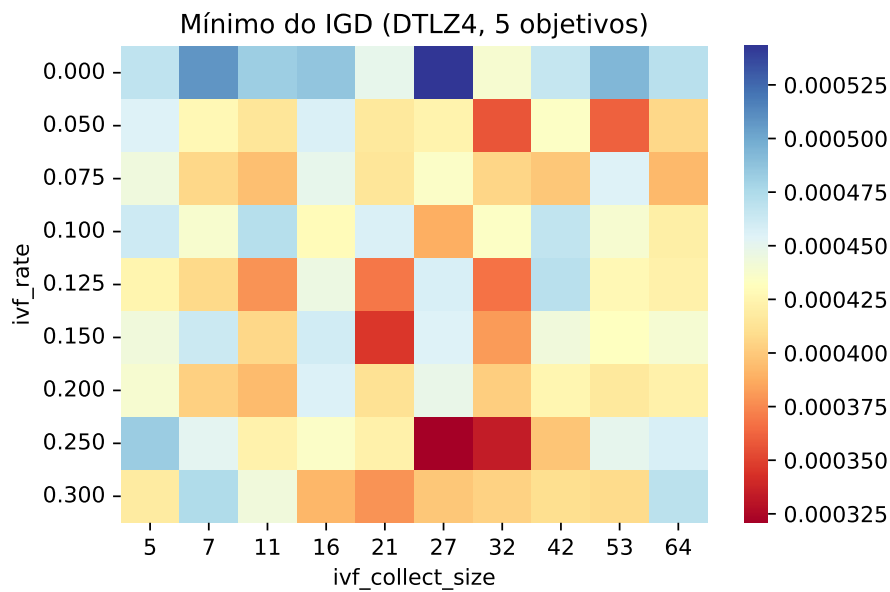
Com relação à diferença sobre a quantidade de avaliações neste problema com 5 objetivos, a Figura 4.97 apresenta uma descrição dos percentuais de avaliações utilizados por diferentes tamanhos de coleta, com uma taxa máxima permitida de 30% de uso de avaliações.



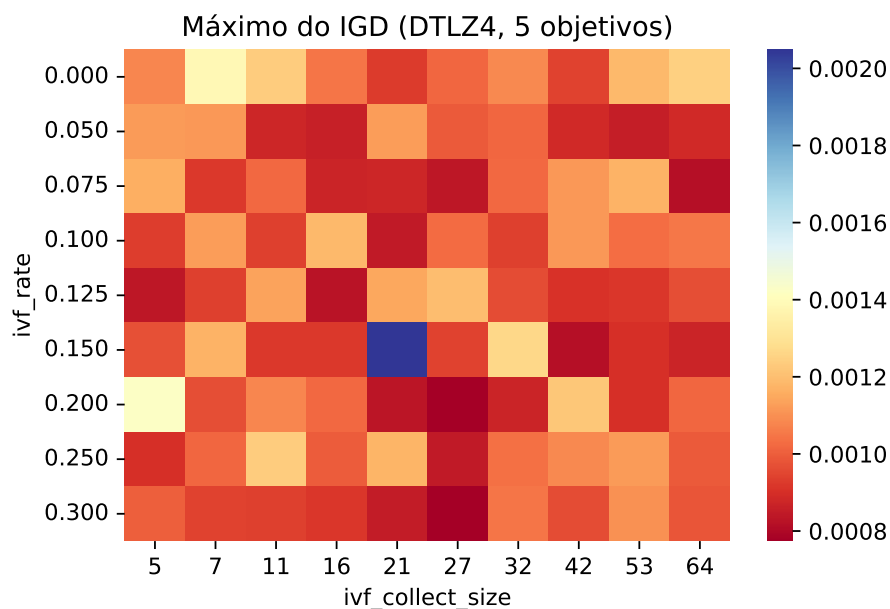
**Figura 4.90:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: média do IGD de 30 execuções.

Com uma coleta de 10% do tamanho da população (21 indivíduos coletados), a Figura 4.97 indica que foram consumidas em torno de 15% de avaliações, o que poderia indicar que o In Vitro pode ter realizado 2 ciclos em uma geração, e nenhum ciclo na geração seguinte. A Figura 4.97 pode indicar uma maior dificuldade para a localização de filhos melhores do que o pai corrente.

Apesar do número reduzido de ciclos internos no In Vitro, os resultados também indicam que houve uma redução nos valores do IGD, com diferença estatística para muitas das combinações de parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, com ênfase nos casos com taxas de execução de 7,5% a 20%, com tamanhos de coleta de 10% a 15% do tamanho da população.



**Figura 4.91:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: mínimo do IGD de 30 execuções.



**Figura 4.92:** Mapa de calor do panorama de performance do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta: máximo do IGD de 30 execuções.

**Tabela 4.49:** Mediana do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000770	0.000662	0.000717	0.000706	0.000665	0.000701	0.000635	0.000662	0.000680	0.000692
0.050	0.000674	0.000641	0.000607	0.000589	0.000673	0.000606	0.000583	0.000567	0.000580	0.000611
0.075	0.000655	0.000659	0.000630	0.000599	0.000598	0.000547	0.000577	0.000634	0.000636	0.000598
0.100	0.000656	0.000622	0.000600	0.000632	0.000576	0.000521	0.000649	0.000678	0.000594	0.000617
0.125	0.000615	0.000612	0.000673	0.000586	0.000594	0.000578	0.000599	0.000623	0.000612	0.000608
0.150	0.000662	0.000684	0.000585	0.000646	0.000616	0.000528	0.000583	0.000588	0.000620	0.000613
0.200	0.000591	0.000662	0.000589	0.000620	0.000599	0.000531	0.000522	0.000581	0.000614	0.000613
0.250	0.000590	0.000600	0.000629	0.000685	0.000622	0.000557	0.000598	0.000637	0.000615	0.000614
0.300	0.000686	0.000707	0.000593	0.000589	0.000602	0.000559	0.000597	0.000601	0.000632	0.000628

**Tabela 4.50:** Média do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

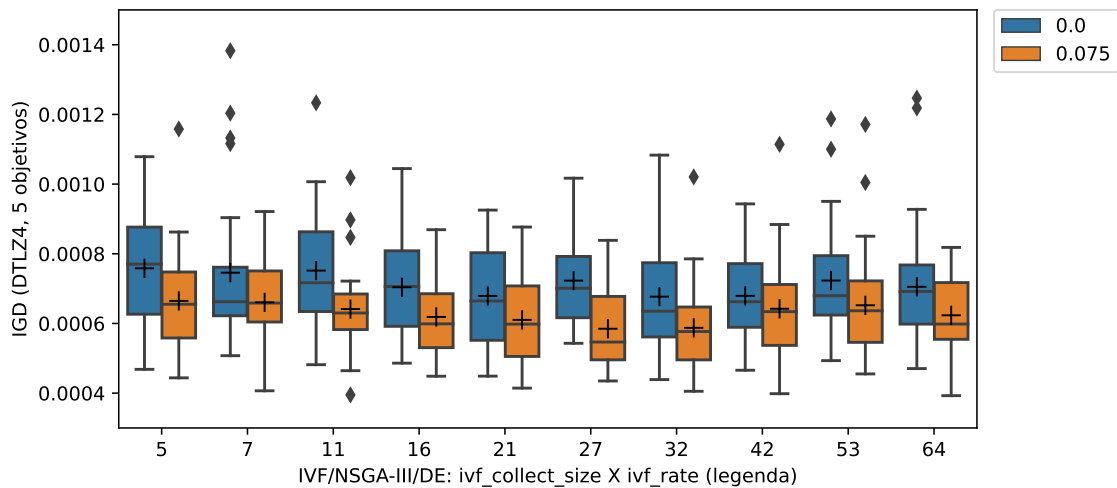
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000758	0.000746	0.000752	0.000704	0.000679	0.000723	0.000677	0.000679	0.000723	0.000705
0.050	0.000708	0.000663	0.000627	0.000622	0.000679	0.000622	0.000599	0.000587	0.000582	0.000624
0.075	0.000665	0.000661	0.000641	0.000619	0.000610	0.000585	0.000587	0.000642	0.000652	0.000623
0.100	0.000665	0.000636	0.000627	0.000666	0.000582	0.000557	0.000637	0.000703	0.000623	0.000641
0.125	0.000624	0.000642	0.000700	0.000612	0.000618	0.000640	0.000617	0.000642	0.000620	0.000629
0.150	0.000667	0.000716	0.000612	0.000639	0.000663	0.000586	0.000605	0.000612	0.000625	0.000626
0.200	0.000633	0.000683	0.000632	0.000655	0.000605	0.000564	0.000554	0.000655	0.000618	0.000646
0.250	0.000622	0.000644	0.000645	0.000699	0.000661	0.000548	0.000631	0.000667	0.000668	0.000646
0.300	0.000686	0.000684	0.000612	0.000610	0.000597	0.000559	0.000623	0.000644	0.000665	0.000651

**Tabela 4.51:** Mínimo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.

coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.000468	0.000507	0.000482	0.000486	0.000449	0.000543	0.000439	0.000466	0.000493	0.000470
0.050	0.000455	0.000428	0.000415	0.000457	0.000416	0.000423	0.000356	0.000434	0.000361	0.000406
0.075	0.000444	0.000407	0.000395	0.000448	0.000414	0.000435	0.000405	0.000398	0.000455	0.000393
0.100	0.000462	0.000437	0.000472	0.000429	0.000457	0.000388	0.000434	0.000467	0.000438	0.000420
0.125	0.000424	0.000407	0.000379	0.000445	0.000369	0.000458	0.000367	0.000471	0.000427	0.000422
0.150	0.000442	0.000462	0.000406	0.000460	0.000345	0.000455	0.000381	0.000443	0.000433	0.000440
0.200	0.000438	0.000403	0.000394	0.000456	0.000411	0.000448	0.000402	0.000425	0.000416	0.000422
0.250	0.000482	0.000451	0.000423	0.000435	0.000422	0.000321	0.000334	0.000397	0.000449	0.000458
0.300	0.000417	0.000474	0.000443	0.000391	0.000378	0.000398	0.000403	0.000410	0.000408	0.000470

**Tabela 4.52:** *Máximo do resultado dos IGDs obtidos com 30 execuções do algoritmo IVF/NSGA-III com diferentes combinações dos parâmetros de taxa de execução e de tamanho da coleta, em comparação com resultados do algoritmo NSGA-III, indicado na linha com rate 0.0.*

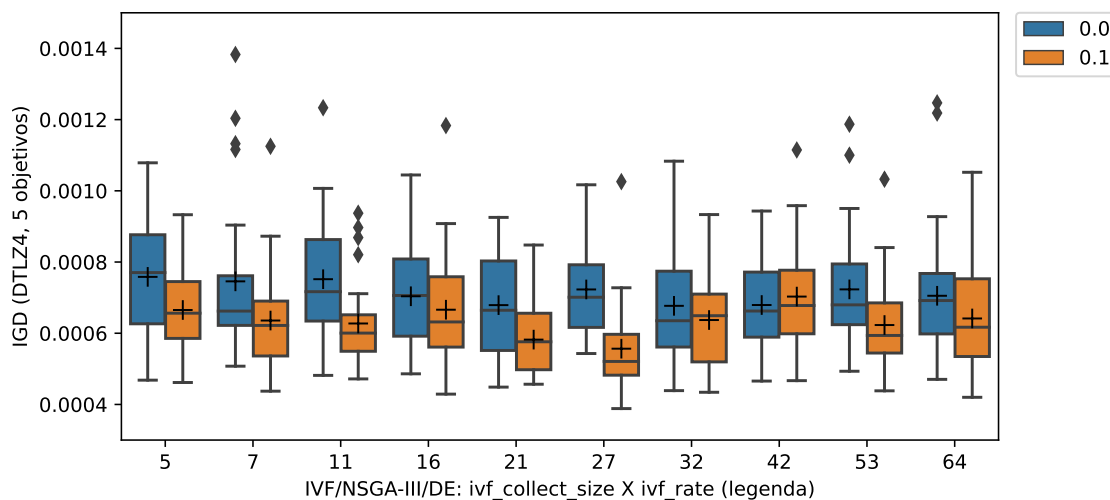
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.000	0.001079	0.001383	0.001233	0.001045	0.000925	0.001017	0.001083	0.000943	0.001187	0.001247
0.050	0.001121	0.001114	0.000876	0.000862	0.001127	0.000991	0.001016	0.000887	0.000858	0.000886
0.075	0.001158	0.000921	0.001018	0.000869	0.000877	0.000839	0.001021	0.001114	0.001171	0.000818
0.100	0.000933	0.001125	0.000937	0.001183	0.000848	0.001026	0.000933	0.001115	0.001033	0.001052
0.125	0.000838	0.000936	0.001136	0.000827	0.001146	0.001194	0.000960	0.000905	0.000916	0.000965
0.150	0.000971	0.001171	0.000923	0.000920	0.002049	0.000942	0.001264	0.000815	0.000901	0.000870
0.200	0.001426	0.000966	0.001079	0.001018	0.000833	0.000774	0.000873	0.001220	0.000899	0.001016
0.250	0.000899	0.001014	0.001236	0.000998	0.001176	0.000844	0.001033	0.001087	0.001121	0.000990
0.300	0.001003	0.000942	0.000935	0.000916	0.000852	0.000776	0.001045	0.000962	0.001099	0.000982



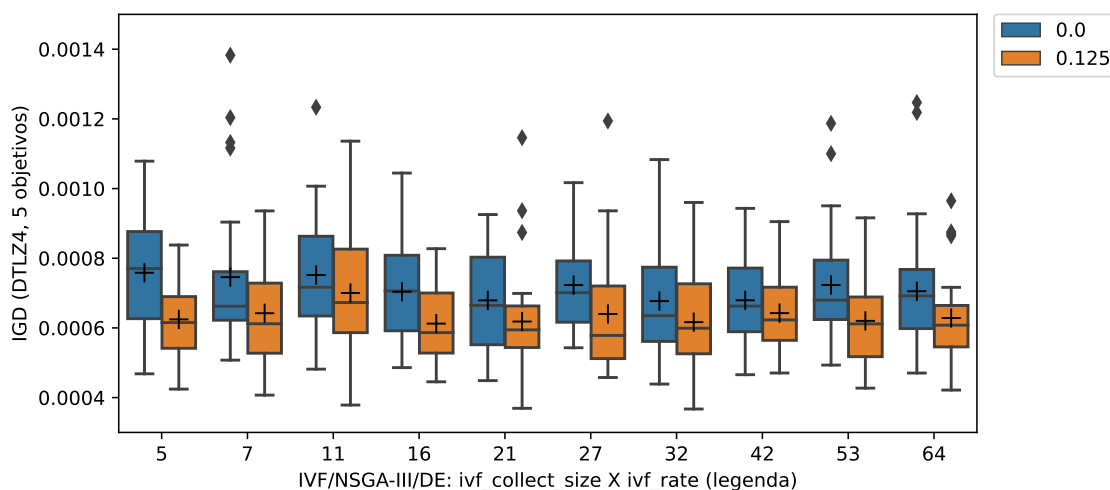
**Figura 4.93:** *Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 7,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.*

**Tabela 4.53:** *p-value da comparação dos resultados de 30 execuções do IVF/NSGA-III em comparação com o resultado de 30 execuções do NSGA-III*

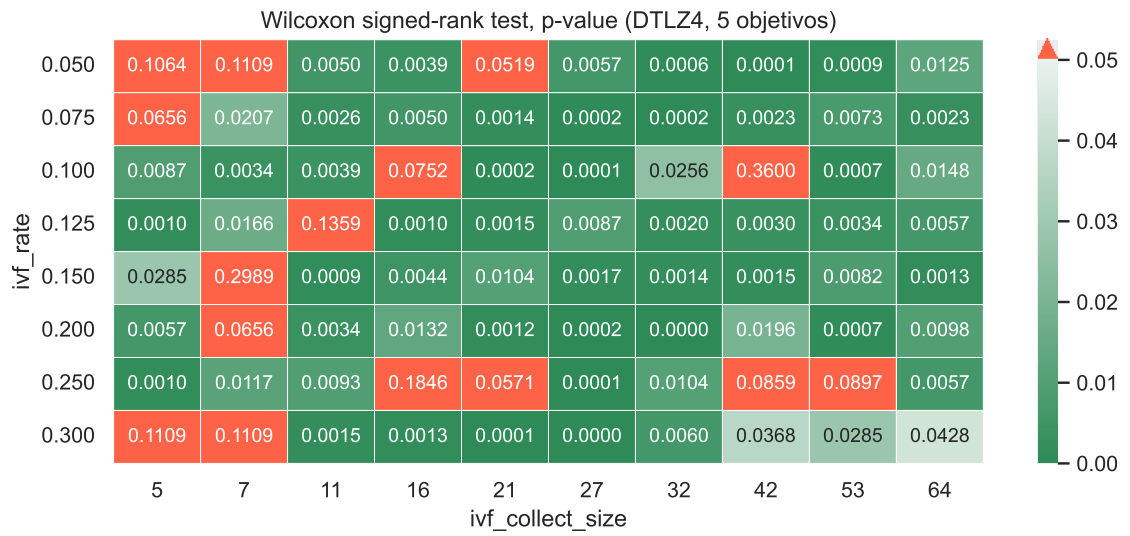
coleta:	5	7	11	16	21	27	32	42	53	64
taxa										
0.050	0.106394	0.110926	0.004992	0.003854	0.051931	0.005667	0.000616	0.000097	0.000894	0.012453
0.075	0.065641	0.020671	0.002585	0.004992	0.001382	0.000241	0.000160	0.002255	0.007271	0.002255
0.100	0.008730	0.003379	0.003854	0.075213	0.000241	0.000106	0.025637	0.360039	0.000664	0.014795
0.125	0.001036	0.016566	0.135908	0.000963	0.001484	0.008730	0.001965	0.002957	0.003379	0.005667
0.150	0.028486	0.298944	0.000894	0.004390	0.010444	0.001709	0.001382	0.001484	0.008217	0.001287
0.200	0.005667	0.065641	0.003379	0.013194	0.001197	0.000160	0.000037	0.019569	0.000716	0.009842
0.250	0.000963	0.011748	0.009271	0.184622	0.057096	0.000063	0.010444	0.085896	0.089718	0.005667
0.300	0.110926	0.110926	0.001484	0.001287	0.000063	0.000049	0.006035	0.036826	0.028486	0.042767



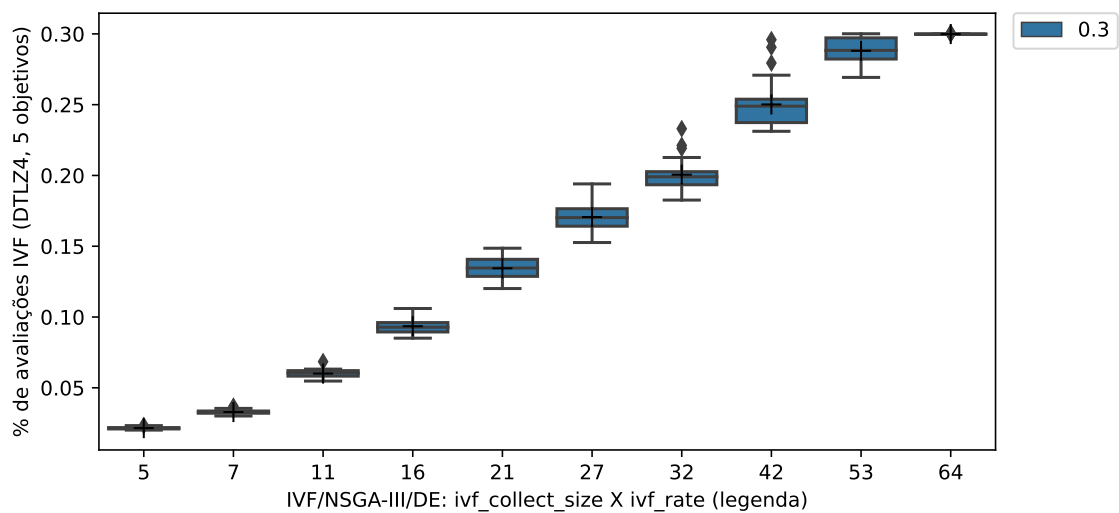
**Figura 4.94:** Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 10% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.



**Figura 4.95:** Boxplots com resultados do IGD obtido pelo IVF/NSGA-III com taxa de 12,5% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta, em comparação com resultados obtidos pelo NSGA-III sem o uso do método In Vitro.



**Figura 4.96:** Mapa de calor indicando as combinações de configuração em que houve diferença estatística com p-value < 0.05, no tratamento do problema DTLZ1 com 3 objetivos.



**Figura 4.97:** Boxplots com a média do percentual de avaliações realmente utilizadas pelo algoritmo IVF/NSGA-III, com taxa de 30% de uso de avaliações e diferentes combinações dos parâmetros de tamanho da coleta.

## 4.7 Experimento 6: Comparação entre o IVF/NSGA-III e os algoritmos A-NSGA-III, MOEA/D, MOEA/D-AWA, RVEA, tDEA e NSGA-III, em 23 problemas dos benchmarks DTLZ, MaF e WFG

Este experimento visa avaliar, baseado em *benchmarks* da literatura, os aprimoramentos trazidos pela integração do método de Fertilização In Vitro (IVF), incorporando a Busca Guiada por Balizas com *Steady State*, ao algoritmo NSGA-III. Além disso, é feita uma comparação com outros algoritmos *many-objective*: A-NSGA-III (*An Improved Adaptive Approach for Elitist Nondominated Sorting Genetic Algorithm for Many-Objective Optimization*) (JAIN; DEB, 2013), MOEA/D (*A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition*) (ZHANG; LI, 2007), MOEA/D-AWA (*MOEA/D with Adaptive Weight Adjustment*) (QI et al., 2014), RVEA (*A Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm for Many-Objective Optimization*) (CHENG et al., 2016) e t-DEA (*A New Dominance Relation-Based Evolutionary Algorithm for Many-Objective Optimization*) (YUAN et al., 2016).

Os métodos In Vitro Fertilization com Busca Guiada por Balizas foram também desenvolvidos em Matlab, para que estes experimentos pudessem ser conduzidos utilizando-se do *framework* PlatEMO (TIAN et al., 2017), que oferece um conjunto abrangente de ferramentas para computação evolutiva, incluindo dezenas de algoritmos *many-objective* além de uma gama de funções de teste adequadas para problemas de otimização *many-objective*, como as séries DTLZ, MaF e WFG.

Os experimentos realizados nesta pesquisa envolveram uma comparação dos resultados dos algoritmos nos *benchmarks* DTLZ (1 a 7), MaF (1 a 7), e WFG (1 a 9), abrangendo uma diversidade de cenários com 2, 3, 7 e 10 objetivos para avaliar a eficácia do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III em contraste com várias abordagens proeminentes no campo da otimização *many-objective*.

Para a configuração dos problemas, optou-se por seguir parâmetros utilizados em estudos anteriores. Especificamente, para problemas com 2, 3 e 7 objetivos, foram utilizados 100 indivíduos na população e um limite de 25.000 avaliações por execução, parâmetros estes também utilizados em Li et al. (2018) (“Evolutionary Many-Objective Optimization: A Comparative Study of the State-of-the-Art”). Este critério visa proporcionar uma comparação equitativa, permitindo que cada algoritmo demonstre sua capacidade de convergência e diversificação em um cenário com um número restrito de avaliações.

De acordo com Liu et al. (2023), “muitos MaOEA (*Many-Objective Evolutionary Algorithms*) têm um bom desempenho em problemas com um número relativamente pequeno de objetivos. No entanto, à medida que o número de objetivos aumenta, torna-se

mais difícil manter uma convergência suficiente e, ao mesmo tempo, equilibrar a diversidade, e muitos MaOEAs sofrem de degradação do desempenho devido à convergência inadequada ou à incapacidade de manter a diversidade”. Como exemplo, os autores citam que um algoritmo pode ter um bom desempenho em problemas de 5 objetivos, mas seu desempenho passa a ser severamente degradado em problemas de 10 e 20 objetivos.

Deste modo, reconhecendo a importância de também avaliar o desempenho do IVF/NSGA-III em comparação com os demais algoritmos em cenários de maior complexidade e intensificação, para problemas com 10 objetivos adotou-se um número maior de indivíduos na população (250) e de avaliações (250.000) por execução, parâmetros também utilizados em [Yang et al. \(2020\)](#).

Tanto o NSGA-III canônico quanto o IVF/NSGA-III e suas variantes utilizaram as mesmas configurações internas do algoritmo anfitrião, conforme o padrão configurado no framework PlatEMO. Para o algoritmo IVF/NSGA-III e suas variantes, a estratégia “DE/best-to-current/0” foi empregada com os parâmetros  $CR = 1.0$  e um fator de escala  $F$  autoadaptativo, calculado como  $F' = distToX(pai)/(distToX(pai) + distToX(mae))$  ou  $F' = distToX(pai)/(distToX(pai) - distToX(mae))$  (sentido inverso). Foi também testado o ruído adaptativo, alterando o valor de  $F$  para  $F = F' + N(0, \sigma)$ , com  $\sigma = (|F'|)/10$ , onde  $distToX()$  é uma função para obter a distância perpendicular de uma solução e a linha de referência do nicho alvo utilizado.

Com base nos resultados obtidos em experimentos anteriores, como aqueles citados nas Seções [4.2](#), [4.3](#), [4.4](#), [4.5](#) e [4.6](#), a taxa de ativação em percentual de consumo total de avaliações do IVF foi fixada em 10% para todos os experimentos. O tamanho da coleta foi fixado em 10% do tamanho da população do algoritmo anfitrião.

As variantes IVF/NSGA-III sem Steady State foram configuradas para executarem no máximo 3 ciclos internos IVF. E as variantes IVF/NSGA-III com Steady State foram configuradas para executarem no máximo 2 ciclos internos IVF (com 2 ciclos, cada mãe é recombinada 2 vezes, na estratégia Steady State).

As variantes IVF/NSGA-III com ruído adaptativo foram configuradas para usarem um  $\sigma$  igual a 10% do tamanho do fator de multiplicação  $F$  autoadaptativo. A Tabela [4.54](#) detalha as variantes IVF/NSGA-III utilizadas no experimento.

Além dos resultados de média e desvio padrão da métrica IGD, também é apresentada a métrica *runtime* para comparação da duração de cada algoritmo.

**Tabela 4.54:** Descrição das variantes IVF/NSGA-III utilizadas

Nome	Descrição
IVFNSGAIII	IVF com Busca Guiada por Balizas com fator $F$ autoadaptativo
IVFNSGAIIIN	IVF com Busca Guiada por Balizas com fator $F$ autoadaptativo e Ruído adaptativo
IVFNSGAIIISS	IVF com Busca Guiada por Balizas com fator $F$ autoadaptativo e Steady State
IVFNSGAIISSN	IVF com Busca Guiada por Balizas com fator $F$ autoadaptativo, Steady State, e Ruído adaptativo
IVFNSGAIIIX	Teste alternando as 4 abordagens anteriores, com probabilidade de 25% para cada

### 4.7.1 Resultados em problemas com 2 objetivos

As Tabelas 4.57 e 4.58 exibem, respectivamente, os desempenhos das métricas IGD e *runtime* para problemas com 2 objetivos e 11 variáveis, usando os resultados do NSGA-III como referência. O melhor resultado para cada problema é realçado em cinza. Uma análise estatística utilizando o teste Wilcoxon Rank Sum Test compara o desempenho dos algoritmos com o resultado do NSGA-III, marcando com + os resultados superiores, com – os inferiores, ambos com  $p\text{-value} < 0.05$ , e  $\approx$  para resultados sem diferença estatística significativa. A Tabela 4.55 resume as vezes que cada algoritmo alcança os melhores resultados por problema. E a Tabela 4.56 organiza os algoritmos pelo seu desempenho relativo ao NSGA-III, evidenciando vitórias, empates e derrotas com significância estatística.

A Tabela 4.58 indica que o t-DEA lidera em tempo de execução em 21 de 23 problemas, com o RVEA sendo o mais rápido nos problemas MaF 1 e 5. As variantes do IVF/NSGA-III sem *Steady State* executam em cerca do dobro do tempo que o NSGA-III, enquanto as versões com *Steady State* dobram o tempo daquelas sem *Steady State*. Já o MOEA/D e o MOEA/D-AWA duram pouco mais de 10 vezes o tempo do NSGA-III.

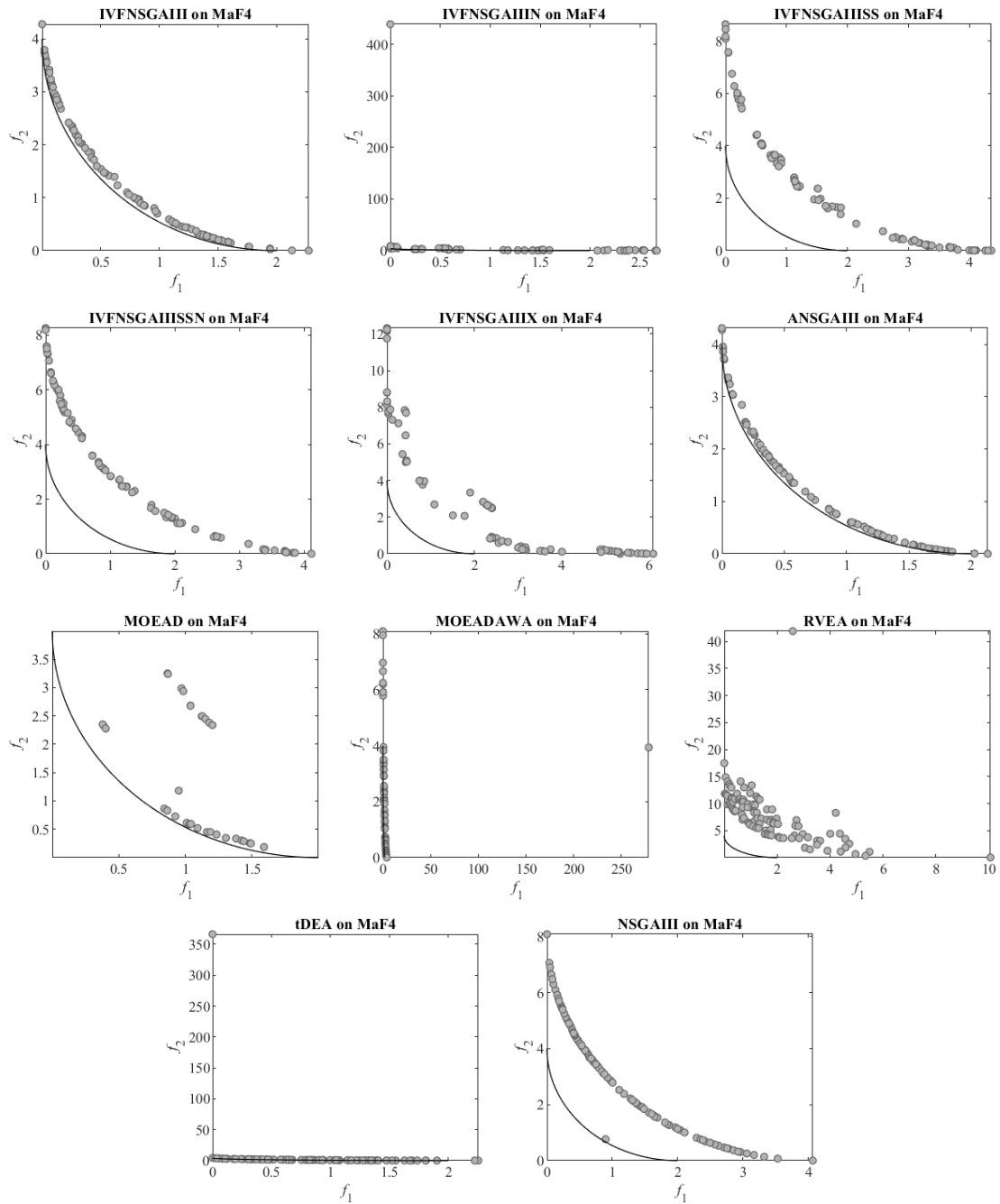
Em relação à métrica IGD, a análise da Tabela 4.55 revela que as variantes IVF/NSGA-III-SS e IVF/NSGA-III lideram com a obtenção dos melhores resultados em 7 e 5 ocasiões, respectivamente, em um total de 23 problemas com 2 objetivos. Em contraste, o NSGA-III destaca-se com o melhor IGD em apenas um dos 23 problemas. Por fim, a Tabela 4.56 demonstra que as variantes IVF/NSGA-III superam o NSGA-III em um número maior em comparação aos outros 5 algoritmos avaliados. A Figura 4.98 apresenta exemplos de populações finais (círculos) dos 11 algoritmos comparados, no problema MaF4, com  $f_1$  e  $f_2$  nos eixos e com a fronteira de Pareto como uma curva fina.

**Tabela 4.55:** Problemas com 2 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD

Melhores Resultados	Algoritmos
7	IVFNSGAISS
5	IVFNSGAI
2	IVFNSGAIIN, ANSGAI, MOEADAWA
1	IVFNSGAISSN, MOEAD, RVEA, tDEA, NSGA-III
0	IVFNSGAIIX

**Tabela 4.56:** Problemas com 2 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III

Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos	Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos
11	8	4	IVFNSGAI	4	3	16	MOEADAWA
10	8	5	IVFNSGAISSN	3	7	13	ANSGAI
10	7	6	IVFNSGAISS	2	16	5	tDEA
8	11	4	IVFNSGAIIX	2	6	15	MOEAD
7	14	2	IVFNSGAIIN	2	0	21	RVEA



**Figura 4.98:** Exemplos de populações finais, no problema MaF4, com 2 objetivos e 11 variáveis

**Tabela 4.57:** Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 2 objetivos e 11 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAIII	IVFNSGAIHIN	IVFNSGAIHSS	IVFNSGAIHSSN	IVFNSGAIHIX	ANSGAIII	MOEA/D	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAIII
MaF1	2	11	3.5710e-3 (3.80e-7) +	3.5710e-3 (1.99e-7) +	3.5709e-3 (1.22e-7) +	3.5710e-3 (1.59e-7) +	3.5710e-3 (2.22e-7) +	3.8228e-3 (2.19e-4) -	3.5714e-3 (2.47e-7) +	3.5778e-3 (4.79e-6) -	3.5929e-3 (2.14e-5) -	3.5716e-3 (1.96e-7) +	3.5722e-3 (1.01e-6)
MaF2	2	11	2.0212e-3 (2.34e-5) +	2.0205e-3 (2.43e-5) ≈	2.0180e-3 (2.22e-5) +	2.0204e-3 (2.58e-5) +	2.0259e-3 (3.51e-5) ≈	2.9072e-3 (1.99e-4) -	2.6173e-3 (1.79e-4) -	2.0181e-3 (1.47e-5) +	2.7566e-3 (2.05e-4) -	2.0215e-3 (2.02e-5) ≈	2.0233e-3 (1.95e-5)
MaF3	2	11	2.0098e+0 (3.31e+0) ≈	1.5466e+0 (2.25e+0) ≈	2.4285e+1 (5.03e+1) -	6.5099e+0 (8.41e+0) -	5.3022e+0 (9.24e+0) -	1.8491e+0 (2.63e+0) ≈	8.4348e-1 (1.20e+0) ≈	2.5831e+0 (3.35e+0) -	5.2274e+3 (1.28e+4) -	2.8814e+0 (3.45e+0) -	1.5782e+0 (3.10e+0)
MaF4	2	11	4.4868e-1 (5.48e-1) +	6.8376e-1 (7.70e-1) ≈	2.1856e+0 (3.32e+0) -	1.3964e+0 (1.23e+0) -	1.3693e+0 (1.21e+0) ≈	4.8228e-1 (5.97e-1) ≈	7.9229e-1 (1.06e+0) ≈	1.0712e+0 (9.26e-1) ≈	2.2338e+0 (1.67e+0) -	6.8525e-1 (1.06e+0) ≈	7.9380e-1 (8.58e-1)
MaF5	2	11	3.3419e-1 (7.46e-1) +	5.9176e-1 (9.21e-1) -	1.2393e-2 (6.27e-4) +	1.4102e-1 (4.98e-1) +	1.4142e-1 (4.98e-1) +	2.7296e-1 (6.79e-1) +	5.2922e-1 (8.87e-1) -	1.4168e-1 (4.98e-1) +	1.4152e-2 (2.09e-3) +	5.2737e-1 (8.88e-1) ≈	4.6298e-1 (8.48e-1)
MaF6	2	11	3.9793e-3 (1.61e-5) +	3.9756e-3 (1.47e-5) +	3.9870e-3 (2.62e-5) +	3.9825e-3 (2.27e-5) +	3.9769e-3 (1.50e-5) +	4.8476e-3 (3.20e-4) -	4.1312e-3 (1.35e-4) -	4.1136e-3 (1.24e-4) -	7.2272e-3 (1.29e-3) -	4.0124e-3 (3.25e-5) ≈	4.0002e-3 (2.58e-5)
MaF7	2	11	1.9177e-2 (7.86e-2) ≈	5.0409e-3 (7.36e-5) ≈	2.4112e-2 (8.24e-2) ≈	3.3308e-2 (1.09e-1) ≈	1.9193e-2 (7.86e-2) ≈	4.6901e-3 (1.89e-5) +	1.7794e-1 (2.16e-1) -	5.7805e-3 (1.00e-4) -	1.8128e-2 (4.38e-3) -	5.1182e-3 (7.52e-5) -	5.0610e-3 (6.43e-5)
DTLZ1	2	11	1.2199e-1 (1.81e-1) ≈	1.9233e-1 (2.52e-1) ≈	7.0465e-1 (6.98e-1) -	6.7237e-1 (7.54e-1) -	5.2560e-1 (5.42e-1) -	2.1685e-1 (2.76e-1) ≈	1.3203e-1 (1.96e-1) ≈	2.9265e-1 (2.56e-1) -	1.0261e+0 (9.68e-1) -	1.3418e-1 (1.93e-1) ≈	1.8839e-1 (2.07e-1)
DTLZ2	2	11	3.9663e-3 (1.24e-7) +	3.9664e-3 (1.92e-7) +	3.9662e-3 (1.96e-7) +	3.9662e-3 (9.75e-8) +	3.9662e-3 (1.16e-7) +	4.3401e-3 (2.30e-4) -	3.9768e-3 (2.09e-5) -	4.0209e-3 (6.79e-5) -	4.4773e-3 (6.19e-4) -	3.9681e-3 (9.24e-7) ≈	3.9679e-3 (8.90e-7)
DTLZ3	2	11	3.6130e-1 (4.43e-1) +	6.5483e-1 (8.42e-1) ≈	1.7864e+0 (1.69e+0) -	1.9031e+0 (1.79e+0) -	1.1804e+0 (1.43e+0) ≈	5.7320e-1 (7.17e-1) ≈	7.7728e-1 (7.98e-1) ≈	6.8749e-1 (7.21e-1) ≈	2.3119e+0 (1.52e+0) -	6.5364e-1 (6.67e-1) ≈	5.8144e-1 (7.23e-1)
DTLZ4	2	11	2.1826e-1 (3.41e-1) -	1.2302e-1 (2.76e-1) -	5.2251e-2 (1.84e-1) +	1.4884e-2 (6.08e-2) +	1.2302e-1 (2.76e-1) -	1.4711e-1 (2.96e-1) -	2.6600e-1 (3.59e-1) ≈	7.5456e-2 (2.22e-1) -	4.5300e-3 (4.65e-4) +	1.2302e-1 (2.76e-1) ≈	7.5405e-2 (2.22e-1)
DTLZ5	2	11	3.9662e-3 (1.27e-7) +	3.9663e-3 (1.65e-7) +	3.9661e-3 (9.10e-8) +	3.9662e-3 (1.14e-7) +	3.9662e-3 (1.02e-7) +	4.3478e-3 (2.26e-4) -	3.9734e-3 (1.77e-5) -	4.0128e-3 (1.91e-5) -	4.6452e-3 (6.56e-4) -	3.9695e-3 (7.15e-6) ≈	3.9690e-3 (2.83e-6)
DTLZ6	2	11	3.9659e-3 (2.96e-8) +	3.9659e-3 (4.43e-8) +	3.9658e-3 (9.08e-10) +	3.9659e-3 (1.84e-8) +	3.9659e-3 (1.02e-8) +	4.4478e-3 (2.73e-4) -	3.9662e-3 (3.17e-7) +	3.9947e-3 (2.19e-5) -	3.9670e-3 (4.17e-7) -	3.9666e-3 (2.32e-7) ≈	3.9666e-3 (1.55e-7)
DTLZ7	2	11	5.0574e-3 (6.51e-5) ≈	5.0597e-3 (7.17e-5) ≈	5.0624e-3 (7.78e-5) ≈	7.9058e-3 (1.58e-2) ≈	1.9186e-2 (7.86e-2) ≈	4.6916e-3 (2.16e-5) +	1.4975e-1 (2.07e-1) -	5.7481e-3 (1.66e-4) -	1.8514e-2 (3.84e-3) -	5.1210e-3 (8.29e-5) -	5.0478e-3 (8.08e-5)
WFG1	2	11	1.9659e-1 (7.27e-2) ≈	2.0047e-1 (6.84e-2) ≈	2.0657e-1 (6.29e-2) ≈	1.8219e-1 (6.79e-2) ≈	1.8454e-1 (5.37e-2) ≈	1.9889e-1 (6.39e-2) ≈	2.0901e-1 (4.20e-2) ≈	3.5802e-2 (1.03e-2) +	2.9944e-1 (4.94e-2) -	1.6464e-1 (4.87e-2) +	1.9760e-1 (6.11e-2)
WFG2	2	11	1.4244e-2 (4.92e-4) ≈	1.4410e-2 (4.96e-4) ≈	1.4394e-2 (4.91e-4) ≈	1.4328e-2 (4.86e-4) ≈	1.4321e-2 (4.63e-4) ≈	1.4597e-2 (5.92e-4) ≈	8.1316e-2 (5.72e-2) -	2.0832e-2 (1.89e-2) -	8.3643e-2 (1.02e-2) -	1.7095e-2 (1.25e-3) -	1.4491e-2 (5.04e-4)
WFG3	2	11	1.2669e-2 (6.16e-4) +	1.2647e-2 (5.00e-4) +	1.2594e-2 (5.12e-4) +	1.2632e-2 (5.50e-4) +	1.2707e-2 (7.25e-4) +	1.7167e-2 (1.26e-3) -	2.4199e-2 (2.83e-3) -	1.3979e-2 (7.93e-4) -	5.8395e-2 (1.06e-2) -	1.3023e-2 (9.55e-4) ≈	1.3067e-2 (8.16e-4)
WFG4	2	11	1.4021e-2 (7.43e-4) -	1.3800e-2 (7.47e-4) ≈	1.3954e-2 (9.84e-4) -	1.3715e-2 (7.40e-4) ≈	1.3813e-2 (5.19e-4) -	1.8686e-2 (2.22e-3) -	3.5986e-2 (5.92e-3) -	1.3950e-2 (6.62e-4) -	8.7565e-2 (1.73e-2) -	1.4006e-2 (9.50e-4) -	1.3455e-2 (5.24e-4)
WFG5	2	11	6.4820e-2 (1.94e-3) ≈	6.5338e-2 (2.33e-3) ≈	6.4886e-2 (2.62e-3) ≈	6.5226e-2 (2.32e-3) ≈	6.5269e-2 (2.30e-3) ≈	7.0171e-2 (2.52e-3) -	7.2805e-2 (1.84e-3) -	6.8928e-2 (2.72e-3) -	9.7425e-2 (1.11e-2) -	6.4875e-2 (1.99e-3) ≈	6.4889e-2 (1.94e-3)
WFG6	2	11	6.8166e-2 (2.30e-2) +	6.6231e-2 (1.87e-2) +	7.8377e-2 (5.24e-2) +	6.2778e-2 (2.29e-2) +	6.4635e-2 (2.68e-2) +	8.5383e-2 (2.04e-2) -	1.0503e-1 (1.74e-2) -	7.2946e-2 (2.02e-2) +	1.7703e-1 (2.49e-2) -	8.3607e-2 (1.91e-2) ≈	8.7405e-2 (1.95e-2)
WFG7	2	11	1.2626e-2 (1.51e-4) ≈	1.2589e-2 (2.19e-4) ≈	1.2695e-2 (2.47e-4) ≈	1.2608e-2 (2.08e-4) ≈	1.2627e-2 (2.38e-4) ≈	1.7601e-2 (9.23e-4) -	3.7517e-2 (9.29e-3) -	1.3205e-2 (1.43e-4) -	7.2236e-2 (1.17e-2) -	1.2679e-2 (1.83e-4) ≈	1.2631e-2 (1.56e-4)
WFG8	2	11	1.1366e-1 (2.60e-3) -	1.1311e-1 (3.35e-3) ≈	1.1454e-1 (4.62e-3) -	1.1405e-1 (4.10e-3) ≈	1.1409e-1 (4.39e-3) ≈	1.1524e-1 (2.92e-3) -	1.3168e-1 (7.99e-3) -	1.1205e-1 (4.80e-3) ≈	2.0517e-1 (1.37e-2) -	1.1317e-1 (2.13e-3) ≈	1.1231e-1 (2.03e-3)
WFG9	2	11	2.3721e-2 (2.19e-3) -	2.2668e-2 (2.35e-3) ≈	2.9473e-2 (3.66e-2) ≈	3.7416e-2 (5.08e-2) -	2.2891e-2 (2.29e-3) ≈	2.9184e-2 (3.30e-3) -	6.3471e-2 (3.88e-2) -	2.5435e-2 (2.95e-3) -	6.6543e-2 (3.16e-2) -	2.1878e-2 (2.63e-3) ≈	2.1924e-2 (1.90e-3)
			+/- / ≈	11/4/8	7/2/14	10/6/7	10/5/8	8/4/11	3/13/7	2/15/6	4/16/3	2/21/0	2/5/16

**Tabela 4.58:** Comparação com NSGA-III: métrica runtime dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 2 objetivos e 11 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAI	IVFNSGAIH	IVFNSGAIHS	IVFNSGAIHSS	IVFNSGAIHX	ANSGAI	MOEAD	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAI
MaF1	2	11	2.1756e+0 (3.24e-1)	1.6243e+0 (1.76e-1)	3.5289e+0 (3.59e-1)	3.4894e+0 (2.85e-1)	2.6232e+0 (2.70e-1)	1.5713e+0 (4.08e-1)	8.3624e+0 (4.43e-1)	8.9019e+0 (3.99e-1)	6.7563e-1 (8.79e-2)	6.8126e-1 (9.95e-2)	7.7729e-1 (1.14e-1)
MaF2	2	11	1.4760e+0 (1.39e-1)	1.4716e+0 (1.53e-1)	3.5302e+0 (2.47e-1)	3.5683e+0 (3.66e-1)	2.4120e+0 (2.55e-1)	1.1099e+0 (1.04e-1)	8.9731e+0 (4.32e-1)	9.5882e+0 (4.48e-1)	6.3828e-1 (4.81e-2)	5.5906e-1 (4.79e-2)	7.2421e-1 (6.50e-2)
MaF3	2	11	2.0826e+0 (2.43e-1)	2.0324e+0 (1.86e-1)	3.3310e+0 (2.58e-1)	3.2731e+0 (2.33e-1)	2.8920e+0 (2.49e-1)	9.9668e-1 (9.35e-2)	8.7236e+0 (4.10e-1)	8.9568e+0 (3.95e-1)	6.1953e-1 (4.88e-2)	5.7449e-1 (4.38e-2)	7.4962e-1 (7.95e-2)
MaF4	2	11	1.9095e+0 (1.62e-1)	1.8937e+0 (1.55e-1)	3.3355e+0 (2.40e-1)	3.2907e+0 (2.60e-1)	2.8805e+0 (2.24e-1)	9.7814e-1 (7.38e-2)	8.8871e+0 (3.88e-1)	9.1799e+0 (4.20e-1)	6.2293e-1 (5.63e-2)	5.7706e-1 (5.71e-2)	6.8694e-1 (6.40e-2)
MaF5	2	11	1.7989e+0 (3.05e-1)	1.8533e+0 (3.37e-1)	3.6761e+0 (2.91e-1)	3.6129e+0 (2.57e-1)	2.7556e+0 (2.53e-1)	1.0485e+0 (1.79e-1)	8.8298e+0 (3.65e-1)	9.2749e+0 (4.50e-1)	6.2550e-1 (5.56e-2)	6.4603e-1 (2.28e-1)	8.2685e-1 (1.68e-1)
MaF6	2	11	1.7228e+0 (1.48e-1)	1.7653e+0 (1.67e-1)	3.5182e+0 (2.42e-1)	3.5240e+0 (2.40e-1)	2.7001e+0 (1.99e-1)	9.0650e-1 (7.56e-2)	8.7876e+0 (3.89e-1)	9.1694e+0 (4.16e-1)	6.2739e-1 (4.64e-2)	5.2817e-1 (4.85e-2)	7.1379e-1 (6.38e-2)
MaF7	2	11	1.7106e+0 (1.61e-1)	1.7090e+0 (1.23e-1)	3.6536e+0 (2.41e-1)	3.5947e+0 (2.52e-1)	2.6657e+0 (2.26e-1)	1.0445e+0 (9.49e-2)	8.7411e+0 (4.03e-1)	9.1997e+0 (4.22e-1)	6.1757e-1 (4.18e-2)	5.5109e-1 (5.12e-2)	7.3361e-1 (6.71e-2)
DTLZ1	2	11	2.6965e+0 (4.86e-1)	2.1051e+0 (2.26e-1)	3.4117e+0 (3.70e-1)	3.3585e+0 (2.95e-1)	3.0361e+0 (3.01e-1)	9.5461e-1 (8.54e-2)	8.6464e+0 (3.96e-1)	8.9386e+0 (3.95e-1)	6.3022e-1 (5.21e-2)	5.7027e-1 (5.66e-2)	7.5962e-1 (8.78e-2)
DTLZ2	2	11	1.6542e+0 (1.95e-1)	1.6045e+0 (1.70e-1)	3.5469e+0 (2.61e-1)	3.5048e+0 (2.70e-1)	2.5501e+0 (2.35e-1)	8.5136e-1 (7.74e-2)	8.5255e+0 (3.78e-1)	8.9701e+0 (4.23e-1)	6.2864e-1 (5.80e-2)	5.2380e-1 (4.86e-2)	7.6720e-1 (1.00e-1)
DTLZ3	2	11	1.8797e+0 (1.51e-1)	1.8662e+0 (1.53e-1)	3.2438e+0 (2.36e-1)	3.1830e+0 (2.62e-1)	2.8596e+0 (2.57e-1)	9.5723e-1 (8.28e-2)	8.6603e+0 (4.04e-1)	8.9801e+0 (4.58e-1)	6.2770e-1 (5.20e-2)	5.7995e-1 (5.10e-2)	6.9109e-1 (6.78e-2)
DTLZ4	2	11	1.9078e+0 (3.09e-1)	1.7718e+0 (2.86e-1)	3.7239e+0 (2.46e-1)	3.6298e+0 (2.48e-1)	2.8291e+0 (2.63e-1)	9.5197e-1 (2.13e-1)	8.6333e+0 (3.94e-1)	9.1897e+0 (4.19e-1)	6.2831e-1 (5.62e-2)	6.1089e-1 (2.17e-1)	7.6887e-1 (1.43e-1)
DTLZ5	2	11	1.6159e+0 (1.53e-1)	1.6026e+0 (1.29e-1)	3.5556e+0 (2.44e-1)	3.4958e+0 (2.51e-1)	2.5175e+0 (2.05e-1)	8.5517e-1 (8.09e-2)	8.7871e+0 (3.97e-1)	9.3099e+0 (4.31e-1)	6.2949e-1 (5.00e-2)	5.3200e-1 (5.01e-2)	7.2626e-1 (6.19e-2)
DTLZ6	2	11	1.6503e+0 (1.28e-1)	1.5708e+0 (1.14e-1)	3.5215e+0 (2.30e-1)	3.4414e+0 (2.37e-1)	2.4809e+0 (1.83e-1)	8.7210e-1 (7.44e-2)	8.8542e+0 (3.94e-1)	9.4724e+0 (4.21e-1)	6.3617e-1 (5.33e-2)	5.6011e-1 (5.68e-2)	7.2394e-1 (6.55e-2)
DTLZ7	2	11	1.7473e+0 (1.45e-1)	1.7113e+0 (1.20e-1)	3.6921e+0 (2.62e-1)	3.6893e+0 (2.66e-1)	2.7021e+0 (2.25e-1)	1.0208e+0 (8.71e-2)	8.8002e+0 (3.99e-1)	9.2913e+0 (4.30e-1)	6.1421e-1 (4.96e-2)	5.4450e-1 (5.13e-2)	7.5865e-1 (7.39e-2)
WFG1	2	11	2.0717e+0 (1.83e-1)	2.0029e+0 (1.71e-1)	3.7312e+0 (2.83e-1)	3.6207e+0 (2.43e-1)	3.0387e+0 (2.59e-1)	1.1270e+0 (1.22e-1)	9.1663e+0 (4.23e-1)	9.5159e+0 (4.13e-1)	6.2721e-1 (4.71e-2)	5.9661e-1 (5.06e-2)	7.7019e-1 (6.75e-2)
WFG2	2	11	1.8837e+0 (1.78e-1)	1.8476e+0 (1.22e-1)	3.6691e+0 (2.53e-1)	3.6105e+0 (2.29e-1)	2.8974e+0 (3.14e-1)	1.1001e+0 (1.26e-1)	9.0833e+0 (4.30e-1)	9.4543e+0 (4.34e-1)	6.3309e-1 (5.41e-2)	5.7077e-1 (5.57e-2)	7.7738e-1 (7.46e-2)
WFG3	2	11	1.5782e+0 (1.44e-1)	1.5532e+0 (1.25e-1)	3.5413e+0 (2.58e-1)	3.4832e+0 (2.55e-1)	2.5221e+0 (2.02e-1)	1.0153e+0 (1.27e-1)	9.0642e+0 (4.07e-1)	9.5046e+0 (4.30e-1)	6.6111e-1 (5.15e-2)	5.2860e-1 (5.34e-2)	7.3497e-1 (7.46e-2)
WFG4	2	11	2.2578e+0 (1.98e-1)	2.2218e+0 (1.50e-1)	3.5941e+0 (2.40e-1)	3.5308e+0 (2.35e-1)	3.0978e+0 (2.59e-1)	1.0289e+0 (1.09e-1)	8.8271e+0 (4.22e-1)	9.2017e+0 (4.34e-1)	6.3113e-1 (6.03e-2)	5.4783e-1 (4.84e-2)	7.5694e-1 (7.05e-2)
WFG5	2	11	2.0537e+0 (1.91e-1)	2.0018e+0 (1.38e-1)	3.6005e+0 (2.50e-1)	3.5059e+0 (2.21e-1)	2.8978e+0 (2.34e-1)	1.0254e+0 (1.22e-1)	8.7469e+0 (4.11e-1)	9.2727e+0 (3.92e-1)	6.3542e-1 (5.33e-2)	5.4829e-1 (6.73e-2)	7.3693e-1 (7.53e-2)
WFG6	2	11	1.8162e+0 (1.92e-1)	1.7881e+0 (1.44e-1)	3.6081e+0 (2.30e-1)	3.5689e+0 (2.42e-1)	2.8064e+0 (2.83e-1)	1.0609e+0 (1.27e-1)	8.8567e+0 (4.38e-1)	9.2008e+0 (4.18e-1)	6.5659e-1 (6.62e-2)	5.3578e-1 (4.65e-2)	7.4459e-1 (6.64e-2)
WFG7	2	11	1.6745e+0 (1.39e-1)	1.6790e+0 (1.27e-1)	3.7384e+0 (2.68e-1)	3.5943e+0 (2.39e-1)	2.6296e+0 (2.04e-1)	1.0661e+0 (1.41e-1)	9.2146e+0 (4.34e-1)	9.6386e+0 (4.46e-1)	6.3890e-1 (5.62e-2)	5.6113e-1 (5.40e-2)	7.5557e-1 (7.04e-2)
WFG8	2	11	1.7867e+0 (1.73e-1)	1.7140e+0 (1.36e-1)	3.7172e+0 (2.37e-1)	3.6415e+0 (2.53e-1)	2.7380e+0 (2.49e-1)	1.0936e+0 (1.33e-1)	9.2623e+0 (4.46e-1)	9.5255e+0 (4.34e-1)	6.7215e-1 (6.32e-2)	5.8547e-1 (5.59e-2)	7.9552e-1 (7.57e-2)
WFG9	2	11	1.8664e+0 (1.60e-1)	1.8207e+0 (1.25e-1)	3.7405e+0 (2.65e-1)	3.6958e+0 (2.40e-1)	2.8873e+0 (2.61e-1)	1.1206e+0 (1.63e-1)	9.2527e+0 (4.47e-1)	9.6060e+0 (4.51e-1)	6.7226e-1 (4.86e-2)	5.8091e-1 (4.52e-2)	7.8865e-1 (7.04e-2)
+/- / ≈			0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	23/0/0	23/0/0	

## **Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 2 objetivos**

Este experimento avalia o desempenho do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III e suas variantes em comparação com outros algoritmos evolutivos *many-objective*. Os benchmarks escolhidos para este experimento, pertencentes às séries DTLZ, MaF e WFG, foram configurados para contemplar dois objetivos. A configuração de dois objetivos é particularmente reveladora, pois simplifica a visualização das fronteiras de Pareto, facilitando análises focadas na qualidade da convergência e distribuição espacial das soluções.

Resultados detalhados são ilustrados nas Tabelas 4.57 e 4.58, comparando métricas como o IGD (Inverse Generational Distance) e o tempo de execução entre os diferentes algoritmos. Em comparação ao NSGA-III (Tabela 4.56), nota-se uma performance superior do IVF/NSGA-III e suas variantes, em termos de IGD, indicando uma convergência eficaz e precisa à fronteira de Pareto. Em particular, as variantes IVF/NSGA-III (sem Steady State e sem ruído adaptativo), IVF/NSGA-III-SS-N (com Steady State e com ruído adaptativo) e IVF/NSGA-III-SS (apenas com Steady State, sem ruído adaptativo) superaram o NSGA-III em uma quantidade maior de problemas.

A análise revela que o IVF/NSGA-III com steady state promove uma estabilidade em muitos dos resultados, o que é crucial para uma convergência consistente em problemas com dois objetivos, onde cada objetivo tem um peso significativo na avaliação global. Por outro lado, a variante IVF/NSGA-III sem Steady State mostrou ser uma estratégia eficaz para superar barreiras locais e explorar o espaço de busca de forma mais abrangente. As versões com Steady State, apesar de superarem o NSGA-III em muitos problemas, frequentemente falharam em alcançar uma distribuição equilibrada das soluções, particularmente nos problemas com multimodalidade, como o DTLZ-1 e o DTLZ-3.

Os resultados deste experimento sugerem que o IVF/NSGA-III e suas variantes são particularmente eficientes em ambientes com dois objetivos, onde as estratégias de otimização precisam equilibrar rigorosamente convergência e diversidade. Esta eficácia é amplificada pelas configurações híbridas, destacando a utilidade de técnicas adaptativas em cenários de otimização simplificados. Os resultados da tabela 4.55 indicam que o IVF/NSGA-III com Steady State (sem ruído adaptativo) obteve o melhor resultado da média IGD em 7 dos 23 problemas, e o IVF/NSGA-III sem Steady State e sem ruído adaptativo obteve o melhor resultado da média do IGD em 5 dos 23 problemas avaliados. Estes resultados podem também sugerir que a intensificação dessa hibridização é um recurso valioso nessa classe de problemas.

A complexidade computacional do IVF/NSGA-III, embora apresente bons resultados de IGD em problemas com dois objetivos, ainda representa um desafio. O tempo de execução do IVF/NSGA-III e suas variantes foi de duas a três vezes o tempo de execução do NSGA-III. Apesar disso, esse tempo é inferior ao das variantes MOEA/D, que che-

gam a 10 vezes o tempo de execução do NSGA-III. Futuros trabalhos poderiam explorar melhorias na eficiência computacional do algoritmo, possivelmente através de simplificações na implementação ou ajustes finos nos parâmetros de ruído adaptativo, bem como no processo de avaliação e comparação das soluções, que requer o cálculo das distâncias perpendiculares de cada indivíduo para a linha de referência do nicho alvo a ser intensificado.

A robustez do IVF/NSGA-III e suas variantes em problemas de dois objetivos foi claramente demonstrada, sublinhando o potencial das abordagens híbridas em cenários de otimização *many-objective* mais simplificados. Pesquisas adicionais poderiam focar na extensão dessas técnicas para uma gama mais ampla de aplicações práticas e configurações de problema (com diferentes combinações de suas características: multimodalidade, não-separabilidade, dificuldade de convergência, fronteiras descontínuas e/ou degeneradas, deceptivas, etc).

## 4.7.2 Resultados em problemas com 3 objetivos

As Tabelas 4.61 e 4.62 exibem, respectivamente, os desempenhos das métricas IGD e *runtime* para problemas com 3 objetivos e 12 variáveis, usando os resultados do NSGA-III como referência. O melhor resultado para cada problema é realçado em cinza. Uma análise estatística utilizando o teste Wilcoxon Rank Sum Test compara o desempenho dos algoritmos com o resultado do NSGA-III, marcando com + os resultados superiores, com – os inferiores, ambos com  $p\text{-value} < 0.05$ , e  $\approx$  para resultados sem diferença estatística significativa. A Tabela 4.59 resume as vezes que cada algoritmo alcança os melhores resultados por problema. E a Tabela 4.60 organiza os algoritmos pelo seu desempenho relativo ao NSGA-III, evidenciando vitórias, empates e derrotas com significância estatística.

A Tabela 4.62 indica que o RVEA lidera em tempo de execução em 14 de 23 problemas, com o t-DEA sendo o mais rápido nos outros 9 problemas. As variantes do IVF/NSGA-III sem *Steady State* executam em cerca de 2 a 3 vezes o tempo que o NSGA-III, enquanto as versões com *Steady State* ficam em torno de 1,5 a 2,5 vezes o tempo daquelas sem *Steady State*.

Em relação ao IGD, a análise da Tabela 4.59 revela que os algoritmos A-NSGA-III, t-DEA e NSGA-III obtêm, respectivamente, 6, 5 e 3 vezes os melhores IGDs entre os 23 problemas. Por outro lado, a Tabela 4.60 demonstra que o IVF/NSGA-III obtém o maior saldo entre vitórias e derrotas na comparação com o NSGA-III. A variante IVF obtém 5 vitórias e apenas 1 derrota para o NSGA-III, enquanto que o segundo algoritmo da lista (t-DEA) obtém 5 vitórias, mas com 8 resultados inferiores ao do NSGA-III.

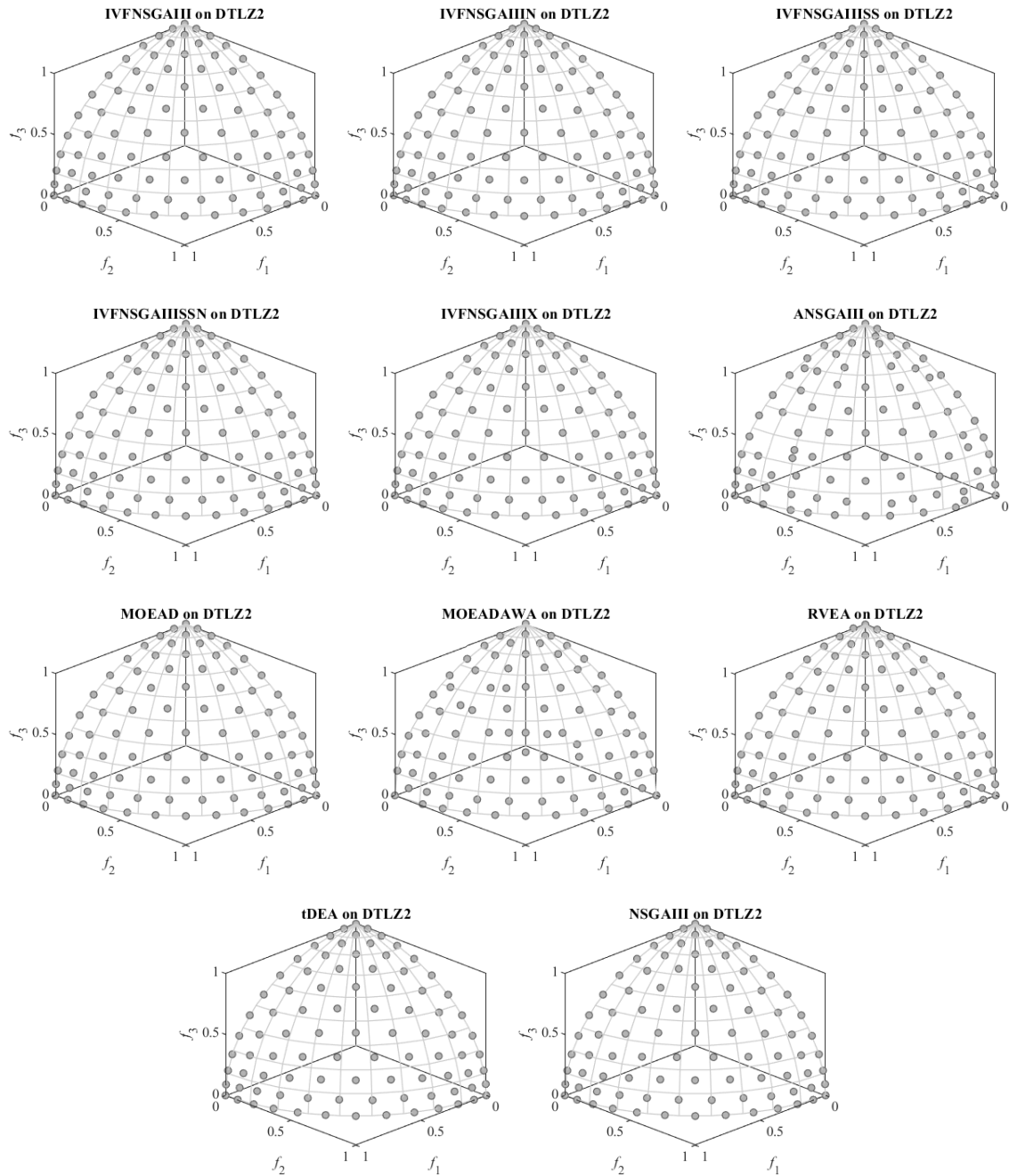
As Figuras 4.99, 4.100, 4.101, 4.102 e 4.103 apresentam exemplos das populações finais dos algoritmos, nos problemas DTLZ2, DTLZ4, MaF4, WFG2 e WFG6.

**Tabela 4.59:** Problemas com 3 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD

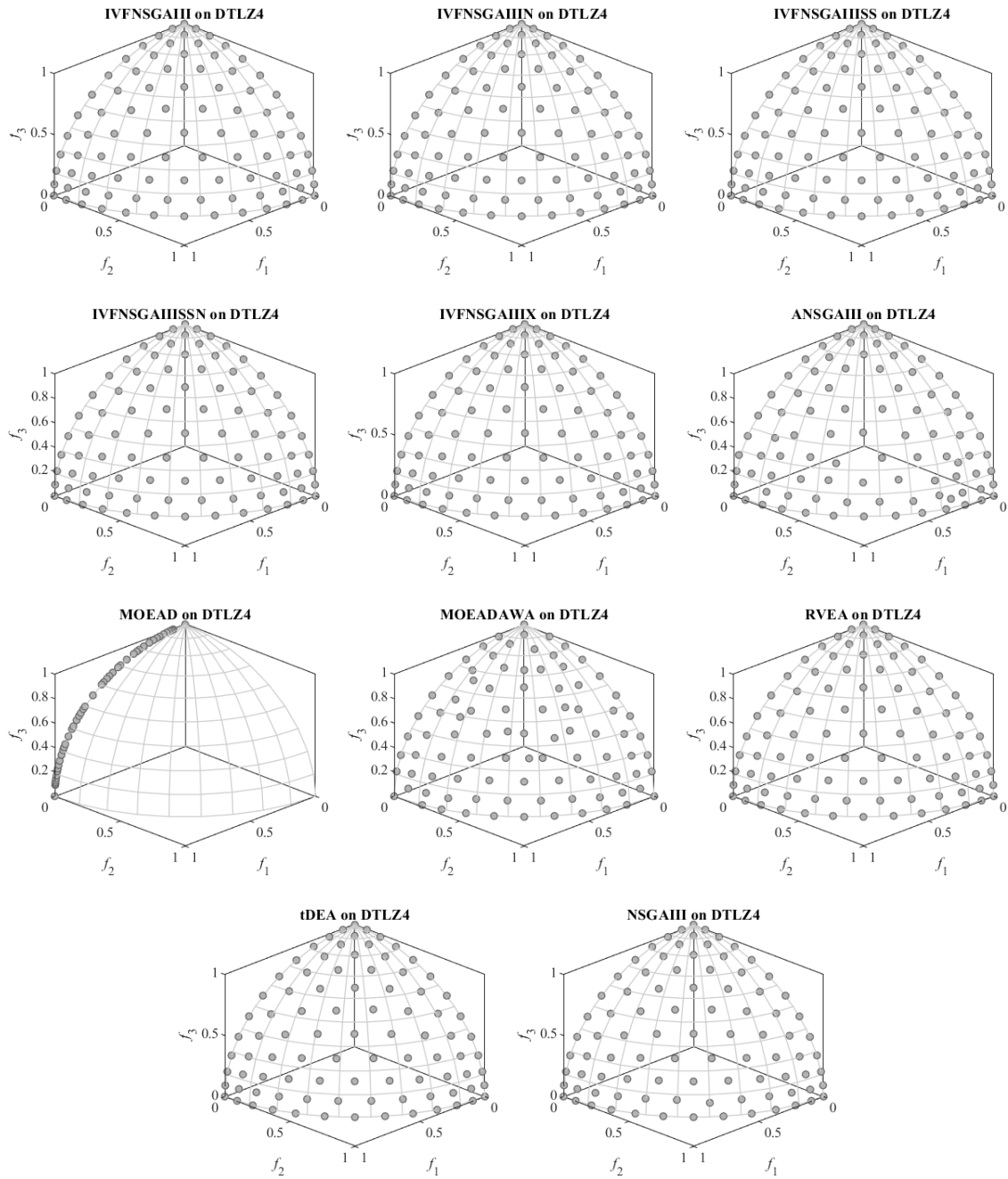
Melhores Resultados	Algoritmos
6	A-NSGA-III
5	t-DEA
3	NSGA-III
2	IVF/NSGA-III-SS-N, IVF/NSGA-III-X
1	IVF/NSGA-III, IVF/NSGA-III-N, IVF/NSGA-III-SS, MOEA/D, MOEA/D-AWA
0	RVEA

**Tabela 4.60:** Problemas com 3 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III

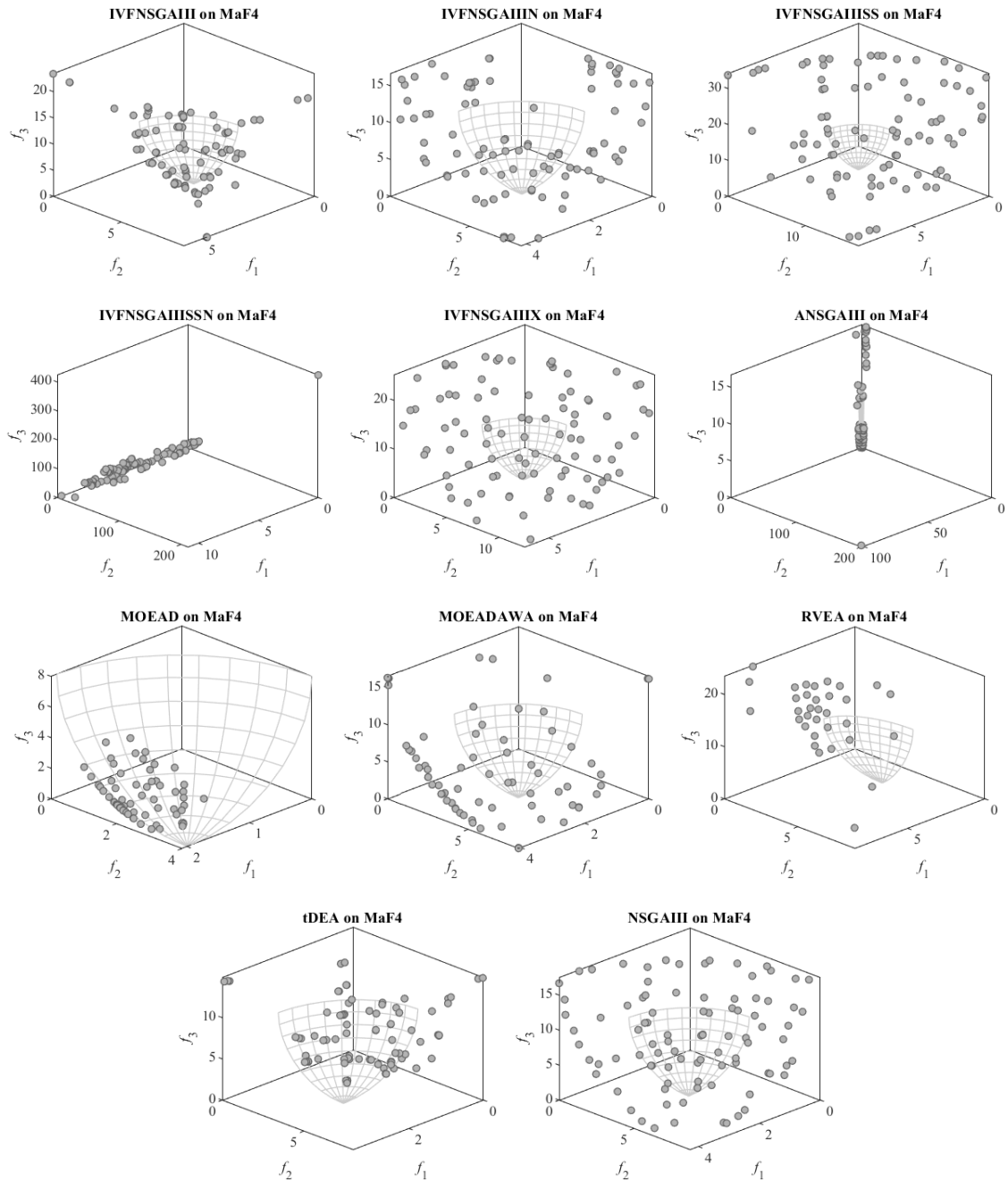
Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos	Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos
5	17	1	IVF/NSGA-III	4	12	7	IVF/NSGA-III-X
5	10	8	t-DEA	3	11	9	IVF/NSGA-III-SS, IVF/NSGA-III-SS-N
5	7	11	A-NSGA-III	2	3	18	MOEA/D
5	6	12	MOEA/D-AWA	2	2	19	RVEA
4	15	4	IVF/NSGA-III-N				



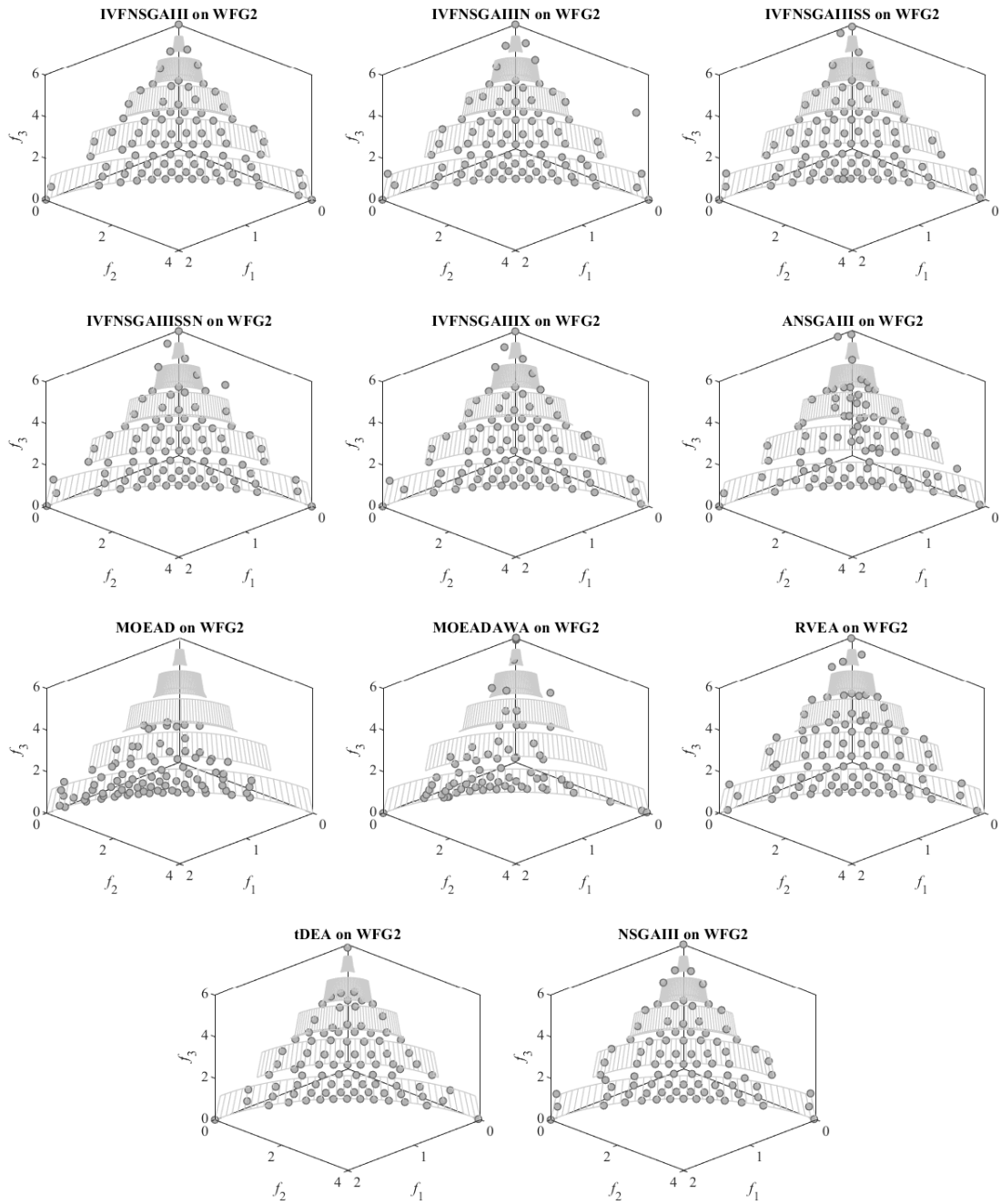
**Figura 4.99:** Exemplos de populações finais, no problema DTLZ2, com 3 objetivos e 12 variáveis



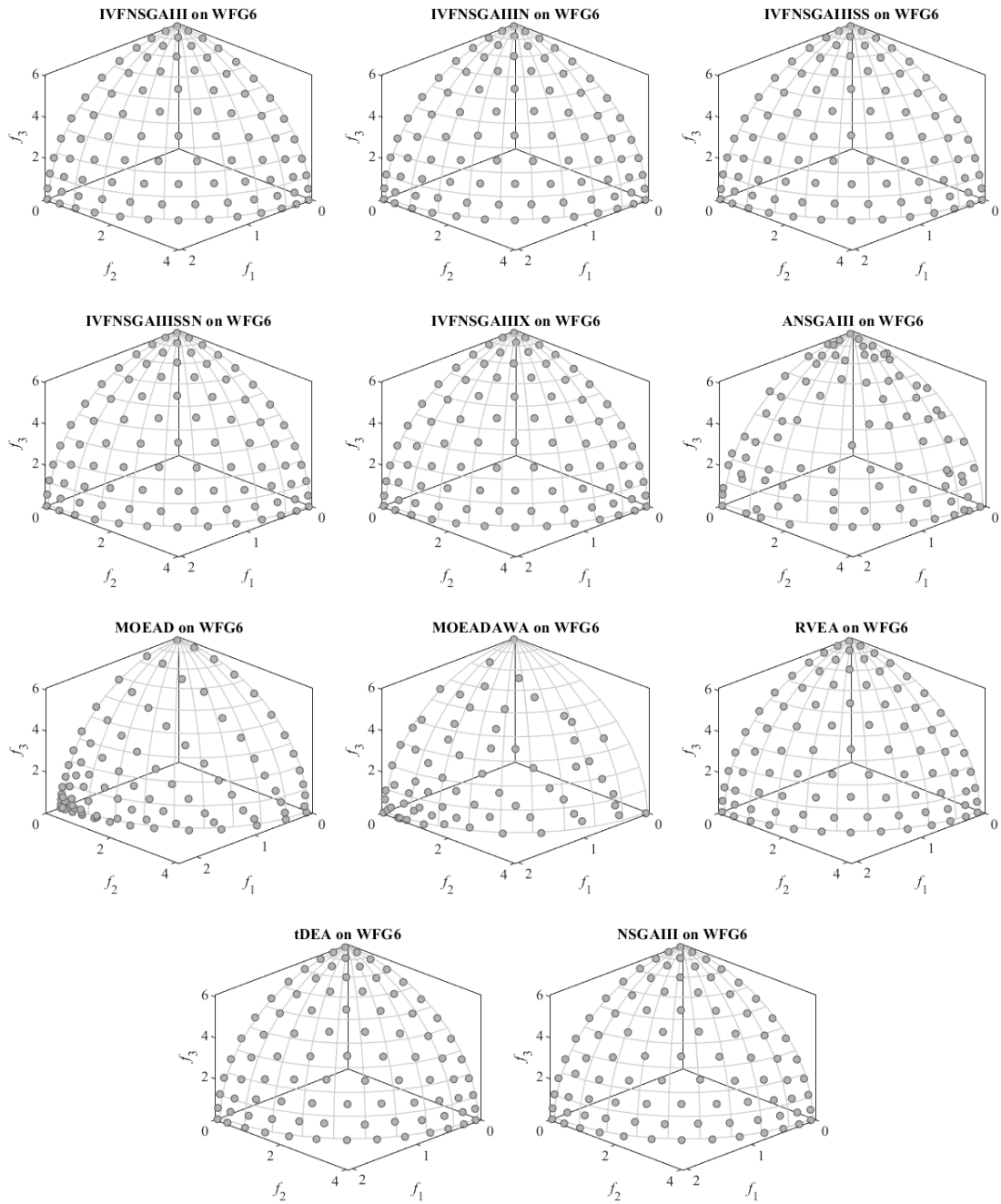
**Figura 4.100:** Exemplos de populações finais, no problema DTLZ4, com 3 objetivos e 12 variáveis



**Figura 4.101:** Exemplos de populações finais, no problema MaF4, com 3 objetivos e 12 variáveis



**Figura 4.102:** Exemplos de populações finais, no problema WFG2, com 3 objetivos e 12 variáveis



**Figura 4.103:** Exemplos de populações finais, no problema WFG6, com 3 objetivos e 12 variáveis

**Tabela 4.61:** Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 3 objetivos e 12 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAIII	IVFNSGAIHIN	IVFNSGAIHSS	IVFNSGAIHSSN	IVFNSGAIHIX	ANSGAIII	MOEA/D	MOEA/D-AWA	RVEA	tDEA	NSGAIII
MaF1	3	12	6.0857e-2 (1.70e-3) ≈	6.1057e-2 (1.31e-3) –	6.1898e-2 (1.68e-3) –	6.1120e-2 (1.78e-3) –	6.1161e-2 (1.88e-3) –	4.4866e-2 (2.56e-4) +	7.0476e-2 (6.35e-6) –	6.5243e-2 (3.27e-4) –	8.2184e-2 (7.25e-5) –	8.0554e-2 (6.43e-4) –	6.0206e-2 (1.60e-3)
MaF2	3	12	3.5887e-2 (5.14e-4) ≈	3.5967e-2 (6.91e-4) ≈	3.6091e-2 (6.26e-4) ≈	3.6239e-2 (8.32e-4) ≈	3.5985e-2 (8.45e-4) ≈	3.1174e-2 (6.97e-4) +	4.1269e-2 (1.06e-3) –	3.5137e-2 (2.75e-4) +	4.2140e-2 (1.56e-3) –	3.6526e-2 (3.74e-4) –	3.6037e-2 (6.91e-4)
MaF3	3	12	1.7795e+0 (2.55e+0) ≈	2.1109e+0 (2.91e+0) ≈	2.7750e+1 (5.06e+1) –	1.7694e+1 (2.35e+1) –	1.8472e+1 (3.81e+1) –	4.5797e+0 (1.10e+1) ≈	7.4789e-1 (1.43e+0) +	2.2179e+0 (2.70e+0) ≈	1.5303e+2 (1.51e+2) –	2.6801e+0 (5.62e+0) ≈	2.1492e+0 (3.27e+0)
MaF4	3	12	2.3734e+0 (3.49e+0) +	2.3495e+0 (2.19e+0) ≈	1.0218e+1 (9.55e+0) –	8.9408e+0 (7.24e+0) –	5.9666e+0 (5.26e+0) –	1.7827e+0 (1.74e+0) ≈	2.0274e+0 (8.72e-1) ≈	3.0285e+0 (2.84e+0) ≈	4.9064e+0 (6.14e+0) ≈	2.3780e+0 (2.78e+0) ≈	3.2974e+0 (3.44e+0)
MaF5	3	12	5.5848e-1 (1.16e+0) ≈	2.5989e-1 (1.16e-4) ≈	2.5988e-1 (1.07e-4) ≈	2.6003e-1 (1.01e-3) ≈	2.5986e-1 (7.87e-5) ≈	6.4756e-1 (6.43e-1) –	1.3778e+0 (1.56e+0) –	3.2918e-1 (2.23e-1) +	3.7429e-1 (4.42e-1) +	6.6283e-1 (6.51e-1) ≈	6.3092e-1 (6.53e-1)
MaF6	3	12	1.5729e-2 (2.29e-3) ≈	1.6572e-2 (2.51e-3) –	1.5703e-2 (2.00e-3) –	1.5857e-2 (1.67e-3) –	1.5414e-2 (1.75e-3) ≈	1.1037e-2 (1.21e-3) +	7.5000e-2 (9.03e-2) –	1.4533e-2 (1.02e-3) ≈	5.3231e-2 (1.95e-2) –	3.3742e-2 (1.85e-3) –	1.4705e-2 (1.70e-3)
MaF7	3	12	1.0708e-1 (9.18e-2) ≈	9.6316e-2 (7.78e-2) ≈	7.6046e-2 (3.67e-3) ≈	7.5066e-2 (3.36e-3) ≈	7.6906e-2 (3.77e-3) ≈	1.1322e-1 (1.01e-1) ≈	2.1776e-1 (1.94e-1) –	1.2738e-1 (9.44e-3) –	1.0631e-1 (1.53e-3) –	1.3823e-1 (1.02e-1) –	1.0467e-1 (8.92e-2)
DTLZ1	3	12	2.7564e-1 (2.50e-1) ≈	3.1739e-1 (2.72e-1) ≈	1.3227e+0 (1.73e+0) –	1.0716e+0 (1.05e+0) –	7.2736e-1 (7.92e-1) ≈	4.7566e-1 (4.77e-1) ≈	6.3559e-1 (7.35e-1) ≈	3.4251e-1 (3.60e-1) ≈	7.2717e-1 (5.85e-1) –	4.3431e-1 (3.11e-1) ≈	3.7668e-1 (3.61e-1)
DTLZ2	3	12	5.4471e-2 (2.42e-6) +	5.4470e-2 (2.28e-6) +	5.4471e-2 (1.83e-6) +	5.4473e-2 (7.05e-6) +	5.4472e-2 (5.65e-6) +	5.6630e-2 (1.55e-3) –	5.4471e-2 (2.40e-6) +	5.4981e-2 (1.85e-4) –	5.4570e-2 (1.81e-4) ≈	5.4480e-2 (6.95e-6) +	5.4491e-2 (2.10e-5)
DTLZ3	3	12	7.9245e-1 (6.88e-1) ≈	1.0147e+0 (1.02e+0) ≈	4.5817e+0 (4.06e+0) –	3.7382e+0 (3.30e+0) –	2.3182e+0 (1.82e+0) –	7.2324e-1 (7.72e-1) ≈	2.3241e+0 (2.80e+0) –	8.2514e-1 (1.13e+0) ≈	2.1123e+0 (1.70e+0) –	8.5749e-1 (9.05e-1) ≈	7.2132e-1 (6.90e-1)
DTLZ4	3	12	1.4075e-1 (2.68e-1) +	1.1199e-1 (2.23e-1) +	5.4482e-2 (2.02e-5) +	5.4616e-2 (6.93e-4) +	6.5062e-2 (5.89e-2) +	2.3846e-1 (2.85e-1) –	4.1354e-1 (3.62e-1) ≈	1.5029e-1 (1.95e-1) +	5.4738e-2 (1.04e-3) +	2.2803e-1 (2.38e-1) ≈	2.3776e-1 (2.86e-1)
DTLZ5	3	12	1.3047e-2 (1.77e-3) ≈	1.3766e-2 (2.03e-3) –	1.2998e-2 (1.70e-3) ≈	1.3103e-2 (1.82e-3) ≈	1.2473e-2 (1.57e-3) ≈	1.1362e-2 (1.76e-3) +	3.3721e-2 (8.45e-5) –	1.3532e-2 (4.82e-4) –	7.5976e-2 (1.05e-2) –	3.1976e-2 (2.10e-3) –	1.2374e-2 (1.62e-3)
DTLZ6	3	12	1.8905e-2 (3.05e-3) ≈	1.9732e-2 (3.07e-3) ≈	2.0262e-2 (1.90e-3) –	1.9998e-2 (2.29e-3) –	2.0074e-2 (2.19e-3) –	1.3415e-2 (1.33e-3) +	3.3828e-2 (1.20e-4) –	1.3707e-2 (5.37e-4) +	9.1977e-2 (2.09e-2) –	3.8112e-2 (4.81e-3) –	1.8060e-2 (2.51e-3)
DTLZ7	3	12	1.0507e-1 (9.20e-2) ≈	9.6105e-2 (7.53e-2) ≈	7.7232e-2 (3.56e-3) ≈	7.6885e-2 (3.69e-3) ≈	7.6905e-2 (3.49e-3) ≈	9.5224e-2 (7.86e-2) ≈	1.5516e-1 (2.68e-3) –	1.2723e-1 (8.95e-3) –	1.0647e-1 (1.60e-3) –	1.6614e-1 (1.60e-1) –	9.9835e-2 (1.30e-1)
WFG1	3	12	2.6468e-1 (3.08e-2) ≈	2.7354e-1 (3.52e-2) –	2.8108e-1 (4.48e-2) –	2.8834e-1 (3.95e-2) –	2.6972e-1 (3.71e-2) –	2.5407e-1 (3.45e-2) ≈	3.4606e-1 (3.91e-2) –	2.4808e-1 (2.22e-2) ≈	3.5664e-1 (4.82e-2) –	2.3574e-1 (3.28e-2) ≈	2.5130e-1 (2.76e-2)
WFG2	3	12	1.6187e-1 (1.48e-3) +	1.6157e-1 (1.47e-3) +	1.6198e-1 (1.69e-3) ≈	1.6203e-1 (1.83e-3) ≈	1.6174e-1 (1.42e-3) +	1.7229e-1 (5.19e-3) –	2.6317e-1 (1.42e-2) –	2.2503e-1 (1.21e-2) –	1.8978e-1 (7.90e-3) –	1.5635e-1 (1.47e-3) +	1.6269e-1 (1.17e-3)
WFG3	3	12	1.2499e-1 (1.53e-2) ≈	1.2669e-1 (1.31e-2) ≈	1.2908e-1 (1.20e-2) ≈	1.2798e-1 (1.08e-2) ≈	1.2919e-1 (1.77e-2) ≈	1.3530e-1 (1.51e-2) –	2.0477e-1 (6.48e-2) –	8.8231e-2 (9.67e-3) +	2.3103e-1 (1.44e-2) –	1.3545e-1 (1.63e-2) –	1.2331e-1 (1.05e-2)
WFG4	3	12	2.2267e-1 (6.38e-4) –	2.2253e-1 (5.50e-4) –	2.2262e-1 (6.35e-4) –	2.2278e-1 (8.78e-4) –	2.2280e-1 (6.09e-4) –	2.5847e-1 (7.64e-3) –	2.6676e-1 (6.75e-3) –	2.7174e-1 (4.78e-3) –	2.4441e-1 (5.63e-3) –	2.2204e-1 (5.74e-4) +	2.2231e-1 (4.65e-4)
WFG5	3	12	2.3082e-1 (7.66e-4) ≈	2.3067e-1 (3.52e-4) ≈	2.3082e-1 (1.13e-3) ≈	2.3058e-1 (8.18e-4) ≈	2.3067e-1 (7.78e-4) ≈	2.5955e-1 (6.82e-3) –	2.5488e-1 (3.66e-3) –	2.6948e-1 (5.94e-3) –	2.3799e-1 (3.01e-3) –	2.3072e-1 (1.42e-3) ≈	2.3054e-1 (5.00e-4)
WFG6	3	12	2.3532e-1 (5.98e-3) +	2.3611e-1 (7.91e-3) +	2.3494e-1 (7.52e-3) +	2.3673e-1 (9.01e-3) +	2.3359e-1 (6.52e-3) +	2.8766e-1 (1.24e-2) –	3.0112e-1 (1.82e-2) –	2.9763e-1 (1.44e-2) –	2.7480e-1 (1.12e-2) –	2.4809e-1 (1.17e-2) –	2.4716e-1 (8.95e-3)
WFG7	3	12	2.2262e-1 (6.32e-4) ≈	2.2264e-1 (6.18e-4) ≈	2.2269e-1 (5.02e-4) ≈	2.2265e-1 (5.68e-4) ≈	2.2272e-1 (4.93e-4) ≈	2.5626e-1 (6.94e-3) –	3.4460e-1 (4.00e-2) –	2.7110e-1 (7.29e-3) –	2.4137e-1 (5.54e-3) –	2.2228e-1 (4.72e-4) +	2.2290e-1 (9.10e-4)
WFG8	3	12	2.9491e-1 (4.56e-3) ≈	2.9541e-1 (4.48e-3) ≈	2.9504e-1 (3.50e-3) ≈	2.9540e-1 (4.88e-3) ≈	2.9556e-1 (4.06e-3) ≈	3.2697e-1 (6.74e-3) –	3.2790e-1 (9.08e-3) –	3.3811e-1 (6.66e-3) –	3.2804e-1 (1.64e-2) –	2.9346e-1 (4.03e-3) +	2.9621e-1 (4.41e-3)
WFG9	3	12	2.2477e-1 (3.05e-3) ≈	2.2496e-1 (2.20e-3) ≈	2.2551e-1 (3.67e-3) ≈	2.2871e-1 (2.22e-2) ≈	2.2571e-1 (3.06e-3) ≈	2.5533e-1 (3.54e-2) –	3.0778e-1 (4.52e-2) –	2.7137e-1 (1.91e-2) –	2.3326e-1 (4.73e-3) –	2.2503e-1 (2.70e-3) ≈	2.2474e-1 (1.79e-3)
			+/- / ≈	5/11/7	4/4/15	3/9/11	3/9/11	4/7/12	5/11/7	2/18/3	5/12/6	2/19/2	5/8/10

**Tabela 4.62:** Comparação com NSGA-III: métrica runtime dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 3 objetivos e 12 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAI	IVFNSGAIH	IVFNSGAIHS	IVFNSGAIHSS	IVFNSGAIHX	ANSGAI	MOEAD	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAI												
MaF1	3	12	1.8750e+0 (1.80e-1) – 2.0928e+0 (3.34e-1) – 3.9930e+0 (4.09e-1) – 3.9253e+0 (3.51e-1) – 3.1076e+0 (2.70e-1) – 1.2419e+0 (8.61e-2) – 8.7337e+0 (4.18e-1) – 9.3401e+0 (4.69e-1) – 5.3384e-1 (5.54e-2) + 6.8580e-1 (5.92e-2) + 9.2776e-1 (9.26e-2)	1.8168e+0 (1.42e-1) – 1.8048e+0 (1.76e-1) – 3.9199e+0 (2.81e-1) – 3.8697e+0 (2.90e-1) – 2.8122e+0 (2.39e-1) – 1.2719e+0 (9.00e-2) – 9.7243e+0 (4.84e-1) – 1.0637e+1 (5.55e-1) – 6.1524e-1 (5.75e-2) + 7.1793e-1 (5.51e-2) + 8.7934e-1 (6.44e-2)	2.5422e+0 (2.70e-1) – 2.4281e+0 (2.25e-1) – 3.8377e+0 (3.08e-1) – 3.8091e+0 (3.13e-1) – 3.3370e+0 (2.82e-1) – 1.0920e+0 (9.74e-2) – 9.2594e+0 (4.97e-1) – 9.4297e+0 (5.10e-1) – 6.5639e-1 (6.13e-2) + 6.6674e-1 (5.58e-2) + 8.4985e-1 (7.88e-2)	2.5930e+0 (2.46e-1) – 2.5832e+0 (2.26e-1) – 4.0430e+0 (3.08e-1) – 4.0259e+0 (3.28e-1) – 3.6295e+0 (3.59e-1) – 1.2019e+0 (9.44e-2) – 9.2669e+0 (4.59e-1) – 9.5721e+0 (4.90e-1) – 5.9495e-1 (6.17e-2) + 6.9526e-1 (7.56e-2) + 8.0744e-1 (6.29e-2)	2.2148e+0 (2.15e-1) – 2.1853e+0 (1.90e-1) – 3.9236e+0 (2.89e-1) – 3.8408e+0 (2.71e-1) – 3.1450e+0 (3.31e-1) – 1.2383e+0 (1.36e-1) – 9.2441e+0 (4.59e-1) – 9.9368e+0 (5.28e-1) – 6.7808e-1 (6.02e-2) + 7.4267e-1 (1.52e-1) + 8.7429e-1 (1.44e-1)	2.6713e+0 (2.31e-1) – 2.6969e+0 (2.71e-1) – 4.0699e+0 (3.23e-1) – 4.0888e+0 (3.28e-1) – 3.6081e+0 (3.28e-1) – 1.4119e+0 (1.00e-1) – 9.1183e+0 (4.55e-1) – 9.4840e+0 (4.99e-1) – 5.5949e-1 (5.94e-2) + 9.2514e-1 (7.67e-2) + 1.0567e+0 (8.35e-2)	2.7729e+0 (2.79e-1) – 2.5358e+0 (2.40e-1) – 4.1235e+0 (2.96e-1) – 4.0888e+0 (2.93e-1) – 3.4434e+0 (3.02e-1) – 1.1681e+0 (8.26e-2) – 9.1516e+0 (4.70e-1) – 9.6579e+0 (4.90e-1) – 5.9889e-1 (5.22e-2) + 6.8306e-1 (5.81e-2) + 9.0688e-1 (1.08e-1)	2.2467e+0 (1.88e-1) – 2.0709e+0 (1.84e-1) – 3.5823e+0 (2.37e-1) – 3.5108e+0 (2.62e-1) – 3.0107e+0 (2.60e-1) – 1.1322e+0 (8.49e-2) – 9.0896e+0 (4.75e-1) – 9.3947e+0 (5.05e-1) – 6.7729e-1 (5.97e-2) + 6.4498e-1 (5.94e-2) + 7.7211e-1 (6.94e-2)	1.7048e+0 (1.19e-1) – 1.7064e+0 (1.29e-1) – 3.5949e+0 (2.48e-1) – 3.5761e+0 (2.46e-1) – 2.6568e+0 (2.26e-1) – 9.9332e-1 (7.30e-2) – 8.9618e+0 (4.33e-1) – 9.6336e+0 (5.07e-1) – 6.6628e-1 (6.26e-2) + 6.4229e-1 (5.78e-2) + 7.7683e-1 (6.22e-2)	2.1404e+0 (1.59e-1) – 2.1457e+0 (1.70e-1) – 3.6429e+0 (2.58e-1) – 3.5548e+0 (2.70e-1) – 3.1004e+0 (2.44e-1) – 1.0825e+0 (7.52e-2) – 9.1615e+0 (4.69e-1) – 9.3787e+0 (5.05e-1) – 6.7518e-1 (6.45e-2) + 6.6373e-1 (5.95e-2) + 7.7582e-1 (7.25e-2)	2.1690e+0 (1.99e-1) – 2.0885e+0 (1.72e-1) – 3.8466e+0 (2.68e-1) – 3.8066e+0 (2.79e-1) – 2.9220e+0 (2.66e-1) – 1.1039e+0 (2.21e-1) – 9.0982e+0 (4.86e-1) – 9.8398e+0 (4.89e-1) – 6.7274e-1 (6.03e-2) + 7.5617e-1 (1.61e-1) + 9.1059e-1 (1.54e-1)	2.9575e+0 (2.93e-1) – 2.8955e+0 (2.58e-1) – 4.4097e+0 (3.62e-1) – 4.3395e+0 (3.54e-1) – 3.8155e+0 (3.60e-1) – 1.3817e+0 (9.65e-2) – 9.0693e+0 (4.41e-1) – 9.6289e+0 (5.06e-1) – 5.7687e-1 (5.80e-2) + 7.7928e-1 (6.38e-2) + 1.0098e+0 (8.29e-2)	2.9491e+0 (2.79e-1) – 2.8547e+0 (2.50e-1) – 4.1626e+0 (3.09e-1) – 4.1072e+0 (3.07e-1) – 3.7502e+0 (3.22e-1) – 1.4115e+0 (9.31e-2) – 9.1680e+0 (4.43e-1) – 9.9116e+0 (4.92e-1) – 6.5031e-1 (6.23e-2) + 8.8569e-1 (7.93e-2) + 1.0440e+0 (7.76e-2)	2.4963e+0 (2.07e-1) – 2.4648e+0 (2.33e-1) – 4.1682e+0 (3.01e-1) – 4.1829e+0 (3.17e-1) – 3.5050e+0 (3.25e-1) – 1.1469e+0 (7.80e-2) – 9.2192e+0 (4.79e-1) – 9.7550e+0 (5.08e-1) – 5.9669e-1 (5.65e-2) + 6.7174e-1 (6.19e-2) + 8.5244e-1 (6.61e-2)	2.5163e+0 (2.20e-1) – 2.4650e+0 (1.97e-1) – 4.0879e+0 (2.91e-1) – 4.0378e+0 (2.91e-1) – 3.4447e+0 (2.98e-1) – 1.2869e+0 (9.67e-2) – 9.6860e+0 (4.87e-1) – 1.0042e+1 (5.01e-1) – 6.6344e-1 (6.08e-2) + 7.0756e-1 (7.43e-2) + 8.6693e-1 (7.28e-2)	2.1854e+0 (1.70e-1) – 2.1224e+0 (1.61e-1) – 3.8402e+0 (2.62e-1) – 3.7795e+0 (2.63e-1) – 3.1815e+0 (2.87e-1) – 1.1887e+0 (8.99e-2) – 9.5224e+0 (4.52e-1) – 1.0040e+1 (5.34e-1) – 7.0334e-1 (6.37e-2) + 6.8127e-1 (5.96e-2) + 8.0654e-1 (6.81e-2)	2.0883e+0 (1.84e-1) – 2.0577e+0 (1.49e-1) – 3.9500e+0 (2.62e-1) – 3.8878e+0 (2.64e-1) – 3.1404e+0 (2.73e-1) – 1.3563e+0 (1.06e-1) – 9.5511e+0 (5.31e-1) – 1.0005e+1 (4.90e-1) – 5.8382e-1 (6.14e-2) + 7.1076e-1 (6.15e-2) + 8.8341e-1 (7.82e-2)	2.2868e+0 (1.63e-1) – 2.2404e+0 (1.58e-1) – 3.7624e+0 (2.42e-1) – 3.7301e+0 (2.61e-1) – 3.2494e+0 (2.51e-1) – 1.2030e+0 (8.75e-2) – 9.2586e+0 (4.61e-1) – 9.9426e+0 (4.96e-1) – 6.8913e-1 (6.73e-2) + 6.6777e-1 (6.56e-2) + 8.3262e-1 (7.31e-2)	2.2814e+0 (1.66e-1) – 2.1874e+0 (1.50e-1) – 3.7646e+0 (2.51e-1) – 3.7007e+0 (2.48e-1) – 3.2583e+0 (2.83e-1) – 1.2105e+0 (9.26e-2) – 9.2389e+0 (4.76e-1) – 9.9567e+0 (5.10e-1) – 6.6817e-1 (6.35e-2) + 6.6527e-1 (5.97e-2) + 8.3187e-1 (8.17e-2)	1.9559e+0 (1.66e-1) – 1.8830e+0 (1.43e-1) – 3.7455e+0 (2.53e-1) – 3.7188e+0 (2.50e-1) – 2.9170e+0 (2.65e-1) – 1.2003e+0 (8.69e-2) – 9.1994e+0 (4.50e-1) – 9.6505e+0 (4.84e-1) – 6.7735e-1 (7.31e-2) + 6.4713e-1 (6.61e-2) + 8.1005e-1 (7.00e-2)	1.8323e+0 (1.60e-1) – 1.8313e+0 (1.37e-1) – 3.8577e+0 (2.60e-1) – 3.7661e+0 (2.69e-1) – 2.7479e+0 (2.46e-1) – 1.2262e+0 (9.36e-2) – 9.6012e+0 (4.59e-1) – 1.0296e+1 (4.75e-1) – 6.7923e-1 (6.41e-2) + 6.8203e-1 (6.16e-2) + 8.4320e-1 (7.88e-2)	1.9036e+0 (1.64e-1) – 1.8695e+0 (1.31e-1) – 3.9395e+0 (2.65e-1) – 3.8715e+0 (2.55e-1) – 2.8527e+0 (2.35e-1) – 1.2519e+0 (8.31e-2) – 9.7097e+0 (5.28e-1) – 1.0078e+1 (4.87e-1) – 7.0336e-1 (6.53e-2) + 6.8655e-1 (6.19e-2) + 8.5731e-1 (6.91e-2)	2.2824e+0 (1.58e-1) – 2.2404e+0 (1.52e-1) – 3.9464e+0 (2.44e-1) – 3.9147e+0 (2.73e-1) – 3.2337e+0 (2.68e-1) – 1.2798e+0 (8.72e-2) – 9.6483e+0 (4.82e-1) – 1.0269e+1 (5.01e-1) – 7.2039e-1 (5.84e-2) + 7.1854e-1 (5.70e-2) + 8.8637e-1 (8.09e-2)
+/-/≈			0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	0/23/0	23/0/0	23/0/0													

### **Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 3 objetivos**

Neste experimento, o desempenho comparativo do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III, juntamente com suas variantes, é investigado em relação a outros algoritmos evolutivos *many-objective* estabelecidos. Os problemas de benchmark selecionados para esta análise incluem as séries DTLZ, MaF e WFG, configurados com três objetivos. Este número de objetivos proporciona uma complexidade moderada, permitindo uma análise da eficácia de cada algoritmo em um número reduzido de avaliações (25000).

Os resultados são detalhados nas Tabelas 4.61 e 4.62, onde se comparam métricas como IGD e Runtime para cada algoritmo. Observa-se que o IVF/NSGA-III configurado sem Steady State e sem ruído adaptativo exibiu um desempenho superior em termos de distância generacional invertida, superando o NSGA-III em 5 problemas, e sendo superado em apenas 1 dos problemas avaliados (WFG-4, côncavo e multimodal).

O desempenho do IVF/NSGA-III sem steady state pode ser atribuído à sua habilidade de sustentar uma população estável que favorece a exploração simultânea de regiões promissoras do espaço de busca, ao mesmo tempo que evita a convergência prematura.

Embora os resultados sejam promissores, a complexidade computacional do IVF/NSGA-III pode limitar sua aplicabilidade em situações em que o tempo é um fator limitador. Pesquisas futuras poderiam explorar a otimização do cálculo das distâncias para os nichos ou a implementação de técnicas de paralelização para mitigar o tempo de execução.

Este experimento demonstrou a robustez do IVF/NSGA-III e suas variantes sem Steady State em uma configuração de três objetivos e em um número reduzido de avaliações, destacando o potencial das abordagens híbridas na otimização *many-objective*. Recomenda-se a continuação da pesquisa para aprimorar essas técnicas e explorar sua aplicabilidade em um espectro mais amplo de cenários de otimização, e com um número maior de avaliações que possibilite a análise do desempenho dessa proposta na intensificação dos resultados.

#### **4.7.3 Resultados em problemas com 7 objetivos**

As Tabelas 4.65 e 4.66 exibem, respectivamente, os desempenhos das métricas IGD e *runtime* para problemas com 7 objetivos e 16 variáveis, usando os resultados do NSGA-III como referência. O melhor resultado para cada problema é realçado em cinza. Uma análise estatística utilizando o teste Wilcoxon Rank Sum Test compara o desempenho dos algoritmos com o resultado do NSGA-III, marcando com + os resultados superiores, com – os inferiores, ambos com  $p\text{-value} < 0.05$ , e  $\approx$  para resultados sem diferença estatística significativa. A Tabela 4.63 resume as vezes que cada algoritmo

alcança os melhores resultados por problema. E a Tabela 4.64 organiza os algoritmos pelo seu desempenho relativo ao NSGA-III, evidenciando vitórias, empates e derrotas com significância estatística.

A Tabela 4.66 indica que o RVEA supera todos os outros algoritmos em tempo de execução. O NSGA-III dura em torno de 1,2 a 2 vezes o tempo do RVEA. As variantes do IVF/NSGA-III sem *Steady State* executam em cerca de 2,5 vezes o tempo que o NSGA-III, enquanto as versões com *Steady State* executam em torno de pouco menos que o dobro do tempo daquelas sem *Steady State*. Já o MOEA/D e o MOEA/D-AWA duram em torno de 9 a 10 vezes o tempo do NSGA-III.

Em relação à métrica IGD, a análise da Tabela 4.63 revela que o MOEA/D lidera com 5 melhores IGDs entre os 23 problemas testados, seguido pelo IVF/NSGA-III-N, com 4 dos melhores IGDs dos 23 problemas. Já na comparação da Tabela 4.64, o tDEA e o RVEA lideram os resultados, e as variantes IVF/NSGA-III superam os algoritmos MOEA/D, MOEA/D-AWA e A-NSGA-III, com um maior número de vitórias em relação ao NSGA-III. Apesar de não obter nenhum melhor resultado de IGD, o IVF/NSGA-III-X fica na quarta posição, com 9 vitórias, 9 empates e 5 derrotas, em relação ao NSGA-III.

**Tabela 4.63:** Problemas com 7 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD

Melhores Resultados	Algoritmos
5	MOEA/D
4	IVF/NSGA-III-N
3	IVF/NSGA-III-SS, t-DEA
2	IVF/NSGA-III, RVEA
1	IVF/NSGA-III-SS-N, A-NSGA-III, MOEA/D-AWA, NSGA-III
0	IVF/NSGA-III-X

**Tabela 4.64:** Problemas com 7 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III

Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos	Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos
12	10	1	tDEA	7	10	6	IVF/NSGA-III-SS-N
11	4	8	RVEA	7	8	8	IVF/NSGA-III
10	8	5	IVF/NSGA-III-N	6	15	2	MOEA/D
9	9	5	IVF/NSGA-III-X	5	2	16	MOEADAWA
9	8	6	IVF/NSGA-III-SS	2	13	8	A-NSGA-III

**Tabela 4.65:** Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 7 objetivos e 16 variáveis, com 31 execuções e 25.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAI	IVFNSGAIH	IVFNSGAISS	IVFNSGAISSN	IVFNSGAIHX	ANSGAI	MOEAD	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAI	
MaF1	7	16	2.3869e-1 (6.07e-3) +	2.3912e-1 (4.93e-3) +	2.6798e-1 (4.57e-2) -	2.6691e-1 (3.39e-2) -	2.7071e-1 (4.50e-2) -	2.4152e-1 (5.78e-3) ≈	4.7822e-1 (4.26e-2) -	3.7767e-1 (3.88e-2) -	5.0270e-1 (7.54e-2) -	2.6843e-1 (7.64e-2) -	2.4351e-1 (6.31e-3)	
MaF2	7	16	2.5036e-1 (4.51e-2) -	2.4274e-1 (3.89e-2) -	2.0370e-1 (2.63e-2) ≈	2.0961e-1 (3.68e-2) ≈	2.0636e-1 (3.13e-2) ≈	2.3459e-1 (5.41e-2) ≈	2.0916e-1 (3.75e-3) ≈	2.2618e-1 (8.21e-3) -	4.4029e-1 (1.75e-1) -	2.0702e-1 (1.66e-2) ≈	2.1381e-1 (3.64e-2)	
MaF3	7	16	2.1621e+3 (8.02e+3) ≈	8.0290e+2 (1.73e+3) ≈	8.4368e+2 (1.05e+3) ≈	8.1471e+2 (7.82e+2) ≈	8.0668e+2 (1.23e+3) ≈	5.8431e+2 (6.20e+2) ≈	3.4181e-1 (3.60e-1) +	1.9734e+0 (2.86e+0) +	5.8732e+1 (4.50e+1) +	2.9049e+1 (2.70e+1) +	5.2410e+2 (6.37e+2)	
MaF4	7	16	3.9873e+1 (4.80e+1) +	3.0776e+1 (3.28e+1) +	1.6970e+3 (1.57e+3) -	1.0684e+3 (9.67e+2) -	6.6520e+2 (6.75e+2) -	8.7675e+1 (9.29e+1) ≈	7.1903e+1 (7.37e+0) ≈	6.7057e+1 (4.18e+1) ≈	7.2799e+1 (1.33e+2) ≈	4.4495e+1 (4.24e+1) +	7.4957e+1 (5.91e+1)	
MaF5	7	16	1.1954e+1 (2.60e-1) ≈	1.2036e+1 (2.77e-1) ≈	1.1971e+1 (2.82e-1) ≈	1.1967e+1 (3.39e-1) ≈	1.2078e+1 (3.59e-1) ≈	1.1573e+1 (3.90e-1) +	4.4156e+1 (2.68e+0) -	1.4671e+1 (3.51e+0) -	1.4165e+1 (2.50e+0) -	1.1982e+1 (5.33e-1) ≈	1.2266e+1 (1.83e+0)	
MaF6	7	16	6.0715e-2 (2.44e-2) ≈	5.1748e-2 (1.71e-2) +	6.6061e-2 (7.66e-2) +	7.9559e-2 (5.33e-2) ≈	5.9160e-2 (4.30e-2) +	1.3042e-1 (3.01e-1) ≈	4.8379e-1 (2.25e-1) -	8.7085e-2 (3.17e-2) +	1.4399e-1 (4.14e-2) +	1.4803e-1 (5.83e-2) +	3.0615e-1 (6.12e-1)	
MaF7	7	16	7.2720e-1 (3.94e-2) -	7.1385e-1 (2.90e-2) -	6.7329e-1 (2.49e-2) +	6.7660e-1 (2.70e-2) +	6.9512e-1 (3.11e-2) ≈	6.9737e-1 (3.41e-2) ≈	1.3533e+0 (2.12e-1) -	8.7113e-1 (3.86e-2) -	1.2816e+0 (2.46e-1) -	6.8939e-1 (5.85e-2) ≈	6.9445e-1 (2.45e-2)	
DTLZ1	7	16	2.1593e+0 (1.07e+0) ≈	2.1957e+0 (1.28e+0) ≈	1.9888e+1 (1.00e+1) -	1.9115e+1 (7.21e+0) -	1.2174e+1 (7.86e+0) -	3.0097e+0 (1.98e+0) ≈	9.0977e-1 (1.50e+0) +	9.2208e-1 (7.59e-1) +	1.2428e+0 (8.54e-1) +	1.2766e+0 (8.19e-1) +	2.7743e+0 (2.07e+0)	
DTLZ2	7	16	3.6967e-1 (5.56e-2) ≈	3.6121e-1 (4.81e-2) ≈	3.4366e-1 (2.87e-4) ≈	3.4364e-1 (3.88e-4) ≈	3.4712e-1 (1.96e-2) +	3.6343e-1 (4.56e-2) -	3.4213e-1 (4.12e-4) +	3.7296e-1 (7.73e-3) -	3.4280e-1 (2.49e-4) +	3.4310e-1 (3.65e-4) +	3.6025e-1 (5.23e-2)	
DTLZ3	7	16	9.4499e+0 (6.22e+0) ≈	8.2777e+0 (4.24e+0) +	6.5560e+1 (2.87e+1) -	7.1658e+1 (2.73e+1) -	5.4760e+1 (2.79e+1) -	9.6073e+0 (4.27e+0) ≈	3.3566e+0 (3.46e+0) +	2.8906e+0 (2.08e+0) +	4.4156e+0 (3.38e+0) +	5.3474e+0 (4.10e+0) +	1.0337e+1 (4.60e+0)	
DTLZ4	7	16	3.4403e-1 (5.07e-4) +	3.4401e-1 (5.06e-4) +	3.4411e-1 (4.91e-4) +	3.4412e-1 (4.98e-4) +	3.4408e-1 (4.21e-4) +	4.1160e-1 (8.89e-2) ≈	6.7809e-1 (1.27e-1) -	4.5610e-1 (1.15e-1) -	3.7428e-1 (6.55e-2) +	3.4364e-1 (8.04e-4) +	4.0408e-1 (7.86e-2)	
DTLZ5	7	16	1.3092e-1 (3.10e-2) +	1.2574e-1 (2.29e-2) +	1.8276e-1 (6.05e-2) ≈	1.6770e-1 (6.11e-2) ≈	1.5951e-1 (5.21e-2) +	1.9227e-1 (4.37e-2) ≈	2.9838e-2 (1.01e-3) +	1.8177e-1 (4.11e-2) ≈	2.6804e-1 (1.27e-1) -	1.6095e-1 (4.95e-2) -	1.9233e-1 (4.53e-2)	
DTLZ6	7	16	2.3343e+0 (8.12e-1) -	2.5899e+0 (9.66e-1) -	1.7290e-1 (5.82e-2) +	1.8079e-1 (8.12e-2) +	1.7481e-1 (6.38e-2) +	1.6733e+0 (1.03e+0) ≈	3.0776e-2 (1.95e-3) +	1.7785e-1 (4.07e-2) +	2.2830e-1 (6.35e-2) +	2.7923e-1 (1.06e-1) +	1.5874e+0 (5.96e-1)	
DTLZ7	7	16	7.2142e-1 (2.53e-2) -	7.2737e-1 (3.35e-2) -	6.8444e-1 (3.53e-2) ≈	6.7589e-1 (3.01e-2) ≈	6.9272e-1 (3.17e-2) ≈	6.9680e-1 (2.53e-2) ≈	1.3672e+0 (1.96e-1) -	8.8759e-1 (5.02e-2) -	1.2454e+0 (2.50e-1) -	7.2145e-1 (1.98e-1) ≈	6.9093e-1 (2.50e-2)	
WFG1	7	16	1.1737e+0 (8.68e-2) -	1.1731e+0 (9.27e-2) -	1.2072e+0 (1.05e-1) -	1.1983e+0 (8.91e-2) -	1.2071e+0 (9.17e-2) -	1.1184e+0 (8.82e-2) ≈	1.4314e+0 (1.46e-1) -	1.4114e+0 (1.04e-1) -	9.4952e-1 (7.13e-2) +	8.6098e-1 (8.24e-2) +	1.0919e+0 (7.52e-2)	
WFG2	7	16	8.8910e-1 (6.83e-2) +	8.6632e-1 (5.59e-2) +	8.6764e-1 (1.79e-2) +	8.7245e-1 (2.16e-2) +	8.8501e-1 (8.44e-2) +	1.0396e+0 (1.79e-1) -	1.4573e+0 (5.45e-2) -	1.3991e+0 (1.12e-1) -	8.8372e-1 (3.53e-2) ≈	9.3720e-1 (1.19e-1) ≈	9.3058e-1 (1.37e-1)	
WFG3	7	16	9.2145e-1 (4.04e-1) +	9.9171e-1 (4.68e-1) +	1.6847e+0 (2.52e-1) -	1.7193e+0 (2.35e-1) -	1.6017e+0 (2.53e-1) ≈	1.0191e+0 (4.23e-1) +	2.9916e+0 (2.95e-1) -	2.0094e+0 (2.57e-1) -	1.9581e+0 (5.33e-1) -	1.3560e+0 (2.36e-1) ≈	1.4295e+0 (4.08e-1)	
WFG4	7	16	2.6662e+0 (4.23e-2) ≈	2.6985e+0 (9.34e-2) ≈	2.6521e+0 (1.13e-2) ≈	2.6548e+0 (1.05e-2) ≈	2.6530e+0 (7.71e-3) ≈	2.7824e+0 (1.31e-1) -	6.0297e+0 (1.40e-1) -	3.7658e+0 (1.15e-1) -	2.6377e+0 (1.27e-2) +	2.6523e+0 (7.97e-3) +	2.6555e+0 (6.41e-3)	
WFG5	7	16	2.6087e+0 (1.00e-2) +	2.6053e+0 (9.01e-3) +	2.6082e+0 (8.10e-3) +	2.6096e+0 (7.97e-3) +	2.6070e+0 (1.09e-2) +	2.6683e+0 (3.87e-2) -	5.7545e+0 (1.32e-1) -	3.5789e+0 (7.44e-2) -	2.6164e+0 (1.07e-2) ≈	2.6159e+0 (8.16e-3) ≈	2.6129e+0 (7.11e-3)	
WFG6	7	16	2.7045e+0 (1.67e-1) -	2.6456e+0 (1.17e-2) ≈	2.6347e+0 (1.52e-2) +	2.6378e+0 (1.83e-2) +	2.6454e+0 (1.84e-2) ≈	2.8760e+0 (3.67e-1) -	6.1496e+0 (1.92e-1) -	3.9384e+0 (1.44e-1) -	2.6741e+0 (8.74e-2) ≈	2.6489e+0 (1.31e-2) ≈	2.6491e+0 (1.68e-2)	
WFG7	7	16	2.6786e+0 (1.34e-1) -	2.6521e+0 (5.47e-3) +	2.6488e+0 (6.08e-3) +	2.6509e+0 (7.05e-3) +	2.6519e+0 (9.02e-3) +	2.7243e+0 (2.72e-2) -	6.1075e+0 (1.32e-1) -	3.8992e+0 (1.70e-1) -	2.6409e+0 (2.37e-2) +	2.6647e+0 (7.98e-3) ≈	2.6612e+0 (1.13e-2)	
WFG8	7	16	2.7221e+0 (2.50e-1) ≈	2.7097e+0 (2.10e-1) ≈	2.6341e+0 (1.07e-1) +	2.6028e+0 (1.33e-2) +	2.6158e+0 (6.70e-2) +	2.8738e+0 (1.92e-1) -	5.2575e+0 (3.86e-1) -	4.2501e+0 (1.53e-1) -	2.6641e+0 (4.29e-2) +	2.6014e+0 (8.36e-3) +	2.6717e+0 (1.48e-1)	
WFG9	7	16	2.5466e+0 (1.22e-2) -	2.5402e+0 (9.58e-3) ≈	2.5424e+0 (9.67e-3) ≈	2.5544e+0 (5.03e-2) ≈	2.5400e+0 (1.10e-2) ≈	2.6193e+0 (7.69e-2) -	5.7258e+0 (1.40e-1) -	3.5954e+0 (7.66e-2) -	2.5722e+0 (2.78e-2) -	2.5393e+0 (1.31e-2) ≈	2.5391e+0 (1.19e-2)	
			+/- / ≈	7/8/8	10/5/8	9/6/8	7/6/10	9/5/9	2/8/13	6/15/2	5/16/2	11/8/4	12/1/10	



## **Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 7 objetivos**

Este experimento examina a performance do algoritmo IVF/NSGA-III e suas variantes em comparação com algoritmos evolutivos *many-objective* tradicionais, usando problemas de benchmark configurados para sete objetivos. Os benchmarks selecionados das séries DTLZ, MaF, e WFG, apresentam um desafio maior devido à complexidade aumentada que acompanha o maior número de objetivos. Esta configuração testa a capacidade dos algoritmos de manter uma boa convergência e diversidade em um ambiente de alta dimensionalidade, porém com um número máximo de avaliações reduzido (25000).

Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.65 e 4.66, onde métricas de IGD e Runtime são comparadas. As configurações de steady state e de ruído adaptativo do IVF/NSGA-III mostraram uma melhoria nos resultados em comparação com a versão sem esses recursos, em relação ao NSGA-III.

A complexidade de gerenciar sete objetivos simultaneamente exige uma abordagem que equilibre estrategicamente a exploração e a intensificação. O IVF/NSGA-III sem ruído adaptativo e sem steady state provou ser eficaz em sustentar uma convergência estável, superando o NSGA-III em 10 dos 23 problemas avaliados, e sendo superado pelo NSGA-III em apenas 5 destes 23 problemas.

A performance destacada do IVF/NSGA-III com ruído adaptativo e sem steady state, em cenários de alta dimensionalidade e com número reduzido de avaliações ilustra sua adaptabilidade e robustez, tornando-o adequado para aplicações práticas que envolvem múltiplos objetivos conflitantes. A eficácia das configurações híbridas sugere que a adaptação e integração de técnicas evolutivas avançadas podem ser essenciais para o sucesso em ambientes *many-objective* complexos.

Os desafios associados à alta dimensionalidade, como o aumento da complexidade computacional e a necessidade de uma avaliação precisa de múltiplos critérios, ainda são barreiras significativas. Apesar disso, o tempo de execução do algoritmo híbrido IVF/NSGA-III permanece equivalente a 2 a 3 vezes o tempo de execução do NSGA-III, sendo que as variantes com Steady State ficam em torno de 4 a 5 vezes o tempo de execução do NSGA-III. Recomenda-se investigar abordagens que possam reduzir a carga computacional sem comprometer a qualidade das soluções, talvez através da simplificação das funções de avaliação da distância perpendicular das soluções para o nicho alvo desse método auxiliar na otimização *many-objective*.

Os resultados do experimento com sete objetivos confirmam a eficiência do IVF/NSGA-III, especialmente quando equipado com técnicas híbridas para manejar as complexidades associadas a muitos objetivos. Estudos futuros poderiam continuar a explorar e expandir o uso de configurações híbridas, visando otimizar ainda mais a performance em diversos cenários aplicados e teóricos, além de avaliar essa hibridização em problemas complexos e com um número maior de avaliações.

#### 4.7.4 Resultados em problemas com 10 objetivos

Nesse experimento com os problemas configurados com 10 objetivos ( $M = 10$ ), o tamanho da população foi definido como 250 indivíduos ( $N = 250$ ), foi utilizado como critério de parada o limite máximo de 250.000 avaliações (maxFE), e cada algoritmo foi executado 31 vezes, para comparação estatística dos resultados. A Tabela 4.67 apresenta as quantidades de variáveis utilizadas em cada problema configurado com 10 objetivos.

**Tabela 4.67:** Experimento com 10 objetivos: número de variáveis

	MaF1-6	MaF7	DTLZ1	DTLZ2-6	DTLZ7	WFG1-9
D (dec)	19	29	14	19	29	19

As Tabelas 4.72 e 4.73 apresentam, respectivamente, os resultados das métricas IGD e *runtime* para os problemas com 10 objetivos, descritos acima. Os resultados do algoritmo NSGA-III, posicionados à direita da tabela, são utilizados como referência para a comparação dos demais algoritmos utilizados. O melhor resultado encontrado para cada problema é destacado com a cor cinza.

A partir da comparação dos resultados das 31 execuções de cada algoritmo com os resultados das 31 execuções do NSGA-III, foi realizada uma comparação estatística com o método Wilcoxon Rank Sum Test. Os resultados dessa comparação são indicados ao lado direito do valor de IGD, com o símbolo + para indicar que o resultado é melhor do que o do NSGA-III, e com  $p$ -value  $< 0.05$ , o símbolo – para indicar que o resultado é pior do que o do NSGA-III, e com  $p$ -value  $< 0.05$ , e, por fim, com o símbolo  $\approx$  para indicar que o resultado não apresenta diferença estatística em comparação com o NSGA-III.

Os resultados da Tabela 4.72 podem ser analisados de modo a indicar quantas vezes cada algoritmo obtém os melhores resultados nos diferentes problemas (Tabela 4.68), bem como para ordenar os algoritmos com base na quantidade de vezes que superam, empatam ou pioram os resultados do NSGA-III, com diferença estatística (Tabela 4.69).

A Figura 4.104 apresenta exemplos das populações finais dos algoritmos comparados, no problema MaF1.

**Tabela 4.68:** Problemas com 10 objetivos: Ordenação por quantidade de melhores resultados da média do IGD

Melhores Resultados	Algoritmos
6	MOEA/D-AWA
3	IVF/NSGA-III-SS, IVF/NSGA-III-X, MOEA/D
2	IVF/NSGA-III-N, A-NSGA-III, RVEA
1	IVF/NSGA-III, t-DEA
0	IVF/NSGA-III-SS-N, NSGA-III

Apesar da variante IVF/NSGA-III-SS-N não ter obtido nenhum resultado com a melhor média do IGD, entre os algoritmos comparados, esta versão obteve o maior saldo positivo entre a quantidade de problemas em que supera o NSGA-III com diferença estatística e a quantidade de problemas em que piora o resultado do IGD, também em comparação com o NSGA-III. Isso fica mais evidenciado no resultado da Tabela 4.69.

**Tabela 4.69:** Problemas com 10 objetivos: Ordenação por comparação com NSGA-III

Melhor	Aprox.	Pior	Algoritmos	Saldo de vitórias
14	7	2	IVF/NSGA-III-SS-N	12
14	1	8	RVEA	6
12	7	4	IVF/NSGA-III-SS	8
11	10	2	IVF/NSGA-III-X	9
10	3	10	MOEA/D-AWA	0
9	13	1	IVF/NSGA-III-N	8
8	13	2	IVF/NSGA-III	6
8	9	6	t-DEA	2
5	2	16	MOEA/D	-11
4	15	4	A-NSGA-III	0

Esse resultado da contribuição do método In Vitro Fertilization, com Busca Guiada por Balizas, com Steady State e Ruído adaptativo, como algoritmo auxiliar acoplado ao NSGA-III, fica ainda mais visível ao compararmos os algoritmos utilizados nesse experimento, usando o próprio IVF/NSGA-III-SS-N como algoritmo de referência para a comparação. A Tabela 4.71 apresenta o resultado desse comparativo.

Nesse experimento foram utilizados 23 problemas com 10 objetivos. O algoritmo IVF/NSGA-III-SS-N (com Steady State e ruído adaptativo) supera o algoritmo A-NSGA-III em 14 problemas, e é superado em 6, dos 23 problemas. Com relação ao algoritmo MOEA/D, o IVF/NSGA-III-SS-N obtém melhores resultados em 18 dos 23 problemas, e é superado em 5 problemas. Na comparação com o algoritmo MOEA/D-AWA, o IVF/NSGA-III-SS-N supera este algoritmo em 11 dos 23 problemas, e é superado pelo algoritmo MOEA/D-AWA em 8 destes problemas. Já o REVA, obtém um mesmo número de vitórias e derrotas (10 de 23), e 3 empates, na comparação com o IVF/NSGA-III-SS-N. Por fim, na comparação entre o NSGA-III e a versão híbrida IVF/NSGA-III-SS-N, este algoritmo auxiliar supera o NSGA-III em 14 dos 23 problemas com 10 objetivos, aproxima o resultado, sem diferença estatística, em 7 dos 23 problemas, e piora o resultado do algoritmo anfitrião em apenas 2 dos 23 problemas *Many-Objective* experimentados nesse comparativo. A Tabela 4.70 apresenta um resumo desse comparativo.

**Tabela 4.70:** Comparação com IVF/NSGA-III-SS-N (\*)

Métrica	A-NSGA-III	MOEA/D	MOEA/D-AWA	NSGA-III	RVEA	t-DEA
+ (supera *)	6	5	8	2	10	6
≈ (aproxima *)	3	0	4	7	3	7
- (é superado por *)	14	18	11	14	10	10

**Tabela 4.71:** *IVF/NSGA-III-SS-N usado como referência para a comparação estatística: destaque para as quantidades de problemas em que cada algoritmo supera, piora ou empata com a referência*

Problem	ANSGAIII	MOEAD	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAIII	IVFNSGAIIISSN
MaF1	2.9332e-1 (5.09e-3) ≈	4.8858e-1 (2.86e-2) –	3.9694e-1 (4.91e-2) –	6.5752e-1 (8.20e-2) –	3.0069e-1 (9.31e-3) ≈	2.9315e-1 (5.16e-3) ≈	3.0234e-1 (4.93e-2)
MaF2	2.2103e-1 (3.07e-2) –	3.2465e-1 (1.69e-3) –	1.9322e-1 (5.73e-3) ≈	3.0937e-1 (1.58e-1) –	2.1645e-1 (1.40e-2) –	2.1457e-1 (2.96e-2) –	2.0042e-1 (2.09e-2)
MaF3	2.5475e+2 (4.32e+2) ≈	1.4575e-1 (1.19e-3) +	1.1349e-1 (1.02e-2) +	1.2732e-1 (5.27e-2) +	3.8223e-1 (1.87e-1) +	2.3461e+2 (5.92e+2) ≈	1.9589e+2 (4.66e+2)
MaF4	1.0274e+2 (6.58e+0) –	4.8374e+2 (3.26e+1) –	1.0031e+2 (9.00e+0) ≈	1.9525e+2 (6.48e+1) –	1.1371e+2 (9.34e+0) –	1.0180e+2 (5.54e+0) –	1.0008e+2 (3.95e+1)
MaF5	8.1848e+1 (3.80e+0) +	3.0207e+2 (1.32e+0) –	8.0976e+1 (2.66e+1) +	9.8704e+1 (6.38e+0) –	8.8323e+1 (1.02e+0) ≈	8.7636e+1 (1.02e+0) ≈	8.7848e+1 (1.12e+0)
MaF6	4.8474e-1 (1.73e-1) –	1.2923e-1 (2.14e-1) –	1.2964e-2 (8.04e-3) +	1.3396e-1 (2.94e-2) ≈	1.8317e-1 (1.37e-1) ≈	4.9371e-1 (1.71e-1) –	1.1640e-1 (5.56e-2)
MaF7	1.1094e+0 (8.99e-2) –	2.2262e+0 (4.15e-1) –	1.1955e+0 (3.27e-2) –	2.5052e+0 (4.90e-1) –	1.0744e+0 (1.07e-1) –	1.0960e+0 (1.04e-1) –	1.0274e+0 (6.90e-2)
DTLZ1	1.6489e-1 (4.70e-2) –	1.3187e-1 (9.37e-4) +	1.3853e-1 (7.65e-3) –	1.3388e-1 (1.21e-3) ≈	1.4145e-1 (4.16e-2) ≈	1.4143e-1 (1.60e-2) –	1.3285e-1 (3.00e-3)
DTLZ2	4.6971e-1 (2.89e-2) –	4.5490e-1 (5.93e-4) –	4.6132e-1 (2.70e-2) ≈	4.5283e-1 (2.91e-4) –	4.5328e-1 (3.94e-4) –	4.5579e-1 (1.12e-2) –	4.5250e-1 (1.29e-4)
DTLZ3	1.5748e+0 (2.20e+0) +	6.6468e-1 (2.97e-1) +	5.3010e-1 (5.64e-2) +	4.5564e-1 (1.48e-3) +	4.5380e-1 (8.00e-3) +	1.2783e+0 (1.62e+0) +	6.1095e+0 (5.23e+0)
DTLZ4	4.6737e-1 (3.25e-2) –	5.9687e-1 (7.27e-2) –	4.8386e-1 (4.35e-2) –	4.5538e-1 (6.30e-4) +	4.5590e-1 (3.69e-4) +	4.6506e-1 (2.77e-2) ≈	4.5625e-1 (5.63e-4)
DTLZ5	2.8391e-1 (6.05e-2) –	2.5342e-2 (6.81e-4) +	1.6653e-1 (3.02e-2) ≈	2.3256e-1 (2.25e-2) –	1.8470e-1 (3.65e-2) ≈	2.7281e-1 (4.43e-2) –	1.7837e-1 (5.16e-2)
DTLZ6	8.3981e-1 (3.93e-1) –	2.4780e-2 (4.04e-4) +	2.3031e-1 (2.24e-2) –	1.9475e-1 (5.07e-2) ≈	2.4824e-1 (5.49e-2) –	6.5748e-1 (3.88e-1) –	1.7751e-1 (5.25e-2)
DTLZ7	1.1077e+0 (8.95e-2) –	2.3218e+0 (4.10e-1) –	1.1844e+0 (3.27e-2) –	2.3782e+0 (4.86e-1) –	1.0504e+0 (8.68e-2) ≈	1.0894e+0 (7.40e-2) –	1.0454e+0 (8.59e-2)
WFG1	1.0371e+0 (5.91e-2) ≈	1.7902e+0 (7.32e-2) –	1.2664e+0 (3.50e-2) –	1.1697e+0 (3.10e-2) –	1.0868e+0 (3.00e-2) –	1.0355e+0 (4.97e-2) ≈	1.0249e+0 (4.39e-2)
WFG2	1.3022e+0 (8.85e-2) –	1.9351e+0 (2.88e-2) –	1.5067e+0 (1.19e-1) –	1.0964e+0 (3.35e-2) +	1.7446e+0 (2.70e-1) –	1.2734e+0 (8.59e-2) –	1.1221e+0 (4.04e-2)
WFG3	1.2359e+0 (5.68e-1) +	5.6331e+0 (3.99e-1) –	2.1008e+0 (3.35e-1) –	3.5585e+0 (6.54e-1) –	1.0886e+0 (2.18e-1) +	1.2721e+0 (5.57e-1) +	1.8938e+0 (1.88e-1)
WFG4	4.7860e+0 (3.59e-1) –	8.9806e+0 (2.72e-1) –	4.3772e+0 (1.18e-1) +	4.7131e+0 (3.35e-2) +	4.7793e+0 (8.20e-3) ≈	4.7749e+0 (1.07e-2) ≈	4.7812e+0 (9.84e-3)
WFG5	4.6042e+0 (5.75e-2) +	8.5577e+0 (3.70e-1) –	4.6147e+0 (9.97e-2) +	4.7387e+0 (3.39e-2) +	4.7442e+0 (6.90e-3) –	4.7455e+0 (6.48e-3) –	4.7397e+0 (6.21e-3)
WFG6	5.1612e+0 (5.41e-1) –	9.2249e+0 (1.39e-1) –	4.4436e+0 (2.44e-1) +	4.6238e+0 (8.81e-2) +	4.7695e+0 (1.06e-2) –	4.7726e+0 (8.06e-3) –	4.7572e+0 (8.64e-3)
WFG7	4.7060e+0 (1.20e-1) +	9.2542e+0 (1.38e-1) –	4.3338e+0 (1.93e-1) +	4.6756e+0 (3.28e-2) +	4.7867e+0 (5.60e-3) –	4.7876e+0 (4.28e-2) –	4.7726e+0 (5.16e-3)
WFG8	4.8773e+0 (2.72e-1) –	8.6444e+0 (3.80e-1) –	5.6972e+0 (1.58e-1) –	4.5220e+0 (8.34e-2) +	4.5655e+0 (1.04e-1) +	4.6917e+0 (1.86e-1) ≈	4.7402e+0 (1.02e-1)
WFG9	4.4115e+0 (9.57e-2) +	8.8021e+0 (8.73e-1) –	5.0023e+0 (6.65e-2) –	4.4834e+0 (5.36e-2) +	4.5522e+0 (3.91e-2) +	4.5801e+0 (3.10e-2) –	4.5733e+0 (2.16e-2)
+/-/≈	6/14/3	5/18/0	8/11/4	10/10/3	6/10/7	2/14/7	

Na análise apresentada na Tabela 4.71, o IVF/NSGA-III-SS-N, resultado desta pesquisa, demonstra um impacto significativo no cenário de otimização com 10 objetivos, alcançando as melhores médias de IGD em 5 dos 23 problemas, ficando atrás apenas do MOEA/D-AWA, que possui 7 melhores médias do IGD nos 23 problemas avaliados.

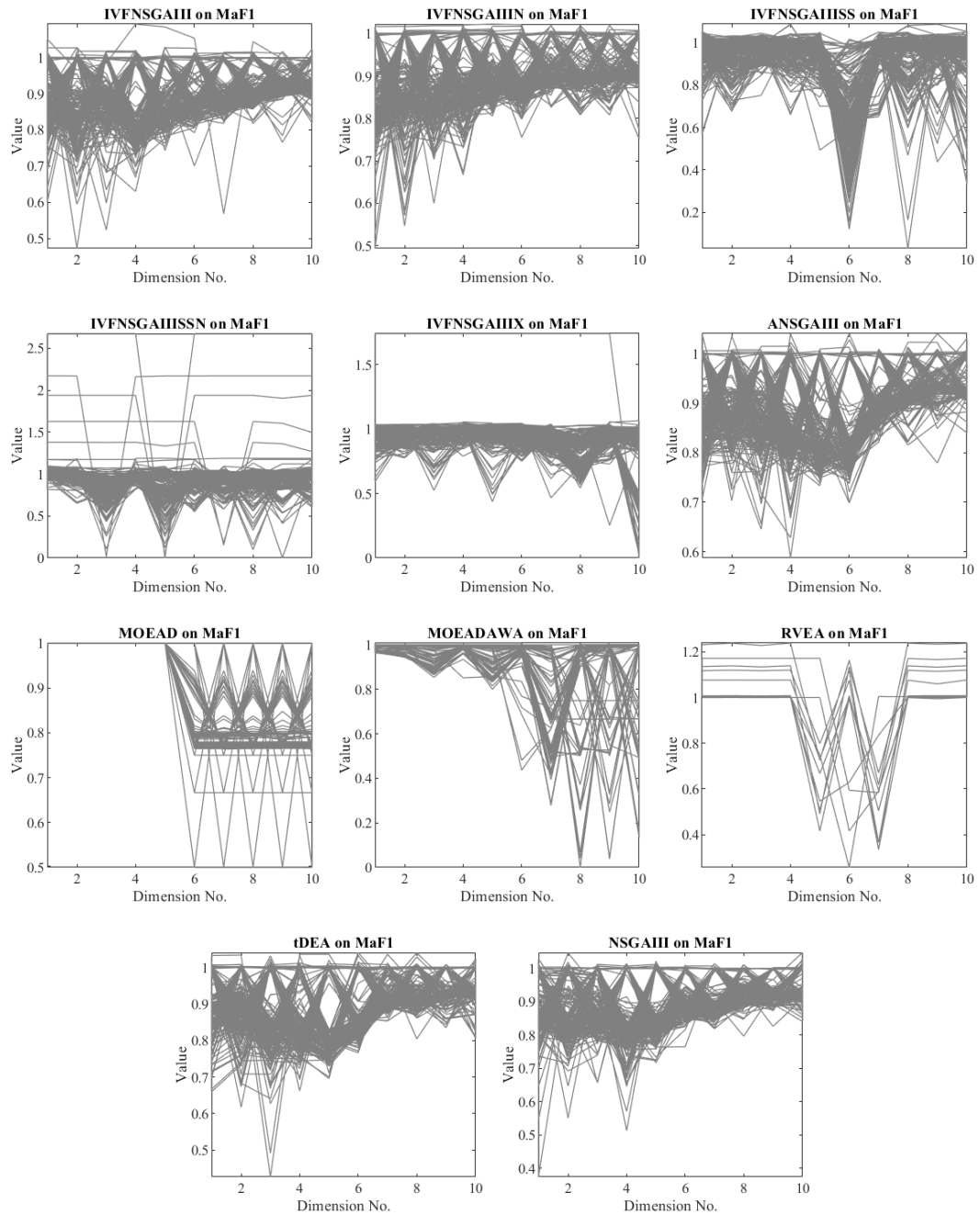
Conforme evidenciado pela Tabela 4.73, o RVEA destaca-se pela sua rapidez em todos os problemas testados. Em relação à métrica IGD, o RVEA apresenta um desempenho comparável ao IVF/NSGA-III-SS-N em termos de frequência com que superam o NSGA-III (14 vitórias).

Adicionalmente, os dados da Tabela 4.70, do comparativo dos algoritmos em relação ao IVF/NSGA-III-SS-N, revelam que o IVF/NSGA-III-SS-N excede o desempenho de todos os demais algoritmos avaliados, mantendo-se em paridade apenas com o RVEA, através de um registro de 10 vitórias, 3 empates e 10 derrotas, ao longo dos 23 problemas avaliados neste experimento.

Este resultado não apenas realça o desempenho do IVF/NSGA-III-SS-N diante de uma ampla gama de desafios *many-objective*, mas também demonstra sua capacidade de superar alguns algoritmos amplamente reconhecidos, ultrapassando o MOEA/D em 18 dos 23 problemas, o NSGA-III e o A-NSGA-III em 14 dos 23 problemas, e o MOEA/D-AWA em 11 dos 23 problemas. Esse feito é particularmente relevante ao se considerar que, no resultado da Tabela 4.71, o MOEA/D-AWA obteve melhores resultados em 7 problemas, mas apresentou desempenho inferior ao IVF/NSGA-III-SS-N em 11 dos 23 problemas avaliados.

Adicionalmente, em comparação com outros algoritmos de ponta, como o MOEA/D e o RVEA, que lideram em 3 problemas cada, além do A-NSGA-III e do t-DEA, que apresentam a liderança em 2 problemas respectivamente, o IVF/NSGA-III-SS-N demonstra sua robustez e adaptabilidade em uma ampla gama de cenários de teste.

Por fim, o NSGA-III, que serve de base para a versão híbrida proposta neste trabalho, se sobressai na média do IGD somente no problema MaF1 deste experimento, o que sublinha a importância e o progresso alcançado pelo IVF/NSGA-III-SS-N ao introduzir aprimoramentos significativos no desempenho do algoritmo original.



**Figura 4.104:** Exemplos de populações finais, no problema MaF1, com 10 objetivos e 19 variáveis

**Tabela 4.72:** Comparação com NSGA-III: métrica IGD dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 10 objetivos, com 31 execuções e 250.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAIH	IVFNSGAIHn	IVFNSGAIHSS	IVFNSGAIHSSn	IVFNSGAIHIX	ANSGAIH	MOEA/D	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAIH
MaF1	10	19	2.8662e-1 (6.58e-3) +	2.8491e-1 (7.69e-3) +	2.9646e-1 (4.16e-2) ≈	3.0234e-1 (4.93e-2) ≈	3.0570e-1 (4.75e-2) ≈	2.9332e-1 (5.09e-3) ≈	4.8858e-1 (2.86e-2) -	3.9694e-1 (4.91e-2) -	6.5752e-1 (8.20e-2) -	3.0069e-1 (9.31e-3) -	2.9315e-1 (5.16e-3)
MaF2	10	19	1.9843e-1 (2.04e-2) +	1.9537e-1 (1.88e-2) +	1.9721e-1 (1.88e-2) +	2.0042e-1 (2.09e-2) +	1.8928e-1 (1.31e-2) +	2.2103e-1 (3.07e-2) ≈	3.2465e-1 (1.69e-3) -	1.9322e-1 (5.73e-3) +	3.0937e-1 (1.58e-1) -	2.1645e-1 (1.40e-2) ≈	2.1457e-1 (2.96e-2)
MaF3	10	19	1.7962e+2 (3.28e+2) ≈	1.7071e+2 (2.40e+2) ≈	1.2851e+2 (3.72e+2) ≈	1.9589e+2 (4.66e+2) ≈	1.0655e+2 (1.59e+2) ≈	2.5475e+2 (4.32e+2) ≈	1.4575e-1 (1.19e-3) ≈	1.1349e-1 (1.02e-2) +	1.2732e+1 (5.27e-2) +	3.8223e-1 (1.87e-1) ≈	2.3461e+2 (5.92e+2)
MaF4	10	19	1.0109e+2 (7.72e+0) ≈	1.0005e+2 (7.67e+0) ≈	1.7799e+2 (4.47e+2) -	1.0008e+2 (3.95e+1) +	9.0646e+1 (2.94e+1) +	1.0274e+2 (6.58e+0) ≈	4.8374e+2 (3.26e+1) -	1.0031e+2 (9.00e+0) ≈	1.9525e+2 (6.48e+1) -	1.1371e+2 (9.34e+0) -	1.0180e+2 (5.54e+0)
MaF5	10	19	8.7667e+1 (1.01e+0) ≈	8.7655e+1 (1.04e+0) ≈	8.7721e+1 (1.17e+0) ≈	8.7848e+1 (1.12e+0) ≈	8.7797e+1 (1.20e+0) ≈	8.1848e+1 (3.80e+0) +	3.0207e+2 (1.32e+0) -	8.0976e+1 (2.66e+1) +	9.8704e+1 (6.38e+0) -	8.8323e+1 (1.02e+0) -	8.7636e+1 (1.02e+0)
MaF6	10	19	3.6049e+2 (8.86e-3) +	3.0436e-2 (1.02e-2) +	1.6201e-1 (9.93e-2) +	1.1640e-1 (5.56e-2) +	1.4343e-1 (1.02e-1) +	4.8474e-1 (1.73e-1) ≈	1.2923e-1 (2.14e-1) +	1.2964e-2 (8.04e-3) +	1.3396e-1 (2.94e-2) +	1.8317e-1 (1.37e-1) +	4.9371e-1 (1.71e-1)
MaF7	10	29	1.1096e+0 (8.37e-2) ≈	1.1172e+0 (9.88e-2) ≈	1.0226e+0 (6.48e-2) +	1.0274e+0 (6.90e-2) +	1.0608e+0 (9.07e-2) ≈	1.1094e+0 (8.99e-2) ≈	2.2262e+0 (4.15e-1) -	1.1955e+0 (3.27e-2) -	2.5052e+0 (4.90e-1) -	1.0744e+0 (1.07e-1) ≈	1.0960e+0 (1.04e-1)
DTLZ1	10	14	1.3580e-1 (6.87e-3) +	1.3259e-1 (6.79e-3) +	1.3194e-1 (3.70e-3) +	1.3285e-1 (3.00e-3) +	1.3382e-1 (1.10e-2) +	1.6489e-1 (4.70e-2) ≈	1.3187e-1 (9.37e-4) +	1.3853e-1 (7.65e-3) ≈	1.3388e-1 (1.21e-3) +	1.4145e-1 (4.16e-2) -	1.4143e-1 (1.60e-2)
DTLZ2	10	19	4.5972e-1 (1.91e-2) -	4.5782e-1 (1.72e-2) -	4.5250e-1 (1.93e-4) +	4.5250e-1 (1.29e-4) +	4.5249e-1 (1.50e-4) +	4.6971e-1 (2.89e-2) ≈	4.5490e-1 (5.93e-4) +	4.6132e-1 (2.70e-2) -	4.5283e-1 (2.91e-4) +	4.5328e-1 (3.94e-4) +	4.5579e-1 (1.12e-2)
DTLZ3	10	19	8.4581e-1 (6.97e-1) ≈	1.0103e+0 (8.44e-1) ≈	8.9161e+0 (9.67e+0) -	6.1095e+0 (5.23e+0) -	3.4561e+0 (4.22e+0) -	1.5748e+0 (2.20e+0) ≈	6.6468e-1 (2.97e-1) ≈	5.3010e-1 (5.64e-2) ≈	4.5564e-1 (1.48e-3) +	4.5380e-1 (8.00e-3) +	1.2783e+0 (1.62e+0)
DTLZ4	10	19	4.5607e-1 (5.99e-4) ≈	4.5621e-1 (4.95e-4) ≈	4.5628e-1 (4.54e-4) ≈	4.5625e-1 (5.63e-4) ≈	4.5627e-1 (4.78e-4) ≈	4.6737e-1 (3.25e-2) -	5.9687e-1 (7.27e-2) -	4.8386e-1 (4.35e-2) -	4.5538e-1 (6.30e-4) +	4.5590e-1 (3.69e-4) +	4.6506e-1 (2.77e-2)
DTLZ5	10	19	1.6428e-1 (5.45e-2) +	1.7360e-1 (4.21e-2) +	1.7305e-1 (4.44e-2) +	1.7837e-1 (5.16e-2) +	1.6232e-1 (5.22e-2) +	2.8391e-1 (6.05e-2) ≈	2.5342e-2 (6.81e-4) +	1.6653e-1 (3.02e-2) +	2.3256e-1 (2.25e-2) +	1.8470e-1 (3.65e-2) +	2.7281e-1 (4.43e-2)
DTLZ6	10	19	9.0530e-1 (6.62e-1) ≈	8.3009e-1 (6.00e-1) ≈	1.8525e-1 (1.02e-1) +	1.7751e-1 (5.25e-2) +	1.9182e-1 (8.75e-2) +	8.3981e-1 (3.93e-1) ≈	2.4780e-2 (4.04e-4) +	2.3031e-1 (2.24e-2) +	1.9475e-1 (5.07e-2) +	2.4824e-1 (5.49e-2) +	6.5748e-1 (3.88e-1)
DTLZ7	10	29	1.0903e+0 (9.41e-2) ≈	1.1368e+0 (9.63e-2) ≈	1.0327e+0 (7.74e-2) +	1.0454e+0 (8.59e-2) +	1.0582e+0 (9.36e-2) +	1.1077e+0 (8.95e-2) ≈	2.3218e+0 (4.10e-1) -	1.1844e+0 (3.27e-2) -	2.3782e+0 (4.86e-1) -	1.0504e+0 (8.68e-2) ≈	1.0894e+0 (7.40e-2)
WFG1	10	19	1.0156e+0 (3.32e-2) ≈	1.0174e+0 (2.77e-2) ≈	1.0156e+0 (3.83e-2) ≈	1.0249e+0 (4.39e-2) ≈	1.0262e+0 (4.34e-2) ≈	1.0371e+0 (5.91e-2) ≈	1.7902e+0 (7.32e-2) -	1.2664e+0 (3.50e-2) -	1.1697e+0 (3.10e-2) -	1.0868e+0 (3.00e-2) -	1.0355e+0 (4.97e-2)
WFG2	10	19	1.0789e+0 (3.61e-2) +	1.0971e+0 (4.29e-2) +	1.1197e+0 (4.42e-2) +	1.1221e+0 (4.04e-2) +	1.0874e+0 (4.96e-2) +	1.3022e+0 (8.85e-2) ≈	1.9351e+0 (2.88e-2) -	1.5067e+0 (1.19e-1) -	1.0964e+0 (3.35e-2) +	1.7446e+0 (2.70e-1) -	1.2734e+0 (8.59e-2)
WFG3	10	19	9.7961e-1 (4.62e-1) +	8.0274e-1 (1.34e-1) +	1.9421e+0 (2.38e-1) -	1.8938e+0 (1.88e-1) -	1.9250e+0 (2.22e-1) -	1.2359e+0 (5.68e-1) ≈	5.6331e+0 (3.99e-1) -	2.1008e+0 (3.35e-1) -	3.5585e+0 (6.54e-1) -	1.0886e+0 (2.18e-1) ≈	1.2721e+0 (5.57e-1)
WFG4	10	19	4.7766e+0 (1.17e-2) ≈	4.7650e+0 (6.33e-2) ≈	4.7793e+0 (9.90e-3) ≈	4.7812e+0 (9.84e-3) ≈	4.7793e+0 (8.42e-3) ≈	4.7860e+0 (3.59e-1) -	8.9806e+0 (2.72e-1) -	4.3772e+0 (1.18e-1) +	4.7131e+0 (3.35e-2) +	4.7793e+0 (8.20e-3) ≈	4.7749e+0 (1.07e-2)
WFG5	10	19	4.7454e+0 (5.97e-3) ≈	4.7443e+0 (6.75e-3) ≈	4.7408e+0 (6.47e-3) +	4.7397e+0 (6.21e-3) +	4.7416e+0 (7.07e-3) ≈	4.6042e+0 (5.75e-2) +	8.5577e+0 (3.70e-1) -	4.6147e+0 (9.97e-2) +	4.7387e+0 (3.39e-2) ≈	4.7442e+0 (6.90e-3) ≈	4.7455e+0 (6.48e-3)
WFG6	10	19	4.7601e+0 (6.36e-3) +	4.7589e+0 (5.27e-3) +	4.7566e+0 (9.30e-3) +	4.7572e+0 (8.64e-3) +	4.7521e+0 (8.54e-3) +	5.1612e+0 (5.41e-1) -	9.2249e+0 (1.39e-1) -	4.4436e+0 (2.44e-1) +	4.6238e+0 (8.81e-2) +	4.7695e+0 (1.06e-2) ≈	4.7726e+0 (8.06e-3)
WFG7	10	19	4.7877e+0 (1.91e-1) -	4.7820e+0 (9.75e-2) +	4.7715e+0 (4.55e-3) +	4.7726e+0 (5.16e-3) +	4.7712e+0 (4.41e-3) +	4.7060e+0 (1.20e-1) +	9.2542e+0 (1.38e-1) -	4.3338e+0 (1.93e-1) +	4.6756e+0 (3.28e-2) +	4.7867e+0 (5.60e-3) ≈	4.7876e+0 (4.28e-2)
WFG8	10	19	4.7263e+0 (2.19e-1) ≈	4.7156e+0 (1.98e-1) ≈	4.7425e+0 (6.57e-2) -	4.7402e+0 (1.02e-1) ≈	4.6455e+0 (1.52e-1) ≈	4.8773e+0 (2.72e-1) -	8.6444e+0 (3.80e-1) -	5.6972e+0 (1.58e-1) -	4.5220e+0 (8.34e-2) +	4.5655e+0 (1.04e-1) +	4.6917e+0 (1.86e-1)
WFG9	10	19	4.5778e+0 (1.46e-2) ≈	4.5766e+0 (3.00e-2) ≈	4.5729e+0 (2.54e-2) ≈	4.5733e+0 (2.16e-2) +	4.5757e+0 (3.34e-2) ≈	4.4115e+0 (9.57e-2) +	8.8021e+0 (8.73e-1) -	5.0023e+0 (6.65e-2) -	4.4834e+0 (5.36e-2) +	4.5522e+0 (3.91e-2) +	4.5801e+0 (3.10e-2)
			+/-/≈	8/2/13	9/1/13	12/4/7	14/2/7	11/2/10	4/4/15	5/16/2	10/10/3	14/8/1	8/6/9

**Tabela 4.73:** Comparação com NSGA-III: métrica runtime dos problemas MaF 1 a 7, DTLZ 1 a 7 e WFG 1 a 9, com 10 objetivos, com 31 execuções e 250.000 avaliações cada

Problem	M	D	IVFNSGAI	IVFNSGAIIN	IVFNSGAISS	IVFNSGAISSN	IVFNSGAIIX	ANSGAI	MOEAD	MOEADAWA	RVEA	tDEA	NSGAI
MaF1	10	19	1.2142e+1 (1.31e+0) -	1.1664e+1 (7.65e-1) -	3.1836e+1 (1.43e+0) -	3.2083e+1 (1.43e+0) -	2.1528e+1 (1.30e+0) -	9.5902e+0 (6.75e-1) -	5.4875e+1 (2.08e+0) -	7.8443e+1 (2.64e+0) -	2.4280e+0 (1.55e-1) +	5.3779e+0 (4.15e-1) +	6.6604e+0 (4.19e-1)
MaF2	10	19	1.2806e+1 (6.86e-1) -	1.2730e+1 (7.09e-1) -	3.7075e+1 (1.58e+0) -	3.6973e+1 (1.52e+0) -	2.4636e+1 (1.14e+0) -	8.9395e+0 (5.05e-1) -	7.3799e+1 (2.86e+0) -	1.0774e+2 (5.67e+0) -	3.7107e+0 (3.04e-1) +	6.0780e+0 (4.91e-1) +	7.5860e+0 (4.91e-1)
MaF3	10	19	1.2549e+1 (9.05e-1) -	1.3471e+1 (1.22e+0) -	3.6987e+1 (2.10e+0) -	3.6573e+1 (2.65e+0) -	2.5788e+1 (2.01e+0) -	8.3683e+0 (4.88e-1) -	5.8004e+1 (2.39e+0) -	7.1860e+1 (2.56e+0) -	4.0131e+0 (2.31e-1) +	4.9264e+0 (3.27e-1) +	6.2793e+0 (4.49e-1)
MaF4	10	19	1.3740e+1 (8.84e-1) -	1.3681e+1 (7.87e-1) -	3.1449e+1 (1.46e+0) -	3.1382e+1 (1.31e+0) -	2.2212e+1 (1.26e+0) -	7.5081e+0 (4.57e-1) -	5.7548e+1 (2.21e+0) -	6.9762e+1 (2.58e+0) -	2.5004e+0 (1.43e-1) +	4.7648e+0 (2.93e-1) +	6.0576e+0 (3.73e-1)
MaF5	10	19	1.2206e+1 (8.24e-1) -	1.2283e+1 (6.88e-1) -	3.1055e+1 (1.35e+0) -	3.1063e+1 (1.29e+0) -	2.2645e+1 (1.35e+0) -	7.3099e+0 (4.27e-1) -	5.7578e+1 (2.20e+0) -	8.5201e+1 (2.85e+0) -	3.9805e+0 (2.25e-1) +	4.9109e+0 (2.82e-1) +	5.8476e+0 (3.15e-1)
MaF6	10	19	1.5021e+1 (9.11e-1) -	1.4913e+1 (8.59e-1) -	3.2018e+1 (1.57e+0) -	3.2110e+1 (1.73e+0) -	2.6525e+1 (1.69e+0) -	8.2451e+0 (5.24e-1) -	5.6862e+1 (2.23e+0) -	6.8399e+1 (2.64e+0) -	3.0281e+0 (3.38e-1) +	5.0236e+0 (3.40e-1) +	6.5116e+0 (3.65e-1)
MaF7	10	29	1.5094e+1 (7.80e-1) -	1.5098e+1 (7.79e-1) -	3.2460e+1 (1.37e+0) -	3.2527e+1 (1.32e+0) -	2.6480e+1 (1.19e+0) -	9.6826e+0 (6.03e-1) -	6.3454e+1 (3.94e+0) -	9.4578e+1 (5.41e+0) -	3.4830e+0 (2.28e-1) +	6.0607e+0 (4.13e-1) +	7.3671e+0 (3.90e-1)
DTLZ1	10	14	1.2638e+1 (9.47e-1) -	1.2369e+1 (8.30e-1) -	3.1878e+1 (1.64e+0) -	3.1920e+1 (1.59e+0) -	2.2723e+1 (1.38e+0) -	8.5063e+0 (6.91e-1) -	6.1382e+1 (3.10e+0) -	8.0105e+1 (3.76e+0) -	4.2420e+0 (3.35e-1) +	4.7235e+0 (3.34e-1) +	6.1254e+0 (4.35e-1)
DTLZ2	10	19	1.3038e+1 (8.56e-1) -	1.2823e+1 (7.93e-1) -	3.3647e+1 (1.82e+0) -	3.3184e+1 (1.82e+0) -	2.4222e+1 (1.78e+0) -	8.1496e+0 (1.17e+0) -	6.0343e+1 (3.11e+0) -	8.9988e+1 (3.92e+0) -	4.9548e+0 (4.13e-1) +	5.6696e+0 (4.10e-1) +	6.7546e+0 (5.33e-1)
DTLZ3	10	19	1.5661e+1 (1.34e+0) -	1.5873e+1 (1.52e+0) -	3.3843e+1 (2.19e+0) -	3.1918e+1 (1.57e+0) -	2.5287e+1 (1.39e+0) -	8.7144e+0 (7.73e-1) -	5.8410e+1 (2.62e+0) -	7.4027e+1 (3.02e+0) -	4.1627e+0 (2.72e-1) +	4.5471e+0 (3.00e-1) +	5.9677e+0 (5.04e-1)
DTLZ4	10	19	1.2512e+1 (8.43e-1) -	1.2271e+1 (8.93e-1) -	3.1979e+1 (1.52e+0) -	3.1853e+1 (1.47e+0) -	2.3118e+1 (1.52e+0) -	7.2920e+0 (1.09e+0) -	5.9070e+1 (2.79e+0) -	9.1492e+1 (4.43e+0) -	4.3116e+0 (2.79e-1) +	5.1368e+0 (2.98e-1) +	6.5855e+0 (5.42e-1)
DTLZ5	10	19	1.3655e+1 (8.64e-1) -	1.4354e+1 (1.03e+0) -	3.7047e+1 (2.12e+0) -	3.6786e+1 (1.85e+0) -	2.5806e+1 (1.69e+0) -	1.0340e+1 (6.60e-1) -	6.2708e+1 (3.49e+0) -	7.6751e+1 (4.62e+0) -	3.3198e+0 (2.59e-1) +	6.0816e+0 (3.68e-1) +	7.2092e+0 (4.29e-1)
DTLZ6	10	19	1.8740e+1 (1.08e+0) -	1.8611e+1 (1.28e+0) -	3.9572e+1 (2.17e+0) -	4.0694e+1 (2.45e+0) -	3.3261e+1 (1.87e+0) -	1.2503e+1 (1.17e+0) -	6.4408e+1 (4.10e+0) -	8.0504e+1 (3.90e+0) -	4.6779e+0 (4.18e-1) +	6.5796e+0 (4.34e-1) +	7.5263e+0 (5.71e-1)
DTLZ7	10	29	1.7709e+1 (1.31e+0) -	1.8101e+1 (1.11e+0) -	3.7697e+1 (1.92e+0) -	3.8196e+1 (2.10e+0) -	3.0696e+1 (1.82e+0) -	9.3910e+0 (7.88e-1) -	6.2768e+1 (3.46e+0) -	9.7450e+1 (4.98e+0) -	3.8884e+0 (2.78e-1) +	6.4683e+0 (4.73e-1) +	8.0360e+0 (5.16e-1)
WFG1	10	19	1.6737e+1 (1.28e+0) -	1.7240e+1 (1.39e+0) -	3.9792e+1 (2.77e+0) -	3.8819e+1 (2.86e+0) -	2.9563e+1 (1.81e+0) -	1.0225e+1 (7.19e-1) -	7.1720e+1 (4.38e+0) -	8.6689e+1 (3.92e+0) -	4.3334e+0 (3.36e-1) +	5.1742e+0 (3.66e-1) +	6.3983e+0 (4.11e-1)
WFG2	10	19	1.3196e+1 (9.11e-1) -	1.2841e+1 (8.72e-1) -	3.5390e+1 (1.85e+0) -	3.5406e+1 (1.83e+0) -	2.4291e+1 (1.54e+0) -	9.9771e+0 (6.23e-1) -	6.6734e+1 (3.64e+0) -	8.8767e+1 (5.47e+0) -	4.5774e+0 (3.55e-1) +	5.7248e+0 (3.47e-1) +	6.9174e+0 (4.52e-1)
WFG3	10	19	1.5409e+1 (1.17e+0) -	1.5261e+1 (1.03e+0) -	3.9650e+1 (2.23e+0) -	3.9438e+1 (2.22e+0) -	2.7402e+1 (1.73e+0) -	1.0853e+1 (6.98e-1) -	7.0552e+1 (4.11e+0) -	9.2608e+1 (4.61e+0) -	4.4195e+0 (3.19e-1) +	7.1761e+0 (4.35e-1) +	8.2887e+0 (7.30e-1)
WFG4	10	19	1.5409e+1 (1.12e+0) -	1.5336e+1 (1.04e+0) -	3.4424e+1 (1.81e+0) -	3.4518e+1 (1.80e+0) -	2.6799e+1 (1.44e+0) -	9.4059e+0 (6.41e-1) -	6.1937e+1 (3.02e+0) -	8.8966e+1 (3.47e+0) -	4.2886e+0 (2.85e-1) +	5.2299e+0 (3.26e-1) +	6.2571e+0 (3.99e-1)
WFG5	10	19	1.3977e+1 (9.21e-1) -	1.3904e+1 (8.53e-1) -	3.3891e+1 (1.63e+0) -	3.3790e+1 (1.67e+0) -	2.6459e+1 (1.40e+0) -	9.6768e+0 (6.24e-1) -	6.1126e+1 (2.75e+0) -	8.9561e+1 (3.66e+0) -	4.1837e+0 (2.84e-1) +	5.1557e+0 (3.22e-1) +	6.1534e+0 (3.84e-1)
WFG6	10	19	1.2249e+1 (7.09e-1) -	1.2098e+1 (8.16e-1) -	3.2480e+1 (1.53e+0) -	3.2532e+1 (1.61e+0) -	2.3625e+1 (1.66e+0) -	8.9479e+0 (6.23e-1) -	6.0778e+1 (2.89e+0) -	8.5514e+1 (4.06e+0) -	4.0989e+0 (2.65e-1) +	4.8137e+0 (3.08e-1) +	5.8553e+0 (3.68e-1)
WFG7	10	19	1.3174e+1 (7.93e-1) -	1.3005e+1 (8.34e-1) -	3.4591e+1 (2.04e+0) -	3.4450e+1 (2.04e+0) -	2.4365e+1 (1.45e+0) -	9.4605e+0 (6.45e-1) -	6.4054e+1 (2.96e+0) -	9.1442e+1 (3.71e+0) -	4.2819e+0 (2.72e-1) +	5.2619e+0 (3.45e-1) +	6.2815e+0 (3.99e-1)
WFG8	10	19	1.3799e+1 (1.02e+0) -	1.3736e+1 (9.18e-1) -	3.3534e+1 (1.64e+0) -	3.3739e+1 (1.61e+0) -	2.4798e+1 (1.60e+0) -	9.9115e+0 (8.35e-1) -	6.4728e+1 (3.00e+0) -	7.2772e+1 (3.41e+0) -	4.3187e+0 (2.79e-1) +	4.8827e+0 (3.47e-1) +	6.3115e+0 (6.39e-1)
WFG9	10	19	1.4444e+1 (8.57e-1) -	1.4461e+1 (8.17e-1) -	3.4535e+1 (1.65e+0) -	3.4443e+1 (1.59e+0) -	2.6613e+1 (1.47e+0) -	1.1169e+1 (6.84e-1) -	6.3033e+1 (2.56e+0) -	9.7522e+1 (4.54e+0) -	4.9158e+0 (2.97e-1) +	6.0506e+0 (3.65e-1) +	7.2654e+0 (4.84e-1)
			+/-/≈	0/2/3/0	0/2/3/0	0/2/3/0	0/2/3/0	0/2/3/0	0/2/3/0	0/2/3/0	2/3/0/0	2/3/0/0	

### **Análise e discussão sobre os resultados em problemas com 10 objetivos**

Este experimento explora o desempenho do algoritmo IVF/NSGA-III e suas variantes, confrontando-os com outros algoritmos evolutivos *many-objective* em problemas de benchmark configurados para dez objetivos. Devido à complexidade incrementada apresentada por um maior número de objetivos, este experimento empregou uma população ampliada de 250 indivíduos e um número máximo de 250000 avaliações. A abordagem visa compreender a eficácia dos algoritmos em um cenário de alta dimensionalidade, onde a presença de múltiplos objetivos conflitantes desafia a capacidade de convergência e diversidade. Nos experimentos anteriores, com 2, 3 e 7 objetivos, foram usadas populações com 100 indivíduos, e um limite máximo de 25000 avaliações.

Os resultados, detalhados nas Tabelas 4.72 e 4.73, revelam que a variante IVF/NSGA-III com Steady State e com Ruído Adaptativo obteve uma performance superior, comparativamente ao NSGA-III, em 14 dos problemas analisados, alcançando resultados equivalentes em 7 e sendo superada apenas em 2 (DTLZ-3 e WFG-3). Estes resultados destacam a capacidade do IVF/NSGA-III de lidar eficazmente com a complexidade aumentada em cenários *many-objective*.

A superioridade observada dessa variante do IVF/NSGA-III em uma gama tão ampla de problemas testemunha sua robustez em contextos extremamente desafiadores. O problema DTLZ-3, notório por sua alta multimodalidade, e o WFG-3, com sua fronteira linear degenerada e não-separabilidade, representam os cenários onde o IVF/NSGA-III com Steady State encontrou dificuldades em comparação com o NSGA-III.

Por outro lado, a capacidade do IVF/NSGA-III sem Steady State de explorar simultaneamente diferentes direções do espaço de busca, como indicado na Figura 3.28, permitiu uma vantagem nestes problemas com alta multimodalidade (DTLZ-3) e com fronteira degenerada e interdependência entre variáveis (WFG-3), evitando os mínimos locais que podem capturar versões com Steady State, que tendem a intensificar a busca em direções previamente bem-sucedidas (como indicam as Figuras 3.32 e 3.33).

Os achados sugerem que o IVF/NSGA-III é altamente adequado para aplicações práticas em contextos de otimização com muitos objetivos, onde a complexidade e a exigência por uma exploração eficaz do espaço de soluções são críticas.

Apesar dos resultados promissores, a eficiência computacional permanece uma consideração crucial, especialmente dado o volume substancial de avaliações necessárias para alcançar resultados satisfatórios em problemas de alta dimensionalidade. As versões com Steady State (com melhores resultados) obtiveram tempos de execução em torno de 5 vezes o tempo de execução do NSGA-III, enquanto que as versões sem Steady State obtiveram tempos de execução em torno de 2 vezes o do NSGA-III. Investigar métodos que possam reduzir esse tempo de execução, mantendo a qualidade dos resultados de convergência e distribuição pode ser uma direção valiosa para pesquisas futuras.

Este experimento com dez objetivos confirma a robustez do IVF/NSGA-III, indicando sua capacidade de se adaptar e superar desafios em cenários de otimização *many-objective* complexos (10 objetivos simultâneos). A continuação do desenvolvimento de hiper-parametrização e da experimentação dessas variantes do algoritmo em uma gama ainda maior de cenários é recomendada, visando maximizar a eficácia e eficiência dessa abordagem híbrida em aplicações práticas e teóricas.

---

## Conclusões e Trabalhos Futuros

---

### 5.1 Conclusões

Este estudo introduziu adaptações no método de Fertilização In Vitro (IVF) para otimização *many-objective*, incorporando estratégias de coleta e manipulação genética direcionadas à otimização da cobertura de nichos, com técnicas de busca guiada por balizas (ou pontos de referência). Essas inovações no contexto do método In Vitro Fertilization visam intensificar a cobertura dos nichos utilizados em algoritmos anfitriões baseados em decomposição, e assim aprimorar os resultados em termos de Distância Geracional Invertida (IGD).

Adicionalmente, propôs-se um mecanismo de controle para as execuções do método IVF, fundamentado em um limite percentual do total de avaliações empregadas (gatilho de ativação para a busca em duas etapas). Tal estratégia pretende regular o impacto gerado pelo número de avaliações conduzidas pelo IVF no processo de otimização.

No âmbito da busca guiada por balizas, destacou-se a aplicação do operador de Evolução Diferencial “DE/best-to-current/0”, a manipulação e a autoadaptação de seu fator de escala “F”, visando localizar descendentes em regiões promissoras do espaço de busca. Esta abordagem foi integrada ao algoritmo evolutivo *many-objective* NSGA-III, resultando no algoritmo memético *many-objective* IVF/NSGA-III.

Foram conduzidos experimentos utilizando as suítes de problemas DTLZ (de 1 a 7), MaF (de 1 a 7) e WFG (de 1 a 9), com 2, 3, 7 e 10 objetivos, reconhecidos na literatura especializada como benchmarks para avaliação de algoritmos *many-objective*. Os resultados indicaram que o IVF/NSGA-III potencializou os desempenhos em comparação ao NSGA-III em diversos problemas, apresentando melhorias significativas em alguns casos, enquanto em outros, não se observaram diferenças estatísticas relevantes. Do experimento 6, destaca-se os resultados das variantes IVF/NSGA-III em problemas com 2 e com 7 objetivos. Com relação aos problemas com 3 objetivos, apesar das variantes IVF/NSGA-III não obterem os melhores resultados da média do IGD, na comparação com o NSGA-III o algoritmo híbrido IVF/NSGA-III obteve resultados melhores do que os do NSGA-III (5

resultados), sem gerar muitos resultados piores (apenas 1 resultado pior), em comparação com os demais algoritmos.

Um destaque relevante pode ser observado nos resultados dos experimentos com 10 objetivos. Neste experimento, foram avaliados 23 problemas envolvendo 10 objetivos cada. O algoritmo IVF/NSGA-III, com uso dos recursos de Steady State e ruído adaptativo, demonstrou superioridade sobre o algoritmo A-NSGA-III em 14 dos 23 problemas, sendo superado em 6 instâncias. Em comparação com o MOEA/D, o IVF/NSGA-III apresentou melhores resultados em 18 dos 23 problemas, enquanto foi inferior em 5 casos. Frente ao MOEA/D-AWA, o IVF/NSGA-III obteve vantagem em 11 problemas, mas foi superado em 8. Contra o RVEA, ambos os algoritmos alcançaram um equilíbrio, com 10 vitórias e derrotas cada, além de 3 empates. Comparando o NSGA-III com a variante híbrida IVF/NSGA-III-SS-N, esta última excedeu o desempenho do NSGA-III em 14 dos 23 problemas *Many-Objective* analisados, alcançou resultados equivalentes, sem diferenças estatísticas significativas, em 7 problemas, e apresentou resultados inferiores ao NSGA-III em apenas 2 das instâncias avaliadas neste estudo.

Este resultado sugere que a implementação do algoritmo auxiliar proposto efetivamente aprimora o desempenho do algoritmo anfitrião em uma ampla gama de problemas. Isso destaca o valor agregado da nossa abordagem, indicando seu potencial em fortalecer as capacidades do algoritmo principal em enfrentar desafios mais complexos.

Além disso, os achados sugerem que, para minimizar o impacto do método IVF sobre o volume total de avaliações, recomenda-se que cada recombinação entre o pai corrente e uma mãe selecionada produza um único descendente, em contrapartida ao que é habitual em certos operadores de recombinação, que geram dois descendentes.

As combinações de parâmetros que resultaram nos melhores desempenhos evidenciam a importância de equilibrar as dinâmicas de busca local e global em algoritmos híbridos, como o IVF/NSGA-III. Este equilíbrio é fundamental na abordagem de busca em duas etapas, onde os resultados mais expressivos foram alcançados quando o IVF utilizou entre 7,5% e 15% do total de avaliações disponíveis. Como configuração padrão, utilizou-se, para a coleta, 10% do tamanho da população, e também 10% para a taxa de consumo de avaliações para o algoritmo auxiliar.

Esta pesquisa, alinhada às propostas de aprimoramento na estrutura da Evolução Diferencial, sugeridas por [Neri e Tirronen \(2009\)](#), [Weber, Neri e Tirronen \(2011\)](#) e [Al-Dabbagh et al. \(2018\)](#), como discutido nos capítulos anteriores, incorporou à hibridização IVF/NSGA-III com busca guiada por balizas várias propostas citadas por esses autores, de melhorias ao protocolo convencional da DE:

1. Implementação de uma população reduzida, situada em uma região promissora para a busca local, com a utilização de balizas estáticas.

2. Substituição do vetor de perturbação adicional por um ruído, seguindo uma distribuição normal ou uniforme, proporcional às distâncias entre as soluções e os nichos alvos.
3. Estabelecimento de uma Taxa de Crossover fixa ( $CR = 100\%$ ).
4. Aplicação de um fator de escala ( $F$ ) autoadaptativo, que varia conforme as distâncias entre as balizas e a melhor solução local na proximidade de um nicho alvo.

A eficiência dessa metodologia, especialmente com a integração do *Steady State* nos ciclos internos do IVF, destaca-se ao ser comparada com outros algoritmos, sugerindo uma abordagem de busca mais adaptativa e refinada. A interação entre o fator “F” dinâmico e a estratégia de inversão amplia as ferramentas disponíveis para uma exploração e intensificação mais elaboradas do espaço de soluções.

O *Steady State* propicia um avanço mais uniforme e acelerado em direção às soluções ideais, mitigando as deficiências do modelo generacional antecessor, como a redução na quantidade de avaliações utilizadas. Esses resultados destacam as contribuições no âmbito da computação evolutiva realizadas por este estudo, realçando a melhoria na adaptabilidade e efetividade da solução proposta para abordar desafios de otimização *many-objective* complexos.

As fases de Coleta e de Manipulação Genética no algoritmo IVF/NSGA-III aprimorado ilustram uma combinação sofisticada de elementos adaptativos, responsivos e estratégicos na Evolução Diferencial, ajustados para atender às demandas específicas da otimização *many-objective*. Estas fases estabelecem uma base sólida para uma exploração e intensificação mais eficazes do espaço de soluções, melhorando o desempenho geral do algoritmo anfitrião.

A melhoria do desempenho do algoritmo envolve aprimorar a capacidade do NSGA-III modificado de alcançar soluções que não apenas se aproximem mais da fronteira de Pareto ideal, mas que também exibam uma distribuição ampla e diversificada no espaço objetivo. A eficácia dessas melhorias foi mensurada utilizando métricas como o IGD, refletindo ganhos em convergência e diversidade. A abordagem proposta neste trabalho contribui substancialmente para a melhoria do resultado do NSGA-III nos problemas complexos de otimização *many-objective* avaliados.

A recombinação guiada por balizas e a adoção do *Steady State*, juntamente com o ajuste dinâmico do fator de escala “F”, exemplificam como diferentes estratégias podem ser integradas para se navegar pelas paisagens intrincadas dos problemas de otimização *many-objective*, promovendo uma busca auxiliar eficiente e adaptativa.

## 5.2 Contribuições

Este trabalho oferece contribuições significativas e diversificadas ao campo da otimização *many-objective*, bem como aos domínios dos algoritmos meméticos, auxiliares e ao método de Fertilização In Vitro. Uma das principais inovações é a técnica de Busca Guiada por Balizas, inspirada na Evolução Diferencial e no método de Fertilização In Vitro. Recursos relevantes desta técnica incluem a autoparametrização do fator de escala “F”, a taxa de crossover (CR) fixada em 100%, o uso do operador “DE/best-to-current/0”, a incorporação de ruído autoparametrizado, a inversão de direção de busca e a adoção de estado estacionário ao método de Fertilização In Vitro. Estes elementos facilitam uma exploração mais eficiente e direcionada do espaço de soluções, melhorando a distribuição das soluções em relação à fronteira de Pareto e acessando regiões promissoras do espaço de busca.

Além disso, o desenvolvimento do algoritmo IVF/NSGA-III aprimorado traz uma nova perspectiva metodológica, combinando técnicas de busca guiada por balizas com ajuste dinâmico de parâmetros. A eficácia dessa abordagem foi comprovada através de rigorosos testes empíricos, que demonstraram melhorias substanciais na convergência e diversidade das soluções em comparação ao NSGA-III padrão.

Este trabalho também aprofunda o entendimento sobre a dinâmica de ativação e manipulação genética no algoritmo auxiliar de Fertilização In Vitro, adaptando este método para o contexto *many-objective*. Os insights gerados sobre a ativação, seleção e geração de soluções viáveis em problemas complexos avançam a teoria na área e fornecem diretrizes práticas para futuras pesquisas e aplicações.

## 5.3 Limitações

Este estudo, apesar de apresentar avanços significativos como a técnica de Busca Guiada por Balizas e a aplicação do método de Fertilização In Vitro para otimização *many-objective*, possui limitações que devem ser consideradas. Primeiramente, a eficácia do algoritmo IVF/NSGA-III pode variar significativamente dependendo da complexidade e natureza específica dos problemas abordados. Os experimentos foram conduzidos utilizando problemas de benchmark, como DTLZ, WFG e MaF, que, embora úteis para avaliação inicial, não capturam necessariamente todas as nuances de problemas do mundo real. Assim, seria benéfico expandir a aplicação do algoritmo para problemas práticos para avaliar sua performance em cenários mais diversificados e complexos.

Além disso, apesar da adoção inicial de uma taxa de ativação de 10% sobre o consumo de avaliações, e de uma coleta de 10% do tamanho da população, em alguns problemas a abordagem pode requerer ajustes finos desses parâmetros, que podem não ser

trivialmente aplicáveis a todos os tipos de problemas *many-objective*. Outra limitação é o aumento potencial no custo computacional associado à integração das técnicas de busca guiada por balizas e a aplicação contínua do *Steady State*, o que pode limitar a aplicabilidade do algoritmo em problemas de grande escala ou em ambientes com restrições de tempo de execução. Estas limitações destacam a necessidade de uma investigação contínua para otimizar ainda mais a adaptabilidade e a eficiência do algoritmo em diversos contextos operacionais.

## 5.4 Trabalhos Futuros

Para expansão das fronteiras deste estudo, os seguintes trabalhos futuros são recomendados:

**Ampliação dos Experimentos:** Propõe-se a realização de experimentos não apenas com uma maior variedade de problemas dos *benchmarks* DTLZ, MaF e WFG, mas também com a inclusão de problemas *many-objective* do mundo real. Essa ampliação deve abranger desafios que envolvam um maior número de objetivos e variáveis. O objetivo é avaliar a robustez e a generalização do algoritmo IVF/NSGA-III em cenários mais desafiadores e diversificados. A incorporação de problemas reais visa oferecer uma perspectiva mais prática e aplicada, proporcionando insights sobre a eficácia do algoritmo em situações complexas que ocorrem fora de ambientes controlados de teste, o que é crucial para validar a aplicabilidade dessa abordagem em situações enfrentadas por diversas indústrias e setores.

**Exploração de Operadores In Vitro Alternativos:** Investigar o impacto de diferentes operadores In Vitro (EAR-N, EAR-T, EAR-P e EAR-PA) em combinação com o IVF/NSGA-III. O objetivo é enriquecer o entendimento das dinâmicas de manipulação genética e identificar configurações que maximizem a eficácia da otimização.

**Análise de Estratégias de Transferência e Sobrevivência de Super Indivíduos:** Estudar o comportamento de super indivíduos ao longo de várias gerações para entender melhor a estabilidade e a utilidade dos traços desejáveis. O objetivo é desenvolver métodos para manter qualidades benéficas em populações evolutivas, potencialmente informando ajustes automáticos durante o processo evolutivo.

**Integração com Algoritmos Evolutivos Avançados:** Testar a integração da metodologia de Fertilização In Vitro adaptada para otimização *Many-Objective* com estratégias evolutivas avançadas como MOEA/D, RVEA e t-DEA. O objetivo é explorar sinergias entre diferentes abordagens evolutivas para melhorar a eficiência e a eficácia em problemas complexos.

**Desenvolvimento de Hiper-Heurísticas e Autoadaptação de Parâmetros:** Investigar a autoadaptação de parâmetros críticos, como o tamanho da coleta, baseado na quan-

tidade de objetivos ou no tamanho da população. O objetivo é ampliar a adaptabilidade e a eficácia do método em uma gama mais ampla de cenários de otimização, aumentando a generalização.

Essas direções de pesquisa propostas visam não apenas aprofundar o conhecimento nas áreas abordadas mas também explorar novas possibilidades que podem surgir da intersecção de técnicas avançadas e desafios emergentes no campo da otimização *many-objective*.

---

## Referências Bibliográficas

---

AL-DABBAGH, R. D. et al. Algorithmic design issues in adaptive differential evolution schemes: Review and taxonomy. *Swarm and Evolutionary Computation*, Elsevier BV, v. 43, p. 284–311, dez. 2018.

BI, X.; WANG, C. An improved nsga-iii algorithm based on objective space decomposition for many-objective optimization. *Soft Computing*, Springer Science and Business Media LLC, v. 21, n. 15, p. 4269–4296, maio 2016. ISSN 1433-7479. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00500-016-2192-0>>.

Blank, J.; Deb, K. pymoo: Multi-objective optimization in python. *IEEE Access*, v. 8, p. 89497–89509, 2020.

BLANK, J. et al. Generating well-spaced points on a unit simplex for evolutionary many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 25, n. 1, p. 48–60, fev. 2021. ISSN 1941-0026. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2020.2992387>>.

CAMILO-JUNIOR, C.; YAMANAKA, K. Handbook of evolutionary algorithms. In: \_\_\_\_\_. INTECH Open Access Publisher, 2011. cap. In Vitro Fertilization Genetic Algorithm. ISBN 9789533071718. Disponível em: <<https://www.intechopen.com/books/evolutionary-algorithms/in-vitro-fertilization-genetic-algorithm>>.

CHEN, J.-H.; CHEN, J.-H. Multi-objective memetic approach for flexible process sequencing problems. In: ACM. *Proceedings of the 10th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation*. [S.l.], 2008. p. 2123–2128.

CHENG, R. et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 20, n. 5, p. 773–791, out. 2016. ISSN 1941-0026. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2016.2519378>>.

CHENG, R. et al. A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization. *Complex amp; Intelligent Systems*, Springer Science and Business Media LLC, v. 3, n. 1, p. 67–81, mar. 2017. ISSN 2198-6053. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s40747-017-0039-7>>.

COELLO, C. A. C.; SIERRA, M. R. A study of the parallelization of a coevolutionary multi-objective evolutionary algorithm. In: SPRINGER. *Mexican International Conference on Artificial Intelligence*. [S.l.], 2004. p. 688–697.

CRUZ-REYES, L. et al. Verifying the effectiveness of an evolutionary approach in solving many-objective optimization problems. In: *Design of Intelligent Systems Based on Fuzzy*

*Logic, Neural Networks and Nature-Inspired Optimization*. Cham: Springer International Publishing, 2015, (Studies in computational intelligence). p. 455–464.

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-boundary intersection: A new method for generating the pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. *SIAM J. Optimization*, v. 8, n. 3, p. 631–657, 1998. Disponível em: <<http://dblp.uni-trier.de/db/journals/siamjo/siamjo8.html#DasD98>>.

DAS, S.; MULLICK, S. S.; SUGANTHAN, P. N. Recent advances in differential evolution—an updated survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, Elsevier, v. 27, p. 1–30, 2016.

DEB, K. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2001. (Wiley Interscience Series in Systems and Optimization).

DEB, K. et al. Key issues in real-world applications of many-objective optimisation and decision analysis. In: *Many-Criteria Optimization and Decision Analysis: State-of-the-Art, Present Challenges, and Future Perspectives*. [S.l.]: Springer, 2023. p. 29–57.

DEB, K.; GOEL, T. A hybrid multi-objective evolutionary approach to engineering shape design. In: SPRINGER. *International conference on evolutionary multi-criterion optimization*. [S.l.], 2001. p. 385–399.

DEB, K.; JAIN, H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part i: Solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 18, p. 577–601, 2014.

DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.

DEB, K. et al. Scalable test problems for evolutionary multiobjective optimization. In: \_\_\_\_\_. *Evolutionary Multiobjective Optimization*. Springer-Verlag. p. 105–145. ISBN 1852337877. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/1-84628-137-7\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/1-84628-137-7_6)>.

FREITAS, Á. et al. Uma abordagem utilizando NSGA-II In Vitro para resolução do problema do próximo release multiobjetivo. In: *Proceedings of VI Workshop de Engenharia de Software Baseada em Busca (WESB'2015)*. [S.l.]: CBSOFT, 2015. p. 31 – 40.

GU, Q.; XU, Q.; LI, X. An improved nsga-iii algorithm based on distance dominance relation for many-objective optimization. *Expert Systems with Applications*, Elsevier BV, v. 207, p. 117738, nov. 2022. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117738>>.

HUBAND, S. et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 10, n. 5, p. 477–506, out. 2006. ISSN 1089-778X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2005.861417>>.

IBRAHIM, A. et al. EliteNSGA-III: An improved evolutionary many-objective optimization algorithm. In: *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.]: IEEE, 2016.

- ISHIBUCHI, H.; AKEDO, N.; NOJIMA, Y. Behavior of multiobjective evolutionary algorithms on many-objective knapsack problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 19, n. 2, p. 264–283, 2014.
- ISHIBUCHI, H. et al. Many-objective problems are not always difficult for pareto dominance-based evolutionary algorithms. In: *ECAI*. [S.l.: s.n.], 2020.
- ISHIBUCHI, H.; MURATA, T. Multi-objective genetic local search algorithm. In: IEEE. *Proceedings of IEEE international conference on evolutionary computation*. [S.l.], 1996. p. 119–124.
- ISHIBUCHI, H.; MURATA, T. A multi-objective genetic local search algorithm and its application to flowshop scheduling. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, IEEE, v. 28, n. 3, p. 392–403, 1998.
- ISHIBUCHI, H.; NARUKAWA, K. Recombination of similar parents in emo algorithms. In: SPRINGER. *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. [S.l.], 2005. p. 265–279.
- ISHIBUCHI, H.; YOSHIDA, T.; MURATA, T. Balance between genetic search and local search in memetic algorithms for multiobjective permutation flowshop scheduling. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 7, n. 2, p. 204–223, 2003.
- JAIMES, A. L.; COELLO, C. A. C. Many-objective problems: Challenges and methods. In: \_\_\_\_\_. *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Springer Berlin Heidelberg, 2015. p. 1033–1046. ISBN 9783662435052. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-43505-2\\_51](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-43505-2_51)>.
- JAIN, H.; DEB, K. An improved adaptive approach for elitist nondominated sorting genetic algorithm for many-objective optimization. In: \_\_\_\_\_. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. p. 307–321. ISBN 9783642371400. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-37140-0\\_25](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-37140-0_25)>.
- KHARE, V.; YAO, X.; DEB, K. Performance scaling of multi-objective evolutionary algorithms. In: \_\_\_\_\_. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Springer Berlin Heidelberg, 2003. p. 376–390. ISBN 9783540369707. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/3-540-36970-8\\_27](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-36970-8_27)>.
- KNOWLES, J. D.; CORNE, D. W. M-paes: A memetic algorithm for multiobjective optimization. In: IEEE. *Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation. CEC00 (Cat. No. 00TH8512)*. [S.l.], 2000. v. 1, p. 325–332.
- KUKKONEN, S.; LAMPINEN, J. An empirical study of control parameters for the third version of generalized differential evolution (gde3). In: *2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 2002–2009. ISSN 1089-778X.
- LI, K. et al. Evolutionary many-objective optimization: A comparative study of the state-of-the-art. *IEEE Access*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 6, p. 26194–26214, 2018. ISSN 2169-3536. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2832181>>.

- LIU, Z. et al. A many-objective optimization evolutionary algorithm based on hyper-dominance degree. *Swarm and Evolutionary Computation*, Elsevier BV, v. 83, p. 101411, dez. 2023. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.swevo.2023.101411>>.
- LÜCKEN, C. von; BARÁN, B.; BRIZUELA, C. A survey on multi-objective evolutionary algorithms for many-objective problems. *Computational Optimization and Applications*, Springer Science and Business Media LLC, fev. 2014. ISSN 1573-2894. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10589-014-9644-1>>.
- MING, F.; GONG, W.; WANG, L. A two-stage evolutionary algorithm with balanced convergence and diversity for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, v. 52, n. 10, p. 6222–6234, 2022.
- MITTAL, S. et al. Enhanced innovized progress operator for evolutionary multi- and many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 26, n. 5, p. 961–975, out. 2022. ISSN 1941-0026. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2021.3131952>>.
- MOSCATO, P.; COTTA, C. A gentle introduction to memetic algorithms. In: *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer, 2003. p. 105–144.
- MOSCATO, P.; COTTA, C. A modern introduction to memetic algorithms. In: *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer, 2010. p. 141–183.
- MOSCATO, P. et al. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms. *Caltech concurrent computation program, C3P Report*, v. 826, p. 1989, 1989.
- NERI, F.; COTTA, C. A primer on memetic algorithms. In: *Handbook of Memetic Algorithms*. [S.l.]: Springer, 2012. p. 43–52.
- NERI, F.; TIRRONEN, V. Recent advances in differential evolution: a survey and experimental analysis. *Artificial Intelligence Review*, Springer Science and Business Media LLC, v. 33, n. 1-2, p. 61–106, out. 2009.
- NORMAN, M. G.; MOSCATO, P. A competitive and cooperative approach to complex combinatorial search. In: CITESEER. *Proceedings of the 20th Informatics and Operations Research Meeting*. [S.l.], 1991. p. 3–15.
- PURSHOUSE, R. C.; FLEMING, P. J. On the evolutionary optimization of many conflicting objectives. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 11, n. 6, p. 770–784, dez. 2007. ISSN 1089-778X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2007.910138>>.
- QI, Y. et al. Moea/d with adaptive weight adjustment. *Evolutionary Computation*, MIT Press - Journals, v. 22, n. 2, p. 231–264, jun. 2014. ISSN 1530-9304. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1162/EVCO\\_a\\_00109](http://dx.doi.org/10.1162/EVCO_a_00109)>.
- RASTRIGIN, L. A. Systems of extremal control. *Nauka*, 1974.

REDDY, S. R.; DULIKRAVICH, G. S. Many-objective differential evolution optimization based on reference points: Nsd-r. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer Science and Business Media LLC, v. 60, n. 4, p. 1455–1473, abr. 2019. ISSN 1615-1488. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00158-019-02272-0>>.

RIQUELME, N.; LÜCKEN, C. V.; BARAN, B. Performance metrics in multi-objective optimization. In: *2015 Latin American Computing Conference (CLEI)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–11.

RUDOLPH, G. *Globale optimierung mit parallelen evolutionsstrategien*. Tese (Doutorado) — Diplomarbeit, Universit at Dortmund, Fachbereich Informatik, 1990.

SAMPAIO, S. M.; CAMILO-JUNIOR, C. G. IVF/NSGAll: In vitro fertilization method coupled to NSGAll. In: *2017 IEEE Latin American Conference on Computational Intelligence (LA-CCI)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6.

SAMPAIO, S. M.; CAMILO-JUNIOR, C. G. IVF/GDE3 - In Vitro Fertilization method coupled to GDE3. In: IEEE. *2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.], 2019. p. 2066–2073.

SAMPAIO, S. M.; DANTAS, A.; CAMILO-JUNIOR, C. G. Routing sales territory by solving a multi-objective TSP variant with evolutionary algorithms. In: *2019 IEEE 31st International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 109–116. ISSN 1082-3409.

SAMPAIO, S. M.; DANTAS, A.; CAMILO-JUNIOR, C. G. Ivf/nsga-iii - in vitro fertilization method coupled to nsga-iii. In: *2023 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2023. p. 1–8.

SATO, H.; ISHIBUCHI, H. Evolutionary many-objective optimization: Difficulties, approaches, and discussions. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, Wiley, v. 18, n. 7, p. 1048–1058, mar. 2023. ISSN 1931-4981. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/tee.23796>>.

SHEKIN, D. J. *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2003.

TALBI, E.-G. *Metaheuristics: from design to implementation*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

TANABE, R.; ISHIBUCHI, H. An analysis of control parameters of moea/d under two different optimization scenarios. *Applied Soft Computing*, Elsevier BV, v. 70, p. 22–40, set. 2018. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2018.05.014>>.

TIAN, Y. et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, v. 12, n. 4, p. 73–87, 2017.

WEBER, M.; NERI, F.; TIRRONEN, V. A study on scale factor/crossover interaction in distributed differential evolution. *Artificial Intelligence Review*, Springer Science and Business Media LLC, v. 39, n. 3, p. 195–224, jun. 2011.

- YANG, W. et al. Multi/many-objective particle swarm optimization algorithm based on competition mechanism. *Computational Intelligence and Neuroscience*, Hindawi Limited, v. 2020, p. 1–26, fev. 2020. ISSN 1687-5273. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1155/2020/5132803>.
- YI, J.-H. et al. Behavior of crossover operators in nsga-iii for large-scale optimization problems. *Information Sciences*, Elsevier BV, v. 509, p. 470–487, jan. 2020. ISSN 0020-0255. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2018.10.005>.
- YUAN, Y. et al. A new dominance relation-based evolutionary algorithm for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 20, n. 1, p. 16–37, fev. 2016. ISSN 1941-0026. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2015.2420112>.
- ZAPOTECAS-MARTÍNEZ, S. et al. Challenging test problems for multi- and many-objective optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, Elsevier BV, v. 81, p. 101350, ago. 2023. ISSN 2210-6502. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.swevo.2023.101350>.
- ZHANG, Q.; LI, H. Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 11, n. 6, p. 712–731, dez. 2007. ISSN 1089-778X. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2007.892759>.
- ZHANG, Q. et al. *Multiobjective optimization test instances for the CEC 2009 special session and competition*. [S.l.], 2008.
- ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. [S.l.], 2001.
- ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 3, n. 4, p. 257–271, Nov 1999. ISSN 1089-778X.