



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

MAYLINE REGINA SILVA

**INDÍCIOS DE APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO
DA APRENDIZAGEM DA DOCÊNCIA: UMA PROPOSTA FORMATIVA NO
CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO**

Goiânia

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
GERÊNCIA DE CURSOS E PROGRAMAS INTERDISCIPLINARES

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES
E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

MAYLINE REGINA SILVA

3. Título do trabalho

INDÍCIOS DE APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DA APRENDIZAGEM DA DOCÊNCIA: UMA PROPOSTA FORMATIVA NO CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(a) autor(a) e ao(a) orientador(a);
- b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Wellington Lima Cedro, Professora do Magistério Superior**, em 20/03/2024, às 09:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mayline Regina Silva, Discente**, em 20/03/2024, às 12:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4462322** e o código CRC **B53AA080**.

MAYLINE REGINA SILVA

**INDÍCIOS DE APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO
DA APRENDIZAGEM DA DOCÊNCIA: UMA PROPOSTA FORMATIVA NO
CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pró-Reitoria de Pós-Graduação, da Universidade Federal de Goiás (UFG), para como requisito para qualificação de doutorado em Educação em Ciências e Matemática em 2023. Área de concentração: Qualificação de professores de Ciências e Matemática. Linha de pesquisa: Formação de professores

Orientador: Professor Doutor Wellington Lima Cedro

Goiânia

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Silva, Mayline Regina

Indícios de apropriação do conceito de função por meio da aprendizagem da docência: uma proposta formativa no Clube de Matemática Ensino Médio [manuscrito] / Mayline Regina Silva. - 2023.

CCLXXX, 280 f.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Lima Cedro.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Pró-reitoria de Pós-graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2023.

Anexos.

Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Clube de Matemática. 2. Movimento Lógico-Histórico. 3. Apropriação de Conceitos. 4. Função Matemática. 5. Ciclos de Aprendizagem Expansiva. I. Cedro, Wellington Lima, orient. II. Título.

CDU 5



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

GERÊNCIA DE CURSOS E PROGRAMAS INTERDISCIPLINARES

ATA DE DEFESA DE TESE

Ata da sessão de Defesa de Tese de MAYLINE REGINA SILVA, que confere o título de Doutor(a) em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, na área de concentração em **Qualificação de Professores de Ciências e Matemática**.

Ao/s **18 dias do mês de dezembro de 2023**, a partir da(s) **13:30**, por VIDEOCONFERÊNCIA, realizou-se a sessão pública de Defesa de Tese intitulada "INDÍCIOS DE APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DA APRENDIZAGEM DA DOCÊNCIA: UMA PROPOSTA FORMATIVA NO CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO". Os trabalhos foram instalados pelo(a) Orientador(a), Professor(a) Doutor(a) WELLINGTON LIMA CEDRO - UFG com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor(a) Doutor(a) ALEX JORDANE DE OLIVEIRA - IFES, membro titular externo; Professor(a) Doutor(a) MARIA DO CARMO DE SOUSA - UFSCAR, membro titular externo; Professor(a) Doutor(a) MARIA MARTA DA SILVA - UEG, membro titular externo; Professor(a) Doutor(a) VANESSA DIAS MORETTI - UNIFESP, membro titular interno. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Tese, tendo sido(a) o(a) candidato(a) **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo(a) Professor(a) Doutor(a) WELLINGTON LIMA CEDRO, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Alex Jordane de Oliveira, Usuário Externo**, em 04/07/2024, às 19:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria do Carmo de Sousa, Usuário Externo**, em 05/07/2024, às 20:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wellington Lima Cedro, Professor do Magistério Superior**, em 09/07/2024, às 08:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Marta da Silva, Usuário Externo**, em 09/07/2024, às 09:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

10/07/24, 08:42

SEI/UFMG - 4645780 - Ata de Defesa de Tese



Documento assinado eletronicamente por **VANESSA DIAS MORETTI**, Usuário Externo, em 09/07/2024, às 20:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4645780** e o código CRC **5C59323D**.

Referência: Processo nº 23070.067585/2023-14

SEI nº 4645780

*Dedico esse trabalho à minha mãe Irene com
um trecho da música do Emicida
“Luta diária, fio da navalha, marcas? Várias
Senzalas, cesárias, cicatrizes
Estrias, varizes, crises
Tipo Lulu, nem sempre é so easy
Pra nós punk é quem amamenta, enquanto
enfrenta guerra, os tanques
As roupas sujas, vida sem amaciante
Bomba a todo instante, num quadro ao léu
Que é só enquadro e banco dos réus, sem
flagrante
Até meu jeito é o dela
Amor cego escutando com o coração a luz do
peito dela
Descreve o efeito dela, "Breve, intenso, imenso"
Ao ponto de agradecer até os defeitos dela
Esses dias achei na minha caligrafia
A tua letra e as lágrimas molham a caneta”.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a mim mesma, que com tanta luta cheguei a esse lugar, onde poucos acreditavam. Como diria o Emicida, “pensei e dispensei após... refleti, por que nós? Ou melhor, por que não nós”?

À minha ancestralidade e espiritualidade que não me deixaram sozinha durante essa trajetória. Assim como Maria Bethânia, “Não mexe comigo, que eu não ando só”!

À minha família com quem compartilho esse sonho, em especial aos meus irmãos Luan, Wemerson e Cleber. E meus sobrinhos Ryan, Ketellyn, Kalleb e Mariah, que recarregam minha bateria com a leveza da vida.

Aos meus amigos de infância, Evandro, Reinaldo e Amanda que viveram comigo todo processo dentro da minha busca pelo conhecimento. E como diria meu camarada Emicida: “Meus amigos, são antigos como meus ideais, como os vinil que guardei, crendo que eles valem mais”!

Às minhas amigas de faculdade Adriana e Laura, que sem pedir licença foram meu porto seguro, “gargalhando para sufocar as agonias suburbanas, dizendo que vai melhorar. Foi o choque do desfibrilador na esperança” (Emicida).

Aos participantes da pesquisa, que me fizeram enxergar um novo mundo de possibilidades. Vocês me deixaram extremamente feliz com cada entrega durante essa investigação. Sem vocês, nada disso seria tão significativa. Obrigada!

Ao grupo de pesquisas e estudos GEMAT e ao PETMAT, pelo acolhimento e coletividade em toda minha jornada acadêmica, pois “através dos outros nos tornamos nós mesmos!” (Vigotski).

À minha banca que aceitou participar desse desafio com o trabalho objetivado neste texto. Cada contribuição feita com carinho e responsabilidade social me fez crescer enquanto professora, pesquisadora e mulher. Vocês foram e serão referências para o meu trabalho pedagógico, principalmente pela representatividade.

Ao meu querido orientador, professor Wellington, por acreditar em mim, por me dar voz, por me acolher, por me ensinar a ser gente, professora e pesquisadora. Sem dúvida o senhor é uma das minhas maiores referências. Obrigada por dizer que era possível e mostrar os caminhos.

GRATIDÃO!

RESUMO

Este texto apresenta a síntese de uma investigação pedagógica conduzida com professoras de Matemática em fase de formação inicial. O objeto de pesquisa é a aprendizagem da docência por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático, especificamente o conceito de função, com o intuito de compreender as transformações que podem ser facilitadas pelo Ciclo de Aprendizagem Expansiva, permitindo uma análise aprofundada da essência desse conceito e a apropriação do pensamento teórico associado a ele. A abordagem metodológica empregada baseia-se no Materialismo Histórico-Dialético e utiliza um experimento formativo estruturado, sustentado pelas Teorias Histórico-Cultural, da Atividade e Atividade Orientadora de Ensino. A questão central da pesquisa se concentra em: como professores em formação inicial compreendem a docência a partir do processo de apropriação do conceito de função? A hipótese explorada se relaciona à perspectiva de que a apropriação do conhecimento matemático pode influenciar a aprendizagem da docência, por meio de uma abordagem pedagógica vinculada aos cinco princípios da aprendizagem da docência: a compreensão da escola como espaço de apropriação da cultura, o reconhecimento do professor como sujeito dos processos formativos, a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino, o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica e o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano. O estudo abrangeu um período de dois anos letivos, 2021 e 2022, durante o qual foram realizados encontros formativos que enfatizavam estudos, planejamento e avaliação de cada ciclo de aprendizagem. Nesse contexto, a pesquisa enfatiza a importância de se compreender as necessidades individuais dos futuros professores ao longo de seu desenvolvimento, por meio da apropriação da cultura. O processo investigativo promoveu discussões profundas, compartilhamento de ideias, construção de significados e desconstrução das barreiras impostas à disseminação do conhecimento matemático em sua imposição social. O reconhecimento e a participação ativa em um ambiente formativo, como o Clube de Matemática Ensino Médio, sublinham a necessidade essencial de organizar o conhecimento científico em prol de sua apropriação cultural, tanto por parte dos professores como dos estudantes da Educação Básica.

Palavras-chave: Clube de Matemática; Movimento Lógico-Histórico; Apropriação de Conceitos; Função Matemática; Ciclos de Aprendizagem Expansiva.

ABSTRACT

This text presents the synthesis of a pedagogical investigation conducted with female Mathematics teachers in the initial training phase. The object of the research is the learning of teaching through the process of appropriation of mathematical knowledge, precisely the concept of function, to understand the transformations that can be facilitated by the Expansive Learning Cycle, allowing an in-depth analysis of the essence of this concept and the appropriation of the theoretical thinking associated with it. The methodological approach is based on Historical-Dialectical Materialism and uses a structured formative experiment supported by the Historical-Cultural, Activity, and Teaching Guiding Activity Theories. The central question of the research focuses on how teachers in initial training understand teaching based on the process of appropriating the concept of function. The hypothesis explored is related to the perspective that the appropriation of mathematical knowledge can influence the learning of teaching through a pedagogical approach linked to its five principles: the understanding of the school as a space for the appropriation of culture, the recognition of the teacher as the subject of training processes, pedagogical intentionality as an essential element in the organization of teaching, sharing as a fundamental principle for understanding pedagogical activity, and mathematical knowledge as a promoter of human development. The study covered two school years, 2021 and 2022, during which training meetings were held that emphasized studies, planning, and evaluation of each learning cycle. In this context, the research focuses on the importance of understanding the individual needs of future teachers throughout their development through the appropriation of culture. The investigative process promoted in-depth discussions, sharing of ideas, construction of meanings, and deconstruction of the barriers imposed on disseminating mathematical knowledge in its social imposition. Recognition of, and active participation in, a training environment such as the High School Math Club underlines the need to organize scientific knowledge in favor of its cultural appropriation, both by teachers and students in elementary and secondary education.

Keywords: Math Club; Logical-Historical Movement; Appropriation of Concepts; Function in Mathematics; Expansive Learning Cycles.

SUMÁRIO

OBJETO DE INVESTIGAÇÃO ENQUANTO FENÔMENO SOCIAL	4
CAPÍTULO 1: FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O CONHECIMENTO CIENTÍFICO - FUNÇÃO	10
1.1 FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	11
1.2 O CONHECIMENTO MATEMÁTICO	14
1.3 AS CONTRADIÇÕES DAS RELAÇÕES ENTRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM	18
1.4 MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO E O CONCEITO DE FUNÇÃO	22
CAPÍTULO 2: O MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO E A TEORIA DA APRENDIZAGEM EXPANSIVA NA PROPOSTA FORMATIVA	26
2.1 COMPREENSÃO DO FENÔMENO A PARTIR DO ESTUDO DO PENSAMENTO EMPÍRICO E DO PENSAMENTO TEÓRICO E SUAS RELAÇÕES COM O MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO	27
2.2 A TEORIA DA ATIVIDADE	32
2.3 CICLOS DE APRENDIZAGEM EXPANSIVA	38
CAPÍTULO 3: O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO E OS CAMINHOS METODOLÓGICOS	50
3.1 O PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS	51
3.2 CONSTITUIÇÃO DOS SUJEITOS DA INVESTIGAÇÃO	58
3.4 ESTRUTURA DA ANÁLISE	83
REFERÊNCIAS	86
APÊNDICE 01	90
APÊNDICE 02 - PLANEJAMENTO - 1ª VERSÃO	91
APÊNDICE 03: Última versão do planejamento das ações do CLUMAT Ensino Médio	101
APÊNDICE 04: registros que potencializam as discussões em cada tarefa de ensino	123

Lista de quadros e figuras

Quadro 1: Relação aprendizagem da docência e o conceito de função.....	22
Figura 1: Síntese do conceito de atividade de Leontiev.....	71
Figura 02: Atividade Orientadora de Ensino	73
Figura 03: Modelo de Vygotsky da ação mediada - 1ª geração	76
Figura 04: Teoria da Atividade por Leontiev	78
Quadro 02: As 4 contradições da Aprendizagem Expansiva por Engeström	79-80
Figura 05: Dois sistemas de atividade em interação como modelo mínimo para a terceira geração da teoria da atividade	80
Figura 06: Ciclo de Aprendizagem Expansiva	84
Quadro 4: Projetos PETMAT-UFG	90
Quadro 5: Etapas do CLUMAT Ensino Médio	94
Quadro 6: professores colaboradores e participantes da investigação	97-98
Quadro 7: Categorias dos grupos de professoras participantes da pesquisa.....	98
Quadro 08: 1º Ciclo de aprendizagem expansiva	108-110
Quadro 09: 2º Ciclo de aprendizagem expansiva	106-109
Quadro 10: 3º Ciclo de aprendizagem expansiva	109-111
Quadro 11: Síntese dos dados organizados em episódios	118
Quadro 12: organização sistemática do episódio estudo enquanto compreendo a escola.....	120
Quadro 13 - Cena 1: diálogo com Nzinga Mbandi.....	122
Quadro 14 - cena 1: pesquisa realizada do Nzinga	124
Quadro 15 - cena 1: sugestão de Nzinga Mbandi e Maria Beatriz Nascimento	126
Figura 7: mapa conceitual coletivo sobre a natureza do conhecimento matemático.....	127
Figura 8: Do movimento lógico-histórico à organização do ensino.....	132
Quadro 16: o papel da escola, a realidade prática e o conhecimento algébrico.....	133-134
Quadro 17: organização sistemática do episódio estudo enquanto compreendo a escola.....	136
Figura 8: Conteúdo do primeiro planejamento - encontro 1.....	137
Figura 9: Conteúdo do segundo planejamento - encontro 1	139
Figura 10: Conteúdo do terceiro planejamento - encontro 1	140
Quadro 18: perguntas orientadoras para roda de conversa	148
Figura 11: resposta de uma professora após participar dos ciclos de aprendizagem expansiva	145
Figura 12: o conceito de função enquanto movimento da vida pela visão de uma professora	146
Figura 13: síntese do conceito de função na aprendizagem da docência por uma perspectiva de uma professora do projeto	147

Figura 14: síntese da unidade 1.....	151
Quadro 19: organização do episódio organização do episódio analisar o processo e se ver dentro dele	153
Quadro 20: Extrato do planejamento	154
Figura 15: Fotos que representam a lotação das turmas	158
Figura 16: recalculando a rota do planejamento	162
Quadro 21: organização do episódio planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto	165
Quadro 22: Diálogo sobre a natureza do conhecimento matemático	166
Quadro 23: Diálogo sobre funções tipos de funções	173
Figura 16: síntese da unidade 2	177
Quadro 24: organização do episódio planejar para que?	179
Figura 17: avaliação do encontro 5	181
Figura 18: Problemas propostos pelas professoras	184
Quadro 25: Avaliação de uma tarefa de ensino	185
Figura 19: Conexão entre objetivos, nexos conceituais e as perguntas orientadoras	187
Quadro 26: organização do episódio as velhas e novas intenções	188
Quadro 27: descrição da aula de Marielle Franco e Virginia Brindis de Salas	189
Quadro 28: Avaliação do encontro	190
Quadro 29: Orientações para a produção de narrativas	193
Figura 20: O planejamento e sua intencionalidade na narrativa de Solitude	193
Figura 21: O planejamento e sua intencionalidade na narrativa de Amy Aswood Garvey	194
Figura 22: O planejamento e sua intencionalidade na narrativa de Maria Elena Moyano	196
Figura 23: síntese da unidade 3	197
Quadro 29: organização do episódio A produção de sínteses como forma de compartilhamento das ideias.....	200
Quadro 30: divisão de tarefas	201
Figura 24: Relação entre movimento Lógico-Histórico do conceito de função e a concretização das tarefas de ensino	207
Figura 25: Reformulando o planejamento	209
Quadro 31: organização do episódio A constituição do sujeito por meio das ações de compartilhamento	210

Figura 26: eu e o outro	212
Figura 27: reflexão na prática coletivista	213
Figura 28: o movimento no coletivo	214
Figura 29: síntese da unidade 4	217
Quadro 32: organização do episódio A transformação do pensamento acerca do conceito de função	219
Quadro 33: Diversidade da matemática por Nzinga	221
Quadro 34: Reflexões sobre o conceito de função por Nzinga	223
Quadro 35: Algumas dificuldades acerca da apropriação do conceito de função	226
Quadro 35: Avaliação do projeto primeiro ciclo	230
Figura 30: Perguntas aos professores convidados	232
Figura 31: Colagem coletiva sobre o projeto	233
Quadro 36: Avaliação final do experimento formativo no Clube de Matemática Ensino Médio	235
Figura 32: Síntese da unidade O conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano	242
Figura 33: Síntese dos cinco princípios da aprendizagem da docência	246



Zankofa: Enye taboo se wobesan
ako akohwehwe nea wo were afi
no
Provérbio Akan

Tradução

Zankofa: não é tabu voltar atrás e
buscar o que esqueceu.

OBJETO DE INVESTIGAÇÃO ENQUANTO FENÔMENO SOCIAL

“O homem é, por natureza, um animal político.” (Aristóteles)

A vida humana se transforma em movimento, nas inúmeras tentativas, em que o homem, enquanto gênero humano, busca enxergar e compreender a si, o outro e o mundo. Nesse movimento, ele se constitui por meio da cultura em que está imerso, ao estabelecer suas leis próprias, sua moralidade e seu modo de análise da natureza que o cerca, e isso o faz, como diz Aristóteles, um animal político.

Nessa perspectiva, o grande filósofo, nos chama a atenção para as relações que diferenciam o ser humano dos outros animais, isto é, o modo de sobrevivência pela coletividade, por meio da linguagem. Para Aristóteles, o homem necessita do meio (comunidade) para se tornar humano, em suas múltiplas determinações. E nesse sentido, viver em comunidade significa se politizar enquanto se comunica.

Para Marx, a história humana se transforma a partir da história de seu desenvolvimento. Apropriando-se desse pensamento, Vigotski (1998) fundamentou sua teoria nos pressupostos filosóficos, epistemológicos e metodológico, ao “caracterizar os aspectos tipicamente humanos do comportamento e elaborar hipóteses de como essas características se formaram ao longo da história humana e de como se desenvolvem durante a vida de um indivíduo” (Vigotski, 1998, p. 25).

A partir das teses inferidas por Vigotski, Leontiev (1978), no livro “O desenvolvimento do psiquismo”, discorre sobre as necessidades animais de sobrevivência por meio do instinto, adaptação e reflexo. Nós, humanos, nos diferenciamos pela forma como planejamos as ações impulsionadas por tais instintos e pela distinção da realidade objetiva com o seu reflexo, isto é, a distinção do “mundo das impressões interiores e torna possível com isso o desenvolvimento da observação de si mesmo” (Leontiev, 1978, p. 75).

Sobre isso, Rego (1995), apresenta a tese vigotskiana no que ela diz respeito ao desenvolvimento humano ao afirmar que

[...] as características tipicamente humanas não estão presentes desde o nascimento do indivíduo, nem são mero resultado das pressões do meio externo. Elas resultam da interação dialética do homem e seu meio sociocultural. Ao mesmo tempo em que o ser humano transforma o seu meio para atender suas necessidades básicas, transforma-se a si mesmo (Rego, 1995, p. 41).

A respeito disso, Leontiev, nas palavras de Engels coloca que,

Primeiro o trabalho, depois dele, e ao mesmo tempo que ele, a linguagem: tais são os dois estímulos essenciais sob a influência dos quais o cérebro de um macaco se transformou pouco a pouco num cérebro humano, que mau grado toda a semelhança o supera de longe em tamanho e em perfeição (Engels, 1975, p. 171).

Complementando essa ideia, ao pensarmos no processo histórico de desenvolvimento humano, entendemos que o homem se constitui a todo momento, quando se transforma diante da realidade experienciada e quando a modifica conforme suas necessidades, por meio de sua atividade essencial, o trabalho. Assim, “o trabalho que se fixou num objeto, fez-se coisa, é a objetivação do trabalho.” (Marx, 2004, p. 80). É na inter-relação do homem com a natureza, mediada pelo trabalho, que este se desenvolve, transforma o meio e a si, modificando o modo de ver e conceber o mundo.

De acordo com Leontiev (1978, p. 283), “desde o princípio da história humana, os próprios homens e as suas condições de vida não deixaram de se modificar e as aquisições da evolução de se transmitir de geração em geração, o que era a continuidade do progresso histórico”, inicialmente pelas necessidades de adaptação, mas também por meio da criação de objetos, seus meios de produção, seus instrumentos, abrigos, roupas, entre outros. Todo esse movimento ainda corrobora o desenvolvimento da cultura, da ciência e da arte.

O autor afirma que “a comunicação pela linguagem ou a aptidão para utilizar os utensílios transmite-se evidentemente de geração em geração” (Leontiev, 1978, p.175). Assim, podemos inferir que o desenvolvimento humano, a partir dessa perspectiva, ocorre por meio da linguagem que transforma a realidade, no movimento do trabalho, e isso cria a condição humana de existência social do indivíduo, assim como outra tese vigotskiana nos indica: “As funções psicológicas especificamente humanas se originam nas relações do indivíduo e seu contexto cultural e social” (Rego, 1995, p. 41). Leontiev chama esse processo de *atividade*, pois resume-o em, “trabalho como processo que liga o homem à natureza, o processo de ação do homem sobre a natureza” (Leontiev, 1978, p. 80), pelas condições de atividade comum coletiva.

Nesse sentido, o autor afirma que “a produção da linguagem como da consciência e do pensamento, está diretamente misturada na origem, à atividade produtiva, à comunicação material dos homens” (Leontiev, 1978, p. 93-94). Desse modo, ela não desempenha apenas o papel de meio de comunicação entre os homens, mas também o de, uma forma da consciência e do pensamento humano, não destacado ainda da produção material, isto é, a generalização consciente da realidade. Em Vigotski (1998, p.27), podemos perceber em outra tese que “São os instrumentos técnicos e os sistemas de signos construídos historicamente, que fazem a

mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo”. Nesta concepção, “a linguagem é um signo mediador por excelência, pois ela carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana” (Rego, 1995, p. 42). Assim, a mediação¹ é fundamental para Vigotski, porque é por meio dos instrumentos e signos que os processos psicológicos são fornecidos pela cultura.

Com intuito de aprofundar as teses vigotskianas, Leontiev (1978) introduz ao processo de desenvolvimento humano a *consciência*, que pode ser compreendida em duas dimensões: a consciência social e a racional. A primeira diz respeito às experiências imediatas do homem com o mundo. Já a segunda reflete a forma mais complexa do desenvolvimento, que circunda a atividade humana mediada pela linguagem e pela apropriação de conceitos; ela está em uma camada não aparente, possibilitando uma compreensão simbólica e abstrata por meio do pensamento lógico.

Para Vigotski (2004), a consciência pode ser entendida como uma relação de sistemas reflexos, pois o significado da palavra detém propriedades da consciência. Esses significados são convertidos em sentidos pessoais, de acordo com as necessidades que os motivaram. Desse modo, a consciência possui uma base social, portanto coletiva, do percurso do desenvolvimento humano.

Leontiev, fundamentado em Marx, afirma que,

Na origem, os homens não têm qualquer consciência da sua coletividade. Não surge senão um princípio de consciência de que o homem vive em sociedade. [...] Este início, é tão animal como o é a própria vida social neste estágio; é uma simples consciência gregária e o homem distingue-se aqui do carneiro pelo único fato de a sua consciência tomar nele o lugar do instinto ou do seu instinto se tornar um instinto consciente (1978, p. 102).

Interpretando essa narrativa, podemos observar que, no processo de buscar um instinto consciente, o homem, em atividade de produção, por meio de suas necessidades, se humaniza à medida que torna complexas suas relações com o meio conforme o trabalho e os instrumentos elaborados nesse movimento de forjar-se diante a realidade objetiva.

Para o autor, o processo de humanização não se resume às experiências individuais, isto é, o homem não compreende o mundo de modo isolado. Como já mencionamos, o ser humano se apropria de experiências das gerações precedentes e este processo realiza-se sob a forma da aquisição das significações, o que envolve relações entre o indivíduo e a coletividade que o cerca, ensejando relações sociais.

¹ A mediação, segundo Vigotski (1998), refere-se ao processo pelo qual os indivíduos internalizam o conhecimento e adquirem habilidades por meio da interação social, da utilização de ferramentas psicológicas e da mediação de pessoas e objetos no ambiente.

Leontiev ainda complementa que devemos considerar a consciência no seu devir e no seu desenvolvimento, na sua dependência essencial do modo de vida, que é determinado pelas relações sociais existentes e pelo lugar que o indivíduo considerado ocupa nestas relações (Leontiev, 1978, p 95). Isso quer dizer que o homem se desenvolve por meio da linguagem em um processo que é histórico e social, por meio de suas experiências e modificações de seus conhecimentos e necessidades. Nesse sentido, Marx afirma que, “o modo pelo qual os homens produzem seus meios de vida depende, antes de tudo, da própria constituição dos meios de vida já encontrados e que eles têm de reproduzir.” (Marx, 2007, p. 87).

Ao buscar elementos constituintes das proposições marxistas, Leontiev (1978) embasa o conceito de consciência determinado pelas relações humanas, o lugar social que o indivíduo ocupa no mundo, o que caracteriza a vida em movimento, e, assim, considera a consciência não imutável, já que ela se transforma à medida que o homem se constitui humano. Portanto, a consciência trata de compreender o desenvolvimento do conhecimento humano, o que representa que “a estrutura da consciência do homem se transforma com a estrutura de sua atividade. Determinar os caracteres da estrutura interna da consciência é caracterizá-la historicamente” (Leontiev, 1978, p. 92).

Desse modo, ao analisar historicamente o desenvolvimento da consciência humana entendemos que, por meio de suas necessidades, os homens de maneira coletiva agem sobre o meio transformando a si e ao mundo circundante, em busca da compreensão da realidade objetiva, e esse movimento ocorre conforme os sistemas econômicos vigentes de cada tempo, suscitando, assim, os interesses individuais e coletivos.

A partir da relação entre trabalho e atividade humana, proposta por Marx, Vigotski e Leontiev, ocorre o desenvolvimento humano, pois, de acordo com Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 16), “o trabalho é aquilo que fundamentalmente humaniza e possibilita o desenvolvimento da cultura”. Podemos perceber nessa relação os aspectos individuais (sentido biológico) e os aspectos sociais (sentido cultural), por meio dos quais a apropriação cultural nos permite analisar o processo de desenvolvimento humano em seu percurso histórico e socialmente organizado.

Assim, para que a “atividade seja considerada potencializadora do desenvolvimento humano é essencial que seja movida por uma intencionalidade” (Rigon; Asbahr; Moretti, 2010, p. 17). Pensando nisso, concebemos neste trabalho a ideia de uma educação humanizadora, em consonância com a relação “*trabalho e atividade humana*”, tendo em vista

que a escola é um espaço privilegiado e organizado intencionalmente para a apropriação da cultura e do conhecimento científico.

As autoras ainda revelam que pensar uma educação humanizadora implica considerar o trabalho como mediação necessária no processo de constituição dos sujeitos, e não apenas como fim em si mesmo (Ringon; Asbahr; Moretti, 2010, p. 25). Isso quer dizer que o professor organiza o ensino de modo que o conhecimento científico possa ser apropriado pelas suas múltiplas determinações, transformando o sujeito e o objeto estudado em uma perspectiva que é histórica e cultural, tanto na dialética da concepção do conhecimento, quanto no desenvolvimento do sujeito, ou seja, por meio da interdependência entre o conteúdo de ensino, as ações educativas e os sujeitos que fazem parte da atividade educativa.

Em síntese, o professor como sujeito responsável pelo processo de ensino deve compreender o trabalho docente como mediação do conhecimento, que fundamenta o desenvolvimento, por meio da necessidade humana e da apropriação cultural. Este trabalho também deve ser uma atividade intencional e consciente do professor, que deve ser capaz de internalizar os elementos que compõem sua atividade pedagógica² e que podem oportunizar o desenvolvimento humano. Como afirmam Moretti e Moura (2010, p. 347), tal atividade “traduz-se como sendo a atividade humana intencional adequada a um fim e orientada por objetivos, por meio da qual o homem transforma a natureza e produz a si mesmo”.

Corroborando a discussão supracitada, Moura e outros (2010, p. 82), discorrem sobre “a escola como espaço de aprendizagem e apropriação da cultura humana elaborada, bem como o modo de prover os indivíduos, metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento plenos de suas potencialidades”. É nesse espaço social e com a intenção de pensar em uma educação humanizadora, por meio da apropriação de conhecimento científico, que este trabalho se desenha, tendo em vista que

O homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então o professor constitui-se professor pelo seu trabalho - a atividade de ensino - ou seja, o professor constitui-se professor na atividade de ensino. Em particular, ao objetivar a sua necessidade de ensinar e, conseqüentemente, de organizar o ensino para favorecer a aprendizagem (Moretti, 2007, p.101).

Assim, a linha que tece as primeiras ideias dessa narrativa diz respeito ao movimento intencional de tornar-se professor, isto é, ao modo como estudantes do curso de licenciatura

² Concordamos que atividade pedagógica se “configura como uma unidade em que professores e estudantes se apropriam de conhecimentos que lhes imprime constante mudança de qualidade, tendo no coletivo a referência para a realização de suas ações. A escola passa a ser entendida, desse modo, como comunidade de aprendizagem do professor e do estudante na realização de suas atividades de permanente formação” (Moura, 2021, p. 19).

em Matemática se constituem enquanto professores em atividade de ensino, a partir de uma proposta formativa que será apresentada nos capítulos posteriores.

Segundo Moraes, Lazaretti e Arrais (2018, p. 645), para compreender o movimento de aprendizagem docente, é necessário imergir “na atividade principal do professor, o trabalho, em especial a atividade de ensino, que exige, dialeticamente, ações de estudo do professor”. Nessa perspectiva, promover ações formativas é imprescindível articulá-las a partir da unidade dialética *conteúdo-forma*, na qual o professor “precisa apropriar-se tanto daquilo que ensinará quanto dos meios para realizar tal tarefa” (Moraes; Lazaretti; Arrais, 2018, p. 645).

Na perspectiva de nossa compreensão ideológica sobre a educação, o espaço escolar deve ser organizado intencionalmente para a apropriação do conhecimento científico, e este contribuir com a ótica social do sujeito de modo verdadeiramente integral. Temos consciência de que há uma necessidade premente de mudanças na educação escolar. Mas, antes de tudo, devemos considerar a nossa vida em sociedade e o modo como buscamos uma proposta formativa que humanize os sujeitos, principalmente da classe trabalhadora.

Desse modo, como podemos contribuir com propostas que possibilitem a formação integral dos estudantes objetivando sua humanização? Com uma formação de professores adequada para satisfazer a necessidade de tornar o conhecimento científico e o espaço escolar mais humanizado ao adolescente. Parafraseando Radford (2017), quando o professor conhece a essência³ do conhecimento de sua formação, no caso a Matemática, ele tem mais possibilidades pedagógicas para desenvolver sua atividade, enquanto ser social responsável por organizar o ensino, de modo a “humanizar” os estudantes.

Assim, nossas inquietações diante do exposto estão vinculadas ao movimento de aprendizagem da docência por meio do processo de apropriação do conhecimento científico por suas múltiplas determinações. Inicialmente, partimos de necessidades individuais da pesquisadora, que em seus círculos de relações formativas, durante sua formação inicial, se questionava sobre suas próprias ações e o modo como se via ocupando o papel social de professora.

³ Neste trabalho, a palavra *essência* tem um fundamento teórico pautado na Teoria Histórico-Cultural, uma vez que, para Davidov (1988, p. 147), a tarefa fundamental da análise consiste “[...] na redução das diferenças existentes dentro do todo para a base única que as gera, a sua essência”. A apreensão da essência demonstra conexão interna que determina as particularidades do todo. Segundo Rosental (1962), a essência, base geradora, se revela mediante o procedimento analítico de investigação, que consiste na decomposição de um todo complexo em suas partes. Esse procedimento visa não apenas mostrar as características e propriedades externas que compõem o objeto, mas também descobrir as contradições internas que se constituem em fonte de seu desenvolvimento.

Dados esses questionamentos acerca do papel social que uma professora deveria ou não ocupar, dedicamos alguns esforços debruçados em estudar a formação inicial de professores de Matemática. E como produto desse movimento construímos o texto “Conhecimento matemático e suas significações: professores de matemática em formação inicial no clube de matemática”, de Silva (2019) como dissertação de mestrado. Nesse movimento de investigação, pudemos perceber uma concepção de formação humana em que o sujeito transforma-se e transforma o meio em que vive. Esta concepção levou-nos a pensar a significação do conhecimento matemático, eixo central dessa perspectiva de formação, compreendendo-a significação como um processo dialético entre a construção do sentido pessoal e o significado social na proposta elaborada.

De acordo com Cedro e Moura (2017, p. 87), a formação de professores não se constitui enquanto condição indispensável para a emancipação dos indivíduos em formação. Os cursos de Licenciatura em Matemática, por sua vez, adotam um modelo reprodutivista que se baseia em uma abordagem utilitarista e na aplicação de conteúdos e conceitos.

Em nossa concepção do trabalho docente, a atividade pedagógica não deve ser realizada de forma alienada, mas sim focada na qualidade do conhecimento construído historicamente pela humanidade. O desenvolvimento ocorre por meio da apropriação cultural, impulsionada pelas necessidades individuais. No trabalho docente, as necessidades centrais são a produção e o compartilhamento de significados. Conforme destacado por Cedro e Moura (2017, p. 91), a atividade do professor está essencialmente relacionada à apropriação do conhecimento matemático, o que confere um caráter concreto às suas necessidades.

Assim, Libâneo (2012) aborda a problemática constante na pesquisa pedagógica e na formação de professores relacionada à separação entre a didática, a epistemologia e a metodologia de ensino das disciplinas. Esses elementos são essenciais nas três categorias projetadas por Shulman (2005), que envolvem as relações entre o conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar. Por sua vez, Bittencourt (2012) argumenta que o conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986; 1987), baseado na noção de *pedagogical content knowledge*, reconhece que o conhecimento escolar possui um conteúdo pedagógico intrínseco, estabelecendo conexões com os conhecimentos específicos da área do professor. Além disso, o mesmo autor indica que a capacidade de transformar o conhecimento científico em conteúdos escolares é o que caracteriza a docência.

Conforme Grossman, Wilson e Shulman (2005, p. 10), o conhecimento do conteúdo possui importância fundamental em dois aspectos: influencia a forma como o professor estrutura os conteúdos, seleciona o material didático e conduz as aulas, além de impactar o próprio processo de ensino. Os autores argumentam que os cursos de formação de professores devem incluir discussões sobre as estruturas substantivas e sintáticas dos conteúdos específicos de cada área.

Por outro lado, Rocha e Aguiar (2012) apresentam uma perspectiva diferente, defendendo que os professores-formadores precisam reinterpretar o conceito de ensino e reconhecer o conhecimento pedagógico nos processos de formação. Para Shulman (2005), o conhecimento pedagógico é uma combinação entre o conhecimento da matéria e o conhecimento sobre como ensinar.

Libâneo (2012, p. 6) se opõe às ideias de Shulman ao afirmar que o conhecimento do conteúdo ou o conhecimento pedagógico do conteúdo são insuficientes para compreender como ensinar um conteúdo de forma significativa, para a *humanização*. Segundo o autor, é necessário saber como traduzir o conhecimento científico em conteúdo matemático para o ensino, o que envolve não apenas compreender a lógica dos conteúdos, mas também a lógica dos processos cognitivos de aprendizagem dos alunos. Em outras palavras, os conteúdos específicos devem ser fundamentais para a estruturação do conhecimento pedagógico do conteúdo. O que podemos inferir, ainda, é que o autor defende a ideia de unidade entre as ações de ensino, o conteúdo e os sujeitos na aprendizagem.

Compreendemos em Libâneo (2012) que o ensino tem como objetivo principal a organização do ambiente social e das condições pedagógicas que permitem aos estudantes se apropriarem da experiência sócio-histórica da humanidade, levando-os a dominar métodos socialmente admitidos para lidar com o mundo e transformá-lo. Esses métodos são adquiridos por meio da formação de conceitos científicos, indo além da simples experiência sensorial imediata. Nesse sentido, ao aprender um determinado conceito, é mais importante compreender o processo de origem e desenvolvimento do objeto de conhecimento do que apenas dominar seu conteúdo formal, ou seja, seu resultado final. O foco está no domínio das etapas e do percurso que levou ao conhecimento estabelecido, proporcionando uma compreensão mais profunda e abrangente.

Neste trabalho, concordamos com as questões abordadas por Libâneo. Tendo em vista promover condições que possibilitem aos professores compreender a multiplicidade do conhecimento matemático, especialmente no contexto da Educação Básica, é necessário considerar uma abordagem de ensino que leve em conta o movimento lógico-histórico dos

conceitos. Isso ocorre porque o conhecimento matemático é uma construção humana que se desenvolve ao longo da história, impulsionada pelas necessidades sociais e de convivência. Dessa forma, ao pensar na organização do ensino de Matemática de maneira adequada ao método proposto, é essencial também considerar aspectos relacionados à sua produção lógica e histórica, de acordo com as necessidades dos indivíduos.

Em outra perspectiva, na atividade coletiva entre os indivíduos encontra-se o processo de significação do conhecimento matemático pelo ser humano. É por meio da coletividade que o ser humano adquire a capacidade de atribuir sentido, de estabelecer relações entre os propósitos da atividade, os objetos das ações realizadas e os objetivos almejados. Além disso, a atividade do professor está intrinsecamente ligada à formação de conceitos, o que nos leva a refletir sobre a transformação constante do professor em sua prática. Essa transformação envolve significações que são peculiares a cada professor, mas que também emergem como resultado do contexto histórico-cultural da sociedade.

Desse modo, a atividade pedagógica concentra-se na análise de como a mediação do conhecimento afeta a formação do pensamento teórico dos futuros professores em relação ao conhecimento matemático. Nesse contexto, a aprendizagem da docência pode ser compreendida como um processo individual que tem suas raízes nas dimensões sócio-históricas e socioculturais. Essa perspectiva possibilita que o professor esteja em constante processo de transformação e desenvolvimento.

Pensando nisso, elaboramos um projeto⁴ para estudar possibilidades de criação desses espaços de aprendizagem que fossem formativos para que futuros professores de Matemática pudessem planejar ações na perspectiva teórico-metodológica já apresentada.

O texto apresentado nesta pesquisa é uma síntese vivenciada em uma investigação pedagógica com professoras⁵ de Matemática, em formação inicial, já que nosso objeto de pesquisa é a aprendizagem da docência e nosso objetivo é analisar o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

Assim, a pergunta investigativa é: como ocorre o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática? Temos a tese de que a aprendizagem da docência pode ser potencializada com o processo de apropriação do conceito de função, por meio de uma

⁴ Projeto Clube de Matemática Ensino Médio, que será apresentado em capítulos posteriores.

⁵ Desta investigação, participaram professoras e professores. Usaremos apenas o feminino tendo em vista a escolha dos nomes fictícios adotados posteriormente.

proposta de organização do ensino que valorize ações coletivas e o estudo do movimento lógico-histórico de conceitos. Tal tese se fundamenta na Teoria Histórico-Cultural (Vigotski, 1998), Teoria da Atividade (Leontiev, 1978), Teoria da Aprendizagem Expansiva (Engeström, 2002, 2016) e na Atividade Orientadora de Ensino (Moura, 2010).

A investigação ocorreu durante dois anos letivos, na Universidade Federal de Goiás, tendo como participantes estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e também, bolsistas do Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática. O projeto de pesquisa deu origem ao projeto de extensão chamado Clube de Matemática Ensino Médio⁶.

Participaram da investigação 31 professoras de Matemática em formação inicial, 4 professores colaboradores das escolas parceiras e aproximadamente 140 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, de escolas públicas de período integral do estado de Goiás. Conforme o objeto da investigação, nossos esforços se debruçaram para analisar o movimento formativo de que as 31 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática participaram.

O texto que apresenta o processo como um todo foi organizado em quatro capítulos. O primeiro capítulo, intitulado “Formação inicial de professores de matemática e o conhecimento científico - Função”, é uma síntese de diversos questionamentos e proposições a respeito da temática, com intuito de problematizar a discussão, com foco em nosso objeto investigativo. Assim, foi discutida 1) a formação inicial de professores de Matemática, 2) o conhecimento matemático, 3) as contradições das relações entre o ensino e a aprendizagem e 4) o movimento lógico e histórico do conceito de função.

No segundo capítulo, intitulado “O Materialismo Histórico-Dialético e a Teoria da Aprendizagem Expansiva na proposta formativa”, foi organizada teoricamente a nossa tese de investigação que é: na perspectiva Histórico-Cultural, a aprendizagem da docência pode ser potencializada com o processo de apropriação do conceito de função, por meio de uma proposta de organização do ensino que valorize ações coletivas e o estudo do movimento lógico-histórico de conceitos de modo a proporcionar a humanização dos sujeitos envolvidos.

Assim, esse capítulo é destinado à discussão sobre o pensamento empírico e do pensamento teórico e suas relações com nossa investigação e as teorias citadas. Neste capítulo, tratamos a compreensão do fenômeno a partir do estudo do pensamento empírico e do pensamento teórico e suas relações com o materialismo histórico-dialético, como a Teoria da Atividade e os Ciclos de Aprendizagem Expansiva.

⁶ O Clube de Matemática Ensino Médio foi criado a partir dos pressupostos teóricos metodológicos da dialética marxista, da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade, da Aprendizagem Expansiva e da Atividade Orientadora de Ensino. Ressaltamos que este não é o único projeto com esse nome, temos várias instituições no Brasil, que também seguem a mesma proposta, e que será abordado detalhadamente nos próximos capítulos.

O capítulo três, intitulado “O contexto da investigação e os caminhos metodológicos”, foi construído para apresentar ao leitor o contexto da investigação acerca das relações entre o grupo, o tutor e a pesquisadora, bem como os movimentos do projeto desenvolvido, tendo como subitens: o Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Goiás; a constituição dos sujeitos da investigação; o que é o experimento formativo nesta pesquisa e sua organização didática do experimento e a estrutura da análise.

E por fim, nos dedicamos no capítulo 4 à discussão analítica dos dados produzidos nos dois anos de investigação. Discorreremos sobre a análise de cinco unidades distintas: a escola como espaço de apropriação da cultura, o professor como sujeito da atividade de formação, a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino, o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica e o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito.

CAPÍTULO 1: FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O CONCEITO DE FUNÇÃO

Este capítulo é uma síntese de diversos questionamentos e proposições que circundam a formação inicial de professores de Matemática e o conceito de função. Pretendemos, nas próximas páginas, convencer o leitor a mergulhar nesse universo diverso e complexo que lida, antes de mais nada, com a formação do homem, carregado de seus sentidos e nossos significados culturais a respeito da Matemática.

Nessa perspectiva, o sujeito como indivíduo humano e suas múltiplas determinações dará maior sentido aos indícios de transformações que discutiremos ao costurar as linhas e entrelinhas desta tese. Isto é,

o homem não nasce professor, [...] ele se constitui historicamente; aprende sem se desvincular do mundo que o rodeia; aprende com o outro e aprende também refletindo. O saber e o fazer constituem-se em elos inseparáveis. Formar-se professor é mais do que somente frequentar um curso superior (Lopes, 2009, p. 55).

Assim, entendemos que o futuro professor de Matemática, em seu movimento formativo, constitui-se enquanto homem e professor ao longo do processo de desenvolvimento na atividade de ensino. O homem, como gênero humano, se estabelece por meio das relações com as suas múltiplas determinações e com o outro. Tais relações se interconectam por meio das contradições, do movimento e das transformações do objeto, o que gera um complexo real. Portanto, o homem transforma a natureza, criando um mundo humano movido pela sua necessidade de fazer-se homem.

Ainda sobre a ideia de Lopes, ao discorrer sobre a aprendizagem da docência, e a respeito desta compreensão de homem supracitada, o futuro professor de Matemática tem a necessidade de transcender a sala de aula teórica, por meio de conceitos que se alinhem às experiências do indivíduo, o que ocorre, em muitos casos, sem uma relação entre a teoria e a prática pedagógica.

Desse modo, discorreremos como o conhecimento matemático, como parte constituinte da aprendizagem da docência, permite contribuir na formação do professor, para que este se constitua enquanto humano em sua atividade principal, o ensino. O desenvolvimento do conhecimento matemático abarca duas dimensões: primeiro, é compreendido como necessidade de solucionar um problema, e, segundo, potencializa a

produção de significados pela atividade humana. A Matemática permeia um objetivo social mediado pela necessidade coletiva, para a apropriação de novas sínteses conceituais.

Nesse percurso, ao interrelacionar a formação humana com o conhecimento matemático, podemos organizar um ensino que priorize ações formativas para o desenvolvimento humano. E assim, atuarmos diretamente nas condições que dificultam esse processo, conforme autores como Libâneo (2012) indicam: a) o distanciamento entre universidade e escola; b) a organização dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática; c) a concepção do conhecimento matemático e a formação humana e d) a necessidade da Matemática.

O movimento lógico e histórico de um conceito pode atuar nos quatro elementos supracitados, que promovem o desenvolvimento humano, pois estudar um conceito por meio do movimento lógico-histórico é reconhecer sua essência e analisá-la por meio de suas múltiplas determinações. Segundo Kopinin (1978, p.161), essa essência se manifesta em “propriedades, aspectos, indícios e relações com o objeto”. Dessa forma, o caminho que melhor descreve nossas intenções é o estudo do movimento lógico-histórico, que nos direciona aos nexos conceituais do conhecimento científico, em nosso caso, o conceito de função.

Assim, a partir das relações entre a formação inicial de professores de Matemática e o conhecimento científico, especificamente o conceito de função, discutiremos adiante neste capítulo sobre: 1) uma revisão da literatura sobre a relação entre a aprendizagem da docência e a álgebra; 2) a formação inicial de professores de Matemática; 3) o conhecimento matemático; 4) as contradições das relações entre o ensino e a aprendizagem; e 5) o movimento lógico e histórico e o conceito de função.

1.1 Uma revisão da literatura sobre a relação entre a aprendizagem da docência e a álgebra

Para estudar as relações do conceito de função com a aprendizagem da docência, estruturamos uma revisão da literatura a partir de teses de doutorado e dissertações de mestrado, produzidas nos últimos dez anos (2013 a 2022), disponibilizadas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O recorte temporal foi selecionado devido ao modo como a própria plataforma da CAPES socializa as produções: trabalhos realizados e publicados em anos anteriores não estão arquivados no Catálogo de Teses e Dissertações. Além do recorte temporal, essa revisão da literatura também teve como critérios de seleção dos trabalhos a linha de investigação relacionada à formação inicial de professores de Matemática e a discussão do conceito de função.

O objetivo da revisão da literatura é perceber como as pesquisas lidam com as relações entre o conceito de função e a aprendizagem da docência e como isso corrobora a articulação entre a didática, os conteúdos específicos e a compreensão mais profunda do processo cognitivo de aprendizagem, a partir dos conhecimentos disciplinares e pedagógicos sobre os quais Libâneo (2015) discorre. A intenção não é estabelecer uma relação teórica com este autor, mas buscar as entrelinhas que conectam os elementos que constituem a atividade pedagógica.

Na primeira busca, no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), utilizamos o descritor “ensino de função”. Encontramos um total de 80 trabalhos. Desses 80 trabalhos, 55 fazem parte do nosso recorte temporal, além disso, 8 trabalhos não tiveram autorização dos autores e autoras para publicação na plataforma. Restaram assim, 47 trabalhos para serem analisados na próxima etapa de refinamento das buscas de acordo com nosso objeto de estudo.

Na segunda pesquisa, o descritor selecionado foi “educação matemática e função”. Não obtivemos sucesso, pois encontramos apenas um trabalho, cujo autor não autorizou a publicação na plataforma, inviabilizando nossa leitura. Para ampliar um pouco mais nossos critérios, na terceira tentativa utilizamos o descritor “ensino de álgebra”. Como imaginávamos, essa maneira de busca elencou temáticas diversas dentro do campo da álgebra, enquanto nosso critério relaciona-se especificamente ao conceito de função. Desse

modo, dos 105 trabalhos apresentados, 16 se enquadraram nos critérios estabelecidos, destes, dois não estavam publicados devido a não autorização dos autores e autoras.

Novamente com a mesma intenção, utilizamos o descritor “função matemática”, na quarta busca por teses e dissertações. Nesse momento, a plataforma nos apresentou diversas temáticas como, função matemática na área aplicada do conhecimento científico, trabalhos relacionados aos conceitos físicos, entre outros, o que abriu um leque de possibilidades. Porém, pensando em nosso recorte a partir dos critérios estabelecidos de acordo com nosso objeto de investigação, dos 51 trabalhos elencados, selecionamos apenas 11.

Uma observação importante na revisão de literatura realizada está relacionada aos comandos que a plataforma permite ao pesquisador, por exemplo, a seleção de filtros como período de publicação, tipo de texto (tese ou dissertação), autor ou orientador, área do conhecimento, entre outros. Ressaltamos que nesta revisão optamos por não utilizar nenhum desses filtros, tendo em vista as inúmeras possibilidades de tratar o conceito de função na formação inicial de professores de matemática. Além disso, também decidimos fazer as buscas por trabalhos apenas em português brasileiro, já que o contexto sócio-histórico de nossa discussão ocorre nesse espaço.

Assim, de maneira inicial, tivemos uma seleção de 83 trabalhos, entre teses e dissertações, sendo que 11 deles não estão disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, restando assim, 72 textos a serem analisados na segunda etapa da revisão. Nessa etapa, fizemos a leitura crítica dos títulos, resumos e palavras-chave, com objetivo de selecionar apenas os textos que realmente satisfizesse os critérios de temporalidades (2013-2022), ter como linha de investigação a formação inicial de professores de matemática e ter como temática uma discussão acerca do conceito de função.

Na segunda etapa, de posse dos 72 textos, dentre eles teses e dissertações, partimos para a apuração das relações entre a aprendizagem da docência e a apropriação do conceito de função. O fato é que, como já constatamos em estudos anteriores, pouco se questiona sobre o conhecimento matemático do professor, permite-nos relacionar essas poucas possibilidades como o movimento histórico das investigações do ponto de vista positivista inclusive. Como questionar quem detém o saber científico produzido pela humanidade? Aqui o faremos enquanto princípio que norteia a constituição de uma consciência pedagógica.

Nesse sentido, produzimos um quadro a partir da seleção dos trabalhos. Neste material destacamos entre as pesquisas, O título, autor, tipo de texto, ano de publicação e palavras-chave, com objetivo de caracterizar os dados de modo geral. Nesse movimento, percebemos que muitos trabalhos selecionados não faziam parte do *corpus* de revisão de

acordo com os critérios estabelecidos, possivelmente uma problemática de tornar evidente nos resumos e demais elementos textuais avaliados, como por exemplo, no início os autores anunciam a formação inicial de professores, porém fazem uma análise de dados a partir da aprendizagem de discentes, entre outros elementos. Assim, o quadro a seguir apresenta a síntese da seleção final dessa revisão de literatura com 9 trabalhos que estão codificados com T (trabalho) 1 (posição no quadro).

Quadro 1: relação aprendizagem da docência e o conceito de função.

Cód.	Título	Autor(a)	Tipo	Ano	Palavras-chave
T1	A relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar em um curso de licenciatura em matemática: concepções de alunos e professores	Daniela Miranda Fernandes Santos	Tese	2016	Formação inicial de professores de matemática; Álgebra escolar e álgebra acadêmica; Ensino de álgebra.
T2	Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da álgebra no pibid-ifes	Eulessia Costa Silva	Dissertação	2014	Licenciatura em matemática; processos de ensino-aprendizagem; formação inicial de professores; professor de matemática; pibid; práticas docentes; ensino de álgebra; educação matemática.
T3	Um olhar sobre pesquisas brasileiras na formação de professores para o ensino de álgebra	Josiane Rochemback	Dissertação	2021	Álgebra; Pensamento Algébrico; Ensino de Álgebra; Formação de professores.
T4	Álgebra na escola básica versus álgebra na licenciatura: onde se encontra o x da questão?	Juliano Pereira Da Silva	Dissertação	2015	Educação Matemática, Licenciatura em Matemática, Saberes da formação docente, Saberes da prática docente, Educação Algébrica, Ensino de Álgebra, Álgebra
T5	O uso do software geogebra no ensino de função polinomial do 1º grau: uma investigação didática com licenciandos em matemática	Laila Assis Glockner	Dissertação	2017	Softwares educativos; GeoGebra; Abordagem investigativa; Licenciandos em Matemática.
T6	Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim: enfoque na formação inicial de	Mikaelle Barboza	Dissertação	2015	Formação de professores de Matemática. Função

	professores de matemática	Cardoso	ção		afim. Representações semióticas.
T7	Atribuição de significados ao conceito de variável: um estudo de caso numa licenciatura de matemática	Mirian Angeli	Dissertação	2017	Significados; aprendizagem de matemática; ensino investigativo; ensino de álgebra; álgebra; formação inicial de professores; professor de matemática.
T8	Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática	Nilton Cezar Ferreira	Tese	2017	Álgebra Abstrata Moderna; Resolução de Problemas; Construção de Conhecimento; Educação Básica; Formação Inicial de Professores.
T9	(Re)Construção do Conceito de Função por meio de Noções Essenciais Exploradas com Tecnologias Digitais	Vinicius da Cunha Luz	Dissertação	2019	Noções essenciais; ensino de função; tecnologia para o ensino; GeoGebra; obstáculos epistemológicos.

Fonte: a autora.

A pesquisa codificada como T1, tem como objetivo investigar a relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar expressa nas concepções de álgebra e do seu ensino entre professores e licenciandos matriculados no curso de licenciatura em matemática da FCT – Unesp de Presidente Prudente, tendo em vista subsidiar reflexões sobre a formação inicial de professores de matemática. Cujas perguntas são qual a relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar expressa nas concepções dos licenciandos e professores do curso de licenciatura em matemática? Para a autora, quando os licenciandos definem álgebra, salienta-se a concepção estrutural. Por outro lado, ao se referirem à aplicabilidade da álgebra, destaca-se a concepção ferramenta. Considerando que a concepção ferramenta se sobressaiu entre as demais, conclui-se que as concepções dos licenciandos encontram-se em consonância com a álgebra escolar, com algumas marcas da álgebra acadêmica, representada pela concepção estrutural.

Em T2, podemos observar que o objetivo é analisar reflexões e conhecimentos pedagógicos do conteúdo de licenciandos, envolvidos no Pibid, sobre o ensino-aprendizagem da Álgebra. A pergunta investigativa questiona que reflexões e conhecimentos pedagógicos

do conteúdo, licenciandos em Matemática do IFES explicitam durante investigações de ações envolvendo atividades de Álgebra no Pibid? Esta pesquisa traz uma análise de reflexões e conhecimentos em relação a prática docente e o ensino-aprendizagem de álgebra apontados por licenciandos em Matemática que fazem parte do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), subprojeto Matemática Campus Vitória, em que são baseados teoricamente por teorias com a de Shulman (1986, 2005) e de Schön (2000). Em relação às reflexões sobre o processo de ensino-aprendizagem de álgebra, Ponte, Branco e Matos (2009), Arcavi (1995), Lins e Gimenez (1997).

O trabalho T3 investiga tendências e possibilidades na formação de professores para o Ensino de Álgebra à luz de pesquisas brasileiras que abordam o tema, entendendo que a formação de professores para o ensino de álgebra pode constituir-se caminho significativo para a melhoria dos processos de ensino dessa componente curricular. A pergunta central é o que revelam as pesquisas brasileiras sobre a formação de professores para o ensino de Álgebra? Tendo como tipo de pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo, como foco em pesquisas brasileiras que permeiam o ensino da álgebra e o pensamento algébrico na formação de professores, no período de 2010 até 2019.

A partir de T4, podemos perceber que o foco estabelece um paralelo entre o que a literatura indica como conhecimento relevante na prática docente escolar e o conhecimento relevante na formação inicial de acordo com o currículo do curso de licenciatura em matemática. Para então responder aos questionamentos: Quais são os conhecimentos matemáticos sobre álgebra trabalhados nas disciplinas obrigatórias do currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais? Como esses conhecimentos se relacionam com as demandas de conhecimento da prática docente em matemática na Educação Básica? Os resultados indicam um distanciamento relativo entre os saberes da formação e os saberes da prática, no sentido de que a formação valoriza basicamente a construção de uma visão acadêmica da matemática escolar, enquanto as questões que o professor enfrenta na prática do trabalho com a álgebra na educação escolar demanda conhecimentos que vão muito além dessa visão acadêmica da álgebra.

O trabalho de número 5, T5 não discute a relação aprendizagem da docência e o conceito de função. Apenas apresenta um recurso para o ensino de função. Assim, o objetivo principal é estudar contribuições e limitações à utilização do GeoGebra em atividades com abordagem investigativa relativas ao conteúdo de funções polinomiais do 1º grau pode trazer para a formação inicial de professores de Matemática. Foi possível concluir que os licenciandos se demonstram suscetíveis à utilização do software GeoGebra em suas aulas, e

apontaram ser de suma importância a experiência vivenciada, visto que ambientes onde o futuro docente pode discutir sobre aspectos de dimensão prática, como potencialidades deste software, são fundamentais para que os professores se sintam preparados e mais seguros a utilizar esse tipo de tecnologia em suas aulas.

Já o T6, objetivou analisar o uso de diferentes representações semióticas, por licenciandos em Matemática, para o trabalho com função afim. Tomou-se como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Uma premissa fundamental dessa teoria é que a articulação e mobilização desses diferentes registros de representação são indispensáveis para que o sujeito aprendiz possa dominar os conceitos matemáticos, distinguindo o objeto representado de sua representação.

Na investigação seguinte, T7 o objetivo era investigar o significado que alguns licenciandos de Matemática atribuem ao conceito de variável na Álgebra. A fim de buscar alternativas para identificar os significados que os licenciandos em Matemática atribuíam ao conceito de variável, a pesquisa exigiu estudos sobre a história e as concepções de álgebra, a atribuição de significados aos conceitos, o conceito de variável e a investigação nas aulas de Matemática.

Em T8 o objetivo era investigar as contribuições que a Álgebra Abstrata Moderna (onde se trabalham as teorias de Grupos, Anéis e Corpos, dentre outras), ministrada como uma disciplina em cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, poderia dar à Formação Inicial de Professores de Matemática. Desenvolvida em 2015, com uma turma do quinto período de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás (IFG). Para isso, foi elaborado um projeto de ensino com o propósito de levar os alunos dessa turma a construir um conhecimento satisfatório de álgebra abstrata moderna e mostrar a relação de seus conteúdos com os da Educação Básica. Os resultados confirmaram que a Álgebra Abstrata, se trabalhada de forma adequada, poderá trazer contribuições significativas à formação de professores de Matemática.

E por último, T9 podemos compreender com objetivo de analisar a reflexão de licenciandos em Matemática em um curso de extensão a partir de atividades que foram elaboradas e implementadas com o uso de Tecnologias Digitais da informação e Comunicação, objetivando a (re)construção do conceito de função a partir de ideias básicas anteriores a este conceito como Variável, Dependência, Regularidade e Generalização.

Ao iniciarmos a revisão de literatura, com diversos descritores, nos deparamos com muitos trabalhos, porém pouco se questiona sobre a relação da aprendizagem da docência e o conhecimento algébrico, nem tampouco o conceito de função. Em T3 e T7 podemos observar

que a autora também faz o mesmo levantamento há dois anos atrás e dialoga com outros autores, cujas publicações contabilizam dez anos, ao indicar que,

T3 (105): Autores como Fiorentini e Castro (2003) delimitam que a licenciatura preocupa-se muito mais em formar um profissional que tenha o domínio operacional e procedimental em relação à matemática, em relação a um profissional que fale sobre a matemática, na qual consiga explorar suas ideias de várias formas, mas atento à formação humana (SILVA, 2015). Outro autor que se encontra no trabalho de Silva (2015) é Doerr (2004), que afirma que há carência de pesquisas sobre o conhecimento e a prática do professor no ensino de álgebra.

T7 (p. 35): Em consonância com o pensamento de House (1995), o trabalho de Bussmann e Savioli (2008) descreve que pouco são os trabalhos realizados que descrevem essa relação entre a Álgebra do Ensino Superior e aquela vista nas aulas dos Ensinos Fundamental e Médio.

Uma visão geral sobre a revisão de literatura, decorre a partir de narrativas trazidas nos textos selecionados, diz respeito às preocupações com o ensino de álgebra e poucos trabalhos com propostas discutidas com indicam T3 e T7. Diversos fatores são apontados como propulsores que dificultam a apropriação de conceitos relacionados a essa área do conhecimento matemático. Um ponto importante que ressaltamos circunda a formação inicial de professores de matemática é o modo de organização curricular dos cursos de formação.

Em T1 podemos perceber uma crítica direta ao currículo que estabelece e constitui o tipo de formação que vai se consolidando com o tempo. Desse modo T1 indica que,

T1 (p. 11): Para elaborar o projeto político-pedagógico e delimitar o currículo do curso de formação inicial de professores, é preciso ter claro qual modelo de escola, de ensino e de professor se aceita como válido, bem como qual função se pretende viabilizar. [...] A matemática situa-se no centro, sendo majoritária, porém mais voltada ao conhecimento matemático clássico, marcado pela tradição platônica e euclidiana e, às vezes, formalista estrutural, conforme Fiorentini (1994). Cabe ainda salientar que, as disciplinas didático-pedagógicas ocupam lugar secundário, pois priorizam-se os aspectos genéricos das ciências da educação, não as relacionando às práticas de ensinar e aprender a matemática da escola básica.

T1 (p. 64): A intenção não é romper com o modelo de racionalidade técnica num movimento extremo do racionalismo ao praticismo. Ressalta-se a necessidade de viabilizar uma educação que atenda à demanda da sociedade atual; é imperativo ter um novo tipo de professor: polivalente, autônomo, cooperativo, consciente, crítico, capaz de atuar, interagir e transformar a sociedade. Dessa forma, faz-se necessário repensar os cursos de formação, de modo a atender à complexidade da prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor.

T7 (p. 15): Dessa forma, conceitos algébricos, como o de variável, por exemplo, não foram enfatizados, deixando sob nossa responsabilidade, futuros professores de Matemática, a (re) construção e atribuição de significados aos conceitos a serem discutidos com os alunos futuramente.

Assim, a intencionalidade que está nas entrelinhas de cada ação pedagógica, projeta e influencia os tipos de manifestações sociais que refletiremos. Isto é, vivemos em um mundo em que tudo se conecta, a sociedade, a escola, a universidade, entre outros.

A respeito dessa observação, Silva (2019) retrata um movimento histórico sobre o currículo dos cursos de licenciatura, em especial, da matemática, que sintetiza a problemática levantada. E corroborando a isso, T1, observa que,

Os elementos citados por T1 e T7, são relevantes no movimento de atribuir sentido ao trabalho pedagógico desenvolvido. A partir das experiências em sala de aula, enquanto seres humanos não conseguimos desvincular ora pedagógico, ora matemática, propriamente dito. Assim a formação deveria propiciar modos de pensar por esse duas óticas enquanto unidade.

A respeito desse assunto sobre o currículo, articulado com o ensino de álgebra, podemos perceber em T3 que, a constituição dos elementos envolvidos na formação inicial de professores de matemática estão conectados a um processo histórico de desenvolvimento social e político.

T3 (p. 41): O modo como a álgebra é abordada na escola atualmente não foi resultado do acaso. Temos um movimento histórico desde sua chegada ao Brasil, com a Carta Régia, que leva a ter o formato como que utilizamos. Segundo Panossian (2008, p. 60), a álgebra “ênfatiza o simbolismo lógico-formal mais do que o pensamento algébrico e seu significado histórico”. E isto não é por acaso, podemos ver no cenário histórico como foi trabalhada.

T3 (p.35): A álgebra ensinada nas escolas tem uma tendência letrista, cálculo com letras por tradição forte de algoritmos e listas de exercícios, dificilmente é discutido, e analisado outros contextos que tenham Álgebra. “Muitos professores, não estando "preparados", simplesmente seguem o que os livros oferecem, e que talvez não conheçam alternativas” (GIMENEZ; LINS, 1997, p.106, grifos dos autores).

T3 (105): Conclui que, há um distanciamento entre a concepção de álgebra trabalhada na universidade e a concepção de álgebra trabalhada na educação escolar básica, quanto aos docentes. Também indica a falta de um olhar mais preciso para a formação do professor, voltado para a formação algébrica (SILVA, 2015).

As ideias destacadas, decorrem do modo de perceber as próprias características que a álgebra se articula ao longo dos anos, no ensino brasileiro, que perpassa condições como: um caráter instrumental, útil para resolver equações e problemas; instrumental com ênfase ao simbolismo algébrico; instrumental e reprodutivo visando uma aprendizagem mecânica; com o advento do Movimento da Matemática Moderna marca-se uma preocupação com os aspectos lógicos estruturais, pela precisão da linguagem e pela ênfase nas operações e nas suas propriedades, porém a aprendizagem ainda permanece mecânica; caráter formalista das estruturas algébricas, assim surgiu a preocupação com uma aprendizagem mais participativa; ênfase na generalização da aritmética, na linguagem e no formalismo algébrico; com o declínio do Movimento da Matemática Moderna, a álgebra retoma seu caráter fundamentalista, favorecimento de um trabalho com base no pensamento algébrico, aprendizagem participativa, mas os resquícios da mecanicidade no ensino ainda é muito presente.

Esses fatos também são narrados em T2, ao mencionar que,

T2 (p. 30): Um dos fatores apontado pelos PCN (BRASIL, 1998) que interfere no processo de ensino-aprendizagem de Álgebra é que os professores, na maioria das vezes, com o intuito de que alunos aprendam procedimentos, tornam o processo mecanizado, trabalhando com exercícios repetitivos. Nesse caso, o professor não trabalha todos os aspectos relacionados à construção do pensamento algébrico e privilegia principalmente o cálculo algébrico e o trabalho com equações.

T4 (94): O conhecimento matemático específico para o ensino está intrinsecamente ligado à prática de sala de aula, ao desenho e implementação de tarefas visando a aprendizagem de tópicos específicos, ao desenvolvimento de discussões adequadas sobre a matemática escolar e à análise, do ponto de vista do ensino e da aprendizagem escolar, da matemática produzida pelos alunos.

T9 (136): As dificuldades enfrentadas pelos licenciandos são vistas como uma oportunidade de criar caminhos e gerar debates e reflexões. Algumas dessas dificuldades têm correlação com obstáculos epistemológicos, como Sierpinski (1992) prediz. Contudo, certamente existem obstáculos de outras naturezas que podem e devem ser consideradas para (re)construção deste conceito. Desta forma, é de suma importância refletir sobre que atitudes deve-se tomar em face destes outros desafios. Se as noções essenciais são suficientes para lidar com os múltiplos cenários possíveis.

A reprodução de exercícios repetitivos não permite alcançar um dos principais objetivos da álgebra, a generalização conceitual das representações modeladas, em cada movimento da vida, pois o processo de aprendizagem mecanizado dificulta a atribuição de sentido ao pensamento algébrico, uma preocupação apresentada em diversos trabalhos, como T2. T4 e T9 revelam que essa condição pode ser melhorada com a relação entre o conhecimento científico e a prática de sala de aula. Do ponto de vista da formação docente, muito se discute sobre essa articulação entre teoria e prática, inclusive, algumas propostas levantadas pelas pesquisas estudadas, refletem diretamente a necessidade de articulação entre os diversos tipos de saberes que o docente deve se apropriar para conduzir suas atividades profissionais. Nesse sentido, observemos alguns destaques analisados,

T5 (25): Por fim, Bussmann e Savioli (2008, p. 8) expressam que “o conhecimento matemático deve ser multidimensional e interativo, integrando vários aspectos que dificilmente poderiam ser vistos de forma isolada, visto que esse conhecimento foi desenvolvido socialmente, numa situação e num contexto social e cultural”. Assim, os autores colocam como importante que entre as disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática e as disciplinas a serem ministradas pelos futuros professores haja uma conexão, onde os licenciandos sejam capazes de enxergar a aplicabilidade e utilidade dos conceitos construídos.

T3 (p. 106): Fenema e Franke (1992) destacam a importância de articular a teoria e a prática para integrar os conhecimentos, o conhecimento matemático, conhecimento pedagógico e conhecimento dos processos cognitivos dos alunos durante o processo de aprendizagem. As autoras (1992) defendem que o conhecimento profissional de ensino se dá pelas crenças pessoais de cada profissional docente, transformando o saber disciplinar em saber ensinável, conseguindo tornar-se um bom professor de matemática (SANTOS, 2016).

T8 (p. 47-48): Sousa e Fernandes (2004) apontam a falta da relação entre teoria e prática, quando dizem que a formação de professores é bastante teórica em muitas universidades, estando afastada da realidade da Educação Básica, dando-se ainda, pouca importância à prática e supervalorizando a teoria. Os autores ainda afirmam que faz-se necessário, que se mude a ideia “de que a formação teórica recebida nos primeiros anos da formação inicial é uma espécie de receituário, em que a prática é uma aplicação da teoria”, e ainda, muito se fala ao acadêmico sobre “como deve ser um professor, o que deve fazer, que conteúdos estudar e os

métodos para os ensinarem, mas pouco ou nada lhes é dito, por exemplo, acerca do controle e disciplina dos alunos”.

Concordamos com T5, ao mencionar que o conhecimento matemático deve ser considerado por meio de uma perspectiva multidimensional e interativa. Interpretamos essa ideia como multidimensional porque ele faz parte de uma síntese lógico-histórica, que foi construído e sistematizado ao longo dos séculos, pela humanidade, a partir de suas necessidades, o que implica dizer, que cada tempo-espaço elabora sua lente conforme sua necessidade sob aquele determinado objeto.

Por outro lado, interativo com a realidade circundante do indivíduo, já que o conhecimento só faz sentido quando imerso em um contexto sócio-cultural. Porém, um ponto de discordância nessa narrativa, decorre do fato de enquadrar o conhecimento algébrico para aplicabilidade e utilização, essa intenção limita e torna os conceitos simplistas demais, o que também pode dificultar o processo de generalização.

As narrativas destacadas posteriormente, refletem uma preocupação com essa articulação teoria-prática vinculada ao currículo da formação inicial de professores. Essas discussões são alimentadas por alguns teóricos como Shulman e Ball, nos quais as pesquisas têm embasamento teórico. Tais autores e pesquisas analisadas discutem sobre:

T3 (p. 63): As competências específicas se dividem em três dimensões: conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional, sendo que cada uma dessas dimensões tem suas atribuições. (p. 107) [...] Pires (2011) fala sobre saberes pedagógicos e saberes específicos na formação de professores que ensinam matemática. Os saberes matemáticos ensinados aos futuros professores, não continham reflexões do conhecimento matemático na qual seria ensinado aos alunos da Educação Básica. De acordo com Pires (2011), quanto aos saberes pedagógicos eram apenas mostrados a parte teórica, não envolvendo os futuros professores em discussões pedagógicas com o interesse de ensinar a aprender matemática (PRADO, 2016).

T8 (38-39): Betancur (1990) pensa na formação inicial do professor de matemática como um caminho a ser construído por ele mesmo, que lhe permita integrar, através de sua prática docente, o conhecimento específico da matemática (a história, os processos, os algoritmos, os conceitos e as aplicações), a matemática escolar, e as diferentes metodologias para a construção do saber matemático; entender a apropriação e a compreensão da matemática, por parte do sujeito que aprende (processos de meta-aprendizagem dos alunos); e conhecer as relações da matemática com outros saberes específicos (como os do tipo interdisciplinar, poli disciplinar e transdisciplinar), científicos ou não.

T8 (49): Shulman (1986) estabelece como base de conhecimento do professor a união de três vertentes: Conhecimento de conteúdo (refere-se ao conhecimento técnico, isto é, ao conhecimento do conteúdo da disciplina que o professor irá ensinar). Conhecimento pedagógico (diz respeito às diversas representações que o professor faz uso, durante suas aulas, para ensinar os conteúdos aos seus alunos, ou seja, o seu entendimento sobre como ensinar determinados conteúdos). Conhecimento curricular (refere-se ao conhecimento que o professor tem sobre os materiais didáticos disponíveis para uso em sala de aula. Por exemplo: materiais concretos, mídias, softwares, dentre outros).

A respeito dessa separação entre os tipos de conhecimento em que o professor deve se formar para a sua prática pedagógica reflete a compreensão epistemológica do processo educativo. Para nós, cabe salientar que, partimos do pressuposto de uma educação humanizadora, pautada nos princípios que norteiam a atividade pedagógica delineada por Moura (2010). Nesse sentido, as narrativas destacadas em T3 e T8 inferem sobre os tipos de saberes. Em contrapartida, há uma necessidade em articular os campos do conhecimento docente para a promoção de uma unidade dialética, que segundo Libâneo,

Essa busca de unidade implica em reconhecer que a formação inicial e continuada de professores precisa estabelecer relações teóricas e práticas mais sólidas entre a didática e a epistemologia das ciências, de modo a romper com a separação entre conhecimentos disciplinares e conhecimentos pedagógico-didáticos. Isso poderá ser assegurado se ambos os percursos formativos considerarem: a ênfase no estudo dos conteúdos que serão ensinados nas escolas da educação básica; do privilegiamento no ensino da relação conteúdo/método, em que os métodos são reconhecidos a partir do conteúdo e a garantia na formação profissional da integração entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo, além de assegurar a unidade entre as três lógicas: dos saberes, das aprendizagens e dos contextos socioculturais (LIBÂNEO, 2012, p. 14- 15).

E com esse objetivo de estabelecer uma unidade entre os conhecimentos disciplinares e os pedagógicos, que orientam esta investigação, tendo em vista que, como indica Libâneo (2015), a vinculação mais estreita da didática aos conteúdos específicos e a uma compreensão mais clara do seu papel na orientação do processo cognitivo do aluno poderia trazer maior credibilidade ao trabalho dos pedagogos no seu papel de orientar os processos de ensino-aprendizagem dos conteúdos específicos.

Assim, processo pedagógico, pode promover o desenvolvimento das funções psíquicas dos estudantes, haja vista que, as operações mentais que levam aos conceitos teóricos de um objeto de estudo são equivalentes aos processos de investigação e de constituição da matéria, dos seus conceitos, no desenvolvimento histórico de cada ciência. Por esse motivo, a aprendizagem consolida o pensar teórico do conhecimento científico.

A partir dos levantamentos percorridos, as pesquisas selecionadas nessa revisão de literatura, apontam alguns elementos que podem contribuir para o desenvolvimento da educação, em termos do currículo da formação de professores de matemática, visando uma melhor articulação entre teoria e prática.

T1 (p. 184): Diante do exposto, considera-se importante promover no curso de licenciatura momentos sistematizados de discussão e de reflexão baseados na investigação e na reflexão acerca da própria prática, do seu papel enquanto formador de professores, a partir das questões postas pela prática docente no contexto da escola, como forma de contribuir para a superação da dicotomia presente na relação entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, além de possibilitar ao futuro professor melhores condições para a sua atuação futura.

T3 (p. 37): O conhecimento algébrico se faz num processo árduo e longo, de modo que “é necessária uma imersão em atividades algébricas, que propiciem a construção do pensamento algébrico” (ARAÚJO, 2008, p. 338). Nessa perspectiva, é preciso levar em consideração que o aluno tem seu tempo de aprendizagem e que a aprendizagem demanda a organização do ensino aliada a diferentes recursos. Quanto ao pensamento algébrico, se faz necessário a generalização do pensamento algébrico, de forma analítica, para que se possa raciocinar algebricamente. “Pensar algebricamente é operar com o desconhecido, o que significa operar como se o desconhecido fosse sempre conhecido” (RADFORD, 2011 apud MORETTI, 2020, p. 5).

T1 (p. 68) Valorizar o lócus de trabalho do licenciando e possibilitar reflexões acerca do ensino, da prática docente e do contexto social pode minimizar o distanciamento entre o discurso teórico eficiente e a prática.

A aprendizagem da docência ocorre em movimento de transformação, para isso, os cursos de formação devem promover espaços que priorizem reflexão sobre as práticas pedagógicas, redução a respeito do distanciamento entre os conhecimentos matemáticos da universidade, com os conhecimentos ensinados na escola de educação básica, bem como, a apropriação de conceitos pelas suas múltiplas determinações, tendo em vista que, por exemplo, para Radford (2011), a álgebra representa mais do que símbolos escritos num papel, mas uma possibilidade de desenvolvimento humano, produzida num processo lógico-histórico, com capacidade analítica para superar o processo de aritmetização.

Pensar nessas proposições levantamos como forma de solucionar as dicotomias entre as relações do processo de aprendizagem da docência e o conhecimento algébrico, em específico, o conceito de função, requer a necessidade de compreender melhor, segundo Radford (2011), a natureza do conhecimento matemático e de encontrar, dentro de sua estrutura histórica, novas possibilidades de ensino. Nesse sentido, o professor de matemática deva pensar sobre esse conhecimento, dinâmico em sua constituição e que está em movimento de elaboração constantemente, o que se dá pelas vias do histórico e do lógico do saber.

Em síntese, a partir de estudos dos nove textos que representam teses e dissertações, vinculadas à nossa temática de investigação, podemos salientar que mesmo apontando as dificuldades, buscando caminhos para encontrar as raízes que circundam os obstáculos do ensino e da aprendizagem da álgebra (especificamente o conceito de função) e propondo possibilidades de intervenção, as pesquisas apresentam uma organização dicotômica entre os conhecimentos disciplinares e os conhecimentos pedagógicos. De um lado o que é o conhecimento, do outro como agir sobre, com uma articulação superficial e que não subsidia o sentido da atividade pedagógica.

Nesse ínterim, a reflexão que sobressai diz respeito ao como podemos organizar uma proposta formativa que contribua para o aprofundamento dessas relações necessárias entre a

aprendizagem da docência e o conhecimento teórico. Chegamos a conclusão de que apresentamos nosso olhar sobre a formação inicial de professores de matemática, agora nos resta mostrar qual o olhar para a natureza do conhecimento matemático e como este contribui para a tomada de consciência sobre o papel social do professor.

1.2 A formação inicial de professores de Matemática

A formação inicial de professores de Matemática é um vasto campo de investigação, com inúmeras problemáticas, desde a organização pedagógica à gestão e suas implicações curriculares. Como dito, nosso trabalho se pauta em um desses objetos, de maneira específica: o conhecimento matemático do professor que está em formação inicial.

Por que construir uma pesquisa que discuta o conhecimento matemático do professor? Partimos da perspectiva de que, quem ensina, ensina algo. Como esse algo tem-se constituído ao longo da trajetória desses sujeitos? E quais as suas implicações no processo de ensino e aprendizagem da Matemática?

Em Silva (2019), é delineada uma trajetória histórica que nos permite compreender a constituição dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, por conceber o sentido nas relações entre a história e os processos sociais, em torno da temática. Propomos, agora, a retomar a essas ideias apresentadas, sobre a perspectiva analítica circundante ao conhecimento matemático do professor em formação inicial, a partir dos questionamentos supracitados.

Ao analisarmos a primeira questão, qual seja, por que construir uma tese que discuta o conhecimento matemático do professor, pensamos no papel da escola, no processo de ensino e aprendizagem, no conhecimento científico e nas formas de organizar suas relações com o ato de nos tornarmos humanos, remetemo-nos ao processo de apropriação desse conhecimento. Nesse movimento, ao nos constituirmos enquanto professores de Matemática, unimo-nos uma trajetória intrinsecamente relacionada à cultura do conhecimento produzido historicamente pela humanidade. Assim, consideramos que discutir a formação inicial de professores de Matemática, é, antes de tudo, pensar na formação do humano, por meio do conhecimento científico, como indica Saviani (2003, p. 54):

[...] o homem não se faz homem naturalmente; ele não nasce sabendo ser homem, vale dizer, ele não se faz homem naturalmente; ele não nasce sabendo sentir, pensar, avaliar, agir. Para saber pensar e sentir; para saber querer, agir ou avaliar é preciso aprender, o que implica trabalho educativo. Assim, o saber que diretamente interessa à educação é aquele que emerge como resultado do processo de aprendizagem, como resultado do trabalho educativo. Entretanto, para chegar a esse resultado a educação tem que partir, tem que tomar como referência, como matéria-prima de sua atividade, o saber objetivo produzido historicamente.

É no processo de tornar-se homem que o professor se encontra, em sua atividade, ao se desenvolver por meio do sentir, pensar, avaliar e agir. Isto é, tornar-se professor, enquanto gênero principal de sua atividade humana, perpassa um processo educativo de aprendizagem

da docência. Segundo Lopes e Pozebon (2019), o professor aprende a ser a partir de sua relação com o mundo e com o outro, por meio de sua atividade de ensino. Nesse ínterim, a constituição de sua personalidade assumindo o papel de ensinar, na sociedade é desenvolvida ao longo de sua trajetória, enquanto ser histórico e social.

O trabalho é para o ser humano o que dá sentido à vida e à sua existência. Nós nos movemos diante da realidade por meio, ou em função, de nossas necessidades, com objetivos e intencionalidades direcionadas a esse propósito. Dessa forma, retomando a pergunta inicial (por que construir uma pesquisa que discuta o conhecimento matemático do professor?), em consonância com Moretti (2007, p.101), que

O homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então o professor constitui-se professor pelo seu trabalho – a atividade de ensino – ou seja, o professor constitui-se professor na atividade de ensino. Em particular, ao objetivar a sua necessidade de ensinar e, conseqüentemente, de organizar o ensino para favorecer a aprendizagem.

Com base nesse processo de desenvolvimento e constituição da aprendizagem da docência, por meio da atividade essencialmente humana (nesse caso, a atividade de ensino) vamos discutir a formação inicial de professores de Matemática, pois nosso objeto de investigação é centrado em analisar o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

Desse modo, ao voltarmos para a questão inicial deste texto, podemos inferir que o conhecimento matemático é um dos elementos nucleares que articulam os três pilares da formação de professores: conhecimento, sujeito e a aprendizagem, pois “associar os métodos de ensino aos próprios métodos de investigação da ciência ensinada e aos métodos da cognição vinculados à psicologia da aprendizagem e o desenvolvimento” (Libâneo, 2014, p. 20) são elementos essenciais na atividade de ensino. Nessa perspectiva, a segunda pergunta: quem ensina, ensina algo. E como esse algo tem-se constituído ao longo da trajetória desses sujeitos? Em nosso caso, esse algo refere-se diretamente ao conhecimento matemático.

Silva (2019) sistematiza o movimento histórico a respeito do modo como os cursos de licenciatura se organizavam (curricularmente) desde a década de 1930, a estrutura 3+1, três anos de formação em conhecimento matemático e um ano destinado ao conhecimento pedagógico, segrega os aspectos intrínsecos da atividade humana. Esse modo de organização contribui para que não se constitua uma unidade dialética entre “uma concepção epistemológica da ciência que ensina, dos métodos lógicos e investigativos dessa ciência e

das condições históricas e sociais do contexto de produção e aplicação dos conteúdos dessa ciência” (LIBÂNEO 2014, p. 20).

O fato de considerarmos o homem enquanto sujeito histórico e social, não nos permite vivenciar, ora os conhecimentos didático-pedagógicos, ora os conhecimentos disciplinares. Eles devem ser considerados enquanto unidade dialética na formação e desenvolvimento humano, pois, ainda segundo Libâneo (2012),

Existem graves problemas na formação de professores como as debilidades da legislação, os diferentes formatos curriculares entre os cursos de formação de professores para os anos iniciais do ensino fundamental e os dos anos posteriores, a dicotomia entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico-didático, a precariedade do conhecimento profissional específico propiciado pela didática, as didáticas específicas e as metodologias e tecnologias do ensino (LIBÂNEO, 2012, p. 1).

Esse modo de conceber a organização dos cursos de licenciatura, em especial, em Matemática, não permite a formação humana e não alienada, tendo em vista que mobilizar os conhecimentos de forma desvinculada um do outro, inviabiliza a compreensão da totalidade e suas conexões com o meio. Desse modo, o movimento de aprendizagem da docência carece de propostas que possam,

Assegurar que os futuros professores estejam preparados para analisar uma disciplina científica em seus aspectos históricos e epistemológicos; que tenham domínio da área pedagógica, no que se refere aos temas ligados ao processo ensino-aprendizagem, ao currículo, às relações professor-aluno e dos alunos entre si, aos métodos e procedimentos didáticos, incluindo o uso da tecnologia educacional; que assumam seu papel de educadores na formação da personalidade dos alunos e que incorporem na prática docente a dimensão política enquanto cidadãos e formadores de cidadãos e profissionais (Libâneo, 2014, p. 22).

Sendo assim, é necessário possibilitar aos professores em formação inicial, se apropriar do conhecimento matemático enquanto um objeto da realidade, que possui sua essência, e esta deve ser apropriada para que atividade de ensino seja desenvolvida adequadamente. Com esse movimento de compreensão da realidade por meio do conhecimento matemático, o professor terá condições de perceber as múltiplas determinações do conteúdo de ensino, e isso gera condições de criatividade, ao conectar-se com o sujeito e a aprendizagem.

O papel da escola nessa perspectiva é o de assegurar modos de apropriação dos conhecimentos por meio do pensamento teórico-conceitual. Segundo Libâneo (2014, p.23), “esse modo de pensar, que consiste de operações mentais, se forma por meio de conceitos adequados em relação ao objeto de estudo”.

Assim, é pensando nesses construtos conceituais, enquanto modos de operação mental que são constituídas as bases dos processos lógicos e históricos do conhecimento científico por meio da apropriação de conceitos, no movimento de mudanças desenvolvimento psíquico dos estudantes. Para isso, é importante considerar uma relação interna que permite integrar conteúdos e motivos da atividade, enquanto unidade.

Desse modo, Libâneo (2014) indica que o conhecimento pedagógico do professor depende do conteúdo e das particularidades do conhecimento científico, ou seja, depende das características do conhecimento disciplinar, além de se levar em conta as características individuais e socioculturais dos estudantes: “Em outras palavras, o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico estão mutuamente relacionados, sendo este último vinculado diretamente aos conteúdos e procedimentos lógicos e investigativos da ciência que está sendo estudada” (LIBÂNEO, 2014, p. 11). Com isso, podemos refletir sobre a necessidade de se superar a dissociação entre conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico, para uma educação integral dos indivíduos de modo a humanizá-los.

Sobre isso, e considerando o nosso campo de atuação, continuamos:

A matemática emerge de práticas sociais, por meio de atividades humanas, e, por isso, defendemos que esta é histórica. O conhecimento específico da matemática pela matemática sem sentido não possibilita abrangência dedicada à humanização do conhecimento. A história do conhecimento não é seccionada, nem tampouco restrita a determinado conhecimento; ela se universaliza em sua própria constituição (SILVA, 2019, p. 49).

Nessa perspectiva, temos condições de uma resposta breve à terceira pergunta: quais as implicações da relação entre a formação inicial de professores e o conhecimento matemático, no processo de ensino da Matemática? Como citado anteriormente, o desenvolvimento humano pode se dar por meio da apropriação do conhecimento científico, que se estabelece em atividade de ensino; assim, o espaço escolar é o meio organizado intencionalmente para que isso ocorra. Dessa forma, se faz necessário nos atentarmos para as condições e relações entre conhecimento científico, sujeito e aprendizagem, a partir dessa concepção humanizadora.

Contudo, as intenções são de aprofundar nossas análises a respeito da aprendizagem da docência dos sujeitos da investigação, bem como suas relações com a formação humana, ao pensar em uma educação humanizadora e no professor dando sentido à sua atividade de ensino por meio do conhecimento matemático, para então propormos ações formativas para contribuir com o desenvolvimento das professoras em formação inicial, participantes dessa investigação.

Compreendemos que as perguntas que abriram esse item de discussão não se esgotaram. Para adentrar, um pouco mais, ao nosso objeto de investigação, a aprendizagem da docência, traçaremos a seguir os elementos constituintes de sua natureza.

1.3 O conhecimento matemático a partir de uma concepção histórico-cultural

Segundo o Portal Nacional de Desenvolvimento da Educação,

A matemática (do grego μάθημα, transl. máthēma, "ciência"/"conhecimento"/"aprendizagem"; e μαθηματικός, transl. mathēmatikós, "apreciador do conhecimento") é a ciência do raciocínio lógico e abstrato. A matemática estuda quantidades, medidas, espaços, estruturas e variações. Um trabalho matemático consiste em procurar por padrões, formular conjecturas e, por meio de deduções rigorosas a partir de axiomas e definições, estabelecer novos resultados⁷.

Ao pesquisarmos em diversas fontes, nos deparamos com definições superficiais sobre o que de fato é a Matemática, como o trecho citado, que se refere a ela como uma ciência de raciocínio lógico e abstrato, e a partir daí designa suas implicações. A perspectiva grega retratada por *mathēmatikós* enquanto *apreciador do conhecimento*; faz alusão ao sujeito observador da antiguidade, que analisa os padrões em seu momento de ócio. Essa interpretação pode ser até um tanto simplista a respeito da figura de quem produz o conhecimento matemático, mas é essa perspectiva que influencia, até hoje, o modo como encaramos a Matemática como sendo uma ciência de inúmeras complexidades e de difícil acesso. Esse movimento contraria os aspectos que já mencionamos, no que tange o processo de humanização com o sujeito em atividade.

Do mesmo modo, definir o estudo da Matemática como “o estudo de quantidades, medidas, espaços, estruturas e variações” a torna mais simplista do que imaginamos, pois defendemos a ideia de um conhecimento por um viés de compreensão do mundo e de sua realidade e essa definição se limita ao particularizar os elementos que constituem tal ciência.

Como conceber a Matemática apenas enquanto números, medidas e organização geométrica dos espaços? Isso a torna distante das outras ciências, que também buscam apreender a realidade, por diversos caminhos e conexões com o mundo real. A Matemática é uma lente com a qual interpretamos o meio que nos cerca. E, como tal, não deve ser arquivada em repartições sem se conectar aos fatores que a mobilizam enquanto ciência, pois, conforme os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, o conhecimento matemático é entendido enquanto uma elaboração social e cultural que emerge das relações entre e o homem e o ambiente sociocultural.

⁷ FNDE - disponível em: <<<http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/4081-matem%C3%A1tica>>>. (acesso em: 24 de outubro de 2022).

Por outro lado, o conhecimento matemático não é uma ciência absoluta e finalizada, mas um produto do desenvolvimento histórico da humanidade. Essa ciência é construída e transformada ao longo do tempo, por meio das necessidades humanas, advindas das práticas sociais e culturais. O conhecimento matemático não é apenas transmitido aos indivíduos, mas construído ativamente por eles, por meio da mediação numa relação entre a cultura e a linguagem.

Tal conhecimento é entendido, nesta investigação, como uma forma de pensamento simbólico e suas generalizações, que permitem aos indivíduos compreender e representar relações quantitativas, filosóficas e lógicas. Esse conhecimento se torna necessário ao desenvolvimento humano, à medida que este se movimenta a partir de práticas sociais dos conceitos matemáticos presentes em sua cultura. Dessa forma, o conhecimento matemático é concebido como um produto socialmente construído, que emerge das práticas culturais e é apropriado pelos indivíduos por meio de processos de mediação sociocultural.

Entendemos que o conhecimento desenvolve o homem e sua cultura, como afirma Caraça (1951, p. 13), enquanto “organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação”, ou seja, entendimento do mundo que o circunda e planejamento sobre suas ações de transformação do meio. Esse movimento pode ser interpretado de modo dialético ao considerarmos a estrutura biológica e a social do ser, que busca a satisfação das necessidades humanas, gerando novos caminhos e novas necessidades que perpassam o desenvolvimento de conhecimentos científicos, dentre eles, os que descrevem a Matemática. Novamente nas palavras de Caraça (1951):

[...] A Matemática possui problemas próprios que não tem ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre (CARAÇA, 1951, p. 14).

Com essa ideia de Caraça podemos entender que a Matemática permeia dois campos que se relacionam dialeticamente: “de um lado, é concebida como necessidade de resolver um problema, e, do outro, permite produzir significados que influenciarão a ciência como ferramentas para novos problemas criados na atividade humana” (SILVA, 2019, p.20). Com essas duas dimensões percebemos que a Matemática se desenvolve conforme as necessidades humanas, por meio de verdades temporais, isto é, obedece às leis gerais de um determinado tempo, que podem vir a se modificar diante de sínteses cada vez mais complexas. É uma ciência que está em constante transformação.

Para Caraça (1951), o homem luta contra a natureza, para dominá-la. Esse movimento gera a necessidade de observação buscando compreender os fenômenos que a envolve, como suas causas e consequências. E um dos elementos primordiais gerados a partir do movimento é a construção consciente da existência humana, isto é, a “ciência”, como ele indica. E nesse sentido, a finalidade do conhecimento científico é a organização lógica e explicativa dos fenômenos naturais/físicos, e dos fenômenos sociais (individual e coletivo).

Corroborando a discussão Moura (2007) entende que, esse conhecimento é derivado de uma necessidade suscitada pelo coletivo, em que o indivíduo se apropria de novas sínteses que são geradas ao solucionar os problemas. Assim, “as necessidades geram ações e operações que, ao serem construídas com instrumentos, potencializam a vida humana por meio do conhecimento” (SILVA, 2019, p. 20), já que viver em sociedade permite ao indivíduo ter relações com o coletivo.

Em busca da compreensão do nosso objeto de estudo - a aprendizagem da docência - nos chama a atenção a natureza do conhecimento matemático, tendo em vista que sua apropriação é um importante elemento para o movimento de tornar-se professor de Matemática. E quando a compreendemos como um objeto primordial da atividade do professor, damos ênfase no objetivo de nossa investigação, ao colocarmos o conhecimento como vital na aprendizagem da docência. Dessa maneira, entendemos que "a configuração e o conteúdo do conhecimento matemático é adequada (sic) e intimamente definida pela cultura na qual ela se desenvolve" (RADFORD, 1997, 32).

O autor ainda nos diz que,

Até os platônicos admitem que a matemática carrega consigo um aspecto humano e cultural, na medida em que, para descobrir as verdades eternas da qual a matemática deve ser constituída, se requer um ser humano (um descobridor) que necessariamente vive e respira em um contexto cultural. Por este portão os platônicos pensam que entraram no campo da cultura e reivindicam a compatibilidade de sua ontologia com as premissas das abordagens culturais. [...] O conhecimento é um produto de um tipo específico de atividade humana precisamente, de uma atividade humana muito específica: o pensamento.

Como discutido por Radford, há uma grande importância nas premissas iniciais dos Platônicos, isto é, nas ideias matemáticas e filosóficas acerca do mundo a partir do pensamento grego. Porém, o autor também destaca a necessidade dos diversos modos de pensar essa ciência. Compreender a Matemática enquanto cultura deve ser mais do que estereotipá-la ou desvinculá-la de outros conhecimentos científicos.

O autor argumenta que o conhecimento matemático não se restringe apenas a fórmulas, procedimentos, resultados, regras e algoritmos, mas também envolve uma compreensão dos processos cognitivos e socioculturais subjacentes ao aprendizado e à prática

da Matemática. Isso implica desenvolver significados e conexões matemáticas sistematizadas, para então, ser capaz de fazer justificativas e argumentações em seu mundo circundante.

Para Radford, o conhecimento matemático é construído socialmente e culturalmente por meio da interação entre indivíduos e do engajamento em atividades matemáticas. Ele enfatiza a importância da linguagem, dos símbolos, dos gestos e das representações na construção do conhecimento matemático e na comunicação matemática. Além disso, Radford destaca a importância do sentido e do significado na aprendizagem matemática.

O autor também a vê como uma práxis social, o que nos leva às discussões de Vázquez (1980, p. 331), que, ao investigar e propor hipóteses de cunho humanizador, por meio da práxis que é ao mesmo tempo subjetiva e coletiva, evidencia a relação teoria e prática ao superar o utilitarismo da Matemática. Nesse movimento, o autor se comunica com Radford (1997) ao dizer que a Matemática é um modo de dar sentido ao mundo.

Diante do exposto, após reafirmarmos as relações entre a formação inicial de professores de Matemática, por meio do movimento de aprendizagem da docência, em uma perspectiva de uma educação humanizadora, com a construção do conhecimento matemático e o modo que o concebemos pelos seus viés social, biológico e cultural, abordaremos no próximo item as contradições estudadas em narrativas que vislumbram o ensino e a aprendizagem de tal conhecimento científico.

1.4 As contradições das relações entre o ensino e a aprendizagem

O que nos leva a traçar o caminho da aprendizagem da docência? Quais são as condições necessárias para essa discussão? Quais indícios aproximam ou distanciam nossa proposta? Essas questões são modos de justificar nossas proposições levantadas ao longo dos estudos. O que de fato contribui para uma formação humanizadora, de futuros professores de Matemática, no movimento de constituir-se e ocupar tal espaço social?

Dessa forma, discutiremos nesta seção quatro pontos essenciais ao nosso objeto de estudo, que permeiam as contradições levantadas no parágrafo anterior, a saber: a) o distanciamento entre universidade e escola; b) a organização dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática; c) a concepção do conhecimento matemático e a formação humana e d) a necessidade da Matemática.

Iniciamos pelo primeiro ponto, o distanciamento entre universidade e escola. Há um discurso de muitos estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática, que enfatiza que o que se vive teoricamente na academia, não cabe na realidade prática. Esse fator se dá pela não aproximação desses dois universos. Em Silva (2019, p. 44) mostra-se que “a formação inicial de professores de Matemática tem um certo distanciamento entre o conhecimento acadêmico e o conhecimento escolar, sistematizado e organizado para a apropriação da cultura humana”.

De acordo com Limonta e Silva (2013), o currículo na formação de professores indica a necessidade de articulação entre a teoria e a prática, e essa relação pode ser estabelecida por meio das conexões entre os tipos de conhecimento. Esse movimento é importante na aprendizagem da docência para promover a unidade entre ensino e aprendizagem, entre os sujeitos envolvidos, o objetivo do conhecimento e as ações de ensino, para que não recaia no tecnicismo ao valorizarmos mais o saber prático em detrimento do teórico.

Ainda segundo as autoras, esse movimento pode ser compreendido como práxis, que se estabelece a partir da unidade entre a atividade teórica e a atividade prática, para que o processo de humanização transforme o mundo natural e social ao produzir a cultura humana. Essa ideia é fundamentada em Vázquez (1968), que considera a práxis um conceito essencial para compreender a ação transformadora e consciente do homem a partir da realidade, isto é, para que este se aproprie da cultura que o circunda de modo emancipado. Ele considera a práxis uma atividade humana intencional que envolve a reflexão, a tomada de decisões e a ação concreta para transformar o mundo ao nosso redor, por meio de uma ação criativa e dialética.

A práxis envolve a capacidade humana de analisar criticamente a realidade, identificar contradições e buscar transformá-la em direção a uma sociedade mais justa e igualitária, o que implica a consciência da realidade social e busca por mudanças por meio da ação coletiva e da luta por direitos, justiça e emancipação. Tal busca está relacionada à capacidade de organização política para transformar as estruturas sociais. Nesse movimento, a apropriação do conhecimento científico se faz necessária para promover ações lógicas junto à realidade objetiva, já que “não há práxis como atividade puramente material, sem a produção de finalidades e conhecimentos que caracteriza a atividade teórica” (VÁZQUEZ, 1968, p. 108).

O autor enfatiza que a práxis não é apenas uma atividade teórica ou prática pedagógica, mas sim uma síntese entre teoria e prática, entre pensamento e ação. Ela implica uma compreensão crítica da realidade e a busca por mudanças por meio da ação consciente e coletiva. Desse modo, quando defendemos a relação trabalho docente e apropriação do conhecimento científico por meio de uma formação humanizadora, objetivamos dar um salto

na qualidade das funções psicológicas superiores discutidas por Vigotski (2001), por meio da capacidade de estabelecer relações e produzir sínteses da própria realidade, de modo crítico e consciente.

A necessidade de se considerar os tipos de conhecimentos na aprendizagem da docência tem raízes mais profundas do que se supõe, pois elas permeiam o campo histórico da constituição dos currículos da formação de professores de Matemática, que estão, obviamente estruturados a partir do tipo de sociedade que se deseja no futuro. Esse é um modo de organizar a formação nos cursos de licenciatura para que se tenha controle dos processos formativos, cujos objetivos estão atrelados à não emancipação. Nesse sentido, percebemos que, o modo disjuntivo de estruturar a formação pedagógica pouco favorece o processo de ensino e aprendizagem dos futuros professores de Matemática. Uma vez que os elementos têm suas raízes históricas no sistema 3+1⁸, que segundo Libâneo, “a formação de professores permanecem praticamente inalterados em termos de concepção formativa e formatos curriculares, sendo pouco afetada pelas mudanças legais, pelas políticas e diretrizes curriculares oficiais e pelas recomendações de movimentos de educadores (Libâneo, 2015, p. 635).

Sobre esse aspecto, concordamos com Libâneo (2015, p. 640) quando ele afirma que o professor deve “não só dominar o conteúdo, mas, especialmente, os métodos e procedimentos investigativos da ciência ensinada. Portanto, o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico estão mutuamente integrados”. A questão é: como inter-relacionar esses dois tipos de conhecimento que compreendem a aprendizagem da docência em Matemática?

O autor indica que

o problema não é a ênfase dada aos conteúdos específicos, mas a desarticulação entre a formação na área específica e a formação para a docência. O conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar correm em paralelo, dissociados, aprofundando a desvinculação entre as metodologias de ensino e os conteúdos, entre métodos de ensino e métodos investigativos da ciência ensinada (LIBÂNEO, 2015, p. 636).

Nesse sentido, a proposta apresentada pelo autor destina-se à vinculação entre a didática, os conteúdos específicos e uma compreensão mais profunda do processo cognitivo de aprendizagem, pois isto poderia orientar os processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos específicos. Assim, o conhecimento pedagógico do professor é indispensável para a apropriação dos conceitos, posto que este não deve somente dominar o conteúdo mas, especialmente, os métodos e procedimentos investigativos da ciência ensinada, o que

⁸ Discussão realizada na seção 1.1.

pressupõe, o estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos. Portanto, o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico estão mutuamente integrados.

No segundo ponto, organização dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, podemos salientar a organização de tais processos como eixo norteador da formação inicial de professores. Apropriar-se dos modos de ensinar e aprender é tarefa da atividade docente. Porém, com os desafios da relação entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico, esse ponto sofre impactos também.

Tais impactos causados pelo distanciamento entre os tipos de conhecimento, podem estar relacionados às estruturas que constituem o conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar e ao modo como eles são objetivados no processo de ensino e aprendizagem, isto é, o movimento ocorre de modo paralelo, não tendo pontos em comum para se relacionarem. Logo, são dissociadas as metodologias de ensino e os conteúdos, os métodos de ensino e os métodos investigativos da ciência ensinada. Sem essa necessidade satisfeita acabamos por reproduzir experiências já vivenciadas por nós, enquanto estudantes, que podem estar diretamente ligadas ao ensino tradicional, que ainda não foi superado por inteiro.

No campo da Matemática, temos uma cultura centrada numa ciência de difícil acesso, mistificada pelas dificuldades básicas de conteúdo. Essa ideia se propaga há gerações, consideramos ser mesmo um fator histórico desde os intelectuais gregos. Nesse contexto, um professor que não consegue articular estratégias de ensino e aprendizagem, pode não contribuir com o seu modo de organizar o ensino para apropriação da cultura, por meio de um processo humanizador, tendo em vista que o ensino tradicional tem como base a memorização e repetição de padrões, bem como, fórmulas matemáticas, sem levar em conta os sentidos pessoais e os significados sociais acerca do conhecimento matemático.

Corroborando isso tudo, Cedro (2008, p. 46) nos diz que,

[...] a formação dos docentes demonstra ser um processo incompleto, que não consegue superar as práticas educativas estereotipadas e rotineiras vinculadas a uma perspectiva tradicional do ensino. Tampouco, consegue propiciar uma aprendizagem que seja capaz de oferecer ao indivíduo a possibilidade de se apropriar dos conhecimentos necessários a sua formação como homem livre e universal. Em síntese, a formação docente não consegue propiciar ao professor o entendimento do que é a docência.

Nesse movimento, a organização do ensino, por meio da tomada de consciência⁹ da função do ensino e da aprendizagem gera contradições com o que consideramos enquanto formação docente e conhecimento matemático. Dessa forma, a questão para essa demanda é: como podemos superar esse desafio por meio das bases aqui discutidas?

Para o terceiro ponto, reservamos um espaço para pensar a respeito da concepção do conhecimento matemático e a formação humana. Ao discutir sobre a formação inicial de professores de Matemática, entendemos que o conhecimento científico é potencializador da humanização de modo histórico e social, ao buscar compreender o mundo e suas relações. Corroborando essa ideia, [...] o que permite o homem passar da consciência social para a individual é o processo de apropriação dos conhecimentos humanos produzidos anteriormente pelas gerações que o precederam, que ocorre mediante sua atividade em determinado contexto histórico e social (LONGAREZI; FRANCO, 2013, p. 83).

Dessa forma, o professor como sendo responsável pelo processo de ensino, deve mediar o conhecimento, por meio da necessidade humana, apropriação cultural, atividade intencional e consciente, além de ser capaz de internalizar os elementos que compõem sua atividade pedagógica e que podem oportunizar o desenvolvimento humano. Como afirmam Moretti e Moura (2010, p. 347), tal atividade “traduz-se como sendo a atividade humana intencional adequada a um fim e orientada por objetivos, por meio da qual o homem transforma a natureza e produz a si mesmo”.

Assim, ao compreendermos a relação entre concepção do conhecimento matemático e a formação humana, podemos inferir que a nossa realidade educacional, em torno da Matemática, não alcança esses fatores essenciais do ensino, pelos motivos mencionados nos itens anteriores. Temos consciência de que existem inúmeros fatores para que isso não ocorra. Porém nosso trabalho será dedicado ao olhar sobre a necessidade do futuro professor de Matemática diante dessa relação à medida que ele toma consciência dessa necessidade, os caminhos se abrem para a aprendizagem da docência.

O quarto ponto, refere-se à necessidade da Matemática. A Matemática é um modo de compreender o mundo; assim, enquanto ciência considerada como herança cultural é direito

⁹ Para Vigotski (2001), a tomada de consciência refere-se ao processo pelo qual os indivíduos se tornam conscientes de seus próprios processos mentais, pensamentos e emoções. Ele argumenta que a tomada de consciência é uma parte fundamental do desenvolvimento cognitivo e está intrinsecamente ligada à mediação social e à interação com o ambiente. O autor enfatiza que a tomada de consciência ocorre por meio da internalização de instrumentos culturais e símbolos, como a linguagem. Em outro texto, Vigotski (2013) argumenta que o conceito de tomada de consciência reflete na relação dos sujeitos e suas ações, por meio da origem social da consciência e traz a experiência social e histórica como indispensáveis na constituição do homem humanizado.

de todos cidadãos terem acesso de qualidade a ela, tendo em vista que, permeia outras ciências como base principal, linguagem ou suporte. Sua natureza intrínseca compreende as formas de interpretação do mundo e pode mediar as relações do homem com seu ambiente, para transformá-lo e transformar a si próprio.

Além desse fator a respeito da resolução de problemas citado por Radford, temos que repensar a maneira como compreendemos a natureza da Matemática, já que estamos lidando com uma área que se pressupõe permeada da lógica formal. Como promover a lógica que defendemos mobilizados pela humanização dos processos de ensino e aprendizagem? Retomamos o nosso objeto de investigação: a aprendizagem da docência por meio da natureza do conhecimento matemático, tendo em vista que sua apropriação deste é um importante elemento para o movimento de tornar-se professor de Matemática. A respeito dessa formação, defendemos a humanização no movimento da atividade de ensino para a tomada de consciência, no papel docente.

O que é se tornar professor de Matemática e se reconhecer nesse papel social? A formação inicial em Matemática pode ser potencializada conforme indica e sistematiza Leontiev (1978), ao propor a Teoria da Atividade. Nesse sentido, quando o sujeito se reconhece no movimento de atividade, ele toma consciência de seu papel social. Esse movimento se constitui, de acordo com o autor, por meio da necessidade, que é o modo de desenvolvimento humano, em que as funções psíquicas¹⁰ decorrem da apropriação do conhecimento matemático.

Assim, quando o sujeito se coloca em situação de aprendizagem da docência, ele pode ser provocado no contexto da Teoria da Atividade, por meio de suas necessidades a assumir seu papel social enquanto professor ao articular objetos, ações e motivos. Por outro lado, para elaborar e executar ações, precisamos das operações de modo intencional. Para que tudo isso aconteça, faz-se necessário que as condições objetivas permitam a mobilização dos meios que são mediadores de todo o processo. Como resultado da transformação do objeto, temos o produto, isto é, o conhecimento matemático.

Contudo, não podemos abranger, de modo geral, o conhecimento matemático, pois este é demasiadamente amplo para se tratar em uma investigação de doutorado, cujo prazo é limitado e curto. Assim, como necessidade do próprio grupo investigado, delimitamos nossas

¹⁰ Funções psíquicas são funções mentais que descrevem a consciência humana, como por exemplo, a memória, o pensamento, a imaginação, a capacidade de planejar suas ações, o uso da linguagem, intencionalidade, entre outras. Elas são desenvolvidas e transformadas por meio das sociais, da linguagem e das ferramentas culturais, isto é, não são inatas. Por meio da mediação as funções psíquicas superiores se potencializam a medida que há apropriação da cultura.

ações formativas para discutir um conceito específico: as funções matemáticas. É o que trataremos a seguir.

1.5 MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO E O CONCEITO DE FUNÇÃO

Para compreender o que se propõe o movimento lógico-histórico e suas relações com o conceito de função, situamo-nos inicialmente no campo teórico do pensamento algébrico, tendo em vista que a função pertence a esse grande conjunto científico de ideias, enquanto um conceito. Desse modo, permitimo-nos questionar: o que é álgebra? O que é função?

A álgebra está presente na história, desde a Antiguidade, em que as primeiras civilizações, às margens dos rios Tigre, Eufrates e Nilo, organizaram seus primeiros modos de sobrevivência de maneira sedentária, a partir dos estudos sobre as regularidades climáticas, a partir de produções como mapas, calendários, proposições acerca da formação do universo, entre outros.

Outros elementos importantes destacados na sociedade primitiva dizem respeito aos registros em papiros antigos. Um exemplo é o Papiro de Rhind, que, segundo Bertato (2018), é um dos documentos mais famosos e mais importantes acerca da história da Matemática egípcia. Originário do Ramesseum, templo funerário dedicado ao faraó Ramsés II, sua datação é, portanto, de 1550 a.C. É cópia de um manuscrito mais antigo, provavelmente de meados do séc. XIX a.C. Nele, os egípcios chamavam de *aha* a incógnita que na maioria das vezes representa-se por x , usando assim o “método da falsa posição¹¹” ou “regra do falso” e faziam suposições acerca de suas necessidades.

Retornemos às perguntas iniciais desta seção. A partir de estudos de Cedro, Panossian e Sousa (2014) pensamos sobre cada uma dessas perguntas, por meio de uma compreensão lógico-histórica. Os autores apresentam uma concepção relacionada às ideias discutidas no século XVIII, que impulsionam a perspectiva de uma álgebra (aritmética generalizada) em que há determinação de incógnitas por meio de símbolos e signos. Essa concepção é atribuída como modo de resolução de determinado problema e as relações entre grandezas. Dessa

¹¹ No método da falsa posição, um valor específico é atribuído à incógnita. A expressão do lado esquerdo é calculada para esse valor e o resultado encontrado é comparado com o resultado desejado. Em seguida, o resultado correto é encontrado por proporção (Mol, 2013, p. 25).

forma, ela demonstra o processo de generalização, por meio de variáveis enquanto incógnitas, cujo objetivo é simplificar e resolver problemas.

Há ainda, a álgebra considerada enquanto estudo dos métodos para resolver certos problemas concretos, representados pelas equações. Nesse contexto, as letras são consideradas como incógnitas a serem determinadas. Por outra perspectiva, temos a ideia de uma álgebra a partir da relação entre grandezas, em que as variáveis são observadas por meio do movimento de dependência e independência. O que se destaca é o conceito de função, que para Caraça (1951) é o instrumento próprio para estudo das leis, apesar de o conceito de variável ter um caráter contraditório. Isto é o que Sousa (2004, p. 66) indica: “o pensar algébrico, ao considerar o conceito mais geral do número não pode estar apenas relacionado à presença física e formal do número: o numeral”, o que significa pensar no número a partir de sua ausência.

De outro modo, na álgebra como estudo das estruturas, segundo Cedro, Panossian e Sousa (2014), a variável é objeto arbitrário, assim levando a generalização e a abstração ao campo formal por meio de cálculos sintáticos das estruturas de si mesmas. Isto é, as variáveis são tidas como pertencentes às estruturas algébricas, via teoria de conjuntos numéricos.

Os autores supracitados também mostram outro olhar para o campo conceitual da álgebra, classificando-a de quatro formas: linguístico-estilística, linguístico-sintática-semântica, linguístico-postulacional e processológica. De modo breve, a primeira consiste em uma linguagem específica criada para expressar os procedimentos, levando a uma distinção entre pensamento e forma. A segunda remete a uma linguagem a partir de signos e símbolos (álgebra simbólica), cujo objetivo é a síntese concisa das ideias algébricas. A terceira é representada por signos com significados, que representam, além de uma quantidade geral, que pode ser discreta ou contínua, entidades que não podem ser quantificadas. E, por fim, a quarta indica um conjunto de métodos e técnicas para resolução de problemas, não há necessariamente uma linguagem expressa.

O fato de percebermos a álgebra no movimento de sua história nos indica que diferentes concepções são formadas de acordo com as necessidades de um determinado tempo e espaço social. Além disso, essa área do conhecimento pode ser entendida tanto com linguagem, como conjunto de procedimentos. Essas diferentes concepções influenciam a organização do ensino como mostram Cedro, Panossian e Sousa (2014), que o sistema simbólico algébrico não pode sobrepor o pensamento, a generalização, a abstração e a formação de conceitos, pois a “álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de

generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras” (Kieran, 1995, p. 5).

Uma metáfora sobre esse movimento para que chamamos a atenção foi citada no longa metragem “Oppenheimer”, baseado no livro “American Prometheus”. O filme retrata a história da criação da bomba atômica, a partir de elementos baseados em fatos, mesclados com a ficção, em que há uma união de forças entre os países aliados, durante a 2ª Guerra Mundial, para o desenvolvimento de uma arma nuclear. Para nós, é interessante o diálogo entre o protagonista, o físico J. Robert Oppenheimer, e seu colega de trabalho, Ernest Lawrence, em que discutem sobre a álgebra como parte da resolução que buscavam no problema de generalização para a criação da arma nuclear: “Notes are similar to algebra. It is not important that you know how to read music. But hear and feel the music.”, o que pode ser traduzido como: “Notas musicais são semelhantes à álgebra. Não é importante que você saiba ler música. Mas ouvir e sentir a música”. Isto é, o tipo de variável e o modo de organização destas se tornam secundários, em relação ao sentido que aquelas relações estabelecidas são sistematizadas.

A álgebra enquanto símbolos é um estado final do movimento; o que importa para além dessa perspectiva é o seu *movimento lógico-histórico*, em que se constitui conforme as necessidades da humanidade em cada período. *Histórico* porque se trata de um “estudo do movimento de constituição dos conceitos algébricos de forma teórica, reconhecendo seus elementos de causa e efeito, forma e conteúdo do conhecimento algébrico” (Panossian; Sousa; Moura, 2017, p.126). Já o lado *lógico* reflete não só a “história do próprio objeto, como também a história do seu conhecimento” (Kopnin, 1961, p. 186). Nesse sentido, compreender o movimento de constituição da álgebra é entendê-la por meio do lógico-histórico enquanto unidade dialética. Essa é uma premissa que possibilita conhecer a essência do objeto de estudo.

Por essência queremos dizer nexos conceituais, que se dividem em internos e externos. De acordo com Kopnin (1961), os nexos externos se limitam às percepções imediatas, por meio da linguagem (álgebra simbólica), enquanto os nexos internos produzem o pensamento teórico que generaliza o conceito. Nesse sentido, ao nos conectarmos ao nosso objeto de estudo, que remete à aprendizagem da docência por meio da apropriação de um determinado conceito algébrico, estamos considerando, junto com Davidov (1986, p. 128), que

Os conceitos historicamente formados na sociedade existem objetivamente nas formas da atividade do homem e seus resultados, ou seja, nos objetos criados de maneira racional. As pessoas isoladas os captam e os assimilam antes de aprender a

atuar com suas manifestações empíricas particulares. O indivíduo deve atuar e produzir as coisas segundo os conceitos que, como normas, já existem na sociedade anteriormente; ele não os cria, mas, os capta, os apropria. Apenas então se comporta com as coisas humanamente.

A apropriação de conceitos algébricos faz parte das necessidades da atividade docente, pois esta é uma das relações com o mundo, em que o papel do professor se faz humano pelo trabalho. Assim, ele tem condições de se apropriar de sua ferramenta de trabalho enquanto transforma o mundo circundante e a si mesmo. Nesse sentido, com indicam Panossian, Sousa e Moura (2017, p.128), “se apropriar de um conceito significa então compreender o significado que historicamente os indivíduos atribuíram a ele, o que pode ser realizado em atividade, sobre os objetos, instrumentos e fenômenos em si, e pela ação e comunicação desenvolvida por meio deles”.

O movimento proposto é interessante, nesse contexto, por que revela um par dialético que compartilha os princípios algébricos do conhecimento, como a fluência e a interdependência. Caraça (1941) explicitou que a fluência garante a evolução do mundo a todos os momentos e a interdependência rege as coisas, objetos e fenômenos da realidade objetiva interrelacionados entre si. Além disso, a fluência dos objetos e fenômenos possibilita compreender as inúmeras relações de transformação já que há sempre transformações e estas se direcionam à sistematização do pensamento teórico, pois, segundo Panossian, Sousa e Moura (2017, p.130), é imprescindível “compreender o movimento de formação de conceitos algébricos e mudanças que ocorrem e que se revelam historicamente, em seus nexos internos e na sua relação teórica”.

Ao repensar as concepções do campo teórico da álgebra e considerarmos o estudo do movimento lógico-histórico na aprendizagem da docência é possível almejar a organização do ensino pautada na perspectiva histórico-cultural, como informam Panossian, Sousa e Moura, (2017, p.156), ao “reconhecer a atividade e as ações humanas que geraram esta forma de conhecimento. Reconhecer assim, o motivo e a necessidade de que conduziram a síntese conceitual, por exemplo, de variável, de função, de séries etc.”, para então chegarmos à segunda pergunta anunciada no início dessa seção: O que é função?

Os objetivos formativos se estabelecem e se estruturam conforme o tipo de sociedade a qual queremos formar. Em nossos estudos, temos nos esforçados para compreender as intenções com esse modo de organização, a fim de superá-lo, já que percebemos condições objetivas precárias e o resultado do processo de ensino e aprendizagem são pautados no conhecimento empírico e este, por si só, não promove humanização para além da alienação.

Concordamos com Libâneo (2012, p.25), que, ao analisar o papel da escola, conduz à perspectiva de que é dever social “prover aos alunos a apropriação da cultura e da ciência acumuladas historicamente, como condição para seu desenvolvimento cognitivo, afetivo e moral”; no entanto, como organizar o conhecimento científico de modo a promover essa apropriação? Temos a tese de que a aprendizagem da docência perpassa “o processo humano de constituição de conceitos em seu movimento lógico e histórico; processo de formação do pensamento teórico dos sujeitos; seleção de conteúdo escolar e organização do ensino” (Panossian; Moretti; Souza, 2017, p. 127).

O movimento lógico e histórico de um conceito é reconhecer sua essência e analisá-la por meio de suas múltiplas determinações. Segundo Kopnin (1978, p.161), essa essência se manifesta em “propriedades, aspectos, indícios e relações com o objeto”. Dessa forma, há caminhos que se inter relacionam para que haja a busca por efetivação dessa essência, como por exemplo, o estudo do movimento lógico e histórico, que nos direciona aos nexos conceituais do conhecimento científico, em nosso caso, do conceito de função.

De acordo com Kopnin (1978, p. 183),

Por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações.

O estudo da história de um conceito aprofunda ideias que compreendem a essência do objeto de estudo, pois esse elemento indispensável à apropriação do conceito possibilita a busca pelas necessidades humanas para a constituição e sistematização de proposições matemáticas. Já o lógico estabelece percepções abstratas do conceito, além de dispor de elementos que nos mostram as necessidades por trás de concepções de um conhecimento científico.

Nesse caminho, a atividade de ensino é privilegiada, pois os motivos vão circundar o objeto por suas múltiplas determinações, gerando mais possibilidades criativas, além do sentido pessoal transformado diante daquele conhecimento, por produzir pensamento teórico dos significados do conhecimento, que foram sistematizados a partir de sua história e de sua lógica de sistematização.

Se, por um lado, estamos rodeados do pensamento empírico nas formações, que privilegia as ações externas ao conceito e suas particularidades, por outro, o pensamento

teórico “determina a ligação de uma relação geral com suas manifestações concretas, isto é, o elo entre o geral e o particular” (Rubtsov, 1996, p. 130). Nessa perspectiva, a aprendizagem da docência pode se pautar nesse modo universal e generalizante do conceito para produzir ações de ensino com qualidade teórica, já que terá respaldo do movimento lógico e histórico na significação do conceito, em busca de sua essência.

Dentro do quadro supracitado, pensemos adiante a respeito da apropriação do conceito de função, por parte de professores em formação inicial. Ao considerarmos o movimento lógico e histórico de um conceito, assumimos a postura de uma necessidade de apropriação de conceitos teóricos para o processo de humanização. Nesse caso, consideramos o conceito de função como objeto de ensino e com abrangência maior, para nos apropriarmos de sua essência, o pensamento algébrico.

Segundo Panossian (2014, p. 08), “o conhecimento em álgebra parte da relação entre grandezas variáveis, tendo como foco a ideia de variável, isto é, a variável é um dos nexos conceituais do conhecimento algébrico, de modo geral”. Os nexos conceituais, de acordo com Sousa (2018, p.50), são “elos que fundamentam os conceitos e contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento”. Além disso, Panossian (2014) destaca a importância do processo de generalização para a produção desse pensamento teórico.

O nexo conceitual ‘variável’ foi discutido por Sousa (2004), que apresenta uma argumentação ao contradizer o formalismo dos conceitos algébricos a partir da necessidade de compreensão da álgebra como movimento da vida. Nesse sentido, a autora também aponta conceitos de movimento, fluência, número e campo de variação, outros nexos conceituais do conhecimento algébrico.

De acordo com Davidov (1988), a relação entre grandezas variáveis é mediada por proposições de reconhecimento dos números, os símbolos literais e fórmulas. Para o autor, os números naturais, racionais, inteiros e irracionais são elementos singulares das relações entre as grandezas (Davydov, 1982). Por isso, é possível recorrer a símbolos algébricos como um modo universal de relação entre as grandezas, que explicita em sua forma singular os diferentes tipos de números.

Para Radford (1996, p.108), “a generalização pode ser vista como uma norma epistêmica, precisa ser estudada em maior detalhe e as consequências que provoca para o ensino de matemática precisam ser especificadas”. Em outro estudo, o mesmo Radford (2001) apresenta sua compreensão sobre o processo de generalização como sendo “generalização factual”, “generalização contextual” e “generalização simbólica”. A

generalização algébrica factual se concretiza nas operações. A contextual se desenvolve a partir de objetos situados no tempo e no espaço dependente das ações dos sujeitos. Por fim, a simbólica é a necessidade de deslocarem do tempo e do espaço os processos de generalização e objetos matemáticos, isto é, a “dessubjetificação”.

Nessa perspectiva, ao compreender o pensamento algébrico, focalizamos um de seus elementos fundamentais: a função. Ao analisar a obra de Caraça (1951), percebemos que o objetivo essencial da ciência é construir um quadro ordenado e explicativo dos fenômenos naturais, do mundo físico e humano, tanto em seu aspecto individual quanto social. Embora a ciência não tenha a capacidade de descrever a realidade em sua totalidade, ela organiza modelos racionais de interpretação e previsão, através de leis e regularidades que os fenômenos naturais nos revelam.

Portanto, ao ensinarmos função, é fundamental considerá-la como uma ferramenta que passou por um longo processo de desenvolvimento. O objetivo é utilizar essa ferramenta para interpretar e prever a realidade, através da projeção de um quadro ordenado e explicativo. Dessa forma, compreender a função não se restringe a manipular fórmulas, mas sim a utilizá-la como uma poderosa ferramenta analítica que possibilita descrever e entender as relações entre variáveis e fenômenos do mundo físico e social.

Em relação às características fundamentais, Caraça (1951) expressa o termo *realidade* como sendo a interpretação e a compreensão dos fenômenos ao nosso redor. A partir desses fenômenos, surge o conceito de interdependência, que seria a relação entre tudo e todos. Para o autor, tudo está relacionado de alguma forma, e dá como exemplo do crescimento de uma erva: diversos fatores influenciam tal crescimento, como as condições climáticas, o solo, o ar, as suas características fisiológicas, entre outros. Isto é, ela depende de vários fatores para se tornar o que é.

O autor compreende a função como um isolado, isto é, uma parte fundamental do objeto real que é percebido como recorte espaço-temporal da realidade, que se move em si. A função é caracterizada como um isolado por ser uma parte fundamental do estudo da álgebra, é uma particularidade do conhecimento algébrico, que representa sua totalidade.

Primeiramente, ao analisarmos o contexto das leis quantitativas, nos deparamos com a questão de como uma quantidade se transforma em realidade. De acordo com as ideias apresentadas por Caraça (1951), quando temos dois componentes, A e B, em um sistema isolado, eles possuem relações de interdependência. Essas relações são caracterizadas por um sentido de conexão, onde há um antecedente e um conseqüente envolvidos: $A \rightarrow B$ ou $B \rightarrow A$. Se A, B, ..., L são componentes de um isolado, e ao conjunto de todas as relações

$A \rightarrow B, \dots, A \rightarrow L$, dá-se o nome de qualidades de A em B, em L,.... Já a quantidade é um atributo da qualidade (e não um objeto). As qualidades que permitem comparações do tipo "mais ou menos que" exibem variação conforme a quantidade. A atribuição de uma quantidade a tais qualidades depende diretamente da qualidade em questão.

Considerando um isolado específico escolhido de forma arbitrária e com base na fluência de todos os elementos envolvidos, ele passa por um processo de transformação. Nesse contexto, podemos afirmar que o isolado evolui e os diferentes estados observados correspondem não a novos isolados, mas sim a diferentes fases dessa evolução.

A quantidade de influência que um fator dominante específico (qualidade) desse isolado exerce sobre outros fatores dominantes (outras qualidades) pode ser tão significativa que pode transformá-los em novos fatores (outras qualidades). Em outras palavras, se uma quantidade se intensifica e vai contra a qualidade estrutural do isolado, isso pode levar à perda dessa qualidade e ao surgimento de uma nova qualidade.

Dessa forma, a regularidade da transformação de um isolado é representada pelos fenômenos naturais, ou seja, a Lei Natural corresponde à regularidade dos eventos observados na natureza. Essa transformação se manifesta através da modificação das qualidades dos componentes do isolado, que é conceituada como uma seção arbitrariamente selecionada da realidade. O ponto em que essa transformação ocorre é denominado de "ponto crítico da evolução do isolado" (Caraça, 1951, p. 112). Os fenômenos naturais constituem a própria realidade, e esta, por sua vez, apresenta como características fundamentais a interdependência entre seus elementos e a fluência (*transformação*) contínua.

O objetivo primordial da ciência consiste em buscar e organizar um quadro explicativo das leis, fundamentado na observação dos fenômenos. Por meio dessas observações, a ciência identifica regularidades nos eventos, permitindo realizar repetições e previsões sob condições adequadas. Assim, a interdependência, refletida pelas leis qualitativas, descreve os elementos isolados da realidade.

Entretanto, a ciência e a própria realidade tendem a priorizar a abordagem quantitativa, uma vez que, para explicar as variações na qualidade, é necessário aprofundar o estudo das variações quantitativas. Nesse contexto, a função assume um papel científico como uma ferramenta matemática adequada para investigar as leis quantitativas, manifestando-se especificamente na forma de correspondência entre dois conjuntos.

Por outro lado, a fluência pode ser compreendida como uma variável, um símbolo representativo dos elementos de um conjunto específico. Ela é e não é cada um dos elementos desse conjunto. A fluência possui a primeira de suas características. Dado um conjunto de

duas variáveis, a lei da função consiste na correspondência entre eles, sendo unívoca, com a variável independente precedendo a variável dependente. Dizemos que a variável dependente é função da variável independente, representada por $y = f(x)$.

Em síntese, para Bento de Jesus Caraça (1951), a função é “um instrumento matemático cuja essência seja uma correspondência que é unívoca, com um sentido definido”; suas relações fundamentais correspondem a: variável, qualidade, quantidade, isolado, fluência, interdependência, variação, leis (qualitativas, quantitativas, analíticas e geométricas), correspondência, campos numéricos, equação e representação.

Howard Eves (1997) estudou em sua obra a historiografia do conceito de função, analisando a realidade objetiva, por meio da história dos elementos que a compunham. O autor inicia apontando as dificuldades enfrentadas pelos grandes matemáticos, a partir dos elementos lógicos definidos por Euclides. A primeira crítica levantada reflete o fato de que Euclides buscava definir todos os conceitos técnicos matemáticos, ou seja, a fixação de um conjunto de elementos de conceitos primitivos, ou básicos, em que não há dúvidas ou possibilidades de questionamentos.

Mais tarde, esse fato foi chamado de *axiomática*. O movimento gerado foi estabelecido pela necessidade de substituir conceitos primitivos por símbolos, tornando-os, assim, desconectados de seus significados concretos, cuja base é a lógica sistematizada sem a intervenção de fatores intuitivos, e a que foi dado o nome de *postulado*.

Para Eves (1997), os conceitos básicos que descreveram a análise, a função, os limites, a continuidade, a derivada e a integral ganharam força ao se sistematizar por meio da teoria de conjuntos. A partir desse momento, surgiram ideias mais abstratas, o que culminou na atual topologia, isto é, teoria geral das dimensões e das medidas. No século XVII, com a geometria analítica, pela perspectiva matemática, o espaço foi considerado um conjunto de pontos e posteriormente, no século XIX as geometrias não euclidianas.

Com essas ideias, o autor discorre sobre o conceito de função por meio do estudo do contexto social que influencia o modo como percebemos sua constituição. Assim, a palavra *função*, introduzida por Leibniz, em 1694, inicialmente para representar qualquer quantidade associada a uma determinada curva, em 1718, passou a ser considerada uma expressão formada por uma variável e algumas constantes, por Johann Bernoulli. Posteriormente, Euler trouxe a ideia de função enquanto equação ou fórmula que envolve tais variáveis e constantes.

Em 1930, Dirichlet formulou que uma variável é um símbolo que representa qualquer elemento de um conjunto, de modo que, se duas variáveis estão relacionadas de maneira

dependente de modo unívoco, então ela se apresenta por alguma lei ou regra. Se considerarmos as variáveis x e y , os valores possíveis de x constituem o campo de definição da função, e os atribuídos a y constituem o campo de valores da função.

A partir do século XX, temos que uma função é, por definição, um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à condição seguinte: se $(a_1, b_1) \in f$, $(a_2, b_2) \in f$ e $a_1 = a_2$, então $b_1 = b_2$. O conjunto A dos primeiros elementos dos pares ordenados chama-se *domínio da função* e o conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados se diz *imagem da função*. Assim, uma função é simplesmente um tipo particular de subconjunto do produto cartesiano $A \times B$. Uma função f se diz injetora se, de $(a_1, b_1) \in f$, $(a_2, b_2) \in f$ e $b_1 = b_2$, decorre $a_1 = a_2$. Se f é uma função e $(a, b) \in f$, escreve-se $b = f(a)$.

Em síntese, função é “uma expressão qualquer, formada por uma variável e algumas constantes” (Eves, 1997, p. 660). Suas principais características regem: variável, constante, movimento, noções de espaço e geometria e representação, símbolo, conjunto e sistemas de referência. O texto de Eves engloba, com mais atenção, as versões de Leibniz, Johann Bernoulli, Euler, Joseph Fourier e Lejeune Dirichlet, mostrando que cada um tentava fazer este termo (função) o mais versátil possível. Com o tempo, o termo se consolidou como o empregamos nos dias de hoje.

Um outro importante estudioso com conhecimento algébrico é Ribnikov (1987). Ele nos indica a ideia geral de função como correspondência de uma natureza relativamente ampla enfatizada por Descartes. Contudo, as operações com funções relacionam-se às expressões concretas, como por exemplo, por meio da geometria e das expressões analíticas.

O autor revela que, no percurso histórico, Newton, acrescentou o tratamento mecânico da função em sua teoria das fluxões. Leibniz, contemporâneo de Newton, muito criticado pela sociedade científica da época, expressou a ideia geral de dependência funcional, introduzindo o termo “função” e o símbolo correspondente para os segmentos relacionados com a curva, de tal modo que o seu comprimento depende da posição do ponto sobre a curva.

Esse modo de conceber o conceito de função de Ribnikov (1987, p. 218) deriva do ponto de partida “transformação dos fundamentos da análise infinitesimal”, bem como “a função como correspondência e expressão analítica”. Esses aspectos estão associados às expressões matemáticas que foram sistematizadas, historicamente, nos movimentos científicos que fazem parte de outras áreas do conhecimento, bem como de conhecimentos gerados historicamente, como a álgebra não simbólica sincopada de Diofanto; a álgebra simbólica, a trigonometria, os logaritmos e a continuidade.

O autor, assim como Caraça, também considera que, “el mismo desarrollo lógico de las ideas sobre una ciencia no es otra cosa que el reflejo del proceso histórico en forma consecuyente, abstracta y teórica” (Ríbnikov, 1987, p. 18). Isso significa que o mesmo desenvolvimento lógico de ideias sobre uma ciência nada mais é do que a reflexão do processo histórico de forma consistente, abstrata e teórica. Essas duas categorias, o lógico e o histórico, como uma unidade dialética, são indispensáveis para compreender a apropriação do conceito de função.

Com isso, Ríbnikov (1987, p. 11) compreende o conhecimento científico a partir das abstrações matemáticas vinculadas à prática social humana:

La historia muestra que las reservas de las relaciones cuantitativas y formas espaciales estudiadas por las matemáticas, constantemente se engruesan en relación indisoluble con las exigencias de la técnica y las ciencias naturales, completando cada vez más el rico contenido de la definición general de las matemáticas.

A supressão do surgimento da Matemática a partir da realidade material esconde seu desenvolvimento lógico-histórico. Os processos complexos, multigradais e os mediados pelas relações sociais de cada época são desconsiderados e sobra apenas a lógica de um pensamento matemático puro.

Assim, de maneira breve, a função para Ribnikov (1987) é expressa como correspondência e expressão analítica. Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica, composta de alguma maneira por esta quantidade variável e números ou quantidades constantes”. Seus meios essenciais destacam-se pelo movimento científico, variação, campo de variação, com especial atenção para o conjunto dos números complexos, correspondência, expressão analítica, dependência, relação, representação, lugar geométrico e variáveis.

Ao surgir pela primeira vez como conceito estruturado, a função possuía um caráter dinâmico e vivo, que representava movimento em formação, visto que ela rompeu a maioria dos aspectos rígidos advindos da geometria grega. Karlson (1961) apresenta elementos que comprovam que a elaboração do conceito de função se deu no contexto da Renascença, período compreendido entre final do século XIV e início do século XVII na Europa.

Apesar de o pensamento humano reconhecer a importância de descrever relações quantitativas, não dispunha, inicialmente, de uma ferramenta adequada para essa finalidade. Consequentemente, houve a necessidade de desenvolver um instrumento matemático específico, o qual foi denominado por Karlson (1961) como "símbolo matemático do movimento, a função" (p. 376).

Dessa forma, a introdução dos símbolos foi uma instrumentalização para facilitar a manipulação das expressões algébricas, mas antes de tudo foi uma simbologia que permitiu fazer generalizações, substituindo as grandezas fixadas ou pontuais por um símbolo que representasse todo um conjunto bem definido de grandezas.

O uso das simbologias deu origem às expressões algébricas utilizando letras ou outros símbolos que são, até hoje, um dos modos de representar uma função. O pensamento teórico do conceito de função é muito mais amplo do que as suas representações nas formas analítica, $f(x)$ e gráfica e, dos tipos de função tratados no ensino médio. Uma regra que relaciona um elemento do conjunto domínio a um único elemento do conjunto contradomínio. Toda correspondência espacial entre elementos de dois conjuntos não vazios. Essa correspondência especial é justamente a lei da função, a regra que leva um conjunto ao outro. A cada elemento a de um conjunto A (domínio), faz-se corresponder um único elemento b do conjunto B (contradomínio). Função/transformação/aplicação de A em B . Não existe função quando um elemento em A fica sem correspondente em B , ou quando um elemento de A tem vários correspondentes em B . Assim, os aspectos representativos do campo conceitual algébrico, a respeito do conceito de função, Karlson destaca, são: a variável, o domínio, a imagem, os conjuntos, o contradomínio, a lei de formação, o plano cartesiano, o gráfico, a equação, a inequação e o ponto.

Vemos em Sousa e Moura (2019) que os nexos conceituais do conceito de função são as ideias de número, fluência, variável, campo de variação e interdependência. Estes conceitos, como entes interligados, revelam o substancial da álgebra. Quanto à fluência, vemos também em Sousa *et al.* (2014, p. 123) que “o lógico-histórico presente no pensamento algébrico permite-nos dizer que o concreto do conteúdo algébrico é o conceito de movimento, de fluência, que se materializa no conceito de função”.

E a partir disso, consideramos nestes trabalhos que os nexos conceituais da função se relacionam com os pensamentos aritmético, algébrico e geométrico e são representados pelos movimentos da vida (irregulares e regulares), fluência, interdependência, variável, campo de variação, relação, conjunto e representação.

Ao analisarmos os modos de compreensão sobre o conceito de função por Caraça (1998), Eves (1997), Ríbnikov (1984) e Karlson (1961), podemos compreender suas contribuições a partir dos nexos conceituais, de acordo com Sousa e Moura (2019, p. 1098):

Analisar e compreender movimentos regulares e irregulares da vida; elaborar leis de formação que regem os movimentos regulares da vida; compreender um poderoso instrumento de leitura e compreensão das diversas variações que insistem em

dominar a nossa realidade, seja ela científica ou não; e pensar cientificamente, de forma a elaborarmos pensamento teórico sobre a realidade que nos cerca.

Assim, com foco na apropriação dos nexos conceituais do conceito de função, nas suas máximas potencialidades e múltiplas determinações, por parte de professores de Matemática em formação inicial, e a partir do movimento lógico e histórico, é que daremos continuidade às discussões posteriores. No próximo capítulo, abordaremos o nosso objeto de estudo, a aprendizagem da docência, por meio da dialética descrita por Kopnin; a Teoria da Atividade, de Leontiev; e os Ciclos de Aprendizagem Expansiva, sistematizados por Engeström. Por fim, delinearemos o movimento desta investigação a partir do experimento formativo.

CAPÍTULO 2: O MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO E A TEORIA DA APRENDIZAGEM EXPANSIVA NA PROPOSTA FORMATIVA

Este capítulo foi organizado para estruturar teoricamente a nossa proposta de investigação que é: a aprendizagem da docência por meio da apropriação do conceito de função, em uma tentativa de organização do ensino que valorize ações coletivas e o estudo do movimento lógico-histórico de conceitos.

O modo como pensamos o sujeito e concebemos o conhecimento científico caracteriza o espaço da Teoria Histórico-Cultural em nossa investigação, pois seus princípios se estruturam a partir de análise de processos e não objetos, isto é, ela explica ao invés de descrever os fenômenos e investiga os comportamentos fossilizados. Esses princípios norteadores estão fundamentados no estudo do psiquismo da dialética da atividade humana pelo trabalho na realidade histórica.

Além disso, o processo de humanização é baseado nas necessidades, de modo intencional, em que o homem modifica a natureza e, ao mesmo tempo, é transformado por ela em suas mediações com o mundo circundante. Desse modo, uma atividade não alienada, que faça valer os princípios do método marxista de atividade vital, deve ser desvelada pela intencionalidade, a partir de suas necessidades, tanto biológicas, quanto culturais.

Dessa forma, esse capítulo é destinado à discussão acerca da compreensão do fenômeno a partir do estudo do pensamento empírico e do pensamento teórico e suas relações com o Materialismo Histórico-Dialético, a Teoria da Atividade e a conceituação dos Ciclos de Aprendizagem Expansiva.

2.1 Pensamento empírico e pensamento teórico e suas relações com o Materialismo Histórico-Dialético

A escola é espaço socialmente organizado para a apropriação do conhecimento científico, juntamente com seu papel emancipador do sujeito por meio da apropriação cultural. Assim, nesse momento discorreremos a respeito das aproximações e distanciamentos das participantes da pesquisa e o conhecimento matemático, para compreendermos como o método do Materialismo Histórico-Dialético nos orienta.

O modo como compreendemos a estrutura do método com os princípios formativos por meio do conhecimento surge a partir de estudos baseados em Kopnin (1978), em que o

autor compreende a necessidade das relações práticas dos modos de vida de cada indivíduo, cujo objetivo é a transformação social, tanto do próprio ser individual como do meio circundante, a coletividade. Para o autor,

o conhecimento está necessariamente imbuído no campo da atividade prática do homem, mas para garantir o êxito desta atividade ele deve relacionar-se necessariamente com a realidade objetiva que existe fora do homem e serve de objeto a essa atividade (Kopnin, 1978, p.125).

Com base em Kopnin (1978), defendemos a ideia da relação sujeito-objeto por meio da prática humana, isto é, visando a compreensão da realidade circundante e a relação em si mesma, o homem se apropria culturalmente das relações frente ao objetivo, à medida em que elabora suas sínteses a respeito da situação experienciada. Desse modo, o sujeito perpassa a qualidade superficial do objeto e tem possibilidades de encará-lo por suas múltiplas determinações, já que este está em movimento na realidade objetiva, com toda sua complexidade.

Além disso, há também possibilidades de transformação da realidade por meio da apropriação do conhecimento científico. Nesse aspecto, Abrantes e Martins (2007, p. 315) afirmam que “é na unidade articuladora entre a ideia e a ação ou entre a teoria e a prática que se efetiva a historicidade humana, concretizada no movimento de constituição da realidade social”. Desse modo, os autores ainda complementam: “ao transformar a natureza, o homem se transforma, desenvolvendo habilidades, criando necessidades, tornando complexa sobremaneira sua atividade vital, isto é, constituindo-se como ser prático”.

A constituição do conhecimento científico é fruto de processos sociais e históricos. O sujeito se envolve nesse processo, por também ser um indivíduo histórico. Logo, a apropriação do conhecimento científico é desencadeada no movimento de constituição do conceito, em que o sujeito se aproxima e transforma o objeto.

Por meio do Materialismo Histórico-Dialético e dos pressupostos vigotskianos podemos compreender a apreensão dos fenômenos da realidade como sínteses de múltiplas determinações constituídas no movimento histórico e que se modificam em torno de suas contradições na relação entre o homem e a natureza. Com isso, podemos inferir que é na inserção da realidade em que o homem está inserido e em suas contradições que estabelecem o movimento histórico. De acordo com Kosik (1976), a essência do fenômeno não está posta explicitamente em sua manifestação sensível, não se revelando de modo imediato, mas sim pelo desvelamento de suas mediações e de suas contradições internas fundamentais.

Esse processo desencadeado por meio das mediações e contradições internas se revela enquanto pensamento. Ao pensar a realidade, inserido na mesma, o sujeito a modifica e modifica a si mesmo, em uma relação empírica e teórica, em que, de acordo com Kopnin (1978, p.154), “tanto o empírico como o teórico são níveis de movimento do pensamento. Diferem-se um do outro pela maneira e pelo aspecto em que neles é dado o objeto, pelo modo como é conseguido o conteúdo básico do conhecimento”.

A partir da atividade sensorial humana sobre a realidade desenvolve-se o pensamento empírico, que é o conhecimento exterior do objeto, em seu modo primário de síntese. Ainda conforme Kopnin (1978), esse tipo de pensamento está pautado nas bases da lógica formal. Como exemplo, os nexos externos do conceito de função que vislumbram o campo da linguagem matemática, por meio do rigor científico: “Esse pensamento empírico, que domina as práticas de ensino na maioria das instituições escolares, aproxima-se do modo como a lógica formal assume a relação entre a abstração, a generalização e os conceitos” (Rosa; Moraes; Cedro, 2010, p. 71).

Para Davidov (1988), o pensamento empírico emerge da atividade objetual-sensorial, identificando-se com os modos primários do pensamento. Ele revela características distintivas de maneira imediata. Esse tipo de pensamento tem importante função no processo de apropriação do conhecimento científico, porém demonstra-se insuficiente ao objetivarmos as múltiplas determinações de um objeto. O que o torna mais completo enquanto unidade dialética é o pensamento teórico.

O pensamento teórico compreende o objeto em estudo por meio de suas relações essenciais e seu movimento de constituição. Para além das características externas, esse tipo de pensamento busca explicar o objeto em sua forma lógica, ao abstrair suas relações. De acordo com Abrantes e Martins (2008), ele transcende os limites da experiência: a racionalidade teórica não é simplesmente a forma ordenada de expressão da experiência, mas sim o caminho/processo, a ferramenta por meio da qual apreende-se um novo conteúdo, não passível de observação imediata do aparente.

Ao apreender seu objeto na dinâmica dos aspectos históricos e sociais da constituição do conceito, o pensamento teórico é destinado e deve ser garantido a todos que assim o desejarem, pois ele faz parte da consciência do movimento da humanidade do qual necessitamos nos apropriar pela relação como conquista social entre a consciência e os meios de se conhecer e fazer parte da realidade. Tais apropriações não ocorrem espontaneamente, mas sim por meio dos processos pedagógicos intencionalmente organizados para esse objetivo.

No processo de compreensão das relações entre pensamento empírico e teórico, Abrantes e Martins (2007) nos mostram algumas contradições, principalmente ao trazerem para a discussão as ideias de Davídov (1988, p. 123-124), a saber: as relações que se estabelecem entre pensamento empírico e pensamento teórico não se diferenciam daquelas que se estabelecem entre a lógica formal e a lógica dialética.

Para Davidov (1988), do mesmo modo que a lógica dialética não exclui a lógica formal, o pensamento teórico não dispensa o empírico; incorporando-o por superação, toma-o como momento, enquanto parte de um processo mais amplo e complexo. Contudo, como já mencionamos anteriormente, essa superação deve ocorrer objetivada pelos processos pedagógicos intencionais, isto é, ela precisa estar em contradição¹² e, portanto, compreende ações planejadas e organizadas a esse fim.

O ensino escolar se pauta pelos princípios formativos do pensamento empírico e nossa busca é por uma superação tal que possibilite aos sujeitos se apropriem da essência dos conceitos. A possibilidade de superação do pensamento empírico por meio do teórico não se constitui à margem do cenário cultural-material de desenvolvimento humano e das condições educacionais atuais. Assim, reiteramos a importância do ensino escolar sobre as dimensões qualitativas dessa formação.

Conforme aponta Saviani (1984, p.51), a proposição da experimentação ou da problematização como ponto de partida para a construção do conhecimento requer, a priori, um domínio conceitual básico. Quando não, a decodificação da linguagem especificamente matemática, a rigor, pode não alcançar a superação de um conhecimento imediato, limitado ao pensamento empírico. Isso se difunde na atividade do professor, na forma do ensino tradicional, pautado em memorizações e aplicações diretas de casos particulares, sem possibilidades de generalizações.

Defendemos em nossa investigação que o conceito de função deve ser apropriado pelos professores participantes, em suas múltiplas determinações, isto é, em uma relação intrínseca enquanto unidade dialética, unindo o pensamento empírico e o pensamento teórico. Pois “o empírico se transforma em teórico e o contrário, o que em certa etapa da ciência se considera teórico, torna-se empiricamente acessível em outra etapa mais elevada” (Kopnin, 1978, p.153). Desse modo, o homem transforma a si, por meio do ambiente social e cultural em que está imerso, como também a realidade humana, para que outros sujeitos tenham acesso e condições transformadoras, enquanto papel social do professor de Matemática.

¹² Neste trabalho, o termo contradição é compreendido a partir do Materialismo Histórico-Dialético. Para Marx (1998), a contradição surge do processo de divisão do trabalho, por meio do desenvolvimento dos sistemas de atividade.

Neste sentido, a relação do sujeito com a realidade a ser conhecida e transformada, por meio do conhecimento científico, pode ter como ponto de partida a prática social que deve mediar seu movimento e revelar os nexos internos em sua aparência. A apreensão da realidade pela aparência e pela essência é condição para o desenvolvimento do pensamento, isto é, para a apropriação do conhecimento científico.

A prática social, ao mesmo tempo, início do processo de construção do conhecimento e resultado e síntese de contradições anteriores, é tão complexa e multilateral que não pode ser apreendida independente da atividade do pensamento¹³. O pensamento é um movimento que permite superar o imediato empírico, o que permite estabelecer unidade entre teoria e a atividade humana, que ocorre sob condições histórico-sociais determinadas, sintetiza contradições entre conhecimentos diversos que são produzidos e se coloca enquanto resultado de uma luta de posições entre diferentes pensamentos que se contradizem.

Desse modo, de acordo com Saviani (1980), a apropriação de conhecimentos teóricos pressupõe a mediação para que os sujeitos transcendam o conhecimento cotidiano e tenham a possibilidade de galgar a realidade como totalidade, com suas faces contraditórias, e, ao entendê-la, possam contribuir para modificar a sociedade.

O pensamento teórico supera o pensamento empírico, ou um pensamento baseado apenas na lógica formal, quando estes apenas categorizam, classificam ou identificam fenômenos. Segundo Davidov (1988), o conteúdo do pensamento teórico é a existência mediatizada, refletida, essencial, que chega ao núcleo dos conceitos e os articula em totalidade.

Entendemos a necessidade de incorporar as ações formadoras que nos direcionam ao objetivo maior, o processo de construção do pensamento teórico, por via do pensamento empírico. Imersos em suas dimensões históricas e contraditórias, buscando cada vez mais uma relação de unidade, nós devemos compreender a realidade que nos circunda, por meio do processo de humanização do conhecimento científico.

E para satisfazer as relações que buscamos, compreendemos os princípios metodológicos designados por Vigotski (1995) a respeito do modo de investigação sobre aprendizagem por meio do materialismo histórico-dialético, a saber: analisar processos e não objetos; explicar ao invés de descrever os fenômenos; e investigar os comportamentos

¹³ Por *pensamento*, compreendemos que segundo Vigotski (1979), é um processo ativo e socialmente mediado, que se desenvolve ao longo do tempo, influenciado pelas interações sociais, cultura e contexto em que o indivíduo está inserido. É um processo complexo e mediado socialmente, que envolve a manipulação de símbolos internos e o uso de ferramentas mentais para resolver problemas, tomar decisões e compreender o mundo ao nosso redor. Desse modo, o pensamento humano não é apenas um reflexo passivo da realidade, mas é moldado por interações sociais e culturais.

fossilizados. Esses princípios norteadores estão fundamentados no estudo do psiquismo da dialética da atividade humana pelo trabalho na realidade histórica. Dessa perspectiva, Vigotski (1995) propõe o estudo dos fenômenos psíquicos de forma a conhecer sua essência, o que demanda investigá-los desde sua gênese.

Para Vigotski, “estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento no seu desenvolvimento histórico. Essa é a exigência fundamental do método dialético” (1995, p.67). Ao abarcar a análise de um fenômeno, todas as suas fases e mudanças, o pesquisador “dá visibilidade a sua natureza” (1995, p.67) e, desse modo, pode conhecer sua essência, visto que o fenômeno só se mostra no movimento de sua constituição.

Para alcançarmos os elementos essenciais do fenômeno é necessário que compreendamos os princípios da Teoria da Atividade proposta por Leontiev, pois ela embasa a continuidade dos estudos de Vigotski. Assim, poderemos compreender as relações entre a atividade pedagógica por meio da Atividade Orientadora de Ensino.

2.2 A Teoria da Atividade e suas relações com a atividade orientadora de ensino

O uso da palavra “atividade” é habitual em nossa linguagem cotidiana. Segundo o dicionário *Oxford Languages*, “atividade” é um substantivo feminino que indica “qualidade do que é ativo; faculdade ou possibilidade de agir, de se mover, de fazer, empreender coisas”. Mesmo essa classificação geral e descontextualizada da palavra já nos mostra indícios de movimento.

No contexto escolar, numa perspectiva de senso comum, a palavra “atividade” refere-se ao atributo de tarefas realizada pelos estudantes, desenvolvidas por orientações escritas em folha de papel, ou itens de exercícios do livro didático, entre outras maneiras. Porém, neste trabalho, a interpretamos apenas como instrumento metodológico dos atos de ensinar e aprender. Isto é, para nós, o conceito de atividade está relacionado, de certo modo, à definição do dicionário supracitado, mas é mais ampla e complexa do que um simples instrumento.

Para compreender essa ideia à qual nos referimos a respeito do conceito de atividade, para além dessa proposta, a ideia transcende esses valores por ter princípios teóricos bem definidos socialmente e carregados de ideologias. Tais valores estão arraigados nos escritos de Marx ao discorrer sobre a dialética, com o termo central “trabalho”.

Entendemos que a ideia de trabalho, para Marx (1844), é a transformação da natureza pelo homem, que pode ser estruturada por meio da atividade vital humana. Mais tarde, as ideias de Marx sobre trabalho foram utilizadas como base para interpretações de Vigotski (1995) e a elaboração de seu método psicológico.

Nesse sentido, o trabalho enquanto alienação refere-se à atividade do trabalhador, entendido como premissas de propriedade privada, de separação do trabalho, capital e terra, bem como de salário, lucro, arrendamento, competição, valor, troca, mercadoria (Marx, 1985). É o trabalho assalariado produtor de capital.

Nessa perspectiva, há alguns níveis de alienação, que, segundo o autor, se compõem de: alienação do trabalhador em seu objeto (quanto mais produção, menos valor ao trabalhador); alienação com o processo de produção (satisfação de necessidades indiretas, que não são próprias); e alienação do próprio ser humano (trabalhar apenas para sobreviver). Logo, “o trabalho alienado inverte a relação, pois o homem, sendo um ser autoconsciente, faz de sua atividade vital, de seu ser, unicamente um meio para sua existência” (Marx, 1985, p.24).

A respeito do trabalho alienado, ainda vale ressaltar que esses fatores são resultados de um processo histórico de dominação, que se origina na divisão social do trabalho. Assim, de acordo com Manacorda (1991), tem-se a divisão entre trabalho manual e trabalho mental, entre atividade espiritual e atividade material, entre o prazer e o trabalho, entre a produção e o consumo.

A atividade material refere-se ao processo em que os trabalhadores utilizam sua força de trabalho física para transformar matérias-primas e recursos naturais em produtos. O trabalho material é o cerne da produção de bens tangíveis que são trocados no mercado. Já o trabalho mental engloba atividades que não produzem bens tangíveis, mas sim serviços, conhecimento ou informações. O trabalho imaterial envolve atividades intelectuais, criativas e de comunicação.

Marx (1985) reflete sobre o trabalho material em uma análise da exploração dos trabalhadores por meio da apropriação dos produtos. No entanto, o trabalho imaterial tornou-se cada vez mais relevante com a evolução do capitalismo, levando a novas formas de exploração e alienação, uma vez que a produção de bens intangíveis e a valorização do conhecimento tornaram-se componentes centrais da economia capitalista.

Ao satisfazer suas necessidades elementares, o homem entra em contato com sua atividade vital e é a isso que Marx (1985) chama a atenção a respeito do que nos difere dos animais irracionais, pois estes últimos geram as ações de modo imediato, já o gênero

humano, o faz ao criar um meio de satisfação de suas necessidades, conforme também aponta Leontiev (1978). Nesse sentido, Vygotski (1995, 2009) se apropria dessa ideia ao afirmar que o homem não se relaciona diretamente com o mundo, mas sempre em relações que são mediadas através de signos e ferramentas. Ao tomar consciência e agir sob essas mediações, o homem está diante de uma produção não alienada, em busca da satisfação de uma necessidade que é primária, não apenas de sobrevivência, mas, primeiramente, de um fluido que o move em direção ao seu desenvolvimento humano.

Vygotski (1930), sob as leituras de Marx, diz que as novas formas sociais de trabalho iriam criar o homem, baseado na coletivização, unificação do trabalho físico e intelectual, nas mudanças de relação entre os sexos, no cultivo das faculdades em todas as direções. Assim, nas relações entre ensino e trabalho, trabalho físico e trabalho intelectual é que se podem desenvolver as potencialidades humanas por completo, com efeito, o que propomos também neste trabalho, a apropriação do pensamento teórico do conceito de função.

Compreendendo e buscando este último ideal do conceito de trabalho, em Marx, Vygotski, na Teoria Histórico-Cultural, centraliza-o para se apropriar da atividade humana, no desenvolvimento, pois ele é o que fundamenta o processo de humanização. À medida que uma necessidade é satisfeita, o homem cria novas, não apenas por uma questão de sobrevivência, mas, também, por princípios e desejos culturais de dominar a natureza. Assim, a necessidade passa do nível elementar e biológico para um nível histórico-cultural.

Nesse movimento, por meio do processo de humanização baseado intrinsecamente nas necessidades, de modo intencional, o homem modifica a natureza e, ao mesmo tempo, é transformado por ela em suas mediações com o mundo circundante. Desse modo, uma atividade não alienada, que faça valer os princípios do método marxista de atividade vital, deve ser desvelada pela intencionalidade, a partir de suas necessidades, tanto biológicas, quanto culturais.

No processo de apropriação do pensamento teórico, respaldado pelo conceito marxista de trabalho, a atividade humana ocorre em sociedade enquanto produto histórico-cultural, já que Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 18) afirmam que ele “não é individual, mas fundamentalmente coletivo e responsável pela constituição da cultura”. Além disso, as autoras mostram que a consciência se refere à possibilidade de compreender o mundo circundante que é, ao mesmo tempo, social e individual.

Ao permitir uma análise sob a ótica como unidade dialética entre a consciência e a atividade humana, essa relação se torna essencialmente potente no processo de

desenvolvimento do psiquismo. É nesse meio que Vigotski (1995) elucida que a consciência é construída de fora para dentro, por meio da mediação com o ambiente social-cultural.

Nesse sentido, Leontiev (1983) sistematiza o processo de humanização junto às ideias de Vigotski sobre a atividade humana, enquanto atividades principais que o sujeito desenvolve ao longo da vida a partir de seus espaços e papéis na sociedade. Para Leontiev (1983), a criança tem como atividade principal o ato de brincar, assim como o estudar para crianças e adolescentes em idade escolar, e o trabalhar na vida adulta. Isso não significa que as atividades ocorram de forma individualizada, elas se desenvolvem culturalmente nesses espaços para os quais assim as determinamos enquanto humanidade.

Ainda para o autor, a atividade principal do sujeito se constitui em duas esferas: a orientação da atividade, que decorre das necessidades, motivos e objetos; e a execução da atividade, que se estabelece pelas ações e operações destinadas a um fim. Desse modo, sistematizamos, a seguir, um esquema que relaciona esses dois modos de refletir sobre a atividade humana.

Figura 1: Síntese do conceito de atividade de Leontiev



Fonte: a autora.

Conforme o construto teórico apresentado, o conceito de atividade é orientado por meio de necessidade humanas, sejam elas biológicas ou sociais, como condição primeira do processo de humanização. Porém, segundo Leontiev (1978, p. 115), “elas não determinam a orientação da atividade por serem instrumentos do processo”. O objeto é aquilo que

compreendemos como real e que perpassa o plano ideário quando concretizado, ao se deparar com a necessidade. As ações se direcionam ao encontro do motivo, é ele que estimula o sujeito a traçar formas para realizar as ações, as quais chamamos de *operações*. Para que tudo isso aconteça, faz-se necessário que as condições objetivas permitam a mobilização dos meios que são mediadores de todo o processo. Como resultado da transformação do objeto, temos o produto.

Sendo assim, podemos inferir que, por meio das relações estabelecidas em torno do conceito de atividade de Leontiev (1978), as ações são geradoras de atividade. Assim, pretende-se alcançar um objetivo por meio de operações adequadas e organizadas intencionalmente.

Nesse sentido, ao buscarmos relações com nossa investigação, percebemos que a atividade humana, tal qual nos propõe Leontiev (1978) pelo método psicológico de Vigotski (1995), está vinculada ao conceito de trabalho, que é um princípio da atividade vital do ser em busca de sua humanização, decorrente de suas necessidades culturais, que, em nosso caso, é a apropriação do conhecimento científico, mais especificamente o conceito de função, em vias da produção e elaboração do pensamento teórico. Essa compreensão traz implicações contundentes a respeito da educação humanizadora.

Sabemos que a escola é um espaço intencionalmente organizado para que haja apropriação do conhecimento científico-cultural. Como o compreendemos, por meio da Teoria Histórico-Cultural, este lugar social tem se pautado historicamente na produção do pensamento empírico, o que, para nós, é insuficiente, considerando todo o arcabouço teórico discutido.

Para que haja superação do pensamento empírico pelo teórico, devemos pensar a apropriação do conhecimento científico por meio da experiência social do sujeito, no movimento de aprendizagem, que ocorre sob as expectativas do desenvolvimento psíquico entre as atividades individuais e coletivas. Tal aprendizagem deve ser organizada dentro de suas condições objetivas e de modo intencional pelo professor. Logo, refletindo sob a ótica da atividade do sujeito, temos elementos que norteiam o processo de humanização, tais como necessidades, motivos, objetos, ações e operações destinadas a um fim.

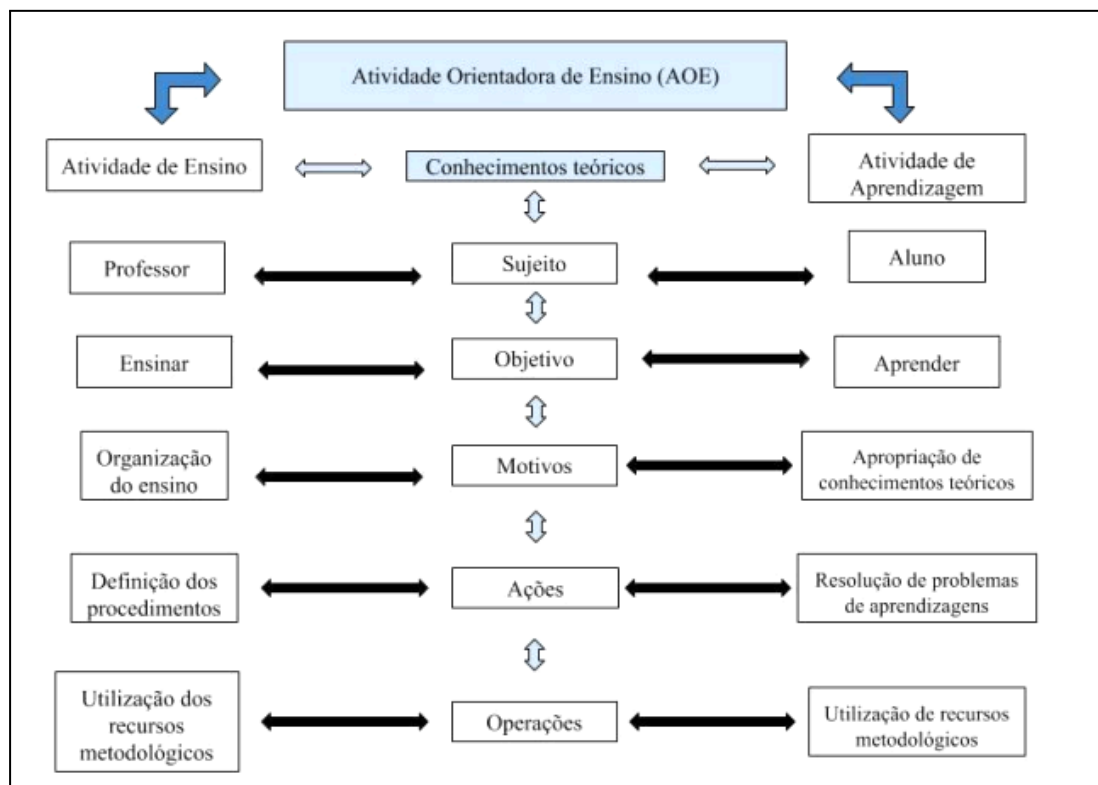
Desse modo, a atividade de ensino é estabelecida como: i) trabalho docente, que organiza adequadamente o ensino, em concordância com os pressupostos teóricos mencionados; ii) intencionalidade para possibilitar o desenvolvimento humano e sua emancipação, por meio de conhecimentos não alienados, internalizados na consciência; e iii) a busca por novos conhecimentos e experiências.

Já na atividade de aprendizagem, o sujeito envolvido no movimento de humanizar-se deve ser mobilizado a buscar satisfação de suas necessidades humanas, com objetivos bem definidos e conscientes. Nesse percurso, entendemos que o objeto são as operações que objetivam a apropriação conceitual, por meio do pensamento teórico. Assim, este deve ser o motivo envolvido nessa atividade.

Tal apropriação é dada pela mediação sistematizada e intencional entre as atividades. Essa relação entre as atividades de ensino e aprendizagem é caracterizada por Moura *et al.* (2010), com a unidade dialética que compõe a intitulada Atividade Orientadora de Ensino, e pode ser analisada a partir das necessidades, motivos, objetos, ações e operações de cada papel social ocupado, do estudante e do professor. O esquema a seguir apresenta uma síntese de tal unidade dialética.

Figura 02: **Atividade Orientadora de Ensino**

Fonte: Silva (2019), adaptado de Moura (2010).



De acordo com Moura (1996), a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) é constituída de modo que os estudantes possam interagir mediados por um conteúdo de ensino, compartilhando sentidos e significados. Nesse sentido, por meio da unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, a AOE, potencializa-se o processo de apropriação do conhecimento científico pela produção do pensamento teórico.

Segundo Moura e outros (2010), devemos tomar consciência de que sujeitos em atividade, pela AOE como um processo de aproximação constante do objeto, potencializam o conhecimento de qualidade nova. Para isso, corroborando com Silva (2019), devemos superar as propostas tradicionais do contexto escolar, movidas pela memorização de conceitos e fórmulas matemáticas.

Essa proposta se manifesta quando pretendemos alcançar a essência de conceitos matemáticos, defendendo seus nexos conceituais que dizem respeito à multiplicidade de formas de pensar determinado conceito. Este movimento baseia-se em uma unidade dialética que permeia o construto lógico e a historicidade do conceito, ou seja, o movimento lógico-histórico do conhecimento matemático.

Ademais, de acordo com Panossian, Sousa e Moura (2017), se apropriar de um conceito é compreender o significado que historicamente os indivíduos atribuíram a ele, o que pode ser realizado em atividade sobre os objetos, instrumentos e fenômenos em si, e pela ação e comunicação desenvolvida por meio destes.

É com objetivo de analisar o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Nesse sentido, definimos como ponto de encontro um modo de organização teórico-metodológica os ciclos de aprendizagem expansiva, os quais discorreremos a seguir.

2.3 Ciclos de Aprendizagem Expansiva

Para compreendermos os pontos de convergências entre o Materialismo Histórico-Dialético, a Teoria da Atividade e a Atividade Orientadora de Ensino com os Ciclos de Aprendizagem Expansiva, partimos de suas discussões primárias, com as gerações de estudos do método psicológico de Vigotski.

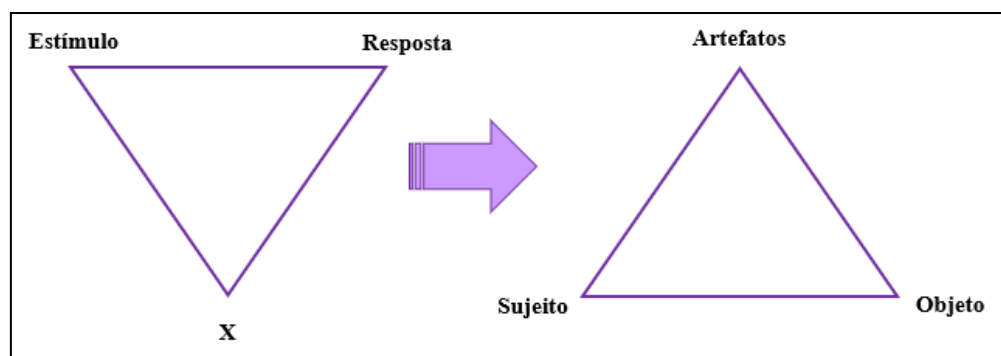
O Materialismo Histórico-Dialético se conecta à Teoria da Atividade pelo modo como compreendemos o desenvolvimento humano, por uma perspectiva histórico-cultural a partir de uma educação humanizadora, em que Vigotski se apropria da teoria marxista, e que posteriormente dará condições de aprofundamento das investigações para Leontiev, que inclui a intencionalidade e a necessidade como eixos principais. Continuando o legado teórico, Engeström complementa o conceito ao mostrar que a aprendizagem é contínua, já que um sistema de atividades pode gerar novas necessidades e assim avançar no

conhecimento científico, pelos Ciclos de Aprendizagem Expansiva. Esse percurso teórico perpassa o campo filosófico e psicológico; então, pensando no espaço escolar, Moura relaciona tais propostas teóricas para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

A princípio, a primeira etapa de estudos fundamentou-se na ideia de que a relação entre sujeito e objeto é gerada para além de uma aproximação direta, visto que ela se torna indireta com a mediação, a partir dos estudos produzidos por Vigotski. Existe um campo energético entre o estímulo-resposta (E-R), dado nas investigações comportamentais da época. Este campo energético foi chamado de *mediação*.

Essa perspectiva foi estabelecida por uma conexão direta entre estímulo e resposta, mediada por instrumentos e signos, como apresentado na Figura 03. Essa triangulação da mediação cultural das ações é comumente considerada como o direcionamento do sujeito, do objeto e dos artefatos mediadores (Engeström, 2001, p. 134).

Figura 03: Modelo de Vygotsky da ação mediada - 1ª geração



Fonte: Engeström (2001) adaptado.

O percurso da atividade se inicia a partir das ações mediadas pelos signos e por outros artefatos culturais, com objetivo de compartilhar a linguagem: “A unidade apropriada de análise é a ação mediadora. Para tanto, o foco está no indivíduo que realiza ações num ambiente sociocultural estabelecido” (Engeström, 1999, p. 11).

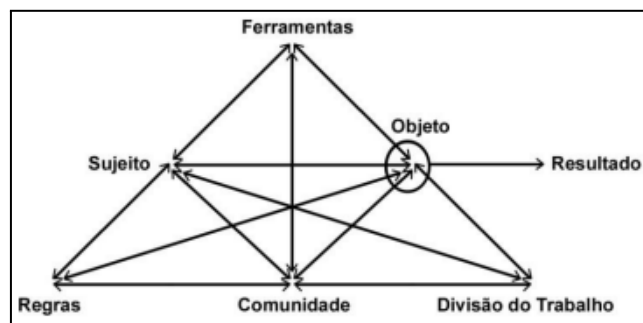
Leontiev (1978) estudou a estrutura fundamental da atividade em condições de trabalho coletivo com a intenção de ampliar os estudos sobre a atividade e compreender o movimento de humanização por meio do ambiente social-cultural: “Quando um membro da coletividade realiza a atividade de trabalho realiza-se também com o fim de satisfazer uma necessidade sua.” (Leontiev, 1978, p. 82). O autor ainda discorre sobre a importância da comunicação nesse processo de mediação:

A comunicação, na sua forma exterior inicial, enquanto aspecto da atividade coletiva dos homens, isto é, sob a forma de “coletividade direta” ou sob a forma interior, interiorizada, constitui a segunda condição específica indispensável do processo de apropriação pelos indivíduos dos conhecimentos adquiridos no decurso do desenvolvimento da humanidade (Leontiev, 1978, p. 182).

Desse modo, Leontiev (1978) dialoga sobre o primeiro princípio da atividade individual para a atividade coletiva ao estabelecer a Teoria da Atividade como uma formação sistêmica, coletiva, que possui em sua constituição a interação entre sujeito ↔ objeto. O conceito de atividade deu um passo estrutural à frente na medida em que focalizou complexas interpelações entre o sujeito individual e a sua comunidade (Engeström, 2001a).

A partir das limitações do indivíduo, identificadas por Leontiev na Teoria da Atividade, nos pressupostos organizados por Vigotski, surge a segunda geração, que fundamentou o pensamento na relação entre o sujeito individual e a sua comunidade. Segundo Engeström, Leontiev mostrou que “[...] como a divisão de trabalho na evolução histórica trouxe a diferenciação fundamental entre uma ação individual e uma atividade coletiva.” (Engeström, 2016, p. 14). A figura 04 apresenta essa expansão do triângulo de Vigotski.

Figura 04: Teoria da Atividade por Leontiev



Fonte: Engeström (2002).

Ao interpretar a figura 04, podemos compreender que seus elementos coletivos estão dispostos em um sistema de atividades e os elementos comunidade, regras e divisão do trabalho são basilares nas interações, como um alicerce. É como se as relações abordadas por Vigotski ganhassem uma nova camada, ainda mais complexa. O objeto está circulado na imagem por indicar ações orientadas de modo explícito ou implícito de interpretação, sentido da ação e potencial de mudanças, indicando movimento; além disso, ele representa a interação, enquanto produto, do sentido atribuído ao fenômeno, bem como o significado

histórico-cultural deste. Esse modo de compreensão sistêmica de atividades pode potencializar o trabalho do professor permitindo a compreensão crítica do objeto em suas múltiplas determinações, vislumbrando contradições e uma mediação adequada ao processo de humanização do conhecimento científico.

Engeström (2002, p. 183) afirma que

Comunidade se refere àqueles que compartilham o mesmo objeto de atividade. Na aprendizagem escolar tradicional, é tipicamente uma sala de aula. Divisão do trabalho se refere à divisão das funções e tarefas entre membros da comunidade. Na aprendizagem tradicional, a principal divisão é entre o professor e os alunos, enquanto há pouca divisão de trabalho entre os alunos. As regras se referem às normas e padrões que regulam a atividade. Na aprendizagem escolar tradicional, as regras mais importantes são as que sancionam o comportamento e regulam a avaliação.

Assim, podemos concluir que a segunda geração de desenvolvimento da Teoria da Atividade superou as condições elementares da relação sujeito, objeto e artefatos, que objetivava a compreensão da interação do homem com o mundo circundante, para uma proposta imersa no ideal coletivo das interações entre o sujeito e sua comunidade, o que gera inúmeras situações de contradição (princípio orientador da produção do pensamento teórico).

Já a terceira geração a expandir os estudos sobre o desenvolvimento foi marcada pela diversidade e pelo diálogo. Agora, o objetivo se tornava desenvolver ferramentas conceituais para compreender a comunicação, múltiplas perspectivas e redes de atividades de sistemas de interação, já que, conforme Leontiev (1978), uma necessidade superada pode gerar outras novas. Engeström pertence à terceira geração; ele desenvolveu ferramentas conceituais para analisar interações da comunicação, as redes dos sistemas de atividade e como ocorrem as contradições que potencializam a aprendizagem expansiva.

A Teoria da Atividade contribui para o processo de humanização do conhecimento científico. Desse modo, pensá-la a partir da aprendizagem expansiva que, segundo Engeström, (2001) é um processo em que um sistema de atividades soluciona seus problemas e contradições internas, por meio da construção de novas formas de organização da coletividade. Ou seja, é um modo de sistematizar o método marxista pensando a sala de aula.

Ao analisar a relação do sujeito com suas contradições, Engeström (2002) amplia a Teoria da Atividade e afirma que o sujeito só terá compreensão das ações individuais se houver a concepção desta dinâmica de interações entre sujeito, objeto e ferramentas. É por meio da contradição, no movimento da atividade, que surge a necessidade de superação, gerando uma nova qualidade ao objeto. A necessidade gerada pela contradição se conecta ao novo motivo, e assim surgirá outro sistema de atividade com novos objetos. Engeström (1999) classifica as contradições em quatro níveis, como exposto no Quadro 02.

Quadro 02: As 4 contradições da Aprendizagem Expansiva por Engeström

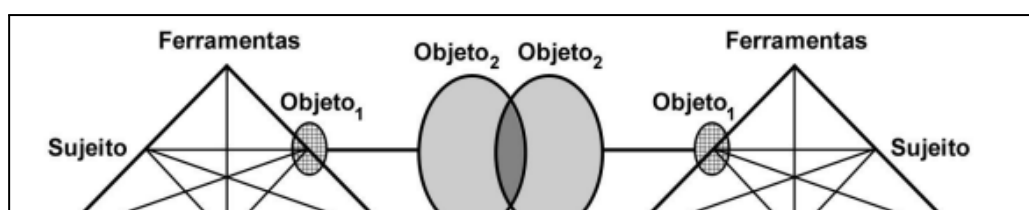
Contradições	Características
Primeira	Representa as contradições que existem dentro de cada elemento da atividade, em relação interna com ele mesmo. Os instrumentos de informação são bastante escassos para poder subsidiar discussões.
Segunda	Surge a partir da relação entre dois componentes da atividade: um objeto novo e um instrumento antigo. Isso coloca em evidência questões desafiadoras do momento e a divisão fragmentada do trabalho.
Terceira	Revela-se na interação de dois ou mais componentes de uma atividade e dois ou mais componentes de outra atividade do sistema. Haverá a interseção do objeto de uma atividade dominante e o objeto de uma atividade culturalmente mais avançada.
Quarta	Para essa contradição, o autor reserva a necessidade de relacionar a atividade nuclear do sistema com as circundantes.

Fonte: a autora.

O modo de organização do experimento formativo a partir dos Ciclos de Aprendizagem Expansiva nos permite observar, corroborando Engeström (1999), a importância da identificação das contradições quanto ao seu nível, para a compreensão da mediação adequada rumo à superação do pensamento empírico (Engeström, 1999). A provocação das contradições mobiliza as formas de pensamento e o compartilhamento das ideias essenciais do objeto em estudo.

Essas contradições na aprendizagem expansiva foram discutidas por Engeström (2016), que as denominou de Sistema de Atividades Expansivas. O autor expande, assim, a primeira e a segunda geração de teóricos da atividade no tocante à internalização dos meios culturais, porém a externalização dos níveis transformadores e individuais também têm seu lugar de destaque nessa busca.

Figura 05: **Dois sistemas de atividade em interação como modelo mínimo para a terceira geração da Teoria da Atividade**



Fonte: Engeström (2001).

O papel das contradições no sistema é o de renovar e elaborar novas necessidades em direção ao objeto. Desse modo, potencializa o envolvimento da comunidade por múltiplos discursos, o que enriquece os meios de produção, os modos da divisão de trabalho e as conexões com outros sistemas de atividades. Assim, os elementos do sistema de atividades, apresentados na figura 05, são continuamente elaborados e renovados devido ao desenvolvimento de novas contradições. Segundo Engeström (1987), as atividades produtivas concebem contradições internas, resultado de ações individuais que fazem parte da atividade geral do sistema. Este sistema faz parte da interação com outros sistemas, como mostra a Figura 5.

O sistema de atividade está constantemente trabalhando por meio de contradições internas e entre os seus elementos. Contradições internas de um sistema de atividade são “o princípio de automovimento e (...) a forma na qual o desenvolvimento é lançado” (Ilyenkov, 1977, p.330). Isto significa que novas formas qualitativas de atividade surgem como soluções para as contradições de uma forma precedente.

Tais contradições têm como estrutura a historicidade e contexto sociocultural dos fatores os quais as levaram para os sistemas de atividades desenvolvidos em sala de aula, por exemplo. Nos processos da aprendizagem expansiva, o objetivo se concentra na superação dessas contradições. Ao pensarmos na estrutura da sala de aula, podemos perceber que grande parte dos conflitos geralmente se revela na divisão do trabalho, por ser este um espaço que possui interações dos participantes, organização das estratégias e que pressupõe um estabelecimento de lideranças. Este seria então um dos primeiros focos de superação dentre as relações mediadas pelo professor.

A proposta da aprendizagem expansiva de Engeström é que, na atividade humana, preserve-se a essência, complexidade, caráter dinâmico e transformacional das relações promovidas pelos sistemas de modo organizado e que permita a análise de mediação direcionada a objetivos que se tornam explícitos conforme o decorrer das dinâmicas. Assim,

toda atividade deve ser analisada em suas relações sistêmicas e históricas como um fenômeno culturalmente mediado entre indivíduos e sociedade: “O conceito de mediação e de relação triangular é visto como uma característica constituinte da atividade humana.” (Engeström, 2016, p. 69). Por esse motivo, o modo de organização do sistema de expansão do triângulo das duas gerações anteriores foi tão necessário. Desse modo, a Teoria da Atividade, por meio da aprendizagem expansiva, pode ser sintetizada a partir de cinco princípios propostos por Engeström (2001) e apresentados a seguir:

Sistema de atividade coletiva: é mediado por artefatos e orientado a objetos. Visto em suas relações de rede com outros sistemas de atividade, é tomado como a unidade principal de análise. Os sistemas de atividade realizam-se e reproduzem-se gerando ações e operações. Podemos considerar neste primeiro princípio da teoria de Engeström a forma de organização do grupo e a maneira como estabelecemos nossas tarefas diante da criação de um projeto. Temos um objetivo comum e trabalhamos para que este objetivo se concretize, nas ações de estudo sobre o conceito de função. A divisão de tarefas ainda não é espontânea, os recursos tecnológicos para o contato com o outro, nos meios remotos, são limitados. Porém, conforme caminhamos em direção ao objeto, o projeto vai criando corpo e estrutura. Já temos diversos questionamentos e inquietações acerca do próprio conceito de função e a maneira como o explicamos. E isso fica demonstrado na elaboração dos planos de ações do projeto, mesmo que não haja ainda uma objetivação do discurso, isto é, a vontade de compreender o conceito perpassa a oralidade, mas não alcança o produto das discussões, pois ainda há uma lacuna entre o concreto pensado e o ato de ser professor e professora.

Multivocalidade dos sistemas de atividade: o segundo princípio é a multivocalidade dos sistemas de atividade, isto é, um sistema de múltiplos pontos de vista, tradições e interesses. A divisão do trabalho em uma atividade cria diferentes posições para os participantes, os quais carregam suas próprias histórias diversas, e o próprio sistema de atividades, que também carrega múltiplas camadas e fios de história gravados em seus artefatos, regras e convenções. A multivocalidade é multiplicada em redes de sistemas de atividade em interação, isto é, torna-se simultaneamente uma fonte de problemas e uma fonte de inovação, exigindo ações de tradução e negociação. Portanto, a multivocalidade contribui para a geração de conflitos e contradições, para a escuta atenta e a reflexão sobre o olhar do outro, produzindo sínteses e argumentos mais elaborados cientificamente e aprofundando cada vez mais a compreensão sobre o objeto estudado, aumentando a qualidade sobre a discussão.

Historicidade: o terceiro princípio é a historicidade. Os sistemas de atividades tomam forma e se transformam durante longos períodos de tempo. Seus problemas e potenciais só podem ser compreendidos por meio de sua própria história. A própria história precisa ser estudada como história local da atividade e seus objetos, e como história das ideias teóricas e ferramentas que moldaram a atividade. Neste movimento é importante considerar: a história dos sujeitos para com o conceito/objeto de estudo (funções), as relações estabelecidas, as dificuldades, facilidades, meios e explicações para esta ideia conceitual. Todo esse modo de compreender foi refletido sobre o papel social enquanto estudante do ensino médio, já que a maioria dos estudantes não tinha experiências com a atuação profissional. Dentro dessas reflexões, buscando redirecionar o lugar de fala desses sujeitos, nos propomos a debater com sujeitos mais experientes (professores da educação básica). Só então, não que seja suficiente, podemos nos colocar diante das reflexões acerca do objeto de estudo para o ensino propriamente dito. Essa mudança de perspectiva é histórica e gradual para os sujeitos, da mesma forma que a sistematização das ideias centrais do objeto tem sido estudadas e questionadas em seus processos lógicos e históricos.

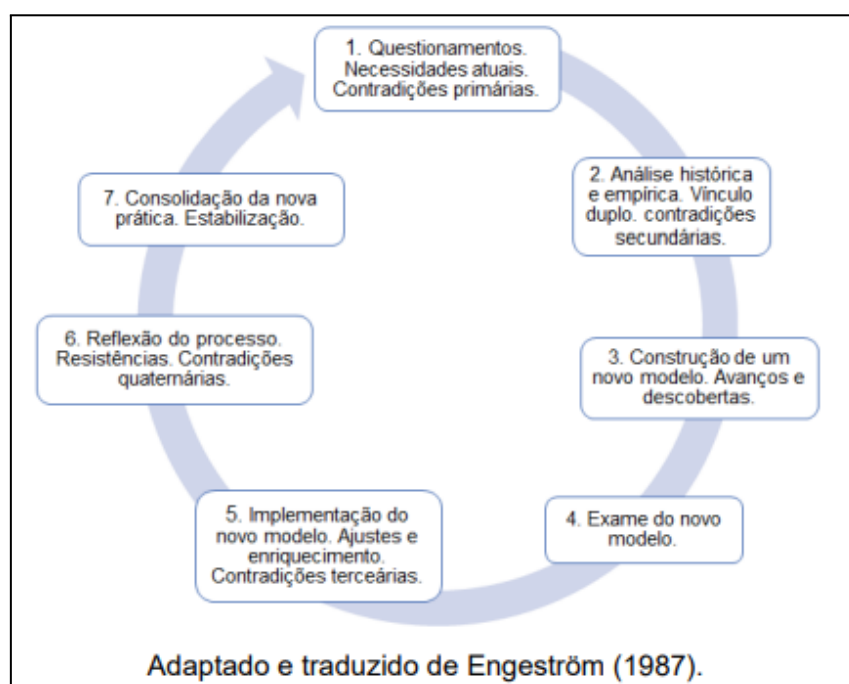
Contradições: o quarto princípio é o papel das contradições como fonte de mudança e desenvolvimento. Contradições não são o mesmo que problemas ou conflitos. As contradições estão historicamente acumulando tensões estruturadas dentro e entre os sistemas de atividades. A contradição primária das atividades no capitalismo é aquela entre o uso de valor e valor de troca das mercadorias. Esta contradição primária está presente em todos os sistemas de atividades. Já as contradições secundárias geram distúrbios e conflitos, mas também tentativas inovadoras de mudar a atividade. Nas contradições primárias, temos observado que, por meio da historicidade, os sujeitos se demonstraram interessados em discorrer para contribuir com a prática pedagógica, já que as maneiras como o conceito de função é ensinado não têm êxito, na percepção deles. A partir dos estudos e discussões que tivemos, consideramos que o que pensamos sobre a necessidade de estudar o conceito de função e o que de fato ela representa não se objetiva na sala de aula. Apesar de também não conseguirmos estabelecer essa relação, em nossa produção ao final deste primeiro ciclo, o fato de nos questionarmos e sentirmos a ausência de elementos essenciais para a sistematização do conceito nos direciona a um caminho de transformação. Isso gerou um movimento necessário de mais estudos para dar mais qualidade às nossas produções, o que está ligado às contradições secundárias.

Transformação na atividade (ciclos expansivos): o quinto e último princípio proclama a possibilidade de transformações expansivas no sistema de atividade. Os sistemas

de atividades passam por ciclos relativamente longos de transformações qualitativas. À medida que as contradições de um sistema de atividade são gravadas, alguns indivíduos começam a questionar e a se desviar de suas normas estabelecidas. Em alguns casos, isso se transforma em uma visão colaborativa e um esforço deliberado de mudança coletiva. Uma transformação expansiva é realizada quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados. Podemos destacar, para este princípio, a percepção inicial sobre o que cada um dos sujeitos compreendia acerca do conceito de função e a justificativa para se pensar em um projeto novo. Nas primeiras discussões, tínhamos um pensamento direcionado à notação formal já experienciada e desprovida de sentido, tanto no âmbito da educação básica, quanto no espaço acadêmico da universidade. No interior das elaborações do ciclo, alguns elementos foram ganhando destaque, como por exemplo: a ideia de domínio, contradomínio e imagem, a relação, a variável etc. Esses elementos foram enfatizados como necessários para a compreensão do conceito de função, então os tratamos teoricamente como nexos conceituais e buscamos seus sentidos na proposta formativa. São esses elementos que têm ganhado espaço nas discussões para se estruturar um novo ciclo.

As proposições e sínteses de Engeström, por meio dos cinco princípios da aprendizagem expansiva, foram organizadas nas 7 ações de aprendizagem estratégica e contradições correspondentes no chamado Ciclo de Aprendizagem Expansiva.

Figura 06: **Ciclo de Aprendizagem Expansiva**



Um ciclo completo de transformação expansiva pode ser entendido como uma jornada coletiva por meio da zona de desenvolvimento proximal da atividade, isto é, é a distância entre as ações do cotidiano dos sujeitos e a forma historicamente nova da atividade social que pode ser coletivamente gerada como uma solução para o duplo vínculo potencialmente conectado nas ações cotidianas (Engeström, 1987, p.174).

Por meio do Ciclo de Aprendizagem Expansiva, a aprendizagem em campo ou redes de sistemas de atividades é interconectada a seus objetos compartilhados e frequentemente contestados. Um movimento que funciona para cima e para fora do objeto ao estabelecer seus vínculos nos sistemas.

Além disso, a subjetividade, a experiência, o sentido pessoal, as emoções, a incorporação e o compromisso moral/social também transforma o fenômeno, em um movimento para baixo e para dentro do objeto, permitindo, assim, numa análise profunda “para cima e para fora, para baixo e para dentro” do objeto transformar o meio, a si e o próprio objeto, conforme nos indicava Vigotski (1995) ao discorrer sobre a apropriação cultural.

Retomando as ideias centrais de nosso trabalho, partindo das discussões apresentadas, as possibilidades de transformações por meio do Ciclo de Aprendizagem Expansiva podem proporcionar, de modo analítico, uma aproximação com a essência do objeto, para a apropriação do pensamento teórico do conceito de função.

Desse modo, podemos recuperar nossa questão investigativa: como professores em formação inicial compreendem a docência a partir do processo de apropriação do conceito de função? O processo de apropriação do conhecimento matemático pode potencializar implicações na aprendizagem da docência do futuro professor de Matemática, por meio de uma proposta de organização do ensino que valorize ações coletivas e o estudo do movimento lógico-histórico de conceitos.

CAPÍTULO 3: O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO E OS CAMINHOS METODOLÓGICOS

Este capítulo foi construído para apresentar ao leitor o contexto da investigação. Inicialmente, vale destacar que a pesquisa foi realizada em uma universidade pública, em que os estudantes de graduação e pós-graduação têm a possibilidade de participar de projetos e programas que qualificam ainda mais a formação docente, por meio de ações afirmativas e bolsas de estudo, apesar do contexto governamental dos anos em que se deu o trabalho (2021-2022).

Além disso, devemos destacar que nesse período passamos por uma grande questão de emergência sanitária mundial que modificou boa parte dos processos de ensino e aprendizagem, a pandemia da Covid-19. Assim, o ano de 2021, para a pesquisa em questão, foi marcado pelo ensino remoto emergencial¹⁴, devido ao isolamento social decretado em cada região do país. Dessa forma, nossa universidade funcionou conforme as necessidades da população considerando os aspectos da questão sanitária, por isso a investigação apresentada foi desenvolvida nos anos de 2021 em modalidade de ensino remoto emergencial e 2022 com o retorno presencial de modo gradual, com as devidas exigências.

O movimento gerado a partir dos estudos, planejamentos, desenvolvimento das ações de ensino e suas respectivas avaliações, perpassou três espaços físicos, a saber: a Universidade Federal de Goiás, o Colégio Estadual de Período Integral Professor Joaquim Carvalho Ferreira e o Colégio Estadual de Período Integral Deputado José Luciano.

Na Universidade Federal de Goiás, nos pautamos em um grupo chamado Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática (PETMAT-UFG), do Instituto de Matemática e Estatística (IME-UFG). O grupo é composto por 12 estudantes da graduação e 1 tutor, que é também professor do instituto. Ao longo dos dois anos de pesquisa, o grupo de estudantes mudou algumas vezes, por diversos motivos (alguns se formaram, outros buscaram novas possibilidades, entre outros). Os detalhes a respeito dessas mudanças serão informados ainda neste capítulo.

O PETMAT-UFG é composto por projetos que interligam diversas modalidades do ensino básico. No período em que o projeto de pesquisa foi elaborado, consultamos o grupo a respeito das necessidades enfrentadas pelo programa, isto é, se havia alguma demanda no

¹⁴ O Ensino Remoto foi uma proposta de ensino emergencial para realização de atividades acadêmicas, por meio da utilização de diferentes recursos tecnológicos, a fim de garantir o distanciamento social, recomendado pelas autoridades sanitárias e de saúde diante da Pandemia da Covid-19 (Sá *et al.*, 2020).

momento. Percebemos que o ensino médio não era abordado nos projetos existentes. Desse modo, vinculamos a investigação a um projeto de extensão do programa, o Clube de Matemática Ensino Médio, que não foi elaborado apenas pela necessidade do grupo, mas também pela proposta teórico-formativa da investigação. Além disso, o Clube de Matemática tem relação intrínseca com outros clubes de várias instituições de ensino superior do Brasil, o que será apresentado posteriormente.

Dito isso, esse capítulo 3 se atentará com mais profundidade acerca das relações entre o grupo, o tutor e a pesquisadora, bem como os movimentos do projeto desenvolvido. A seguir apresentaremos: a) o PETMAT-UFG; b) a constituição dos sujeitos da investigação; c) o que é o experimento formativo nesta pesquisa e sua organização didática; e finalmente d) a estrutura da análise.

3.1 O PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

Esta investigação teve como espaço formativo o Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Goiás. Antes de detalharmos esse espaço contextualizaremos o que é esse programa em um âmbito nacional e quais seus objetivos educacionais na formação de profissional.

Historicamente, o Programa de Educação Tutorial (PET), tem se tornado relevante para a qualidade da formação de profissionais de várias áreas e diferentes cursos de graduação, em universidades e institutos públicos de todo o país, desde 1979. Pois, de modo abrangente, o programa preza pelo desenvolvimento humano, por meio do ensino, da pesquisa e da extensão, isto é, um modo de relacionar a teoria e a prática.

O PET teve origem em meio a ditadura militar, o que nos indica uma movimentação forte de luta desde sua implantação e expansão, consolidação, chegando até aos processos de avaliação, de acordo com (SILVA, 2019). Foi criado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo então Diretor Geral, professor doutor Cláudio de Moura Castro. Em 1979, na CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), era denominado originalmente como Programa Especial de Treinamento, cujo objetivo era criar grupos de aristocracia intelectual, o que contrapunha a massificação do

ensino superior, com a justificativa de garantia da qualidade do ensino superior dedicados à pesquisa e ao estudo.

O programa passou por várias etapas em seu desenvolvimento, conforme as questões políticas e sociais da época. Atualmente, o PET é mais do que um aperfeiçoamento de estratégias em um “laboratório para a graduação, [é] um espaço de experimentação de duas grandes questões: a educação tutorial e a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão” (SILVA, 2015, p. 33). Seu propósito envolve qualidade, organização, agilidade e competência no campo de atuação profissional.

O Programa é composto por grupos tutoriais de aprendizagem e busca propiciar aos estudantes, sob a orientação de um professor tutor, condições para a realização de atividades que complementem a formação acadêmica, procurando atender plenamente às necessidades da graduação e ampliar, diversificar e aprofundar os percursos acadêmico dos estudantes envolvidos direta ou indiretamente com o programa. Espera-se, assim, proporcionar a melhoria da qualidade acadêmica da graduação.

O processo formativo proposto pelo programa está embasado no desenvolvimento de atividades coletivamente organizadas pelos grupos, que visam garantir aos estudantes de graduação oportunidades de vivenciar experiências não presentes em estruturas curriculares convencionais. O programa pretende oferecer oportunidades de diversificar e favorecer a formação acadêmica ampla.

Segundo o Ministério da Educação, existem atualmente 842 grupos distribuídos entre 121 instituições de ensino superior, estes grupos PET são financiados pelo próprio MEC. Porém, ainda há algumas instituições de ensino superior como Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Universidade Estadual Paulista (UNESP), que possuem PET que são o que chamamos de institucionais, são grupos PET financiados pela própria universidade.

Na Universidade Federal de Goiás, existem 9 grupos PET atualização de 2023, sendo eles os cursos de Ciências Biológicas, Engenharias de Alimento, Engenharia Civil, Engenharia Mecânica e Elétrica; Enfermagem, Licenciatura Intercultural, Licenciatura em Matemática, Nutrição, Serviço Social, Direito, Arquitetura e Geografia. Há mais cursos porque os PET Engenharias e PET Cidade de Goiás são multicursos por natureza de formação.

Como já dissemos anteriormente, em geral, os programas são constituídos por 12 discentes e coordenado por 1 professor tutor, almejando a expansão e a melhoria da qualidade acadêmica dos cursos de graduação apoiados pelo programa, no sentido de desenvolvimento pessoal. Ainda, ele envolve projetos extracurriculares, destinados a uma formação global.

Segundo o Ministério da Educação, em 2010, haviam 16 grupos PET relacionados aos cursos de Matemática, no Brasil, distribuídos nas instituições:

Universidade Federal do Amazonas, Universidade Federal de Campina Grande, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Universidade Estadual de Londrina, Universidade Federal do Paraná, Universidade Federal de Santa Maria, Universidade Federal de Santa Catarina, Universidade Federal do Espírito Santo, Universidade Federal de Minas Gerais, Universidade Federal de Ouro Preto, Universidade Federal de Uberlândia, Universidade Estadual Paulista (com dois grupos), Universidade Federal de São Carlos, Universidade de Brasília e Universidade Federal de Goiás (SILVA, 2019, p. 79).

Na atualidade, o PETMAT da UFG tem como filosofia o trabalho coletivo, agregando doze alunos da Licenciatura em Matemática, de diferentes períodos do curso, e um professor do instituto que assume o papel de tutor das ações desenvolvidas. Os objetivos do programa são: desenvolver atividades acadêmicas em padrões de qualidade de excelência, mediante grupos de aprendizagem tutorial de natureza coletiva e interdisciplinar; contribuir para a elevação da qualidade da formação acadêmica dos alunos de graduação; estimular a formação de profissionais e docentes de elevada qualificação técnica, científica, tecnológica e acadêmica; formular novas estratégias de desenvolvimento e modernização do ensino superior no país; e estimular o espírito crítico, bem como a atuação profissional pautada pela ética, pela cidadania e pela função social da educação superior, de acordo com Silva (2019).

O programa se organiza por meio de ações e projetos de acordo com suas necessidades. Os projetos atuais serão apresentados a seguir, no quadro 4.

Quadro 4: Projetos PETMAT-UFG

Projeto	Descrição
<p>Matemática Básica em Perspectiva: Ensino Fundamental</p>	<p>O projeto se originou a partir de inquietações do grupo ao se deparar com as dificuldades em matemática, apresentadas pelos estudantes que concluíram a Educação Básica. Inúmeras pessoas na educação básica, apresentam dificuldades e a falta de domínio com os conteúdos referentes à disciplina de matemática. Neste contexto, o projeto objetiva entender onde este déficit pode estar mais presente e como esta realidade pode ser amenizada. Desta forma, tem-se o objetivo de investigar acerca da aprendizagem ocorrida durante o processo escolar; refletir e buscar uma compreensão dos resultados obtidos; planejar e propor uma intervenção por meio de um curso que venha atender as necessidades diagnosticadas. Nesta perspectiva, o curso é oferecido à comunidade, da região metropolitana de Goiânia-GO. O curso Matemática Básica: Ensino Fundamental já atendeu cerca de 300 participantes com idade a partir de 16 anos, desde a sua primeira edição.</p>
	<p>O projeto nasceu de uma proposta feita ao Instituto de Matemática e Estatística da</p>

<p>Matemática no Circo</p>	<p>Universidade Federal de Goiás pela Escola de Circo Laheto, a fim de desmistificar a Matemática por meio do desenvolvimento de atividades lúdicas e que propõe centrar-se no interesse dos alunos e complemento ao ensino de tal disciplina. Sendo desenvolvido por meio de atividades elaboradas e realizadas pelos integrantes bolsistas e não bolsista do Programa de Educação Tutorial de Matemática (PETMAT), no qual o maior desafio encontrado pelos integrantes é relacionar a matemática com a arte circense. Apesar de muitos desafios, a proposta pedagógica que a Escola de Circo Laheto propõe enfatiza e valoriza o espaço de aprendizagem e cidadania que nos é emprestado, como também, na transformação do processo de ensino-aprendizagem por um viés que visa à formação do indivíduo envolvido em sua totalidade, sendo ele, um aluno ou professor/estagiário ou arte-educador. Tendo grande efetividade o projeto vem ampliando esta visão, pois além de colaborar para a formação das crianças, como sujeitos em desenvolvimento, o trabalho também proporciona cooperatividade nas atividades, tornando mais simples o aprendizado da matemática, e implementa um crescimento positivo para nossa formação como docentes.</p>
<p>Círculo de Oficina de Matemática Básica (COMB)</p>	<p>As atividades do projeto foram iniciadas no primeiro semestre de 2018, por meio da proposta do professor tutor, a qual consiste em construir um projeto que envolvesse o Programa de Educação Tutorial em Licenciatura em Matemática (PETMAT) no âmbito escolar. As atividades iniciais se concretizaram como círculo de oficinas de jogos matemáticos estratégicos, tendo como público alvo os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), materializando-se o novo projeto, intitulado “Círculo de Oficinas de Matemática Básica” (COMB). As propostas das oficinas tem como finalidade desmistificar a matemática e apresentá-la de forma convidativa, estimulando o conhecimento matemático levando em consideração que o aluno não é uma criança, em que os jogos estratégicos não deveriam ser apresentado de forma infantil, mas de modo desafiador e que possibilitasse o envolvimento para resolvê-los.</p>
<p>Clube de Matemática Ensino Fundamental</p>	<p>Reconhecendo as limitações da escolarização na formação integral da criança, e tendo a insatisfação com a forma de organização da aprendizagem escolar como motivo, foi criado o projeto Clube de Matemática (CluMat), que vem ao encontro da demanda pela criação de espaços efetivos de inovação. O CluMat surgiu como um projeto de estágio da Universidade de São Paulo (USP), desenvolvido pelos alunos do curso de graduação em Pedagogia e da Licenciatura em Matemática, pelos alunos do Ensino Fundamental da Escola de Aplicação da Faculdade de Educação e por pós-graduandos em Educação da área de Ensino de Ciências e Matemática. Em 2009 o professor Wellington Lima Cedro trouxe o clube para a Universidade Federal de Goiás, primeiramente ligado ao Observatório da Educação (OBEDUC) da CAPES, e posteriormente o projeto uniu-se ao Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática (PETMAT). O projeto Clube de Matemática constitui-se como um espaço de aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental e, concomitantemente, como espaço de formação docente. Ele é organizado tomando como premissa a ludicidade, como forma de motivar as crianças à apropriação dos conhecimentos matemáticos, e as ações e reflexões coletivas dos sujeitos, de modo a possibilitar o compartilhamento de ideias e de saberes. Hoje o clube acontece em escolas municipais com turmas de 4º Anos, porém o projeto já atendeu mais de 1000 crianças com idade entre 9 e 11 anos.</p>
<p>Clube de Matemática Ensino Médio</p>	<p>Com a mesma proposta teórico-metodológica do Clube de Matemática Ensino Fundamental, surge o Clube de Matemática Ensino Médio em 2021. A princípio, um projeto novo para satisfazer exclusivamente as demandas desta pesquisa, porém, com a trajetória percorrida até aqui, o projeto ganhou força, e hoje é parte integrante do PETMAT, dando continuidade aos estudos, planejamentos, desenvolvimento das ações formativas e avaliações constantes, sob a coordenação da pesquisadora, agora apenas como colaboradora do programa. O objetivo do projeto é desenvolver e avaliar ações de ensino acerca do conceito de função.</p>

Fonte: adaptado PETMAT-IME-UFG (acesso em 23 de mar. de 2023).

Como nosso foco nesta pesquisa é o Clube de Matemática Ensino Médio, discorreremos um pouco mais a respeito de sua proposta. O projeto está diretamente relacionado à formação inicial do professor de Matemática, ressaltando aspectos da aprendizagem da docência, da atividade pedagógica e do conhecimento matemático. Essa iniciativa surgiu a partir de estudos vinculados à própria formação acadêmica da pesquisadora, ao pensar na historicidade da constituição dos cursos de Licenciatura em Matemática, bem como os elementos teórico-metodológicos propostos nos espaços formativos de inserção desse sujeito em formação.

A problemática encontrada surge com base na organização curricular de tais cursos, algo que se estende aos tempos atuais. Nóvoa (2011) indica que o cenário atual aponta como necessário e urgente, para além de pensar a formação, organizá-la a partir de programas de desenvolvimento profissional docente e da reconstrução do espaço acadêmico de formação, articulando-a ao debate sociopolítico da educação. Essa afirmação nos leva a pensar no potencial dos espaços formativos na contribuição da transformação de uma nova compreensão dessa formação, por meio de um processo de desenvolvimento crítico.

Essa maneira de entender os processos formativos nos encaminha a uma formação de professores na qual é necessário considerar o compromisso histórico e cultural com a educação e com a profissão do professor. A exemplo disso, Libâneo (2012) discute a problemática recorrente na investigação pedagógica e na formação de professores, no que tange a separação entre a didática, a epistemologia e a metodologia de ensino das disciplinas. Segundo o autor, o ensino consiste na organização do ambiente social e das condições pedagógicas pelas quais os alunos se apropriam da experiência sócio-histórica da humanidade, levando ao domínio de métodos socialmente desenvolvidos para lidar com o mundo de objetos e transformá-lo.

Outro aspecto que merece destaque refere-se aos conteúdos ensinados. Sobre isso, concordamos com Moura e seus colegas quando afirmam que [...] a interdependência entre o conteúdo de ensino, as ações educativas e os sujeitos que fazem parte da atividade educativa têm como finalidade os processos de apropriação da cultura humana e o papel do trabalho coletivo na constituição dos sujeitos (Moura *et al.*, 2010, p. 207).

Compreendendo tal realidade e as condições do trabalho pedagógico, temos conhecimento das diversas pesquisas que têm como objeto a formação docente, mas há uma necessidade de elementos teóricos pertinentes que possibilitem a compreensão desse

fenômeno (Moretti, 2014), assim como desenvolver ações para a aprendizagem da docência e como esses processos podem influenciar o *fazer do professor* na sala de aula.

Pensar na formação inicial de professores de Matemática é compreender as necessidades dos indivíduos no curso de seu desenvolvimento, por meio da apropriação cultural. Nesse sentido, Cedro e Moura (2017, p. 91) chamam a atenção para o fato de que a atividade do professor constitui o caráter concreto da necessidade, o que significa dizer que o professor tem como essência de seu trabalho a apropriação do conhecimento matemático.

Pensando nisso, a proposta do CLUMAT Ensino Médio está vinculada à organização de um espaço cuja intenção é estruturar intencionalmente ações formativas para a apropriação do conhecimento matemático em relação à interdependência entre o conhecimento matemático, ações educativas e sujeitos envolvidos na aprendizagem da docência. Isso porque, como afirma Petrovski (1982), a atividade do sujeito se manifesta nos motivos de conduta que a caracterizam, nas atitudes e nos modos de atuar, orientado a transformar a realidade circundante.

A aprendizagem da docência considera a necessidade de se estabelecer os aspectos estruturais da ação educativa, em sua intrínseca relação com o objeto, no movimento de transformação da aprendizagem da docência; ou seja, na articulação entre conhecimento matemático, ações educativas e os sujeitos na aprendizagem. Assim, o projeto tem como objetivo levar ações de ensino de Matemática para estudantes de escolas públicas, com base no estudo do movimento lógico-histórico do conceito de função. Para tanto, nós nos apoiamos na Teoria Histórico-Cultural vinculada à ludicidade e à tecnologia no ensino de Matemática.

O projeto foi desenvolvido em etapas:

Quadro 5: Etapas do CLUMAT Ensino Médio

Etapas	Desenvolvimento
1 ^a	Síntese histórica do conceito de função - nesta etapa, as participantes do projeto estudaram, de forma coletiva, os nexos conceituais de <i>função</i> .
2 ^a	Planejamento - diante da síntese histórica do conceito, planejamos as ações de ensino para serem desenvolvidas nas escolas.
3 ^a	Produção dos recursos, apresentação do projeto: nesta etapa, a equipe produziu os materiais pedagógicos e apresentou o projeto às coordenações das escolas públicas selecionadas.
4 ^a	Desenvolvimento das ações - esta etapa foi destinada ao contato com os estudantes do ensino médio, por 20h, distribuído em 10 encontros com as ações de ensino. O objetivo era discutir o conceito de função.
5 ^a	Avaliação das ações de ensino - simultaneamente à 4 ^a etapa, avaliamos semanalmente as ações desenvolvidas nas escolas, destacando as modificações necessárias a serem realizadas.
6 ^a	Reelaboração das ações - ao final dos 10 encontros, foi realizada a reestruturação das tarefas de ensino, como uma espécie de avaliação geral do projeto, apontando suas necessidades de estudos e planejamentos.
7 ^a	Retomada - o projeto percorreu sua trajetória em formato de ciclo de aprendizagens, estudando o conceito a ser ensinado, planejando as ações de ensino, desenvolvendo as tarefas com os estudantes do Ensino Médio, avaliando os resultados e iniciando um novo ciclo.

Fonte: a autora.

As etapas destacadas no quadro anterior foram planejadas de forma intencional a partir das ideias formativas dialogadas com as leituras de Engeström, acerca do Ciclo de Aprendizagem Expansiva. Cabe ressaltar que as etapas se interligam a todo momento, tendo

em vista que, sob a perspectiva dialética, há essa necessidade intrínseca de movimento. Por exemplo, um professor, ao planejar, já imagina os processos de desenvolvimento e avaliação e no decorrer das ações de ensino já almeja as mudanças necessárias aos instrumentos ou aos modos de pensar o conceito estudado.

Um ciclo de aprendizagem expansiva é compreendido como um processo que se estrutura na coletividade e interage por meio da zona de desenvolvimento proximal da atividade do sujeito. É a distância entre as ações atuais dos indivíduos e a forma historicamente nova da atividade social que pode ser coletivamente gerada como uma solução para o vínculo duplo potencialmente incorporado nas ações cotidianas (Engeström, 1987, p. 174). Buscando compreender as relações em torno da investigação, apresentaremos a seguir os sujeitos que foram objetos de estudo dessa pesquisa.

3.2 Constituição dos sujeitos da investigação

As participantes da investigação eram estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UFG. Estavam em diferentes momentos/períodos do curso. Momentos estes que impactaram no modo de concepção e articulação nas ações da pesquisa, pois traziam discussões sobre as outras experiências, com suas participações em disciplinas da graduação, estágios supervisionados e projetos diversos da universidade.

A pesquisa em campo se desenvolveu especificamente em um desses projetos, o PETMAT-UFG, por dois anos letivos, segundo o calendário da instituição. Nesse período, o grupo de sujeitos teve uma rotatividade expressiva, o que já era esperado, devido às dinâmicas que constituíam o próprio coletivo. Seria ideal que os participantes permanecessem em atividade no projeto CLUMAT Ensino Médio por completo, porém não temos controle da realidade de cada um. Além do mais, o modo de organização da essência do projeto e das pessoas envolvidas permitiu o compartilhamento das ideias e transformações necessárias sob óticas diversas, o que gerou inúmeras contradições, contribuindo para as ações formativas destacadas, que discutiremos com maior detalhe na análise desta tese.

Apenas duas professoras participaram de todo o percurso da investigação. Apesar disso, o movimento rotativo do grupo como um todo foi importante para a mudança de qualidade dos processos psíquicos das participantes que permaneceram em atividade, como também das que entraram, modificando algumas percepções e contribuindo com novas necessidades.

Devido a essa dinâmica do grupo, no início de cada semestre, as professoras dedicavam-se a conhecer o projeto Clube de Matemática Ensino Médio, compreender seus objetivos, questionar o que já estava posto e mobilizar as ideias a partir das suas próprias convicções a respeito do conceito de função, o trouxe, em inúmeras ocasiões, debates permeados de contradições e necessidades de reviver estudos do movimento lógico-histórico que já haviam sido realizados pelas antigas participantes do grupo.

O quadro a seguir apresenta uma síntese das 31 professoras colaboradoras do CLUMAT Ensino Médio e o período em que participaram do projeto.

Quadro 6: professoras colaboradoras e participantes da investigação

NOMES FICTÍCIOS ¹⁵	PERÍODO DE PARTICIPAÇÃO
Lélia Gonzalez	mar. 2021 a ago. 2021
Carolina Maria de Jesus	ago. 2021 a atual
Maria Remédios del Valle	jan. 2022 a mar. 2022
Sônia Guimarães	mar. 2021 a ago. 2021
Viola Davis	jan. 2023 a atual
Marielle Franco	mar. 2021 a atual
Ruth de Souza	ago. 2021 a mar. 2022
Martina Carrillo	jan. 2023 a atual
Dandara dos Palmares	ago. 2021 a nov. 2022
Maria Elena Moyano	jul. 2022 a atual
Amy Aswood Garvey	jul. 2022 a atual
Sara Gomez	jul. 2022 a atual

¹⁵ Os nomes fictícios usados neste trabalho fazem parte de uma singela homenagem em agradecimento a todas as mulheres negras, referências em suas áreas, que vieram antes dessa pesquisadora, e que, de alguma forma, abriram caminhos para que esse sonho pudesse ser realizado. Muito obrigada por cada lágrima e suor.

Christiane Taubira	jan. 2022 a atual
Bell Hooks	mar. 2021 a dez. 2021
Mariama Bâ	mar. 2021 a ago. 2021
Luiza Mahin	mar. 2021 a ago. 2021
Argelia Laya	jul. 2022 a ago. 2022
Virginia Brindis de Salas	mar. 2022 a nov. 2022
Sueli Carneiro	ago. 2021 a jul. 2022
Antonieta de Barros	mar. 2021 a dez. 2021
Tereza de Benguela	ago. 2021 a jul. 2022
Angela Davis	jan. 2023 a atual
Aminata Traoré	jan. 2022 a atual
Maria Firmina dos Reis	mar. 2021 a atual
Maria Beatriz Nascimento	mar. 2021 a ago. 2021
Nzinga Mbandi	mar. 2021 a jul. 2022
Sanité Bélair	ago. 2021 a set. 2021
Esperança Garcia	mar. 2021 a mai. 2022
Solitude	set. 2022 a atual
Glória Maria	mar. 2021 a dez. 2021
Elza Soares	mar. 2021 a ago. 2021

Fonte: a autora.

Para apresentar ao leitor os sujeitos que contribuíram com nossa investigação, separamos três categorias que consideramos importantes para a análise e objetivo da pesquisa, que versam conforme o tempo em que os participantes estiveram ativos no

processo: categoria I - sujeitos que participaram por apenas um semestre; categoria II - sujeitos que participaram dois semestres; e categoria III - sujeitos que participaram do projeto por três ou mais semestres. Faremos essa apresentação por meio do quadro 7, a seguir.

Quadro 7: Categorias dos grupos de professoras participantes da pesquisa.

Categoria	Participantes
I	Lélia Gonzalez, Maria Remédios del Valle, Sônia Guimarães, Viola Davis, Ruth de Souza, Martina Carrillo, Mariama Bâ, Glória Maria, Luiza Mahin, Argelia Laya, Angela Davis, Maria Beatriz Nascimento, Sanité Bélair, Solitude, Elza Soares.
II	Maria Elena Moyano, Amy Aswood Garvey, Sara Gomez, Christiane Taubira, Virginia Brindis de Salas, Sueli Carneiro, Tereza de Benguela, Bell Hooks, Antonieta de Barros, Glória Maria, Aminata Traoré e Esperança Garcia.
III	Nzinga Mbandi, Maria Firmina dos Reis, Marielle Franco, Dandara dos Palmares e Carolina Maria de Jesus.

Fonte: a autora.

No capítulo de análise, veremos com frequência situações envolvendo o grupo da categoria III, por um lado, devido ao tempo de participação do projeto, por outro, pela possibilidade de confronto com as suas próprias ideias, a necessidade de “ensinar” ao outro “o como se faz” e a capacidade crítica de pensar na relação teoria e prática.

Após a apresentação das professoras colaboradoras do CLUMAT Ensino Médio, discorreremos, a seguir, a respeito dos processos metodológicos da pesquisa em campo. Desse modo, destacaremos o lugar teórico de que falamos sobre o experimento formativo, e, em seguida, apresentaremos a organização e elaboração, dialogando com nosso objetivo e pergunta investigativa.

3.3. O que é o experimento formativo nesta pesquisa e sua organização didática

Para iniciar a discussão a respeito do modo de organização da nossa investigação, devemos retomar aos elementos norteadores que nos colocaram nesse espaço teórico. Como estabelecer as relações necessárias para compreender o movimento de transformação dos sujeitos e apreender o fenômeno no ato de se tornar professora estudando e vivenciando o

conceito de função, na sala de aula? Conforme nossa proposta teórica, o experimento¹⁶ formativo, tem estrutura metodológica mais adequada para o modo como concebemos as pesquisas relacionadas à Teoria Histórico-Cultural e suas manifestações na compreensão da escola e do desenvolvimento humano.

O experimento formativo é empregado na organização do ensino com objetivo intencional de revelar a essência do desenvolvimento cognitivo humano dos sujeitos que dele participam. Esse modo de pensar já era mediado em estudos de Vigotski e passou a ser considerado como método investigativo na década de 1950, pelos seus sucessores.

Esse método aparece nos estudos de Vigotski como *genético-causal*, ou *genético-experimental*, o que nos permite interpretar os processos psicológicos em seu desenvolvimento enquanto estrutura de investigação para compreender os modos como nos tornamos humanos a partir da cultura em movimento. Para Davidov e Markova (1987), o experimento formativo “é uma forma fundamental da realização das particularidades do método geral genético-causal ou genético-modelador”, isto é, “a compreensão do processo pelo qual a formação do conceito se desenvolve na vida humana real” (Vigotski, 2003, p. 86).

Portanto, a atividade pedagógica, por meios das ações do ciclo de aprendizagem expansiva, inclui: a) questionamento e necessidades atuais; b) análise histórica e empírica; c) construção de um novo modelo - avanços e descobertas; d) exame do novo modelo; e) implementação do novo modelo; f) reflexão e resistências às mudanças; g) consolidação da nova prática, o que implica compreensão da formação docente como processo contínuo e pressupõe aprendizagem constante das participantes envolvidas. Nesse sentido, Libâneo (2007, p. 11) afirma que “a intervenção pedagógica, por meio de uma determinada metodologia de ensino, visa interferir nas ações mentais dos educandos e provocar mudanças em relação a níveis futuros esperados de desenvolvimento mental”, isso pode ocorrer no processo dinâmico em que se constitui em atividade docente, que nesse caso é a aprendizagem da docência.

Para Freitas (2007, p. 11) o experimento formativo imprime ações como

a explicação histórica das mudanças qualitativas no pensamento do sujeito, mudanças estas que são investigadas como uma cadeia complexa de processos

¹⁶ A palavra *experimento*, na perspectiva teórico-metodológica desta tese, não se trata de uma ideia positivista, como modo de controle das experiências humanas sem considerar os processos históricos. Mas sim como modos de conceber e mediar ações variadas que possam ser observadas e não estritamente controladas, por meio do materialismo histórico-dialético.

inseparáveis do aprendizado, decorrentes da realização de uma atividade proposta no experimento e contida no modo como este se encontra organizado.

Além disso, afirmam Freitas e Libâneo (2022, p. 5), esse método imprime uma abordagem analítica com referência a três princípios:

1) análise processual dos principais elementos constituintes da história dos processos de desenvolvimento psicológico; 2) revelação das reais relações dinâmicas que originam os processos psicológicos; 3) análise dinâmica da gênese dos processos psicológicos considerando a unidade presente/passado no desenvolvimento da pessoa.

A respeito do primeiro princípio e sua relação com nosso objeto de investigação, a formação inicial do professor de Matemática por meio da apropriação do conceito de função, podemos relacionar a análise processual com nossa proposta metodológica a partir dos ciclos de aprendizagem expansiva, em que Engeström amplia o triângulo (sujeito, objeto e artefato) e promove condições de se pensar sobre os processos de desenvolvimento psicológico sob a essência das contradições na transformação do pensamento empírico e teórico.

Sobre o segundo princípio, revelação das reais relações dinâmicas que originam os processos psicológicos, retornando à aprendizagem expansiva, Engeström revela que o sujeito só terá compreensão de ações individuais se houver a concepção da dinâmica de interações entre sujeito, objeto e ferramentas. É por meio da contradição, no movimento da atividade, que surge a necessidade de superação gerando uma nova qualidade ao objeto. A necessidade gerada pela contradição se conecta ao novo motivo, e assim surgirá outro sistema de atividade com novos objetos. Isto é, consideramos as novas necessidades geradas como origem do desenvolvimento dos processos psicológicos.

No movimento da atividade do sujeito, a análise dinâmica da gênese dos processos psicológicos, considerando a unidade presente/passado no desenvolvimento da pessoa, se dá ao considerarmos a história individual do sujeito, sua coletividade e, em nosso objeto, os processos lógico e histórico da sistematização do conceito de função.

Assim, o experimento formativo pode ser considerado como o processo de “identificar, compreender e explicar a gênese histórica das funções psíquicas humanas em condições concretas, revelando o movimento de seu surgimento e transformação em relações sociais” (Freitas; Libâneo, 2022, p. 6). O modo de organização por meio do experimento é focado na atividade do sujeito em formação durante o processo intencional da pesquisa, com foco em processos psíquicos. Desse modo, podemos estudar as relações entre educação,

ensino e desenvolvimento dos processos psíquicos superiores, conforme indica Vigotski, e mais especificamente em nossa pesquisa, a aprendizagem da docência e a apropriação do conceito de função.

Apresentaremos a seguir uma síntese do experimento formativo realizado nesta investigação. Salientamos que esse experimento é apenas um modo de se pensar o desenvolvimento humano; existem outras formas importantes, mas para nosso contexto e compreensão de educação, este se torna o mais adequado. Além disso, a organização dessa experiência é relativa ao processo de nos compreender enquanto pesquisadores, tendo em vista que também nós nos formamos no processo.

O quadro a seguir apresenta uma síntese dos encontros formativos realizados no primeiro ciclo de aprendizagem expansiva, que se iniciou em 03 de março de 2021 e se encerrou em 29 de setembro de 2021. Conforme estudamos e vivenciamos a primeira experiência com a limitação do ensino remoto emergencial, decidimos ainda assim nomear este movimento como um ciclo de aprendizagem expansivo, mesmo não conseguindo chegar ao chão da escola, pois o movimento realizado perpassou as etapas do processo de Engeström, como questionamentos e necessidades atuais, análise histórica e empírica, construção de um novo modelo, o exame desse modelo, sua implementação na escola (apenas entre o próprio grupo), reflexão e consolidação de uma nova prática.

O quadro a seguir apresenta algumas questões importantes vivenciadas nas discussões. Esse movimento será tratado com mais profundidade no capítulo de análise, pois foi a primeira tentativa de concretizar um planejamento a respeito do conceito de função que nos possibilitou diversas contradições com nossas leituras e proposta do projeto.

Quadro 06: 1º Ciclo de Aprendizagem Expansiva

Data	Objetivo	Atividade
03/03/2021	Apresentações pessoais e da proposta do novo projeto.	Reunião com roda de conversa sobre as apresentações e expectativas. Quem somos?
10/03/2021	Apresentação e discussão sobre as primeiras ideias do projeto; compartilhamento das experiências como professora/pesquisadora,	Roda de conversa sobre apresentações dos elementos iniciais e distribuição das tarefas de leitura. Início das primeiras contradições a respeito do conhecimento matemático. Com isso, questionamos a natureza do conhecimento matemático, por meio de

	apresentação da plataforma Google Classroom (meio de comunicação oficial do projeto) e reflexões sobre o que é Matemática.	diferentes situações reais. O que é Matemática? Por que ensinar Matemática? Como se ensina Matemática? Como se aprende Matemática?
17/03/2021	Analisar uma perspectiva para compreender o conhecimento matemático, por meio das necessidades humanas em relação à ação de contar e de medir. Questionar os diferentes olhares a respeito da Matemática.	Leitura e discussão do texto de Bishop acerca das atividades humanas (contar e medir). Tivemos algumas falas importantes: o conhecimento relacionado às relações de poder/dominação; aplicabilidade do conhecimento; o corpo como instrumento de contagem e medida.
24/03/2021	Analisar uma perspectiva para compreender o conhecimento matemático, por meio das necessidades humanas em relação à ação de localizar e de desenhar. Questionar os diferentes olhares a respeito da Matemática.	Leitura e discussão do texto do Bishop (1999), acerca das atividades humanas (localizar e desenhar). Falas importantes a respeito do planejamento das ações do projeto, sendo uma possibilidade de acompanhamento da turma para uma melhor análise da proposta. Houve relações das apresentações às tarefas do clube de Matemática. Neste dia, houve uma grande expressão de frustrações acerca do conhecimento matemático.
31/03/2021	Analisar uma perspectiva para compreender o conhecimento matemático, por meio das necessidades humanas em relação à ação de desenhar e de explicar. Questionar os diferentes olhares a respeito da matemática.	Leitura e discussão do texto do Bishop (1999), acerca das atividades humanas (desenhar e explicar). Falas importantes sobre a atividade de desenhar sendo considerada uma essência que transforma a natureza; necessidade de intervir na natureza; a forma como os conteúdos são apresentados não gera significado. Assim voltamos a pensar sobre como ensinar função conforme os aspectos estudados.
07/04/2021	Analisar uma perspectiva para compreender o conhecimento matemático, por meio das necessidades humanas em relação à ação de desenhar e de explicar. Questionar os diferentes olhares a respeito da Matemática.	Leitura e discussão do texto do Bishop (1999), acerca das atividades. Os jogos podem representar como uma cultura vê um determinado conhecimento. O jogo envolve imaginação, realidade, competição, regras e conversas. As regras e condições estabelecem lógica e ordem, e isso dá sentido.
14/04/2021	Analisar as definições a	Apresentação e discussão das definições do

	partir das leituras realizadas.	conceito de função, pesquisadas pelos sujeitos. O que é função? Surgiram definições do livro de Guidorizzi (definição formal), domínio e contradomínio. Minimanual prático, limpo e simples; conjuntos de exemplos. Função pode ser uma transformação ou aplicação?
28/04/2021	Discutir as definições sobre o conceito de função apresentadas. Fazer uma síntese das ementas pesquisadas em documentos da educação básica.	Em pequenos grupos, foram pesquisadas ementas sobre o ensino de função. Proposta de síntese. Foi sugerido um levantamento de conceitos que são pré-requisitos (equação, inequação, plano cartesiano e conjunto).
05/05/2021	Compreender que o conceito de função faz parte dos movimentos da vida e são mais amplos e gerais que as definições e ementas tratadas.	Ler o texto "Estudo matemático das leis naturais", de Caraça (1998); fazer um mapa conceitual sobre os elementos que chamaram atenção, no texto, lembrando sempre das discussões acerca das funções. Construção de mapa conceitual individual e depois transformação de todos em uma única síntese do grupo.
12/05/2021	Analisar e comparar as perspectivas apresentadas até o momento, sobre o conceito de função com a proposta mencionada por Caraça e as relacionando às ideias do desenvolvimento humano discutidas a partir de Bishop.	Ler o texto "Estudo matemático das leis naturais", de Caraça (1998); responder às questões do estudo dirigido. Perguntas orientadoras do estudo dirigido: qual o objetivo da ciência? Qual deve ser o objetivo ao ensinar função? O que o autor fala sobre realidade e interdependência? O que o autor quis dizer com a expressão "tudo depende de tudo"? Você entendeu o conceito de <i>isolado</i> ? A função seria um <i>isolado</i> ? A noção de quantidade seria uma necessidade humana? Como se transforma uma quantidade em qualidade? Quais termos-chaves da noção de lei podemos pensar na função? O que é variável? Quais as semelhanças e diferenças entre as definições de nossa compreensão e as apresentadas no texto?
19/05/2021	Momento de síntese das leituras e busca pela concretização das ideias em torno do planejamento ao pensarmos o conceito	Finalização do mapa conceitual após as discussões do encontro anterior. Definir estratégias de planejamento ¹⁷ do projeto. Definimos que o projeto deveria ter seis encontros na escola para conseguirmos

¹⁷ Planejamento: a primeira versão do planejamento está compartilhada no apêndice 02 deste trabalho.

	de função.	trabalhar com a ementa ¹⁸ selecionada.
26/05/2021	Planejamento em pequenos grupos.	Planejamento em pequenos grupos.
02/06/2021	Compartilhar experiências a respeito das dificuldades e formas de ensinar função.	Roda de conversa com professores do ensino médio. Os participantes organizaram diversas questões e curiosidades que foram encaminhadas aos professores convidados que mediarão a conversa.
09/06/2021	Analisar as tarefas elaboradas e pensar na logística para desenvolvê-las.	Compartilhamento dos planejamentos. A intenção neste dia é testar as tarefas e avaliá-las, comparando-as com os estudos realizados.
16/06/2021	Reflexão e fechamento do semestre.	Retomada das questões iniciais (o que é Matemática? Por que ensinar Matemática? Como se ensina Matemática? Como se aprende Matemática?), especificando as ideias de funções e analisando a produção dos planos de ação. Neste dia, distribuimos tarefas para as férias, relacionadas à escrita do projeto. A intenção era gerar uma síntese tanto do projeto em si, quanto das ações já organizadas. Ressaltar elementos para iniciar um novo ciclo, reajustes no projeto, novas ideias, inquietações.
25/08/2021	Retomada do projeto. Apresentação aos novos integrantes. Delimitações dos próximos passos.	Análise das atividades já desenvolvidas na plataforma Google Classroom. Divisão das tarefas de apresentação do planejamento e análise de cada encontro.
01/09/2021	Discutir e analisar o planejamento do encontro 2 do CLUMAT.	Ao final do encontro, as participantes foram mediadas para que escrevessem duas palavras para definirmos funções. Palavras que apareceram nas discussões a respeito da definição de função: variável, relação, receita, transformação, lei, conjunto, generalização, formalização, domínio, associação e dependência.
15/09/2021	Discutir e analisar o planejamento dos encontros 1 e 3 do CLUMAT.	Neste encontro, percebemos que não estávamos compreendendo alguns elementos matemáticos do planejamento, então a tarefa foi repensá-los. O que é uma equação? Qual a diferença com a função? O que o jogo batalha naval provoca?

¹⁸ Ementa: a primeira ementa selecionada pelo grupo está compartilhada no apêndice 01 deste trabalho.

22/09/2021	Discutir e analisar o planejamento do encontro 3 do CLUMAT.	Desenvolver as tarefas e analisar possibilidades de mudanças. Algumas questões que nos instigaram: qual a relação entre domínio e imagem? O que é domínio?
29/09/2021	Discutir e analisar o planejamento do encontro 4 do CLUMAT.	Analisar a passagem das funções de 1º grau para as de 2º grau, com a análise do planejamento. Pensar em situações da vida real. Nesse encontro, pudemos promover contribuições significantes a respeito dos aspectos gerais do conceito de função, tendo em vista que estávamos construindo o conceito em um movimento contrário à proposta teórica que estudamos, o que faz parte do processo e já era prevista no planejamento do experimento.
13/10/2021	Discutir e analisar o planejamento do encontro 5 do CLUMAT.	Pensar em situações emergentes que modelam essas funções. Neste encontro, como se tratava de funções exponenciais e logarítmicas, a maioria das professoras participantes apresentaram dificuldades.
20/10/2021	Discutir e avaliar o planejamento do encontro 6 do CLUMAT	Diferentemente dos outros encontros que foram planejados em maio, o encontro 6 foi planejado pelas professoras mais novas no projeto e apenas nesse momento. Momento de síntese do projeto CLUMAT - Ensino Médio.
03/11/2021 a 08/12/2021	Resolver as pendências dos comentários nos planejamentos como um todo e preparar os materiais didáticos de cada um.	Correção do planejamento.
16/12/2021	Avaliar os encontros formativos e a organização dos estudos.	Colagem síntese. Alguns destaques importantes: planejamento coletivo, experiências novas em relação ao conceito de função, diálogo, debate, processo histórico, relação álgebra e geometria, nexos conceituais e ação coletiva.

Fonte: a autora.

O ciclo de aprendizagem expansiva não ocorre de forma limitada; assim, pelo movimento da dialética em diversos momentos podemos pontuar aspectos do processo como

um todo até mesmo devido ao movimento do pensamento teórico. Logo, a contradição primária não ocorreu apenas em um encontro ou em encontros sequenciais, mas demos destaque em alguns momentos que foram mais evidentes em nossa percepção e que correspondiam à essência da proposta teórico-metodológico em que se reafirmam tanto o experimento formativo como o ciclo de aprendizagem expansiva.

Após os primeiros encontros, fizemos uma pausa conforme o calendário acadêmico das professoras em formação e considerando a necessidade de planejamento da própria pesquisadora, em função do experimento formativo. Ao recapitularmos o que já havia sido organizado, lembramos ao leitor que estudamos o que estava posto como ensino e compreensão do conceito de função, bem com a proposta do projeto enquanto uma ferramenta para a compreensão dos movimentos da vida e planejamos as primeiras ações que iriam para a escola.

Consideramos que o ciclo de aprendizagem expansiva 2 se iniciou em 27 de janeiro de 2022 e se encerrou em 07 de junho de 2022. Diferente do 1º ciclo, o 2º teve a necessidade de um tempo menor, porém com mais intensidade, já que fomos com o projeto para as escolas. Nesse momento, estávamos retornando às atividades presenciais tanto na universidade como nas escolas.

Vejamos, a seguir, uma síntese do ciclo 2, apresentada no quadro 07.

Quadro 07: 2º Ciclo de Aprendizagem Expansiva

Data	Objetivo	Atividade
27/01/2022	Estudar e discutir o planejamento a partir da leitura. Compreender o conceito de função dos movimentos mais gerais da vida. Analisar os termos função; variável independente ou variável arbitrária; representação formal; valores admissíveis para uma função; gráfico da função (representação da função). Entender e considerar nexos conceituais (internos e externos): o movimento regular, o movimento irregular, a variação, a variável dependente, a variável independente, as leis, a imagem, o domínio, o contradomínio, a relação, o polinômio, a representação analítica e	Leitura: “As funções e seu mundo”, de Paul Karlson (1961). As tarefas anteriores foram retomadas pelas próprias professoras, como o mapa conceitual e a colagem.

	a representação gráfica.	
03/02/2022	Estudar e discutir o planejamento a partir da leitura. Compreender o conceito de função dos movimentos mais gerais da vida. Analisar os termos função; variável independente ou variável arbitrária; representação formal; valores admissíveis para uma função; gráfico da função (representação concreta da função). Entender e considerar nexos conceituais (internos e externos): o movimento regular, o movimento irregular, a variação, a variável dependente, a variável independente, as leis, a imagem, o domínio, o contradomínio, a relação, o polinômio, a representação analítica e a representação gráfica.	Leitura: “As funções e seu mundo”, de Paul Karlson (1961). As tarefas anteriores foram retomadas pelas próprias professoras, como o mapa conceitual e a colagem.
10/02/2022	Estudar e discutir o planejamento a partir da leitura. Analisar a perspectiva lógico-formal, cujo ponto de partida para o ensino do conceito de função é a Teoria dos Conjuntos. Poucos jovens escolarizados conseguem relacionar o conceito de função com os movimentos de suas próprias vidas. Há uma distância muito grande entre os movimentos da vida e o conceito lógico-formal da função.	Leitura: “O átomo e a roda de fiar”, de Howard Eves (1997). Tarefa: quadro comparativo com as definições sobre funções, seus nexos internos e externos para cada autor estudado. Foi decidido que havia a necessidade de retomar a leitura de Caraça (1998), para complementar o quadro comparativo.
17/02/2022	Analisar as expressões nexos conceituais (internos e externos), movimento científico, variação, campo de variação, com especial atenção para o conjunto dos números complexos, fazer corresponder, expressão analítica, dependência, relação, representação, lugar geométrico, e variáveis.	Leitura: “Desenvolvimento da matemática elementar”, do livro <i>Historia de las matemáticas</i> , de Konstantin Ríbnikov (1984).
24/02/2022 e 03/03/2022	Estudar e discutir o planejamento a partir da leitura. Produzir uma síntese das três perspectivas e analisá-la junto às ideias de Caraça (1998).	Leitura: Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função, de Moura e Sousa (2019).
10/03/2022	Estudar e discutir o planejamento a	Leitura: “Quando professores têm

	partir da leitura. Analisar uma situação didática desenvolvida por professores, para a discussão do conceito de função.	a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica”, de Sousa (2019).
17/03/2022	Planejar e organizar materiais para as escolas.	Rever planejamento.
23/03/2022	Planejar e organizar materiais para as escolas.	Rever planejamento.
24/03/2022	Encontro 01 nas escolas.	Relato individual.
30/03/2022	Avaliar o encontro 01 e planejar o encontro 02.	Após tanto estudar e ficar ansiosas com a sala de aula, as professoras sentiram a necessidade de repassar cada detalhe da aula, mesmo pertencendo ao 1º ciclo em que foi analisada, debatida e melhorada.
31/03/2022	Encontro 01 nas escolas.	Relato individual.
06/04/2022	Avaliar o encontro 02 e planejar o encontro 03.	Elaboramos questões orientadoras para contribuir com as sínteses das aulas, tendo em vista que as professoras não estavam compreendendo como fazê-las.
07/04/2022	Encontro 03 nas escolas.	Relato individual.
04/05/2022	Avaliar o encontro 03 e planejar o encontro 04.	Nesse momento, as professoras que já estavam desde o início do experimento começaram a perceber que estávamos com problemas para mostrar aos estudantes do ensino médio qual era o sentido das nossas tarefas; assim, foi levantada a necessidade de atenção na relação entre objetivo e síntese contida nos planejamentos.
05/05/2022	Encontro 04 nas escolas.	Relato individual.
06/05/2022	Avaliar o encontro 04 e planejar o encontro 05.	Tivemos a ideia de modelar um problema que fizesse um movimento de, numa mesma situação, construir funções de 1º e 2º graus, apenas mudando o modo da pergunta. Isso gerou muitas

		discussões, ideias diversas e a necessidade de mais uma reunião de planejamento para o encontro 05.
10/05/2022	Planejar o encontro 05.	Pela pressão da data do encontro, conseguimos entrar em um consenso.
12/05/2022	Encontro 05 nas escolas.	Relato individual.
13/05/2022	Avaliar o encontro 05 e planejar o encontro 06.	Nessa fase do 2º Ciclo de Aprendizagem Expansiva, as participantes já estavam produzindo críticas para além das metodologias de aula, já em relação ao vínculo teoria e prática.
18/05/2022	Planejar o encontro 06.	Tivemos a ideia de modelar um problema que fizesse um movimento de, na mesma situação, construir funções de 1º e 2º graus, apenas mudando o modo da pergunta. Isso gerou muitas discussões, ideias diversas e a necessidade de mais uma reunião de planejamento para o encontro 06 também.
19/05/2022	Encontro 06 nas escolas.	Relato individual.
20/05/2022	Avaliação do encontro 06 e planejamento do encontro 07.	Devido à realidade das escolas, imprevistos e à extrapolação do tempo planejado em diversos encontros anteriores, necessitamos acrescentar o encontro 07 para fazer o fechamento de modo adequado.
26/05/2022	Encontro 07 nas escolas.	Relato individual.
02/06/2022	Avaliação do encontro 07.	Após meses intensos de estudos, planejamento e aulas com os adolescentes, as professoras em formação inicial se emocionaram por terem cumprido a proposta, mesmo sabendo que ainda havia bastantes ajustes. Mas o projeto foi um sucesso dentro das possibilidades e condições

		objetivas.
07/06/2021	Avaliação do projeto numa perspectiva ampla.	Nesse dia, fizemos uma síntese a partir de fotos de cada uma das professoras nos encontros nas escolas ou nas reuniões de planejamento. A dinâmica foi estabelecida por sorteio, e cada uma deveria definir quem era a professora sorteada da foto.

Fonte: a autora.

Para finalizar, apresentaremos a seguir o 3º Ciclo de Aprendizagem Expansiva, que teve início em 14 de julho de 2022 e se encerrou no dia 04 de março de 2023. Depois de dois ciclos, estávamos mais confiantes com o projeto e buscando cada vez mais dar maior qualidade às nossas ações de ensino. Exemplo disso é o feito conquistado com a reformulação do planejamento, ampliando teoricamente o conceito de função e buscando dar unidade às tarefas de ensino por meio de um problema desencadeador de aprendizagem.

O desenvolvimento desse ciclo também nos mostra relações importantes para estabelecermos uma unidade entre a teoria e a prática, isto é, conectar os nexos conceituais da função com as ações concretizadas no planejamento¹⁹.

Quadro 08: 3º Ciclo de Aprendizagem Expansiva

Datas	Objetivo	Atividade
14/07/2022	Conhecer os novos bolsistas e discutir o MLH da álgebra por meio do desenvolvimento humano.	Apresentação do projeto às novas professoras colaboradoras.
21/07/2022	Traçar o panorama a respeito das concepções algébricas e as relacionar com nosso quadro comparativo.	Conhecer as novas professoras colaboradoras e discutir o MLH da álgebra por meio do desenvolvimento humano. Leitura do prefácio e da introdução do livro "Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos", de Sousa, Panossian e Cedro (2014).
28/07/2022	Analisar e reestruturar as tarefas de	Reorganização das tarefas e

¹⁹ Planejamento: última versão elaborada pelo grupo de professoras em formação inicial, para o CLUMAT Ensino Médio.

	ensino.	produção dos materiais. Leitura do capítulo 1 do livro "Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos", de Sousa, Panossian e Cedro (2014).
04/08/2022	Discutir as questões problemáticas em torno do ensino da álgebra, principalmente no que tange a linguagem.	Síntese coletiva da leitura (mapa conceitual). Leitura do capítulo 2 do livro "Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos", de Sousa, Panossian e Cedro (2014).
11/08/2022	Analisar e discutir possibilidades de atividades de ensino em torno do MLH.	Síntese coletiva da leitura. Leitura do capítulo 4 do livro "Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos", de Sousa, Panossian e Cedro (2014).
18/08/2022	Analisar os nexos conceituais do conceito de função e compará-los com o quadro comparativo desenvolvido na tarefa 4.	Síntese coletiva da leitura. Leitura do capítulo 3 da dissertação ²⁰ de Thiago Guedes Strassmann.
25/08/2022	Analisar os nexos conceituais do conceito de função e compará-los com as nossas tarefas.	Síntese coletiva da leitura. Continuação da leitura da dissertação de Thiago Guedes Strassmann.
01/09/2022	Analisar e reestruturar as tarefas de ensino.	Reorganização das tarefas e produção dos materiais.
08/09/2022	Analisar e reestruturar as tarefas de ensino.	Reorganização das tarefas e produção dos materiais.
27/10/2022	Encontro 0 na escola.	Relato individual.
03/11/2022	Encontro 01 na escola.	Relato individual.
09/11/2022	Encontro 02 na escola.	Relato individual.
16/11/2022	Encontro 03 na escola.	Relato individual.
17/11/2022	Encontro 04 na escola.	Relato individual.
19/11/2022	Encontro 05 na escola.	Relato individual.

²⁰ Dissertação de Thiago Guedes Strassmann, intitulada *Introdução ao conceito de função e Teoria Histórico-Cultural: uma proposta para o ensino médio em meio à pandemia Covid-19*. Publicada em 2021.

23/11/2022	Encontro 06 na escola.	Relato individual.
24/11/2022	Encontro 07 na escola.	Relato individual.
25/11/2022	Encontro 08 na escola.	Relato individual.
15/12/2022	Avaliar o projeto CLUMAT Ensino Médio e o 3º ciclo.	Perguntas orientadoras da discussão: O que é o projeto para você? Quais elementos contribuíram para sua formação? Você mudaria algo no projeto? Como você percebe o desenvolvimento do projeto na escola? Como você analisa o último ciclo de tarefas desenvolvidas?
22/12/2022	Avaliar as tarefas de ensino.	Leitura do planejamento.
19/01/2023	ESTUDO DO TEXTO: cap. 04 – “A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem”, de Moura e outros (2010).	Identificar no planejamento elementos do texto (o que precisa melhor e o que já conseguimos realizar) e identificar nexos internos e externos do conceito de função nas tarefas.
28/01/2023	ESTUDO DO TEXTO: cap. 04 – “A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem”, de Moura e outros (2010).	Identificar no planejamento elementos do texto (o que precisa melhor e o que já conseguimos realizar) e identificar nexos internos e externos do conceito de função nas tarefas.
02/02/2023	Roda de conversa com a professora Maria do Carmo de Souza.	Como objetivar o estudo do movimento lógico-histórico nas tarefas de ensino.
11/02/2023	Avaliar o projeto como um todo a partir das discussões da roda de conversa do encontro anterior.	Fazer um levantamento das possibilidades de mudanças que foram orientadas pela professora Maria do Carmo de Souza. Produzir uma narrativa reflexiva relacionando as reuniões em que discutimos construtos teóricos que permeiam as ações do Clube de Matemática Ensino Médio.
04/03/2023	Avaliar o experimento formativo.	Perguntas orientadoras: o que é função? Quais mudanças em torno do conceito de função você percebeu? Você acha que o movimento lógico-histórico

		<p>contribui para a formação do professor? Por quê? Como foi planejar em conjunto? O planejamento é importante? Como avaliar um planejamento? Qual o seu sentimento ao participar das aulas do projeto com várias pessoas diferentes?</p>
--	--	---

Fonte: a autora.

O 3º Ciclo de Aprendizagem Expansiva nos aproximou ainda mais do fenômeno investigado, cujo objetivo é analisar o processo de apropriação do conhecimento matemático, especificamente o conceito de função e as relações com a aprendizagem da docência por professores de Matemática em formação inicial.

Assim, diante de todo arcabouço apresentado nos três ciclos de aprendizagem expansiva consideramos que a investigação de caráter longitudinal, tendo a perspectiva orientada sempre ao nosso objetivo e pergunta investigativa, os dados foram extraídos a partir de: aproximadamente 260h de audiovisual gravadas, relatos individuais gravados em áudio (de cada encontro nas escolas), tarefas de estudos e sínteses distribuídas na plataforma Google Classroom, narrativas reflexivas, diário de campo da pesquisadora e diário coletivo do CLUMAT Ensino Médio, o produto dos planejamentos e um relato de experiência produzido pelas professoras em formação inicial, que foi apresentado em um congresso em 2022.

Essa quantidade de material poderá nos mostrar indícios e manifestações de transformações das professoras investigadas. Os ciclos foram necessários para movimentar e revelar o fenômeno na experiência viva do ato de se tornar professora, ao compartilhar com seus pares e se formar enquanto pensa no chão da escola.

No próximo capítulo, apresentaremos o modo de organização desses dados produzidos e as unidades de análise que emergiram das relações entre o sujeito, os artefatos e o objeto de estudo, ampliadas para a diversidade, divisão de tarefas e coletividade.

CAPÍTULO 4: OS CINCO PRINCÍPIOS DA APRENDIZAGEM DA DOCÊNCIA E O EXPERIMENTO FORMATIVO

Diante das proposições afirmadas nesse trabalho e da natureza da investigação, bem como dos dados produzidos ao longo dos dois anos de experimento formativo, a nossa análise se pauta nos mesmos princípios teórico-metodológicos, em busca da revelação do fenômeno que é a aprendizagem da docência por meio da apropriação do conceito de função, e refletindo sobre a pergunta: como ocorre o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática?

Nesse sentido, vale relembrar das proposições inferidas, como o desvelar do desenvolvimento humano, que se dá em atividade consciente, em movimento com a realidade, buscando captar o momento de transformação das participantes da pesquisa. Partindo dessas intenções, compreendemos que o professor (estando em atividade de ensino) aprende por meio da interação com seus pares, o que a torna não apenas um processo individual, mas um processo enraizado no contexto cultural e social em que ocorre. Assim, o professor de Matemática, em especial, se constitui em sua atividade ao entrelaçar-se no processo formativo.

Por meio das proposições em Silva (2019, p. 44), mostra-se que “a formação inicial de professores de Matemática tem um certo distanciamento entre o conhecimento acadêmico e o conhecimento escolar, sistematizado e organizado para a apropriação da cultura humana”. É daí que surgiu a nossa problemática de investigação.

Concordamos com a perspectiva de Libâneo (2015) relativa a esse aspecto, que enfatiza a importância do professor não apenas possuir domínio sobre o conteúdo, mas também sobre os métodos e procedimentos investigativos da ciência que está ensinando. Libâneo destaca a interdependência entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico, afirmando que essas duas dimensões estão entrelaçadas.

A questão fundamental é: como podemos estabelecer uma ligação entre esses dois tipos de conhecimento essenciais para a aprendizagem da docência em Matemática? O autor sustenta que o problema não reside na atenção dada a conteúdos específicos em si, mas na falta de integração entre a formação na área específica e a formação para a prática docente. Ele argumenta que o conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar muitas vezes funcionam paralelamente, sem se conectar, o que resulta na desconexão entre as

metodologias de ensino e os conteúdos, bem como entre os métodos de ensino e os métodos investigativos da ciência ensinada.

Nesse contexto, a proposta apresentada pelo pesquisador busca estabelecer uma ligação entre a didática, os conteúdos específicos e uma compreensão mais profunda dos processos cognitivos de aprendizagem. A ideia por trás disso é que essa abordagem integrada possa orientar tanto os processos de ensino quanto os de aprendizagem dos conteúdos específicos.

Em resumo, o entendimento de Libâneo (2015) enfatiza a interligação crucial entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico. A integração dessas dimensões pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem, capacitando os professores a adotarem abordagens mais específicas no ensino de Matemática.

Com isso, e com os estudos realizados por meio da proposta metodológica de organização do experimento formativo em ciclos de aprendizagem expansiva, compreendemos que a relação entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico pode ser alcançada quando compreendemos a aprendizagem da docência a partir dos cinco princípios orientadores que a constituem. De acordo com Lopes (2018), esses cinco princípios são: a escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana; o professor como sujeito dos processos formativos; a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino; o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica; e por fim o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito.

A escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana nos permite pensar sobre o papel social da escola, por meio de uma perspectiva de educação humanizadora. É nesse caminho que os estudantes podem exercer sua atividade de aprendizagem, pois o professor potencializará sua atividade de ensino com uma organização consistente e propulsora do desenvolvimento. A partir desse primeiro princípio, podemos inferir que a aprendizagem da docência pode ocorrer enquanto o futuro professor estuda e reflete para compreender a escola.

O professor como sujeito dos processos formativos provoca contradições e gera necessidades formativas, o que pode transformar motivos por meio da compreensão do papel social da escola e sua prática. Tudo isso enquanto desenvolve sua atividade de ensino e toma consciência individualmente de seus motivos eficazes. Assim, a aprendizagem da docência eleva a qualidade enquanto o professor se reconhece no processo como sujeito em atividade.

A intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino reflete sobre os modos de pensar a atividade do professor, no sentido de que não é qualquer

ensino que leva à aprendizagem, nem tampouco ao desenvolvimento. Pois um elemento indispensável nesse processo é a concretização de objetivos sociais e isso requer uma intenção delineada para tal fim e que seja promotora do pensamento teórico, a partir de reflexões, análises e sínteses sobre o conhecimento científico. Desse modo, a aprendizagem da docência deve perpassar a consciência e a ação direcionadas a um fim, isto é, ter *intencionalidade*.

Nesse sentido, é fundamental considerarmos *o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica*, pois o desenvolvimento humano ocorre a partir das interações do sujeito com o meio e com o outro. Compartilhando, o professor toma consciência de si e de seu papel, o que gera significação de sua atividade pedagógica e muda a qualidade de suas reflexões coletivas e ações individuais. Assim, a aprendizagem da docência se baseia também nas relações coletivas.

O compartilhamento na atividade de ensino deve ser permeado por um conteúdo como forma de conduzir a um objetivo comum, que, no nosso caso, é a apropriação do conceito de função. Com isso, o último princípio elencado para a promoção da aprendizagem da docência é *o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito*. Portanto, considerando os aspectos intrínsecos ao desenvolvimento do pensamento teórico a partir da apropriação do conhecimento científico, quanto à forma de cultura humana, o modo de ensinar está relacionado diretamente à natureza de tal conhecimento. E nesse sentido, defendemos a promoção do estudo do Movimento Lógico-Histórico para que haja tal apropriação.

Tomando como ponto de partida esses cinco princípios que desencadeiam a aprendizagem da docência, a estrutura analítica dessa investigação se dará por meio de unidades de análise, pois estas possibilitam contemplar a essência do objeto de estudo e aproximar do real concreto. Assim, para nós, a unidade de análise se reflete na realidade analítica do fenômeno e suas múltiplas determinações, que, como afirma Kosik (1969, p. 36), “são como partes estruturais do todo”

Desse modo, compreendendo nossas limitações e o desejo de totalidade, lançaremos mão das unidades de análise, já que partem de premissas empíricas do processo, organizadas de modo intencional durante o experimento formativo, para então chegarmos ao núcleo do fenômeno.

Para nós, a análise é a apreensão da essência, isto é, é buscar indícios que mostrem possibilidade de transformação humana por meio do conhecimento científico no interior de

suas manifestações. Para tanto, a exposição da investigação deve relacionar as variáveis do problema proposto e produzir uma síntese de suas múltiplas determinações.

Conforme discorre Vigotski (2008), as unidades de análise devem ser constituídas por todas as “propriedades fundamentais da totalidade e cercadas por uma parte viva e indivisível” dela. Assim, a parte viva conserva tais propriedades da vida, o que define os organismos vivos” (Vigotski, 2008, p. 20). Tais unidades serão constituídas neste trabalho por *episódios*, a fim de nos concentrarmos mais especificamente em torno do objetivo da investigação, que sintetiza o movimento de analisar o processo de apropriação do conhecimento matemático, especificamente o conceito de função e as relações com a aprendizagem da docência por professores de Matemática em formação inicial, tendo em vista as transformações que o Ciclo de Aprendizagem Expansiva pode proporcionar de modo analítico, o que permite aproximação com a essência do objeto para a apropriação do pensamento teórico do conceito de função.

Nesse sentido, os episódios são “momentos que apresentam coerência, consistência, originalidade, objetivação e são reveladores da natureza e da qualidade das ações dos indivíduos” (Cedro, 2008, p. 112). Pois é nesses momentos que podemos apreender o movimento das contradições propostas no Ciclo de Aprendizagem Expansiva. Nesse processo de organização dos dados, atentamo-nos em construir episódios de ensino que constituem momentos de manifestação da interconexão entre os elementos de uma ação formadora, não sendo definidos como um conjunto de ações lineares (Moura, 1993; Ribeiro, 2011).

Os episódios serão organizados intencionalmente com o objetivo de nos conectar ao fenômeno da formação das professoras investigadas. E para melhor compreensão do fenômeno que ali se constituía, os dividiremos em cenas que se compuseram em momentos nos quais as professoras em formação apresentaram indícios do movimento formativo de aprendizagem da docência. As cenas compõem, segundo Araújo e Moraes (2017, p. 68), “as múltiplas determinações das relações essenciais, o que possibilita compreender o fenômeno para além da aparência, do imediato”.

Em meio às cenas, destacam-se os flashes, que, segundo Silva (2014, p. 127) “são os instantes mais significativos dentro das cenas. Eles são indícios que mostram a possibilidade de transformação do pensamento do sujeito acerca de uma realidade que se converte em outra”. Em busca de flashes que poderão revelar o processo de formação inicial de professores, podemos investigar o movimento formativo dessas professoras em atividades de ensino.

O método apresentado se justifica pela proposição de Vigotski (1993) de que o método da análise por unidades e da precisão e intercessão das abstrações exprime sua concepção dialética porque a apreensão da realidade não se consegue de, e pela, relação direta com as manifestações aparentes do fenômeno.

Concomitante a isso, com os encontros formativos pudemos analisar, segundo a proposta de Engeström (2014, p. 598, tradução nossa): (a) o sistema de atividade coletiva como uma unidade de análise, (b) as contradições como fonte de mudança e desenvolvimento, (c) a agência como uma camada crucial da causalidade, e (d) a transformação da prática como forma de formação expansiva de conceitos.

O autor ainda coloca que a análise mostra que a “dupla estimulação é um processo multicamadas e longitudinal no qual tanto a situação inicial do problema e a ferramenta conceitual mediadora são reformulados e enriquecidos em passos sucessivos. Tal processo de dupla estimulação gera uma terceiridade, um novo conceito para a atividade em transformação” (Engeström, 2014, p. 599), conforme caminhamos sob as condições estabelecidas pelos Ciclos de Aprendizagem Expansiva.

Esse modo de conceber e analisar a realidade produz nossa experiência, origina objetos e métodos científicos. Assim, de acordo com Araújo e Moraes (2017, p.68), é necessário explicitar o movimento do pensamento acerca do fenômeno que poderá permitir superar os dados sensíveis imediatos e produzir um nível de abstração que corresponda à explicação teórica do objeto em estudo. Isto é, a ciência aproxima-se da essência, da concreticidade real, como aqui também desejamos.

Neste estudo, diante de todo o exposto, e com o olhar sobre a questão central da tese (como professores em formação inicial compreendem a docência, a partir do processo de apropriação do conceito de função?), discorreremos no capítulo de análise sobre as cinco unidades já mencionadas: a escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana, o professor como sujeito dos processos formativos, a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino, o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica e o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito. Tais unidades serão vinculadas a uma síntese dos Ciclos de Aprendizagem Expansiva, com ênfase no estudo do Movimento Lógico-Histórico do conceito de função, a concretização das ações de ensino por meio dos planejamentos, a prática refletida nas ações de ensino e a análise crítica dos processos anteriores.

Com essa organização, delineamos para apresentação dos dados dessa investigação 9 episódios, distribuídos em 21 cenas, que em síntese serão apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 11: Síntese dos dados organizados em episódios

UNIDADES	EPISÓDIOS	CENAS
A escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana	“Estudo enquanto compreendo a escola”	Cena 1: o conceito de função como elemento cultural
		Cena 2: necessidades humanas e a constituição do conceito de função
		Cena 3: a escola como espaço de desenvolvimento científico e cultural
	Reflexões e contradições sobre o papel da escola	Cena 1: mudar o planejamento? Estava mais fácil começar do zero
Cena 2: avaliar e reconhecer as necessidades da escola		
O professor como sujeito dos processos formativos	Planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto	Cena 1: testando 1, 2, 3...
		Cena 2: o reflexo do outro
		Cena 3: esse planejamento não tem a nossa cara
	Planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto	Cena 1: Ensinar é reproduzir apenas o que já é conhecido?
Cena 2: o desconhecido		
A intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino	Planejar para quê?	Cena 1: pegou a referência?
		Cena 2: pergunta <i>versus</i> objetivo
	As velhas e novas intenções	Cena 1: acho que não participei da mesma reunião de planejamento que você
		Cena 2: Narrativas sobre o planejamento
O compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica	A produção de sínteses como forma de compartilhamento das ideias	Cena 1: dividindo tarefas
		Cena 2: síntese do Movimento Lógico-Histórico do conceito de função
	A constituição do sujeito por meio das ações de compartilhamento	Cena 1: o eu no outro

O conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito	A transformação do pensamento acerca do conceito de função	Cena 1: Nzinga Mbandi e o conceito de função
		Cena 2: apropriação do conceito de função
		Cena 3: o que é função, afinal?
		Cena 4: a função como produto lógico-histórico do desenvolvimento da humanidade

Fonte: a autora.

Os episódios apresentados no quadro 09 foram selecionados a partir da imersão nos dados construídos ao longo dos dois anos de experimento formativo. Eles refletem o movimento de estruturação objetiva do modo de organização do ensino o qual buscamos e defendemos, a partir dos cinco princípios da aprendizagem da docência. A intenção com tais episódios é mostrar indícios de transformação no modo de conceber a docência em Matemática para as participantes da investigação.

A organização da apresentação dos dados por meio de unidades de análise se faz necessária para uma construção didática do texto, de modo que os leitores possam ter ideia, do todo e em movimento, da experiência vivenciada no Clube de Matemática Ensino Médio. Ressaltamos as cinco unidades vinculadas aos princípios formativos que serão articuladas ao longo das discussões deste capítulo. Elas não são interligadas, o foco de cada uma é definido em sua temática, mas a articulação se fará presente por motivos metodológicos e teóricos. Desse modo, apresentaremos a seguir a primeira unidade de análise: a escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana.

4.1 A escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana

Por meio da perspectiva de uma educação humanizada, a escola desempenha um importante papel na apropriação da cultura humana. Nesse contexto, os estudantes têm a oportunidade de participar ativamente de seu próprio processo de aprendizagem, com o professor desempenhando um papel fundamental na organização do ensino. Assim, na relação “trabalho e atividade humana”, a escola é um espaço privilegiado e deve ser organizada intencionalmente para a apropriação da cultura e do conhecimento científico, ou, conforme indicam Moura *et al.* (2010, p. 82), “a escola como espaço de aprendizagem e apropriação da cultura humana elaborada, bem como o modo de prover os indivíduos,

metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento plenos de suas potencialidades”.

Nesse sentido, o professor, sujeito responsável pelo processo de ensino, deve compreender o trabalho docente como mediação do conhecimento, que fundamenta o desenvolvimento, por meio da necessidade humana e da apropriação cultural. Este trabalho também deve ser uma atividade intencional e consciente, além de ser capaz de internalizar os elementos que compõem sua atividade pedagógica e que podem oportunizar o desenvolvimento humano.

Desse modo, para que haja a tomada de consciência do papel social do professor, inicialmente destacamos a necessidade de compreensão do espaço que é a escola, seus objetivos e potencialidades, por meio da perspectiva defendida anteriormente. Segundo Moura (2021, p.19), “a escola passa a ser entendida, desse modo, como comunidade de aprendizagem do professor e do estudante na realização de suas atividades de permanente formação”.

Episódio 1: Estudo enquanto compreendo a escola

O episódio 1 é intitulado “Estudo enquanto compreendo a escola”. Ele é composto por três cenas. As cenas correspondem a momentos diversos do experimento. A intenção em destacar os processos formativos por meio da atividade de estudo é importante para as contradições existentes na formação de professores a respeito do distanciamento entre o que se discute teoricamente e os movimentos da prática escolar.

O estudo é essencial para a aprendizagem da docência, visto que compreender os fundamentos que articulam e constituem o espaço escolar é um princípio desse movimento formativo. Na relação da educação humanizadora é vital conectar as relações da produção do conhecimento científico enquanto cultura às necessidades humanas.

Desse modo, o episódio destaca

Quadro 12: organização sistemática do episódio “Estudo enquanto compreendo a escola”

Unidade de análise	Episódio	Cenas
		Cena 1: o conceito de função como elemento cultural

A escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana	Estudo enquanto compreendo a escola	Cena 2: necessidades humanas e a constituição do conceito de função
		Cena 3: a escola como espaço de desenvolvimento científico e cultural

Fonte: a autora.

Cena 1: o conceito de função como elemento cultural

Um encontro formativo foi organizado para sintetizar as discussões a partir da leitura do texto “Hacia una manera de conocer”, do livro *Enculturación Matemática*, de Alan Bishop, que reflete sobre a ideia de que a Matemática é organizada e sistematizada por meio da cultura. É a compreensão de que a Matemática não é uma entidade isolada, mas uma parte integrante da cultura humana, que varia de acordo com os contextos culturais, isto é, uma maneira de conhecer a cultura enquanto papel fundamental na forma como as pessoas percebem, ensinam e aprendem Matemática.

A data de registro da cena foi 07 de abril de 2021, o quer dizer que estávamos em período de isolamento social, devido às condições sanitárias vinculadas à propagação do coronavírus. Foi, portanto, uma discussão remota. Apesar dessas limitações, captamos momentos relevantes para a abordagem metodológica do nosso trabalho, e, para isso, foi necessário acordar junto ao grupo algumas tarefas que nos ajudassem a mobilizar compreensões que definissem as ideias do grupo como um todo. Assim, nesse recorte, dispusemos de um estudo dirigido, slides organizados pelas participantes e concomitantemente uma análise das definições do conceito de função nos livros didáticos e documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular, em busca de relações entre esses dois universos.

Desse modo, trouxemos para a cena 1 uma síntese do grupo. Ao finalizarmos a leitura do texto, buscamos responder às questões de um estudo dirigido que foi organizado anteriormente, pela pesquisadora. As perguntas desse material estavam permeadas pelas problemáticas: 1. O que é Matemática? 2. Por que ensinar Matemática? 3. Como se ensina Matemática? 4. Como se aprende Matemática? O objetivo de pensar nessas questões era reconhecer o espaço escolar numa perspectiva de professoras de Matemática.

Assim como qualquer tipo de relação humana, trazemos para o contexto as nossas experiências, que marcam o ponto de partida do olhar sobre determinado objeto ou assunto. O

mesmo ocorreu com o grupo participante da investigação. Iniciamos um processo de olhar para um espaço já conhecido por todas ali, mas que agora necessita de uma mudança na lente, isto é, olhar para o espaço escolar enquanto professoras que devem organizar o ensino e não mais como estudantes da Educação Básica.

Esse movimento de mudança da lente nos trouxe diversas contradições sobre as perspectivas que haviam sido consolidadas. O conceito de função já havia sido aprendido, até os exemplos já eram clássicos: como discutir a função que determina o valor do táxi em relação à distância. Mas agora não há tantos táxis, os adolescentes pertencem a uma geração diferente. Por que a função deveria ser ensinada da mesma forma?

A partir desse questionamento, as participantes foram convencidas a estudar sobre a natureza do conhecimento matemático. Decidimos então, trazer para a narrativa o texto “Hacia una manera de conocer”, que discute seis modos de se desenvolver enquanto humano sob a ótica da Matemática, a saber, *medir, localizar, desenhar, jogar e explicar*.

Com esse estudo, no momento de síntese das ideias, destacamos uma fala que nos alimenta a ideia da Matemática por meio da cultura e suas diversas faces.

Quadro 13 - Cena 1: diálogo com Nzinga Mbandi

Nzinga Mbandi: A Matemática seria um *produto cultural* (*flash 1, cena 1*). Ela é construída dentro da diversidade, das necessidades de cada cultura e ela é como estratégia para superar os desafios que vão surgindo no desenvolvimento da sociedade. Eu acho que a questão do confronto das diferenças surgiu para aprimorar as ideias da Matemática, isso seria uma questão da interculturalidade, quando você faz com que a Matemática das culturas dialoga e eu acho que isso contribui muito para aprimoramento.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

O discurso apresentado por Nzinga mostra um viés da Matemática no (*flash 1, cena 1*), que significa que a cultura, enquanto síntese humana, é uma base para o desenvolvimento, como quer Vigotski (1998), para quem a existência do vínculo entre cultura e atividade humana é uma premissa de natureza social da mente humana, expressa no desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Corroborando essa perspectiva, Caraça indica que,

organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação [...] [, a] Matemática possui problemas próprios que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre (Caraça, 1951, p.14).

Nesse sentido, não basta buscar exemplos que corroborem a teoria marcada pela natureza da Matemática, mas sim criar condições de apropriação dos elementos culturais por meio da sistematização do conhecimento científico intrinsecamente envolvido a partir das experiências sociais.

Mais adiante, Nzinga afirma que a Matemática está relacionada às necessidades de cada cultura como forma de superar desafios. A esse respeito disso, Saviani mostra que a função da escola deve ser a de,

[...] produzir, direta e intencionalmente, em cada indivíduo singular, a humanidade que é produzida histórica e coletivamente pelo conjunto dos homens. Assim, o objeto da educação diz respeito, de um lado, à identificação dos elementos culturais que precisam ser assimilados pelos indivíduos da espécie humana para que eles se tornem humanos e, de outro lado e concomitantemente, à descoberta das formas mais adequadas para atingir esse objetivo (Saviani, 2003, p. 21).

Nesse sentido, para a aprendizagem da docência, deve-se tomar consciência de tal apropriação cultural; e é o que ocorreu no momento das discussões situadas no trecho destacado na cena 1, quando a estudante Nzinga Mbandi mostrou um certo incômodo a respeito das respostas definidas por outras colegas do grupo. Desde o início do estudo, o incômodo estava pautado na superficialidade das narrativas e na distância que havia entre a leitura do texto em questão e as sínteses enquanto respostas ao estudo dirigido. Para ela não fazia sentido a ideia de conceber o modo de contextualização da Matemática que os livros didáticos, por exemplo, mostravam e nas discussões em que algumas pessoas do grupo destacavam tal ideia.

Esse movimento nos indica uma contradição expressa que a atividade de ensino pode provocar. Para Nzinga, não bastava acrescentar uma história ou enredo ao conceito de função. Parecia que a leitura realizada sobre as relações das seis atividades humanas com o conhecimento matemático indicava algo mais. Como parte da solução desse incômodo, Nzinga se propôs a levantar exemplos a respeito de, quais seriam as dificuldades dos estudantes do Ensino Médio, de modo geral, a partir do conceito de função. Esse movimento revela a necessidade de relacionar os elementos do texto sobre as necessidades humanas na constituição lógica-histórica do conhecimento matemático e a prática escolar.

A seguir, o trecho referente ao aprofundamento do modo de conceber a escola enquanto espaço de apropriação da cultura.

Busquei referências em um estudo bibliográfico de como está sendo feito o ensino de funções (flash 2, cena 1), e tal, eu foquei em buscar um artigo que eu achasse bacana assim para referenciar porque eu particularmente, como nunca dei aula, eu não sei exatamente quais são as dificuldades que os alunos têm com relação às funções, então eu busquei um artigo referenciado com relação a isso. Eu acho que talvez, eu não sei se a maioria que, sabe exatamente quais são as dificuldades dos alunos do Ensino Médio, eu acho que se adequa às formas que a gente pretende trabalhar. Eu poderia mostrar aqui se vocês acharem que é interessante, eu vou compartilhar.

O título dele é “Representação gráfica de funções: uma análise das principais dificuldades de alunos do ensino médio”, esse artigo foi escrito em 2019, eu escolhi ele também por causa disso, que é recente, foi feito em uma escola da rede estadual do Paraná e eles fizeram uma prova com esses alunos. E aí eles com base nas respostas pessoal concluíram quais são as dificuldades.

Eles começam fazendo uma contextualização, que eu achei interessante porque eles trazem bastante referências, eu considero que seja algo legal para gente, pois fala dos PCNs de 1998, falam que as funções estão dentro da aula então é o ensino da álgebra tem início na generalizações de padrões da aritmética, passando pelo estudo da variação de grandezas possibilitando a exploração da noção de função, então para o Ensino Médio só sobra a questão da abordagem formal e ele constataram que existe uma dificuldade dos alunos em relação à Matemática e à realidade (flash 4, cena 1). Esse artigo também traz as recomendações dos documentos com relação ao ensino de funções, eu achei que isso aqui é interessante para a gente porque eu particularmente não sei quais são as recomendações dos documentos oficiais, eu acho que como a gente pretende ensinar é interessante que a gente saiba (flash 3, cena 1).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio sugerem que não se deve trabalhar condições de uma forma isolada. Ela tem que ter esse caráter integrador (flash 4, cena 1). Bom, existe um assim a ênfase das diferentes funções deve estar no conceito de função e as suas propriedades em relação às operações da interpretação de seus gráficos e nas aplicações.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Ao refletir sobre os estudos realizados a respeito do conceito de função, Nzinga mostra uma dificuldade em compreender que a função com a qual estávamos lidando era a mesma de que ela havia se apropriado enquanto estudante da Educação Básica; porém, o fato da mudança da lente e a posição social de professora, no projeto, revela uma necessidade de compreender o espaço social a que iríamos adentrar. Por esse motivo, ela diz no (flash 2, cena 1). Além de ter feito a pesquisa que levou a tal artigo, ela buscou compreender as relações com nosso objetivo no projeto e organizou as ideias para compartilhar com o grupo, para que assim pudéssemos pensar juntos em uma alternativa.

Esse movimento pode ser compreendido como um objetivo social que, segundo Moura (2007), é derivado de uma necessidade suscitada pelo coletivo, em que o indivíduo se apropria de novas sínteses que são geradas ao solucionar os problemas. E reflete as proposições de Lopes (2009, p.55) acerca dessa temática, ou seja, o homem não nasce professor: “[...] ele se constitui historicamente; aprende sem se desvincular do mundo que o rodeia; aprende com o outro e aprende também refletindo”.

Além disso, o fato de Nzinga ter organizado e sistematizado sua leitura para compartilhar com o grupo nos indica que a atividade coletiva desempenha um papel crucial nos processos de desenvolvimento do conhecimento científico formal e na apropriação da cultura. Em outras palavras, a colaboração em grupo é fundamental para uma compreensão profunda das demandas do conhecimento matemático e do espaço escolar, além de ser essencial na organização do ensino desse conhecimento e de suas implicações sociais contemporâneas.

Desse modo, o gênero humano se constitui, segundo Leontiev (1978), por meio das relações com as múltiplas determinações de si próprio e da cultura humana que é coletiva. Essas relações são interconectadas por meio de contradições, movimentos e transformações do objeto em estudo, como ocorreu com os “incômodos” de Nzinga. Assim, podemos dizer que houve uma tentativa de transformação do meio em que vive a partir de suas necessidades.

Sobre isso, Cedro (2008, p. 16) indica que na formação de professores há “lugar para produção e troca de significados constitutivos para o sentido das ações de todos os indivíduos envolvidos na atividade educativa, entendendo-a como um espaço de aprendizagem”. Dessa maneira, as outras participantes reconheceram as inquietações de Nzinga e iniciamos uma nova qualidade nas discussões sobre o espaço escolar e o conceito de função enquanto elemento da apropriação cultural.

Em outro momento do trecho destacado na cena 1, podemos notar uma preocupação de Nzinga a respeito do que indicam alguns documentos oficiais, como os PCNs, sobre o ensino de função. No (*flash 2, cena 1*), faz parte do processo de compreensão da escola como espaço de apropriação cultural entender os aspectos gerais que articulam que tipo de cultura deve ser trabalhada na escolarização. Porém, não se deve limitar a essas indicações, pois os documentos normativos indicam um currículo mínimo de atuação. Como mostra a pesquisa de Nzinga, a respeito do conceito de função, no (*flash 4, cena 1*).

Como deixar a formalização apenas no Ensino Médio? E como não tratar dos aspectos da ideia conceitual da função também no Ensino Médio? Sendo que nesta pesquisa é indicado que os estudantes da Educação Básica, especialmente da última etapa, apresentam dificuldade em relacionar a Matemática à realidade. Seria a formalização rigorosa suficiente para sanar essa lacuna? A própria Nzinga já avalia essas questões, quando indica o (*flash 4, cena 1*).

Pensando em toda essa discussão e o que produziu de síntese, Nzinga sugere uma solução para o projeto Clube de Matemática Ensino Médio, para que as participantes

conheçam as dificuldades do contexto escolar, no que é apoiada por Maria Beatriz Nascimento.

Quadro 15 - cena 1: sugestão de Nzinga Mbandi e Maria Beatriz Nascimento

Nzinga: Sugiro que a gente possa fazer algo semelhante à pesquisa para tentar entender as dificuldades dos alunos, talvez não para uma pesquisa para intervenção nossa (flash 5, cena 1). Eu acho que, desse tipo aí que foi feito seria algo interessante para fazer caso a gente vá trabalhar com turmas mais avançadas.

Maria Beatriz: Faria uma pesquisa inicial para ver qual é o entendimento deles naquela situação sobre cada tipo de função e se eles conseguem ter entendimento melhor agora para o primeiro ano seria diário fazer com essa mesma estrutura o mesmo tipo de pergunta (flash 6, cena 1) porque acho que o primeiro contato que eles estão vendo, mas acho que dá um direcionamento para gente das dificuldades que a gente pode encontrar e pode servir para alguma inspiração pra gente fazer uma pesquisa.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

A ideia lançada pelas participantes, no trecho anterior, mostra uma narrativa que é sujeita às ideias experienciadas por elas, quando estudantes da Educação Básica. Conforme indica Vigotski (1998), somos produtos do meio. O modo de conceber a escola como apropriação cultural requer elementos que transcendam o olhar a partir de uma prova diagnóstica (recurso utilizado na pesquisa, ao qual se refere Nzinga). Mesmo sendo um instrumento, do ponto de vista da Teoria Histórico-Cultural, pouco eficiente, a sugestão circunda uma simplicidade no recurso e não o limita, como Nzinga diz no *(flash 5, cena 1)*.

Conhecer a escola como espaço privilegiado de apropriação cultural também é reconhecer suas limitações e dificuldades que precisam ser estabelecidas, sistematizadas, organizadas, refletidas, para então propor ações adequadas ao processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, a aprendizagem da docência perpassa a necessidade de tomar consciência do papel social do professor, ao avaliar a dinâmica, os documentos normativos, os livros didáticos e não aceitar passivamente seguir uma cartilha, mas produz críticas acerca da relação entre teoria e prática pedagógica. E potencializar essas questões de modo contínuo, como indica Maria Beatriz no *(flash 6, cena 1)*, o que indica uma avaliação contínua.

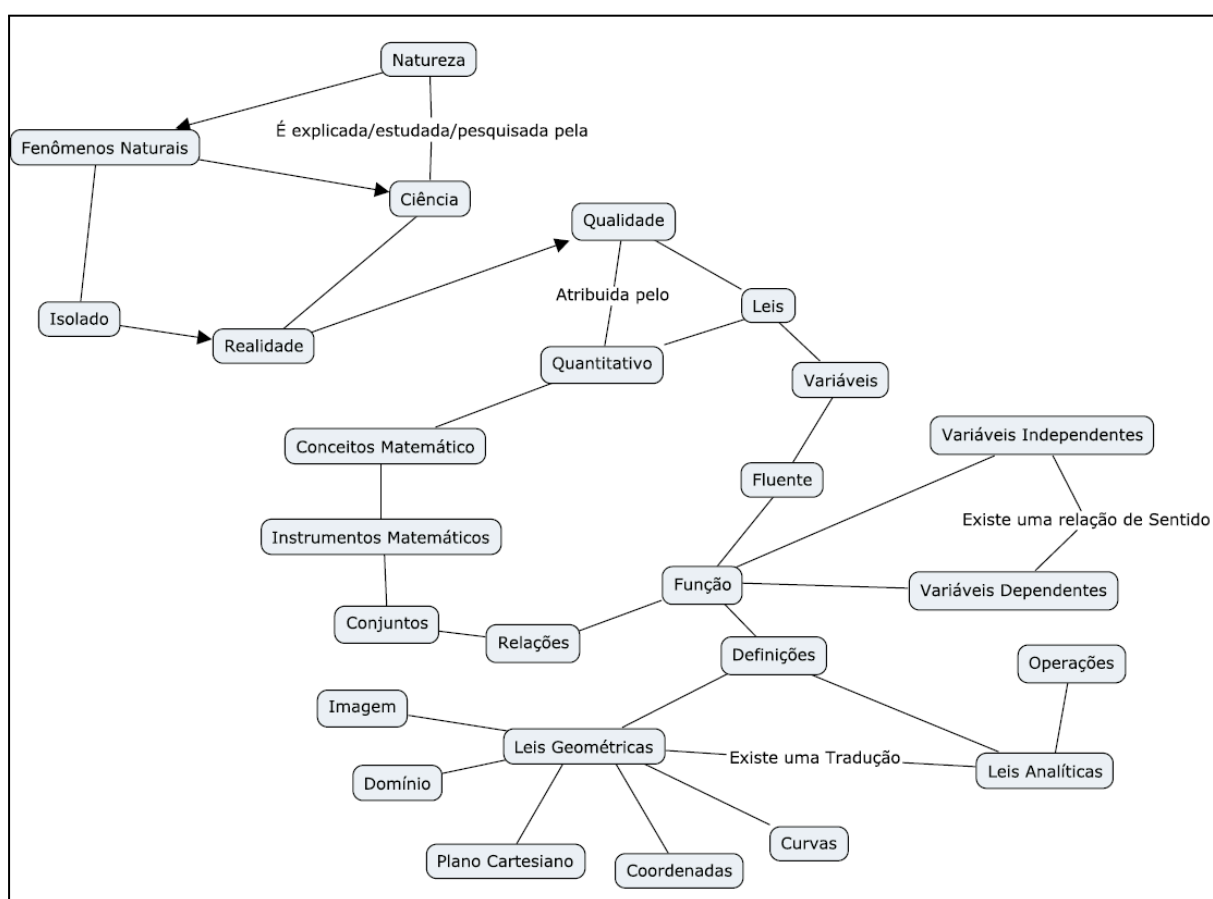
Cena 2: necessidades humanas e a constituição do conceito de função

A cena 2 foi extraída do encontro formativo realizado dia 05 de maio de 2021, em que fizemos o estudo do texto "Estudo matemático das leis naturais", de Bento de Jesus Caraça. A ideia central da proposta era mediar situações para que as estudantes questionassem as práticas conhecidas e experienciadas, em relação à abordagem do conhecimento matemático, discutindo sua natureza, a partir das concepções históricas e lógicas. Além disso, discorrer sobre as primeiras aproximações com a Teoria Histórico-Cultural, acerca da atividade pedagógica. E com isso, planejar e desenvolver ações de ensino, buscando objetivar a perspectiva estudada.

Inicialmente, para esse movimento de leitura e síntese, solicitamos às estudantes que fizessem um mapa conceitual, individual, sobre os elementos que chamaram atenção no texto, a respeito das discussões acerca das funções. Posteriormente, convidamos à síntese do grupo. Com todos os mapas prontos, agora tínhamos a tarefa de produzir apenas um, para que representasse a ideia e reflexão de todas.

A imagem a seguir é uma representação dessa síntese coletiva a respeito da leitura realizada, que discute a natureza do conhecimento matemático.

Figura 7: mapa conceitual coletivo sobre a natureza do conhecimento matemático



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Ao observarmos a forma de organização em que o mapa conceitual se dispõe na figura 7, podemos observar que o conceito de função é central, porém com as mesmas proporções dos elementos elencados a partir dessa ideia geral. Os elementos que circundam o conceito refletem os processos culturais de organização do conhecimento a partir de sua natureza. Assim, compreender tal conhecimento científico enquanto produto cultural, que permeia a atividade de ensino, é imprescindível para o desenvolvimento tanto de quem ensina quanto de quem aprende, no contexto escolar. Corroborando essa perspectiva, Radford (2017) mostra que, quando o professor conhece a essência do conhecimento de sua formação, ele tem mais possibilidades pedagógicas para desenvolver sua atividade, enquanto ser social responsável por organizar o ensino, de modo a humanizar o processo de aprendizagem para e com os estudantes.

No processo de humanização por meio da apropriação do conhecimento, o autor considera que a interseção entre a semiótica cultural, a cognição humana e a dimensão antropológica desempenha um papel crucial na compreensão de como a cultura molda a identidade do indivíduo. A prática social é alicerce da construção do conhecimento, por isso a importância fundamental dos elementos socioculturais, bem como da linguagem e das interações sociais, na constituição e sistematização do conhecimento.

Nesse sentido, a aprendizagem da docência está associada ao processo de objetivação, isto é, à relação entre o subjetivo e o cultural, tendo em vista a necessidade de compreender a escola do ponto de vista do sujeito responsável pela organização do ensino. Nesse sentido, aprender Matemática não é simplesmente aprender a fazer Matemática no sentido de resolver problemas, mas aprender a ser em Matemática (Radford, 2006).

Por esse motivo, o mapa conceitual destacado na cena 2 tem como ponto de partida a natureza, visto que, para Caraça (1951), a vida serve como o fundamento para a integração de todos os elementos, incluindo a Matemática, que, como todas as criações humanas, está intrinsecamente ligada ao contexto das condições sociais em que é concebida.

Caraça (1951) ainda reflete que a apropriação da cultura permite ao homem a tomada de consciência integral de sua própria dignidade. É nesse sentido que é vinculada a proposta de compreender a escola como, segundo Lopes (2019), formação do sujeito, por meio da

apropriação cultural, em que um dos princípios da aprendizagem da docência circunda discussões sobre a função social da escola e o compromisso diante dos estudantes, assim como coloca Caraça (1951) de modo assertivo.

Esse pensamento também é discutido a partir de estudos realizados por Ringon, Asbarh e Moretti (2010, p. 29), ao afirmarem que “as apropriações culturais inerentes a esse processo coincidem com a socialização do conhecimento historicamente produzido”. Nesse sentido, podemos interpretar os aspectos destacados no mapa conceitual, que mostram a narrativa de que a natureza e seus fenômenos são sistematizados, bem como explicar, por meio da ciência que representa o todo em movimento e parte das necessidades humanas. Esse movimento compõe o processo de desenvolvimento humano, e este sujeito modifica o ambiente em que está inserido. Então, entender que a escola é o espaço destinado a esse fim é indispensável para uma educação humanizadora e capaz de promover o desenvolvimento.

Outro fator importante a ser considerado, no mapa conceitual, diz respeito aos elementos que compõem o conceito de função. São elencados na figura 00: leis geométricas e analíticas, fluente, variáveis dependentes e independentes, conjuntos, relações, definições, imagem, domínio, plano cartesiano, coordenadas, curvas e operações. Uma parte desses elementos surge na discussão como experiências vividas pelas estudantes, que refletem o pensamento empírico acerca do conceito. Outra parte são elementos que compõem o conjunto de situações que consideram a sistematização do conhecimento por meio do Movimento Lógico-Histórico vinculado ao processo de desenvolvimento do pensamento teórico.

O Movimento Lógico-Histórico contribui para a compreensão da escola como lugar social para a apropriação da cultura, por considerar o conhecimento matemático a partir de uma perspectiva de construção humana que se desenvolve ao longo da história, impulsionada pelas necessidades sociais e de convivência. Dessa forma, ao pensar na organização do ensino de Matemática é essencial também considerar aspectos relacionados à sua produção lógica e histórica, a força motriz do sentido de tal produção.

Assim, o Movimento Lógico-Histórico de um conceito pode atuar no desenvolvimento humano, pois estudar um conceito por meio de seu Movimento Lógico-Histórico de constituição é reconhecer sua essência e analisá-la por meio de suas múltiplas determinações, que, de acordo com Kopinin (1978, p.161), se manifesta em “propriedades, aspectos, indícios e relações com o objeto”, como ocorreu com os elementos elencados em torno do conceito de função, no mapa conceitual.

O conceito de função, segundo Radford (2011), tem a possibilidade de atuar na necessidade de compreender a natureza do conhecimento matemático e de encontrar, dentro

de sua estrutura histórica, novas possibilidades de ensino. Desse modo, o espaço escolar se movimenta enquanto se constitui junto ao desenvolvimento dos estudantes e professores; isso significa que compreender o espaço da escola é percebê-lo em Movimento Lógico-Histórico também.

Moretti (2014), ao interpretar Kopnin (1978), reflete a respeito dos conceitos enquanto produções vivas movidas a partir das necessidades humanas. Desse modo, apropriar-se de determinado conceito, compreendido como produção histórica e cultural, “implica apropriar-se além de sua estrutura lógica formal também dos mecanismos de sua produção histórica e, portanto, da essência das necessidades que moveram a humanidade na construção social e histórica dos conceitos” (Moretti, 2014, p. 35). Como consequência, o espaço escolar torna-se um reflexo social estruturado com objetivos definidos para tal movimento.

Ao tomarem consciência dessa perspectiva, professores em formação vão se constituindo enquanto sujeitos responsáveis pela organização do ensino. Pois, segundo Vigotski (1998), o humano se constitui como tal, por meio das interações com o ambiente em que vive. Complementando essa ideia, Leontiev (1978) indica que as necessidades são propulsoras para que sujeitos possam explorar e articular suas ações, no movimento de atividade, em torno de um problema individual ou coletivo.

Desse modo, a aprendizagem da docência tem como princípio compreender a escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana; em síntese, isso significa que esse movimento está diretamente relacionado à apropriação de conceitos, por meio de seu estudo lógico-histórico, que analisa a essência e suas múltiplas determinações. Isso potencializa a qualidade em torno da natureza do conhecimento científico, pela cultura e prática social de humanização de tal conhecimento.

Cena 3: a escola como espaço de desenvolvimento científico e cultural

A cena 3 se situa em um momento de estudo, no dia 14 de julho de 2022. Nesta etapa, o grupo havia mudado boa parte de seus integrantes. Tínhamos quatro novos estudantes da Licenciatura em Matemática e bolsistas do PETMAT-UFG. E, como combinado com o tutor, estes agora faziam parte das atividades do Clube de Matemática. Também havia, nesse

momento, dois discentes que não eram mais bolsistas do programa, porém decidiram continuar contribuindo com o projeto de forma voluntária.

Vale ressaltar também que, nesse ponto, as tarefas de ensino já haviam passado por duas avaliações. A primeira, envolvendo os testes realizados entre nós mesmos, e a segunda, desenvolvida na escola, com estudantes do 1ª série do Ensino Médio. A intenção refletida nessa cena está relacionada à retomada dos conceitos teóricos da função de acordo com as necessidades a partir de tais avaliações realizadas, visto que o experimento era organizado também por meio das contradições levantadas e das necessidades do grupo.

A reflexão foi permeada pela discussão do texto “Conceitos algébricos: do movimento lógico e histórico à organização do ensino”, de Panossian, Cedro e Sousa, e organizada a partir de um estudo dirigido com as seguintes questões norteadoras elaboradas pela pesquisadora: Qual a relação entre a Matemática e o desenvolvimento humano? Quais necessidades fazem parte da condição humana? Qual a perspectiva das autoras e autores sobre a forma como devemos olhar para a ciência? O que as autoras e autores criticam a respeito do ensino de Matemática e a prática social? Como podemos pensar o papel da álgebra no desenvolvimento dos sujeitos?

As respostas, em forma de síntese, foram elaboradas pelo grupo, por meio de uma nuvem de palavras, destacada a seguir. Posteriormente elencaremos alguns trechos das falas das professoras que potencializam o discurso.

Figura 8: Do Movimento Lógico-Histórico à organização do ensino



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Percebemos a centralidade da nuvem com a palavra linguagem. A álgebra tem um modo de se mostrar ao mundo, enquanto meio de comunicação por signos. Segundo Moura (2014, p. 9), os conceitos algébricos “só poderiam ser sustentados tendo por base o

Movimento Lógico-Histórico que vai lhe constituindo como processo de abstração constante que tange o homem rumo à generalização em que o signo tem papel fundamental”, elementos que também são expressos na figura 8, como *abstração, generalização, lógica e historicidade*.

Em uma segunda camada, os elementos *aplicação, símbolos e nexos conceituais* permeiam, por um lado, vivências dentro do projeto de pensar o conceito de função, especificamente enquanto símbolos que projetam significados a respeito de determinada situação que pode ser generalizada. Por outro lado, temos aplicações que indicam a ideia de utilitarismo da Matemática para alguns do grupo. Entretanto, de certa forma, outros compreenderam que ela se reflete no sentido da função como forma de modelar os movimentos da vida enquanto fenômenos generalizados também, a partir da compreensão de seus nexos conceituais.

As demais palavras, que aparecem em terceiro plano na imagem, também são importantes, pois indicam elementos tratados em nossos estudos sobre a escola e a aprendizagem do conceito de função, tanto pela perspectiva do formalismo e rigor, como a partir dos aspectos lógico-históricos, com ênfase na tentativa de compreender seus significados por meio da relação entre ensinar e aprender.

Dessa forma, compreender a escola como espaço de apropriação cultural, por meio do movimento lógico-histórico, reflete a perspectiva sobre o papel social das futuras professoras de Matemática, ao pensarem a educação humanizadora a partir do modo de ensinar: “ensinar é, sobretudo, dar sentido ao que deve ser aprendido. E aprender um conceito é apropriar-se de um instrumento cognitivo e do modo de usá-lo” (Moura, 2014, p. 9). Ainda sobre isso, o autor destaca que “o ato do educador é o de apreensão do Movimento Lógico-Histórico do conceito para daí retirar o que considera como sendo relevante para ser sistematizado na escola como conteúdo de ensino” (p. 11).

Nesse sentido, compreender a importância do papel da escola na apropriação do conhecimento científico é reconhecer que o empirismo não é suficiente, pois limita-se a promover aos estudantes da Educação Básica o reconhecimento de características externas, memorização de fórmulas, e tomada de decisões de forma mecânica, assim como inúmeras pesquisas indicam e são citadas por Panossian, Cedro e Sousa (2014). Os autores mencionam que estes são avanços importantes, mas “é função da escola o ensino de conhecimentos científicos, a partir das formas de pensamento, generalização e abstração teórica” (p.17) para que consigamos inferir a associação entre a álgebra e a prática social dos indivíduos.

O grupo de professoras fez reflexões importantes e potencializadoras sobre essa narrativa, como indica o quadro a seguir.

Quadro 16: o papel da escola, a realidade prática e o conhecimento algébrico

Nzinga Mbandi: Pelo que foi lido, todos concordam que a Matemática é um objeto que foi construído historicamente e contribui para entendermos a realidade (flash 1, cena 3), para prever ou mudar algumas coisas. Eu acho que é isso, a importância do Movimento Lógico-Histórico para entender a Matemática mesmo, que ela não é um conhecimento pronto e acabado, o porquê dela ter surgido.

Virginia Brindis de Salas: Vou usar uma palavra do próprio texto, insuficiência dos professores em relação ao ensino de álgebra que foi analisado em vários trabalhos, ou seja, não sei se eles não têm consciência relacionado a certo conteúdo.

Pesquisadora: São os professores ou os estudantes da Educação Básica?

Virginia Brindis de Salas: Com insuficiência das atuais práticas de ensino. Práticas de ensino, então está relacionado ao docente.

Tereza de Benguela: Tem outra questão também, de que eles queriam fazer a consonância com as ideias de Paulo Freire e D'ambrosio, como uma coisa mais de ver o objeto da Matemática como análise crítica ao mundo, em que a Matemática humaniza, não só Matemática crítica ou como ferramenta que Paulo Freire e D'ambrosio defendem.

Aminata Traoré: Ele fala no prefácio que o livro vai fazer uma inversão do par histórico-lógico para lógico-histórico. Estou tentando refletir muito sobre isso, mas acho que não entendi 100%.

Pesquisador: Então fale o que você entendeu.

Aminata Traoré: Quando a gente prioriza a lógica, a história só vem como ferramenta, exemplo: fulano fez tal coisa, ele inventou... Então quando a gente inverte esse par, percebemos a construção do conceito, através dos sujeitos e da história mesmo e nós defendemos que esse é o sentido certo (flash 4, cena 3).

Maria Firmina dos Reis: Isso acontece em nossas disciplinas, quando vai ensinar História é falado de uma pessoa só construiu o conhecimento. Eu acho que o Moura fala no final de uma preocupação de ser a Matemática. E eu acho que é um dos propósitos do nosso projeto.

Nzinga Mbandi: Eu acho que todas essas bases teóricas consideram que o indivíduo tem a sua bagagem também, que não só o conhecimento tem a sua bagagem, mas cada indivíduo tem também e é considerado no processo de ensino (flash 2, cena 3).

Maria Firmina dos Reis: E o indivíduo ter o seu próprio conhecimento, ele entra em contato com outros indivíduos e seu conhecimento é... não sei a palavra... é tipo quando a gente discute gera algo bem melhor, é construir conhecimento em conjunto.

Marielle Franco: Se a gente não sabe o conceito, não conseguimos pensar sobre, por exemplo. Se a gente não sabe o conceito, não conseguimos imaginar por que não foi internalizado.

Nzinga Mbandi: O Moura fala que a álgebra é uma ferramenta Matemática, que serve para generalizar o mundo à nossa volta. Então esse conhecimento algébrico é envolvido nos significados e signos, daí o lógico-histórico pode ajudar os professores e estudantes a compreenderem os conceitos algébricos porque é o movimento que é focado nessas transformações, influências e variações que acontecem com a álgebra para a compreensão da realidade (flash 3, cena 3). A gente pensa que para o conhecimento ser interessante, ele tem que ter uma aplicação direta na realidade, mas não é bem assim. Alguns conceitos matemáticos servem para entendermos melhor um conceito que servirá para outro. Aqui na faculdade entendemos o conceito de forma profunda para ensinar depois. Às vezes a gente pensa que o que é aplicação é o que é palpável e eu consigo ver imediatamente, mas não é isso.

Virginia Brindis de Salas: Certo! Agora, pergunta clichê do ensino básico, onde vou usar Bhaskara? A aplicação que o aluno quer ver é no cotidiano deles.

Pesquisadora: O fato de eu compreender a realidade significa que vou usar em algum lugar diretamente?

Aminata Traoré: Não!

Pesquisadora: A generalização e abstração é para além de usar em algo. É o movimento de fazer conexões para olhar a realidade e tirar suas próprias conclusões, porém, se eu te mostro apenas um caminho, um modo único para chegar àquela realidade, estamos em um processo de alienação.

Aminata Traoré: *A escola é para o desenvolvimento da ciência, quando vamos entrar no processo do lógico-histórico, temos a tendência de pensar no prático, só que é muito além disso, porque o conhecimento científico não se limita a conectar somente com a realidade direta que nos rodeia. É compreender, absorver e desenvolver mais ainda. Aplicar uma parte concreta da realidade é uma parte para que a gente chegue à ciência de fato. Mas na escola, ainda não chegamos nessa parte de relacionar com a realidade que nos rodeia (flash 5, cena 3).*

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Para complementar as ideias discutidas na cena 3, é necessário considerar alguns pontos que mostram indícios de transformação humana sobre o olhar para o espaço escolar enquanto lugar de produção científica e apropriação da cultura humana construída historicamente.

Exemplo disso é a fala de Nzinga Mbandi no *(flash 1, cena 3)*. Nzinga Mbandi indica essa percepção que já a acompanha desde o início do experimento, em 2021, mas agora ela mostra uma perspectiva de argumentos mais convincentes por ter experienciado as tarefas por duas avaliações. Ela complementa no *(flash 2, cena 3)*, o que para a concepção teórica estudada remete ao sujeito que atua em um determinado ambiente, modifica o meio e se transforma enquanto isso, uma proposição vigotskiana.

Além disso, no *(flash 3, cena 3)*, ela evidencia a importância do estudo do Movimento Lógico-Histórico também para professores, pela necessidade de se pensar na apropriação do conhecimento científico de forma aprofundada, isto é, de modo teórico principalmente.

Esse movimento também é explicitado na fala de Aminata Traoré, no *(flash 4, cena 3)*. Quando Aminata Traoré corrobora Nzinga Mbandi e indica uma interessante discussão sobre a inversão teórica de histórico-lógico para lógico-histórico, apresentada no texto lido. Dessa forma, Moura (2014, p. 11) reafirma que esse modo de compreender as relações da escola com o conhecimento e sua aprendizagem nos dá a direção necessária para a organização do ensino e do currículo escolar.

Aminata Traoré continua dizendo, no *(flash 5, cena 3)*, sobre a importância de considerarmos a escola como um espaço para o desenvolvimento científico. Podemos observar, também, um movimento de compreensão dos participantes acerca das bases teóricas e o conhecimento, bem como a compreensão da realidade e o modo de organização do ensino enquanto aplicação direta do conceito estudado.

Retomando as questões do estudo dirigido que foi instrumento de mediação na cena 3, qual a relação entre a Matemática e o desenvolvimento humano? Quais necessidades fazem parte da condição humana? Qual a perspectiva das autoras e autores sobre a forma como devemos olhar para a ciência? O que as autoras e autores criticam a respeito do ensino de Matemática e a prática social? Como podemos pensar o papel da álgebra no desenvolvimento dos sujeitos? Não temos respostas precisas e definidas pelos participantes. Temos elementos essenciais para mobilizar a organização do ensino de funções com objetivo de dar sentido aos aspectos teóricos vinculados à realidade para a compreensão do mundo e que foram percebidos pelas professoras, motivando melhores condições objetivas de formação.

Episódio 2: Reflexões e contradições sobre o papel da escola

O episódio 2 é intitulado “Reflexões e contradições sobre o papel da escola”. Ele é composto por duas cenas. As cenas correspondem a momentos diversos do experimento. A intenção é destacar os processos formativos por meio da avaliação dos processos formativos do projeto para a compreensão do espaço escolar.

A reflexão é essencial para a aprendizagem da docência, visto que analisar os fundamentos que articulam, constituem e se desenvolvem no espaço escolar é um princípio desse movimento formativo. Desse modo, o episódio destaca:

Quadro 17: Organização sistemática do episódio Reflexões e contradições sobre o papel da escola

Unidade de análise	Episódio	Cenas
A escola como espaço organizado para a		Cena 1: Mudar o planejamento? Estava mais fácil começar do zero

apropriação da cultura humana	Reflexões e contradições sobre o papel da escola	Cena 2: Avaliar e reconhecer as necessidades da escola
-------------------------------	--	--

Fonte: a autora.

Cena 1: Mudar o planejamento? Estava mais fácil começar do zero

Para esta cena, analisamos os planejamentos de forma escrita em três etapas de mudanças durante o experimento formativo. Seleccionamos trechos para avaliarmos e compararmos suas mudanças de qualidade, tendo em vista que o planejamento é um dos princípios da aprendizagem da docência, pois é a síntese concreta dos processos formativos e mobiliza a perspectiva sobre a qual damos ciência à escola.

A análise dos planejamentos foi marcada por dois pontos de vista: a forma estrutural de organização das aulas e os aspectos lógico-históricos do conceito de função. Cabe ressaltar que o primeiro planejamento (apêndice 2) foi elaborado, desenvolvido entre pares e avaliado remotamente, enquanto o segundo planejamento (apêndice 3) foi estruturado com uma remodelação considerável do grupo e o último (apêndice 4) está sendo desenvolvido atualmente.

Estudar conceitos teóricos, se envolver com discussões mobilizadas pelo projeto Clube de Matemática, tem uma frequência importante na formação, mas quando organizamos o ensino, concretizando-o em um planejamento, as dificuldades aparecem fortemente, pois estamos imersos em condições para as quais fomos orientados a vida toda. Há resistência na mudança e quando nos convencemos a mudar, como no caso do grupo de professoras, temos dificuldades em encontrar novos modos para a apropriação de conhecimentos, conforme estudamos pelo Movimento Lógico-Histórico do conceito de função. É um caminho longo entre compreender o Movimento Lógico-Histórico e criar tarefas de ensino pautadas nele. Um exemplo disso ocorreu no início do projeto.

No primeiro planejamento, o projeto Clube de Matemática sentiu a necessidade de tratar inicialmente de uma revisão de conteúdos, dada pelas professoras, como pré-requisito para se compreender o conceito de função. Na Figura a seguir, temos o retrato desse momento.

Figura 8: Conteúdo do primeiro planejamento - encontro 1

1º ENCONTRO

CONTEÚDOS:

Conjuntos numéricos, com foco no conjunto dos números reais.

Equação de 1º e 2º grau

Inequações de 1º e 2º grau

Plano cartesiano (marcação de pontos no plano)

Fonte: apêndice 2

A narrativa por trás da necessidade do grupo em iniciar as aulas do projeto pela revisão de conteúdos dados como pré-requisitos perpassa as experiências que cada professora teve, tanto na Educação Básica, como no Ensino Superior. As vivências em relação à função, geralmente, têm como ponto de partida a Teoria de Conjuntos. Por que isso aconteceu também no projeto? O Movimento Lógico-Histórico do conceito nos mostra um caminho diferente, pautado na análise e generalização dos movimentos de fenômenos da vida humana.

Ao buscar elementos que pudessem compor as ideias do Clube de Matemática, as professoras envolvidas foram mobilizadas a pesquisar por ementas de cursos que tratam sobre funções, materiais didáticos prontos, documentos normativos que direcionam o ensino no país, como a BNCC, entre outros. Nesses materiais, em forma de síntese foram encontrados os conteúdos listados acima como pré-requisitos para o estudo de função. Desse modo, o grupo definiu que o projeto também iniciaria dessa forma. Apesar de focarmos nos princípios da aprendizagem da docência a partir da perspectiva da Teoria Histórico-Cultural para a promoção do desenvolvimento, pois

[...] em atividade de ensino continuassem se apropriando de conhecimentos teóricos que lhes permitissem organizar ações que possibilitem ao estudante a apropriação de conhecimentos teóricos explicativos da realidade e o desenvolvimento do seu pensamento teórico, ou seja, ações que promovam a atividade de aprendizagem de seus estudantes (Moura *et al.*, 2010, p.90).

Assim, foi elaborado o 1º encontro do projeto Clube de Matemática, cujo objetivo era relembrar conceitos tidos como pré-requisitos para introdução de funções, sendo estes: domínio sobre os conjuntos numéricos, sabendo as características de cada um; saber encontrar raízes e conjunto solução de equações e inequações, respectivamente; marcar pontos no plano cartesiano.

Com a avaliação, a primeira aula que foi organizada para revisar tais conteúdos não foi suficiente para tratar de todas as dúvidas que os estudantes poderiam ter nesse momento.

O modo de organização ficou sem motivação, de acordo com as professoras. Então, definiu-se que, se a tarefa de ensino fosse, de fato, para a escola, necessitaria ser reformulada.

No segundo planejamento, com a reformulação quase que completa da estrutura geral dos encontros do projeto, o grupo decidiu que seria necessário criar um momento de interação para conhecer melhor a turma de estudantes. E, assim, foi criado o encontro zero, cujo objetivo era apresentar o grupo PETMAT para os estudantes, conhecer os alunos e identificar as suas dificuldades em Matemática. Já no primeiro encontro, permaneceu-se com a mesma ideia do primeiro planejamento, revisar conteúdos tidos como pré-requisitos.

Figura 9: Conteúdo do segundo planejamento - encontro 1

<p>1º ENCONTRO</p> <p>CONTEÚDOS:</p> <p>Conjuntos numéricos, com foco no conjunto dos números reais.</p> <p>Equação de 1º e 2º grau</p> <p>Inequações de 1º e 2º grau</p> <p>Plano cartesiano (marcação de pontos no plano)</p>

Fonte: apêndice 3

O objetivo aqui foi direcionado para relembrar conceitos tidos como pré-requisitos para introdução à funções, sendo estes: domínio sobre os conjuntos numéricos, sabendo as características de cada um; saber encontrar raízes e conjunto solução de equações e inequações, respectivamente; marcar pontos no plano cartesiano. Com uma leitura mais precisa, percebemos que não houve variação da outra proposta.

As mudanças nessas duas etapas consistiram na qualidade da aproximação com os estudantes, conhecendo melhor o espaço escolar e as dificuldades da sala de aula viva e presencial, com a criação do encontro zero. E também com a estrutura metodológica da aula, que consistia em um jogo chamado “passa ou repassa”, que abordava perguntas sobre os conteúdos como pensados para a proposta.

Nesse caso, podemos inferir que a maior preocupação das professoras era sobre a perspectiva do formato da aula (motivação). Um aspecto importante para a mudança de qualidade na aprendizagem da docência, porém, não o suficiente, já que entendemos “preceder da ação para evitar o formalismo das ações verbais, a ação vai aos poucos se

convertendo numa ação teórica, baseada em palavras e conceitos, sendo ela responsável pela interiorização” (Sforni, 2011, p. 110. No momento, as condições em que o próprio conceito de função era percebido não se revelavam a partir do movimento lógico-histórico.

Compreendemos que a apropriação dos modos de organização do ensino são produtos do desenvolvimento histórico, por esse motivo ainda enfrentamos dificuldades nas relações entre o estudo do Movimento Lógico-Histórico e as tarefas de ensino, pois é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto (Leontiev, 1978. p. 268).

A qualidade foi transformada com mais impacto no terceiro planejamento, em que o formato de coletar informações a respeito das percepções matemáticas anteriores que os estudantes experienciaram mudou de concepção, passando de prova diagnóstica para jogo de perguntas e respostas e, enfim, para uma tarefa de ensino mediada para que os sujeitos expressem suas vivência com o conhecimento matemático de forma livre, com poemas, desenhos, músicas, textos, grafites, entre outros elementos.

A essência do objetivo de iniciar o projeto não mudou: conhecer a turma de estudantes e suas possíveis dificuldades em torno do conhecimento matemático. Porém, o modo de pensar e organizar valoriza as diversas manifestações e se torna mais rico em elementos que nos ajudam a compreender a sala de aula e o espaço escolar enquanto lugar de apropriação da cultura humana e do conhecimento científico.

No terceiro planejamento, o primeiro encontro foi estruturado por meio de uma situação desencadeadora de aprendizagem expressa por nexos conceituais da função, que contém o Movimento Lógico-Histórico expresso em sua estrutura, não como forma de reprodução, mas conforme as necessidades dos estudantes.

Figura 10: Conteúdo do terceiro planejamento - encontro 1

<p>1º ENCONTRO</p> <p>CONTEÚDOS: relações de dependência e independência.</p> <p>NEXOS INTERNOS: interdependência.</p> <p>NEXOS EXTERNOS: variável.</p> <p>TEMPO DE AULA: 2h 10 min</p> <p>OBJETIVO GERAL: apresentar o problema desencadeador, promover o debate para evidenciar a importância da coletividade e estabelecer relações de dependência e independência entre as variáveis que compõem o projeto de criação do restaurante.</p>

A proposta foi organizada e estruturada como uma situação desencadeadora de aprendizagem (SDA), que contém uma história virtual²¹, que perpassa todas as tarefas planejadas, cada encontro com um problema diferente que reflete os elementos essenciais da função, isto é, seus nexos conceituais, tanto internos quanto externos. A SDA parte de um sistema elaborado para que os estudantes, por meio de suas ações e operações, se apropriem de nexos conceituais, ao desenvolver o pensamento teórico (Moura, 2010).

O objetivo principal da história virtual do conceito é fazer com que o estudante reflita sobre o papel da história a partir de suas necessidades. [...] Diferentemente de se contar a história da Matemática, como se fosse uma criação de homens privilegiados, de uma inteligência superior. A história virtual é, portanto, uma situação-problema que poderia ser vivida pela humanidade em algum momento. Por isso ela é virtual, é como se fosse real (Moura, 1998, p. 13).

Com o desenvolvimento do experimento durante dois anos, o grupo de professoras foi mudando e se estruturando, como já mencionamos anteriormente. Mas a cada momento que foi dedicado a pensar na proposta formativa por meio do Clube de Matemática Ensino Médio, os objetivos e a intencionalidade pedagógica se tornavam cada vez mais consistentes tanto para a pesquisadora quanto para as integrantes que continuavam conosco.

As mudanças percebidas não foram alcançadas de repente. Os ciclos de aprendizagem expansiva nos colocavam a todo momento diante de contradições, no movimento de pensar, criar, desenvolver e analisar. As tarefas elaboradas passaram por muitas mudanças até chegarem nos três planejamentos apresentados, e isso faz parte da intenção pedagógica do processo.

²¹ Certo dia, um grupo de amigos estava reunido em um restaurante para comemorar a promoção de cargo de um deles. Este grupo era formado por várias pessoas de várias áreas. Contudo, mesmo todos sendo de distintas especialidades, em algum momento do jantar eles pensaram a mesma coisa: “Como a comida move o mundo?” Um deles expressou seu pensamento, ficando surpreso ao saber que os demais amigos pensaram o mesmo. Após conversarem um pouco sobre o assunto, um deles, um pouco mais alegre e animado que os outros, deu uma ideia mirabolante: “E se nós abrissemos um restaurante, estamos todos bem financeiramente, é hora de arriscar um pouco no mundo. Vocês não acham?”. Pensando seriamente na ideia, o grupo queria muito fazer o investimento, mas não queria passar pela parte burocrática de construir e pensar sobre como o projeto seria, não queria sair do conforto do conhecido, mas ainda sim queria a possibilidade de uma renda extra, mesmo que esse seja um investimento perigoso. Pensando em como a comida move a vida, todos sentimos fome, a busca incessante pela comodidade de alimentar-se com uma comida saborosa quando se vai em um restaurante. Colocando tudo isso na balança, os amigos decidiram que iriam juntar dinheiro para fazer a abertura do mais novo estabelecimento. Entretanto, não iriam participar da montagem do mesmo e decidiram que VOCÊS irão ser os responsáveis por montar a estrutura do restaurante, pensando da localização até o prato final do cliente, vocês devem apresentar a ideia em conjunto pensando em todas as engrenagens necessárias para o funcionamento do restaurante. E assim o grupo de amigos irá decidir se o investimento está de acordo com a ideia deles.

Com um olhar mais abrangente para o material disponível nos apêndices, que se referem aos planejamentos, a concretização do primeiro estava bem distante dos estudos realizados, mas foi um importante movimento para as contradições do grupo e impulsionou a necessidade de repensar as ideias organizadas para melhor chegarmos à qualidade esperada conforme a teoria estudada. Estudamos, criamos, desenvolvemos, analisamos e não alcançamos o que foi pensado, reformulamos e retornamos ao início do ciclo com uma nova qualidade partindo da experiência anterior.

No segundo planejamento, alguns critérios foram satisfeitos, estávamos atentos aos nexos conceituais internos, que eram os pontos-chave que não foram satisfeitos no primeiro momento, o que justificou todas as mudanças. Porém, o modo de organização das ações de ensino não foi suficiente teoricamente dentro da proposta teórico-metodológica. Os quatro primeiros encontros se pautaram com mais relevância nos nexos externos e nos outros encontros conseguimos encontrar um fio condutor que condicionou a busca por uma unidade que ligasse os demais momentos, que foi a ideia inicial de criar um restaurante.

No terceiro planejamento, a maioria do grupo já havia experimentado a sala de aula, com estudantes reais, com problemas reais, com análise das ações coletivas e individuais, o que fez com que cada professora pensasse de maneira mais específica e com mais qualidade para a relação entre as ações de ensino, os nexos conceituais da função e os sujeitos na aprendizagem. Esse movimento era o esperado pela proposta formativa da aprendizagem da docência.

Um outro elemento importante que acompanhou os processos de elaboração dos planejamentos foi o modo de organização das finalizações de cada encontro. No primeiro planejamento, percebeu-se que não havia um encerramento que concluísse a ideia geral discutida na aula, para que os estudantes percebessem os objetivos e fizessem sentido de tal organização.

Desse modo, cada momento planejado foi sendo inteirado com componentes que estruturassem tal necessidade. Um deles foi a roda de conversa, como forma de síntese das discussões. As rodas de conversa foram pensadas para serem mediadas por meio de perguntas orientadoras partindo dos objetivos de cada encontro. Exemplo disso, podemos ver no segundo planejamento, encontro 5.

Quadro 18: Perguntas orientadoras para roda de conversa

- 1) O conteúdo abordado na aula de hoje está presente no seu dia a dia? Se sim, onde? Se não, onde você imagina que esses conteúdos estão presentes?
- 2) Há situações em que você se vê capaz de modelar de acordo com o conteúdo visto hoje?
- 3) Quais conceitos vistos você considera mais importantes na aula de hoje?
- 4) O que acrescentou no seu conceito de função?

Fonte: apêndice 3.

O modo de organização de sínteses coletivas, na sala de aula, contribui para a unidade de significados em torno do conteúdo estudado. Estruturar tais momentos por meio de rodas de conversa permite aos estudantes desfrutar de um ambiente de compartilhamento, em que todos podem se expressar e rever suas ideias.

A mediação, nesse momento, deve ser pensada a partir das múltiplas possibilidades que podem ocorrer, e principalmente em fazer um fechamento de ideias que serão direcionadas ao objetivo da aula. Ao perceberem essa necessidade, as professoras decidiram, a partir das primeiras experiências em que não haviam de fato uma síntese, estruturar questões para nortear tais objetivos e discussões. Desse modo, a preparação para esse momento seria mais precisa e planejada, melhorando assim a qualidade.

Esse processo de síntese é discutido por Davidov:

Quando com base na análise se destacou a ‘célula’ de um certo todo, com isso se criou a base de sua dedução genética mediante a ascensão e reprodução de todo o sistema de conexões que reflete o desenvolvimento da essência, do lugar universal do concreto. [...] se trata de um processo de síntese por excelência, dentro do qual se efetua uma constante análise para obter as necessárias abstrações (Davidov, 1982, p. 349).

Para o pensamento teórico, a síntese é indispensável, pois é um dos principais processos mentais que ocorre durante a apropriação do conhecimento, é o processo de unificação de elementos de conhecimento dispersos que forma um todo coeso e munido de significados.

É a capacidade de integrar informações de várias fontes e domínios, buscando compreender os princípios subjacentes, padrões e conexões. Por meio da síntese, os estudantes conseguem organizar o conhecimento em estruturas mentais mais complexas e abstratas.

Assim, produzir síntese é imprescindível para o desenvolvimento do pensamento teórico, pois permite aos indivíduos construir conceitos mais elevados, abstrair ideias gerais e

compreender relações fundamentais entre fenômenos. Para Davidov, a síntese é uma das operações mentais essenciais que ocorre na transição do pensamento sensível para o pensamento conceitual, levando a um entendimento mais profundo e teórico do mundo.

Por fim, podemos inferir que essa cena contribui para a nossa pergunta investigativa por meio das reflexões alcançadas pelas necessidades de mudanças no planejamento das ações de ensino do projeto Clube de Matemática Ensino Médio, haja vista que se formar enquanto professores é reconhecer que a escola é campo de experiências que são estudadas, desenvolvidas, avaliadas e retornam ao ciclo em um novo formato.

Cena 2: avaliar e reconhecer as necessidades da escola

A cena 2 foi caracterizada a partir de uma reunião de avaliação do ciclo de tarefas desenvolvidas na escola (data: 22/12/2022), o 2º ciclo de tarefas desenvolvidas nas escolas. Havia participantes que tinham mais tempo de participação no projeto e os novos se inseriram durante o 2º ciclo nas escolas. Esse movimento gerou uma qualidade teórica em torno da relação entre o conceito de função, a partir do movimento lógico-histórico, e o modo de organização do ensino proposto no projeto.

A reunião foi organizada com base em um registro que continha oito questões dissertativas e um espaço para críticas, elogios e mudanças. O objetivo era discutir cada uma das questões no coletivo e as professoras produzirem suas próprias sínteses individuais.

As perguntas que dirigiram essa avaliação foram: o que é função? Quais mudanças houve em torno do seu conhecimento sobre função? Você acha que o Movimento Lógico-Histórico contribui para a formação do(a) professor(a)? Por quê? Como foi planejar em conjunto? O planejamento é importante? Por quê? Como avaliar um planejamento? Qual seu sentimento ao participar e pensar nas aulas do projeto com várias pessoas diferentes? Qual a relação do trabalho coletivo no projeto Clube de Matemática Ensino Médio, pelos(as) professores(as), e o movimento lógico-histórico?

Para analisar as argumentações das avaliações e relacioná-las aos aspectos desta unidade de análise, isto é, a escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana, selecionamos alguns trechos que indicam pontos interessantes para se pensar na aprendizagem da docência. O primeiro destaque que fazemos nesse sentido está relacionado à primeira pergunta, o que é função? A resposta a seguir foi dada por Aminata Traoré durante a avaliação.

Figura 11²²: Resposta de uma professora após participar dos ciclos de aprendizagem

1. O que é função?
É O ESTUDO DOS MOVIMENTOS DA VIDA, POSSIBILITA A
COMPREENSÃO DE PADRÕES E A MODELAGEM DESSES
EM MATEMÁTICA.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

A resposta inferida por Aminata Traoré reflete discussões que foram abordadas ao longo do experimento. Definir de modo breve que a função enquanto *estudo dos movimentos da vida (flash 1)* indica a ideia das relações entre fenômenos e variáveis, que são analisadas e descritas por meio de um modelo matemático.

A vida flui com base em padrões que estão interconectados uns aos outros, as funções permitem representar e compreender tais relações em diversas situações. Elas nos mostram um modo próprio de descrever como uma grandeza depende de outra e como essa relação evolui ao longo do tempo ou de outras variáveis, assim como indica Aminata, ao dizer que *possibilita a compreensão de padrões e a modelagem (flash 2)*.

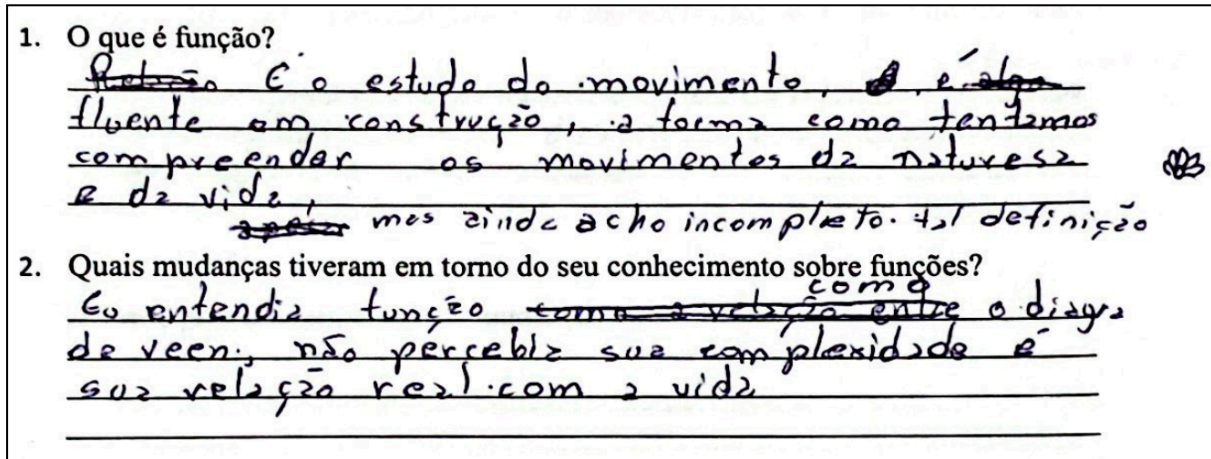
Essa perspectiva acerca do conceito de função reconstrói uma estrutura nas conexões mentais que nos permite inferir um indício em que a apropriação do conceito, por meio do movimento lógico-histórico, potencializa ferramentas para analisar e interpretar os "movimentos" ou mudanças que ocorrem nos diversos aspectos da vida, como físicos, sociais, econômicos ou naturais.

Assim como indicam Panossian, Moretti e Sousa (2017), ao mencionarem que “o estudo do Movimento Lógico-Histórico é um dos princípios para reconhecer a relevância de um determinado conceito como objeto de ensino” (p. 148), esse movimento tem como objetivo levar o sujeito envolvido no processo de aprendizagem ao desenvolvimento do pensamento teórico, pois, de acordo com as autoras, pode contribuir com os fundamentos sobre o que se constituiria como a essência de um determinado conceito enquanto objeto de ensino.

Essa mesma interpretação acerca do conceito de função pode ser percebida na narrativa de Maria Firmina dos Reis.

²² Descrição da figura 11: É o estudo dos movimentos da vida, possibilita a compreensão de padrões e a modelagem desses em matemática.

Figura 12:²³ O conceito de função enquanto movimento da vida pela visão de uma professora



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Apesar de mostrar uma relação com o estudo do movimento lógico-histórico, podemos avaliar que a Maria Firmina pensa que a definição dada por ela pode estar incompleta (*mas ainda acho incompleto tal definição (flash 3)*), haja vista a complexidade da função e a necessidade de se pensar mais sobre o conceito buscando reconhecer o espaço escolar e suas necessidades, como revela na questão dois.

Parece uma mudança simples, mas em nossa interpretação teórica, a professora sai de uma ideia da função que reflete o pensamento empírico por meio do diagrama de Venn ao dizer que *eu entendia a função como diagrama de Venn, não percebia sua complexidade e sua relação com a vida (flash 4)*, que simboliza uma síntese do produto conceitual e não o que de fato ele é. Esse modo de reconhecer o estudo da função é comum nas escolas brasileiras e a defesa pausada no lógico-histórico aponta a necessidade de apropriação para a promoção do pensamento teórico, por isso a compreensão do conceito enquanto movimento da vida.

Esse movimento promove o desenvolvimento humano, pois estudar um conceito por meio do Movimento Lógico-Histórico é reconhecer sua essência e analisá-la por meio de suas múltiplas determinações, que de acordo com Kopinin (1978, p.161), se manifestam em “propriedades, aspectos, indícios e relações com o objeto”.

²³ Descrição da figura 12: 1. É o estudo do movimento, é fluente em construção, a forma como tentamos compreender os movimentos da natureza e da vida, mas ainda acho incompleta tal definição. 2. Eu entendia função como o diagrama de Venn, não percebia sua complexidade e sua relação com a vida.

Reflexo desse processo também é percebido nas respostas de Solitude:

Figura 13²⁴: Síntese do conceito de função na aprendizagem da docência na perspectiva de uma professora do projeto

2. Quais mudanças tiveram em torno do seu conhecimento sobre funções?
Entendia a função apenas, como uma relação entre domínio e contradomínio. Porém, após o Clube de Matemática me deparei com os nexos conceituais e percebi a função agora como um movimento da vida, de uma forma geral, função é algo muito mais complexo.

3. Você acha que o movimento lógico histórico contribui para a formação do(a) professor(a)? Por que?
Sim, pois quando estudamos o movimento lógico histórico podemos entender a necessidade e conceitos de função ao decorrer na história, consequentemente esses estudos nos faz entender melhor as atuais necessidades da função, para assim, trazer essas realidades para os nossos alunos.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Novamente percebemos um reflexo da realidade em torno do conceito da função, como um modo de organização desta, partindo da síntese, como mostra Solitude, ao mencionar que *entendia a função apenas como uma relação entre domínio e contradomínio (flash 5)*. De fato, a função também é uma relação entre esses dois conjuntos, porém esse modo de pensá-la limita as conexões com mundo circundante. Como compartilha Caraça (1951), o conceito de função é o instrumento próprio para estudo das leis, e o conceito de variável tem um caráter contraditório. Sabendo que esse conceito pertence a uma área importante da Matemática, enfatizamos ainda que “álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras” (Kieran, 1995, p. 5).

Como já mencionamos neste trabalho, a álgebra enquanto símbolos é um estado final do movimento e a função também. Ao transcender essa perspectiva podemos inferir que é o

²⁴ Descrição da figura 13: 2. Entendia a função apenas, como uma relação entre domínio e contradomínio. Porém, após o Clube de Matemática me deparei com os nexos conceituais e percebi a função agora como um movimento da vida, de uma forma geral, função é algo muito mais complexo. 3. Sim, pois quando estudamos o movimento lógico histórico podemos entender a necessidade e conceitos de função- ao decorrer na história, consequentemente esses estudos nos faz entender melhor as atuais necessidades da função, para assim, trazer essas realidades para os nossos alunos.

seu movimento lógico-histórico, em que se constitui conforme as necessidades da humanidade em cada período. O aspecto histórico está relacionado à análise do "processo de formação dos conceitos algébricos de maneira teórica, identificando suas raízes de causa e efeito, bem como a estrutura e conteúdo subjacentes ao conhecimento algébrico" (Panossian; Sousa; Moura, 2017, p.126). Enquanto isso, a perspectiva lógica não apenas retrata a "história do objeto em si, mas também a história do conhecimento a seu respeito" (Kopnin, 1961, p. 186). Dessa maneira, compreender a evolução da álgebra equivale a uma abordagem que integra o lógico-histórico como uma unidade dialética. Essa premissa é fundamental para apreender a essência do objeto de estudo.

Por essência queremos dizer nexos conceituais, que se dividem em internos e externos, como são notados por Solitude ao mencionar que *após o Clube de Matemática me deparei com nexos conceituais e percebi a função agora como um movimento da vida (flash 6)*. De acordo com Kopnin (1961), os nexos externos se limitam às percepções imediatas, por meio da linguagem (álgebra simbólica), enquanto os nexos internos produzem o pensamento teórico que generaliza o conceito. Assim, na aprendizagem da docência por meio da apropriação de um determinado conceito algébrico, ao buscarmos compreender a escola como lugar social de apropriação cultural estamos considerando, com Davidov (1986, p. 128), que

Os conceitos historicamente formados na sociedade existem objetivamente nas formas da atividade do homem e seus resultados, ou seja, nos objetos criados de maneira racional. As pessoas isoladas os captam e os assimilam antes de aprender a atuar com suas manifestações empíricas particulares. O indivíduo deve atuar e produzir as coisas segundo os conceitos que, como normas, já existem na sociedade anteriormente; ele não os cria, mas os capta, os apropria. Apenas então se comporta com as coisas humanamente.

A apropriação dos conceitos algébricos é um elemento essencial nas exigências do papel docente, visto que este se conecta com o mundo, assumindo uma dimensão humana por meio do trabalho, isto é, de acordo com Solitude, *entender as necessidades e conceitos de função ao decorrer na história (flash 7)*. Dessa maneira, o professor adquire a capacidade de se apropriar de sua ferramenta de trabalho enquanto influencia e transforma o ambiente ao seu redor, assim como a si próprio. Segundo indicam Panossian, Sousa e Moura (2017, p.128), "a apropriação de um conceito significa, então, compreender o significado historicamente atribuído a ele pelos indivíduos, o que pode ser realizado na prática, sobre os

objetos, instrumentos e fenômenos em si, por meio da ação e comunicação desenvolvidas através deles."

Nesse contexto, o movimento proposto é intrigante, pois revela uma dualidade compartilhada pelos princípios essenciais do conhecimento algébrico, como a fluência e a interdependência, conforme expresso por Caraça (1951). A fluência, como mencionou, assegura a evolução constante do mundo, enquanto a interdependência governa os elementos, objetos e fenômenos interligados da realidade objetiva. Além disso, a fluência dos objetos e fenômenos possibilita a compreensão das inúmeras relações de transformação, já que sempre há mudanças, e estas convergem para a sistematização do pensamento teórico. Conforme afirmam Panossian, Sousa e Moura (2017, p.130), "compreender o movimento de formação de conceitos algébricos e as mudanças que ocorrem, revelando-se historicamente em seus nexos internos e em sua relação teórica".

Assim, retornamos às ideias centrais da nossa investigação com a pergunta central "como professores em formação inicial compreendem a docência, a partir do processo de apropriação do conceito de função?" Temos indícios de que pensar e compreender a escola como espaço de apropriação da cultura humana, e, portanto, do conhecimento científico como modo de compreender a vida, é um importante elemento quando tratamos a complexidade dos conceitos como objeto de ensino. E para que isso possa ocorrer, estudar o Movimento Lógico-Histórico de tal conhecimento se torna imprescindível.

Síntese da unidade 1: a escola como espaço de apropriação da cultura

A formação docente, assim como qualquer outra, se constitui a partir das concepções sociais que a cercam. O modo como pensamos e articulamos cada detalhe de nossa jornada muito reflete a nossa visão de mundo, de homem e suas relações. O espaço escolar também tem suas nuances que ajudam a defini-lo. A forma como nos organizamos humanamente é sempre um projeto social e político. A escola não está fora dessa narrativa.

Dessa maneira, pensar a escola como um espaço de apropriação da cultura humana é um modo de organização que manifesta um tipo de projeto social e político para além dos 'nós' capitalistas. Faz parte da estrutura de sociedade em que vivemos, produzir mão-de-obra

barata, para que se fixe as demandas da divisão de classes, porque conhecimento é emancipador, e um sujeito emancipado modifica as estruturas que sustentam o sistema.

Ao refletirmos o desenvolvimento humano pensamos justamente neste fim, a emancipação das pessoas. As transformações internas são alcançadas por meio da qualidade do desenvolvimento que, segundo Leontiev, pode ser potencializada com o sujeito em atividade, visto que,

La actividad es una unidad molecular, no una unidad aditiva de la vida del sujeto corporal, material. Es un sentido más estricto, es decir, a nivel psicológico, es la unidad de vida mediatizada por el reflejo psicológico, cuya función real consiste en que orienta al sujeto en el mundo objetivo. En otras palabras, la actividad no es una reacción ni un conjunto de reacciones, sino un sistema que tiene estructura, sus transiciones y transformaciones internas, su desarrollo (Leontiev, 1978, p. 66).

Tais transformações ocorrem quando tal atividade se torna consciente. Desse modo, pensando na atividade docente, em que os sujeitos estão em processo de formação inicial, tomar consciência da intencionalidade do espaço escolar permite desenvolver as qualidades necessárias para sua orientação no mundo objetivo.

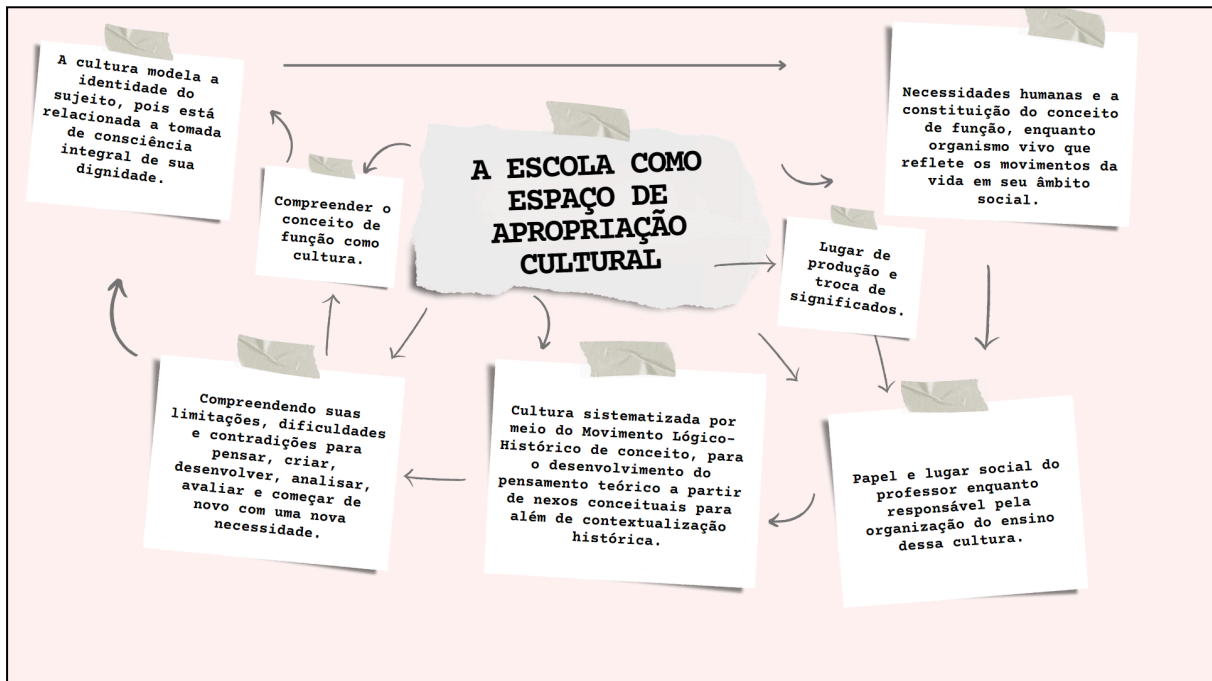
Assim, refletir e tomar consciência do papel e intencionalidade da escola promove e articula situações que desencadeiam a aprendizagem da docência, quando temos a perspectiva da apropriação cultural pelos indivíduos ali envolvidos, pois, de acordo com Leontiev,

a atividade como o processo produtor do, e mediado pelo, reflexo psíquico da realidade, responsável por concretizar as relações de caráter objetivo/subjetivo do homem com o mundo e com o gênero humano e satisfazer suas necessidades, promovendo, assim, seu desenvolvimento integral e garantindo a produção e reprodução de sua vida material (Leontiev, 1978, p. 67).

A vida material que promove essa mudança de qualidade psíquica no professor está relacionada à interdependência entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico, do ponto de vista histórico-cultural. Uma relação entre duas fitas de DNA que sistematizam uma unidade representativa da totalidade. É nesse percurso entrelaçado que experienciamos o papel da escola na e para a sociedade, vislumbrando o desenvolvimento humano, por meio da apropriação cultural.

Assim, os dados analisados contribuem para essa narrativa por meio de:

Figura 14: Síntese da unidade 1



Fonte: a autora.

A síntese apresentada no esquema reflete a escola como espaço de apropriação cultural quando podemos compreender o conceito de função como parte de tal cultura. E com isso entender que, nessa perspectiva, o conceito tem a possibilidade de modelar a identidade dos estudantes envolvidos a partir da tomada de consciência para com suas experiências sociais. Assim também é com o professor que busca organizar tal conceito para o movimento de apropriação. Antes de tudo, é ele quem se transforma diante dessa relação escola e conhecimento que objetiva uma educação humanizadora.

Nessa perspectiva, o conceito de função enquanto parte da cultura tem como ponto de partida as necessidades humanas, para que ele possa se tornar um organismo vivo e potencializar a compreensão dos movimentos da vida, e assim transformar o papel social do professor que ocupa o espaço escolar, por meio da organização do ensino. Desse modo, compreender a escola como espaço de apropriação da cultura pode promover tanto um espaço de produção e compartilhamento de significados como também um espaço de aprendizagem da docência.

Nesse sentido, a aprendizagem da docência também pode ser possibilitada por meio da compreensão do espaço escolar a partir de suas limitações, dificuldades e contradições, em que pensar, criar, desenvolver, analisar, avaliar e recomeçar com uma nova necessidade se torne um ciclo que expanda cada vez mais as possibilidades para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Assim, a cultura sistematizada por meio do Movimento Lógico-Histórico de conceitos, para o desenvolvimento do pensamento teórico a partir de nexos conceituais para além de contextualização histórica, é considerada como processo teórico-metodológico para a compreensão da escola como espaço de apropriação da cultura, e conseqüentemente, a aprendizagem da docência.

4.2. Unidade 2: O professor como sujeito dos processos formativos

A aprendizagem da docência ocorre por meio da tomada de consciência no movimento da atividade de ensino. Essa unidade de análise, “O professor como sujeito dos processos formativos” tem como objetivo discorrer e analisar como assumir e encarnar as necessidades de tal atividade para promover uma qualidade psíquica a partir da troca de posição social, em que os futuros professores transcendem o papel de estudantes para serem responsáveis pela organização do ensino.

Nesse processo, os sentidos e necessidades se movimentam em torno do objetivo de ensinar o conceito de função. A proposta formativa desta investigação toma como ponto de partida as contradições geradas para que haja necessidades que correspondam às ações docentes. Assim, potencializar o processo de mudança de estudante para o papel social de professor, em formação inicial significa relacionar enquanto unidade o conteúdo de aprendizagem, o sujeito que aprende e o professor que ensina. Pois, de acordo com Moura *et al.* (2010, p. 95), “analisar o desenvolvimento do sujeito por meio da atividade principal é fundamental para compreender o papel da educação e da organização do ensino sobre a sua atividade e a formação da consciência”.

Esta unidade será composta por dois episódios: “planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto” e “analisar o processo e se ver dentro dele”. O primeiro enfatiza a concepção cultural de que o professor é o sujeito detentor de todo conhecimento, porém, a partir das

contradições estabelecidas, percebemos que podemos aprender sempre e que a formação deve ser contínua, de modo processual. Já o segundo episódio indica a necessidade de movimento formativo na atividade de ensino, conforme destacado no episódio anterior.

Episódio 1: Planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto

O episódio 1 dessa unidade de análise é composto por três cenas.

Quadro 19: organização do episódio Planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto

Unidade de análise	Episódio	Cenas
O professor como sujeito dos processos formativos	Planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto	Cena 1: Testando 1, 2, 3...
		Cena 2: O reflexo do outro
		Cena 3: Esse planejamento não tem a nossa cara

Fonte: a autora.

O objetivo do episódio é destacar os momentos em que os participantes da pesquisa se colocam em movimento de aprendizagem. Momentos esses em que são levantados elementos importantes para a constituição da atividade de ensino, como a não satisfação por reproduzir algo já experienciado pelas professoras e a necessidade de se estabelecer uma nova rota para o ensino de função.

Cena 1: Testando 1, 2, 3...

A cena foi construída a partir de uma síntese dos encontros de planejamento, cuja data era 22 de setembro de 2021. Estávamos organizando as primeiras tarefas de ensino. Vale ressaltar que o momento foi registrado de forma remota. O objetivo era analisar uma dessas tarefas que tinham a intenção de mediar as ideias de domínio, contradomínio e imagem de uma função.

A tarefa²⁵ consistia em retomar o conceito de conjuntos, mostrar o domínio, contradomínio e imagem de diferentes funções e construir e apresentar os conceitos de domínio, contradomínio e imagem, por meio de um jogo de cartas.

Quadro 20: Extrato do planejamento

- A turma será dividida em 5 grupos. E cada grupo receberá fichas diferentes. Inicialmente será proposto um jogo com fichas separadas em três categorias de cores: as de Domínio (azul), Contradomínio (amarela) e Lei de Formação (rosa), de forma que apenas nós saibamos da classificação de cada grupo. Sem que sejam explicitados esses conceitos, pediremos para os alunos relacionarem essas fichas: “o que podemos perceber que está se repetindo?” (flash 2, cena 1) (esta etapa lembra um pouco o diagrama de flechas) (35 a 40 min).
- A partir daí, após percebermos que os alunos conseguiram fazer relações entre as categorias de fichas, faremos um momento baseado no diálogo (flash 3, cena 1). Faremos perguntas como: “o que se percebe nas fichas azuis?”; “como vocês relacionaram as fichas azuis com as fichas amarelas?”; “todas as fichas azuis se ligavam a uma ficha amarela? E quanto às amarelas, todas eram ligadas a uma azul?”; “qual foi o papel das fichas rosa nessas ligações?”; “houve algum caso onde uma ficha azul se ligou a mais de uma amarela? e o contrário?” (flash 4, cena 1), entre outras. (40 min)
- Apresentar e discutir um problema sobre o cálculo da tarifa de um táxi (15min).
- A partir das respostas, construiremos com toda a turma os conceitos matemáticos de Domínio, Contradomínio, Lei de Formação e Imagem, bem como a relação entre conjuntos (25 min).

RECURSOS: Fichas com domínios, outras com imagem e outras com leis de formação de algumas funções; caixa de perguntas; registro (folha impressa para conclusão).

AVALIAÇÃO:

- Serão avaliadas: a participação dos alunos, a capacidade de utilizar as respostas das perguntas anteriores para construir as próximas, o interesse em ouvir o que os outros colegas têm a dizer para fazer reflexões, bem como as conclusões escritas nos registros. Com base na avaliação desses fatores, será possível fazer uma autoavaliação do grupo: conseguimos estabelecer uma sequência didática clara? Valorizamos as participações dos alunos como parte de uma construção de conhecimento. ou apenas consideramos como certas/erradas? As respostas dadas mais ao fim da aula mostram uma evolução em comparação com as dadas no início? (flash 5, cena 1).

Fonte: apêndice 2, arquivo do projeto Clube de Matemática.

A cena se chama “testando 1, 2, 3...” porque de fato estávamos desenvolvendo cada tarefa entre o próprio grupo que compunha o projeto Clube de Matemática. Esse movimento é importante para criarmos modos de organização e debates para que o planejamento se fortaleça. Por exemplo, foram surgindo alguns questionamentos a respeito da tarefa que não haviam sido pensados anteriormente, à medida que os sujeitos assumiam papéis, ora professor, ora estudante da Educação Básica.

Nesse movimento, Maria Firmina dos Reis questiona à Esperança Garcia: *o que, de fato, é domínio? Qual a relação entre o domínio e a imagem? Como queremos que os estudantes consigam fazer essa associação? (flash 1, cena 1, anotações do diário de campo).* Um questionamento que seria, teoricamente, primário, é feito para que pudéssemos pensar. Refletir sobre a essência do conceito que pretendemos ensinar está relacionado a um dos princípios para que o professor se veja no processo. Isso significa se aproximar do objeto de ensino, para que o conhecimento tenha uma qualidade nova e isso é aprendizagem da docência, despir a armadura do sujeito que detém todo conhecimento, para buscar a essência do que é “trivial”.

Concordamos com Moura e outros (2010, p. 100), quando afirmam que

A atividade orientadora de ensino (AOE) constitui-se um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor, ao organizar as ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante.

Pela ótica do senso comum, o professor de Matemática é o sujeito que sabe muito, tem um grau elevado de inteligência, em detrimento das outras pessoas da sociedade, inclusive outros colegas de profissão. Esse modo de pensar pressupõe que o professor de Matemática é um sujeito inquestionável e que sabe o que ensina. Vimos, porém, após inúmeras contradições na tarefa de mediada nessa cena, o oposto disso. O sujeito em formação inicial se coloca no processo também por meio da produção do conhecimento teórico percebido nas trocas de sentido e organização dos significados estabelecidos no grupo.

No extrato do planejamento do quadro 20, podemos observar uma orientação sobre o jogo de cartas que no *(flash 2, cena 1)* mostra o questionamento de Maria Firmina dos Reis sobre a necessidade de compreender as relações entre as cartas por meio de sua essência conceitual. A qual resposta queremos que os estudantes cheguem com essa pergunta? Pensar sobre isso vai além de simular uma tarefa e muda a qualidade do planejamento, visando a uma aproximação ainda maior com o objeto de ensino.

Sobre isso, Moura *et al.* (2010, p. 106) indicam que

Dado que a atividade de ensino, mediada pela AOE, deve oferecer condições para que os estudantes realizem as ações de aprendizagem, a avaliação constitui-se parte inerente do planejamento e da realização da atividade, tendo em vista que esta se

concretiza no processo de análise e síntese da relação entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do estudante.

Pedir aos estudantes que observem as cartas e façam associações por meio das repetições dos elementos destacados não é dar condições para as ações de aprendizagem. Por esse motivo, o grupo questionou o formato estabelecido no planejamento e decidimos, em conjunto, acrescentar perguntas que orientassem essa mediação, de modo a dar condições ao processo de apropriação do domínio, contradomínio e imagem de uma função.

Desse modo, elevando a qualidade desse movimento no (*flash 3, cena 1*), para o que chamamos, mais tarde, de *perguntas orientadoras*, como no (*flash 4, cena 1*). Esse movimento só foi possível pelo modo de organização do processo formativo ao qual nos propomos, devido às ações coletivas e à avaliação de tais ações. Elementos também ressaltados por Esteves e Souza (2017, p. 63-64), que indicam

Nas necessidades dos professores relacionadas com a sua atividade de ensino, que consistem na aprendizagem dos alunos, os processos de formação contínua podem assumir modos de organização, pensados a partir da estrutura da atividade que se materializam por meio de situações geradoras de motivos, impulsionando-os a agir coletivamente através de ações e operações que envolvam o estudo, planejamento e avaliação do trabalho desenvolvido em sala de aula.

A simulação de uma tarefa de ensino criada pelo grupo do projeto Clube de Matemática foi uma situação geradora, pensada pela pesquisadora, que identificou problemas conceituais na tarefa, que só poderiam ser percebidos se tivéssemos a necessidade de avaliá-la. Desse modo, a organização do experimento formativo, por meio dos ciclos de aprendizagem expansiva, justificou a intencionalidade de planejar, desenvolver e avaliar as tarefas propostas.

Outro elemento interessante a se destacar nessa cena, a partir do extrato do planejamento no quadro 13, é o modo de pensar a avaliação do encontro: serão avaliadas a participação dos alunos, a capacidade de utilizar as respostas das perguntas anteriores para construir as próximas, o interesse em ouvir o que os outros colegas têm a dizer para fazer reflexões, bem como as conclusões escritas nos registros. Por meio do (*flash 5, cena 1*), podemos perceber a busca por uma avaliação do próprio trabalho a partir das respostas dadas pelos estudantes. Esse modo de reflexão são indícios de que as participantes da investigação se veem sujeitas nos processos formativos, que serão observadas, questionadas, avaliadas e criticadas, para assim, aprenderem cada vez mais sobre a docência.

Cena 2: O reflexo do outro

Essa cena foi construída a partir de uma reflexão acerca dos caminhos que o projeto foi tomando ao longo dos ciclos, principalmente no ano de 2022, quando as ações de ensino foram, de fato, para as escolas. A primeira vez que o Clube de Matemática Ensino Médio inicia na escola, ele se constitui em dois espaços diferentes, o Centro de Ensino em Período Integral Joaquim Carvalho Ferreira e Centro de Ensino em Período Integral José Luciano. As aulas do projeto aconteciam no mesmo dia nas duas escolas; na primeira escola, iniciavam-se às 07h30 e finalizavam às 09h10, e na segunda escola, iam das 10h20 às 12h.

As escolas tinham propostas formativas semelhantes, mas com suas peculiaridades, principalmente de público. Apesar das duas atenderem a estudantes da rede pública, a primeira é mais centralizada em torno de grandes bairros da capital e a segunda, mais periférica. Desse modo, a estrutura e os motivos pelos quais os estudantes permanecem naqueles espaços são diferentes.

Retornando à reflexão da cena, o grupo que constituiu o experimento formativo teve uma mudança em sua composição, já que uma parte considerável das professoras saiu e novas entraram. Como o projeto continuava conforme o calendário escolar, algumas já iniciaram com as aulas nas escolas.

Como a maioria das professoras participantes estava iniciando no projeto, elas se espelhavam nas veteranas, nas reflexões e até mesmo no momento das aulas na escola. Nesse sentido, mesmo dividindo as equipes para que cada grupo participasse apenas de uma escola para não ficar cansativo, a maioria das participantes estava nas duas escolas. Não houve uma solicitação ou sugestão para que isso acontecesse.

Os motivos eram vários, como saber o funcionamento da tarefa na prática e modificar rapidamente o que era necessário, ver como o outro se sairia à frente da turma, observar o modo como o colega falava sobre o assunto e analisar os erros a serem reestruturados para a aula no CEPI José Luciano.

O resultado gerado a partir dessa necessidade entre as professoras foi a superlotação das turmas: além dos 35 estudantes estipulados, tínhamos 8 ou 10 outros participando da aula.

Figura 15: Fotos que representam a lotação das turmas



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Com as imagens, podemos observar que em cada grupo de estudantes havia duas ou três professoras mediando as dinâmicas e mais algumas observando atentamente o movimento da turma e das colegas em ação. Essa observação e o desejo de participar de tudo o que ocorria nas duas escolas nos levou a pensar sobre o que causava ao grupo tal movimento. Pensando nisso, vimos em Dias e Souza (2017, p. 184) que

Dialeticamente, a apropriação liga-se à objetivação, pois o homem se apropria das objetivações produzidas pelas gerações antecedentes. A objetivação é o produto da atividade humana que perdura no tempo; é relacionada à produção de instrumentos físicos e simbólicos que medeiam a relação do homem com a natureza a fim de satisfazer necessidades, inicialmente primárias e, no decorrer do desenvolvimento humano, outras, por ele criada nas relações sociais. Nesse sentido, o homem complexifica sua existência, pois, ao produzir objetos físicos e simbólicos, produz conhecimento e formas de pensamento. Singularmente, o professor, como sujeito histórico desse processo, constitui-se nesse movimento.

Por esse motivo, defendemos a unidade entre os sujeitos, o objeto de aprendizagem e os modos de organização, que se dá por meio do movimento dialético entre a apropriação do conhecimento científico pelo Movimento Lógico-Histórico de conceitos, planejamento das

ações formativas, desenvolvimento das mesmas e suas respectivas avaliações. Pois, esse ciclo gera objetivação do processo enquanto atividade humana, consciente e dotada de significados.

Os instrumentos físicos e simbólicos podem ser criados e mensurados a partir de simulações, mas não podemos compará-las às vivências no chão da escola. Possibilitar, acompanhar e orientar ações formativas em instituições da Educação Básica é imprescindível para a aprendizagem da docência. Essa experiência de olhar a narrativa do outro e se colocar no lugar dele indica a ideia do professor como sujeito dos processos formativos.

Outro ponto de vista sobre esse movimento de constituição das professoras e as necessidades apresentadas nessa cena podem ser analisadas também por meio da importância da coletividade nessa dinâmica. Dias e Souza (2017, p. 185) indicam que “a apropriação de conteúdos estabelece-se, então, nas relações dialéticas indivíduo-coletividade e envolve superações complexas do sujeito em atividade”. Tomamos a liberdade de estender esses conteúdos pela aprendizagem da docência, visto que o meio forma a personalidade dos sujeitos em um processo dialético e consciente; desse modo, as participantes da investigação também puderam estabelecer trocas significativas no movimento formativo. Ainda segundo as autoras, “quando se apropria de tais conteúdos, o indivíduo apropria-se também de um modo de organização do pensamento universal presente nas estruturas de níveis superiores do pensamento” (p. 186).

No início do ciclo de desenvolvimento das ações de ensino, os motivos foram estabelecidos por meio da relação veteranas e novatas: a intenção era que as primeiras pudessem ensinar as outras. Porém, os motivos foram se transformando no decorrer dos encontros, o grupo se articulou de modo misto, tanto que ao final não havia mais um grupo de veteranas e outro de novatas; as professoras foram trocando ideias e se articulando pensando na satisfação dos objetivos de cada aula planejada. Além disso, a maioria delas contribuiu com comentários, críticas e sugestões no momento avaliativo, fossem novatas ou veteranas.

Podemos refletir que, sobre esse aspecto citado, como orientam Dias e Souza (2017, p. 185) ao interpretarem Moura (2000),

Este, como parte do coletivo, mas guardadas as características de sua individualidade, evolui de um nível de conhecimento inicial para outro nível final, mais elaborado, por processos de realimentação e ressignificação individual-coletivo, mediados pelas reflexões teóricas e práticas que se constituem em objeto da atividade.

O compartilhamento das ações e ideias estrutura uma qualidade mais elevada tanto nos níveis de pensamento produzidos pelas professoras, como na própria organização das tarefas. Uma determinada situação, que não funcionou como o planejado, era reestruturada durante o trajeto de uma escola para outra e alinhado conforme os objetivos estabelecidos, não só em relação à forma, mas o conteúdo também era revisitado, e o modo da fala sobre tal conceito gerava um novo sentido.

Isso está vinculado aos “processos em que se estruturam o pensamento empírico e o pensamento teórico que se explicitam na estrutura geral da atividade, e as relações entre objetivação e apropriação dos sujeitos também se estabelecem nesse contexto” (Dias; Souza, 2017, p. 186). Pensando na aprendizagem da docência por meio dos princípios que a orientam, como o dessa unidade de análise, ou seja, o professor como sujeito dos processos formativos. Pois os motivos que as professoras tinham inicialmente para ocupar os dois espaços foram se transformando e ganhando uma nova qualidade, e esse movimento é um indício de tomada de consciência sobre o papel social da docência.

Vivenciar esses momentos com as colegas do Clube de Matemática Ensino Médio não foi suficiente para a aprendizagem da docência. Queremos ressaltar que esse processo não é linear e nem simples, mas as contribuições do coletivo e a intencionalidade do espaço de formação são potencializadores desta tomada de consciência. Tornar-se professora é se apropriar dos conhecimentos historicamente acumulados, que são mediados por instrumentos do meio externo, como indicam Dias e Souza (2017). Sobre isso, Moura (2013, p. 97) afirma que, “o trabalho na dimensão da práxis implica, pelo trabalhador, o domínio completo sobre o que realiza: planejar, definir os seus instrumentos e eleger um conjunto de ações que lhe permita atingir o objetivo que idealizou”, como foi explorado pelas professoras, a partir das necessidades do projeto e individuais.

A mudança de papel social das sujeitas, no movimento em que estavam inseridas, implica a mudança de sua atividade principal, que antes era o estudo e agora busca tornar-se o trabalho. Essa transformação configura o papel social ocupado por elas na atividade humana, pois se tornou um meio de organização do pensamento. Assim, como coloca Leontiev (1983), a atividade, juntamente com a consciência e a personalidade, possibilita compreender a origem, o funcionamento e a estrutura do reflexo psíquico da realidade.

Cena 3: Esse planejamento não tem a nossa cara

A cena 3 foi construída por meio de uma reflexão também acerca dos caminhos que o projeto foi tomando ao longo dos ciclos, no ano de 2022, quando as ações de ensino foram, de fato, para as escolas. A cada encontro desenvolvido na sala de aula, as próximas etapas foram reestruturadas, devido a uma avaliação da trajetória do projeto em curso na sala de aula.

Esse movimento prolongou as reuniões em várias horas. Cada detalhe foi repensado a partir do conceito de função estabelecido pela nova composição do grupo. Dessa forma, com debates sobre a estrutura e o tipo de conceito a serem tratados, foram se tornando cada vez mais complexos, como, por exemplo, sair de uma apresentação sobre os tipos de funções com tarefas de fixação, para problemas desencadeadores que foram elaborados e testados conforme os objetivos de cada aula.

Para as professoras do projeto, o planejamento não estava de acordo com o que haviam estudado em relação aos pressupostos teóricos, como o Movimento Lógico-Histórico do conceito de função e a proposta metodológica da Atividade Orientadora de Ensino. Desse modo, tivemos a necessidade de repensar as tarefas de ensino, uma a uma, buscando relacionar os principais elementos estudados. As fotos a seguir representam parte das discussões vivenciadas nesses momentos.

Figura 16: Recalculando a rota do planejamento



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Era necessário compreender o que já compunha a ideia central do Clube de Matemática Ensino Médio, por isso a importância de ler, analisar e discutir os conceitos abordados no planejamento e repensar o que havia sido estabelecido, pois novos significados se formavam diante da organização na qual nos encontrávamos. A foto 1 do ciclo apresentado no esquema anterior representa um debate importante acerca de tal necessidade. Em nossas conclusões a respeito disso, pensamos que a questão presente era norteadada pela lacuna entre o que se discute teoricamente e o que se experiencia com a realidade circundante.

Para nós, a aprendizagem da docência ocorre no movimento de atividade por meio de tal relação, que é extremamente complexa de se alcançar. Kosik (1969, p. 21-22) indica que “A contemplação do mundo se baseia nos resultados da práxis humana. O homem só conhece a realidade na medida em que ele cria a realidade humana”, que, para o professor, se constitui na atividade de ensino. Porém, a distância entre a teoria e a realidade prática é bastante considerável, já que, ainda na perspectiva do autor,

O princípio metodológico da investigação dialética da realidade social é o ponto de vista da totalidade concreta, que antes de tudo significa que cada fenômeno pode ser compreendido como momento do todo. Um fenômeno social é um fato histórico na medida em que é examinado como momento de um determinado todo (...): de um lado, definir a si mesmo, de outro, definir o todo; ser ao mesmo tempo produtor e produto; ser revelador e ao mesmo tempo determinado; ser revelador e ao mesmo

tempo decifrar a si mesmo; conquistar o próprio significado autêntico e ao mesmo tempo conferir um sentido a algo mais (1969, p. 40).

Podemos pensar nesse fenômeno (todo) como sendo o modo de organização do projeto Clube de Matemática Ensino Médio; para compreender a intencionalidade de cada ação de ensino elaborada era preciso se apropriar da narrativa teórico-metodológica que a compunha. Nessa perspectiva, as professoras buscavam se compreender naquele espaço e posição social, à medida que buscavam compreender o todo, para então inferir sobre a qualidade da proposta pedagógica.

Consideramos que esse movimento foi importante para o processo de aprendizagem da docência, tendo em vista a necessidade de tomada de consciência de tal movimento, em contrapartida de apenas reproduzir o que já havia sido pensado pelo grupo, em outro momento. A grande busca era pensar em um planejamento que revelasse também a identidade das pessoas que ali trabalhavam, visando assim, como mostra Kosik (1969, p. 40), conquistar o próprio significado autêntico e ao mesmo tempo conferir um sentido a algo mais.

Não bastava querer mudar o planejamento para que pudéssemos transformar o modo de organização. Esse movimento deveria ser justificado e apropriado para que tivéssemos a intencionalidade necessária para a aprendizagem dos estudantes da Educação Básica. Por isso, destacamos a segunda foto do esquema anterior para representar a necessidade de estudar os nexos conceituais da função e produzir nossas próprias sínteses.

De acordo com Kosik (1969, p. 10),

A existência real e as formas da realidade (...) são diferentes e muitas vezes absolutamente contraditórias com a lei do fenômeno, com a estrutura da coisa e, portanto, com o seu núcleo interno essencial e o seu conceito correspondente. (...) a práxis utilitária imediata e o senso comum a ela correspondente colocam o homem em condições de orientar-se no mundo, de familiarizar-se com as coisas e manejá-las, mas não proporcionam a compreensão das coisas e da realidade.

Por um lado, entendemos a necessidade de transformação do objeto em si, mas por outro, existe a dificuldade que impera em conectar a essência que pode gerar tal transformação, porque estamos limitados por uma lógica utilitarista do conhecimento. Quando alcançarmos um nível de desenvolvimento da psique que impere sobre o pensamento empírico, daremos uma nova qualidade à formação docente que, conseqüentemente, agirá em favor da apropriação de conceitos, para o desenvolvimento do pensamento teórico.

A terceira foto apresenta um dos momentos em que o grupo, insatisfeito com o que estava pronto, inicia um processo de replanejamento das tarefas de ensino. Algumas foram descartadas totalmente e a maioria teve grandes mudanças. Tínhamos uma hipótese de que as primeiras versões do projeto seriam pontos de contradição para nosso experimento. E foi o que ocorreu, a renovação do grupo e as novas necessidades impulsionaram uma nova qualidade ao processo.

Sobre isso, podemos salientar que, de acordo com Moura *et al.* (2010, p. 158), “ao desenvolver a atividade material e externa, marcas da atividade interna de idealização e de antecipação são manifestadas e podem oferecer indícios sobre, por exemplo, como a atividade de aprendizagem se processa”. Esse movimento, idealizado por meio do estudo do Movimento Lógico-Histórico que, com dificuldade, busca alcançar a realidade objetiva no experimento formativo, caminha conforme previa Leontiev (1978), ao mencionar que o homem se desenvolve ao reproduzir o reflexo ideal de sua atividade, constituindo seu psíquico em torno de novos significados elaborados na coletividade.

Assim, um pouco mais conscientes de sua atividade, as professoras embarcaram novamente em uma análise das tarefas, agora mais sistematizadas, em que estavam elencados os objetivos com os nexos conceituais da função, para potencializarmos a compreensão do objeto pedagógico. É o que foi registrado no quarto momento do esquema anterior: o grupo analisa categoricamente as propostas modificadas conforme as necessidades apresentadas. Podemos, assim, considerar que esse movimento foi um indício de que as professoras puderam manifestar elementos que alcançaram uma atividade, já que tivemos a necessidade como fator desencadeador, o que motivou a resolver as questões postas por meio de ações conscientes e organizadas a um fim.

Também podemos destacar os elementos que, de acordo com Moura *et al.* (2010, p. 161-162), compõem esse movimento encarnado na atividade, cuja intencionalidade era a aprendizagem da docência por meio da ocupação do espaço social do professor e tudo que esta pode proporcionar para ele se reconhecer enquanto sujeito responsável pela produção do pensamento teórico dos estudantes, a saber:

1. “Compreensão da essência coletiva da atividade humana”: sem essa compreensão, não poderíamos abrir espaço para as críticas em relação às tarefas elaboradas, já que na cena 2 mostramos um respeito pelos sujeitos que já ocupavam o espaço do projeto anteriormente;

2. “Percepção de que o homem aprende com todos os sentidos e que se torna homem ao compartilhar com os outros os sentidos e significados”: por esse motivo, as modificações em relação ao planejamento ocorreram mais fortemente ao vivenciarmos a sala de aula, dia após dia e compartilhando as inquietações do processo em seu curso;
3. “Concepção de que o conhecimento é historicamente construído e, portanto, está sendo feito e refeito a todo momento”; se o conhecimento científico nos permite tal fluência, então os modos de organização destes também podem apreciar transformações que impulsionam a qualidade do pensamento teórico;
4. “Compreensão de que a organização do ensino exige, não por questões burocráticas e administrativas, o planejamento da atividade de ensino, o registro e sua avaliação, mas sim por estes serem ingredientes imprescindíveis para uma atividade educativa direcionada ao desenvolvimento significativo dos indivíduos”; estes foram os elementos que fizeram o experimento formativo a partir do Clube de Matemática Ensino Médio existir e ter mais qualidade na medida de suas transformações;
5. “Compreensão da necessidade de o professor se colocar em um movimento crítico de busca pelo sentido para a sua atividade de ensino”, movimento esse que gera essa unidade de análise, o professor como sujeito dos processos formativos.

E assim, podemos perceber o quanto o planejamento, vinculado ao movimento de desenvolvimento das ações, o estudo do Movimento Lógico-Histórico e a avaliação do processo são imprescindíveis à aprendizagem da docência, por meio de uma perspectiva que compreende a educação enquanto humanização do indivíduo.

Episódio 2: planejar e melhorar sempre: ainda não está pronto

O episódio 2 desta unidade de análise é composto por duas cenas.

Quadro 21: organização do episódio analisar o processo e se ver dentro dele

Unidade de análise	Episódio	Cenas
O professor como sujeito dos processos formativos	Analisar o processo e se ver dentro dele	Cena 1: Ensinar é reproduzir apenas o que já é conhecido?
		Cena 2: O desconhecido

Fonte: a autora.

O objetivo do episódio é destacar os momentos em que os participantes da pesquisa se colocam em movimento de aprendizagem. Momentos esses em que são levantados elementos importantes para a constituição da atividade de ensino, como o conceito de função por meio de seus nexos conceituais, elaborados a partir do movimento lógico-histórico.

Cena 1: Ensinar é reproduzir apenas o que já é conhecido?

A cena 1 foi construída a partir da discussão de um trecho ocorrida em uma reunião de estudo do grupo, no dia 24 de março de 2021. Nesse momento, estávamos estudando o texto de Allan Bishop, *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*.

A obra explora a narrativa advinda de necessidades para o processo de humanização do homem, por meio de sua relação com o outro e com a natureza, em torno do conhecimento matemático. A leitura do encontro foi gerada sobre o texto “*Actividades relacionadas con el entorno, y cultura matemática*”, em que o autor reflete sobre as perspectivas oferecidas por estudos transculturais e a busca por semelhanças matemáticas, a partir de seis atividades principais do homem: contar, localizar, medir, desenhar, jogar e explicar.

O quadro a seguir apresenta um diálogo do grupo ao pensar sobre a realidade experienciada por suas componentes.

Quadro 22: Diálogo sobre a natureza do conhecimento matemático.

Glória Maria: Isso que a Maria Beatriz Nascimento acabou de falar sobre esquerda, direita para cima e para baixo no R3 é algo que eu tenho dificuldade até hoje, por exemplo, eu estava vendo um vídeo de uma aula esses dias em que o professor falava no octante, tridimensional e eu entendi mais ou menos onde era, mas eu demorava um tempão para entender qual era o negócio. Quando a gente fala em quadrante no R2 é muito mais simples da gente entender, mas quando ele falava em octante no tridimensional não consegui no R3, eu sempre ficava me confundindo, então é um negócio que para mim é uma coisa que eu tenho dificuldade até hoje (flash 1, cena 1).

Bell Hooks: Rafael, imagine só se fosse no Rn (risos).

Mariama Bâ: Eu já tenho dificuldade do R2 (risos).

Pesquisadora: O que mais me incomoda nessa fala da Glória Maria e da Maria Beatriz Nascimento é que a gente vive no R3 e não entende essa dimensão. Qual a dificuldade que a gente tem de observar o nosso mundo ao redor e compreender esse mundo que é em três dimensões? E aí quando a gente vai para essas teorias matemáticas, como é que a gente coloca um dado na frente de uma criança, pede para ela desenhar, ela vai desenhar um quadrado dessa perspectiva de entender. Interessante isso que as relações que a gente

consegue fazer, a dificuldade que a gente tem de explicar o que é dimensão. Alguém sabe explicar o que é dimensão?

Bell Hooks: Acho que seria noção de profundidade, de altura e de largura, vamos dizer assim então, você tem essa noção de espaço que seria quando ele é chamado de espaço.

Maria Beatriz Nascimento: Como fala no texto sobre o leste, oeste, norte e sul. Eu acho que são meios que a gente acaba empregando na hora que vai tentar explicar isso sobre dimensão, a gente acaba falando sobre o que são basicamente direções, então isso seria o que a gente entende como algo bidimensional e quando a gente inclui a altura, já fica um pouco complicado porque a gente perde essas noções de localização, porque a gente não tem um outro norte ou outro sul pra você criar altura sendo que a gente já entregou eles para explicar as direções com apenas duas dimensões, então a gente acaba perdendo esses às vezes termos que seriam úteis pra gente, como que seria uma dimensão superior a isso.

Sônia Guimarães: Seria o caso também de representar algo tridimensional em um plano que a gente faz a presença no quadro ou no caderno, isso do aluno entender essa representação é bastante complicado

Glória Maria: Até para desenhar quando a gente tá no R3 a gente tem que desenhar umas cônicas às vezes e só de girar o espaço a gente já consegue ver um de outra forma e aí a gente fica se perguntando, nossa esse desenho aqui que eu fiz olhando dessa direção é desse jeito, então algumas crônicas têm essas características e a gente fica assim o tanto que muda, né, quando a gente passa um plano também dependendo um plano dentro de um de uma coisa tridimensional como que essa coisa fica representada, a gente nem imagina o tanto que é diferente, então a gente tem uma coisa muito vasta, mas que a gente tem uma dificuldade muito grande de entender mesmo como a maioria falou mesmo vivendo nisso a gente não consegue representar muitas vezes uma coisa. Eu mesmo não tenho muita dificuldade de representar qualquer coisa no R3.

Pesquisadora: Também há dificuldade dessa interação porque entre as dimensões quando a gente vai observar. Há uma grande mistura entre esses elementos. Por exemplo, lá no bloco de geometria do bimestre e tal, né, corte temporal tal, tem relacionadas às duas dimensões, né, a segunda dimensão é a terceira dimensão como é que a gente faz essa viagem aí com nosso aluno. Por exemplo, no clube a gente tem uma tarefa legal, mas que até hoje a gente não conseguiu explicar, a gente não consegue efetivar o nosso objetivo parece porque nos falta esse momento, assim de usar esse conceito médio de dimensão porque a gente tenta comparar e transformar algo que é tridimensional, que é parte da observação do nosso meio para algo que a gente vai desenhar ou vai observar ali através de uma reflexão, através da sombra do objeto. Então é muito complexo e o que essas pessoas faziam há muito tempo atrás, conhecimento é limitado que tinham em relação à tecnologia, mas olha o quão precioso é esse tipo de observar o meio e poder produzir que é o caso do registro dos mapas, de olhar isso que está à nossa volta e colocar em uma determinada escala, planificar esse naquele momento, visualizar e compreender também o formato, então é uma coisa muito avançada da gente poder imaginar. E que hoje a gente não dá valor, quer que nosso aluno consiga fazer conforme os exemplos, a gente não dá essa possibilidade que ele consiga observar essas relações que existem no nosso meio a partir da necessidade daquele conhecimento, então a gente pode dizer nesse sentido aqui, nesse exemplo de geometria é dada a partir dessa observação do meio a sistematização dessa observação da ideia dos padrões, né, que ocorriam nessas observações dessas percepções desse espaço e também não podemos deixar de destacar a importância do registro novamente. Assim como nas outras atividades, o registrar vem com muito destaque para conduzir a gente aqui para esses estudos em cima desses conhecimentos já produzidos. E aí quando a gente olha para o mapa antigo e a gente tenta fazer minimamente uma interpretação, quando a gente vai observar aqui esses mapas antigos esse aqui é mapa do Brasil, a parte conhecida em 1519 e aqui a Europa mediterrânea em 1375. E aí quando a gente vai olhar o que tem em um e outro são elementos que partem da necessidade. O que era que chamava atenção e está relacionado com aquela necessidade humana e aí lá no texto também tem um trecho que diz que ao compreender a Matemática como fenômeno cultural nós devemos essa preocupação de entender o contexto dessa ideia, os valores humanos da existência desse conceito e o significado da vida que é a construção desse conhecimento, então para aquilo que o Ironei também acabou comentando na parte dele da apresentação, isso dá para ver aqui de forma explícita na construção desses reflexos que são os mapas porque aqui está enraizado as concepções da época, as concepções das regiões que a gente vê, vários tipos de elementos que fazem parte da necessidade daquele tempo, daquele espaço, daquelas observações que foram feitas enquanto que neste outro mapa ao lado, da *Terra Brasilis*, tem uma particularidade mais que comportamento, algumas coisas são representadas da mesma forma porque são universais. Mas, por outro lado, há grande diferenças porque são as peculiaridades do espaço do tempo da organização da sociedade que vivia nesse momento, então é muito interessante a gente

poder ver essas questões e fazer essa relação com a Matemática porque é outra percepção assim totalmente diferente do que a gente entende como Matemática que a gente aprendeu, como vocês imaginavam que quando vocês entraram no curso de Matemática vocês iriam ter sonhos ou que vocês iriam somente estudar Matemática efetivamente no sentido da Matemática pura? O que vocês imaginavam?

Mariama Bâ: *Eu, particularmente antes de entrar eu achava que seria mais um sentido da gente discutir de entender as coisas melhor no sentido tipo pegar o conteúdo que viu até então e ter uma visão mais contextualizada, então digamos que eu acho que eu me iludi achando que a gente ia fazer o que a gente tenta fazer aqui, no curso, aí depois que eu entrei eu vi que eu provei coisa que eu nunca vi (flash 2, cena 1).*

Glória Maria: *O que a Mariama Bâ fala até frustra a gente um pouco porque eu tinha o mesmo pensamento que... eu imaginava que pelo menos o começo do curso seria assim, obviamente imaginava que a gente estudaria coisa de cálculo e esse tipo de coisa, mas sei lá, chega na primeira disciplina que você tem e o professor já te mostra uma demonstração de um teorema que você nunca ouviu falar na vida e aí tu fala "cara, não era isso que eu conheci como Matemática", então a Matemática que a gente vê na universidade e a Matemática que a gente espera ver quando a gente entra são coisas diferentes e coisas que a gente não imaginava e o que a gente espera que chegue em algum momento a gente pensa às vezes "ah não, nas matérias de Educação a gente vai ver isso" (flash 3, cena 1). E aí a gente vai aprender a ensinar o que a gente já via no ensino médio - não, também não é, então acaba que aquilo que a gente imaginava nunca acontece e isso pode ser até um dos motivos para muita gente desistir do curso.*

Mariama Bâ: Especialmente com curso de Matemática, mas talvez assim porque a impressão que eu tenho é que em outras áreas de conhecimento de curso de licenciatura, talvez isso realmente acontece um pouco, na História por exemplo, pelo que sei dos currículos dos cursos de História você acaba vendo realmente o que você viu nos seus anos iniciais, você vê aquilo de uma maneira mais ampla e vai contextualizando mais de uma maneira mais globalizada, você não fica vendo os pedacinhos igual você vê no ensino básico. Mas você vê aquilo de um contexto geral do que está acontecendo no mundo, acho que outras áreas do conhecimento dá essa impressão de que quando você vai para licenciatura fazer graduação dessas áreas do conhecimento em licenciaturas, parece que você vai ter sim uma visão um pouco maior. Então vai nessa ideia, mas na Matemática não, talvez na Física também não, acho que talvez nos cursos de exatas acontece muito isso, de não se voltar a ver aquilo que você já viu de uma maneira diferente, mas é ver coisas novas, coisas inéditas.

Pesquisadora: Mas esse fato será que é necessário, porque o que é proposto para a gente deve ter algum sentido? Mas qual é a relação desses já que vocês estão caracterizando como conhecimentos diferentes? Qual é a relação desses e da onde a gente consegue compreender essa relação e se realmente há uma necessidade de fazer esse vínculo aí entre esses dois campos? Como podemos perceber isso?

Mariama Bâ: Que dois você está falando?

Pesquisadora: Da Matemática da escola e a Matemática da universidade, porque vocês estão falando que é diferente, só porque ela é apresentada de uma forma diferente ou porque realmente é algo novo?

Mariama Bâ: Algumas coisas são como se fossem continuação da escola, outras fogem totalmente. A gente não vê nada no ensino básico, mas hoje em dia chegando aí ao fim do curso da graduação eu já acho que eu já penso diferente até do que eu pensava no início óbvio que eu pensava no meio também eu acho que já mudou, *hoje em dia o que eu acho é que na verdade o problema está que a maneira que é ensinada no ensino básico que está errado porque se a gente ensina no ensino básico nessa perspectiva que a gente tá falando aqui de toda essa contextualização dessa visão mais ampla a gente não precisaria ver de novo na graduação, aí bastaria, então o que a gente vê na graduação dos conteúdos novos inéditos também de uma maneira com todo esse processo que a gente está falando da cultura, da contextualização histórica, então o problema está na maneira que é ensinado e apreendido, no ensino básico (flash4, cena 1).*

Pesquisadora: Então como é que a gente tem que ensinar?

Bell Hooks: Só uma questão que tu falou, eu acho assim que a Matemática vista da na graduação ela dá um salto tão grande no grau de dificuldade que a gente vê no ensino médio que faz com que a gente se pergunte se a gente realmente aprendeu Matemática, valeu alguma coisa porque você chega na Matemática e você não consegue fazer a prova, você começa a tirar zero, você começa a reprovar a matéria. Então você acaba se

perguntando, pelo menos foi o que eu senti de angústia.

A primeira parte do diálogo mostra a ideia de que a formação inicial de professores ainda é incipiente e necessita de um olhar mais específico, no que tange as relações entre a forma e o conteúdo, a partir do entendimento da natureza do conhecimento matemático. Os aspectos pontuados mostram a dificuldade de compreendermos o conceito de dimensão. As professoras demarcam uma reflexão sobre os elementos geométricos tridimensionais e bidimensionais.

Podemos inferir a partir do (*flash 1, cena 1*), na fala de Glória Maria, que fomos orientados a reproduzir uma lógica que está desvinculada da realidade que nos circunda. Pensar nos padrões matemáticos da 3ª dimensão faz parte do nosso mundo concreto. Esse movimento também é reproduzido na Educação Básica, e, da mesma maneira que professoras em formação inicial apresentam dificuldade na compreensão conceitual, os estudantes na escola também, porque as relações estabelecidas não possibilitam a construção de sentido do conhecimento científico. Com isso, encontramos espaço para as primeiras contradições a respeito da natureza do conhecimento matemático.

Respaldados na organização do experimento por meio da Aprendizagem Expansiva de Engeström, as primeiras formas de transformação seriam advindas dessas contradições primárias, em que as professoras participantes pudessem olhar para dentro de si e perceber que seria necessário estudar Matemática de um modo novo e construir outros significados. A partir daí criamos a necessidade de estruturar elementos que nos ajudassem a entender o conceito de função, por meio de seu movimento lógico-histórico.

Esse tipo de debate recai em um modo de pensar a educação, por meio de sua reprodução alienada. A proposta a qual defendemos gera a necessidade de tomada de consciência do objeto estudado, logo, a intencionalidade a respeito dos sentidos e significados para sua apropriação por meio do pensamento teórico. Exemplo disso é percebido por Mariama Bâ, ao dizer o que pensa sobre as expectativas que tinha a respeito do curso de Licenciatura em Matemática no (*flash 2, cena 1*).

Uma visão mais contextualizada, como a professora indica, pode ser modelada no processo de apropriação do conceito de função, ao longo do experimento formativo, para o estudo do movimento lógico-histórico. Moura (2006) mostra que o conhecimento matemático, enquanto unidade entre os sujeitos na aprendizagem do objeto, tem significados

históricos e culturais e é constituído no processo humano de solucionar problemas coletivamente, como houve na discussão sobre o texto estudado, indicado nessa cena.

Destacar esse diálogo é importante para a compreensão do professor como sujeito dos processos formativos, no movimento de aprendizagem da docência, pois, como indicam Panossian, Moretti e Souza (2017, p. 128), “uma organização do ensino que possibilite esse movimento só é possível quando se compreende a docência como atividade que demanda tanto apropriação conceitual dos conteúdos de ensino quanto apropriação pedagógica de um modo de organizar o ensino”.

Percorrendo a transcrição da cena, podemos perceber uma narrativa que desloca esse movimento de considerar como unidade esses dois elementos citados pelas autoras, com a fala de Glória Maria, ao mencionar o (*flash 3, cena 1*).

O flash 3 aponta para a essência sobre o modo como a formação inicial de professores de Matemática está organizada. Um modo que desarticula o conhecimento matemático e os aspectos didáticos para ensinar Matemática, o que dificulta a busca por tal unidade pedagógica. Defendemos a ideia de que essa unidade pode se dar por meio da tomada de consciência do sujeito em atividade de ensino, pois, de acordo com Rubtsov (1996, p. 133), “o conceito de problema de aprendizagem está estreitamente ligado ao de ação cognitiva, a qual se caracteriza principalmente pelo modo de analisar um objeto”, que em nosso caso é a aprendizagem da docência.

Ao se incomodarem e se sentirem frustradas, as professoras mostram suas expectativas sendo quebradas, mas ao mesmo tempo, ocupam um espaço social que tem seus motivos pessoais, de vida, e também os motivos gerados pela crença em uma transformação. Não estando satisfeitas, caminham em busca de uma resolução ou uma ideia que possa contribuir para que a Matemática faça sentido na vida das pessoas e nas suas próprias. Esse movimento pode ser notado na fala de Mariama Bâ, no (*flash 4, cena 1*).

No flash anterior, Bâ busca a raiz da problemática levantada a necessidade de olharmos com mais cuidado para as propostas vinculadas à Educação Básica. Para que isso possa ser efetivo, pensamos na formação do sujeito que será responsável pela organização do ensino nesse ambiente, o futuro professor de Matemática. Por isso, nosso objeto é a aprendizagem da docência. Ao nos apropriarmos do modo de organização que potencialize a constituição da unidade entre o conhecimento científico e as formas de ensinar, contribuiremos para a formação de uma cultura consciente dos processos de aprendizagem.

De acordo com Moura, Sforzi e Lopes (2017, p. 87),

em atividade de ensino, o professor, ao tomar consciência da necessidade de organizar o ensino de modo que este possa se tornar atividade de aprendizagem, o faz seguindo preceitos que orientam a ação pedagógica para o seu fim máximo: a formação de novas qualidades dos sujeitos que participam da atividade ao lhes possibilitar modificações em suas funções psicológicas superiores mediante a apropriação de conceitos científicos.

Essa cena retrata um momento inicial do experimento formativo; apesar disso, podemos refletir sobre indícios levantados nos flashes, que apontam para essa tomada de consciência e que colocam as futuras professoras de Matemática em seu processo de aprendizagem, por meio do reconhecimento de seu lugar social. Visto de uma perspectiva acerca da atividade de ensino, a natureza do conhecimento matemático é relevante no sentido de dar condições para que o processo de aprendizagem ocorra, de modo a produzir o pensamento teórico.

Além disso, foi necessário ampliar os modos de visualização da figura do professor e de seu trabalho. Essa aplicação pode ser mediada pelas formas de organização das ações formativas, nos espaços de apropriação do conhecimento, como o Clube de Matemática Ensino Médio. Dessa forma, o material estudado nessa cena foi propulsor do debate, pois aborda a Matemática sob a perspectiva cultural, explorando como a cultura influencia a forma como compreendemos o mundo pela ótica desse conhecimento.

Para Bishop (1999), a aprendizagem Matemática não pode ser tratada enquanto transferência de informações; ela é um processo complexo e profundamente imerso no contexto cultural em que o sujeito vive. Diferentes culturas moldam a maneira como os conceitos matemáticos são compreendidos, comunicados e ensinados. A linguagem, as práticas sociais, as crenças e os valores afetam a percepção e a compreensão dos conceitos matemáticos.

A análise crítica e reflexiva sobre a relação entre cultura e os modos de organização do ensino de Matemática, considerando suas dimensões culturais e práticas pedagógicas, pode potencializar a aprendizagem Matemática ao permitir a significação conceitual. Desse modo, as participantes da investigação, instigadas pela natureza do conhecimento matemático, demonstram a necessidade de adentrar essas questões.

Cena 2: O desconhecido

A cena a seguir foi construída por meio de um debate ocorrido no dia 24 de novembro de 2021, a partir de uma pergunta sobre funções exponenciais e logarítmicas feita por Tereza

de Benguela e Nzinga Mbandi, que buscam analisar tais elementos, enquanto seus colegas do grupo demonstram desconhecimento ou dificuldade sobre esse conteúdo.

A análise parte de uma tentativa de explicar as escolhas feitas pelo grupo, ao optar por abordar, no projeto, algumas funções em detrimento de outras, como as funções exponenciais e logarítmicas em relação às trigonométricas. Esse diálogo nos intrigou, no sentido de que, no movimento de aprendizagem da docência, quais motivos revelam a determinação de um currículo, mesmo que informal, para ser pensado pelo Clube de Matemática Ensino Médio?

No extrato dessa cena, nos encontrávamos em um momento do experimento formativo, nos preparando para iniciar o desenvolvimento das ações de ensino nas escolas, assim que retornasse o ano letivo. Então já havíamos percorrido um ciclo de estudos, planejamentos, desenvolvimento, avaliações para retomar o início do processo, replanejar as ideias discutidas e avançar em direção a uma qualidade maior na organização do ensino de função.

Vejamos, a seguir, o debate acerca desse assunto.

Quadro 23: Diálogo sobre funções e tipos de funções.

Pesquisadora: O encontro cinco foi dividido em dois momentos.

Nzinga Mbandi: Foi? *Para mim, seria uma aula dividida em duas partes, uma para função exponencial e outra para função logarítmica (flash 1, cena 2).*

Maria Firmina dos Reis: Para mim também foi isso que decidimos.

Nzinga Mbandi: Então acho que é isso mesmo, dois momentos na mesma aula.

Pesquisadora: Bom, nós havíamos conversado no momento de avaliação dessas tarefas, que talvez seria interessante analisar essa separação. No planejamento, realmente está dois momentos no mesmo encontro, 50min para trabalhar função exponencial e 50min para função logarítmica. Precisamos avaliar se será dessa forma mesmo. Vamos lá! O objetivo do quinto encontro é trazer a discussão das funções exponenciais e logarítmicas. Por que escolhemos essas funções?

Maria Firmina dos Reis: *porque está no currículo (flash 2, cena 2).*

Nzinga Mbandi: *Porque a gente assumiu que usamos na graduação, em cálculo, eu acho que foi isso. Como se os alunos fossem fazer Matemática (risos) (flash 3, cena 2).*

Pesquisadora: Então, se esses alunos não fossem fazer Matemática ou algum outro curso de exatas? Por que essas duas funções estão no currículo deles também?

Nzinga Mbandi: Eu acho que é porque são as que mais servem para modelar situações reais, tipo situações grandes.

Tereza de Benguela: Tanto que no começo da pandemia acho que elas parecem que eu mais ouvi ‘cresce exponencialmente’. Então essa função é importante (risos), acho que analisar gráfico é importante.

Nzinga Mbandi: quando eu fiz o estágio no núcleo livre de Matemática básica, tem alguns alunos que comentam no módulo do logaritmo, que são de outros cursos, assim que serve para modelar as estações na Química, na Agronomia, tem várias situações o logaritmo engloba o cotidiano assim e logaritmo é uma dificuldade de quase todo mundo.

Pesquisadora: Estamos entendendo que esses dois tipos de funções vão entrar no currículo com o objetivo de ter uma aplicação, porque tem uma aplicação em algum momento, em algum contexto. É isso que a gente está assumindo então, a gente precisa delas porque elas vão servir futuramente em alguma modelação que a gente possa chegar a analisar, por isso que elas estão aí, esse é o motivo. É por isso que a gente está assumindo aqui no nosso coletivo que precisa estudar funções exponenciais e logarítmicas, porque elas têm algum tipo de aplicação. E por que escolhemos essas em específico e deixamos outras de fora? Por exemplo, a função polinomial de grau 3, função constante e funções trigonométricas? Por que em nosso projeto, a gente escolheu essas duas primeiras e deixamos de fora essas outras?

Maria Firmina dos Reis: Uma das discussões foi que a gente primeiro ia trazer para o 1º Ano. E tem algumas funções que eles não trabalham e nosso intuito não é trazer algo novo ainda, mas sim revisar e trabalhar esses conteúdos com os alunos. Eu acho que esse é um dos pontos e além do que foi dito, essas têm mais efetividade no dia a dia do aluno. As outras talvez não seja tão claro para ver nessa aplicação.

Nzinga Mbandi: As funções trigonométricas são bem aplicáveis, só que, em geral, eu acho que os professores não conseguem trabalhar muito bem, eu não me lembro o motivo da gente não ter colocado elas, mas eu acho que demoraria, seria um encontro bem longo.

Maria Firmina dos Reis: Eu acho que as funções trigonométricas são trabalhadas só no 3º Ano do Ensino Médio, se eu não estou equivocada.

Nzinga Mbandi: *Eu me lembro que quando eu e a Maria Beatriz Nascimento como responsáveis uma vez, daí ele trouxe a BNCC e eu trouxe um outro documento que falava sobre especificamente disso que a Maria Firmina dos Reis está falando mesmo. seria a primeira vez que os alunos iam ver. então ia precisar de um tempo grande com essa nossa escolha (flash 4, cena 2).*

Pesquisadora: Olhar para essa mudança, a gente está vindo de uma função afim e uma função quadrática, daí vamos ter uma passagem para função exponencial, então a gente precisa ter uma passagem mais suave do que acontece com a gente, para entender e conseguir identificar a diferença entre essa função exponencial com as outras lá atrás que a gente viu, então é importante que a gente faça isso de uma forma que essa transição seja pontuada para identificar a natureza de cada uma a partir das suas características, lei de formação para projetar como é que seria o desenho do gráfico.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Nossa investigação também nos possibilitou analisar momentos em que as transformações foram mínimas ou não caminharam para o trajeto esperado. Exemplo disso pode ser demonstrado na cena 2. O planejamento pensado pelo grupo de participantes do Clube de Matemática Ensino Médio não conseguiu concretizar as necessidades culturais a partir dos estudos vivenciados na cena anterior, por exemplo.

Esse movimento é complexo e de difícil acesso. Organizar um experimento que possibilita as ações formativas serem permeadas pela atividade do sujeito é uma experiência árdua e demorada. Por mais que gostaríamos de ter um projeto que atendesse a nossas inquietações, nos limitamos ao conhecido, isto é, à reprodução do mesmo (ensinar a função a partir da teoria de conjuntos e segregar cada tipo de modelagem). Por um lado, estudar,

dialogar, criticar o que está posto no meio educacional é efervescente no ser que está imerso em contradições. Por outro lado, concretizar o Movimento Lógico-Histórico do conceito de função em ações de ensino, planejadas intencionalmente para a apropriação e desenvolvimento do pensamento teórico é como mergulhar no desconhecido e nadar em círculos, até que alguma ponta se solte da reprodução empírica.

O trecho (*flash 1, cena 2*), narrado por Nzinga Mbandi, nos mostra que, apesar da participante ter vivenciado quase um ano de experimento, ela ainda reproduz um pensamento ingênuo e reprodutivista em torno do conceito de função. Não podemos conceber a intenção de promover a apropriação das funções exponenciais e logarítmicas em apenas duas aulas (1h40min). Além de reproduzir uma lógica linear dos modos de pensar os movimentos da vida, essa questão gera uma contradição diante do estudo do Movimento Lógico-Histórico do conceito de função, por necessitar vincular-se à teoria de conjuntos para ser analisada e à sua causalidade com o tempo estabelecido. Como pode uma síntese humana de milênios ser reduzida a essa temporalidade?

Panossian, Moretti e Souza (2017, p. 135) indicam que, “[...] como objetivação da atividade humana, o conceito está impregnado de trabalho humano cristalizado, como síntese da resposta humana dada às necessidades que motivaram sua produção - suas necessidades, suas formas de ação, seus instrumentos, sua generalização”. Mas com o modo de pensamento manifestado no trecho destacado (*flash 1, cena 2*), Mbandi nos chama a atenção para recalcular a rota e repensar que tipo de qualidade gostaríamos de articular no projeto.

A narrativa apresenta-se à medida que o diálogo transcorre, por meio de uma pergunta que deveria ser considerada básica para nós, professores da Educação Básica: por que as funções exponenciais e logarítmicas foram escolhidas para comporem a ementa do projeto? A resposta surge de modo mais simples do que esperávamos, no (*flash 2, cena 2*), como afirma Maria Firmina dos Reis.

Esse motivo é importante para provocar reflexões sobre o que está posto socialmente que devemos estudar sobre o conceito de função e a álgebra, no geral. A fala de Maria Firmina reflete ao que Davidov (1987, p. 143) já chamada a atenção, sobre os trabalhos com a dimensão utilitarista do conhecimento empírico, que mantém “o pensamento por caráter classificador, catalisador e assegura a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e traços externos de objetos e fenômenos isolados da natureza e da sociedade”. Assunto também mencionado por Nzinga Mbandi, ao produzir o (*flash 3, cena 2*).

O modo como Mbandi manifestou sua opinião pode ser interpretado como sendo contraditório ao seu verdadeiro sentimento em relação à pergunta, já que ela apresenta uma resposta utilitarista, mas, ao sorrir despretensiosamente, mostra não concordar totalmente com sua própria fala. Esse pode ser um indício de que, nesse momento, a participante pode pensar da forma que se expressou, mas algo a mobiliza a refletir e buscar novos caminhos para entender o que verdadeiramente a impulsionou.

Alguns pesquisadores do estudo do Movimento Lógico-Histórico, como Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 146), mostram que os conceitos podem nos conduzir para a compreensão desta relação entre pensamento e linguagem algébrica. Porém, nesse momento relacionado à cena 2 ainda produzimos um pensamento ligado aos aspectos externos do pensamento algébrico, por meio da lógica formal.

A nossa intencionalidade era buscar elevar a qualidade da aprendizagem da docência, por meio do

movimento de ascensão do abstrato ao concreto realizado na atividade de aprendizagem que permite não somente a apropriação dos conceitos teóricos, mas também o desenvolvimento da consciência, do pensamento teórico e de ações psíquicas vinculadas a este processo como a reflexão, análise e o planejamento (Sousa, Panossian e Cedro, 2014, p.82).

Conseguimos alcançar alguns indícios que podem possibilitar a transformação dessa realidade após as tarefas de ensino irem para a sala de aula, com estudantes do 1º Ano do Ensino Médio. Foram inúmeros momentos de descontentamentos e frustrações com o planejamento elaborado com muita expectativa e que, na maioria das oportunidades, no segundo ciclo, não foram efetivas. Consideramos importantes essas vivências para a formação da docência, pois permitem avaliar e se colocar nas situações de aprendizagem com a necessidade de resolver as demandas da sala de aula, isto é, o que dá sentido ao trabalho pedagógico.

Outras perguntas interessantes foram feitas na cena 2: “por que escolhemos essas em específico e deixamos outras de fora? Por exemplo, a função polinomial de grau 3, função constante e funções trigonométricas? Por que em nosso projeto, a gente escolheu essas duas primeiras e deixamos de fora essas outras?”.

As respostas foram limitadas pelas narrativas atreladas a documentos oficiais que deveriam ser seguidos, citados por Nzinga Mbandi no (*flash 4, cena 2*). Podemos discordar de um sistema que se contrapõe às concepções de uma educação humanizadora com a forma de organização do ensino, mas ainda estávamos atrelados à reprodução do pensamento

empírico para construirmos as ações e potencializar a tomada de consciência a respeito do conhecimento científico.

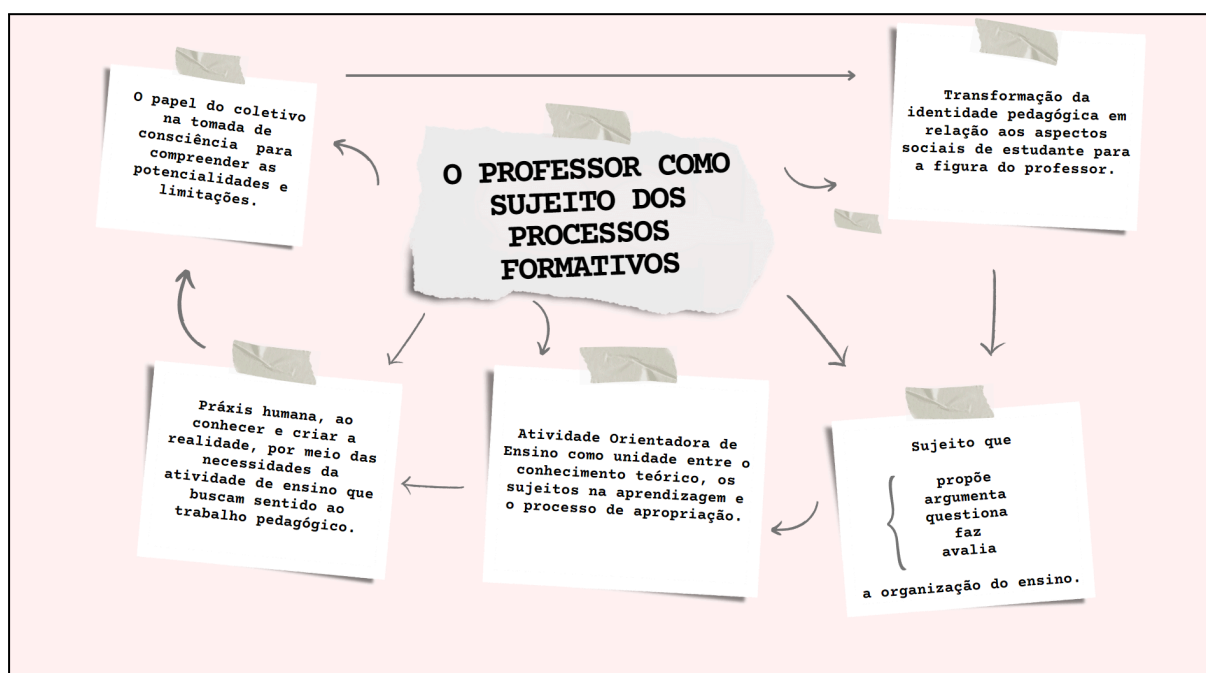
Síntese da unidade 2: o professor como sujeito dos processos formativos

A aprendizagem da docência tem como um de seus princípios compreender o professor como sujeito dos processos formativos. Essa busca está vinculada aos modos de pensamento que fundamentam a atividade de ensino, que é exercida pelo professor, que a atribui como seu espaço social de existir. Para que esse movimento se expanda na aprendizagem, o estudante é um sujeito indispensável no processo para a articulação entre ensino e aprendizagem, isto é, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Na AOE, por meio da intencionalidade pedagógica, a objetivação e os significados dos conhecimentos ensinados para a formação do pensamento teórico, a aprendizagem da docência se move pela práxis, em que o sujeito que ensina planeja, desenvolve e avalia as ações de forma consciente, para a formação humana, a que o papel social da escola está atrelado, isto é, uma educação humanizadora pela apropriação da cultura.

Assim, os dados analisados na unidade 2 contribuem para essa narrativa por meio de:

Figura 16: síntese da unidade 2



Fonte: a autora.

A síntese apresentada no esquema reflete a identidade pedagógica das professoras participantes, no que tange os aspectos sociais em seu fenômeno complexo e multideterminado manifestado no âmbito educacional no ato de formar e formar-se. À medida que acumulam experiência, tornam-se mais cientes da realidade social que influencia as trajetórias de vida, necessidades e habilidades individuais dos estudantes.

Essa transformação pressupõe um processo de aprendizagem da docência por meio de uma prática reflexiva, contínua e dialógica. Assim, a transformação da identidade pedagógica no que tange aos aspectos sociais do estudante para a figura do professor reveste-se de fundamental importância para a educação humanizadora e para a formação de cidadãos mais conscientes e críticos.

Nessa perspectiva, o movimento de aprendizagem da docência perpassa alguns pontos importantes para sua apropriação, sendo eles: propor, argumentar, questionar, fazer e avaliar a organização do ensino de função, no projeto Clube de Matemática Ensino Médio. São elementos que compõem o Ciclo de Aprendizagem Expansiva para que emergam necessidades que mediam as ações e operações da atividade pedagógica.

Para que essas necessidades sejam percebidas de forma consciente pelas professoras, foi importante nos conectar à AOE, que é uma proposta teórico-metodológica indispensável por elevar a qualidade para a produção do conhecimento teórico e a apropriação conceitual, de modo a revelar uma unidade entre os sujeitos na aprendizagem e a função. Movimento que promove à docência uma relação com a práxis humana em que o sujeito conhece e cria a realidade, e assim, se reconhece como sujeito do processo.

Além disso, podemos ressaltar a importância do papel do coletivo na tomada de consciência para compreender as potencialidades e limitações no movimento de compreensão do lugar social do professor. Desse modo, durante o percurso desta investigação, temos até aqui indícios a respeito de dois princípios que compõem a aprendizagem da docência: a compreensão da escola como espaço de apropriação da cultura, e o reconhecimento do professor como sujeito dos processos formativos.

4.3. Unidade 3: A intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino

Nesta unidade, iniciamos com a máxima: “O aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer”, de Vigotski (1984, p.118). Aqui, a palavra “organizado” refere-se a ideia de uma educação intencional, pois tal movimento requer o reconhecimento do papel social da escola como espaço cultural para apropriação da cultura, a tomada de consciência do sujeito responsável por essa organização, o professor, e objetivos bem definidos.

De acordo com Lopes (2018, p. 124), “as ações docentes devem estar direcionadas à concretização de objetivos sociais do currículo escolar, o que implica o professor definir ações, eleger instrumentos e avaliar o processo de ensino-aprendizagem”; essa definição deve ser estruturada pelos pressupostos da atividade de ensino, que conecta as necessidades aos objetivos e motivos dos sujeitos envolvidos, gerando uma unidade pedagógica.

Assim, o objetivo dessa unidade é analisar fatores que indicam a importância da intencionalidade pedagógica, no processo de aprendizagem da docência. Para isso, construímos, a partir dos dados da investigação, dois episódios intitulados “Planejar para quê?” e “As velhas e novas intenções”.

Episódio 1: Planejar para quê?

O episódio 1 desta unidade foi estruturado para apresentar e analisar como o planejamento das ações de ensino implicam sua organização conforme a intencionalidade pedagógica, nas entrelinhas de cada momento didático, nos instrumentos elaborados e no modo de pensar na aula de Matemática. A mediação da atividade de aprendizagem se torna cada vez mais consciente, à medida que os objetivos vão se aproximando do objeto e gerando uma nova significação do conhecimento e suas relações com o meio.

O quadro a seguir sintetiza o episódio.

Quadro 24: Organização do episódio Planejar para quê?

Unidade de análise	Episódio	Cenas
A intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino	Planejar para quê?	Cena 1: Pegou a referência?
		Cena 2: Pergunta <i>versus</i> objetivo

Fonte: a autora.

Construímos o episódio “Planejar para quê?” com duas cenas que entrelaçam momentos imprescindíveis para o movimento de tomada dessa consciência objetivada no planejamento das ações de ensino do Clube de Matemática Ensino Médio. A cena 1, intitulada “Pegou a referência?”, mostra a reflexão por meio do Movimento Lógico-Histórico nos problemas desencadeadores de aprendizagem. Já a cena 2, “Pergunta *versus* objetivo”, destaca a importância de promover situações que caminhem em direção dos objetivos traçados em cada momento do projeto.

Cena 1: Pegou a referência?

A cena 1 foi elaborada a partir de uma análise sobre alguns momentos do experimento, em que as professoras buscam referências na literatura estudada para solucionar uma questão a respeito da motivação dos estudantes para com as tarefas de ensino, isto é, os problemas propostos ainda não tinham possibilitado o interesse desejado. Dessa forma, elencamos trechos das discussões, extratos do planejamento e análise das ações na escola, para refletir sobre essa narrativa.

Na tentativa de mudar o modo de organização das tarefas, o grupo começa a inserir problemas contextualizados nas dinâmicas. Uma situação que chamou a atenção foi o fato de referenciar-se na produção de Karlson (1961) o problema dos passos do soldado e ao mesmo tempo incluir-se um problema mais próximo da realidade dos estudantes com a centralidade em um aplicativo de música. Essa preocupação surgiu com a necessidade de envolver os estudantes e dar sentido ao nosso trabalho e ao que gostaríamos de discutir sobre o conceito de função.

Na primeira proposta (apêndice 2), podemos observar que as professoras selecionaram:

Conteúdo: função exponencial e análise gráfica.

Objetivo: identificar uma função exponencial; determinar o domínio e a imagem e construir gráficos de funções exponenciais.

Trecho da metodologia: *Discutir uma situação-problema que envolva os alunos e que nos dê condições de introduzir a lei de formação da função exponencial (flash 1, cena 1).* Faremos uma interação entre os alunos, em que eles serão colocados em movimento para perceber na prática como acontecem crescimentos exponenciais.

Ao observarmos o objetivo dessa proposta, podemos inferir a ingenuidade em conceituar toda um processo que custou milhares de anos para a humanidade. Por mais breve que pudesse ser organizar as ideias conceituais sobre o tema, uma aula de 1h40min seria insuficiente, na perspectiva da AOE. Além disso, recordando algo já mencionado na unidade de análise anterior, as próprias professoras apresentavam dificuldades em relação a esse conteúdo destacado, assim como, em tão pouco tempo, poderíamos nos apropriar ao ponto de elaborar uma organização que fizesse sentido.

A respeito do trecho descrito, as professoras abordaram a ideia de situação-problema, cujo objetivo era envolver os estudantes e introduzir o conceito da função exponencial. Nesse momento, refletimos sobre a importância de explicar cada um dos elementos escolhidos para compor o planejamento, como no exemplo apresentado no *(flash 1, cena 1)*, a situação-problema foi inserida com uma intenção, apesar de não ser satisfeita. Em um primeiro momento, havia uma intencionalidade por trás dessa narrativa descrita, que só foi possível de ser percebida porque estava listada enquanto necessidade do grupo.

O desejo expresso no planejamento em relação aos elementos didáticos, como a situação-problema, é fundamental na atividade pedagógica, para que tenhamos de modo explícito o propósito com os quais selecionamos e utilizamos cada recurso em sua sala de aula, mesmo que esse elemento não corresponda teoricamente à proposta investigada.

Concordamos com Moura (2010) ao mencionar que aproximar o sujeito do objeto por meio da aprendizagem é possibilitar trajetórias conscientes em suas ações, motivos e operações. Assim, selecionar um instrumento adequado nos permite avaliar, com qualidade, as ações de ensino, os sujeitos na aprendizagem e o movimento que articula as relações estabelecidas, como podemos observar em um formulário de avaliação desse momento, em que as professoras refletem sobre essa problemática.

Figura 17: Avaliação do encontro 5

2. Como você acha que estudantes do Ensino Médio reagiriam a tarefa apresentada?

2 respostas

Pela falta de contextualização e falta de situações que permitem diálogos, pode ser que se sintam entediados.

desanimados, acho que não se empenhariam a participar

3. O que você mudaria na organização do encontro para melhor atender as necessidades da aprendizagem do conceito de função? O que?

2 respostas

Eu faria a revisão assim como os alunos fizeram, com exemplos, contraexemplos e definição, mas buscaria fazer mais perguntas aos alunos. Sobre as funções de fato e suas representações gráficas, colocaria os alunos para fazer descobertas no geogebra e perceber padrões antes de expor o conteúdo de fato.

a metodo de apresentação, trazer o conteúdo com temas que tem mais relação com a vida do estudante e tentar inserir uma dinâmica

Fonte: arquivos da pesquisadora.

A pergunta 2, destacada na figura, apresenta duas respostas: a primeira é atribuída à professora Nzinga Mbandi e a segunda indica o pensamento de Maria Firmina dos Reis, o que também ocorre na pergunta 3.

A partir disso, podemos analisar que, no trecho em que se refere ao questionamento: “Como você acha que estudantes do Ensino Médio reagiriam à tarefa apresentada?”, segundo Nzinga, *pela falta de contextualização e falta de situações que permitem diálogos, pode ser que se sintam entediados (flash 2, cena 1)*. Pensando na intencionalidade das ações pedagógicas com o encontro 5, como no extrato do planejamento, o modo de organização não se aproximou do objeto como o esperado.

Nesse momento, a professora faz referência a uma necessidade de contextualização e de situações que promovessem o diálogo. O que ocorreu durante as “situações-problema” planejadas, que receberam esse nome, porém não refletiram as intenções expressas na avaliação da tarefa. Entendemos que a intencionalidade no planejamento está relacionada à avaliação e revisão contínua do impacto dos instrumentos didáticos na aprendizagem dos estudantes e é indispensável para toda a atividade pedagógica, principalmente no que tange a aprendizagem da docência.

Pensar em promover diálogo e discutir contextualização com problemas sobre função pode estar associado a uma ideia advinda dos estudos e discussões que tivemos ao longo do

experimento, mesmo se expressando com outras palavras, percebemos uma influência que interliga esses aspectos levantados por Nzinga ao estudo do movimento lógico-histórico.

Outro ponto importante a se observar é a complexidade de buscar elementos que promovam sentido no fazer docente, por reproduzir a experiência desvinculada da vida social. Essa é uma prática objetivada pelas formas de organização do ensino pautadas no conteudismo e no modo mecanizado de reprodução de técnicas Matemáticas para resolver “problemas”. Com isso, podemos inferir que a aprendizagem da docência, por meio do princípio da intencionalidade pedagógica requer, tempo que seja suficiente para que os sujeitos estudem, planejem, desenvolvam as ações e as avaliem.

Na mesma questão, Maria Firmina dos Reis responde: *desanimados, acho que não se empenhariam a participar (flash 3, cena 1)*, se referindo aos estudantes. Para chegar a essa conclusão, a professora, possivelmente, fez uma conexão entre o modo de organização da tarefa e o público a quem ela atenderia, isto é, ela buscou visualizar a aproximação dos sujeitos na aprendizagem com o objeto. Esse momento apresenta indícios a respeito de que a atividade de ensino, de acordo com Moura e outros (2010, p.90) deve “criar no estudante um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre sua realidade”. Esse movimento é de grande relevância para o processo de se reconhecer no papel de professora, pois indica uma antecipação das consequências a partir do que se entende dessas relações, por meio da intencionalidade pedagógica.

Na outra questão, “O que você mudaria na organização do encontro para melhor atender às necessidades da aprendizagem do conceito de função? O quê?”, Nzinga afirma que *faria a revisão assim como os alunos fizeram, com exemplos, contra exemplos e definição, mas buscaria fazer mais perguntas aos alunos. Sobre as funções de fato e suas representações gráficas, colocaria os alunos para fazer descobertas no geogebra e perceber padrões antes de expor o conteúdo de fato (flash 4, cena 1)*.

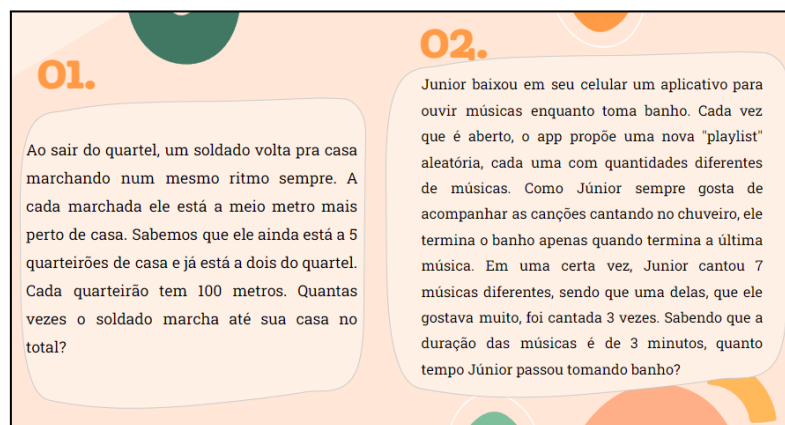
A proposta de mudança no modo de organização do encontro de Nzinga é um indício em torno da aprendizagem da docência, por meio da intencionalidade pedagógica, pois ela subverte a lógica formal da reprodução conteudista e mostra uma forma narrada a partir das necessidades históricas vinculadas ao Movimento Lógico-Histórico do conceito de função, a saber, a percepção dos padrões. Sobre isso, Sousa (2009, p.88) discorre que “educar seria proporcionar ao aluno um encontro pedagógico com os conceitos; a formação de uma visão de transformação e de movimento contínuo da realidade humana”.

Já a resposta de Maria Firmina, *o método de apresentação, trazer o conteúdo com temas que têm mais relação com a vida do estudante e tentar inserir uma dinâmica (flash 5,*

cena 1) promove uma forma de apresentação como um ponto a ser modificado para melhorar a proposta pedagógica. A ideia de aproximar o conteúdo à vida do estudante reflete um aspecto importante sobre um pensamento de Davidov (1988, p.81): “os estudantes reproduzem não só conhecimentos e habilidades correspondentes aos fundamentos das formas da consciência social, mas também as capacidades, surgidas historicamente, que estão na base da consciência e do pensamento teórico”. Nesse sentido, podemos compreender que ter consciência das propostas formativas, bem como das necessidades dos conhecimentos científicos, permite uma potencialidade na intenção ao organizar o ensino.

Diante dessa problemática, inúmeros apontamentos foram surgindo, pelo grupo de professoras, a respeito das mudanças necessárias na primeira versão do planejamento do projeto, principalmente, no que tange às relações de conteúdo e sujeitos na aprendizagem. Com isso, uma nova versão foi elaborada para satisfazer tal necessidade. Vejamos, a seguir, como o grupo se organizou para expressar as “situações-problema” desejadas, contendo seus aspectos lógicos, históricos e sua relevância social.

Figura 18: Problemas propostos pelas professoras



Fonte: Arquivos do projeto.

O primeiro problema foi inspirado em um exemplo descrito no texto de Karlson (1961). O segundo foi elaborado pelas professoras, com a intenção de aproximar o conteúdo à vida dos estudantes a partir de uma necessidade. Podemos observar que a qualidade da tarefa foi aprimorada com base na intencionalidade pedagógica pensada e estruturada para o desenvolvimento do pensamento teórico.

De acordo com Moretti (2007, p. 102), é em “momentos de reflexão teórica e ação prática e complementando-os simultaneamente que o professor vai se constituindo como profissional por meio de seu trabalho docente, ou seja, da práxis pedagógica”. Foi desse modo que conseguimos transformar tais percepções a respeito de como pensar em estratégias

para a organização do ensino: estudando, planejando, desenvolvendo as ações, avaliando e retomando com uma nova perspectiva. Todo esse movimento foi necessariamente conduzido em uma trajetória descrita por uma intencionalidade pedagógica, pautada na apropriação do conceito de função por meio do movimento lógico-histórico.

Cena 2: Pergunta *versus* objetivo

A cena 2 foi construída a partir de alguns recortes de dois momentos que elencam destaques para os aspectos da intencionalidade pedagógica no movimento de aprendizagem da docência. Os momentos foram realizados nas datas 04 de maio de 2022 e 1º de setembro de 2022, respectivamente. Os dois momentos serão representados por extratos do diário de campo da pesquisadora.

Na primeira parte, estávamos em um momento de avaliação do desenvolvimento de uma das tarefas de ensino. O trecho da reunião de destaque para essa cena se delineou por meio da fala de cada professora sobre sua avaliação em relação ao encontro na escola. Destacamos no quadro a seguir alguns pontos levantados.

Quadro 25: Avaliação de uma tarefa de ensino

Nzinga Mbandi: Temos que encontrar o papel pedagógico para melhorar a organização da equipe e usar as respostas dos estudantes para contribuir com a síntese coletiva (flash 1, cena 2).

Aminata Traoré: A síntese ficou solta, temos que olhar para os objetivos e melhorar (flash 2, cena 2).

Carolina Maria de Jesus: Estamos aprendendo a ser professoras (flash 3, cena 2), vamos melhorar a síntese mudando a metodologia, colocando mais desafios.

Maria Firmina dos Reis: Precisamos revisar o planejamento antes de cada aula, não tínhamos o total domínio do conteúdo. O que vai ter que mudar é a relação objetivo e síntese, aí sim vamos conseguir (flash 4, cena 2).

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Por meio dos trechos evidenciados no quadro anterior, podemos perceber que a mobilização diante da avaliação de uma das tarefas de ensino circundava a problemática de como elaborar uma síntese que de fato contribua para um fechamento de ideias. As professoras mostram que, em nosso caso, no Clube de Matemática Ensino Médio só há uma possibilidade de se resolver tal demanda, por meio da relação dos objetivos estabelecidos no planejamento com a síntese coletiva.

Nossa interpretação sobre esse aspecto se direciona ao modo que estrutura a atividade pedagógica dessas participantes, por meio da intencionalidade nas ações pensadas. O olhar percorrendo uma trajetória entre objetivos e síntese coletiva é um indício de que a tomada de consciência a respeito do papel do planejamento na produção do pensamento teórico é indispensável.

Esse movimento é complexo e perpassa inúmeras camadas que podem ser resumidas pelas palavras de Dias e Souza (2017, p. 192): “a atividade caracteriza-se pelo objeto a que se dirige, e não somente como produto de uma ação, além disso, motivo, ação, operação e objeto estão ligados por um formato específico que constitui sua estrutura”, pois o modo de organização sem a perda do objeto, nesse caso, a apropriação do conceito de função, reflete a necessidade de revisitar para transformar o movimento como um todo.

A fala de Nzinga apresentada no (*flash 1, cena 2*), mostra a necessidade que o grupo sentia em produzir boas sínteses ao finalizarem cada encontro. Esse movimento foi acalorado a partir do desenvolvimento das ações de ensino na escola, em que as professoras perceberam a superficialidade em torno do conceito. O sentido atribuído a esse fator pode ter relação com as outras falas destacadas.

Com isso, Aminata mostra, em (*flash 2, cena 2*), que a relação síntese/objetivos é uma solução para essa problemática. Isso relaciona nossa ideia sobre a importância da intencionalidade pedagógica na aprendizagem da docência, e, por esse motivo, também a consideramos um indício desse processo.

Carolina, então, conforta as colegas dizendo, no (*flash 3, cena 2*), o que pode ser interpretado como sendo uma confirmação de que os ciclos continuarão para que a aprendizagem se expanda ao longo do processo e a cada passo, uma qualidade nova para a tão sonhada síntese coletiva.

Mais incisiva do que as outras, Maria Firmina se coloca com posicionamento resolutivo, no (*flash 4, cena 2*). Desse modo, o ponto chave é ter a convicção do que está no planejamento e o motivo de cada elemento ali fixado. Além disso, ela destaca a importância de ter domínio sobre o conteúdo abordado, o que também é proposto por Moura (2010). E por fim, ela sugere a relação objetivo e síntese, isto é, o primeiro nos direciona ao segundo.

Por que Maria Firmina se mostra mais incisiva nessa proposição? Mais tarde, em outro extrato dessa cena, exatamente registrado no dia 1º de setembro de 2022, ao longo do processo, ela chamou a atenção para os objetivos de cada tarefa de ensino. Com esse momento, ela reflete sobre isso e inicia uma discussão importante com Virginia Brindis de Salas que indica relações entre os objetivos, nexos conceituais e as perguntas orientadoras.

A figura a seguir retrata o momento da discussão.

Figura 19: Conexão entre objetivos, nexos conceituais e as perguntas orientadoras



Fonte: arquivos da pesquisadora.

O momento registrado retrata uma importante discussão acerca da conexão entre objetivos, nexos conceituais e as perguntas orientadoras. O movimento incisivo de Maria Firmina foi essencial para que Virginia Brindis enfrentasse suas contradições acerca do planejamento. A partir dessas contradições ressaltadas, as duas dialogam a respeito da necessidade de olhar amplamente para o caminho em conexão com a chegada, isto é, o processo articulado ao que se esperava como resultado e para que isso pudesse ser concretizado, chegamos à conclusão de inserir ao movimento as perguntas orientadoras.

Algumas perguntas orientadoras elaboradas a partir de tal discussão: *Como você explicaria a função para uma pessoa que não participou do projeto? Quais os elementos necessários para compreender o conceito de função? Você percebe alguma situação do seu cotidiano em que poderia ser observado o conceito de função? Qual a necessidade de modelar e analisar o comportamento gráfico?*

Identificar o problema e propor soluções foram movimentos constantes realizados no projeto. A elaboração das perguntas orientadoras que promovessem aproximar dos nexos conceituais da função são exemplos de estratégias fluidas pela intencionalidade pedagógica. Ainda que as perguntas gerassem possibilidades superficiais, para o momento, aos poucos, a ideia ia se tornando mais completa e elevando a qualidade das ações de ensino, por meio das especificidades mais explícitas dos objetivos.

Corroborando isso, Leontiev (1978, p. 124) nos diz que “a atividade humana é caracterizada por seu caráter intencional, uma vez que todas as ações realizadas são dirigidas

a um fim impulsionadas pela satisfação das necessidades”. Esse fim pode ser consciente ou não. Em nosso caso, o objetivo é tornar essas ações conscientes.

Episódio 2: As velhas e novas intenções

O episódio 2 desta unidade foi estruturado para mostrar como algumas relações práticas podem implicar a intencionalidade pedagógica, que é um dos princípios da aprendizagem da docência. A práxis é uma chave importante em todo movimento de tornar-se professor, assim, como no episódio 1 desta unidade nos pautamos nas reflexões, agora discutiremos elementos que se configuram na prática docente. Isso porque à medida que os objetivos se aproximam do objeto e geram uma nova significação do conhecimento e suas relações com o meio, a mediação da atividade de aprendizagem torna-se progressivamente mais consciente.

O quadro a seguir sintetiza o episódio.

Quadro 26: Organização do episódio As velhas e novas intenções

Unidade de análise	Episódio	Cenas
A intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino	As velhas e novas intenções	Cena 1: Acho que não participei da mesma reunião de planejamento que você
		Cena 2: Narrativas sobre o planejamento

Fonte: a autora.

“As velhas e novas intenções” é composto por duas cenas que articulam momentos da prática docente refletidos no planejamento das ações de ensino do Clube de Matemática Ensino Médio. A cena 1, intitulada “Acho que não participei da mesma reunião de planejamento que você”, mostra um debate de contradições em que uma das professoras decide não seguir o planejamento organizado pelo coletivo e gera uma problemática marcante a respeito da intencionalidade pedagógica. Já a cena 2, “Narrativas sobre o planejamento”, destaca a importância de se estabelecer e compreender qual a intencionalidade pedagógica por meio do planejamento.

Cena 1: Acho que não participei da mesma reunião de planejamento que você

A cena 1 representa um encontro ocorrido no dia 07 de abril de 2022. Nesse momento, foi colocada em debate a aula ministrada por Marielle Franco e Virginia Brindis de Salas. No dia anterior, nos reunimos para organizar os últimos detalhes e preparar os materiais da aula²⁶. Retomamos o objetivo da tarefa, que se resumia a “discutir a representação algébrica e gráfica das funções afim”. Resolvemos, em conjunto, o problema desencadeador para elencar os nexos conceituais vinculados às ideias de domínio, contradomínio e imagem. Elaboramos as perguntas orientadoras.

No dia seguinte, tivemos a aula ministrada para os estudantes da escola. A seguir, destacamos um quadro com a descrição do encontro.

Quadro 27: Descrição da aula de Marielle Franco e Virginia Brindis de Salas

Encontro 3, turma A. Presentes: Carolina Maria de Jesus, Nzinga Mbandi, Marielle Franco, Virginia Brindis de Salas, Dandara dos Palmares, Aminata Traoré, Sueli Carneiro, Christiane Taubira e Maria Firmina dos Reis.

Chegamos às 07h e nos organizamos. Distribuímos os crachás e as folhas de registro, à medida que os estudantes foram chegando. O problema do Uber foi escrito no quadro. Marielle Franco iniciou a fala e Virginia Brindis leu o problema desencadeador. No momento seguinte, as professoras ministrantes definiram a lei de formação da função relacionada ao problema apresentado e resolveram a pergunta central. Elas não possibilitaram um momento em que os estudantes pudessem pensar sobre a proposta, porém estabeleceram e deram condições de relacionar conjuntos e o conceito de função.

Às 07h50min iniciamos o segundo momento da aula. A turma foi dividida em cinco grupos, entregamos as cartas referente ao jogo. Marielle explicou a dinâmica desse momento. Observamos que as cartas coloridas tiveram um impacto admirável e envolveram todos os estudantes, inclusive quem começou a aula cansado e cabisbaixo. Cada professora presente mediu a dinâmica em um dos pequenos grupos. Finalizamos o segundo momento às 08h20.

Em seguida, inicia-se o terceiro momento, com a mediação das perguntas orientadoras. Algumas professoras que estavam acompanhando a aula mostraram-se incomodadas (Carolina Maria de Jesus, Maria Firmina dos Reis e Christiane Taubira). O motivo do incômodo apresentado por elas diz respeito ao modo como as colegas mediarão o encontro, afirmando ter sido muito rápido, não permitindo que os estudantes pensassem.

Por fim, tivemos a síntese da aula. Nesse momento, Marielle Franco explica a relação entre as cartas da tarefa por meio de uma ideia a partir da palavra *transformação*. O movimento realizado por ela foi superficial e não abarcou os elementos necessários discutidos no planejamento.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

²⁶ A descrição da aula está no apêndice 3, encontro 5.

Na avaliação do encontro, alguns pontos foram levantados, tais como: uma fala importante inferida de Nzinga, os nexos conceituais e a superficialidade da síntese. O quadro a seguir representa algumas dessas falas que expressam esse movimento.

Quadro 28: Avaliação do encontro

Nzinga: A aula de Marielle Franco e Virginia Brindis foi ótima! Porém, eu acho que não participei da mesma reunião de planejamento que vocês. Nós havíamos decidido dar ênfase nas relações com os nexos conceituais e vocês foram para outro caminho (flash, 1, cena 1).

Carolina: Praticamente não houve síntese, vocês não usaram nosso planejamento. O que vocês pensaram?

Virginia Brindis: Na hora, eu fiquei muito nervosa, e o assunto foi para outro rumo, achei que estava tudo bem aprofundar em outra coisa (flash 2, cena 1).

Maria Firmina: Quando a gente planeja em conjunto a aula tem que seguir daquela forma, por mais que sua ideia daquele momento seja mais legal, porque foi uma decisão em coletivo e estudamos para tomá-la (flash 4, cena 1).

Marielle: Pecço desculpa pessoal, eu realmente me equivoquei. Vou melhorar isso para as próximas. Preciso estudar mais para fazer a síntese, ainda não consigo fazer como Nzinga (flash 3, cena 1).

A cena apresentada mostra uma narrativa dialogada a partir de condições que só puderam se manifestar no coletivo, como o movimento realizado pela equipe do Clube de Matemática Ensino Médio. Nesse movimento de planejamento compartilhado, a presença participativa no desenvolvimento das ações de ensino e a avaliação na perspectiva tanto dos estudantes como das professoras permitiram um olhar atento às condições enfrentadas.

Esse modo de organização potencializa uma dinâmica persuasiva, no sentido de, ao estruturar uma intencionalidade em cada elemento que constitui uma proposta da aula, por meio do Movimento Lógico-Histórico e da Atividade Orientadora de Ensino, queremos experimentá-lo e avaliá-lo. Se alguma professora não concorda com as decisões tomadas pelo coletivo, isso deve ser expressado no momento do planejamento, para que os ajustes possam ser resolvidos ou não, quando não há convencimento pelas outras partes.

Uma mudança no movimento despertou sentimentos de incômodo entre outras professoras. Consideramos que isso se relaciona ao modo de compreender que a “consciência é, sobretudo, a de sujeito pertencente a uma coletividade cuja ação tem por desígnio propiciar a constituição do conhecimento com seu coerente desenvolvimento da aprendizagem” (Silva, 2018, p. 63). Isso pode ser considerado um indício de como a intencionalidade pedagógica é importante e de que uma ideia manipulada pelo “improvisado” pode acarretar em outras condições objetivas para a aprendizagem, o que dificulta o trabalho docente, para a mediação

necessária e o fechamento de ideias por meio das sínteses que vinculam aos nexos conceituais da função.

Sobre isso, Lopes (2017, p. 120) mostra que “a educação, em especial, a educação escolar, entendida como via para o desenvolvimento humano, torna-se importante ao permitir uma organização consciente dos processos de formação dos indivíduos a partir de uma organização intencional do ensino”. Quando, individualmente, alguém decide reestruturar um planejamento coletivo, perdemos elementos importantes que foram salientados com seus devidos motivos de comporem cada ação, por isso é intencional.

Na fala de Nzinga, fica expresso o descontentamento pela situação vivenciada no (*flash,1 cena 1*). De fato, o objetivo maior não era o modo metodológico de organização da aula, em si, mas como evidenciar os nexos conceituais da função naquela perspectiva. Se não há domínio desse Movimento Lógico-Histórico, o sentido se perde em explicações superficiais, como aconteceu.

Outro ponto importante expresso na intenção da aula organizada era dar voz aos estudantes, para que eles pudessem manifestar o pensamento em torno do problema apresentado, porém, o motivo do incômodo apresentado por elas diz respeito ao modo como as colegas mediarão o encontro, afirmando ter sido muito rápido, não permitindo que os estudantes pensassem. Com isso podemos salientar que “o comprometimento de quem ensina Matemática com a aprendizagem do seu aluno expressa-se na intencionalidade de suas ações, voltadas a transformar o ensino em atividade de aprendizagem para o aluno” (Lopes, 2017, p. 125).

Por meio de Virginia, podemos observar que o pensamento objetivado na ação pedagógica movimentou os sentidos pessoais a respeito de sua apropriação do conceito de função. Desde o início do experimento, temos observado sua proximidade com a Matemática pela lógica formal mais apurada, e que conseqüentemente interferiu nas relações do grupo, que tem a intencionalidade de desenvolver um processo educativo por meio da humanização.

Algumas contradições foram enfrentadas ao longo de suas manifestações para com o grupo. Até o momento em que essa cena foi descrita, ela não tinha tomado consciência de que o modo de organização do ensino, em que o Clube de Matemática Ensino Médio se pautava, também produz pensamento teórico. Por esse motivo, houve a mudança do planejamento, como mostra sua fala no (*flash 2, cena 1*).

No caso de Marielle, podemos inferir outro motivo conforme seu posicionamento, no (*flash 3, cena 1*). Pensamos que o fato da mudança de postura diante da aula estava relacionado com a falta de apropriação do conceito, pelo seu Movimento Lógico-Histórico;

por esse motivo, e sem observar atentamente as questões orientadoras produzidas pelo grupo no planejamento, ela age de modo a satisfazer a sua necessidade individual, reproduzir e cumprir apenas uma tarefa pela qual se responsabilizou.

Na aprendizagem da docência, quando refletimos sobre um de seus princípios, como a intencionalidade pedagógica, imaginamos que tudo funcionará conforme o planejado; porém, com essa cena, vimos que, mesmo com um grupo de professoras, pessoas responsáveis pela organização do ensino, não temos tudo sob controle, e isso não será diferente em sala de aula. O importante é compreendermos que o papel do professor nos permite aprender sempre com os pares, entre outros. Reflexo disso é quando o coletivo compreende a importância de cada contribuição crítica para o movimento de humanização, como ocorreu na fala de Maria Firmina, no *(flash 4, cena 1)*.

Com isso, podemos concordar com Moura, Sforini e Lopes (2017, p. 72) que,

a intencionalidade do professor acerca da objetivação de sua atividade - o ensino -, aliada às ações e operações para propiciar a aprendizagem de um conceito, desencadeia os processos de reflexão, análise e síntese por parte do professor ao interagir com os estudantes, o que poderá dar nova qualidade ao seu modo geral de organizar sua atividade pedagógica.

Dessa forma, podemos perceber a qualidade nova ao processo de aprendizagem da docência, pelos aspectos citados nessa cena, que inferem sobre a relação entre a intencionalidade pedagógica e o compartilhamento das ações de ensino, que refletem a coletividade.

Cena 2: Narrativas sobre o planejamento

A cena 2 foi organizada para apresentar e discutir elementos a respeito da importância de se estabelecer e compreender qual a intencionalidade pedagógica por meio do planejamento. Para isso, selecionamos algumas reflexões realizadas pelas professoras, a partir de uma tarefa de avaliação do projeto estruturada como narrativa. A dinâmica foi solicitada no dia 23 de fevereiro de 2023, finalizando a coleta de dados no projeto Clube de Matemática Ensino Médio.

Para a construção do texto como narrativa, incluímos as seguintes orientações:

Quadro 29: Orientações para a produção de narrativas

Estes trabalhos propiciam a oportunidade para o estudante documentar, registrar e estruturar a sua aprendizagem no Clube de Matemática Ensino Médio. Para que isto ocorra, eles devem ser organizados no formato de narrativas que permitam a avaliação do pensar do sujeito. As narrativas escondem e revelam a capacidade do narrador para refletir sobre a sua ação passada, na ação presente, para a ação futura, e, se puder, inferir desse ciclo considerações sobre o seu próprio pensar nas dimensões e nos níveis múltiplos que tal processo comporta, ou seja, “o estudo da narrativa é o estudo da forma, segundo a qual os seres humanos experimentam o mundo” (Connely; Clandinin, 1990, p. 2). Características: como relato de acontecimentos, a narração caracteriza-se por apresentar fatos que se desenrolam em determinado tempo e lugar, com a atuação de uma ou mais personagens e deve se caracterizar por apresentar:

- Enfoque Formativo: ao capturar a complexidade do processo de formação vivenciado pelo estudante, a narração caracteriza-se pelo aspecto formativo.
- Enfoque Continuado: há possibilidade de capturar a dinâmica de formação dos sujeitos
- Enfoque Reflexivo: a narração deve caracterizar-se não por uma descrição exaustiva de fatos e acontecimentos, mas pela reflexão dos fatos narrados.
- Enfoque Compreensivo: a narração não deve enfatizar somente os “bons” momentos, ela deve também conter as dúvidas, as angústias, as limitações, os sonhos, ou seja, tudo aquilo que compõe os saberes em formação.

Observação: Faça relação das reuniões em que discutimos construtos teóricos que permeiam as ações do projeto e as situações de aprendizagem na escola.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

As narrativas que destacamos apontam para elementos que podem contribuir com os indícios de aprendizagem da docência por meio de um de seus princípios, como a intencionalidade pedagógica em cada ação, instrumento e modo de organizar o ensino.

Figura 20: O planejamento e sua intencionalidade na narrativa de Solitude

Seguindo ainda no contexto das minhas aulas, tive grande ajuda da Carolina, ela me mostrou que uma aula não era simplesmente o plano geral que tínhamos para a equipe e que não era algo que chegamos e explicamos apenas o que sabemos aos alunos, é necessário pensar tudo que será feito, " Quais exemplos vou usar?", " O que vou escrever no quadro?", " Quais respostas eu espero?" , ou seja, pensar tudo nos mínimos detalhes, para que assim ao fim de tudo eu possa me alinhar com o responsável pela mesma aula em outra sala, para não se destoarem.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

No trecho destacado, na cena representada por parte da narrativa de Solitude, nota-se a articulação do planejamento e o movimento da aula. Com a contribuição de uma colega do grupo, ela produz reflexões acerca de elementos básicos sobre a organização do ensino de Matemática. Segundo ela, *uma aula não era simplesmente o plano geral que tínhamos para a equipe e que não era algo que chegamos e explicamos apenas o que sabemos aos alunos, é necessário pensar em tudo que será feito (flash 1, cena 2).*

A reflexão sobre o que é uma aula suscita elementos de aspectos do pensamento empírico sobre o que a aparência mostra ser a docência, a partir das experiências já

vivenciadas, principalmente enquanto estudantes da Educação Básica. O flash 1 mostra indícios de que tanto Carolina quanto Solitude tomaram consciência de que organizar uma aula vai muito além da mera reprodução mecânica do conhecimento. Kopinin (1978, p. 153) discute essa análise ao dizer que “os aspectos das relações internas do objeto e suas leis de movimento são acessíveis por meio da elaboração racional e de um sistema de abstrações de dados do conhecimento empírico”.

Além disso, a professora coloca questionamentos que estão diretamente relacionados à intencionalidade pedagógica: *quais exemplos usar? O que vou escrever no quadro? Quais respostas eu espero? (flash 2, cena 2)*. Pensar nessas proposições requer uma compreensão em torno dos objetivos que se espera alcançar. Para a pergunta “quais exemplos usar”, a resposta seria: depende do que buscamos ensinar. Para a segunda, “o que escrever no quadro”, vai depender do que quero afetar com essa escrita e no que ela poderá contribuir com o processo de organização do ensino. E, por último, “quais respostas eu espero”, isto é, que tipo de respostas os estudantes darão para esse ou aquele movimento. Todos esses fatores, intrinsecamente relacionados, corroboram as necessidades tanto de quem ensina quanto de quem aprende, e essa percepção nos direciona à intencionalidade do professor, pois ele é o sujeito responsável pela organização do ensino e articulação das necessidades.

Outro trecho interessante para essa unidade de análise, que suscitou as narrativas escritas pelas professoras do projeto, foi o texto de Amy Aswood Garvey.

Figura 21: O planejamento e sua intencionalidade na narrativa de Amy Aswood Garvey

Antes de oito encontros com duas turmas do segundo ano do ensino médio em uma escola pública, foram realizados muitos planejamentos com todos os bolsistas que faziam parte do projeto e com a pesquisadora, o principal enfoque e maior feito antes de ir para a sala de aula foi o planejamento de cada aula, cada detalhe desde falas, exemplos, materiais e divisão de tempo foi calculado e planejado para o melhor desempenho das atividades. Fazer parte das discussões foi uma experiência única, ver a perspectiva de cada um enchia o coração de desejo por realizar esse projeto com maior êxito possível.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

A fala de Amy nos leva a pensar em uma analogia, que foi um sentimento despertado em vários momentos de discussões sobre planejar uma aula e que foi apresentada nesse trecho da narrativa: na aprendizagem da docência, planejar uma aula tem uma empolgação semelhante a permitir que uma criança planeje sua própria festa de aniversário. O desejo inicial é que todos se divirtam e que seja um evento especial.

Podemos manter esses olhos brilhando em cada detalhe pensado, mas de forma que não percamos a intencionalidade pedagógica. Assim como afirma Solitude no quadro anterior, planejar uma aula vai muito além disso. Outro detalhe que também aparece na fala de Amy destaca-se: *fazer parte das discussões foi uma experiência única, ver a perspectiva de cada um enchia o coração de desejo por realizar esse projeto com maior êxito possível (flash 3 cena 2)*, o que evidencia os aspectos da coletividade.

A coletividade é tão importante quanto o ato de planejar para a aprendizagem da docência por meio da intencionalidade, visto que compartilhar as ideias, debatê-las, tomar decisões e segui-las, mesmo não sendo a sua própria ideia, é um jogo de convencimentos e argumentações que eleva a qualidade do conhecimento e coloca em experiência o objetivo traçado por todos, com alcance futuro nas avaliações.

Podemos inferir que a fala de Amy corrobora Longarezi e Franco (2011, p. 27), que afirmam que “a participação e o envolvimento do sujeito em seu processo formativo estejam estreitamente relacionados à satisfação de sua necessidade e não a de quem o propõe”. Essa participação e envolvimento era atrelada inicialmente às bolsas do Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática. Mas com o passar dos ciclos formativos, os motivos foram se modificando, para cada sujeito de um modo diferente. Resultado dessa expressão é que mesmo a investigação tendo finalizado a coleta de dados, o projeto continua a existir por meio dos ciclos de aprendizagem expansivas. Ainda que das doze bolsistas apenas três foram designadas para ficarem responsáveis diretamente pelo Clube de Matemática Ensino Médio, temos a colaboração de outras participantes, mesmo não vinculadas ao processo.

Evidenciamos também um trecho de Maria Elena Moyano. Ela participou do último ano da coleta de dados e ainda permanece no projeto atualmente. No momento da transcrição de sua narrativa, ela havia participado de reuniões de estudos e planejamento, contudo, ainda não tinha presenciado a experiência da sala de aula. Além disso, vale ressaltar que ela estava no segundo período do curso de Licenciatura em Matemática.

Figura 22: O planejamento e sua intencionalidade na narrativa de Maria Elena Moyano

Resolvemos em conjunto, acrescentar os conteúdos de função Injetora, Sobrejetora e Bijetora ao planejamento. Portanto, foi necessário realizar mais um planejamento de encontro. As pessoas responsáveis por produzirem foram eu e Amy, porém como éramos novatas tivemos o auxílio das veteranas Virginia e Aminata. Apesar de ser uma responsabilidade enorme, eu gostei muito. Ficamos em reunião nós quatro durante toda tarde para conseguir chegar em um resultado em que todos estivessem satisfeitos, e eu aprendi muito durante todas essas horas. Aprendi a importância de um planejamento de aula, e perceber que infelizmente nem todos os professores realizam isso atualmente por ser tão trabalhoso (abdicando do que, para mim, vejo como a base de uma aula), além de toda esquematização por trás (separar entre o conteúdo que será trabalhado, os objetivos gerais, a metodologia etc.).

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Aprender a planejar uma aula não é trivial, ainda mais para alguém como Maria Elena, no momento de início da sua jornada. Nesse trecho descrito por ela, observamos elementos importantes que movimentam uma qualidade nova ao processo de aprendizagem da docência, visto que ela foi uma professora que, ao entrar no projeto, protagonizou momentos desafiadores, por meio da concepção do papel do professor que carregava. Isso partia de suas experiências enquanto estudante da Educação Básica.

O resultado de uma organização do ensino se pauta nas concepções dos sujeitos que a medeiam. Aos poucos, em conjunto, fomos compartilhando as experiências e debatendo com ela sobre a intencionalidade do projeto. Para nós, não bastaria reproduzir o que já estava posto em sala de aula, nossa concepção se pautava e ainda se pauta em uma educação humanizadora que alia o processo de apropriação da cultura ao Movimento Lógico-Histórico de conceitos.

Quando Maria Elena afirma que *ficamos em uma reunião nós quatro durante toda tarde para conseguir chegar em um resultado em que todos estivessem satisfeitos, e eu aprendi muito durante todas essas horas. Aprendi a importância de um planejamento de aula, e perceber que infelizmente nem todos os professores realizam isso atualmente por ser tão trabalhoso (flash 4, cena 2)*, tem-se como indício, novamente, a importância do compartilhamento das ações de ensino e a busca por uma unidade de intenções a respeito da aula em si. Além disso, é evidenciado o aspecto da não trivialidade desse movimento.

O Clube de Matemática Ensino Médio transformou Maria Elena e ela também o transformou, corroborando assim a tese de Vázquez (2007) ao inferir que as pessoas são produtos do meio e a recíproca também é verdadeira. Silva e Cedro (2020, p. 356) também mostram que o planejamento potencializa “a determinação das condições físicas em que o conhecimento será mediado, as formas das relações interpessoais realizadas entre professor e

alunos e entre os próprios alunos, e a forma como esse conhecimento será posto em movimento entre os sujeitos da atividade pedagógica”. É nesse sentido que a intencionalidade permite a conexão, enquanto unidade pedagógica, entre o conteúdo, o sujeito na aprendizagem.

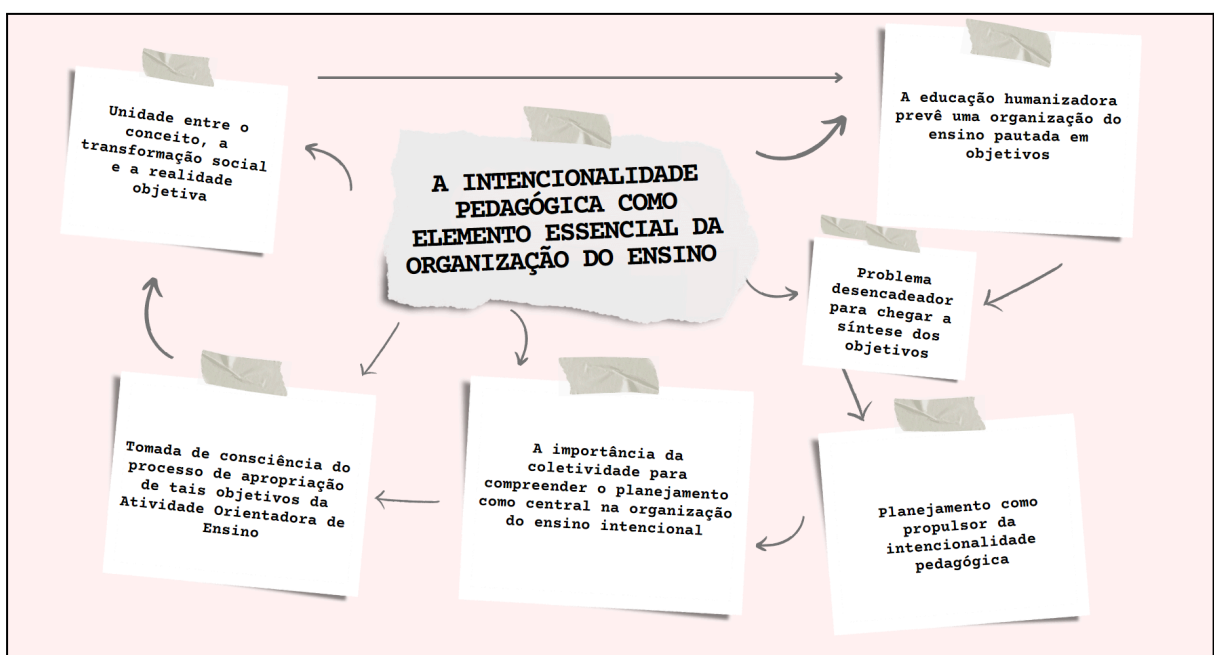
Síntese da unidade 3: A intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino

A aprendizagem da docência tem como um de seus princípios a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino. Essa busca está vinculada aos modos de permitir a conexão enquanto unidade pedagógica entre o conteúdo, o sujeito na aprendizagem e a realizada. Para que esse movimento se expanda na aprendizagem, ter como referências os objetivos é indispensável no processo para a articulação entre ensino e aprendizagem.

A intencionalidade pedagógica, a objetivação e os significados dos conhecimentos ensinados para a formação do pensamento teórico, na aprendizagem da docência se movem pela práxis, em que o sujeito que ensina planeja, desenvolve e avalia a ações de forma consciente, para a formação humana, à qual o papel social da escola está atrelado, isto é, uma educação humanizadora pela apropriação da cultura.

Assim, os dados analisados na unidade 3 contribuem para esses aspectos:

Figura 23: síntese da unidade 3



Fonte: a autora.

Com a unidade de análise referente ao terceiro princípio da aprendizagem da docência, a intencionalidade pedagógica, podemos evidenciar que, para a promoção de uma educação humanizadora, é necessário que tenhamos objetivos bem definidos para uma organização do ensino adequada à proposta teórico-metodológica.

Essa organização do ensino pode ser pensada de vários modos, inclusive enquanto um problema desencadeador, que prevê os elementos necessários que articulam as necessidades em torno do objeto de conhecimento e os motivos pelos quais devemos ensiná-lo e aprendê-lo.

A transformação almejada por meio dessa lógica, pressupõe um processo de aprendizagem da docência por meio de uma prática reflexiva, contínua e dialógica, o que depende das relações com a coletividade. Dessa forma, poderá, continuamente, mover uma qualidade nova para o processo, em busca dos objetivos traçados.

Nessa perspectiva, o planejamento é entendido como propulsor da intencionalidade pedagógica, pois, no movimento de sua constituição, os sujeitos envolvidos tomam como ponto de partida os objetivos definidos. Assim, justificam-se os meios, por se refletirem nos instrumentos e ações e idealizarem um ponto de chegada, que é avaliado pelas discussões coletivas do grupo de professoras participantes do Clube de Matemática Ensino Médio.

Desta forma, por meio da tomada de consciência do processo de apropriação os objetivos da Atividade Orientadora de Ensino podem ser alcançados, estabelecendo uma unidade pedagógica entre o conceito, a transformação social e a realidade objetiva, a partir da intencionalidade nas ações de ensino.

4.4 O compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica

A compreensão da atividade pedagógica se pauta na perspectiva do desenvolvimento humano, conforme aponta Leontiev (1978), ao mencionar que o sujeito, em atividade, se

humaniza por meio das relações com seus pares e com o ambiente em que vive suas experiências sociais. Essa premissa de relações implica a necessidade de compartilhamento por meio da interação que é promovida.

Sabemos disso, também, por meio da história da humanidade, em que o processo de humanização se articula no coletivo, por questões de sobrevivência e aprimoramento das ideias que impulsionam a desbravar o mundo circundante, como menciona Bishop (1961), ao apresentar as seis atividades principais do humano: desenhar, localizar, fazer, explicar, jogar e contar. Todas elas preveem uma ação dedicada *ao outro*, conforme as necessidades de cada tempo.

A respeito da apropriação do conhecimento científico, que é a base da atividade de ensino, o compartilhamento é necessário pelo modo que concebemos tal desenvolvimento. Podemos perceber esse movimento em vários aspectos da vida humana, como por exemplo o desenvolvimento dos sistemas de numeração a partir de necessidades advindas das civilizações antigas, referentes à ação de contar para controlar quantidades.

O movimento de constituição dos diversos sistemas de numeração, de acordo com Ifrah (1989), para os antigos egípcios, babilônios, fenícios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, hindus e árabes, tornou possível o estudo científico da História da Matemática, por meio dos modos de registrar as ideias, em pedras lascadas, pinturas nas paredes, nós em cordas, agrupamento de pedras, até a utilização do papel enquanto recurso. O objetivo principal desse movimento está relacionado ao compartilhamento, pois registrar é produzir sínteses do pensamento para que seja possível o conhecimento futuro dos modos de produção. É isso que dá sentido à vida humana, contar nossa história ao outro, o que é um método primordial de compartilhamento.

Nessa investigação, percebemos a importância do compartilhamento das ações para a aprendizagem da docência; não somente com foco nesta unidade de análise, mas enquanto princípio, foi se tornando imprescindível também nas relações apresentadas em outras unidades.

Podemos observar que, na primeira unidade, a cultura é produzida pelo coletivo e propagada por meio do compartilhamento das sínteses humanas, de modo que a escola é um ambiente propício para a apropriação do conhecimento, também fruto da coletividade. Na segunda unidade, pontuando o modo de desenvolvimento humano, o compartilhamento das ações, ideias e opiniões a respeito de determinado objeto é importante e contribui para a tomada de consciência do indivíduo, haja vista que quando este se coloca em atividade de ensino, transforma a si e o meio, por intermédio da coletividade. Por fim, na terceira unidade,

destacamos a colaboração entre pares com os aspectos pedagógicos do ato de planejar as ações de ensino.

Neste momento, o foco é destrinchar ainda mais as potencialidades do compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica, que já nos mostrou ser essencial para o processo de aprendizagem da docência. Assim, selecionamos dois episódios que condensam tais princípios formadores da coletividade nesse movimento: “A produção de sínteses como forma de compartilhamento das ideias” e “A constituição do sujeito por meio das ações de compartilhamento”.

Episódio 1: A produção de sínteses como forma de compartilhamento das ideias

O episódio 1 dessa unidade de análise é composto por duas cenas.

Quadro 29: organização do episódio A produção de sínteses como forma de compartilhamento das ideias

Unidade de análise	Episódio	Cenas
O compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica	A produção de sínteses como forma de compartilhamento das ideias	Cena 1: Dividindo tarefas
		Cena 2: Síntese do Movimento Lógico-Histórico do conceito de função

Fonte: a autora.

O objetivo do episódio é destacar os momentos em que os participantes da pesquisa se colocam em movimento de aprendizagem. Momentos esses em que são levantados elementos importantes para a constituição da atividade de ensino, como divisão de tarefas para o desenvolvimento das ações de ensino na escola.

Cena 1: Dividindo tarefas

A cena 1 foi organizada para apresentar uma discussão relacionada à divisão de tarefas. Nesse momento do experimento, estávamos nos preparando para desenvolvermos as ações de ensino nas escolas. O grupo estava reunido na universidade, separando os materiais, refletindo sobre cada ponto do planejamento e pensando na ordem das ações.

O quadro a seguir representa um trecho da discussão.

Quadro 30: Divisão de tarefas

Pesquisadora: No primeiro encontro, eles vão precisar registrar o jogo da memória, as resoluções e o plano com estratégias dos pontos que têm embarcação, colocar o nome deles na turma. Cada um vai fazer o seu registro, eles vão fazer ali do jeito que eles quiserem, porque depois a gente vai analisar como é que ele vai fazer o plano cartesiano e eles vão marcar os pontos que têm embarcação. Vamos combinar todas as seis soluções, eu tenho que ter seis soluções, seis equações e letras.

Carolina: É individual o registro?

Pesquisadora: Nós definimos que eles vão responder junto, mas cada um escreve o seu, porque a forma de registrar também mostra o movimento do pensamento dele para chegar naquela resposta, então ter que explicar o que ele pensou para responder e ter que escrever a resposta dele dá indícios para gente como professor, entender como é que ele está aprendendo.

Maria Firmina: Outra coisa, quando pensamos nessa tarefa, a gente percebeu que tinha muita rivalidade, então vamos tentar diminuir isso, se você ver (sic) que os alunos estão reproduzindo, vai lá e tenta mostrar que temos que ajudar. Não é uma questão de mérito, entendeu? Para trabalharmos juntos, mesmo tendo essa divisão, a gente tenta diminuir isso porque a nossa questão não é ter rivalidade (flash 1, cena 1).

Pesquisadora: Essas coisas são para ajudar nessa questão porque o nosso mundo é um mundo muito individualista, onde a gente compete muito. Toda lógica por trás de tudo que a gente está estudando é um processo de uma sociedade frisando algo mais comunitário, mais coletivo.

Maria Firmina: Por isso colocamos nas cartas do jogo para conferir se o meu deu certo ou não, mas você também tem que conferir. Você tem que saber se eu estou certo (flash 2, cena 1).

Esperança Garcia: Era bom deixar o resultado de um lado, equações. Ele virou uma vez apertada aquela equação, ele já entende que não tem como ter outra possibilidade.

Pesquisadora: Ok, podemos fazer assim, mas lembrando que a intenção de tudo é conceitual, porque a gente faz um evento danado, mas o objetivo principal é o conteúdo desse primeiro momento que é revisar algumas questões sobre o papel da variável dentro das relações algébricas e como é que a gente estrutura um ponto dentro de um plano cartesiano como é que ele se situa, isso é principal porque são chaves para entender o conceito de função que nós determinamos que isso era importante, então é isso.

Aminata: Eu só quero comentar que nesse jogo, tem que estar num fluxo de manter a paz porque dividir a turma em duas equipes é bem difícil manter essa ideia de colaboração. Então vamos estabelecer essas relações para que a gente consiga comunicar direitinho (flash, 3, cena 1).

Pesquisadora: Uma coisa muito importante que discutimos e não podemos perder de vista é deixar um espaço para a roda de conversa enquanto o registro é finalizado. Com a última pergunta sobre o que que eles acharam do encontro, de bom de ruim, mas também o que eles aprenderam de novo. Então, nesse momento

do encerramento quem está responsável deve incentivar a escrever uma frase ou algo que marcou hoje. Outra coisa, após o registro, não se esqueça de mandar o relato no grupo. Vocês podem pontuar sobre a organização da aula e o que vocês sentiram também. Acho que é isso, estamos preparados.

Carolina: Eu queria falar uma coisa importante.

Nzinga: Pode falar, melhor agora do que ter dúvida depois.

Carolina: É sobre as reuniões. Esse horário é complicado porque pega o horário do almoço. Podemos ver outras possibilidades?

Maria Firmina: Eu concordo. Temos três manhãs livres. Podemos usar uma delas para planejar e outra para avaliar o encontro anterior.

Pesquisadora: Qual a proposta?

Carolina: Em um dia fazemos a discussão do encontro anterior, a avaliação e no outro organizamos os itens do planejamento.

Pesquisadora: Eu não consigo me reunir com vocês em dois dias, porque estarei em aula.

Maria Firmina: Mas nas reuniões de planejamento conseguimos organizar sem você, porque o planejamento está pronto, é mais uma questão de organizar quem vai fazer o que e construir os materiais. Daí podemos te passar tudo (flash 4, cena 1).

Pesquisadora: E quando seria esse momento?

Maria Firmina: Todos podem na sexta-feira?

Sueli Carneiro: Pode ser às 09h?

Todas: Sim.

Fonte: Arquivos da pesquisadora.

No *(flash 1, cena 1)*, podemos perceber que Maria Firmina dialoga a partir de experiências com as primeiras intervenções nas tarefas elaboradas. Ela é uma das participantes que estava desde o início do projeto. Por esse motivo, consegue perceber a estrutura pensada no planejamento e articular com o movimento proposto nos estudos realizados.

Com essa conexão estabelecida, Firmina compartilha sua percepção às demais colegas do projeto Clube de Matemática Ensino Médio. Nesse momento, podemos inferir que, de acordo com Rubtsov (1996, p. 134), “a aptidão para a aprendizagem é, na verdade, resultado de uma determinada interiorização, de maneira que a atividade de aprendizagem se apresenta, essencialmente, sob a forma de uma atividade realizada em comum. Nesse sentido, Maria

Firmina consegue se expressar a partir de uma interiorização realizada em seu processo de aprendizagem da docência.

Para além de tal interiorização, a participante indica a importância de compartilhar sua percepção com os pares. Permitindo, assim, estabelecer relações com os elementos essenciais de uma atividade coletiva, a “compreensão mútua, permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro”, conforme indica Rubtsov (1996, p. 136). Esse movimento foi possível porque ela, Maria Firmina, se sente parte do grupo, e vê ali um espaço seguro para expor suas ideias, buscando as melhores condições para o projeto enquanto unidade desse coletivo.

Nessa perspectiva, também concordamos com Lopes (2016, p. 25) que afirma que

É no compartilhar que o docente tem a oportunidade de apropriar-se de novos conhecimentos, pois, embora as ações possam ser de cada um daqueles que concretizam uma determinada atividade, a aprendizagem não acontece no que cada um deles faz de forma isolada, mas na interação entre sujeitos ou entre sujeitos e objetos. Assim, faz-se necessário que as ações sejam desenvolvidas por todos, mas que cada um tenha não só a oportunidade, mas o comprometimento de participar (Lopes *et al.*, 2016, p. 25).

Foi assim que Maria Firmina, no momento do diálogo, prestes a adentrar as ações práticas, afirmando os detalhes mais importantes daquele movimento, se expressa no intuito de preservar as condições e intencionalidade do planejamento e admite o processo de pensamento de uma personalidade coletivista, ao buscar com que não só as colegas se organizem com o mesmo pensamento, mas que isso seja refletido também no desenvolvimento do pensamento dos estudantes da Educação Básica. Isso mostra a necessidade discutida por Lopes, de comprometimento com o outro, com o projeto, com os pares.

O modo de pensar a educação e como podemos estabelecer a apropriação da cultura nos espaços de aprendizagem, como a escola, faz com que Maria Firmina tenha a convicção problematizada acerca da meritocracia. Para ela, esse movimento não ocorre com quem sabe mais, ou quem pode mais, e sim, quando todos conseguem perceber o objetivo da proposta e caminhar juntos para alcançá-lo.

Com isso, Lopes (2016, p. 19) continua dizendo que

A aprendizagem é um processo social, e isso tem como decorrência a compreensão de que a interação entre os sujeitos envolvidos possui um papel crucial no seu desenvolvimento. Nessa perspectiva, as ações constituídas coletivamente tornam-se um fator essencial para que o sujeito faça uso de formas de conduta que se encontram no que Vygotski (1997) chamou de Zona de Desenvolvimento Próximo, ou seja,

aquelas que ainda não estão desenvolvidas de forma autônoma ou não são usadas de maneira consciente e deliberada.

O fato de Maria Firmina ter participado de todo o desenvolvimento e discussões a respeito do planejamento e avaliações das tarefas, permitiu a ela um posicionamento sobre o que deveria ser relevante para aquele momento. Além disso, a percepção do outro, em que ela conclui a necessidade de tal ideia aprimorada ao longo dos debates. Assim, possibilitou a intervenção da participante movendo o grupo por ações deliberadas, que mesmo que a princípio não fossem autônomas, com o desenvolvimento dos ciclos de aprendizagem pudessem ser potencializadas.

No (*flash 2, cena 1*), Firmina entende essa perspectiva, ao justificar um elemento chave nas ações decorridas a partir do planejamento pedagógico, com o uso das cartas e a forma de avaliação em que todos os estudantes devem fazer a correção. Podemos inferir, com esses dois flashes, que a participante conseguiu se apropriar do movimento coletivista do processo, por meio do compartilhamento de suas ideias e experiências, além de refletir em sua prática uma unidade entre o estudo sobre a atividade pedagógica e a apropriação do conhecimento científico.

No mesmo movimento, o de buscar estabelecer unidade à aula planejada e fortalecer a fala de Firmina, Aminata sugere, no (*flash 3, cena 1*), que é necessário dispor-se da comunicação em prol do compartilhamento e o estabelecimento da ordem, em prol da coletividade impressa pelos pontos levantados na fala de Maria Firmina. Sobre isso, podemos concordar com Moura et al. (2010, p.108) quando preconizam que “o compartilhamento assume o significado da coordenação das ações individuais em determinada situação-problema comum aos indivíduos. Essa coordenação passa, portanto, pela identificação das características do objeto, pela sua transformação e pela criação de resultados em comum”, como apresenta o caso citado pelas duas participantes e a necessidade de basear-se na proposta coletivista.

Sobre a relevância da proposta de Aminata, sabemos que a atividade se inicia a partir das ações mediadas pelos signos e por outros artefatos culturais, com objetivo de compartilhar a linguagem; por esse motivo, ela ressalta os aspectos vinculados à comunicação, em que “a unidade apropriada de análise é a ação mediadora” (Engeström, 1999, p. 11) refletida pela linguagem. Fundamentado nessa ideia, Leontiev discorre sobre a importância da comunicação nesse processo de mediação:

A comunicação, na sua forma exterior inicial, enquanto aspecto da atividade coletiva dos homens, isto é, sob a forma de “coletividade direta” ou sob a forma interior, interiorizada, constitui a segunda condição específica indispensável do processo de apropriação pelos indivíduos dos conhecimentos adquiridos no decurso do desenvolvimento da humanidade (Leontiev, 1978, p. 182).

Desse modo, Leontiev (1978) expande o primeiro princípio da atividade individual para a atividade coletiva ao estabelecer a Teoria da Atividade como uma formação sistêmica, coletiva, que possui em sua constituição a interação entre sujeito e objeto, como refletido no destaque da cena em questão.

No decorrer do diálogo referido na cena 1, também observamos o papel da pesquisadora no processo formativo, por meio das falas de Carolina e Maria Firmina sintetizadas no (*flash 4, cena 1*). Para o grupo, a pesquisadora assumia um papel de articuladora das ações planejadas, um ponto de decisão quando o coletivo não conseguia entrar em um consenso. Porém, nesse trecho, podemos observar a mudança dessa narrativa, conforme as dificuldades enfrentadas pelas condições objetivas e necessidades do projeto.

As participantes da investigação sugerem uma reunião extra para dividir as ações entre avaliar e consolidar o planejamento, enquanto as tarefas são desenvolvidas nas escolas. Essa foi uma necessidade apresentada pelo grupo, pelo formato e debates do movimento em que nos encontrávamos. Nesse discurso, a pesquisadora estava inviabilizada de participar de todo o movimento, que, por hora, constituía-se em três encontros semanais, sendo eles uma reunião para consolidar o planejamento, produzir os materiais e dividir as tarefas da aula, o encontro (na escola) de desenvolvimento da tarefa, e por fim, uma reunião de avaliação desse encontro.

De acordo com Engeström (2002, p. 183),

A divisão do trabalho se refere à divisão das funções e tarefas entre membros da comunidade. Na aprendizagem tradicional, a principal divisão é entre o professor e os alunos, enquanto há pouca divisão de trabalho entre os alunos. As regras se referem às normas e padrões que regulam a atividade. Na aprendizagem escolar tradicional, as regras mais importantes são as que sancionam o comportamento e regulam a avaliação.

O que estava posto até então refletia aquilo a que Engeström chama atenção, a aprendizagem tradicional. Em nosso caso, os estudantes eram as participantes do projeto e a pesquisadora, a professora da turma, que dividia as tarefas e tomava as decisões finais. Nesse momento, podemos perceber a mudança do papel da professora/pesquisadora, pela sua

presença não ser necessária ao ponto de inviabilizar as produções, e principalmente, a divisão das tarefas.

Esse movimento reflete em outros elementos essenciais para Rubtsov (1996, p. 134), a “repartição das ações e das operações iniciais, segundo as condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade”, no caso, a tomada de consciência designada aos modos de conceber as ações dentro do projeto, não necessitando de um “líder”. E a “troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo” (p.135), como as mudanças advindas pela proposta de incrementar mais uma reunião, a fim de dividir até mesmo os tipos de debates.

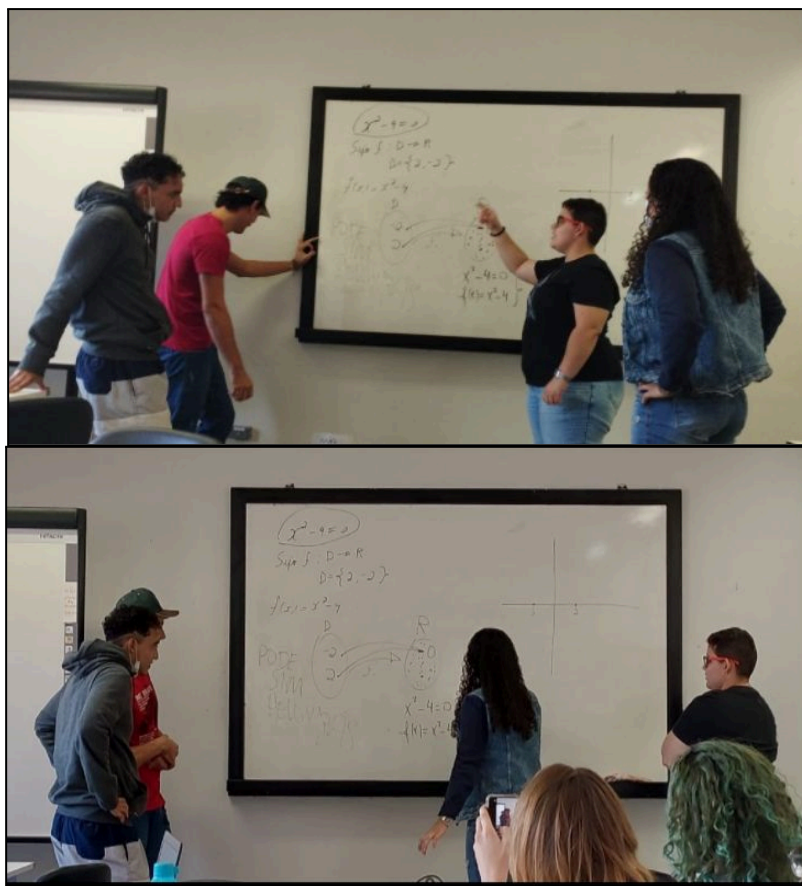
É imprescindível considerarmos a partilha como um princípio fundamental para a compreensão da atividade pedagógica, pois o desenvolvimento humano é moldado pelas interações do indivíduo com o ambiente e com seus pares. Ao compartilhar, o professor adquire consciência de si e de seu papel, o que confere significado à sua prática pedagógica, transformando a natureza de suas reflexões coletivas e ações individuais. Desta maneira, a aprendizagem do ofício de ensinar também se reflete nas relações coletivas.

Cena 2: Síntese do Movimento Lógico-Histórico do conceito de função

A cena 2 foi organizada a partir de trechos de reuniões de estudos sobre o texto “O lógico-histórico nas atividades de ensino”, de Sousa, Panossian e Cedro (2014). No momento do experimento em que estávamos, já ocorria o 4º ciclo de aprendizagem. Dessa forma, já havíamos reconstruído o planejamento por duas vezes e tínhamos resultados analíticos do desenvolvimento das ações de ensino em duas escolas, por duas vezes. Esses resultados geraram inúmeras contradições em relação ao que discutimos enquanto Movimento Lógico-Histórico do conceito de função e a concretização das tarefas de ensino.

Portanto, foi necessário estabelecer um caminho para que pudéssemos conectar esses elementos que tornam a atividade pedagógica uma unidade. O primeiro trecho corresponde à discussão do texto em questão e à análise das tarefas planejadas. A imagem a seguir representa esse movimento.

Figura 24: Relação entre Movimento Lógico-Histórico do conceito de função e a concretização das tarefas de ensino



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Alguns pontos a serem destacados sobre esse momento refletem a linguagem como ferramenta no conceito da álgebra, mencionado por Maria Elena Moyano; Dandara dos Palmares fez um comparativo entre os diferentes modos de ensinar álgebra (nexos conceituais x cálculo com letras); Carolina Maria de Jesus abordou a relação da variável com a cultura; Virginia Brindis de Salas refletiu sobre a fluência e o movimento na função.

Nesse mesmo dia, paramos em uma longa discussão a partir de uma pergunta feita por Virginia Brindis, questionando se era possível transformar uma equação em uma função. Christiane Taubira discordou e refletiu sobre a falta de fluência na equação. Maria Elena se mostrou bem confusa, fazendo com que Virginia Brindis e Christiane Taubira explicassem melhor seus pontos de vista. Essa discussão poderia não ocorrer se não fosse mobilizada uma organização coletiva de estudos e planejamento no projeto, em que todos pudessem contribuir, questionar e discordar.

Para contribuir com o debate, convidamos uma das autoras do texto discutido. Esse momento suscitou no segundo trecho dessa cena, cujo objetivo era refletir sobre como concretizar, no planejamento, ações de ensino que, de fato, tenham o Movimento Lógico-Histórico como princípio.

A reunião de diálogo com a autora do texto foi organizada de modo que o projeto Clube de Matemática Ensino Médio fosse apresentado a ela, possibilitando suas contribuições e posteriormente uma fala estruturada por ela para que refletíssemos sobre a pergunta principal que nos angustiava: como concretizar o Movimento Lógico-Histórico do conceito de função nas tarefas de ensino?

O compartilhamento das ações, entre os diferentes sujeitos que compõem um grupo, é que lhes permite se apropriar de modos gerais de ação para a resolução de problemas com que se deparam, por exemplo nas ações docentes, na medida em que lhes possibilita a mudança dos modos como trata o objeto, tornando-se um modelo do conteúdo da estrutura cognitiva (Lopes *et al.*, 2019, p. 293).

O compartilhamento com os pares que buscam resolver situações, cujo objeto se assemelha, é primordial para a troca de experiências e ideias; nesse caminho, há possibilidades de se apropriar de novos conhecimentos ao interagir e desenvolver as ações com o outro, “pois os conhecimentos do professor não se constituem de maneira isolada em sua prática” (Lopes, 2009a, p. 129-130). Assim, compartilhar as ações implica interagir com pessoas cujas experiências e vivências são diversas, o que, por sua vez, pode influenciar positivamente a qualidade do processo de aprendizagem da docência.

Combinado a esse movimento, segundo Lopes (2015, p. 9), “as ações desenvolvidas com o outro, de forma compartilhada, permitem a coordenação das ações individuais, que passam pela identificação das características do objeto, pela sua transformação e pela criação de resultados em comum”. Movimento gerado a partir das contribuições da autora, que foram implementadas e repensadas ao longo das ações de ensino, o que culminou em uma qualidade nova ao planejamento (apêndice 4).

Pensando nisso, podemos inferir sobre mais dois elementos essenciais da atividade pedagógica, segundo Rubtsov (1996, p. 136), sendo o primeiro o “planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum”. Era importante saber o posicionamento de uma das referências em que o projeto se pautou. A maneira como cada uma das participantes compreendeu o diálogo se refletiu nas ações coletivas do futuro com que o projeto se comprometeu.

O outro elemento, segundo Rubtsov (1996, p. 136), é a “reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade”, pois a reflexão gera uma atitude crítica para com as ações de ensino, o que mobilizou uma grande transformação nos modos de conceber a função. Exemplo disso foi a retomada dos nexos conceituais nas tarefas, em que os últimos se tornaram os primeiros da sequência de ações, reformulando todo o processo conceitual e didático.

O último trecho usado para descrever essa cena foi selecionado em uma reunião que ocorreu logo na sequência do encontro com a autora do texto estudado, na semana anterior. A imagem a seguir reflete o momento.

Figura 25: Reformulando o planejamento



Fonte: arquivos da pesquisadora.

Com a figura 25, podemos observar que Christiane Taubira e Aminata Traoré continuam eufóricas buscando compreender as relações entre o Movimento Lógico-Histórico e as tarefas de ensino. O momento registrado faz referência ao ponto de intervenção da autora sobre o projeto Clube de Matemática Ensino Médio. O debate circunda a ideia de que ensinar função deveria começar pelo movimento que rege situações simples da vida cotidiana e não pela Teoria de Conjuntos, como estava pautado a proposta geral.

A imagem também reflete um certo incômodo sobre o processo experienciado. Vivemos longos dias de planejamentos, desenvolvemos as ações de ensino da escola, avaliamos o processo, repensamos a estrutura do planejamento algumas vezes. Porém, nos

deparamos nesse momento com uma necessidade de reposicionar toda a estrutura. Isso também mostra indícios de que há “troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo”, como indica Rubtsov (1996, p. 134).

Perceber que ensinar um determinado conceito pode ser mais complexo que se parece é imprescindível para assegurar suas múltiplas determinações. E esse movimento é colocado em teste quando compartilhamos ideias e estas são criticamente analisadas pelos pares, para assim conduzir um novo percurso para as ações mediadoras da atividade. Apesar da frustração, as participantes da investigação tomaram consciência de que algo deveria ser reposicionado, o que gerou o planejamento 3 (apêndice 4), que reflete o processo de aprendizagem da docência em que há uma qualidade nova para compreensão sobre a atividade pedagógica.

Destacamos, também, a concepção de que o compartilhamento requer um ambiente intencionalmente preparado e a criação de situações que estimulem a necessidade de *compartilhar*, uma vez que “os sujeitos têm a oportunidade de desenvolver formas específicas de cooperação, que poderão permitir que atinjam um nível adequado nas ações cognitivas por meio da apropriação e da conscientização do processo significativo da produção coletiva do conhecimento” (Lopes, 2018, p. 127).

Em síntese, podemos inferir a respeito do compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica, no Clube de Matemática Ensino Médio, os elementos que Rubtsov (1996) destaca como essenciais para a atividade comum, sendo: a repartição das ações e das operações iniciais; a troca de modos de ação; a compreensão mútua; a comunicação; o planejamento das ações individuais e a reflexão.

Episódio 2: A constituição do sujeito por meio das ações de compartilhamento

O episódio 2 desta unidade de análise é composto por uma cena.

Quadro 31: Organização do episódio A constituição do sujeito por meio das ações de compartilhamento

Unidade de análise	Episódio	Cenas
<p>O compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica</p>	<p>A constituição do sujeito por meio das ações de compartilhamento</p>	<p>Cena 1: Narrando por uma visão aérea</p>

Fonte: a autora.

O objetivo do episódio é destacar uma reflexão de Maria Firmina sobre seu movimento de aprendizagem no coletivo. Cabe lembrar que essa participante vivenciou toda a experiência do experimento formativo. Ela tem contribuições marcantes ao longo do texto, por se sentir segura ao expressar suas ideias e posicionamentos, além de refletir e ser protagonista em diversas ações do Clube de Matemática Ensino Médio.

Cena 1: Narrando por uma visão aérea

A cena foi elaborada com intuito de destacar trechos da narrativa de Maria Firmina refletindo sobre sua experiência no projeto, por meio de uma organização coletiva. A tarefa foi elaborada ao final do experimento, supondo que as participantes tivessem momentos relevantes, que destacassem princípios da aprendizagem da docência. Já fizemos uma análise desse mesmo material na unidade anterior, sob a perspectiva da importância da intencionalidade pedagógica. Nesse momento, nosso foco é discutir o afeto da coletividade, por meio do compartilhamento das ações e experiências que tiveram na formação de uma das participantes.

A figura a seguir representa um trecho da descrição da participação de Maria Firmina no Clube de Matemática Ensino Médio.

Figura 26: eu e o outro

Nessa ~~parte~~ etapa foi o que mais me ~~marcou~~ fez pensar, me fez explodir de questionamentos: "O que é matemática", "O que é função", "Eu não sei o que é função", "Deveria saber isso", "Quais textos didáticos todos entendem o que quer dizer e eu não". Mas num era só substituir "Liga um ponto no outro". O texto do ~~4~~ tarefa ~~4~~ que foi ~~apresentado~~ aquilo para minha cabeça, deveria lê-lo novamente, ~~mas sobre~~ ~~as~~ ~~ideias~~ ~~presentes~~ ~~nessa~~ ~~sessão~~ foi na ~~reunião~~ reunião que discutiu essa atividade que percebi, ~~que eu não sabia~~ ~~nada~~ que compreender e entende funções era algo muito melhor do que uma relação entre dois conjuntos, que havia relação com atividade humana, com os fenômenos naturais e que eu realmente não ~~entendi~~ ~~o~~ sabia o que era função e assim não sabia ~~ensinar~~ ~~o~~ ensinar. Eu ficava ~~imprecisamente~~ imprecisamente como meus colegas do grupo conseguiram contrair as relações e entender os textos.

... e os estudos começamos a elaborar

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Os *questionamentos (flash 1, cena 1)* a que ela se referia fizeram parte de estudos realizados pelo grupo, a que cada dupla de participantes buscava responder ao longo dos estudos e debates. Esse movimento de responder e compartilhar suas descobertas mobilizava o pensamento de modo individual sobre o que significava o conhecimento matemático, a partir de suas próprias experiências. Dessa forma, muitas contradições foram geradas sob o ponto de vista de um conhecimento lógico-formal para a compreensão humana da cultura. Nesse sentido, Cedro (2008, p. 16) indica que na formação de professores há “lugar para produção e compartilhamento de significados constitutivos para o sentido das ações de todos os indivíduos envolvidos na atividade educativa, entendendo-a como um espaço de aprendizagem”.

No trecho destacado, Firmina diz *eu ficava impressionada como meus colegas do grupo conseguiam construir as relações e entender os textos (flash 2, cena 1)*. Inúmeros fatores podem ter influenciado nessa observação, podemos perceber que o principal deles se pautava no fato de que os colegas que ela mencionou eram pessoas que estavam no final do curso de Licenciatura em Matemática, e, portanto, tinham maior experiência com a relação ao conhecimento científico e o processo de aprendizagem dele.

Reconhecer, no outro, um ponto de apoio, no qual se pode basear e que promova suas próprias indagações é imprescindível para a aprendizagem da docência. Apesar da distância pontuada por Maria Firmina em relação à possibilidade de compreensão das leituras, o movimento de compartilhamento fez com que ela pensasse sobre si e suas ideias acerca da natureza da Matemática. Esse movimento está relacionado, de acordo com Vigotski (2000), com a forma generalizada da compreensão de um fenômeno. Isto é, o que é inteligível perpassa a apreensão individual para um acordo coletivo de significados.

Outro trecho importante da narrativa de Maria Firmina destaca o modo como conceber a educação pela perspectiva da humanização, em que os sujeitos envolvidos na aprendizagem possam também compartilhar e não criar rivalidades entre si, que não contribuam para o processo de apropriação cultural.

Figura 27: reflexão na prática coletivista

Lembro do teste da 1ª pois eu fui ^{umexdos} responsável por ele.
para a revisão dos conteúdos decidimos por trabalhar
com o brincar/jogar assim o jogo da memória e o batalho naval
foram a estratégia, no teste discutimos sobre rivalidade ^{inequidade/eqüidade} e como
trabalhar conjuntos de uma forma que não fosse superficial e que
não eramos os professores regentes assim não devíamos fazer o tra-
balho deles. A questão da rivalidade foi algo que ~~tem~~ teve destaque
em outros encontros também ~~porque~~ pois queremos
trabalhar o coletivo então tentamos estipular regras com que
fizesse os alunos se unirem. Vou fazer um comentário geral a
respeito de todos porque não me lembro das discussões dos
outros, quando fomos fazer os textos pensamos que em cada reunião de

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Os estudos realizados no experimento apontam para uma lógica de sociedade coletivista; no trecho anterior, Firmina também se coloca nesse movimento de compartilhar as ideias e aprender com o outro. O fragmento em destaque na figura 27 mostra uma tentativa de transcender essa narrativa para o modo de organização da atividade de ensino, mas que também se reflete na atividade de aprendizagem. Assim, ela coloca que *discutimos sobre rivalidade e como trabalhar em conjunto de uma forma que não fosse superficial (flash 3, cena 1)*.

Por que é importante relacionar os modos de ação da atividade de ensino e da atividade de aprendizagem, como os aspectos que preveem o compartilhamento como princípio? De acordo com Moura (2007), o conhecimento surge em resposta a necessidades coletivas, levando o indivíduo a adquirir novas perspectivas durante a resolução de problemas, como ocorreu com a própria Firmina. Portanto, "as necessidades impulsionam ações e operações que, ao serem moldadas com o auxílio de ferramentas, enriquecem a experiência humana através da aquisição de conhecimento" (Silva, 2019, p. 20), uma vez que a convivência em sociedade possibilita interações com o coletivo.

A sugestão apresentada pela participante é de caráter desafiador, na medida em que busca estabelecer uma narrativa que contraria o paradigma estabelecido e sua própria vivência enquanto aluna do Ensino Básico. Não obstante, essa proposição demonstra a imperatividade de inverter essa perspectiva, um conceito amparado pelos estudos que empreendeu e pelas discussões nas quais se engajou com seus colegas. O modo como essa abordagem possivelmente funcionou em seu benefício assume relevância para a partilha com outros.

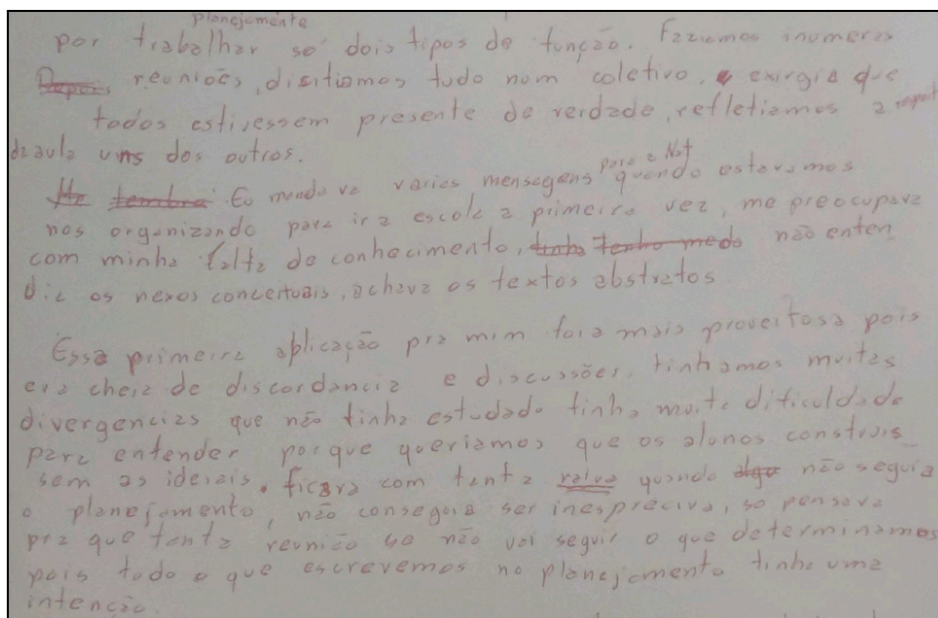
O movimento de reflexão sobre a prática, em que Maria Firmina se coloca, propõe saberes vinculados à qualidade nova sobre a atividade pedagógica. Conforme nos mostra Lopes (2016, p. 25),

É no compartilhar que o docente tem a oportunidade de apropriar-se de novos conhecimentos, embora as ações possam ser de cada um daqueles que concretizam uma determinada atividade, a aprendizagem não acontece no que cada um deles faz de forma isolada, mas na interação entre sujeitos ou entre sujeitos e objeto.

Apropriar-se de novos conhecimentos potencializa a aprendizagem da docência, por meio de um dos princípios da atividade pedagógica, o compartilhamento como elemento imprescindível a esse processo, cujo objetivo é o desenvolvimento humano, por meio de uma educação humanizadora e emancipadora.

Outro fragmento a ressaltar da narrativa de Maria Firmina evoca a sua perspectiva sobre si e o olhar do outro, para com o movimento da sala de aula em relação ao planejamento organizado pelo coletivo. Assim, ela mostra sua angústia e como lidou com esse desafio.

Figura 28: o movimento no coletivo



por trabalhar ^{planejamento} se dois tipos de função. Fizemos inúmeras reuniões, discutimos tudo num coletivo, exigia que todos estivessem presente de verdade, refletíamos a sala uns dos outros.

~~Eu também~~ Eu mudo via várias mensagens ^{para a Nat} quando estamos nos organizando para ir a escola a primeira vez, me preocupava com minha falta de conhecimento, ~~tinha~~ ~~tenho~~ medo não entender os novos conceitos, achava os textos abstratos.

Essa primeira aplicação pra mim foi mais proveitosa pois era cheia de discordância e discussões, tínhamos muitas divergências que não tinha estudado tinha muita dificuldade para entender porque queríamos que os alunos construíssem os ideais. Ficava com tanta raiva quando ~~algo~~ não seguia o planejamento, não conseguia ser incisiva, só pensava pra que tanta reunião ~~o~~ não vai seguir o que determinamos pois toda a que escrevemos no planejamento tinha uma intenção.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

No recorte da narrativa da figura anterior, evidenciamos o discurso, *fizemos inúmeras reuniões, discutimos tudo num coletivo, exigia que todos tivessem presente de verdade*

refletimos a partir da aula uns dos outros (flash 4, cena 1). Os pontos mencionados por Firmina foram de extrema importância para a unidade do grupo, para os estudantes do Ensino Médio, bem como para a própria compreensão do projeto e seus objetivos. Mais uma vez, a ideia do compartilhamento exposta pela intenção de preservar e estabelecer uma nova qualidade nas ações de ensino.

De acordo com Lopes (2017, p.127), “ao construírem compartilhamento as ações de ensino, os professores vão constituindo uma nova compreensão sobre a atividade pedagógica, que permite que se apropriem da significação dessa atividade”. Isso significa que as participantes da investigação tiveram a possibilidade de compreender o movimento do coletivo ao individual, na aprendizagem da docência, por meio da transformação dos significados sociais e dos sentidos pessoais.

Analisar a aula uns dos outros foi um modo de organização intencional para que suscitem situações de necessidade de compartilhamento das ações e ideias sobre a prática pedagógica diante das problemáticas enfrentadas no Clube de Matemática. Lopes (2017, p.127) afirma que, desse modo, “os sujeitos têm a oportunidade de desenvolver formas específicas de cooperação, que poderão permitir que atinjam um nível adequado nas ações cognitivas por meio da apropriação e da conscientização do processo significativo da produção coletiva do conhecimento”.

Outro destaque feito pela participante diz respeito às preocupações geradas pelo fazer docente, em sala de aula; ela aponta que *eu mandava várias mensagens para a Nat quando estávamos nos organizando para ir a (sic) escola a primeira vez (flash 5, cena 1)*. Observamos que o processo de compartilhamento se dava por meio das ideias e ações de ensino, como também pelas angústias e medo de articular de modo equivocado aquilo que foi pensando por todos.

No flash 5, podemos perceber um determinado respeito pelo grupo, no que tange às necessidades do coletivo, além de se firmar no projeto, para repassar as tarefas a serem realizadas. Esse fator recai em um dos elementos essenciais da atividade para Rubtsov (1996, p. 134), a “compreensão mútua, permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro”, que, nesse caso, refletia a forma de se expressar de Maria Firmina.

Firmina ainda acrescenta a importância das discordâncias e discussões estabelecidas pelo grupo, que subsidiaram diversas modificações no planejamento das tarefas de ensino. Indica, também, a constituição do grupo pelo coletivo, com uma qualidade nova nos processos cognitivos de apropriação conceitual e da aprendizagem da docência.

Por fim, ressaltamos mais um indício vinculado ao processo de compartilhamento como basilar da atividade pedagógica, por meio do trecho de Maria Firmina em que ela diz “*ficava com tanta raiva quando não seguia o planejamento, não consegui ser inexpressiva, só pensava pra que tanta reunião se não vai seguir o que determinamos, pois tudo o que escrevemos no planejamento tinha uma intenção*” (flash 6, cena 1). Essa também é uma consequência do trabalho coletivo, as ações individuais não determinam o resultado do compartilhamento. São as ações conjuntas, definidas pelo grupo, que movem o pensamento coletivista.

Nesse contexto, é possível avaliar a relevância da coletividade no contexto do desenvolvimento dos indivíduos, por meio de uma abordagem educacional humanizadora. Sob essa perspectiva, destaca-se a premissa de que a atividade de ensino deve emergir com a compreensão de que "a escola deve constituir uma comunidade unificada, na qual se articulem todos os processos educacionais, e na qual cada participante reconheça sua interdependência com a instituição, defenda seus interesses e, acima de tudo, os valorize" (Makarenko, 1977a, p. 105).

Síntese da unidade 4: O compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica

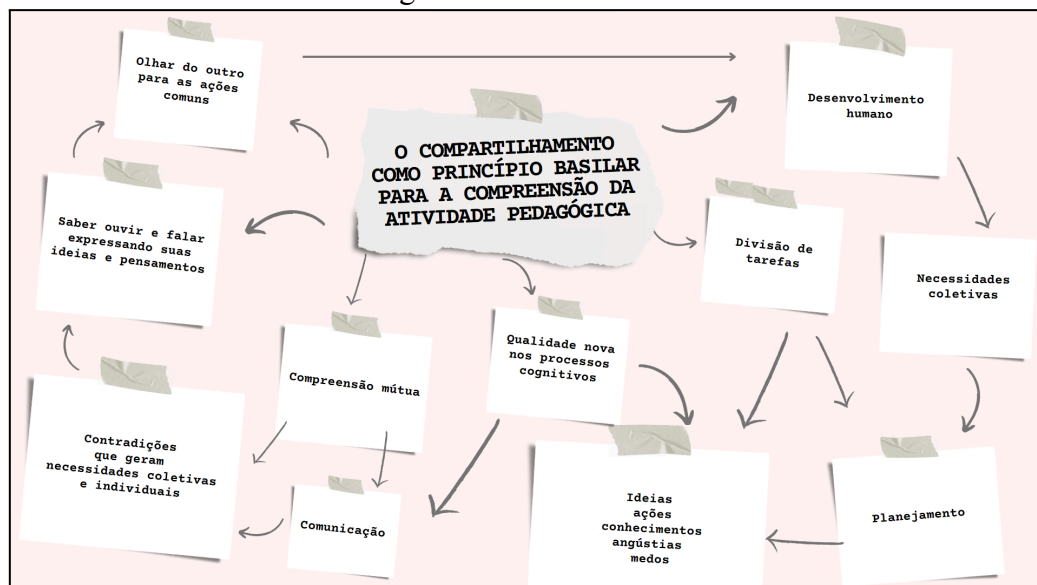
É de suma importância incorporar a noção de compartilhamento como um princípio essencial para a compreensão da atividade pedagógica, pois o processo de desenvolvimento humano é substancialmente influenciado pelas interações do indivíduo com o ambiente em que está inserido e com seus colegas. Por meio do ato de compartilhar, o docente adquire uma compreensão mais profunda de si mesmo e de seu papel na educação, conferindo, assim, um significado enriquecedor à sua prática pedagógica. Isso, por sua vez, transforma a natureza de suas reflexões conjuntas e das ações individuais empreendidas. Dessa forma, a apropriação do conhecimento necessário para ensinar se reflete, também, nas relações e interações coletivas.

Observar que o resultado do compartilhamento deriva diretamente do trabalho coletivo, sendo as ações individuais insuficientes para determinar o produto final das sínteses; este é o ponto. São, de fato, as ações conjuntas, delineadas e executadas pelo grupo, que impulsionam o pensamento coletivista.

Nesse contexto, torna-se passível de análise a significância da coletividade no tocante ao desenvolvimento dos indivíduos, por meio de uma abordagem educacional humanizadora. Assim, sobressai a premissa de que a atividade de ensino deve ser moldada sob uma compreensão ampla, que enfatiza a importância do trabalho conjunto no compartilhamento do conhecimento.

Desse modo, os dados analisados na unidade 4 contribuem para esses aspectos:

Figura 29: Síntese da unidade 4



Fonte: a autora.

No âmbito da análise relacionada ao quarto princípio da aprendizagem da docência, que se refere ao compartilhamento como um princípio fundamental para a compreensão da atividade pedagógica, torna-se visível que, para a promoção de uma educação de natureza humanizadora, é imperativo estabelecer ações coletivas com objetivos compartilhados.

Essa perspectiva é impulsionada pela concepção do desenvolvimento humano, que pressupõe a importância das necessidades coletivas, manifestadas por meio de contradições, compreensão mútua e divisão de tarefas, que são sintetizadas através da comunicação. Dentro desse contexto, o ato de compartilhar se configura como um impulsionador da atividade pedagógica, uma vez que, no processo de sua formação, os sujeitos envolvidos fundamentam-se nas necessidades coletivas, cuja avaliação é conduzida através das discussões mantidas pelo grupo de professoras que participam do Clube de Matemática no Ensino Médio.

4.5 O conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano

O conhecimento matemático é uma parte da cultura, isto é, propriedade intelectual da humanidade, e, portanto, coletivo. Ele assume uma função preponderante no processo de desenvolvimento humano, pois vai além da simples memorização de fórmulas e conceitos abstratos, adquirindo a qualidade de fomentador de competências cognitivas. Nesse sentido, configura-se como uma ciência que permeia múltiplas esferas da vida cotidiana, exercendo influência significativa sobre o nosso pensamento e as nossas capacidades de tomada de decisões.

Nesse contexto, é relevante recordar as proposições inferidas, que revelam o processo de desenvolvimento humano como um movimento consciente, caracterizado por sua dinâmica interativa com a realidade, visando apreender os momentos de transformação observados nas participantes da pesquisa. A partir dessas premissas, compreendemos que o docente, enquanto envolvido na atividade de ensino, se apropria de conhecimento por meio da interação com seus pares, o que o insere em um processo formativo que não é meramente individual, mas intrinsecamente vinculado ao contexto cultural e social em que vive. Assim, o professor de Matemática, em particular, se desenvolve em atividade.

Dessa forma, para a promoção da aprendizagem da docência, entendemos o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito. Considerando os aspectos intrínsecos ao desenvolvimento do pensamento teórico, a partir da apropriação do conhecimento científico, quanto à forma de cultura humana, o modo de ensinar está relacionado diretamente à natureza de tal conhecimento. E, nesse sentido, defendemos a promoção do estudo do Movimento Lógico-Histórico para que haja tal apropriação.

Com isso, selecionamos para essa unidade de análise, um episódio, “A transformação do pensamento acerca do conceito de função”, cujo objetivo é ressaltar a importância da apropriação do conhecimento matemático para a aprendizagem da docência. Pois, o pensamento teórico acerca de determinado conceito eleva o nível da tomada de consciência para a construção de uma atividade pedagógica, pautada por uma educação humanizadora que objetiva o desenvolvimento dos sujeitos.

Episódio 1: A transformação do pensamento acerca do conceito de função

O episódio 1 dessa unidade de análise é composto por quatro cenas.

Quadro 32: organização do episódio A transformação do pensamento acerca do conceito de função

Unidade de análise	Episódio	Cenas
O conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano	A transformação do pensamento acerca do conceito de função	Cena 1: Nzinga Mbandi e o conceito de função
		Cena 2: Apropriação do conceito de função
		Cena 3: O que é função, afinal?
		Cena 4: A função como produto lógico-histórico do desenvolvimento da humanidade

Fonte: a autora.

O objetivo do episódio é destacar os momentos em que as participantes da pesquisa se colocam em movimento de aprendizagem, enfatizando o Movimento Lógico-Histórico do conceito de função como promotor do desenvolvimento e da aprendizagem da docência enquanto princípio basilar.

Cena 1: Nzinga Mbandi e o conceito de função

A cena 1 foi constituída com fragmentos da produção de pensamento de Nzinga Mbandi, ao longo de sua participação no experimento formativo. A escolha categórica por destacar suas ações é importante porque elas promoviam a mudança de trajetória do projeto. Além disso, ela era considerada pelo grupo como uma professora que conseguia compreender o Movimento Lógico-Histórico do conceito de função e revelá-lo em suas sínteses, tornando-se um exemplo aos seus pares.

Dessa forma, o primeiro fragmento que destacamos nesta cena ocorreu em uma reunião de estudos, no dia 17 de março de 2021. O texto em questão foi escrito por A. Bishop, e é intitulado *Enculturación Matemática: la educación Matemática desde una*

perspectiva cultural. A enculturação Matemática, conforme concebida, refere-se ao processo pelo qual os indivíduos se apropriam da Matemática, mediado por suas interações com o contexto cultural e o ambiente circundante. O autor destaca a relevância da dimensão cultural na construção do conhecimento matemático e argumenta que a Matemática não pode ser considerada como uma entidade autônoma e desvinculada de seu contexto sociocultural, pelo contrário, está profundamente imersa nas práticas culturais e nas estruturas sociais que permeiam a vida dos indivíduos.

A perspectiva cultural adotada na educação Matemática reconhece que diferentes culturas têm abordagens singulares e limitadas no que tange essa área do conhecimento, e, como tal, preconiza que ela seja sensível e responsiva a essas diferenças culturais. Nesse sentido, tal perspectiva implica uma consideração aprofundada das práticas matemáticas existentes em distintas culturas, bem como das crenças, valores e contextos socioculturais que influenciam e moldam o processo de sua aprendizagem. A abordagem cultural reconhece que a Matemática é fortemente influenciada pelo contexto cultural e que as estratégias pedagógicas eficazes devem levar em conta essa influência para promover uma aprendizagem matematicamente significativa e culturalmente relevante.

Diante desse pensamento, Nzinga reflete, em diálogo com o grupo, a diversidade cultural e como ela se desenvolve a partir da elaboração dos conhecimentos, advindos de suas necessidades. Exemplo disso é relatado no fragmento a seguir, em que se discutia o texto mencionado.

Quadro 33: Diversidade da Matemática por Nzinga

Pesquisadora: Precisamos chegar a um consenso sobre: o que é Matemática? Por que ensinamos Matemática? Como ensinamos? Como aprendemos. Essas são as perguntas que estão envolvidas aqui.

Nzinga: A primeira parte que eu percebi aqui que ele comenta sobre o que seria mesmo uma Matemática, é a parte que ele coloca as Matemáticas, seria um fenômeno cultural (flash 1, cena 1). Então como é um fenômeno cultural, ela varia entre as culturas e é importante que para a gente crescer cognitivamente (flash 2, cena 1), a gente enxerga, a gente maneja os contrastes, tentando enxergar tanto as diferenças quanto as singularidades.

Pesquisadora: Porque o autor fala de Matemáticas, no plural?

Nzinga: Quando a gente vai pra esses locais tentar ensinar a nossa Matemática, por exemplo, quando a gente tem esse grupo, vamos mostrar essa nossa Matemática, por exemplo, quando a gente tem essa vontade de ensinar o que a gente sabe, me parece muito uma repetição da história (flash 3, cena 1), do nosso país lá na época dos jesuítas, me faz lembrar sobre isso, a gente quer que as pessoas acreditem naquilo que a gente acredita. Ter uma relação com esse movimento, a história do nosso país. Então, o que o autor chama a atenção, pelo início aqui da nossa discussão, é falar que nem sempre as pessoas têm a mesma necessidade. E

por isso, então, elas vão se organizando conforme aquilo que vai surgindo de demanda, de organização ali daquela sociedade, daquele grupo (flash 4, cena 1). E aí, quando a gente tenta mostrar a nossa Matemática, fica complicado, porque nem sempre é aquilo que se espera, às vezes ocorre de nem ser aceito, ou não ser compreendido. E aí é que a gente não se importa muito com o que gera o pensamento matemático. A atividade faz com que o ser humano comece a pensar matematicamente. Isso parte, então, de acordo com o Bishop, da organização cultural desses povos, em determinado tempo e espaço, conforme suas necessidades (flash 5, cena 1).

Fonte: arquivos da pesquisadora.

No (*flash 1, cena 1*), Nzinga compreende as Matemáticas como um fenômeno cultural. Tratar esse conhecimento no plural mostra uma ideia de diversidade por meio dos diferentes modos de conceber e compreender a Matemática. Esse modo está refletido nos estudos realizados no experimento formativo, pois faz parte da nossa compreensão sobre a natureza do conhecimento matemático.

Em seguida, Nzinga justifica sua ideia sobre a tratativa no plural, com o (*flash 2, cena 1*), em que é destacado sua variação. A palavra *variação* nos mostra indícios de que, para a participante, o conhecimento matemático não é estático como é posto pelo senso comum, no sentido de considerar um conhecimento exato e pautado pela lógica formal. Para Nzinga, a proposta é entendida enquanto movimento que se molda conforme o fenômeno cultural que a circunda.

Desse modo, é possível inferir que o conhecimento matemático constitui uma construção de natureza humana que se desenvolve progressivamente ao longo da trajetória histórica, como ressaltado no (*flash 3, cena 1*), sendo impulsionado pela influência das necessidades sociais e do convívio em sociedade. No âmbito desse contexto, percebemos que o desenvolvimento do conhecimento matemático transcende duas dimensões distintas: enquanto resposta (a) às necessidades voltadas à resolução de problemas e (b) à geração de significados por meio da atividade humana. A Matemática, desse modo, permeia um propósito de caráter social, mediado pela demanda coletiva por meio da qual se realizam processos de apropriação de novas sínteses conceituais.

O conhecimento matemático é síntese lógico-histórica, que foi construída e sistematizada ao longo dos séculos, pela humanidade, a partir de suas necessidades, o que implica dizer que cada tempo-espaço elabora sua lente conforme sua necessidade sob aquele determinado objeto, como mostra Nzinga no (*flash 4, cena 1*). Sobre isso, Radford coloca que

o conhecimento é considerado nessa teoria como a atualização do saber e a aprendizagem é compreendida como a tomada de consciência de objetos e sistemas

de pensamento que são sintetizados a partir da prática social. Nesse sentido, a aprendizagem está associada ao processo de objetivação, uma vez que objetivar o conhecimento relaciona-se ao encontro entre o subjetivo e o cultural (Radford, 2013, p. 26).

Nesse contexto, o conhecimento matemático é concebido como uma construção de caráter social e cultural que emerge das interações entre o ser humano e seu ambiente sociocultural. Ele não se apresenta como uma ciência definitiva e absoluta, mas sim como um produto em constante evolução, resultante do desenvolvimento histórico da humanidade. Este conhecimento se edifica e se transforma ao longo do tempo em resposta às necessidades humanas decorrentes das práticas sociais e culturais. Portanto, o conhecimento matemático não é apenas transmitido passivamente aos indivíduos, mas sim ativamente construído por eles, mediado pela relação entre cultura e linguagem.

Assim, o conhecimento matemático é entendido como uma forma de pensamento simbólico e suas generalizações, permitindo aos indivíduos compreender e representar relações de natureza quantitativa, filosófica e lógica. Esse conhecimento se torna essencial para o desenvolvimento humano à medida que os indivíduos exploram e incorporam os conceitos matemáticos presentes em sua cultura, alinhando-os com as práticas sociais, em uma construção socialmente contextualizada, e sendo apropriados pelos indivíduos por meio de processos de mediação sociocultural, conforme ilustrado no momento específico (*flash 5, cena 1*).

Podemos interpretar que o conhecimento desempenha um papel vital na evolução do ser humano e de sua cultura, como afirmado por Caraça (1951, p. 13), como um "organismo vivo, imerso na condição humana, com suas capacidades e vulnerabilidades, subordinado às grandes necessidades do ser humano em sua busca por compreensão e emancipação". Essa compreensão do mundo circundante e o planejamento das ações de transformação ambiental estão intrinsecamente relacionados a esse movimento. Esse processo pode ser compreendido de forma dialética quando consideramos as dimensões biológicas e sociais do ser, à medida que buscam atender às necessidades humanas, gerando novos desafios e demandas que influenciam o desenvolvimento de conhecimentos científicos, incluindo a Matemática.

Nas palavras de Caraça (1951):

[...] A Matemática possui problemas próprios que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre (CARAÇA, 1951, p. 14).

Com base na abordagem de Caraça, pode-se discernir que a Matemática abrange dois domínios interconectados por uma relação dialética. De um lado, ela é concebida como uma ferramenta para abordar problemas e, do outro, desempenha o papel de gerar significados que, por sua vez, influenciam o avanço da ciência, fornecendo ferramentas para a resolução de novos desafios emergentes no âmbito da atividade humana (Silva, 2019, p. 20). Essas duas dimensões revelam que o desenvolvimento da Matemática está intrinsecamente ligado às necessidades humanas e está sujeito a verdades temporais, obedecendo às leis gerais que se aplicam a um determinado período histórico, as quais podem se transformar à medida que surgem sínteses cada vez mais complexas. Portanto, a Matemática é uma disciplina em constante evolução.

Aprofundando a relação entre o conhecimento matemático e a aprendizagem da docência nessa cena que organiza ideias sobre o pensamento de Nzinga Mbandi, apresentamos, no quadro a seguir, novo fragmento, agora de uma outra reunião de estudos do dia 27 de janeiro de 2022. Nesse momento, estávamos analisando um texto especificamente sobre funções, cujo autor é Paul Karlson.

Quadro 34: Reflexões sobre o conceito de função por Nzinga

Nzinga: Eu grifei porque achei interessante, a função talvez seria a representação dessa imagem, do movimento (flash 6, cena 1). Poderíamos utilizar quando for produzir um vídeo sobre a história das funções, e a gente pode citar algumas palavras, porque é igual ao que ele falou, quase que poético falar a questão da vida. Aí ele coloca o rio andante na floresta, põe um pé diante do outro, uma pessoa que está caminhando. O trajeto guarda um número de passos, uma relação fixa e determinada. E com essa simples constatação, já exportamos propriamente o caráter de uma função. Existe uma interdependência entre duas grandezas. E essa interdependência obedece a uma lei determinada. É que o que a gente estava falando dos isolados, por exemplo, escolhemos um isolado na natureza e já temos dois elementos dominantes. Trajeto e os passos, eles dependem um do outro, mas em uma determinada ordem, porque na verdade o trajeto depende dos passos (flash 7, cena 1). Então a gente já tem aí o conceito de interdependência, lei e variável. Então é uma motivação para o estudo das funções, porque é uma representação do movimento, da imagem do mundo, assim, bastante abrangente. É o que o Laplace já tinha pensado. Ele já está motivado por essa descoberta, digamos assim, por esse estudo. Eu vou partir da minha realidade e tentar sistematizar, modelar e compreender os padrões dos movimentos através da função (flash 8, cena 1). O movimento real da nossa vida sendo modelado através da função. Então, parece que é uma perspectiva contrária do que a gente está vendo por aí. Não é a gente tentar responder pra que serve a fórmula de Bhaskara, que a gente já está enjoado de escutar essa história. Não vou usar pra nada mesmo, mas o conhecimento matemático não é simplesmente para ser usado em algo prático. Não é simplesmente isso. Ele é usado para a gente compreender a nossa prática (flash 9, cena 1). Está num ponto ali de um espaço diferente disso que a gente está vendo por aí. Então, esse texto reflete bem essa colocação. A pessoa dando os passos e tentando pensar no trajeto dela é estudar o movimento e conseguir tirar algumas conclusões desse estudo. Através da forma como esse movimento acontece, o porquê que ele acontece, de que maneira.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Os fragmentos dessa cena percorrem um espaço de tempo de dez meses. Tempo em que Nzinga participou ativamente, enquanto protagonista, do projeto Clube de Matemática. Nesse período, houve muitas transformações no processo de compreensão acerca do conhecimento matemático. Podemos mensurar que, no primeiro trecho, ela poderia estar apenas reproduzindo as leituras e discursos do grupo, mas agora podemos notar alguns indícios de que ela se apropriou do modo de organização do conceito de função a partir do estudo de seu Movimento Lógico-Histórico.

Esses indícios podem ser percebidos no (*flash 6, cena 1*), pois ela retoma o que foi dito anteriormente, no outro fragmento da cena, em que destaca o conhecimento matemático, especificamente o conceito de função como movimento. Essa ideia reflete um dos nexos conceituais da função, a variável. O conceito de variável foi analisado por Sousa (2004), que desenvolveu uma argumentação contrapondo-se ao formalismo dos conceitos algébricos, enfatizando a importância de compreender a álgebra como uma expressão do dinamismo da vida. Conforme observado por Panossian (2014, p. 08), "o conhecimento no campo da álgebra tem sua base na relação entre grandezas variáveis, com foco particular na compreensão do conceito de variável, a qual representa um dos elementos conceituais fundamentais na estrutura do conhecimento algébrico como um todo". Os nexos conceituais, de acordo com Sousa (2018, p.50), são identificados como "elementos que servem como alicerce para os conceitos, abrigando a lógica, a história, as abstrações e as formalizações que constituem o pensamento humano durante o processo de desenvolvimento de conhecimento e formação da identidade humana".

No (*flash 7, cena 1*), temos mais uma relação sendo estabelecida por meio dos nexos conceituais da função, a fluência e a interdependência. O movimento proposto com a formação dos passos evidencia uma dualidade que permeia os princípios fundamentais do conhecimento algébrico, à luz das concepções de fluência e interdependência, conforme articuladas por Caraça (1941).

A fluência, como ressaltado, é responsável por garantir a evolução constante do mundo, enquanto a interdependência rege as complexas relações entre os elementos, objetos e fenômenos interconectados da realidade objetiva. Ademais, a fluência inerente a objetos e fenômenos desempenha um papel crucial na compreensão das múltiplas relações de transformação, uma vez que as mudanças são uma constante, convergindo para a construção de uma base sólida de pensamento teórico. Isso está de acordo com a afirmação de Panossian,

Sousa e Moura (2017, p.130), que enfatiza a importância de "compreender o movimento de formação de conceitos algébricos e as mudanças que ocorrem, revelando-se historicamente em seus nexos internos e em sua relação teórica".

Não obstante, Nzinga mostra a narrativa buscando elementos de sua própria prática social, por meio do (*flash 8, cena 1*), ao mencionar a sua realidade objetiva para a modelagem de funções. Essa ideia é importante para entendermos que a qualidade de seu pensamento eleva o nível, à medida que ela consegue articulá-la ao movimento da vida, pela práxis humana. Panossian, Sousa e Moura (2017, p.156) indicam que o “reconhecimento das grandezas; o movimento dos campos numéricos para o controle das quantidades; forma e conteúdo do conhecimento algébrico; o reconhecimento das grandezas variáveis; a generalização de objetos e métodos matemáticos” foram episódios históricos que corroboram a constituição do conceito de função.

No (*flash 9, cena 1*), Nzinga vai além do senso comum, que considera a Matemática como um conhecimento prático e utilitarista, para então refletir sobre sua necessidade como um modo de compreender os movimentos da vida. Assim, Sousa e Moura (2019, p. 1098) mostram que é necessário

analisar e compreender movimentos regulares e irregulares da vida; elaborar leis de formação que regem os movimentos regulares da vida; compreender um poderoso instrumento de leitura e compreensão das diversas variações que insistem em dominar a nossa realidade, seja ela científica ou não; e pensar cientificamente, de forma a elaborarmos pensamento teórico sobre a realidade que nos cerca.

As subseqüentes análise e discussão aprofundada pressupõem a apropriação dos nexos conceituais intrínsecos ao conceito de função, explorando suas potencialidades mais abrangentes e suas diversas nuances, particularmente por parte de professores de Matemática em fase de formação inicial. Isso se baseia em um exame minucioso que considera tanto a evolução lógica quanto o contexto histórico que moldaram a compreensão desse conceito. O objetivo das discussões subseqüentes reside na promoção de uma educação de alta qualidade, que transcenda os aspectos puramente empíricos, privilegiando, em vez disso, o desenvolvimento do pensamento teórico em relação ao conceito de função.

Cena 2: Apropriação do conceito de função

A cena 2 foi organizada a partir de um fragmento do debate ocorrido na reunião do dia 31 de março de 2021, em que Maria Firmina se destaca, mostrando sua forma de pensar sobre o conceito de função e fazendo um comparativo entre o modo de discussão das colegas do grupo do projeto Clube de Matemática Ensino Médio, enquanto reflete sobre as informações do texto escrito por A. Bishop, intitulado *Enculturación Matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*, de 1999.

Quadro 35: Algumas dificuldades acerca da apropriação do conceito de função

Maria Firmina: O texto remete essa parte dizendo que o *desenhar é uma essência de transformar a natureza. Então aqui a gente pega um vaso que é só barro e a gente transforma em uma outra coisa. Então era isso que essa imagem iria representar para a gente. É o resumo do primeiro parágrafo que ele falou que é transformar a natureza. E também além da argila transformar em vaso, também tem a gente pegar um terreno e transformar ele em horta ou em cidade. Quando eu ouvi desenhar, eu acho que eu sou muito atrelada à ideia do papel e do lápis desenhando. E o autor trouxe outro significado para mim, uma forma mais prática, uma coisa mais palpável quando ele dá esses exemplos. Depois ele fala que o desenho implica em impor uma estrutura particular à natureza. A gente está impondo um pensamento nosso à natureza quando a gente está modificando ela (flash 1, cena 2). E eu fiquei pensando sobre isso. A gente não é uma exposição, a gente impõe mesmo, a gente modifica aquilo. E também o desenhar é uma coisa cultural. Dependendo de qual cultura você vai ver, pode ser o mesmo objeto, mas pode estar de forma diferente. Isso é sobre cada cultura. Cada cultura projeta de um jeito, mas cada um de uma forma. Mas sempre tem o mesmo pensamento por trás. Ele dá um exemplo, das casas, das colheres e das lanças que certas culturas fizeram. Porque algumas casas são de regiões totalmente diferentes, por exemplo, as ocas que os índios fazem e os iglus. Ah, eu esqueci quem mora no negócio de iglu. Enfim, o povo lá da região mais gélida, elas fazem casas semelhantes. Que são aquele formato de meia esfera. As colheres, em todas as culturas, são semelhantes. As lanças têm o mesmo formato, que são cumpridas com uma espécie de lâmina na ponta. *Então, independente da cultura, tem coisas que vão fazer semelhantes, embora sejam totalmente de regiões diferentes, que nunca tiveram contato umas com as outras (flash 2, cena 1).**

[...] *Eu ainda me vejo muito como aluna do Ensino Médio. Eu acabei de sair, estou entrando, então ainda não me vejo esse pensamento que a maioria tem. Aí a Lélia Gonzalez falou o jeito que todo professor explica. Todo professor explica, a primeira aula que você vai ter de função é daquele jeito. Depois a Maria Beatriz falou outra coisa. Eu não consigo ligar isso a X e Y, por mais que para mim seja muito fácil usar a fórmula de função e tal, mas eu não consigo associar isso, eu que tenho a facilidade, que eu tinha facilidade, eu não consigo associar isso com a função (flash 3, cena 2), porque eu tenho a facilidade, que eu tinha facilidade nisso, associar isso a eu pegar e lavar a vasilha e precisar da água. A gente tem que melhorar muito mais essa explicação, muito mais vezes, senão o aluno vai se entender e talvez ele fique mais perdido ainda.*

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Ao discutir sobre a natureza do conhecimento matemático, Maria Firmina se mostra incomodada com o modo de organização do ensino que ela experienciou ao longo de sua vida. Com a leitura e o entendimento do desenvolvimento humano por meio do

conhecimento, foi como se se abrisse um novo mundo para ela. No (*flash 1, cena 2*), é revelado um indício desse momento. O ato de desenhar, como propulsor da transformação da natureza, levou seu pensamento a um novo sentido, para o modo de organização da nossa própria existência. Para Bishop (1999, p.61), o produto acabado em si não é matematicamente importante, o seu desenvolvimento sim, que é de onde surgem imprescindíveis propriedades de sua matéria. Como a Matemática, pelo discurso de Maria Firmina, sempre esteve em uma posição de produto final sendo apresentado a ela, não possibilitava a perspectiva de desenho como desenvolvimento humano pela transformação da natureza.

Outro ponto essencial do (*flash 1, cena 2*), é o fato de Firmina se colocar na posição de sujeito que transforma essa natureza também, quando mobiliza seu modo de pensar direcionado ao outro, a partir do conhecimento que a define. Desse modo, podemos dizer que o processo de humanização é intrinsecamente fundamentado nas necessidades, sendo conduzido de maneira intencional, em que o ser humano desempenha um papel ativo na modificação da natureza e, ao mesmo tempo, é sujeito a transformações decorrentes de suas interações com o ambiente circundante.

Nesse contexto, argumentamos que uma atividade desprovida de alienação, que esteja alinhada com os princípios do método marxista de atividade vital, deve ser elucidada por meio de uma abordagem intencional, a partir do reconhecimento e atendimento de suas necessidades, sejam elas de natureza biológica ou cultural para que o conhecimento seja de fato um elemento propulsor do desenvolvimento humano.

A respeito disso, os princípios formativos, mediados pelo conhecimento, têm suas raízes em estudos embasados e analisados com base nas obras de Kopnin (1978). O autor ressalta a importância das relações práticas que moldam os modos de vida individuais, visando à consecução de uma transformação social, tanto em nível individual quanto em relação ao ambiente coletivo. De acordo com Kopnin, "o conhecimento está necessariamente imbuído no campo da atividade prática do homem, mas para garantir o êxito desta atividade ele deve relacionar-se necessariamente com a realidade objetiva que existe fora do homem e serve de objeto a essa atividade" (Kopnin, 1978, p.125).

Com base na abordagem de Kopnin (1978), defendemos a noção da relação sujeito-objeto como um processo mediado pela prática humana que tenha o intuito de

compreender a realidade circundante e a própria relação, em que o ser humano se apropria culturalmente das interações, construindo sínteses a partir das experiências vivenciadas. Nesse sentido, o sujeito transcende a superfície do objeto, adquirindo a capacidade de examiná-lo em suas múltiplas determinações, uma vez que o objeto está em constante movimento na realidade objetiva, exibindo sua complexidade inerente.

Adicionalmente, é importante destacar as oportunidades de promover mudanças na realidade por meio da aquisição e aplicação do conhecimento científico. Nesse contexto, Abrantes e Martins (2007, p. 315) argumentam que "é na unidade articuladora entre a ideia e a ação ou entre a teoria e a prática que se efetiva a historicidade humana, concretizada no movimento de constituição da realidade social". Os autores também enfatizam que "ao transformar a natureza, o homem se transforma, desenvolvendo habilidades, criando necessidades, tornando complexa sobremaneira sua atividade vital, isto é, constituindo-se como ser prático" (p. 316).

Do ponto de vista cultural, no (*flash 2, cena 2*), podemos entender que as necessidades podem ser diferentes, mas o objetivo pode coincidir socialmente, e assim relações semelhantes podem se formar, mesmo que haja uma distância relativa na comunicação, assim como ocorreu com Leibniz e Newton, na sistematização do Cálculo Diferencial, e especialmente sobre o conceito de função. No processo de apropriação do pensamento teórico, respaldado pelo conceito marxista de trabalho, a atividade humana ocorre em sociedade enquanto produto histórico-cultural; Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 18) afirmam que ele "não é individual, mas fundamentalmente coletivo e responsável pela constituição da cultura", processo que ocorreu durante o experimento com Maria Firmina, que, ao se comparar com as colegas do grupo, expôs sua própria compreensão acerca do conceito de função.

Nesse movimento, no (*flash 3, cena 2*), por meio da atividade sensorial humana em relação à realidade, emerge o pensamento empírico, caracterizado pelo conhecimento direto e externo do objeto, em sua forma primária de síntese. De acordo com a perspectiva apresentada por Kopnin (1978), esse tipo de pensamento é fundamentado nas premissas da lógica formal, como Firmina se reconhece nesse momento do processo formativo. Os elementos extrínsecos associados ao conceito de função, que se manifestam no âmbito da linguagem matemática, seguindo os princípios de precisão e rigor científico, se manifesta enquanto "pensamento empírico, que domina as práticas de ensino na maioria das instituições

escolares, aproxima-se do modo como a lógica formal assume a relação entre a abstração, a generalização e os conceitos” (Rosa; Moraes; Cedro, 2010, p. 71).

Perceber as primeiras contradições que o experimento formativo foi estabelecendo nas relações do grupo com o objeto, o conceito de função, ao longo da proposta do Clube de Matemática Ensino Médio é interessante para o objeto de estudo desta investigação. Pois sobre as possibilidades de desenvolvimento humano por meio das contradições, Engeström (2002) afirma que o sujeito só terá compreensão das ações individuais se houver a concepção desta dinâmica de interações entre sujeito, objeto e ferramentas.

É por meio da contradição, no movimento da atividade, que surge a necessidade de superação, gerando uma nova qualidade ao objeto. A necessidade gerada pela contradição se conecta ao novo motivo, e assim surgirá outro sistema de atividade com novos objetos. Esse movimento pode ser percebido no campo de compreensão de Maria Firmina, que, no momento de registro dessa cena, se colocava em uma posição de desvantagem em relação às outras colegas, mas que foi se envolvendo com as ações do coletivo e organizando suas próprias contradições à medida que ia estabelecendo suas sínteses. Desse modo, salientamos que as contradições internas de um sistema de atividade são “o princípio de automovimento e (...) a forma na qual o desenvolvimento é lançado” (Ilyenkov, 1977, p.330). Isto significa que novas formas qualitativas de atividade surgem como soluções para as contradições de uma forma precedente.

Cena 3: O que é função, afinal?

A cena 3 foi constituída por um trecho do momento de avaliação do projeto Clube de Matemática Ensino Médio, que ocorreu após um ano letivo do experimento formativo, exatamente no dia 16 de dezembro de 2021. O objetivo do encontro era pontuar os principais elementos que pudessem contribuir para a melhoria da nossa atuação e do nosso conhecimento sobre o conceito de função.

Para a análise desse fragmento, selecionamos uma parte do diálogo entre a pesquisadora e as participantes da investigação e uma colagem coletiva que foi solicitada visando essa representação do conceito de função e como ele foi se estruturando ao longo do projeto.

Quadro 35: Avaliação do projeto - primeiro ciclo

Pesquisadora: Nós começamos a ideia do projeto lá atrás, fizemos alguns estudos sobre o que a gente queria colocar nesse projeto, que é estudo sobre funções, e começamos a nos organizar em direção ao planejamento das atividades para esse projeto. Então nós fizemos alguns estudos e começamos o esboço em pequenos grupos dos planejamentos. Fizemos o planejamento, desenvolvemos as tarefas do planejamento com a gente mesmo, e fizemos as correções que a gente achou necessário para o desenvolvimento para ir para a escola. Então falta a gente avaliar os nossos processos mesmo, o encaminhamento que a gente foi dando, e o que isso gerou na gente, o que isso ajudou a gente a compreender o conceito de função, compreender o processo de ensino, desse conteúdo de forma específica, dentro das discussões que nós fizemos.

Nzinga: Bom, a forma como a gente organizou, tem organizado os encontros, eu considero que tem se trazido muita novidade para mim de conhecimento mesmo, porque a gente começou tendo uma visão diferente da que eu tinha do conceito mesmo de função. *Eu nunca tinha estudado da maneira que eu tinha estudado naqueles primeiros textos iniciais, então foi para mim um conhecimento novo mesmo. Como eu nunca tinha tido experiência com isso, mais difícil para ensinar funções (flash 1, cena 3), isso de trazer outros professores para conversarem com a gente, para expor as suas dificuldades, foi bem legal e também outra coisa que eu considero muito bacana é que a gente descobriu algumas dificuldades específicas deles, quais são os conceitos que eles mais têm dificuldade de trabalhar e eu acho que a gente tem valorizado isso (flash 2, cena 3)*, não foi uma reunião assim só de, ah tá, beleza, mas vamos continuar fazendo o jeito que a gente está fazendo, não. A gente tem focado muito no que eles apresentaram como dificuldades, então acho que a gente está vendo, valorizando mesmo o que tem acontecido aí na realidade, no dia a dia. E a gente focar nos adolescentes não foi, eu acho que em nenhum encontro, algo que a gente deixou de lado. A gente sempre está buscando adaptar e trazer de uma forma que seja interessante para o nosso público ao vivo, então isso também é muito legal e é uma coisa que às vezes fica só no papel, nesse caso aqui não tá só no papel, a gente tá focando nisso. Então assim, eu tenho gostado muito das nossas reuniões, eu acho que a gente tem ido por um caminho que eu considero legal, a gente tem valorizado todos os elementos que a gente teve até agora. Um conceito é trabalhar de uma forma diferente, valorizando as dificuldades que os professores apresentaram, valorizado o nosso alvo, então eu considero que é muito bacana, assim, a forma que a gente está fazendo. Também em alguns encontros que a gente fez aqui de colocar em prática os planos, *teve coisas que realmente eu não sabia explicar ou então não sabia muito bem o conceito mesmo e aí a gente debateu aqui sobre o conceito, você às vezes apresentou sua tela, ensinou para a gente como que faz e eu acho isso bem bacana, eu tenho gostado muito da nossa organização (flash 3, cena 3)*.

Fonte: arquivos da pesquisadora.

No *(flash 1, cena 3)*, podemos notar que Nzinga faz referência aos materiais estudados que promovem uma relação entre o desenvolvimento humano e conhecimento matemático de forma geral, bem como o conceito de função especificamente. Com todo percurso que ela traçou no experimento e com esse fragmento, podemos entender que olhar para a natureza do conhecimento matemático a impactou de maneira positiva e, consequentemente, suscitou elementos importantes para a sua identidade pedagógica, por meio da aprendizagem da docência em movimento da atividade de ensino.

Nos primeiros momentos, é complexo o convencimento de que o sujeito responsável pela organização do ensino de Matemática precisa se apropriar do conhecimento enquanto objeto da atividade. Como evidenciamos na revisão de literatura deste texto, a maioria das pesquisas apontam elementos sobre a prática desvinculada de seu objeto principal. Então era

comum, também para nós, que tivéssemos dificuldade em aceitar ser necessário o estudo do Movimento Lógico-Histórico da função.

No discurso de Nzinga, no entanto, podemos ressaltar a importância dessa perspectiva adotada e seu reflexo sobre o seu pensamento acerca do ato de ensinar. Indicando ainda mais o que havíamos denotado, a qualidade do ensino, a criatividade na elaboração das tarefas e a profundidade das discussões dependem necessariamente de quão imersa a professora estava em todo o processo, principalmente na apropriação do conceito.

Sobre isso, concordamos com Moura *et al.* ao afirmarem que “[...] a interdependência entre o conteúdo de ensino, as ações educativas e os sujeitos que fazem parte da atividade educativa tem como finalidade os processos de apropriação da cultura humana e o papel do trabalho coletivo na constituição dos sujeitos” (Moura *et al.*, 2010, p. 207). Dessa forma, quando Nzinga pensa em seu processo de apropriação vinculando-o com a sua atividade, o ensino, ela demonstra indícios da compreensão dessa interdependência.

No (*flash 2, cena 3*), Nzinga salienta a importância de trazer experiências de sala de aula sobre o conceito de função para o Clube de Matemática. Nesse momento, ela se referia a um encontro em que tivemos a necessidade de saber mais sobre a sala de aula, para além dos documentos normativos e ementas dos cursos. Assim, convidamos três professores do Ensino Médio, da rede Estadual de Goiás, para uma conversa. O objetivo era discutir as principais dificuldades enfrentadas pelos professores ao ensinarem função. Para isso, as participantes da pesquisa selecionaram perguntas a serem realizadas aos convidados.

Figura 30: Perguntas aos professores convidados

1. O que você (professor(a)) entende sobre o conceito de função?
2. Quais as maiores dificuldades que você (professor(a)) percebe quando vai ensinar o conceito de função para os seus alunos?
3. Quais os desafios encontrados por você ao ensinar sobre função? Como você procura resolvê-los?
4. Quais recursos ou metodologias você emprega para ensinar funções?
5. Quais atividades você (professor) realiza para identificar a evolução do conhecimento do aluno?
6. Quando você ensina funções, você prioriza exercícios de aplicação ou prefere trabalhar com exercícios contextualizados? Tendo desenvolvido ambos, em quais os alunos apresentam mais dificuldades?
7. Comparada a outras matérias que exigem um certo nível de abstração, há uma dificuldade maior quanto ao ensino de funções?
8. Você já realizou alguma atividade prática relacionada ao conteúdo de funções, fazendo uso do lúdico e afins? Em todo caso, você consegue indicar formas de levar esse conteúdo para campo?
9. Você faz uso da representação geométrica ao ensinar função? Que enfoque você dá a representação gráfica das funções?
10. Você faz um vínculo entre o tipo de função que está ensinando e sua aplicação prática no mundo real?
11. Você tem o cuidado de esclarecer ao seu aluno a diferença entre equação e função?
12. Você ensina função partindo do concreto ou do abstrato?
13. Já teve alguma frustração no ensino de alguma definição, conteúdo, teorema, e se não concordou com aquilo que tinha que ensinar? Se sim, como lidou?

Fonte: arquivos da pesquisadora.

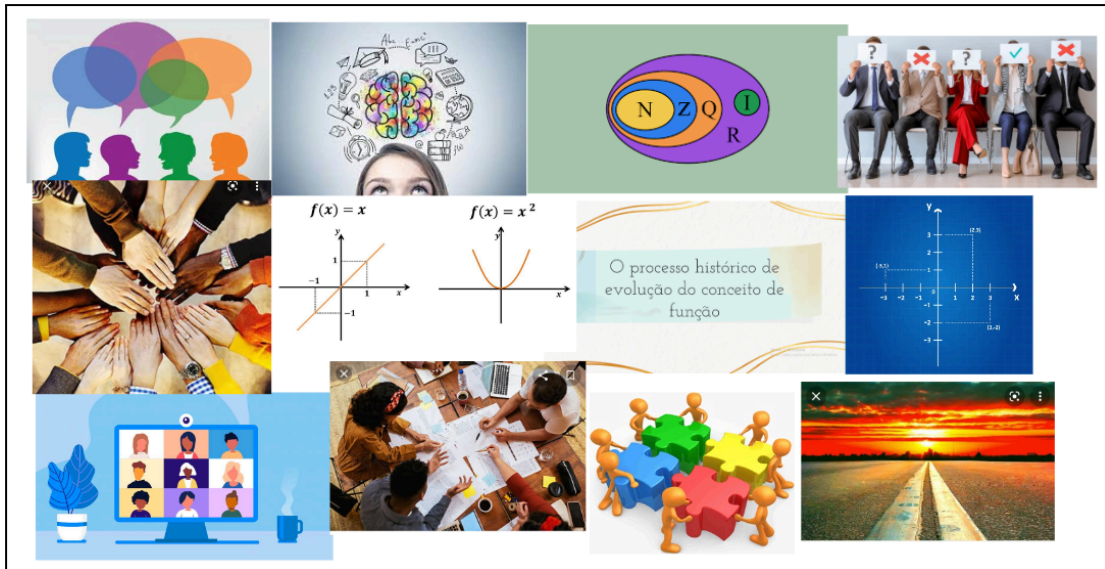
Com a quantidade e a qualidade das perguntas apresentadas anteriormente, podemos perceber que o comentário de Nzinga no quadro anterior reflete o interesse sobre o conceito de função. E para além disso, podemos atrelar um comparativo às ideias dos próprios convidados do encontro, quando são questionados sobre “o que você, professor, entende sobre função”, a “relação do conceito com o mundo real”, a “diferença entre variável e incógnita” e “concreto e abstrato”. Todos esses questionamentos estavam diretamente vinculados ao estudo do Movimento Lógico-Histórico que fizemos em conjunto.

Nesse flash, também podemos destacar a importância do coletivo no processo de apropriação do conceito de função. As participantes se articularam para tirar suas dúvidas, em relação à sala de aula. Cada uma queria fazer as suas perguntas, mas como tínhamos um tempo determinado para a reunião, foi preciso selecionar o que seria mais importante para aquele momento no projeto. Assim, foi necessária uma síntese acerca das possibilidades colocadas por cada uma. Outro fator que expressa essa importância é o fato de considerarem experiências diversas para serem analisadas e contempladas de certo modo pelo Clube de Matemática Ensino Médio. Como aparece no discurso de Nzinga, damos valor às dificuldades enfrentadas pelos professores, mesmo havendo divergências entre os posicionamentos. O que também ocorre no (*flash 3, cena 3*), quando ela menciona o coletivo do projeto no seu processo de apropriação da função.

Na interação coletiva entre os indivíduos, reside o processo de atribuição de significado ao conhecimento matemático por parte do ser humano. Assim, por meio da coletividade, o indivíduo adquire a capacidade de conferir significado, estabelecendo conexões entre os propósitos da atividade, os objetos envolvidos nas ações empreendidas e os objetivos almejados. Além disso, é crucial destacar que a atividade do professor está profundamente imbricada na formação de conceitos, o que nos instiga a contemplar a transformação contínua do professor em sua prática educacional. Essa transformação envolve processos de significação que são inerentes a cada professor, mas que também são influenciados pelo contexto histórico-cultural que permeia a sociedade em questão.

Em um processo em conjunto, as participantes da pesquisa fizeram uma colagem para representar o conceito de função nesse processo.

Figura 31: Colagem coletiva sobre o projeto



Fonte: Arquivo da pesquisadora, elaborado por meio da seleção de imagens do Google, realizada pelas participantes da investigação.

Das imagens selecionadas nas colagens, metade representa ações coletivas. O diálogo, a democratização nas decisões tomadas, a unidade em torno de um objetivo comum, a representação da individualidade de cada um no todo, o planejamento compartilhado e o encaixe de cada peça para formar o produto, mesmo que inacabado, refletindo a organização do ensino de função, decorrem do processo de tomada de consciência, em que o sujeito se encontra no coletivo, potencializando sua apropriação do conhecimento matemático.

Nesse sentido, é imprescindível notar que o Movimento Lógico-Histórico de conceitos, em particular, a função, representa um modo de pensar a formação inicial de professores de Matemática, que articula ações coletivas conforme os aspectos da história da humanidade se desenvolveu, no decorrer de suas necessidades sociais. Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 155) mostram que “o processo de apropriação de cada indivíduo enquanto aprende a ser homem são condicionados pelos processos históricos da formação humana, o que justifica a necessidade de compreender o movimento Lógico-Histórico”.

As imagens que representam gráficos e os conjuntos numéricos representam a síntese do conceito de função a partir de seu significado social. Este é um modo de reprodução que buscávamos afastar de nosso objeto, porém mesmo refletindo sobre tomar como ponto de partida as relações humanas e os movimentos da vida, recaímos em elementos que representavam as experiências vividas pelas participantes na perspectiva da lógica formal.

Nesse ponto, vale ressaltar que há uma distância considerável entre se apropriar teoricamente de um conceito científico e organizar seu ensino; por esse motivo, esses aspectos apareciam e tínhamos dificuldades em caminhar em outra direção, como demonstra a evolução dos planejamentos do projeto.

As outras imagens refletem os pensamentos gerados por meio dos novos modos de ação individual, perante o grupo: um caminho a ser seguido e uma frase que representa oportunamente o movimento que está em pauta como proposta metodológica nesta investigação, “o processo histórico de evolução do conceito de função”. Cabe lembrar que essa evolução não é única e nem linear, como justifica o termo “as Matemáticas”. Outro fator é que o processo histórico é orientado pela lógica que constitui o conceito.

Por ora, temos essa reflexão acerca do que é função para o grupo de estudantes da Licenciatura em Matemática. Reflexão esta que demarca uma qualidade nova que parte das experiências vividas por elas e caminham em direção ao desenvolvimento humano, tendo como elemento basilar a apropriação do conhecimento matemático, por meio do movimento Lógico-Histórico.

Cena 4: A função como produto lógico-histórico do desenvolvimento da humanidade

A cena 4 foi organizada a partir de trechos que representam a avaliação do último encontro do projeto Clube de Matemática, em que houve a coleta de dados, visto que o projeto tem continuidade após esta investigação até o momento da escrita deste trabalho. O encontro ocorreu no dia 04 de março de 2023. O quadro a seguir apresenta um fragmento do diálogo do grupo.

Quadro 36: Avaliação final do experimento formativo no Clube de Matemática Ensino Médio

Maria Firmina: *Os novatos tinham uma compreensão muito rasa do que a gente queria. Ai eu vi o peso da gente ter estudado. Eu falei mais sobre a complexidade dos textos também, mesmo difíceis eu percebi que eles foram essenciais para entendermos o que a gente queria como objetivo (flash 1, cena 4).* Quando a gente foi discutir sobre o planejamento novo, para grande parte do grupo não estava claro nosso objetivo ali, mas para quem lia os textos, sabia como a gente queria fazer aquilo. Uma dessas pessoas era *a Carolina, no começo, eu percebi que ela operou só com mais ideias, o ritmo mudou muito. A proposta que a gente tinha, que a gente foi aprendendo, acho que ela ficou muito madura, assim, defender o ponto de vista de acordo com o que a gente estava estudando. A partir do momento que a gente teve, porque a gente tinha no primeiro ciclo, ela não tinha lido os textos. E para o segundo, ela já tinha lido (flash 2, cena 4).* E teve gente que, apesar de estar desde o início, parecia que não se apropriou muito dos conceitos que a gente estava estudando, não compreende totalmente o que a gente quer. E a gente tem que ter um pouco de compreensão. *Eu entendo que é uma preocupação muito importante, porque isso é essencial, importante. Mas... Às vezes se apegam tanto nisso, que esquece a forma... Tanto que é importante a gente tratar cuidadosamente cada coisa que a gente*

está trabalhando com o aluno. E às vezes, a pessoa estava tão preocupada com o conteúdo, mesmo tendo estudado tudo o que a gente estudou, e não entendeu (flash 3, cena 4). Que cada um tem a forma de conceber aquilo. E que a forma que a gente ensina deve ser mostrada, porque é uma atividade humana. Mesmo assim, se apegou muito aos axiomas e à formalidade. Eu acho que é uma coisa que a gente precisa quebrar essa barreira. Mais recentemente, acho que ele entendeu. Eu estava conversando com ela, sobre ter que levar a função exponencial e logarítmica, ele viu que realmente não dava. Dentro da nossa proposta, não dava mesmo. Demorou, mas chegou. Chegou lá, na compreensão disso, sabe? Que a gente estava propondo outra coisa, que não cabia aquilo (flash 4, cena 4). E a Aminata Traoré, olha como você chegou e depois, você se apropriou daquilo que a gente estava estudando. Você falou, realmente isso aqui é muito diferente. E não importa o tempo que você esteja. É porque quando você lê uma teoria, você tem que internalizar e em um certo nível para concordar com aquilo. Então você tem que se esforçar muito pra entender, porque não é um negócio fácil. E depois disso você vai ver se você concorda ou não. Sabe, eu não tinha pensado nisso. Acho que o que mais se transformou de nós foi a Virginia Brindis.

Aminata Traoré: Mas é porque a Virginia Brindis tem uma característica muito interessante, que é a humildade de falar “eu não entendo”. E aí ela vai lá e estuda, e se convence das coisas. A Virginia Brindis deu uma aula, teve muitas críticas. Mas ela começou a se apropriar dos textos, leu as coisas. Aí foi uma evolução grande mesmo (flash 5, cena 4). E a gente vê que até hoje ajuda ela em tantos níveis. Enfim, ela é um exemplo para mim, desse negócio de que a gente tem que ser humilde. Porque a gente quer contribuir. Porque eu estou falando que ela teve a humildade de entender que não sabia e tinha que ir correr atrás e foi uma grande evolução. Ela chegava em mim e falava “tem que ler mais”, “tem que fazer isso mais”, “não estou entendendo aquilo”, “ah, vamos discutir, você entendeu isso?”, “Eu entendi aquilo”. E me explicava, e eu explicava para ele. Ela é muito ativa no processo. Em questão de conhecimento, vamos nos apropriar das coisas e ter propriedade para falar (flash 6, cena 4).

Pesquisadora: Se a gente se sente parte do grupo, do lugar, das tarefas... a gente contribui e se desenvolve ao mesmo tempo. Então, se você realmente sabe daquilo que você está falando, então você, por responsabilidade social com aquele grupo, vai contribuir, vai colocar seu ponto de vista, vai debater e vai defender sua ideia dentro dos princípios éticos. E quando você não sabe de algo e o grupo pode contribuir com seu desenvolvimento, também faz parte da sua responsabilidade social, se movimentar em torno daquilo para se apropriar. Então, a Virginia Brindis é importante nesse sentido. E o fato dela saber muita Matemática, também não deixava as outras pessoas com vergonha dela, em mostrar que não sabia. Ela fazia parte do grupo que todo mundo se sentia à vontade para falar “Virginia, explica para gente”. Então, isso é importante também.

Maria Firmina: Eu acho que ela tem uma parte muito importante. Eu vi, quando eu estava escrevendo, que a gente tinha três grupos diferentes. Mesmo que alguns tivessem as mesmas pessoas. Era completamente diferente. Um grupo que fez o primeiro planejamento eu não ficava à vontade. Eu lembro do negócio do texto 4. Eu dei destaque a ele, porque eu vi que era um dos mais difíceis que a gente viu. Quando teve a reunião, com as discussões que tinha, eu comecei a abrir a mente. Foi o momento em que eu comecei a entender um pouco como que se formava, e que realmente a Matemática é a atividade humana. Aquele texto norteou, e até hoje tem coisas presentes. Tem muita coisa presente dele em todas as nossas tarefas (flash 7, cena 4).

Aminata Traoré: A Aminata como professora nasceu de fato não dentro da sala de aula, mas ao sentar e se debruçar sobre um livro e lutar para compreender um poema sobre a marcha de um soldado e a relação com funções. Ou ainda sobre como a crise na Teoria dos Conjuntos poderia ajudar a pensar numa aula para o Ensino Médio (flash 8, cena 4). Eu lembro até hoje que eu fiquei responsável por ler um livro do Eves. Eu não estava entendendo nada. Não sabia nem o que era Teoria de Conjuntos. Mas lembro que eu me esforçava muito. Um dia a pesquisadora me disse, “mas você é um leitor”, eu sei, eu não entendo, ela disse essa frase “você lê, não lê?” Aí eu falei, como é que ela sabe? Mas realmente... quando eu ficava de ler o negócio, eu lia e quando eu não entendia, era uma luta. Eu lembro das coisas até hoje. Não entendi tudo, mas entendi bastante coisa. Se eu ler de novo, entendo mais.

Solitude: Também coloquei mais sobre meu aprimoramento na sala de aula, como professor, sobre minha ação pedagógica, como comportar na sala, que nem sempre o planejamento vai sair como planejado. E que... Eu tinha uma visão bem estreita sobre como era a aula. Eu planejava mais ou menos como dar aula, chegava lá e falava, o que eu sabia. Nessa parte também citei o nome da Carolina, que, principalmente ela tirou um tempinho depois da reunião, nós reunimos, ela falou para mim, “pensa no que que você vai falar, exemplo, você vai falar sobre gráfico nessa parte”, aí eu vi que tem que planejar tudo, passo a passo, responder as respostas esperadas, tudo que era algo que eu não tinha pensado na hora, e se a Carolina não tivesse alertado, eu acho que poderia ter dado bem ruim na aula (flash 9, cena 4).

Aminata Traoré: Quando eu fui pela primeira vez para sala de aula, dar aula, a maioria do pessoal estava nas mesmas condições que eu. Então foi muito tenso, mas as minhas companheiras me ajudaram a me sentir mais confortável. Isso foi só nos primeiros encontros, porque depois foi o contrário. Quando foi pra eu ter que fazer a minha aula, eu me senti exposta, porque era um processo de observar os outros fazerem, e tinham

peessoas que nunca tinham ido e faziam um show tão bonito de se ver, eu me sentia impressionada. Então quando foi a minha primeira vez, tinha os alunos para julgar e as minhas companheiras para julgar. Esse sentimento perdurou por outras vezes. Enfim, inclusive eu vou escrever mais sobre isso, porque eu tive uma reflexão muito grande, como a Solitude. Antes eu tinha participado de teatro e eu achava que a aula era performance. Ai eu levei isso pra sala de aula. Só que estava longe de ser suficiente, depois a gente foi refletir e era insuficiente. E aí eu falei “nossa, me elogiaram tanto, mas foi insuficiente”. Por que foi insuficiente? E aí eu fui pensar sobre várias questões, sobre a importância de verdade do histórico, só estudando depois que eu consegui mesmo dar aula. Percebi que estudar Movimento Lógico-Histórico não é contar a historinha lá do passado. Você pode ir e contar a melhor historinha do mundo, pode fazer um show, uma performance, agarrar a atenção, isso aí eu era bom, mas não era suficiente (flash 10, cena 4). Eu fui refletir sobre o que é dar aula, o único professor bom não é o professor do cursinho que faz graça, que faz todo mundo rir. Assim, tem professor, eu mesmo já tive aqui na faculdade, professores que fazem aulas que não são um show, uma performance, mas são aulas maravilhosas.

Carolina Maria: Você acha que a segunda vez que você deu a aula compensou?

Aminata Traoré: Sim. A segunda vez que eu dei aula, foi a mesma aula. Mas eu estava diferente, eu tive uma estratégia diferente de abordar a situação, foi menos performático. Na segunda aula eu percebi que por ser um negócio importante, precisava manter a ideia de chamar a atenção. Só que não tocando, cantando e mostrando. Também, porque é uma característica da Aminata enquanto professora. Mas tem que estar dialogando com o estudante, tem que estar pensando nas relações com os nexos conceituais (flash 11, cena 4).

Fonte: arquivos da pesquisadora.

Sabemos que Maria Firmina é uma personagem que foi bastante ativa em todo o processo de constituição do experimento, principalmente pelo tempo de permanência no projeto. Assim, a última reunião em que foram coletados dados para essa investigação tinha uma pauta e foi organizada de um modo intencional, porém a participante tomou conta da discussão e levou a narrativa para algo que não havia sido pensado anteriormente. O objetivo do encontro era avaliar o projeto como um todo. A direção que essa avaliação tomou foi muito relevante para essa cena sobre o Movimento Lógico-Histórico da função, por esse motivo é importante destacar a unidade coletiva do grupo, por meio dessa percepção que Firmina teve.

No (flash 1, cena 4), já iniciamos com ela fazendo uma reflexão sobre o estudo do movimento Lógico-Histórico. Ela enfatiza que as percepções das professoras que entraram depois dela, em um dado momento, ainda eram superficiais. Justamente porque o modo de estudo do conceito ao qual nos propomos no experimento permite ao professor analisar o objeto pelas suas múltiplas determinações e produzir sínteses mais completas e que façam sentido aos estudantes.

Segundo Panossian, Sousa e Moura, (2017, p. 126), o estudo do Movimento Lógico-Histórico “permite uma compreensão do movimento de constituição dos conceitos algébricos de forma teórica, reconhecendo seu movimento, elementos de causa e efeito, forma e conteúdo do conhecimento algébrico entre outros nexos conceituais”. Reconhecer

esse processo mostra indícios da compreensão sobre quais os motivos que nos levam a essa proposta metodológica. É o que dá sentido.

Em seguida, ela começa a citar o desenvolvimento das colegas. Por exemplo, no (*flash 2, cena 4*), em que ela afirma que Carolina tem propriedade nos argumentos para defender suas ideias a partir do que estudou sobre o conceito de função. De fato, Firmina tem uma percepção importante sobre a colega que nos mostrava, no início, bastante dificuldade em defender seu ponto de vista pela sua forma de expressar. Mas isso foi sendo aprimorado aos poucos, na medida em que ela ia se sentindo parte do grupo e, como Maria Firmina disse, à medida que ela ia estudando o conceito também.

Na constituição do pensamento de Carolina, podemos destacar que ela teve

condições para se apropriar do significado de conceitos e instrumentos enquanto produto da construção humana, gerando seu próprio desenvolvimento psíquico. Se apropriar de um conceito significa então compreender o significado que historicamente os indivíduos atribuíram a ele, o que pode ser realizado em atividade, sobre os objetos, instrumentos e fenômenos em si, e pela ação e comunicação desenvolvida por meio deles (Panossian; Sousa; Moura, 2017, p. 128).

Tal movimento de Carolina foi importante para o grupo. Mas destacamos, ainda, a relevância de Maria Firmina nesse momento ter compreendido a transformação da colega, assim como no (*flash 3, cena 4*), em que ela faz uma breve análise da participação de uma colega cujo nome não é citado, mas entendemos pelo contexto ser Marielle Franco, que era muito preocupada com o conteúdo e esquecia-se da forma.

Com o estudo do movimento Lógico-Histórico, percebemos que há uma necessidade em considerar forma e conteúdo enquanto unidade para dar sentido aos nexos conceituais da função; por esse motivo, Firmina nos chama a atenção para esse movimento, pois, de acordo com Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 127),

O movimento histórico de um fenômeno, objeto ou conceito é refletido pelas formas de pensamento (movimento lógico). Para Kopnin, “o lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento” (1961[1978, p.186]), sendo que a unidade do histórico e do lógico se torna premissa para compreender a essência de um objeto, de um conceito em sua estrutura, sua história, seu desenvolvimento.

Quando Marielle coloca o conteúdo em detrimento da forma à frente de suas ações, impacta o grupo, quebrando a ideia do planejamento compartilhado. Porém, as transformações vão ocorrendo no tempo de cada sujeito, como mostra o (*flash 4, cena 4*), em que Firmina aponta uma expressão da coletividade ao discordar da colega e dialogar sobre o ponto de observação, convencendo-a.

Não satisfeita com essa reflexão, Firmina nos chama a atenção para mais uma personagem importante diante desse processo de apropriação do conhecimento de função, por meio do movimento Lógico-Histórico: Virginia. A fala é complementada na sequência por Aminata, no (*flash 5, cena 4*).

Virginia Brindis tinha um pensamento próximo ao de Marielle, no início de sua participação no experimento formativo. Ela exaltava a importância do conteúdo e até chegava a reproduzir termos e expressões que seus professores da graduação utilizavam, fazendo com que os estudantes do Ensino Médio não compreendessem a linguagem. Por esse motivo, ela foi bastante criticada em uma de suas aulas. Após esse movimento, ela entendeu a necessidade de conectar forma e conteúdo e buscou na coletividade estudar para se apropriar dos modos de organização que condizem com as expectativas do grupo.

No (*flash 6, cena 4*), Aminata mostra como Virginia buscava estudar e compreender os modos de organização do grupo, perguntando, debatendo, dialogando com os pares, lendo e refletindo sobre o processo. Estudar o Movimento Lógico-Histórico de um conceito não é algo trivial e muito menos direto para que ocorra sua apropriação e apareça em sua prática pedagógica. Esse movimento requer tempo para que tenhamos pela dialética, as contradições geradas que nos constituem enquanto professores. De acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p 131),

o professor que compreender o Movimento Lógico-Histórico dos conceitos algébricos alcança uma nova qualidade em sua atividade de ensino. Isso porque estabelece relações diferentes entre os conceitos e compreende seu processo de formação historicamente. A compreensão do movimento lógico e histórico dos conceitos algébricos permite que o professor trabalhe não só com o produto deste desenvolvimento conceitual, mas sim com seu processo. Tendo isso claro no movimento da parte da humanidade, terá condições de aprimorar sua atividade de ensino e reconhecer de que maneira gerar nos estudantes a necessidade em aprender os conceitos.

Com esse discurso, Maria Firmina ressalta no (*flash 7, cena 4*) sua compreensão acerca do movimento Lógico-Histórico, a partir do texto ““Estudo matemático das leis naturais”, de Bento de Jesus Caraça, de 1951. Nesse momento, ela enfatiza as contribuições das colegas para a sua compreensão, evidenciando, assim, um dos aspectos da coletividade no processo de aprendizagem da docência.

A relação da apropriação de conceitos por meio da coletividade é essencial, porque perpassa os aspectos da linguagem, segundo a perspectiva de Leontiev (1978, p.175): "a capacidade de comunicação por meio da linguagem e a habilidade de usar ferramentas são claramente transmitidas de geração em geração". A partir dessa abordagem, podemos inferir

que o desenvolvimento humano ocorre por meio da linguagem, que desempenha um papel fundamental na transformação da realidade, no contexto do trabalho, gerando as condições para a existência social do indivíduo.

Com isso, "as funções psicológicas exclusivamente humanas surgem das interações do indivíduo com seu ambiente cultural e social" (Rego, 1995, p. 41). Leontiev, por sua vez, a partir do conceito de atividade, define "o trabalho como o processo que conecta o ser humano com a natureza, a ação do ser humano sobre a natureza" (Leontiev, 1978, p. 80), dentro do contexto das condições da atividade coletiva comum.

Além disso, no (*flash 7, cena 4*), Firmina consegue perceber o sentido do Movimento Lógico-Histórico, permeado pela necessidade de se produzir uma educação humanizadora, por meio do discurso sobre o desenvolvimento humano. O que também está presente nas tarefas de ensino do Clube de Matemática Ensino Médio.

Paralelamente ao discurso de Maria Firmina, Aminata reflete acerca da relação entre teoria e prática em que se reconhece enquanto professora. Ela salienta a importância de estudar sobre o conceito a ser ensinado, para de fato assumir a posição social de docente e se reconhecer nesse espaço.

Nesse sentido, podemos inferir que o conhecimento científico se apresenta como um requisito essencial para a realização de ações racionais em relação à realidade objetiva, uma vez que, como destacado por Vázquez (1968, p.108), "não há prática como uma atividade puramente material desprovida da produção de finalidades e conhecimentos que caracteriza a atividade teórica". O autor ressalta que a prática não se limita a ser uma atividade teórica ou pedagógica, mas representa uma fusão de teoria e prática, pensamento e ação. Isso implica uma compreensão crítica da realidade e o esforço coletivo e consciente para implementar mudanças, como ocorreu com Aminata neste trecho, em que é evidenciada a importância do estudo do Movimento Lógico-Histórico da função.

No (*flash 9, cena 4*), temos a fala de Solitude compondo o diálogo acerca da importância da apropriação do conhecimento matemático para a atividade de ensino. Nesse ponto, a participante apresenta uma mudança de concepção a respeito do processo de ministrar uma aula. O modo como ela faz esse destaque é um indício de transformação a respeito da aprendizagem da docência. O senso comum de que "dar aula" parte do pressuposto apenas do já é conhecido conceitualmente por meio de uma narrativa expressa pela lógica formal, tornando o processo limitado e simplista.

Ser professor não é simplesmente reproduzir um processo alienado, passo a passo, do que aquele sujeito, individualmente, julga saber. Refletir sobre a docência vai além disso,

como mostra Solitude ao encarnar o Movimento Lógico-Histórico como premissa para a atividade de ensino. De acordo com a abordagem de Radford (2011), o conceito de função possui o potencial de desempenhar um papel fundamental na exploração da natureza do conhecimento matemático e na identificação de novas abordagens de ensino, que se enraízam em sua evolução histórica.

Nesse contexto, a dinâmica do ambiente escolar está intrinsecamente ligada ao processo de desenvolvimento tanto dos alunos quanto dos professores, o que implica que compreender o ambiente escolar requer uma percepção do mesmo como um sistema em constante desenvolvimento, que segue uma trajetória lógico-histórica e alia a coletividade, como na relação entre Solitude e Carolina.

No (*flash 10, cena 4*), Aminata retoma o discurso, novamente refletindo sobre seu modo de se ver enquanto professora. Nesse momento, ela demonstra uma mudança qualitativa a respeito do Movimento Lógico-Histórico, ao mencionar sugerir a sala de aula e o processo de ensino como uma peça teatral, que convenceu seus pares, mas foi insuficiente para a apropriação do conceito de função.

Ao ser questionada por Carolina, Aminata responde o que poderia lhe causar essa insuficiência e aborda, assim, os nexos conceituais da função. Nesse sentido, o Movimento Lógico-Histórico contribui significativamente para a concepção da escola como um espaço social destinado à apropriação da cultura, ao considerar o conhecimento matemático a partir de uma perspectiva que o encara como uma construção humana que se desdobra ao longo do curso da história. Essa construção é impulsionada pelas necessidades sociais e pela necessidade de interação com a sociedade.

Portanto, ao contemplar a organização do ensino de Matemática, é imprescindível levar em consideração não apenas as dimensões relacionadas à produção lógica do conhecimento, mas também o contexto histórico e a motivação subjacente a essa produção, encarnados nas necessidades humanas, porém, sem reproduzir a história da humanidade, como a participante coloca sua fala.

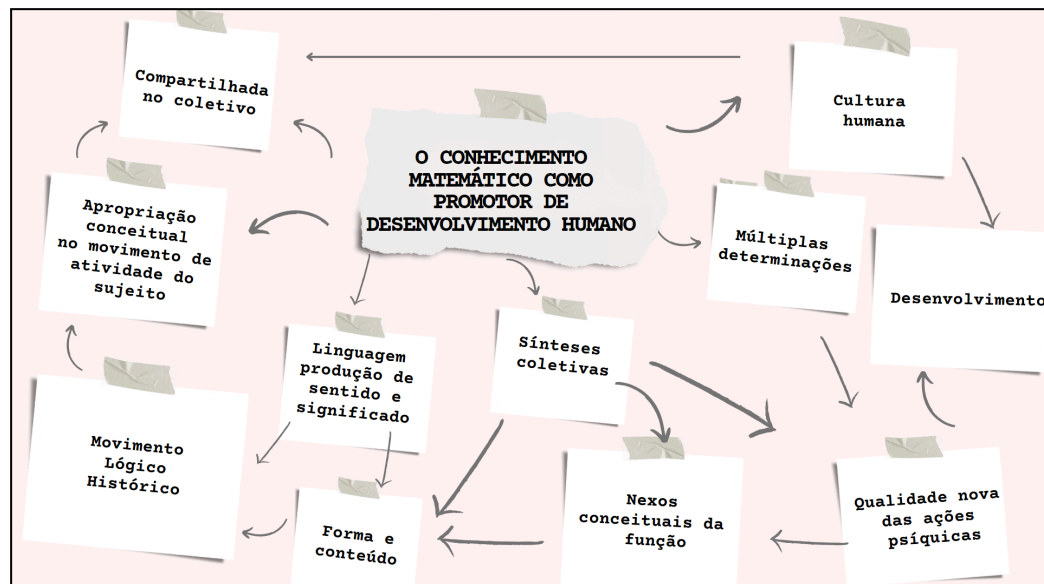
Síntese da unidade 5: O conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano

A apropriação da cultura humana é um elemento transformador nos processos psíquicos dos sujeitos envolvidos na atividade. O conhecimento matemático faz parte de tal cultura, o que significa dizer que ele também pode promover uma qualidade nova à zona de

desenvolvimento proximal, por meio de processos mentais que articulam a essência dos conceitos elaborados em sínteses coletivas. Assim, podemos inferir que o conhecimento matemático é primordial no desenvolvimento da humanidade e que sua construção está intrinsecamente ligada ao contexto social e cultural em que se desenvolve.

Sabendo disso, elaboramos, na figura 32, uma síntese que apresenta os principais elementos que corroboram tal inferência a respeito do conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano.

Figura 32: Síntese da unidade O conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano



Fonte: a autora.

A partir da análise dos dados desta investigação, citados na unidade cinco, podemos observar a importância de o docente compreender a essência do conceito que vai ensinar, pois, por meio dela, ele analisa, cria e avalia suas múltiplas determinações em torno de seu objeto, a aprendizagem. Essas múltiplas determinações podem produzir uma qualidade nova às ações mentais, pois a síntese é permeada de nexos conceituais que se articulam para gerar o sentido da função.

O movimento, neste contexto, guarda uma estreita relação com a apropriação de conceitos, que se efetua mediante a investigação do seu desenvolvimento lógico-histórico. Esta abordagem visa analisar a essência intrínseca dos conceitos e suas múltiplas determinações. Tal análise é fundamental para elevar a qualidade da compreensão em relação

à natureza do conhecimento científico, promovendo a sua integração com a cultura e a prática social voltadas para a humanização desse conhecimento.

Assim, a atividade de ensino assume uma posição de destaque, uma vez que seus motivos são capazes de circundar o objeto em suas múltiplas determinações. Isso, por sua vez, amplia as possibilidades criativas e concede um novo significado pessoal diante do conhecimento. Essa abordagem promove o desenvolvimento do pensamento teórico conforme salienta Rubtsov (1996), que se baseia nos significados do conhecimento, sistematizados a partir de sua história e da lógica subjacente à sua estrutura.

Nesse contexto, a aprendizagem da docência pode ser direcionada por esse enfoque universal e generalizante do conceito, visando à produção de ações de ensino com qualidade teórica, respaldadas pelo Movimento Lógico-Histórico na apropriação do conceito em busca de sua essência. Outro fator preponderante da atividade de ensino é a coletividade que se mostra com o uso da linguagem para a atribuição de novos sentidos pessoais e significados sociais, que se manifestam pela forma e pelo conteúdo da atividade pedagógica.

Costurando a teia

A atividade humana está intrinsecamente ligada à busca constante por compreensão, evolução e transformação, na qual o ser humano, enquanto parte dessa realidade, empreende uma jornada em que busca a sua própria consciência, a compreensão dos outros indivíduos e do universo circundante. Nessa trajetória, ele se consolida por meio da cultura que o envolve, estabelecendo suas próprias normas, valores morais e sistemas de interpretação da realidade natural, por meio de sua atividade.

Nesse contexto, o professor, como um agente fundamental no processo de ensino, deve encarar sua função para a apropriação do conhecimento, um aspecto intrínseco ao desenvolvimento humano, que se dá por meio das necessidades inerentes à condição humana e pela apropriação dessa cultura circundante. Além disso, o trabalho docente deve ser uma atividade intencional e consciente, permitindo a internalização dos elementos que constituem sua prática pedagógica, fomentando, assim, o desenvolvimento humano de seus alunos e da sociedade em geral. Como afirmam Moretti e Moura (2010, p. 347), tal atividade “traduz-se como sendo a atividade humana intencional adequada a um fim e orientada por objetivos, por meio da qual o homem transforma a natureza e produz a si mesmo”.

Corroborando essa visão, Moura *et al.* (2010, p. 82) discorrem que “a escola como espaço de aprendizagem e apropriação da cultura humana elaborada, bem como o modo de

prover os indivíduos, metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento plenos de suas potencialidades” é que pode promover o desenvolvimento por meio de uma educação humanizadora.

Assim, a atividade pedagógica não deve ser realizada de forma alienada, mas sim focada na qualidade do conhecimento construído historicamente pela humanidade. O desenvolvimento ocorre por meio da apropriação cultural, impulsionada pelas necessidades individuais. No trabalho docente, as necessidades centrais são a produção e a compartilhamento de significados. Conforme destacado por Cedro e Moura (2017, p. 91), a atividade do professor está essencialmente relacionada à apropriação do conhecimento matemático, o que confere um caráter concreto às suas necessidades.

Neste contexto, a aprendizagem da docência assume uma dimensão que reflete a interconexão entre a esfera individual e as influências provenientes de um contexto sócio-histórico e sociocultural. Essa perspectiva reconhece que o professor está em constante transformação ao longo de sua trajetória profissional. É dentro desse cenário que este trabalho foi desenvolvido, com concentração na formação inicial de professoras de Matemática.

O seu escopo centrou-se na análise da aprendizagem da docência por meio da apropriação do conhecimento matemático, com um enfoque particular no conceito de função. O objetivo principal era examinar as transformações que ocorreram ao longo do Ciclo de Aprendizagem Expansiva, a fim de proporcionar uma abordagem mais profunda e analítica para a compreensão da essência desse conceito, facilitando a aquisição do pensamento teórico associado a ele.

O arcabouço teórico que sustentou esta pesquisa é baseado no Materialismo Histórico-Dialético, enquanto a metodologia empregada se fundamentou em um experimento formativo, apoiado na Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade e Atividade Orientadora de Ensino. A pergunta central que norteou este estudo foi: como professores em formação inicial compreendem a docência, a partir do processo de apropriação do conceito de função? Uma hipótese para esta questão diz respeito à perspectiva que o processo de apropriação do conhecimento matemático pode potencializar implicações na aprendizagem da docência, por

meio de uma proposta de organização do ensino que valorize ações coletivas e o estudo do Movimento Lógico-Histórico de conceitos.

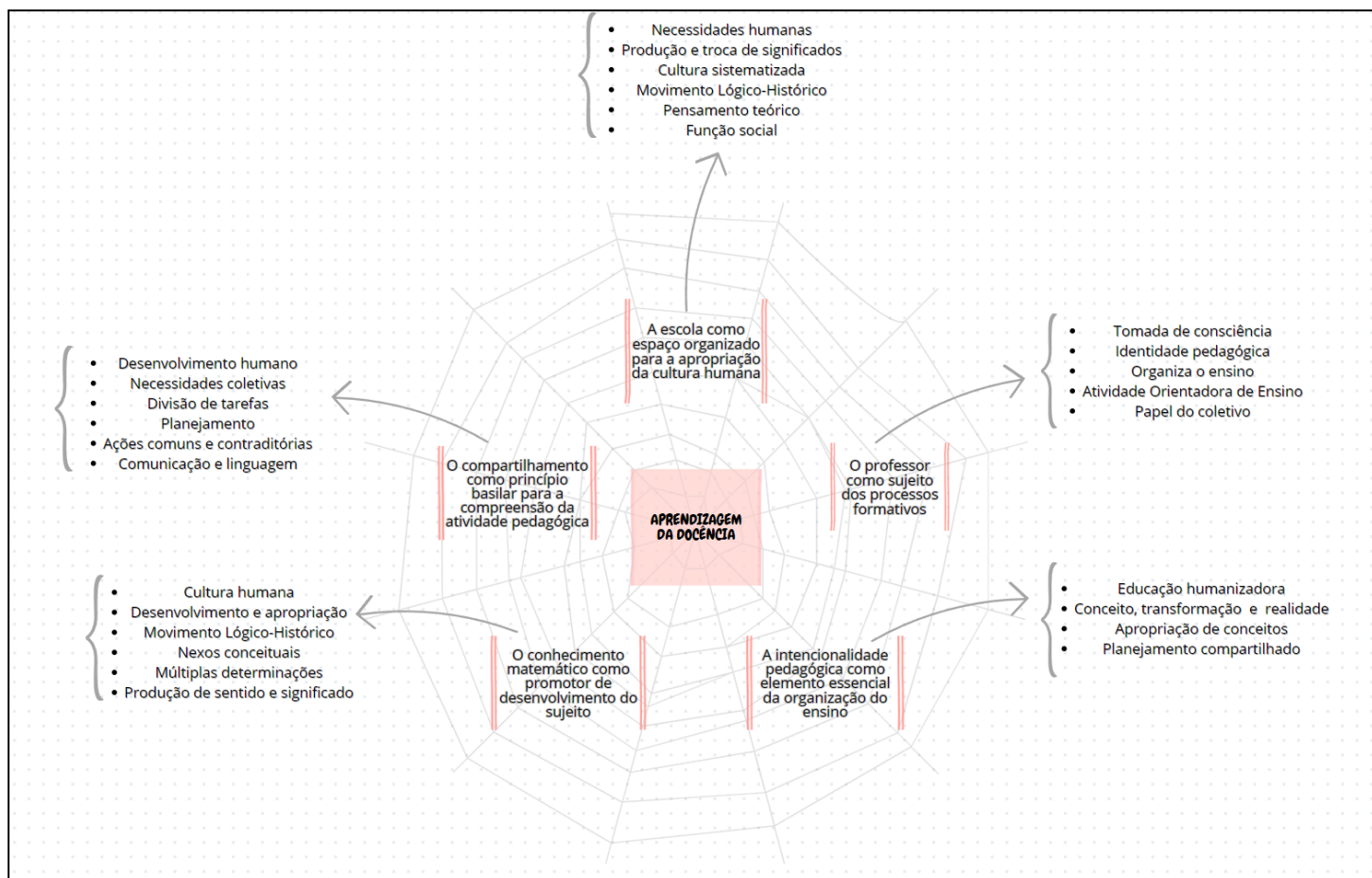
A pesquisa foi desenvolvida ao longo de dois anos letivos, de 2021 e 2022. Durante esse período, foram realizados encontros formativos que enfatizaram estudos coletivos, planejamento e avaliação de cada ciclo de aprendizagem. Para a coleta de dados, utilizou-se gravações audiovisuais das reuniões de estudos, avaliações e planejamentos, além do diário de campo da pesquisadora, que continha reflexões e sínteses das ações dos sujeitos investigados. Também foram considerados diários de bordo virtuais e produções escritas pelos estudantes, como relatórios, sínteses e resumos em congressos, entre outros.

Dessa forma, a pesquisa revelou a importância de considerar as necessidades individuais dos professores em formação durante o desenvolvimento de seu percurso educacional, por meio da apropriação da cultura. O processo investigativo promoveu intensas discussões, compartilhamento de ideias, construção de significados e a desconstrução das barreiras que costumam restringir o conhecimento matemático em sua imposição social. O reconhecimento e participação ativa em um ambiente formativo, como o Clube de Matemática Ensino Médio, ressaltou diariamente a necessidade fundamental de organizar o conhecimento científico em prol de sua apropriação cultural, tanto por parte dos professores como pelos estudantes da Educação Básica.

Nesse sentido, consideramos a escola como espaço organizado para a apropriação da cultura humana, o professor como sujeito dos processos formativos, a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino, o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica e o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito como os cinco princípios para a aprendizagem da docência.

Todos eles articulados formam uma grande teia que impulsiona o desenvolvimento do sujeito visando à tomada de consciência, para que este assuma seu papel social na atividade de ensino. A figura 33 sintetiza uma parte desse movimento.

Figura 33: Síntese dos cinco princípios da aprendizagem da docência



Fonte: a autora.

Ao refletirmos sobre o desenvolvimento humano, pensamos na emancipação das pessoas. As transformações internas são alcançadas por meio da qualidade do desenvolvimento que, segundo Leontiev, pode ser potencializada com o sujeito em atividade, visto que,

La actividad es una unidad molecular, no una unidad aditiva de la vida del sujeto corporal, material. Es un sentido más estricto, es decir, a nivel psicológico, es la unidad de vida mediatizada por el reflejo psicológico, cuya función real consiste en que orienta al sujeto en el mundo objetivo. En otras palabras, la actividad no es una reacción ni un conjunto de reacciones, sino un sistema que tiene estructura, sus transiciones y transformaciones internas, su desarrollo (Leontiev, 1978, p. 66).

Tais transformações se materializam quando essa atividade se torna plenamente consciente. No âmbito da atividade docente, particularmente em contextos de formação inicial, adquirir consciência da intencionalidade inerente ao espaço escolar desempenha um papel fundamental ao desenvolver as habilidades e competências necessárias para a atuação eficaz nesse mundo objetivo.

A reflexão e a tomada de consciência a respeito do papel e da intencionalidade da instituição escolar desencadeiam e articulam situações propícias para o aprendizado da docência. Quando adotamos uma perspectiva que valoriza a apropriação cultural pelos indivíduos envolvidos, conforme preconizado por Leontiev, temos

a atividade como o processo, produtor do e mediado pelo reflexo psíquico da realidade, responsável por concretizar as relações de caráter objetivo/subjetivo do homem com o mundo e com o gênero humano e satisfazer suas necessidades, promovendo, assim, seu desenvolvimento integral e garantindo a produção e reprodução de sua vida material (Leontiev, 1978, p. 67).

A transformação qualitativa na vida do professor é intrinsecamente ligada à relação entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico, dentro de um contexto histórico e cultural. Essa relação pode ser compreendida como a união de duas fitas de DNA que sintetizam uma unidade representativa do todo. Nessa trajetória interligada, observamos o papel da escola na sociedade, que se manifesta como um catalisador do desenvolvimento humano por meio da apropriação cultural.

Em resumo, a escola é o ambiente de apropriação cultural, no qual o conceito de função é entendido como uma parte fundamental dessa cultura. Nessa perspectiva, percebemos que o conceito pode influenciar a formação da identidade dos alunos ao conscientizá-los sobre suas experiências sociais. O mesmo se aplica ao professor, que busca organizar esse conceito como parte de seu próprio processo de apropriação. O professor, antes de tudo, é aquele que se transforma nessa relação entre a escola e o conhecimento, com o objetivo de proporcionar uma educação humanizadora.

Assim, a aprendizagem da docência é promovida ao se considerar o espaço escolar com todas as suas limitações, desafios e contradições. Isso estabelece um ciclo contínuo de pensamento, criação, desenvolvimento, análise, avaliação e renovação em resposta às necessidades emergentes, expandindo as oportunidades para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Dessa forma, a cultura sistematizada por meio do Movimento Lógico-Histórico de conceitos, juntamente com a compreensão de nexos conceituais dentro de um contexto histórico, é um processo teórico-metodológico fundamental para a compreensão da escola como um espaço de apropriação cultural e, por conseguinte, para a aprendizagem da docência.

A aprendizagem da docência, em seu âmago, compreende o professor como protagonista dos processos formativos. Este entendimento está estreitamente ligado aos fundamentos do pensamento que embasam a prática pedagógica. O professor, ao exercer essa função, a define como parte integral de sua identidade social e existencial. Para que esse processo de desenvolvimento docente se expanda, é crucial a articulação entre ensino e aprendizagem, sendo isso efetivado pela Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

A identidade pedagógica tem como um de seus princípios a intencionalidade pedagógica como elemento essencial na organização do ensino. Essa busca está vinculada aos modos de permitir a conexão como unidade pedagógica entre conteúdo, sujeito na aprendizagem e ação realizada. Para que esse movimento se expanda na aprendizagem, ter como referências os objetivos é indispensável para a articulação entre ensino e aprendizagem.

A intencionalidade pedagógica, a objetivação e os significados do conhecimento ensinado são essenciais para o desenvolvimento do pensamento teórico na aprendizagem da docência. Esse processo é conduzido por meio de uma práxis organizada, na qual o professor planeja, executa e avalia as ações de forma consciente, visando ao desenvolvimento humano, enquanto o papel social da escola é inextricavelmente ligado a uma educação humanizadora pela apropriação da cultura.

Nesse contexto, o planejamento é um impulsionador da intencionalidade pedagógica, pois, em seu processo de desenvolvimento, os sujeitos envolvidos baseiam-se nos objetivos definidos, justificam os meios, refletem sobre os instrumentos e ações e idealizam um ponto de chegada, que é avaliado por meio de discussões coletivas realizadas pelo grupo de professoras que fazem parte do Clube de Matemática no Ensino Médio.

Incorporar o princípio do compartilhamento como parte fundamental para a compreensão da atividade pedagógica é de suma importância, uma vez que o desenvolvimento humano é substancialmente influenciado pelas interações do indivíduo com o ambiente em que está inserido e com seus colegas. O ato de compartilhar permite ao docente obter uma compreensão mais profunda de si mesmo e de seu papel na educação, agregando um significado enriquecedor à sua prática pedagógica. Isso, por sua vez, transforma a natureza de suas reflexões conjuntas e das ações individuais empreendidas. Dessa forma, a apropriação do conhecimento necessário para ensinar reflete-se, também, nas relações e interações coletivas.

Nesse contexto, torna-se passível de análise a importância da coletividade no que diz respeito ao desenvolvimento dos indivíduos por meio de uma abordagem educacional humanizadora. Desse modo, surge a premissa de que a atividade de ensino deve ser moldada sob uma compreensão ampla, destacando a importância do trabalho colaborativo no compartilhamento do conhecimento. No âmbito da análise do compartilhamento como um princípio fundamental para a compreensão da atividade pedagógica, torna-se evidente que, para promover uma educação de caráter humanizador, torna-se imperativo estabelecer ações coletivas com objetivos compartilhados.

Essa perspectiva é impulsionada pela concepção do desenvolvimento humano, que pressupõe a importância das necessidades coletivas, manifestadas por meio de contradições, compreensão mútua e divisão de tarefas, que são sintetizadas através da comunicação. Dentro desse contexto, o ato de compartilhar configura-se como um impulsionador da atividade pedagógica, uma vez que, durante o processo de sua formação, os sujeitos envolvidos baseiam-se nas necessidades coletivas, cuja avaliação é conduzida por meio das discussões realizadas pelo grupo de professoras que participam do Clube de Matemática no Ensino Médio.

Assim, a apropriação da cultura humana representa um elemento de profunda transformação nos processos psíquicos dos sujeitos envolvidos na atividade. Dentro desse contexto, o conhecimento matemático desempenha um papel significativo como componente intrínseco dessa cultura. Isso implica que o conhecimento matemático, ao ser apropriado, tem o potencial de enriquecer a zona de desenvolvimento proximal por meio de processos mentais que unem a essência dos conceitos em sínteses coletivas. Nesse sentido, o conhecimento matemático é fundamental para o desenvolvimento da humanidade, e sua construção está intimamente relacionada ao contexto social e cultural no qual se desenvolve.

O movimento, nesse contexto, está intrinsecamente ligado à apropriação de conceitos, que ocorre por meio da investigação de seu desenvolvimento lógico-histórico. Essa abordagem visa analisar a essência intrínseca dos conceitos e suas múltiplas determinações. Tal análise desempenha um papel fundamental na melhoria da compreensão da natureza do conhecimento científico, facilitando sua integração com a cultura e a prática social com foco na humanização desse conhecimento.

Portanto, a atividade de ensino assume uma posição de destaque nesse contexto, uma vez que seus motivos têm a capacidade de abranger o objeto em suas múltiplas determinações. Isso, por sua vez, amplia as possibilidades criativas e confere um novo significado pessoal à aquisição de conhecimento. Essa abordagem promove o desenvolvimento do pensamento teórico, como destacado por Rubtsov (1996), que se baseia nos significados do conhecimento, organizados a partir de sua história e da lógica subjacente à sua estrutura.

Dentro desse cenário, a aprendizagem da docência pode ser direcionada por esse enfoque universal e generalizador dos conceitos, visando à produção de ações de ensino com qualidade teórica, respaldadas pelo Movimento Lógico-Histórico na apropriação dos conceitos em busca de sua essência. Além disso, outro elemento crucial na atividade de ensino é a coletividade, que se manifesta por meio da linguagem para atribuição de novos sentidos pessoais e significados sociais, refletindo-se tanto na forma quanto no conteúdo da atividade pedagógica.

Ainda há muito o que investigar sobre o processo de aprendizagem da docência. Nessa investigação, não temos subsídios para generalizar um modelo a ser seguido e não é nossa intenção, mas os princípios formativos articulados podem potencializar o desenvolvimento. Assim, deixamos para futuras investigações algumas ideias que não foram tratadas neste trabalho, mas que merecem uma atenção especial dos pesquisadores e pesquisadoras da Educação Matemática, a saber: como um espaço semelhante ao Clube de Matemática Ensino Médio pode se articular com a constituição do currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática? Quais e como elementos formativos podem potencializar o modo de conceber o espaço escolar e a formação de professores por meio dos formadores? Seria o tempo uma variável especial ou um nexos conceitual da função?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Uma árvore sozinha não compõe uma floresta”. Provérbio Yorubá

O desenvolvimento humano é um processo que se define ao longo do percurso por meio da interação dialética entre o ser humano e o seu ambiente sociocultural. O provérbio Yorubá reflete essa ideia importante: o homem individualmente não constitui uma floresta, mas, quando conectado à diversidade de seu ambiente, tem o que necessita para se desenvolver pela coletividade.

O ser humano está em constante evolução, ajustando-se às realidades que enfrenta e moldando-as de acordo com suas necessidades, por meio de sua atividade fundamental, que é o trabalho. É na inter-relação do homem com a natureza, mediada pelo trabalho, que ele se desenvolve, transforma o meio e a si, modificando o modo de ver e conceber o mundo.

Podemos perceber nessa relação os aspectos individuais (sentido biológico) e os aspectos sociais (sentido cultural), por meio dos quais a apropriação cultural nos permite analisar o processo de desenvolvimento humano, em seu percurso histórico e socialmente organizado na humanização. Dessa forma, nos convencemos de que o professor, sujeito responsável pelo processo de ensino, deve compreender o trabalho docente como mediação do conhecimento, que fundamenta o desenvolvimento, por meio da necessidade humana e da apropriação cultural.

Nessa perspectiva, a nossa pesquisa orientou-se pela pergunta: como ocorre o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática? O objetivo era analisar o movimento de aprendizagem da docência no processo de apropriação do conceito de função, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

Na busca pela satisfação das necessidades em torno da pergunta e do objetivo, enfrentamos um longo percurso com o experimento formativo, que culminou no projeto Clube de Matemática Ensino Médio. Um espaço organizado intencionalmente para a formação inicial de professores de Matemática. Pois sabemos que “o homem não nasce professor, [...] ele se constitui historicamente; aprende sem se desvincular do mundo que o rodeia; aprende com o outro e aprende também refletindo” (Lopes, 2009, p. 55).

O homem se estabelece por meio das relações com as suas múltiplas determinações e com o outro. Tais relações se interconectam por meio das contradições, do movimento e das transformações do objeto, o que gera um complexo real. Portanto, o homem transforma a natureza, criando um mundo humano movido pela sua necessidade de fazer-se homem, nesse caso, de fazer-se professor.

Nesse percurso, o conhecimento matemático permite contribuir na formação do professor, para que este se constitua enquanto humano em sua atividade principal, o ensino. Pois este é visto sob duas dimensões: como necessidade de solucionar um problema e como potencializador da produção de significados pela atividade humana. Dessa maneira, a Matemática permeia um objetivo social mediado pela necessidade coletiva, para a apropriação de novas sínteses conceituais, o que dialoga com a proposta de desenvolvimento do próprio ser.

Assim, o processo de apropriação do conceito de função, com base em teorias educacionais e psicológicas, como a Teoria Histórico-Cultural de Vigotski e a Teoria da Atividade de Leontiev, potencializou a aprendizagem da docência, por meio do estudo do Movimento Lógico-Histórico dos conceitos, enfatizando a importância do conhecimento matemático e do trabalho coletivo no processo, já que a atividade humana está ligada à busca de compreensão, evolução e transformação dos indivíduos. A partir da apropriação dos nexos conceituais do conceito de função, nas suas máximas potencialidades e múltiplas determinações, por parte de professores de Matemática, em formação inicial, é que há a possibilidade da produção do pensamento teórico.

Portanto, a investigação do Movimento Lógico-Histórico de um conceito pode desempenhar um papel fundamental no processo de desenvolvimento humano. Analisar a formação de um conceito por meio de seu Movimento Lógico-Histórico implica reconhecer a sua essência intrínseca e examiná-la à luz das múltiplas determinações que a caracterizam. Conforme delineado por Kopnin (1978, p.161), essas determinações se manifestam nas “propriedades, aspectos, indícios e relações com o objeto” tal como se evidenciou no contexto da exploração dos elementos associados ao conceito de função nesta investigação.

A escola, por sua vez, é o espaço organizado culturalmente para a apropriação cultural, cujo objetivo é a promoção de uma educação humanizadora. Nessa perspectiva, o conceito de função enquanto parte da cultura tem como ponto de partida as necessidades

humanas, potencializa a compreensão dos movimentos da vida e, assim, transforma o papel social do professor por meio da organização do ensino. Desse modo, compreender a escola como espaço de apropriação da cultura pode promover tanto um espaço de produção e compartilhamento de significados, como também um espaço de aprendizagem da docência.

Assim, a cultura sistematizada por meio do Movimento Lógico-Histórico de conceitos para o desenvolvimento do pensamento teórico a partir de nexos conceituais para além de contextualização histórica é considerada como processo teórico-metodológico para a compreensão da escola como espaço de apropriação da cultura, e conseqüentemente a aprendizagem da docência. Esse movimento pressupõe um processo de aprendizagem da docência por meio de uma prática reflexiva, contínua e dialógica.

Para que essas necessidades sejam percebidas de forma consciente pelas professoras envolvidas neste projeto, foi importante nos conectar à AOE, que é uma proposta teórico-metodológica indispensável por elevar a qualidade para a produção do conhecimento teórico e a apropriação conceitual, de modo a revelar uma unidade entre os sujeitos na aprendizagem e a função. Movimento este que promove à docência uma relação com a práxis humana em que o sujeito conhece e cria a realidade, e, assim, se reconhece como sujeito do processo.

Além disso, podemos ressaltar a importância do papel do coletivo na tomada de consciência para compreender as potencialidades e limitações no movimento de compreensão do lugar social do professor. Desse modo, durante o percurso desta investigação, temos indícios a respeito dos cinco princípios que compõem a aprendizagem da docência: a compreensão da escola como espaço de apropriação da cultura, e o reconhecimento do professor como sujeito dos processos formativos, a intencionalidade pedagógica como elemento essencial da organização do ensino, o compartilhamento como princípio basilar para a compreensão da atividade pedagógica e o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento humano.

A pesquisa teve consideráveis limitações, desde a necessidade do desenvolvimento por meio de encontros virtuais, até a alta rotatividade dos sujeitos da investigação, passando pelo alcance do trabalho da própria pesquisadora, no que tange a metodologia da investigação. Apesar disso, entendemos que o espaço de formação criado com o Clube de Matemática Ensino Médio é um campo de transformações e possibilidades para formar

peças. E que terá continuidade mesmo após essa pesquisa ser finalizada, podendo gerar ideias para outros trabalhos e estudos.

As mudanças ocorridas põem em foco as estudantes de Licenciatura em Matemática, mas não podemos esquecer as contribuições do trabalho para com os estudantes da Educação Básica que participaram do projeto, dentre as quais ressaltamos um processo de afeto e cognição com as pessoas envolvidas, pela perspectiva de que todos estavam ocupando um espaço de aprendizagem de um conceito sob duas óticas, da professora e do estudante, de modo compartilhado.

Outro ponto a se destacar é a transformação na perspectiva da própria pesquisadora, que iniciou seu processo com a Matemática com dificuldades extremas. Em 2012, ao ingressar no curso de licenciatura, não conseguiu sequer compreender a linguagem que os professores usavam, resultando em sete reprovações no primeiro ano do curso. Prestes a desistir, porque “ali não era seu lugar”, ela encontra um espaço em que se sente acolhida para enfrentar esse mundo novo.

O espaço era exatamente o Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática (PETMT-UFG). Um programa que promove desenvolvimento dos sujeitos por meio de uma qualidade nova, para além da sala de aula regular do curso superior. Foi no PETMAT-UFG, que todas as angústias foram compartilhadas e superadas. E, assim, pôde finalizar a sua formação em 2016. Na iminência desse término, uma crise. E agora? Quem é essa professora? Como serão suas aulas? Como ela se comportará? Como ela irá propor suas aulas para que os estudantes aprendam? Surgiu daí uma nova necessidade: buscar a própria identidade pedagógica.

Estava “formada”, pronta para a escola e para ensinar as crianças e os adolescentes a respeito da Matemática que havia aprendido na universidade, mas parecia não ser suficiente. Ela se via apenas fazendo boas imitações do que já havia presenciado enquanto estudante. Assim, a nova necessidade foi objetivada com o processo de investigação sobre a formação inicial de professores, por meio do mestrado. Nesse movimento, ela foi, aos poucos, se reconhecendo como professora e pesquisadora, aprendendo o movimento e a importância do conhecimento matemático na vida das pessoas.

O processo de mestrado foi recheado de experiências importantes de autoconhecimento e compreensão do poder que a ciência pode proporcionar ao movimento da

vida. Novamente, ela se via acolhida pelo PETMAT-UFG, para desenvolver sua investigação e pelo grupo de pesquisa que contribui com as discussões teórico-metodológicas, também compartilhando e superando as angústias da pós-graduação. Foi nesse movimento que ocorreu o despertar para o papel da docência e a investigação nesta pauta.

Com o período de formação em dois anos, conseguimos realizar uma investigação pautada nos aspectos gerais da Matemática, o que não gerou a completa satisfação da pesquisadora. Parecia que algo a mais poderia ser feito, algo mais específico e complexo. Assim, surgiu a pesquisa de doutorado, também sobre formação inicial de professores de Matemática, pela sua crise de identidade. Também sobre o PETMAT-UFG, para valorizar um espaço tão importante e indispensável na universidade. E sobre um conceito específico que molda a estrutura da linguagem que ela sequer compreendia lá no início. Uma pesquisa longitudinal, porém, com mais preparo teórico-metodológico e consciência da temática da investigação. E que trouxe resultados importantes para o processo de aprendizagem da docência, que serão compartilhados com seus pares.

Assim, o trabalho “Indícios de apropriação do conceito de função por meio da aprendizagem da docência: uma proposta formativa no Clube de Matemática Ensino Médio” trouxe uma perspectiva relevante para a aprendizagem da docência pode ser potencializada com o processo de apropriação do conceito de função, por meio de uma proposta de organização do ensino que valorize ações coletivas e o estudo do movimento lógico-histórico de conceitos, cujo objetivo é a educação humanizadora em prol do desenvolvimento humano. E, agora, podemos ser floresta, como no provérbio.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, A. A; MARTINS, L. M. “Relações entre conteúdos de ensino e processos de pensamento”. In: PINHO, S. Z. (Org.). **Oficinas de estudos pedagógicos: reflexões sobre a prática do Ensino Superior**. São Paulo: Cultura Acadêmica/UNESP, 2007.

ANGELI, M. **Atribuição de significados ao conceito de variável**: um estudo de caso numa licenciatura de Matemática. Dissertação de mestrado. 2017.

ARAÚJO, E. S.; MORAES, S. P. G. “Dos princípios da pesquisa em educação como atividade”. In: MOURA, M. O. (Org.) **Educação escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017 [p. 47-70].

ARCAVI, A. **O sentido do símbolo** – Atribuindo um sentido informal à Matemática formal, em Álgebra, História, Representação. Série *Reflexão em Educação Matemática*. Rio de Janeiro: 1995, volume 2, p. 38-72.

BERTATO, F. M. **A Falsa (Su-)Posição?** Tradução dos Problemas 24, 25, 26 e 27 do Papiro de Rhind. *Revista Brasileira de História da Matemática*: v. 18 n. 36 (2018) .

BISHOP, A. J. **Enculturación Matemática**: la educación Matemática desde una perspectiva cultural. (Traducción de Genis Sánchez Barberán) Barcelona: Paidós, 1999.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEMT, 1998.

BITTENCOURT, J. **Reflexão e autoria na formação de professores**: os portfólios digitais. Anais XVI Endipe. 2012. Campinas. Anais, livro 2, 2012. p. 4025-4036.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1951; 1998.

CARDOSO, M. B. **Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim**: enfoque na formação inicial de professores de Matemática. Dissertação de mestrado. 2015.

CEDRO W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática**: uma perspectiva histórico-cultural. Tese (doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

CEDRO, W. L; PANOSSIAN, M. L; SOUSA, M. C. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014.

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. de. **O conhecimento matemático do professor em formação inicial**: uma análise histórico-cultural do processo de mudança. Série Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural. 1e. Campinas - SP: Mercado das Letras, 2017, v. 1, p. 87-124.

DAVÍDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

DAVYDOV, V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DAVIDOV, V.; MARKOVA, A. K. **La concepción de la actividad de estudio en los escolares**. In: SHUARE, Martha. La psicología evolutiva em la URSS: Antología. Moscou: Editorial Progreso, 1987.

ENGELS, F. “Napoleon’s war plans”. In: MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **Collected Works**, vol. 14. New York: International Publishers, 1975.

ENGESTRÖM, Y. **An activity-theoretical approach to developmental research**. Helsinki: Orienta-Konsultit, 1987.

ENGESTRÖM, Y. “Activity theory and individual and social transformation”. In: ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R (Org.). **Perspectives on activity theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, p. 19-38.

ENGESTRÖM, Y. “Expansive learning at work: towards a reconceptualization of Activity Theory”. *Journal of Education and Work*, vol. 14, No. 1, 2001.

ENGESTRÖM, Y. “Non Scolae sed vita discimus. Como superar a encapsulação da aprendizagem escolar”. In: DANIELS, H. (org.). **Uma introdução a Vygotsky**. (Tradução Marcos Bagno). São Paulo: Loyola, 2002.

ENGESTRÖM, Y. **From design experiments to formative interventions**. Theory & Psychology. p. 598–628. The Author(s) 2011.

ENGESTRÖM, Y. **Aprendizagem expansiva**. (Tradução Fernanda Liberali). 2. e. Campinas, SP: Pontes, 2014.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. (Tradução Hygino H. Domingues). 5 e. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FERREIRA, N. C. **Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática**. Tese de doutorado. 2017.

FIORENTINI, D.; CASTRO, F. C. “Tornando-se professores de Matemática: o caso de Allan em prática de ensino e Estágio Supervisionado”. In: FIORENTINI, D (Org.). **Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003. p. 121-156.

FIORENTINI, D. “A investigação em educação Matemática sob a perspectiva dos formadores de professores”. In: Seminário de investigação em educação matemática. Actas. Lisboa: APM, 2004. p. 13-35.

FREITAS. Raquel A.M.M. **O experimento didático-formativo**. Texto digitado. 2007.

FREITAS, R. A. M. M; LIBÂNEO, J. C. “O experimento didático-formativo na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental”. *Educ. Pesqui*, São Paulo, v. 48, e246996, 2022.

GLOCKNER, L. A. **O uso do software geogebra no ensino de função polinomial do 1º grau**: uma investigação didática com licenciandos em Matemática. Dissertação de mestrado. 2017.

GROSSMAN, Pamela L.; WILSON, Suzzane M.; SHULMAN, Lee S. “Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para enseñanza”. *Profesorado - Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, v. 9, n. 2, p. 0, 2005.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

ILYENKOV, E. **Dialectical logic: essays on its history and theory**. Moscou: Progress, 1977.

KARLSON, P. **A magia dos números** Rio de Janeiro: Globo, 1961.

KIERAN, Carolyn. “Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra”. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto. P. (Org) **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 104-110.

KOSIK, K. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

KOPNIN, P. V. **Fundamentos lógicos da ciência**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1961.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LEONTIEV, A. N. “Selected psychological works”. *Education*. Moscou, v. 43, n. 1, p. 52-87, 1983.

LIBÂNEO, J. C. **Experimento didático como procedimento de investigação em sala de aula**. Digitado, 2007.

LIBÂNEO, J. C. “Didática e Docência: formação e trabalho de professores da Educação Básica”. I Simpósio sobre Ensino de Didática LEPED - Laboratório de Estudos e Pesquisas em Didática e Formação de Professores, 2012.

LIBÂNEO, J. C. “A integração entre o conhecimento disciplinar e o conhecimento pedagógico na formação de professores: a contribuição da teoria do ensino de Vasili Davidov”. *Didáticas Específicas*, v. 10, p. 5-37, 2014.

LIBÂNEO, J. C. “Antinomias na formação de professores e a busca de integração entre o conhecimento pedagógico-didático e o conhecimento disciplinar”. In: MARIN, A. J.; PIMENTA, S. G. (Org.). **Didática: teoria e pesquisa**. 1 e. Araraquara: Junqueira & Marin, 2015, v. 1, p. 7-256.

LIMONTA, S. V; SILVA, K. A. C. P. C. da. “Formação de professores, trabalho docente e qualidade do ensino”. In: LIBÂNEO, José Carlos; SUANNO, Marilza Vanessa Rosa; LIMONTA, Sandra Valéria. **Qualidade da escola pública: políticas educacionais, didática e formação de professores**. Goiânia: CEPED/América, 2013. p. 173-188.

LONGAREZI, A. M.; FRANCO, P. L. J. A. N. “Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade”. In: LONGAREZI, Andréa M.; PUENTES, Roberto V. (Orgs.). **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia. Edufu. 2013.

LINS, R.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas - São Paulo: Papirus, 1997.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em Matemática: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores**. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2009.

LOPES, A. R. L. V. **Formação de professores que ensinam Matemática: alguns princípios orientadores**.

LOPES, A. R. L. V. “Formação de professores que ensinam Matemática no âmbito de um projeto do PIBID: alguns apontamentos”. In: VIII Congresso Ibero-americano de Educación Matemática - CIBEM, 2017, Madrid - Espanha. Anais. CIBEM, 2017. p. 1-8.

LOPES, A. R. L. V. **Clube de Matemática: vivências nos anos iniciais do ensino fundamental**. 1. e. Curitiba: CRV, 2018. v. 1. 118 p.

LOPES, A. R. L. V; POZEBON, S. **Aprendizagem da docência na formação inicial de professores: estudar para ensinar Matemática**. *R. Educ. Públ.* Cuiabá, v. 28, n. 67, p. 219-238, jan./abr. 2019.

LUZ, V. C. **(Re)Construção do Conceito de Função por meio de Noções Essenciais Exploradas com Tecnologias Digitais**. Dissertação de mestrado. 2019.

MAKARENKO, A. S. **La colectividad y la educación de la personalidad**. Moscou: Progreso, 1977.

MANACORDA, Mario Alighiero. **Marx e a Pedagogia moderna**. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1991.

MARX, K. **Manuscritos econômico-filosóficos**. Ed. Antivalor, 1844.

MARX, K. **O Capital** – crítica da Economia Política. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1988.

MARX, K. **Manuscritos econômico-filosóficos**. (Tradução de Jesus Ranieri). São Paulo: Boitempo, 2004.

MARX, K. **Teses sobre Feuerbach**. A ideologia alemã. (Tradução de Rubens Enderle, Nélio Schneider e Luciano Cavini Martorano). São Paulo: Boitempo, 2007.

MOL, R. S. **Introdução à história da Matemática**. Belo Horizonte: Caedufmg, 2013. 138 p.

MORAES, S. P. G.; LAZARETTI, L. M.; ARRAIS, L. F. L. “Formar formando o movimento de aprendizagem docente na Oficina Pedagógica de Matemática” In: LONGAREZI, A. M.; SILVA, D. S. (Org.). **Dossiê: Formação de professores e sistemas didáticos na perspectiva histórico-cultural da atividade**: panorama histórico-conceitual. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*. Uberlândia, v.2. n.3.p.643-668. set./dez. 2018.

MORETTI, V. D. **Professores de Matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MORETTI, V. D. “Aprendizagem da docência em atividade de ensino no clube de Matemática”. *Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional*. São Paulo, v. 18, n. 3, p. 511-517, set-dez., 2014.

MOURA, M. O. de. “A educação escolar como atividade”. In: IX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Anais do IX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 1998. v. 1/2. p. 510-528.

MOURA, M. O. de. “Matemática na infância”. In: Edições Gailivro (Org.). **Educação Matemática na infância**. Abordagens e desafios. 1 e. Vila Nova, 2007.

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E. A.; RIBEIRO, F. D.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L. “A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem”. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. de F.; LOPES, A. R. L. V. “A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica”. In: XXX (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017

MOURA, M. O. de. “Significação do controle do movimento das quantidades: Uma perspectiva histórico-cultural”. In: MORETTI, V. M.; RADFORD, L. (Org.). **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais**: Diálogos e Complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural. 1e. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021, v. 1, p. 57-78.

NÓVOA, A. **O regresso dos professores**. Pinhais: Melo, 2011.

PANOSSIAN, M. L. Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino. São Paulo, 2008. Dissertação de mestrado.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para a constituição do objeto de ensino da álgebra**. São Paulo: FEUSP, 2014.

PANOSSIAN, M. L.; SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. “Nexos conceituais do conhecimento algébrico: um estudo a partir do movimento histórico-lógico”. In: MORETTI, V. D; CEDRO, W. L. (Org.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural**: um olhar sobre as pesquisas. Campinas: Mercado das Letras, p. 69-91.

PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. “Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar”. In: MOURA, M. O. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017.

PETROVSKY, A. V. “Toward the construction of a social psychological theory of the collective”. *Soviet Psychology*, 21(2), 3–21, 1982.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no ensino básico. Lisboa: DGIDC, 2009.

RADFORD, L. “Some reflections on teaching algebra through generalization”. In: BEDNARZ, N.; KYERAN, C.; LEE, L. **Approaches to algebra**: Perspectives for research and teaching. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996, cap.7, p.107-111.

RADFORD, L. “On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, v. 17, n. 1, p. 26-33, 1997.

RADFORD, L. “Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra”. In: 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. The Netherlands: Freudental Institute/Utrecht University, 2001, v. 4, p. 81-88.

RADFORD, L. “Elementos de una teoría cultural de la objetivación”. *Revista Latinoamericana de Investigación*, número especial (Matemática Educativa), p. 103-129, 2006.

RADFORD, L. “Sobre psicologia, epistemologia histórica e o ensino da Matemática: rumo a uma história sociocultural da Matemática”. In: RADFORD, L. **Cognição Matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Livraria da Física, 2011. p. 73-97.

RADFORD, L. “Three key concepts of the theory of objectification: knowledge, knowing, and learning”. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 1, p. 7-44, 2013.

RADFORD, L. “Saber y conocimiento desde la perspectiva de la teoría de la objetivación”. In: D’AMORE, Bruno; RADFORD, Luis. **Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017. p. 97-114.

RIBEIRO, F. D.; MOURA, M. O. de. “A aprendizagem da docência na formação inicial: contribuições da teoria da atividade”. In: PRYJMA, M. (Org.). **Desafios e trajetórias para o desenvolvimento profissional docente**. 1e. Curitiba: UTFR, 2013, v. 1, p. 19-36.

RIBNIKOV, K. **História de las Matemáticas**. Moscou: Editorial Mir, 1987.

ROCHA, Á. M. C.; AGUIAR, M. C. C. “Aprender e ensinar a construir identidade e profissionalidade docente no contexto da universidade: uma realidade possível”. Anais do 35ª Reunião Anual da ANPED, Porto de Galinhas/CE, 2012.

ROSA, J. E.; MORAES, S. P. G.; CEDRO, W. L. “A formação do pensamento teórico em uma atividade de ensino de Matemática”. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010, p. 135-153.

ROCHEMBACK, J. Um olhar sobre pesquisas brasileiras na formação de professores para o ensino de álgebra. Dissertação de mestrado. 2021.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis-RJ: Vozes, 1995.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. da S. F.; MORETTI, V. D. “Sobre o processo de humanização”. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010.

ROSENTAL, M. M. **Princípios de Logica Dialectica**. (Tradução de Augusto Vidal Boget.) Montevideo: ,1962.

RUBTSOV, V. “A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares”. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N. RUBTSOV, V. **A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares**. In: GARNIER, C. *et al.* (org.). Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SÁ, A. C. A. M., LOPES, J. P. SANTOS, M. B. S., MORAES, M. G. **Orientações didático-pedagógicas para a organização do ensino remoto na UFG**. Disponível em: <<[SANTOS, D. M. F. S. A relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar em um curso de Licenciatura em Matemática: concepções de alunos e professores. Dissertação de mestrado, 2016.](https://publica.ciar.ufg.br/ebooks/ensino-remoto-ufg/volume1/index.html#:~:text=O%20Ensino%20Remoto%2C%20no%20atual,da%20Pandemia%20da%20Covid%2D19.>> Acesso em: 23 mar 2023.</p></div><div data-bbox=)

SAVIANI, D. **Educação: do senso comum à consciência filosófica**. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1980.

SAVIANI, D. **Escola e Democracia**. 38. e. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 1984.

SAVIANI, D. **Pedagogia Histórico-Crítica: primeiras aproximações**. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2003. (Coleção Educação Contemporânea).

SCHÖN, D.A. **Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. (Trad. Roberto Cataldo Costa). Porto Alegre: Artmed, 2000.

SFORNI, M. S. F. “A criança de seis anos na escola: é hora de brincar ou de estudar?”. *Revista Contrapontos*, Vol. 11, n. 2. 2011.

SHULMAN, L. S. “Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching”. *Educational Researcher*. v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

SHULMAN, L. S. “Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform”. *Harvard Educational Review*, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

SHULMAN, L. S. “Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado”. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*. Granada/España, v. 9, n. 2, p.1-30, 2005.

SILVA, E. C. Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da álgebra no pibid-ifes. Dissertação de mestrado. 2014.

SILVA J. P. Álgebra na escola básica versus álgebra na licenciatura: onde se encontra o x da questão? Dissertação de mestrado. 2015.

Silva, M. M. da. **A apropriação dos aspectos constituintes da atividade pedagógica por professores de Matemática em formação inicial** - 2018.

SILVA, M. R. Conhecimento matemático e suas significações: professores de Matemática em formação inicial no Clube de Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2019.

Silva, M. M. da; Cedro, W. L. (2021). “Planejar para quê? Professores de Matemática, em formação inicial aprendendo sobre o planejamento”. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, 9(20), 351–374. <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.20.351-374>.

SOUSA, M. C. O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

SOUSA, M. C. “O Movimento Lógico-Histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática”. *Obutchénie - Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, Uberlândia, v. n.1, p.40-68, jan./abr. 2018.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. “Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função”. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081-1099, 2019.

VÁZQUEZ, A. S. **Filosofia da práxis**. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 1968.

VÁZQUEZ, A. S. **Filosofia de la práxis**. Cidade do México: Fondo de Cultura Económica, 1980.

VASQUEZ, A. S. **Filosofia da práxis**. São Paulo: Expressão Popular, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. (Tradução de M. Resende). Lisboa: Antídoto, 1979.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. COLE, M. *et al.* (org.) NETO, J. C. et al (Trad.) São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Madrid: Visor/Brasília: MEC, 1993. v. 2, p.11-348. Col. Pensamiento y lenguaje.

VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Madrid: Machado Libros, 1995. v. 3.

VIGOTSKII, L. S. “Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar”. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1988. p. 103-117.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas. (Tomo IV)**. Madrid: Visor, 1996.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VIGOTSKI, L. S. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 10 e. São Paul: Ícone, 2003.

VIGOTSKI, L. S. **Psicologia Pedagógica**. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

VIGOTSKI, L. S. **Imaginação e criação na infância: ensaio psicológico**. PRESTES, Z. (Trad.) SMOLKA, A. L. (Comentário). São Paulo: Ática, 2008.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas (Tomo I)**. Madrid: Machado Nuevo Aprendizaje, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE 01

Ementa do projeto sobre funções uma síntese da dinâmica dos 12 primeiros encontros do experimento formativo

1º encontro

Exploração qualitativa das relações entre pares de grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida. Atenção às expressões algébricas.

2º encontro

Introdução ao conceito de funções de acordo com o decidido pelo grupo: relação entre os elementos de dois conjuntos; domínio, contradomínio e imagem; exemplos do que é e do que não é uma função.

3º encontro

Continuação do conceito de funções: esboço qualitativo dos gráficos de funções, falando do crescimento e decrescimento; expressão em palavras das funções forma algébrica; a influência dos coeficientes no gráfico da função.

4º encontro

Funções afins e quadráticas: significado dos coeficientes nessas funções e a influência das alterações deles nos gráficos. Relação com situações reais.

5º encontro

Funções trigonométricas: abordagem das funções seno, cosseno e tangente; falar das razões trigonométricas e das relações no triângulo para ajudar a contextualizar.

6º encontro

Revisão dos assuntos estudados.

Observação: essa síntese foi realizada a partir de discussões dos textos estudados, pesquisas realizadas pelas professoras em formação inicial e colaboradoras do projeto, juntamente com a pesquisadora.

APÊNDICE 02 - PLANEJAMENTO - 1ª VERSÃO

1º ENCONTRO

CONTEÚDOS: Conjuntos numéricos, com foco no conjunto dos números reais. Equação de 1º e 2º grau. Inequações de 1º e 2º grau. Plano cartesiano (marcação de pontos no plano). **TEMPO DE AULA:** Dois encontros de 1h40min cada.

Distribuição: Apresentação da equipe: 10 min. Dinâmica de interação. Ainda não consegui pensar em uma dinâmica mas imagino que a mesma já deve ser o que dividirá os grupos que competirão nas próximas duas dinâmicas. Exposição sobre conjuntos numéricos: 20 min. A equipe irá mostrar os conjuntos numéricos existentes e definir os elementos pertencentes aos mesmos, citando alguns exemplos e, também, definir a cardinalidade (?) de cada conjunto. Jogo de cartas para trabalhar as equações e inequações: 70 min. explicação da dinâmica :15 min. Para a explicação da dinâmica, deve-se demonstrar alguns exemplos e definir bem o que é uma expressão numérica; Definir o que é uma equação, caracterizada pela igualdade entre duas expressões e o sinal “=”, e o que é uma inequação, caracterizada pelos sinais de “>”, “<”, “≥” e “≤”. Dinâmica : 40 min. A dinâmica consiste em um jogo da memória que se seguirá de acordo com as seguintes regras: O representante não deve ser o único a resolver; Cada resposta deve ser previamente justificada; Caso a resposta seja correta, a equipe terá direito a uma nova chance. Caso ocorra de uma equipe acertar 3 jogadas seguidas a vez deve ser passada ao outra equipe conclusão da dinâmica: 15 min. Para a conclusão da dinâmica, os seguintes questionamentos devem ser feitos aos alunos: O que você usou para relacionar as cartas ? Você conseguiu ver o conceito de incógnita? Quais são equações e quais são inequações ? Qual é a diferença entre equações e inequações? Podemos relacionar as equações e inequações com os conjuntos numéricos? Como? Dinâmica para trabalhar no plano cartesiano: 50 min. Explicação da dinâmica : 15 min. Ainda com a divisão dos grupos de acordo com as atividades anteriores, o jogo consistirá em um jogo similar a batalha naval. O jogo possui embarcações de tamanho 1, 2, 3 e 4. As regras serão: Cada equipe terá direito a uma jogada. A jogada se encerra quando o grupo acerta água ou uma bomba. Caso o grupo tenha acertado uma embarcação, inteira ou parcialmente, sua jogada não se encerrará e o mesmo poderá continuar jogando até que um dos casos anteriores aconteça. Caso o grupo acerte uma bomba, isso garantirá ao outro grupo uma jogada extra. Ganha a equipe que conseguir afundar as 4 embarcações inimigas primeiro. Toda jogada deverá ser anotada por ambas as equipes

dinâmica : 20 min. Os alunos terão 20 minutos para executar o jogo proposto e conclusão da dinâmica: 15 min. Após a conclusão do jogo, e sagrado o campeão, deverá se discutir o conceito e formalizar o plano cartesiano com base nos fatos observados durante o jogo. Utilizar-se de perguntas orientadoras tais como: Como vocês definiram o local de cada embarcação? Como vocês utilizaram a ideia de par ordenado? Qual dificuldade vocês encontraram? Como fizeram o registro das localizações das embarcações? Vocês padronizaram de que forma? Existe uma convenção? O que vocês percebem como padrão nas coordenadas de cada um dos quatro quadrantes? Avaliação diagnóstica: 10 min. Os alunos responderão um questionário, de no máximo 10 perguntas, sobre os assuntos abordados em aula. Tal questionário possui perguntas como: O que você entendeu sobre o conceito de equação? Foi possível relacionar com a primeira dinâmica? Cite um exemplo. **Obs:** O tempo da avaliação foi pensado para o contexto presencial. No caso de um curso remoto a atividade será feita via classroom.

OBJETIVO GERAL: Relembrar conceitos tidos como pré requisitos para introdução de funções, sendo estes: domínio sobre os conjuntos numéricos, sabendo as características de cada um; saber encontrar raízes e conjunto solução de equações e inequações, respectivamente; marcar pontos no plano cartesiano.

METODOLOGIA: Apresentação expositiva do conteúdo envolvendo os conjuntos numéricos. Dinâmica para trabalhar as equações e inequações: Jogos de cartas com a jogabilidade idêntica a de um jogo da memória. Dinâmica para trabalhar o plano cartesiano: Jogo que simula o “Batalha Naval”, porém com as duas coordenadas sendo numéricas. A turma será dividida em duplas e a cada dupla será disponibilizado dois planos os quais eles desenharão as embarcações. O 1º jogador indicará uma coordenada a ser marcada no plano do concorrente. O 2º fará o mesmo, e assim por diante. O jogo finaliza quando for destruído (marcado) todas as embarcações do adversário.

RECURSOS: Serão utilizados como recursos a apresentação de slides ou exposição com quadro e giz para abordar os conjuntos numéricos. O material para trabalhar com o jogo de cartas pode ser confeccionado com material de papelaria que dispomos, assim como o material para o jogo que pretende trabalhar o Plano Cartesiano. Questionário impresso com a avaliação diagnóstica. DataShow. Crachás com os nomes dos estudantes.

AVALIAÇÃO: Forma de registro adotada por cada estudante/grupo; Respostas do questionário final; Participação nas rodas de conversa e nas demais etapas dos encontros; Caderno de Observação da equipe.

2º ENCONTRO

CONTEÚDO: Contextualização histórica da função e definição de função. **TEMPO DE AULA:** 2h

OBJETIVO GERAL : Conhecer o contexto histórico da função; Compreender a definição de função; Reconhecer e identificar uma função.

METODOLOGIA: Iniciar a aula apresentando o contexto histórico de função, utilizando para isso slides. (10 min). Dividir a turma em pequenos grupos e entregar uma situação problema diferente para cada um. (5 minutos). Cada grupo deverá resolver a sua respectiva situação problema, escrevendo em uma cartolina uma definição que acreditam que engloba os elementos da função que elaboraram. Em um segundo momento apresentar para a turma como foi feita a resolução dela; (35 minutos). Com base nas duas cartolinas dos grupos formados anteriormente, formularemos uma definição geral que englobe as duas situações e suas respectivas definições (20 minutos). Dialogando, por meio de perguntas instigadoras, será relacionado a situação-problema com os resultados das cartolinas, construindo, assim, a definição de função (20 minutos).

RECURSOS: Projetor; Cartolina; Canetão; Questionário de avaliação

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as atividades propostas e como também na realização dessas atividades. Antes da realização da última etapa (definição geral), os alunos deverão escrever em um papel o que compreenderam diante das discussões do outro grupo e do próprio grupo. Eles devem encontrar semelhanças e diferenças.

3º ENCONTRO

CONTEÚDO: Conjuntos, domínio, contradomínio, imagem e lei de formação. **TEMPO DE AULA:** 2h.

OBJETIVO GERAL : Retomar o conceito de conjuntos; Mostrar o domínio, contradomínio e imagem de diferentes funções; Construir e apresentar os conceitos de domínio, contradomínio e imagem.

METODOLOGIA: A turma será dividida em 5 grupos. E cada grupo receberá fichas diferentes. Inicialmente será proposto um jogo com fichas separadas em três categorias de cores: as de Domínio (azul), Contradomínio (amarela) e Lei de Formação (rosa), de forma que apenas nós saibamos da classificação de cada grupo. Sem que sejam explicitados esses conceitos, pediremos para os alunos relacionarem essas fichas: “o que podemos perceber que está se repetindo?” (esta etapa lembra um pouco o diagrama de flechas) (35 a 40 min). A partir daí, após percebermos que os alunos conseguiram fazer relações entre as categorias de fichas, faremos um momento baseado no diálogo. Faremos perguntas como: “o que se percebe nas fichas azuis?”; “como vocês relacionaram as fichas azuis com as fichas amarelas?”; “todas as fichas azuis se ligavam a uma ficha amarela? E quanto às amarelas, todas eram ligadas a uma azul?”; “Qual foi o papel das fichas rosas nessas ligações?”; “houve algum caso onde uma ficha azul se ligou a mais de uma amarela? e o contrário?”, entre outros (40 min). Apresentar e discutir um problema sobre o cálculo da tarifa de um táxi (15min). A partir das respostas, construiremos com toda a turma os conceitos matemáticos de Domínio, Contradomínio, Lei de Formação e Imagem, bem como a relação entre conjuntos (25 min).

RECURSOS: Fichas com domínios, outras com imagem e outras com leis de formação de algumas funções; Caixa de perguntas; Registro (folha impressa para conclusão).

AVALIAÇÃO: Serão avaliadas: a participação dos alunos, a capacidade de utilizar as respostas das perguntas anteriores para construir as próximas, o interesse em ouvir o que os outros colegas têm a dizer para fazer reflexões, bem como as conclusões escritas nos registros. Com base na avaliação desses fatores, será possível fazer uma autoavaliação do grupo: conseguimos estabelecer uma sequência didática clara? Valorizamos as participações dos alunos como parte de uma construção de conhecimento, ou apenas consideramos como certas/erradas? As respostas dadas mais ao fim da aula mostram uma evolução em comparação com as dadas no início?

4º ENCONTRO

CONTEÚDO: Função afim e quadrática. **TEMPO DE AULA:** 2h

OBJETIVO GERAL: Discutir a representação algébrica e gráfica das funções afim e quadrática.

METODOLOGIA: Primeira parte: Através de exemplos apresentar com a utilização de slides a parte algébrica e parte gráfica das funções afim e quadráticas e pedir aos alunos que identifiquem cada um. Exemplo 1: $2x+1$. Exemplo 2: $1/3x-4$. Exemplos 3: Gráfico da função $3x+3$. Exemplo 4: (criar mais exemplos tanto de funções afim quanto de quadráticas). **Segunda Parte:** Retomando os exemplos anteriores mostrar os coeficientes lineares e angulares das funções lineares. **Terceira Parte:** Nas funções quadráticas mostrar os máximos e mínimos, concavidade e raízes. **Parte final:** Aplicar um exercício com exemplos de gráficos para os alunos relacionarem as funções correspondentes a eles.

RECURSOS: Cartolinas, data-show (projeção do Geogebra), aplicativo Geogebra para celular (sugestão para os alunos usarem enquanto projetamos), registro impresso.

AVALIAÇÃO: A avaliação será constante durante todo o processo, serão avaliadas as participações durante as discussões e ao decorrer das atividades propostas. Além disso, analisar as respostas do registro da dinâmica final.

5º ENCONTRO

CONTEÚDO: Função Exponencial; Análise Gráfica. **TEMPO DE AULA:** 2h

OBJETIVO GERAL : Identificar uma função exponencial; Determinar o domínio e a imagem; Construir gráficos de funções exponenciais.

METODOLOGIA: O primeiro momento será uma breve revisão do conteúdo de potenciação por meio da aula expositiva dialogada, usando como ferramenta o quadro. - 10 min. Discutir uma situação-problema que envolva os alunos e que nos dê condições de introduzir a lei de formação da função exponencial. Faremos uma interação entre os alunos, onde eles serão colocados em movimento para perceber na prática como acontecem crescimentos exponenciais. O segundo momento será a introdução dos conceitos de função exponencial e a sua

lei de formação. Por meio de exemplos e contra-exemplos escritos no quadro será trabalhada a identificação de funções exponenciais. - 20 min. No terceiro momento será usado o Geogebra através de uma projeção da tela do computador para o quadro para apresentar o gráfico de todas as funções usadas nos exemplos e contraexemplos, observando juntamente com os alunos, as diferenças do gráfico de uma função exponencial para uma função não exponencial. - 20 min.

RECURSOS: giz; quadro; computador; projetor.

AVALIAÇÃO: No terceiro momento, serão feitas perguntas que envolvam identificação de uma função exponencial, e identificação do domínio e imagem, para os alunos através da análise de gráficos. De acordo com as suas respostas será avaliado o nível de aprendizagem. Como atividade final, com o objetivo de avaliar o que os alunos aprenderam, estimularemos eles a desenvolverem um vídeo de uma “notícia”, onde explicam uma situação cotidiana referente a ideia de crescimento exponencial. Vamos exigir palavras-chave.

6º ENCONTRO

CONTEÚDO: Função Logarítmica; Análise Gráfica. **TEMPO DE AULA:** 2h

OBJETIVO GERAL: Identificar uma função logarítmica bem como associar sua definição com o conceito de função exponencial. Avaliar o domínio e imagem da função. Plotar graficamente a função dada, além de tirar conclusões prévias com base já na própria função, de qual seria o comportamento do gráfico.

METODOLOGIA: O primeiro momento será a apresentação do conceito de função logarítmica de forma expositiva. Nessa apresentação inicial, deverá ser discutido a importância do logaritmo e a necessidade deste. Após esta breve introdução, apresentar a definição de logaritmo fazendo associação com a exponencial enfatizando a ideia do que nomeamos “função inversa”. Além de explicar cuidadosamente cada parte do algoritmo do logaritmo e a importância do domínio, neste caso 20 min. Fazendo uso de exemplos e contraexemplos discutir com os alunos de maneira expositiva e buscar instigá-los. Mediante as funções dadas, quais possuem seu domínio nos Reais, e quais são indeterminação, ou seja, não pode ser logaritmo, para que fique claro o seu algoritmo e a sua definição - 15 min. De forma expositiva, discutir previamente o que é logaritmo natural - 3 min. De forma expositiva, e fazendo o uso da plataforma Geogebra apresentar o comportamento do gráfico de uma função logarítmica e como o valor que a assume afeta o gráfico. - 10 min. Entregar gráficos previamente impressos de funções logarítmicas e exponencial e pedir para eles avaliarem quais são logarítmicas e quais não são, e se a está entre 0 e 1 ou se é maior que 1. - 10 min Fazer a correção junto com eles - 5 min. Ao final, a turma será dividida em 3 grupos para a produção de uma paródia musical, com o tema das funções logarítmicas. E apresentarão à turma. - 1h.

RECURSOS: material Impresso; quadro-negro; giz; computador; projetor.

AVALIAÇÃO: De acordo com as respostas dos alunos sobre os gráficos contidos no material impresso, quanto a identificação da função logaritmo e observação da sua imagem, será avaliado o nível de aprendizagem.

APÊNDICE 03: 2ª versão do planejamento das ações do CLUMAT Ensino Médio

ENCONTRO 0

TEMPO DE AULA: 1h40min. **OBJETIVO GERAL:** Apresentar o grupo PETMAT para os estudantes; conhecer os alunos e identificar as dificuldades que eles possuem em matemática.

METODOLOGIA: Primeira parte: Apresentação (30 min). O que é o PETMAT: o Programa de Educação Tutorial (PET) é desenvolvido por grupos de estudantes, com tutoria de um docente, organizados a partir de cursos de graduação das Instituições de Ensino Superior do país, sendo um grupo por curso, onde no nosso caso é o curso de matemática licenciatura ofertado pela UFG. O programa tem como um dos maiores objetivos contribuir para a elevação da qualidade da formação acadêmica dos alunos de graduação e formular novas estratégias de desenvolvimento e modernização do ensino superior no país. O que é o Clube de Matemática no Ensino Médio: O Clube de Matemática é um projeto no qual é realizado um estudo aprofundado sobre álgebra, dentre outros assuntos que estão diretamente ligados a ela. Nosso principal objetivo, é apresentar diversos conceitos matemáticos de uma forma interessante e diferente do que é repassado nas escolas durante todos esses anos, um estudo mais dinâmico, contribuindo para o aprendizado de vocês (alunos) e contribuindo, também, diretamente na nossa formação como professores. Dinâmica TEIA DA COOPERAÇÃO: Será formada uma roda entre os alunos e os petianos e será explicada a dinâmica. A pessoa que iniciar a teia deve se apresentar

com nome, idade ou o que quiser falar sobre ela mesma e fazer uma pergunta para outra pessoa para quem ela vai passar a teia, e assim por diante até todos serem apresentados. As perguntas devem ser feitas a fim de conhecer a outra pessoa. O objetivo é promover uma interação mais próxima entre os alunos e os professores e no final formar uma teia firme. Deve ser feita uma reflexão sobre a dinâmica no final. **Terceira Parte:** Atividade Diagnóstica (**40 min**). Para avaliar o domínio sobre o conteúdo dos estudantes, será realizada uma dinâmica com base no jogo “Passa ou Repassa” do programa do Celso Portioli. Todas as perguntas serão respondidas de forma oral, e, para que fique registrado, 3 membros da equipe ficarão responsáveis por registrar por escrito, a dificuldade/facilidade dos estudantes por meio da observação nas discussões de cada equipe das questões ímpares e 3 integrantes da equipe para o registro das questões pares. **Registro** - Será importante a análise do registro durante todo o desenvolvimento do curso, pois, conhecendo melhor os alunos, os bolsistas terão uma base a seguir, além de noções sobre as maiores dificuldades dos estudantes, tendo a possibilidade de planejar uma melhor maneira de explicar o conteúdo. O registro também será essencial para, ao final do curso, refletirmos sobre o desenvolvimento dos estudantes, tendo a possibilidade de comparar respostas entre essa atividade e a do encontro 9. **JOGO-** A turma será dividida em duas equipes, para jogar o “Passa ou Repassa” que trata-se de um desafio de perguntas e respostas, onde cada competidor por vez concorre com outro (do grupo adversário) respondendo a uma pergunta. O competidor que pegar o pincel colocado sobre a mesa primeiro após perguntarmos, irá tentar responder a questão, caso consiga, ganhará 10 pontos ou se errar, o grupo adversário irá pontuar. Após toda resposta correta, será pedido para que o aluno que a respondeu explique o raciocínio usado de forma oral, se for preciso usar o quadro, e, nesse momento, os dois grupos deverão fazer o registro da questão em sua folha de rascunho. Caso a equipe não saiba responder a questão, o adversário terá direito a tentar responder. Caso nenhum dos dois consiga responder a pergunta, nenhum dos dois grupos receberá os pontos. O critério para equipe vencedora será a soma da pontuação obtida por todos os competidores em todas as 10 rodadas de perguntas. **Quarta Parte:** Roda de conversa (**10 min**). A roda de conversa será mediada pelas seguintes perguntas: **1** - O que vocês entendem por função? (Pergunta feita para saber como eles irão definir uma função e como esse conceito vai se desenvolver com os futuros encontros); **2** - As perguntas realizadas durante o jogo foram difíceis? Qual foi a mais fácil? E a mais difícil? **3** - Quem gosta de matemática e porque gosta. (tem facilidade? acha legal? tira nota boa?). Perguntar a quem não gosta de matemática e porque não gosta. (tem dificuldade? se sim em que?). Escutar e valorizar cada resposta. Provocar uma reflexão sobre o que motiva e desmotiva os estudantes a aprenderem matemática e como essa matéria pode ser abordada de várias maneiras, de forma a *estimular o raciocínio lógico* e o entendimento sobre vários assuntos e não só da forma tradicional na qual eles provavelmente estão acostumados a ver. Esclarecer que durante os encontros iremos valorizar não só a resposta esperada mas também todo o processo de aprendizado.

RECURSOS: crachá, papel para o crachá, prendedor para crachá, folha A4. Slides com as perguntas.

AValiação: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as atividades propostas e como também na realização dessas atividades.

Nexos internos: número; Nexos externos: plano, expressão, incógnita, desigualdade e conjunto numérico.

1º ENCONTRO

CONTEÚDOS: Conjuntos numéricos, com foco no conjunto dos números reais. Equação de 1º e 2º grau. Inequações de 1º e 2º grau. Plano cartesiano (marcação de pontos no plano). **TEMPO DE AULA:** 1h40min.

OBJETIVO GERAL: Relembrar conceitos tidos como pré-requisitos para introdução à funções, sendo estes: domínio sobre os conjuntos numéricos, sabendo as características de cada um; saber encontrar raízes e conjunto solução de equações e inequações, respectivamente; marcar pontos no plano cartesiano.

METODOLOGIA: Apresentação expositiva do conteúdo envolvendo os conjuntos numéricos. Slide com conteúdo: [Link aqui](#). Exposição sobre conjuntos numéricos: **20 min** (Sem usar slides). A equipe irá mostrar os conjuntos numéricos existentes e definir os elementos pertencentes aos mesmos, citando alguns exemplos. Definir bem o que é uma expressão numérica, exemplificando. Definir o que é uma equação, caracterizada pela igualdade entre duas expressões e o sinal “=”, e o que é uma inequação, caracterizada pelos sinais de “>”, “<”, “≥” e “≤”, e definir bem incógnita. Dinâmica com cartas, semelhante a de um jogo da memória, para trabalhar as equações e inequações: **30 min**. Explicação da dinâmica: 5 min. Dar exemplo de uma equação e inequação e apresentar as regras e como fazer o registro da atividade. Dinâmica: 15 min. A dinâmica consiste em um jogo da memória que se seguirá de acordo com as seguintes regras: Equação/Inequação e respostas devem estar dispostas em lados opostos; Cada aluno deve ter seu registro individual; O representante não deve ser o único a resolver; Cada resposta deve ser previamente justificada; Caso a resposta seja correta, a equipe terá direito a uma nova chance; Caso ocorra de uma equipe acertar 3 jogadas seguidas a vez deve ser passada ao outra equipe. Conclusão da dinâmica: 10 min. Para a conclusão da dinâmica, os seguintes questionamentos devem ser feitos

aos alunos: O que você usou para relacionar as cartas? Você conseguiu ver o conceito de incógnita? Quais são equações e quais são inequações? Qual é a diferença entre equações e inequações? Podemos relacionar as equações e inequações com os conjuntos numéricos? Como? Dinâmica para trabalhar no plano cartesiano: **30 min.** [Link do jogo aqui.](#) Explicação da dinâmica: 5 min. Dividir a sala em 2 grupos de acordo com as atividades anteriores, o jogo consistirá em um jogo similar a batalha naval. O jogo possui embarcações de tamanho 1, 2 e 3. As regras serão: Cada equipe terá direito a uma jogada; A jogada se encerra quando o grupo acerta água ou uma bomba; Caso o grupo tenha acertado uma embarcação, inteira ou parcialmente, sua jogada não se encerrará, o grupo pode tentar mais um palpite e se encerra quando acertar a água ou uma bomba. Caso o grupo acerte uma bomba, isso garantirá ao outro grupo uma jogada extra. Toda jogada deverá ser anotada por ambas as equipes individualmente. O grupo deve pensar em uma estratégia para informar o adesivo que será retirado, sem o auxílio do professor. Dinâmica: 15 min. Será apresentado o plano no Jammbord o qual o professor conduzirá as jogadas pelo computador. Conclusão da dinâmica: 10 min. Relembrar plano cartesiano, quadrantes, par ordenado e eixos. Após a conclusão do jogo, e sagrado o campeão, deverá se discutir o conceito e formalizar o plano cartesiano com base nos fatos observados durante o jogo. Utilizar-se de perguntas orientadoras tais como: Como vocês definiram o local de cada embarcação? Como vocês utilizaram a ideia de par ordenado? Qual dificuldade vocês encontraram? Como fizeram o registro das localizações das embarcações? Vocês padronizaram de que forma? Existe uma convenção? O que vocês percebem como padrão nas coordenadas de cada um dos quatro quadrantes? Encerramento: **15 min.** O que foi trabalhado. Entregar as atividades impressas para os alunos. O que vai ser trabalhado no encontro 2.

RECURSOS: Serão utilizados como recursos a apresentação de slides para o jogo batalha naval e exposição com quadro e giz para abordar os conjuntos numéricos e equações/inequações. O material do jogo com cartas. Atividade com 4 questões relacionadas a aula. DataShow. Crachás com os nomes dos estudantes.

AVALIAÇÃO: Forma de registro adotada por cada estudante/grupo; Participação nas rodas de conversa e nas demais etapas do encontro; Caderno de Observação da equipe.

Nexos internos: número; Nexos externos: plano, expressão, incógnita, desigualdade e conjunto numérico.

2º ENCONTRO

CONTEÚDO: Contextualização histórica da função e definição de função. **TEMPO DE AULA:** 1h 40min.

OBJETIVO GERAL : Conhecer o contexto histórico da função; Compreender a definição de função; Reconhecer e identificar uma função.

METODOLOGIA: Iniciar a aula apresentando o contexto histórico de função para maior engajamento fazer a elaboração de um roteiro com falas com base no [slide](#). **(20 minutos)**. Dividir a turma em pequenos grupos e entregar uma situação problema (que estão escritas no fim do slide) diferente para cada um. **(5 minutos)**. Cada grupo deverá modelar a situação com base em uma função. Durante a discussão de grupos, os professores devem conduzir a discussão a fim de chegar em termos importantes para o conceito. Formularemos algumas perguntas direcionadoras como, por exemplo, “como relacionar a quantidade de marchas com a quantidade de quarteirões?”, “como relacionar a quantidade de músicas com o tempo que Junior fica no banho ?” e ficaremos **atentos aos termos que eles usam**, para partir deles na hora de formular a definição. Os grupos deverão também resolver a sua respectiva situação problema, escrevendo em uma cartolina uma definição que acreditam que engloba os elementos da função que elaboraram. Em um segundo momento os grupos apresentarão para a turma como foi feita a resolução dela; **(35 minutos)**. Com base nas duas cartolinas dos grupos formados anteriormente, formularemos uma definição geral que englobe as duas situações e suas respectivas definições; **(20 minutos)**. Dialogando, por meio de perguntas instigadoras, será relacionado a situação-problema com os resultados das cartolinas, construindo, assim, a definição de função. Os professores deverão apresentar sua definição ao final da aula para comparar com a dos alunos. **(20 minutos)**.

RECURSOS: Projetor; Cartolina; Canetão; Questionário de avaliação.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as atividades propostas e como também na realização dessas atividades. Antes da realização da última etapa (definição geral), os alunos deverão escrever em um papel o que compreenderam diante das discussões do outro grupo e do próprio grupo. Eles devem encontrar semelhanças e diferenças.

3º ENCONTRO

TEMPO DE AULA: 1h 40min. **OBJETIVO GERAL:** Retomar o conceito de conjuntos; Mostrar a lei de formação, domínio, contradomínio e imagem de diferentes funções; Construir e apresentar os conceitos de lei de formação, domínio e imagem.

METODOLOGIA: A turma será dividida em 5 grupos. E cada grupo receberá fichas diferentes. Inicialmente será proposto um jogo com fichas separadas em três categorias de cores: as de Domínio (azul), Imagem/Contradomínio (cinza) e Lei de Formação (rosa), de forma que apenas nós saibamos da classificação de cada grupo. Sem que sejam explicitados esses conceitos, pediremos para os alunos relacionarem essas fichas: “o que podemos perceber que está se repetindo?” (esta etapa lembra um pouco o diagrama de flechas). **(20 min)**. A partir daí, após percebermos que os alunos conseguiram fazer relações entre as categorias de fichas, faremos um momento baseado no diálogo. Faremos perguntas como: **(Rosa= lei de formação; Azul= domínio; Cinza= imagem/contradomínio.)** 1 - “O que se percebe nas fichas azuis?”; 2 - “O que se percebe na ficha rosa?”; 3 - “como vocês relacionaram as fichas azuis com as fichas cinzas?”; 4 - “Existe alguma ficha cinza igual à uma ficha azul?”; 5 - “Todas as fichas azuis se ligavam a uma ficha cinza?” 6 - “E quanto às cinzas, todas eram ligadas a uma azul?”; 7 - “Qual foi o papel das fichas rosas nessas ligações?”; 8 - ‘Houve alguma ficha que não se ligou em nenhuma outra ficha?’; 9 - “Houve algum caso onde uma ficha azul se ligou a mais de uma cinza?”; 10 - “Houve algum caso onde uma ficha cinza se ligou a mais de uma azul?” **(30 min)**. Essa etapa da atividade será feita através de uma dinâmica onde essas perguntas serão colocadas dentro de uma caixa e a cada rodada uma pergunta será sorteada e o respectivo grupo deverá respondê-la, enquanto os demais grupos devem relacionar as perguntas com as suas fichas. Serão duas rodadas de perguntas, de modo que cada grupo deverá responder duas perguntas diferentes. Apresentar e discutir um problema sobre o cálculo da tarifa de um Uber **(15min)**. Exemplo 1: Uma pessoa embarca em um Uber que cobra o valor de R \$6,80 a bandeirada e mais um valor de R \$1,60 o km rodado, qual o valor que será pago se essa pessoa se deslocar por uma distância de 10 km? (o exercício deve ser escrito no quadro). A partir das respostas, construiremos com toda a turma os conceitos matemáticos de Lei de Formação, Domínio, Contradomínio e Imagem (ao estabelecer as relações entre as cartas, lembrar que a imagem e o contradomínio são os mesmos, porém, o contradomínio pode ser um conjunto maior que a imagem) bem como a relação entre conjuntos. **(20 min)**. (exposição será feita no quadro os responsáveis de cada sala devem conversar entre si para o conteúdo apresentado não ter discrepância entre as salas).

RECURSOS: Fichas com domínios, outras com imagem e outras com leis de formação de algumas funções; Caixa de perguntas; Registro (folha impressa para conclusão).

AVALIAÇÃO: Serão avaliadas: a participação dos alunos, a capacidade de utilizar as respostas das perguntas anteriores para construir as próximas, o interesse em ouvir o que os outros colegas têm a dizer para fazer reflexões, bem como as conclusões escritas nos registros. Com base na avaliação desses fatores, será possível fazer uma autoavaliação do grupo: conseguimos estabelecer uma sequência didática? Valorizamos as participações dos alunos como parte de uma construção de conhecimento, ou apenas consideramos como certas/erradas? As respostas dadas mais ao fim da aula mostram uma evolução em comparação com as dadas no início?

Nexos internos: número, variável, interdependência e campo de variação; Nexos externos: domínio e contradomínio, lei de formação, incógnita, conjunto numérico e imagem.

4º ENCONTRO

CONTEÚDO: Função afim. **TEMPO DE AULA:** 1:40h.

OBJETIVO GERAL: Discutir a representação algébrica e gráfica das funções afim.

METODOLOGIA: Primeira parte: Relembrar o problema do Uber fixando conceito de lei de formação e abrangendo de forma específica a lei de formação de primeiro grau utilizando o quadro **(15min)**. **Segunda Parte:** No segundo momento o ministrante deve apresentar e resolver o seguinte exercício: No restaurante *RM* o preço da refeição é R\$10,00 por prato feito. Chamando de “y” o valor total, em reais, e de “p” a quantidade de pratos feitos vendidos, de qual forma você pode representar matematicamente essa situação? **(10min)**. **Terceira Parte:** Após a finalização da questão do restaurante o licenciando responsável deve introduzir a ludicidade na questão: O Dono (sua renda vem somente do restaurante) com a intenção estipular uma melhoria no salário dos funcionários, pois havia um histórico de instabilidade de funcionários, pediu para cada equipe de funcionários(Dono (1); Garçons(8); Cozinheiros(10); Faxineiros(4); marketing (2)) proporem uma relação de quanto deveriam receber mensalmente, informaremos também que durante o mês é vendido 6000 refeições e 50% do montante corresponde aos gastos de manutenção e despesas. Nesse momento, dividiremos a sala em 5 grupos e designaremos uma equipe do restaurante para cada grupo em sala, e pediremos para que eles façam essa relação(lei de formação) de quanto deveriam receber de acordo com as horas trabalhadas e quanto

ganharão ao mês. O Dono deve descobrir quanto ele pode pagar para os funcionários considerando todos os gastos **(25min)**. Para concluirmos, discutiremos em conjunto se o restaurante lucraria ou não com as mudanças propostas pelos funcionários, e questionaremos quanto o preço do prato feito deveria subir para cobrir as despesas, formando outra lei de formação. Nesse momento será conduzido no quadro, e será feita a representação gráfica da função apresentada pelo dono, durante o momento de resolução deve retomar conceitos trabalhados nas aulas anteriores (Ex.: domínio, imagem e ponto). Os alunos devem tentar identificar o coeficiente angular e linear, explorando a parte algébrica e gráfica do problema (esses pontos serão explorados pela equipe nas próximas etapas, portanto não há problema se não conseguirem fazer uma interpretação aprofundada no início) **(30min)**. **Quarta Parte:** Explorar no geogebra a variação dos coeficientes das funções modeladas pelos alunos **(10 min)**. **Quinta Parte:** Síntese/Registro deve ser entregue a folha aos alunos é feita a leitura das perguntas **(10min)**. **O que representa o “a” no gráfico? O que representa o “b” no gráfico? O que está variando nas leis de formação? Ao seu ver algum grupo propôs um salário democrático? Você acha que o dono conseguiria arcar com os salários propostos pelos funcionários? porque?**

Recursos: Cartolinas, canetão e régua.

AVALIAÇÃO: A avaliação será constante durante todo o processo, serão avaliadas as participações durante as discussões e ao decorrer das atividades propostas. Além disso, analisar as respostas do registro da dinâmica final.

Nexos internos: fluência, interdependência, variável, campo de variação e número. Nexos externos: gráfico, pontos notáveis, lei de formação, domínio e imagem e expressão.

5º ENCONTRO

CONTEÚDO: Função quadrática. **TEMPO DE AULA:** 1:40h.

OBJETIVO GERAL: Comparar função afim com função quadrática. Discutir a representação algébrica e gráfica das funções quadráticas.

METODOLOGIA: Exercício: Um restaurante que vende, por dia, 200 refeições ao preço de R \$10,00 cada, fez uma pesquisa para aumentar o preço das refeições e verificou que perderia 10 clientes para cada real de aumento no preço da refeição. Nessas condições: 1) É possível elevar o faturamento para R \$2.250,00 por dia? 2) Qual o preço da refeição para obter um faturamento de R \$2.090,00 por dia? 3) É possível obter um faturamento de R \$3.000,00 por dia? **Primeira Parte: (30min)** Apresentaremos um exercício não exposto em slide, como os anteriores, mas que será enunciado como uma narrativa. Começaremos falando sobre um certo restaurante que vendia 200 refeições a 10 reais cada e que, um dia, decidiu aumentar seu faturamento. Em posse disso, será questionado aos alunos a respeito de possíveis estratégias para que esse faturamento aumente. Isso se dá no aumento do preço ou dos clientes, as duas grandezas envolvidas. Contudo, posterior a funções de carácter afim serem apresentadas, será justificado que o restaurante não conseguiria aumentar sua produção, logo, o número de refeições não poderá ser aumentado. Então, ao optarmos pela equação que varia o preço, serão feitas, de maneira narrada, contas com alguns valores que demonstrarão o preço estipulado, mas então, demonstraremos que os valores não correspondem à realidade. Assim, faremos perguntas desencadeadoras de aprendizado a fim de levar os estudantes a compreender que o que fora dado como constante, também estava variando de acordo com uma pesquisa feita pela empresa após a contradição, remodelará-se a equação, com auxílio dos estudantes, ou por eles próprio, objetivando obter uma equação do segundo grau que de fato aquilata a problemática de forma efetiva. $g(r) = (200 - 10r) \cdot (10+r)$ (o lucro varia em função do preço das refeições, tendo o restaurante uma quantidade diária fixa de 200 clientes). 1) É possível elevar o faturamento para R \$2.250,00 por dia? 2) Qual o preço da refeição para obter um faturamento de R \$2.090,00 por dia? 3) É possível obter um faturamento de R \$3.000,00 por dia? Essas três questões serão respondidas no quadro, com a participação dos alunos. **Segunda Parte: (45min)** Apresentar a função $f(x) = -10x^2 + 100x + 2000$ e, após separar os discentes em grupos, então, será solicitado que os mesmos façam o gráfico. **Terceira parte: (15min)** Síntese, mostrar a existência da função quadrática, as diferenças dela para com a afim, e a solução de uma equação do segundo grau. **Quarta parte: (10min)** Registro. 1) O conteúdo abordado na aula de hoje está presente no seu dia-a-dia? se sim, onde? se não, onde você imagina que esses conteúdos estão presentes? 2) Há situações que você se vê capaz de modelar de acordo com o conteúdo visto hoje? 3) Quais conceitos vistos você considera mais importantes na aula de hoje? 4) O que acrescentou no seu conceito de função?

Avaliação: A avaliação será constante durante todo o processo, serão avaliadas as participações durante as discussões e ao decorrer das atividades propostas. Além disso, analisar as respostas do registro da dinâmica final.

Nexos internos: fluência, interdependência, variável, campo de variação e número. Nexos externos: gráfico, lei de formação, domínio e imagem e conjuntos.

6º ENCONTRO

CONTEÚDO: Função Quadrática e Afim: Análise Gráfica. **TEMPO DE AULA:** 1h 40min

OBJETIVO GERAL: Sistematizar função quadrática e aprofundar os conceitos trabalhados na aula anterior.

METODOLOGIA: **Primeira Parte:** Retomar a atividade desenvolvida no encontro anterior com a apresentação dos gráficos feitos pelos grupos. Fazer, durante a apresentação, perguntas orientadoras sobre possíveis erros e/ou acertos dos desenhos dos gráficos, tais como "como vocês obtiveram uma reta" ou "como vocês definiram que o comportamento do gráfico mudava nesse ponto em específico?" (30 minutos). **Segunda Parte:** Exposição mostrando raízes (delta, função completa e incompletas), máximos e mínimos, vértice e se utilizar desses objetos para esboçar o gráfico de uma função quadrática, levando em consideração a função da atividade e o que foi apresentado pelos alunos em suas falas e desenhos, valorizando os acertos, direcionando e esclarecendo os equívocos. Fazer uso do geogebra (25 min). **Terceira Parte:** Apresentar a função $f(x)=ax^2+bx+c$ e, após separar os discentes em grupos, cada grupo receberá valores distintos de a , b e c e, então, será solicitado que os mesmos façam o gráfico (30 minutos) referente aos dados que receberam e o apresentem (15 minutos). "Tem ponto máximo? Por que?" "Tem ponto mínimo? Qual é?" "Onde o gráfico corta o eixo x ?" "Onde o gráfico corta o eixo y ?" "O gráfico cortará o eixo y quando estiver crescendo ou decrescendo?" **Quarta Parte: (10 min) registro.** Quais foram suas dificuldades na construção do gráfico de uma função do segundo grau? Como você explicaria o conceito de máximo (ou mínimo) e vértices de uma função quadrática? Como você explicaria o que são para uma pessoa que não conhece muito sobre esses assuntos? O que é função para você até agora?

RECURSOS: giz; quadro; computador; projetor, canetão, cartolina, régua.

AVALIAÇÃO: A avaliação será constante durante todo o processo, serão avaliadas as participações durante as discussões e ao decorrer das atividades propostas.

Nexos internos: fluência, interdependência, variável, campo de variação e número. Nexos externos: gráfico, pontos notáveis, lei de formação, domínio e imagem e expressão.

7º Encontro

CONTEÚDO: Função bijetora, injetora e sobrejetora. **TEMPO DE AULA:** 1h40.

OBJETIVO GERAL: Definir os conceitos de funções injetora, sobrejetora e bijetora, retomando a ideia de domínio, contradomínio e imagem.

METODOLOGIA: **1º Parte (20min):** Apresentar os conceitos de função Injetora, Sobrejetora, e Bijetora, respectivamente. (Retomar a definição de contradomínio, domínio e imagem por meio dos diagramas de Venn, fazendo exemplos que abordam os três tipos de função). **2º Parte (5min):** Expor no quadro o esboço do gráfico da função f , cuja lei de formação é $f(x) = x^2$, com domínio e contradomínio definidos nos reais. Explicitar que o eixo das abscissas " x " (horizontal) contém os elementos do domínio da função e o eixo das ordenadas " y " (vertical) representa o contradomínio. **3º Parte: (25min).** Começaremos a atividade dividindo a turma em quatro grupos. Pediremos que dois dos grupos manipulem o esboço do gráfico para satisfazer a definição de função injetora e os outros dois grupos a de sobrejetora, através da pergunta "O que fazer para que esse gráfico represente uma função sobrejetora/injetora, respeitando a lei de formação dada?" ambas baseadas na lei de formação e no gráfico da função dada. **(20min)** Entregaremos a cada grupo o esboço do gráfico da lei de formação estudada ($f(x) = x^2$) e deixaremos os grupos pensarem na solução gráfico. **4º Parte (30min):** O grupo irá à frente da turma para responder à pergunta feita, desenhando no quadro o esboço do gráfico modificado, expondo e explicando a ideia que tiveram. Ao término das apresentações, o professor mediará questionando como ficaria para que o esboço representasse uma função bijetora. **5º Parte (20min):** Momento de síntese: retomando a história do restaurante, perguntaremos se faz sentido representar o gráfico de uma função que relaciona quantidade de refeições com o lucro por refeição (dinheiro) com valores negativos. Faz sentido falar de marmitas negativas? E se estamos falando de lucro, faz sentido? Responder ao registro do encontro. **RECURSOS:** giz ou canetão, quadro e apagador, impressões do gráfico. gráfico (mínimo 4 por turma).

AVALIAÇÃO: Folha com três perguntas. perguntas 7.

Nexos internos: fluência, interdependência, variável, campo de variação. Nexos externos: gráfico, pontos notáveis, lei de formação, domínio e imagem e expressão.

8º ENCONTRO

CONTEÚDO: Atividade relacionada ao show do milhão, para revisar os conteúdos: conjuntos numéricos, com foco no conjunto dos números reais, equação de 1º e 2º grau, inequações de 1º e 2º grau, plano cartesiano (marcação de pontos no plano), contextualização histórica da função e definição de função, conjuntos, domínio, contradomínio, imagem e lei de formação, discutir a representação algébrica e gráfica das funções afim e quadrática, análise gráfica, função sobrejetora, injetora e bijetora. **TEMPO DE AULA:** 01:40h.

OBJETIVO GERAL: Revisar os conteúdos estudados e avaliar o percurso da aprendizagem dos alunos. **Slide:** [Link aqui](#)

METODOLOGIA: Como se trata de uma revisão final, a metodologia abordada foi de simular o jogo Show do Milhão com um teatro, como se encenando um programa de televisão. **História do Jogo:** Introdução gerando a necessidade de juntar capital para o restaurante (5 min). “- *Olá, gente, bom dia! - Nos últimos + das ações, a equipe foi convidada para participar de um programa de televisão que iria conceder a reforma. O aluno com quem combinamos fala: - E que programa é esse? Nessa hora toca a música do show do milhão com a abertura do jogo. O apresentador entra, dizendo algum bordão de algum apresentador de televisão famoso. Explicamos as regras do jogo e explicamos, também, que os grupos precisam se ajudar para que o restaurante consiga o valor total do prêmio para a reforma.*” **Jogo:** (40min). A sala é previamente dividida em quatro grupos (Marketing, Cozinheiros, Faxineiros e Garçons). Então, após formadas as equipes, serão feitas três perguntas a cada grupo, sendo elas de forma alternada. O mesmo terá um tempo para debater sobre o tema e então irá escolher uma das 4 alternativas apresentadas, onde somente uma é a correta. Caso a resposta seja a correta, o grupo receberá 1 ponto sendo eles acumulativos. Em seguida, é a vez do outro grupo, e a dinâmica mantém-se da mesma forma. As perguntas propostas buscam abordar todos os conceitos vistos até então. E procederão em uma ordem crescente de dificuldade e profundidade acerca do conteúdo. Caso um dos grupos tenha dificuldade em responder às questões solicitadas pode haver a ajuda dos demais grupos. Cada grupo terá a alternativa de pedir uma “ajuda dos universitários”, quando o grupo em conjunto não conseguir responder a questão e a ajuda for solicitada um participante da equipe do PETMAT irá auxiliá-los. **Reflexão:** Abordar a relação de função e seus nexos conceituais (15 min). O que é função; Importância dos conjuntos; Relação das representações gráficas e algébricas; A representação gráfica serve para podermos entender o comportamento da função, por meio do plano cartesiano, e a representação algébrica nos dá meios para manipularmos a função. Necessidades históricas e dos problemas abordados no projeto; O estudo da função, na história, veio da necessidade de se estudar o movimento. Eles tentavam entender os fenômenos que ocorriam periodicamente e também dar sentido aos mesmos. Nos problemas abordados no projeto podemos entender algumas necessidades da função, como o cálculo do quanto se pagará em uma corrida de uber ou do tempo gasto tomando banho que depende da quantidade de músicas que foram escutadas naquele dia, etc. Todos estes problemas, a princípio, puderam ser transformados em uma função onde nós podíamos modelá-las de acordo com a nossa necessidade. Nexos conceituais. Variável, Domínio, Imagem, conjuntos, contradomínio, Lei de formação, plano cartesiano, gráfico, equação, inequação, ponto. Campo de variação, relação fixa e determinada, variável independente ou arbitrária, variável dependente, incógnita, trajeto, equação. Constante, movimento, noções de espaço, geometria e representação, símbolos e sistemas de referência. Qualidade, quantidade, isolado, fluência. **Roda de conversa:** Sete perguntas (20min). Como você explicaria essa função para uma pessoa que não participou do clube de matemática? Quais os elementos necessários para compreender o conceito de função? Você percebe alguma situação do seu cotidiano que poderia ser observado o conceito de função? Qual a necessidade de modelar e analisar o comportamento gráfico? Com relação a metodologia abordada nas aulas, o que poderia ser melhorado? Como você se sentiu participando do CLUBE DE MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO? Como você avalia seu desempenho no decorrer dos encontros? **Agradecimento e entrega de certificados:** (20min). **RECURSOS:** Slides, Cartolina com as regras do jogo, certificados, folhas A4. **AVALIAÇÃO:** A avaliação será constante durante todo o processo, serão avaliadas as participações durante as discussões e ao decorrer das atividades propostas.

APÊNDICE 04: 3ª versão do planejamento

ENCONTRO 0

TEMPO DE AULA: 2h 10 min. **OBJETIVO GERAL:** apresentar o grupo PETMAT para os estudantes, conhecendo assim os estudantes e identificando as dificuldades que eles possuem em matemática.

METODOLOGIA: Primeiro momento: Apresentação (30 min). Este momento será direcionado para haver a apresentação do grupo PETMAT e do projeto Clube de Matemática no Ensino Médio que será desenvolvido com os discentes; O que é o PETMAT: O Programa de Educação Tutorial (PET) é desenvolvido por grupos de estudantes, com tutoria de um docente, organizados a partir de cursos de graduação das Instituições de Ensino Superior do país, sendo um grupo por curso, onde no nosso caso é o curso de matemática licenciatura ofertado pela UFG. O programa tem como uns dos maiores objetivos contribuir para a elevação da qualidade da formação acadêmica dos alunos de graduação e formular novas estratégias de desenvolvimento e modernização do ensino superior no país. O que é o Clube de Matemática no Ensino Médio: O Clube de Matemática é um projeto no qual é realizado um estudo aprofundado sobre álgebra, dentre outros assuntos que estão diretamente ligados a ela. Nosso principal objetivo, é apresentar diversos conceitos matemáticos de uma forma interessante e diferente do que é repassado nas escolas durante todos esses anos, um estudo mais dinâmico, contribuindo para o aprendizado de vocês (alunos) e contribuindo, também, diretamente na nossa formação como professores. Após essa apresentação, deve-se dar continuidade com a dinâmica da Teia da Cooperação; Dinâmica TEIA DA COOPERAÇÃO: Será formada uma roda entre os alunos e os petianos e será explicada a dinâmica. A pessoa que iniciar a teia deve se apresentar com nome, idade ou o que quiser falar sobre ela mesma e fazer uma pergunta para outra pessoa para quem ela vai passar a teia, e assim por diante até todos serem apresentados. As perguntas devem ser feitas a fim de conhecer a outra pessoa. O objetivo é promover uma interação mais próxima entre os alunos e os professores e no final formar uma teia firme. Deve ser feita uma reflexão sobre a dinâmica no final (focando no trabalho coletivo). **Segundo momento:** experiências com a Matemática (70 min / 1h 10min). Nesta atividade, o objetivo é entender melhor as experiências dos alunos em relação à disciplina de matemática. Nela haverá três momentos: Os estudantes devem escrever individualmente na folha “Experiência com a Matemática” presente no pdf de perguntas dos registros, podendo ser experiências positivas ou negativas. Eles têm liberdade para expressar suas experiências através de desenhos, poemas, textos ou qualquer outra forma que preferirem. Isso deve ser feito em um período de 15 minutos. Após a conclusão da primeira etapa, os estudantes formarão grupos pequenos. Cada grupo deverá sintetizar e resumir as experiências individuais de seus membros em uma cartolina, trabalhando juntos como uma equipe (uma unidade). Essa atividade deve ser realizada durante 30 minutos. Por fim, em uma roda de conversa, os grupos devem apresentar a síntese que produziram para toda a sala. Cada grupo compartilhará as experiências dos seus membros de forma resumida e discutirão suas reflexões e percepções sobre as experiências com a matemática. Isso será realizado durante 25 minutos. Nesta roda de conversa podem ser feitas perguntas como: Quem gosta de matemática e porque gosta. (tem facilidade? acha legal? tira nota boa?). Perguntar a quem não gosta de matemática e porque não gosta. (tem dificuldade? se sim em que?). É importante escutar e valorizar cada resposta. Provocar uma reflexão sobre o que motiva e desmotiva os estudantes a aprenderem matemática e como essa matéria pode ser abordada de várias maneiras, de forma a estimular o raciocínio lógico e o entendimento sobre vários assuntos e não só da forma tradicional na qual eles provavelmente estão acostumados a ver. Esclarecer que durante os encontros iremos valorizar não só a resposta esperada mas também todo o processo de aprendizado. Essa atividade visa promover a reflexão, a expressão individual e a troca de ideias em grupo, proporcionando uma visão mais abrangente das experiências dos alunos com a matemática e criando um ambiente de aprendizagem mais participativo.

RECURSOS: Crachá (levar pronto); Folha A4; Cartolinas; Folha das experiências impressa; Balão; Barbante.

AVALIAÇÃO: a avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as atividades propostas, como também na realização dessas atividades.

1º ENCONTRO

CONTEÚDOS: relações de dependência e independência. **TEMPO DE AULA:** 2h 10 min

OBJETIVO GERAL: apresentar o problema desencadeador, promover o debate para evidenciar a importância da coletividade e estabelecer relações de dependência e independência entre as variáveis que compõem o projeto de criação do restaurante.

METODOLOGIA: Primeiro momento: Apresentação da história (15min). Neste momento será direcionado para a introdução de um enredo, ele trará importantes questionamentos acerca do Movimento Lógico-histórico da função e das necessidades históricas do conceito e dos próprios estudantes envolvidos no Clube de Matemática Ensino Médio. Esta história pode ser apresentada para a turma por meio de um vídeo. Enredo da História: Certo dia, um grupo de amigos estava reunido em um restaurante para comemorar a promoção de cargo de um deles. Este grupo era formado por várias pessoas de várias áreas. Contudo, mesmo todos sendo de distintas especialidades, em algum momento do jantar eles pensaram a mesma coisa: “Como a comida move o mundo?”. Um deles expressou seu pensamento, ficando surpreso ao saber que os demais amigos pensaram o

mesmo. Após conversarem um pouco sobre o assunto, um deles, um pouco mais alegre e animado que os outros, deu uma ideia mirabolante: “E se nós abrissemos um restaurante, estamos todos bem financeiramente, é hora de arriscar um pouco no mundo. Vocês não acham?!” Pensando seriamente na ideia, o grupo queria muito fazer o investimento, mas não queria passar pela parte burocrática de construir e pensar sobre como o projeto seria, não queriam sair do conforto do conhecido, mas ainda sim queriam a possibilidade de uma renda extra, mesmo que esse seja um investimento perigoso. Pensando em como a comida move a vida, todos sentiram fome, a busca incessante pela comodidade de alimentar-se com uma comida saborosa quando se vai em um restaurante. Colocando tudo isso na balança, os amigos decidiram que iriam juntar dinheiro para fazer a abertura do mais novo estabelecimento. Entretanto, não iriam participar da montagem do mesmo e decidiram que VOCÊS irão ser os responsáveis por montar a estrutura do restaurante, pensando da localização até o prato final do cliente, vocês devem apresentar a ideia em conjunto pensando em todas as engrenagens necessárias para o funcionamento do restaurante. E assim o grupo irá decidir se o investimento está de acordo com a ideia dos mesmos. **Segundo momento:** Planejamento do investimento (20min). Neste momento, os alunos serão orientados a discutir em grupo (toda a sala) a priorização das necessidades do restaurante. O objetivo é categorizar e selecionar as cinco necessidades prioritárias que serão a base para o desenvolvimento do projeto. Será necessário mediar a sala para chegar nas seguintes categorias: local, cozinha, equipamentos (no salão), fornecedores, equipe (mediar para ficar cinco equipes) e clientes. Discussão em Grupo: Os alunos irão trabalhar juntos para debater e identificar as necessidades mais críticas para o restaurante. Eles podem considerar fatores como quantia do financiamento, importância para o funcionamento do restaurante e impacto na experiência dos clientes. Categorização e Priorização: O professor anotará as sugestões dos alunos no quadro e, ao final da discussão, mediará a turma na escolha das cinco necessidades prioritárias. Os alunos devem expor suas opiniões e argumentar sobre a importância de cada categoria. Seleção das Necessidades Prioritárias: A turma, em conjunto com os professores, decidirá quais das categorias são essenciais para o investimento inicial no restaurante. **Terceiro momento:** Divisão em grupos (30min). Neste momento, os alunos serão organizados em cinco grupos, cada um focando em uma das necessidades prioritárias previamente selecionadas, como "local", "cozinha", "equipamentos do salão", "fornecedores" e "equipe e clientes". Dentro de cada grupo, os alunos irão colaborar para criar até três propostas detalhadas relacionadas ao tópico designado. Eles devem considerar aspectos como viabilidade, custos, funcionalidade e experiência do cliente ao desenvolver suas ideias. Os grupos terão acesso a recursos tecnológicos (celular, computador, entre outros) para auxiliá-los na elaboração dos esquemas, criação de imagens e cálculos dos valores a serem gastos. Eles podem realizar pesquisas online, discutir com os outros grupos e usar sua criatividade para desenvolver propostas sólidas. Embora cada grupo esteja focado em um tópico específico, os alunos podem se comunicar e compartilhar ideias entre os grupos para garantir que as diferentes propostas se integrem de maneira harmoniosa. As propostas elaboradas pelos grupos serão apresentadas posteriormente para toda a turma. Cada grupo deve estar preparado para explicar suas ideias, justificar suas escolhas e mostrar como suas propostas contribuem para o funcionamento geral do restaurante. Exemplo: **Quarto momento:** Discussão e votação (45min). Neste estágio, as propostas desenvolvidas pelos grupos serão apresentadas à turma e discutidas de forma democrática. A ideia é sintetizar as escolhas e tomar decisões coletivas sobre as propostas a serem implementadas no restaurante. Para isso, cada grupo apresentará suas três propostas ao restante da turma. Eles devem explicar detalhadamente as ideias por trás de cada proposta, incluindo a lógica das escolhas feitas e como elas contribuirão para o sucesso geral do restaurante. Após cada apresentação, os alunos terão a oportunidade de fazer perguntas, expressar opiniões e debater as propostas. Esta é uma parte crucial para garantir que todos entendam completamente as implicações de cada escolha. Depois de todas as apresentações e discussões, será realizada uma votação democrática. Os alunos escolherão a proposta que consideram mais adequada para cada categoria, levando em consideração os argumentos e discussões anteriores. Ao final do processo de votação, será mostrado um desenho ou representação visual do restaurante, destacando as características e aspectos escolhidos pelas propostas vencedoras de cada grupo. E ao final de tudo, deve-se fazer um pergunta: **“Qual é o valor esperado para o investimento inicial?”** **Quinto momento:** Registro (20min). Deve-se entregar o registro para os alunos e junto com eles mediar as perguntas por meio de uma roda de conversa e os alunos deverão registrar suas respostas na folha entregue. **Observação: na pergunta 3, dar bastante ênfase na questão da interdependência entre as "coisas" entre as etapas de criação do restaurante (tentar expandir isso para outras situações da vida).**

Recursos tecnológicos; Extensão; Projetor; Vídeo da história; Registro impresso; Urnas de votação.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as atividades propostas e como também na realização dessas tarefas e do registro ao final da aula.

2º ENCONTRO

CONTEÚDO: equação e função linear, trabalhando os conceitos de variável e incógnita juntamente com os nexos internos dependência e interdependência. **TEMPO DE AULA:** 2h 10min.

OBJETIVO GERAL: motivar o senso crítico dos estudantes, compreender a diferença entre variável e incógnita e compreender a diferença e reconhecer uma equação e uma função.

METODOLOGIA: Primeiro momento: retomada do encontro anterior e discussão a respeito dos salários (**35 min**). Deve ser realizada uma retomada nas decisões a respeito das características do restaurante estabelecidas no encontro anterior, juntamente com a apresentação do que houve de matemática no decorrer da aula partindo dos registros escritos pelos alunos e as percepções dos professores (poderá ser em forma de vídeo). **15 minutos**. Será feita uma roda de conversa para discutir “O que é um salário?”. Nesse momento poderá ser levantado pontos como: o atual salário mínimo brasileiro que é de R\$1.320, o valor mínimo por dia que corresponde a R\$44 e o valor mínimo por hora de R\$6, igualdade salarial (o salário entre diferentes gêneros, áreas de atuação, inflação), a etimologia da palavra que vem exatamente de um produto que era usado como troca pelos serviços prestados, o sal. **20 minutos. Segundo momento:** apresentação e realização da tarefa (**40min**). Explicar que o salário é composto por impostos o “Instituto Nacional do Seguro Social - INSS” destinado, entre outras atribuições, para a aposentadoria e o “Imposto de Renda Retido na Fonte - IRRF” que a Receita Federal cobra o imposto de forma mensal e diretamente do salário dos trabalhadores da Consolidação das Leis do Trabalho CLT que ganham quantias que ultrapassam o teto estipulado pelo órgão; vale refeição, assegurando um valor para a refeição do trabalhador; vale transporte, utilizado para que o trabalhador desloque de sua residência até o local de trabalho; e por último, o valor que ele irá receber de fato. **5 minutos. Slide com "O que compõe um salário" que está no conjunto de slides.** Depois, iremos dividir a turma em grupos de funcionários que foram definidos no encontro anterior (Marketing, Faxineiros, Cozinheiros, Garçons e Contadores). Cada grupo deverá chegar no valor do salário dos seus respectivos funcionários. Para chegar no salário final deverão construir duas funções e uma equação. **Primeira função:** Valor Recebido = Valor por hora x Horas Trabalhadas. **Segunda função:** Imposto = Valor Recebido x Valor do Imposto (O valor do imposto eles irão pesquisar e encontrar uma porcentagem). **Equação:** Salário Final = Valor Recebido - Imposto + Vale Refeição + Vale Transporte. **35 minutos. Terceiro momento:** Síntese da tarefa (**30 minutos**). Reunir todos os salários para fazer o somatório e descobrir qual será o custo para o restaurante, juntamente, discutir se os salários são justos. Além disso, deverá ser realizada uma discussão a respeito da diferença entre variável e incógnita, presente até mesmo no problema, uma vez que esteve presente na modelagem das funções e da equação. **30 minutos. Quarto momento:** Registro (**25 minutos**). Deve-se entregar o registro para os alunos e junto com eles mediar as perguntas por meio de uma roda de conversa e os alunos deverão registrar suas respostas na folha entregue. Perguntas do registro: Antes da aula, você saberia responder qual a diferença entre Equação e Função? Defina com suas palavras cada uma respectivamente; O que as discussões a respeito da situação salarial atual brasileira contribuíram para você?; Qual parte da aula chamou mais a sua atenção? Quais pontos você acha que os professores podem melhorar? Como você avalia a sua participação na aula?).

RECURSOS: Folha de papel; Registro impresso; Extensão; Caixa de som; Projetor e computador.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as tarefas propostas e como também na realização dos registros.

3º ENCONTRO

CONTEÚDO: função afim. **TEMPO DE AULA:** 2h 10min.

OBJETIVO GERAL: sistematizar uma lei de formação sobre lucro. Discutir as relações entre os tipos de variáveis e o campo de variação.

METODOLOGIA: Primeiro momento (25min): lembrar o encontro anterior com a turma toda, em que foi discutido o valor de cada salário e o total de gastos com esses salários, por meio de uma planilha no excel, que será organizada nesse momento, com o auxílio dos próprios estudantes. **Segundo momento (30min):** promover uma discussão para definir o lucro esperado com o investimento. Assim, devemos mostrar que há uma relação entre os custos (salários, fornecedores e aluguel), valor total de vendas dos pratos, para descobrir o lucro, considerando que o número de pratos vendidos pode variar, anotando essas características no quadro para auxiliá-los no momento de formalizar a lei de formação. Perguntas que podem mediar a discussão: o que é lucro? Como as informações já definidas sobre os custos ajudam a pensar no lucro do restaurante? Como podemos calcular o lucro? Para a participação da turma, respondendo às perguntas usaremos o padlet, em que cada um irá ler o QR code e colocar a sua sugestão de respostas. **Terceiro momento (20min):** em pequenos grupos, os estudantes serão mediados para construírem a lei de formação que relaciona os elementos discutidos, cujo objetivo é caracterizar o lucro. A lei de formação deve ser escrita em uma cartolina. $L(x) = P \cdot x - C$. $L(x)$ — lucro em função do número de pratos vendidos. P — valor do prato em reais. x — número de pratos vendidos por mês. C — Custos (valor fixo definido nos encontros anteriores). **Quarto momento (20min):**

reunir de dois em dois grupos, para apresentar as leis de formação e convencer o outro que sua produção é a mais viável para o contexto do restaurante. O objetivo desse momento é promover o debate a partir das formulações sobre como sintetizar algebricamente uma situação real. (observação: buscar reunir grupos que pensaram diferente). **Quinto momento (30min):** com a turma toda, definir qual será a melhor opção de lei de formação para calcular o lucro do restaurante. E assim lançar as questões: 1. O que foi considerado no momento da definição do preço final do combo de cada refeição? 2. O valor estipulado foi suficiente para a quantidade de refeições e o custo total inicial? Por que? 3. Houve alguma mudança em relação às variáveis? Se sim, qual(is)? Se não, o que foi definido? 4. Quais grandezas estavam relacionadas entre si? Isto é, o que dependia de que? 5. Qual o mínimo de refeições devem ser vendidas, no preço estipulado pela turma, para que haja lucro? 6. Qual o número máximo de refeições que podem ser vendidas pelo restaurante? Essas perguntas devem ser apresentadas uma a uma, contando com o tempo em que os pequenos grupos produzirão argumentos para respondê-las. Sugestão: apresentar as perguntas em slides, com a letra grande. Ideia bônus: pedir para eles expressarem (não ser através da escrita) o movimento do lucro em relação aos elementos que o compõem. **Sexto momento (5 min):** apresentar uma síntese sobre o que é uma função afim. Caso tenha a ideia bônus poderá ser feita discutindo os desenhos, desenvolvidos no momento anterior.

RECURSOS: Folha de papel; Registro impresso; Projetor e computador; Extensão; 2 Carolinas; Padlet.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as tarefas propostas e como também na realização dos registros.

4º ENCONTRO

CONTEÚDO: lei de formação, domínio, contradomínio e imagem. **TEMPO DE AULA:** 2h 10min.

OBJETIVO GERAL: sistematizar leis de formação para o sistema de entrega. Intuindo noções dos conceitos de domínio, imagem e contradomínio e campo de variação.

METODOLOGIA: Primeiro momento: relembrar o encontro anterior com a turma toda, em que foi discutido a função lucro. Sugestão: escolher dois estudantes para irem à frente, mostrar e relembrar a função organizada no encontro anterior (15min). **Segundo momento:** com a turma reunida, propor o próximo problema que será apresentado em vídeo, com uma história sobre as entregas do restaurante. Neste momento, mediar para que os estudantes percebam as relações entre parcerias com entregadores, distância, valores da entrega, gastos com o veículo e seguro de vida (tudo isso estará nos slides). Definir também se o restaurante irá lucrar com as entregas ou será apenas para o pagamento das parcerias e seguro de vida dos entregadores. “Em um certo dia, uma funcionária chegou com a seguinte situação para seus colegas: ela queria muito que a sua família, sua esposa e seus filhos, e as pessoas do bairro onde mora desde criança, tivessem a oportunidade de experimentar a deliciosa comida que faziam ali no restaurante. Mas, apesar de ser um bairro vizinho, era muito longe para ir a pé ou, até mesmo, de bicicleta. Tendo isso em mente, eles comunicaram a mais nova demanda aos investidores: ENTREGAS! ou, do inglês, *DELIVERY!* Os investidores deram, então, a missão para que os funcionários pensassem e investigassem algumas situações: Não compensaria entrar num sistema de aplicativos, pois não seria financeiramente vantajoso. Então vamos, na verdade, fazer uma parceria com um entregador que receberá um valor por dia e por cada entrega. Além disso, vamos pagar um seguro de vida e, quando o restaurante estiver melhor estabelecido, vamos contratar o entregador. Temos que pensar, também, nos gastos com a manutenção do veículo Quanto será que seria isso? Temos que definir também se queremos lucrar com as entregas ou apenas expandir nosso negócio, recebendo apenas o valor dos pratos mais um valor que pague o nosso sistema de entregas. E as rotas? Até onde entregaremos? Vai ter uma distância até onde a taxa será fixa?”. **Terceiro momento:** será definida, então, uma lei de formação que relacione a distância e o valor final da entrega de cada pedido. Para isso, os estudantes serão mobilizados a discutir as possibilidades de entrega em um raio de distância, a partir do mapa de Goiânia que será apresentado na forma impressa e com o suporte do *Google Maps*. Definido o raio, vamos discutir a taxa que será fixa, essa taxa será composta pelo o seguro de vida que custa R\$40 mensal, portanto 0,08 centavos por entrega (considerando uma média de 20 entregas diárias por entregador) + manutenção do veículo que custa 0,12 centavos por entrega + R\$3,00 de taxa de entrega fixa. A parte variável da função valor de entrega dependerá da distância em quilômetros. Além disso, nesse momento utilizaremos a lei de formação para explicar domínio, contradomínio e imagem. Chegaremos, então, a lei de formação: $\text{valor}(\text{distância}) = 3,00 + (0,08 + 0,12 + 0,20) + 0,15 \cdot (2 \cdot \text{distância em km})$ ou $\text{valor}(\text{distância}) = 3,40 + 0,15 \cdot (2 \cdot \text{distância em km})$ (40min). **Quarto momento:** Dividiremos a turma em cinco grupos, entregaremos cartões com situações para que os estudantes reflitam e calculem quanto ficará a entrega, mas, para além disso reflitam como lidar com essas certas situações e como elas afetam o restaurante. Solicitar, também, os elementos

do domínio, contradomínio e imagem de cada problema (25min). **CARTÃO 1:** Lugar: Plaza Inn Augustus. Situação: o entregador esquecerá a sobremesa e voltará para buscar. **CARTÃO 2:** Lugares: Dufriu, Edifício Garagem Casa da Indústria, AESFIEG - Associação dos Empregados do Sistema Fieg. Situação: rota com várias entregas ao longo do caminho, ou seja, de uma mesma distância. **CARTÃO 3:** Lugar: Editora Kelps. Situação: a pessoa ficou tão satisfeita com a entrega que deu uma gorjeta de cinco reais. **CARTÃO 4:** Lugar: Portal dos Ipês e Portal Dos Bunitis. Situação: o entregador trocou as encomendas de dois clientes que moravam a uma distância de 950m um do outro. **CARTÃO 5:** Lugar: Mega Moda. Situação: Por estar muito perto, não compensaria ir de moto, então o entregador vai a pé. Ao chegar ao local, o cliente demora 15 minutos para pegar a comida. **Quinto momento:** apresentar as resoluções de cada grupo. (20min). **Sexto momento:** síntese do conteúdo trabalhado e roda de conversa (20min).

RECURSOS: Mapa de Goiânia; Google Maps; Projetor e Computador; Extensão; Registro impresso.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as tarefas propostas e como também na realização dos registros.

5º ENCONTRO

CONTEÚDO: relações de dependência e independência, equação e função linear, variável, incógnita, função afim, lei de formação, domínio, contradomínio e imagem. **TEMPO DE AULA:** 2h 10min.

OBJETIVO GERAL: relembrar o que foi abordado nos encontros anteriores; sintetizar os conteúdos em uma exposição.

METODOLOGIA: “Mediar os pequenos grupos para que os conteúdos matemáticos apareçam”. **Primeiro momento:** revisão dos encontros (20 min). Construir uma memória de todos os encontros por meio de uma apresentação de imagens em slides. O primeiro encontro: apresentação e montagem do restaurante. Segundo encontro: salários. Terceiro encontro: lucro. Quarto encontro: entregas. Nesse momento é importante motivar o diálogo com os estudantes, para que eles busquem na memória os acontecimentos. **Segundo momento (1h30min):** dividir a turma em pequenos grupos para discutir e organizar a apresentação da proposta de investimento. Cada grupo será responsável por mostrar como foi realizado o planejamento e as decisões tomadas pela turma a respeito de: Apresentar o restaurante (maquete com legenda); Mostrar a importância de organizar os salários estabelecidos por lei e o quanto isso custará para o restaurante (simulação das carteiras de trabalho por funcionário - em papel ou digital - e cartolinas explicando os impostos e ao final o valor total do custo do restaurante com salários); Representar como será analisado as relações de vendas e custos do restaurante, ou seja, a definição da lei de formação estabelecida para calcular o lucro (mostrar o movimento por meio do geogebra e slides e produzir miniaturas do combo e o caixa)); Apresentar a parceria de entregas (seu funcionamento) e o modo de organização, bem como a lei de formação estabelecida para calcular os custos das entregas, sugestão: mostrar algumas situações específicas (usar o mapa impresso, o google maps e uma planilha no excel); Apresentar uma síntese de todo o projeto para então definir o valor final do investimento e convencer os investidores de que o projeto é bom (cartolina para simular o cheque e slides). Observação: caso um grupo termine antes que os demais, deverá ajudar os demais. **Terceiro momento (20 minutos):** dizer para os estudantes como acontecerá o próximo encontro e pensar coletivamente a ordem das apresentações. **RECURSOS:** Folha de papel; Tinta; Cola; Pistola de cola quente; Giz; Extensão; Mapa impresso; Lápis de cor; Régua; Canetinha; Materiais para a maquete; Palito; Papel crepom; Placa de isopor; Cartolinas; Projetor e computador.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as tarefas propostas e como também na realização dos registros.

6º ENCONTRO

CONTEÚDO: relações de dependência e independência, equação e função linear, variável, incógnita, função afim, lei de formação, domínio, contradomínio e imagem. **TEMPO DE AULA:** 2h 10min.

OBJETIVO GERAL: apresentar o planejamento do restaurante.

METODOLOGIA: **Primeiro momento (15 min):** retomar os objetivos do projeto e apresentar os investidores (montar um slide com foto e mini currículo fictício dos investidores). Escrever e argumentar sobre esses objetivos... **Segundo momento (50min):** exposição e apresentação das produções e materiais elaborados no encontro anterior, para os investidores, em que cada grupo irá mostrar as suas contribuições para o projeto do

restaurante - cada grupo terá 10 minutos de apresentação. **Terceiro momento (30 min):** os investidores irão fazer suas colocações a respeito do projeto (valorizar a participação, o engajamento do grupo e principalmente o conceito de função por trás das decisões tomadas no restaurante) e mediar alguns questionamentos - esses questionamentos serão organizados em um roteiro elaborado pelos professores do projeto. Nesse momento, definir o apoio do investimento e assinar o cheque fictício produzido pela turma. **Quarto momento (15 min):** síntese sobre o conceito de função. Mostrar porque o projeto é organizado do modo que desenvolvemos e discutir aspectos do movimento lógico-histórico do conceito de função. **Quinto momento (20 min):** responder o registro como forma de avaliação do projeto como um todo. **Finalização:** agradecimentos, entrega de certificados, foto final e lanche.

RECURSOS: Extensão, Mapa impresso, Cartolinas, Projetor e computador, Produções dos grupos, Slide, Registro impresso, Cheque.

AVALIAÇÃO: A avaliação será de forma constante ao decorrer da aula, tanto por meio da participação, discussão durante as tarefas propostas e como também na realização dos registros.