



Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica



Jéssica Luana da Silva Santos

Análise de escoamento sobre corpo rígido ancorado por mola torcional utilizando o método pseudoespectral de Fourier

Goiânia

2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC n° 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Jéssica Luana da Silva Santos

3. Título do trabalho

Análise de escoamento sobre corpo rígido ancorado por mola torcional utilizando o método pseudoespectral de Fourier

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Andreia Aoyagui Nascimento, Professora do Magistério Superior**, em 28/02/2024, às 14:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jéssica Luana Da Silva Santos, Discente**, em 14/03/2024, às 13:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4397964** e o código CRC **1B483019**.

Jéssica Luana da Silva Santos

**Análise de escoamento sobre corpo rígido ancorado
por mola torcional utilizando o método
pseudoespectral de Fourier**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestra em Engenharia Mecânica.
Área de Concentração: Ciências Mecânicas.
Orientadora: **Prof^a. Dr^a. Andreia Aoyagui Nascimento.**
Coorientador: **Prof. Dr. Adailton Silva Borges.**

Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Goiânia

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Santos, Jéssica Luana da Silva

Análise de escoamento sobre corpo rígido ancorado por mola
torcional utilizando o método pseudoespectral de Fourier [manuscrito]
/ Jéssica Luana da Silva Santos. - 2024.

85 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Andreia Aoyagui Nascimento; co
orientador Dr. Adailton Silva Borges.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa
de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Goiânia, 2024.

Bibliografia.

Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas,
algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Dinâmica dos Fluidos Computacional. 2. Método
pseudoespectral de Fourier. 3. Método da fronteira imersa. 4. Interação
Fluido-estrutura. I. Nascimento, Andreia Aoyagui, orient. II. Título.

CDU 621



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº **11/2024** da sessão de Defesa de Dissertação de **Jéssica Luana da Silva Santos**, que confere o título de Mestre em **Engenharia Mecânica**, na área de concentração em **Ciências Mecânicas**.

Ao vigésimo oitavo dia do mês de fevereiro de dois mil e vinte quatro, a partir das **08h30**, em sala virtual, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada "Análise de escoamento sobre corpo rígido ancorado por mola torcional utilizando o método pseudoespectral de Fourier" . Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Prof^ª. Dra. **Andreia Aoyagui Nascimento (UFG)**, com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Prof. Dr. **Gino Bertolucci Colherinhas (UFG)**, membro titular interno e Prof. Dr. **Carlos Antônio Ribeiro Duarte (UFCAT)**, membro titular externo. Esteve também presente o coorientador, Prof. Dr. **Adailton Silva Borges (UTFPR)**, membro titular externo; **cujas participações ocorreram através de videoconferência pelo link: <https://meet.google.com/rpb-nzhhb-sgz>**. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta, a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamado o resultado pela Prof^ª. Dra. **Andreia Aoyagui Nascimento**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao **vigésimo oitavo dia do mês de fevereiro de dois mil e vinte quatro**.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Andreia Aoyagui Nascimento, Professora do Magistério Superior**, em 16/07/2024, às 16:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gino Bertolucci Colherinhas, Professor do Magistério Superior**, em 16/07/2024, às 17:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Joao Paulo Da Silva Fonseca, Vice-Coordenador**, em 16/07/2024, às 17:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4675741** e o código CRC **6DEE3E60**.

Dedico este trabalho ao meu esposo Uender e à minha filha Lara.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, primeiramente, por trilhar meus caminhos, fortalecer minha fé, me dar discernimento e sabedoria para guiar minha vida.

Um agradecimento especial aos meus pais, Maria Judith e Antônio Carlos, aos meus irmãos, Lutiane e Luciano (*in memoriam*), e a meu cunhado, Emerson, pelo amor incondicional e apoio constante que foram a base da minha força e determinação. Ao meu esposo, Uender, cujas palavras de encorajamento e amor são a luz que ilumina meu caminho, e à minha filha, Lara, cujo sorriso é a fonte da minha alegria e motivação diária.

A minha orientadora, Prof^a. Dra. Andreia Nascimento e ao meu coorientador Prof. Dr. Adailton Borges, pelo apoio, orientação e paciência dedicados ao longo desta jornada. Suas valiosas contribuições foram essenciais para o meu crescimento acadêmico.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Goiás (PPGMEC-UFG) pelo suporte, infraestrutura e disponibilidade de recursos necessários para realização da minha pesquisa.

À Furnas Centrais Elétricas S.A. pela concessão da bolsa de estudos e pelo incentivo à minha pesquisa durante o mestrado, o que foi crucial para o desenvolvimento do presente trabalho.

RESUMO

A matriz energética brasileira, historicamente dependente de usinas hidrelétricas, tem se diversificado com um crescente investimento em fontes alternativas, como a energia eólica. Neste contexto, o presente trabalho visa contribuir com o estudo e análise de escoamentos sobre corpos rígidos, tendo como objetivo aplicar o método pseudoespectral de Fourier (MPEFO) acoplado a metodologia da fronteira imersa (MFI) para problemas que envolvem interação fluido-estrutura. A primeira parte do presente trabalho baseia-se no estudo das metodologias aplicadas, sendo MPEFO aplicado ao modelo do fluido e a fronteira imersa para representar a interação entre os domínios estrutural e fluido. Aborda-se também o modelo matemático de movimentação da estrutura, incluindo a adimensionalização da equação que modela o movimento rotacional. Inicialmente, realizou-se a implementação do código unidimensional utilizando o MPEFO, com uso do método de Runge-Kutta clássico e método de Euler para o avanço temporal e posteriormente, comparações com e sem a metodologia da fronteira imersa foram analisadas. Ainda foram propostas verificações no código já desenvolvido, IMERSPEC2D, com o problema de Taylor-Green, com e sem a fronteira imersa, em que constatou-se que a acurácia do método mesmo com a fronteira imersa não é comprometida na região próxima ao corpo. As simulações para verificação foram investigadas para problemas envolvendo um cilindro retangular estacionário, com diferentes parâmetros que interferem sobre a dinâmica do escoamento, quais sejam: número de Reynolds, distância entre as placas e espessura do cilindro para o problema do duto com ressalto e a razão de forma e o número de Reynolds para o cilindro retangular. Em todos estes casos, o escoamento foi tratado como se fosse estritamente bidimensional, nos quais são analisados o comportamento da esteira, utilizando o código com o uso do método de Runge-Kutta de quarta ordem otimizado tanto para o avanço temporal do fluido quanto para estrutura. Os resultados esperados foram compatíveis com a literatura e com os artigos de referência. Além disso, analisou o escoamento sobre o cilindro retangular com um grau de liberdade rotacional, os resultados obtidos permitiriam avaliar a precisão da metodologia e destacar alguns aspectos fenomenológicos relevantes relacionados com o comportamento dinâmico de corpos rígidos.

Palavras-chaves: Dinâmica dos Fluidos Computacional; Método pseudoespectral de Fourier; Método da fronteira imersa; Interação Fluido-estrutura.

ABSTRACT

The Brazilian energy matrix, historically dependent on hydroelectric plants, has been diversifying with increasing investment in alternative sources, such as wind energy. In this context, the present work aims to contribute to the study and analysis of flows over rigid bodies, with the objective of applying the Fourier Pseudospectral Method (FPM) coupled with the Immersed Boundary Method (IBM) to fluid-structure interaction problems. The first part of this work is based on the study of the applied methodologies, with FPM applied to the fluid model and the immersed boundary to represent the interaction between the structural and fluid domains. The mathematical model of the structure's movement is also addressed, including the nondimensionalization of the equation that models the rotational movement. Initially, the implementation of the one-dimensional code using FPM was carried out, with the use of the classic Runge-Kutta method and Euler method for temporal advancement, and later, comparisons with and without the immersed boundary methodology were analyzed. Verifications were also proposed in the already developed code, IMERSPEC2D, with the Taylor-Green problem, with and without the immersed boundary, in which it was found that the accuracy of the method even with the immersed boundary is not compromised in the region close to the body. Simulations for verification were investigated for problems involving a stationary rectangular cylinder, with different parameters that interfere with the dynamics of the flow, namely: Reynolds number, distance between plates, and thickness of the cylinder for the duct with a bump problem, and the aspect ratio and Reynolds number for the rectangular cylinder. In all these cases, the flow was treated as if it were strictly two-dimensional, in which the behavior of the wake is analyzed, using the code with the use of the optimized fourth-order Runge-Kutta method both for the temporal advancement of the fluid and for the structure. The expected results were compatible with the literature and with reference articles. In addition, the flow over the rectangular cylinder with one degree of rotational freedom was analyzed, and the obtained results would allow evaluating the precision of the methodology and highlighting some relevant phenomenological aspects related to the dynamic behavior of rigid bodies.

Keywords: Computational Fluid Dynamics; Pseudospectral Fourier method; Immersed boundary method; Fluid-structure interaction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Expansão da matriz elétrica brasileira.	1
Figura 1.2 – Componentes da turbina de eixo horizontal.	2
Figura 3.1 – Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da fronteira imersa	16
Figura 3.2 – Corpo rígido bidimensional.	20
Figura 3.3 – Fluxograma da solução do termo não linear	25
Figura 3.4 – Fluxograma - unidirecional	26
Figura 3.5 – Fluxograma - bidirecional	27
Figura 3.6 – Acoplamento entre as malhas do fluido e estrutural.	27
Figura 3.7 – Aplicação das forças exercidas pelo fluido a um ponto nodal estrutural, plano xy.	28
Figura 3.8 – Representação esquemática do retângulo e os eixos de referência utilizados.	28
Figura 3.9 – Fluxograma do acoplamento IMERSPEC e a interação fluido-estrutura.	32
Figura 3.10 – Solução analítica em diferentes tempos.	34
Figura 3.11 – Erro máximo absoluto	35
Figura 3.12 – (a) Condição inicial numérica e analítica; (b) Soluções numérica no tempo final para 2^n pontos de colocação e analítica	36
Figura 3.13 – Discretização dos domínios	37
Figura 3.14 – Comprimento do domínio euleriano	37
Figura 3.15 – Domínio total.	38
Figura 3.16 – Solução da equação de Burgers com condição de contorno não periódica	39
Figura 3.17 – Erro máximo no tempo final	39
Figura 3.18 – Campos de (a) velocidade na direção horizontal, (b) velocidade na direção vertical e (c) pressão para a solução de Taylor-Green, em $t=0$ [s] (condição inicial).	41
Figura 3.19 – Norma L2 utilizando o método pseudo-espectral de Fourier	42
Figura 3.20 – Campos de: (a) velocidade na direção horizontal; (b) velocidade na direção vertical e (c) pressão para a solução de Taylor-Green, em $t = 0$ s (condição inicial)	43
Figura 3.21 – Taxa de convergência com o uso do método da fronteira imersa - Variáveis eulerianas	44
Figura 3.22 – Taxa de convergência com o uso da metodologia da fronteira imersa - Variáveis lagrangianas	44
Figura 4.1 – Problema físico	47
Figura 4.2 – Diagrama de fluxo ao redor do ressalto.	48

Figura 4.3 – Diagrama de fluxo ao redor do ressalto.	49
Figura 4.4 – Visualização do fluxo $Re=200$	49
Figura 4.5 – Visualização do campo de velocidade horizontal, para $Re=200$	50
Figura 4.6 – Perfil velocidade para $Re=200$	50
Figura 4.7 – escoamento ao redor de um ressalto em função do Reynolds. a) $Re=200$, b) $Re=400$, d) $Re=800$	51
Figura 4.8 – Linhas de corrente em um duto de diâmetro de $8H$	52
Figura 4.9 – Linhas de corrente em um duto de diâmetro de $16H$	53
Figura 4.10–Perfil velocidade em diferentes pontos - $D = 8H$	54
Figura 4.11–Perfil velocidade em diferentes pontos - $D = 16H$	54
Figura 4.12–Visualização do escoamento em duto com ressalto de espessura de $0,25H$	55
Figura 4.13–Visualização do escoamento em duto com ressalto de espessura de $0,50H$	56
Figura 4.14–Visualização do escoamento em duto com ressalto de espessura de $1,0H$	56
Figura 4.15–Perfil velocidade - $e = 0,25H$; $0,50H$ e $1,0H$ no tempo de $t = 5,0s$	57
Figura 4.16–Problema físico	58
Figura 4.17–Coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l). Linha tracejada para a malha 256×128 , Linha contínua grossa para a malha 512×256 , Linha contínua para a malha 1024×512	60
Figura 4.18–Regimes de esteira de um cilindro retangular com $\phi=4$	61
Figura 4.19–Campo de vorticidade $-1(azul) \leq w \leq 1(vermelho)$ em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi = 4$ para $Re=150$:	62
Figura 4.20–Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular $\phi = 4$ no $t^* = 400$ (Parte 1):	63
Figura 4.20–Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi = 4$ no $t^* = 400$ (Parte 2):	64
Figura 4.21–Linhas de corrente em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi = 4$:	65
Figura 4.22–Curva de Strouhal de um cilindro retangular com $\phi=4$, utilizando 512×256 pontos de colocação.	66
Figura 4.23–Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi=1$:	67
Figura 4.24–Campo de vorticidade entre $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular (Parte 1):	68
Figura 4.24–Campo de vorticidade $-1 > w > 1$ em escoamento sobre cilindro retan- gular (Parte 2):	69
Figura 4.25–Curva de Strouhal de um cilindro retangular com $\phi=1-16$ ($Re=250$).	70
Figura 4.26–Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da fronteira imersa	71
Figura 4.27–Rotação livre: $Re = 250$, $U_r = 40$, $n_\theta = 400$, $\zeta_\theta = 0,25$	72
Figura 4.28–Deslocamento rotacional para retângulo com $\phi = 4$	73

Figura 4.29–Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular $\phi = 4$ não-estacionário para $Re=250$:	74
Figura 4.30–Coeficientes de arrasto, sustentação e momento.	75
Figura 4.31–Resposta de galope rotacional em função do tempo para um corpo retangular girando livremente em um escoamento transversal a $Re =$ 250 e $\zeta_\theta = 0$	76
Figura 4.32–Relação entre amortecimento e amplitude.	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Grupos adimensionais para o modelo bidimensional	21
Tabela 3.2 – Parâmetros da simulação para a equação de Burgers	35
Tabela 3.3 – Parâmetros da simulação para a equação de Burgers com fronteira imersa	38
Tabela 3.4 – Parâmetros da simulação para as equações de Taylor-Green	42
Tabela 4.1 – Parâmetros da simulação para o duto com ressalto	48
Tabela 4.2 – Parâmetros da simulação para a variação do diâmetro do duto	52
Tabela 4.3 – Parâmetros da simulação para a variação do comprimento do ressalto .	55
Tabela 4.4 – Parâmetros da simulação para o escoamento entre cilindro de seção retangular	58
Tabela 4.5 – Parâmetros da simulação para o escoamento entre cilindro de seção retangular	59
Tabela 4.6 – Número de Strouhal.	60
Tabela 4.7 – Parâmetros da simulação para o escoamento entre cilindro de seção retangular rotacionando	71
Tabela 4.8 – Parâmetros calculados do cilindro retangular para $Re=250$	72

LISTA DE SÍMBOLOS

Sobrescritos

- * variável temporária
- $\hat{}$ variável no espaço espectral de Fourier
- a variável analítica
- e variável do meio estrutural
- it iteração atual
- t variável no tempo atual

Letras Gregas

- ρ massa específica do fluido em $[kg/m^3]$
- Δs discretização do comprimento do domínio lagrangiano em $[m]$
- Δy discretização do comprimento do domínio na direção y em $[m]$
- δ vetor de deslocamentos
- \mathcal{F} função qualquer
- ν viscosidade cinemática do fluido em $[m^2/s]$
- ϕ razão de forma
- ε constante estipulada de baixo valor
- i número imaginário, $i = \sqrt{-1}$
- α_i parâmetros do polinômio
- Δt discretização do tempo em $[s]$
- Δx discretização do comprimento do domínio na direção x em $[m]$
- Γ domínio lagrangiano
- Ω domínio euleriano
- π plano de divergência nula, ou número real constante $\pi = \text{acos}^{-1}$
- θ rotação da seção transversal por flexão

Letras Latinas

\vec{k}	vetor número de onda em $[m^{-1}]$
\vec{U}	velocidade lagrangiana em $[m/s]$
\vec{u}	velocidade euleriana em $[m/s]$
\vec{X}	vetor posição de um ponto lagrangiano $[m]$
\vec{x}	vetor posição de um ponto euleriano $[m]$
A	área de seção transversal em $[m^2]$
B	Base do cilindro retangular
c	velocidade de advecção em $[m/s]$
C^*	matriz de amortecimento
c_θ	constante de amortecimento rotacional em $[Nms]$
D	Comprimento característico/Altura do cilindro
E	módulo de elasticidade transversal do material $[N/m^2]$
F	campo de força lagrangiano em $[N/m^3]$
f	campo de força euleriano em $[N/m^3]$
h	espaçamento entre dois pontos de colocação eulerianos
I_θ	momento de inércia rotacional em $[kgm^2]$
K^*	matriz de rigidez elástica
k_θ	constante de rigidez rotacional em $[Nm]$
L	comprimento do domínio em $[m]$
L_2	norma de erro
L_∞	erro máximo
m	massa
M	momento fletor
M^*	matriz de massa
N_{it}	número de iterações

N_x	número de pontos de colocação na direção x
N_y	número de pontos de colocação na direção y
P	campo de pressão lagrangiano em $[N/m^2]$
p	campo de pressão euleriano em $[N/m^2]$
$p(x)$	taxa de carregamento transversal distribuído na barra em $[N/m^2]$
Re	número de Reynolds
t	tempo em $[s]$
U_∞	velocidade máxima em $[m/s]$
W_c	função cúbica utilizada nos processos de distribuição e interpolação

Operadores

*	convolução
\int	integral
max	máximo valor
min	mínimo valor
∂	derivada parcial
\wp	projeção
Σ	somatória

Siglas

ANEEL Agência Nacional de Energia Elétrica

CFL Número de Courrant

DFT *Direct Fourier Transform*, transformada discreta de Fourier

EDP Equação diferencial parcial

FFT *Fast Fourier Transform*, transformada rápida de Fourier

IMERSPEC Metodologia da Fronteira Imersa acoplada com a metodologia pseudoespectral

MFI Método da Fronteira Imersa

MPEFO Método Pseudoespectral de Fourier

RHS termo não linear das equações de Navier-Stokes

St número de Strouhal

Z_b zona de amortecimento

Z_f zona de forçagem

Subscritos

∞ infinito

i índice da notação tensorial

r índice da notação tensorial

s índice da notação tensorial

w índice da notação tensorial

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivo	4
1.2	Organização da Dissertação	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	Análise do escoamento em torno de cilindros fixos	7
2.2	Estudos sobre escoamento em torno de cilindros livres	8
2.3	Acoplamento entre os domínios fluido e estrutural	11
3	METODOLOGIA	15
3.1	Modelo Matemático	15
3.1.1	Modelagem para o fluido	15
3.1.2	Método da Fronteira Imersa	15
3.1.3	Modelagem Estrutural	20
3.2	Modelo Numérico	22
3.2.1	Método pseudoespectral de Fourier	22
3.2.2	Transformação das equações de Navier-Stokes para o espaço espectral	23
3.3	Acoplamento Fluido-Estrutura	26
3.3.1	Acoplamento parcial explícito - unidirecional	26
3.3.2	Acoplamento parcial iterativo - bidirecional	26
3.3.3	Compatibilização entre as diferentes malhas - domínio fluido e domínio estrutural	27
3.3.3.1	Transferência das forças aplicadas da malha lagrangiana para o ponto nodal	29
3.3.3.2	Transferência de dados do ponto nodal da estrutura para a malha lagrangiana	30
3.4	Verificação numérica	32
3.4.1	Solução unidimensional	33
3.4.2	Solução unidimensional com o método da fronteira imersa	37
3.4.3	Solução bidimensional	40
3.4.4	Solução bidimensional com acoplamento do método fronteira imersa	42
4	RESULTADOS	47
4.1	Estudo de Caso 1: Escoamento sobre duto com ressalto	47

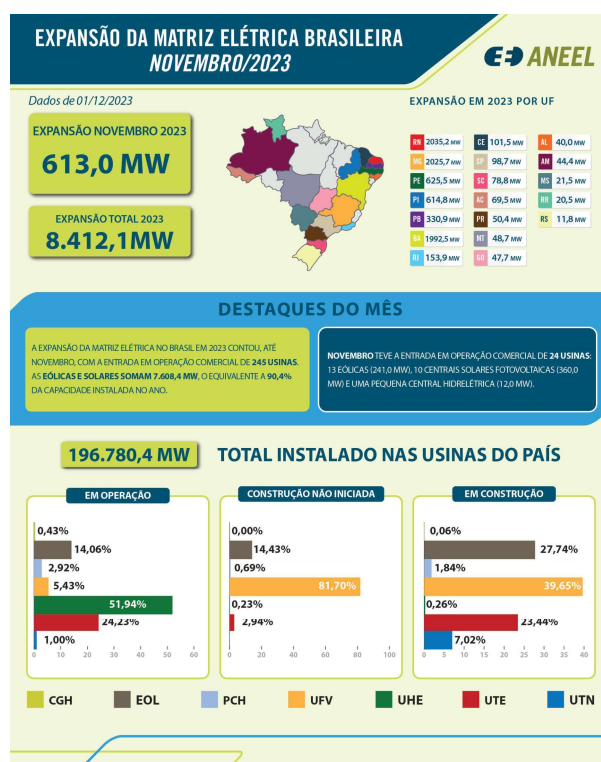
4.1.1	Estudo da influência do número de Reynolds	51
4.1.2	Influências dos parâmetros sobre distância entre placas e espessura do corpo imerso.	52
4.2	Estudo de Caso 2: Escoamento sobre cilindro de base retangular	57
4.2.1	Refinamento do número de pontos eulerianos	59
4.2.2	Variação do número de Reynolds	60
4.2.3	Variação da razão de forma (ϕ)	66
4.3	Estudo de Caso 3: Escoamento ao redor do cilindro ancorado por mola e amortecedor	70
4.3.1	Variação da razão de amortecimento	75
5	CONCLUSÃO	79
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

O uso das fontes renováveis para obtenção de energia vem crescendo de forma exponencial ao redor do mundo há anos e, dentre elas, destaca-se a eólica. Uma alternativa renovável e sustentável, do ponto de vista ambiental, com baixa emissão de gases prejudiciais ao planeta, se comparada a combustíveis fósseis.

No Brasil, a matriz energética é basicamente proveniente das usinas hidrelétricas. As usinas eólicas constituíram em novembro de 2023, 27,7 *gigawatts* (GW) de potência instalada, correspondendo a 14,06% da matriz energética brasileira. Contudo, essa realidade tende a mudar, há investimentos para o desenvolvimento desse campo e capacidade de geração, como pode-se observar na Fig. 1.1 e nos dados apresentados pelo Plano Nacional de Energia 2050 (BRASIL. Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética, 2020).

Figura 1.1 – Expansão da matriz elétrica brasileira.



Fonte: ANEEL (2024).

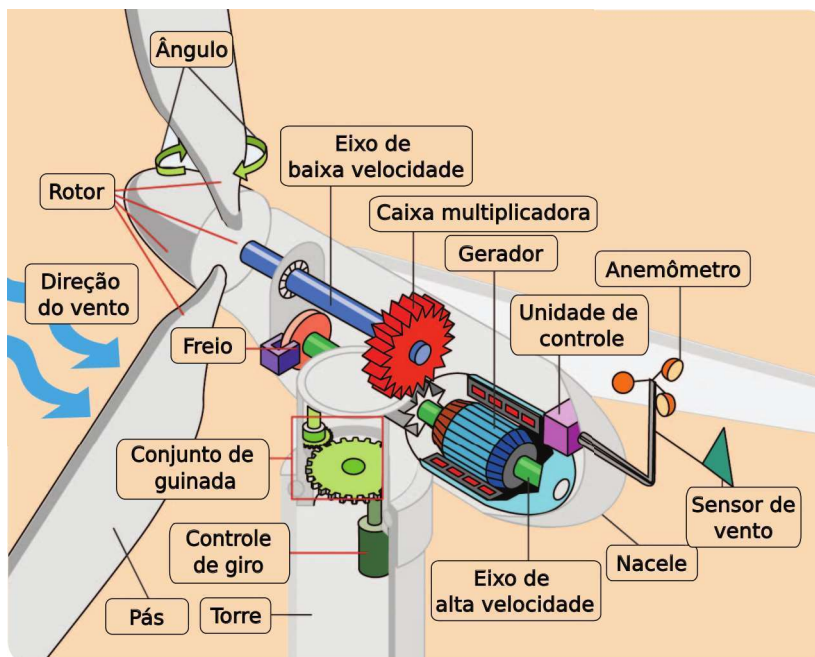
A energia eólica é uma opção aos sistemas de geração de energia elétrica convencionais. Tem-se mostrado viável tanto financeira como sustentavelmente, além de ser um campo bastante inovador. Sua expansão no território brasileiro tem sido atribuída ao potencial do recurso eólico, custos de geração competitivos e benefícios técnicos de menores custos de instalação (AZEVEDO et al., 2021).

Essas características favoreceram uma forte redução dos preços da energia eólica a partir dos leilões, começando em $R\$ 242/MWh$ no Leilão de Energia de Reserva de 2009, e chegando a $R\$ 68/MWh$ no Leilão de Energia Nova A-4/2018 (BRASIL. Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética, 2018) e $R\$ 179,30/MWh$ no Leilão de Energia Nova A-4/2022.

A energia eólica é obtida através do aproveitamento do vento, que é o movimento das massas de ar. Para transformar essa energia em elétrica são usados aerogeradores. Com base na orientação do rotor, as turbinas podem ser classificadas como eixo horizontal (TEEH), eixo vertical (TEEV) ou ainda eixo inclinado; na velocidade do vento ou do número de Reynolds em que operam, são classificadas como de baixa velocidade ($Re < 10^3$), velocidade média ($10^3 < Re < 10^5$) ou alta velocidade ($Re > 10^5$). Levando em conta o local de instalação, as turbinas podem ser classificadas como turbinas *offshore* e turbinas *onshore*.

As turbinas de eixo horizontal são as mais utilizadas no mercado por sua eficiência, contudo possuem o custo mais alto comparado às de eixo vertical. Estudos sobre localização da torre e números de Reynolds são importantes, pois são fatores de grande impacto na análise de viabilidade financeira das turbinas. Além disso, há interesse mundial em estudos de turbinas *offshore* (SADORSKY, 2021) por causa do melhor aproveitamento das velocidades maiores do escoamento do vento.

Figura 1.2 – Componentes da turbina de eixo horizontal.



Fonte: Adaptado de Pao e Johnson (2011)

A Fig. 1.2 mostra os principais componentes de um aerogerador de eixo horizontal. As pás captam o vento, convertendo sua potência ao centro do rotor; o rotor, por sua

vez, elemento de fixação das pás, transmite o movimento de rotação para o eixo de baixa velocidade; a partir disso, a caixa multiplicadora transforma as rotações que as pás transmitiram ao eixo de baixa velocidade, de modo que entregue ao eixo de alta velocidade as rotações que o gerador precisa para funcionar, o gerador converte a energia mecânica do eixo em energia elétrica.

Todo o processo de transformação de energia ocorre dentro da nacelle, compartimento instalado no alto da torre, composto por caixa multiplicadora, gerador, chassis, sistema de guinada, sistema de controle eletrônico e sistema hidráulico. O anemômetro e o sensor de vento são os instrumentos que analisam a velocidade e direção do vento, as informações coletadas são transmitidas ao sistema de guinada, o qual direcionará o rotor para a direção de melhor incidência de ventos.

O aumento na demanda por energia renovável levou a produção das turbinas eólicas a tamanhos impressionantemente grandes. Esta é uma consequência direta do fato de que a energia captada por uma turbina é proporcional à área varrida do rotor (LOENBAEK et al., 2020). Turbinas de diâmetro maior também se beneficiam de velocidades médias mais altas do vento, além do fato que quanto mais alta a torre, menor será a influência do solo no gradiente do vento, já que velocidade do vento decresce à medida que se aproxima da superfície da terra devido à rugosidade do solo.

O tamanho das turbinas eólicas comerciais aumentou consideravelmente de dispositivos de 50 kW com diâmetros de rotor de 10 a 15 m, típicos da década de 1980, para instalações muito grandes capazes de gerar até 8 a 10 MW de energia, até a data de publicação do presente trabalho e podem ter turbinas com dimensão de rotor superiores a 160 m, como por exemplo, as instaladas no Complexo Eólico de Santa Vitória do Palmar, no Rio Grande do Sul.

O peso próprio da torre e o peso da nacelle e do rotor são considerados as principais cargas estáticas da estrutura. As forças externas dinâmicas são muito importantes, pois estimulam a vibração de todo o sistema (MALLIOTAKIS; ALEVRAS; BANIOPOULOS, 2021). As cargas dinâmicas comuns em torre são as vibrações das pás giratórias no topo da torre, a pressão do vento e, mais raramente, terremotos. No caso de offshore, a torre também estará sujeita a cargas de ondas e correntes oceânicas.

Deste modo, a modelagem de interação fluido-estrutura (IFE) é imprescindível para o avanço das tecnologias de turbinas eólicas. À medida que a energia eólica continua a se desenvolver globalmente, é importante entender e prever com segurança a resposta estrutural da torre devido a cargas externas.

Nesse contexto, a aplicação de métodos numéricos oferece uma abordagem poderosa para investigar e otimizar o comportamento desses corpos em movimento, permitindo uma análise detalhada e uma melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos, assim como

na busca por maior eficiência e segurança nas estruturas em que estão presentes.

Este estudo concentra-se na análise do escoamento do fluido ao redor de um corpo rígido ancorado com mola torcional, um elemento vital para entender a dinâmica do sistema em um contexto fluidodinâmico. Esta análise permite um entendimento mais profundo do impacto das forças fluidodinâmicas na estabilidade e na dinâmica do sistema, aspectos fundamentais para garantir a funcionalidade e a segurança em aplicações práticas, como nas turbinas eólicas.

1.1 Objetivo

O objetivo principal da dissertação é desenvolver uma subrotina de interação fluido-estrutura para representar o fenômeno físico da mola torsional no método pseudoespectral de Fourier acoplado ao método fronteira imersa, IMERSPEC.

Os objetivos secundários da dissertação consistem em:

- compreender o problema de interação fluido-estrutura;
- compreender o padrão da esteira de estruturas turbilhonares formado com o escoamento sobre um corpo retangular;
- desenvolver, implementar e validar subrotinas numéricas que resolvam problemas de interação fluido-estrutura (IFE).

1.2 Organização da Dissertação

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

O Capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura, enfatizando uma coletânea de soluções para as principais questões citadas na seção 1.1, listando uma sequência de trabalhos que abordam interação fluido-estrutura, métodos numéricos e rotação de corpos rígidos.

O Capítulo 3 apresenta a explicação do problema físico que é modelado e explicado de forma mais detalhada contemplando desde equacionamento às discretizações realizadas. Também são apresentados os métodos pseudoespectral de Fourier, método da fronteira imersa e o acoplamento fluido-estrutural. Além do processo de adimensionalização das equações de movimento rotacional da estrutura.

No Capítulo 4 estão presentes estudos de verificação das metodologias espectral utilizando as técnicas das soluções manufaturadas com e sem fronteira imersa. Ainda neste capítulo são mostrados resultados utilizando o problema de escoamento sobre duto com ressalto e o escoamento sobre cilindro retangular. Além disso, são apresentados

resultados envolvendo estudos de caso de um modelo simplificado que consiga representar bidimensionalmente o problema físico do escoamento ao redor do cilindro ancorado por mola e amortecedor.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na engenharia, existem três métodos para se resolver problemas que envolvam a mecânica dos fluidos, são eles: os métodos experimentais, métodos analíticos e métodos numéricos.

Os métodos experimentais retratam o fenômeno físico com a configuração real, contudo demandam alto custo de implementação. Por outro lado, segundo Maliska (2004), os métodos analíticos e os numéricos formam a classe dos métodos teóricos, pois ambos objetivam determinar as soluções das equações diferenciais. Entretanto, nem sempre os métodos analíticos são capazes de resolver problemas complexos e condições de contorno mais complicadas. Já os métodos numéricos praticamente não apresentam restrições, sendo possível resolver condições de contorno até impossíveis do ponto de vista físico.

Para tanto, a fim de manter a estabilidade das soluções e aumentar a confiabilidade dos métodos numéricos, diversas metodologias de discretização foram desenvolvidas, como o método dos elementos finitos (ERHUNMWUN; IKPONMWOSA, 2017), método dos volumes finitos (CARDIFF; DEMIRDŽIĆ, 2021), método das diferenças finitas (ROBERTSSON; BLANCH, 2020) e os métodos espectrais (VIRIEUX; CALANDRA; PLESSIX, 2011).

Dentre os estudos da mecânica dos fluidos, a investigação do escoamento sobre corpos rígidos, especialmente em torno de cilindros retangulares, é ainda bastante relevante. Historicamente, a maioria das pesquisas nesta área tem se concentrado no escoamento ao redor de cilindros com seção transversal circular, enquanto cilindros com outras formas de geratriz são relativamente pouco explorados.

Nas próximas seções exploraremos as pesquisas dedicadas à análise de escoamento sobre cilindros retangulares, incluindo a interação fluido-estrutura e o acoplamento entre o meio fluido e estrutural, visando uma compreensão mais abrangente desses fenômenos.

2.1 Análise do escoamento em torno de cilindros fixos

A análise de Bearman e Trueman (1972) sobre o escoamento em cilindros retangulares, realizada em um túnel de vento com números de Reynolds entre 2×10^4 e 7×10^4 , destacou um aumento significativo no coeficiente de arrasto quando a profundidade da seção ultrapassa metade da largura. A presença dos cantos da borda de fuga também foi identificada como uma influência importante no fluxo ao redor dos cilindros.

Por sua vez, Okajima (1982) conduziu investigações experimentais e numéricas para determinar o comportamento do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds

para diversos cilindros retangulares. Além disso, examinaram a distribuição de velocidade e o padrão de escoamento em torno desses cilindros, utilizando tanto túnel aerodinâmico quanto canal de água.

Estudos subsequentes realizados por Okajima (1990) e Nakamura et al. (1996) focaram em diferentes aspectos da dinâmica do escoamento ao redor de cilindros retangulares, incluindo forças de sustentação, arrasto e o número de Strouhal em relação a várias razões de forma e números de Reynolds. Okajima (1990) explorou a faixa de Reynolds de 150 a 800, utilizando tanto experimentos em túnel de vento quanto simulações numéricas para destacar as transições no escoamento. Já Nakamura et al. (1996) estendeu a análise para números de Reynolds de 200 a 1000, proporcionando insights sobre o desprendimento de vórtices em cilindros alongados.

Em outro estudo, Lindquist (2000) realizou uma investigação experimental do escoamento em torno de cilindros retangulares com razão de forma variando entre 1 e 16 para números de Reynolds inferiores a 10^3 . Seu estudo identificou instabilidades sobre as superfícies alongadas dos cilindros, obtendo resultados consistentes com a literatura existente.

Finalmente, Dehkordi, Fallah e Niazmand (2014) concentrou-se na instabilidade do escoamento em uma gama mais ampla de razões de forma e Reynolds, revelando como esses fatores afetam a transição para regimes de fluxo periódicos e instáveis. Apesar de abordagens distintas, esses estudos compartilham conclusões complementares sobre a complexidade dos escoamentos ao redor de cilindros retangulares, evidenciando a influência crítica da geometria e do número de Reynolds nas características do escoamento.

2.2 Estudos sobre escoamento em torno de cilindros livres

Li, Sherwin e Bearman (2002) desenvolveram uma formulação matemática e numérica para problemas de interação fluido-estrutura. A abordagem utiliza método espectral de alta ordem para modelar um corpo rígido. Essa formulação é validada com simulações de escoamento ao redor de cilindros circulares a diferentes números de Reynolds (100 a 400), observando-se movimentos livres e forçados. Além disso, a aplicação da formulação a um corpo retangular em $Re = 250$ revelou galope torsional em movimentos forçados e livres.

Em uma investigação posterior aos trabalhos de Li, Sherwin e Bearman (2002), Robertson et al. (2003) exploraram as vibrações induzidas por instabilidades, galope tanto rotacionais quanto translacionais, em cilindros retangulares decorrentes da interação fluido-estrutura. Neste estudo, os autores empregaram o método espectral de alta ordem para modelar uma estrutura com geometria retangular e razão de forma (ϕ) variando de 1 a 5, em um escoamento com número de Reynolds (Re) igual a 250, encontrando resultados

que concordaram qualitativamente com teorias quase-estáticas e dados experimentais anteriores. Este estudo contribuiu para a compreensão de como diferentes proporções de cilindros retangulares respondem a fluxos de baixo número de Reynolds, seja em movimento vertical ou rotacional.

Dettmer e Perić (2006) abordaram a modelagem da interação de fluido-estrutura, empregando o método dos elementos finitos de baixa ordem para modelar velocidade e pressão e a descrição Lagrangiana-Euleriana arbitrária (ALE) foi usada para contabilizar a deformação do domínio fluido através do deslocamento do corpo rígido. O movimento do corpo rígido, influenciado pelo escoamento, é ancorado por uma mola com amortecedor. A pesquisa demonstrou que esta abordagem, que inclui a solução de um conjunto complexo de equações não lineares, é eficaz e robusta, sendo capaz de capturar fenômenos como vibrações induzidas por vórtices e galope.

O trabalho de Yang e Stern (2012) abordou o método de diferenças finitas centrais acoplado a metodologia da fronteira imersa direct-forcing para problemas envolvendo interação fluido-estrutura. Investigaram casos envolvendo vibrações induzidas por vórtice de um cilindro circular, galope transversal e rotacional de corpos retangulares, e flutuação e tombamento de placas retangulares. Concluíram que o método proposto é capaz de capturar as instabilidades geradas e corroboram outros trabalhos numéricos e experimentais.

Yang et al. (2015) analisaram o escoamento sobre uma turbina isolada e um conjunto de turbinas eólicas alinhadas. O autor empregou o método das diferenças finitas centradas de segunda ordem para resolver as equações governantes do fluido e a abordagem de malhas não estruturadas. Concluíram que a turbulência gerada na esteira da turbina pode permanecer significativa para vários diâmetros a jusante do rotor.

No estudo de Yang e Stern (2015), foi introduzido um método de força direta não iterativo de fronteira imersa para simulações fortemente acopladas de interações fluido-sólido, aprimorando a estrutura de fronteira imersa anterior de Yang e Stern (2012). O método foi validado com estudos de casos, incluindo vibração induzida por vórtice de um cilindro circular e o galope rotacional de um corpo retangular, mostrando excelente concordância com dados de referência e verificando a precisão de segunda ordem do algoritmo.

Ryu e Iaccarino (2017) investigaram a dinâmica de um cilindro quadrado rígido livre com um grau de liberdade sob condições de vento forte, analisando seis regimes rotacionais distintos em função do número de Reynolds (Re). Observa-se que, para números de Reynolds abaixo de 50, as forças atuantes no cilindro são simétricas, mantendo-o em repouso. À medida que Re aumenta ($50 \leq Re \leq 70$), o cilindro começa a oscilar devido ao desprendimento de vórtices, com as oscilações sendo impulsionadas pela dessincronização entre o momento e o ângulo de rotação. Este comportamento resulta na formação da esteira de von Kármán à justante do cilindro. O estudo destacou que as rotações induzidas

por vórtices são complexas e dependentes da interação entre as forças aerodinâmicas e as características estruturais do cilindro, demonstrando a necessidade de uma análise detalhada para entender completamente esses fenômenos em baixos números de Reynolds.

Degroote et al. (2018) usaram o método dos elementos finitos para análise de vibrações em estruturas complexas, apresentando o problema de escoamento sobre cilindros flexíveis confinados, tendo como objetivo demonstrar a viabilidade de analisar e prever vibração induzida. Nesse trabalho empregaram o método dos elementos finitos acoplado com a solução da estrutura, a qual foi modelada utilizando o método Lagrangiano-Euleriano (ALE), com avanço temporal de Hilber-Hughes-Taylor.

Em seu trabalho, Kolahdouz et al. (2021) introduziram uma abordagem numérica para a interação fluido-estrutura, denominada método Lagrangiano-Euleriano Imerso (ILE). Esta abordagem foi aplicada a problemas padrão de interação fluido-estrutura com corpos rígidos, como escoamento sobre cilindro ancorado por mola com um e dois graus de liberdade, escoamento sobre cilindro retangular ancorado por mola torcional e dinâmica de uma esfera de aço caindo livremente em água, entre outros. Obtiveram ótimos resultados nas simulações realizadas em comparação com trabalhos anteriores.

Zhu et al. (2022) descreveram por meio de investigação numérica o efeito da torre e da nacele na esteira próxima de um modelo de turbina de eixo horizontal, utilizando o método de Decomposição em Modo Dinâmico (DMD). Conforme investigado, concluíram que a maior vorticidade ocorre atrás da nacele e da torre e que estes têm um grande efeito nos parâmetros de fluxo na esteira próxima e no desempenho da turbina. Analisando os modos energia de DMD, constatou-se que os vórtices criados por conta da torre compensa a força dos vórtices de ponta diretamente, portanto, segundo os autores, não devem ser negligenciados ao considerar o escoamento próximo ao aerogerador.

Observa-se, baseado nos artigos apresentados, que a maioria dos autores utilizaram o método de elementos finitos para a modelagem estrutural. Já nos artigos que tiveram enfoque no meio fluido, os autores utilizaram modelos de dinâmica dos fluidos computacionais (CFD) para simulações em grandes escalas e a estrutura, ou foi considerada rígida ou foram simuladas parcialmente, como a restrição de simulações ao redor de uma pá.

No presente trabalho, é utilizado o método Pseudoespectral de Fourier acoplado ao método da fronteira imersa para modelagem de estruturas rígidas, (IMERSPEC2D). O código IMERSPEC2D, utilizado no presente trabalho, encontra-se previamente desenvolvido, entretanto, este precisa de adaptações para seja capaz de interagir com estruturas rotacionais.

Inicialmente, a abordagem da metodologia da fronteira imersa foi proposta por Peskin (1972) para simular o escoamento de um fluido viscoso incompressível em válvulas cardíacas, na qual a geometria imersa descrita representa a válvula e simultaneamente,

exerce forças sobre fluido que a move. O método proposto resolve as equações de Navier-Stokes utilizando um domínio regular e a geometria inserida (válvula cardíaca) como uma condição de contorno, a partir do uso da metodologia da fronteira imersa de primeira ordem.

Posteriormente, Peskin (1977) aperfeiçoou o método simulando o fluxo sanguíneo nas válvulas mitrais do coração e a parede muscular do coração. Nesse trabalho, o autor representou a forma numérica melhorada da função Delta de Dirac, o que acarretou uma suavização nos resultados e maior acurácia na simulação, chegando a segunda ordem.

Houveram algumas melhorias na metodologia a fim de aumentar a acurácia, na forma de discretização ou na forma de distribuição, como nos trabalhos Uhlmann (2005), Su, Lai e Lin (2007), Wang, Fan e Luo (2008).

Mariano (2011), em sua tese, aplicou o método pseudoespectral de Fourier acoplado ao método da fronteira imersa (IMERSPEC) a problemas de interação fluido-estrutura. Nascimento (2016) desenvolveu o modelo matemático e numérico para o movimento translacional de corpos rígidos. Posteriormente, Faria (2018) focou na simulação de corpos esbeltos e em movimento, especificamente no movimento de rotação. Nos estudos mencionados, foram investigados os valores médios dos coeficientes de sustentação e arrasto, além dos campos de vorticidade, pressão e velocidade para os problemas abordados, destacando a eficácia da metodologia IMERSPEC em analisar problemas de interação fluido-estrutura.

2.3 Acoplamento entre os domínios fluido e estrutural

Segundo Benra et al. (2011), a interação fluido-estrutura é um fenômeno multifísico que ocorre em um sistema onde o escoamento do fluido provoca a deformação de um corpo sólido que, por sua vez, muda a posição do fluido. Este tipo de interação ocorre em muitos fenômenos físicos. Considera-se duas abordagens muito importantes, monolítica e particionada na interação fluido-estrutura.

Na abordagem monolítica, a análise da estrutura e do fluido é formulada como um sistema único. O sistema de equações algébricas é o resultado da discretização da equação prevalecente resolvida como um todo. A interação entre o fluido e estrutura na interface é processada de forma síncrona, o que acarreta maior estabilidade da solução. Tal abordagem é considerada mais robusta que a particionada, entretanto, é mais onerosa computacionalmente.

Apesar da abordagem monolítica apresentar ótimos resultados, a discretização conjunta desses dois sistemas de equações resulta em sistemas lineares com números extremamente alto de equações e de alto nível de esparsidade, cujo tratamento nem sempre é fácil (BORGES, 2010).

Schott, Ager e Wall (2019) propuseram uma formulação das equações de Navier-Stokes em termos dos campos de deslocamento, velocidade e aceleração. O método utiliza um sistema único para os dois meios, enquanto a estrutura se move e se deforma, a malha da camada limite segue a deformação da superfície estrutural e o fluxo próximo à superfície é capturado adequadamente. Embora algoritmicamente muito mais exigente, uma aproximação iterativa implícita total dos deslocamentos da malha é preferida pelos autores.

Na forma particionada, ambos processos são analisados de forma separada. As propriedades do fluido não mudam enquanto a análise estrutural é realizada. As equações que governam o fluxo e o deslocamento da estrutura são resolvidas alternadamente no mesmo tempo. A solução de fluido é prescrita como uma condição limite para a estrutura e vice-versa, e a iteração continua até que o critério de convergência seja satisfeito. Na interface (limite entre fluido e sólido), a troca de informações ocorre de acordo com o tipo de técnica de acoplamento aplicada.

Benra et al. (2011) analisaram as soluções para simulações IFE particionadas, divididos em unidirecional e bidirecional, utilizando o software Ansys CFD para resolver o fluido e Ansys Mechanical para a solução estrutural. Concluíram que o acoplamento bidirecional é mais preciso, especialmente para deflexões maiores, onde o campo de fluido é fortemente influenciado pela deformação estrutural. O método de acoplamento unidirecional não garante a conservação de energia na interface, diferentemente do bidirecional. A vantagem do acoplamento unidirecional é o tempo computacional significativamente menor, a deformação da malha do fluido não precisará ser calculada, o que fornece uma malha de qualidade constante.

Nguyen e Gatzhammer (2015) propuseram o acoplamento particionado para simulação de interação fluido-estrutura de escoamentos compressíveis de alta velocidade e estruturas deformáveis. Para a troca de dados nas interfaces de acoplamento, neste artigo, o carregamento de pressão de fluidos foi transferido para sólidos como forças externas do corpo e o deslocamento de contornos sólidos foi transferido de volta para fluido como movimento de malha de contorno. Os resultados das simulações foram comparados com dados experimentais e com alguns trabalhos anteriores para mostrar a eficácia e precisão do método proposto para este tipo de aplicações.

Guma et al. (2021) analisaram a resposta aeroelástica de turbinas eólicas sob condições de turbulência. Utilizaram nesse artigo a discretização do modelo estrutural pelo código Simpack, no qual a torre e o rotor são modelados como uma viga de Euler-Bernoulli e as pás como viga de Timoshenko. Para a modelagem do fluido, os autores utilizaram o código FLOWer. O acoplamento foi realizado de forma unidirecional, na qual as deformações e cargas são trocadas apenas uma vez por passo físico de tempo.

Cheng et al. (2022) desenvolveram um algoritmo para lidar com os efeitos de

esteira de estruturas finas, flexíveis e altamente permeáveis com geometrias complexas. Nesse artigo, o fluido e a estrutura são discretizados separadamente, utilizando o software OpenFoam para a discretização do modelo fluidodinâmico e para a modelagem estrutural foi utilizada o software Code-Aster. O algoritmo de acoplamento adotado é o bidirecional, o qual pôde prever as respostas estruturais de redes flexíveis e o campo de fluxo circundante com alta precisão. Além disso, o novo algoritmo de acoplamento emprega o procedimento de passo de tempo para a transferência de dados entre os solucionadores fluido e estrutural e cumpre a lei da conservação do momento. Essas duas características garantem que o acoplamento possa alcançar resultados confiáveis tanto em condições estáveis quanto instáveis.

Della Posta, Leonardi e Bernardini (2022) propuseram um método de acoplamento bidirecional para estudar a aeroelasticidade em grande aerogeradores. Inicialmente, executaram simulações com acoplamento unidirecional, onde apenas a solução fluidodinâmica fornece os valores de carga aerodinâmica para dados para a solução estrutural; posteriormente, simularam utilizando o acoplamento bidirecional, no qual transferiram as velocidades e deslocamentos para o fluido. Concluíram que as simulações acopladas unidirecionais tendem a superestimar a produção de energia e as oscilações estruturais. Além disso, perceberam que a presença da torre é fundamental para prever corretamente a interação fluido-estrutura.

Baseado nos artigos apresentados percebe-se que o método de acoplamento de forma particionada é coerente em seus resultados, sendo assim, a metodologia de acoplamento utilizada nesse trabalho será do tipo particionada e ainda ressalta-se que a qualidade da solução obtida reside no algoritmo empregado na transferência das informações entre um domínio e outro.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo é apresentada a formulação geral do movimento da estrutura, uma abordagem das noções básicas das transformadas de Fourier, bem como as principais propriedades da transformada de Fourier Discreta, do Método Pseudoespectral de Fourier, Fronteira Imersa.

3.1 Modelo Matemático

3.1.1 Modelagem para o fluido

O presente trabalho modela o fluido como um meio contínuo utilizando de duas equações: a equação de Navier-Stokes com termo fonte, dada pela Eq. 3.1 e a equação da continuidade, Eq. 3.2, válidas no domínio euleriano (Ω) e para $t \geq 0$, na qual t representa o tempo, aplicadas para fluidos newtonianos, escoamentos incompressíveis, sem transferência de calor e com propriedades físicas constantes:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (3.2)$$

em que $p = \frac{p^*}{\rho} + gz$; p^* é a pressão estática em $[N/m^2]$; z é a cota vertical alinhada com o vetor gravidade na direção vertical e sentido positivo para cima; u_i é a componente da velocidade em $[m/s]$ na direção $i = 1, 2$ para os problemas bidimensionais e $i = 1, 2, 3$ para os problemas tridimensionais; $f_i = \frac{f_i^*}{\rho}$; f_i^* é o termo fonte de força em $[N/m^3]$; ρ é a massa específica em $[kg/m^3]$; ν é a viscosidade cinemática em $[m^2/s]$.

3.1.2 Método da Fronteira Imersa

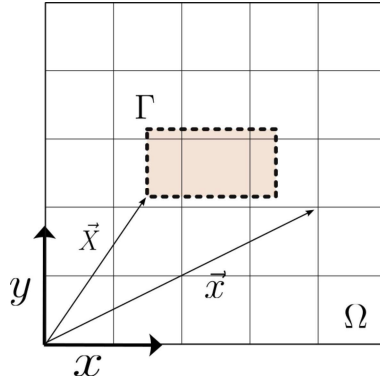
O método da fronteira imersa utiliza dois domínios de cálculo, euleriano e lagrangiano, Fig. 3.1, no qual o domínio euleriano representa as equações governantes do fluido e o lagrangiano representa a condição de contorno e/ou corpo imerso, sendo possível representar geometrias complexas e que se movem devido à independência das malhas.

Na Eq. 3.1 aparece o termo fonte f_i , o qual é responsável por representar no escoamento a presença do sólido imerso no domínio euleriano (Ω). Matematicamente, ele é representado pela Eq. 3.3:

$$f_i(\vec{x}, t) = \begin{cases} F_i(\vec{X}, t) & \text{se } \vec{x} = \vec{X} \\ 0 & \text{se } \vec{x} \neq \vec{X} \end{cases}, \quad (3.3)$$

onde $F_i(\vec{X}, t)$ é a força lagrangiana definida no domínio Γ , \vec{x} é a posição de uma partícula no fluido e \vec{X} é a posição de um ponto sobre a interface sólida, como mostrado na Fig. 3.1.

Figura 3.1 – Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da fronteira imersa



Fonte: Elaborado pela autora

Esta definição leva a um campo $f_i(\vec{x}, t)$ descontínuo, o qual pode ser resolvido numericamente apenas quando houver coincidência dos pontos que compõem a interface com algum dos pontos que compõem o domínio do fluido. Caso não haja coincidência entre as malhas euleriana e lagrangiana ou que a malha lagrangiana movimenta, deve-se distribuir a função $F_i(\vec{X}, t)$ sobre a sua vizinhança através de uma função de distribuição de força, $D_h(\vec{x} - \vec{X})$, transcrita aqui pelas Eq. 3.4 e Eq. 3.5:

$$f_i(\vec{x}) = \sum_{\Gamma} D_h(\vec{x} - \vec{X}) F_i(\vec{X}) \Delta s^2, \quad (3.4)$$

$$D_h(\vec{x} - \vec{X}) = \frac{1}{h^2} W_c(r_x) W_c(r_y), \quad (3.5)$$

onde $r_x = \frac{x-X}{h}$ e $r_y = \frac{y-Y}{h}$, sendo h o espaçamento entre os nós de colocação do domínio euleriano, quando esse é discretizado, Δs é o espaçamento entre os nós discretizados do domínio lagrangiano, e W_c é a função cúbica, dada pela Eq. 3.6, proposta por Tornberg e Engquist (2004):

$$W_c(r) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}|r| - |r|^2 + \frac{1}{2}|r|^3 & \text{se } 0 \leq |r| \leq 1 \\ 1 - \frac{11}{6}|r| + |r|^2 - \frac{1}{6}|r|^3 & \text{se } 1 \leq |r| \leq 2 \\ 0 & \text{se } 2 \leq |r| \end{cases}, \quad (3.6)$$

O campo de força euleriano, $f_i(\vec{x}, t)$, é nulo em todo domínio, exceto quando se aproxima dos pontos lagrangianos, onde ele passa a modelar virtualmente a presença da

membrana imersa, simulando a presença de um corpo ou a interface entre dois fluidos. Com isso não é necessário fazer uma adaptação da malha euleriana para localizar a interface (SILVA; SILVEIRA-NETO; DAMASCENO, 2003). Uma vez calculado o campo de força lagrangiano, $F_i(\vec{X}, t)$, este pode ser distribuído e, assim, transmitir a informação da presença da geometria para a malha euleriana.

A força lagrangiana, $F_i(\vec{X}, t)$, é obtida pelo método da imposição direta da força (*Direct-Forcing*) proposto por Uhlmann (2005) e Wang, Fan e Luo (2008). Primeiramente, determina-se o campo de força euleriano, isolando f_i na Eq. 3.1:

$$f_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3.7)$$

Como a Eq. 3.7 foi desenvolvida a partir da hipótese do contínuo e o domínio Γ (sólido imerso) está contido em Ω (fluido), pode-se definir a força lagrangiana por meio da Eq. 3.8:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} - \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j}, \quad (3.8)$$

onde as variáveis maiúsculas pertencem ao domínio lagrangiano. A Eq. 3.8 representa a Segunda Lei de Newton aplicada às parcelas de fluido que estão localizadas na interface fluido-fluido ou fluido-sólido. Discretizando a derivada temporal da Eq. 3.8 pelo método de Euler explícito (WANG; FAN; LUO, 2008), obtém-se:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^t}{\Delta t} + RHS_i^t, \quad (3.9)$$

onde Δt é o intervalo discreto de tempo, $F_i(\vec{X}, t)$ é o termo de força lagrangiana no passo de tempo atual e o termo RHS_i é dado por:

$$RHS_i = \frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} - \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j}, \quad (3.10)$$

O Método *Direct-Forcing* em um único ciclo consiste em somar e subtrair um parâmetro temporário U_i^* no operador discretizado do tempo (WANG; FAN; LUO, 2008), logo:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^* + U_i^* - U_i^t}{\Delta t} + RHS_i^t, \quad (3.11)$$

O próximo passo é decompor a Eq. 3.11 na Eq. 3.12 e Eq. 3.13, no mesmo passo de tempo:

$$\frac{U_i^* - U_i^t}{\Delta t} + RHS_i^t = 0, \quad (3.12)$$

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^*}{\Delta t}, \quad (3.13)$$

O termo $U_i^{t+\Delta t}$ na Eq. 3.13, diz respeito à velocidade da fronteira imersa no tempo $t + \Delta t$. Para problemas de interação fluido-estrutura, essa velocidade é dada pela velocidade da estrutura imersa, $U_i^{t+\Delta t} = U_{FI}$, onde U_{FI} deve ser obtida do modelo que rege o movimento da interface. Esta velocidade é, então, passada para o cálculo da força lagrangiana.

As Eq. 3.12 e Eq. 3.13 podem ser definidas tanto no domínio lagrangiano quanto no domínio euleriano, Eq. 3.14 e Eq. 3.15. Desta forma, consegue-se obter o parâmetro temporário u_i^* resolvendo-se a Eq. 3.14,

$$\frac{u_i^* - u_i^t}{\Delta t} + rhs_i^t = 0, \quad (3.14)$$

$$f_i(\vec{X}, t) = \frac{u_i^{t+\Delta t} - u_i^*}{\Delta t}, \quad (3.15)$$

O parâmetro temporário u_i^* pode ser entendido como um campo de velocidade estimada, Eq. 3.14. Em um segundo momento, após obter o termo fonte, faz-se a correção do campo u_i^* , usando a Eq. 3.16, isto é, o campo de velocidade euleriano recebe a informação do campo de força:

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^* + \Delta t f_i, \quad (3.16)$$

A Eq. 3.13 requer o cálculo de U_i^* , o que vem do processo de transferência de informação do domínio euleriano para o domínio lagrangiano. Para isso, utiliza-se a Eq. 3.17, no caso de pontos coincidentes e Eq. 3.18 para o caso de pontos não coincidentes:

$$U_i^*(\vec{X}, t) = \begin{cases} u_i^*(\vec{x}, t) & \text{se } \vec{x} = \vec{X} \\ 0 & \text{se } \vec{x} \neq \vec{X} \end{cases}, \quad (3.17)$$

$$U_i^* = \sum_{\Omega} u_i^* D_h(x_i - X_i) h^2. \quad (3.18)$$

A função de interpolação pode ser entendida como um processo oposto ao de distribuição, isto é, enquanto que na operação de distribuição a informação de um ponto lagrangiano é transmitida para os vizinhos eulerianos, na operação de interpolação transfere-se a informação dos pontos eulerianos vizinhos para um ponto lagrangiano. Essas transferências

são ponderadas pela distância entre esses pontos, $|x_i - X_i|$, através da função D_h dada pela Eq. 3.5.

Quando é aplicada a metodologia do *multi-direct-forcing*, tem-se que a Eq. 3.19 é modificada da seguinte maneira:

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^{it}, \quad (3.19)$$

onde it é o número da iteração. Assim, o campo de velocidade é novamente interpolado, antes de avançar para o próximo passo de tempo. Então, obtém-se um novo campo de força, o qual se aproxima ainda mais da condição de não deslizamento. O procedimento é repetido de $it = 1$ até $it = N_{it}$, onde N_{it} é o número total de iterações, o objetivo dessa ciclagem é que a velocidade na fronteira seja a mais próxima da imposta, Eq. 3.20.

$$U_{FI} - U_i^{it} \rightarrow 0, \quad (3.20)$$

Na literatura pode-se encontrar diversos critérios para finalizar esse processo iterativo. Para o presente trabalho, a Eq. 3.21 é calculada como critério de convergência, no qual utiliza a máxima diferença entre as velocidades lagrangianas entre duas iterações consecutivas:

$$\max |U_i^{it+1} - U_i^{it}| \leq \varepsilon, \quad (3.21)$$

onde ε é uma constante estipulada de baixo valor. Utilizando a Eq. 3.21, o processo iterativo fica independente de N_{it} , já que não é possível determinar um valor fixo de iterações para que se obter um resultado fiel fisicamente.

Na interação fluido-estrutura, o movimento da estrutura depende da força gerada pelo fluido, portanto, utiliza-se o somatório das forças lagrangianas sobre cada ponto lagrangiano que delimita a interface do objeto. Além disso, pelo método de múltipla imposição da força, considera-se também a contribuição da força lagrangiana sobre cada ponto lagrangiano ao longo de todas as iterações, de tal forma que a resultante de uma força aplicada sobre um corpo imerso devido à ação do escoamento é dada pela Eq. 3.22:

$$F_{c_i} = -\rho \sum_{it=1}^{N_{it}} \int F_i(\vec{X}, t) ds, \quad (3.22)$$

Ao aproximar a integral por meio de um somatório, obtém-se a Eq. 3.23:

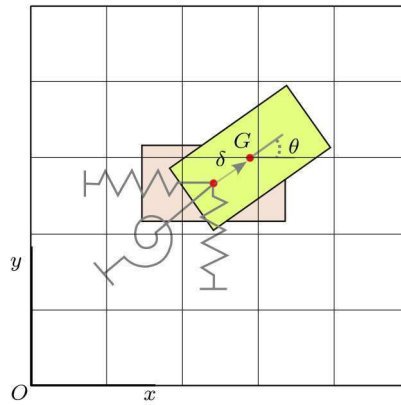
$$F_{c_i} = -\rho \sum_{it=1}^{N_{it}} \sum_{p=1}^{N_p} F_i(\vec{X}, t) h \Delta s, \quad (3.23)$$

em que F_{c_i} é dada pelo somatório da força lagrangiana F_i , em [N], aplicada sobre todos os pontos lagrangianos ao longo de todas as iterações e N_{it} é o número de pontos lagrangianos discretizados. Destaca-se que o cálculo da força pela Eq. 3.23 é válido para escoamentos bidimensionais, sendo assim, a terceira dimensão é considerada unitária.

3.1.3 Modelagem Estrutural

No presente trabalho o modelo estrutural é definido como um corpo retangular rígido. A movimentação cinemática está restrita ao plano, em que o centro de massa G possui três graus de liberdade, Eq. 3.24, conforme apresentado na Fig. 3.2.

Figura 3.2 – Corpo rígido bidimensional.



Fonte: Elaborado pela autora

$$\delta = \left\{ \delta_x \quad \delta_y \quad \theta \right\}, \quad (3.24)$$

onde δ_x e δ_y são os componentes de deslocamento translacional na direção x e y , respectivamente, e θ denota o componente de deslocamento rotacional. Pode-se escrever a equação de movimento como:

$$M^* \frac{d\delta}{dt} + C^* \frac{d\delta}{dt} + K^* \delta = F^*, \quad (3.25)$$

onde M^* , C^* e K^* são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, F^* é um vetor dado pelos componentes das forças.

No presente trabalho, optou-se por modelar apenas a rotação do corpo, por isso, definindo a Eq. 3.25 para um grau de liberdade torcional, tem-se:

$$I_\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + c_\theta \frac{d\theta}{dt} + k_\theta \theta = M_{c_i}, \quad (3.26)$$

em que I_θ , c_θ , k_θ e M_{c_i} são o momento de inércia de massa, a constante de amortecimento torcional, a constante de rigidez torcional e o momento externo, respectivamente.

Como mostrado no trabalho de Robertson et al. (2003) e Dettmer e Perić (2006), para adimensionalizar a equação do movimento de um corpo rígido cilíndrico imerso em um fluido sob a ação de um conjunto mola-amortecedor, é necessário escolher um conjunto de variáveis adimensionais que descrevam o comportamento do sistema sem depender de unidades específicas, essa seleção permite padronizar os modelos matemáticos que descrevem a interação fluido-estrutura. Os grupos adimensionais usados nesse processo estão descritos na Tab. 3.1.

Tabela 3.1 – Grupos adimensionais para o modelo bidimensional

Grupos adimensionais		
Descrição	Parâmetro	Adimensional
Tempo	t^*	$\frac{tu_\infty}{D}$
Velocidade reduzida	U_r	$\frac{u_\infty}{Df_\theta}$
Razão de amortecimento estrutural	ζ	$\frac{c_\theta}{2\sqrt{I_\theta k_\theta}}$
Frequência natural	f_θ	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\theta}{I_\theta}}$
Razão do momento de inércia	n_θ	$\frac{I_\theta}{\rho D^4}$
Coefficiente de momento	C_m	$\frac{2M_{c_i}}{\rho D^2 u_\infty^2}$

A adimensionalização da Eq. 3.26 inicia-se transformando o momento de inclinação em coeficiente de momento:

$$I_\theta \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + c_\theta \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \frac{d\theta}{dt} + k_\theta \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \theta = \frac{M_{c_i}}{\rho D^4 u_\infty^2}, \quad (3.27)$$

Observando o primeiro termo da Eq. 3.27 e os parâmetros da Tab. 3.1 e adicionando $\frac{2I_\theta}{2I_\theta}$ ao segundo termo da Eq. 3.27, torna-se,

$$\frac{n_\theta}{u_\infty^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + c_\theta \frac{2I_\theta}{2I_\theta} \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \frac{d\theta}{dt} + k_\theta \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \theta = \frac{C_m}{2D^2}, \quad (3.28)$$

onde C_m representa o coeficiente de momento, decorrente da direção em que se está analisando o escoamento. Rearranjando a Eq. 3.28 tem-se,

$$\frac{n_\theta}{u_\infty^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2c_\theta}{2I_\theta} \frac{n_\theta}{u_\infty^2} \frac{d\theta}{dt} + k_\theta \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \theta = \frac{C_m}{2D^2}, \quad (3.29)$$

Sabendo que $\frac{c_\theta}{2I_\theta} = \zeta\omega_\theta$ e $k_\theta = \omega_\theta^2 I_\theta$, a Eq. 3.29 define:

$$\frac{n_\theta}{u_\infty^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\zeta\omega_\theta \frac{n_\theta}{u_\infty^2} \frac{d\theta}{dt} + \omega_\theta^2 I_\theta \frac{1}{\rho D^4 u_\infty^2} \theta = \frac{C_m}{2D^2}, \quad (3.30)$$

substituindo $\omega_\theta = 2\pi f_\theta$, onde f_θ é a frequência natural, e multiplicando todos os termos por D^2 da Eq. 3.30. A mesma pode ser reescrita como mostrado na Eq. 3.31.

$$\frac{n_\theta}{u_\infty^2} D^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\zeta(2\pi f_\theta) \frac{n_\theta}{u_\infty^2} D^2 \frac{d\theta}{dt} + (2\pi f_\theta)^2 \frac{n_\theta}{u_\infty^2} D^2 \theta = \frac{C_m}{2D^2} D^2, \quad (3.31)$$

Observando a Tab. 3.1 e realizando as substituições das variáveis para parâmetros adimensionais, a Eq. 3.31 pode ser apresentada como:

$$n_\theta \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right)^* + 2\zeta n_\theta \left(\frac{2\pi}{U_r} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^* + \left(\frac{2\pi}{U_r} \right)^2 n_\theta \theta = \frac{C_m}{2}, \quad (3.32)$$

reorganizando a Eq. 3.32, tem-se a Eq. 3.33:

$$\left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right)^* + 2\zeta \left(\frac{2\pi}{U_r} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^* + \left(\frac{2\pi}{U_r} \right)^2 \theta = \frac{C_m}{2n_\theta}, \quad (3.33)$$

3.2 Modelo Numérico

3.2.1 Método pseudoespectral de Fourier

Na versão discreta da transformada de Fourier, a integração é substituída por um somatório e é denominada por transformada discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform* - DFT). Uma redução significativa no número de operações numéricas requeridas pela DFT foi introduzida por Cooley e Tukey (1965) com a chamada transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT), feito este obtido pelo rearranjo e fatoração dos termos nas somas.

O método pseudoespectral de Fourier aborda conceitos da Transformada de Fourier, a Transformada Discreta de Fourier (DFT), suas propriedades e a Transformada Rápida de Fourier (FFT). As transformadas direta e inversa de Fourier são dadas, respectivamente, pelas Eq. 3.34 e Eq. 3.35:

$$\hat{\mathcal{F}}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(x) e^{-i2\pi kx} dx, \quad (3.34)$$

$$\mathcal{F}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\mathcal{F}}(k) e^{i2\pi kx} d\vec{k}, \quad (3.35)$$

nestas equações, $\hat{\mathcal{F}}(k)$ é a função transformada e k é o número de onda, parâmetro de transformação espacial de Fourier e $i = \sqrt{-1}$ é o número imaginário.

Essa relação é importante para a DFT e FFT, pois se tratando de métodos numéricos, segundo Briggs e Henson (1995), as Eqs. 3.34 e 3.35 poderão ser escritas na forma das Eq. 3.36 e Eq. 3.37, respectivamente:

$$\widehat{\mathcal{F}}(k) = \sum_{n=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}} \mathcal{F}(n) e^{\frac{-i2\pi nk}{N}} \quad (3.36)$$

$$\mathcal{F}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}} \widehat{\mathcal{F}}(k) e^{\frac{-i2\pi nk}{N}} \quad (3.37)$$

em que N é o número de pontos de colocação; n fornece a posição x_n dos pontos de colocação, $x_n = n\Delta x$; Δx é o espaçamento entre dois pontos de colocação; e k é o número de onda.

Nesse trabalho utilizou-se o algoritmo proposto por Takahashi (2006), que pode ser encontrado no endereço eletrônico <<http://www.ffte.jp/>>, o qual está escrito no formato FORTRAN 77, com dupla precisão. Para utilizar essa subrotina, os vetores número de onda são calculados da seguinte forma:

$$k_i(n) = \begin{cases} \frac{2\pi}{A_i}(n-1) & 1 \leq n \leq \frac{N}{2} + 1 \\ \frac{2\pi}{A_i}(n-1-N) & \frac{N}{2} + 2 \leq n \leq N \end{cases} \quad (3.38)$$

O método pseudoespectral de Fourier é utilizado para solução do termo não linear, no qual o termo de convolução é solucionado por operações de multiplicação no domínio físico e no domínio espectral (BRIGGS; HENSON, 1995; MARIANO, 2011).

3.2.2 Transformação das equações de Navier-Stokes para o espaço espectral

Nesta subseção será apresentado o método numérico escolhido para o desenvolvimento do presente trabalho. Ressalta-se que tal método está explicado em detalhes nas teses de doutorado de Mariano (2011), Moreira (2011), Nascimento (2016).

Aplicando a transformada de Fourier na equação da continuidade, Eq. 3.2, tem-se a Eq. 3.39, o que define o plano π de divergência nula (MARIANO, 2011; NASCIMENTO, 2016):

$$\frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad \Rightarrow \quad ik_j \widehat{u}_j = 0, \quad (3.39)$$

Posteriormente realiza-se a transformada de Fourier da equação de Navier-Stokes, Eq. 3.1, apresentando a Eq. 3.40, para modelar o escoamento de um fluido incompressível, isotérmico, com propriedades constantes com termo fonte.

$$\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial t} + ik_j \widehat{u}_i \widehat{u}_j = -ik_i \widehat{p} - \nu k^2 \widehat{u}_i + \widehat{f}_i, \quad (3.40)$$

onde k^2 é a norma ao quadrado do vetor número de onda, \vec{k} , ou seja, $k^2 = k_j k_j$.

Segundo Canuto et al. (2006), o termo não linear pode ser tratado de três formas distintas: forma advectiva, Eq. 3.41, forma divergente, Eq. 3.42 e forma antissimétrica, Eq. 3.43.

$$\text{Forma advectiva} = (\vec{\nabla} \vec{V}) \vec{V} \quad (3.41)$$

$$\text{Forma divergente} = \vec{\nabla} (\vec{V} \vec{V}) \quad (3.42)$$

$$\text{Forma antissimétrica} = \frac{1}{2} [(\vec{\nabla} \vec{V}) \vec{V} + \vec{\nabla} (\vec{V} \vec{V})] \quad (3.43)$$

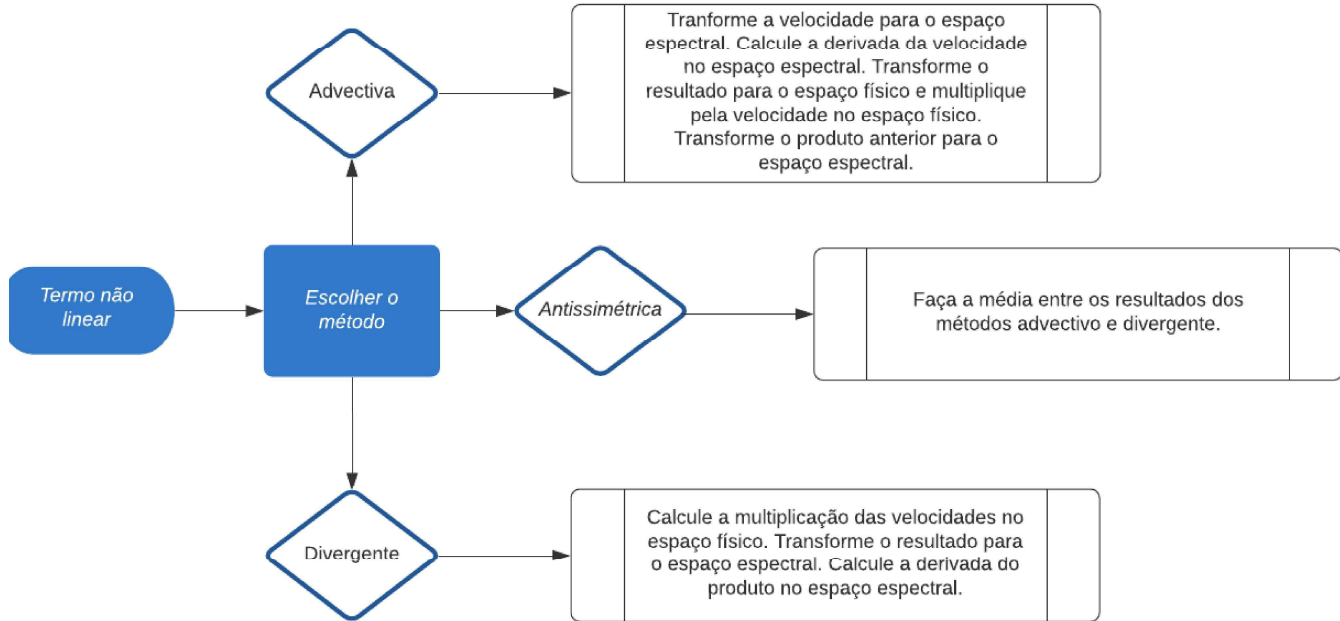
Devido a forma antissimétrica ser a mais estável e apresentar os melhores resultados (SOUZA, 2005), o presente trabalho fará uso da forma antissimétrica para discretização bidimensional, descrita a seguir e apresentado na Fig. 3.3:

- Inicialmente, transforma-se a velocidade (campo u_j) para o domínio espectral;
- Calcula-se a derivada da velocidade no domínio espectral ($ik_j \hat{u}_j$);
- Transforma-se o resultado para o domínio físico, realizando a transformada inversa. Calcula-se a multiplicação entre o resultado da transformada inversa da derivada pela velocidade no campo físico ($\frac{\partial u_j}{\partial x} u_i$);
- Caso seja unidimensional, multiplica-se por $\frac{1}{2}$;
- As etapas acima são descritas pela forma advectiva. Para a divergente, calculam-se as velocidades no espaço físico; ($u_i u_j$)
- O resultado da multiplicação é transformado para o espaço espectral, e realiza-se a derivada no espaço espectral. ($ik_j \widehat{u_i u_j}$)
- Transforma-se o resultado para o espaço físico e faz-se a média entre os dois resultados, advectivo e divergente, obtendo-se o resultado na forma antissimétrica.

Após a transformação das equações de Navier-Stokes, é realizada a projeção de cada termo no plano π , conforme detalhado por Mariano (2011) e Nascimento (2016), Eq. 3.46:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right] \hat{u}_i(\vec{k}, t) = \mathcal{S}_{im} \left[-ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}_m(\vec{r}, t) \hat{u}_j(\vec{k} - \vec{r}, t) d\vec{r} - \hat{f}_m(\vec{k}, t) \right], \quad (3.44)$$

Figura 3.3 – Fluxograma da solução do termo não linear



Fonte: Produzido pela autora

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \nu k^2 \hat{u}_i = \mathcal{S}_{im} \left[-ik_j \widehat{u_m u_j} + \hat{f}_m \right], \quad (3.45)$$

$$\hat{p} = \frac{ik_m}{k^2} \left[ik_j \widehat{u_m u_j} - \hat{f}_m \right], \quad (3.46)$$

onde $i = \sqrt{-1}$ é o número imaginário, ν é a viscosidade cinemática; $\mathcal{S}_{im}(\vec{k})$ é o tensor projeção nos índices tensoriais i e m ; $\vec{k} = \vec{r} + \vec{s}$, fornece as interações triádicas entre os vetores número de onda \vec{k} , \vec{r} e \vec{s} ; \hat{f}_m é o termo fonte no índice tensorial m .

Algumas observações devem ser elaboradas a respeito da Eq. 3.46. A primeira é a sua independência do termo de pressão e a segunda observação é a presença de uma integral de convolução, a qual foi resolvida utilizando a forma antissimétrica, (CANUTO et al., 2006).

Outra observação importante resulta no desacoplamento da pressão com a velocidade, isso justificou com a projeção dos termos da Eq. 3.46 no plano de divergência nula, e a pressão tornou-se um ponto. Portanto, ao utilizar a metodologia IMERSPEC, a variável pressão, Eq. 3.47, é resultado de pós-processamento, como explicado detalhadamente por Mariano (2011), Moreira (2011) e Nascimento (2016):

$$\hat{p}(\vec{k}) = \frac{ik_m}{k^2} \left[ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}_m(\vec{r}) \hat{u}_j(\vec{k} - \vec{r}) d\vec{r} - \hat{f}_m(\vec{k}) \right], \quad (3.47)$$

Devido a presente dissertação utilizar o código desenvolvido por Mariano (2011) e Nascimento (2016), o método de discretização temporal utilizado foi o método Runge-Kutta de 4ª ordem e 6 passos. A necessidade do uso da método de alta ordem para avanço temporal está devidamente explicitado em Nascimento et al. (2020) e em Santos et al. (2021b).

3.3 Acoplamento Fluido-Estrutura

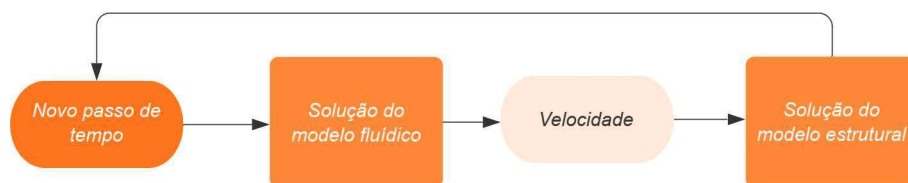
3.3.1 Acoplamento parcial explícito - unidirecional

O acoplamento é dado como unidirecional se as propriedades da estrutura influenciam no meio do fluido, mas a resposta do fluido não interfere significativamente na resposta da estrutura ou, se o inverso ocorre. Exemplos dessa aplicação têm-se em estruturas aerodinâmicas, como a pá da turbina eólica.

Nesse caso, o campo de fluido é resolvido até que os critérios de convergência sejam alcançados. As forças calculadas nos limites da estrutura são então transferidas como forças para estrutura. Em seguida, o lado da estrutura é calculado até que o critério de convergência seja alcançado.

Em seguida, o fluxo de fluido para a próxima etapa de tempo é calculado para a convergência. A solução é concluída quando o número máximo de etapas de tempo é atingido. Uma simplificação do algoritmo é mostrado na Fig. 3.4. Esse método é menos preciso e requer estimativas de quando atualizar a resposta estrutural (BENRA et al., 2011).

Figura 3.4 – Fluxograma - unidirecional

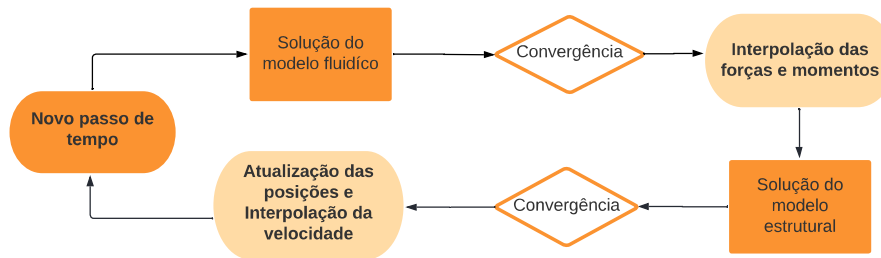


Fonte: Produzido pela autora

3.3.2 Acoplamento parcial iterativo - bidirecional

Nessa metodologia, o movimento do fluido influencia a estrutura da mesma forma em que o corpo sólido influencia o meio do fluido. O algoritmo de acoplamento bidirecional é descrito de forma que no primeiro passo de tempo, a solução das variáveis do fluido convergem para forças atuantes na estrutura. Em seguida, as forças são distribuídas para a malha estrutural e a solução do processo estrutural tem como condição de contorno as forças do fluido, conforme Fig. 3.5. Este processo é repetido até que os valores de velocidade sejam convergidos abaixo do limite predeterminado.

Figura 3.5 – Fluxograma - bidirecional

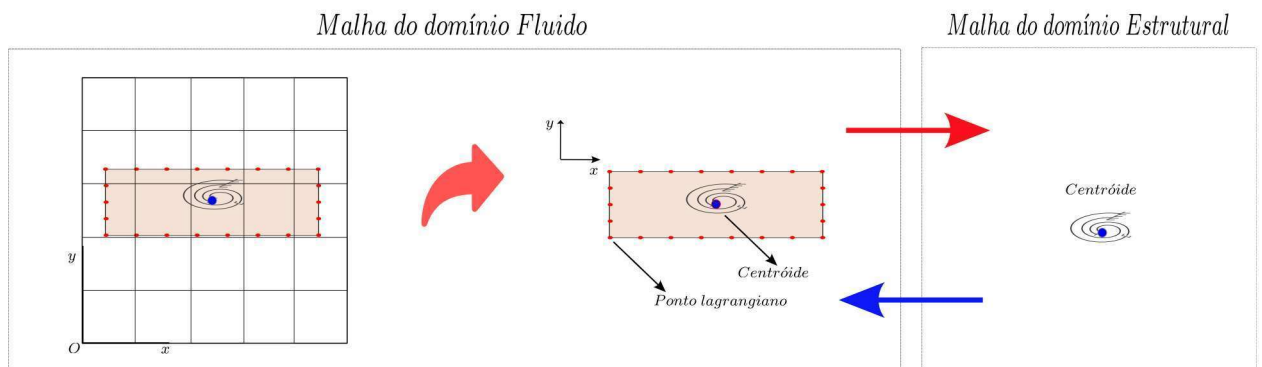


Fonte: Elaborado pela autora

3.3.3 Compatibilização entre as diferentes malhas - domínio fluido e domínio estrutural

Nesta subseção será definida a metodologia utilizada para acoplar os meios fluido e estrutural, tendo-se utilizado a tese de Borges (2010) como referência. Nota-se que a malha nesses dois meios são diferentes, conforme ilustrado na Fig. 3.6, em que estão dispostos os pontos lagrangianos, que delimitam a estrutura imersa (em vermelho), e o centróide, que representa o domínio estrutural.

Figura 3.6 – Acoplamento entre as malhas do fluido e estrutural.



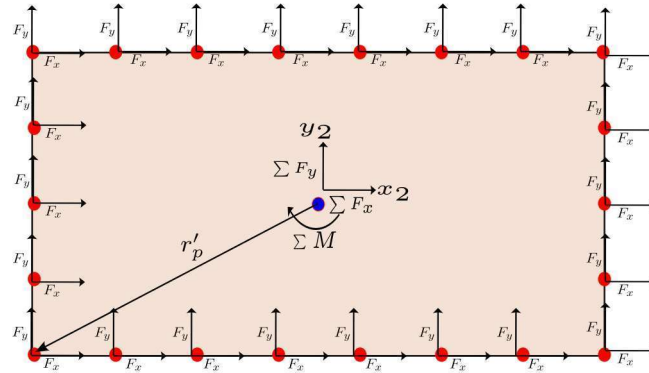
Fonte: Elaborado pela autora

No caso de um acoplamento bidirecional, é essencial transferir as forças e momentos exercidos pelo fluido sobre a superfície do cilindro, que são calculados através do método da fronteira imersa, para o nó da malha estrutural. Além disso, é necessário transferir os deslocamentos e velocidades, calculados na subseção 3.3.3.2, para a superfície do cilindro retangular, que estará em contato com o fluido.

Sendo assim, o procedimento adotado consiste em considerar a seção transversal do cilindro e associá-lo a um dado ponto nodal da malha estrutural, de modo que a força, assim como o momento aplicado sobre o nó da malha estrutural, sejam as resultantes das

solicitações aplicadas em todos os nós da malha lagrangiana na superfície do cilindro. A Fig. 3.7 ilustra essa abordagem.

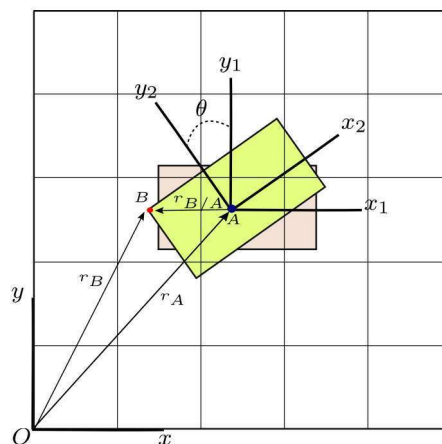
Figura 3.7 – Aplicação das forças exercidas pelo fluido a um ponto nodal estrutural, plano xy .



Fonte: Elaborado pela autora

Na Fig. 3.7, os pontos em vermelho representam os pontos lagrangianos da estrutura submersa, enquanto o ponto azul indica o nó da malha estrutural. Para facilitar a transferência de informações entre esses dois domínios, é necessário o uso de eixos auxiliares de referência. Nesta modelagem, foram empregados três eixos: dois eixos fixos, O_{xy} e $A_{x_1y_1}$, rigidamente posicionados no início do domínio e no centroide, respectivamente, e um eixo móvel $A_{x_2y_2}$, solidário a seção transversal do objeto imerso.

Figura 3.8 – Representação esquemática do retângulo e os eixos de referência utilizados.



Fonte: Elaborado pela autora

O sistema ortogonal $A_{x_2y_2}$ está animado com movimento de rotação, definido a partir do cálculo estrutural em termos de posição e velocidade angular do centroide que,

por sua vez, é representado neste modelo pelas variáveis θ_z e ω_z . Este comporta-se como um corpo rígido, o que implica que a distância entre dois pontos no seu interior permanece inalterada durante o movimento. A posição do ponto lagrangiano no eixo móvel ($A_{x_2y_2}$) é definida como r'_p para $p = 1$ até $p = N_p$, dado que N_p representa o número total de pontos lagrangianos.

Uma vez definidos os eixos auxiliares, os procedimentos de transferência de informações serão abordados. Na primeira parte, as forças lagrangianas definidas na seção subseção 3.1.2, representadas pelo vetor $F(\vec{X}, t)$, assim como os momentos produzidos associados serão transferidos. Na segunda etapa, após a realização da simulação estrutural, as novas posições e velocidades do centro de massa serão atualizados (BORGES, 2010).

3.3.3.1 Transferência das forças aplicadas da malha lagrangiana para o ponto nodal

As forças lagrangianas calculadas no meio fluido são aplicadas na superfície imersa, conforme Eq. 3.48:

$$\sum(F)_{Oxy} = (F_{c_i})_{Oxy}, \quad (3.48)$$

em que F_{c_i} , somatório das forças lagrangianas, é dada pela Eq. 3.23.

Nota-se que a direção do sistema de eixos $A_{x_1y_1}$ permanece inalterada em relação ao sistema inercial Oxy . Portanto, sem qualquer transformação, pode-se escrever a Eq. 3.48 da seguinte forma:

$$\sum(F)_{Oxy} = \sum(F)_{A_{x_1y_1}}, \quad (3.49)$$

Após definido o vetor de forças aplicadas ao ponto nodal, calcula-se o momento, conforme Eq. 3.50:

$$\sum(M)_{A_{x_1y_1}} = \sum_{p=1}^{N_p} (r_{B/A}^p)_{A_{x_1y_1}} \times (F_p)_{A_{x_1y_1}}, \quad (3.50)$$

Conforme mostrado na Fig. 3.8, o vetor $r_{B/A}^p$ representa a posição no p-ésimo ponto lagrangiano e está representado no sistema $A_{x_1y_1}$. Entretanto, os pontos lagrangianos estão definidos pelo vetor r'_p no sistema de referência $A_{x_2y_2}$, conforme mostrado na Fig. 3.7. Como as forças estão representadas no eixo $A_{x_1y_1}$, optou-se em projetar o vetor r'_p neste sistema de coordenadas devido ao fato de suas direções serem constantes e paralelas ao sistema inercial.

Essa projeção é feita utilizando uma matriz de rotação definida a partir dos ângulos de Euler, nesse caso, consiste em uma rotação de um ângulo θ em torno do eixo z, sendo escrita na forma matricial da seguinte forma:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

Portanto, pode-se escrever:

$$(r_{B/A}^p)_{A_{x_1y_1}} = T(r_p')_{A_{x_2y_2}}. \quad (3.52)$$

Substituindo a Eq. 3.52 na Eq. 3.50, tem-se:

$$\sum (M)_{A_{x_1y_1}} = \sum_{p=1}^{N_p} T(r_p')_{A_{x_2y_2}} \times (F_p)_{A_{x_1y_1}}. \quad (3.53)$$

Desse modo, os momentos devido às forças aplicadas no corpo rígido são transferidas para os pontos nodais da estrutura (BORGES, 2010).

3.3.3.2 Transferência de dados do ponto nodal da estrutura para a malha lagrangiana

Finalizados os cálculos no meio estrutural, transfere-se a nova posição e velocidade para a malha euleriana. Como pode ser observado na Fig. 3.8, a nova posição dos pontos lagrangianos é dada por:

$$r_B^p = r_A + r_{B/A}^p. \quad (3.54)$$

Após definidas as novas coordenadas dos pontos lagrangianos deve-se atualizar sua velocidade. Esse procedimento é imprescindível, pois influencia diretamente no cálculo da força lagrangiana e, conseqüentemente, em todo o comportamento do escoamento em torno da superfície imersa. Assim, fazendo a derivada temporal da Eq. 3.54:

$$U_{FI} = (\dot{r}_B^p)_{Oxy} = (\dot{r}_A^p)_{Oxy} + (\dot{r}_{B/A}^p)_{Oxy}. \quad (3.55)$$

Dado que a direção do sistema de eixos Oxy com relação ao sistema $A_{x_1y_1}$ permanece inalterada, para posterior confrontação com os resultados encontrados na literatura, optou-se por manter a posição do centroide do retângulo fixa, desta forma, $\dot{r}_A^p = 0$, pode-se escrever:

$$U_{FI} = (\dot{r}_B^p)_{Oxy} = \omega_z \times (r_{B/A}^p)_{Oxy}. \quad (3.56)$$

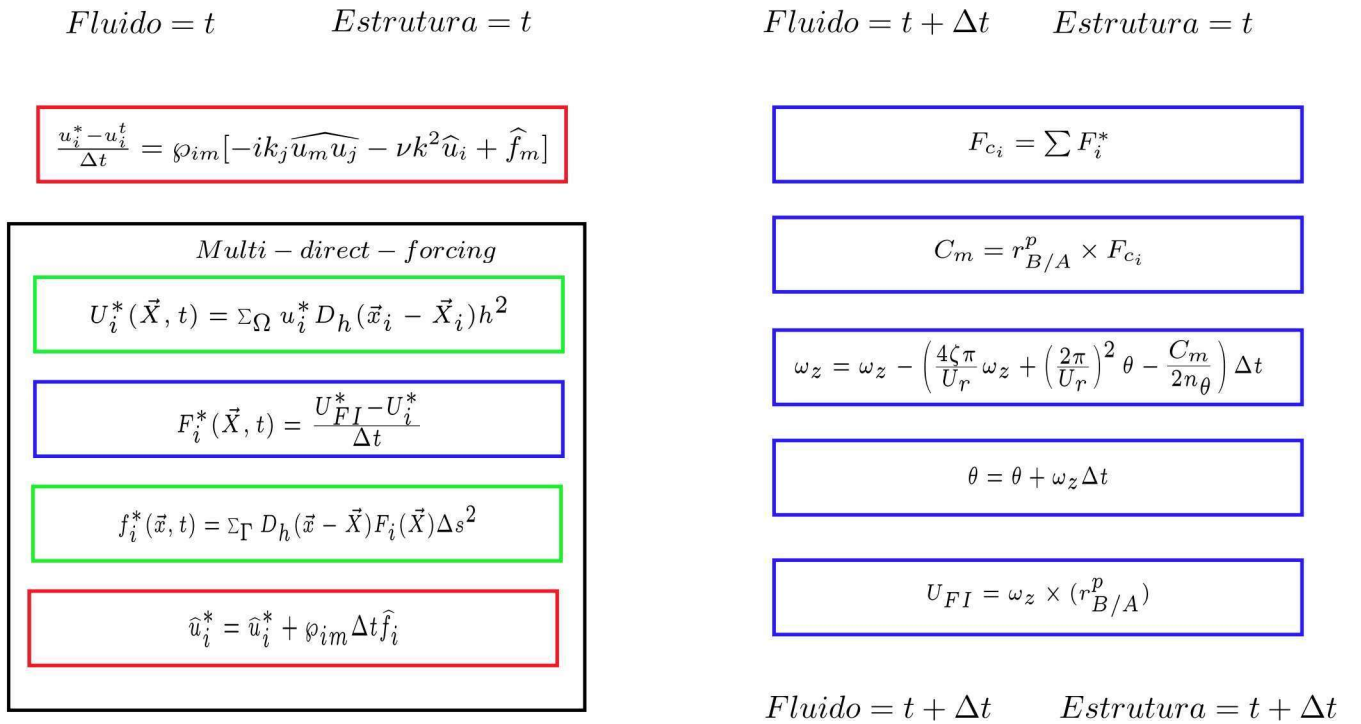
O algoritmo IMERSPEC2D, descrito em Mariano (2011) e interação fluido-estrutura é apresentado abaixo:

- 1. O campo de velocidade é iniciado no espaço físico, no tempo t , u_i^t ;
- 2. A FFT é aplicada sobre o campo de velocidade, u_i^t , de forma a se obter o campo transformado, \hat{u}_i^t ;
- 3. Seguindo a equação da continuidade, aplica-se o tensor de projeção sobre o campo de velocidade, obtendo-se $u_{i\pi}^t = \mathcal{P}_{ij} u_i^t$;
- 4. Calculam-se o termo difusivo $\nu k^2 \hat{u}_{i\pi}^t$ e o advectivo na forma antissimétrica, Fig. 3.3;
- 5. Aplica-se o esquema de Runge-Kutta de 6 passos, obtém-se o parâmetro temporário u_i^* ;
- 6. Aplica-se a transformada inversa de Fourier em \hat{u}_i ;
- 7. Para os pontos lagrangianos não coincidentes com os eulerianos faz-se a interpolação do parâmetro temporário no espaço físico, obtendo-se a velocidade sobre os pontos lagrangianos, U_i^t ;
- 8. Calcula-se a força lagrangiana, F_i , o momento gerado, M_i , o campo velocidade U_{FI} , onde $U_i^{t+\Delta t} = U_{FI}$;
- 9. Calcula-se a força euleriana, f_i , caso não exista coincidência entre os pontos de colocação eulerianos e lagrangiano, utiliza-se o processo de distribuição;
- 10. Transforma-se o campo de força euleriano, f_i , para o espaço espectral e aplica-se o tensor projeção \mathcal{P}_{ij} , obtendo: $\hat{f}_{ij} = \mathcal{P}_{ij} f_i = u_i^t$;
- 11. Com o parâmetro temporário obtido no passo 5 e a força euleriana projetada no passo 10, atualiza-se o campo de velocidade;
- 12. Até o passo 11 têm-se o método da imposição direta da força. isto é, após o campo de velocidade receber a informação do campo de força euleriano e, conseqüentemente, receber as informações das condições de contorno. A próxima etapa é retornar ao passo inicial;
- 13. Se o método da múltipla imposição da força for utilizado, entra-se no processo de ciclagem. Portanto, faz-se $\hat{u}_i^{*it+1} = \hat{u}_i^{t+\Delta t} = u_i^t$, atualizando o parâmetro temporário da seguinte maneira: $\hat{u}_i^{*it+1} = \hat{u}_i^{*it} + \mathcal{P}_{ij}(\hat{f}_i^{*it})$;

- 14. Com \widehat{u}_i^{*it+1} calculado, retorna-se ao passo 6, obtendo $\widehat{u}_i^* = \widehat{u}_i^{*it+1}$;
- 15. Repete-se os passos 6 até 11 até satisfazer um dos critérios de parada ou o número máximo de iterações, N_{it} .
- 16. Após o critério de parada ser satisfeito. retorna-se ao passo 1.

No processo de ciclagem, a velocidade é atualizada com o campo de força projetado no plano π , que leva a propagação da informação das condições de contorno (MARIANO, 2011). Mariano (2011) demonstra que o campo de velocidade determinado ao final do processo iterativo, descrito nos passos 1 ao 16, satisfaz simultaneamente as equações da continuidade e de Navier-Stokes. A fim de melhorar o entendimento, a Fig. 3.9 apresenta o acoplamento entre o IMERSPEC e a interação fluido-estrutura, o retângulo na cor vermelha representa as equações a serem resolvidas no domínio euleriano, na cor verde, as equações de interpolação e distribuição e na cor azul, as equações no domínio lagrangiano.

Figura 3.9 – Fluxograma do acoplamento IMERSPEC e a interação fluido-estrutura.



Fonte: Produzido pela autora

3.4 Verificação numérica

Nesta seção são apresentados os resultados unidimensionais e bidimensionais, referentes a verificação dos métodos pseudoespectral de Fourier e fronteira imersa. A

verificação é definida como a investigação das equações e modelos implementados pela comparação com soluções analíticas.

A validação corresponde ao fato de que as equações e modelos implementados são uma representação fiel do processo físico-químico que realmente ocorre na natureza. Isso geralmente é analisado por comparação com experimentos de referência ou com resultados de simulação de outros códigos que já foram devidamente validados. Essa validação encontra-se no capítulo de resultados, Capítulo 4.

3.4.1 Solução unidimensional

Bateman (1915) introduziu pela primeira vez a equação de Burgers, Eq. 3.57. A equação de Burgers, no espaço físico, é definida por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (3.57)$$

onde u , x , t , ν são a velocidade, coordenada espacial, tempo e coeficiente de viscosidade. Posteriormente, Burgers (1948), em seus estudos sobre turbulência em fluidos, propôs essa equação como um modelo básico presente em diversos outros fenômenos nos quais os efeitos de advecção não lineares e difusão linear desempenham um fator importante (LI; WANG, 2016; LIU; GE; CHENG, 2018; YADAV; PANDEY, 2020).

A equação de Burgers é uma entre as poucas EDP's não lineares que apresenta solução analítica. Esta solução, proposta por Whitham (1974 apud CANUTO et al., 1988), é apresentada nas Eqs. 3.58, 3.59, 3.60 e pode ser visualizada na Fig. 3.10:

$$u(x, t) = c + u_b(x, t), \quad (3.58)$$

$$u_b(x, t) = -2\nu \frac{\frac{\partial \Phi(x-ct, t+1)}{\partial x}}{\Phi(x-ct, t+1)}, \quad (3.59)$$

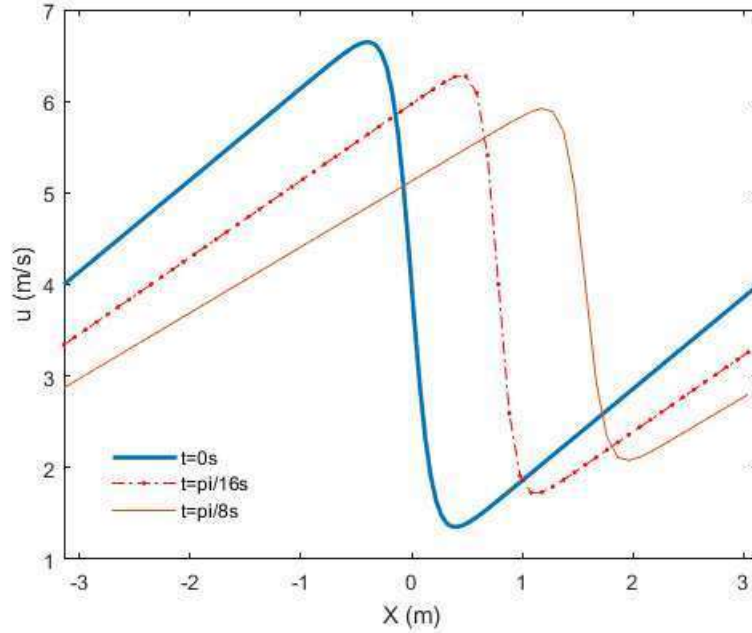
$$\Phi(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x-(2n+1)\pi|^2}{4\nu t}}. \quad (3.60)$$

onde c é a velocidade de fase ($c = 4,0 \text{ m/s}$), x é a posição no eixo das abscissas $[-\pi, \pi]$, t é o tempo, ν é a viscosidade cinemática ($\nu = 0,2 \text{ Pa/s}$) e n é o contador do somatório.

Para resolver numericamente a solução da equação de Burgers, utilizando-se o método pseudoespectral de Fourier (SANTOS et al., 2021a), deve-se aplicar a transformada de Fourier, isto é, Eq. 3.57:

$$\widehat{\frac{\partial u}{\partial t}} + u \widehat{\frac{\partial u}{\partial x}} = \nu \widehat{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}, \quad (3.61)$$

Figura 3.10 – Solução analítica em diferentes tempos.



Fonte: Produzido pela autora

A transformada de Fourier é aplicada somente na variável espacial, portanto a Eq. 3.61 pode ser reescrita como a Eq. 3.62:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} = -\hat{u} * (ik)\hat{u} + \nu(ik)^2\hat{u}, \quad (3.62)$$

O primeiro passo é conhecer os valores iniciais de todo o vetor u . Esse valor inicial é dado pela resolução da Eq. 3.57, em sua forma analítica usando a equação no tempo $t = 0$. Ao aplicar esse vetor u no algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT), obtêm-se a transformada discreta de Fourier (DFT) de u , \hat{u} , e a Eq. 3.62 pode ser reescrita como Eq. 3.63:

$$\frac{\hat{u}^{t+\Delta t} - \hat{u}^t}{\Delta t} = -\hat{u}^t * (ik)\hat{u}^t + \nu(ik)^2\hat{u}^t, \quad (3.63)$$

Na Eq. 3.63 observa-se a presença do operador convolução, portanto, optou-se pela implementação da forma antissimétrica como mostrado no algoritmo citado na Fig. 3.3.

Foram realizadas simulações com discretizações temporais distintas, isto é, pelo método de Euler explícito e pelo método Runge-Kutta de quarta ordem clássico. Os parâmetros de simulação estão apresentados na Tab. 3.2.

Para iniciar o cálculo do somatório que aparece na solução analítica, a variável n assume valores de -50 a 50 , como sugere Mariano (2011). A verificação foi efetuada por

Tabela 3.2 – Parâmetros da simulação para a equação de Burgers

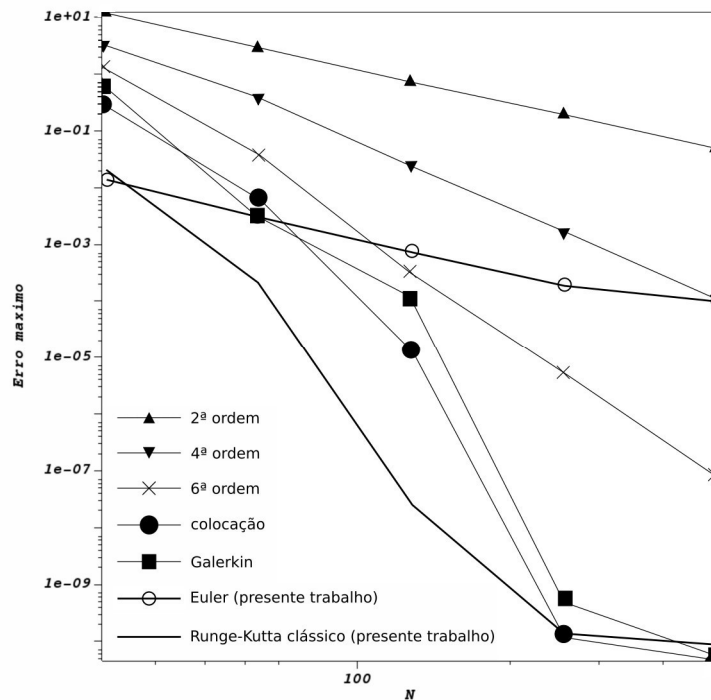
Parâmetros da simulação		
Parâmetro	Símbolo	Valor
Números de pontos de colocação	N	16,32, 64, 128, 256, 512
Número de Courant	CFL	0,01
Tempo final (s)	Tf	$\pi/8$
Comprimento do domínio (m)	L	2π
Viscosidade cinemática (m^2/s)	ν	0,2
Velocidade de advecção (m/s)	c	4,0

Fonte: Produzido pela autora

meio do cálculo do erro máximo absoluto, Norma L_∞ , Eq. 3.64, e está apresentada na Fig. 3.11:

$$L_\infty = \max |u_a - u_N|, \quad (3.64)$$

Figura 3.11 – Erro máximo absoluto



Fonte: Produzido pela autora

em que u_a é solução analítica, u_N a solução numérica dada pelo código desenvolvido e $\max ||$ é o valor máximo absoluto da diferença entre soluções analítica e numérica.

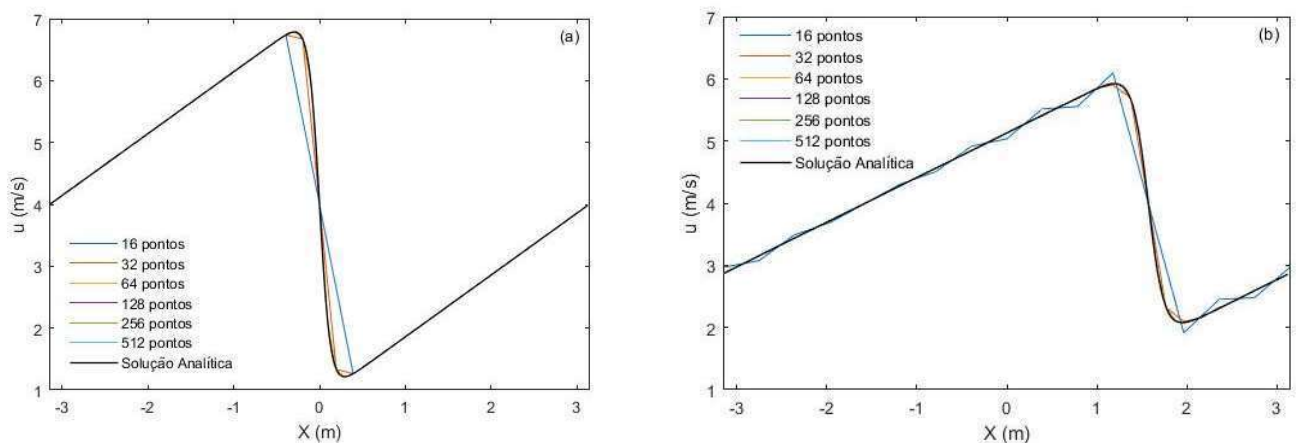
A Fig. 3.11 utiliza como referência os dados apresentados por Canuto et al. (2006) e os erros máximos encontrados pelo código desenvolvido, ambos no tempo $\pi/8$ s. Pode-se

perceber que o uso do método de Euler explícito para solução da Eq. 3.57 faz com que o método pseudoespectral de Fourier apresente a tendência de decaimento do erro do método de 2º ordem, enquanto o método Runge-Kutta de quarta ordem clássico possui tendência de decaimento de método de alta ordem.

Confirma-se, portanto, que a ordem de precisão espacial é influenciada pela ordem de precisão do esquema de avanço temporal e que o uso do método Runge-Kutta de quarta ordem clássico fornece a alta precisão temporal necessária para demonstrar a precisão no espaço espectral.

A Fig. 3.12 apresenta solução da equação de Burgers, para todos os pontos de colocação apresentados na Tab. 3.2. Consta-se que com o passar do tempo, a amplitude máxima de u continua diminuindo, tornando o perfil mais inclinado e que à medida que a descontinuidade se torna menor, o termo difusivo se torna maior.

Figura 3.12 – (a) Condição inicial numérica e analítica; (b) Soluções numérica no tempo final para 2^n pontos de colocação e analítica



Fonte: Produzido pela autora

Ainda na Fig. 3.12, observa-se que a aproximação com apenas dezesseis pontos de colocação é incapaz de resolver a região de transição, resultando em oscilações severas, denominadas de Fenômeno de Gibbs. Este pode ser resolvido aumentando para 64 ou mais pontos de colocação. Observa-se que, com esse aumento, essas oscilações desaparecem e a aproximação numérica exhibe rápida convergência.

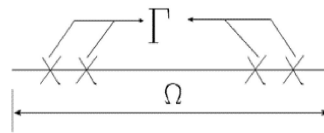
Conclui-se, então, que com poucos pontos de colocação, o fenômeno de Gibbs aparece, devido às aproximações de funções com descontinuidades. Contudo, sem utilizar nenhum processo de filtragem, a solução numérica aproxima-se da analítica apenas aumentando o número de pontos de colocação, ou seja, em princípio, as oscilações provenientes de soluções com gradientes finitos podem ser evitadas aumentando a resolução espacial.

3.4.2 Solução unidimensional com o método da fronteira imersa

No método pseudoespectral de Fourier, a condição de contorno periódica é necessária. Portanto, para uso de tal método com condições de contorno não periódicas, tornou-se necessário realizar o acoplamento com o método da fronteira imersa (MFI).

Tendo como referência o trabalho de Nascimento et al. (2014) e Santos, Borges e Nascimento (2021), define-se um domínio com pontos uniformemente distribuídos para representar a solução numérica, domínio Euleriano, Ω . Em seguida, estabelece-se o domínio Lagrangiano, Γ , onde o termo fonte da fronteira imersa atuará como condição de contorno. Foi adotado que os pontos de ambos os domínios sejam coincidentes, conforme ilustrado na Fig. 3.13.

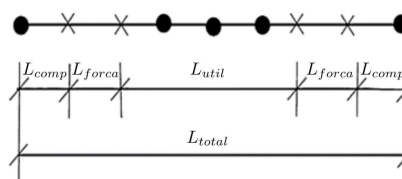
Figura 3.13 – Discretização dos domínios



Fonte: Nascimento et al. (2014)

Na Fig. 3.14, o comprimento do domínio euleriano, L_{total} , é composto por: L_{forca} , domínio de imposição da força; L_{util} , domínio útil e L_{comp} , domínio complementar. As simulações utilizaram o método de Runge-Kutta de quarta ordem clássico e o esquema antissimétrico para resolver o termo não linear da Eq. 3.57.

Figura 3.14 – Comprimento do domínio euleriano

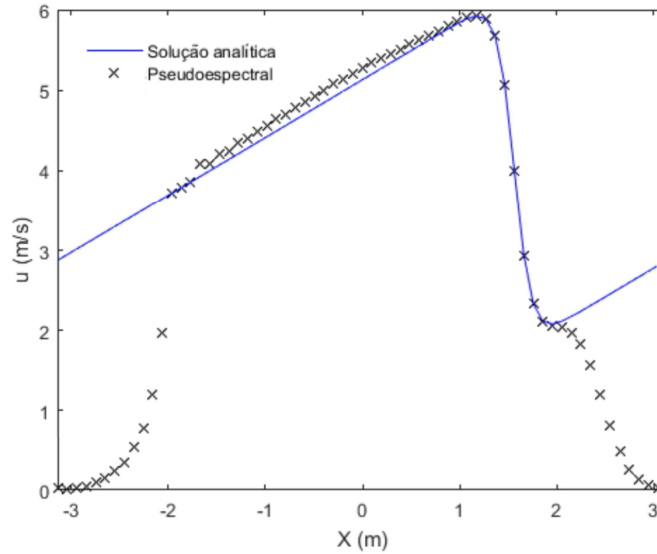


Fonte: Nascimento et al. (2014)

O domínio complementar é utilizado para recuperar a periodicidade de problemas não periódicos e, dessa forma, serve para impor diretamente as condições de contorno periódicas. Na Fig. 3.15, é possível observar o domínio total da simulação, incluindo os pontos do domínio complementar e da zona de forçagem.

A implementação da fronteira imersa, complementada pelo domínio euleriano, foi realizada através da imposição direta da força; isto é, em posições selecionadas, foram inseridos diretamente os valores da velocidade. Para a discretização temporal, empregou-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem clássico, e para resolver o termo não linear, utilizou-se o esquema antissimétrico. Os parâmetros usados na solução estão apresentados

Figura 3.15 – Domínio total.



Fonte: Produzido pela autora

na Tab. 3.3, e os erros foram calculados utilizando a norma L_∞ , conforme indicado na Eq. 3.64.

Tabela 3.3 – Parâmetros da simulação para a equação de Burgers com fronteira imersa

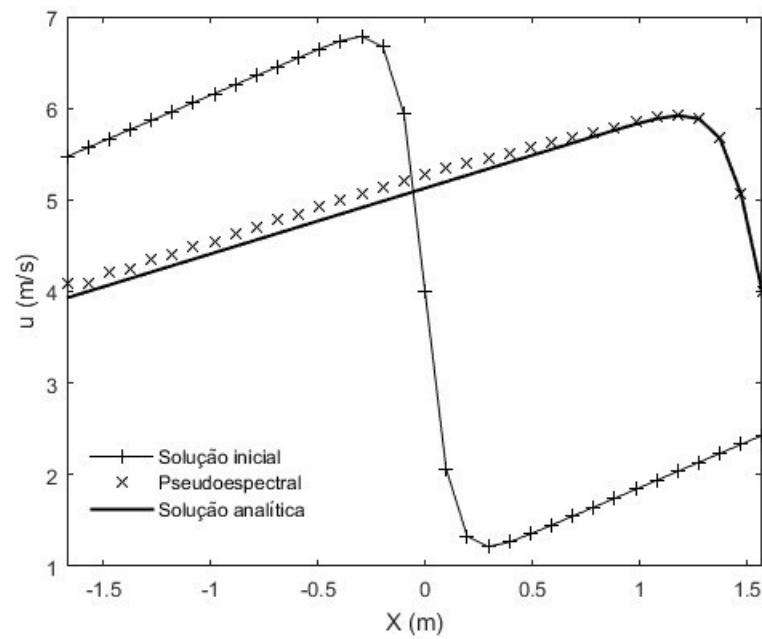
Parâmetros da simulação		
Parâmetro	Símbolo	Valor
Números de pontos de colocação	N	16, 32, 64, 128, 256, 512
Números de pontos de forçagem de cada lado	N_f	1; 2; 3
Número de pontos - domínio complementar	N_c	12
Número de Courant	CFL	0,01
Tempo final (s)	Tf	$\pi/8$
Comprimento do domínio (m)	A	2π
Viscosidade cinemática (m^2/s)	ν	0,2
Velocidade de advecção (m/s)	c	4

Fonte: Produzido pela autora

A solução numérica para a equação de Burgers em um domínio não periódico é apresentada na Fig. 3.16. A representação utiliza 64 pontos de colocação, CFL de 0,01 e inclui 3 pontos de cada lado da zona de forçagem, plotando apenas o domínio útil.

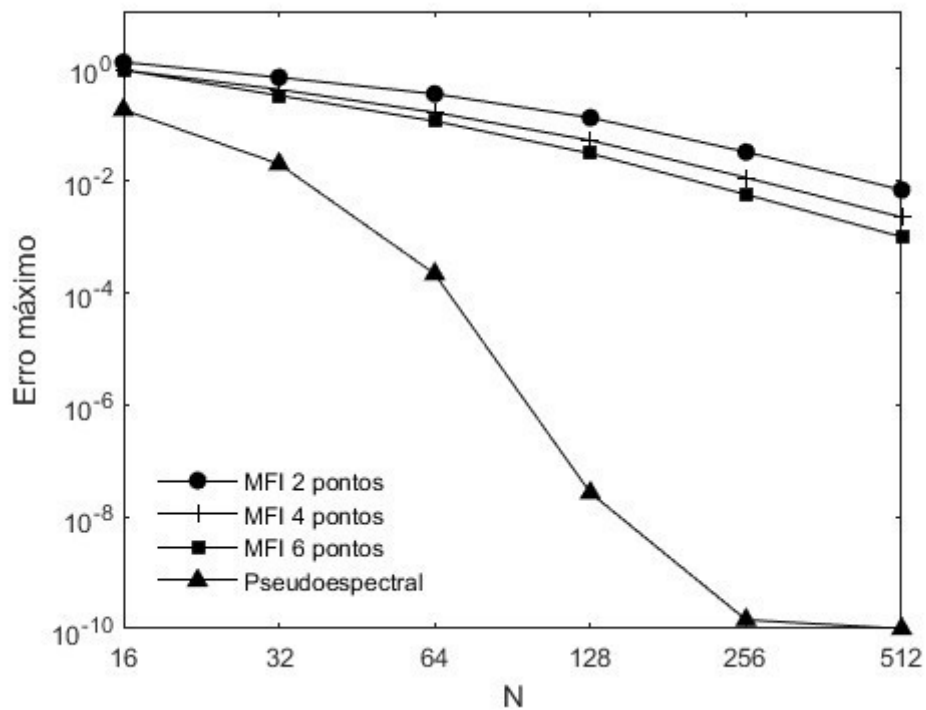
A Fig. 3.17 representa o erro máximo obtido com o MFI no tempo $\pi/8$ s. Percebe-se que, acrescentando mais números de pontos na fronteira imersa, aumenta a acurácia da solução numérica. O MPEFO é um método de alta convergência numérica, porém constatou-se que utilizando as metodologias em conjunto houve um decréscimo na ordem de convergência, entretanto ampliou-se o alcance de solução para outros problemas com condições de contorno não periódicas.

Figura 3.16 – Solução da equação de Burgers com condição de contorno não periódica



Fonte: Produzido pela autora

Figura 3.17 – Erro máximo no tempo final



Fonte: Produzido pela autora

O custo computacional não foi detalhado neste trabalho devido à limitação de uma máquina dedicada para os experimentos. No entanto, é possível encontrar informações sobre o custo computacional em um estudo anterior realizado por Nascimento et al. (2014).

3.4.3 Solução bidimensional

A verificação do código numérico bidimensional que emprega o método pseudo-espectral de Fourier (MPEFO) foi feita através das equações de Taylor-Green. Este conjunto de equações foi escolhido para a verificação, conforme aplicado em trabalhos anteriores (ABDELSAMIE et al., 2021), devido à sua natureza de condições de contorno periódicas e à existência de uma solução analítica específica para a configuração bidimensional, como indicado nas referências (NASCIMENTO et al., 2020; FIGUEROA; JACKIEWICZ; LÖHNER, 2021; SANTOS; BORGES; NASCIMENTO, 2022).

Dessa forma, utilizou-se as equações analíticas de pressão e velocidades propostas por Taylor e Green (1937 apud ABDELSAMIE et al., 2021) apresentadas nas Eqs. 3.65, 3.66 e 3.67.

$$u^a = -u_0 \cos\left(\frac{x}{L}\right) \sin\left(\frac{y}{L}\right) e^{-\frac{2\nu t}{L^2}}, \quad (3.65)$$

$$v^a = u_0 \sin\left(\frac{x}{L}\right) \cos\left(\frac{y}{L}\right) e^{-\frac{2\nu t}{L^2}}, \quad (3.66)$$

$$p^a = -\frac{u_0^2 \rho}{4} \left[\cos\left(\frac{2x}{L}\right) \sin\left(\frac{2y}{L}\right) \right] e^{-\frac{4\nu t}{L^2}}, \quad (3.67)$$

onde, u^a , v^a e p^a são os campos analíticos de velocidades horizontal e vertical e pressão respectivamente, como apresentado na Fig. 3.18 para domínio dimensional de Lx por Ly , com $Lx = Ly = 2\pi$, L é a dimensão do vórtice e ν é a viscosidade cinemática ($\nu = u_0 L / Re$).

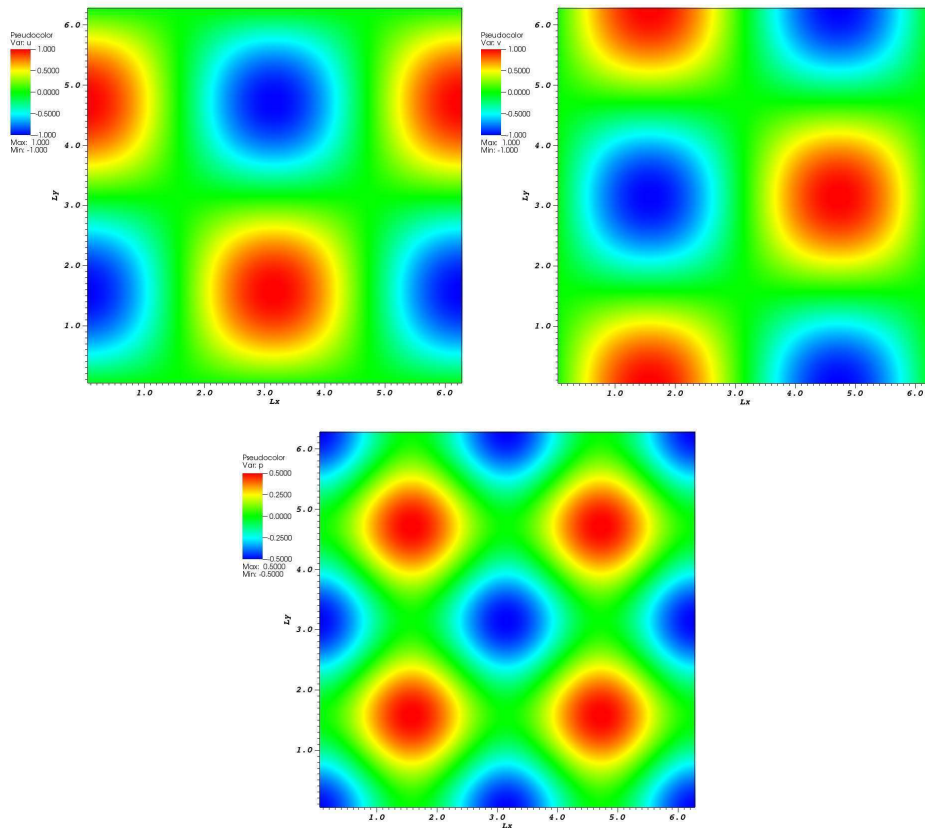
As equações para verificação devem obedecer à equação da continuidade, Eq. 3.68, os termos fontes introduzidos nas equações de Navier-Stokes são dadas pelas Equações 3.69 e 3.70.

$$\frac{\partial u^a}{\partial x} + \frac{\partial v^a}{\partial y} = 0, \quad (3.68)$$

$$f_x^a = \frac{\partial u^a}{\partial t} + \frac{\partial u^a u^a}{\partial x} + \frac{\partial u^a v^a}{\partial y} + \frac{\partial p^a}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial^2 u^a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^a}{\partial y^2} \right), \quad (3.69)$$

$$f_y^a = \frac{\partial v^a}{\partial t} + \frac{\partial u^a v^a}{\partial x} + \frac{\partial v^a v^a}{\partial y} + \frac{\partial p^a}{\partial y} - \nu \left(\frac{\partial^2 v^a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^a}{\partial y^2} \right). \quad (3.70)$$

Figura 3.18 – Campos de (a) velocidade na direção horizontal, (b) velocidade na direção vertical e (c) pressão para a solução de Taylor-Green, em $t=0$ [s] (condição inicial).



Fonte: Produzido pela autora

Substituindo as Equações 3.65 - 3.67 nas Equações 3.69 e 3.70 obtém-se, $f_x^a = 0$, $f_y^a = 0$, ou seja, as soluções analíticas propostas por Taylor e Green (1937) produzem termos fonte nulos nas equações de Navier-Stokes.

Um escoamento incompressível com densidade e viscosidade constantes é simulado em um plano de dimensões quadradas com condições de contorno periódicas em ambas as direções. Os parâmetros utilizados estão dispostos na Tab. 3.4.

Dada a solução inicial, Eq. 3.68, a solução evolui com o passar do tempo e pode ser comparada com a solução analítica. Adotou-se a norma L2 como medida de erro, Eq. 3.71.

$$L_2(\phi) = \sqrt{\frac{\sum_i^{Nx} \sum_j^{Ny} (\phi_{ij}^a - \phi_{ij})^2}{NxNy}}, \quad (3.71)$$

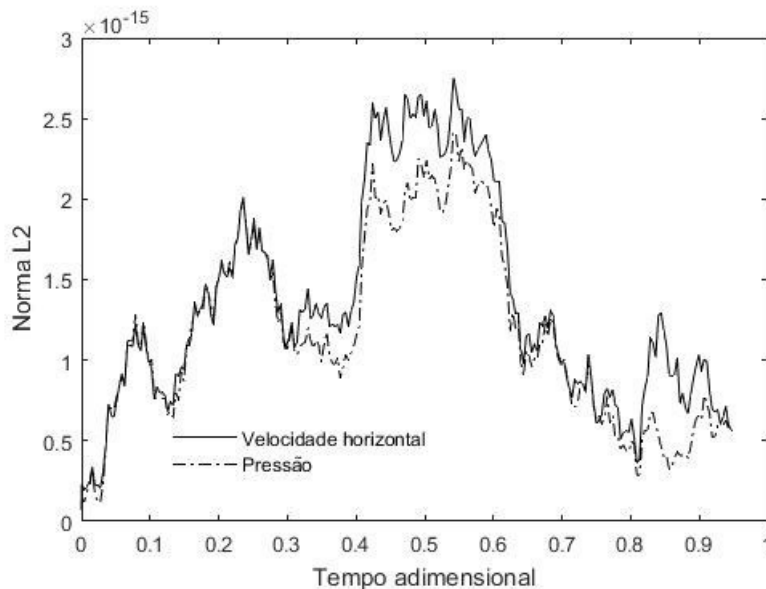
sendo ϕ_{ij}^a a variável analítica, dada pelas Eqs. 3.65, 3.66 e 3.67. Já ϕ_{ij} é a variável calculada numericamente nos índices ij , e Nx e Ny são os números de pontos de colocação da discretização do domínio nas direções x e y , respectivamente.

Tabela 3.4 – Parâmetros da simulação para as equações de Taylor-Green

Descrição	Símbolos	Valores
Dimensão do vórtice (m)	L	π
Velocidade máxima (m/s)	u_0	1,0
Dimensões do domínio	$L_x; L_y$	2π
Massa específica (Kg/m^3)	ρ	1.0
Número de Reynolds	Re	100
Número de pontos de colocação	N_x, N_y	16, 32, 64, 128, 256, 512
Número de Courant	CFL	0,01
Tempo final adimensional	$\frac{tu_0}{L}$	0.3

Fonte: Produzido pela autora

Figura 3.19 – Norma L2 utilizando o método pseudo-espectral de Fourier



Fonte: Produzido pela autora

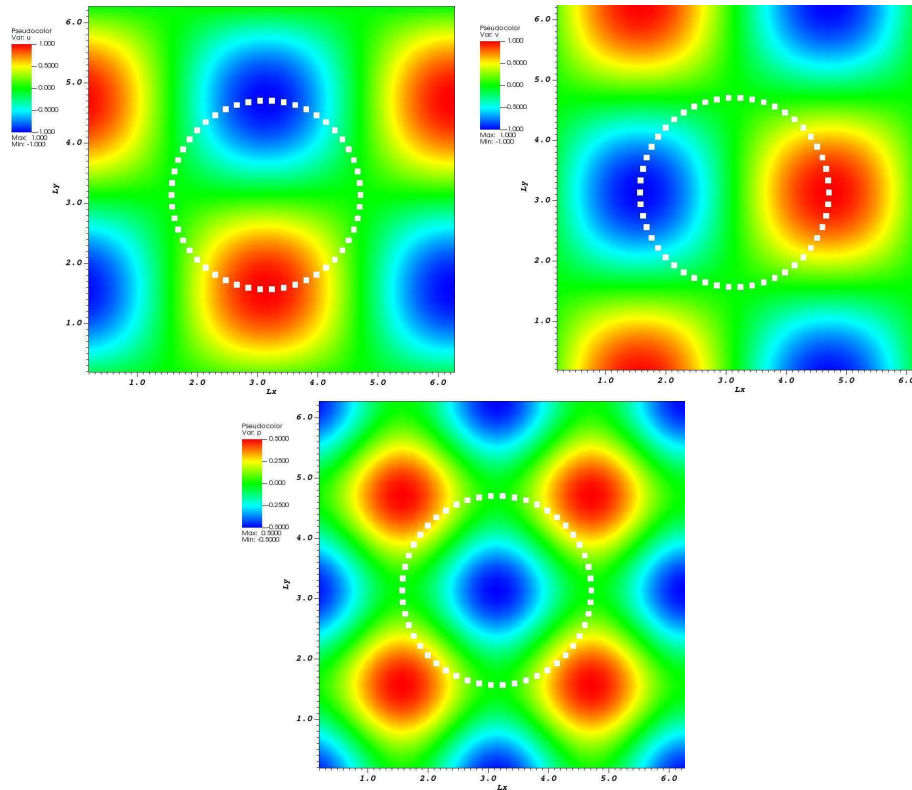
A Fig. 3.19 representa a evolução temporal da norma L2 para $N_x = N_y = 16$ pontos de colocação. Observa-se que os erros obtidos estão na ordem dos erros de truncamento da máquina. Além disso, percebe-se que a solução das equações de Taylor-Green é um problema estável para valores de número de Reynolds baixos, conforme afirmado por Abdelsamie et al. (2021).

3.4.4 Solução bidimensional com acoplamento do método fronteira imersa

Na verificação da metodologia com acoplamento do MFI, utilizou-se uma geometria circular localizada no centro do domínio, Fig. 3.20. Para esta simulação, empregou-se uma malha regular e uniforme para o domínio euleriano e para o domínio lagrangiano, $\Delta x = \Delta y = \Delta s$.

A verificação com fronteira imersa foi realizada para a função distribuição cúbica,

Figura 3.20 – Campos de: (a) velocidade na direção horizontal; (b) velocidade na direção vertical e (c) pressão para a solução de Taylor-Green, em $t = 0$ s (condição inicial)



Fonte: Produzido pela autora

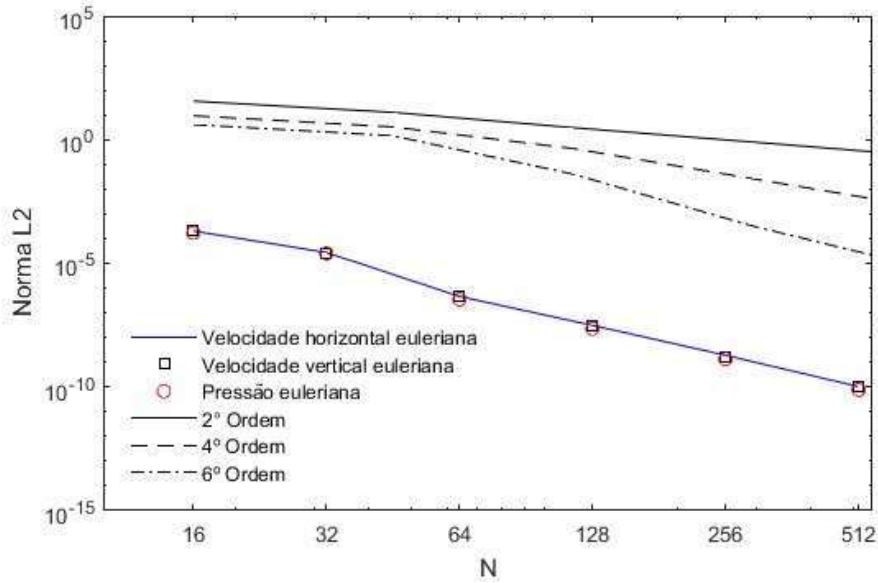
Eq. 3.6, conservando os mesmos parâmetros do domínio euleriano anteriormente verificado, Tab. 3.4, e o domínio lagrangiano possui diâmetro πm .

Embora o MPEFO tenha alta ordem de convergência, quando acoplado com a metodologia da fronteira imersa ocorre redução em sua acurácia, apresentando valores de erro na ordem de 10^{-8} e 10^{-10} , conforme apresentado na Fig. 3.21.

Ressalta-se que os resultados apresentados na Fig. 3.22 utilizaram a norma $L2$ exclusivamente para o cálculo do erro nos pontos da fronteira imersa. Na simulação sem corpo imerso, a norma $L2$ dos campos de velocidade e da pressão é da ordem de 10^{-15} . No entanto, com a aplicação do MFI, o valor do erro obtido atinge 10^{-10} para $Nx = 512$ pontos de colocação, conforme ilustrado na Fig. 3.22. Observa-se que todas as variáveis atingem a quarta ordem de convergência. Ademais, enfatiza-se que o componente de pressão, determinado no pós-processamento, apresentou a mesma ordem de convergência que a velocidade.

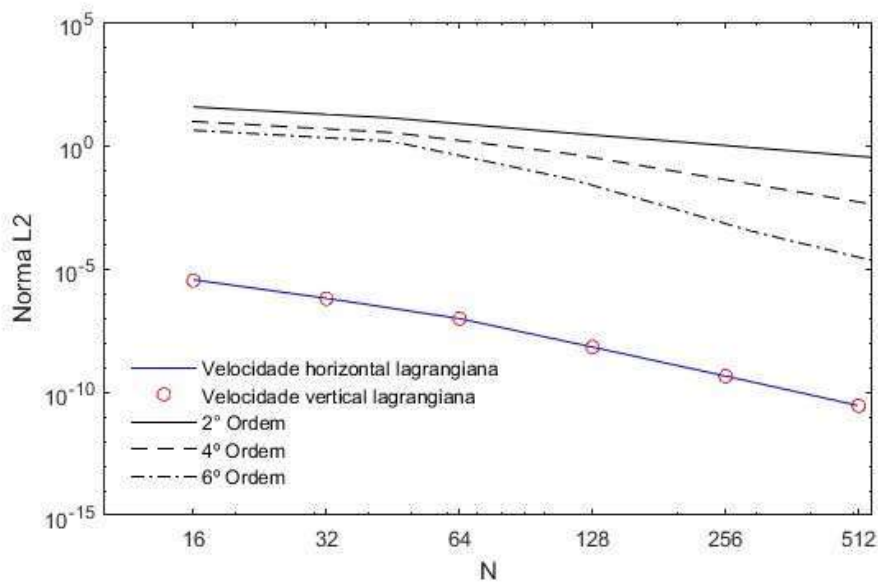
Analisando a Fig. 3.22, identifica-se em relação às variáveis lagrangianas que estas também apresentam quarta ordem de convergência. Este resultado é importante, pois mostra que a acurácia e a ordem de convergência espacial não são comprometidas na

Figura 3.21 – Taxa de convergência com o uso do método da fronteira imersa - Variáveis eulerianas



Fonte: Produzido pela autora

Figura 3.22 – Taxa de convergência com o uso da metodologia da fronteira imersa - Variáveis lagrangianas



Fonte: Produzido pela autora

região próxima à fronteira imersa e corrobora os resultados apresentados por Mariano (2011) e Nascimento (2016).

Além disso, o custo computacional é linear com o aumento do número de pontos de colocação em uma simulação de escoamento sobre degrau, de acordo com Mariano et al. (2022), o que sugere uma relação entre o tempo computacional e o refinamento da malha euleriana de aproximadamente $KN \log_2 N$, em que K é uma constante e N é o número de pontos de colocação.

4 RESULTADOS

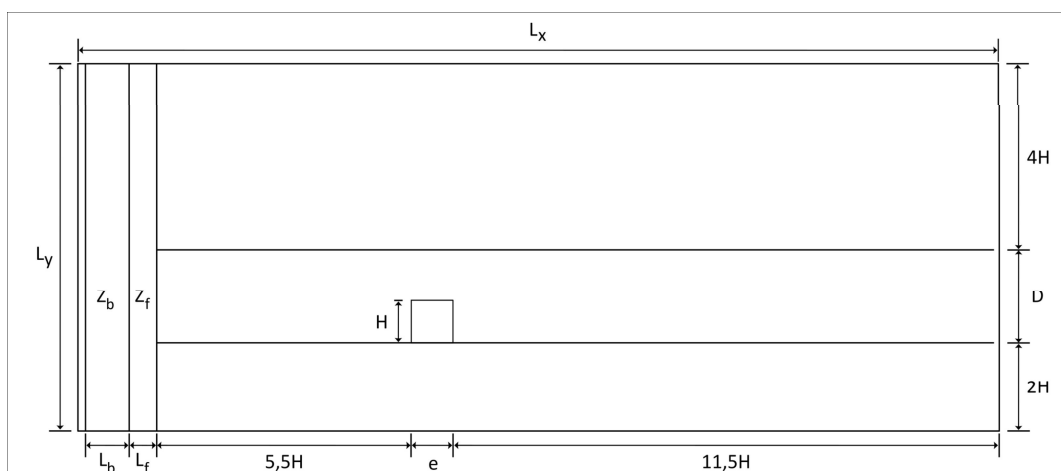
No presente capítulo são apresentados os resultados dos estudos de caso destinados à validação das sub-rotinas desenvolvidas. Esses estudos envolvem a aplicação da metodologia IMERSPEC em problemas específicos, como o escoamento sobre duto com ressalto, escoamento sobre cilindro de base retangular e escoamento ao redor do cilindro ancorado por mola e amortecedor.

4.1 Estudo de Caso 1: Escoamento sobre duto com ressalto

O processo de validação do código numérico bidimensional da metodologia IMERSPEC considerou o problema do duto com ressalto (BASTOS; SANTOS; NASCIMENTO, 2023b; BASTOS; SANTOS; NASCIMENTO, 2023a), em que a estrutura considerada está fixa no duto, conforme mostra a Fig. 4.1.

O domínio total é composto por três subdomínios: a zona de buffer, Z_b , que possibilita amortecer os vórtices injetados devido ao uso da condição periodicidade, próprio do MPEFO; a zona de forçagem, Z_f , onde é imposta a condição de um fluxo parabólico com velocidade máxima no centro do duto, U_∞ e zero nas extremidades do duto e finalmente, o domínio útil, L_u , obtido pela expressão $L_u = L_b - L_f$. As características geométricas do problema são apresentadas na Fig. 4.1.

Figura 4.1 – Problema físico



Fonte: Produzido pela autora

As simulações foram realizadas usando o MPEFO com Runge-Kutta de quarta ordem otimizado com seis passos (ALLAMPALLI et al., 2009) e 640x256 pontos de colocação. As simulações foram baseadas nos parâmetros apresentados pela Tab. 4.1.

Tabela 4.1 – Parâmetros da simulação para o duto com ressalto

Descrição	Símbolos	Valores
Velocidade máxima de entrada (m/s)	U_∞	1,0
Altura do ressalto (m)	H	1,0
Diâmetro do duto (m)	D	2,0
Dimensões do domínio y	L_y/H	8
Dimensões do domínio x	L_x/H	20
Comprimento da zona de buffer	L_b/H	1,5
Comprimento da zona de forçagem	L_f/H	0,5
Massa específica (Kg/m^3)	ρ	1,0
Número de Reynolds	Re	200, 400 e 800
Número de pontos de colocação	N_y	256
Número de pontos de colocação	N_x	640
Número de Courant	CFL	0,01

Fonte: Produzido pela autora

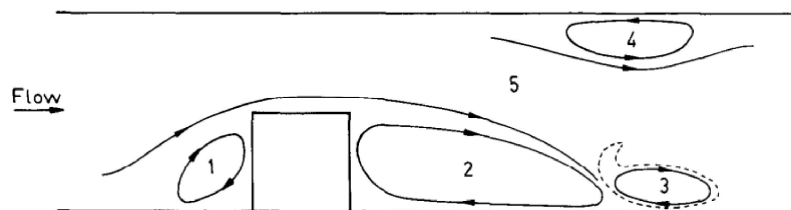
O problema está bem documentado na literatura científica, conforme apresentado por Onur e Baydar (1992), foram realizadas simulações para números de Reynolds, dado pela Eq. 4.1:

$$Re = \frac{\bar{u}D}{\nu} \quad (4.1)$$

sendo $\bar{u} = 0.67U_\infty$, em que \bar{u} é a velocidade média de entrada, D é o diâmetro do duto que corresponde duas vezes a altura do ressalto, e ν é a viscosidade cinemática.

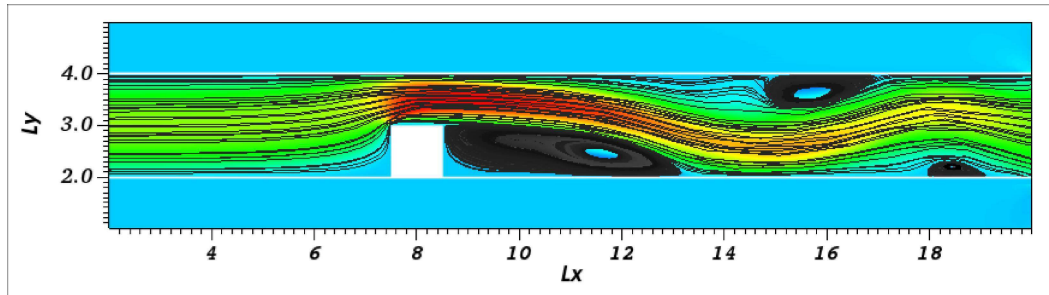
Onur e Baydar (1992) identificou cinco áreas distintas: a região de recirculação a montante (1), a região de recirculação primária (2), as regiões secundárias de recirculação da placa inferior (3) e superior (4) e um jato principal (5), conforme ilustrado na Fig. 4.2. O fluxo se move em direção à placa inferior, e o comprimento da região de recirculação primária vai aumentando. As regiões de recirculação da placa superior e inferior não são estáveis e são periodicamente arrastadas pelo movimento do jato principal. Contudo, estas podem ser identificadas na Fig. 4.3.

Figura 4.2 – Diagrama de fluxo ao redor do ressalto.



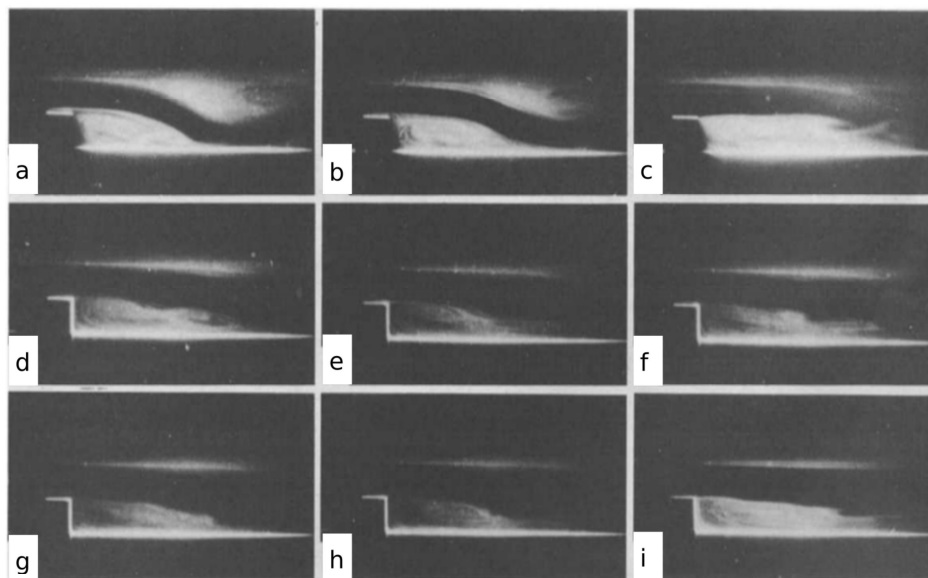
Fonte: Onur e Baydar (1992)

Figura 4.3 – Diagrama de fluxo ao redor do ressalto.



Fonte: Produzido pela autora

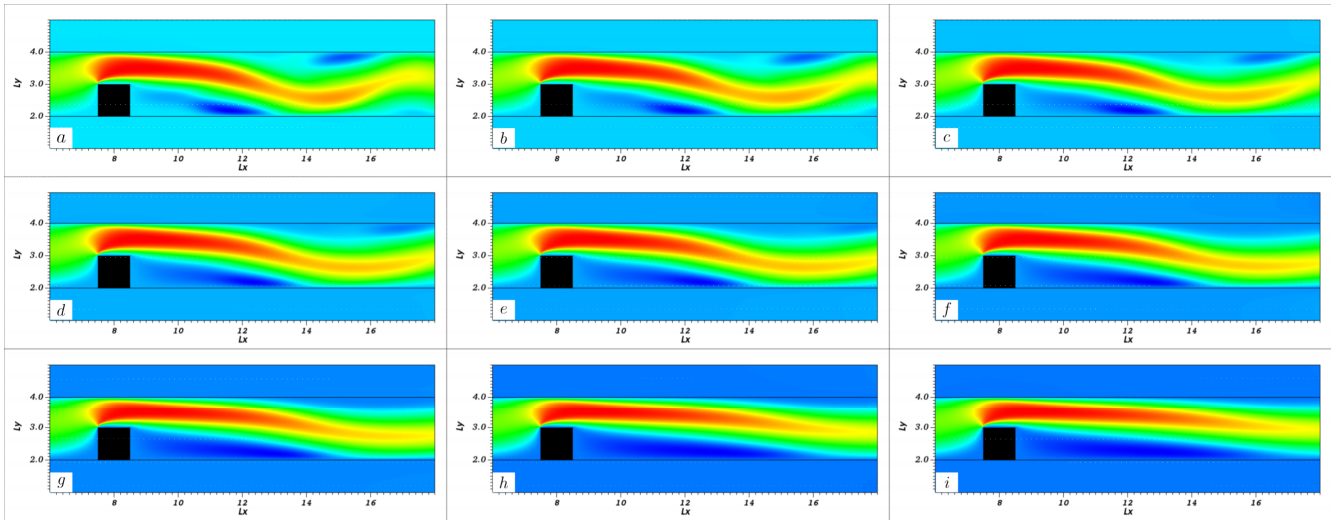
A Fig. 4.4 apresenta um diagrama obtido experimentalmente, conforme mostrado no trabalho dos autores Onur e Baydar (1992) e a Fig. 4.5 representa o resultado qualitativo da validação. Ao analisar as Fig. 4.4 e 4.5, observa-se que as imagens de a até c mostram a estrutura do fluxo quando o jato principal foi fixado na placa superior. Nota-se a presença de recirculação secundária na região da placa posterior. A região de recirculação primária (2) e as regiões de recirculação secundária (3 e 4) são claramente visíveis. Cada quadro referênciado foi fotografado 2/5s depois do quadro anterior, tanto no trabalho de Onur e Baydar (1992) quanto no presente trabalho. Observa-se uma semelhança dos resultados numéricos com os resultados experimentais.

Figura 4.4 – Visualização do fluxo $Re=200$ 

Fonte: Onur e Baydar (1992)

Observando o jato principal entre os quadros, é perceptível que está se movendo em direção à placa superior, e o comprimento da região de recirculação primária está aumentando. Pode-se notar que a região de recirculação da placa superior está sendo progressivamente arrastada até desaparecer, enquanto a região de recirculação primária se

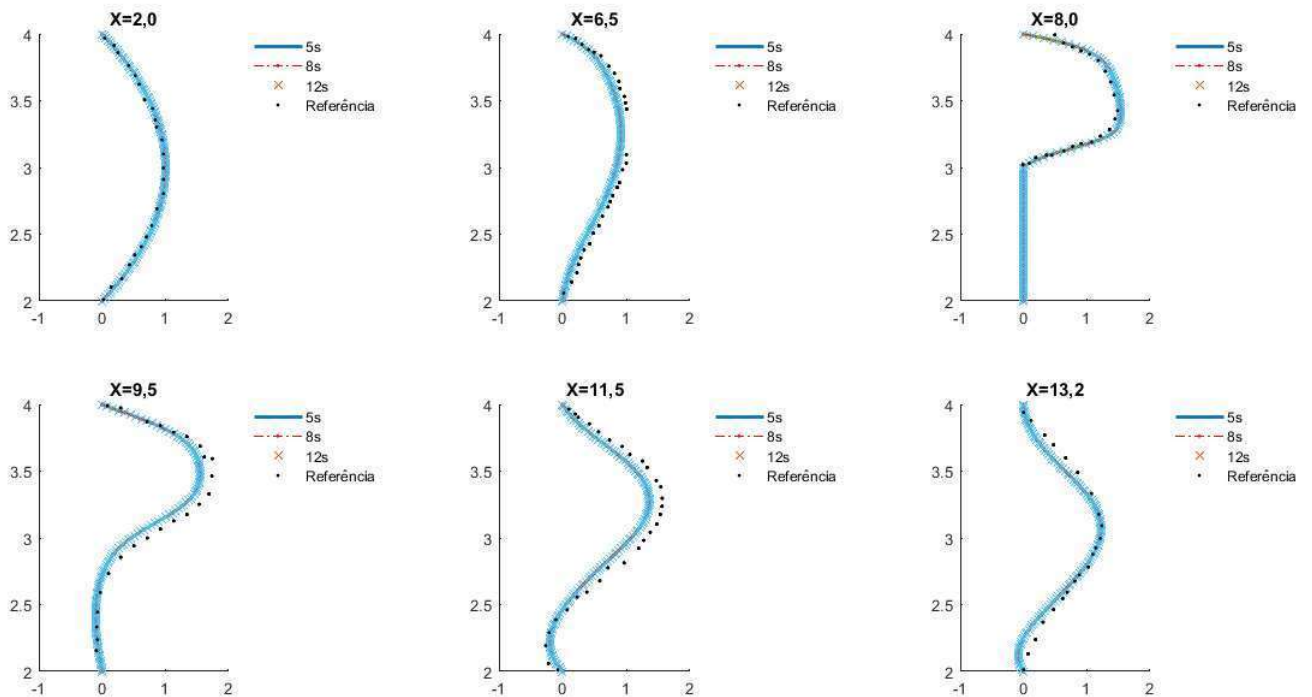
Figura 4.5 – Visualização do campo de velocidade horizontal, para $Re=200$.



Fonte: Produzido pela autora

estende até atingir a convergência.

Figura 4.6 – Perfil velocidade para $Re=200$.



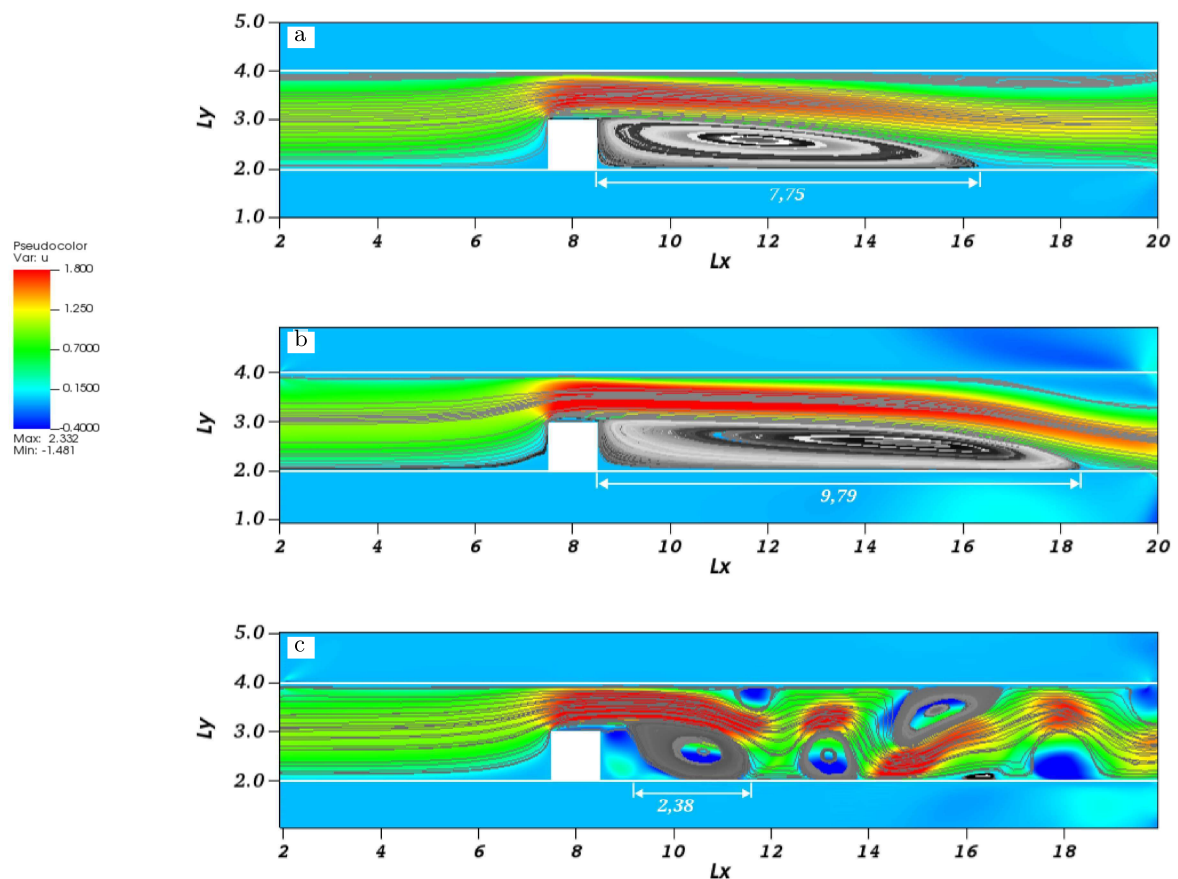
Fonte: Produzido pela autora

Na Fig. 4.6 é possível observar o perfil velocidade em algumas posições da simulação, a partir do domínio útil. As simulações mostraram resultados condizentes com a física do escoamento e comparados com resultados apresentados por Onur e Baydar (1992), obtiveram, de forma geral, uma boa similaridade.

4.1.1 Estudo da influência do número de Reynolds

Com o aumento do número de Reynolds, o escoamento apresenta mudanças significativas. Analisando a Fig. 4.7, nota-se a expansão da região de recirculação primária (Figs. 4.7a e 4.7b) até o ponto em que começam a aparecer alguns padrões de desprendimento de estruturas turbilhonares. Isso é evidenciado na Fig. 4.7c, onde se constata um padrão regular de estrutura turbilhonar movendo-se alternadamente em sentido horário e anti-horário.

Figura 4.7 – Escoamento ao redor de um ressalto em função do Reynolds. a) $Re=200$, b) $Re=400$, d) $Re=800$.



Fonte: Produzido pela autora

Outra característica observada na simulação é a variação do comprimento da região de recirculação primária com a variação do número de Reynolds. Analisando a Fig. 4.7, percebe-se que o comprimento da região de recirculação primária atinge a distância de $7,75 H$ para Re de 200, para o número de Reynolds de 400 a distância de $9,79 H$ e há o desprendimento de estrutura burbilhonar para Re de 800. Portanto, verifica-se que não há proporcionalidade na variação do número de Reynolds com o comprimento da região de recirculação primária.

4.1.2 Influências dos parâmetros sobre distância entre placas e espessura do corpo imerso.

Devido as condições de contorno periódicas impostas pelo método pseudoespectral de Fourier foi realizado também o estudo aumentando o diâmetro do duto, mantendo as dimensões do ressalto constante. Para isso, as simulações foram baseadas nos parâmetros apresentados na Tab. 4.2.

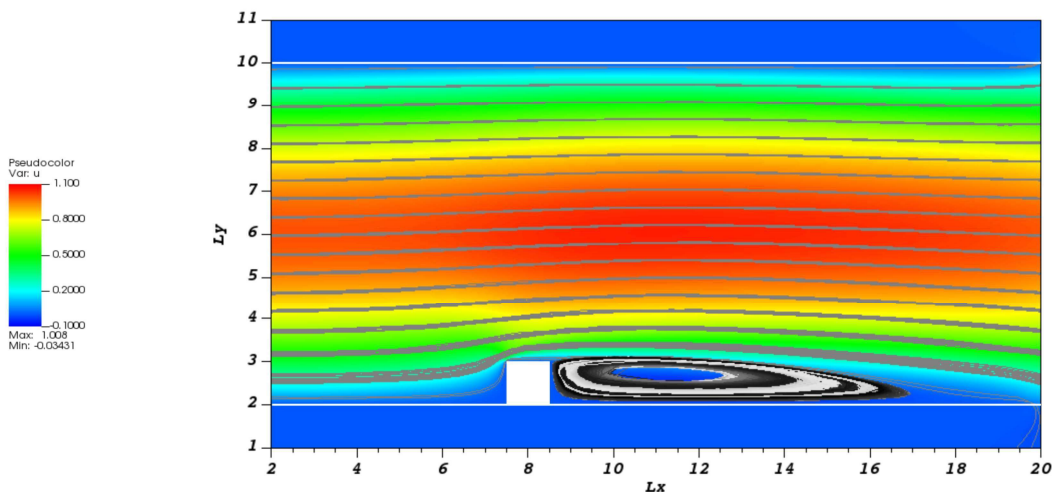
Tabela 4.2 – Parâmetros da simulação para a variação do diâmetro do duto

Descrição	Símbolos	Valores
Velocidade máxima de entrada (m/s)	U_{∞}	1,0
Altura do ressalto (m)	H	1,0
Diâmetro do duto (m)	D	8 e 16
Dimensões do domínio y	L_y/H	8
Dimensões do domínio x	L_x/H	20
Comprimento da zona de buffer	L_b/H	1,5
Comprimento da zona de forçagem	L_f/H	0,5
Massa específica (Kg/m^3)	ρ	1,0
Número de Reynolds	Re	200
Número de pontos de colocação	N_y	256
Número de pontos de colocação	N_x	640
Número de Courant	CFL	0,01

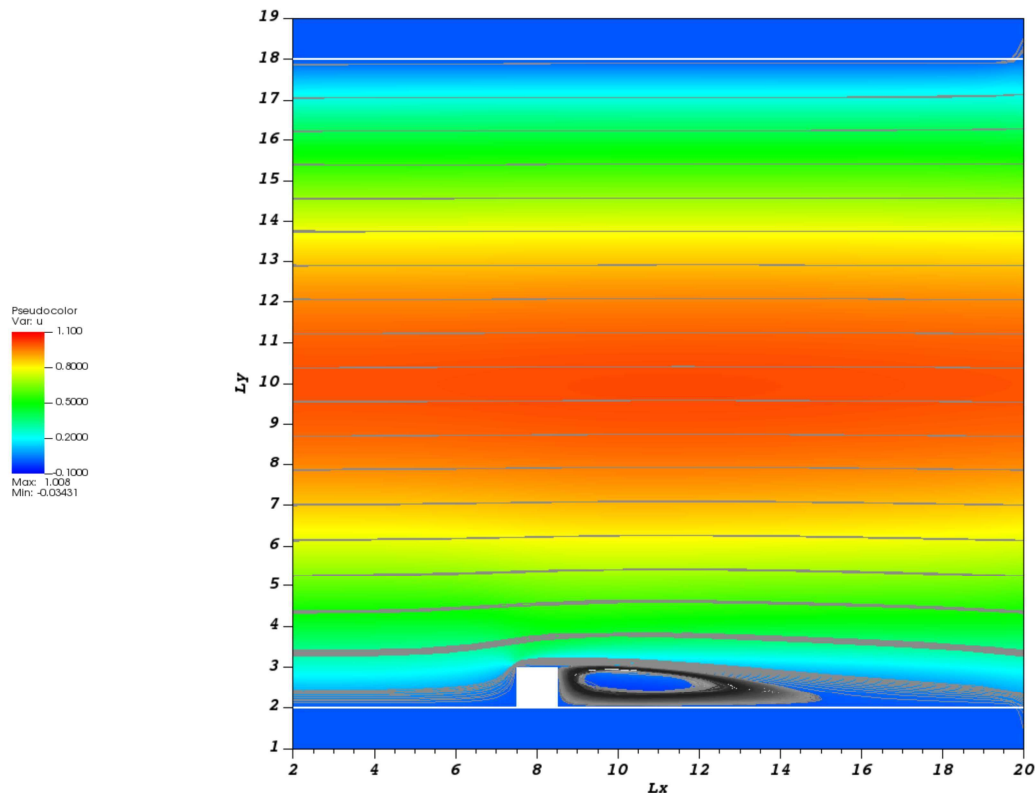
Fonte: Produzido pela autora

Em relação aos parâmetros estipulados pela Tab. 4.2, percebe-se que próximo ao topo do ressalto, a velocidade média no sentido do escoamento é aproximadamente a velocidade imposta na entrada do duto, o que pode ser visualizado nas Figs. 4.8 e 4.9.

Figura 4.8 – Linhas de corrente em um duto de diâmetro de 8H



Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.9 – Linhas de corrente em um duto de diâmetro de $16H$ 

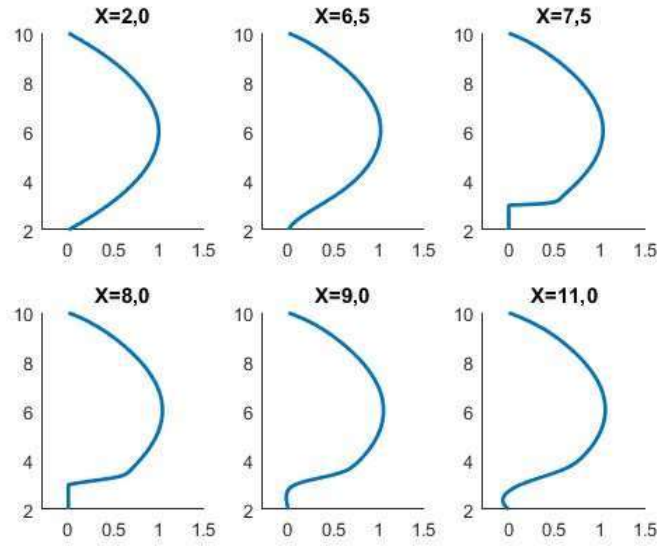
Fonte: Produzido pela autora

A camada limite laminar se desenvolve sobre a superfície do ressalto nas Figs. 4.8 e 4.9, percebe-se que devido à presença do ressalto, sofre um estreitamento nas linhas de corrente próximo ao corpo. Comparando as Figs. 4.10 e 4.11, o estreitamento é menor quando o diâmetro do duto é maior. Além disso, percebe-se que ocorre uma redução do comprimento da instabilidade à jusante do corpo com o aumento da distância entre as placas.

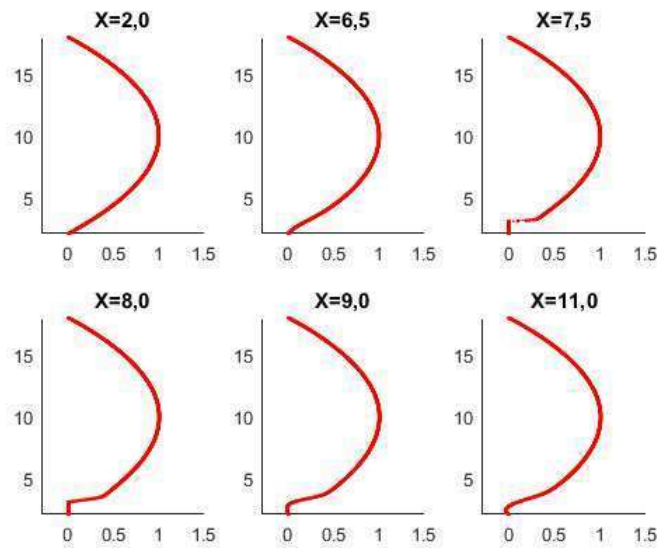
As Figs. 4.10 e 4.11 mostram o perfil velocidade em diferentes pontos do duto. Inicialmente, introduz um perfil de velocidade desenvolvido na entrada do duto, como pode-se observar em $X = 2,0H$ em ambas figuras. Analisando o perfil $X = 6,5H$, localizado na região anterior ao ressalto, nota-se uma redução da velocidade na altura do ressalto, indicando uma desaceleração das partículas do fluido. Além disso, verifica-se que em $X = 9,0H$, ocorre um fenômeno semelhante ao observado em $X = 6,5H$. Já em $X = 11,0H$, observa-se o descolamento da camada limite, provocado pelo gradiente de pressão adverso.

Além dessa simulação, a fim de avaliar o escoamento no duto de maior diâmetro com diferentes espessuras do ressalto, realizou-se simulações baseadas nos parâmetros apresentados na Tab. 4.3.

As Figs. 4.12 a 4.14 mostram as linhas de corrente na direção do escoamento,

Figura 4.10 – Perfil velocidade em diferentes pontos - $D = 8H$ 

Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.11 – Perfil velocidade em diferentes pontos - $D = 16H$ 

Fonte: Produzido pela autora

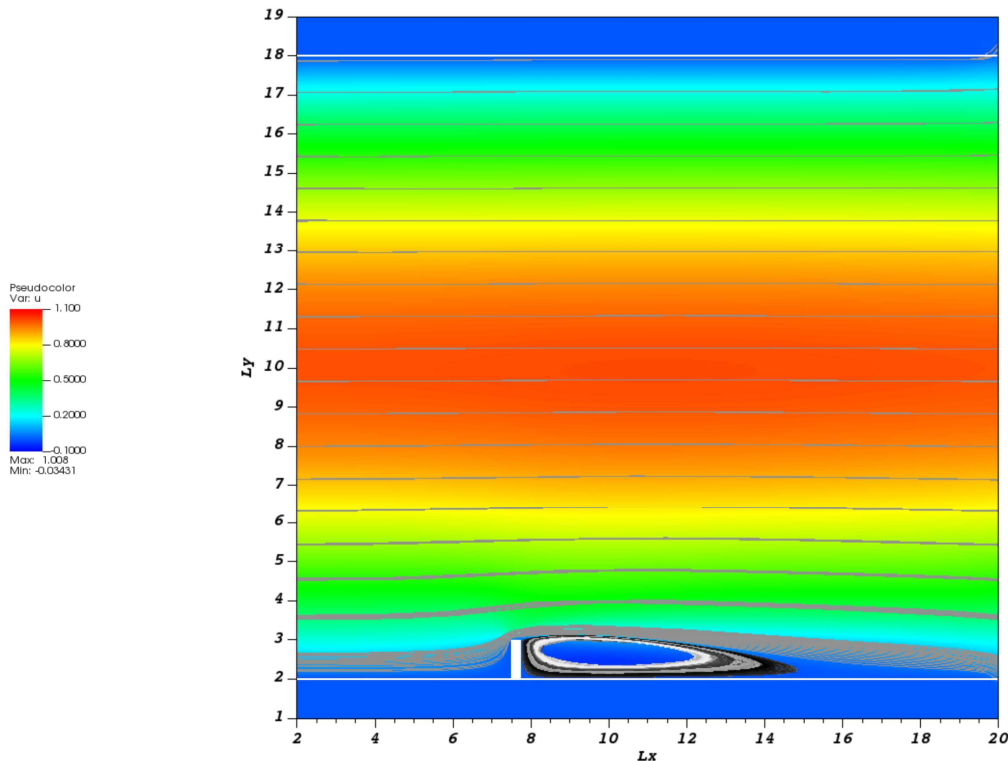
Tabela 4.3 – Parâmetros da simulação para a variação do comprimento do ressalto

Descrição	Símbolos	Valores
Velocidade máxima de entrada (m/s)	U_∞	1,0
Altura do ressalto (m)	H	1,0
Espessura do ressalto (m)	e	0,25H; 0,5H e 1,0H
Diâmetro do duto (m)	D	16
Dimensões do domínio y	L_y/H	8
Dimensões do domínio x	L_x/H	20
Comprimento da zona de buffer	L_b/H	1,5
Comprimento da zona de forçagem	L_f/H	0,5
Massa específica (Kg/m^3)	ρ	1,0
Número de Reynolds	Re	200
Número de pontos de colocação	N_y	256
Número de pontos de colocação	N_x	640
Número de Courant	CFL	0,01

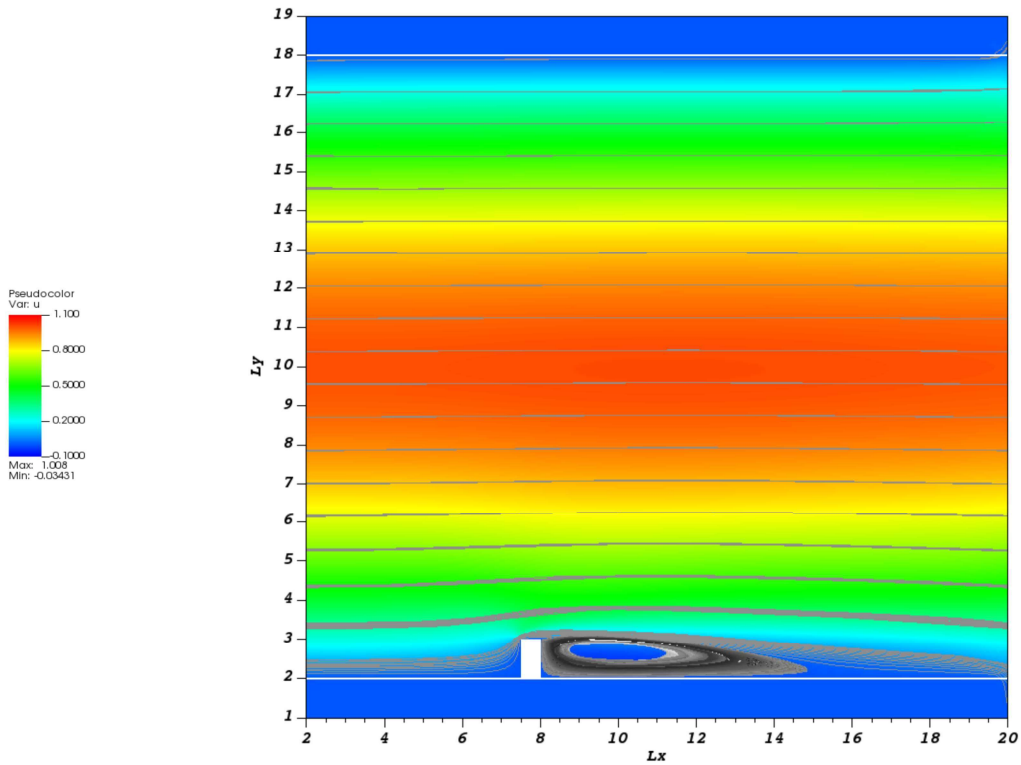
Fonte: Produzido pela autora

percebe-se que mesmo com a menor espessura, a região de recirculação foi bem representada. Observa-se que geraram recirculações apenas após o ressalto na região primária, mesmo nos casos em que a espessura diminuiu, esse resultado é condizente com encontrado nos artigos que avaliam o escoamento, como em Zhu et al. (2022).

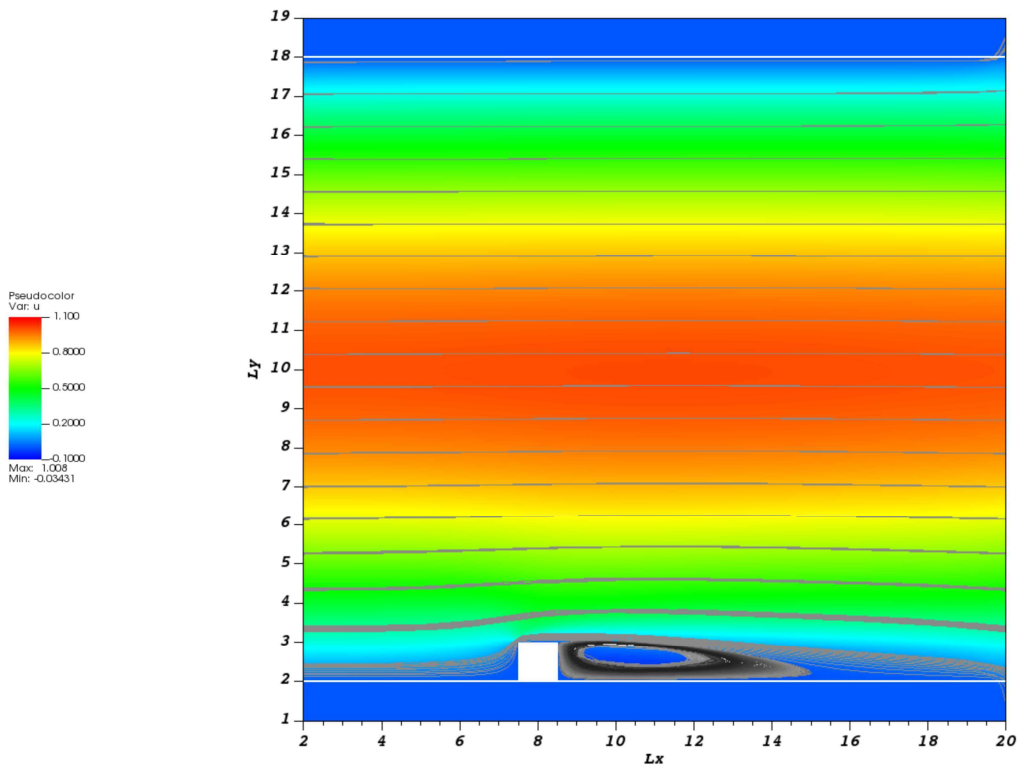
Figura 4.12 – Visualização do escoamento em duto com ressalto de espessura de 0,25H



Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.13 – Visualização do escoamento em duto com ressalto de espessura de $0,50H$ 

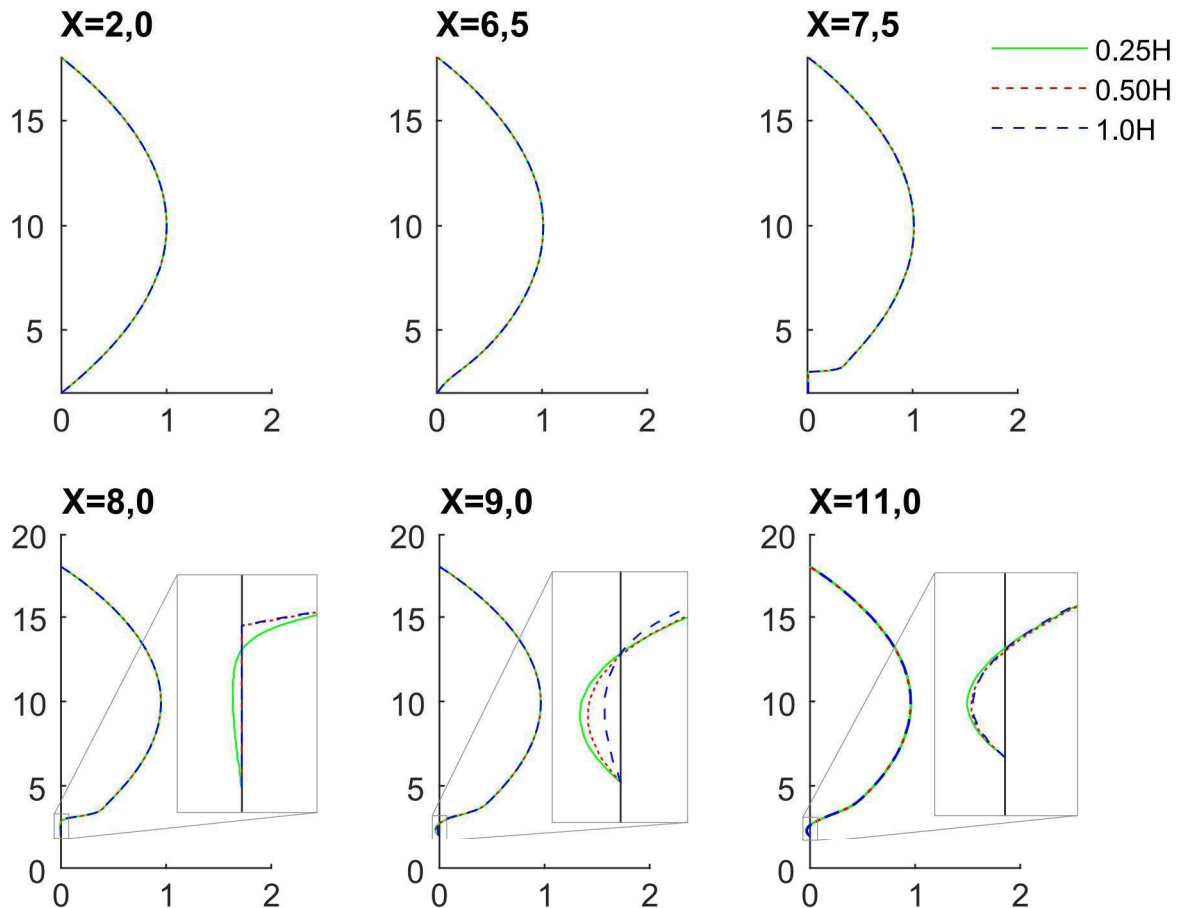
Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.14 – Visualização do escoamento em duto com ressalto de espessura de $1,0H$ 

Fonte: Produzido pela autora

A Fig. 4.15 ilustra o perfil velocidade nas simulações em que o ressalto possui espessura de $0,25H$, $0,50H$ e $1,0H$. É perceptível que só houve diferenças no perfil velocidade em $X = 8,0$, $X = 9,0$ e $X = 11,0$, justamente nas posições nas quais o ressalto está inserido, essa variação deve-se à espessura do mesmo, sendo que a região de recirculação se manifesta logo após o ressalto. Esse fenômeno também pode ser observado nas Figs. 4.12 a 4.14.

Figura 4.15 – Perfil velocidade - $e = 0,25H$; $0,50H$ e $1,0H$ no tempo de $t = 5,0s$



Fonte: Produzido pela autora

4.2 Estudo de Caso 2: Escoamento sobre cilindro de base retangular

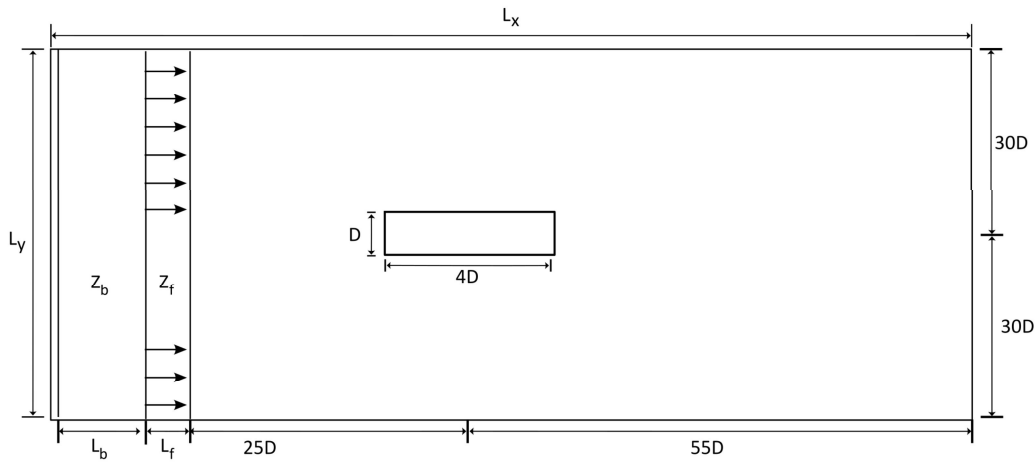
Outra validação do código numérico bidimensional da metodologia IMERSPEC foi realizada, essa engloba a análise da interação de um fluido com um corpo rígido, especificamente de formato de um cilindro retangular. Neste contexto, a estrutura em questão permanece fixa e inalterada durante o processo de interação com o fluido, conforme mostra a Fig. 4.16.

A dimensão característica, ou seja, a dimensão relevante para os cálculos relacionados à dinâmica do escoamento, é estabelecida a partir de um cilindro imerso de maneira

perpendicular à corrente livre do fluido. Nesse cenário, o comprimento característico corresponde à altura (D) do perfil retangular do corpo, como ilustrado na Fig. 4.16.

O domínio total é composto por três subdomínios: a zona de buffer, Z_b , que possibilita amortecer os vórtices injetados devido ao uso da condição periodicidade, próprio do MPEFO; a zona de forçagem, Z_f , onde é imposta a condição de velocidade constante e uniforme, u_∞ e finalmente, o domínio útil. As características geométricas do problema são apresentadas na Fig. 4.16.

Figura 4.16 – Problema físico



Fonte: Produzido pela autora

As simulações foram realizadas usando o MPEFO com Runge-Kutta de quarta ordem otimizado com seis passos (ALLAMPALLI et al., 2009), baseadas nos seguintes parâmetros: $D = 1 \text{ cm}$, $L_b/D = 30$; $L_f/D = 10$; $u_\infty = 1,0 \text{ cm/s}$, $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$.

Tabela 4.4 – Parâmetros da simulação para o escoamento entre cilindro de seção retangular

Descrição	Símbolos	Valores
Altura do retângulo (cm)	D	1
Base do retângulo (cm)	B	4
Velocidade máxima (cm/s)	u_∞	1
Dimensões do domínio	$L_x \times L_y$	$120D \times 60D$
Massa específica (Kg/m^3)	ρ	1000
Número de Reynolds	Re	150, 250, 400, 500, 600, 800, 1000
Número de pontos de colocação	$N_x \times N_y$	256×128 , 512×256 , 1024×512
Número de Courant	CFL	0,01
Tempo final adimensional	$\frac{tu_\infty}{D}$	400

Fonte: Produzido pela autora

O escoamento ao redor de um cilindro retangular é caracterizado pela razão de forma (ϕ), definido pela divisão entre a dimensão da altura (D) pela base (B) da seção retangular do cilindro. Conforme apresentado por Lindquist (2000), Nakamura et al. (1996),

Tabela 4.5 – Parâmetros da simulação para o escoamento entre cilindro de seção retangular

Descrição	Símbolos	Valores
Altura do retângulo (cm)	D	1
Base do retângulo (cm)	B	1, 2, 4, 5, 6, 10, 16
Velocidade máxima (cm/s)	u_∞	1
Dimensões do domínio	$L_x \times L_y$	$120D \times 60D$
Massa específica (Kg/m ³)	ρ	1000
Número de Reynolds	Re	250
Número de pontos de colocação	$N_x \times N_y$	1024×512
Número de Courant	CFL	0,01
Tempo final adimensional	$\frac{tu_\infty}{D}$	400

Fonte: Produzido pela autora

Okajima (1982), foram realizadas simulações para $Re = \frac{u_\infty D \rho}{\mu} = 150, 250, 400, 500, 600, 800$ e 1000.

Quando um objeto é colocado no caminho de um fluido em movimento, a resistência viscosa desacelera o fluido próximo à superfície do objeto. O aumento da velocidade do fluido resulta na separação do fluxo, formando uma região de baixa pressão que origina vórtices. O número de Strouhal, definido por $St = \frac{fD}{u_\infty}$, quantifica a frequência desses vórtices em relação às características do objeto e à velocidade do fluido.

4.2.1 Refinamento do número de pontos eulerianos

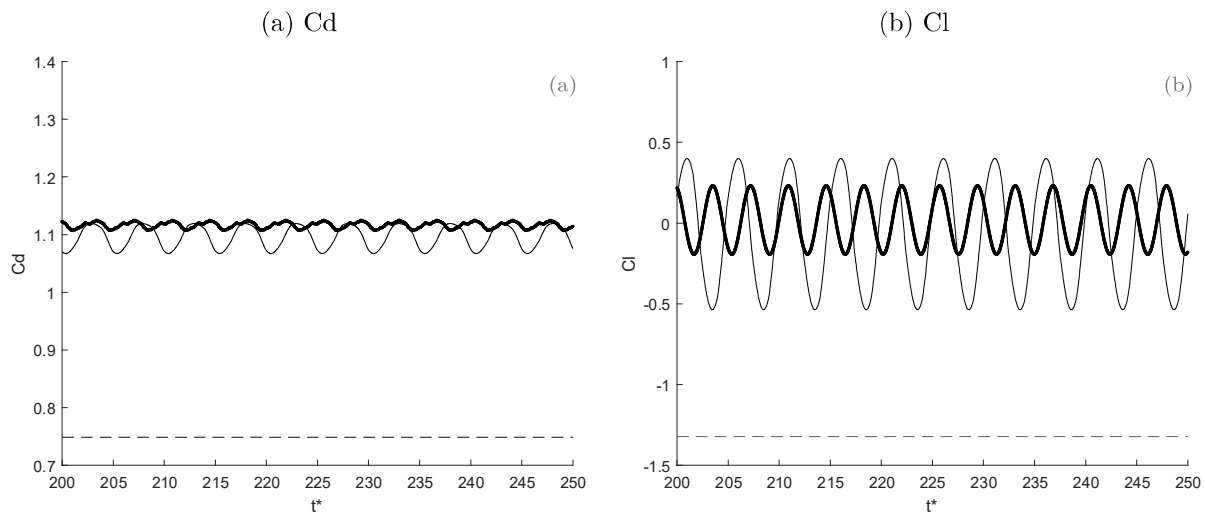
O teste de refinamento do número de pontos no domínio euleriano é realizado para três formatos $N_x \times N_y$: 256×128 , 512×256 e 1024×512 , sendo que N_x e N_y discretiza o comprimento L_x e L_y , respectivamente. O cilindro retangular foi discretizado em 21, 44 e 85 pontos lagrangianos para cada malha, respectivamente, e o número máximo de iterações para convergência da fronteira imersa foi de $NIT = 100$. A influência do refinamento da malha é avaliada com base nos coeficientes de sustentação e arrasto, apresentados na Fig. 4.17 e do número de Strouhal, conforme indicado na Tab. 4.6.

O refinamento do domínio euleriano implica uma alteração no comportamento dos coeficientes C_l e C_d , o que, conseqüentemente, aumenta sua precisão. Isto é, fica evidente que a malha 256×128 não é capaz de evidenciar os coeficientes em comparação com os demais níveis de refinamento.

Ainda na Fig. 4.17a é possível obter o valor do coeficiente de arrasto médio para 512×256 e 1024×512 são bastante consistentes, $C_d = 1,11$ e $C_d=1,10$, respectivamente e estão bem próximas ao resultado numérico $C_d=1.00$ apresentado por Islam et al. (2012).

Além dos coeficientes aerodinâmicos, o número de Strouhal (St) é um parâmetro importante para comparação, como apresentado na Tab. 4.6. Os resultados obtidos com número de divisões euleriana de 512×256 e 1024×512 são próximos aos obtidos pelos

Figura 4.17 – Coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l). Linha tracejada para a malha 256 x 128, Linha contínua grossa para a malha 512 x 256, Linha contínua para a malha 1024 x 512



Fonte: Produzido pela autora

autores das referências.

Tabela 4.6 – Número de Strouhal.

Domínio	St
256 x 128	0,010
512 x 256	0,140
1024 x 512	0,146
Nakamura et al. (1996) exp	0,145
Lindquist (2000)	0,139

Fonte: Produzido pela autora

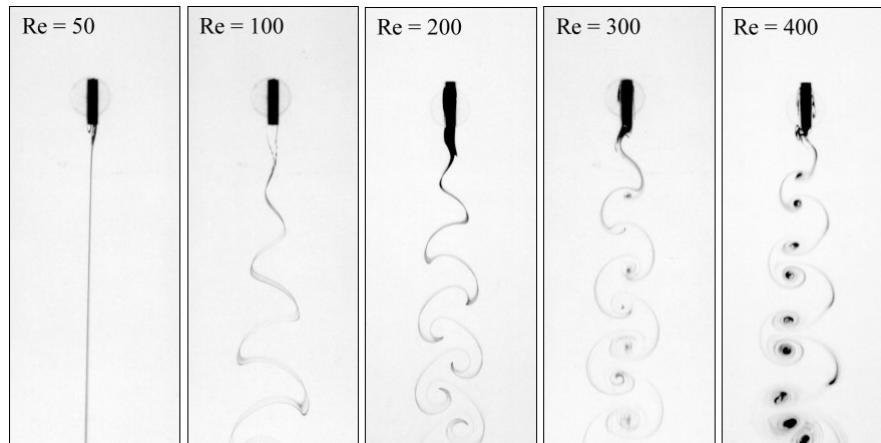
Após análise dos resultados obtidos com as diferentes malhas, Tab. 4.6, percebe-se que St, com 512×256 pontos de colocação, apresentou um erro de 4% em comparação ao estudo realizado por Nakamura et al. (1996) e 0,8% em comparação ao estudo realizado por Lindquist (2000). No entanto, para a observação do escoamento, optou-se por empregar 1024×512 pontos de colocação, uma vez que proporcionou uma apresentação mais refinada do desprendimento das estruturas turbilhonares.

4.2.2 Variação do número de Reynolds

Na presente subseção são apresentadas resultados qualitativos para $Re = 150$ a $Re = 1000$.

Lindquist (2000) apresentou imagens da esteira formada à jusante, Fig. 4.18, concluindo que para $Re=50$, a esteira apresenta simétrica e linear, para $Re=100$, a esteira já exibe um comportamento oscilatório, para $Re=200$, exibindo a denominada esteira de

Figura 4.18 – Regimes de esteira de um cilindro retangular com $\phi=4$.



Fonte: Lindquist (2000)

Von Kármán e para números de Reynolds mais elevados, a esteira já apresenta mudanças no padrão de emissão de estruturas turbilhonares.

A Fig. 4.19 ilustra a evolução temporal da componente de vorticidade para $Re=150$. Na Fig. 4.19a, observa-se o domínio total da simulação no tempo adimensional final, $t^* = 400$. É importante notar que, devido às condições de contorno do método numérico empregado, as vorticidades são reinjetadas no início do domínio, indicado pela seta.

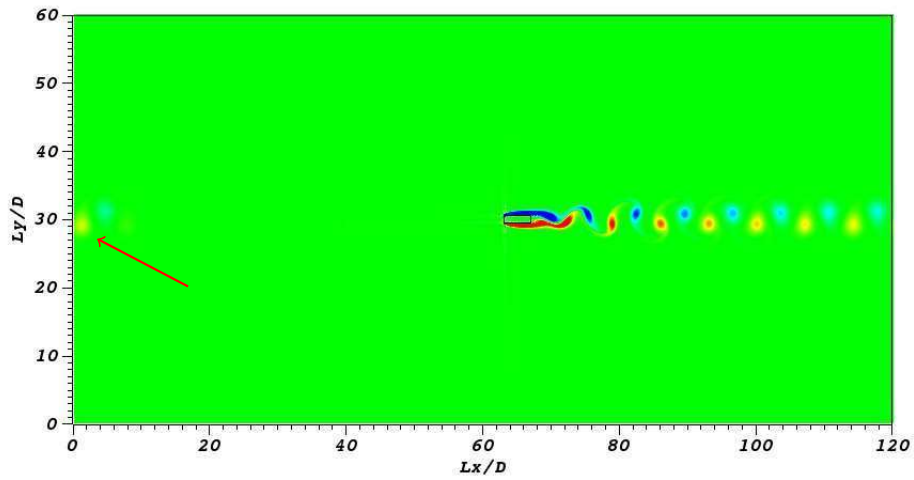
Na sequência, as figuras, Fig. 4.19b a Fig. 4.19g, são apresentadas com maior destaque na região mais próxima do corpo. Na Fig. 4.19b, identifica-se a formação de um vórtice positivo (coloração vermelha) na parte inferior do cilindro, e um vórtice negativo (coloração azul) na parte superior. Em cada ciclo de oscilação, Fig. 4.19c a Fig. 4.19g, um par de estrutura turbilhonar singular é desprendida.

A Fig. 4.20 apresenta os campos instantâneos da componente de vorticidade para $Re=250$ a $Re=1000$ no tempo final $t^* = 400$. Observando a Fig. 4.19, nota-se que com $Re=150$, a esteira exibe um comportamento oscilatório com o padrão de vórtices definido e regular. Para $Re=250$, a esteira de Von Kármán está desenvolvida com liberações de par de instabilidade com comprimento de $1,62D$ e $1,86D$, Fig. 4.20a. Aumentando para $Re=400$, Fig. 4.20b, a esteira formada na região à jusante do cilindro se torna mais larga, e os vórtices tornam-se maiores com dimensões de $1,89D$ e $2,03D$ e mais irregulares. Para Re mais elevados, Fig. 4.20c a Fig. 4.20f, nota-se a liberação de pares de vórtices sem padrões recorrentes, resultando em um escoamento progressivamente mais caótico e menos previsível. Nakamura et al. (1996), em seu estudo sobre desprendimento de estruturas turbilhonares, identificaram mudanças no padrão de escoamento ocorrendo em $Re = 250$ experimentalmente, e em $Re = 350$, numericamente.

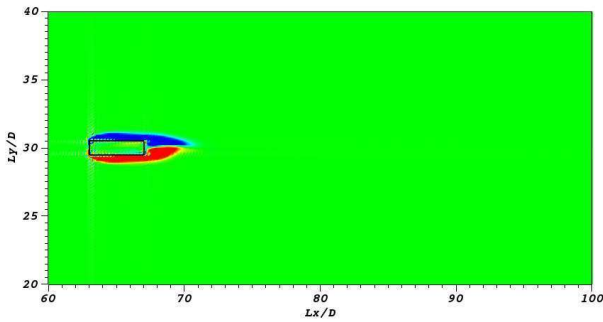
Na Fig. 4.21 está apresentado o problema em estudo para geometria com razão de forma $\phi = 4$, as linhas de correntes evidenciam as formações de instabilidades no dorso da

Figura 4.19 – Campo de vorticidade $-1(\text{azul}) \leq w \leq 1(\text{vermelho})$ em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi = 4$ para $\text{Re}=150$:

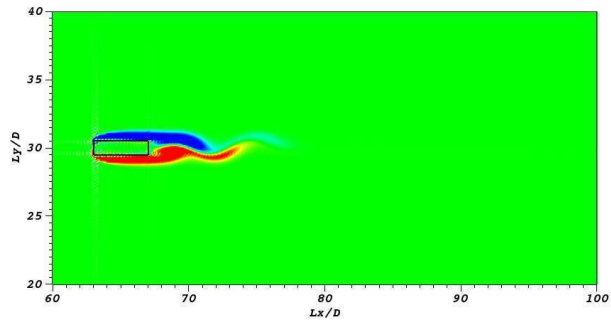
(a) $t^* = 400$



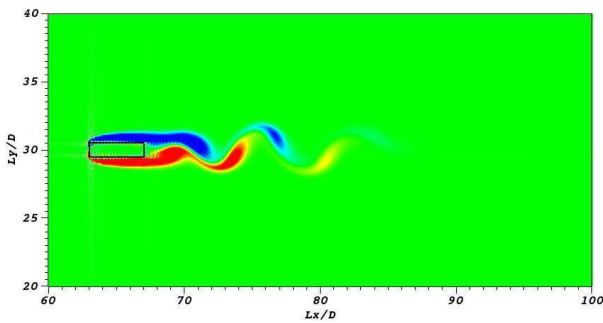
(b) $t^* = 0,8$



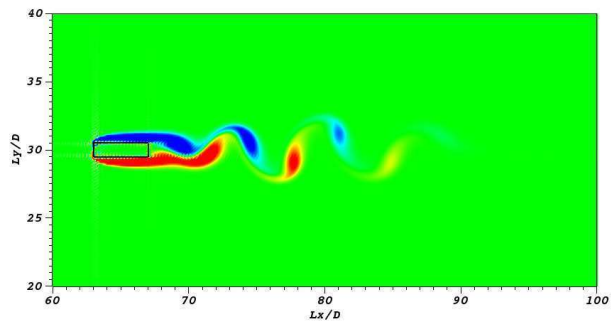
(c) $t^* = 1,6$



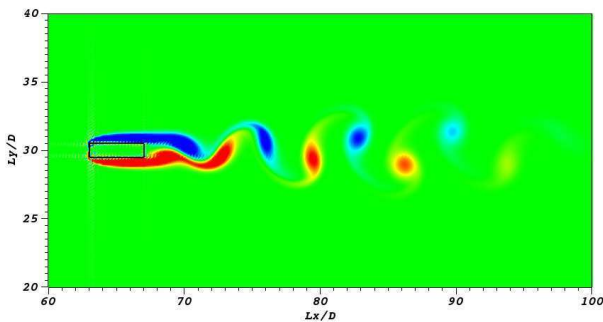
(d) $t^* = 2,5$



(e) $t^* = 3,0$



(f) $t^* = 4,0$



(g) $t^* = 8,0$

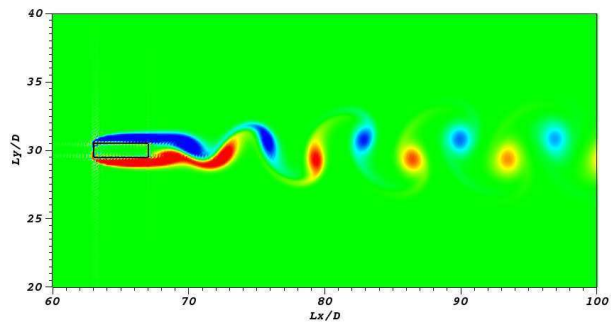
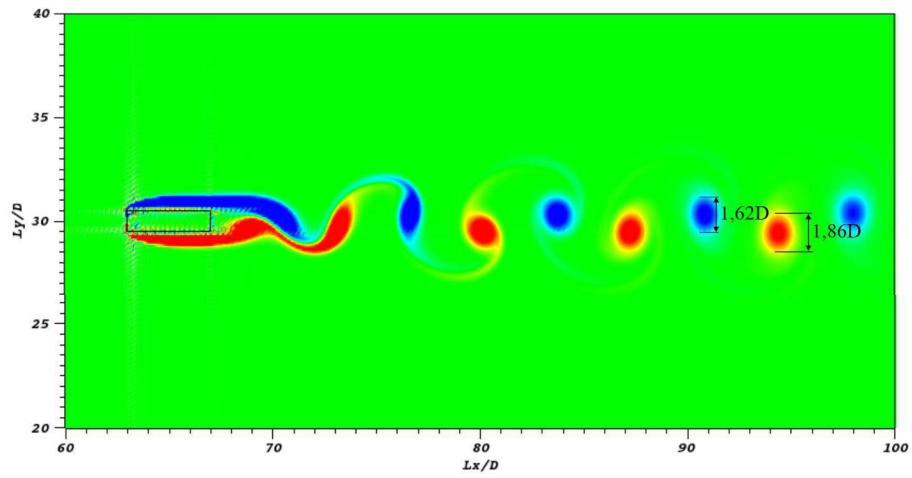
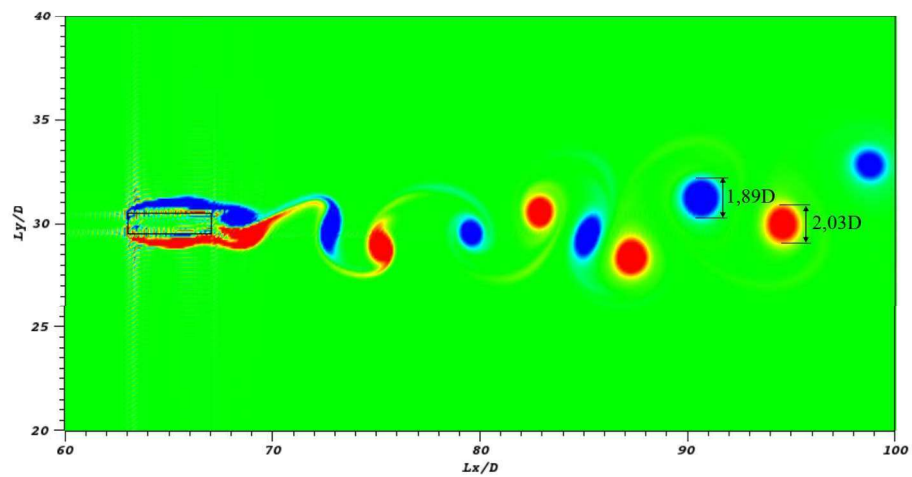


Figura 4.20 – Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular $\phi = 4$ no $t^* = 400$ (Parte 1):

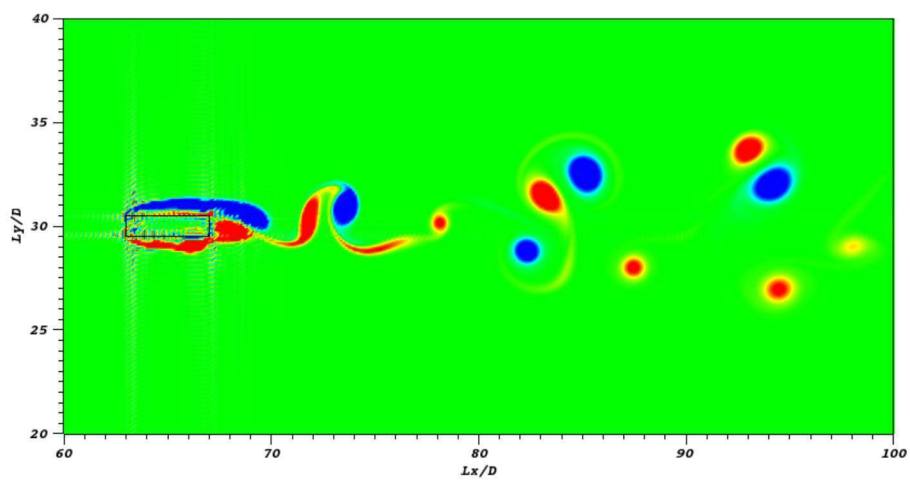
(a) $Re=250$



(b) $Re=400$



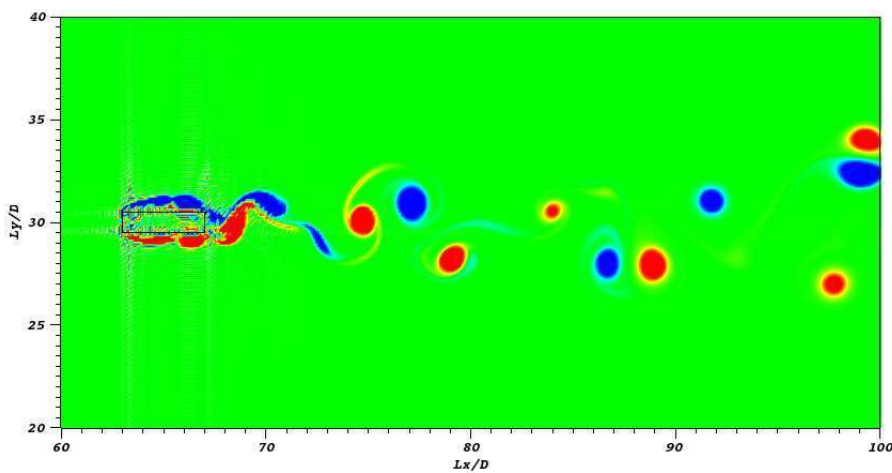
(c) $Re=500$



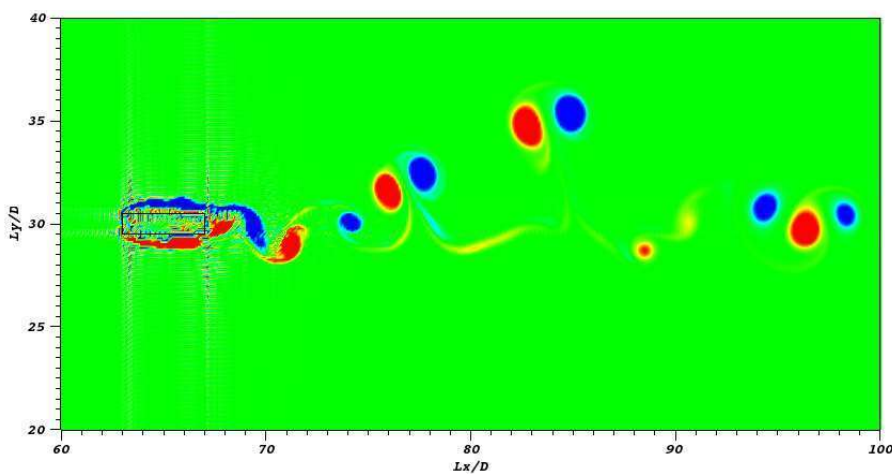
Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.20 – Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi = 4$ no $t^* = 400$ (Parte 2):

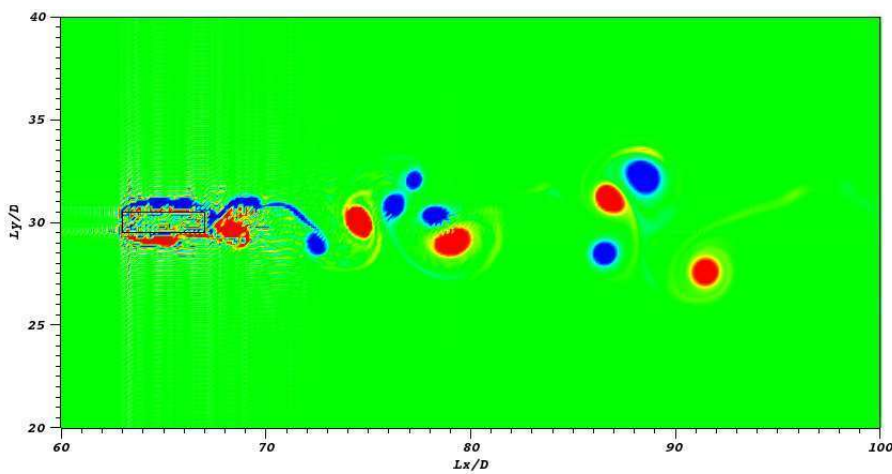
(d) $Re=600$



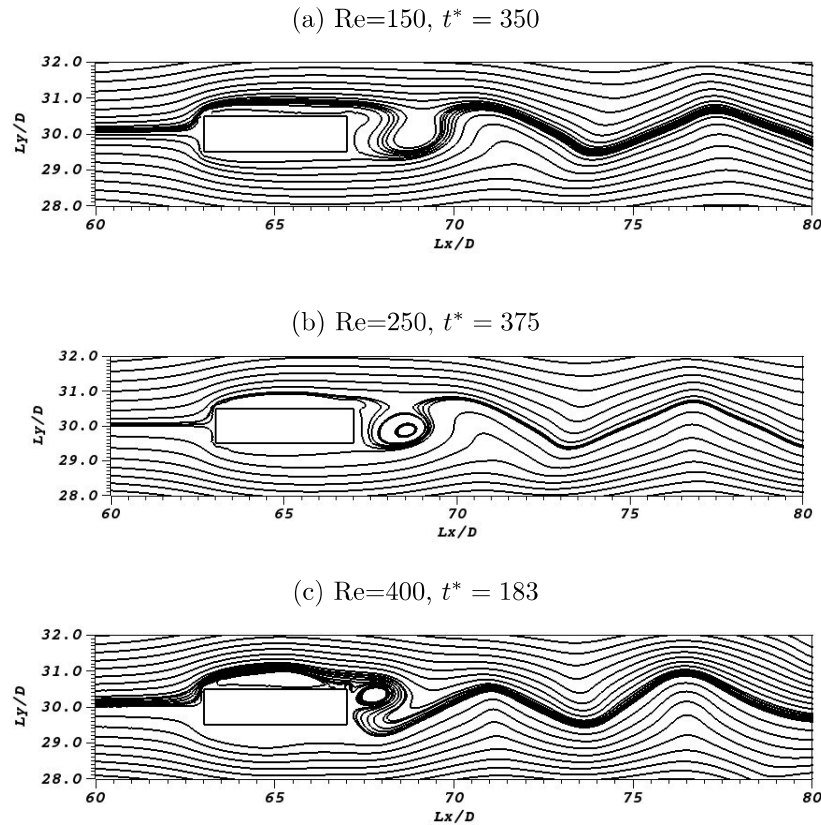
(e) $Re=800$



(f) $Re=1000$



Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.21 – Linhas de corrente em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi = 4$:

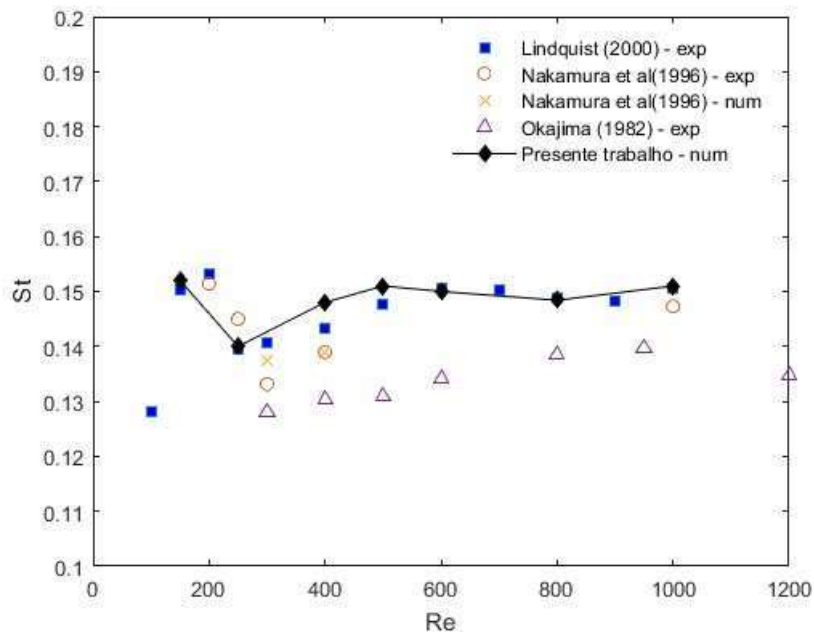
Fonte: Produzido pela autora

geometria e a jusante da mesma. Assim, para $Re = 150$, a interação entre o fluido e o corpo é tal que a camada limite se descola da aresta de ataque do cilindro e se recolá na superfície lateral, próximo à aresta de fuga, Fig. 4.21a, nesta ainda é possível visualizar a formação de uma estrutura turbilhonar à jusante e próxima do corpo rígido. Para $Re = 250$, a camada limite não se recolá na superfície do cilindro, Fig. 4.21b, energizando a instabilidade formada a jusante do corpo rígido, a qual é aumentada de dimensão. Conforme o número de Reynolds aumenta para $Re=400$, Fig. 4.21c, identificam-se estruturas turbilhonares nas superfícies laterais do corpo rígido, e a jusante do mesmo é observado a formação de uma estrutura turbilhonar menor e posteriormente uma região de baixa pressão na qual succiona parte da massa do escoamento.

A Fig. 4.22 está mostrado o curva de Re versus St para o corpo rígido com $\phi = 4$, utilizando 512×256 pontos de colocação. Observando os resultados do presente trabalho, linha preta, é possível afirmar que estão próximos aos resultados experimentais mostrados pelos autores Nakamura et al. (1996) e Lindquist (2000). Destaca-se que os valores de St do presente trabalho apresenta similaridade aos resultados obtidos pelo autor Lindquist (2000) para os $Re=150, 250, 600, 800$ e 1000 .

NaFig. 4.20, nota-se um aumento na oscilação das bordas do corpo retangular à

Figura 4.22 – Curva de Strouhal de um cilindro retangular com $\phi=4$, utilizando 512×256 pontos de colocação.



Fonte: Produzido pela autora

medida que o número de Reynolds aumenta. Essa oscilação poderia ser atenuada com o uso de filtros ou com a suavização das bordas do cilindro, deixando-as mais arredondadas. No entanto, os resultados obtidos, tanto qualitativos quanto quantitativos, são consistentes com estudos anteriores. Portanto, optou-se por não aplicar nenhuma técnica, mantendo a integridade dos resultados.

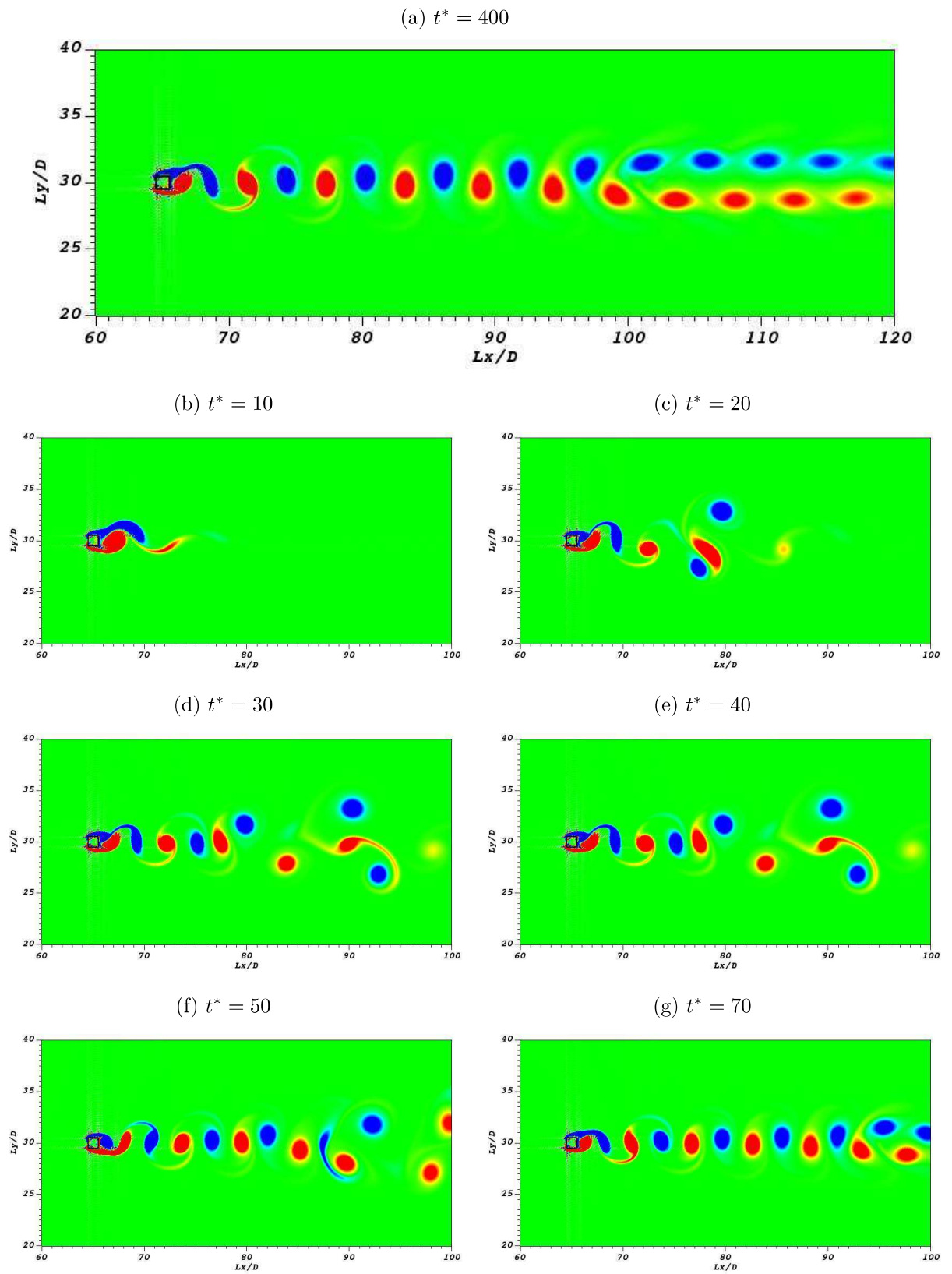
4.2.3 Variação da razão de forma (ϕ)

Na presente subseção são apresentados resultados para 1024×512 pontos de colocação para $Re=250$, variou-se o razão de forma do cilindro retangular de $\phi = 1$ a $\phi = 16$. Na Fig. 4.23 mostra a evolução temporal dos campos de vorticidade para $\phi = 1$ e a Fig. 4.24 mostra os campos instantâneos de vorticidade para diferentes razões de forma, com foco nas regiões mais próximas ao cilindro.

Na Fig. 4.23a, é possível visualizar que próximo ao corpo rígido a esteira apresenta característica 2S e em $Lx/D = 98$, a esteira mostra a presença de duas estruturas pareadas, característica C2S, conforme estudos de Williamson e Roshko (1988).

Na sequência de Figs. 4.24a a 4.24g está mostrado o transiente do escoamento em estudo. Nesta sequência é possível observar que os vórtices estão arranjados em pares alternados, até o $t^* = 40$ ainda não é formada uma esteira estável. A partir de $t^* = 50$ nota-se a formação da esteira compostas por estruturas contra-rotativas alternadas com características 2S próxima ao corpo rígido.

Figura 4.23 – Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular com $\phi=1$:



Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.24 – Campo de vorticidade entre $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular (Parte 1):

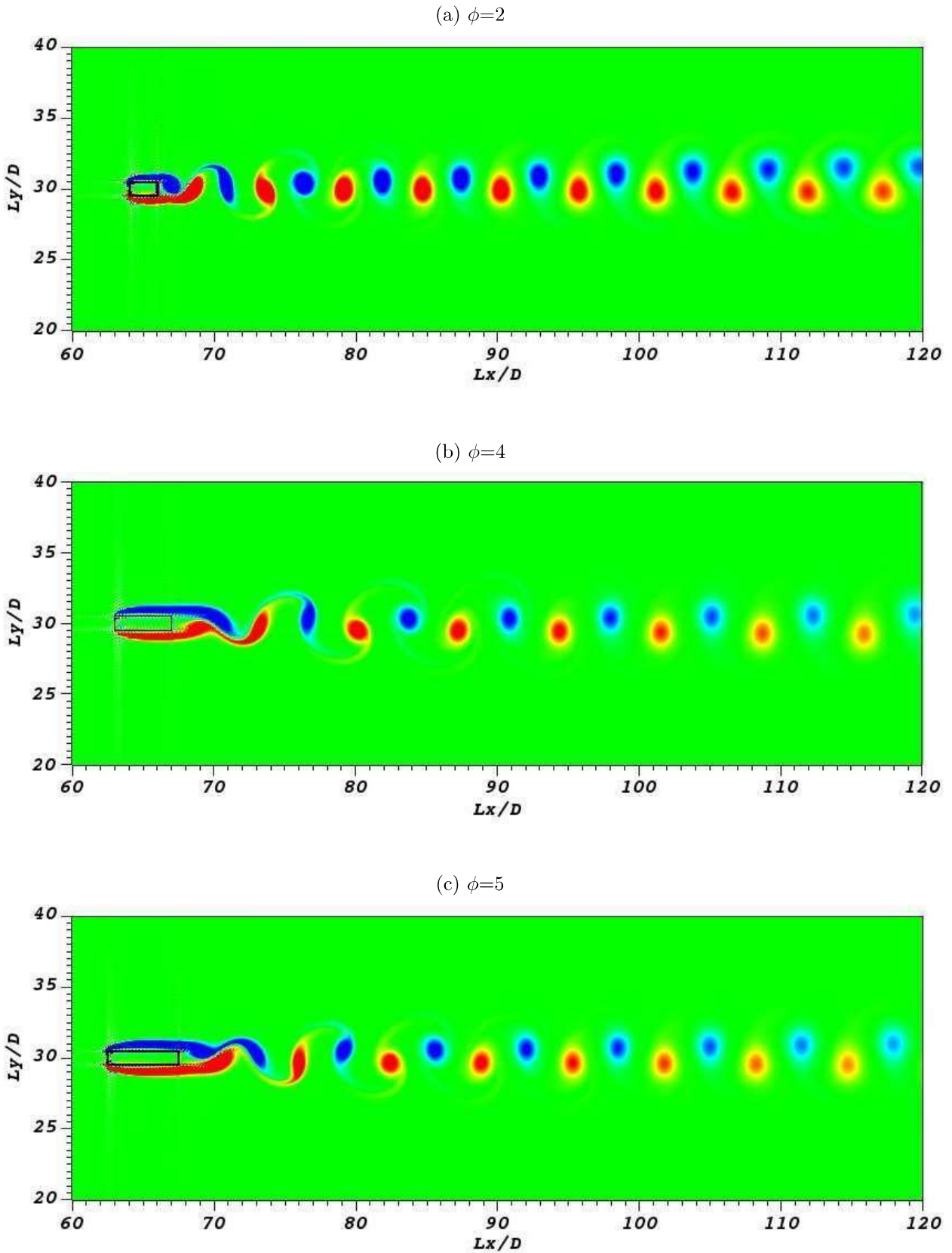
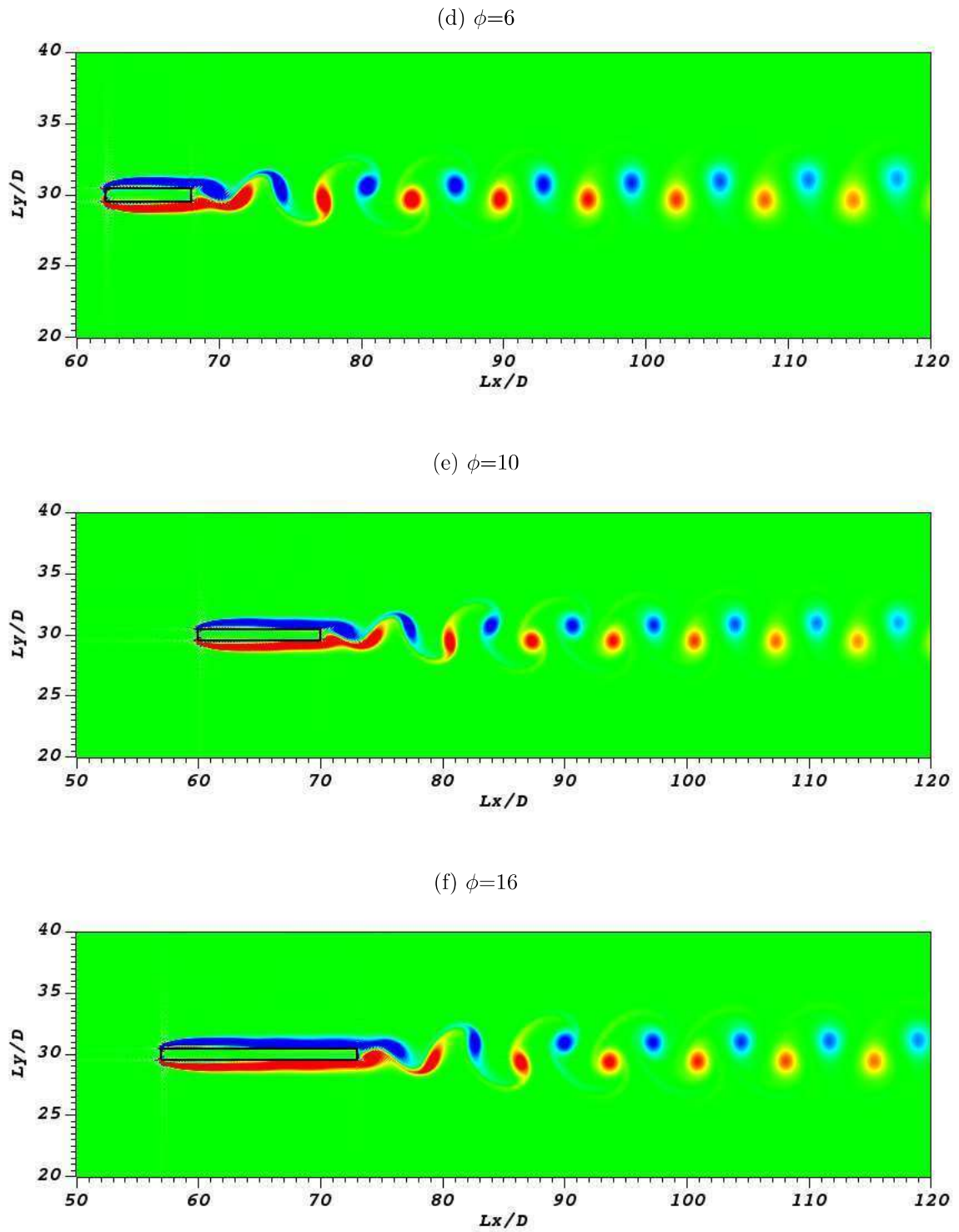


Figura 4.24 – Campo de vorticidade ω em escoamento sobre cilindro retangular (Parte 2):



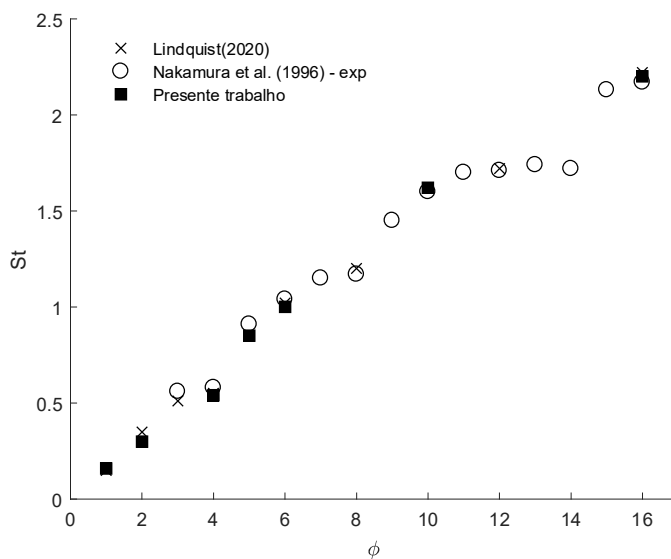
Fonte: Produzido pela autora

Ao aumentar a razão de forma do corpo rígido, observa-se que os vórtices começam a se formar à jusante do corpo rígido, dando origem a esteira com característica mais estável e estreita, conforme relatado por Islam et al. (2012). Esta observação fica evidente ao comparar a Fig. 4.24a com a Fig. 4.24f.

Além dessas observações sobre o escoamento, pode-se afirmar que ao se aumentar a razão de forma eleva também o número crítico de Reynolds, corroborando estudos anteriores, como em Okajima (1990) e Dehkordi, Fallah e Niazmand (2014).

A fim de possibilitar a comparação com publicações anteriores, o número de Strouhal foi determinado utilizando a dimensão B da seção transversal do cilindro, Fig. 4.25. Na figura em discussão, os resultados obtidos pelo presente trabalho são representados pelos quadrados cheio. Percebe-se que os resultados obtidos aproximam-se dos autores, tanto para baixas razões de forma quanto para maiores.

Figura 4.25 – Curva de Strouhal de um cilindro retangular com $\phi=1-16$ ($Re=250$).



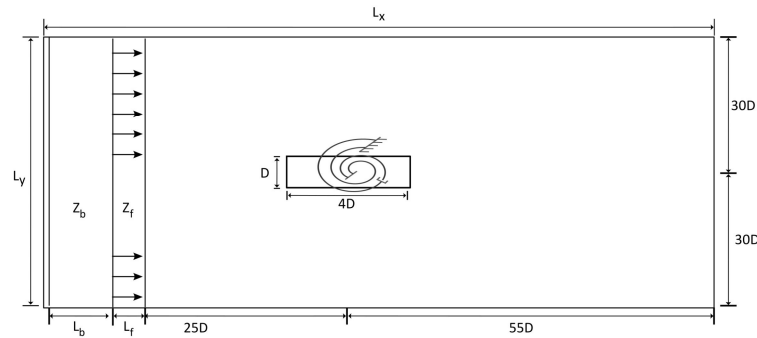
Fonte: Produzido pela autora

4.3 Estudo de Caso 3: Escoamento ao redor do cilindro ancorado por mola e amortecedor

Nesta seção mostra-se o escoamento em torno de um cilindro rígido retangular, fixado por um sistema composto por mola e amortecedor torcional, conforme ilustrado na Fig. 4.26.

Este domínio, com dimensões de $120D \times 60D$, é subdividido em três áreas distintas. A zona de buffer, z_b , é igual $30D$, a zona de aplicação de força, $z_f = 10D$, onde se impõe

Figura 4.26 – Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da fronteira imersa



Fonte: Produzido pela autora

um fluxo homogêneo pelo campo de força u_∞ e $L_u = 80D$.

Os parâmetros associados ao problema foram definidos com base em referências como Robertson et al. (2003), Dettmer e Perić (2006) e Kolaoudou et al. (2021). Assim, velocidade reduzida, $U_r = 40$; a razão do momento de inércia, $n_\theta = 400$; razão do amortecimento estrutural $\zeta_\theta = 0,25$; o número de Reynolds $Re = 250$; a viscosidade cinemática do fluido é calculado por $\nu = u_\infty D / Re$, em m^2/s e massa específica do fluido igual a $\rho = 1000 \text{ kg}/m^3$. O retângulo é submetido a uma velocidade de fluxo de $u_\infty = 1 \text{ cm}/s$, sendo a dimensão característica $D = 1 \text{ cm}$.

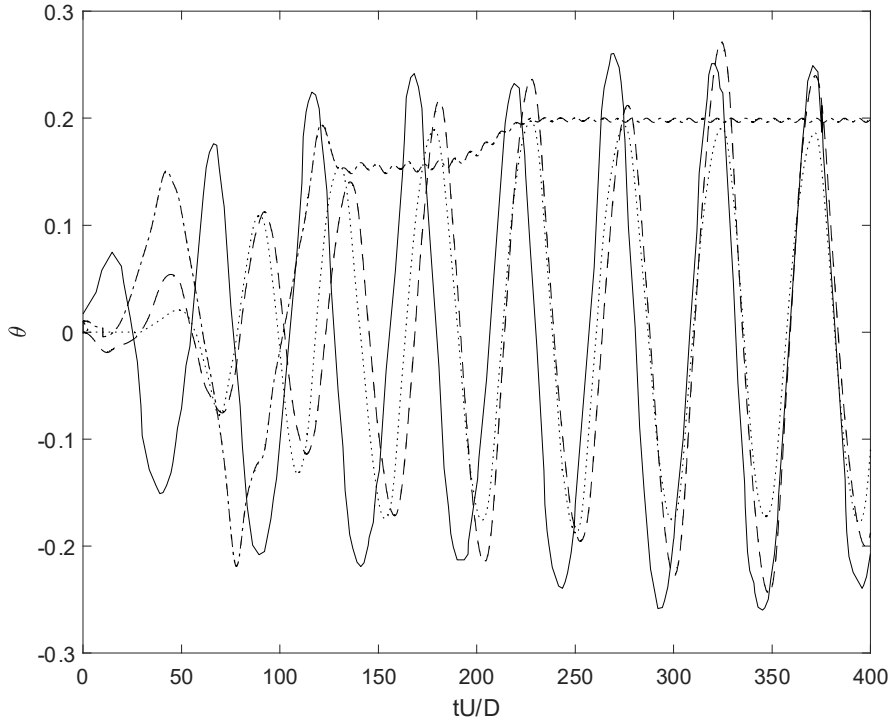
Tabela 4.7 – Parâmetros da simulação para o escoamento entre cilindro de seção retangular rotacionando

Descrição	Símbolos	Valores
Altura do retângulo (cm)	D	1
Base do retângulo (cm)	B	4
Velocidade máxima (cm/s)	u_∞	1
Velocidade reduzida	U_r	40
Razão de amortecimento estrutural	ζ_θ	0; 0,25
Razão de momento de inércia	n_θ	400
Dimensões do domínio	$L_x \times L_y$	$120D \times 60D$
Massa específica (Kg/m^3)	ρ	1000
Número de Reynolds	Re	250
Número de pontos de colocação	$N_x \times N_y$	$256 \times 128, 512 \times 256, 1024 \times 512$
Número de Courant	CFL	0,01
Tempo final adimensional	$\frac{tu_\infty}{D}$	400

Fonte: Produzido pela autora

O incremento temporal (Δt) foi definido por $CFL = 0,1$ de forma variável. Nessas condições, Δt utilizado nas simulações variou entre 10^{-2} e 10^{-3} com o tempo adimensional de 400.

A Fig. 4.27 mostra a evolução das amplitudes de oscilação do cilindro retangular

Figura 4.27 – Rotação livre: $Re = 250$, $U_r = 40$, $n_\theta = 400$, $\zeta_\theta = 0,25$.

Fonte: Produzido pela autora

para 256x128, 512x256 e 1024x512. Nesta figura, o resultado de Kolahdouz et al. (2021) é representado pela linha cheia; linha traço-pontilhada é o resultado do presente trabalho para 256x128; linha pontilhada resultado do presente trabalho para 512x256 e linha tracejada é o resultado do presente trabalho para 1024x512.

Usando 512x256 pontos de colocação, os valores obtidos foram $f_o = 0,018 \text{ s}^{-1}$ para a frequência de oscilação e $\theta_{max} = 0,24$ para a amplitude máxima, com erros de 9,1% e 8,3%, respectivamente, em relação à referência, Kolahdouz et al. (2021). Para 1024x512, a frequência foi $f_o = 0,020 \text{ s}^{-1}$ e a amplitude, $\theta_{max} = 0,27$. Estes resultados estão em consonância com as soluções propostas nas referências citadas.

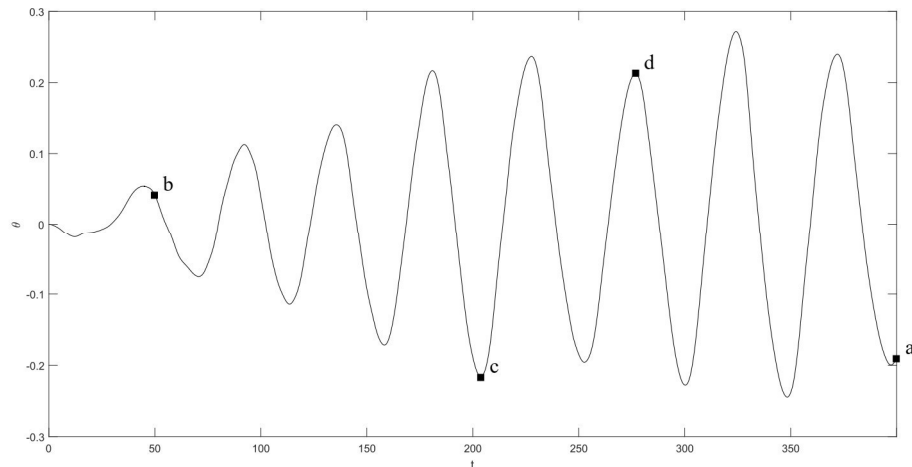
Tabela 4.8 – Parâmetros calculados do cilindro retangular para $Re=250$.

Referência	θ_{max}	f_o/f_n
Robertson et al. (2003)	0,262	0,762
Dettmer e Perić (2006)	0,267	0,800
Yang e Stern (2012)	0,274	0,792
He Dai Zhou e Ma (2014) Semi-implícito	0,310	0,805
Yang et al. (2015)	0,281	0,788
Kolahdouz et al. (2021)	0,262	0,792
Presente trabalho: 512x256	0,240	0,736
Presente trabalho: 1024x512	0,272	0,800

Fonte: Produzido pela autora

Para facilitar a visualização e compreensão, a Fig. 4.28 exibe o deslocamento rotacional, empregando 1024x512 pontos de colocação. Esta figura enfatiza instantes específicos em que os campos de vorticidade são retratados pela Fig. 4.29.

Figura 4.28 – Deslocamento rotacional para retângulo com $\phi = 4$.



Fonte: Produzido pela autora

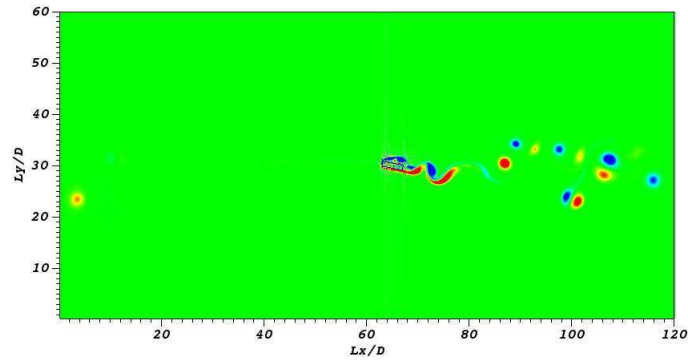
A Fig. 4.29 exibe os contornos de vorticidade (com valores variando entre -1 e 1) para diferentes tempos obtidos. A Fig. 4.29a ilustra todo o domínio computacional no tempo final, $t^* = 400$. É notável a movimentação das estruturas turbilhonares na direção da esteira do fluxo, conforme mostra a Fig. 4.29b. A Fig. 4.29c e Fig. 4.29d representam a rotação do cilindro no sentido horário e anti-horária, respectivamente. Na Fig. 4.29d identifica-se que este instante corresponde a uma rotação de 0,21 radianos, ou 12 graus, próximo do seu pico rotacional.

Em corpos não circulares expostos a um fluxo, um fenômeno conhecido como *galloping* pode surgir. Influenciado pela geometria do corpo e pela dinâmica do fluxo, este fenômeno faz com que o corpo vibre em frequências muito mais baixas do que as associadas ao desprendimento de vórtices. A Fig. 4.30 ilustra os coeficientes de arrasto, sustentação e momento associados ao escoamento. A análise a partir do coeficiente de arrasto indica uma frequência de desprendimento de vórtices de $St = 0,136$, um valor que é distinto da frequência de oscilação, $f_o = 0,020 \text{ s}^{-1}$.

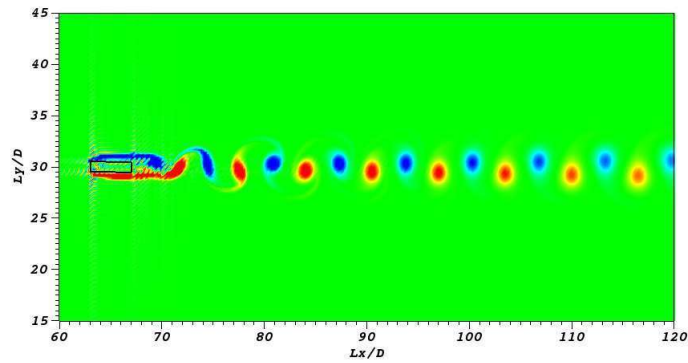
O coeficiente de arrasto Cd , Fig. 4.30a, mostra um comportamento instável e irregular ao longo do tempo, sugerindo uma resposta dinâmica não linear ao escoamento, o que pode ser um indício de instabilidade. Observa-se que o coeficiente de sustentação (Cl), Fig. 4.30b, exibe oscilações de grande amplitude e periodicidade regular. As variações do coeficiente de momento (Cm), que seguem um padrão similar ao de (Cl), indica um movimento rotacional induzido que contribui para a instabilidade. O deslocamento

Figura 4.29 – Campo de vorticidade $-1 \leq w \leq 1$ em escoamento sobre cilindro retangular $\phi = 4$ não-estacionário para $Re=250$:

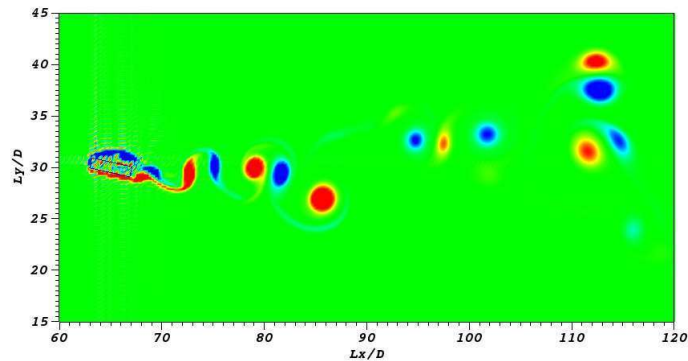
(a) $t^* = 400$



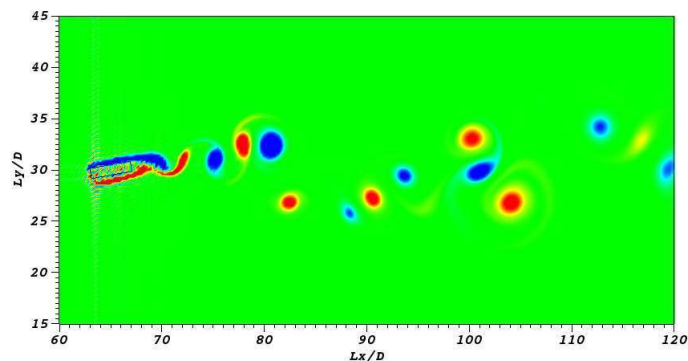
(b) $t^* = 50$



(c) $t^* = 204$

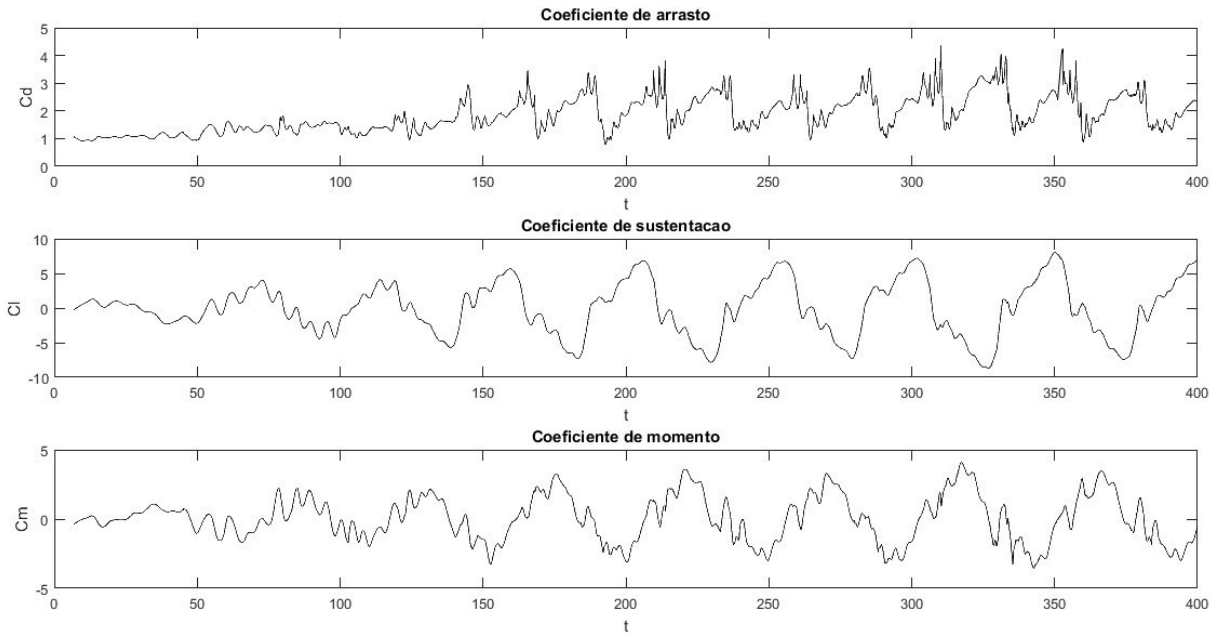


(d) $t^* = 277$



Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.30 – Coeficientes de arrasto, sustentação e momento.



Fonte: Produzido pela autora

rotacional (θ), com sua forma senoidal clara e amplitude crescente, evidencia a possível ocorrência de galloping.

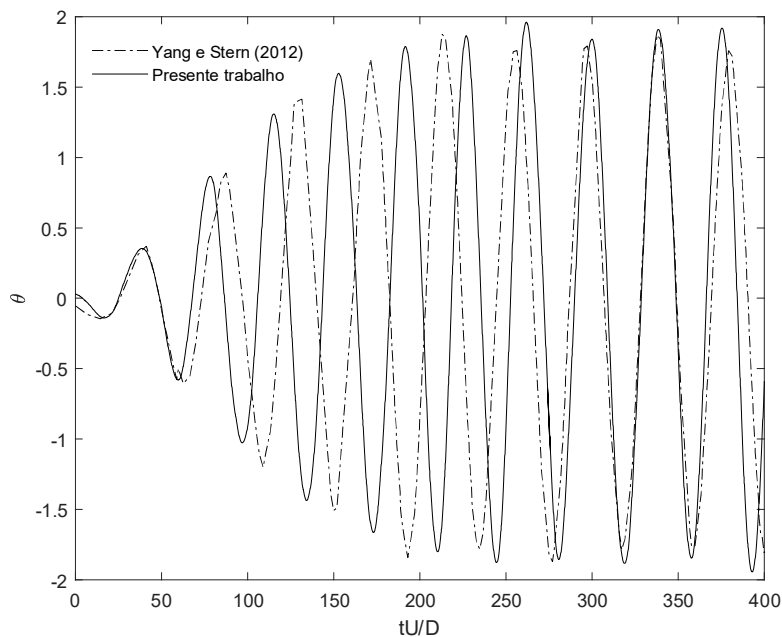
Destaca-se, portanto, que a instabilidade no movimento é induzida pelo componente do momento que se alinha em fase com a velocidade, resultando em oscilações instáveis. Estas observações estão em concordância com os estudos abrangentes de Robertson et al. (2003) sobre *galloping* em corpos retangulares.

4.3.1 Variação da razão de amortecimento

Outra análise foi realizada alterando a razão do amortecimento estrutural (ζ_θ). Robertson et al. (2003) apresentou o deslocamento rotacional para cilindros retangulares com $\phi > 1$ com $\zeta_\theta = 0$, constatando que a amplitude pode tornar-se ilimitada. Devido às limitações do código computacional utilizado por eles, o estudo teve que ser encerrado antes que um padrão estável de *galloping* pudesse ser estabelecido. Por outro lado, a metodologia IMERSPEC com seu acoplamento de interação fluido-estrutura, não possui essa restrição, permitindo a realização direta desse caso.

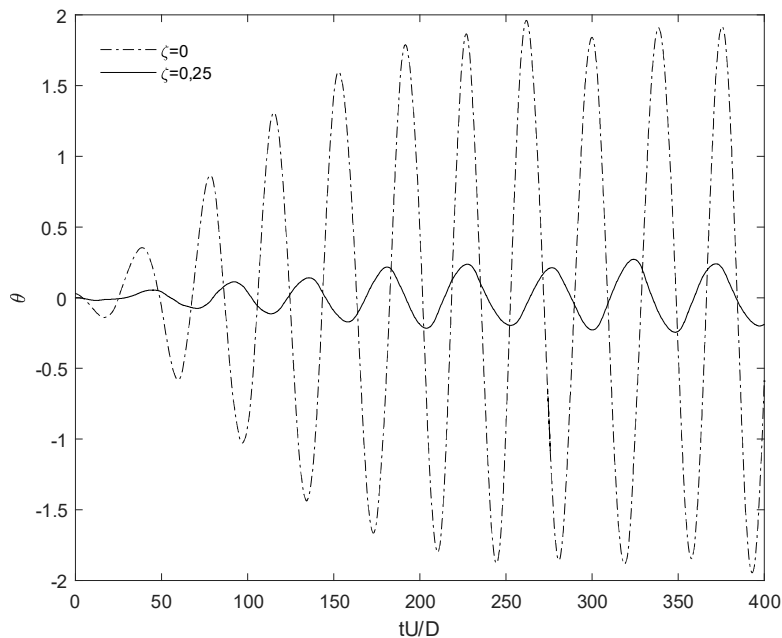
A Fig. 4.31 ilustra a evolução do deslocamento rotacional com $\zeta_\theta = 0$. Yang e Stern (2012) observou, para este mesmo caso, uma amplitude máxima de aproximadamente 123° em $t^* = 600$. No presente trabalho, até $t^* = 400$, foi registrada uma amplitude máxima de 1,98 radianos, equivalente a $113,4^\circ$. Importante ressaltar que, até o momento, os gráficos apresentam boa concordância entre os resultados.

Figura 4.31 – Resposta de galope rotacional em função do tempo para um corpo retangular girando livremente em um escoamento transversal a $Re = 250$ e $\zeta_\theta = 0$



Fonte: Produzido pela autora

Figura 4.32 – Relação entre amortecimento e amplitude.



Fonte: Produzido pela autora

A Fig. 4.32 mostra a evolução do deslocamento rotacional em dois casos, $\zeta_\theta = 0$ e $\zeta_\theta = 0,25$. Observa-se que quanto menor o fator de amortecimento, mais suscetível o escoamento fica ao *galloping*, gerando altas amplitudes. Para $\zeta_\theta = 0$, a amplitude máxima é quase 8 vezes maior do que no caso de $\zeta_\theta = 0,25$, o mesmo foi relatado por Yang e Stern

(2012).

Além disso, os resultados das simulações reforçam a importância de considerar o amortecimento no projeto de estruturas sujeitas a fenômenos como o *galloping*. Mesmo um amortecimento relativamente pequeno pode contribuir significativamente para a estabilidade e segurança dessas estruturas, o que corrobora a investigação de Blevins (1990).

5 CONCLUSÃO

A presente dissertação foi dividida em duas etapas, a primeira sendo caracterizada pela aprendizagem do código e compreensão do fenômeno da dinâmica dos fluidos e a segunda parte pelo avanço tecnológico com o desenvolvimento da subrotina de interação fluido-estrutura torsional.

Na primeira etapa da presente pesquisa é possível evidenciar que a modelagem computacional do problema físico de interação fluido-estrutura revelou-se uma abordagem altamente eficaz e valiosa para compreender os complexos fenômenos que ocorrem quando fluidos interagem com estruturas sólidas.

Este trabalho não apenas contribui para a compreensão teórica, mas também estabelece uma base sólida para futuras pesquisas, demonstrando a viabilidade e a utilidade da metodologia IMERSPEC na investigação de problemas complexos de interação fluido-estrutura.

Com base nos resultados analisados, é possível concluir que a aplicação rigorosa de métodos de validação proporcionou uma compreensão profunda da confiabilidade e precisão do modelo proposto em diferentes dimensões. A fase 1D permitiu que se tivesse conhecimento e domínio da metodologia IMERSPEC, além da análise eficiente e simplificada, que estabeleceu as bases para a fase 2D. O estudo bidimensional proporcionou uma representação simplificada dos fenômenos físicos em estudo.

Em consonância com as perspectivas discutidas pelos autores Nascimento et al. (2020), foi possível concluir igualmente a relevância da adoção do uso do método de alta ordem para o avanço temporal, no âmbito da metodologia de alta ordem.

Finalizado a etapa de verificação da metodologia, procedeu-se à validação com dois estudos de caso: um escoamento em um duto com ressalto e o escoamento sobre um cilindro retangular estacionário. Considerando as análises expostas em ambos os problemas de validação realizados, afirma-se que o IMERPESC2D possui grande potencialidade de avanço devido a capacidade da metodologia em resolver escoamentos em torno de corpos rígidos, que podem, de maneira simplificada se assemelharem a torres eólicas, mas carecem de estudos mais realísticos, mantendo as devidas proporções.

Posteriormente, o estudo prosseguiu com a implementação de um modelo de interação fluido-estrutura no código IMERSPEC2D para movimento rotacional, aproveitando-se o programa já desenvolvido no grupo de pesquisas onde este trabalho se insere. Esta implementação leva em conta o modelo de interação particionado, com uso do método de Runge-Kutta de quarta ordem com 6 passos para avanço temporal do fluido e da estrutura. A formulação proposta consistiu na adimensionalização da equação estrutural,

o que possibilitou o uso de incrementos temporais na ordem de 10^{-2} e 10^{-3} .

Em conclusão, a investigação do escoamento sobre um corpo retangular permitiu uma profunda compreensão do padrão da esteira de estruturas turbilhonares geradas durante a interação fluido-estrutura. A análise detalhada revelou a complexidade e a dinâmica desses fenômenos, proporcionando percepção significativa sobre formação de vórtices e a natureza das forças aerodinâmicas envolvidas.

O presente estudo contribuiu não apenas para uma caracterização abrangente do comportamento do escoamento, mas também oferece perspectivas valiosas para futuros refinamentos e desenvolvimentos na metodologia em questão. Dessa forma, este trabalho contribui para a evolução e consolidação da metodologia.

Com base no trabalho desenvolvido, o método pseudoespectral de Fourier apresentou-se promissor para problemas que envolvem a interação fluido-estrutura. Dessa forma, pode-se sugerir os seguintes tópicos para trabalhos futuros, a fim de complementar os estudos aqui apresentados.

- implementação do modelo de interação fluido-estrutura no código IMERSPEC2D, considerando a deformação do corpo, possibilitando o estudo de novos fenômenos característicos de escoamentos em corpos deformáveis. Isso ampliará significativamente o escopo e a profundidade das análises possíveis.
- implementação da subrotina de interação fluido-estrutura no programa IMERSPEC3D, a fim de obter resultados mais próximos da realidade e representativos.

Sugere-se também a implementação e o teste de algoritmos de contato do tipo superfície-a-superfície.

REFERÊNCIAS

- ABDELSAMIE, A. et al. The taylor–green vortex as a benchmark for high-fidelity combustion simulations using low-mach solvers. *Computers Fluids*, v. 223, p. 104935, 2021. ISSN 0045-7930. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.
- ALLAMPALLI, V. et al. High-accuracy large-step explicit runge-kutta (hale-rk) schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, v. 228, p. 3837–3850, 06 2009. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 58.
- ANEEL. *Agência Nacional de Energia Elétrica: Expansão da matriz elétrica brasileira*. [S.l.], 2024. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br/>>. Citado na página 1.
- AZEVÊDO, R. de O. et al. Identification and analysis of impact factors on the economic feasibility of wind energy investments. *International Journal of Energy Research*, v. 45, n. 3, p. 3671–3697, 2021. Citado na página 1.
- BASTOS, J. J.; SANTOS, J. L. S.; NASCIMENTO, A. A. Numerical validation of the imerspec methodology in flow over jumps. In: *Anais do XLIV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. [S.l.]: XLIV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)., 2023. Citado na página 47.
- BASTOS, J. J.; SANTOS, J. L. S.; NASCIMENTO, A. A. Simulação computacional de escoamentos sobre ressalto quadrado no interior de duto. *XXIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica*, 2023. Citado na página 47.
- BATEMAN, H. Some recent researches on the motion of fluids. *Monthly Weather Review*, American Meteorological Society, Boston MA, USA, v. 43, n. 4, p. 163 – 170, 1915. Citado na página 33.
- BEARMAN, P. W.; TRUEMAN, D. M. An investigation of the flow around rectangular cylinders. *Aeronautical Quarterly*, Cambridge University Press, v. 23, n. 3, p. 229–237, 1972. Citado na página 7.
- BENRA, F.-K. et al. A comparison of one-way and two-way coupling methods for numerical analysis of fluid-structure interactions. *Journal of Applied Mathematics*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2011, 2011. ISSN 1110-757X. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 26.
- BLEVINS, R. *Flow-induced Vibration*. Van Nostrand Reinhold, 1990. ISBN 9780442206512. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=yJ9RAAAAMAAJ>>. Citado na página 77.
- BORGES, A. S. *Desenvolvimento de procedimentos de modelagem de interação fluido-estrutura combinando a teoria de vigas de Cosserat e a metodologia de fronteira imersa*. 207 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 11, 27, 29 e 30.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética. *Participação de empreendimentos eólicos nos leilões de energia no Brasil: Evolução dos projetos cadastrados e suas características técnicas*. Brasília, 2018. Citado na página 2.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética. *Plano Nacional de Energia 2050*. Brasília, 2020. Citado na página 1.

BRIGGS, W.; HENSON, V. *The DFT: An Owners' Manual for the Discrete Fourier Transform*. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995. (Other Titles in Applied Mathematics). ISBN 9780898713428. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

BURGERS, J. M. A mathematical model illustrating the theory of turbulence. *Advances in Applied Mechanics*, Academic Press, v. 1, p. 171–196, 1948. Citado na página 33.

CANUTO, C. et al. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 1988. (Scientific Computation). ISBN 9783642841088. Citado na página 33.

CANUTO, C. et al. *Spectral Methods: Fundamentals in Single Domains*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2006. (Scientific Computation). ISBN 9783540307266. Citado 3 vezes nas páginas 24, 25 e 35.

CARDIFF, P.; DEMIRDŽIĆ, I. Thirty years of the finite volume method for solid mechanics. *Archives of Computational Methods in Engineering*, v. 28, n. 5, p. 3721–3780, Aug 2021. ISSN 1886-1784. Citado na página 7.

CHENG, H. et al. Development of a coupling algorithm for fluid-structure interaction analysis of submerged aquaculture nets. *Ocean Engineering*, v. 243, p. 110208, 2022. ISSN 0029-8018. Citado na página 12.

COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of Computation*, v. 19, p. 297–301, 1965. Citado na página 22.

DEGROOTE, J. et al. Fluid-structure interaction simulations of flexible cylinders in confined axial flow. In: . [S.l.: s.n.], 2018. p. V001T10A004. Citado na página 10.

DEHKORDI, B.; FALLAH, S.; NIAZMAND, A. Investigation of harmonic instability of laminar fluid flow past 2d rectangular cross sections with 0.5-4 aspect ratios. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 228, p. 828–839, 04 2014. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 70.

Della Posta, G.; LEONARDI, S.; BERNARDINI, M. A two-way coupling method for the study of aeroelastic effects in large wind turbines. *Renewable Energy*, v. 190, p. 971–992, 2022. ISSN 0960-1481. Citado na página 13.

DETTMER, W.; PERIĆ, D. A computational framework for fluid–rigid body interaction: Finite element formulation and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 195, n. 13, p. 1633–1666, 2006. ISSN 0045-7825. A Tribute to Thomas J.R. Hughes on the Occasion of his 60th Birthday. Citado 4 vezes nas páginas 9, 21, 71 e 72.

ERHUNMWUN, I.; IKPONMWOSA, U. Review on finite element method. *Journal of Applied Sciences and Environmental Management*, v. 21, p. 999, 11 2017. Citado na página 7.

FARIA, G. S. *Simulação computacional de escoamentos bidimensionais sobre turbinas eólicas de eixo vertical*. 120 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, 2018. Citado na página 11.

FIGUEROA, A.; JACKIEWICZ, Z.; LÖHNER, R. Explicit two-step runge-kutta methods for computational fluid dynamics solvers. *International journal for numerical methods in fluids*, v. 93, n. 2, p. 429–444, 2021. ISSN 0271-2091. Citado na página 40.

GUMA, G. et al. Aeroelastic analysis of wind turbines under turbulent inflow conditions. *Wind Energy Science*, v. 6, n. 1, p. 93–110, 2021. Citado na página 12.

HE DAI ZHOU, Z. H. J. T. T.; MA, J. Partitioned subiterative coupling schemes for aeroelasticity using combined interface boundary condition method. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Taylor Francis, v. 28, n. 6-10, p. 272–300, 2014. Citado na página 72.

ISLAM, S. et al. Numerical simulation of flow past rectangular cylinders with different aspect ratios using the incompressible lattice boltzmann method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 26, 04 2012. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 70.

KOLAHDOUZ, E. M. et al. A sharp interface lagrangian-eulerian method for rigid-body fluid-structure interaction. *Journal of Computational Physics*, v. 443, p. 110442, 05 2021. Citado 3 vezes nas páginas 10, 71 e 72.

LI, L.; SHERWIN, S.; BEARMAN, P. A moving frame of reference algorithm for fluid/structure interaction of rotating and translating bodies. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 38, p. 187 – 206, 01 2002. Citado na página 8.

LI, Y.; WANG, Z. A priori and a posteriori evaluations of sub-grid scale models for the burgers' equation. *Computers Fluids*, v. 139, p. 92–104, 2016. ISSN 0045-7930. 13th USNCCM International Symposium of High-Order Methods for Computational Fluid Dynamics - A special issue dedicated to the 60th birthday of Professor David Kopriva. Citado na página 33.

LINDQUIST, C. *Estudo numérico e experimental do escoamento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular*. 186 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, 2000. Citado 6 vezes nas páginas 8, 58, 59, 60, 61 e 65.

LIU, Z.; GE, H.; CHENG, R. Kdv-burgers equation in the modified continuum model considering the effect of friction and radius on a curved road. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2018. Citado na página 33.

LOENBAEK, K. et al. Optimal relationship between power and design-driving loads for wind turbine rotors using 1-d models. *Wind Energy Science*, v. 5, n. 1, p. 155–170, 2020. Citado na página 3.

MALISKA, C. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. [S.l.]: Livros Tecnicos e Científicos, 2004. ISBN 9788521613961. Citado na página 7.

MALLIOTAKIS, G.; ALEVRAS, P.; BANIOPOULOS, C. Recent advances in vibration control methods for wind turbine towers. *Energies*, v. 14, n. 22, 2021. ISSN 1996-1073. Citado na página 3.

MARIANO, F. P. *Solução numérica das Equações de Navier-Stokes usando uma hibridação das metodologias Fronteira Imersa e Pseudo-Espectral de Fourier*. 153 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2011. Citado 9 vezes nas páginas 11, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 34 e 45.

MARIANO, F. P. et al. An improved immersed boundary method by coupling of the multi-direct forcing and fourier pseudo-spectral methods. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 44, n. 9, p. 388, Aug 2022. Citado na página 45.

MOREIRA, L. de Q. *Modelagem matemática de jatos em desenvolvimento espacial usando a metodologia pseudoespectral de Fourier*. 197 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.

NAKAMURA, Y. et al. Experimental and numerical analysis of vortex shedding from elongated rectangular cylinders at low reynolds numbers $200-10^3$. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 65, n. 1, p.301 – 308, 1996. *ISSN*0167 – 6105. Citado 6 vezes nas páginas 8, 58, 59, 60, 61 e 65.

NASCIMENTO, A. A. *Métodos pseudoespectral de Fourier e fronteira imersa aplicados a escoamentos simplificados de engenharia de perfuração*. 190 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2016. Citado 6 vezes nas páginas 11, 23, 24, 25, 26 e 45.

NASCIMENTO, A. A. et al. Comparison of the convergence rates between fourier pseudo-spectral and finite volume method using taylor-green vortex problem. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin/Heidelberg, v. 42, n. 9, 2020. *ISSN* 1678-5878. Citado 3 vezes nas páginas 26, 40 e 79.

NASCIMENTO, A. A. et al. A comparison of fourier pseudospectral method and finite volume method used to solve the burgers equation. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 36, n. 4, p. 737–742, 2014. *ISSN* 1806-3691. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 40.

NGUYEN, V.-T.; GATZHAMMER, B. A fluid structure interactions partitioned approach for simulations of explosive impacts on deformable structures. *International Journal of Impact Engineering*, v. 80, p. 65–75, 2015. *ISSN* 0734-743X. Citado na página 12.

OKAJIMA, A. Strouhal numbers of rectangular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 123, p. 379–398, 1982. Citado 3 vezes nas páginas 7, 58 e 59.

OKAJIMA, A. Numerical simulation of flow around rectangular cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 33, n. 1, p. 171–180, 1990. *ISSN* 0167-6105. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 70.

ONUR, H.; BAYDAR, E. Laminar channel flow over a square step. *International Journal of Engineering Science*, v. 30, n. 9, p. 1109–1116, 1992. *ISSN* 0020-7225. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 50.

PAO, L. Y.; JOHNSON, K. E. Control of wind turbines. *IEEE Control Systems Magazine*, v. 31, n. 2, p. 44–62, 2011. Citado na página 2.

PESKIN, C. Numerical analysis of blood flow in the heart. *Journal of Computational Physics*, Academic Press Inc., v. 25, n. 3, p. 220–252, nov. 1977. ISSN 0021-9991. Citado na página 11.

PESKIN, C. S. Flow patterns around heart valves: A numerical method. *Journal of Computational Physics*, v. 10, n. 2, p. 252–271, 1972. ISSN 0021-9991. Citado na página 10.

ROBERTSON, I. et al. A numerical study of rotational and transverse galloping rectangular bodies. *Journal of Fluids and Structures*, v. 17, n. 5, p. 681–699, 2003. ISSN 0889-9746. Citado 5 vezes nas páginas 8, 21, 71, 72 e 75.

ROBERTSSON, J. O. A.; BLANCH, J. O. Numerical methods, finite difference. In: _____. *Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*. Cham: Springer International Publishing, 2020. p. 1–9. ISBN 978-3-030-10475-7. Citado na página 7.

RYU, S.; IACCARINO, G. Vortex-induced rotations of a rigid square cylinder at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 813, p. 482–507, 02 2017. Citado na página 9.

SADORSKY, P. Wind energy for sustainable development: Driving factors and future outlook. *Journal of Cleaner Production*, v. 289, p. 125779, 2021. ISSN 0959-6526. Citado na página 2.

SANTOS, J. L. S.; BORGES, A. S.; NASCIMENTO, A. A. Solução numérica da equação de burgers envolvendo métodos pseudoespectral de fourier e fronteira imersa. In: *Anais do 1º Congresso do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*. [S.l.: s.n.], 2021. ISBN 978-85-495-0560-6. Citado na página 37.

SANTOS, J. L. S.; BORGES, A. S.; NASCIMENTO, A. A. Estudo bidimensional do método pseudoespectral de fourier utilizando a solução manufaturada de taylor-green. In: *Anais do 2º Congresso do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*. [S.l.: s.n.], 2022. ISBN 978-85-495-0715-0. Citado na página 40.

SANTOS, J. L. S. et al. Análise e implementação do método pseudoespectral de fourier. In: *Anais do 18º Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão - CONPEEX*. [S.l.: s.n.], 2021. Citado na página 33.

SANTOS, T. R. et al. Comparação dos métodos de euler de primeira ordem e de runge-kutta de 4º ordem na resolução da equação de burgers. In: *Anais online Do XXI Conemi*. [S.l.]: XXI Conemi - Congresso Internacional de Engenharia Mecânica e Industrial, 2021., 2021. Citado na página 26.

SCHOTT, B.; AGER, C.; WALL, W. A monolithic approach to fluid-structure interaction based on a hybrid eulerian-ale fluid domain decomposition involving cut elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 119, n. 3, p. 208–237, 2019. Citado na página 12.

SILVA, A. L. E.; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. J. R. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *J. Comput. Phys.*, Academic Press Professional, Inc., USA, v. 189, n. 2, p. 351–370, aug 2003. ISSN 0021-9991. Citado na página 17.

SOUZA, A. M. de. *Análise Numérica da Transição à Turbulência em Escoamentos de Jatos Circulares Livre*. 208 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2005. Citado na página 24.

SU, S.-W.; LAI, M.-C.; LIN, C.-A. An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary. *Computers Fluids*, v. 36, p. 313–324, 02 2007. Citado na página 11.

TAKAHASHI, D. A hybrid mpi/openmp implementation of a parallel 3-d fft on smp clusters. In: WYRZYKOWSKI, R. et al. (Ed.). *Parallel Processing and Applied Mathematics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006. p. 970–977. ISBN 978-3-540-34142-0. Citado na página 23.

TAYLOR, G. I. S.; GREEN, A. E. Mechanism of the production of small eddies from large ones. *Proceedings of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 158, p. 499–521, 1937. Citado na página 40.

TORNBERG, A.-K.; ENGQUIST, B. Numerical approximation of singular source in differential equations. *Journal of Computational Physics*, v. 200, p. 462–488, 07 2004. Citado na página 16.

UHLMANN, M. An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. *Journal of Computational Physics*, v. 209, n. 2, p. 448–476, 2005. ISSN 0021-9991. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 17.

VIRIEUX, J.; CALANDRA, H.; PLESSIX, R. A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists and Engineers, v. 59, n. Modelling Methods for Geophysical Imaging: Trends and Perspectives, p. 794–813, 2011. ISSN 1365-2478. Citado na página 7.

WANG, Z.; FAN, J.; LUO, K. Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. *International Journal of Multiphase Flow - INT J MULTIPHASE FLOW*, v. 34, p. 283–302, 03 2008. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 17.

WHITHAM, G. *Linear and Nonlinear Waves*. [S.l.]: Wiley, 1974. (Pure and Applied Mathematics: A Wiley Series of Texts, Monographs and Tracts). ISBN 9781118031209. Citado na página 33.

WILLIAMSON, C.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, v. 2, n. 4, p. 355–381, 1988. ISSN 0889-9746. Citado na página 66.

YADAV, S.; PANDEY, R. K. Numerical approximation of fractional burgers equation with atangana–baleanu derivative in caputo sense. *Chaos, Solitons Fractals*, v. 133, p. 109630, 2020. ISSN 0960-0779. Citado na página 33.

YANG, J.; STERN, F. A simple and efficient direct forcing immersed boundary framework for fluid–structure interactions. *Journal of Computational Physics*, v. 231, n. 15, p. 5029–5061, 2012. ISSN 0021-9991. Citado 4 vezes nas páginas 9, 72, 75 e 77.

YANG, J.; STERN, F. A non-iterative direct forcing immersed boundary method for strongly-coupled fluid–solid interactions. *Journal of Computational Physics*, v. 295, p. 779–804, 08 2015. Citado na página 9.

YANG, X. et al. Large-eddy simulation of turbulent flow past wind turbines/farms: the virtual wind simulator (vwis). *Wind Energy*, v. 18, n. 12, p. 2025–2045, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 72.

ZHU, X. et al. Numerical investigation of the effect of towers and nacelles on the near wake of a horizontal-axis wind turbine model. *Energy*, v. 238, p. 121782, 2022. ISSN 0360-5442. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 55.