

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO

**CÁLCULO DE PARÂMETROS DE MALHAS DE
ATERRAMENTO EM GEOMETRIAS NÃO
CONVENCIONAIS**

Thyago Gumeratto Pires

[UFG] & [EMC]
[Goiânia - Goiás - Brasil]
2016

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	Thyago Gumeratto Pires		
E-mail:	thyagop@ufg.br		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim	<input type="checkbox"/> Não	
Vínculo empregatício do autor			
Agência de fomento:	Universidade Federal de Goiás	Sigla:	UFG
País:	Brasil	UF:	GO
		CNPJ:	01567601/0001-43
Título:	Cálculo de Parâmetros de Malhas de Aterramento em Geometrias Não Convencionais		
Palavras-chave:	Aterramento, Modelagem matemática e computacional, Potencial elétrico, Resistência elétrica, Subestações elétricas		
Título em outra língua:	Computation of Grounding Grids Parameters on Unconventional Geometry		
Palavras-chave em outra língua:	Electrical potential, Electrical resistance, Electrical substations, Grouding, Mathematical and computational modeling		
Área de concentração:	Engenharia Elétrica		
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	28/03/2016		
Programa de Pós-Graduação:	Engenharia Elétrica e de Computação		
Orientador (a):	Dr. Wesley Pacheco Calixto		
E-mail:	w.p.calixto@ieee.org		

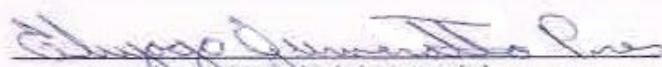
*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.



Assinatura do (a) autor (a)

Data: 03 / 05 / 2016

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO

**CÁLCULO DE PARÂMETROS DE MALHAS DE
ATERRAMENTO EM GEOMETRIAS NÃO
CONVENCIONAIS**

Thyago Gumeratto Pires

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação pela Universidade Federal de Goiás (UFG), Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), sob a orientação do Prof. Dr. Wesley Pacheco Calixto.

[UFG] & [EMC]
[Goiânia - Goiás - Brasil]
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistemas das Bibliotecas da UFG, GO - Brasil

G974c Pires, Thyago Gumeratto.

Cálculo de Parâmetros de Malhas de Aterramento em Geometrias Não Convencionais [manuscrito]/ Thyago Gumeratto Pires. – [Goiânia - Goiás - Brasil]: [UFG] & [EMC], 2016.

126 f. : il.

Orientador: Wesley Pacheco Calixto - UFG.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás - UFG, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia, 2016.

Bibliografia.

Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, gráficos, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1.Aterramento. 2.Modelagem matemática & computacional. 3.Potencial elétrico. 4.Resistência elétrica. 5.Subestações elétricas. I. Calixto, Wesley Pacheco. II. Título

Copyright © 2016 by Federal University of Goiás - UFG, Brazil. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, microfilming, recording or otherwise, without written permission from the Library of UFG, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO

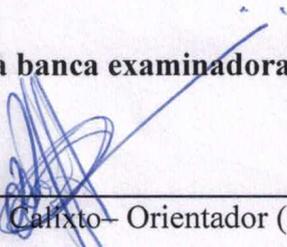


FOLHA DE APROVAÇÃO

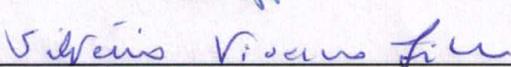
"Cálculo de Parâmetros de Malhas de Aterramento em Geometrias não Convencionais"

THYAGO GUMERATTO PIRES

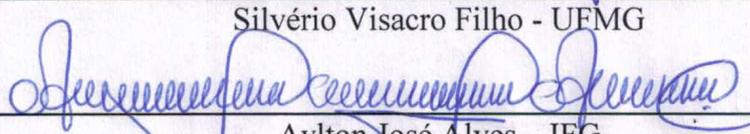
Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos senhores:



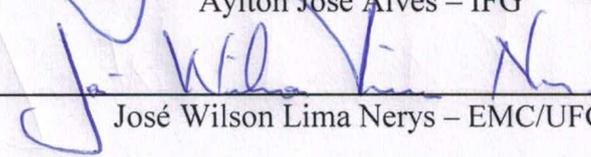
Wesley Pacheco Calixto – Orientador (IFG)



Silvério Visacro Filho - UFMG



Aylton José Alves – IFG



José Wilson Lima Nerys – EMC/UFG

Goiânia, 28 de março de 2016

“The formulation of a problem is often more essential than its solution, which may be merely a matter of mathematical or experimental skill. To raise new questions, new possibilities, to regard old problems from a new angle requires creative imagination and marks real advances in science.”

ALBERT EINSTEIN E LÉOPOLD INFELD
em “*Evolution of Physics*” (1938, 1966), p.92.

*Dedico este trabalho a minha esposa Cristina, meu filho
Daniel e a todos os meus amigos que me apoiaram e
incentivaram.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por proporcionar serenidade, paz e saúde em minha jornada.

Ao meu amigo e orientador Wesley Pacheco Calixto pela dedicação, incentivo, atenção e principalmente por compartilhar seu precioso conhecimento.

Ao amigo Carlos Leandro Borges da Silva pela ajuda e apoio durante todas as etapas do trabalho.

Aos meus pais, João e Ione, e minhas irmãs, Thays e Thássia, que sempre estiveram ao meu lado incentivando os estudos e foram totalmente responsáveis pela minha formação como pessoa.

A minha esposa Cristina Fátima e meu filho Daniel por todo companheirismo, amor e paciência dedicados.

Aos colegas e amigos do CEGEF/UFG que sempre me deram motivação para enfrentar este desafio.

E a todos os amigos que contribuíram de alguma forma em minha vida pessoal e acadêmica.

RESUMO

Este trabalho apresenta metodologia para o cálculo da resistência de terra, da elevação do potencial da malha, do potencial na superfície do solo, da tensão de toque e da tensão de passo em malhas de aterramento com qualquer geometria e posicionada a qualquer profundidade em solos estratificados em duas camadas. Os valores do potencial e das tensões de toque e de passo são obtidos em qualquer ponto sobre a malha. O equacionamento proposto utiliza os métodos das imagens e do potencial médio. A principal característica desta modelagem em relação as demais é a possibilidade do cálculo de malhas contendo eletrodos posicionados a qualquer distância e em qualquer ângulo. Os resultados obtidos com a metodologia proposta são apresentados e discutidos.

COMPUTATION OF GROUNDING GRIDS PARAMETER ON UNCONVENTIONAL GEOMETRY

ABSTRACT

This work presents the methodology for the calculation of the ground resistance, the ground potential rise, the surface potential, the touch voltage and step voltage in grounding grids with any geometry and buried at any depth within stratified soil in two layers. The values of potential, touch voltage and step voltage are obtained at any point over the grid. The proposed equation uses the images and the average potential methods. The main feature of this modeling in relation to the other methods is the possibility of calculation of grids containing electrodes positioned at any distance and at any angle. The results obtained with the proposed methodology are presented and discussed.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	29
CAPÍTULO 2 PARÂMETROS DE PROJETO E DE MALHA . .	33
2.1 Parâmetros de Projeto	33
2.1.1 Estratificação do Solo	33
2.1.1.1 Medições das Resistividades do Solo	33
2.1.1.2 Determinação da Estratificação do Solo em Camadas Horizontais . .	40
2.1.2 Corrente Aplicada na Malha	41
2.1.2.1 Componente <i>Zero</i> da Corrente de Falta	44
2.1.2.2 Fator de Divisão da Corrente de Falta	45
2.1.2.3 Efeito da Assimetria	47
2.1.3 Dimensionamento do Condutor: Mecânico e Térmico	47
2.2 Parâmetros da Malha de Aterramento	48
2.2.1 Elevação do Potencial da Malha	49
2.2.2 Tensão de Toque	49
2.2.3 Tensão de Passo	50
2.2.4 Resistência da Malha de Aterramento	51
2.3 Considerações	51
CAPÍTULO 3 MODELAGEM DO POTENCIAL NA SUPERFÍCIE DO SOLO E RESISTÊNCIA MÚTUA	53
3.1 Potencial Elétrico	53
3.1.1 Potencial Elétrico na Superfície do Solo Homogêneo	53
3.1.2 Potencial Elétrico na Superfície do Solo com Estratificação em Duas Camadas Horizontais	59

3.2	Resistência Mútua	64
3.2.1	Resistência Mútua em Solo Estratificado em Duas Camadas	64
3.2.1.1	Segmentos na Primeira Camada do Solo	64
3.2.1.2	Segmentos na Segunda Camada do Solo	66
3.2.1.3	Segmento na Primeira Camada e Outro na Segunda Camada do Solo	68
3.2.2	Resistência Mútua em Solo Homogêneo	70
3.2.3	Resistência Própria	70
3.2.4	Determinação da Integral Dupla ao Longo dos Comprimentos	71
3.2.4.1	Segmentos Oblíquos	71
3.2.4.2	Segmentos Paralelos	73
3.2.4.3	Segmentos Perpendiculares	75
3.3	Considerações	75
CAPÍTULO 4 METODOLOGIA		77
4.1	Segmentação da Malha de Aterramento	77
4.2	Sistema Matricial	78
4.3	Resistência do Aterramento e Potencial na Superfície do Solo	80
4.4	Tensão de Toque e Tensão de Passo	80
4.5	Mudança de Coordenadas e Posição Relativa	81
4.5.1	Mudança do Sistema de Coordenadas para Dois Segmentos	81
4.5.2	Posição Relativa Entre Dois Segmentos	87
4.6	Considerações	87
CAPÍTULO 5 RESULTADOS		89
5.1	Dados de Entrada	89
5.2	Estudo de Caso 1	90
5.3	Estudo de Caso 2	93
5.4	Estudo de Caso 3	96
5.4.1	Solo Homogêneo	97
5.4.2	Solo Heterogêneo	99
5.5	Estudo de Caso 4	100
5.5.1	Malha Retangular Desigualmente Espaçada	100
5.5.2	Malha Não Convencional	104
5.6	Estudo de Caso 5	107
5.6.1	Análises para Diferentes Profundidades da Malha	108
5.6.2	Diferentes Configurações do Solo	111

CAPÍTULO 6 CONCLUSÃO	117
6.1 Contribuições do Trabalho	119
6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros	120
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Solo estratificado. (a) sistema real e (b) modelo aproximado.	34
2.2 Método dos três eletrodos.	35
2.3 Arranjo do eletrodo central.	36
2.4 Arranjo de Lee.	37
2.5 Arranjo de Wenner.	38
2.6 Arranjo de Schlumberger.	39
2.7 Modelo de solo estratificado em até duas camadas.	41
2.8 Curva da resistividade \times Relação das distâncias entre as hastes.	41
2.9 Falta dentro da subestação com neutro aterrado localmente.	43
2.10 Falta dentro da subestação com neutro aterrado em localização remota.	43
2.11 Falta em rede de distribuição multi-aterrada.	44
2.12 Circuito equivalente da divisão da corrente.	46
2.13 Representação da tensão de toque.	49
2.14 Representação da tensão de passo.	50
3.1 Fonte de corrente pontual em sistema com dois meios homogêneos.	54
3.2 Ondas incidente, refletida e transmitida.	54
3.3 Sistema para ponto no mesmo meio da fonte.	56
3.4 Sistema de coordenadas para fonte pontual.	58
3.5 Sistema de coordenadas para fonte linear com P na superfície.	59
3.6 Solo estratificado em 2 camadas horizontais.	60
3.7 Imagens refletidas da fonte na primeira camada do solo estratificado em duas camadas.	61
3.8 Imagens refletidas da fonte na segunda camada do solo estratificado em duas camadas.	63
3.9 Segmentos em solo de duas camadas.	64
3.10 Imagens refletidas entre segmento fonte e segmento receptor na primeira camada do solo.	65
3.11 Imagens refletidas entre segmento fonte e segmento receptor na segunda camada do solo.	67
3.12 Imagens refletidas com fonte na segunda camada e segmento receptor na primeira camada.	69
3.13 Resistência própria.	70
3.14 Diagrama da posição relativa entre segmentos em ângulo.	72

3.15	Diagrama bidimensional da posição relativa entre segmentos em ângulo.	72
3.16	Diagrama da posição relativa entre segmentos paralelos.	73
3.17	Diagrama da posição relativa entre segmentos perpendiculares.	75
4.1	Divisão do eletrodo em segmentos.	78
4.2	Pontos da tensão de passo.	80
4.3	Sistema de coordenadas, (a) $x \times y$ e (b) $x' \times y'$	82
4.4	Sistema de coordenadas, (a) $x' \times y'$ e (b) $u \times v$	82
4.5	Segmentos paralelos colineares.	83
4.6	Segmentos paralelos não colineares: Caso 1.	84
4.7	Segmentos paralelos não colineares: Caso 2.	84
4.8	Segmentos perpendiculares: Caso 1.	85
4.9	Segmentos perpendiculares: Caso 2.	85
4.10	Segmentos oblíquos: Caso 1.	86
4.11	Segmentos oblíquos: Caso 2.	86
5.1	Geometria da malha do Estudo de Caso 1.	90
5.2	Segmentação da malha Estudo de Caso 1.	91
5.3	Corrente de dispersão do Estudo de Caso 1 dividida em 12 e 24 segmentos.	92
5.4	Malhas convencionais utilizadas no Estudo de Caso 2.	94
5.5	Malha retangular 35m \times 20m utilizada no Estudo de Caso 3.	96
5.6	Malha em “L” 30m \times 20m utilizada no Estudo de Caso 3.	97
5.7	Malha em “T” 30m \times 25m utilizada no Estudo de Caso 3.	97
5.8	Malha com espaçamento desigual utilizada no Estudo de Caso 4.	101
5.9	Perfis de potencial na superfície do solo, resultados retirados de Huang et al. (1995).	102
5.10	Perfis de potencial na superfície do solo, resultados obtidos pelo método proposto.	102
5.11	Imagem 3D do potencial na superfície do solo.	103
5.12	Equipotenciais distribuídas na superfície do solo.	103
5.13	Malha não convencional utilizada no Estudo de Caso 4.	104
5.14	Composição do potencial na superfície do solo em 3D e as equipotenciais.	105
5.15	Composição da tensão de toque em 3D com as isolinhas de tensão de toque.	106
5.16	Composição da tensão de passo em 3D com as isolinhas de tensão de passo.	106
5.17	Local de cálculo dos perfis de potencial e tensões.	107
5.18	$R_g \times D$	109
5.19	$GPR \times D$	109
5.20	$V_s \times D$	110
5.21	$V_t \times D$	110

5.22	$V_p \times D$.	110
5.23	Perfis do potencial na superfície do solo em função da profundidade.	111
5.24	$R_g \times \rho_2$.	113
5.25	$GPR \times \rho_2$.	113
5.26	$V_s \times \rho_2$.	114
5.27	$V_t \times \rho_2$.	114
5.28	$V_p \times \rho_2$.	115

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
5.1 Segmentação da malha.	91
5.2 Parâmetros da malha com diferentes números de segmentos.	92
5.3 Resultado comparativo da resistência de aterramentos com 4 submalhas.	95
5.4 Resultado comparativo da resistência de aterramentos com 16 submalhas.	95
5.5 Tensão de passo em solo homogêneo.	98
5.6 Tensão de toque em solo homogêneo.	98
5.7 Tensão de passo em solo heterogêneo.	99
5.8 Tensão de toque em solo heterogêneo.	100
5.9 Valores obtidos de potencial de superfície e tensão de toque e passo para o Estudo de Caso 4.	105
5.10 Parâmetros da malha em diferentes profundidades.	108
5.11 Coordenadas de máximo potencial de superfície e tensão de passo para o Estudo de Caso 5.	109
5.12 Parâmetros da malha com diferentes valores de h_1 e ρ_2	112

LISTA DE SÍMBOLOS

α_0	–	Coefficiente de resistividade térmica a 0°C
α_r	–	Coefficiente da resistividade térmica na temperatura de referência
β	–	Declividade do segmento em relação a abscissa
θ	–	Ângulo relativo entre dois segmentos
ρ	–	Resistividade elétrica do meio
ρ_1	–	Resistividade da primeira camada do solo
ρ_2	–	Resistividade da segunda camada do solo
ρ_a	–	Resistividade aparente do solo
ρ_r	–	Resistividade do condutor na temperatura de referência
σ	–	Condutividade elétrica do meio
a	–	Raio do eletrodo
A_F	–	Área da superfície da esfera
b	–	Profundidade do eletrodo cravado verticalmente no solo
d	–	Espaçamento entre eletrodos cravados verticalmente no solo
D	–	Profundidade de malha de aterramento
D_f	–	Fator de decaimento devido ao efeito da assimetria
E	–	Campo elétrico gerado por fonte pontual de corrente
f	–	Frequência do sistema
GPR	–	Elevação do potencial da malha de aterramento
h_1	–	Profundidade da primeira camada do solo
h_2	–	Espessura da segunda camada do solo
i	–	Corrente de dispersão para o solo do segmento
I	–	Corrente aplicada no solo pelo terrômetro
I_0	–	Valor simétrico eficaz da componente se sequência zero da corrente de falta
I_F	–	Corrente eficaz de falta afetada pelo fator de decaimento
I_f	–	Corrente da falta
I_g	–	Corrente aplicada na malha de aterramento
J	–	Densidade de corrente
K	–	Fator de reflexão
L	–	Comprimento do segmento
r_0	–	Distância entre a fonte pontual de corrente e ponto no solo
r'_0	–	Distância entre a imagem simétrica da fonte pontual e ponto no solo
$r_n r'_n$	–	Distância entre as demais imagens da fonte pontual e ponto no solo
R_0	–	Resistência elétrica equivalente de sequência zero do sistema
R_1	–	Resistência elétrica equivalente de sequência positiva do sistema
R_2	–	Resistência elétrica equivalente de sequência negativa do sistema
R_f	–	Resistência elétrica estimada da falta
R_g	–	Resistência elétrica da malha de aterramento
R_{jk}	–	Resistência elétrica mútua entre os segmentos j e k

R_{jj}	– Resistência elétrica própria do segmento
R_m	– Resistência elétrica do solo dada pelo terrômetro
R_{mont}	– Resistência elétrica do sistema a montante da falta
S_f	– Fator de divisão da corrente
t_c	– Tempo de duração da falta
T_a	– Constante de tempo da componente contínua
T_{amb}	– Temperatura ambiente
$TCAP$	– Capacidade térmica por unidade de volume
T_m	– Temperatura máxima suportada pelo condutor
v_{Fonte}	– Potencial induzido pela fonte pontual de corrente
v'_{Fonte}	– Potencial induzido pela imagem simétrica da fonte pontual de corrente
v_k	– Potencial induzido no segmento pela corrente de dispersão de outro segmento
v_r	– Potencial resultante induzido no ponto pela fonte de corrente
V_{fase}	– Tensão de fase do sistema
V_m	– Potencial total induzido no segmento
V_{med}	– Tensão medida pelo terrômetro
V_p	– Tensão de passo
V_s	– Potencial total em ponto na superfície do solo
V_t	– Tensão de toque
x, y, z	– Coordenadas relativas do segmento em relação a outro segmento
X_0	– Reatância de sequência zero do sistema
X_1	– Reatância de sequência positiva do sistema
X_2	– Reatância de sequência negativa do sistema
X_{mont}	– Reatância do sistema a montante da falta
Z_{eq}	– Impedância equivalente dos caminhos da corrente elétrica para a terra

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	–	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANSI	–	American National Standards Institute
dxf	–	Drawing Exchange Format
GPR	–	Ground Potential Rise
IEEE	–	Institute of Electrical and Electronics Engineers
MEC	–	Método dos Elementos de Contorno
NBR	–	Norma Brasileira de Regulamentação

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O estudo e a análise das malhas de aterramento é algo que traz grandes preocupações aos engenheiros, pois, é a etapa inicial no processo de construção da subestação de distribuição de energia elétrica e desempenha papel importante no sistema da subestação. O objetivo principal do projeto da malha de aterramento é manter as tensões de passo, de toque e a resistência elétrica para a terra dentro dos limites toleráveis (HUANG et al., 1995).

A baixa resistência de aterramento não é, em si, garantia de segurança. Não existe relação simples entre a resistência do sistema de aterramento com a máxima tensão elétrica que o ser humano possa ser exposto. Se a geometria, a localização dos eletrodos, as características do solo e outros fatores contribuírem para elevado gradiente de potencial na superfície do solo, o sistema de aterramento pode ser inadequado, apesar da capacidade de transporte de corrente elétrica em magnitudes e durações permitidos por relés de proteção (IEEE, 2015).

Dwight (1936) apresenta metodologia para o cálculo de malhas em diversas configurações utilizando o método do potencial médio, desenvolvido inicialmente por Howe (1914) para se determinar a capacitância em antenas. Este método é utilizado para se obter a contribuição de potencial induzido pelo eletrodo e por sua imagem, gerada pela reflexão do campo elétrico na superfície do solo. No método do potencial médio, assume-se que, no eletrodo constituído por material condutor (hastes e cabos) e conduzindo carga elétrica, a densidade de carga é uniforme ao longo da superfície do eletrodo e calcula-se o valor médio do potencial.

Gross et al. (1953) descreve estudo baseado no método das subáreas de Maxwell, para o cálculo de malhas de aterramento de grande porte em solos homogêneos. Neste estudo são introduzidos conceitos básicos utilizados no método das imagens. Gross introduz a ideia de eletrodo segmentado, e então, a densidade de corrente de dispersão para o solo em cada segmento é calculada individualmente. A partir daí diversos trabalhos são realizados de forma a se estudar a influência da segmentação do eletrodo.

Heppe (1979) apresenta trabalho utilizando o método das imagens convencional, para o cálculo dos potenciais na superfície do solo gerados por malha energizada.

Heppe propõe metodologia em que as expressões matemáticas permitam a introdução de eletrodos com qualquer orientação angular e espaçamentos entre si, além de poderem estar situados tanto na primeira camada quanto na segunda camada do solo estratificado em duas camadas. Neste método, a densidade de corrente de dispersão em cada segmento é calculada através do sistema matricial. Contudo, o trabalho de Heppe apresenta estudos de caso apenas para malhas tradicionais, quadradas contendo eletrodos paralelos e perpendiculares igualmente espaçados em solo homogêneo.

[Alves et al. \(2014\)](#) apresenta implementação da metodologia proposta por [Heppe \(1979\)](#), para o cálculo de potenciais gerados na superfície do solo por malha de aterramento. Neste trabalho, Alves apresenta resultado para malha contendo eletrodos paralelos e perpendiculares igualmente espaçados, situada na primeira camada de solo estratificado em duas camadas.

Vários métodos de solução das densidades de corrente de dispersão nos segmentos e de como se estender a aplicação do método das imagens, para solos não homogêneos, com estratificação em várias camadas horizontais são propostos, cada um com sua peculiaridade ([THAPAR; GROSS, 1963](#); [TAGG, 1964](#); [SUNDE, 1968](#); [GIAO; SARMA, 1972](#); [DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1975a](#); [DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1975b](#); [DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1975c](#); [HEPPE, 1979](#); [LAGACE et al., 1988](#); [DAWALIBI; BARBEITO, 1991](#); [CHOW; SALAMA, 1994](#); [DAWALIBI et al., 1994](#)).

O método clássico utilizado para o projeto de malhas de aterramento ([IEEE, 2015](#)) não requer recursos computacionais e é de fácil utilização. No entanto, apresenta algumas limitações quanto a heterogeneidade do solo, a análise de potenciais de superfície e a geometria da malha de aterramento. O método contempla somente malhas com eletrodos equidistantes e com geometria quadrada, retangular, geometria “L” e geometria “T”. Contudo, a geometria da malha de aterramento depende da forma da área da subestação ([THAPAR et al., 1991](#)). Vários estudos comprovam maior eficiência em malhas de aterramento com eletrodos espaçados de forma desigual, levando a valores desejados a tensão de toque ([COVITTI et al., 2005](#)) e redução da quantidade de material utilizado ([SILVA et al., 2016](#)).

Os trabalhos estudados e as normas pertinentes apresentam formulações ou estudos de caso apenas para malhas contendo eletrodos paralelos e perpendiculares em terrenos definidos. Contudo, conforme metodologia apresentada por [Heppe \(1979\)](#),

existe a possibilidade do cálculo de malhas de aterramento em qualquer geometria.

Portanto, a hipótese primária deste trabalho é: se utilizando o método das imagens e do potencial médio, é possível calcular a resistência e a elevação do potencial da malha, o potencial na superfície do solo, as tensões de toque e de passo em malhas com eletrodos contendo: i) angulações relativas distintas e ii) espaçados desigualmente, logo, pode-se calcular estes parâmetros de aterramento para qualquer geometria de malha. Este trabalho justifica-se pela necessidade de modelagem que possibilite o cálculo de parâmetros de malha contendo eletrodos posicionados a qualquer distância, em qualquer ângulo e com malha posicionada a qualquer profundidade.

O objetivo geral deste trabalho é calcular os parâmetros de malhas de aterramento composta por eletrodos enterrados horizontalmente a qualquer profundidade em solos heterogêneos com estratificação em até duas camadas e com qualquer geometria de malha. Ainda como objetivos tem-se: i) analisar a tensão de passo, a tensão de toque e o potencial em qualquer ponto na superfície do solo e ii) implementação computacional do método proposto para a frequência industrial (50/60Hz).

No desenvolvimento deste trabalho são delineados inicialmente, no Capítulo 2, os conceitos e os parâmetros de entrada e saída dos projetos da malha de aterramento. No Capítulo 3 são apresentados os conceitos do método das imagens e é realizada a modelagem e a dedução matemática das expressões utilizadas para obter os potenciais na superfície do solo e das resistências elétricas mútuas e próprias. O Capítulo 4 expõe a metodologia de cálculo utilizada na rotina computacional para obtenção das correntes de dispersão nos segmentos, a resistência elétrica da malha de aterramento, a elevação do potencial da malha, o potencial na superfície do solo e as tensões de passo e de toque. Além de abordar os aspectos da implementação computacional realizada. Diversos estudos de casos contemplando malhas com geometrias variadas são apresentados como resultados no Capítulo 5. No Capítulo 6 é descrito a conclusão e as contribuições obtidas com a realização deste trabalho. São ainda propostos possíveis temas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

PARÂMETROS DE PROJETO E DE MALHA

Neste capítulo são explorados os parâmetros de entrada e saída existentes no projeto de malha de aterramento. Os conceitos, informações e métodos de cálculo dos parâmetros são apresentados de forma resumida e são estabelecidos pela ANSI-IEEE Std.80/2012 (IEEE, 2015) e pela ABNT NBR 15751:2013 (ABNT, 2013).

2.1 Parâmetros de Projeto

Os parâmetros de projeto são valores de entrada obtidos através de medições em campo e por equacionamentos, que são necessários para o cálculo dos parâmetros da malha.

2.1.1 Estratificação do Solo

O solo é composto por diversos horizontes pedogenéticos sobrepostos com formações Geológicas distintas, onde cada horizonte apresenta característica e profundidade própria (CALIXTO, 2012). Na tentativa de representar o solo com suas heterogeneidades, algumas formulações foram propostas. O modelo usual do sistema real do solo é o de camada sobreposta com valor de resistividade elétrica aparente e espessura própria homogênea em toda a extensão da camada. Os métodos de medição das resistividades aparentes e determinação da estratificação do solo são dados pela ANSI-IEEE Std.81/2012 (IEEE, 2012) e pela ABNT NBR 7117:2012 (ABNT, 2012).

Na Figura 2.1(a) é ilustrado o sistema real do solo, no qual as suas características variam conforme a distância. Em geral, as alterações verticais na profundidade das malhas são graduais e insignificantes na vizinhança da zona em questão (IEEE, 2012). Assim, as camadas do solo são consideradas horizontais e paralelas a superfície, como ilustrado na Figura 2.1(b).

2.1.1.1 Medições das Resistividades do Solo

A unidade da resistividade é dada por $[\Omega \cdot m]$. Seu valor é influenciado diretamente por diversos fatores, onde os que se destacam são: composição do solo, concentração dos sais dissolvidos, umidade, compactação e temperatura. A literatura indica que os valores da resistividade para diferentes tipos de solos podem variar de valores menores que $1 \Omega \cdot m$ para solos embebidos na água do mar até valores de $10^9 \Omega \cdot m$

para o arenito (IEEE, 2012).

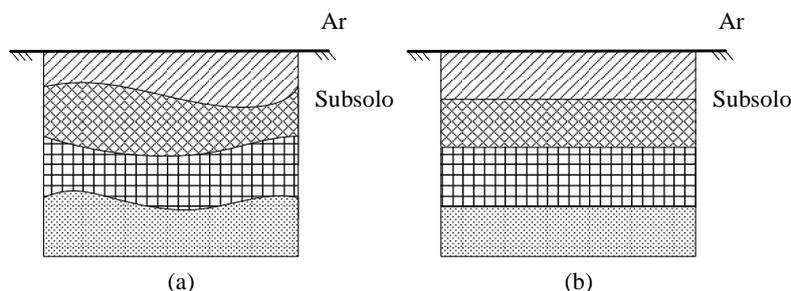


Figura 2.1 - Solo estratificado. (a) sistema real e (b) modelo aproximado.

A medição da resistividade elétrica do solo é realizada diretamente no local em que a malha de aterramento será construída. Para isto, podem ser empregados diversos métodos. Devido ao fato do solo possuir característica anisotrópica, as medidas devem ser realizadas em diversas direções, atribuindo à resistividade elétrica aparente ρ_a o valor médio dos valores obtidos (VISACRO, 2002).

O método que utiliza informações geológicas e amostras do solo consiste em realizar trabalho de geotécnica no local, o qual envolve prospecção geológica do solo, onde são retiradas amostras para serem examinadas em laboratório. Além do tipo de solo em cada camada, este método também obtêm as seguintes informações: teor de umidade, pH do solo e profundidade de águas subterrâneas (IEEE, 2012).

A obtenção da resistividade do solo e dos demais dados obtidos por este método não apresenta aproximação útil devido a dificuldade na coleta das amostras representativas de solo homogêneo e que mantenham as mesmas características em laboratório do solo original (IEEE, 2012).

Os métodos que se destacam para mensurar parâmetros de estratificação do solo, são os métodos geoeletricos, como por exemplo, o método de três eletrodos. Neste método são realizadas diversas medidas da resistência elétrica do solo com o eletrodo de teste cravado no solo em diferentes profundidades, sendo a configuração de montagem ilustrada na Figura 2.2. Para cada profundidade do eletrodo de teste, o eletrodo de corrente é mantido a distância d_2 fixa e são realizadas medidas com o eletrodo de potencial em diferentes posições d_1 , de forma e encontrar a região de patamar da curva da resistência de terra em relação ao eletrodo de teste. A resistência

R_m do solo é obtida através da divisão da tensão medida com o eletrodo de tensão V_{med} na região do patamar pela corrente I aplicada no solo através do terrômetro.

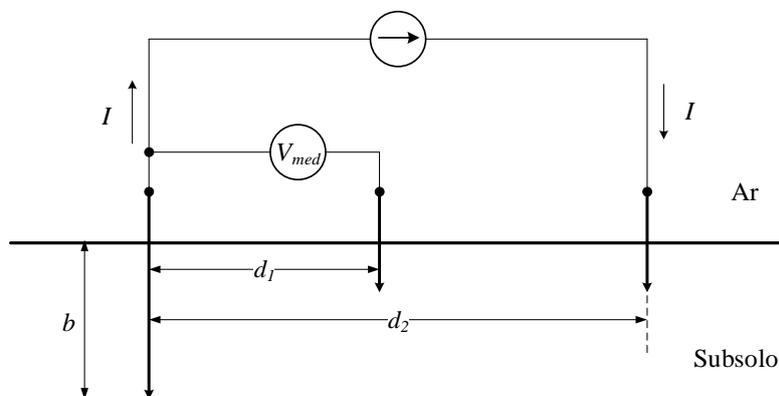


Figura 2.2 - Método dos três eletrodos.

O método tem como propósito induzir corrente maior no solo mais profundo, onde as medidas das resistências R_m refletem a resistividade aparente em cada profundidade. Assim, a resistividade aparente do solo calculada a partir da resistência elétrica da haste de raio a [m] cravada verticalmente no solo a profundidade b [m] é dada por (2.1). Onde ρ_a [$\Omega \cdot m$] é a resistividade aparente e R_m [Ω] é a resistência elétrica medida no terrômetro.

$$\rho_a = \frac{2\pi b R_m}{\ln\left(\frac{8b}{a}\right) - 1} \quad (2.1)$$

O método dos dois eletrodos é utilizado para pequenos volumes de solos e fornece valores com baixa aproximação, servindo apenas para estimar a ordem de grandeza da resistividade elétrica do solo. Neste método são cravados dois eletrodos no solo na mesma profundidade b a distância maior ou igual a cinco vezes a profundidade. Os eletrodos são interligados através de cabo isolado e é realizada a medição da resistência em série com terrômetro (ABNT, 2012).

A resistividade elétrica aparente do solo entre os dois eletrodos é dada por (2.2).

$$\rho_a = \frac{\pi b R_m}{\ln\left(\frac{2b}{a}\right)} \quad (2.2)$$

Vários arranjos que utilizam quatro eletrodos foram desenvolvidos, basicamente, são cravados os quatro eletrodos perpendicularmente no solo a pequena profundidade, alinhados e espaçados em intervalos não necessariamente iguais (ABNT, 2012). Desta forma, a corrente elétrica é conduzida entre os dois eletrodos das extremidades e a tensão induzida é medida através dos dois eletrodos internos. Com a relação da tensão pela corrente obtém-se a resistência elétrica aparente da porção do solo medida e conseqüentemente a resistividade elétrica aparente pode ser calculada.

O arranjo do eletrodo central é utilizado no caso de prospecções a grandes profundidades ou em solos com resistividade elevada (ABNT, 2012). Neste arranjo, um dos eletrodos de corrente é fixado no centro da área em que será realizada a medição e varia-se a posição dos demais eletrodos, como ilustra a Figura 2.3. Neste arranjo, $d_3 \gg d_2$.

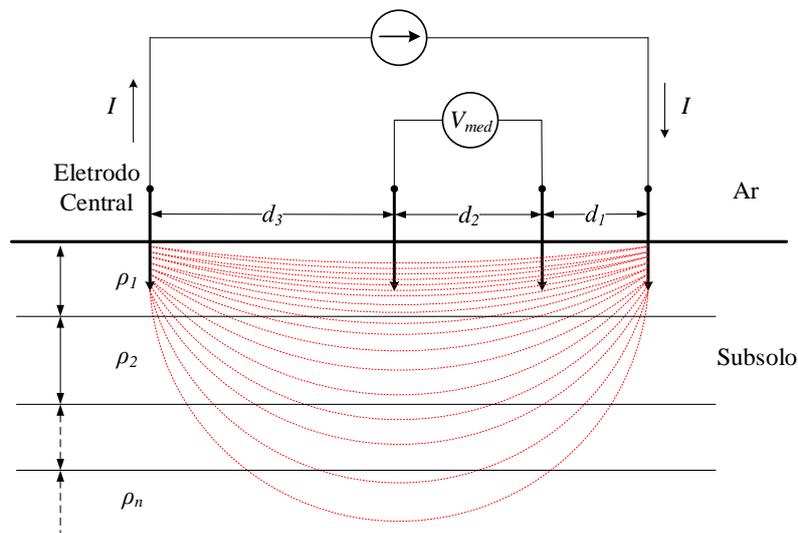


Figura 2.3 - Arranjo do eletrodo central.

A resistividade aparente do solo para profundidade h é dada por (2.3).

$$\rho_a(h) = \frac{2\pi d_1(d_1 + d_2)R}{d_2} \quad (2.3)$$

onde:

$$h = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} \quad (2.4)$$

Para o arranjo de Lee, conforme a [ABNT \(2012\)](#), são utilizados cinco eletrodos, requerendo duas medições e utilizando quatro eletrodos por espaçamento por vez, possibilitando detectar as variações nas espessuras das camadas. Na Figura 2.4 é ilustrado o diagrama do arranjo em que primeiramente é realizada a medição da resistência elétrica do solo entre os eletrodos A e B, R_{ab} , e posteriormente entre os eletrodos B e C, R_{bc} .

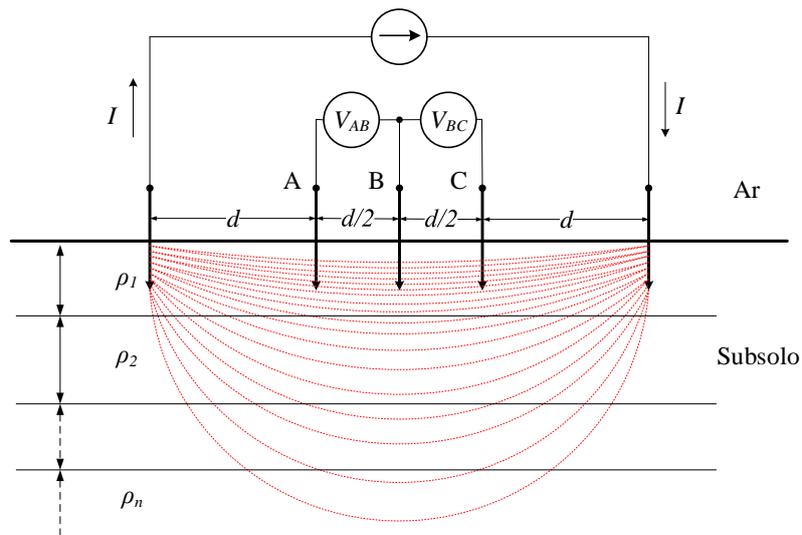


Figura 2.4 - Arranjo de Lee.

A resistividade aparente para cada medição em função da distância entre os eletrodos é dada por (2.5) e (2.6).

$$\rho_{1d} = 4\pi d R_{AB} \quad (2.5)$$

$$\rho_{2d} = 4\pi d R_{BC} \quad (2.6)$$

No caso de ρ_{1d} ser igual a ρ_{2d} indica que o solo não possui camadas com variação de espessura. Já no caso de ρ_{1d} diferente de ρ_{2d} indica solo com camadas de espessuras variáveis.

No arranjo proposto por (WENNER, 1916) os eletrodos são espaçados igualmente a distância d e cravados a profundidade b , como ilustrado na Figura 2.5. A resistividade elétrica aparente em função do espaçamento e da profundidade dos eletrodos é dada por (2.7).

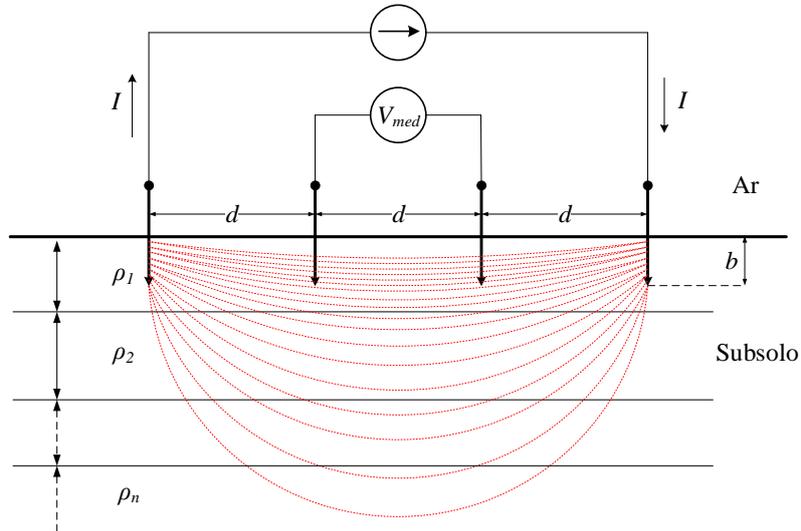


Figura 2.5 - Arranjo de Wenner.

$$\rho_a(d) = \frac{4\pi d R_m}{1 + \frac{2d}{\sqrt{d^2+4b^2}} - \frac{2d}{\sqrt{4d^2+4b^2}}} \quad (2.7)$$

Realizando a medição da tensão elétrica entre os eletrodos internos, calcula-se a resistência elétrica aparente e de posse do valor desta resistência, é possível encontrar a curva de resistividade aparente para diferentes espaçamentos d . Desta forma, obtêm-se o conjunto de dados que, após a estratificação, poderá representar a quantidade de camadas do solo e suas respectivas resistividades e profundidades.

A maior desvantagem do arranjo de Wenner é o rápido decréscimo na magnitude do potencial entre os eletrodos de tensão com o aumento do espaçamento. Assim, para valores de espaçamentos relativamente altos, os valores baixos dos potenciais podem ser inadequados para os equipamentos. Outra desvantagem é a necessidade de relocação de todos os eletrodos a cada medição (IEEE, 2012).

No arranjo de Schlumberger os eletrodos de tensão (eletrodos internos) são colocados em espaçamento d_1 fixo e inferior ao espaçamento para os eletrodos de corrente (eletrodos externos), como ilustrado na Figura 2.6. Para executar a medição a diferentes profundidades, apenas o espaçamento d_2 dos eletrodos de corrente são alterados.

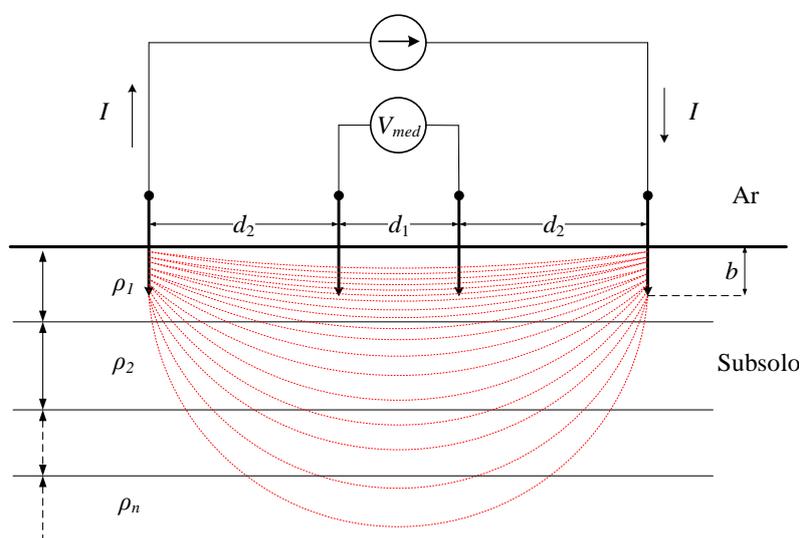


Figura 2.6 - Arranjo de Schlumberger.

Quando a profundidade b do eletrodo é pequena em comparação com a distância d_1 e $d_2 > 2d_1$, a resistividade aparente pode ser calculada por (2.8) (PALMER, 1959). No arranjo de Wenner a profundidade de coleta é de aproximadamente $\frac{3d}{2}$ e no arranjo de Schlumberger é de aproximadamente $\frac{2d_2 + d_1}{2}$. Observe que nos métodos de coletas apresentados na literatura, é cometido o equívoco quando se considera R_m sendo a resistência elétrica do solo dada pela Lei de Ohm. Nestes métodos, ao dividir a diferença do potencial medido V_{med} pela corrente injetada I para obter R_m , a magnitude R_m medida pelo terrômetro é dimensionalmente igual a resistência elétrica dada pela Lei de Ohm, mas não é a resistência elétrica fornecida por esta Lei,

podendo ser definida como a resistência elétrica aparente medida pelo terrômetro, R_m [Ω], pois o local de injeção de corrente é diferente do local de medida da tensão (CALIXTO et al., 2010).

$$\rho_a = \frac{\pi d_2(d_1 + d_2)R_m}{d_1} \quad (2.8)$$

2.1.1.2 Determinação da Estratificação do Solo em Camadas Horizontais

Os resultados obtidos das medições da resistividade elétrica aparente do solo $\rho_a(d)$ devem ser tratados matematicamente de forma a obter a estratificação do solo. O solo possui grande variação e complexidade na resistividade elétrica devido a sua heterogeneidade, tornando necessário estabelecer modelos equivalentes mais simples para a composição do solo. Os modelos equivalentes dependem dos seguintes fatores: i) precisão, alcance e método utilizado para medições, ii) complexidade matemática envolvida e iii) finalidade dos cálculos (ABNT, 2012).

Para obter a estratificação do solo considerando-o com até duas camadas, pode-se utilizar dos seguintes métodos: i) método das curvas, ii) método de otimização e iii) método simplificado. No entanto, para obtenção da estratificação em solo, considerando-o com mais de duas camadas, pode-se utilizar o método de Pirson ou o método gráfico de Yokogawa.

Para aplicações na área de sistemas elétricos de potência, o modelo equivalente de duas camadas possui precisão suficiente sem ser demasiadamente complexo matematicamente (ABNT, 2012). O modelo de solo estratificado em até duas camadas, pode ser ilustrado na Figura 2.7, onde a primeira camada do solo possui resistividade ρ_1 e se estende da profundidade *zero* à h_1 e a segunda camada possui resistividade ρ_2 e profundidade de h_1 à h_2 , onde h_2 faz interface com a rocha primária.

Na Figura 2.8 é ilustrada a curva da resistividade elétrica aparente pela relação das distâncias entre as hastes. Da curva de resistividade elétrica aparente \times relação das distâncias entre as hastes, Figura 2.8, pode-se verificar que a função $\rho_a(d)$ para duas camadas somente pode ser crescente ou decrescente. Se a curva $\rho_a(d)$ for obtida de forma saturada, o valor de $\rho_a(d)$ na plena saturação, equivale a ρ_2 , enquanto que sempre $\rho_1 = \rho_a(0)$ para $d = 0$. Com os valores destas resistividades aparente, pode-se obter h_1 estratificando o solo considerando-o com duas camadas (CALIXTO et al.,

2012).

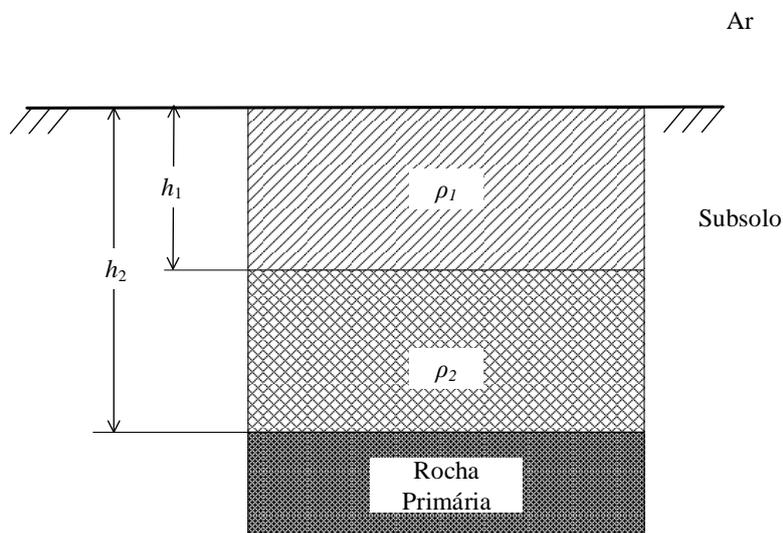


Figura 2.7 - Modelo de solo estratificado em até duas camadas.

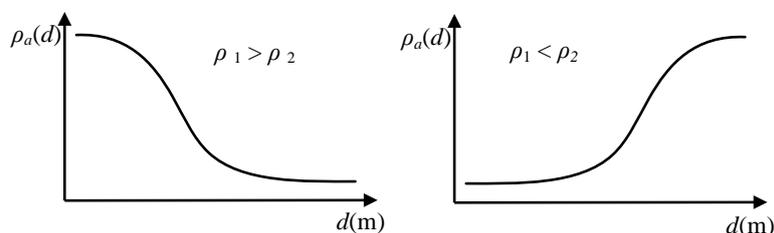


Figura 2.8 - Curva da resistividade \times Relação das distâncias entre as hastas.

2.1.2 Corrente Aplicada na Malha

A falta elétrica se caracteriza pelo contato ou arco acidental entre parte sob potenciais diferentes ou para a terra, no sistema ou equipamento elétrico energizado, ocasionando corrente de falta que flui de um condutor para outro ou para a terra, se dividindo por todo o sistema interligado. A corrente aplicada na malha é a fração da corrente de falta que flui para o solo através da malha (ABNT, 2013).

Normalmente, as faltas são ocasionadas por curtos-circuitos, ocorridos acidental-

mente em redes ou propositalmente pela atuação de equipamentos de proteção. Os curtos-circuitos são divididos em dois tipos principais: i) simétrico e ii) assimétrico. O curto-circuito simétrico ocorre em sistema trifásico quando os três condutores carregados entram em contato. O curto-circuito assimétrico pode ser dividido em: i) monofásico (fase-terra), quando ocorre contato entre uma das fases e a terra, ii) bifásico (fase-fase), quando ocorre o contato entre duas fases e iii) bifásico com contato para terra (fase-fase-terra), quando ocorre o contato entre duas fases e o terra simultaneamente (ROEPER, 1975).

Devido a defasagem em 120° existente entre as tensões das fases no sistema trifásico, a resultante das correntes no curto-circuito simétrico é nula. Assim, este tipo de curto-circuito não tem qualquer influência na corrente aplicada na malha. No caso do curto-circuito bifásico não há correntes de sequência *zero*, o que também o torna irrelevante para o cálculo da corrente aplicada na malha. Então, dos tipos de curtos-circuitos mencionados, somente os curtos-circuitos monofásico e bifásico com contato para a terra que influenciam na corrente que flui para o solo através da malha de aterramento.

Além dos tipos de curtos-circuitos, as faltas podem ocorrer em diversos locais do sistema elétrico, o que torna difícil determinar o tipo e local que ocasionará o maior fluxo de corrente entre a malha e o solo circundante. Para se determinar os tipos de falhas aplicáveis, deve-se considerar a probabilidade de ocorrência de cada falta. Incluindo a ocorrência de faltas simultâneas quando a probabilidade de ocorrência for significativa.

Na Figura 2.9 é ilustrado o caso em que toda a corrente de falta I_f flui para a malha, contudo não há corrente de dispersão para o solo, pois toda a corrente retorna pelo neutro do transformador. Na Figura 2.10 toda a corrente flui para o solo através da malha de aterramento, ocasionando que a corrente aplicada na malha I_g seja igual a corrente de falta. Na Figura 2.11 ilustra-se o caso de falta em rede multi-aterrada com cabo para-raios ou neutro, no qual a corrente de falta se distribui por todos os pontos de aterramento, sendo a corrente na malha apenas fração da corrente de falta (IEEE, 2015).

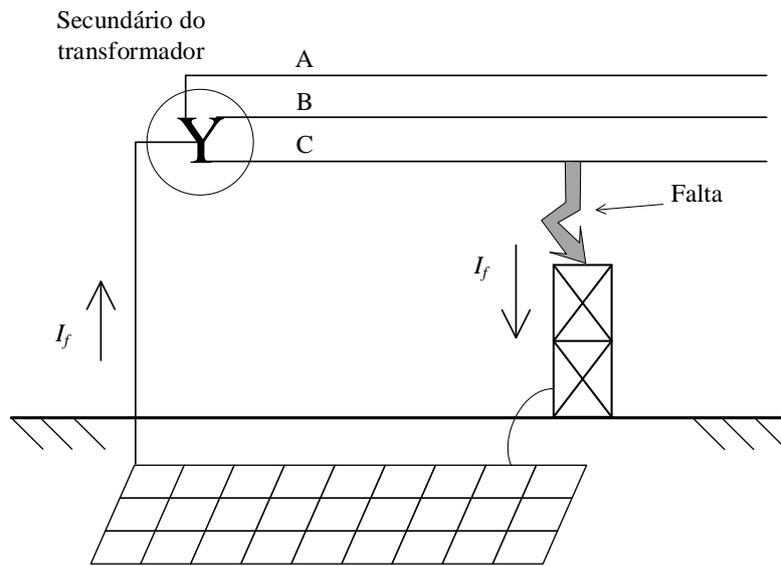


Figura 2.9 - Falta dentro da subestação com neutro aterrado localmente.

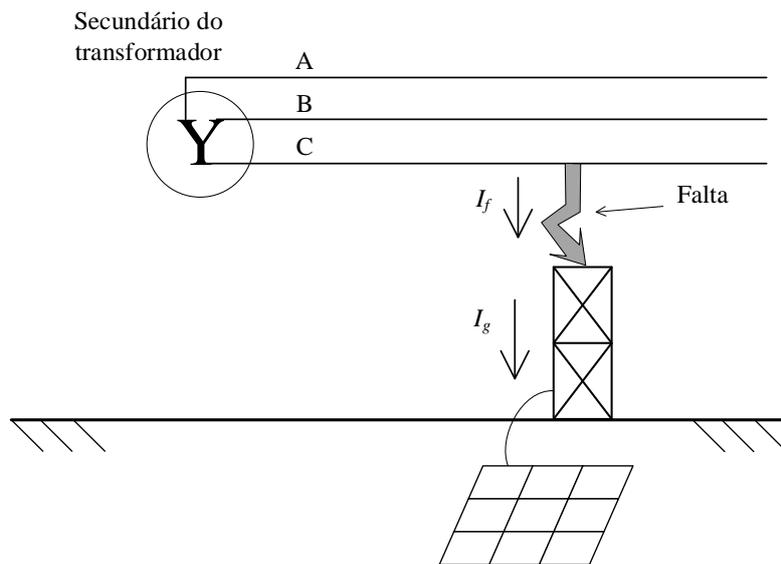


Figura 2.10 - Falta dentro da subestação com neutro aterrado em localização remota.

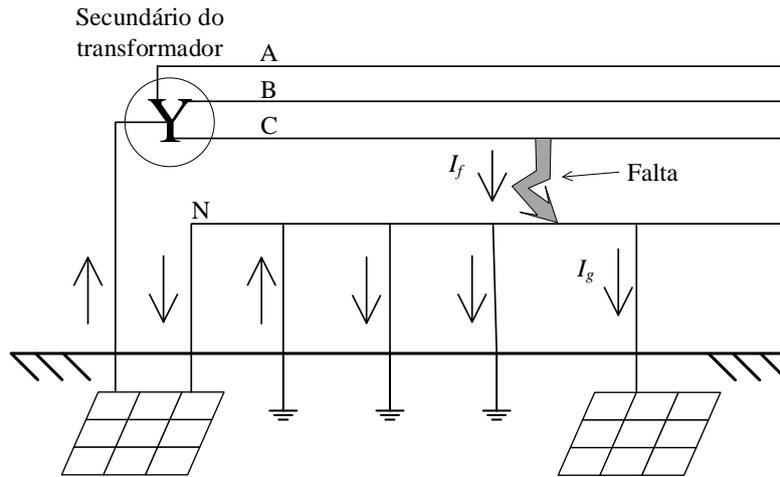


Figura 2.11 - Falta em rede de distribuição multi-aterrada.

2.1.2.1 Componente Zero da Corrente de Falta

A malha de aterramento deve ser dimensionada para o pior caso, o qual ocasiona a maior corrente aplicada na malha e, conseqüentemente, os maiores potenciais na superfície do solo. No sistema trifásico o aparecimento da componente de seqüência zero estabelece a condição de que, ao lado dos 3 condutores, ainda exista o quarto caminho de circulação de corrente (retorno pelo terra ou condutor neutro) (ROEPER, 1975). A corrente de falta é diretamente proporcional a componente de seqüência zero, portanto, o pior caso de falta é o que resulta na maior componente de seqüência zero para as correntes de curto-circuito, definida por $3I_0$; onde I_0 é o valor simétrico eficaz da componente de seqüência zero da corrente de falta (IEEE, 2015).

No caso da falta ser ocasionada por curto-circuito bifásico com contato para a terra, a corrente de seqüência zero é dada por (2.9).

$$I_0 = \frac{V_{fase}(R_2 + jX_2)}{(R_1 + jX_1)[R_0 + R_2 + 3R_f + j(X_0 + X_2)] + (R_2 + jX_2)(R_0 + 3R_f + jX_0)} \quad (2.9)$$

Para o caso da falta ser ocasionada por curto-circuito monofásico, a corrente de seqüência zero é dada por (2.10).

$$I_0 = \frac{V_{fase}}{3R_f + R_1 + R_2 + R_0 + j(X_1 + X_2 + X_0)} \quad (2.10)$$

Onde V_{fase} é a tensão de fase do sistema em [V], R_f é a resistência estimada da falta em $[\Omega]$, R_1 é a resistência equivalente de sequência positiva do sistema em $[\Omega]$, R_2 é a resistência equivalente de sequência negativa do sistema em $[\Omega]$, R_0 é a resistência equivalente de sequência *zero* do sistema em $[\Omega]$, X_1 é a reatância de sequência positiva do sistema em $[\Omega]$, X_2 é a reatância de sequência negativa do sistema em $[\Omega]$ e X_0 é a reatância de sequência *zero* do sistema em $[\Omega]$.

Os valores das resistências (R_1 , R_2 e R_0) e das reatâncias (X_1 , X_2 e X_0) são calculados através do sistema equivalente observado a partir do ponto em que ocorre a falta. Em muitos casos o efeito da resistência equivalente do sistema pode ser desprezada (IEEE, 2015). Assim, as expressões (2.9) e (2.10) podem ser simplificadas mantendo a precisão satisfatória.

A expressão (2.9) para o curto bifásico com contato para a terra tornar-se:

$$I_0 = \frac{X_2 V_{fase}}{X_1(X_0 + X_2) + (X_2 X_0)} \quad (2.11)$$

E a expressão (2.10) para o caso da falta ser ocasionada por curto-circuito monofásico, desconsiderando o efeito da resistência equivalente do sistema, pode ser escrita na forma:

$$I_0 = \frac{V_{fase}}{X_1 + X_2 + X_0} \quad (2.12)$$

2.1.2.2 Fator de Divisão da Corrente de Falta

Outro fator que influencia diretamente na corrente aplicada na malha é o fator de divisão. Como ilustrado na Figura 2.11, a corrente de falta flui para a terra através de vários pontos do sistema. Assim, o fator de divisão de corrente expressa a fração da corrente de falta que efetivamente flui para a terra através da malha de aterramento.

O valor do fator de divisão está sujeito a diversos parâmetros, os quais se destacam: i) localização da falta, ii) magnitude da impedância da malha de aterramento da

subestação, iii) tubos e cabos enterrados na vizinhança ou diretamente conectados ao sistema de aterramento da subestação e iv) cabos guarda, neutros ou outros caminhos de retorno para a terra (IEEE, 2015).

A divisão da corrente para a malha de aterramento de resistência elétrica pode ser representada através do circuito equivalente ilustrado na Figura 2.12.

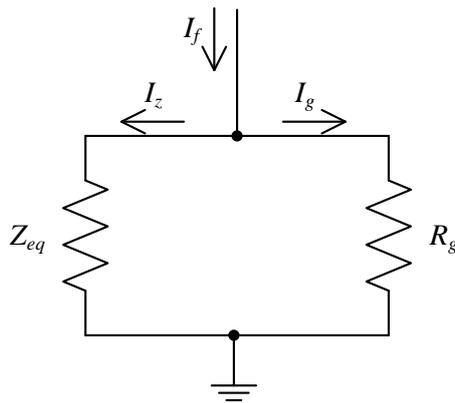


Figura 2.12 - Circuito equivalente da divisão da corrente.

Na Figura 2.12, Z_{eq} é a impedância para a terra equivalente do sistema elétrico, excluindo a resistência da malha R_g , e I_z é a fração da corrente que circula pelos demais caminhos para a terra. Conforme o circuito equivalente, pode-se calcular o fator de divisão de corrente S_f utilizando a expressão (2.13).

$$S_f = \left| \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R_g} \right| \quad (2.13)$$

Assumindo que o fluxo de corrente de falta para a terra é constante, a corrente simétrica que flui para o solo através da malha é expressa por:

$$I_g = S_f I_f \quad (2.14)$$

2.1.2.3 Efeito da Assimetria

Na obtenção do valor da corrente de falta é necessário considerar o efeito da corrente assimétrica. A corrente de falta assimétrica inclui os períodos subtransitório, transitório e permanente, além da componente contínua da corrente. Os períodos subtransitório e transitório e a componente contínua decaem exponencialmente com diferentes taxas de atenuação. Contudo, para fins de aplicação, considera-se que a componente contínua não decai com o tempo, permanecendo com seu valor inicial (IEEE, 2015).

Assim, o valor eficaz da corrente assimétrica é representado pelo fator de decaimento D_f . Desta forma, para calcular a corrente eficaz de falta, afetada pelo fator de decaimento I_F , o valor da corrente de falta I_f é multiplicado ao fator de decaimento, dado por:

$$I_F = D_f I_f \quad (2.15)$$

De forma direta, o fator de decaimento pode ser calculado através da expressão:

$$D_f = \sqrt{1 + \frac{T_a}{t_c} \left[1 - e^{\left(\frac{-2t_c}{T_a}\right)} \right]} \quad (2.16)$$

Onde t_c é o tempo de duração da falta em [s] e T_a é a constante de tempo da componente contínua, dada por:

$$T_a = \frac{X_{mont}}{2\pi f R_{mont}} \quad (2.17)$$

Onde X_{mont} e R_{mont} são a reatância e a resistência do sistema a montante da falta em [Ω], respectivamente, e f é frequência do sistema em [Hz].

2.1.3 Dimensionamento do Condutor: Mecânico e Térmico

O tipo de material e o dimensionamento do condutor que compõe o eletrodo da malha de aterramento deve ser escolhido de forma a manter a durabilidade do sistema de aterramento durante toda a vida útil das instalações protegidas. Assim, o condutor

deve ser concebido de forma a atender as considerações: i) possuir alta condutividade de modo a não contribuir de forma substancial para a resistência do aterramento e para as tensões locais, ii) ser capaz de suportar o aquecimento provocado pela corrente máxima aplicada a malha durante o tempo da falta e iii) possuir resistência e robustez suficiente para resistir aos esforços mecânicos e a corrosão (IEEE, 2015).

Para o dimensionamento mecânico, é necessário que o cabo de aterramento suporte os esforços devido, principalmente, aos efeitos eletromagnéticos; a movimentação de veículos acima da malha; e ao peso da terra e das estruturas. Os valores mínimos da bitola do cabo para suportar os esforços, conforme o tipo de material, devem-se de: i) 50 mm² para condutor de cobre, ii) 38 mm² (5/16") ou equivalente para condutor de aço com proteção contra corrosão (ABNT, 2013).

Para o dimensionamento térmico, a bitola do condutor em milímetros quadrados S_{mm^2} necessária para suportar a elevação da temperatura em função da corrente no condutor é obtida através da expressão de Onderdonk (2.18) (IEEE, 2014). A expressão considera que toda a energia térmica permanece retida no condutor devido a curta duração da falta e pode ser usada para qualquer tipo de condutor em que suas constantes sejam conhecidas ou calculadas.

$$S_{mm^2} = \frac{I_g}{\sqrt{\left(\frac{TCAP \cdot 10^{-4}}{t_c \alpha_r \rho_r}\right) \ln\left(\frac{K_0 + T_m}{K_0 + T_{amb}}\right)}} \quad (2.18)$$

Em (2.18), α_r é o coeficiente da resistividade térmica na temperatura de referência em [°C⁻¹], ρ_r é a resistividade do condutor na temperatura de referência em [$\mu\Omega \cdot \text{cm}$], $TCAP$ é a capacidade térmica por unidade de volume em [$\text{J} \cdot (\text{cm}^3 \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$], K_0 é o inverso do coeficiente de resistividade térmica do condutor a 0°C em [°C⁻¹], T_m é a temperatura máxima suportada pelo condutor em [°C] e T_{amb} é a temperatura ambiente em [°C].

2.2 Parâmetros da Malha de Aterramento

Os parâmetros da malha de aterramento são valores intrínsecos de cada malha que definem os seus critérios de funcionalidade e segurança.

2.2.1 Elevação do Potencial da Malha

Em condições normais o aterramento elétrico opera com potencial próximo de *zero*. Assim, o potencial do eletrodo do aterramento é praticamente idêntico ao potencial do terra remoto. Na ocorrência de falta, a corrente que é conduzida pela malha de aterramento da subestação para a terra causa a elevação do potencial elétrico da malha em relação ao terra remoto. A elevação do potencial da malha (*Ground Potential Rise - GPR*) é o potencial elétrico máximo que o eletrodo da malha pode atingir em relação ao terra remoto durante a falta. Este potencial é igual a corrente máxima injetada na malha multiplicada pela resistência do aterramento.

2.2.2 Tensão de Toque

Durante a falta considera-se que todas as estruturas aterradas ficam com potencial igual ao GPR. A tensão de toque em que a pessoa pode estar submetida é a diferença entre o potencial na superfície do solo no local em que a pessoa se encontra e o potencial da estrutura metálica aterrada que se encontra ao alcance das mãos, como ilustrado na Figura 2.13.

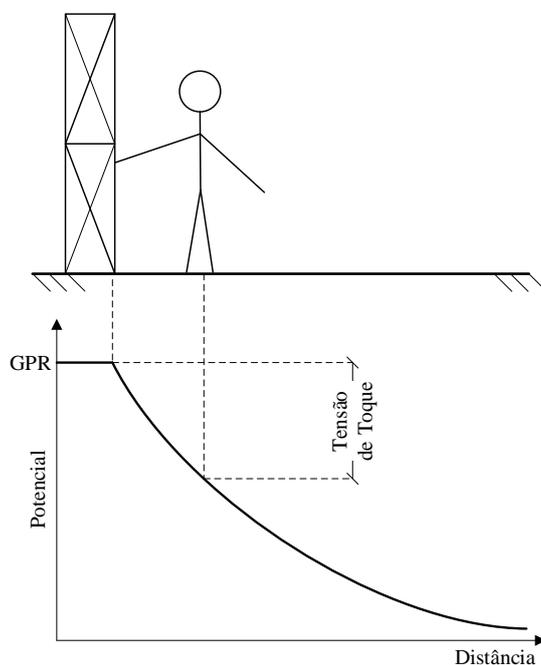


Figura 2.13 - Representação da tensão de toque.

O valor da tensão de toque pode ser determinado pela expressão:

$$V_t = GPR - V_s \quad (2.19)$$

Onde V_t é a tensão de toque em [V], GPR é o valor em [V] da elevação do potencial da malha de aterramento e V_s é o potencial na superfície do solo em que a pessoa se encontra, em [V].

2.2.3 Tensão de Passo

A tensão de passo é a diferença de potencial na superfície do solo em contato com os dois pés da pessoa distanciados em 1 metro, durante a ocorrência da falha, desde que a pessoa não esteja tocando nenhuma estrutura metálica aterrada, como ilustrado na Figura 2.14.

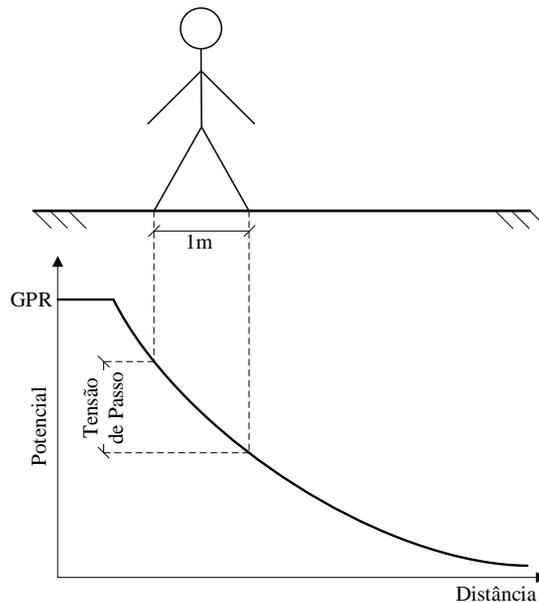


Figura 2.14 - Representação da tensão de passo.

A tensão de passo é dada por:

$$V_p = V_{s1} - V_{s2} \quad (2.20)$$

Onde V_p é a tensão de passo em [V], V_{s1} é o potencial na superfície do solo em contato com o pé 1 em [V] e V_{s2} é o potencial na superfície do solo em contato com o pé 2 em [V].

2.2.4 Resistência da Malha de Aterramento

Malhas de aterramento possuem impedâncias complexas que incluem componentes resistivos, capacitivos e indutivos. Em sistemas de potência que operam a baixa frequência (50/60 Hz) os efeitos reativos são desprezíveis ([IEEE, 2012](#)).

A resistência da malha de aterramento total é composta por três resistências em série: i) resistência do eletrodo e das conexões, ii) resistência da interface de contato entre o eletrodo e o solo e iii) resistência da terra circunvizinha do eletrodo. Normalmente são desconsideradas as duas primeiras resistências devido aos seus baixos valores em relação a resistência da terra ([VISACRO, 2002](#)).

A resistência da malha de aterramento é diretamente proporcional a resistividade aparente do solo e decresce com o aumento do comprimento do eletrodo, sendo obtida pela divisão do GPR pela corrente total injetada na malha.

2.3 Considerações

Os arranjos para medição da resistividade elétrica aparente do solo e os métodos de estratificação do solo apresentados neste capítulo são informativos. Entre os arranjos de medição da resistividade aparente, o arranjo de Wenner é o que mais se destaca na literatura.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DO POTENCIAL NA SUPERFÍCIE DO SOLO E RESISTENCIA MÚTUA

Neste capítulo são apresentadas as deduções matemáticas para o cálculo do potencial induzido na superfície do solo por fonte linear de corrente e da resistência mútua entre dois segmentos, para solo homogêneo e estratificado em duas camadas. Para o equacionamento será utilizado o método das imagens juntamente com o método do potencial médio, a partir das relações entre o campo elétrico e a densidade de corrente que se originam da fonte. As formulações consideram segmentos retilíneos enterrados horizontalmente no solo e são baseadas nos estudos apresentados em (SUNDE, 1968) e (HEPPE, 1979).

3.1 Potencial Elétrico

Para o cálculo do potencial elétrico induzido por uma fonte de corrente, é aplicado o método do potencial médio para cada trecho do eletrodo e suas imagens. Inicialmente, será realizada a modelagem para solo homogêneo partindo de uma fonte pontual. Posteriormente, são demonstradas as expressões para fontes lineares em solos estratificados em duas camadas.

3.1.1 Potencial Elétrico na Superfície do Solo Homogêneo

Seja o sistema composto por dois meios sem perdas, homogêneos e dielétricos separados pela fronteira plana Q em $z = 0$ e contendo a fonte pontual de corrente F inserida no meio 1, conforme ilustrado na Figura 3.1. O meio 1 possui resistividade ρ_1 e é definido para $z \leq 0$ e o meio 2 possui resistividade ρ_2 e é definido para $z > 0$. A fonte F dispersa corrente i para o meio, distribuída uniformemente ao redor da fonte, e com o valor da densidade de corrente J em $[A/m^2]$ constante em todos os pontos dentro do meio 1, exceto na fonte.

Sendo E a componente campo elétrico em $[N \cdot C^{-1}]$, tangencial ao plano Q , e J a componente densidade de corrente, normal ao plano Q . A onda plana polarizada derivada da fonte F incidente em x , no meio 1, com componentes (E_i, J_i) se propaga na direção de z em direção ao meio 2. A reflexão e a transmissão na fronteira Q resultam na onda refletida (E_r, J_r) no meio 1, com direção $-z$, e na onda transmitida (E_t, J_t) no meio 2, com direção z . As ondas que fluem pelos meios e em direção a

um ponto qualquer no meio 1 são representadas conforme ilustrado na Figura 3.2.

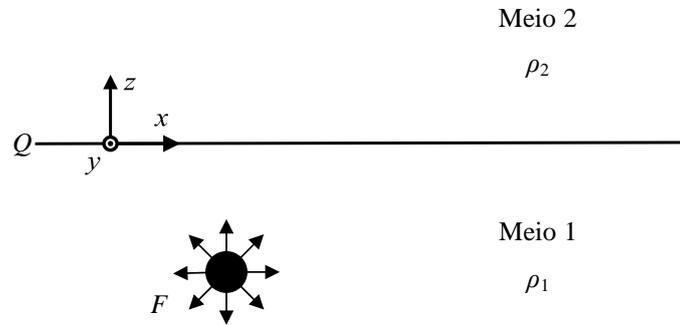


Figura 3.1 - Fonte de corrente pontual em sistema com dois meios homogêneos.

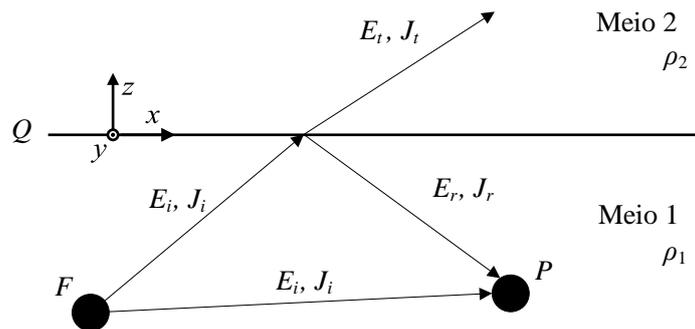


Figura 3.2 - Ondas incidente, refletida e transmitida.

O campo elétrico total no meio 1 $E_1(z)$ é igual a soma dos campos elétricos das ondas incidente e refletida, assim:

$$E_1(z) = E_i(z) + E_r(z) \quad (3.1)$$

Com o meio 2 possuindo apenas a onda transmitida, o campo elétrico total $E_2(z)$ é dado por:

$$E_2(z) = E_t(z) \quad (3.2)$$

As condições de contorno requerem que a componente tangencial do campo elétrico seja contínuo na fronteira ($z = 0$), assim:

$$E_1(0) = E_2(0) \Rightarrow E_i + E_r = E_t \quad (3.3)$$

As componentes de densidade de corrente e do campo elétrico se relacionam conforme as expressões em (3.4).

$$\begin{aligned} J_i &= \frac{1}{\rho_1} \cdot E_i \\ J_r &= \frac{1}{\rho_1} \cdot E_r \\ J_t &= \frac{1}{\rho_2} \cdot E_t \end{aligned} \quad (3.4)$$

sendo:

$$J_i = J_r + J_t \quad (3.5)$$

Substituindo (3.4) em (3.5), tem-se:

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot E_i = \frac{1}{\rho_1} \cdot E_r + \frac{1}{\rho_2} \cdot E_t \quad (3.6)$$

Solucionando as expressões (3.3) e (3.6) para E_r e E_t em função de E_i , obtêm-se as seguintes relações:

$$E_r = KE_i \quad (3.7)$$

$$E_t = (1 + K)E_i \quad (3.8)$$

Onde K é o fator de reflexão entre o meio 1 e o meio 2 com as ondas partindo do meio 1, dado por (3.9). O termo $(1 + K)$ em (3.8) é o fator de refração do meio 1 para o meio 2. Estes termos são constantes que relacionam as ondas refletidas ou

transferidas com as ondas emitidas da fonte que incidem sobre o plano.

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (3.9)$$

Para calcular o potencial elétrico induzido pela fonte de corrente no ponto P localizado no mesmo meio em que se encontra a fonte, considera-se o sistema apenas com as ondas incidente e refletida diretamente sobre o ponto. Desta forma, a onda refletida cria o mesmo efeito da imagem da fonte de corrente equidistante em relação ao plano Q , como ilustrado na Figura 3.3, onde F' é a imagem da fonte de corrente.

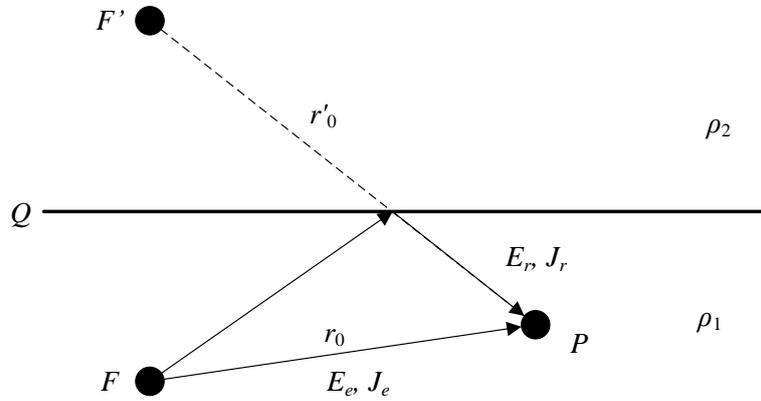


Figura 3.3 - Sistema para ponto no mesmo meio da fonte.

A densidade de corrente no meio se relaciona com a corrente de dispersão i dada na forma de (3.10) (HALLIDAY et al., 1996), onde A_F é a área da superfície da esfera com centro na fonte e raio igual a distância da fonte ao ponto P . Portanto, o campo elétrico emitido a partir de F que incide diretamente no ponto P é dado por (3.11).

$$J_i = \frac{i}{A_f} = \frac{i}{4\pi r_0^2} \quad (3.10)$$

$$E_i = \rho_1 \cdot J_e = \frac{i \cdot \rho_1}{4\pi r_0^2} \quad (3.11)$$

A densidade de corrente e o campo elétrico emitidos pela imagem F' na direção de P , são dados por:

$$J_r = \frac{iK}{A} = \frac{i \cdot K}{4\pi(r'_0)^2} \quad (3.12)$$

$$E_r = \rho_1 J_r = \frac{\rho_1 \cdot i \cdot K}{4\pi(r'_0)^2} \quad (3.13)$$

Onde r_0 é a distância entre P e a fonte de corrente e r'_0 é a distância entre P e a imagem da fonte de corrente. Os potenciais induzidos pela fonte pontual de corrente e por sua imagem, em relação ao terra remoto, são dados pelas expressões (3.14) e (3.15), respectivamente.

$$v_{Fonte} = E_i \cdot r_0 \Rightarrow v_{Fonte} = \frac{\rho_1 \cdot i}{4\pi r_0} \quad (3.14)$$

$$v_{Fonte'} = E_r \cdot r'_0 \Rightarrow v_{Fonte'} = \frac{\rho_1 \cdot i \cdot K}{4\pi r'_0} \quad (3.15)$$

Assim sendo, o potencial resultante v_r em P é dado pela soma dos potenciais da fonte e da imagem, dado por:

$$v_r = v_{Fonte} + v_{Fonte'} = \frac{\rho_1 \cdot i}{4\pi} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{K}{r'_0} \right) \quad (3.16)$$

Deste modo, sendo o meio 2 composto pelo ar, considerando $\rho_2 = \infty$ tem-se reflexão perfeita com $K = 1$, e o meio 1 composto por solo homogêneo de resistividade elétrica aparente ρ_a , tem-se a expressão para o potencial induzido dado por (3.17). Escolhe-se o sistema de coordenadas onde os eixos x e y estão na superfície do solo com origem sobre a fonte de corrente e o eixo z com origem e perpendicular ao plano da superfície.

$$v_r = \frac{\rho \cdot i}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (D + z_p)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (D - z_p)^2}} \right) \quad (3.17)$$

Onde x_p , y_p e z_p são as coordenadas do ponto P e D é o módulo da profundidade da fonte de corrente no solo. O sistema ar/solo é ilustrado na Figura 3.4.

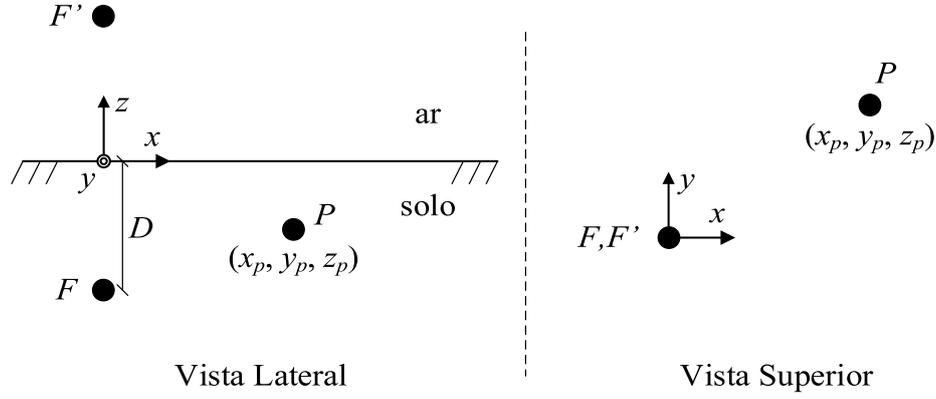


Figura 3.4 - Sistema de coordenadas para fonte pontual.

Estando P na superfície do solo, $z_p = 0$, obtém-se:

$$v_r = \frac{\rho \cdot i}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + D^2}} \right) \quad (3.18)$$

Da mesma forma, o potencial resultante induzido no ponto P pela fonte composta por segmento linear de comprimento L , com a densidade da corrente de dispersão constante em todo o seu comprimento e enterrado horizontalmente no solo, é dado pelo potencial médio de infinitas fontes pontuais ao longo do comprimento dx da fonte, dado por:

$$v_r = \frac{\rho \cdot i}{4\pi L} \left(\int \frac{1}{r_0} dx + \int \frac{1}{r'_0} dx \right) \quad (3.19)$$

Novamente, estando P na superfície do solo, tem-se que:

$$\int \frac{1}{r_0} dx = \int \frac{1}{r'_0} dx = \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + D^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + D^2} - x_p} \right) \quad (3.20)$$

A expressão do potencial resultante induzido em qualquer ponto da superfície pela fonte linear no solo homogêneo é dada por:

$$v_r = \frac{\rho \cdot i}{2\pi L} \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + D^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + D^2} - x_p} \right) \quad (3.21)$$

Igualmente, x_p e y_p são as coordenadas de P , onde o eixo x encontra-se na superfície do solo e paralelo ao segmento, com origem na extremidade esquerda do segmento, e o eixo y também se encontra na superfície e perpendicular ao segmento, como representado na Figura 3.5.

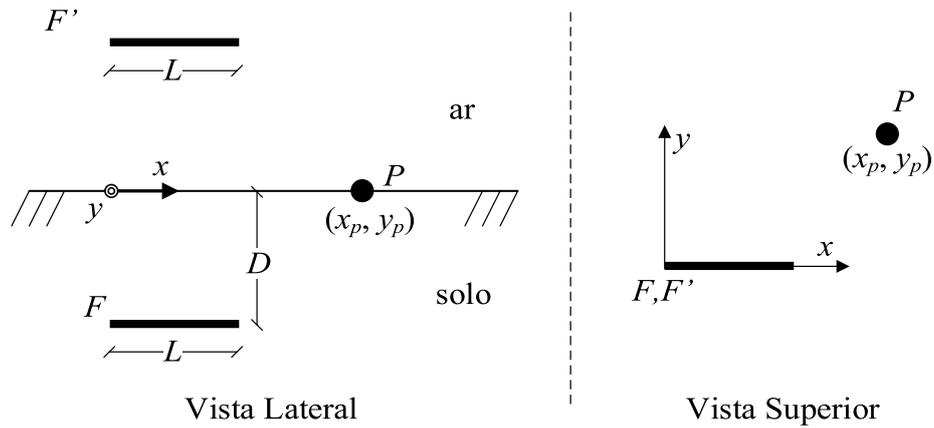


Figura 3.5 - Sistema de coordenadas para fonte linear com P na superfície.

3.1.2 Potencial Elétrico na Superfície do Solo com Estratificação em Duas Camadas Horizontais

Considera-se o sistema ar/solo em que o solo seja composto por duas camadas horizontais, a primeira camada possuindo resistividade ρ_1 e profundidade h_1 [m], e a segunda camada com resistividade ρ_2 e se estendendo em profundidade até a rocha primária, como ilustrado na Figura 3.6. Também é considerado a resistividade do ar como sendo infinita, ocasionando reflexão perfeita no plano da superfície.

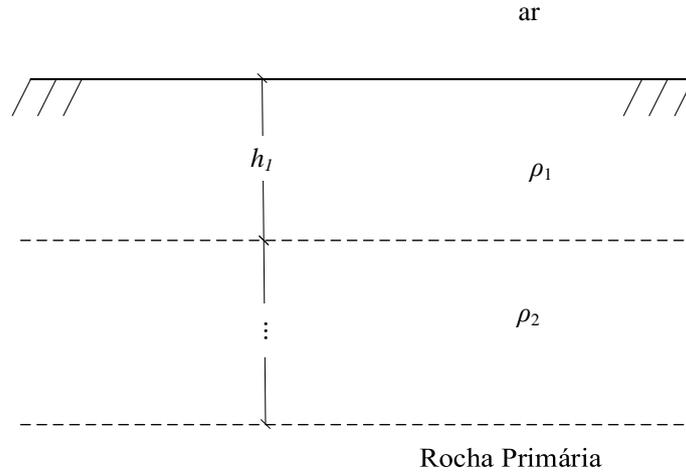


Figura 3.6 - Solo estratificado em 2 camadas horizontais.

Situando a fonte linear de corrente e o ponto P na primeira camada do solo e considerando as sucessivas reflexões dos campos, tanto no plano da superfície do solo quanto no plano da interface entre as duas camadas do solo, haverá, além da imagem simétrica da fonte, a série infinita de imagens distanciadas simetricamente em relação ao plano. A série infinita de imagens distancia-se na razão de $2nh_1$ da superfície do solo e atenuam-se através da relação K^n . Onde n é um número inteiro que varia de 1 até o infinito, referente a distância vertical da imagem em relação a superfície do solo. A Figura 3.7 ilustra o sistema descrito.

Análogo a expressão (3.19), para solo homogêneos, tem-se que a expressão do potencial induzido no ponto P para solo estratificado em duas camadas é dado por (3.22), onde n é a variável da somatória.

$$v_r = \frac{\rho_1 \cdot i}{4\pi L} \left[\int \frac{1}{r_0} dx + \int \frac{1}{r'_0} dx + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\int \frac{1}{r_{n-}} dx + \int \frac{1}{r'_{n-}} dx + \int \frac{1}{r_{n+}} dx + \int \frac{1}{r'_{n+}} dx \right) \right] \quad (3.22)$$

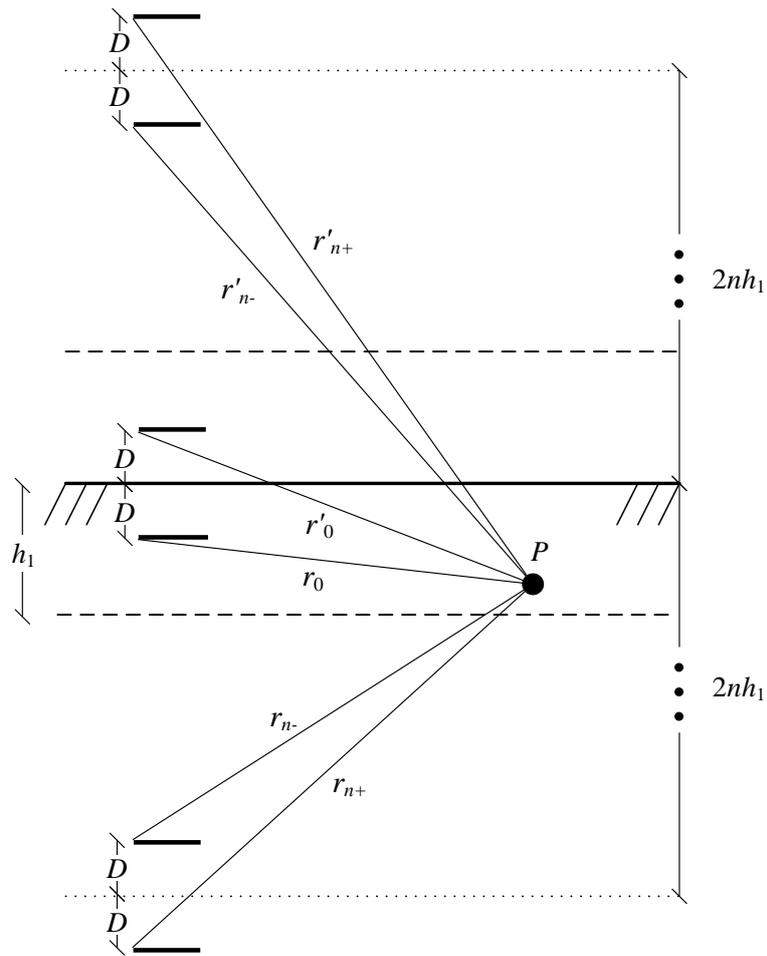


Figura 3.7 - Imagens refletidas da fonte na primeira camada do solo estratificado em duas camadas.

Considerando o segmento enterrado a profundidade D e convencionando o sistema de coordenadas onde os eixos x e y estão na superfície do solo com x paralelo ao segmento, o eixo z perpendicular ao plano do solo e as origens na superfície do solo acima da extremidade esquerda do segmento, os termos de r e r' são dados pelas expressões (3.23), onde x_p , y_p e z_p são as coordenadas de P .

$$\begin{aligned}
r_0 &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (z_p + D)^2} \\
r'_0 &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p + (z_p - D)^2} \\
r_{n-} &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + [2nh_1 - (D - z_p)]^2} \\
r'_{n-} &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + [2nh_1 - (D + z_p)]^2} \\
r_{n+} &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + [2nh_1 + (D + z_p)]^2} \\
r'_{n+} &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + [2nh_1 + (D - z_p)]^2}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Colocando P na superfície do solo, $z_p = 0$, a solução das integrais que possuem os termos r_0 e r'_0 é dada por (3.20) e a solução dos demais termos são dadas por:

$$\int \frac{1}{r_{n-}} dx = \int \frac{1}{r'_{n-}} dx = \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + (2nh_1 - D)^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (2nh_1 - D)^2} - x_p} \right) \tag{3.24}$$

$$\int \frac{1}{r_{n+}} dx = \int \frac{1}{r'_{n+}} dx = \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + (2nh_1 + D)^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (2nh_1 + D)^2} - x_p} \right) \tag{3.25}$$

Portanto, a solução de (3.22) que fornece o potencial induzido por único segmento situado na primeira camada do solo em qualquer ponto na superfície é dada por (3.26).

$$\begin{aligned}
v_r &= \frac{\rho_1 \cdot i}{2\pi L} \left\{ \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + D^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + D^2} - x_p} \right) + \right. \\
&\sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + (2nh_1 + D)^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (2nh_1 + D)^2} - x_p} \right) + \right. \\
&\left. \left. \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + (2nh_1 - D)^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (2nh_1 - D)^2} - x_p} \right) \right] \right\} \tag{3.26}
\end{aligned}$$

Considerando a fonte linear de corrente na segunda camada do solo e o ponto P na primeira camada, tem-se o conjunto de imagens ilustrados na Figura 3.8.

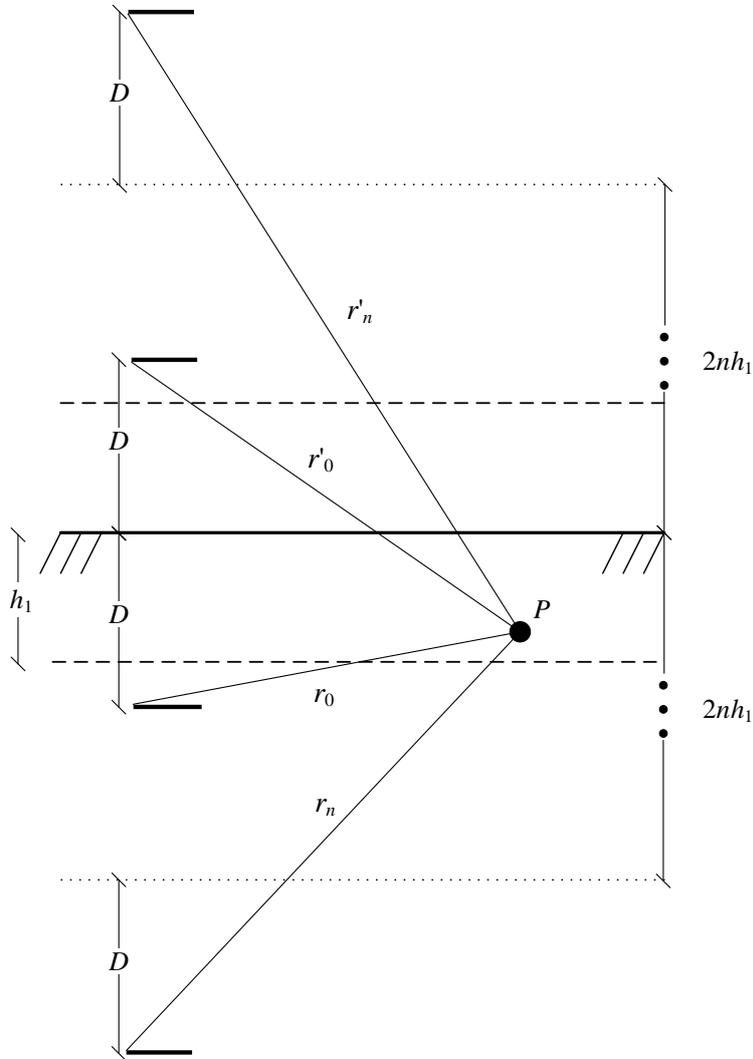


Figura 3.8 - Imagens refletidas da fonte na segunda camada do solo estratificado em duas camadas.

Do mesmo modo, o potencial induzido em P pela fonte linear de corrente é dado por:

$$v_r = \frac{\rho_1 i}{4\pi L} \left[\int \frac{1}{r_0} dx + \int \frac{1}{r'_0} dx + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\int \frac{1}{r_n} dx + \int \frac{1}{r'_n} dx \right) \right] \quad (3.27)$$

Sendo que a solução de (3.27) para P em qualquer posição na superfície do solo é dada por (3.28).

$$v_r = \frac{\rho_1 \cdot i(1 + K)}{2\pi L} \left\{ \ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + D^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + D^2} - x_p} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\ln \left(\frac{\sqrt{(x_p - L)^2 + y_p^2 + (2nh_1 + D)^2} + L - x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + (2nh_1 + D)^2} - x_p} \right) \right] \right\} \quad (3.28)$$

3.2 Resistência Mútua

3.2.1 Resistência Mútua em Solo Estratificado em Duas Camadas

3.2.1.1 Segmentos na Primeira Camada do Solo

Sejam dois segmentos, j de comprimento L_j e k de comprimento L_k , enterrados horizontalmente a profundidade de módulo z_j e z_k , respectivamente, na primeira camada de solo heterogêneo de duas camadas, ilustrado na Figura 3.9.

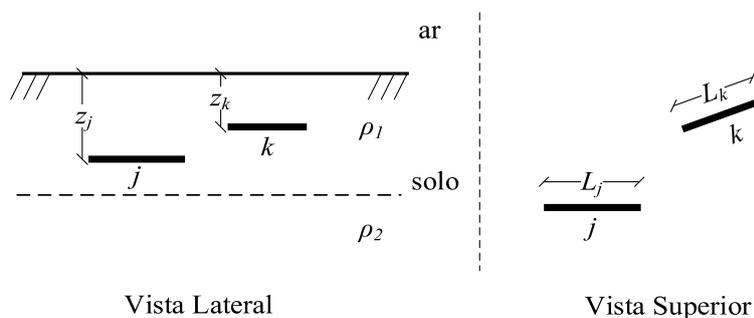


Figura 3.9 - Segmentos em solo de duas camadas.

Considera-se que o segmento j dispersa corrente de valor i para o solo com densidade constante em todo o seu comprimento. A tensão induzida por uma fonte linear em um ponto é dada pelo potencial médio de infinitas fontes pontuais ao longo do seu comprimento. Desta forma, substitui-se P da Figura 3.7 pelo segmento k , como ilustra a Figura 3.10.

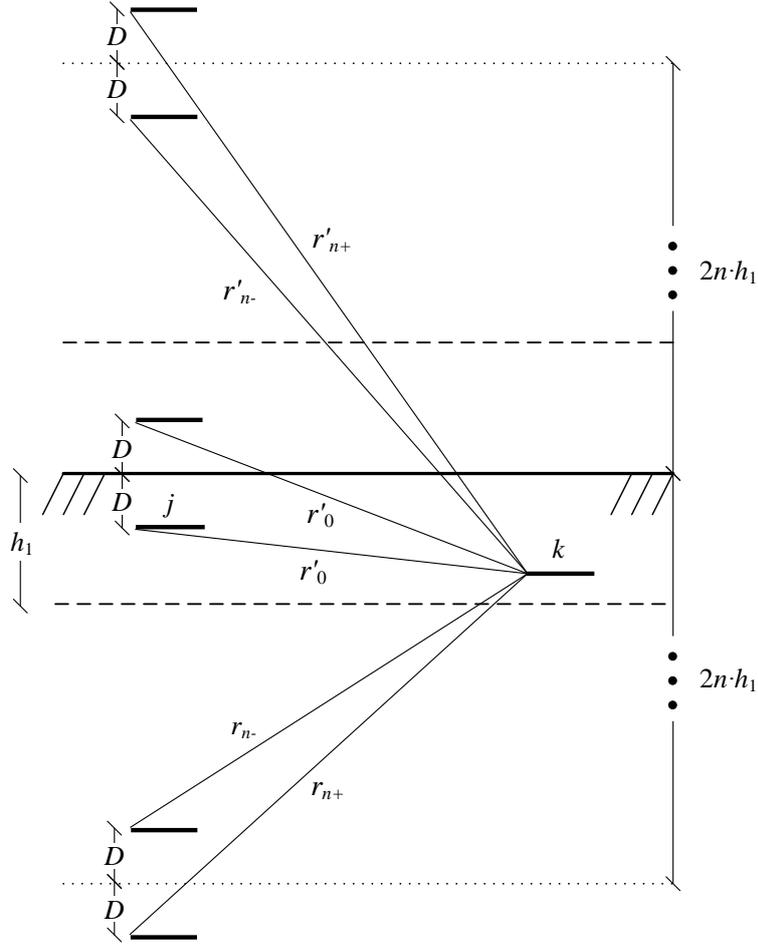


Figura 3.10 - Imagens refletidas entre segmento fonte e segmento receptor na primeira camada do solo.

O potencial induzido pela corrente de dispersão da fonte j no segmento k é calculado como o potencial médio de infinitas fontes pontuais ao longo do comprimento dL_j da fonte e de suas imagens em infinitos pontos ao longo do comprimento dL_k , dado pela expressão (3.29).

$$\begin{aligned}
 v_k = & \frac{\rho_1 \cdot i_j}{4\pi L_j L_k} \left[\int \int \frac{1}{r_0} dL_k dL_j + \int \int \frac{1}{r'_0} dL_k dL_j + \right. \\
 & \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\int \int \frac{1}{r_{n-}} dL_k dL_j + \int \int \frac{1}{r'_{n-}} dL_k dL_j + \right. \\
 & \left. \left. \int \int \frac{1}{r_{n+}} dL_k dL_j + \int \int \frac{1}{r'_{n+}} dL_k dL_j \right) \right] \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Sendo que a resistência elétrica mútua entre segmentos lineares é a relação da tensão induzida no segmento k pela corrente de dispersão do segmento j e resolvendo as integrais da expressão (3.29), tem-se a expressão (3.30).

$$R_{jk} = \frac{v_k}{i_j} = \frac{\rho_1}{4\pi L_k L_j} \left\{ M(z_j - z_k) + M(z_j + z_k) + \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nh_1 + z_j - z_k) + M(2nh_1 + z_j + z_k) + M(2nh_1 - z_j - z_k) + M(2nh_1 - z_j + z_k)] \right\} \quad (3.30)$$

Estando ambos os segmentos enterrados a mesma profundidade D no solo, pode-se reescrever a expressão (3.30) da forma dada em (3.31).

$$R_{jk} = \frac{\rho_1}{4\pi L_k L_j} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nh_1) + M(2nh_1 + 2D)] + \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nh_1) + M(2nh_1 - 2D)] \right\} \quad (3.31)$$

Em (3.31), M é a solução da integral dupla ao longo dos comprimentos L_j e L_k . As expressões em (3.29), (3.30) e (3.31) são simétricas e a resistência mútua do segmento j vista pelo segmento k é a mesma do segmento k vista por j , $R_{jk} = R_{kj}$.

3.2.1.2 Segmentos na Segunda Camada do Solo

Considerando a mesma posição relativa entre a fonte linear e o segmento receptor na primeira camada do solo (Seção 3.2.1.1), exceto pelo fato da fonte e do segmento estarem na segunda camada do solo, tem-se os conjuntos de imagens ilustrados na Figura 3.11.

A imagem j' é gerada devido a reflexão de j por baixo do plano da interface entre as duas camadas do solo. A constante de reflexão das ondas do campo elétrico que refletem por baixo do plano da interface das camadas, K' , é dada por:

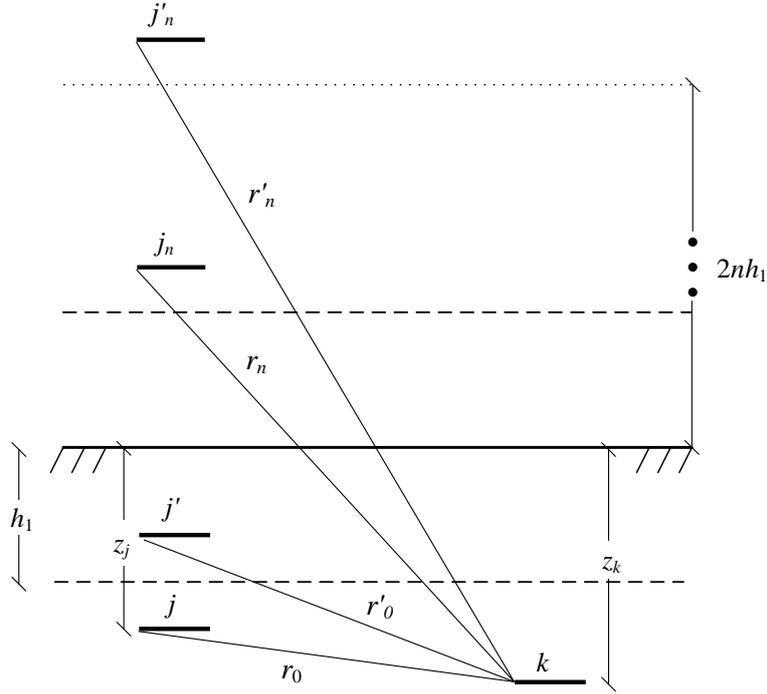


Figura 3.11 - Imagens refletidas entre segmento fonte e segmento receptor na segunda camada do solo.

$$K' = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = -K \quad (3.32)$$

A fonte j também reflete no plano da superfície do solo, ocasionando a imagem j_n . Esta imagem está situada verticalmente a distância de $z_j + z_k$ do segmento k . Nesta imagem as ondas que partem de j refratam da segunda camada para a primeira camada e vice-versa, desta maneira a constante de refração é dada por:

$$(1 + K')(1 + K) = (1 - K)(1 + K) = 1 - K^2 \quad (3.33)$$

A imagem j'_n é a representação de infinitas imagens geradas devido as reflexões da imagem j_n no plano da interface entre as camadas do solo e na superfície do solo. As imagens j'_n se distanciam verticalmente do segmento k na relação $2nh_1 + z_j + z_k$. Para este caso o fator de reflexão juntamente com o de refração nas duas interfaces, também, é dado por $1 - K^2$. Verifica-se que não há imagens abaixo do segmento j por não existir planos refletoras inferiores à sua profundidade.

Assim, a resistência mútua vista pelo segmento j devido ao potencial elétrico induzido no segmento k pela corrente de dispersão do segmento j e suas imagens é dada por:

$$R_{jk} = \frac{\rho_2}{4\pi L_j L_k} \left[\int \int \frac{1}{r_0} dL_k dL_j + \int \int \frac{(-K)}{r'_0} dL_k dL_j + \int \int \frac{(1-K^2)}{r_n} dL_k dL_j + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \int \int \frac{(1-K^2)}{r'_n} dL_k dL_j \right] \quad (3.34)$$

Resolvendo (3.34) e utilizando de manipulação algébrica, tem-se:

$$R_{jk} = R_{kj} = \frac{\rho_2}{4\pi L_j L_k} [M(z_j - z_k) - K \cdot M(2h_1 - z_j - z_k) + (1 - K^2) \sum_{n=1}^{\infty} K^n M(2h_1 + z_j + z_k)] \quad (3.35)$$

Estando os segmentos enterrados a mesma profundidade, $z_j = z_k = D$, na segunda camada do solo, tem-se a expressão (3.36) para a resistência mútua.

$$R_{jk} = R_{kj} = \frac{\rho_2}{4\pi L_j L_k} [M(0) - KM(2h_1 - 2D) + (1 - K^2) \sum_{n=1}^{\infty} K^n M(2nh_1 + 2D)] \quad (3.36)$$

3.2.1.3 Segmento na Primeira Camada e Outro na Segunda Camada do Solo

Procedendo de forma semelhante aos casos anteriores, mas com a fonte na segunda camada do solo e o segmento receptor na primeira camada, obtêm-se o conjunto de imagens conforme ilustrado na Figura 3.12.

Desta forma, a expressão da resistência mútua entre os segmentos é dada por (3.37).

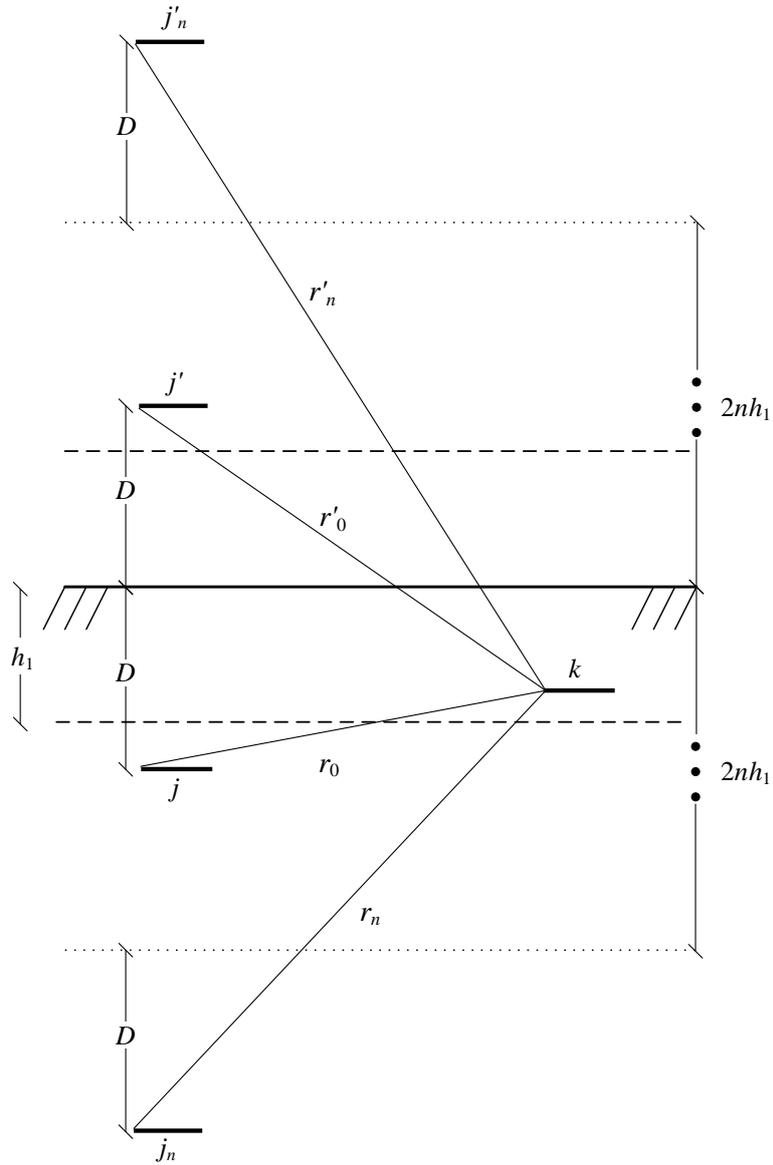


Figura 3.12 - Imagens refletidas com fonte na segunda camada e segmento receptor na primeira camada.

$$R_{jk} = \frac{\rho_2}{4\pi L_j L_k} \left[\int \int \frac{(1-k)}{r_0} dL_k dL_j + \int \int \frac{(1-k)}{r'_0} dL_k dL_j + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\int \int \frac{(1-k)}{r_n} dL_k dL_j + \int \int \frac{(1-k)}{r'_n} dL_k dL_j \right) \right] \quad (3.37)$$

Resolvendo (3.37) e utilizando de manipulação algébrica, obtém-se a expressão (3.38)

para a resistência mútua com um segmento na primeira camada e outro na segunda camada do solo.

$$R_{jk} = R_{kj} = \frac{\rho_2(1-K)}{4\pi L_j L_k} \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nh_1 + z_j + z_k) + M(2nh_1 + z_j - z_k)] \quad (3.38)$$

3.2.2 Resistência Mútua em Solo Homogêneo

No solo homogêneo não há planos de reflexão, exceto o plano da superfície do solo, portanto, o fator de reflexão entre as camadas do solo é *zero*. Assim sendo, todos os termos dos somatórios da expressão (3.31) serão zerados, com exceção de quando n for igual a *zero* onde adota-se que $K^0 = 0^0 = 1$.

Deste modo, a expressão para a resistência mútua entre segmentos enterrados a mesma profundidade em solo homogêneo, considerando a imagem, é dada por:

$$R_{jk} = R_{kj} = \frac{\rho_1}{4\pi L} [M(0) + M(2D)] \quad (3.39)$$

3.2.3 Resistência Própria

A resistência própria do segmento j (R_{jj}) é a relação entre o potencial induzido no segmento pela sua própria corrente de dispersão. Devido ao fato da corrente elétrica se distribuir sobre a superfície do eletrodo, é adotado outro segmento j' idêntico ao segmento original, paralelo e a distância igual ao raio do eletrodo que compõe o segmento, como ilustrado na Figura 3.13. Assim, utiliza-se a expressão da resistência mútua (3.31) com $L_j = L_{j'}$.

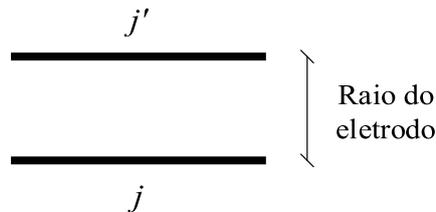


Figura 3.13 - Resistência própria.

3.2.4 Determinação da Integral Dupla ao Longo dos Comprimentos

A função M que consta nas expressões anteriores é a solução da integral dupla ao longo dos comprimentos L_j e L_k dada por (3.40). Ela não só depende da distância vertical entre os segmentos, mas também da posição relativa entre os segmentos em todas as direções.

$$M = \int \int \frac{1}{r} dL_k dL_j \quad (3.40)$$

A determinação da função M é baseada no estudos apresentados por [Campbell \(1923\)](#) e [Heppe \(1979\)](#).

3.2.4.1 Segmentos Oblíquos

Considerando os segmentos limitados pelos pontos AB e EF contidos em diferentes planos paralelos ao plano da superfície do solo, M pode ser calculado conforme expressão (3.41) para $0 \leq \theta \leq \pi$.

$$\begin{aligned} M(CG) = & \underline{CB} \cdot \ln \left(\frac{BF + \underline{bF}}{BE + \underline{bE}} \right) - \underline{CA} \cdot \ln \left(\frac{AF + \underline{aF}}{AE + \underline{aE}} \right) + \\ & \underline{GF} \cdot \ln \left(\frac{BF + \underline{fB}}{AF + \underline{fA}} \right) - \underline{GE} \cdot \ln \left(\frac{BE + \underline{eB}}{AE + \underline{eA}} \right) - \frac{CG|\delta|}{\text{sen}(\theta)} \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde:

$$\begin{aligned} \delta = & \text{tg}^{-1} \left(\frac{CG}{BF \cdot \text{tg}(\theta)} + \frac{CB \cdot GF \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot BF} \right) - \\ & \text{tg}^{-1} \left(\frac{CG}{BE \cdot \text{tg}(\theta)} + \frac{CB \cdot GE \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot BE} \right) - \\ & \text{tg}^{-1} \left(\frac{CG}{AF \cdot \text{tg}(\theta)} + \frac{CA \cdot GF \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot BE} \right) + \\ & \text{tg}^{-1} \left(\frac{CG}{AE \cdot \text{tg}(\theta)} + \frac{CA \cdot GE \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot AE} \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

A Figura 3.14 ilustra o diagrama que corresponde aos termos das expressões (3.41) e (3.42).

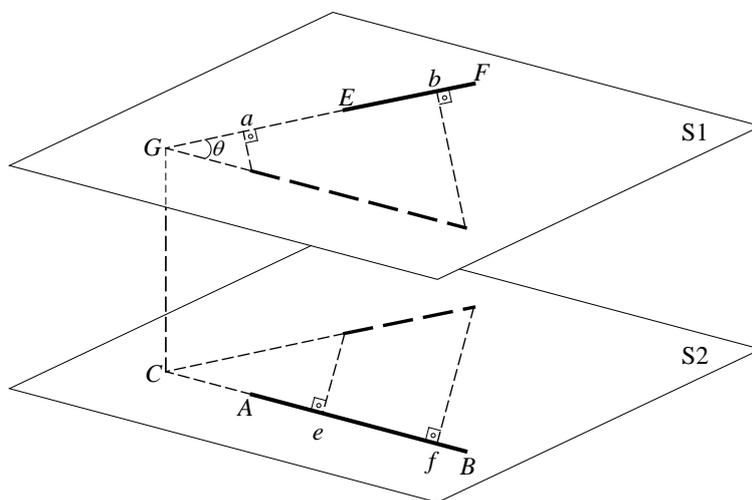


Figura 3.14 - Diagrama da posição relativa entre segmentos em ângulo.

Onde S1 é o plano paralelo ao plano da superfície do solo em que está contido o segmento EF e S2 é o plano paralelo a S1 em que está contido o segmento AB . Na Figura 3.15 é ilustrada a visão superior bidimensional deste diagrama.

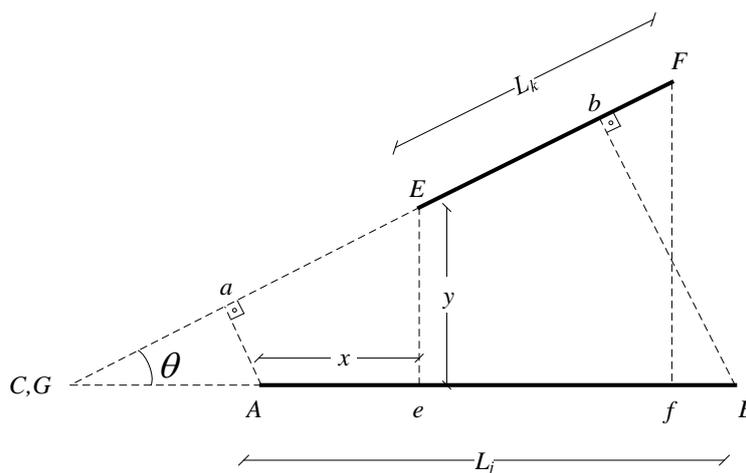


Figura 3.15 - Diagrama bidimensional da posição relativa entre segmentos em ângulo.

Com $\theta = 0$ tem-se também $\text{sen}(\theta) = 0$, isto acarreta que o último termo de (3.41) resulte em infinito. Contudo, analisando (3.42) verifica-se que a medida em que θ tende a *zero* a variável δ se aproxima de:

$$\delta = \frac{(BE + AF - BF - AE) \cdot \text{sen}(\theta)}{CG} \quad (3.44)$$

Assim, tem-se que:

$$\frac{CG \cdot \delta}{\text{sen}(\theta)} \approx BE + AF - BF - AE \quad (3.45)$$

Desta forma, a função M para segmentos paralelos pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} M(z) = & \underline{CB} \cdot \ln \left(\frac{BF + \underline{bF}}{BE + \underline{bE}} \right) + \underline{GF} \cdot \ln \left(\frac{BF + \underline{fB}}{AF + \underline{fA}} \right) - \\ & \underline{GE} \cdot \ln \left(\frac{BE + \underline{eB}}{AE + \underline{eA}} \right) - |BE + AF - BF - AE| \end{aligned} \quad (3.46)$$

As distâncias referidas em (3.46) são dadas pelas expressões (3.47), onde CG é a distância vertical entre os segmentos.

$$\begin{aligned} \underline{CB} &= L_j & \underline{fB} &= -\underline{B'F} \\ \underline{bF} &= x + L_j + L_k & \underline{fA} &= -x - L_k \\ BF &= \sqrt{\underline{bF}^2 + y^2 + (CG)^2} & AF &= \sqrt{(x - L_k)^2 + y^2 + (CG)^2} \\ \underline{bE} &= x - L_j & \underline{GE} &= x \\ BE &= \sqrt{\underline{bE}^2 + y^2 + (CG)^2} & \underline{eB} &= -\underline{bE} \\ CA &= 0 & AE &= \sqrt{x^2 + y^2 + (CG)^2} \\ \underline{GF} &= x + L_k & \underline{eA} &= -x \end{aligned} \quad (3.47)$$

Caso os segmentos sejam paralelos e colineares, $y = 0$ e $CG = 0$, adota-se o valor de y igual ao raio do eletrodo. Dessa forma, evita-se que $BE + eB$ e $AE + eA$ tornem iguais a *zero*, resultando em divisão por *zero* e alterando infinitamente o resultado final.

3.2.4.3 Segmentos Perpendiculares

Estando os segmentos posicionados perpendicularmente entre si, obtém-se o diagrama da Figura 3.17. Nesta posição relativa a função M pode ser escrita conforme (3.41), contudo a variável δ é dada por (3.48).

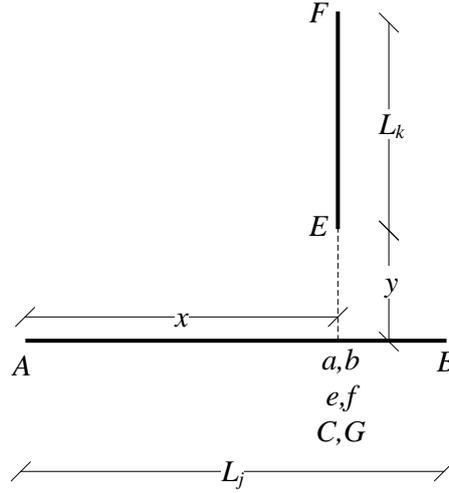


Figura 3.17 - Diagrama da posição relativa entre segmentos perpendiculares.

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{CB \cdot GF \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot BF} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{CB \cdot GE \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot BE} \right) - \quad (3.48)$$

$$\tan^{-1} \left(\frac{CA \cdot GF \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot AF} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{CA \cdot GE \cdot \text{sen}(\theta)}{CG \cdot AE} \right)$$

As distâncias podem ser calculadas conforme as expressões em (3.43), com exceção de Ce e Cf que são iguais a *zero*.

3.3 Considerações

Este capítulo apresentou a dedução das expressões do potencial induzido na superfície do solo e da resistência mútua para segmentos individuais. Estas expressões são utilizadas na metodologia apresentada no Capítulo 4 para o cálculo dos parâmetros da malha.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada para reunir os métodos dispostos no capítulo anterior com o intuito de, inicialmente dividir conceitualmente a malha de aterramento em segmentos retilíneos e distintos, de forma a discretizar o sistema. Após a segmentação serão calculadas as resistências mútuas e próprias dos segmentos. Os valores encontrados para as resistências, serão utilizados para a solução do sistema matricial no qual se encontra a corrente de dispersão de cada segmento. De posse das correntes de dispersão, será possível calcular a tensão em qualquer ponto da superfície do solo.

4.1 Segmentação da Malha de Aterramento

Inicialmente, a malha será dividida em segmentos, sobre os quais serão adotadas as seguintes considerações: i) a densidade de corrente em cada segmento é constante ao longo de todo o seu comprimento, ii) cada segmento possui corrente de dispersão própria, iii) a soma das correntes de dispersão para o solo de todos os segmentos será igual a corrente aplicada a malha, iv) o potencial na superfície do eletrodo que compõem os segmentos será constante e igual ao *GPR*.

A forma apropriada de dividir a malha em segmentos discretos é nos pontos em que ocorre intersecção e nos pontos em que o eletrodo altera o ângulo da sua direção. Por exemplo, seja a malha de aterramento composta por um eletrodo que possua a geometria ilustrada na Figura 4.1(a). A divisão do eletrodo sugerido na Figura 4.1(a) poderá ocorrer nas intersecções “b”, “c”, “f”, “g” e “i” e nas mudanças de ângulo “a”, “d”, “e”, “h”, “j” e “k”, ocasionando em 14 segmentos distintos, como ilustra a Figura 4.1(b).

Os segmentos deverão ser divididos em outros segmentos menores, sendo que a segmentação terá efeito significativo sobre os resultados e que valores mais precisos são previstos quando os eletrodos são divididos em segmentos cada vez menores (GARRETT; PRUITT, 1985). Desta forma, a exatidão da modelagem está associada ao número de segmentos utilizados, estando o modelo ideal com número infinito de segmentos (HEPPE, 1979). Um sintoma típico de segmentação inadequada é a existência de potenciais na superfície maiores que o potencial médio sobre os eletrodos (PEREIRA FILHO, 1999).

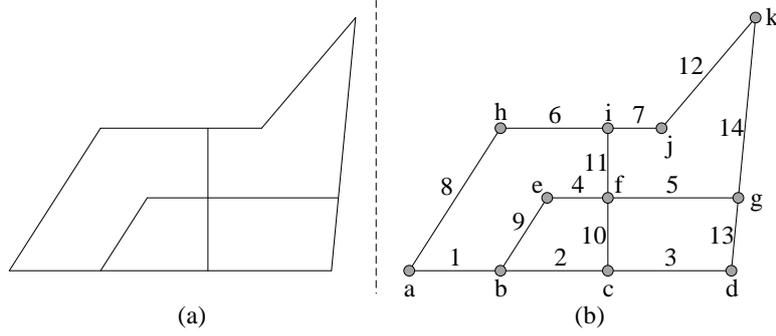


Figura 4.1 - Divisão do eletrodo em segmentos.

4.2 Sistema Matricial

De acordo com (3.30), o potencial induzido no segmento k pela corrente de fuga do segmento j será o produto da resistência elétrica mútua entre os segmentos com a corrente de dispersão do segmento j . Assim, pelo teorema da superposição, o potencial total induzido no segmento k será o somatório da contribuição do potencial de cada um dos demais segmentos, além do potencial induzido pela própria corrente de dispersão do segmento em questão, dado por (4.1). Onde m é o número de segmentos em que o eletrodo está dividido e V_k é o potencial total no segmento.

$$\sum_{n=1}^m R_{kn} i_n = V_k \quad (4.1)$$

Desta maneira, obtém-se o sistema linear apresentado em (4.2).

$$\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 + \cdots + R_{1m}i_m &= V_1 \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 + \cdots + R_{2m}i_m &= V_2 \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 + \cdots + R_{3m}i_m &= V_3 \\ &\vdots \\ R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + R_{m3}i_3 + \cdots + R_{mm}i_m &= V_m \end{aligned} \quad (4.2)$$

O sistema apresentado em (4.2) pode ser escrito na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & \cdots & R_{2m} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & \cdots & R_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & R_{m3} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

De forma a permitir que o sistema apresentado em (4.3) seja passível de solução, adota-se que as tensões em todos os segmentos são iguais ao potencial médio no eletrodo, que é definido como a elevação de potencial da malha (GPR). A corrente total injetada na malha I_g é igual ao somatório das correntes de dispersão de todos os segmentos, dado por:

$$I_g = \sum_{n=1}^m i_k \quad (4.4)$$

Agrupando-se (4.3) e (4.4), e ainda igualando a tensão em cada segmento ao *GPR*, tem-se o sistema matricial (4.5).

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \cdots & R_{1m} & -1 \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & \cdots & R_{2m} & -1 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & \cdots & R_{3m} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & -1 \\ R_{m1} & R_{m2} & R_{m3} & \cdots & R_{mm} & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \\ GPR \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_g \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Dessa forma, o *GPR* torna-se variável do sistema, pois a corrente total injetada na malha I_g , que se caracteriza pela corrente de curto-circuito, geralmente, é dado conhecido de projeto e não o potencial no eletrodo.

Em seguida, deverá ser realizado os cálculos das resistências elétricas mútuas e próprias, criando a matriz em (4.5). Lembrando que as expressões da resistência mútua são simétricas, isto é, $R_{jk} = R_{kj}$, logo será necessário calcular apenas metade das resistências elétricas mútuas. Desta forma, conhecendo o valor da corrente de curto-circuito, o sistema retorna os valores da corrente de dispersão em cada segmento e

o *GPR*.

4.3 Resistência do Aterramento e Potencial na Superfície do Solo

A resistência elétrica do aterramento R_g é calculada como a relação entre a elevação do potencial da malha e a corrente total injetada na malha.

$$R_g = \frac{GPR}{I_g} \quad (4.6)$$

O potencial na superfície do solo V_s é calculado somando a contribuição de potencial de cada segmento em cada ponto da superfície do solo. Será levado em consideração o tipo do solo, a profundidade da malha e da espessura da primeira camada do solo.

4.4 Tensão de Toque e Tensão de Passo

Após o cálculo do potencial na superfície do solo, os valores encontrados são subtraídos do *GPR* para encontrar a tensão de toque.

Para o cálculo da tensão de passo, será calculada a diferença de potencial entre cada ponto onde será calculado o potencial de superfície de pontos ao redor dos mesmos distanciados em 1 m, como ilustrado na Figura 4.2.

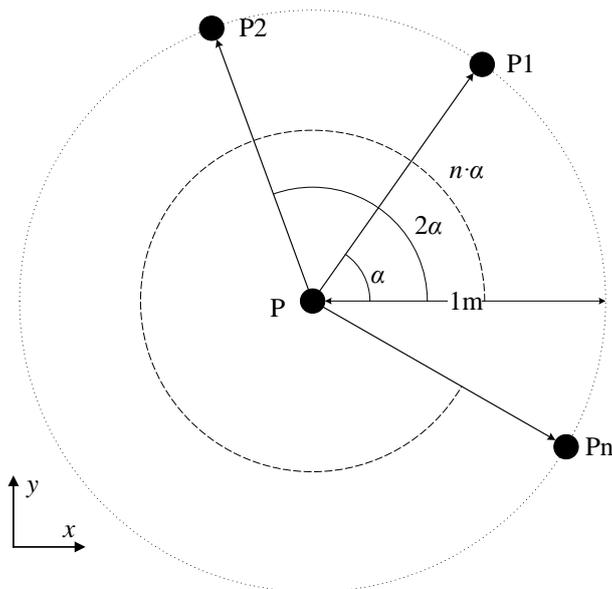


Figura 4.2 - Pontos da tensão de passo.

Neste sistema as coordenadas no ponto P_n são dadas por:

$$\begin{aligned}x_{P_n} &= x_P + \cos(n \cdot \alpha) \\y_{P_n} &= y_P + \text{sen}(n \cdot \alpha)\end{aligned}\tag{4.7}$$

onde α é o ângulo de passo e n varia de 1 até o número de passos para que se realize a volta completa.

4.5 Mudança de Coordenadas e Posição Relativa

Para calcular as resistências elétricas mútuas e próprias entre os segmentos será necessário conhecer a posição relativa entre os mesmos e as distâncias entre seus pontos. As expressões em (3.40) à (3.48) somente são válidas para segmentos com posições ilustradas da Figura 3.14 à Figura 3.17. A fim de reduzir o número de casos de posições entre os segmentos e conseqüentemente o número de expressões, será implementado o reposicionamento dos segmentos. Esta alteração nas coordenadas dos segmentos manterá inalterada as posições relativas entre os mesmos, não modificando os resultados.

Ao receber a matriz com as coordenadas dos segmentos, será realizada verificação dos pontos iniciais e finais dos segmentos. Quando necessário será realizada alteração nas coordenadas de forma que o ponto inicial dos segmentos perpendiculares ao eixo x , conforme o sistema de coordenadas estabelecidas na Figura 3.15, sejam os de menor valor em y , para os demais segmentos seja o ponto de menor valor em x .

4.5.1 Mudança do Sistema de Coordenadas para Dois Segmentos

Sejam dois segmentos inseridos horizontalmente no solo, utilizando o sistema de coordenadas x e y , ilustrado na Figura 4.3(a). O sistema de coordenadas deverá ser alterado para o sistema x' e y' de forma a colocar a extremidade de um dos segmentos na origem, Figura 4.3(b).

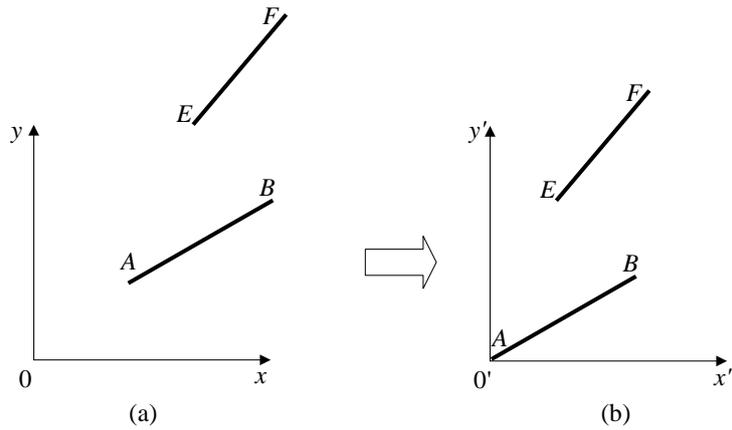


Figura 4.3 - Sistema de coordenadas, (a) $x \times y$ e (b) $x' \times y'$.

Os valores das coordenadas das extremidades dos segmentos no sistema de coordenadas x' e y' são dados por (4.8).

$$\begin{aligned}
 x'_A &= 0 & y'_A &= 0 \\
 x'_B &= x_B - x_A & y'_B &= y_B - y_A \\
 x'_E &= x_E - x_A & y'_E &= y_E - y_A \\
 x'_F &= x_F - x_A & y'_F &= y_F - y_A
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

Em seguida deve ser realizada nova alteração nas coordenadas para o sistema u e v no intuito de colocar o segmento AB sobre o eixo das abscissas, como ilustrado nas Figura 4.4(a), sistema de coordenadas $x' \times y'$, e Figura 4.4(b), sistema de coordenadas $u \times v$.

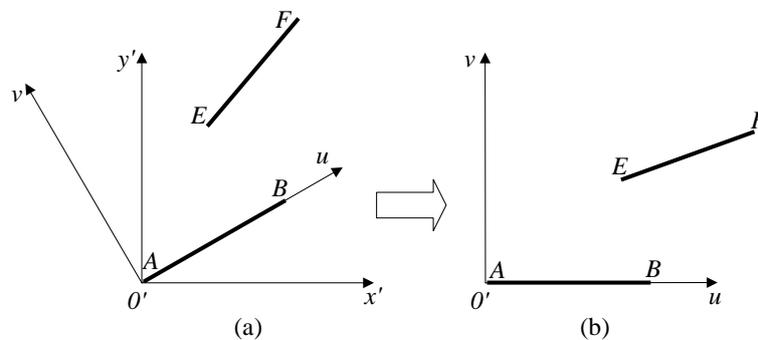


Figura 4.4 - Sistema de coordenadas, (a) $x' \times y'$ e (b) $u \times v$.

As coordenadas dos pontos iniciais e finais dos segmentos no sistema u e v podem ser determinadas pela mudança de coordenadas em duas dimensões, de acordo com as expressões em (4.9).

$$\begin{aligned}
 u_A &= 0 & v_A &= 0 \\
 u_B &= x'_B \cos(\beta) + y'_B \text{sen}(\beta) & v_B &= -x'_B \text{sen}(\beta) + y'_B \cos(\beta) \\
 u_E &= x'_E \cos(\beta) + y'_E \text{sen}(\beta) & v_E &= -x'_E \text{sen}(\beta) + y'_E \cos(\beta) \\
 u_F &= x'_F \cos(\beta) + y'_F \text{sen}(\beta) & v_F &= -x'_F \text{sen}(\beta) + y'_F \cos(\beta)
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

onde β é a declividade do segmento definido pelos pontos A e B em relação ao eixo x' (BOULOS; OLIVEIRA, 1986).

$$\beta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{y'_B - y'_A}{x'_B - x'_A} \right) \tag{4.10}$$

Caso a posição dos segmentos ainda não estejam como ilustradas nas Figura 3.14 à Figura 3.17, de forma a serem representadas pelas expressões em (3.40) à (3.48), deverá ser realizada última mudança nas coordenadas, conforme os casos: i) Segmentos Paralelos Colineares, ii) Segmentos Paralelos Não Colineares, iii) Segmentos Perpendiculares e iv) Segmentos Oblíquos.

a) Segmentos Paralelos Colineares:

u_E e $u_F < 0$

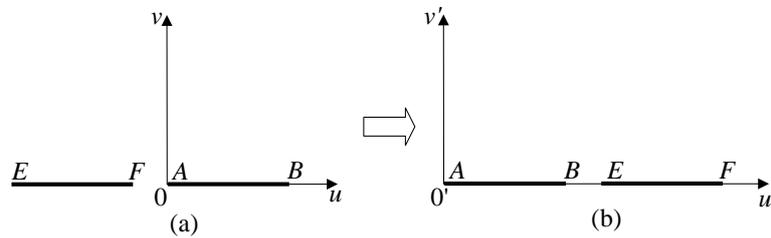


Figura 4.5 - Segmentos paralelos colineares.

onde utilizando (4.11), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} u'_E &= u_B - u_F & v'_E &= 0 \\ u'_F &= u_B - u_E & v'_F &= 0 \end{aligned} \tag{4.11}$$

b) Segmentos Paralelos Não Colineares:

Caso 1: $u_E < 0$

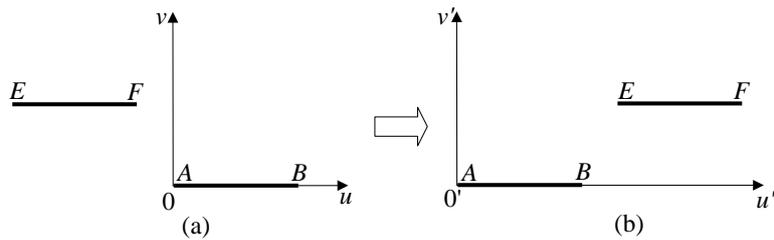


Figura 4.6 - Segmentos paralelos não colineares: Caso 1.

onde utilizando (4.12), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} u'_E &= u_B - u_F & v'_E &= v_E \\ u'_F &= u_B - u_E & v'_F &= v_F \end{aligned} \tag{4.12}$$

Caso 2: v_E e $v_F < 0$

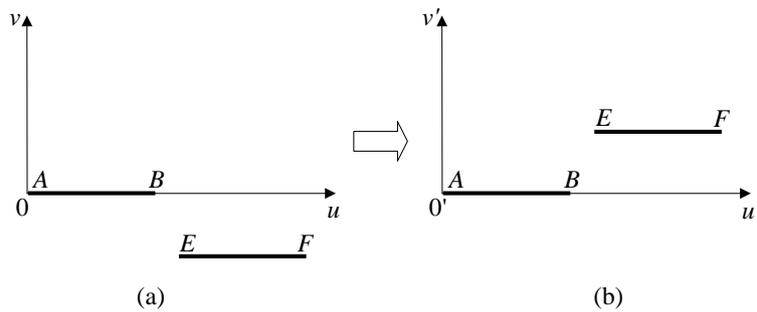


Figura 4.7 - Segmentos paralelos não colineares: Caso 2.

onde utilizando (4.13), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} v'_E &= |v_E| \\ v'_F &= |v_F| \end{aligned} \tag{4.13}$$

c) Segmentos Perpendiculares:

Caso 1: u_E e $u_F < u_A$

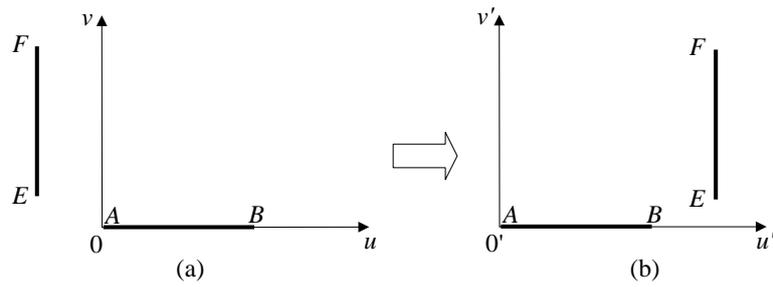


Figura 4.8 - Segmentos perpendiculares: Caso 1.

onde utilizando (4.14), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} u'_E &= u_B - u_E & v'_E &= v_E \\ u'_F &= u_B - u_F & v'_F &= v_F \end{aligned} \tag{4.14}$$

Caso 2: v_E e $v_F < 0$

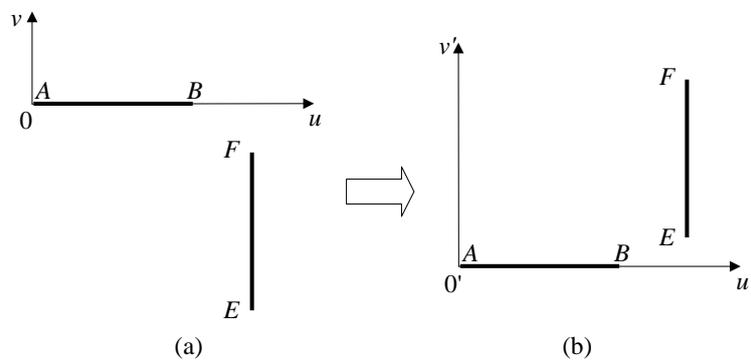


Figura 4.9 - Segmentos perpendiculares: Caso 2.

onde utilizando (4.15), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} u'_E &= u_E & v'_E &= |v_E| \\ u'_F &= u_F & v'_F &= |v_F| \end{aligned} \tag{4.15}$$

d) Segmentos Oblíquos:

Caso 1: v_E e $v_F < 0$

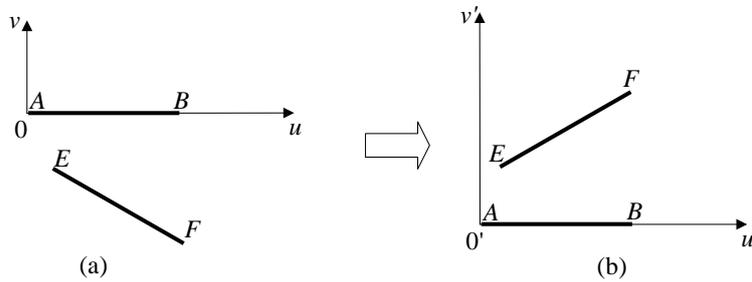


Figura 4.10 - Segmentos oblíquos: Caso 1.

onde utilizando (4.16), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} u'_E &= u_E & v'_E &= |v_E| \\ u'_F &= u_F & v'_F &= |v_F| \end{aligned} \tag{4.16}$$

Caso 2: $u_F < u_E$

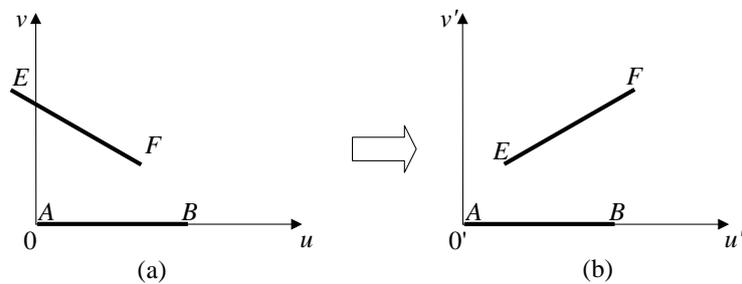


Figura 4.11 - Segmentos oblíquos: Caso 2.

onde utilizando (4.17), muda-se do plano (u, v) para o plano (u', v') .

$$\begin{aligned} u'_E &= u_B - u_F & v'_E &= |v_F| \\ u'_F &= u_B - u_E & v'_F &= |v_E| \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.5.2 Posição Relativa Entre Dois Segmentos

Após as mudanças das coordenadas deverá ser realizada a verificação da posição relativa entre os segmentos de modo a adequá-los as expressões (3.40) à (3.48) para cálculo das distâncias necessárias.

Estando o segmento AB sobre o eixo da abscissa, conforme a Figura 4.4(b), calcule-se a declividade do segmento EF conforme a expressão (4.18).

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{v_F - v_E}{u_F - u_E} \right) \quad (4.18)$$

Sendo θ igual a 0 têm-se que os segmentos são paralelos e caso v_e seja igual a v_F têm-se que os segmentos são paralelos e colineares. Caso o valor de θ seja igual a 90° os segmentos são perpendiculares entre e si. Por fim, θ sendo diferente de 0 e 90° utiliza-se as expressões (4.16) e (4.17), para os casos de segmentos oblíquos.

4.6 Considerações

A solução das densidades de correntes pelo sistema matricial é de fácil implementação computacional. Porém, alguns trabalhos presentes na literatura apresentam a solução através de função ponderação dos segmentos para evitar problemas com a necessidade de memória, além de cálculo do potencial em pontos específicos da superfície do solo devido ao tempo de processamento necessário. Contudo, com a evolução dos recursos computacionais ao longo dos anos, os problemas quanto a memória e tempo de processamento foram superados. No Capítulo 5 são apresentados resultados obtidos utilizando a metodologia proposta e outras presentes na literatura.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados cinco estudos de caso que tem como objetivo validar e demonstrar a versatilidade do método proposto. No Estudo de Caso 1 é averiguada a influência do número de segmentos na precisão dos resultados. No Estudo de Caso 2 e no Estudo de Caso 3 são realizadas comparações do método proposto com métodos tradicionais encontrados na literatura. Nestas comparações são utilizadas malhas com geometrias convencionais. O Estudo de Caso 4 apresenta os resultados obtidos para algumas malhas contendo eletrodos desigualmente espaçados e posicionados em diferentes ângulos. No Estudo de Caso 5 é investigada a malha contendo segmentos com diferentes tamanhos e posições relativas. Neste estudo leva-se em conta a influência dos parâmetros: profundidade da malha, resistividade do solo e espessura da primeira camada do solo, considerando o solo estratificado em duas camadas.

5.1 Dados de Entrada

Para a realização dos cálculos foram necessários os dados de entrada, os quais são solicitados no início da execução da rotina computacional. São eles: i) desenho da malha no formato *Drawing Exchange Format* (dxf), ii) profundidade da malha de aterramento em [m], iii) raio do eletrodo em [m], iv) resistividade da primeira camada do solo em [$\Omega \cdot m$], v) resistividade da segunda camada do solo em [$\Omega \cdot m$], vi) profundidade da primeira camada em [m], vii) corrente aplicada na malha em [A], viii) comprimento máximo dos segmentos em [m], ix) passo para o cálculo do potencial e das tensões em [m] e x) passo do ângulo para cálculo da tensão de passo em graus.

Na rotina computacional, as entradas das coordenadas dos segmentos são realizadas através de arquivo no formato dxf, no qual a malha foi desenhada, definindo o perímetro desejado para cálculo das tensões. Primeiramente, a rotina lê os dados do arquivo e em seguida realiza a detecção das intersecções e as mudanças de ângulo do eletrodo, além de realizar a subdivisão dos segmentos em partes menores, conforme o tamanho máximo definido para cada segmento. São retornadas duas variáveis: i) a matriz com as coordenadas em x e y da posição inicial e final de cada segmento e ii) a matriz com os vértices do perímetro definindo a área em que serão calculadas as tensões. A rotina computacional armazena todas as tensões calculadas em uma

matriz, podendo ser plotado o gráfico tridimensional e o gráfico de isolinhas após os cálculos. Além de retornar os pontos com os valores do máximo potencial e tensões encontradas.

5.2 Estudo de Caso 1

Neste primeiro estudo de caso foi realizada comparação entre os resultados obtidos para a mesma malha com diferentes números e tamanhos de segmentos. Este estudo tem o intuito de verificar a influência do quantitativo de segmentos nos resultados. Na Figura 5.1 é ilustrada a malha, objeto deste estudo.

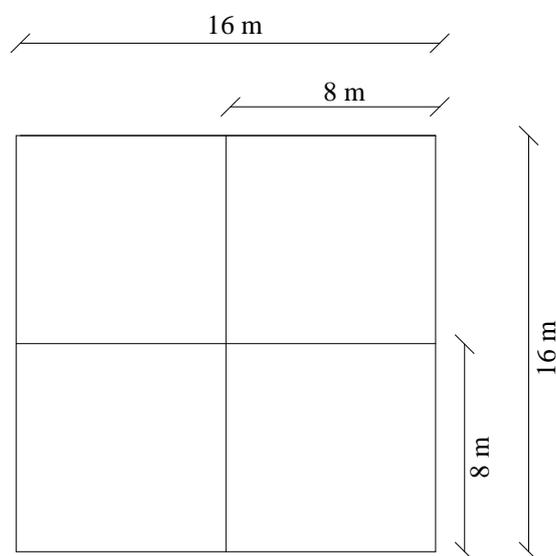


Figura 5.1 - Geometria da malha do Estudo de Caso 1.

Conforme a forma de segmentação (ver Seção 4.1), verifica-se que a malha pode possuir número mínimo de 12 segmentos de 8 metros cada, como ilustra a Figura 5.2.

Esta malha foi dividida em diversos segmentos idênticos e foram utilizados os seguintes parâmetros de projeto: 0,5 m para a profundidade da malha, 0,005 m para o raio do eletrodo, $100 \Omega \cdot \text{m}$ para a resistividade da primeira camada do solo, $200 \Omega \cdot \text{m}$ para a resistividade da segunda camada do solo, 4 m para a espessura da primeira camada e 1.000 A para a corrente aplicada na malha.

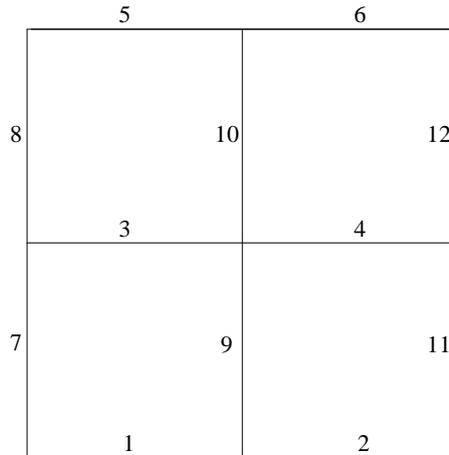


Figura 5.2 - Segmentação da malha Estudo de Caso 1.

A Tabela 5.1 dispõe o número de segmentos, o comprimento L dos segmentos e a relação $\frac{L}{a}$. Esta relação representa o número de vezes que o comprimento L do segmento é maior que o raio do eletrodo a .

Tabela 5.1 - Segmentação da malha.

Nº de segmentos	L [m]	$\frac{L}{a}$
12	8	1.600
24	4	800
48	2	400
96	1	200
192	0,5	100
384	0,25	50

Para cálculo do potencial na superfície do solo e da tensão de toque foi utilizado passo de 0,1 m limitado dentro da área definida pelo perímetro da malha. Na Figura 5.3 são ilustrados alguns valores das correntes de dispersão em [A] para os casos da malha dividida em 12 e 24 segmentos.

A Tabela 5.2 dispõe os valores obtidos para a resistência do aterramento R_g , a elevação do potencial da malha GPR , o potencial máximo encontrado na superfície do solo V_s e da tensão máxima de toque V_t . A Tabela 5.2 apresenta ainda o tempo de processamento gasto pela máquina para obter os resultados. O valor percentual

apresentados para os casos de 24 a 384 segmentos é a diferença em relação ao valor obtido com a metade dos segmentos, isto é, utiliza-se como referência para o cálculo do percentual os valores anteriores obtidos. A última coluna representa a diferença percentual do resultado com 384 segmentos em relação ao resultado com 12 segmentos.

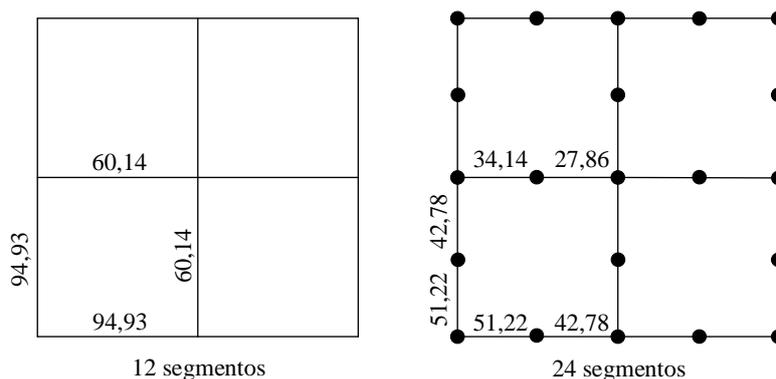


Figura 5.3 - Corrente de dispersão do Estudo de Caso 1 dividida em 12 e 24 segmentos.

Tabela 5.2 - Parâmetros da malha com diferentes números de segmentos.

Nº Seg. Parâm.	12 [8 m]	24 [4 m]	48 [2 m]	96 [1 m]	192 [0,5 m]	384 [0,25 m]	Dif.
R_g [Ω]	4,292 -	4,282 0,22%	4,278 0,10%	4,276 0,04%	4,275 0,01%	4,275 0,00%	0,38%
GPR [V]	4.291,50 -	4.281,97 0,22%	4.277,64 0,10%	4.276,03 0,04%	4.275,42 0,01%	4.275,16 0,01%	0,38%
V_s [V]	4.193,39 -	4.112,87 1,92%	4031,93 1,97%	3.995,13 0,91%	3.984,19 0,27%	3.983,20 0,02%	5,01%
V_t [V]	1.081,09 -	1.069,72 1,05%	1.064,43 0,49%	1.062,82 0,15%	1.062,23 0,06%	1.061,98 0,02%	1,77%
Tempo [s]	15,93 -	27,08 69,94%	53,45 97,39%	121,86 128,00%	311,19 155,38%	922,35 196,39%	5.688,72%

Para o número mínimo de 12 segmentos foram obtidos os valores de 4,292 Ω para a resistência do aterramento, 4.291,50 V para elevação do potencial da malha, 4.193,39 V para o potencial máximo na superfície do solo e 1.081,09 V para a máxima tensão

de toque. O tempo total gasto foi de apenas 15,93 segundos.

Realizando comparação entre os resultados obtidos com 384 segmentos e 12 segmentos, observa-se redução de 0,38% na resistência do aterramento R_g e no GPR . No potencial na superfície do solo V_s a redução foi de 5,01% e na tensão de toque V_t , redução de 1,77%. No entanto, houve elevação de 5.688,72% no tempo gasto para os cálculos. A elevação do tempo de processamento com o aumento do número de segmentos se deve ao fato do maior número de cálculos necessários para a obtenção dos valores.

A partir dos resultados obtidos nestas análises e com intuito de padronizar os cálculos, adota-se o valor máximo do comprimento dos segmentos cerca de 200 vezes o raio do eletrodo utilizado ($L = 200 \cdot a$).

5.3 Estudo de Caso 2

Neste estudo de caso foi realizada a comparação do cálculo da resistência do aterramento entre o método proposto neste trabalho e outros métodos presentes na literatura. Na comparação são utilizadas as quatro geometrias de malhas contempladas na norma ANSI-IEEE Std. 80/2013: quadrada, retangular, geometria “L” e geometria “T”. Para cada geometria a malha foi dividida em 4 e 16 submalhas quadradas com 10 metros e 5 metros de distância entre eletrodos paralelos, respectivamente, como ilustrado na Figura 5.4.

Nas Tabela 5.3 e Tabela 5.4 são apresentados os valores encontrados para a resistência de aterramento das malhas ilustradas na Figura 5.4, considerando o solo homogêneo. Os valores são calculados usando as expressões simplificadas citadas na ANSI-IEEE Std. 80/2013: Dwight (1936), Laurent e Nieman (LAURENT, 1951; NIEMAN, 1952), Schwarz (1954) e Sverak (1981). Ainda, para efeito de comparação, foi utilizado o método apresentado por NAHMAN e SKULETICH (1980); Chow e Salama (1994) e Método dos Elementos de Contorno (MEC), desenvolvido por Ghoneim (2007).

Por não haver consenso sobre qual o melhor método, foi escolhido como referência o método proposto. Portanto, nas Tabela 5.3 e Tabela 5.4, o valor percentual é a diferença em relação ao valor encontrado pelo método proposto (PIRES et al., 2015b). Para os cálculos, a malha foi dividida em segmentos de 5 m com profundidade da malha de 0,5 m, raio do eletrodo de 0,005 m e resistividade elétrica aparente de

100 $\Omega \cdot m$.

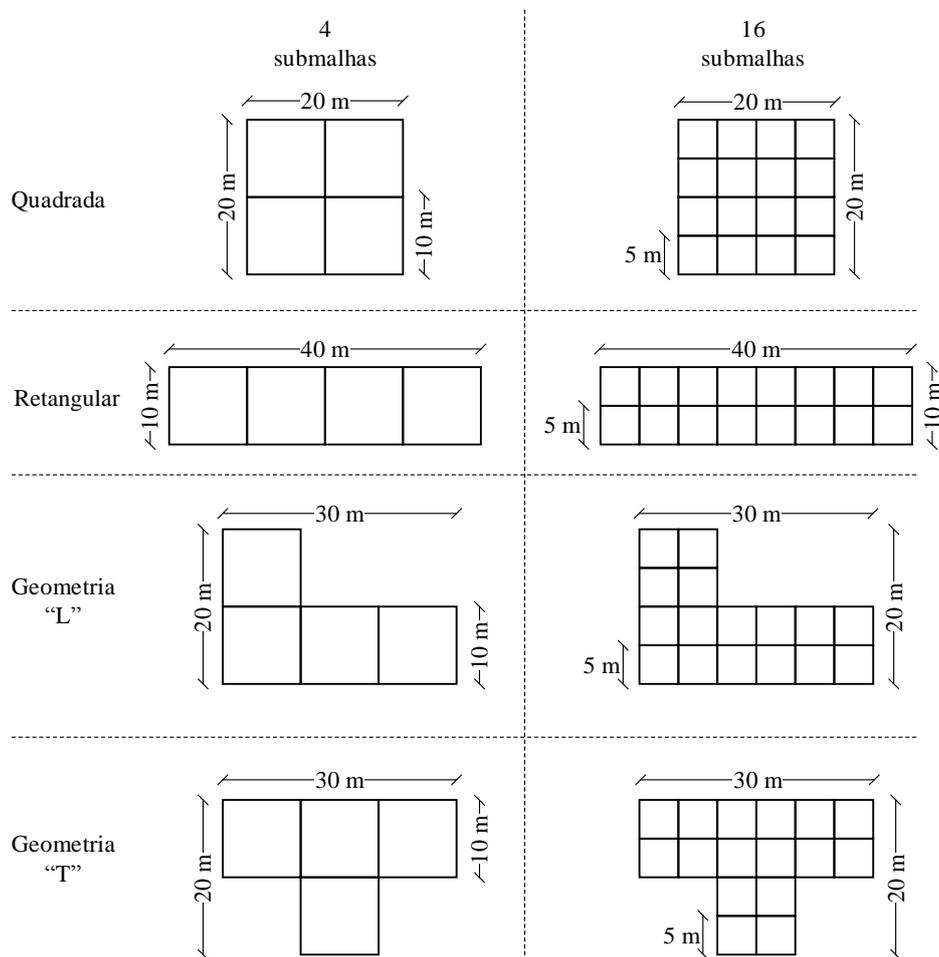


Figura 5.4 - Malhas convencionais utilizadas no Estudo de Caso 2.

Observa-se nas Tabela 5.3 e Tabela 5.4 que em relação aos métodos apresentados na ANSI-IEEE Std. 80/2013, as maiores diferenças se concentraram no método de Laurent e Nieman e os valores mais próximos foram com o método de Schwarz para 4 submalhas, com exceção da malha em geometria "L", e no método de Dwight para 16 submalhas.

Tabela 5.3 - Resultado comparativo da resistência de aterramentos com 4 submalhas.

Método	Quad.	Ret.	“L”	“T”
Dwight	2,216 15,7%	2,216 6,8%	2,216 8,9%	2,216 10,3%
Laurent	3,049 16,0%	2,985 25,6%	2,985 22,8%	2,985 20,8%
Schwarz	2,808 6,8%	2,469 3,9%	2,722 12,0%	2,722 10,2%
Sverak	2,957 12,5%	2,983 21,7%	2,983 19,0%	2,983 17,1%
Nahman	3,637 38,3%	- -	- -	- -
Chow	4,802 82,6%	- -	- -	- -
MEC	2,627 0,1%	2,273 4,3%	- -	- -
Proposto	2,629	2,376	2,431	2,470

Tabela 5.4 - Resultado comparativo da resistência de aterramentos com 16 submalhas.

Método	Quad.	Ret.	“L”	“T”
Dwight	2,216 6,4%	2,216 3,2%	2,216 0,7%	2,216 1,0%
Laurent	2,716 14,7%	2,692 25,4%	2,692 22,4%	2,692 20,3%
Schwarz	2,604 10,0%	2,321 8,2%	2,542 15,6%	2,542 13,6%
Sverak	2,624 10,8%	2,600 21,1%	2,600 18,2%	2,600 16,2%
Nahman	3,149 33,0%	- -	- -	- -
Chow	3,262 37,8%	- -	- -	- -
MEC	2,363 0,2%	2,079 3,1%	- -	- -
Proposto	2,367	2,146	2,200	2,238

Entre os métodos apresentados por outras literaturas, o Método dos Elementos de

Contorno é o único que não é baseado em expressões simplificadas. O MEC é um método numérico computacional de resolução de equações diferenciais lineares parciais, que são formuladas como equações integrais (GHONEIM, 2007). Entre todos os métodos apresentados, o MEC apresentou a melhor aproximação geral com o método proposto, nas malhas quadradas e retangulares.

5.4 Estudo de Caso 3

Realiza-se nesta seção a comparação das tensões máximas de toque e de passo, entre o método convencional utilizado as expressões simplificadas apresentadas na ANSI-IEEE Std. 80/2013 e o método proposto, para malhas contidas em solo homogêneo e em solo heterogêneo com estratificação em duas camadas. São estudadas 3 malhas com geometrias distintas: malha retangular de dimensões $35\text{ m} \times 20\text{ m}$ com 28 submalhas, Figura 5.5; malha em geometria “L” de $30\text{ m} \times 20\text{ m}$ com 16 submalhas, Figura 5.6; e malha em geometria “T” com $30\text{ m} \times 25\text{ m}$ com 18 submalhas, Figura 5.7.

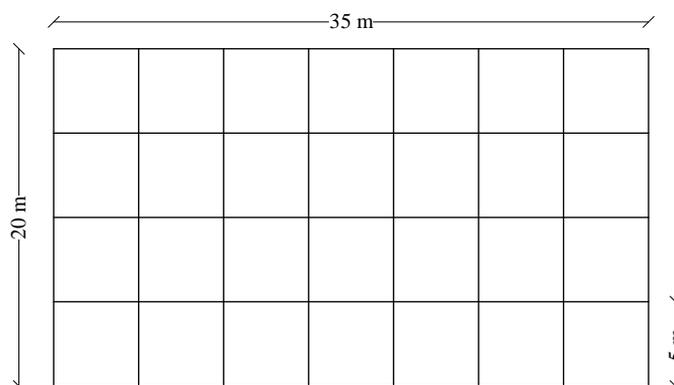


Figura 5.5 - Malha retangular $35\text{m} \times 20\text{m}$ utilizada no Estudo de Caso 3.

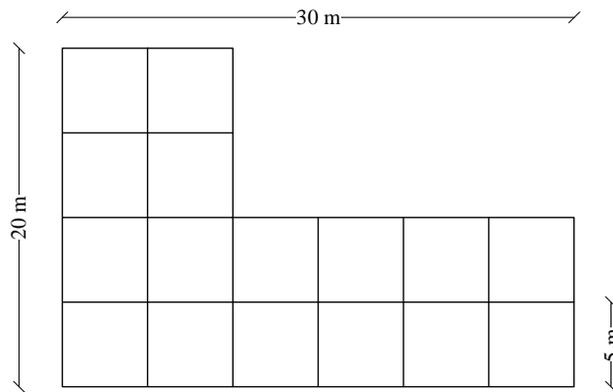


Figura 5.6 - Malha em "L" 30m × 20m utilizada no Estudo de Caso 3.

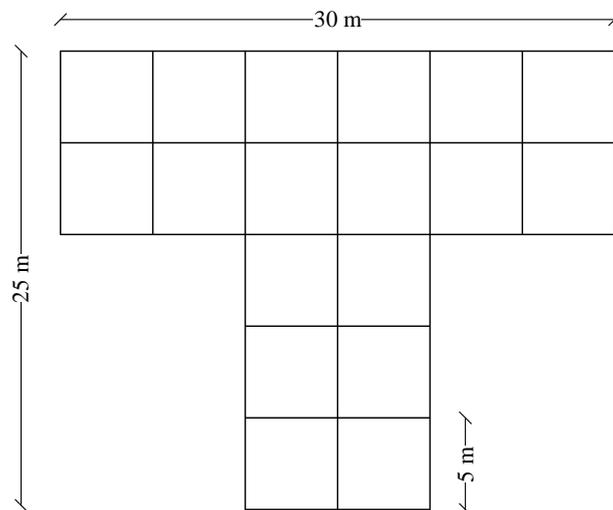


Figura 5.7 - Malha em "T" 30m × 25m utilizada no Estudo de Caso 3.

Todas as malhas deste estudo de caso possuem distância de 5 metros entre eletrodos paralelos. No cálculo utilizando o método proposto, as malhas foram divididas em segmentos de 2,5 metros, as tensões de passo foram obtidas da maior tensão encontrada a partir dos cantos da malha para ponto no entorno e as tensões de toque dentro da área definida pelo perímetro das malhas.

5.4.1 Solo Homogêneo

Para os cálculos em solo homogêneo foram utilizados os seguintes parâmetros: 0,5 m para a profundidade da malha, 0,005 m para o raio do eletrodo, 300 $\Omega \cdot m$ para a

resistividade elétrica aparente do solo e 1.000 A para a corrente aplicada na malha.

Para o cálculo dos parâmetros utilizando o método proposto foi utilizado $\rho_1 = \rho_2 = \rho_a$. Para a profundidade da primeira camada foi utilizado valor arbitrário, pois as expressões são invariantes em relação a este parâmetro com $\rho_1 = \rho_2$.

Na Tabela 5.5 são apresentados os valores obtidos para a máxima tensão de passo V_p e na Tabela 5.6 para a máxima tensão de toque V_t utilizando o método convencional e o método proposto. O valor percentual é a diferença em relação ao valor encontrado pelo método proposto.

Tabela 5.5 - Tensão de passo em solo homogêneo.

Geometria	IEE Std. 80 [V]	Método Proposto [V]	Diferença [%]
Retangular	814,47	737,18	10,48
Geometria “L”	1.228,98	930,61	32,06
Geometria “T”	1.010,44	937,59	7,77

Tabela 5.6 - Tensão de toque em solo homogêneo.

Geometria	IEE Std. 80 [V]	Método Proposto [V]	Diferença [%]
Retangular	1.207,85	1.219,54,	0,96
Geometria “L”	1.848,63	1.554,25	18,94
Geometria “T”	1.554,54	1.560,96	0,41

As maiores diferenças encontradas foram ambas para as tensões de passo e de toque na malha de formato “L” com valor percentual de 32,06% e 18,94%, respectivamente. Observa-se que as menores diferenças obtidas foram para a malha de formato “T” com 7,77% e 0,41% para a tensão de passo e tensão de toque, respectivamente.

O método presente na ANSI-IEEE Std. 80/2013 é baseado em expressões simplificadas obtidas para malhas quadradas, onde são utilizados fatores de correção para as demais geometrias. Esses fatores de correção podem produzir erros que variam com a área e o comprimento do eletrodo da malha.

5.4.2 Solo Heterogêneo

Para o solo heterogêneo com estratificação em duas camadas horizontais, foram considerados os seguintes parâmetros: 0,5 m para a profundidade da malha, 0,005 m para o raio do eletrodo, 200 $\Omega\cdot\text{m}$ para a resistividade elétrica da primeira camada do solo, 400 $\Omega\cdot\text{m}$ para a resistividade elétrica da segunda camada do solo, 6 m para a espessura da primeira camada do solo e 1.000 A para a corrente aplicada na malha.

O método convencional da ANSI-IEEE Std. 80/2013 leva em consideração o solo como sendo massa homogênea. No entanto, para este estudo de caso, considerando o solo heterogêneo e estratificado em duas camadas, para utilização do método convencional da ANSI-IEEE Std. 80/2013, será necessário calcular a equivalência das resistividades aparentes do solo estratificado, considerando-o homogêneo.

Endrenyi (1963) apresenta método gráfico que possibilita calcular a equivalência de solos estratificados em duas camadas em solo homogêneo, levando em consideração algumas características geométricas da malha, encontrando a resistividade aparente a partir dos parâmetros do solo heterogêneo. Portanto, utilizando o método de Endrenyi, é possível calcular o valor da resistividade aparente para cada malha e obtendo: i) 266,67 $\Omega\cdot\text{m}$ para a malha retangular, ii) 261,69 $\Omega\cdot\text{m}$ para a malha de formato “L” e iii) 264,76 $\Omega\cdot\text{m}$ para a malha de formato “T”.

A Tabela 5.7 apresenta os valores calculados para a máxima tensão de passo V_p e a Tabela 5.8 para a máxima tensão de toque V_t , utilizando o método convencional e o método proposto. O valor percentual é a diferença em relação ao valor encontrado pelo método proposto.

Tabela 5.7 - Tensão de passo em solo heterogêneo.

Geometria	IEE Std. 80 [V]	Método Proposto [V]	Diferença [%]
Retangular	723,98	556,02	30,21
Geometria “L”	1.072,90	689,38	55,63
Geometria “T”	891,75	693,81	28,53

A maior diferença percentual foi de 55,63% para a tensão de passo na malha em formato “L”, Tabela 5.7, e a menor diferença percentual foi de 19,06% na tensão de

toque para a malha retangular, Tabela 5.8. Comparando-se os valores percentuais das Tabela 5.7 e Tabela 5.8 com os valores percentuais das Tabela 5.5 e Tabela 5.6, verifica-se maiores diferenças nas malhas em solo heterogêneo.

Tabela 5.8 - Tensão de toque em solo heterogêneo.

Geometria	IEE Std. 80 [V]	Método Proposto [V]	Diferença [%]
Retangular	1.073,66	901,77	19,06
Geometria “L”	1.613,85	1.131,02	42,69
Geometria “T”	1.371,94	1.133,86	21,00

A ocorrência das maiores diferenças pode ter sido ocasionada no cálculo da equivalência entre o solo heterogêneo e homogêneo. Observe que o método proposto por [Endrenyi \(1963\)](#) é método gráfico e relaciona alguns parâmetros geométricos da malha com o solo. Os métodos gráficos produzem erros que se acumulam durante todo o processo de cálculo.

5.5 Estudo de Caso 4

Neste estudo de caso são apresentadas as análises de duas malhas em formatos não convencionais. A primeira malha apresenta geometria retangular com eletrodos posicionados paralelamente e perpendicularmente entre si, mas espaçados de forma desigual. A segunda malha é composta por eletrodos posicionados em diversos ângulos e com comprimentos variados, contida em terreno com forma geométrica não convencional.

5.5.1 Malha Retangular Desigualmente Espaçada

No trabalho de [Huang et al. \(1995\)](#) é apresentado estudo de caso, utilizando o Método dos Elementos Finitos, com malha de 120 m × 80 m com espaçamento constante entre os eletrodos e colocada em solo homogêneo. Para efeito de comparação, neste estudo de caso, foi utilizado o exemplo de [Huang et al. \(1995\)](#), no entanto, com espaçamento não constante entre os eletrodos. Na Figura 5.8 é ilustrada a malha de 120 m × 80 m com espaçamento não constante utilizada. Os perfis do potencial na superfície do solo ao longo das linhas indicadas por A, B, C e D obtidos pelo método proposto neste trabalho são comparados com os resultados apresentados no

trabalho de Huang.

Os parâmetros de projeto utilizados para os cálculos foram: 0,6 m para a profundidade da malha, 0,00875 m para o raio do eletrodo, 250 $\Omega\cdot\text{m}$ para a resistividade elétrica aparente do solo e 10.000 A para a corrente aplicada na malha. Na Figura 5.9 é ilustrado o resultado dos perfis de tensão retirado do trabalho de Huang et al. (1995) e na Figura 5.10 são exibidos os resultados obtidos pelo método proposto.

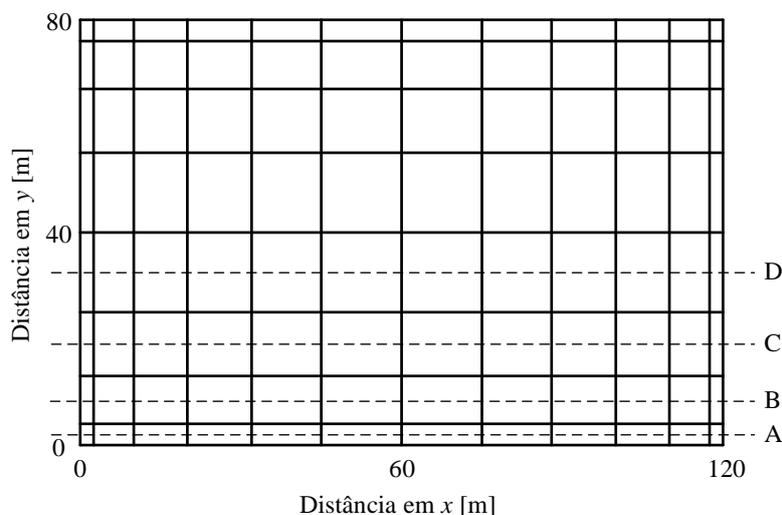


Figura 5.8 - Malha com espaçamento desigual utilizada no Estudo de Caso 4.

O potencial na superfície do solo, com localização geográfica de coordenadas $x = 1,25$ m e $y = 2$ m, obtida no trabalho de Huang et al. (1995) foi de 10,37 kV enquanto que pelo método proposto foi de 10,40 kV. O resultado obtido para o potencial na superfície do solo, com localização geográfica de coordenadas $x = 52,5$ m e $y = 32,5$ m, no trabalho de Huang et al. (1995) foi de 10,23 kV e pelo método proposto foi de 10,34 kV.

A Figura 5.11 ilustra o gráfico em três dimensões do potencial na superfície do solo obtido pelo método proposto e na Figura 5.12 a distribuição das equipotenciais através de isolinhas. Nas Figura 5.11 e Figura 5.12 é observado picos de potencial nas intersecções dos eletrodos, exceto nas arestas da malha onde ocorre redução do potencial. O método proposto indica que a posição da ocorrência do potencial máximo na superfície do solo é exatamente no centro da malha, coordenadas $x = 60$ m e

$y = 40$ m, com valor de 11,33 kV.

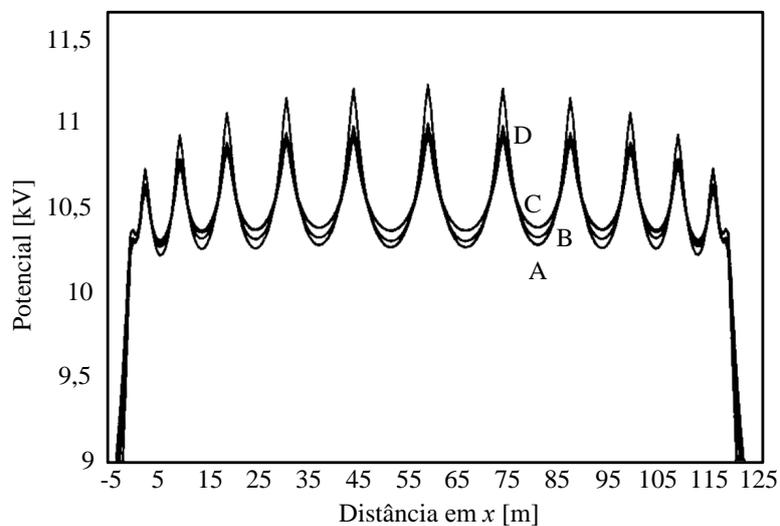


Figura 5.9 - Perfis de potencial na superfície do solo, resultados retirados de [Huang et al. \(1995\)](#).

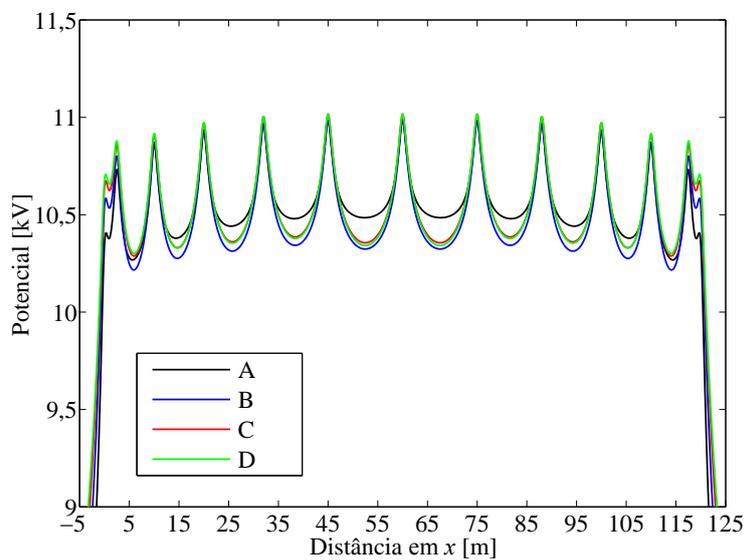


Figura 5.10 - Perfis de potencial na superfície do solo, resultados obtidos pelo método proposto.

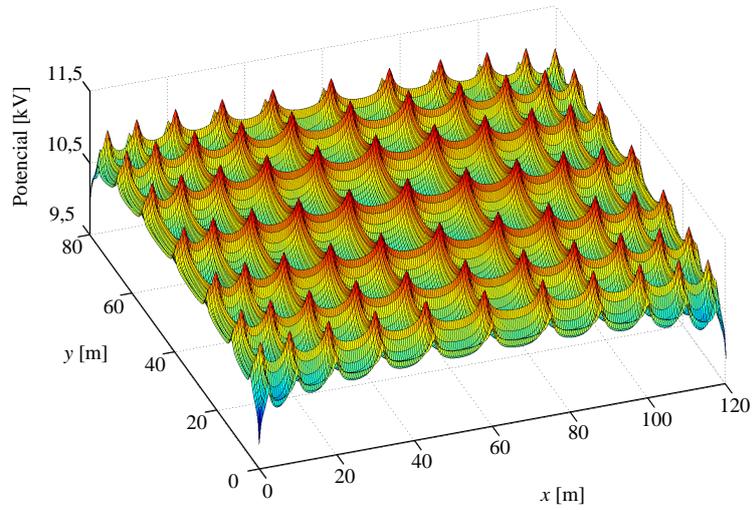


Figura 5.11 - Imagem 3D do potencial na superfície do solo.

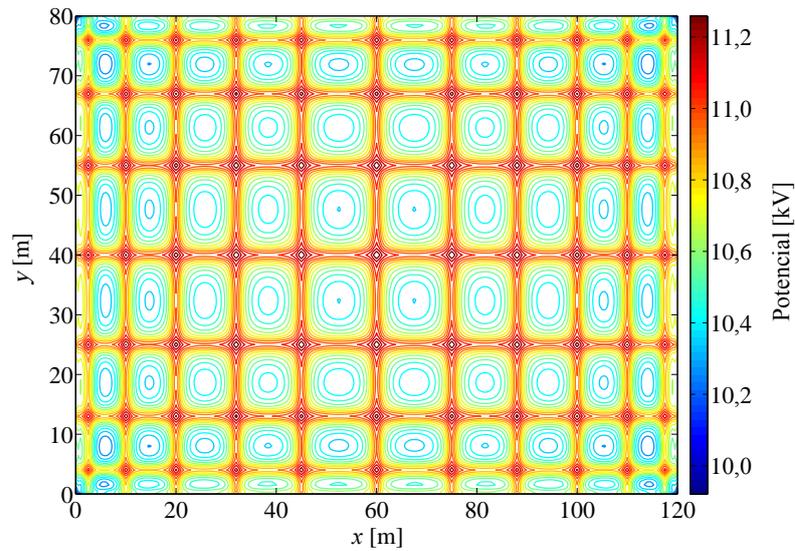


Figura 5.12 - Equipotenciais distribuídas na superfície do solo.

O máximo potencial é obtido no ponto central da malha devido a distribuição simétrica do eletrodo em torno do ponto. Esta distribuição proporciona o maior somatório dos potenciais médios induzidos por cada segmento.

5.5.2 Malha Não Convencional

A proposta deste estudo de caso é apresentar os valores do potencial na superfície, da tensão de toque e da tensão de passo para malha composta por eletrodos posicionados com ângulos diversos e comprimentos variados. O intuito é colocar a malha em terreno de geometria não simétrica com solo heterogêneo e dimensões conforme cotas ilustradas na Figura 5.13.

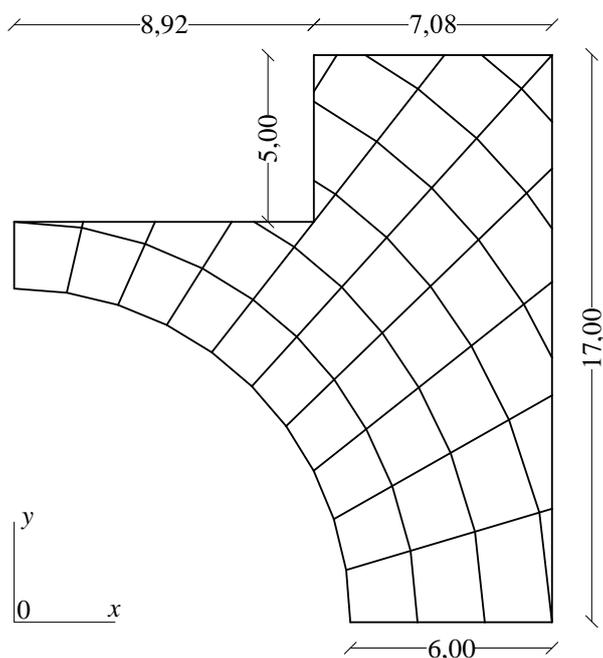


Figura 5.13 - Malha não convencional utilizada no Estudo de Caso 4.

Para os cálculos foram utilizados os seguintes parâmetros: 0,5 m para a profundidade da malha, 0,005 m para o raio do eletrodo, 200 $\Omega\cdot\text{m}$ para a resistividade elétrica da primeira camada do solo, 400 $\Omega\cdot\text{m}$ para a resistividade elétrica da segunda camada do solo, 8 m para a espessura da primeira camada do solo e 1.200 A para a corrente aplicada na malha.

Todas as tensões foram calculadas para pontos na superfície do solo dentro do perímetro definido pela malha. O valor obtido para a resistência da malha foi de 8,00 Ω e para o GPR foi de 9.595,60 V. Na Tabela 5.9 estão dispostos os valores obtidos para a máxima tensão de passo V_p , a máxima tensão de toque V_t e o maior potencial na superfície do solo V_s .

Observa-se na Tabela 5.9 as coordenadas dos dois pontos, distanciados em 1 m, sobre a geometria da malha que proporcionam a máxima tensão de passo V_p . Nas Figura 5.14, Figura 5.15 e Figura 5.16 são apresentadas as composições em 3D e as distribuições das equipotenciais e linhas de mesma tensão induzida na superfície do solo, dentro da área limitada pelo perímetro da malha. A Figura 5.14 apresenta o potencial na superfície do solo, a Figura 5.15 apresenta a tensão de toque e na Figura 5.16 apresenta a máxima tensão de passo, todas obtidas a partir de cada ponto na superfície do solo pelo método proposto.

Tabela 5.9 - Valores obtidos de potencial de superfície e tensão de toque e passo para o Estudo de Caso 4.

Parâmetro	Coordenada	Valor [V]
V_p	$x_1 = 16 \text{ m e } y_1 = 17 \text{ m}$ $x_2 = 15,36 \text{ m e } y_2 = 16,23 \text{ m}$	925,04
V_t	$x = 0 \text{ m e } y = 10 \text{ m}$	2.075,98
V_s	$x = 9,8 \text{ m e } y = 10 \text{ m}$	9.245,45

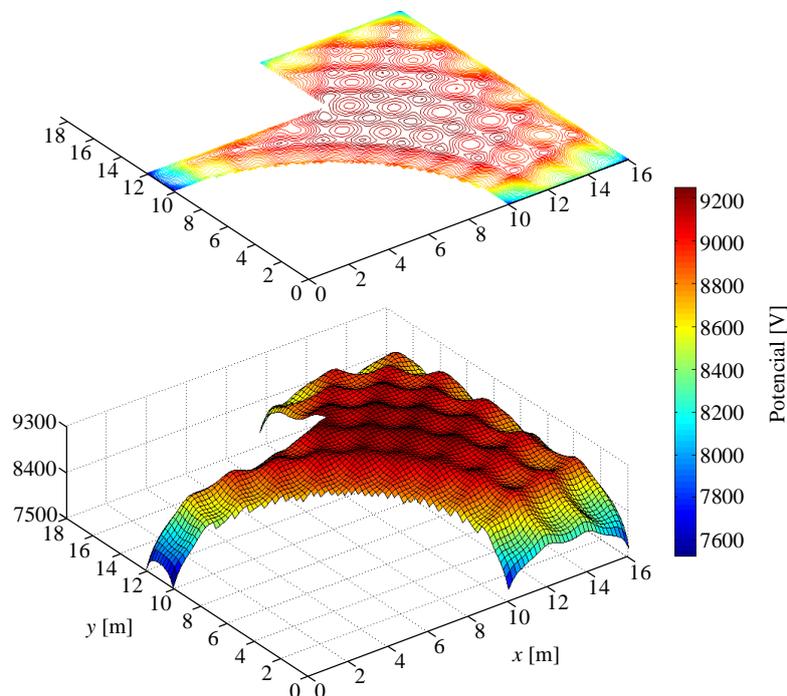


Figura 5.14 - Composição do potencial na superfície do solo em 3D e as equipotenciais.

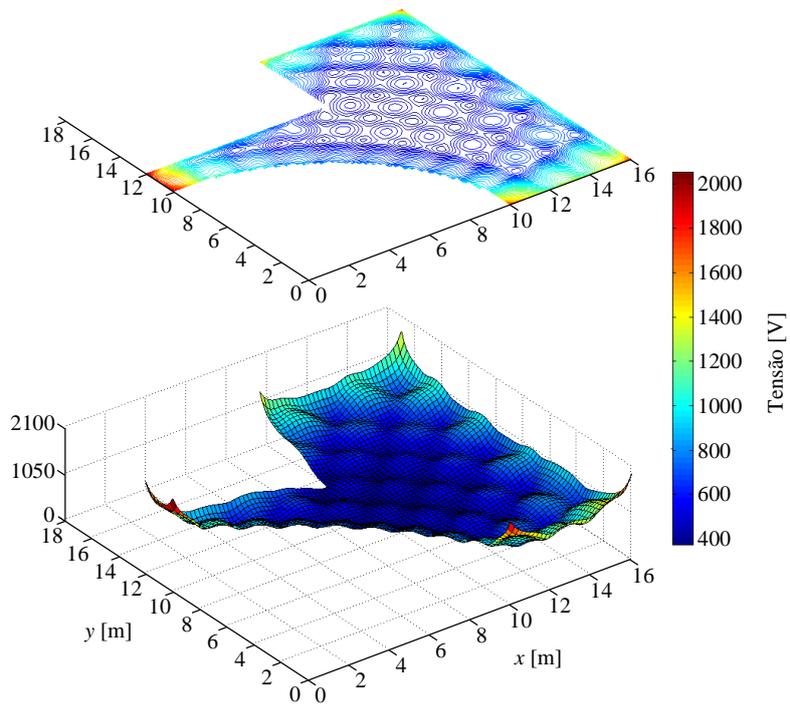


Figura 5.15 - Composição da tensão de toque em 3D com as isolinhas de tensão de toque.

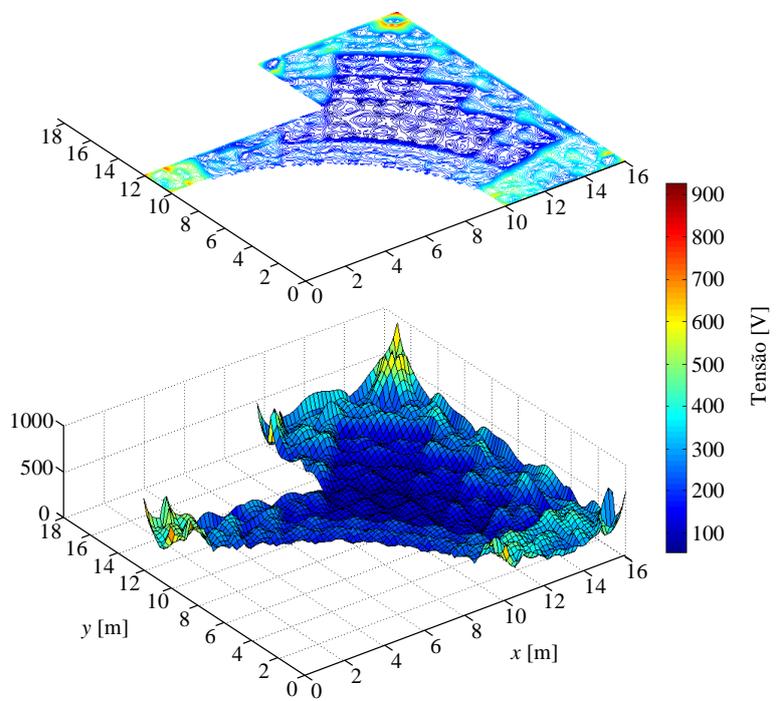


Figura 5.16 - Composição da tensão de passo em 3D com as isolinhas de tensão de passo.

Na Figura 5.14 observa-se os maiores potenciais na superfície do solo na região interna e central da malha, ocasionado pela maior concentração do eletrodo nesta região. As maiores tensões de toque são observadas nos vértices da malha, onde apresentam os menores potencial na superfície devido a menor concentração do eletrodo (PIRES et al., 2016b). Nas direções do centro da malha para os vértices são apresentadas as maiores tensões de passo, ocasionadas pelo aumento do gradiente do potencial na superfície nestas direções.

5.6 Estudo de Caso 5

Com o intuito de demonstrar a capacidade de detalhes obtidos, através das análises dos dados encontrados pelo método proposto, foi pensado este estudo de caso, de forma a mensurar a influência de alguns parâmetros de projeto da malha de aterramentos elétricos. Foi utilizada a mesma geometria de malha do Estudo de Caso 4 em solo estratificado com duas camadas horizontais. Inicialmente, estudou-se a influência da profundidade da malha de aterramento e posteriormente, foram obtidos os valores dos parâmetros da malha de aterramento para diversas configurações de estratificação do solo. Os perfis de potencial na superfície foram obtidos a partir do corte sobre a linha posicionada em $y = 11$ m, como ilustrado na Figura 5.17.

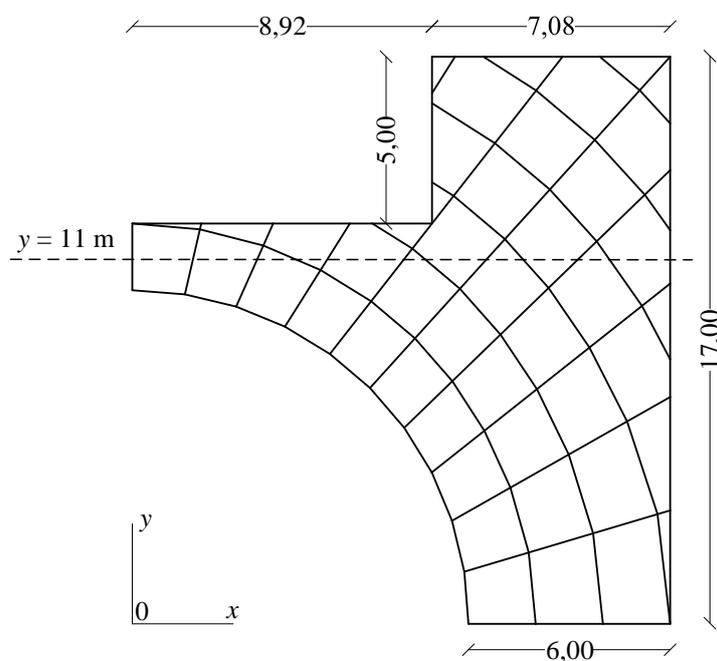


Figura 5.17 - Local de cálculo dos perfis de potencial e tensões.

5.6.1 Análises para Diferentes Profundidades da Malha

Neste estudo é realizada a variação da profundidade da malha de aterramento D de 0,5 m a 3,5 m incrementada de 0,5 m em 0,5 m, inserida em solo heterogêneo. Os demais parâmetros são mantidos constantes com os seguintes valores: 0,005 m para o raio do eletrodo, 200 $\Omega\cdot\text{m}$ e 400 $\Omega\cdot\text{m}$ para a resistividade elétrica da primeira e da segunda camada do solo, respectivamente, 2 m para a espessura da primeira camada do solo e 1.200 A para a corrente aplicada na malha.

Na Tabela 5.10 são apresentados os valores obtidos da resistência da malha R_g , do GPR , do máximo potencial na superfície do solo V_s , da máxima tensão de toque V_t e da máxima tensão de passo V_p , para diferentes profundidades da malha D . Os valores máximos, em qualquer profundidade, do potencial e da tensão de passo da Tabela 5.10 se situam conforme as coordenadas dispostas na Tabela 5.11. Observa-se através dos resultados obtidos, Tabela 5.10, Figura 5.18 e Figura 5.19, elevação nos valores da resistência de aterramento e do GPR da malha, que são diretamente proporcionais.

Tabela 5.10 - Parâmetros da malha em diferentes profundidades.

D [m]	R_g [V]	GPR [V]	V_s [V]	V_t [V]	V_p [V]
0,5	9,93	11.916,08	11.626,38	2.377,19	1.103,01
1,0	9,64	11.565,18	11.223,86	2.771,30	984,57
1,5	9,48	11.371,17	10.984,02	3.040,44	847,52
1,6	9,46	11.350,29	10.948,32	3.094,98	826,73
1,7	9,45	11.337,78	10.917,37	3.154,29	808,28
1,8	9,45	11.337,74	10.892,96	3.223,90	792,26
1,9	9,47	11.363,41	10.881,04	3.320,62	779,05
2,0	9,68	11.620,32	10.965,79	3.687,02	773,77
2,1	16,89	20.270,30	11.231,81	12.577,11	762,37
2,2	16,85	20.219,40	11.140,67	12.611,32	739,89
2,3	16,78	20.138,91	11.047,19	12.610,62	718,45
2,4	16,71	20.050,57	10.953,58	12.598,41	698,02
2,5	16,63	19.960,81	10.860,20	12.581,82	678,55
3,0	16,29	19.549,73	10.396,24	12.501,50	593,77
3,5	16,02	19.224,64	9.937,84	12.459,86	525,35

Tabela 5.11 - Coordenadas de máximo potencial de superfície e tensão de passo para o Estudo de Caso 5.

Parâmetro	Coordenadas
V_p	$x = 16,00$ m e $y = 17,00$ m
	$x = 12,36$ m e $y = 16,23$ m
V_s	$x = 0$ m e $y = 20$ m

A interface entre a primeira e a segunda camada do solo ocorre exatamente com $D = 2$ m. O potencial na superfície do solo se eleva nas profundidades logo abaixo a esta interface, Figura 5.20. A tensão de toque também tem elevação no valor próximo a interface, pois a malha quando posicionada na segunda camada do solo, que possui maior resistividade ($400 \Omega \cdot \text{m}$) com relação a primeira camada que tem menor resistividade ($200 \Omega \cdot \text{m}$), produz valores maiores de V_t , Figura 5.21. A tensão de passo decresce suavemente com o aumento da profundidade, possuindo patamar nas profundidades próximas da interface entre as camadas, Figura 5.22.

A Figura 5.23 ilustra o perfil dos potenciais na superfície do solo em $y = 11$ m, para as diferentes profundidades da malha, onde observa-se, além da redução do potencial com o aumento da profundidade da malha, redução no número de *picos* ao longo da distância (PIRES et al., 2016a).

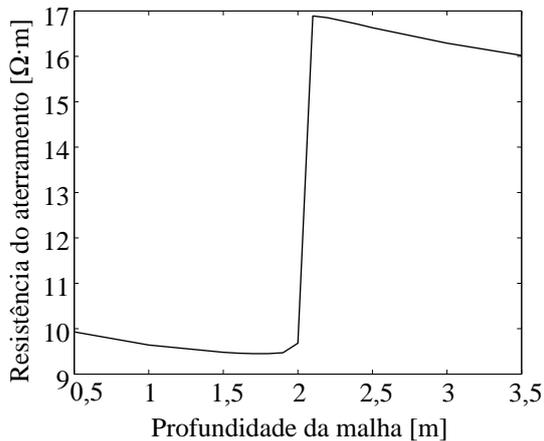


Figura 5.18 - $R_g \times D$.

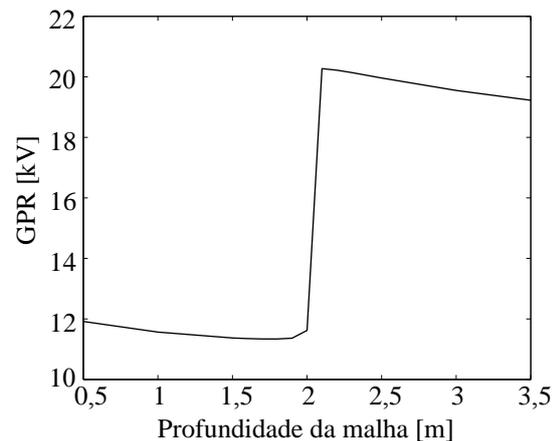


Figura 5.19 - $GPR \times D$.

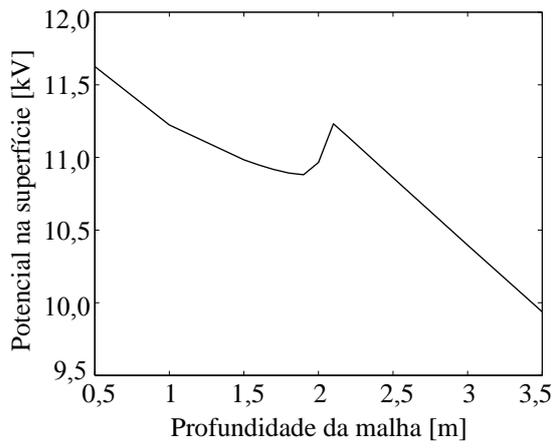


Figura 5.20 - $V_s \times D$.

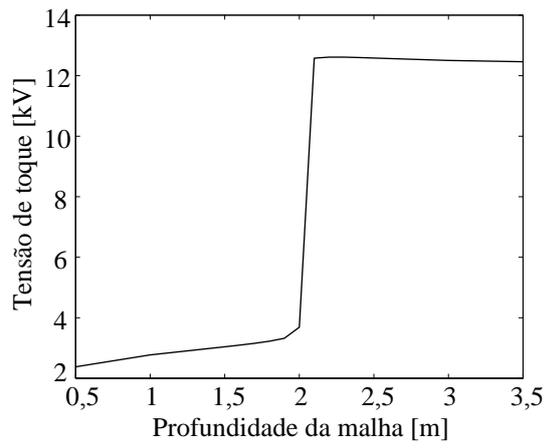


Figura 5.21 - $V_t \times D$.

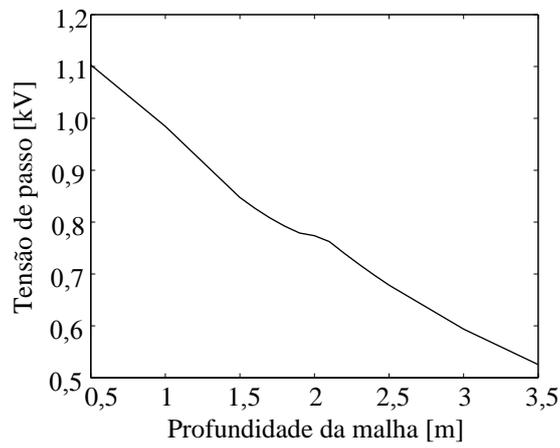


Figura 5.22 - $V_p \times D$.

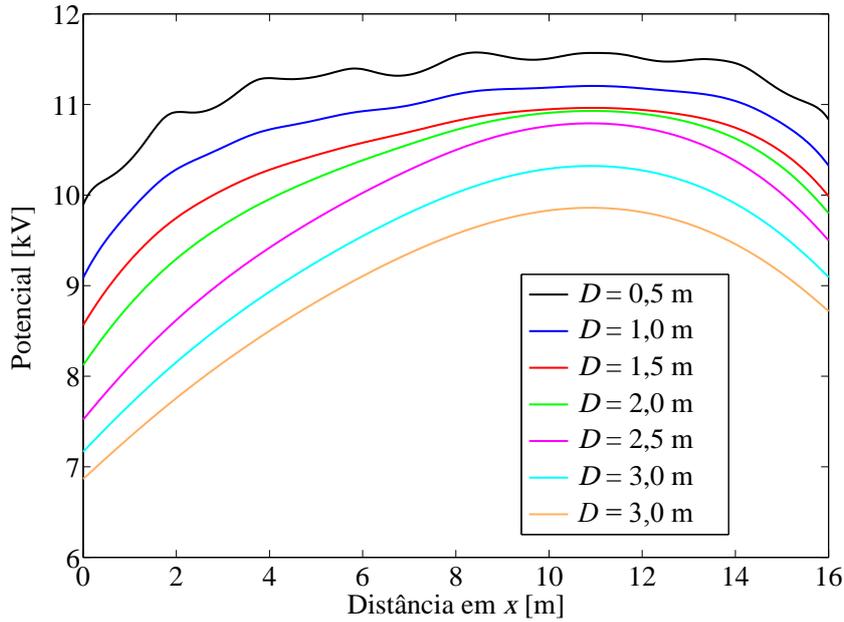


Figura 5.23 - Perfis do potencial na superfície do solo em função da profundidade.

5.6.2 Diferentes Configurações do Solo

Para a realização deste estudo são mantidos constantes os valores do raio do eletrodo, da profundidade da malha, da resistividade da primeira camada do solo e da corrente injetada na malha e é realizada a variação tanto da espessura da primeira camada do solo h_1 quanto da resistividade da segunda camada do solo ρ_2 .

Os parâmetros mantidos constantes possuem os seguintes valores: 0,5 m para a profundidade da malha, 0,005 m para o raio do eletrodo, 200 $\Omega \cdot m$ para a resistividade elétrica da primeira camada do solo e 1.200 A para a corrente aplicada na malha. A Tabela 5.12 dispõe os valores obtidos para as diferentes configurações da espessura de h_1 e resistividade da segunda camada ρ_2 .

Os valores da resistência de aterramento e do GPR são diretamente proporcionais, resultando em inclinações iguais para as curvas dos valores da resistência de aterramento R_g , Figura 5.24, e do GPR , Figura 5.25, da malha em cada profundidade com diferentes valores de ρ_2 . As inclinação das curvas para o máximo potencial na superfície, Figura 5.26, diverge da inclinação das curvas da tensão de toque, Figura 5.27, e da tensão de passo, Figura 5.28.

Tabela 5.12 - Parâmetros da malha com diferentes valores de h_1 e ρ_2 .

h_1 [m]	ρ_2 [$\Omega \cdot m$]	R_g [V]	GPR [V]	V_s [V]	V_t [V]	V_p [V]
2	50	3,29	3.945,41	3.479,08	1.520,29	624,02
	100	4,48	5.380,53	4.952,94	1.724,05	732,89
	200	6,57	7.880,35	7.517,58	2.016,40	895,08
	400	9,93	11.916,08	11.626,38	2.377,19	1.103,01
	600	12,62	15.148,50	14.897,90	2.607,53	1.234,90
	800	14,89	17.862,84	17.639,41	2.770,89	1.327,80
	1.000	16,84	20.210,25	20.007,17	2.892,89	1.397,49
4	50	4,11	4.928,73	4.503,35	1.746,95	759,08
	100	5,03	6.032,32	5.633,33	1.858,73	814,98
	200	6,57	7.880,35	7.517,58	2.016,40	895,08
	400	8,91	10.696,37	10.374,98	2.202,61	991,46
	600	10,69	12.832,45	12.534,60	2.311,47	1.048,64
	800	12,13	14.560,45	14.278,04	2.385,98	1.087,00
	1.000	13,35	16.014,22	15.743,18	2.441,33	1.114,71
8	50	4,98	5.977,08	5.594,81	1.925,28	849,72
	100	5,59	6.703,43	6.329,42	1.963,71	868,79
	200	6,57	7.880,35	7.517,58	2.016,40	895,08
	400	8,00	9.595,60	9.245,45	2.075,98	925,04
	600	9,04	10.846,68	10.503,53	2.109,32	941,90
	800	9,86	11.833,54	11.494,89	2.130,83	952,82
	1.000	10,54	12.649,12	12.313,62	2.145,94	960,50
16	50	5,68	6.813,60	6.447,21	1.998,05	885,83
	100	6,02	7.225,24	6.860,39	2.005,87	889,77
	200	6,57	7.880,35	7.517,58	2.016,40	895,08
	400	7,34	8.813,55	8.453,07	2.027,99	900,94
	600	7,90	9.481,42	9.122,19	2.034,32	904,14
	800	8,34	10.002,15	9.643,71	2.038,35	906,18
	1.000	8,69	10.429,10	10.071,20	2.041,14	907,60

Nos gráficos das curvas da tensão de toque, Figura 5.27, e da tensão de passo, Figura 5.28, observa-se variações de valores em relação a mudança da resistividade da segunda camada para mudança de profundidades da primeira camada.

Na Figura 5.24 e na Figura 5.28, observa-se que as curvas para diferentes profundidades da malha possuem ponto em comum com $\rho = 200 \Omega \cdot m$, assim como, na Tabela 5.12 verifica-se que os valores para $\rho_2 = 200 \Omega \cdot m$ são idênticos, independentemente da espessura da primeira camada. O valor $\rho_2 = 200 \Omega \cdot m$ representa o solo

homogêneo. As curvas do *GPR*, Figura 5.25, e o máximo potencial, Figura 5.26, apresentam inclinações aproximadas.

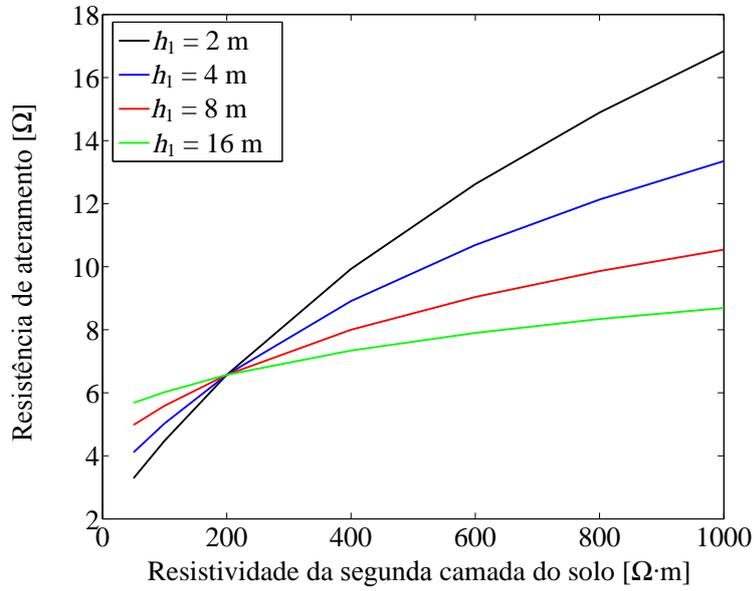


Figura 5.24 - $R_g \times \rho_2$.

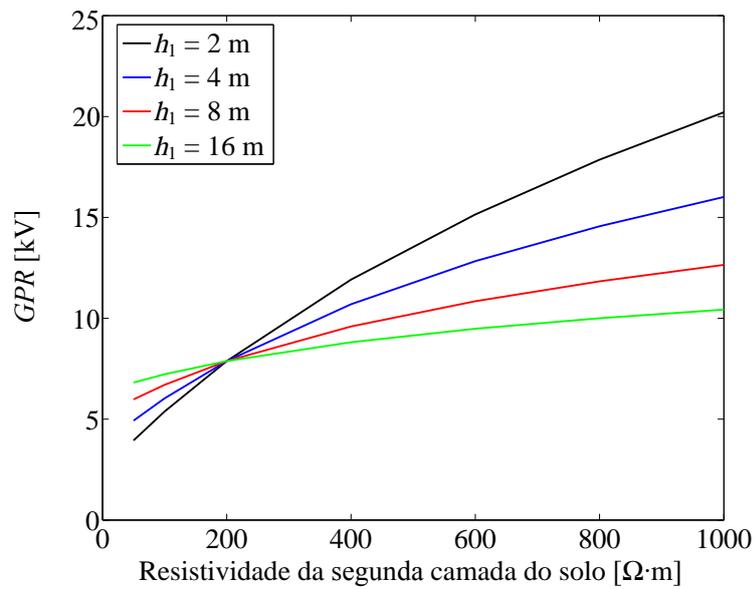


Figura 5.25 - $GPR \times \rho_2$.

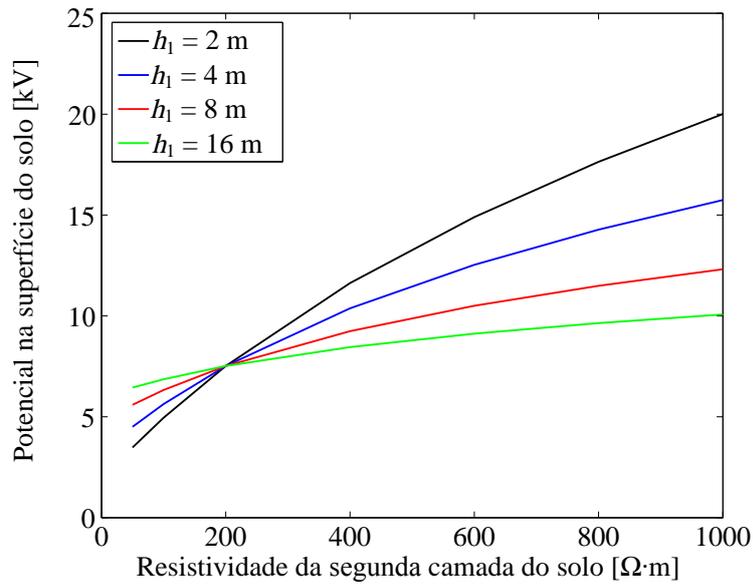


Figura 5.26 - $V_s \times \rho_2$.

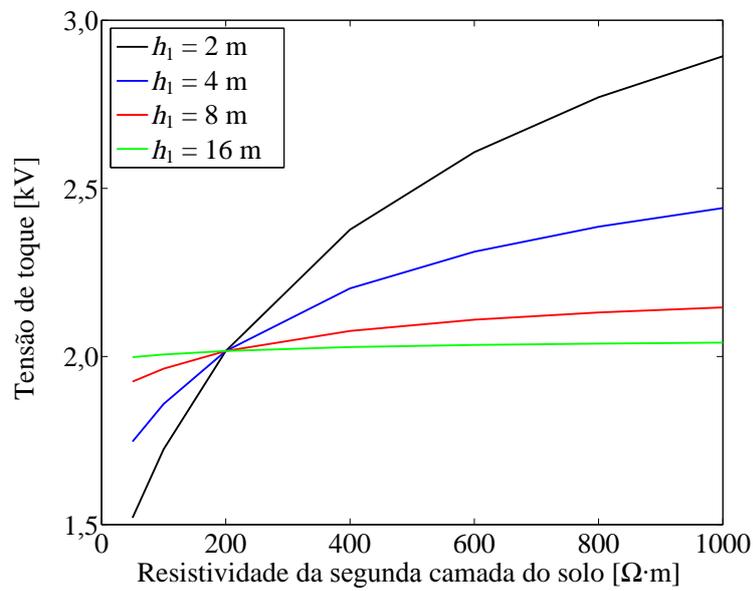


Figura 5.27 - $V_t \times \rho_2$.

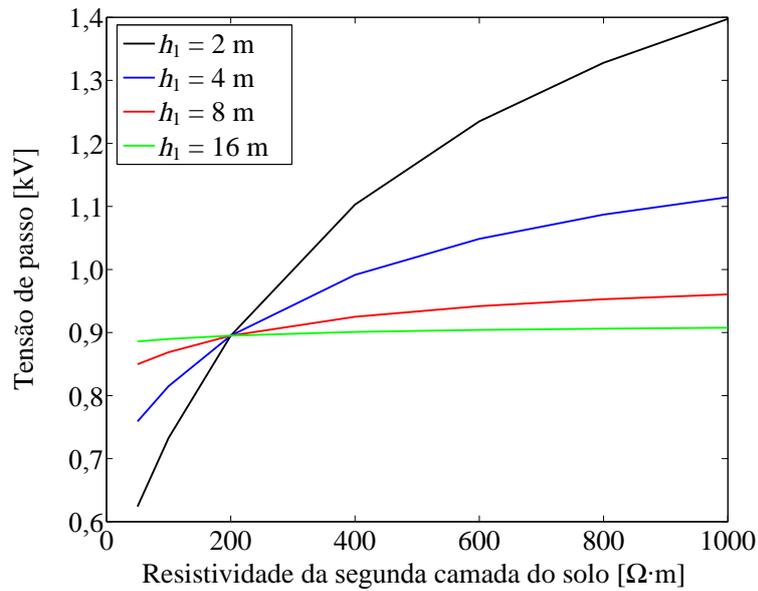


Figura 5.28 - $V_p \times \rho_2$.

Da Figura 5.24 à Figura 5.28 verifica-se a diminuição da influência da resistividade da segunda camada com o aumento da profundidade de primeira camada. Isto se deve ao fato da corrente dissipada pelo eletrodo que retorna pelo aterramento da fonte possuir maior densidade na região próxima da superfície, a qual se caracteriza pela primeira camada.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

No decurso da realização desta dissertação foram realizadas três etapas principais, que consistiram: i) levantamento e estudo dos métodos presentes na literatura, ii) modelagem e equacionamento do método proposto e iii) implementação computacional.

Na primeira etapa foram realizados o levantamento e o estudo de trabalhos que apresentam métodos de cálculo de parâmetros de malhas de aterramento, enfatizando os que utilizam o método das imagens e do potencial médio. Observou-se que mesmo os trabalhos que apresentavam metodologias para cálculos de malhas com quaisquer geometrias obtiveram equacionamentos ou estudos de casos apenas para malhas retangulares contendo eletrodos perpendiculares e paralelos. Posições, as quais, acarretam em simplificações consideráveis das expressões.

Na segunda etapa realizou a modelagem matemática para o método proposto com a dedução das expressões necessárias para o cálculo dos valores desejados. As expressões apresentadas em [Heppe \(1979\)](#) foram revisadas e o sistema matricial foi adequado para que o GPR se tornasse variável do sistema, ao invés da corrente injetada na malha.

A última etapa foi composta pela implementação computacional, em que foram utilizados soluções da geometria analítica para o cálculo das distâncias relativas entre os segmentos.

Durante os estudos foram verificadas as seguintes vantagens do método proposto:

- a) Possibilita o cálculo dos parâmetros de malhas de aterramento com eletrodos em posições e deslocamentos arbitrários;
- b) Permite obter o valor da corrente de dispersão para o solo em cada segmento, possibilitando distribuição não uniforme de corrente de dispersão ao longo do eletrodo;
- c) Trabalha diretamente com as resistividades do solo com estratificação em duas camadas horizontais sem a necessidade de cálculo da resistividade aparente equivalente;

- d) O potencial, a tensão de passo e a tensão de toque podem ser calculadas em qualquer ponto da superfície do solo. Permitindo análise detalhada do desempenho da malha em diferentes regiões.

O método proposto possui as seguintes desvantagens: a) Complexidade da modelagem e da implementação e b) Tempo gasto nos cálculos, os quais se elevam consideravelmente com o aumento do número de segmentos e da precisão utilizada.

Através das comparações de resultados obtidos utilizando o método proposto e utilizando outras metodologias, observa-se:

- a) O cálculo da resistência da malha de aterramento obteve a maior aproximação com o método computacional dos elementos de contorno desenvolvido por Ghoneim (2007), utilizando malhas quadradas e retangulares;
- b) As maiores diferenças percentuais se deram principalmente nas tensões de passo, se evidenciando no solo heterogêneo. O método utilizado na comparação (IEEE, 2015) se utiliza de equações genéricas simplificadas derivadas de malhas retangulares em que é necessário a utilização de fatores de ajustes para o formato da malha e a necessidade do cálculo da resistividade aparente equivalente. No método proposto, as correntes de dispersão para o solo são calculadas permitindo o efeito de cada segmento sobre os demais. A partir destas correntes de dispersão o potencial na superfície do solo é calculado ponto a ponto, podendo obter as tensões de toque e de passo. Desta forma, as diferenças entre os resultados obtidos pelo método proposto e os métodos convencionais, menos precisos, podem ser grandes.

Nos estudos de caso apresentados observa-se a flexibilidade e a versatilidade da metodologia proposta, principalmente na questão de possibilitar a análise detalhada dos principais parâmetros de malhas de aterramento sem qualquer limitação quanto a sua geometria ou formato do terreno. O método proposto por Heppe (1979) pode ser utilizado em qualquer configuração de eletrodos, permitindo determinar a “melhor” (e mais econômica) configuração para a malha (TELLÓ et al., 2007). Assim, o presente trabalho fornece ferramenta útil para projetistas e pesquisadores que trabalham com projeto e estudo de malhas de aterramento.

6.1 Contribuições do Trabalho

As contribuições podem assim ser descritas:

- Revisão matemática das expressões do potencial induzido pela corrente de dispersão em segmento e das resistências mútuas e próprias entre os segmentos pelo método das imagens e do potencial médio;
- Obtenção das expressões para segmentos em quaisquer posições e profundidades no solo;
- Apresentação de resolução do sistema matricial dando como entrada a corrente aplicada na malha para cálculo das correntes de dispersão em cada segmento;
- Descrição das questões da implementação computacional do método proposto;
- Obtenção das seguintes produções Bibliográficas:

Artigos em congresso:

- a) T. G. Pires, C. L. B. Silva, and W. P. Calixto, “Malha de aterramento: cálculo de parâmetros em geometrias não convencionais,” *11º Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão (CONPEEX)*, Goiânia, Brasil, 2014, pp. 3020-3024;
- b) T. G. Pires, C. L. B. Silva, D. N. Oliveira, J. W. L. Nerys, A. J. Alves and W. P. Calixto, “Computation of grounding grids parameter on unconventional geometry,” *Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON), 2015 CHILEAN Conference on*, Santiago, Chile, 2015, pp. 523-527. DOI: 10.1109/Chilecon.2015.7400427;
- c) T. G. Pires, C. L. B. d. Silva, W. P. Calixto, D. N. Oliveira, A. J. Alves, E. G. Domingues, J. L. Domingos and G. P. Furriel, “Simulation and determination of grounding grid parameters in non-symmetrical shapes,” *2015 IEEE 13th Brazilian Power Electronics Conference and 1st Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC)*, Fortaleza, Brazil, 2015, pp. 1-5. DOI: 10.1109/COBEP.2015.7420186;

- d) T. G. Pires, C. L. B. Silva, D. N. Oliveira, A. M. Silva Filho, J. W. L. Nerys, A. J. Alves and W. P. Calixto, “Computation of Resistance and Potential of Grounding Grids in Any Geometry,” *EEEIC 2016 - IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering*, Florença, Itália, 2016;
- e) C. L. B. Silva, T. G. Pires, D. N. Oliveira, A. M. Silva Filho, J. W. L. Nerys, A. J. Alves and W. P. Calixto, “Optimization of Grounding Grids Multi Design Geometry,” *EEEIC 2016 - IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering*, Florença, Itália, 2016;
- f) T. G. Pires, C. L. B. Silva, A. M. Silva Filho, J. W. L. Nerys, A. J. Alves, V. M. Gomes, T. M. Pereira and W. P. Calixto, “Ground Resistance and Potential on the Soil Surface of Grids with Arbitrary Geometries”. *International Conference on Grounding and Earthing & 7th International Conference on Lightning Physics and Effects*, Porto de Galinhas, Brasil, 2016. ISSN: 1983-2184.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- a) Realizar o modelamento através do método das imagens complexas, ou outro método, que permita o cálculo para solos estratificados em mais de duas camadas horizontais;
- b) Equacionamento para contemplar eletrodos enterrados verticalmente no solo (hastes);
- c) Implementar computacionalmente o cálculo para malhas com eletrodos em diferentes profundidades;
- d) Implementação de algoritmo de otimização, utilizando o método proposto como simulador, de forma a se obter malha otimizada com o menor custo econômico e que atenda aos critérios de segurança e performance em qualquer terreno fornecido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. Medição da resistividade e determinação da estratificação do solo. **NBR 7117**, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, p. 1–64, 2012. [33](#), [35](#), [36](#), [37](#), [40](#)

_____. Sistemas de aterramento de subestações - requisitos. **NBR 15751**, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, p. 1–47, 2013. [33](#), [41](#), [48](#)

ALVES, A. C. B.; SILVA, B. P.; CABRAL, V. M.; MOTA, I. Determinação de potenciais na superfície do solo sobre uma malha energizada. In: **2014 Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos Conference (SBSE)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–7. [30](#)

BOULOS, P.; OLIVEIRA, I. C. **Geometria analítica: um tratamento vetorial**. 1. ed. São Paulo: MacGraw-Hill, 1986. [83](#)

CALIXTO, W. P. **Métodos matemáticos e computacional aplicados a prospecção geoeétrica com estratificação tridimensional**. Uberlândia, Minas Gerais: Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Elétrica, 2012. [33](#)

CALIXTO, W. P.; COIMBRA, A. P.; ALVARENGA, B.; MOLIN, J. P.; CARDOSO, A.; NETO, L. M. 3-d soil stratification methodology for geoelectrical prospection. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 27, n. 3, p. 1636–1643, 2012. [41](#)

CALIXTO, W. P.; NETO, L. M.; WU, M.; YAMANAKA, K.; MOREIRA, E. da P. Parameters estimation of a horizontal multilayer soil using genetic algorithm. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 3, p. 1250–1257, 2010. [40](#)

CAMPBELL, G. A. Mutual impedances of grounded circuits. **The Bell System Technical Journal**, v. 2, n. 4, p. 1–30, 1923. [71](#)

CHOW, Y. L.; SALAMA, M. M. A. A simplified method for calculating the substation grounding grid resistance. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 9, n. 2, p. 736–742, 1994. [30](#), [93](#)

COVITTI, A.; DELVECCHIO, G.; FUSCO, A.; LERARIO, F.; NERI, F. Two cascade genetic algorithms to optimize unequally spaced grounding grids with rods. **Computer as a Tool, 2005. EUROCON 2005. The International Conference on**, v. 2, p. 1533–1536, 2005. [30](#)

DAWALIBI, F.; BARBEITO, N. Measurements and computations of the performance of grounding systems buried in multilayer soils. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 6, n. 4, p. 1483–1490, 1991. [30](#)

DAWALIBI, F.; MUKHEDKAR, D. Optimum design of substation grounding in a two layer earth structure: Part i; analytical study. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 94, n. 2, p. 252–261, 1975. [30](#)

_____. Optimum design of substation grounding in a two layer earth structure: Part ii; comparison between theoretical and experimental results. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 94, n. 2, p. 262–266, 1975. [30](#)

_____. Optimum design of substation grounding in a two layer earth structure part: Iii; study of grounding grids performance and new electrodes configuration. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 94, n. 2, p. 267–272, 1975. [30](#)

DAWALIBI, F. P.; MA, J.; SOUTHEY, R. D. Behaviour of grounding systems in multilayer soils: a parametric analysis. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 9, n. 1, p. 334–342, 1994. [30](#)

DWIGHT, H. B. Calculation of resistances to ground. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 55, n. 12, p. 1319–1328, 1936. [29](#), [93](#)

ENDRENYI, J. Evaluation or resistivity tests for design of station grounds in nonuniform soil. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 82, n. 69, p. 966–970, 1963. [99](#), [100](#)

GARRETT, D. L.; PRUITT, J. G. Problems encountered with the average potential method of analyzing substation grounding systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-104, n. 12, p. 3585–3596, 1985. [77](#)

GHONEIM, S. S. M. **Optimization of grounding grids design with evolutionary strategies**. Duisburg, Germany: Univeristät Duisburg-Essen, Faculty of Enginnering Sciences, 2007. [93](#), [96](#), [118](#)

GIAO, T. N.; SARMA, M. P. Effect of a two-layer earth on the electric field near hvdc ground electrodes. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-91, n. 6, p. 2356–2365, 1972. [30](#)

GROSS, E. T. B.; CHITNIS, B. V.; STRATTON, L. J. Grounding grids for high-voltage stations [includes discussion]. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, v. 72, n. 2, 1953. [29](#)

HALLIDAY, D.; RESNIK, R.; WALKE, J. **Fundamentos de Física**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996. [56](#)

HEPPE a. J. Computation of potential at surface above an energized grid or other electrode, allowing for non-uniform current distribution. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-98, n. 6, p. 1978–1989, 1979. [29](#), [30](#), [53](#), [71](#), [77](#), [117](#), [118](#)

HOWE, G. W. O. Capacity of radio-telegraph antennae. **The Electrician**, v. 73, n. 68, p. 829, 859 e 906, 1914. [29](#)

HUANG, L.; CHEN, X.; YAN, H. Study of unequally spaced grounding groups. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 10, n. 2, p. 716–722, 1995. [20](#), [29](#), [100](#), [101](#), [102](#)

IEEE. Ieee guide for measuring earth resistivity, ground impedance, and earth surface potentials of a grounding system. **IEEE Std 81-2012 (Revision of IEEE Std 81-1983)**, p. 1–86, 2012. [33](#), [34](#), [39](#), [51](#)

_____. Ieee standard for qualifying permanent connections used in substation grounding. **IEEE Std 837-2014 (Revision of IEEE Std 837-2002)**, p. 1–59, 2014. [48](#)

_____. Ieee guide for safety in ac substation grounding. **IEEE Std 80-2013 (Revision of IEEE Std 80-2000/ Incorporates IEEE Std 80-2013/Cor 1-2015)**, p. 1–226, 2015. [29](#), [30](#), [33](#), [42](#), [44](#), [45](#), [46](#), [47](#), [48](#), [118](#)

LAGACE, P. J.; HOULE, J. L.; GERVAIS, Y.; MUKHEDKAR, D. Evaluation of the voltage distribution around toroidal hvdc ground electrodes in n-layer soils. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 3, n. 4, p. 1573–1579, 1988. [30](#)

LAURENT, P. G. Les bases generales de la technique des mises a la terre dans les installations electriques. **Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens**, v. 1, p. 368–402, 1951. [93](#)

NAHMAN, J.; SKULETICH, S. Irregularity correction factors for mesh and step voltages of grounding grids. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-99, n. 1, p. 174–180, 1980. [93](#)

NIEMAN, J. Unstellung von hochstspannungs-erdungsalagen aufden betrieb mit starr geerdetem sternpunkt. **Electrotechnische Zeitschrift**, v. 73, n. 10, p. 333–337, 1952. [93](#)

PALMER, L. S. Examples of geoelectric surveys. **Proceedings of the IEE - Part A: Power Engineering**, v. 106, n. 27, p. 231–241, 1959. [39](#)

PEREIRA FILHO, M. L. **Aplicação do método de imagens complexas ao cálculo de malhas de aterramento em solos com estratificação horizontal**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 1999. [77](#)

PIRES, T. G.; SILVA, C. L. B.; CALIXTO, W. P.; OLIVEIRA, D. N.; ALVES, A. J.; DOMINGUES, E. G.; DOMINGOS, J. L.; FURRIEL, G. P. Simulation and determination of grounding grid parameters in non-symmetrical shapes. **13th Brazilian Power Electronics Conference and 1st Southern Power Electronics Conference**, p. 1–5, 2015. [93](#)

PIRES, T. G.; SILVA, C. L. B.; OLIVEIRA, D. N.; NERYS, J. W. L.; ALVES, A. J.; CALIXTO, W. P. Computation of groundng grids parameters on unconventional geometry. **Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)**, p. 523–527, 2015. [73](#)

PIRES, T. G.; SILVA, C. L. B.; OLIVEIRA, D. N.; SILVA FILHO, A. M.; NERYS, J. W. L.; ALVES, A. J.; CALIXTO, W. P. Computation of resistance and potential of grounding grids in any geometry. **EEEIC 2016 - IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering**, 2016. [109](#)

PIRES, T. G.; SILVA, C. L. B.; SILVA FILHO, A. M.; NERYS, J. W. L.; ALVES, A. J.; GOMES, V. M.; PEREIRA, T. M.; CALIXTO, W. P. Ground resistance and potential on the soil surface of grids with arbitrary geometries. **International Conference on Grounding and Earthing e 7th International Conference on Lightning Physics and Effects**, 2016. [107](#)

ROEPER, R. **Correntes de curto circuito em redes trifásicas**. 5. ed. São Paulo: EPU : Siemens S.A., 1975. [42](#), [44](#)

SCHWARZ, S. J. Analytical expressions for the resistance of grounding systems [includes discussion]. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, v. 73, n. 2, 1954. [93](#)

SILVA, C. L. B.; PIRES, T. G.; OLIVEIRA, D. N.; SILVA FILHO, A. M.; NERYS, J. W. L.; ALVES, A. J.; CALIXTO, W. P. Optimization of grounding grids multi design geometry. **EEEIC 2016 - IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering**, 2016. [30](#)

SUNDE, E. D. **Earth conduction effects in transmission systems**. 1. ed. New York: Dover Publications, 1968. [30](#), [53](#)

SVERAK, J. G. Sizing of ground conductors against fusing. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-100, n. 1, p. 51–59, 1981. [93](#)

TAGG, G. F. Measurement of earth-electrode resistance with particular reference to earth-electrode systems covering a large area. **Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of**, v. 111, n. 12, p. 2118–2130, 1964. [30](#)

TELLÓ, M.; DIAS, G. A. D.; RAIZER, A.; ALMAGUER, H. D.; MUSTAFA, T. I.; COELHO, V. L. **Aterramento elétrico impulsivo, em baixa e alta frequências: com apresentação de casos**. 1. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007. [118](#)

THAPAR, B.; GEREZ, V.; BALAKRISHNAN, A.; BLANK, D. A. Simplified equations for mesh and step voltages in an ac substation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 6, n. 2, p. 601–607, 1991. [30](#)

THAPAR, B.; GROSS, E. T. B. Grounding grids for high-voltage stations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 82, n. 68, p. 782–788, 1963. [30](#)

VISACRO, S. F. **Aterramentos elétricos: conceitos básicos, técnicas de medição e instrumentação, filosofias de aterramento**. 1. ed. São Paulo: Artliber Editora, 2002. [34](#), [51](#)

WENNER, F. A method of measuring earth resistivity. **Bulletin of the Bureau of Standards**, v. 12, p. 469–478, 1916. [38](#)