



Universidade Federal de Goiás (UFG)
Instituto de Matemática e Estatística (IME)
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)



JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

**Ensino de área de polígonos planos com
software GeoGebra por meio do
GeoGebrabook**

GOIÂNIA

2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

3. Título do trabalho

Ensino de área de polígonos planos com software Geogebra por meio do GeogebraBook.

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(a) autor(a) e ao(a) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Rosane Gomes Pereira, Professora do Magistério Superior**, em 06/06/2025, às 09:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jordana Augusta Gomes De Almeida**, **Usuário Externo**, em 06/06/2025, às 17:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5351707** e o código CRC **C8266D95**.

Referência: Processo nº 23070.024218/2025-98

SEI nº 5351707

JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

**Ensino de área de polígonos planos com
software GeoGebra por meio do
GeoGebrabook**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós – Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Matemática e Estatística (IME), da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dra. Rosane Gomes Pereira

GOIÂNIA

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Almeida, Jordana Augusta Gomes de
Ensino de área de polígonos planos com software GeoGebra por meio do GeoGebrabook [manuscrito] / Jordana Augusta Gomes de Almeida. - 2025.
lxxxix, 89 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Rosane Gomes Pereira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2025.

Bibliografia. Apêndice.
Inclui lista de figuras.

1. Cálculo de área. 2. Geometria plana. 3. Ensino de geometria. 4. Geogebra. 5. Geogebrabook. I. Pereira, Rosane Gomes, orient. II. Título.

CDU 51



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 34 da sessão de Defesa de Dissertação de **Jordana Augusta Gomes de Almeida**, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em **Matemática do Ensino Básico**.

Aos vinte e seis dias do mês de maio de dois mil e vinte e cinco, a partir das 18:30h, **por meio de videoconferência** (<https://meet.google.com/zib-ccyk-ywb>), realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “**Ensino de área de polígonos planos com software Geogebra por meio do GeogebraBook**”. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora ROSANE GOMES PEREIRA (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora KAMILA DA SILVA ANDRADE (IME/UFG) e membro titular externo, a Professora Doutora ADRIANA ARAUJO CINTRA (IME/UFG). Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora Rosane Gomes Pereira, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e seis dias do mês de maio de dois mil e vinte e cinco.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Rosane Gomes Pereira, Professora do Magistério Superior**, em 06/06/2025, às 09:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Kamila Da Silva Andrade, Professor do Magistério Superior**, em 06/06/2025, às 10:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Adriana Araujo Cintra, Professora do Magistério Superior**, em 06/06/2025, às 11:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5351455** e o código CRC **2CC38ABD**.

Dedico este trabalho aos meus ex-alunos, atuais e futuros, que, de alguma forma, me motivaram a buscar constantemente a melhoria como profissional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e pela resiliência que me concedeu.

Ao meu marido, Welber, que me apoiou incansavelmente, entre altos e baixos, durante todo o curso. Eu te amo.

Aos meus pais, que sempre me incentivaram e ofereceram todo suporte em minha vida acadêmica.

Aos professores do IME, que não mediram esforços para compartilhar todo o conhecimento conosco, especialmente considerando que nossa turma foi desafiadora.

Aos meus colegas do PROFMAT, em especial ao Wallisson Policarpo, sem o qual eu até teria concluído o curso, mas não com a mesma excelência.

À minha orientadora, Dra. Rosane Gomes Pereira, que, embora eu não tenha sido sua aluna direta, desempenhou seu papel de forma brilhante, me orientando e me pressionando quando necessário.

Aos meus colegas de trabalho pelo apoio durante o curso. A colaboração e compreensão de vocês foram importantes para que eu conseguisse conciliar as responsabilidades e concluir essa etapa.

Aos meus alunos, que, durante as épocas de provas, sempre pareciam gostar de me ver sofrer.

A todas as pessoas que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a conclusão deste mestrado.

E, por fim, à UFG, por me proporcionar uma experiência incrível, por meio do PROFMAT.

“Faça o teu melhor nas condições que você tem, enquanto você não tem condições melhores para fazer melhor ainda!”

Mário Sergio Cortella

RESUMO

Esta pesquisa, de cunho bibliográfico, apresenta definições e conceitos da geometria plana, mais especificamente o cálculo da área de figuras planas. O trabalho inclui uma contextualização histórica, abordando as principais civilizações que desenvolveram uma geometria empírica até chegar a Euclides, que, em sua obra *Elementos*, demonstra as fórmulas para o cálculo da área de figuras planas. A pesquisa também investiga os documentos norteadores da educação básica, evidenciando a importância do estudo da geometria no ensino fundamental e médio. Destaca-se, ainda, a relevância do conhecimento matemático para os professores, com ênfase nas fórmulas discutidas neste trabalho. Por fim, foi elaborada uma sequência didática que permite aos professores aplicar, em sala de aula, os conhecimentos adquiridos ao longo da pesquisa. A sequência didática, construída dentro do software Geogebra, mais especificadamente no GeogebraBook, facilita o esclarecimento visual de dúvidas recorrentes dos estudantes durante as explicações teóricas sobre o cálculo de área, possibilitando que os alunos alcancem as habilidades previstas na BNCC.

Palavras-chave

Geometria plana, Cálculo de área, História da geometria, Ensino de geometria, Geogebra, GeogebraBook.

ABSTRACT

This bibliographic research presents definitions and concepts of plane geometry, with a specific focus on the calculation of the area of plane figures. The work includes a historical contextualization, addressing the main civilizations that developed empirical geometry until reaching Euclid, who, in his work *Elements*, demonstrates the formulas for calculating the area of plane figures. The research also examines the guiding documents of basic education, highlighting the importance of studying geometry in both elementary and high school levels. Furthermore, the relevance of mathematical knowledge for teachers is emphasized, particularly concerning the formulas discussed in this work. Finally, a didactic sequence was developed to enable teachers to apply, in the classroom, the knowledge acquired throughout the research. This didactic sequence, built using GeoGebra software—specifically through the GeoGebraBook tool—facilitates the visual clarification of common student doubts during theoretical explanations of area calculation, allowing students to achieve the skills outlined in the BNCC.

Keywords: Plane geometry, Area calculation, History of geometry, Teaching of geometry, Geogebra, GeogebraBook.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Papiro de Rhind	18
Figura 2: Sistema sexagesimal babilônico	20
Figura 3: Altar Indiano.....	22
Figura 4: Fragmento de um papiro com texto de Euclides	24
Figura 5: Quadrado J	34
Figura 6: quadrado contendo retângulos P.....	37
Figura 7: paralelogramo de base b e altura a	37
Figura 8: Paralelogramo inscrito em um retângulo	38
Figura 9: Paralelogramo dividido em dois triângulos.....	39
Figura 10: Trapézio.....	39
Figura 11: Quadrado unitário	43
Figura 12: Quadrado de lado 3.	44
Figura 13: Retângulo de lados 4 de base e 2 de altura.....	44
Figura 14: Formação do retângulo a partir do paralelogramo	45
Figura 15: Paralelogramo ABCD	45
Figura 16: Triângulo ACD	46
Figura 17: Trapézio dividido em dois triângulos.....	47
Figura 18: Cálculo da área de um retângulo.....	49
Figura 19: Cálculo da área de um trapézio.....	49
Figura 20: Cálculo da área de um triângulo	50
Figura 21: Comando para criar um triângulo	51
Figura 22: Comando para adicionar a altura	52
Figura 23: Área do retângulo e triângulo	52
Figura 24: Construção da reta.....	54
Figura 25: Construção do retângulo e do triângulo	54
Figura 26: Cálculo da área da figura completa.....	55
Figura 27: Criação do retângulo 20x30.....	56
Figura 28: Trapézio inscrito em um retângulo	57
Figura 29: Cálculo da área do trapézio e do retângulo	57
Figura 30: Região irregular	58
Figura 31: Divisão da região irregular em formas geométricas conhecidas	59

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. FUNDAMENTAÇÃO HISTÓRICA	17
2.1 Egito	17
2.2 Babilônia.....	19
2.3 Índia.....	21
2.4 Grécia	23
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
3.1 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)	26
3.2 Documento Curricular Para Goiás (DC-GO)	27
3.3 Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação	29
3.4 O <i>Software</i> GeoGebra	30
4. ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.....	32
4.1 Área do Quadrado	33
4.3 Área do Retângulo	36
4.4 Área do Paralelogramo.....	37
4.5 Área do Triângulo	38
4.6 Área do Trapézio.....	39
5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	41
5.1 Área De Figuras Planas	42
5.2 Atividade 1: explorando áreas de figuras planas no geogebra	48
5.3 Atividade 2: demonstrar visualmente a área de cálculo de triângulo	50
5.4 Atividade 3: área de uma figura composta (retângulo e triângulo)	53
5.5 Atividade 4: área de um jardim m formato de trapézio no meio de um terreno retangular.....	55
5.6 Atividade 5: Cálculo de área de uma região irregular.....	58
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
8. APÊNDICE A: GEOGEBRABOOK	64

1. INTRODUÇÃO

De acordo com Philippe Perrenoud ([2000](#)), “Ser professor é construir continuamente sua competência, reinventar sua prática e adaptar-se às mudanças da sociedade”. Partindo dessa necessidade de aprimoramento profissional, surgiu o interesse em ingressar no PROFMAT, programa de mestrado voltado ao aperfeiçoamento de professores da educação básica. A ideia para este trabalho surgiu a partir de uma aula em que eu estava ensinando sobre perímetros e áreas. Durante a explicação, um estudante questionou: “Por que, para calcular o perímetro, somamos os quatro lados, enquanto para calcular a área, multiplicamos apenas dois deles?”. Este questionamento evidenciou que a assimilação da definição de área não ocorreu, logo ele não conseguiu deduzir que a quantidade de unidades dispostas na superfície de um quadrilátero regular era equivalente a multiplicar dois de seus lados.

Neste momento, houve a percepção de que utilizar fórmulas prontas e cálculos algébricos, fazendo com que o estudante apenas aplicasse as fórmulas para encontrar um número referente à área da figura investigada, sem considerar as construções geométricas, o motivo daquela fórmula específica ou mesmo a compreensão do que é área, não estava surtindo o efeito desejado. A partir dessa percepção, foi feita uma pesquisa nos documentos que norteiam a educação básica, como a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) e o DC-GO (Documento Curricular para o Estado de Goiás), para verificar quais são as habilidades necessárias para tal compreensão. Uma das habilidades voltadas para o conteúdo de áreas no ensino fundamental II é:

(EF06MA24) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento (GOIÁS, [2019a](#), p. 395).

Com o conhecimento das habilidades encontradas em tais documentos, que estão listadas no capítulo 5, iniciou-se uma investigação para descobrir onde falhava o processo de ensino/aprendizagem para aqueles estudantes, já que muitos relataram a mesma dificuldade. A constatação de que os materiais didáticos utilizados à época não atendiam de maneira clara às necessidades de aprendizagem dos estudantes quanto à compreensão do conceito de área motivou a escolha do tema desta dissertação. Após iniciar a disciplina de Geometria no segundo semestre do mestrado, percebi que o que faltava, na verdade, era um conhecimento mais detalhado sobre o assunto. Sendo assim, aprofundamos o estudo em Geometria com o

auxílio de autores de referência, como Elon Lages Lima (2009) e João Lucas Barbosa (1995), que deram base teórica aos conhecimentos matemáticos apresentados aqui. Esse aprofundamento, aliado à compreensão das demonstrações e à prática de exercícios, tem sido fundamental para consolidar minha preparação, permitindo-me abordar o conteúdo de área em sala de aula com mais segurança e embasamento.

De acordo com D'Ambrosio ([1996](#), p. 29), “Uma percepção da história da matemática é essencial para qualquer discussão sobre a matemática”. Partindo dessa perspectiva, buscamos a abordagem histórica da geometria. A investigação nos levou às civilizações antigas, como Egito e Babilônia, onde o estudo de áreas era aplicado na agricultura e nas construções. Na Índia, encontramos a fórmula de Heron, que permite calcular a área de um triângulo sem conhecer sua altura, utilizando apenas as medidas dos lados. Por fim, chegamos à Grécia, berço da matemática como a conhecemos hoje, com teoremas e demonstrações rigorosas. Foi na Grécia que viveu Euclides, fundador da famosa escola de matemática de Alexandria e autor da obra mais estudada do mundo, exceto a Bíblia. A obra em questão é *Elementos*, composta por 13 livros e 465 proposições.

Parece que esse trabalho notável imediata e completamente superou todos os Elementos precedentes; de fato, nenhum vestígio restou de esforços anteriores. Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra-prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular (EVES, [2011a](#), p. 167).

Ao compilar todos esses conhecimentos, consolidamos uma base que nos permite ministrar aulas sobre o tema de forma mais qualificada e fundamentada. Porém, ainda necessitava de abordagens didáticas mais eficazes, destacadas a importância do uso de diferentes formas de ensinar Geometria.

A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do Teorema de Pitágoras (BRASIL, [2017a](#), p. 272).

Diante desse cenário, optamos por utilizar a tecnologia como ferramenta didática, por meio do *software* GeoGebra. Presente em mais de 190 países e ganhador de diversos prêmios, o software possui interfaces dinâmicas e de fácil manuseio, permitindo que qualquer pessoa aprenda a usá-lo rapidamente, com um simples tutorial. Considerando todas essas facilidades, produzimos um GeoGebraBook — livro digital dentro do *software* — com definições escritas de maneira simples, para facilitar a compreensão do estudante, demonstrações visuais e

animadas dessas definições, além de atividades que foram elaboradas para que o professor possa explorar diversas figuras geométricas (quadrados, retângulos, triângulos etc.) de forma visual. Em todas as atividades, há um tópico intitulado “Exploração”, que visa estimular a curiosidade e a criatividade dos estudantes, com perguntas que os incentivam a pensar além do convencional.

Este trabalho tem como objetivo proporcionar conhecimento teórico a professores interessados em aprimorar suas habilidades no ensino da Geometria, com isso possibilitar uma aprendizagem efetiva por parte dos estudantes, para o estudo dessa área da matemática.

O primeiro capítulo é estruturado com base em uma revisão bibliográfica, abordando a história dos cálculos de área. Civilizações antigas já buscavam medir e dividir espaços, seja para cultivo agrícola, construção ou organização social. As primeiras tentativas de medir áreas de figuras planas surgiram de maneira empírica, com base em observações e práticas cotidianas. Na Grécia Antiga, o matemático Euclides avançou significativamente no estudo da geometria e das áreas. Em sua obra *Elementos*, formalizou os conceitos geométricos e provou, de maneira rigorosa, as fórmulas para o cálculo das áreas de figuras simples, como quadrados e triângulos.

O segundo capítulo descreve a análise dos documentos norteadores da educação básica brasileira, como a BNCC e o DC-GO. A pesquisa teve como objetivo identificar os conteúdos de Geometria ministrados na educação básica, analisando sua importância e as habilidades que os estudantes devem desenvolver após a aprendizagem. Este capítulo também apresenta a história do software utilizado para a produção do produto educacional, o GeoGebra.

O terceiro capítulo destina-se às demonstrações matemáticas, fundamentadas principalmente nos escritos do renomado matemático brasileiro Elon Lages Lima, com contribuições complementares de outros autores consagrados. Em sua obra *Medida e Forma em Geometria*, Lima apresenta de maneira clara e rigorosa as definições e demonstrações das fórmulas para o cálculo da área de figuras planas, oferecendo uma base sólida para o desenvolvimento deste estudo.

O quarto capítulo descreve a elaboração do produto educacional, que aborda a teoria do cálculo de áreas de maneira empírica, utilizando o GeoGebra. Este software permite a criação de um livro virtual que engloba teoria e atividades dinâmicas, que podem ser reproduzidas em qualquer parte do mundo.

Dessa forma, este estudo busca melhorar a compreensão dos estudantes sobre os conteúdos de Geometria, por meio de um trabalho diferenciado que o professor poderá realizar utilizando as atividades aqui apresentadas, visando atender às habilidades propostas pela BNCC e pelo DC-GO.

A seguir, no capítulo 2, apresentaremos um breve contexto histórico, levando o leitor a passar pelas civilizações antigas, berço das principais descobertas matemáticas, fazendo-o observar a necessidade de estudar geometria não apenas pelo cálculo de fórmulas, mas também pelas construções geométricas.

2. FUNDAMENTAÇÃO HISTÓRICA

Neste capítulo faremos uma abordagem histórica sobre geometria, desde civilizações antigas até onde as fórmulas para calcular áreas de figuras planas foram elaboradas e demonstradas, como conhecemos hoje.

Para Boyer (2012a), “o desenvolvimento da geometria pode muito bem ter sido estimulado pela necessidade prática de construção e de demarcação de terras, ou pelo sentimento estético por design e ordem”. Essa perspectiva comprova as teorias desenvolvidas pelas civilizações antigas, até que Euclides, em sua obra mais famosa “Elementos”, sistematizou e demonstrou os conceitos geométricos que permanecem fundamentais para a humanidade até os dias atuais.

Antes de abordar as contribuições das civilizações antigas para o desenvolvimento da geometria, é importante destacar que cada cultura utilizava esse conhecimento com base em suas necessidades práticas e na compreensão empírica. A seguir, serão apresentadas as principais contribuições de diferentes povos, começando pelo Egito, cuja geometria se destacou na medição de terras e na construção de monumentos.

2.1 Egito

A matemática egípcia é prática e concreta, voltada para resolver problemas do dia a dia, como medir terras, calcular volumes de grãos e construir monumentos. Mesmo que pareça simples, ela demonstra uma habilidade impressionante para lidar com números e resolver problemas complexos sem a abstração dos números irracionais ou negativos (BOYER, 2012b, p. 24).

O Egito Antigo foi uma civilização, localizada ao longo do rio Nilo, no nordeste da África, governada por uma dinastia teocrática intimamente ligada a classe sacerdotal, em que os trabalhos manuais eram realizados por uma grandiosa quantidade de pessoas que eram escravizadas, vindas de nações estrangeiras. Desenvolveu-se por mais de três milênios, de aproximadamente 3100 a.C., com a unificação do Alto e do Baixo Egito, até a conquista romana em 30 a.C.

Os egípcios antigos deixaram um legado em diversas áreas, como a arquitetura monumental, representada pelas pirâmides e templos, a escrita hieroglífica e avanços na astronomia. Eles desenvolveram sistemas para lidar com a medição de terras, construção de estruturas e gestão de recursos.

A matemática egípcia, com seu sistema numérico baseado em potências de dez e métodos práticos para calcular áreas, volumes e frações, reflete a engenhosidade dessa civilização. A geometria era amplamente utilizada para a mensuração de áreas de terras e o cálculo de volumes, como o de grãos. Os egípcios possuíam métodos para calcular a área de círculos e o volume de cilindros retos, além de conseguirem determinar a área de triângulos de forma semelhante ao que fazemos hoje. Evidências desses conhecimentos foram encontradas no papiro Rhind (Figura 1), que contém 85 problemas matemáticos, dos quais 26 são de natureza geométrica. Para estudos mais aprofundados sobre o tema, sugiro o livro do Howard Eves, *Introdução à História da Matemática*.

O papiro de Rhind intitula-se *Instruções para conhecer todas as coisas secretas* é, sem dúvida, o melhor documento, relativo aos conhecimentos matemáticos dos egípcios.

Figura 1: Papiro de Rhind



Fonte: <https://ensinarhistoria.com.br/a-matematica-egipcia-no-papiro-de-rhind/>

O mais notável sobre a matemática egípcia é que ela parecia ser suficiente para as necessidades dos egípcios por milhares de anos. A cultura egípcia é famosa por sua arquitetura impressionante e por seu alto grau de organização social e estabilidade. Essas foram realizações tremendas e, no entanto, os egípcios parecem ter conseguido tudo isso com um sistema matemático muito simples, um sistema com o qual aparentemente estavam bastante satisfeitos. (TABAK, 2004a, p.11)

Embora as impressionantes construções, como as pirâmides, sugiram um elevado nível de sofisticação científica, muitos dos métodos geométricos utilizados pelos egípcios

apresentavam imprecisões. Apesar de permitirem a realização de cálculos práticos para resolver problemas cotidianos, esses métodos continham erros significativos, evidenciando que o conhecimento geométrico da época ainda era limitado.

2.2 Babilônia

De acordo com Eves ([2011b](#)) “A geometria tem suas origens nas primeiras civilizações, remontando a aproximadamente 2000 a.C. Esta originou-se, de maneira intuitiva, na Babilônia a partir da necessidade de mensurar os terrenos e cálculo de volumes”.

A Babilônia situava-se em uma região estratégica da Mesopotâmia, onde transitavam numerosas caravanas comerciais, o que a tornava um ponto de encontro cultural, mas também suscetível a invasões e conflitos frequentes. Localizada entre os rios Tigre e Eufrates, a cidade era beneficiada por solos férteis, mas também exigia a realização de grandes obras de engenharia hidráulica, como sistemas de canais e reservatórios, para controlar o fluxo das águas e garantir a irrigação necessária ao desenvolvimento agrícola e urbano.

o sistema sexagesimal de valor posicional, que fez dos matemáticos babilônios soberanos no cálculo, e portanto, não é surpreendente que a matemática babilônica mostre uma forte preferência pelo que hoje chamaríamos de álgebra e teoria dos números (AABOE, [1998](#), p. 29)

Os babilônios são reconhecidos por avanços em várias áreas, incluindo a escrita cuneiforme, a astronomia e, especialmente, a matemática. Sua matemática, profundamente influenciada por sua base sexagesimal (sistema numérico de base 60) mostrada na Figura 2, destaca-se por sua sofisticação, permitindo cálculos avançados em geometria, álgebra e astronomia. Eles foram pioneiros na resolução de equações quadráticas e cúbicas, tabelas de multiplicação e métodos para lidar com números fracionários e irracionais.

Figura 2: Sistema sexagesimal babilônico

Ⅰ	1	Ⅱ	2	Ⅲ	3	Ⅳ	4	Ⅴ	5
Ⅲ	6	Ⅳ	7	Ⅴ	8	Ⅵ	9	Ⅶ	10
Ⅰ Ⅰ	11	Ⅰ Ⅱ	12	Ⅰ Ⅲ	13	Ⅰ Ⅳ	14	Ⅰ Ⅴ	15
Ⅰ Ⅲ	16	Ⅰ Ⅳ	17	Ⅰ Ⅴ	18	Ⅰ Ⅵ	19	Ⅰ Ⅶ	20
Ⅰ Ⅰ Ⅰ	21	Ⅰ Ⅰ Ⅱ	22	Ⅰ Ⅰ Ⅲ	23	Ⅰ Ⅰ Ⅳ	24	Ⅰ Ⅰ Ⅴ	25
Ⅰ Ⅰ Ⅲ	26	Ⅰ Ⅰ Ⅳ	27	Ⅰ Ⅰ Ⅴ	28	Ⅰ Ⅰ Ⅵ	29	Ⅰ Ⅰ Ⅶ	30
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ	31	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅱ	32	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅲ	33	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅳ	34	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅴ	35
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅲ	36	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅳ	37	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅴ	38	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅵ	39	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅶ	40
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ	41	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅱ	42	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅲ	43	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅳ	44	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅴ	45
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅲ	46	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅳ	47	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅴ	48	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅵ	49	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅶ	50
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ	51	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅱ	52	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅲ	53	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅳ	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅴ	55	
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅲ	56	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅳ	57	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅴ	58	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅵ	Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅶ	60	

Fonte: Roque, T. (2012). História da matemática. Brasil: Zahar.

A geometria babilônica se relaciona intimamente com a mensuração prática. Os babilônios do período 2000 a.C. a 1600 a.C. deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área de um triângulo genérico), da área de um trapézio retângulo (EVES, 2011c, p. 60).

A geometria babilônica não era apenas teórica, mas também aplicada à vida cotidiana, servindo para calcular áreas de terrenos, volumes de estruturas e organizar o calendário. Em 1936 desenterrou-se em Susa, próximo da Babilônia, um grupo de tábulas dos Antigos Babilônios. Uma delas compara as áreas e os quadrados dos lados dos polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 e 7 lados. Este legado matemático revela a engenhosidade de uma sociedade que influenciou o desenvolvimento das ciências exatas por séculos.

Os babilônios já possuíam conhecimentos sobre o cálculo de áreas de figuras geométricas como retângulos, triângulos e trapézios retângulos. Inclusive, eles já

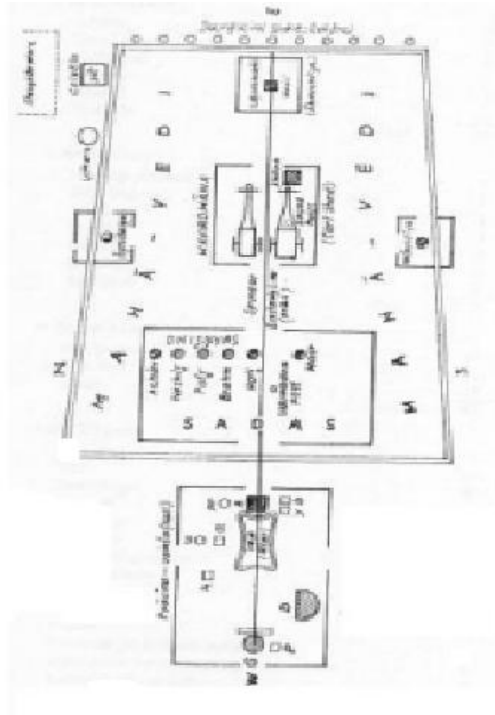
trabalhavam com conceitos relacionados a triângulos isósceles. Entretanto, um dos aspectos mais notáveis da matemática babilônica era a sua avançada álgebra, pois para Struik (1992a) os problemas geométricos babilônicos nada mais eram que uma forma de representar problemas algébricos não triviais. Problemas esses, elaborados geometricamente, que exigiam alto grau de conhecimento algébrico e raciocínios complexos, demonstrando a capacidade matemática dessa civilização.

Apesar dos egípcios e babilônios terem desenvolvido técnicas geométricas, esses conhecimentos eram apenas práticos. Garcez (2014) enfatiza que foi apenas na Grécia que a matemática começou a assumir um caráter mais teórico, com demonstrações formais e a busca por um sistema lógico estruturado.

2.3 Índia

Entre 3000 e 1500 a.C. viveu na Índia, na região do vale do rio Indo, localizada ao sul da Ásia, perto das margens do deserto de Thar, um povo que habitava cidades e cultivava a agricultura. Pouco se sabe sobre esse povo, já que foram dizimados por nômades, os arianos, que se estabeleceram como classe dominante sem se misturarem com os demais. Apesar das invasões recorrentes a Índia, seu povo desenvolveu sistemas avançados de planejamento urbano, medição e arquitetura. Os hindus utilizavam de trapézios isósceles, como mostrado na Figura 4, para construção de altares, onde depositavam todas as esperanças de saúde e riqueza.

Figura 3: Altar Indiano



Fonte: GASPAR (2004, p. 199).

De acordo com Eves (2011f), “Os hindus não eram proficientes em geometria. Eram pouco comuns as demonstrações no sentido estrito da palavra e inexistiam procedimentos postulacionais. Sua geometria era largamente empírica”.

Nesta civilização, o desenvolvimento da geometria não atingiu o mesmo grau de sofisticação observado em outras culturas, como a grega, mas teve aplicações práticas significativas, especialmente na mensuração. Os indianos utilizavam conceitos geométricos na construção de altares religiosos, empregando, por exemplo, a relação pitagórica para garantir precisão. Além disso, desenvolveram procedimentos específicos para resolver problemas geométricos, como a determinação de um quadrado equivalente à soma ou diferença de dois outros quadrados. Há evidências de sistemas padronizados de pesos e medidas, que mostram um entendimento avançado de geometria e aritmética.

Os Vedas são textos sagrados que incluem conhecimentos sobre filosofia, ciência e matemática. O *Sulba Sutras*, parte dos Vedas, contém regras geométricas, incluindo fórmulas que antecipam o Teorema de Pitágoras.

Estas regras são encontradas entre prescrições rituais, algumas delas relacionadas com a construção de altares. Encontramos aí fórmulas para a construção de quadrados e retângulos e expressões para a relação entre a diagonal e os lados do quadrado e para a equivalência de círculos e quadrados. (STRUİK, 1992c, p. 64)

Uma importante contribuição indiana, dos matemáticos Brahmagupta e Mahāvīra foi a fórmula de Herão para calcular a área de um triângulo qualquer. Esta fórmula é enunciada como:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

onde, p é o semiperímetro e a , b , c são as medidas dos lados de um triângulo. Como também a fórmula para calcular a área de um quadrilátero cíclico, dada por:

$$A = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

onde p é o semiperímetro e a , b , c , d são medidas dos lados de um quadrilátero.

De acordo com Tabak (2004b) “Os matemáticos que desenvolveram essa abordagem altamente imaginativa para a matemática pareciam ter pouco interesse em demonstrar a correção de seus resultados, pois erros nos próprios textos passavam despercebidos”. Sendo assim, nota-se que a qualidade da matemática hindu não era associada a demonstrações e deduções e sim a uma forma empírica de se fazer cálculos.

2.4 Grécia

A Grécia, no Período Helénico de 800-336 a.C, era uma junção de cidades-estados situados em uma mistura de ilhas rochosas e penínsulas ao leste do mar Mediterrâneo.

Surgiu na ilha grega de Creta uma civilização que dominava escrita e leitura, chamada de minoica, conhecida pelos palácios, como Cnossos, e pela influência marítima. Já a Grécia continental era povoada pelos micênicos, um povo guerreiro, porém alfabetizado, aos quais é atribuída a famosa Guerra de Troia. Entre 1200 e 1150 a.C., chamada de idade das trevas, essas civilizações foram destruídas abruptamente por invasores bárbaros vindos da Ásia.

O período Arcaico, de 800–500 a.C., foi marcado pelo Ressurgimento Cultural, com o reaparecimento da escrita e literatura, incluindo obras como a *Iliada* e a *Odisseia* de Homero e o desenvolvimento das cidades-estado (*pólis*), como Atenas, Esparta e Corinto. Até chegar ao período clássico, entre 500 e 323 a.C., em que Atenas se desenvolveu politicamente e filosoficamente, desenvolvendo a matemática por meio de grandes nomes como Euclides e Pitágoras.

Para Eves (2011d) e Boyer (2012c), foi na Grécia que a humanidade começou a questionar os porquês de afirmações já estabelecidas na matemática. Por exemplo, por que "os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?" ou ainda, por que "o diâmetro de um

círculo o divide ao meio?"

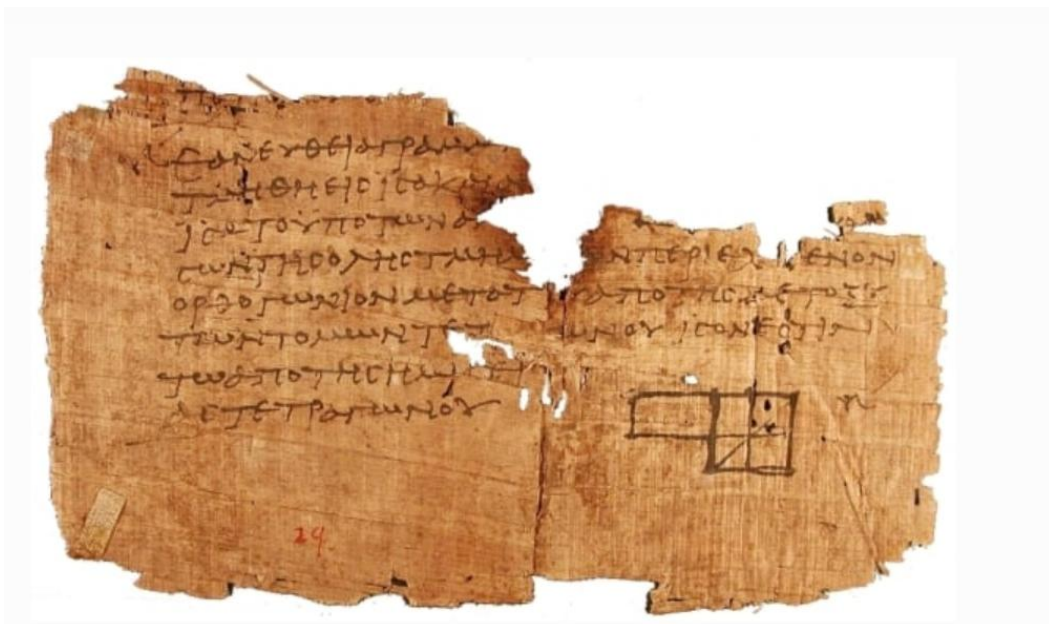
Dessa forma, apenas mostrar o passo a passo da solução de qualquer problema já não era suficiente para que os racionalistas acreditassem na veracidade dos cálculos.

Assim, a geometria como a conhecemos hoje, com demonstrações rigorosas, teve início nesse período, com Tales de Mileto conhecido como primeiro “matemático de verdade”, na primeira metade do século VI a.C.

Os *Elementos* de Euclides não são apenas um dos maiores marcos da matemática, mas também um dos mais influentes tratados científicos já escritos. Por séculos, ele foi o modelo de raciocínio dedutivo e rigor lógico. (EVES, [2011e](#), p. 141)

Euclides, foi um matemático grego que viveu por volta de 300 a.C. em Alexandria. Sua obra mais famosa, *Elementos*, é uma coleção de 13 livros que compila e sistematiza o conhecimento geométrico da época, abrangendo desde conceitos básicos até teoremas avançados de geometria, teoria dos números e proporções. No livro VI, Euclides ([2009a](#)) aborda uma generalização do método de aplicação da área de figuras planas, pois a base sólida para tal generalização é encontrada nos livros II e V. Struik ([1992b](#), p.91) ressalta que “O tratamento de Euclides baseia-se numa dedução estritamente lógica de teoremas, de um conjunto de definições, postulados e axiomas”.

Figura 4: Fragmento de um papiro com texto de Euclides



Fonte: disponível em <https://grecoantiga.org/arquivo.asp?num=0719>

Elementos, mostrado em um fragmento na Figura 3, tornou-se uma das obras mais

influentes da história da matemática. Depois da Bíblia, é considerado um dos livros mais reproduzidos, tendo sido editado em mais de 1.000 edições ao longo dos séculos. Foi utilizado como o principal manual de ensino de geometria por mais de 2.000 anos.

No entanto, apesar da imensa popularidade de Euclides, não há escritos originais ou manuscritos que possam ser datados diretamente da época em que ele viveu. As cópias mais antigas dos *Elementos* que chegaram até nós são versões que foram copiadas por estudiosos em períodos posteriores.

O desenvolvimento da geometria básica até Euclides se assemelha significativamente à estrutura que conhecemos atualmente. As fórmulas utilizadas ainda hoje são, em grande parte, aquelas que ele propôs e demonstrou. Sua obra *Elementos* serviu como base para inúmeros estudos posteriores e para o desenvolvimento de geometrias mais avançadas, embora não tenha incluído abordagens específicas para o cálculo de áreas.

Observa-se que a Geometria tem sido objeto de estudo desde as civilizações mais antigas, evoluindo até o momento em que a humanidade passou a questionar a necessidade de comprovação daquilo que se utilizava empiricamente como matemática. Com base nesse pressuposto, os próximos capítulos abordam os documentos norteadores da educação básica, BNCC e DC-GO, as definições de área e de figuras geométricas bem como as demonstrações das fórmulas matemáticas utilizadas para o cálculo de áreas de figuras planas.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, serão abordados os documentos norteadores da educação básica brasileira, as tecnologias digitais (TDCIs), assim como a história do software GeoGebra, que foi utilizado neste trabalho. Em âmbito federal o documento é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) e âmbito estadual o Documento Curricular para Goiás (DC-GO, 2019).

3.1 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular é um documento norteador para a educação brasileira, que define as competências e habilidades que os estudantes devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar. No que diz respeito à Geometria, a BNCC destaca a notoriedade não somente como uma área do conhecimento matemático, mas como uma disciplina essencial para o desenvolvimento do pensamento espacial, da capacidade de abstração e da compreensão do mundo físico. O documento relata que (BRASIL, [2017b](#), p.271) “A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”. Enfatizando que a Geometria é de suma importância para que os estudantes adquiram uma compreensão mais profunda e concreta das formas, tamanhos, posições, direções e propriedades dos objetos ao seu redor. A Geometria não é tratada como um conteúdo isolado, mas como parte integrante do desenvolvimento das competências matemáticas globais.

A BNCC organiza o ensino da Geometria de maneira progressiva e articulada, garantindo que os estudantes avancem de habilidades mais simples para mais complexas ao longo dos anos escolares. No Ensino Fundamental, os alunos começam a explorar formas geométricas básicas, padrões, simetrias, e conceitos de medida. Esse primeiro contato com a Geometria é essencial para construir uma base sólida de conhecimento e para promover o desenvolvimento do raciocínio espacial.

À medida que avançam para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, os estudantes passam a explorar conceitos mais complexos, como teoremas geométricos, transformações no plano, trigonometria e geometria analítica. A ênfase está na aplicação prática desses conceitos, permitindo que os estudantes relacionem a Geometria com outras áreas do conhecimento, como Física e Artes.

Competências e Habilidades Relacionadas

Entre as competências gerais que a BNCC propõe para o ensino da Geometria, destacam-se:

1. Pensamento Computacional e Lógico: a Geometria contribui para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático.
2. Capacidade de Abstração: ao trabalhar com figuras e formas abstratas, os estudantes desenvolvem a habilidade de pensar de maneira abstrata.
3. Aplicação de Conceitos Matemáticos no Cotidiano: a Geometria, ao ser relacionada com o mundo real, permite que os estudantes compreendam e apliquem conceitos matemáticos em situações do dia a dia.

3.2 Documento Curricular Para Goiás (DC-GO)

O DC-GO é um documento específico para as escolas do Estado de Goiás, elaborado com base na BNCC. Desenvolvido por uma equipe especializada de diversas áreas do conhecimento, contou também com a participação de professores da rede estadual de educação, que contribuíram por meio de consultas públicas e reuniões nas escolas. Dessa forma, todos os profissionais da educação foram incluídos no processo de elaboração do DC-GO.

A Matemática no DC-GO apresenta habilidades integradas a conceitos, procedimentos e processos fundamentais, como a linguagem matemática, o letramento matemático, a resolução de problemas, a modelagem matemática e a investigação matemática (GOIÁS, [2019b](#), p.380).

O que garante ao estudante uma variação de saberes, para que ele seja protagonista do processo de ensino/aprendizagem que serão aplicados em suas relações externas à escola.

No ensino fundamental, o currículo de geometria aborda, no 6º ano, conceitos iniciais como localização, construção de lugares geométricos e identificação dos elementos básicos de uma figura geométrica. Já para o 7º ano, o estudo da geometria expande-se para incluir círculos e circunferências, transformações geométricas, relações entre ângulos e apresentação de figuras geométricas regulares de lados iguais, como o quadrado e o triângulo equilátero. A partir desses conteúdos, os estudantes são introduzidos ao cálculo de área de quadrados e triângulos. O DC-GO recomenda que o estudante “estabeleça expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros” e “resolva e elabore problemas de cálculo de

medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.”

No 8º ano, o currículo avança para o estudo da congruência de triângulos, propriedades dos quadriláteros e cálculo de áreas, de figuras já conhecidas, e incluindo o círculo. O documento sugere que o estudante “resolva e elabore problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar a medida de terrenos.”

Finalmente, no 9º ano, último ano do ensino fundamental, a geometria explora as semelhanças entre triângulos e aprofunda o estudo das congruências, além de abordar os teoremas de Tales e de Pitágoras, relações métricas e relações trigonométricas no triângulo retângulo.

No ensino médio, o estudo de área de figuras planas é introduzido no 1º ano, quando se espera que o estudante “calcule a área e o perímetro de cômodos e terrenos, desenhando em uma malha quadriculada, ampliando e/ou reduzindo o tamanho para analisar a variação do espaço”. No 2º ano, o currículo propõe que o estudante “determine as medidas de áreas de superfícies planas, utilizando estratégias, conceitos, definições, procedimentos matemáticos e conhecimentos geométricos (reconfigurações, aproximação por cortes, método da dissecação de figuras planas, entre outros) para argumentar e tomar decisões diante de problemas relacionados a espaço e forma”.

No 3º ano, último ano da educação básica, o currículo não apresenta novos conteúdos de geometria.

Ao analisar o currículo de geometria da educação básica, observamos um tratamento fragmentado, já que os conteúdos vêm em bimestralizações pré-determinando a ordem a ser trabalhada, do estudo de áreas. Desde o ensino fundamental até o médio, o conteúdo de área é abordado de maneira pontual, com uma ênfase maior em fórmulas e cálculos isolados, sem explorar com profundidade as aplicações práticas e o desenvolvimento de habilidades analíticas no cotidiano dos estudantes. No ensino fundamental, o cálculo de área surge de forma introdutória e pouco aplicada, restringindo-se, muitas vezes, à memorização de fórmulas. Já no ensino médio, embora o 1º e o 2º anos incentivem o uso de estratégias para resolução de problemas espaciais, o último ano desconsidera totalmente a continuidade do estudo geométrico.

Essa lacuna curricular compromete a construção de uma compreensão sólida e contextualizada da geometria, reduzindo a oportunidade de os estudantes desenvolverem

uma visão mais ampla e integrada dos conceitos de área. A ausência de uma progressão contínua e aplicada desse conteúdo limita o potencial dos alunos em áreas que exigem raciocínio espacial e interpretação geométrica, o que são competências essenciais em uma sociedade cada vez mais voltada para a ciência, a tecnologia e a resolução de problemas complexos.

Portanto, há uma necessidade urgente de reformular o ensino de geometria, assegurando que o estudo de áreas não apenas faça parte do currículo, mas que seja explorado de forma a estimular o pensamento crítico, o desenvolvimento de competências práticas e o entendimento profundo das aplicações geométricas, contribuindo para uma formação integral dos estudantes.

3.3 Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

As tecnologias vêm sendo incorporadas de forma crescente às tarefas cotidianas, como no uso de máquinas de lavar roupas e louças, panelas elétricas, televisores e assistentes virtuais, como a popular “Alexa”, que acende luzes, reproduz músicas, informa a previsão do tempo, as condições do trânsito, entre outras facilidades.

Diante desse cenário, tornou-se necessário que a educação também acompanhasse esse avanço, integrando as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) aos processos de ensino e aprendizagem. Essas tecnologias oferecem ferramentas avançadas que permitem uma educação mais interativa e personalizada, proporcionando ao estudante o desenvolvimento de habilidades em diversas áreas do conhecimento.

A Base Nacional Comum Curricular aborda o papel das tecnologias digitais na competência geral de número 5, que propõe:

“Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.” (BRASIL, [2017c](#), p. 09)

Complementando, temos BRASIL ([2022](#), p. 66) afirma que é esperado que o estudante saiba “Construir conhecimento usando técnicas e tecnologias computacionais, produzindo informação e/ou artefatos de forma criativa, com respeito às questões legais, que proporcionem experiências para si e os demais.”

Essas diretrizes evidenciam que as tecnologias digitais não apenas modernizam a

prática pedagógica, como também contribuem para um ensino mais engajador. Na prática escolar, esses recursos têm auxiliado os professores a propor atividades mais dinâmicas, despertando o interesse dos alunos e incentivando sua participação ativa no processo de aprendizagem.

Acredita-se que a função deste meio tecnológico vem para enriquecer o espaço escolar, auxiliando os professores para novos meios para repassar o conteúdo e facilitar o aprendizado dos alunos, e assim o ensino-aprendizagem seja de forma dinâmica e interativa. (LOPES; CASTRO, [2015](#))

Sendo assim, considerando que a implementação das TDICs em todas as etapas da educação é uma realidade crescente, é fundamental garantir o suporte necessário para que seu uso seja eficaz. De nada adianta o planejamento pedagógico do professor se ele não dispõe das ferramentas básicas, como acesso à internet, computadores e espaços adequados para a utilização dessas tecnologias em sala de aula.

Analisando por essa perspectiva, a ferramenta escolhida para compor o produto educacional desenvolvido a partir desta pesquisa foi o GeoGebra, que Segundo Almeida e Valente ([2011](#)), “o GeoGebra possibilita a experimentação e a construção do conhecimento matemático de maneira interativa, promovendo maior autonomia dos alunos no processo de aprendizagem” e está alinhado ao uso das TDICs na educação.

3.4 O *Software* GeoGebra

Um dos diferenciais deste programa em relação aos outros *softwares* de Geometria Dinâmica é o fato de se poder acessar as funções, tanto via botões na Barra de Ferramenta, quanto pelo Campo de Entrada. Além disso, pode-se alterar as propriedades dos objetos construídos via Janela de Álgebra e também através de algumas ferramentas do Botão Direito do Mouse. (ARAUJO, NOBREGA, [2010](#), p.1)

De acordo com o [site](#) do próprio *software*, “o GeoGebra é um *software* matemático criado para apoiar o estudo de geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo, integrando todas essas funcionalidades em uma única interface”. Foi desenvolvido por Markus Hohenwater em 2001, para sua dissertação, durante o seu curso de mestrado e mais tarde para a elaboração da tese de doutorado em Educação Matemática pela University de Salzburg. Trata-se de um programa gratuito, disponível tanto online quanto por meio de aplicativos, acessível em computadores e dispositivos móveis.

O GeoGebra é uma comunidade acessada por milhões de estudantes e ganhadora de vários prêmios educacionais. Dispondo de recursos como o classroom que auxilia docentes

na prática de suas atividades em sala de aula.

Observa-se que a maioria (89%) das escolas públicas brasileiras está conectada à Internet. No entanto, ao se analisar quais usos são feitos dessa Internet, essa porcentagem diminui, com 62% das escolas com acesso à Internet para aprendizagem, 29% com equipamentos para os alunos e somente 11% das escolas com planos com velocidade de download por aluno no maior turno igual ou maior que 1 Mbps. (MILLAN, [2024b](#), p. 29)

É amplamente reconhecido que a utilização de tecnologias digitais em sala de aula enfrenta limitações, principalmente pela falta de infraestrutura adequada e pela ausência de formação específica para que os professores integrem essas ferramentas aos conteúdos pedagógicos. Nesse último aspecto, o GeoGebra surge como um recurso facilitador, dado que suas configurações são intuitivas e seus comandos de fácil aprendizado, proporcionando suporte para uma integração mais efetiva da tecnologia no ensino.

O GeoGebra Book é um recurso digital disponível no software GeoGebra que permite a criação de livros organizados em capítulos. Para compor um GeoGebra Book, o autor pode incorporar atividades previamente desenvolvidas por outros usuários ou elaborar suas próprias atividades do zero, como foi realizado neste trabalho. Na criação do GeoGebraBook o usuário pode colocar um título para o livro e algumas informações: descrição, público-alvo (idade), palavras-chaves e visibilidade (público, compartilhado com link, particular).

Para que o docente implemente as TDCIs, como o GeoGebra, é de suma importância que ele domine o conteúdo que será ministrado, uma vez que não é suficiente estar familiarizado com tais tecnologias sem possuir domínio sobre a matemática. Diante disso, o próximo capítulo apresenta as definições e demonstrações necessárias para que o professor aprofunde seus conhecimentos sobre o conteúdo de área de figuras planas.

4. ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Antes de iniciarmos de fato a apresentação das fórmulas para cálculo das áreas de figuras planas, faremos uma seção de afirmações, definições e teoremas que foram utilizados ao longo destes próximos capítulos.

As definições 1 e 2 foram baseadas no livro do Lima (2009a).

Definição 1. Área, enquanto conceito geométrico, refere-se à medida da superfície de uma figura bidimensional, sendo essencial para resolver problemas que envolvem espaço e disposição de formas no plano.

Ou podemos dizer que área é a medida da superfície de uma figura plana. Ou ainda, área é a quantidade de unidades que se dispõem no interior de uma figura geométrica plana.

Definição 2. Quadrilátero é uma figura geométrica plana que apresenta quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.

A definição 3 e o teorema 1 foram baseadas no livro do Lima (2012).

Definição 3. Um conjunto X chama-se denso em \mathbb{R} quando todo intervalo aberto (a, b) contém algum ponto de X .

Teorema 1. O conjunto \mathbb{Q} dos números racionais e o conjunto $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ dos números irracionais são ambos densos em \mathbb{R} .

As definições 4 a 8 e o teorema 2 foram baseadas no livro do Barbosa (1995).

Definição 4. Dois triângulos são congruentes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que lados e ângulos correspondentes sejam congruentes.

Teorema 2. Dados dois triângulos ABC e EFG , se $AB = EF$, $\hat{A} = \hat{E}$ e $\hat{B} = \hat{F}$, então $ABC = EFG$.

Definição 5. Uma poligonal é uma figura formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, \dots, A_n e pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$.

Definição 6. Um polígono é uma poligonal em que as seguintes 3 condições são satisfeitas: a) $A_n = A_1$, b) os lados da poligonal se interceptam somente em suas extremidades e c) dois lados com a mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta.

Definição 7. O segmento ligando os vértices não consecutivos de um polígono é chamado uma diagonal do polígono.

Definição 8. O triângulo que é formada por três pontos que não pertencem a uma mesma reta e pelos três segmentos determinados por estes três pontos. Os três pontos são chamados vértices do triângulo.

Neste contexto, o estudo das fórmulas de área envolve a definição e demonstração rigorosa de expressões matemáticas que descrevem o cálculo da superfície de diversas figuras geométricas, como quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos e trapézios. Essas fórmulas são deduzidas a partir de princípios matemáticos sólidos, levando em consideração propriedades geométricas como congruência, paralelismo e simetria. A seguir, serão apresentadas as definições das principais fórmulas de área, seguidas de suas respectivas demonstrações matemáticas, ilustrando tanto o rigor teórico quanto a aplicação prática dessas expressões.

4.1 Área do Quadrado

Definição 9. Quadrado é o quadrilátero que tem os 4 lados iguais e os 4 ângulos retos. Usaremos o quadrado com medida de lado igual a 1, como unidade de medida unitária, chamaremos de quadrado unitário. Denotaremos a área de uma figura geométrica pela letra L .

A definição abaixo foi baseada no livro do Muniz Neto ([2013a](#)).

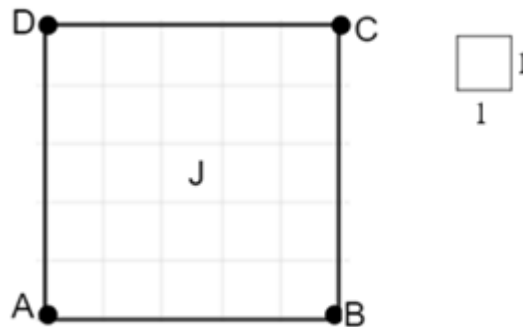
Definição 10. A área de um quadrado de lado 1 cm é igual a 1 cm².

Proposição 1. A área do quadrado J é $L = n^2$.

Demonstração. De acordo com as Definições 9 e 10, é possível decompor o quadrado J , de lado $n \in \mathbb{N}$, em n^2 quadrados unitários, como mostra a Figura 5. Assim teremos:

$$L = n^2.$$

Figura 5: Quadrado J



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Quando a medida do lado for $\frac{1}{n}$, com n natural, o quadrado unitário se decompõe, por paralelas, em n^2 quadrados congruentes¹ a J . Estes n^2 quadrados congruentes a J compõem um quadrado de área 1, assim a área de J deve satisfazer a:

$$n^2 \cdot (\text{área de } J) = 1.$$

Desta maneira, a área de J é:

$$L = \left(\frac{1}{n}\right)^2.$$

Se a medida do lado for um número racional $R = \frac{m}{n}$, em que m e n são números naturais e $n \neq 0$. Podemos dividir o lado de J em m segmentos de medida $\left(\frac{1}{n}\right)$, logo de forma análoga ao modo anterior, a área é dada por:

$$L = m^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{m^2}{n^2} = \left(\frac{m}{n}\right)^2.$$

Desta forma, concluímos que a área de um quadrado J , que os lados têm medida racional $R = \frac{m}{n}$, é dada por

$$L = R^2 \quad \blacksquare$$

Agora, vejamos quando a medida do lado for incomensurável².

¹ quando possuem lados de mesma medida e, conseqüentemente, ângulos e áreas idênticos.

² não pode ser expresso como uma razão entre dois números inteiros, ou seja, quando é um número irracional.

Proposição 2. Seja um J um quadrado que tenha medida do lado um número irracional a . Também é válida a forma de calcular a área $L = a^2$.

Demonstração. Seja J um quadrado de medida irracional a neste caso, não há como dividir a medida do lado em exatos quadradinhos unitários. Sejam também, r e $s \in \mathbb{Q}$ lados de outros dois quadrados, um interno e outro externo a J , pela Definição 3 tomamos a de modo que $r < a < s$, donde

$$r^2 < a^2 < s^2.$$

Como r e s são racionais as áreas dos quadrados formados por eles são, r^2 e s^2 respectivamente. Como o quadrado de lado a contém o de lado r e está contido no de lado s , a área L de J também está entre as áreas dos dois quadrados. Logo,

$$r^2 < L < s^2.$$

Vamos mostrar que $L = a^2$. Utilizaremos o método de contradição supondo que $L \neq a^2$, ou seja, $L > a^2$ ou $L < a^2$.

Para $L > a^2$: como a é positivo, podemos extrair raiz quadrado dos dois lados da desigualdade,

$$\sqrt{L} > a.$$

Então, sempre existe um número racional entre dois números reais, escolhemos s , que é o lado do quadrado maior, de forma que

$$a < s < \sqrt{L},$$

elevando todos os membros ao quadrado temos,

$$a^2 < s^2 < L$$

o que é um absurdo já que

$$L < s^2.$$

Agora, se $L < a^2$: de forma análoga, escolhemos r entre \sqrt{L} e a o que implica em,

$$L < r^2 < a^2$$

que também é um absurdo pois

$$L > r^2.$$

Logo, o temos que

$$L = a^2. \quad \blacksquare$$

4.3 Área do Retângulo

A definição abaixo foi baseada no livro do Lima (2009b).

Definição 11. O retângulo é definido como o quadrilátero que tem os quatro ângulos retos.

Proposição 3. Dado um retângulo P , se os lados deste têm como medidas os números naturais m e n , então a área é calculada por $L = m \cdot n$.

Demonstração. Mediante paralelas aos lados, decompomos P em $m \cdot n$ quadrados unitários, assim a área L do retângulo P é dada por:

$$L = m \cdot n.$$

Agora, se os lados do retângulo P tiverem medidas dadas por dois números racionais x e y , existem p , r e q como números inteiros com $q \neq 0$, de forma que $x = \frac{p}{q}$ e $y = \frac{r}{q}$. Dividiremos cada lado de P em segmentos de comprimento $\frac{1}{q}$. O lado que mede x será decomposto em p segmentos justapostos, medindo $\frac{1}{q}$ cada. O lado que tem medida y será dividido em r segmentos iguais a $\frac{1}{q}$, logo a área de cada quadrado, em consonância com a área do quadrado apresentada acima, será

$$\left(\frac{1}{q}\right)^2 = \frac{1}{q^2}.$$

Assim a área L de P é dada por

$$L = (p \cdot r) \cdot \frac{1}{q^2} = \frac{pr}{q^2} = \frac{p}{q} \cdot \frac{r}{q}$$

Ou seja, $L = x \cdot y$.

Portanto, a área do retângulo é o produto da base pela altura. ■

Já a demonstração da fórmula da área do retângulo quando as medidas dos lados são números irracionais, pode ser feita de forma análoga à dedução da fórmula do quadrado. Porém, utilizaremos um método que recairá na fórmula para cálculo da área do quadrado.

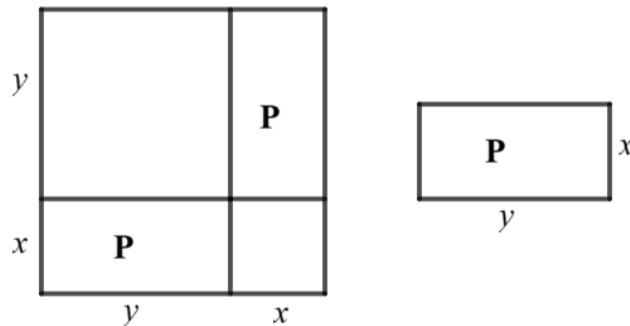
Consideremos um quadrado de lado x , outro de lado y e dois retângulos iguais de medidas x e y , como base e altura, descritos na Figura 6. Do retângulo P , de base x e altura y , construímos o quadrado J de lado $x + y$, o qual contém dois retângulos P e dois quadrados, um de lado x e outro de lado y . Logo,

$$\text{Área de } J = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Sabemos que os quadrados contidos em J têm áreas x^2 e y^2 , restam duas vezes a área de P , resultando assim na área de P

$$L = xy.$$

Figura 6: quadrado contendo retângulos P



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

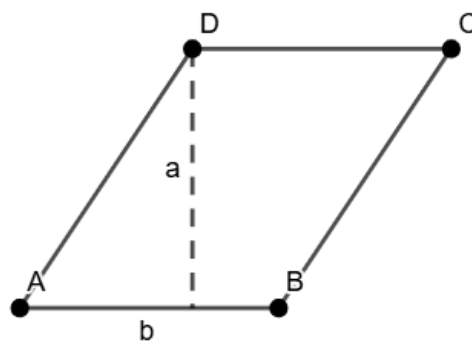
4.4 Área do Paralelogramo

Definição 12. Um paralelogramo é um quadrilátero no qual os lados opostos são paralelos.

Para Muniz Neto (2013b), podemos reconhecer um paralelogramo se, e somente se, seus ângulos opostos e seus pares de lados opostos forem iguais.

Quando tomamos um lado do paralelogramo como base, chamamos de altura do paralelogramo um segmento perpendicular que vai da base ao lado oposto, como mostrado na Figura 7.

Figura 7: paralelogramo de base b e altura a



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Proposição 4. Seja ABCD um paralelogramo, queremos calcular a área L , de base b e altura a .

Demonstração. Inserimos o paralelogramo em um retângulo de base $b + c$ e altura a . Para calcular área do retângulo é

$$(b + c).a = ab + ac.$$

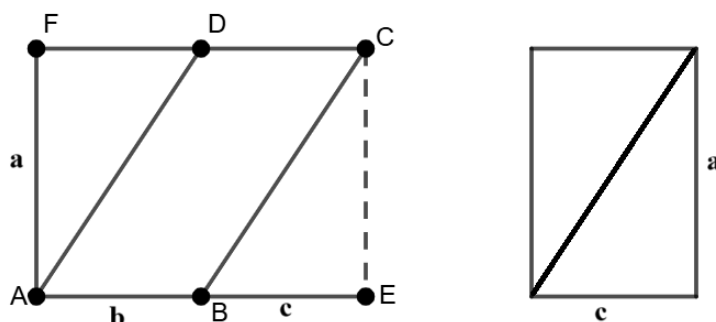
O retângulo AECF é formado pelo paralelogramo ABCD mais dois triângulos AFD e BEC que formam um outro retângulo de área ca , conforme a Figura 8. Assim,

$$ba + ca = L + ca,$$

$$L = ba.$$

Logo a área do paralelogramo é o produto da base pela altura. ■

Figura 8: Paralelogramo inscrito em um retângulo



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

4.5 Área do Triângulo

De acordo com Euclides (2009b) “Caso um paralelogramo tenha tanto a mesma base que um triângulo quanto esteja nas mesmas paralelas, o paralelogramo é o dobro do triângulo”, ou seja, todo triângulo é a metade de um paralelogramo.

Proposição 5. Seja qualquer triângulo ABC, queremos mostrar que a fórmula para cálculo da área L de ABC é a metade do produto da base pela altura.

Demonstração. Traçamos pelos vértices C e B, respectivamente, retas paralelas aos lados AB e AC, conforme a Figura 9. Estas retas se encontraram no ponto D formando um paralelogramo ABCD, que se divide em dois triângulos, ABC e BCD, congruentes. Agora

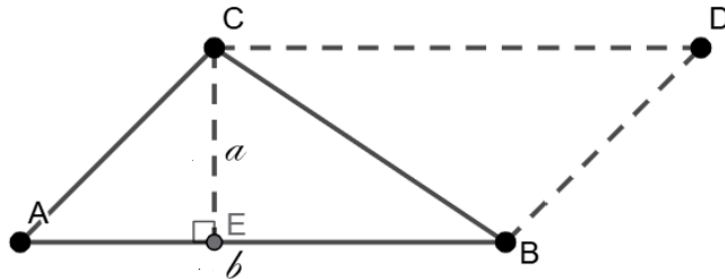
trace a altura CE deste paralelogramo. Fazendo $AB = b$ e $CE = a$, sabemos que a área de ABCD é ab e que os dois triângulos são iguais, temos

$$ab = 2.L$$

Logo, área de

$$L = \frac{1}{2}ab$$

Figura 9: Paralelogramo dividido em dois triângulos



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

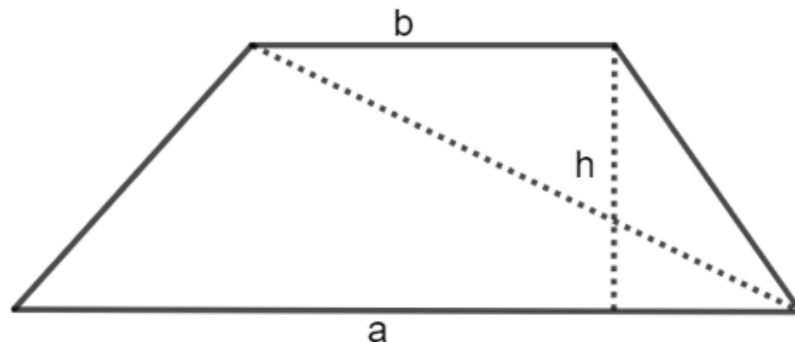
Assim, a área de um triângulo é a metade do produto da base pela altura. ■

4.6 Área do Trapézio

Definição 13. Trapézio que é uma figura geométrica que possui pelo menos dois lados paralelos.

Proposição 6. Seja um trapézio qualquer, representado na Figura 10, cujas medidas das bases são a e b , a medida da distância entre as bases é h então a área é $L = \frac{(b+a).h}{2}$.

Figura 10: Trapézio



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Demonstração. Usaremos a diagonal do trapézio para dividi-lo em dois triângulos, os quais

têm mesma altura e áreas representadas por $\frac{b.h}{2}$ e $\frac{a.h}{2}$. Ao somarmos estas áreas obtemos a área do trapézio.

$$L = \frac{b.h}{2} + \frac{a.h}{2} = \frac{(b + a).h}{2}.$$

Assim, a área do trapézio é dada pelo produto da soma das bases pela altura, dividido por 2. ■

A finalização das demonstrações evidenciou a relevância do domínio da matemática formal por parte do professor, visto que a ausência desse conhecimento pode torná-lo vulnerável a equívocos conceituais, o que, por sua vez, tende a gerar mais dúvidas do que esclarecimentos nos estudantes.

A partir dos conhecimentos desenvolvidos até aqui, propomos, no Capítulo 5, uma sequência didática destinada ao professor, que apresenta as demonstrações discutidas neste capítulo em uma perspectiva empírica.

5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com base nos conhecimentos adquiridos ao longo desta pesquisa, é possível desenvolver uma sequência didática que auxilie o professor no ensino de áreas de figuras planas. A abordagem visual proposta não apenas facilita a compreensão das fórmulas apresentadas no capítulo anterior, mas também promove uma conexão mais intuitiva entre a teoria e a prática, estimulando o raciocínio geométrico dos estudantes. Dessa forma, a demonstração matemática deixa de ser um processo abstrato e passa a ser uma ferramenta acessível e significativa para o aprendizado.

Segundo Zabala (2014) “Sequência Didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores quanto pelos alunos.”

A definição apresentada destaca a importância do planejamento no processo de ensino. O objetivo desta sequência didática é contribuir para o aprimoramento do professor, oferecendo suporte teórico e prático para a abordagem do conteúdo de área.

A sequência didática apresentada é um material direcionado ao professor, para que ele possa conduzir as atividades de acordo com a realidade da escola em que atua. O cenário ideal seria que cada aluno tivesse acesso individual a um computador para explorar o conteúdo de forma autônoma, porém uma pesquisa realizada pelo NIC-br³, onde Millan (2024a) afirma que “em média, 29% das escolas brasileiras declararam ter algum tipo de equipamento para acesso à Internet pelos alunos”. Nesse contexto, o professor pode utilizar recursos como o datashow, projetando as atividades e conduzindo-as coletivamente, mediando o processo a partir das contribuições dos estudantes.

Abaixo estão descritas as habilidades, da BNCC, envolvidas com cálculo de área para o Ensino Fundamental 2 (6º ao 9º ano).

(EF06MA19) – Compreender e utilizar as fórmulas do cálculo de área de figuras planas, como quadrado, retângulo e triângulo, em situações práticas.

(EF07MA20) – Resolver problemas que envolvam cálculo da área de figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas.

(EF07MA21) – Comparar e analisar diferentes estratégias para o cálculo da área de figuras planas, considerando decomposição e composição de figuras.

(EF08MA21) – Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de área de trapézios e losangos.

³ Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR

(EF08MA22) – Resolver problemas que envolvam a relação entre perímetro, área e escala em figuras planas.

Habilidades, da BNCC, envolvidas com cálculo de área para o Ensino Médio.

(EM13MAT101) – Analisar e resolver problemas de diferentes contextos, incluindo os socioeconômicos e ambientais, que envolvam grandezas mensuráveis, realizando conversões entre unidades de medida e utilizando conceitos como área e volume.

(EM13MAT102) – Compreender e aplicar relações entre perímetro, área e volume na resolução de problemas, explorando diferentes estratégias e recursos tecnológicos.

(EM13MAT305) – Resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas e superfícies de sólidos geométricos, empregando conceitos de proporcionalidade, decomposição e composição de figuras.

(EM13MAT405) – Relacionar a geometria plana à geometria analítica, utilizando o plano cartesiano para explorar propriedades métricas, incluindo o cálculo de áreas de polígonos representados no sistema de coordenadas.

A pesquisa, de modo geral, é destinada ao docente, assim como o GeoGebra Book, que se configura como um material de apoio para auxiliar na diversificação das práticas pedagógicas no ensino de áreas na Geometria.

A sequência didática tem início com a definição do conceito de área, das figuras geométricas planas e a apresentação das respectivas fórmulas, as quais são gradualmente assimiladas e naturalizadas pelos estudantes à medida que avançam no estudo das diferentes figuras.

Antes de iniciar o trabalho com a sequência didática, recomenda-se que o docente busque tutoriais sobre o uso do GeoGebra, a fim de se familiarizar com a ferramenta e, assim, desenvolver melhor sua prática pedagógica.

5.1 Área De Figuras Planas

Explicação do conteúdo
Público-alvo: estudantes do ensino fundamental 2 e ensino médio
Objetivo: explicar sobre o conteúdo de área de figuras planas, mostrando de forma visual usando o GeoGebrabook. Disponível pelo link https://www.geogebra.org/m/athtdmtm
Metodologias
Número de aulas: 1 aula
Conteúdo: área de figuras planas

Materiais: projetor e computadores ou celulares, com internet.

Avaliação: participação dos estudantes

Definição formal: área, enquanto conceito geométrico, refere-se à medida da superfície de uma figura bidimensional, sendo essencial para resolver problemas que envolvem espaço e disposição de formas no plano.

Ou podemos dizer que área é a medida da superfície de uma figura plana. Ou ainda, área é a quantidade de unidades que se dispõem no interior de uma figura geométrica plana.

As figuras geométricas que estudaremos são: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo e trapézio.

Intuitivamente vamos observar as figuras com medidas de lados inteiras.

Quadrado

Quadrado é o quadrilátero que tem os 4 lados iguais.

Vamos contar quantas unidades cabem em um quadrado de medida dos lados igual a 3. Cada quadradinho abaixo é unitário, ou seja, por definição, a área é igual a 1, veja Figura 11.

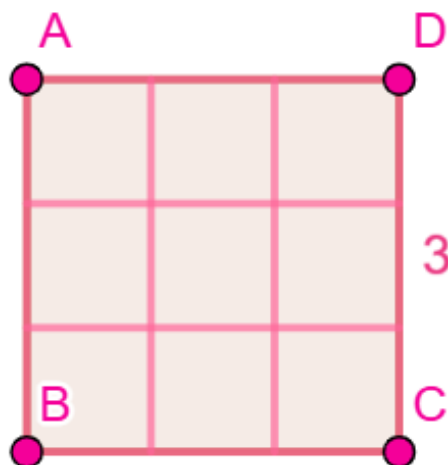
Figura 11: Quadrado unitário



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Contando os quadradinhos obtemos 9 unidades, como mostra a Figura 12.

Figura 12: Quadrado de lado 3.



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

No link⁴, é possível observar essa construção. Deste modo, conseguimos deduzir a fórmula para calcular a área A do quadrado de lado l , multiplicando a medida do lado por ele mesmo.

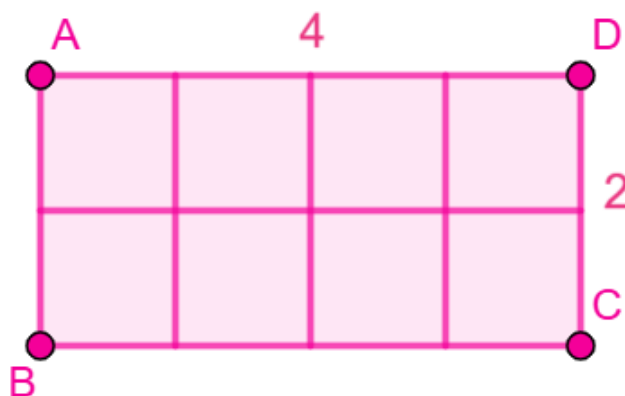
$$L = l \cdot l = l^2$$

Retângulo

Retângulo é o quadrilátero que tem os quatro ângulos retos.

Da mesma forma, contaremos quantas unidades cabem em um retângulo de medidas de lados 4 de base e 2 de altura, veja Figura 13. No link⁵ é possível verificar essa construção.

Figura 13: Retângulo de lados 4 de base e 2 de altura



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

⁴ <https://www.geogebra.org/m/p5y6zsq9>

⁵ <https://www.geogebra.org/m/svstkk5g>

Contando os quadradinhos unitários chegamos a 8 unidades.

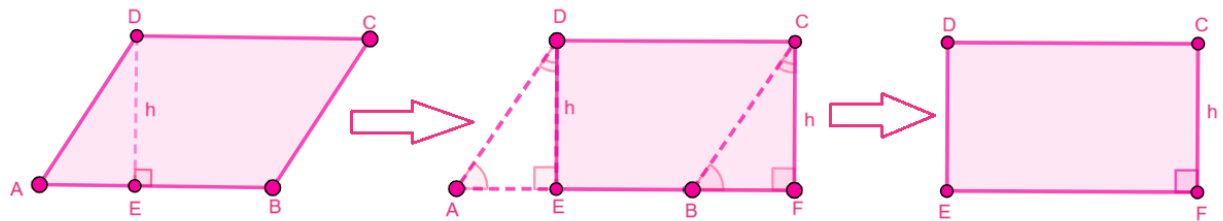
Assim, deduzimos a fórmula para calcular a área L do retângulo, multiplicando a base b pela altura h

$$L = b \cdot h$$

Paralelogramo

Paralelogramo: figuras geométricas que possuem quatro lados, sendo lados opostos paralelos. Podemos decompor o paralelogramo e recompô-lo em um retângulo, como mostrado na Figura 14. No link⁶, é possível verificar essa translação.

Figura 14: Formação do retângulo a partir do paralelogramo



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

A área do paralelogramo pode ser calculada contando quantas unidades justapostas cabem no retângulo recomposto.

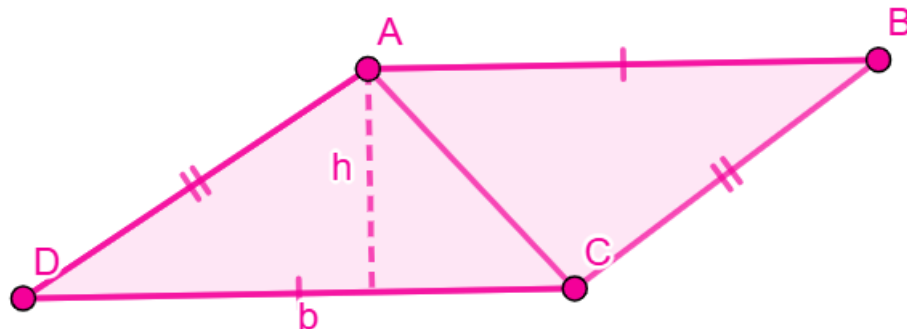
Logo, podemos calcular a área L do paralelogramo multiplicando a base b pela altura h

$$L = b \cdot h$$

Triângulo

Triângulo é a metade de um paralelogramo, conferir figura 15.

Figura 15: Paralelogramo ABCD

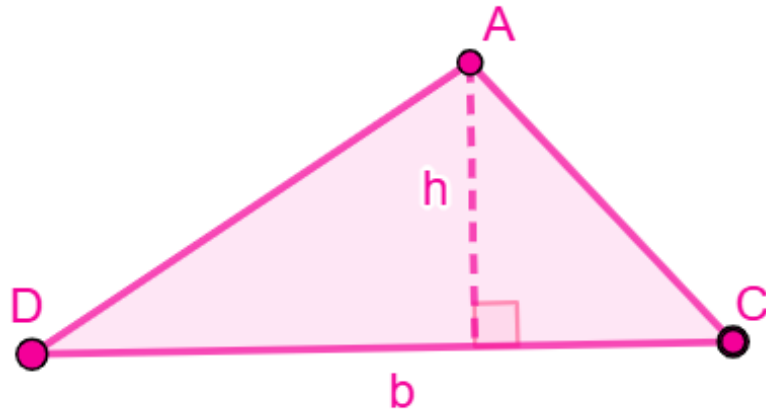


Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

⁶ <https://www.geogebra.org/m/nydvr8yc>

Usaremos o exemplo anterior, do paralelogramo. Traçando a diagonal do retângulo, obtemos dois triângulos iguais, conforme Figura 16. Logo podemos usar a fórmula do retângulo e dividi-la por 2.

Figura 16: Triângulo ACD



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Assim, a fórmula para calcular a área L do triângulo é base b multiplicada pela altura h dividida por 2

$$L = \frac{b \cdot h}{2}$$

Trapézio

Trapézio: é uma figura geométrica que possui pelo menos dois lados paralelos, que chamamos de bases.

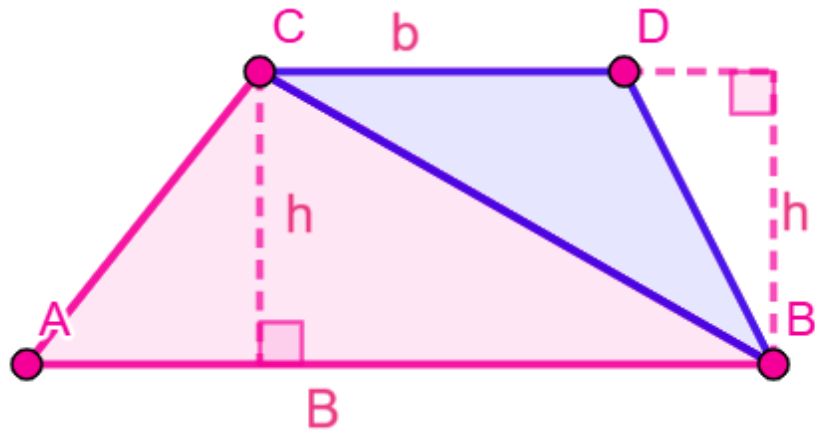
Ao ligarmos o ponto C e B do trapézio formamos dois triângulos de alturas h iguais, como mostra a Figura 17. Assim, a fórmula do cálculo de área do trapézio é a soma das áreas de dois triângulos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} + \frac{B \cdot h}{2}$$

Colocando a $\frac{h}{2}$ em evidência, teremos

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Figura 17: Trapézio dividido em dois triângulos



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

ATIVIDADES

Faremos uma sequência de atividades para que o professor possa realizar em sala de aula, utilizando o *software* GeoGebra.

As atividades fornecem uma sugestão detalhada de como o professor pode aplicar as tarefas, utilizando o GeoGebra.

5.2 Atividade 1: explorando áreas de figuras planas no GeoGebra

Atividade 1
Público-alvo: estudantes do ensino fundamental 2 e ensino médio
Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (triângulos, paralelogramos, retângulos e trapézios). Disponível em https://www.geogebra.org/m/athtdmtm
Metodologias
Número de aulas: 1 aula
Conteúdo: área de figuras planas
Materiais: projetor e computadores ou celulares, com internet.
Avaliação: participação e elaboração das figuras (quando possível)

Passo a Passo no GeoGebra

1. Preparação do ambiente

Abra o GeoGebra e selecione a aba "Geometria".

2. Construção de Figuras

Retângulo: Use a ferramenta *Polígono* para desenhar um retângulo com dois lados paralelos na grade.

Triângulo: Construa um triângulo qualquer usando a ferramenta *Polígono*.

Trapézio: Faça um trapézio marcando os pontos na grade para representar a base maior, base menor e os lados inclinados.

3. Cálculo das Áreas

Clique na ferramenta *calcular* (ou use o comando *Área [Figura]* no campo de entrada). Para cada figura, o GeoGebra exibirá a área automaticamente.

Retângulo

Figura 18: Cálculo da área de um retângulo

Use a ferramenta Polígono para desenhar um retângulo

Retângulo = Polígono
= 18

a = Segmento(A; B)
= 3

b = Segmento(B; C)

Nome	Descrição
1	Texto texto1
2	Ponto A
3	Ponto B
4	Ponto C
5	Ponto D
6	Quadrilátero Polígono Retângulo A.

Feito Cancelar

Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Trapézio

Figura 19: Cálculo da área de um trapézio

Faça um trapézio marcando os pontos na grade para representar a base maior, base menor e os lados inclinados.

Trapézio = Polígono
= 18

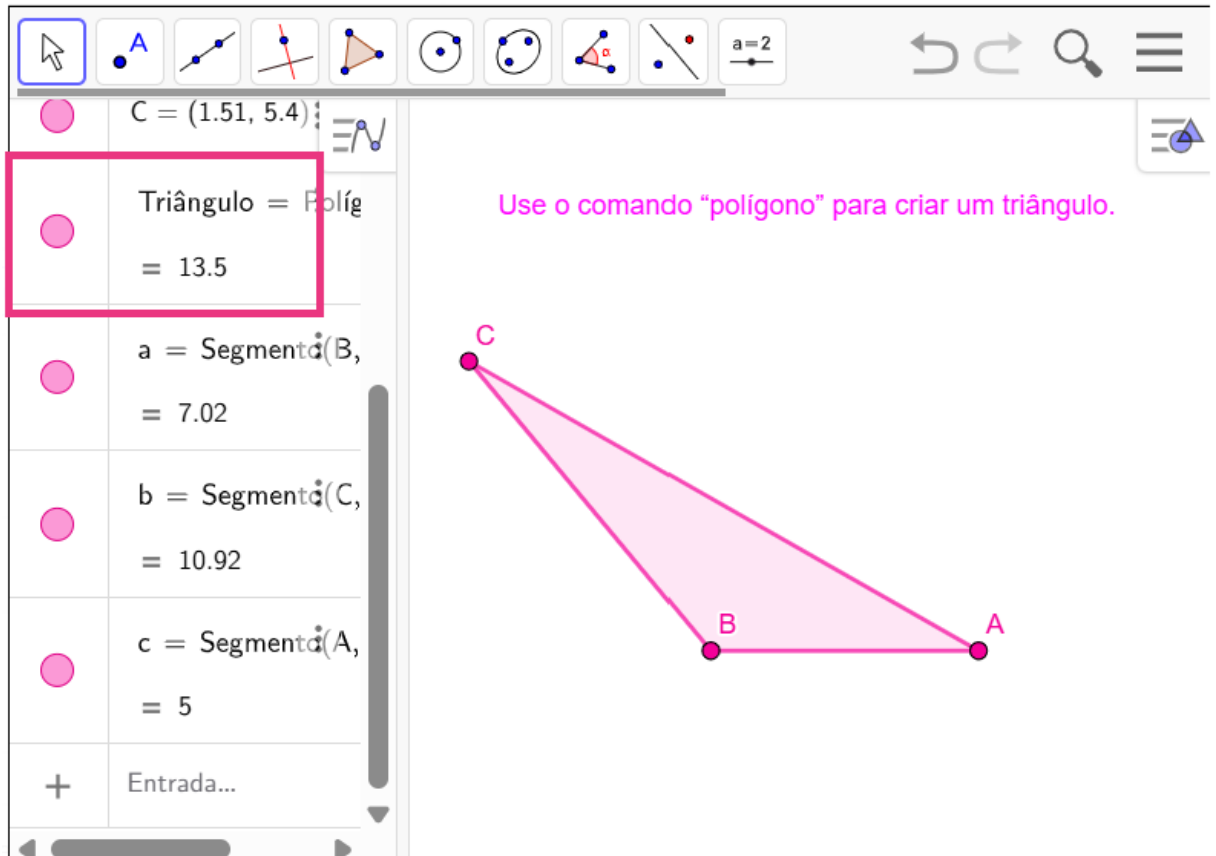
a = Segmento(A; C)
= 3.61

Nome	Descrição
1	Texto texto1
2	Ponto A
3	Ponto B
4	Segmento f S A
5	Ponto C

Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Triângulo

Figura 20: Cálculo da área de um triângulo



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

4. Exploração Interativa

Peça aos alunos para alterar o tamanho das figuras arrastando os vértices. Observe como a área muda em tempo real. Faça perguntas como:

O que acontece com a área do retângulo se dobrarmos o comprimento de um lado?

Como calcular a área de um triângulo ou trapézio sem usar o GeoGebra?

5.3 Atividade 2: demonstrar visualmente a área de cálculo de triângulo

Atividade 2
Público-alvo: estudantes do ensino fundamental 2 e ensino médio
Objetivo: proporcionar aos estudantes uma compreensão visual e conceitual da fórmula da área do triângulo em situações em que a altura está fora da figura. Disponível em

<https://www.geogebra.org/m/athtdmtm>

Metodologias

Número de aulas: 1 aula

Conteúdo: área de figuras planas

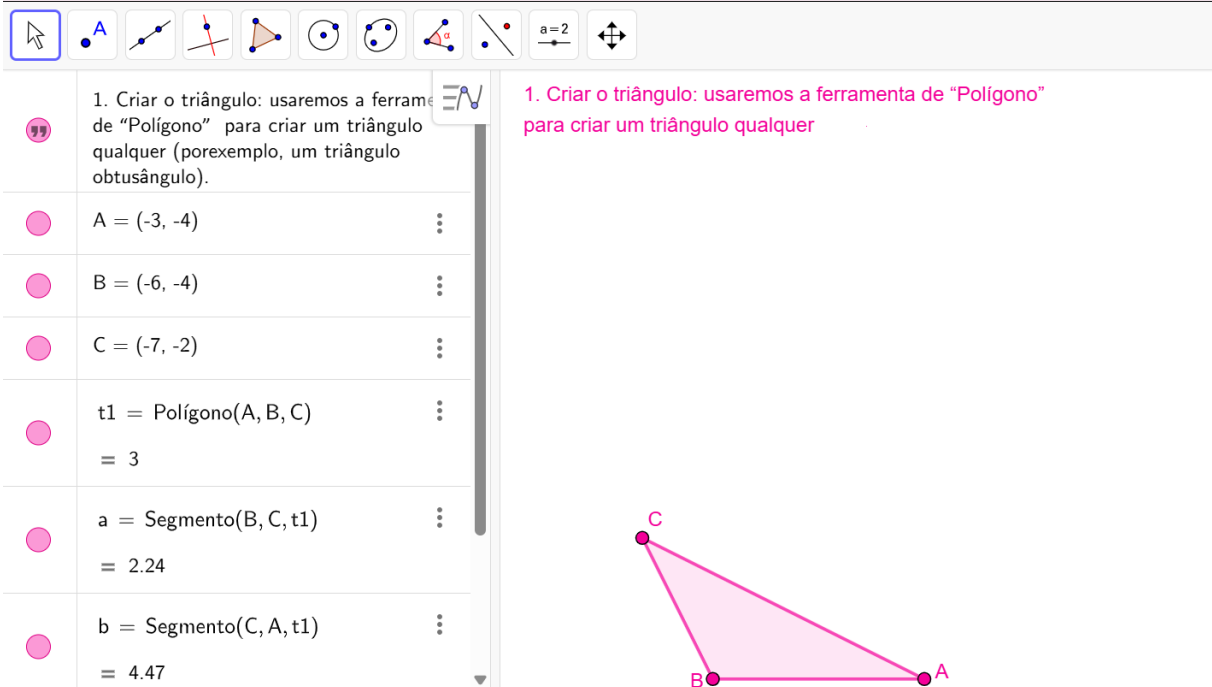
Materiais: projetor e computadores ou celulares, com internet.

Avaliação: participação e elaboração das figuras (quando possível)

Passo a Passo para a atividade:

1. Criar o triângulo:

Figura 21: Comando para criar um triângulo



The screenshot shows the GeoGebra software interface. At the top, there is a toolbar with various geometric tools. Below the toolbar, a list of commands is displayed, including:

- 1. Criar o triângulo: usaremos a ferramenta de "Polígono" para criar um triângulo qualquer (porexemplo, um triângulo obtusângulo).
- A = (-3, -4)
- B = (-6, -4)
- C = (-7, -2)
- t1 = Polígono(A, B, C)
- = 3
- a = Segmento(B, C, t1)
- = 2.24
- b = Segmento(C, A, t1)
- = 4.47

On the right side of the interface, a pink triangle is visible with vertices labeled A, B, and C. A pink text box above the triangle reads: "1. Criar o triângulo: usaremos a ferramenta de "Polígono" para criar um triângulo qualquer".

Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

2. Adicionar a altura h :

Figura 22: Comando para adicionar a altura

2. Adicionar a altura (h): Seleccione a ferramenta “Segmento perpendicular” e desenhe a altura do triângulo (que estará fora do triângulo).

A = (-3, -4)

B = (-6, -4)

C = (-7, -2)

t1 = Polígono(A, B, C) = 3

a = Segmento(B, C, t1) = 2.24

2. Adicionar a altura (h): Seleccione a ferramenta “Segmento perpendicular” e desenhe a altura do triângulo (que estará fora do triângulo).

Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

3. Construir o retângulo: construa um retângulo a partir da base do triângulo.
4. Dividir o retângulo:

Figura 23: Área do retângulo e triângulo

3. Dividir o retângulo: Mostre aos estudantes na interface do Geogebra que a área do triângulo ocupa exatamente metade da área do retângulo.

= 3

e = Segmento(E, F, retângulo) = 3

f₁ = Segmento(F, B, retângulo) = 2

c = Área(retângulo) = 6

d = Área(triângulo) = 3

Entrada...

Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Assim, podemos deduzir que a fórmula para calcular a área de um triângulo é:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Proponha desafios, como calcular a área de diferentes triângulos antes de verificar no GeoGebra.

5. Exploração:

Peça aos estudantes que movimentem o vértice C do triângulo e observem como a altura e a área mudam, mas a relação do triângulo com o retângulo permanece.

No link⁷, é possível observar uma animação que mostra o que a fórmula para cálculo de área de um triângulo é metade do retângulo.

5.4 Atividade 3: área de uma figura composta (retângulo e triângulo)

Atividade 3
Público-alvo: estudantes do ensino fundamental 2 e ensino médio
Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (triângulos, retângulos) e relacionar com situações do cotidiano. Disponível em https://www.geogebra.org/m/athtdmtm
Metodologias
Número de aulas: 1 aula Conteúdo: área de figuras planas Materiais: projetor e computadores ou celulares, com internet. Avaliação: participação e elaboração das figuras (quando possível)

Situação Problema

Uma arquiteta está projetando uma rampa de entrada para uma casa. A rampa será representada por um triângulo de medidas 6 metros de comprimento e 2 metros de altura, acoplado a um retângulo de medidas 4 metros de comprimento e 2 metros de altura, formando uma figura composta. Ajude a calcular:

1. A área do retângulo (plataforma).

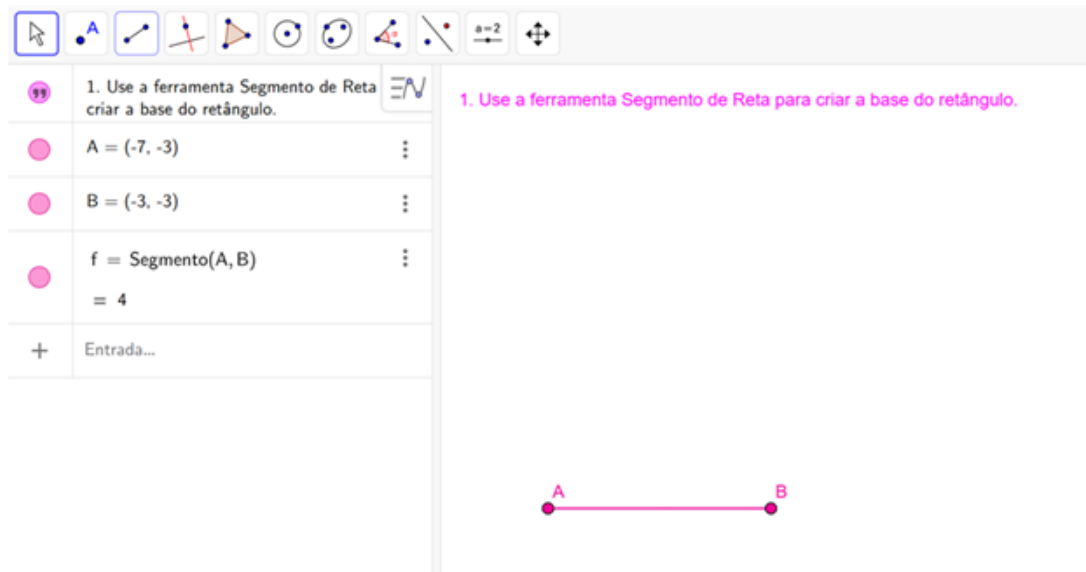
⁷ <https://www.geogebra.org/m/uecfym6m>

2. A área do triângulo (rampa).
3. A área total da figura composta.

Passos no GeoGebra

1. Criar a base do retângulo.

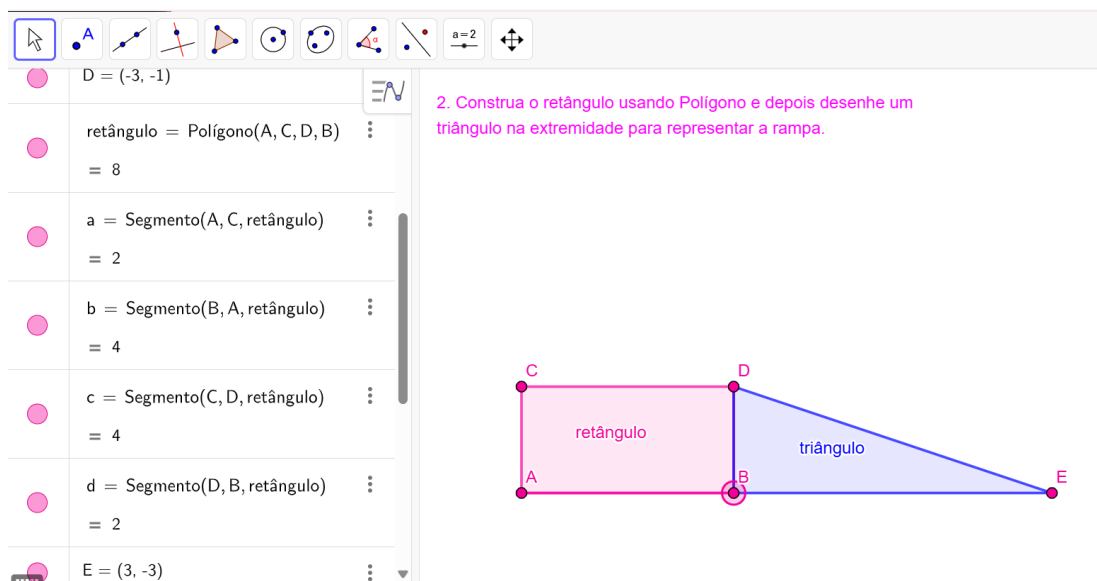
Figura 24: Construção da reta



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

2. Construa o retângulo.

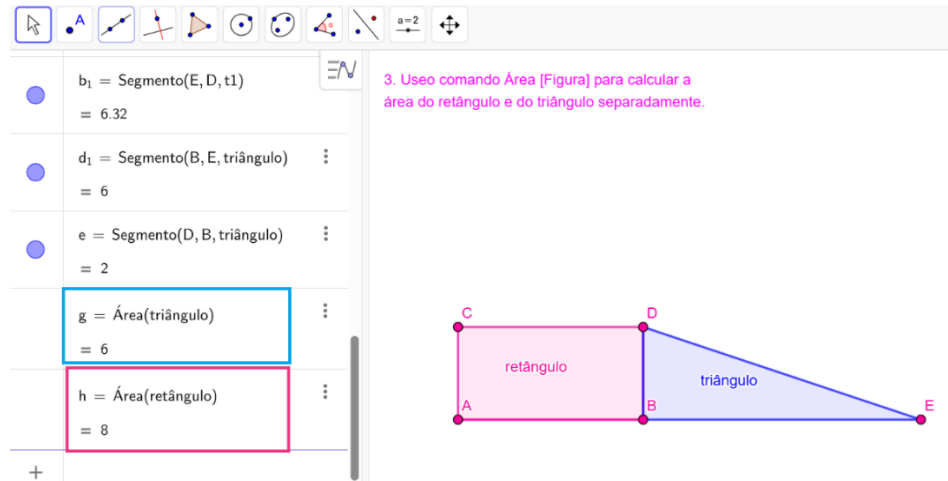
Figura 25: Construção do retângulo e do triângulo



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

3. Calcular as áreas do retângulo e do triângulo.

Figura 26: Cálculo da área da figura completa



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

4. Exploração:

Como encontrar a área total?

Se aumentarmos a inclinação da rampa (alterando o triângulo), como a área total será impactada?

No link⁸, é possível observar a verificação visual da fórmula do cálculo de área de uma figura composta.

5.5 Atividade 4: área de um jardim m formato de trapézio no meio de um terreno retangular

Atividade 4
Público-alvo: estudantes do ensino fundamental 2 e ensino médio
Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (retângulos e trapézios) e relacionar com situações do cotidiano. Disponível em https://www.geogebra.org/m/athtdmtm
Metodologias
Número de aulas: 1 aula

⁸ <https://www.geogebra.org/m/kea3fffb>

Conteúdo: área de figuras planas

Materiais: projetor e computadores ou celulares, com internet.

Avaliação: participação e elaboração das figuras (quando possível)

Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (retângulos e trapézios) e relacionar com situações do cotidiano.

Situação Problema.

Você está planejando construir um jardim em formato de trapézio no meio de um terreno retangular. O terreno tem 20 m de largura e 30 m de comprimento. O jardim tem bases de 14 e 8 metros e a altura de 10 metros. Calcule:

- A área do terreno.
- A área do jardim trapézio.
- A área restante do terreno

Passos no GeoGebra

1. Criação do terreno (Retângulo)

Figura 27: Criação do retângulo 20x30

1. Use a ferramenta Polígono para criar retângulo com dimensões 20x30.

A = Ponto(EixoX)
= (-30, 0)

B = Ponto(EixoX)
= (0, 0)

C = (0, 20)

D = (-30, 20)

q1 = Polígono(A, B, C, D)
= 600

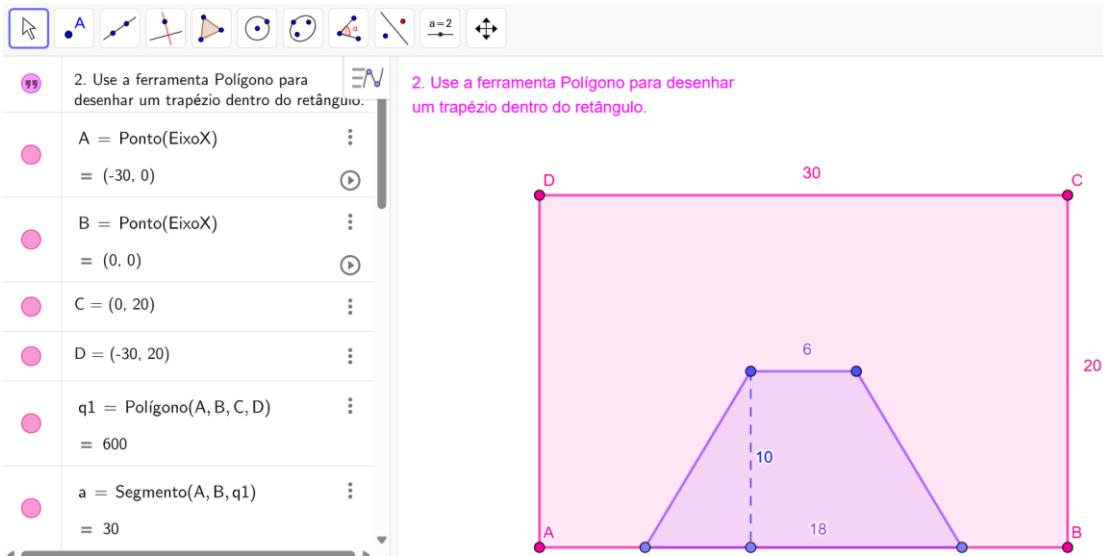
a = Segmento(A, B, q1)
= 30

1. Use a ferramenta Polígono para criar um retângulo com dimensões 20x30.

Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

2. Criação do jardim (Trapézio)

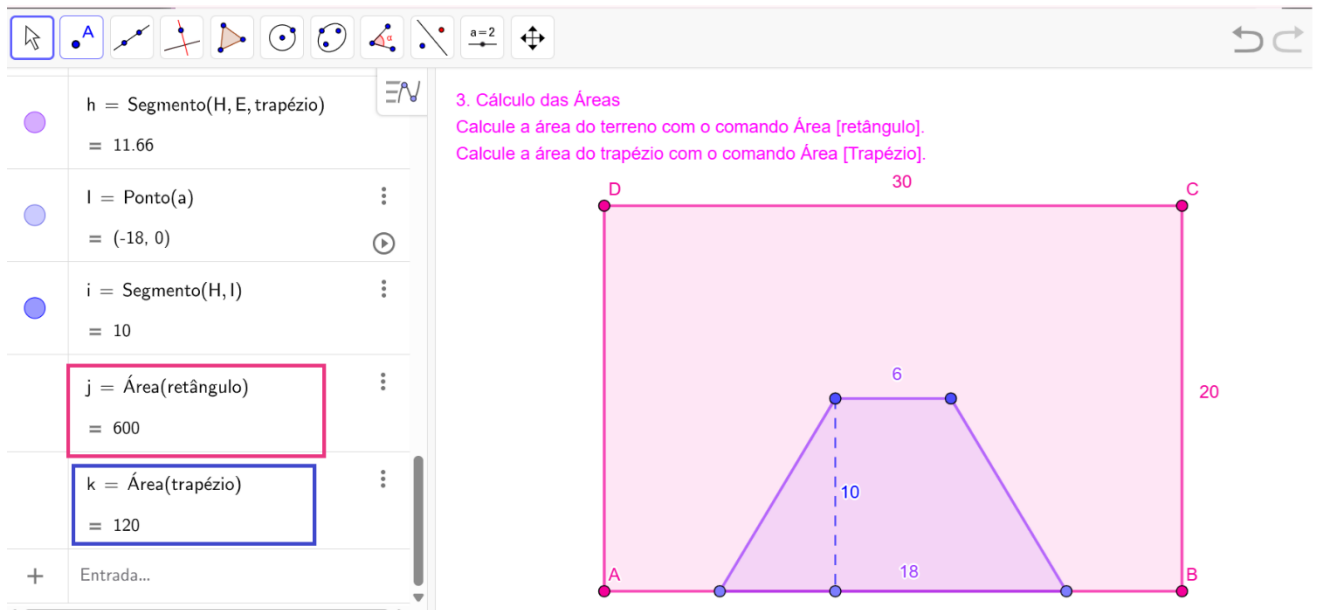
Figura 28: Trapézio inscrito em um retângulo



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

3. Cálculo das áreas

Figura 29: Cálculo da área do trapézio e do retângulo



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

4. Exploração matemática, pergunte aos alunos:

Qual será a área restante do terreno? (*Área do terreno* – *Área do trapézio*).

Se aumentarmos a base maior para 16m, como a área do trapézio será afetada?

E se a altura for reduzida para 8m?

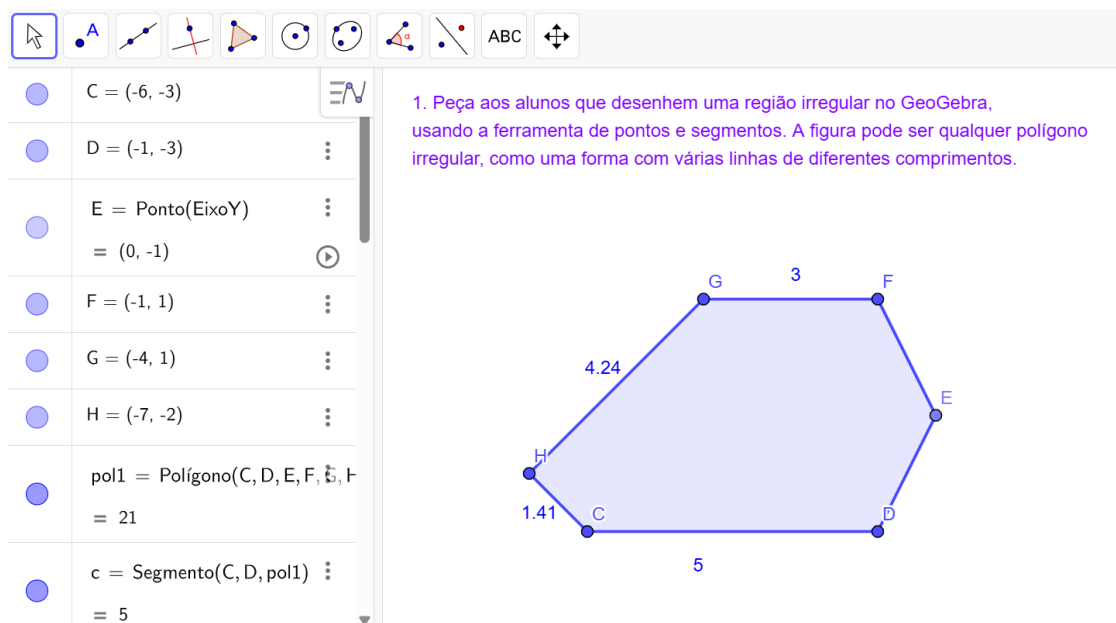
No link⁹, é possível observar a verificação visual do cálculo de área do jardim.

5.6 Atividade 5: cálculo de área de uma região irregular

Atividade 5
Público-alvo: estudantes do ensino fundamental 2 e ensino médio
Objetivo: compreender como calcular a área de regiões que não são facilmente descritas por uma fórmula.
Disponível em https://www.geogebra.org/m/athtdmtm
Metodologias
Número de aulas: 2 aulas
Conteúdo: área de figuras planas
Materiais: projetor e computadores ou celulares, com internet.
Avaliação: participação e elaboração das figuras (quando possível)

Passo a passo no GeoGebra:

Figura 30: Região irregular



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

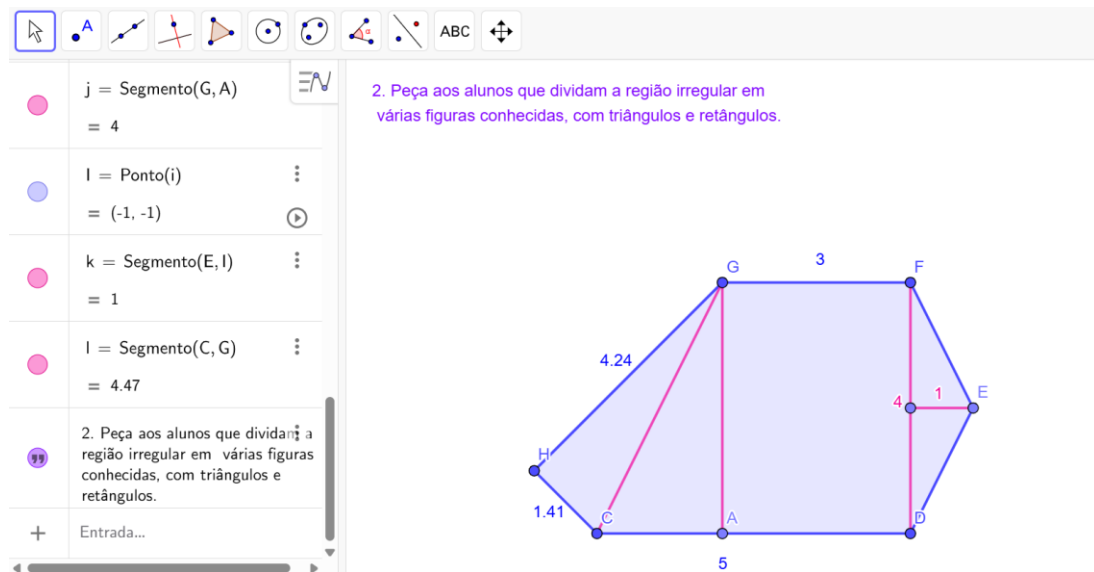
Dica: O GeoGebra tem uma ferramenta de "Polígono" que pode ser usada para conectar vários pontos e formar uma região irregular automaticamente. Assim, os alunos podem visualizar de

⁹ <https://www.geogebra.org/m/pkdbduntg>

imediatamente a figura que estão criando.

A parte interessante aqui é que os alunos devem encontrar maneiras de dividir essa região irregular em formas geométricas mais simples, como triângulos ou retângulos, cujas áreas podem ser calculadas de maneira fácil. Eles podem usar as ferramentas de linha, segmento, e ponto para fazer essas divisões.

Figura 31: Divisão da região irregular em formas geométricas conhecidas



Fonte: elaborada pela autora no GeoGebra

Exploração

Após os cálculos, pode-se promover uma discussão com os alunos sobre a escolha de dividir a figura em formas específicas.

Quais formas foram mais fáceis de calcular? Que desafios surgiram ao dividir a figura?

Qual seria a melhor maneira de dividir uma figura irregular? Seria possível usar outro tipo de figura além de triângulos e retângulos para simplificar os cálculos? Por quê?

No link¹⁰, é possível observar a verificação visual do cálculo de área de uma figura irregular.

A construção desse material representa também uma realização pessoal, pois por meio dele foi possível mostrar aos meus alunos que o estudo de áreas pode ocorrer de maneira leve e significativa, proporcionando uma aprendizagem mais acessível.

¹⁰ <https://www.geogebra.org/m/qneczvpt>

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao investigar a dificuldade de um estudante em compreender o cálculo da área de figuras geométricas simples, como quadrados e retângulos, ficou evidente a necessidade de repensar as abordagens pedagógicas para o ensino desse conceito. O problema de pesquisa, "como melhorar a forma de ensinar o cálculo de área de figuras planas?", foi respondido de maneira significativa por meio do uso de ferramentas tecnológicas, especialmente o *software* GeoGebra como possibilidade de melhora.

A análise da Base Nacional Comum Curricular revelou que os conteúdos de geometria no ensino básico são frequentemente tratados como complementares, sendo introduzidos após uma abordagem da álgebra, o que pode prejudicar a compreensão dos estudantes. Isso porque, ao contrário da álgebra, a geometria exige uma abordagem mais visual e interativa para que os conceitos sejam efetivamente assimilados.

A fundamentação teórica, baseada principalmente na obra de Elon Lages Lima (2009c), permitiu uma melhor compreensão dos fundamentos geométricos, tanto para a formação do pesquisador quanto para a proposição de metodologias mais eficazes para o ensino. Além disso, a pesquisa histórica sobre a geometria mostrou que, embora o cálculo de áreas tenha raízes nas práticas agrícolas de civilizações antigas, foi com Euclides que a geometria ganhou a formalidade que utilizamos hoje.

Ferramentas, como GeoGebra, mostraram-se recursos valiosos no ensino de conceitos geométricos. O GeoGebra, conforme observado na pesquisa, facilita a visualização e a experimentação, oferecendo aos alunos uma forma mais concreta de entender o preenchimento das áreas das figuras planas. Além disso, a plataforma permite que os alunos construam e deduzam fórmulas por meio da observação direta das formas e das unidades envolvidas, tornando o aprendizado mais interativo e significativo.

Desta forma, fica evidente que a compreensão dos estudantes sobre as áreas de figuras planas se torna mais completa quando apresentada por meio de uma visualização empírica e dinâmica. Isso ocorre porque, apenas com a teoria e a demonstração das fórmulas, os alunos não conseguem adquirir as habilidades propostas na BNCC e no DC-GO.

Contudo, é necessário criar condições para implementar essa metodologia, pois existem escolas que não possuem computadores nem acesso à internet.

Outra dificuldade encontrada é o conhecimento limitado dos professores acerca da ferramenta aqui estudada, além da falta de planejamento específico para sua aplicação e a escassez de tempo para executá-la em sala de aula, visto que os conteúdos a serem ministrados são extensos e a prática com a ferramenta demanda tempo adicional.

Para a continuidade dos estudos em geometria, o GeoGebra oferece ao professor a possibilidade de realizar avanços significativos. O círculo, ainda dentro da geometria plana, que não pôde ser contemplado nesta pesquisa, pode ser amplamente explorado. Da mesma forma, os volumes de sólidos geométricos, com representações em três dimensões, podem ser apresentados por meio de desenhos interativos, nos quais a rotação e a translação das figuras

facilitarão a compreensão dos estudantes.

Por fim, conclui-se que o uso de tecnologias como o GeoGebra representa um caminho promissor para o ensino de geometria na educação básica, sobretudo no que diz respeito ao cálculo de áreas de figuras planas. Assim, espera-se que este trabalho contribua para a reflexão sobre práticas pedagógicas mais eficazes e inspire novos estudos que ampliem o uso de recursos digitais na construção do conhecimento matemático, especialmente no campo da geometria.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AABOE, A. *Episodes from the early history of mathematics*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America, 1998.
- ALMEIDA, F. R.; VALENTE, W. R. O uso do software Geogebra no ensino da geometria. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 11, n. 2, p. 45-60, 2011.
- ARAÚJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C. *Aprendendo matemática com o GeoGebra*. São Paulo: Exato, 2010.
- BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1995.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base*. Brasília, DF: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Anexo ao Parecer CNE/CEB nº 2/2022: Normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2022. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao>. Acesso em: 18 abr. 2025.
- D'AMBROSIO, U. *Educação matemática: Da teoria à prática*. 16. ed. São Paulo: Papirus Editora, 1996.
- ENSINAR HISTÓRIA. *A Matemática egípcia no papiro de Rhind*. Disponível em: <https://ensinarhistoria.com.br/a-matematica-egipcia-no-papiro-de-rhind/>. Acesso em: 18 abr. 2025.
- EUCLIDES. *Os elementos*; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.
- EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. 6. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2011.
- GARCEZ, F. de A. *O conceito de áreas planas e uma proposta de ensino por meio de decomposições*. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.
- GASPAR, M. T. J. *Um estudo sobre áreas em um curso de formação de professores tomando como ponto de partida a história da matemática indiana no período dos Sulbasutras*. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 4, n. 8, p. 189–214, out. 2004 – mar. 2005. Publicação oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática.
- GEOGEBRA. *GeoGebra: A matemática interativa*. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>. Acesso em: 8 nov. 2024.
- GOIÁS. Secretaria de Estado da Educação. *Documento Curricular para Goiás: Etapa Ensino Fundamental*. Goiânia: SEDUC, 2019.

- LIMA, E. L. *Medida e forma em Geometria*. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2009.
- LIMA, E. L. *Curso de análise*. V. 1. 14. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.
- LOPES, R. C.; CASTRO, D. T. *A importância das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem. Humanidades e Inovação*. Ano 2, nº 2. Palmas, ago/dez, 2015.
- MILLAN, C. H. et al. *Panorama da qualidade da Internet nas escolas públicas brasileiras: 2024*. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2024. Disponível em: <https://www.medicoes.nic.br/media/Publicacao-internet-escolas-2024.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2025.
- MUNIZ NETO, A. C. *Geometria*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- PERRENOUD, P. *Dez Novas Competências para Ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- RIBEIRO JR., W. A. *Papiro com texto de Euclides*. Portal Graecia Antiqua, São Carlos. Disponível em: <http://greciantiga.org/img.asp?num=0719>. Acesso em: 30 mar. 2025.
- ROQUE, T. *História da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas*. Tradução de João Cosme Santos Guerreiro. 2. ed. rev. e ampl. Lisboa: Gradiva, 1992.
- TABAK, J. *Algebra: Sets, Symbols, and the Language of Thought*. Rev. ed. (The History of Mathematics). New York: Facts On File, 2004.
- ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Penso, 2014.

8. APÊNDICE A: GEOGEBRABOOK

02/06/25, 20:30

Área de figuras planas: Um Guia para entender e aplicar. – GeoGebra

GeoGebra



Lista de conteúdos

Apresentação

O Livro

Orientações ao docente



Introdução

Problema Motivador

Entender

Definição de área

Área do quadrado

Área do retângulo

Área do paralelogramo

Área do triângulo

Área do trapézio

Aplicar

Atividade 1: Explorando Áreas de Figuras Planas no GeoGebra

Atividade 2: Demonstrar visualmente a área de cálculo de triângulo.

Atividade 3: Área de uma Figura Composta (Retângulo e Triângulo)

Atividade 4: Área de um Jardim em Formato de Trapézio no Meio de um Terreno Retan...

Atividade 5: Cálculo de área de uma região irregular

Bibliografia

Bibliografia

Próximo
O Livro →

Novos Materiais

Transposição didática- Caso do Teorema de Pitágoras
Questão UERJ 2022

Privacy

 Livro

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA



Este livro é fruto da minha dissertação de mestrado e foi desenvolvido para ajudar o docente a ensinar de forma interativa os conceitos básicos de área de figuras planas. As atividades apresentadas visam instigar o estudante a explorar novas formas de aprendizagem. Ao final de cada uma, há um tópico chamado "Explorar", com perguntas desafiadoras para estimular o pensamento crítico dos alunos.



Orientações ao docente

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA



Orientações ao docente

Professor,

Este material foi desenvolvido para atender alunos que ainda não compreenderam o conceito de área e a aplicação das fórmulas. As atividades foram elaboradas considerando um contexto de limitações, como a falta de recursos didáticos e o acesso restrito à internet, o que pode impedir que cada aluno utilize um computador individualmente.

Para superar esses desafios, as propostas aqui apresentadas podem ser trabalhadas de forma coletiva, utilizando um datashow para exibição das atividades. Dessa maneira, o professor pode conduzir a aula de forma interativa, estimulando a participação dos alunos e promovendo um aprendizado mais acessível e colaborativo.

Habilidades, da BNCC, envolvidas com cálculo de área para o Ensino Fundamental 2 (6º ao 9º ano)

EF06MA19 – Compreender e utilizar as fórmulas do cálculo de área de figuras planas, como quadrado, retângulo e triângulo, em situações práticas.

EF07MA20 – Resolver problemas que envolvam cálculo da área de figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas.

EF07MA21 – Comparar e analisar diferentes estratégias para o cálculo da área de figuras planas, considerando decomposição e composição de figuras.

EF08MA21 – Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de área de trapézios e losangos.

EF08MA22 – Resolver problemas que envolvam a relação entre perímetro, área e escala em figuras planas.

Habilidades, da BNCC, envolvidas com cálculo de área para o Ensino Médio.

(EM13MAT101) – Analisar e resolver problemas de diferentes contextos, incluindo os socioeconômicos e ambientais, que envolvam grandezas mensuráveis, realizando conversões entre unidades de medida e utilizando conceitos como área e volume.



(EM13MAT305) – Resolver problemas que envolvam áreas de figuras planas e superfícies de sólidos geométricos, empregando conceitos de proporcionalidade, decomposição e composição de figuras.

(EM13MAT405) – Relacionar a geometria plana à geometria analítica, utilizando o plano cartesiano para explorar propriedades métricas, incluindo o cálculo de áreas de polígonos representados no sistema de coordenadas.

← Anterior
O Livro

Próximo →
Sobre a autora



Sobre a autora

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA



Jordana Almeida

Sou licenciada em Matemática pelo Instituto Federal de Goiás (IFG) desde 2015, com pós-graduação em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (UFPI), concluída em 2023. Em 2025, concluo o mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG).

Leciono matemática na educação básica desde 2014, atuando em escola pública e buscando estratégias para aprimorar o ensino da disciplina e contribuir para o aprendizado dos estudantes.

Além da docência, também me dedico à pesquisa acadêmica na área de geometria plana, com foco no estudo de áreas de figuras retas. Durante o mestrado, desenvolvi este GeoGebra Book como produto educacional, visando auxiliar no ensino e na aprendizagem desse conteúdo.



Problema Motivador

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA



A ideia para este trabalho surgiu a partir de uma aula em que eu estava ensinando sobre perímetros e áreas. Durante a explicação, um estudante fez uma pergunta que chamou minha atenção: “Por que, para calcular o perímetro, somamos os quatro lados, enquanto para calcular a área, multiplicamos apenas dois deles?”. Esse questionamento evidenciou que a definição de área ainda não estava assimilada, e o estudante não conseguiu perceber que a quantidade de unidades que preenchem a superfície de um quadrilátero regular é equivalente a multiplicar dois de seus lados.

Esse momento me fez perceber que o uso de fórmulas prontas e cálculos algébricos, onde o aluno apenas aplicava as fórmulas para encontrar um número referente à área de uma figura, sem compreender as construções geométricas, o motivo de cada fórmula ou até mesmo o conceito de área em si, não estava gerando o efeito desejado. Ficou claro que faltavam argumentos sólidos que permitissem aos estudantes realmente entender o conceito de área.

Foi essa constatação que motivou a escolha do tema desta dissertação. A partir disso, decidimos adotar a tecnologia como ferramenta didática, utilizando o software GeoGebra, para promover uma aprendizagem mais interativa e significativa, que estimulasse a compreensão profunda do conceito de área.

Definição de área

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Área

Definição:

Definição formal: Área, enquanto conceito geométrico, refere-se à medida da superfície de uma figura bidimensional, sendo essencial para resolver problemas que envolvem espaço e disposição de formas no plano.

Ou podemos dizer que área é a medida da superfície de uma figura plana.

Ou ainda, área é a quantidade de unidades que se dispõem no interior de uma figura geométrica.

As figuras geométricas que estudaremos são: Quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo e trapézio.

Intuitivamente vamos observar as figuras com medidas de lados inteiras.

01/06/25, 18:54

Área do quadrado – GeoGebra

GeoGebra



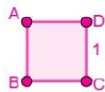
Área do quadrado

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Quadrado é o quadrilátero que tem os 4 lados iguais.

Vamos contar quantas unidades cabem em um quadrado de medida dos lados igual a 3. Cada quadradinho abaixo é unitário, ou seja, por definição, a área é igual a 1.

Quadrado unitário.



	Nome	Valor	Legen
1	Ponto A	A = (-7, 2)	
2	Ponto B	B = (-7, 0)	
3	Ponto C	C = (-5, 0)	
4	Ponto D	D = (-5, 2)	
5	Quadrilátero q1 = q1	4	
5	Segmento a a = 2		
5	Segmento b b = 2		
5	Segmento c c = 2		
5	Segmento d d = 2		
6	Ponto E	E = (-7, 1)	

14 / 16

Para construir a animação do quadrado, siga os passos abaixo:

- Utilize a malha quadriculada e os eixos para ter mais precisão. Com a ferramenta "polígono" crie um quadrado de lado 3.
- Crie retas paralelas com os lados do quadrado e com a ferramenta "ponto de intersecção" fazendo os vértices dos quadrados unitários de dentro do quadrado maior.

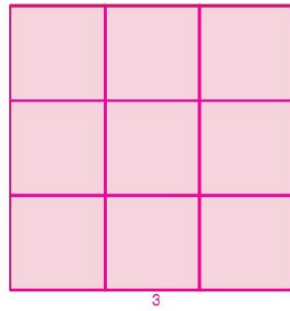
<https://www.geogebra.org/m/athtdmtm#material/p5y6zsq9>

1/2

01/06/25, 18:54

Área do quadrado – GeoGebra

GeoGebra




Logo, contando quantos quadradinhos chegamos a 9 unidades.

Deste modo, conseguimos deduzir a fórmula para calcular a área do quadrado, multiplicando a medida do lado por ele mesmo.

$$A = l.l$$

← Anterior
Definição de área

Próximo →
Área do retângulo

 Área do retângulo

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA



Área do retângulo

Retângulo

Retângulo é o quadrilátero que tem os quatro ângulos retos. Da mesma forma, contaremos quantas unidades cabem em um retângulo de medidas de lados 4 de base e 2 de altura.

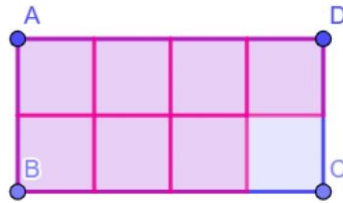
Para construir a animação do retângulo, siga os passos abaixo:

- Utilize a malha quadriculada e os eixos para ter mais precisão. Com a ferramenta “polígono” crie um retângulo de lados 2 e 4.
- Crie retas paralelas com os lados do retângulo e com a ferramenta “ponto de intersecção” fazendo os vértices dos quadrados unitários de dentro do retângulo.
- Novamente com a ferramenta “polígono” crie 8 quadrados unitários.
- Agora só ocultar os vértices, as retas paralelas e os rótulos.

01/06/25, 18:54

Área do retângulo – GeoGebra

GeoGebra



Logo, contando os quadradinhos unitários chegamos a 8 unidades.

Assim, deduzimos a fórmula para calcular a área do retângulo, multiplicando a base (b) pela altura (h).

$$A = b \cdot h$$

← Anterior
Área do quadrado

Próximo →
Área do paralelogramo

Área do paralelogramo

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Paralelogramo

Paralelogramo: figura geométrica que possui quatro lados, sendo lados opostos paralelos. Podemos decompor o paralelogramo e recompô-lo em um retângulo. A área do paralelogramo pode ser calculada contando quantas unidades justapostas cabem no retângulo recomposto.

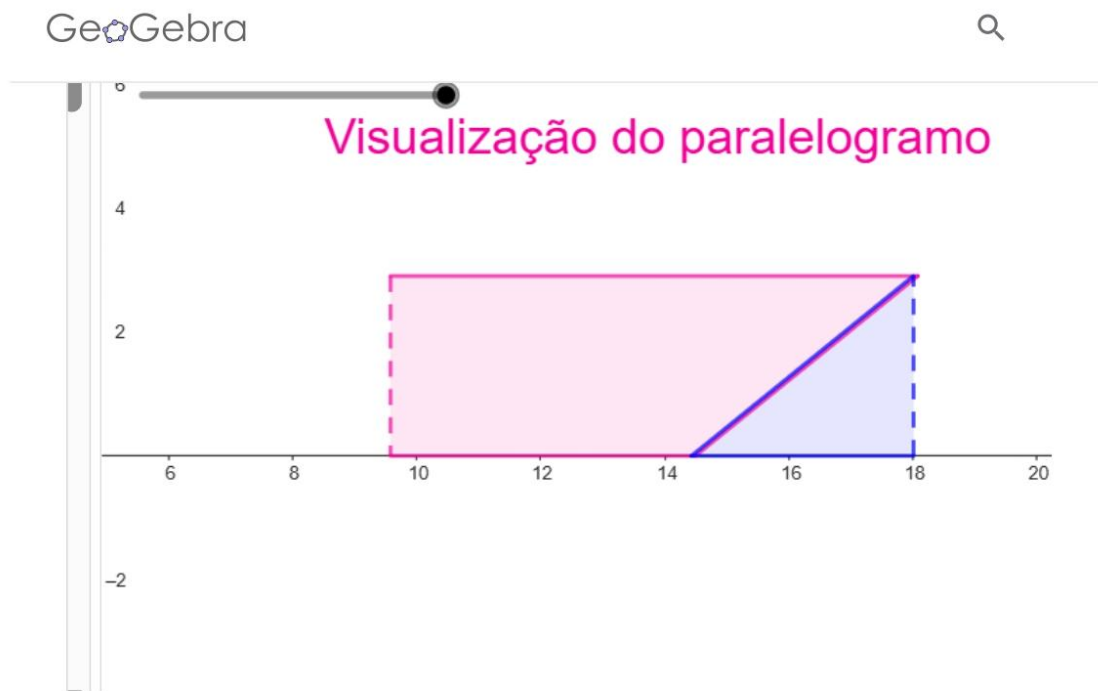
Logo, podemos calcular a área do paralelogramo multiplicando a base (b) pela altura (h).

Para construir a visualização do paralelogramo, siga os passos listados abaixo.

- Construir dois controles deslizantes para serem o lado (l_1) e a altura (h) do paralelogramo.
- Construir outro controle para o ângulo (α), coloque para variar de 0° a 90° .
- Crie um ponto A.
- Na caixa de entrada digite $(x(A)+l_1, y(A))$ para criar o ponto B.
- Digite $l_2=h/\text{sen}(\alpha)$ para ser o outro lado do paralelogramo.
- Vá em "segmento com comprimento fixo" e coloque l_2 . Use o comando "Girar" na segunda opção (f, α, A).
- Construir o 4º vértice do paralelogramo, na caixa de entrada digite $(x(C')+l_1, y(C'))$.
- Vá na opção "polígono" e construa o paralelogramo.
- Determine uma reta perpendicular do vértice C' com a base do paralelogramo, marque a interseção dessa reta com o segmento AB e construa o triângulo (t_1) na aba "polígono".
- Retire a exibição do paralelogramo e da reta perpendicular.
- Construa um novo quadrilátero EBDC'.
- Construa um vetor (u) do ponto A até o ponto B, crie um controle deslizante (p) e coloque para variar de 0 a 1, na caixa de entrada e digite "transladar" na primeira opção, ($t_1, p.u$), criando o triângulo (t_1').
- Retire o triângulo (t_1).
- Retire também os rótulos e exibições que achar pertinente.

01/06/25, 18:54

Área do paralelogramo – GeoGebra



Logo, podemos calcular a área do paralelogramo multiplicando a base (b) pela altura (h).

$$A = b \cdot h$$

← Anterior
Área do retângulo

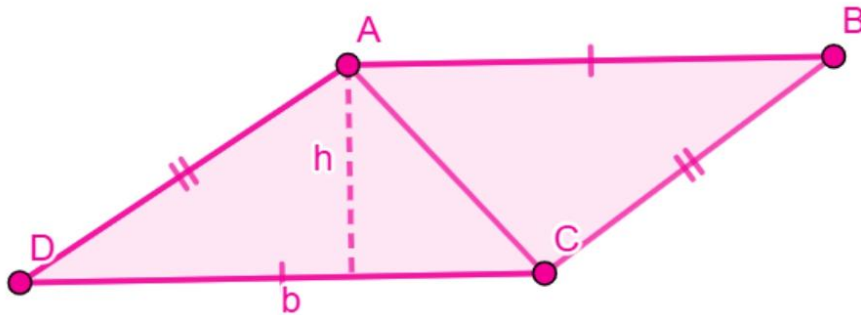
Próximo →
Área do triângulo

Área do triângulo

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Triângulo

Triângulo é a metade de um paralelogramo.

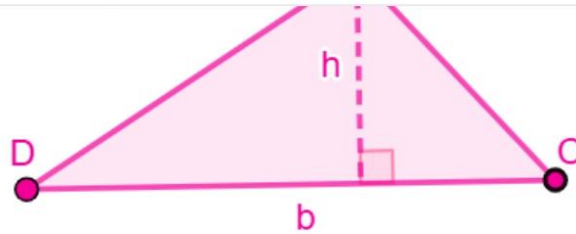


Usaremos o exemplo anterior, do paralelogramo de medidas 2×4 . Traçando a diagonal do retângulo, obtemos dois triângulos iguais. Logo podemos usar a fórmula do retângulo e dividi-la por 2.

01/06/25, 18:55

Área do triângulo – GeoGebra

GeoGebra



Assim, a fórmula para calcular a área do triângulo será base (b) multiplicada pela altura (h) dividida por 2.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

← Anterior
Área do paralelogramo

Próximo →
Área do trapézio

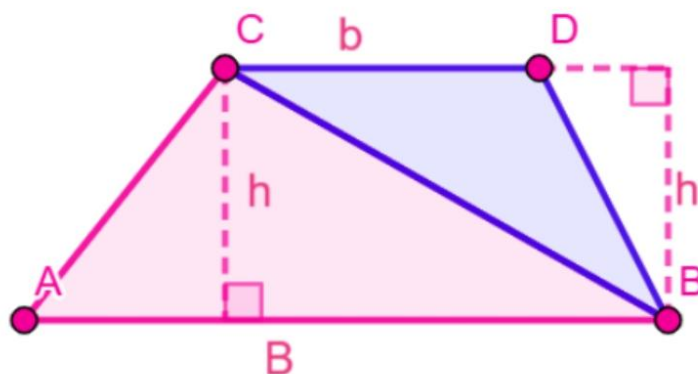
Área do trapézio

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Trapézio

Trapézio: é uma figura geométrica que possui pelo menos dois lados paralelos, que chamamos de bases.

Ao traçarmos a diagonal do trapézio formamos dois triângulos de alturas (h) iguais. Assim, a fórmula do cálculo de área do trapézio é a soma das áreas de dois triângulos:



$$A = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2}$$

Colocando $\frac{h}{2}$ em evidência, teremos:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$





Atividade 1: Explorando Áreas de Figuras Planas no GeoGebra

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA



Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (triângulos, paralelogramos, retângulos e trapézios) e relacionar com situações do cotidiano.

1. Retângulo

	Use a ferramenta Polígono para desenhar um retângulo	
<input type="radio"/>	$A = (1, 3)$	
<input type="radio"/>	$B = \text{Ponto}(\text{EixoX}) = (1, 0)$	
<input type="radio"/>	$C = \text{Ponto}(\text{EixoX}) = (7, 0)$	
<input type="radio"/>	$D = (7, 3)$	
<input type="radio"/>	Retângulo = Polígono = 18	
	$a = \text{Segmento}(A, B)$	

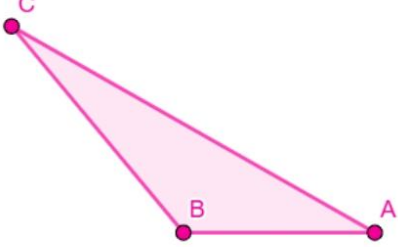
Use a ferramenta Polígono para desenhar um retângulo

2. Triângulo

GeoGebra

Use o comando "polígono" para criar um triângulo.

<input type="radio"/>	criar um triângulo.		
<input type="radio"/>	A = Ponto(Eixo = (11, 0)		
<input type="radio"/>	B = Ponto(Eixo = (6, 0)		
<input type="radio"/>	C = (1.51, 5.4)		
<input type="radio"/>	Triângulo = Pol = 13.5		
<input type="radio"/>	a = Segmento(f = 7.02		




1	Texto texto1	
2	Ponto A	P S E
3	Ponto B	P S E
4	Ponto C	
5	Triângulo Triângulo	P A
5	Segmento c	S A
5	Segmento a	S B
5	Segmento b	S C

3. Trápézio

Faça um trapézio marcando os pontos na grade para representar a base maior, base menor e os lados inclinados.

Faça um trapézio marcando os pontos na grade para representar a base maior, base menor e os lados inclinados.

<input checked="" type="radio"/>	Faça um trapézio marcando os pontos na grade para representar a base maior, base menor e os lados inclinados.	
<input type="radio"/>	A = (-5.02, 3.15)	
<input type="radio"/>	B = (2.98, 3.15)	
<input type="radio"/>	f = Segmento(A, B) = 8	
<input type="radio"/>	C = (-3.02, 6.15)	
<input type="radio"/>	g : Reta(C, f) = y = 6.15	



02/06/25, 20:38

Atividade 1: Explorando Áreas de Figuras Planas no GeoGebra – GeoGebra

GeoGebra



area muda em tempo real. Faça perguntas como:

O que acontece com a área do retângulo se dobrarmos o comprimento de um lado?

Como calcular a área de um triângulo ou trapézio sem usar o GeoGebra?

← Anterior
Área do trapézio

Próximo →
Atividade 2: Demonstrar visualmen...

Atividade 2: Demonstrar visualmente a área de cálculo de triângulo.

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Objetivo: proporcionar aos estudantes uma compreensão visual e conceitual da fórmula da área do triângulo em situações em que a altura está fora da figura.

Passo a Passo para a Atividade

1. Criar o triângulo
2. Adicionar a altura (h)
3. Construir o retângulo
4. Dividir o retângulo

Assim, podemos deduzir que a fórmula para calcular a área de um triângulo é:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

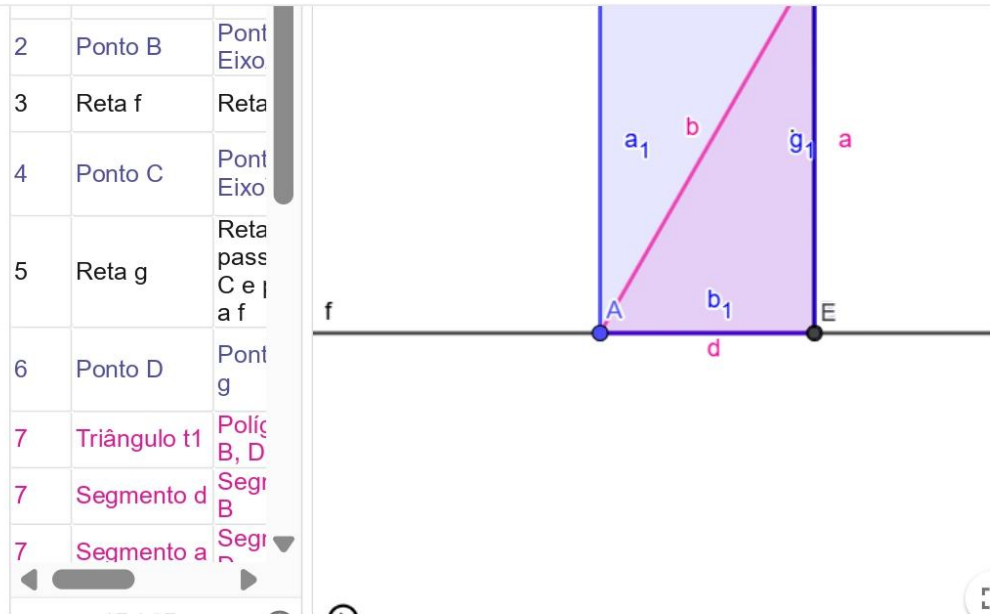
Proponha desafios, como calcular a área de diferentes triângulos antes de verificar no GeoGebra.

5. Exploração: Peça aos estudantes que movimentem o vértice C do triângulo e observem como a altura e a área mudam, mas a relação do triângulo com o retângulo permanece. Se movimentar o ponto D, teremos triângulos com alturas dentro e fora do retângulo.

02/06/25, 20:41

Atividade 2: Demonstrar visualmente a área de cálculo de triângulo. – GeoGebra

GeoGebra



← Anterior

Atividade 1: Explorando Áreas de ... Atividade 3: Área de uma Figura C...

Próximo →

Privacy

02/06/25, 20:42

Atividade 3: Área de uma Figura Composta (Retângulo e Triângulo) – GeoGebra

GeoGebra



Atividade 3: Área de uma Figura Composta (Retângulo e Triângulo)

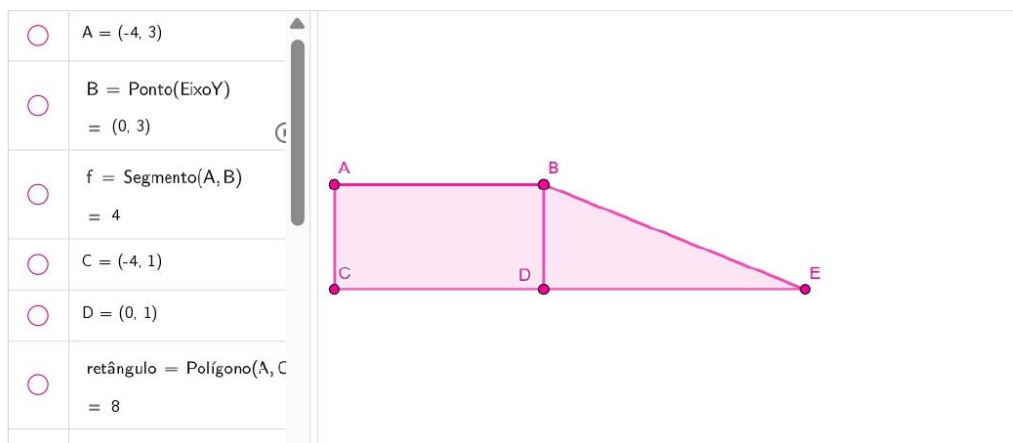
Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (triângulos, retângulos) e relacionar com situações do cotidiano.

Situação Problema

Uma arquiteta está projetando uma rampa de entrada para uma casa. A rampa será representada por um triângulo acoplado a um retângulo, formando uma figura composta. Ajude a calcular:

1. A área do retângulo (plataforma).
2. A área do triângulo (rampa).
3. A área total da figura



4. Exploração

Se aumentarmos a inclinação da rampa (alterando o triângulo), como a área total será impactada?

02/06/25, 20:42

Atividade 4: Área de um Jardim em Formato de Trapézio no Meio de um Terreno Retangular – GeoGebra

GeoGebra



Atividade 4: Área de um Jardim em Formato de Trapézio no Meio de um Terreno Retangular

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

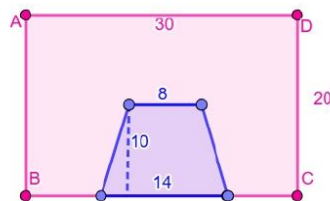
Objetivo: Compreender o cálculo da área de figuras planas (retângulos e trapézios) e relacionar com situações do cotidiano.

Situação/Problema:

Você está planejando construir um jardim em formato de trapézio no meio de um terreno retangular. O terreno tem 20 m de largura e 30 m de comprimento. O jardim tem bases de 14 e 8 metros e a altura de 10 metros. Calcule:

- A área do terreno.
- A área do jardim trapézio.
- A área restante do terreno

<input type="radio"/>	A = (-30, 10)
<input type="radio"/>	B = (-30, -10)
<input type="radio"/>	C = Ponto(EixoY) = (0, -10)
<input type="radio"/>	D = Ponto(EixoY) = (0, 10)
<input type="radio"/>	retangulo = Polígono(A, B, C = 600
<input type="radio"/>	a = Segmento(A, B, retangul



4. Exploração:

Pergunte aos alunos

Qual será a área restante do terreno?

Se aumentarmos a base maior para 16 m, como a área do trapézio será afetada?

E se a altura for reduzida para 8 m?

02/06/25, 20:42

Atividade 5: Cálculo de área de uma região irregular – GeoGebra

GeoGebra

Q ☰

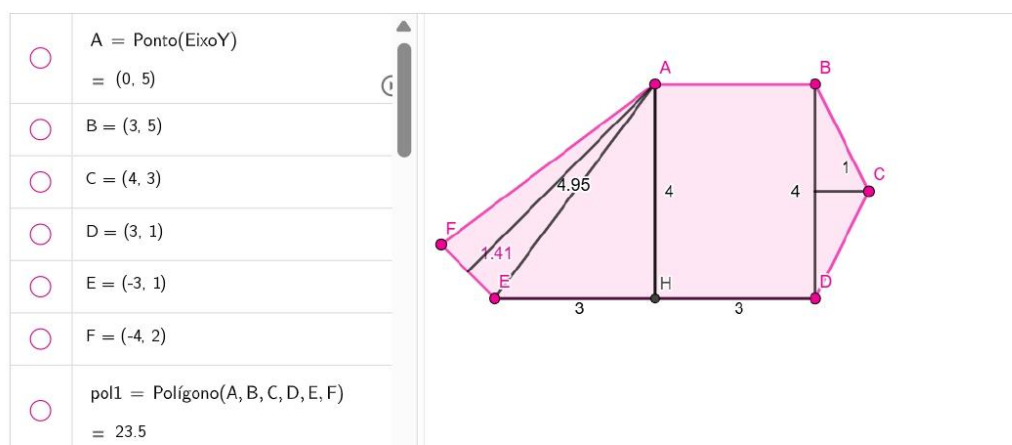
Atividade 5: Cálculo de área de uma região irregular

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA

Objetivo: compreender como calcular a área de regiões que não são facilmente descritas por uma fórmula.

Passo a passo no geogebra:

1. Peça aos alunos que desenhem uma região irregular no Geogebra, usando as ferramentas "ponto" e "segmento". A figura pode ser qualquer polígono irregular, como uma forma com várias linhas de diferentes comprimentos.



Dica: O GeoGebra tem uma ferramenta de "Polígono" que pode ser usada para conectar vários pontos e formar uma região irregular automaticamente. Assim, os alunos podem visualizar de imediato a figura que estão criando.

2. A parte interessante aqui é que os alunos devem encontrar maneiras de dividir essa região irregular em formas geométricas mais simples, como triângulos ou retângulos, cujas áreas podem ser calculadas de maneira fácil. Eles podem usar as ferramentas de linha, segmento, e ponto para fazer essas divisões.

3.Exploração

Após os cálculos, pode-se promover uma discussão com os alunos sobre a escolha de dividir a figura em formas específicas.

Quais formas foram mais fáceis de calcular? Que desafios surgiram ao dividir a figura?

Qual seria a melhor maneira de dividir uma figura irregular? Seria possível usar outro tipo de figura além de triângulos e retângulos para simplificar os cálculos? Por quê?

Privacy

 Bibliografia

Autor: JORDANA AUGUSTA GOMES DE ALMEIDA 

ALMEIDA, Jordana Augusta Gomes de. *Ensino de área de polígonos planos com software GeoGebra por meio do GeoGebraBook*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2025.

CUNHA FILHO, Lourivaldo Lacerda da. *Lugares geométricos na educação básica: uma proposta de ensino com o aporte do GeoGebraBook*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2024.

GRAUNKE, Fernando T. Coelho; SELLIN, Weversson Dalmaso. *Trigonometria: uma abordagem interativa*. GeoGebraBook, 2024. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7>. Acesso em: [Março, 2025].

NÓBREGA, Jorge Cássio Costa. *GGBook: uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica GeoGebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de narrativas matemáticas dinâmicas*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.