



Universidade Federal de Goiás  
Instituto de Física  
Programa de Pós-Graduação em Física

Ademar Paulo Júnior

**Simulação da razão de carga de múons atmosféricos utilizando o  
CORSIKA**

Goiânia

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE FÍSICA

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

### 1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação     Tese     Outro\*: \_\_\_\_\_

\*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

**Exemplos:** Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

### 2. Nome completo do autor

Ademar Paulo Júnior

### 3. Título do trabalho

Simulação da razão de carga de múons atmosféricos utilizando o CORSIKA

### 4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento  SIM     NÃO<sup>1</sup>

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(a) autor(a) e ao(a) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Ademar Paulo Júnior, Discente**, em 19/10/2023, às 17:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Avelino Gomes, Professor do Magistério Superior**, em 23/10/2023, às 16:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4138529** e o código CRC **3D09ACE1**.

Ademar Paulo Júnior

**Simulação da razão de carga de múons atmosféricos utilizando o  
CORSIKA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, do Instituto de Física, da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para obtenção do título de Doutor em Física.

Área de concentração: Física

Linha de pesquisa: Partículas e campos

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes

Goânia

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Paulo Junior, Ademar

Simulação da razão de carga de múons atmosféricos utilizando o CORSIKA [manuscrito] / Ademar Paulo Junior. - 2023.

157 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Física (IF), Programa de Pós-Graduação em Física, Goiânia, 2023.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui abreviaturas, gráfico, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Raios cósmicos. 2. EAS. 3. CORSIKA. 4. Razão de carga de múons. I. Gomes, Ricardo Avelino, orient. II. Título.

CDU 53



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE FÍSICA

### ATA DE DEFESA DE TESE

Ata Nº 68 da sessão de Defesa de Tese de Ademar Paulo Júnior que confere o título de Doutor em Física, na área de concentração em Física.

Aos 18 dias do mês de setembro de 2023, a partir das 09h00min, por meio de videoconferência, realizou-se a sessão pública de Defesa de Tese intitulada “Simulação da razão de carga de múons atmosféricos utilizando o CORSIKA”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Ricardo Avelino Gomes (IF/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor Carlos José Todero Peixoto (EEL/USP Lorena), membro titular externo; Professor Doutor Gustavo do Amaral Valdivieso (ICT/UNIFAL), membro titular externo; Doutor Stefano Castro Tognini (ORNL/EUA), membro titular externo; e Professor Doutor Fábio Luis Braghin (IF/UFG), membro titular interno. Durante a arguição, os membros da banca não fizeram sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Tese, tendo sido o candidato aprovado pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Ricardo Avelino Gomes, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos 18 dias do mês de setembro de 2023.

#### TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Stefano Castro Tognini, Usuário Externo**, em 18/09/2023, às 13:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fabio Luis Braghin, Professor do Magistério Superior**, em 18/09/2023, às 13:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos José Todero Peixoto, Usuário Externo**, em 18/09/2023, às 13:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Avelino Gomes, Professor do Magistério Superior**, em 18/09/2023, às 13:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gustavo do Amaral Valdivieso, Usuário Externo**, em 19/09/2023, às 15:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4011256** e o código CRC **5CB30FAA**.

*A ciência é aquilo que aprendemos sobre como não deixar enganar a nós mesmos.*

Richard Phillips Feynman

*A minha esposa, Tainá de Abreu.*

# Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que, de algum modo, contribuíram para que eu chegasse até aqui. A caminhada não se resume apenas à tese de doutorado ou a um projeto de pesquisa, mas a um projeto que exige um comprometimento ao longo de boa parte de nossas vidas.

Agradeço à minha companheira Tainá de Abreu, por toda paciência, compreensão e apoio com todos os percalços que tive ao longo dessa jornada. Saiba que sem seu suporte nada disso seria possível.

Aos meus pais, Ademar e Jovenília, por serem um apoio emocional, especialmente nas estadias de viagens bastante cansativas para aulas e outros compromissos da pós. Ao meu irmão, Marcelo e sua esposa, Jeane, minha colega de graduação, bem como meus sobrinhos Bianca e Tiago, que por diversas vezes ajudaram a aliviar o fardo e as dificuldades por quais passei. Aos primos e amigos, Márcia, Eugênio, Áurea e Aliane pelas caronas e conversas ao longo do trajeto.

Aos colegas de pós, em especial ao Sheldon, William, Luiz Ricardo, Itália e Rhayson pelas conversas e trocas de risadas que servem para aliviar a carga de cada um ao longo desse caminho. Aos amigos de IFTO, Weimar, Humberto e Romero, por toda a paciência e suporte com as dificuldades em cumprir com todas as atividades inerentes ao trabalho na instituição.

Em especial agradeço ao meu orientador, professor Ricardo Avelino Gomes, pelas lições não só de Física mas de vida acadêmica e pensamento científico. Foi uma honra aprender com o senhor e espero que possamos continuar a trabalhar com parcerias onde eu possa dar maiores contribuições. Aos professores e técnicos do Instituto de Física da Universidade Federal de Goiás meus sinceros agradecimentos, por fazerem com que a Universidade pública brasileira seja o que é apesar de todas as dificuldades.

# Resumo

A razão de carga dos múons atmosféricos,  $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$ , é uma grandeza que pode ser medida a diferentes níveis de altitude da superfície da Terra e em experimentos subterrâneos. Esses múons são resultantes das interações hadrônicas que se desenvolvem nos chuviros atmosféricos extensos (EAS) criados a partir da interação dos raios cósmicos com os núcleos na atmosfera. A razão de carga permite obter informações importantes tanto do ponto de vista da Física envolvendo os raios cósmicos, quanto do estudo da razão entre neutrinos e antineutrinos,  $\nu/\bar{\nu}$ , uma vez que a produção desses é diretamente ligada a dos múons. O presente trabalho consiste em um estudo utilizando simulações de Monte Carlo de EAS produzidos por raios cósmicos com energia entre 100 e  $10^6$  GeV gerados pelo CORSIKA, utilizando os modelos de interação hadrônica de altas energias: QGSJETII-04, EPOS-LHC, DPMJET III, SYBILL 2.3c, VENUS e QGSJET01-C. Foram simulados, separadamente, EAS tendo prótons e núcleos de He como primários, sendo combinados tais conjuntos de dados nas análises realizadas. As simulações tiveram por objetivo verificar quais modelos de interação hadrônica conseguem reproduzir o comportamento esperado para as energias envolvidas tendo em vista o aumento de  $R_\mu$  devido à contribuição dos káons aos EAS. Observou-se que, no caso do conjunto formado por prótons e núcleos de He, com exceção de DPMJET, os demais modelos conseguem reproduzir um aumento em  $R_\mu$  em função da energia dos múons na superfície  $E_\mu \cos \theta^*$ . Entretanto, quando comparados com dados obtidos nos experimentos MINOS, OPERA e CMS, os resultados, de modo geral, não conseguem reproduzir quantitativamente o aumento em  $R_\mu$ . Esse resultado mostra a necessidade de aprimoramento dos modelos para que os mesmos consigam reproduzir o comportamento esperado para a razão de carga.

**Palavras-chave:** Raios Cósmicos. EAS. CORSIKA. Razão de Carga de Múons.

# Abstract

The muon charge ratio,  $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$ , is a quantity that can be measured both at different altitude levels from Earth's surface and in underground experiments. The muons result from the hadronic interactions developed in extensive air showers (EAS) created from the interaction of cosmic rays with nuclei in the atmosphere. The muon charge ratio allows obtaining important information both from the point of view of physics involving cosmic rays, and from the study of the ratio between neutrinos and antineutrinos,  $\nu/\bar{\nu}$ , since their production is directly connected to the muons. The present work is a study using Monte Carlo simulations of EAS produced by cosmic rays with energy between 100 and  $10^6$  GeV generated by CORSIKA, using the high energy hadronic interaction models: QGSJETII-04, EPOS - LHC, DPMJET III, SYBILL 2.3c, VENUS and QGSJET01-C. EAS were simulated separately with protons as primaries and He nuclei, and these datasets were combined in the performed analyses. Simulations aimed to verify which one of these hadronic interaction models are able to reproduce the expected behavior for the energies involved considering the increase of  $R_\mu$  due to the contribution of the kaons to the EAS. It was observed that, to the set formed by protons and He nuclei, with the exception of DPMJET, the other models reproduce an increase in  $R_\mu$  as a function of the energy of the muons on the surface  $E_\mu \cos \theta^*$ . However, when compared to the data obtained in the MINOS, OPERA and CMS experiments, the results, in general, does not reproduce the increase in  $R_\mu$ . Our results show that it would be useful to improve these models so that they can reproduce the expected behavior of the muon charge ratio.

**Keywords:** Cosmic Rays. EAS. CORSIKA. Muon Charge Ratio.

# Lista de Figuras

1.1	Abundância nuclear relativa dos raios cósmicos e do sistema solar. . . . .	27
1.2	Espectro de energia (multiplicado por $E^2$ ) para todas as partículas que compõem os raios cósmicos, medidos por diferentes experimentos. . . . .	30
1.3	Representação do desenvolvimento de chuviros eletromagnético (a) e hadrônico (b), produzindo suas respectivas cascatas. . . . .	32
1.4	Espectro de energia (multiplicado por $E^{2,6}$ ) na região de mais altas energias com dados do Telescope Array e Observatório Pierre Auger. . . . .	40
2.1	Intensidade dos múons de acordo com a profundidade (em km.w.e.). No eixo à direita tem-se a energia mínima dos múons (em TeV) no ponto de produção para alcançar uma profundidade $X$ . . . . .	48
2.2	Definição do ângulo $\theta^*$ levando em conta a curvatura da Terra ( $R_T$ ) e a altura de produção do múon ( $h$ ). . . . .	54
2.3	Medidas de $\mu^+/\mu^-$ de múons atmosféricos em função do momento obtidas pelos experimentos CAPRICE94 (a) e BESS-TEV (b). . . . .	58
2.4	Razão de carga dos múons em função do momento vertical dos múons ( $p \cos \theta_z$ ) obtidos no CMS, incluindo os dados obtidos em UTAH, L3+C, OPERA e MINOS. O ajuste da curva para o modelo $\pi K$ é mostrado juntamente com o obtido por Schreiner et al. . . . .	59
2.5	Razão de carga dos múons em função de $E_\mu \cos \theta^*$ com o melhor ajuste para o modelo $\pi K$ utilizando os dados do <i>Near</i> e <i>Far Detector</i> . . . . .	60
2.6	Razão de carga dos múons na superfície em função de $\varepsilon_\mu \cos \theta^*$ correspondendo ao melhor ajuste para o modelo $\pi K$ . . . . .	61
3.1	Sistema de coordenadas utilizado no CORSIKA. . . . .	69
3.2	Exemplo de um arquivo de <i>input</i> para o CORSIKA contendo os parâmetros da simulação. . . . .	74
4.1	Dados experimentais para o fluxo diferencial de núcleos primários por energia/núcleo. . . . .	87

5.1	Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ), utilizando os dados obtidos para os modelos simulados. Os dados não foram ponderados pelos respectivos pesos dos intervalos de energia do primário $E_P$ . . . . .	94
5.2	Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ) para os modelos simulados. . . . .	95
5.3	Ajuste log-log obtido utilizando os dados da distribuição $N_P \times E_P$ de cada modelo simulado. A curva em vermelho em cada um dos gráficos corresponde à reta dada pela equação $Y(X) = -\gamma X + A$ , para os modelos simulados . . . . .	97
5.4	Distribuições angulares para a direção zenital ( $\theta_P$ ) dos primários. . . . .	99
5.5	Distribuições angulares para a direção azimutal ( $\phi_P$ ) dos primários. . . . .	100
5.6	Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia dos primários ( $E_P$ ) para prótons como primários. . . . .	102
5.7	Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia dos primários ( $E_P$ ) para núcleos de He como primário. . . . .	103
5.8	Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia dos primários ( $E_P$ ) para a combinação de prótons e núcleos de He como primários. . . . .	104
5.9	Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para prótons como primários. . . . .	106
5.10	Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para núcleos de He como primários. . . . .	107
5.11	Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ . São considerados apenas os múons com $E_\mu \cos \theta^* \geq 100$ GeV. . . . .	108
5.12	Distribuições angulares para a direção zenital dos múons no nível de observação ( $\theta_\mu$ ). . . . .	110
5.13	Distribuições angulares para a direção azimutal dos múons no nível de observação ( $\phi_\mu$ ). . . . .	111
6.1	Razão de carga dos múons no nível de observação $R_\mu$ em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para os modelos simulados com prótons como primários. As barras verticais representam a incerteza estatística. . . . .	113
6.2	Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para os modelos simulados com prótons como primários. Também são representados os ajustes obtidos com os dados dos experimentos MINOS, OPERA e CMS. As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$ GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$ GeV). . . . .	115
6.3	Razão de carga dos múons no nível de observação $R_\mu$ em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para os modelos simulados com núcleos de He como primários. As barras verticais representam a incerteza estatística. . . . .	117

6.4	Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para os modelos simulados com núcleos de He como primários. Também são representados os ajustes obtidos com os dados dos experimentos MINOS, OPERA e CMS. As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$ GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$ GeV). . . . .	119
6.5	Razão de carga dos múons no nível de observação $R_\mu$ em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para os modelos com os dados combinados de prótons e núcleos de He como primários. As barras verticais representam a incerteza estatística. . . . .	120
6.6	Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para os modelos com os dados combinados de prótons e núcleos de He como primários. Também são representados os ajustes obtidos com os dados dos experimentos MINOS, OPERA e CMS. As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$ GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$ GeV). . . . .	122
6.7	Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para os modelos simulados tendo como primários prótons (linhas sólidas) e dados combinados de prótons e núcleos de He (linhas tracejadas). As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$ GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$ GeV) . . . . .	123
B.1	Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ), utilizando os dados obtidos para os modelos simulados utilizando núcleos de He como primários. . . . .	134
B.2	Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ) para os modelos simulados utilizando núcleos de He como primários. Os dados não foram ponderados pelos respectivos pesos dos intervalos de energia do primário $E_P$ . . . . .	135
B.3	Ajuste log-log utilizando os dados obtidos na distribuição $N_P \times E_P$ de cada modelo simulado. A curva em vermelho em cada um dos gráficos corresponde à reta dada pela equação $Y(X) = -\gamma X + A$ , para os modelos simulados utilizando núcleos de He como primários. . . . .	136
B.4	Distribuições angulares para a direção zenital ( $\theta_P$ ) dos primários. . . . .	137
B.5	Distribuições angulares para a direção azimutal ( $\phi_P$ ) dos primários. . . . .	138
B.6	Distribuições angulares para a direção zenital dos múons no nível de observação ( $\theta_\mu$ ). . . . .	141
B.7	Distribuições angulares para a direção azimutal dos múons no nível de observação ( $\phi_\mu$ ). . . . .	142

C.1	Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ), utilizando os dados obtidos para os modelos simulados utilizando a combinação de prótons e núcleos de He como primários. Os dados não foram ponderados pelos respectivos pesos dos intervalos de energia do primário $E_P$ . . . . .	147
C.2	Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ) para os modelos simulados utilizando a combinação de prótons e núcleos de He como primários. . . . .	148
C.3	Ajuste log-log obtido utilizando os dados da distribuição $N_P \times E_P$ de cada modelo simulado. A curva em vermelho em cada um dos gráficos corresponde à reta dada pela equação $Y(X) = (-1,70 \pm 0,13)X + A$ , para os modelos simulados utilizando a combinação de prótons e núcleos de He como primários. . . . .	149
C.4	Distribuições angulares para a direção zenital ( $\theta_P$ ) dos primários. . . . .	150
C.5	Distribuições angulares para a direção azimutal ( $\phi_P$ ) dos primários. . . . .	151
C.6	Distribuições angulares para a direção zenital dos múons no nível de observação ( $\theta_\mu$ ). . . . .	154
C.7	Distribuições angulares para a direção azimutal dos múons no nível de observação ( $\phi_\mu$ ). . . . .	155
E.1	Razão de carga dos múons no nível de observação $R_\mu$ em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para as simulações utilizando nossa metodologia, 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos. . . . .	169
E.2	Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia $E_\mu \cos \theta^*$ para as simulações utilizando nossa metodologia, 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos. As linhas verticais (em preto) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$ GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$ GeV) . . .	170

# Lista de Tabelas

2.1	Principais mésons envolvidos nos EAS. . . . .	52
2.2	Principais bárions em interações produzindo káons. . . . .	52
3.1	Quadro resumo dos principais trabalhos analisados nesta seção. . . . .	82
4.1	Intervalos de energia com o número de eventos simulados para prótons e o respectivo peso atribuído a cada um deles. . . . .	84
4.2	Intervalos de energia com o número de eventos simulados para núcleos de He e o respectivo peso atribuído a cada um deles. . . . .	86
5.1	Parâmetro $\gamma$ do ajuste log-log obtidos para os modelos simulados. . . . .	96
6.1	Valores obtidos para os parâmetros $f_\pi$ e $f_K$ com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para as simulações com prótons como primários. Os valores $R_{\mu_1}$ e $R_{\mu_2}$ são obtidos, respectivamente, para os valores de $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$ e $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ . . . . .	114
6.2	Valores obtidos para os parâmetros $f_\pi$ e $f_K$ com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para os experimentos MINOS, OPERA e CMS. Os valores $R_{\mu_1}$ e $R_{\mu_2}$ são obtidos, respectivamente, para os valores de $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$ e $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ . . . . .	116
6.3	Valores obtidos para os parâmetros $f_\pi$ e $f_K$ com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para as simulações com núcleos de He como primários. Os valores $R_{\mu_1}$ e $R_{\mu_2}$ são obtidos, respectivamente, para os valores de $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$ e $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ . . . . .	118
6.4	Valores obtidos para os parâmetros $f_\pi$ e $f_K$ com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para combinações de prótons e núcleos de He como primários. Os valores $R_{\mu_1}$ e $R_{\mu_2}$ são obtidos, respectivamente, para os valores de $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$ e $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ . . . . .	121
A.1	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_\mu$ , $\sigma_{R_\mu}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJETII. . . . .	127
A.2	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_\mu$ , $\sigma_{R_\mu}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo EPOS-LHC. . . . .	128
A.3	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_\mu$ , $\sigma_{R_\mu}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo DPMJET. . . . .	128

A.4	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo SIBYLL. . . . .	128
A.5	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo VENUS. . . . .	129
A.6	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJET01-C. . . . .	129
A.7	Número de múons com energia $E_{\mu} \geq 100$ GeV que chegam ao nível de observação ponderados de acordo com o intervalo de energia de primário em que foram produzidos para os modelos simulados tendo prótons como primários. . . . .	130
B.1	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJETII. . . . .	131
B.2	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo EPOS-LHC. . . . .	132
B.3	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo DPMJET. . . . .	132
B.4	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo SIBYLL. . . . .	132
B.5	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo VENUS. . . . .	133
B.6	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJET01-C. . . . .	133
B.7	Número de múons que chega ao nível de observação ponderados de acordo com o intervalo de energia de primário em que foram produzidos para os modelos simulados tendo núcleos de He como primários. . . . .	139
C.1	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJETII. . . . .	143
C.2	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo EPOS-LHC. . . . .	144
C.3	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo DPMJET. . . . .	144
C.4	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo SIBYLL. . . . .	144
C.5	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo VENUS. . . . .	145
C.6	Valores obtidos para $N_{\mu^+}$ , $N_{\mu^-}$ , $R_{\mu}$ , $\sigma_{R_{\mu}}$ e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJET01-C. . . . .	145
C.7	Número de múons que chega ao nível de observação ponderados de acordo com o intervalo de energia de primário em que foram produzidos para os modelos simulados considerando a combinação prótons e núcleos de He como primários. . . . .	152

E.1	Número de múons produzidos por intervalos de energia dos múons ( $E_\mu \cos \theta^*$ ) em simulações com 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos, bem como os valores obtidos em nossa metodologia considerando-se o modelo QGSJETII-04 para altas energias e GHEISHA para baixas. . . . .	167
E.2	Razão de carga dos múons por intervalos de energia dos múons ( $E_\mu \cos \theta^*$ ), erro sistemático e relativo percentual em simulações com 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos, bem como os valores obtidos em nossa metodologia considerando-se o modelo QGSJETII-04 para altas energias e GHEISHA para baixas. . . . .	168
E.3	Valores obtidos para os parâmetros $f_\pi$ e $f_K$ com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para as simulações utilizando nossa metodologia, 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos. . . . .	170

# Lista de Siglas

**ALEPH** Apparatus for **LEP PH**ysics

**AMS** Alpha Magnetic Spectrometer

**ATIC** Advanced **T**hin Ionization **C**alorimeter

**BESS** Balloon-borne **E**xperiment with **S**uperconducting **S**pectrometer

**CAPRICE** Cosmic **A**nti**P**article **R**ing Imaging Cherenkov **E**xperiment

**CBMR** Cosmic Background Microwave Radiation

**CMS** Compact Muon Solenoid

**CERN** Conseil **E**uropéen pour la **R**echerche **N**ucléaire

**CNGS** CERN Neutrinos to **G**ran **S**asso

**CORSIKA** **C**Osmic **R**ay **S**Imulations for **K**Ascade

**CREAM** Cosmic **R**ay **E**nergetics and **M**ass

**DPM** Dual **P**arton **M**odel

**DPMJET** Dual **P**arton **M**odel with **J**ETs

**EAS** Extensive Air Showers

**EPOS** Energy conserving quantum mechanical multi-scattering approach, based on **P**artons,  
Off-shell remnants and **S**plitting parton ladders

**FLUKA** **F**LUctuating **K**Ascade

**GEANT** **G**Eometry **A**ND **T**racking

**GHEISHA** Gamma **H**adron **E**lectron **I**nteraction **S**Hower code

**HCAL** Hadron Calorimeter

**KASCADE** **K**ARlsruhe **S**hower **C**ore and **A**rray **D**Etector

**ISM** Interstellar medium

**ISS** International Space Station

**JACEE** Japanese–American Cooperative Emulsion Experiment

**LaMCAD** Laboratório Multiusuário de Computação de Alto Desempenho

**LEP** Large Electron-Positron

**LHC** Large Hadron Collider

**LVD** Large Volume Detector

**MDM** Maximum detectable momentum

**MINOS** Main Injector Neutrino Oscillation Search

**OPERA** Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus

**PAMELA** Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics

**QCD** Quantum Chromodynamics

**QED** Quantum Electrodynamics

**QGS** Quark-Gluon String

**QGSJET** Quark Gluon String model with JETs

**RHIC** Relativistic Heavy Ion Collider

**RPC** Resistive Plate Chambers

**RUNJOB** RUssia–Nippon JOint Balloon

**SLAC** Stanford Linear Accelerator Center

**SK** Super-Kamiokande

**TPC** Time Projection Chamber

**UrQMD** Ultra-relativistic Quantum Molecular Dynamics

**VENUS** Very Energetic Nuclear Scattering

**WILLI** Weakly Ionizing Lepton Lead Interaction

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>8</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>12</b>
<b>Lista de Siglas</b>	<b>15</b>
<b>Introdução</b>	<b>20</b>
<b>1 Raios Cósmicos</b>	<b>23</b>
1.1 Breve contextualização histórica . . . . .	23
1.2 Principais características dos raios cósmicos . . . . .	26
1.2.1 Composição . . . . .	26
1.2.2 Espectro de energia . . . . .	28
1.3 Chuveiros atmosféricos extensos . . . . .	30
1.4 Métodos de detecção . . . . .	36
<b>2 Múons</b>	<b>42</b>
2.1 Múons na atmosfera . . . . .	42
2.2 Múons subterrâneos . . . . .	46
2.3 Razão de carga dos múons . . . . .	49
2.3.1 Modelo pión-káon . . . . .	53
2.4 Medidas experimentais da razão de carga dos múons . . . . .	55
2.5 Medidas da razão de carga em experimentos não magnetizados . . . . .	62
<b>3 Simulações de EAS</b>	<b>65</b>
3.1 Introdução às simulações de EAS . . . . .	65
3.2 CORSIKA . . . . .	67
3.2.1 Modelos de interação hadrônica de altas energias . . . . .	70
3.2.2 Modelos de interação hadrônica de baixas energias . . . . .	73
3.2.3 Arquivos de <i>Input</i> e <i>Output</i> . . . . .	74
3.3 Comparação dos modelos de altas energias do CORSIKA . . . . .	76

<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>83</b>
4.1	Metodologia das simulações . . . . .	83
4.2	Análise dos eventos . . . . .	87
4.2.1	Reconstrução da energia e direção dos múons . . . . .	88
4.2.2	Cálculo da razão de carga dos múons . . . . .	88
4.3	Cálculo das incertezas . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Análises de validação das simulações</b>	<b>93</b>
5.1	Análises dos dados de primários . . . . .	93
5.1.1	Distribuições de energia . . . . .	93
5.1.2	Distribuições angulares . . . . .	98
5.1.3	Distribuições de múons produzidos . . . . .	101
5.2	Análises dos dados de múons . . . . .	105
5.2.1	Distribuições de energia . . . . .	105
5.2.2	Distribuições angulares . . . . .	109
<b>6</b>	<b>Resultados e discussões</b>	<b>112</b>
6.1	Resultados para prótons como primários . . . . .	112
6.2	Resultados para núcleos de He como primários . . . . .	116
6.3	Resultados para prótons e núcleos de He . . . . .	119
	<b>Conclusões</b>	<b>124</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>126</b>
<b>A</b>	<b>Dados das simulações com prótons</b>	<b>127</b>
A.1	Tabelas para razão de carga . . . . .	127
A.2	Dados de primários . . . . .	130
A.2.1	Distribuições de múons produzidos . . . . .	130
<b>B</b>	<b>Dados das simulações com núcleos de He</b>	<b>131</b>
B.1	Tabelas para razão de carga . . . . .	131
B.2	Dados de primários . . . . .	134
B.2.1	Distribuições de energia . . . . .	134
B.2.2	Distribuições angulares . . . . .	137
B.2.3	Distribuições de múons produzidos . . . . .	139
B.3	Dados de múons . . . . .	141
B.3.1	Distribuições angulares . . . . .	141
<b>C</b>	<b>Dados das simulações combinando prótons e núcleos de He</b>	<b>143</b>
C.1	Tabelas para razão de carga . . . . .	143
C.2	Dados de primários . . . . .	147

C.2.1	Distribuições de energia . . . . .	147
C.2.2	Distribuições angulares . . . . .	150
C.2.3	Distribuições de múons produzidos . . . . .	152
C.3	Dados de múons . . . . .	154
C.3.1	Distribuições angulares . . . . .	154
<b>D</b>	<b>Interações hadrônicas em altas energias</b>	<b>156</b>
D.1	Interações hadrônicas a altas energias . . . . .	156
D.2	Espalhamento profundamente inelástico . . . . .	158
D.2.1	Cinemática do espalhamento profundamente inelástico . . . . .	158
D.2.2	Seção de choque diferencial e funções de estrutura . . . . .	160
D.3	Principais características dos modelos de interação hadrônica de altas energias presentes no CORSIKA . . . . .	163
<b>E</b>	<b>Comparação entre metodologias de simulação</b>	<b>166</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>171</b>

# Introdução

Raios cósmicos são partículas que atingem a atmosfera terrestre advindas do espaço e, a partir da interação com os núcleos atmosféricos, produzem diversas partículas que compõem os chuveiros atmosféricos extensos (EAS) [1]. Medidas diretas de raios cósmicos primários mostram que eles possuem energias desde poucos GeV ( $10^9$  eV) até a ordem de  $10^{11}$  GeV. A razão de carga dos múons,  $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$ , definida como a razão entre o número de múons positivos e negativos, é um observável advindo de medidas indiretas de EAS e que contribui para a compreensão da Física envolvida na produção de hádrons nas colisões dos primários com os núcleos na atmosfera, bem como o comportamento da razão entre neutrinos e antineutrinos atmosféricos.

A medida da razão de carga tem sido feita desde os anos 1970, seja a nível do mar, medindo seu valor em energias mais baixas [2–5], em voos de balões a grandes altitudes [6] e mesmo medidas em detectores subterrâneos [7–12]. Experimentalmente foi observada uma assimetria em  $R_\mu$  ligeiramente acima da unidade. Com o aumento da energia dos múons que são detectados, é possível sondar as propriedades das partículas compostas por quarks de maior massa, tais como o quark *estranho*, em que se observa um aumento da contribuição dos káons para  $R_\mu$  [13].

Na análise experimental dos dados de raios cósmicos, modelos teóricos de interação do desenvolvimento dos EAS são necessários, uma vez que as partículas primárias podem possuir energias em muitas ordens de grandeza superiores aos dados obtidos para colisões em aceleradores [14]. Simulações de Monte Carlo são alternativas frequentemente utilizadas com o intuito de desenvolver a evolução dos múltiplos EAS por meio de modelos de interação hadrônica

e eletromagnética [15]. Tais modelos incorporam informações obtidas experimentalmente em aceleradores e em experimentos de raios cósmicos já realizados. Entretanto, para as mais altas energias dos raios cósmicos são necessárias extrapolações e aproximações de interações hadrônicas, como é o caso de grandezas não medidas, como por exemplo a seção de choque dos primários e suas partículas secundárias com núcleos presentes na atmosfera nessas escalas de energia. A simulação da razão de carga, associada às medidas experimentais, é um importante observável a ser estudado, tendo em vista a dependência da componente muônica dos EAS em relação ao modelo de interação hadrônica.

O intuito deste trabalho é estudar a capacidade dos diversos modelos de interações hadrônicas de altas energias em reproduzir os dados esperados ao nível do mar para a razão de carga dos múons e a respectiva contribuição dos processos envolvendo quarks estranhos no aumento dela. Foram simulados EAS gerados por primários com energia entre 100 e  $10^6$  GeV utilizando-se o programa CORSIKA (*COsmic Ray SIMulations for Kascade*), o qual consiste em um código de Monte Carlo detalhado que foi inicialmente desenvolvido para simulações do experimento KASCADE (*KArlsruhe Shower Core and Array DETector*). O código é constantemente utilizado com a incorporação de dados, modelos e experimentos e é utilizado por diversos grupos em análises dos dados e projetos de experimentos envolvendo EAS [16].

O presente trabalho encontra-se assim estruturado: no capítulo 1, é apresentada uma breve revisão sobre raios cósmicos, seu histórico, principais propriedades, os EAS, e suas formas de detecção. No capítulo 2, as características e propriedades dos múons são apresentadas, a razão de carga e suas principais informações, bem como a Física envolvida e os experimentos que já mediram a razão de carga dos múons com os valores obtidos. Já o capítulo 3, discorre sobre a importância das simulações de EAS, apresenta o CORSIKA, bem como os modelos de interação disponíveis nele, além de uma breve análise sobre estudos de simulações de EAS. O capítulo 4 é apresentada a metodologia utilizada na simulação e análise de dados. No capítulo 5 são realizadas as análises que permitem validar a metodologia proposta neste trabalho em termos do comportamento esperado dos EAS e os valores obtidos nas simulações. Por fim, são

---

apresentados, no capítulo 6, os resultados obtidos para as simulações dos principais modelos de interações hadrônicas disponíveis no CORSIKA e seu comportamento em relação à razão de carga e a reprodução de dados já obtidos experimentalmente.

# Capítulo 1

## Raios Cósmicos

### 1.1 Breve contextualização histórica

O estudo da condutividade elétrica no ar por meio do uso de eletroscópios pode ser considerado o elemento precursor na trajetória que levou à descoberta dos raios cósmicos. Eletroscópios são equipamentos capazes de detectar a presença de cargas elétricas e eram muito utilizados no início do século XX para estudar o processo de ionização do ar. Os trabalhos dos físicos alemães Julius Elster (1854 - 1920) e Hans Friedrich Geitel (1855 - 1923), e do físico escocês Charles Thomson Rees Wilson (1869 - 1959) foram os primeiros a concluir que um eletroscópio em um recipiente fechado se descarregava espontaneamente [17].

Posteriormente, em 1901, Wilson levantou a hipótese de se tratar de uma radiação que vinha de fora da atmosfera terrestre, mas tal ideia foi rejeitada por ele próprio [18]. Dentre as prováveis fontes para essa radiação, a origem radioativa foi a mais aceita podendo advir tanto da crosta terrestre ou da atmosfera. Para verificar se essa radiação se originava da crosta terrestre, foram realizados experimentos que tinham por objetivo medir uma provável diminuição da ionização do ar com o aumento da altitude.

Um dos primeiros a realizar tal medida foi o físico e sacerdote alemão Theodor Wulf (1868 - 1946) cujos dados foram obtidos do alto da torre Eiffel, a cerca de 300 metros acima do solo. Mais tarde, o físico austríaco Victor Franz Hess (1883 - 1964) realizando voos em balões a grandes altitudes, realizados entre os anos de 1911 a 1913, alcançando até 5350 metros acima do nível do mar, realiza medidas com eletroscópios verificando que, ao invés

de diminuir, a ionização aumentava significativamente a partir de 2000 metros de altitude. Hess conclui que o aumento na ionização com o aumento da altitude era devido a uma radiação de origem extraterrestre. Em seus experimentos ele pôde observar que não havia variação nesse comportamento comparando os períodos diurno e noturno, o que permitia excluir a origem solar dessa radiação. Posteriormente, nos anos de 1913 e 1914, o físico alemão Werner Heinrich Gustav Kolhörster (1887 - 1946), utilizando instrumentos mais sofisticados e voos de balões chegando até 9300 metros de altitude, vem a confirmar as descobertas de Hess. Por seu trabalho, Hess foi laureado com o prêmio Nobel de Física no ano de 1936.

Uma outra questão levantada era sobre a natureza dos raios cósmicos, que inicialmente pensou-se tratar de radiação gama, principalmente por seu alto poder de penetração [17,18]. O físico holandês Jacob Clay (1882 - 1955), realizando medidas da dependência dos raios cósmicos com a latitude geomagnética, observou um aumento da ionização com a latitude no ano de 1927. Tal observação sugeria que os raios cósmicos se tratavam de partículas carregadas, cuja interpretação correta foi feita por Kolhörster e seu compatriota Walther Wilhelm Georg Bothe (1891 - 1957) em 1929. Até então, o alto poder de penetração de partículas carregadas não era conhecido.

O físico estadunidense Robert Andrews Millikan (1868 - 1953), que se posicionava contrário à hipótese de tais partículas serem carregadas, verificou em 1933, por meio da repetição de experimentos de Arthur Holly Compton (1892 - 1962), que se tratavam, de fato, de partículas carregadas em sua maioria. De acordo com [19] o nome “raios cósmicos”, para tal radiação, foi proposto por Millikan. Em 1933, por meio dos trabalhos de Bruno Benedetto Rossi (1905 - 1993), Thomas H. Johnson (1864 - 1930) e Luis Walter Alvarez (1911 - 1988), este último juntamente com Compton, observou-se uma assimetria no fluxo de partículas na direção leste-oeste, o que levou a conclusão de que os raios cósmicos se tratavam em sua maioria de partículas carregadas positivamente. Em 1938, Johnson conclui, após estudos detalhados de efeitos geomagnéticos, que tratavam-se de prótons, o que foi validado por Marcel Schein (1902 - 1960) e colaboradores em 1940 [17].

Uma vez verificado que se tratavam de partículas carregadas (em essência, prótons), técnicas de coincidência foram aplicadas e aperfeiçoadas para detectar tais partículas no nível do mar. Em 1933, Rossi observou que as partículas carregadas poderiam gerar partículas secundárias ao interagirem com a atmosfera. Em 1938, o físico francês Pierre Victor Auger (1899 - 1993) e seus colaboradores concluem que os raios cósmicos produzem EAS, que resultam de partículas formadas após a interação do raio cósmico primário com a atmosfera terrestre [20]. Para chegar a essas conclusões, em seus experimentos nos Alpes Suíços, Auger realizou medidas com detectores separados por uma distância de 300 metros, observando que partículas chegavam simultaneamente ao detector. Em seus trabalhos, Auger e seu grupo estimaram a energia das partículas primárias em cerca de  $10^6$  GeV.

Os raios cósmicos contribuíram para o descobrimento de novas partículas, antes mesmo do desenvolvimento dos aceleradores de partículas. A primeira grande descoberta foi o pósitron, feita em 1933 pelo físico estadunidense Carl David Anderson (1905 - 1991), a antipartícula do elétron, que rendeu a ele o prêmio Nobel de 1936 (dividido com Hess). Mais tarde, em 1937, Anderson e Seth Henry Neddermeyer (1907 - 1988), descobrem a partícula chamada de múon. Os múons são partículas com a mesma carga do elétron, porém com massa mais de 200 vezes maior.

Com a descoberta dos múons, Hideki Yukawa (1907 - 1981), um físico japonês, chegou a acreditar tratar-se da partícula por ele proposta, que manteria prótons e nêutrons dentro do núcleo estável (essa proposta de Yukawa era conhecida como “méson de Yukawa”). Mais tarde, em 1947, por meio dos experimentos com emulsões em altas altitudes na Bolívia, os físicos Cesare Mansueto Giulio Lattes (1924 - 2005), Giuseppe Paolo Stanislao Occhialini (1907 - 1993) e Cecil Frank Powell (1903 - 1969), descobrem o “verdadeiro” méson proposto por Yukawa, conhecido como *méson-pi* ou, simplesmente, pión. Yukawa e Powell foram laureados com o prêmio Nobel nos anos de 1949 e 1950, respectivamente.

Todas essas novas partículas abriram o caminho para as descobertas da Física de Partículas, utilizando-se de raios cósmicos como fonte para seus experimentos. Káons, híperons,

dentre outros, foram observados inicialmente em raios cósmicos. Com o advento da física dos aceleradores de partículas, no início dos anos de 1950, a área passa a ser dominada por eles. Entretanto, devido às altíssimas energias carregadas por partículas nos raios cósmicos, em 1970 são observadas partículas compostas por quarks *charm*, as chamadas “partículas charmosas” [19].

Após as descobertas obtidas com medidas em altas altitudes, diversos voos de balões com melhores instrumentações e atingindo maiores pontos da atmosfera permitiram uma melhor compreensão na composição dos raios cósmicos. A detecção de núcleos de hélio e mesmo elementos mais pesados foi feita pela astrofísica estadunidense Phyllis S. Frier (1921 - 1992) juntamente com demais colaboradores [21]. Posteriormente, outros experimentos possibilitaram a detecção de antiprótons como partículas primárias dos raios cósmicos.

Por fim, de modo breve, cabe destacar que, a partir dos anos 1950, o estudo dos raios cósmicos passa a abranger também a Astrofísica, de modo a tentar compreender as fontes dos raios cósmicos, possíveis mecanismos de aceleração, a composição dos raios cósmicos primários, raios cósmicos de ultra-altas energias (da ordem de  $10^{11}$  GeV), dentre outros. Os avanços tecnológicos na construção de detectores, medições por satélites, grandes arranjos para estudos de EAS, e afins, têm possibilitado estudar os pontos previamente citados.

## 1.2 Principais características dos raios cósmicos

### 1.2.1 Composição

Desde a descoberta dos raios cósmicos até os dias atuais, a determinação de sua composição química, bem como suas principais características e propriedades sempre esteve presente nessa área. De modo geral, podemos afirmar que eles são compostos em 2% de elétrons e em 98% de núcleos ionizados, sendo dentre esses 87% de prótons, 12% de partículas alfa (núcleos de He) e demais núcleos pesados, indo desde elementos mais leves como Li e Be até elementos mais pesados como Fe, Ni e Cu [1].

Os raios cósmicos são em sua maioria relativísticos, com energia indo desde dezenas

de MeV até a ordem de  $10^{11}$  GeV e a sua composição passa a ter a contribuição de elementos químicos mais pesados na medida em que a escala de energia aumenta. Nesse caso, verificamos que as técnicas de medição também são afetadas e, conseqüentemente, a quantidade de informações e sua precisão. Para energias da ordem de  $10^5$  GeV a detecção dos raios cósmicos primários pode ser feita de modo direto, enquanto que para energias acima dessa escala técnicas indiretas de medição são necessárias [1, 22, 23].

Quanto à sua composição, raios cósmicos são classificados em grupos ou ainda quanto a seu número atômico  $Z$ , para o caso de raios cósmicos de altas energias. Uma das formas de classificação em relação à energia é dada em cinco grupos: prótons, He, C N O, Si-Mg e Fe [24], podendo haver variações a depender de escalas de energias envolvidas.

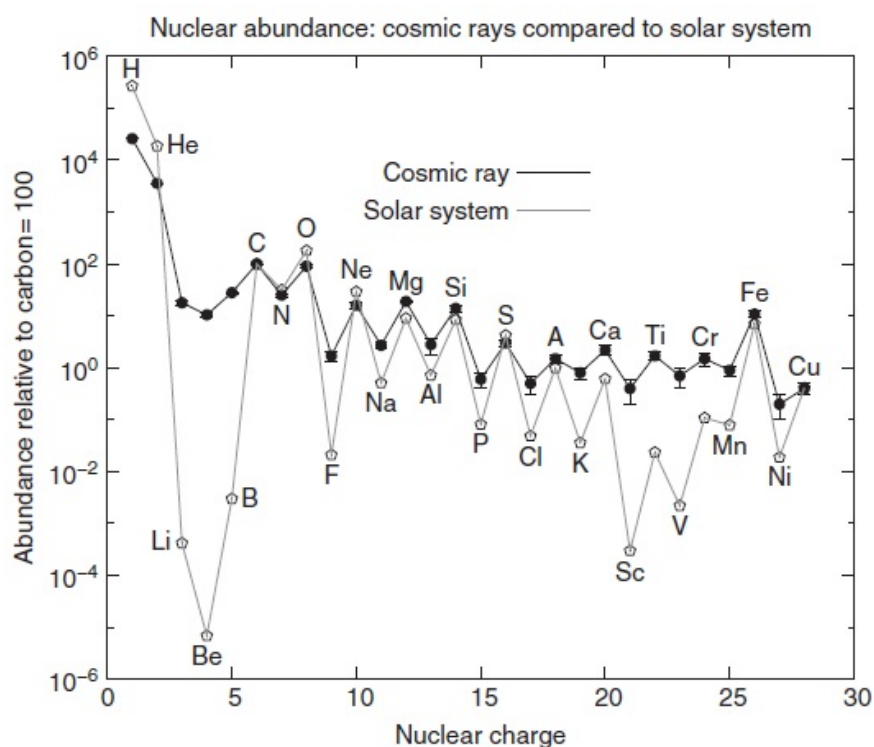


Figura 1.1: Abundância nuclear relativa dos raios cósmicos e do sistema solar [1].

Comparando-se a abundância em relação à composição dos raios cósmicos primários com as medidas para o sistema solar, conforme mostrado na figura 1.1, podemos obter informações acerca da composição da fonte dos raios cósmicos, bem como possíveis mecanismos de aceleração. Um ponto importante a se notar é que os núcleos com  $Z > 2$  apresentam

maior abundância relativa em raios cósmicos do que no sistema solar [25]. Embora a maior parte dos elementos mostrados na figura 1.1 tenham abundâncias relativas similares em ambos os conjuntos de dados, podem ser destacados dois grupos importantes no entendimento da propagação e confinamento dos raios cósmicos na galáxia. Nesses grupos, a diferença de abundância relativa fica bastante evidente, sendo eles: o grupo de elementos Li, Be e B (abaixo de C, N, O), e o grupo Sc, Ti, V, Cr e Mn (abaixo de Fe).

A diferença presente nesses dois grupos é explicada pelo fato de que esses elementos não são produzidos em processos nucleares no interior das estrelas. Assim, elementos dos grupos supracitados são gerados como produtos da ejeção de fragmentos (espalação) de núcleos mais pesados, tais como C, N, O e Fe e que sofrem colisões com o meio interestelar (ISM). Portanto, podemos afirmar que os raios cósmicos que chegam à Terra possuem componentes primárias, aquelas produzidas diretamente em suas fontes, bem como as secundárias, produzidas em sua propagação e interação pelo ISM [23, 25, 26]. Conhecendo-se as seções de choque desses processos, pode-se obter informações sobre a propagação dos raios cósmicos no meio interestelar, possibilitando inferir sobre seu tempo de confinamento bem como a densidade de matéria atravessada em seu caminho [1].

## 1.2.2 Espectro de energia

O espectro de energia dos raios cósmicos compreende as medidas realizadas por diferentes experimentos e colaborações, detectando-os direta ou indiretamente. A partir dessas medidas, é possível observar que o espectro obedece o inverso de uma lei de potência com uma intensidade diferencial dada por [22, 27]

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha} \quad (1.1)$$

em que  $E$  é a energia por núcleon e  $\alpha$  o índice espectral diferencial, dado por  $\alpha \equiv \gamma + 1$ , sendo  $\gamma$  o índice espectral integral. Esse fluxo é dado em unidades de energia por área por tempo por unidade de ângulo sólido ( $\text{GeV cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ ).

A figura 1.2 mostra o espectro da energia por partícula dos raios cósmicos medido por vários experimentos, na escala de 1,0 até  $10^{11}$  GeV. Pode-se observar que o fluxo cai muito rapidamente com o aumento da energia, o que reflete a dificuldade de medições diretas dos raios cósmicos em altas e altíssimas energias, uma vez que fatores limitantes são o tempo de exposição e o tamanho dos detectores [23]. Os resultados permitem ainda observar que o valor de  $\alpha$  varia com o aumento da energia. De 10 a  $10^6$  GeV temos que  $\alpha \approx 2,7$ , de  $10^7$  a  $10^9$  GeV, ele passa a ser aproximadamente 3,1. Tanto o início, abaixo de 10 GeV, quanto o final do espectro, acima de  $10^{10}$  GeV, possuem características interessantes. O primeiro é fortemente influenciado pela modulação solar dos raios cósmicos advindos de fora do Sistema Solar. Para energias acima dessa região tal efeito pode ser desprezado, uma vez que sua ação sobre partículas com energias maiores não é mais tão significativa. No segundo, o índice passa a ser  $\alpha \approx 2,6$ , ou seja, sua inclinação diminui em um aparente *cutoff* em torno de  $10^{11}$  GeV, o que acredita-se estar relacionado à interação dos raios cósmicos com a radiação cósmica de fundo em microondas (CBMR) [27].

As regiões de transição, de  $\alpha$  de 2,7 para 3,1 e de 3,1 para 2,6, são chamadas respectivamente de *knee*, ou *joelho*, (em torno de aproximadamente  $3 \times 10^6$  GeV) e *ankle*, ou *tornozelo*, ( $3 \times 10^9$  GeV) e são caracterizadas por indicarem as possíveis fontes dos raios cósmicos. A região do *knee*, produzida por fontes de aceleração dentro da galáxia [1,27] e onde se observa a mudança na composição dos raios cósmicos, com um aumento da proporção de núcleos mais pesados. Já a do *ankle*, para as partículas produzidas fora da galáxia, entretanto, tal hipótese depende de uma maior quantidade de dados quanto de sua maior precisão. A taxa com que as partículas chegam à região do *knee* é da ordem de uma partícula por metro quadrado detectada por segundo e na região do *ankle* é de uma por quilômetro quadrado por século [22], o que torna a observação e a precisão dessas medidas algo extremamente limitado. Medidas diretas de fluxo, ou seja, a detecção direta das partículas, são feitas até algumas centenas de TeV [1,28], próximas à região do *knee*.

Na figura 1.2 são mostrados também os fluxos de pósitrons, antiprótons e elétrons.

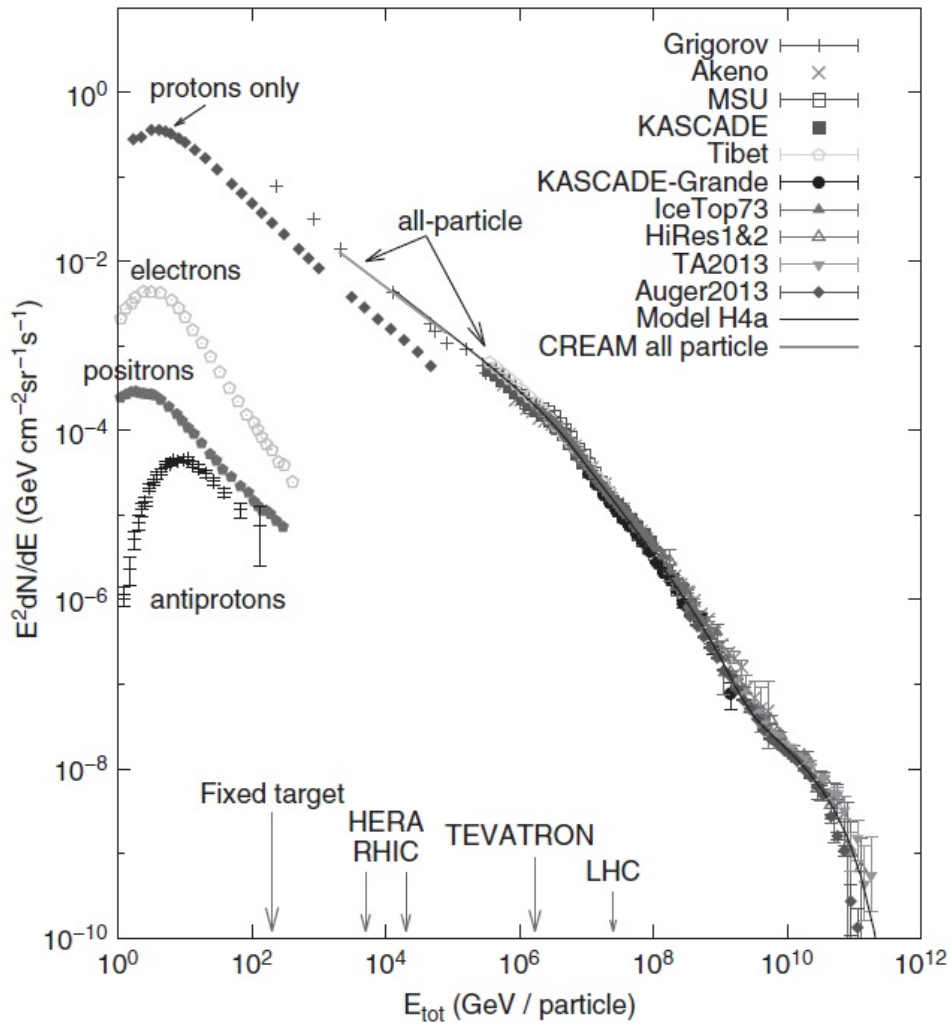


Figura 1.2: Espectro de energia (multiplicado por  $E^2$ ) para todas as partículas que compõem os raios cósmicos, medidos por diferentes experimentos. Os espectros para prótons, elétrons, pósitrons e antiprótons são mostrados juntamente com os valores equivalentes para medidas obtidas em laboratório (eixo de energia) [1].

Os de antipartículas (pósitrons e antiprótons) são gerados em sua maioria como secundários, produzidos em colisões dos raios cósmicos primários com o ISM, enquanto que os de elétrons são em sua maioria primários. Os fluxos dessas partículas são detectados até energias próximas a 1,0 keV.

### 1.3 Chuveiros atmosféricos extensos

Depois de serem acelerados e chegarem à atmosfera terrestre, os raios cósmicos interagem com os gases nela presentes produzindo os EAS. Um chuvaire atmosférico pode

ser iniciado por prótons, núcleos pesados, elétrons ou mesmo fótons. Quando gerados por elétrons ou fótons eles produzem um *chuveiro eletromagnético* e, no caso das demais partículas, temos uma *cascata hadrônica* que, a depender da energia do raio cósmico que inicia o processo (chamado de primário), pode produzir partículas que chegam ao nível do mar e até mesmo podem penetrar diversas camadas de rocha abaixo dele.

Um chuveiro eletromagnético consiste basicamente no processo de interação coulombiana dos elétrons com núcleos atmosféricos por emissão de radiação *bremstrahlung*, produzindo um fóton e tendo o elétron sua energia inicial reduzida, ou por fótons que produzem um par elétron-pósitron, os quais posteriormente podem interagir conforme já descrito. Todo esse processo se desenvolve ao longo da penetração na atmosfera, de modo que várias partículas secundárias são produzidas carregando uma parte da energia do raio cósmico que iniciou o processo, o que é ilustrado na Figura 1.3a. Essa figura representa um modelo proposto pelo físico alemão W. Heitler (1904 - 1981), o qual explica de modo simplificado o processo de produção dos chuveiros eletromagnéticos.

Durante seu percurso, as partículas também podem perder sua energia por colisões com os núcleos atmosféricos, causando a ionização desses. A partir de uma certa altitude, a energia das partículas se torna insuficiente para produzir novas subcascatas e as perdas por ionização se igualam às emissões radiativas e essa é chamada de *energia crítica* [1, 29].

Na cascata hadrônica observa-se a interação de um primário (representado na Figura 1.3b por um próton) com a atmosfera, produzindo mésons carregados (representados por  $\pi^+$  e  $\pi^-$ ) e neutros ( $\pi^0$ ). Essa figura representa o modelo proposto por J. Matthews, que incorpora ao modelo Heitler, as cascatas produzidas por prótons e é chamado de *modelo de Heitler-Matthews*. Nesse modelo, as partículas produzidas após a interação do primário com a atmosfera resultam de processos do tipo



onde X representa o produto resultante após o processo de interação. Esses mésons primários

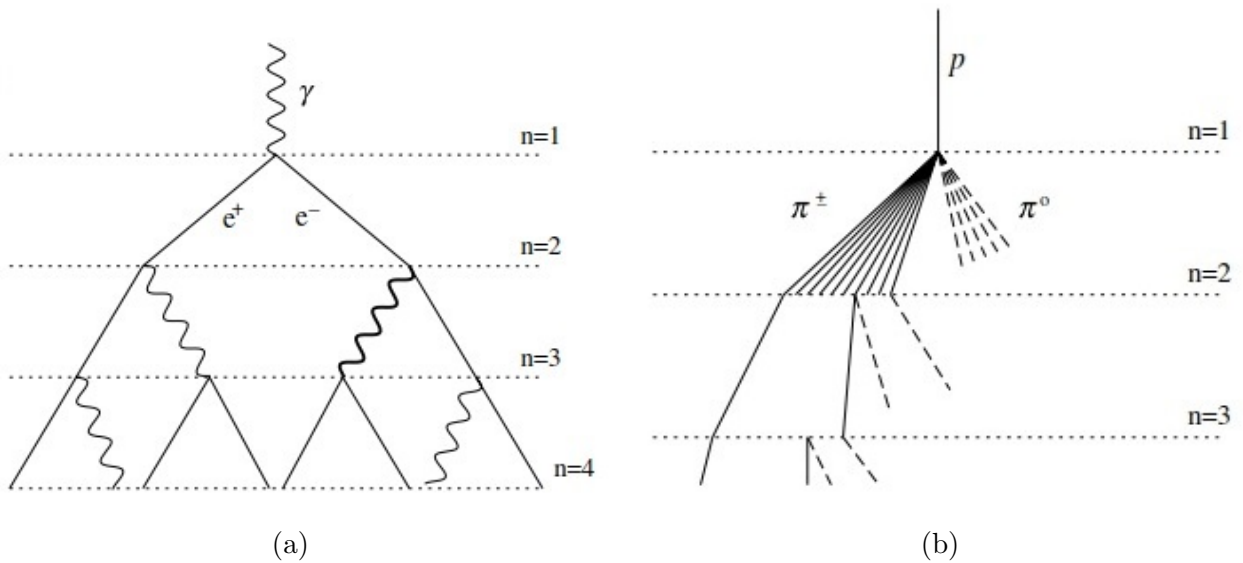


Figura 1.3: Representação do desenvolvimento de chuvas eletromagnético (a) e hadrônico (b), produzindo suas respectivas cascatas. Em (b), as cascatas eletromagnéticas produzidas pelo decaimento de  $\pi^0$  foram suprimidas e não são mostrados o desenvolvimento do chuveiro de todas as partículas [29].

produzidos podem interagir novamente produzindo uma geração de mésons secundários conforme ilustrado na Figura 1.3b. Os mésons neutros produzidos vão dar origem à *componente eletromagnética* do chuveiro, uma vez que, sendo em sua maioria composta por  $\pi^0$ , decaem em fótons produzindo um efeito semelhante ao já descrito para a cascata eletromagnética. Outros mésons neutros também podem ser produzidos, tais como  $K^0$ ,  $\eta$  e  $\bar{K}^0$ , entretanto, eles representam uma pequena fração desse canal. Os mésons carregados, majoritariamente píons ( $\pi^\pm$ ) e káons ( $K^\pm$ ), por sua vez, podem produzir novas cascatas hadrônicas de acordo com a sua energia, o que corresponde à *componente hadrônica* do chuveiro. Outros mésons carregados podem ser produzidos, como os *charmosos*  $D^\pm$ , a depender da energia do primário que iniciou o chuveiro. Os mésons secundários podem também sofrer decaimento em múons ( $\mu^\pm$ ), produzindo a *componente muônica* do chuveiro. Assim sendo, podemos afirmar que o chuveiro atmosférico consiste de um núcleo hadrônico de alta energia que alimenta tanto a componente eletromagnética, quanto as hadrônica e muônica [1].

No modelo analítico de Heitler-Matthews, após a primeira interação do hádron primário, com energia  $E_0$ , ocorre a produção de um méson carregado e um méson neutro, os quais

carregam, respectivamente, dois terços e um terço de  $E_0$  [1,29]. O méson neutro imediatamente decai em partículas eletromagnéticas, sendo o principal canal o de decaimento de  $\pi^0$  ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ) [30]. Esses fótons produzidos alimentarão a componente eletromagnética, conforme abordado no modelo de Heitler e anteriormente descrito.

Os mésons carregados continuam a se propagar na atmosfera, percorrendo uma distância chamada de *comprimento médio de interação*  $\lambda_{int}$ , até sofrerem um novo processo de interação, se a energia remanescente for suficiente para tal. Na nova interação são produzidas partículas neutras e carregadas e o processo se desenvolve por  $n$  vezes, também chamadas de gerações. O efeito só cessa quando a energia das partículas produzidas na última interação se torna menor do que a energia crítica  $E_c$ , onde a probabilidade de decaimento se torna dominante, levando à produção de um múon por hádron. Considerando-se todo esse processo, a energia na componente hadrônica é dada por

$$E_h = \left(\frac{2}{3}\right)^n E_0 \quad (1.2)$$

enquanto que na eletromagnética é

$$E_m = \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right] E_0. \quad (1.3)$$

É importante lembrar que esse processo ocorre na atmosfera, cuja densidade e temperatura variam com a altitude. Assim, define-se a *profundidade atmosférica*<sup>1</sup>  $X$  como sendo a trajetória percorrida pela partícula entrando na atmosfera em relação ao ângulo zenital  $\theta$  visto do solo e cuja unidade é dada por  $g/cm^2$ . Essa definição é importante, uma vez que, apenas a altitude vertical  $h$  não descreve todo o caminho em que a interação é possível de acontecer, em outras palavras, ela não representa a quantidade de matéria atravessada pela partícula. A relação entre  $h$  e a distância percorrida na trajetória da partícula  $l$  é dada por

$$h \cong l \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R_T} \sin^2 \theta \quad (1.4)$$

---

<sup>1</sup>Em inglês, *slant depth*.

sendo  $R_T$  o raio da Terra. A profundidade atmosférica é definida por

$$X = \int_l^\infty \rho h dl \quad (1.5)$$

em que  $\rho$  é a densidade atmosférica e seu valor máximo  $X_{max}$  é o ponto em que o chuveiro alcança seu máximo tamanho, ou seja, a maior profundidade em que a energia das partículas produzidas na cascata se torna igual à energia crítica [22]. A profundidade  $X_{max}$  é determinada pelas partículas eletromagnéticas que são produzidas em número muito maior do que as hadrônicas. Por sua vez, a componente eletromagnética do chuveiro é determinada por  $X_{max}$  e pela energia do chuveiro, sendo que para  $n \approx 6$ , aproximadamente 90% da energia do chuveiro está nessa componente, que contribui com a ionização da atmosfera [1, 31].

O modelo permite ainda determinar o número de múons, uma vez que os mésons carregados tem uma maior probabilidade de decaimento em um múon ao atingirem energias abaixo da energia crítica. Assim, temos que para  $n$  gerações produzindo  $n_c$  hádrons carregados o número de múons  $N_\mu$  é dado por

$$N_\mu = (n_c)^n \quad (1.6)$$

com energia dada por

$$E_\mu = \frac{E_0}{(n_t)^n} = E_c \sim \varepsilon_\pi \quad (1.7)$$

em que  $n_t$  é o número total de novas partículas produzidas no chuveiro e  $\varepsilon_\pi$  a energia crítica para o pión, que nesse modelo é considerado como o único méson carregado produzido. Tomando-se o logaritmo nas expressões (1.6) e (1.7) e isolando-se  $n$  em ambas as expressões, temos a seguinte igualdade

$$\frac{\ln N_\mu}{\ln n_c} = \frac{\ln E_0}{(\ln E_c)(\ln n_t)} \Rightarrow \ln N_\mu = \left( \frac{\ln n_c}{\ln n_t} \right) \frac{\ln E_0}{\ln E_c}$$

e fazendo-se  $\alpha = \ln n_c / \ln n_t$  temos que

$$N_\mu = \left( \frac{E_0}{E_c} \right)^\alpha \quad (1.8)$$

A equação 1.8 permite observar que o número de múons produzidos no modelo de Heitler-Matthews dependerá da energia do primário, da densidade do ar, que influencia o valor de  $E_c$ , do total de partículas produzidas e do total de partículas carregadas. Além disso, ela nos mostra que os valores de  $n_c$ ,  $n_t$  e  $E_0$  são parâmetros do modelo e devem ser obtidos por meio de simulações detalhadas.

Como esse modelo pressupõe que as interações sejam inelásticas, uma das considerações deve levar em conta a fração de energia carregada pela partícula principal, na interação entre dois hádrons, que não permite produzir imediatamente uma nova partícula. Além disso, pares de bárions e anti-bárions também podem influenciar no parâmetro  $\alpha$ , uma vez que o modelo apenas considera a produção de mésons carregados, em especial, os píons. Outro ponto importante é que apenas a primeira interação é considerada e o efeito dos demais subchuveiros (produção de gerações extras de  $\pi^0$ ) é desprezado, resultando num valor subestimado para  $X_{max}$ , quando comparado com os valores obtidos em simulações detalhadas [29]. Além disso, a posição de  $X_{max}$  também dependerá de flutuações que ocorrem na posição da primeira interação, tomada como a mesma nessa aproximação [22].

Até aqui, o modelo leva em consideração um próton como o primário para o chuveiro hadrônico. Entretanto, como núcleos mais pesados também podem iniciar os EAS, o modelo é aproximado pelo chamado *modelo de superposição*. Considerando-se que a energia de ligação, da ordem de 5 MeV por nucleon [1], é muito menor do que a energia típica das interações, podemos considerar o núcleo de massa  $A$  como sendo nucleons independentes. Assim, para um hádron de energia  $E_0$  e massa  $A$ , temos que a energia de cada nucleon é dada por  $E_{nucleon} = E_0/A$  de modo que o número de múons se torna

$$N_{\mu}^A = A \left( \frac{E_0/A}{E_c} \right)^{\alpha}. \quad (1.9)$$

Essa expressão mostra que o número de múons depende da massa da partícula primária. Como  $X_{max}$  depende do comprimento de interação e da energia do primário, podemos esperar que, para chuueiros iniciados por núcleos mais pesados, o número de múons aumentará e a profundidade

atmosférica máxima diminuirá. Assim, chuueiros de prótons penetram mais profundamente na atmosfera do que os de núcleos pesados, porém produzem menos múons em  $X_{max}$ .

Outra importante característica dos EAS, que é fundamental nas medições indiretas de raios cósmicos, é a distribuição lateral do chuueiro. Essa distribuição é fruto do espalhamento dos múons e elétrons produzidos durante as interações e depende do momento transversal adquirido por essas partículas a medida em que se propagam na atmosfera [27]. Para os elétrons, a distribuição lateral dependerá do espalhamento coulombiano dos elétrons de baixas energias, enquanto que para os múons, do momento transversal na sua produção e de seus posteriores espalhamentos [26]. Devido ao fato dos múons serem produzidos, em sua maior parte, do decaimento de píons de baixas energias, sua distribuição lateral tende a ser mais ampla do que a dos elétrons e fótons, uma vez que, esses são produzidos em maiores altitudes, em cascatas iniciadas por  $\pi^0$  de altas energias, sendo aproximadamente paralelos ao núcleo do chuueiro. Já a componente hadrônica se concentra bem próxima ao eixo do EAS e torna difícil seu estudo em grandes energias e, portanto, os múons e elétrons medidos indiretamente são as melhores formas de se estudar os raios cósmicos com  $E_0 > 100$  TeV.

## 1.4 Métodos de detecção

Devido à ampla gama de energias varridas por raios cósmicos, sua detecção pode ser feita de dois modos, seja diretamente, a partir da medida da partícula primária que chega à atmosfera, seja indiretamente, por meio de medidas dos produtos gerados por elas nos EAS. Como se pode observar do espectro de energias da Figura 1.2, o fluxo de raios cósmicos por unidade de tempo e área diminui fortemente à medida que a energia dos mesmos aumenta, de modo que, até a ordem de 100 TeV, as detecções das partículas primárias podem ser feitas de modo direto, enquanto que para energias de primários acima desse valor, as técnicas de medição envolvem medidas indiretas dos EAS e seus produtos além das interações dos raios cósmicos com o nitrogênio presente na atmosfera. Além disso, os EAS permitem a medida de raios cósmicos a energias abaixo de 100 TeV, uma vez que são estudadas as componentes dos

chuveiros.

Por se tratar de um processo envolvendo partículas que advém do espaço e produzem chuveiros de outras partículas na atmosfera, técnicas utilizadas nos experimentos de Física de altas energias em aceleradores são frequentemente utilizadas. Tais métodos são aliados à técnicas específicas para chuveiros atmosféricos e permitem obter informações sobre os raios cósmicos, tais como, sua origem, energia, direção, dentre outros.

### Métodos diretos

A medida direta de raios cósmicos envolve detectar a partícula que chega ao topo da atmosfera e pode iniciar os chuveiros. Devido ao baixo fluxo e suas altas altitudes, estão limitadas à uma certa faixa de energia e a pequenas áreas de detecção, tendo como ponto favorável, a possibilidade de detectar diretamente a partícula primária. Neste tipo de medida, os métodos são conhecidos da Física de partículas de altas energias envolvendo espectrômetros, calorímetros, pilhas de emulsão, detectores de radiação de transição, cintiladores, dentre outros, os quais podem ser instalados em satélites, na Estação Espacial Internacional (ISS), balões em voos de altas altitudes, ônibus espaciais, etc.

Os espectrômetros trabalham com a curvatura de partículas carregadas em um campo magnético conhecido, onde seu raio pode indicar algumas de suas propriedades. O raio de curvatura de um núcleo de carga  $Ze$  em uma região de campo magnético  $B$  é dado por

$$r = \frac{R}{B} = \left( \frac{pc}{Ze} \right) \frac{1}{B} \quad (1.10)$$

onde  $p$  é o momento total ( $p = A \times p_N$ , sendo  $A$ , a massa, e  $p_N$ , o momento por nucleon) e  $R$  é a sua rigidez magnética, definida pelo parêntese do lado direito da equação. Sua medida, juntamente com a da carga da partícula, pode indicar o produto de sua massa por seu momento, bem como permite identificá-la e até mesmo determinar seu isótopo, caso sua velocidade possa ser medida [1]. O momento máximo detectável (MDM) é determinado por meio da intensidade do campo e do tamanho do detector podendo limitar a escala de energia a ser medida por ele. Outra limitação ao MDM é a exposição do detector, que depende, dentre outras coisas, de

características como aceitação e o tempo de exposição, e determina a quantidade de eventos obtida em uma determinada faixa de energia.

Sua utilização é comum em satélites, tal como o módulo PAMELA (*Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics*) que operou até 2016 buscando detectar antimatéria (pósitrons e anti-prótons) em raios cósmicos, ou ainda a bordo da ISS, como o detector AMS-02 (*Alpha Magnetic Spectrometer*), que busca por evidências de matéria escura e estudos em antipartículas. Medidas em altas altitudes, podem ser realizadas com o uso de balões, citando-se o experimento BESS (*Balloon-borne Experiment with Superconducting Spectrometer*) com voos sobre a Antártida obtendo medidas de longas exposições buscando detectar antipartículas.

Para energias acima de 1 TeV, os calorímetros são importantes dispositivos que consistem em sistemas nos quais as partículas primárias interagem com um alvo e provocam cascatas eletromagnéticas. Eles possuem como vantagem a possibilidade de contornar a limitação na energia devido ao MDM, porém com uma maior incerteza, quando comparadas às medidas com espectrômetros. Câmaras de emulsão são calorímetros em que núcleos primários com as maiores energias podem ser medidos, permitindo a determinação de sua carga. De modo geral, são utilizados metais (chumbo, ferro e outros) como alvos e em camadas combinadas com material ou emulsões que registram a passagem das partículas e as cascatas por elas produzidas. Os principais experimentos utilizando essa técnica são o JACEE (*Japanese-American Cooperative Emulsion Experiment*) e o programa RUNJOB (*RUssia-Nippon JOint Balloon*) medindo o espectro de núcleos primários até energias da ordem de 100 TeV. Calorímetros combinando diversas técnicas são chamados de híbridos e permitem a realização de medidas mais precisas, podendo ser citados o ATIC (*Advanced Thin Ionization Calorimeter*), que consiste em balões realizando voos na estratosfera sobre a Antártida, o experimento CREAM (*Cosmic Ray Energetics and Mass*) destinado a medir a composição dos raios cósmicos até energias da ordem de  $10^6$  GeV, que também realiza voos sobre aquele continente.

### Métodos indiretos

Para energias de ordens acima de  $10^6$  GeV, faz-se necessário o uso de detectores de EAS como forma de estudar as propriedades do chuveiro e obter algumas informações do raio cósmico primário. Eles também podem ser utilizados para estudos de raios cósmicos a energias menores do que  $10^6$  GeV, referindo-se aqui à limitação da medição direta dos primários a energias acima dessa. Nesse sentido, convém mencionar experimentos que estudam neutrinos, tais como MINOS (*Main Injector Neutrino Oscillation Search*) e OPERA (*Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus*), que medem a componente muônica de raios cósmicos. Os arranjos de solo (*Ground Array Experiments*) consistem em detectar as partículas que chegam à superfície da Terra, bem como aquelas que penetram o solo por diversos quilômetros, interagindo com rochas ou mesmo com água ou gelo. Outra técnica consiste em detectar a componente eletromagnética produzida pelos EAS com telescópios de fluorescência ou mesmo a sua luz, utilizando-se telescópios de radiação Cherenkov individuais ou coletivos. A detecção de sinais de rádio é outra importante ferramenta no estudo dos EAS [26].

Experimento de arranjos no solo, de modo geral, ocupam grandes áreas de detecção e permitem aumentar a quantidade de eventos devido ao baixo fluxo observado em altas energias. Eles detectam elétrons e múons que chegam ao nível do solo, os quais podem ainda penetrar na superfície, sendo muito importantes para o estudo dessas partículas em maiores escalas de energia. Além disso, eles permitem estudar a distribuição lateral dessas partículas, determinar a direção do EAS e estimar a energia da partícula primária que iniciou o chuveiro. O uso de simulações de EAS com vários modelos hadrônicos de altas energias é uma ferramenta muito importante, tendo em vista a dificuldade em determinar as interações ocorridas até a sua origem. Um importante experimento a ser citado foi o KASCADE, posteriormente ampliado para o KASCADE-Grande, que operou até 2013, detectando EAS produzidos por raios cósmicos com energias na faixa de  $10^5$  a  $10^9$  GeV e possibilitou a descoberta do *knee* para núcleos mais pesados com energia em torno de 80 PeV. Outro importante experimento é o Tibet AS- $\gamma$ , uma colaboração da China e Japão, cujos detectores estão situados a 4300 m acima do nível do mar,

tendo observado raios gama de energias até a ordem de 3 TeV.

Outra forma de estudar os EAS é a detecção da luz emitida quando as partículas da cascata interagem com os gases da atmosfera provocando sua ionização. Uma das formas é a fluorescência produzida pelos elétrons do nitrogênio atmosférico ao serem excitados pelos EAS. Esse efeito permite estudar chuviros com energias acima de  $10^8$  GeV e é usado para medir diretamente o perfil longitudinal dos EAS [1] dada a característica isotrópica dessa luz [26]. Assim, telescópios de fluorescência permitem determinar, de modo aproximado, a energia da partícula primária bem como fornecem uma medida da energia depositada na atmosfera devido à ionização. Essa análise por meio da fluorescência, possui uma dependência da descrição atmosférica, a qual deve ser considerada no momento da detecção.

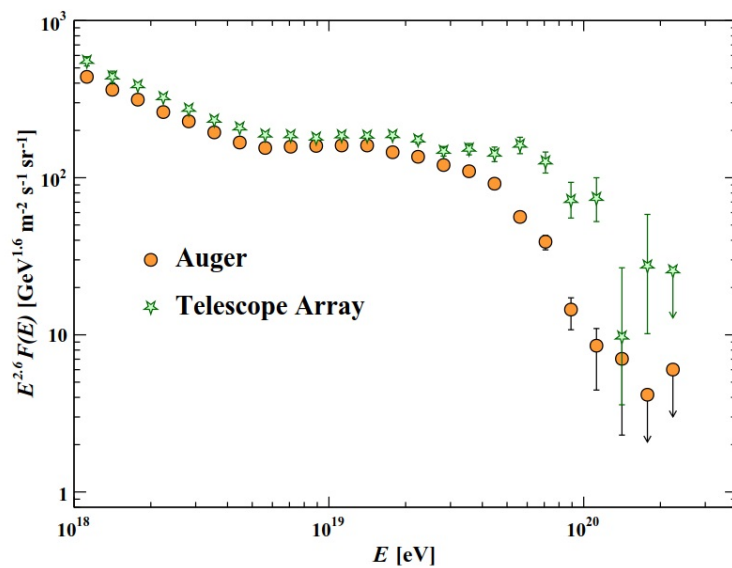


Figura 1.4: Espectro de energia (multiplicado por  $E^{2.6}$ ) na região de mais altas energias com dados do Telescope Array e Observatório Pierre Auger [26].

Além da cintilação, a passagem das partículas carregadas do EAS pela atmosfera produz uma grande quantidade de fótons, os quais atravessam-na produzindo a radiação Cherenkov. Essa radiação pode ser utilizada tanto na astronomia de raios gama, quanto no estudo de raios cósmicos. Os detectores de luz Cherenkov atmosféricos permitem reconstruir o máximo de um chuviro com energias menores, quando comparadas àquelas obtidas com telescópios de fluorescência. Uma vez que sua luz é altamente colimada em relação à direção do primário

[22], eles produzem cones de luz com áreas efetivamente menores permitindo a busca por fontes pontuais, mas limitando seu alcance a energias da ordem de 100 TeV.

A combinação das técnicas de detecção tem sido empregada em experimentos e colaborações para estudos de raios cósmicos de altas e ultra-altas energias. O projeto Telescope Array, localizado nos Estados Unidos, combina telescópios de fluorescência e arranjos no solo em uma área de 860 km<sup>2</sup>. No hemisfério Sul, o observatório Pierre Auger combina um conjunto de telescópios de fluorescência com detectores de solo, usando o efeito Cherenkov na água, em uma área de 3000 km<sup>2</sup>, localizada na Argentina. Ambos tem detectado raios cósmicos com energia da ordem de 10<sup>11</sup> GeV, como mostra a Figura 1.4.

# Capítulo 2

## Múons

### 2.1 Múons na atmosfera

Muons são léptons com carga elétrica -1 e massa de repouso de  $105,6 \text{ MeV}^1$  [26]. Nos EAS, eles são produzidos principalmente por meio do decaimento dos mésons carregados da componente hadrônica, podendo sofrer interações eletromagnéticas e fracas. Embora outros canais sejam possíveis, advém majoritariamente do decaimento de píons e káons dados por [1]

$$\pi^\pm \longrightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) \quad (2.1)$$

$$K^\pm \longrightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) \quad (2.2)$$

onde  $\nu_\mu$  representa o neutrino muônico e  $\bar{\nu}_\mu$  o seu respectivo antineutrino. O canal da equação (2.1) representa uma proporção de aproximadamente 100% dos decaimentos e o da equação (2.2) cerca de 63,5%<sup>2</sup>. Em altas energias, os múons podem também ser produzidos por decaimentos semileptônicos de partículas charmosas, tais como os mésons  $D^\pm$  e  $D^0$ , sendo chamados de *prompt múons* [23, 27].

Já no caso de múons de mais baixas energias, ao longo de seu deslocamento na atmosfera, a diminuição da energia devido às perdas, aumenta a probabilidade de decaimento antes mesmo de atingirem o nível do mar. Os canais de decaimento para o múon são dados por

$$\mu^\pm \longrightarrow e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu) \quad (2.3)$$

---

<sup>1</sup>Para efeito de comparação, a massa de repouso do elétron é de  $0,511 \text{ MeV}$ .

<sup>2</sup>Esses valores referem-se às taxas quando considerados todos os possíveis canais de decaimentos para essas partículas, chamadas de razão de ramificação, cujo termo mais comumente usado é sua versão em inglês, a saber, *branching ratios*.

sendo  $\nu_e$  o neutrino eletrônico e  $\bar{\nu}_e$  o correspondente antineutrino. Tais produtos (neutrinos e antineutrinos de elétrons e múons) são resultado das leis de conservação de energia e número leptônico, tanto muônico quanto eletrônico.

Os múons advindos de raios cósmicos são produzidos a cerca de 15 km de altitude na atmosfera terrestre e podem perder cerca de 2,0 GeV de sua energia devido a processos de ionização [26]. Devido à sua pequena seção de choque eles podem penetrar na matéria densa sendo pouco afetados. Assim eles são as partículas mais abundantes no nível do mar, possuindo uma energia média de 4,0 GeV nessa região [1, 26], com um fluxo de cerca de  $1 \text{ cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$ . Devido à essas características, eles são usados frequentemente como instrumentos de calibração de detectores de raios cósmicos.

Devido ao seu tempo de vida ser de  $\tau_\mu = 2,197\mu \text{ s}$ , os múons são um exemplo importante da contração espacial e dilatação temporal previstas na teoria da Relatividade Restrita. Considerando-se a altitude média de 15 km em que são produzidos e com uma velocidade de cerca de 99,8% da velocidade da luz,  $c$ , no vácuo ( $v = 0,998c$ ) [32], essas partículas deveriam levar cerca de  $50,1\mu \text{ s}$  para chegarem ao nível do mar. Assim, temos que, de modo similar ao decaimento radioativo, o número de múons  $N$  evolui com o tempo dado por

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t), \quad (2.4)$$

em que  $\lambda$  é a taxa de decaimento dos múons, que quantifica a rapidez dos decaimentos muônicos.

A solução da equação (2.4) é

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2.5)$$

onde  $N_0$  é o número de múons no instante inicial. Como  $\tau_\mu$  é dado pelo inverso da taxa de decaimento, temos que

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau_\mu}. \quad (2.6)$$

Considerando-se a razão entre o tempo de vida do múon,  $\tau_\mu$ , e o tempo necessário para que percorram toda a atmosfera e cheguem ao nível do mar, temos que o tempo necessário para isso

é de aproximadamente 22,8 vezes o tempo de vida do múon. Assim, temos que, para  $t = 22,8\tau_\mu$ , a equação 2.6 resulta em

$$N(t = 22,8\tau_\mu) = N_0 e^{-22,8} \approx 1,25 \times 10^{-10} N_0. \quad (2.7)$$

Portanto, a equação (2.7) prevê que praticamente todos os múons deveriam decair antes de chegarem ao nível do mar. Entretanto, as taxas de múons detectados experimentalmente nesse nível não condizem com esse resultado.

Para obter o número esperado de múons devem ser levadas em conta as consequências da velocidade próxima à da luz, de tal modo que, no referencial do múon, devido a efeitos relativísticos, tem-se uma distância contraída. Sendo  $E_0 = mc^2 = 105,6$  MeV, a energia de repouso do múon, e  $E_\mu \approx 4,0$  GeV, a energia medida no referencial do observador na Terra, temos, na transformação de Lorentz para a energia, que

$$E_\mu = \gamma mc^2 \implies \gamma \approx 37,9. \quad (2.8)$$

Portanto, a distância a ser percorrida, no referencial do múon, é de aproximadamente 395,8 m, o que resulta em cerca de  $1,32\mu$  s para percorrer essa distância. Assim, o tempo necessário para alcançar o nível do mar resulta em  $t = 0,60\tau_\mu$  e  $N(t)$  fica dado por

$$N(t = 0,60\tau_\mu) = N_0 e^{-0,60} \approx 0,55 N_0. \quad (2.9)$$

Ou seja, 55% dos múons produzidos nos EAS são detectados no nível do mar, considerando-se a energia média de 4,0 GeV.

O espectro de energia dos múons foi obtido por Gaisser considerando-se os decaimentos de dois corpos de píons e káons com um espectro de prótons de  $1,8E^{2,7}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}\text{GeV}^{-1}$ , e é dado por [30]

$$\frac{dN_\mu}{dE_\mu} \simeq 0,14E_\mu^{-2,7} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos\theta}{\varepsilon_\pi}} + \frac{0,054}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos\theta}{\varepsilon_K}} \right] \quad (2.10)$$

em que  $\varepsilon_\pi = 115$  GeV e  $\varepsilon_K = 850$  GeV são, respectivamente, as energias críticas dos píons e káons. O primeiro termo dentro do colchete representa os múons advindos do decaimento

de píons e o segundo, do decaimento de káons, sendo o fator 0,054 a fração da contribuição dos káons para o fluxo de múons. Importante observar que essa expressão não leva em conta as perdas de energias e os decaimentos dos múons, bem como as contribuições dos mésons charmosos e demais partículas mais pesadas, estas últimas podendo ser desprezadas, exceto em altíssimas energias.

Uma análise da expressão (2.10) para baixas energias ( $E_\mu \ll \varepsilon_{\pi,K}$ ) permite obter um fluxo similar ao espectro dos raios cósmicos primários ( $\propto E^{-2,7}$ ), enquanto que para  $E_\mu > \varepsilon_\pi$  os múons tendem a interagir na atmosfera antes de decaírem. Por fim, para mais altas energias ( $E_\mu \gg 1$  TeV), o espectro de energia dos múons se torna uma lei de potência mais inclinada do que o espectro dos raios cósmicos primários ( $\propto E^{-3,7}$ ) e, nesse caso, os mésons irão interagir na atmosfera o que produz o espectro de múons tanto no nível do mar quanto no subterrâneo. A dependência de  $\cos\theta$  também reflete-se no fato de que os píons decaem mais facilmente em chuviros não verticais, fazendo com que múons em grandes ângulos zenitais tenham um espectro de energia mais plano.

O espectro descrito pela equação (2.10) mostra que a contribuição dos káons para o fluxo de múons tende a aumentar com a elevação da energia dos múons. Para energias mais baixas, a contribuição dos decaimentos dessas partículas é de cerca de 5% para  $E_\mu < 20$  GeV, enquanto que para energias da ordem de 100 GeV, a contribuição aumenta para cerca de 8% e, em cerca de 1 TeV, para 19% [27]. Devido às características dos káons, esse aumento na contribuição será refletido na razão de carga dos múons, a qual será objeto de estudo na próxima seção.

Por fim, adicionando-se um termo análogo para as partículas contendo quarks *charm*<sup>3</sup>, pode-se obter o fluxo para energias ainda maiores, sendo os múons *prompt* (ou *diretos*) os dominantes em altíssimas energias. Esses múons recebem esse nome pois são produzidos diretamente do decaimento leptônico e semileptônico de hádrons charmosos antes de interagirem

<sup>3</sup>Para fins de comparação, a energia crítica  $\varepsilon_{charm} \approx 4 \times 10^7$  GeV.

na atmosfera, tais como nos processos

$$D^+ \longrightarrow \bar{K}^0 + \mu^+ + \nu_\mu \quad (8,76 \pm 0,19)\%, \quad (2.11)$$

$$D^+ \longrightarrow K^- + \pi^+ + \mu^+ + \nu_\mu \quad (3,65 \pm 0,35)\%, \quad (2.12)$$

$$D^0 \longrightarrow K^- + \mu^+ + \nu_\mu \quad (3,41 \pm 0,04)\%. \quad (2.13)$$

A produção direta se deve ao fato de que o tempo de vida das partículas charmosas é extremamente baixo, da ordem de  $10^{-12}$  s.

## 2.2 Múons subterrâneos

Analogamente ao que se observa na atmosfera, múons podem provocar a ionização do meio de propagação ou produzir radiação secundária ao interagir com os núcleos que o compõem [1]. Essa interação faz com que a energia inicial do múon ao entrar naquele meio seja reduzida, sendo parametrizada por [11]

$$-\frac{dE}{dX} = a(E_\mu) + \sum_{n=1}^3 b_n(E_\mu)E_\mu, \quad (2.14)$$

sendo  $E_\mu$  a energia inicial dos múons ao entrar no meio de propagação,  $a$  é o termo para a perda de energia por ionização e  $b_n$  as perdas radiativas que podem se dar basicamente de três formas: radiação de *bremstrahlung*, produção de pares e processos fotonucleares. É importante notar que ambos os termos variam suavemente com a energia do múon e que  $X$  corresponde à profundidade no meio de propagação.

Novamente, considerando-se a energia crítica, no caso da propagação subterrânea, como aquela em que as perdas por ionização se igualam às por processos radiativos, e definindo-a em termos dos parâmetros que caracterizam tais perdas, dados na equação (2.14), como  $\varepsilon_c = a \cdot b$ , tem-se a solução geral para a equação (2.14) [1, 33], tal que

$$E_{\mu_{sup}} = (E_\mu + \varepsilon_c) e^{-\frac{X}{b}} - \varepsilon_c \quad (2.15)$$

sendo  $E_{\mu_{sup}}$  a energia dos múons na superfície. Acima dessa energia crítica, as perdas radiativas se tornam dominantes, o que é importante em experimentos envolvendo múons com energias

na escala TeV e maiores, tais como MINOS [11, 34] e OPERA [12, 33], em que a energia dos múons medida no subterrâneo é reconstruída para seu valor na superfície a partir de (2.15). Considerando-se essa expressão, a energia mínima para um múon que penetra a uma profundidade  $X$  do meio, tendo uma energia inicial  $E_\mu^0$ , e que chega ao repouso, pode ser dada por

$$E_\mu^{\min} = \varepsilon_c \left( e^{\frac{X}{b}} - 1 \right). \quad (2.16)$$

Portanto, uma relação aproximada para o alcance dos múons que chegam ao subterrâneo é dada por

$$X = b \ln \left( 1 + \frac{E_\mu}{\varepsilon_c} \right). \quad (2.17)$$

Essa expressão leva em conta o fato de que a perda de energia dos múons é aproximadamente contínua e que os diversos múons perdem energia de modo igual durante sua propagação, o que é válido quando a ionização é o processo dominante, o que acontece até cerca de 100 GeV [30]. Medidas com maior precisão do fluxo de múons subterrâneos devem levar em conta as flutuações na energia que acontecem devido a processos radiativos e o alcance dado pela equação (2.17) resulta em uma distribuição de alcances. Essas flutuações são muito maiores do que as flutuações na propagação, o que permite uma aproximação em que as variações de alcance são desprezadas, de tal modo que o fluxo integral de múons verticais a uma profundidade  $X$  se torna igual ao fluxo integral de múons que vêm verticalmente da superfície [1]. Esse fluxo é representado na figura 2.1. Deve-se levar em consideração que, para a comparação de medidas em diferentes locais, é importante caracterizar a densidade da rocha bem como do relevo do local de medição, uma vez que, a depender dessa conformação, o fluxo pode ser maximizado em determinadas direções zenitais.

Da análise dos dados evidenciados na figura 2.1, pode-se concluir que, para o estudo de múons de mais altas energias, medidas em detectores subterrâneos são fundamentais pois permitem acessar energias mais altas e reconstruí-las para valores já medidos na superfície.

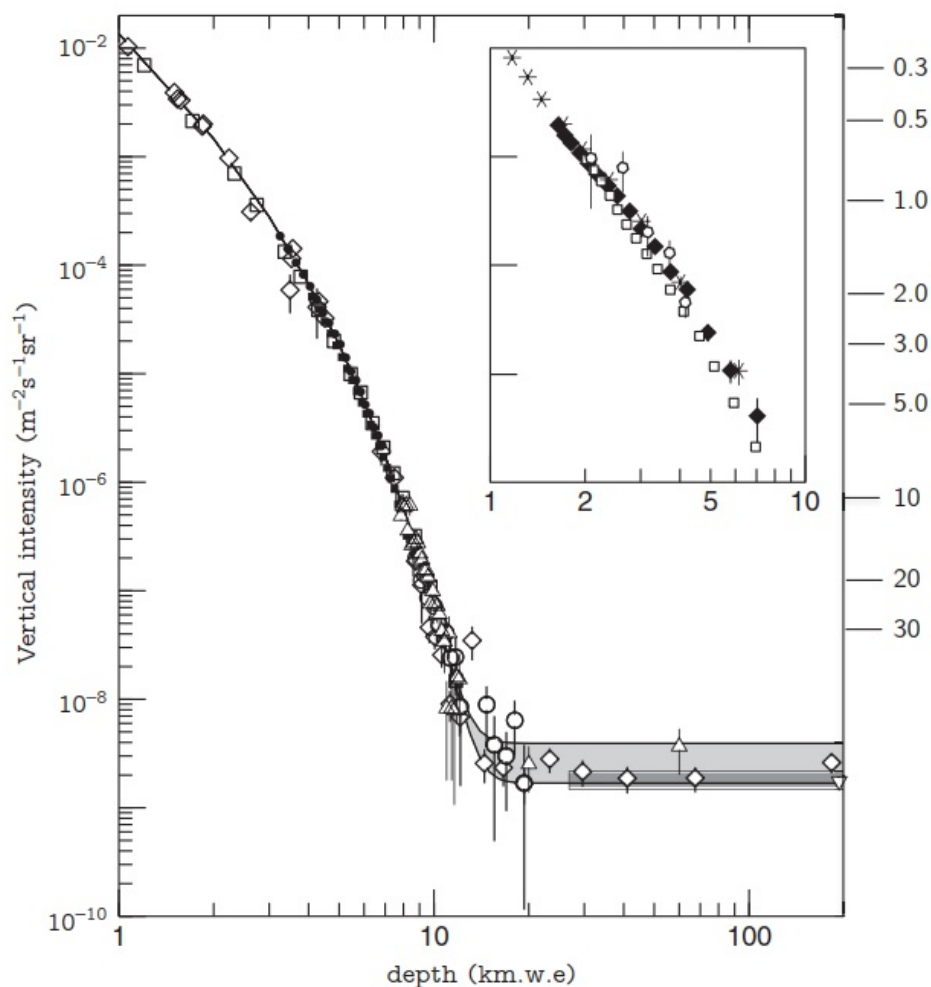


Figura 2.1: Intensidade dos múons de acordo com a profundidade (em  $\text{km.w.e.}$ ). No eixo à direita tem-se a energia mínima dos múons (em TeV) no ponto de produção para alcançar uma profundidade  $X$  [1]. A caixa acima e à direita contém os dados medidos para água ou gelo.

Conforme veremos adiante, isso é importante pois permite a medida da razão de carga dos múons a energias acima da escala TeV. Essa é uma ferramenta capaz de estudar processos em altas energias envolvendo interações muitas vezes não acessíveis em aceleradores ou mesmo em detectores localizados ao nível do mar.

## 2.3 Razão de carga dos múons

A razão de carga de múons<sup>4</sup> na atmosfera é definida como a razão entre o número de múons positivos,  $\mu^+$ , e o de múons negativos,  $\mu^-$ , tal que

$$R_\mu = \frac{N_{\mu^+}}{N_{\mu^-}}. \quad (2.18)$$

Essa razão permite inferir características importantes sobre a produção de mésons carregados a partir das colisões dos raios cósmicos primários com núcleos na atmosfera [35], bem como da natureza dos mesmos [27]. Além disso, a medida de  $R_\mu$  permite compreender melhor as interações hadrônicas em altas energias contribuindo para melhorar as simulações de Monte Carlo para fluxos de neutrinos atmosféricos [36].

Tendo em vista que os múons e neutrinos são produzidos nos EAS, em sua maior parte pelas interações dadas pelas equações (2.1) e (2.2), e que os múons podem decair conforme a equação (2.3), podemos obter a seguinte relação entre o número de múons e neutrinos eletrônicos

$$\frac{N_{\nu_e}}{N_{\bar{\nu}_e}} \sim \frac{N_{\mu^+}}{N_{\mu^-}}. \quad (2.19)$$

Para a razão entre o total de neutrinos e antineutrinos de múons e elétrons produzidos, temos que

$$\frac{(N_{\nu_\mu} + N_{\bar{\nu}_\mu})}{(N_{\nu_e} + N_{\bar{\nu}_e})} \sim 2 \quad (2.20)$$

que advém do fato de que um  $\nu_\mu$  ( $\bar{\nu}_\mu$ ) e um  $\bar{\nu}_\mu$  ( $\nu_\mu$ ) são produzidos numa cadeia de decaimentos  $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \rightarrow e^\pm$  e apenas um  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_e$ ) é produzido em tal processo. A dependência energética da relação entre as razões de neutrinos eletrônicos e muônicos, dada por (2.20), foi fundamental na descoberta da oscilação de neutrinos atmosféricos [1, 24] pela colaboração Super-Kamiokande [37] em 1998. Experimentalmente, foi observado que essa razão era próxima a 1, para neutrinos abaixo da escala GeV, sendo interpretado como o efeito da oscilação de neutrinos muônicos em neutrinos tauônicos ( $\nu_\tau$ ).

---

<sup>4</sup>Em inglês, *Muon Charge Ratio*.

Experimentos de razão de carga de múons atmosféricos tem medido um valor aproximadamente constante ao nível do mar ( $R_\mu \approx 1,27$ ), numa escala de energia de 10 GeV até poucas centenas de GeV [27]. Nessa faixa de mais baixas energias  $E_\mu$ , a razão de carga maior do que a unidade indica um excesso de  $\mu^+$  sobre  $\mu^-$ , reflexo do maior número de prótons (livres e ligados) do que de nêutrons no espectro dos raios cósmicos primários [26,28], sendo esperados, portanto, mais  $\pi^+$  do que  $\pi^-$  como secundários nos EAS [13]. Nota-se que, para essa faixa de energia, as contribuições majoritárias resultam do decaimento de píons, dado por (2.1), uma vez que  $\varepsilon_\pi = 115$  GeV. Devido às consequências da cinemática, a maior parte da energia dos produtos do decaimento é carregada pela partícula de massa comparável à da partícula mãe que gerou o processo, nesse caso, o pión. Para o decaimento dos píons, os múons carregam cerca de 79% da energia, enquanto os neutrinos muônicos apenas 21% desse total.

A medida que a escala de energia aumenta, a contribuição dos káons passa a ser mais relevante, tendo em vista que  $\varepsilon_K = 850$  GeV. A contribuição dos káons carregados vai de 10% em baixas energias [35], até em torno de 27% em altas energias (próximo a 10 TeV) [36]. Apesar dos decaimentos de káons, dados pela equação (2.2), produzirem múons em proporção similar à dos decaimentos de píons, a razão  $K^+/K^-$  é ainda maior do que a razão  $\pi^+/\pi^-$ , o que se observa em um aumento de  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu$  na superfície. Tal fato tem sido observado por experimentos com detecção de múons subterrâneos tais como as colaborações MINOS [11, 34], OPERA [12,33] e CMS (*Compact Muon Solenoid*) [10], cujos resultados mostram um aumento de  $R_\mu$  na escala TeV de energia dos múons na superfície.

Esse aumento em  $R_\mu$  advém de uma assimetria na quantidade de  $\mu^+$  em relação a  $\mu^-$  que se torna acentuada com o aumento da energia em que a quantidade de  $K^+$  produzida aumenta em relação a  $K^-$ . Esse fato acontece devido à produção associada de um bárion com o méson  $K^+$  para que ocorram as conservações de número bariônico e estranheza, enquanto que o canal de produção de  $K^-$  demanda uma produção de mais dois bárions para o antibárion associado à ele. Isso faz com que o espaço de fase seja reduzido, o que suprime a produção de  $K^-$  e, conseqüentemente, diminui a probabilidade de ocorrência desses eventos ainda que a

energia envolvida no processo seja suficiente para tal [13].

Os káons são hádrons que tem em sua composição um quark estranho  $s$  ( $K^-, \bar{K}^0$ ) ou um antiquark estranho  $\bar{s}$  ( $K^+, K^0$ ). Devido à conservação da estranheza em processos envolvendo a força forte, tais como as colisões dos prótons que produzem káons, observa-se a produção associada de pelo menos um bárion contendo um quark (ou antiquark) estranho tal como o processo

$$p + p \longrightarrow p + K^+ + \Lambda. \quad (2.21)$$

A produção do antiquark estranho  $\bar{s}$  devido à  $K^+$ , resulta na produção de seu respectivo par, o quark  $s$ , que compõem o bárion *lâmbda*, tal como mostra a tabela 2.1, que elenca os principais mésons que contribuem para a produção de múons nos EAS, bem como suas respectivas composições em termos de quarks. A produção do próton nesse processo se deve à conservação do número bariônico, o que demonstra que essas interações necessitam de altas energias para ocorrerem. Outros processos similares envolvendo  $K^+$  podem ser dados por

$$p + p \longrightarrow n + K^+ + \Sigma^+ \quad (2.22)$$

$$p + p \longrightarrow p + K^+ + \Sigma^0. \quad (2.23)$$

Um processo que envolve a produção tanto de  $K^+$  quanto  $K^-$  é

$$p + p \longrightarrow p + p + K^+ + K^- \quad (2.24)$$

cuja conservação dos números quânticos supracitados é observada com a produção de um par de káons carregados, o que leva à produção simétrica de  $\mu^+$  e  $\mu^-$ . Entretanto, os processos que resultam na produção de  $K^-$  (sem a de  $K^+$ ) demandam uma produção de mais dois bárions. Assim, para tais processos, como

$$p + p \longrightarrow p + p + n + K^- + \bar{\Sigma}^-, \quad (2.25)$$

observa-se que eles serão suprimidos, uma vez que o espaço de fase é reduzido na produção do anti-híperon  $\bar{\Sigma}^-$ . Desse modo, a probabilidade de ocorrência desse evento se torna menor,

Tabela 2.1: Principais mésons envolvidos nos EAS [26].

Méson	Quarks	Q	S	C	Massa (MeV/c <sup>2</sup> )
$\pi^+$	$u\bar{d}$	+1	0	0	$139,57039 \pm 0,00018$
$\pi^-$	$d\bar{u}$	-1	0	0	$139,57039 \pm 0,00018$
$\pi^0$	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	0	0	$134,9768 \pm 0,0005$
$K^+$	$u\bar{s}$	+1	+1	0	$493,677 \pm 0,016$
$K^-$	$s\bar{u}$	-1	-1	0	$493,677 \pm 0,016$
$K^0$	$d\bar{s}$	0	+1	0	$497,611 \pm 0,013$
$\bar{K}^0$	$s\bar{d}$	0	-1	0	$497,611 \pm 0,013$
$D^+$	$c\bar{d}$	+1	0	+1	$1.869,66 \pm 0,05$
$D^-$	$d\bar{c}$	-1	0	-1	$1.869,66 \pm 0,05$
$D^0$	$c\bar{u}$	0	0	+1	$1.864,84 \pm 0,05$
$\bar{D}^0$	$u\bar{c}$	0	0	-1	$1.864,84 \pm 0,05$

ainda que haja energia suficiente para tal. Isso leva à uma assimetria na produção de  $K^+$  em relação à  $K^-$ , o que se reflete num aumento da razão de carga em função da energia dos múons na superfície. A tabela 2.2 mostra os principais bárions que produzem káons em suas interações bem como suas respectivas energias.

Tabela 2.2: Principais bárions em interações produzindo káons [26].

Bárion	Quarks	B	Q	S	C	Massa (MeV/c <sup>2</sup> )
$p$	$uud$	+1	+1	0	0	$938,27208816 \pm 0,00000029$
$n$	$udd$	+1	0	0	0	$939,5654205 \pm 0,0000005$
$\Lambda$	$uds$	+1	0	-1	0	$1.115,683 \pm 0,006$
$\Sigma^+$	$uus$	+1	+1	-1	0	$1.189,37 \pm 0,07$
$\Sigma^-$	$dds$	+1	-1	-1	0	$1.197,449 \pm 0,030$
$\Sigma^0$	$uds$	+1	0	-1	0	$1.192,642 \pm 0,0024$

Além disso, essa assimetria pode ser observada de modo ainda mais sensível para os neutrinos atmosféricos em altas energias. No decaimento dos káons, os múons carregam 52%

da energia da partícula mãe e os neutrinos 48%, a contribuição dos píons carregados para os neutrinos é suprimida e, portanto, os káons são a maior fonte de neutrinos muônicos de altas energias. Desse modo, levando-se em conta as relações dadas por (2.2) e (2.3), os neutrinos eletrônicos na escala TeV são produzidos predominantemente por káons, sendo de fundamental importância a compreensão dos processos que os envolvem para entendimento do fluxo de neutrinos atmosféricos [1].

### 2.3.1 Modelo pión-káon

Considerando-se o fluxo de múons dado pela expressão (2.10), pode-se perceber que a dependência de  $R_\mu$  em relação ao ângulo zenital  $\theta$  é dada pelo termo  $E_\mu \cos \theta$ . Nota-se que, nessa parametrização proposta por Gaisser,  $R_\mu$  depende do produto  $E_\mu \cos \theta$ , e não simplesmente da energia do múon na superfície [13, 28]. Esse produto resulta no fato de que a intensidade de múons advindos de decaimentos de píons e káons se torne constante a um valor fixo de  $E_\mu \cos \theta$ .

Dessa forma é possível separar os diferentes componentes geradores dos múons, sendo eles os píons e káons, em termos dessa energia vertical dos múons na superfície [36]. Assim, fixando-se o valor dessa variável, pode-se obter a razão de carga na superfície e observar o seu aumento ocorrendo no intervalo entre  $\varepsilon_\pi$  e  $\varepsilon_K$ .

De acordo com [13, 38], tomando-se a expressão (2.10) para o fluxo de múons e generalizando separadamente para  $\mu^+$  e  $\mu^-$  tal que

$$\frac{dN_{\mu^+}}{dE_\mu} = 0,14E_\mu^{-2,7} \left[ \frac{f_\pi}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta}{\varepsilon_\pi}} + \frac{0,054f_K}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta}{\varepsilon_K}} \right] \quad (2.26)$$

$$\frac{dN_{\mu^-}}{dE_\mu} = 0,14E_\mu^{-2,7} \left[ \frac{(1 - f_\pi)}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta}{\varepsilon_\pi}} + \frac{0,054(1 - f_K)}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta}{\varepsilon_K}} \right] \quad (2.27)$$

em que  $f_\pi$  e  $f_K$  representam, respectivamente, as frações de píons e káons positivos. O ângulo zenital pode ser parametrizado conforme [11] em que utiliza-se  $\theta^*$  como sendo o ângulo zenital no ponto de produção do múon. Essa parametrização leva em conta a curvatura da Terra, por meio de seu raio  $R_T$ , e a altura  $h$  em que os múons são produzidos.

Considerando-se a figura 2.2, a aplicação da lei dos cossenos para o triângulo  $ABC$

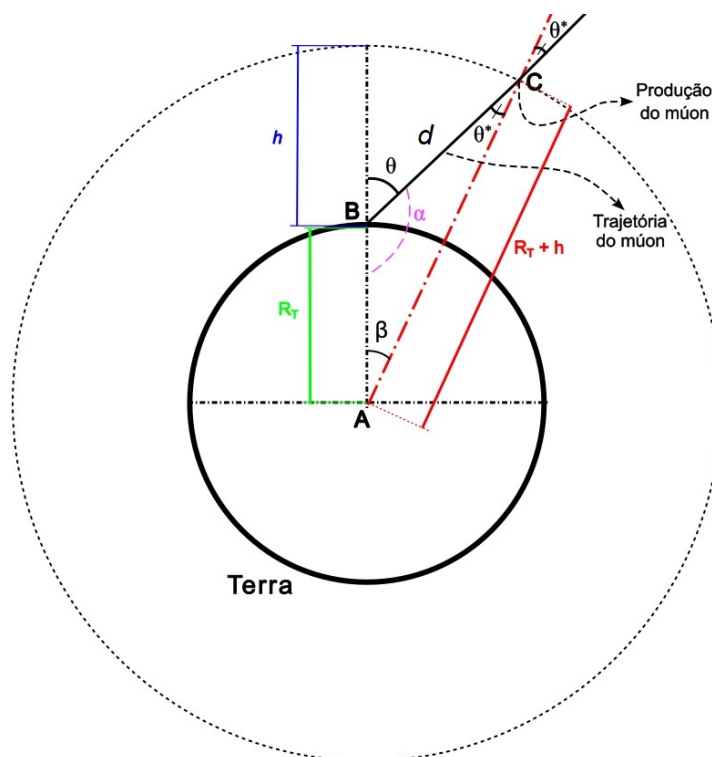


Figura 2.2: Definição do ângulo  $\theta^*$  levando em conta a curvatura da Terra ( $R_T$ ) e a altura de produção do múon ( $h$ ).

resulta em

$$R_T^2 = d^2 + (h + R_T)^2 - 2d(h + R_T) \cos \theta^* \quad (2.28)$$

onde  $d$  é a distância na trajetória descrita por um múon produzido no vértice  $C$  até chegar à superfície. Assim, usando-se a lei dos senos,  $d$  é dado por

$$\frac{d}{\sin \beta} = \frac{(h + R_T)}{\sin \theta} \quad \implies \quad d = (h + R_T) \frac{\sin \beta}{\sin \theta} \quad (2.29)$$

em que

$$\alpha = \pi - \theta \quad (2.30)$$

$$\beta = \pi - \alpha - \theta^* = \theta - \theta^*. \quad (2.31)$$

Substituindo-se (2.29)–(2.31) em (2.28), temos que

$$\cos \theta^* = \sqrt{1 - \left( \frac{R_T}{h + R_T} \right)^2}. \quad (2.32)$$

Utilizando-se essa parametrização, a razão de carga dos múons na superfície pode ser obtida a partir de (2.26) e (2.27), resultando em

$$R_\mu = \frac{\left[ \frac{f_\pi}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta^*}{\varepsilon_\pi}} + \frac{0,054f_K}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta^*}{\varepsilon_K}} \right]}{\left[ \frac{(1-f_\pi)}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta^*}{\varepsilon_\pi}} + \frac{0,054(1-f_K)}{1 + \frac{1,1E_\mu \cos \theta^*}{\varepsilon_K}} \right]}. \quad (2.33)$$

Essa equação representa a razão de carga para o modelo *píon-káon* ( $\pi K$ ) e permite obter separadamente as razões de carga dos múons do decaimento de píons

$$R_\pi = \frac{\pi^+}{\pi^-} = \frac{f_\pi}{1 - f_\pi} \quad (2.34)$$

e do decaimento dos káons

$$R_K = \frac{K^+}{K^-} = \frac{f_K}{1 - f_K} \quad (2.35)$$

as quais são independentes da energia bem como a taxa  $\pi/K$  contida no fator constante 0,054 [13]. Esse modelo não leva em conta as contribuições dos hádrons *charm*, cujo efeito pode ser desprezado até energias de superfície dos múons da ordem de 10 TeV.

Outro ponto importante desse modelo é que as frações  $f_\pi$  e  $f_K$  são parâmetros que podem ser obtidos pelos ajustes das curvas de dados experimentais, permitindo medir, por exemplo, a razão de carga de káons atmosféricos  $R_K$ . Tendo em vista que múons em que  $E_\mu \cos \theta^* > \varepsilon_\pi$  dificilmente são detectados na superfície, experimentos com detectores subterrâneos podem realizar a medida desses múons de maior energia. O modelo dado pela expressão (2.33) permite relacionar os resultados obtidos tanto em superfície quanto abaixo dela, uma vez que as perdas de energia podem ser modeladas para calcular a energia de superfície dos múons detectados em experimentos subterrâneos.

## 2.4 Medidas experimentais da razão de carga dos múons

Vários experimentos têm medido a razão de carga dos múons, sendo os principais resultados publicados a partir dos anos 1970. Tendo em vista a necessidade de identificação da

carga dos múons que chegam aos detectores, a maioria dos experimentos utiliza espectrômetros magnéticos para a separação entre  $\mu^+$  e  $\mu^-$ , combinados com demais técnicas, tais como, calorímetros, câmaras de emulsão, dentre outros.

Em [2], foi medida a razão de carga dos múons ao nível do mar utilizando o espectrômetro *Durham*, com múons em uma faixa de momento entre 7 a 500 GeV/c. O detector é formado por blocos de ferro magnetizados, sendo detectados por cintiladores e com seleção de momento e posição medidas por meio de tubos de *flash* [2]. Cerca de  $2,0 \times 10^6$  partículas atravessaram o detector sendo possível analisar o momento de  $1,3 \times 10^6$  delas durante 3 tomadas de dados totalizando 3843,7 horas de funcionamento. Esse experimento foi importante pela precisão com que tanto o fluxo quanto a razão de carga foram medidos. O valor médio para a razão de carga foi calculado em [39], para momentos entre 10 e 300 GeV/c, obtendo-se  $R_\mu = 1,2799 \pm 0,0042$ .

Outra importante medida é reportada em [3], utilizando o espectrômetro de raios cósmicos de Nottingham, no período de setembro de 1974 a maio de 1984. Foram detectados 364.623 eventos num intervalo de momento dos múons de 4,0 GeV/c a 2,0 TeV/c, sendo o MDM de 3,40 TeV/c. O arranjo consistia em um detector com um ímã de ferro sólido, com uma corrente de 16 A gerando um campo magnético de 17,5 kG (1,75 T), e a trajetória das partículas obtida por arranjos com camadas de tubos de *flash* neon. O valor médio da razão de carga obtido em [39], considerando-se a mesma faixa de momentos da análise dos dados de [2], foi de  $1,2511 \pm 0,0058$ . Nesse caso, nota-se que os experimentos [2] e [3] apresentam uma variação em um nível de  $4\sigma$ .

O espectrômetro MUTRON, localizado ao nível no mar na Universidade de Tóquio, mediu os valores de  $R_\mu$  para múons em um intervalo de momento entre 100 GeV/c e 20 TeV/c, com um MDM de 22 TeV/c. O experimento consistia de um espectrômetro de 800 toneladas, com dois ímãs de ferro sólido, sendo produzido um campo magnético interno de cerca de 16 kG (1,6 T), e dois calorímetros contendo 120 toneladas de ferro [40]. Devido à sua configuração, foram detectados múons num intervalo de ângulos zenitais entre  $86^\circ$  e  $90^\circ$ . Nessas condições,

foi medida uma razão de carga de  $1,251 \pm 0,005$  para múons com momento entre 100 e 600 GeV/c, e de  $1,30 \pm 0,02$  para momentos acima de 600 GeV/c [4].

Para a faixa de baixas energias, podem ser citados dois experimentos o CAPRICE94 (*Cosmic AntiParticle Ring Imaging Cherenkov Experiment*) [5] e o espectrômetro BESS-TeV [6], um *upgrade* do BESS, ambos utilizando voos de balão conjugados a medidas em detectores no solo para medir o espectro de múons. O primeiro fez a medida numa faixa de momento de 0,3 a 40 GeV/c para  $\mu^-$  e 0,3 a 2 GeV/c para  $\mu^+$ , com observações em solo feitas em Lynn Lake (Manitoba, Canadá), enquanto que os voos de balão foram feitos desse local até Peace River (Alberta, Canadá), em uma altitude entre 36 e 38,1 km por cerca de 23 horas, no ano de 1994. Já no segundo, o voo de balão foi lançado em agosto de 2002, de Lynn Lake, atingindo uma altitude de 37 km, durante um total de 10,6 horas, enquanto que as observações em solo foram realizadas no KEK (*The High Energy Accelerator Research Organization*) em Tsukuba, Japão (cerca de 30 m acima do nível do mar) medindo o fluxo absoluto de múons atmosféricos com momento entre 0,6 e 400 GeV/c. A Figura 2.3 mostra os resultados obtidos para a razão de carga dos múons em cada um dos experimentos.

A medida que a energia dos múons na superfície aumenta, torna-se mais difícil determinar seu momento, tendo em vista a limitação devida aos fatores que determinam o MDM. Assim, múons em energias na escala de cerca de 1 TeV, e acima, são detectados por meio de experimentos subterrâneos onde a energia dos múons que chegam ao detector é atenuada em relação ao seu valor na superfície. Isso contorna as limitações devido ao MDM além de diminuir o efeito de outras partículas que podem ser confundidas com múons na superfície. Para as análises de  $R_\mu$ , conforme já mencionado, o modelo  $\pi K$  depende do valor da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  na superfície e, para isso, é feita a projeção das perdas de energia devido à interação com a matéria desde a superfície até a chegada ao detector.

Ainda nos anos 1970, a razão de carga para múons de ultra-altas energias, com momento entre 1 e 8 TeV/c, foi realizada utilizando-se o detector de múons de raios cósmicos UTAH [7]. O detector, situado nas montanhas Wasatch, em Park City, no estado de Utah, a uma

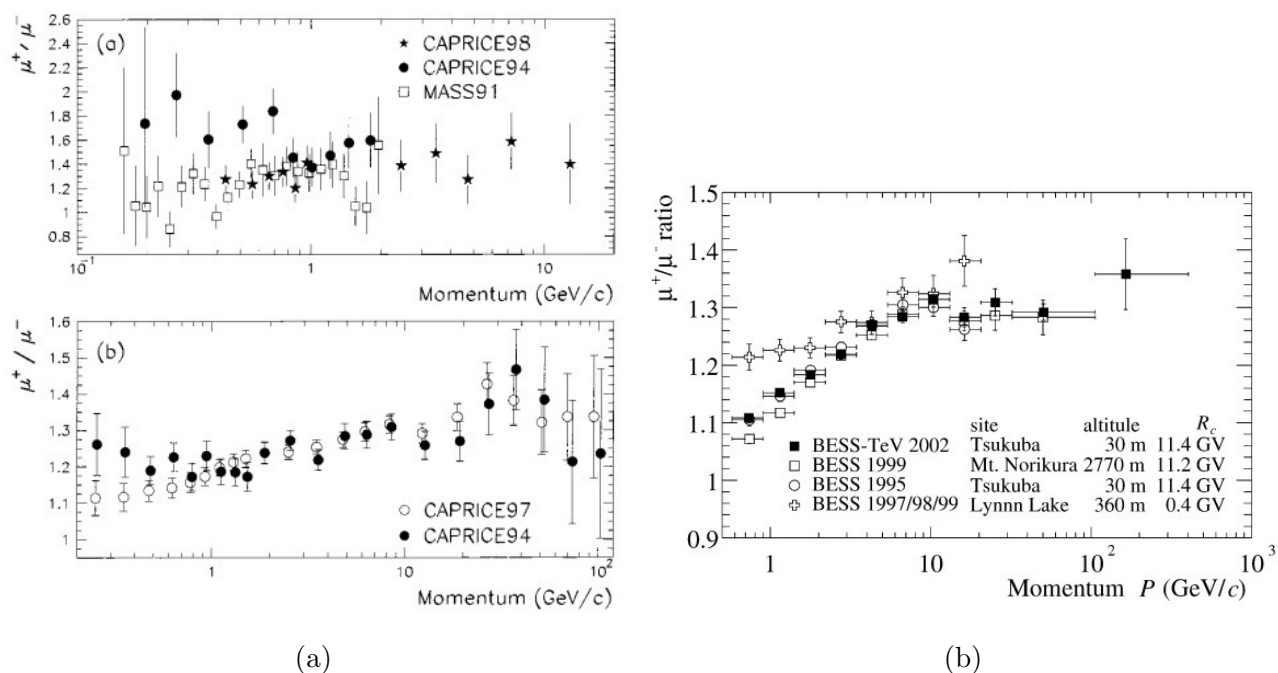


Figura 2.3: Medidas de  $\mu^+/\mu^-$  de múons atmosféricos em função do momento obtidas pelos experimentos CAPRICE94 (a) [5] e BESS-TEV (b) [6].

profundidade equivalente a  $2 \times 10^5$  g/cm<sup>2</sup>, consistia de 600 contadores de centelha em 15 planos verticais intercalados com absorvedores de concreto (SiO<sub>2</sub>), quatro tanques de água com contadores Cherenkov, cada um dentro de um tanque de concreto com paredes de 30 cm e dois ímãs de ferro verticais, com um campo magnético de  $16,3 \pm 0,8$  kG (1,63 T). A razão de carga, de  $1,378 \pm 0,015$ , foi obtida para uma energia média de 1 a 7,5 TeV, permitindo, ainda de modo incipiente, observar um aumento dela entre 10 GeV e 8 TeV.

Já no ano de 2004, dois experimentos utilizando detectores do colisor LEP (*Large Electron-Positron*<sup>5</sup>) do CERN (*European Organization for Nuclear Research*<sup>6</sup>) publicaram seus resultados para a medida da razão de carga dos múons atmosféricos em detecção subterrânea. O experimento CosmoALEPH, utilizando-se da alta resolução das TPC (*Time Projection Chamber*<sup>7</sup>) do detector ALEPH (*Apparatus for LEP Physics*), situado a 320 m.w.e.<sup>8</sup> próximo

<sup>5</sup>Em português, *Grande colisor elétron-pósitron*.

<sup>6</sup>Em português, *Organização Europeia para Pesquisa Nuclear*, cujo acrônimo vem do francês *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*.

<sup>7</sup>Em português, *Câmaras de projeção temporal*.

<sup>8</sup>Em inglês, *meter water equivalent*, ou seja, metro em água equivalente. Convencionou-se que a unidade de m.w.e. é 100g/cm<sup>2</sup> [1].

a Jura Mountains, na região entre França e Suíça, mediu uma razão de carga entre 80 GeV e 2,5 TeV, encontrando um valor de  $1,278 \pm 0,011$  [8], utilizando o HCAL (*Hadron Calorimeter*<sup>9</sup>) em um campo magnético de 1,5 T. Já a colaboração L3, utilizou o detector homônimo do LEP no experimento L3+C<sup>10</sup> medindo a razão de carga para múons com energia entre 20 e 500 GeV, para um intervalo de 0° a 58° de ângulo zenital. Esse experimento utilizou-se do espectrômetro magnético de volume 1000 m<sup>3</sup> com um campo de 0,5 T, localizado a 450 m acima do nível do mar, abaixo de camadas de rocha<sup>11</sup> obtendo um valor para  $R_\mu = 1,285 \pm 0,003$  (est.)  $\pm 0,019$  (sist.) [9].

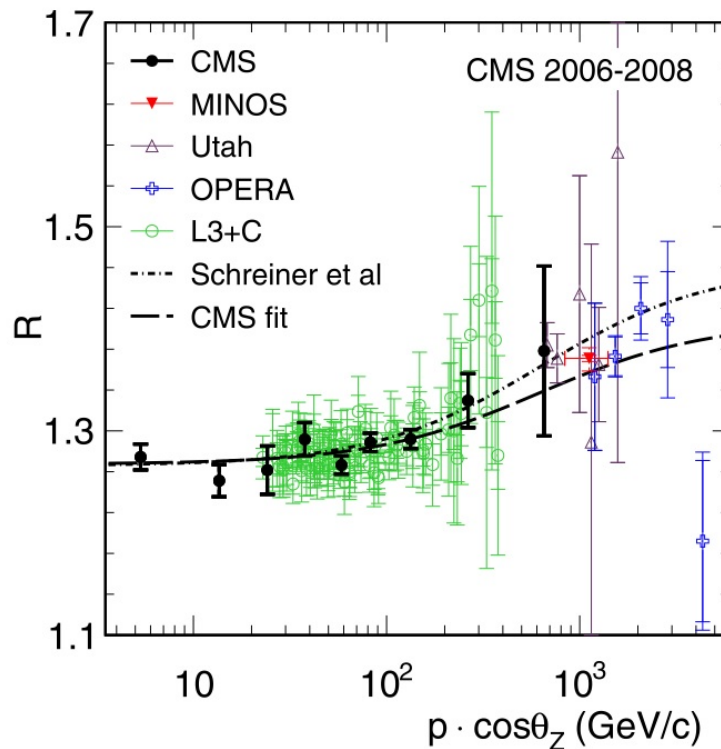


Figura 2.4: Razão de carga dos múons em função do momento vertical dos múons ( $p \cos \theta_z$ ) obtidos no CMS, incluindo os dados obtidos em UTAH, L3+C, OPERA e MINOS [10]. O ajuste da curva para o modelo  $\pi K$  é mostrado juntamente com o obtido por Schreiner et al [13].

Com o *upgrade* do LEP para o LHC (*Large Hadron Collider*<sup>12</sup>) e a respectiva instalação do CMS, uma nova medida de razão de carga com múons de momento entre 5 GeV/c e 1 TeV/c

<sup>9</sup>Em português, *Calorímetro de Hádrons*.

<sup>10</sup>O +C equivale ao detector L3 com utilização para raios cósmicos.

<sup>11</sup>Referida nos trabalhos como *molasse*.

<sup>12</sup>Em português, *Grande Colisor de Hádrons*.

pôde ser realizada. O CMS é um detector formado por um solenoide supercondutor de 6 m de diâmetro interno com um alto campo magnético confinado por *yokes* de aço, um calorímetro eletromagnético e um cintilador de latão como calorímetro de hádrons. O experimento foi dividido em duas etapas sendo uma no nível da superfície (a cerca de 420 m acima do nível do mar), em 2006, com um campo magnético entre 3,67 e 4,00 T, e outra com o CMS já instalado em sua caverna (a 89 m abaixo da superfície), em 2008, com o campo magnético de 4,00 T. Para a razão de carga, em momentos abaixo de 100 GeV/c, foi obtido o valor de  $1,2766 \pm 0,0032$  (est.)  $\pm 0,0032$  (sist.). O ajuste da curva ao modelo  $\pi K$  para a componente vertical do momento dos múons ( $p \cos \theta_z$ ) resultou em uma razão de carga, nessa faixa de momento, de  $1,2772 \pm 0,0032$  (est.)  $\pm 0,0036$  (sist.) [10], e pode ser visto na Figura 2.4. Os parâmetros do modelo obtidos para o ajuste, em todo o intervalo de momentos medidos, foram  $f_\pi = 0,553 \pm 0,005$  e  $f_K = 0,66 \pm 0,06$ .

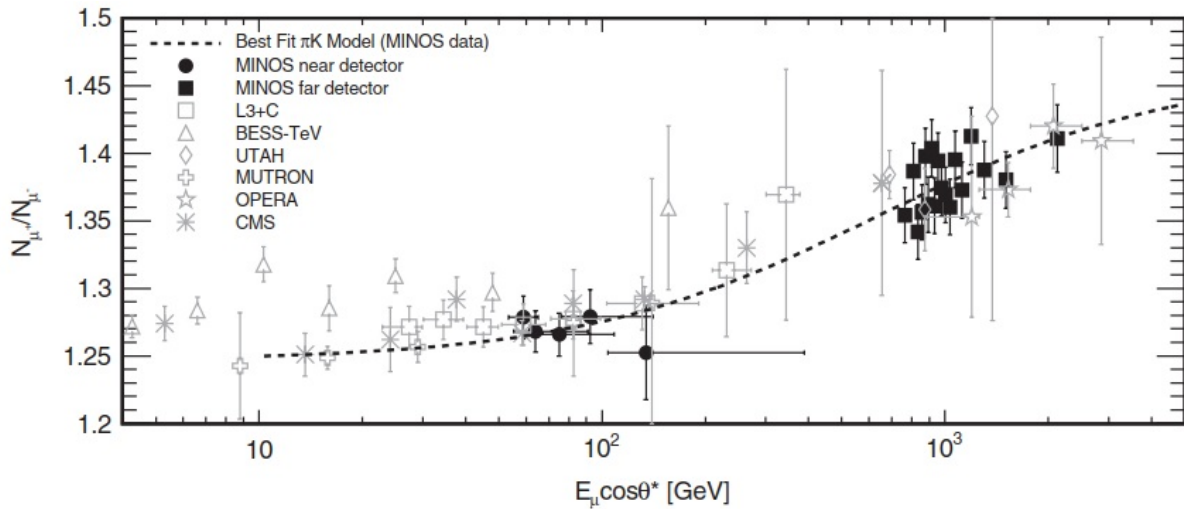


Figura 2.5: Razão de carga dos múons em função de  $E_\mu \cos \theta^*$  com a curva tracejada correspondendo ao melhor ajuste para o modelo  $\pi K$  utilizando os dados do *Near* e *Far Detector* [11].

Demais medidas de razão de carga em escala TeV de energia foram realizadas utilizando-se detectores subterrâneos em experimentos de neutrinos de *long-baseline* como o MINOS, no Fermilab, e o OPERA, no CERN. O MINOS é um experimento destinado a investigar a oscilação de neutrinos e consiste, basicamente, na emissão de um feixe de neutrinos produzido

no Fermilab, no estado do Illinois, em direção a dois detectores situados a uma distância (em linha reta) de 735 km um do outro, sendo o *Near Detector*, localizado no próprio laboratório a uma profundidade de 94 m ( $\sim 225$  m.w.e.), e o *Far Detector* localizado no Soudan Underground Laboratory, no estado de Minnesota, a uma profundidade de 710 m ( $\sim 2070$  m.w.e.). Ambos os detectores são calorímetros magnéticos subterrâneos, tendo o primeiro um campo magnético de cerca de 2,1 T e o segundo, 1,8 T. A medida de  $R_\mu$ , realizada entre agosto de 2003 e fevereiro de 2006, no *Far Detector*, corresponde a múons com energia na superfície entre 1 e 7 TeV obtendo uma razão de carga de  $1,374 \pm 0,004$  (est.)  $^{+0,012}_{-0,010}$  (sist.) [34]. Para a medida realizada pelo *Near Detector*, os dados foram coletados entre 2006 e 2009, em uma faixa de energia  $E_\mu \cos \theta^*$  de 57 a 134 GeV, obtendo o valor de  $1,266 \pm 0,001$  (est.)  $^{+0,015}_{-0,014}$  (sist.) [11]. O ajuste da curva ao modelo  $\pi K$  é mostrado na Figura 2.5 obtendo os valores dos parâmetros  $f_\pi = 0,55$  e  $f_K = 0,70$ .

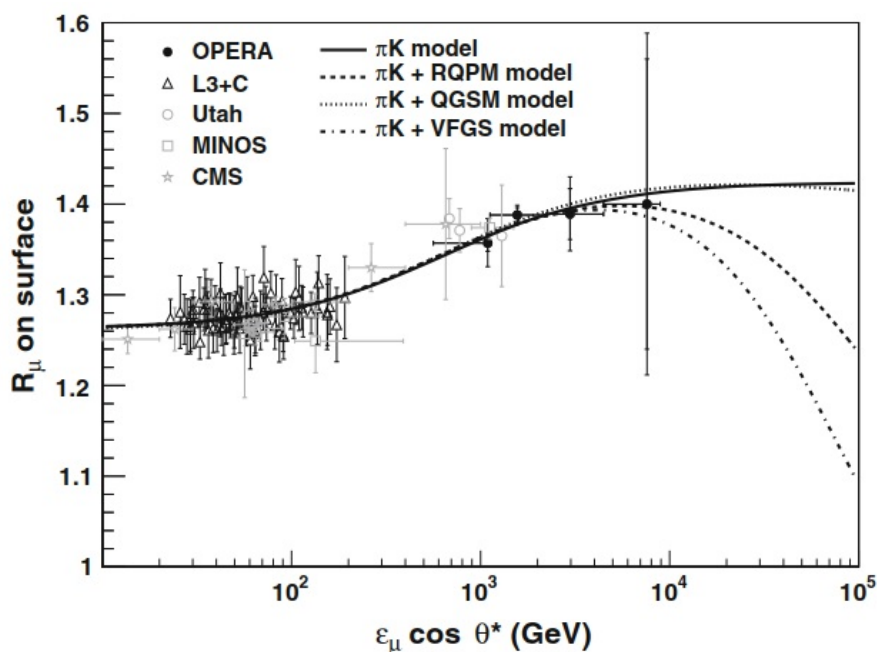


Figura 2.6: Razão de carga dos múons na superfície em função de  $\varepsilon_\mu \cos \theta^*$  com a curva contínua correspondendo ao melhor ajuste para o modelo  $\pi K$  [12]. Também são mostrados os ajustes para os modelos de interação hadrônica levando em consideração os múons *prompt*.

O OPERA é um detector que foi utilizado para buscar oscilações de neutrinos muônicos em tauônicos utilizando o feixe do CNGS (*CERN Neutrinos to Gran Sasso*), localizado no CERN, e direcionado ao laboratório subterrâneo Gran Sasso, na Itália. Ele está localizado

a uma profundidade de aproximadamente 3800 m.w.e., o que equivale a uma  $\langle E_\mu \cos \theta^* \rangle \simeq 2$  TeV, o que é bem acima da energia crítica dos píons. A essa profundidade, um múon precisa ter uma energia mínima na superfície de 1,5 TeV para alcançar o detector, portanto, esse é um equipamento que permite estudar múons de energias na escala TeV. O OPERA consiste em um sistema híbrido com detectores eletrônicos e emulsões nucleares. O campo magnético é produzido em um grande imã de ferro dipolar instrumentado com RPCs (*Resistive Plate Chambers*<sup>13</sup>) dirigido verticalmente, transversal ao eixo do feixe de neutrinos, alcançando 1,53 T. Os dados foram coletados entre 2008 e 2012 permitindo obter  $R_\mu = 1,377 \pm 0,006$  (est.)  $^{+0,007}_{-0,001}$  (sist.) [12] sendo que, os valores dos parâmetros, obtidos para o ajuste ao modelo  $\pi K$ , foram  $f_{\pi^+} = 0,5512 \pm 0,0014$  e  $f_{K^+} = 0,705 \pm 0,014$ , concordando com os valores obtidos pelo MINOS. Os resultados são mostrados na figura 2.6, com os ajustes para modelos de interação hadrônica levando em consideração partículas *charm*.

## 2.5 Medidas da razão de carga em experimentos não magnetizados

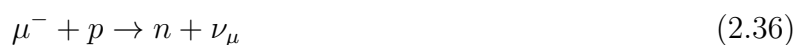
Todos os experimentos anteriormente elencados utilizam campos magnéticos para identificação da carga dos múons, entretanto, outra técnica de detecção tem sido utilizada nos que não possuem tal característica. Nesses experimentos, os múons interagem com o detector perdendo sua energia cinética de modo a serem parados ao atravessarem o mesmo, sendo que eles se comportam de modo distinto a depender de sua carga elétrica [41, 42].

Conforme (2.3), os múons podem decair em um processo puramente leptônico produzindo um elétron (para o decaimento de  $\mu^-$ ), ou um pósitron (para o caso de  $\mu^+$ ), além de dois neutrinos (muônico e eletrônico) sendo muito importantes no entendimento de interações via força fraca [43]. O tempo de vida médio dos múons no vácuo, para ambas as cargas, é igual a  $\tau_{\mu vac} = (2,1969811 \pm 0,0000022)\mu s$  [26] e serve como parâmetro para a determinação da carga dessas partículas sem a necessidade de utilização de campos magnéticos, independentemente

<sup>13</sup>Em português, *Câmaras de Placas Resistivas*.

do tipo de tecnologia utilizada no detector [44]. Isso se deve ao fato de que, diferentemente de  $\mu^+$ , ao interagir com os núcleos atômicos do meio de propagação,  $\mu^-$  sofrem uma diminuição no seu tempo de vida ao serem capturados por esses núcleos.

O processo de captura consiste na formação de um “átomo muônico”, uma vez que  $\mu^-$  comporta-se como um elétron que ocupa um orbital atômico  $1S$  e se liga ao núcleo por meio da força atrativa coulumbiana [41, 45]. Uma vez capturado, pode-se considerar o seguinte processo semi-leptônico



que compete com o processo de decaimento, de modo que o tempo de vida é dado por [41, 44]

$$\tau_{\mu^-} = \left( \frac{1}{\tau_c} + \frac{Q}{\tau_{\mu vac}} \right)^{-1} \quad (2.37)$$

onde  $\tau_c$  é o tempo de vida do processo de captura,  $Q$  é chamado de fator de correção de Huff, que depende do núcleo envolvido na captura e corrige a taxa de decaimento em virtude da formação dos estados ligados com  $\mu^-$ . A expressão (2.37) permite observar que o tempo de vida dos múons envolvidos no processo de captura dependem dos núcleos que compõem o meio de interação. Tendo em vista essa dependência, em [46], o tempo de vida  $\tau_{\mu^-}$  é medido experimentalmente para diferentes meios de propagação.

Os múons sofrem, ao adentrarem o detector, a atenuação de sua energia cinética até que venham a parar.<sup>14</sup> Os elétrons produzidos após a parada do múon, e seu posterior decaimento, são chamados de *électrons Michel* [41–43]. Portanto, quando advindos de uma captura, eles permitem diferenciar a carga dos múons por meio da topologia de um elétron Michel com um retardo [47].

Uma das primeiras medidas de razão de carga de múons atmosféricos utilizando essa técnica foi feita no grande detector subterrâneo de água Cherenkov Kamiokande-II, localizado cerca de 1000 m abaixo da superfície (2700 m.w.e.) numa mina em Kamioka, a 300 km de Tóquio, Japão. Para esse meio temos um tempo de vida para os múons negativos,

<sup>14</sup>Esses múons são referidos na literatura pelo termo *stopping muons*.

$\tau_{\mu^-} = (1,7954 \pm 0,0020) \mu s$  [48, 49]. Foram medidos múons com momentos em torno de 1,2 TeV/c, de janeiro de 1987 a abril de 1990, com ângulo zenital entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  em um detector com um volume de 2140 toneladas de água ultrapura e 948 tubos fotomultiplicadores (PMT<sup>15</sup>). O valor obtido foi  $R_\mu = 1,37 \pm 0,06$  (est.)  $\pm 0,01$  (sist.) [48] com as devidas correções para múons ao nível do mar.

O detector compacto WILLI (*Weakly Ionizing Lepton Lead Interaction*), instalado no Instituto Nacional de Física Nuclear e Engenharia, em Bucareste, Romênia, próximo ao nível do mar, consistia de um calorímetro com três materiais diferentes para parar os múons de baixas energias. Os  $\mu^-$  tem seu tempo de vida médio reduzido nas placas absorvedoras de chumbo, alternadas com cintiladores plásticos alocados dentro de caixas de alumínio. Para a razão de carga, o valor obtido foi  $R_\mu = 1,30 \pm 0,05$  para múons com momento médio de 0,86 GeV/c e ângulo zenital  $\theta = 26^\circ$  [50].

A medida mais recente utilizando essa técnica foi obtida pelo detector Super-Kamiokande (SK), o substituto do Kamiokande, localizado no mesmo local, com seu tanque contendo 50 ktons de água ultra-pura. A quarta fase do experimento SK, chamada de SK-IV, iniciou suas medidas em agosto de 2008 e tomou dados até 2018, medindo a razão de carga de múons de 1,3 TeV de energia. Foi encontrado  $R_\mu = 1,42 \pm 0,02$  (est.) [49], em concordância, dentro da incerteza experimental, com o valor obtido pelo experimento Kamiokande-II.

---

<sup>15</sup>Do inglês, *Photomultiplier Tubes*.

# Capítulo 3

## Simulações de EAS

### 3.1 Introdução às simulações de EAS

O estudo de raios cósmicos por meios indiretos é feito através de experimentos de EAS, com arranjos de detectores ou técnicas de fluorescência. Desse modo, propriedades como a direção de chegada, massa e energia dos raios cósmicos primários, são obtidas por meio da análise das partículas que chegam aos detectores no solo ou no subterrâneo [51].

Para as interações eletromagnéticas no desenvolvimento dos EAS, a Eletrodinâmica Quântica (QED) perturbativa permite obter resultados mais precisos a partir da própria teoria, uma vez que essa é bem compreendida [52,53]. Para as interações hadrônicas a altas energias, a situação é bem diferente, uma vez que, a compreensão das chamadas “interações macias” entre hádrons, nas quais a transferência de momento é baixa, não permitem obter os processos decorrentes a partir da Cromodinâmica Quântica (QCD).

Desse modo, modelos fenomenológicos são necessários para compreender e interpretar os resultados experimentais. Em baixas energias (no referencial do laboratório  $E < 5$  GeV), a produção das partículas pode ser descrita por meio das interações hadrônicas produzindo ressonâncias, as quais decaem na sequência. Portanto, colisões entre núcleos podem ser medidas experimentalmente obtendo-se as respectivas seções de choque e a produção de hádrons. Mas, em altas energias, a assimetria da produção de partículas torna o processo de produção de hádrons secundários inviável de ser explicado pela produção de ressonâncias [54].

No contexto do desenvolvimento dos EAS na atmosfera, a grande quantidade de colisões

envolvendo interações hadrônicas gerando os chuveiros dificulta o estudo das suas principais características. Assim, o uso de modelos se faz necessário para a compreensão dos dados obtidos experimentalmente em altas energias. O modelo analítico de Heitler-Matthews foi uma primeira tentativa de descrever as principais características dos Extensive Air Showers (EAS), tais como: o livre caminho médio das partículas, as perdas de energia (inelasticidade) da partícula primária, a posição do máximo do chuveiro, bem como o número e a distribuição lateral das partículas secundárias que chegam ao nível de observação [55], tais como os múons e elétrons.

Como as partículas se deslocam na atmosfera, ela pode ser considerada como uma parte do detector, sendo necessário que o modelo leve em conta a propagação da partícula e suas interações com os nucleons na atmosfera. Diante disso, modelos fenomenológicos analíticos não conseguem descrever todas as informações necessárias e o uso de modelos de simulação baseados em método de Monte Carlo é de fundamental importância na análise dos dados experimentais dos EAS [14]. Essas simulações visam reproduzir o transporte e a interação de cada partícula individualmente e, para isso, dependem das informações sobre as interações entre as partículas, seções de choque dos processos envolvidos, decaimento, interação com a matéria e etc, as quais são medidas em experimentos de colisões de partículas em aceleradores.

Nesse contexto, as simulações de Monte Carlo em EAS devem considerar todas as informações para interações eletromagnéticas, hadrônicas e decaimentos, tanto em baixas quanto em altas energias [56], disponíveis para tal. O grande problema reside no fato de que, para interações hadrônicas de altas energias, os dados de aceleradores ainda não cobrem toda a faixa de energia dos raios cósmicos, sendo necessárias extrapolações na determinação dos parâmetros dos modelos. Portanto, modelos de interação hadrônica mesclam os fundamentos teóricos com parâmetros empíricos que podem ser medidos e ajustados por experimentos, e constituem a maior fonte de incertezas nas simulações [52]. Essas por sua vez, se traduzem em um aumento das incertezas sistemáticas, principalmente na determinação da massa e energia das partículas a altas energias [14].

Os diversos modelos de interação hadrônica de altas energias possuem suas características e, conseqüentemente, seus pontos fortes e fracos. Com a evolução das técnicas experimentais, um melhor entendimento das interações hadrônicas e nucleares em altas energias, associados ao aumento do poder computacional, tem permitido a melhoria desses modelos de interações hadrônicas ao longo dos anos. Uma das formas de melhorar a compreensão dos modelos e as incertezas associadas é o uso de dados de observáveis de raios cósmicos, obtidos em experimentos de *ground array*, para testá-los em energias mais altas do que as obtidas nos aceleradores [52].

O cálculo do fluxo de múons na atmosfera pode ser citado como um observável em que dados experimentais são de grande interesse para a calibração de programas de simulação de raios cósmicos. A precisão desses cálculos é fundamental para a melhor previsão possível do fluxo de neutrinos e dos parâmetros de oscilação [57]. A análise dos dados experimentais e de simulação para a razão de carga dos múons é outro importante observável a ser estudado, uma vez que a componente muônica dos EAS depende fortemente do modelo de interação hadrônica [53], o que permite uma melhor análise e calibração dos modelos e seus parâmetros.

## 3.2 CORSIKA

Diante dos fatos apontados, pode-se afirmar que o sucesso das análises de dados de raios cósmicos depende essencialmente das simulações de EAS realizadas, sendo um pré-requisito fundamental na Física de Astropartículas [58]. Para realizar as simulações de Monte Carlo dos EAS são utilizados programas, dentre eles destaca-se o CORSIKA. Ele foi inicialmente desenvolvido para realizar simulações para o experimento KASCADE, sendo sua primeira versão lançada no ano de 1989 [16]. Desde o seu lançamento até os dias atuais, ele se tornou a ferramenta de simulação para pesquisa em raios cósmicos e astropartículas mais utilizada e importante na análise de dados e no planejamento de experimentos. Seu desenvolvimento tem como norte a ideia de prever corretamente não apenas os valores médios dos observáveis, mas as flutuações em torno desse valor.

O CORSIKA é um programa de Monte Carlo detalhado que tem por objetivo estudar a evolução dos chuviros atmosféricos extensos [15] que podem ser iniciados por diversas partículas, tais como, prótons, núcleos, fótons, dentre outras. Ele permite simular interações e decaimentos de núcleos, hádrons, múons e interações de elétrons e fótons, bem como suas respectivas antipartículas, até energias da ordem  $10^{11}$  GeV. Como *output*, as simulações retornam informações tais como, seu tipo (identificação), energia, localização, direção e tempo de chegada de todas as partículas secundárias criadas no EAS e que alcançam o nível de observação. Também é possível delimitar um *cutoff* específico para cada tipo de partícula de saída (hádrons, múons, elétrons e fótons) de modo a acompanhar apenas aquelas que excedem esse valor, o que pode reduzir o tempo de processamento das simulações.

As versões em funcionamento do CORSIKA atualmente, são baseadas em rotinas FORTRAN, sendo que está em desenvolvimento uma transição para o CORSIKA 8, que já se baseia nas linguagens C++ e *Python*. Maiores informações sobre as mudanças e estruturação dessa nova versão encontram-se em [58]. O programa pode ser dividido em 4 partes: I - a estrutura geral que lida com os *inputs* e *outputs*, realizando o decaimento das partículas instáveis e rastreando-as considerando os efeitos de perda de energia por ionização ou deflexão no campo magnético terrestre; II - a parte que trata das interações hadrônicas dos núcleos e hádrons com os núcleos atmosféricos em altas energias; III - as simulações de interações hadrônicas a baixas energias; IV - a descrição do transporte e interação das partículas eletromagnéticas (elétrons, pósitrons e fótons).

Por se tratar de uma simulação que utiliza o método de Monte Carlo, que se baseia em números aleatórios, um gerador é indispensável para os programas que se dispõem a isso. No CORSIKA, o gerador é o RANMAR, implementado na biblioteca de programas do CERN [15]. Outra característica extremamente importante é o modelo adotado para a atmosfera terrestre, composta de  $N_2$ ,  $O_2$  e  $Ar$ , em que a densidade varia com uma altitude modelada de 5 camadas. Sempre é adotada uma atmosfera plana, mas em chuviros horizontais, com  $\theta \geq 75^\circ$ , a curvatura do planeta não pode ser mais desprezada, podendo ser substituídos os cálculos

em coordenadas esféricas por distribuições tabeladas. O sistema de coordenadas é definido no sistema cartesiano, com o eixo- $x$  (positivo) apontando para o Norte, o sentido positivo de  $y$  para o Oeste e o de  $z$  para cima, como pode ser visto na figura 3.1, sendo a origem desse sistema localizada no nível do mar. Por fim, o ângulo zenital  $\theta$  é definido entre o vetor de momento da partícula e o sentido negativo do eixo  $z$ , já o azimutal  $\phi$ , entre o sentido positivo de  $x$  e a componente horizontal do vetor momento, no sentido anti-horário.

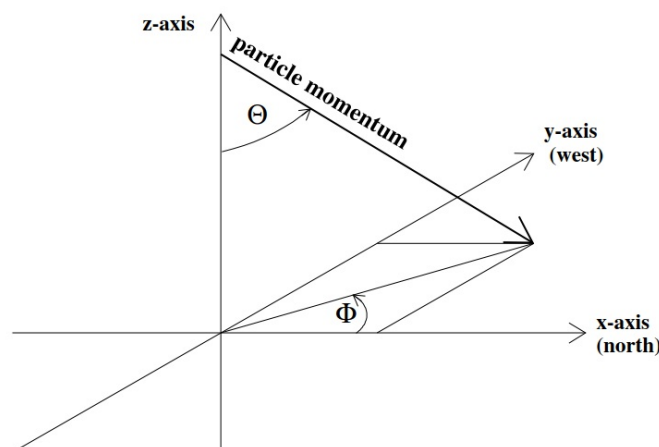


Figura 3.1: Sistema de coordenadas utilizado no CORSIKA [16].

As partículas, as quais o CORSIKA pode tratar, recebem um código de identificação, cujos valores podem ser correlacionados com outros sistemas de classificação bem como programas de simulação. Estão presentes nas versões mais recentes, fótons, elétrons, pósitrons, múons, mésons neutros e carregados, bárions, ressonâncias, neutrinos, nêutrons, prótons, além de núcleos mais pesados ( $2 \leq A \leq 56$ ). O número de interações inelásticas nas reações ou decaimentos de hádrons, os quais a partícula que iniciou o chuveiro sofreu, é gravada como a geração da partícula.

Tendo em vista que, em chuveiros de ultra-altas energias, o tempo de processamento pode se tornar extremamente grande devido ao grande número de secundários produzidos, o CORSIKA permite utilizar uma amostragem menor, por meio da opção THIN. Ela seleciona apenas uma fração de partículas secundárias e as acompanha ao longo do chuveiro. Existe ainda, a opção de acompanhar todas os subchuveiros, e não apenas uma amostra, e para otimizar o

processamento dos EAS, pode-se utilizar a opção PARALLEL, que permite rodar as simulações de modo paralelizado.

As interações hadrônicas são tratadas por meio de modelos, sendo separados os de altas energias e os de mais baixas energias. Para os primeiros, temos o DPMJET-III, o gerador de Monte Carlo HDPM, os modelos QGSJET01-C e QGSJETII-04, SIBYLL 2.3c, VENUS, NEXUS e EPOS-LHC. Para as interações de baixas energias, os modelos FLUKA, GHEISHA e UrQMD. As duas próximas seções descrevem brevemente esses modelos. As interações de elétrons e fótons são tratadas com o código adaptado EGS4, ou utilizando a fórmula analítica NKG para obter as densidades de elétrons bem como seu número total. Também é possível gerar luz Cherenkov na atmosfera, lidar com neutrinos e antineutrinos (muônico e eletrônico) e simular chuviros com incidência plana. A incorporação da rotina HEWIG permite trabalhar com neutrinos como primários.

### 3.2.1 Modelos de interação hadrônica de altas energias

#### DPMJET – *Dual Parton Model with JETs*

O modelo DPMJET é um gerador para colisões em altas energias hádron-núcleo, fóton-núcleo e núcleo-núcleo [59], baseando-se em duas componentes do *Dual Parton Model* [15, 16]. Ele pode simular chuviros com primários com energia da ordem de  $10^{11}$  GeV. A versão DPMJET III guarda várias similaridades com o SIBYLL 2.1 [60], o qual será abordado posteriormente, e possui bons resultados em comparação com dados do LHC a 0,9, 2,3 e 7 TeV. Em termos de tempo de processamento, a escolha desse modelo é similar ao do modelo VENUS para primários com energia até  $10^6$  GeV. Esse modelo não pode ser combinado com a opção para baixas energias FLUKA devido à similaridade de várias rotinas e nomes utilizados em ambos.

#### HDPM

Este é um conjunto de rotinas para simular interações entre hádrons em altas energias, que podem ser rapidamente ajustadas aos dados experimentais, quando disponíveis [16]. É um gerador fenomenológico que se inspira no *Dual Parton Model*, sendo suas rotinas utilizáveis até energias da ordem  $10^8$  GeV no referencial do laboratório [15].

### **QGSJET** – *Quark Gluon String model with JETs*

Este modelo é uma extensão do modelo QGS (*Quark Gluon String*) que descreve interações hadrônicas de altas energias para obter a amplitude de espalhamento entre hádrons e nucleons [15, 16]. Seu tempo de processamento computacional é cerca de 3 vezes maior se comparado ao HDPM e é o modelo que possui o menor número de parâmetros livres. A versão QGSJETII-04 é a mais atual, com suas seções de choque obtidos dos dados do LHC. O limite de energia deste modelo pode atingir ordens de  $10^{11}$  GeV.

### **SIBYLL**

O modelo SIBYLL foi desenvolvido para simular interações hadrônicas a energias extremamente altas (da ordem de  $10^{11}$  GeV) e é baseado no modelo de *mini-jet* da QCD [16]. A versão atual, presente no CORSIKA 7.7100, é a 2.3c que consegue produzir internamente partículas *charm*, que são explicitamente transportadas pelo CORSIKA, desde que a opção CHARM no CORSIKA esteja ativada. Ele é o modelo mais simples para altas energias e um dos primeiros modelos de interação microscópica desenvolvido especialmente para a interpretação de dados de raios cósmicos [61]. Também alcança energias da mesma ordem de energia que o QGSJET01 e QGSJETII-04.

### **VENUS** – *Very Energetic Nuclear Scattering*

Criado para simular colisões ultrarrelativísticas de íons pesados, o programa VENUS foi projetado para tratar interações entre nucleons, entre núcleos e o espalhamento núcleo-núcleo de íons pesados ultrarrelativísticos [15]. Ele necessita de cerca de 15 vezes mais tempo de processamento do que a rotina HDPM [16] e tem um limite de energia no referencial do laboratório de  $2 \times 10^7$  GeV para o projétil. Ele pode utilizar todos os mésons e bárions disponíveis no CORSIKA como projéteis e também alguns núcleos. Para simular as interações ele se baseia na teoria de Regge-Gribov, na qual as interações macias entre quarks e glúons são extremamente importantes.

#### **NEXUS** – *NEXt generation of Unified Scattering approach*

Utilizando características dos modelos VENUS e QGSJET, este modelo combina extensões para permitir a extrapolação segura para altas energias. Ele trabalha com colisões entre núcleos com uma teoria mais atualizada e necessita de cerca de 7,5 mais vezes o tempo de processamento se comparado com o modelo VENUS [16]. Ele, quando ativado, utiliza as seções de choque das interações inelásticas entre hádrons e núcleos.

#### **EPOS** – *Energy conserving quantum mechanical multi-scattering approach, based on Partons, Off-shell remnants and Splitting parton ladders*

O modelo EPOS, atualmente na versão EPOS-LHC, a qual já incorpora os dados do LHC levando em conta modelos de restrição de parâmetros, também combina aspectos do VENUS e do QGSJET, de modo similar ao NEXUS. Ele já contém a otimização de vários problemas técnicos do NEXUS e os efeitos de blindagem foram simplificados usando uma abordagem fenomenológica com dados do RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*), incluindo efeitos de alta densidade. Ele, quando ativado, utiliza as seções de choque das interações

inelásticas entre hádrons e núcleos e necessita de tempo de processamento similar ao NEXUS [16].

### 3.2.2 Modelos de interação hadrônica de baixas energias

#### **FLUKA** – *FLU*ctuating *KA*scade

Consiste em um pacote de rotinas que acompanha as partículas energéticas através da matéria utilizando o método de Monte Carlo. Serve, dentro do CORSIKA, para descrever interações hadrônicas a baixas energias [16]. Ele simula interações hádron-nucleon em energias abaixo de alguns poucos GeV, sendo utilizado no CORSIKA para calcular as seções de choque inelástica de hádrons com os componentes da atmosfera.

#### **GHEISHA** – *G*amma *H*adron *E*lectron *I*nteraction *SH*ower code

Esse pacote permite trabalhar com interações de baixas energias, abaixo de 80 GeV no referencial do laboratório, lidando com interações de projéteis de hadrônicos com núcleos na atmosfera [15]. O GHEISHA é utilizado no CORSIKA para calcular a seções de choque elástica e inelástica e interações de hádrons no ar com energias abaixo do seu limiar e a produção das partículas. Alguns erros foram eliminados utilizando correções obtidas em dados do SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*) sendo amplamente utilizado no simulador de detector GEANT, o qual é baseado no método de Monte Carlo [16].

#### **UrQMD** – *U*ltra-*r*elativistic *Q*uantum *M*olecular *D*ynamics

O pacote UrQMD, trabalha interações elásticas e inelásticas entre hádrons e núcleos com para baixas energias. O limiar para esse pacote é de 80 GeV, tal como o GHEISHA [16].

### 3.2.3 Arquivos de *Input* e *Output*

O CORSIKA trabalha com um sistema em que um arquivo de entrada (*input*), contendo diversos parâmetros para a simulação dos EAS, é lido e gera um arquivo de saída (*output*) com os dados das partículas produzidas e detectadas no nível de observação. No *input* é possível determinar a partícula primária, o número de chuviros a serem gerados, o intervalo de energias dos primários, o nível de observação com altitude e coordenadas geográficas, o campo magnético, os cortes para as diversas categorias de partículas produzidas (hádrons, múons, elétrons e fótons), os ângulos azimutal e zenital, dentre outros. Algumas opções, tais como o modelo de interação, as informações adicionais sobre as partículas (mães e avós) que geraram as que chegam ao nível de observação, as otimizações para amostragem (THIN) e para paralelização (PARALLEL), devem ser escolhidas quando da compilação do executável para a simulação. Uma vez gerado esse arquivo, o *input* será lido e a simulação será parametrizada por meio das informações nele contidas. A figura 3.2 mostra um exemplo de arquivo de *input*.

RUNNR	000011	run number
EVTNR	1	number of first shower event
NSHOW	5000	number of showers to generate
PRMPAR	14	particle type of prim. particle
ESLOPE	-2.7	slope of primary energy spectrum
ERANGE	3.16228E4 5.62341E4	energy range of primary particle
THETAP	0. 70.	range of zenith angle (degree)
PHIP	0. 360.	range of azimuth angle (degree)
SEED	1 0 0	seed for 1. random number sequence
SEED	2 0 0	seed for 2. random number sequence
OBSLEV	110.E2	observation level (in cm)
FIXCHI	0.	starting altitude (g/cm**2)
MAGNET	20.0 42.8	magnetic field centr. Europe
HADFLG	0 0 0 0 0 2	flags hadr.interact.&fragmentation
ECUTS	10. 10. 100. 100.	energy cuts for particles
MUADDI	T	additional info for muons
MUMULT	T	muon multiple scattering angle
ELMFLG	T T	em. interaction flags (NKG,EGS)
STEPFC	1.0	mult. scattering step length fact.
RADNKG	200.E2	outer radius for NKG lat.dens.distr.
LONGI	T 10. T T	longit.distr. & step size & fit & out
MAXPRT	1	max. number of printed events
DIRECT	/home/run/	output directory
USER	you	user
DEBUG	F 6 F 1000000	debug flag and log.unit for out
EXIT		terminates input

Figura 3.2: Exemplo de um arquivo de *input* para o CORSIKA contendo os parâmetros da simulação.

A estrutura do *input* consiste em palavras chaves com códigos (números ou letras) que determinam os parâmetros. Convém detalhar os seguintes:

**NSHOW** - Determina o número de chuveiros simulados.

**PRMPAR** - Determina a partícula primária, por meio de um código definido nas tabelas do CORSIKA.

**ESLOPE** - Determina a inclinação do espectro da partícula primária.

**ERANGE** - Determina o intervalo de energias dos primários a serem simulados.

**THETAP** - Determina o intervalo do ângulo zenital da partícula primária.

**PHIP** - Determina o intervalo do ângulo azimutal para a partícula primária.

**OBSLEV** - Determina a altitude de observação, ou seja, aquela em que os produtos das interações são detectados, utilizando as unidades de medidas convencionadas pelo CORSIKA.

**MAGNET** - Determina as componentes  $B_x$  (horizontal) e  $B_z$  (vertical) do campo magnético terrestre.

**ECUTS** - Define os *cutoffs* para os diversos tipos de partículas, a partir das quais, o CORSIKA deve acompanhar sua evolução até a chegada ao nível de observação.

**MUADDI** - Permite acessar informações a respeito dos múons, tais como, suas partículas geradoras (mães e avós), bem como daqueles que não chegam ao nível de observação.

Uma vez definidos os parâmetros da simulação, os resultados são armazenados em arquivos de *output*, que são organizados em blocos dentro de um arquivo binário, com números identificando diversas características dos primários e seus produtos. Os blocos são subdivididos em sub-blocos sendo o RUN HEADER, o responsável por armazenar as informações gerais sobre a simulação e que foram definidas na compilação do executável e no arquivo de *input*. O sub-bloco EVENT HEADER contém as informações sobre o primário que gera o chuvaireiro, tais como a identificação da partícula, sua energia total, altitude em que inicia a interação com a atmosfera, altura da primeira interação, as componentes do momento do primário, bem como seus ângulos zenital e azimutal, além de demais informações. Por fim, temos os sub-blocos contendo as informações dos produtos das interações, tais como múons e elétrons, fótons Cherenkov, etc, a depender as configurações escolhidas pelo usuário.

Para as partículas, são armazenados seus dados no nível de observação e também a sua distribuição longitudinal ao longo do chuvaireiro. São elas: o código de identificação, as componentes  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$  do momento, as posições  $x$  e  $y$  no sistema de coordenadas, e o tempo decorrido desde a primeira interação. Além disso, ativando a opção EHISTORY, é possível obter blocos com informações da partícula avó (sendo definida como aquela produzida por uma interação hadrônica que gera o méson a partir do qual os múons são produzidos via decaimento) e da partícula mãe (o méson gerado como produto da última interação hadrônica que produz, em geral, os píons e káons que decaem em múons) [62]. A opção MUPROD permite ainda obter blocos de informação dos múons que interagem ou decaem antes de chegarem ao nível de observação.

### 3.3 Comparação dos modelos de altas energias do CORSIKA

Em relação ao espectro de múons atmosféricos observado experimentalmente e aqueles obtidos com o uso de simulações por meio dos modelos de interação hadrônica de altas energias

no CORSIKA, podemos citar os trabalhos [63–66]. Em todos esses trabalhos, o intervalo de energia dos primários foi definido entre  $10^2$  e  $10^7$  GeV, comparando-se o espectro de energia dos múons verticais, no intervalo de energia de  $10^2$  a  $10^5$  GeV, em chuviros iniciados por prótons como partícula primária utilizando-se a versão 7.4 do CORSIKA, com as medidas do experimento L3+C e dos detectores MACRO (*Monopole, Astrophysics and Cosmic Ray Observatory*)<sup>1</sup> [67] e LVD (*Large Volume Detector*)<sup>2</sup> [68].

Na ref. [63], foram realizadas simulações para os modelos DPMJET 2.55 e VENUS 4.12 onde observou-se que para o modelo DPMJET 2.55 o espectro de energia de múons obtido foi 1,60 vezes menor do que resultado experimental, enquanto que para o modelo VENUS 4.12 esse valor é 1,95 vezes menor. Em termos de comparação entre os modelos, observou-se que DPMJET apresenta um espectro de energia de  $E_\mu$  cerca de 30% abaixo do obtido pelo modelo VENUS. Na análise feita na ref. [64], são simulados os modelos EPOS-LHC, QGSJET01, QGSJETII-03 e QGSJETII-04. O espectro obtido para o modelo QGSJETII-03 foi 1,7 vezes menor do que o observado experimentalmente, 2 vezes menor para o modelo EPOS-LHC enquanto que para os demais modelos os valores ficam entre esses dois limites. Na ref. [65], são comparados os modelos VENUS 4.12, DPMJET 2.55, QGSJETII-03 e SIBYLL 2.3. O modelo QGSJETII-03 resultou em um valor 2 vezes menor do que os dados experimentais, enquanto que SIBYLL 2.3 o valor foi 1,7 vezes abaixo. Os demais modelos obtiveram valores dentro desse intervalo. Por fim, na ref. [66] são simulados os modelos QGSJET01 e QGSJETII-4, onde observou-se que QGSJET01 apresenta um valor 1,7 vezes menor que os dados experimentais enquanto que QGSJETII-04 cerca de 2 vezes menor. A comparação entre os modelos resultou em um valor entre 10 e 15% maior para QGSJETII-04 em relação ao modelo QGSJET01C. Essas análises levam à conclusão de que a produção píons e káons de maior energia nesses modelos são suprimidas.

---

<sup>1</sup>Foi um detector multipropósito localizado no Laboratório Subterrâneo de Gran Sasso (Itália) com o objetivo principal de buscar por monopolos magnéticos para a Teoria de Grande Unificação, que tomou dados de 1995 até 2000.

<sup>2</sup>Detector localizado no Laboratório Subterrâneo de Gran Sasso (Itália) com o objetivo principal de detecção de neutrinos de explosões de supernovas, iniciando suas atividades em 1992.

O modelo SIBYLL 2.3 é testado na ref. [69] com as medidas para o número total de múons bem como sua densidade lateral múons obtidas em EAS no experimento KASCADE-Grande. Para as simulações foi utilizada a versão 7.5 do CORSIKA, sendo simulados eventos com ângulos zenitais  $\theta < 42$  e com intervalo de energia de primários entre  $10^5$  e  $3 \times 10^9$  GeV com um espectro primários com índice  $\gamma = -2$ , sendo utilizados pesos para os eventos de modo a simular um espectro de  $E^{-3}$  que melhor concorda com os dados experimentais. Como primários foram utilizados prótons e núcleos de He, C, Si e Fe com um total eventos da ordem de  $10^7$ . Em termos da densidade lateral, observou-se que SIBYLL 2.3 reproduz o observado experimentalmente para  $\theta < 40$  e um total de partículas carregadas entre  $10^6$  a  $10^7$ .<sup>74</sup> Comparando-se o número total de múons como função do tamanho do chuveiro medido pelo experimento não foram observados desvios entre as medidas experimentais e as simulações até um total  $10^8$  partículas carregadas.

No artigo [70], os modelos SIBYLL 2.3, EPOS-LHC e QGSJETII-04, por meio do CORSIKA 7.35 sendo utilizados em comparação com os resultados dos núcleos de EAS obtidos pelo experimento YAC-I+Tibet-III<sup>3</sup> cuja tomada de dados iniciou-se em maio de 2009 até janeiro de 2010 em Yangbajing, no Tibet, localizada a 4.300 m de altitude. A energia mínima dos primários adotada foi de 1,0 TeV e, para os ângulos zenitais, estabeleceu-se a variação de 0 a 60°. Em relação ao momento transversal, os 4 modelos são consistentes com o observado experimentalmente dentro de uma incerteza sistemática de 15% em uma região de energia abaixo de 100 TeV. Do mesmo modo, a seção de choque inelástica para os quatro modelos dentro do limite do erro sistemático do experimento. Na comparação entre os modelos, observou-se que o modelo EPOS-LHC obteve os melhores resultados para os parâmetros medidos.

Na comparação entre modelos, a ref. [71] realiza um estudo para o número de múons em relação à energia dos primários e da profundidade máxima do chuveiro, como funções da energia do primário, para os modelos QGSJET01, QGSJETII, DPMJET, EPOS, SIBYLL e VENUS

---

<sup>3</sup>Esse experimento consiste em uma colaboração entre China e Japão onde dados de raios cósmicos do experimento YAC-I, que tem por objetivo medir a composição dos raios cósmicos primários para energias do *knee* no Tibet, China.

utilizando a versão 6.735 do CORSIKA. São simulados eventos em quatro energias ( $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$  e  $10^8$  GeV) tendo prótons e núcleos de Fe como primários, totalizando 47 conjuntos de eventos com 1000 chuviscos cada, considerando apenas chuviscos verticais. Para  $\frac{N_\mu}{E_P}$  os modelos QGSJET01, QGSJETII, DPMJET e SIBYLL não se observam diferenças significativas entre os modelos, enquanto que os modelos EPOS e VENUS apresentam um maior número de múons que os demais modelos. Já para a profundidade máxima do chuvisco, todos os modelos se situam acima dos valores obtidos experimentalmente para os prótons e abaixo desses valores para núcleos de Fe.

De modo análogo, na ref. [72], utilizando-se a versão 7.5 do CORSIKA, obtém os mesmos parâmetros medidos na ref. [71] para os modelos QGSJETII-04, QGSJET01-C, DPMJET 2.55, EPOS-LHC e SIBYLL 2.33. São simulados 60 conjuntos de eventos com 500 chuviscos em cada um deles, para prótons e núcleos de Fe como primários, com as energias de  $10^8$ ,  $10^9$  e  $10^{10}$  GeV considerando chuviscos verticais,  $\theta = 0$  e com  $\theta = 45$ , sendo estabelecido um corte de 1,0 GeV para os múons e hádrons a serem acompanhados pelas simulações. Os resultados obtidos para o número de múons nos chuviscos revelaram que o modelo SIBYLL é o que produz o maior valor, enquanto que DPMJET é o menor entre os modelos simulados, da mesma forma que também é observado para razão  $\frac{N_\mu}{E_P}$  em função da energia dos primários. Não foram observadas diferenças significativas entre os valores previstos pelos modelos simulados para a profundidade máxima do EAS, com valores experimentais situados entre os dois extremos (resultados de prótons e núcleos de He).

A dependência entre a energia e a profundidade atmosférica da distribuição angular zenital de múons com o CORSIKA é realizada na ref. [73]. Para isso, a versão utilizada foi a 7.40 sendo utilizado o modelo QGSJET01 utilizando-se as coordenadas de Teerã, no Irã, a uma altitude de 1.200 m acima do nível do mar, bem como suas respectivas coordenadas geomagnéticas. Foram gerados  $3 \times 10^5$  EAS em todos os ângulos azimutais (0 a 360) com um corte na energia dos múons de 0,3 GeV. A energia dos primários foi tomada entre 1 e  $10^6$  GeV com um fluxo diferencial  $\gamma = -2,7$  em que prótons, núcleos de He e de C, respectivamente nas

proporções de 87%, 12% e 1%, são os geradores dos eventos. Para a medida da distribuição de energia dos múons foram tomados 10 valores correspondentes aos principais observatórios experimentais sendo que em todos os níveis mais de 97% dos múons tem energia  $E_\mu < 100$  GeV. A distribuição angular zenital para os múons nas diferentes profundidades atmosféricas foi calculada para diferentes intervalos de energia revelando que com o aumento da energia ela se torna mais suave.

Considerando-se as interações núcleo-núcleo, na ref. [74], os modelos EPOS-LHC, QGSJETII-04, SIBYLL 2.3d e DPMJET III, da versão 7.7402 do CORSIKA são utilizados tomando-se prótons, núcleos de He, N e Fe como primários com valores de energia  $E_P = 10^5$  GeV e  $E_P = 10^9$  GeV em 32 simulações contendo  $10^5$  eventos cada. Para a distribuição do número médio de partículas secundárias de diferentes tipos produzidas nas interações, observou-se que o modelo DPMJET excedeu os valores dos demais modelos de modo significativo na maior parte das partículas, sendo importante ressaltar que, no caso dos píons carregados, esse valor chega a quase 10 vezes o produzido por SIBYLL. Os modelos QGSJETII-04 e SIBYLL 2.3d produziram cerca de 1 núcleo, em média, para cada interação, enquanto que EPOS-LHC produz 1 para cada 3 interações e DPMJET não produz núcleos em nenhuma das simulações.

Em termos da distribuição de núcleons secundários, foi calculada a dependência na fração de energia distribuída para as partículas produzidas em função da massa dos primários. Foi observado que o aumento da fração de energia dos núcleos é similar nos modelos QGSJETII-04 e SIBYLL 2.3d, enquanto que para EPOS-LHC, mesmo em colisões com núcleos primários pesados, menos energia é produzida para os núcleos que os núcleons, o que representa uma maior fragmentação nesse modelo. Em todos os modelos, a forma das dependências está fracamente ligada à energia da partícula primária. Para a conservação da carga elétrica, a soma das cargas das partículas secundárias é, na maior parte dos casos, menor do que a carga total antes da interação, revelando uma violação dessa lei. A hipótese para tal fenômeno é que os geradores dos modelos excluem os fragmentos do núcleo alvo em baixas energias levando a uma diminuição da soma das cargas resultantes. Fato importante observado nesse estudo foi o de que o modelo

SIBYLL 2.3d apresenta um comportamento oposto quando considerado o aumento da massa da partícula primária, ou seja, a soma das cargas das partículas produzidas é maior do que a carga total antes da interação. Nesse caso, devido ao fato de que não há justificativa para a ausência de partículas carregadas negativamente, tal resultado indica a possibilidade de que esse modelo apresenta uma violação da lei de conservação da carga elétrica.

Por fim, os trabalhos [75, 76] obtém a razão de carga dos múons em simulações utilizando o CORSIKA. No primeiro, são simulados 21 estados energia entre 7 e 900 GeV com  $2 \times 10^4$  chuviros compostos por 88% de prótons e 12% de núcleos de He com ângulo zenital entre 0 e 60° e azimutal variando de 0 a 360°. As simulações são feitas para as coordenadas geográficas e geomagnéticas de Teerã utilizando-se o modelo QGSJETII do CORSIKA 7.4 e para modelos de interação de baixas energias, são utilizados o GHEISHA e UrQMD. Os valores médios da razão de carga para os casos em que o modelo QGSJETII é combinado com GHEISHA e com UrQMD são, respectivamente,  $1,18 \pm 0,04$  e  $1,16 \pm 0,04$  mostrando que o primeiro é mais propício à produção de  $\mu^+$ . Para a anisotropia leste-oeste do valor médio de  $R_\mu$  advinda do efeito campo geomagnético nos múons, observa-se que QGSJETII com GHEISHA resulta em  $1,09 \pm 0,06$  na direção leste e  $1,27 \pm 0,07$  na oeste, enquanto que com UrQMD os valores são, respectivamente,  $1,07 \pm 0,05$  e  $1,25 \pm 0,06$ . Já na ref. [76], a medida experimental de  $R_\mu$  é obtida bem como a simulação com o CORSIKA para os mesmos conjuntos de modelos de altas e baixas energias anteriores. São simulados 14 estados discretos com energia entre 6 e 100 GeV tendo-se  $2 \times 10^4$  EAS para cada um deles com a mesma variação angular da ref. [75]. As coordenadas geográficas e geomagnéticas novamente são as de Teerã. Os valores médios obtidos para  $R_\mu$  no conjunto QGSJETII+GHEISHA e QGSJET+UrQMD foram, respectivamente,  $1,23 \pm 0,13$  e  $1,25 \pm 0,16$ . A tabela 3.1 traz um resumo dos trabalhos citados nesta seção com suas principais características.

Tabela 3.1: Quadro resumo dos principais trabalhos analisados nesta seção.

Ref.	CORSIKA	Modelo(s)	Ano	Resumo
[63]	7.4	DPMJET 2.55 VENUS 4.12	2017	Espectro de energia de múons comparados com dados experimentais (L3+C, MACRO e LVD).
[64]	7.4	EPOS-LHC QGSJET01-C QGSJETII-03 QGSJETII-04	2017	Espectro de energia de múons comparados com dados experimentais (L3+C, MACRO e LVD).
[65]	7.4	DPMJET 2.55 VENUS 4.12 QGSJETII-03 SIBYLL 2.3	2017	Espectro de energia de múons comparados com dados experimentais (L3+C, MACRO e LVD).
[66]	7.4	QGSJET01 QGSJETII-04	2017	Espectro de energia de múons comparados com dados experimentais (L3+C, MACRO e LVD).
[69]	7.5	SIBYLL 2.3	2017	Teste do modelo com medidas experimentais (KASCADE-Grande) para o número total de múons e sua densidade lateral.
[70]	7.35	SIBYLL 2.3 EPOS-LHC QGSJETII-04	2019	Comparação entre modelos tendo como base o experimento YAC-I + Tibet-III.
[71]	6.735	QGSJET01 QGSJETII DPMJET EPOS SIBYLL VENUS	2011	Comparação entre modelos para o número de múons e da profundidade máxima do chuveiro em relação à energia do primário.
[72]	7.5	QGSJETII-04 QGSJET01-C DPMJET 2.55 EPOS-LHC SIBYLL 2.33	2019	Comparação entre modelos para o número de múons e da profundidade máxima do chuveiro em relação à energia do primário.
[73]	7.40	QGSJET01	2018	Simulação da dependência entre a energia e a profundidade atmosférica da distribuição angular zenital de múons.
[74]	7.7402	EPOS-LHC QGSJETII-04 SIBYLL 2.3d DPMJET III	2021	Simulação das interações núcleo-núcleo e seus produtos.
[75]	7.4	QGSJETII	2019	Simulação da razão de carga dos múons.
[76]	7.4	QGSJETII	2019	Simulação da razão de carga dos múons.

# Capítulo 4

## Metodologia

### 4.1 Metodologia das simulações

Para simular os chuueiros de raios cósmicos e a razão de carga dos múons foi utilizada a versão 7.7100 do CORSIKA [15, 16] e os principais modelos de interações hadrônicas de altas energias: QGSJETII-04 [77–80], EPOS-LHC [81, 82], DPMJET III [83, 84], SIBYLL 2.3c [61, 85–87], VENUS [88] e QGSJET01-C [89, 90]. Para baixas energias foi utilizado o modelo GHEISHA [15]. Foram simulados dois conjuntos de EAS: um tendo prótons como primários e outro núcleos de He, em ambos os casos com os eventos variando sua energia de 100 até  $10^6$  GeV com uma inclinação do espectro de primários<sup>1</sup> de -2,7.

O intervalo total de energia foi dividido em 16 partes, iniciando-se em  $10^{2,00}$  GeV e com um incremento de 0,25 no expoente do final do intervalo, tal como mostrado na tabela 4.1, em que os valores são apresentados em termos do  $\log_{10} E_P$ . Nos chuueiros com prótons como primários foram gerados 1.000.000 de eventos em cada um dos 10 primeiros intervalos de energia e 50.000 nos demais intervalos. Foi definido um corte na energia<sup>2</sup> dos múons que são acompanhados pelas simulações no valor de 100 GeV.

Tendo em vista que o número de primários obedece uma lei de potência inversa com a energia, o total de chuueiros gerados ( $X_j$ ) não pode ser tomado diretamente das simulações. Como cada primário representa um único evento produzindo uma cascata de partículas, o total

---

<sup>1</sup>Esse parâmetro é definido por meio da palavra chave ESLOPE no arquivo de *input*.

<sup>2</sup>Para esse corte o parâmetro é ajustado por meio de ECUTS.

Tabela 4.1: Intervalos de energia com o número de eventos simulados para prótons e o respectivo peso atribuído a cada um deles.

Int.	$j$	$\log_{10} E_P$ (GeV)	Eventos ( $X_j$ )	Peso int. ( $w_j$ )	Eventos ( $Y_j$ )
1	0	2,00 – 2,25	$10^6$	1,00	$10^6$
2	1	2,25 – 2,50	$10^6$	$3,76 \times 10^{-1}$	$3,76 \times 10^5$
3	2	2,50 – 2,75	$10^6$	$1,41 \times 10^{-1}$	$1,41 \times 10^5$
4	3	2,75 – 3,00	$10^6$	$5,31 \times 10^{-2}$	$5,31 \times 10^4$
5	4	3,00 – 3,25	$10^6$	$1,99 \times 10^{-2}$	$1,99 \times 10^4$
6	5	3,25 – 3,50	$10^6$	$7,50 \times 10^{-3}$	$7,50 \times 10^3$
7	6	3,50 – 3,75	$10^6$	$2,82 \times 10^{-3}$	$2,82 \times 10^3$
8	7	3,75 – 4,00	$10^6$	$1,06 \times 10^{-3}$	$1,06 \times 10^3$
9	8	4,00 – 4,25	$10^6$	$3,98 \times 10^{-4}$	$3,98 \times 10^2$
10	9	4,25 – 4,50	$10^6$	$1,50 \times 10^{-4}$	$1,50 \times 10^2$
11	10	4,50 – 4,75	$5 \times 10^4$	$1,12 \times 10^{-3}$	$5,62 \times 10$
12	11	4,75 – 5,00	$5 \times 10^4$	$4,23 \times 10^{-4}$	$2,11 \times 10$
13	12	5,00 – 5,25	$5 \times 10^4$	$1,59 \times 10^{-4}$	7,94
14	13	5,25 – 5,50	$5 \times 10^4$	$5,97 \times 10^{-5}$	2,98
15	14	5,50 – 5,75	$5 \times 10^4$	$2,24 \times 10^{-5}$	1,12
16	15	5,75 – 6,00	$5 \times 10^4$	$8,43 \times 10^{-6}$	$4,22 \times 10^{-1}$

de primários em cada intervalo deve diminuir com  $E^{-\alpha}$  conforme a equação (1.1). Portanto, a correção para o número de primários, e consequentemente de eventos, em cada intervalo é obtida a partir do fluxo diferencial, dado em (1.1) com  $\alpha = 2,7$ , tal que

$$\frac{dN_P}{dE_P} \propto E^{-2,7}, \quad (4.1)$$

em que  $N_P$  e  $E_P$  são, respectivamente, o número e a energia dos primários. A solução para (4.1) resulta em

$$N_P \propto \int_{E_{P_f}}^{E_{P_i}} E^{-2,7} dE_P = \frac{1}{-1,7} \left( E_{P_f}^{-1,7} - E_{P_i}^{-1,7} \right) \quad (4.2)$$

que fornece a relação de recorrência

$$N_{P_{j+1}} = N_{P_1} (10^{-1,7})^{0,25j} \quad (4.3)$$

em que são obtidos os números de primários, os quais efetivamente contribuem para o  $(j + 1)$ -ésimo intervalo em relação a  $N_{P_1}$ , que é o total de primários do primeiro intervalo de simulação, com  $j = 0, 1, 2, \dots, 15$ , conforme mostra a tabela 4.1.

Como cada evento é iniciado por um primário, em um determinado intervalo temos  $N_{P_j} = X_j$  e, para a correção do número de eventos que efetivamente contribuem na produção dos chuviros ( $Y_j$ ), o peso  $w_j$  é obtido por

$$w_j = \frac{Y_j}{X_j}. \quad (4.4)$$

e, portanto,

$$Y_j = N_{P_1} (10^{-1,7})^{0,25j}. \quad (4.5)$$

O ângulo azimutal<sup>3</sup> foi definido no intervalo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , enquanto que, para o ângulo zenital<sup>4</sup>, adotou-se o intervalo entre  $0^\circ$  e  $70^\circ$ . Esse limite superior para  $\theta$  foi definido considerando-se que, na versão *standard* do CORSIKA, são feitas aproximações dentro de uma de suas sub-rotinas o que demanda tal limitação.

Para as componentes do campo magnético<sup>5</sup> da Terra nas direções horizontal<sup>6</sup> e na vertical (apontando para baixo), foram utilizadas  $B_x = 18,61 \mu\text{T}$  e  $B_z = 50,60 \mu\text{T}$ , respectivamente. Para a altitude<sup>7</sup> foi definido o valor de 1.583 m acima do nível do mar. Tais valores foram considerados utilizando-se as coordenadas de SURF, em Dakota do Sul, sendo que para o campo magnético utilizou-se o valor fornecido em [91] a partir das coordenadas geográficas e altitude.

<sup>3</sup>Esse parâmetro é definido por meio da palavra PHIP.

<sup>4</sup>Esse parâmetro é definido por meio da palavra THETAP.

<sup>5</sup>Esse parâmetro é definido por meio da palavra MAGNET.

<sup>6</sup>Considerando-se a direção  $x$  do sistema de coordenadas apontando para o Norte, conforme indicado na figura 3.1.

<sup>7</sup>Esse parâmetro é definido por meio da palavra OBSLEV.

As simulações tendo núcleos de He como primários foram obtidas utilizando-se os mesmos parâmetros para o corte em  $E_P$ , os ângulos azimutal e zenital, bem como do campo magnético e nível de observação. Considerando-se a proporção desses núcleos no fluxo de primários (aproximadamente 12% do total) foram simulados, nos 10 primeiros intervalos, 137.931 eventos e 6.897 nos demais, como mostra a tabela 4.2. É interessante observar que, utilizando-se esse valores, o peso de correção de cada intervalo de energia permanece igual ao do caso dos prótons, os quais podem ser obtidos por meio das expressões (4.3)–(4.5).

Tabela 4.2: Intervalos de energia com o número de eventos simulados para núcleos de He e o respectivo peso atribuído a cada um deles.

Int.	$j$	$\log_{10} E_P$ (GeV)	Eventos ( $X_j$ )	Peso int. ( $w_j$ )	Eventos ( $Y_j$ )
1	0	2,00 – 2,25	137.931	1,00	137.931
2	1	2,25 – 2,50	137.931	$3,76 \times 10^{-1}$	$5,18 \times 10^4$
3	2	2,50 – 2,75	137.931	$1,41 \times 10^{-1}$	$1,95 \times 10^4$
4	3	2,75 – 3,00	137.931	$5,31 \times 10^{-2}$	$7,32 \times 10^3$
5	4	3,00 – 3,25	137.931	$1,99 \times 10^{-2}$	$2,75 \times 10^3$
6	5	3,25 – 3,50	137.931	$7,50 \times 10^{-3}$	$1,03 \times 10^3$
7	6	3,50 – 3,75	137.931	$2,82 \times 10^{-3}$	$3,89 \times 10^2$
8	7	3,75 – 4,00	137.931	$1,06 \times 10^{-3}$	$1,46 \times 10^2$
9	8	4,00 – 4,25	137.931	$3,98 \times 10^{-4}$	$5,49 \times 10$
10	9	4,25 – 4,50	137.931	$1,50 \times 10^{-4}$	$2,06 \times 10$
11	10	4,50 – 4,75	6.897	$1,12 \times 10^{-3}$	7,76
12	11	4,75 – 5,00	6.897	$4,23 \times 10^{-4}$	2,92
13	12	5,00 – 5,25	6.897	$1,59 \times 10^{-4}$	1,10
14	13	5,25 – 5,50	6.897	$5,97 \times 10^{-5}$	$4,12 \times 10^{-1}$
15	14	5,50 – 5,75	6.897	$2,24 \times 10^{-5}$	$1,55 \times 10^{-1}$
16	15	5,75 – 6,00	6.897	$8,43 \times 10^{-6}$	$5,82 \times 10^{-2}$

Para a inclinação do espectro de primários, foi definido o valor de -2,7, uma vez que, da observação da figura 4.1, nota-se que a inclinação para o intervalo de energia de primário da

simulação é aproximadamente igual tanto no caso dos prótons, como no caso dos núcleos de He. Uma análise quantitativa foi feita utilizando-se o software *Web Plot Digitizer* [92], extraindo-se os dados do gráfico para H e He e verificando-se seu coeficiente angular num ajuste log-log, cujos valores obtidos permitem-nos fazer tal aproximação.

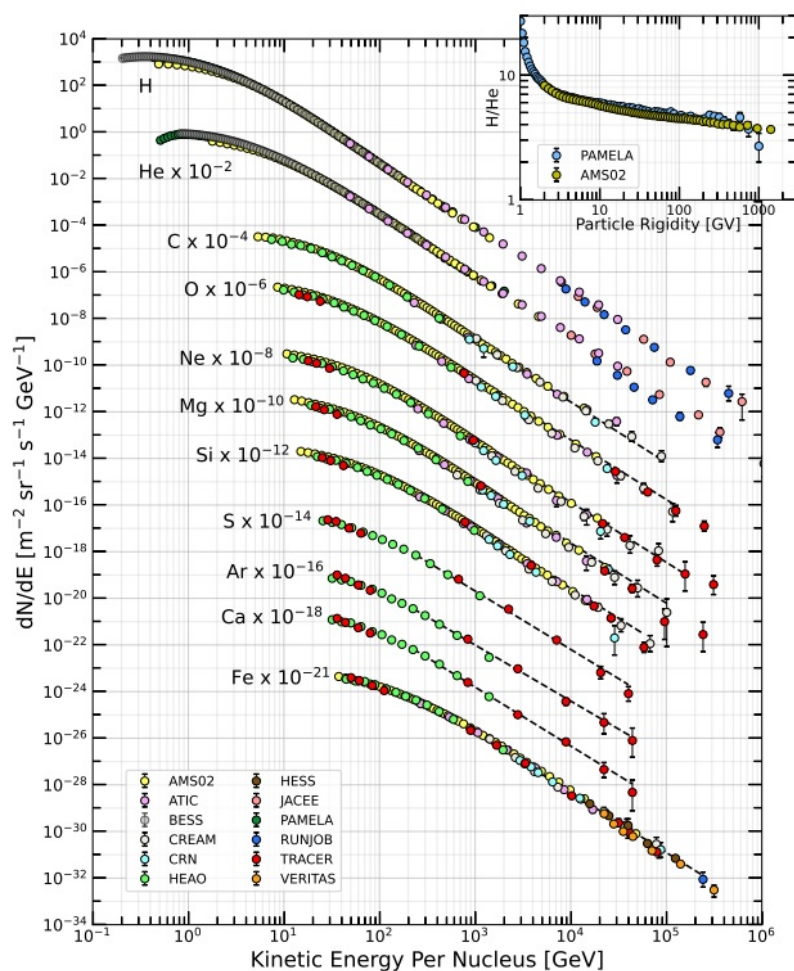


Figura 4.1: Dados experimentais para o fluxo diferencial de núcleos primários por energia/núcleo [26].

Todas as simulações foram realizadas utilizando-se os recursos do LaMCAD da Universidade Federal de Goiás.

## 4.2 Análise dos eventos

Como o CORSIKA armazena os dados em um arquivo de *output* binário, faz-se necessária a extração dos dados obtidos nos blocos e sub-blocos para a posterior análise. Para

isso, utilizou-se um programa em C++, produzido pelo Grupo de Pesquisa em Física de Altas Energias do Instituto de Física da Universidade Federal de Goiás [93], o qual faz a leitura dos blocos e armazena os dados em um arquivo *.root*. Esses arquivos são lidos pelo ROOT [94], que consiste em um *framework* para análise de dados desenvolvido pelo CERN, sendo utilizada a versão 6.26.10. No ROOT, os dados foram organizados de modo a permitir as análises propostas pelo trabalho.

### 4.2.1 Reconstrução da energia e direção dos múons

Para a reconstrução da energia dos múons, foram utilizadas as componentes de momento disponíveis no *output* do CORSIKA para cada uma das partículas que chegam ao nível de observação e tenham energia superior ao corte definido de 100 GeV. Com isso, é possível reconstruir as informações de energia e os ângulos azimutal e zenital que foram necessários em nossas análises. Temos que a energia é dada por

$$E_\mu = \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2}, \quad (4.6)$$

em que  $m_\mu$  é a massa do múon e  $p_\mu$  é o momento total do múon dado por

$$p_\mu = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}. \quad (4.7)$$

Para a determinação dos ângulos azimutal e zenital, tomamos as relações trigonométricas, conforme convenção para o sistema de coordenadas do CORSIKA, juntamente com as componentes do momento. Portanto, com base na Figura 3.1 temos

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{p_y}{p_x} \right), \quad (4.8)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{p_z}{p_\mu} \right). \quad (4.9)$$

Uma vez obtido  $\theta$ , pode-se obter  $\cos \theta^*$  utilizando a equação (2.32).

### 4.2.2 Cálculo da razão de carga dos múons

Para a análise da razão de carga dos múons, foi desenvolvido um código em C++, o qual seleciona a partir dos dados brutos da simulação apenas os múons positivos  $\mu^+$  e negativos

$\mu^-$ . São armazenadas as informações reconstruídas de energia, momento total, ângulo azimutal e zenital para os múons que chegam ao nível de observação e que possuem energia acima do corte de 100 GeV. Além disso, cada múon também carrega a informação do respectivo peso relativo à energia de primário pelo qual foi gerado.

Uma vez selecionados os conjuntos de dados, os  $\mu^+$  e  $\mu^-$  são somados separadamente em intervalos de energia  $E_\mu$ , de modo análogo ao que foi feito para os primários, iniciando-se em  $10^{2,00}$  GeV com incrementos ao expoente de 0,25, até o limite superior do 7º intervalo dado por  $10^{3,75}$  GeV. Portanto, o primeiro intervalo é definido de  $10^{2,00}$  até  $10^{2,25}$ , o segundo de  $10^{2,25}$  até  $10^{2,50}$  e assim sucessivamente. Desse modo, o código varre toda a amostra de dados para cada um dos intervalos definidos somando os  $\mu^+$  e os  $\mu^-$  que possuam energia  $E_\mu$  dentro desse intervalo.

Como em um dado intervalo de energia temos vários múons, eles podem advir de diversos intervalos de energia do primário e, para a soma, cada múon é contado como sendo dado pelo produto da unidade com o valor de  $w_j$  do respectivo intervalo de energia de primário em que foi gerado. Desse modo, o total de múons em um intervalo leva em conta o peso da contribuição de cada uma das faixas de energia dos eventos que os produzem. Uma vez somados  $\mu^+$  e  $\mu^-$  em cada intervalo, é calculada a razão  $R_\mu$  por meio da equação (2.18) e um novo intervalo é tomado para repetir o processo descrito.

Para a energia vertical dos múons na superfície, o procedimento é varrer todo o conjunto de dados, calculando, a partir do valor de  $\theta$  para esses múons, o valor de  $\cos\theta^*$ . Assim, considerando a divisão em intervalos de  $E_\mu \cos\theta^*$ , de modo análogo ao descrito anteriormente, verifica-se quantos  $\mu^+$  e  $\mu^-$ , possuem a energia calculada por meio da parametrização de  $\theta^*$  do modelo pión-káon. O total de múons é utilizado para o cálculo de  $R_\mu$  dentro do intervalo, passando-se ao próximo e assim por diante.

### 4.3 Cálculo das incertezas

Vamos considerar apenas a incerteza estatística advinda da quantidade de eventos obtidos. Incertezas sistemáticas não são consideradas nesse caso, haja vista que essas estão associadas a imprecisões no arranjo experimental. Nas simulações foram medidos diretamente os números de múons produzidos por chuviros atmosféricos, cuja incerteza pode ser obtida considerando-se uma distribuição de Poisson, tal que

$$\sigma_{N_{\mu^\pm}} \propto \sqrt{N_{\mu^\pm}}. \quad (4.10)$$

Para o cálculo da razão de carga, vamos considerar intervalos de  $E_\mu \cos\theta^*$  análogos aos definidos para os de primários, ou seja, iniciando-se o primeiro entre  $10^{2,00}$  e  $10^{2,25}$  GeV incrementado-se em 0,25, tal que o último intervalo seja  $10^{3,50} - 10^{3,75}$  GeV, num total de 7 intervalos. Como  $R_\mu$  depende do somatório de todos os  $\mu^+$  e  $\mu^-$ , são varridos todos os intervalos de  $E_P$  obtendo-se a contribuição do número de múons ( $N_{\mu^\pm}$ ) ponderados pelos seus respectivos pesos. Portanto, o total de múons para cada intervalo  $E_\mu \cos\theta^*$  é dado por

$$N_{\mu^\pm} = \sum_{j=0}^{n=15} w_j N_{\mu^\pm}^j \quad (4.11)$$

em que o índice  $j$  corresponde ao intervalo de  $E_P$  definido na segunda coluna da tabela 4.1,  $w_j$  é o peso do respectivo  $j$ -ésimo intervalo e  $N_{\mu^\pm}^j$  o total de múons nesse mesmo intervalo.

Assim, para o primeiro intervalo ( $j = 0$ ), com energia dos múons entre  $10^{2,00}$  e  $10^{2,25}$  GeV, são somados todos os  $\mu^\pm$ , com energia entre esses extremos, em cada um dos intervalos de  $E_P$ , multiplicados pelos seus respectivos pesos  $w_j$  resultando em

$$N_{\mu^\pm} = w_0 N_{\mu^\pm}^0 + w_1 N_{\mu^\pm}^1 + \dots + w_{15} N_{\mu^\pm}^{15}. \quad (4.12)$$

As tabelas dos apêndices A.1, B.1 e C.1 mostram o total de múons obtidos dessa maneira. Portanto, considerando-se o total de múons descrito pelo somatório da equação (4.11), a incerteza no número total de múons, levando-se em conta os pesos das contribuições de cada intervalo de energia do primário, deve propagar as incertezas dos parâmetros originais [95].

Tomando-se uma função de múltiplas variáveis  $f(x, y, z, \dots)$  temos que a incerteza é dada por

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_x^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \sigma_y^2 \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \sigma_z^2 \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 + \dots}, \quad (4.13)$$

que, aplicada ao nosso caso, resulta em

$$\sigma_{N_{\mu^\pm}} = \sqrt{\sigma_{N_{\mu^\pm}^0}^2 \left(\frac{\partial (w_0 N_{\mu^\pm}^0)}{\partial N_{\mu^\pm}^0}\right)^2 + \sigma_{N_{\mu^\pm}^1}^2 \left(\frac{\partial (w_1 N_{\mu^\pm}^1)}{\partial N_{\mu^\pm}^1}\right)^2 + \dots + \sigma_{N_{\mu^\pm}^{15}}^2 \left(\frac{\partial (w_{15} N_{\mu^\pm}^{15})}{\partial N_{\mu^\pm}^{15}}\right)^2} \quad (4.14)$$

onde, resolvendo-se as derivadas e aplicando-se (4.10), temos que a incerteza no número total de múons dada por

$$\sigma_{N_{\mu^\pm}} = \sqrt{(w_0)^2 N_{\mu^\pm}^0 + (w_1)^2 N_{\mu^\pm}^1 + (w_2)^2 N_{\mu^\pm}^2 + \dots + (w_{15})^2 N_{\mu^\pm}^{15}}. \quad (4.15)$$

Portanto, o número total de múons em um determinado intervalo de  $E_\mu$  é

$$\overline{N_{\mu^\pm}} = N_{\mu^\pm} \pm \sigma_{N_{\mu^\pm}}. \quad (4.16)$$

Para a razão de carga dos múons,

$$R_\mu = \frac{N_{\mu^+}}{N_{\mu^-}}, \quad (4.17)$$

a propagação das incertezas no quociente<sup>8</sup> resulta em

$$\sigma_{R_\mu} = R_\mu \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_{\mu^+}}}{N_{\mu^+}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_{\mu^-}}}{N_{\mu^-}}\right)^2}, \quad (4.18)$$

a qual deve ser calculada para cada um dos intervalos de  $E_\mu$  cos  $\theta^*$ .

A incerteza nas simulações contendo os secundários produzidos tanto por prótons, como por núcleos de He, deve ser obtida somando-se as contribuições ao total de múons em cada intervalo de energia advindos dos seus respectivos intervalos de energia dos primários. Como mostram as tabelas 4.1 e 4.2, os pesos desses intervalos permanecem os mesmos, o que permite tomar o total de múons em um dado intervalo de energia tal que

$$N_{\mu^\pm} = \sum_{j=0}^n w_j \left( N_{\mu^\pm}^j + N_{\mu_{He}^\pm}^j \right) \quad (4.19)$$

<sup>8</sup>Devido à contagem de múons ser realizada de modo independente para  $\mu^+$  e  $\mu^-$ , o termo de covariância pode ser desprezado.

em que  $N_{\mu_p^\pm}^j$  corresponde ao total de múons no  $j$ -ésimo intervalo produzidos por prótons como primários e  $N_{\mu_{He}^\pm}^j$  o total de múons para o caso de núcleos de He como primário. Portanto, o cálculo da incerteza pode ser feito considerando-se o incremento de  $N_{\mu_{He}^\pm}$  em cada intervalo de energia, permanecendo-se o uso das expressões (4.17) e (4.18).

# Capítulo 5

## Análises de validação das simulações

Nas seções que se seguem serão apresentados os resultados obtidos nas simulações para os modelos QGSJETII-04, EPOS-LHC, DPMJET III, SIBYLL 2.3c, VENUS e QGSJET01-C utilizando-se a metodologia anteriormente descrita como o objetivo de validação da metodologia de simulação em relação ao comportamento físico esperado. Nessas análises verificam-se as distribuições de energia, dos ângulos zenital e azimutal tanto para os primários quanto para os múons detectados no nível de observação.

### 5.1 Análises dos dados de primários

#### 5.1.1 Distribuições de energia

Tomando-se a lei de potência inversa dada pela equação (4.1), com  $SLOPE = -2.7$ , foi realizada uma distribuição do número de primários,  $N_P$ , em função de suas energias,  $E_P$ . A figura 5.1 mostra os resultados obtidos para cada um dos modelos simulados sem considerar a aplicação dos pesos respectivos para cada intervalo de energia de primários. Os gráficos da figura 5.2 mostram os dados devidamente corrigidos para seus respectivos intervalos de energia em cada um dos modelos. Nota-se que todos eles conseguiram reproduzir uma diminuição no total de primários com o aumento de suas respectivas energias, respeitando, assim, a lei de potência inversa.

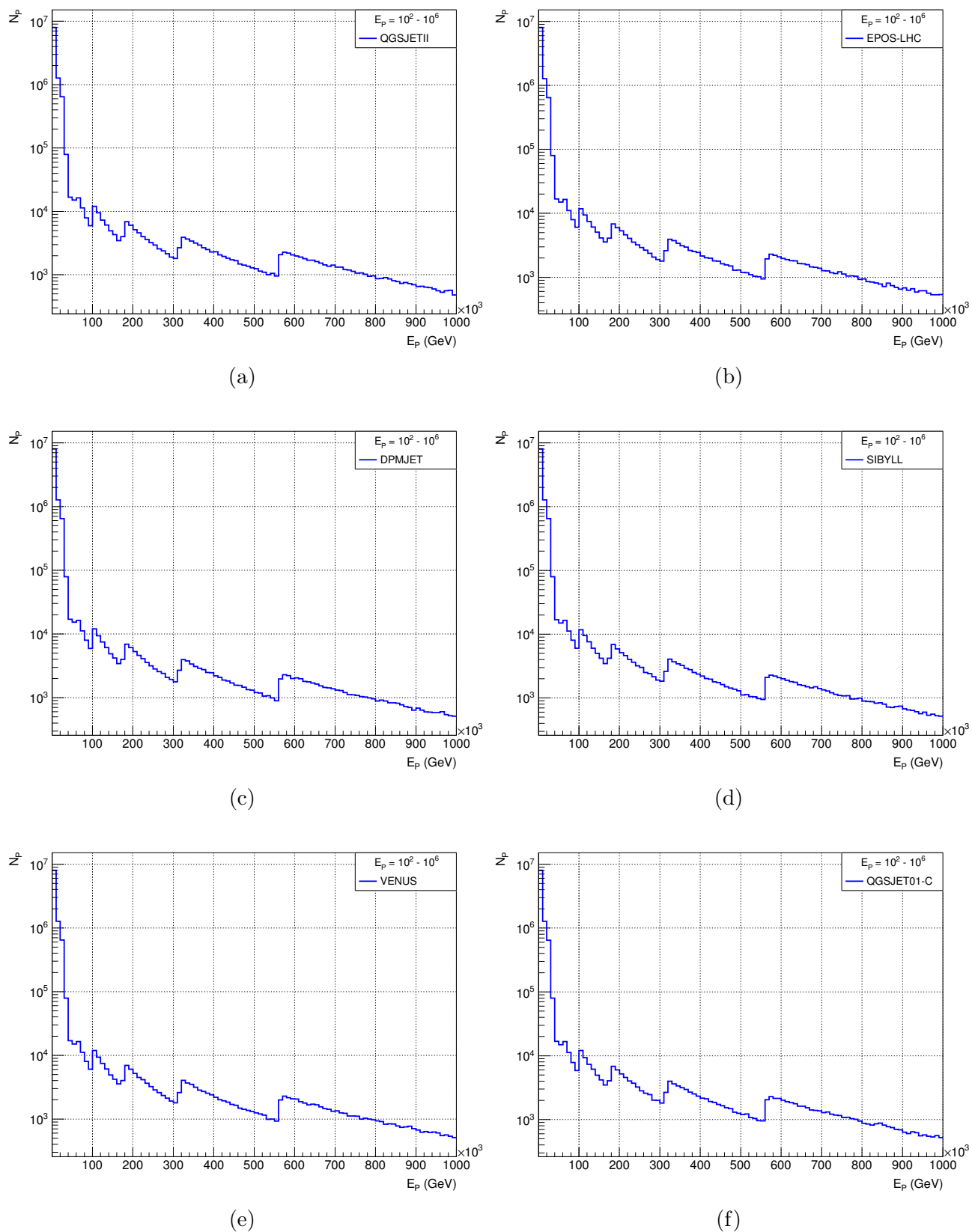
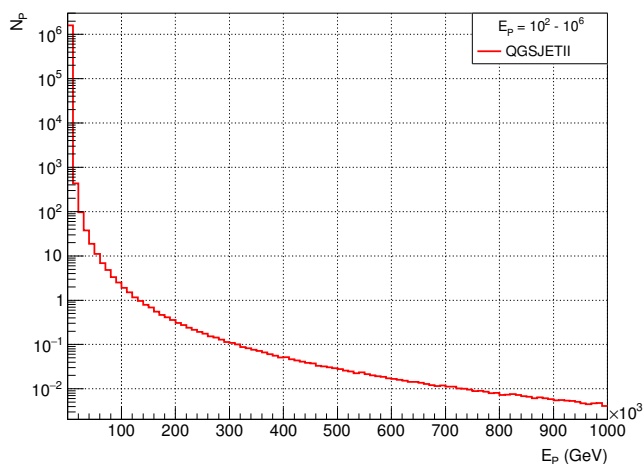
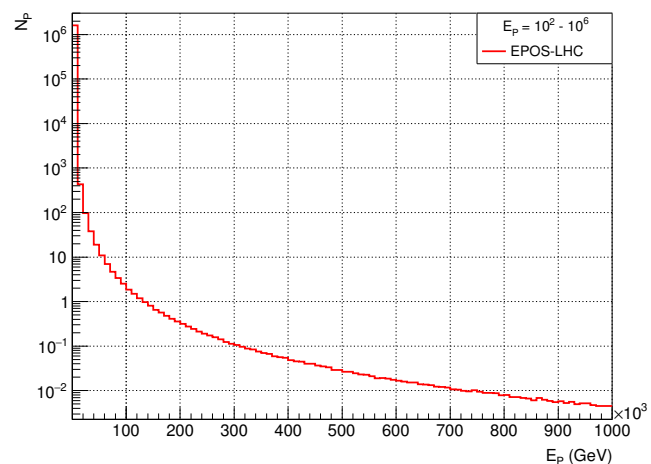


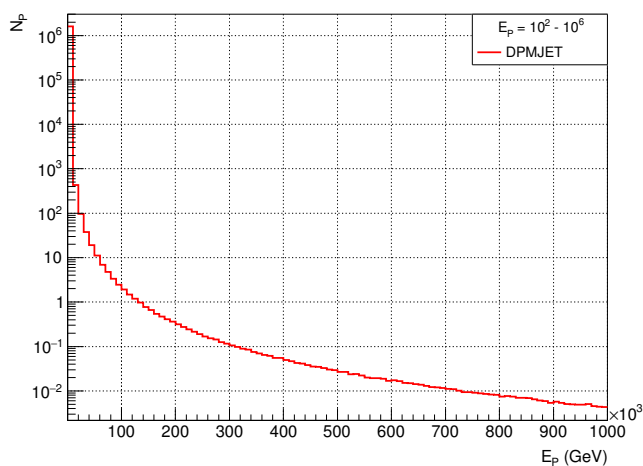
Figura 5.1: Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ), utilizando os dados obtidos para os modelos simulados. Os dados não foram ponderados pelos respectivos pesos dos intervalos de energia do primário  $E_P$ .



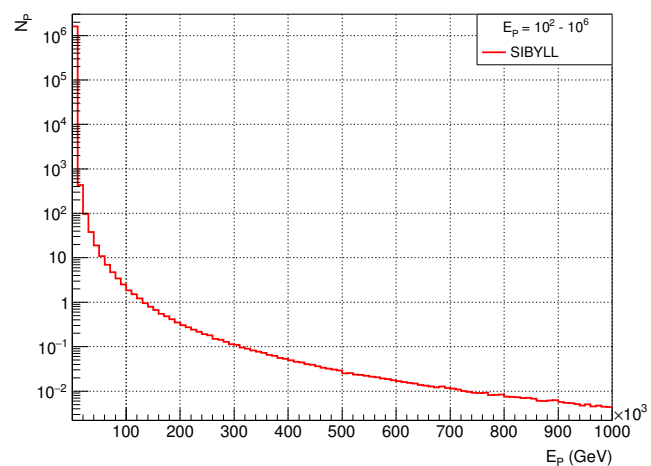
(a)



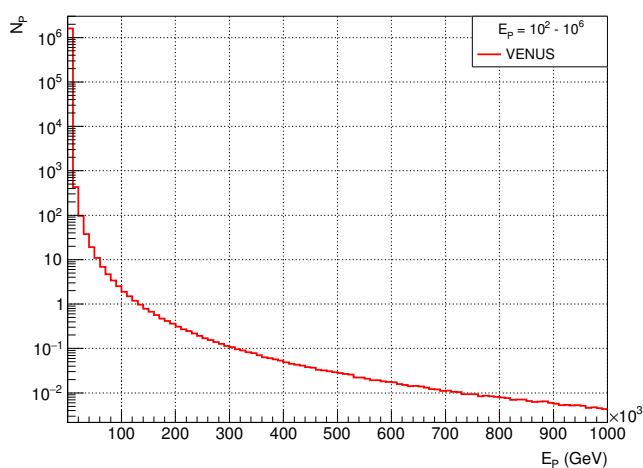
(b)



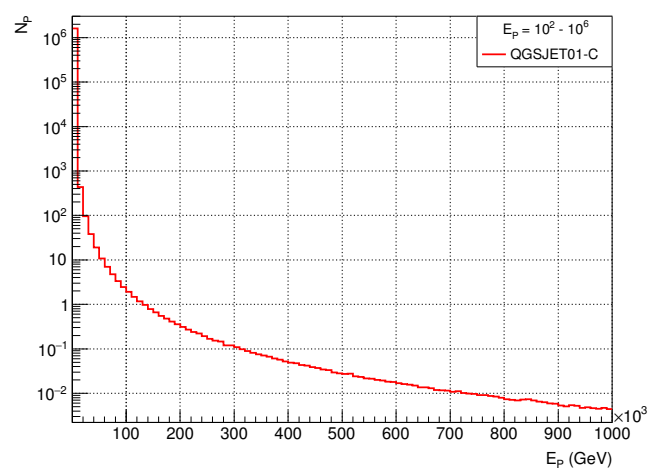
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5.2: Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ) para os modelos simulados.

Quantitativamente, tendo-se em vista que as simulações estão localizadas no intervalo de energias entre  $10^2$  e  $10^6$  GeV ( $= 10^{15}$  eV), podemos tomar o índice espectral  $\gamma = 1,7 \rightarrow \alpha = 2,7$ . Assim, considerando-se esse parâmetro e utilizando a equação (4.1) para o fluxo de raios cósmicos primários, temos que

$$\frac{dN_P}{dE_P} \propto E^{-2,7} \quad (5.1)$$

cuja solução é

$$N_P = (E_i^{-1,7} - E_f^{-1,7}). \quad (5.2)$$

Colocando-se  $E_i$  em evidência e tomando-se o logaritmo em ambos os lados da equação (5.2), temos que

$$\log(N_P) = -1,7 \log(E_i) + \log\left(1 - \left(\frac{E_f}{E_i}\right)^{-1,7}\right), \quad (5.3)$$

que corresponde ao ajuste log-log da curva da figura 5.2, que é dado por uma reta com equação  $Y(X) = \gamma X + A$ , em que  $Y(X)$  corresponde a  $\log(N_P)$ ,  $X$  a  $\log(E_i)$  e o coeficiente angular é o índice espectral  $\gamma$ . Os gráficos da figura 5.3 representam o ajuste log-log obtido para os modelos simulados e os valores obtidos nesses ajustes são dados na tabela 5.1. Pode-se observar que todos os modelos reproduzem o valor esperado para  $\alpha = \gamma + 1$ .

Tabela 5.1: Parâmetro  $\gamma$  do ajuste log-log obtidos para os modelos simulados.

Modelo	prótons	núcleos de He	prótons + núcleos de He
<b>QGSJETII</b>	$-1,697 \pm 0,113$	$-1,697 \pm 0,125$	$-1,701 \pm 0,117$
<b>EPOS-LHC</b>	$-1,700 \pm 0,100$	$-1,700 \pm 0,126$	$-1,699 \pm 0,116$
<b>DPMJET</b>	$-1,701 \pm 0,116$	$-1,700 \pm 0,126$	$-1,701 \pm 0,117$
<b>SIBYLL</b>	$-1,697 \pm 0,115$	$-1,699 \pm 0,126$	$-1,701 \pm 0,118$
<b>VENUS</b>	$-1,701 \pm 0,116$	$-1,699 \pm 0,126$	$-1,700 \pm 0,116$
<b>QGSJET01-C</b>	$-1,700 \pm 0,100$	$-1,704 \pm 0,125$	$-1,701 \pm 0,117$

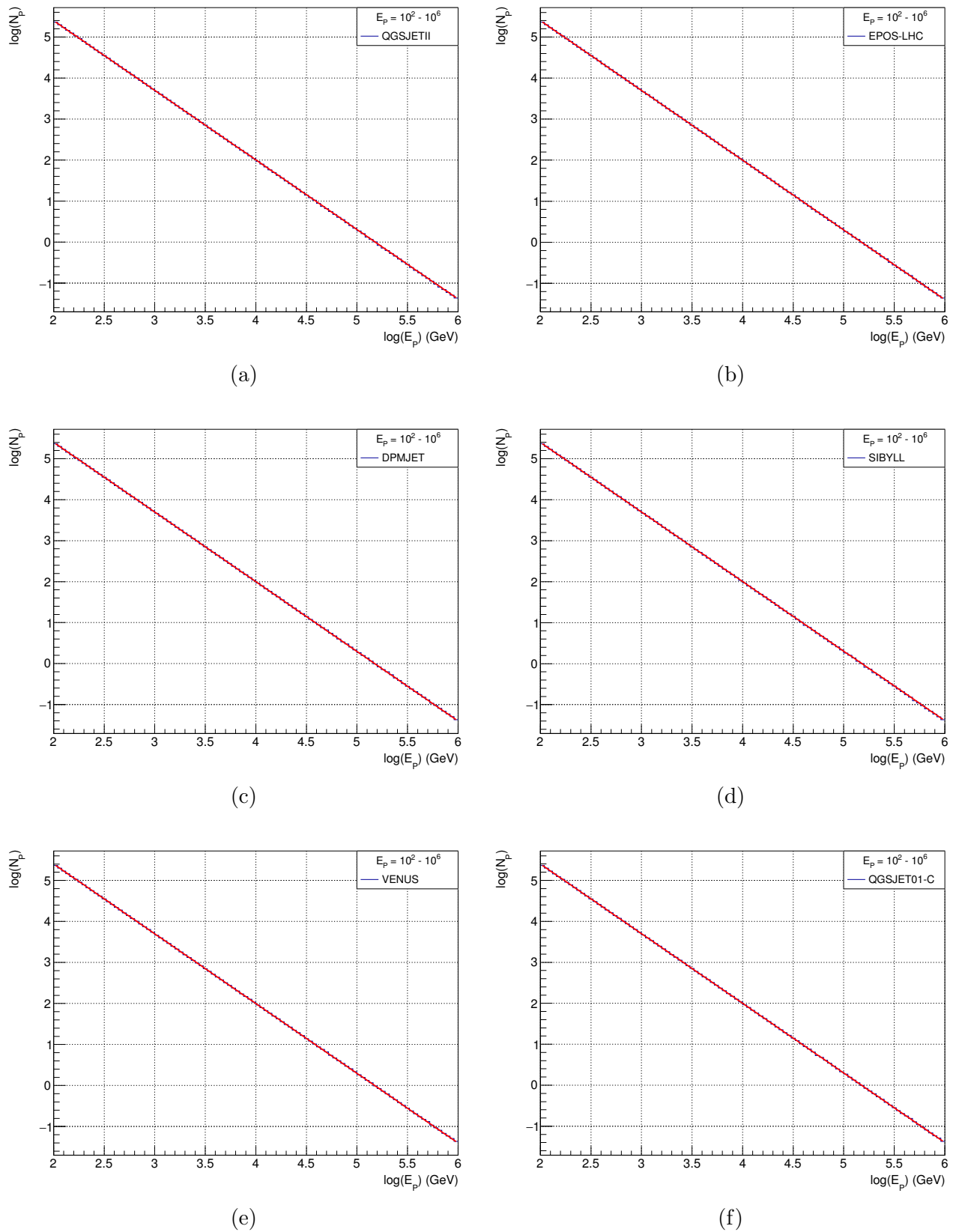


Figura 5.3: Ajuste log-log obtido utilizando os dados da distribuição  $N_P \times E_P$  de cada modelo simulado. A curva em vermelho em cada um dos gráficos corresponde à reta dada pela equação  $Y(X) = -\gamma X + A$ , para os modelos simulados.

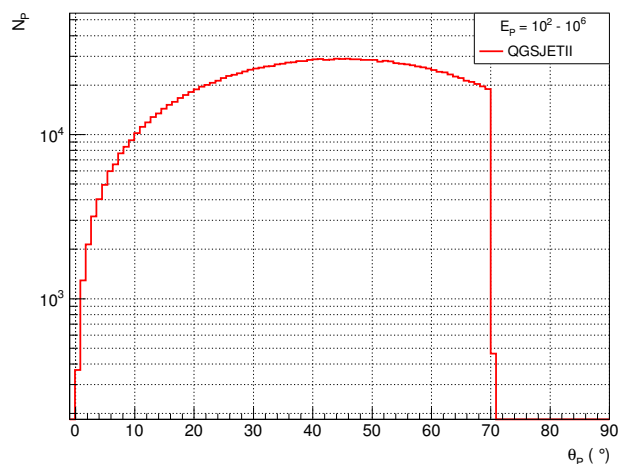
As distribuições de primários para as simulações tendo núcleos de He como primários são mostradas nos gráficos das figuras B.1, B.2 e B.3 do apêndice B.2.1, e os valores obtidos para o ajuste log-log são detalhados na tabela 5.1. As distribuições para as simulações combinando prótons e núcleos de He como primários são mostradas nos gráficos das figuras C.1, C.2 e C.3 do apêndice C.2.1 e os valores do ajuste na tabela 5.1. Em ambos os casos nota-se que o comportamento é reproduzido satisfatoriamente tal qual o caso dos prótons.

### 5.1.2 Distribuições angulares

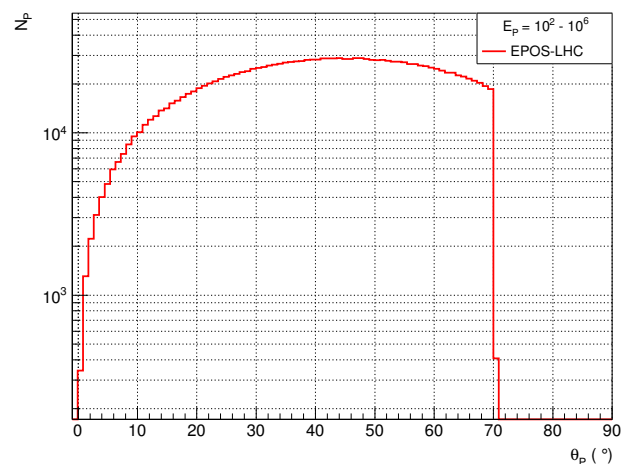
As distribuições para o ângulo zenital dos raios cósmicos primários são mostradas na figura 5.4, já normalizadas para o peso do intervalo de energia a que pertence a partícula primária. Pode-se observar que o intervalo  $0^\circ \leq \theta_P \leq 70^\circ$  corresponde aos primários que geram os chuviros e estão de acordo com os valores definidos no *input*, sendo o corte em  $70^\circ$  evidente nesses gráficos. A partir desses dados pode-se observar que todos os modelos representam o mesmo comportamento para a distribuição zenital dos primários.

Para o ângulo azimutal, as distribuições são dadas pela figura 5.5, também normalizadas para os pesos dos respectivos intervalos de  $E_P$ . Nota-se, nesse caso, que dentro do intervalo simulado,  $0^\circ \leq \phi_P \leq 360^\circ$ , não há uma distribuição preferencial em relação à direção azimutal em todos os modelos analisados neste trabalho.

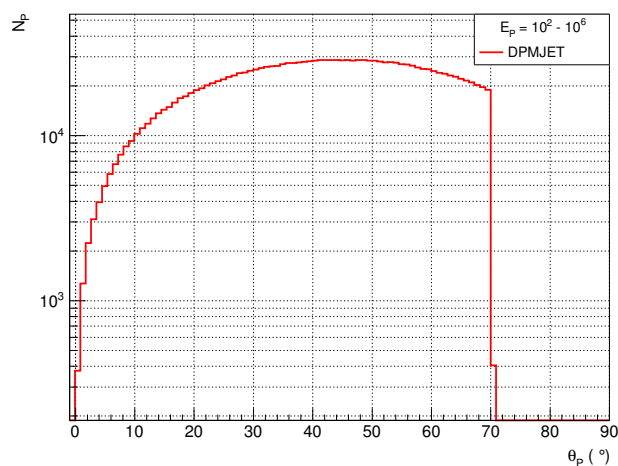
As curvas para as distribuições dos ângulos zenital e azimutal nas simulações com núcleos de He são mostradas, respectivamente, nas figuras B.4 e B.5 do apêndice B.2.2 e para as simulações combinadas, nas figuras C.4 e C.5 do apêndice C.2.2. Em ambos os casos, as distribuições se comportam de modo análogo ao caso dos prótons já analisado.



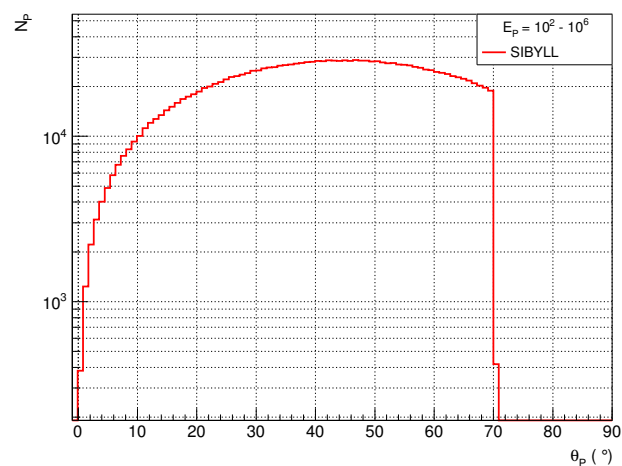
(a)



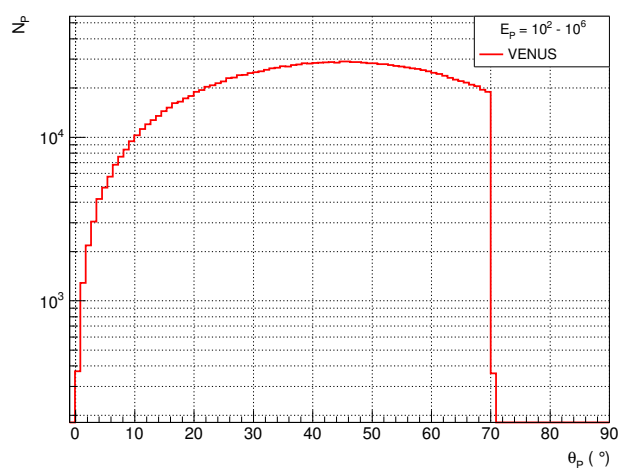
(b)



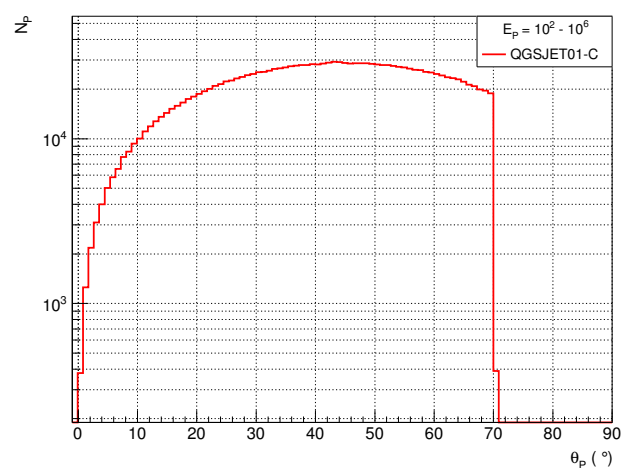
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5.4: Distribuições angulares para a direção zenital ( $\theta_P$ ) dos primários.

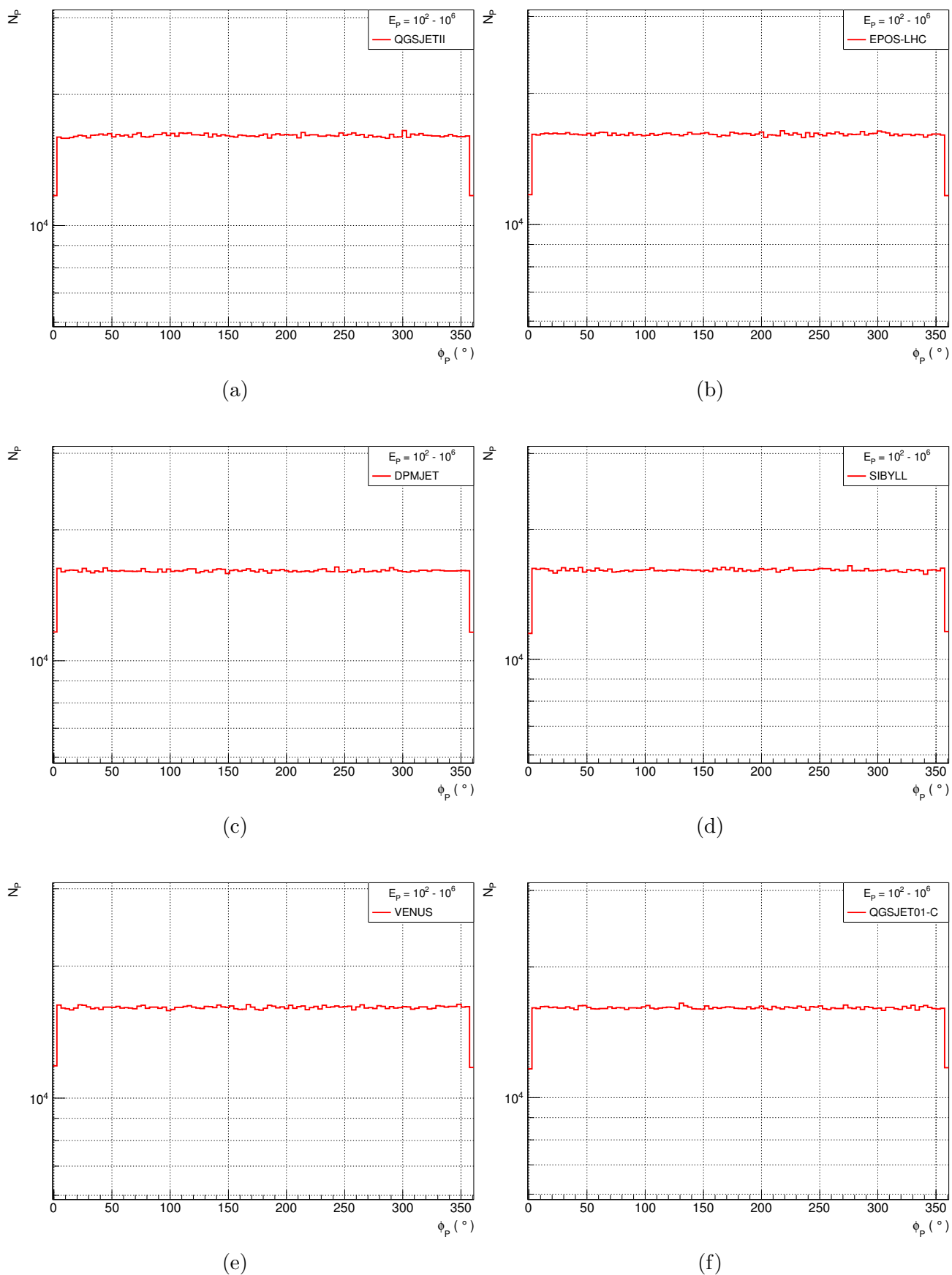


Figura 5.5: Distribuições angulares para a direção azimutal ( $\phi_P$ ) dos primários.

### 5.1.3 Distribuições de múons produzidos

A análise do total de múons detectados no nível de observação em relação à energia dos primários pode ser feita de modo qualitativo com base no modelo de Heitler-Matthews. Como se pode observar desse modelo, quanto maior a energia da partícula primária, maior será a multiplicidade de múons detectados no nível de observação, tendo em vista a maior quantidade de partículas produzidas devido às interações a partir da entrada do primário na atmosfera.

A maior quantidade de múons, com energia acima de 100 GeV, é produzida por primários no intervalo de  $10^{3,00}$  a  $10^{3,25}$  GeV, como pode ser observado nos gráficos da figura 5.6. Pode-se verificar que é nessa energia que haverá maior contribuição para o espectro de múons no nível de observação, enquanto que intervalos com  $E_P$  maiores contribuem com uma fração menor. Os valores detalhados dessas distribuições estão disponíveis na tabela A.7.

Para as simulações tendo núcleos de He como primários, as distribuições de  $N_\mu$  em função de  $E_P$  são mostradas nos gráficos da figura 5.7. O total de múons no nível de observação, para esse caso, é mostrado detalhadamente na tabela B.7, do apêndice B.2.3. Observa-se, para esse caso que a maior quantidade de múons é observada no intervalo de  $E_P$  entre  $10^{3,50}$  e  $10^{3,75}$  GeV, exceto em DPMJET.

Os dados combinados das duas simulações são mostrados nos gráficos da figura 5.8 e o total de múons com energia maior do que 100 GeV que chegam ao nível de observação são mostrados na tabela C.7 do apêndice C.2.3. Neste caso, o intervalo com  $E_P$  entre  $10^{3,00}$  e  $10^{3,25}$  GeV é o que produz a maior quantidade de múons com energia acima do corte definido em nossa análise.

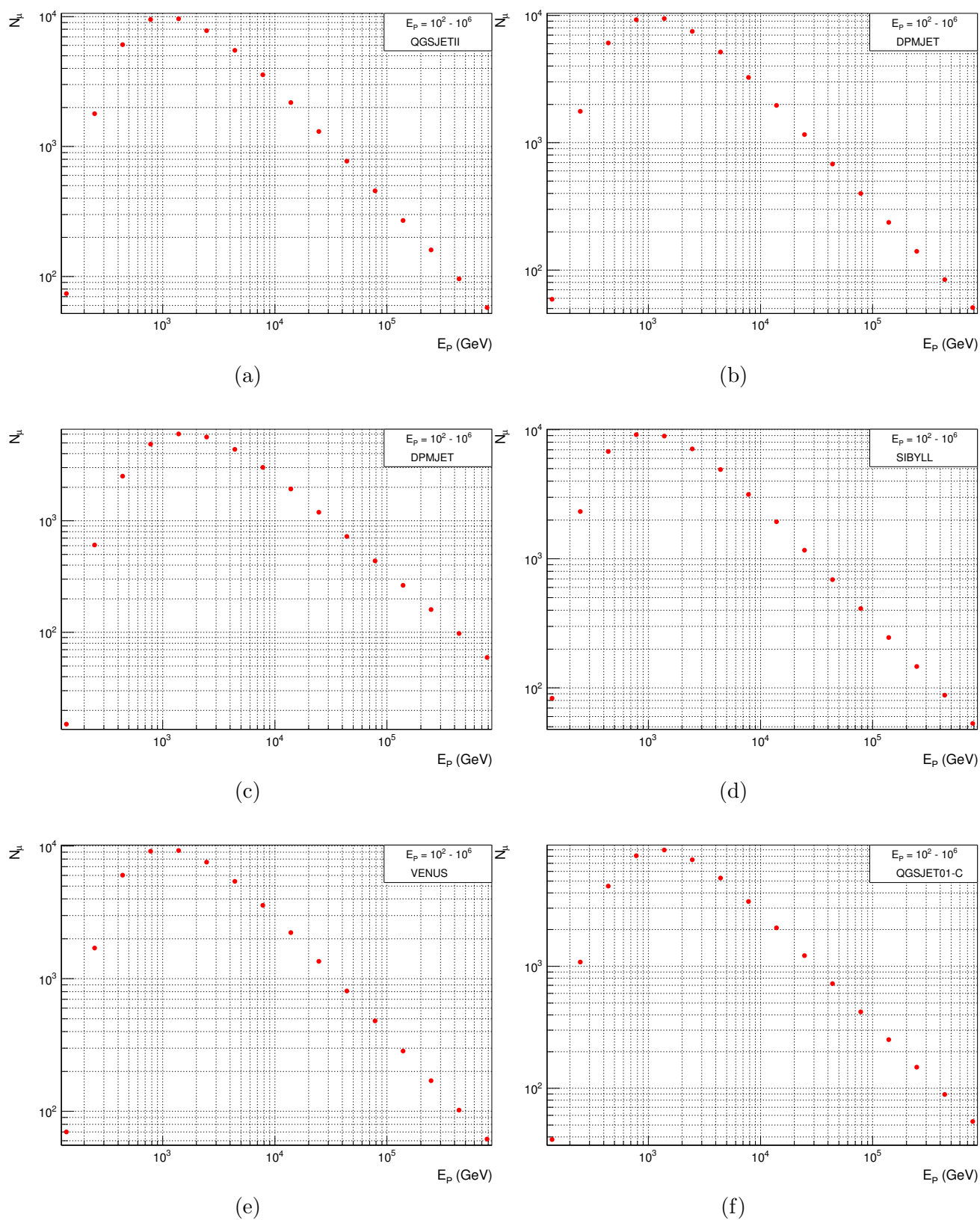


Figura 5.6: Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia dos primários ( $E_p$ ) para prótons como primários.

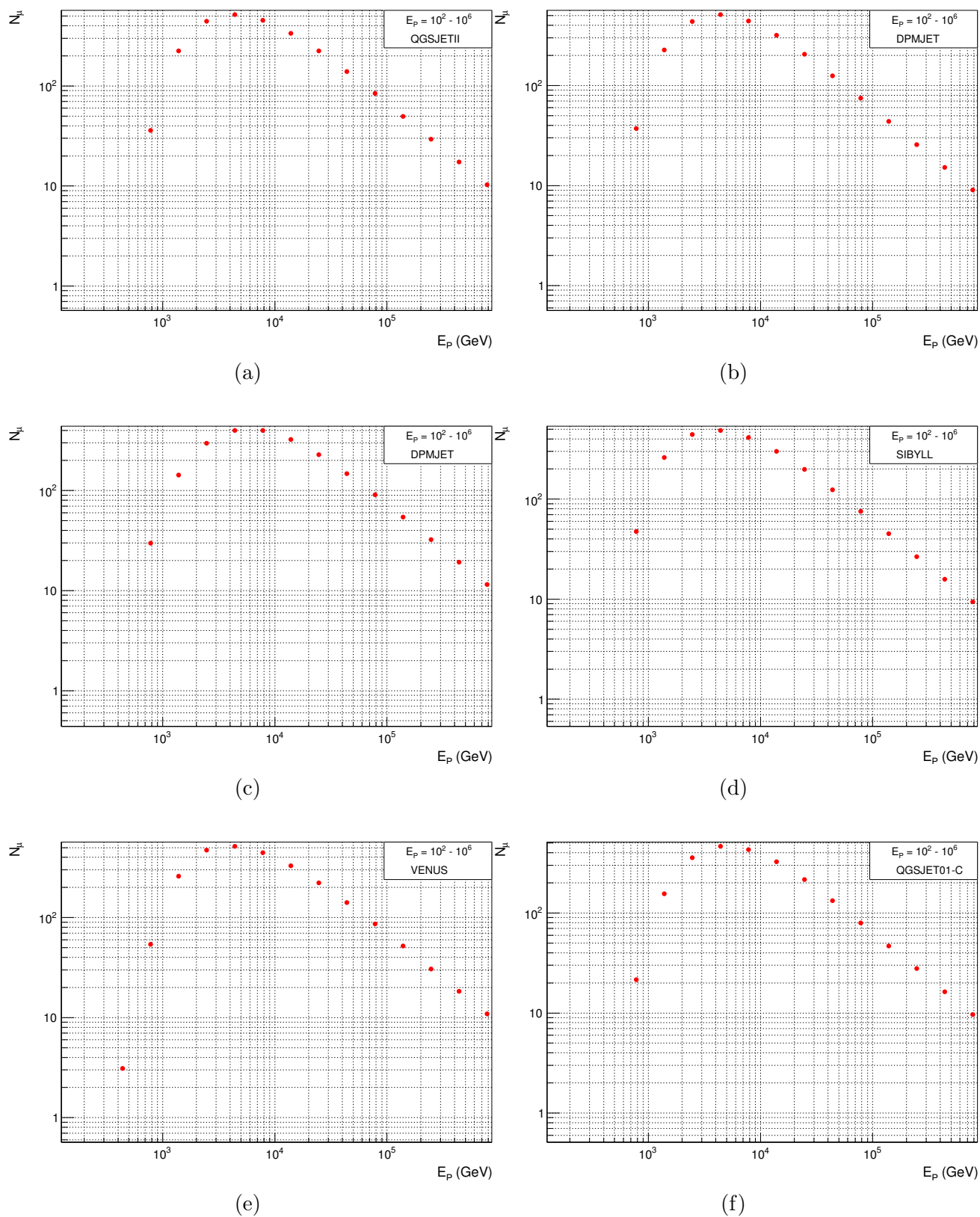


Figura 5.7: Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia dos primários ( $E_p$ ) para núcleos de He como primários.

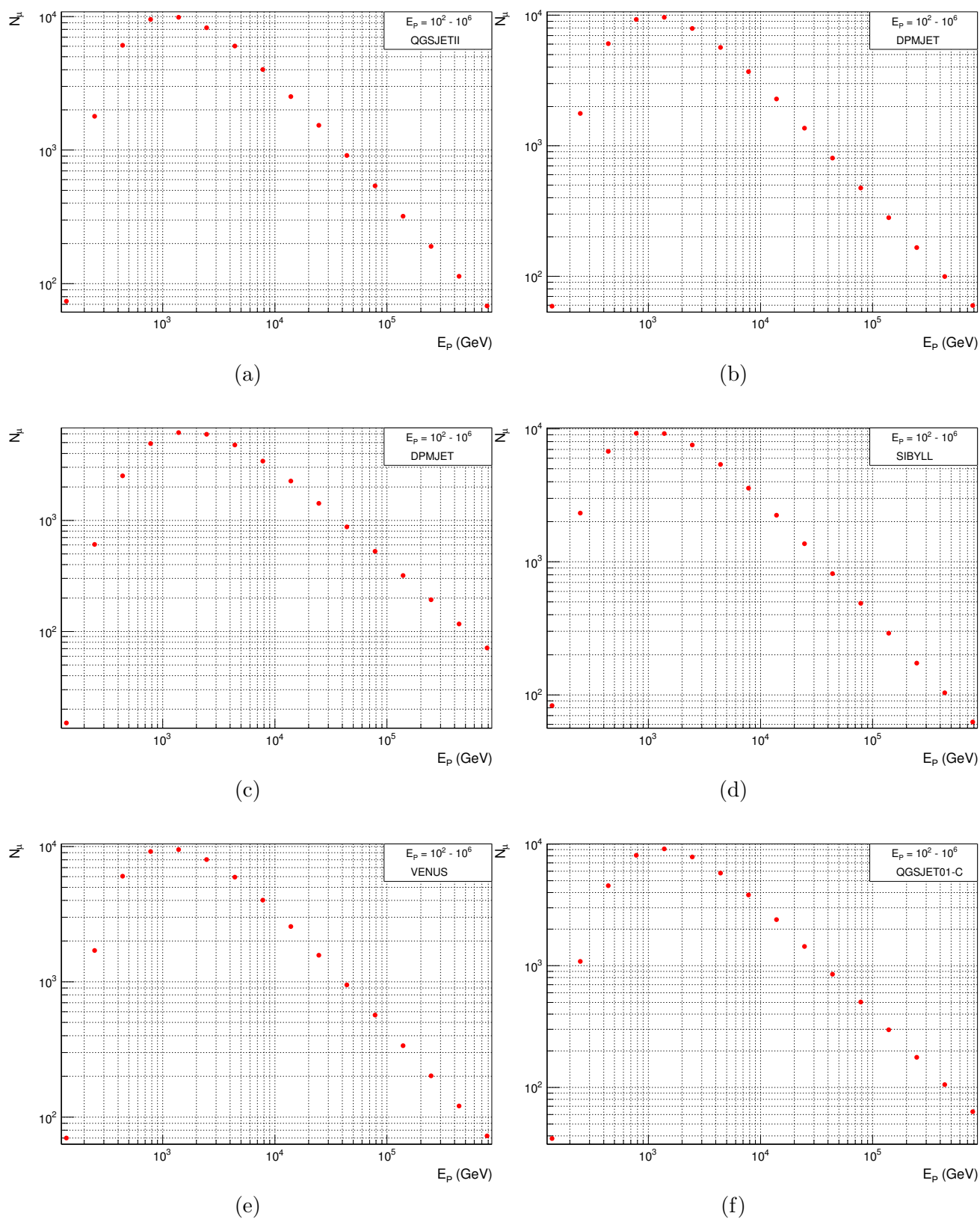


Figura 5.8: Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia dos primários ( $E_p$ ) para a combinação de prótons e núcleos de He como primários.

## 5.2 Análises dos dados de múons

### 5.2.1 Distribuições de energia

Considerando-se os múons que chegam ao nível de observação e, após o corte aplicado em nossa análise, temos as distribuições em função da energia dos múons verticais ( $E_\mu \cos \theta^*$ ) mostradas nos gráficos da figura 5.9. Neles observa-se que o número de múons (positivos e negativos) cai com o aumento da energia em todos os modelos, o que é coerente com o esperado para a produção dos chuveis atmosféricos. A assimetria entre  $N_{\mu^+}$  e  $N_{\mu^-}$  é bem característica em todos os modelos, exceto em DPMJET e QGSJET01-C (figuras 5.9c e 5.9f), enquanto que em SIBYLL (figura 5.9d), observa-se uma maior separação entre as curvas de  $\mu^+$  e  $\mu^-$ .

As distribuições de  $E_\mu \cos \theta^*$  para as simulações com núcleos de He como primários são mostradas, nos gráficos da figura 5.10. Neste caso, os modelos QGSJETII, EPOS-LHC, DPMJET, VENUS e QGSJET01-C possuem uma distribuição aproximadamente simétrica entre  $\mu^+$  e  $\mu^-$  como se pode observar pelas curvas praticamente sobrepostas, enquanto que em SIBYLL nota-se uma maior quantidade de  $\mu^+$ . No caso das análises combinadas com prótons e núcleos de He como primários, a figura 5.11 mostra as distribuições de  $E_\mu \cos \theta^*$ . Verifica-se que a assimetria entre  $\mu^+$  e  $\mu^-$  é levemente observável nos modelos QGSJETII, EPOS-LHC, VENUS e QGSJET01-C, bem característica em SIBYLL e uma sobreposição no caso de DPMJET.

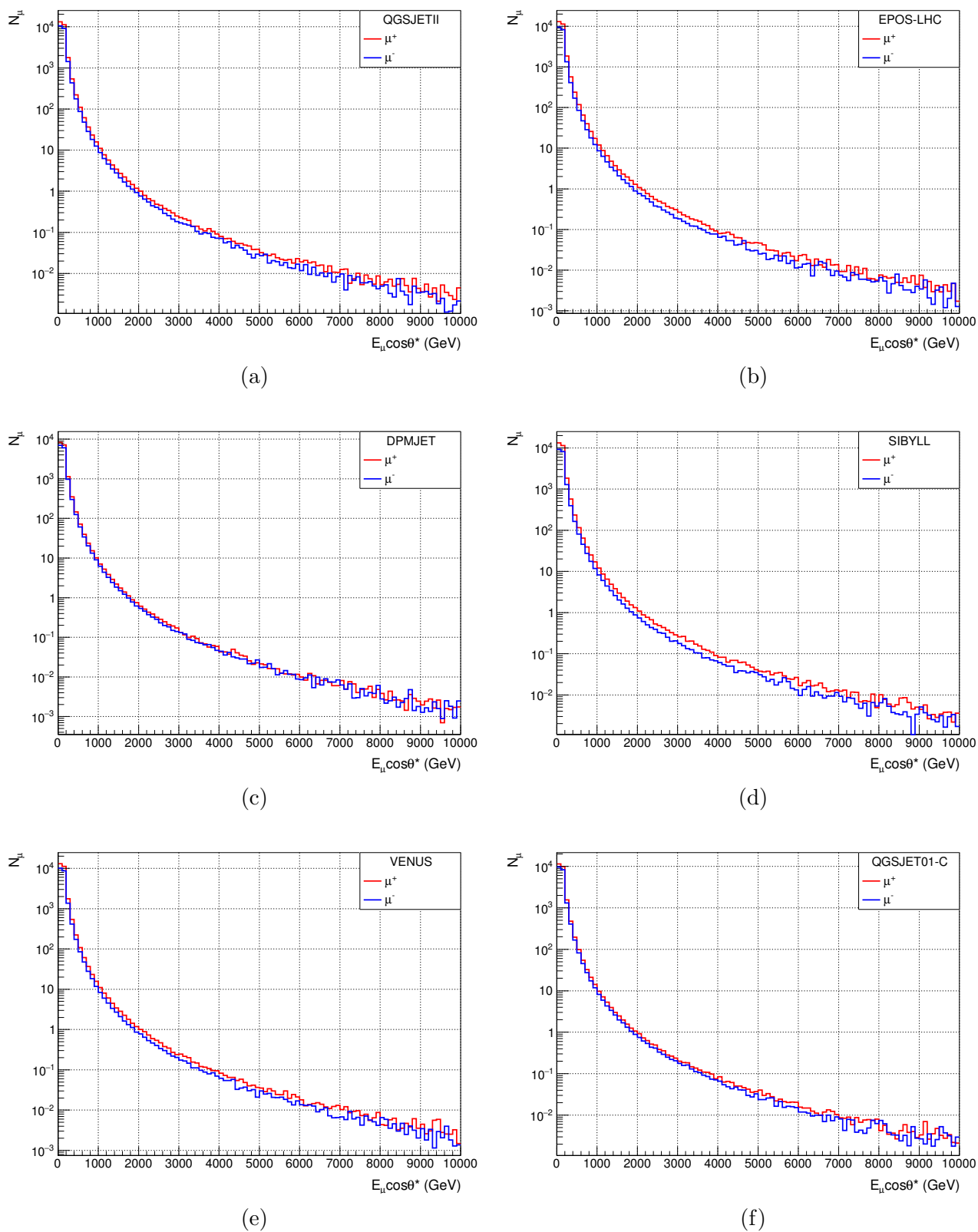
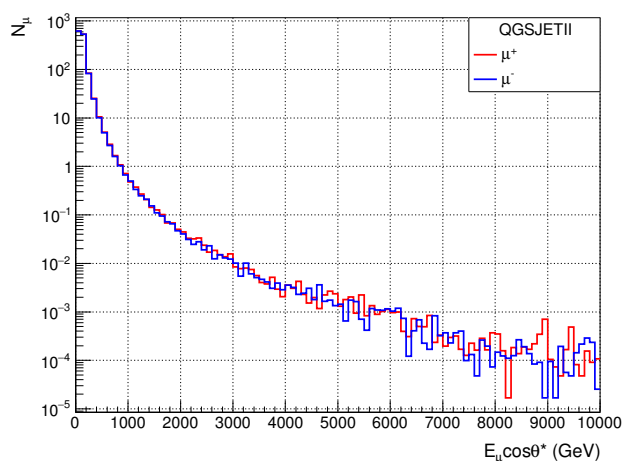
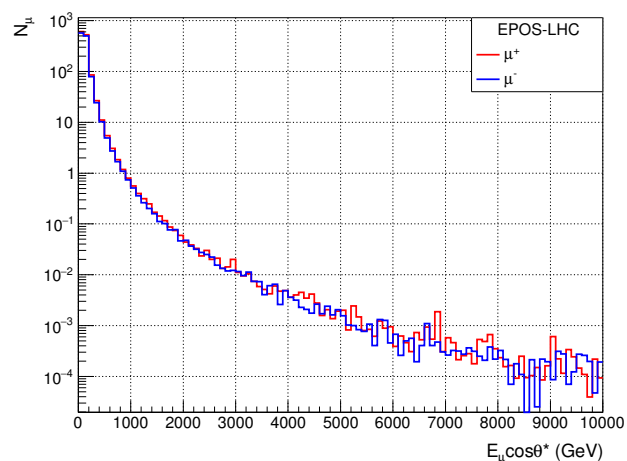


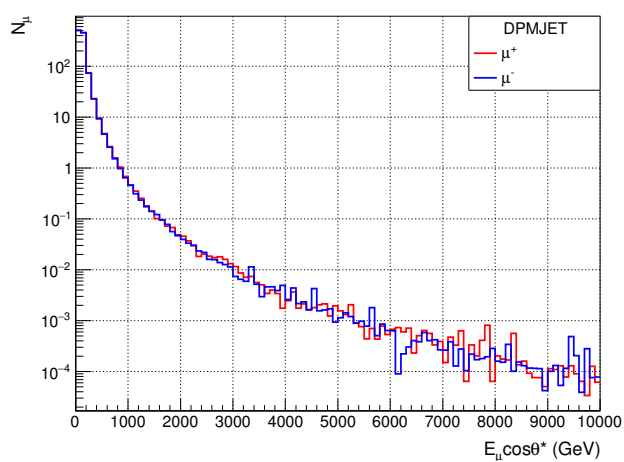
Figura 5.9: Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  para prótons como primários.



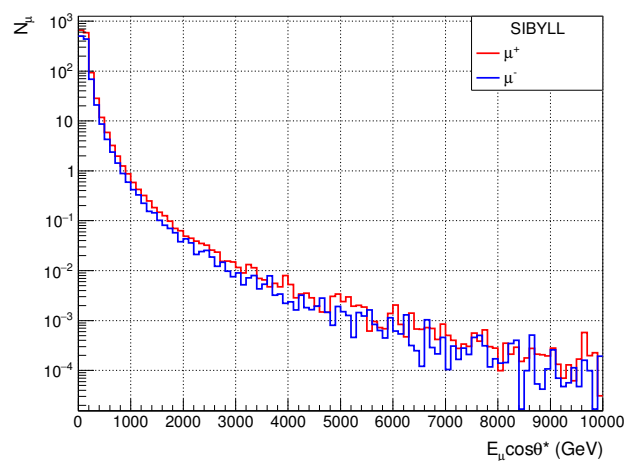
(a)



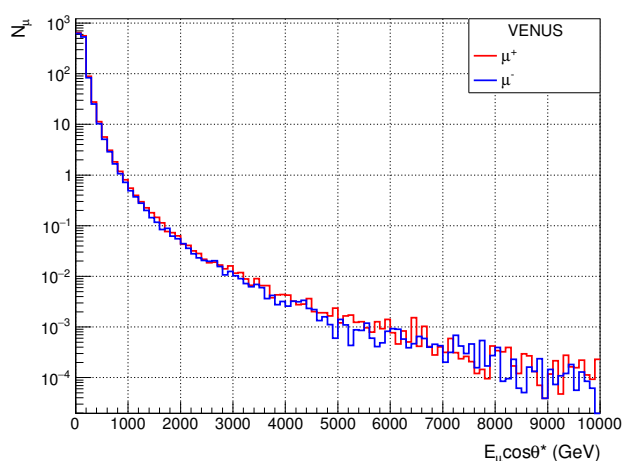
(b)



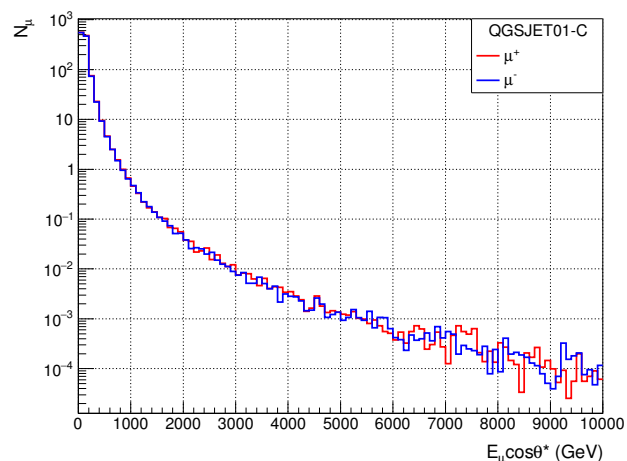
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5.10: Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  para núcleos de He como primários.

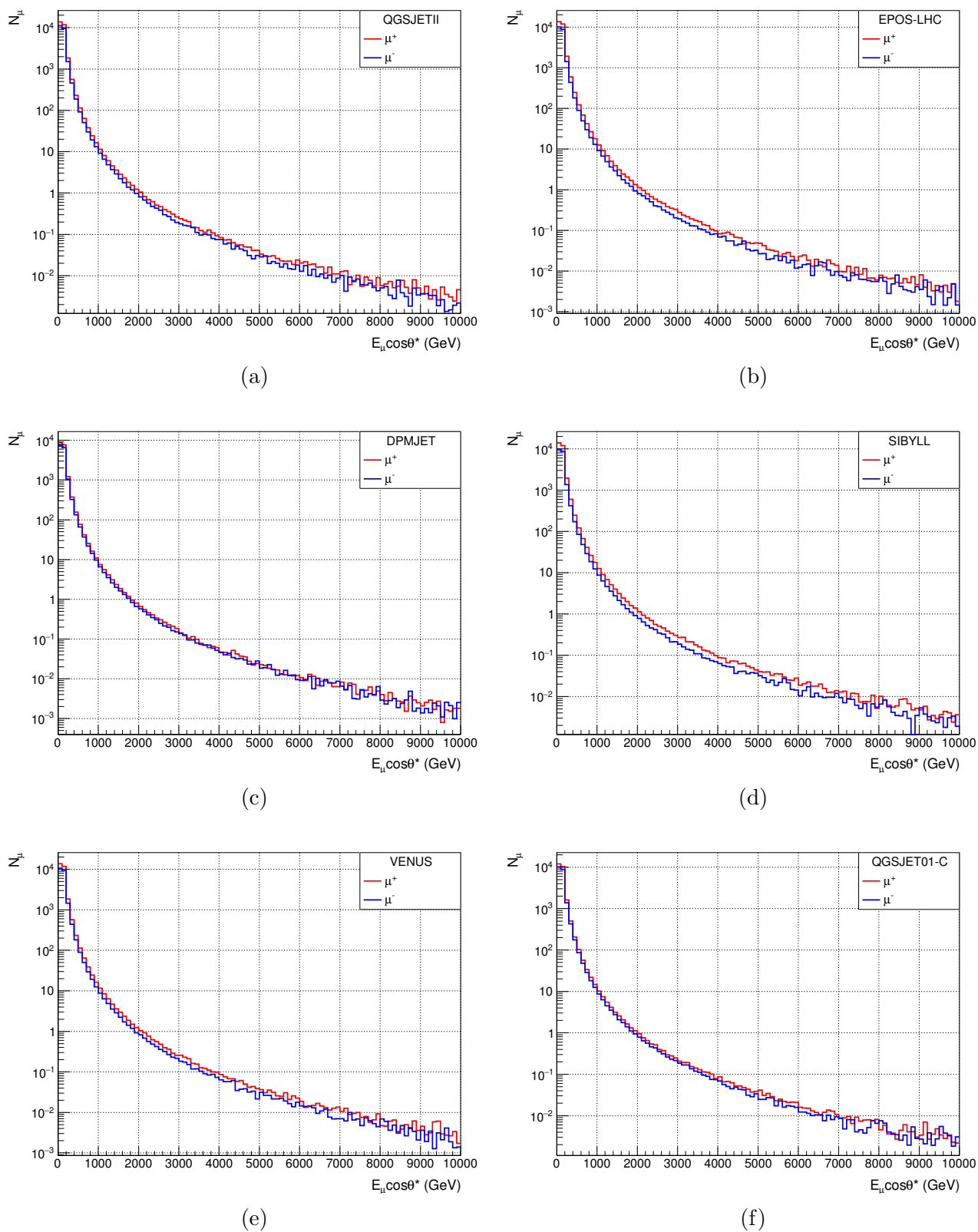


Figura 5.11: Número de múons ( $N_\mu$ ) que chegam ao nível de observação em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$ . São considerados apenas os múons com  $E_\mu \cos \theta^* \geq 100$  GeV.

## 5.2.2 Distribuições angulares

As distribuições para os ângulos zenitais ( $\theta_\mu$ ) dos chuveiros gerados por prótons são mostradas nos gráficos da figura 5.12 ponderadas para os devidos pesos em cada intervalo de  $E_P$ . Para os ângulos azimutais ( $\phi_\mu$ ), dispostos nos gráficos da figura 5.13, observa-se uma distribuição uniforme para todos os modelos de interação simulados. Evidencia-se, nesse caso, que não há uma direção azimutal privilegiada para os múons detectados no nível de observação.

As distribuições para as simulações com núcleos de He como primários, tanto para o ângulo zenital quanto azimutal, são mostradas, respectivamente, nos gráficos das figuras B.6 e B.7 do apêndice B.3.1. As distribuições angulares para a combinação de prótons e núcleos de He podem ser vistas nos gráficos das figuras C.6 e C.7 do apêndice C.3.1. Em ambos os casos o comportamento observado é semelhante àquele observado para o caso dos prótons como primários.

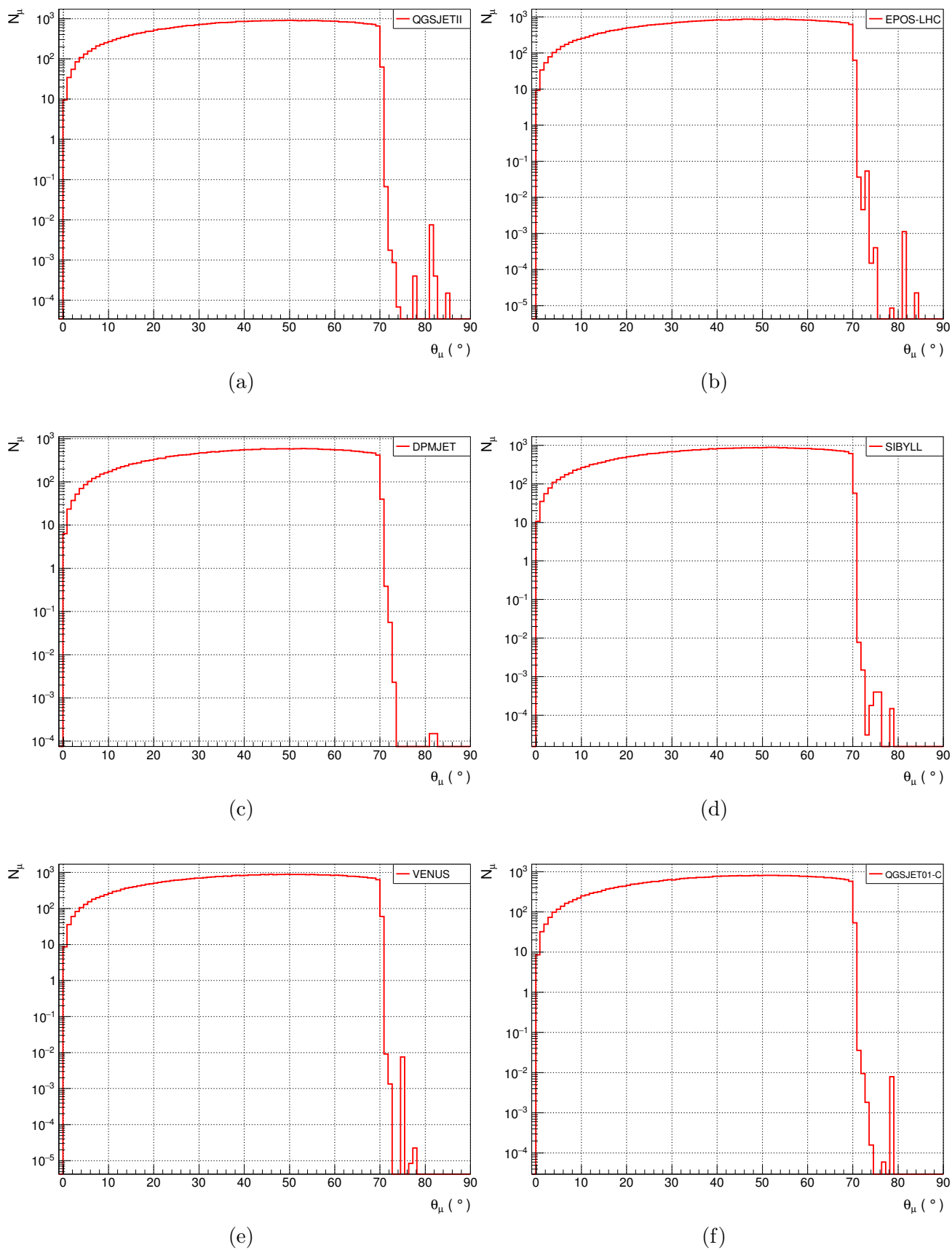


Figura 5.12: Distribuições angulares para a direção zenital dos múons no nível de observação ( $\theta_\mu$ ).

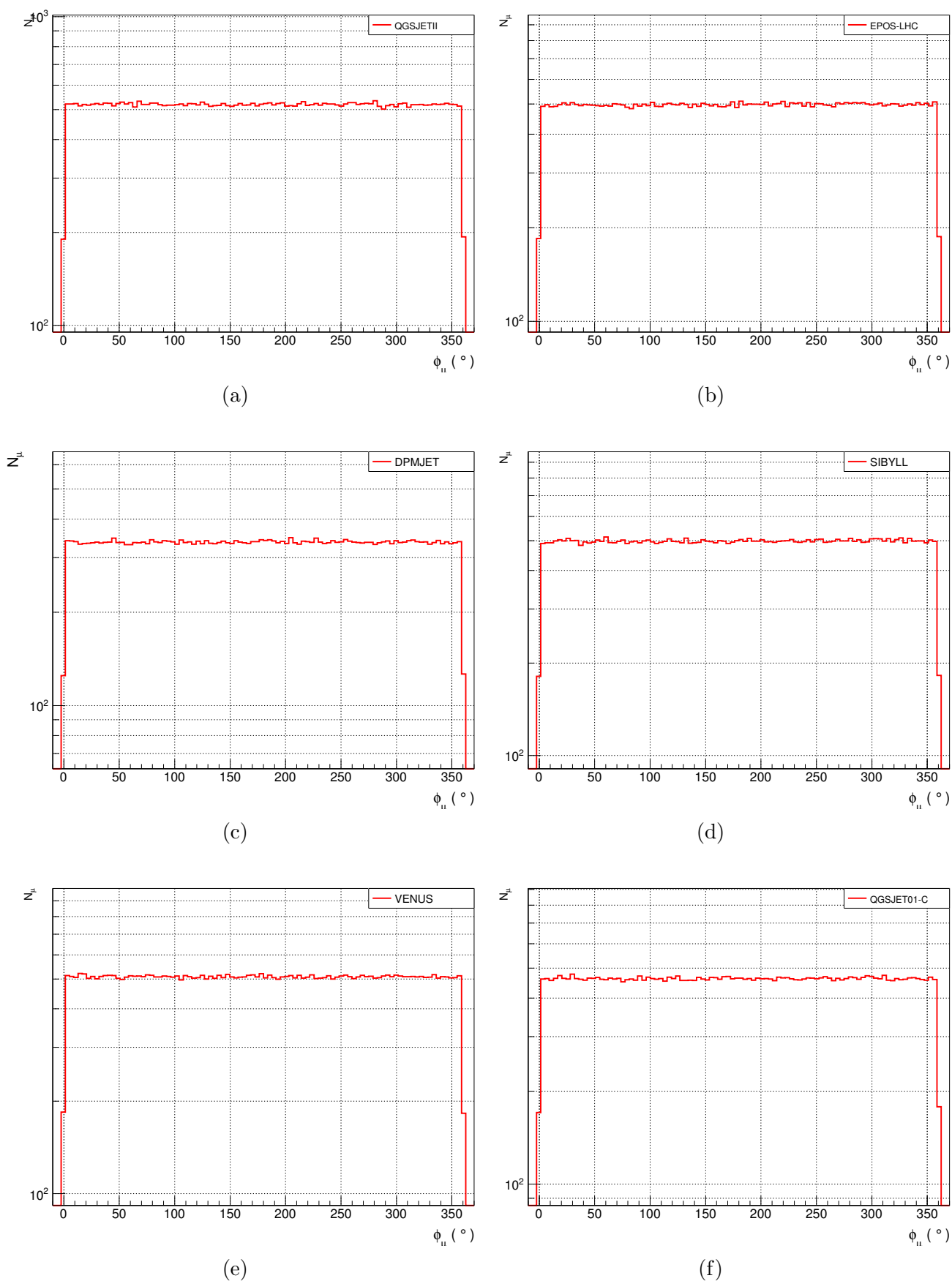


Figura 5.13: Distribuições angulares para a direção azimutal dos múons no nível de observação ( $\phi_\mu$ ).

# Capítulo 6

## Resultados e discussões

No capítulo anterior, verificou-se a adequação dos resultados das simulações para os parâmetros de interesse dos primários e dos múons que chegam ao nível de observação com energia acima da energia de corte definida em nossa análise. Neste capítulo, proceder-se-á à análise da medida da razão de carga dos múons em função da energia, bem como dos valores dos parâmetros obtidos para o modelo pión-káon e o comportamento dos modelos para esse observável.

### 6.1 Resultados para prótons como primários

Os resultados obtidos para  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  são mostrados para os 6 modelos simulados nos gráficos da figura 6.1. A incerteza estatística em cada valor é calculada por meio da equação (4.18) e representada pela barra vertical nos pontos plotados nos gráficos. Os valores de  $R_\mu$  são obtidos utilizando-se a metodologia descrita na subseção 4.2.2 para cada um dos intervalos de  $E_\mu \cos \theta^*$  e são mostrados nas tabelas A.1–A.6 do apêndice A.1, bem como as respectivas incertezas para cada um dos intervalos dos modelos simulados. Uma vez obtidos os valores para cada um dos intervalos de energia, procedeu-se o ajuste da curva para o modelo pión-káon definido pela equação (2.33) de onde tem-se o valor dos parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  com suas respectivas incertezas, mostrados na tabela 6.1.

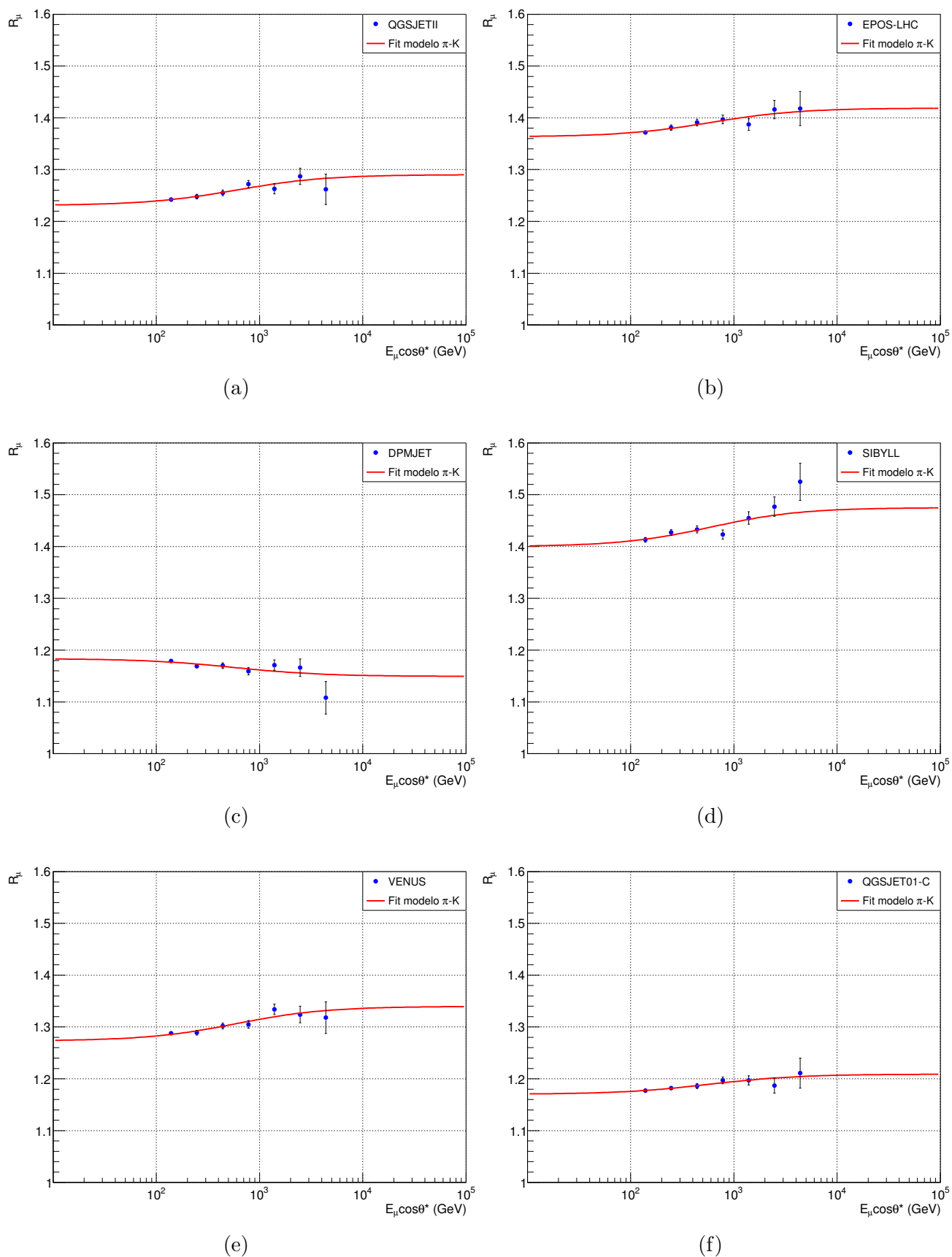


Figura 6.1: Razão de carga dos múons no nível de observação  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu$  com  $\theta^*$  com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para os modelos simulados com prótons como primários. As barras verticais representam a incerteza estatística.

O modelo DPMJET não reproduz o aumento de  $R_\mu$  com o aumento de  $E_\mu \cos \theta^*$ , na análise qualitativa dos gráficos da figura 6.1, apresentando comportamento contrário ao esperado quando considerada a contribuição dos káons. Todos os demais modelos reproduzem o aumento esperado na razão de carga.

O ajuste de  $R_\mu$  para o modelo pión-káon é representado pelas curvas em vermelho nos gráficos da figura 6.1. Os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$ , obtidos nos ajustes para cada modelo simulado são mostrados na tabela 6.1. Uma vez obtidos os valores desses parâmetros, foi calculado o aumento percentual,  $\Delta R_\mu = R_{\mu_2} - R_{\mu_1}$ , a partir dos valores obtidos para ela nas energias críticas dos píons e káons sendo apresentados na mesma tabela.

O modelo SIBYLL apresenta a maior elevação percentual  $\Delta R_\mu = 2,27\%$ , na transição de  $R_{\mu_1} = 1,412$  para  $R_{\mu_2} = 1,444$ . Portanto, esse modelo consegue reproduzir o aumento na produção de  $\mu^+$  a partir de energias acima de  $\varepsilon_K = 850$  GeV. Para o modelo DPMJET observa-se uma diminuição em  $\Delta R_\mu$ , caracterizado pelo valor negativo.

Tabela 6.1: Valores obtidos para os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para as simulações com prótons como primários. Os valores  $R_{\mu_1}$  e  $R_{\mu_2}$  são obtidos, respectivamente, para os valores de  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$  e  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ .

Modelo	$f_\pi$	$f_K$	$R_{\mu_1}$	$R_{\mu_2}$	$\Delta R_\mu$ (%)
QGSJETII	$0,549 \pm 0,002$	$0,599 \pm 0,010$	1,241	1,266	2,01
EPOS-LHC	$0,575 \pm 0,002$	$0,616 \pm 0,010$	1,372	1,396	1,75
DPMJET	$0,544 \pm 0,002$	$0,513 \pm 0,011$	1,178	1,163	-1,27
SIBYLL	$0,581 \pm 0,002$	$0,634 \pm 0,010$	1,412	1,444	2,27
VENUS	$0,557 \pm 0,002$	$0,611 \pm 0,010$	1,284	1,312	2,18
QGSJET01-C	$0,537 \pm 0,002$	$0,572 \pm 0,010$	1,176	1,193	1,45

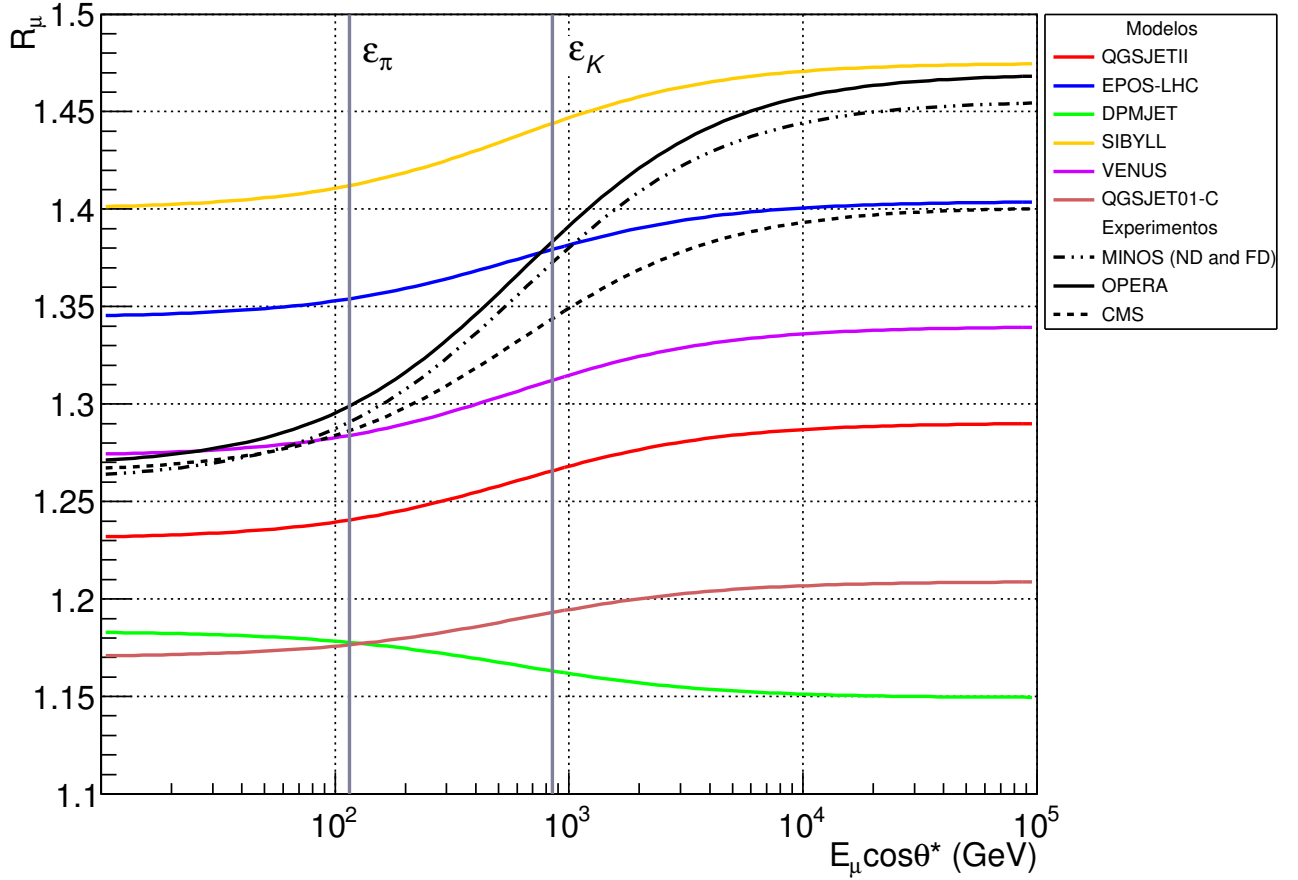


Figura 6.2: Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  para os modelos simulados com prótons como primários. Também são representados os ajustes obtidos com os dados dos experimentos MINOS [11], OPERA [12] e CMS [10]. As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$  GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$  GeV).

Uma análise comparativa entre os modelos simulados é mostrada no gráfico da figura 6.2, em que os valores dos parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  obtidos após o ajuste das curvas ao modelo pión-káon são utilizados. Nessa figura também são mostrados os ajustes dos dados experimentais medidos por MINOS [11], OPERA [12] e CMS [10] ao modelo. Para obter essas curvas foram utilizados os valores dos parâmetros medidos por esses experimentos e, a partir desses dados, foram calculados os valores  $R_{\mu_1}$  e  $R_{\mu_2}$  para os valores de energia crítica dos píons e káons, respectivamente. Os resultados obtidos com esses ajustes, bem como o valor do aumento percentual  $\Delta R_\mu$  para cada um deles, são mostrados na tabela 6.2.

Tabela 6.2: Valores obtidos para os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para os experimentos MINOS, OPERA e CMS. Os valores  $R_{\mu_1}$  e  $R_{\mu_2}$  são obtidos, respectivamente, para os valores de  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$  e  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ .

Experimento	$f_\pi$	$f_K$	$R_{\mu_1}$	$R_{\mu_2}$	$\Delta R_\mu$ (%)
MINOS	0,55	0,70	1,291	1,373	6,35
OPERA	$0,5512 \pm 0,0014$	$0,705 \pm 0,014$	1,299	1,383	6,47
CMS	$0,553 \pm 0,005$	$0,66 \pm 0,06$	1,286	1,344	4,51

Nota-se que, o modelo QGSJETII reproduz o valor para o parâmetro  $f_\pi$  obtido pelos três experimentos dentro da incerteza experimental. O modelo VENUS, com  $f_\pi = 0,557 \pm 0,002$ , consegue reproduzir o resultado experimental obtido por CMS, dentro das respectivas faixas de variação. Os demais modelos não obtiveram valores de  $f_\pi$  tais como os obtidos experimentalmente.

A análise do parâmetro  $f_K$  é importante pois mostra o valor das contribuições dos káons a partir da energia crítica desses ( $E_\mu \cos \theta^* \geq \varepsilon_K$ ) em que os processos de decaimento resultantes em múons mais energéticos passam a ter maior contribuição para a razão de carga. Nesse caso, observa-se que nos ajustes dos modelos QGSJETII, EPOS-LHC, SIBYLL e VENUS, são obtidos valores da medida feita pelo CMS, dentro da incerteza experimental. Os demais modelos não conseguem reproduzir os valores obtidos em nenhum dos três experimentos, sendo que em DPMJET observa-se ainda que  $f_\pi > f_K$ .

## 6.2 Resultados para núcleos de He como primários

A razão de carga  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  para simulações que tem núcleos de He como primários são mostradas na figura 6.3. Os modelos QGSJETII, EPOS-LHC, DPMJET, SIBYLL e VENUS apresentam um aumento na razão de carga, enquanto que QGSJET01-C apresenta uma linha quase horizontal com  $R_\mu$  aproximadamente constante, em uma análise qualitativa dessas curvas.

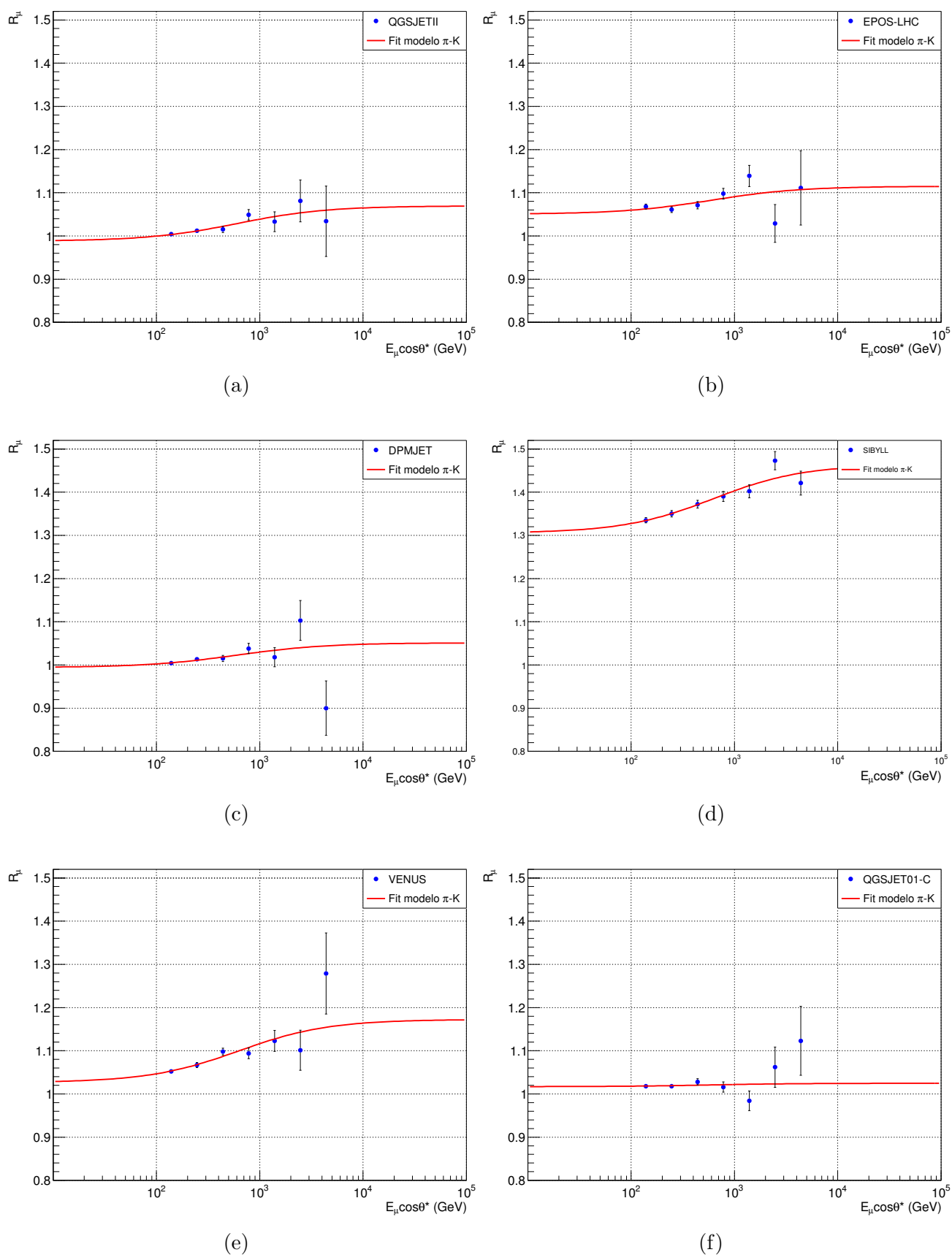


Figura 6.3: Razão de carga dos múons no nível de observação  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu$  com  $\theta^*$  com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para os modelos simulados com núcleos de He como primários. As barras verticais representam a incerteza estatística.

Para o ajuste ao modelo pión-káon tem-se as curvas em vermelho nos gráficos da figura 6.3 e os valores obtidos com ele para os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  são mostrados na tabela 6.3. Da mesma maneira que no caso dos prótons, foram calculados os valores de  $R_{\mu_1}$  e  $R_{\mu_2}$  em que a energia dos múons são iguais a  $\varepsilon_\pi$  e  $\varepsilon_K$ , respectivamente.

Observa-se que todos os modelos fornecem um aumento na razão de carga, sendo o maior valor observado para o modelo VENUS e, para QGSJET01-C, o menor valor, tendo em vista os valores obtidos para  $\Delta R_\mu$ . Na comparação entre os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$ , nos modelos QGSJETII, EPOS-LHC, DPMJET, SIBYLL e VENUS, tem-se o primeiro menor do que o segundo, enquanto que QGSJET01-C apresenta valores aproximadamente iguais quando considerada a incerteza experimental.

Tabela 6.3: Valores obtidos para os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para as simulações com núcleos de He como primários. Os valores  $R_{\mu_1}$  e  $R_{\mu_2}$  são obtidos, respectivamente, para os valores de  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$  e  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ .

Modelo	$f_\pi$	$f_K$	$R_{\mu_1}$	$R_{\mu_2}$	$\Delta R_\mu$ (%)
QGSJETII	$0,493 \pm 0,003$	$0,577 \pm 0,020$	1,001	1,036	3,50
EPOS-LHC	$0,509 \pm 0,003$	$0,573 \pm 0,022$	1,061	1,088	2,54
DPMJET	$0,497 \pm 0,003$	$0,538 \pm 0,020$	1,004	1,028	2,39
SIBYLL	$0,560 \pm 0,002$	$0,679 \pm 0,013$	1,330	1,397	5,04
VENUS	$0,499 \pm 0,003$	$0,641 \pm 0,020$	1,049	1,111	5,91
QGSJET01-C	$0,504 \pm 0,003$	$0,512 \pm 0,020$	1,018	1,022	0,33

Por fim, a figura 6.4 mostra uma comparação entre o ajuste dos 6 modelos de interação à  $R_\mu$  do modelo pión-káon. Nota-se claramente a separação da curva para o modelo SIBYLL, caracterizada por sua grande assimetria na produção de  $\mu^+$  e  $\mu^-$ .

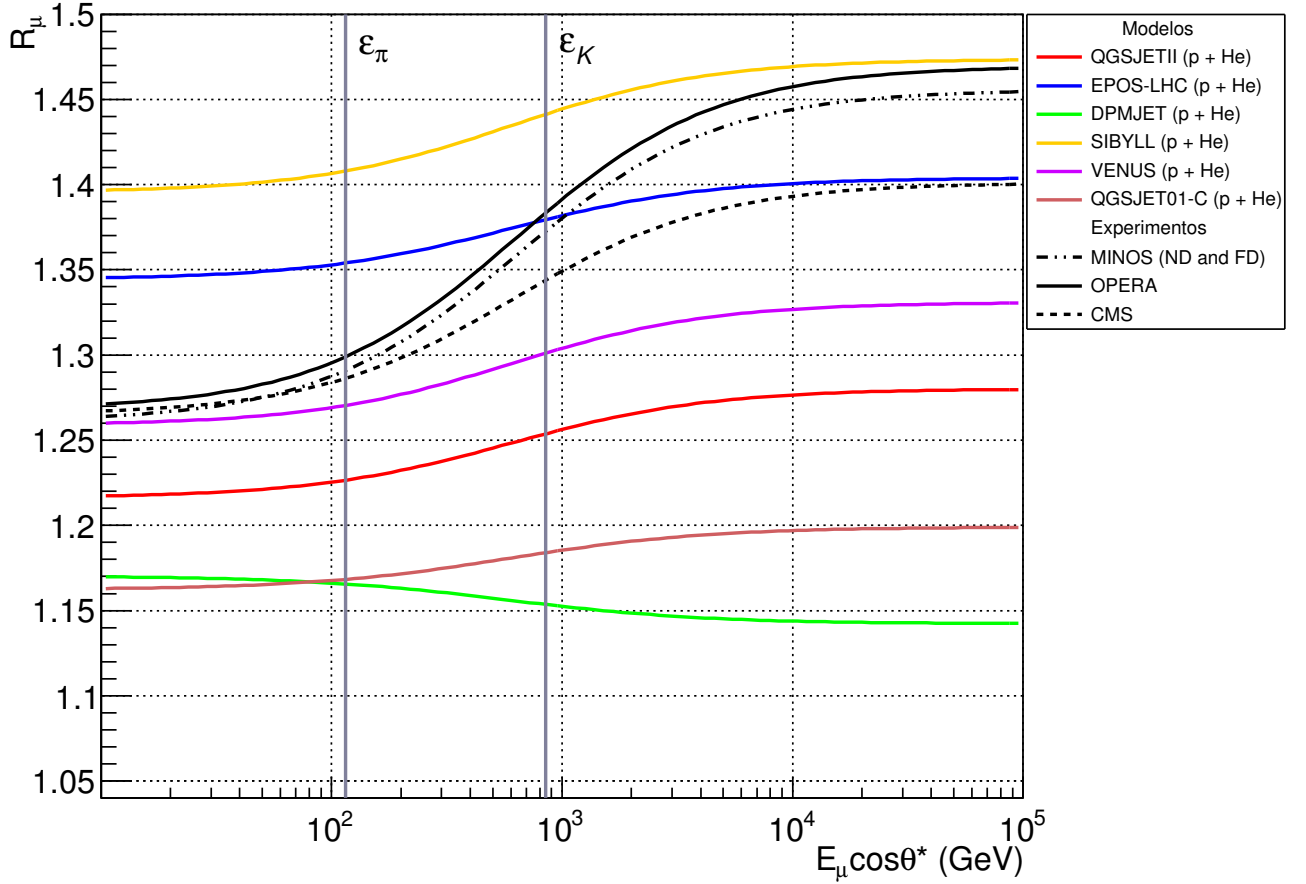


Figura 6.4: Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  para os modelos simulados com núcleos de He como primários. Também são representados os ajustes obtidos com os dados dos experimentos MINOS [11], OPERA [12] e CMS [10]. As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\epsilon_\pi = 115$  GeV) e os káons ( $\epsilon_K = 850$  GeV).

### 6.3 Resultados para prótons e núcleos de He

Após as análises em separado, consideramos agora a combinação das simulações de ambos os casos. Os resultados para  $R_\mu$  em função de  $E_\mu \cos \theta^*$  são mostrados nos gráficos da figura 6.5. O único modelo que não apresenta uma elevação de  $R_\mu$  é o DPMJET, quando da análise qualitativa das curvas. No aspecto quantitativo, o total de  $\mu^+$  e  $\mu^-$  produzidos, as razões de carga e suas respectivas incertezas, relativa e percentual, são mostradas nas tabelas C.1–C.6 do apêndice C.1.

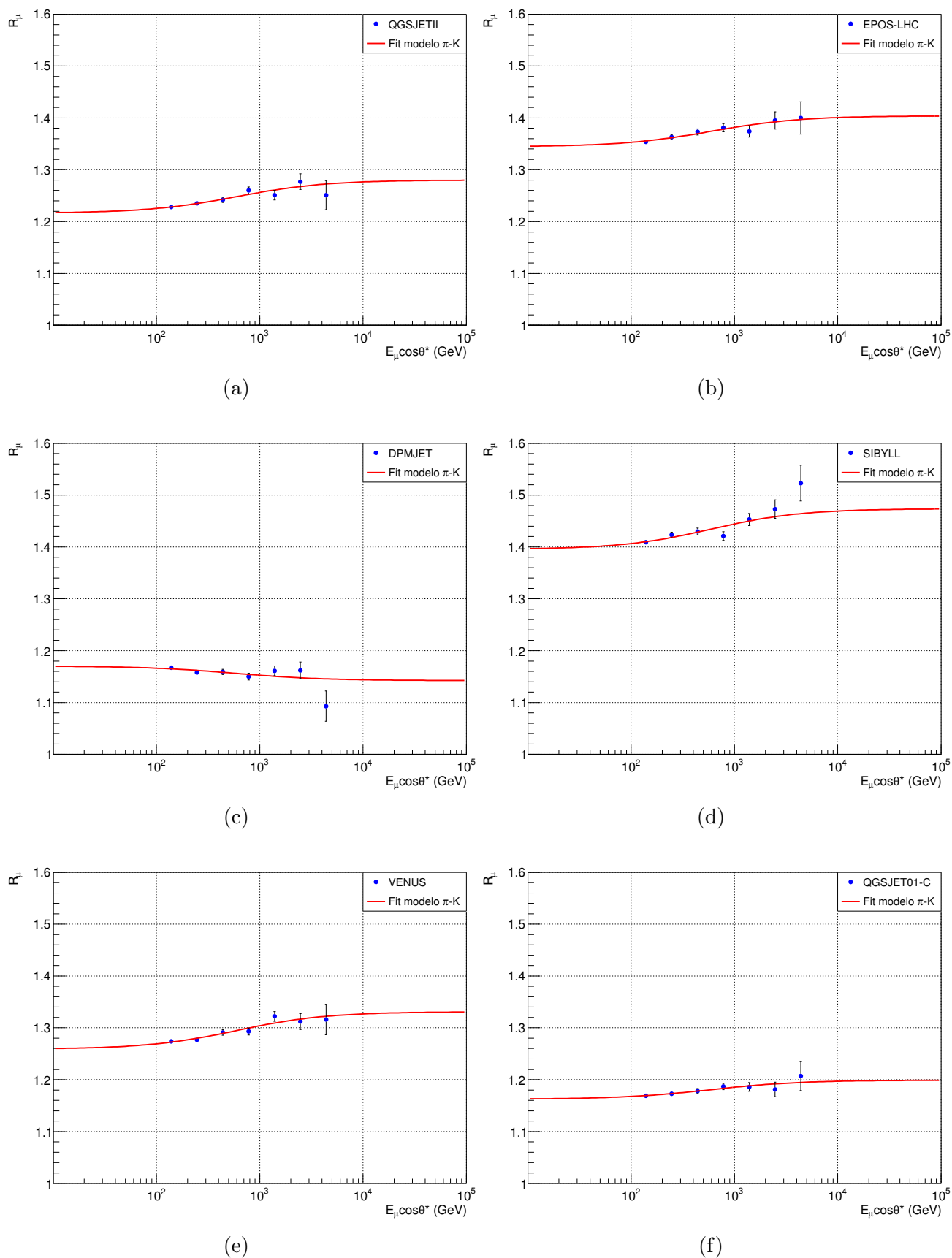


Figura 6.5: Razão de carga dos múons no nível de observação  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para os modelos com os dados combinados de prótons e núcleos de He como primários. As barras verticais representam a incerteza estatística.

Considerando o ajuste ao modelo pión-káon para  $R_\mu$  em cada um dos modelos, os valores dos parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$ , bem como os valores obtidos para  $\Delta R_\mu$ , são mostrados na tabela 6.4. Nota-se que, à exceção de DPMJET, todos os demais modelos conseguem reproduzir o efeito proporcionado pela contribuição dos káons. Nesse caso, o modelo VENUS é o que apresenta a maior elevação percentual, enquanto que DPMJET apresenta uma redução. Comparando-se esses valores de  $\Delta R_\mu$  com os da tabela 6.1 nota-se um aumento em todos os modelos, mostrando que a incorporação de múons advindos de chuviros iniciados por núcleos de He acentua a assimetria na transição em análise para os modelos QGSJETII, EPOS-LHC, SIBYLL, VENUS e QGSJET01-C.

Tabela 6.4: Valores obtidos para os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para combinações de prótons e núcleos de He como primários. Os valores  $R_{\mu_1}$  e  $R_{\mu_2}$  são obtidos, respectivamente, para os valores de  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_\pi$  e  $E_\mu \cos \theta^* = \varepsilon_K$ .

Modelo	$f_\pi$	$f_K$	$R_{\mu_1}$	$R_{\mu_2}$	$\Delta R_\mu$ (%)
QGSJETII	$0,546 \pm 0,001$	$0,600 \pm 0,009$	1,227	1,254	2,20
EPOS-LHC	$0,571 \pm 0,002$	$0,616 \pm 0,010$	1,354	1,379	1,85
DPMJET	$0,541 \pm 0,002$	$0,515 \pm 0,010$	1,166	1,154	-1,03
SIBYLL	$0,580 \pm 0,002$	$0,636 \pm 0,010$	1,408	1,441	2,34
VENUS	$0,554 \pm 0,001$	$0,613 \pm 0,009$	1,270	1,301	2,44
QGSJET01-C	$0,536 \pm 0,001$	$0,569 \pm 0,009$	1,168	1,184	1,37

Todos os modelos apresentam  $\Delta R_\mu$  inferiores aos medidos nos três experimentos, quando da comparação com as simulações. Considerando-se o parâmetro  $f_\pi$ , VENUS reproduz o observado em MINOS e CMS, enquanto que para o parâmetro  $f_K$ , os modelos QGSJETII, EPOS-LHC, SIBYLL e VENUS reproduzem o obtido pelo experimento CMS.

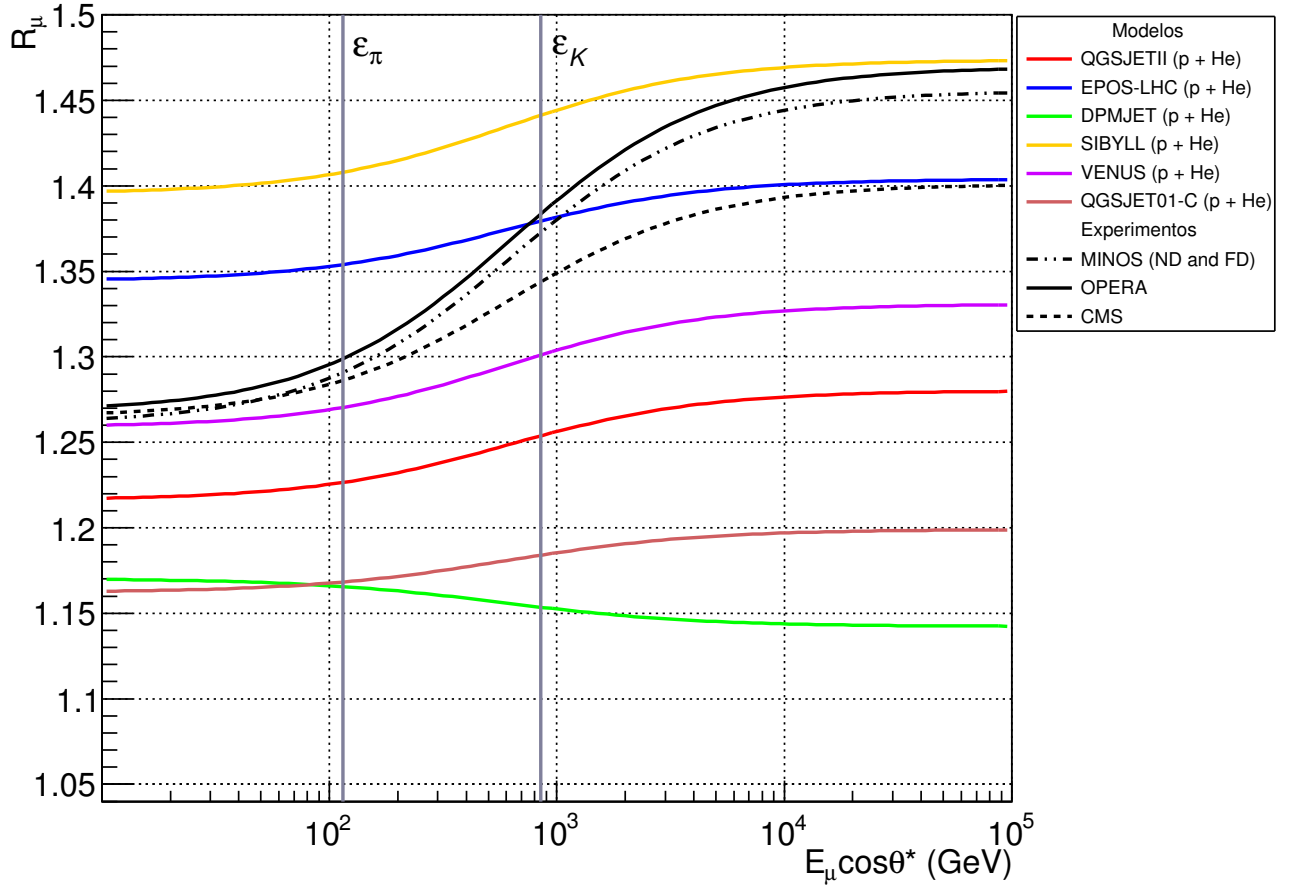


Figura 6.6: Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  para os modelos com os dados combinados de prótons e núcleos de He como primários. Também são representados os ajustes obtidos com os dados dos experimentos MINOS [11], OPERA [12] e CMS [10]. As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$  GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$  GeV).

A comparação entre os 6 modelos e as curvas experimentais é mostrada na figura 6.6. Observa-se, nesse caso, que o modelo SIBYLL apresenta os maiores valores de  $R_\mu$  em comparação com os demais modelos e os dados experimentais. Em termos da razão de carga para  $E_\mu \cos \theta^* \leq \varepsilon_\pi$ , o modelo VENUS aproxima-se do ajuste obtido nos três experimentos, enquanto que para os maiores valores de energia, EPOS-LHC aproxima-se do ajuste obtido por CMS e SIBYLL dos obtidos por MINOS e OPERA.

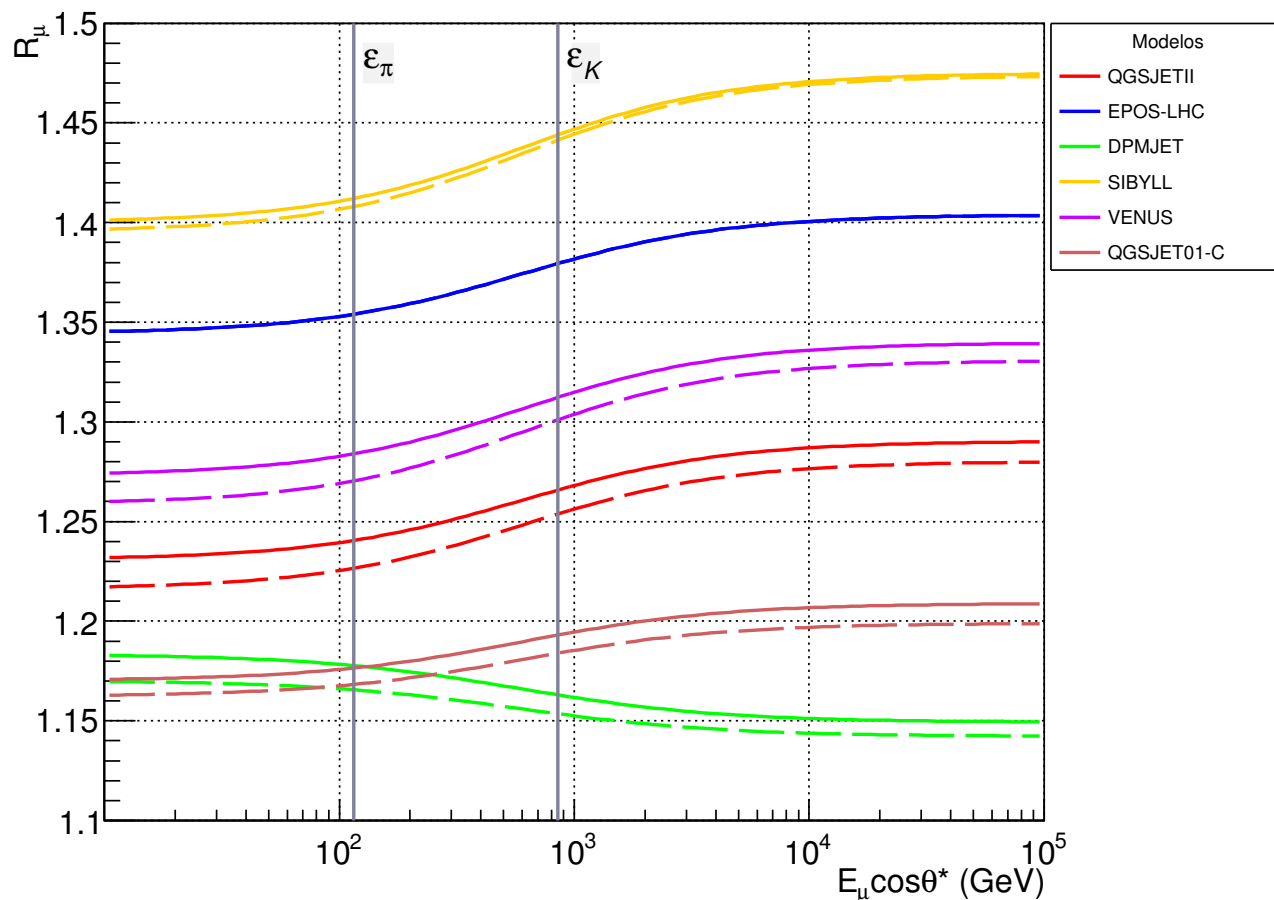


Figura 6.7: Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia  $E_\mu \cos\theta^*$  para os modelos simulados tendo como primários prótons (linhas sólidas) e dados combinados de prótons e núcleos de He (linhas tracejadas). As linhas verticais (em cinza) representam as energias críticas para os píons ( $\varepsilon_\pi = 115$  GeV) e os káons ( $\varepsilon_K = 850$  GeV).

Por fim, na figura 6.7, tem-se a comparação dos ajustes obtidos nos modelos simulados com prótons como primários (linhas sólidas) e com a combinação dos dados obtidos com prótons e núcleos de He (linhas tracejadas). Nota-se que, neste caso, para os modelos QGSJETII, EPOS-LHC, DPMJET, VENUS E QGSJET01-C, o efeito da inclusão dos núcleos de He é diminuir ligeiramente o valor da razão de carga resultando em um deslocamento das curvas para baixo. No caso do modelo SIBYLL, a incorporação dos dados simulados com núcleos de He não acrescentou mudanças significativas na curva de ajuste de  $R_\mu$  ao modelo pión-káon.

# Conclusões

Este trabalho teve por objetivo estudar o comportamento dos modelos de interação hadrônica de altas energias por meio da simulação da razão de carga de múons em EAS usando o CORSIKA. Observamos que todos os modelos de interação reproduzem o espectro de primários, tanto nas simulações contendo apenas prótons como primários, bem como as obtidas com núcleos de He e ainda da combinação dos dois conjuntos de dados. As distribuições angulares, tanto azimutal quanto zenital não demonstraram comportamentos diferenciados para nenhum dos modelos sendo similares nos três conjuntos de dados analisados. Isto revela que a metodologia de simulação utilizada obteve sucesso em reproduzir os parâmetros simulados por meio do gerador do CORSIKA.

O aumento na razão de carga dos múons no nível de observação em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  foi calculado para os 6 modelos simulados. Tendo em vista o modelo pión-káon, DPMJET apresentou uma diminuição de  $R_\mu$ , de modo inverso ao esperado, tanto na simulação com prótons quanto no conjunto combinado com núcleos de He. Nas simulações tendo prótons como primários, todos os demais modelos conseguiram reproduzir o comportamento esperado dado o aumento da produção de  $\mu^+$  advindos de decaimentos de káons. No caso de núcleos de He como primários, o modelo QGSJET01-C não reproduziu o aumento em  $R_\mu$ , enquanto que para os demais modelos os valores de  $\Delta R_\mu$  foram maiores do que os obtidos no caso de prótons.

Para o conjunto de dados combinados (prótons + núcleos de He), nota-se que todos os modelos, à exceção de DPMJET, reproduziram o comportamento esperado com um aumento de  $\Delta R_\mu$ , quando comparados aos dados dos prótons. Assim, conclui-se que o efeito da inclusão de núcleos de He para  $\Delta R_\mu$  é proporcionar um discreto aumento nessa variação.

Os modelos QGSJETII e VENUS reproduziram, dentro das respectivas incertezas, o parâmetro  $f_\pi$  observado nos resultados experimentais considerando-se o ajuste dos dados à razão de carga para o modelo pión-káon, nas simulações em que foram utilizados prótons. Para núcleos de He, SYBILL reproduziu o observado no experimento CMS. Por fim, o modelo VENUS reproduziu o que foi observado experimentalmente para o conjunto de dados combinados.

Para o parâmetro  $f_K$ , o modelo DPMJET apresentou  $f_\pi < f_K$ , de modo inverso ao esperado no modelo pión-káon e observado experimentalmente. Os modelos QGSJETII, EPOS-LHC, SIBYLL e VENUS reproduziram o resultado obtido por CMS nas simulações tendo prótons como primários e no conjunto combinado.

O modelo DPMJET não reproduziu o aumento percentual na razão de carga para as simulações com prótons e no conjunto de dados combinados. Todos os demais modelos apresentaram um aumento em  $\Delta R_\mu$  para todos os primários simulados, bem como do conjunto total. Entretanto, nenhum dos modelos conseguiu reproduzir o observado nos experimentos quando considerada essa grandeza.

# Apêndices

# Apêndice A

## Dados das simulações com prótons

### A.1 Tabelas para razão de carga

Tabela A.1: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJETII.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10374	8355,71	1,242	0,004	0,30
2,25 – 2,50	2815,51	2255,75	1,248	0,004	0,36
2,50 – 2,75	710,95	566,48	1,255	0,006	0,44
2,75 – 3,00	169,95	133,61	1,272	0,007	0,56
3,00 – 3,25	38,63	30,58	1,263	0,010	0,78
3,25 – 3,50	8,63	6,70	1,287	0,016	1,23
3,50 – 3,75	1,83	1,45	1,262	0,030	2,34

Tabela A.2: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_\mu$ ,  $\sigma_{R_\mu}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo EPOS-LHC.

$\log(E_\mu \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10428,70	7600,68	1,372	0,004	0,31
2,25 – 2,50	2913,61	2110,09	1,381	0,005	0,37
2,50 – 2,75	752,40	541,08	1,391	0,006	0,42
2,75 – 3,00	184,35	131,92	1,397	0,008	0,60
3,00 – 3,25	42,64	30,74	1,387	0,011	0,82
3,25 – 3,50	9,61	6,79	1,416	0,018	1,25
3,50 – 3,75	2,10	1,48	1,418	0,033	2,31

Tabela A.3: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_\mu$ ,  $\sigma_{R_\mu}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo DPMJET.

$\log(E_\mu \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	6599,81	5595,93	1,179	0,004	0,31
2,25 – 2,50	1812,50	1550,23	1,169	0,004	0,37
2,50 – 2,75	462,81	395,47	1,170	0,005	0,46
2,75 – 3,00	110,97	95,78	1,159	0,007	0,61
3,00 – 3,25	25,35	21,64	1,171	0,010	0,85
3,25 – 3,50	5,45	4,67	1,166	0,017	1,44
3,50 – 3,75	1,11	1,00	1,108	0,031	2,82

Tabela A.4: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_\mu$ ,  $\sigma_{R_\mu}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo SIBYLL.

$\log(E_\mu \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10551	7467,40	1,413	0,005	0,33
2,25 – 2,50	2923,59	2049,36	1,427	0,006	0,39
2,50 – 2,75	748,82	522,39	1,433	0,007	0,48
2,75 – 3,00	181,22	127,37	1,423	0,009	0,62
3,00 – 3,25	42,73	29,37	1,455	0,012	0,84
3,25 – 3,50	9,49	6,43	1,477	0,019	1,26
3,50 – 3,75	2,12	1,39	1,525	0,036	2,34

Tabela A.5: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_\mu$ ,  $\sigma_{R_\mu}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo VENUS.

$\log(E_\mu \cos \theta^*)$ (GeV)	<b>prótons</b>				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10358,70	8044,06	1,288	0,004	0,30
2,25 – 2,50	2811,75	2180,57	1,289	0,005	0,36
2,50 – 2,75	712,82	547,30	1,302	0,006	0,44
2,75 – 3,00	170,55	130,73	1,305	0,007	0,56
3,00 – 3,25	39,67	29,73	1,334	0,010	0,76
3,25 – 3,50	8,84	6,67	1,324	0,016	1,22
3,50 – 3,75	1,86	1,41	1,318	0,030	2,31

Tabela A.6: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_\mu$ ,  $\sigma_{R_\mu}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJET01-C.

$\log(E_\mu \cos \theta^*)$ (GeV)	<b>prótons</b>				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	9037,56	7676,61	1,177	0,003	0,29
2,25 – 2,50	2471,02	2090,76	1,182	0,004	0,35
2,50 – 2,75	629,45	530,76	1,186	0,005	0,42
2,75 – 3,00	151,62	126,70	1,197	0,007	0,54
3,00 – 3,25	34,86	29,12	1,197	0,009	0,74
3,25 – 3,50	7,75	6,53	1,187	0,015	1,23
3,50 – 3,75	1,76	1,46	1,211	0,029	2,40

## A.2 Dados de primários

### A.2.1 Distribuições de múons produzidos

Tabela A.7: Número de múons com energia  $E_\mu \geq 100$  GeV que chegam ao nível de observação ponderados de acordo com o intervalo de energia de primário em que foram produzidos para os modelos simulados tendo prótons como primários.

$\log(E_P)$ (GeV)		QGSJETII	EPOS-LHC	DPMJET	SIBYLL	VENUS	QGSJET01-C
2,00	2,25	74,0	59,0	15,0	83,0	70,0	38,0
2,25	2,50	1789,0	1766,4	606,2	2326,8	1702,9	1083,9
2,50	2,75	6094,5	6066,9	2511,3	6774,1	6039,9	4544,1
2,75	3,00	9492,9	9250,1	4881,4	9178,6	9138,2	8066,1
3,00	3,25	9628,1	9424,4	6026,3	8953,3	9253,7	8961,5
3,25	3,50	7792,1	7502,4	5640,5	7098,2	7556,8	7489,9
3,50	3,75	5498,4	5155,2	4375,3	4909,1	5419,6	5298,9
3,75	4,00	3560,1	3255,4	3013,9	3157,2	3573,7	3395,8
4,00	4,25	2183,2	1962,7	1929,8	1941,9	2231,1	2064,5
4,25	4,50	1306,3	1158,3	1192,4	1166,7	1351,8	1224,6
4,50	4,75	772,5	681,1	725,4	690,7	807,0	721,1
4,75	5,00	455,6	399,2	437,1	412,5	480,7	424,0
5,00	5,25	269,9	236,7	264,0	246,0	285,3	251,2
5,25	5,50	160,5	140,2	160,4	146,7	170,7	149,2
5,50	5,75	96,0	84,2	97,8	87,9	102,4	89,3
5,75	6,00	57,7	50,7	59,7	53,1	61,8	53,6

# Apêndice B

## Dados das simulações com núcleos de He

### B.1 Tabelas para razão de carga

Tabela B.1: Valores obtidos para  $N_{\mu+}$ ,  $N_{\mu-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJETII.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	núcleos de He				
	$N_{\mu+}$	$N_{\mu-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	490,79	488,90	1,004	0,004	0,41
2,25 – 2,50	132,60	131,07	1,012	0,005	0,50
2,50 – 2,75	33,08	32,60	1,015	0,007	0,69
2,75 – 3,00	7,88	7,51	1,049	0,012	1,14
3,00 – 3,25	1,76	1,70	1,033	0,023	2,22
3,25 – 3,50	0,39	0,37	1,081	0,048	4,49
3,50 – 3,75	0,08	0,07	1,034	0,081	7,87

Tabela B.2: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo EPOS-LHC.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	núcleos de He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	395,20	370,01	1,068	0,006	0,52
2,25 – 2,50	105,14	99,12	1,061	0,007	0,63
2,50 – 2,75	28,62	26,73	1,071	0,008	0,78
2,75 – 3,00	7,72	7,03	1,098	0,012	1,13
3,00 – 3,25	1,99	1,75	1,139	0,024	2,14
3,25 – 3,50	0,42	0,41	1,029	0,044	4,25
3,50 – 3,75	0,09	0,08	1,111	0,086	7,74

Tabela B.3: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo DPMJET.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	núcleos de He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	422,33	420,50	1,004	0,004	0,41
2,25 – 2,50	117,86	116,36	1,013	0,005	0,49
2,50 – 2,75	30,57	30,12	1,015	0,007	0,68
2,75 – 3,00	7,39	7,12	1,038	0,012	1,14
3,00 – 3,25	1,63	1,61	1,018	0,022	2,19
3,25 – 3,50	0,39	0,35	1,103	0,046	4,17
3,50 – 3,75	0,07	0,08	0,900	0,063	7,01

Tabela B.4: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo SIBYLL.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	núcleos de He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	535,01	400,85	1,335	0,006	0,45
2,25 – 2,50	147,24	109,05	1,350	0,007	0,53
2,50 – 2,75	37,81	27,55	1,372	0,009	0,65
2,75 – 3,00	9,16	6,59	1,390	0,011	0,83
3,00 – 3,25	2,10	1,50	1,402	0,015	1,08
3,25 – 3,50	0,48	0,32	1,473	0,021	1,46
3,50 – 3,75	0,10	0,07	1,421	0,028	1,96

Tabela B.5: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo VENUS.

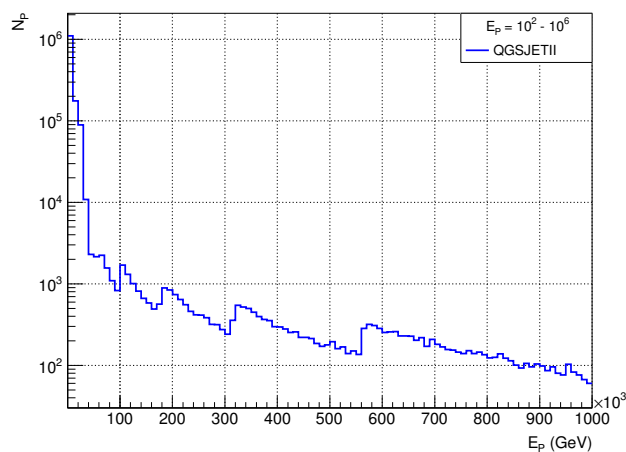
$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	núcleos de He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	517,64	492,01	1,052	0,005	0,44
2,25 – 2,50	141,97	133,05	1,067	0,006	0,53
2,50 – 2,75	36,31	33,06	1,098	0,008	0,71
2,75 – 3,00	8,61	7,87	1,094	0,012	1,13
3,00 – 3,25	1,98	1,76	1,123	0,024	2,15
3,25 – 3,50	0,42	0,38	1,101	0,046	4,21
3,50 – 3,75	0,09	0,07	1,279	0,094	7,34

Tabela B.6: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJET01-C.

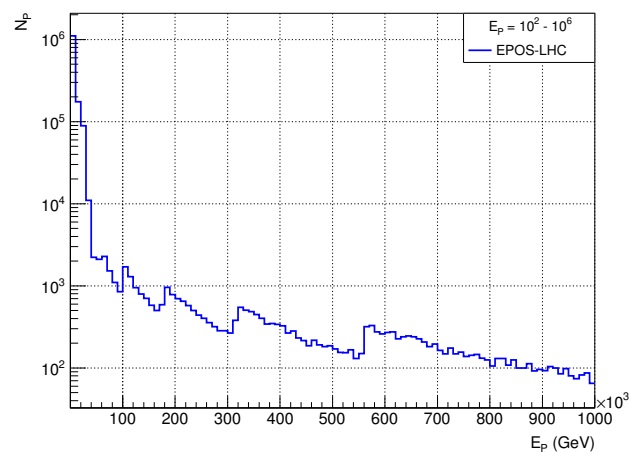
$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	núcleos de He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	438,77	430,89	1,018	0,004	0,40
2,25 – 2,50	119,04	116,89	1,018	0,005	0,49
2,50 – 2,75	30,30	29,47	1,028	0,007	0,69
2,75 – 3,00	7,05	6,94	1,016	0,012	1,17
3,00 – 3,25	1,58	1,61	0,984	0,023	2,30
3,25 – 3,50	0,36	0,34	1,062	0,047	4,41
3,50 – 3,75	0,07	0,065	1,123	0,080	7,12

## B.2 Dados de primários

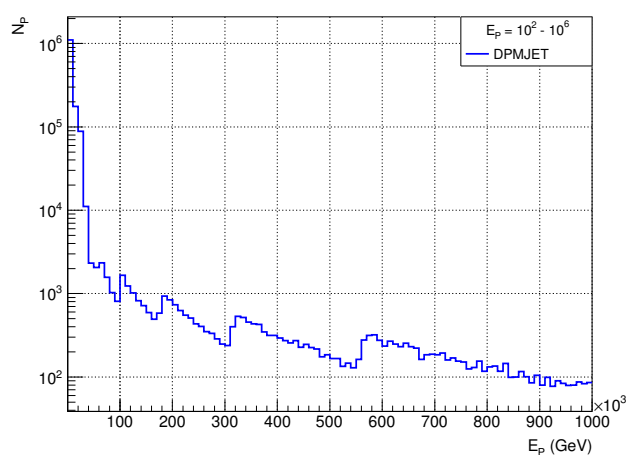
### B.2.1 Distribuições de energia



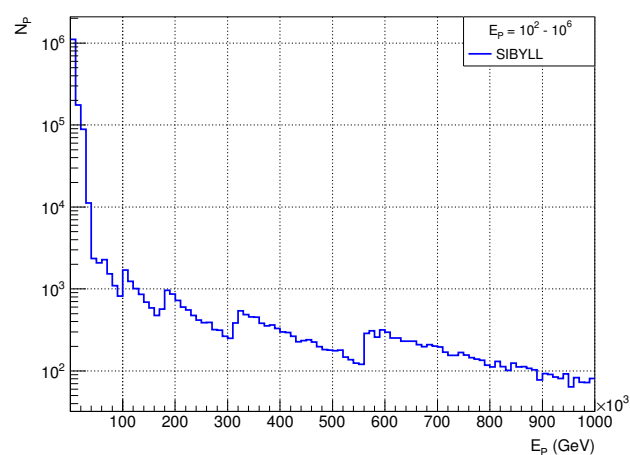
(a)



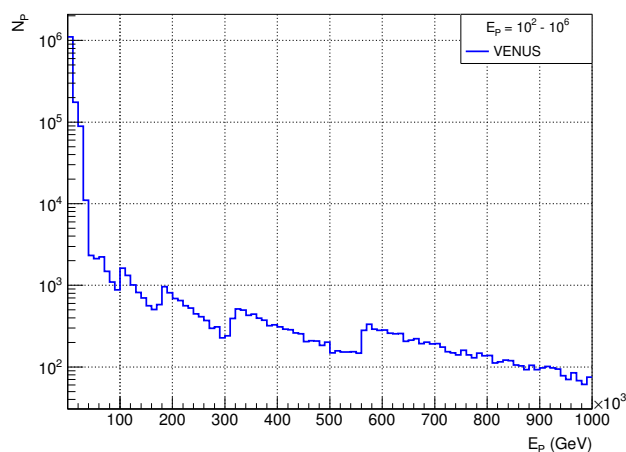
(b)



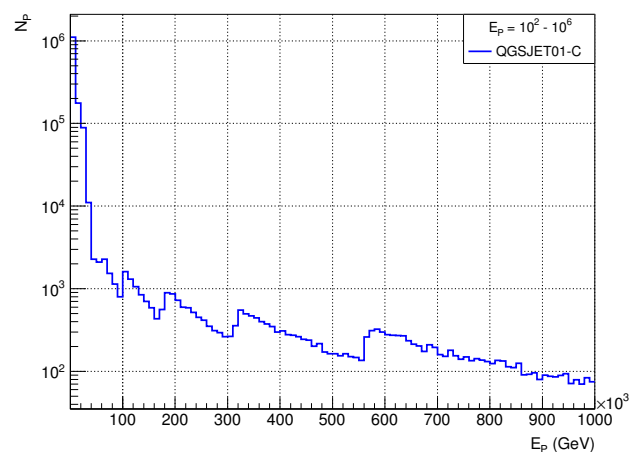
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura B.1: Número de primários ( $N_p$ ) em função da energia total do primário ( $E_p$ ), utilizando os dados obtidos para os modelos simulados utilizando núcleos de He como primários.

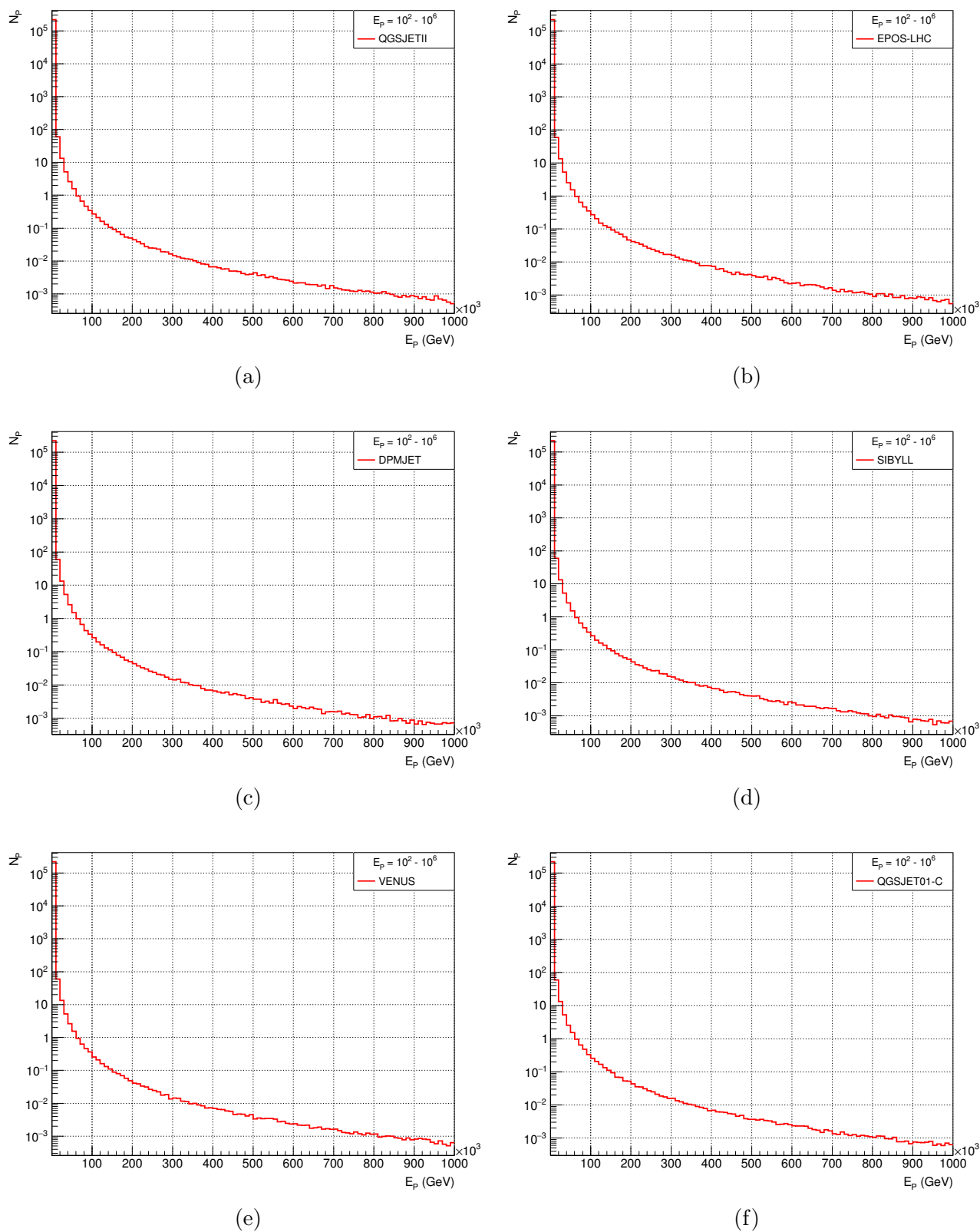


Figura B.2: Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ) para os modelos simulados utilizando núcleos de He como primários. Os dados não foram ponderados pelos respectivos pesos dos intervalos de energia do primário  $E_P$ .

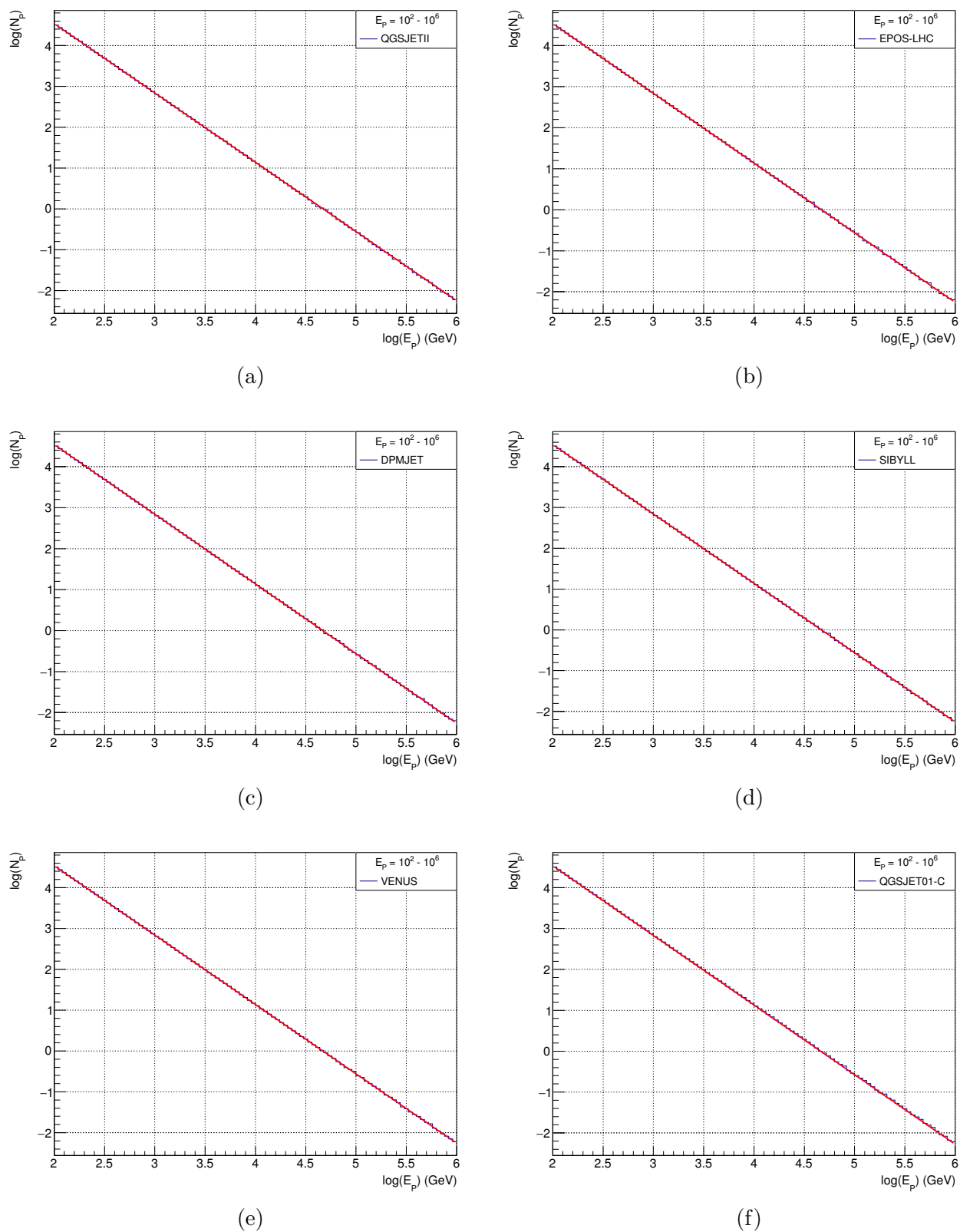


Figura B.3: Ajuste log-log obtido utilizando os dados da distribuição  $N_P \times E_P$  de cada modelo simulado. A curva em vermelho em cada um dos gráficos corresponde à reta dada pela equação  $Y(X) = -\gamma X + A$ , para os modelos simulados utilizando núcleos de He como primários.

## B.2.2 Distribuições angulares

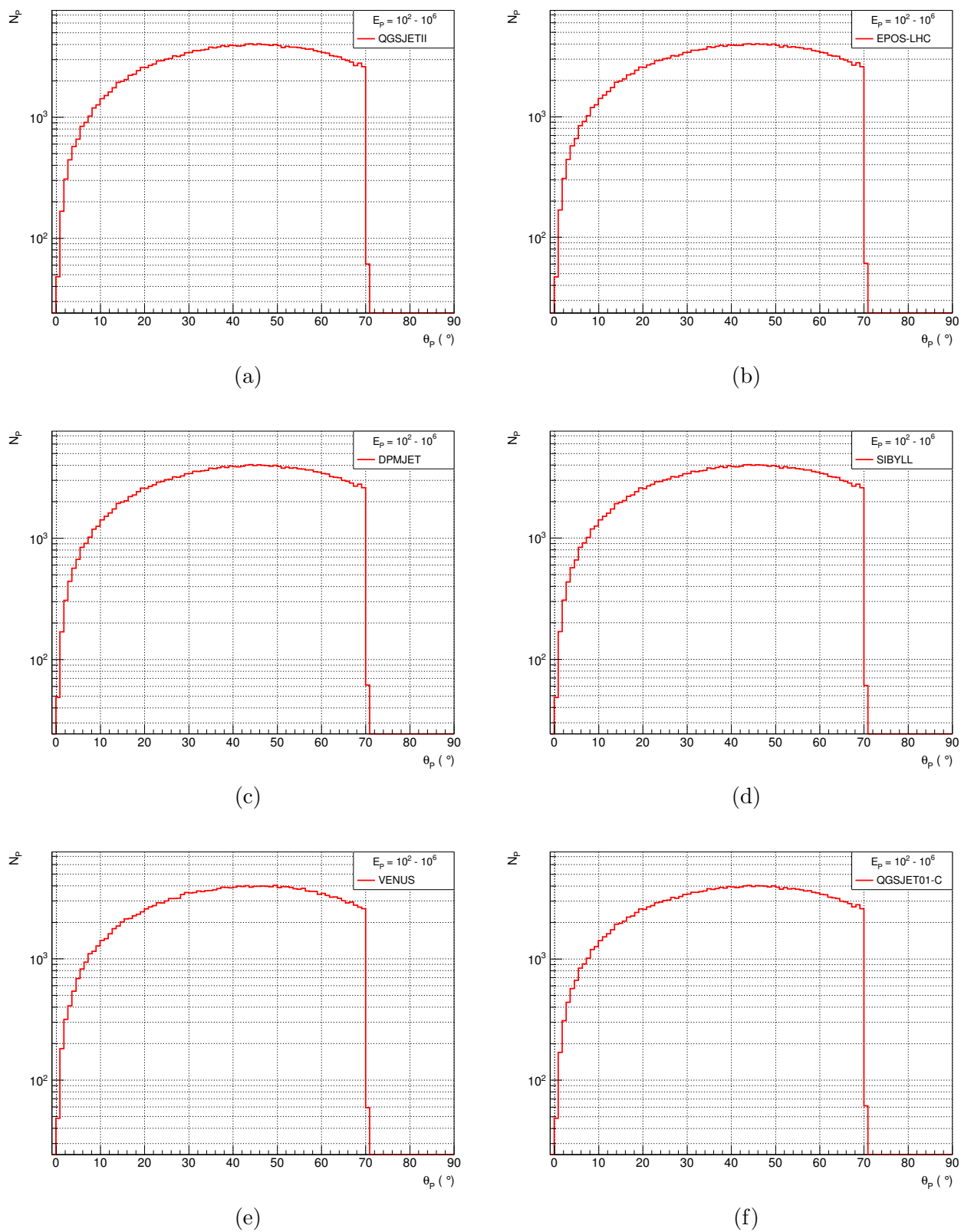
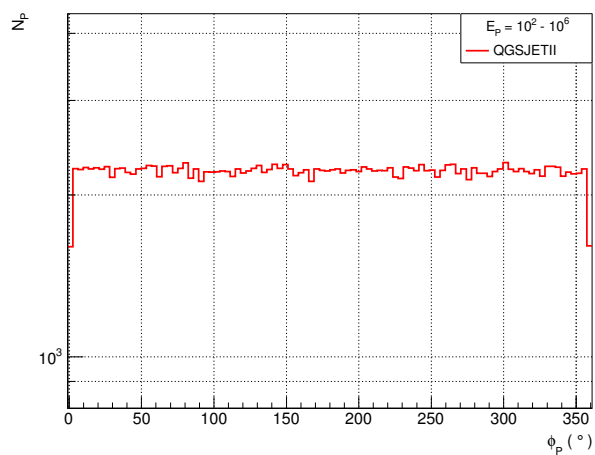
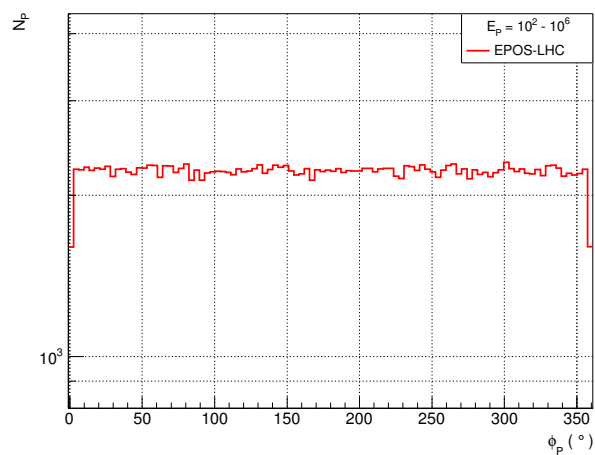


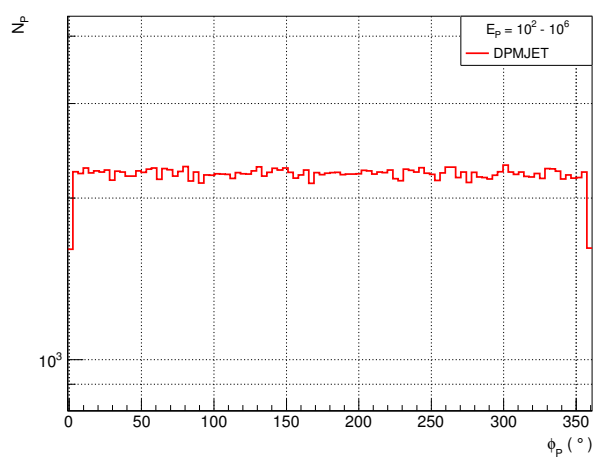
Figura B.4: Distribuições angulares para a direção zenital ( $\theta_P$ ) dos primários.



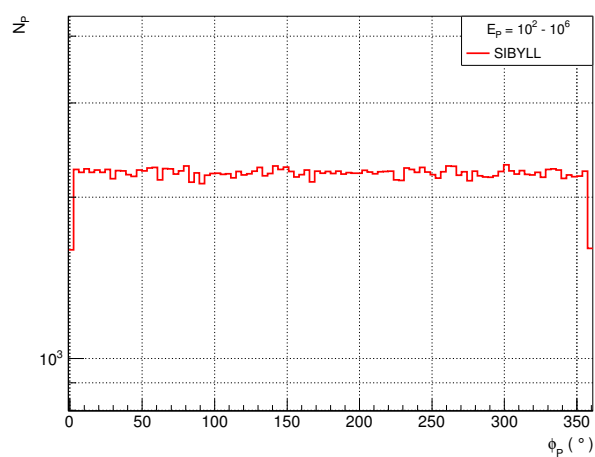
(a)



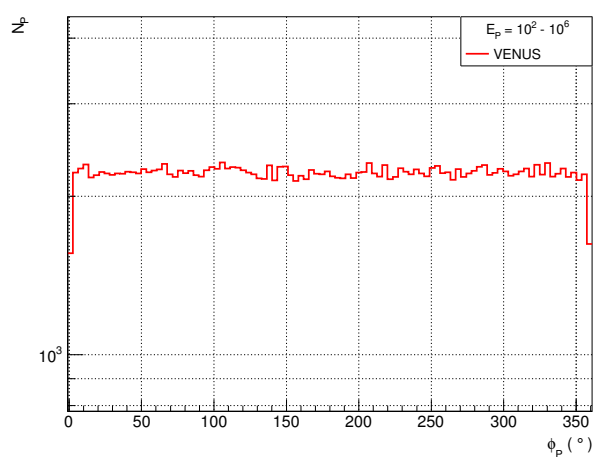
(b)



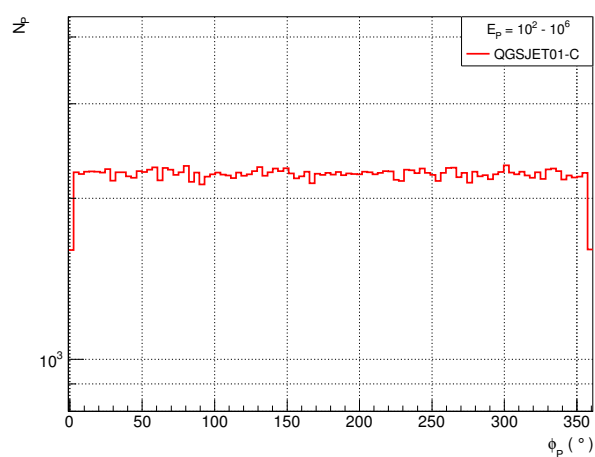
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura B.5: Distribuições angulares para a direção azimutal ( $\phi_P$ ) dos primários.

### B.2.3 Distribuições de múons produzidos

Tabela B.7: Número de múons que chega ao nível de observação ponderados de acordo com o intervalo de energia de primário em que foram produzidos para os modelos simulados tendo núcleos de He como primários.

$\log(E_P)$ (GeV)		QGSJETII	EPOS-LHC	DPMJET	SIBYLL	VENUS	QGSJET01-C
2,00	2,25	0	0	0	0	0	0
2,25	2,50	0	0	0	0	0	0
2,50	2,75	0,1	0,3	0,3	0	3,1	0,1
2,75	3,00	35,9	37,2	29,8	47,5	54,0	21,5
3,00	3,25	224,8	226,7	143,1	261,0	259,3	155,3
3,25	3,50	444,1	436,1	296,8	442,6	473,1	356,9
3,50	3,75	518,1	512,8	399,0	486,5	516,4	464,8
3,75	4,00	454,5	440,7	399,8	412,8	444,6	430,8
4,00	4,25	335,6	318,4	324,5	300,4	329,5	325,4
4,25	4,50	223,9	206,0	229,2	198,3	222,6	216,2
4,50	4,75	139,6	125,1	147,7	123,9	140,9	132,5
4,75	5,00	84,2	74,8	90,7	75,3	86,3	79,7
5,00	5,25	49,7	43,9	54,4	45,0	51,9	46,8
5,25	5,50	29,4	25,7	32,3	26,6	30,6	27,8
5,50	5,75	17,4	15,2	19,2	15,8	18,4	16,3
5,75	6,00	10,3	9,0	11,5	9,4	10,9	9,6



## B.3 Dados de múons

### B.3.1 Distribuições angulares

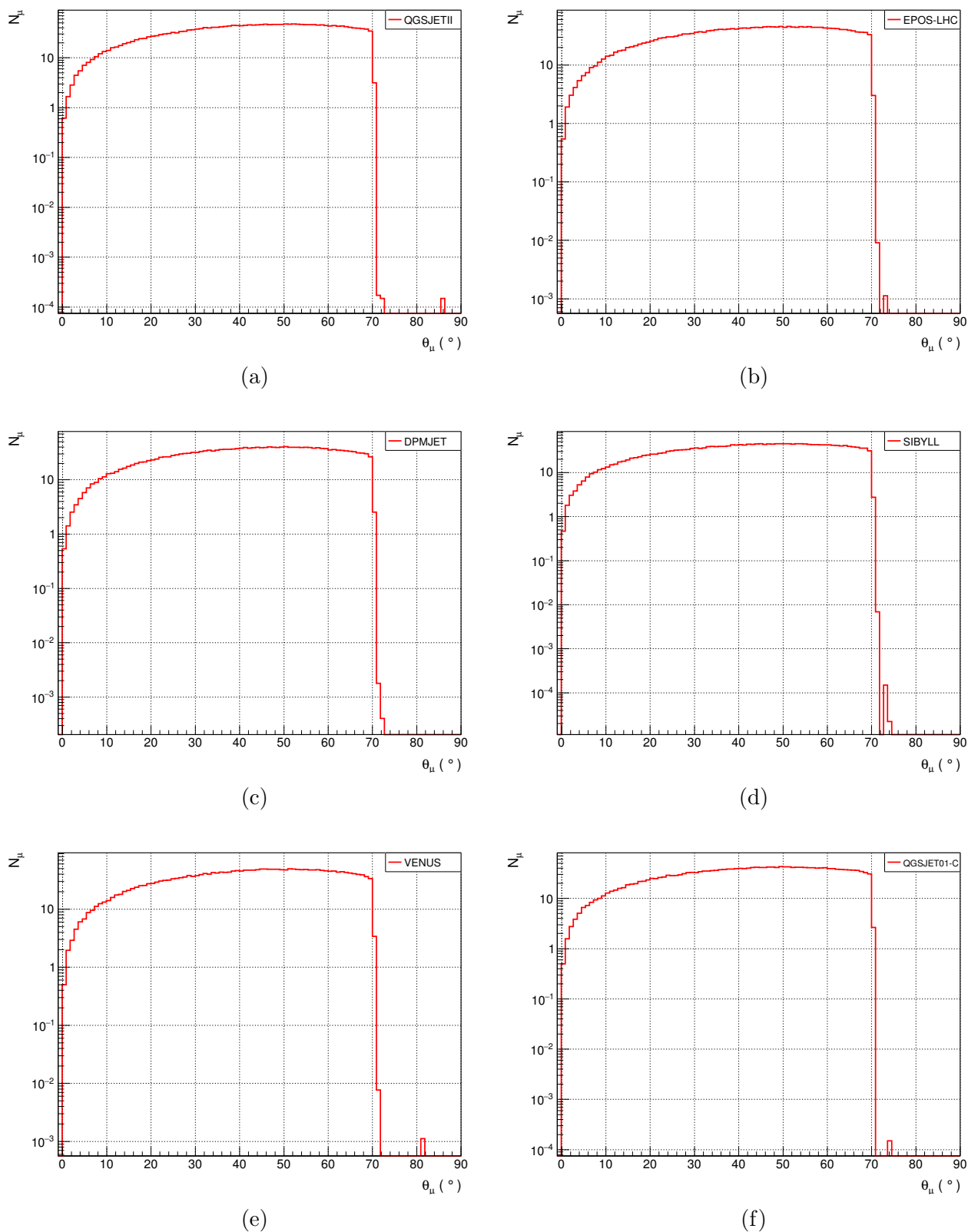
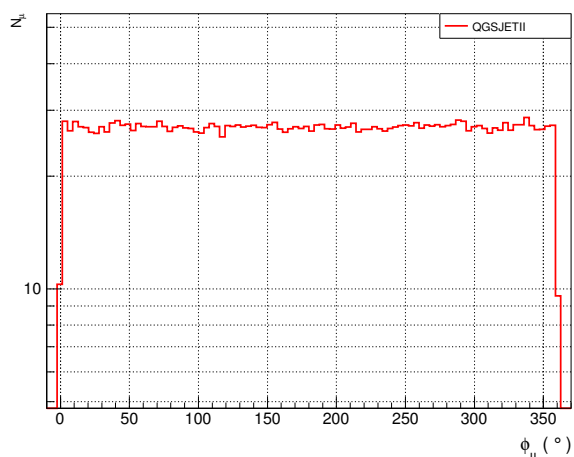
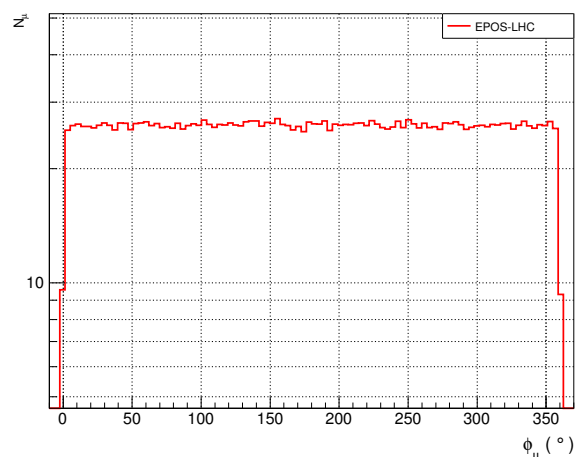


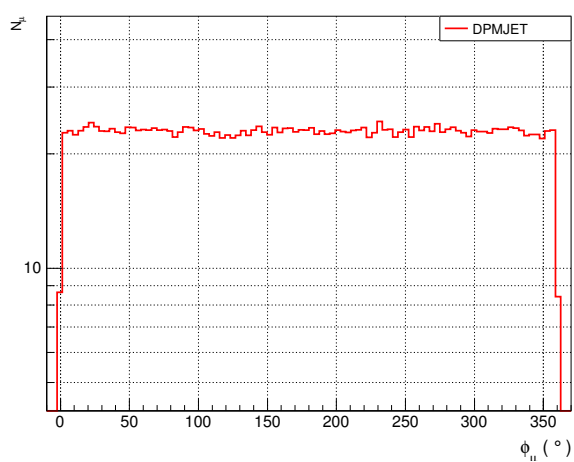
Figura B.6: Distribuições angulares para a direção zenital dos múons no nível de observação ( $\theta_\mu$ ).



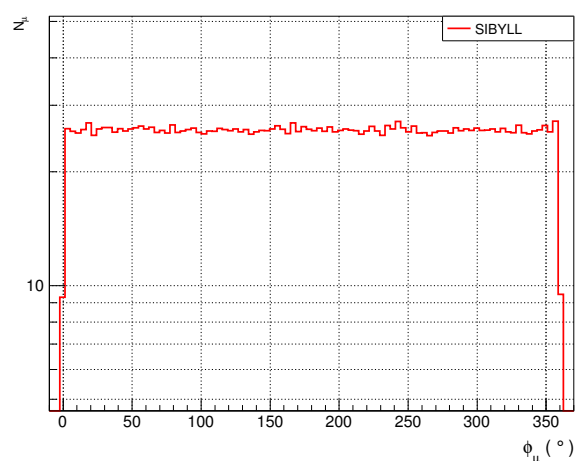
(a)



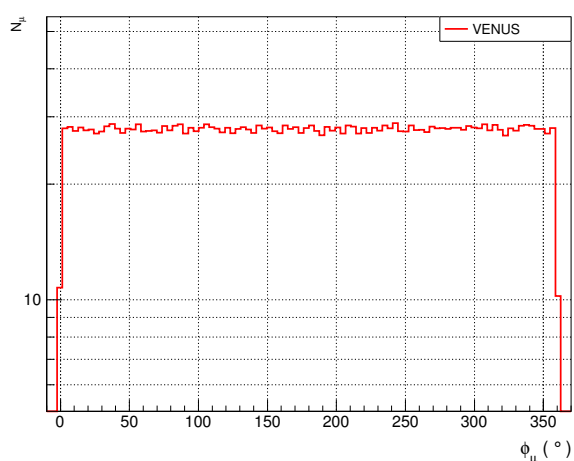
(b)



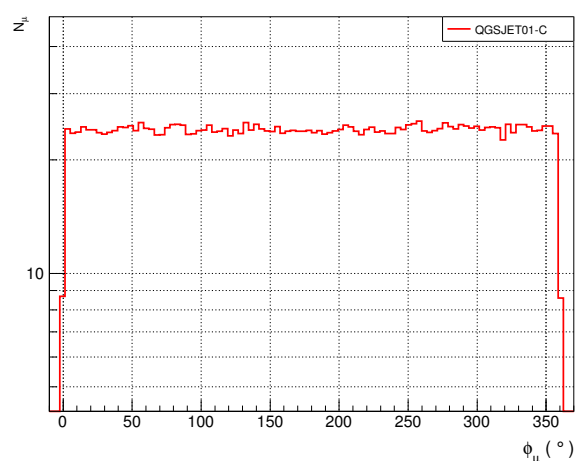
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura B.7: Distribuições angulares para a direção azimutal dos múons no nível de observação ( $\phi_\mu$ ).

# Apêndice C

## Dados das simulações combinando prótons e núcleos de He

### C.1 Tabelas para razão de carga

Tabela C.1: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJETII.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons + He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10864,70	8844,59	1,228	0,004	0,29
2,25 – 2,50	2948,10	2386,81	1,235	0,004	0,34
2,50 – 2,75	744,02	599,07	1,242	0,005	0,42
2,75 – 3,00	177,83	141,12	1,260	0,007	0,54
3,00 – 3,25	40,39	32,28	1,251	0,009	0,75
3,25 – 3,50	9,02	7,07	1,277	0,015	1,19
3,50 – 3,75	1,91	1,53	1,251	0,028	2,26

Tabela C.2: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo EPOS-LHC.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons + He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10914,70	8059,53	1,354	0,004	0,30
2,25 – 2,50	3048,31	2235,73	1,363	0,005	0,36
2,50 – 2,75	787,36	573,35	1,373	0,006	0,44
2,75 – 3,00	192,92	139,70	1,381	0,008	0,57
3,00 – 3,25	44,67	32,50	1,374	0,011	0,78
3,25 – 3,50	10,03	7,19	1,395	0,017	1,21
3,50 – 3,75	2,20	1,57	1,400	0,031	2,23

Tabela C.3: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo DPMJET.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons + He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	7022,12	6016,41	1,167	0,003	0,29
2,25 – 2,50	1930,35	1666,58	1,158	0,004	0,35
2,50 – 2,75	493,38	425,58	1,159	0,005	0,43
2,75 – 3,00	118,36	102,90	1,150	0,007	0,57
3,00 – 3,25	26,98	23,24	1,161	0,009	0,81
3,25 – 3,50	5,84	5,02	1,162	0,016	1,37
3,50 – 3,75	1,18	1,08	1,093	0,029	2,68

Tabela C.4: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo SIBYLL.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons + He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	11086,60	7868,23	1,409	0,004	0,31
2,25 – 2,50	3071,21	2158,49	1,423	0,005	0,37
2,50 – 2,75	786,54	549,97	1,430	0,007	0,46
2,75 – 3,00	190,32	133,93	1,421	0,008	0,59
3,00 – 3,25	44,85	30,87	1,453	0,012	0,80
3,25 – 3,50	9,96	6,76	1,473	0,018	1,22
3,50 – 3,75	2,23	1,46	1,523	0,034	2,26

Tabela C.5: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo VENUS.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons + He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	10876,30	8536,05	1,274	0,004	0,29
2,25 – 2,50	2953,71	2313,62	1,277	0,004	0,34
2,50 – 2,75	749,12	580,36	1,291	0,005	0,42
2,75 – 3,00	179,15	138,60	1,293	0,007	0,53
3,00 – 3,25	41,65	31,49	1,322	0,010	0,73
3,25 – 3,50	9,26	7,06	1,312	0,015	1,17
3,50 – 3,75	1,95	1,48	1,316	0,029	2,23

Tabela C.6: Valores obtidos para  $N_{\mu^+}$ ,  $N_{\mu^-}$ ,  $R_{\mu}$ ,  $\sigma_{R_{\mu}}$  e erro relativo percentual para as simulações do modelo QGSJET01-C.

$\log(E_{\mu} \cos \theta^*)$ (GeV)	prótons + He				
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$R_{\mu}$	$\sigma_{R_{\mu}}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	9476,31	8107,48	1,169	0,003	0,28
2,25 – 2,50	2590,05	2207,64	1,173	0,004	0,33
2,50 – 2,75	659,75	560,22	1,178	0,005	0,40
2,75 – 3,00	158,67	133,64	1,187	0,006	0,52
3,00 – 3,25	36,44	30,73	1,186	0,008	0,71
3,25 – 3,50	8,11	6,87	1,181	0,014	1,19
3,50 – 3,75	1,84	1,52	1,207	0,028	2,32



## C.2 Dados de primários

### C.2.1 Distribuições de energia

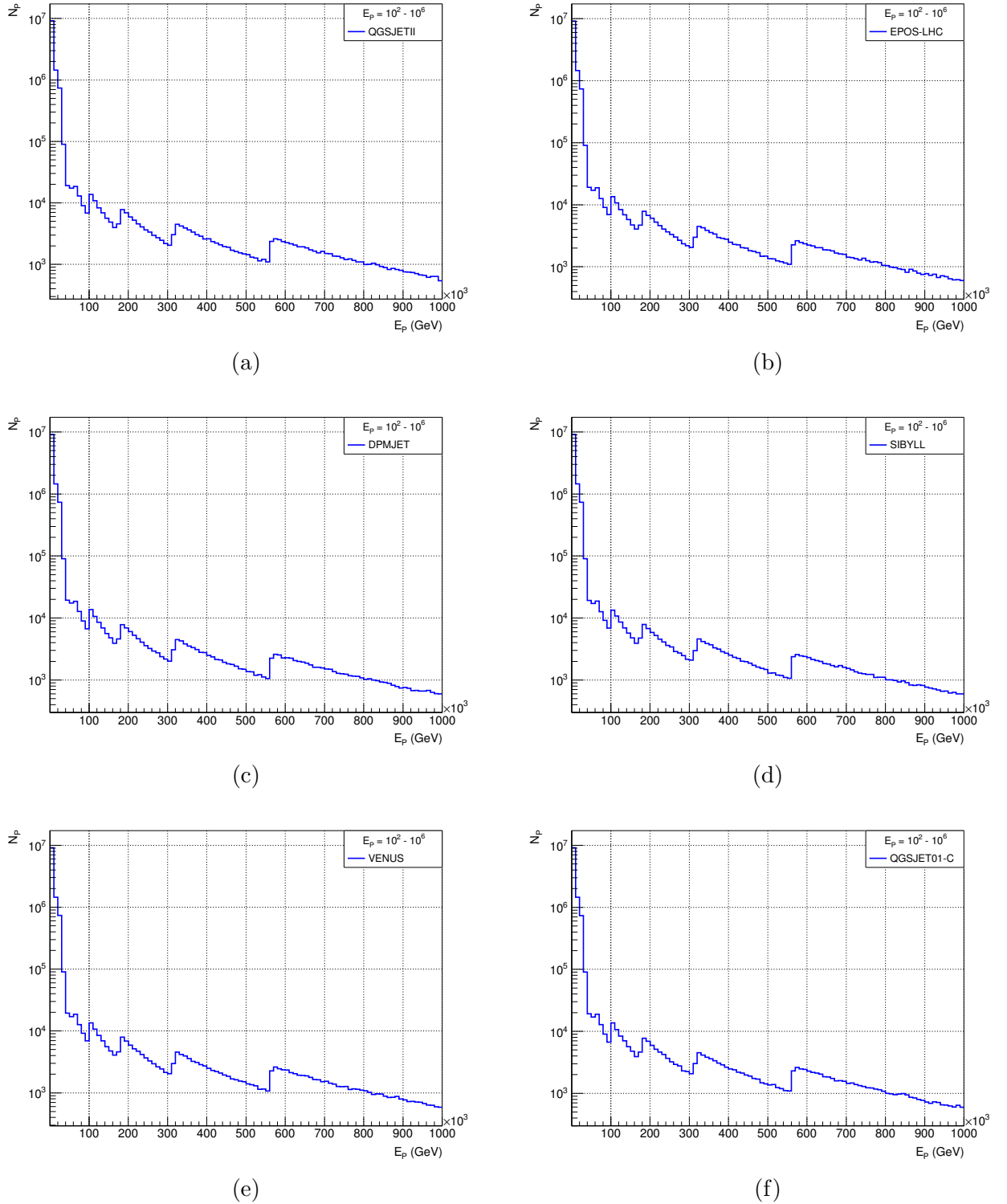


Figura C.1: Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ), utilizando os dados obtidos para os modelos simulados utilizando a combinação de prótons e núcleos de He como primários. Os dados não foram ponderados pelos respectivos pesos dos intervalos de energia do primário  $E_P$ .

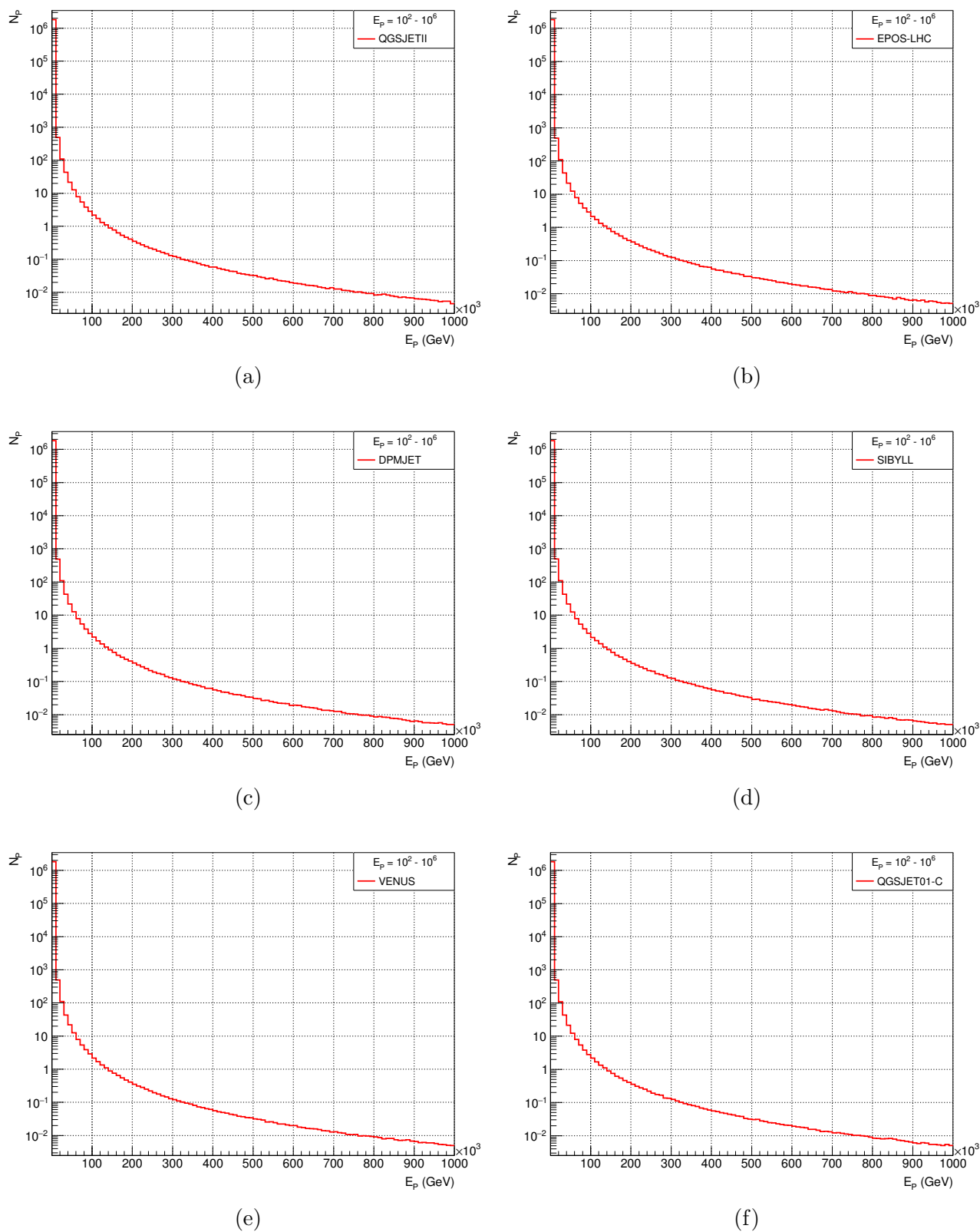


Figura C.2: Número de primários ( $N_P$ ) em função da energia total do primário ( $E_P$ ) para os modelos simulados utilizando a combinação de prótons e núcleos de He como primários.

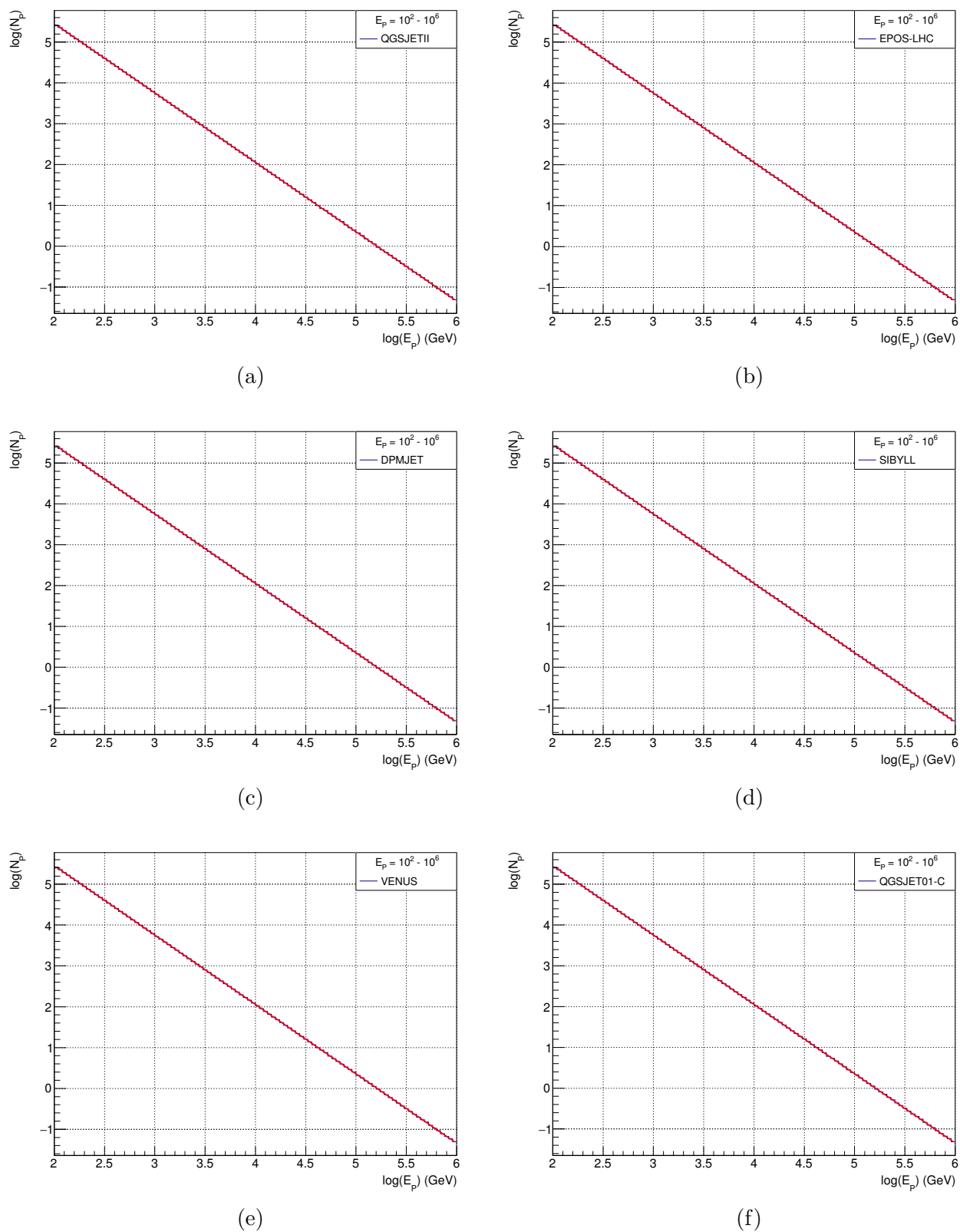


Figura C.3: Ajuste log-log obtido utilizando os dados da distribuição  $N_P \times E_P$  de cada modelo simulado. A curva em vermelho em cada um dos gráficos corresponde à reta dada pela equação  $Y(X) = (-1,70 \pm 0,13)X + A$ , para os modelos simulados utilizando a combinação de prótons e núcleos de He como primários.

## C.2.2 Distribuições angulares

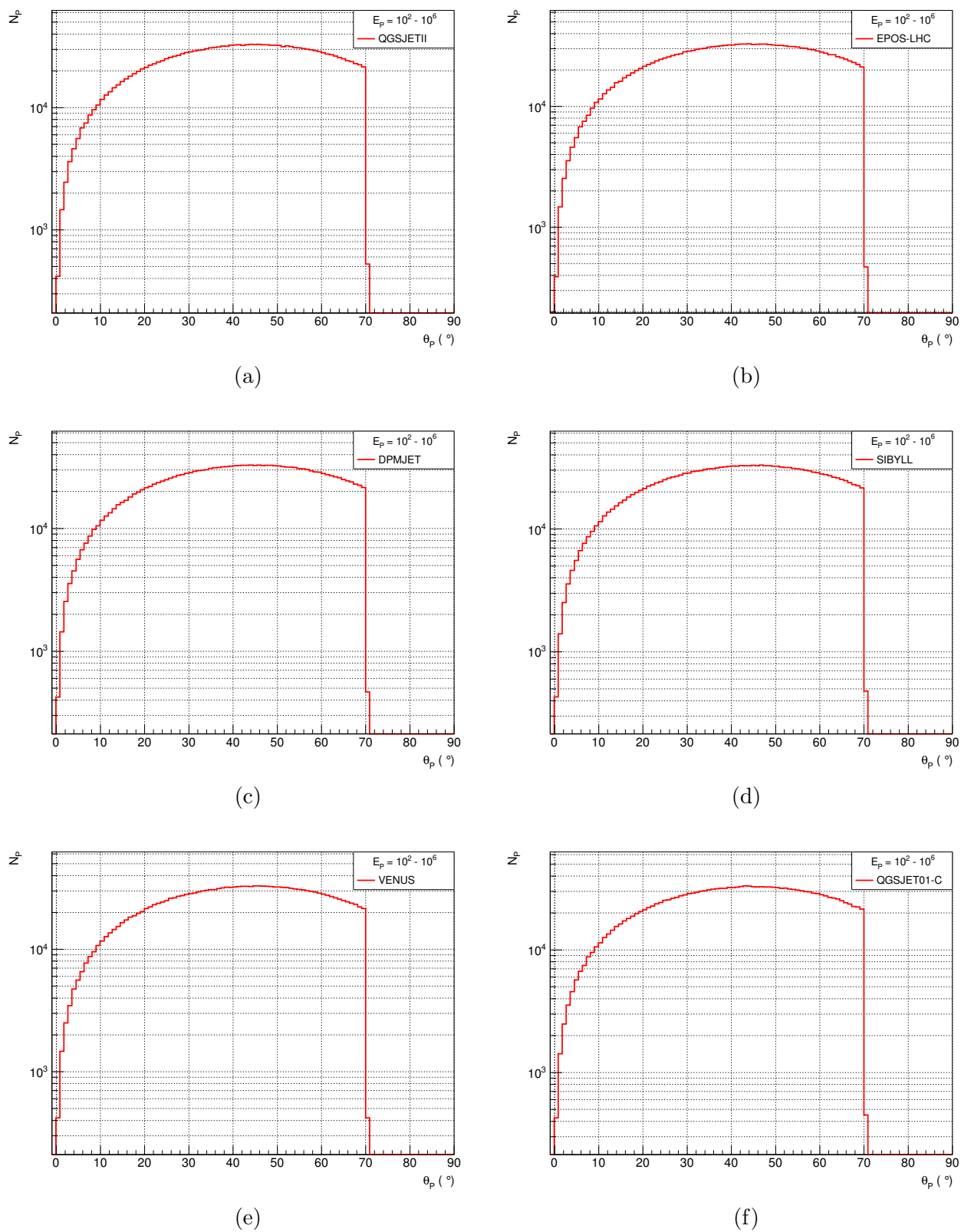
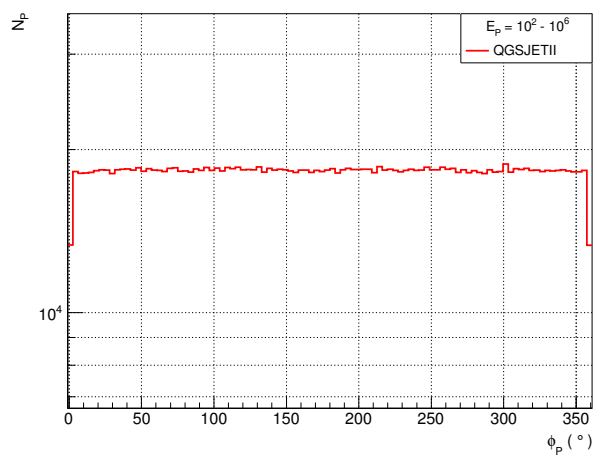
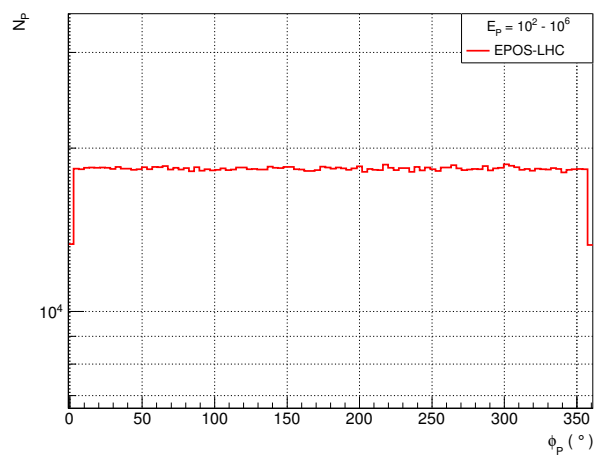


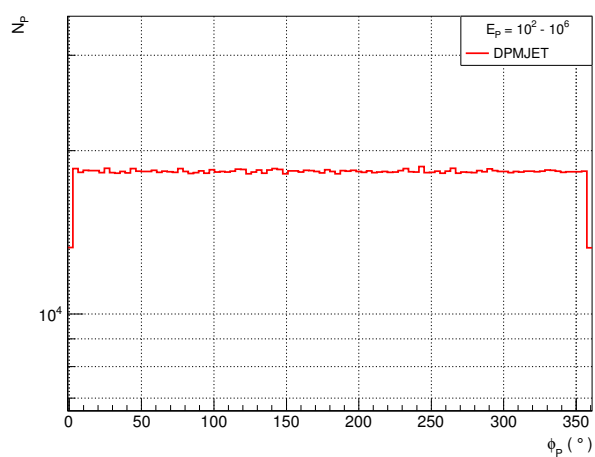
Figura C.4: Distribuições angulares para a direção zenital ( $\theta_P$ ) dos primários.



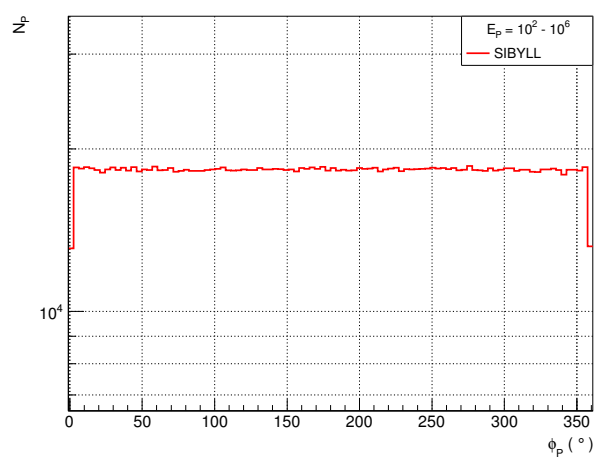
(a)



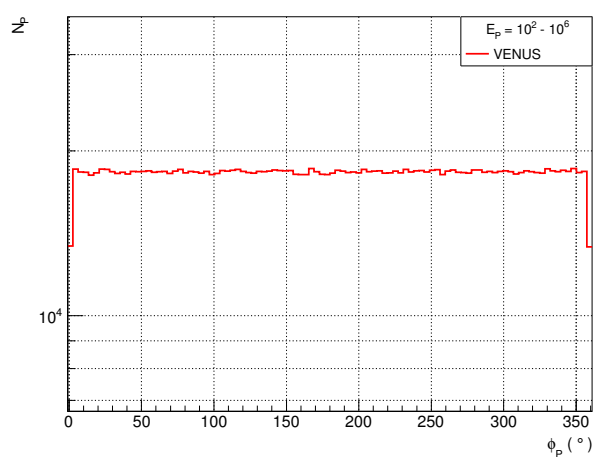
(b)



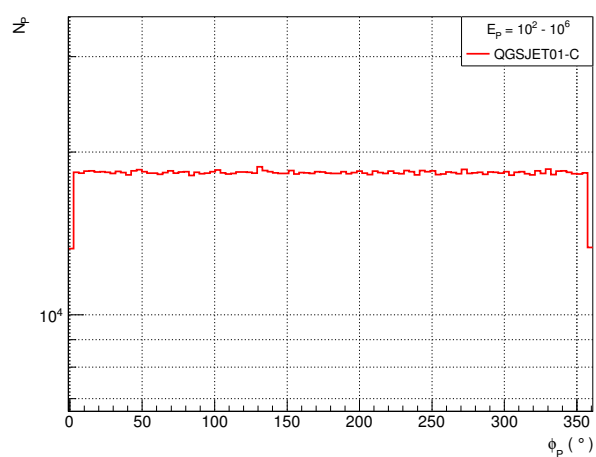
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura C.5: Distribuições angulares para a direção azimutal ( $\phi_P$ ) dos primários.

### C.2.3 Distribuições de múons produzidos

Tabela C.7: Número de múons que chega ao nível de observação ponderados de acordo com o intervalo de energia de primário em que foram produzidos para os modelos simulados considerando a combinação prótons e núcleos de He como primários.

$\log(E_P)$ (GeV)		QGSJETII	EPOS-LHC	DPMJET	SIBYLL	VENUS	QGSJET01-C
2,00	2,25	74,0	59,0	15,0	83,0	70,0	38,0
2,25	2,50	1789	1766,4	606,2	2326,8	1702,9	1083,9
2,50	2,75	6094,7	6067,1	2511,5	6774,1	6043,0	4544,3
2,75	3,00	9528,8	9287,3	4911,2	9226	9192,2	8087,6
3,00	3,25	9852,9	9651,1	6169,4	9214,3	9512,9	9116,9
3,25	3,50	8236,2	7938,6	5937,3	7540,8	8030,0	7846,8
3,50	3,75	6016,4	5668,0	4774,3	5395,7	5936,0	5763,7
3,75	4,00	4014,6	3696,1	3413,7	3569,9	4018,3	3826,5
4,00	4,25	2518,8	2281,1	2254,3	2242,3	2560,5	2389,9
4,25	4,50	15303	1364,4	1421,6	1365	1574,4	1440,8
4,50	4,75	911,8	806,1	873,1	814,5	947,9	853,6
4,75	5,00	539,8	474,0	527,8	487,7	567,0	503,7
5,00	5,25	319,6	280,6	318,4	291,0	337,2	298,0
5,25	5,50	189,9	165,9	192,7	173,3	201,4	176,9
5,50	5,75	113,3	99,4	117	103,7	120,7	105,6
5,75	6,00	68,0	59,8	71,2	62,5	72,7	63,2



## C.3 Dados de múons

### C.3.1 Distribuições angulares

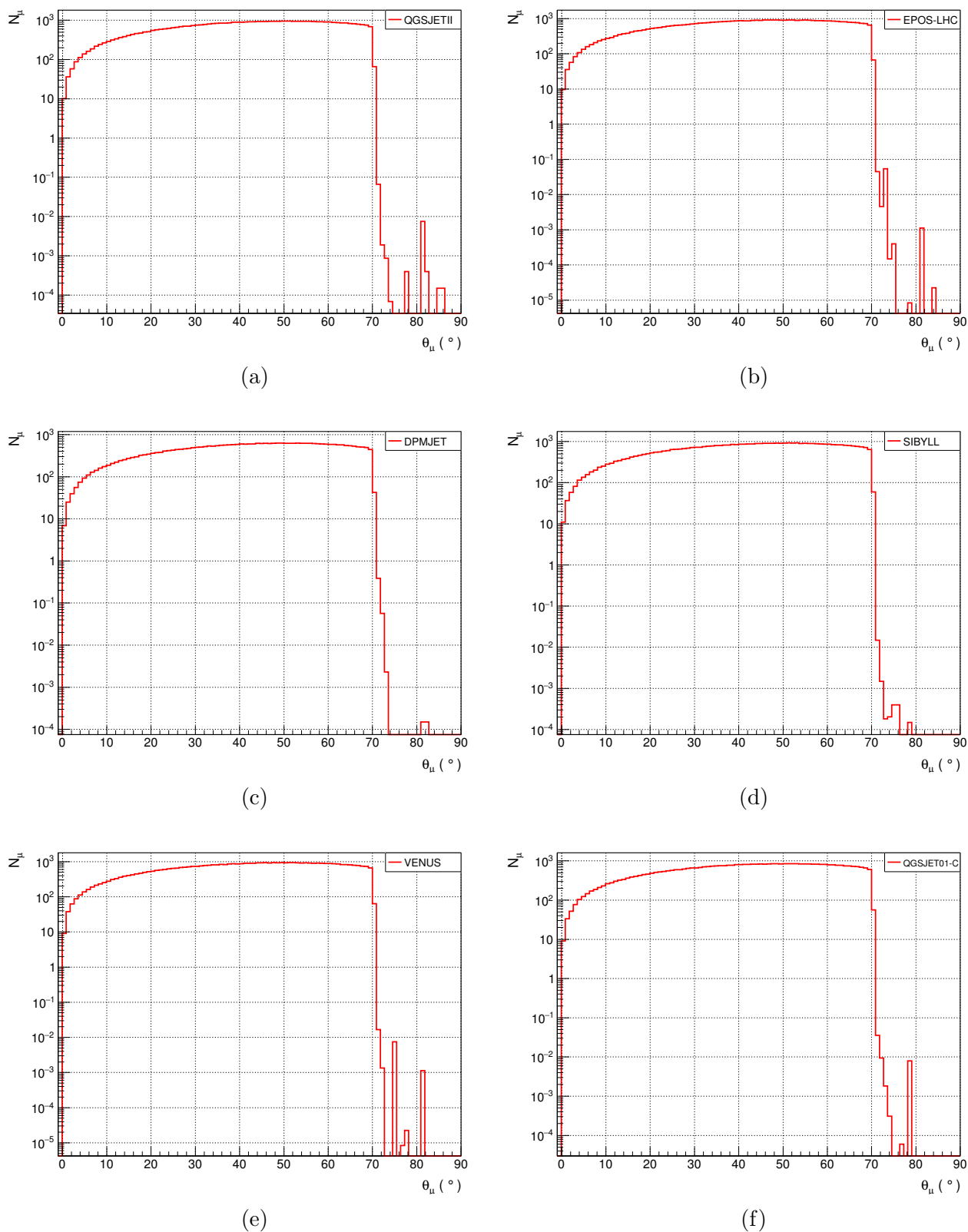
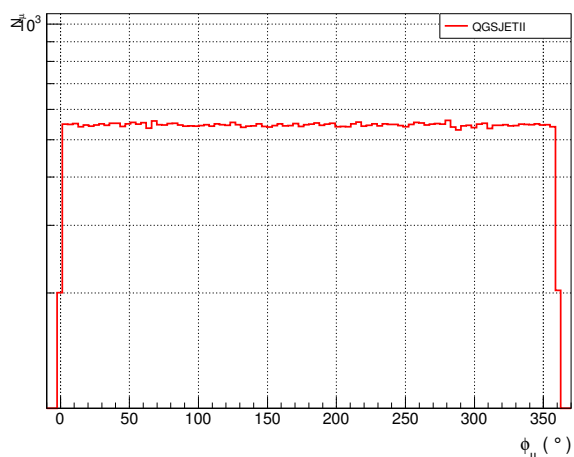
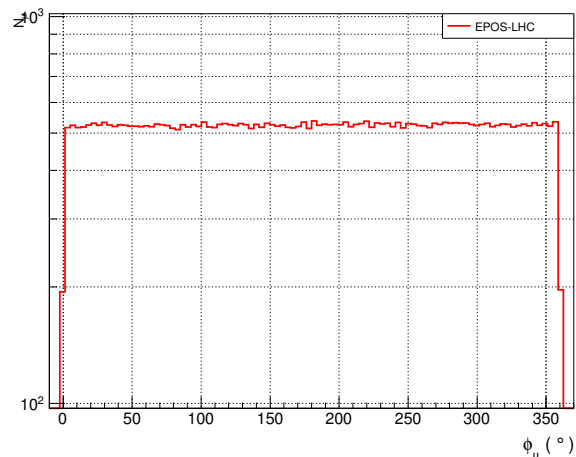


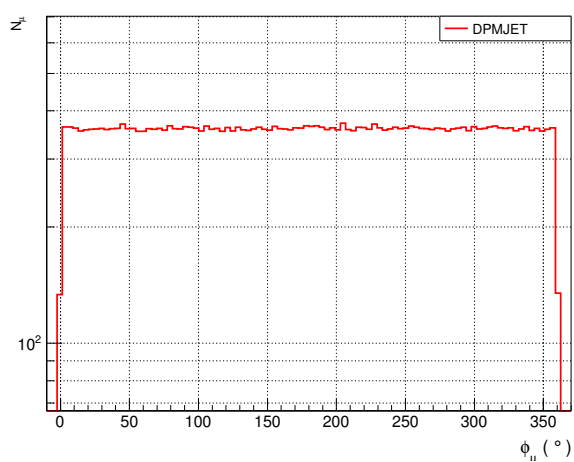
Figura C.6: Distribuições angulares para a direção zenital dos múons no nível de observação ( $\theta_\mu$ ).



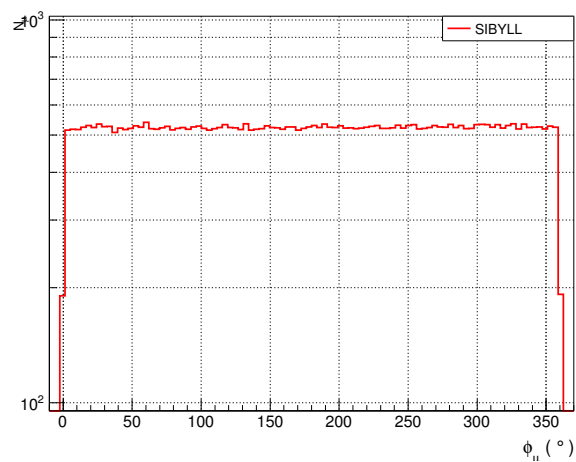
(a)



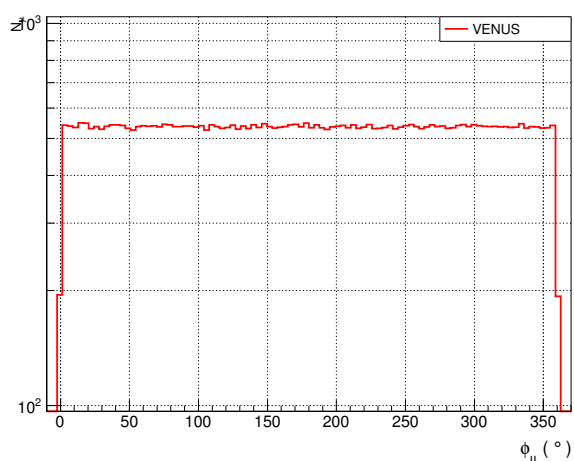
(b)



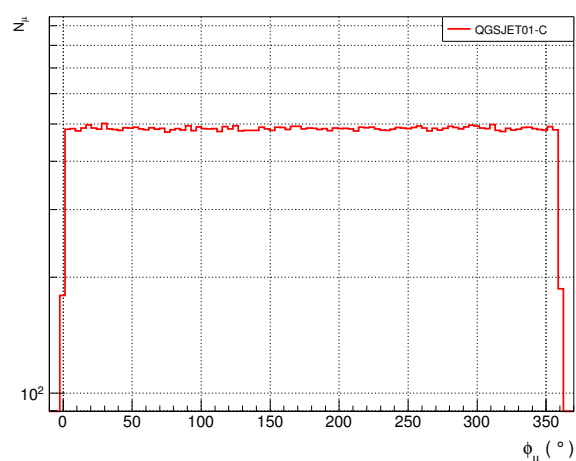
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura C.7: Distribuições angulares para a direção azimutal dos múons no nível de observação ( $\phi_\mu$ ).

# Apêndice D

## Interações hadrônicas em altas energias

### D.1 Interações hadrônicas a altas energias

A compreensão da composição mais básica da matéria sempre foi um objetivo na construção do conhecimento humano desde a ideia do átomo de Demócrito até o Modelo Padrão da Física de Partículas. Esse último, baseado em partículas fundamentais que constituem os blocos mais elementares, os *quarks* e *léptons*, que respondem às forças fundamentais que regem o comportamento da matéria. Dentro desse contexto, as forças fundamentais são: a *forte*, responsável, por exemplo, pelas interações entre partículas que compõem os núcleons, os quarks, bem como entre os próprios núcleons, a *fraca* que acontece, por exemplo, no decaimento beta, e à qual tanto quarks como léptons estão sujeitos, a *eletromagnética*, que atua sobre partículas carregadas e a *gravitacional* que atua sobre partículas que possuem massa [96].

Os hádrons são as partículas que estão sujeitas à ação da força forte, carregam a carga de cor e cuja teoria quântica correspondente é a *Cromodinâmica Quântica* (QCD). Os quarks são os hádrons fundamentais que compõem os *bárions*, partículas de spin semi-inteiro (*férmions*) que respondem à força forte, sendo que os de menor massa são compostos de três quarks, tais como prótons e nêutrons. As partículas que interagem via força forte com spin inteiro são os *mésons*, sendo os mais leves compostos por um par de quark e antiquark de cargas de cores opostas, tais como píons e káons. Tanto bárions e mésons interagem por meio da ação da força forte, ou seja, são interações hadrônicas, mediadas por bósons conhecidos como glúons. Já os léptons são partículas que não interagem via força forte, sendo um grupo

composto por, elétrons, múons e táons, e seus respectivos neutrinos. A teoria que descreve as interações leptônicas é a *Flavordinâmica*<sup>1</sup> e seus mediadores são os bósons vetoriais  $W^\pm$  e  $Z^0$ . Os decaimentos de partículas, como nêutrons, píons, káons e múons, são devidos às interações fracas sendo aquelas que envolvem partículas carregadas as que possuem os maiores tempos de vida [1].

Os hádrons apresentam a carga de cor que se manifesta em 3 cores distintas: *red*, *green* e *blue*, e uma das suas propriedades é o *confinamento*. Assim, os quarks e glúons que compõem os núcleons são formados por estados ligados de cor total nula (branca). Nesse caso, os glúons interagem entre si, diferentemente dos mediadores da força eletromagnética, os fótons, o que resulta em uma força atrativa entre partículas com carga de cor e essa força aumenta de modo aproximadamente linear com a distância. O resultado é que quarks e glúons não podem ser observados livremente, ficando confinados em bárions e mésons. Uma outra importante propriedade da QCD é a *liberdade assintótica*, em que a constante de acoplamento da teoria depende da escala de energia envolvida no processo físico. Assim, em processos envolvendo interações nucleares ela se torna grande, enquanto que dentro de núcleons (ou mesmo píons) ela é extremamente pequena, o que faz com que os quarks e glúons que os constituem possam ser tratados como partículas livres [1, 96, 97].

O confinamento leva a uma impossibilidade de descrever interações, a partir de uma certa escala de energia ( $\Lambda_{QCD}$ ), por meio de uma expansão perturbativa, uma vez que essa teoria se torna não renormalizável. Assim, pode-se entender esse limite como aquele em que, para energias da mesma ordem de grandeza e abaixo, as partículas são tratadas como núcleons e as previsões não podem ser feitas utilizando-se a teoria de perturbação para QCD. A liberdade assintótica, por sua vez, resulta no fato de que para processos com elevadas trocas de momento ( $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ ) a teoria se torna renormalizável, com quarks e glúons sendo tratados como *quasi-livres* o que permite a expansão perturbativa, em que essas partículas interagem fracamente.

---

<sup>1</sup>Ela é conhecida como teoria GWS em homenagem aos seus principais formuladores Glashow-Weinberg-Salam.

A teoria não prevê valores para  $\Lambda_{QCD}$ , que depende do experimento, sendo um parâmetro livre e esperada como sendo da mesma ordem de grandeza da massa hadrônica [97].

Considerando-se o objeto de estudo do presente trabalho, podemos afirmar que nos EAS os principais processos envolvidos são o decaimento e as interações hadrônicas em altas energias. Experimentos de aceleradores de partículas são a principal fonte de informações sobre essas interações e tem contribuído para a melhoria desses modelos [98]. Uma das formas de se estudar interações hadrônicas em aceleradores consiste em sondar o interior dos hádrons por meio do espalhamento profundamente inelástico, que será abordado na seção seguinte.

## D.2 Espalhamento profundamente inelástico

### D.2.1 Cinemática do espalhamento profundamente inelástico

O espalhamento profundamente inelástico é uma ferramenta de estudo de hádrons constituintes de núcleos, sendo possível por meio de dois processos, um envolvendo a corrente neutra em que

$$e + p \longrightarrow e + X \quad (\text{D.1})$$

que representa uma interação entre um elétron e o próton, mais especificamente algum de seus componentes (quarks ou glúons) que podem ser interpretados como *pártons*<sup>2</sup>, resultando na produção de um hádron qualquer (a depender das variáveis do processo para as leis de conservação) e um elétron. Esse processo ocorre por meio da troca de um bóson  $Z^0$  ou um fóton, a qual não tem uma contribuição significativa dentro da análise do espalhamento [100]. O outro processo consiste no espalhamento profundamente inelástico via corrente carregada, dada por

$$e + p \longrightarrow \nu_e + X \quad (\text{D.2})$$

o qual acontece pela troca de um bóson carregado  $W^\pm$ . O espalhamento profundamente inelástico permite determinar a estrutura em quarks e glúons dos hádrons por meio das funções

---

<sup>2</sup>Os pártons foram propostos por Richard P. Feynman (1918 - 1988) [99], com o objetivo de analisar colisões hadrônicas a altas energias, sendo estes as partículas pontuais constituintes de um hádron.

de estrutura, as quais estão associadas à distribuição espacial dos pártons no interior do próton.

A descrição cinemática do espalhamento profundamente inelástico é expressa em termos da energia do centro de massa da colisão,  $\sqrt{s}$ , sendo definida em termos das variáveis de Mandelstam como

$$s = E_{CM}^2 = (k + p)^2 \quad (\text{D.3})$$

em que  $k$  é o quadri-momento do elétron incidente e  $p$  o do próton. Em termos da energia dessas partículas temos que

$$s \simeq 4E_e E_p \quad (\text{D.4})$$

sendo  $E_e$  e  $E_p$ , as energias do elétron e do próton antes da interação, respectivamente. Para o bóson virtual trocado nos processos, define-se o negativo do quadrimomento ao quadrado transferido por  $Q^2$ , tal que

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \quad (\text{D.5})$$

onde  $q^2$  é o quadri-momento transferido por esse bóson.

A fração do momento do próton carregado pelo párton é definida pela variável de Bjorken,  $x$ , tal que

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad (\text{D.6})$$

a qual leva em consideração o chamado sistema de momento infinito do próton, onde massas e momentos transversais dos pártons podem ser negligenciados. Além disso, a fração de energia perdida pelo elétron no sistema de repouso do próton é definida por  $y$ , tal que

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad (\text{D.7})$$

a qual permite determinar o ângulo de espalhamento,  $\theta^*$ , do elétron no referencial do centro de massa do conjunto elétron-próton por meio de

$$y = (1 + \cos \theta^*). \quad (\text{D.8})$$

## D.2.2 Seção de choque diferencial e funções de estrutura

O estudo das interações hadrônicas depende das energias envolvidas na colisão entre o feixe de partículas e um alvo. Esse processo pode se dar por meio da colisão com um alvo fixo ou ainda entre dois feixes. A seção de choque é uma medida experimental que descreve a área transversal equivalente das partículas alvo que são necessárias para produzir as taxas de interações observadas quando elas são submetidas a um feixe de partículas [1]. De acordo com o tipo de processo a ser considerado, várias seções de choque podem ser caracterizadas sendo elas: a seção de choque total ( $\sigma_T$ ), em que é considerada a taxa de interação de uma partícula com a partícula alvo, a seção de choque elástica ( $\sigma_e$ ) que corresponde aos eventos nos quais as partículas produzidas são idênticas às que deram início ao processo e a seção de choque inelástica ( $\sigma_i$ ) em que pelo menos uma nova partícula é produzida no processo, de modo que

$$\sigma_T = \sigma_e + \sigma_i. \quad (\text{D.9})$$

A medida de partículas secundárias produzidas em experimentos de acelerador, em que se contam o número de partículas  $c$  produzidas, é descrita por meio da *seção de choque inclusiva* ( $\sigma_{ab \rightarrow c}$ ), que descreve a produção dessas partículas desconsiderando todos os demais produtos possíveis, sendo  $a$  e  $b$  as partículas presentes antes da interação.

Considerando-se um feixe de partículas com luminosidade  $L$ , a seção de choque é definida em termos da taxa de partículas  $c$  produzidas, tal que

$$\frac{dN_c}{dt} = L\sigma_{ab \rightarrow c}. \quad (\text{D.10})$$

A luminosidade depende apenas de propriedades do feixe e do alvo e independe do processo de interação considerado. Para a seção de choque diferencial, em termos de um elemento de ângulo sólido  $d\Omega$  temos que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{L} \frac{dN}{d\Omega} \quad (\text{D.11})$$

que mede a taxa de eventos, ou seja, a quantidade de partículas entrando no detector por unidade de tempo [96].

Em uma teoria quântica de campos, as medidas devem ser dadas em termos da amplitude de transição,  $\mathcal{M}$ , que contém toda a informação dinâmica calculado por meio dos diagramas de Feynman relevantes para a interação, e do espaço de fase disponível, que é um fator puramente cinemático o qual depende das massas, das energias e dos momentos das partículas participantes, se relacionando com a maior probabilidade de um processo ocorrer. [96]. A probabilidade de transição pode ser calculada por meio da *regra de ouro de Fermi* onde pode-se considerar a colisão entre duas partículas 1 e 2, produzindo várias outras no processo, tal que

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n \quad (\text{D.12})$$

e cuja seção de choque do espalhamento é definida por

$$\sigma = \frac{S\hbar^2}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \int |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 \dots - p_n) \times \prod_{j=3}^n \frac{1}{2\sqrt{p_j^2 + m_j^2 c^2}} \frac{d^3 \mathbf{p}_j}{(2\pi)^3} \quad (\text{D.13})$$

em que  $S$  é um fator estatístico que corrige a contagem em duplicidade quando existem partículas idênticas no estado final em que cada grupo de  $s$  partículas resulta em um fator  $(1/s!)$ .

De volta ao espalhamento profundamente inelástico, dado pela equação D.1, a seção de choque diferencial para esse processo pode ser escrita como

$$\frac{d^2 \sigma_{(ep \rightarrow eX)}}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2 E'}{Q^4 E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (\text{D.14})$$

sendo  $E$  e  $E'$  as energias do estado inicial e final do elétron,  $L_{\mu\nu}$  é o tensor leptônico da Eletrodinâmica Quântica,  $W^{\mu\nu}$  o tensor da parte hadrônica e  $\alpha_{em}$  a constante de estrutura fina. Devido ao desconhecimento da interação entre o bóson trocado (o fóton virtual no espalhamento do elétron) e do próton, esse tensor hadrônico não apresenta forma exata. No caso de interações envolvendo altas energias (grandes valores de  $Q^2$ ) esse espalhamento inelástico pode ser visto como um espalhamento elástico de um elétron com um quark livre dentro do próton, ou seja,

o elétron como responsável pelo fóton virtual, e os quarks representados como pártons que carregam uma fração  $xE_p$  da energia do próton [97]. As funções de estrutura dos pártons, que dependem da distribuição espacial das partículas carregadas dentro do próton, podem ser relacionadas com a seção de choque diferencial [100], tal que

$$\frac{d^2\sigma_{(ep\rightarrow eX)}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} [xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y)F_2(x, Q^2)]. \quad (\text{D.15})$$

Medidas experimentais feitas no SLAC permitiram observar que as funções  $F_1(x, Q^2)$  e  $F_2(x, Q^2)$  tem pouca dependência de  $Q^2$  quando fixados os valores de  $x$ , o que é chamado de invariância de escala de Bjorken [97, 100]. Essa invariância, constitui a base do Modelo de Quarks-Pártons, onde os férmions livres pontuais (os quarks), bem como suas distribuições de momento, são descritos por meio de funções de densidade de pártons,  $f_i(x)$ . Essas funções são definidas como uma distribuição de densidade do momento dos pártons dada por

$$f_i(x) = \frac{dp_i}{dx} \quad (\text{D.16})$$

que descreve a probabilidade de que o  $i$ -ésimo párton alvo possua uma fração  $x$  do momento do próton, cuja normalização é dada por

$$\sum_{i'} \int x f_{i'}(x) dx = 1 \quad (\text{D.17})$$

em que a soma em  $i'$  corresponde a soma sobre todos os pártons que interagem com o fóton (não somente os carregados). No espalhamento profundamente inelástico as relações entre as funções  $f_i(x)$  e as funções de estrutura são dadas por

$$2xF_1(x) = F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \quad (\text{D.18})$$

em que  $e_i$  é a carga da  $i$ -ésima espécie de párton e que é conhecida como relação de Callan-Gross, que é uma consequência do fato de que os quarks possuem spin 1/2 [97]. Das equações D.15 e D.18, pode-se concluir que a seção de choque diferencial depende apenas de  $F_2(x)$ , que por sua vez, depende do conhecimento das funções de densidade de pártons  $f_i(x)$ .

A invariância de escala é verificada para  $x \simeq 0,15$ , mas para valores acima e abaixo desse, a função de estrutura  $F_2(x)$  apresenta variações da ordem de  $\log(Q^2)$ , tendo sido observado seu crescimento para pequenos valores de  $x$ . Para o momento total, normalizado pela equação D.17, observou-se experimentalmente que cerca de 50% do momento total do próton não levava em conta a contribuição dos glúons.

Tendo em vista a dependência de  $F_2(x)$  com  $f_i(x)$ , descrições para a dependência de  $Q^2$  com a função de estrutura são utilizadas para fazer essa ligação. Entre esses formalismos de evolução podem ser citadas as equações de DGLAP (Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi) e as de BFKL (Balitski, Fadin, Kuraev e Lipatov). O formalismo DGLAP descreve a dependência de  $Q^2$  em termos da função de estrutura para pequenos valores de  $x$ , levando em conta a soma de termos de correção logarítmica do tipo  $\alpha_s^n \ln^n Q^2$ . Já BFKL leva em conta termos em  $1/x$ , para correções logarítmicas da ordem de  $\ln(1/x)$ , sendo capaz de prever o crescimento da função de estrutura com a diminuição de  $x$  e é utilizada para estudar a amplitude do espalhamento no limite de altas energias. Ambos os formalismos aplicam a expansão perturbativa da QCD (pQCD) para tentar entender o comportamento de  $F_2(x)$  em pequeno  $x$ .

### **D.3 Principais características dos modelos de interação hadrônica de altas energias presentes no CORSIKA**

Tendo em vista a fenomenologia da produção de partículas, diversos mecanismos são apontados de acordo com a escala de energia. A baixas energias,  $\sqrt{s} \sim 1 - 2$  GeV, os processos que prevalecem são os de formação e posterior decaimento de ressonâncias hadrônicas [54]. Na escala de  $\sqrt{s} \sim 100$  GeV, temos que a descrição se dá por meio da teoria de Regge, tendo em vista que devido ao baixo momento transferido, a pQCD não pode ser aplicada [100]. Por fim, para energias acima desse limite, as interações são melhor descritas por meio das interações do Modelo Quark-Pártons [1].

A teoria de Regge é uma teoria pré QCD para espalhamento de partículas que interagem

fortemente, que discute esse espalhamento em altas energias do centro de massa [101]. Nessa teoria fenomenológica, a amplitude de espalhamento é tratada como função do momento angular, cujos valores não se restringem a múltiplos de  $\hbar$ , podendo tomar valores complexos [98]. As partículas mediadoras são chamadas de *reggeons*, possuindo altos valores de spin e massa da mesma ordem de grandeza, ou até maior, do que as das partículas convencionais. Essa teoria lida com interações hadrônicas classificadas como *soft*, caracterizadas por um baixo momento transversal, que não permitem o uso da pQCD. As interações do tipo *hard* ocorrem com altos momentos e os protagonistas são quarks e glúons, onde pode-se utilizar a pQCD. Existem ainda processos do tipo *semihard* com momento transversal da ordem de 2 GeV e os pártons carregam uma pequena fração do momento, tal que  $x \leq 0,1$  [102].

No caso de baixas energias, o conhecimento das ressonâncias relevantes na colisão bem como dos decaimentos e seus canais permite descrever completamente tanto a seção de choque quanto a produção de hádrons da interação [54]. Para mais altas energias a produção de partículas se torna assimétrica tornando-se inviável tratar a produção de hádrons por meio de ressonâncias. Para isso, modelos fenomenológicos são necessários, sendo o DPM e o QGS os principais e mais eficientes na descrição da produção de partículas [1]. Ambos se baseiam em modelos de *strings* cuja fragmentação sucessiva leva à produção de hádrons [54].

No caso do QGS, processos de interações hadrônicas em altas energias são correlacionados com a produção de *strings* [103]. Nesse modelo, 3 delas interconectam a três quarks de valência por meio de um ponto, chamado de *string junction*, caracterizando os bárions [90]. Esse modelo se baseia em uma expansão não perturbativa da QCD e considera as interações hadrônicas em grandes distâncias e com baixos momentos transversais [89]. Cálculos de QCD na rede confirmaram a existência de configurações similares para os glúons. A produção de partículas depende da fragmentação de cadeias do tipo párton-pártion sem cor, que advém dos quarks contidos na interação hadrônica.

No DPM, tem-se a perspectiva de descrever não apenas interações entre hádrons, mas também a produção de partículas em colisão de hádrons com núcleos e entre núcleos em altas

energias [104]. Ele tem por objetivo determinar a produção de múltiplas partículas em colisões hadrônicas e nucleares *soft* [105], utilizando uma expansão não perturbativa da QCD e a teoria de Regge. Esse modelo também se baseia no processo de produção de partículas por meio de *strings*.

# Apêndice E

## Comparação entre metodologias de simulação

Tendo em vista que a metodologia utilizada neste trabalho tem por objetivo diminuir a incerteza estatística associada às simulações, é interessante comparar o resultado obtido com simulações realizadas em um único *run*, com energia variando entre os mesmos limites. Para isso, foram feitas simulações utilizando-se o modelo QGSJETII-04 para as interações hadrônicas em altas energias e o GHEISHA para baixas. Foram realizadas 2 simulações distintas, varrendo todo intervalo de energias dos primários,  $10^{2,00} - 10^{6,00}$  GeV, mantendo-se os mesmos parâmetros das demais simulações deste trabalho para o caso de prótons como primários. Ao todo, foram gerados 1.602.146 e 10.300.000 eventos em cada um dos *runs* para comparação. O primeiro valor foi escolhido pois corresponde ao total de primários quando aplicados os pesos relativos aos intervalos de energia  $E_P$  das simulações propostas na metodologia. O último valor foi escolhido pois equivale ao total de eventos simulados considerando-se a soma dos eventos em cada um dos intervalos. O total de  $\mu^\pm$  em cada uma das simulações é mostrado na tabela E.1.

Em relação ao total de múons positivos e negativos produzidos em cada uma das simulações, observa-se que a metodologia proposta neste trabalho reproduz o aumento do número de múons no nível de observação, sendo próxima aos valores obtidos com 1.602.146 eventos (SR-1). Para esse *run* o total de múons produzidos se aproxima do que foi obtido em nossa simulação ao considerarmos os pesos de cada intervalo de primário. Já para a simulação com 10.300.000 eventos (SR-2), o total de  $\mu^+$  e  $\mu^-$  produzidos excede em cerca de 6 vezes tanto

Tabela E.1: Número de múons produzidos por intervalos de energia dos múons ( $E_\mu \cos \theta^*$ ) em simulações com 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos, bem como os valores obtidos em nossa metodologia considerando-se o modelo QGSJETII-04 para altas energias e GHEISHA para baixas.

$\log(E_\mu \cos \theta^*)$ (GeV)	Nossa met.		SR-1		SR-2	
	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$	$N_{\mu^+}$	$N_{\mu^-}$
2,00 – 2,25	10374	8355,71	10296	8391	67054	54000
2,25 – 2,50	2815,51	2255,75	2874	2206	18469	14447
2,50 – 2,75	710,95	566,48	717	561	4679	3754
2,75 – 3,00	169,95	133,61	153	135	1090	878
3,00 – 3,25	38,63	30,58	35	31	251	185
3,25 – 3,50	8,63	6,70	8	8	46	59
3,50 – 3,75	1,83	1,45	1	1	13	5

o valor obtido em nossa metodologia quanto em SR-1. Nos três casos, o total de múons produzidos a partir de 1,0 TeV cai para menos de 0,4% do total de múons positivos e negativos obtidos no primeiro intervalo de  $E_\mu \cos \theta^*$  se tornando ainda menor para os intervalos de maior energia.

A incerteza nas simulações SR-1 e SR-2 é dada pela expressão

$$\sigma_{R_\mu} = R_\mu \sqrt{\frac{1}{N_{\mu^+}} + \frac{1}{N_{\mu^-}}}, \quad (\text{E.1})$$

cujos resultados obtidos nesses dois casos e em nossa metodologia são mostrados na tabela E.2, bem como os valores de  $R_\mu$  e o erro relativo percentual. Dessa tabela pode-se observar claramente que a metodologia proposta neste trabalho resulta em uma incerteza no valor de  $R_\mu$  significativamente menor do que aquela obtida tanto em SR-1 quanto em SR-2. Comparando-se os valores de  $R_\mu$  obtidos por nosso método com SR-1, que produz quantidades de  $\mu^+$  e  $\mu^-$  similares em todos os intervalos de energia, nota-se claramente que a incerteza obtida em SR-1 nos dois primeiros intervalos, é próxima ao valor de nossa metodologia nos dois últimos intervalos, os quais representam a maior incerteza obtida. Ainda nessa perspectiva, SR-1 resulta em uma incerteza de 50% no sexto intervalo e de 141% no sétimo, de modo que não é possível considerar estes intervalos em uma análise do ajuste dos dados ao modelo pión-káon. Na comparação com SR-2, há uma significativa diminuição na incerteza obtida em SR-1, porém,

ainda bem acima do obtido em nossa metodologia a partir do segundo intervalo de energia. Embora SR-2, resulte em valores de  $R_\mu$  mais próximos de nosso resultado para os 4 primeiros intervalos de energia, uma oscilação elevada nessa grandeza se reflete nos demais intervalos tendo em vista o maior valor de incerteza obtido nesses casos.

Tabela E.2: Razão de carga dos múons por intervalos de energia dos múons ( $E_\mu \cos \theta^*$ ), erro sistemático e relativo percentual em simulações com 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos, bem como os valores obtidos em nossa metodologia considerando-se o modelo QGSJETII-04 para altas energias e GHEISHA para baixas.

log( $E_\mu \cos \theta^*$ ) (GeV)	Nossa met.			SR-1			SR-2		
	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)	$R_\mu$	$\sigma_{R_\mu}$	$e_{rel}$ (%)
2,00 – 2,25	1,242	0,004	0,30	1,227	0,018	1,47	1,242	0,007	0,58
2,25 – 2,50	1,248	0,004	0,36	1,303	0,037	2,83	1,278	0,014	1,11
2,50 – 2,75	1,255	0,006	0,44	1,278	0,072	5,64	1,246	0,027	2,19
2,75 – 3,00	1,272	0,007	0,56	1,133	0,134	11,8	1,241	0,056	4,53
3,00 – 3,25	1,263	0,010	0,78	1,129	0,279	24,7	1,357	0,132	9,69
3,25 – 3,50	1,287	0,016	1,23	1,000	0,500	50,0	0,780	0,153	19,7
3,50 – 3,75	1,262	0,030	2,34	1,000	1,414	141,4	2,600	1,368	52,6

Portanto, o comportamento de  $R_\mu$  e  $\sigma_{R_\mu}$  nos casos observados para SR-1 e SR-2 afetam diretamente o ajuste dos dados ao modelo pión-káon, como se pode observar nos gráficos da figura E.1. Isso mostra que a metodologia utilizada consegue um melhor ajuste a esse modelo justamente nos intervalos de energia a partir de 1,0 TeV em que a contribuição dos káons carregados propicia um aumento na razão de carga em relação à energia dos múons no nível de observação. Nos gráficos das figuras E.1b e E.1c são exibidos apenas os 5 primeiros valores de  $R_\mu$  a fim de manter a escala do eixo vertical para fins de comparação entre os métodos, uma vez que as incertezas inerentes à esses conjuntos de dados são muito elevadas em comparação com ao seu valor nos 3 últimos intervalos.

Os valores dos parâmetros de ajustes das curvas são dados na tabela E.3 com suas respectivas incertezas. Pode-se observar que para o parâmetro  $f_\pi$ , os três casos reproduzem o observado experimentalmente, porém em SR-1, a incerteza é superior a 8 vezes o valor dela nas simulações utilizando a metodologia proposta neste trabalho. Para o parâmetro  $f_K$ , embora

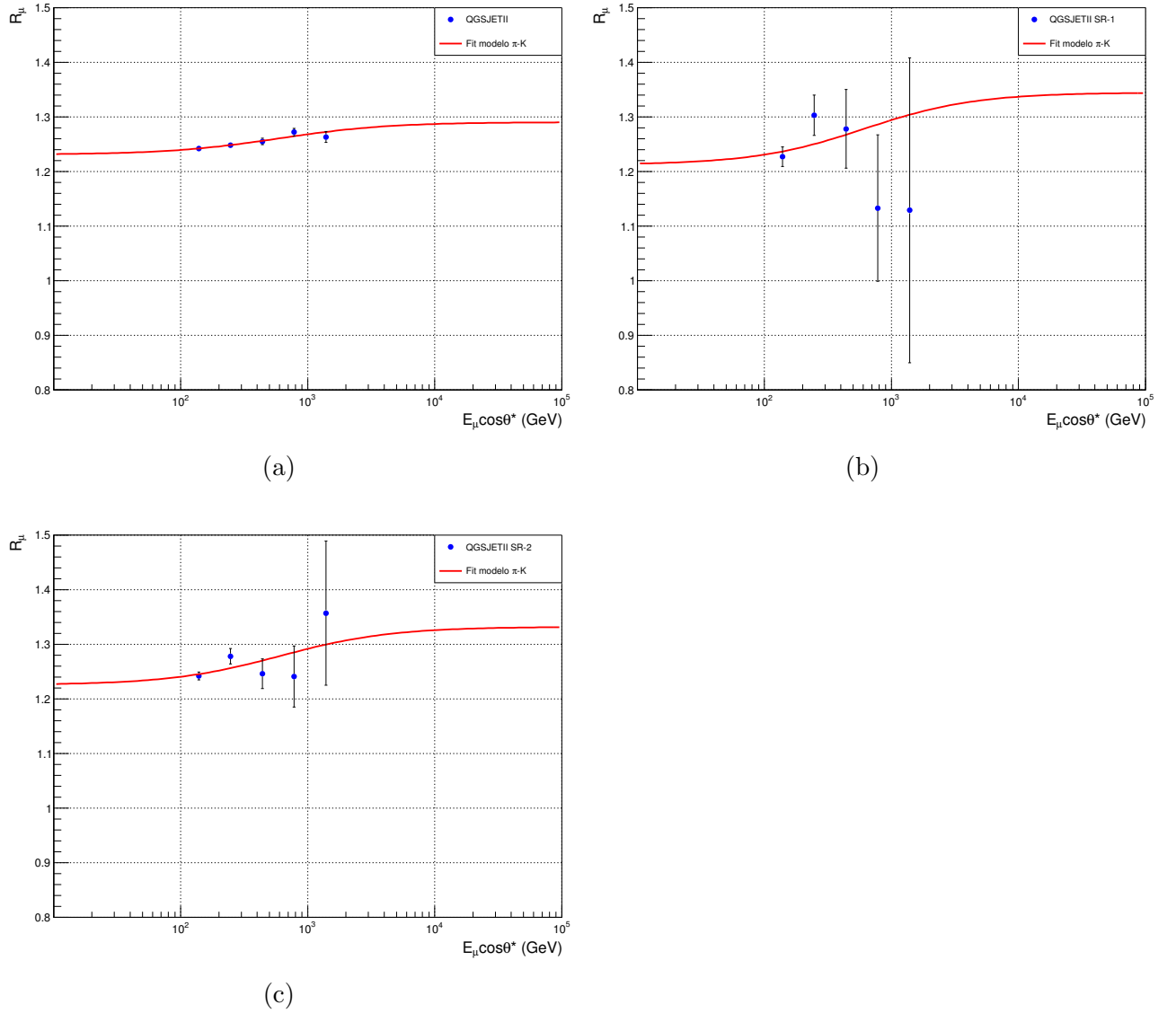


Figura E.1: Razão de carga dos múons no nível de observação  $R_\mu$  em função da energia  $E_\mu \cos \theta^*$  com ajuste para o modelo pión-káon (curvas em vermelho) para as simulações utilizando nossa metodologia, 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos.

SR-1 apresenta o maior valor, sua incerteza é cerca de 15 vezes maior do que nosso método e correspondendo a mais de 20% do valor obtido para  $f_K$ . Por fim, uma comparação do ajuste dos três casos é mostrado na figura E.2 utilizando os valores dos parâmetros obtidos no ajuste mostrado na figura E.1, que leva em conta todos os resultados obtidos para  $R_\mu$  nos 7 intervalos de energia dos múons.

Tabela E.3: Valores obtidos para os parâmetros  $f_\pi$  e  $f_K$  com o ajuste da curva ao modelo pión-káon para as simulações utilizando nossa metodologia, 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos.

Dados	$f_\pi$	$f_K$
Nossa met.	$0,549 \pm 0,002$	$0,599 \pm 0,010$
SR-1	$0,542 \pm 0,017$	$0,628 \pm 0,141$
SR-2	$0,553 \pm 0,007$	$0,579 \pm 0,056$

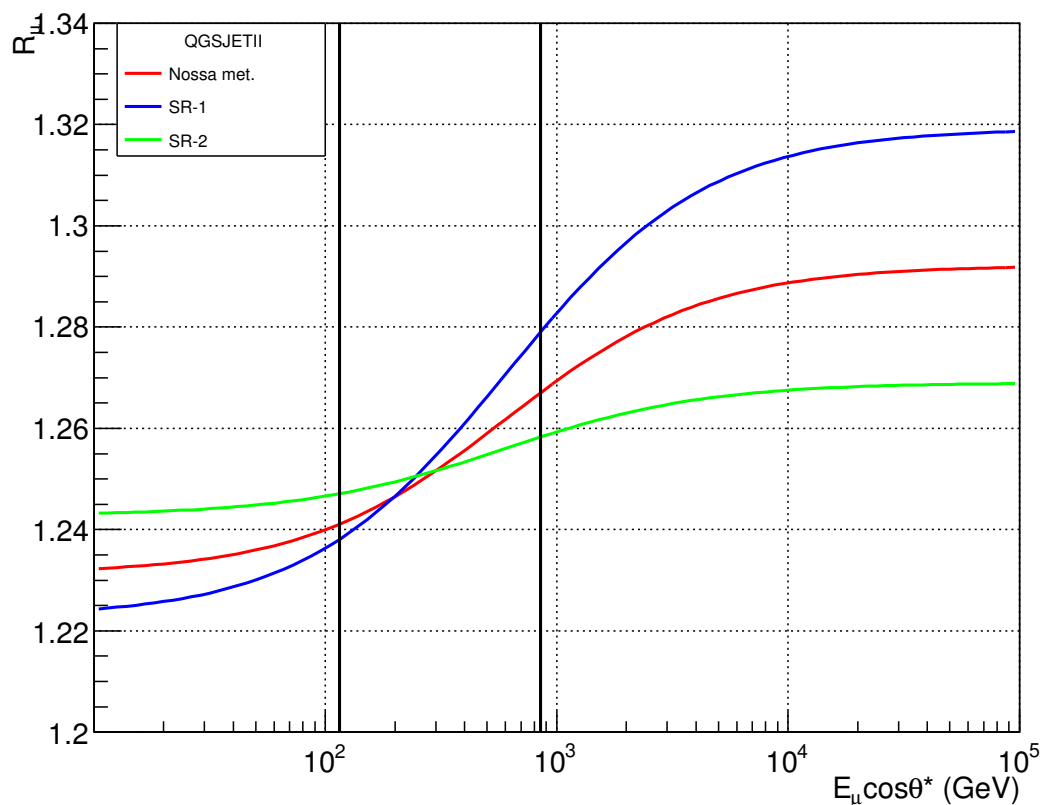


Figura E.2: Curvas do ajuste ao modelo pión-káon para a razão de carga em função da energia  $E_{\mu} \cos \theta^*$  para as simulações utilizando nossa metodologia, 1.602.146 (SR-1) e 10.300.000 (SR-2) eventos. As linhas verticais (em preto) representam as energias críticas para os píons ( $\epsilon_{\pi} = 115$  GeV) e os káons ( $\epsilon_K = 850$  GeV).

# Referências Bibliográficas

- [1] GAISSER, T. K.; ENGEL, R.; RESCONI, E. **Cosmic rays and particle physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2016.
- [2] BAXENDALE, J. M.; HUME, C. J.; THOMPSON, M. G. Precise measurement of the sea level muon charge ratio. **Journal of Physics G: Nuclear Physics**, v. 1, n. 7, p. 781, 1975.
- [3] RASTIN, B. C. A study of the muon charge ratio at sea level within the momentum range 4 to 2000 GeV/c. **Journal of Physics G: Nuclear Physics**, v. 10, n. 11, p. 1629, 1984.
- [4] MATSUNO, S. *et al.* Cosmic-ray muon spectrum up to 20 TeV at 89° zenith angle. **Physical Review D**, v. 29, n. 1, p. 1, 1984.
- [5] BOEZIO, M. *et al.* Measurement of the flux of atmospheric muons with the CAPRICE94 apparatus. **Physical Review D**, v. 62, n. 3, p. 032007, 2000.
- [6] HAINO, S. *et al.* Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the BESS-TeV spectrometer. **Physics Letters B**, v. 594, n. 1-2, p. 35–46, 2004.
- [7] ASHLEY, G. K.; KEUFFEL, J. W.; LARSON, M. O. Charge ratio of ultra-high-energy cosmic-ray muons. **Physical Review D**, v. 12, n. 1, p. 20, 1975.
- [8] ZIMMERMANN, D. *et al.* The cosmic ray muon spectrum and charge ratio in CosmoALEPH. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, v. 525, n. 1-2, p. 141–143, 2004.
- [9] ACHARD, P. *et al.* [L3 Collaboration], Measurement of the atmospheric muon spectrum from 20 to 3000 GeV. **Physics Letters B**, v. 598, n. 1-2, p. 15–32, 2004.
- [10] KHACHATRYAN, V. *et al.* [CMS Collaboration], measurement of the charge ratio of atmospheric muons with the CMS detector. **Physics Letters B**, v. 692, n. 2, p. 83–104, 2010.
- [11] ADAMSON, P. *et al.* [MINOS Collaboration], Measurement of the underground atmospheric muon charge ratio using the MINOS Near Detector. **Physical Review D**, v. 83, n. 3, p. 032011, 2011.
- [12] AGAFONOVA, N. *et al.* [OPERA Collaboration], Measurement of the TeV atmospheric muon charge ratio with the complete OPERA data set. **The European Physical Journal C**, v. 74, n. 7, p. 1–9, 2014.
- [13] SCHREINER, P. A.; REICHENBACHER, J.; GOODMAN, M. C. Interpretation of the underground muon charge ratio. **Astroparticle Physics**, v. 32, n. 1, p. 61–71, 2009.

- [14] KNAPP, J. *et al.* Extensive air shower simulations at the highest energies. **Astroparticle Physics**, v. 19, n. 1, p. 77–99, 2003.
- [15] HECK, D. *et al.* CORSIKA: A Monte Carlo code to simulate extensive air showers. **Report fzka**, v. 6019, n. 11, 1998.
- [16] HECK, D.; PIEROG, T. **Extensive Air Shower Simulation with CORSIKA: A User's Guide (Version 7.7100 from October 1, 2019)**. Disponível em: <https://web.iap.kit.edu/corsika/usersguide/usersguide.pdf>.
- [17] CARLSON, P.; ANGELIS, A. D. Nationalism and internationalism in science: The case of the discovery of cosmic rays. **The European Physical Journal H**, v. 35, n. 4, p. 309–329, 2011.
- [18] GINZBURG, V. L. Cosmic ray astrophysics (history and general review). **Physics-Uspekhi**, v. 39, n. 2, p. 155, 1996.
- [19] MURAKI, Y. A snapshot from the history of cosmic ray research: A japanese scientist view. **arXiv:1012.1492**, 2010.
- [20] KAMPERT, K.-H.; WATSON, A. A. Extensive air showers and ultra high-energy cosmic rays: A historical review. **The European Physical Journal H**, v. 37, n. 3, p. 359–412, 2012.
- [21] FREIER, P. *et al.* Evidence for heavy nuclei in the primary cosmic radiation. **Physical Review**, v. 74, n. 2, p. 213, 1948.
- [22] SOKOLSKY, P. **Introduction to ultrahigh energy cosmic ray physics**. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [23] GRIEDER, P. K. F. **Cosmic rays at Earth**. Amsterdam: Elsevier, 2001.
- [24] GAISSER, T. K. Atmospheric Neutrinos. **arXiv:1910.08851**, 2019.
- [25] SCHLICKEISER, R. **Cosmic ray astrophysics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2002.
- [26] WORKMAN, R. L. *et al.* Review of Particle Physics. **PTEP**, v. 2022, p. 083C01, 2022.
- [27] MAURI, N. **Measurement of the atmospheric muon charge ratio with the OPERA detector**. Tese (Doutorado) — Universidade de Bologna, 2011.
- [28] GAISSER, T. K. Spectrum of cosmic-ray nucleons, kaon production, and the atmospheric muon charge ratio. **Astroparticle Physics**, v. 35, n. 12, p. 801–806, 2012.
- [29] MATTHEWS, J. A Heitler model of extensive air showers. **Astroparticle Physics**, v. 22, n. 5-6, p. 387–397, 2005.
- [30] STANEV, T. **High energy cosmic rays**. Chichester: Springer Science & Business Media, 2010.
- [31] MEURER, C. *et al.* Muon production in extensive air showers and its relation to hadronic interactions. **Czechoslovak Journal of Physics**, v. 56, n. 1, p. A211–A219, 2006.

- [32] TIPLER, P.; LLEWELLYN, R. **Modern Physics**. New York: W. H. Freeman, 2012.
- [33] AGAFONOVA, N. *et al.* [OPERA Collaboration], Measurement of the atmospheric muon charge ratio with the OPERA detector. **The European Physical Journal C**, v. 67, n. 1, p. 25–37, 2010.
- [34] ADAMSON, P. *et al.* [MINOS Collaboration], Measurement of the atmospheric muon charge ratio at tev energies with the MINOS detector. **Physical Review D**, v. 76, n. 5, p. 052003, 2007.
- [35] VASQUEZ, M. A. S. **Measurements of the  $\mu^+/\mu^-$  ratio for vertical and horizontal atmospheric muons with ALICE detector**. Tese (Doutorado) — Universidade de Turin, 2011.
- [36] MAURI, N. Experimental results on the atmospheric muon charge ratio. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2016. v. 121, p. 03007.
- [37] FUKUDA, Y. *et al.* Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. **Physical Review Letters**, v. 81, n. 8, p. 1562, 1998.
- [38] SCHREINER, P.; GOODMAN, M. Interpretation of the atmospheric muon charge ratio in MINOS. **arXiv:0706.0538**, 2007.
- [39] HEBBEKER, T.; TIMMERMANS, C. A compilation of high energy atmospheric muon data at sea level. **Astroparticle Physics**, v. 18, n. 1, p. 107–127, 2002.
- [40] MURAKI, Y. MUTRON and comments on super collider experiment. In: ICR-125-85- 5. [S.l.], 1985.
- [41] FOREMAN, W. *et al.* Calorimetry for low-energy electrons using charge and light in liquid argon. **Physical Review D**, APS, v. 101, n. 1, p. 012010, 2020.
- [42] FOREMAN, W. M. **A Demonstration of Light-Augmented Calorimetry For Low-Energy Electrons in Liquid Argon**. Tese (Doutorado) — Fermi National Accelerator Lab.(FNAL), Batavia, IL (United States), 2019.
- [43] COLLABORATION, I. Measurement of the  $\mu$  decay spectrum with the ICARUS liquid Argon TPC. **The European Physical Journal C-Particles and Fields**, Springer, v. 33, n. 2, p. 233–241, 2004.
- [44] TERNES, C. A. *et al.* Neutrino mass ordering at DUNE: An extra  $\nu$  bonus. **Physical Review D**, APS, v. 100, n. 9, p. 093004, 2019.
- [45] MEASDAY, D. F. The nuclear physics of muon capture. **Physics Reports**, Elsevier, v. 354, n. 4-5, p. 243–409, 2001.
- [46] SUZUKI, T.; MEASDAY, D. F.; ROALSVIG, J. Total nuclear capture rates for negative muons. **Physical Review C**, APS, v. 35, n. 6, p. 2212, 1987.
- [47] RODRIGUES, O. B. *et al.* **LArIAT's muon range stack characterization using Monte Carlo simulation**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, 2018.

- [48] YAMADA, M. *et al.* Measurements of the charge ratio and polarization of 1.2-TeV/c cosmic-ray muons with the Kamiokande II detector. **Physical Review D**, v. 44, n. 3, p. 617, 1991.
- [49] KITAGAWA, H.; NAKANO, Y.; KOSHIO, Y. [Super-Kamiokande Collaboration], Measurements of the charge ratio and polarization of cosmic ray muons with the Super-Kamiokande detector. In: POS. [S.l.], 2021. ICRC 2021, p. 360.
- [50] VULPESCU, B. *et al.* A compact detector for the measurement of the cosmic-ray muon charge ratio. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, v. 414, n. 2-3, p. 205–217, 1998.
- [51] FEDYNITCH, A.; TJUS, J. B.; DESIATI, P. Influence of hadronic interaction models and the cosmic ray spectrum on the high energy atmospheric muon and neutrino flux. **Physical Review D**, v. 86, n. 11, p. 114024, 2012.
- [52] PIEROG, T.; ENGEL, R.; HECK, D. Impact of uncertainties in hadron production on air-shower predictions. **Czechoslovak Journal of Physics**, v. 56, n. 1, p. A161–A172, 2006.
- [53] PIEROG, T.; WERNER, K. Muon production in extended air shower simulations. **Physical review letters**, v. 101, n. 17, p. 171101, 2008.
- [54] ENGEL, R. Hadronic interactions and extensive air showers. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2006. v. 47, n. 1, p. 026.
- [55] OSTAPCHENKO, S. Simulations of cosmic ray interactions: past, present, and future. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2006. v. 47, n. 1, p. 027.
- [56] HALATAEI, S. M. H. *et al.* Simulation study on number of secondary particles in extensive air showers using CORSIKA code. **Physical Review D**, v. 77, n. 8, p. 083001, 2008.
- [57] DJEMIL, T.; ATTALLAH, R.; CAPDEVIELLE, J. N. Simulation of the atmospheric muon flux with CORSIKA. **International Journal of Modern Physics A**, v. 20, n. 29, p. 6950–6952, 2005.
- [58] ENGEL, R. *et al.* Towards a next generation of CORSIKA: A framework for the simulation of particle cascades in astroparticle physics. **Computing and Software for Big Science**, v. 3, n. 1, p. 1–12, 2019.
- [59] CERUTTI, F. *et al.* (Ed.). **Proceedings, 14th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms: Varenna, Italy, June 15-19 Jun, 2015**. Geneva: CERN, 2015.
- [60] ENGEL, R.; HECK, D.; PIEROG, T. Extensive air showers and hadronic interactions at high energy. **Annual review of nuclear and particle science**, v. 61, p. 467–489, 2011.
- [61] ENGEL, R. *et al.* The hadronic interaction model Sibyll—past, present and future. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2017. v. 145, p. 08001.
- [62] HECK, D.; ENGEL, R. The EISTORY and MUPROD Options of the Air Shower Simulation Program CORSIKA. **KIT-SWP**, v. 5, 2015.

- [63] DEDENKO, L. *et al.* Testing of the DPMJET and VENUS hadronic interaction models with help of the atmospheric muons. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2017. v. 798, n. 1, p. 012045.
- [64] DEDENKO, L. *et al.* Testing of the EPOS LHC, QGSJET01, QGSJETII-03 and QGSJETII-04 hadronic interaction models via help of the atmospheric vertical muon spectra. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2017. v. 934, n. 1, p. 012017.
- [65] DEDENKO, L. *et al.* Testing of the VENUS 4.12, DPMJET 2.55, QGSJET II-03 and SIBYLL 2.3 hadronic interaction models via help of the atmospheric vertical muon spectra. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2017. v. 158, p. 06006.
- [66] DEDENKO, L. G. *et al.* Testing the QGSJET01 and QGSJETII-04 models with the help of atmospheric muons. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2017. v. 145, p. 16003.
- [67] COLLABORATION, M.; AMBROSIO, M. Final results of magnetic monopole searches with the MACRO experiment. **The European Physical Journal C-Particles and Fields**, Springer, v. 25, n. 4, p. 511–522, 2002.
- [68] AGAFONOVA, N. Y.; RYAZHSKAYA, O.; COLLABORATION, L. LVD—Multipurpose Russian-Italian Detector. **Physics of Atomic Nuclei**, Springer, v. 85, n. 1, p. 79–85, 2022.
- [69] ARTEAGA-VELÁZQUEZ, J.; SOUZA, V. d. Measurements of the muon content of EAS in KASCADE-Grande compared with SIBYLL 2.3 predictions. **Proceedings of Science**, v. 301, p. 316–1, 2017.
- [70] AMENOMORI, M. *et al.* Test of the hadronic interaction models SIBYLL 2.3, EPOS-LHC and QGSJETII-04 with Tibet EAS core data. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2019. v. 208, p. 08013.
- [71] THAKURIA, C.; BORUAH, K. Comparison of EAS simulation results using CORSIKA code for different high-energy interaction models. **Nuclear Physics B-Proceedings Supplements**, Elsevier, v. 212, p. 265–269, 2011.
- [72] BAKIROVA, G.; ARSOV, T. Comparison of extended air showers simulation results using corsika code for different high-energy interaction models. In: AIP PUBLISHING LLC. **AIP Conference Proceedings**. [S.l.], 2019. v. 2075, n. 1, p. 080002.
- [73] BAHMANABADI, M.; RAFEZI, L. Determining the dependence on the energy and atmospheric depth of the angular distribution of muons using the corsika simulation code. **Physical Review D**, APS, v. 98, n. 10, p. 103003, 2018.
- [74] NIKOLAENKO, R. *et al.* Comparison of models of nucleus–nucleus interactions implemented in corsika. **Physics of Atomic Nuclei**, Springer, v. 84, p. 1011–1016, 2021.
- [75] BAHMANABADI, M.; FAZLALIZADEH, M. Muon charge ratio using the CORSIKA simulation code. **Physical Review D**, APS, v. 100, n. 8, p. 083004, 2019.

- [76] BAHMANABADI, M. Determining the muon charge ratio using an experimental measurements and the corsika simulation code. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, Elsevier, v. 945, p. 162635, 2019.
- [77] OSTAPCHENKO, S. QGSJET-II: physics, recent improvements, and results for air showers. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2013. v. 52, p. 02001.
- [78] OSTAPCHENKO, S. Monte Carlo treatment of hadronic interactions in enhanced Pomeron scheme: QGSJET-II model. **Physical Review D**, APS, v. 83, n. 1, p. 014018, 2011.
- [79] OSTAPCHENKO, S. Status of QGSJET. In: AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS. **AIP Conference Proceedings**. [S.l.], 2007. v. 928, n. 1, p. 118–125.
- [80] OSTAPCHENKO, S. QGSJET-II: towards reliable description of very high energy hadronic interactions. **Nuclear Physics B-Proceedings Supplements**, Elsevier, v. 151, n. 1, p. 143–146, 2006.
- [81] PIEROG, T.; WERNER, K. EPOS model and ultra high energy cosmic rays. **Nuclear Physics B-Proceedings Supplements**, Elsevier, v. 196, p. 102–105, 2009.
- [82] WERNER, K. *et al.* EPOS. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2019. v. 208, p. 11005.
- [83] ROESLER, S.; ENGEL, R.; RANFT, J. The Monte Carlo event generator DPMJET-III. In: SPRINGER. **Advanced Monte Carlo for Radiation Physics, Particle Transport Simulation and Applications: Proceedings of the Monte Carlo 2000 Conference, Lisbon, 23–26 October 2000**. [S.l.], 2001. p. 1033–1038.
- [84] ROESLER, S.; ENGEL, R.; RANFT, J. The event generator DPMJET-III at cosmic ray energies. In: **Proc. of 27th International Cosmic Ray Conference, Hamburg, Germany**. [S.l.: s.n.], 2001.
- [85] FLETCHER, R. *et al.* SIBYLL: An event generator for simulation of high energy cosmic ray cascades. **Physical Review D**, APS, v. 50, n. 9, p. 5710, 1994.
- [86] AHN, E.-J. *et al.* Cosmic ray interaction event generator SIBYLL 2.1. **Physical Review D**, APS, v. 80, n. 9, p. 094003, 2009.
- [87] RIEHN, F. *et al.* A new version of the event generator Sibyll. **arXiv preprint arXiv:1510.00568**, 2015.
- [88] OSTAPCHENKO, S.; THOUW, T.; WERNER, K. The new VENUS model of hadronic interactions at ultrarelativistic energies. **Nuclear Physics B Proceedings Supplements**, v. 52, n. 3, p. 3–7, 1997.
- [89] KALMYKOV, N.; OSTAPCHENKO, S.; PAVLOV, A. Quark-gluon-string model and EAS simulation problems at ultra-high energies. **Nuclear Physics B-Proceedings Supplements**, Elsevier, v. 52, n. 3, p. 17–28, 1997.

- [90] ARAKELYAN, G.; MERINO, C.; SHABELSKI, Y. M. Quark-gluon string-model description of baryon production in  $K\pm N$  interactions. **Physics of Atomic Nuclei**, Springer, v. 70, p. 1110–1118, 2007.
- [91] National Center for Environmental Information. Acesso em: 20 ago. 2022. Disponível em: <https://www.ncei.noaa.gov/products/geomagnetic-data>.
- [92] ROHATGI, A. **WebPlotDigitizer**. 2022. Disponível em: <https://automeris.io/WebPlotDigitizer>.
- [93] TOGNINI, S. C. **Efeitos de temperatura da atmosfera por simulação de múons de raios cósmicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, 2012.
- [94] BRUN, R. *et al.* **root-project/root: v6.18/02**. Zenodo, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3895860>.
- [95] LISTA, L. **Statistical methods for data analysis in particle physics**. Heidelberg: Springer, 2017. v. 941.
- [96] GRIFFITHS, D. **Introduction to Elementary Particles**. [S.l.]: VCH, Weinheim, 2008.
- [97] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quark and Leptons: An introductory course in Modern Particle Physics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.
- [98] SOARES, H. M. **Interações hadrônicas a altíssimas energias e o desenvolvimento de cascatas atmosféricas extensas**. Tese (Doutorado) — Universidade de Sao Paulo, 2018.
- [99] ESCOBAR, C. O. A invenção dos pártons. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO Brasil, v. 40, 2018.
- [100] MACHADO, M. V. T. **Um modelo partônico para a difração aplicado ao DIS**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998.
- [101] FORSHAW, J. R. *et al.* **Quantum Chromodynamics and the pomeron**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1997.
- [102] CAPELLA, A.; VAN, J. T. T.; KWIECINSKI, J. Minijets, QCD, and unitarity. **Physical Review Letters**, APS, v. 58, n. 20, p. 2015, 1987.
- [103] KAIDALOV, A. High-energy hadronic interactions (20 years of the Quark-Gluon Strings Model). **Physics of Atomic Nuclei**, Springer, v. 66, p. 1994–2016, 2003.
- [104] RANFT, J. Dual parton model at cosmic ray energies. **Physical Review D**, APS, v. 51, n. 1, p. 64, 1995.
- [105] CAPELLA, A. Introduction to the Dual Parton Model. **Perspectives in the Structure of Hadronic Systems**, Springer, p. 287–310, 1994.