



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

MARCOS VINÍCIUS DOS SANTOS AMORIM

ÁRVORES, CARRINHOS E INVESTIGAÇÕES: Narrativas sobre a
comunicação na sala de aula de matemática

GOIÂNIA

2019

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM

Título do trabalho: CARRINHOS, ÁRVORES E INVESTIGAÇÕES: Narrativas sobre a comunicação na sala de aula de matemática

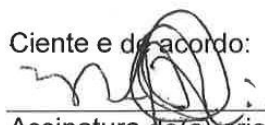
3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ **SIM** ☐ **NÃO**¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:


Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 25 / 11 / 2019

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

MARCOS VINÍCIUS DOS SANTOS AMORIM

ÁRVORES, CARRINHOS E INVESTIGAÇÕES: Narrativas sobre a
comunicação na sala de aula de matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás, como exigência parcial à obtenção do título de mestre em Educação em Ciências e Matemática. Orientador: Profº. Dr. Marcos Antonio Gonçalves Junior.

GOIÂNIA

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Amorim, Marcos Vinícius dos Santos
ÁRVORES, CARRINHOS E INVESTIGAÇÕES [manuscrito] :
Narrativas sobre a comunicação na sala de aula de matemática /
Marcos Vinícius dos Santos Amorim. - 2019.
CXLII, 142 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Antonio Gonçalves Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Pró
reitoria de Pós-graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em
Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2019.
Bibliografia. Anexos.
Inclui siglas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Educação Matemática. 2. Comunicação. 3. Pesquisa Narrativa. I.
Gonçalves Júnior, Marcos Antonio, orient. II. Título.

CDU 51:37



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

GERÊNCIA DE CURSOS E PROGRAMAS INTERDISCIPLINARES

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata da sessão de Defesa de Dissertação de **Marcos Vinícius dos Santos Amorim**, que confere o título de Mestre(a) em **Educação em Ciências e Matemática**, na área de concentração em **Qualificação de Professores de Ciências e Matemática**.

Aos **21 dias do mês de outubro de 2019**, a partir da(s) **14:00 horas**, no(a) **CEPAE - UFG** realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “**ÁRVORES, CARRINHOS E INVESTIGAÇÕES: Narrativas sobre a comunicação na sala de aula de matemática**”. Os trabalhos foram instalados pelo(a) Orientador(a), Professor(a) Doutor(a) Marcos Antonio Gonçalves Júnior - UFG, com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor(a) Doutor(a) LUCIANO FELICIANO DE LIMA - UEG, membro titular externo; Professor(a) Doutor(a) ROSELI ARAUJO BARROS - UEG, membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido(a) o(a) candidato(a) **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo(a) Professor(a) Doutor(a) Marcos Antonio Gonçalves Júnior, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao(s) 21 dias do mês de outubro de 2019.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Luciano Feliciano de Lima, Usuário Externo**, em 21/10/2019, às 13:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antonio Gonçalves Júnior, Presidente**, em 21/10/2019, às 18:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Roseli Araujo Barros, Usuário Externo**, em 30/10/2019, às 23:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0922995** e o código CRC **AB067ED5**.

Referência: Processo nº 23070.035687/2019-94

SEI nº 0922995

*Dedico esta dissertação a todos aqueles que
“contam histórias” nos mais variados espaços de
formação.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me ajudou na hora de tomar decisões importantes, que não foram poucas ao longo do mestrado.

Aos meus pais, Marcimino e Maria Oneide, pela compreensão, pelo apoio durante toda minha vida escolar, sobretudo nesses últimos anos, seja emocional ou financeiramente. Obrigado por tudo!

À minha mãe, Roseny, que me ajudou bastante durante meus tempos de morador de Goiânia. Agradeço pela paciência e compreensão!

Ao meu orientador, Professor Dr. Marquinhos, por embarcar comigo nessa jornada. Nossas conversas durante as orientações, ou mesmo durante o almoço, foram muito formativas para mim. Aprendi muito. Obrigado por me apresentar a Pesquisa Narrativa e permitir me contar por meio da pesquisa!

Ao meu orientador de graduação e, também, membro da banca de qualificação e defesa desse trabalho, Professor Dr. Luciano, que me deu a mão durante meus primeiros passos na pesquisa em Educação Matemática. Obrigado por acreditar em mim e me incentivar durante todo esse trajeto: graduação, processo seletivo do mestrado e escrita da dissertação. Na qualificação, suas arguições contribuíram muito.

À Professora Dra. Roseli, por ter aceitado fazer parte da minha banca de qualificação e defesa. Obrigado pelas ricas contribuições, até mesmo antes da banca de qualificação, dando sugestões de leituras e me incentivando a fazer Pesquisa Narrativa. Seus comentários durante a qualificação foram muito valiosos para o enriquecimento do texto.

Aos grandes amigos que fiz nesse mestrado, em especial os colegas Alyson Fernandes, Luara Laressa e Mayline Regina, pela parceria e irmandade durante esse período, seja em viagens, grupos de estudos, momentos de descontração etc. Obrigado por terem tornado essa jornada mais leve!

Aos amigos do Grupo de Pesquisa *Abakós* – Práticas Formativas e Colaborativas em Educação Matemática na Escola, pela contribuição para a escrita desse trabalho, bem como pelas manhãs de quarta-feira com um agradável lanche e ricas discussões.

Aos colegas e amigos que compõem o corpo docente do Colégio Estadual Costa e Silva e do Colégio Alternativo – COOPECIGO, da cidade de Mozarlândia e de Goiás,

respectivamente, pelo companheirismo durante minha passagem, como aluno ou como professor. Em ambos aprendi muito.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa que tornou possível a integralização dessa pesquisa.

À Universidade Federal de Goiás, que oferece formação pública, gratuita e de qualidade e que, por meio do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, possibilitou a um jovem do interior de Goiás tornar-se mestre.

RESUMO

A presente dissertação versa sobre a Comunicação em aulas de matemática, em um contexto de Investigações Matemáticas e Resolução de Problemas. Nela, busca-se analisar para compreender e narrar a comunicação em aulas de matemática, em um contexto de aulas investigativas e de Resolução de Problemas, e sua relação com os papéis dos alunos e professores, nesse contexto. De forma mais específica, objetiva-se: i) analisar de que forma os alunos expressam suas ideias e as argumentam, no processo de investigação matemática; ii) estabelecer uma relação entre os elementos da comunicação e a postura dos alunos e professor; iii) analisar como a comunicação pode ou não caracterizar a dinâmica das aulas. Metodologicamente, a pesquisa se caracteriza como Pesquisa Narrativa (CLANDININ; CONNELLY, 2015). O material analisado foi recolhido a partir do diário de campo e gravações de áudio e vídeo das aulas de matemática do sexto ano do Ensino Fundamental, do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE/UFG), no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo” (LEPEM), que ocorreram durante dois períodos: entre 20 de março e 3 de abril de 2018; e entre 26 de junho e 21 de agosto de 2018. Após a produção do material, realizou-se uma Análise Narrativa (BOLÍVAR, 2002), relacionando a teoria estudada sobre Comunicação na sala de aula de Matemática (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), Diálogo (FREIRE, 2015, 2016), Investigações Matemáticas na sala de aula (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013), bem como memórias do pesquisador, em um aspecto relacional. Produziu-se, ao fim da análise, duas narrativas que contam e analisam a comunicação no ambiente investigado. Considera-se que o trabalho em sala de aula com investigações matemáticas e resolução de problemas permitiu um ambiente propício para a ruptura ou, pelo menos, para o questionamento, por parte dos alunos, de uma concepção de que em matemática sempre existirá somente uma resposta correta, pensamento vinculado ao absolutismo burocrático. Além disso, a análise das narrativas permite compreender que quando os alunos são convidados a ter uma postura ativa e ter, com o professor, responsabilidade sobre o desenvolvimento da aula, eles tendem a realizar a investigação e se assumir no processo. No entanto, quando o professor toma para si a responsabilidade de apresentar sua estratégia à turma, sem haver um compartilhamento entre professor e alunos, estes últimos decidem tratar de outros assuntos, externos à aula de matemática, uma vez que percebem rapidamente quando são parte do processo e quando não são.

Palavras-chave: Educação Matemática; Comunicação; Pesquisa Narrativa.

ABSTRACT

This dissertation deals with Communication in math classes, in a context of Mathematical Investigations and Problem Solving. It seeks to analyze to understand and narrate communication in math classes, in a context of investigative and problem solving classes, and its relationship with the roles of students and teachers in this context. More specifically, it aims to: i) analyze how students express their ideas and argue them in the process of mathematical investigation; ii) establish a relationship between the elements of communication and the attitude of students and teacher; iii) analyze how communication may or may not characterize the class dynamics. Methodologically, the research is characterized as Narrative Inquiry (CLANDININ; CONNELLY, 2015). The material analyzed was collected from the field diary and audio and video recordings of the math classes of the sixth grade of Elementary School, the Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE / UFG), in the Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo” (LEPEM), which occurred during two periods: between March 20 and April 3, 2018; and between June 26 and August 21, 2018. After the production of the material, a Narrative Analysis was performed (Bolívar, 2002), relating the theory studied on communication in the mathematics classroom (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), Diálogo (FREIRE, 2015, 2016), Mathematical Investigations in the classroom (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013), as well as the researcher's memories, in a relational aspect. At the end of the analysis, two narratives were produced that tell and analyze the communication in the investigated environment. It is considered that classroom work with mathematical investigations and problem solving has provided a conducive environment for disruption or, at least, for students to question a conception that in mathematics there will always be only one answer. correct, thought linked to bureaucratic absolutism. In addition, narrative analysis allows us to understand that when students are asked to take an active stance and have, with the teacher, responsibility for the development of the class, they tend to conduct research and take over in the process. However, when the teacher takes on the responsibility of presenting his or her strategy to the class without sharing between teacher and students, the latter decide to address other issues outside the math class as they quickly realize when they are part of the class. process and when they are not.

Keywords: Mathematical Education; Communication; Narrative search.

LISTA COMPARTILHADA

Lista de Quadros

Quadro 1- Tipos de enunciados de exercícios e problemas	39
Quadro 2 - Ambientes de Aprendizagem	44
Quadro 3 - Tipos de aula de matemática.....	60
Quadro 4 - Contraste entre dois tipos de análise de dados narrativos	65

Lista de Figuras

Figura 1- O Modelo de Cooperação Investigativa.....	52
Figura 2 - Comando vrum	72
Figura 3 - Comando rrrr	73
Figura 4 - Comando Ploft.....	73
Figura 5 - Comando Caploft.....	74
Figura 6 - Atividade do Carrinho Vrum Vrum.....	76
Figura 7 - Cartaz do primeiro grupo	88
Figura 8 - Cartaz do grupo 2.....	90
Figura 9 - Cartaz do grupo 3.....	99
Figura 10 - A tabela construída pelo grupo 3	99
Figura 11 - Representação da figura que havia no primeiro cartaz	105
Figura 12 - Representação da figura que havia no segundo cartaz.....	105
Figura 13 - O Senso numérico dos bichos.....	109
Figura 14 - Representação, criada pelo autor, que ilustra a estratégia do Wagner.....	112
Figura 15 - Representação, criada pelo autor, que ilustra a estratégia da Geovana	112

Lista de Siglas

CA – Colégio de Aplicação

CEPAE – Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação

COOPECIGO – Cooperativa de Ensino de Goiás

DEI – Departamento de Educação Infantil

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

ES1 – Estágio Supervisionado I

ES2 – Estágio Supervisionado 2

FE – Faculdade de Educação

IFG – Instituto Federal de Goiás

LEPEM – Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo”

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGECM – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

SAS – Sistema de Avaliação Seriado

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UEG – Universidade Estadual de Goiás

UFG – Universidade Federal de Goiás

VII CIEM – 7º Congresso Internacional de Ensino de Matemática

XII ENEM – 12º Encontro Nacional de Educação Matemática

SUMÁRIO

1. REVISITANDO MEMÓRIAS E ME REDESCOBRINDO ESTUDANTE, PROFESSOR E PESQUISADOR	15
Ouvinte das histórias que me contavam.....	15
De ouvinte a “contador de histórias”	20
Buscando formação... ou matemática?	21
Agora sou professor! Não sou?	23
Ainda não sou professor! Melhor estudar mais.	24
No mestrado, repensando o projeto de pesquisa	30
2. O ENSINO DE MATEMÁTICA	34
Uma questão de concepção?	34
Uma questão de abordagem?.....	36
Uma questão de comunicação?	45
<i>Absolutismo burocrático</i>	49
<i>O Modelo de Cooperação Investigativa</i>	51
3. CONHECENDO O AMBIENTE E TRILHANDO OS CAMINHOS PARA A PESQUISA	57
Contexto da pesquisa	57
<i>O Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação</i>	57
<i>O Projeto de Ensino de Matemática no sexto ano</i>	59
Caminhos teórico-metodológicos da pesquisa	63
4. DUAS TAREFAS E MUITAS HISTÓRIAS	70
Carrinho Vrum Vrum.....	70
<i>Deixe-me contar como foi nosso primeiro dia</i>	70
<i>Todo mundo de pé!</i>	71
<i>Vamos investigar?</i>	75
<i>O que vocês investigaram?</i>	82

<i>Que se iniciem as apresentações!</i>	85
<i>O quatro e o cinco não participaram!</i>	87
<i>Acho que parou no seis... ..</i>	89
<i>O seis brinca?</i>	91
<i>Parece que a pergunta da Eva está mais interessante.....</i>	94
<i>Mas vocês não chegaram a um consenso?.....</i>	96
<i>Uma tabela pode facilitar.....</i>	99
<i>Árvores e o Senso Numérico.....</i>	102
<i>Na aula de hoje, vou contar algumas histórias para vocês</i>	102
<i>Como vamos contar as folhas?.....</i>	110
<i>Jorge e eu</i>	113
<i>E aí? Quantas folhas tem a árvore?</i>	121
<i>Vocês têm que contar o que fizeram para chegar no número.....</i>	123
5. FINALIZANDO A HISTÓRIA, NÃO A PESQUISA, NEM A EXPERIÊNCIA.	128
REFERÊNCIAS	132
ANEXOS	135

1. REVISITANDO MEMÓRIAS E ME REDESCOBRINDO ESTUDANTE, PROFESSOR E PESQUISADOR

Os conhecimentos coletivos de uma sociedade incluem valores, explicações e modos de comportamento e são muitas vezes chamados as *tradições*, que orientam o comportamento dos indivíduos e gerações seguintes. Organizados como História, as tradições orientam todo o comportamento de uma sociedade e de indivíduos. O homem é o resultado de sua história. (D'AMBROSIO, 2016, p. 45).

Compartilhando com D'Ambrósio (2016) a ideia ora apresentada, proponho apresentar nessa seção a história da qual sou resultado e, conseqüentemente, de onde surgem as motivações para essa pesquisa, bem como seus objetivos. Para isso, escrevi um memorial de formação (PRADO; SOLIGO, 2005) e o fiz de forma mais literária.

Ouvinte das histórias que me contavam

Diante da tarefa de escrever um memorial sobre minha formação, sem muito esforço, me vem à memória lembranças de momentos e situações que guardam relação estreita com meu *ser professor*. Acontecimentos que, direta ou indiretamente, influenciaram de forma significativa em como vejo o outro e que valor dou às suas experiências, o que, para mim, tem parte fundamental na construção do professor que estou me tornando.

Sobre isso, Souza (2004, p. 191) afirma que “a trajetória de escolarização, numa dimensão relacional e como conhecimento de si, revela [...] as lembranças e as aprendizagens sobre a formação construídas nos espaços familiar e escolar” e que diferentes atores marcam tempos e espaços nessas narrativas,

por envolverem experiências formadoras e regulações necessárias ao processo educativo, ao desenvolvimento pessoal e às mudanças que se operam no sistema de referências e no modo de funcionamento do sujeito, assentando-se aí uma perspectiva formativa ao longo da vida (SOUZA, 2004, p. 191-192).

Portanto, a narrativa que compõe essa seção é marcada por diferentes momentos formativos e em diferentes espaços de formação.

Escrevo essa parte da dissertação em uma sala de estudos da Biblioteca Cajuí, da Universidade Federal de Goiás, Regional Goiás. Ao meu lado, uma janela, estilo que remete à arquitetura do século XIX, assim como quase todas as construções da cidade¹ da poetisa Cora

¹ Cidade de Goiás, Goiás, Brasil.

Coralina. Por esta janela, consigo ver, em uma viela de terra, uma van escolar. Parece estar abandonada. Talvez não esteja. É fim das férias de verão. Logo as aulas recomeçam e a velha van volta a desempenhar seu papel. Mas o que isto tem a ver com as minhas narrativas de formação ou trajetória de vida e formação? Veremos.

Sou nascido e criado na zona rural de Mozarlândia, uma cidadezinha do interior do estado de Goiás. Sempre morei com meus avós² e, talvez por não terem tido a oportunidade de estudar, eles faziam de tudo para que eu tivesse acesso à escola e cuidavam para que essa fosse minha prioridade. Digo isso porque era comum (e em muitos lugares talvez ainda seja) os próprios estudantes moradores da zona rural julgar os estudos como uma perda de tempo e, por isso, dedicar-se mais à lida de gado ou afazeres domésticos. Para isso não precisava de estudos. Escola era apenas para quem almejava faculdade. E como um filho de vaqueiro faria ensino superior? Melhor garantir o emprego na fazenda.

Éramos chacareiros, ou seja, não tínhamos compromisso com patrões. Grande parte do que produzíamos era para consumo próprio, mas sempre vendíamos alguma coisa na feira: queijo, requeijão, frangos, ovos etc. Minha mãe nos ajudava financeiramente. Naquela época, ela morava e trabalhava em Goiânia e, por isso, conseguia pagar meus estudos em um colégio particular.

Bem! Enquanto fazia os primeiros rabiscos em meu memorial de formação, a velha van escolar encostada me fez lembrar as inúmeras viagens que fiz em uma similar àquela para estudar na cidade. Morávamos há uns 20km de distância da zona urbana. Recordo que, de carroça, gastávamos 1h40min ou um pouco mais, mas era inviável para meu avô me levar todos os dias para estudar. Por isso, utilizava o transporte escolar fornecido pela prefeitura. Inicialmente, era uma camionete que nos levava na carroceria. Alguns anos depois passou a ser uma van.

As viagens até a escola eram divertidas, apesar de durar, em média, duas horas para ir e o mesmo tempo para voltar³. Como eu era o primeiro aluno a entrar na van, sentava ao lado do motorista e o ajudava abrindo as porteirosas. E como havia porteirosas! Entrávamos em várias fazendas e sítios e isso fazia com que demorássemos tanto a chegar. Quando, por algum motivo,

² A Biologia insiste em dizer que são meus avós, mas são meus pais. Para não causar confusão ao leitor, referir-me-ei aos meus avós e pais segundo o que manda a Biologia.

³ Uai! Mas de carroça durava 1h40min e de camionete 2h? Como assim? Como era transporte escolar, a camionete fazia uma rota diferente da que íamos de carroça, bem maior, precisava ir pois entrávamos em diversas fazendas para buscar as crianças que ali moravam.

estávamos adiantados em relação ao horário normal, o João, gerente de uma das últimas fazendas que entrávamos, nos oferecia almoço. Dificilmente negávamos. Ali, completávamos as duas horas de viagem novamente. Isso não acontecia com muita frequência, pois o principal motivo de chegarmos mais cedo era quando algum aluno já havia ido para a cidade com os pais. Como era rara a comunicação por celular, um galho verde de árvore sobre a porteira nos indicava: Já fui! – Para mim, indicava: Menos porteiros!

Durante a viagem, para aproveitar o tempo, os garotos mais velhos nos ensinavam algumas brincadeiras e compartilhavam experiências adquiridas nas fazendas em que seus pais trabalhavam ou do colégio em que estudavam. Eu, como ainda era muito pequeno e, por isso, não tinha muitas experiências para compartilhar, ficava admirando a sabedoria dos colegas.

Chegávamos aproximadamente 40 minutos antes do início da aula. Sempre viajávamos com esse prazo para ter segurança de que chegaríamos a tempo na aula caso acontecesse alguma coisa no caminho, como furar algum pneu ou a van apresentar algum defeito. Como era o único da van que estudava em uma instituição particular, entrava sozinho na minha escola. Chegava, deixava a mochila em um canto do pátio, já que as salas estavam fechadas, e ia ao encontro das “tias da faxina”, que quase sempre estavam varrendo os corredores. Dona Maria era minha preferida. Enquanto varria, contava-me histórias. Não me lembro bem sobre o que falava, mas recordo que gostava muito de sentar e ouvi-la enquanto contava seus “causos”.

Logo outros alunos chegavam e me chamavam para brincar. Pouco tempo depois, o sino tocava, indicando que deveríamos ir para a sala e assim eu fazia. Não me recordo bem de como eram as aulas, mas lembro-me que éramos poucos alunos por sala, algo em torno de doze ou treze e, por isso mesmo, tínhamos muita atenção das professoras.

Ao entardecer, nossas aulas acabavam e voltávamos para casa. Mais duas horas de viagem. Como não tinha energia elétrica em casa, após o banho e a janta, a família – meus avós, eu e minha prima – sentava na área de terra batida e, sob a luz de uma lamparina que escurecia a parede com sua fumaça, ficava atenta às histórias que meu avô contava. Falava sobre o que ouvira de fulano de tal: “Encontraram, dia desses, o tal do pai-do-mato”. Esse mesmo, “O Guardião do Cerrado Goiano”. Segundo o que falam, ele anda com um saco nas costas e vive a dar gritos pelo cerrado – *Oou!* – e, quando a gente responde – *Oou!* –, ele se aproxima e lança outro chamado que, se respondido, faz com que se aproxime mais e mais, até que, de surpresa, te coloca no saco e te carrega, sabe Deus para onde.

Essa foi minha vida escolar por aproximadamente sete anos, até minha mãe trocar de emprego e já não conseguir pagar as mensalidades da escola que eu estudava. No mesmo ano, tivemos que mudar para a cidade. Minha bisavó sofria de mal de Alzheimer e minha avó queria cuidar dela.

Iniciei, então, meus estudos em um colégio municipal. Recordo-me que foi quando iniciei o sexto ano do ensino fundamental. Tudo diferente. Agora, estudava no turno matutino. Com o sol ainda escondido, pegava minha mochila e ia caminhando para a escola. Não ficava muito distante, algo em torno de duzentos metros. As salas eram cheias, mais de trinta e cinco alunos. Uma professora para cada disciplina. Por incrível que pareça, a de matemática era a que mais conversava com a gente, era a mais atenciosa. Isso talvez tenha impulsionado uma admiração especial que já tinha com essa disciplina. As descobertas me fascinavam.

Por ter certa facilidade com os números, frequentemente ajudava meus colegas. Isso fazia com que, aos poucos, fizesse novas amizades e, com isso, fosse me adaptando àquele lugar. Mas, sem dúvidas, aquela professora de matemática, Cida Melo⁴, foi uma das principais responsáveis por minha adaptação e por começar a gostar de ir para essa escola.

A professora Cida nos passava confiança. Ela gostava muito que fôssemos à lousa para responder exercícios ou mesmo problemas que havíamos feito em casa. Mas, era algo que não agradava a todos. Alguns colegas que tinham maiores dificuldades com a matemática se sentiam envergonhados e acabavam recusando seu pedido. Não me lembro se eram punidos por isso, mas acredito que não.

Como nossa aprendizagem não se dá apenas na escola e, de forma análoga, nosso processo de formação e de *ser professor* também não se limita ao ambiente escolar, peço licença para contar um pouco sobre o que acontecia enquanto não estava na escola, mas que guarda estreita relação com uma das principais escolhas que fiz em minha vida: tornar-me professor.

Mozarlândia ainda era uma cidade calma. Era comum ver nas ruas alguns grupos de moleques que, enquanto entardecia, jogavam um futebol improvisado. As traves do gol eram representadas pelos chinelos de alguém do grupo, enquanto a bola era de outro que morava ali perto e que provavelmente havia ganhado na distribuição de brinquedos que a prefeitura realizava todo ano, no dia doze de outubro. A distribuição de brinquedos ainda acontece todo

⁴ Todos os nomes citados nesse capítulo são verdadeiros. A menção dos nomes foi autorizada por cada um.

ano, mas não se vê mais crianças jogando bola na rua. Os mais velhos dizem que a molecada só fica no celular hoje em dia. A molecada diz que as mães não deixam porque é perigoso!

À tardezinha, depois de ter feito as tarefas e ter ajudado minha avó com alguns afazeres domésticos, sentava-me na calçada e ficava olhando a turma jogar bola. Após alguns dias fazendo isso, um deles me chamou para brincar também e, apesar de nunca ter jogado futebol, aceitei o convite.

Durante os intervalos de cada partida, conversávamos sobre vários assuntos importantes, como o episódio de Naruto que assistíamos durante o almoço, o adesivo novo que o Gustavo tinha comprado na Oficina do Alex para colocar na bicicleta etc. Em meio a esses assuntos, surgiam também comentários sobre a escola. Muitos deles reclamavam das aulas, que não tinham entendido o conteúdo e que iam se sair mal na avaliação. Além disso, as mães dos moleques não queriam deixar que eles brincassem na rua, enquanto não terminassem as tarefas. Essa situação se agravou depois que terminamos o primeiro bimestre na escola e meus amigos tiraram muitas notas baixas. A principal vilã era, como de costume, a matemática.

Outro dia, nos reunimos sob um pé de manguba⁵, árvore enorme que fazia sombra para nosso futebol e tivemos uma conversa séria sobre o futuro do nosso grupo. De toda forma que pensávamos, só encontrávamos uma solução: vamos nos reunir todos os dias para fazer nossas tarefas e estudar matemática, acreditávamos que assim conseguiríamos manter nosso jogo de bola na rua. Como já era tarde, fomos cada um para suas respectivas casas.

No dia seguinte, os irmãos Daniel e Rafael chegaram animados lá no pé de manguba, a mãe deles amou a ideia de nos reunir e disponibilizou a área da casa dela para nossos estudos. Lá tinha uma mesa de madeira bem grande que comportava todo o grupinho. No primeiro dia de estudos, ela assou pães de queijo e fez suco. Eu estava amando tudo aquilo.

Apesar de ser mais novo que a maioria, eu cursava a série mais avançada dentre meus amigos e minhas notas eram boas. Apenas outro colega fazia a mesma série escolar que eu, o Daniel, mas em outra escola e repetia a mesma série pela segunda vez. Todas essas características somadas me fizeram o professor da turma toda.

O que quero destacar aqui é que depois de pouco tempo me tornei professor de quase todos eles. Não de futebol, obviamente, pois eu era péssimo, mas das matérias escolares. Até

⁵ Nomes Populares: Munguba, Cacau-selvagem, Castanheira-da-água, Castanheiro-de-guiana, Castanheiro-do-maranhão, Falso-cacau, Mamorana, Monguba, Mungaba. Bela árvore tropical, de caule frondoso e copa arredondada, capaz de alcançar 18 metros de altura.

então, me sentia satisfeito em ouvir outras pessoas contando experiências e, de alguma forma, me ensinando, seja sobre a cultura e crenças populares, ou sobre conteúdos escolares. Desta forma, aprendi muito não só com os professores nas escolas, mas também com as histórias que os meninos contavam durante o trajeto escolar quando eu morava na zona rural, ou com os “causos” do meu avô nas noites escuras sob a luz de lamparina, ou ainda com o que me contavam as “tias da faxina”, enquanto a aula não começava. No entanto, a partir daquele momento, seria eu o “contador de histórias”, ou seja, seria minha a responsabilidade de ensinar meus amigos.

De ouvinte a “contador de histórias”

No primeiro dia de aula, me vi diante dos meus colegas de futebol, eles me olhavam atenciosos enquanto ouviam-me explicar o conteúdo. Outrora, Victor me fazia perguntas sobre um exercício que a professora passara, eu lia e o ajudava a interpretar o que pedia a questão. Logo, essa e outras questões estavam resolvidas e podíamos voltar a jogar bola na rua, mas antes disso, mais um lanche na casa da dona Marta, mãe do Daniel e do Rafael.

Continuei morando na cidade por três anos, minha bisavó faleceu e voltamos para a chácara. Logo iniciei o ensino médio e fui estudar em outro colégio, dessa vez um estadual. Como gostava muito de conversar e fazer amizades, em pouco tempo conhecia todos da minha classe e tinha amizade com outros de turmas diferentes. O mesmo acontecia com os professores que, desde o primeiro bimestre, já me chamavam pelo nome.

Muitas aulas se resumiam em momentos de explicação e momentos para responder questões. Estas, comumente, eram retiradas dos livros didáticos. Raros eram os momentos em que respondíamos questões produzidas pelos professores. Mesmo quando os livros ainda não se encontravam disponíveis aos alunos, os professores escreviam na lousa textos e perguntas retirados de outros livros.

Durante os momentos para responder questões, como terminava minha tarefa em um curto espaço de tempo, ajudava meus colegas, a pedido dos professores. Aliás, não raramente, acontecia de o professor de Matemática me explicar o próximo conteúdo a ser apresentado à turma e me incumbir da tarefa de explicá-lo aos meus colegas, enquanto ele adiantava aulas em outra turma que, segundo o professor, estava mais atrasada que a nossa.

Nesse movimento, fica muito difícil dizer onde se inicia meu processo de formação docente. Uma vez que a admiração que sempre tive em ouvir histórias de pessoas mais velhas, ou com experiências distintas das minhas, me impulsionava a querer ser, um dia, essa pessoa que, ao contar histórias, despertasse esse mesmo sentimento. Quando me tornei, de certa forma, ‘a pessoa que contava histórias’ e ensinava matemática ao grupo de amigos, senti-me realizado. Mas não era o suficiente.

Ao me deparar dando aulas à minha turma do ensino médio, ensinando um novo conteúdo matemático e tirando as dúvidas que frequentemente surgiam, me via sendo professor. Mas qual professor? Não era o Professor Marcos Vinícius. Era, no máximo, um reproduzidor das práticas do nosso professor de matemática. Em alguns momentos, pensava: “O que o professor faria?”. Por via das dúvidas, pedia para alguém chamá-lo para me socorrer.

O tempo passou e durante o terceiro ano do ensino médio surge a pressão psicológica sobre qual curso universitário fazer no próximo ano. Como ainda morava na zona rural, o mais comum era, quando conseguia concluir o ensino médio, voltar para o trabalho na roça, seja na plantação ou na lida de gado. Conhecia poucas pessoas que moravam no campo e conseguiram cursar ensino superior, o que me preocupava muito sobre meu incerto futuro.

Ao longo do ensino médio, tive uma única professora de Biologia, professora Marciana. Com certeza, era a maior incentivadora quando o assunto era ir para universidade. Além de dar informações sobre as instituições próximas de nossa cidade, assim como dos cursos oferecidos por elas, essa professora, em conjunto com a prefeitura e outros dois professores, Francimar e José Roberto, organizava um ônibus, anualmente, para levar os alunos de Mozarlândia ao vestibular e para as provas do Sistema de Avaliação Seriado (SAS), na Cidade de Goiás⁶. O mesmo acontecia no período do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Buscando formação... ou matemática?

A Universidade Estadual de Goiás (UEG) estava localizada na Cidade de Goiás, assim como outras duas instituições: um campus da Universidade Federal de Goiás (UFG) e um do Instituto Federal de Goiás (IFG). Essa era a cidade com instituições públicas de Ensino Superior mais próximas de Mozarlândia. Além disso, a prefeitura disponibilizava gratuitamente

⁶ Por vezes usei o nome Goiás para me referir à Cidade de Goiás. O contexto indicará se refiro-me à cidade ou ao estado.

transporte aos acadêmicos, o que tornava a possibilidade de estudar em uma dessas instituições mais viável.

A UEG disponibilizava o SAS para aumentar as oportunidades de ingresso na instituição. Por esse sistema, alunos da educação básica podiam realizar provas, como se fosse vestibular, ao longo dos três anos do ensino médio⁷. Ao final do terceiro ano, o candidato escolhia duas opções de curso e realizava a última avaliação, que é somada com a pontuação das duas anteriores e, se atingisse a nota de corte do curso desejado, poderia se matricular na instituição. Do total de vagas ofertadas pela universidade, algo em torno de vinte por cento era destinado aos ingressos dessa modalidade⁸.

Em 2013, ingressei na UEG como aluno da Licenciatura em Matemática. Acabei escolhendo esse curso por causa das experiências agradáveis que tive com a matemática ao longo dos anos escolares, seja como aluno da escola, como professor dos meus colegas de futebol ou ainda dos meus colegas de classe, quando o professor saía. Como ainda era muito jovem, dezesseis anos de idade, não tinha certeza do que queria ser, tampouco do que iria encontrar ao longo do curso. A célebre pergunta “Quais são suas expectativas para o curso?”, feita pelo diretor do *campus* na primeira semana de aula para alguns alunos – ainda bem que não fui um deles – me fez pensar: O que eu quero com esse curso? Acho que é aprender matemática.

E, acredite, essa foi minha principal intenção durante os dois primeiros anos do curso. As disciplinas voltadas à Matemática, como Geometria Euclidiana, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Cálculo etc. me atraíam muito. O fato de aprender um pouco da matemática que estava por trás de cada fórmula que decorei no ensino médio, me encantava. A organização das aulas era bem próxima uma das outras: o professor nos apresentava o conteúdo e cobrava exercícios sobre o assunto ensinado. Quando havia textos a serem discutidos, normalmente os professores trabalhavam a partir de perguntas direcionadas.

⁷ Por exemplo, se um aluno estivesse no 1º ano do Ensino Médio em 2010, e fizesse o SAS, ele participaria dos editais 2010/1 (em 2010), 2010/2 (em 2011, cursando o 2º ano) e 2010/3 (em 2013, cursando o 3º ano do Ensino Médio).

⁸ A UEG encerrou essa modalidade de ingresso na universidade em 2018, sendo seu último edital o 2016/3.

Agora sou professor! Não sou?

Ainda no primeiro bimestre de 2013, em meu primeiro ano de graduação, fui convidado a lecionar xadrez para os alunos do ensino fundamental no Colégio Estadual Costa e Silva, o mesmo em que fiz o ensino médio. As aulas eram vinculadas a um programa do governo federal, chamado Mais Educação⁹, e os alunos tinham participação facultativa, uma vez que tinham aulas regulares pela manhã e o projeto acontecia no período da tarde. Nesse período, não morava mais na chácara, estava morando na cidade, havia mudado no início do ano para começar a Licenciatura em Matemática.

Além do Mais Educação, frequentemente, os professores me pagavam para substituí-los em algumas aulas. Dessa forma, minha rotina durante quase todo o primeiro ano da faculdade foi assim: i) pela manhã, aulas de substituição (em diferentes escolas, todas as disciplinas, desde ensino infantil até o médio); ii) à tarde, projeto Mais Educação (xadrez no primeiro bimestre, matemática no segundo bimestre, inglês no terceiro, e dança no último) e viagem a Goiás; iii) à noite, aulas na UEG e viagem de volta a Mozarlândia.

Apesar de ter sido um ano muito cansativo, minhas aulas refletiam meu fascínio pela matemática. Tão melhor era quando os alunos também se envolviam e todos ficávamos fascinados. Isso não acontecia com frequência, pois, por vezes, o cansaço interferia no meu humor em sala de aula.

Via de regra, procurava sempre envolver os alunos, seja com perguntas mais direcionadas ou mesmo com a participação deles na lousa. Como nossas idades não eram muito diferentes, pois eu ainda tinha dezesseis anos¹⁰ e os alunos algo entre doze e dezessete anos, nos entendíamos muito bem. A pouca diferença de idade nunca foi um motivo para a falta de respeito, nem por parte dos alunos, tampouco da minha. Talvez sentia uma certa desconfiança por parte dos professores e dos pais, mas aos poucos foi se resolvendo, não sei se por

⁹ O Programa Mais Educação foi criado pela Portaria Interministerial nº 17/2007 e regulamentado pelo Decreto 7.083/10. Se constitui como “estratégia do Ministério da Educação para indução da construção da agenda de educação integral nas redes estaduais e municipais de ensino que amplia a jornada escolar nas escolas públicas, para no mínimo 7 horas diárias, por meio de atividades optativas nos macrocampos: acompanhamento pedagógico; educação ambiental; esporte e lazer; direitos humanos em educação; cultura e artes; cultura digital; promoção da saúde; comunicação e uso de mídias; investigação no campo das ciências da natureza e educação econômica” (Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/programa-mais-educacao/apresentacao?id=16689>> Acesso em: 4 de janeiro de 2019.

¹⁰ A partir de maio de 2013, já tinha dezessete anos.

reconhecimento do meu trabalho ou por simples costume. Espero que tenha sido pelo primeiro motivo.

O ano de 2015 foi um dos anos mais especiais no que diz respeito à minha formação. Nesse ano, por ter dezoito anos, o colégio iniciou o processo de contratação para que, finalmente, eu fosse um professor de lá. No entanto, nesse mesmo ano começava o Estágio Supervisionado 1 (ES1), o que me obrigava a pernoitar alguns dias da semana em Goiás. Além disso, fui aprovado como bolsista Pró-licenciatura¹¹ da UEG, o que me encorajou financeiramente¹² a desistir do contrato em Mozarlândia e me mudar para Goiás.

Ainda não sou professor. Melhor estudar mais.

Durante o período como bolsista do Pró-licenciatura tive como orientador o professor Luciano¹³, professor de ES1. Nesse processo, elaboramos um plano de atividades e o desenvolvemos no Lyceu de Goyaz, na Cidade de Goiás, onde concomitantemente realizava meu estágio. Reuníamos semanalmente, outros orientandos do prof. Luciano, para estudarmos literatura teórica referente à Educação e à Educação Matemática. Dentre outros autores, estudamos algumas obras de Paulo Freire, Ole Skovsmose e Ubiratan D'Ambrósio, pesquisadores que influenciaram de forma significativa a minha prática docente um tempo depois, quando me tornei professor de uma escola particular em Goiás, mas daqui a pouco falo sobre isso.

O ES1, juntamente com o pró-licenciatura e o grupo de estudos, foi fundamental na construção da minha identidade profissional, uma vez que as leituras críticas que fizemos conflitavam muito sobre o que eu entendia sobre a escola e sobre educação. De forma ingênua, assumia uma concepção bancária da educação, na qual

- a) o educador é o que educa; os educandos, os que são educados;
- b) o educador é o que sabe; os educandos, os que não sabem;
- c) o educador é o que pensa; os educandos, os pensados;
- d) o educador é o que diz a palavra; os educandos, os que a escutam docilmente;
- e) o educador é o que disciplina; os educandos, os disciplinados;

¹¹ “A Bolsa Pró-Licenciatura destina-se a iniciar os alunos dos cursos de licenciatura na docência, por meio do desenvolvimento de atividades vinculadas ao estágio supervisionado, contribuindo, dessa forma, para o desenvolvimento de processos de ensino-aprendizagem nos cursos de licenciatura da UEG” (Disponível em: <http://www.ccb.ueg.br/conteudo/13618_modalidades_de_bolsas_> Acesso em: 4 de janeiro de 2019.

¹² A bolsa era de R\$ 400,00.

¹³ Professor Doutor Luciano Feliciano de Lima atua como docente efetivo do curso de Licenciatura em Matemática, no Campus Cora Coralina, na Universidade Estadual de Goiás.

- f) o educador é o que opta e prescreve sua opção; os educandos, os que seguem a prescrição;
- g) o educador é o que atua; os educandos, os que têm a ilusão de que atuam, na atuação do educador;
- h) o educador escolhe o conteúdo programático; os educandos, jamais ouvidos nesta escolha, se acomodam a ele;
- i) o educador identifica a autoridade do saber com sua autoridade funcional, que opõe antagonicamente à liberdade dos educandos; estes devem adaptar-se às determinações daquele;
- j) o educador, finalmente, é o sujeito do processo; os educandos, meros objetos (FREIRE, 2015, p. 82-83).

Por certo, só me conscientizei sobre como eu entendia educação e rompi com mitos (D'AMBRÓSIO, 2016) após realizar leituras e reflexões no grupo e nas aulas de ES1 e Metodologia do Ensino Fundamental. Dessa forma, acredito que passei a ter um entendimento mais amplo sobre como podemos contribuir para formar sujeitos críticos para um mundo com menos injustiças e desigualdades. Um entendimento mais próximo do pensamento atribuído a Paulo Freire em que a educação não transforma o mundo, a educação transforma os homens e os homens transformam o mundo.

Durante o meu ES1, houve algumas etapas a serem cumpridas na escola-campo do estágio: a *observação* consistia em um momento dedicado a observar a sala de aula, seus sujeitos e a relação entre eles; o período de *semi-regência* foi dedicado para que o estagiário se aproximasse dos alunos e do professor regente para auxiliar na rotina da sala de aula e ajudar na transição para a próxima etapa; a *regência*, quando o estagiário assumia a sala de aula, sob supervisão do professor e experienciava a docência; a *pós-regência* foi um momento que exigia do estagiário uma proposta de tarefa, diferente de modelos tradicionais de ensino, ou seja, foi uma oportunidade para experimentar novas abordagens e recursos.

Durante a primeira etapa do estágio, observava atento a escola e tudo que acontecia nas aulas de matemática que eu estava acompanhando. De início, a prática do professor regente, da escola campo, era bastante rígida, com os alunos enfileirados e qualquer conversa que não fosse uma resposta à sua pergunta era reprimida. Percebia, assim, um ambiente difícil para conseguir desenvolver o que estudava na universidade. Pensava se toda aquela teoria seria possível no “chão da escola”, como via alguns colegas questionando em rodas de conversa após as aulas na faculdade.

No mesmo período em que observava as aulas na escola campo pela manhã, à noite, na universidade, discutíamos textos como *Pedagogia do Oprimido* (FREIRE, 2015) e o artigo *Cenários para investigação* (SKOVSMOSE, 2000), que nos apresentava outra possibilidade

para a sala de aula. No lugar de um ambiente conflituoso entre professor e alunos, os textos sugeriam ambientes de diálogo e investigação. Por conta disso, queria muito experimentar algo diferente durante o estágio, que fugisse de um modelo *bancário* (FREIRE, 2015).

Durante a semi-regência, procurava me aproximar mais dos alunos nos momentos dedicados a resolução de exercícios e tarefas do livro didático. Sempre que percebia algo que me chamava atenção, como a dificuldade de um aluno ou a habilidade de outro, eu conversava com o professor a respeito. Ele sempre se mostrou muito aberto. Não era exclusividade minha esse comportamento, era assim com todos. Sempre me ouvia atentamente e dialogava comigo a respeito.

Lembro-me de uma situação que aconteceu durante a regência. Enquanto eu estava à frente da sala, buscava manter os alunos envolvidos na aula e, com frequência, fazia perguntas enquanto explicava algum conteúdo. Não ficava pressionando o aluno com minha pergunta. Não era esse meu objetivo. Gostava de fazer isso para perceber como estavam entendendo ou o que já sabiam sobre o que trabalhávamos.

Havia uma aluna, vou chamá-la aqui de Brenda, mas não era esse seu nome verdadeiro, que não gostava muito de responder e não se envolvia nas aulas, pelo menos não com as tarefas, mas gostava de conversar com os colegas. Aquilo me angustiava. Um dia lhe perguntei algo e ela respondeu. Vi que estava se esforçando para participar, mas sua resposta não tinha muito a ver com o que estava sendo trabalhado. Ao fim da aula fui comentar isso com o professor e ele me disse: “Não se preocupe, Marcos. Ela é assim mesmo”. E eu lhe respondi: “Ao contrário. É com ela que devemos nos preocupar mais aqui na sala”. Seu olhar para mim foi de espanto. Acho que não esperava uma resposta assim. No entanto, percebi também que gostou do que falei.

A turma, no geral, era muito boa, participava bem e acompanhava o que era tratado nas aulas de matemática. Essa aluna já era repetente e não demonstrava muita afinidade com a matemática, mas percebia sua tentativa em participar das aulas. Incomodava-me muito a ideia de alguém ser “deixado de lado”. Queria entender o porquê do seu não-envolvimento e buscar alguma forma para mudar isso. O professor me deu todo apoio nessa busca e, com sua experiência, afirmou que a Brenda provavelmente não se envolvia por não se dar muito bem com a matemática. Além disso, me sugeriu que continuasse com aulas mais abertas à participação dos alunos que, como observava, parecia propiciar uma aprendizagem mais ampla, uma vez que os alunos se sentiam à vontade para fazer perguntas e expor como pensavam.

Nossas conversas ao término das aulas continuavam e percebemos, após algum tempo, que a Brenda estava se envolvendo nas aulas de matemática e acompanhando toda a turma nas tarefas.

Depois disso, iniciamos a fase de pós-regência e, em diálogo como professor da escola campo e com o professor Luciano, planejamos uma atividade que visava construir com os alunos um ambiente dialógico e investigativo para estudarmos polinômios a partir do cálculo de área de figuras planas. O professor regente, a essa altura, se mostrava muito empolgado com a proposta e nos deu total abertura para desenvolver a tarefa com os alunos. Essa abertura do professor foi essencial para a minha pesquisa e, por consequência, para minha formação. Aliás, atrevo-me a dizer que nós, ele e eu, aprendemos muito nesse processo. Certa vez ele foi à aula de estágio na universidade, a convite dos professores da disciplina, e ressaltou o trabalho que a gente desenvolveu em sua sala.

De forma breve¹⁴, utilizamos do recurso Cartões de Polinômios para trabalhar Polinômios e Geometria Plana. Os cartões possuíam diferentes formatos: quadrados (10 com 8 cm de lado, e 20 com 2 cm de lado) e retângulos (14 com 8 cm de altura e 2 cm de largura). Também tinham cores distintas: metade dessa quantidade era azul e a outra metade, vermelha. Considerando as medidas dos lados das figuras desconhecidas, iniciamos o trabalho no campo da álgebra, trabalhando o cálculo da área dessas figuras e, posteriormente, representando polinômios com esses cartões. Em seguida, trabalhamos também as operações de adição, subtração e multiplicação entre polinômios.

A realização dessa atividade resultou no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), em artigos apresentados em eventos científicos de Educação Matemática, como o XII Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM (AMORIM; LIMA, 2016), no VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática – VII CIEM (AMORIM; LIMA, 2017), e em outros. Mas, sua principal contribuição foi para minha formação, uma vez que propiciou um ambiente para que eu experimentasse algo novo, que frequentemente eu lia na universidade e me questionava se era possível desenvolver essas ideias na sala de aula de matemática da escola. Além disso, me fez ter certeza de que sim, é possível um ambiente diferente daquele em que o professor é o detentor do conhecimento. Reforçou em mim uma concepção de educação diferente da bancária, mas dialógica e libertadora (FREIRE, 2015) que, apesar de ter sido uma experiência rápida, teve grande significado para mim.

¹⁴ Para maior esclarecimento de como foi a tarefa, sugiro a leitura do meu Trabalho de Conclusão de Curso, disponível no site da Biblioteca Digital da Universidade Estadual de Goiás (GNUTECA), no link: <https://www.gnuteca.ueg.br/html/file.php?folder=materias&file=marcos_vinicius_dos_santos_amorim.pdf>.

Essa experiência afetou o meu modo de *ser* professor. Permita-me explicar. Como havia exposto anteriormente, em maio de 2016, fui convidado pelo Colégio Alternativo, da Cooperativa de Ensino da Cidade de Goiás (COOPECIGO), para lecionar matemática para as turmas de sexto, sétimo e oitavo anos do ensino fundamental. Foi um período de muito aprendizado, assim como, também, de muitas reflexões e conflitos pessoais. Durante esse ano, ainda estava terminando o curso na UEG, então, havia as disciplinas a cursar, o Estágio Supervisionado 2(ES2) por desenvolver, a escrita do TCC e as atribuições de um professor, como planejamento de aulas, elaboração e correção de provas etc. Diante disso, certa vez, me percebi sendo um professor caminhando na contramão do que eu acreditava em relação à educação, fazendo o contrário do que lia nos livros e fazendo diferente do que havia experimentado durante o ES1. Estava enchendo a lousa de listas de exercícios, mais para os alunos ficarem em silêncio do que para o aprendizado deles propriamente dito. O que predominava nessas aulas era uma exposição de conteúdos no lugar de contextualização, problematização, de um diálogo mais próximo com os alunos.

Quando me vi sendo esse professor, me senti muito incomodado e, em conversa com o prof. Luciano e em reflexões pessoais, decidi ser o professor que eu acreditava e não aquele que estava sendo, ou seja, um profissional mais preocupado com a obediência dos alunos do que com a criticidade deles. Por isso, conversei sobre meu incômodo com a coordenadora pedagógica, professora Rossana e com a diretora, professora Rosi, que sempre estavam dispostas a apoiar os professores em qualquer dúvida ou dificuldade. Esse apoio foi muito importante para o processo reflexivo que iniciei em minha prática. Ao fim da minha última aula do dia, me reunia com a coordenadora, professora Rossana, ou com a diretora, professora Rosi, para contar como haviam sido as aulas com os alunos e para discutir o planejamento das próximas. Isso se repetiu durante algum tempo. Não sei precisar quanto. Além disso, conversava muito sobre situações particulares, como, por exemplo, quando fiz, sem intenção nenhuma, uma aluna chorar muito a ponto de não querer ir mais ao colégio. Vou contar isso rapidinho.

Era início do ano (2017, se eu não me engano) e ainda estava me familiarizando com os alunos. A turma do 7º ano eu já conhecia bem, porque foram meus alunos no ano anterior. Talvez por conta desse contato mais prolongado, sabiam identificar quando eu falava em tom de brincadeira e quando a fala era séria. Em um dia comum, eu “vistava” os cadernos de quem havia realizado a tarefa de casa e dizia aos alunos que não fizeram: “Você foi a minha primeira decepção do ano”. Os alunos, como me conheciam bem, levavam isso como brincadeira, que

era minha real intenção mesmo. No entanto, na turma do sexto ano, que estavam me conhecendo ainda, mas já tínhamos uma ótima relação de confiança e amizade, aconteceu algo diferente. Estava “vistando” os cadernos e disse, em tom de brincadeira, a uma ótima aluna que, provavelmente por descuido, não havia realizado a tarefa por completo: “Que decepção! Minha segunda (acho que era segunda mesmo) decepção do ano”. Para mim, ela havia entendido que era uma brincadeira, mas não foi o que aconteceu.

No outro dia, a diretora Rosi me chamou em sua sala para tentar entender o que havia acontecido, pois a mãe dessa aluna acabara de ligar dizendo que a menina não queria ir mais ao colégio por ter decepcionado o professor que mais gostava. Levei um susto, ainda mais porque me contou ainda que a garota, ao chegar em casa, chorou muito. Expliquei o ocorrido e nós, com a coordenadora, aos poucos fomos resolvendo o problema até tudo se ajeitar.

Parece uma coisa sem importância que alguns podem dizer: *Ué! Mas isso acontece mesmo. E daí?*. De fato, acontece. Aconteceu comigo. E essa situação me fez refletir muito sobre a força das palavras e, sobretudo, das palavras do professor e o quanto podem afetar os alunos. Para mim, ainda em início de carreira, foi impactante viver essa experiência, e o apoio da diretora e da coordenadora me marcaram muito e, com certeza, contribuíram significativamente para a construção da minha identidade profissional. Passei a me preocupar mais com o *que* e *como* falo aos estudantes. Depois disso, nunca mais fiz essa brincadeira, de muito mau gosto por sinal.

Enfim, esses momentos de reflexão com a diretora e a coordenadora propiciaram uma mudança em minha prática docente. Em poucas semanas, já desenvolvia algumas atividades com os alunos que não se restringiam a expor conteúdos, explicar exemplos e passar listas de exercícios de fixação. Estava experimentando outros formatos para interagir com os alunos como, por exemplo, a resolução de problemas em grupos, a utilização de jogos, as atividades no quintal da escola, as questões e problemas envolvendo a Cidade de Goiás, dentre outras. Essas estratégias começaram a fazer parte de minhas aulas com maior frequência. Algumas delas, como jogos e atividades no quintal da escola, foram sugeridas pelos próprios alunos a partir de minha abertura para ouvi-los. Ao fim de cada semestre, dedicava um momento da nossa aula para que eles escrevessem em um papel, sem que se identificassem, uma avaliação sobre as aulas de matemática. Nela, sugeria que destacassem como preferissem, pontos positivos, negativos e sugestões para o desenvolvimento das aulas. Esse *feedback* me ajudava a planejar o semestre seguinte. Essa prática rendeu elogios dos pais e, sobretudo, dos alunos. O

resultado disso não poderia ser diferente: um professor satisfeito com sua profissão. A coerência entre a teoria estudada sobre ser professor e minha prática vivenciada com os alunos provavelmente foi a causa de tamanha paz que sentia naquele momento.

Todo esse processo aumentou meu interesse em ser um professor com mais afinidade entre teoria e prática. Para fazer isso precisaria continuar me qualificando, não era o momento de parar. Percebia-me, nesse movimento, em constante processo de desenvolvimento profissional e, certo de minha inconclusão, na busca por *ser mais* (FREIRE, 2015), tentei o processo seletivo de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da UFG, em Goiânia. Obtive êxito na seleção cujo resultado saiu no final do ano de 2016, último ano de minha graduação. No projeto de pesquisa, que elaborei junto com o professor Luciano e como auxílio do grupo de estudos que participava na UEG, a intenção era em me aprofundar na teoria concernente à abordagem dialógica e investigativa. Gostaria de desenvolver a pesquisa com uma de minhas turmas da COOPECIGO. No entanto, em abril de 2017, ao iniciar as disciplinas do mestrado, percebi que não conseguiria continuar com as duas atividades, estudo e trabalho, deveria optar por alguma. Assim, pedi o meu desligamento do colégio e me mudei para Goiânia. Isso provocou uma drástica alteração em tudo que havia planejado no início do ano, sobretudo, em meu projeto de pesquisa.

No mestrado, repensando o projeto de pesquisa

Sobre isso, em reunião com meu orientador de mestrado, professor Marcos Antonio¹⁵ (o Marquinhos), tomo conhecimento sobre o projeto de ensino desenvolvido por ele e outros professores do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE) da UFG. O projeto envolve investigação matemática e resolução de problemas e ocorre no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo” (LEPEM) com alunos do sexto ano do ensino fundamental. A partir dessa conversa (orientação) minha pesquisa tomou outro caminho.

A mudança no projeto de pesquisa não se deu, exclusivamente, por conta da minha mudança para Goiânia, apesar de ter sido o fator mais importante. Isso porque não teria mais o *locus* da minha pesquisa e tampouco os sujeitos como havia planejado inicialmente, visto que

¹⁵ Professor Doutor Marcos Antonio Gonçalves Júnior é professor do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, da Universidade Federal de Goiás, e, também, professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da mesma universidade.

no projeto eu demonstrava interesse em fazer pesquisa em uma das minhas turmas, a partir de tarefas investigativas a serem desenvolvidas por mim e meus alunos.

Até tomar essa decisão de mudar minha pesquisa, refleti muito. Não poderia conversar com o orientador sem apresentar uma alternativa possível para a investigação. Então, a partir das minhas experiências em aulas investigativas, pensei em outro foco.

Durante essa seção, contei no mínimo três histórias breves que, agora, avalio que, dentre outras, tiveram impacto na reorganização do meu projeto de pesquisa. A primeira situação foi com a aluna Brenda. Ela tinha uma participação tímida e pouco expressiva. No entanto, houve mudanças nesse comportamento depois de uma abertura durante as aulas de matemática para que pudesse expor suas dúvidas e opiniões. Após a criação de um ambiente propício ao diálogo onde os alunos se sentiam seguros para demonstrar o que estavam aprendendo e compartilhar conhecimentos com os colegas e o professor, ela melhorou sua participação significativamente, adotando uma postura mais ativa e propositiva durante as aulas. Isso foi reforçado pela fase da pós-regência, que considero ser a segunda situação, onde adotei os cenários para investigação como propiciador de ambientes dialógicos.

Além disso, a terceira situação faz referência ao período em que estive como professor no Colégio Alternativo da COOPECIGO, em que percebi o impacto que a fala de um professor tem em relação a seus alunos e o quão significativo é o diálogo entre a equipe pedagógica e o professor. Enfim, as três situações têm algo em comum: o diálogo e, antes disso, o saber escutar (FREIRE, 2016). A experiência do ES1 e do colégio em que trabalhei foi pautada, majoritariamente, em *escutar* o outro para que fosse possível falar *com* ele.

Se, na verdade, o sonho que nos anima é democrático e solidário, não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a *escutar*, mas é *escutando* que aprendemos a *falar com eles*. (FREIRE, 2016, p. 111).

Esse sonho democrático foi percebido nas atitudes do professor orientador do estágio, do professor supervisor, da coordenadora e da diretora do colégio em que trabalhei e, considero ainda que, por conta dessas experiências, também é democrático meu sonho, pois vivenciei isso durante minha formação e minha prática profissional.

Reavaliando minha intenção ao propor o projeto de pesquisa no processo seletivo do mestrado, vejo que almejava compreender melhor ambientes dialógicos e investigativos por causa de tudo que vivenciei durante a minha formação, sobretudo no decorrer da formação universitária.

Quando meu orientador me apresentou o projeto que desenvolviam no CEPAE, fiquei interessado em investigar esse ambiente. Nunca tive conhecimento de uma instituição que tinha um projeto de ensino pautado em Investigações Matemáticas na sala de aula (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013) e em Resolução de Problemas (POLYA, 1978). Mesmo minha formação sendo voltada para ambientes dialógicos e investigativos pautados nas ideias de Freire (2015; 2016), D’Ambrósio (2016), Skovsmose (2000), Alrø e Skovsmose (2010), dentre outros, em uma perspectiva crítica da educação, queria conhecer e investigar as aulas que aconteciam no sexto ano, pautadas na investigação e resolução de problemas.

No primeiro semestre do mestrado, amadurecemos a ideia e, no segundo, me inseri nas aulas do projeto por meio do Estágio de Docência. Queria conhecer e, ali, identificar um possível foco para desenvolver a pesquisa. Percebi, durante esse período, um ambiente extremamente aberto à participação dos alunos, salvo algumas raras situações que, a meu ver, a pressão curricular falava mais alto do que a liberdade em o professor desvelar *com* os alunos o objeto de estudo (FREIRE, 2015; 2016).

Durante essa vivência no Estágio de Docência e a partir de leituras como Alrø e Skovsmose (2010), decidimos meu orientador e eu, investigar a comunicação que acontecia nesse ambiente. Para tanto, temos como objetivo geral para essa pesquisa: analisar para compreender e narrar a comunicação em aulas de matemática, em um contexto de aulas investigativas e de Resolução de Problemas e sua relação com os papéis dos alunos e professores, nesse contexto.

Como objetivos específicos, buscamos: i) analisar de que forma os alunos expressam suas ideias e as argumentam, no processo de investigação matemática; ii) estabelecer uma relação entre os elementos da comunicação e a postura dos alunos e professor; iii) analisar como a comunicação pode ou não caracterizar a dinâmica das aulas. Como fazer isso?

Nossas motivações foram, inicialmente, baseadas em experiências que tive ao longo da vida. E aqui usamos o termo tal como define Larrosa (2002, p. 21), como sendo a experiência “o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca. A cada dia se passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada nos acontece”. Essa definição nos faz refletir sobre o porquê contei apenas algumas histórias que vivi durante meu processo de formação (que continua e continuará sempre). De tudo que vivenciei, esses acontecimentos me tocaram. Isso foi o que me passou, me aconteceu. Não apenas passou, mas, ao passar, me tocou. E no movimento de (re)contar essas histórias, tais

experiências ganharam novos sentidos e, inclusive, me ajudaram a explicar o porquê da minha pesquisa.

Por conta de todo esse envolvimento com a experiência (LARROSA, 2002), a contação de história que vivo desde a infância e o contato que tive com a Pesquisa Narrativa (BOLÍVAR, 2002; CLANDININ; CONNELLY, 2015; CONELLY; CLANDININ, 1990) durante o mestrado, com leituras indicadas pelo orientador, decidimos aproximar nossa investigação do método narrativo.

Para tanto, após o estágio docência, comecei a participar das aulas do sexto ano, que desenvolviam tarefas investigativas e resolução de problemas no LEPED. Nesse movimento, comecei a elaborar narrativas sobre o que acontecia nas aulas, com ênfase na comunicação naquele ambiente. Posteriormente, essas narrativas foram analisadas e transformadas em duas histórias, uma sobre a tarefa do “Carrinho Vrum Vrum” e outra sobre as “Árvores e o Senso Numérico”.

Para subsidiar as análises, realizamos leituras que tratavam sobre o ensino de matemática, suas concepções, abordagens e padrões de comunicação. Esse estudo está mais detalhado na seção seguinte.

2. O ENSINO DE MATEMÁTICA

Esta seção está dividida em três subseções e apresentam as ideias e discussões que fundamentam a pesquisa em relação à concepção sobre ensino de matemática, à abordagem desse ensino em sala de aula e à comunicação que está presente nesse ambiente. Procurei, também, apresentar autores, suas críticas e propostas sobre o assunto.

Uma questão de concepção?

Não é difícil apontar que o ensino de matemática enfrenta diversos desafios em sala de aula. Dentre outros fatores, é possível dizer que a concepção do que vem a ser matemática tem forte influência em como desenvolve-se seu ensino. A pesquisadora Dione Carvalho (1994) aponta a concepção de Matemática que, frequentemente, norteia o ensino dessa disciplina. Para a autora, em geral, “considera-se a Matemática como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das ideias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências” (CARVALHO, 1994, p. 15). Essa concepção se aproxima, também, com o que aponta a professora Beatriz D’Ambrósio (1989), ao afirmar que

os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios (D’AMBROSIO, 1989, p. 15).

A partir dessas concepções, então, podemos questionar: Qual o propósito de ensinar matemática?

Se você, leitor, assim como eu, também é professor, então provavelmente, em algum momento da sua infância, já brincou de escolinha e, não raro, assumia o papel da docência. É fácil se lembrar de broncas que dávamos em nossos “alunos” enquanto apontávamos os erros. Podemos dizer que nossas ações possivelmente eram inspiradas em atitudes tomadas por nossos professores e, conseqüentemente, replicadas em nossas brincadeiras. Obviamente que essa “réplica” passava por uma interpretação levemente exagerada antes de acontecer. Coisa de brincadeira de criança.

Os pesquisadores dinamarqueses Alrø e Skovsmose (2010), reforçam a ideia de que o propósito de se ensinar matemática parece mesmo ser o de apontar e corrigir erros. Eles afirmam que esse parece ser o entendimento comum sobre o que é Educação Matemática, a partir de

observações até mesmo na pré-escola, onde as crianças ainda nem tiveram contato com aulas de matemática¹⁶.

Em uma linguagem mais teórica e apontando possíveis razões para esse entendimento, os autores afirmam que a busca pela *verdade* na Matemática pode ser um dos motivos de se pensar que o propósito em se ensinar matemática é apontar erros. Cabe ressaltar que o conceito de *verdade* na Matemática é um dos objetos de estudo da Filosofia da Matemática, ainda sem explicação adequada (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Para uma melhor discussão sobre esse assunto, Alrø e Skovsmose (2010) apresentam dois termos a partir da epistemologia: absolutismo e relativismo. O primeiro “está associado à noção de que o indivíduo tem a possibilidade de conceber a verdade absoluta” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 21), enquanto que o segundo “sustenta que a verdade é sempre definida por alguém em certo contexto em certa época” (ALRØ; SKOVSMOSE, p. 22).

Quando o ensino de matemática se encontra pautado numa concepção absolutista, uma das possíveis consequências pode estar relacionada com “a imposição autoritária do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da ‘perfeição científica’” (CARVALHO, 1994, p. 15). Além disso,

o aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal, perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática, perdendo, dia a dia, seu “bom-senso” matemático. Além de acreditarem que a solução de um problema encontrada matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real (D’AMBROSIO, 1989, p. 15).

O que as autoras Carvalho (1994) e D’Ambrósio (1989) nos alertam guarda relação com o que Freire (2015, p. 80) denomina como “concepção bancária da educação”, em que o professor deposita informações nos alunos, que, por sua vez, são vistos como meros recipientes vazios com a função de armazená-las e repeti-las. Essa concepção não considera o aluno como sujeito de aprendizagem, mas como objeto do conhecimento do professor.

Uma manifestação dessa concepção bancária da educação em aulas de matemática pode ser compreendida a partir do conceito de *paradigma do exercício* apresentado por Alrø e Skovsmose (2010). Esse paradigma, como afirmam os autores, tem influência direta nos

¹⁶ Ver o exemplo em Alrø e Skovsmose (2010, p. 21).

padrões de comunicação da aula de matemática, bem como em sua organização (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Uma questão de abordagem?

Pensando nas aulas de matemática que tivemos ao longo da vida escolar, é fácil apontarmos uma característica muito marcante na maioria delas: o grande número de listas de exercícios que tínhamos que resolver. Essas listas tinham diferentes origens: livros didáticos ou mesmo inventadas pelo professor, seguindo um mesmo padrão. Para fazê-la, bastava entender como resolvia o primeiro exercício, pois os outros partiam do mesmo princípio mecânico de resolução: “passa esse para cá, sobe aquele e desce esse outro”. Desde quando estudamos os algoritmos das operações adição, subtração, multiplicação e divisão, até as funções de primeiro e segundo grau, a lógica é a mesma.

Isso me faz lembrar o que disse Rubem Alves em “A Alegria de Ensinar” (ALVES, 1994), quando conta sobre a brincadeira “Boca e Forno”, que, a grosso modo, enfatiza a repetição a partir do que um “mestre” manda dizer e fazer. Fazendo um paralelo entre essa brincadeira e a escola, diz o autor:

Acho que esta brincadeira é uma repetição do que acontece nas escolas. As crianças são ensinadas. Aprendem bem. Tão bem que se tornam incapazes de pensar coisas diferentes. Tornam-se ecos das receitas ensinadas e aprendidas. Tornam-se incapazes de dizer o diferente. Se existe uma forma certa de pensar as coisas e de fazer as coisas, por que se dar ao trabalho de se meter por caminhos não explorados? Basta repetir aquilo que a tradição sedimentou e que a escola ensinou. O saber sedimentado nos poupa dos riscos da aventura de pensar. (ALVES, 1994, p. 22-23)

Por que fazer algo diferente de exercícios, se é isso que está nos livros, se eu aprendi assim e ensinei assim durante 20 anos? E assim perpetuamos o paradigma do exercício.

Nos momentos de correção dos exercícios, recordo que fazíamos uma fila para ir à mesa do professor. Chegando lá, ele olhava rapidamente o algoritmo, conferia a resposta final e colocava um “c” ou um “e”, de forma bem destacada, em que o primeiro atestava que a resolução estava correta o segundo, que estava errada. Qualquer resposta diferente do que esperava o professor (ou a página de respostas do livro didático) ganhava uma letra “e” escrita de caneta vermelha.

Esse é um exemplo de como vivenciamos o paradigma do exercício. Ele, então, além de ser um processo compulsório ao aluno, também parte da premissa de que uma, e somente uma, resposta está certa, sendo que o enunciado traz tudo que é necessário para sua resolução. Não há espaço para discussão.

Diversas abordagens, no entanto, têm desafiado esse paradigma. Dentre outras, destacamos a Resolução de Problemas¹⁷ (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, dentre outros) e as Investigações Matemáticas em sala de aula (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013; VARIZO; MAGALHÃES, 2016; dentre outros). Estas duas abordagens apresentam estreita relação entre si.

As Investigações Matemáticas na sala de aula, propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), por exemplo, se desenvolvem a partir de problemas. Estes autores consideram como um dos primeiros passos de uma investigação “identificar claramente o problema a resolver” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 16). Mas o que podemos classificar como um problema? De acordo com o dicionário de filosofia, o problema “é a situação que constitui o ponto de partida de qualquer indagação, ou seja, a situação indeterminada” (ABBAGNANO, 2007, p. 797). Gonçalves Júnior, Rocha e Moraes (2017, p. 197) complementam que

diante dessa situação nos vemos na necessidade de refletir conscientemente para alcançar um determinado fim que possivelmente a melhorará [...] [e] para isso há uma necessidade de procurar, de inventar, de investigar, de supor, de propor, de testar, enfim, de pensar. Então essa situação se constitui num problema.

Nessa perspectiva, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) propõem que a investigação matemática em sala de aula se desenvolva em três fases: o arranque da aula; o desenvolvimento do trabalho; e a discussão da investigação. E aponta que cada uma dessas fases tem funções muito importantes no desenvolvimento da atividade e do raciocínio matemático pelos alunos.

O arranque, por exemplo, é a fase inicial e, por isso mesmo, extremamente crítica, pois dela depende toda a aula. Nessa fase, “o professor tem de garantir que todos os alunos entendem o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 26). É essencial, também, que o professor propicie um

¹⁷ O Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP-Unesp-Rio Claro), coordenado pela professora Lourdes de la Rosa Onuchic, reúne pesquisadores, docentes e discentes de programas de pós-graduação para discutir e produzir conhecimento sobre a Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino. Mais informações podem ser encontradas no site do grupo: <<http://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp>>.

ambiente de aprendizagem favorável ao envolvimento dos alunos, deixando-os à vontade para questionar e expor seus pontos de vista seja ao professor ou aos colegas.

Diferente da fase inicial, o desenvolvimento do trabalho necessita de mais tempo e de uma postura mais de retaguarda do professor. Durante o arranque da aula, por exemplo, o professor teria uma postura mais ativa, com caráter mais expositivo, deixando claro o intuito da tarefa proposta. Na segunda fase, se posiciona mais como um recurso humano aos alunos, tentando compreender como os trabalhos vão se processando e atendendo-os quando solicitado ou quando julga necessário fazer alguma interferência. Isto é feito a fim de que retomem as investigações, estimulando seu engajamento por meio de perguntas ou esclarecendo pontos que não ficaram claros na fase de arranque ou que surgiram durante o desenvolvimento, uma vez que os alunos exploram a situação, familiarizam-se com as informações que o texto apresenta, formulam, testam e refinam conjecturas, em grupo ou individualmente. É comum que nesse processo se confrontem com situações não previstas, o que pode implicar em mais questionamentos a serem investigados.

Ao fim de toda investigação, é necessário que se faça uma discussão dos resultados, uma vez que “sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 41). Durante esse momento,

Os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Essa fase deve permitir também uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 41).

Dessa forma, todo esse processo, com destaque à última fase, contribui para que o aluno tenha o entendimento sobre o que é investigar em matemática e desenvolva “a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 41).

Essas fases, apontadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), são similares às fases apresentadas por Onuchic e Allevato (2012) para a Resolução de Problemas, em que destacam o “antes”, o “durante” e o “depois”:

Para a primeira fase, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase “durante”, os alunos trabalham e o professor observa e avalia esse trabalho. Na terceira, “depois”, o professor

aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. Então o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 241).

Nesse sentido, podemos afirmar que, tanto em resolução de problemas quanto em investigações matemáticas, para propiciar um melhor aprendizado matemático aos alunos, é necessário que se percorra etapas que garantam: i) o entendimento do que se espera com a tarefa; ii) o trabalho de forma autônoma – mas não necessariamente sozinha – dos alunos na resolução do problema ou da situação proposta; iii) e a discussão de seus resultados, realizada pelos alunos, mediados pelo professor, que, ao fim, formaliza o objeto de estudo em questão.

A diferença entre essas duas abordagens, porém, está relacionada ao enunciado apresentado por cada uma. Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) apontam que exercícios e problemas têm semelhanças em suas apresentações, uma vez que “em ambos os casos, o seu enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido. Não há margem para ambiguidades. A solução é sabida de antemão, pelo professor, e a resposta do aluno está certa ou errada” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 23).

No entanto, Thomas Butts (1997) destaca diferentes tipos de problemas, que se apresentam de diferentes maneiras e com objetivos distintos. Para isso, o autor categoriza e caracteriza os enunciados de cada tipo de exercícios e problemas:

Quadro 1- Tipos de enunciados de exercícios e problemas

Tipo de Enunciado	Descrição
Exercícios de reconhecimento	São os que pedem ao resolvidor apenas para reconhecer ou recordar um fato, uma definição ou o enunciado de um teorema
Exercícios algorítmicos	O próprio nome já sugere que são aqueles exercícios nos quais há um algoritmo ou um procedimento passo a passo para sua solução
Problemas de aplicação	São aqueles nos quais a principal tarefa a ser realizada é transformar a linguagem do enunciado do problema em linguagem matemática
Problemas de pesquisa aberta	São problemas cujo enunciado não sugere estratégias para sua resolução. Normalmente, solicitam que o resolvidor prove algo, encontre todos os casos possíveis, etc.
Situações-problema	São situações em que o resolvidor deve primeiro identificar o(s) problema(s) inerente(s). Não há um problema explícito, há uma situação para se pensar.

Fonte: Butts (1997 apud GONÇALVES JÚNIOR; ROCHA; MORAES, 2017, p. 197-198)

A Investigação Matemática, nesse sentido, guarda relação com as situações-problema, pois comumente as perguntas não se apresentam de forma bem definida no início, cabendo aos alunos sua definição (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Dessa forma, as questões a serem investigadas, não raro, são distintas, pois o que um aluno, ou um grupo de alunos, decide investigar durante a aula pode ser diferente do que outro estudante, ou grupo, escolheu. Como o ponto de partida de cada um pode ser distinto, as conclusões provavelmente também serão, podendo haver respostas divergentes, convergentes ou apenas que se complementam.

Até agora, discutimos brevemente a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática no que diz respeito à estrutura da aula – início, meio e fim – e aos diferentes tipos de enunciado. Para além disso, Alrø e Skovsmose (2010) chamam nossa atenção para a criação de ambientes de aprendizagem que favoreçam a realização de uma investigação. Os autores chamam esse ambiente de “cenários para investigação” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 55).

Os cenários são, por natureza, abertos e podem substituir exercícios. Neles, “os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 55), o que as investigações propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) também sugerem, porém, apesar da semelhança em diversos fatores didáticos nas propostas de cada um, a intenção com que cada autor apresenta as Investigações Matemáticas na sala de aula (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013) ou os Cenários para Investigação (SKOVSMOSE, 2000) são distintas. Enquanto os primeiros propõem no intuito de aproximar o trabalho de matemáticos profissionais à sala de aula, Skovsmose (2000), ao propor os cenários, tem interesse em uma Educação Matemática Crítica, e, por isso mesmo, “pelo desenvolvimento da educação matemática como suporte da democracia, implicando que as micro-sociedades de salas de aulas de matemática devem também mostrar aspectos de democracia” (SKOVSMOSE, 2000, p. 2).

Para essa discussão, cabe trazer alguns conceitos trabalhados por D’Ambrósio (2016) como sociedade, cultura e educação. Para este autor, *sociedade* pode ser conceituada como “um agregado de indivíduos (todos diferentes) vivendo num determinado tempo e espaço, empenhados em ações comuns” (D’AMBROSIO, 2016, p. 31) e o compartilhamento de mitos, valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento por esses indivíduos seria o que o autor entende como *cultura* (D’AMBROSIO, 2016). Dessa forma é fácil caracterizar e

visualizar a sala de aula como uma sociedade, ou micro-sociedade (SKOVSMOSE, 2000), que cultiva uma determinada cultura entre seus integrantes – alunos e professor.

A *cidadania*, por sua vez, é conceituada como “o exercício de direitos e deveres acordados pela sociedade” (D’AMBROSIO, 2016, p. 32) e, nesse sentido, entendemos que o envolvimento dos alunos em torno de um problema, as negociações, questionamentos, defesas de ideias a partir de argumentos matemáticos que sustentam o ponto de vista, a validação pelos pares sobre os argumentos apresentados, enfim, todas essas situações provocadas por um cenário para investigação implicam em aspectos de democracia e, assim, do exercício da cidadania. O impacto de ambientes desse tipo para a formação de sujeitos críticos não é a questão que procuramos responder nessa pesquisa, mas é inegável que a escola, como espaço formal para a formação não só escolar, mas também cidadã, ao propiciar ambientes que servem de espaço para discussão de ideias bem fundamentadas, contribui significativamente com uma formação de sujeitos participativos e engajados em um projeto de sociedade mais democrático.

Voltando aos autores, podemos apontar duas características fundamentais dos cenários para investigação: as atividades devem ser abertas, ou seja, nem a resposta e tampouco os procedimentos podem ser conhecidos de antemão pelos alunos ou pelo professor; e os alunos não podem ser obrigados a participar da investigação, eles devem se envolver a partir do aceite ou não ao convite (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Nesse sentido, para que os alunos assumam o processo de busca, é necessário que, primeiramente, aceitem o convite à investigação, o que pode ser feito a partir de perguntas desafiadoras como “O que acontece se...?” ou “Por que isto...?”. Falas dos alunos do tipo “Sim, o que acontece se...?” ou “Sim, por que isto...?” simbolizam o aceite ao convite. Isso mostra que estão se envolvendo no processo de exploração e na busca por explicação, o que finalmente caracteriza que um novo ambiente de aprendizagem foi constituído (SKOVSMOSE, 2000, p. 6)

Isso aponta que, mesmo que o professor planeje uma aula com tarefas de caráter investigativo e a desenvolva com a turma, esse momento só se caracterizará como cenário de investigação se os alunos se assumirem no processo de exploração. Esta postura de assumirem-se no processo tem a ver com sujeitos que se compreendem no mundo, com o mundo e com o outro. Pessoas que, democraticamente, entendem que precisam se colocar, se engajar, se posicionar. Que não esperam que as soluções lhes sejam dadas pelo outro, que não aceitam as coisas porque são assim, mas que procuram compreendê-las. Esse é um exercício de preparação

de um sujeito crítico que compreende suas responsabilidades como sujeito no mundo e com os outros. Ao criar um cenário de investigação, o professor viabiliza que o aluno vá desenvolvendo suas capacidades críticas, assim como de convivência com o outro.

Trabalhando dessa forma, o professor se aproxima do “educar” no sentido colocado por D’Ambrósio (2016, p. 30) de *educere*, “de tirar o novo de cada indivíduo, de estimular sua criatividade, e de estimular o ser [substantivo] para que ele possa ser [verbo] na sua plenitude”. Isso, de fato, não ocorre em ambientes que não sejam dialógicos.

Dessa forma, os cenários podem ser entendidos como uma manifestação da concepção dialógica da educação proposta por Freire (2015), uma vez que nesse tipo de ambiente o educador também aprende enquanto ensina, e o educando ensina enquanto aprende, onde ambos, sujeitos do processo, crescem juntos, rompendo, assim, a contradição entre educador e educandos. Segundo Paulo Freire, “ninguém educa ninguém, como tampouco ninguém educa a si mesmo: os homens se educam em comunhão, mediatizados pelo mundo” (FREIRE, 2015, p. 96).

Enquanto em uma concepção bancária da educação o educador realiza um ato cognoscente sobre o objeto cognoscível e, posteriormente, apenas expõe aos educandos a respeito deste objeto, em uma prática problematizadora o educador-educando “refaz, constantemente, seu ato cognoscente, na cognoscitividade dos educandos” (FREIRE, 2015, p. 97). Ou seja, o educador é sujeito cognoscente enquanto planeja e também durante o encontro com os educandos, que são “investigadores críticos, em diálogo com o educador, investigador crítico também” (FREIRE, 2015, p. 97). Nesse sentido, Freire diferencia as duas práticas:

enquanto a prática bancária [...] implica uma espécie de anestesia, inibindo o poder criador dos educandos, a educação problematizadora, de caráter autenticamente reflexivo, implica um constante ato de desvelamento da realidade. A primeira pretende manter a *imersão*; a segunda, pelo contrário, busca a *emersão* das consciências, de que resulte sua *inserção crítica* na realidade (FREIRE, 2015, p. 97-98)

A autora Diniz (1991, p. 29), por sua vez, expõe uma visão do ensino de matemática que, a meu ver, se apresenta como uma manifestação da prática problematizadora:

O ensino deve ser tal que a cada problema o aluno seja exposto a questões do tipo: Por que esse problema foi resolvido assim? Há outros modos de se chegar a essa resposta? Qual é o melhor processo para se resolver esse problema? Que outras questões podem ser levantadas a partir do que é dado? Se alguma questão não pode ser resolvida com os dados que se tem, como alterá-los ou completá-los para que se chegue a uma resposta? Como algumas modificações nos dados podem interferir na resposta? Etc... Até o momento em que o aluno

tenha autonomia para se colocar questões desse tipo e outras de maior complexidade extrapolando as fronteiras dos conteúdos e da sala de aula.

Essa visão se aproxima, muito proximamente, dos seis passos em direção ao conhecimento reflexivo (SKOVSMOSE, 2013). De forma resumida, Skovsmose (2013, p. 92) apresenta os seis passos a partir de questões-chave:

- (1) Usamos o algoritmo de maneira correta?
 - (2) Usamos o algoritmo certo?
 - (3) Podemos confiar no resultado vindo desse algoritmo?
 - (4) Poderíamos ter prescindido de cálculos formais?
 - (5) Como o uso efetivo de um algoritmo (apropriado ou não) afeta um contexto específico?
 - (6) Poderíamos ter desempenhado a avaliação de outro modo?
- (SKOVSMOSE, 2013, p. 92).

Podemos perceber que as duas primeiras questões têm como foco a ferramenta matemática; as duas seguintes, “a relação entre a ferramenta e a tarefa; a questão (5), o efeito geral de se perseguir um objetivo com a ferramenta escolhida; e (6) olha para o modo como encaramos para (1) a (5)” (SKOVSMOSE, 2013, p. 92).

Ainda pautado em uma concepção problematizadora da educação, Skovsmose (2000) propõe ambientes de aprendizagem que se dividem em dois diferentes tipos de abordagem: *paradigma do exercício* e *cenário para investigação*. Como afirmamos anteriormente, consideramos o *paradigma do exercício* como uma manifestação de uma concepção bancária da educação em aulas de matemática, enquanto os *cenários para investigação* podem ser considerados como uma possibilidade de educação problematizadora.

Para além da divisão em relação à abordagem, Skovsmose (2000) também organiza os ambientes de acordo com a referência que as tarefas podem fazer. Para o autor, diferentes tipos de referência são possíveis:

Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade; não se trata de uma realidade que “de facto” observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real (SKOVSMOSE, 2000, p. 7).

Dessa forma, pensando matematicamente, se o autor propõe ambientes de aprendizagem que podem ser abordados de duas diferentes formas (*paradigma do exercício* e *cenários para investigação*) e com três possíveis referências (matemática, semi-realidade, realidade), então são possíveis seis ambientes de aprendizagem, como ilustra melhor o quadro 2, a seguir.

Quadro 2 - Ambientes de Aprendizagem

	Exercícios	Cenários para Investigação
Referência à matemática pura	(1)	(2)
Referência à semi-realidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000)

Sendo assim, ao trabalhar conceitos matemáticos em sua forma mais abstrata, podem-se desenvolver tarefas que propiciam a construção de significados matemáticos, onde o aluno, em grupo ou individualmente, observa a situação matemática, levanta hipóteses, faz testes sobre essas hipóteses e, se validadas, chega a conclusões sobre o objeto de estudo. Caso não sejam validadas, cabe ao estudante voltar à observação e refazer o processo. Esse processo tem, com isso, a intenção de desenvolver a autonomia do sujeito, pois permite que ele busque compreensões de uma situação problema, escute outras perspectivas para além da sua, trace caminhos, percorra-os e se responsabilize pelas escolhas que fez, por estarem baseadas em seus conhecimentos, construídos a partir de interações com o outro. Esse ambiente, que faz referência à matemática pura, estaria localizado na segunda coluna do quadro 2, por exemplo.

Para se trabalhar atividades que fazem referência à semi-realidade, em um contexto de cenários para investigação (ambiente 4), Skovsmose (2000) propõe situações hipotéticas como, por exemplo, a simulação de uma agência de seguros, onde um aluno representa o dono da agência, que visa sempre o lucro, outros alunos são os negociadores de apólices e, os demais, clientes que discutem sobre valores, planos e a possível contratação, ou não, do serviço. Tarefas desse tipo fazem com que todos os alunos, mobilizando conhecimentos matemáticos, discutam sobre situações e opiniões distintas para a compra da apólice durante a atividade sem precisar sair pela porta da sala e ir numa agência de seguros para tal. A lógica e a certeza de uma única resposta certa, presentes no paradigma do exercício, fazem-se ausentes nesse cenário investigativo, uma vez que essas situações estão repletas de descobertas e os alunos constroem estratégias que, ao longo da atividade, serão produzidas e aperfeiçoadas. Reforçando que o convite para o desenvolvimento das tarefas é aceito, quando os alunos assumem um papel ativo no processo.

A efetivação de uma pesquisa de campo, na sua própria comunidade, sobre um determinado tema e posterior organização dos dados e discussões sobre as informações levantadas constituem, por exemplo, um cenário para investigação que faz referência à realidade. As autoras Nadia Pelinson e Luci Bernardi (2016), por exemplo, apresentam um trabalho que se aproxima desse ambiente. Elas trabalharam com jovens camponeses e, nessa tarefa em específico, com os pais deles também. Como o interesse das autoras era de trabalhar uma proposta de Educação Financeira Crítica, a tarefa consistia em montar uma planilha no Excel com dados reais de receitas e despesas da propriedade da família e, posteriormente, discutirem sobre os dados levantados.

Tarefas desse tipo dificilmente se encaixariam no paradigma do exercício, uma vez que permite ao aluno e, nesse caso, também a sua família, participar efetivamente na busca de informações que, por tratar da realidade, não são conhecidas de antemão, nem têm a característica de ser estática ou pré-elaborada por uma autoridade externa à sala de aula. Cabe destacar uma frase do trabalho das autoras Pelinson e Bernardi (2016, p. 9) que nos chamou a atenção: “Surpreendemo-nos com o interesse de todos em construir suas planilhas financeiras”. Isso provavelmente aconteceu, dentre outras razões, porque o assunto abordado – a organização financeira das propriedades familiares – era de interesse dos envolvidos. A eles fazia sentido o que estava sendo realizado.

Enfim, para darmos continuidade ao nosso trabalho, precisamos discutir outro aspecto também importante para as aulas de matemática: a comunicação. Sendo assim, para além dos diferentes tipos de abordagens, enunciados ou estruturas apresentadas nesta seção, discutiremos também os diferentes padrões de comunicação entre alunos e entre estes e o professor, em distintos momentos da aula. Mas, antes disso, por que estudar a comunicação nas aulas de matemática? Começaremos trazendo algumas recomendações curriculares e, em seguida, alguns autores que discutem a temática.

Uma questão de comunicação?

A década de 1990 foi marcada, na área da educação e, por consequência, da educação matemática, pelas reformas e orientações curriculares. Dentre outras, podemos destacar as Normas Profissionais para o Ensino de Matemática, publicadas pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), nos Estados Unidos, que serviu de orientação para os demais países criarem parâmetros locais para a educação. No Brasil, por exemplo, destacamos

os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), publicados em 1998, que orienta e estabelece parâmetros para professores atuarem em sala de aula.

Conforme Menezes (1995), a principal ideia veiculada nas Normas Profissionais “é o desenvolvimento do ‘poder matemático’ do aluno” (MENEZES, 1995, p. 28), que se constrói a partir da “valorização de quatro aspectos considerados fundamentais: (i) a resolução de problemas; (ii) a *comunicação*; (iii) o raciocínio matemático; (iv) as conexões (NCTM, 1991 apud MENEZES, 1995, p. 28, grifo nosso).

É possível perceber nos PCN (BRASIL, 1998), também, um incentivo ao uso de diferentes linguagens no contexto educativo e, conseqüentemente, propiciar momentos de rica comunicação, com exposição e discussão de distintos pontos de vista. Isso pode ser observado em um dos objetivos gerais para o ensino fundamental, onde os alunos devem ser capazes de

Utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação (BRASIL, 1998, p. 55)

E, mais especificamente nas orientações para as aulas de matemática, os PCN recomendam que os alunos tenham capacidade de “comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (BRASIL, 1998, p. 37).

A preocupação desses documentos com a comunicação nas aulas de matemática está em consonância com as potencialidades apontadas por Baroody (1993 apud MENEZES, 1995). Segundo o autor, a comunicação deve ser estimulada pelos professores de matemática, pois, além de encorajar a confiança, ajuda no desenvolvimento do conhecimento matemático, na habilidade do aluno resolver problemas e melhora a capacidade de raciocínio (MENEZES, 1995).

Esse reconhecimento da importância da linguagem na educação corrobora com as palavras de Michael Sttubs, quando afirma que

As escolas e as salas de aula são *ambientes* em que a linguagem predomina. Os alunos estão em contato com ela durante a maior parte do dia: com a linguagem falada do professor ou dos alunos e com a linguagem escrita dos livros. Há um sentido em que, na nossa cultura, ensinar é falar (STTUBS, 1987, p. 27, grifos do autor).

Para que momentos comunicativos sejam incentivados, os PCN recomendam o trabalho em grupo de forma cooperativa, pois criam situações que podem levar os alunos a “perceber a necessidade de dialogar, resolver mal-entendidos, ressaltar diferenças e semelhanças, explicar e exemplificar, apropriando-se de conhecimentos” (BRASIL, 1998, p. 91).

Essa recomendação vem ao encontro do que a educadora chilena Verónica Edwards aponta em seu estudo etnográfico, cuja sala de aula foi o *locus* da pesquisa. Em suas considerações, a autora afirma que “o processo de construção de conhecimento se realiza permanentemente entre pares” (EDWARDS, 2003, p. 123), o que ressalta a importância de diálogos durante esse processo.

Tratando-se da comunicação em aulas de matemática, Alrø e Skovsmose têm como ideia inicial para suas investigações que “as qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem de Matemática” (2010, p. 11), e ressaltam ainda que “a comunicação tem um sentido mais profundo do que se percebe à primeira vista” (2010, p. 12), criticando a ideia de uma comunicação unidirecional que se resume à transferência de informações entre um emissor e um receptor.

Facilmente conseguimos perceber que o tipo de ambiente construído em sala de aula influencia diretamente em como a comunicação se dá entre professor e alunos. “Uma pesquisa em aulas tradicionais, relativamente formais do tipo ‘língua-e-giz’, mostra que, em média, os professores tendem a falar durante 70 por cento do tempo lectivo” (FLANDERS, 1970 apud STTUBS, 1987, p. 27). Além disso, em um ambiente no qual o livro didático ocupa o papel central, o professor atua apresentando os conteúdos selecionados pelo autor do livro, aos alunos cabe resolver exercícios e a estrutura da aula é determinada por corrigir e encontrar erros. Não raro, os padrões de comunicação se caracterizam pelo domínio do professor sobre os alunos durante o processo educativo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), pois “os alunos não são chamados a explicar as suas ideias, nem a confrontá-las com as dos colegas” (MENEZES, 1995, p. 30).

Pesquisas realizadas em ambientes onde professor e alunos assumem outro papel no processo educativo, como corresponsáveis pela aprendizagem, apontam uma mudança no tipo de comunicação existente em sala de aula, como apontam Quaresma e Ponte (2014) em um contexto de aula com abordagem exploratória no ensino dos números racionais. Segundo os autores, o discurso de cunho dialógico, pautado por perguntas que, no lugar de chamar a atenção do aluno ou testar os conhecimentos dele, pretendem realmente obter alguma informação por parte do estudante, marca a prática profissional nesse ambiente.

Por certo, existem diferentes tipos de aulas de matemática, que correspondem, majoritariamente, à concepção do professor sobre educação, sobre os papéis dele e dos alunos, sem deixar de lado, obviamente, questões sociais, culturais e econômicas de cada lugar, bem como as políticas públicas de formação de professores e incentivo à docência.

Essas questões influenciam diretamente na comunicação escolar, sobretudo, se pensarmos em estabelecer um diálogo em sala de aula. *Como dialogar sem levar em conta aspectos sociais, culturais e econômicos?* É preciso que o educador conheça seu educando. O fato de um estudante, por exemplo, estar com fome porque não teve dinheiro para comer algo antes de ir ao colégio, ou estar com sono porque trabalhou até tarde para conseguir ajudar a mãe (que cria seus filhos sem a ajuda do pai) em casa interfere significativamente no diálogo em sala de aula, uma vez que o interesse deste aluno pode não ser no que acontece na sala de aula, ou naquilo que o professor fala sobre algum conteúdo matemático.

A forma como se aborda uma questão em sala pode ser citada como outro fator que impossibilita o diálogo. Tentar discutir o engarrafamento em grandes cidades enquanto fala a alunos de uma região rural, que sequer conhecem um semáforo pessoalmente, parece contraditório. O mesmo acontece ao tratar o assunto das enchentes em comunidades ribeirinhas enquanto se fala a um povo massacrado pela seca.

Como deixei explícito na primeira seção, minha origem é na zona rural. Lembro-me, certa vez, em que uma professora de matemática, ao falar sobre o Conjunto dos Números Racionais, deu como exemplo, a partir do livro didático, o elevador de um prédio que marcava em seus botões de comando os números 3, 2, 1, 0, -1 e -2, em que os números negativos representavam o subsolo do prédio, onde ficava o estacionamento. Na sala de aproximadamente 40 alunos, provavelmente umas 5 pessoas conheciam prédios. Eu já tinha visto, mas nunca havia usado um elevador. O outro exemplo não fugia à regra, falava da temperatura na Serra Gaúcha, que durante determinadas épocas do ano atingia marcas negativas no termômetro. Éramos uma turma na cidade de Mozarlândia, interior de Goiás. Quando faz muito frio, os termômetros marcavam 22 graus. Nesse sentido, questionamos: Como estabelecer diálogo a partir de problemas que não fazem parte da realidade dos educandos?

A partir disso, pensando na comunicação, é possível identificar características comuns à maioria das salas de aula, sobretudo as de matemática. A seguir, portanto, abordaremos dois conceitos apresentados por Alrø e Skovsmose (2010) para compreendermos melhor o processo

comunicativo em aulas de matemática e, em seguida, apresentarei, ainda fundamentado nesses autores, o Modelo de Cooperação-Investigativa.

Absolutismo burocrático

Em aulas de matemática, não raro, um grande espaço de tempo é destinado à correção de exercícios, onde o professor identifica e corrige os erros dos alunos, caracterizando, dessa forma, grande parte da estrutura de uma aula convencional. Nesse tipo de ambiente, o professor frequentemente estabelece em termos absolutos o que está certo ou errado, não há discussões.

Dessa forma, a correção dos erros acaba representando boa parte da comunicação nas aulas, e isso pode ocorrer de diversas maneiras. Alrø e Skovsmose (2010) distinguem alguns tipos de erros encontrados na Educação Matemática, atribuindo à palavra “erro” o sentido mais amplo possível. Para os autores,

Um erro pode se referir ao resultado de um algoritmo (“A conta não está certa!”); ao algoritmo empregado (“Você não tem que somar, e sim subtrair!”); a sequência com que as ações foram feitas (“Para desenhar o gráfico, calcule primeiro alguns pontos da função!”); à interpretação do texto (“Não, quando o exercício é escrito desse jeito, você tem que primeiro encontrar o valor de x !”); à programação dos alunos (“Não, não, esses exercícios são para amanhã!”) (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 22).

Destacam ainda que, embora diferentes entre si, são classificados em “uma única categoria absoluta: a de erro. E só há uma única coisa a fazer: corrigi-los” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 22-23). A esse fenômeno, de tratar uniformemente todos os tipos de erros, os autores denominam “absolutismo de sala de aula” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 23).

Os erros, via de regra, são corrigidos com base em uma autoridade única, que não é apenas o professor, mas também o livro-texto, que geralmente apresenta o que se deve fazer, o que torna desnecessário qualquer questionamento do aluno, pois basta seguir o que o livro diz e, espera-se, chegar à resposta correta.

A experiência de um aluno frente a autoridade da sala de aula, é “similar à de um cliente diante de um burocrata” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 25-26), pois, independente das razões, ambos têm respostas similares: “a solicitação foi indeferida!” e “Isso está errado!”. Nenhuma dessas respostas explicitam, de fato, a razão pela qual a solicitação do cliente não foi deferida, ou a resposta do aluno não está correta. Por isso, Alrø e Skovsmose qualificam “o

absolutismo de sala de aula como um *absolutismo burocrático*, que estabelece em termos absolutos o que é certo e o que é errado sem explicitar os critérios que orientam tais decisões” (2010, p. 26).

Este absolutismo pode se manifestar de diversas formas em sala de aula. Siclair e Coulthard (1975 apud STTUBS, 1987) tentam estabelecer uma análise da estrutura fundamental do diálogo da aula e constataam um padrão em que o professor faz a pergunta, o aluno responde e o professor avalia, dando a ideia de que tudo que o aluno fala é “sanduichado” pelo professor (STTUBS, 1987). Este padrão, segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 27), pode ser considerado como uma manifestação do absolutismo, pois “ênfatisa a existência de uma autoridade em sala de aula”.

Outro padrão, analisado por Bauersfeld (1988, p. 36 apud ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 27) e denominado de “padrão funil”, consiste em o professor realizar perguntas cada vez apresentando um leque menor de respostas, em que o estudante, via de regra, faz mais esforço para adivinhar o que o professor tem em mente do que propriamente sobre o conteúdo matemático estudado.

Alrø e Skovsmose (2010, p. 28), a partir de pesquisas, identificam um possível repertório de respostas dos estudantes nesse tipo de modelo de comunicação:

- respostas em forma de pergunta: “Dá 4?”
- descarte imediato das próprias respostas: “Dá 4? Não.”
- alegações de desconhecimento de respostas: “Nunca ouvi falar nisso!”
- solicitações de ajuda: “Você poderia explicar de novo?”
- adivinhações: “4, não, 5, ah não, 8!”
- repetição de respostas: “O meu resultado é o mesmo do Pedro!”
- silêncio!
- distração com outras ocupações.

Isto indica que, nesses casos, “os alunos não assumem qualquer responsabilidade pelo processo de aprendizagem” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 28). No entanto, existem ambientes nos quais o absolutismo não se manifesta e, por consequência, a comunicação acontece de forma exatamente contrária. Mas, antes, faz-se necessário que apresentemos uma ideia discutida por Alrø e Skovsmose (2010): *perspectiva*.

Uma perspectiva não costuma ser explicitada, ela reside nas entrelinhas da comunicação, é o pano de fundo do processo. De forma geral,

Uma perspectiva é uma fonte de significados. Sem uma perspectiva, nenhum ato de comunicação seria possível. A perspectiva determina aquilo que o participante escolhe ver, ouvir e entender numa conversação, e ela se manifesta através do uso da linguagem, naquilo sobre o que escolhemos falar e não falar, e na forma como entendemos uns aos outros (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 29).

Portanto, a compreensão da perspectiva do outro é de fundamental importância, apesar de que os participantes podem compartilhar ou não a mesma perspectiva, sendo que, no caso de não entenderem ou não aceitarem, a comunicação não acontece (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 19).

Outro aspecto a se destacar é que uma perspectiva tende a prevalecer sobre as demais. Entre professor e alunos, por exemplo, o apontamento de erros é uma estratégia para que os estudantes percebam e adotem a perspectiva do professor para que não cometam novos erros. Neste sentido, “corrigir erros molda perspectivas e, portanto, ajuda a prevalecer a inquestionável perspectiva da autoridade” em uma sala de aula absolutista (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 30).

Essa ideia será melhor percebida ao longo das narrativas sobre as aulas analisadas no decorrer dessa pesquisa, na seção 5 deste trabalho. Este conceito parece complicado de se entender inicialmente, mas, caso eu realize uma boa análise, será facilmente compreendida pelo leitor.

A seguir, apresentamos um padrão de comunicação que caracteriza, geralmente, as aulas trabalhadas fora do paradigma do exercício, em cenários para investigação.

O Modelo de Cooperação Investigativa

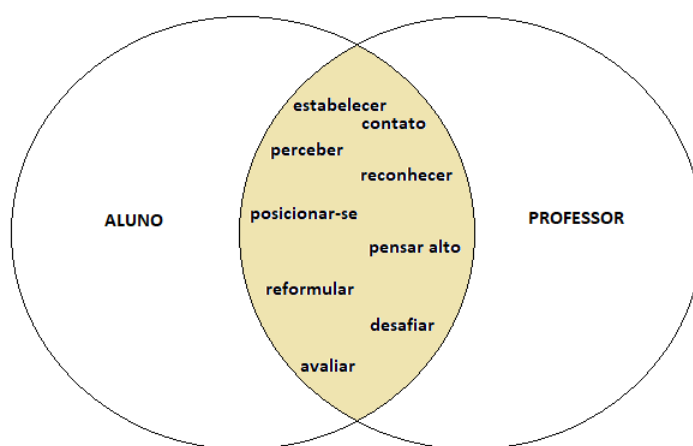
Apesar de tratarmos aqui como modelo ou mesmo padrão, cabe destacar que os autores (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) deixam bem claro que esse foi o padrão identificado nas aulas investigadas por eles e, por isso, ao se analisar outros cenários para investigação, é possível que o pesquisador identifique diferentes elementos, talvez mais ou menos do que os descritos aqui.

Ao propor um cenário para investigação, podemos apontar que o convite é um dos principais elementos, uma vez que, como já dissemos anteriormente, se ele não é aceito, os alunos não se assumem no processo de busca e o cenário não se caracteriza. Nesse sentido, o convite não é uma ordem, ele precisa ser feito em *cooperação investigativa* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Alrø e Skovsmose (2010) identificaram alguns elementos que constituem o que eles chamam de Modelo de Cooperação Investigativa, ou Modelo-CI. Esses elementos são frutos de certa conversa ocorrida em um cenário para investigação mais próximo do ambiente de aprendizagem (4) – o que faz referência à semirrealidade.

Este modelo “é constituído por atos de comunicação entre professor e alunos, que podem favorecer a aprendizagem de maneira peculiar” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 69). Em suas investigações, estes pesquisadores identificaram os seguintes elementos: estabelecer contato; perceber; reconhecer; posicionar-se; pensar alto; reformular; desafiar; avaliar. O diagrama a seguir ilustra bem esses atos.

Figura 1- O Modelo de Cooperação Investigativa



Fonte: Adaptado de Alrø e Skovsmose (2010, p. 69)

Alrø e Skovsmose (2010) enfatizam que esses elementos não surgem necessariamente em uma ordem linear, mas podem aparecer em diferentes combinações, tanto na interação aluno-aluno quanto na interação aluno-professor. Vamos, com as palavras dos autores, apontar as características de cada um destes elementos.

Estabelecer contato é uma condição mínima exigida para se trabalhar em cooperação. Entendemos, nas palavras dos autores, “contato como *estar presente e prestar atenção* ao outro e às suas contribuições, numa relação de *respeito mútuo, responsabilidade e confiança*” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 106). Esse elemento pode ser identificado a partir de *questões*

*investigativas, tag questions*¹⁸, *confirmações recíprocas* e no *apoio mútuo*. Nesse elemento, também, é influente a presença de aspectos emocionais, como respeito mútuo, responsabilidade e confiança (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), que se fazem presente na cooperação investigativa como um todo, mas com ênfase no *estabelecer contato*.

Outro elemento destacado pelos autores é o *perceber*, que enfatiza um posicionamento de curiosidade perante o outro. Nesse sentido,

Perceber, dentro de um processo de cooperação, significa expor suas próprias perspectivas para o grupo no bojo do processo de comunicação. É um processo de *examinar possibilidades* e *experimental* coisas. Assim, *questões hipotéticas*, como as *questões o-que-acontece-se*, também são indicadoras de certo grau de abertura para perceber novas possibilidades. Perceber significa *aproximar-se* de um assunto e insistir nele antes de rejeitá-lo; por exemplo, ao questionar e examinar um algoritmo embora ele pareça inútil. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 106-107).

Essas atitudes, que podem ser tomadas por alunos e professores, enfatizam, mais uma vez, o diálogo, a disposição em ouvir o outro, em entender e explorar o que o outro também tem a contribuir. Assim, exclui-se uma concepção de autossuficiência perante a tarefa (ou mesmo perante a sociedade como um todo) e estabelece-se uma relação horizontal entre os pares para a exploração do objeto de estudo e consequente produção de conhecimento sobre o mesmo.

Reconhecer é outro elemento do Modelo-CI e que está próximo do *perceber*. Enquanto o *perceber* pode ser identificado com perguntas do tipo *o-que-acontece-se*, o *reconhecer* pode estar, na maioria das vezes, relacionado com *questões-por-quê*. Dessa forma, um pode ser seguido do outro. Em termos gerais, a pergunta “o que acontece se...?” pode ser seguida da fala “acontece isso!”, que pode ser questionada com um “por quê?”. Essa última pergunta pode elucidar perspectivas e as ideias matemáticas utilizadas por aquele que propôs uma possível solução ao problema, fazendo que esta seja conhecida por todos os envolvidos.

Concordamos com Alrø e Skovsmose (2010, p. 111-112) que, “em certo sentido, o processo de reconhecimento é mais elucidativo do que o processo de percepção, visto que ele inclui o delineamento das ideias matemáticas e a realização das *questões-por-quê* como desdobramento das *questões-o-que-acontece-se*”.

¹⁸ *Tag question* é um recurso presente em alguns idiomas, como o inglês e o dinamarquês, que permite enfatizar o tom interrogativo de uma sentença através de uma pergunta curta no final da frase. Por exemplo, em uma conversa analisada por Alrø e Skovsmose (2010) ocorre uma *tag question*. Veja: “Certo... Taxa de câmbio, então a gente escreve a taxa aqui, *concorda?*” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 82).

Em uma cooperação investigativa, é possível identificar outro elemento de comunicação, o *posicionar-se*. Entendemos que todo indivíduo que participa de uma investigação em cooperação com outros traz consigo algum conhecimento prévio e, por conta do aspecto dialógico, é essencial que estes sejam compartilhados (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Nesse sentido, então,

Posicionar-se pode contribuir para a construção de uma perspectiva comum. Posicionar-se significa dizer o que se pensa e, ao mesmo tempo, estar receptivo à crítica de suas posições e pressupostos. Nesse sentido, posicionar-se compreende fazer declarações ou apresentar argumentos, com o propósito de investigar conjuntamente um assunto ou uma perspectiva. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 112).

Posicionar-se, então, não significa impor sua perspectiva sobre as demais, mas que ela seja justificada aos colegas com o intuito de contribuir para a investigação. É importante também que aqueles que perceberam o posicionamento de um dos colegas (ou o professor quando percebe o posicionamento de algum aluno) leve-o em consideração e convide o grupo a investigar e argumentar o que foi ora exposto.

Ao realizar uma investigação pautada pelo diálogo e cooperação, é comum, também, *pensar alto*. Este é outro elemento do Modelo-CI e “significa expressar pensamentos, ideias e sentimentos durante o processo de investigação” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 113). Ele é importante porque expõe as perspectivas dos participantes, tornando-as públicas e possibilitando aprofundamentos (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

No Modelo de Cooperação Investigativa, outro elemento que se destaca é o *reformular*. Este, assim como todos os elementos do modelo, se relaciona bem próximo com os elementos até agora citados. “*Reformular* significa repetir o que já foi dito com palavras ligeiramente diferentes ou com um tom de voz diferente. [...] pode ser usado por um participante para confirmar o que ouviu de um outro e como um convite para uma reflexão mais profunda” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 114).

Falamos sobre perspectiva e, neste caso, *reformular* é importante para que os participantes possam identificar se compartilham a mesma ou delinear os pontos de divergência para analisá-los e superá-los (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Enquanto *questões-o-que-acontece-se* e *questões-por-quê* referem-se, na maioria das vezes, a *perceber* e *reconhecer*, respectivamente, em uma reformulação estas questões podem ser detalhadas e, assim, ganhar mais precisão na argumentação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Para identificar esse elemento durante um processo de investigação colaborativa, é necessário perceber como ele se manifesta. Alrø e Skovsmose (2010, p. 115) apontam que

uma reformulação pode ser iniciada através de *questões de conferência*, [...] que servem como importantes ferramentas de elucidação em qualquer processo de argumentação, bem como no processo como um todo. Outro processo que se manifesta de forma muito próxima ao reformular e ao pensar alto é o *complementar meias-falas*.

Nesse sentido, *reformular* ainda apresenta outro aspecto essencial para o processo de investigação, qual seja *manter contato* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Outro elemento apontado pelos autores como integrante do Modelo-CI é o *desafiar*. Este serve para “tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos ou perspectivas já estabelecidos” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 115). Se aproxima, em certo modo, do *perceber*, sobretudo em como pode se manifestar. Um exemplo disso é no caso de, em um grupo, um dos integrantes ter se posicionado e sua perspectiva ter sido aceita pelo grupo. Após isso pode ser que alguém use *questões hipotéticas* do tipo *o-que-acontece-se* para desafiar a perspectiva já estabelecida. Esse tipo de questão já havia sido relacionado a *perceber* “e, certamente, perceber uma perspectiva alternativa pode ser visto como um grande desafio” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 115).

Por fim, outro elemento que, assim como os outros, é de extrema importância em um processo cooperativo de investigação, é *avaliar*. Todo processo deve passar por uma avaliação e, neste caso, pode ser realizado tanto pelo professor, por outros alunos, ou ainda pelo participante que propôs uma perspectiva ou solução para o problema. Em relação ao professor, este pode realizar uma avaliação contínua do processo, acompanhando de perto o que os alunos fazem e, assim, apoiando, desafiando, elogiando, etc. Pode, também, realizar uma avaliação final, por exemplo, dando apoio ao trabalho e fazendo elogios (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Ressaltamos, assim como Alrø e Skovsmose (2010), que esses elementos podem se manifestar de diferentes formas e não seguindo a sequência exposta. Pode, ainda, apresentar interrupções durante a investigação, como, por exemplo, surgir um *jogo-de-perguntas*, ou qualquer outro modelo que esteja mais próximo do absolutismo burocrático e, assim, interromper, mesmo que temporariamente, a cooperação investigativa.

Os cenários para investigação, e por consequência o Modelo-CI, são frágeis e podem se desfazer rapidamente. Em Araújo *et al* (2008), por exemplo, os autores apresentam um episódio de sala de aula de matemática na intenção de mostrar a efemeridade dos cenários.

Na situação analisada, existia um enunciado que não era aberto e, por si só, não se configurava como um convite à investigação. Gabriel e Maurício, alunos que resolviam a atividade, como era de se esperar, mantinham padrões de comunicação de acordo com o paradigma do exercício, como aponta os autores. A situação envolvia gráficos de setores e um ambiente com computadores. Em certo momento, a pergunta de uma pesquisadora, Fernanda, muda o ambiente de aprendizagem que estava estabelecido. “Tenta... zerar uma fatia. O que vai acontecer?” (ARAÚJO *et al*, 2008, p. 27). Isso, como aponta os autores, desestabiliza “a cadeia de atitudes que vinha acontecendo – leitura do enunciado → execução da tarefa –, com seu respectivo padrão comunicacional” (ARAÚJO *et al*, 2008, p. 27).

Os alunos aceitam o convite, pois ambos deram respostas à pergunta feita pela pesquisadora, e Maurício desafia o colega: “Zera!” (ARAÚJO *et al*, 2008, p. 28). Em seguida, um dos alunos manipulou o aplicativo do computador para “zerar” uma das “fatias” do gráfico de setores, e o outro dizia que, após isso, teriam que aumentar as outras “fatias” proporcionalmente. Outra pesquisadora, Jussara, após ouvir a palavra “proporcionalmente”, realiza uma pergunta que, novamente, mudam os rumos da investigação: “Por que tem que aumentar proporcionalmente?”. A pergunta tinha o intuito de *reconhecer* a perspectiva do estudante, mas

Gabriel já tinha uma explicação construída, ou seja, ao invés de buscar uma justificativa para uma conjectura, ele explicou o que tentava dizer desde o início do episódio. Para ele, aumentar proporcionalmente significava que a proporção entre as três fatias não zeradas deveria ser mantida como na situação inicial. Podemos sugerir, então, que a possibilidade de cenário para investigação, rapidamente, se desfez. (ARAÚJO *et al*, 2008, p. 29).

O que queremos destacar aqui é que os cenários para investigação dependem de diversos fatores para se constituir, como já apontados anteriormente, e podem se desfazer rapidamente, como aconteceu no episódio analisado por Araújo *et al* (2008). Dessa forma, os elementos de comunicação do Modelo-CI podem surgir mais de uma vez, em diferentes ordenamentos e, além disso, podem ser interrompidos e acabar descaracterizando a cooperação investigativa.

3. CONHECENDO O AMBIENTE E TRILHANDO OS CAMINHOS PARA A PESQUISA

Nesta seção, contextualizamos a pesquisa, dizendo um pouco sobre o CEPAE/UFG e sobre o projeto de ensino desenvolvido no sexto ano do Ensino Fundamental. Em seguida, apresentamos como a pesquisa foi desenvolvida metodologicamente, aproximando-a da pesquisa narrativa. Os instrumentos que utilizamos para a recolha de informações também são apresentados e justificados quanto à sua importância para nossa pesquisa.

Contexto da pesquisa

A pesquisa se desenvolveu, em sua maior parte, no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo”, no CEPAE, no âmbito do projeto de ensino de matemática do sexto ano. Nesse tópico, apresentamos um pouco da história desta instituição, em uma tentativa de caracterizar, além do espaço, aspectos que dizem quem são os professores e os seus alunos, evidenciados a partir do modo pelo qual são admitidos, docentes e discentes.

O Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação

Criado pelo Decreto-lei n.º 9.053, de 12 de março de 1966, o então Colégio de Aplicação (CA) teve suas atividades iniciadas em março de 1968, no prédio da Faculdade de Educação (FE) da UFG, como órgão suplementar da FE. Em seu primeiro regimento, como apontam Varizo e Ferreira (2010), o CA destinava-se

a demonstração e experimentação de métodos psicopedagógicos estudados pelos alunos em grau de licenciatura da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da UFG, dentro das finalidades específicas da sua natureza e consoante a legislação em vigor. (FFCL/CA, 1968 apud VARIZO; FERREIRA, 2010, p. 21).

No entanto, em 1969, o CA ganha outro regimento, no qual suas finalidades ganham novas atribuições e, desta vez, acrescenta-se que deve “ser para a comunidade um núcleo de orientação e renovação da prática educativa” (FFCL/CA, 1969 apud VARIZO; FERREIRA, 2010, p. 21).

Sobre o que acontecia no CA nesse período, o professor Geraldo Campos relembra:

Era pelos anos setenta. A *Redentora* já se instalara no país desde 1964. Um medo grande no ar. Mas havia uma escola que queria ser competente, embora em seus primeiros tempos: escola de elite. Até os professores eram escolhidos por concurso... e havia *Summer Hill*, um perfume de Paulo Freire no ar – mesmo banido oficialmente por “decreto”. Estudava-se também Karl Rogers. E até um grupo de estudos – do qual participavam professores da FE e do CA – chamava-se “Escolas sem paredes”. (CAMPOS, 2010, p. 3, grifos do autor).

Inspirados por esse ar de oposição à opressão e em busca de autonomia, em 1980, após greves e manifestações, os professores do então CA, que eram de 1º e 2º graus, passaram a ser de 3º grau, ou seja, da carreira de magistério superior, condição que permanece até os dias atuais.

A forma de admissão dos alunos também passou por mudanças significativas ao longo da história do CEPAE. Inicialmente, o ingresso discente era por meio de exame de admissão, até que, em 1976, passou a ser por sorteio público com reserva de 50% das vagas para dependentes de servidores da universidade. Apenas a partir do ano de 1988 que as vagas passaram a ser destinadas integralmente à sociedade em geral, por meio de sorteio (SILVA, 2010). Dessa forma, majoritariamente, os estudantes são oriundos dos bairros próximos à UFG, caracterizando uma enorme diversidade social, cultural e econômica entre o corpo discente.

Atualmente, o Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, criado em 1994 pela Portaria 0063, do Magnífico Reitor da UFG, é uma unidade da Universidade Federal de Goiás que desenvolve a educação básica. Além disso, é também campo de estágio preferencial para alunos das licenciaturas e de outros cursos da UFG e possui cursos de pós-graduação *lato* e *stricto sensu* voltados à educação básica (SILVA, 2018).

Na educação básica, o CEPAE atende à educação infantil por meio da antiga creche da UFG e atual Departamento de Educação Infantil (DEI), onde contempla, atualmente, 76 alunos em tempo integral, matutino e vespertino, a depender das necessidades da família e disponibilidade de vagas (SILVA, 2018). O Ensino Fundamental é dividido em primeira e segunda fases e atende a aproximadamente 500 alunos (260 na primeira fase e 240 na segunda) (SILVA, 2018). O Ensino Médio tem, assim como as demais etapas da Educação Básica, duas turmas para cada série escolar, e disponibiliza 30 vagas por turmas. Dessa forma, atende a 180 alunos (SILVA, 2018).

A primeira fase do Ensino Fundamental acontece em um prédio específico, rico em laboratórios. É nesse prédio que, dentre outros, está o Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo” (LEPEM) do CEPAE, que se constitui como um

dos ambientes mais importantes para o projeto de ensino desenvolvido pelos professores de matemática, por disponibilizar grande acervo de material didático, jogos, mesas e cadeiras e contar com um bom espaço para desenvolver atividades com grupos de alunos.

O Projeto de Ensino de Matemática no sexto ano

Alguns professores do Departamento de Matemática do CEPAE, incomodados com diversos fatores e, no âmbito profissional, com a organização da escola e das aulas, resolvem subverterem-se de forma responsável e criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2014), como historicamente acontece no CEPAE.

Em artigo publicado em uma chamada especial da Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCIMA/PPGECM/UNICSUL), sobre Insubordinação Criativa, os professores precursores desse projeto no CEPAE apontam um dos pontos que motivaram essa subversão responsável:

As aulas intermitentes de uma mesma disciplina - aula simples, aula dupla, quando muito - parecem sugerir uma certa incapacidade de nossos estudantes de se engajarem em uma mesma tarefa com persistência. Indicam, também, juntamente com a concepção de currículo como uma enorme lista de conteúdos a se cumprir, ainda mais em tempos de Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que a aula, conseqüentemente a escola, não é o espaço adequado para pensar sobre as 'coisas', pensar com calma, com resiliência, com liberdade, com tempo para errar e recomeçar, para mudar o rumo, para rever, refazer, enfim (GONÇALVES JUNIOR; ROCHA; MORAES, 2017, p. 195).

Continuam dizendo que

A escola tem uma organização bastante limitadora nesse sentido e procurar meios de enfrentar essa questão a fim de propor mudanças não é uma tarefa simples, pois envolve uma série de sujeitos e processos complexos. Entretanto, como professores, incomodados com isso, resolvemos subverter, de forma responsável e criativa (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2014), a ordem escolar pré-estabelecida e a nossa própria prática, começando por um lugar específico: a nossa sala de aula (GONÇALVES JUNIOR; ROCHA; MORAES, 2017, p. 195-196).

O projeto, motivado por essas inquietações, fundamenta-se metodologicamente em Polya (1978; 2006), Ponte (1998, 2003), Butts (1997) e Buriasco (1995), dentre outros, ou seja, está fortemente relacionado à Resolução de Problemas e à Investigação Matemática, mas não se limita a essas abordagens. Essas referências são usadas mais como inspiradoras para o projeto do que propriamente como cartilhas a serem seguidas. Quero dizer que as tarefas, os problemas

e até mesmo a forma como acontece as aulas são criadas ou adaptadas pelos professores de acordo com a turma.

Gonçalves Júnior, Rocha e Moraes (2017, p. 200) apresentam o Quadro 3 que compara os papéis do professor e dos alunos em aulas pautadas no Modelo Frontal (BURIASCO, 1995), em Resolução de Problemas (POLYA, 1978; ONUCHIC, 1999) e em Investigações Matemáticas (PONTE, 1998, 2003). Essa comparação nos ajuda a compreender a dinâmica das aulas de matemática desenvolvidas no âmbito desse projeto.

Quadro 3 - Tipos de aula de matemática

	No Modelo Frontal	Com Resolução de Problemas	Com Investigação Matemática
O professor	- Explica a matéria; - Mostra exemplos; - Propõe exercícios; - Resolve-os no quadro; - Propõe outros exercícios; - Resolve-os no quadro; - Propõe problemas; - Corrige-os; - Começa outro assunto.	- Apresenta um problema; Intervém quando necessário; - Discute com o os alunos as soluções apresentadas, as heurísticas e os conteúdos; - Faz uma síntese em busca de sistematização; - Apresenta outro problema.	- Desafia os alunos; - Avalia o progresso dos alunos e intervém; - Raciocina matematicamente junto com os alunos sobre fatos novos; - Discute as soluções e conteúdos; - Faz uma reflexão sobre o processo; - Apresenta outra situação problema.
Os alunos	- São expectadores passivos; - Obedecem ao que o professor solicita.	- Tentam compreender o problema, individualmente ou em grupo; - Estabelecem e executam um plano para resolvê-lo; - Refletem sobre o trabalho realizado, verificando e revisando; - Apresentam, comunicam e compartilham as diferentes soluções.	- Compreendem uma situação problema individualmente ou em grupo; - Identificam problemas possíveis, na situação, explorando-a e levantando questões; - Organizam dados e formulam conjecturas; - Realizam testes e refinam a conjectura; - Justificam uma conjectura; - Apresentam, comunicam e compartilham as diferentes conjecturas; - Avaliam o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Fonte: Gonçalves Júnior, Rocha e Moraes (2017, p. 200)

Uma vez por semana, os alunos do sexto ano se encaminham para o prédio da primeira fase, onde acontece, no laboratório, duas aulas geminadas de matemática com uma abordagem que se aproxima mais das duas últimas colunas do Quadro 3, enquanto na sala de aula o formato está mais próximo do Modelo Frontal, mesmo com o papel dos alunos não se resumindo a

expectadores passivos e nem à obediência ao que o professor solicita. Apesar de o professor, em sala de aula, explicar a matéria, mostrar exemplos, propor exercícios, a forma com que se desenvolve a aula não poderia ser totalmente destoante da que acontece no laboratório. Mesmo trabalhando também com exercícios, as aulas são caracterizadas pela participação ativa dos estudantes, seja à frente da sala, na lousa, mostrando os procedimentos matemáticos utilizados para a resolução dos exercícios ou mesmo com falas, comentários e sugestões ao longo da aula.

No laboratório, os alunos têm contato com um cenário construído para propiciar o envolvimento deles com determinada atividade. Na ementa da disciplina de matemática do sexto ano do CEPAE, os professores responsáveis afirmam que

A metodologia de ensino parte da ideia que o aluno precisa, primeiramente, ter um contato desafiador com os conceitos, ou seja, os conceitos são apresentados em meio a situações, por meio de problemas, por meio da história, em assuntos de outras áreas etc. Somente depois desse contato é que ocorre a sistematização dos conteúdos, de maneira formal (CEPAE, 2018, p. 2).

Essa metodologia ficará um pouco mais explícita ao ler as narrativas escritas sobre algumas aulas acontecidas nesse contexto. Cabe ressaltar que, em sala de aula, apesar de a maior parte do tempo ser dedicada à exposição dos conteúdos pelo professor, os alunos são convidados a todo instante a participar ativamente da aula, seja indo à lousa expor como pensou e realizou alguma atividade, seja por meio de argumentações explicando seu ponto de vista e confrontando com a ideia de outros colegas. De fato, a relação entre professor e alunos é de mútua confiança.

As aulas no laboratório são sempre ministradas por dois professores de matemática do CEPAE e, na maioria das vezes, são acompanhadas por estagiários que, também, planejam atividades e as realizam com os alunos. A parceria entre os professores acontece também durante o planejamento das atividades que, não raro, são criadas a partir de histórias e situações encontradas em diversas fontes: livros didáticos e paradidáticos, livros de história da matemática, teses e dissertações, livros teóricos de matemática e educação matemática, notícias, sites etc. Não necessariamente a busca é por atividades matemáticas prontas, mas por situações onde pode-se investigar e produzir muito conhecimento matemático. Na maioria das vezes, as situações são levemente acrescidas de ideias mirabolantes e surreais que saem do pensamento dos professores em forma de histórias que rendem boas investigações matemáticas.

A estrutura da aula busca seguir os momentos sugeridos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), ao caracterizarem uma investigação. Dessa forma, temos, no laboratório, três

momentos, que têm como frases-chave: “O que é para ser investigado?”; “Vamos testar nossa ideia!”; e “Vamos ouvir o grupo!”. Cada frase corresponde aos momentos que são desenvolvidos no laboratório com os alunos. Durante o primeiro momento, os alunos extraem os dados que julgam importantes do enunciado; (re)formulam perguntas a serem respondidas ao longo da investigação; e planejam as ações para se chegar à resolução. O segundo momento é dedicado a olhar as pistas, anotar, organizar os dados, fazer testes, conjecturar, testar conjecturas, sistematizar as ideias. Enfim, resolver. O terceiro momento propicia aos alunos registrar as conclusões, justificar cada uma das conclusões (argumentando matematicamente), compartilhar as descobertas, ouvir o colega, debater/conversar sobre as descobertas (GONÇALVES JUNIOR; ROCHA; MORAES, 2017).

A cada atividade desenvolvida com os alunos, produz-se uma quantidade considerável de material, pois cada aluno realiza registros em seu caderno (ou pelo menos deveria registrar), além de cartazes confeccionados em grupos para apresentar ao restante da turma, de forma sintetizada, a estratégia que o grupo utilizou para realizar a atividade e suas conclusões sobre ela.

Para além de mostrar o que acontece nas aulas do projeto, cabe destacar outra contribuição que surgiu a partir da subversão responsável dos professores, que foi a criação de um grupo colaborativo que reúne docentes do CEPAE, do Instituto de Matemática e Estatística (IME/UFG), da Faculdade de Educação (FE/UFG), pós-graduandos, estagiários, enfim, pessoas que de alguma forma se envolvem com esse projeto. Atualmente, o grupo se chama “*Abakós-Práticas formativas e colaborativas em Educação Matemática na escola*” e conta com aproximadamente 20 pessoas.

A ideia inicial do grupo era, de fato, servir como espaço para se discutir as práticas, o planejamento das tarefas a serem realizadas com os alunos no laboratório, a reflexão posterior ao desenvolvimento dessas tarefas, etc., mas com a ampliação do número de participantes, suas funções também se ampliaram. Para além da função inicial, trabalhamos com apresentações de pesquisa dos integrantes, dos projetos de ensino e de pesquisa dos estagiários, com ampla contribuição do grupo para melhorar as propostas e, também, refletir após o desenvolvimento em sala. Além disso, realizamos estudos de textos teóricos sobre Estágio com Pesquisa (GHEDIN, 2015), Investigação Matemática, Resolução de Problemas, dentre outros. De modo geral, o grupo e as aulas que acontecem no laboratório estão intimamente relacionados, pois o

projeto, de certo modo, é criado dentro desse grupo, a partir das reflexões e interlocuções entre os agentes envolvidos e a literatura discutida lá.

Caminhos teórico-metodológicos da pesquisa

O presente trabalho de pesquisa procurou adotar as características de uma “pesquisa narrativa” (BOLÍVAR, 2002; CLANDININ; CONNELLY, 2015; CONNELLY; CLANDININ, 1990), onde me insiro em um contexto de aulas investigativas de matemática e, ao produzir narrativas na tentativa de compreender os aspectos da comunicação nesse ambiente, relaciono memórias, literatura científica e acontecimentos em histórias que buscam mostrar o processo de reflexão que faço, enquanto pesquisador, mas, também, enquanto professor de matemática que questiona suas próprias práticas e posturas nesse movimento, o que pode se aproximar de uma direção introspectiva da pesquisa, em que ressalto, também, as condições internas, como sentimentos e esperanças, por exemplo. Além disso, me movimento entre passado e presente, Goiás e Goiânia, e entre eu pesquisador e eu professor, permeando um espaço tridimensional de temporalidade, lugar e interação social (CLANDININ; CONNELLY, 2015).

Connelly e Clandinin (1990, p. 3) situam a Pesquisa Narrativa em uma matriz de Pesquisa Qualitativa, por focar-se “na experiência vivida e nas qualidades da vida e da educação¹⁹”, e caracterizam a investigação narrativa como “um processo dinâmico de viver e contar histórias, e reviver e recontar histórias, não somente aquelas que os participantes contam, mas aquelas também dos pesquisadores” (CLANDININ; CONNELLY, 2015, p. 18).

Para entender melhor algumas características da Pesquisa Narrativa, é importante apresentar, a partir do que Clandinin e Connelly (2015) discutem o lugar da teoria. Juntamente com *o equilíbrio da teoria, as pessoas e o lugar do pesquisador, o lugar da teoria* compõe o que Clandinin e Connelly (2015) denominam de tensões da fronteira entre a Pesquisa Narrativa e a Pesquisa Formalista.

O lugar da teoria na pesquisa narrativa é um ponto de tensão, ao ser comparada com a pesquisa formalista, em toda a investigação. Uma pesquisa formalista, por exemplo, é iniciada pela teoria, “enquanto os pesquisadores narrativos tendem a começar com a experiência assim

¹⁹ Because of its focus on experience and the qualities of life and education, narrative is situated in a matrix of qualitative research.

como é expressa em histórias vividas e contadas” (CLANDININ; CONNELLY, 2015, p. 73). Por conta disso, é característica da pesquisa narrativa começar “com a narrativa do pesquisador orientada autobiograficamente, associada ao *puzzle* (enigma) da pesquisa, denominado, por alguns, como problema de pesquisa ou questão de pesquisa [...]” (CLANDININ; CONNELLY, 2015, p. 74). Além disso, no texto autobiográfico com o qual iniciamos esse trabalho, é possível identificar também a proximidade que temos com a “contação de história” que, de certa forma, se relaciona com a escolha em se trabalhar com a Pesquisa Narrativa.

Essa tensão continua quando se discute a necessidade de um capítulo específico de fundamentação teórica. Em pesquisas narrativas, é frequente a teoria vir ao longo da pesquisa, “do início ao fim, na tentativa de criar uma ligação contínua entre a teoria e a prática, incorporada à pesquisa” (CLANDININ; CONNELLY, 2015, p. 75). Em nossa dissertação, optamos por trazer um capítulo de fundamentação teórica. Assumimos que é muito difícil se desvencilhar dos vestígios da pesquisa formalista, sobretudo em tão pouco tempo, como o de um mestrado. Entretanto, não nos furtamos em buscar enredar as experiências vivenciadas com as teorias que temos estudado, em todos os momentos da pesquisa, desde o memorial autobiográfico, até as narrativas das aulas, análise e conclusões.

Outro momento em que essa tensão reaparece é em relação aos resultados da pesquisa.

Um primeiro resultado de uma pesquisa formalista é a sua contribuição para o desenvolvimento de um construto teórico e literatura associada. Um segundo resultado é a repetição e aplicação da teoria no problema analisado [...]. (CLANDININ; CONNELLY, 2015, p. 75).

É possível que o primeiro seja também um resultado esperado por uma pesquisa narrativa. O mesmo não acontece com o segundo. A pesquisa narrativa contribui, de acordo com Clandinin e Connelly (2015, p. 75),

mais no âmbito de apresentar uma nova percepção de sentido e relevância acerca do tópico de pesquisa, do que em divulgar um conjunto de declarações teóricas que venham somar ao conhecimento da área. Ademais, muitos estudos narrativos são considerados importantes quando se tornam textos literários para serem lidos pelos outros, não tanto pelo conhecimento que abarcam, mas pelo teste vicário das possibilidades de vida que permitem aos leitores da pesquisa.

Sobre a análise, Bolívar (2002) aponta que existem dois modos para fazê-la, quando o pesquisador trabalha com narrativas em uma perspectiva qualitativa de investigação: a análise paradigmática; e a análise narrativa, propriamente dita. O autor ainda faz uma comparação entre as duas destacando suas principais diferenças:

Quadro 4 - Contraste entre dois tipos de análise de dados narrativos

	Análise paradigmática	Análise narrativa
Modo de análise	Tipologias, categorias, normalmente estabelecidas de modo indutivo.	Reunir dados e vozes em uma história ou trama, configurando um novo relato narrativo.
Interesse	Temas comuns, agrupações conceituais, que facilitam a comparação entre casos. Generalização.	Elementos distintos e específicos. Revelar o caráter único e próprio de cada caso. Singularidade.
Crítérios	Comunidade científica estabelecida: tratamento formal e categorial.	Autenticidade, coerência, compreensível, caráter único.
Resultados	Informe “objetivo”: análise comparativa. As vozes como ilustração.	Gerar uma nova história narrativa conjunta – a partir das distintas vozes – pelo investigador.

Fonte: Adaptado de Bolívar (2002, p. 13).

Bolívar (2002, p. 13), a partir disso, define o que é a análise narrativa, propriamente dita, afirmando que são

estudos baseados em casos particulares (ações e sucessões), mas cuja análise (narrativa, no sentido estrito) produz a narração de uma trama ou argumento, mediante um relato narrativo que torne os dados significativos. Aqui não buscamos elementos comuns, mas elementos singulares que configuram a história²⁰ (BOLÍVAR, 2002, p. 13).

Assim, não buscamos, nesta pesquisa, a generalização, mas os aspectos particulares dos acontecimentos e, unindo-os temporal ou tematicamente, tentamos dar “uma resposta compreensiva de por que algo aconteceu²¹” (BOLÍVAR, 2002, p. 14), revelando seu caráter único e proporcionando “uma compreensão de sua particular complexidade e idiossincrasia²²” (BOLÍVAR, 2002, p. 14).

Nesse sentido, utilizamos como um dos principais instrumentos de recolha de informações, juntamente com as gravações de áudio e vídeo durante as aulas, o diário de campo. Nele, “o professor-pesquisador narra vivências, fenômenos e episódios e os interpreta com base em seus conhecimentos e suas experiências passadas. Narra o que esses acontecimentos

²⁰ “estudios basados en casos particulares (acciones y sucesos), pero cuyo análisis (narrativo, en sentido estricto) produce la narración de una trama o argumento, mediante un relato narrativo que torne significativos los datos. Aquí no buscamos elementos comunes, sino elementos singulares que configuran la historia”

²¹ “una respuesta comprensiva de por qué sucedió algo”

²² “una comprensión de su particular complejidad o idiossincrasia”

significam para ele e que lições ou aprendizados extrai para sua vida pessoal e profissional” (FIORENTINI, 2010, p. 107). Assim, dado o tipo de pesquisa que estamos desenvolvendo, o diário se apresenta como um importante meio de descrição, análise e reflexão.

Fiorentini (2010) aponta o que o professor-pesquisador deve escrever em um diário de campo, dada a necessidade de se dar maior atenção às práticas cotidianas de sala de aula, e nele descrever, analisar e narrar:

- a dinâmica e a comunicação em sala de aula;
- o que os alunos dizem, fazem ou escrevem...;
- os gestos/silêncios, as resistências e as táticas dos alunos;
- a didática do professor e sua postura em classe;
- os problemas, os exercícios e as atividades desenvolvidas em sala de aula;
- os episódios durante as aulas, detalhando-os;
- os pensamentos e os sentimentos do diarista;
- suas dúvidas, inseguranças, incertezas e seu comportamento como professor (FIORENTINI, 2010, p. 109).

Em campo, utilizei o diário desde o primeiro dia de aula no laboratório com a turma de sexto ano, em 2018. Mais especificamente, isso aconteceu no dia 20 de março. As aulas aconteciam sempre na terça-feira de cada semana. Por conta do tempo do mestrado, restringi minha participação nessas aulas ao primeiro semestre, apesar de a última tarefa não ter sido encerrada no primeiro semestre, ainda acompanhei o último dia dela, em 21 de agosto do mesmo ano.

Durante esse período, foram desenvolvidas seis tarefas no laboratório, seguindo a ordem: “Carrinho Vrum Vrum”; “Conjectu... o quê? ”; “Par ou ímpar? Ímpar ou par? ”; “Eu mandava ladrilhar”; “A Torre de Hanói”; “O Senso Numérico dos Bichos”.

As tarefas “Eu mandava ladrilhar” e “A Torre de Hanói”, diferente das outras, foram criadas por uma aluna da Licenciatura em Matemática, do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da UFG, Renata, que realizava o estágio com o professor Marquinhos.

Estive presente em todas as aulas, fazendo anotações no diário de campo, gravando áudio e vídeo e tecendo reflexões sobre o material produzido a cada semana. Em áudio, tenho aproximadamente 36 horas gravadas. Em vídeo, tenho menos, pois a memória e a bateria da câmera não me permitiam filmar as aulas na íntegra. Por conta disso, filmava episódios em que as condições eram favoráveis, ou seja, momentos em que fosse possível direcionar o foco da câmera, como, por exemplo, quando o professor iniciava a aula ou quando os grupos apresentavam suas considerações sobre a tarefa. Isso me permitia perceber, mesmo passado algum tempo, as expressões, os olhares, que apenas com o áudio e o diário não seriam possíveis

de serem registradas. Não julgava propício filmar o momento dedicado à investigação em si, pois a câmera tirava o foco dos alunos quando me aproximava dos grupos. Por conta disso, sempre me dirigia a eles apenas com o gravador de voz sob o caderno, para que não lhes tirasse a atenção.

As anotações no diário eram descritivas, interpretativas ou ainda reflexivas. Por exemplo, na aula do dia 4 de abril, dedicada para trabalhar o conceito de investigação e termos que seriam utilizados com frequência naquelas aulas, como “conjectura”, fiz o seguinte registro no diário de campo:

[08:24] O prof. Marquinhos pede aos alunos que se organizem em grande roda e se adiantem por conta do tempo.

[...]

O tema sobre investigação empolgou os alunos. Alguns deram definições de investigação.

Marquinhos deu exemplo de “investigação policial”. Os meninos se empolgaram.

Marquinhos disse: “imaginem que vocês nasceram há 500 anos atrás”. Os meninos se empolgaram novamente.

Marquinhos despertou ainda mais a curiosidade dos alunos com o padrão que o sol “segue” sobre o lugar em que “nasce” e “morre”. [Trecho do Diário de Campo, do dia 10 de abril de 2018].

A partir da observação, registrava no diário de campo detalhes que, para mim, enquanto professor e pesquisador, poderiam ser importantes, como identificar o que despertava ou não o interesse daqueles alunos, ou mesmo características específicas de algum aluno.

Continuando o registro do diário de campo, sigo escrevendo:

Os alunos destacaram a influência das séries [de entretenimento] para se chegar no conceito de investigação.

Usar as séries [de entretenimento] como exemplo pode ser uma alternativa para construir um cenário de semi-realidade com os alunos, onde eles são os investigadores.

[...]

Fred²³, que é meio disperso nas aulas, demonstrou um grande interesse por filmes e uma grande capacidade de explicar o filme. Talvez seja interessante trabalhar com ele a interpretação dos problemas. [Trecho do Diário de Campo, do dia 10 de abril de 2018].

Nesse trecho, faço anotações mais reflexivas, pensando em uma possibilidade para propiciar um ambiente que deixasse o Fred mais à vontade para participar das aulas. Enfim, o

²³ Nome fictício

intuito com esses trechos é apresentar um exemplo de como eram meus registros no diário de campo. E era, grosso modo, assim.

Após as aulas, em casa, procurava produzir uma única narrativa, a partir dos meus registros no diário e das gravações de áudio e vídeo, sobre o que havia acontecido no laboratório naquele dia, inclusive sobre minhas angústias e sentimentos, mas, sobretudo, com o enfoque na comunicação nesse ambiente. Posteriormente, reunia as histórias de cada aula e tecia uma narrativa para a tarefa, que, por vezes, levava até quatro dias para ser concluída. Cabe destacar que, por conta da facilidade em relação ao diário, as narrativas eram produzidas no computador.

Posteriormente, optamos por analisar apenas as narrativas de duas tarefas: a primeira, “Carrinho Vrum Vrum”, e a última do semestre, “O Senso Numérico dos Bichos”. Julgamos que havia muito que se investigar em todas as aulas, mas o tempo do mestrado não nos permitia fazer tudo isso. Não nos apoiamos em um critério técnico para essa escolha, apesar de inicialmente termos a expectativa de que fosse possível comparar a postura dos alunos e do professor durante a primeira investigação com a postura deles na última tarefa investigativa do semestre, almejando identificar um amadurecimento após o trabalho contínuo no laboratório. No entanto, nós, enquanto pesquisadores, que amadurecemos, entendemos que são momentos distintos, ambos com suas peculiaridades, singulares. Não poderíamos buscar uma comparação entre os casos com o fim de generalizar alguma ideia. Ao contrário, mudamos nosso interesse para revelar o caráter único e próprio de cada caso, com ênfase nas singularidades (BOLÍVAR, 2002).

A produção de narrativas justifica-se porque a entendemos como uma forma de construir a realidade (BRUNER, 1998 apud BOLÍVAR, 2002), e a subjetividade como “uma condição necessária do conhecimento social” (BOLÍVAR, 2002, p. 4). Nesta perspectiva, portanto, a narrativa

não apenas expressa dimensões importantes da experiência vivida, mas, mais radicalmente, media a própria experiência e molda a construção social da realidade. Além disso, um enfoque narrativo prioriza um eu dialógico, sua natureza relacional e comunitária, onde a subjetividade é uma construção social, intersubjetivamente moldada pelo discurso comunicativo. O jogo de subjetividades, num processo dialógico, torna-se um modo privilegiado de construir conhecimento²⁴ (BOLÍVAR, 2002, p. 4).

²⁴ “no sólo expresa importantes dimensiones de la experiencia vivida, sino que, más radicalmente, media la propia experiencia y configura la construcción social de la realidad. Además, un enfoque narrativo prioriza un yo dialógico, su naturaleza relacional y comunitaria, donde la subjetividad es una construcción social,

Dessa forma, procuramos, a partir da recolha das informações, construir narrativas com esse caráter relacional e em uma abordagem dialógica entre as subjetividades e a literatura acadêmica com a finalidade de construir conhecimentos sobre o objeto de estudo dessa pesquisa: a comunicação em sala de aula.

O pensamento narrativo, porém, é expressado por

descrições anedóticas de incidentes particulares, em forma de relatos que permitem compreender como os humanos dão sentido ao que fazem. Por isso mesmo, não deve, sob risco de sufocá-lo, ser reduzido a um conjunto de categorias abstratas ou gerais que anulem sua singularidade²⁵ (BOLÍVAR, 2002, p. 10).

Nesta perspectiva, então, adoto um movimento de compreender o sentido com o qual a comunicação acontece nesse ambiente e como os sujeitos desse processo (professor, alunos e, por vezes, eu próprio) o fazem. Mas, ao narrar esse movimento, permito que o leitor compreenda o sentido que dou à comunicação, no ambiente, a partir da minha experiência como professor, pesquisador, observador e, por vezes, sujeito do processo comunicacional que analiso. Ou seja, não sou um observador externo, uma vez que participo das aulas e interajo com os alunos e o professor, utilizando trechos nos quais minhas falas trazem importantes aspectos a serem analisados.

Neste sentido, as narrativas apresentadas na seção seguinte buscam esse tipo de análise sugerida por Bolívar e, assim, compõem nosso intuito de realizar uma análise narrativa sobre as experiências vivenciadas, durante as aulas no laboratório. Dessa forma, não me furto de movimentar minhas reflexões, ou seja, de relacionar-me com as próprias histórias que vivi e que, agora, narro.

Assim, ao reunir as anotações e reflexões escritas no diário de campo, as vozes de diferentes atores, captadas em áudio e vídeo, bem como minhas experiências, procuro configurar “um novo relato narrativo”, usando elementos distintos, focando na “singularidade” de cada caso, na autenticidade de cada caso, vou tentando compor uma narrativa conjunta, usando as distintas vozes que lá estavam (BOLIVAR, 2002) inclusive a minha, buscando uma compreensão narrativa para o problema proposto nessa pesquisa narrativa.

intersubjetivamente conformada por el discurso comunicativo. El juego de subjetividades, en un proceso dialógico, se convierte en un modo privilegiado de construir conocimiento”.

²⁵ “Si el pensamiento paradigmático se expresa en conceptos, el narrativo lo hace por descripciones anecdóticas de incidentes particulares, en forma de relatos que permiten comprender cómo los humanos dan sentido a lo que hacen. Por ello mismo, no debe, a riesgo de estrangularlo, ser reducido a un conjunto de categorías abstractas o generales que anulen su singularidade”.

4. DUAS TAREFAS E MUITAS HISTÓRIAS

Nesta seção, narro como foi o desenvolvimento de duas tarefas no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática “Luiz José de Macedo” (LEPEM): a do “Carrinho Vrum Vrum” e a da “Árvores e o Senso Numérico”. Ao longo das narrativas, procurei contar ao leitor aquilo que me chamou a atenção no que se refere à comunicação. Por isso, além de diálogos, escrevi algumas reflexões minhas diante de situações que, de alguma forma, me incomodavam ou me faziam lembrar algum acontecimento ou sentimento que guardava relação com a situação.

Carrinho Vrum Vrum

A narrativa que segue nessa subseção faz referência à primeira tarefa desenvolvida no laboratório por essa turma de sexto ano. Ela teve início no dia 20 de março e foi desenvolvida durante o dia 27 do mesmo mês e finalizada em 3 de abril de 2018. Vamos à história!

Deixe-me contar como foi nosso primeiro dia

Os alunos já chegaram ao laboratório animados. Deixaram as mochilas em uma mesa que fica no corredor, pegaram lápis, borracha e o caderno para fazerem anotações durante o trabalho. Ah, é! Esqueci de falar sobre o caderno de anotações. Cada aluno tem um caderno especial, além do que é usado normalmente em sala de aula. Ele fica somente no laboratório, exclusivo para registros durante as investigações. Dessa forma, os professores têm mais meios para avaliar as aulas no LEPEM e perceber o desenvolvimento dos alunos nesse processo.

Falando nisso, como os alunos estavam iniciando as suas aventuras no LEPEM, a primeira conversa foi dedicada à organização do material e a algumas explicações sobre as aulas nesse ambiente. Enquanto explicava alguns critérios de avaliação, Marquinhos disse que no laboratório os estudantes se deparariam com situações em que as perguntas não estariam evidentes, tampouco haveria uma pergunta específica para a atividade. Nesse momento, um aluno recordou-se da história dos marcianos que o professor havia contado na última aula (na sala de aula). Como eu e o professor Renato não participamos da aula ministrada em sala, no início da semana, Marquinhos pediu para que os alunos nos contassem sobre essa história –

esse Marquinhos é cheio das historinhas! Aprendeu com o avô, que, como ele sempre lembra, era também um grande contador de histórias.

Um queria falar primeiro que o outro, então Marquinhos pediu para uma aluna contar essa história. Como acontece em uma turma de sexto ano, essa garota não conseguiu contar a história sozinha... Alguns colegas deram contribuições ao longo de sua fala.

Ela nos contou que, certa vez, o Marquinhos foi abduzido por uma nave espacial e, ao sentir um toque no ombro, dormiu e acordou só em Marte. Chegando lá, percebeu que os marcianos tinham dois dedos em uma mão e três em outra. Além disso, durante uma refeição, com pratos exóticos, Marquinhos observou que os marcianos contavam diferente dos terráqueos.

- A skadushalinsha, B skadushalinsha, C skadushalinsha, D skadushalinsha... e, quando iria inteirar cinco skadushalinsha, eles falaram AO skadushalinsha – dizia uma aluna, explorando sua pronúncia da língua marciana.

- AO skadushalinKa!! – Outra aluna corrigiu a colega sobre a pronúncia correta da palavra marciana.

- Aí... eles contavam nos dedos: um, dois... só que eles diziam A, B, C... e quando chegavam no cinco, era AO – tentou explicar uma das alunas.

Com essa história em sala de aula, os alunos investigaram o sistema de numeração marciano. Usando esse exemplo, Marquinhos disse que no laboratório frequentemente teria situações assim, por vezes reais, por vezes malucas. Mas que sempre renderiam investigações com muito a se descobrir.

Após terminar a explicação da ficha de avaliação, eis que se ouve com uma voz empolgante: “Bora começar? Então todo mundo de pé!”. Marquinhos anima ainda mais os já animados alunos a darem início à atividade.

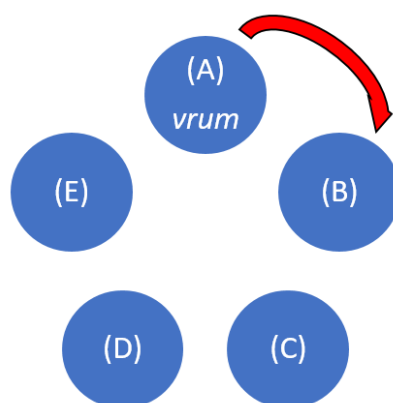
Todo mundo de pé!

Os estudantes se organizaram em uma grande roda e olhavam atenciosos, aguardando alguma explicação do que iria acontecer. Obviamente, essa organização não se deu em silêncio, nem de forma organizada. Estamos falando de uma turma de sexto ano. Imagine o barulho das cadeiras sendo arrastadas pela sala!

Aliás, esse barulho me faz lembrar quando eu era aluno da Educação Básica e o ouvia entre uma aula e outra, enquanto os professores trocavam de sala, ou mesmo quando chegávamos ou íamos embora ao fim da aula. Seja qual for o momento, só consigo associar esse som a uma sensação de felicidade e alívio. Quando chegava à sala, após um longo trajeto de duas horas viajando em estrada de terra para estudar, aquele barulho representava para mim uma *conquista* e, ao mesmo tempo, uma *alegria* por ver meus colegas. Quando ouvia entre uma troca de professores, o arrastar das cadeiras simbolizava um *alívio*, pois nesse momento tomava fôlego para assistir mais cinquenta minutos de aula. Porém, nenhuma dessas sensações se compara ao som das cadeiras sendo arrastadas para trás, nos dando a *liberdade* e a sensação de *dever cumprido* ao fim da última aula.

Bem! Voltemos ao LEPEN! Marquinhos anunciou que iríamos iniciar o jogo do Carrinho Vrum Vrum, que se trata de um carrinho imaginário que anda a partir do som da nossa voz, ou seja, a partir de comandos que os participantes dizem. Um dos comandos é o *vrum*. Esse comando indica que o carrinho segue para o próximo jogador, seguindo o sentido da jogada anterior. Caso o jogo inicie-se com esse comando, o carrinho segue sentido horário. A figura 2 indica o primeiro comando de uma jogada, feita pelo participante A, iniciando com o comando *vrum*.

Figura 2 - Comando *vrum*

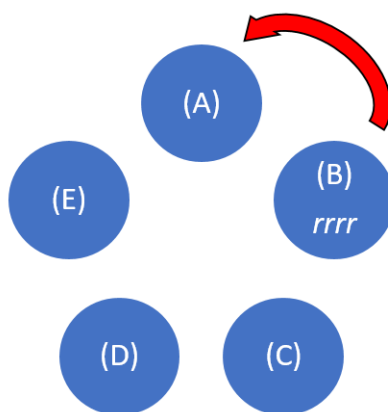


Fonte: Os autores

Como esperado, os alunos começaram a fazer muitos *vrum vrum*. Depois de certa organização, Marquinhos explicou o som do comando *brake* feito pelo carro (*rrrr*). É o barulho de um carro freando bruscamente e emitindo um som a partir do atrito do pneu com o asfalto. Esse comando indica que o sentido do carrinho *vrum vrum* muda, ou seja, se estivesse indo para a direita, agora o carro muda de direção e segue para o colega da esquerda. A figura 3 representa

a sequência de uma jogada hipotética, iniciada pelo participante A na figura 2, que continua, agora, com o participante B proferindo o comando *rrrr*, mudando, assim, a direção do carrinho, fazendo com que ele retorne ao A.

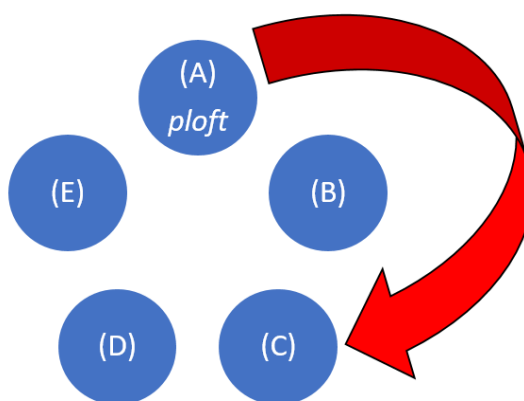
Figura 3 - Comando *rrrr*



Fonte: Os autores

Com diversos tons e sons que representassem um carro derrapando, os alunos fizeram uma algazarra, mas se mostravam muito empolgados com a brincadeira que estavam prestes a experimentar. Em seguida, Marquinhos apresentou o comando *ploft*. Esse comando deriva do som de um carro ao passar por uma lombada. Nesse sentido, ele indica que o carrinho segue na mesma direção, no entanto, ao fazer o comando, ele pula o colega do lado e segue com o jogador seguinte. Para ilustrar este comando, iniciemos outra situação hipotética, onde o participante A inicia uma jogada com o comando *ploft*, fazendo com que o carrinho se mova para o jogador C, como ilustra a figura 4.

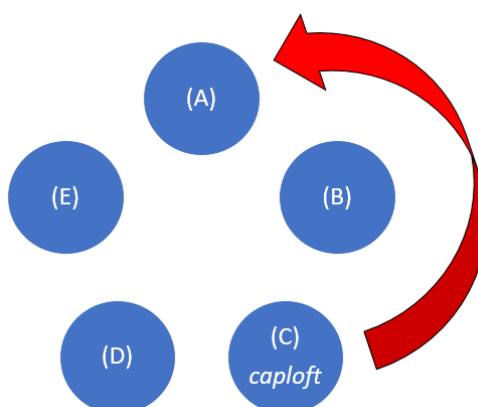
Figura 4 - Comando *Ploft*



Fonte: Os autores

Os alunos já ficaram mais animados. Alguns achavam que estava ficando difícil, mas, para outros, essa dificuldade só animava ainda mais a brincadeira. Como se não bastasse, Marquinhos nos apresenta outro comando, o *caploft*. Esse era como se reunisse os comandos do *brake* e do *ploft*, ou seja, além de mudar de direção, o carrinho pularia o colega do lado. Na mesma situação hipotética iniciada com a figura 4, agora supomos a sua continuidade com o jogador C, onde este diz *caploft*, fazendo com que o carrinho retorne ao participante A, como ilustra a figura 5.

Figura 5 - Comando *Caploft*



Fonte: Os autores

Brincamos algumas vezes com todos os comandos para os participantes se acostumarem com o jogo. Todos se divertiram muito. Depois que já estavam familiarizados com os comandos e com o jogo, Marquinhos disse:

- Agora vamos fazer o seguinte, olha! Nós vamos jogar uma vez agora, só que todos os comandos falharam. Só o *ploft* vai funcionar. Só que o desafio agora é fazer muito rápido. Ok? Beleza? Entendeu? Então vamos lá! Prestem atenção, hein? *PLOFT!*

Segue a brincadeira, e o carrinho deu duas voltas no grupo, todos conseguiram dar o comando. Depois disso, Marquinhos disse para continuarmos a brincadeira sem ele. Eu iniciei o comando. – *PLOFT!*

O carrinho *vrum vrum* deu apenas uma volta e retornou para mim. Metade da turma não deu comando. Então os alunos perceberam o que aconteceu e começaram a formular hipóteses:

- É porque ficou número par! – Alguém tentou justificar.
- Será? – Indagou Marquinhos.

- Vamos fazer só *CaPloft*? Vamos fazer só *CaPloft*! – Marquinhos perguntou e também respondeu... o que será que ele queria com isso, hein?

- Ah não!! – Exclamaram alguns alunos, demonstrando não terem gostado da ideia.

Os alunos ficaram indignados, pois apenas dois participantes brincavam. Em seguida, continuamos a brincadeira com o comando *Ploft* e, após, fizemos a brincadeira para valer, com todos os comandos, até a aula acabar.

Por conta do tempo, não fizemos nenhuma outra discussão sobre a brincadeira. Na verdade, nem era esse o objetivo da aula. O jogo foi apresentado a eles no intuito de fazer investigações no próximo encontro. Além disso, essa aula serviu para aproximar melhor todos os sujeitos envolvidos nas aulas do laboratório e quebrar um pouco a timidez dos alunos em um novo espaço e com pessoas diferentes, pois, com exceção do professor Renato, que fora professor dessa turma em anos passados, todos os outros, Marquinhos, Renata e eu, éramos novidades. Aliás, a brincadeira serviu para quebrar mais a nossa timidez do que propriamente a dos alunos. Ali conhecemos quem era mais extrovertido, mais participativo, mais acanhado, dentre outras personalidades.

Vamos investigar?

Na semana seguinte, Marquinhos iniciou a aula entregando uma tarefa aos alunos, que logo fizeram uma leitura em conjunto do texto.

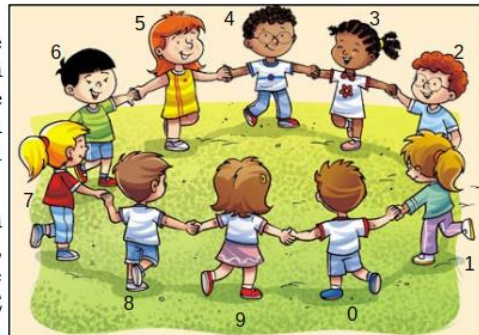
Figura 6 - Atividade do Carrinho Vrum Vrum

Dez crianças estavam brincando de “Carrinho vrum vrum”, o mesmo jogo que vocês brincaram.

Na figura ao lado, podemos ver a disposição das crianças na roda, de acordo com um número que indica sua posição.

O jogo havia se iniciado com a criança de número zero e, até que o jogo parasse, o grupo já havia utilizado 3 vezes o comando “vrum...” e uma vez o comando “rrrrr...” (aquele que muda a direção do carrinho), não necessariamente nessa ordem.

Vocês que já brincaram de Carrinho vrum vrum e sabem muito bem como o jogo funciona, o que podem dizer, com muita certeza, sobre como pode ter acontecido essa jogada? É possível, por exemplo, saber em que pessoa parou o carrinho?



E o que mais? Que outras perguntas podemos fazer? E o que podemos responder, com certeza?

Que outras “coisas” podemos notar nessa situação?

Vamos investigar!

Fonte: Acervo dos professores

Esse momento, no qual o professor apresenta uma atividade aos alunos e, com eles, realiza a leitura, é importante para que compreendam o texto e a situação proposta, para que seja identificado mau entendido que, porventura, comprometam o desenvolvimento da atividade (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Após a leitura, Marquinhos perguntou se alguém gostaria de falar algo sobre a atividade e, em meio a alguns comentários, alguém diz:

Joaquim²⁶: Foram três *vrum*. Aí começou no zero. Para mim, eu acho que parou no número dois. Porque, se começou no zero, aí vai zero, um, dois, aí vai três e, no três, ele fez o comando de voltar.

Joaquim *posicionou-se* perante a tarefa, apresentando, logo, o que entendia que seria a *resposta*. Alguns alunos concordaram com o colega e disseram a mesma jogada. Percebendo isso, Marquinhos pediu que eles retomassem a leitura do terceiro parágrafo a fim de que notassem que os três comandos *vrum* e o comando *rrrr* não precisariam estar nessa ordem. Aos poucos foram percebendo. Pedro disse que os comandos poderiam ser aleatórios, ou seja, poderia falar *vrum* e em seguida o *rrrr*. Após outros comentários dos alunos, o professor explica

²⁶ Os nomes dos alunos apresentados aqui são todos fictícios, conservando, assim, suas identidades.

melhor o que significa “não necessariamente nessa ordem” e enfatiza a última frase da atividade: VAMOS INVESTIGAR!

Dessa forma, o professor deixa claro a primeira fase de uma investigação como tarefa matemática: o arranque da aula, que é uma fase “absolutamente crítica, dela dependendo todo o resto. O professor tem de garantir que todos os alunos entendem o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 26).

Durante esse momento, o professor dirige sua fala à turma buscando o envolvimento deles na tarefa, o que é possível afirmar, inicialmente, que a consequência dessa atitude foi satisfatória, pois apresenta como resultado a participação de boa parte dos alunos, que tentam expor sua compreensão sobre a situação proposta. As falas do tipo “Eu acho que...” seguida por “porque...” demonstram que os alunos, ao exporem suas opiniões sobre um possível desenrolar da atividade, apresentam, também, uma justificativa para sua resposta.

Além disso, o professor tem indícios para tentar entender qual foi a compreensão dos alunos sobre a tarefa, buscando, então, caso identifique possíveis maus entendidos, propiciar condições para que eles interpretem melhor a proposta e, como consequência, desenvolvam melhor a investigação.

Neste episódio, especificamente, o professor identifica que os alunos não se atentaram que os comandos não deveriam seguir necessariamente a ordem apresentada no texto, que eram três vezes o comando *vrum* e uma vez o comando *rrrr* (*vrum-vrum-vrum-rrrr*). Então, pede que releiam um trecho da atividade a fim de que percebessem a escrita “não necessariamente nessa ordem”, e eles perceberam. Isso faz com que os alunos notem que a proposta é mais ampla do que deduziram inicialmente, propiciando, assim, novas questões a serem investigadas.

Após essa parte, buscando a compreensão dos alunos sobre a atividade, Marquinhos ressalta que é importante reler o texto e, em grupos com quatro integrantes, decidir o que investigarão, ou seja, deveriam elaborar uma pergunta para ser respondida ao longo da investigação. Assim, os alunos iniciam a fase de desenvolvimento do trabalho, em que o professor assume um papel mais na retaguarda, andando pela sala e auxiliando os grupos quando julgar necessário ou for solicitado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Talvez os estudantes não tenham se dedicado tanto a escrever qual era a questão a ser investigada, pois poucos o fizeram. No lugar disso, já estavam investigando, procurando explicar e obter algumas conclusões daquela situação. Provavelmente, os alunos já imaginavam

uma questão, ou simplesmente queriam investigar aquela situação e encontrar respostas para as perguntas que nem haviam feito ainda. Isso pode indicar que a busca pelas respostas pode ter se mostrado mais interessante a eles do que elaborar uma pergunta, ou ainda seguir alguns padrões de organização, como uma ordenação de *primeiro isso e depois aquilo*.

Em meio a essa inquietação dos alunos frente a atividade, um grupo me chamou para que escutasse o que tinham a dizer.

Kleber: Aqui, professor! Não falou com qual comando o zero começou. Ele pode ter começado com a brecada [rrrr], e automaticamente ter ido para o nove. Aí foi *vrum, vrum, vrum...* – o garoto para um pouco e faz um olhar pensativo, e continua – Eu não sei...

“Eu chuto três”, “Eu chuto seis”, “Eu também chuto três”. Essas foram algumas falas que os integrantes do grupo disseram. Buscavam identificar “a resposta” do problema, como se houvesse apenas uma para essa situação.

Kleber: Mano, é muito óbvio para ser três!

Marcelo: Mas talvez seja isso: é óbvio!

Kleber: Mas a gente tem que chegar a um contexto [sic]!

Pesquisador: Contexto? O que é contexto?

Kleber: Chegar a uma resposta só.

Pesquisador: Ah, sim! Consenso.

Marquinhos, que passava por ali e ouviu a conversa, provoca:

Prof. Marquinhos: Será que vai ter?

Kleber: Vai!

Apesar do erro conceitual sobre a palavra “contexto”, esse trecho de diálogo deixa claro o interesse do grupo em se chegar a uma única resposta e, ainda, refutam a que lhe apresenta mais “óbvia”. Deixa evidente também que, mesmo sem terem elaborado uma questão a ser investigada, eles buscavam identificar onde o carrinho pode ter parado. Ou melhor, onde o carrinho parou, pois, ainda²⁷, buscavam *a resposta certa*.

²⁷ Por que “ainda”? Será que vão deixar de buscar *a resposta certa*?

Nesse momento, me afasto do grupo e o deixo trabalhar. Não sei se foi a melhor decisão a ser tomada, mas o fiz por acreditar que eles, em algum instante, chegariam, por si mesmos, a conclusões importantes sobre a atividade. Por vezes, me vejo em dúvida entre deixar os alunos correrem riscos durante a investigação e se distanciarem dos objetivos propostos inicialmente para a aula ou tentar instigá-los à investigação com perguntas e acabar direcionando-os e influenciando-os de modo a interferir na criatividade deles. A meu ver, isso pode fazer com que eles façam o que eu gostaria que eles fizessem, e não o que eles poderiam fazer para além do que eu espero.

Essa angústia veio à tona em minha prática, quando me tornei professor na COOPECIGO, na Cidade de Goiás, porque, até então, meu contato com a sala de aula, após leituras que propunham uma abordagem dialógica e investigativa dos conteúdos matemáticos, foi apenas durante o estágio, onde havia condições para desenvolver atividades desse tipo, pois contava com o apoio do professor regente e as reflexões no grupo de estudos na UEG.

Em sala de aula, como o professor responsável pela turma, estava muito animado a criar com os alunos ambientes de aprendizagem dialógicos, propícios a investigação e descobertas. No entanto, existem os conteúdos curriculares e prazos a serem seguidos e, inicialmente, opto por seguir o currículo, independentemente do tipo da abordagem. Como relatei na seção 1 desse trabalho, o grupo de estudos e a direção e a coordenação do colégio me deram apoio e consegui um equilíbrio que me satisfaz e amenizou a ânsia de escolher entre criar ambientes de aprendizagem dialógicos ou seguir o currículo, pois acabei realizando os dois simultaneamente (será?).

Bom. Voltando para o laboratório, me afastei desse grupo e segui em direção a outro que pedira a minha ajuda. Enquanto isso, o gravador de áudio continuou registrando o diálogo do grupo do Kleber, que ainda tentava convencer os seus colegas de que existia uma resposta muito óbvia e que ela não seria a melhor opção.

Kleber:	Mas você não está entendendo que é muito óbvio ser essa resposta? Porque, olha aqui! Lê aqui: “Não necessariamente nessa ordem”. Então não é necessariamente nessa ordem.
---------	---

Kleber é um garoto muito atento, e parece entender que a ênfase dada pelo professor à frase “não necessariamente nessa ordem” pode indicar muita coisa, talvez, inclusive, que a ordem *vrum-vrum-vrum-rrrr* pode estar incorreta. Como essa frase permitiu que eles

identificassem outras alternativas de sequências que podem ter acontecido na jogada, Kleber fica confuso e tenta descobrir qual é a resposta correta.

Em termos de diálogo, podemos dizer que Kleber buscava compreender a perspectiva do professor e, provavelmente, descartar a de seu colega. Pode ser que, em sua experiência escolar, Kleber tenha percebido algumas características de aulas absolutistas, em que o professor sempre tem a resposta final e, com certeza, é a resposta correta. Para se chegar à essa resposta, então, o professor vai deixando ‘dicas’ que direcionam o que deve ser feito. Sendo assim, bastaria seguir o professor que tudo se resolveria sem maiores esforços.

Nessa aula parecia acontecer algo diferente: o professor não dizia de fato o que queria, nem como chegar à resposta correta. Mas enfatizou um trecho da atividade: “não necessariamente nessa ordem”. Isso não pode ser descartado. Em meio a tanto mistério, essa era a única ‘pista’ para se chegar à resposta. Aparentemente, esse era o entendimento do Kleber. Sendo assim, uma perspectiva que ousasse discordar do professor seria facilmente descartada.

Como seguia para o grupo da aluna que me chamara, o gravador não pegou o restante dessa conversa. Mas, ao ouvir os áudios logo após as aulas, fiquei pensando o quanto a ideia de que “em matemática se está fácil demais, então não está certo” está consolidada entre os alunos. Quase como um postulado matemático, ou, se fosse um teorema, seria facilmente demonstrado em aulas convencionais de matemática.

Aulas que propiciam um processo de investigação e, posteriormente, um espaço para a argumentação de cada grupo defendendo sua resposta podem ser entendidas como uma possibilidade para romper com a ideia indicada no parágrafo anterior. Isso seria possível porque a ênfase dada comumente à resposta correta, que acredita-se chegar ao fim da resolução de um problema, seria direcionada ao processo de investigação e à capacidade do indivíduo ou grupo defender seu ponto de vista a partir de argumentos matemáticos, que devem ser validados ou não por seus colegas e por outros grupos.

No outro grupo, para a minha surpresa, encontro o seguinte diálogo:

Yasmin:	A gente acha que parece que o zero falou <i>vrum</i> e foi para o um. Aí o um falou <i>rrrr</i> e voltou para o zero. Aí o zero falou <i>vrum</i> e foi para o nove.
Flávio:	Aí a gente acha que ele foi para o sete.

Eva: Ou eu acho que o zero falou *vrum*, o um falou *vrum*, o dois falou *vrum* e quando passou para o três ele falou *rrrr* e voltou para o dois.

Yasmin: Mas isso é muito óbvio!

Novamente, o mesmo argumento reaparece. Yasmin e Flávio pensaram em uma possível sequência para a jogada (*vrum-rrrr-vrum-vrum*), mas Eva não descarta a outra possibilidade (*vrum-vrum-vrum-rrrr*), que parece desacreditada pelo restante do grupo por ser “muito óbvia” ou, como dissemos anteriormente, como o professor enfatizou uma frase da tarefa logo após alguém sugerir o comando *vrum-vrum-vrum-rrrr*, os alunos parecem entender que existe algo além desse comando. Será que tem outra resposta? Ou será que existem outras respostas?

Percebendo essa possível multiplicidade de respostas, Roberta, que é do mesmo grupo, questiona: “Tem uma resposta, assim, certa, certa, certa?”. Com isso, a aluna não questiona um resultado específico, mas o sentido da tarefa, se ela admite uma única resposta ou não. Em termos de diálogo, podemos afirmar que a aluna tentava *perceber* qual era a perspectiva da tarefa, e conseqüentemente do professor, pois a perspectiva que ela e seu grupo tinham no início da investigação parecia estar sendo desafiada por eles mesmos ao identificarem diferentes respostas para uma mesma situação. O grupo dela encontrou pelo menos três possibilidades para a jogada, e estavam confusos sobre qual seria a correta. Provavelmente, isso fez com que a Roberta se questionasse: “Será que todas estão corretas?”.

Ao *perceber* sua perspectiva em relação à atividade, *desafio* a Roberta, questionando-a se achava que teria uma única resposta correta, e ela me respondeu que não. Yasmin, aparentemente surpresa, indaga: “Não tem uma resposta certa?”. Perguntei, então, se precisaria de uma resposta certa, e ela me respondeu, com uma voz um tanto quanto insegura, que não.

Essa situação provavelmente colocou em dúvida a perspectiva inicial do grupo: a de que havia uma resposta correta e que eles deviam encontrá-la. Agora, parece existir a possibilidade de existir outras respostas. Pode ser que este grupo tenha compreendido a perspectiva do professor ao enfatizar a frase “não necessariamente nessa ordem”. Aparentemente ele não estava querendo dizer que o comando *vrum-vrum-vrum-rrrr* estava incorreto, mas que havia outras respostas possíveis.

Esta mesma percepção talvez não tenha acontecido no grupo do Kléber, que insistia no argumento de que a sequência *vrum-vrum-vrum-rrrr* era muito óbvia e, por isso, a resposta correta deveria ser outra. Possivelmente a interferência do professor foi compreendida nesse

grupo como um questionamento àquela primeira resposta, não à existência de uma única resposta.

Esta necessidade recorrente em ter o professor confirmando ou não a resposta pode indicar que os alunos são, ainda muito fortemente, influenciados pelo absolutismo burocrático em sala de aula (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), em que o professor tem o papel de apontar erros, sem ao menos discutir com o aluno o erro cometido, ou orientar-lhe sobre as medidas a serem adotadas para que superem o desacerto realizado. Essa concepção, porém, não se restringe às salas de aula, mas a um entendimento da instituição escolar como um todo. Como lamenta Pérez Gómez (2015, p. 32),

a vida na instituição escolar continua sendo guiada pela uniformidade, pela predominância da disciplina formal, pela autoridade arbitrária, pela imposição de uma cultura homogênea, eurocêntrica e abstrata, pela proliferação de rituais já desprovidos de sentido, pelo fortalecimento da aprendizagem acadêmica e disciplinar de conhecimentos fragmentados, inclusive memorístico e sem sentido, distanciados dos problemas reais que, logicamente, provocaram o tédio, a preguiça e até mesmo fobia à escola e à aprendizagem (WAGNER, 2010; WILLINGHAM, 2009).

Após certo tempo, já faltando alguns minutos para o fim da aula, Marquinhos pediu para que os alunos expusessem suas conclusões sobre a atividade aos colegas. Iniciava-se a discussão da investigação.

O que vocês investigaram?

A aula já estava terminando, mas Marquinhos queria que os alunos dissessem o que investigavam para ter um breve diagnóstico sobre a atividade: se estava sendo realizada; se os alunos estavam se envolvendo.

Iniciava-se, também, mesmo que de forma rápida, o terceiro momento de uma investigação matemática em sala de aula, que é a *discussão dos resultados*. Nesta parte da aula, “os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 41).

O professor, então, a depender de quem pedisse para falar, solicitava que cada aluno comunicasse o que havia realizado até o momento. Kleber foi o primeiro a pedir a palavra.

Kleber: É assim, oh! Eu investiguei que não necessariamente tem que começar com o *vrum*. Pode muito bem ter começado com o *brake*. Então, eu suponho que começou pelo *rrrr*.

Aí foi pulou para o nove, daí foi *vrum, vrum, vrum* e parou no seis.

Kleber insiste na ideia de dar uma única resposta e, para isso, supõe que a sequência correta é a *rrrr-vrum-vrum-vrum*. É possível perceber em sua fala que o principal motivo para essa escolha foi a frase enfatizada pelo professor no início da atividade: “não necessariamente nessa ordem”. Após a fala do Kleber, Marquinhos não o questiona e segue ouvindo o que os outros alunos tinham a dizer.

Um aluno de outro grupo, Pedro, inicia sua fala com a frase “Eu fiz várias maneiras”, e diz que é possível que a sequência seja *vrum-rrrr-vrum-vrum*. Enquanto isso, Marquinhos percebeu que este aluno havia registrado algumas anotações em seu caderno e chamou a atenção da turma para isso, ressaltando a importância em fazê-lo.

Em seguida, Eva levanta a mão:

Eva: Olha! O meu grupo acha que pode ter parado no oito. Porque, tipo assim: o zero falou *vrum*, o nove falou *vrum*...

Yasmin: Não.

Eva: Ah tá! O Zero falou *vrum*, o um falou... Ah, explica você, Yasmin!

Yasmin: Eu não sei explicar.

Flávio: Eu sei! Deixa eu! O zero falou *vrum*, aí foi para o um. O um falou *rrrr*..., aí voltou para o zero. O zero falou *vrum*, aí o nove falou *vrum* e parou no oito.

Prof. Marquinhos: Parou no oito?

Flávio: Aham!

Prof. Marquinhos: Só tem essa possibilidade que o grupo falou?

Alunos da turma: NÃO!!

Nesse grupo, as meninas, talvez por ser a primeira atividade no laboratório, onde elas deveriam apresentar aos colegas, ficaram nervosas e se confundiram na explicação, até que Flávio, mais desenvolvido, assume a responsabilidade e diz à turma o que seu grupo estava investigando. Isso demonstra que ele já apresenta uma postura mais favorável à comunicação, além de um posicionamento ativo que pode favorecer a investigação.

Outras possibilidades também surgiram por meio da fala dos alunos, mas todos os grupos investigavam apenas as diferentes formas que poderia ter acontecido a jogada. No intuito de incentivar os alunos a investigarem outras questões, Marquinhos pede para que eles se atentem para algumas certezas que podem ser ditas a respeito dessa situação, e explica:

Prof. Marquinhos: *Como assim certezas? Vou dar um exemplo: É possível afirmar, com certeza, que tem uma criança que brinca sempre? Quem é ela? É certeza isso? É possível afirmar, com certeza, que o carrinho nunca vai parar em alguém? Por exemplo, o carrinho nunca para na criança de número cinco. É verdade isso? É possível afirmar alguma certeza dessa natureza, desse tipo? Por exemplo, é possível afirmar que tem alguma criança que nunca vai conseguir falar o comando vrwm, nessa situação? É possível afirmar que alguma criança nunca falará o comando rrrr?*

Aqui, o professor identificou que os estudantes haviam explorado apenas uma parte do que a tarefa oferecia de possibilidade de investigação. A partir disso, ele assume o papel de incentivador da aprendizagem dos alunos, provocando “o educando no sentido de que prepare ou refine sua curiosidade, [...] [com a ajuda do professor], com vistas a que produza sua inteligência do objeto ou do conteúdo de que falo” (FREIRE, 2016, p. 115-116).

Dessa forma, o professor assume um papel tal como Freire (2016, p. 116) afirma:

Na verdade, meu papel como professor, ao ensinar o conteúdo *a* ou *b*, não é apenas o de me esforçar para, com clareza máxima, descrever a substantividade do conteúdo para que o aluno o fixe. Meu papel fundamental, ao falar com clareza sobre o objeto, é incitar o aluno a fim de que ele, com os materiais que ofereço, produza a compreensão do objeto em lugar de recebê-la, na íntegra, de mim. (FREIRE, 2016, p. 116).

Nesse sentido, podemos apontar que o professor, no episódio ora exposto, buscou *desafiar* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) seus alunos, apontando, por meio de perguntas, novos caminhos de investigação, a fim de que explorassem outros aspectos da tarefa e continuassem engajados na compreensão da situação criada pela tarefa.

Em seguida, como o tempo da aula se encerrava, Marquinhos distribuiu cartolinas aos grupos para que organizassem as apresentações de seus resultados. Mas antes pediu para que cada grupo identificasse o cartaz com o nome dos integrantes, data e turma. Após a identificação, os alunos tiveram pouco tempo para registrar os resultados. Por isso, a aula teve que continuar na outra semana, ainda no laboratório.

Que se iniciem as apresentações!

É importante destacar que os alunos estavam organizados em grupos constituídos a partir da afinidade entre eles. O professor só interferiu para que a quantidade de integrantes de cada um ficasse entre três e quatro. A ordem das apresentações era definida à medida que os grupos iam terminando seus cartazes e se dispunham a apresentar. Uma vez à frente dos colegas, o grupo apresentador deveria expor o que investigou, como investigou e a que considerações chegou. Após as apresentações, os colegas observadores poderiam fazer comentários ou perguntas que achassem pertinentes e o professor mediaría toda essa situação. Parece simples. Mas será que é mesmo? Vamos ver!

Na aula anterior, os alunos não conseguiram terminar a construção dos cartazes para a apresentação. Por isso, o início desse encontro foi dedicado a essa finalidade. Os alunos que conseguiram terminar o cartaz iniciaram o planejamento da apresentação, ou seja, decidiam quem iria apresentar qual parte.

Enquanto isso, o professor fazia a chamada e, depois de observar que a maioria dos grupos já havia terminado a confecção dos cartazes, convidou os alunos a sentarem no formato de grande roda para dar início às apresentações. Após a organização, Marquinhos falou um pouco sobre o momento que se iniciava. Esta etapa da aula, segundo o professor, era dedicada também a anotações. Por isso mesmo, pediu aos alunos que abrissem o caderno e ouvissem o que ele tinha a dizer.

Prof. Marquinhos: Olha, como a gente disse, no laboratório, quem faz a aula são vocês [...]. Não fiquem esperando a gente aprender por vocês. Nós não vamos fazer isso aqui no laboratório. Aliás, em lugar nenhum! Então, agora, o grupo vai apresentar, vocês vão tentar anotar no caderno [...] o que eles estão falando, anotar as perguntas, e logo depois que eles apresentarem, a gente começa uma conversa. *Quem vai conversar é o professor?* Não. Vocês vão ter que fazer perguntas para o grupo, vão ter que entender o que eles estão colocando, sempre de maneira respeitosa. OK?! A ideia aqui não é acabar com o grupo. Não! É tentar entender o que eles estão explicando, tentar comparar com as ideias de vocês, e fazer um diálogo, uma conversa, está bom?

Antes das apresentações, o professor diz qual era a expectativa dele para o momento que se iniciava, tentando deixar, o mais explícito possível, qual seria o papel dos estudantes nesta etapa. Sua fala “no laboratório, quem faz a aula são vocês” tenta reforçar a ideia de que,

naquele ambiente, os alunos deveriam assumir uma postura mais ativa em relação a aprendizagem, que deveriam se envolver, opondo-se, dessa forma, ao formato comum de uma educação bancária, em que o professor apresenta ao aluno o que ele deve conhecer.

O professor, influenciado por experiências anteriores, ressalta que o objetivo das perguntas ao grupo é entender o que está sendo apresentado pelos colegas, e não para constrangê-los. Busca criar um ambiente respeitoso entre os estudantes, propício a discussões no intuito de conhecer, coletivamente, a situação proposta.

Essa atitude implica em um entendimento de ensinar e aprender que lançamos mão de Freire para apresentar:

[...] ensinar não é transferir conteúdo a ninguém, assim como aprender não é memorizar o perfil do conteúdo transferido no discurso vertical do professor. Ensinar e aprender têm que ver com o esforço metodicamente crítico do professor de desvelar a compreensão de algo e com o empenho igualmente crítico do aluno de ir *entrando* como sujeito em aprendizagem, no processo de desvelamento que o professor ou professora deve deflagrar. Isso não tem nada que ver com a transferência de conteúdo e fala da dificuldade mas, ao mesmo tempo, da boniteza da docência e da discência. (FREIRE, 2016, p. 116).

Após a fala do Marquinhos, alguém levantou a mão e disse: “Aí, no final a gente vai chegar a uma resposta? A resposta mesmo?”. Esse alguém era o Kleber e ele continuava com a expectativa por uma resposta correta. Embora reconhecesse existir outras possíveis respostas, tem interesse em descobrir qual seria “a resposta mesmo”.

O professor, então, disse que dependerá dos grupos, e que se decidirem que existe uma única resposta, está tudo bem. Meio desconfiado, Kleber se dá por satisfeito, mas parece ansioso pelo início das apresentações. “Será que o professor vai dar a resposta final?”, “Será que a minha está certa?”, “Qual será a resposta correta?”. Provavelmente, perguntas desse tipo passaram por sua cabeça durante alguns momentos dessa aula.

Dando continuidade à aula, um grupo de alunos se organizou anexando a cartolina em um cavalete posicionado à frente da sala. Enquanto isso, os outros se organizaram melhor na grande roda para que a visualização do grupo apresentador fosse beneficiada.

O quatro e o cinco não participaram!

O primeiro grupo, ainda um pouco nervoso por iniciar as apresentações, foi composto pelos alunos Joaquim, Diego, Rui e Wagner. Este último iniciou lendo o que haviam escrito no cartaz, de costas para a turma, gaguejando um pouco, voz tímida e séria.

Wagner: Conclusões: O três nunca fala *vrum*; nem todos os números participarão; os que não participarão serão o quatro e o cinco; e o seis também não participa.

Com um tom de voz mais alto, mas ainda um pouco tímido, Diego apresenta uma possibilidade de jogada para a atividade e enfatiza algumas conclusões relatadas pelo colega.

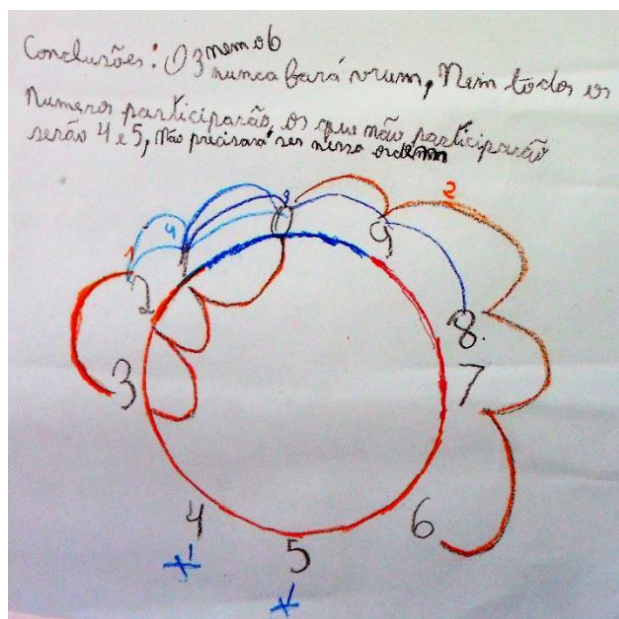
Diego: Aqui, na ordem, vai acontecer o seguinte: o zero vai para o um, depois vai para o dois e depois para o três. Quando for para o quatro, vai cortar e vai para o dois. O quatro e o cinco são os únicos que não vão participar e o três é o único que não vai fazer *vrum*.

Wagner, agora um pouco mais à vontade, perceptível por seu tom de voz sereno e mais seguro, expõe outra possibilidade de jogada.

Wagner: O zero, aqui, vai dar um *vrum* e vai para o um, o um vai dar o *brake*, aí vai para o zero. Aí o zero dá *vrum*, o nove vai dar *vrum* e vai para o oito.

Apontando para o cartaz, os integrantes do grupo apresentam todas as jogadas que fizeram. Para ilustrá-las, desenharam um círculo e utilizaram diferentes cores para representá-las. A figura 7 apresenta o cartaz.

Figura 7 - Cartaz do primeiro grupo



Fonte: Acervo do pesquisador

Seguindo as conclusões do grupo, Joaquim, que se mostra mais seguro que os colegas, explica o porquê de o quatro e o cinco não jogarem.

Joaquim: O quatro e o cinco, eles não vão participar. Todos os movimentos que foram disponibilizados já estarão gastos na hora que chegar, porque só poderá ter três *vrum* e um *brake*, aí, nesses três *vrum*, do zero para cá só vai até o três, e do zero para cá só pode ir até o seis, então o quatro e o cinco não participam.

O grupo encerra sua apresentação e abre espaço para questionamentos. Jorge é o primeiro a fazê-lo, mesmo que na intenção de “testar” o conhecimento dos colegas. Estes responderam com segurança.

Jorge: Por que que o.... assim, eu já sei, só quero ver se vocês sabem. Por que que do zero vai até o seis e do zero vai até o três?

Wagner: É por causa que, no zero, a gente usou o *brake* e ele foi para o nove, aí já começa a usar os três *vrum*, aí [apontando para o cartaz] um, dois, três.

Joaquim: É, e nessa posição aqui, o zero usou o *vrum*, vai fazer os três aqui e no máximo que pode ir é no três.

Clarisse, apesar de o grupo já ter respondido, questiona sobre uma das estratégias, talvez por não ter compreendido a explicação dada anteriormente.

Clarisse: Por que chega no seis? Me explica.

Joaquim: É assim: como estão disponíveis três *vrum* e um *brake*, a gente usou o *brake* aqui [no zero], aí ainda terá três *vrum*, aí do nove para o oito é um, do oito para o sete é o segundo, e do sete para o seis é o terceiro.

Aproveitando a pergunta da Clarisse, Marquinhos convida a turma para discutir se o seis brinca ou não nessa jogada.

Prof. Marquinhos: Eu acho que é interessante a pergunta da Clarisse... Clarisse, né? Sabe por que? Porque assim, oh! Vou perguntar para todos da sala. O seis, ele brinca?

Os alunos se dividiram entre “sim” e “não”. A maioria disse “não”. Após levantar a mão, Marquinhos pede para que a Eva diga o que está pensando.

Eva: São três *vrum*, não é? Então começou lá, oh: o nove faz *vrum*, o oito faz *vrum*, o sete faz *vrum*. Então para no seis, o seis, ele não fala, só para nele.

Prof. Marquinhos: O carrinho está nele, mas ele não chega a falar.

Eva: É.

Wagner: Ele brinca, mas não move o carrinho. Para nele.

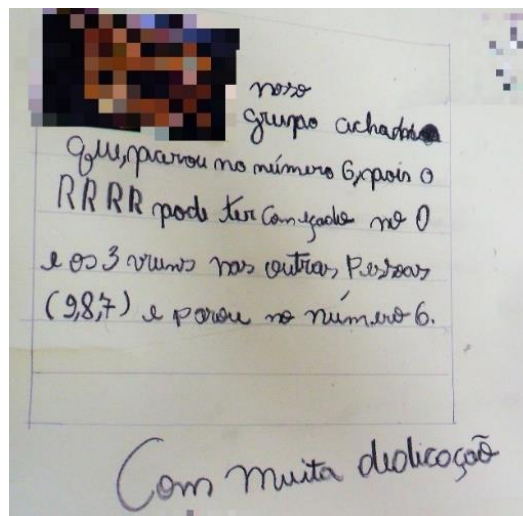
O professor propõe essa questão para investigar o papel do seis nessa jogada, tentando *perceber* a perspectiva dos alunos em relação ao assunto. Eva, então, *posiciona-se*, explicando seu ponto de vista e o professor, para conferir se compreendeu, *reformula* o que a aluna disse. Em seguida, ela confirma e outro colega, o Wagner, também *se posiciona*, confirmando o que fora acordado entre a Eva e o Marquinhos.

Essa discussão encerrou a apresentação, e, em seguida, o professor pediu palmas ao grupo enquanto o próximo organizava o cartaz na lousa para apresentar suas conclusões.

Acho que parou no seis...

O grupo seguinte era composto por Marcelo, Jorge, Ícaro e Kleber, que apresentaram, com o auxílio do cartaz (Figura 8), suas conclusões à turma.

Figura 8 - Cartaz do grupo 2



Fonte: Acervo do pesquisador

Marcelo: O nosso grupo acha que parou no número seis, pois o *rrrr* pode ter começado no número zero e os três *vrum* das outras pessoas foi no nove, oito, sete até o número seis.

Kleber: O que ele quis dizer, foi assim: Na hora que fez o *rrrr*, foi diretamente para o nove, porque não supostamente [.sic] pode ter ido para o um, e sim começou pelo *brake* e não pelos *vrum*, entendeu? Então começou pelo *brake*, foi para o nove, aí foi nove, oito, sete... e do sete vai à parada. Parou no seis. O seis não fez *vrum*, não fez *brake*, nem nada. Só que parou nele. É como se ele fosse a parada da gasolina, entendeu? É como se tivesse acabado a gasolina e ele fosse lá para abastecer. Foi isso.

Continuando a apresentação, Marcelo complementa:

Marcelo: É como se o zero não existisse, e lá no negócio fala que não necessariamente nessa ordem, então ele pode ter começado: nove, oito, sete e parado no seis.

Este grupo, que desde o início estava preocupado com qual seria a resposta correta, faz a escolha por uma possibilidade de jogada, *rrrr-vrum-vrum-vrum*, e argumenta que *no negócio fala que não necessariamente nessa ordem*, por isso pode ter acontecido essa sequência. Essa fala pode apontar que os alunos estão acostumados a um modelo absolutista de aula, onde “o professor, o livro-texto, o livro de respostas fazem parte de uma autoridade única, que esconde a natureza das correções” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 25) e, por isso, entende que basta apontar o enunciado da tarefa como justificativa e está tudo bem.

Além disso, a ideia de que podem existir outras possibilidades de jogadas a partir dos comandos apresentados pela tarefa parece, até então, não ter sido apropriada por Kleber e seus colegas. Talvez a possibilidade de uma tarefa de matemática ter mais de uma resposta ainda os incomodam e os fazem insistir na sequência investigada pelo grupo.

Nenhum colega quis fazer perguntas ao grupo, pois, segundo uma aluna, haviam explicado bem o que fizeram. No entanto, aparentemente insatisfeito com a resposta dada até o momento para sua pergunta, Marquinhos continua provocando os alunos a pensarem o papel do seis na brincadeira.

O seis brinca?

Prof. Marquinhos: Eu queria entender o seguinte: qual é a diferença entre o quatro, o cinco e o seis? Vocês também falam que para no seis, que para no seis. Qual é a diferença entre o quatro, o cinco e o seis? Eles têm o mesmo papel?

Kleber: Tem, mas eles não... supostamente, não falam nada. Eles só vão ficar lá parados.

Prof. Marquinhos: O quatro e o cinco é igual ao seis?

Kleber: Não.

O professor incentiva a discussão sobre os papéis dos jogadores quatro, cinco e seis, mas ao menos Kleber se mostra confuso, tentando adivinhar o que o professor está querendo com aquelas perguntas, buscando entender a perspectiva do professor. Quando pergunta “Eles tem o mesmo papel?”, Kleber responde positivamente e justifica sua resposta, mas ao perceber o professor insistindo na pergunta, mesmo que formulada de outro jeito, acredita que provavelmente não era essa a resposta que o professor queria escutar e muda sua posição, dessa vez, sem trazer uma justificativa.

É possível perceber este aluno apresentando seu entendimento sobre os assuntos, mas frequentemente se confrontando com alguma fala do professor exigindo argumentação sobre isso, o que o faz, não raro, Kleber mudar sua resposta. Isso pode indicar que ele cultiva a concepção de que o professor está sempre certo e que, por isso, basta decifrá-lo para que se chegue à resposta correta. No entanto, demonstra também um envolvimento e uma tentativa em mostrar seu entendimento.

Como sair desse dilema? Expresso minha opinião, a partir do que eu entendi sobre a tarefa, ou tento adivinhar a perspectiva do professor até conseguir dizer o que de fato ele espera? Provavelmente Kleber vive esse impasse. A atitude do professor em propiciar um ambiente de aprendizagem que incentiva a turma a continuar pensando e justificando suas ideias, respeitando os alunos e promovendo-lhes espaço e tempo para que busquem respostas aos problemas em que estão trabalhando, tem como possível consequência despertar nos alunos a reflexão e a compreensão de que não há um detentor do saber, uma perspectiva única sobre algo, mas que há a necessidade de argumentação de ideias pelo diálogo com justificativas que possibilitem um consenso do grupo.

Continuando a aula, Wagner, um aluno que estava ouvindo a apresentação dos colegas, faz uma pergunta:

- Wagner: E quais não participaram?
- Kleber: Não participaram o um, o dois, o três, o quatro e o cinco.
- Marquinhos: Não participaram? Como assim?
- Marcelo: Não participaram.
- Marquinhos: Não participaram o um, dois e três?
- Kleber: Como assim? Não entendi a pergunta.

Os alunos entendem que sempre que o professor insiste na mesma pergunta, é melhor responder de outro jeito, porque é sinal de que a resposta não estava condizente com o que o professor esperava ouvir. Nesse caso, Kleber fica confuso e diz que não entendeu a pergunta. O que será que é para responder?

- Marquinhos: [direcionando a fala ao Wagner] Faz de novo a pergunta. Como é?
- Wagner: Quais números não participaram?
- Kleber: Que não falaram?
- Wagner: É. O que não participou.
- Kleber: Quatro e o cinco.
- Wagner: Quatro e o cinco?
- Kleber: É.

Agora o professor pediu para que Wagner fizesse novamente a pergunta, por causa do pedido de Kleber, que afirmou não ter entendido inicialmente. Dessa vez, Kleber faz questão de conferir se realmente entendeu a pergunta ou não, *reformulando-a*. Após dar sua resposta e o professor não interferir repetindo a mesma pergunta, fica entendido que possivelmente a resposta foi de encontro ao que o professor esperava.

Como ainda não obteve resposta para seu questionamento inicial, Marquinhos insiste:

- Marquinhos: Então, qual é a diferença entre o quatro e o cinco e o seis?
- Kleber: É que o quatro e o cinco não participam. Já o seis também não participa, mas ele [Ícaro interrompe].
- Ícaro: O carrinho para nele.
- Kleber: Ele é um posto de gasolina.
- Wagner: Mas o um, o dois e o três não participam também.
- Kleber: É, mas... aí você me pegou, véi! [Risos]

Para que seu colega entendesse o que estava tentando dizer sobre o papel do seis na jogada, Kleber usa de uma metáfora para indicar que o seis não faz nada, o carrinho apenas “para” nele. No entanto, Wagner, que estava atento à apresentação do grupo, e percebeu que na jogada que eles descreveram no cartaz apenas o zero, o nove, o oito, o sete e o seis participavam de alguma forma, questiona o Kleber, deixando-o sem argumentos que atendessem a ele e ao professor. Este volta a insistir na mesma questão, mas tenta trazer os outros alunos para a discussão.

- Marquinhos: O que ele falou? O um, o dois e o três não participam? O que vocês acham, grupo? Vocês que participaram, o um, dois e o três não participam?
- Yasmin: Só se o zero começar com o *brake*.
- Kleber: Não. Na verdade, de todo jeito o quatro e o cinco não iam participar, começando com o *vrum* para o um, e começando com o *brake* para o nove. De todo jeito, o quatro e o cinco não iam participar.

A Yasmin percebeu o que estava acontecendo e indicou qual seria a condição para que os jogadores um, dois e três não participassem. Enquanto isso, Kleber percebe que apenas dois jogadores não participam em nenhuma hipótese de jogada. Provavelmente o professor tinha a intenção de que ele percebesse essa particularidade dos jogadores quatro e cinco.

Marquinhos, percebendo a dificuldade de os alunos diferenciarem as funções de cada um nas jogadas, faz uma proposta.

Marquinhos: Vamos pensar assim: vamos chamar de conceitos. Tem três conceitos sendo discutidos. Primeiro: o que significa *parar em*? *Parar em* é um conceito. Outra coisa: o que significa *não brincar*? Certo? *Não participar*. E a outra coisa, o que significa *passar por*? Entenderam? Olha: *passar por*; *parar em*; e *não participar*. Vamos pensar no mais difícil, *passar por*. O carrinho *passa por* quem?

Kleber: Nove, oito, sete... Só o sete.

Só o Kleber se dispôs a responder o professor e, novamente, se volta ao caso particular que investigou, que é a jogada na qual o zero inicia com *rrrr* e a brincadeira se encerra no seis. Nessa jogada, exclusivamente, o carrinho passa pelos jogadores nove, oito e sete.

Na tentativa de *formalizar* as respostas dos alunos para entender essa situação, o professor começa a propor algumas perguntas que mostra indícios de um possível *jogo-de-perguntas*, em que, aparentemente, seguiria o formato de *pergunta do professor* → *resposta dos alunos* → *pergunta do professor* → *resposta dos alunos* até chegar no ponto esperado pelo professor, que, possivelmente, seria elucidar por quais jogadores o carrinho *passa*, em quais ele *para* e quais jogadores *não brincam*. No entanto, Eva pede a palavra e muda totalmente o assunto proposto pelo professor. Claramente o que ele propunha discutir – a diferença entre o quatro, o cinco e seis – não era de interesse dos alunos.

Como a maioria dos alunos, ou pelo menos a Eva, já havia se apropriado da ideia de que aquele ambiente era democrático e que poderia fazer perguntas e levantar questões que julgasse pertinente, Eva toma uma atitude que contrapõe um modelo absolutista, pois, ao invés de responder sempre o que o professor – e autoridade máxima em aulas absolutistas – perguntava, ela coloca o que lhe interpelava que, naquele momento, era entender o que o grupo do Kleber havia apresentado, e ignora a tentativa de *jogo-de-perguntas* do professor.

Parece que a pergunta da Eva está mais interessante...

Eva: Mas se aqui está falando que começa utilizando três vezes o comando *vrum*. Então não começa com o *vrum*? E vocês começaram com o *rrrr*.

Kleber: Porque não necessariamente nessa ordem.

- Hélio: Mas pode começar nessa ordem, da ordem do texto.
- Kleber: É, mas não necessariamente nessa ordem. Seria muito fácil.
- Yasmin: É, mas pode começar. Não é necessário.
- Jorge: Esse foi o caminho que a gente escolheu.
- Kleber: Então, tem a possibilidade de ter vários caminhos. Não só um caminho. Entendeu? Esse foi o nosso caminho.

Eva se apoia no enunciado da tarefa para questionar o que Kleber e seu grupo apresentaram, mas ele, argumentando também com o enunciado, responde a colega com a frase que tanto lhe angustiou: “Porque *não necessariamente nessa ordem*”. Em seguida, entendendo que essa frase não exclui a possibilidade *vrum-vrum-vrum-rrrr*, Hélio reforça a ideia de a tarefa possibilita mais de uma resposta.

Jorge, que também é membro do grupo, parece ter compreendido, finalmente, a ideia de que poderia ter mais de uma resposta e argumenta: “Esse foi o caminho que a gente escolheu”. Kleber também parece entender essa possibilidade e assume que o grupo entende que tem outros caminhos, mas que escolheram um deles para apresentar.

Essa escolha pode estar relacionada com a inquietação inicial do grupo em saber qual era a resposta correta, que pressupõe: se existe uma única resposta correta, então as demais são erradas. Como julgavam que a jogada na qual o zero iniciava com o comando *vrum* era óbvia, escolheram outra na tentativa de acertar. Essa tentativa, como pudemos acompanhar durante a narrativa, fez com que o grupo refletisse bastante sobre o problema até mesmo para justificar sua escolha que, como disseram, julgaram a *vrum-vrum-vrum-rrrr* muito óbvia e que provavelmente estaria errada.

O professor parece perceber a importância dessa discussão e provoca:

- Prof. Marquinhos: Não tem um caminho só? Tem dois caminhos? Quais são os dois caminhos que tem?
- Kleber: É igual a gente está falando: tem vários caminhos, várias possibilidades.

Hélio, que é muito observador, pontua:

- Hélio: Vocês falaram que tinham dois caminhos, que eram o que vai do zero até o dois e o do zero até o seis.

Kleber: Não. Eu falei que os caminhos que eu sei é o do zero para o um e do zero para o nove. Agora, tem vários caminhos e não pesquisei outros, só esses dois.

A provocação do professor sobre a quantidade de caminhos parece ter conseguido bons resultados, pois Kleber, aparentemente seguro do que estava afirmando, disse que existem outros caminhos, mas que não chegou a pesquisá-los.

Antes de encerrar esse momento, Joaquim pediu para fazer uma pergunta ao grupo.

Joaquim: É só uma suposição. Isso não está incluído no texto. Se começasse por outro número, o quatro e o cinco poderiam participar?

Kleber: Com os três *vrum* e o *brake*?

Joaquim: Por exemplo, vamos supor: se começasse pelo três, o quatro e o cinco poderiam participar?

Kleber: Sim, poderiam.

Essa oportunidade de discutir outras possibilidades se o início do jogo fosse alterado não foi explorado, apesar da pergunta do Joaquim. Provavelmente muita matemática seria trabalhada caso as perguntas com início em “e se...?”, realizadas não só por alunos, mas pelos professores também, fossem levadas em consideração e exploradas nas aulas de matemática. As perguntas poderiam ser do tipo: E se não começasse pelo zero? E se a brincadeira tivesse início no quatro? E se fosse possível acrescentar mais um comando *brake*? E se acrescentássemos mais um comando *vrum*?

Encerramos as perguntas com uma salva de palmas ao grupo. Feito isso, o próximo grupo organizava seu cartaz no cavalete para seguir as apresentações.

Mas vocês não chegaram a um consenso?

O grupo que apresentou em seguida era composto pelas alunas Roberta, Eva, Yasmin e Flávio.

Roberta: Bom! Nosso grupo chegou à conclusão de que não tem uma resposta certa nem uma resposta errada. E, agora, a gente fez três possibilidades.

Os outros integrantes do grupo apresentam as três possibilidades encontradas: *vrum-vrum-vrum-rrrr*; *rrrr-vrum-vrum-vrum*; *vrum-rrrr-vrum-vrum*. Após a apresentação, Kleber pergunta:

Kleber: Mas vocês não chegaram em nenhum consenso? Assim, nenhuma resposta que vocês acharam assim... bem... a mais óbvia?

Eva: Nossa! A mais óbvia não.

Kleber: Na verdade, vocês conseguiram, né? São as três possibilidades.

Joaquim: As três possibilidades se constituíram em uma resposta.

Kleber, ao ver que o grupo apresentou três jogadas, questiona se eles não haviam chegado a um consenso, que era a preocupação inicial dele durante a investigação e, também, na apresentação, até que passa a entender que as três possibilidades apresentadas podem ser entendidas como “a resposta”.

Yasmin: A Priscila achou outra possibilidade!

Enquanto alguns alunos do grupo discutiam sobre a resposta, Priscila conseguiu identificar mais uma jogada, totalizando quatro possibilidades.

Priscila: O zero pode falar *vrum*; aí o um pode falar *vrum* de novo; aí o dois *breca*; e o um fala *vrum* e para no zero.

Prof. Marquinhos: Joaquim, será que você consegue escrever, com os números, as possibilidades aí na lousa para a gente olhar? Usa só os números. Entendeu? Qual é a primeira possibilidade? Eu quero que todos prestem atenção para ver se todas as possibilidades estão escritas, se não sobrou nenhuma.

Após o grupo escrever as jogadas na lousa, Marquinhos pergunta se todas as possibilidades estavam ali. Alguns disseram que sim, mas outros afirmaram acreditar que haveria mais possibilidades que ainda não descobriram.

Para encerrar, Marquinhos pergunta:

Prof. Marquinhos: Grupo, tem alguma coisa que vocês concluíram que vocês podem dizer com certeza? Alguma conclusão do grupo? O que vocês podem afirmar com certeza?

Após um silêncio do grupo e dos alunos olhando um para os outros sem conseguir falar alguma conclusão com certeza, como pedira o professor, o Renato, também professor das aulas de laboratório com essa turma, fez uma pergunta no intuito de ajudar o grupo.

- Prof. Renato: Deixa eu fazer uma pergunta para ajudar. Vocês não falaram nada sobre o cinco e o quatro também, né?
- Yasmin: É verdade. O quatro e o cinco não brincam.
- Prof. Renato: Então. Isso é uma conclusão? Vocês têm certeza que não brincam em nenhuma situação?
- Yasmin: A gente não tem certeza, porque a gente não fez o teste.
- Flávio: Eles podem brincar se começar pelo três.

Os alunos se recordaram da última discussão que tiveram sobre o tema, em que alguém disse que caso iniciasse a jogada com o três, o quatro e o cinco participariam. Então, deram a mesma resposta e aparentemente o professor julgou que foi satisfatória, pois não os questionou mais. Neste caso, o professor, que esperava uma certeza dos alunos, teve como resposta incertezas e possibilidades.

Em seguida, Joaquim levantou a mão para dizer algo e o Marquinhos lhe concede a palavra.

- Joaquim: O nove, o oito e o sete poderão fazer outro movimento sem ser o *vrum*?
- Roberta: Não!
- Joaquim: Por que?
- Roberta: Porque só pode ter um *brake*.
- Yasmin: É. E já foi usado pelo zero. Então a única coisa que eles podem falar é *vrum*.

Nesse momento, Joaquim apresenta questionamentos bem elaborados, buscando identificar algumas regularidades e fazendo uso do “por quê?” para que o grupo justificasse sua resposta. Aparentemente, ele já entende que, pelo menos em matemática, para se afirmar algo deve-se justificar. As respostas “sim” ou “não” devem vir acompanhadas do “porque...”.

Marquinhos, percebendo a relevância da pergunta, chama a atenção da turma e pede para que Joaquim a repita e, nesse intervalo de tempo, o grupo trabalhou melhor a resposta e explicou melhor.

Yasmin: Não, porque o único jeito de ir para o nove é o zero começando com o *brake*, então os outros só podem falar *vrum*.

As palmas para o grupo, que encerram a apresentação e as perguntas, também indicam que o próximo deve se organizar para apresentar suas conclusões sobre a atividade. Não demorou muito e o grupo iniciou a fala.

Uma tabela pode facilitar...

O grupo que apresentou em seguida era composto pelos alunos Antônio, Pedro, Bernardo e Gustavo. Antônio iniciou a apresentação fazendo algumas afirmações. Dentre outras, disse que o carrinho sempre pararia nos jogadores de número 2, 0, 6 e 8. Bernardo, por sua vez, afirmou que o único que sempre brincaria em qualquer uma das jogadas seria o jogador 0, pois ele sempre as inicia. Gustavo, complementando as conclusões do grupo, afirmou que os jogadores quatro e cinco nunca brincarão. E, por fim, Pedro expôs as quatro possíveis sequências que podem ter ocorrido na jogada, utilizando, para isso, uma tabela e determinados códigos. As figuras 9 e 10 mostram o cartaz confeccionado pelos alunos e a tabela que fizeram para apresentar as jogadas, respectivamente.

Figura 9 - Cartaz do grupo 3



Fonte: O autor

Figura 10 - A tabela construída pelo grupo 3

V0	R0	V0	V0
----	----	----	----

R1	V9	V1	V1
V0	V8	R2	V2
V9	V7	V1	R3
8	6	0	2

Fonte: Construída pelos alunos e adaptada pelo autor

Prof. Marquinhos: O que significa R0?

Antônio: O R0? Significa que o zero deu um *brake*.

Prof. Marquinhos: O zero falou *brake*?

Antônio: É. Aí vai para o nove, o nove faz *vrum*...

Pedro: O oito faz *vrum*, o sete faz *vrum* e para no oito.

A turma, atenta ao que o grupo dizia, corrige o Pedro, dizendo a ele que é seis, e não oito, como disse.

Pedro: É seis. [Risos].

Apesar do formato *pergunta do professor → resposta dos alunos → pergunta do professor → resposta dos alunos*, nesse episódio é possível apontar que o objetivo do professor era de compreender o que os alunos fizeram, e não de cercear as respostas, como em um *jogo-de-perguntas*. Ele demonstra interesse no trabalho elaborado pelo grupo e suas perguntas podem ser entendidas como uma valorização desse esforço, uma vez que o professor poderia ignorar a tabela ora apresentada, mas não o fez e sua atitude demonstra respeito à produção dos discentes.

Enquanto isso, Antônio circulava de azul todos os quadradinhos que continham a letra R. Parecia que ele havia identificado alguma coisa...

Prof. Marquinhos: Gabriel, você riscou um negócio de azul em todas as colunas. Por quê?

Antônio: Aqui? É só para a gente ver que o R vai mudando de posição. Tem na primeira coluna, na segunda, na terceira e na quarta. Tem como saber mais rápido qual é o caminho. Porque se só tem um *brake* e o resto é *vrum*, aí fica mais fácil; tem como saber mais rápido.

Prof. Marquinhos: Essa é uma ótima estratégia. Vocês estão vendo o que eles fizeram? Uma ótima estratégia. Porque, assim, eles conseguem controlar as possibilidades. Olhando para essa tabela, será que tem jeito de o *brake* ficar em outro lugar?

O professor tenta *reconhecer* a perspectiva do Antônio e, em seguida, *desafia* os alunos a analisarem outro ponto: “Existe outra possibilidade?”

Os alunos, mais uma vez, não responderam o professor e seguiram questionando o grupo com outras perguntas. A tentativa do professor em *desafiar* os alunos a investigar mais possibilidades não foi atendida. Joaquim, então, faz um outro *desafio* que parece ser mais interessante.

Joaquim: Se pudesse ter mais um comando, qual seria o necessário para chegar no quatro e no cinco?

Pedro: Seria o *vrum*. Sabe o porquê? Ele vai parar no cinco se tiver mais um *vrum*.

Com um semblante mais pensativo, Pedro faz outra afirmação:

Pedro: Professor, não dava para chegar no quatro! Porque ele tinha que usar em alguma hora o *brake*, e no caso, se ele usasse, só podia... [Wagner o interrompe]

Wagner: Não! Ele podia chegar.

Pedro: Não podia!

Joaquim: Olha! No zero, usaria *vrum*, no um também *vrum*, no dois *vrum*, no três também usaria *vrum* e no quatro que daria o *brake*.

Pedro: Ah, tá!

A pergunta do Joaquim fez com que os integrantes do grupo pensassem em outra possibilidade que não haviam pensado ainda. Pedro, então, analisa a jogada *rrrr-vrum-vrum-vrum* e acrescenta mais um *vrum* a ela, permitindo que o carrinho chegasse ao participante cinco. Depois, quando analisa o outro lado do círculo, percebe que o carrinho parou no três e, por isso, acredita, inicialmente, que o jogador quatro não participaria. Mas Wagner e Joaquim percebem que o Pedro não se atentou a um detalhe e o ajudam com a resposta, deixando muito explícito o intuito que Joaquim tinha ao perguntar que, em nenhum momento foi de deixar o colega constrangido ou algo parecido, mas de construir conhecimento, analisando possibilidades que não haviam pensado ainda.

Outros grupos também apresentaram suas conclusões sobre a tarefa, mas, para não ficar cansativo e repetitivo, optei por contar como foram apenas essas apresentações. Até mesmo por entender que as conclusões apresentadas pelos demais foram contempladas nas apresentações e discussões narradas.

Árvores e o Senso Numérico

Como relatado na seção 3.2 dessa dissertação, depois do “Carrinho Vrum Vrum”, foram desenvolvidas outras tarefas no laboratório durante o primeiro semestre de 2018, como “Conjectu... o quê? ”, “Par ou ímpar? Ímpar ou par? ”²⁸, “Eu mandava ladrilhar”, “A Torre de Hanói” e, por fim, “O Senso Numérico dos Bichos”. A narrativa que segue nessa subseção é sobre o que aconteceu durante o desenvolvimento da última tarefa trabalhada no semestre: “O Senso Numérico dos Bichos”.

No fim do primeiro semestre, os professores, de acordo com o planejamento, desenvolveriam com os alunos uma tarefa envolvendo estimativas. Não era a primeira vez que a utilizariam²⁹, visto que já haviam trabalhado ela com turmas anteriores e, por conta dessas experiências, estavam empolgados com o que poderia acontecer, uma vez que era aberta e dava margens para muitas descobertas que, não raro, fugiam do esperado pelos professores.

A narrativa que segue, então, relata o desenvolvimento de uma tarefa denominada “O Senso Numérico dos Bichos”, que aconteceu nos dias 26 de junho, 3 e 10 de julho e finalizou apenas no dia 21 de agosto de 2018. Os alunos, a essa altura, já estavam mais familiarizados com o ambiente do laboratório bem como com as tarefas.

Enfim, vamos à história!

Na aula de hoje, vou contar algumas histórias para vocês

Assim, o professor Marquinhos deu início à aula. Isso chamou a atenção dos alunos, que logo se organizaram para ouvi-lo. Bem.... Não se organizaram tão rápido assim. Levou um tempinho. Marquinhos começou a falar que se tratava de uma lenda e, mesmo assim, alguns

²⁸ Veja em Gonçalves Júnior, Rocha e Moraes (2017) uma experiência com essa atividade, desenvolvida no ano anterior.

²⁹ Frequentemente os professores do projeto elaboram e reelaboram em conjunto as tarefas a serem desenvolvidas no laboratório.

alunos insistiam em conversar. Talvez ouvir o professor não era seu objetivo principal naquele momento. Conversar com o colega sobre algum assunto em comum parecia mais interessante. No entanto, alguns alunos tinham como objetivo para aquele momento ouvir a história que o professor queria contar. Estes, aparentemente maioria, chamaram a atenção de seus colegas e isso parece ter funcionado. E o professor começa:

- A lenda é “A Lenda do Corvo e do Escudeiro”. O Corvo, como vocês sabem... O Corvo, como vocês sabem...

A atenção cobrada pelos colegas parece não ter funcionado. O professor, após, sem sucesso, ter pedido nominalmente aos alunos que fizessem silêncio e o deixassem falar, em um tom quase de desabafo disse: “Vocês estão difíceis hoje, hein? Estou tentando... estou tentando...”. Apesar de não dizer isso em tom ameaçador, o professor consegue o esperado silêncio e, assim, consegue contar a história sobre o corvo e o escudeiro. Resumida, era assim...

Certa vez, um corvo fez um ninho na torre de um castelo. Como era a torre da entrada, passavam por ali os escudeiros, os soldados, os guardas e outros. O amo, revoltado com a situação, chamou seu escudeiro e lhe disse: “Olha! Eu não suporto aquele corvo fazendo ninho na nossa torre. Todos os meus visitantes chegam para conhecer o meu castelo e, na hora que entram aqui, já sentem esse cheiro que vem do ninho dos corvos. Eu quero que você tire esse ninho de lá!”. “Tá! Vou subir lá, pegar esse corvo e levar embora. Desmanchar o ninho dele”, respondeu o fiel escudeiro.

Imediatamente, ele se dirigiu à torre e a escalou. Ao subir, o corvo percebeu sua presença e voou. Ficou numa árvore lá perto. Um pouquinho longe, só de olho. Então o escudeiro continuou a escalada e tirou o ninho, limpou a torre e pensou: “Beleza! Ele não vai voltar mais, né?!”. Ao ver o escudeiro deixando a torre, o corvo voou e se instalou novamente dentro dela. Ficou lá. O escudeiro pensou: “Caramba! Que corvo mais sem vergonha!”. Depois disso, subiu novamente e, como era de se esperar, o corvo voou para a árvore e ficou só observando.

Para resolver esse problema o escudeiro teve uma ideia: “Já sei! Vou pegar esse corvo! Chamarei um amigo meu, subiremos, o corvo sairá da torre, meu amigo desce, o corvo volta para o ninho e eu o agarro”. Assim o fez. Mas quando o amigo desceu, o corvo não voltou, ficou só observando. Passaram-se uma, duas, três, quatro horas e o corvo não voltava. Então o escudeiro desceu da torre e o corvo voltou logo em seguida.

Determinado a tirar o pássaro da torre, o fiel escudeiro chamou outro amigo e insistiu na mesma estratégia. Subiram três pessoas, dois desceram e ele ficou esperando o corvo. Novamente, a tentativa falha e o inquilino indesejável volta para a torre assim que o escudeiro a deixa. Inconformado, o escudeiro chama outro amigo para unir-se ao grupo e, dessa vez, sobem quatro pessoas, descem três e, outra vez, o corvo percebe a estratégia e não regressa ao ninho enquanto o escudeiro não deixa a torre.

Após alguns dias de tentativas, subiram seis pessoas e desceram cinco. O corvo se perdeu nas contas e voltou para a torre, onde o escudeiro o aguardava e, finalmente, pôde capturá-lo.

Após a história, os alunos começaram a levantar hipóteses sobre a possibilidade de o corvo saber contar ou não. Algumas ideias nos chamaram bastante a atenção, pois contrariaram qualquer expectativa inicial que tínhamos sobre o que diriam.

Jorge, ao contrário do que todos seus colegas haviam falado até o momento, disse que provavelmente o corvo não sabia contar, mas tinha memorizado o escudeiro, por isso não voltava para a torre enquanto ele não descia. Essa fala evidencia uma percepção e uma capacidade de crítica considerável, visto que o aluno pensou em outra possibilidade para explicar a situação, diferente dos seus colegas que acreditavam na capacidade de o corvo contar.

Outro aluno, Marcelo, também nos surpreendeu ao explicar a estratégia de contagem do corvo a partir da humana. Uma das primeiras estratégias de contagem que operamos é contar utilizando os dedos das mãos. Pensando assim, ele disse que, como o corvo tem três dedos em cada mão (biologicamente seria o pé, mas ele está comparando à nossa mão e, por isso, o chamou assim), totalizando seis dedos, ele se perdeu na contagem quando o número de pessoas ficou superior à quantidade de dedos do pássaro.

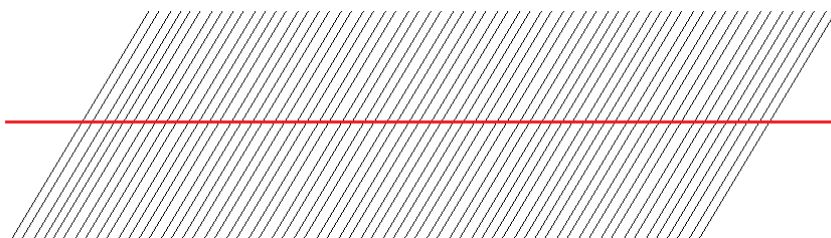
A variedade de hipóteses levantadas pelos alunos deixa claro o clima de liberdade para se posicionar, expressar suas ideias sem medo de ser considerado menos importante que outro. Procuramos proporcionar um clima de liberdade para a aprendizagem, dentro dos limites que os horários e currículo escolar nos permitia.

Após os alunos e o professor compartilharem algumas histórias sobre cachorros e pássaros que, supostamente, sabiam contar, Marquinhos apresentou-lhes dois cartazes na lousa,

um com uma série de retas pretas oblíquas a uma vermelha (figura 11) e outro com uma quantidade de pontinhos vermelhos sobre uma malha quadriculada (figura 12).

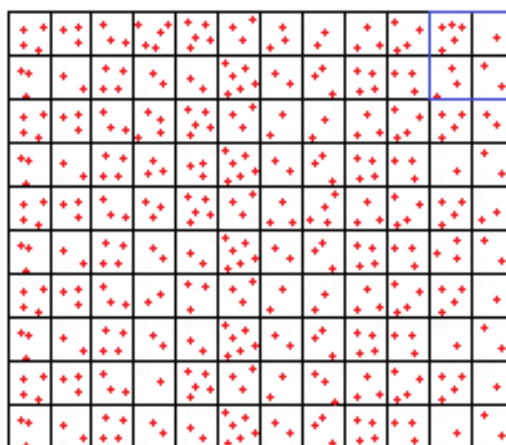
A tarefa dos alunos consistia em estimar a quantidade de retas oblíquas à outra, no primeiro cartaz, e estimar a quantidade de pontinhos vermelhos, no segundo cartaz. De início, os alunos diziam números que julgavam corresponder à quantidade mesmo sem terem feito contas para isso. Exercitavam apenas o senso numérico. Para as retas, os alunos disseram números como 120, 110, 150, 90, 80, 97, 60 e 115. Para os pontinhos, os números ditos eram 115, 120, 333, 360, 230, 350, 380.

Figura 11 - Representação da figura que havia no primeiro cartaz



Fonte: Criada pelo pesquisador

Figura 12 - Representação da figura que havia no segundo cartaz



Fonte: Criada pelo pesquisador

Enquanto a maioria dos alunos dizia números ao professor, em uma tentativa de acertar o resultado, um caso me chamou atenção. Rui se levantou e, por estar mais ao fundo do laboratório, esforçou seu olhar e começou a contar o que acredito que sejam os pontinhos. Pensei: “Será que ele vai contar todos os pontos, um por um?”. Provavelmente não fez isso, pois ficou em pé apenas por um curto momento com os olhos fixados no cartaz contando os

pontos. Logo em seguida, debruçou-se sobre o caderno, como quem fazia cálculos e estava prestes a descobrir algo muito importante. Enquanto o professor tentava acalmar a turma e dizia sobre o senso numérico dos bichos e dos seres humanos, Rui se levanta e, em uma empolgação semelhante à do cientista que exclamou *EUREKA!*, olha para o professor e diz: “CENTO E VINTE E OITO!!!”. O professor, que chamava a atenção dos alunos, continuou fazendo-o. O sorriso de Rui aos poucos foi se desfazendo. Sentou-se e fechou o caderno. O professor sequer anotou sua estimativa na lousa, como fizera com outros alunos.

É importante ressaltar que, como pesquisador, percebi esse fato. Talvez por ter como papel principal observar o que acontece na aula e cada detalhe que me chame a atenção. Não tenho que ministrar as aulas, tampouco administrar uma turma de trinta alunos com idades entre dez e doze anos. Sou professor e, por isso mesmo, sei como é dar aula e a dificuldade que é controlar as atividades planejadas ao longo do tempo determinado, no caso, 90 minutos. Mas, ao perceber esse fato, me questiono o que poderia ter acontecido se o professor tivesse percebido melhor aquele aluno. Ou ainda, o que acontecerá com esse aluno durante a aula? Como será sua participação?

Continuando a aula, Marquinhos chamou a atenção dos alunos para os riscos de se utilizar somente o senso numérico e, como fizeram com os cartazes, o erro pode ser muito grande, visto que estimaram desde 60 até 150 retas oblíquas à reta vermelha e 115 a 380 para a quantidade de pontinhos dentro do retângulo.

Colocada esta situação, o professor propõe a seguinte pergunta para os alunos pensarem: Que tipo de estratégia a gente pode usar para dar uma estimativa melhor sem precisar ficar “chutando”?

Dessa forma, o professor desafia os alunos, tentando “garantir que os alunos se sintam motivados para a atividade a realizar” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 47). Podemos afirmar que os estudantes já estavam bem envolvidos com a tarefa, uma vez que as estratégias utilizadas para despertar o interesse deles foram bem recebidas. A contação da Lenda do Corvo e do Escudeiro, apesar da dificuldade em começar, propiciou o envolvimento de grande parte dos discentes, os quais até compartilharam suas experiências, ao fim da fala do professor. Além disso, outro momento da aula que fez com que o interesse dos alunos continuasse: foi quando pediu para que estimassem a quantidade de pontinhos e retas nas figuras apresentadas.

Um dos grandes desafios em se propor trabalhar em um ambiente de aprendizagem diferente do paradigma do exercício, dentre outros, é o de manter a tarefa interessante aos alunos. Nos termos de Alrø e Skovsmose (2010) é o de ter o aceite ao convite. O professor deve se preocupar com o envolvimento da turma do início ao fim da tarefa, e isso não é fácil de se conseguir. Continuaremos com a narrativa, porque há muito o que se contar ainda.

Depois da pergunta, o professor Marquinhos pediu, ainda, que os alunos pensassem e escrevessem sobre as estratégias. Assim, quem conseguisse pensar em algo bacana, poderia usar tal estratégia para calcular os problemas sugeridos pelos cartazes. Após alguns minutos, convida os alunos para conversar sobre o que encontraram. Duas estratégias chamaram atenção: a do Jorge e a do Kleber.

Jorge começa a explicar sua estratégia. Segundo ele, os quadradinhos têm, em sua maioria, algo em torno de três ou quatro pontinhos. Além disso, existem dez quadradinhos em cada coluna. Sendo assim, sua estratégia consiste em considerar que cinco desses quadradinhos tem três pontinhos cada e que os outros cinco possuem quatro pontinhos. Dessa forma, soma-se o produto de cinco vezes quatro e o produto de cinco vezes três.

De início, Jorge conseguiu explicar apenas essa parte da estratégia. Marquinhos, percebendo a potencialidade dela e tentando entender melhor a perspectiva do garoto, reformula a ideia e, com a ajuda dos outros colegas, a desenvolve, uma vez que, até então, chegou-se apenas na quantidade de pontinhos por coluna. Nesse sentido, Kleber, que olhava atento para a estratégia do colega, sugere que multiplique o resultado da soma anterior, 35, com a quantidade de colunas da figura, 12, chegando, assim, a 420 pontinhos.

Kleber também apresenta sua ideia, que consiste em multiplicar a quantidade de quadradinhos por coluna, 10, pela quantidade de colunas, 12. O resultado, 120, deve ser, segundo Kleber, multiplicado por três. Questionado pelo professor sobre o porquê de multiplicar por três, Kleber responde: “Porque alguns têm três pontinhos, outros tem quatro e eu decidi pegar por três”. Dessa forma, após multiplicar, obtém-se a conclusão de que existem 360 pontinhos.

Inicialmente, pensamos que o Kleber havia trabalhado algo relacionado com o conceito de média aritmética. Mas, quando Marquinhos pediu para que ele explicasse sua estratégia para a turma outra vez e perguntou sobre o motivo de ter multiplicado por três, Kleber respondeu que o fez porque a maioria dos quadradinhos tem três pontinhos, ou seja, ele usou o que

chamamos de moda, tomando como referência a quantidade que mais se repete, no caso, três. Cabe ressaltar que nenhum desses conceitos havia sido trabalhado com essa turma ainda.

Em seguida, Marquinhos contou aos alunos como profissionais estimam a quantidade de pessoas em determinados eventos, como grandes manifestações nas ruas. Para isso, relacionou com o problema envolvendo a quantidade de pontinhos (Figura 12). Diferente das estratégias utilizada pelos alunos, Marquinhos contou a quantidade de pontinhos agrupados em um conjunto de quatro quadradinhos, como indica o quadrado de margem azul da Figura 12, e multiplicou pela quantidade desses quadrados (formados por quatro quadradinhos) na figura.

Para resolver o problema da Figura 11, Marquinhos não consultou os alunos sobre suas estratégias, apenas apresentou-lhes como resolveu. Em sua resolução, dividiu o segmento de reta vermelha em seis partes e contou a quantidade de retas oblíquas que cortava uma delas. Nesse caso, obteve a quantidade de dez retas oblíquas em cada uma. Logo, multiplicou dez por seis (quantidade de partes em que a reta vermelha foi dividida), estimando a quantidade de sessenta retas oblíquas.

Ué! Mas, e os alunos? Alguns olharam atentos à resolução do professor, outros, a maioria, tratavam de assuntos distintos com os colegas ao lado. Ver o professor dissertar sobre como resolveu o problema da quantidade de retas parecia não ser interessante aos alunos. Podemos afirmar que houve uma quebra no formato que a aula vinha acontecendo, com os alunos participando ativamente a partir de desafios propostos pelo professor. Quando este assumiu o papel de expositor, dissertando aos alunos seu entendimento sobre como resolver a tarefa, dificultou que eles, com os materiais oferecidos, produzissem compreensão sobre o objeto de estudo (FREIRE, 2016).

A exploração das estratégias elaboradas pelos alunos tanto para a primeira situação quanto pela segunda seria muito rica, pensando na possibilidade de exploração, discussão com os colegas, raciocínio matemático etc. que a tarefa proporciona. No entanto, estávamos em meados do mês de junho, fim do segundo bimestre. Esse período é bem intenso para os professores e, em consequência, para os alunos, pois é época de fechamento de notas. Para os alunos: atividades avaliativas em todas as disciplinas. Para os professores: atividades avaliativas em todas as turmas. Tudo isso sob a pressão curricular.

Não quero aqui dizer que devemos, por conta desses fatores, deixar de experimentar outros ambientes de aprendizagem. Quero, porém, ressaltar que a prática de sala de aula envolve diversos fatores, sobretudo externos, como o currículo, por exemplo. Temos, enquanto

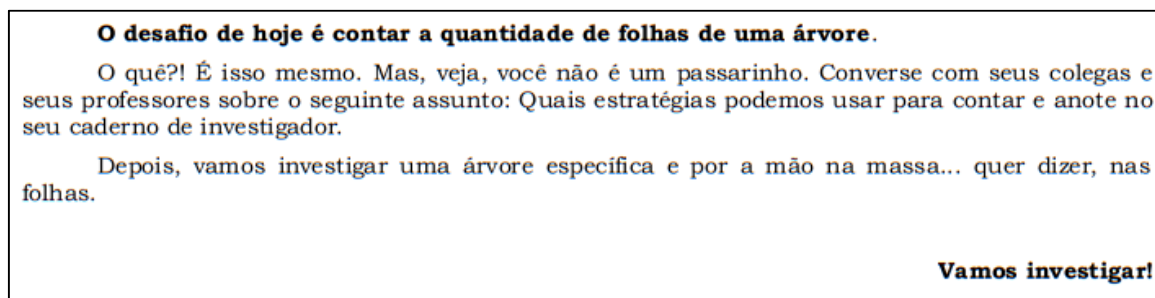
profissionais da educação submetidos a normas institucionais e curriculares, obrigações a cumprir. Dentre outras, precisamos concluir determinados conteúdos em espaços de tempo bem delimitados. Isso, obviamente, dificulta a possibilidade de se trabalhar tarefas que demandam maior tempo de planejamento e de desenvolvimento em sala.

Nesse sentido, entendemos com Arnaus (1999), citada por D’Ambrósio e Lopes (2015, p. 6), que “os professores têm de tolerar um alto nível de ambiguidade, incerteza e complexidade para levar a cabo a condução de um grupo em um tempo determinado e com a pressão de satisfazer demandas institucionais e sociais”. No caso específico da nossa pesquisa, em que os professores já se mostraram subversivos responsáveis ao propor uma nova estratégia para o ensino de matemática no âmbito do CEPAE, a pressão curricular parece ser um fator que ainda os incomoda e, por isso, dificulta o desenvolvimento do projeto.

Continuando a história, vamos lembrar como foi a tarefa até agora. Primeiro, o professor contou aos alunos a Lenda do Corvo e do Escudeiro e, em seguida, ocorreu o compartilhamento de experiências com animais que “sabiam contar”. Posteriormente, convidou os alunos a usarem o senso numérico para estimar a quantidade de bolinhas e retas que existiam em duas figuras diferentes. Depois, ainda sobre as mesmas figuras, deveriam elaborar estratégias para apontar uma estimativa mais próxima da realidade e compartilhar com a turma.

O ápice da tarefa acontece em seguida. Marquinhos pediu para que os alunos retomassem a leitura do trecho da folha (Figura 13) que entregara no início da aula e destaca: *O desafio de hoje é contar a quantidade de folhas de uma árvore.*

Figura 13 - O Senso numérico dos bichos



Fonte: Acervo dos professores envolvidos com o projeto do sexto ano

Marquinhos pede para que os alunos peguem os cadernos e, individualmente, elaborem um plano de resolução. Nesse plano, os alunos deveriam: i) fazer esquemas e desenhos; ii) escrever ideias, estratégias, procedimentos; iii) elaborar uma sequência de ações.

Como restava algo em torno de vinte minutos para o fim da aula, o professor Marquinhos logo pediu para que os alunos explicassem suas estratégias. Uma das alunas, Roberta, contou que pretendia contar as folhas da árvore, uma por uma, tanto as secas, quanto as verdes. Kleber, por outro lado, pretendia conferir a quantidade de galhos e o número de folhas por galho, para que pudesse multiplicar e encontrar o valor aproximado de folhas na árvore. Ele ainda deu um exemplo: Suponha que a árvore tenha cinquenta galhos, então basta multiplicar a quantidade de folhas de um galho pela quantidade de galhos.

Marcelo, outro aluno, pensou em uma estratégia um pouco mais sofisticada. Segundo sua ideia, era preciso pegar dois galhos e conferir se possuía uma quantidade aproximada de folhas. Ciente de que existem galhos distintos com diferentes quantidades de folhas cada um, uma das alunas reafirmou que se deve pegar um número aproximado que possa representar a quantidade de folhas de ambos galhos.

Entendemos que os alunos estavam pensando, novamente, em um número médio. A fala do Marcelo sugeriu que ele pretendia fazer algo parecido com isso. Ele entendeu que, pegando a quantidade de dois galhos, o número pode ser mais próximo do que se pegar apenas de uma, como sugere Kleber.

Após outras sugestões, como a de “chutar” a quantidade de folhas, Marquinhos levou os alunos para conhecer duas árvores, Mamute³⁰ 1 (um ipê) e Mamute 2 (um cajueiro). Por causa do tempo, não foi possível os alunos iniciarem as investigações, apenas conheceram as árvores nesse dia.

Como vamos contar as folhas?

Na outra semana, a aula se inicia com uma rápida conversa no laboratório, lembrando o último encontro e ressaltando o desafio de “fazer uma estimativa sobre a quantidade de folhas em uma árvore”. Marquinhos pede para que os alunos contem para ele as estratégias elaboradas para fazer a investigação. Rubens começa a explicar um modo de fazer a contagem das folhas, mas Kleber diz que essa foi a mesma estratégia elaborada por ele, na última aula. Então, Marquinhos pede que Kleber a explique novamente.

³⁰ Mamute? Pois é, também achei estranho. O professor disse que esse foi o nome dado pelos alunos do sexto ano do ano anterior, que, ao desenvolver essa tarefa, deram esses nomes às árvores. Por que não sugerir, então, que esses alunos agora nomeassem as árvores? Também não sei porque isso não ocorreu.

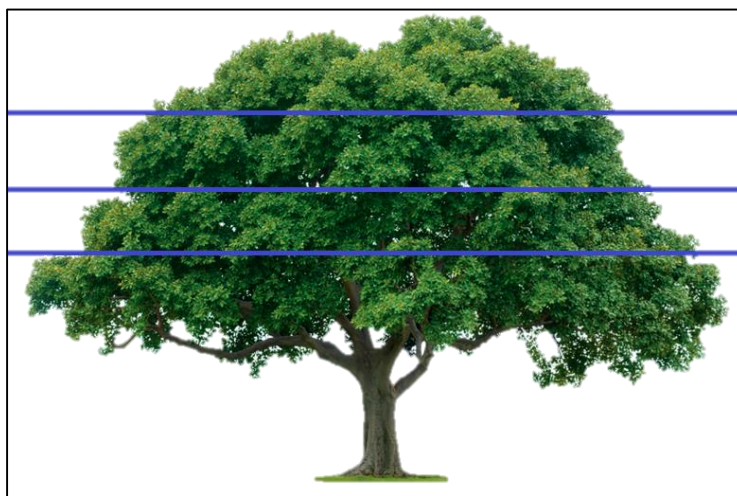
Kleber inicia sua explicação dando um exemplo, em que uma árvore tem quinze galhos e, em cada galho, tem quinhentas folhas, então basta multiplicar quinze por quinhentos e chegar-se-á à quantidade de folhas da árvore. Mas reafirma que esse é um valor aproximado.

Marcelo também explica sua estratégia comentada na última aula. De acordo com o plano dele, para chegar a um resultado mais próximo do real, deve-se pegar a quantidade de folhas de dois galhos e utilizar um número que seja próximo a eles. Marquinhos, tentando explorar melhor o que o Marcelo estava tentando dizer, supõe uma situação em que em uma árvore, um galho tenha cem folhas e outro tenha cento e cinquenta. O garoto reafirma que se deve pegar um número que seja próximo aos dois valores. Nesse caso, com ajuda dos colegas, afirma que pegaria o número cento e vinte e cinco como representante da quantidade de folhas por galho dessa árvore, apresentando, assim, um valor que indica a média aritmética entre cem e cento e cinquenta, apesar de não terem trabalhado este conceito formalmente.

É possível perceber com frequência as interferências do professor no sentido de apoiar o trabalho dos alunos (PONTE; BROCARD; OLIVERIA, 2013), colocando questões que propiciam um melhor esclarecimento ou reformulação da ideia apresentada, supondo situações para que sejam exemplificadas ideias importantes. É importante destacar, ainda, o esforço do professor em possibilitar momentos para que a participação dos alunos fosse democrática e que fosse possível a participação de todos, seja na apresentação das suas ideias ou nas discussões sobre o que um colega ou grupo apresentava.

Continuando com as estratégias elaboradas pelos alunos, Wagner pensou em dividir a árvore em camadas. Segundo ele, uma árvore tem mais folhas na parte inferior e essa quantidade vai diminuindo na medida em que fica mais alta. Para fazer a contagem, ele pretende ver a quantidade de folhas na primeira camada, a inferior, e diminuir um valor, ainda desconhecido, dessa quantidade para se chegar ao número de folhas da camada imediatamente superior a primeira. Algo similar ao que ilustra a figura 14.

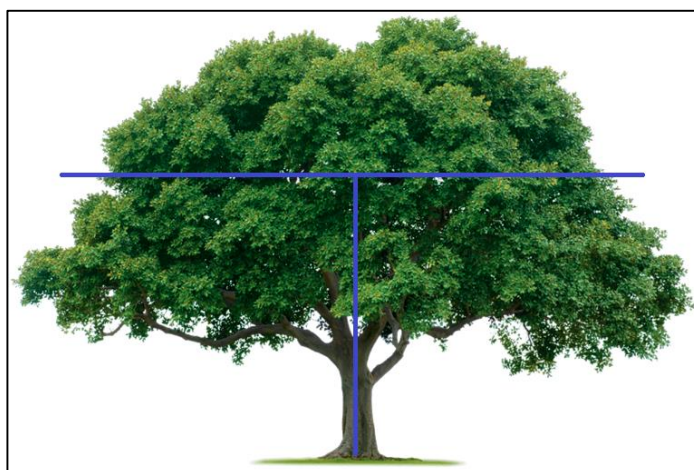
Figura 14 - Representação, criada pelo autor, que ilustra a estratégia do Wagner



Fonte: Imagem da árvore: <whashingtontimes.com>. Adaptada pelo autor.

Geovana também pensou em dividir a árvore, mas em partes. Ela afirma que terá galhos iguais e diferentes, então sugere que se divida a árvore em três partes: de cima, da esquerda e da direita. Pode ser que, nessas partes, os galhos sejam mais semelhantes e, dessa forma, se consiga chegar a um resultado mais fiel à realidade. Algo similar ao que indica a figura 15.

Figura 15 - Representação, criada pelo autor, que ilustra a estratégia da Geovana



Fonte: Imagem da árvore: <whashingtontimes.com>. Adaptada pelo autor.

Antes de ir com os alunos para o campo investigar as árvores, o professor Marquinhos lembra que, ao chegar lá, pode ser que o plano elaborado não consiga responder à pergunta inicial, então poderiam reelaborá-lo caso entendessem que fosse necessário. Além disso, dividiu a turma em grupos com a ajuda de um aplicativo do celular do prof. Renato. Em sua divisão, ficaram organizados dez grupos com três alunos cada.

Logo em seguida, fomos a caminho das árvores. Naquele dia, nosso laboratório seria ao ar livre e os alunos estavam amando a ideia, empolgadíssimos.

Jorge e eu

Já no quintal da escola, sob a Mamute 1, um jovem ipê esperando a primavera para florir, me aproximo do Jorge, que estava concentrado elaborando sua estratégia.

Eu: O que você fez, Jorge?

Jorge: Ah não! Eu fiz tudo errado.

Eu: E quem é que está certo? (Filosofando)

Fiz essa pergunta reforçando uma ideia oposta ao absolutismo burocrático que, como afirmam Alrø e Skovsmose (2010, p. 22), “vem à tona quando os erros (dos alunos) são tratados como absolutos”. Por isso, pedi apenas que Jorge me apresentasse o que estava investigando e em quais resultados já havia chegado. Queria entender sua perspectiva em relação à situação. Obviamente, não era minha intenção dizer que qualquer resposta serviria para a situação proposta, mas de investigar os processos percorridos pelo aluno até chegar ao resultado.

Em seguida, Jorge me mostrou um galho da árvore que, ao observar, percebeu que se dividia em três galhos menores – ou possuía três bifurcações, como ele dizia. Enquanto me mostrava o galho, lembrou o que um colega disse no laboratório sobre as árvores terem camadas. Então o questionei, tentando entender sua perspectiva e, em seguida, a desafiando:

Eu: Como assim camadas?

Jorge: Camadas, uai! Árvore tem camadas. Ali [apontando para a árvore]! Tem uma, duas, três, quatro.

Eu: Mas será que a quantidade de folhas em cada galho é diferente por causa das camadas?

Jorge: É! Lógico que é! A camada vai fechando.

Nesse momento, Jorge e eu temos perspectivas diferentes sobre a situação-problema. E essa diferença de perspectivas foi o pano de fundo da comunicação que se seguiu. Ele, influenciado pela perspectiva do Wagner, acreditava que a quantidade de folhas dos galhos diminuía de acordo com camadas, enquanto eu percebo que a quantidade de folhas por galhos não sofre alterações por camadas, mas a disposição dos galhos, mais horizontais ou mais verticais, dá essa sensação.

Nossa perspectiva, como deixamos explícita, não é a mesma, ou seja, não a compartilhamos. No entanto, ao fazer perguntas para que Jorge explicasse sua ideia, mesmo que de forma inconsciente, eu estava tentando fazer com que minha perspectiva prevalecesse sobre a dele. Então, no lugar de dizer “Está errado!”, “Não é assim!”, busquei desafiar sua perspectiva a partir de uma observação sobre os galhos da árvore. Observamos dois galhos distintos da árvore, um mais baixo e outro mais alto.

Eu: Olha lá! Vamos pegar um [galho] de cima. Aquele galho ali! Na sua ideia, ele tem menos folhas do que esse galho aqui [de baixo]?

Jorge: Sim!

Eu: Será?

Jorge: Não. Assim...

Ao ver os galhos, e depois da pergunta “Será?”, Jorge fica em dúvida quanto à ideia que apresentara sobre os galhos da parte inferior ter mais folhas que a parte superior da árvore. Podemos afirmar que sua perspectiva ficou abalada. Talvez por Jorge perceber uma fragilidade na ideia inicial, ou pela minha desconfiança sobre sua afirmação, pois, como acontecia durante o “Carrinho Vrum Vrum”, a insistência do professor em uma pergunta faz com que o aluno perceba que sua resposta não foi satisfatória, fazendo com que ele a reformule ou comece a tentar adivinhar o que o professor espera ouvir.

Eu: Pensando nesse galho aqui. Você falou de camadas, né? Pensa nesse galho aqui. Está vendo o jeito que ele está? Está bem reto, não está?

Jorge: Está bem para lá, né? Está reto para lá.

Esse galho se posicionava na parte inferior da árvore e estava disposto de forma quase horizontal. Por esse motivo, dizemos, gesticulando, que o galho estava “reto”.

Eu: Vamos ver aquele lá de trás. Mais ou menos do tamanho desse. Aquele ali em cima, olha! Está vendo? É mais ou menos do tamanho dele, não é?

Jorge: Arram!

Eu: Você acha que tem mais ou menos folhas?

Jorge: Acho que tem...

Eu: Será que eles são muito diferentes?

Jorge: Não! Não são não, porque aquele lá o galho dele está para cima.

Após observarmos os galhos, Jorge percebeu que a quantidade de folhas por galhos pouco variava. O que dava a impressão de os galhos da parte superior terem menos folhas era sua disposição ao longo da árvore, sendo que os que se encontravam na parte inferior, estavam de forma mais horizontal, enquanto os da superior, vertical.

Dessa forma, começamos, Jorge e eu, a compartilhar a mesma perspectiva sobre a quantidade de folhas em cada galho: não alteram significativamente em relação às camadas da árvore. Chegamos a isso sem que fosse necessário dizer que Jorge estava errado, assumindo, caso fizesse, uma postura absolutista em relação ao erro. No entanto, a insistência em perguntas que procuravam desafiar sua perspectiva pode ser vista como uma tentativa de lhe dizer que o que apresentara não estava correto, pois, caso estivesse, não haveria tal insistência. Pode ser essa a ideia que Jorge e os demais alunos tinham perante os questionamentos do professor.

Por outro lado, podemos fazer outra análise: Jorge não estava bem envolvido com a investigação quando o encontrei. Estava fazendo, mas desacreditado. Sua fala “Está tudo errado!” pode representar bem essa ideia. Nesse sentido, as perguntas que fiz podem ser entendidas como uma tentativa de incitá-lo à investigação para que pudesse, a partir delas, compreender melhor o objeto de estudo sem que, para isso, eu dissertasse o meu entendimento sobre a situação (FREIRE, 2016).

Seguindo o mesmo raciocínio, podemos argumentar que perguntas desse tipo têm o intuito de manter o aluno na investigação e apoiá-lo, visto que uma das formas do professor conceder apoio é por meio de “questões mais ou menos diretas” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 52) e, como os diálogos mostram, parece ter dado certo, pois Jorge se envolveu mais na tarefa. Inclusive, ficou mais animado em continuar a investigação, pois, quando pegou seu caderno para continuar os cálculos, me disse que estava fazendo certo, pois ainda não tinha considerado a diferença das camadas da árvore.

Segundo os dados levantados por ele, havia vinte e quatro (24) galhos maiores, diretamente ligados ao tronco, que se dividiam em três (3) galhos menores cada um. Por isso mesmo, ele já havia multiplicado 24 por 3, chegando ao resultado de setenta e dois (72) galhos menores.

Por conta da quantidade de galhos, pedi ao Jorge que fosse me mostrando na árvore quais eram os galhos correspondentes aos valores que chegávamos para não nos perder, durante os cálculos. Assim, fizemos com um dos 24 galhos maiores e com um dos 72 galhos menores. De acordo com os cálculos já realizados por Jorge, o próximo passo era multiplicar por três e, assim, chegaríamos à resposta final com o número de folhas da árvore, o que percebemos que era um equívoco, pois ainda havia outras bifurcações nos galhos antes das folhas.

- Eu: Ok! Então esse daqui é do 72?
- Jorge: Isso!
- Eu: E esse aqui se divide em 3?
- Jorge: É. Porque são esses galhinhos que vão direto para a folha.
- Eu: Vamos ver quantos [galhos menores] tem esse [galho] aqui. Um, dois [galhos]. E, desses dois, esse aqui se dividiu em um, dois, três [galhos ainda menores].
- Jorge: Ah! Eu vou ter que multiplicar bem mais.

Em suas contas iniciais, Jorge multiplicou 72 vezes 3, e o resultado, 216, vezes 3 novamente, totalizando, segundo suas contas, 648 folhas. No entanto, ao observar os galhos de forma mais atenciosa, percebemos que após 72, deveríamos multiplicar por 2, pois cada um desses galhos se dividia em outros dois menores.

Nesse trecho da conversa, aparentemente estamos trabalhando em cooperação, pois estamos, juntos, tentando compreender a situação para definirmos os próximos passos da investigação. No entanto, ao mesmo tempo, estou avaliando suas contas, buscando entender o que fez em cada uma delas, não necessariamente se estavam corretas, mas o que significavam. Nesse momento, não estávamos questionando a estratégia, pois seguíamos com a mesma, mas identificamos apenas um equívoco ao afirmar que, ao multiplicar por 3, chegaríamos à quantidade de folhas, enquanto que, na verdade, o resultado representaria apenas outros galhos menores.

- Jorge: Ah! Aqui deu 216. E está errado?
- Eu: Você acha? Assim, a gente só viu nesse [galho]. Vamos ver em outro? Esse aqui é [do tamanho dos galhos] do 72. Agora vamos ver esse aqui, que é do 72 também, né? Ele se dividiu em 2 [galhos]. E cada um dos dois se dividiu em um, dois, três [galhos].
- Jorge: Uuuuh!! Está certo!

Eu: Não. Mas espera aí!

(Ele deu uma risadinha)

Eu: Cada galhinho desse, do 72, dividiu em quantos?

Jorge: Em 3.

Eu: Em 3? Olha esse aqui. Ele se dividiu em um, dois. E cada um desses dois se dividiu em 3 depois.

Jorge: Ishh! São só dois.

Eu: Eles se dividem em dois primeiro, né?

Jorge: É verdade.

Eu: Será que são todos assim? Vamos ver esse aqui, ó! Esse aqui é do 72, né? Um, dois.

Jorge: É verdade.

Novamente, a insistência em uma pergunta demonstra que a resposta dada não está de acordo com o que o professor esperava e Jorge entende muito bem isso, perceptível a partir da sua risadinha. Primeiro, ele diz: “Uuuuh! Está certo!” e, quando questiono, sua risada parece dizer: “Uuuuh! Está certo não!”.

Em seguida, sigo com o jogo-de-perguntas, tentando “guiar” Jorge por caminhos que eu queria que percorresse. Ele parece entender e concorda comigo. Ou entendeu que o galho se dividia em dois outros, ou entendeu que era melhor concordar com o professor, porque aparentemente iria continuar com aquelas perguntas até chegar onde queria.

Depois disso, Jorge foi refazer seus cálculos.

Jorge: Deu 144. Aí eu multiplico por 3, não é? 432, Marcos. Aqui: 72 vezes 2, 144 vezes 3, 432.

Eu: O que? 432 o quê? Folhas?

Jorge: Não. Acho que não.

Eu: Galhinhos menores então?

Jorge: É. Aqui, olha! É esses aqui, ó! Um, dois, três. Certo? Ai agora tem que multiplicar mais três para ver a quantidade de folhas.

Eu: Não. A gente chegou nesse galhinho aqui.

Jorge: É.

Eu: Mas cada galhinho desse tem três folhas?

Jorge: Não... Ah! A gente chegou nesse galhinho ainda??

Eu: Foi, uai. Porque olha aqui: um, dois. Aí multiplicou por 3. Um, dois, três. Três o que?

Jorge: São três galhinhos desse pequenininho. Ai dentro desse ainda tem... Um...

Eu: Pega esse aqui, olha. Está mais fácil. Deixa que eu seguro [o caderno] para você. Vai lá. Pode soltar.

Jorge: Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito...

Eu: Olha a gente chegou nesse galhinho aqui, né?

Jorge: Foi. A gente chegou nesse galhinho. Agora a gente está contando esse aqui. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito. Dezoito.

Eu: Não, não, não...

Jorge: É! Tá certo, Marcos.

Eu: Não. A gente chegou em 432 galhinhos desse tamanho, olha. Desse galhinho.

Jorge: Ah, não!

Eu: Só desse galhinho. 432 desse tamanho.

Jorge: Hunrrum.

Eu: Aí, agora, isso aqui se divide em quê?

Jorge: Divide em três, uai. Olha: um, dois, três.

Eu: Espera ai, ó! Tem um aqui...

Jorge: É verdade.

Eu: Dois, três, quatro, cinco, seis. E cada bichinho desse tem três folhas. Olha, está chegando perto. Então cada bichinho desse dividiu em um, dois, três, quatro, cinco, seis. Vamos ver esse aqui: um, dois, três, quatro, cinco, seis. Olha esse galhinho aqui deu seis. Vamos ver esse. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete.

Jorge: É. Praticamente seis, né? Então eu posso pegar 432 vezes três? Vezes seis?

Eu: Mais ou menos, não é?

Jorge: É.

Nesse momento, já havia me envolvido na investigação com o Jorge, éramos uma equipe. Eu o acompanhava na observação das folhas e dos galhos para que não cometesse equívocos nos cálculos, demonstrando, portanto, uma predisposição para manifestar meu raciocínio matemático perante os alunos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

No entanto, me questiono: estávamos compartilhando a mesma perspectiva? Aparentemente, sim. Pois queríamos descobrir a quantidade de folhas do jovem ipê e concordávamos que a melhor estratégia era observar e multiplicar a quantidade de bifurcações existentes nos galhos até se chegar nas folhas. Como disse anteriormente, estava cuidando, com o Jorge, para que não nos equivocássemos em relação a identificar até qual tamanho de galho já havíamos multiplicado.

Após algum tempo, Jorge exclama um resultado:

Jorge: 992, Marcos!

Achando estranho aquele resultado, olhei suas contas e o questionei:

Eu: Seis vezes quatro é quanto?

Jorge: Não. Seis vezes dois.

Eu: Seis vezes dois?

Jorge: Doze.

Eu: Seis vezes três? Dezoito, com um, dezenove.

Jorge: Hunrrum.

Eu: Seis vezes quatro?

Jorge: Ah! É seis vezes quatro. Eu confundi com quatro vezes dois.

Eu poderia ter lhe falado que suas contas estavam erradas, enfatizando um papel de autoridade atribuída a mim naquele momento, o que seria característico em um ambiente absolutista (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), mas, no lugar disso, o acompanhei em seu algoritmo até que ele percebesse que houve uma confusão enquanto fazia uma multiplicação.

Eu: Cuidado com essas contas. Tem que conferir as contas.

Jorge: Não, é que eu confundi com dois vezes quatro. Seis vezes quatro, vinte e quatro. 2592.

Eu: O que?

Jorge: Galhinhos desse tamanho aqui.

Neste instante, olhamos um para o outro e rimos muito, porque já havíamos feito muitas contas e até aquele momento ainda não era a quantidade de folhas.

Eu: E cada galhinho desse tem quantas folhas?

Jorge: Três.

Eu: Estou achando pouco.

Jorge: Ah, não!

Eu: Estou achando muito pouquinho.

Jorge: Espera aí. Deixa eu falar com o meu grupo.

Eu: Quem é seu grupo? Tem que ver se o grupo concorda com o que você está fazendo.

Deixei o gravador com o Joaquim, que é integrante do grupo do Jorge, enquanto eles falavam sobre o que havíamos feito.

Jorge: Ou! O negócio que eu tinha lhe falado deu certo. Era isso que eu fiz com o Marcos.

Joaquim sugere que eles fossem para outro lugar do jardim do CEPAE para falarem sobre a atividade. Enquanto iam, Jorge, empolgado, explicava ao colega o que fizera comigo.

Jorge: Aqui! Você está vendo que tem quatro camadas, né? Só que aí, olha, esses galhos aqui debaixo vão para os lados, e aqueles de cima vão para cima, entendeu? Aí vai dar a mesma quantidade, entendeu? Aí você vem aqui, e eu fui lá, peguei aqueles galhos grandão [sic]. Eu peguei esse daqui, não foi, Marcos? Foi esse daqui, um, dois, três, quatro. Aí eu peguei quatro vezes quatro, vinte e quatro. 24 galhos desse tamanho. Desse tamanho. Aí eles fazem duas bifurcações. Aí 24... Eles fazem 3 bifurcações. 24 vezes 3, 72. Que são esses galhos... Vixe Maria... São esses galhos aqui. Daquele tamanho ali. Aí, dentro desses 72, são duas bifurcações, que dá 144, que são esses galhinhos bem pequeninhos aqui, sabe? Aí, depois, 144 vezes 3. Não. Esses aqui são as contas das bifurcações.

Vezes 3, que são os 3 que tem dentro desses 144, 432. Aí 432 vezes 6, que são esses galhinhos aqui. Tá vendo aqui? Esses galhinhos. Tem 6 deles em cada bifurcação. Aí vezes 6, 2592. Vezes 3, que é o total de folhas, dá 7776. Tá certo?

Joaquim concordou, mas, como a aula já estava acabando, sugeri a Jorge que registrasse todas essas informações para podermos organizar, posteriormente, e apresentar à turma no laboratório. Em seguida, o professor Renato encerrou a aula e a turma, animada, correu para o recreio.

E aí? Quantas folhas tem a árvore?

Na semana seguinte, retornamos ao jardim para que os alunos continuassem suas investigações, mas como a maioria havia se envolvido na semana anterior, ficamos pouco tempo sob as árvores e retornamos ao laboratório. Chegando lá, o professor anuncia a entrega dos materiais para os grupos prepararem as apresentações sobre suas estratégias e resultados da investigação realizada a respeito das árvores.

O primeiro grupo a apresentar era formado pelos alunos Antônio, Rui e Marcelo. Após o professor Marquinhos conseguir o silêncio da turma, Antônio inicia apresentando o grupo, que, segundo ele, chama-se “os argentinos”. Em seguida, Rui apresenta algumas informações necessárias para se entender a estratégia e os resultados do grupo:

Rui: Na árvore, tem aproximadamente cinquenta galhos. Na árvore, tem entre vinte e três e cinquenta folhas em cada galho.

Marcelo: Então o que a gente fez? A gente fez cinquenta vezes vinte e três, e deu mil trezentos e cinquenta. Aí, na segunda conta a gente fez cinquenta vezes cinquenta, que deu dois mil e quinhentos. Aí na primeira o vinte e três é o número de folhas que tem no menor galho, e o cinquenta são os galhos. Na segunda, cinquenta são as folhas do maior galho, e [o outro] cinquenta é o número de galhos. Aí a árvore tem entre mil trezentos e cinquenta (1350) e duas mil e quinhentas folhas (2500).

Após a explicação do grupo, Marquinhos pede palmas e abre espaço a perguntas. Jorge é o primeiro a levantar a mão.

Jorge: Como vocês souberam que tinham cinquenta galhos? Vocês contaram?

Marcelo: Eu contei! Deu aproximadamente cinquenta galhos. Aí, no menor galho deu vinte e três, e, no maior, cinquenta folhas.

Jorge não se contenta com o uso de números e a realização de contas sem uma justificativa. Para sua investigação, como vimos, ele contou galhos de diferentes tamanhos e viu a complexidade que foi trabalhar com uma árvore real. É possível, também, que este aluno tenha se apropriado da ideia de investigação e, por isso, sente a necessidade de argumentação sobre cada resposta dada ou informação utilizada, fazendo com que o grupo justifique suas conjecturas (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013).

Kleber: Qual é o total mesmo?

Marcelo: Da primeira é 1350 e da segunda, 2500. Aí, a resposta é entre 1350 e 2500 folhas.

Olha o Kleber querendo *a resposta*. Desde a primeira investigação realizada no laboratório, este aluno busca por respostas únicas. Nesse caso, percebemos que ele não procura com tamanha intensidade como noutrora a resposta correta, mas é possível identificar indícios de um incômodo, quando grupos apresentam possibilidades de respostas e não *a resposta*.

Este grupo, em específico, dada a complexidade em se contar as folhas de uma árvore e chegar a um resultado, optaram por contar a quantidade total de galhos e, ao fazerem isso, perceberam a diferença entre o tamanho de cada galho e o número de folhas em cada um. Uma solução para esse impasse, então, foi o de escolher um galho pequeno, contar suas folhas e registrar. Fizeram, também, o mesmo com o maior galho que identificaram. Realizaram, em seguida, o cálculo supondo que todos os galhos tinham a mesma quantidade de folhas do menor que identificaram, e chegaram em 1350. Posterior a isso, fizeram o mesmo com o galho maior, e chegaram em 2500 folhas. Se fizeram a conta com a menor quantidade de folhas possíveis em cada galho e, também, com a maior, então o grupo concluiu que a quantidade exata só poderia estar entre os valores que apresentaram.

Em seguida o professor Marquinhos disse:

Prof. Marquinhos: Vamos pegar o número máximo de folhas. E vocês [direcionando-se à turma] acham que o cajueiro [Mamute 2] tem 2500 folhas? Tá bom esse número?

Clarisse: Eu acho que vocês estão em um resultado aproximado e correto, porque, quando a gente foi fazer dessa árvore, olhamos para ela e, realmente, acho que ela não tem tantas

folhas, então eu acho que pode ser 2500, aproximadamente.

O professor tenta, frequentemente, promover discussões a respeito da validade das argumentações, resultados e conjecturas. Dessa forma, o papel de avaliador não se restringe ao docente, mas é compartilhado com os alunos, que fazem perguntas, quando julgam necessário e parabenizam, quando percebem a qualidade do trabalho realizado pelos colegas.

Esse grupo, em específico, apresentou uma estratégia original e inesperada pela turma e pelos professores, mas bem argumentada sobre o porquê de cada um dos cálculos realizados e na possibilidade de a quantidade exata de folhas da árvore estar dentro do intervalo ora apresentado. Seus colegas, percebendo a consistência das argumentações e dos cálculos, os parabenizam.

Por conta do tempo que duraram as apresentações, optamos, na narrativa dessa tarefa, analisar apenas duas que, em nosso entendimento, nos fornece bons elementos para compreender melhor o ambiente que se formou no laboratório e perceber qual era a atitude dos alunos, após terem contato ao longo do semestre com diferentes tarefas que exigiam participação ativa e eram desenvolvidas seguindo os momentos: *O que é para ser investigado?*; *Vamos testar nossa ideia!*; e *Vamos ouvir o grupo!* (GONÇALVES JÚNIOR; ROCHA; MORAES, 2017). O primeiro, narrado na subseção anterior, teve o intuito de destacar como a turma se comportou perante um grupo que apresentou dados consistentes e boa argumentação. Agora narro outra apresentação com características diferentes. Vamos para a próxima?

Vocês têm que contar o que fizeram para chegar no número

A tarefa “O Senso Numérico dos Bichos” durou um tempo maior do que o esperado, talvez por envolver mais de um momento de investigação: a estimativa da quantidade e de bolinas e retas nas figuras apresentadas no início da tarefa; e a estimativa da quantidade de folhas em duas árvores diferentes. Por essa razão, o primeiro semestre letivo se encerrou com a apresentação de apenas um grupo – o da narrativa anterior. Os professores concordaram, então, que a continuidade das atividades seria retomada em agosto. Dessa forma, a narrativa que segue, a partir de agora, já são referentes a momentos realizados em meados de agosto.

O grupo que iniciou as apresentações no mês da flor do ipê³¹ era formado por Diego, Bernardo e Rafael. Eles se dirigiram à lousa e apresentaram suas conclusões.

- Bernardo: Nós concluimos que nossa estimativa é 9600 folhas. Existem 60 galhos e, em cada um, tem 80 folhas.
- Yasmin: Essa é qual árvore?
- Bernardo: Mamute 2 [o cajueiro].
- Kleber: Espera aí. Quantas são as folhas dela mesmo, que vocês falaram?
- Diego: 9600.
- Prof. Marquinhos: Grupo, vocês têm que contar o que vocês fizeram para chegar no número. O que vocês contaram, como contaram, o que fizeram...
- Rafael: A gente foi contando os galhos e contando as folhas.
- Bernardo: Aí tivemos a estimativa de 60 galhos com 80 folhas. Então nós multiplicamos os 60 galhos por 80 folhas. E deu 9600.
- Kleber: Vocês multiplicaram? E vocês foram contando os galhos?
- Jorge: Moço, eles só multiplicaram 60 vezes 80. Só isso.
- Prof. Marquinhos: Mas ele quer saber como eles chegaram nesses números.
- Kleber: Vocês contaram os galhos? Foram contando um, dois, três?
- Bernardo: A gente fez uma estimativa lá.
- Eva: E no total deu 9600?
- Pedro: E como vocês chegaram na estimativa de 80 folhas em um galho?
- Kleber: Contando. Eles contaram um, dois, três...
- Prof. Marquinhos: Não, mas espera aí. Deixa o grupo falar. Isso é importante. A pergunta deles é interessante. Por que 80, e não 90, não 60? Por que 80?

³¹ Agosto é o mês em que o cerrado, maltratado pelo longo período de estiagem (geralmente começa em maio), faz arte: em contraste com o cinza dos galhos secos da maioria das árvores, surgem flores de cores vivas e fortes nas árvores altas e sem folhas, os Ipês. Nessa época, o cerrado torna-se uma verdadeira obra de arte: um céu azul, árvores com galhos secos, dando um tom cinza nas serras, e, em meio a tudo isso, cores vivas em destaque: ipês amarelos, roxos e brancos mostrando que, apesar da seca, o cerrado vive e aguarda as chuvas.

Bernardo: Foi a estimativa que demos lá na hora.

Prof. Marquinhos: E como vocês construíram essa estimativa? Vocês contaram alguns galhos?

Diego: Sim.

Prof. Marquinhos: Quantos? Algum deu 80?

Enquanto o grupo pensava, tentando lembrar como fizeram, percebi que Thiago e Flávio estavam bem envolvidos em algumas contas que faziam em um caderno. Parecia que algo os incomodava. Voltei minha atenção a eles e os acompanhei com a câmera. Em seguida, Thiago pega seu caderno, se levanta e vai até o professor Renato para lhe fazer alguma pergunta. O professor parecia conferir algum algoritmo, vendo se as continhas estavam corretas. Os garotos, aparentemente, estavam verificando se 60 multiplicado por 80 realmente resultaria em 9600, como argumentava o grupo expositor sobre suas conclusões.

A discussão de onde vinham o 80 e o 60 continuava na sala e o grupo sempre insistia: contamos 60 galhos e, em cada galho, havia 80 folhas. Enquanto isso, outros alunos, assim como Thiago e Flávio, faziam contas nos cadernos e conversavam sobre isso em pequenos grupos. Quando o professor Marquinhos percebeu o interesse da maioria em verificar a exatidão da operação, faz a seguinte pergunta:

Prof. Marquinhos: Uma pergunta para todos. 80 vezes 60 dá 9600?

Muitos alunos: Não! Dá 4800.

Pedro: A gente fez a mesma conta deles e deu 4800.

Os professores identificaram que o grupo, então, havia duplicado o resultado. Mas, por quê? Bernardo explicou o motivo.

Bernardo: A gente chegou em 4800, mas a gente achou que tinha muito pouco, então duplicamos para dar um resultado maior.

Prof. Marquinhos: O que vocês acham, turma?

Kleber: Eles fizeram a conta e depois fizeram outra conta nada a ver. Tipo, eles contaram 60 galhos e 80 folhas em cada galho, então eu acho que eles tinham que multiplicar. Eles multiplicaram e depois duplicaram. Aí eu acho que não ia dar. É muita folha.

Yasmin: Eu acho que eles deveriam ter ficado com 4600, que foi o que eles chegaram. Porque foi aí que eles chegaram com

explicação. Aí fizeram outra multiplicação porque tem pouco?

Pedro: É. Não precisava.

Prof. Marquinhos: Então. Quem fez a continha sobre a Mamute 2 acha que 4600 é um valor razoável?

Os grupos que haviam investigado a Mamute 2 disseram alguns valores, entre 2000 e 7000 folhas. Em seguida, Marquinhos disse:

Prof. Marquinhos: Grupo, talvez o que a turma está estranhando é que vocês estão fazendo as contas e não estão dizendo porque fizeram. Tudo bem que faz tempo e podem ter esquecido, mas, por exemplo, essa duplicação no final tem que ter uma explicação. Não pode ser porque achou que está pouco. Tem que ter uma boa justificativa. Pode ter contado a metade da árvore e, por isso, multiplicou por dois. Beleza! Tem mais algum comentário para o grupo?

Yasmin: Não.

Prof. Marquinhos: Beleza! Então palmas para o grupo!

Nesse episódio fica bem nítido que os alunos, de modo geral, esperam uma boa justificativa para cada resultado. Não basta apresentar os resultados sem expor o “como fez” e o porquê de ter feito. É importante destacar a postura do professor nesse caso, que não disse ao grupo que estavam errados, mas propiciou um momento para os próprios alunos avaliarem e exporem suas considerações sobre o que o grupo apresentara. Depois disso enfatizou a necessidade de uma boa justificativa para os cálculos, mas não disse, direta ou indiretamente, que o grupo estava errado.

Em relação ao Rui, que passou despercebido pelo professor quando manifestou sua sugestão sobre o número de pontinhos em um dos cartazes apresentados no início da tarefa, este não se manifestou mais. Participou do grupo durante a investigação, mas de forma tímida, como rotineiramente o fazia, sem aquela empolgação de outrora.

As palmas encerraram a apresentação do último grupo e, também com elas, encerramos essa narrativa.

Tem um aspecto interessante no ato de aplaudir o encerramento de um acontecimento que gostaria de compartilhar aqui. Pensando em uma peça de teatro, após a encenação da trama pelos artistas, a plateia aplaude, as cortinas se fecham e o show se encerra. No entanto, gosto

de dizer que uma boa peça teatral, uma boa história, quando bem contada, não se encerra após o balançar das cortinas, ela é contada e recontada por quem assistiu ou leu.

Ao se apagar as luzes do palco e acender as dos corredores, normalmente, as pessoas comentam uma com as outras o que viram, o que ficou da peça que assistiram. Se a trama durou duas horas, a pessoa que assistiu jamais conseguiria contar tudo o que aconteceu, mas sabe narrar aquilo que foi mais marcante, as cenas que mais lhe tocaram. Obviamente, também julgam a peça, os atores, o diretor, o cenário. Isso é comum e é bom que aconteça. Mas onde quero chegar com isso tudo?

Entenda esse momento como o fim de uma peça de teatro. As palmas que encerraram a última narrativa também acompanharam uma grande cortina vermelha cobrindo o palco. Acabamos de contar histórias que envolviam atores e, em cada uma, sua trama, suas emoções, enfim. Agora o autor da peça agradece e se junta ao público para falar sobre o que viram. Nossa trama foi sobre a comunicação em aulas de matemática e nosso público são professores. Expor possíveis reflexões a respeito do que fica após as palmas é nosso interesse com a próxima seção.

5. FINALIZANDO A HISTÓRIA, NÃO A PESQUISA, NEM A EXPERIÊNCIA

Essa dissertação, na verdade, não apresenta apenas três narrativas – o memorial de formação e as duas narrativas das aulas. De certo modo, o texto todo, em si, é uma única narrativa. Ora sou o narrador, ora sou o narrado, ora sou o narrador da minha própria história. Enfim, a ideia apresentada no início da primeira seção, de que “o homem é o resultado de sua história” (D’AMBROSIO, 2016, p. 22) me faz acreditar, agora, que a dissertação é o resultado da minha história e, ao mesmo tempo, eu, enquanto professor e pesquisador, também sou o resultado dessa pesquisa. Talvez não “seja” o resultado, mas, parafraseando Freire, “esteja sendo” fruto dessa pesquisa.

Como apresentei na primeira seção deste trabalho, tive contato com aulas investigativas desde a graduação, durante o estágio supervisionado, seja estudando ou desenvolvendo na escola-campo do estágio. Quando fui professor, também busquei desenvolver aulas de matemática com uma abordagem pautada no diálogo e na investigação. Agora, ao longo dessa pesquisa de mestrado, pude vivenciar a experiência de ser um professor que, ao investigar um ambiente específico, também repensa sua prática, se relacionando com a investigação.

Nesse movimento, é difícil observar uma aula investigativa de matemática e não se ver como professor naquele momento. Acredito que o leitor, se for professor de matemática, dificilmente lerá essa dissertação sem se colocar no lugar do professor Marquinhos, ou mesmo no meu lugar, criticando e pensando “O que eu faria nessa situação?”, ou “Isso já aconteceu comigo!”, ou ainda “Tenho essa angústia também!”, ou mesmo refutando o que fora apresentado. Isso acontece quando lemos uma história e nos identificamos com os personagens.

Falando em personagens, um dos mais marcantes na primeira narrativa foi o garoto Kleber. Aprendemos muito com ele. Sua insistência na busca por uma única resposta para a tarefa do “Carrinho Vrum Vrum” nos revela a força que tem o absolutismo burocrático nas aulas de matemática. Além disso, evidencia a dificuldade em se romper com essa cultura.

O trabalho desenvolvido durante essa tarefa, fundamentado nas Investigações Matemáticas em sala de aula, propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), permitiu um ambiente propício para a ruptura ou, pelo menos, para o questionamento, por parte dos alunos, de uma concepção de que em matemática sempre existirá somente uma resposta correta. Os estudantes tiveram contato com uma situação em que diferentes respostas atendiam ao problema, e isso parece ter lhes incomodado, principalmente a Kleber, que em uma tentativa de se confortar novamente, sugere que não existe uma única resposta correta, mas que a união de

todas as respostas corretas constitui a resposta correta. Dessa forma, ele confirmou sua hipótese: existe uma resposta correta para esse problema.

Nessa mesma situação, nos chama a atenção a postura do professor, ao dar a oportunidade de o aluno ir construindo sua compreensão sobre “a resposta certa” em seu tempo. Isso mostra um respeito aos alunos, como sujeitos produtores de conhecimento que se assumem num processo de aprendizagem, valorizados pelo professor que incentiva a persistência a investigação, o questionamento, o posicionamento, a assunção, a justificativa etc. Em nenhum momento a postura do professor foi absolutista, a ponto de dizer que Kleber estava errado, ou algo nesse sentido. Mas, tanto o professor quanto os alunos desafiaram sua perspectiva, e isso fez com que Kleber percebesse a existência de outras respostas e, ao fim, considerasse todas como sendo “a resposta”.

Na primeira narrativa, a comunicação entre professor e alunos estava mais direcionada a desvendar a perspectiva do outro. Os alunos buscavam decifrar as intenções do professor por meio de sua fala, e Kleber evidencia isso. Um exemplo pode ser citado quando, desde o início, Kleber estava seguro de que sua resposta *vrum-vrum-vrum-rrrr* estava correta, mas, ao ouvir a ênfase do professor a partir da frase “não necessariamente nessa ordem”, o garoto passa a entender sua resposta como errada e decide abandoná-la para, então, ir em busca da resposta correta.

Outro ponto marcante pode ser citado a partir da subseção 4.1.9., que evidencia o envolvimento dos alunos na investigação a tal ponto de decidirem sobre o que falar, apesar de o professor fazer perguntas em uma tentativa mudar o foco da investigação e ampliar a discussão. Vamos relembrar a situação. O professor tentava direcionar a discussão para formalizar os conceitos de *parar em*, *passar por* e *não brincar*, e o fazia por meio do que consideramos ser um *jogo-de-perguntas*. Eva, que parecia não estar interessada em investigar o que o professor ora propunha, fez outro questionamento ao grupo que, a meu ver, rompe com o padrão de *jogo-de-perguntas* até então estabelecido, uma vez que os alunos buscam responder à colega e abandonam a discussão proposta pelo professor.

A atitude do professor, por sua vez, reforçou a postura democrática assumida no laboratório, pois ouvia atentamente a discussão e, ao invés de insistir em sua pergunta, incentiva os alunos a refletirem sobre o assunto proposto por Eva, e faz questionamentos para reforçar isso. Alunos e professor estavam envolvidos em um único propósito: identificar quantas e quais são as respostas possíveis para a situação investigada.

Na segunda narrativa, “Árvores e o Senso Numérico”, a postura democrática do professor é colocada à prova. A turma estava muito agitada e, ao invés de levantar o tom da voz e exigir silêncio, Marquinhos faz um desabafo e, com isso, consegue a atenção dos alunos. Manter as condições necessárias para se desenvolver uma aula é uma função do professor enquanto autoridade (FREIRE, 2016) e, nesse caso, uma comunicação autêntica, mostrando o descontentamento do professor perante a situação, fez com que os alunos também assumissem a responsabilidade por permitir que a aula acontecesse.

Após conseguir as condições necessárias para iniciar a aula, o professor inicia a contação de uma história, que pode ser vista como a tentativa de um arranque (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013) para a investigação, ou mesmo um convite (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), uma vez que, após o término da história, os alunos iniciaram um processo de levantar hipóteses sobre a possibilidade dos bichos saberem contar ou não, aceitando o convite feito pelo professor.

No entanto, ao invés de ir à investigação sobre a quantidade de folhas em uma árvore, que era o objetivo da tarefa, o professor prolonga o que seria o arranque da aula, trazendo outras situações (os pontinhos espalhados por quadrados e as retas oblíquas). A postura do professor ao abordar a primeira situação (dos pontinhos) foi a de convidar os alunos para criar estratégias que permitissem contar a quantidade de pontinhos na figura. O convite é aceito por grande parte dos alunos, que investigam e apresentam suas estratégias. Na segunda situação (das retas oblíquas), o professor assume outra postura: a de apresentar apenas sua estratégia. Isso refletiu na postura dos alunos que, nesse momento, ficaram dispersos e conversando sobre assuntos variados.

Nessa situação, pudemos perceber que, quando os alunos são convidados a ter uma postura ativa e, com o professor, responsabilidade sobre o desenvolvimento da aula, eles tendem a realizar a investigação e se assumir no processo. No entanto, quando o professor toma para si a responsabilidade de apresentar sua estratégia à turma, sem haver um compartilhamento entre professor e alunos, estes últimos decidem tratar de outros assuntos, externos à aula de matemática, uma vez que percebem rapidamente quando são parte do processo e quando não são.

Na sequência da narrativa, iniciamos a investigação da quantidade de folhas, com destaque à conversa entre Jorge e eu. Nesse trecho, fica evidente algo que já trouxemos nessa seção: a tentativa de desvendar a intenção do professor. Além disso, mostra o poder da palavra

do professor sobre a do aluno. Nesse caso, eu, por meio de perguntas que desafiavam sua perspectiva, direcionava as ações do Jorge para descobrir o que eu queria que ele descobrisse.

Ao realizar essa análise, fiquei surpreso, sobretudo quando, no momento da apresentação, vi um grupo de alunos afirmando que a quantidade de folhas da árvore estava entre um valor e outro. Imaginei minha conversa com o Jorge e pensei: “Se eu tivesse acompanhado esse grupo, possivelmente eles não estariam apresentando a resposta como sendo um intervalo, mas dariam uma resposta”. Talvez “a resposta”. Mas também penso que após todo esse processo de investigação, de se assumirem no processo, de argumentar, provavelmente não aceitariam muita interferência minha querendo impor algum ponto de vista. Fica a dúvida.

Enfim, quero finalizar destacando a influência do absolutismo burocrático nas narrativas analisadas e apresentadas nessa dissertação. Mesmo em um ambiente propício à investigação, com tarefas que desafiam o paradigma do exercício, há manifestações do absolutismo, há uma intenção por parte dos professores de direcionar a investigação para o que esperamos que os alunos cheguem. Por outro lado, elementos do Modelo de Cooperação Investigativa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) também se fazem presentes.

Nossa conversa, por questões de espaço e tempo, precisa ser finalizada. A experiência compartilhada aqui, por sua vez, não se encerra nesse texto. Essa pesquisa está impregnada de mim, e eu, dela. Para o futuro, essa pesquisa continuará em artigos, livro e, possivelmente, em um doutorado, obviamente após um maior aprofundamento teórico sobre comunicação em aulas dialógicas e investigativas e sobre a Pesquisa Narrativa.

Agradeço a parceria durante a leitura dessa dissertação. É hora de me despedir.

Adeus!

REFERÊNCIAS

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ALVES, R. **A Alegria de Ensinar**. São Paulo: ARS Poética Editora LTDA, 1994.
- ARAÚJO, J. L. et al. Efemeridade dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias. **ZETETIKÉ**, Unicamp, v. 19, n. 29, p. 7-40, jan./jun. 2008.
- BOLÍVAR, A. “¿De nobis ipsis silemus?”: Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. **Revista Electrónica de Investigación Educativa**, v. 4, n. 1, 2002.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.
- BURIASCO, R. L. C. Sobre a Resolução de Problemas (II). **Nosso Fazer**, Londrina, v. 1, n. 6, p. 2-5, 1995.
- BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo : Atual, 1997. p. 32-48.
- CAMPOS, G. F. Um certo Colégio de Aplicação. **Revista Solta a Voz**, Goiânia, v. especial, p. 3-13, jan-dez. 2010.
- CARVALHO, D. L. D. **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 1994.
- CLANDININ, D. J.; CONNELLY, F. M. **Pesquisa Narrativa: Experiência e História em Pesquisa Qualitativa**. 2ª. ed. Uberlândia: EDUFU, 2015.
- CONNELLY, F. M.; CLANDININ, D. J. Stories of Experience and Narrative Inquiry. **Educational Researcher**, v. 19, N. 5, p. 2-14, 2002.
- D'AMBRÓSIO, B. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, Brasília, p. 15-19, 1989.
- D'AMBRÓSIO, B.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 1-17, abr. 2015.
- D'AMBROSIO, U. **Educação para uma Sociedade em Transição**. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016.
- DINIZ, M. I. S. V. Uma visão do ensino de matemática. **Temas e Debates**, ano IV, n. 3, Rio Claro, 1991.

- EDWARDS, V. **Os sujeitos no universo da escola**. 1ª. ed. São Paulo: Ática, 2003.
- FIORENTINI, D. Diários e narrativas reflexivos sobre a prática de ensinar e aprender. In: KLEINE, M. U.; MEGID NETO, J. **Fundamentos de Matemática, Ciências e Informática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental I**. Campinas: FE/Unicamp, v. 2, 2010. p. 107-119.
- FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. 53. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.
- GHEDIN, E.; OLIVEIRA, E.; ALMEIDA, W. **Estágio com Pesquisa**. São Paulo: Cortez, 2015.
- GONÇALVES JÚNIOR, M. A.; ROCHA, L. P.; MORAES, M. G. Invenção e Descoberta na Aula de Matemática: Um Projeto de Ensino, no 6º ano do Ensino Fundamental. **REnCiMa**, v. 8, n. 4, p. 194-2013, 2017.
- LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, 2002.
- MENEZES, L. **Concepções e práticas de professores de matemática**: contributos para o estudo da pergunta. Dissertação (Mestrado em Educação) - Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 218 f, 1995.
- ONUCHIC, L. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.
- ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. D. C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 4ª. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 232-252.
- PELINSON, N. C. P. ; BERNARDI, L. T. M. S. . Cenários para Investigação: possibilidades de uma educação financeira crítica para jovens camponeses. In: **XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2016, São Paulo. Anais do 12o Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. v. 12. p. 1-12.
- PÉREZ GÓMEZ, Á. I. **Educação na Era Digital**: A escola educativa. Porto Alegre: Penso, 2015.
- PONTE, J. P. D.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PRADO, G. do V. T.; SOLIGO, R. Memorial de formação – quando as memórias narram a história da formação... In: PRADO, G. do V. T.; SOLIGO, R. (Orgs.) **Porque escrever é fazer história**. Campinas, SP: Graf. FE, 2005, p.47-62.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. D. A comunicação na sala de aula numa abordagem exploratória no ensino dos números racionais no 5.º ano. In: PONTE, J. P. D. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 261-282.

SILVA, A. H. **A organização do trabalho pedagógico e a avaliação da aprendizagem na Educação Física no Colégio de Aplicação da UFG**. 2010. 308 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2010.

SILVA, A. H. CEPAE/UFG – 50 anos de história. In: MESQUITA, D. N. D. C. **Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação da Universidade Federal de Goiás - 50 anos de história**. Goiânia: Espaço Acadêmico, 2018. p. 14-32.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **BOLEMA**, v. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas -SP: Papirus, 2013.

SOUZA, E. C. **O conhecimento de si: narrativas do itinerário escolar e formação de professores**. 2004. 344 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2004.

STUBBS, M. **Linguagem, Escolas e Aulas**. Lisboa: Livros Horizontes, 1987.

VARIZO, Z. D. C. M.; FERREIRA, M. J. D. M. De Colégio de Aplicação a Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação: uma trajetória. **Revista Solta a Voz**, Goiânia, v. especial, p. 19-40, jan-dez 2010.

ANEXOS

ANEXO A – PARECER FINAL DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Comunicação em aulas de investigação matemática: uma pesquisa colaborativa

Pesquisador: MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 81203417.8.0000.5083

Instituição Proponente: Universidade Federal de Goiás - UFG

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.596.900

Apresentação do Projeto:

Trata-se de um projeto de mestrado do programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática caracterizado como pesquisa-ação.

A problemática deste trabalho está relacionada com as possibilidades e potencialidades da comunicação e interação nas aulas de matemática para uma melhor aprendizagem dos alunos. O presente projeto será desenvolvido no Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (CEPAE/UFG), nas turmas de 6º ano do ensino fundamental, no contexto do Grupo Abakós - Práticas Formativas e Colaborativas em Educação Matemática na Escola.

As aulas de matemática do sexto ano são constituídas de duas aulas geminadas em sala e três aulas, também geminadas, no Laboratório de Educação Matemática. As aulas realizadas no laboratório seguem, em sua maioria, os passos e características das investigações matemáticas propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), além de estudos autônomos e resoluções de problemas. Na sala de aula, o professor procura, por meio de aulas expositivas e dialogadas, sistematizar o conteúdo trabalhado no laboratório. Assim, será realizada uma pesquisa-ação colaborativa, tendo a sala de aula como campo de intervenção e o grupo Abakós como campo de interlocução e colaboração.

Os procedimentos metodológicos serão:

- i) Pensar em dinâmicas para aula de matemática, de modo a potencializar a comunicação entre alunos e entre alunos e professor, assim como em tarefas investigativas que favoreçam a

Endereço: Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131

Bairro: Campus Samambaia

CEP: 74.001-970

UF: GO

Município: GOIANIA

Telefone: (62)3521-1215

Fax: (62)3521-1163

E-mail: cep.prpi.ufg@gmail.com

comunicação;

ii) Com isso, planejar uma aula de matemática, contendo uma tarefa investigativa, de acordo com as dinâmicas pensadas;

iii) Apresentar e refletir sobre o planejamento dessa aula junto ao grupo Abakós, a fim de que o grupo contribua;

iv) Desenvolver a aula planejada com os alunos do sexto ano;

v) Realizar, durante o desenvolvimento da aula, gravações de áudio e/ou vídeo, bem como anotações e registros no diário de campo; vi) Recolher, ao final da aula, o material produzido pelos alunos;

vii) Logo após cada aula, realizar um momento de discussão e reflexão com o professor da turma;

viii) Descrever e sistematizar os dados coletados durante a aula, iniciando um processo de análise;

ix) Apresentar e refletir com o grupo Abakós os resultados e dados coletados sobre a aula;

x) A partir das discussões com o grupo, planejar nova aula a ser desenvolvida com os alunos, repetindo assim o processo realizado do item i ao viii.

Os instrumentos de coleta de dados se constituem de gravação de áudio e/ou vídeo, diário de campo do pesquisador, além do material produzido pelos alunos durante as tarefas.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

O objetivo geral da pesquisa é investigar de que forma acontece a comunicação entre alunos, e entre estes e o professor, em um ambiente de investigação matemática construído por professores (titular e colaboradores) e alunos do 6º ano do ensino fundamental, do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação, da Universidade Federal de Goiás, onde as interações entre professores e alunos se aproximam da Cooperação Investigativa.

Objetivo Secundário:

- Analisar a comunicação ocorrida em aulas de investigação matemática;
- Identificar quais elementos do Modelo de Cooperação Investigativa (estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar) surgem no decorrer das aulas e descrever como ocorrem;
- Investigar e analisar como esses elementos ocorrem na interação entre alunos e entre alunos e professor.
- Estabelecer uma relação entre esses elementos e seu processo de aprendizagem matemática.

Endereço: Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131
Bairro: Campus Samambaia **CEP:** 74.001-970
UF: GO **Município:** GOIANIA
Telefone: (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prpi.ufg@gmail.com

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

O pesquisador ressalta que o trabalho de pesquisa não se sobreporá ao da disciplina de matemática no que se refere ao currículo escolar. Caso o grupo perceba que a pesquisa está atrapalhando, de alguma forma, o desempenho escolar dos alunos, a pesquisa será suspensa provisoriamente ou até mesmo encerrada se não houver como contornar os empecilhos, em comum acordo com todos os participantes.

Benefícios:

A pesquisa pretende, principalmente, potencializar aprendizagem dos envolvidos:

- i) os alunos serão beneficiados com aulas que propiciam espaço e condições para a prática da investigação e argumentação matemática. O que tem relação estreita com o que recomenda a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)
- ii) aos colaboradores – grupo Abakós, onde também estão inseridos o professor e o pesquisador – a pesquisa contribui para reforçar ainda mais a prática colaborativa dos pesquisadores envolvidos nesse projeto, seja pedagógica ou de pesquisa. Pretende-se contribuir com o campo de conhecimento da Educação Matemática, onde o presente projeto se insere, por se tratar de uma pesquisa que reflete e analisa sobre a comunicação em ambientes de aprendizagem que propiciam diálogo e, por meio da investigação matemática, uma postura ativa dos alunos perante situações que exigem argumentações construídas coletivamente sobre determinado assunto.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa apresenta fundamentação teórica e relevância social e acadêmica. Os pesquisadores demonstram experiência, capacidade e vínculo institucional para desenvolver o estudo.

O projeto está completo, seus objetivos são claros, com metodologia, cronograma e orçamento apresentados.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Foram apresentados os seguintes documentos que estão adequados: Folha de Rosto, Carta de Anuência do Diretor do CEPAE, Declaração da Pós-graduação.

O termo de compromisso assinado pelo orientador foi apresentado.

O pesquisador esclareceu a dúvida em relação à participação do Grupo Abakós. Os mesmos serão participantes da pesquisa.

Endereço: Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131			
Bairro: Campus Samambaia		CEP: 74.001-970	
UF: GO	Município: GOIANIA		
Telefone: (62)3521-1215	Fax: (62)3521-1163	E-mail: cep.prpi.ufg@gmail.com	

Quanto ao TALE e TCLE, a linguagem dos mesmos foi simplificada e acrescentadas as informações sugeridas pelo relator.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Todas as pendências listadas anteriormente foram corretamente atendidas.

Portanto, recomendamos a aprovação do protocolo, salvo melhor juízo deste comitê.

Considerações Finais a critério do CEP:

Informamos que o Comitê de Ética em Pesquisa/CEP-UFG considera o presente protocolo APROVADO, o mesmo foi considerado em acordo com os princípios éticos vigentes. Reiteramos a importância deste Parecer Consubstanciado, e lembramos que o(a) pesquisador(a) responsável deverá encaminhar ao CEP-UFG o Relatório Final baseado na conclusão do estudo e na incidência de publicações decorrentes deste, de acordo com o disposto na Resolução CNS n. 466/12. O prazo para entrega do Relatório é de até 30 dias após o encerramento da pesquisa, prevista para janeiro de 2019.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1035785.pdf	15/03/2018 15:50:26		Aceito
Outros	TERMO_DE_COMPROMISSO.pdf	15/03/2018 15:49:02	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Grupo.pdf	15/03/2018 15:48:14	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_2.pdf	15/03/2018 15:47:56	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Pais.pdf	15/03/2018 15:46:05	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
Outros	CARTA_DE_ENCAMINHAMENTO.pdf	15/03/2018 15:45:18	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura	PROJETO_DE_PESQUISA.pdf	12/12/2017 17:05:32	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS	Aceito

Endereço: Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131
Bairro: Campus Samambaia **CEP:** 74.001-970
UF: GO **Município:** GOIANIA
Telefone: (62)3521-1215 **Fax:** (62)3521-1163 **E-mail:** cep.prpi.ufg@gmail.com



UFG - UNIVERSIDADE
FEDERAL DE GOIÁS



Continuação do Parecer: 2.596.900

Investigador	PROJETO_DE_PESQUISA.pdf	12/12/2017 17:05:32	AMORIM	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	TERMO_DE_ANUENCIA.pdf	12/12/2017 16:07:54	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	12/12/2017 16:04:16	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE.pdf	12/12/2017 16:02:46	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
Orçamento	ORCAMENTO_DA_PESQUISA.pdf	12/12/2017 16:00:41	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA_DA_PESQUISA.pdf	12/12/2017 16:00:01	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
Outros	DECLARACAO_PPGECM.pdf	11/12/2017 19:36:01	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito
Folha de Rosto	FOLHA_DE_ROSTO.pdf	11/12/2017 19:26:02	MARCOS VINICIUS DOS SANTOS AMORIM	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

GOIANIA, 12 de Abril de 2018

Assinado por:

Geisa Mozzer
(Coordenador)

Endereço: Prédio da Reitoria Térreo Cx. Postal 131

Bairro: Campus Samambaia

CEP: 74.001-970

UF: GO

Município: GOIANIA

Telefone: (62)3521-1215

Fax: (62)3521-1163

E-mail: cep.prpi.ufg@gmail.com

Página 05 de 05

ANEXO B – ATIVIDADE 01: “O CARRINHO VRUM VRUM”

Nome: _____ N° _____ Turma: _____ Data: ____/____/2017

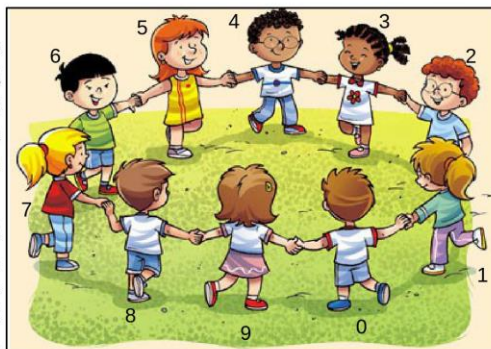
CEPAE/UFMG 6º ano	Atv. 01 O CARRINHO VRUM VRUM	Matemática Prof. Marquinhos, Luciana e Renato
----------------------	---------------------------------	--

Dez crianças estavam brincando de “Carrinho vrum vrum”, o mesmo jogo que vocês brincaram.

Na figura ao lado, podemos ver a disposição das crianças na roda, de acordo com um número que indica sua posição.

O jogo havia se iniciado com a criança de número zero e, até que o jogo parasse, o grupo já havia utilizado 3 vezes o comando “vrum...” e uma vez o comando “rrrrr...” (aquele que muda a direção do carrinho), não necessariamente nessa ordem.

Vocês que já brincaram de Carrinho vrum vrum e sabem muito bem como o jogo funciona, o que podem dizer, com muita certeza, sobre como pode ter acontecido essa jogada? É possível, por exemplo, saber em que pessoa parou o carrinho?



E o que mais? Que outras perguntas podemos fazer? E o que podemos responder, com certeza?

Que outras “coisas” podemos notar nessa situação?

Vamos investigar!

ANEXO B – ATIVIDADE 06: O SENSO NUMÉRICO DOS BICHOS

Nome: _____ Nº _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

CEPAE – UFG - MATEMÁTICA - 6º Ano	Atv. 06 O SENSO NUMÉRICO DOS BICHOS	Prof. Marquinhos, Luciana e Renato
--------------------------------------	--	------------------------------------



Alguém já tentou separar um ou dois filhotinhos, recém nascidos, de uma cadela, sem que ela veja? Ao voltar, a mamãe cachorro fica exasperada, procurando por seus filhotes.

Além dos cães, os elefantes, os macacos e outros bichos tem o que chamamos de senso numérico. O Pintassilgo, por exemplo, um lindo passarinho amarelo, já foi alvo de experimentos científicos, com os quais se descobriu que, diante de um monte com 3 e outro com 4 sementes apetitosas, ou entre 6 e 3, ele consegue escolher o maior monte.

Conhece a historia do **corvo e do escudeiro** de um castelo?¹ É surpreendente!

O corvo e o escudeiro

A mando de seu amo, um escudeiro estava determinado a expulsar um corvo que havia feito um ninho em umas das torres do castelo, pois aquilo irritava sobremaneira o seu amo.

O escudeiro, então, tentou entrar na torre da forma mais silenciosa possível, a fim de capturar o corvo e destruir seu ninho. Mas, quando o corvo pressentia a presença de um homem, rapidamente se afastava até uma árvore próxima e esperava pacientemente o momento certo para retornar à torre, em segurança.

Após várias tentativas em vão, o escudeiro teve uma ideia:

“Dois homens entram e sobem na torre, ao mesmo tempo, mas somente um deles desce e vai embora. O outro fica escondido na torre, perto do ninho do corvo. Assim, enganado, ao retornar para a torre, o corvo se tornará uma presa fácil.”

Pobre escudeiro... De longe, o corvo observou a movimentação e não retornou para a torre, até que os dois homens estivessem do lado de fora.

O escudeiro, persistente e determinado, repetiu a ideia, dia após dia, mas aumentando a quantidade de homens. Subiram 3 homens e desceram dois... mas nada do corvo. Subiram 4 homens... nem sinal. Por fim, 5 homens galgaram a torre e quatro desceram. O pobre corvo perdeu-se na conta e retornou ligeiro para o seu ninho, sendo fatalmente capturado pelo escudeiro do castelo.



Essas e outras historias e fatos científicos atestam que, até certo ponto, os animais percebem quantidades. Mas, e o homem?

Bom, somente testando nosso senso numérico para ver como é, não é mesmo?

O desafio de hoje é contar a quantidade de folhas de uma árvore.

O quê?! É isso mesmo. Mas, veja, você não é um passarinho. Converse com seus colegas e seus professores sobre o seguinte assunto: Quais estratégias podemos usar para contar e anote no seu caderno de investigador.

Depois, vamos investigar uma árvore específica e por a mão na massa... quer dizer, nas folhas.

Vamos investigar!

¹ História disponível no Livro: “From one to zero”, de Georges Ifrah e no livro “Os números: a história de um grande invenção”, do mesmo autor, disponível na biblioteca da UFG.