

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE  
COMPUTAÇÃO

*Análise do Modelo de Kiyotaki-Wright  
em Simulações Multi-Agentes que  
Utilizam a Plataforma Swarm*

Wildener Monteiro Rodvalho

Orientador: Prof. Dr. Gelson da Cruz Júnior

Co-orientador: Prof. Dr. Cássio Dener Noronha Vinhal

Goiânia

2011

WILDENER MONTEIRO RODOVALHO

*Análise do Modelo de Kiyotaki-Wright  
em Simulações Multi-Agentes que  
Utilizam a Plataforma Swarm*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

**Área de Concentração:** Engenharia de Computação

**Orientador:** Prof. Dr. Gelson da Cruz Júnior

**Co-orientador:** Prof. Dr. Cássio Dener Noronha Vinhal

Goiânia

2011

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)  
GPT/BC/UEG**

R695a Rodovalho, Wildener Monteiro.  
Análise do modelo de Kiyotaki-Wright em simulações multi-  
agentes que utilizam a plataforma Swarm [manuscrito] / Wildener  
Monteiro Rodovalho. - 2011.  
xiii, 100 f., figs, tabs.

Orientador: Prof. Dr. Gelson da Cruz Júnior; Co-orientador:  
Prof. Dr. Cássio Dener Noronha Vinhal.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás,  
Escola de Engenharia Elétrica e de Computação, 2011.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras e tabelas.

Apêndices.

1. Sistema multi-agentes 2. Plataforma Swarm 3. Modelo de  
Kiyotaki-Wright 4. Aprendizado por Reforço. I. Título.

CDU: 621:004:33

Universidade Federal de Goiás  
Escola de Engenharia Elétrica e de Computação  
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica e de Computação – CPPEEC

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

“Análise do Modelo de Kiyotaki-Wright  
em Simulações Multi-Agentes que  
Utilizam a Plataforma *Swarm*”

**WILDENER MONTEIRO RODOVALHO**

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

---

Prof. Dr. Gelson da Cruz Júnior, Orientador – EEEEC/UFG

---

Prof. Dr. Cássio Dener Noronha Vinhal – EEEEC/UFG

---

Prof. Dr. Leonardo da Cunha Brito – EEEEC/UFG

---

Prof. Dr. Vinicius Sebba Patto – INF/UFG

Goiânia, 10 de março de 2011

Aos meus pais Carlos Antônio Rodovalho e  
Onilda Monteiro Rodovalho.

A dedicação de vocês me ensina a viver.

# *Agradecimentos*

A Jesus, meu Senhor e meu Deus, pela sua companhia diária, pelo seu amor incondicional por mim.

Aos meus pais, Carlos e Onilda. Pela sua perseverança e trabalho, cheguei até aqui. A minha irmã Rívia e ao meu cunhado Marcos que me deram a sobrinha mais linda desse planeta, a Nicole, uma loira de olhos azuis.

Ao Prof. Dr. Gelson da Cruz Júnior por ter aceitado ser meu orientador num momento delicado de meu mestrado. Ao Prof. Dr. Cássio Dener Noronha Vinhal pela paciência e tranquilidade em me orientar durante nossas longas conversas ao telefone. Ao Prof. Dr. Marco Antônio Assfalk que, de boa vontade, se dispôs a traduzir nosso artigo para o inglês. Ao Prof. Dr. Cedric Luiz de Carvalho que, na graduação, me apresentou o mundo da Inteligência Artificial e pelo qual sou apaixonado até hoje.

Aos meus amigos. Em especial, ao Carlos Vinícius e ao Fernando Sabóia pelos conselhos que recebi de continuar e jamais desistir, mesmo quando problemas pessoais tiravam minha atenção dos estudos. Agradeço também a minha amiga Ariane Cienglinski que, com presteza, observou os mínimos detalhes do último artigo que escrevemos sobre o tema deste trabalho, e conseguiu aprimorar ainda mais o texto em inglês.

Aos meus colegas de trabalho, na pessoa do coordenador da minha área, Carlos Wagner Sousa Silva, pelo apoio que recebi nestes últimos dias de escrita da dissertação.

Obrigado a todos vocês.

*“Javã, Tubal e Meseque eram teus  
mercadores; em troca das tuas mercadorias  
davam pessoas de homens e objetos de bronze.*

*Damasco negociava contigo, por causa da  
multidão das tuas obras, por causa da  
abundância de toda a sorte de riqueza, dando  
em troca vinho de Helbom e lã branca.*

*Também Dã e Javã, de Uzal, pelas tuas  
mercadorias, davam em troca ferro  
trabalhado, cássia e cálamo aromático, que  
assim entravam no teu comércio.”*

***Livro de Ezequiel capítulo 27, versículos 13,  
18 e 19 (referência à cidade de Tiro, antiga  
cidade fenícia famosa pelo seu comércio)***

## *Resumo*

O objetivo deste trabalho é realizar uma repetição metodológica dos trabalhos de Duffy, Ochs e Rouchier. Entretanto, ele possui um enfoque diferente. Dos vários modelos teórico-econômicos que explicam o surgimento do dinheiro, um se destaca por sua simplicidade, eficiência e robustez: o modelo de Kiyotaki-Wright. Por este motivo, alguns economistas se propuseram a aplicar este modelo em experimentos com seres humanos e em simulações computacionais. Destes, Duffy e Ochs vieram pouco depois, corrigindo algumas falhas do processo de aplicação usado pelos que lhes antecederam. Os estudos de Duffy e Ochs mostraram que o modelo de Kiyotaki-Wright é realmente válido para aquilo a que se propõe. No entanto, apesar dos esforços empreendidos, seus agentes não conseguiram alcançar o equilíbrio previsto. Nesta mesma linha, a francesa Rouchier repetiu metodologicamente os trabalhos de Duffy e Ochs ao mesmo tempo em que criticava os detalhes de suas implementações. Ao aproveitar a pesquisa, Rouchier criou quatro outros sub-modelos na tentativa de levar seus agentes ao equilíbrio proposto, alcançando um sucesso parcial. No presente trabalho, a plataforma de desenvolvimento do sistema computacional é a *Swarm*, criada especificamente para simulações multi-agentes e usada, na maioria das vezes, em modelos dos campos social e biológico. O processo de racionalização dos agentes é dado na forma de tentativa e erro como rege a técnica de aprendizado por reforço. Ele analisa, em cada período, a resposta dada pelo ambiente. Finalmente, uma nova entidade chamada de Mediador é criada para intermediar as relações entre os agentes e, principalmente, para colocá-los em pares de forma aleatória. Os resultados alcançados são, em geral, mais próximos do equilíbrio quando comparados aos resultados das pesquisas anteriores. A partir deles, são feitos alguns estudos sobre a relação entre o número de agentes e o número de períodos da simulação com a aproximação dos valores para o equilíbrio.

**Palavras-chave:** Sistema multi-agentes, Plataforma *Swarm*, Modelo de Kiyotaki-Wright, Aprendizado por Reforço

# *Abstract*

The goal of this dissertation is to make a methodological repetition of Duffy and Ochs's and Rouchier's works. Nonetheless, it tries to have a different focus. Among many theoretical-economical models which explain the emergence of money, there is one that distinguishes itself due to its simplicity, efficiency, and robustness: Kiyotaki-Wright's model. Therefore, some economists devoted themselves to apply this model in experiments with human beings and in computer simulations. Among those economists, Duffy and Ochs applied it later, correcting some flaws of the application process used by their predecessors. Duffy and Ochs's studies showed that Kiyotaki-Wright's model is actually valid for its purpose. However, besides all the efforts made, their agents were not able to achieve the foreseen equilibrium. In the same way, the French researcher Rouchier repeated methodologically the works of Duffy and Ochs while criticizing their implementation details. From this research, Rouchier creates other four sub-models in order to take her agents to the proposed equilibrium, obtaining partial success. In this dissertation, the computer system development platform is Swarm, especially created to multi-agent simulations and used, most of the time, in social and biological scope models. The agents' rationalization process is undertaken in trial and error way in accordance with the reinforcement learning technique, analyzing the answer given by the environment in each period. Finally, a new entity called Mediator is created to intermediate the relations between agents and mainly to pair them randomly. The obtained results are, in general, closer to the equilibrium when compared to the results of previous research. From them, some studies are made about the relation between the number of agents and the number of periods of simulation as values approximates the equilibrium.

**Keywords:** Multi-Agent System, *Swarm* Platform, Kiyotaki-Wright Model, Reinforcement Learning

# Conteúdo

Lista de Figuras .....	12
Lista de Tabelas .....	14
Introdução.....	15
1 O Modelo de KW e Aplicações já Realizadas.....	18
1.1 Uma rápida revisão bibliográfica.....	19
1.2 Modelo de KW – O dinheiro como meio de troca.....	20
1.3 Aplicação do modelo de KW por Duffy e Ochs com seres humanos.....	26
1.3.1 Resultados obtidos no modelo A.....	27
1.3.2 Resultados obtidos no modelo B.....	29
1.4 Uma outra análise realizada por DO: objeto fiat.....	30
1.4.1 Resultados experimentais.....	32
1.5 Modelo computacional de Duffy.....	33
1.5.1 Pequenas alterações na representação matemática do modelo de KW.....	34
1.5.2 O modelo de agentes artificiais de Duffy.....	35
1.5.3 Os experimentos de Duffy e seus resultados.....	38
1.5.3.1 Comparações com os experimentos anteriores.....	39
1.5.3.2 Alterações no projeto experimental – a experiência com agentes e com seres humanos	40
1.5.4 Conclusão para o estudo de Duffy.....	41
1.6 Modelo computacional de Rouchier.....	41
2 Swarm – Uma Visão Geral.....	44
2.1 A plataforma <i>Swarm</i> .....	45
2.2 A estrutura do <i>swarm</i> .....	49
2.3 As bibliotecas.....	50
2.4 A escolha da plataforma <i>Swarm</i> .....	51
3 Modelos Implementados e Resultados Alcançados.....	53
3.1 O sistema TradingSim.....	53
3.1.1 O emprego da plataforma <i>Swarm</i> no sistema TradingSim.....	56
3.1.2 Os resultados.....	60

3.2	Análise da taxa de convergência de especulação dos agentes .....	65
3.2.1	Metodologia das simulações extras .....	66
3.2.2	Resultados das simulações extras .....	67
	Conclusão .....	74
	ANEXO A – Resultados das Simulações.....	76
A.1	Resultado de uma simulação baseada no modelo 1 .....	77
A.1.1	Dados gerais da simulação .....	77
A.1.2	Distribuição dos produtos sobre os tipos .....	88
A.1.3	Frequência de ofertas .....	90
A.1.4	Média da frequência de ofertas .....	93
A.2	Resultados numéricos das simulações extras .....	94
A.2.1	Agentes do tipo I no modelo 2 .....	94
A.2.2	Agentes do tipo II no modelo 2 .....	94
A.2.3	Agentes do tipo I no modelo 5 .....	95
A.2.4	Agentes do tipo II no modelo 5 .....	95
A.2.5	Agentes do tipo I no modelo 6 .....	96
A.2.6	Agentes do tipo II no modelo 6 .....	97
	Referências .....	98

## *Lista de Figuras*

1	Equilíbrio fundamental do modelo A. ....	23
2	Equilíbrio especulativo do modelo A. ....	24
3	Equilíbrio fundamental do modelo B. ....	24
4	Equilíbrio especulativo do modelo B. ....	25
5	Equilíbrio fundamental onde o objeto <i>fiat</i> é o que tem o menor custo. ....	32
6	Equilíbrio especulativo onde o objeto <i>fiat</i> não é o que tem o menor custo. ....	32
7	O aprendizado por reforço .....	38
8	Um triângulo representando o modelo <i>Swarm</i> . ....	46
9	Hierarquia de <i>Swarms</i> . ....	47
10	Modelagem baseada em agentes. ....	48
11	Painel de controle da simulação .....	58
12	Parâmetros do <i>swarm</i> Modelo (apenas os três primeiros podem ser alterados pelo usuário) .....	58
13	Janela que representa a especulação dos agentes por rodada. ....	58
14	Porcentagem de troca pelo produto $k$ para o agente do tipo 1 .....	59
15	Porcentagem de troca pelo produto $k$ para o agente do tipo 2 .....	59
16	Porcentagem de troca pelo produto $k$ para o agente do tipo 3 .....	60
17	Período em que o sistema determina uma troca não prevista. ....	63
18	Período em que um agente do tipo 3 aumenta o valor utilidade relacionado ao bem 2. ....	64
19	Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 2 em função do aumento no número de períodos. ....	68
20	Média de especulação dos jogadores do tipo II no modelo 2 em função do aumento no número de períodos. ....	69
21	Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 5 em função do aumento no número de períodos .....	70
22	Média de especulação dos jogadores do tipo II no modelo 5 em função do aumento no número de períodos. ....	71

23	Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 6 em função do aumento no número de períodos. ....	72
24	Média de especulação dos jogadores do tipo II no modelo 6 em função do aumento no número de períodos.....	73

## *Lista de Tabelas*

1	Relação dos tipos com seus produtos em cada um dos submodelos de KW. ....	20
2	Valores usados para os parâmetros de cada modelo. ....	22
3	Parâmetros para o modelo de KW com o objeto <i>fiat</i> . ....	30
4	Parâmetros do modelo A nos experimentos de Duffy. ....	39
5	Simulações realizadas por Rouchier. ....	43
6	Os valores médios de especulação (em %). ....	61
7	Os valores médios de especulação (em %) calculados para cada metade das simulações em relação ao modelo 1. ....	64
8	Faixas de períodos usadas nas simulações extras. ....	66
9	Média de frequência de ofertas da simulação usada como exemplo. ....	93
10	Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 2 em função do aumento no número de períodos. ....	94
11	Média de especulação dos agentes do tipo II no modelo 2 em função do aumento no número de períodos. ....	95
12	Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 5 em função do aumento no número de períodos. ....	95
13	Média de especulação dos agentes do tipo II no modelo 5 em função do aumento no número de períodos. ....	96
14	Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 6 em função do aumento no número de períodos. ....	96
15	Média de especulação dos agentes do tipo II no modelo 6 em função do aumento no número de períodos. ....	97

## *Introdução*

A origem do dinheiro remonta aos tempos em que o homem se fixava à terra. Ele oferecia o excedente de sua produção em troca de outros produtos que lhe eram úteis. A essa troca em que o valor de cada mercadoria não era mensurado, deu-se o nome de escambo. Com o passar dos anos, à medida em que este mercado evoluía, determinado produto surgia como moeda. Foi o caso do gado e do sal. (BC, 2001)

O fenômeno do surgimento do dinheiro intrigou alguns cientistas de forma que modelos econômicos foram criados para explicá-lo. Eles abordam a questão ao enfatizar a importância de um meio de troca em transações comerciais. Dentre outros modelos, existem os de Menger (MENGER, 1871), Alchian (ALCHIAN, 1950), Kiyotaki e Wright (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989) e o de Yasutomi (YASUTOMI, 1995). No presente trabalho, o modelo de Kiyotaki e Wright (KW) é estudado devido a sua simplicidade, robustez, efetividade e disseminação entre os cientistas.

De forma geral, o modelo consiste de um ambiente onde três tipos de agentes se comunicam e realizam trocas com o objetivo de obter um bem específico. Cada agente produz um bem que não é o seu bem de consumo. Exige-se, então, que haja interação entre eles e que troquem seus produtos entre si. A partir destas trocas, um produto surge como dinheiro ou, na terminologia do modelo, como um meio de troca.

Muitos pesquisadores tentaram verificar o fenômeno do surgimento do dinheiro da forma como previsto pelo modelo de KW. Os primeiros experimentos foram realizados com o uso de seres humanos que funcionavam como os agentes do modelo (BROWN, 1996), (DUFFY; OCHS, 1999). Estes experimentos custavam caro, usavam protocolos de controle complexos e um número reduzido de seres humanos que não se comportavam como prescrito pelo modelo de KW. Desde então, um importante passo foi tomado nas simulações seguintes onde agentes de software inteligentes foram usados como substitutos dos agentes humanos, assim como descreve Duffy em (DUFFY, 2001). Em seu artigo, Duffy compara os resultados da simulação

obtidos com os experimentos anteriores, afirmando que os agentes de software se comportaram de forma semelhante aos agentes humanos.

Os resultados experimentais de Duffy motivaram outras pesquisas conduzidas e reportadas por Rouchier (ROUCHIER, 2003). Ela declara que, devido a problemas técnicos e de modelagem, tentou replicar os experimentos de Duffy sem sucesso, e também alegou que Duffy não explicou claramente os mecanismos de racionalização e as estratégias de aprendizagem usadas pelos agentes de software. Assim, através do serviço de correio eletrônico, a comunicação entre eles se iniciou para tornar a replicação do modelo mais fácil. Algumas das questões levantadas foram elucidadas em um texto mais recente de Duffy onde os métodos de aprendizagem e racionalização são descritos considerando-se a evolução inerente dos paradigmas multi-agentes (DUFFY, 2006).

O objetivo da presente pesquisa é desenvolver uma simulação computacional do modelo de KW para investigar os detalhes dos movimentos e decisões dos agentes, tornando-os claros e consistentes. A abordagem do presente trabalho difere das pesquisas anteriores pelo uso de agentes inteligentes simples que empregam o aprendizado por reforço sobre a plataforma de simulação *Swarm*, comumente usada pela comunidade de pesquisadores da Economia Computacional Baseada em Agentes (em inglês, ACE<sup>1</sup>) (SUTTON; BARTO, 1998), (MINAR ET AL., 1996), (FAYOUMI; FARIS; GRIPPA, 2009).

Russel e Norvig definem um agente como “qualquer coisa que pode perceber seu ambiente através de sensores e agir sobre esse ambiente através de atores<sup>2</sup>.” (RUSSEL; NORVIG, 2010). Agentes humanos têm olhos, ouvidos, etc. para sentir; braços e pernas para agir. Agentes de software podem sentir através dos meios de entrada (leitura de arquivos, comandos recebidos via teclado ou mouse, pacotes de rede) e podem agir através dos meios de saída (escrita de arquivos, impressão de dados na tela, envio de pacotes de rede)<sup>3</sup>.

Diz-se que os agentes de software usados neste trabalho são simples por dois motivos. Em primeiro lugar, eles aprendem a melhor estratégia para alcançar seu objetivo durante a simulação. Diferentemente das redes neurais, eles não passam por um treinamento prévio. E em segundo lugar, conforme explicado no capítulo 1, eles possuem apenas duas opções de ação: realizar a troca ou não realizar a troca com o agente com quem negocia.

---

<sup>1</sup> ACE – Agent-based Computational Economics.

<sup>2</sup> Russel e Norvig utilizam o termo *actuator* que não tem tradução direta na língua portuguesa.

<sup>3</sup> Outra definição de agente é dada na página 45 no contexto da plataforma usada neste trabalho.

A plataforma de simulação *Swarm* usada aqui é uma estrutura que funciona como uma interface entre o sistema operacional e os agentes, criando um ambiente para a comunicação e a interação entre eles. A plataforma permite a implementação rápida de simuladores multi-agentes simples e eficazes e a reutilização do código de programação. Ela ainda fornece um ambiente padrão para pesquisas futuras e comparações de algoritmos de aprendizagem e racionalização de agentes (BRUUN, 2000), (RAILSBACK, 2006).

O primeiro capítulo faz uma pequena revisão bibliográfica dos estudos já realizados sobre o surgimento do dinheiro, descreve o modelo de KW e explica como Duffy e Rouchier usaram este modelo em simulações computacionais.

A definição da plataforma *Swarm* é vista no capítulo 2: um conjunto de bibliotecas que possui várias classes com código testado, tornando-a eficiente no auxílio da produção de simuladores multi-agentes. Através de suas interfaces, o *Swarm*<sup>4</sup> também estrutura a forma de desenvolvimento do sistema, impondo métodos que devem ser implementados a fim de que haja realmente um padrão comum.

Os modelos implementados neste trabalho estão no capítulo 3 e são representados por um sistema chamado de TradingSim. Os resultados das simulações são comparados aos de Duffy e Rouchier. Observa-se uma melhora significativa em termos do aumento no número de transações realizadas, bem como dos ganhos de cada agente ao obter seu bem de consumo.

Finalmente, o texto é concluído, trazendo consigo algumas expectativas de progresso nesta linha de pesquisa para o futuro.

---

<sup>4</sup> Neste trabalho, quando a referência à plataforma *Swarm* for feita diretamente através de seu nome, será usado o artigo definido “o”, em vez de “a”. A preferência pelo artigo “o” deve-se ao fato de que o *Swarm* pode ser entendido, do ponto-de-vista do desenvolvimento de software, como um *framework*. Portanto, assim como é dito “o *framework*”, diz-se “o *Swarm*”.

# *1 O Modelo de KW e Aplicações já Realizadas*

O modelo teórico de Kiyotaki-Wright (KW) procura explicar como em um mercado, onde a única forma de negociação existente é a troca (ou escambo), pode surgir um produto (ou bem) que se denomina “dinheiro” (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989)<sup>5</sup>. Este produto, em uma troca entre dois jogadores, é aquele que não é necessário para nenhum deles, mas pode servir para que se obtenha o bem que se deseja para consumo em uma troca futura. Agrega-se, então, a este produto certo valor, o chamado valor de mercado (do inglês, *marketability*). Quanto maior o valor de mercado de um produto, maior a probabilidade de um jogador aceitá-lo em uma troca.

Este modelo foi bastante estudado por vários economistas por fazer uma interessante simplificação do mundo real, porém apenas expõe os estados inicial e final dos agentes em um equilíbrio de Nash (FUDENBERG; TIROLE, 1991), (GIBBONS, 1992). Não define quais são os estados intermediários, ou seja, como os agentes evoluem para o estado final. Alguns pesquisadores procuraram analisar esta falha para que pudessem resolver a questão. Estudando a evolução do modelo até o equilíbrio, eles puderam verificar sua validade e robustez.

Vários experimentos científicos foram realizados. Alguns como Marimon, McGrattan e Sargent (MARIMON; MCGRATTAN; SARGENT, 1990) usaram uma versão do sistema classificador de Holland (HOLLAND; 1986). Tiveram sucesso ao implementar a estratégia fundamental dos agentes, mas falharam em outras situações como quando os agentes deviam tomar um comportamento especulativo nas trocas. Outros como Staudinger (STAUDINGER, 1998), Başı (BAŞI, 1999) e Duffy (DUFFY, 2001) também usaram agentes artificiais para suas análises. Em outra linha, Brown (BROWN, 1996) e Duffy em conjunto com Ochs (DUFFY; OCHS, 1999, 2002) preferiram seres humanos como objeto de seus estudos. O presente

---

<sup>5</sup> O modelo de Kiyotaki-Wright será chamado, neste texto, por questões didáticas, apenas de “modelo de KW”.

trabalho toma como base os experimentos realizados em conjunto por Duffy e Ochs (DO)<sup>6</sup> com seres humanos e as simulações de Duffy e de Rouchier com agentes artificiais.

Neste capítulo, faz-se uma breve revisão da literatura que versa a respeito do surgimento do dinheiro. Em seguida, o modelo de KW é reportado em uma visão macro. Após isto, o mesmo modelo será visto sob a ótica de duas aplicações de DO. A primeira, de 1999, analisa os submodelos A e B de Kiyotaki-Wright. A segunda, de 2002, estuda uma variação do modelo usando o objeto *fiat*. Finalmente, as implementações de Duffy (DUFFY, 2001) e de Rouchier (ROUCHIER, 2003), bases para o sistema estudado no capítulo 3, serão apresentadas.

## 1.1 Uma rápida revisão bibliográfica

O modelo desenvolvido pelos economistas Nobuhiro Kiyotaki e Randall Wright é bastante simples e consegue resolver de forma bem abstrata o problema do surgimento do dinheiro (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989). Daí seu destaque entre outros modelos que tratam do mesmo assunto e sua importância para a economia. Basta compará-lo com o modelo de Yasutomi (YASUTOMI, 1995) e com as teorias de Menger (MENGER, 1871) e Alchian (ALCHIAN, 1950).

Yasutomi cria um ambiente em que o número de agentes  $N$  é igual ao número de bens. Cada agente pode possuir mais de um tipo de bem e estes em quantidades variadas, além de ter uma visão geral do ambiente em que se encontra. Esta visão representa a idéia que o agente possui a respeito das demandas dos outros agentes. As regras do modelo de Yasutomi são mais complexas que as de KW no sentido de que o agente faz uso de mais variáveis para tomar suas decisões.

Já Menger e Alchian possuem teorias sobre o surgimento do dinheiro. Elas se auto-complementam. Menger assume que existe um custo para se encontrar um parceiro que possua seu bem de consumo. Nesta busca, o indivíduo precisa realizar trocas indiretas de bens para chegar a seu objetivo. Destas trocas indiretas, surge o dinheiro.

Menger descreve com precisão o surgimento do dinheiro quando diz:

Como cada indivíduo se torna cada vez mais consciente de seus interesses econômicos, ele é levado por este interesse (...) a dar suas mercadorias em troca de outras mercadorias mais vendáveis, mesmo que ele não precise delas para fins de consumo imediato. Com o progresso econômico, portanto, podemos observar o fenômeno em todos os lugares de um

---

<sup>6</sup> As referências aos trabalhos em conjunto dos economistas Duffy e Ochs serão dadas por suas iniciais, DO.

determinado número de bens (...) se tornando aceitáveis para todas as pessoas no comércio e, portanto, suscetíveis de serem dados em troca de qualquer outra mercadoria. (MENGER, 1871)

Deduz-se dos escritos de Alchian que ele considera o custo de Menger como zero. Segundo este, o principal trabalho de um indivíduo é encontrar o real valor do bem. Para isto, ele precisa de um especialista para intermediar as negociações. Este especialista tem condições de avaliar o bem que o agente deseja. Em um ambiente em que todos os bens possuem um valor maior que zero, aquele de valor mais baixo é usado como meio de troca.

## 1.2 Modelo de KW – O dinheiro como meio de troca

Neste modelo, há uma população de  $N$  jogadores que são divididos igualmente em 3 tipos  $i = I, II$  e  $III$ . Cada jogador produz um bem  $j = 1, 2$  e  $3$  de forma que  $i \neq j$ <sup>7</sup>.

Há uma subdivisão do modelo. No modelo A, o jogador do tipo  $i$  produz um bem  $j = (i + 1) \bmod 3$ , resultando que para  $i = I, II$  e  $III$ , tem-se  $j = 2, 3, 1$ , respectivamente. Já no modelo B, o produto de cada jogador do tipo  $i$  é  $j = (i + 2) \bmod 3$ , sendo que para  $i = I, II$  e  $III$ , tem-se  $j = 3, 1, 2$ , respectivamente. Estes modelos estão mais claramente apresentados na Tabela 1. O modelo B é citado aqui apenas como referência. Durante os experimentos realizados, foi dada atenção ao modelo A por ser este objeto de estudo da maioria dos pesquisadores.

Tabela 1: Relação dos tipos com seus produtos em cada um dos submodelos de KW.

	Tipo	Produto ou Bem de produção
Modelo A $j = (i + 1) \bmod 3$	I	2
	II	3
	III	1
Modelo B $j = (i + 2) \bmod 3$	I	3
	II	1
	III	2

Kiyotaki e Wright também definiram que cada jogador do tipo  $i$  consome o bem  $j$ , sendo  $i = j$  (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989). Desta forma, o jogador I consome o bem 1, o jogador II consome o bem de número 2 e o jogador do tipo III consome o bem 3. Neste consumo, ele ganha um valor positivo  $u$  que pode ser entendido como um incentivo por ter adquirido aquilo

<sup>7</sup> Para maior clareza, os tipos dos agentes são representados por algarismos romanos, enquanto que os produtos ou bens são representados por algarismos arábicos.

que necessita. Imediatamente após este fato, o jogador produz seu bem  $j$ , que é deixado em sua área de armazenamento. Então, observa-se que, dentro de um período, um jogador só pode ter, em sua área de armazenamento, seu bem de produção  $j$  ou o bem  $k$  que ele não produz nem consome ( $k \neq j$  e  $k \neq i$ ).

Em compensação ao incentivo  $u$ , o modelo apresenta o custo de cada bem  $c_j$ , de forma que  $0 < c_1 < c_2 < c_3 < u$ . Isto significa que, ao final de um período ou rodada de trocas, o jogador perde o valor correspondente ao custo do bem que está armazenando ( $-c_j$ ). Por consequência, quando ele consegue obter o seu bem de consumo, ganha o valor igual a  $u - c_j$ , pelo fato de ter que produzir o bem  $j$  de imediato.

No início de cada período, os jogadores são colocados em pares de forma aleatória. Uma troca só ocorre quando os dois jogadores concordam em realizá-la. Se um deles ou ambos discordarem em efetuar a troca, ela não acontece e eles continuam com o mesmo bem armazenado. Pode-se definir “meio de troca” como o bem que foi aceito por um jogador em uma troca mesmo não sendo o bem que o jogador consome nem o que ele produz. Ele o faz justamente porque prevê que, de posse deste bem, pode obter lucro em poucos períodos.

O objetivo dos jogadores é maximizar seus ganhos através de trocas bem sucedidas. Uma troca bem sucedida é aquela em que o jogador obtém exatamente o seu bem de consumo. Para alcançar esta situação, cada jogador define uma estratégia de acordo com o seu tipo. A decisão mais difícil que um jogador do tipo  $i$  precisa tomar ocorre quando ele deve decidir por trocar por um bem  $k$  que não é seu bem de consumo, nem seu bem de produção ( $k \neq i$  e  $k \neq j$ ). Se um jogador, nesta situação, decide aceitar a troca por este bem  $k$ , tal que  $c_k < c_j$ , diz-se que ele optou pela estratégia fundamental. Caso aceite a troca, mas  $c_k > c_j$ , diz-se que ele optou pela estratégia especulativa.

Uma estratégia fundamental é assim chamada por se basear em um princípio básico ou fundamental do jogo que é o preço do produto. O jogador que usa esta estratégia opta por trocar seu bem por outro de custo mais barato. Do contrário, ele usa a estratégia especulativa que é a opção pelo bem mais caro (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989).

O modelo não possui um limite para o final do jogo, porém estabelece um fator de desconto  $\beta \in (0, 1)$ , comum a todos os tipos. O fator  $\beta$  determina a chance que o jogo tem de terminar. As parametrizações usadas aqui serão iguais aos dos estudos de (DUFFY; OCHS, 1999) conforme a Tabela 2.

Tabela 2: Valores usados para os parâmetros de cada modelo.

Parâmetro	Modelo A	Modelo B
$U$	20 ou 100	20 ou 500
$\beta$	0,9	0,9
$c_1$	1	1
$c_2$	4	4
$c_3$	9	9

De acordo com Duffy e Ochs,

...o problema dos jogadores é resolvido aplicando-se técnicas padrões de programação dinâmica e buscando-se sobre todas as possíveis estratégias puras estacionárias. A solução para este problema pode ser caracterizada pelas diferentes proporções de agentes armazenando os três bens em um estado de equilíbrio constante. Represente por  $p_{ij}$  a proporção dos agentes do tipo  $i$  armazenando o bem  $j$  e note que para os agentes do tipo  $i$ ,  $p_{ii} = 0$  pelo modelo. Segue que  $p_{ij} = 1 - p_{ik}$  onde  $i \neq j \neq k$ . Assim, uma distribuição dos bens em equilíbrio é completamente caracterizada por três proporções de estado constantes – uma para cada tipo de jogador. (DUFFY; OCHS, 1999)

Desta forma, o equilíbrio do modelo pode ser definido pelas proporções  $p_{ij}$ , onde  $p_{ij} = 1 - p_{ik}$ . Para cada modelo e parametrização diferentes, notou-se comportamentos distintos para cada tipo de agente. À medida que o jogo prossegue, os agentes vão fixando suas estratégias. A observação mostra que eles se aproximam do equilíbrio de Nash apresentado nos parágrafos abaixo.

No modelo A, observa-se que os agentes do tipo I usam estratégias diferentes de acordo com os parâmetros usados, e são eles quem definem a estratégia comum para se chegar a um equilíbrio em todo o jogo. Os agentes de tipos II e III sempre jogam de forma fundamental. Para que o tipo I jogue a estratégia fundamental, a desigualdade mostrada em (1.1) deve valer:

$$(c_3 - c_2) > (p_{31} - p_{21}) \beta u / 3 \quad (1.1)$$

Usando os parâmetros da Tabela 2, tem-se, como resultado, o apresentado em (1.2):

$$(p_{31} - p_{21}) < \begin{cases} \frac{5}{6}, \text{ se } u = 20 \\ \frac{1}{6}, \text{ se } u = 100 \end{cases} \quad (1.2)$$

O fato de os agentes do tipo I optarem por jogar de forma mais conservadora (fundamental) significa que eles devem recusar o bem de número 3 em troca de seu bem de produção 2. Se os agentes do tipo II também usam a mesma estratégia, então eles oferecem seu bem de produção 3 pelo bem de menor custo 1. E os agentes do tipo III, que também jogam de forma conservadora, recusam o bem 2 em troca de seu produto de número 1.

A Figura 1 representa o modelo A quando o equilíbrio fundamental é alcançado no jogo. Nela, observa-se que o bem 1 é usado como meio de troca entre os agentes de tipos II e III. Pelo fato de os agentes do tipo III não aceitarem o bem de produção dos agentes do tipo I, eles não interagem entre si. Para este equilíbrio, a distribuição dos bens nos jogadores chega aos valores  $p_{12} = 1,00$ ,  $p_{21} = 0,50$  e  $p_{31} = 1,00$ , o que implica que  $p_{31} - p_{21} = 0,50$ . Das desigualdades mostradas em (2.2) apenas aquela em que  $u = 20$  é válida para este caso. Consequentemente, se  $u = 100$ , os agentes do tipo I deverão usar a estratégia especulativa.

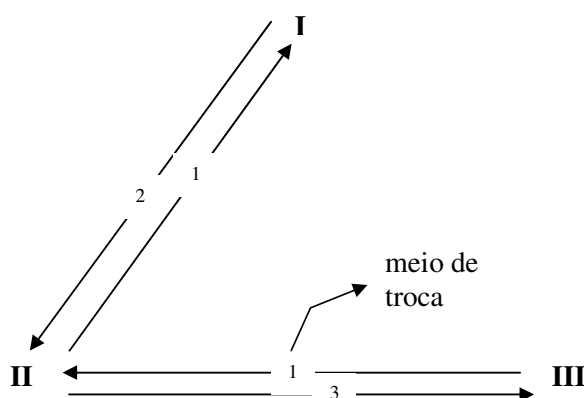


Figura 1: Equilíbrio fundamental do modelo A.

Para os jogadores do tipo I, especular significa receber o bem 3, que é mais caro, em troca de seu bem de produção 2. Isto só ocorre quando a expectativa de ganho com o bem 3 armazenado é maior que a expectativa de ganho para o bem 2. Como os agentes de tipos II e III são sempre conservadores, tem-se, no equilíbrio, a seguinte distribuição de bens através dos jogadores:  $p_{12} = 0,71$ ,  $p_{21} = 0,59$  e  $p_{31} = 1,00$ . Consequentemente,  $p_{31} - p_{21} = 0,41$ . Este resultado vai contra a segunda desigualdade em (1.2) quando  $u = 100$ , comprovando o comportamento especulativo dos agentes do tipo I. A Figura 2 mostra este equilíbrio. Nela, observa-se que os bens 1 e 2 são usados como meios de troca.

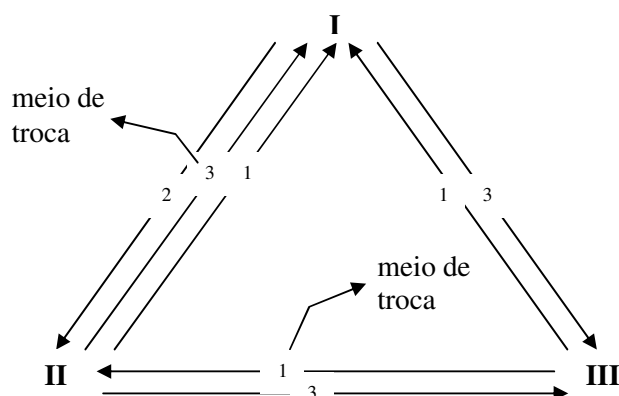


Figura 2: Equilíbrio especulativo do modelo A.

Em relação ao modelo B, são os agentes de tipos II e III que definem o comportamento global no jogo. Eles podem agir tanto de forma conservadora como de forma especulativa. No primeiro caso, o jogador do tipo I aceita o bem de número 2, por ser mais barato que seu bem 3. Enquanto isto, o jogador do tipo II recusa o bem de custo maior 3 em troca de seu bem 1. Finalmente, o jogador do tipo III aceita o bem de número 1 em troca de seu bem de número 2. Neste equilíbrio (Figura 3), os bens 1 e 2 são tidos como meios de troca e a distribuição dos bens pelos jogadores fica da seguinte forma:  $p_{12} = 0,29$ ,  $p_{23} = 0,00$  e  $p_{32} = 0,41$ .

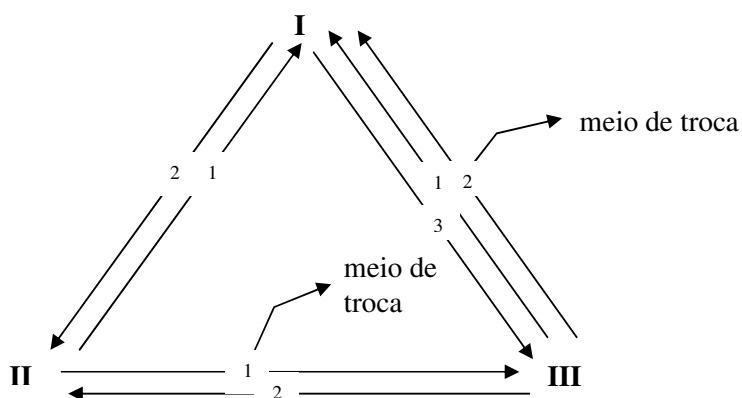


Figura 3: Equilíbrio fundamental do modelo B.

Quando os jogadores de tipos II e III jogam de forma especulativa, o modelo tem a coordenação observada na Figura 4: o jogador de tipo III recusa o bem 1 em troca de seu bem

2 e, em resposta, o jogador de tipo II aceita o bem 3 em troca de seu bem de produção 1; o jogador de tipo I continua com o mesmo comportamento, aceitando o bem 2 em troca de seu bem 3. Assim, os bens 2 e 3 funcionam como meios de troca. A distribuição dos bens em um equilíbrio de estratégia puramente especulativo é a seguinte:  $p_{12} = 0,59$ ,  $p_{23} = 0,29$  e  $p_{32} = 1,00$ . Estes valores são levados às desigualdades em (1.3) que definem quando os agentes de tipos II e III especulam no modelo B.

$$\begin{cases} (c_3 - c_1) < (p_{32} - p_{12}) \beta u / 3 \\ (c_2 - c_1) < p_{23} \beta u / 3 \end{cases} \quad (1.3)$$

Substituindo os valores da Tabela 2 em (1.3), obtém-se (1.4) e (1.5).

$$(p_{32} - p_{12}) > \frac{4}{3} \text{ e } p_{23} > \frac{1}{2}, \text{ se } u = 20, \quad (1.4)$$

$$(p_{32} - p_{12}) > \frac{4}{75} \text{ e } p_{23} > \frac{1}{50}, \text{ se } u = 500 \quad (1.5)$$

Usando as distribuições  $p_{ij}$  citadas, onde  $p_{32} - p_{12} = 0,41$ , verifica-se que a especulação ocorre para  $u = 500$ . Há ainda uma peculiaridade deste modelo. Segundo (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989), no modelo B podem co-existir, em harmonia, dois equilíbrios de Nash, um especulativo e outro fundamental. É o caso da última distribuição aqui apresentada. Se  $u = 20$ , então somente o comportamento fundamental pode ser observado.

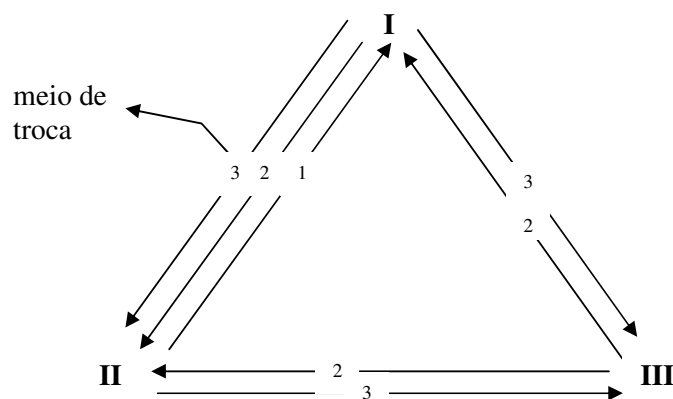


Figura 4: Equilíbrio especulativo do modelo B.

### **1.3 Aplicação do modelo de KW por Duffy e Ochs com seres humanos**

Ao aplicar o modelo de KW, os pesquisadores Duffy e Ochs (DO) se preocuparam com a quantidade de pessoas envolvidas de forma que o experimento pudesse ser realizado em um laboratório computacional e não gerasse grandes custos (DUFFY; OCHS, 1999). Fizeram, portanto, sessões com 18, 24 e 30 pessoas. Desta maneira, poderiam dividi-las em grupos iguais de três, um para cada tipo. Elas eram isoladas diante de um computador ligado em rede, de forma que não poderiam ver as jogadas dos outros participantes. As únicas informações a que tinham acesso eram:

- seu tipo;
- o número do período em que se encontravam;
- seu total de pontos, que representava o valor agregado até o momento;
- os custos de cada um dos três bens disponíveis;
- o valor que ganhariam caso obtivessem seu bem de consumo;
- seu bem armazenado;
- o bem armazenado de seu parceiro;
- o tipo do parceiro;
- a distribuição dos bens pelos tipos de jogadores em porcentagem (média histórica); e
- a probabilidade que o jogo tinha de terminar.

Antes de se iniciar uma sessão, elas recebiam uma folha com as regras do jogo – as mesmas do modelo de KW. Após a leitura, lhes era permitido fazer qualquer tipo de pergunta. Em seguida, iniciava-se o primeiro jogo quando todos deveriam manter-se em silêncio. Um jogo continha vários períodos. Cada período representava a oportunidade que o sujeito tinha de oferecer ou recusar seu produto em troca do produto de seu parceiro. Caso ambos concordassem em trocar seus bens, isto era feito pelo sistema que, imediatamente, computava os totais de pontos para cada um. De acordo com o modelo, o jogador ganha pontos positivos quando recebe seu bem de consumo. Logo após, o sistema coloca, na área de armazenamento do jogador, seu bem de produção e subtrai do total de pontos o custo deste bem. Para que os jogos não ficassem muito cansativos para os participantes, foi estabelecido que a chance que o

jogo tinha de terminar era de 10%. Cada sessão durava, em média, duas horas. Como não se sabia, ao certo, quando um jogo estava para terminar, também não se sabia quantos jogos haveriam em cada sessão.

Cada jogador recebeu 10 dólares para participar do experimento. Ao final da sessão, o sistema escolhia aleatoriamente um jogo. A quantidade de pontos que a pessoa tinha ao final deste jogo indicava sua probabilidade de ganhar outros 10 dólares. Ou seja, quantos mais pontos a pessoa fizesse, maior a chance dela ganhar mais 10 dólares. Isto significou um incentivo para que se fizesse o maior número de pontos possível. Cada um recebia 100 pontos no início de cada jogo e o número de pontos ao seu final era armazenado para o cálculo desta probabilidade. O tipo do jogador permanecia o mesmo, de forma que ele podia usar sua experiência passada a seu favor nos outros jogos.

Foram realizadas 25 sessões. Dentre estas, 4 eram do modelo B e o restante do modelo A. Os valores de  $u$ , pontos ganhos em uma troca bem sucedida, variaram de acordo com a Tabela 2. Somente em uma sessão o valor de  $\beta$  foi alterado para 0,99, indicando que seus jogos teriam somente 1% de chance de terminar. Os custos de cada bem permaneceram inalterados por todas as sessões.

Duffy e Ochs consideraram que seu trabalho levava os sujeitos a um comportamento mais especulativo devido às informações que lhes eram repassadas através do sistema. A chance do jogo terminar dava ao jogador a idéia do tempo que tinha para realizar suas jogadas, e a porcentagem dos bens distribuídos pelos tipos de jogadores (o equivalente ao termo  $p_{ij}$  do modelo de KW) indicava qual bem ele precisava ter armazenado para conseguir seu bem de consumo. Por estas razões, Duffy e Ochs acharam que seu experimento se aproximou mais do modelo de KW em relação aos trabalhos anteriores realizados por outros cientistas.

### **1.3.1 Resultados obtidos no modelo A**

A primeira análise feita por Duffy e Ochs sobre os dados obtidos de seu trabalho foi que praticamente 100% dos sujeitos envolvidos no jogo, em todas as sessões, ofereceram o bem que possuíam armazenado em troca de seu bem de consumo, o que está completamente de acordo com o modelo de KW, indicando que os jogadores entenderam que esta ação aumentava seus pontos.

Das 25 sessões estudadas, 10 foram parametrizadas de acordo com a Tabela 2, modelo A. Dentre estas 10, 5 tinham  $u = 20$  e 5 tinham  $u = 100$ .

De acordo com o modelo, quando  $u = 20$ , todos os agentes devem agir de forma conservadora, rejeitando um bem que for mais caro que o seu e aceitando um bem mais barato. Porém, nas análises de DO, um terço dos sujeitos do tipo I agiu de forma especulativa.

Quando  $u = 100$ , o comportamento esperado, segundo o modelo, é que o agente do tipo I deve especular enquanto os outros devem seguir o padrão fundamental. Ainda assim, nas 5 sessões realizadas por DO que seguiam estes parâmetros, o comportamento das pessoas que pertenciam ao tipo I não mudou – um terço deles especulava. Conclui-se que a variação no valor de ganho  $u$  não resulta em uma diferença significativa no comportamento agregado dos jogadores do tipo I. Aqueles para os quais lhes foi atribuído o tipo II não mudaram de comportamento na mudança de valor do parâmetro  $u$ . O mesmo não ocorreu com os do tipo III. Eles passaram a ofertar, com maior frequência, seu bem de produção 1 em troca do bem 2 quando  $u = 100$ , contrariando a previsão do modelo.

Com o propósito de legitimar a experiência, Duffy e Ochs provaram os resultados obtidos diante de (1.2) (página 22). Verificaram que o valor médio  $p_{31} - p_{21}$  era sempre menor que  $\frac{5}{6}$  e sempre maior que  $\frac{1}{6}$ . Isto significava que os valores da experiência estavam de acordo com o modelo. Para  $u = 20$ , a melhor jogada para o tipo 1 seria a fundamental e, para  $u = 100$ , a melhor jogada seria a especulativa.

Duffy e Ochs também verificaram a robustez de seus experimentos através de várias alterações na forma como estes eram conduzidos. Para isto, alteraram os parâmetros do modelo em algumas sessões. Em uma delas, ao incentivo  $u$  foi atribuído o valor 15. Em outra,  $\beta$  recebeu o valor de 0,99. Em outras cinco sessões, a distribuição inicial dos bens pelos tipos foi alterada. A princípio, cada tipo começa um jogo com seu bem de produção. Nestas cinco, com  $u = 100$ , a distribuição foi feita de forma a se aproximar mais do equilíbrio especulativo do modelo A. Em mais duas sessões, DO aumentaram as informações a que tinham acesso cada jogador. Agora os jogadores poderiam saber a frequência média com que cada tipo oferecia o seu bem pelo outro que não era o seu bem de consumo, nem o de produção, bem como verificavam a mesma frequência para a rodada anterior. Nas duas últimas sessões, de um total de 25 realizadas, DO alteraram a informação passada aos jogadores. Em vez de apresentarem a média histórica da distribuição dos bens pelos tipos de jogadores, mostraram a média período por período.

Nenhuma destas alterações foi suficiente para mudar o comportamento das pessoas do tipo I e do tipo III. Quando  $u = 15$ , um terço dos sujeitos do tipo I continuou a especular. Nas outras variações,  $u$  sempre foi igual a 100 e, nelas, a mesma fração de sujeitos do tipo I especulava, enquanto que também a proporção de pessoas do tipo III que ofereciam seu produto 1 pelo produto 2 não diminuiu.

Ao fim dos experimentos com o modelo A, DO concluíram que seu projeto experimental padrão era robusto em relação às várias mudanças que realizaram, pois não produziram efeitos significativos nos resultados dos experimentos.

### **1.3.2 Resultados obtidos no modelo B**

Para o modelo B, DO fizeram apenas 4 sessões. Em duas delas, quando  $u = 20$ , perceberam que os jogadores seguiram a previsão teórica, onde o equilíbrio comum a todos era o comportamento fundamental. Considerando a segunda metade do jogo, em média, 98% dos jogadores do tipo I ofereceram seu bem de produção 3 em troca do bem 2, 4% dos jogadores do tipo II ofereceram seu bem 1 pelo bem 3 e 95% dos jogadores do tipo III ofereceram seu bem 2 na expectativa de obter o bem 1.

Nas outras duas sessões,  $u = 500$ , os jogadores de tipos II e III não se comportaram conforme esperado, acabando por especular em poucos períodos. Na segunda metade do jogo, a porcentagem de oferta de seu bem de produção pelo bem que não produzem, nem consomem ficou em 16% e 81%, respectivamente.

Novamente, DO analisaram a robustez de seus experimentos e verificaram que os dados obtidos estavam dentro dos parâmetros estabelecidos em (1.4) e (1.5) (página 25).

Por fim, os pesquisadores não realizaram nenhuma sessão com parâmetros diferenciados com a finalidade de estimular a especulação dos jogadores. Isto foi devido às características peculiares do modelo B, “multiplicidade de equilíbrios de estado constantes em uma estratégia pura”, isto é, o fato de os equilíbrios fundamental e especulativo poderem co-existir em um mesmo ambiente de trocas e, principalmente, porque o equilíbrio fundamental pode existir para todos os tipos. Antes de qualquer tentativa adicional, notaram que os mesmos resultados obtidos no modelo A seriam levantados para o modelo B com sua diferente distribuição de bens pelos tipos de jogadores.

## 1.4 Uma outra análise realizada por DO: objeto fiat

Kiyotaky e Wright fizeram algumas variações no seu modelo, onde o chamado “objeto *fiat*” aparecia como um dos bens que um jogador poderia armazenar (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989). A um objeto armazenável que não tem valor intrínseco, não faz parte de um sistema de produção, nem serve para consumo chama-se objeto *fiat* (WALLACE, 1980). Em (DUFFY; OCHS, 2002), repete-se os estudos publicados em 1999 (DUFFY; OCHS, 1999), inserindo-se, em sua implementação, este objeto com o propósito de verificar se as previsões de KW eram sustentáveis na prática, ou seja, verificar se o objeto *fiat* era usado como meio de troca pelos jogadores.

A principal diferença para o primeiro modelo citado nos tópicos anteriores é que existe um bem a mais, de forma que para os tipos  $i = I, II, III$ , tem-se os bens  $j = 0, 1, 2, 3$ . O bem 0 é exatamente o objeto *fiat* ou, como também é chamado, *token*. Sua distribuição pelos tipos varia e a proporção do total da população que armazena o bem 0 é denotada por  $m$ .

Duffy e Ochs consideraram dois casos. No primeiro, o objeto *fiat* é o produto de menor custo.

Caso 1:  $c_0 < c_1$

No segundo, como sugeriram Aiyagari e Wallace (AIYAGARI; WALLACE, 1992), o objeto *fiat* não é o de menor custo.

Caso 2:  $c_1 < c_0 < c_2$

A parametrização foi definida como mostra a Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros para o modelo de KW com o objeto *fiat*.

Parâmetro	Caso 1	Caso 2
$c_0$	0	1
$c_1$	1	0
$c_2$	4	23
$c_3$	9	24
$u$	20	100
$\beta$	0,90	0,90
$m$	0,250, 0,333 ou 0,500	0,167

O projeto experimental ocorreu praticamente da mesma forma que o anterior. Foi realizado em um laboratório onde, pelo número limitado de terminais, participaram apenas 24

ou 18 pessoas<sup>8</sup>. Foram realizadas 14 sessões, 9 com os parâmetros do caso 1 e o restante com os parâmetros do caso 2. As sessões duravam 90 minutos, tempo suficiente para uma média de 100 jogos. Cada jogador recebia, antes do início da sessão, uma folha com as regras. Estas podiam ser praticadas no sistema durante alguns minutos até que se começasse o jogo em definitivo.

Permanecia também o incentivo para se obter a maior pontuação possível em cada jogo no valor de dez dólares. Outro fator importante é que ninguém participava de mais de uma sessão, nem tinha conhecimento prévio do jogo.

A diferença básica estava na distribuição do bem 0 pelos jogadores, que seguia a proporção dada pelo parâmetro  $m$  naquela sessão. Essa proporção não variava no tempo, visto que o objeto *fiat* não é consumido nem produzido por nenhum dos tipos, mas apenas usado nas trocas.

Segundo o que a teoria de KW previa para o caso 1, todos os jogadores, em um equilíbrio de estratégias, deveriam jogar de forma fundamental. A Figura 5 representa este equilíbrio onde o bem 0 e o bem 1 são usados como meios de troca. Para o caso 2 (Figura 6), onde o objeto *fiat* não é o bem de menor custo, previa-se que o jogador do tipo 1 deveria especular enquanto os jogadores do tipo 2 e 3 teriam um comportamento fundamental. Neste padrão de trocas, os bens 0, 1 e 3 seriam usados como meios de troca.

Em ambos os casos, Kiyotaky e Wright constataram outros equilíbrios onde o objeto *fiat* não era aceito pelos jogadores, de maneira que ele não se movimentava no ambiente de trocas. Segundo (DUFFY; OCHS, 2002), isto pode acontecer pelo fato de ninguém acreditar que este objeto tem algum valor para uma troca futura. Estes equilíbrios são idênticos aos apresentados nas Figuras 1 e 2 onde o objeto *fiat* não faz parte do modelo.

---

<sup>8</sup> O número devia ser múltiplo de 6 visto que devia haver um número igual de pessoas para cada um dos três tipos e todas elas deviam estar em pares para negociarem seus bens.

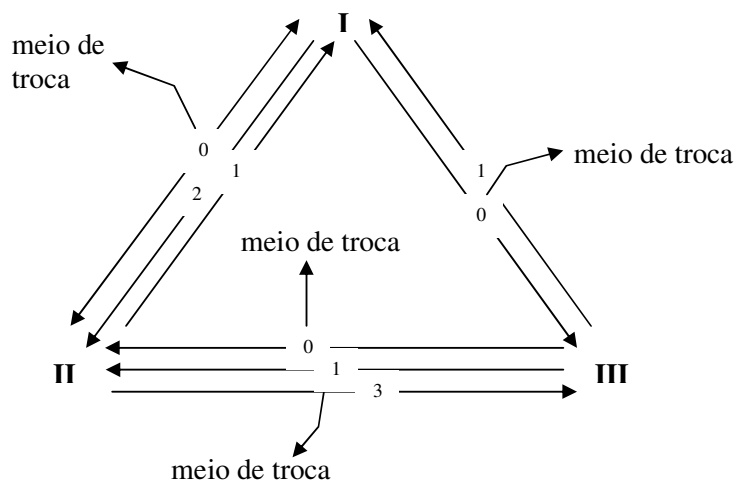


Figura 5: Equilíbrio fundamental onde o objeto *fiat* é o que tem o menor custo.

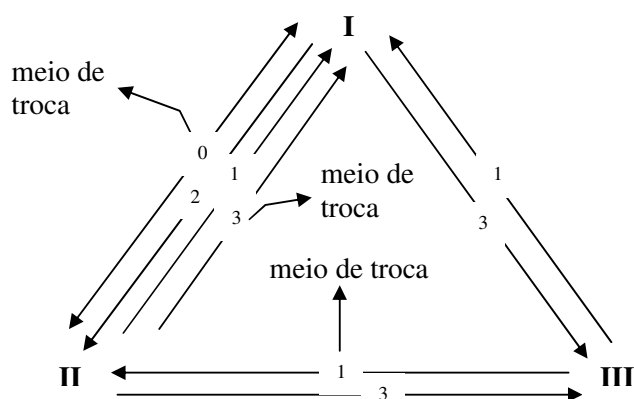


Figura 6: Equilíbrio especulativo onde o objeto *fiat* não é o que tem o menor custo.

### 1.4.1 Resultados experimentais

A partir desta experiência realizada com seres humanos, Duffy e Ochs obtiveram resultados semelhantes aos previstos pela teoria de KW.

Novamente, os jogadores entenderam as regras e os incentivos dados, de maneira que quase 100% ofereceram seu bem armazenado pelo bem que correspondia ao seu tipo, ou seja, o seu bem de consumo.

No primeiro caso, a maioria dos jogadores (cerca de 85% a 90%) acharam que o objeto *fiat* tinha algum valor, aceitando-o em suas trocas para, posteriormente, obter seu bem de consumo. Este valor não estava relacionado ao seu custo ou ao fato de ser útil para o consumo de algum jogador, mas se relacionava com o valor de mercado e indicava que ele tinha uma função importante nas trocas. Uma minoria se comportou diferentemente do modelo, usando o seu bem armazenado para especular.

Quando o bem de número 1 era o que tinha menor custo (segundo caso), os participantes do experimento se comportaram, em algumas trocas, de forma diferente da prevista. A maioria dos participantes do tipo 1 (de 60% a 82%) não usaram a estratégia especulativa, recusando o bem 3 em troca de seu bem armazenado 0, apesar do fato de que os integrantes do tipo 2 e 3 não aceitaram o bem 0 em troca do bem 1 armazenado porque este tinha menor custo. O único momento em que os do tipo 1 especulavam era quando possuíam o bem 2 armazenado. Aceitavam a troca pelo bem 3 porque a diferença no custo era pequena. Finalmente, a maioria das pessoas do tipo 2 e 3 agiram da forma prevista, usando a estratégia fundamental.

As previsões de KW foram quase todas realizadas principalmente quando o comportamento esperado para os três tipos era o fundamental (caso 1). Outro fato foi que os participantes do tipo 1 não entenderam muito bem os incentivos dados quando os parâmetros se enquadravam no caso 2, visto que nem todos especularam como deveriam. Duffy e Ochs concluem seu artigo afirmando que o objeto *fiat* foi usado como meio de troca em seus experimentos, mesmo quando não era o bem de menor custo. Apesar disso, em alguns momentos, ele foi recusado, levando a resultados diferentes dos esperados por Kiyotaki e Wright.

## 1.5 Modelo computacional de Duffy

John Duffy fez uma abordagem diferente de outros pesquisadores no que tange à forma de implementar agentes artificiais baseados no modelo de KW (DUFFY, 2001). Em (MARIMON; MCGRATTAN; SARGENT, 1990) usou-se uma versão do sistema classificador de Holland (HOLLAND; 1986) para modelar o comportamento de 150 agentes. Em (BAŞÇI, 1999) outro tipo de sistema classificador foi usado. Desta vez, com 60 agentes. Em (STAUDINGER, 1998) houve uma implementação do modelo com algoritmos genéticos em 150 agentes. Cada um destes fez uso de diferentes parâmetros para estudar o modelo A. Assim como Duffy e Ochs

(DUFFY; OCHS, 1999, 2002), também descobriram que os agentes do tipo 1 não especulavam quando este era o único comportamento esperado. Apenas Staudinger obteve sucesso com sua implementação. Ele fez com que esses agentes chegassem ao equilíbrio de Nash após 5.000 gerações (períodos) .

O foco principal do estudo de John Duffy (DUFFY, 2001) era verificar se um sistema computacional que correspondesse a uma implementação de agentes artificiais dentro do modelo de KW poderia ser usado para projetar um experimento com seres humanos bem como para prever seu comportamento. Sua intenção era tornar seu modelo computacional mais semelhante àquele aplicado com seres humanos. Desta forma, o número de agentes não poderia ser muito alto, tampouco o número de períodos da simulação. Mas Duffy não se deteve somente neste objetivo. Quis ver, ainda, se o inverso era possível; se as observações experimentais com seres humanos poderiam servir de base para um sistema computacional com agentes artificiais.

Em seu artigo, ele diz:

“Enquanto esta abordagem certamente limitará os tipos de comportamento e processamento da informação que são possíveis em simulações com agentes artificiais, o retorno é uma abordagem mais disciplinada e empiricamente fundada para a modelagem do comportamento de agentes artificiais tanto quanto para o uso de tais modelos baseados em agentes para projetar ambientes experimentais melhores com seres humanos.” (DUFFY, 2001)

### **1.5.1 Pequenas alterações na representação matemática do modelo de KW**

No artigo em questão (DUFFY, 2001), Duffy apresentou o modelo de KW da mesma forma que antes quando trabalhou com Ochs (DUFFY; OCHS, 1999). Ele apenas acrescentou outras variáveis para tornar mais claro o modelo. Por exemplo, as proporções  $p$  são colocadas em um vetor  $p(t) = [p_1(t), p_2(t), p_3(t)]$  que indica a quantidade de agentes que possuem o bem  $i + 1$  em relação ao total de agentes do tipo  $i$  armazenado em um período  $t$ . Logo, a proporção dos agentes  $i$  que estão armazenando  $i + 2$  será  $1 - p_i(t)$ . Como Duffy trabalhou apenas com o modelo A de KW, o bem  $i + 1$  corresponde ao bem de produção  $j$  e o bem  $i + 2$  corresponde ao bem  $k$ , aquele que não é o de produção, nem o de consumo.

Outra variável é o vetor de estratégias puras  $s = (s_i(t) \in \{0,1\} \forall i, t)$  que simboliza a estratégia do jogador do tipo  $i$  que, em um período  $t$ , armazena o bem  $i + 1$  e encontra outro jogador que possui o bem  $i + 2$ . Se  $s_i(t) = 1$ , então o jogador deseja trocar seu produto. Caso contrário, se  $s_i(t) = 0$ , então ele não deseja trocar seu produto pelo produto do parceiro. Com base nestas variáveis, o equilíbrio de Nash para as estratégias de cada tipo de jogador no modelo A analisado pode ser assim definido:

$$s = (s_1, s_2, s_3) = \begin{cases} (0,1,0) & \text{se } (c_3 - c_2) > [p_3 - (1 - p_2)] / 3\beta u = [1/6] \beta u, \\ (1,1,0) & \text{se } (c_3 - c_2) < [p_3 - (1 - p_2)] / 3\beta u = [(\sqrt{2} - 1) / 3] \beta u \end{cases} \quad (1.6)$$

As proporções  $p$  no estado constantes são  $p = (1, \frac{1}{2}, 1)$  para a primeira equação e  $p = (\frac{1}{2}\sqrt{2}, \sqrt{2} - 1, 1)$  para a segunda. Observa-se, novamente, que a única diferença de estratégia no modelo A entre as duas equações (dadas para diferentes parametrizações) está no comportamento do agente do tipo I. Quando  $s_1 = 0$ , o agente recusa o bem 3 em troca de seu produto 2. Já em outra situação, quando  $s_1 = 1$ , o agente oferece seu produto 2 em troca do bem de custo maior 3. Os outros agentes terão sempre o mesmo comportamento, não importando quais serão os valores dados para cada parâmetro, ou seja, se  $s_2 = 1$ , então o jogador do tipo II vai oferecer seu produto 3 pelo produto 1 que é mais barato e, se  $s_3 = 0$ , logo o jogador do tipo III recusa a oferta do bem 2 em troca de seu produto 1. A única exceção está para o intervalo onde  $(c_3 - c_2) \in ([(\sqrt{2} - 1) / 3] \beta u, [1/6] \beta u)$ . Neste caso, não existe um equilíbrio de Nash único.

### 1.5.2 O modelo de agentes artificiais de Duffy

Duffy criou um modelo computacional baseado nas descobertas experimentais que fez com Ochs (DUFFY; OCHS, 1999). Ele realizou simulações com 18 ou 24 agentes (6 ou 8 agentes de cada tipo). Uma simulação equivalia a uma sessão que se dividia em jogos e estes em períodos.

As decisões que os agentes tomavam eram baseadas em uma função geradora de números pseudo-aleatórios a partir de uma semente dinâmica.

O valor de  $\beta = 0,90$  indicava a chance que o jogo tinha de continuar. Servia como uma equivalência ao horizonte infinito do modelo de KW, indicando que não se sabia o exato momento em que o jogo terminaria.

Até aqui, na apresentação do modelo de KW, fez-se uma análise agregada dos dados, levando-se em consideração o conjunto total de pessoas envolvidas e os tipos associados a elas. A partir de agora, na exposição do modelo de Duffy, será feita uma análise individual, focando-se o aprendizado de cada participante do modelo.

Alguns aspectos do sistema bem como as decisões dos agentes foram pré-determinadas com base no experimento anterior. Primeiramente, caso um agente do tipo  $i$  receba como troca o bem  $i$ , ele imediatamente deve consumi-lo e produzir o bem  $i + 1$ . Em segundo lugar, se um agente estiver diante de outro que possua seu bem de consumo  $i$ , ele sempre aceita a troca. Finalmente, se um agente do tipo  $i$  se depara com outro cujo bem armazenado é igual ao seu ( $i + 1$  ou  $i + 2$ ), ambos rejeitam a troca.

A situação mais crítica ocorre quando um agente do tipo  $i$  está com um parceiro que não tem o seu bem de consumo  $i$ , nem seu bem armazenado ( $i + 1$  ou  $i + 2$ ). Neste caso, ele deve calcular a utilidade (ou vantagem) de se obter o bem do parceiro com base naquilo que conseguiu com este bem em trocas anteriores. No sistema de Duffy, existe uma variável chamada valor utilidade que determina esta vantagem. Por exemplo, caso um agente do tipo  $i$  armazene o bem  $i + 1$  no início de um período  $t$  e consiga, com este bem, o seu bem de consumo  $i$ , o valor utilidade  $\gamma$  associado ao produto  $i + 1$  será igual a  $-c_{i+1} + \beta u$  ao final deste período. Analogamente, caso o agente possua o bem  $i + 2$  e, com ele, consiga seu bem de consumo  $i$ , o valor utilidade  $\gamma$  relacionado a este produto será igual a  $-c_{i+2} + \beta u$ .

De modo inverso, existe outra variável chamada custo de oportunidade que representa uma oportunidade perdida de se conseguir o bem de consumo. Quando um agente A do tipo  $i$ , armazenando  $i + 1$ , se depara com outro agente B que armazena seu bem de consumo e a troca não ocorre, isto significa que o agente B recusou a troca porque, segundo as regras e no caso do agente A, um agente sempre vai aceitar uma troca onde seu bem de consumo está envolvido. O agente B não aceitou o bem que o agente A possuía. Diante disto, o custo de oportunidade do agente A ter armazenado o bem errado é igual ao ganho (valor utilidade) que ele teria se estivesse com o bem certo ( $i + 2$ ).

Com estas variáveis, é possível calcular a real vantagem de um agente realizar a troca por um bem que não é seu bem de consumo, nem é seu bem armazenado. Seja o lucro esperado

(*net payoff*) de um agente  $a$  do tipo  $i$  no período  $t$ , armazenando o bem  $i + 1$  o apresentado em (1.7):

$$v_{i+1}^a(t) = \sum_{\tau=1}^{t-1} I^S(\tau) \gamma_{i+1} - \sum_{\tau=1}^{t-1} I^f(\tau) \gamma_{i+2} \quad (1.7)$$

Nesta equação,  $I^S = 1$  ocorre quando o agente se depara com outro agente que possui seu bem de consumo e obtém sucesso na troca. Caso contrário,  $I^S$  recebe o valor 0 ( $I^S = 0$ ). E  $I^f = 1$  acontece quando o agente negocia com outro que possui seu bem de consumo, mas falha na troca. Caso contrário,  $I^f$  se torna 0 ( $I^f = 0$ ). O cálculo da vantagem de se ter armazenado o produto  $i + 2$  ( $v_{i+2}^a(t)$ ) é semelhante.

A partir daí, pode-se extrair o benefício de se ter o bem  $i + 1$  em detrimento do bem  $i + 2$ , dado pela equação (1.8):

$$x_i^a(t) = v_{i+1}^a(t) - v_{i+2}^a(t) \quad (1.8)$$

Este valor é usado na definição da probabilidade do agente  $a$  jogar a estratégia  $s_i = 0$  (1.9):

$$\Pr[s_i^a(t) = 0] = \frac{e^{x_i^a(t)}}{1 + e^{x_i^a(t)}} \quad (1.9)$$

Este método usado na aprendizagem do agente é chamado de aprendizado por reforço. Inicialmente, há uma probabilidade de 50% do agente usar a estratégia  $s_i = 0$ . À medida em que as trocas vão sendo realizadas e, assim, o agente vai obtendo sucesso ou não, a probabilidade vai se alterando.

Toda esta especificação foi projetada para se assemelhar ao máximo com os resultados obtidos por Duffy e Ochs nos experimentos anteriores (DUFFY; OCHS, 1999). A técnica de aprendizado por reforço sugere que, se um agente tem mais sucesso ao armazenar o bem  $i + 1$  em vez do bem  $i + 2$ , então a chance dele aceitar o bem  $i + 1$  em trocas futuras aumenta. Desta forma, ele entende que pode maximizar os seus ganhos. Como as pessoas se baseavam em seu conhecimento prévio de sucesso e fracasso, assim também os agentes foram projetados. Isto também é semelhante ao incentivo em dinheiro dado às pessoas para fazerem o máximo de pontos.

Aqui, vale destacar a definição de Sutton e Barto para o termo aprendizado por reforço.

“O aprendizado por reforço é aprender o que fazer – como mapear situações em ações – de forma a maximizar um sinal numérico de retorno. Não se diz ao aprendiz quais ações ele

deve tomar, como na maioria das formas de aprendizado de máquina, mas, em vez disso, ele deve descobrir quais ações produzem o maior retorno através de tentativas. Nos casos mais interessantes e desafiadores, as ações podem não apenas afetar o retorno imediato, mas também a próxima situação e, através desta, todos os retornos subsequentes. Estas duas características – tentativa e erro e retorno com atraso – são as duas características mais importantes e distintas do aprendizado por reforço.

O aprendizado por reforço é definido não por caracterizar algoritmos de aprendizado, mas por caracterizar um problema de aprendizado. Qualquer algoritmo que se encaixa bem na resolução deste problema nós consideramos ser um algoritmo de aprendizado por reforço.” (SUTTON; BARTO, 1998)

Uma boa ilustração para a definição acima encontra-se na Figura 7, onde  $a$  significa a ação tomada pelo agente  $B$ .  $T$  é o ambiente ou o agente com o qual o agente  $B$  se relaciona.  $I$  é uma função identidade que dá ao agente  $B$ , através de  $i$ , a exata noção de como se encontra o ambiente  $T$ .  $R$  é a função de reforço que transforma a realidade de  $T$  em  $r$  a partir do estado  $s$ . O valor  $r$  é o sinal de retorno que o agente precisa para continuar tomando suas decisões.

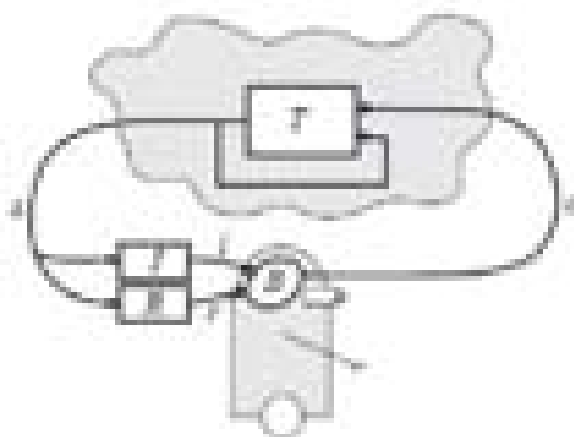


Figura 7 – O aprendizado por reforço

Neste trabalho, a ação  $a$  do agente é a estratégia da qual ele faz uso: fundamental ou especulativa. O estado do ambiente  $s$  é dado pela resposta de seu parceiro. O sinal de retorno  $r$  significa a probabilidade definida na equação 1.9. A partir deste retorno, o agente  $B$  pode definir uma nova estratégia  $a'$ . Aqui, não se utiliza o função  $I$ .

### 1.5.3 Os experimentos de Duffy e seus resultados

#### 1.5.3.1 Comparações com os experimentos anteriores

Os parâmetros utilizados nas primeiras simulações foram os mesmos do experimento anterior, mas considera-se apenas o modelo A (seção 1.1) e os coloca numa escala menor conforme mostra a Tabela 4. O bem que cada agente armazenou no início de cada jogo era igual ao seu bem de produção  $(i + 1) \bmod 3$ .

Tabela 4: Parâmetros do modelo A nos experimentos de Duffy.

Parâmetro	Valor
$u$	1,00
$c_1$	0,01
$c_2$	0,04
$c_3$	0,09
$\beta$	0,90

Nestas simulações, Duffy quis traçar um paralelo com a experiência anterior feita com Ochs (DUFFY; OCHS, 1999). Os resultados foram bastante semelhantes. Em 5 sessões, a maioria dos agentes do tipo I optaram por não usar a estratégia especulativa. Uma média de 19% desses agentes especulou na primeira metade da simulação. Daí em diante, a média subiu para 32%, indicando que alguns deles entenderam que a melhor forma de jogar era armazenando o bem mais caro, de número 3. Semelhantemente à experiência anterior, alguns agentes do tipo III, mais especificamente 22% deles, especularam na primeira metade da simulação, quando deviam permanecer na estratégia fundamental, recusando o bem 2 em troca de seu bem 1. Na segunda metade, a média caiu para apenas 4%, a prova de que estes agentes também aprenderam a tomar decisões acertadas.

Individualmente, notou-se que, em ambos os experimentos, alguns jogadores do tipo 1 eram tidos como fundamentalistas durante toda a simulação por se concentrar no custo de cada bem. Outros, a partir do momento que aprenderam a especular, usaram desta estratégia até o final do jogo.

Um fator marcante é que este comportamento polarizado já é definido a partir das primeiras experiências que o agente tem em suas trocas. Os incentivos recebidos logo no começo levam o agente a escolher sua estratégia e não mudá-la durante a simulação. Ele é emparelhado aleatoriamente e a forma como realiza as trocas é baseada em cálculos

probabilísticos. Duffy atribui isto à heterogeneidade dos agentes e ao reforço que recebem em seus incentivos representado pela variável valor utilidade.

### **1.5.3.2 Alterações no projeto experimental – a experiência com agentes e com seres humanos**

Após estas sessões, Duffy se sentiu estimulado para fazer o inverso: realizar simulações com agentes artificiais e usar os resultados obtidos com estas simulações para colocá-los à prova diante de um experimento com seres humanos. Ele alterou algumas características do experimento anterior como a distribuição dos agentes sobre os tipos e, em outras sessões, fez com que as decisões dos agentes de tipos II e III fossem previamente determinadas. Ademais, isto serviria para questionar se o projeto experimental de (DUFFY; OCHS, 1999) foi bem elaborado.

Quando Duffy mudou a distribuição dos agentes sobre os tipos, sua intenção era verificar se a experiência de cada um realmente influenciaria em suas decisões futuras. O número de agentes do tipo II foi reduzido para abaixo de 1/3 do total de agentes, enquanto que o número de agentes do tipo III foi acrescido na mesma quantidade para acima de 1/3. O número de agentes do tipo I permaneceu o mesmo. Assim, a chance de um agente do tipo I encontrar outro do tipo III aumentaria e, conseqüentemente, a especulação daquele.

Os resultados se mostraram animadores. Em parte, Duffy conseguiu o que pretendia. A especulação dos agentes do tipo I aumentou para uma média de 67% na segunda metade das 5 simulações realizadas. Também os agentes do tipo III progrediram para o que o modelo previa. Nenhum deles especulou na segunda metade das simulações.

Na segunda alteração, as decisões dos jogadores de tipos II e III foram automatizadas para verificar o comportamento dos agentes do tipo I. Aqueles do tipo II sempre ofereceriam seu bem 3 em troca do bem 1, mais barato. Os do tipo III sempre recusariam a oferta do bem 2 em troca de seu bem de produção 1. Isto significa que o comportamento destes jogadores era exatamente o esperado no estado constante do equilíbrio de Nash. Tais jogadores não podem ser chamados de agentes, pois a idéia intrínseca ao termo é que eles possuem autonomia para tomar suas decisões e agir em conformidade com estas.

A observação dos agentes do tipo I mostrou que eles especularam mais, acima da média dos outros experimentos. Na segunda metade do jogo, 73% chegaram a especular. Neste caso,

a convergência para o equilíbrio de Nash foi ainda mais rápida, apesar de não tê-la alcançado completamente devido ao número limitado de rodadas, apenas 100.

Em seguida, Duffy repetiu os mesmos experimentos em laboratório e, desta vez, usando seres humanos. Os parâmetros foram iguais, porém multiplicados por 100. No primeiro, participaram 18 pessoas em cada uma das 2 sessões realizadas. No segundo, 8 pessoas fizeram o papel estabelecido para o tipo I, enquanto o sistema fazia o papel dos outros tipos. Neste experimento também foram realizadas 2 sessões. As pessoas tinham ciência da automatização dos outros tipos e de suas estratégias. As outras características das sessões foram idênticas às usadas por Duffy e Ochs (DUFFY; OCHS, 1999) anteriormente.

Apesar de Duffy ter feito apenas duas sessões para cada tipo de projeto, os resultados foram encorajadores. No primeiro experimento, da mesma forma que os agentes artificiais, os sujeitos do tipo I especularam mais, 64% na segunda metade do jogo. No segundo experimento, o resultado também foi parecido com o dos agentes: 71% dos sujeitos especularam.

#### **1.5.4 Conclusão para o estudo de Duffy**

Obviamente, o número de sessões realizadas por Duffy não foi suficiente para se precisar sobre a real utilidade de se modelar um sistema computacional multi-agente para prever situações que podem ocorrer em um experimento com seres humanos. Todavia, pelos resultados, pode-se concluir que o modelo com agentes já é uma grande ferramenta de previsão, além de diminuir bastante os custos da pesquisa.

### **1.6 Modelo computacional de Rouchier**

Em seu trabalho, a pesquisadora Juliette Rouchier (ROUCHIER, 2003) busca replicar as simulações feitas por (DUFFY, 2001). Como ela não consegue reproduzir os mesmos resultados, é levada a discutir a racionalidade dos agentes e a maneira como os resultados são descritos.

Na tentativa de entender melhor o comportamento dos agentes, Rouchier implementa seis modelos: dois repetem as simulações de Duffy (DUFFY, 2001) e os outros quatro são

variações sobre estes dois primeiros. Aqui, para facilitar o entendimento, os modelos serão numerados de 1 a 6.

O modelo 1 repete exatamente o que Duffy fez, as mesmas restrições, parâmetros e características, especialmente no que concerne às decisões que os jogadores precisam tomar (DUFFY, 2001). O modelo 2 é equivalente a um dos tratamentos feitos por Duffy em seu modelo onde os jogadores de tipos II e III são automatizados. Seus comportamentos se tornam iguais àqueles descritos pelo modelo de KW (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989), ou seja, eles sempre usam a estratégia fundamental. Como a autonomia é uma característica intrínseca de um agente, não se pode chamar estes jogadores de agentes.

Os quatro modelos seguintes são variações dadas por Rouchier (ROUCHIER, 2003) aos dois primeiros modelos. Para cada modelo acima, ela elaborou duas versões. Na primeira versão, ela muda a maneira como os agentes conduzem suas trocas. Uma vez que o agente trocou o bem  $i + 1$  pelo bem  $i + 2$ , o contrário não é permitido mais. Ela chama estes agentes de “agentes de racionalidade estável”. No modelo 3, todos os jogadores são também agentes, ou seja, possuem autonomia em suas ações. No modelo 5, os jogadores de tipos II e III são automatizados, pois seguem as regras pré-definidas pelo modelo de KW (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989).

Na segunda versão, Rouchier muda o significado da variável  $I^f(i + 1)$  que representa quantas vezes um agente, que tem o bem  $i + 1$ , falhou em obter seu bem de consumo. Para Duffy (DUFFY, 2001), toda vez que um agente passa por um período sem obter seu bem de consumo, acrescenta-se uma unidade a esta variável. Para Rouchier (ROUCHIER, 2003), há uma condição: para se caracterizar uma falha, o outro agente com quem ele negocia deve ter seu bem de consumo. O nome que ela dá a estes agentes é “agentes de racionalidade variável”. No modelo 4, todos os jogadores são autônomos. No modelo 6, somente os jogadores do tipo I são autônomos. Simetricamente, determina-se o valor da variável  $I^f(i + 2)$ .

A Tabela 5 resume as simulações realizadas pela pesquisadora. Quando existem jogadores automatizados interagindo com agentes autônomos, ela caracteriza o sistema de racionalidade heterogênea. Quando todos os jogadores são autônomos, diz-se que o sistema possui racionalidade homogênea.

Tabela 5: Simulações realizadas por Rouchier.<sup>9</sup>

	Agentes racionais	Agentes de racionalidade estável	Agentes de racionalidade variável
Racionalidade homogênea	<i>Duffy: 5 simulações</i> <i>Rouchier: média aritmética e desvio padrão sobre 100 simulações</i>	Média aritmética e desvio padrão sobre 100 simulações	Média aritmética e desvio padrão sobre 100 simulações
Racionalidade heterogênea	<i>Duffy: 5 simulações</i> <i>Rouchier: 5 simulações onde 23 jogadores dos tipos II e III são automatizados</i>	Série de 100 simulações, onde 23 jogadores dos tipos II e III são automatizados	Série de 100 simulações, onde 23 jogadores dos tipos II e III são automatizados

No final de seu artigo, Rouchier dá as razões pelas quais ela acredita que os resultados de suas simulações não foram suficientemente parecidos com os resultados das simulações de Duffy (DUFFY, 2001) mesmo depois de trocarem informações através do correio eletrônico. Algumas razões são técnicas, outras são relativas à modelagem do sistema:

- Uso do algoritmo errado. Há uma pequena probabilidade de que a lógica no código-fonte do sistema tenha algum erro, apesar da intensa comunicação entre os dois.
- A função geradora de número aleatórios pode ter afetado o resultado do sistema.
- A quantidade de agentes que se relacionam é pequena.
- O tempo disponível para as interações entre os agentes é escasso.

Os pontos acima serão discutidos posteriormente na sessão 3.1.2 que apresenta os resultados deste trabalho, pois há que se concordar com Rouchier (ROUCHIER, 2003). Não obstante a leitura atenta dos textos destes dois cientistas, algumas dúvidas persistiram. Ainda assim, a explanação verbal dos sistemas desenvolvidos por eles foi bem detalhada, sendo este um dos motivos principais que levaram o autor deste trabalho a escolhê-los como referência principal em meio a tantos outros que também implementaram o modelo de Kiyotaki e Wright (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989).

O capítulo seguinte versa sobre a plataforma que foi usada para se desenvolver o sistema multi-agentes desta pesquisa.

<sup>9</sup> As simulações que reproduzem os trabalhos de Duffy estão em itálico. Aquelas que foram acrescentadas por Rouchier estão em formatação normal.

## 2 *Swarm – Uma Visão Geral*

O desenvolvedor de software, vez ou outra, enfrenta alguns desafios. Realizar simulações multi-agentes pode ser considerado um deles. Felizmente, com o passar dos anos, os paradigmas de programação evoluíram de forma a permitir a re-utilização de código. Classes re-utilizáveis e que possuem o mesmo tema são agrupadas em conjuntos denominados *frameworks*. Atualmente, existem vários *frameworks* que auxiliam no desenvolvimento de simulações multi-agentes. Do ponto de vista da programação, o *Swarm* pode ser entendido como um *framework* porque ele disponibiliza classes que dão apoio ao desenvolvimento de um sistema.

Em uma comparação feita entre quatro *frameworks*, Tobias e Hoffman (TOBIAS; HOFFMAN, 2004) afirmam que o “*Swarm* é um dos mais conhecidos, mais difundidos e também o *framework* de simulação mais poderoso”. Neste estudo, o *Swarm* foi colocado lado a lado com as plataformas Repast, Quicksilver e VSEit. Na avaliação final, o Repast ficou em primeiro lugar, seguido da plataforma *Swarm*. Foram usados vários critérios de ranqueamento, dentre eles pode-se citar: licença, documentação, base de usuários, viabilidade futura, suporte para modelagem, facilidade de uso, comunicação entre os agentes e aninhamento de agentes. Neste trabalho, o *Swarm* foi escolhido porque ele facilita a construção de agentes simples, enquanto o Repast trabalha principalmente com agentes mais complexos.

Por outro lado, tem-se a percepção do cientista em seus experimentos de simulação. Quando não existe o recurso computacional, o equipamento utilizado em um experimento por dois grupos de pesquisa pode não ser o mesmo. Assim, torna-se difícil para um entender como o outro chegou até aqueles resultados. A comparação dos produtos obtidos nos dois grupos também é complexa porque as soluções dadas para o mesmo problema podem ser diferentes.

O fato de o cientista ter que desenvolver seu próprio aparato científico é outro empecilho para o andamento da pesquisa. Gasta-se muito tempo na construção dos aparelhos e tira-se o foco na pesquisa propriamente dita. A simulação feita em software torna este processo mais rápido. Os resultados obtidos através de programas computacionais podem ser muito

próximos daqueles extraídos de máquinas reais. Mesmo assim, neste caso, o pesquisador terá outra preocupação: o tempo de desenvolvimento do software. Como para cada programa desenvolvido é feita uma análise diferente do mundo real, volta-se à mesma questão da comparação dos produtos de experimentos científicos diferentes.

Com a finalidade de evitar este desgaste e desperdício de tempo e para padronizar o projeto do sistema computacional, um grupo de cientistas do *Santa Fe Institute*, nos Estados Unidos, idealizou a construção de uma plataforma que dá base para aplicações de simulação. Criaram mais uma solução dentre as várias existentes.

O projeto denominado *Swarm*<sup>10</sup> tem a finalidade de desenvolver ferramentas de software que dão suporte à pesquisa científica, procurando, desta forma, padronizar os experimentos de modo a facilitar as repetições e reproduções dos resultados. Com o *Swarm*, o cientista mantém o foco em sua pesquisa e pode reproduzir os resultados obtidos em outros grupos de maneira mais rápida.

Hoje, este projeto faz parte de uma organização que recebe apoio de instituições públicas e privadas. Chamado, em inglês, *Swarm Development Group* (SDG), o Grupo de Desenvolvimento do *Swarm* ainda é apoiado por uma ampla comunidade internacional que vê, neste projeto, um avanço no tratamento das simulações em pesquisas científicas.

## 2.1 A plataforma *Swarm*

A plataforma *Swarm* é baseada em um modelo que procura abstrair os elementos essenciais de uma simulação. É aplicável em várias áreas da Ciência. Há exemplos do uso de *Swarm* em Química, Economia, Física, Antropologia, Ciência Política e outras (SWARM, 1999).

A base desta plataforma está na interação dos agentes em momentos específicos, definidos em uma agenda. Segundo Minar (MINAR ET AL., 1996), “a unidade básica de uma simulação *Swarm* é o agente. Um agente é qualquer ator em um sistema, qualquer entidade que possa gerar eventos que afetam a si próprio e outros agentes”. Em um sistema específico desenvolvido sobre a plataforma *Swarm*, existe uma entidade que, quando instanciada, abriga

---

<sup>10</sup> Quando a palavra *Swarm* se refere à plataforma, projeto ou classe é escrita com a inicial em maiúsculo. Quando ela se refere ao objeto ou entidade, é escrita com a inicial em minúsculo.

um conjunto de agentes. Esta entidade é também chamada de *swarm* e aqui é representada em letras minúsculas para que se possa fazer a devida diferenciação entre os conceitos.

A sequência de interações entre os agentes forma a simulação. Como os eventos ocorrem em tempos determinados, diz-se que eles são discretos.

Pode-se definir o modelo *Swarm* através de um triângulo cujos vértices representariam um *swarm*, um agente e uma ação, conforme Figura 8.

Um *swarm* é um modelo computacional representado por um conjunto de agentes que interagem entre si através de uma sequência de ações pré-definida. Tem o objetivo de simular um evento do mundo real. Os resultados gerados são analisados, mapeados e armazenados para posterior verificação. A sequência pré-definida de ações é gerada a partir de uma agenda.

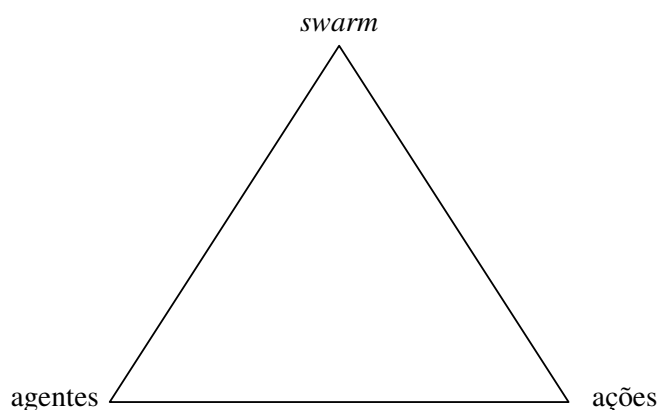


Figura 8: Um triângulo representando o modelo *Swarm*.

Como exemplo, pode-se citar um modelo que representa o processo eleitoral onde alguns agentes são os candidatos e outros, os eleitores. Estes, a princípio, indecisos. A interação entre os agentes pode mudar ou não o estado de indecisão dos eleitores. Seria o mesmo que os candidatos apresentarem suas propostas e os eleitores as analisarem. Dependendo das crenças do eleitor e da idéia que tem de seu mundo, ele escolhe um candidato ou continua indeciso. Tudo isto poderia ser representado por um gráfico de barras onde os candidatos são vistos em função da porcentagem de eleitores que os apóiam. E mais, o histórico das mudanças de opinião pode ser gravado em arquivo do tipo texto onde seria possível analisar quando um candidato obteve maior progresso e até qual proposta conquistou mais o eleitorado.

A plataforma *Swarm* permite o aninhamento de vários *sub-swarms*, conforme representa a Figura 9. Assim, pode-se criar um modelo com vários níveis de abstração onde um *swarm* é um agente do *swarm* que está no nível superior. Por exemplo, do ponto-de-vista da química, pode-se visualizar uma entidade como um agrupamento de moléculas, cada molécula como um conjunto de átomos e cada átomo como uma coleção de prótons, nêutrons e elétrons. Na visão microscópica, os prótons, nêutrons e elétrons são agentes de um *swarm* chamado átomo. Este, por sua vez, é um agente da molécula. Quando um agente é também um *swarm*, seu comportamento é definido pelos agentes que estão sob sua representação ou em seu espaço de memória (no conceito físico-computacional).

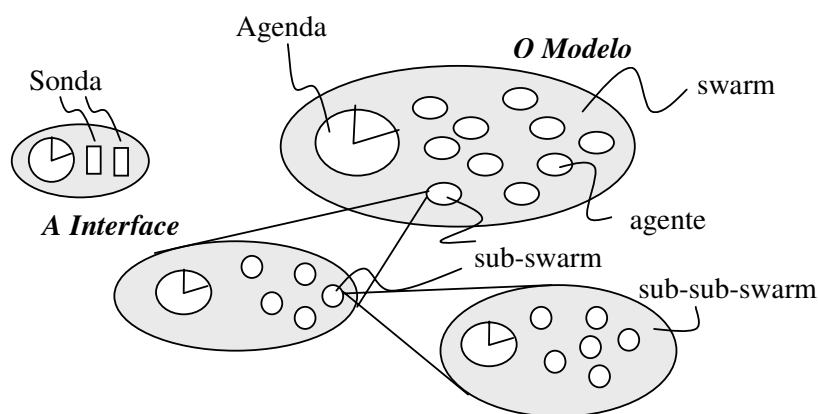


Figura 9: Hierarquia de Swarms.

Para simular realidades que apresentem um maior dinamismo onde as entidades emergem em alguns momentos e desaparecem em outros, o *Swarm* permite que os agentes sejam criados e destruídos durante a simulação.

Um agente pode, ainda, ter, dentro de seu modelo, um *swarm* que representaria a concepção do mundo a sua volta. Em um nível mais alto de abstração, este *swarm* é o ambiente onde os agentes se movimentam. Em alguns aplicativos que a SDG disponibiliza como exemplo, o ambiente influencia nas decisões dos agentes. É o caso de HeatBug e SimpleBug (STAE LIN; COLLEGE, 2000).

A implementação do sistema *Swarm* foi feita em *Objective C*, uma linguagem orientada a objetos cuja sintaxe é semelhante à linguagem C. O uso do paradigma de orientação a objetos facilitou a modelagem do sistema. Nele, *swarms* e agentes são vistos como objetos e as ações são métodos que implementam o comportamento dos agentes. Ao desenvolver uma aplicação

para ser executada na plataforma *Swarm*, pode-se usar, ainda, a linguagem Java. Isto é possível porque alguns desenvolvedores usaram a biblioteca JNI (interface nativa Java) para criar classes Java que utilizam o código escrito em *Objective C*. A JNI permite a reutilização do código na linguagem em que foi escrita originalmente.

Uma facilidade implementada no sistema é a chamada sonda. Uma sonda analisa o estado de um objeto de tempos em tempos e o apresenta ao usuário tanto na forma gráfica quanto na forma textual. Esta característica é fundamental em um simulador. A Figura 10 apresenta uma modelagem baseada em agentes.

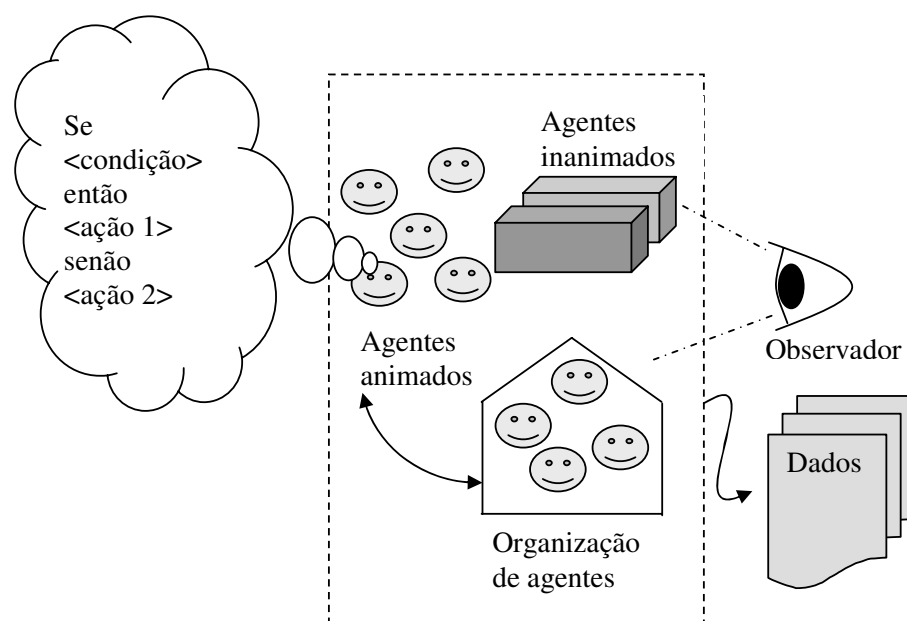


Figura 10: Modelagem baseada em agentes.

A sonda é aquela que permite ao *swarm* Observador retirar do modelo as informações que lhe interessam. Através da Figura 10 é possível notar a importância da orientação a objetos. Em (JOHNSON; LANCASTER, 2000), encontra-se que:

“a programação orientada a objetos é idealmente ajustada para representar modelos deste tipo. Objetos podem ser projetados para transmitir informação (responder perguntas) de outros objetos e podem, também, reter, categorizar e resumir a informação”.

É importante entender como é organizado todo o sistema *Swarm* e quais são os passos necessários para se desenvolver uma aplicação baseada nesta plataforma. A próxima seção apresenta este assunto e dá detalhes sobre o *swarm* Modelo e o *swarm* Observador.

## 2.2 A estrutura do *swarm*

Basicamente, um *swarm* é um agrupamento de agentes com uma agenda de ações a seguir. Um agente é um objeto que possui regras encapsuladas que definem o seu comportamento. Um objeto que representa um *swarm* é uma instância de uma classe derivada da classe *Swarm*. Na verdade, no guia de referência do *Swarm* versão 2.2 para a linguagem Java, *Swarm* trata-se não de uma classe, mas de uma interface. Isto significa que ela, simplesmente, define os métodos que devem ser implementados. A mesma referência define um *swarm* como “uma comunidade de agentes que compartilham tanto uma escala de tempo como uma área de memória”.

Em um sistema baseado na plataforma *Swarm*, o ambiente pode existir ou não. Quando implementado, é entendido como mais um *swarm*. Isto porque ele deve ser dinâmico, agindo e influenciando outros agentes. Um exemplo é uma floresta onde o foco principal são os animais herbívoros e cujas plantas nascem, crescem, envelhecem e morrem. Cada planta é um agente que possui um ciclo de vida. Ao nascer, o agente deve ser instanciado no programa. As fases intermediárias são estados diferentes que ele alcança no passar do tempo. Por fim, o morrer é a liberação do espaço de memória reservado para esta entidade do sistema. A plataforma é flexível. Permite que cada *swarm* possua seu próprio ambiente, mas também permite que um ambiente seja comum a mais de um *swarm*.

Para se construir um *swarm*, deve-se definir, a princípio, quais serão seus agentes, que podem ser tanto aqueles que fazem parte da estrutura principal quanto aqueles que compõem o ambiente. Cada tipo de agente é definido em uma classe à parte. Normalmente, eles são instanciados em um método chamado `buildObjects`.

Uma vez definidos os agentes, deve-se formular o que eles farão, como vão interagir e em que ordem isto vai acontecer. Isto é definido em um método chamado `buildActions`.

Resta apenas ativar estes objetos no sistema para que possam ser executados, o que é feito a partir do método `ActivateIn`. Todos estes métodos são parte da interface *Swarm*. Para que um *swarm* possa ativar seus agentes, ele deve, antes, ativar a si próprio.

Feito isto, está pronto o *swarm* Modelo, aquele que representa uma abstração do mundo real. A simulação não teria validade se não fosse possível observar sua execução passo a passo. Neste caso, é necessário criar outro *swarm* que apresente os dados para o usuário: o *swarm* Observador. Este usa a interface da sonda para capturar o estado de cada agente. Ele é capaz de acessar, diretamente, o valor das variáveis-membro. Cada observador vê determinada característica do modelo, de forma que vários deles podem ser desenvolvidos para que a análise da simulação se torne mais apurada. É possível, por exemplo, observar o crescimento da população em alguma região e, ao mesmo tempo, ver como sua distribuição no espaço se modifica.

Tendo o *swarm* Modelo e o *swarm* Observador desenvolvidos, o aparato experimental está criado. É importante ressaltar que o *swarm* Modelo deve ser implementado como um *sub-swarm* do *swarm* Observador.

## 2.3 As bibliotecas

Há três conjuntos de bibliotecas desenvolvidas para dar suporte a programadores que, porventura, tenham interesse em executar simulações sobre a plataforma *Swarm*:

- bibliotecas de simulação;
- bibliotecas de suporte ao software; e
- bibliotecas de modelos específicos.

As bibliotecas de simulação formam o centro daquilo que Minar chama de paradigma de modelagem *Swarm* (MINAR ET AL., 1996). Ele entende que a forma de se modelar o mundo real para a plataforma é nova e diferente das demais, valendo, então, a criação de um paradigma. De fato, no campo da simulação, houve o surgimento do conceito de agentes que se comunicam de forma sincronizada com o auxílio de uma agenda. Esta vai dar a noção da passagem do tempo. São três as bibliotecas de simulação:

- *objectbase*: contém as classes que representam os agentes e os *swarms*.
- *activity*: contém estruturas de dados que auxiliam na implementação das agendas.
- *simtools*: possui classes de controle da execução do aparato inteiro de simulação.

A plataforma *Swarm* contém bibliotecas que, além de dar suporte ao desenvolvimento das aplicações, podem auxiliar em tarefas relativas a outros tipos de programas. As bibliotecas de suporte são quatro:

- `collections`: implementa classes container usadas para rastrear objetos em um sistema: mapas, listas, conjuntos, etc.
- `defobj`: define a estrutura do modelo de objetos *Swarm*. Auxilia na implementação de soluções otimizadas em projetos OO específicos.
- `random`: várias classes geradoras de números aleatórios projetadas a partir de algoritmos conhecidos pela comunidade científica.
- `tkobjc`: uma biblioteca de interface gráfica de usuário baseada nas linguagens Tcl/Tk que, por sua vez, é baseada em X Windows.

Algumas bibliotecas foram escritas para ajudar desenvolvedores na modelagem de domínios particulares. As primeiras bibliotecas de modelos específicos são as relacionadas a seguir:

- `space`: usada para criar ambientes bidimensionais muito usados em simulações de ecossistemas.
- `ga`: biblioteca para criar simuladores com algoritmos genéticos.
- `neuro`: implementa uma variedade de redes neurais.

O capítulo seguinte dá detalhes do sistema desenvolvido ao longo desta pesquisa. Como afirmado logo na introdução, os resultados são mais animadores, apresentando melhorias em relação às pesquisas de Duffy (DUFFY, 2001) e de Rouchier (ROUCHIER, 2003).

## 2.4 A escolha da plataforma *Swarm*

A plataforma *Swarm* é usada, neste trabalho, como ferramenta para o auxílio no desenvolvimento de um simulador multi-agentes. Ela define a forma como o simulador deve ser desenvolvido, seus métodos e classes. Como explicado anteriormente, um *Swarm*, do ponto de vista do *software*, é uma classe que representa um conjunto de agentes que tem comportamentos semelhantes. Neste caso, cada agente é um jogador com seus atributos: tipo, produto armazenado, bem de produção, número de pontos, etc. A plataforma permite que os

*swarms* (instâncias de cada tipo de *Swarm*) sejam organizados de forma hierárquica. Os *swarms* que analisam os dados e os apresentam em um dispositivo de saída estão em um nível mais alto que os *swarms* que representam o modelo, aqueles que são responsáveis pelo gerenciamento dos agentes. Assim, quando o usuário necessita ver os dados na forma de gráficos, o *swarm* Modelo é um *sub-swarm* do *swarm* Observador. Quando o resultado tem que ser gravado em arquivos, o *swarm* Modelo é um *sub-swarm* do *swarm* Batch.

Dentro de cada *swarm*, alguns métodos devem ser implementados. Existe uma ordem que deve ser seguida. Primeiro, indica-se quais objetos serão usados. Depois, qual será a ordem em que as ações vão ocorrer. Finalmente, um método é usado para ativar a instância do *Swarm*. É possível, ainda, criar um procedimento que define o que ocorre quando o *swarm* sai da memória, mas este não é exigido pela interface.

Certamente, esta plataforma ajudou na implementação do sistema, facilitando a organização das classes, a forma como estas eram organizadas internamente e, principalmente, na extração dos dados. Ela foi útil para separar em camadas diferentes os agentes do modelo de K-W dos agentes usados no gerenciamento do próprio sistema. As classes que representam as sondas gráficas são relativamente fáceis de se usar. Isto acelerou o tempo de desenvolvimento.

## 3 *Modelos Implementados e Resultados Alcançados*

Até aqui, foi feita uma breve revisão da literatura que trata dos modelos de Kiyotaki-Wright, suas aplicações e variações. Também foi abordada a plataforma *Swarm* cuja finalidade é facilitar o desenvolvimento de aplicações multi-agentes. Este capítulo apresenta um sistema computacional baseado em *Swarm* que implementa modelos semelhantes aos de Duffy (DUFFY, 2001) e de Rouchier (ROUCHIER, 2003), objeto de estudo deste trabalho. Ao final, a importância da plataforma *Swarm* é analisada sob a ótica deste trabalho específico.

### 3.1 O sistema TradingSim

Em seu trabalho, Duffy (DUFFY, 2001) não mostrou detalhes da implementação de seu sistema. Sua atenção voltou-se, principalmente, para o modelo que procurava repetir as mesmas características do experimento de DO, com todas as restrições como o número de agentes e o número de jogos possíveis (DUFFY; OCHS, 1999). Este modelo foi implementado aqui com os mesmos parâmetros e com as mesmas características, principalmente no que se refere às decisões que os agentes devem tomar. As sugestões dadas por Rouchier (ROUCHIER, 2003) também foram seguidas de forma que, ao final, foram implantados seis modelos diferentes no sistema.

Fica claro que a representação do modelo de KW na forma de um sistema multi-agentes é a mais natural visto que cada jogador do modelo pode ser descrito como um agente do sistema. As exceções são os modelos 2, 5 e 6 deste trabalho onde os jogadores não podem ser representados por agentes computacionais porque esses modelos prevêm comportamentos automatizados para os jogadores dos tipos II e III.

Vale ressaltar que a distribuição inicial dos bens sobre os tipos de agentes em cada jogo está configurada para a mais próxima do equilíbrio de Nash, ou seja,  $p = (0,71, 0,59, 1,0)$ . Isto foi feito na tentativa de que os agentes fossem influenciados por esta distribuição e, assim,

permanecessem nela. No tópico 3.1.2 referente aos resultados, verifica-se que esta configuração ajudou os agentes a convergirem para o equilíbrio. Outras simulações com distribuições iniciais diferentes não tiveram o mesmo sucesso.

Diferentemente do trabalho de Duffy, uma rodada do sistema não é igual a uma seção, mas apenas a um jogo. A quantidade de agentes que interagem entre si foi configurada para 24 mas, em algumas simulações, este número foi maior, no intuito de se verificar a relação “quantidade de agentes” versus “porcentagem de especulação”. Estas simulações estão descritas no tópico 3.2.

Foi criada uma entidade auxiliar chamada Mediador. Como seu nome indica, ele fica entre os agentes para servi-los durante o jogo, tendo ciência de tudo o que ocorre com cada um deles. No início de cada período, ele coloca os agentes em pares, usando uma função geradora de números aleatórios. Em seguida, cada agente decide independentemente pela realização da troca. Ressalte-se que o Mediador não pode ser considerado um agente, pois não possui inteligência intrínseca, nem autonomia para influenciar os agentes do modelo.

Abaixo, em pseudo-código, segue o cerne do programa, o método da classe Agente usado em sua tomada de decisão. Este método, aqui denominado `decidirPorTroca()`, está logo abaixo. Ele é uma réplica do que Duffy explica verbalmente em seu trabalho onde todos os agentes tem autonomia para tomar decisões. Neste trabalho, ele é representado pelo modelo 1.

```

1  /*****
2  Pseudo-código para o método Agente.decidirPorTroca()
3  Definições de algumas variáveis:
4  - tipo = tipo do agente
5  - produto = Produto do agente (no modelo A é (i + 1) mod 3)
6  - prodArmazenado = Produto que o agente está armazenando
7  - aceitaTroca = indica que o agente aceita realizar a troca com o outro
8  agente
9  - querEspecular = indica se o agente deseja ou não especular
10 - querTrocarPorProdutoK = indica se o agente quer trocar seu produto
11 armazenado pelo produto k do parceiro (k ≠ i e k ≠ j)
12 - randomica = recebe o resultado da função geradora de números
13 randômicos
14 - probabilidadeS_0 = recebe o resultada da função que calcula a
15 probabilidade de o agente usar a estratégia s = 0
16 As variáveis não são declaradas aqui porque elas são atributos da classe
17 Agente
18 *****/
19
20 função decidirPorTroca () {
21   querEspecular = falso;
22   querTrocarPorProdutoK = falso;
23
24 //calcula-se a probabilidade do agente usar a estratégia s = 0 antes que
25 //ele tome sua decisão que é baseada em um número gerado randomicamente
26   probabilidadeS_0 = calcularProbS_0();

```

```

27 //a variável randômica é calculada
28 randomica = random.nextDouble();
29 //Levando este agente para a primeira pessoa, pode-se afirmar:
30 //há três possibilidades para o produto armazenado do agente com quem
31 //estou negociando
32 //1a - o produto armazenado dele é igual ao meu tipo.
33 //Exemplo: ele possui o bem 1 e eu sou do tipo I
34 se (agNegocio.getProdArmazenado() == tipo) então {
35     aceitaTroca = verdadeiro;
36 }
37 //2a - o produto armazenado dele é igual ao meu produto armazenado.
38 //Exemplo: ele possui o bem 2 e eu também possuo o bem 2
39 senão se (agNegocio.getProdArmazenado() == prodArmazenado) então {
40     aceitaTroca = falso;
41 }
42 //3a - o produto armazenado dele não é nem o meu tipo nem o meu produto
43 armazenado
44 //Exemplo: se eu sou do tipo I e estou armazenando o bem 2, então ele
45 //está armazenando o bem 3.
46 senão {
47     /*****
48     Se a função randômica gerar um número menor que probabilidadeS_0,
49     o agente deve jogar a estratégia s = 0. Isto significa que ele não vai
50     trocar seu produto
51     armazenado (i + 1) pelo produto do outro agente (i + 2)
52     Caso contrário, ele aceita a troca.
53     *****/
54     se (randomica < probabilidadeS_0) então {
55         //se prodArmazenado = i + 1
56         se (prodArmazenado == produto) então {
57             aceitaTroca = falso;
58         }
59         //se prodArmazenado = i + 2
60         senão {
61             aceitaTroca = verdadeiro;
62             se (tipo == 2) então {
63                 querEspecular = verdadeiro;
64             }
65         }
66     }
67     senão {
68         //se prodArmazenado = i + 1
69         se (prodArmazenado == produto) então {
70             aceitaTroca = verdadeiro;
71             querTrocarPorProdutoK = verdadeiro;
72             se (tipo == 1 || tipo == 3) então {
73                 querEspecular = verdadeiro;
74             }
75         }
76         //se prodArmazenado = i + 2
77         senão {
78             aceitaTroca = falso;
79         }
80     }
81 }
82}

```

Supondo que o método acima se refere ao agente  $a$  que precisa decidir se realiza a troca de seu produto com o agente  $b$ , a primeira tarefa do agente  $a$  (linha 26) é descobrir qual a probabilidade  $Pr_a$  que ele tem de usar a estratégia  $s_a = 0$ , conforme a equação (1.9). Em

seguida, uma função geradora de números aleatórios é chamada na linha 28 para produzir um valor  $r \in (0,1)$ . Caso necessário, estes dois valores são comparados na linha 54 conforme detalhamento do algoritmo dado logo abaixo.

Assim, três situações diferentes podem ocorrer. Na primeira (linhas 34 a 36), se o parceiro do agente  $a$  possui o seu bem de consumo, então  $a$  aceita a troca imediatamente, sem levar mais nenhum quesito em consideração. Na segunda (linhas 39 a 41), se o agente  $b$  possui o mesmo bem que o agente  $a$  armazena, este recusa a troca. Na terceira situação (linhas 46 a 81), o agente  $b$  está de posse do bem  $k$ , onde  $k$  não é o bem de produção de  $a$ , nem o bem que este consome ( $k \neq j$  e  $k \neq i$ ). Neste caso, o valor utilidade e o custo de oportunidade de cada um dos produtos que o agente  $a$  pode armazenar vão influenciar na probabilidade  $Pr_a$  dele aceitar a troca. Este valor é comparado com  $r$  na linha 54. Se  $r < Pr_a$ , então a estratégia  $s_a = 0$  é usada, ou seja, o agente  $a$  recusa a troca de seu bem de produção  $j$  pelo bem  $k$  (linhas 56 a 58). Se  $a$  possuir o bem  $k$ , o comportamento é oposto, isto é, o agente  $a$  aceita a troca (linha 61). Se  $r > Pr_a$  (linhas 67 a 80), o comportamento é simétrico.

Mesmo que a troca não aconteça, o Mediador ordena que cada agente calcule sua pontuação. Caso o agente  $a$  tenha sucesso em obter seu bem de consumo, o Mediador envia uma mensagem para que  $a$  calcule o valor utilidade do bem que ele possuía antes da troca. Não ocorrendo, o agente  $a$  deve calcular o custo de oportunidade deste mesmo bem. Isto influenciará na probabilidade dele especular ou não nos próximos períodos. Se a troca for realizada, o Mediador ainda envia uma mensagem aos agentes, solicitando que coloquem o bem de produção em sua área de armazenamento.

Feito isto, o sistema precisa verificar se dará início a um novo período. Para isto, ele ativa uma função que gera um número  $x$  de forma aleatória, sendo  $x \in (0,1)$ . Se  $x < \beta$ , então o jogo continua. Caso contrário, o jogo termina.

### 3.1.1 O emprego da plataforma Swarm no sistema TradingSim

O *swarm* principal que representa o modelo computacional de Duffy ou de Rouchier é chamado de *swarm* Modelo. Ele cria um instância do Mediador e de cada agente. Por fim, configura o valor dos parâmetros do modelo conforme a Tabela 4. É este *swarm* que indica com qual bem o agente vai começar o jogo. Em sua agenda, as ações estão assim ordenadas: primeiro, solicitar ao Mediador que emparelhe os agentes; segundo, enviar mensagem para

cada agente para que decidam se devem aceitar a troca ou não; terceiro, pedir para que o Mediador realize a troca de bens dos pares de agentes onde ambos concordaram em realizá-la. Esta agenda é executada uma vez a cada período. A plataforma *Swarm* cuida de fazer a iteração destas ações. Não é necessário usar qualquer estrutura de controle no código-fonte para fazer a repetição como o *for*, *while* ou o *do...while*.

Acima do *swarm* Modelo, tendo este como *sub-swarm*, pode estar o *swarm* Observador ou o *swarm Batch*. A forma como o usuário quer visualizar o resultado da simulação é que determina qual *swarm* será usado.

O *swarm* Observador mostra a saída em janelas na forma de gráficos. Neste modo, o usuário tem a liberdade de alterar os parâmetros do modelo. Isto é possível graças às sondas características da plataforma aqui usada. São quatro os gráficos que podem ser vistos. O primeiro, mostrado na Figura 13, revela quantos agentes, em números absolutos, especularam em cada período. Os outros três (Figuras 14 a 16) mostram, em porcentagem, para cada tipo e em cada período, quantos usaram a estratégia  $s_i = 1$ , ou seja, quantos trocaram o seu produto por outro que não é o seu bem de consumo nem o seu bem armazenado, o chamado produto  $k$ .

O *swarm Batch* grava os resultados em três arquivos. Um deles mostra os dados principais da simulação por período: o emparelhamento dos agentes e, para cada agente, o tipo, a pontuação, os valores utilidade e os custos de oportunidade de cada bem que ele pode armazenar e a probabilidade do agente utilizar a estratégia  $s = 0$ . Outro arquivo apresenta a frequência por período com que cada tipo de agente oferece seu bem de produção por outro que não é o seu bem de consumo. O último arquivo contém dados a respeito da distribuição dos bens, em porcentagem, que cada tipo possui armazenado.

A condição de parada do jogo é definida nas camadas de mais alto nível, o *swarm Batch* ou o *swarm* Observador, onde o parâmetro  $\beta$  é utilizado conforme já explicado.

Abaixo estão as janelas criadas pelo *swarm* Observador, dentre elas o painel de controle da simulação (Figura 11) e o painel que apresenta os parâmetros do *swarm* Modelo (Figura 12).

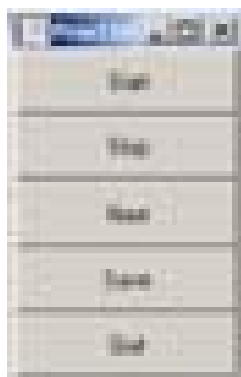


Figura 11: Painel de controle da simulação



Figura 12: Parâmetros do *swarm* Modelo (apenas os três primeiros podem ser alterados pelo usuário)

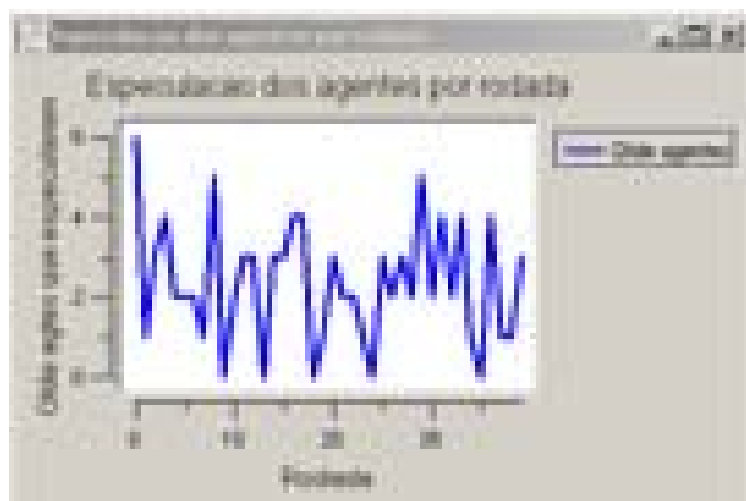


Figura 13: Janela que representa a especulação dos agentes por rodada

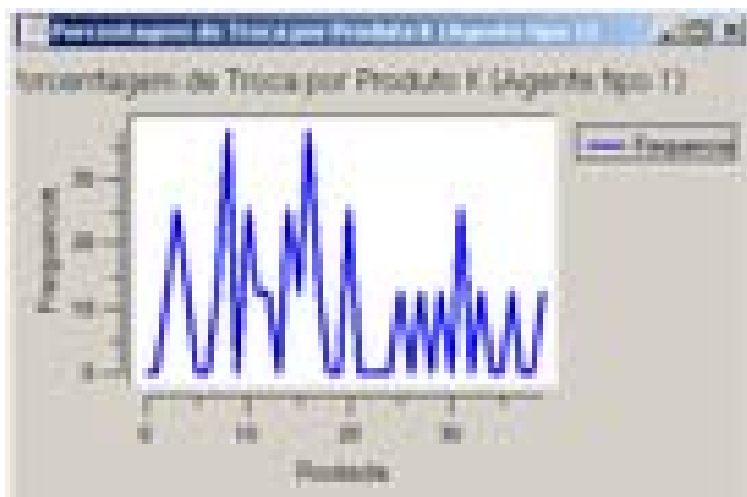


Figura 14: Porcentagem de troca pelo produto  $k$  para o agente do tipo 1

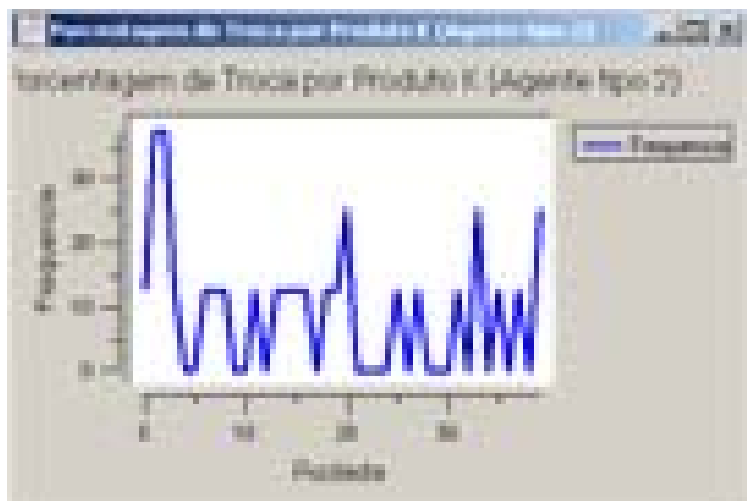


Figura 15: Porcentagem de troca pelo produto  $k$  para o agente do tipo 2

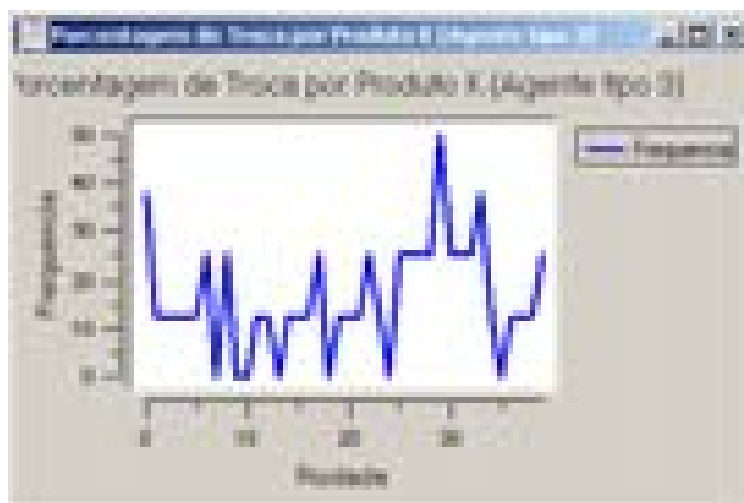


Figura 16: Porcentagem de troca pelo produto  $k$  para o agente do tipo 3

### 3.1.2 Os resultados

Em média, vinte simulações foram conduzidas para cada tipo de modelo, onde cada simulação tinha uma média de 100 períodos e usavam 24 jogadores. Para alguns modelos, simulações extras foram conduzidas para se identificar mais claramente algumas características do comportamento dos agentes. Os valores médios com que cada tipo de agente ofereceu seu bem de produção  $j$  pelo bem  $k$  são apresentados na Tabela 6. Eles são comparados aos valores obtidos por Duffy (DUFFY, 2001) e por Rouchier (ROUCHIER, 2003). Os dados foram divididos em duas metades para melhor se observar o aprendizado de cada tipo de agente durante as simulações. Esta divisão mostra, em termos gerais, como os agentes se comportaram durante a simulação. O aumento na taxa de especulação dos agentes do tipo I da primeira para a segunda metade da simulação, por exemplo, significaria que eles aprenderam as regras do jogo. Em outras palavras, afirma-se que, caso o resultado da segunda metade seja mais próximo do equilíbrio esperado, isto significa que os agentes captaram com sucesso o objetivo do jogo e atuaram de forma a atingir mais rapidamente este objetivo.

No modelo 1, que foi o mais estudado por Duffy, nota-se que ele não obteve sucesso com os agentes do tipo I porque somente um terço especulou, mas obteve excelentes resultados com os outros tipos de agentes (99% para os agentes do tipo II e 4% para os agentes do tipo III). No trabalho representado por este artigo e no trabalho de Rouchier, uma parcela maior de agentes do tipo I especulou, aproximadamente dois terços. Houve uma grande oferta de bens entre todos os jogadores, incluindo aqueles do tipo III que produzem o bem 1 que é o mais

barato. Isto mostra que os agentes de Duffy tem uma característica ainda não identificada e que os dá um comportamento diferente. Deve-se notar que Duffy projetou os agentes baseados em experimentos com seres humanos. De acordo com Rouchier, estas particularidades humanas foram implementadas por Duffy, mas não foram reportadas em seu artigo.

Tabela 6: Os valores médios de especulação (em %).<sup>11</sup>

Modelo	Quem	Agentes do tipo I		Agentes do tipo II		Agentes do tipo III	
		1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2
1	Duffy	19,00	32,00	77,00	99,00	22,00	4,00
	Rouchier	74,00	68,00	80,00	93,00	73,00	81,00
	Este trabalho	61,74	67,28	61,62	67,28	66,97	65,03
2	Duffy	62,00	73,00	100,00	100,00	0,00	0,00
	Rouchier	91,00	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00
	Este trabalho	78,60	88,22	96,80	95,81	0,00	0,00
3	Rouchier	68,00	77,00	76,00	79,00	66,00	66,00
	Este trabalho	49,40	55,90	55,15	53,38	57,73	54,15
4	Rouchier	45,00	42,00	53,00	47,00	42,00	52,00
	Este trabalho	44,45	63,60	61,82	55,28	25,58	11,18
5	Rouchier	80,00	88,00	100,00	100,00	0,00	0,00
	Este trabalho	75,18	89,07	95,27	96,76	0,00	0,00
6	Rouchier	80,00	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00
	Este trabalho	70,62	84,01	97,02	96,89	0,00	0,00

Uma pergunta que se pode fazer é: se os jogadores do tipo II e do tipo III são automatizados nos modelos 2, 5 e 6, por que os resultados apresentados para os jogadores do tipo II não são iguais aos de Rouchier e aos de Duffy? Quando os detalhes são analisados para cada período da simulação, observa-se que haviam alguns momentos em que os agentes do tipo II não tinham chance de oferecer seu bem de produção 3 em troca do bem 1. Isto aconteceu porque eles foram emparelhados com um agente que tinha seu bem de consumo 2 ou com um agente que também tinha o bem 3 armazenado. Como resultado, o sistema retornava, neste período, o valor 0 para a oferta de agentes do tipo 2. A questão é como os outros cientistas comparados aqui fizeram seus cálculos de ofertas. Acredita-se que não foi diferente do descrito por Rouchier. Assim, algumas simulações foram realizadas com mais agentes (30, 36, 42 e 48 agentes). Observou-se que à medida que o número de agentes aumentava, os valores das ofertas convergiam para 100%. Isto é uma consequência natural porque, conforme explicado no tópico 3.2, quanto mais agentes a simulação tem, maior a chance de se encontrar alguém armazenando o bem 1.

<sup>11</sup> Os valores são calculados para cada metade das simulações conduzidas por este trabalho em seis modelos diferentes. Além disto, são comparados àqueles apresentados por Duffy e por Rouchier.

Dentre os três modelos em que todos os jogadores são autônomos, o melhor resultado para os jogadores do tipo III foi obtido no modelo 4. Eles usaram a estratégia fundamental e, em algumas simulações, havia mais especulação entre os agentes do tipo I: até 80%.

Como mostrado, os resultados são bastante razoáveis nos modelos 2, 4, 5 e 6 porque eles convergiram para o equilíbrio descrito pelo modelo de K-W (1989). Para os modelos 1 e 3, os agentes foram examinados individualmente para se identificar a razão pela qual alguns deles não se comportaram como esperado<sup>12</sup>. Usando-se a técnica de aprendizado por reforço (SUTTON; BARTO, 1998), o agente aumenta sua experiência a cada período. No início, porém, ele depende inteiramente da função geradora de números aleatórios que determina qual decisão o agente deve tomar no caso de estar diante de um agente que não tem o seu bem de consumo, nem seu bem armazenado. A probabilidade do agente agir da maneira esperada no início é de 50%. Pode ocorrer de o agente decidir fazer uma troca diferente da esperada pelo modelo de K-W e, em período subsequente, obter sucesso com o bem armazenado. Em interações futuras, esta ação irá aumentar as chances de o agente realizar o mesmo tipo de troca.

Rouchier leva em consideração a quantidade de agentes e o tempo que eles precisam para assimilar a melhor decisão. No modelo 1, durante sete simulações feitas com 18 agentes por tipo e com uma média de 240 períodos, 71,4% dos agentes do tipo 1 especularam.

Portanto, bons resultados foram alcançados para alguns modelos, enquanto outros precisam ser melhorados. Supõe-se que isto seja devido ao tipo de agente que foi usado. Duffy o chama de agente de inteligência zero por começar o jogo sem ter noção exata do que fazer (DUFFY, 2006). A técnica de aprendizado por reforço é responsável por aprimorar sua experiência a cada período. O exemplo representado pelas Figuras 17 e 18 tenta explicar a situação em que o agente não se comporta da forma esperada. Suponha que neste início de jogo (Figura 17), o Mediador tenha colocado o agente *a* do tipo III diante do agente *b* do tipo I. Ambos estão com seu bem de produção armazenados, ou seja, o agente *a* armazena o bem 1 e o agente *b* armazena o bem 2. Para os parâmetros do jogo, o comportamento esperado para o agente *b* é o especulativo (Figura 2). Mas, como o agente *a* já possui o bem de consumo do agente *b*, este segue a regra determinada no sistema de aceitar a troca imediatamente (linhas 34 a 36 do pseudo-código, página 55). Seguindo o exemplo, o sistema determina para o agente *a*, através da função geradora de números aleatórios (linha 28, página 55), que ele deve

---

<sup>12</sup> Os agentes do tipo I no modelo 1 tiveram melhor desempenho quando comparados aos agentes de Duffy conforme explicado anteriormente.

especular, um comportamento contrário ao equilíbrio previsto e, assim, aceitar a troca. Como ambos os agentes concordaram em realizar a troca, o Mediador assim o faz. O agente *a* recebe o bem 2 que é mais caro e perde 0,04 pontos por isto (de acordo com a Tabela 4, página 39). O agente *b* recebe seu bem de consumo e ganha 1 ponto, mas perde 0,04 pontos porque precisa armazenar seu bem de produção para o próximo período. Como este agente teve sucesso em sua troca recebendo aquilo que precisava, o Mediador solicita a ele que aumente o valor utilidade do bem que possuía antes da realização da troca, no caso, o bem 2. Este valor vai influenciar na decisão do agente, tornando-o menos propenso à especulação.

Suponha que o jogo continue e, que no próximo período (Figura 18), o agente *a* encontre um outro agente *c* do tipo II armazenando o bem 3. Nesta situação, ambos vão aceitar a troca porque cada um possui exatamente o bem de consumo de seu parceiro. Neste momento, o agente *a* do tipo III aumenta o valor utilidade relacionado ao bem 2, porque obteve sucesso armazenando este bem. Nos próximos períodos, caso existam, este agente vai tender a jogar de forma contrária ao previsto pelo modelo. Concluindo este exemplo, pode-se afirmar que, havendo este emparelhamento de agentes nas configurações apresentadas, tanto o agente *a* como o agente *b* estão propensos a tomar decisões que divergem do que foi previsto por Kiyotaki e Wright.

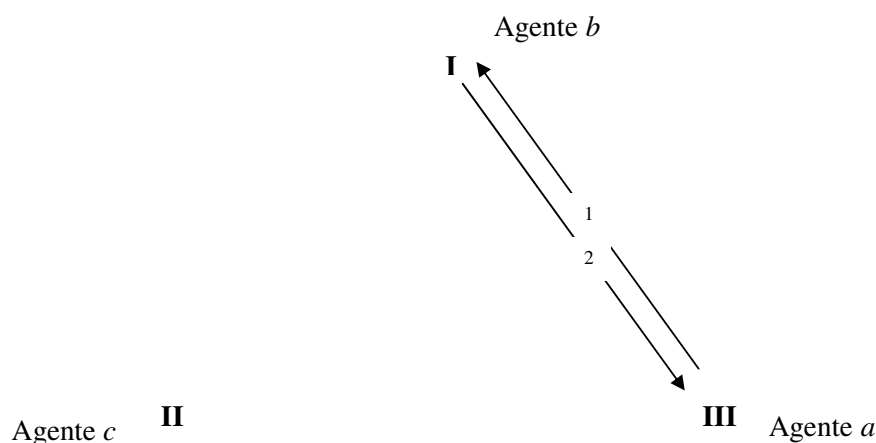


Figura 17: Período em que o sistema determina uma troca não prevista.

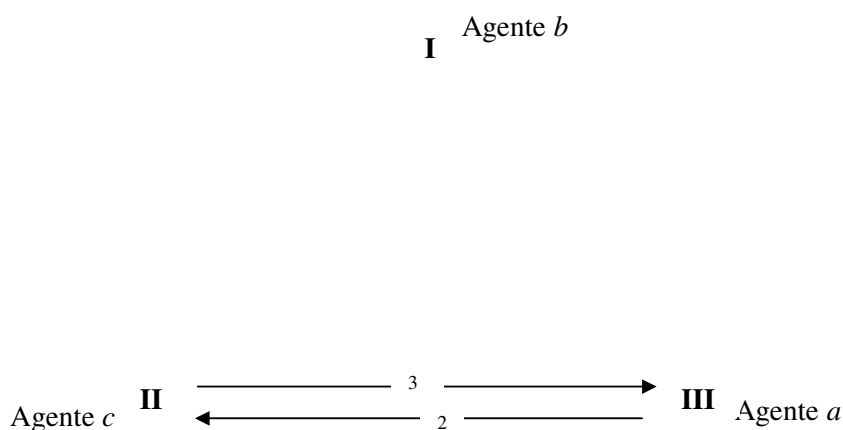


Figura 18: Período em que um agente do tipo 3 aumenta o valor utilidade relacionado ao bem 2.

A distribuição inicial do jogo mais próxima do equilíbrio é para que, no encontro dos agentes, um estimule o outro a agir conforme o que fora previsto. Mesmo assim, as decisões que são tomadas no início à mercê dos resultados da função geradora de números aleatórios influenciaram o comportamento dos jogadores nos períodos que se seguiram.

Em relação a esta distribuição inicial, outras 100 simulações foram realizadas onde os agentes começavam o jogo com seu bem de produção armazenado. Destas 100, apenas 16 foram consideradas porque continham de 80 a 125 períodos, número suficiente para uma melhor análise. Conforme mostra a Tabela 7, esta configuração inicial apresentou uma média 5,38% pior quando considerada a segunda metade da simulação para os agentes do tipo I e quando comparada à segunda metade da simulação dos agentes do tipo I no modelo 1 da Tabela 6.

Tabela 7: Os valores médios de especulação (em %) calculados para cada metade das simulações em relação ao modelo 1.<sup>13</sup>

Modelo	Quem	Agentes do tipo I		Agentes do tipo II		Agentes do tipo III	
		1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2
1	Este trabalho	57,92	63,66	59,43	62,03	61,53	61,84

<sup>13</sup> Nas simulações apresentadas nesta tabela, cada agente começa com seu bem de produção armazenado.

Observa-se, então, que a distribuição inicial usada nas simulações da Tabela 6 (página 56) pouco elevou os índices de especulação de cada tipo de agente. Entretanto, este estímulo foi usado na tentativa de que a convergência se desse de forma mais rápida, ou seja, com menos períodos.

Faz-se necessário, portanto, analisar com mais cuidado a forma como os agentes aprendem. Será de grande valia se algum pesquisador descobrir como Duffy projetou o raciocínio dos agentes. Com este conhecimento, seria possível repetir suas simulações mais facilmente.

Talvez o tempo que o agente possui para aprender a melhor jogada não tenha sido suficiente. Ou melhor, talvez ele não tenha tido muitas chances de encontrar outro agente com seu bem de consumo. Neste sentido, foi feita uma análise da convergência dos dados conforme explicado no tópico seguinte.

### **3.2 Análise da taxa de convergência de especulação dos agentes**

Várias simulações extras foram realizadas com o intuito de se aumentar a taxa de convergência de especulação dos agentes do tipo I e dos jogadores do tipo II nos modelos 2, 5 e 6. Essa taxa representa a proporção de aproximação do equilíbrio previsto por K-W à medida em que se aumenta tanto o número de jogadores como o número de períodos da simulação.

Como o experimento foi feito com base no modelo A de K-W e nos modelos 2, 5 e 6 (réplicas dos modelos de Duffy (DUFFY, 2001) e de Rouchier (ROUCHIER, 2003)), espera-se que 100% dos agentes do tipo I especulem. Como já explicado anteriormente, estes três modelos são aqueles em que os jogadores do tipo II e III são automatizados. Da mesma forma, espera-se que 100% dos jogadores do tipo II especulem.

Aqui, o termo especulação é usado conforme a definição de Rouchier (ROUCHIER, 2003), ou seja, ele significa a ação de um agente trocar seu bem produção  $j$  pelo bem  $k$ . Para os jogadores do tipo I, especular é trocar o bem 2 pelo bem 3 e, para os jogadores do tipo 2, é a troca do bem 3 pelo bem 1. Essa definição é a mesma usada para o levantamento dos resultados da Tabela 6.

Abaixo, segue um relato da metodologia usada nestas simulações. Logo após, os resultados são apresentados.

### 3.2.1 Metodologia das simulações extras

Para realizar estas simulações, o sistema TradingSim foi alterado para contemplar outros requisitos. O número de períodos da simulação permaneceu dependente da variável  $\beta$ . Contudo, para cada teste realizado, o sistema rodava 100 simulações por vez e capturava apenas os resultados que interessavam naquele momento, aqueles que estavam na faixa de períodos previamente determinada. Sendo assim, caso o número de períodos considerado fosse de 81 a 130, por exemplo, o sistema gravava na saída as médias de especulação dos agentes que atuaram em simulações que tiveram este número de períodos. As outras simulações eram desconsideradas.

As faixas de períodos consideradas estão relacionadas na Tabela 8. Quando se afirma que a faixa vai de 131 a 180 períodos, estes limites também são considerados. Tem-se, então, 50 períodos para cada faixa.

Tabela 8: Faixas de períodos usadas nas simulações extras

Valor mínimo	Valor máximo
81	130
131	180
181	230
231	280
281	330
331	380
381	430

O número de agentes foi acrescido de 6 em 6. Assim, foram feitos estudos com 30, 36, 42, 48 e 54 agentes para cada uma das faixas acima. Como o sistema rodava sempre em conjuntos de 100, o experimento trabalhou com 3.500 simulações para cada um dos modelos (2, 5 e 6). Como nem todas foram consideradas, os resultados apresentados aqui correspondem a uma parcela deste total. Em média, o sistema TradingSim capturou 10 simulações no total de 100 para a faixa de períodos considerada. Para as outras o sistema registrava todas as transações realizadas entre os agentes, exceto a média de especulação.

Das simulações que foram consideradas, calculou-se a média aritmética geral de especulação dos jogadores. Este valor foi usado para se chegar à taxa de convergência para o

equilíbrio previsto. Além desta média geral, ficou registrado nos arquivos da simulação os valores máximo e mínimo de especulação. Os resultados são apresentados logo a seguir.

### 3.2.2 Resultados das simulações extras

Os valores resultantes das simulações deste tópico foram colocados em gráficos que mostram a média de especulação dos agentes em função da quantidade de períodos. Cada linha do gráfico representa uma simulação com um determinado número de agentes.

Em todos os gráficos é possível notar que tanto aumentar o número de agentes como aumentar o número de períodos favorece a aproximação dos agentes em direção ao equilíbrio. As taxas de convergência apresentadas logo a seguir comprovam esta afirmação. Outrossim, o aumento no número de agentes eleva a média de especulação a uma taxa maior que o aumento no número de períodos. Isto se deve ao fato de que aumentar o número dos indivíduos no mercado de trocas equivale a aumentar a probabilidade que eles têm de encontrar um parceiro com o bem  $k$ . Cria-se, então, um ambiente mais propício à especulação.

Os estudos realizados sobre o modelo 2, descrito tanto no trabalho de Duffy (DUFFY, 2001) quanto no de Rouchier (ROUCHIER, 2003), concluíram que, à medida em que o número de períodos aumenta, a convergência dos agentes do tipo I para o equilíbrio cresce a uma taxa média de 0,24% e, à medida em que o número de agentes aumenta, a taxa de convergência cresce a uma média de 3,19%. Pode-se perceber isto através da Figura 19<sup>14</sup>. É importante ressaltar que esta taxa é calculada somente sobre os valores da segunda metade das simulações, período em que os agentes já definiram uma estratégia para o jogo.

---

<sup>14</sup> Os gráficos apresentados nas Figuras 19 a 24 estão representados numericamente pelas tabelas 10 a 15 do anexo A.2.

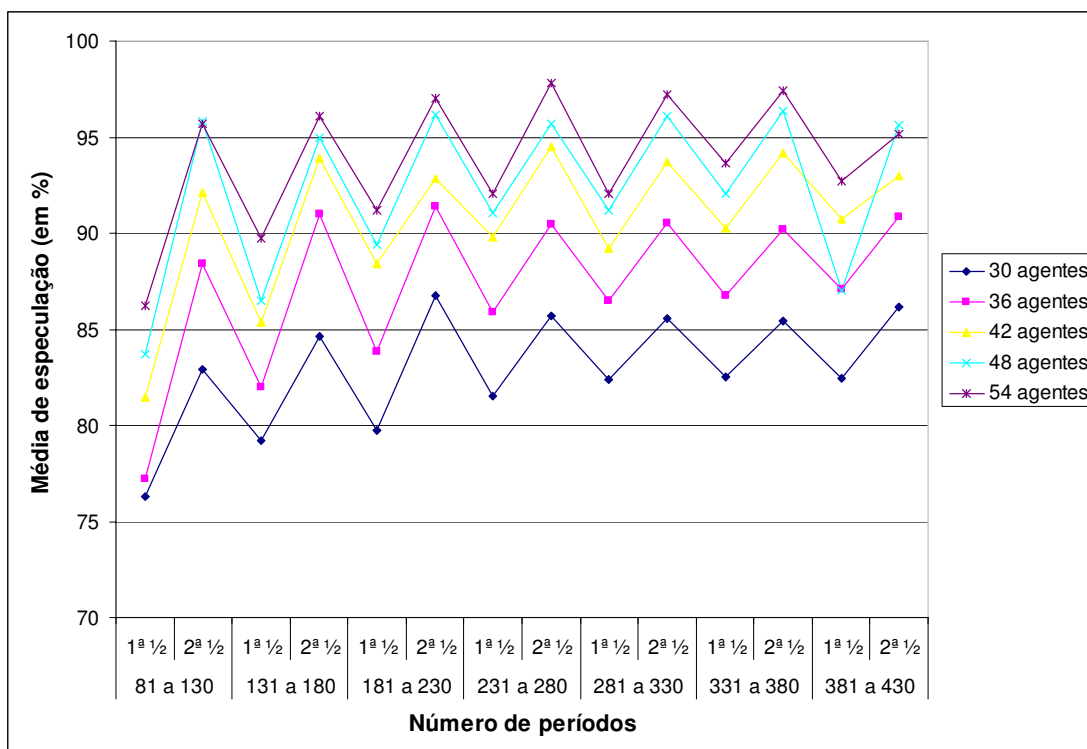


Figura 19: Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 2 em função do aumento no número de períodos.

Em relação aos jogadores do tipo II, a taxa de convergência no eixo dos períodos foi igual a 0,09% e no que tange ao número de jogadores ela foi igual a 1,37%. As taxas menores aqui são perfeitamente justificáveis. Primeiramente, deve-se lembrar que o cálculo da média de especulação destes jogadores é diferente dos cálculos de Duffy (DUFFY, 2001) e de Rouchier (ROUCHIER, 2003). Neste trabalho, considera-se todas as oportunidades que o jogador tem de trocar seu bem de produção 3 por qualquer outro bem. Isto significa que se o jogador está diante de outro que possui o bem 1 e ele oferecer seu bem pelo do outro, esta oferta será considerada para o cálculo de seu nível de especulação. Caso contrário, se ele estiver diante de outro jogador que possua o bem 3 ou seu bem de consumo 2, isto será considerado como um período em que ele não teve chance de oferecer seu bem de produção. Como consequência, a taxa de especulação diminui e o resultado final é menor que 100%. Em segundo e último lugar, o fato de a especulação média estar próxima de 100% já dificulta um crescimento mais virtuoso, impedindo uma taxa maior.

A Figura 20 mostra, com mais clareza, a especulação desses jogadores. Note-se que todos os valores estão acima de 93%. Em algumas simulações, a taxa alcançou os 100%, mas a média não se manteve no patamar máximo.

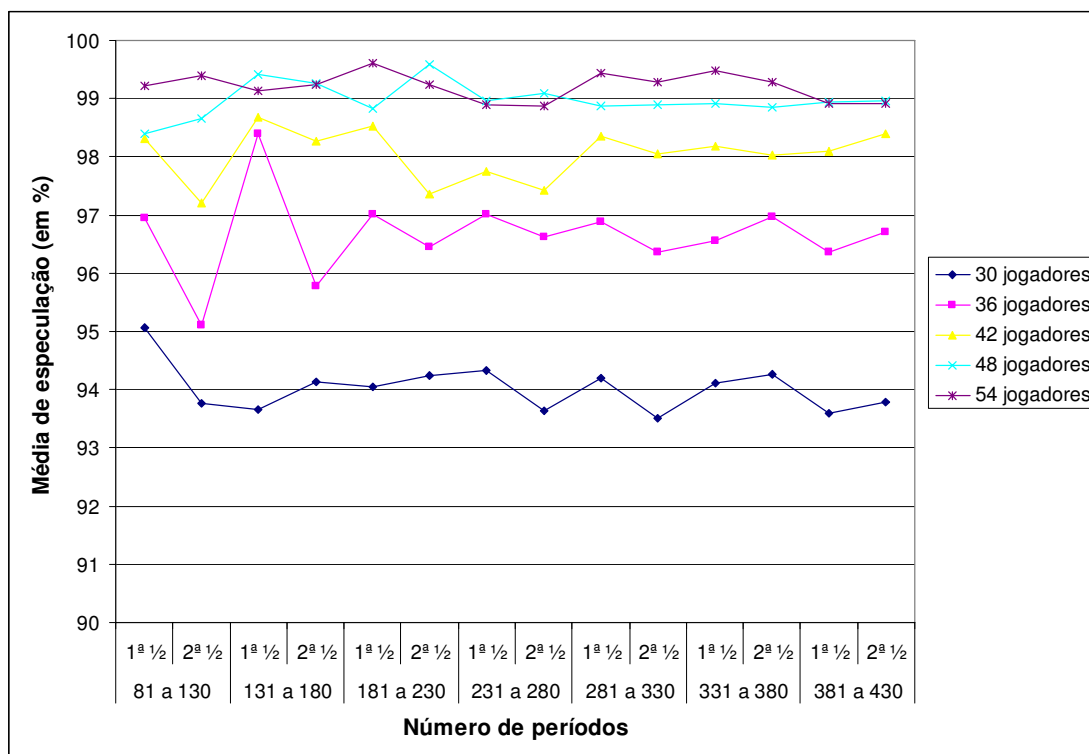


Figura 20: Média de especulação dos jogadores do tipo II no modelo 2 em função do aumento no número de períodos.

O modelo 5 representa uma alteração de Rouchier (ROUCHIER, 2003) sobre o modelo original de Duffy (DUFFY, 2001). Neste modelo, uma vez que o agente realiza a especulação, ou seja, troca o bem  $j$  pelo bem  $k$ , o inverso não é mais permitido. Quanto aos agentes do tipo I, as taxas de convergência seguiram a tendência do modelo 2. A aproximação para o equilíbrio em função do número de períodos cresceu na proporção de 0,70%. Na matriz inversa, a aproximação para o equilíbrio em função do número de agentes cresceu na proporção de 3,12%. A média de especulação dos agentes do tipo I em função da quantidade de períodos pode ser visualizada na Figura 21.

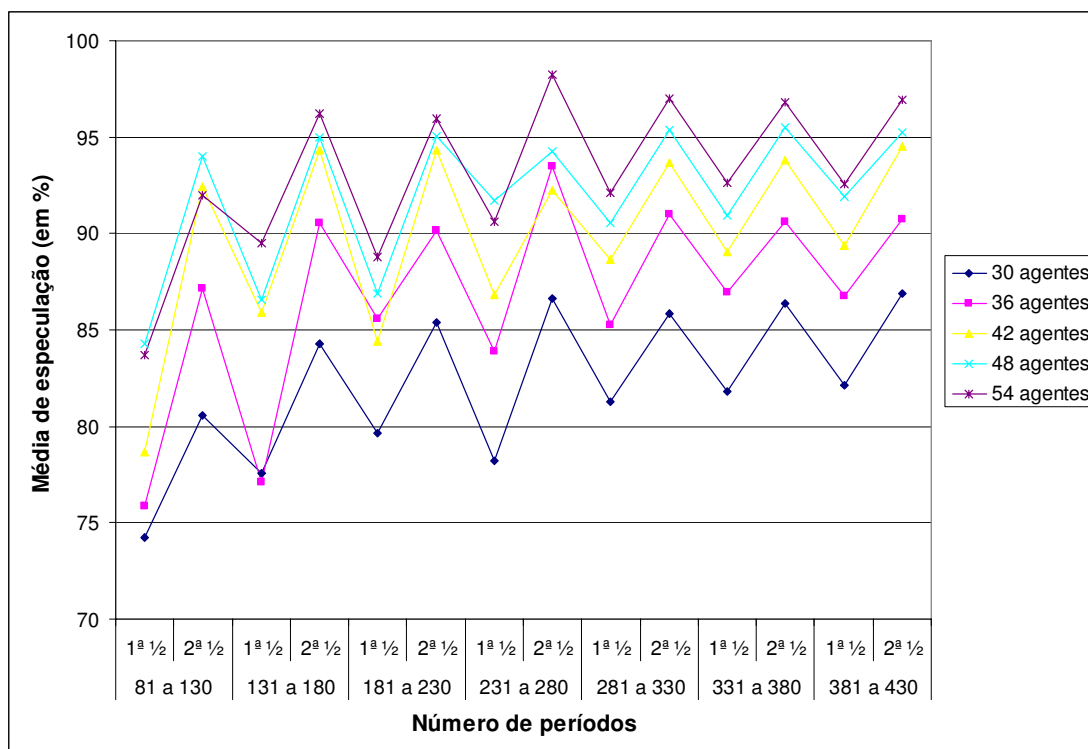


Figura 21: Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 5 em função do aumento no número de períodos

Ainda no mesmo modelo, os jogadores do tipo II apresentaram leve aproximação ao equilíbrio. Conforme já foi relatado, eles já trabalham bastante próximos da média de 100% de especulação. No entanto, a taxa média de convergência desses jogadores em função do número de períodos foi negativa e igual a  $-0,04\%$ . Já a taxa média de convergência em função do número de agentes cresceu na proporção de  $1,41\%$ .

Conforme se vê na Figura 22, a principal influência para a taxa negativa apresentada acima foram os resultados das simulações com 36 jogadores. Para estes, a curva é decrescente e apresentou taxa de  $-0,28\%$ . Em termos gerais, este valor significa que o aumento no número de períodos não ajudou na convergência em direção ao equilíbrio e que os jogadores tiveram que negar mais vezes a oferta de seu bem de produção 3 numa possível troca pelo bem de seus parceiros. Numa visão macro, esta porcentagem é bem pequena e pode ser entendida como um comportamento estável dos jogadores. Comportamentos pontuais de alguns podem ter levado a esta taxa negativa. É bem provável que, se novas simulações fossem feitas, nas mesmas circunstâncias, o valor da taxa mudaria.

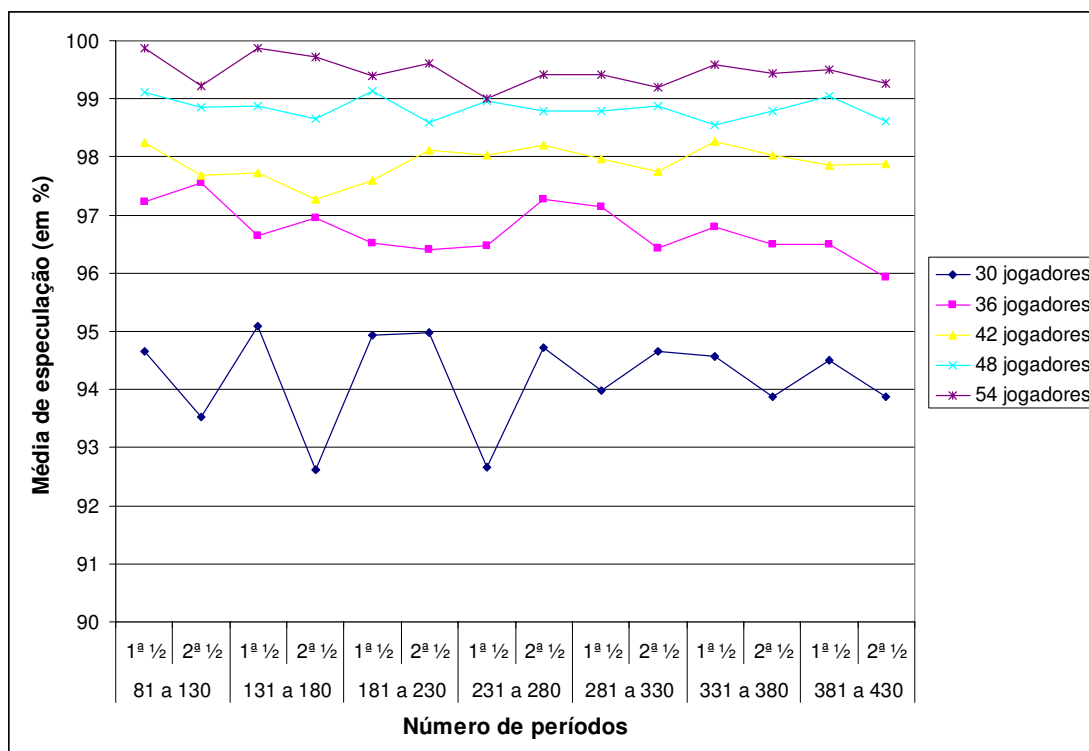


Figura 22: Média de especulação dos jogadores do tipo II no modelo 5 em função do aumento no número de períodos.

O último modelo deste ponto da pesquisa foi o de número 6 que também foi desenvolvido por Rouchier (ROUCHIER, 2003). Neste modelo a variável  $I^f(i + 1)$  representa quantas vezes o agente falhou em obter seu bem de consumo sempre que seu parceiro estava de posse deste bem. A taxa de convergência dos agentes do tipo I em função do número de períodos da simulação foi de 1,33%. Em função do número de agentes, esta taxa foi de 3,43%. Novamente, as taxas mostram que aumentar o número de agentes surte mais efeito que aumentar o número de períodos da simulação. A Figura 23 mostra a média de especulação dos agentes do tipo I neste modelo.

Em se tratando dos jogadores do tipo II, a taxa de convergência em relação ao aumento no número de períodos foi de 0,05%. Semelhante aos modelos anteriores, isto significa estabilidade no comportamento dos jogadores mesmo aumentando o número de vezes que eles interagem entre si. Já a taxa de convergência relacionada ao aumento no número de jogadores ficou em 1,59%, a maior taxa observada para os jogadores do tipo II. Estes dados são melhor visualizados através da Figura 24.

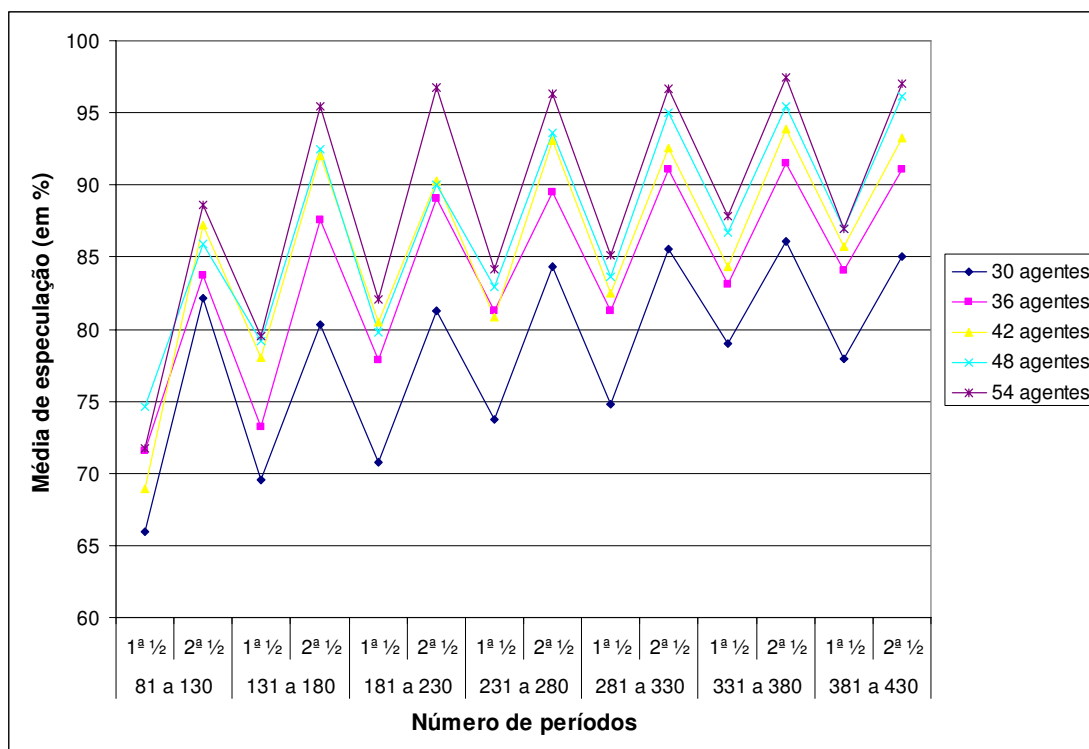


Figura 23: Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 6 em função do aumento no número de períodos.

Como a taxa de convergência diminui à medida em que se aumenta o número de períodos, supõe-se que ela chega muito próxima de zero, acima dos 430 períodos. Não foi feita nenhuma simulação para se confirmar este dado. No entanto, pode-se concluir, através das simulações realizadas, que aumentar o número de períodos ou o número de agentes faz com que o comportamento dos agentes se aproxime mais do equilíbrio previsto.

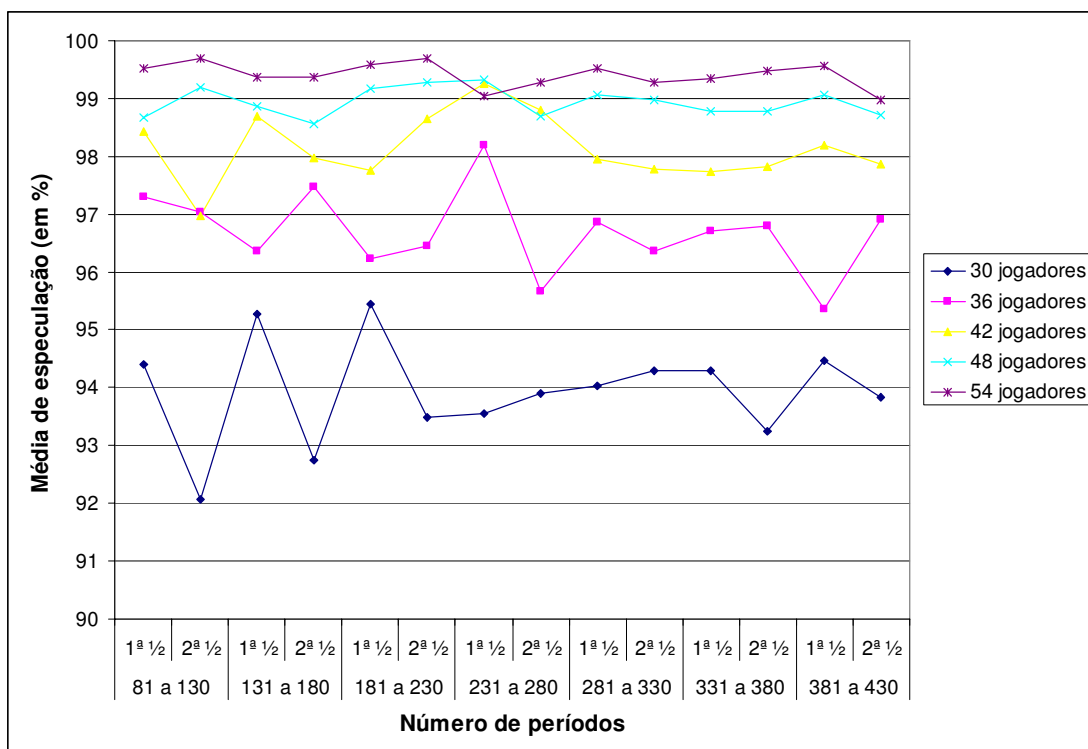


Figura 24: Média de especulação dos jogadores do tipo II no modelo 6 em função do aumento no número de períodos.

## *Conclusão*

O modelo teórico-econômico de Kiyotaki-Wright foi discutido como uma abstração para o limitado mercado do escambo (KIYOTAKI; WRIGHT, 1989). Neste modelo, uma mercadoria surge como meio de troca. Experimentos conduzidos por Duffy e Ochs (DUFFY; OCHS, 1999) com seres humanos e simulações de Duffy (DUFFY, 2001) com agentes artificiais confirmaram a robustez e a eficácia do modelo de KW. A descrição destas simulações se tornaram base para a replicação do trabalho de Duffy. Outras formas de implementação sugeridas por Rouchier (ROUCHIER, 2003) também foram usadas para comparação.

Dos seis modelos reportados aqui, três deles tiveram bons resultados (2, 4 e 5). Em média, foram 24,5% melhores que os resultados de Rouchier (ROUCHIER, 2003) e Duffy (DUFFY, 2001), considerando-se a segunda metade das simulações. Para os outros três, houve necessidade de se aumentar o número de agentes e o número de períodos da simulação com o objetivo de se aproximar do resultado esperado. Outro fator decisivo foi que, em uma análise individual, alguns agentes do tipo I obtiveram sucesso ao usar a estratégia fundamental em vez de se usar a estratégia esperada, a especulativa.

Em um segundo conjunto de simulações, os modelos 2, 5 e 6 foram analisados em relação à taxa de convergência dos agentes do tipo I e dos jogadores do tipo II em relação ao equilíbrio. Observou-se que é mais eficiente aumentar o número de agentes do modelo que aumentar o número de períodos da simulação.

O framework *Swarm* (MINAR ET AL., 1996) teve um papel importante, pois ajudou na estruturação do código e diminuiu o tempo de desenvolvimento. Não ajudou a melhorar os resultados apresentados, pois este não era seu objetivo. O uso desta plataforma vai facilitar comparações futuras de resultados. Um resultado-chave foi que experimentos baseados em seres humanos podem ser reproduzidos com a ajuda de um kit de ferramentas de simulação.

A interação entre os diferentes valores de parâmetros e a pontuação dos agentes em cada modelo pode ser considerada em pesquisas futuras. Modelos alternativos também podem ser criados para melhor investigar o comportamento dos agentes, como parte do algoritmo do

processo de decisão usado por eles. Por exemplo, algoritmos de raciocínio baseado em casos, algoritmos de negociação, etc. O processo de raciocínio dos agentes pode ser melhorado ao supri-los de uma visão mais clara e mais completa da situação do mercado que, por sua vez, fornece condições mais favoráveis para se chegar à decisão certa. Além disto, é possível dotar o Mediador de certa inteligência de forma que ele auxilie os demais agentes a alcançar seus objetivos.

## ***ANEXO A – Resultados das Simulações***

Aqui estão os resultados de algumas das simulações realizadas. Eles foram escolhidos para compor este trabalho por serem aqueles que se aproximaram mais do equilíbrio. São apresentados apenas resultados no modo texto, ou seja, a saída em arquivo produzida pela classe *Swarm Batch*. Nem todos os períodos de cada simulação foram mostrados. A intenção deste anexo é dar um exemplo do que o usuário do sistema vê após a simulação e de como ele pode analisar os dados.

## A.1 Resultado de uma simulação baseada no modelo 1

Primeiramente, o resultado de uma simulação do sistema TradingSim, descrito na sessão 3.1.2, página 60, que chegou a 114 períodos. Aqui, são mostrados apenas alguns como forma de exemplificar a saída do sistema. Os resultados completos podem ser vistos no CD anexo a esta dissertação.

O termo “Etapa” significa o período do jogo. Ela também é numerada para facilitar a observação dos resultados. Quando se lê etapa número  $n$ , entenda-se o resultado do sistema ao final desta etapa específica.

### A.1.1 Dados gerais da simulação

Neste arquivo, o usuário do sistema pode verificar o emparelhamento dos agentes e quais deles realizaram trocas. Para cada agente, tem-se um número de identificação, seu tipo, produto armazenado, pontuação, o lucro esperado relativo a cada produto que pode armazenar (valor utilidade), a probabilidade que ele tem de não especular (estratégia  $s = 0$ ) e, caso tenha oportunidade, se deseja ou não realizar a troca pelo produto  $k$ .

Antes do primeiro período, nenhum agente tem parceiro, a pontuação e os valores utilidade estão zerados e a probabilidade de não especular é 0,5.

Após o primeiro período, os valores da simulação usada aqui como exemplo são os que se seguem. São apresentados três períodos (ou etapas) apenas para exemplo.

```
Etapa número 1
Parceiro do agente número 15 tem o número 9
Parceiro do agente número 14 tem o número 4
Parceiro do agente número 22 tem o número 21
Parceiro do agente número 17 tem o número 1
Parceiro do agente número 10 tem o número 20
Parceiro do agente número 24 tem o número 6
Parceiro do agente número 2 tem o número 19
Parceiro do agente número 11 tem o número 12
Parceiro do agente número 18 tem o número 8
Parceiro do agente número 16 tem o número 7
Parceiro do agente número 13 tem o número 3
Parceiro do agente número 5 tem o número 23
```

Os agentes que realizaram trocas foram: 1 3 4 5 6 8 10 13 14 17 18 20 23 24

```
Agente número 1 Tipo: 1
  Produto armazenado: 2
  Pontuação: 0,96
```

Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,89  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 0, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 2 Tipo: 1  
Produto armazenado: 2  
Pontuação: -0,04  
Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,86  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 3 Tipo: 1  
Produto armazenado: 2  
Pontuação: 0,96  
Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,89  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 0, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 4 Tipo: 1  
Produto armazenado: 2  
Pontuação: 0,96  
Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,89  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 0, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 5 Tipo: 1  
Produto armazenado: 2  
Pontuação: 0,96  
Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,89  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 0, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 6 Tipo: 1  
Produto armazenado: 2  
Pontuação: 0,96  
Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,86  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 7 Tipo: 1  
Produto armazenado: 3  
Pontuação: -0,09  
Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,89  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 1  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 8 Tipo: 1  
Produto armazenado: 2  
Pontuação: 0,96  
Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,86  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 9 Tipo: 2  
Produto armazenado: 3  
Pontuação: -0,09  
Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,86  
Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973  
NAO QUER trocar por produto k.

Agente número 10 Tipo: 2  
Produto armazenado: 1  
Pontuação: -0,01  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5000  
QUER trocar por produto k.

Agente número 11 Tipo: 2  
Produto armazenado: 3  
Pontuação: -0,09  
Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,86  
Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 12 Tipo: 2  
Produto armazenado: 3  
Pontuação: -0,09  
Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,86  
Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 13 Tipo: 2  
Produto armazenado: 3  
Pontuação: 0,91  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,86  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 14 Tipo: 2  
Produto armazenado: 3  
Pontuação: 0,91  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,86  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 0  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 15 Tipo: 2  
Produto armazenado: 1  
Pontuação: -0,01  
Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,89  
Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 1  
Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 16 Tipo: 2  
Produto armazenado: 1  
Pontuação: -0,01

Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,89  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 1  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 17 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: -0,04  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5000  
 QUER trocar por produto  $k$ .

Agente número 18 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 0,99  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,89  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 0, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 19 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,01  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973  
 NAO QUER trocar por produto  $k$ .

Agente número 20 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 0,99  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,89  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 0, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 21 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,01  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 22 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,01  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 23 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: -0,04  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 0

Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5000  
 QUER trocar por produto k.

Agente número 24 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 0,99  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,89  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 0, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

-----  
 Etapa número 2  
 Parceiro do agente número 8 tem o número 6  
 Parceiro do agente número 16 tem o número 21  
 Parceiro do agente número 13 tem o número 2  
 Parceiro do agente número 7 tem o número 24  
 Parceiro do agente número 4 tem o número 23  
 Parceiro do agente número 5 tem o número 20  
 Parceiro do agente número 3 tem o número 1  
 Parceiro do agente número 17 tem o número 14  
 Parceiro do agente número 15 tem o número 9  
 Parceiro do agente número 18 tem o número 10  
 Parceiro do agente número 11 tem o número 12  
 Parceiro do agente número 22 tem o número 19

Os agentes que realizaram trocas foram: 7 14 17 24

Agente número 1 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 2 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: -0,08  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519  
 NAO QUER trocar por produto k.

Agente número 3 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 4 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 5 Tipo: 1

Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 6 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,86  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 7 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,87  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,03  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 1  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 8 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,86  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 1, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 9 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: -0,18  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519  
 QUER trocar por produto  $k$ .

Agente número 10 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,02  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,89  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 1  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 11 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: -0,18  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 12 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: -0,18  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00

Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 13 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,82  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,86  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 1, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 14 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 1,82  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,89  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,86  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 0, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 15 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,02  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -1,78  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 0, 0, 2  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,8557

Agente número 16 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,02  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -1,78  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 0, 0, 2  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,8557

Agente número 17 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 0,95  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,86  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 0, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973

Agente número 18 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 0,98  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075

Agente número 19 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,02  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 20 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1

Pontuação: 0,98  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075  
 NAO QUER trocar por produto k.

Agente número 21 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,02  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 22 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,02  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519

Agente número 23 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: -0,08  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,89  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 1  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7089

Agente número 24 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 1,98  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 1,78  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 2, 0, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,8557

-----  
 Etapa número 3  
 Parceiro do agente número 17 tem o número 5  
 Parceiro do agente número 4 tem o número 20  
 Parceiro do agente número 19 tem o número 22  
 Parceiro do agente número 7 tem o número 23  
 Parceiro do agente número 8 tem o número 11  
 Parceiro do agente número 24 tem o número 21  
 Parceiro do agente número 14 tem o número 1  
 Parceiro do agente número 18 tem o número 13  
 Parceiro do agente número 15 tem o número 10  
 Parceiro do agente número 16 tem o número 2  
 Parceiro do agente número 9 tem o número 3  
 Parceiro do agente número 12 tem o número 6

Os agentes que realizaram trocas foram: 1 2 4 5 6 8 11 12 14 16 17 20

Agente número 1 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 1, 0, 0

Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075  
 QUER trocar por produto k.

Agente número 2 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,88  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,3036

Agente número 3 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,88  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 1, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,3036  
 NAO QUER trocar por produto k.

Agente número 4 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 1,88  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 2, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7150

Agente número 5 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 1,88  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 2, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7150

Agente número 6 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,86  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 1, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519  
 QUER trocar por produto k.

Agente número 7 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,03  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 1, 1, 1  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,3036

Agente número 8 Tipo: 1  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -0,86  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,86  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 0, 1, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,1519  
 QUER trocar por produto k.

Agente número 9 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: -0,27  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -2,58  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 3, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,0704

Agente número 10 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -1,78  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 2  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,8557

Agente número 11 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,73  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,3036

Agente número 12 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,73  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,3036

Agente número 13 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,73  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: -1,72  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,86  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 2, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,0704  
 NAO QUER trocar por produto k.

Agente número 14 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 2,73  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 1,78  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,86  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 2, 0, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7150

Agente número 15 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -2,67  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 3  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,9352

Agente número 16 Tipo: 2  
 Produto armazenado: 3  
 Pontuação: 0,89

Lucro esperado relativo ao produto 3: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,92  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 2  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7150

Agente número 17 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,91  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,86  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 1, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,2973  
 QUER trocar por produto  $k$ .

Agente número 18 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 0,97  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -0,83  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 2, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,3036

Agente número 19 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -2,58  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 3, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,0704

Agente número 20 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: 0,94  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 1, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,5075  
 QUER trocar por produto  $k$ .

Agente número 21 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -2,58  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 3, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,0704

Agente número 22 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: -0,03  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: -2,58  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 3, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,0704

Agente número 23 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 2  
 Pontuação: -0,12  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,00  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: -1,78  
 Valores de  $Is_j$ ,  $If_j$ ,  $Is_k$ ,  $If_k$ : 0, 0, 0, 2

Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,8557

Agente número 24 Tipo: 3  
 Produto armazenado: 1  
 Pontuação: 1,97  
 Lucro esperado relativo ao produto 1: 0,92  
 Lucro esperado relativo ao produto 2: 0,00  
 Valores de  $Is_j, If_j, Is_k, If_k$ : 2, 1, 0, 0  
 Probabilidade de se usar a estratégia  $s = 0$ : 0,7150

### A.1.2 Distribuição dos produtos sobre os tipos

Neste arquivo, pode-se observar como estão distribuídos os bens para cada tipo de agente. Eles são mostrados na forma de uma matriz, onde as linhas representam os tipos e as colunas, os produtos. Os dados estão em porcentagem. Observe que, conforme o modelo, nenhum agente possui um produto cujo número seja igual ao do seu tipo.

O resultado deste arquivo é importante para verificar o comportamento agregado por tipos. É possível observar ações contrárias à prevista pelo modelo quando, por exemplo, a porcentagem de agentes do tipo 3 que possui o produto 2 aumenta. Isto significa que houve especulação por parte de alguns desses agentes. O motivo destas ações adversas é explicado na sessão 3.1.2.

Algumas observações devem ser mais cuidadosas. Citando o caso dos agentes do tipo 2 que, em três etapas seguidas (3, 4 e 5), não trocaram pelo produto  $k$  (1). Isto pode ter ocorrido por alguns dos fatores abaixo:

- Não houve oportunidade.
- A função geradora de números aleatórios impediu um comportamento não especulativo.
- Não houve trocas. Se houve, o agente sempre conseguiu seu bem de consumo.

Para saber exatamente o que ocorreu, basta analisar o conteúdo do arquivo de dados gerais da simulação (A.1.1).

Etapa número 1			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	87,50	12,50
2	37,50	00,00	62,50
3	75,00	25,00	00,00

Etapa número 2			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	100,00	00,00
2	37,50	00,00	62,50

3	87,50	12,50	00,00
Etapa número 3			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	62,50	37,50
2	25,00	00,00	75,00
3	62,50	37,50	00,00
Etapa número 4			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	50,00	50,00
2	25,00	00,00	75,00
3	62,50	37,50	00,00
Etapa número 5			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	75,00	25,00
2	25,00	00,00	75,00
3	75,00	25,00	00,00
Etapa número 6			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	50,00	50,00
2	37,50	00,00	62,50
3	75,00	25,00	00,00
Etapa número 7			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	37,50	62,50
2	37,50	00,00	62,50
3	62,50	37,50	00,00
Etapa número 8			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	62,50	37,50
2	25,00	00,00	75,00
3	87,50	12,50	00,00
Etapa número 9			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	50,00	50,00
2	25,00	00,00	75,00
3	75,00	25,00	00,00
Etapa número 10			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	87,50	12,50
2	25,00	00,00	75,00
3	75,00	25,00	00,00
Etapa número 11			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	87,50	12,50
2	12,50	00,00	87,50
3	62,50	37,50	00,00
Etapa número 12			
Tipo	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	00,00	75,00	25,00
2	25,00	00,00	75,00
3	75,00	25,00	00,00

Etapa número 13			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	62,50	37,50
2	37,50	00,00	62,50
3	75,00	25,00	00,00

Etapa número 14			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	75,00	25,00
2	00,00	00,00	100,00
3	75,00	25,00	00,00

Etapa número 15			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	75,00	25,00
2	12,50	00,00	87,50
3	62,50	37,50	00,00

Etapa número 16			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	75,00	25,00
2	12,50	00,00	87,50
3	87,50	12,50	00,00

Etapa número 17			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	62,50	37,50
2	37,50	00,00	62,50
3	62,50	37,50	00,00

Etapa número 18			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	62,50	37,50
2	37,50	00,00	62,50
3	62,50	37,50	00,00

Etapa número 19			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	50,00	50,00
2	50,00	00,00	50,00
3	62,50	37,50	00,00

Etapa número 20			
Tipo	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	00,00	50,00	50,00
2	62,50	00,00	37,50
3	50,00	50,00	00,00

### A.1.3 Frequência de ofertas

Os dados deste arquivo mostram qual foi a frequência, em porcentagem, em que os agentes do tipo  $i$  ofereceram seu bem de produção  $j$  pelo bem  $k$ . Eles são válidos somente para o período em questão. Não refletem o histórico das ofertas. Mesmo assim, é possível ter uma idéia do comportamento de cada tipo.

Vale destacar que as porcentagens são relativas ao total de agentes de cada tipo. Como a simulação foi feita com 24 agentes, existiam 8 de cada tipo. Então, tomando como amostra os dados da terceira etapa, percebe-se que 75% dos agentes do tipo I ofereceram seu bem de produção 2 pelo bem de número 3. Quanto aos outros 25%, pode-se deduzir que não tiveram oportunidade de realizar a referida oferta. Como esta porcentagem representa apenas a oferta de um bem, talvez a troca não tenha ocorrido porque esta depende da concordância dos agentes que fazem a parceria.

Uma outra forma de mostrar esses dados seria colocá-los em relação às oportunidades que os agentes teriam de fazer a oferta. Explicando melhor: dos agentes do tipo  $i$ , quantas oportunidades tiveram de oferecer seu produto  $j$  pelo  $k$ ? Desse número, quantos realmente fizeram a oferta? Duffy e Ochs (DUFFY; OCHS, 1999, 2002) apresentaram dados semelhantes, mas não deixaram claro se os dados que apresentavam seriam relativos ao total de agentes de cada tipo ou às oportunidades que cada tipo teve de realizar a oferta.

Etapa número 1

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 00,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 50,00

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 66,67

Etapa número 2

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 00,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 00,00

Etapa número 3

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 75,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 00,00

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 4

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 100,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 75,00

Etapa número 5

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 00,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 33,33

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 50,00

Etapa número 6

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 100,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 50,00

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 50,00

Etapa número 7

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 66,67

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 00,00

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 50,00

Etapa número 8

Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 50,00

Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 9  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 100,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 00,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 10  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 00,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 50,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 00,00

Etapa número 11  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 00,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 50,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 50,00

Etapa número 12  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 66,67  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 00,00

Etapa número 13  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 50,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 50,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 14  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 100,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 00,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 15  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 50,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 66,67

Etapa número 16  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 50,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 17  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 75,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 18  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 50,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 50,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 00,00

Etapa número 19  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 66,67  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 100,00  
Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

Etapa número 20  
Tipo 1 oferece 2 pelo 3: 100,00  
Tipo 2 oferece 3 pelo 1: 66,67

Tipo 3 oferece 1 pelo 2: 100,00

### A.1.4 Média da frequência de ofertas

O último arquivo gerado pelo sistema TradingSim é o que contém as médias com que cada tipo de agente ofereceu seu bem  $j$  pelo bem  $k$ . Essas médias são divididas nas duas metades da simulação para verificar se a evolução dos agentes convergiu ou não para o equilíbrio esperado. No caso da simulação usada aqui como exemplo, as médias ficaram conforme mostra a Tabela 9. O cálculo delas é bastante simples. Obtém-se a lista de frequências de ofertas obtidas na simulação (A.1.3); separa-se esta lista em duas metades; em seguida, o sistema computa a média aritmética destas frequências.

Tabela 9: Média de frequência de ofertas da simulação usada como exemplo.

Modelo	Quem	Agentes do tipo I		Agentes do tipo II		Agentes do tipo III	
		1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2
1	Este trabalho	60,09	60,38	57,89	55,12	67,40	55,26

Pode-se perceber que os agentes do tipo I se mantiveram estáveis durante toda a simulação com 60% deles oferecendo o bem 2 pelo 3. Por sua vez, os agentes do tipo II regrediram um pouco, afastando-se do comportamento esperado. Na primeira metade, 57,89% ofereceram o bem 3 em troca do bem 1. Na segunda metade, a média caiu para 55,12%. Já os agentes do tipo III convergiram para o equilíbrio, pois a média em que ofereceram o bem 1 pelo bem 2 caiu de 67,4% para 55,26%. Para entender especificamente o que houve, é necessário analisar cada agente individualmente e verificar seu aprendizado durante as negociações. Esta análise pode ser feita através do arquivo de dados gerais da simulação.

## A.2 Resultados numéricos das simulações extras

Neste ponto, são apresentados os resultados numéricos das simulações extras da seção 3.2 que analisou a taxa de convergência dos agentes em relação ao equilíbrio esperado pelo modelo de Kiyotaki-Wright. A partir dos resultados apresentados abaixo foram gerados os gráficos apresentados nas Figuras 19 a 24.

### A.2.1 Agentes do tipo I no modelo 2

A Tabela 10 corresponde aos resultados apresentados na Figura 19.

Tabela 10: Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 2 em função do aumento no número de períodos.

Núm. de Agentes	81 a 130		131 a 180		181 a 230		231 a 280		281 a 330		331 a 380		381 a 430	
	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2
30	76,28	82,90	79,20	84,66	79,75	86,75	81,55	85,69	82,37	85,54	82,51	85,44	82,44	86,15
36	77,24	88,40	81,97	91,00	83,87	91,36	85,87	90,45	86,49	90,51	86,77	90,21	87,06	90,88
42	81,48	92,12	85,39	93,88	88,41	92,88	89,79	94,51	89,18	93,69	90,23	94,16	90,74	93,01
48	83,69	95,81	86,46	94,98	89,42	96,14	91,03	95,69	91,20	96,08	92,03	96,35	87,00	95,61
54	86,25	95,67	89,76	96,11	91,17	97,04	92,04	97,79	92,08	97,22	93,66	97,42	92,70	95,19

### A.2.2 Agentes do tipo II no modelo 2

A Tabela 11 corresponde aos resultados apresentados na Figura 20.

Tabela 11: Média de especulação dos agentes do tipo II no modelo 2 em função do aumento no número de períodos.

Núm. de períodos	81 a 130		131 a 180		181 a 230		231 a 280		281 a 330		331 a 380		381 a 430	
	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2
Núm. de Agentes														
30	95,07	93,77	93,65	94,13	94,05	94,25	94,33	93,64	94,20	93,50	94,11	94,26	93,59	93,78
36	96,94	95,12	98,39	95,79	97,01	96,46	97,02	96,63	96,89	96,36	96,56	96,96	96,37	96,72
42	98,30	97,21	98,67	98,27	98,53	97,36	97,75	97,43	98,36	98,06	98,19	98,04	98,09	98,41
48	98,40	98,65	99,42	99,26	98,84	99,59	98,95	99,10	98,87	98,90	98,91	98,86	98,94	98,96
54	99,22	99,40	99,13	99,25	99,61	99,23	98,89	98,88	99,44	99,29	99,47	99,28	98,91	98,91

### A.2.3 Agentes do tipo I no modelo 5

A Tabela 12 corresponde aos resultados apresentados na Figura 21.

Tabela 12: Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 5 em função do aumento no número de períodos.

Núm. de períodos	81 a 130		131 a 180		181 a 230		231 a 280		281 a 330		331 a 380		381 a 430	
	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2
Núm. de Agentes														
30	74,21	80,55	77,59	84,28	79,66	85,40	78,25	86,63	81,27	85,83	81,81	86,38	82,12	86,91
36	75,90	87,14	77,09	90,53	85,60	90,13	83,90	93,49	85,27	91,02	86,94	90,58	86,78	90,75
42	78,67	92,40	85,90	94,32	84,42	94,32	86,84	92,27	88,63	93,66	89,01	93,81	89,35	94,49
48	84,27	94,03	86,55	94,98	86,89	95,04	91,69	94,23	90,56	95,38	90,97	95,52	91,89	95,23
54	83,68	91,96	89,51	96,24	88,79	95,98	90,64	98,22	92,14	96,97	92,60	96,78	92,59	96,97

### A.2.4 Agentes do tipo II no modelo 5

A Tabela 13 corresponde aos resultados apresentados na Figura 22.

Tabela 13: Média de especulação dos agentes do tipo II no modelo 5 em função do aumento no número de períodos.

Núm. de períodos	81 a 130		131 a 180		181 a 230		231 a 280		281 a 330		331 a 380		381 a 430	
	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2
Núm. de Agentes														
30	94,65	93,53	95,08	92,61	94,93	94,98	92,67	94,71	93,98	94,64	94,57	93,87	94,50	93,88
36	97,23	97,55	96,64	96,95	96,51	96,40	96,48	97,27	97,13	96,43	96,79	96,50	96,50	95,93
42	98,24	97,69	97,73	97,28	97,61	98,11	98,03	98,21	97,96	97,75	98,27	98,04	97,87	97,88
48	99,12	98,84	98,88	98,66	99,14	98,59	98,97	98,78	98,78	98,86	98,56	98,78	99,04	98,62
54	99,86	99,22	99,86	99,73	99,40	99,61	99,01	99,42	99,42	99,20	99,59	99,43	99,50	99,26

### A.2.5 Agentes do tipo I no modelo 6

A Tabela 14 corresponde aos resultados apresentados na Figura 23.

Tabela 14: Média de especulação dos agentes do tipo I no modelo 6 em função do aumento no número de períodos.

Núm. de períodos	81 a 130		131 a 180		181 a 230		231 a 280		281 a 330		331 a 380		381 a 430	
	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2
Núm. de Agentes														
30	65,97	82,13	69,57	80,31	70,79	81,26	73,72	84,34	74,82	85,56	78,95	86,11	77,96	85,04
36	71,53	83,70	73,21	87,61	77,82	89,06	81,27	89,48	81,30	91,07	83,06	91,50	84,05	91,04
42	68,93	87,22	78,07	92,03	80,51	90,25	80,87	93,05	82,47	92,55	84,34	93,84	85,73	93,24
48	74,65	85,95	79,15	92,47	79,80	90,05	82,91	93,59	83,67	95,04	86,68	95,44	86,92	96,17
54	71,74	88,64	79,56	95,41	82,02	96,78	84,19	96,30	85,10	96,68	87,86	97,44	86,94	97,03

### A.2.6 Agentes do tipo II no modelo 6

A Tabela 15 corresponde aos resultados apresentados na Figura 24.

Tabela 15: Média de especulação dos agentes do tipo II no modelo 6 em função do aumento no número de períodos.

Núm. de períodos	81 a 130		131 a 180		181 a 230		231 a 280		281 a 330		331 a 380		381 a 430	
	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2	1ª 1/2	2ª 1/2
30	94,40	92,07	95,27	92,74	95,44	93,49	93,56	93,89	94,02	94,30	94,29	93,26	94,47	93,83
36	97,29	97,04	96,37	97,47	96,23	96,45	98,20	95,66	96,85	96,36	96,71	96,79	95,35	96,90
42	98,43	96,98	98,69	97,98	97,77	98,65	99,26	98,8	97,96	97,77	97,73	97,83	98,20	97,86
48	98,67	99,20	98,88	98,56	99,17	99,29	99,32	98,69	99,07	98,97	98,78	98,78	99,05	98,71
54	99,51	99,69	99,38	99,37	99,58	99,70	99,04	99,29	99,52	99,27	99,34	99,48	99,57	98,98

## *Referências*

- AIYAGARI, S.R.; WALLACE, N. Fiat Money in the Kiyotaki-Wright Model. *Economic Theory* 2, p. 447-464, 1992.
- ALCHIAN, A. Uncertainty, Evolution and Economic Theory. *The Journal of Political Economy*, v. 58(3), p. 211-221, 1950.
- BCB. Museu de Valores do Banco Central. *Origem e Evolução do Dinheiro*, 2011. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/?ORIGEMOEDA>> Acesso em: 08 fev. 2011
- BAŞÇI, E. Learning by Imitation. *Journal of Economic Dynamics and Control* 23, p. 1569-1585, 1999.
- BROWN, P. Experimental Evidence on Money as a Medium of Exchange. *Journal of Economic Dynamics and Control* 20, p. 583-600, 1996.
- BRUUN, C. Foundational Problems Of Simulation Approaches To Economics Exemplified Through Swarm Models. *Computing in Economics and Finance* 2000, nº 170, 2000.
- BURKHART, R. The Swarm Multi-Agent Simulation System. In: *OOPSLA '94 Workshop on "The Object Engine"*, 1994. Disponível em: <<http://www.swarm.org/archive/oopsla94.html>> Acesso em: 08 fev. 2011
- DUFFY, J. Learning to Speculate: Experiments with Artificial and Real Agents. *Journal of Economic Dynamics and Control* 25 (3-4), p. 295-319, 2001.
- DUFFY, J. Agent-Based Models and Human Subject Experiments. Capítulo 19 de Judd, K.L.; Tesfatsion, L. *Handbook of Computational Economics*, v. 2, Amsterdam: Elsevier, 2006.
- DUFFY, J.; OCHS, J. Emergence of Money as a Medium of Exchange: An Experimental Study. *American Economic Review* 89(4), p. 847-877, 1999.
- DUFFY, J.; OCHS, J. Intrinsically Worthless Objects as Media of Exchange: Experimental Evidence. *International Economic Review* 43, p. 637-673, 2002.

- FAYOUMI, A.; FARIS, H.; GRIPPA, F. Improving Knowledge Handling by Building Intelligent Systems Using Social Agent Modeling. *In: ICCGI'09 Proceedings of the 2009 Fourth International Multi-Conference on Computing in the Global Information Technology*, p.86-91, Washington DC: IEEE Computer Society, 2009.
- FUDENBERG, D.; TIROLE, J. Game Theory. *The MIT Press*, August 1991.
- HOLLAND, J.H. Escaping Brittleness: The Possibilities of General-Purpose Learning Algorithms Applied to Parallel Rule-Based Systems. *In: Michalski, R.S., Carbonell, J.G. e Mitchell, T.M., Machine Learning: An Artificial Intelligence Approach*, v. 2, p. 593-623, Los Altos. CA: Morgan Kauffmann, 1986.
- KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R. On Money as a Medium of Exchange. *Journal of Political Economy* 97, p. 927-954, 1989.
- MARIMON, R.; MCGRATTAN, E.; SARGENT, T.J. Money as a Medium of Exchange in an Economy with Artificially Intelligent Agents. *Journal of Economic Dynamics and Control* 14, p. 329-373, 1990.
- MENGER, C. Principles of Economics. *Ludwig von Mises Institute*, 1871.
- MINAR, N.; BURKHART, R.; LANGTON, C.; ASKENAZI, M. The Swarm Simulation System: A Toolkit for Building Multi-agent Simulations. *Santa Fe Institute*, 1996. Disponível em: <<http://alumni.media.mit.edu/~nelson/research/swarm/>> Acesso em: 08 fev. 2011
- JOHNSON, P.; LANCASTER, A. Swarm User Guide. *Swarm Development Group*, 2000. Disponível em: <<http://www.swarm.org/swarmdocs-2.1.1/userbook/userbook.html>> Acesso em: 08 fev. 2011
- GIBBONS, R. Game Theory for Applied Economists. *Princeton University Press*, 1992.
- ROUCHIER, J. Re-implementation of a multi-agent model aimed at sustaining experimental economic research: The case of simulations with emerging speculation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 6(4), 2003.
- RUSSEL, S.; NORVIG, P. Artificial Intelligence – A Modern Approach, Third Edition. *Prentice Hall*, 2010.

STAELIN, C. P.; COLLEGE, S. jSimpleBug: a Swarm tutorial for Java (rascunho), April 2000. Disponível em:

<<http://www.cse.nd.edu/courses/cse598j/www/Resources/jsimplebug11.pdf>> Acesso em: 08 fev. 2011

STAUDINGER, S. Money as a Medium of Exchange: an Analysis with Genetic Algorithms. working paper, Technical University, Vienna, 1998.

SUTTON, R. S.; BARTO, A. G. Reinforcement Learning: An Introduction. *MIT Press*, 1998.

SWARM. Brief Overview of Swarm. *Swarm Development Group*, 2000. Disponível em:

<<http://www.swarm.org/swarmdocs-2.2/set/book149.html>> Acesso em: 08 fev. 2011

SWARM. Swarm-Wiki. *Swarm Development Group*, 2011. Disponível em:

<<http://www.swarm.org/>> Acesso em: 08 fev. 2011

TESFATSION, L.; AXELROD, R. On-Line Guide for Newcomers to Agent-Based Modeling in the Social Sciences, 2011. Disponível em:

<<http://www2.econ.iastate.edu/tesfatsi/abmread.htm>> Acesso em: 08 fev. 2011

TOBIAS, R.; HOFMANN, C. Evaluation of Free Java-libraries for Social-scientific Agent Based Simulation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 6(1), 2004.

WALLACE, N. The Overlapping Generations Model of Fiat Money. *Models of Monetary Economies*, Federal Reserve Bank Minneapolis. 1980.

YASUTOMI, A. The Emergence and Collapse of Money. *Physica D*, v. 1-2, p. 180-194, 1995.