

André Almeida Souza Coelho

**Avaliação do Efeito de Acoplamento
Eletromagnético sobre a Estimação de Ângulos
de Incidência de Ondas Planas**

Goiânia

19/02/2018, v-1.0.0

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

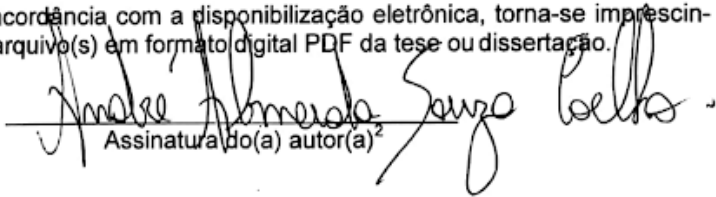
Nome completo do autor: André Almeida Souza Coelho

Título do trabalho: Avaliação do Efeito de Acoplamento Eletromagnético sobre a Estimulação de Ângulos de Incidência de Ondas Planas

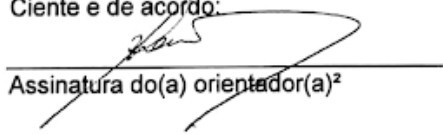
3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ **SIM** ☐ **NÃO**¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:


Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 23 / 05 / 18

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

André Almeida Souza Coelho

Avaliação do Efeito de Acoplamento Eletromagnético sobre a Estimação de Ângulos de Incidência de Ondas Planas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, da Escola de Engenharia Elétrica Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação

Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos

Goiânia

19/02/2018, v-1.0.0

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Almeida Souza Coelho, André
[manuscrito] / André Almeida Souza Coelho. - 2018.
LXX, 70 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia,
2018.

Bibliografia.

Inclui siglas, símbolos, lista de figuras.

1. MUSIC. 2. SEAD. 3. Acoplamento Mútuo. 4. DOA. 5. Estimação.
I. Pinto Lemos, Rodrigo, orient. II. Título.

CDU 621.3



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO



Ata de Defesa de Dissertação de Mestrado

Ata da sessão de julgamento da Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, área de concentração Engenharia Elétrica, do(a) candidato(a) **André Almeida Souza Coelho**, realizada em 28 de fevereiro de 2018.

Aos 28 dias do mês de dezembro de dois mil e dezoito, às 14:00 horas, na sala Caryocar brasiliensis, bloco "A" da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Universidade Federal de Goiás (UFG), reuniram-se os seguintes membros da Comissão Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação: os Doutores Rodrigo Pinto Lemos – Orientador(a) (EMC/UFG), Cláudio Afonso Fleury – IFG, Flávio Henrique Teles Vieira – EMC/UFG, Flávio Geraldo Coelho Rocha – EMC/UFG, Karina Rocha Gomes da Silva – EMC/UFG e Hugo Vinícius Leão e Silva – IFG para julgar a Dissertação de Mestrado de **André Almeida Souza Coelho**, intitulada "Avaliação do Efeito de Acoplamento Eletromagnético sobre a Estimativa de Ângulos de Incidência de Ondas Planas", apresentada pelo(a) candidato(a) como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre, em conformidade com a regulamentação em vigor. O(A) Professor(a) Doutor(a) Rodrigo Pinto Lemos, Presidente da Comissão, abriu a sessão e apresentou o(a) candidato(a) que discorreu sobre seu trabalho, após o que, foi arguido(a) pelos membros da Comissão na seguinte ordem: Cláudio Afonso Fleury, Flávio Henrique Teles Vieira, Flávio Geraldo Coelho Rocha, Karina Rocha Gomes da Silva e Hugo Vinícius Leão e Silva. A parte pública da sessão foi então encerrada e a Comissão Examinadora reuniu-se em sessão reservada para deliberar. A Comissão julgou então que o(a) candidato(a), tendo demonstrado conhecimento suficiente, capacidade de sistematização e argumentação sobre o tema de sua Dissertação, foi considerado(a) **aprovado(a)** e deve satisfazer as exigências listadas na Folha de Modificação, em anexo a esta Ata, no prazo máximo de 60 dias, ficando o(a) professor(a) orientador(a) responsável por atestar o cumprimento dessas exigências. Os membros da Comissão Examinadora descreveram as justificativas para tal avaliação em suas respectivas Folhas de Avaliação, anexas a esta Ata. Nada mais havendo a tratar, o(a) presidente da Comissão declarou encerrada a sessão. Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-graduação desta Universidade, a presente Ata foi lavrada, lida e, julgada conforme, segue assinada pelos membros da Comissão supracitados e pelo(a) candidato(a). Goiânia, 28 de fevereiro de 2018.

Comissão Examinadora designada:

Rodrigo Pinto Lemos – Orientador(a) (EMC/UFG) (Avaliação: APROVADO)
Cláudio Afonso Fleury – IFG (Avaliação: Aprovado)
Flávio Henrique Teles Vieira – EMC/UFG (Avaliação: Aprovado)
Flávio Geraldo Coelho Rocha – EMC/UFG (Avaliação: Aprovado)
Karina Rocha Gomes da Silva – EMC/UFG (Avaliação: APROVADO)
Hugo Vinícius Leão e Silva – IFG (Avaliação: Aprovado)

Certifico que a cópia confere com o original, de acordo com o Decreto nº 83.936 do DOU de 10/09/1979.

Em 26/10/2018

Dulciane Pereira Oliveira Garcia
Secretária de Pós-Graduação-EMC/UFG
Matrícula SIAPE 0301741

Candidato(a): **André Almeida Souza Coelho**

Agradecimentos

À Deus, princípio e fim, fonte suprema de amor, doador da vida, pela graça de me reconhecer como seu filho e me iluminar nesta minha caminhada terrestre apesar de minhas fragilidades.

À meus queridos Pais, que sempre me apoiaram neste caminho acadêmico e na minha vida comum e são inspiração para meus estudos. Obrigado por todas as oportunidades.

À todos meus companheiros de fé da Paróquia Nossa Senhora de Fátima, em especial aos meus irmãos e irmãs do grupo Nossa Senhora de Fátima, e Família Agostiniana. Obrigado pelo apoio, orações e ensinamentos.

À todos os funcionários da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, em especial ao João e a Dulce pelo empenho e ajuda em todas as vezes que necessitei da secretaria da Pós-Graduação.

À todos os professores da Pós-Graduação em especial ao Prof. Dr. Flávio Henrique e Prof. Dr. Flávio Geraldo, que muito contribuíram com este trabalho e com os quais aprendo sempre.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rodrigo P. Lemos, que caminhou comigo neste processo e me orientou brilhantemente, me conduzindo pelos caminhos da ciência, me mostrando os desafios, limitações e com quem aprendi e aprendo muito. Pessoa inteiramente dedicada ao nobre ofício de ensinar, orientar e que nunca mediu esforços para a construção deste trabalho. Obrigado pelo apoio, orientação, amizade

Aos amigos do INCOMM que sempre me ajudaram, apoiaram e caminharam comigo num espírito de muito companheirismo. Amigos eternos com quem aprendo muito.

Ao querido Padre Rafael de La Torre, amigo fiel, orientador espiritual que sempre me ajudou em minha caminhada.

À meu querido filho João Pedro, que amo tanto e com quem aprendo a cada dia. Obrigado pelo apoio, amor, compreensão.

À minha querida esposa Alessandra, meu único amor, companheira fiel, amiga que sempre me apoia, acompanha, e foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

“Fizestes-nos para Vós e o nosso coração está inquieto enquanto não descansar em Vós”(Confissões, I, 1, 1), Santo Agostinho

Resumo

Este trabalho aborda o problema de estimação de ângulos de incidência DOA (*Direction of Arrival*) de ondas planas sobre um arranjo linear de sensores levando em consideração o acoplamento mútuo entre os sensores. São analisados os métodos MUSIC e SEAD com e sem acoplamento, nos casos de sinais descorrelacionados e correlacionados, e aplicado um método de compensação para minimizar os erros de estimação. Diversos resultados são obtidos e os desempenhos estatísticos do MUSIC e SEAD são avaliados, propondo um cenário de aplicação para o SEAD quando sob a influência do acoplamento mútuo entre os sensores.

Palavras-chaves: MUSIC, SEAD, Acoplamento Mútuo, DOA, Estimação

Abstract

This work deals with the problem of estimation of incident angles (DOA) of plane waves on a linear array of sensors taking into account the mutual coupling between the sensors. MUSIC and SEAD methods are analyzed with and without coupling, in the cases of correlated and uncorrelated signals, and a compensation method is applied to minimize estimation errors. Several results are obtained and the statistical performance of MUSIC and SEAD is evaluated, proposing an application scenario for SEAD when under the influence of mutual coupling between the sensors.

Key-words: MUSIC, SEAD, Mutual Coupling, DOA, Estimation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Arranjo de Antenas com geometria arbitrária. Fonte:(TREES, 2004) . . .	18
Figura 2 – Sistema de coordenadas esféricas. Fonte:(BALANIS, 2005)	19
Figura 3 – Arranjo Linear de Antenas(ULA).	20
Figura 4 – Espectro do <i>MUSIC</i> para ângulos de 20° e 50° sem ruído	29
Figura 5 – Espectro do <i>MUSIC</i> para ângulos de 20° e 50° $SNR = 10dB$	30
Figura 6 – Espectro do <i>MUSIC</i> para ângulos de 20° e 50° $SNR = -1dB$	31
Figura 7 – Espectro do <i>MUSIC</i> para ângulos de 20° e 50° Sinais correlacionados, $SNR = 15dB$	32
Figura 8 – Espectro Diferencial para o ângulo de 20° sem ruído	34
Figura 9 – Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 50° $SNR=10dB$. Fontes descorrelacionadas	35
Figura 10 – Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 50° $SNR=-10dB$. Fontes descorrelacionadas	36
Figura 11 – Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 30° $SNR=10dB$. Fontes descorrelacionadas	37
Figura 12 – Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 30° $SNR=10dB$. Fontes correlacionadas	38
Figura 13 – Arranjo de antenas em modelo de rede . Fonte:(GUPTA; KSIENSKI, 1983)	40
Figura 14 – Configuração geométrica de localização de dipolos. Fonte:(BALANIS, 2005)	42
Figura 15 – Posições Angulares Estimadas para o MUSIC sem Acoplamento. Sinais Descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°	46
Figura 16 – Posições Angulares Estimadas para o MUSIC com Acoplamento. Sinais Descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°	47
Figura 17 – Posições Angulares Estimadas para o SEAD sem Acoplamento. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°	48
Figura 18 – Posições Angulares Estimadas para o SEAD com Acoplamento. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°	48
Figura 19 – Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM) com acoplamento. Sinais Des- correlacionados. Ângulos de 10° e 45°	49
Figura 20 – Probabilidade de Resolução dos Espectros do <i>MUSIC</i> e <i>SEAD</i> com acoplamento. Sinais Descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°. 1000 experimentos	50

Figura 21	–Posições Angulares Estimadas para o MUSIC sem Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°	52
Figura 22	–Posições Angulares Estimadas para o MUSIC com Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°	53
Figura 23	–Posições Angulares Estimadas para o SEAD sem Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°	54
Figura 24	–Posições Angulares Estimadas para o SEAD com Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°	55
Figura 25	–Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM). Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°	56
Figura 26	–Espectro do <i>MUSIC</i> compensado Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB	58
Figura 27	–Espectro do <i>SEAD</i> compensado Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB	59
Figura 28	–Média dos espectros <i>MUSIC</i> compensado Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB	60
Figura 29	–Média dos Espectros <i>SEAD</i> compensados Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB	61
Figura 30	–Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM) acoplados e com compensação. Sinais descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°	62
Figura 31	–Posições Angulares Estimadas para o MUSIC compensado. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°	63
Figura 32	–Posições Angulares Estimadas para o SEAD compensado. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°	63
Figura 33	–Probabilidade de Resolução dos Espectros do <i>MUSIC</i> e <i>SEAD</i> com acoplamento e compensados.Sinais descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos	64
Figura 34	–Posições Angulares Estimadas para o MUSIC com Acoplamento Compensado. Correlação=0.9. Ângulos de 10° e 45°	65
Figura 35	–Posições Angulares Estimadas para o SEAD com Acoplamento Compensado. Correlação=0.9. Ângulos de 10° e 45°	66
Figura 36	–Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM). Correlação=0.9. Ângulos de 10° e 45°	67

Lista de abreviaturas e siglas

CRB	<i>Cramér-Rao Bound</i>
DOA	<i>Direction of Arrival</i>
MUSIC	<i>Multiple Signal Characterization</i>
SEAD	<i>Search of Direction by Differential Spectrum</i>
REQM	<i>Raiz do Erro Quadrático Médio</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
ULA	<i>Uniform Linear Array</i>
EQM	<i>Erro Quadrático Médio</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
PR	<i>Probabilidade de Resolução</i>
ULA	<i>Uniform Linear Array</i>

Lista de símbolos

$\mathbf{k}$	é o vetor número de onda
k	é o índice do k -ésimo snapshot
$\mathbf{P}$	é a matriz de correlação
$\delta_{k,j}$	é a função delta de Kronecker
$\mathbf{R}$	é a matriz de covariância espacial
$\dot{\mathbf{R}}$	é a matriz de covariância espacial estimada
$\mathbf{a}(\phi_t)$	é o vetor <i>steering vector</i>
$\mathbf{A}$	é a matriz direção
$\mathbf{I}$	é a matriz Identidade
σ^2	é a variância do ruído
$\mathbf{U}$	é a matriz unitária onde as colunas são os autovetores de $\mathbf{R}$
$\mathbf{\Gamma}$	é a matriz diagonal cujos elementos são os autovalores de $\mathbf{R}$
$\dot{\mathbf{U}}_s$	é a matriz diagonal estimada cujas as colunas são os autovetores do subespaço de sinal de $\dot{\mathbf{R}}$
$\dot{\mathbf{U}}_n$	é a matriz diagonal estimada cujas as colunas são os autovetores do subespaço de ruído de $\dot{\mathbf{R}}$
$\dot{\mathbf{\Gamma}}_s$	é a matriz diagonal estimada cujo os elementos são os autovalores do subespaço de sinal de $\dot{\mathbf{R}}$ dispostos em ordem decrescente.
$\dot{\mathbf{\Gamma}}_n$	é a matriz diagonal estimada cujo os elementos são os autovalores do subespaço de ruído de $\dot{\mathbf{R}}$ dispostos em ordem decrescente.
β_i	é o i -ésimo autovalor de $\mathbf{R}$
v_i	é o i -ésimo autovetor da matriz $\mathbf{R}$
$\mathbf{R}_{TESTE}$	é a matriz teste do SEAD
$\mathbf{C}_{DIF}$	é o vetor Espectro diferencial
$C_{DMLE}(\chi)$	é a Função custo (critério determinístico)

$\mathbf{P}_A^\perp$	é a projeção ortogonal do espaço de colunas da matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{Z}_L$	é a impedância de carga
$\mathbf{Z}_{ij}$	é a impedância mútua entre a i-ésima e a j-ésima antena do arranjo
$\mathbf{Z}_o$	é a matriz impedância do modelo de circuito adotado para o arranjo de antenas
P_{MU}	é o espectro MUSIC
P_{MUACOP}	é o espectro MUSIC considerando o acoplamento mútuo entre as antenas
$\mathbf{R}_{MOD}$	é a matriz de covariância modificada utilizada no <i>SEAD</i>
$\mathbf{R}_{MODACOP}$	é a matriz de covariância modificada do SEAD considerando o acoplamento
$\mathbf{R}_{COMP}$	é a matriz de covariância acoplada compensada
$\mathbf{R}^{TR}_{MODACOP}$	é a matriz de covariância modificada do SEAD acoplada e compensada

Sumário

Introdução	15
0.1 Motivação	15
0.2 Objetivo Geral	16
0.3 Objetivos Específicos	16
0.4 Organização dos Capítulos	17
1 Modelagem da incidência de ondas eletromagnéticas em arranjos de antenas	18
1.1 Arranjo Linear Uniforme de Antenas-ULA	20
1.2 Análise do Sinal Estocástico	23
1.3 Matriz de Covariância Espacial	23
1.4 Análise de desempenho de métodos de detecção de ângulos de incidência	25
2 Métodos de Estimação DOA: MUSIC e SEAD	27
2.1 MUSIC(Multiple Signals Classification)	27
2.2 SEAD(Search of Direction by Differential Spectrum)	32
3 Estimação de ângulo de incidência na presença de acoplamento mútuo	40
3.1 MUSIC com acoplamento mútuo	44
3.2 SEAD com acoplamento mútuo	44
3.3 Simulações e Resultados	45
3.3.1 Sinais completamente descorrelacionados	45
3.3.2 Sinais Correlacionados com Fator de correlação=0,9 e Acoplamento entre as Antenas	51
4 Compensação do acoplamento	57
4.1 Compensação aplicada ao SEAD	57
4.2 Compensação aplicada ao MUSIC	57
4.3 Simulações e resultados	58
4.3.1 Sinais completamente descorrelacionados	58
4.3.2 Sinais Correlacionados com Fator de Correlação 0.9	64
5 Conclusão	68
Referências	70

Introdução

Com o avanço das comunicações sem fio, em particular dos sistemas celulares, novas tecnologias são pesquisadas para atender o número cada vez mais crescente de usuários, e propiciar serviços com qualidade, rapidez e segurança. O uso de arranjos de antenas justifica-se segundo [Winters \(1998\)](#), [Godara \(1997\)](#), [SILVA et al. \(2009\)](#) por diversas razões como: ampliação da capacidade do sistema, maior cobertura rádio celular, melhora da recuperação dos sinais através da diminuição dos problemas causados por obstáculos dentre outras. Um dos clássicos problemas de processamento de sinais em arranjos de sensores é a detecção de ângulo de incidência em arranjos de antenas, a qual permite localizar a fonte emissora de sinal. Neste problema, sinais provenientes de diversas fontes incidem em um arranjo de antenas, e através de técnicas de processamento de sinais, o ângulo de incidência é estimado, ou seja, a fonte emissora é localizada. Os sinais incidentes no arranjo são contaminados por ruídos o que degrada a detecção, limitando a aplicabilidade de algumas técnicas. Neste contexto diversas técnicas de detecção e estimação de ângulo de incidência foram desenvolvidas ao longo dos anos, sendo uma das mais simples, e utilizada em vários trabalhos é o algoritmo *MUSIC* (*Multiple Signals Classification*) ([SCHMIDT, 1986](#)). Trata-se de uma técnica de *subspace fitting* (ajuste de subespaço) que utiliza a decomposição da matriz de covariância espacial para estimação dos parâmetros desejados da fonte emissora do sinal ([VALLET; MESTRE; LOUBATON, 2015](#)).

A maioria dos trabalhos que abordam a estimação de ângulos de incidência em antenas utiliza o *MUSIC* devido sua simplicidade ([SVANTESSON, 2000](#)), ([STOICA; SHARMAN, 1990](#)), ([VALLET; MESTRE; LOUBATON, 2015](#)), porém ele apresenta características que diminuem sua acurácia tais como: suscetibilidade a diminuição da *SNR*, degradação do seu desempenho com sinais correlacionados ([VALLET; MESTRE; LOUBATON, 2015](#)), ([HAYKIN, 1989](#)).

O *SEAD* é baseado no comportamento do espectro diferencial e nas diferenças dos dois maiores autovalores resultantes da decomposição da matriz de covariância ([FERREIRA, 2005](#)). Segundo [Ferreira \(2005\)](#), [Ferreira e Lemos \(2005\)](#) o *SEAD* possui um desempenho adequado com sinais correlacionados, e ainda possui um comportamento estável em *SNRs* baixas na detecção dos ângulos de incidência.

0.1 Motivação

Quando trata-se de detecção de ângulo de incidência em arranjos de antenas, estes são compostos de antenas que possuem diversas características que influenciam no

desempenho do arranjo. Os trabalhos abordando a detecção de ângulo de incidência em sua maioria adotam o modelo que consideram as antenas como pontuais, omnidirecionais e sem acoplamento entre elas (VALLET; MESTRE; LOUBATON, 2015), (SILVA et al., 2009), (FERREIRA, 2005). Trata-se de uma simplificação, mas o acoplamento mútuo interfere no comportamento dos arranjos de antenas. Em Yeh, Leou e Ucci (1989) o acoplamento distorce a fase e altera a qualidade de detecção dos ângulos de incidência. (INOUE; MORI; ARAI, 2002) analisou o erro na detecção dos ângulos de incidência devido ao acoplamento mútuo e a influência do *Steering Vector* (vetor direção).

Os trabalhos que analisam o acoplamento mútuo e sua interferência na detecção do ângulo de incidência utilizam em sua maioria o *MUSIC*, mas não analisam o desempenho quanto a *REQM* (Raiz do Erro Quadrático Médio), *PR* (Probabilidade de resolução. Nos trabalhos publicados até o presente momento sobre o *SEAD*, o acoplamento é desprezado (KUNZLER et al., 2015), (FERREIRA, 2005), (FERREIRA; LEMOS, 2005). Com o aumento dos sistemas sem fio é necessário mensurar o efeito do acoplamento entre antenas nos sistemas de detecção de ângulo de incidência.

0.2 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral analisar como a presença de acoplamento eletromagnético mútuo entre os sensores impacta a acurácia da estimação dos ângulos nos quais múltiplas frentes de onda planas incidem sobre um arranjo linear uniforme, especialmente considerando os algoritmos *MUSIC* e *SEAD*.

0.3 Objetivos Específicos

A dissertação têm como objetivos específicos:

- Estudar o acoplamento mútuo no *MUSIC* matematicamente;
- Estudar o acoplamento mútuo no *SEAD* matematicamente;
- Desenvolver o modelo da matriz de covariância para o *MUSIC* e *SEAD* com acoplamento;
- Analisar estatisticamente o desempenho do *MUSIC* quanto ao acoplamento mútuo;

- Analisar estatisticamente o desempenho do *SEAD* quanto ao acoplamento mútuo;
- Desenvolver todas essas análises considerando também a correlação dos sinais;

0.4 Organização dos Capítulos

Nesta introdução é realizada uma abordagem geral do problema da estimação do ângulo de incidência e a influência do acoplamento mútuo, onde é realizada uma revisão de literatura abordando alguns trabalhos referentes ao tema.

No Capítulo 1, o modelo de sinal incidente em arranjos de antenas é desenvolvido, partindo de um modelo para geometrias arbitrárias e chegando a um modelo linear *ULA-Uniform Linear Array*. As equações do sinal e suas características são analisadas, bem como as do arranjo.

No Capítulo 2 os métodos de estimação *SEAD* e *MUSIC* são analisados e gerados seus espectros.

No Capítulo 3 o acoplamento mútuo é estudado em relação aos arranjos de antenas. O efeito do acoplamento no *SEAD* e no *MUSIC* é avaliado considerando sinais descorrelacionados e correlacionados.

No Capítulo 4 é realizada a análise da compensação do acoplamento mútuo e aplicada no método *MUSIC* e *SEAD* considerando sinais descorrelacionados e correlacionados

Na conclusão são analisados os resultados obtidos

1 Modelagem da incidência de ondas eletromagnéticas em arranjos de antenas

Para a análise da detecção do ângulo de incidência dos sinais que são recebidos nas antenas do arranjo, considere um arranjo de antenas dispostas em uma geometria arbitrária conforme Figura 1. Sejam L sinais provenientes de L fontes isotrópicas distantes (considerando como campo distante) incidindo em um arranjo de N antenas (TREES, 2004). Pode-se então considerar os sinais incidentes como frentes de ondas planas (BALANIS, 2005). Considerando que:

- Os sinais incidentes são faixa estreita, isto é, possuem amplitude e fase que variam lentamente em relação a portadora. Pode-se considerar que em cada sensor estes parâmetros possuem os mesmos valores (ZATMAN, 1998);
- Os sensores do arranjo são antenas omnidirecionais de ganho unitário;

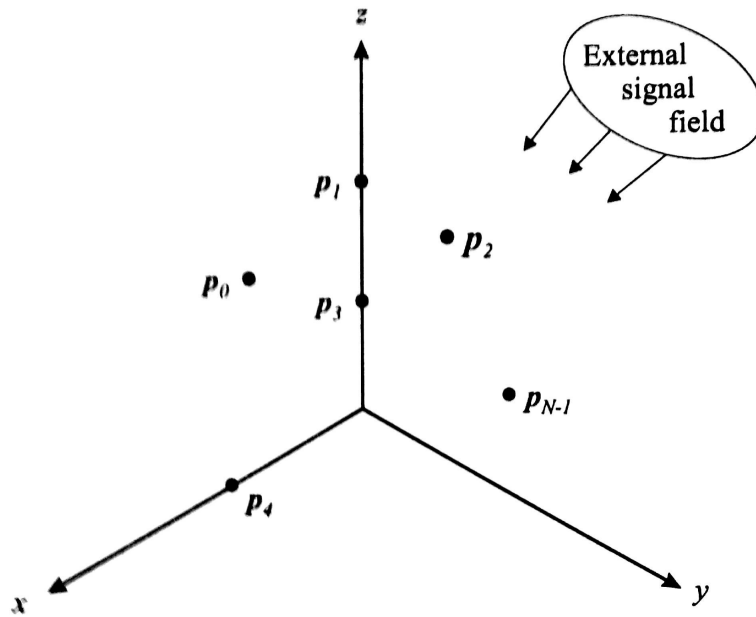


Figura 1: Arranjo de Antenas com geometria arbitrária. Fonte: (TREES, 2004)

O campo elétrico gerado pela l -ésima fonte é dado por: (KR, 1986):

$$E(\vec{r}, t) = s(t) \cdot e^{j\omega_l \cdot t} \cdot e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (1.1)$$

onde $s(t)$ é o sinal faixa estreita a ser transmitido pela portadora $e^{j\omega_l \cdot t}$, $\vec{k}$ é o vetor número de onda dado por :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_l} \cdot \vec{u} \quad (1.2)$$

λ_l é o comprimento de onda da portadora $e^{jw_l t}$, $\vec{u}$ é o vetor direção unitário da portadora $e^{jw_l t}$ e em coordenadas esféricas como descritas na Figura 2 é dado por

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta) \cdot \cos(\phi) \\ \text{sen}(\theta) \cdot \text{sen}(\phi) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

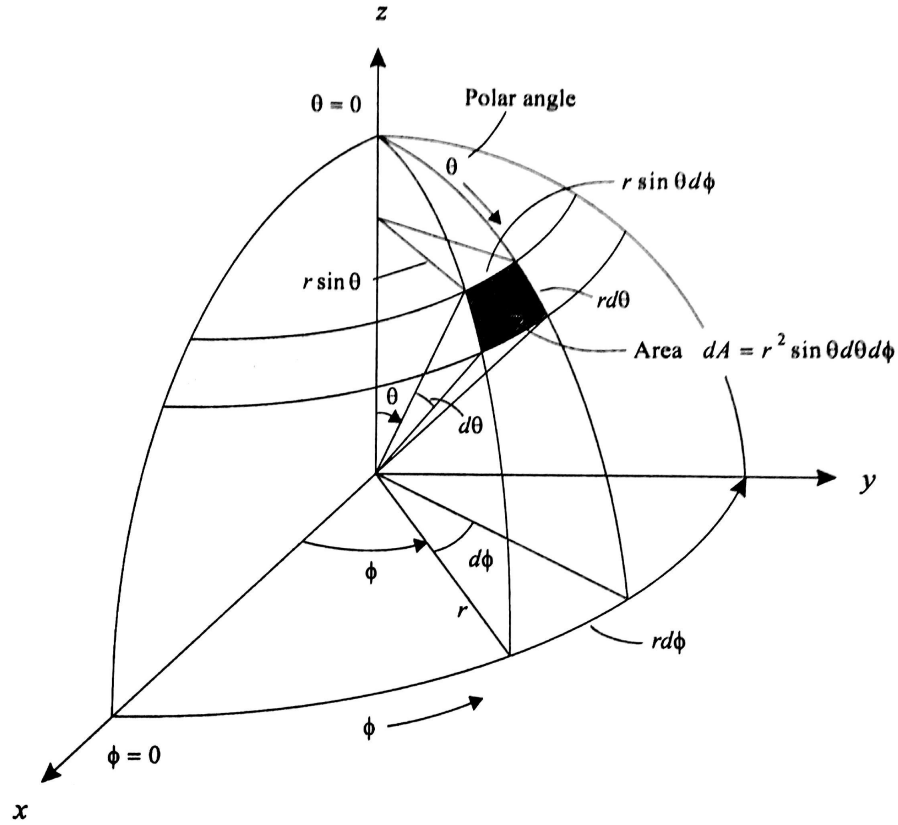


Figura 2: Sistema de coordenadas esféricas. Fonte: (BALANIS, 2005)

A equação 1.1 descreve o campo elétrico distante gerado por uma fonte puntual l , calculado na posição $\vec{r}$. Considerando que as antenas do arranjo receptor são pontuais, omnidirecionais e de ganho unitário podemos descrever o sinal recebido em cada antena pela equação 1.1. O sinal transmitido pela portadora w_l é descrito pelo termo

$$s(t) \cdot e^{jw_l t} \quad (1.4)$$

e as características geométricas do arranjo que influenciam o sinal recebido são descritas pelo termo

$$e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (1.5)$$

que é denominado em diversos trabalhos (TREES, 2002), (AWAI et al., 2003), (MAAS-KANT et al., 2012) como *Steering Vector* ou vetor direcional.

Um grande número de trabalhos de estimação de ângulos de incidência foram desenvolvidos utilizando arranjos lineares de antenas (ULA- *Uniform Linear Array*) (RAO; HARI, 1990), (SILVA et al., 2009), (ALVES et al., 2004) devido a simplicidade do modelo. O modelo ULA é um caso particular da Eq. 1.1 no qual a geometria é a linear. A seguir será analisado o modelo do sinal para o arranjo linear uniforme (ULA).

1.1 Arranjo Linear Uniforme de Antenas-ULA

Considere um arranjo de antenas disposto linearmente ao longo de um eixo e espaçado uniformemente conforme Figura 3. Sabendo que:

$$r = n \cdot d \cdot \text{sen}(\theta) \quad (1.6)$$

e da eq. 1.5 e 1.6 chega-se a seguinte relação:

$$\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \mathbf{r}_{l,n} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot n \cdot d \cdot \text{sen}(\theta), \quad (1.7)$$

onde n indica a n -ésima antena do arranjo e d é a distância entre as antenas. Da relação acima defini-se o conceito de ângulo elétrico (FERREIRA, 2005) como:

$$\phi_l = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_l} \cdot d \cdot \text{sen}(\theta) \quad (1.8)$$

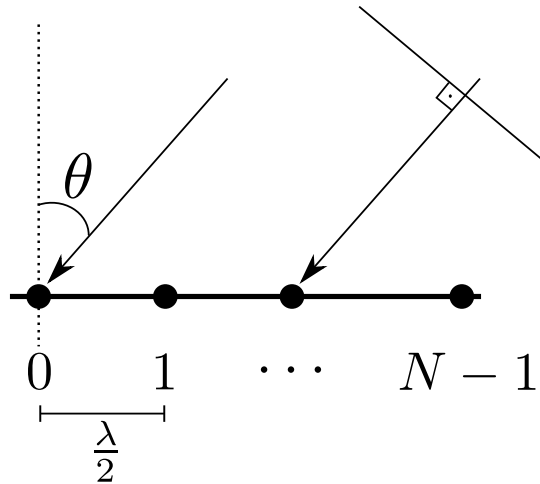


Figura 3: Arranjo Linear de Antenas(ULA).

onde ϕ_l é o ângulo elétrico da l -ésima fonte incidente no arranjo. Substituindo a Equação 1.8 na Equação 1.1 chega-se a seguinte expressão para o sinal incidente n -ésimo sensor do arranjo linear com espaçamento d entre os sensores, devido a uma fonte λ_l , considerando o defasamento entre os sensores de $\varphi(t)$:

$$E_n(\vec{\mathbf{r}}, t) = s(t) \cdot e^{j[w_l \cdot t + \varphi_l(t) + n \cdot \phi_l]} \quad (1.9)$$

Separando o campo elétrico em componentes exponenciais chega-se a:

$$E_n(\vec{\mathbf{r}}, t) = s(t) \cdot e^{j\omega_l t} \cdot e^{j\varphi_l(t)} \cdot e^{jn \cdot \phi_l} \quad (1.10)$$

Considerando que após a recepção pelo arranjo o sinal é convertido para banda básica, então o sinal recebido pelo n -ésimo sensor é dado por:

$$E_n(\vec{\mathbf{r}}, t) = s(t) \cdot e^{j\varphi_l(t)} \cdot e^{jn \cdot \phi_l} \quad (1.11)$$

Como o arranjo possui N sensores e é atingido por L sinais provenientes de L direções o sinal recebido pelo n -ésimo sensor é dado por:

$$\mathbf{x}_n(t) = \sum_{l=1}^L s_l(t) \cdot e^{j\varphi_l(t)} \cdot e^{jn \cdot \phi_l} \quad (1.12)$$

A equação 1.12 pode ser reescrita como (KRIM; VIBERG, 1996), (ALVES et al., 2004), (FERREIRA, 2005):

$$x_n(t) = \sum_{l=1}^L a_n(\varphi_l) \cdot \mathbf{s}_m(t) \quad (1.13)$$

sendo

$$a_n(\varphi_l) = e^{jn \cdot \phi_l} \quad (1.14)$$

a componente do ângulo elétrico da l -ésima onda incidente no arranjo e

$$s_m(t) = s_l(t) \cdot e^{j\varphi_l(t)} \quad (1.15)$$

representa o sinal transmitido. A equação 1.13 para os N sensores do arranjo, pode ser reescrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ x_{N-1}(t) \end{bmatrix} = \sum_{l=1}^L \begin{bmatrix} a_0(\varphi_l) \\ a_1(\varphi_l) \\ \vdots \\ a_{N-1}(\varphi_l) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}_l(t) \quad (1.16)$$

O vetor $\mathbf{a}(\varphi(t))$ é o *Steering Vector* (KRIM; VIBERG, 1996) dado por:

$$\mathbf{a}(\varphi(t)) = \begin{bmatrix} a_0(\varphi_l) \\ a_1(\varphi_l) \\ \vdots \\ a_{N-1}(\varphi_l) \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

O vetor $\mathbf{s}_l(t)$ pode ser representado na forma matricial como:

$$\mathbf{s}_l(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_L(t) \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Uma forma mais compacta para a equação 1.13 é:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\varphi) \cdot \mathbf{s}(t) \quad (1.19)$$

Nesta forma mais completa e compacta $\mathbf{s}(\mathbf{t})$ é o vetor do sinal já detalhado na equação 1.18, $\mathbf{A}(\varphi)$ é a matriz direcional que possui as informações da direção dos sinais provenientes das L fontes incidindo em cada um dos n sensores e pode ser escrita como:

$$A(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ e^{j\varphi_1} & e^{j\varphi_2} & . & . & . & e^{j\varphi_L} \\ e^{j2\varphi_1} & e^{j2\varphi_2} & . & . & . & e^{j2\varphi_L} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ e^{j(N-1)\varphi_1} & e^{j(N-1)\varphi_2} & . & . & . & e^{j(N-1)\varphi_L} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Pela sua forma, a matriz $\mathbf{A}(\varphi)$ tem estrutura de Vandermonde (SILVA et al., 2009), (ALVES A., 2007). De acordo com a equação 1.8 o ângulo elétrico varia com o ângulo de incidência θ , e este varia de $-\frac{\pi}{2}$ a $\frac{\pi}{2}$ rad. Portanto, nos extremos tem-se:

$$-\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \phi_l \leq \frac{2\pi d}{\lambda} \quad (1.21)$$

.

Todos os valores do sinal incidente são dispostos em amostras obtidas em intervalos de tempo t denominados *snapshots*. Cada *snapshot* é um conjunto de amostras do sinal $s(t)$ dispostas em intervalos discretos de tempo t , que podem ser descritos por (SILVA et al., 2009):

$$t = k \cdot \Delta t, \quad (1.22)$$

onde $k = 0, \dots, K - 1$. Seguindo trabalhos relacionados (ALVES A., 2007), (SILVA et al., 2009) a variável t será simplesmente substituída por k .

Na equação 1.19 que modela o sinal recebido pelo arranjo, ainda deve ser incluído um ruído aditivo gaussiano devido às condições de operação dos sistemas. O sinal recebido considerando o ruído aditivo $\mathbf{n}(k)$ pode ser descrito segundo (SILVA et al., 2009), (ALVES et al., 2004), (ALVES A., 2007), (KRIM; VIBERG, 1996) como:

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k), \quad (1.23)$$

onde $x(k) = \mathbf{A}(\varphi) \cdot \mathbf{s}(k)$. Logo:

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k), \quad (1.24)$$

1.2 Análise do Sinal Estocástico

Considera-se que o ruído aditivo do sinal recebido é gaussiano branco, e o sinal e ruído são descritos por processos aleatórios de média zero, independentes, estacionários (ALVES et al., 2004), (SILVA et al., 2009), (KRIM; VIBERG, 1996). As seguintes relações matemáticas podem ser estabelecidas para suas descrições:

$$E\{\mathbf{v}(k) \cdot \mathbf{v}^H(j)\} = \mathbf{P} \cdot \delta_{k,j} \quad (1.25)$$

$$E\{\mathbf{v}(k) \cdot \mathbf{v}^T(j)\} = 0, \forall k, j \quad (1.26)$$

$$E\{\mathbf{n}(k) \cdot \mathbf{n}^T(j)\} = \sigma^2 \cdot \mathbf{I}_{N \times N} \cdot \delta_{k,j}, \forall k, j, \quad (1.27)$$

$$E\{\mathbf{n}(k) \cdot \mathbf{n}^T(j)\} = 0, \quad (1.28)$$

sendo que $E\{\cdot\}$ indica a esperança matemática, $(\cdot)^H$, é o operador Hermitiano, cujo resultado é o transposto conjugado, $\delta_{k,j}$ é a função delta de Kronecker onde $\delta_{k,j} = 1$, para $k = j$ e $\delta_{k,j} = 0$ para $k \neq j$, $\mathbf{P}$ é a matriz de correlação dos sinais para o mesmo *snapshot* e σ^2 é a variância do ruído.

O modelo de sinal adotado neste trabalho e tratado matematicamente é denominado incondicional Stoica e Sharman (1990). O modelo incondicional é caracterizado pela variação do sinal $S(k)$ a cada novo experimento. Considera-se neste trabalho também que o número de fontes a ser estimada é inferior ao número de sensores do arranjo, o que garante que o número de parâmetros estimados seja menor que o número de amostras de dados.

1.3 Matriz de Covariância Espacial

A análise da matriz de covariância espacial do sinal é importante pois através dela extrai-se informações estatísticas que serão utilizadas para a estimação dos ângulos de incidência (HAYKIN, 1989), (SILVA et al., 2009), (ALVES et al., 2004), (KRIM; VIBERG, 1996). Dado o sinal recebido $\mathbf{v}(k)$ a matriz de covariância pode ser escrita como (SILVA et al., 2009), (ALVES A., 2007):

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{v}(k) \cdot \mathbf{v}^H(k)\}, \quad (1.29)$$

O sinal $\mathbf{v}(k)$ é contaminado pelo ruído, então a análise da matriz de covariância permite descrever o comportamento estatístico do sinal recebido nos diversos sensores. A variável k representa os *snapshots* do sinal, assim a matriz de covariância é calculada a partir das amostras discretas temporais do sinal.

Substituindo a Equação 1.24 em 1.29 chegamos ao seguinte desenvolvimento:

$$\mathbf{R} = E\{[\mathbf{A}s(k) + \mathbf{n}(k)] \cdot [\mathbf{A}s(k) + \mathbf{n}^H(k)]\} = \mathbf{A} \cdot E\{s(k)s^H(k)\} \cdot \mathbf{A} + E\{\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^H(k)\} \quad (1.30)$$

Com os valores de 1.25 e de 1.27 a Equação 1.30 pode ser reescrita como:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (1.31)$$

Uma importante técnica utilizada em diversos trabalhos (KRIM; VIBERG, 1996), (SILVA et al., 2009), (ALVES A., 2007) é a decomposição da matriz de covariância em valores singulares. A matriz de covariância pode ser expressa através de:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{U}^H, \quad (1.32)$$

onde $\mathbf{U}$ é a matriz cujas colunas são os autovetores de $\mathbf{R}$, $\mathbf{\Gamma}$ é uma matriz diagonal cujos elementos são os autovalores de $\mathbf{R}$ dispostos em ordem decrescente (KRIM; VIBERG, 1996), (ALVES A., 2007), (SILVA et al., 2009). Com a decomposição obtemos os autovalores ($\beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_N$). Considerando que temos o número de fontes L menor que o número de sensores N (o que assegura que o número de parâmetros estimados seja menor que o número de amostras de dados) (SILVA et al., 2009), (ALVES et al., 2004), em um cenário sem a presença de ruído, tem-se:

$$\mathbf{\Gamma} = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L, \beta_{L+1}, \dots, \beta_N, \quad (1.33)$$

sendo que $\beta_{L+1} = \beta_{L+2} = \dots = \beta_N = 0$. Com um cenário em que o ruído branco gaussiano de variância σ^2 está presente tem-se:

$$\mathbf{\Gamma} = \beta_1 + \sigma^2, \beta_2 + \sigma^2, \dots, \beta_L + \sigma^2, \beta_{L+1}, \dots, \beta_N, \quad (1.34)$$

sendo que $\beta_{L+1} = \beta_{L+2} = \dots = \beta_N = \sigma^2$. Logo, com o cenário ruidoso, a matriz de covariância $\mathbf{R}$ pode ser decomposta em 2 subespaços vetoriais: o subespaço de sinal e o subespaço de ruído. A Equação 1.32 pode ser reescrita como:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}_s \cdot \mathbf{\Gamma}_s \cdot \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \cdot \mathbf{\Gamma}_n \cdot \mathbf{U}_n^H, \quad (1.35)$$

sendo que a primeira parte da Equação 1.35 está relacionada aos autovalores e autovetores correspondentes ao subespaço de sinal e a segunda parte aos autovalores e autovetores correspondentes ao subespaço de ruído (KRIM; VIBERG, 1996), (ALVES A., 2007). Com a decomposição, os subespaços de sinal e ruído são ortogonais entre si. A Equação 1.31 pode ser comparada à Equação 1.35 e nota-se que se o termo $\mathbf{A} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}$ possuir posto cheio (todas as linhas de $\mathbf{A}$ são linearmente independentes) a matriz $\mathbf{\Gamma}_s$ será formada pelos M maiores autovalores não nulos de $\mathbf{R}$.

Ainda analisando a situação de posto cheio da matriz $\mathbf{A}$, caso o valor do posto seja igual ao número de fontes L , qualquer vetor que seja ortogonal a $\mathbf{A}$ será um autovetor da matriz de covariância $\mathbf{R}$ e com autovalor associado de σ^2 . Os $N - L$ autovalores e autovetores correspondem ao subespaço de ruído e os L correspondem ao subespaço de sinal. Com esta análise constata-se que os subespaço de sinal formado pelos L maiores

autovetores é ortogonal ao subespaço de ruído formado pelos $N - L$ autovetores (HAYKIN, 1989), (SILVA et al., 2009), (KRIM; VIBERG, 1996).

Considerando os K *snapshots* presentes, pode-se estimar a matriz de covariância utilizando a Equação 1.24 através de (SILVA et al., 2009):

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{\sum_{k=1}^K \{\mathbf{v}(k) \cdot \mathbf{v}^H(k)\}}{K} = \mathbf{A} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^K \frac{E\{\mathbf{s}(k)\mathbf{s}^H(k)\}}{K} \right\} \cdot \mathbf{A}^H + \sum_{k=1}^K \frac{E\{\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^H(k)\}}{K} \quad (1.36)$$

Seguindo a Equação 1.35, a matriz R_{EST} pode ser escrita como

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{U}}_s \cdot \hat{\mathbf{\Gamma}}_s \cdot \hat{\mathbf{U}}_s^H + \hat{\mathbf{U}}_n \cdot \hat{\mathbf{\Gamma}}_n \cdot \hat{\mathbf{U}}_n^H \quad (1.37)$$

onde $(\cdot)$ refere-se aos valores estimados.

1.4 Análise de desempenho de métodos de detecção de ângulos de incidência

O problema de detecção de ângulos de incidência necessita de métodos que avaliem o desempenho dos diversos algoritmos. Quando se está estimando os ângulos de incidência uma referência importante para as medidas de desempenho é o limite de Cramér-Rao (*CRB-Cramér Rao Bound*). Ele é definido como o menor valor teórico que o Erro Quadrático Médio (EQM) pode atingir pelas amostras das estimativas geradas por um estimador não polarizado, ou seja, o menor valor teórico que a variância das estimativas pode alcançar (TREES, 2002). Para seu cálculo vários parâmetros são considerados como número de sensores, número de fontes, SNR, etc (TREES, 2002).

A curva de Erro Quadrático Médio (EQM) é um importante parâmetro de avaliação de desempenho dos métodos de estimação de ângulos de incidência. Na maioria das vezes ela é plotada em função da *SNR*. A curva é obtida através do cálculo da *REQM-Raiz do erro Quadrático médio* de todas as estimações dos ângulos em comparação com os ângulos corretos das fontes. A Equação para seu cálculo é dada por:

$$REQM(\theta) = \sqrt{\frac{1}{NE} \cdot \sum_{n=1}^{NE} (\theta_{nm} - \theta_m)^2} \quad (1.38)$$

onde NE é o número de experimentos, θ_{nm} é a n -ésima estimativa de θ_m . Todos os ângulos são dados em graus. Pode-se avaliar um estimador traçando o *CRB* e a curva da *REQM*. Nas *SNRs* altas a curva da *REQM* se aproxima do limite *CRB*. Quando a *SNR* é diminuída a curva se afasta do *CRB* chegando a um ponto crítico com aumento da variância do erro das estimativas geradas. Este ponto crítico é denominado *SNR* de limiar (ALVES A., 2007) onde o desempenho do estimador cai acentuadamente. A *SNR* de limiar é um importante parâmetro para avaliarmos estimadores. Quanto menor a *SNR* de limiar, melhor o estimador, pois este consegue ter um bom desempenho com baixas *SNRs*.

Um outro parâmetro importante é o fator de correlação entre os sinais. Existem estimadores que não são adequados para sinais correlacionados.

Neste capítulo foi descrita a modelagem do sinal eletromagnético incidente em um arranjo de antenas e detalhado mais especificamente o caso do arranjo *ULA* utilizado em diversos trabalhos. O método de análise a partir da matriz de covariância espacial foi desenvolvido e analisadas as condições dos subespaços de sinal e ruído a ela associados. Com estas análises no próximo capítulo serão detalhados os métodos de estimação DOA MUSIC(SCHMIDT, 1986) e SEAD(FERREIRA, 2005) baseados na matriz de covariância espacial. Os dois métodos serão utilizados posteriormente para a análise em condições de acoplamento mútuo dos sensores e seus desempenhos serão apresentados.

2 Métodos de Estimação DOA: *MUSIC* e *SEAD*

2.1 *MUSIC(Multiple Signals Classification)*

Um dos métodos de estimação do ângulo de incidência (DOA) mais utilizados é o algoritmo *MUSIC(Multiple Signals Classification)* proposto por *Schmidt* em 1986 (SCHMIDT, 1986). O *MUSIC* é classificado como paramétrico pois utiliza um modelo estatístico baseado na matriz de covariância dos sinais de saída do arranjo para estimar os parâmetros das ondas incidentes (ALVES A., 2007). Trata-se de uma técnica de *subspace fitting*(ajuste de subespaço) que utiliza a decomposição da matriz de covariância espacial para estimação dos parâmetros desejados da fonte emissora do sinal(ALVES A., 2007). A matriz de covariância espacial é a base para a detecção do ângulo de incidência, utilizando o *MUSIC*(SCHMIDT, 1986). O *MUSIC* pela sua alta resolução, boa acurácia sob certas condições (tais como sinais descorrelacionados, número de fontes menor que o número de antenas) é muito utilizado em trabalhos científicos envolvendo DOA(SCHMIDT, 1986),(WEN-MIAO; JING-YING, 2009).

O *MUSIC* utiliza um processo de decomposição da matriz de covariância espacial $\mathbf{R}$ em autovalores e autovetores. Como $\mathbf{R}$ contém a informação estatística do sinal original e do ruído, sua decomposição em autovalores e autovetores pode ser separada nos autovalores (autovetores) do sinal e respectivamente os do ruído. Considerando as L fontes de sinais e os N sensores, os L maiores autovalores correspondem ao subespaço do sinal e os $(N - L)$ menores correspondem ao subespaço do ruído, conforme detalhado no capítulo anterior. Seja β_i o i -ésimo autovalor correspondente ao autovetor ν da matriz $\mathbf{R}$. Pode-se escrever que (HAYKIN, 1989):

$$\mathbf{R}.v_i = \beta_i.v_i, \quad (2.1)$$

Assumindo que $\beta_i = \sigma^2$ é o menor valor de R , então:

$$\mathbf{R}.v_i = \sigma^2.v_i, \quad (2.2)$$

onde $i=M+1, M+2, \dots, N$. Substituindo a Equação 2.2 na 1.31 chega-se a

$$\mathbf{A}^H.v_i = 0, \quad (2.3)$$

onde $i=M+1, M+2, \dots, N$. A Equação 2.2 mostra que o vetor coluna da matriz $\mathbf{A}$ é perpendicular ao autovetor correspondente ao autovalor β_i referente ao ruído. Logo definindo uma matriz com os $N - L$ autovetores do ruído como :

$$\mathbf{V}_n = [v_{M+1}, v_{M+2}, \dots, v_N], \quad (2.4)$$

o espectro *MUSIC* segundo (SCHMIDT, 1986) é:

$$P_{MU}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \cdot \mathbf{V}_n \cdot \mathbf{V}_n^H \cdot \mathbf{a}(\theta)}, \quad (2.5)$$

onde $\mathbf{a}(\theta)$ é o vetor *steering vector*, que representa o subespaço do sinal. O ângulo de incidência θ é estimado através da busca dos picos da Equação 2.5, onde a propriedade da ortogonalidade do sinal e do ruído é satisfeita (SCHMIDT, 1986), (HAYKIN, 1989).

Pode-se resumir o algoritmo *MUSIC* nos seguintes passos:

1- Encontrar a matriz de covariância $\mathbf{R}$ do sinal $v(k)$ incidente considerando o ruído;

2- Obter os autovalores e autovetores da matriz de covariância $\mathbf{R}$ correspondentes ao ruído;

3- Fazer a varredura dos ângulos de incidência θ e buscar os picos de P_{MU} ;

Os ângulos correspondentes aos picos da Equação 2.5 são os incidentes.

O MUSIC utiliza a propriedade da ortogonalidade dos subespaços de sinal e de ruído, já discutida no capítulo anterior.

A Figura 4 mostra um espectro *MUSIC* para um cenário com 2 fontes com sinais decorrelacionados, sem ruído incidindo em um arranjo de 10 sensores (dipolos infinitesimais) separados de $\frac{\lambda}{2}$ com 100 *Snapshots*. A *SNR* tem grande influência na estimação do ângulo de incidência (HAYKIN, 1989), (VALLET; MESTRE; LOUBATON, 2015). O MUSIC detectou as fontes em 20° e 50°. Com a inserção do ruído, o espectro *MUSIC* tende a apresentar picos espúrios apesar de possuir bom desempenho em *SNRs* acima de 10 *dBs*. Na Figura 5 com *SNR* = 10 *dB* ainda é possível detectar as fontes apesar do aparecimento de picos espúrios. Já com *SNRs* abaixo de zero, a detecção fica comprometida pelo aparecimento de muitos picos espúrios. Na FIGURA 6 com *SNR* = -1 *dB* já não é possível detectar devido ao aumento de picos e o deslocamento para regiões distintas das fontes originais. Segundo vários trabalhos (HAYKIN, 1989), (VALLET; MESTRE; LOUBATON, 2015), com a diminuição da *SNR*, há uma mudança na estrutura dos autovalores e autovetores da matriz de covariância espacial, o que compromete a detecção.

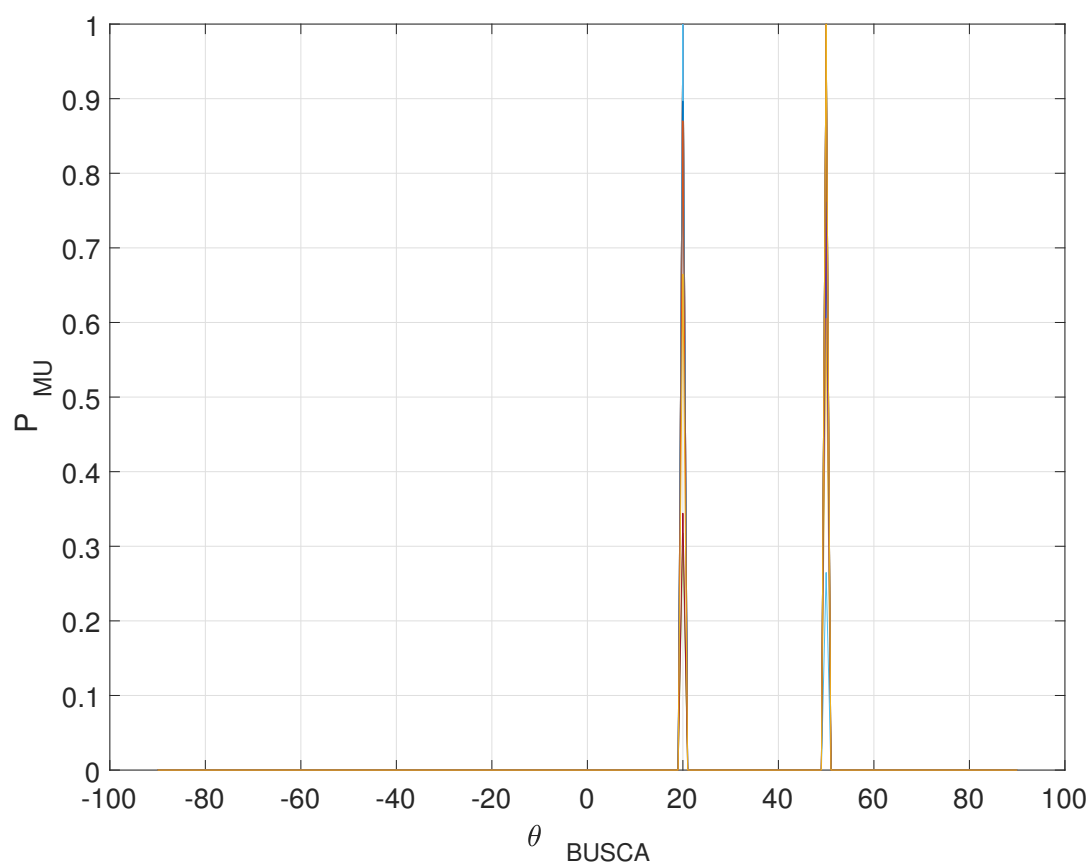


Figura 4: Espectro do *MUSIC* para ângulos de 20° e 50° sem ruído

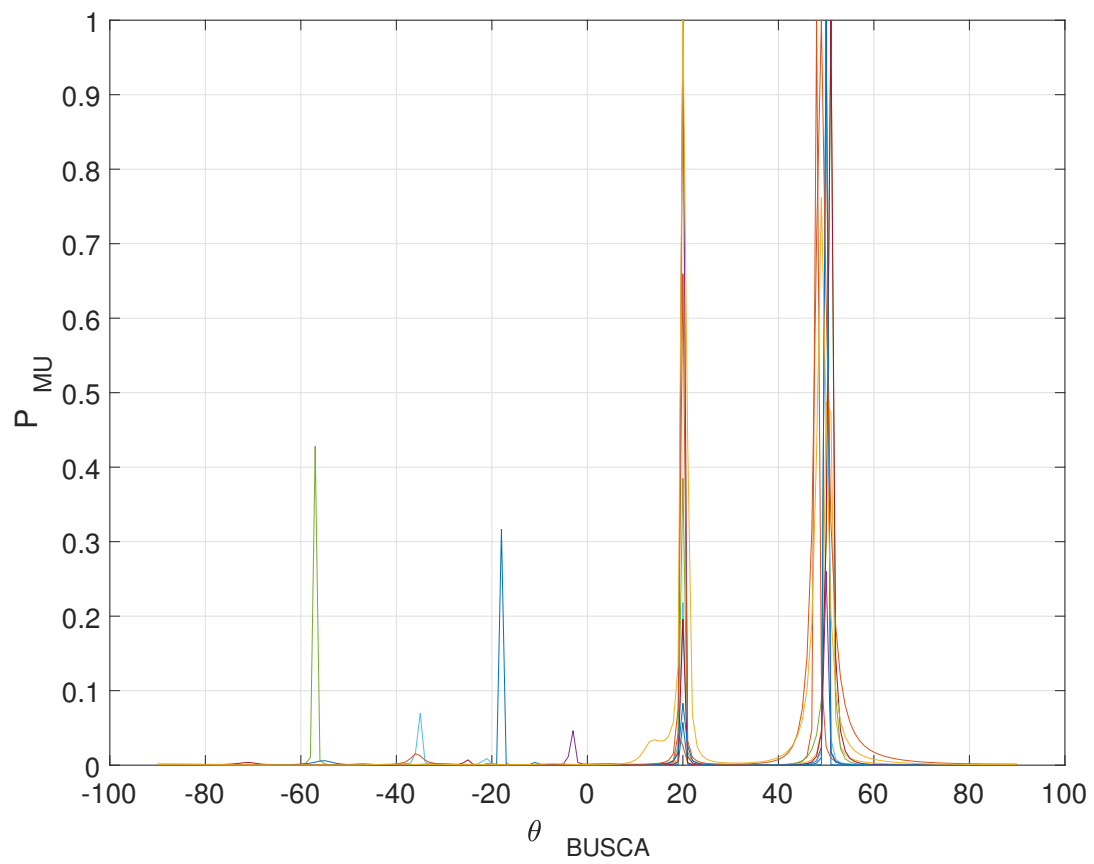


Figura 5: Espectro do *MUSIC* para ângulos de 20° e 50° $SNR = 10dB$

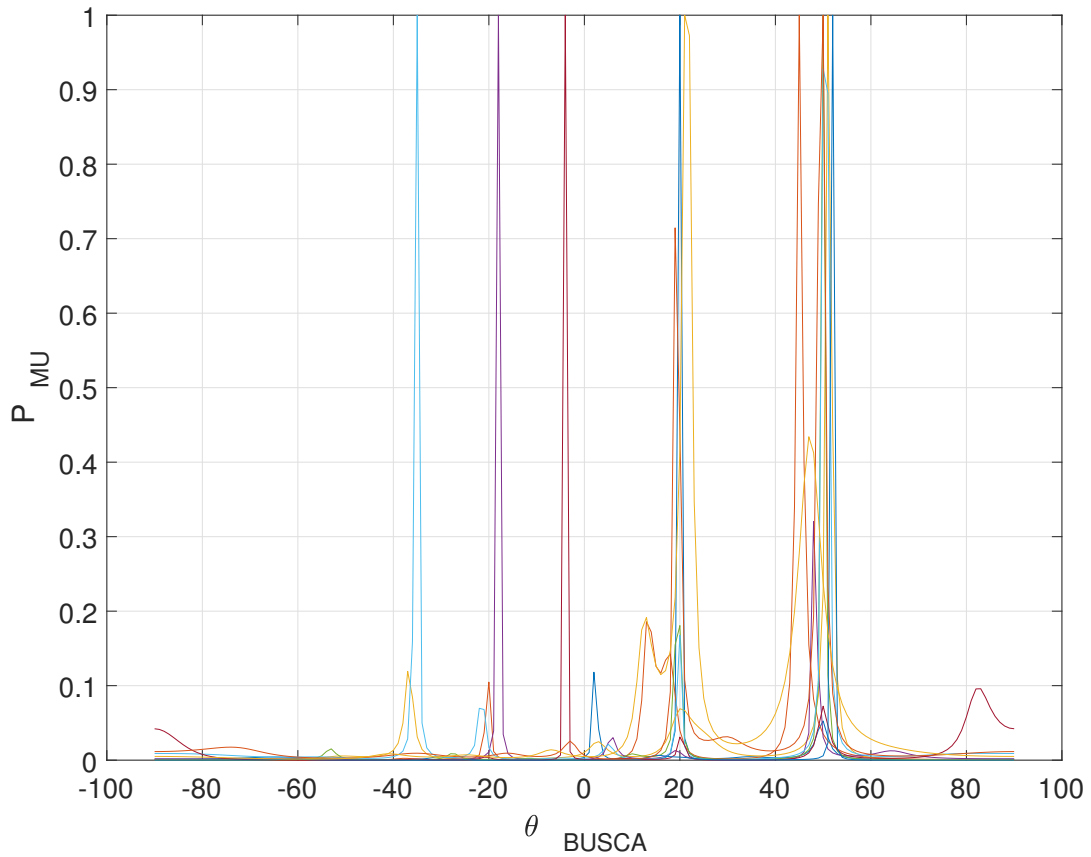


Figura 6: Espectro do *MUSIC* para ângulos de 20° e 50° $SNR = -1dB$

O fator de correlação entre as fontes é um importante parâmetro que altera o comportamento do *MUSIC*. Na Figura 7. foi simulado o *MUSIC*, com $SNR=15dB$, 10 sensores, 100 snapshots, porém considerando fontes completamente correlacionadas ($\rho = 1$). Nota-se que a acurácia da detecção é completamente comprometida. O *MUSIC* possui boa acurácia com sinais descorrelacionados. A correlação dos sinais provoca uma queda acentuada no desempenho do *MUSIC*.

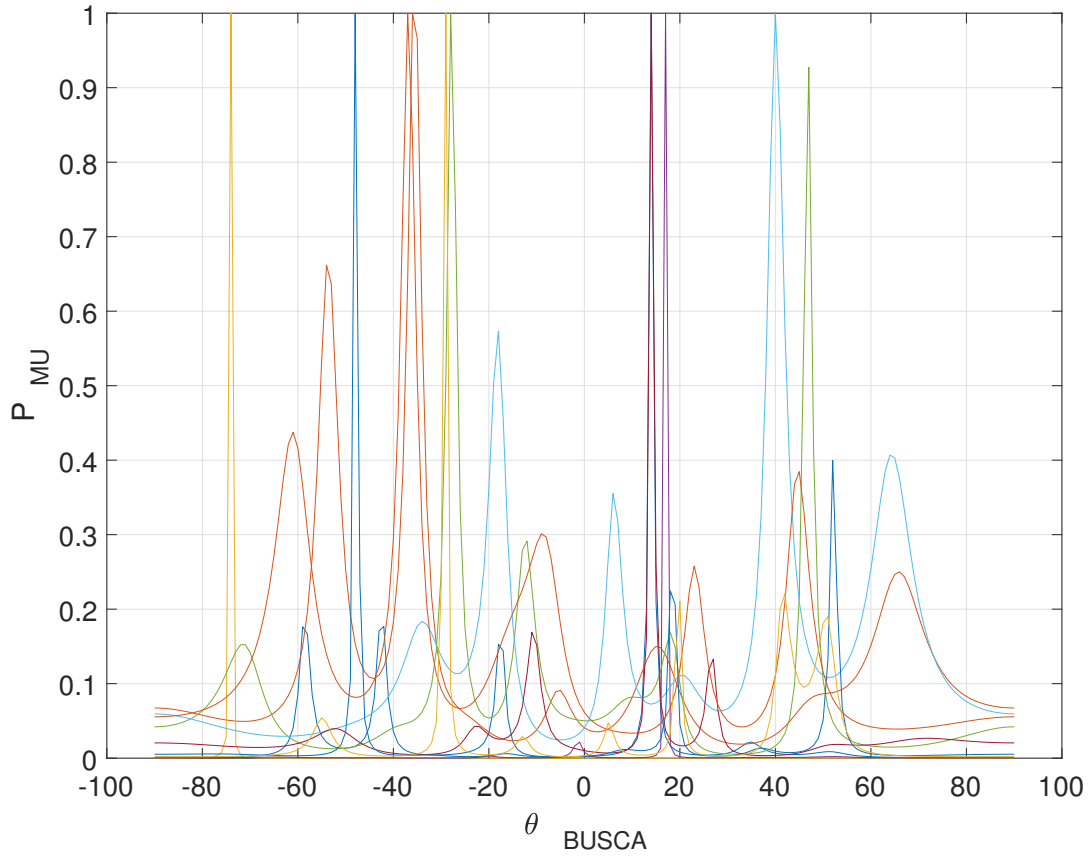


Figura 7: Espectro do MUSIC para ângulos de 20° e 50° Sinais correlacionados, $SNR = 15dB$

O MUSIC como analisado anteriormente utiliza a decomposição da matriz de covariância em valores singulares. O método SEAD(FERREIRA, 2005) que será apresentado neste capítulo utiliza também as propriedades da decomposição da matriz de covariância em valores singulares, porém analisando o comportamento dos valores singulares da matriz de covariância, onde é analisada a diferença entre os maiores valores singulares.

2.2 SEAD(Search of Direction by Differential Spectrum)

O SEAD baseia-se na diferença dos dois maiores valores singulares de uma matriz de covariância modificada que gera o espectro diferencial(KUNZLER et al., 2015). A matriz de covariância modificada $\mathbf{R}_{MOD}$ é obtida pela soma da matriz de covariância original $\mathbf{R}$ com uma matriz de covariância teste $\mathbf{R}_{TESTE}$ para cada ângulo elétrico ϕ_l $(-\pi, \pi)$ correspondente ao θ conforme Equação 1.8. A matriz de covariância modificada pode ser escrita como:

$$\mathbf{R}_{MOD}(\phi_l) = \mathbf{R} + \mathbf{R}_{TESTE}(\phi_l), \quad (2.6)$$

e a matriz teste $\mathbf{R}_{TESTE}(\phi_l)$ é calculada por (FERREIRA, 2005):

$$\mathbf{R}_{TESTE}(\phi_l) = \sigma^2 \cdot \mathbf{a}(\phi_t) \cdot \mathbf{a}^H(\phi_t) \quad (2.7)$$

para cada ângulo teste ϕ_t , sendo $\mathbf{a}(\phi_t) = [1 \ e^{j\phi_t} \ \dots \ e^{-j(N-1)\phi_t}]^T$ e σ^2 é a potência média do ruído. Com a matriz $\mathbf{R}_{TESTE}(\phi_l)$ calculada, procede-se ao cálculo da decomposição *SVD* para cada ângulo teste e realiza-se o cálculo da diferença entre os dois maiores valores singulares da matriz $\mathbf{R}_{MOD}(\phi_l)$. O conjunto de todas as diferenças entre os dois maiores valores singulares para cada ângulo teste forma um vetor denominado Espectro Diferencial (FERREIRA, 2005), o qual ao ser representado graficamente em função dos ângulos teste forma o Espectro Diferencial que é utilizado na detecção do ângulo de incidência (SILVA et al., 2009). Os picos deste espectro que ultrapassam um limiar de amplitude predefinido correspondem aos ângulos de incidência. Considerando que os sinais não são contaminados por qualquer ruído, caso estes sejam correlacionados, existe apenas um autovalor diferente de zero, mas se os sinais são descorrelacionados, os maiores autovalores são positivos e diferentes de zero. Logo no caso de sinais correlacionados a existência de um autovalor diferente de zero mostra uma coincidência do ângulo teste com o ângulo de incidência do sinal, gerando um pico no espectro diferencial (FERREIRA; LEMOS, 2005).

Caso exista uma fonte com $\sigma^2 = 0$, ângulo de incidência θ_{INC} e um ângulo de varredura θ_{BUSCA} , os autovalores da matriz de covariância dada pela Equação 2.6 podem ser gerados pelo seguinte polinômio:

$$p(\beta) = (-1)^N \cdot \beta^N + (-1)^{(N+1)} \cdot 2 \cdot \beta^{(N-1)} + \Delta, \quad (2.8)$$

onde

$$\Delta = \beta^{(N-2)} \cdot \left[\sum_{p=1}^N 2p(1 - \cos((N-p)(\theta_{INC} - \theta_{BUSCA}))) \right]. \quad (2.9)$$

Quando $\theta_{INC} = \theta_{BUSCA}$, o polinômio é :

$$p(\beta) = (-1)^N \cdot \beta^N + (-1)^{(N+1)} \cdot 2 \cdot \beta^{(N-1)} + \beta^{(N-2)}, \quad (2.10)$$

e as raízes são $\beta_1 = 2N$ e as demais $\beta_2, \dots, \beta_N = 0$. Analisando o polinômio percebe-se que quanto mais θ_{BUSCA} aproxima de θ_{INC} , a diferença entre β_1 e β_2 aumenta. A Figura 8 mostra o comportamento do espectro diferencial para um ângulo de incidência de 20° sem ruído. Há um grande pico quando o ângulo θ_{BUSCA} se aproxima de θ_{INC} .

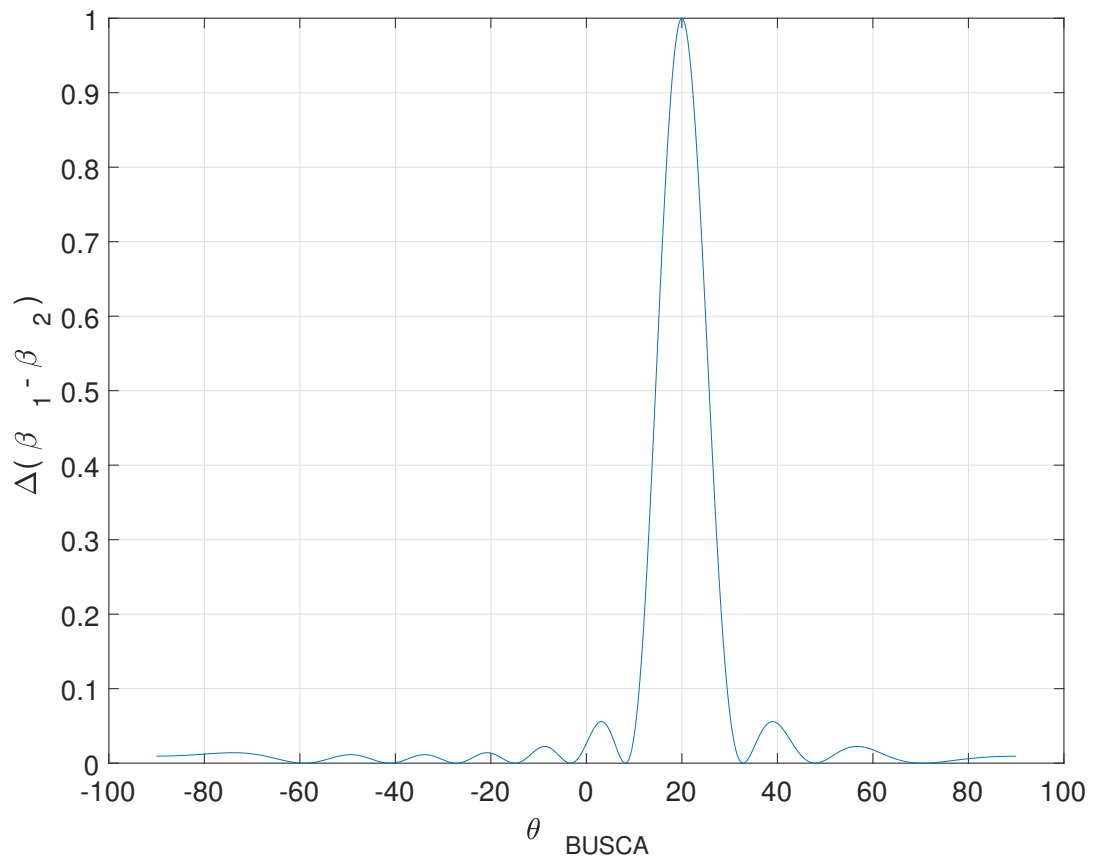


Figura 8: Espectro Diferencial para o ângulo de 20° sem ruído

Com a adição de ruído ao sinal, o espectro diferencial é modificado. A Figura 9 mostra o comportamento do espectro diferencial com uma SNR de 10dB, 2 fontes (20°, 50°) incidindo no arranjo de 10 sensores, sendo os sinais completamente descorrelacionados.

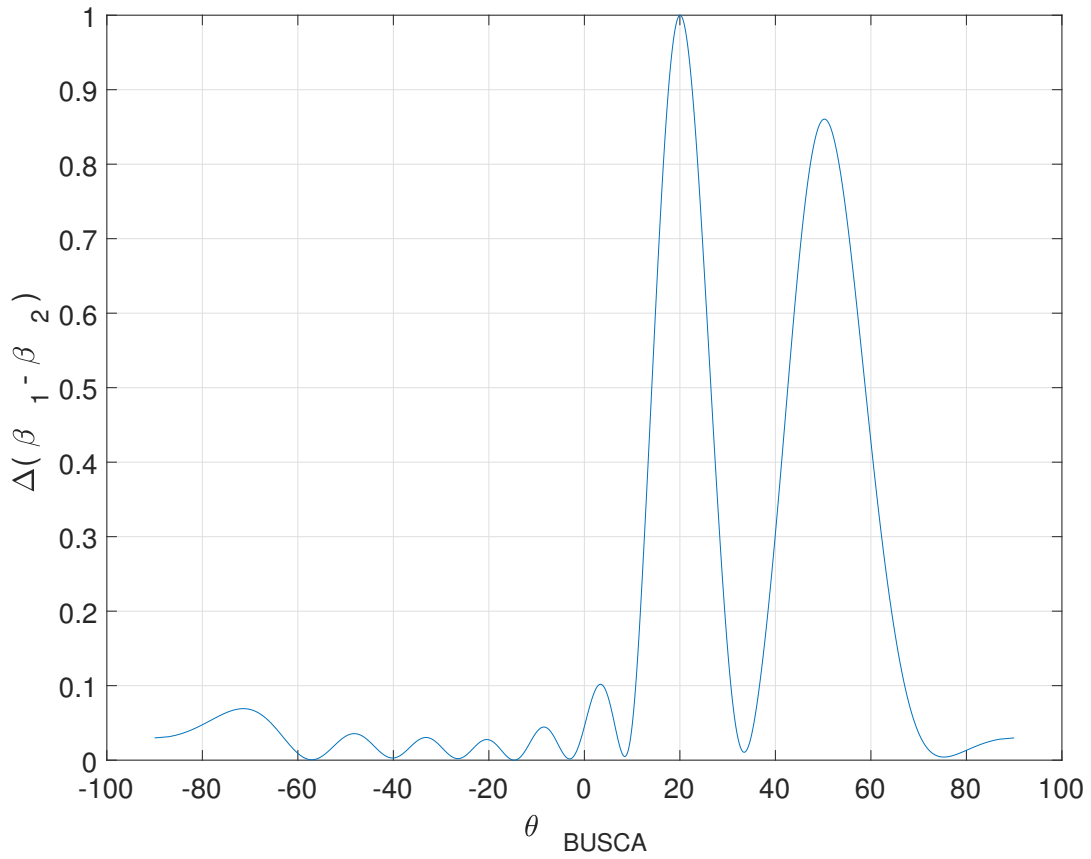


Figura 9: Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 50° SNR=10dB. Fontes descorrelacionadas

Quando a SNR é diminuída e chega a valores abaixo de $-10dB$ o espectro diferencial é modificado, devido a mudança do autovalores. A Figura 10 mostra esse comportamento onde há um aumento dos picos espúrios apesar de ainda possuir uma boa definição dos dois maiores picos. Aqui observa-se que o Espectro diferencial é bem estável em relação a diminuição da SNR .

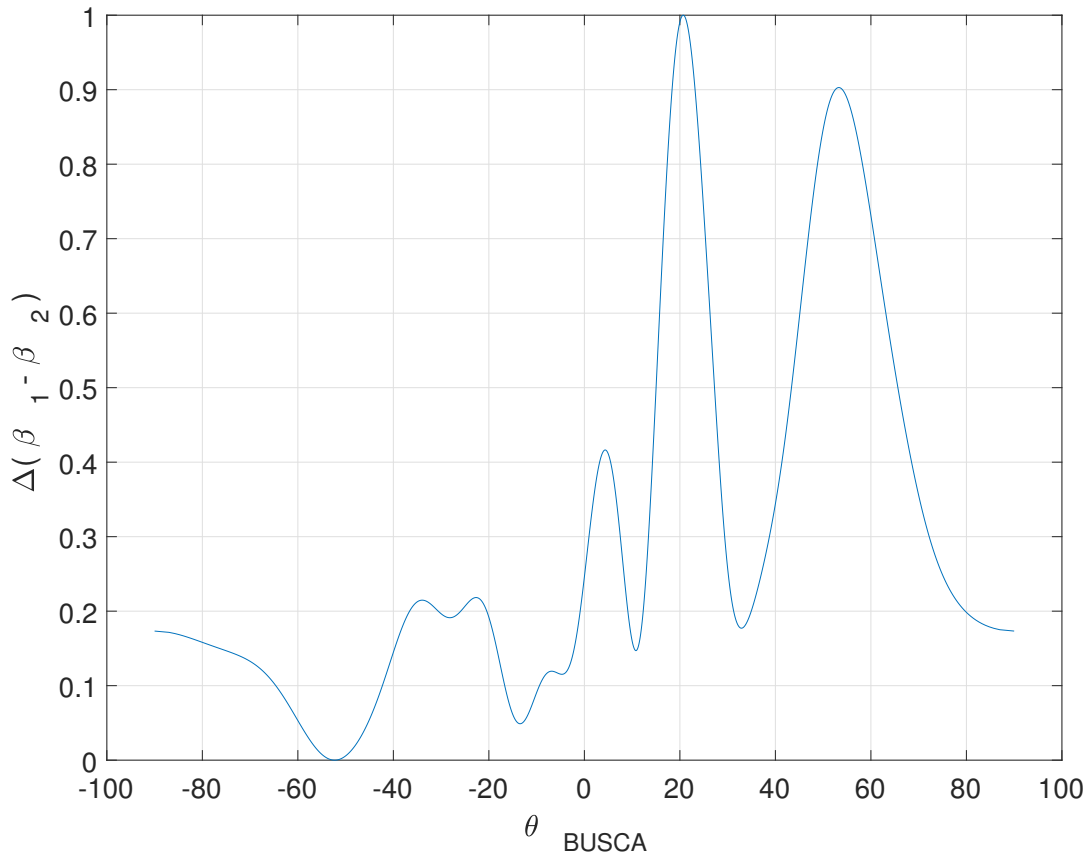


Figura 10: Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 50° SNR=-10dB. Fontes descorrelacionadas

O Espectro diferencial possui um melhor comportamento com sinais correlacionados. Na Figura 11 o espectro diferencial de duas fontes descorrelacionadas localizadas em 20° e 30° . Pode-se observar que neste caso o espectro apresenta somente 1 pico e portanto não é possível distinguir as duas fontes. Quando neste mesmo cenário os sinais são correlacionados a detecção dos dois picos é possível como apresentado na Figura 12.

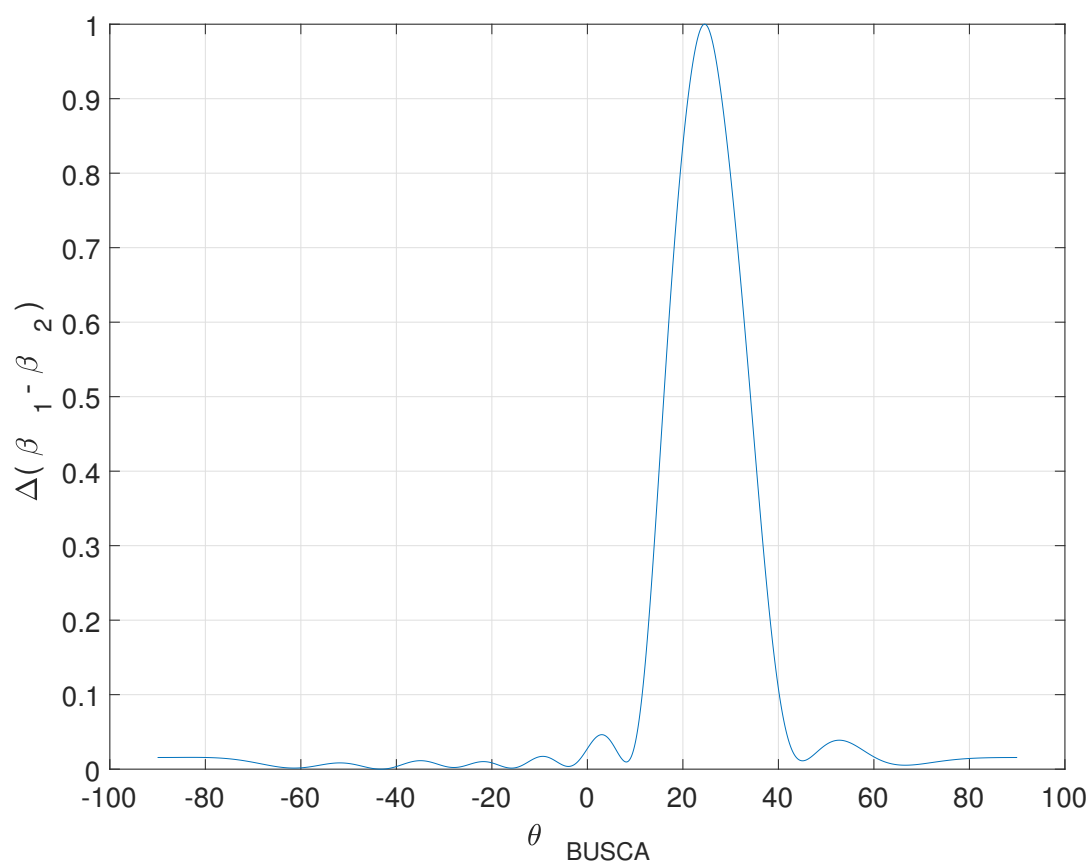


Figura 11: Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 30° SNR=10dB. Fontes descorrelacionadas

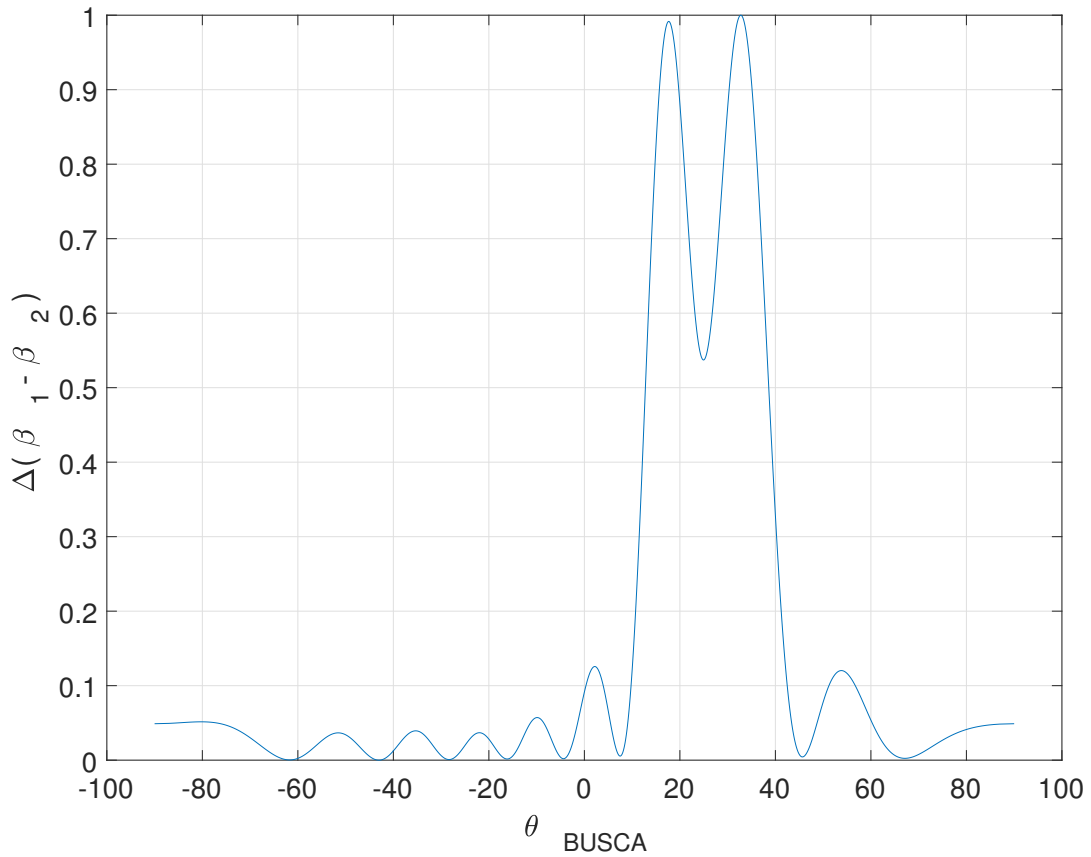


Figura 12: Espectro Diferencial para o ângulo de 20° e 30° SNR=10dB. Fontes correlacionadas

Com estas análises observa-se que o Espectro diferencial apresenta robustez à diminuição da SNR e melhor comportamento com fontes correlacionadas. Para melhorar a resolução do Espectro diferencial principalmente em situações onde somente um pico é apresentado na existência de mais de uma fonte, uma nova etapa do SEAD é apresentada para melhorar a precisão do método(SILVA et al., 2013).

A análise anteriormente desenvolvida mostra a principal parte do método *SEAD* chamado Espectro Diferencial. Nela o vetor Espectro diferencial C_{DIF} formado pela diferença dos dois maiores autovalores de cada ângulo teste de varredura é plotado em função dos ângulos de incidência, e os picos(caso existam em número igual ao número de fontes) representam os ângulos de incidência. Porém, se o número de picos for maior que o número de fontes, uma nova etapa deve ser executada para selecionar dentre os picos existentes, quais são os correspondentes aos ângulos de incidência. Esta etapa do *SEAD* é a Seleção de Fontes(SILVA et al., 2009). A seleção das fontes pode ser implementada por dois métodos. O primeiro, adota um critério onde todos os ângulos inteiros da vizinhança dos ângulos candidatos produzidos pelo espectro diferencial são também candidatos. A vizinhança é definida pelos cruzamentos dos pontos dos picos com o limiar de amplitude.

O outro método restringe esta vizinhança a 3° antes e 3° após cada ângulo candidato. Após esta restrição de vizinhança, ele seleciona como candidatos os ângulos afastados de uma fração de grau. Nota-se que este método possui um algoritmo mais refinado que produz melhores estimativas e por isso é chamado Seleção das Fontes com refinamento (SILVA et al., 2009). O vetor Espectro diferencial é dado por (FERREIRA, 2005):

$$\mathbf{C}_{DIF} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \vdots \\ \Delta_F \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

onde os Δ são dados por:

$$\Delta = \beta_1 - \beta_2 \quad (2.12)$$

Com este vetor obtêm-se os ângulos candidatos e o conjunto de todas as L a L combinações é armazenado numa matriz W_a . Logo após minimiza-se a função custo C_{DMLE} , onde a minimização é feita calculando-a para cada L -upla (χ) e selecionando o menor valor por :

$$SEL = \underset{\chi}{\operatorname{argmin}} \{C_{DMLE}^{(\chi)}\} \quad (2.13)$$

onde a função custo é calculada por

$$C_{DMLE}(\chi) = \operatorname{tr}[\mathbf{P}_{A_{EST}}^\perp \cdot \mathbf{R}_{EST}] \quad (2.14)$$

Com a matriz A_{EST} dada pela Equação 1.20 e $P_{A_{EST}}$ calculada por :

$$\mathbf{P}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}_{EST} \cdot (\mathbf{A}_{EST}^H \cdot \mathbf{A}_{EST})^{-1} \cdot \mathbf{A}_{EST}^H \quad (2.15)$$

que é a denominada Restrição Combinada. Após esses passos determinam-se as regiões próximas aos ângulos candidatos Θ_{EST} referentes as frequências elétricas (χ) em passos de $0,1^\circ$ (SILVA et al., 2009). Procede-se agora à combinação L a L dos ângulos gerados nas regiões e obtem-se a L -upla minimizadora.

3 Estimação de ângulo de incidência na presença de acoplamento mútuo

Nos capítulos anteriores foram analisados o modelo do sinal e o arranjo de antenas sem considerar a influência do acoplamento mútuo, porém quando as antenas estão dispostas em arranjos (neste trabalho considera-se sempre arranjos receptores), a corrente de uma antena é composta pela componente induzida pela tensão incidente e a componente devido ao acoplamento mútuo entre esta antena e as demais do arranjo (BALANIS, 2005). Segundo Balanis (2005), o acoplamento mútuo afeta o desempenho de um arranjo de antenas e a magnitude deste efeito é influenciada pela posição relativa dos elementos no arranjo, tipo de antena e seus parâmetros, alimentação das antenas. Em arranjos onde o espaçamento entre as antenas é pequeno em relação a dimensão do arranjo o efeito do acoplamento mútuo torna-se mais acentuado.

Em Yeh, Leou e Ucci (1989), o acoplamento mútuo entre as antenas distorce a fase dos sinais incidentes, alterando a estrutura da matriz de covariância e consequentemente seus autovalores. Os métodos analisados neste trabalho (SEAD e MUSIC) baseiam-se na estrutura da matriz de covariância, logo o acoplamento altera o desempenho dos métodos citados. Para a análise do acoplamento no arranjo, seguiu-se o modelo adotado por Gupta e Ksienski (1983) onde as N antenas do arranjo são dispostas linearmente e um modelo de circuito composto por N portas de entrada em um sistema $N + 1$ conforme Figura 13.

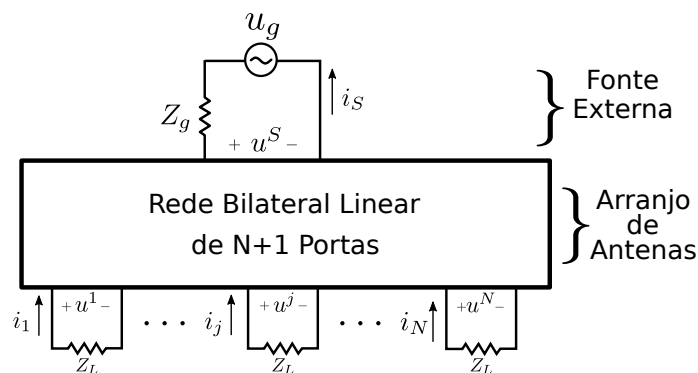


Figura 13: Arranjo de antenas em modelo de rede . Fonte:(GUPTA; KSIENSKI, 1983)

Cada antena é terminada em uma impedância de carga Z_L e aplicando teoria de

malhas de circuitos pode-se montar as seguintes equações:

$$\begin{cases} u^1 = i_1.Z_{11} + i_2.Z_{12} + \dots + i_N.Z_{1N} + i_{out}.Z_{1S} \\ u^2 = i_1.Z_{21} + i_2.Z_{22} + \dots + i_N.Z_{2N} + i_{out}.Z_{2S} \\ \vdots \\ u^N = i_1.Z_{N1} + i_2.Z_{N2} + \dots + i_N.Z_{NN} + i_{out}.Z_{NS} \end{cases} \quad (3.1)$$

Onde Z_{ij} é a impedância mútua entre as antenas i e j , u^k é a tensão nos terminais da antena k . Pela Figura 13 pode-se escrever que a corrente induzida nas antenas devido as ondas incidentes é dada por:

$$i_j = -\frac{u^j}{Z_L}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.2)$$

Com a condição de circuito aberto em todas as antenas do arranjo tem-se:

$$u^j = u_{oj} = Z_{js}.i_s, \quad (3.3)$$

onde conclui-se que o último termo de cada linha da Equação 3.1 representa a tensão nos terminais de cada antena na condição de circuito aberto. Substituindo as Equações 3.2 e 3.3 na Equação 3.1:

$$\begin{cases} u^1 = -u^1.\frac{Z_{11}}{Z_L} - u^2.\frac{Z_{12}}{Z_L} - \dots - u^N.\frac{Z_{1N}}{Z_L} + u^{o1} \\ u^2 = -u^1.\frac{Z_{21}}{Z_L} - u^2.\frac{Z_{22}}{Z_L} - \dots - u^N.\frac{Z_{2N}}{Z_L} + u^{o2} \\ \vdots \\ u^N = -u^1.\frac{Z_{N1}}{Z_L} - u^2.\frac{Z_{N2}}{Z_L} - \dots - u^N.\frac{Z_{NN}}{Z_L} + u^{oN} \end{cases}$$

Reagrupando os termos e expressando matricialmente chega-se a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{11}}{Z_L} & \frac{Z_{12}}{Z_L} & \dots & \frac{Z_{1N}}{Z_L} \\ \frac{Z_{21}}{Z_L} & 1 + \frac{Z_{22}}{Z_L} & \dots & \frac{Z_{2N}}{Z_L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{Z_{N1}}{Z_L} & \frac{Z_{N2}}{Z_L} & \dots & 1 + \frac{Z_{NN}}{Z_L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ \vdots \\ u^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{o1} \\ u_{o2} \\ \vdots \\ u_{oN} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

que é a equação matricial relacionando a tensão em circuito aberto nos terminais das antenas, a tensão nos terminais das antenas e a matriz impedância (GUPTA; KSIENSKI, 1983). A Equação acima pode ser resumida em termos matriciais como:

$$\mathbf{Z}_o \cdot \mathbf{U}(\mathbf{t}) = \mathbf{U}_o(\mathbf{t}) \quad (3.5)$$

A tensão em circuito aberto pode ser escrita como (YEH; LEOU; UCCI, 1989):

$$\mathbf{U}_o(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\mathbf{t}).\mathbf{s}, \quad (3.6)$$

Substituindo a Equação 3.6 na Equação 3.5 e reorganizando os termos obtém-se a seguinte expressão para a tensão nas antenas considerando um ruído aditivo gaussiano $\mathbf{n}(\mathbf{t})$:

$$\mathbf{U}(\mathbf{t}) = \mathbf{Z}_o^{-1}.\mathbf{A}(\mathbf{t}).\mathbf{s} + \mathbf{n}(\mathbf{t}) \quad (3.7)$$

Seguindo o mesmo desenvolvimento do Capítulo 1, calcula-se a matriz de covariância espacial através da Equação 1.29, e substituindo os valores de 3.7 chega-se a seguinte expressão para a matriz de covariância espacial levando em consideração as dimensões das antenas e suas características de impedância:

$$\mathbf{R}_{ACOP} = \mathbf{E}\{\mathbf{U}(\mathbf{k}).\mathbf{U}(\mathbf{k})^H\} = \mathbf{Z}_o^{-1}.\mathbf{A}.\mathbf{P}.\mathbf{A}^H.(\mathbf{Z}_o^{-1})^H + \sigma^2.\mathbf{I}, \quad (3.8)$$

A matriz invertida $\mathbf{Z}_o^{-1}$ contém as impedâncias mútuas das antenas interagindo entre si e as próprias de cada uma, além da impedância de carga Z_L acoplada. Analisando a Equação 3.8 observa-se que a matriz direção $\mathbf{A}$ é modificada pela matriz de impedâncias $\mathbf{Z}_o^{-1}$, e ao decompor a matriz $\mathbf{R}_{ACOP}$ em autovalores, os L maiores autovalores e autovetores de $\mathbf{R}_{ACOP}$ geram o subespaço de sinal modificado. Os autovalores e autovetores restantes geram o subespaço de ruído, que teoricamente não é afetado pelo acoplamento conforme 3.8. Essa expressão mostra que a situação ideal analisada no capítulo anterior(sem acoplamento mútuo) é transformada e a estrutura dos autovalores da matriz $\mathbf{R}_{ACOP}$ será também modificada. A magnitude dessa modificação e suas características serão analisadas em relação ao *MUSIC* e posteriormente em relação ao *SEAD* para investigar se a capacidade de detecção é afetada de forma a deteriorar a estimação dos ângulos de incidência. As impedâncias mútuas e próprias entre as antenas são calculadas utilizando as seguintes equações de acordo com a disposição geométrica dos dipolos apresentadas na Figura 14:

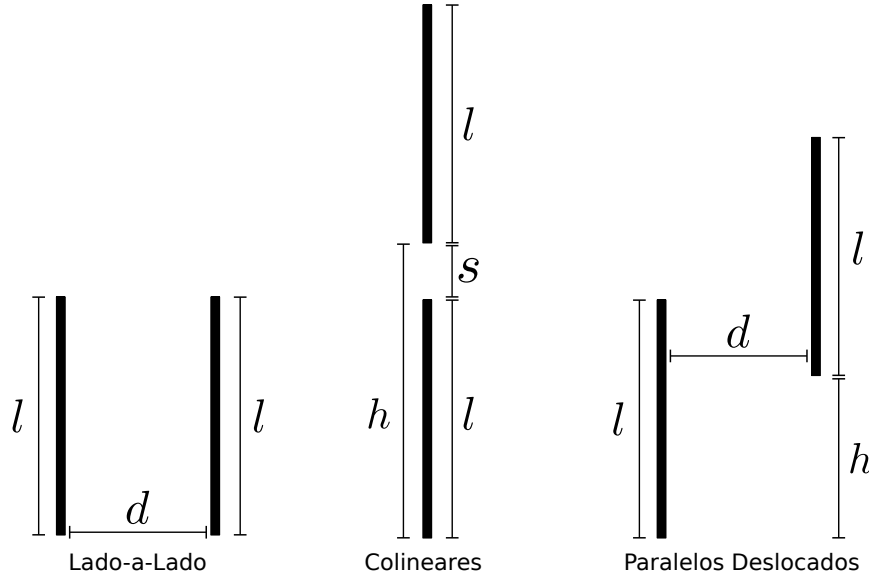


Figura 14: Configuração geométrica de localização de dipolos. Fonte:(BALANIS, 2005)

Dipolos lado a lado:

$$\begin{cases} R_{21} = \frac{\eta}{4\pi} \cdot [2C_i(u_0) - C_i(u_1) - C_i(u_2)] \\ X_{21} = \frac{\eta}{4\pi} \cdot [2S_i(u_0) - S_i(u_1) - S_i(u_2)] \\ u_0 = kd \\ u_1 = k(\sqrt{d^2 + l^2} - l) \end{cases} \quad (3.9)$$

Dipolos Paralelos deslocados:

$$\begin{cases} R_{21} = -\frac{\eta}{8\pi} \cdot \cos(\omega_0) [2C_i(w_1) - 2C_i(w'_1) + C_i(w_2) \\ + C_i(w'_2) + C_i(w_3) + C_i(w'_3)] \\ + \frac{\eta}{8\pi} \cdot \sin(\omega_0) [2S_i(w_1) - 2S_i(w'_1) + S_i(w_2) \\ + S_i(w'_2) - S_i(w_3) + S_i(w'_3)] \\ X_{21} = -\frac{\eta}{8\pi} \cdot \cos(\omega_0) [2S_i(w_1) + 2S_i(w'_1) - S_i(w_2) \\ - S_i(w'_2) - S_i(w_3) - S_i(w'_3)] \\ + \frac{\eta}{8\pi} \cdot \sin(\omega_0) [2C_i(w_1) - 2C_i(w'_1) - C_i(w_2) + C_i(w'_2) \\ - C_i(w_3) + C_i(w'_3)] \end{cases} \quad (3.10)$$

Sendo que:

$$\begin{cases} w_0 = kh \\ w_1 = k(\sqrt{d^2 + h^2} + h) \\ w'_1 = k(\sqrt{d^2 + h^2} - h) \\ w_2 = k[\sqrt{d^2 + (h-l)^2} + (h-l)] \\ w'_2 = k[\sqrt{d^2 + (h-l)^2} - (h-l)] \\ w_3 = k[\sqrt{d^2 + (h+l)^2} + (h+l)] \\ w'_3 = k[\sqrt{d^2 + (h+l)^2} - (h+l)] \end{cases} \quad (3.11)$$

Dipolos colineares:

$$\begin{cases} R_{21} = -\frac{\eta}{8\pi} \cdot \cos(v_0) [-2C_i(2v_0) + C_i(v'_2) + C_i(v_1) \\ + \frac{\eta}{8\pi} \cdot \sin(v_0) [2S_i(2v_0) - S_i(v_2) - S_i(v_1)] \\ X_{21} = -\frac{\eta}{8\pi} \cdot \cos(v_0) [2S_i(2v_0) - S_i(v_2) - S_i(v_1)] \\ + \frac{\eta}{8\pi} \cdot \sin(v_0) [2C_i(v_0) - 2C_i(v_2) - C_i(v_1) - \ln(v_3)] \end{cases} \quad (3.12)$$

Sendo que:

$$\begin{cases} v_0 = kh \\ v_1 = 2k(h + l) \\ v_2 = 2k(h - l) \\ v_3 = \frac{(h^2 - l^2)}{h^2} \end{cases} \quad (3.13)$$

Os Valores R_{21} e X_{21} referem-se a impedância mútua $Z = R_{21} + jX_{21}$ entre os dipolos 1 e 2.

Impedâncias próprias:

$$\begin{cases} R = \frac{\eta}{2\pi} \{0.5772 + \ln(kl) - C_i(kl) + \frac{1}{2} \sin(kl)[S_i(2kl) - 2S_i(kl)] \\ \quad + \frac{1}{2} \cos(kl)[0.5772 + \ln(\frac{kl}{2}) + C_i(2kl) - 2C_i(kl) - S_i(v_1)]\} \\ X = \frac{\eta}{4\pi} \{2S_i(kl) + \cos(kl)[2S_i(kl) - S_i(2kl)] \\ \quad - \sin(kl)[2C_i(kl) - C_i(2kl) - C_i(\frac{2ka^2}{l})]\} \end{cases} \quad (3.14)$$

As funções $C_i(\cdot)$ e $S_i(\cdot)$ são calculadas pelas seguintes integrais:

$$\begin{cases} S_i(x) = \int_0^x \sin(\tau) d\tau \\ C_i(x) = \int_x^\infty \frac{\cos(\tau)}{\tau} d\tau \end{cases} \quad (3.15)$$

3.1 MUSIC com acoplamento mútuo

A equação 3.8 é utilizada para a decomposição em valores singulares e assim obter os autovalores utilizados no cálculo do espectro *MUSIC* conforme expresso na equação 2.5. Como a matriz $\mathbf{A}$ é multiplicada por $\mathbf{Z}_o^{-1}$, a Equação de cálculo do espectro com acoplamento é dada por:

$$P_{MUACOP} = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta) \cdot \mathbf{Z}_o^{-1} \mathbf{V}_n \cdot \mathbf{V}_n^H \cdot (\mathbf{Z}_o^{-1})^H \cdot (\mathbf{a}^H(\theta))} \quad (3.16)$$

Com esta equação conclui-se que além da modificação da matriz de covariância, o espectro *MUSIC* é modificado também em relação a matriz direção.

3.2 SEAD com acoplamento mútuo

Como já mencionado, o SEAD não foi até o momento analisado com a influencia do acoplamento mútuo. Este trabalho pretende analisar o comportamento do SEAD com o acoplamento mútuo. O SEAD conforme analisado no capítulo anterior utiliza uma nova matriz de covariância resultante da soma da matriz de covariância com uma matriz teste. A matriz teste por ser adicionada a matriz de covariância espacial, não precisa conter a modificação da impedância inversa $\mathbf{Z}_o^{-1}$. Portanto o espectro diferencial (primeira etapa do

SEAD) só é modificado pela matriz de covariância dada pela Equação 3.8 que será somada a uma matriz teste. A matriz de covariância do *SEAD* considerando o acoplamento mútuo será então:

$$\mathbf{R}_{MODACOP}(\phi_l) = \mathbf{R}_{ACOP} + \mathbf{R}_{TESTE}(\phi_l) \quad (3.17)$$

O *SEAD* é baseado na diferença dos dois maiores autovalores resultantes da decomposição da matriz de covariância modificada em valores singulares, dada agora (com acoplamento mútuo) pela equação 3.8. A matriz de covariância é alterada pela matriz impedância $\mathbf{Z}_o^{-1}$. O primeiro termo da equação 3.8 sofre a modificação e este termo está associado ao subespaço de sinal. Logo os maiores autovalores (relativos ao subespaço de sinal) devem ser afetados como mostra o termo abaixo retirado da matriz de covariância:

$$\mathbf{Z}_o^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}^H \cdot (\mathbf{Z}_o^{-1})^H$$

Na próxima seção serão apresentados e analisados os resultados das simulações.

3.3 Simulações e Resultados

3.3.1 Sinais completamente descorrelacionados

Considere um arranjo linear de 10 antenas de dipolo de meio comprimento de onda, espaçadas de meio comprimento de onda onde incidem 2 fontes de sinais completamente descorrelacionados posicionadas em 10° e 45° . As simulações foram realizadas utilizando 100 *Snapshots*, 1000 experimentos para cada valor de *SNR*. Os dipolos possuem raio de 0,001m. Utilizando a modelagem da matriz de covariância da Equação 3.8 e da Equação 3.17, os cálculos das impedâncias descritos neste capítulo e a fórmula do erro quadrático médio dado pela Equação 1.38 obtêm-se os resultados para o desempenho do *SEAD* e *MUSIC*. Todas as simulações foram realizadas com o ambiente MATLAB. A Figura 15 analisa o caso das posições estimadas para o *MUSIC* sem acoplamento. Cada ponto no gráfico representa uma posição estimada, sendo 01 posição representada em vermelho e outra em azul. Para cada *SNR* são estimados 1000 pontos (1000 experimentos) em cada posição. Pela Figura nota-se que as posições são estimadas com mais precisão e somente em *SNRs* muito baixas (menores que -5dB) ocorrem erros significativos nas estimativas. No caso sem acoplamento a matriz de covariância e o espectro não são multiplicados por $\mathbf{Z}_o^{-1}$, logo os erros de estimativa são devido somente as características já analisadas do *MUSIC* independentes do acoplamento.

A Figura 16 mostra os resultados das posições angulares estimadas para o *MUSIC* com acoplamento. Observa-se uma grande quantidade de erros nas posições estimadas e as estimativas só conseguem resultados próximos aos valores dos ângulos de incidência com *SNRs* próximas de 15 dB.. A multiplicação da matriz $\mathbf{Z}_o^{-1}$ no cálculo da matriz de

covariância e do espectro produz erros. Segundo [Yeh, Leou e Ucci \(1989\)](#), [Hui \(2003\)](#) ocorre uma mudança na estrutura dos subespaços de sinal e ruído através da modificação dos autovalores da matriz de covariância, o que prejudica a estimação. Com $SNRs$ próximas de 15 dB o algoritmo passa a estimar os ângulos com menor erro.

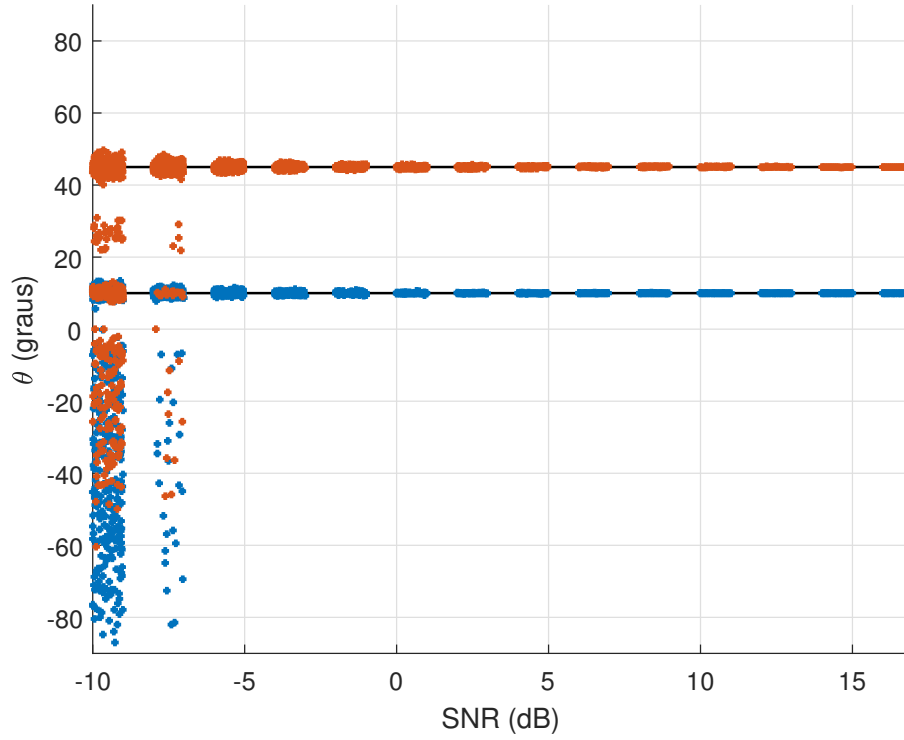


Figura 15: Posições Ângulares Estimadas para o MUSIC sem Acoplamento. Sinais Descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°

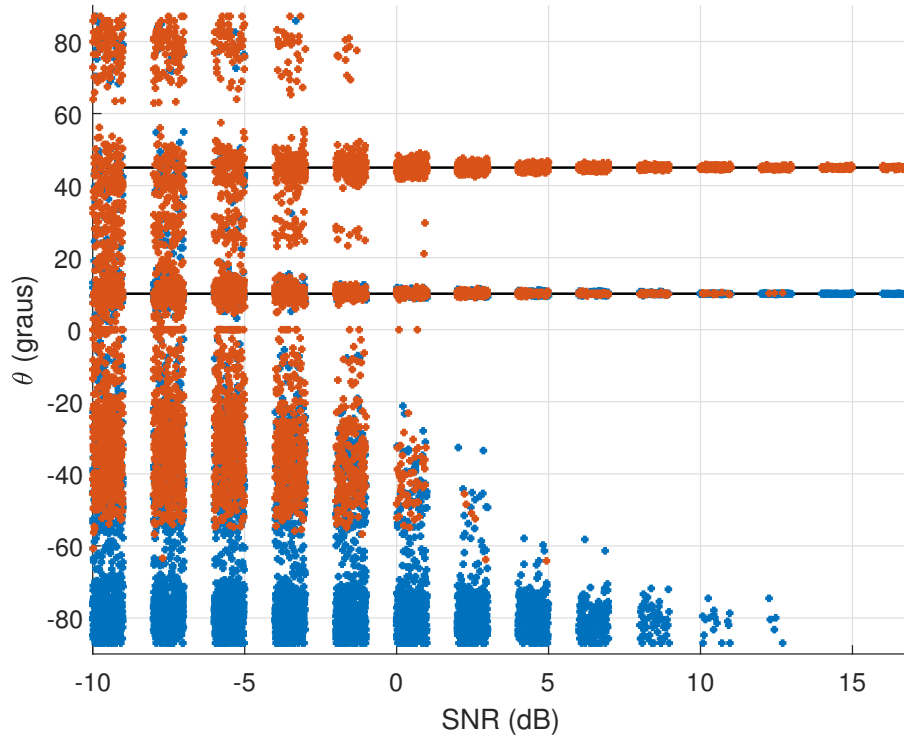


Figura 16: Posições Ângulares Estimadas para o MUSIC com Acoplamento. Sinais Descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°

O *SEAD* sempre foi analisado nos trabalhos anteriores [Ferreira \(2005\)](#), [Ferreira e Lemos \(2005\)](#), [SILVA et al. \(2009\)](#) sem considerar o acoplamento. No presente trabalho ele foi analisado considerando o acoplamento mútuo. Utilizando a matriz de covariância modificada com acoplamento $R_{MODACOP}$, obtém-se na Figura 18 as posições angulares. A Figura 17 apresenta os resultados para as posições angulares do *SEAD* sem acoplamento. O *SEAD* sem acoplamento possui um comportamento estável de suas estimativas em relação a variação da SNR. As posições estimadas só apresentam erros em SNRs muito baixas. Já no caso do *SEAD* com acoplamento, o comportamento das estimativas é completamente alterado principalmente em SNRs abaixo de 0 dB, porém também com SNRs altas. O acoplamento mútuo degrada as estimativas. O *SEAD* é baseado na diferença dos 2 maiores autovalores da matriz de covariância e no caso acoplado, esta matriz é alterada pela multiplicação da matriz Z_o^{-1} o que provoca uma mudança nos autovalores principalmente em SNRs baixas. A matriz teste da Equação 2.7 não é alterada pelo acoplamento, mas a matriz de covariância à qual esta é somada sofre a alteração.

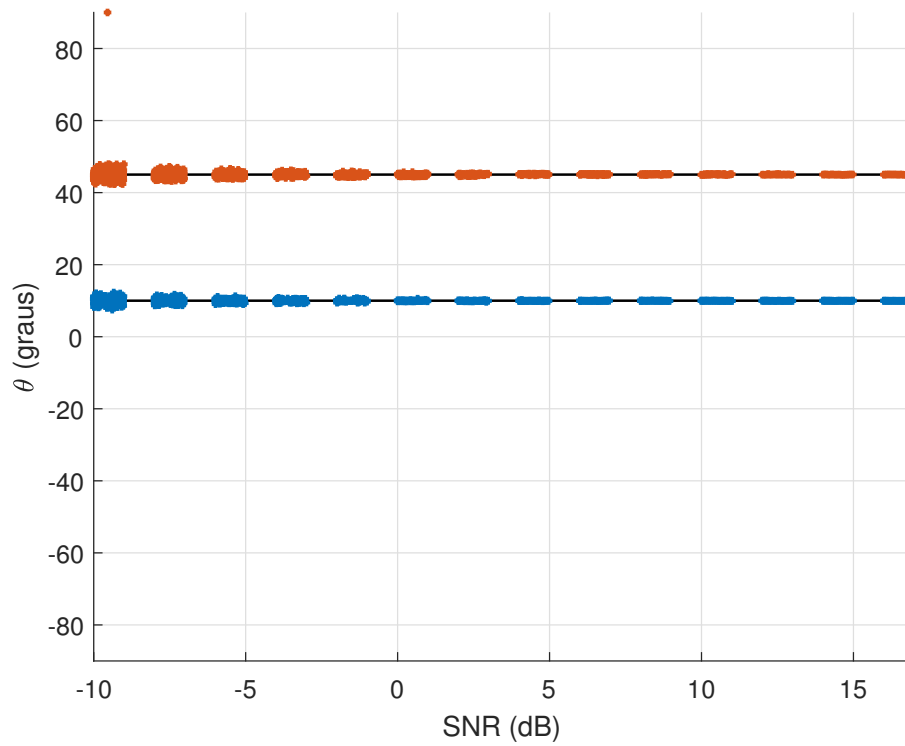


Figura 17: Posições Angulares Estimadas para o SEAD sem Acoplamento. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°

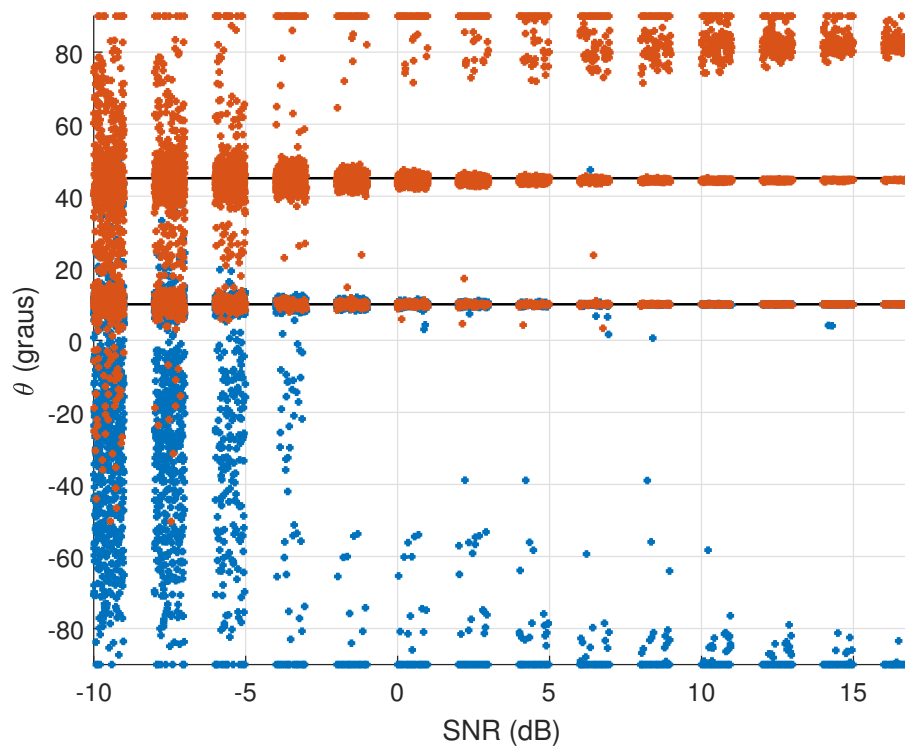


Figura 18: Posições Angulares Estimadas para o SEAD com Acoplamento. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°

A *REQM*, Raiz do erro quadrático médio é um importante parâmetro para a análise do desempenho das estimações dos ângulos de incidência. A Figura 19 mostra os resultados do *MUSIC* e *SEAD* com e sem acoplamento para a *REQM*. O *MUSIC* sem acoplamento já possui uma queda acentuada em seu erro já em SNRs abaixo de -5dB e se aproxima do limite de *CRAMER-RAO*(linha contínua), o que condiz com os resultados esperados para o caso sem acoplamento. O *MUSIC* com acoplamento possui uma *REQM* próxima de 80° para *SNR* de -10dB. Próxima de 5dB a curva do *MUSIC* com acoplamento sofre um decaimento com a queda do erro e este decaimento acentua-se com SNRs próximas a 12 dB. Nota-se pela curva que o acoplamento degrada as estimativas. A compensação do acoplamento no *MUSIC* será analisada posteriormente.

O *SEAD* sem acoplamento possui uma *REQM* próxima de 1° para SNR de -10dB e sua curva de *REQM* $\times$ *SNR* se aproxima do limite de *CRAMER-RAO* ao longo de toda a análise. Isto mostra que o *SEAD* sem acoplamento tem um comportamento desejável também em baixas SNRs. Quando considera-se o acoplamento a curva do *SEAD* é completamente alterada. O algoritmo passa a não produzir estimativas confiáveis apresentando *REQM* altas e sem decaimento ao longo de toda a análise. Nota-se que a modificação da matriz de covariância altera completamente a estrutura dos autovalores o que prejudica a estimação. Para um desempenho adequado o *SEAD* precisa passar por algum processo que realize uma compensação no acoplamento por ele sofrido.

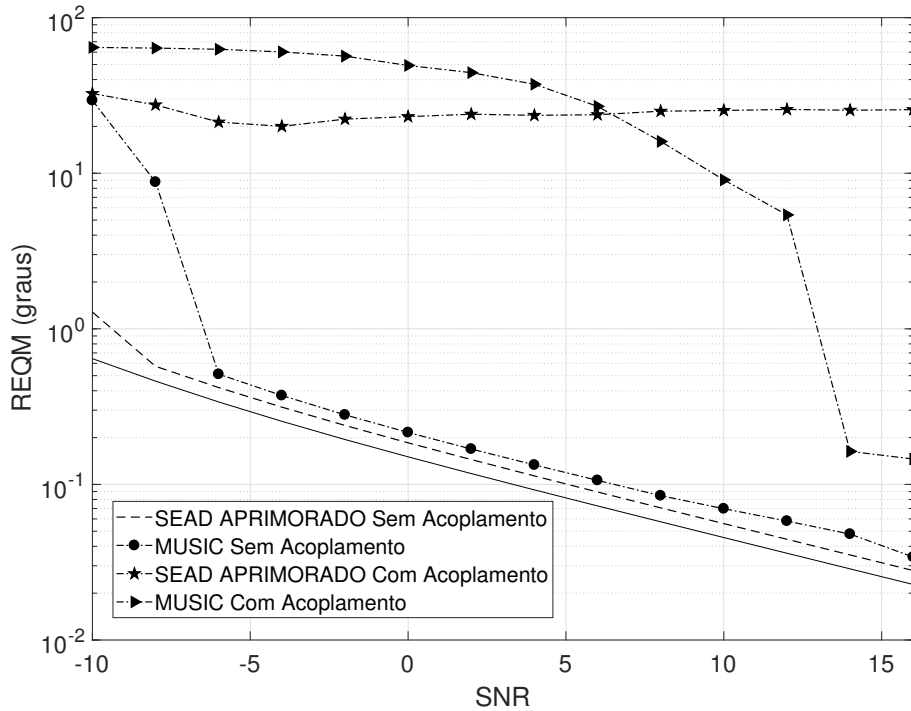


Figura 19: Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM) com acoplamento. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°

O desempenho do *SEAD* e *MUSIC* foram também avaliados em relação a Probabilidade de Resolução (PR), que é definida como a probabilidade que o erro de estimação seja inferior a metade do menor afastamento entre as fontes (WAN et al., 2014), (MESTRE; VALLET; LOUBATON, 2013).

A Figura 20 mostra os resultados. O *MUSIC* sem acoplamento em -10 dB possui uma PR de 0,7 e a partir desta SNR a curva é ascendente chegando a PR=1 e mantendo-se neste valor, mostrando uma melhora na resolução com o aumento da SNR. O *MUSIC* com acoplamento possui uma curva ascendente com o aumento da SNR, porém em baixas SNRs a PR atinge valor próximo a 0,1, o que mostra um erro elevado na estimação do ângulo de incidência.

A PR do *SEAD* sem acoplamento permanece estável, e, quando o acoplamento mútuo é considerado o desempenho cai acentuadamente, sendo sua capacidade resolutiva deteriorada, confirmando o comportamento encontrado na curva de *REQM* x *SNR*.

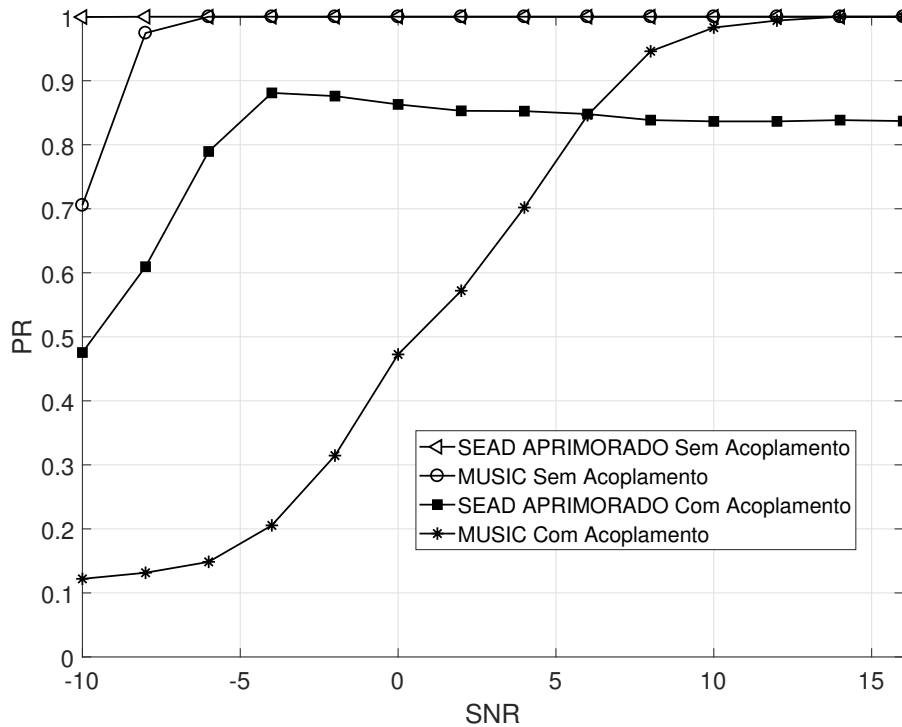


Figura 20: Probabilidade de Resolução dos Espectros do *MUSIC* e *SEAD* com acoplamento. Sinais Descorrelacionados Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos

Com todas essas análises pode-se concluir que o *SEAD* é muito afetado com o acoplamento mútuo em relação a detecção dos ângulos e para seu correto funcionamento em sistemas fortemente acoplados é necessário métodos que compensem a distorção ocasionada. Já o *MUSIC* é afetado também, porém em valores de SNRs próximos a 13 dB o erro de estimação atinge valores abaixo de 1° o que mostra uma melhor acurácia em

SNRs elevadas.

3.3.2 Sinais Correlacionados com Fator de correlação=0,9 e Acoplamento entre as Antenas

Na seção anterior foi analisada a influência do acoplamento mútuo na estimação de ângulo de incidência em arranjos de antenas com sinais eram completamente descorrelacionados. Nesta seção será apresentado os resultados de simulações considerando os sinais com correlação de 0,9 e a influência do acoplamento mútuo. O capítulo 2 apresentou a influência da correlação no *MUSIC* e *SEAD* sem acoplamento. Como foi mostrado o *MUSIC* não possui um bom desempenho com sinais correlacionados. Já o *SEAD* apresenta um bom desempenho com sinais correlacionados.

Seguindo os mesmos parâmetros utilizados nas simulações da seção anterior, foram simulados a estimação de ângulos de incidência em sistemas com acoplamento e em sistemas desacoplados, ambos com fator de correlação 0,9

A Figura 21 mostra os resultados das posições angulares estimadas para o *MUSIC* sem acoplamento. Observa-se uma grande quantidade erros nas posições estimadas principalmente em SNRs abaixo de 0 dB. Ao comparar com a Figura 15 nota-se que a correlação aumenta a degradação das estimativas para SNRs próximas de 0dB.

Na Figura 22 é plotada a estimativa das posições angulares do *MUSIC* com acoplamento. Neste caso observa-se que o algoritmo perde sua resolução devido aos dois fatores: o acoplamento e a correlação dos sinais.

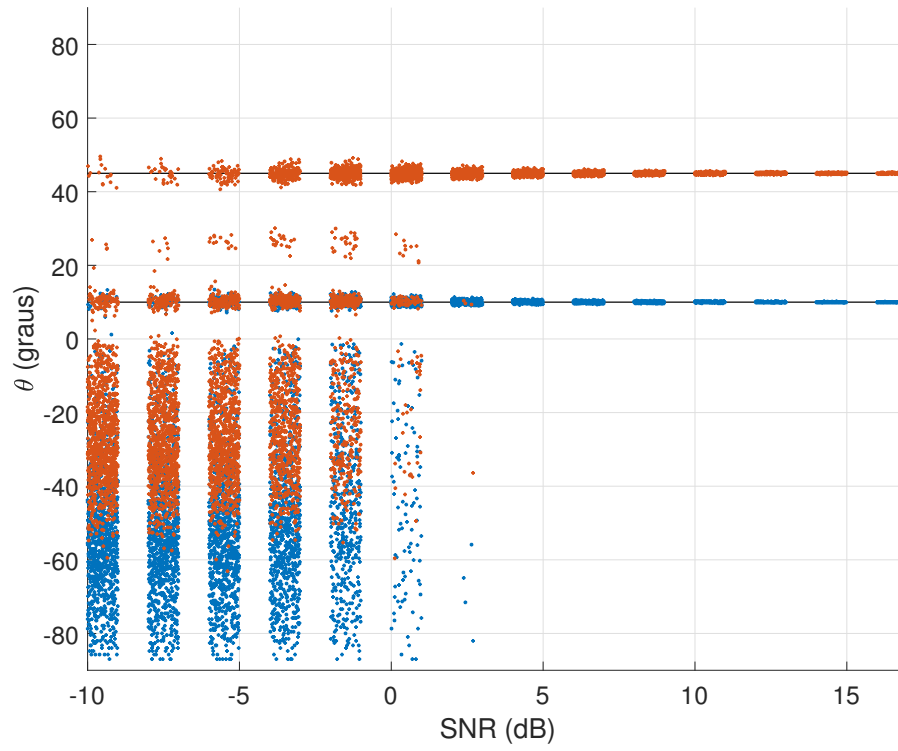


Figura 21: Posições Ângulares Estimadas para o MUSIC sem Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°

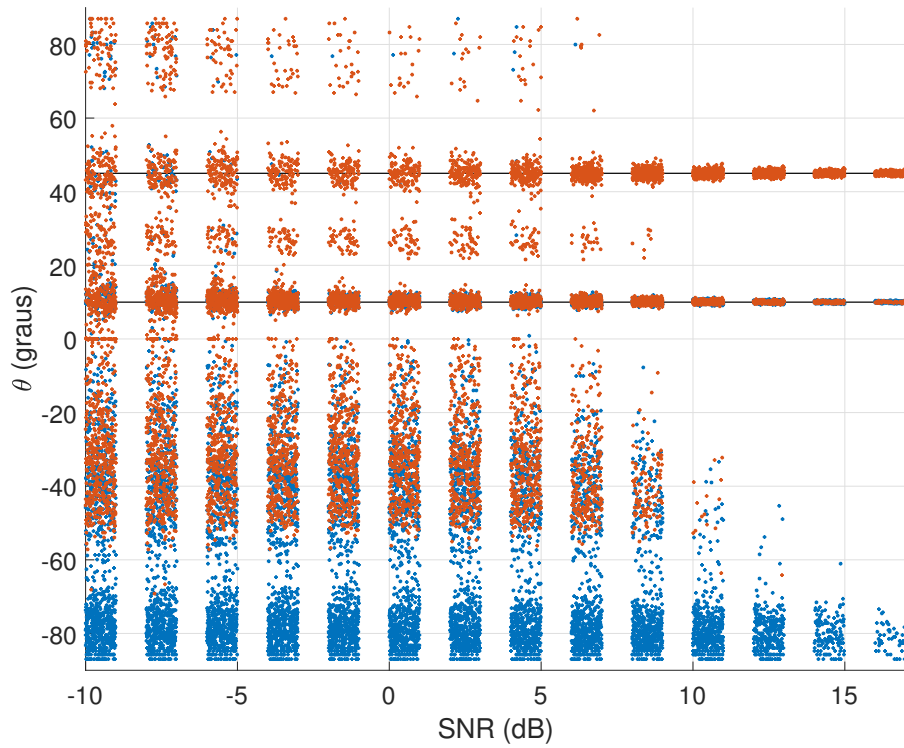


Figura 22: Posições Ângulares Estimadas para o MUSIC com Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°

A Figura 23 apresenta a estimativa das posições angulares do *SEAD* sem acoplamento. Neste caso o algoritmo apresenta uma resolução alta devido aos dois fatores: a correlação dos sinais e a ausência de acoplamento. O *SEAD* como apresentado no capítulo anterior possui um melhor desempenho com sinais correlacionados.

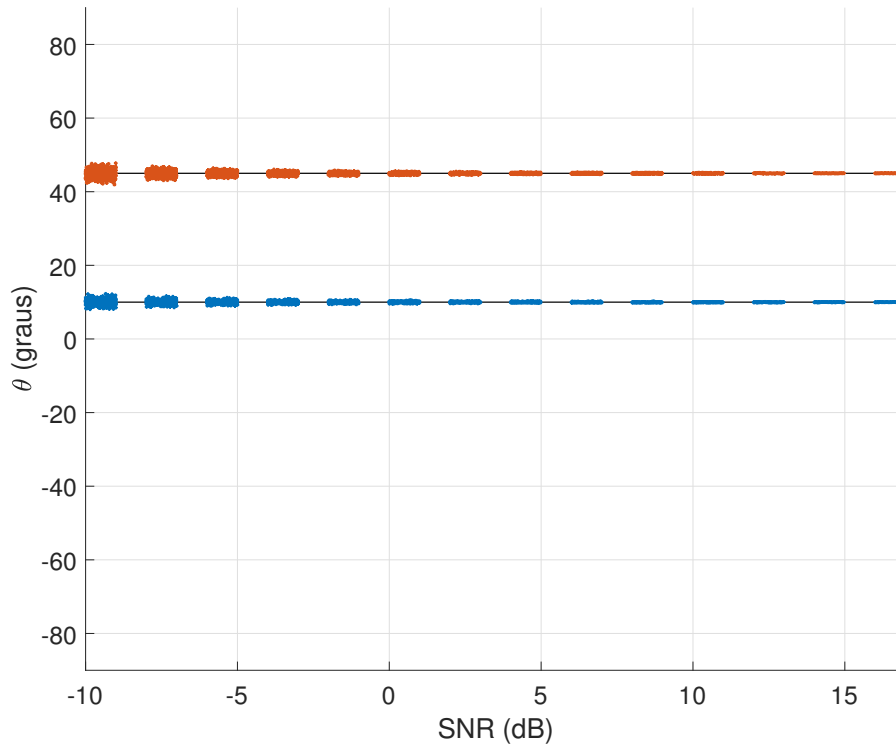


Figura 23: Posições Ângulares Estimadas para o SEAD sem Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°

Quando é considerado o acoplamento e a correlação o *SEAD* melhora a estimativa das posições em relação ao caso com acoplamento e sinais descorrelacionados como apresentado na Figura 24, mostrando assim uma boa aplicação do método em casos com essas características. Comparando com a Figura 18(descorrelacionado), o *SEAD* mesmo com acoplamento diminuiu o valor das SNRs que ocasionam maior erro. Sem utilizar o processo de compensação, o *SEAD* já apresenta um bom desempenho, diminuindo o esforço computacional em relação ao processo de compensação.

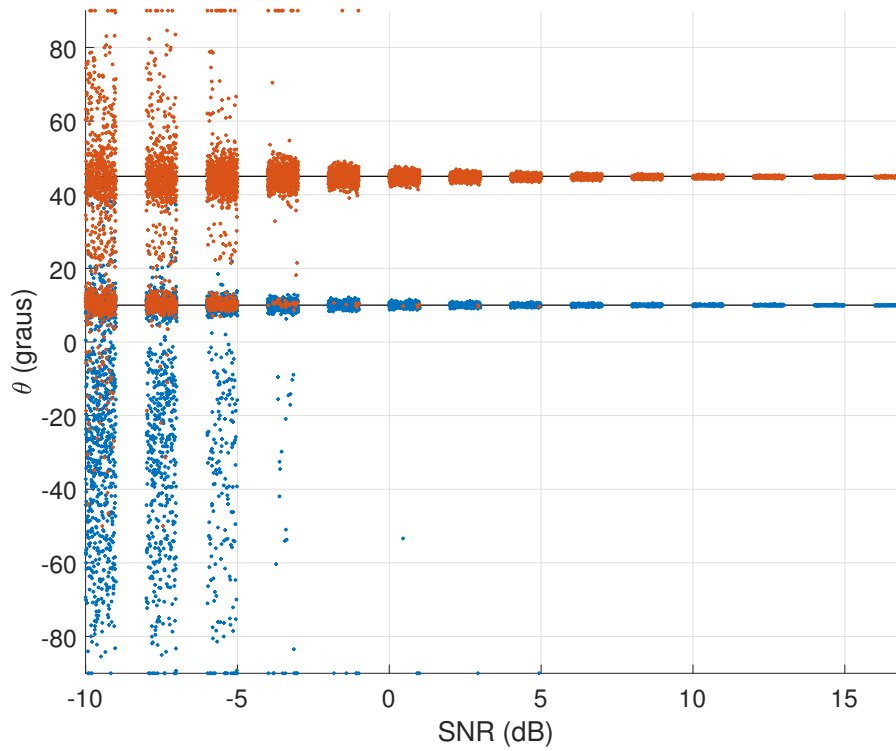


Figura 24: Posições Angulares Estimadas para o SEAD com Acoplamento. Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°

Na Figura 25 são apresentadas as curvas de $REQM \times SNR$ onde comparando com a mesma curva apresentada na Figura 19 nota-se que no caso do *SEAD* a correlação provoca um decaimento acentuado da $REQM$, fato que não ocorria na análise com sinais descorrelacionados. Mesmo com o efeito do acoplamento, o *SEAD* demonstra um bom desempenho comparado com sinais descorrelacionados.

Como mostrado, uma aplicação para o algoritmo *SEAD* é com sinais correlacionados considerando o acoplamento mútuo entre as antenas.

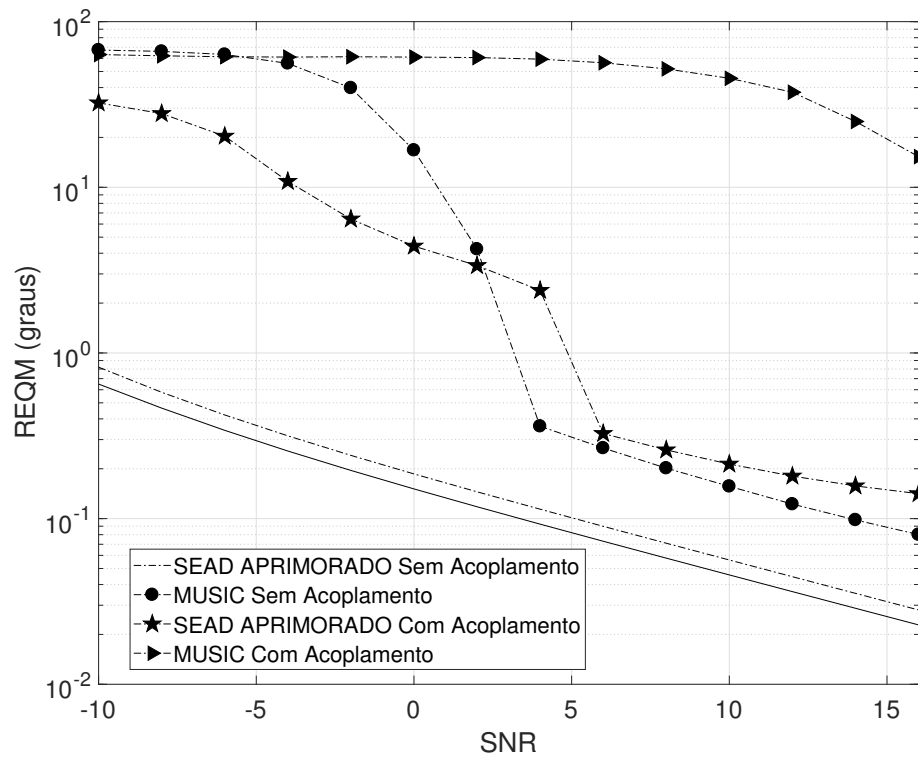


Figura 25: Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM). Correlação=0,9. Ângulos de 10° e 45°

4 Compensação do acoplamento

No capítulo anterior os efeitos do acoplamento foram analisados no *SEAD* e *MUSIC* e concluiu-se que tanto o *MUSIC* quanto o *SEAD* são afetados pelo acoplamento mútuo quando se estima o ângulo de incidência. O *MUSIC* em *SNRs* próximas a 15 dBs consegue estimar mesmo na presença de acoplamento. Yeh, Leou e Ucci (1989) propuseram uma compensação para o *MUSIC* com o propósito de minimizar os efeitos do acoplamento. Segundo Yeh, Leou e Ucci (1989) através da Equação 3.8 a matriz de covariância com acoplamento pode ser compensada por:

$$\mathbf{R}_{COMP} = \mathbf{Z}_o \cdot \mathbf{R}_{ACOP} \cdot \mathbf{Z}_o^H = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{Z}_o \cdot \mathbf{Z}_o^H \quad (4.1)$$

, onde $\mathbf{Z}_o$ é a matriz impedância calculada pela Equação 3.4 A Equação 4.1 apresenta um fator multiplicativo no ruído e seu efeito no processo de estimação dos ângulos de incidência será analisado. Como este trabalho propõe analisar o acoplamento no *SEAD*, a matriz de covariância dada pela Equação 4.1 será usada no cálculo do espectro, e a ela continua ainda sendo somada uma matriz teste.

4.1 Compensação aplicada ao SEAD

Na Equação 3.17, foi analisado o comportamento do *SEAD* quanto ao acoplamento, porém a matriz teste $\mathbf{R}_{TESTE}$ não foi modificada pois ela é uma matriz criada. Nesta seção será analisada a proposta de compensar a matriz de covariância que será somada à matriz teste. A nova matriz de covariância $\mathbf{R}^{TR}_{MODACOP}(\phi_l)$ considerando $\mathbf{R}_{COMP}$ será:

$$\mathbf{R}^{TR}_{MODACOP}(\phi_l) = \mathbf{R}_{COMP} + \mathbf{R}_{TESTE}(\phi_l) \quad (4.2)$$

4.2 Compensação aplicada ao MUSIC

A matriz de covariância $\mathbf{R}_{COMP}$ dada pela Equação 4.1 será usada no cálculo do espectro do *MUSIC* com compensação. A nova Equação para o espectro do *MUSIC* compensado será dado por:

$$P_{MUCOMP} = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta) \cdot \mathbf{V}_{nCOMP} \cdot \mathbf{V}_{nCOMP}^H \cdot \mathbf{a}^H(\theta)}, \quad (4.3)$$

No espectro com a compensação da matriz de covariância, a matriz $\mathbf{A}$ volta a sua forma original, porém o ruído é modificado. Assim os autovalores e autovetores são modificados como na Equação 4.1 e sua matriz é modificada para $\mathbf{V}_{nCOMP}$

4.3 Simulações e resultados

4.3.1 Sinais completamente descorrelacionados

Considerando os mesmos parâmetros usados nas simulações anteriores, foi simulado o caso da compensação do *MUSIC* com acoplamento e do *SEAD* através da matriz $\mathbf{R}^{TR}_{MODACOP}(\phi_l)$. A Figura 26 apresenta o resultado da simulação do espectro *MUSIC* compensado com 5 dB.

A diminuição da *SNR* para 5dB deteriora drasticamente o processo de detecção. Na Equação 4.3 o espectro possui a matriz V_{nCOMP} que contém os autovalores e autovetores do ruído. Como o processo de compensação o ruído é modificado na Equação 4.1, portanto ao diminuir a *SNR* o ruído exerce uma maior influência e o espectro é deteriorado como mostra a Figura 26.

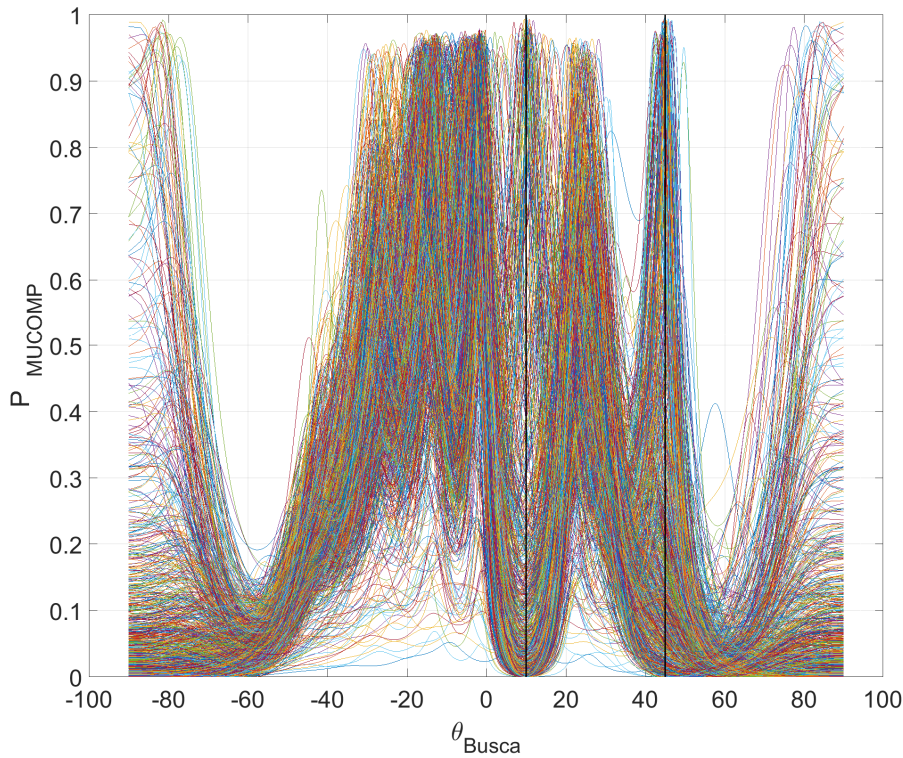


Figura 26: Espectro do *MUSIC* compensado Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB

Analisando a Figura 27, nota-se que quando compensamos a matriz de covariância no *SEAD*, o espectro em 5dBs apresenta picos nos ângulos de incidência apesar do efeito de borda nos extremos da varredura angular. Quando a *SNR* é diminuída abaixo de 5dB o espectro *SEAD* é degradado como será mostrado nas próximas análises do *REQM*, *PR* e posições estimadas. O ruído alterado na matriz de covariância (como explicado no caso do *MUSIC*) degrada o espectro *SEAD* compensado.

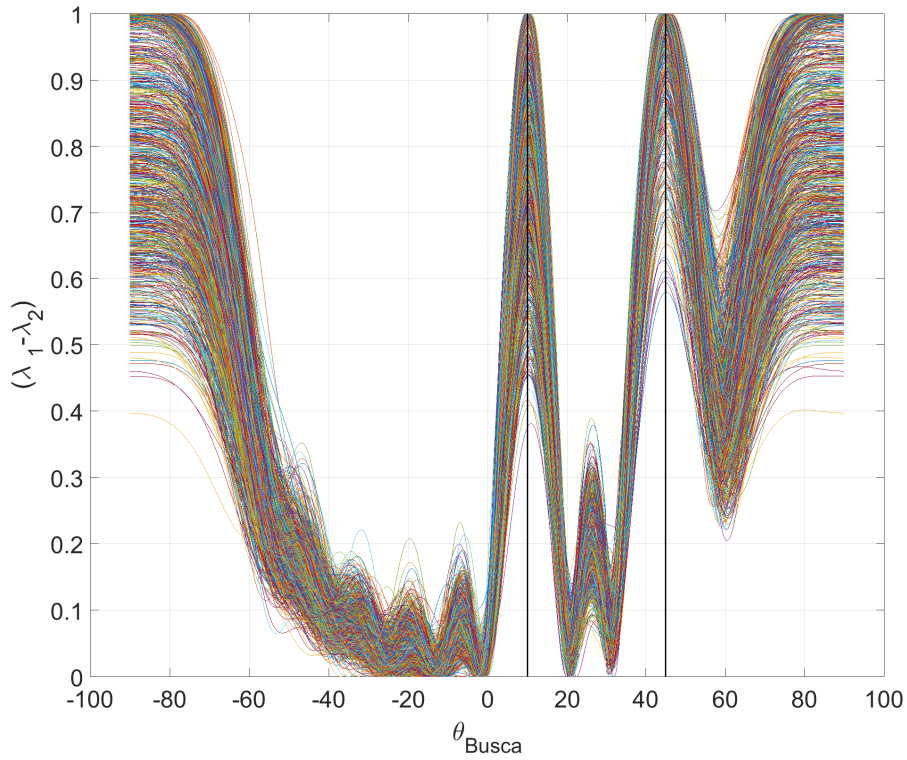


Figura 27: Espectro do *SEAD* compensado Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB

O comportamento médio dos espectros compensados também foi analisado. A Figura 28 mostra o comportamento médio do espectro *MUSIC* com *SNR* de 5dB quando compensado. O ruído degrada seu desempenho afastando-se do comportamento sem acoplamento. Já o *SEAD* apresenta um comportamento médio quando compensado próximo ao do sem acoplamento exceto pelo efeito das bordas laterais. Pela Figura 29 a compensação do *SEAD* em SNRs acima de 5dBs possui um efeito melhor.

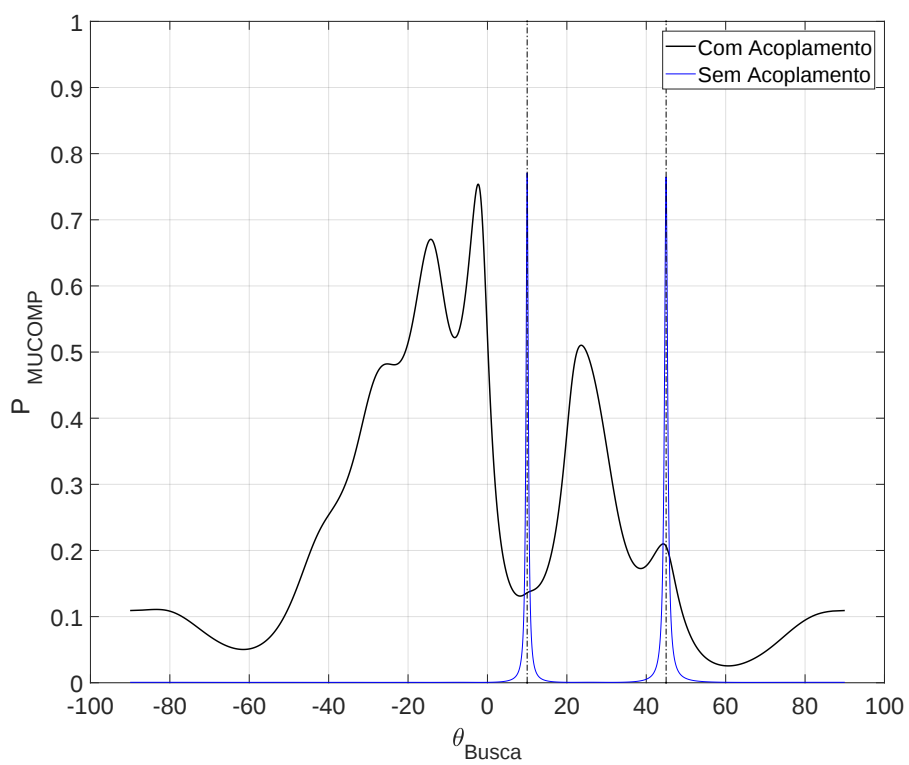


Figura 28: Média dos espectros *MUSIC* compensado Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB

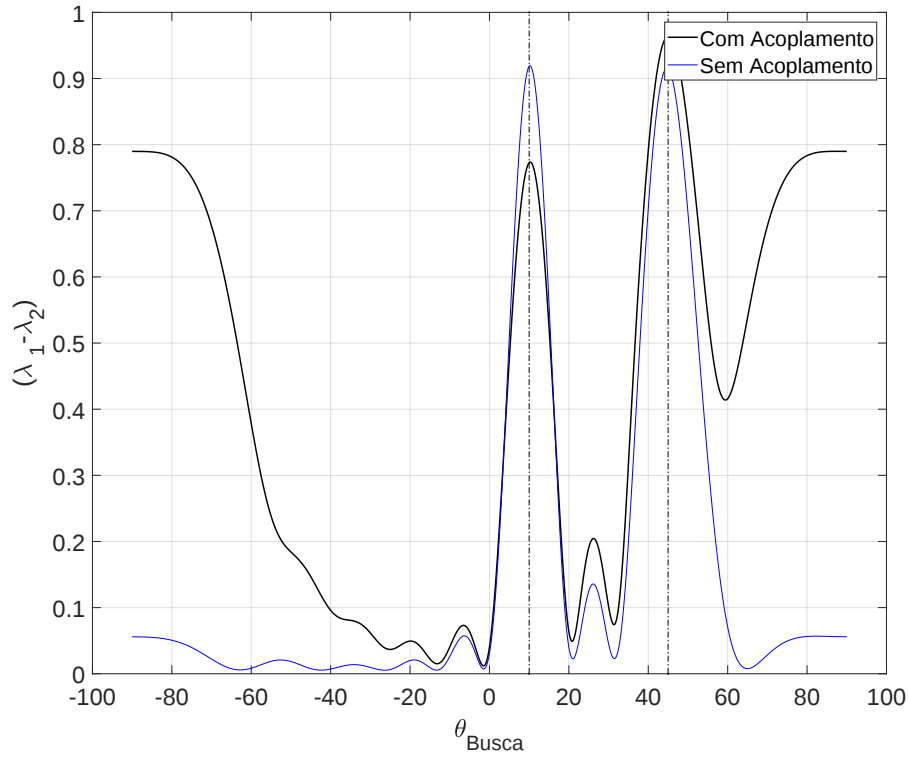


Figura 29: Média dos Espectros *SEAD* compensados Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos 5dB

Na Figura 30 foi analisada a *REQM* em função da SNR para o caso do *SEAD* e *MUSIC* acoplados e compensados (sinais descorrelacionados). O *SEAD* com acoplamento não possui uma queda em seu erro de estimação com o aumento da SNR. Quando o *SEAD* é compensado, este apresenta uma queda do erro de estimação em SNRs acima de 5 dBs, e com 15 dBs a *REQM* chega a 0.1° . Como o *SEAD* baseia-se na diferença dos 2 maiores autovalores, o aumento da SNR diminui o erro de estimação pois os maiores autovalores estão relacionados ao subespaço de sinal (HAYKIN, 1989) (ALVES et al., 2004)

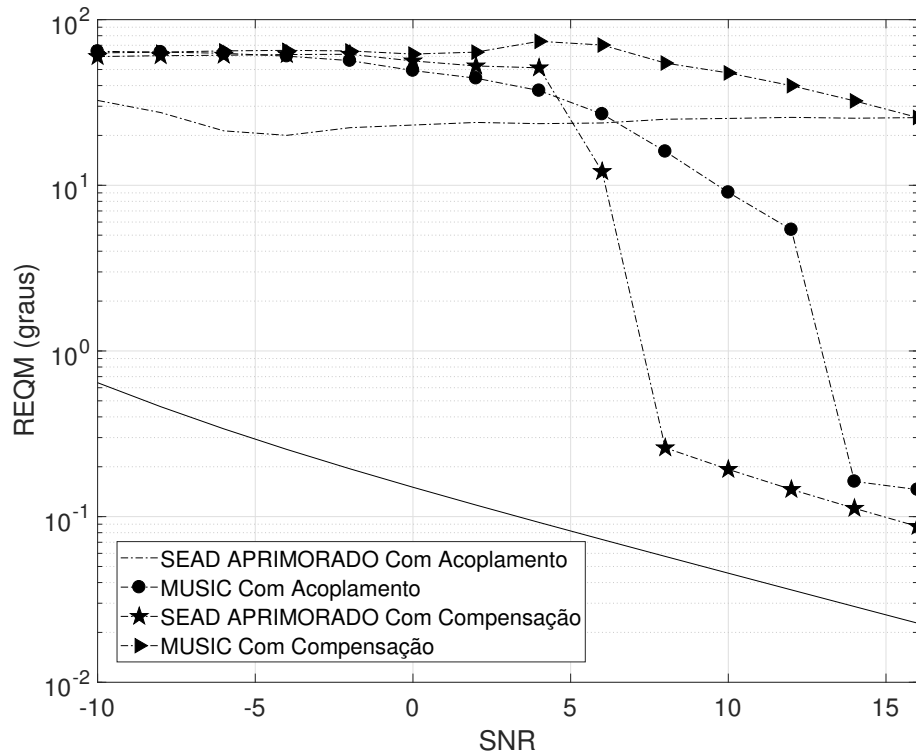


Figura 30: Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM) acoplados e com compensação. Sinais descorrelacionados Ângulos de 10° e 45°

Analisando as posições estimadas para o caso do *MUSIC* e *SEAD* compensados foi observado de acordo com as Figuras 31 e 32 que o *MUSIC* apresenta grandes erros de estimação quando compensado, porém o *SEAD* com o aumento da SNR, possui uma significativa redução no erro das posições estimadas. Nota-se assim que o *SEAD* pode ser compensado pelo método apresentado neste trabalho e operar em SNRs acima de 5 dBs com boa acurácia.

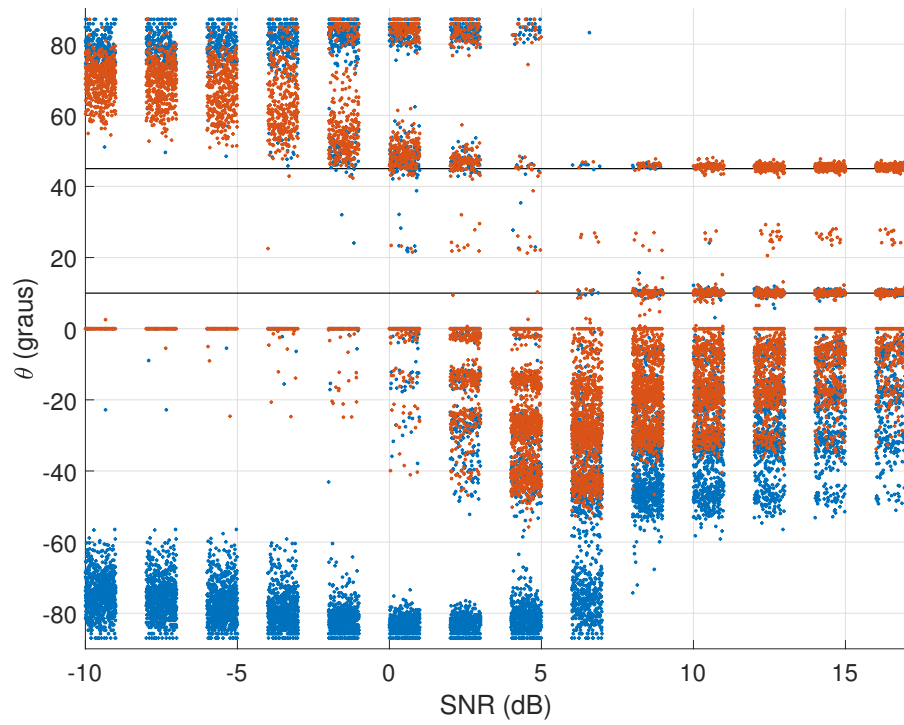


Figura 31: Posições Ângulares Estimadas para o MUSIC compensado. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°

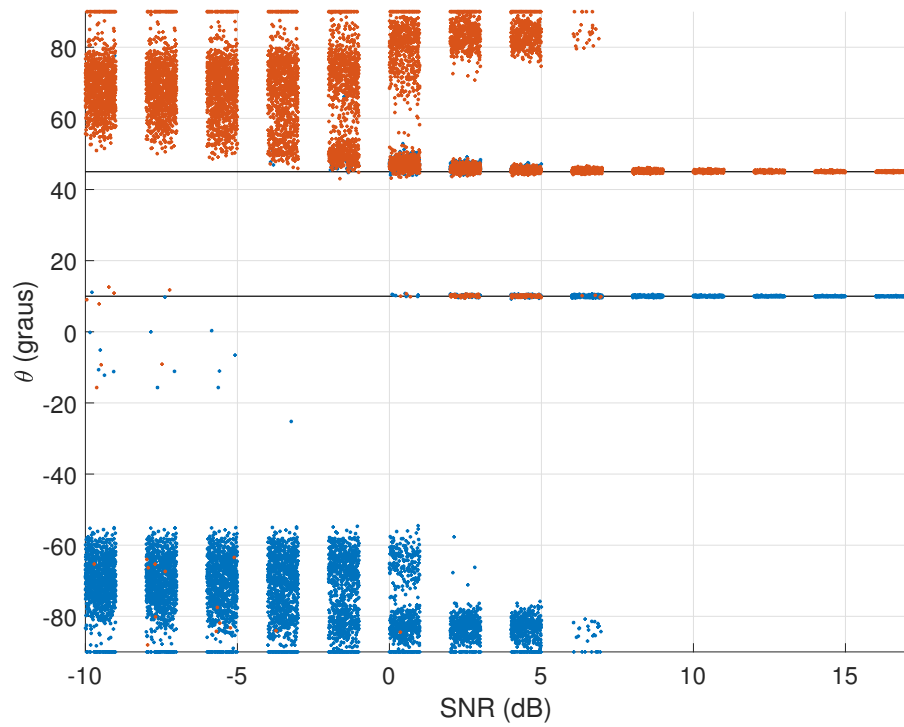


Figura 32: Posições Ângulares Estimadas para o SEAD compensado. Sinais Descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45°

Na Figura 33 foi analisada a probabilidade de resolução (PR) para o caso acoplado e compensado (sinais descorrelacionados). O *SEAD* acoplado não possui boa resolução. Observa-se que o *SEAD* com compensação acima de 5 dBs mostra um aumento em sua resolução chegando a $PR=1$ com o aumento da SNR. O *MUSIC* sem compensação possui uma curva ascendente de sua PR chegando a $PR=1$ em 15dBs. Já o *MUSIC* compensado não possui uma PR próxima de 1, chegando a próximo de 0.7.

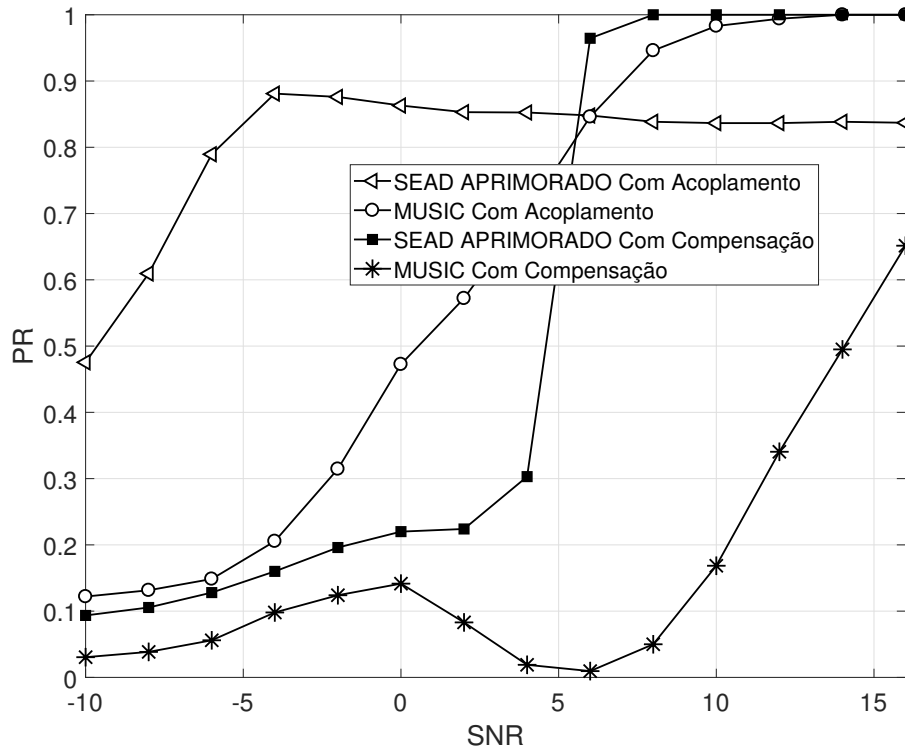


Figura 33: Probabilidade de Resolução dos Espectros do *MUSIC* e *SEAD* com acoplamento e compensados. Sinais descorrelacionados. Ângulos de 10° e 45° . 1000 experimentos

Pelas análises anteriores, o processo de compensação apresentado deve ser realizado no caso do *SEAD*. Já no *MUSIC* a compensação não melhora o espectro. A parte correspondente ao ruído na matriz de covariância pode degradar todo o processo com sua modificação descrita na Equação 4.1. No caso do *SEAD* como este baseia-se na diferença dos 2 maiores autovalores, a compensação (que distorce o ruído) não degrada o espectro em SNRs superiores a 5dBs.

4.3.2 Sinais Correlacionados com Fator de Correlação 0.9

Nesta seção será analisado o caso do acoplamento compensado considerando os sinais correlacionados. Na seção anterior foi analisado o comportamento do *SEAD* e *MUSIC* acoplado passando pelo processo de compensação do acoplamento considerando os sinais completamente descorrelacionados. Nesta seção será analisado sob os mesmos parâmetros

anteriores o comportamento do *SEAD* e *MUSIC* com a compensação do acoplamento. Na Figura 34 é apresentada estimativa das posições das fontes de sinais para o *MUSIC* com acoplamento compensado. As estimativas são degradadas devido ao acoplamento compensado e também a correlação. A soma destes fatores contribui para esta degradação.

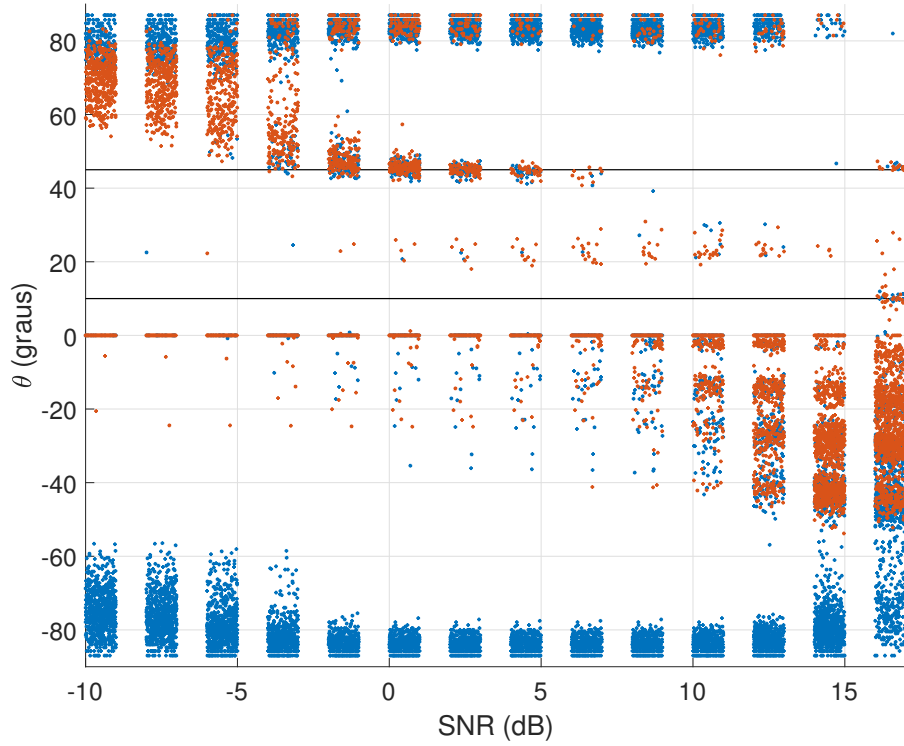


Figura 34: Posições Ângulares Estimadas para o MUSIC com Acoplamento Compensado. Correlação=0.9. Ângulos de 10° e 45°

Na Figura 35 o *SEAD* com sinais correlacionados é compensado. Comparando com a Figura 32 onde os sinais são descorrelacionados e compensados, nota-se que o desempenho das estimativas é bastante parecido.

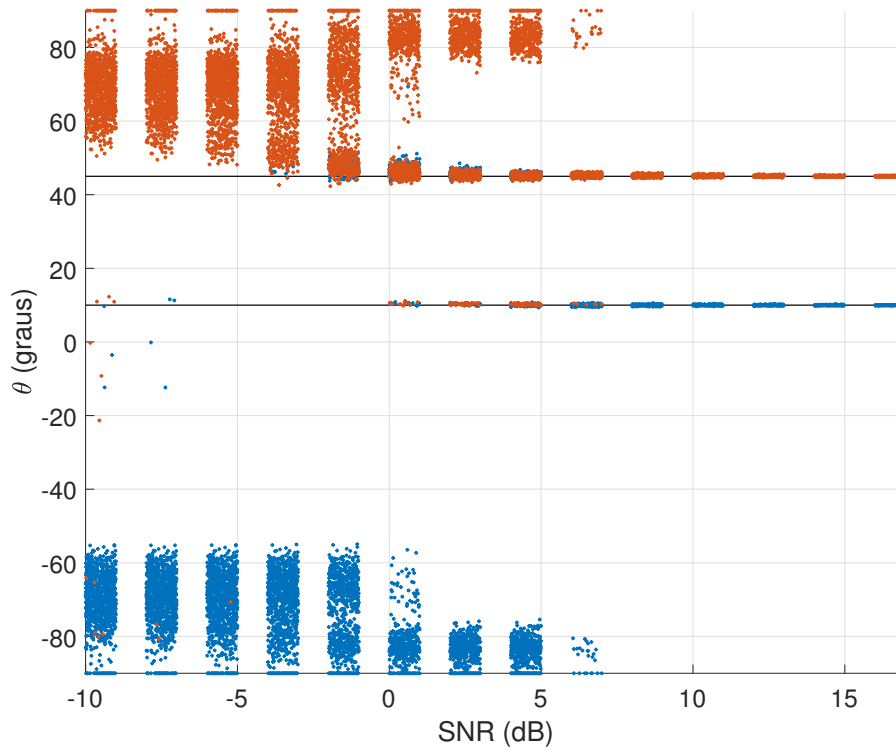


Figura 35: Posições Angulares Estimadas para o SEAD com Acoplamento Compensado. Correlação=0.9. Ângulos de 10° e 45°

Analisando a Figura 36 nota-se o *MUSIC* (acoplado e o compensado) têm uma alta taxa de erro de estimação, pois a correlação dos sinais alteram inclusive o caso acoplado. Já o *SEAD* melhora inclusive no caso acoplado sem compensação possuindo uma curva descendente com o aumento da SNR. No caso do *SEAD* compensado a curva tem uma queda constante com a SNR a partir de 5 dBs o que pouco difere do caso descorrelacionado analisado anteriormente. A correlação contribuiu no *SEAD* para que o algoritmo não precise de uma compensação, considerando os sinais correlacionados.

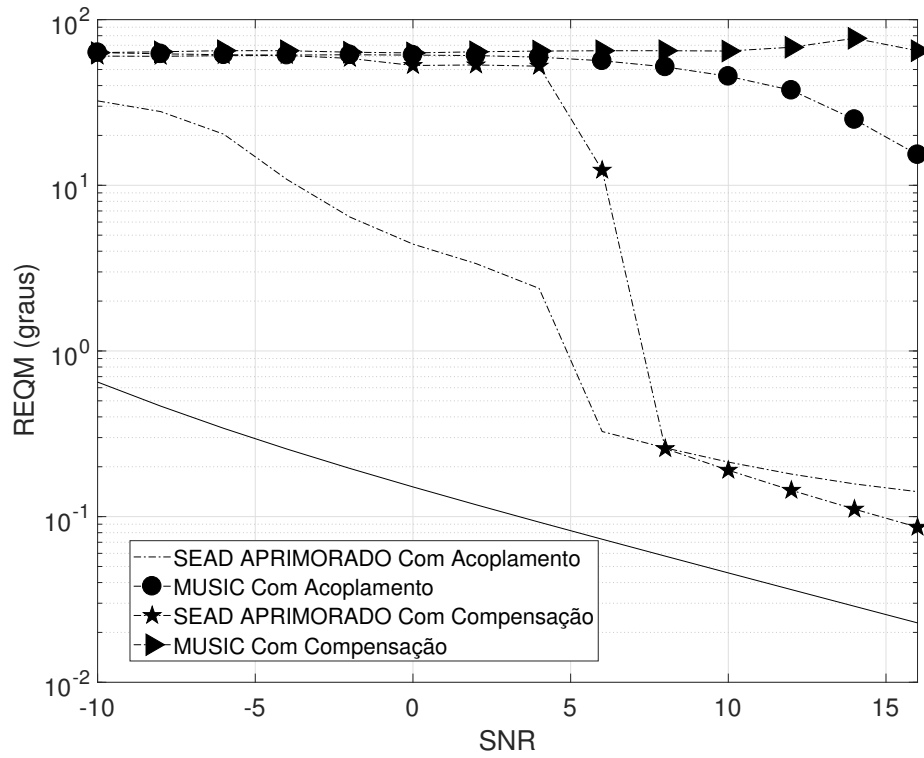


Figura 36: Raiz do Erro Quadrático Médio(REQM). Correlação=0.9. Ângulos de 10° e 45°

Com as análises realizadas pode-se concluir que o melhor desempenho do *SEAD* ocorre com sinais correlacionados sem compensação. Neste caso o algoritmo diminui sua taxa de erro de estimação e evita o esforço computacional do processo de compensação.

5 Conclusão

Com o desenvolvimento das comunicações sem fio, o estudo da estimação de ângulo de incidência desenvolveu vários algoritmos como o *MUSIC* e o *SEAD*. O *MUSIC* apresenta um bom desempenho com *SNR* altas e com sinais descorrelacionados. O *SEAD* possui um bom desempenho com *SNRs* baixas e sinais correlacionados. Neste trabalho foi analisado o comportamento do *MUSIC* e do *SEAD* em relação a presença de acoplamento mútuo entre as antenas. Trabalhos anteriores já analisaram o acoplamento mútuo no *MUSIC* porém sem um estudo mais pormenorizado dos parâmetros de desempenho como *REQM*, *Pr* Probabilidade de Resolução, posições angulares estimadas. Em relação ao *SEAD* não existiam trabalhos que analisaram a influência do acoplamento mútuo no seu desempenho. Um dos objetivos do trabalho era compreender o efeito do acoplamento mútuo no *SEAD*.

O *MUSIC* apresentou uma variação acentuada no seu desempenho quando considerado o acoplamento entre as antenas e sinais descorrelacionados. No modelo adotado para análise do acoplamento, a matriz direção $\mathbf{A}$ é multiplicada por $\mathbf{Z}_o^{-1}$ afetando o cálculo da matriz de covariância e do espectro. A curva de desempenho de *REQM* apresentou uma notável diferença entre os casos acoplado e desacoplado. Como o *MUSIC* utiliza a ortogonalidade dos subespaços de sinal e de ruído, o acoplamento provoca uma alteração destes subespaços comprometendo a detecção dos ângulos de incidência. Com os resultados nota-se que o *MUSIC* funciona melhor em sistemas acoplados com *SNRs* elevadas sem utilizar a compensação.

De acordo com os resultados encontrados, o *SEAD* considerando sinais descorrelacionados não apresentou uma boa acurácia na detecção de ângulos de incidência com acoplamento mútuo entre as antenas. Como ele é baseado na diferença dos dois maiores autovalores da matriz de covariância, o acoplamento provocou uma queda acentuada no desempenho com a multiplicação da matriz impedância. Foi analisado a compensação da matriz de covariância e conclui-se que em *SNRs* a partir de 5dB ocorre uma diminuição do erro de estimação. A multiplicação do ruído na matriz de covariância pelas matrizes de impedância diminuiu a influência do acoplamento no desempenho do *SEAD* em *SNRs* a partir de 5 dBs pois o *SEAD* é baseado na diferença dos dois maiores autovalores e estes estão associados ao subespaço de sinal(quando em situação de *SNRs* maiores).

Quando considerado sinais correlacionados o *MUSIC* não possui um bom desempenho devido a correlação dos sinais. O *SEAD* melhora seu desempenho com sinais correlacionados inclusive apresentando uma curva de *REQM* descendente em relação ao aumento da *SNR* no caso acoplado sem compensação. Com isso conclui-se que uma das

aplicações do *SEAD* é em arranjos acoplados eletromagneticamente com sinais correlacionados sem compensação, o que traz o benefício de evitar a operação matemática de compensação. Caso os sinais sejam descorrelacionados, o *SEAD* melhora seu desempenho com a compensação

As análises desenvolvidas neste trabalho permitiram mensurar principalmente o *SEAD* (pois nunca havia sido avaliado) em relação ao acoplamento mútuo e a compensação do acoplamento. Novos estudos devem ser desenvolvidos buscando técnicas de compensação mais eficazes que diminuam a *REQM* e *SNR*.

Como propostas de continuidade deste trabalho pode-se desenvolver técnicas de compensação mais sofisticadas que envolvam estimação das correntes das antenas de forma a diminuir o erro de estimação dos ângulos de chegada. Também o estudo analítico da variação do acoplamento mútuo em relação a direção dos ângulos de chegada envolvendo o *SEAD* é um caminho a ser trilhado em possíveis continuações deste trabalho. Um outro caminho é o desenvolvimento de variantes do *SEAD* com novas combinações de autovalores que gerem espectros menos suscetíveis ao efeito do acoplamento mútuo. Novos trabalhos poderão contemplar cenários com maior número de fontes, variações de espaçamento entre as antenas e ângulos diferentes.

Referências

ALVES A., C. *Análise Teórica e Experimental de Métodos de Estimação de DOA e de Estimação de Frequência com Alta Resolução*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 22, 23, 24, 25 e 27.

ALVES, C. A. et al. Analise teorica e experimental de metodo de estimacao de doa e de estimacao de frecuencia com alta resolucao. [sn], 2004. Citado 6 vezes nas páginas 20, 21, 22, 23, 24 e 61.

AWAI, K. et al. Compensation of element pattern in 3-element array sensor for estimation of electromagnetic source location. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 1, p. 131–134 Vol.1. Citado na página 19.

BALANIS, C. A. *Antenna theory: analysis and design*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 9, 18, 19, 40 e 42.

FERREIRA, Y. R. *Método de Estimação de Ângulos DOA*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — EMC -Universidade Federal de Goiás, 2005. Citado 9 vezes nas páginas 15, 16, 20, 21, 26, 32, 33, 39 e 47.

FERREIRA, Y. R.; LEMOS, R. P. A new doa estimation algorithm based on differential spectrum. In: *Proceedings of the Eighth International Symposium on Signal Processing and Its Applications, 2005*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 1, p. 283–286. Citado 4 vezes nas páginas 15, 16, 33 e 47.

GODARA, L. C. Applications of antenna arrays to mobile communications. i. performance improvement, feasibility, and system considerations. *Proceedings of the IEEE*, v. 85, n. 7, p. 1031–1060, Jul 1997. ISSN 0018-9219. Citado na página 15.

GUPTA, I.; KSIENSKI, A. Effect of mutual coupling on the performance of adaptive arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 31, n. 5, p. 785–791, Sep 1983. ISSN 0018-926X. Citado 3 vezes nas páginas 9, 40 e 41.

HAYKIN, S. *Modern Filters*. first. [S.l.]: MACMILLAN PUBLISHING COMPANY, 1989. Citado 6 vezes nas páginas 15, 23, 25, 27, 28 e 61.

HUI, H. T. Improved compensation for the mutual coupling effect in a dipole array for direction finding. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 51, n. 9, p. 2498–2503, Sep 2003. ISSN 0018-926X. Citado na página 46.

INOUE, Y.; MORI, K.; ARAI, H. Doa estimation in consideration of the array element pattern. In: *Vehicular Technology Conference. IEEE 55th Vehicular Technology Conference. VTC Spring 2002 (Cat. No.02CH37367)*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 745–748 vol.2. Citado na página 16.

KR, K. J. C. *Electromagnetics*. second. [S.l.]: New York: [s.n.], 1986. Citado na página 18.

- KRIM, H.; VIBERG, M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 13, n. 4, p. 67–94, Jul 1996. ISSN 1053-5888. Citado 5 vezes nas páginas 21, 22, 23, 24 e 25.
- KUNZLER, J. et al. Further investigation on frobenius spectrum for doa estimation. In: *2015 IEEE 6th Latin American Symposium on Circuits Systems (LASCAS)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–4. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 32.
- MAASKANT, R. et al. Efficient prediction of array element patterns using physics-based expansions and a single far-field measurement. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 60, n. 8, p. 3614–3621, Aug 2012. ISSN 0018-926X. Citado na página 19.
- MESTRE, X.; VALLET, P.; LOUBATON, P. On the resolution probability of conditional and unconditional maximum likelihood doa estimation. In: *21st European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2013)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–5. ISSN 2219-5491. Citado na página 50.
- RAO, B. D.; HARI, K. V. S. Effect of spatial smoothing on the performance of music and the minimum-norm method. *IEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, v. 137, n. 6, p. 449–458, Dec 1990. ISSN 0956-375X. Citado na página 20.
- SCHMIDT, R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 34, n. 3, p. 276–280, Mar 1986. ISSN 0018-926X. Citado 4 vezes nas páginas 15, 26, 27 e 28.
- SILVA, H. et al. A branch-and-bound inspired technique to improve the computational efficiency of doa estimation. *Signal Processing*, v. 93, n. 4, p. 947 – 956, 2013. ISSN 0165-1684. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165168412004100>>. Citado na página 38.
- SILVA, H. V. L. et al. Redução da complexidade computacional do método de estimação de ângulos de incidência através da diferença entre os valores singulares da matriz de covariância espacial. Universidade Federal de Goiás, 2009. Citado 11 vezes nas páginas 15, 16, 20, 22, 23, 24, 25, 33, 38, 39 e 47.
- STOICA, P.; SHARMAN, K. C. Novel eigenanalysis method for direction estimation. *IEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, v. 137, n. 1, p. 19–26, Feb 1990. ISSN 0956-375X. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 23.
- SVANTESSON, T. Mutual coupling compensation using subspace fitting. In: *Proceedings of the 2000 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. SAM 2000 (Cat. No.00EX410)*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 494–498. Citado na página 15.
- TREES, H. L. V. *Optimum Waveform Estimation*. John Wiley & Sons, Inc., 2002. 428–709 p. ISBN 9780471221104. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/0471221104.ch6>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 25.
- TREES, H. V. *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Optimum Array Processing*. Wiley, 2004. (Detection, Estimation, and Modulation Theory). ISBN 9780471463832. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=K5XJC_fmMAwC>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 18.

VALLET, P.; MESTRE, X.; LOUBATON, P. Performance analysis of an improved music doa estimator. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 63, n. 23, p. 6407–6422, Dec 2015. ISSN 1053-587X. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 28.

WAN, L. et al. High accuracy 2d-doa estimation for conformal array using parafac.(research article). *International Journal of Antennas and Propagation*, Hindawi Publishing Corp., January 2014. ISSN 1687-5869. Citado na página 50.

WEN-MIAO, S.; JING-YING, Z. Research and fpga implementation of music doa of smart antenna array. In: *2009 International Conference on Networks Security, Wireless Communications and Trusted Computing*. [S.l.: s.n.], 2009. v. 2, p. 189–192. Citado na página 27.

WINTERS, J. H. Smart antennas for wireless systems. *IEEE Personal Communications*, v. 5, n. 1, p. 23–27, Feb 1998. ISSN 1070-9916. Citado na página 15.

YEH, C. C.; LEOU, M. L.; UCCI, D. R. Bearing estimations with mutual coupling present. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 37, n. 10, p. 1332–1335, Oct 1989. ISSN 0018-926X. Citado 5 vezes nas páginas 16, 40, 41, 46 e 57.

ZATMAN, M. How narrow is narrowband? *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, v. 145, n. 2, p. 85–91, Apr 1998. ISSN 1350-2395. Citado na página 18.