

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DANIELA CRISTINA DE OLIVEIRA

**Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por
estudantes do Clube de Matemática**

GOIÂNIA
2014

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	Daniela Cristina de Oliveira		
E-mail:	dani_cryst@hotmail.com		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? <input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não			
Vínculo empregatício do autor			
Agência de fomento:	Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoa de nível Superior	Sigla:	CAPES
País:	Brasil	UF:	GO CNPJ:
Título:	Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes do Clube de Matemática		
Palavras-chave:	Aprendizagem de álgebra. Atividade de ensino. Clube de Matemática. Nexos conceituais da álgebra simbólica. Teoria Histórico-Cultural.		
Título em outra língua:	Clues of appropriation of the conceptual nexus of symbolic algebra by students from Math Club		
Palavras-chave em outra língua:	Algebraic Learning. Teaching activity. Math Club. Conceptual nexus of symbolic algebra. Cultural-Historical Theory.		
Área de concentração:	Qualificação de Professores de Ciências e Matemática		
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	18/08/2014		
Programa de Pós-Graduação:	Mestrado em Educação em Ciências e Matemática		
Orientador (a):	Prof. Dr. Wellington Lima Cedro		
E-mail:	wellingtonlimacedro@gmail.com		

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Data: ____ / ____ / ____

Assinatura do (a) autor (a)

DANIELA CRISTINA DE OLIVEIRA

**Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por
estudantes do Clube de Matemática**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Lima Cedro

Goiânia
2014

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)
GPT/BC/UFG**

O48i Oliveira, Daniela Cristina de.
Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes do Clube de Matemática [manuscrito] / Daniela Cristina de Oliveira. - 2014.
254 f. : il., figs, quads.

Orientador: Prof^o. Dr. Wellington Lima Cedro
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás,
Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, 2014.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras e quadros.

Apêndices.

1. Álgebra – Estudo e ensino 2. Álgebra simbólica 3. Clube de matemática 4. Teoria histórico-cultural I. Título.

CDU: 512(075)

DANIELA CRISTINA DE OLIVEIRA

**Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por
estudantes do Clube de Matemática**

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado em Educação em Ciências e
Matemática da Universidade Federal de Goiás,
como requisito parcial para a obtenção do título
de Mestre em Educação em Ciências e
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wellington Lima Cedro

Aprovada em: ___/___/___

Banca Examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Wellington Lima Cedro

Universidade Federal de Goiás

Examinadora: Prof.^a Dra. Maria do Carmo de Sousa

Universidade Federal de São Carlos

Examinador: Prof. Dr. Ademir Damazio

Universidade do Extremo Sul Catarinense

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, **ONÉZIA** e **JÓSE EDMUNDO**, pelo amor incondicional, companheirismo, confiança, pela vida de dedicação e carinho que me ofereceram. Dedico a vocês esse trabalho, fruto do empenho de vocês enquanto meus principais educadores. Amo vocês.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, sou grata a **Deus** pela oportunidade de finalização de mais essa etapa de formação acadêmica como professora e pesquisadora. Meu Senhor sabe meus propósitos e sonhos e tem me capacitado para dar um passo de cada vez.

Agradeço ao professor **Wellington** por ter acreditado na concretização desse trabalho. Ressalto minha admiração, reconhecimento e respeito. Agradeço também:

Com a mesma intensidade, à minha família, minha fonte de descanso, de alegria, na qual busco ânimo para seguir minha caminhada. Aos meus pais, **José Edmundo** e **Onézia**, pelo carinho e dedicação de toda uma vida; aos meus irmãos, **Danillo** e **Igor**, pela paciência, companheirismo e palhaçadas; ao meu amor, amigo e cúmplice, **Raphael**, pela compreensão em minhas ausências e pelo carinho infindável.

À **Ana Cristina**, pela amizade e pelos momentos de desabafos em que pude encontrar novo ânimo para finalizar a escrita desse trabalho.

À **Maria Marta**, pelas gargalhadas e pela amizade construída no decorrer do mestrado.

À **Eleuzenira**, pelas conversas e conselhos, em que tem me ensinado, em sua simplicidade e palavras carinhosas, a olhar o lado bom das pessoas e da vida.

Aos meus colegas do grupo do Observatório de Educação de Goiânia/Goiás (OBEDUC) e do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Matemática (GeMAT), pelo compartilhamento de ideias, estudos e saberes.

Ao **Ademir** e à **Maria do Carmo**, pelas contribuições teóricas para concretização desta investigação.

Às crianças participantes do Clube de Matemática, sem as quais esta pesquisa não poderia ser realizada.

À Capes, por meio do OBEDUC, pelo apoio financeiro.

RESUMO

OLIVEIRA, D. C. **Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes do Clube de Matemática.** Dissertação - Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

Tratando-se de educação, o *processo de humanização*, com base nos princípios da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, concretiza-se por meio do processo de apropriação do conhecimento construído historicamente. Com isso, há a necessidade da organização da educação institucionalizada, da escolha dos conteúdos e do planejamento de atividades de ensino que possibilitem aos sujeitos estar em atividade. O Clube de Matemática surge, nesse contexto, como um *espaço de aprendizagem* organizado para crianças nos anos iniciais. Situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) foram elaboradas na busca de situações que promovessem a partilha de diferentes saberes, de forma coletiva, mediados por um conteúdo. Os nexos conceituais algébricos foram escolhidos como objeto de estudo dos sujeitos nas SDA. Deste modo, realizamos um experimento didático, assumido como metodologia de pesquisa, com 12 crianças do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal de Goiânia, com o intuito de evidenciar indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica. Buscamos compreender o nosso objeto de pesquisa mediante as manifestações orais e escritas dos estudantes e as suas ações, durante o processo de ensino e aprendizagem do Clube de Matemática. A obtenção dos dados empíricos se deu por meio de gravações audiovisuais, observação, diário de campo, folha de registro e *roda de conversa*. O *software webQDA* foi tomado como mais um recurso metodológico para auxiliar na análise e organização dos dados qualitativos. Assumimos o conceito de unidades de análise, proposto por Vigotski, para apreender o objeto de pesquisa, a saber: as ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*; a ludicidade como característica na organização das SDA; os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica. De forma conclusiva, depreendemos que as crianças apresentaram indícios de apropriação de nexos conceituais algébricos, em um processo que perfez da necessidade de representação de uma linguagem algébrica simbólica para o início de um processo de generalização. Contudo, o produto desse processo constituiu-se em uma organização de ensino composto por movimentos regulares, do particular ao geral, que valorizou, de certa forma, aos processos de generalização e abstração pautados no empirismo.

Palavras-chave: Aprendizagem de álgebra. Atividade de ensino. Clube de Matemática. Nexos conceituais da álgebra simbólica. Teoria Histórico-Cultural.

ABSTRACT

OLIVEIRA, D. C. **Clues of appropriation of the conceptual nexus of symbolic algebra by students from Math Club.** Dissertação - Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

With regard to education, the humanization process, based on the Cultural-Historical Theory and Activity Theory principles, is materialized through the process of appropriation of knowledge historically constructed. So there is the need of organization of institutionalized education, the contents choice and of teaching activities planning that enable individuals be in activity. The Math Club arises in this context as a *learning space* organized for children in the early years. Learning triggering situations (LTS) have been prepared in search for situations that promote the different knowledge sharing, collectively, mediated by a content. Algebraic conceptual nexus were chosen as the study object of the individuals in the LTS. Thus, we conducted a didactic experiment, assumed to research methodology, with 12 children from 5th grade of elementary school, from a public school in Goiânia, in order to show evidence of appropriation of the conceptual nexus of symbolic algebra. We seek to understand our research object through oral and written manifestations of the students and their actions, during the teaching and learning process from Math Club. Obtaining empirical data was through audiovisual recordings, observation, field journal, record sheet and *circle of conversation*. The software webQDA was taken as a further methodological resource to assist in the analysis and organization of qualitative data. We assume the analysis units concept, proposed by Vigotski, to apprehend research object, namely: the collective actions and reflections on *learning space*; playfulness as a feature in LTS organization; signs of appropriation of conceptual nexus of symbolic algebra. Conclusively, we inferred that the children showed signs of appropriation of algebraic conceptual nexus, in a process that begins from the representation need of symbolic algebraic language for the beginning of a generalization process. However, the product of this process consisted in teaching organization composed of regular movements, from particular to the general, that emphasized, in a way, the generalization and abstraction processes guided by empiricism.

Palavras-chave: Algebraic Learning. Teaching activity. Math Club. Conceptual nexus of symbolic algebra. Cultural-Historical Theory.

Sumário

A escola: espaço de transformação dos sujeitos.....	14
Capítulo 1 - A constituição do homem como ser social: uma reflexão histórico-cultural	22
1.1 - Apropriação cultural: o processo de superação pelos sujeitos das condições oferecidas pelo meio.....	26
1.2 - Educação: a busca da universalização do conhecimento	33
Capítulo 2 – A organização do ensino e do espaço de aprendizagem dos estudantes.....	39
2.1 - Os conteúdos de ensino.....	42
2.2 – O <i>espaço de aprendizagem</i> : o Clube de Matemática	47
2.3 - Ações educativas.....	51
2.4 - A superação do empirismo no cenário educacional: o pensamento teórico.....	59
Capítulo 3 – O movimento lógico-histórico de constituição dos nexos conceituais algébricos.....	68
3.1 - Conhecimento algébrico: o movimento lógico-histórico.....	69
3.2 - Concepções com relação à álgebra e ao seu ensino	72
3.4 - O desenvolvimento da linguagem algébrica simbólica.....	76
3.5 – As limitações das tarefas particulares desenvolvidas no Clube de Matemática.....	85
Capítulo 4 – Nosso percurso metodológico	89
4.1 – A concretização do experimento didático e os sujeitos da investigação	93
4.2 – A organização das ações dos sujeitos durante as tarefas particulares	98
4.3 – Nossos instrumentos metodológicos de investigação	124
4.4 – Caminho metodológico: a constituição das unidades de análise.....	127
Capítulo 5 – Os indícios da apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica durante o Clube de Matemática.....	133
5.1 - Unidade 1: As ações e reflexões coletivas no <i>espaço de aprendizagem</i>	134
5.1.1 - Episódio 1: As transformações nas ações coletivas dos sujeitos diante das SDA do Clube de Matemática	135
5.2 - Unidade 2: A ludicidade como característica na organização das situações desencadeadoras de aprendizagem	157
5.2.1 - Episódio 1: A ludicidade: modos de ação distintos diante de uma mesma tarefa particular	159
5.3 - Unidade 3: Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.....	175
5.3.1 - Episódio 1: Indícios de transformações na manifestação da linguagem algébrica: do simbólico à generalização	178
5.3.2 – Episódio 2: Indícios de generalização da linguagem simbólica diante do estudo no Clube de Matemática	203

5.4 - O processo de ensino e aprendizagem no Clube de Matemática: indícios de aprendizagem do conhecimento algébrico.....	213
A necessidade do (re) começo.....	216
Referências bibliográficas	224
Apêndice	230
Apêndice 1 - Folha de registro da <i>situação-problema</i>	231
Apêndice 2 - Kits para a <i>Trilha dos desafios</i>	232
Apêndice 3 - Tabela de Quilometragem dos meios de locomoção da <i>Trilha dos desafios</i>	235
Apêndice 4 - Folhas de registro da <i>Trilha dos desafios</i>	236
Apêndice 5 – Ilustração do tabuleiro do Ludo monetário	238
Apêndice 6 - Carta do ludo Monetário.....	239
Apêndice 7 - Folha de registro do <i>Ludo monetário</i>	241
Apêndice 8 - Folha de registro do <i>Movimento certo</i>	242
Apêndice 9 - Equações e valores dos balões do Na boca do balão	243
Apêndice 10 - Folha de registro do <i>Na boca do balão</i>	245
Apêndice 11 - Folha de registro <i>Boliche matemático</i>	247
Apêndice 12 - Folha de registro <i>Máquina Mágica</i>	249
Apêndice 13 - Tabuleiro da <i>Trilha das leis</i>	250
Apêndice 14 - Cartas da <i>Trilha das leis</i>	251
Apêndice 15 - Folha de registro <i>Trilha das leis</i>	252
Apêndice 16 - Folha de registro <i>Batalha Naval</i>	253
Apêndice 17 - Folha de registro <i>Avaliação do Clube de Matemática</i>	254

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Relação singular – particular – universal na constituição da individualidade dos sujeitos. ..	23
Figura 2: Ilustração do ciclo do processo de humanização dos indivíduos na perspectiva Histórico-Cultural.....	25
Figura 3: Estrutura da Atividade	29
Figura 4: A organização das ações dos docentes do Clube de Matemática e da pesquisadora.	54
Figura 5: O desenvolvimento da linguagem algébrica.....	82
Figura 6: Organização das tarefas de aprendizagem do Clube de Matemática.	99
Figura 7: Representação da organização das tarefas particulares do módulo 1.	100
Figura 8: Situação desencadeadora de aprendizagem - <i>Teia da cooperação</i>	101
Figura 9: Representação da organização das tarefas de aprendizagem do módulo 2.....	104
Figura 10: Tabuleiro da <i>Trilha dos desafios</i> - 1º e 2º momentos da tarefa particular.	105
Figura 11: Situação desencadeadora de aprendizagem - <i>Trilha dos desafios</i>	106
Figura 12: Tabuleiro da <i>Trilha dos desafios</i> – 3º momento da tarefa particular.	107
Figura 13: Situação desencadeadora de aprendizagem – <i>Ludo monetário</i>	108
Figura 14: Representação da organização das tarefas de aprendizagem do módulo 3.....	110
Figura 15: Situação desencadeadora de aprendizagem – <i>Movimento certo</i>	111
Figura 16: Situação desencadeadora de aprendizagem – <i>Na boca do balão</i>	113
Figura 17: Representação da organização das tarefas de aprendizagem do módulo 4.....	114
Figura 18: Situação desencadeadora de aprendizagem - <i>Bolicho matemático</i>	116
Figura 19: Situação desencadeadora de aprendizagem - <i>Máquina mágica</i>	118
Figura 20: As crianças durante as ações na <i>Máquina mágica</i>	118
Figura 21: Situação desencadeadora de aprendizagem – <i>Trilha das leis</i>	120
Figura 22: Situação desencadeadora de aprendizagem - <i>Batalha naval</i>	122
Figura 23: <i>Teia da cooperação</i> - a elaboração de estratégias com um objetivo em comum.....	142
Figura 24: <i>Trilha do desafio</i> - os estudantes durante o desenvolvimento da SDA	143
Figura 25: Registro do estudante Igor: <i>Trilha dos desafios</i> – 1º Momento.....	147
Figura 26: Registro do estudante Bruno: <i>Trilha dos desafios</i> – 1º Momento.	147
Figura 27: Organização do espaço de aprendizagem e do material.	148
Figura 28: Recorte da avaliação do Clube de Matemática realizada por Isaque.....	155
Figura 29: Registro do estudante Igor: <i>Ludo monetário</i>	182
Figura 30: Registro do estudante Danilo: <i>Ludo Monetári</i>	183
Figura 31: Registro do estudante Camila: <i>Ludo Monetário</i>	184
Figura 32: Registro da ficha 1, do estudante Isaque: <i>Na boca do balão</i>	191
Figura 33: Registro da ficha 1, da estudante Ester: <i>Na boca do balão</i>	192
Figura 34: Registro da ficha 4, do estudante Isaque: <i>Na boca do balão</i>	194
Figura 35: Registro da ficha 4, da estudante Ester: <i>Na boca do balão</i>	195
Figura 36: Registro da conclusão, do estudante Isaque: <i>Na boca do balão</i>	196
Figura 37: Registro da conclusão, da estudante Ester: <i>Na boca do balão</i>	196
Figura 38: Registro de Sara concernente às leis de formação das funções da <i>Máquina mágica</i>	200

Figura 39: Registro de José concernente às leis de formação das funções da <i>Máquina mágica</i>	201
Figura 40: Conclusão de Camila sobre a Máquina mágica.	201
Figura 41: Conclusão de Camila sobre a Máquina mágica.	202
Figura 42: Registro do Danilo: anteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.	204
Figura 43: Registro do Sara: anteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.	205
Figura 44: Registro do Ester: anteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.	206
Figura 45: Registro do Danilo: posteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra. .	208
Figura 46: Registro do Sara: posteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.	209
Figura 47: Registro de Ester: posteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.	211

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Relação entre as concepções da álgebra e o uso das variáveis.....	75
Quadro 2: Dinâmica das ações dos docentes do projeto e da pesquisadora.....	94
Quadro 3: Organização das ações no Clube de Matemática.....	97
Quadro 4: Tabela de preços de pastéis.....	103
Quadro 5: Quadro da organização da quantidade litros de águas dos lados A e B do <i>Movimento certo</i>	112
Quadro 6: Tabuleiro da Batalha Naval e as embarcações.....	121
Quadro 7: Os objetivos das SDA do Clube de Matemática.....	124
Quadro 8: Organização da utilização dos instrumentos de obtenção dos dados da pesquisa.....	126
Quadro 9: Síntese dos indícios de ações e reflexões coletivas do episódio 1, unidade 1.....	156
Quadro 10: Síntese do movimento das ações dos educandos durante SDA , tomando a ludicidade como elemento desencadeador da aprendizagem, episódio 1, unidade 2.....	174
Quadro 11: Síntese das manifestações orais e escritas das crianças: do simbólico à generalização...	203
Quadro 12: Indícios de generalização diante do estudo no Clube de Matemática.....	212
Quadro 13: Esquema das unidades de análise dessa pesquisa.....	219

A escola: espaço de transformação dos sujeitos

[...] sendo espaço do fazer [a escola] é nele que se deverá colocar como sujeito [o professor] de seu conhecimento e produtor de situações de ensino que levem a uma melhor aprendizagem. Isso implica em tomar consciência de que no ensino existe a busca constante de condições ótimas de aprendizagem tal como acontece em qualquer atividade humana. É este estatuto que pode qualificar este profissional como educador matemático e pode colocá-lo em sintonia não só com as necessidades que a sociedade lhes impõe, mas principalmente pode antever estas necessidades e planejar ações que possam ser cada vez mais condizentes com as aspirações humanas por melhores condições de vida.

O profissional da Educação Matemática é, para nós, aquele que toma o conhecimento matemático como um projeto humano e procura todos os meios de fazer com que os seus educandos adquiram este conhecimento por meio de situações de ensino onde quer que a Matemática possa estar (MOURA, 2000, p. 17-18).

A escola é o local designado historicamente para que ocorra a organização do ensino de forma intencional e, conseqüentemente, a aprendizagem dos sujeitos. O professor, com isso, possui como atividade principal o ensino, e assim, ele preocupa-se em organizar situações pedagógicas que possibilitem aos indivíduos a apropriação dos conhecimentos produzidos pela humanidade.

Ao refletirmos especificamente com relação à Matemática, tomando-a como “resultado das múltiplas iniciativas da humanidade para resolver os problemas gerados na história do desenvolvimento humano” (MOURA, 2000, p. 4), esta assume uma posição de destaque diante da diversidade de conhecimentos produzidos. Na escola, não o é diferente, em que a pessoa responsável pela organização do processo que possibilita o desenvolvimento desse pensamento é o educador matemático. Este é o sujeito que “organiza situações de ensino que permitem a apreensão dos conceitos matemáticos considerados relevantes para a sua época e lugar” (MOURA, 2000, p.7).

Este profissional da educação precisa de uma formação que lhe possibilite estar em atividade de ensino e, com isso, motivar os estudantes a estar em atividade de

aprendizagem. Contudo, ao analisarmos o processo de formação desses profissionais (GATTI, 2010) percebemos que o mesmo é insuficiente diante da complexidade do sistema escolar vigente.

Ao nos atentarmos, de forma geral, para a formação inicial dos professores de Matemática, percebemos a abordagem maciça de disciplinas pautadas nesta área específica do conhecimento, cuja preocupação com questões pedagógicas são deixadas para segundo plano; as instituições de ensino, nos cursos de licenciatura em Matemática, em sua maioria, mantêm “(...) carga horária bem maior para as disciplinas relativas a conhecimentos específicos, espelhando mais a ideia de um bacharelado do que licenciatura” (GATTI, 2010, p. 1373). Desta forma, o domínio de conteúdo matemático é tido como o principal no processo, não desmerecendo aqui o seu real valor, acarretando que o modo de organizar o ensino, o espaço de aprendizagem, a seleção dos instrumentos pedagógicos não são tidos como relevantes para a formação docente.

Sabe-se que o domínio do conhecimento específico pelo professor não é suficiente no processo de ensino e aprendizagem (GATTI, 2010). É necessário um espaço formativo para a reflexão coletiva sobre o ensino, sua estruturação e sua complexidade. Pressupomos que a formação escassa aliada à ausência de reflexão sobre os conteúdos, o currículo, as atividades de ensino, a avaliação, dentre outros fatores educacionais, tende a gerar um profissional que reproduzirá as características do sistema educacional vivenciado: transmissão de conhecimentos matemáticos como conceitos prontos e acabados, desprovidos de sentido, tanto para o professor quanto para o estudante.

Este movimento educacional impossibilita o professor, ao organizar o ensino, de permitir aos estudantes um *processo psíquico de humanização*, como pauta a perspectiva histórico-cultural. Estes também vivenciarão um processo formativo insuficiente, caminhando no sentido oposto da *educação humanizadora* que acreditamos ser a adequada. Diante desse processo formativo docente inócuo, o professor, ao organizar o ensino, não levará em conta “aspirações humanas por melhores condições de vida” (MOURA, 2000, p. 18), resultando na formação escassa do estudante.

Como consequência dessa formação inicial docente e das várias facetas intrínsecas ao sistema educacional vigente, o modelo de ensino e aprendizagem atual, de forma geral, pode ser caracterizado pela reprodução, de forma mecânica, dos conteúdos cristalizados tradicionalmente e da ausência de sentido na aprendizagem dos conceitos pelos estudantes. A escola deixa de desempenhar a “função” histórica a ela associada, não

atendendo as expectativas dos indivíduos como um todo, reproduzindo, conseqüentemente, um modelo de sociedade que beneficia interesses da classe dominante.

A valorização do individualismo e a falta de relevância para os sujeitos das ações educativas são algumas das características desse sistema de ensino. Diante dessa realidade, assumimos nossa insatisfação com o modelo educacional vigente e buscamos, nessa pesquisa, tomar como preocupação teórica central o processo de ensino e aprendizagem, mais especificamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Estudos tomando como foco o processo de ensino e aprendizagem, mais especificamente sobre a organização do ensino, pautados na Teoria Histórico-Cultural, foram realizados por outros estudiosos como Cedro (2004), Sforini (2004) e Panossian (2008) e merecem destaque na nossa reflexão devido à sua contribuição teórica para o aprofundamento dos estudos sustentados nesta perspectiva.

Cedro (2004) em sua investigação, nomeada por *O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O clube de matemática*, teve como foco a aprendizagem das crianças da quinta série do Ensino Fundamental, da Escola de Aplicação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, vinculadas ao projeto Clube de Matemática. O trabalho teve como objetivo investigar as ações constituintes de um espaço de aprendizagem, por meio da análise de um conjunto de atividades para o ensino de equações do primeiro grau. Constatou-se que a organização dos espaços de aprendizagem deve ser pautada pela criação de três contextos: um contexto da crítica (estruturado no questionamento), um contexto da descoberta (tendo em conta a experimentação, a generalização) e um contexto da prática social (a possibilidade da aplicabilidade do conhecimento e do envolvimento coletivo) (CEDRO, 2004).

Sforini (2004), em sua pesquisa intitulada *Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da Teoria da Atividade*, estabeleceu como objetivo “investigar condições teórico-metodológicas para a organização do ensino em que a aprendizagem conceitual contribua para a promoção do desenvolvimento psíquico” (SFORINI, 2004, p. 46). Para compreender o movimento no processo de aprendizagem de conceitos, foram analisados dados coletados em uma pesquisa de campo, realizada com alunos de 3ª série do Ensino Fundamental, por meio do ensino de Geometria, em que se procurou identificar as ações e operações necessárias à apropriação conceitual. Na compreensão dos conceitos como instrumentos psicológicos, Sforini (2004) evidenciou indícios orientadores da tomada de decisões na organização do ensino, reconhecendo que a sua apropriação não se resume à definição e à memorização, mas que devem ocorrer inseridos em uma atividade na qual sua função como ferramenta seja explícita.

Panossian (2008) em seu trabalho, nomeado por *Manifestações do pensamento e da linguagem algébricas de estudantes: indicadores para a organização do ensino*, estabeleceu como objeto de estudo as manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes, por meio de situações-problema, realizadas com sujeitos da sexta série do Ensino Fundamental. Diante das perguntas centrais da pesquisa – quais são as dificuldades dos estudantes com os conteúdos e conceitos algébricos e qual é a origem de tais dificuldades? – a análise possibilitou realizar a síntese de elementos indicadores da origem das dificuldades dos estudantes ao estudarem tais conteúdos, destacando-se a necessidade de ações do professor que gerem o pensamento teórico; a compreensão da pretensa linearidade do conhecimento aritmético com o algébrico e a preocupação do significado do simbolismo algébrico e dos conceitos a ele intrínsecos.

Tais conclusões explicitadas pelos pesquisadores referenciados – Cedro (2004), Sforzi (2004) e Panossian (2008) – nos possibilitam concluir que há uma preocupação teórico-prática concernente ao processo de ensino e aprendizagem por pesquisadores respaldados na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade. Investigam-se, de forma geral, condições objetivas que permitam aos sujeitos estar em atividade no espaço educacional, sendo atividade de ensino para o professor e de aprendizagem para o estudante. Há uma preocupação no modo de (re) organizar o ensino, orientado pela necessidade de gerar, nos estudantes, a apropriação dos conceitos contemplados na prática pedagógica pelo docente.

Nosso trabalho, constituído pelas ações da pesquisadora diante dos seus motivos profissionais e pessoais concretizados no mesmo objeto, movida pela insatisfação com o modelo vigente de educação e, mais especificamente, com o processo de ensino e aprendizagem tradicionalmente cristalizado, materializa-se em mais uma investigação para contribuir para o aprofundamento teórico-metodológico sobre a reorganização do ensino dos anos iniciais e, de forma implícita, da reflexão sobre o trabalho docente.

Aqui, apresentam-se as singularidades de um trabalho científico realizado pela pesquisadora, diante da constituição de seu movimento lógico-histórico como ser humano, resultado de seu movimento na relação singular-particular-universal de constituição como sujeito-pesquisadora-professora diante da generacidade humana.

Buscamos, por meio desta pesquisa, viabilizar uma organização de ensino que possibilite ao estudante estabelecer um motivo para a aprendizagem, para a apropriação do conhecimento matemático. Para tanto, houve a necessidade de viabilização de um espaço para a organização da investigação e outro para a concretização desta, na tentativa de possibilitar às crianças envolvidas no processo um espaço para a aprendizagem.

Como espaço para a organização desta investigação, o projeto Observatório de Educação¹ (OBEDUC) nos permitiu encontrar professores que compartilhavam da mesma insatisfação com o sistema educacional vigente e buscavam, por meio de reuniões semanais de estudos teóricos pautados na Teoria Histórico-Cultural, reflexões e discussões coletivas, organizar o ensino de forma a possibilitar a apropriação dos conceitos envolvidos no processo pedagógico, por estudantes, dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A preocupação pedagógica centrava-se na tentativa de organização de situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), tendo em conta o movimento lógico-histórico dos conceitos e a ludicidade, como forma de envolver as crianças à aprendizagem.

O projeto OBEDUC se caracteriza como um ambiente de estudos e discussões pautados em questões educacionais, cuja preocupação reside na tentativa de organização do ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Este pode ser compreendido como um espaço de formação dos sujeitos - graduandos em Matemática e Pedagogia, professores da rede pública de ensino dessas áreas e alunos de pós-graduação - por meio da realização de estudos coletivos, de forma a contemplar, dentre outros fatores, o movimento lógico-histórico do conhecimento matemático, discussões sobre a estruturação curricular e a elaboração, de forma colaborativa, de atividades de ensino.

O OBEDUC é um espaço que oportuniza a socialização e troca de experiências sobre Educação Matemática entre professores e futuros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no qual um dos objetivos principais é a organização adequada do processo de ensino e aprendizagem, isto é, uma organização que possibilite aos sujeitos a apropriação dos conceitos envolvidos na ação pedagógica. Com isso, os sujeitos têm a oportunidade de vivenciar uma formação inicial ou continuada – dependendo do sujeito – que leva em conta a realidade complexa do sistema educacional de ensino.

O Clube de Matemática surge como um espaço para a concretização desta investigação, na tentativa de possibilitar, às crianças envolvidas no processo, um ambiente propício à aprendizagem. O intuito é envolver as crianças à apropriação de conhecimentos, por meio da ludicidade e, tomando como premissa, as ações e reflexões coletivas dos sujeitos. O Clube de Matemática é tomado como *espaço de aprendizagem*, no qual são desenvolvidas as SDA planejadas no OBEDUC.

O experimento didático assumido como método desta investigação foi organizado em forma de um experimento para investigar o ensino e aprendizagem de conteúdos

¹ Este projeto recebeu apoio material e/ou financeiro da CAPES e INEP, via edital Edital N° 38/2010/CAPES/INEP, Programa Observatório da Educação.

algébricos, este último definido como objeto de apropriação das crianças participantes no Clube de Matemática. O experimento foi estruturado de modo a promover mudanças qualitativas no pensamento dos sujeitos inseridos no processo desenvolvimental, de forma a possibilitar a transformação na qualidade do pensamento das crianças.

A organização do experimento didático, por meio de SDA planejadas no OBEDUC, nos permite investigar uma forma adequada de organização do processo de ensino e aprendizagem para crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal movimento se dá diante da busca por uma *educação humanizadora*, pautada na teoria histórico-cultural, que possibilite às crianças a apropriação dos conhecimentos historicamente construídos.

Para tanto, há a necessidade da seleção de conteúdos considerados relevantes para o desenvolvimento psíquico das crianças e da organização de um *espaço de aprendizagem* (CEDRO, 2004). Assim, os conceitos algébricos são escolhidos para a abordagem de forma lúdica nas SDA, mais especificamente os nexos conceituais algébricos², diante do seu potencial para o desenvolvimento psíquico dos estudantes. Com relação ao espaço escolar para realização do experimento didático, juntamente com as crianças, o Clube de Matemática surge como um *espaço de aprendizagem* (CEDRO, 2004), organizado para que ocorra a aprendizagem dos sujeitos e, no caso deste estudo, para investigarmos o processo de apropriação dos nexos conceituais algébricos.

Neste contexto, tendo como foco o processo de aprendizagem das crianças, desenvolvemos o experimento didático com 12 crianças, do quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal de Goiânia. Direcionado para o ensino de Matemática, as SDA abordavam mais especificamente os nexos conceituais algébricos.

Nosso objetivo principal por meio dessa pesquisa foi investigar indícios presentes nas manifestações orais e escritas dos estudantes, participantes do Clube de Matemática, que demonstraram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Levando em conta a organização da pesquisa, acreditamos que os nexos conceituais algébricos, definidos no corpo do texto deste trabalho, abordados nas SDA, podem contribuir para um aprofundamento teórico-metodológico sobre a organização curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental. O pressuposto é de que esta investigação pode referenciar uma reflexão sobre o currículo cristalizado e as facetas do processo de ensino e aprendizagem.

² Nomeamos por nexos conceituais os nexos internos propostos inicialmente por Davydov (1982), compreendendo-os como os elementos fundamentais e que compõem a estrutura do conceito, estabelecido por meio do seu estudo lógico-histórico (SILVA, 2013).

Deste modo, apresentamos a pergunta norteadora desta pesquisa: *Quais os indícios presentes nas manifestações escritas e orais dos estudantes participantes do Clube de Matemática que demonstram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica?* Na tentativa de responder esta indagação principal, organizamos este trabalho em cinco capítulos que contemplam o movimento teórico e metodológico da investigação.

No primeiro capítulo, intitulado *A constituição do homem como ser social: uma reflexão histórico-cultural*, iniciamos a discussão sobre o que compreendemos por uma *educação humanizadora*, tomando por pressuposto teórico a Teoria Histórico-Cultural. Assumimos o indivíduo singular como um ser social, explicitando a relação singular-particular-universal, e concluímos que o mesmo deve estar em atividade para poder se apropriar do conhecimento construído historicamente. Tal processo é viabilizado por meio da educação institucionalizada, compreendida como a via para o desenvolvimento humano e psíquico dos sujeitos.

No capítulo dois, chamado *A constituição do ensino e do espaço de aprendizagem dos estudantes*, nos propomos a refletir sobre a concretização de uma *educação humanizadora*. Ao pensarmos nas mudanças necessárias na tentativa de superação do modelo educacional vigente, buscamos compreender o movimento histórico de constituição da escola e alguns aspectos centrais na discussão: os conteúdos de ensino, o *espaço de aprendizagem*, as ações dos sujeitos e o pensamento teórico.

No capítulo três, *O movimento lógico-histórico de constituição dos nexos conceituais algébricos*, apresentamos uma discussão sobre o conhecimento algébrico como conteúdo das SDA do Clube de Matemática, perpassando por seu movimento lógico-histórico, as concepções sobre a álgebra e seu ensino, o desenvolvimento da linguagem algébrica e os nexos conceituais abordados nas SDA.

No capítulo quatro, apresentamos o caminho metodológico adotado na pesquisa. O experimento didático foi assumido como nosso método de investigação e, com isso, explicitamos a sua organização e desenvolvimento no Clube de Matemática. Descrevemos os sujeitos envolvidos, apresentamos os instrumentos de coleta de dados e especificamos nosso método de análise, bem como as unidades de análise desta investigação.

No capítulo cinco, intitulado *Os indícios da apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica durante o Clube de Matemática*, realizamos a análise do experimento didático, organizado sobre as três unidades de análise elaboradas: as ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*, a ludicidade como característica na organização das

situações desencadeadoras de aprendizagem e os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Por fim, no último capítulo, realizamos considerações sobre a singularidade de nosso experimento didático e contemplamos as particularidades contempladas nas unidades de análise por meio da síntese das ideias centrais debatidas. Além disso, ponderamos as limitações dessa investigação, ressaltando a necessidade do (re) começo do processo de organização do ensino no Clube de Matemática, tendo em consideração o produto desse trabalho.

Capítulo 1 - A constituição do homem como ser social: uma reflexão histórico-cultural

Vivemos em uma sociedade em que o conhecimento foi e continua sendo construído e transmitido no decorrer da história por seres humanos. Por ser um indivíduo social, o homem convive com outros sujeitos, compartilha significados e elabora instrumentos como forma de solucionar problemas do cotidiano. Com isso, há a acumulação de criações e, conseqüentemente, a sua transmissão para as gerações seguintes com o intuito de promover o desenvolvimento da sociedade.

Compreendemos o indivíduo como ser social por sua interação com o meio, seja esta material ou intelectual, resultado de um processo histórico. “Trata-se da relação entre a dimensão universal, própria da genericidade humana, e a dimensão singular, caracterizada pela individualidade dos sujeitos, mediada pelo particular, condições e circunstâncias criadas pela vida em sociedade” (BERNARDES, 2010, p. 302). Com isso, é na relação do singular com o universal, mediado pelo particular, que se concretiza o movimento de socialização do sujeito e, conseqüentemente, de sua individualidade.

Assim, cada sujeito, considerado como ser social, se constitui pela particularidade (as mediações sociais) e a universalidade. O homem singular “[...] é uma síntese complexa em que a universalidade se concretiza histórica e socialmente” (OLIVEIRA, 2005). Segundo Oliveira (2005, p. 26),

É, portanto, nesse vir-a-ser social e histórico que é criado o humano no homem singular. Como se pode depreender daí, a relação dialética singular-particular-universal é fundamental e, enquanto tal, indispensável para que se possa compreender essa complexidade da universalidade que se concretiza na singularidade, numa dinâmica multifacetada, através das mediações sociais – a particularidade.

O processo de socialização possibilita ao indivíduo o desenvolvimento humano, tomando-se como pressuposto a Teoria Histórico-Cultural; “tem-se em consideração que a socialidade, como a estrutura social em que o indivíduo está inserido, torna-se o elemento essencial e determinante na constituição da natureza humana e, conseqüentemente, no desenvolvimento do psiquismo humano” (BERNARDES, 2010, p. 305). Assim, ao refletirmos sobre o processo de humanização do indivíduo, isto é, sobre o desenvolvimento do

pensamento dos sujeitos, é imprescindível contemplarmos as condições mediadoras, ou seja, a sociedade em suas múltiplas facetas.

O movimento de constituição da individualidade do sujeito pode ser compreendido pela figura 1, proposta por Bernardes (2010): a relação entre o singular e o universal mediado pelo particular, este último compreendido como o meio social.

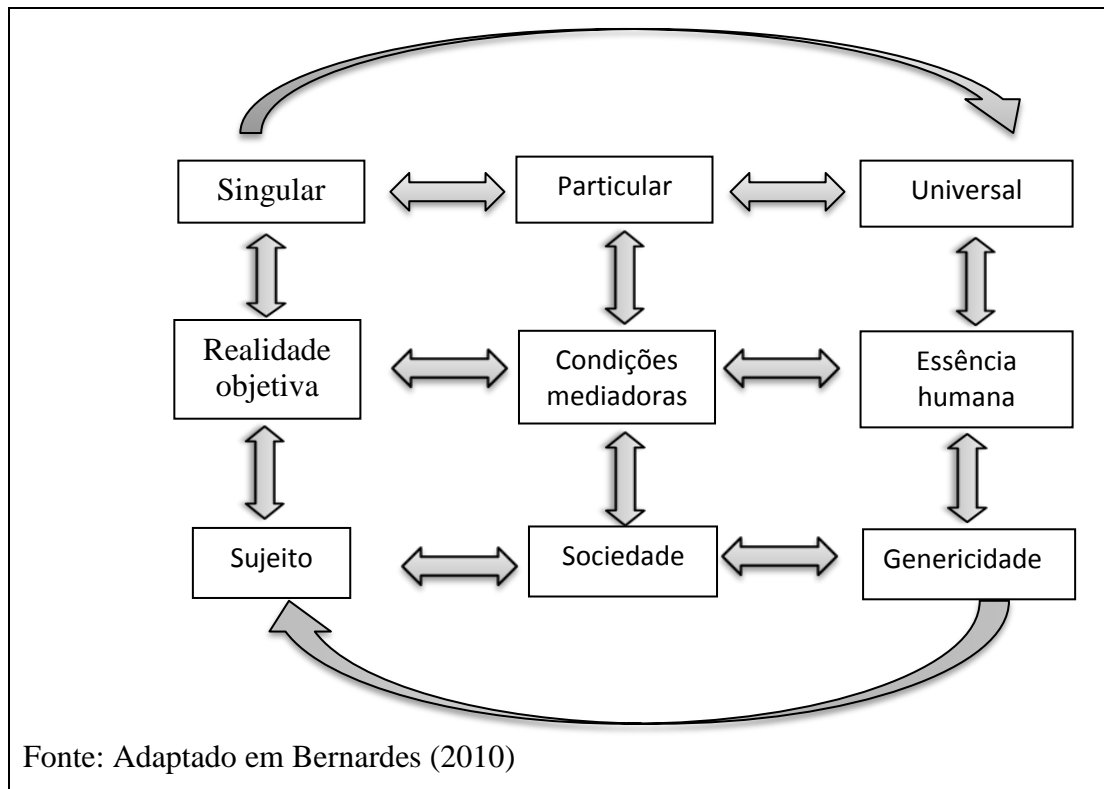


Figura 1: Relação singular – particular – universal na constituição da individualidade dos sujeitos.

Esta relação explicitada na figura 1 é objetivada pela participação ativa dos sujeitos em situações (particular) que permitam a ele constituir-se humano (singular) por meio das inter-relações com a genericidade humana (universal). Esta relação singular-particular-universal configura-se na própria realidade dos indivíduos, por meio da organização de vivências que possibilitem aos sujeitos compreender o movimento lógico-histórico das gerações anteriores.

Assumimos nossa compreensão do indivíduo como ser humano, tomando por base as dimensões ontogenéticas no processo, não nos restringindo somente aos aspectos filogenéticos. Isto nos possibilita analisar o movimento histórico da humanidade quando nos deparamos com o processo de desenvolvimento dos indivíduos. As condições biológicas permitem ao sujeito sua caracterização como humano quanto à exterioridade física, mas quanto às questões psíquicas há a necessidade de ir além, por meio da contemplação de

aspectos específicos, como o estudo da existência de uma cultura e de uma sociedade que a elaborou diante das suas necessidades histórico-culturais.

Ao refletirmos sobre o estado psíquico do indivíduo no momento do seu nascimento, este não apresenta consciência da realidade construída pela atividade humana, ou seja, ainda não possui a capacidade de compreensão e de análise do mundo que o cerca. Com isso, ao estabelecer relações com o meio, há a necessidade da interação com indivíduos já inseridos no movimento histórico-cultural para viabilizar um *processo psíquico de humanização*; “[...], tudo que há de especificamente humano no psiquismo forma-se no decurso da vida” (LEONTIEV, 1978, p. 255) e como o homem é um ser social, forma-se na relação com outros homens.

O homem não nasce dotado das aquisições históricas da humanidade. Resultando estas do desenvolvimento das gerações humanas, não são incorporadas nem nele, nem nas suas disposições naturais, mas no mundo que o rodeia, nas grandes obras da cultura humana. Só apropriando-se delas no decurso da vida ele adquire propriedades e faculdades verdadeiramente humanas. Este processo coloca-o, por assim dizer, aos ombros das gerações anteriores e eleva-o muito acima do mundo animal (LEONTIEV, 1978, p. 301).

O processo de humanização dos sujeitos, sob a perspectiva Histórico-Cultural, se consolida por meio do processo de apropriação dos conhecimentos construídos no decorrer dos séculos. “O homem humaniza-se ao tomar posse da produção humana elaborada historicamente” (BERNARDES, 2010, p. 311). Assim, a individualidade do sujeito, numa dimensão universal, é concretizada por meio da mediação do saber cultural elaborado pela sociedade. É um processo ativo do indivíduo, no qual o sujeito desenvolve uma atividade em relação ao fenômeno ou ao objeto com o intuito de compreendê-lo.

Tomando por base essa compreensão, quando analisamos o gênero humano, este estará, no decorrer de sua vida, em um processo constante e dinâmico de humanização. Isto se justifica pois ao se apropriar de saberes já constituídos em seu contexto e momento histórico, o indivíduo assume uma posição ativa e, conseqüentemente, passa a transformar o meio para satisfazer suas necessidades sociais e culturais, criando, com isso, novos conhecimentos histórico-culturais.

O movimento de constituição do indivíduo como ser humano, nessa perspectiva, está ilustrado na figura 2, a seguir, em que o indivíduo, por meio das interações sociais, desenvolve uma atividade com relação ao objeto ou fenômeno e tem a possibilidade de apropriação dos saberes tidos como relevantes historicamente. Este processo possibilita ao

indivíduo constituir-se como ser humano e, conseqüentemente, assumir uma posição ativa, dando continuidade ao processo de criação e produção do conhecimento.

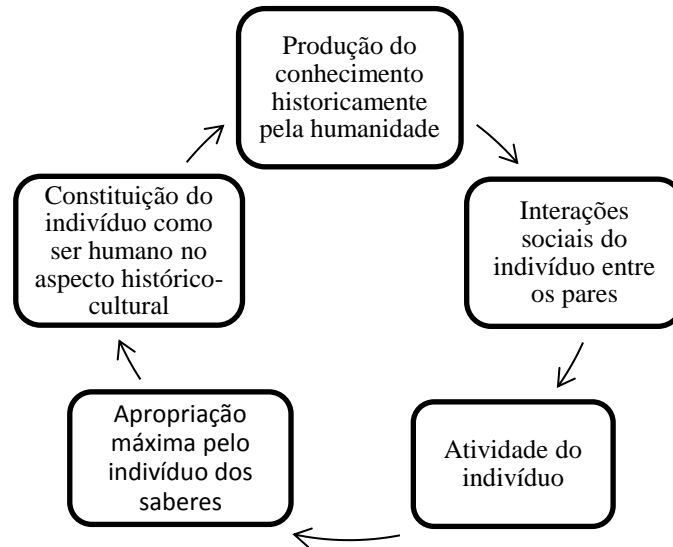


Figura 2: Ilustração do ciclo do processo de humanização dos indivíduos na perspectiva Histórico-Cultural.

A produção do conhecimento é caracterizada por ser um movimento que não cessa, pois é um processo histórico que se constitui pelas necessidades dos indivíduos, e a busca pela apropriação dos saberes é inerente ao homem em atividade. Com isso, podemos perceber que, pautados na perspectiva Histórico-Cultural, a constituição do sujeito como ser humano não é um ação com vista a um estado pontual, fixo e perpétuo, mas, pelo contrário, um processo ativo e constante dos sujeitos, sem limitações temporais de concretização e de finalização.

Diante disso, o movimento desse ciclo não se finaliza visto que a produção humana é dinâmica e o ser humano está inserido na relação singular-particular-universal, o que resulta na continuidade das interações e apropriações durante a vida dos sujeitos. O que se modifica é a transformação qualitativa do pensamento dos indivíduos nesse ciclo de formação humana, pois a cada atividade que o mesmo desenvolve, mediado pelas interações sociais, inter-relacionado com a apropriação do saber intrínseco ao processo, o sujeito passa a assumir uma nova qualidade.

Com relação às interações interpessoais, Vigotski (2010)³ corrobora com esta discussão ao afirmar que o ser humano desenvolve-se primeiramente no nível social e, posteriormente, no nível individual, possibilitando a apropriação dos saberes. Há as relações intersíquicas para ocorrer o processo de internalização, as relações intrapsíquicas. “Todas as funções superiores originam-se das relações entre indivíduos humanos” (VIGOTSKY, 2010, p. 58).

Essas interações entre os pares serão tomadas como uma premissa nesse trabalho, devido a sua importância associada no processo de constituição do indivíduo como ser humano. A atividade e a apropriação dos saberes somente são possíveis, segundo os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, mediante situações que promovam a interação social entre os sujeitos, ou seja, ações coletivas entre os pares.

Assim, para que o indivíduo possa se constituir humano, de acordo com essa perspectiva, ele deve estar em um movimento caracterizado pela atividade dos sujeitos, por meio de relações interpessoais, que possibilitem a apropriação dos fenômenos ou dos objetos do meio. Mas, o que é compreendido por atividade? O que caracteriza o processo de apropriação? Com o intuito de esclarecer tais questões e compreender o *processo psíquico de humanização*, buscaremos perpassar teoricamente por estes pontos centrais levantados.

1.1 - Apropriação cultural: o processo de superação pelos sujeitos das condições oferecidas pelo meio

Compreender a categoria de atividade humana perpassa por refletirmos sobre as necessidades dos sujeitos, termo este com significado particular quando tomamos a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade como base teórica, e a modificação dos lugares que os indivíduos ocupam no sistema das relações humanas no seu desenvolvimento, sendo este mediado pelas condições concretas da realidade.

O conceito de necessidade intrínseco ao de atividade é compreendido não tomando como referência somente as necessidades biológicas, como a de comida ou bebida, mas também as histórico-culturais, que possibilitam ao indivíduo superar a adaptação à

³ Optamos por utilizar a grafia Vigotski para designar o nome deste autor no decorrer deste trabalho, apesar do uso de diferentes grafias nas referências e citações, pois estão de acordo com as referências bibliográficas.

natureza e desenvolver meios para transformar tanto o meio como a si próprio. São necessidades que viabilizam o planejamento de ações com vistas à concretização de um objeto idealizado.

Como defendemos que os indivíduos devem estar em atividade para se constituírem como ser humano, tomando a dimensão ontogenética como referencial, convém então compreendermos tal conceito, sendo este apresentado e discutido por Leontiev (1978, 1983, 1988). A atividade é assumida como a tentativa de responder a uma determinada necessidade do sujeito; “a atividade é dirigida por um motivo e este mobiliza o sujeito a executar ações que possibilitem a satisfação da sua necessidade” (MORAES; MOURA, 2009, p. 100).

Para corroborar com esta discussão, Oliveira (2010, p. 3-4) afirma que a atividade humana é

[...] uma atividade realizada por um sujeito que transforma intencionalmente a natureza e a si mesmo, para além daquilo que foi previsto pela natureza. Está aí subentendido que é através dessa atividade que o homem (entenda-se aí, os homens) não só busca satisfazer suas necessidades biológicas, mas, principalmente, aquelas necessidades que ele mesmo vai criando, com os resultados sempre novos dessa atividade que o medeia na sua relação com a natureza, dentro de determinado contexto. O ponto diferenciador a ser destacado nesse momento refere-se ao fato de que a atividade humana não é dirigida meramente pelas leis genéticas de sua espécie biológica, como acontece com os demais animais, mas pelas leis histórico-sociais criadas pelo próprio homem ao longo da história da humanidade.

Não estamos aqui negando que o homem é um ser natural, pois este é regido pelas leis biológicas, mas defendemos também sua constituição pelas leis histórico-culturais, corroborando seu caráter de ser social. Referimo-nos à constituição histórico-cultural do gênero humano, levando em conta a cultura criada pela humanidade. O indivíduo, por não se adaptar ao meio, quando nos restringimos às suas características físicas, promove as transformações necessárias na natureza para garantir a sua sobrevivência e, conseqüentemente, possibilita as criações sociais diante do contexto temporal vivenciado.

O termo *humano*, como se vê, não se refere às características (biológicas) da *specie homo*, mas às características do gênero humano, isto é, às características criadas socialmente ao longo da história da humanidade, através da atividade humana. [...] é através desse processo de participar do desenvolvimento do patrimônio cultural da humanidade que o homem se torna humano (OLIVEIRA, 2010, p. 11, grifos do autor).

A atividade humana, podendo ser referida simplesmente como atividade, é dirigida para um fim, um objetivo, regida por leis histórico-culturais e determinada pelo seu

contexto. A característica principal constitutiva da atividade, segundo Leontiev (1983), é seu caráter objetal. O objeto da atividade se manifesta de duas maneiras:

Primeiramente, em sua existência permanente, como subordinado a si mesmo e transformando a atividade do sujeito; em segundo lugar, como imagem do objeto, como produto do reflexo psíquico de sua propriedade, que se realiza como resultado da atividade do sujeito e que não pode realizar-se de outro modo (LEONTIEV, 1983, p. 68, tradução nossa)⁴.

Diante disso, podemos ter atividades variadas, como, por exemplo, o trabalhar, o estudar e o brincar, sendo que cada uma corresponde a uma determinada necessidade do sujeito (LEONTIEV, 1983). O que diferencia uma atividade da outra é o objeto, que é o seu motivo. Isto implica na inter-relação do conceito de atividade com o de motivo; “a atividade não pode existir sem um motivo”⁵ (LEONTIEV, p. 83, tradução nossa).

A atividade se realiza mediante seus componentes fundamentais, sendo um deles a ação. Esta pode ser denominada, segundo Leontiev (1983), como o processo que se subordina a representação do resultado que se espera alcançar, é o processo sujeito a um objetivo. Estes processos direcionados para um objetivo se justificam pela vida em sociedade vivenciada pelos indivíduos. “A atividade dos participantes, de um trabalho conjunto, é estimulada pelo produto da mesma, que responde, principalmente, na forma direta das necessidades de cada pessoa”⁶ (LEONTIEV, p. 83, tradução nossa).

Como ressalta Leontiev (1983), a atividade não constitui um processo aditivo e as ações não são elementos separados desse processo. A atividade humana existe na forma de ações ou grupos de ações. Como conclui Cedro (2008, p. 25), “para a realização de uma atividade, há a necessidade de um conjunto de ações relacionadas a objetivos parciais, que podem ser retirados do objetivo geral”.

Interligado ao conceito de ação, podemos compreender as operações como as formas de concretização das ações. Na tentativa de diferenciar os termos contemplados, a atividade está ligada ao motivo, as ações aos objetivos e as operações às condições. A operação pode ser compreendida como a concretização da transformação da ação em, posteriormente, funções mecânicas.

⁴ “Primeramente, en su existencia independiente, como subordinado a sí mismo y transformando la actividad del sujeto; en segundo lugar, como imagen del objeto, como producto del reflejo psíquico de su propiedad, que se realiza como resultado de la actividad del sujeto y que no puede realizarse de otro modo” (LEONTIEV, 1983, p. 68).

⁵ “la actividad no puede existir sin um motivo” (LEONTEIVE, 1983, p. 83).

⁶ “La actividad de los participantes de un trabajo conjunto es estimulada por el producto de la misma, que primariamente responde en forma direeta a las necesidades de cada quien” (LEONTIEV, 1983, p. 83).

E assim, do fluxo geral da atividade que forma a vida humana em suas manifestações superiores mediadas pelo reflexo psíquico se desprendem, em primeiro termo, distintas – especiais – atividades segundo o motivo que as impele; depois se desprendem as ações – processos – subordinadas a objetivos conscientes; e finalmente, as operações que dependem diretamente das condições para alcançar o objetivo concreto dado (LEONTIEV, 1983, p. 89, tradução nossa) ⁷.

A atividade é caracterizada por processos constantes de transformações, podendo perder o motivo e transformar-se em ação, desempenhando atividades distintas da anterior; a ação pode transformar-se em atividade ou em uma operação, em um procedimento para alcançar um objetivo (LEONTIEV, 1983).

A figura 3, abaixo, ilustra os elementos estruturantes da atividade: necessidade, motivo, ação e operações. A necessidade viabiliza a elaboração dos motivos, que, por sua vez, desencadeiam ações, às quais estão subordinadas aos objetivos que estão inseridos em condições objetivas para a realização das operações.

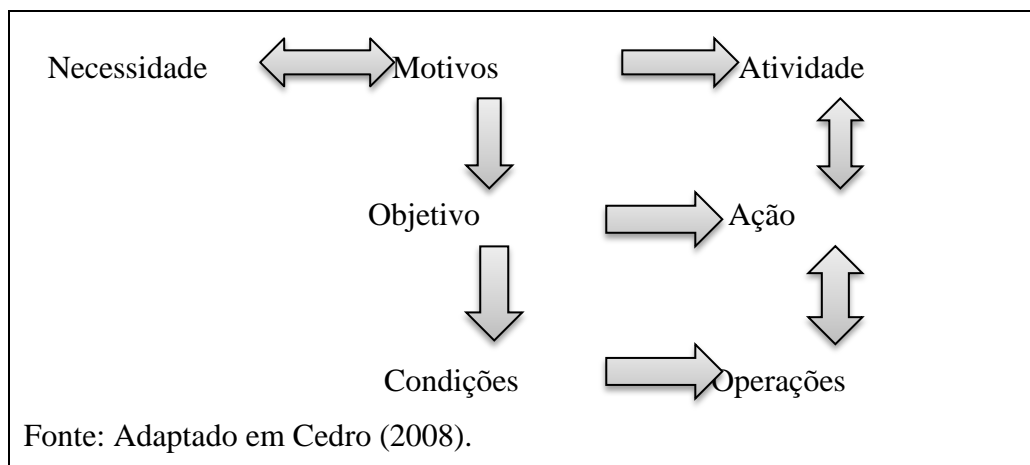


Figura 3: Estrutura da Atividade

O motivo está correlacionado com a necessidade; “os motivos reais respondem a necessidades humanas que são históricas” (MORAES; MOURA, 2009, p. 100). A necessidade é a condição para que haja a atividade. Ao desenvolver as ações e operações, o sujeito aproxima-se mais do objeto idealizado, transformando sua necessidade no objeto resultante.

⁷ “Y así, del flujo general de la actividad que forma la vida humana en sus manifestaciones superiores mediadas por el reflejo psíquico, se desprenden en primer término, distintas – especiales – actividades según el motivo que las impela; después se desprenden las acciones – procesos – subordinadas a objetivos conscientes; y finalmente, las operaciones que dependen directamente de las condiciones para el logro del objetivo concreto dado (LEONTIEV, 1983, p. 89).

A abordagem da categoria de atividade proposta por Leontiev (1983) é fundamental na busca pela compreensão do desenvolvimento do indivíduo, haja vista que assumimos a Teoria da Atividade como um pressuposto teórico. Este processo é caracterizado por transformações qualitativas nos sujeitos diante das modificações dos lugares ocupados no decorrer de sua vida social, ou seja, a partir da existência de diferentes atividades em estágios distintos do seu desenvolvimento.

Cada estágio da vida dos indivíduos é caracterizado pela existência de uma atividade principal ou, com o mesmo sentido, atividade dominante. Assim, a atividade dominante, compreendida como a atividade que possibilita as principais mudanças na personalidade do sujeito, não é a mesma perpetuamente, pois é modificada mediante o seu desenvolvimento, podendo se concretizar nas seguintes fases: no jogo, no estudo ou no trabalho. Na passagem de uma etapa à outra de desenvolvimento, há a reorganização dos processos psíquicos do sujeito e alterações qualitativas nas relações humanas relacionadas à atividade principal.

Nesta perspectiva, o desenvolvimento dos sujeitos está condicionado à atividade que estes desenvolvem, mais especificamente, de acordo com Leontiev (1978, 1988), com a sua atividade dominante. Esta não é caracterizada por ser evidenciada com maior frequência no desenvolvimento do indivíduo, mas por três atributos específicos: possibilita o surgimento de tipos novos de atividade, forma ou reorganiza processos psíquicos particulares dos sujeitos e influencia as mudanças psicológicas fundamentais da personalidade da criança (LEONTIEV, 1978, 1983, 1988). Em outras palavras, a atividade dominante é “[...] aquela cujo desenvolvimento condiciona as principais mudanças nos processos psíquicos da criança e as particularidades psicológicas da sua personalidade num dado estágio do seu desenvolvimento” (LEONTIEV, 1978, p. 312).

Compreender quais as atividades dominantes nos estágios de desenvolvimento dos sujeitos é importante para nos possibilitar elaborar, de forma intencional, processos motivadores para permitir aos indivíduos estar em atividade. Como a estrutura de atividade pressupõe a existência da necessidade, do motivo, das ações e operações, buscar meios para motivar os indivíduos a estar em atividade é essencial nesse processo.

A atividade dominante do sujeito, de forma geral a atividade humana, busca satisfazer a uma necessidade; é um processo no qual coincide aquilo para o qual a atividade está direcionada (o objeto) com o que o impulsiona (o motivo). Caso o motivo não coincida com o objeto, o processo passa a ser uma ação da atividade (LEONTIEV, 1978). Para diferenciar uma atividade de uma ação é preciso analisar o movimento do pensamento do

indivíduo: evidenciar para aquilo que o sujeito está orientado e o que o motiva. As análises destes processos vão além das evidências externas apresentadas, pois buscam também compreender o movimento intelectual.

Ao desenvolver em relação aos fenômenos ou objetos do mundo uma atividade, o sujeito tem a possibilidade de apropriação dos mesmos. A atividade deve reproduzir os traços do conteúdo acumulado no objeto para que o indivíduo possa compreender o produto do desenvolvimento histórico em questão; deve contemplar um movimento lógico-histórico do objeto, no qual o histórico é compreendido como “as etapas do surgimento e desenvolvimento do objeto” e o lógico como “o reflexo do histórico por meio das abstrações” (KOPNIN, 1978, p. 183-184).

De acordo com Leontiev (1978, p. 179), o desenvolvimento psíquico dos indivíduos é “[...] o produto de um processo antes de mais nada particular, o processo de apropriação”; há o desenvolvimento no indivíduo de aptidões e funções humanas construídas historicamente e socialmente. Por ser um indivíduo social, o processo de apropriação concretiza-se por meio das relações do homem com seus pares ou com o meio circundante.

O mundo real, imediato, do homem, que mais do que tudo determina a sua vida, é um mundo transformado e criado pela atividade humana. Todavia, ele não é dado imediatamente ao indivíduo, enquanto mundo de objetos sociais, de objetos encarnando aptidões humanas formadas no decurso do desenvolvimento da prática sócio-histórica; enquanto tal, apresenta-se a cada indivíduo como um problema a resolver (LEONTIEV, 1978, p. 178).

O processo de apropriação possibilita ao homem criar aptidões novas, funções psíquicas novas (LEONTIEV, 1978). Em contraposição, o processo de adaptação é restrito à adequação ao meio, ao contentamento com a realidade objetiva. Por meio da apropriação, o sujeito tem a possibilidade de desenvolver as aptidões humanas e de buscar superar as condições históricas e sociais postas, por meio da formulação de suas funções psíquicas e da postura ativa assumida como consequência do seu processo de desenvolvimento, da atividade humana.

Nesse movimento, o processo de apropriação viabiliza o desenvolvimento nos sujeitos de novas aptidões e, conseqüentemente possibilita transformações qualitativas no modo de agir e de refletir diante das situações concretas da realidade; permite a reestruturação das ideias e a organização a priori das ações, com vistas à apreensão do objeto idealizado.

A possibilidade de apropriação dos conhecimentos construídos historicamente é possível devido à atividade de trabalho exercida pelo homem. Por sua capacidade de superar o

processo de adaptação ao meio, o ser humano cria e produz conhecimentos e instrumentos, para satisfazer suas necessidades. Neste movimento, desenvolve-se “[...] o mundo de fenômenos e de objetos que rodeiam o homem” (LEONTIEV, 1978, p. 275), ou seja, a cultura.

Como não nascemos adaptados à natureza, sobrevivemos por meio do trabalho, agindo sobre o meio. É uma ação transformadora, modificamos o mundo ou os objetos de forma intencional e somos também modificados. Saviani (2011, p. 11) corrobora com essa discussão ao afirmar que,

Com efeito, sabe-se que, diferentemente dos outros animais, que se adaptam à realidade natural tendo a sua existência garantida naturalmente, o homem necessita produzir continuamente sua própria existência. Para tanto, em lugar de se adaptar à natureza, ele tem que adaptar a natureza a si, isto é, transformá-la. E isto é feito pelo trabalho. Portanto, o que diferencia o homem dos outros animais é o trabalho. E o trabalho instaura-se a partir do momento em que seu agente antecipa mentalmente a finalidade da ação. Conseqüentemente, o trabalho não é qualquer tipo de atividade, mas uma ação adequada a finalidades. É, pois, uma ação intencional.

Ao assumirmos a educação institucionalizada como atividade, esta é concretizada por meio do trabalho, ela própria é um processo de trabalho (SAVIANI, 2011). Retomando a relação singular-particular-universal, o trabalho educativo é o meio (particular) que possibilita ao indivíduo (singular) a apropriação dos conhecimentos construídos pela humanidade e sua constituição como ser humano (universal). O objeto da atividade pedagógica é a transformação dos indivíduos, processo este possível devido ao processo de apropriação dos bens culturais (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010). Segundo Saviani (2011, p. 13),

[...] o trabalho educativo é o ato de produzir, direta e intencionalmente, em cada indivíduo singular, a humanidade que é produzida histórica e coletivamente pelo conjunto de homens. Assim, o objeto da educação diz respeito, de um lado, à identificação dos elementos culturais que precisam ser assimilados pelos indivíduos da espécie humana para que eles se tornem humanos e, de outro lado e concomitantemente, à descoberta das formas mais adequadas para atingir esse objetivo.

A educação surge como uma necessidade do indivíduo: uma forma intencional de ensino como forma de constituição do humano por meio da apropriação dos bens culturais. No nosso contexto, por refletirmos sobre uma educação que propicie um *processo psíquico de humanização*, podemos nomear este processo de ensino por *educação humanizadora*.

A *educação humanizadora* possibilita ao indivíduo o desenvolvimento e sua constituição como humano, a formação de sua individualidade, mas esta não é tomada de

qualquer forma sob nossa perspectiva. É estruturada de forma intencional, mediada pela premissa das interações sociais - o compartilhamento de saberes entre os pares envolvidos no processo. A humanização é possível mediada pela socialização dos sujeitos diante das situações planejadas para este fim.

O trabalho educativo possibilita ao sujeito produzir-se como humano, por meio de situações, organizadas de forma intencional, que viabilizam a apropriação dos saberes tomados como relevantes no decorrer da história. O processo educativo “[...] permite que não seja necessário reinventar o mundo a cada nova geração, permite que se conheça o estágio de desenvolvimento humano atual para que se possa superá-lo” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 27).

Vale destacar que não estamos nos referindo à educação familiar, religiosa ou cotidiana, mas à educação escolar, com vistas a um ensino intencional e sistematizado de conceitos, à apropriação da cultura e, conseqüentemente, ao desenvolvimento de aptidões humanas, uma *educação humanizadora*. “Surge a necessidade no aluno da escola [...] de conhecer não apenas a realidade que o cerca mas de saber também o que é conhecido acerca dessa realidade” (LEONTIEV, 1988, p. 63).

1.2 - Educação: a busca da universalização do conhecimento

Para que as recentes gerações possam dar continuidade ao processo histórico de elaboração de conhecimentos, a organização do processo de ensino deve possibilitar a apropriação dos saberes ditos relevantes no decorrer dos séculos, no qual os professores e os estudantes possam estar em atividade. “O movimento da história só é, portanto, possível com a transmissão, às novas gerações, das aquisições da cultura humana, isto é, com a educação” (LEONTIEV, 1978, p. 291).

A educação resultante do convívio com familiares ou em relações empíricas são relevantes para o desenvolvimento do indivíduo como ser social. Contudo, objetivamos destacar o ensino escolar entendido como a forma principal de educação.

Esta passagem da escola à forma dominante de educação coincide com a etapa histórica em que as relações sociais passaram a prevalecer sobre as naturais,

estabelecendo-se o primado do mundo da cultura (o mundo produzido pelo homem) sobre o mundo da natureza. Em consequência, o saber metódico, sistemático, científico, elaborado, passa a predominar sobre o saber espontâneo, “natural”, assistemático, resultando daí que a especificidade da educação passa a ser determinada pela forma escolar (SAVIANI, 2011, p. 7).

O saber sistematizado passa a prevalecer sobre o conhecimento do cotidiano no espaço escolar, mas isto não implica na sua exclusividade. Os saberes selecionados para o ensino passam a tomar como referência “o saber objetivo produzido historicamente” (SAVIANI, 2011, p.7), superando as necessidades momentâneas, almejando a condição humana na sua máxima possibilidade cognitiva.

Como o homem é compreendido como ser histórico, sua constituição é consolidada em um processo pelo qual ele se apropria dos saberes já elaborados para dar continuidade à criação de conhecimento no seu espaço temporal. “Agindo sobre a natureza, ou seja, trabalhando, o homem vai construindo o mundo histórico, vai construindo o mundo da cultura, o mundo humano. E a educação tem suas origens nesse processo” (SAVIANI, 2011, p. 81).

A escola é o local criado historicamente para possibilitar a apreensão dos saberes ditos relevantes, em particular o conhecimento sistematizado, e a compreensão da realidade objetiva. O sujeito, ao ter acesso a esse tipo de educação, tem a possibilidade de se posicionar como um ser ativo e de criar os próximos conhecimentos das gerações posteriores.

Para que possamos compreender um pouco do cerne da construção histórica da escola como instituição pedagógica, contemplaremos um breve estudo do seu movimento de constituição e consolidação. No princípio, a educação coincidia com o trabalho sobre a natureza, ou seja, com o ato de produção, isto porque os indivíduos “[...] apropriavam-se coletivamente dos meios necessários à produção de sua existência” (SAVIANI, 2011, p. 81). Os homens, ao produzir para sua sobrevivência e existência, o faziam de forma coletiva, e, dessa mesma forma, apropriavam-se em conjunto dos saberes necessário àquele contexto.

Assim, a modalidade principal de educação era o trabalho na terra. No cultivo e na colheita dos produtos da terra é que os indivíduos se educavam, todos compartilhavam do mesmo meio de formação. Não havia tempo de ócio para os sujeitos, já que todos deviam realizar o trabalho para garantir sua subsistência.

Essa realidade é modificada quando passa a existir o domínio privado do meio de produção, a apropriação particular da terra. Passam, então, a existir os proprietários, em uma relação hierárquica com os trabalhadores, caracterizada pela prestação de serviço de uma parte da população aos detentores de propriedades produtivas. Este processo propicia “[...] o

surgimento de uma classe ociosa, que não precisa trabalhar para sobreviver porque o trabalho de outros garante também a sua sobrevivência. É aí que podemos localizar a origem da escola” (SAVIANI, 2011, p. 81).

Esta classe ociosa dispunha de tempo livre, pois não mais necessitava produzir para a sua sobrevivência, visto que outros indivíduos realizavam o trabalho por ela. Para ocupar esse tempo, surge a escola, contudo somente uma minoria da sociedade tinha acesso à forma escolar de educação. A maioria da sociedade continuou a educar-se pelo trabalho produtivo da terra, não tendo acesso à educação escolar.

De acordo com Saviani (2008), este processo histórico viabilizou a divisão da sociedade em classes. Uma parcela da população começou a possuir o domínio da propriedade e, conseqüentemente, sobreveio o domínio do processo produtivo. A terra passou a ser privada, os proprietários passaram a viver do trabalho de outras pessoas, o que viabilizou uma contraposição com a organização social regida anteriormente em que todos trabalhavam.

No momento histórico em que os proprietários passaram a viver do ócio é que surgiu a escola, “[...] palavra que, em grego, significa exatamente o lugar do ócio. Vê-se, pois que a divisão da sociedade em classe introduziu, também, uma divisão na educação” (SAVIANI, 2008, p. 248). Um processo educacional que antes se sustentava por meio da apropriação coletiva da terra, passou a ser dividido entre os que mantinham o mesmo processo de produção e os que viviam do ócio. A educação dos prestadores de serviço continuou restrita aos processos de trabalho, já a dos proprietários era “centradas nas atividades intelectuais, na arte da palavra e nos exercícios físicos de caráter lúdico ou militar” (SAVIANI, 2007, p. 155).

Com o passar do tempo, por meio da prestação de serviços, houve a acumulação de riquezas dos proprietários de bens materiais, possibilitada pelo sistema capitalista, bem como o surgimento da indústria e o deslocamento da população rural para a estruturação urbana. A classe antes tida como ociosa assume a posição empreendedora, “[...] que tem a necessidade de produzir continuamente, para reproduzir indefinidamente, de forma insaciável, o capital” (SAVIANI, 2011, p. 82).

Em consequência desse processo, passa a existir não só a acumulação e concentração de riquezas diante das interações sociais dos indivíduos, mas também a centralização do conhecimento, tornando-o como um bem “material” comercializável.

A concentração das riquezas materiais na mão de uma classe dominante é acompanhada de uma concentração da cultura intelectual nas mesmas mãos. Se bem que as suas criações pareçam existir para todos, só uma ínfima minoria tem o vagar

e as possibilidades materiais de receber a formação requerida, de enriquecer sistematicamente os seus conhecimentos [...] os homens que constituem a massa da população, [...] têm de contentar-se com o mínimo de desenvolvimento cultural necessário à produção de riquezas materiais no limite das funções que lhes são destinadas (LEONTIEV, 1978, p. 294).

Com o passar do tempo, a escola passou a ser acessível a todos, mas a sua organização, a qualidade do ensino e as condições objetivas para sua concretização diferem de acordo com o poder aquisitivo dos sujeitos. Segundo Saviani (2011, p. 83), “[...] até o final da Idade Média a forma escolar era parcial, secundária, não generalizada, quer dizer, era dominada pela forma não escolar, a partir da época moderna ela generaliza-se e passa a ser a forma dominante”.

Neste movimento a educação institucionalizada se instaurou, diferenciando-se a educação destinada à elite à da classe “dominada”. A educação da classe dominante se estruturou de forma diferenciada da maioria da população, ficando esta última restrita ao aprendizado para o trabalho, à prestação de serviços.

A educação, na sociedade de classes, passa a ser um instrumento a serviço da classe dominante, ficando os interesses dos trabalhadores para um segundo plano. Como pensarmos, então, em uma educação que contemple e favoreça a todos os indivíduos da sociedade de forma igualitária? Como organizar o ensino de modo a promover a ressignificação histórica da escola, na busca da concretização da função anteriormente intrínseca à ela – o seu papel de instrumento de transformação dos sujeitos inseridos no processo de ensino e aprendizagem?

A *educação humanizadora*, pautada na Teoria Histórico-Cultural, constitui-se como a tentativa de concretização da ressignificação do papel da escola na sociedade atualmente. Busca-se a superação dos mecanismos de adaptação dos sujeitos impostos pela classe dominante, por meio da organização do ensino que permita a apropriação por todos da cultura elaborada historicamente e a transformação qualitativa dos sujeitos inseridos no processo de ensino e aprendizagem.

Atualmente, apesar de a educação ser um direito de todos, a forma de organização do ensino não se configura de forma igualitária às classes econômicas existentes. O ensino público brasileiro fica à mercê do governo regente, tanto em relação às questões financeiras, quanto às estruturais e à pedagógica. Já o ensino privado, de forma geral, apresenta-se com outras qualidades, cujo intuito maior é a preparação dos sujeitos para ocupar os cargos superiores na sociedade capitalista, para perpetuar a estrutura de classes existente, cujos indivíduos são os privilegiados.

O desenvolvimento da educação e, especificamente, da escola pública, entra em contradição com as exigências inerentes à sociedade de classes de tipo capitalista. Esta, ao mesmo tempo em que exige a universalização da forma escolar de educação, não a pode realizar plenamente, porque isso implicaria a sua própria superação. Com efeito, o acesso de todos, em igualdade de condições, às escolas públicas organizadas com o mesmo padrão de qualidade, viabilizaria a apropriação do saber por parte dos trabalhadores. Mas a sociedade capitalista se funda exatamente na apropriação privada dos meios de produção. Assim, o saber, como força produtiva independente do trabalhador se define como propriedade privada do capitalismo. O trabalhador, não sendo proprietário de meios de produção, mas apenas de sua força de trabalho não pode, portanto, se apropriar do saber. Assim, a escola pública, concebida como instituição de instrução popular destinada, portanto, a garantir a todos o acesso ao saber, entra em contradição com a sociedade capitalista (SAVIANI, 2008, p. 256-257).

A classe dominante, por possuir acesso e domínio aos meios de produção e ao conhecimento, busca assegurar a efetivação dos seus interesses. Com isso, um pequeno número de pessoas usufrui do processo de apropriação do desenvolvimento histórico, para manter, com isso, as classes privilegiadas na sociedade. As classes dominantes utilizam-se também do ambiente educacional para beneficiar seus interesses.

A forma como visualizamos a educação hoje, inserida em uma sociedade capitalista e dividida em classes, nos impulsiona a concluir que a mesma está à mercê dos interesses da classe dominante. Como, então, organizar um ensino público que possibilite aos sujeitos de todas as classes sociais a apropriação da cultural produzida historicamente?

Nesta perspectiva, buscamos a superação da organização educacional posta, com o intuito de favorecer o desenvolvimento de todos de forma igualitária, uma *educação humanizadora*. Tomamos a escola como um instrumento que possibilita aos indivíduos a busca pela superação da sociedade de classe e seus resquícios no desenvolvimento do pensamento, contudo destacamos que não é possível uma transformação plena nos sujeitos tomando exclusivamente a reorganização da escola como princípio.

Apesar do complexo papel intrínseco à escola de formadora de sujeitos, esta não possui a função redentora na sociedade em que vivemos. Ela constitui-se como uma ferramenta que nos permite criar meios para a concretização de uma *educação humanizadora*. Contudo, quando tomada em sua individualidade, não possui poder de “revolução” diante da universalidade do sistema vigente da sociedade capitalista. Há a necessidade de envolvimento de outros setores governamentais, por meio de ações compartilhadas e com um objetivo em comum – a transformação qualitativa dos sujeitos – para que possamos verdadeiramente ter a possibilidade de busca de superação da sociedade em classe e de um ensino desigual que vivenciamos.

Diante deste cenário, nos limitamos à tentativa de organização do ensino que possibilite aos sujeitos a apropriação de conhecimentos selecionados para o processo pedagógico, pois não nos é possível a contemplação de todas as facetas do sistema que rege a nossa sociedade. Para tanto, é imprescindível a reflexão em torno da organização escolar, do currículo, dos espaços de aprendizagem e das ações educativas, aspectos estes abordados na secção seguinte.

Capítulo 2 – A organização do ensino e do espaço de aprendizagem dos estudantes

Propor a organização de uma *educação humanizadora* implica na reflexão do ensino estruturado atualmente e na busca de sua superação por meio de um ensino que promova a apropriação pelos sujeitos dos conhecimentos já elaborados. Concordamos com Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 27) que compreendem a educação como “o processo de transmissão e assimilação da cultura produzida historicamente, sendo por meio dela que os indivíduos humanizam-se, herdando a cultura da humanidade”.

Diante disso, devemos compreender a forma que a educação está estruturada, atualmente, nas instituições de ensino, como resultado de um processo histórico. Assim, analisar seu movimento de consolidação e as várias facetas de sua concretização – os conteúdos de ensino, o espaço de aprendizagem e as ações educativas – é importante para que possamos buscar a sua superação, propondo o que acreditamos ser uma *educação humanizadora*.

A escola é o local historicamente organizado para que ocorra o ensino dos conhecimentos elaborados no decorrer dos séculos e para o desenvolvimento psíquico dos sujeitos. Esta decorre da ação humana em sociedade: “corresponde não apenas a uma invenção histórica, mas a uma invenção histórica recente” (CANÁRIO, 2007, p.113).

Ao refletirmos sobre o marco do processo de escolarização, na tentativa de compreender um pouco de seu percurso histórico, percebemos que o mesmo se deu no século XX, propiciando um modelo de promessas referente à escola e ao progresso da sociedade (CANÁRIO, 2007). Expectativas concernentes à educação escolar com vista à justiça social foram frustradas com o decorrer da história, vislumbrando problemas de ordem social em sociedades escolarizadas.

Um balanço da educação no século XX é quase inevitavelmente um balanço da educação escolar, na medida em que a instituição escolar foi, progressivamente, tornando-se o único ponto de referência de toda a ação educativa. A partir daí, o século XX é marcado por três fatores principais: por um lado, a hegemonia da forma escolar; por outro lado, a naturalização e a persistência da configuração organizacional do estabelecimento de ensino; por último, as mutações sofridas pela instituição escolar, que passou, sucessivamente, de um modelo de certezas para um modelo de promessas e, finalmente, para um terceiro, marcado pela incerteza. (CANÁRIO, 2007, p. 13)

Vimos que a educação, que anteriormente era realizada no próprio trabalho produtivo, passa a ser caracterizada por sua formalização em um espaço específico, a escola. Esse processo não mais valoriza a experiência dos sujeitos como forma de viabilizar a aprendizagem, promovendo a separação com a realidade social concreta; “um efeito de fechamento da escola sobre si mesma, cujos inconvenientes estão bem patentes no desejo recorrentemente manifestado de “ligar a escola à vida”.” (CANÁRIO, 2007, p. 13).

Esta forma de conceber o ensino marcou a hegemonia da educação escolar, pois ao fechar-se em si mesma, constituiu-se como forma única e preponderante de conceber a educação. Assim, com o decorrer da história, houve a naturalização da organização escolar, como se a mesma não fosse resultado de uma criação histórica (CANÁRIO, 2007).

A escola perpassou por diferentes fases, tomando-se o século XX até o estado atual, constituindo-se em três etapas distintas que podem ser resumidas nas seguintes: a escola das *certezas*, a das *promessas* e, por fim, a das *incertezas* (CANÁRIO, 2007), esta última a que vivenciamos no nosso contexto temporal. A *escola das certezas* propiciou aos indivíduos a base necessária à inserção ao mercado de trabalho, correspondendo à primeira metade do século XX, tinha com um caráter elitista; “A escola aparecia como uma instituição justa, em um mundo injusto” (CANÁRIO, 2007, p. 17).

A etapa seguinte, *escola das promessas*, marcou o período de ampliação da oferta educacional para as massas populares, evidenciando a reprodução da desigualdade social. As frustrações causadas, nesta fase, pela instituição educacional, neste momento vista como injusta, desencadeou na escola que vivenciamos atualmente, a das *incertezas*. Esta última etapa concretiza-se no agravamento do estado anterior, diante do alto índice de desemprego e da desvalorização dos diplomas; “[...] a escola vê desaparecer um dos seus traços institucionais mais marcantes: o de fabricar bons cidadãos no quadro do estado nacional” (CANÁRIO, 2007, p. 17).

Concomitantemente às fases descritas anteriormente, com relação ao processo de estruturação pedagógica, a escola instituiu-se em um tempo determinado para que nela ocorresse a aprendizagem, desvinculando, muitas das vezes, o aprender do fazer, sem ligação com o cotidiano, restrito ao “mundo abstrato dos conceitos científicos”. A aprendizagem que antes se dava pelo vínculo com a experiência e pela imersão na própria realidade social, alterou-se pela dicotomia do aprender-agir e na ruptura com a experiência (CANÁRIO, 2007).

Como consequência desse processo, o modelo educacional vigente, de forma geral, se resume à transmissão de conceitos já elaborados; o professor ocupa a posição principal no processo, caracterizado como o detentor do conhecimento a ser transmitido,

enquanto o estudante fica no lado oposto, pronto para assimilar os conteúdos ministrados. Assim, o trabalho escolar passa a não ter sentido para os sujeitos e a escola desvincula-se da realidade circundante. Resulta no que Engeström (2002, p.175) nomeou por encapsulamento da aprendizagem escolar, ou seja, “a descontinuidade entre aprendizagem na escola e cognição fora da escola”.

A escola, que foi criada para possibilitar o desenvolvimento psíquico dos sujeitos, fica restrita à transmissão de conteúdos, impossibilitando, com isso, os indivíduos de uma reflexão crítica da realidade e, conseqüentemente, de sua atuação para transformá-la. A proposta da existência de uma *educação humanizadora*, quando proposta por instituições governamentais, fica restrita aos discursos de palanque, pois quando nos deparamos com a prática o que percebemos são ações para manter a realidade concreta. Como afirma Canário (2005, p. 87),

O diagnóstico sobre a situação actual da escola é sombrio. O problema da escola pode ser sintetizado em três facetas: a escola, na configuração histórica que conhecemos (baseada num saber cumulativo e revelado), é obsoleta, padece de um défice de sentido para os que nela trabalham (professores e alunos) e é marcada, ainda, por um défice de legitimidade social, na medida em que faz o contrário do que diz (reproduz e acentua desigualdades, fabrica exclusão relativa).

A situação atual da escola, aliada à reprodução da desigualdade social, é consequência de fatores históricos, iniciados no período da *escola das promessas* e mantidos na *das incertezas* (CANÁRIO, 2007), no qual a classe dominante, com o intuito de prolongar a hierarquização e o domínio capitalista, “[...] reproduz e acentua desigualdades” (CANÁRIO, 2005, p.87). A escola que antes era vista como a *das certezas* e em prol de uma sociedade mais justa, passa a ter uma inversão no seu real papel, corroborando para a concretização de problemas de ordem social.

Ao direcionarmos nosso olhar para a consolidação organizativa de cunho pedagógico das instituições de ensino, sua estruturação se deu com tempos e espaços determinados, com conteúdos definidos de forma sequencial e cristalizados, como se o processo de aprendizagem ocorresse de forma linear e igualitária para todos os sujeitos, processo este resultante da pedagogia dita tradicional (DUARTE, 1998).

Os estudantes são separados em turmas, seja por idade (modalidade de ensino em ciclos de formação) ou por desenvolvimento cognitivo (modalidade de ensino seriado), posicionados em fileiras com direção ao professor (pessoa instituída historicamente para transmitir o conhecimento). Tal descrição ocorre, geralmente, em instituições tradicionais de

ensino (DUARTE, 1998), no qual o individualismo e a repetição de informações são valorizados, tanto por questões disciplinares quanto culturais.

Tal forma de organizar o ensino se mostra inelutável, persistindo no decorrer dos anos. Para pensar um modelo educacional diferente, com vistas à modificação da divisão de trabalho (professores e estudantes), dos conteúdos, da metodologia de ensino e das inter-relações dos sujeitos, necessário é (re)pensarmos de forma crítica este modelo vigente.

Uma escola deve ser organizada de tal forma que os sujeitos nela inseridos não venham a ser treinados por meio de um processo repetitivo e cumulativo de informação, por uma escola tradicional que tenha como centro do processo educativo a transmissão de conteúdos pelo professor (DUARTE, 1998), mas que possam se deparar com situações problemas que não tenha uma resposta pronta e única já formada e esperada; um espaço de aprendizagem com abertura ao erro e às incertezas.

Esse tipo de escola que vem se perpetuando serve para reproduzir as relações sociais dominantes; trata-se de um posicionamento contrário às possibilidades do trabalho educativo com um caráter humanizador (DUARTE, 1998). Ao propormos situações que envolvam problemas a ser resolvidos, possibilitamos aos sujeitos, segundo Canário (2007), um processo educativo que viabiliza o desenvolvimento de capacidades de análise simbólica baseadas na abstração, contrapondo-se à memorização, na experimentação, opondo-se à aplicação, em uma visão sistêmica e no trabalho em equipe, com vista à negação da valorização do individualismo.

Pressupomos que o ensino organizado para que os sujeitos se deparem com situações problemas que desencadeiam a motivação e a aprendizagem é um meio de superar a memorização de informações e de desenvolver novos conhecimentos. Nessa perspectiva, ao refletirmos sobre as mudanças necessárias para superarmos o modelo educacional vigente, necessário é refletirmos sobre três aspectos centrais: os conteúdos de ensino, o *espaço de aprendizagem*, as ações e o processo de apropriação do conhecimento – o modo de possibilitar o desenvolvimento do pensamento teórico.

2.1 - Os conteúdos de ensino

Uma das facetas da organização do processo de ensino e aprendizagem é a seleção dos conhecimentos científicos que permitirão aos sujeitos sua atuação na sociedade de forma reflexiva e crítica por meio da apropriação de saberes constituintes da sua cultura (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010). Levando em conta este aspecto, o currículo surge no nosso cenário de reflexão, com um olhar mais acentuado sobre os conteúdos selecionados para o ensino.

Pacheco (2001, p. 16), diante da pluralidade de definições e interpretações do que vem a ser o currículo, o designou, como projeto educativo e didático, por meio de três ideias centrais: “de um propósito educativo planejado no tempo e no espaço em função de finalidades; de um processo de ensino-aprendizagem, com referência a conteúdos e atividades; de um contexto específico – o da escola ou organização formativa”. O currículo é tomado na forma planejada por ser implementado para alcançar objetivos previstos.

Os objetivos estipulados e os conteúdos selecionados são aspectos muito importantes para a concretização de um currículo (PACHECO, 2001). Contudo, este não é compreendido como um programa rígido e fechado em si mesmo, mas flexível e orientado por finalidades. Ou seja,

[...] não se conceituará currículo como um plano, totalmente previsto, mas como um todo organizado em função de questões previamente planejadas, do contexto em que ocorre e dos saberes, atitudes, valores, crenças que os intervenientes trazem consigo, com a valorização das experiências e dos processos de aprendizagem (PACHECO, 2001, p. 17).

Compartilhamos com Pacheco (2001) a compreensão do currículo como uma construção histórica e como um instrumento essencial para a análise e melhoria das questões educativas. Este é resultado não somente de interações das estruturas escolares, mas também das políticas, culturais, econômicas, dentre outras.

Assim, por ser uma construção histórica e viabilizar a formação dos indivíduos em contextos temporais diferentes, há a necessidade do questionamento do currículo em momentos distintos da construção humana; “[...] aquilo que é priorizado para compor os currículos escolares reflete, de alguma forma, a expectativa de formação que um determinado grupo social tem acerca dos indivíduos que o compõem” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 30).

Quando analisamos a estruturação curricular das escolas atualmente, percebemos que estas têm permanecido cristalizadas, como se as necessidades que movessem os sujeitos continuassem as mesmas durante as últimas décadas. Para que a escola possibilite aos sujeitos

uma formação com vias à humanização é imprescindível que o currículo esteja corroborando para este quadro (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010).

Paro (2011, p. 487) corrobora com esta discussão ao afirmar que,

O currículo da escola fundamental tem permanecido com a mesma configuração há muitas décadas, mantendo sua forma verbalista e restringindo seu conteúdo às disciplinas tradicionais, adstritas a conhecimentos e informações. A sociedade mudou, novos direitos políticos, civis e sociais foram alcançados ou entraram na pauta de reivindicações, mas a concepção de currículo e daquilo que é necessário para a formação humano-histórica dos cidadãos continua a mesma.

Nesta perspectiva, o currículo tem permanecido com uma estrutura que favorece o ensino tradicional, restringindo a formação dos sujeitos somente à transmissão de conteúdos e informações direcionados às várias disciplinas (Matemática, Português, Ciências, etc), abstendo-se da construção histórica destes saberes, suas inter-relações e das manifestações culturais, como a dança, música ou a arte (PARO, 2011). Ao restringir o ensino somente à transmissão de conhecimentos e de informações, a escola não possibilitará nem mesmo a assimilação, por parte dos sujeitos, deste ensino empírico, devido à falta de sentido que a ele associam.

As manifestações culturais devem ser consideradas quando refletimos sobre a estruturação de um currículo escolar, superando a organização pautada apenas na informação e em conhecimentos. Isto se dá pela inclusão de componentes curriculares relacionados à arte: música, dança, arte, artesanato, folclore, dentre outros, que possibilitam a abordagem plena da cultura (PARO, 2011). Este processo não deve restringir-se apenas na criação de disciplinas isoladas que contemplem questões culturais, mas que possa haver a inter-relação entre os vários saberes.

A seleção dos conteúdos a serem contemplados no processo de ensino e aprendizagem é intrínseca ao da organização do currículo, cujo objetivo maior, em nossa perspectiva, é “propiciar a apreensão de saberes que tornarão os sujeitos mais aptos para viverem socialmente” (MOURA, 2012, p. 147), corroborando para que os mesmos atuem conscientemente no seu meio.

Identificamos os conteúdos como sendo sínteses produzidas por certos grupos sociais ao lidarem com problemas, fruto de necessidades físicas ou psicológicas, cujas soluções puderam permitir uma vida melhor. Estas sínteses foram eleitas em um determinado momento por um grupo de pessoas que as consideraram relevantes e, sendo assim, deveriam ser veiculadas de modo a permitir a integração de novos sujeitos na dinâmica da sociedade da qual faz parte (MOURA, 2012, p. 148).

Os saberes escolares são organizados em diferentes disciplinas que se inter-relacionam, cabendo aos professores dominarem, dentre outros fatores, o conhecimento específico dos saberes produzidos historicamente. Geralmente, o que percebemos é um ensino caracterizado pela transmissão desse conteúdo na sua forma resumida e acabada, contemplando simplesmente os resultados abstratos considerados relevantes, porém apresentados com a ausência do seu significado histórico. Isto implica na ausência de sentido no processo de ensino e aprendizagem tanto para professor quanto para o estudante (PARO, 2011).

Ao restringirmos os saberes escolares aos conteúdos matemáticos, surge a indagação sobre a real necessidade de alguns conteúdos estarem inseridos no currículo. Seja por tradição ou por falta de questionamento, os mesmos se perpetuam na grade curricular, acarretando na ausência de sentido para os sujeitos e na sua reprodução automática e memorizada.

Diante disso, os conteúdos ministrados em sua totalidade corroboram em quais aspectos para o processo de humanização dos sujeitos? Estes saberes cristalizados nos currículos ainda contribuem para solucionar problemas concernentes à sociedade atual? Questionamentos como estes são primordiais para (re) pensarmos a escola e sua estruturação.

Podemos compreender os conteúdos como sendo o resultado das formalizações das interações do homem com o meio ou com seus pares para solucionar problemas postos em um dado momento histórico (MOURA, 2012). Com isso, o conteúdo passa a ter uma história e, para que o sujeito possa organizar o ensino de modo a possibilitar aos estudantes a apropriação dos conhecimentos construídos, necessário é compreender o movimento lógico-histórico percorrido pelo mesmo.

Nesta perspectiva, o professor, sujeito que organiza o ensino de modo intencional, ao preocupar-se com os conteúdos pedagógicos, ocupa-se também em compreender a história dos mesmos. “Ao lidar dessa maneira com o conteúdo que deverá ensinar, ele adquire uma compreensão do modo como os conhecimentos são produzidos historicamente” (MOURA, 2012, p. 149). Assim, o professor planejará o ensino de modo a possibilitar aos sujeitos a compreensão das necessidades postas na construção dos saberes e a atribuição de sentido ao aprendizado dos conhecimentos abordados.

Acreditamos não ser preciso que o professor organize o ensino de modo a enunciar aos estudantes todo o percurso histórico da elaboração do conteúdo, mas que permita aos estudantes compreender a necessidade posta diante da solução de um problema. Deste modo, o ensino supera a transmissão de conhecimento com o intuito da memorização ou

identificação de elementos, corroborando para um processo pedagógico que promova o desenvolvimento dos indivíduos.

Com este intuito, ao idealizarmos uma concepção de currículo que não se restrinja apenas à transmissão de informação, a seleção dos conteúdos relevantes às áreas dos saberes é imprescindível (PARO, 2011). Quando refletimos sobre os conhecimentos matemáticos, estes tidos como aqueles que “ainda contribuem para a solução de problemas relevantes para o convívio social” (MOURA, 2012, p. 148), percebemo-nos diante da tarefa de selecionar um conteúdo para ser tomado como objeto de estudo pelas crianças participantes desta pesquisa.

O conteúdo algébrico, mais especificamente os nexos conceituais algébricos, explicitados de forma detalhada posteriormente, foi selecionado como objeto da aprendizagem dos sujeitos desta investigação. Justificamos a escolha deste conhecimento por ser essencial para o desenvolvimento psíquico das crianças (CEDRO, 2004).

O estudo da álgebra possibilita aos sujeitos saltos qualitativos no seu desenvolvimento; “[...] representa um plano novo e superior de desenvolvimento do pensamento matemático abstrato” (VIGOTSKY, 2009). A aprendizagem do conteúdo algébrico “[...] reconstrói e projeta para o nível superior o conhecimento aritmético anteriormente constituído” (VIGOTSKY, 2009), transformando para uma nova qualidade o pensamento do indivíduo.

Restringimos para esta seção somente a delimitação do conteúdo a ser contemplado nesta investigação, os nexos conceituais algébricos, pois nos capítulos posteriores apresentaremos de forma mais detalhada o movimento lógico-histórico realizado para organizar o processo de ensino e aprendizagem. Este movimento teórico é importante na tentativa de apreender nosso objeto de pesquisa: indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes participantes do Clube de Matemática.

Neste contexto, além dos aspectos concernentes aos conteúdos escolares, compreendidos tanto quanto um conjunto de conceitos como um conjunto de valores que permitam aos sujeitos interagir em determinados padrões culturais (MOURA, 1996), o processo pedagógico abrange concomitantemente tempo e espaços que corroboram para o pleno desenvolvimento humano. Deste modo, convém direcionarmos nossa discussão para o *espaço de aprendizagem* escolar e, posteriormente, contemplarmos de forma mais aprofundada o conhecimento algébrico e seu movimento lógico-histórico.

2.2 – O espaço de aprendizagem: o Clube de Matemática

O *espaço de aprendizagem* surge nesta discussão ao pensarmos no local que possa promover a aprendizagem dos sujeitos envolvidos no processo educacional, de modo a organizar o ensino pautado no que acreditamos ser uma *educação humanizadora*. Esta reflexão se torna necessária em nosso movimento teórico diante de nossa insatisfação com o modelo de ensino e aprendizagem vigentes.

Segundo Cedro (2004), a escola transforma-se em um espaço por meio das ações dos sujeitos envolvidos na atividade educativa. Não ideamos rejeitar a escola como o *locus* do processo de ensino e aprendizagem, mas defendemos uma (re) organização adequada deste *espaço de aprendizagem*, este compreendido como “o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientado pela ação intencional de quem ensina” (CEDRO, 2004, p. 47, grifos do autor).

Defendemos uma (re) organização deste espaço escolar por este modelo educacional vigente apresentar dificuldades para formar os sujeitos diante da realidade da sociedade, não conseguindo mobilizar os indivíduos rumo ao conhecimento (CEDRO, 2004). O processo pedagógico passa a ser ausente de sentido para os sujeitos diante da descontinuidade do aprendizado dentro e fora da escola, desencadeando o que Engeström (2002) nomeou por “encapsulamento da aprendizagem escolar”, isto é, a descontinuidade entre a aprendizagem escolar e a vida fora dela.

Na tentativa de superar o “encapsulamento da aprendizagem escolar” (ENGESTRÖM, 2002) e de buscar uma (re) significação da escola, a criação de *espaço de aprendizagem* dentro das instituições escolares se tornou necessária para a discussão e reflexão, em conjunto com as crianças, sobre a Matemática e atividades de aprendizagem que pudessem motivá-las à apropriação do conhecimento.

A criação deste espaço escolar inserido na instituição de ensino se justifica pela contradição existente entre o reconhecimento da escola como local organizado de forma intencional para que ocorra o processo formativo dos sujeitos versus a forma como está organizado atualmente, apresentando uma descontinuidade entre os saberes escolares e a realidade (ENGESTRÖM, 2002). Como não intuímos renegar a escola como *espaço de aprendizagem*, mas sua (re) significação, a estruturação de um espaço propício à busca deste movimento foi indispensável.

O projeto Clube de Matemática surge neste contexto como um *espaço de aprendizagem* dos estudantes, inserido nas instituições públicas de educação básica, e, concomitantemente, como um ambiente para a concretização desta investigação. Este é organizado tomando como premissa a ludicidade, como forma de envolver as crianças à apropriação do conhecimento matemático (álgebra), e ações e reflexões coletivas dos sujeitos, de modo a possibilitar o compartilhamento de ideias e de saberes entre os pares.

O Clube de Matemática está vinculado a um projeto de pesquisa intitulado *Educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e práticas da organização do ensino*, sendo este associado ao programa Observatório da Educação (OBEDUC) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior (CAPES). Apresenta-se em rede com quatro núcleos: Universidade de São Paulo (USP) (São Paulo), USP (Ribeirão Preto), Universidade Federal de Goiás (UFG) (Goiânia) e Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) (Santa Maria), coordenado pelo professor doutor Manoel Oriosvaldo de Moura.

O OBEDUC é desenvolvido, em cada núcleo, por um grupo de professores da educação superior, estudantes da graduação de Pedagogia e Licenciatura em Matemática, alunos de pós-graduação *strictu sensu* e *lato sensu*, professores e coordenadores da Educação Básica por meio de grupos colaborativos. Este projeto tem a duração de quatro anos, iniciado no ano de 2010, no qual em cada ano há um seminário em cada núcleo de pesquisa, de modo a reunir todos os componentes e discutir as pesquisas acadêmicas em desenvolvimento ou já concluídas, tendo como pressuposto teórico a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade.

Todos os núcleos apresentam como objetivo geral do OBEDUC a investigação das relações existentes entre o desempenho escolar dos alunos e a organização curricular de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, embasado nos dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Entre os objetivos específicos, podemos citar:

- ✓ Investigar aspectos relativos ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental em escolas públicas de abrangência das instituições envolvidas, visando identificar possíveis indicadores de qualidade bem como problemas e dificuldades relativos ao ensino e aprendizagem, a organização do ensino e ao trabalho docente;
- ✓ Investigar quais são as implicações dos resultados das avaliações oficiais (SAEB/Prova Brasil) nas ações escolares por parte de gestores e professores;

- ✓ Contribuir para o aprofundamento teórico-metodológico sobre a organização curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental, através do desenvolvimento de uma proposta curricular de educação matemática na infância, assentada na Teoria Histórico-Cultural;
- ✓ Aproximar a pós-graduação e a graduação das escolas de educação básica por meio da criação de grupos colaborativos que envolvam professores e/ ou coordenadores pedagógicos de escolas públicas de diferentes desempenhos nas avaliações; alunos da graduação e da pós-graduação e professores universitários;
- ✓ Oportunizar a socialização e troca de experiências sobre Educação Matemática entre professores e futuros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- ✓ Fortalecer linhas de pesquisa da área de Educação Matemática com enfoque nos anos iniciais do Ensino Fundamental, congregando pesquisadores de diferentes instituições e programas de pós-graduação.

Cada núcleo, com o intuito de alcançar os objetivos estipulados acima, é composto por um grupo colaborativo com encontros semanais. Inseridos neste espaço de formação⁸, o OBEDUC nos possibilitou organizar a pesquisa de modo a viabilizar um processo de ensino e aprendizagem no Clube de Matemática, tendo como pressuposto teórico a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade. Isto porque os professores que participavam das reuniões eram os mesmos que desenvolviam o Clube de Matemática, nas escolas públicas, sendo que estes compartilhavam da mesma insatisfação com o modelo vigente de educação e almejavam também sua superação.

Esta pesquisa se propõe a colaborar com os estudos relacionados ao OBEDUC, tendo como foco de nossa intencionalidade investigativa o processo de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nosso trabalho centrará na investigação concernente aos indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes do Clube de Matemática, por meio das manifestações orais e escritas.

O OBEDUC nos possibilitou investigar os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébrico por selecionar o conhecimento algébrico como um dos saberes importante ao desenvolvimento psíquico das crianças, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, conseqüentemente, inseri-lo nas discussões teóricas do grupo. Convém esclarecer que no núcleo do OBEDUC a que pertencemos, Goiás-Goiânia, não se restringiu ao

⁸ Esta pesquisa se concretizou no núcleo da UFG / Goiânia, cujo professor orientador local do OBEDUC era o Wellington Lima Cedro.

estudo sobre o conhecimento algébrico durante os quatro anos de seu regimento, mas também contemplou o de geometria, contagem e sistema de numeração.

Ao selecionar o conteúdo algébrico para o estudo em um momento específico, o grupo se preocupou em conhecer a histórica deste conhecimento a ser contemplado no Clube de Matemática; este movimento nos possibilitou estabelecer os nexos conceituais algébricos, explicitados no próximo capítulo. Este processo concretizou-se mediante a tentativa de estabelecer a unidade entre o histórico e o lógico para compreender a gênese do conceito (MOURA, 2010).

Assim, o grupo OBEDUC estudou o conteúdo a ser ensinado, o que permitiu a compreensão do modo como o conhecimento algébrico foi produzido historicamente (MOURA, 2012).

Aprofundar-se no conteúdo é definir uma maneira de ver como este se relaciona com outros conhecimentos e como ele faz parte do conjunto de saberes relevantes para o convívio social. É também definidor de como tratá-lo em sala de aula, pois o professor, ao conhecer os processos históricos de construção dos conteúdos, os redimensiona no currículo escolar. (MOURA, 2012, p. 149).

Este movimento possibilitou aos professores a compreensão da evolução cultural do conhecimento algébrico e favoreceu a organização do processo de ensino e aprendizagem no Clube de Matemática. Essa é uma tentativa de possibilitar às crianças, em sua formação inicial, tomar consciência deste conteúdo matemático, compreendendo seu desenvolvimento (MOURA, 2012).

Tomando o Clube de Matemática como um *espaço de aprendizagem*, a sua principal meta é a de “[...] criar um ambiente para o desenvolvimento de atividades educativas que possibilitem a discussão dos mais variados aspectos dentro do meio educacional” (CEDRO, 2004, p. 52). Diante disso, surge a necessidade de explicarmos como o mesmo se estrutura.

O Clube de Matemática é um projeto semestral desenvolvido em escolas públicas municipais, no nosso caso em instituições goianas, por grupos de professores pertencentes ao OBEDUC. No momento de nossa investigação, havia três escolas de Goiânia em que estava sendo desenvolvido o projeto, sendo que uma contemplava o conhecimento algébrico e as demais o sistema de numeração.

Para a participação das crianças no Clube de Matemática, foram ofertadas 12 vagas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tal quantidade se justifica por ser uma pesquisa acadêmica e haver a necessidade de limitarmos o número de sujeitos pertencentes ao

processo formativo. A participação das crianças foi voluntária, para a qual houve uma divulgação a priori, por parte da pesquisadora, informando às crianças sobre o desenvolvimento do projeto e sua caracterização – aprendizagem de Matemática por meio de jogos.

As crianças se mostraram muito dispostas à participação no Clube de Matemática no dia da divulgação, o que acarretou que o número de voluntários superasse a quantidade especificada, 12. Tivemos que realizar um sorteio com os nomes dos estudantes que manifestaram interesse, estipulando que seriam 6 meninas e 6 meninos. Assim, as crianças sorteadas levaram um documento aos responsáveis com as devidas informações sobre o projeto e a pesquisa intrínseca ao mesmo, solicitando a permissão para participação.

Os encontros⁹ vinculados a essa pesquisa ocorreram semanalmente, toda quarta-feira, no período vespertino, durante o primeiro semestre do ano de 2013, com os estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental e com dois professores mediadores do processo educacional participantes do OBEDUC. O tempo aproximado das ações de cada encontro foi de duas horas.

Como o intuito do Clube de Matemática é promover a aprendizagem dos sujeitos, é fundamental compreendermos como ocorreu a concretização da intencionalidade do professor no planejamento das ações dos estudantes. Na seção seguinte, abordamos as ações dos professores do OBEDUC para organizar o ensino no Clube de Matemática e o modo de estruturação do mesmo por meio da ludicidade e das ações e reflexões coletivas.

2.3 - Ações educativas

O Clube de Matemática é um *espaço de aprendizagem* organizado para que o processo educacional tenha sentido para os sujeitos, “[...] um ambiente onde se partilha e constrói significados” (MOURA, 2012, p. 155). Ao assumir a educação escolar como atividade, o professor - os profissionais do OBEDUC - assume o papel de organizador deste espaço e das ações a serem desenvolvidas pelos sujeitos.

⁹ Restringiremos nosso olhar, a partir de agora, para o grupo do Clube de Matemática a ser investigado nessa pesquisa, pois há a impossibilidade de analisarmos o movimento percorrido no processo pedagógico em todos os grupos pertencentes ao projeto Observatório da Educação de Goiânia.

Como a atividade principal do professor é ensinar, este deve organizar ações e situações que promovam a aprendizagem dos sujeitos. Como assumimos a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade como referenciais teóricos, temos por necessidade organizar o ensino de maneira que os sujeitos interajam entre si, mediados pelo objeto de conhecimento (MOURA, 2012).

O professor busca gerar nos estudantes a necessidade do estudo; “deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade” (MOURA, 2010, p. 90). Ao organizar o ensino, planeja ações para possibilitar aos sujeitos a apropriação do conhecimento e o desenvolvimento do pensamento teórico, no qual o objeto de ensino do docente deverá se transformar em objeto de aprendizagem para os estudantes (MOURA, 2010).

A atividade de ensino é concretizada por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), que objetivam colocar o pensamento dos sujeitos em ação, utilizando situações problemas que sejam relevantes (MOURA, 2010). As SDA, por conseguinte, são pautadas pelo princípio organizativo das Atividades Orientadoras de Ensino (AOE), propostas por Moura (2010, p. 96), em que as AOE destacam-se como “núcleo do trabalho do profissional do ensino” e como um modo geral de organização. Segundo Moura (2010, p. 97), “[...], a AOE toma a dimensão de mediação ao se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e, assim, também se constituirão sujeitos de qualidade nova”.

A elaboração das SDA foi pautada nas AOE na busca de situações que promovessem a partilha de diferentes saberes e de significados de maneira coletiva, mediados por um conteúdo, considerando os diferentes níveis dos sujeitos (MOURA, 2010). “É *atividade orientadora* porque define os elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor” (MOURA, 2012, p. 155, grifos do autor). Isto porque ao organizar o ensino, o professor não detém todo o processo educacional; por outro lado, ele permite aos estudantes compartilharem significados sem o estabelecimento de um único comportamento para todos os sujeitos.

A atividade orientadora de ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimento de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende (MOURA, 2012, p. 155, grifos do autor).

Neste contexto, o professor estabelece os objetivos, os conteúdos, as ações e seleciona os instrumentos auxiliares no processo pedagógico (MOURA, 2012), mediante um estudo do lógico e do histórico dos conceitos a serem contemplados. A reflexão é intrínseca a este processo, pois permite verificar se os objetivos anteriormente especificados foram alcançados. Este movimento é necessário, visto que o ato do professor de planejar uma SDA de modo intencional não garante que haverá a aprendizagem dos estudantes, visto a complexidade e os diversos fatores concernentes ao processo educativo.

Deste modo, os professores, inseridos no OBEDUC, por meio de estudos coletivos, elaboraram as SDA que “se traduzem em conteúdos a serem apropriados pelos estudantes no espaço de aprendizagem” (MOURA, 2010, p. 103). As SDA, organizadas de forma lúdica para os anos iniciais, são a tentativa de envolver as crianças à aprendizagem, por meio da interação com os pares segundo suas potencialidades, de modo a chegar a outro nível de compreensão do conceito (MOURA, 2010).

A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito [...]; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou síntese no seu movimento lógico-histórico (MOURA, 2010, p. 103-104).

O nosso intuito, por meio da SDA, é reproduzir a nossa concepção de *educação humanizadora* e possibilitar a concretização da mesma, gerando o compartilhamento de significados historicamente acumulados. Tomaremos o termo “tarefas particulares” com o mesmo significado de “situações desencadeadoras de aprendizagem” ao longo deste texto, diferindo apenas pela terminologia. A nomenclatura “tarefa particular” foi proposta por Davydov (1988) ao fazer referência à organização do ensino desenvolvimental e às tarefas desenvolvidas pelas crianças. Contemplaremos esta discussão teórica com maiores detalhes ao explicitarmos as tarefas particulares desenvolvidas no Clube de Matemática.

A elaboração das SDA se deu tomando por base os pressupostos teóricos assumidos, a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade, sendo o trabalho realizado de forma colaborativa no OBEDUC. “A elaboração coletiva das atividades de ensino é que permitirá a utilização da teoria de modo apropriado, pois está a serviço de um projeto coletivo de busca de melhoria das condições de aprendizagem” (MOURA, 2000, p. 42).

O conjunto de SDA que compõe o processo de ensino e aprendizagem do Clube de Matemática, contemplado nesta investigação, possui como objeto de estudo os nexos conceituais algébricos. As tarefas particulares foram planejadas em semestres anteriores ao da

realização desta pesquisa, sendo desenvolvidas em Clubes de Matemática precedentes. Este movimento foi importante para nos permitir perceber o comportamento de outras crianças diante das mesmas, realizar discussões e reflexões no grupo do OBEDUC sobre as suas limitações e buscar meios para permitir que os estudantes alcançassem o objetivo traçado em cada momento do projeto.

Deste modo, as SDA, envolvendo os nexos conceituais algébricos, perpassaram por uma dinâmica, após sua elaboração inicial no grupo do OBEDUC, que permeou pelos momentos de ação, reflexão e ação, ilustrados na figura 4. Este movimento permitiu a consolidação do conjunto das tarefas particulares desta investigação, desenvolvidas no Clube de Matemática deste trabalho.

O movimento das ações dos docentes do projeto OBEDUC com relação à elaboração do conjunto de SDA, envolvendo os nexos conceituais algébricos, do Clube de Matemática

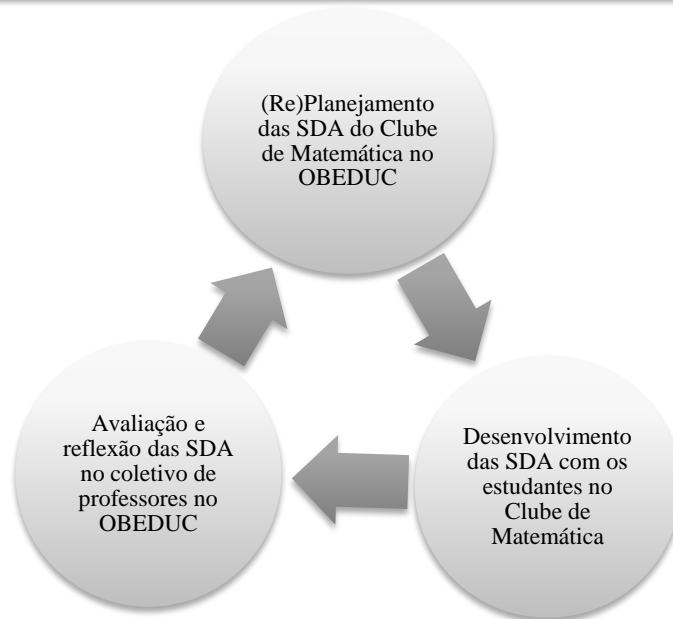


Figura 4: A organização das ações dos docentes do Clube de Matemática e da pesquisadora.

Como podemos observar na figura 4, as SDA foram desenvolvidas junto a estudantes, em Clubes de Matemática para uma posterior análise e reflexão das mesmas no coletivo de sujeitos do OBEDUC. Este processo possibilitou um movimento prévio de criação, desenvolvimento, reflexão coletiva e um (re) planejamento para resultar nas tarefas particulares que vamos apresentar nos capítulos subsequentes.

Como modo de organizar o ensino para favorecer o desenvolvimento do querer aprender nas crianças, elaboramos as SDA com um caráter lúdico. Isto por acreditarmos que a construção do motivo de aprender é fundamentalmente uma função educativa (RIGON,

ASBAHR, MORETTI, 2010), apesar de os elementos sociais e econômicos também influenciarem no processo de ensino e aprendizagem. Como afirmam Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 32), “embora o professor tenha limites de atuação, criar condições para que o estudante queira aprender deve ser um dos objetivos de sua atividade de ensino”.

A ludicidade nas SDA concretiza-se mediante a utilização de jogos como um recurso metodológico; educar crianças dos anos iniciais pressupõe desenvolver ações que favoreçam o seu desenvolvimento e que formam a necessidade do conhecimento, o desejo ou a predisposição para tal (NASCIMENTO, ARAÚJO, MIGUEIS, 2010). Leontiev (1988) corrobora com este princípio ao afirmar que a brincadeira é a atividade caracterizada por uma estrutura tal que o motivo está no próprio processo.

No jogo, através da ação lúdica, a criança desenvolve a sua capacidade de abstração e começa a agir independentemente daquilo que vê, operando com significados diferentes da percepção imediata do jogo (LANNER de MOURA, 1995). O jogo, tomado aqui com o mesmo significado atribuído por Lanner de Moura (1995, p. 26), possui a conotação de jogo com regras, cuja característica principal é “[...] a inclusão de um certo objetivo mediante o qual a criança se conduz no jogo avaliando o próprio desempenho. Este processo de avaliação desenvolve a capacidade de controlar o próprio comportamento em função de um objetivo definido externamente” .

O jogo se configura na forma pela qual a criança tem a possibilidade de se apropriar do mundo circundante (NASCIMENTO, ARAÚJO, MIGUEIS, 2010). Referimos ao jogo com uma intencionalidade pedagógica no trabalho educativo, como a forma do sujeito se relacionar com o mundo e de se apropriar dos bens culturais, não como sinônimo de prazeres tais como apresentam as teorias educacionais espontaneístas (NASCIMENTO, ARAÚJO, MIGUEIS, 2010).

O jogo de regra é a forma que encontramos para concretizar a intencionalidade pedagógica e permitir que os estudantes interajam entre si, para compartilhar ideias e saberes, mediados pela ação do professor. As crianças não ficam livres em suas ações, mas direcionadas pelo objetivo da brincadeira e pelas intervenções didáticas do professor. Segundo Lanner de Moura (1995, p. 26-27),

Nos jogos de regras, os jogadores estão, não apenas, um ao lado do outro, mas “juntos”. As relações entre eles são explícitas pelas regras do jogo. O conteúdo e a dinâmica do jogo não determinam apenas a relação da criança com o objeto, mas também suas relações em face a outros participantes do jogo. Estes últimos se tornam também conteúdo da atividade lúdica e neles se fixa o motivo do jogo. Assim, o jogo de regras possibilita o desenvolvimento das relações sociais da

criança, devido a sua dinâmica ser regida por um conjunto de regras que orienta as ações dos jogadores, colocando-os em situações de interação, em função do objetivo do jogo, que ele se torna um possível desencadeador de aprendizagens.

As situações do jogo permitem às crianças a interação e as trocas de saberes. Para o professor é uma forma didática de contemplar os conteúdos selecionados para o ensino (NASCIMENTO; ARAÚJO; MIGUEIS, 2010). Na ação didática, não defendemos simplesmente a utilização do jogo, mas sua conciliação com as ações pedagógicas e a intencionalidade docente. Há a intervenções para explicitar, para as crianças, os conteúdos das brincadeiras, a fim de possibilitar o seu desenvolvimento; “[...] o trabalho educativo com o jogo tem por objetivo revelar as relações humanas presentes nele, para que as crianças possam delas se apropriar” (NASCIMENTO; ARAÚJO; MIGUEIS, 2010, p. 133), evidenciando-se o papel social da educação escolar.

As situações lúdicas são primordiais para a formação das crianças por significar as possibilidades máximas de apropriação do mundo das relações, objetos, conhecimentos e ações historicamente criados pela humanidade (NASCIMENTO, ARAÚJO, MIGUEIS, 2010). Sua concretização por meio do jogo possibilita a interação dos sujeitos, o contato com níveis diferentes de entendimento, a busca pela melhor estratégia e a escolha da melhor jogada (LANNER de MOURA, 1995).

A ludicidade e a utilização dos jogos como recursos pedagógicos foram concretizados nas SDA planejadas pelo grupo do OBEDUC. Houve a elaboração coletiva de tarefas particulares desencadeadas por meio de jogos. Estes continham um objeto de estudo - os nexos conceituais algébricos; cujos objetivos eram possibilitar aos estudantes a apropriação do conhecimento; e ações direcionadas ao objeto - ações coletivas conscientes, mediante a comunicação e as trocas de saberes entre os pares, que permitisse a construção de um modo generalizado de ação (MOURA, 2010).

Por meio das SDA lúdicas esperava-se que os sujeitos compreendessem a premissa que sustenta esse trabalho, a importância do trabalho colaborativo. Para tanto, as situações nos jogos foram organizadas de modo a possibilitar a interação dos sujeitos e a interdependência das ações. Os indivíduos, diante das tarefas particulares, deveriam organizar suas ações individuais com vista à construção de uma ação coletiva (LOPES, 2004).

Como o ser humano é um ser social, o mesmo se apropria de significados de objetos e atribui sentido a eles por meio de relações interpessoais. Daí a importância de as ações dos estudantes contemplarem a coletividade, para haver o compartilhamento de saberes e ações, em um processo de relações intersíquicas (coletivas) para intrapsíquicas

(individual); “[...] a criança é capaz de realizar em colaboração muito mais que o por si mesma” (VYGOTSKI, 2001, p. 240, tradução nossa)¹⁰.

Rubtsov (1996, 134) ressalta a importância do trabalho colaborativo, afirmando que pesquisas realizadas mostraram que a aptidão para a aprendizagem é resultado de uma interiorização, “[...] de maneira que a atividade de aprendizagem se apresenta, essencialmente, sob a forma de uma atividade realizada em comum, na qual as tarefas são repartidas entre os alunos, ou entre alunos e professor”.

As ações coletivas, quando tomadas como uma das facetas na organização do processo de ensino e aprendizagem, desempenham um papel importantíssimo no desenvolvimento cognitivo dos sujeitos (RUBTSOV, 1996). Isto porque, ao colaborar com os pares diante de uma SDA, o indivíduo tem a possibilidade de buscar a solução de um problema de forma colaborativa, por meio da troca de saberes e reflexões conjuntas, com vista à elaboração de um resultado comum.

Ações e reflexões coletivas possibilitam o desenvolvimento psíquico dos sujeitos por meio de interações e transformações qualitativas do pensamento, isto mediante a relação entre o social e o individual. Assim, “a atividade coletiva torna-se uma etapa necessária e um mecanismo interior da atividade individual” (RUBTSOV, 1996, p. 137), sendo imprescindível no processo educacional.

O trabalho colaborativo, neste estudo, é tomado como via organizacional do processo pedagógico, como um fator a contribuir para a aprendizagem dos sujeitos, visto que os mesmos irão trabalhar e refletir no coletivo com um objetivo em comum. O papel do professor que promove as mediações do processo não é, aqui, minimizado, porém o sujeito é visto como um ser ativo no processo educacional, dotado de conhecimentos que poderão ser compartilhados e valorizados pelos pares.

Para Rubtsov (1996, p. 136) a atividade coletiva se caracteriza por apresentar os seguintes elementos principais:

- a repartição das ações e das operações iniciais, segundo as condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade;
- a troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo;
- a compreensão mútua, permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro;
- a comunicação, assegurando a repartição, a troca e a compreensão mútua;

¹⁰ “[...] el niño es capaz de realizar en colaboración mucho más que por sí mismo” (VYGOTSKI, 2001, p. 240).

- o planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum;
- a reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade (assim, é graças à reflexão que se estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação às suas ações, a fim de conseguir transformá-las, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho comum).

Esses elementos compõem uma organização de ensino, tomando por base “atividades coletivas” (RUBTSOV, 1996), cujo movimento perpassa do social para o individual. Assim, o desenvolvimento psíquico individual dos sujeitos leva em conta as interações entre os pares, na qual “a atividade coletiva torna-se uma etapa necessária e um mecanismo interior da atividade individual” (RUBTSOV, 1996, p. 135).

As tarefas particulares, propostas no Clube de Matemática, apresentam como objeto de aprendizagem o conhecimento algébrico. Este está presente por meio de situações problemas que possibilitam sua reflexão e, não, simplesmente a apresentação de definições, como é feito comumente em salas de aula. O intuito é promover o desenvolvimento dos estudantes no coletivo, possibilitando a criação de “[...] uma base psicológica necessária para a formação dos conceitos” (CEDRO, 2004, p. 54).

O Clube de Matemática é compreendido como o *espaço de aprendizagem* do professor e do aluno. Ambos lidam com situações problemas – o professor com ensino e o aluno com a aprendizagem – em um processo de interação entre os sujeitos ou entre os sujeitos e o meio que culmina em conflitos que propiciam a apropriação de novos conhecimentos.

Por acreditarmos que a organização do processo de ensino deve ser sustentada pela intencionalidade do professor, mediado por um conteúdo, este deve buscar meios para a formação do pensamento teórico dos sujeitos inseridos no processo de ensino e aprendizagem, pois o conhecimento teórico constitui o objetivo principal da atividade de ensino (DAVÝDOV, 1982). Levando em conta isso, na próxima seção, trazemos à discussão as diferenças existentes entre o pensamento empírico e teórico, explicitando o desafio da organização do ensino que não se limite apenas a reforçar o pensamento pautado nos aspectos externos e observáveis dos objetos e fenômenos (ROSA, MORAIS, CEDRO, 2010).

2.4 - A superação do empirismo no cenário educacional: o pensamento teórico

A instituição escolar é o local designado para que ocorra a organização do processo de ensino e aprendizagem, possibilitando aos sujeitos envolvidos o desenvolvimento do pensamento. A manifestação deste possibilitará compreender algumas das facetas do processo educacional, tais como a apropriação dos conceitos abordados nas situações pedagógicas e, conseqüentemente, a eficácia ou não da organização do ensino (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010).

O conhecimento científico configura-se como aquele a ser apropriado no ambiente escolar, de forma que possibilite, aos sujeitos, a superação do pensamento empírico. Para tanto, há o processo de passagem do conhecimento do contexto científico para o contexto escolar, pressupondo a seleção de conceitos ditos relevantes para o desenvolvimento dos sujeitos e sua adequação às características das instituições de ensino (ROSA, MORAES, CEDRO, 2010), de forma a possibilitar a constituição do indivíduo como ser humano, como entende a perspectiva Histórico-Cultural.

A assimilação do conhecimento científico no ambiente escolar não garante, por si só, o desenvolvimento potencial do pensamento dos sujeitos. A existência de conteúdos ditos relevantes no plano curricular e sua internalização não representa de forma plena o desenvolvimento dos indivíduos. Deve-se levar em conta, também, na investigação do processo, a organização do ensino, de forma a analisar os tipos de pensamento que se almeja potencializar nos sujeitos. “De fato, a escolarização pode ao mesmo tempo potencializar ou limitar, ampliar ou restringir a imaginação e a prática de quem a vive, determinando assim as possibilidades de criação, desenvolvimento, evolução e autonomia” (ROSA, MORAES, CEDRO, 2010, p. 68).

Dito isto, acreditamos que a organização do ensino escolar deve promover o desenvolvimento máximo dos estudantes, de forma a não se limitar a situações empíricas no processo educacional, pois já são desenvolvidos em meio a experiências diárias, por meio de observações do meio ou dos objetos. Para tanto, Davydov¹¹ (1988) ressalta a necessidade de se analisar os aspectos lógicos, as formas fundamentais de pensamento – a abstração, a generalização e o conceito; “as particularidades da generalização, em unidade com os

¹¹ Optamos por utilizar a grafia Davydov para designar o nome deste autor no decorrer deste trabalho, apesar do uso de diferentes grafias nas referências e citações, pois estão de acordo com as referências bibliográficas.

processos de abstração e formação de conceitos, caracterizam a nosso ver, o tipo geral do pensamento do homem”¹² (DAVYDOV, 1988, p.100, tradução nossa).

O processo de generalização, compreendido sob a influência da lógica formal, é entendido como uma tentativa de descrição dos atributos de vários elementos ou fenômeno individualizados, levando em conta suas características estáveis. Fundamenta-se na observação dos objetos e sua comparação, em uma análise que perpassa do particular para o geral, resultando no destaque do comum por meio de palavras ou signos.

Como resultado deste processo, a abstração surge nesse movimento cognitivo ao assimilar características particulares dos objetos: “[...] ao separar mentalmente os atributos comuns e formar um grupo de objetos, o sujeito está abstraindo as características do objeto das suas relações com qualquer outro objeto” (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 72). De acordo com Davydov (1982, p. 13, grifos do autor, tradução nossa),

No caso da generalização, por um lado, tem lugar a busca e a nomeação mediante a palavra de determinado atributo *invariante* entre a diversidade dos objetos e seus atributos; e por outro lado, a identificação dos objetos da diversidade dada com a ajuda da característica invariante escolhida.¹³

Segundo Davydov (1982), a separação do geral e o confronto com o particular constitui o processo de abstração. “O conhecimento do geral, sendo resultado da comparação e de sua fixação por meio de um signo, constitui sempre algo *abstrato, não concreto e imaginável*” (DAVÝDOV, 1982, p. 17, grifos do autor, tradução nossa)¹⁴.

A lógica formal tradicional tem chamado de conceito a toda a generalidade abstrata expressa em palavras. Assim, um pensamento abstrato que resulta em sua apresentação por alguma forma de representação pode ser considerado um tipo de conceito, surgindo assim um sistema hierárquico de conceitos, chegando ao seu auge quando na forma de síntese do pensamento.

O enfoque indicado sobre a generalização, a abstração e a formação de conceito corresponde à interpretação lógico-formal das operações mentais, que de acordo com Davydov (1988, p. 103, tradução nossa),

¹² Las particularidades de la generalización, en unidad con los procesos de abstracción y formación de conceptos, caracterizan, a nuestro juicio, el tipo general de pensamiento del hombre (DAVYDOV, 1988, p. 100)

¹³ “En el caso de la generalización, por una parte, tiene lugar la búsqueda y el nombramiento mediante la palabra de un cierto *invariante* entre la diversidad de objetos y sus atributos; y por otra, la identificación de los objetos de la diversidad dada con ayuda del invariante escogido” (DAVÝDOV, 1982, p. 13, grifos do autor).

¹⁴ “El conocimiento de lo general, siendo resultado del hecho comparativo y de su fijación en el signo, constituye siempre algo *abstrato, inconcreto, imaginable*” (DAVÝDOV, 1982, p. 13, grifos do autor).

A coincidência se observa aqui, em primeiro lugar, na interpretação do geral somente como igual ou semelhante no grupo de objetos; em segundo lugar, na interpretação do essencial somente como característica distintiva da classe de objetos; em terceiro, na descrição do caminho da percepção da representação e, logo, o conceito¹⁵.

A diferença central se encontra que, na lógica formal, o que caracteriza os conceitos são os aspectos observáveis, resultado da diferenciação de um conjunto de objetos. Em contrapartida, a lógica dialética, proposta por Davydov (1982, 1988), é respaldado não somente em atributos comuns, mas nos nexos conceituais que constituem o conceito.

Poderíamos, diante disso, afirmar, alicerçada na compreensão da lógica formal, que as primeiras formas de manifestação desse tipo de pensamento conceitual possuem um caráter empírico, culminando no seu estágio superior, envolvendo sua síntese e expressão verbal; “[...] o pensamento que se realiza com ajuda das abstrações e generalizações de caráter lógico-formal somente leva aos conceitos empíricos” (DAVÍDOV, 1988, p. 104, tradução nossa)¹⁶.

A verbalização é tida como um importante meio de representação das generalizações e do pensamento de uma forma geral, pois é por meio dela que se expressa o conhecimento. O uso da palavra, tanto na manifestação oral quanto escrita, é um meio de representação da generalização e da abstração. Entretanto ao descrever um objeto ou fenômeno, o sujeito pode conter-se em características secundárias perceptíveis, deixando de representar os atributos mais importantes e imprescindíveis (DAVÍDOV, 1988). Atento a essa possibilidade, a organização do processo educacional deve possibilitar saltos qualitativos, sob a perspectiva Histórico-Cultural, permitindo aos indivíduos a abstração e a síntese das particularidades da gênese do conceito do objeto ou do fenômeno analisado.

Levando em consideração o cenário escolar, o processo de entendimento da generalização perpassa, muitas das vezes, pela relação entre a percepção, a representação e, por fim, o conceito. Como ponto de partida desse movimento pedagógico estão os objetos e os fenômenos singulares, perceptíveis visualmente. Os professores, diante disso, ensinam os sujeitos a observarem a diversidade concreta dos objetos e fenômenos (percepção), e, posteriormente, a explicarem os resultados alcançados (representação) (ROSA, MORAES,

¹⁵ “La coincidencia se observa aquí, en primer lugar, en la interpretación de lo general sólo como lo igual o semejante en el grupo de objetos; en segundo lugar, en la interpretación de lo esencial sólo como rasgo distintivo de la clase de objetos; en tercer lugar, en la descripción de los tránsitos de la percepción a la representación y luego al concepto” (DAVÍDOV, 1988, p. 103)

¹⁶ “(...) el pensamiento que se realiza con ayuda de las abstracciones y generalizaciones de carácter lógico-formal sólo lleva a formar los llamados conceptos empírico” (DAVÍDOV, 1988, p. 104).

CEDRO, 2010). De modo gradual, o sujeito adquire a capacidade de descrever as situações perceptíveis baseados em observações anteriores.

Assim, o processo de desenvolvimento do pensamento dos sujeitos é compreendido pelo movimento inicial da percepção e representação dos objetos e fenômenos, resultando, de forma intuitiva e suficiente, na formação do conceito (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010). Esta concepção resulta em um ensino baseado no método intuitivo, implicando em uma educação empírica e utilitarista.

Como resultado dessa concepção de ensino, as instituições escolares que a sustentam apresentam um ensino amparado na identificação e classificação de objetos e fenômenos, restringindo-se às suas particularidades externas e secundárias. O pensamento dos sujeitos fica, então, limitado a questões do cotidiano, não estando apto a compreender as peculiaridades inertes aos processos, a criar novos conhecimentos (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010).

Tais características destes cenários educacionais resultam em um ensino sustentado no conhecimento empírico, restrito somente aos atributos observáveis dos fenômenos (DAVÍDOV, 1988). Por assumirmos uma concepção pedagógica que possibilite aos sujeitos a sua constituição como ser humano, na perspectiva Histórico-Cultural, intuimos a concretização do desenvolvimento do pensamento dos sujeitos, tomando por base o desenvolvimento de um processo que possibilite a constituição do pensamento teórico.

Acreditamos que o conhecimento sustentado basicamente na observação e na percepção, pode ser elaborado em ações e vivências do cotidiano. Este, intitulado por pensamento empírico, é compreendido como resultado da formação de representações sensoriais gerais e seu vínculo com atividades práticas. O emprego de palavras genéricas que permite dar à experiência sensorial a forma de generalidade abstrata, baseado no princípio de identidade puramente formal, é uma peculiaridade do pensamento empírico (DAVÍDOV, 1982). Vale ressaltar que a generalização formal empírica valoriza as propriedades externas e comuns de objetos ou fenômenos analisados (RUBTSOV, 1996).

De forma geral, o conhecimento empírico é caracterizado por ser fundamentado em observações dos objetos ou fenômenos e na representação das propriedades comuns, concretas do objeto. Em contraposição, o conteúdo do pensamento teórico se encontra na própria existência mediatizada, refletida e essencial do ser (DAVÍDOV, 1982).

Assim, o pensamento teórico opera por meio de conceitos científicos. Segundo Davydov (1982, p. 300-301, tradução nossa), “o conceito surge como uma forma de atividade psíquica do sujeito, que permite a ele a reprodução do objeto idealizado e do sistema de suas

relações, o que reflete, na sua unidade, a universalidade e a essência do movimento do objeto material”¹⁷. Assim, o conceito, na lógica dialética, constitui como forma de reflexo do objeto ou fenômeno e como meio de sua representação e estruturação psicológica.

Decorrente desse processo, o sujeito, ao reproduzir o objeto psicologicamente, passa a ter a capacidade de construção. “Essa operação de construir e transformar o objeto na esfera psíquica equivale ao ato de compreendê-lo, explicá-lo e revelá-lo em sua essência” (DAVÝDOV, 1982, p. 301)¹⁸. Deste modo, o pensamento teórico supera o pensamento empírico, pois busca a compreensão dos nexos conceituais do objeto ou do fenômeno, suas ligações internas.

Rubtsov (1996) realizou uma análise comparativa das conclusões das pesquisas realizadas por Davydov (1982) e chegou às seguintes conclusões relacionadas ao conhecimento empírico e teórico quanto à forma de:

- elaboração: o conhecimento empírico ocorre mediante a comparação dos objetos às suas representações, valorizando as propriedades comuns. Já o saber teórico, na análise do papel e da função de certa relação entre as coisas no interior de um sistema;
- generalização: no conhecimento empírico vislumbra-se a generalização formal das propriedades dos objetos, que permite situar os objetos específicos no interior de uma dada classe formal. Em contraposição, no conhecimento teórico apresenta-se uma forma universal de caracterização de um representante de uma classe e um objeto em particular;
- fundamentação: o conhecimento empírico baseia-se na observação, que reflete as propriedades exteriores dos objetos. O saber teórico é resultado de uma transformação dos objetos e reflete as relações entre suas propriedades e suas ligações internas;
- concretização: no conhecimento empírico baseia-se na escolha de exemplos relativos a certa classe formal. Já o conhecimento teórico exige a transformação do saber em uma teoria desenvolvida através de uma dedução e uma explicação das manifestações concretas do sistema;

¹⁷ El *concepto* interviene aquí como forma de la actividad mental mediante la cual se reproduce el objeto idealizado y el sistema de sus conexiones, que refleja en su unidad *la generalidad y la esencia* del movimiento del objeto material (DAVÝDOV, 1982, p. 300-301).

¹⁸ Esa operación de construir y transformar el objeto mental equivale al acto de comprenderlo, explicarlo y revelar su esencia (DAVÝDOV, 1982, p. 301).

- forma de expressão: no empirismo é pela palavra, a utilização de um termo para fixar as conclusões do conhecimento empírico. Já o conhecimento teórico é expresso por diferentes modos de atividade intelectual e por diferentes sistemas semióticos.

Ao refletirmos nas diferenças explícitas concernentes ao pensamento empírico e o teórico e suas relações com a organização do ensino, concluímos que o objetivo principal da atividade de ensino é possibilitar aos sujeitos o desenvolvimento do saber teórico (DAVÝDOV, 1982), e, conseqüentemente, do desenvolvimento dos estudantes. Como o pensamento teórico pressupõe a operação com conceitos científicos, há a preocupação de possibilitar a superação do empirismo no cenário educacional e buscar a transformação desse tipo de pensamento.

Diante disso, sustentamos uma concepção de ensino que possa possibilitar aos sujeitos a transformação do pensamento empírico e, conseqüentemente, a apropriação dos conhecimentos construídos historicamente e a criação de novos saberes como forma de dar continuidade ao movimento teórico e histórico do conhecimento. Os nexos conceituais de um ou outro objeto distinguem-se dos fenômenos externamente observáveis e diretamente perceptíveis (DAVÝDOV, 1982, p. 95), sendo acessível por meio da organização do ensino que permita o desenvolvimento de um processo que assuma o conhecimento teórico como uma finalidade pedagógica. Segundo Rosa, Moraes e Cedro (2010, p. 78-79),

[...] quando observamos uma organização do ensino fundamentada nas bases do pensamento empírico, é comum encontramos estudantes com grande dificuldade em diferenciar os atributos essenciais dos insubstanciais de um objeto ou fenômeno. Isso ocorre porque nem sempre a exemplificação, a operacionalização ou a definição adequada de determinado conceito garantem que o estudante tenha se apropriado dos atributos essenciais do objeto ou fenômeno. Em situações que exigem somente a identificação ou em circunstâncias que requerem a resolução de problemas práticos, o conhecimento das propriedades externas pode ser suficiente. Contudo, a compreensão teórica das distinções entre os objetos ou fenômenos exige o entendimento das suas características substanciais, que necessariamente não precisam corresponder aos aspectos externos, e o reconhecimento da sua existência em determinados objetos ou fenômenos.

A apropriação e o ensino são as formas universais do desenvolvimento do pensamento do homem (DAVÍDOV, 1988), em que o ensino desencadeia a apropriação da cultura e o desenvolvimento do pensamento teórico dos sujeitos. Davydov (1988) ressalta que a base do ensino é o conteúdo, derivando deste os procedimentos para a organização do processo pedagógico.

Ao assumimos que o processo de aprendizagem escolar se inicia no momento em que a criança tem acesso à educação institucionalizada, o estudante passa a ter como atividade principal o estudo, cujos conteúdos são os conhecimentos teóricos a serem apropriados pelos sujeitos (DAVÍDOV, 1988). O ensino deve estruturar-se de forma concisa e abreviada, reproduzindo o processo histórico de geração e desenvolvimento dos conhecimentos; “em sua atividade de estudo, os estudantes reproduzem o processo real pelo qual os homens criaram os conceitos, imagens, valores e normas” (DAVÍDOV, 1988, p. 174, tradução nossa) ¹⁹.

A atividade de estudo dos sujeitos, segundo Davydov (1988), ao ingressarem no ambiente escolar, está ligada à apropriação dos conteúdos ensinados. “Em sua base surge, em escolares mais jovens, a consciência e o pensamento teórico, se desenvolvem as habilidades correspondentes (reflexão, análise, planejamento mental) e também as necessidades e motivos de estudo” (DAVYDOV, 1988, p. 74, tradução nossa) ²⁰.

A apropriação do conhecimento por estudantes, de acordo com Davydov (1988), deve ser realizada por meio da ascensão do abstrato ao concreto, utilizando as abstrações, generalizações e os conceitos teóricos. O autor apresenta a seguinte ilustração desse movimento durante a atividade de estudo:

Ao iniciar a compreensão de qualquer matéria curricular, os alunos, com a ajuda do professor, analisam o conteúdo do material didático, separam alguma relação geral inicial, descobrindo, simultaneamente, que se manifesta em muitas outras relações particulares encontradas nesse determinado material. Registrando, por meio de representações, a relação geral inicial identificada, os alunos constroem, com isso, uma abstração substancial do assunto estudado. Continuando a análise do material, descobrem a vinculação regular dessa relação inicial com suas diversas manifestações obtendo, assim, uma generalização substancial do assunto estudado. Dessa forma, as crianças utilizam a abstração e a generalização substanciais para dedução sucessiva (também com a ajuda do professor) de outras abstrações mais particulares e para sua união no objeto integral (concreto) estudado. Quando os alunos começam a usar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, eles convertem as estruturas mentais iniciais em conceito, que representa certa “célula” do objeto estudado. Esta “célula” serve, posteriormente, aos estudantes como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular fatural que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato ao concreto (DAVÍDOV, 1988, p. 175, tradução nossa) ²¹.

¹⁹ “en su actividad de estudio los escolares reproducen el proceso real por el cual los hombres crean los conceptos, imágenes, valores y normas” (DAVÍDOV, 1988, p. 174).

²⁰ “Sobre su base surge, en los escolares de menor edad, la conciencia y el pensamiento teóricos, se desarrollan las capacidades correspondientes (reflexión, análisis, planificación mental) y también las necesidades y motivos de estudio” (DAVÍDOV, 1988, p. 74)

²¹ “Al iniciar la asimilación de cualquier disciplina científica, los alumnos, con ayuda del maestro, analizan el contenido del material didáctico, separan en él alguna relación general inicial, descubriendo simultáneamente que se manifiesta en muchas otras relaciones particulares existentes en el material dado. Fijando, por medio de signos, la relación general inicial separada, los escolares constuyen, con ello, la abstracción sustancial del objeto

O pensamento dos estudantes, segundo Davydov (1988), se desenvolve do geral para o particular. Isto ocorre por meio do seguinte movimento: da descoberta da relação geral de seu objeto de estudo, das construções de generalizações substanciais, da determinação dos nexos conceituais e da conversão em relações particulares, ou seja, nos conceitos.

A atividade de estudo é evidenciada quando os estudantes realizam ações apropriadas ao objeto de estudo; “segundo a lei geral de internalização, a forma principal de ações de estudo é a execução implantada nos objetos exteriormente representados”²² (DAVÍDOV, 1988, p. 176, tradução nossa). Diante do desenvolvimento de ações de estudo, estas compreendidas como ações dirigidas à resolução das tarefas de estudo, os estudantes dominam os processos de reprodução do conceito, assimilando o conteúdo do conhecimento teórico (DAVÍDOV, 1988).

Davydov (1988) destaca que, durante a formação da atividade de estudo, as crianças constituem e desenvolvem as bases da consciência, do pensamento teórico e das capacidades psíquicas a elas vinculadas (reflexão, análise e planificação). Assim, a necessidade do conhecimento teórico surge, nas crianças, no processo de apropriação dos conhecimentos teóricos elementares, com a orientação do professor, durante a realização de ações de estudos mais simples, direcionadas às tarefas de estudos correspondentes (DAVÍDOV, 1988).

Por almejarmos analisar os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos por estudantes, durante o Clube de Matemática, a iniciação e o desenvolvimento de um processo que possa culminar no pensamento teórico dos sujeitos passam a ser, também, objetivos por meio das SDA elaboradas. Almejamos uma organização de ensino que não seja pautada no reforço do empirismo, mas que possibilite aos sujeitos a construção de uma base propícia ao desenvolvimento do pensamento teórico; “isso porque entendemos que somente o desenvolvimento do pensamento teórico fornece as condições necessárias para que a atitude

estudiado. Continuando el análisis del material, descubren la vinculación regular de esta relación inicial con sus diferentes manifestaciones y así obtiene la generalización sustancial del objeto estudiado.

Luego los niños utilizan la abstracción y la generalización sustanciales para la deducción sucesiva (también con ayuda del maestro) de otras abstracciones más particulares y para su unión en el objeto integral (concreto) estudiado. Cuando los escolares comienzan a utilizar la abstracción y la generalización iniciales como medios para deducir y unir otras abstracciones, ellos convierten las estructuras mentales iniciales en concepto, que fija cierta "célula" del objeto estudiado. Esta "célula" sirve posteriormente a los escolares como principio general para orientarse en toda la diversidad del material fáctico, que deben asimilar en forma conceptual por vía de la ascensión de lo abstracto a lo concreto” (DAVÍDOV, 1988, p. 175).

²² “según la ley general de interiorización, la forma inicial de las acciones de estudio es su cumplimiento desplegado en objetos exteriormente representados” (DAVÍDOV, 1988, p. 176).

criativa do homem se transforme em uma atividade real que lhe permita a apropriação dos bens culturais [...]” (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 79).

Ao refletirmos nessa organização de ensino, necessária é a seleção dos conteúdos considerados socialmente relevantes para ser contemplados nas SDA. Por acreditarmos na potencialidade dos conceitos algébricos para o desenvolvimento do pensamento teórico humano, este foi tomado como peça fundamental na organização do processo de ensino e aprendizagem do Clube de Matemática.

Capítulo 3 – O movimento lógico-histórico de constituição dos nexos conceituais algébricos

Construir a base do pensamento teórico algébrico, em crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental deve ser, a nosso ver, a preocupação dos professores desta etapa do ensino básico. Refletir sobre a ênfase associada ao aspecto formal da manipulação da linguagem simbólica algébrica (SOUSA, 2004) e buscar formas para a sua superação são ações importantes quando se defende que o ensino não deve pautar-se na ideia do conhecimento pronto e acabado, muitas das vezes transmitido por meio do ensino da álgebra simbólica, como se o símbolo falasse por si mesmo (SOUSA, 2004).

Diante da discussão apresentada anteriormente, acreditamos que um ensino que possibilite a superação do sistema vigente deve se propor a ir além do pensamento empírico e possibilitar meios para a existência de um processo de desenvolvimento do pensamento teórico. Como a organização do ensino por nós proposta está direcionada aos anos iniciais do Ensino Fundamental, organizamos e analisamos um conjunto de situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) que objetivavam possibilitar aos estudantes a apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Em nossa busca pela organização do ensino de álgebra, que leve em conta os nexos conceituais, não objetivamos destacá-la como superior aos modos que diferem deste, somente buscar satisfazer nossa necessidade, como pesquisadores e professores, de buscar uma *educação humanizadora* para os sujeitos.

Assumimos uma concepção de educação algébrica que nega a repetição de expressões formais como símbolo de aprendizagem efetiva, pois a mesma é caracterizada por ser um processo desprovido de sentido. Pressupomos que a possibilidade de apropriação teórica se dá por meio da apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, contempladas em SDA, que possibilitem aos sujeitos desenvolver ações direcionadas ao objeto de estudo.

Defendemos, com isso, uma organização intencional do processo pedagógico em que os estudantes possam se apropriar dos nexos conceituais e aderir sentido ao mesmo, criando bases sólidas para posterior aprendizagem de conceitos algébricos mais abstratos, envolvendo algoritmos simbólicos. A hipótese é que a abordagem conceitual da álgebra deve

ser iniciada nos anos iniciais como forma de possibilitar a compreensão da escrita de expressões de equações e suas propriedades nos anos escolares posteriores.

As SDA, pautadas nas atividades orientadoras de ensino (AOE), elaboradas no OBEDUC, surgiram como meio para iniciar o processo de educação algébrica simbólica nos anos iniciais. Nesta perspectiva, é imprescindível o estudo do desenvolvimento do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico e da linguagem algébrica, como forma de possibilitar a elaboração das tarefas particulares. Este movimento é necessário para estabelecermos os nexos conceituais a serem apropriados pelas crianças, explicitados adiante.

3.1 - Conhecimento algébrico: o movimento lógico-histórico

Ao organizarmos o ensino, almejamos que os sujeitos se apropriem dos conteúdos selecionados para esse fim. Cedro e Moura (2007, p. 41), ao contemplar, também, o Clube de Matemática em suas discussões, o concebem como *espaço de aprendizagem* das crianças, caracterizando a aprendizagem neste ambiente escolar da seguinte forma:

Os conhecimentos são concebidos como produtos histórico-culturais cujo desenvolvimento contribui para a sua aquisição pela criança.

O objetivo principal é a atividade coletiva; a cooperação e a colaboração são concebidas dentro de um esquema teórico, no qual ela é parte integrante da elaboração do conhecimento.

A coordenação das ações articula-se com a resolução do problema científico em estudo.

O confronto e as contradições entre as operações dos sujeitos da aprendizagem são concebidos como algo intrínseco à construção da atividade coletiva. As contradições são consideradas como o resultado de uma organização especial da ação do grupo e não das diferentes concepções dos participantes.

Diante da necessidade de organização das SDA para possibilitar a aprendizagem das crianças, no sentido atribuído por Cedro e Moura (2007), a seleção do conhecimento algébrico se deu pelo fato de a educação algébrica ser um fator imprescindível para o desenvolvimento psicológico dos estudantes (CEDRO; MOURA, 2007). A apropriação do conhecimento algébrico, quando comparado ao estudo da aritmética, de acordo com Vigotski (2001), representa um plano novo e superior de desenvolvimento do pensamento matemático abstrato, pois reestrutura e eleva a um grau superior o pensamento aritmético. Possibilita,

diante disso, um salto qualitativo no desenvolvimento psíquico da criança, isto quando o ensino é organizado de forma adequada.

Ao organizar o ensino, o professor deve ter como intenção o entendimento e a compreensão, dos estudantes, sobre o desenvolvimento lógico-histórico do conhecimento algébrico (SOUSA, 2004). Segundo Davydov (1988), as atividades de estudo constituem-se como via de realização da unidade entre o lógico e o histórico do desenvolvimento da cultura humana.

Nesse sentido, defendemos que os conceitos algébricos não podem, de forma alguma, serem ensinados, pela informação e repetição do aspecto formal dos conceitos, como se a álgebra fosse algo pronto, acabado, morto, mumificado, portanto, imutável. Como se a matemática fosse a ciência mais perfeita, não passível de erros, por isso menos humana, por ser uma das mais antigas. A matemática ainda não é. Está por vir a ser. Por consequência, a álgebra também está por vir a ser. Ainda não é. Aqui, a expressão vir a ser tem a conotação de fluência, de movimento no conhecimento humano (SOUSA, 2004).

Defendemos o ensino de álgebra sustentado pelo movimento lógico-histórico deste conhecimento, concretizado nos nexos conceituais algébricos. Os nexos conceituais são compreendidos e mediados pela teoria de Davydov (1982), ao referenciar os nexos internos que se apresentam no pensamento teórico.

Os nexos internos compõem o lógico-histórico do conceito, contrapondo-se aos nexos externos, que se limitam às características observáveis (SILVA, 2004). Nomearemos por nexos conceituais, assim como Silva (2004), os nexos internos propostos inicialmente por Davydov (1982), compreendendo-os como elementos fundamentais e que compõem a estrutura do conceito, estabelecido por meio do seu estudo lógico-histórico (SILVA, 2013); “os nexos conceituais que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (SOUSA, 2004, p. 61).

Mais especificamente, temos como intenção, nesta pesquisa, investigar os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes, do quinto ano do Ensino Fundamental, participantes do Clube de Matemática. Para tanto, explicitamos, no decorrer deste texto, alguns aspectos teóricos contemplados no estudo dos professores, no OBEDUC, diante da busca do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico; os nexos conceituais que tentamos contemplar nas SDA; e as limitações destas diante do processo de ensino e aprendizagem almejado.

Para planejar as SDA, houve a necessidade de realizar um estudo do movimento histórico do conceito, uma análise conceitual de forma a estabelecer os nexos conceituais algébricos para favorecer as crianças, durante as tarefas particulares, a associação de sentido ao conteúdo estudado. Por histórico entendemos “o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento” (KOPNIN, 1978, p. 183). O lógico é o meio que possibilita a reprodução no pensamento do processo histórico em toda sua objetividade e complexidade; “[...] é a reprodução da essência do objeto e da história do seu movimento no sistema de abstrações” (KOPNIN, 1978, p. 183).

O lógico é o reflexo do histórico, justificando, com isso, a necessidade do estudo do processo histórico. Porém este movimento não pressupõe a reprodução didática dos percalços históricos, pois “*o lógico é o histórico libertado das causalidades que o perturbam*” (KOPNIN, 1978, p. 183, grifos do autor). Diante disso, ao organizarmos o ensino para possibilitar o desenvolvimento do pensamento teórico das crianças, devemos nos deter ao aspecto lógico-histórico para determinar os nexos internos do objeto.

Lanner de Moura e Sousa (2008, p. 65 – 66) corroboram com essa discussão ao afirmarem:

O lógico-histórico é a interpretação lógica que o movimento do pensamento faz ao refletir sobre o acontecido. O que chamamos de acontecimento histórico não se manifestou no tempo e no espaço obedecendo estritamente à lógica de desenvolvimento que atribuímos a esses acontecimentos, ao interpretá-los à distância.

No caso da interpretação lógico-histórica da álgebra, esta perpassa pelo desenvolvimento da linguagem nos diferentes estágios de sua manifestação: álgebra retórica, sincopada, geométrica e simbólica, em que “a álgebra simbólica é a considerada álgebra na forma de linguagem como conhecemos hoje” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2008, p.67). A compreensão do lógico-histórico da álgebra simbólica é a tentativa de apreender o movimento de sua constituição; “significa compreender o processo do vir-a-ser da varável-letra.” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2008, p. 12).

Consideramos nossa postura pedagógica como lógico-histórica por estabelecermos os nexos conceituais algébricos por meio do estudo do movimento histórico deste conhecimento. Para tanto, no primeiro momento, nos dedicamos ao estudo sobre as concepções existentes em relação ao conhecimento algébrico e ao seu ensino. Posteriormente, analisamos o desenvolvimento da linguagem algébrica, vinculando à discussão a abordagem dos conceitos de equação e função, bem como os pressupostos do movimento histórico da sua

elaboração – álgebra retórica, geométrica, sincopada e simbólica -, especificando, com isso, os nexos conceituais a ser contemplados nas SDA.

Refletindo no processo de organização do ensino de álgebra, torna-se relevante a compreensão das concepções existentes em relação a este conhecimento e ao seu ensino, visto que os professores, ao se posicionarem como indivíduo que possui como atividade principal o ensino, podem sustentar suas práticas sobre a visão de educação por eles professada. Com isso, explanaremos de forma geral as concepções com relação à álgebra e ao seu ensino com vistas a especificar a nossa visão epistemológica deste conhecimento e (re) pensarmos a organização do ensino de álgebra.

3.2 - Concepções com relação à álgebra e ao seu ensino

Repensar o ensino da álgebra perpassa pela análise das concepções existentes com relação a este conhecimento. Ao pensarmos no professor como peça fundamental do processo pedagógico, é relevante a busca pela compreensão das visões predominantes com relação a sua área de atuação. “Tal olhar é imprescindível já que o docente se posicionará como orientador nas atividades pedagógicas desenvolvidas no ambiente escolar planejado” (OLIVEIRA; CEDRO, 2013, p. 28). Assim, não buscamos neste estudo investigar as concepções sustentadas pelos professores, nem aprofundar o olhar no docente como sujeito dessa pesquisa, mas somente compreender as visões dominantes segundo pesquisas já realizadas anteriormente (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, USISKIN, 1995; LINS; GIMENEZ, 1997) e esclarecer a nossa visão epistemológica.

Nesta perspectiva, refletir em relação às concepções de conhecimentos que os docentes possam sustentar é importante, pois “[...] as concepções em relação à matemática e ao seu ensino podem ser fatores determinantes na prática pedagógica dos professores” (OLIVEIRA; CEDRO, 2013, p. 34). Com isso, torna-se relevante discutimos as concepções dominantes historicamente relacionadas à algébrica e ao seu ensino.

Ao contemplarmos algumas concepções de estudos anteriores, iniciamos pelas explicitadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) sobre a álgebra: *processológica*,

linguístico-estilística, *linguístico-sintático-semântica* e *linguística-postulacional*, descritas abaixo:

- *Concepção processológica*: caracteriza-se por encarar a álgebra como um conjunto de procedimentos (técnicas e métodos) específicos - técnicas algorítmicas – para solucionar problemas;
- *Concepção linguístico-estilística*: compreende a álgebra como uma linguagem específica, criada para representar procedimentos de resolução de problemas. Uma linguagem adequada que representa o tipo de pensamento algébrico;
- *Concepção linguístico-sintático-semântica*: concebe a álgebra como uma linguagem específica simbólica;
- *Concepção linguística-postulacional*: também concebe a álgebra como uma linguagem simbólica, porém imprime aos signos um alto grau de abstração e generalidade.

Uma vez analisadas as concepções concernentes ao conhecimento algébrico, vale refletirmos na possível relação com as concepções sobre o seu ensino. Com isso, de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) as visões dominantes são:

- *Concepção linguístico-pragmática*: crença de que a aquisição das técnicas, mesmo que memorizadas, seria necessária e suficiente para que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas. Está relacionada à visão linguístico-sintático-semântica;
- *Concepção fundamentalista-estrutural*: se baseia na visão linguística-postulacional, resultante do movimento da Matemática Moderna. Crença de que a introdução de propriedades estruturais das operações algébricas capacitaria o estudante a identificar e aplicar essas estruturas nos diferentes contextos existentes;
- *Concepção fundamentalista-análoga*: vincula-se também à visão linguístico-sintático-semântica, porém busca realizar uma síntese das duas concepções abordadas anteriormente. Valoriza os recursos geométricos por acreditar que uma álgebra visual é didaticamente melhor que qualquer abordagem estritamente lógico-simbólica. Com isso, a etapa geométrico-visual é visualizada como uma etapa intermediária e/ou concomitante à abordagem simbólica-formal.

Ao refletirmos nas concepções levantadas sobre a educação algébrica, percebemos que há uma valorização de sua linguagem. Todas essas visões “[...] tomam como ponto de partida a existência de uma álgebra simbólica já constituída. Em todos esses casos, o ensino-aprendizagem da Álgebra reduz-se ao “transformismo algébrico”” (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p. 85). Já as concepções concernentes à álgebra tendem a priorizar a linguagem em detrimento do pensamento algébrico.

Usiskin (1995) também corrobora para esta discussão ao apresentar diferentes concepções sobre a “álgebra da escola média” e a utilização das variáveis. Dentre elas, podemos destacar:

- *A álgebra como aritmética generalizada*: compreende as variáveis como generalizadoras de modelos; “dentro dessa concepção de álgebra, as instruções-chave para o aluno são *traduzir* e *generalizar*” (USISKIN, 1995, p. 14, grifos do autor);
- *A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*: resume-se a álgebra ao processo de solucionar problemas tais como, um número somado com 3 é igual a 15; “as instruções-chave são *simplificar* e *resolver*” (USISKIN, 1995, p. 14, grifos do autor);
- *A álgebra como estudo de relações entre grandezas*: a diferença entre essa concepção e a anterior é que antes eram consideradas as incógnitas, neste caso as grandezas – “as variáveis variam, [...] trata-se de um modelo fundamentalmente algébrico” (USISKIN, 1995, p. 14 - 15). Um exemplo que podemos utilizar para esclarecer os fundamentos dessa concepção é pensar no valor $\frac{1}{x}$ na condição de x se tornar cada vez maior. O valor de x não é solicitado, somente a análise do valor de $\frac{1}{x}$ na variação de x ;
- *A álgebra como estudo das estruturas*: esta concepção é sustentada por problemas que levam em conta operações com números e polinômios, em que a variável passa a ser mais que um símbolo arbitrário. Como resultado, há a manipulação mecânica e ausência de sentido.

Usiskin (1995) ressalta que as diferentes concepções de álgebra relacionam-se com os diversos usos das variáveis. Sintetizamos esta relação no quadro 1, abaixo, sendo uma adaptação do quadro explicitado por este autor.

Relação entre as concepções da álgebra e o uso das variáveis	
<i>Concepção da álgebra</i>	<i>Uso de variáveis</i>
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, criar gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)
Adaptado de USISKIN (1995).	

Quadro 1: Relação entre as concepções da álgebra e o uso das variáveis.

Lins e Gimenez (1997) também contribuem para esta reflexão sobre as concepções influentes, ressaltando que a tendência “letrista” é a mais dominante no ensino algébrico. Há a valorização da memorização de regras e fórmulas e a resolução de exercícios. Esta prática é reforçada através do livro didático, apesar de já ter se mostrado ineficaz quanto à aprendizagem dos estudantes. Lins e Gimenez (1997, p. 106) afirmam que tal tradição pode ser justificada pelo fato de que “[...] muitos professores, não estando “preparados”, simplesmente seguem o que os livros oferecem, e que talvez não conheçam alternativas”.

Outro aspecto que devemos ressaltar é a formação do licenciado em Matemática. As instituições de ensino mantêm em sua estruturação curricular uma carga ampla para as disciplinas relativas ao conhecimento específico da área, deixando com tempo restrito a abordagem do conhecimento pedagógico para a docência (GATTI, 2010). Como resultado desse processo, o profissional em formação se assemelha mais a um bacharel do que a um licenciado. Diante disso, acreditamos que o professor, ao se deparar com o ensino de álgebra, geralmente o transmite da forma como foi vivenciado em sua formação, por meio de definições e demonstrações de axiomas, manipulações estas muitas vezes desprovidas de sentido para os mesmos.

Nesta perspectiva, pressupomos que a contextualização histórica do conhecimento algébrico não é abordada pelo docente em sua prática pedagógica, restringindo-se ao ensino da álgebra simbólica, mais especificamente à manipulação dos símbolos. Os estudantes, com isso, não têm a possibilidade de compreensão do movimento lógico-histórico do conhecimento.

Propomos uma organização de ensino que possibilite aos educandos vivenciar situações desencadeadoras de aprendizagem que envolvam o percurso histórico do conhecimento. Para tanto, é imprescindível que o professor compreenda esse movimento do conhecimento no decorrer da história para que, com isso, possa planejar tarefas de estudo (DAVÍDOV, 1988) que permitam aos sujeitos o desenvolvimento do pensamento teórico.

Cabe aqui explicitarmos nossa visão epistemológica da educação algébrica, concepção esta enraizada no momento de elaboração das SDA. Acreditamos que o ensino deve propiciar ao estudante, primeiramente, a formação do pensamento algébrico e, conseqüentemente, sua manifestação por meio de uma linguagem matemática, não necessariamente, no primeiro momento, por meio da linguagem simbólica-formal. A apropriação da linguagem simbólica-formal é possibilitada como uma segunda etapa desse processo, sustentado nos nexos conceituais elaborados anteriormente.

Vale ressaltar que não estamos minimizando a importância do formalismo algébrico, contudo reafirmamos a importância de contemplar o movimento lógico-histórico do conhecimento e os nexos conceituais. Pressupomos que o formalismo algébrico é a forma superior de sua expressão, porém, para alcançarmos este estágio, é imprescindível uma organização do ensino que possibilite o desenvolvimento, com sentido para os sujeitos, da linguagem simbólica.

3.4 - O desenvolvimento da linguagem algébrica simbólica

Como podemos refletir sobre o desenvolvimento da linguagem algébrica se não vinculamos a esse movimento a construção do conhecimento aritmético e, de forma mais ampla, a Matemática? Matemática, conhecimento hoje muitas das vezes compreendido, no senso comum, somente como uma disciplina escolar ou como a arte de fazer cálculos com exatidão. Em suas múltiplas perspectivas, este saber foi cristalizado no decorrer dos séculos e, atualmente, se encontra em uma posição de destaque no currículo escolar, quando comparado a outras ciências.

Ao refletimos no movimento histórico da constituição do conhecimento matemático, percebemos que seus alicerces foram firmados diante das necessidades práticas

das civilizações antigas (IFRAH, 2005). Apesar de uma linguagem abstrata e formal apresentada atualmente, muitas das vezes não vinculada aos conceitos e precisões cotidianas, os primórdios deste conhecimento foram estabelecidos em situações empíricas. A invenção dos números, por exemplo, correspondeu a uma preocupação de ordem prática e utilitária de nossos antepassados para representar simbolicamente valores resultantes da contagem de objetos.

Ao realizar a contagem de quantidades diferenciadas, de acordo com Ifrah (2005), o primeiro procedimento aritmético foi realizado pelo artifício de correspondência um a um. Como o homem tinha as necessidades de contagem, mas ainda não tinha desenvolvido os símbolos matemáticos, neste caso, mais especificamente os algarismos numéricos, este relacionava dois conjuntos de seres ou objetos para comparar quantidades, sem ter a necessidade da contagem abstrata (IFRAH, 2005). Esta equiparação de conjuntos corresponde, ao que hoje denominamos em termos da Matemática Moderna, por uma bijeção (IFRAH, 2005).

Assim, vários instrumentos foram utilizados no desenvolvimento sócio-histórico do homem com o intuito de efetivar a contagem de quantidades. A mão, por exemplo, “é o mais antigo e difundido dos acessórios de contagem e de cálculo para os povos através dos tempos” (IFRAH, 2005). Mas também outros recursos receberam destaque como alguns objetos encontrados na natureza, tais como pauzinhos e pedras. Como afirma Ifrah (2005, p. 116) com relação a este método,

[...] um dos mais primitivos, [...] ele marca, por assim dizer, o “grau zero” de qualquer técnica de número: oferece igualmente um sistema de “contabilidade silenciosa” que não exige nenhuma memória nem conhecimento abstrato dos números, fazendo intervir unicamente o princípio da correspondência um a um.

A pedra tomada como recurso de contagem também possibilitou a criação do ábaco, instrumento este elaborado para fazer cálculos mais sofisticados. Segundo Ifrah (2005), a palavra “cálculos” tem seu significado no latim (*calculus*) por “pequena pedra”, que cria vínculos entre este objeto e o ato de “pensar variadas quantidades”. Levando em conta a necessidade de contagem de conjuntos cada vez mais extensos, estes instrumentos não se mostraram tão precisos, o que desencadeou a elaboração de algarismos numéricos (símbolos) e de um sistema de numeração decimal. Tal movimento possibilitou o acesso à abstração dos números, um importante momento na história da Matemática.

Um aspecto importante que devemos ressaltar foi o momento de apropriação do conceito de zero pelos estudiosos e sua inserção na relação de saberes compreendido pela humanidade. Diante disso, houve o desenvolvimento das operações matemáticas e da álgebra, conceito esse tomado como principal neste estudo. A designação do zero para representar a nulidade “[...] não se limitou ao campo da aritmética: ao abrir caminho para a ideia generalizante do número, ela permitiu o desenvolvimento da álgebra, desempenhando conseqüentemente um papel essencial em todos os ramos da matemática” (IFRAH, 2005, p. 293).

Este desencadeamento intelectual possibilitou o desenvolvimento da Matemática no decorrer dos séculos, implicando no que hoje vivenciamos, um saber abstrato caracterizado pelo simbolismo. A álgebra passa a compor uma das facetas do conhecimento matemático, caracterizada pelo simbolismo do pensamento abstrato, resultado da etapa final de seu desenvolvimento histórico.

A álgebra é em essência a doutrina formal das operações matemáticas, consideradas do ponto de vista geral por meio da abstração dos números concretos. Seus problemas estão relacionando fundamentalmente com as regras formais para a transformação de expressões e soluções de equações (ALEKSANDROV, 1994, tradução nossa)²³.

Ao refletirmos no movimento histórico de construção do conhecimento algébrico, na busca pela compreensão do seu movimento lógico-histórico, percebemos o desenvolvimento histórico da álgebra permeado pela álgebra não simbólica: álgebra retórica (variável palavra), a geométrica (variável figura), a sincopada (variável “numeral”) e a álgebra simbólica (variável letra), a linguagem algébrica atual (LANNER de MOURA; SOUSA, 2008).

Na álgebra retórica o conhecimento algébrico era totalmente verbalizado; foi a primeira tentativa do homem de representar o desconhecido das quantidades por meio da palavra (SOUSA, 2004). Ao resolver problemas era utilizada a linguagem comum por falta de símbolos para representar o raciocínio. Com isso, as palavras representavam o movimento do pensamento matemático. Porém, a ambigüidade entre as palavras desencadeou dificuldades em sua manifestação, pois era difícil criar termos para representar quantidades diferentes e desconhecidas (PANOSSIAN, 2008).

²³ “El álgebra es en esencia la doctrina de las operaciones matemáticas consideradas formalmente desde un punto de vista general, con abstracción de los números concretos. Sus problemas están relacionados fundamentalmente con las reglas formales para la transformación de expresiones y la solución de ecuaciones” (ALEKSANDROV, 1994, p. 62).

A tentativa de representação do pensamento algébrico com a utilização da palavra esboçou o movimento psíquico de busca do desenvolvimento de uma linguagem matemática específica para a manifestação do raciocínio. Tal movimento esboçou o primeiro passo em direção à elaboração da linguagem simbólica; uma forma de possibilitar a manifestação do pensamento matemático.

Na álgebra retórica pensava-se sobre os valores desconhecidos, a incógnita, e a manifestavam por meio da palavra (SOUSA, 2005). Por meio da palavra, resolviam-se problemas que envolviam incógnitas, o que acarretou que a palavra guardava o valor de uma quantidade desconhecida (SOUSA, 2005); “Aqui, a função da palavra é equivalente à função do zero na aritmética, por assegurar que ali falta algo. A palavra representa a *casa* ou o valor desconhecido” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2005, p. 16, grifo do autor).

Por conseguinte, na álgebra geométrica, os elementos geométricos (figuras) é que prenominaaram para representar o pensamento algébrico. A álgebra geométrica foi elaborada em um período em que se acreditava que as grandezas geométricas eram mais completas do que o conjunto dos números racionais (LANNER de MOURA; SOUSA, 2005). Por meio dos segmentos de reta relacionaram-se as quantidades e definiram-se as operações básicas do cálculo: adição, subtração, multiplicação e divisão.

As identidades algébricas eram representadas por diagramas (figuras), por exemplo, a igualdade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ era representada em um desenho composto por segmentos de retas, no qual eram representados os termos a^2 , ab , b^2 e $a + b$ no diagrama. “Ao geometrizar tal identidade, temos como resultado a área de um quadrado de lado $a + b$ ”, no qual a “soma era representada como adição de segmentos” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2005, p. 18).

Ao perpassarmos pela álgebra sincopada, esta é a linguagem intermediária entre a álgebra retórica e a simbólica, caracterizada pela abreviação das palavras; “[...] tenta enxugar as palavras. Sintetiza o palavrório que fez parte da matemática durante milênios” (SOUSA, 2004, p. 104). Com isso, o intuito era sintetizar a escrita e facilitar o movimento do pensamento; “ao invés de escrevermos tudo, como na retórica, construímos estruturas que aparecem continuamente na resolução dos problemas. Escrevemos abreviado” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2005).

Neste estágio, “o uso de abreviaturas para as palavras denota um outro momento e nível de abstração do simbolismo algébrico” (PANOSSIAN, 2008), porém ainda não pode ser considerado como a etapa do simbolismo formal. Com isso,

ainda não havia nenhum sistema de símbolos literal: o conteúdo da álgebra havia deixado para trás sua forma. Mas a forma era indispensável: a abstração dos números concretos e a formulação de regras gerais necessitavam de método correspondente da expressão; era essencial ter algum meio de expressar números arbitrários e as operações com eles. O simbolismo algébrico é a forma adequada ao conteúdo da álgebra (ALEKSANDROV, 1994, p. 63, grifos do autor, tradução nossa)²⁴.

Enfim, como etapa atual do desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico, a álgebra simbólica foi desenvolvida, representada por uma variedade de símbolos matemáticos; “a fase simbólica rompe, de certa forma com as palavras. Sua representação é extremamente sintética” (SOUSA, 2004, p. 104). Por meio da criação dos símbolos surgem a “manipulação” das representações e a elaboração das fórmulas matemáticas.

O desenvolvimento da linguagem simbólica não apresentou uma linha evolutiva contínua, mas sim autores individuais que foram criando abreviaturas de várias espécies, as quais, dependendo do contexto, eram ou não aceitas. [...] Foi na Europa medieval, com o desenvolvimento comercial, que os símbolos modernos foram surgindo e tomando força, até o momento em que a taquigrafia do matemático francês René Descartes foi considerada como padrão de linguagem matemática. Podemos assim perceber que um grande fato da história da matemática foi fruto da herança social comum e não obra de um gênio isolado (CEDRO, 2004, p. 71).

O conhecimento algébrico apresentou um avanço considerável por meio da elaboração da notação simbólica na tentativa de generalizar a ideia de número, este processo é agregado historicamente à François Viète (idealização da notação) e a René Descartes (aperfeiçoamento do símbolo) (IFRAH, 2005). Este movimento da linguagem algébrica no percurso histórico representou concomitantemente a fluência do pensamento algébrico (SOUSA, 2004).

A invenção de uma notação simbólica possibilitou a formalização da linguagem algébrica, favorecendo a escrita de expressões de equações e suas propriedades por meio de fórmulas gerais (SOUSA, 2004). Pela sua utilização, buscava-se facilitar o pensamento matemático e elaborar uma “língua universal”.

Mas não se trata de um mero artifício de forma. O uso da letra alfabética para designar um parâmetro ou uma incógnita liberou definitivamente a álgebra da escravidão do verbo. Antes da descoberta da notação literal, qualquer proposição geral não passava de palavrório e continuava prisioneira das ambiguidades que comportam as línguas humanas: qualquer afirmação levava ao domínio das interpretações sujeitas a todo tipo de variação. Ao contrário, este simbolismo criou

²⁴ “aún no existía un sistema de símbolos literales: el contenido del álgebra había dejado atrás sua forma. Pero la forma era indispensable: la abstracción de los números concretos y la formulación de reglas generales necesitaban del correspondiente método de expresión; era esencial tener algún medio de denotar números *arbitrarios* y operaciones con ellos. El simbolismo algebraico es la forma adecuada al contenido del álgebra” (ALEKSANDROV, 1994, grifos do autor).

uma espécie de “língua internacional” compreendida sem equívoco pelos matemáticos do mundo inteiro (IFRAH, 2005, p. 338, grifos do autor).

A invenção da notação simbólica literal foi um marco na história da matemática, assemelhando-se, no início, à generalização da aritmética, em que o uso da letra como símbolo representava um número desconhecido (IFRAH, 2005). O “x” e “y” que inicialmente foram tomados como uma espécie de novo algarismo, tornaram-se independentes dos objetos ou das grandezas que deveriam figurar (IFRAH, 2005). Segundo Ifrah (2005), o acesso ao abstrato foi facilitado devido ao simbolismo, no qual a letra permitiu a abreviação dos raciocínios e sua sistematização.

Foi o simbolismo pensado por Viète que possibilitou a escrita de expressões de equações e suas propriedades, a partir de fórmulas gerais. Os objetos das operações matemática passaram a ser não problemas numéricos e sim as próprias expressões algébricas. [...] Apesar da beleza do trabalho, a álgebra de Viète era ainda “imperfeita e tinha grandes insuficiências” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2005, p. 22).

Viète contribuiu para o desenvolvimento da teoria de equações, “onde se encontram algumas das primeiras representações de números por letras” (STRUIK, 1989, p. 150). A linguagem algébrica do século XVI era expressa por uma notação confusa e, por meio dos estudos de Viète, “surgiu pelo menos um simbolismo geral, no qual as letras eram usadas para exprimir coeficientes numéricos” (STRUIK, 1989, p. 150). Contudo, podemos perceber que

Esta álgebra *speciosa* de Viète ainda diferia da nossa no que diz respeito à insistência de Viète no princípio grego da homogeneidade, segundo o qual um produto de dois segmentos de recta era necessariamente concebido como uma área; por isso, os segmentos de recta só podiam ser adicionados a segmentos de recta, áreas a áreas, e volumes a volumes; havia mesmo algumas dúvidas quanto a saber se as equações de grau superior a 3 tinha realmente algum significado, pois elas só podiam ser interpretadas em quatro dimensões, uma concepção difícil de entender naquela época e ainda durante muito tempo (STRUIK, 1989, p. 151, grifo do autor).

O aperfeiçoamento da notação elaborada por Viète foi creditada a Descarte, uma geração posterior, pelas aplicações da álgebra à geometria (STRUIK, 1989). Neste contexto, a partir da compreensão de uma equação algébrica como relação entre os números, houve o desenvolvimento da álgebra e do tratamento geral das curvas algébricas (STRUIK, 1989).

Para sintetizar o desenvolvimento da linguagem algébrica discutida neste trabalho, apresentamos o esquema a seguir, explicitado na figura 5. Neste esquema, nosso intuito é explicitar que a compreensão do desenvolvimento da linguagem algébrica se deu pelo estudo

lógico-histórico deste conhecimento, perpassando pela álgebra retórica, geométrica, sincopada e simbólica, no qual cada momento influencia na constituição do outro.

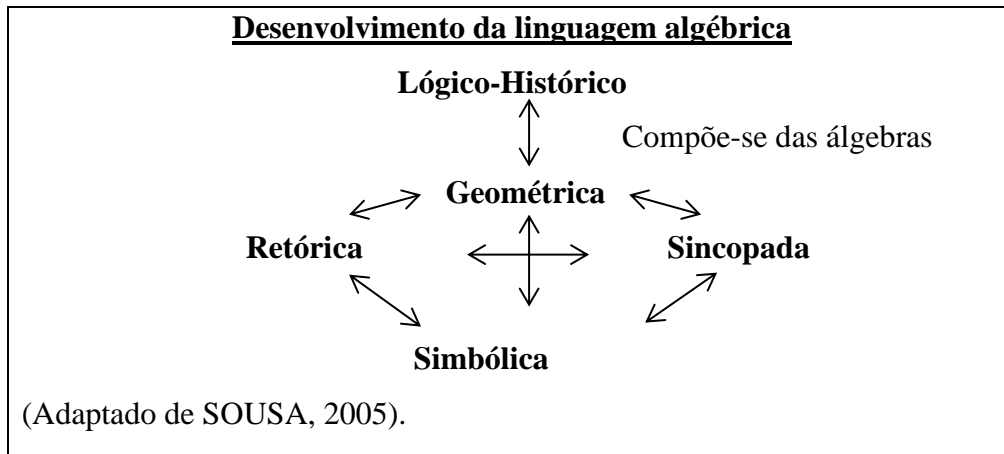


Figura 5: O desenvolvimento da linguagem algébrica.

Estudos que abordavam o pensamento fazem surgir, como consequência desse processo, o conceito de variável e de função, o que possibilitou a transição para uma nova etapa no desenvolvimento da Matemática: a Matemática das grandezas variáveis (ALEKSANDROV, 1994).

Diante desse movimento de aperfeiçoamento do conhecimento matemático, o rigor concernente ao simbolismo algébrico se intensificou por sua compreensão como um saber científico, o que implicou na formalização dos conceitos de variável, de função e de equação. A álgebra, neste momento, “passa também a trabalhar com grandezas de uma forma ainda mais geral e abstrata” (PANOSSIAN, 2008), com as grandezas variáveis.

Segundo Sousa (2004), a variável é o próprio movimento do pensamento. Falar em variável significa relacionar um conjunto numérico vinculado a um campo de variação. Ao pensar em um conjunto numérico, a variável, sem coincidir com nenhum dos números individuais de seu domínio numérico, é suscetível de representar todos os números do conjunto (CARAÇA, 1951): representa “[...] o símbolo da vida *colectiva* do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, *mas não se reduz a ela*” (p. 127, grifos do autor).

Pelo seu caráter de mobilidade, o conceito reflete a ideia de movimento também vinculado à ciência; “a variável é e não é cada um dos elementos do conjunto” (CARAÇA, 1951). Nesta perspectiva, para tornar mais fácil a representação deste movimento e para possibilitar a generalização do pensamento, tornou-se necessária a representação simbólica

para as variáveis e para os conjuntos. Essa representação se deu pelo desenvolvimento do conceito de variável, no qual Caraça (1951, p. 127, grifos do autor) o fez “matematicamente” da seguinte forma: “seja (E) um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convençionemos representar qualquer dos seus elementos por um símbolo, por ex.: x . *A este símbolo, representativo de qualquer dos elementos do conjunto (E), chamamos de variável*”.

Com posse desse conceito, ao estudarmos a variação de quantidades concernentes a dois conjuntos, uma relação de correspondência se constituirá, culminando na abordagem do conceito de função. Esta pode ser relacionada à primeira tentativa do homem em realizar a contagem com a utilização de instrumentos, porém agora embasado por um pensamento mais desenvolvido, abstrato. O conceito de função é pautado na relação de correspondência entre os conjuntos vinculados ao conceito de variável.

Os conceitos matemáticos de variável e função são generalizações abstratas de variáveis concretas (tais como tempo, distância, velocidade, ângulo de rotação e área de superfície) e as interdependências entre eles (a distância depende do tempo, etc.) [...] Uma variável matemática x é algo ou, mais precisamente, qualquer coisa que pode assumir diferentes valores numéricos. Este é o sentido geral de variável (ALEKSANDROV, 1994, p. 65-66, tradução nossa, grifo do autor) ²⁵.

O conceito de função abrange também o conceito abstrato de variável, porém envolvendo uma relação de dependência entre variáveis. Daí advém a palavra função, pois uma variável está em função de outra, dependente de outra. Com relação ao conceito de equação, este foi possibilitado graças ao simbolismo e à elaboração de fórmulas para representar problemas. Assim, diante da necessidade de solucionar problemas práticos, outras civilizações representaram simbolicamente estas questões (CEDRO, 2004), o que denominamos historicamente por equações.

As equações são, do ponto de vista da praticidade e aplicabilidade, um dos elementos mais importantes dentro da matemática moderna. Essa importância dá-se pelo fato de que a matemática é uma ciência cuja essência é o estabelecimento de relações entre conceitos, ideias e dados, os quais estão associados por meio de equivalência. A linguagem usada para expressar essas relações não é nada menos que as equações (CEDRO, 2004).

A equação pode ser compreendida como uma igualdade entre relações de grandezas variáveis, uma relação de equivalência. Como a abordagem do conceito de equação

²⁵“Los conceptos matemáticos de variable y función son generalizaciones abstractas de variables concretas (tales como tiempo, distancia, velocidad, ángulo de rotación y área de una superficie barrida) y de las interdependencias entre ellas (la distancia depende del tiempo, etcétera). [...] Una variable matemática x es <<algo>> o, más exactamente, <<cualquier cosa>> que puede tomar distintos valores numéricos. Este es el sentido general de variable” (ALEKSANDROV, 1994, p. 65-66, grifo do autor).

pode contemplar variadas variáveis e tipos diversos de equações (algébricas, diferenciais, trigonométricas), nos limitamos ao entendimento de equações lineares de uma variável, que, de acordo com Cedro (2004, p. 74), “são um tipo particular das equações algébricas. [...] Uma definição mais formal seria a seguinte: toda equação que possa ser expressa pela forma $a_1x_1 = b$, em que x_1 é a incógnita e a_1 é um número”.

Apesar da busca da compreensão do movimento histórico de elaboração do conceito matemático e os conceitos intrínsecos ao seu desenvolvimento, não nos propomos a organizar um ensino de forma a possibilitar a formação do pensamento teórico algébrico a priori, visto que nossa intencionalidade investigativa se restringe a possibilitar a iniciação deste processo. Assim, nosso intuito não se estende à busca de resoluções de funções e equações algébricas na forma simbólica, mas à apropriação dos nexos conceituais algébricos por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem.

Com isso, objetivamos propiciar a apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica nas crianças participantes do processo de ensino e aprendizagem do Clube de Matemática. Assumimos que os nexos conceituais a serem contemplados nas tarefas particulares devem perpassar pela compreensão lógico-histórica do movimento de criação da álgebra e as ideias essenciais dos conceitos de variação, equação e função. Essas ideias foram tomadas como primordiais na elaboração das SDA.

Vale aqui relembrar a pergunta norteadora dessa investigação, já que os nexos conceituais a serem contemplados nessa pesquisa estão intrínsecos nesse processo: *Quais os indícios presentes nas manifestações escritas e orais dos estudantes participantes do Clube de Matemática que demonstram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica?* Na tentativa de responder esta indagação principal, é imprescindível que estabeleçamos os nexos conceituais algébricos envolvidos na nossa abordagem conceitual.

Diante disso, estabelecemos que as ideias constituintes dos nexos conceituais algébricos que objetivamos, por meio das SDA, serem apropriados pelas crianças durante o Clube de Matemática são:

- ✓ A compreensão da necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal);
- ✓ A compreensão da ideia de variável;
- ✓ A percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam;
- ✓ A compreensão do princípio de equivalência;
- ✓ A compreensão da relação de dependência entre as variáveis;

✓ A percepção do processo de generalização.

Esses nexos conceituais nortearam a elaboração das tarefas particulares do Clube de Matemática. A organização do ensino, por se tratar especificamente de uma pesquisa, que nomearemos por *experimento didático*, será explicitada de forma mais detalhada no próximo capítulo, bem como a explicação metodológica de cada uma das SDA contempladas em nossa investigação.

3.5 – As limitações das tarefas particulares desenvolvidas no Clube de Matemática

A elaboração das SDA foi realizada, como mencionado anteriormente, por professores, inseridos no OBEDUC, mobilizados a organizar o ensino de forma a possibilitar a construção da base do pensamento teórico algébrico nas crianças. Eles participaram de espaços universitários formativos que promoveram a vivência e a elaboração de SDA na perspectiva lógico-histórica (SILVA, 2013).

O projeto OBEDUC se configurou, assim, como um espaço formativo dos professores, tendo como preocupação a apropriação do conhecimento teórico, tanto pelos docentes como pelos estudantes do Clube de Matemática, pautada pela compreensão dos elementos que concretizam a *educação humanizadora* (SILVA, 2013). Silva (2013), em sua pesquisa, destacou que os professores, inseridos no OBEDUC, incorporaram o reconhecimento do conhecimento matemático como produto histórico-cultural e evidenciaram a importância da intencionalidade nas ações pedagógicas.

Assim, o OBEDUC exigiu dos professores a construção de um modo particular de trabalho docente que, “ao mesmo tempo em que se almejava a apropriação de uma ideia de organização de ensino, possibilitava também que os professores se colocassem em atividade de aprendizagem” (SILVA, 2013, p. 187). Orientados pela criação das SDA, os profissionais realizaram estudos coletivos para possibilitar a imersão no movimento lógico-histórico.

Aqui a história assume o papel de elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito, que permitam compreender a realidade estudada. Há a necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos. Não

se apresentam aos professores os conceitos prontos e acabados: convida-se o professor a pensar sobre tais conceitos (SOUSA, 2009, p. 85).

Essa inserção dos professores nesse espaço formativo possibilitou a eles elaborar as SDA, sendo estas consolidadas como produto de um momento de compreensão teórica do movimento lógico-histórico do conceito algébrico. Como resultado desse processo, estando o professor inserido em um processo de compreensão teórica, houve a tentativa de organização do ensino por meio da elaboração de tarefas de estudos (DAVÍDOV, 1988).

A busca pela solução das tarefas de estudo, pelas crianças, é que possibilita a ascensão do abstrato ao concreto como via de apropriação do conhecimento teórico (DAVÍDOV, 1988). A tarefa de estudo, contemplada por Davydov (1988) e diferenciada das tarefas particulares, permite aos estudantes dominarem, inicialmente, o procedimento geral de solução das tarefas particulares, no qual o pensamento dos sujeitos se move do geral para o particular; “a solução da tarefa escolar é importante não somente para o caso particular dado, se não para todos os casos do mesmo tipo” (DAVÍDOV, 1988, p. 179, tradução nossa)²⁶.

Já as tarefas particulares são caracterizadas pela passagem do pensamento particular ao geral; “os escolares vão dominando os procedimentos também particulares de sua solução e somente o treinamento permite a eles dominar certo procedimento geral para solucionar estas tarefas” (DAVÍDOV, 1988, p. 179, tradução nossa)²⁷.

Ao objetivarmos organizar o ensino de tal forma que os estudantes ficassem motivados ao estudo, nossa intencionalidade pautou-se na tentativa de elaborar e desenvolver as tarefas de estudos propostas por Davydov (1988). Contudo, diante do momento de compreensão dos professores acerca do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico e o fato de que a “atividade de ensino “nunca” estará pronta e acabada” (SOUSA, 2009), o produto deste movimento constituiu-se em tarefas particulares.

Considerando-se os nexos conceituais estabelecidos para serem contemplados nas SDA, foi realizada a elaboração das tarefas particulares, organizadas em módulos, em que cada módulo possuía uma intencionalidade, composto por nexos conceituais a serem evidenciados, e um elo entre os mesmos, de modo a favorecer o desenvolvimento do educando, na compreensão e transição de uma linguagem algébrica simbólica para a sua generalização.

²⁶ “la solución de la tarea escolar es importante no sólo para el caso particular dado, sino para todos los casos del mismo tipo” (DAVÍDOV, 1988, p. 179).

²⁷ “los escolares van dominando los procedimientos también particulares de su solución y sólo el entrenamiento les permite dominar cierto procedimiento general para solucionar dichas tareas (DAVÍDOV, 1988, p. 179).

A limitação das SDA concretizou-se no fato das mesmas terem sido elaboradas no movimento contrário ao idealizado, pois se esperava que a organização do ensino se desse no sentido do geral para o particular e não do particular ao geral. A intencionalidade centrou-se no elo entre os módulos e não entre cada tarefa particular, estipulando-se um objetivo geral para o módulo e, por meio disto, o objetivo de cada tarefa.

Também percebemos que a organização do ensino não contemplou a transição da álgebra retórica para a álgebra simbólica, tomando a álgebra simbólica, já em sua fase atual, como preocupação inicial do docente para viabilizar nas SDA. Talvez esse ato possa ser justificado pela formação matemática vivenciada pelos docentes e evidenciada ainda em sua prática pedagógica.

Na tentativa de superação da manipulação de símbolos desprovidos de sentido, ao contemplar as SDA, tendo em conta os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, não houve a preocupação em elaborar tarefas particulares para que os estudantes enunciassem o conceito em caráter formal, mas sim a busca de estratégias, no coletivo, de possíveis soluções para o problema evidenciado. As SDA não exigiram a formalização do conceito, isto porque não tinha o caráter sintético que geralmente é dado pelo formalismo do pensamento algébrico (SOUSA, 2004).

Explicitar as limitações percebidas na busca da organização do ensino, pautado da Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, é importante para evidenciarmos a complexidade do processo de ensino e aprendizagem. Mesmo diante de um grupo de professores que compõem espaços formativos universitários, caracterizados pela sua intencionalidade pedagógica, apresentam-se ações não direcionadas ao objeto idealizado, pois “há sempre algo a mudar ou ainda a (re) considerar” (SOUSA, 2009, p. 92).

Os professores, por também vivenciar a atividade de aprendizagem ao organizar o ensino no OBEDUC, também apresentam suas incompreensões e ações não direcionadas ao objeto de ensino: a organização do ensino pautada no movimento lógico-histórico da álgebra. “A atividade de ensino é o elo entre teoria e prática na formação de professores” (SOUSA, 2009, p. 83), e ao ser realizada por meio do OBEDUC, percebe-se que os docente realizam ações que indicam mudanças em sua organização de ensino (SILVA, 2013), mas que estão também sujeitas à análise quanto a sua adequação ao processo.

Diante disso, ressaltamos que estes profissionais também estão em processo de formação, devendo reavaliar suas ações e elaborações, as SDA. Essa pesquisa se apresenta como produto desse processo formativo e ponto, talvez, de um (re) começo do estudo do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico para este grupo de profissionais.

Assim, para que o leitor possa ter acesso ao conjunto de SDA elaboradas pelo grupo do OBEDUC de Goiânia-Goiás, no próximo capítulo apresentamos cada uma, juntamente com os objetivos por meio delas, o nosso percurso metodológico e as unidades de análise elaboradas para alcançar nosso objeto de investigação.

Capítulo 4 – Nosso percurso metodológico

Ao refletirmos sobre o processo de aprendizagem das crianças, constatamos que as mesmas iniciam este movimento intelectual ao se depararem com o meio social ou mesmo com seus pares em relações cotidianas e, posteriormente, ao ingressarem no espaço escolar por meio do acesso ao conhecimento sistematizado. É necessário que o docente, ao organizar o ensino de modo a promover o desenvolvimento do pensamento dos sujeitos, considere os saberes adquiridos anteriormente em vivências cotidianas (conhecimento empírico) e tenha a preocupação de orientar os sujeitos para níveis de apropriação teórica que ainda não foram atingidos (o conhecimento teórico): “o único bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento” (VIGOTSKY, 1988, p. 114).

Com o intuito de possibilitar o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes, ao organizar o ensino, o professor considera os seguintes aspectos: a seleção dos instrumentos pedagógicos, o planejamento das ações e a escolha dos conteúdos. Diante da diversidade de conhecimentos produzidos pela humanidade no decorrer dos séculos, a seleção dos conteúdos a ser contemplados nas atividades de ensino levam em conta a sua relevância para a constituição do indivíduo enquanto ser social.

Ao refletirmos nos conteúdos a serem selecionados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos remetemos concomitantemente ao currículo escolar. Ao nos atentarmos à organização do mesmo, percebemos que o conhecimento aritmético é ensinado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e anteriormente ao conhecimento algébrico, isto por se acreditar que é necessária uma base teórica dos números e das operações para compreensão dos conceitos algébricos. As crianças, com isso, começam a ter acesso à álgebra, na escola, só a partir do sexto ano do Ensino Fundamental.

Diante disso, surge então nossa inquietação de apresentar aos estudantes dos anos iniciais, mais especificamente do quinto ano do Ensino Fundamental, o movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico de uma maneira que possa despertar a necessidade da aprendizagem, utilizando como instrumento didático-pedagógico as situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) de caráter lúdico.

Pressupomos que o conhecimento matemático é primordial para o desenvolvimento do pensamento das crianças e que o conhecimento algébrico possibilita aos sujeitos saltos qualitativos, devendo, por isso, ser abordado o quanto antes nos anos iniciais

escolares. De acordo com nossa visão epistemológica do conhecimento, planejamos uma organização de ensino para os anos iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente um experimento didático por se tratar de uma pesquisa respaldada na Teoria Histórico-Cultural, que levasse em conta nexos conceituais algébricos.

Elaboramos as SDA na tentativa de possibilitar a construção de uma base (teórica) para posterior formação do pensamento teórico nas crianças, durante o processo de ensino e aprendizagem no ambiente educacional. Limitamos nossa investigação somente à tentativa de concretização da base teórica nos sujeitos devido à limitação temporal desta pesquisa, não sendo possível abordar a totalidade do processo de formação deste tipo de pensamento no espaço de tempo a nós delimitado e diante das condições objetivas da investigação.

Nesta perspectiva, buscamos, por meio do projeto Clube de Matemática, criar a base necessária para a formação do pensamento teórico algébrico nas crianças. As SDA abordaram os nexos conceituais algébricos estabelecidos anteriormente, sem a preocupação com sua formalização nos padrões da linguagem matemática simbólica. Isto porque almejamos uma educação algébrica para os anos iniciais de forma a possibilitar aos sujeitos a apropriação dos nexos conceituais algébricos e a atribuição de sentido no processo de aprendizagem escolar, contrapondo-se à manipulação inconsciente dos símbolos.

Como nosso olhar está direcionado à complexidade das interações, reflexões e apropriações dos conteúdos dos sujeitos inseridos no processo educacional intencionalmente organizado, o *espaço de aprendizagem*, necessitamos delimitar uma metodologia de pesquisa que seja adequada a este *locus* de investigação, considerando a perspectiva teórica assumida. Esta metodologia deve permitir-nos compreender a realidade da sala de aula (CEDRO; MOURA. 2010), no nosso caso em específico, do Clube de Matemática.

Levando em conta a discussão até aqui explicitada, a metodologia de pesquisa escolhida para delinear essa investigação foi o experimento didático. Isto por termos como foco principal analisar o processo de ensino e aprendizagem de sujeitos inseridos no *espaço de aprendizagem*, tomando como pressuposto teórico a perspectiva Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade, mediados pelo conceito de Atividade Orientadora de Ensino, proposta por Moura (2012). Esta possui um caráter qualitativo, contudo com as particularidades intrínsecas às pesquisas pautadas na Teoria Histórico-Cultural.

O experimento didático é um método de investigação psicológico e pedagógico que permite estudar as particularidades das relações internas entre os diferentes

processos de educação e de ensino e o caráter correspondente do desenvolvimento psíquico do sujeito (CEDRO; MOURA, 2010, p. 58, tradução nossa)²⁸.

O experimento didático, assumido como metodologia da pesquisa, foi organizado para investigar o ensino e aprendizagem de conteúdos algébricos, levando em conta o movimento lógico-histórico dos conceitos. O experimento foi estruturado de modo a promover mudanças qualitativas no pensamento dos sujeitos inseridos no processo desenvolvimental.

O experimento didático foi desenvolvido no Clube de Matemática como modo de satisfazer a necessidade da pesquisadora, ou seja, apreender o objeto de investigação. “Devemos deixar claro, que, ao falar de "experimental", não estamos nos referindo à parte da pesquisa em que as variáveis são manipuladas e os seus efeitos sobre outras variáveis são observados” (CEDRO; MOURA, 2010, p. 58, tradução nossa)²⁹. Buscamos, pois, compreender nosso objeto de estudo em seu movimento e não simplesmente a relação de estímulo-resposta dos aspectos pedagógicos; “acreditamos que o experimento didático surge como um caminho para a realização de pesquisa em sala de aula, já que presenciamos o fracasso de metodologias clássicas, que se baseiam no isolamento das variáveis envolvidas no processo de investigação” (CEDRO; MOURA, 2010, p. 58, tradução nossa)³⁰.

Cabe aqui ressaltar o nosso objeto de investigação: os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por estudantes do Clube de Matemática. Assim, a utilização do experimento didático possibilita nossa busca pela compreensão do nosso objeto de investigação, visto que é uma metodologia de pesquisa que permite estudar as particularidades dos processos educacionais e o desenvolvimento do pensamento dos sujeitos.

De acordo com Thompson (1979 apud CEDRO; MOURA, 2010, p. 59, tradução nossa),

[...] em linhas gerais podemos caracterizar o experimento didático da seguinte maneira:

- Por uma orientação para os processos apropriados pelos alunos ao internalizar adequadamente os conceitos escolares;
- Pela natureza extensa da investigação;

²⁸ “El experimento didáctico es un método de investigación psicológico y pedagógico que permite estudiar la esencia de las relaciones internas entre los diferentes procedimientos de la educación y de la enseñanza y el correspondiente carácter de desarrollo psíquico del sujeto” (CEDRO; MOURA, 2010, p. 58).

²⁹ “Debemos dejar bien claro, que al hablar de “experimental”, no estamos refiriéndonos a la parte de la investigación en la cual las variables son manipuladas y sus efectos sobre otras variables son observados” (CEDRO; MOURA, 2010, p. 58).

³⁰ “Creemos que el experimento didáctico surge como un camino para la realización de la investigación en el aula, ya que, presenciamos el fracaso de las metodologías clásicas, que se basan en el aislamiento de las variables envueltas en el proceso de investigación” (CEDRO; MOURA, 2010, p. 58).

- Pela intervenção do investigador na aprendizagem dos estudantes;
- Pela constante interação entre as observações realizadas e o planeamento de futuras ações;
- Porque os dados são mais qualitativos que quantitativos.³¹

De forma geral, Cedro e Moura (2010) caracterizam o experimento didático como a unidade entre o desenvolvimento psíquico dos sujeitos, o ensino e a educação. Para a realização do experimento didático pressupõem-se sua organização por meio da delimitação do conteúdo a ser apropriado pelos sujeitos e o planeamento das atividades de aprendizagem como forma de possibilitar o desenvolvimento do pensamento das crianças.

Neste sentido, organizamos as SDA com o intuito de possibilitar a iniciação ao processo de desenvolvimento do pensamento teórico nas crianças. O ensino se deu por meio de um experimento didático composto por tarefas particulares, de caráter lúdico, com vistas a uma pesquisa educacional. Tal característica não inviabiliza o processo de aprendizagem dos sujeitos, mas possibilita visualizar resultados científicos por meio dessa investigação que possam auxiliar os professores no seu cotidiano a desempenhar sua atividade principal – a organização do ensino.

Deste modo, para melhor compreensão do movimento da nossa pesquisa, a fim de descortinar as ações desenvolvidas em cada SDA e as interações entre os sujeitos, necessário é explicitarmos a organização do experimento didático, os instrumentos de coletas de dados utilizados, a intencionalidade com as tarefas particulares do Clube de Matemática e, por fim, o método adotado de análise de dados, assumindo os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade.

Na tentativa de abarcar o movimento do processo de aprendizagem, buscaremos compreender tanto as manifestações orais quanto as escritas com relação às SDA pautadas nas Atividades Orientadoras de Ensino, propostas por Moura (2012). Para tanto, explanaremos os seguintes tópicos centrais: o experimento didático e os sujeitos da investigação, os instrumentos de coletas de dados e o *software* de apoio à análise de dados (*WebQDA*) utilizados nesta pesquisa e, por fim, as unidades de análise.

³¹ “[...] en líneas generales podemos caracterizar el experimento didáctico de la siguiente manera:

- Por una orientación para los procesos apropiados por los alumnos al internalizar correctamente los conceptos escolares;
- Por la naturaleza longitudinal de la investigación;
- Por la intervención del investigador en el aprendizaje de los estudiantes;
- Por la constante interacción entre las observaciones recogidas y la planificación futura de las acciones;

• Porque los datos son más cualitativos que cuantitativos” (THOMPSON, 1979 apud CEDRO;MOURA, 2010, p. 59).

4.1 – A concretização do experimento didático e os sujeitos da investigação

O experimento didático foi desenvolvido no Clube de Matemática, o *espaço de aprendizagem* organizado de forma intencional para promover a realização da pesquisa empírica pelo investigador e a apropriação do conhecimento pelas crianças. Tal pesquisa foi desenvolvida com estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, no primeiro semestre do ano de 2013. A escolha de tal grupo se justificou por almejarmos desenvolver SDA com estudantes que até então não tinham tido acesso ao ensino sistematizado dos conceitos algébricos.

Os estudantes, neste ano escolar, já deveriam estar familiarizados com o conhecimento aritmético, caso contrário o processo de apropriação dos nexos conceituais algébricos envolvidos nas tarefas particulares poderia conter algumas limitações. “A álgebra envolve necessariamente uma abstração em relação aos números e suas operações e, portanto, é necessário que o conceito de número, suas operações e propriedades tenham alcançado certo nível de desenvolvimento” (PANOSSIAN, 2008, p. 65).

Vale ressaltar que as crianças, mesmo cursando o mesmo ano escolar, não apresentam o mesmo desenvolvimento psíquico, portanto, a aprendizagem não ocorre de forma linear. SDA, pautadas nas Atividades Orientadoras de Ensino propostas por Moura (2012), favorecem, assim, esse processo investigativo por considerar os diferentes níveis de desenvolvimento dos sujeitos.

Como o conteúdo de ensino escolhido foi o conhecimento algébrico, houve a intencionalidade que as SDA desenvolvidas no Clube de Matemática perpassassem pelo movimento lógico-histórico de sua formulação. Assim, para a sua elaboração foram realizados estudos e reflexões, pelos participantes do projeto Observatório de Educação, em torno do desenvolvimento histórico da álgebra e dos conceitos a ela intrínsecos: variável, função (dependência) e equação.

As SDA do experimento didático foram organizadas em quatro módulos e estruturados de modo a abarcar o princípio norteador das tarefas particulares - o trabalho colaborativo - e os nexos conceituais algébricos estabelecidos anteriormente – necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal), ideia de variável, aspectos invariantes em contrastes com outros que variam, princípio de equivalência, relação de

dependência entre as variáveis e o processo de generalização. Segue abaixo a descrição geral dos objetivos estabelecidos em cada módulo estruturado:

❖ *Módulo 1 – Conhecendo o Clube:* neste módulo objetivamos propiciar aos estudantes uma visão inicial da dinâmica do projeto e esclarecer, por meio da reflexão coletiva, o trabalho colaborativo a ser valorizado nas ações do Clube de Matemática.

❖ *Módulo 2 – Linguagem:* objetivamos abordar, neste módulo, a necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal).

❖ *Módulo 3 – Desconhecido:* este módulo teve como objetivo abordar ideias intrínsecas ao conceito de equação.

❖ *Módulo 4 – Dependência:* almejou-se abordar as ideias inerentes do conceito de função, a relação de dependência.

O projeto Clube de Matemática foi desenvolvido por dois professores³², ambos participantes do projeto Observatório de Educação, com a inserção da pesquisadora no *locus* da investigação. As ações dos docentes do projeto e da pesquisadora perpassaram pela dinâmica explicitada no quadro 2 abaixo.

Tipo de ação	Descrição
Reunião no projeto Observatório de Educação	Planejamento das SDA do Clube de Matemática no OBEDUC
Reunião no Clube de Matemática	Desenvolvimento das SDA com os estudantes no Clube de Matemática
Reunião no projeto Observatório de Educação	Discussão do encontro anterior realizado no Clube de Matemática e organização da próxima SDA, no coletivo de professores do OBEDUC

Quadro 2: Dinâmica das ações dos docentes do projeto e da pesquisadora.

Os professores que desenvolveram o Clube de Matemática foram a Aline e o Fábio³³. A Aline era integrante do projeto Observatório de Educação como professora da Rede Municipal de Educação de Goiânia e estudante de Especialização em Educação Matemática, ofertada na Universidade Federal de Goiás (UFG). Fábio pertencia ao grupo na posição de estudante da Licenciatura em Matemática na UFG.

Compreender algumas singularidades dos docentes é importante, por eles serem os responsáveis pela organização das ações do Clube de Matemática. Ambos também

³² Os professores do Clube de Matemática não apresentavam vínculo acadêmico com as crianças anteriormente ao desenvolvimento do projeto. A professora regente é distinta e não participava das ações do projeto.

³³ Todas as nomeações dos sujeitos expostos neste trabalho são fictícias, com a intencionalidade de resguardar as identidades dos mesmos.

assumem a posição de sujeitos em atividade de aprendizagem quando refletimos na sua postura como indivíduos que estudam o movimento lógico-histórico dos conceitos para elaborar e refletir sobre as atividades de ensino. Contudo, apesar da riqueza deste contexto de formação docente, nossa investigação se limita à formação dos discentes.

Os sujeitos participantes do Clube de Matemática foram 12 estudantes, isto pela necessidade da orientação docente nas ações das crianças durante o experimento didático e por se tratar de situações desencadeadoras de aprendizagem com caráter lúdico. A quantidade 12 de participantes também favorecesse a subdivisões de pessoas para as ações pedagógicas no coletivo; 1 grupo de 12 ou 2 de 6 ou 3 de 4. A participação dos estudantes na pesquisa foi realizada diante da autorização da instituição escolar e dos responsáveis, com garantia do sigilo da identidade de todos os sujeitos.

As doze crianças apresentaram variados temperamentos, diferenças singulares e saberes diversificados, pois cada sujeito possui suas experiências e seu movimento histórico de apropriação de conhecimentos. Algumas delas eram mais falantes e participativas, outras se mostraram mais tímidas e resguardadas, contudo todos estiveram no *espaço de aprendizagem* de forma voluntária.

Para uma melhor compreensão das ações dos sujeitos e de suas manifestações durante o Clube de Matemática, sejam elas orais ou escritas, explicitadas nos episódios selecionados na análise dos dados, descremos abaixo algumas características de cada criança participante do projeto. Todos os estudantes possuíam 10 anos de idade na época da realização do projeto.

- **Danilo:** Ainda não apresentava apropriação na leitura e na escrita. Participava de agrupamentos de reforço organizados na escola pelo grupo de professores regentes. Apesar de suas dificuldades conceituais, o estudante se posicionou como muito comunicativo e disposto a interações com os companheiros do projeto.
- **Bruno:** Posicionou-se de forma bastante participativa. Nas reflexões coletivas propostas pelos professores, ele manifestou seus pensamentos e raciocínio matemático sempre que acreditava ser necessário, sem se resguardar por temer o erro. Enriqueceu as discussões com seus comentários e opiniões acerca das SDA.
- **Carlos:** Mostrou-se bastante tímido. Evitava se expor durante a realização do projeto, preferindo realizar suas ações de forma bastante discreta. Participou das discussões coletivas somente quando os professores direcionavam algumas indagações diretamente a ele.

- **Lara:** Muito tímida e reservada. Falou muito pouco durante o Clube de Matemática e quando os professores a indagavam sobre algum ponto em específico relacionado às SDA, ela se limitou a dar respostas breves e diretas.
- **Camila:** Participava de agrupamentos de reforço organizados na escola pelo grupo de professores regentes. No início do projeto era bastante calada e reservada. Com o convívio possibilitado por meio dos encontros, ela passou a participar mais das discussões e ganhar mais confiança para manifestar seu pensamento.
- **José:** Participou das ações e reflexões durante o Clube de Matemática, contudo conversou, em várias ocasiões, com os colegas, sobre assuntos não relacionados ao projeto e em momentos inadequados. Isso desencadeou a dispersão dele em alguns momentos, necessitando da orientação dos professores para direcionar a atenção novamente às SDA.
- **Igor:** Participativo e interessado nas ações do projeto. Sua postura favoreceu o desenvolvimento das SDA, pois realizou as tarefas particulares e, concomitantemente, auxiliou as outras crianças quando demonstraram dificuldade.
- **Ana:** Séria, participativa e interessada. Não era muito falante, mas diante das discussões manifestou seu pensamento, com o intuito de participar juntamente com os colegas. Quando se deparou com colegas em uma situação de dificuldade, se mobilizou para ajudá-los.
- **Isaque:** Participativo durante o Clube de Matemática. Interagiu com os colegas e com os professores, se posicionando de forma favorável. Realizou manifestações orais de seus pensamentos acerca das SDA que enriqueceram bastante as reflexões.
- **Sara:** Tímida e com dificuldade de interagir com o grupo como um todo, pois era muito reservada. Apresentou dificuldade no desenvolvimento do pensamento em alguns momentos que envolviam o conhecimento aritmético. No momento de registrar, os professores a orientaram a registrar da maneira que havia compreendido o processo.
- **Ester:** Apresentou dificuldade para expressar suas ideias devido à timidez. Participou das ações e interações durante o Clube de Matemática, mas ao ser convidada a participar oralmente, optava por permanecer calada, com receio de errar e se expor perante o grupo.

- **Solange:** Interessada e participativa. Interagiu com todos os colegas de forma espontânea, manifestou seu pensamento nos momentos em que achou propício. Muito concentrada e dedicada às ações do projeto.

Com relação ao espaço da escola para o desenvolvimento do projeto, dois locais foram utilizados: o laboratório de informática, por apresentar espaço para a interação e o compartilhamento de saberes entre os estudantes, e um local construído no pátio da instituição de forma a promover um ambiente diferente da sala de aula, caracterizado por não apresentar paredes, nem as mesas padrões de sala de aula e nem o quadro-giz. Este espaço possibilitou às crianças uma maior interação entre os pares, pois possuía formato circular, mesas maiores comportando oito alunos em cada. Portanto, foram posicionados de modo distinto das tradicionais fileiras.

Foram realizados doze encontros com as crianças no primeiro semestre do ano de 2013. As SDA do Clube de Matemática foram organizadas para serem desenvolvidas em quatro módulos, contemplando conteúdos variados intrínsecos à álgebra. No quadro dois, explicitado abaixo, organizamos a estruturação geral das ações do projeto para permitir a compreensão da realização das tarefas particulares.

Encontros	Ações	Tarefas particulares	Conteúdo
1°	Módulo 1 – <i>Conhecendo o Clube</i>	1. Confeção dos crachás 2. Teia da cooperação 3. Tubarão	Trabalho colaborativo
2°	<i>Situação-problema</i>	----	Dependência
3°	Módulo 2 – <i>Linguagem</i>	Trilha dos desafios	Linguagem algébrica
4°		Ludo monetário	
5°	Módulo 3 - <i>Desconhecido</i>	Movimento certo	Equação
6°		Na boca do balão	
7°	Módulo 4 - <i>Dependência</i>	Bolicho matemático	Dependência
8°		Máquina mágica	
9°		Trilhas das leis	
10°		Batalha naval	
11°	<i>Situação-problema</i>	----	
12°	Exposição final do Clube de Matemática	----	Trabalho colaborativo, linguagem algébrica, equação e dependência.

Quadro 3: Organização das ações no Clube de Matemática.

As ações no Clube de Matemática passaram por três momentos distintos: o desenvolvimento de cada módulo, a resolução da situação-problema e, por fim, a exposição final contemplando uma visão geral de cada encontro. Com relação às SDA, optamos por descrever as regras, o material pedagógico utilizado em cada uma e a metodologia na seção de

organização das ações dos sujeitos durante as tarefas particulares, de modo a permitir uma melhor compreensão dos episódios selecionados para a compreensão dos movimentos das ações e reflexões das crianças.

As tarefas particulares dos sujeitos no Clube de Matemática foram organizadas de modo a possibilitar uma interdependência entre a sequência dos conteúdos abordados e uma mudança qualitativa no pensamento das crianças. Por isso, o módulo *Conhecendo o Clube* foi escolhido para iniciar o projeto, de modo a possibilitar a compreensão do princípio norteador de todas as ações do projeto – o trabalho colaborativo. Por conseguinte, o módulo dois – *Linguagem*-, para compreensão das variadas formas de representação simbólica que se inter-relacionam com o módulo do *Desconhecido*, direcionou o olhar para as ideias intrínsecas ao conceito de equação. Por fim, o módulo da *Dependência*, abordou as ideias inerentes ao conceito de função.

Devido às limitações temporais e processuais que nos impossibilitam analisar os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos pelas crianças em cada encontro e em cada SDA, nos encarregaremos de contemplar tarefas particulares específicas de forma mais detalhada na análise dos dados.

Para facilitar a compreensão das manifestações orais e escritas das crianças na seção da análise dos dados, optamos por explicitar, na seção seguinte, todas as tarefas particulares propostas para as crianças durante o Clube de Matemática, a dinâmica da sua realização, os objetivos, sua sequência didática e as ligações conceituais entre as mesmas. Para tanto, os objetivos e a metodologia adotados para cada encontro durante o projeto estão descritos a seguir com o intuito de descortinar as facetas desse processo educativo.

4.2 – A organização das ações dos sujeitos durante as tarefas particulares

Diante da organização do experimento didático descrita anteriormente, explicitaremos nesta seção as tarefas particulares desenvolvidas no Clube de Matemática com mais detalhes. No próximo capítulo, destinado à análise dos dados, não nos deteremos em descrever os objetivos e a metodologia de cada encontro, somente em citar a localidade da SDA no contexto do Clube de Matemática.

Contemplaremos as tarefas de aprendizagem na sequência da sua realização, explicitando a inter-relação entre elas, os objetivos, os nexos conceituais envolvidos em cada uma e a metodologia. Não descreveremos as ações e reflexões das crianças em cada encontro, pois não é nosso intuito nessa seção, mas sim compreender a dinâmica proposta para sua concretização.

De forma geral, o Clube de Matemática foi organizado conforme a figura 6, sendo que os módulos são compostos por quantidades diversas de tarefas particulares.

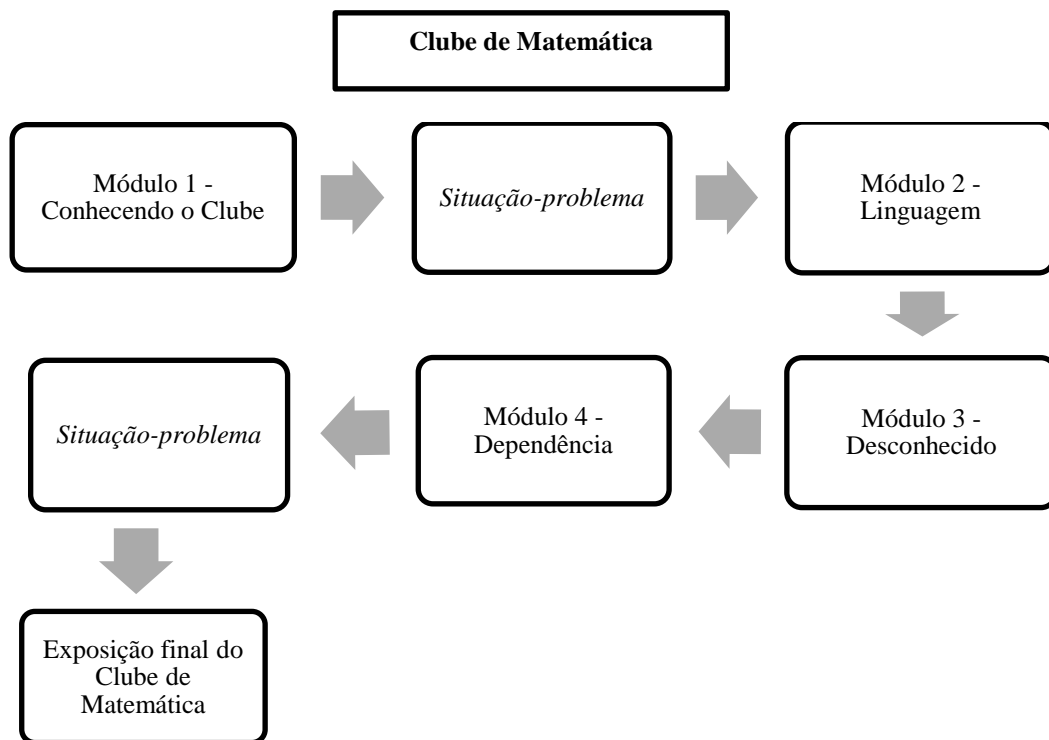


Figura 6: Organização das tarefas de aprendizagem do Clube de Matemática.

A fim de abarcar as especificidades de cada momento explicitado na figura 6, tomaremos cada um de forma singular para compreender o experimento didático como um todo.

O módulo um – *Conhecendo o Clube*

O módulo um – *Conhecendo o Clube* – é composto pela confecção dos crachás e duas SDA: a *Teia da cooperação* e o *Tubarão*. A confecção dos crachás é uma operação para permitir aos sujeitos sua identificação perante o grupo; já a *Teia da cooperação* e o *Tubarão*

são tarefas particulares que organizamos para contemplar a premissa do trabalho colaborativo. A estruturação deste módulo e a sequência destas situações estão explicitadas na figura 7, abaixo.

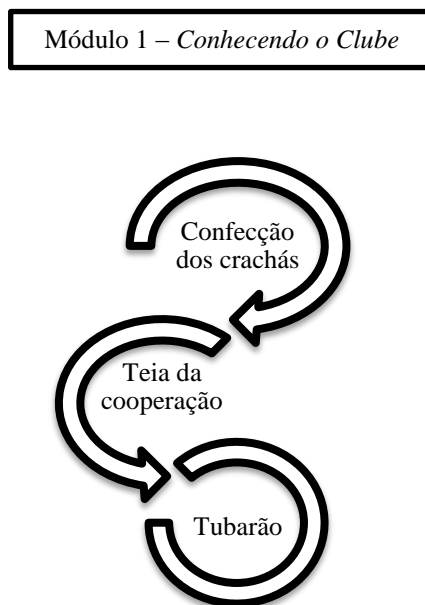


Figura 7: Representação da organização das tarefas particulares do módulo 1.

A intenção, com esse módulo, é que os estudantes percebam a importância das relações interpessoais e do trabalho colaborativo. Com isso, possibilitamos, aos estudantes, uma visão inicial da dinâmica do projeto e esclarecemos a valorização do trabalho colaborativo. Para tanto, é necessária a apresentação oficial do Clube de Matemática, em que os professores reforçam os dias dos encontros (no nosso caso, as quartas-feiras) e os horários do seu desenvolvimento (no nosso caso, das 13h até 15h 30 min).

A confecção dos crachás é a primeira tarefa particular dos sujeitos no Clube de Matemática, na qual os mesmos escrevem os nomes em um cartão e ilustram de forma a expressar sua individualidade. Orientam-se as crianças para a construção de formas criativas nos crachás para possibilitar sua identificação no grupo. Por conseguinte, o professor instrui os participantes para a segunda etapa do módulo.

Na *Teia da cooperação*, espera-se que os estudantes compartilhem ideias com um objetivo em comum - a resolução da situação proposta pelo docente. Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento são necessários um barbante e um balão.

Na SDA da *Teia da cooperação* é proposta aos participantes, do Clube de Matemática, a construção de uma teia, com o auxílio de um barbante, como condição para que

no final do processo seja colocada uma bexiga no seu centro e a mesma não caia no chão. As crianças, mediante este contexto, têm como objetivo principal a organização de estratégias para a construção da teia de modo a manter sua estrutura propícia à sustentação de um balão.

Com isso, os estudantes se posicionam em círculo e seguem a dinâmica proposta pelo professor orientador: cada estudante, em sua vez, deve se apresentar, dizer a idade, o motivo que o impulsionou a participar do projeto e suas expectativas. Por conseguinte, a criança que principiar a apresentação repassa o barbante para outro colega, isto levando em consideração a construção em coletivo da teia, até que todos possam participar e o barbante retornar à pessoa iniciante. Ao passar o barbante para outro colega, a criança deve permanecer no local, até no final do processo, segurando uma parte do mesmo de modo a mantê-lo esticado e firme para a sustentação, posteriormente, da bexiga, como exemplificado na figura 8 a seguir.



Figura 8: Situação desencadeadora de aprendizagem - *Teia da cooperação*.

Os estudantes devem formular estratégias durante as apresentações, por meio de um trabalho colaborativo, organizando uma sequência de ações que possibilitem ocultar possíveis aberturas de escoamento do balão. Após este momento, o professor coloca a bexiga no centro da teia e permite que as crianças percebam se a estratégia formulada possibilitou ou não a permanência da bexiga na superfície construída.

Por conseguinte, é idealizado um momento de reflexão em grupo, a *roda de conversa*, no qual o pesquisador indaga aos participantes se a bexiga permaneceu ou não na teia, quais as estratégias que os estudantes formularam para que isso ocorresse, qual a

importância do trabalho coletivo nesta SDA e, se fosse realizado de forma individual, se teria construído a teia da mesma maneira.

Este momento é importante para que os estudantes possam refletir sobre suas ações, compartilhar opiniões e se manifestar verbalmente perante o grupo, mostrando suas singularidades, mesmo em um trabalho colaborativo. As diferenças de posturas e pensamentos são aqui valorizadas, pois as pessoas possuem sua individualidade na vida social, sendo necessário saber conviver com respeito diante da diversidade.

Por fim, a tarefa particular *Tubarão* é desenvolvida. O professor propõe às crianças imaginarem que estejam nadando no mar ao redor de seis ilhas (círculos desenhados no chão). De repente um tubarão surge (o professor) e as crianças necessitam de proteção e se resguardam em uma das ilhas (entram no círculo). Uma música é colocada de fundo para auxiliar na imaginação das crianças durante a SDA e os participantes fogem, com isso, do tubarão.

Neste movimento, caso alguém seja atacado e pego pelo tubarão, terá que correr com uma perna só, como se o animal o tivesse ferido. Assim, quando a música for interrompida, os estudantes devem se resguardar em uma ilha, sem limite de pessoas em cada uma delas. A música, por conseguinte, é reiniciada, porém uma ilha é retirada do circuito, restando apenas cinco refúgios. A SDA continua até restar somente uma ilha e as crianças devem se organizar para se proteger nela.

O objetivo desta SDA em específico é que os estudantes percebam a necessidade de se organizarem (o grupo) nas ilhas para que não sejam “devorados” pelo tubarão, reconheçam a importância de trabalhar em equipe. Na última etapa, os 12 participantes permanecem em uma única ilha, sendo necessário o trabalho colaborativo para a eficácia da ação conjunta.

Por fim, a segunda *roda de conversa* é proposta concernente a SDA do *Tubarão*. Os estudantes são questionados sobre o objetivo desta tarefa particular e quais as ações que deveriam realizar no grupo. Ao abordar as ações do dia, as crianças são indagadas sobre sua preferência por ações individuais ou em grupo, as vantagens ou desvantagens; a importância do trabalho colaborativo na *Teia da cooperação* e no *Tubarão*; e se há possibilidade de aprender matemática trabalhando em grupo.

Situação-problema

No segundo e no décimo primeiro encontro (após o desenvolvimento de todas as SDA do Clube de Matemática) é proposta uma mesma *situação-problema* para as crianças envolvendo ideias algébricas. O intuito com esta *situação-problema*, no primeiro momento, é perceber alguns dos conhecimentos prévios dos alunos e, posteriormente, no décimo primeiro encontro, analisar os possíveis saltos qualitativos no desenvolvimento conceitual algébrico durante o processo de ensino e aprendizagem.

A *situação-problema* envolve a ideia de variação e dependência (ideia de função); exige do estudante um processo de generalização. A situação nomeada por *Desafio Matemático* supõe a existência de uma faixa anunciando preços de pastéis da banca do João (apêndice 1), conforme exemplificado no quadro 4, a seguir.

<u>Banca de pastel do João</u>	
1 pastel	– 3 reais
2 pastéis	– 6 reais
3 pastéis	– 9 reais
4 pastéis	– 12 reais
...	

Quadro 4: Tabela de preços de pastéis.

A *situação-problema* é organizada da seguinte maneira: no primeiro momento fazem indagações que relacionam o preço dos pastéis com a quantidade solicitada, cujas respostas estão visíveis na tabela. As questões exigem dos estudantes um raciocínio intuitivo para o cálculo dos valores específicos que não estão explícitos. Por fim, solicita-se uma generalização do pensamento, com vistas à elaboração de uma lei de formação para calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados. Esta lei é a representação do pensamento generalizado sem a necessidade da variável-letra, sendo concretizado na linguagem das crianças, por meio das palavras, como por exemplo, um número multiplicado por três.

A *situação-problema* é realizada individualmente e, após, há a *roda de conversa*, no coletivo, realizada no segundo e no décimo primeiro encontro. Na primeira *roda de conversa*, os estudantes são questionados sobre a existência de vivência anterior de situações-problema dessa natureza; se acreditam que o conhecimento matemático sempre foi organizado

e sistematizado como é atualmente; e a necessidade da utilização de símbolos nas operações matemáticas. Tais questões foram idealizadas a fim de verificar se os estudantes percebem a existência de um movimento histórico na formulação do conhecimento matemático e a necessidade da utilização dos símbolos nesse processo.

Com relação à *roda de conversa* do décimo primeiro encontro, as crianças são indagadas sobre possíveis diferenças no nível de dificuldade na resolução da *situação-problema* quando relacionada ao início do processo; as tarefas particulares que favorecem o desenvolvimento do raciocínio neste segundo momento; e, por fim, a lei de formação da situação abordada envolvendo pastéis, na linguagem das crianças, desprovida do rigor da matemática formal simbólica.

O módulo dois – *Linguagem*

O módulo dois – *Linguagem* – é composto por duas SDA, *Trilha dos desafios* e *Ludo Monetário*, ambas contemplando o conteúdo de linguagem algébrica. A estruturação deste segundo módulo e a sequência das tarefas particulares estão explicitadas na figura 9, a seguir.

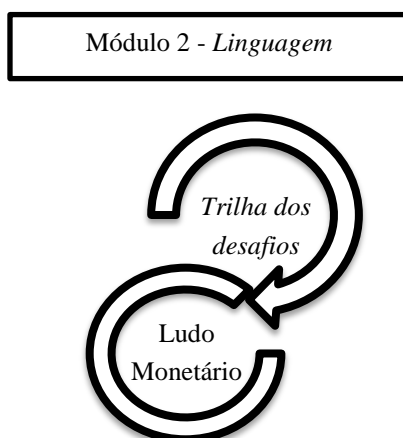


Figura 9: Representação da organização das tarefas de aprendizagem do módulo 2.

O segundo módulo foi estruturado na tentativa de dar continuidade à valorização das ações coletivas, aspecto este contemplado no módulo um, especificamente, e abarcar um dos nexos conceituais elencados para as tarefas particulares do Clube de Matemática: a necessidade de criação dos símbolos.

O módulo *Linguagem* é iniciado por meio da *Trilha dos desafios*. A intenção é gerar diferentes formas de representação de objetos ou situações por meio simbólico. O objetivo é instigar a necessidade da utilização de representações simbólicas em situações cotidianas e, mais especificamente, no conhecimento matemático.

Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento são utilizados dois tabuleiros representando percursos lúdicos de deslocamento, kit composto por figuras de meios de locomoção, tabela especificando a quilometragem de variados meios de transporte e as folhas de registro.

As crianças são organizadas em 3 grupos com 4 estudantes em cada e recebem um tabuleiro, representando uma trilha (figura 10), contendo um percurso de Goiânia até Aruanã, no qual devem se deslocar, utilizando os meios de transportes contidos no kit 1 (apêndice 2), sendo este uma representação simbólica da quilometragem a ser percorrida.

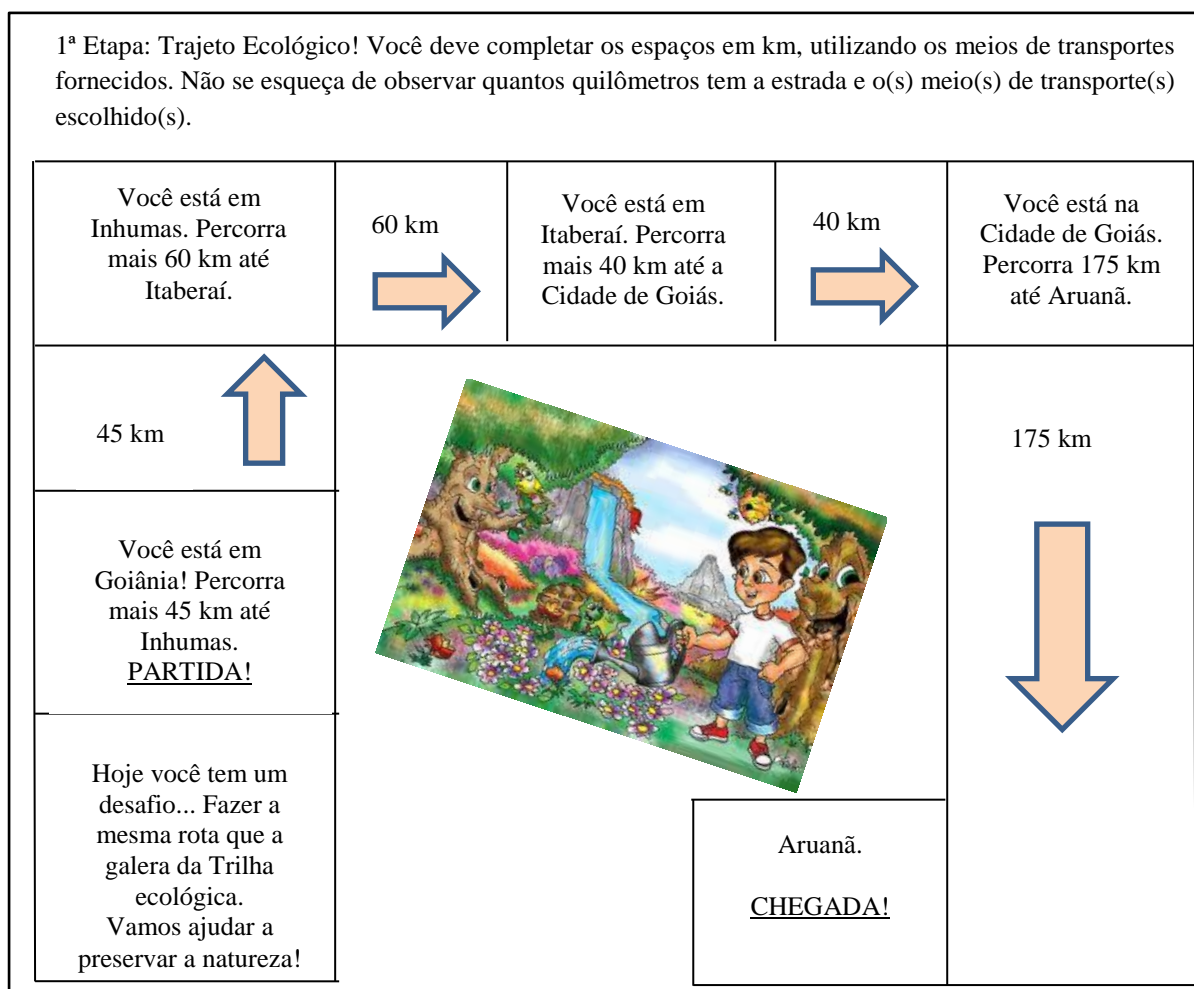


Figura 10: Tabuleiro da *Trilha dos desafios* - 1º e 2º momentos da tarefa particular.

Recebem também uma tabela com a quilometragem correspondente a cada meio de transporte (apêndice 3) para orientar nas tomadas de decisões. Os estudantes devem buscar a solução da SDA em seus respectivos grupos, utilizando os mesmos meio de locomoção contidos nos kits, e, concomitantemente, registrar cada movimento na folha de registro (apêndice 4), sendo esta parecida com a trilha da SDA. A única diferença é que no lugar onde está especificado no tabuleiro a quilometragem a ser percorrida, na folha de registro aparece em branco, isto porque é neste espaço que os estudantes escreverão os meios de transporte utilizados (tipos de representação simbólica). Vale ressaltar que todas as peças do kit 1 foram planejadas para serem utilizadas nesse primeiro percurso.

Em um segundo momento, as crianças recebem um novo kit (apêndice 2 – kit 2) de meios de locomoção, porém a trilha permanece a mesma. As peças são diferentes para possibilitar outras maneiras de completar o percurso e solucionar a situação proposta. No kit 2, algumas peças sobram e os estudantes devem registrá-las. A figura 11 ilustra as crianças envolvidas na SDA *Trilha dos desafios*.



Figura 11: Situação desencadeadora de aprendizagem - *Trilha dos desafios*.

No último momento, altera-se o kit (apêndice 2 - kit 3), a folha de registro (apêndice 4) e a trilha, em que os participantes saem de uma fazenda com intuito de chegar ao Rio de Janeiro. Nessa etapa também há mais peças do que a quilometragem dos percursos, sobrando, conseqüentemente, alguns meios de locomoção. No decorrer da tarefa particular, o nível de complexidade aumenta, o que exige das crianças mais concentração e reflexões para solucionar as SDA.

O segundo tabuleiro está explicitado na figura 12; representa a trilha do percurso de uma fazenda até a cidade do Rio de Janeiro.

2ª Etapa: Visita ao Rio de Janeiro! Você deve completar os espaços em km, utilizando os meios de transportes fornecidos. Não se esqueça de observar quantos quilômetros tem a estrada e o(s) meio(s) de transportes(s).

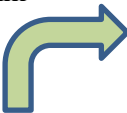




220 km 	Você já está em Brasília! Percorra mais 1000 km e chegue a São Paulo.	1000 km 	Você já está em São Paulo! Percorra mais 400 km e chegue ao Rio de Janeiro
Você já está em Goiânia! Percorra mais 220 km e chegue em Brasília.		400 km 	O Rio de Janeiro continua lindo! <u>CHEGADA!</u>
Rio (30 km) 			
O rio têm 30 km de largura. Como você irá atravessá-lo? <u>PARTIDA!</u>			
Hoje você tem um desafio... Sair da sua fazenda e ir conhecer o Rio de Janeiro. Durante a viagem você fará algumas paradas conhecendo outros estados brasileiros!			

Figura 12: Tabuleiro da *Trilha dos desafios* – 3º momento da tarefa particular.

Por fim, a *roda de conversa* é realizada, na qual os estudantes são questionados no que diz respeito ao significado das figuras contidas nos kits, à necessidade da existência da tabela com a especificação da quilometragem de cada meio de locomoção representado por meio de figuras (símbolos), à criação das representações/símbolos com relação ao conhecimento matemático e à necessidade de sua formulação no percurso histórico.

Neste momento da *roda de conversa* é que o professor terá a oportunidade de refletir com as crianças sobre o significado das imagens, sua representação como símbolo de

um percurso definido por meio de uma quilometragem. A discussão envolverá a importância da tabela como meio de dar significado à escolha dos símbolos/figuras em cada percurso. Esta discussão cria espaço para a reflexão quanto a outros tipos de simbologia utilizados no cotidiano e, especificamente, diante do conhecimento matemático.

Por conseguinte, no próximo encontro, a segunda SDA deste módulo é desenvolvida, o *Ludo monetário*. O intuito é possibilitar às crianças a percepção da necessidade e utilidade da linguagem matemática simbólica em situações práticas.

Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento são utilizados um tabuleiro gigante, exemplificado na figura 13, a seguir, dois dados grandes e a folha de registro para cada criança. As “peças” do jogo são as próprias crianças ao se inserirem no circuito.



Figura 13: Situação desencadeadora de aprendizagem – *Ludo monetário*.

Em nossa sociedade para uma família “sobreviver”, mensalmente, é necessário uma renda para cobrir gastos e uma possível forma de obter mais recursos. Para a análise dessa realidade no contexto das crianças, foi planejada a SDA *Ludo monetário*. Para o desenvolvimento do jogo, são formados quatro grupos com três crianças em cada, denominadas por famílias, que iniciam o mês com um valor estipulado (R\$540,00) e percorrem o circuito - “transcorre o mês”- lidando com ganhos (\$+) e gastos (\$-) de valores. Ao final do mês, na finalização do percurso do jogo, verificam o saldo final da família e procedem à análise a fim de indicar se o dinheiro ganho durante o mês foi suficiente para o pagamento das despesas.

Para cada integrante da família adentrar ao tabuleiro, é necessário que lance os dois dados e obtenha soma igual a sete. Com isso, uma criança pode se posicionar na casa

inicial. Caso três rodadas sejam desenvolvidas e a família não consiga tirar a soma determinada, na quarta rodada é permitido a um dos participantes da família adentrar ao tabuleiro. Todos os integrantes da família devem se posicionar no tabuleiro, percorrer todo o circuito até entrar na casa final para efetuar os cálculos do mês.

As famílias devem desenvolver estratégias para determinar quando um integrante adentra no jogo ou quando outro caminha no tabuleiro, pois a cada jogada somente uma criança da família pode se movimentar. O grupo é que decide quem caminha e quem espera a próxima rodada.

Assim, cada família inicia o jogo pela posição indicada, na sua cor correspondente, dentre elas: amarelo, azul, rosa e roxo. Ao adentrar no tabuleiro, o jogador recebe uma carta do professor (apêndice 6), na qual especifica-se que a família está recebendo R\$540,00 no início daquele suposto mês. Os participantes lançam os dados e andam o número de casa indicado. Caso um participante ocupe a mesma posição no tabuleiro de um integrante de outra família, o jogador que chegar por último permanece no espaço e o outro volta para a casa inicial.

Cada estudante recebe uma folha de registro (apêndice 7) e inicia-se a SDA. Os símbolos contidos no tabuleiro (\$+ e \$-) representam gastos ou ganhos mensais das famílias caso as crianças parem em cima deles, cujos valores são conhecidos por meio das cartas contidas no jogo (apêndice 6). As crianças devem anotar, na folha de registro, os gastos ou ganhos, especificados nas cartas do *Ludo Monetário*, para ter o controle financeiro ao final do mês, do percurso. As informações das cartas são do tipo: “a conta de água venceu e você pagou R\$50,00” e “Você recebeu uma herança de R\$300,00”.

Elaboramos a forma de registro para a anotação dos valores gastos e ganhos durante o percurso, de forma que possibilitasse o cálculo do saldo, na finalização da SDA. Os participantes registram todas as informações contidas nas cartas retiradas por cada integrante da família a que pertence. Contudo, há uma restrição na forma de registrar os valores: as crianças não podem utilizar os símbolos matemáticos elaborados historicamente. Em vez disso, elas escrevem por extenso os valores para que, por meio dessa ação, percebam a necessidade do ser humano de construir os símbolos e facilitar a comunicação entre as pessoas.

Ao finalizar o circuito nas extremidades do tabuleiro, a etapa final para cada criança, de cada família, é a passarela interna da sua respectiva cor, sendo que somente um dado é utilizado neste momento. Cada participante finaliza seus movimentos assim que retira

o valor exato para adentrar na posição central do tabuleiro, lembrando que toda a família precisa ficar unida na casa final.

Finalizado o percurso pelas crianças, elas devem se unir com suas respectivas famílias e efetuar os cálculos do saldo final do mês. As crianças são orientadas a não utilizar os símbolos matemáticos, sejam eles números ou sinal de operações para que possam perceber a necessidade histórica que desencadeou a sua elaboração.

Por fim, há a *roda de conversa*, na qual os estudantes são questionados sobre a percepção de alguma diferença na forma de registrar os gastos e o ganho de dinheiro da maneira habitual; a maneira mais prática de realizar o registro, se por palavras ou símbolos; possíveis dificuldades em calcular o total de gastos no mês, utilizando somente as palavras; e a importância da utilização dos símbolos em operações com raciocínio matemático.

Módulo três – *Desconhecido*

O módulo três – *Desconhecido* – é composto por duas SDA, *Movimento certo* e *Na boca do balão*, ambas contemplando a ideia do princípio de equivalência. A sua estruturação e a sequência das tarefas particulares estão explicitadas na figura 14, a seguir.

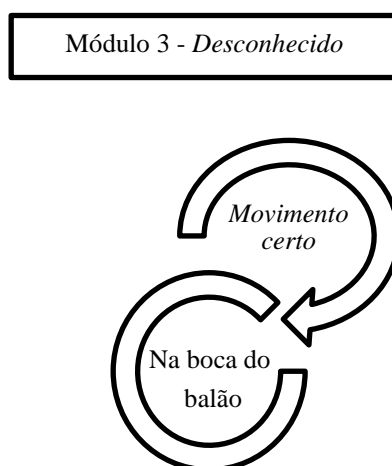


Figura 14: Representação da organização das tarefas de aprendizagem do módulo 3.

O terceiro módulo foi estruturado na tentativa de dar continuidade ao desenvolvimento, com sentido, de uma linguagem simbólica algébrica na forma inicial. Para tanto, as ações coletivas também são valorizadas durante estas tarefas particulares e, concomitantemente, buscamos abarcar os seguintes nexos conceituais elencados, dentre as tarefas particulares do Clube de Matemática: a compreensão do princípio de equivalência e a percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam.

O *Movimento certo* é a quinta SDA do Clube de Matemática. Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento são utilizadas variadas garrafas, com especificações sobre a capacidade de armazenamento, um balde, sem a informação sobre a sua capacidade, três mesas pra a sobreposição dos objetos e as folhas de registros (apêndice 8).

As crianças são posicionadas ao redor das mesas, sentadas. Nessa tarefa particular, os estudantes não são separados em grupos, pois realizam as ações como um grupo só: ações individuais, tendo em conta o objetivo em comum do grupo em relação ao objeto de estudo.

São dispostas garrafas em duas mesas (A e B) e um balde em apenas uma, de forma que exista a mesma quantidade de litros de água nos dois lados, como exemplificado na figura 15.



Figura 15: Situação desencadeadora de aprendizagem – *Movimento certo*.

No lado A ficam 20 garrafas e um balde e no lado B, 15 garrafas, conforme especificação detalhada no quadro 5. As garrafas utilizadas devem possuir uma faixa que simboliza a capacidade preenchida de água, por exemplo, 2 litros ou 500 mililitros. Os

estudantes são convidados a descobrir a quantidade de litros de água do balde, pois o mesmo não possui a especificação da sua capacidade.

Lado A	Lado B
1 balde de 5 litros	2 garrafas de 350 ml
1 garrafa de 2 litros	1 garrafa de 1,5 litros
1 garrafa de 1,5 litros	1 garrafa de 300ml
3 garrafas de 600 ml	3 garrafas de 3 litros
4 garrafas de 1 litro	2 garrafas de 2,5 litros
1 garrafa de 2,5 litros	1 garrafa de 500 ml
5 garrafas de 100 ml	1 garrafa de 600 ml
1 garrafa de 350 ml	1 garrafa de 150 ml
1 garrafa de 50 ml	2 garrafas de 100 ml
2 garrafas de 150 ml	1 garrafa de 50 ml
Total: 20 garrafas + 1 balde	Total: 15 garrafas

Quadro 5: Quadro da organização da quantidade litros de águas dos lados A e B do *Movimento certo*.

Os estudantes devem retirar quantidades equivalentes de ambos os lados até restar do lado A apenas o balde, descobrindo quantos litros de água equivalem a ele por meio da soma das capacidades das garrafas restantes do lado B. Tal conclusão é possibilitada pelo princípio aditivo da equivalência. O jogo estabelece a condição de que, na mesa em que o balde está posto, só pode ser retirada uma garrafa de cada vez. Por exemplo, retira-se uma garrafa da mesa do balde de 1 litro e uma de 300 mililitros, uma de 600 mililitros e outra de 100 mililitros da outra mesa, cuja soma das capacidades resulta em 1 litro.

Os estudantes são organizados ao redor das duas mesas e, juntos, buscam solucionar a tarefa particular. O registro é entregue no início da SDA (apêndice 8) e todas as crianças anotam os movimentos de todos os participantes. Os professores se manifestam em momentos propícios para orientar as crianças. Por sua vez, os participantes resolvem cada situação em equipe, auxiliando uns aos outros, caso necessário.

Ao descobrirem a capacidade do balde, é realizada a *roda de conversa*, em que os estudantes são indagados sobre o objetivo do jogo, as dificuldades existentes, a importância do trabalho coletivo na busca da solução da SDA, as possibilidades de trocas de capacidades por outras equivalentes e como encontrar a capacidade do balde diante do contexto desta tarefa particular.

Por conseguinte, no próximo encontro, a segunda SDA deste módulo é desenvolvida, *Na boca do balão*. O intuito é que os estudantes percebam aspectos invariantes

em contraste com outros que variam e compreendam o princípio de equivalência associado ao conceito de equação.

Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento são utilizados, balões, com quatro cores diferentes, cartões com equações especificadas (apêndice 9) e folhas de registro (apêndice 10).

Doze balões são espalhados no *espaço de aprendizagem* sendo três para cada cor - azul, amarelo, rosa e verde. Para cada conjunto de cores há uma ficha, como especificado no apêndice 9, representando um equação. Os estudantes precisam encontrar o valor correspondente ao balão que possibilite a veracidade da igualdade na equação das fichas; perceber quais aspectos são variantes e quais não o são; solucionar a SDA por meio do princípio de equivalência.

Para cada ficha retirada em cada cor há três possíveis respostas corretas, porém somente uma é verdadeira. Os valores dos balões estão contidos dentro deles, sendo necessário estourar um de cada vez para verificar a veracidade dos números na equação. Os estudantes, durante as ações, devem explicar por que alguns valores são corretos e outros não, argumentando embasados nas equações tidas como referências.

Antes de iniciar a tarefa particular, os professores entregam as folhas de registro (apêndice 10), mostram a primeira equação e a cor correspondente dos balões, por exemplo, “Balão + 6 = 14” na cor amarelo. Inicialmente, as crianças sugerem o valor do balão, para posteriormente, buscar os valores propostos que estão no seu interior, um de cada vez.

A figura 16 apresenta a imagem de um dos participantes na busca de um possível valor para a equação correspondente ao balão de cor verde que resulte em uma igualdade. Todas as crianças realizam esta ação de buscar um possível valor para solucionar a SDA.



Figura 16: Situação desencadeadora de aprendizagem – Na boca do balão.

Todos os estudantes registram os valores, encontrados dentro dos balões dos participantes, e verificam a sua veracidade. Caso o primeiro balão estourado já contenha o valor correto, as demais bexigas também devem ser analisadas. No final de cada rodada, ao estourar todos os balões de mesma cor, os estudantes indicam o valor correto e se o palpite coincidiu com o mesmo.

Adota-se esta mesma dinâmica para as outras fichas: “*Balão* $- 4 = 13$ ”, “(*Balão* $\div 2$) $+ 2 = 10$ ” e “($4 \times$ *Balão*) $- 3 = 13$ ”. Por fim, é realizada a *roda de conversa* na qual as crianças refletem sobre o objetivo do jogo; o significado da representação dos balões nas fichas (equações); como realizam o palpite; como é realizada a verificação do valor que possibilita a igualdade na ficha; quais os valores que variam e quais permanecem os mesmos; e as dificuldades encontradas durante a resolução da SDA.

Módulo quatro - Dependência

O módulo quatro – *Dependência* – é composto por quatro SDA, *Bolicho matemático*, *Máquina mágica*, *Trilha das leis* e *Batalha naval*, todas contemplando a ideia de função. A sua estruturação e a sequência das tarefas particulares estão explicitadas na figura 17, a seguir.

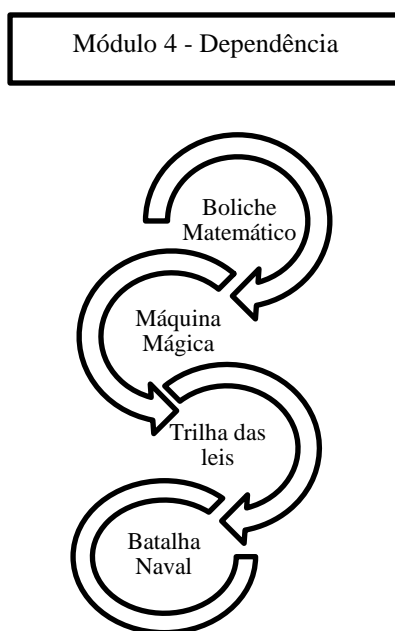


Figura 17: Representação da organização das tarefas de aprendizagem do módulo 4.

O quarto módulo foi estruturado com o objetivo de dar continuidade ao desenvolvimento, com atribuição de sentido, de uma linguagem simbólica algébrica. Buscamos abarcar os seguintes nexos conceituais elencados, dentre as tarefas particulares do Clube de Matemática: a compreensão da ideia de variável, a compreensão da relação de dependência entre as variáveis e a percepção do processo de generalização.

Buscamos, por meio da sequência das ações das SDA dos módulos, possibilitar aos estudantes um processo de desenvolvimento que perpassa da compreensão e transição de uma linguagem algébrica simbólica para a sua generalização. A organização lógica das tarefas particulares se deu por pressupomos que cada desencadeamento de um módulo, proporcionava uma base para a criança desenvolver qualitativamente seu pensamento nos seguintes.

Pressupomos que as ações coletivas seriam mais valorizadas se organizássemos um módulo específico para tal, *Conhecendo o Clube*, e a parti daí, contemplar os conteúdos algébricos. A compreensão da necessidade de criação dos símbolos algébricos é importante no processo, visto que buscamos contemplar os nexos conceituais da álgebra simbólica. Tal objetivo foi consolidado no módulo da *Linguagem*.

Por entendermos a necessidade da criação dos símbolos no percurso histórico pelas crianças, almejamos a compreensão do princípio de equivalência e a percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam por meio do módulo do *Desconhecido*. Tomamos como pressuposto, durante as SDA, a simbologia algébrica, já assumindo a sua importância diante do desenvolvimento da linguagem algébrica.

Por fim, para concluir e complementar esse processo, propusemos o quarto módulo, *Dependência*, composto por SDA para permitir a manifestação do pensamento de generalização almejado, diante da contemplação da ideia de variável e da relação de dependência entre as variáveis.

O *Boliche matemático* é a sétima SDA do Clube de Matemática. Almejamos, por meio dessa tarefa particular, desenvolver a ideia de variável e de dependência entre duas grandezas.

Trabalhamos a ideia de variável tomando por base a variação das quantidades de pinos derrubados em cada lançamento realizado pelas crianças. E a ideia de dependência entre duas grandezas se refere ao cálculo final dos pinos derrubados, pois os mesmo dependem da quantidade de pinos atingidos pelos jogadores.

Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento, são utilizados uma bola, 5 pinos para o jogo de boliche e as folhas de registro. Os estudantes são organizados em três grupos com quatro alunos em cada.

Nesta SDA, os estudantes são convidados a jogar boliche, porém o cálculo da pontuação final deve ser realizado com uma metodologia um pouco distinta da tradicional. Os pinos do jogo são expostos no *espaço de aprendizagem*, como exemplificado na figura 18, juntamente com a bola dos lances. Cada pino a ser derrubado vale um ponto por jogada.



Figura 18: Situação desencadeadora de aprendizagem - *Boliche matemático*.

Esta SDA é dividida em duas etapas, contendo uma folha de registro para cada (apêndice 11). No primeiro momento, são feitas três rodadas (do dobro, do triplo e do quádruplo), com quatro lançamentos para cada. Os jogadores dos grupos realizam um lance por rodada e escrevem no registro a pontuação obtida pelos membros de sua equipe.

Após os lançamentos, os estudantes calculam os pontos totais de cada rodada do seu grupo, dependendo dos pinos derrubados e da rodada do jogo. Por fim, eles somam os pontos de cada rodada e descobrem quem venceu o primeiro momento do jogo, levando em conta a maior pontuação final.

Realiza-se a primeira *roda de conversa*, relativa ao primeiro momento. As crianças verbalizam e discutem como é calculada a pontuação de cada rodada, a influência da quantidade de pinos derrubados e do valor da rodada na pontuação final e, por fim, refletem quanto à rodada que apresenta maior chance de se fazer a maior pontuação.

No segundo momento é estipulada a pontuação final de 100 pontos a ser atingida ou aproximada pelas crianças. Os estudantes realizam as jogadas e anotam, na segunda folha de registro (apêndice 11), a quantidade de pinos derrubados por cada jogador do grupo em

que estavam inseridos. Esta etapa também é composta por três rodadas (dobro, triplo e quádruplo), porém elas não estão fixas como no primeiro registro, ficando a cargo dos estudantes a nomeação das mesmas.

No final de cada rodada, os estudantes realizam a soma dos pinos derrubados e, com o intuito de alcançar o valor de pontos estipulados, os participantes escolhem para cada uma das rodadas ou o dobro ou o triplo ou o quádruplo do valor, por meio de discussões coletivas em cada grupo. Vence o jogo o grupo que mais se aproximar dos 100 pontos.

Por fim, é realizada a segunda *roda de conversa* na qual as crianças refletem e discutem sobre quais são as diferenças entre a primeira rodada e a segunda do *Boliche matemático*, o que influencia no jogo quando se estipula a pontuação final a ser atingida e como se realiza a escolha das rodadas para alcançar os 100 pontos, se é de forma aleatória ou se tem uma lógica.

Por conseguinte, no oitavo encontro do Clube de Matemática, a segunda SDA deste módulo é desenvolvida, a *Máquina mágica*. O intuito é que os estudantes percebam a ideia de variável e a relação de dependência entre as variáveis de uma função. Além disso, espera-se que as crianças estabeleçam as leis de formação das funções envolvidas na tarefa particular, com uma linguagem condizente aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Queremos dizer que, esperamos a manifestação dessa lei não pelo esboço de uma representação simbólica com o rigor matemático, mas simplesmente a manifestação da ideia que estrutura a lei de formação da função. Por exemplo, um número vezes quatro.

Como recursos pedagógicos para o seu desenvolvimento, são utilizados cartões coloridos (das cores: vermelho, verde e amarelo), cartões numerados de 5 a 15, um *notebook* e a folha de registro (apêndice 12).

Inicialmente, os estudantes recebem os cartões coloridos, anexados em cordões, representados na figura 19, para colocarem no pescoço. Cada cor corresponde a um valor: amarelo = 1, verde = 2 e vermelho = 3. Com esses cordões, as crianças estabelecem combinações de cores, cuja soma dos algarismos correspondentes (ou 1 ou 2 ou 3) resulte em um valor fixado através da escolha de cartões numerados.

Para tanto, as crianças realizam as combinações, selecionando os colegas que simbolizam os algarismos necessários à operação. Caso um estudante pegue um cartão com valor 12, por exemplo, ele pode fazer uma combinação com 4 colegas com cartões verdes, 1 com o vermelho e 1 com o amarelo. A ordem dos cartões é irrelevante, pois não altera o valor resultante.



Figura 19: Situação desencadeadora de aprendizagem - *Máquina mágica*.

As crianças ficam em pé diante do restante do grupo, como exemplificado na figura 20, até que todos concordem com a combinação. Montada a sequência correta, o valor sorteado é lançado na “máquina mágica” (computador) pela criança da vez e esta aperta o botão *enter*, como exemplificado na figura 20. Um novo número surge na tela do computador e os estudantes são questionados sobre sua origem. Os professores orientam o processo com indagações norteadoras da SDA, tais como: o que aconteceu para surgir este outro número? É uma mágica? Surgiram valores aleatórios?



Figura 20: As crianças durante as ações na *Máquina mágica*.

O número que surge na tela é resultado da utilização do *software excel*, no qual o professor organiza o programa com uma lei de formação a priori. A cada número lançado pelos estudantes, a tela do computador destaca o resultado do cálculo, ocultando o processo de solução e a lei de formação. A *Máquina mágica* é composta por cinco rodadas, cada qual é

regida por uma lei de formação: $5x$, $2x + 1$, $x - 1$, $\frac{x}{2}$ e x^2 , sendo x o número sorteado pelo estudante.

Cada rodada é repetida o número de vezes necessárias para que as crianças percebam a lei de formação em questão. Estas ações ocorrem concomitantemente com a escrita na folha de registo, na qual os estudantes escrevem o número inserido no computador e o resultante.

Após as análises e reflexões em grupo, as crianças registram a lei de formação da função, porém com a linguagem direcionada para nível de desenvolvimento teórico adquirido. Por exemplo, caso a lei de formação seja $5x$, os estudantes provavelmente devem escrever da seguinte forma: os números multiplicados por 5.

Por fim, é realizada a *roda de conversa*, na qual os estudantes falam sobre a função dos cartões coloridos e da validade de cada cor; a relação do cartão numérico e do valor lançado no computador; o raciocínio necessário para compreender qual número resultaria no computador e qual é o objetivo do jogo. O ponto central na discussão é do número que surge na tela do computador. Os professores devem questionar se os números que surgem são por mágica, fazendo analogia ao nome da SDA, ou se respeitam uma lei de formação.

No nono encontro é desenvolvida a *Trilha das leis*, a terceira SDA deste módulo. O intuito é desenvolver a ideia de dependência entre as variáveis de uma função.

Como recursos pedagógicos são utilizados um tabuleiro (apêndice 13), dados, pinos, cartas com as funções escritas por extenso (apêndice 14), e as folhas de registros (apêndice 15). Os sujeitos são organizados em grupos com quatro estudantes em cada e o professor entrega os materiais para o início do jogo.

A figura 21, a seguir, representa as crianças durante as ações da *Trilha das leis*. O objetivo dos estudantes é alcançar a chegada, no tabuleiro, perpassando por todos os obstáculos nele contidos.

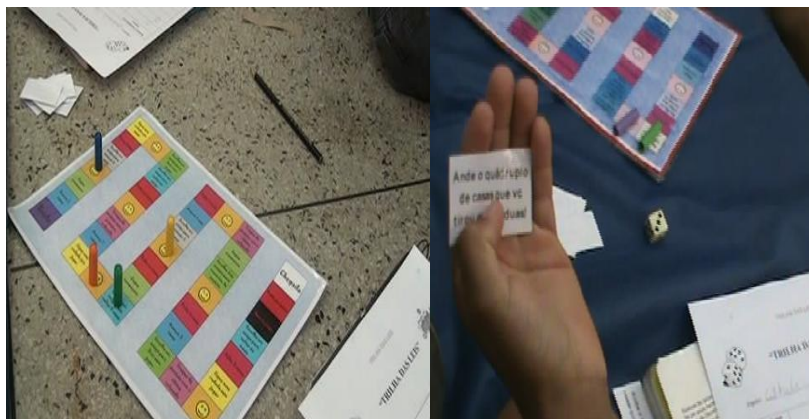


Figura 21: Situação desencadeadora de aprendizagem – *Trilha das leis*.

O número de casa a ser avançado no tabuleiro é determinado por meio do valor retirado no dado e da orientação na carta, devendo a criança relacionar ambos no jogo. As orientações nas cartas são do tipo: ande o dobro de casas que você tirou ou ande o número de casas que você tirou mais uma. Os estudantes devem raciocinar na relação, relacionando-a ao número resultante do lançamento do dado, concluindo o número de casas a serem puladas.

As crianças lançam o dado entre os pares para determinar quem começa o jogo e aquele que tirar o número maior inicia a partida, dando sequência ou aos colegas que estão no sentido horário ou anti-horário. Ao lançar o dado, cada jogador retira uma carta com uma orientação e a pronuncia em voz alta para que o restante do grupo possa ouvir e ajudar. As crianças, de forma colaborativa, realizam as operações determinadas nas cartas. O estudante que chegar ao fim do tabuleiro primeiro é o vencedor.

A folha de registro desta SDA é organizada de forma que possibilite, aos estudantes, escreverem o número sorteado nos dados, as orientações das cartas e o número de casas avançadas. Ao final do registro, as crianças anotam as conclusões que obtiveram diante desta tarefa particular.

No final desta reunião, realiza-se a *roda de conversa* com as discussões em torno da SDA *Trilha das leis*. Os participantes são questionados sobre a determinação do número de casas a serem avançadas no tabuleiro; a funcionalidade das cartas no jogo; a relação das cartas com o valor determinado pelo dado, ao estabelecer o número de casas a andar no tabuleiro.

A décima SDA é a *Batalha naval*, cujo objetivo é desenvolver a ideia de função por meio do estabelecimento da premissa de que para cada membro de um conjunto há um correspondente em outro.

As crianças são organizadas em dois grupos, cada um com seis participantes. Os professores propõem a dinâmica do jogo, sendo que a meta de cada grupo deve ser encontrar as embarcações do outro, por meio da formulação de estratégias para a realização da jogada adequada.

Na *Batalha naval* são utilizadas duas cartolinas para confecção dos tabuleiros (quadro 6), duas folhas quadriculadas iguais ao tabuleiro para a delimitação dos espaços ocupados pelas embarcações de cada grupo, lápis de cor para pintar as jogadas e a folha de registro (apêndice 16).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

Embarcações:

5 - Submarinos

4 - Navios

3 - Fragatas

2 - Porta-aviões

Quadro 6: Tabuleiro da Batalha Naval e as embarcações.

As folhas quadriculadas são utilizadas para dispor as embarcações de ambos os grupos: cinco submarino, quatro navios, três fragatas e dois porta-aviões em cada planilha. Os estudantes possuem um período no jogo para a escolha das coordenadas das suas embarcações e, com o intuito de delimitá-las, as pintam nas folhas quadriculadas, como mostra a figura 22. Como o objetivo dos estudantes no jogo é encontrar todas as embarcações do outro grupo, estes devem desenvolver estratégias para colocar os seus símbolos em posições distantes para dificultar a jogada do grupo contrário.



Figura 22: Situação desencadeadora de aprendizagem - *Batalha naval*.

Os professores recolhem as folhas com as posições das embarcações de ambos os grupos e anexam dois tabuleiros em algum lugar visível no espaço, sendo estes feitos em cartolina de forma ampliada para que todos possam visualizar e acompanhar as jogadas dos participantes. Cada tabuleiro anexado representará as jogadas feitas pelos grupos.

O objetivo das crianças é encontrar as embarcações do outro grupo. Eles realizam as jogadas por meio da fala das coordenadas da localização almejada, por exemplo, A-2 ou H-7. Contudo, ao falar uma coordenada, o lance resulta em um lugar distinto do pronunciado, pois respeitam-se uma relação de correspondência.

As colunas e as linhas seguem leis de correspondência simétrica. As colunas se correspondem da seguinte forma: $A \leftrightarrow H$, $B \leftrightarrow G$, $C \leftrightarrow F$ e $D \leftrightarrow E$ e as linhas são assim espelhadas: $1 \leftrightarrow 8$, $2 \leftrightarrow 7$, $3 \leftrightarrow 6$ e $4 \leftrightarrow 5$. Cabe aos estudantes compartilharem saberes e buscarem de forma coletiva a compreensão destas correspondências. O grupo que mais encontrar as embarcações do grupo contrário, por meio da compreensão dessa relação, é o vencedor.

Por fim, é realizada a *roda de conversa*, na qual as crianças explicam o objetivo do jogo, falam da importância das letras e dos números na SDA como meio para localização das embarcações. Os estudantes são indagados quanto à existência de uma relação de correspondência entre as coordenadas das colunas e das linhas e os mesmos devem verbalizar o modo de raciocinar do grupo e as conclusões obtidas.

Exposição final do Clube de Matemática

O décimo segundo encontro no Clube de Matemática é a última reunião realizada com as crianças. Neste dia faz-se a reflexão e discussão de forma geral sobre todas as SDA desenvolvidas. Para tanto, é organizada uma apresentação de *slides* com todas as tarefas particulares desenvolvidas até então, com as fotos das crianças e alguns vídeos para que os mesmos visualizem sua participação durante a realização das SDA do projeto.

Como meio de possibilitar a manifestação oral das crianças, uma *roda de conversa* é organizada para a reflexão dos pontos mais marcantes. Os estudantes, geralmente, se manifestam verbalmente e se mostram bastantes agitados ao lembrar as SDA e visualizar suas imagens a cada *slide* ou vídeo apresentado.

Após este momento, as crianças realizam uma avaliação do Clube de Matemática, anexo 17. Esta avaliação é concretizada em uma folha de registro.

As crianças assumem a posição de avaliadores do processo neste momento, manifestando por escrito algumas opiniões em relação ao processo de ensino e aprendizagem. Como o ensino foi intencionalmente planejado para viabilizar o processo de aprendizagem, saber a avaliação que os mesmos fazem do processo é muito importante. A avaliação é composta por questões que buscam compreender a opinião de cada sujeito em relação às ações durante o projeto e as possíveis transformações no seu pensamento com relação ao conhecimento matemático.

Cada sujeito responde de acordo com suas vivências no processo pedagógico, diante das interações interpessoais, evidenciando, neste momento a sua individualidade. As crianças ponderam, de modo geral, sobre a SDA de que mais gostaram, a aprendizagem que acharam mais importante, durante o projeto, e registram sua opinião em relação aos encontros.

Por fim, é entregue um certificado para cada participante comprovando sua participação no projeto.

Para sintetizar os objetivos especificados concernentes a cada tarefa particular discutida, apresentamos o quadro 7, a seguir.

Ações	Tarefas particulares	Objetivos
Módulo 1 – <i>Conhecendo o Clube</i>	1. Confecção dos crachás 2. <i>Teia da cooperação</i> 3. <i>Tubarão</i>	Possibilitar que as crianças percebam a importância das relações interpessoais e do trabalho colaborativo.
<i>Situação-problema</i>	-----	Permitir, aos estudantes, uma situação de manifestação dos conhecimentos matemáticos prévios.

Módulo 2 – <i>Linguagem</i>	<i>Trilha dos desafios</i>	Possibilitar a percepção da necessidade de criação de representações simbólicas em situações cotidianas e, mais especificamente, no conhecimento matemático.
	<i>Ludo Monetário</i>	Permitir a compreensão da importância de representações simbólicas da linguagem
Módulo 3 – <i>Desconhecido</i>	<i>Movimento certo</i>	Possibilitar a compreensão do princípio de equivalência associado ao conceito de equação.
	<i>Na boca do balão</i>	Permitir, aos estudantes, que percebam os aspectos invariantes em contraste com outros que variam e compreendam o princípio de equivalência associado ao conceito de equação.
Módulo 4 – <i>Dependência</i>	<i>Boliche matemático</i>	Possibilitar, aos estudantes, uma situação em que possam compreender a ideia de variável e de dependência entre duas grandezas.
	<i>Máquina mágica</i>	Possibilitar, aos estudantes, a percepção da ideia de variável e da relação de dependência entre as variáveis de uma função.
	<i>Trilha das leis</i>	Permitir o desenvolvimento da ideia de dependência entre as variáveis de uma função.
	<i>Batalha naval</i>	Permitir, aos estudantes, desenvolver a ideia de função por meio do estabelecimento da premissa de que para cada membro de um conjunto há um correspondente em outro.
Situação-problema	-----	Possibilitar, aos estudantes, uma situação para que possa manifestar possíveis saltos qualitativos que demonstrem indícios de apropriação do conhecimento algébrico.
Exposição final do Clube de Matemática	-----	Desencadear uma reflexão e discussão, de forma geral, sobre todas as SDA desenvolvidas no Clube de Matemática.

Quadro 7: Os objetivos das SDA do Clube de Matemática.

4.3 – Nossos instrumentos metodológicos de investigação

Os instrumentos metodológicos organizados para o desenvolvimento desta pesquisa foram selecionados diante do problema a ser investigado, ou seja, por meio deles buscamos compreender o objeto da pesquisa: os indícios presentes nas manifestações escritas e orais dos estudantes, durante o Clube de Matemática, que demonstram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Selecionamos variados recursos para apreensão dos dados empíricos, descritos abaixo, resultando em um volume de dados considerável para o processo de análise. No momento de organização e categorização, optamos pelo uso de um *software* como instrumento de apoio, justificando seu uso por viabilizar investigações com alto volume de dados, por reduzir o tempo na codificação e possibilitar aprofundar a reflexão teórica na análise.

Com relação aos instrumentos utilizados para a obtenção dos dados da pesquisa, selecionamos uma variedade de recursos de modo a perceber o movimento nas ações dos sujeitos, sejam elas individuais ou coletivas, e as manifestações do pensamento, sejam elas orais ou escritas. Os dados foram obtidos através de:

- *Gravações audiovisuais*: todos os encontros foram filmados para possibilitar à pesquisadora rever os momentos de interação entre os sujeitos da investigação. As transcrições dos áudios foram realizadas por meio desse recurso, o que possibilitou o registro das manifestações orais das crianças.
- *Observação da pesquisadora*: a pesquisadora participou de todos os momentos de planejamento e de desenvolvimento do Clube de Matemática - participação no Observatório de Educação para a organização do experimento didático e no Clube de Matemática para observação, no *locus* da investigação, das manifestações orais das crianças, na tentativa de perceber possíveis transformações comportamentais e cognitivas.
- *Diário de campo*: anotações realizadas pela pesquisadora em cada encontro de modo a registrar observações referentes às falas, fatos ou ações dos sujeitos da investigação. O diário de campo permite relacionar os dados obtidos com os registros da pesquisadora, possuindo uma maior riqueza de detalhes.
- *Folha de registro*: registro por escrito, realizado pelos estudantes, das reflexões e conclusões em relação às SDA. As folhas de registros foram estruturadas anteriormente ao desenvolvimento das tarefas particulares, com questionamentos planejados a priori, levando em consideração os objetivos de cada encontro. Este recurso foi idealizado para permitir a investigação de indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica por meio da manifestação escrita dos sujeitos.
- *Roda de conversa*: momento de reflexão coletiva concernente ao conteúdo abordado no encontro do dia. Realizada após as ações de cada encontro, a pesquisadora toma frente neste momento, levantando questionamentos que foram planejados anteriormente por meio de roteiros de discussão. Este roteiro é composto por perguntas que podem orientar as discussões no grupo e incorporar temas importantes. O pesquisador se posiciona de modo a permitir que todos participem da reflexão, evitando que haja a monopolização da fala. As *rodas de conversas* foram desenvolvidas em função do problema de pesquisa. Os roteiros

foram elaborados levando em conta os objetivos especificados em cada encontro, contudo foi submetido a certa flexibilidade, visto que a interação é dinâmica.

O planejamento da utilização desses instrumentos durante a pesquisa está exposto no quadro 8.

Ações	Instrumentos da pesquisa
Módulo 1 – <i>Conhecendo o Clube</i>	Gravação audiovisual, observação, diário de campo e <i>roda de conversa</i> .
<i>Situação-problema</i>	Gravação audiovisual, folha de registro e <i>roda de conversa</i> .
Módulo 2 – <i>Linguagem</i>	Gravação audiovisual, observação, diário de campo, folha de registro e <i>roda de conversa</i> .
Módulo 3 - <i>Desconhecido</i>	
Módulo 4 - <i>Dependência</i>	
<i>Situação-problema</i>	Gravação audiovisual, folha de registro e <i>roda de conversa</i> .
Exposição final do Clube de Matemática	Gravação audiovisual, observação, diário de campo e <i>roda de conversa</i> .

Quadro 8: Organização da utilização dos instrumentos de obtenção dos dados da pesquisa.

Para finalizar o processo de obtenção dos dados são necessárias a organização dos mesmos e a sua categorização. O *software webQDA (Web Qualitative Data Analysis)* é tomado neste instante como mais um recurso metodológico.

Decidimos pela utilização deste *software* por nos possibilitar organizar melhor os dados, dando transparência ao processo, e realizar uma análise mais profunda, levando em consideração as particularidades da investigação. O *webQDA – software* de análise de dados qualitativos com base na internet – foi escolhido de forma a facilitar o processo de análise e reduzir o trabalho manual do pesquisador (LAGE, 2011). A forma de analisar e o modo de codificação continuam sob a responsabilidade do investigador, pois é ele que toma as decisões concernentes às interpretações dos dados.

Como se passa com outras aplicações semelhantes, no *webQDA* o utilizador poderá editar, visualizar, interligar e organizar documentos. Poderá criar categorias, codificar, controlar, filtrar, fazer pesquisas e questionar os dados com o objetivo de responder às suas questões de investigação. O *webQDA* apresentar-se-á como um *software* específico destinado à investigação qualitativa em geral, proporcionando inúmeras vantagens em relação à investigação com recurso a outras aplicações (NERI DE SOUZA, COSTA; MOREIRA, 2010, p. 293)

O *webQDA* permite ao investigador analisar dados qualitativos a partir de diferentes perspectivas teóricas, pois o conteúdo e a estrutura do *software* são configurados de acordo com a necessidade do investigador. Nele podemos inserir dados em vários formatos

(texto, imagem, vídeo ou áudio) e realizar a codificação e os questionamentos, tomando por base a pergunta de pesquisa e a categorização definidas pelo próprio pesquisador.

A funcionalidade do *software* e sua estruturação não serão abordadas neste trabalho, pois não é nossa intencionalidade. Cabe aqui somente destacar que os episódios selecionados para buscar responder nossa pergunta de pesquisa foram estabelecidos por meio da utilização do *webQDA*.

O método e as unidades de análise constituídos na busca pela apreensão do nosso objeto de pesquisa estão descritos na próxima seção. Os mesmos foram explicitados no *software* utilizado, juntamente com os dados empíricos obtidos, antes da realização da codificação, processo este caracterizado pela busca da “verdade objetiva”.

4.4 – Caminho metodológico: a constituição das unidades de análise

Para investigarmos os indícios presentes nas manifestações escritas e orais dos discentes, durante o Clube de Matemática, que demonstram indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, é necessário o esclarecimento da metodologia adotada em busca da “verdade objetiva”, o método de análise. Kopnin (1978, p.83) afirma que “o exame do objeto em seu “automovimento”, com todas as suas relações e mediações, não é apenas nem simplesmente o caminho de obtenção da verdade, é também a demonstração desta”.

Não restringiremos nossa ação como pesquisadores somente à descrição do movimento percorrido pelos sujeitos durante as tarefas particulares do Clube de Matemática, apesar de reconhecermos a importância das manifestações externas das crianças nessa pesquisa. Objetivamos ir além, compreender as inter-relações das mesmas com vistas ao possível desenvolvimento do pensamento dos estudantes, durante o processo de ensino e aprendizagem: “a análise objetiva inclui uma explicação científica tanto das manifestações externas quanto do processo em estudo” (VIGOTSKI, 2010, p. 66).

Lembramos que a postura teórica por nós assumida está sustentada na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, que segundo Bernardes (2010, p. 300) visa

[...] à superação das condições instituídas na realidade para além da crítica aos elementos próprios da sociedade, buscando identificar, na historicidade dos fenômenos estudados, as condições necessárias para que a potencialidade do gênero humano se objetive na individualidade dos sujeitos. Assim, o estudo da conduta do

homem vincula-se diretamente às condições objetivas criadas pela vida em sociedade.

As condições objetivas devem ser tomadas durante o processo de interpretação, pois é nele que o sujeito encontra as condições e possibilidades reais para desenvolver-se (BERNARDES, 2010). A organização de nosso experimento didático é uma tentativa de instituir uma *educação humanizadora*, diante de todas as limitações e contradições da sociedade capitalista que vivenciamos. É uma busca pela superação de uma escola tida atualmente como instituição que reforça os moldes do capitalismo para outra que garanta a universalização da condição humana expressa nas singularidades dos sujeitos (BERNARDES, 2010), mediada pelas condições particulares criadas no Clube de Matemática.

A escolha do método de análise deve ser adequada às particularidades dessa perspectiva. Vigotski (2010) corrobora com a discussão ao buscar um método que permita a coerência entre a inter-relação da parte teórica de uma investigação com os dados empíricos obtidos na mesma, visando à análise que leve em conta o movimento lógico-histórico do processo investigado.

O movimento lógico-histórico é considerado aqui em dois aspectos distintos: na elaboração das SDA, quando o professor assume a sua atividade principal que é organizar o ensino, e na análise dos dados, quando a pesquisadora assume sua atividade principal que é apreender seu objeto de investigação. Com relação ao primeiro aspecto, ao escolher um conteúdo para planejar SDA, o docente procura, nesta perspectiva teórica, perpassar pelo movimento lógico-histórico do conceito de modo a criar necessidades que permitam as crianças desenvolver saltos qualitativos no processo de aprendizagem.

Com relação ao segundo aspecto, à análise dos dados, nos referimos ao movimento lógico-histórico dos dados por nos interessarmos pelo movimento do pensamento das crianças durante o processo de ensino e aprendizagem no Clube de Matemática. O histórico aqui compreendido como “o processo de mudança do objeto” (KOPNIN, 1978, p. 183) e o lógico como “o reflexo do histórico em forma teórica” (KOPNIN, 1978, p. 183). Contudo há a limitação de não conseguirmos abarcar a totalidade do seu movimento histórico – o movimento do fenômeno na realidade objetiva (KOPNIN, 1978). Como meio de abarcar o lógico e o reflexo do histórico, o movimento lógico-histórico das manifestações orais e escritas das crianças atende à nossa busca pelo objeto de pesquisa.

Estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é uma exigência fundamental do método dialético. Quando numa investigação se abarca o processo de desenvolvimento de algum fenômeno em todas as suas fases e mudanças, desde que surge até que desaparece, isto implica em revelar a sua

natureza, conhecer sua essência, já que somente em movimento demonstra o objeto que existe. Assim, a investigação histórica da conduta não é algo que complementa ou ajuda o estudo teórico, mas que consiste seu fundamento³⁴ (VYGOTSKI, 2001b, p. 67-68, tradução nossa).

Vigotski (2010), tendo em conta a lógica dialética e estando insatisfeito com os métodos de pesquisa até então elaborados, criticou os experimentos psicológicos baseados na estrutura estímulo-resposta. Propôs um método de análise que considerava o processo de desenvolvimento do pensamento dos sujeitos, tendo em conta o objeto em seu movimento. Com isso, estruturou uma metodologia em três princípios básicos:

- (1) uma análise do processo em oposição a uma análise do objeto; (2) uma análise que revela as relações dinâmicas ou causais, reais, em oposição à enumeração das características externas de um processo, isto é, uma análise explicativa e não descritiva; e (3) uma análise do desenvolvimento que reconstrói todos os pontos e faz retornar à origem o desenvolvimento de determinada estrutura (VIGOTSKI, 2010, p. 69).

O primeiro princípio leva-nos a tratar o objeto não mais como estável e fixo, mas no processo de seu desenvolvimento. Vigotski (2010) se refere a esse método proposto como *desenvolvimento-experimental* por organizar situações, em nosso caso, o experimento didático, que possibilitam aos sujeitos vivências em um processo de desenvolvimento do pensamento.

Já o segundo princípio propõe uma análise que “revela as relações dinâmico-causais reais subjacentes ao fenômeno” (VIGOTSKI, 2010, p.64): a explicação de um fenômeno considerando aspectos do todo (tanto os externos como os internos) nas suas inter-relações, não restrito às características empíricas. Isto porque “são necessários meios especiais de análise científica para pôr a nu as diferenças internas escondidas pelas similaridades externas” (VIGOTSKI, 2010, p. 66).

Por fim, o terceiro e último princípio leva-nos a refletir sobre o estudo histórico de um fenômeno, respaldado no método dialético, ou seja, o estudo do objeto de pesquisa no processo de mudança, em movimento.

Como o estudo do desenvolvimento do pensamento das crianças pressupõe um método de análise, assumimos o método proposto por Vigotski (2010) na busca de respostas à pergunta norteadora desta investigação: *Quais os indícios presentes nas manifestações*

³⁴ “Estudiar algo historicamente significa estudiarlo em movimento. Esta es la exigencia fundamental del método dialéctico. Cuando en una investigación se abarca el proceso de desarrollo de algún fenómeno en todas sus fases y cambios, desde que surge hasta que desaparece, ello implica poner de manifiesto su naturaleza, conocer su esencia, ya que sólo em movimiento demuestra el cuerpo que existe. Así pues, la investigación histórica de la conducta no es algo que complementa o ayuda el estudio teórico, sino que constituye su fundamento” (VYGOTSKI, 2001b, p. 67-68)

escritas e orais dos estudantes participantes do Clube de Matemática que demonstram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica?

Nesta perspectiva, a compreensão do nosso objeto em seu movimento será mediada pelo conceito de unidades de análise proposto por Vigotski (2009). A análise por unidades é proposta na tentativa de superação da análise por decomposição da totalidade em elementos, em que um traço característico da mesma é a decomposição do todo em elementos que não contêm as particularidades inerentes ao todo, possuindo uma variedade de propriedades não pertencentes à totalidade (VIGOSTKI, 2009).

As unidades de análise representam a realidade observada em sua totalidade sem perdas das suas características. Em linhas gerais,

[...] pode ser qualificada como análise que decompõe em unidades a totalidade complexa. Subentendemos por unidade um produto da análise que, diferente dos elementos, possui todas as propriedades que são inerentes ao todo e, concomitantemente, são partes vivas e indecomponíveis dessa unidade (VIGOTSKI, 2009, p. 8).

A análise do processo não se dá no estudo de elementos desconexos de suas particularidades, mas no estudo das unidades que representam o todo. As unidades é a tentativa de apreensão máxima das particularidades do processo, haja vista a impossibilidade de contemplarmos a totalidade do processo em qualquer método utilizado. Segundo Vigotski (2009, p. 8),

Deve substituir o método de decomposição em elementos pelo método de análise que desmembra em unidades. Deve encontrar essas propriedades que não se decompõem e se conservam, são inerentes a uma totalidade enquanto unidade, e descobrir aquelas unidades em que essas propriedades estão representadas num aspecto contrário para, através dessa análise, tentar resolver as questões que se lhe apresentam.

Assim, para analisarmos nosso objeto de pesquisa em seu movimento, elaboramos três unidades de análise, explicitadas a seguir:

- ✓ **As ações e reflexões coletivas no espaço de aprendizagem;**
- ✓ **A ludicidade como característica na organização das situações desencadeadoras de aprendizagem;**
- ✓ **Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.**

A primeira unidade de análise refere-se às ações e reflexões coletivas dos sujeitos durante o Clube de Matemática. Acreditamos que o desenvolvimento do pensamento dos indivíduos é desencadeado por meio de “atividades coletivas” (RUBTSOV, 1996) que lhes permitam o compartilhamento de saberes e exijam novos modos de ações. Por meio dessa

unidade, buscamos analisar se a organização do ensino possibilitou aos estudantes estar em “atividade coletiva” como proposta por Rubtsov (1996).

A segunda unidade refere-se ao envolvimento e às ações dos estudantes diante das tarefas particulares propostas no experimento didático. Em que medida essas SDA envolveram os estudantes à aprendizagem? Quais as ações no coletivo foram realizadas a fim de solucionar a SDA? Diante de tais indagações, buscamos analisar as ações das crianças, durante a realização do Clube de Matemática, na tentativa de compreender se a estruturação lúdica possibilitou às crianças organizar estratégias de modo a solucionar a tarefa de aprendizagem proposta pelos professores.

A terceira e última unidade refere-se aos indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica. Busca-se analisar as crianças durante as SDA: se elas compreenderam o objeto de aprendizagem, perpassando por um processo de compreensão de uma linguagem algébrica simbólica e transição para a sua generalização.

As unidades de análise aqui estruturadas surgiram diante da reflexão sustentada nos dados empíricos e na abordagem Histórico-Cultural por nós assumida. Buscamos superar a análise por elementos na medida em que as unidades de análise especificadas – as ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*, a ludicidade como característica na organização das situações desencadeadoras de aprendizagem e os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos da álgebra simbólica – foram organizadas de forma a compreender o objeto, no qual a particularidade contemplada em cada unidade está presente na universalidade dos dados da investigação.

As unidades de análise foram organizadas em três pontos centrais, não por não se inter-relacionarem, mas por questão de organização dos dados para a apresentação do objeto de pesquisa. Esta foi uma postura didática assumida com o objetivo de permitir ao leitor perceber as ações e reflexões dos sujeitos durante o Clube de Matemática, contemplando em cada momento a particularidade de uma dada situação.

Para abarcar o movimento dos sujeitos, durante o experimento didático, as unidades foram construídas de forma inter-relacionadas e interdependentes. Buscamos contemplar a relação singular-particular-universal, de tal forma que nos permitisse analisar os sujeitos em sua individualidade (singularidade) inseridos na coletividade de um espaço de aprendizagem (particularidade) com vista à apropriação de conceitos construídos historicamente (universalidade).

Para organizarmos os dados e compreendermos o movimento conceitual desenvolvido nas unidades de análise, organizamos cada uma delas em episódios como

proposto por Moura (1992). Os episódios nos permitem analisar nosso objeto de pesquisa por meio das manifestações orais ou escritas dos sujeitos, seja na forma individual ou coletiva.

Os episódios podem ser compreendidos “como aqueles momentos em que fica evidente uma situação de conflito que pode levar à aprendizagem do novo conceito” (MOURA, 1992, p.77). Para uma melhor compreensão das ações e manifestais orais e escritas das crianças explicitadas na interpretação dos dados, dividimos os episódios em cenas. Isto permite abordar melhor os encontros e o objetivo estipulado em cada unidade de análise.

Como forma de destacar trechos das cenas que nos possibilitassem visualizar indícios de apreensão do nosso objeto de pesquisa, utilizamos o que Silva (2014, p.127) nomeou por *flashes*: “eles são os indícios da transformação do pensamento do sujeito acerca de uma realidade que se converte em outra”. Os *flashes* são reveladores do movimento do pensamento das crianças que perpassam por “momentos” chaves no processo: as ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*; a ludicidade como característica na organização das tarefas particulares e, por fim, os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, se configurando como sinais da existência da ação e reflexão do sujeito (SILVA, 2014) no processo de ensino e aprendizagem.

Como os *flashes* são compreendidos como os momentos mais significativos dentro das cenas (SILVA, 2014), os mesmos, em cada unidade por nós delineados, serão apresentados, tomando-se em conta a particularidade da unidade. Isto porque a apropriação dos nexos conceituais algébricos nos anos iniciais é concretizada mediante um processo de ensino e aprendizagem e, tomando por base nossa postura epistemológica do conhecimento, está organizado entremeado pela ludicidade e por ações e reflexões coletivas dos sujeitos.

Como a apropriação dos nexos conceituais algébricos é possível, mediante o movimento da constituição do processo de ensino, utilizamos os *flashes* como um recurso metodológico para evidenciar transformações qualitativas dos sujeitos durante o Clube de Matemática que corroboram para a apropriação dos nexos conceituais algébricos. Os *flashes* serão reveladores do processo de aprendizagem das crianças, permitindo-nos investigar indícios de existência de um movimento formativo dos estudantes diante de SDA.

Para compreender quais indícios que demonstram a apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, selecionamos os episódios e as cenas para exposição desse movimento e analisamos os dados empíricos como uma última etapa deste processo investigativo.

Capítulo 5 – Os indícios da apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica durante o Clube de Matemática

Neste capítulo analisamos o experimento didático desenvolvido no Clube de Matemática. Por meio desta pesquisa, buscamos investigar indícios que demonstram a existência de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica pelos escolares. Como afirma Pino (2005, p. 178), procuramos “elementos observáveis cuja relação lógica com o objeto que se persegue permite inferir a presença desse objeto”.

Tomando por base dados empíricos, buscamos inferir indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos, tomando como premissa ações e reflexões coletivas dos sujeitos e a ludicidade das SDA. Esta tentativa de investigação empírica não é um processo fácil no plano concreto, como observado por Pino (2005), pois a aprendizagem e desenvolvimento das crianças são realizadas por mudanças qualitativas graduais no pensamento que podem ser quase imperceptíveis quando tomadas durante o processo. Isso porque o processo de aprendizagem das crianças não é caracterizado por estímulo e resposta, mas composto por particularidades que ficam muito das vezes restritas ao campo das ideias.

Para compreender o movimento do pensamento das crianças durante o Clube de Matemática, levando em conta a complexidade do processo, organizamos os instrumentos metodológicos de investigação de forma a nos auxiliar na “apreensão” do objeto de pesquisa. Isto porque tomamos como verdade que, se existiu um processo de apropriação dos nexos conceituais durante as SDA, devem existir indícios que atestam este processo, mesmo se sua identificação não seja tão fácil no plano concreto quanto parece ser no plano abstrato (PINO, 2005).

Todavia, procurar *indícios* de um processo é muito diferente de procurar relações causais entre fatos. [...] Com efeito, procurar *indícios* implica em optar por um tipo de análise que siga pistas, não evidências, sinais, não significações, inferências, não causas desse processo. Mas por outro lado, verificar a existência de um processo não é, simplesmente, mostrar os fatos que façam parte dele, mas seguir o curso dos acontecimentos para verificar as transformações que se operam nesse processo [...] (PINO, 2005, p. 178, grifos do autor).

A investigação dos indícios da transformação do pensamento dos sujeitos é viabilizado pelo método de análise por unidades por nós adotado, visto que a intencionalidade reside na investigação do movimento das ações e reflexões das crianças e não na relação direta do tipo causa e efeito. O que procuramos são “[...] elementos observáveis cuja relação

lógica com o objeto que se persegue permite *inferir* a presença desse objeto, ou seja, do processo de *conversão* de um tipo de funções em outras” (PINO, 2005, p. 178, grifos do autor).

Como afirma KOPNIN (1978, p. 83), “o exame do objeto em seu “automovimento”, com todas as suas relações e mediações, não é apenas nem simplesmente o caminho de obtenção da verdade, é também a demonstração desta”.

No capítulo anterior apresentamos as tarefas particulares desenvolvidas (sua descrição), os objetivos de cada uma e a sua dinâmica de tal forma que o leitor pudesse compreender a organização do experimento didático em suas minúcias. A reflexão teórica dos episódios, cenas e *flashes* selecionados, pautados na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, foram explicitadas nesta seção, contudo não nos detemos a explicitar em detalhes novamente cada SDA, apenas mencionamos a sua localização em cada cena.

5.1 - Unidade 1: As ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*

Esta unidade de análise refere-se às ações e reflexões coletivas dos sujeitos durante o Clube de Matemática. Acreditamos que o processo de aprendizagem escolar dos indivíduos é potencializado por meio de situações coletivas que lhes permitam o compartilhamento de saberes e exijam novos modos de ações. Com isso, por meio dessa unidade, buscamos analisar se a organização do ensino possibilitou aos estudantes estar em “atividade coletiva” como proposta por Rubtsov (1996), levando também em consideração as contribuições teóricas de Lopes (2004) e Moura (2012).

Como já afirmamos, um dos princípios que fundamentam a nossa organização do processo de ensino e aprendizagem é o pressuposto da *educação humanizadora*, no qual são organizadas SDA que possibilitam aos sujeitos o compartilhamento de ações na busca pela solução de um problema comum (LOPES, 2004). Esse processo se concretiza na busca por uma organização educacional que possibilite aos sujeitos saltar qualitativamente de uma visão singular do conhecimento para a universalidade dos saberes produzidos pela humanidade, por meio de vivências com os pares nas relações interpessoais.

Como o intuito desta unidade de análise é perceber indícios de ações e reflexões coletivas dos sujeitos durante o Clube de Matemática, organizamos esta seção por meio de um episódio que nos possibilita visualizar o movimento dos educandos durante as SDA.

O episódio é composto por cinco cenas que buscam indícios de ações e reflexões coletivas dos sujeitos. A cena 1 e 2 contemplam a *Teia da cooperação*, a cena 3 a *Trilha dos desafios*, a cena 4 o *Movimento certo* e, por fim, a cena 5, aborda parte da *Exposição final do Clube de Matemática*. A organização e seleção das cenas se deram na tentativa de possibilitar ao leitor a percepção do movimento das crianças durante o projeto e evidenciar nosso objeto de estudo desta unidade de análise – as ações e reflexões coletivas dos sujeitos. Segue o episódio 1 que compõe esta seção.

5.1.1 - Episódio 1: As transformações nas ações coletivas dos sujeitos diante das SDA do Clube de Matemática

O Clube de Matemática é iniciado com o desenvolvimento do módulo, *Conhecendo o Clube*. Este é composto por três momentos distintos em um mesmo encontro: *Confeção dos crachás*, *Teia da cooperação* e *Tubarão*. A intenção por meio desse módulo é permitir que os estudantes percebam a importância das relações interpessoais e do trabalho colaborativo diante de situações que exijam formulação de estratégias para solucionar um problema. Com isso, nosso objetivo era possibilitar às crianças uma visão inicial da dinâmica do projeto e valorizar ações e reflexões coletivas.

A *Teia da cooperação*, foco do nosso olhar na primeira cena, é proposta anteriormente a apresentação de situações que envolvam o movimento lógico-histórico de conteúdos matemáticos, como forma de valorizar a premissa que sustenta nosso trabalho pedagógico – o trabalho colaborativo - sendo este pautado na Teoria Histórico-Cultural. Almejamos possibilitar aos participantes a compreensão da importância de ações coletivas na elaboração de estratégias para solucionar as tarefas particulares.

Segue abaixo a cena 1 que principia a discussão dos indícios de manifestações de ações e reflexões coletivas dos sujeitos dessa investigação. O espaço escolar escolhido para o desenvolvimento dessa tarefa particular foi o pátio da escola, isto por permitir uma maior locomoção das crianças e por ser propício à dinâmica da proposta.

No primeiro momento, os professores Fábio e Aline se apresentaram para a turma e esclareceram a presença da pesquisadora no *locus* da investigação. Houve os esclarecimentos concernentes à dinâmica do projeto, tais como a frequência aos encontros e os horários das reuniões. Por conseguinte, foi proposta a confecção dos crachás, em que cada estudante escreveu seu respectivo nome em um cartão e o ilustrou de forma a expressar sua individualidade. Realizada esta ação, os professores propuseram a seguinte SDA, a *Teia da cooperação*.

A professora Aline explicou a dinâmica da *Teia da cooperação* para os estudantes e propôs que os mesmos iniciassem suas ações, formulando estratégias para construção da teia por meio da utilização do barbante. As crianças se movimentaram no pátio da escola, se posicionaram em círculo e se mostraram bem ansiosas e animadas.

Nessa SDA era imprescindível que as crianças formulassem estratégias durante a apresentação, por meio de um trabalho colaborativo, organizando uma sequência de ações que possibilitasse ocultar possíveis aberturas para o escoamento da bexiga. A seguir apresentamos a primeira cena dessa unidade de análise, sendo esta concernente à *Teia da cooperação*.

5.1.1.1 - Cena 1: Ações individualizadas dos sujeitos diante da busca pela solução da SDA

1. **PROF.^a ALINE:** Eu vou dar um barbante (pegou o barbante), eu vou dar um barbante, aí a ponta do barbante tá aqui bem assim (mostrou o barbante). Aí o primeiro vai se apresentar e vai dizer assim: o meu nome é fulano. [...] O seu nome e a sua idade. Vocês são da mesma turma não precisa falar de qual turma que é. Certo? E falar o quê que você tá esperando, assim oh. Nossa porque que eu quis participar desse projeto? Tá bom? Aí você vai pegar assim e vai passar o barbante pra outra pessoa. E, no final, que todo mundo já tiver se apresentado e eu já tiver ouvido o nome de todo mundo, a idade de todo mundo e porque que quis participar do projeto, eu vou pegar uma bexiga, um balão, e eu vou pôr no meio lá da roda. Vocês vão estar em roda e essa bexiga não pode cair no chão. Então, quem tiver com o barbante tem que prestar atenção. Olha o que que eu falei. Eu vou colocar uma bexiga lá no meio da roda e ela não pode cair. Então, vocês têm que pensar direitinho como é que vai fazer isso. Certo?
2. [...]
3. **PROF.^a ALINE:** Eu escutei gente falando assim oh: tô vendo que esse balão vai cair, mas eu não vi ninguém falando, dando sugestão, pra esse balão ficar em pé, pra esse balão ficar em cima, ou deu? (A professora se posicionou no centro da teia). Eu tô cabendo aqui dentro. E o balão? Não vai caber não? (Soltou o balão e ele caiu no chão). Caiu? Porque que caiu?
4. **IGOR:** Porque a bagunça que ficou.
5. **PROF.^a ALINE:** A bagunça que ficou por quê? Quê que tem que fazer pra esse balão ficar lá em cima?
6. **ISAQUE:** Por que ali o buraco.
7. **PROF.^a ALINE:** Ah, porque tem o quê?
8. **ISAQUE:** Um buraco.
9. **PROF.^a ALINE:** Um buraco. O que tem que fazer pra esse balão ficar ali no meio?
10. **ESTUDANTES:** Fechar (o buraco).
11. **PROF.^a ALINE:** Fechar? Fazer o quê?
12. **ANA:** Roda mais o cordão.
13. **PROF.^a ALINE:** Roda mais o cordão. Mas só tem vocês, como que vai rodar mais?
14. **ANA:** Passa de novo.

15. IGOR: Tinha que organizar melhor.

Na introdução da cena 1, podemos perceber a professora Aline propondo aos estudantes a SDA. A docente não especifica a necessidade de a ação ser realizada no coletivo, nem a precisão da formulação de estratégias, somente apresenta aos educandos a situação a ser solucionada, como podemos visualizar no trecho: “[...] Então, quem tiver com o barbante tem que prestar atenção. Olha o que eu falei. Eu vou colocar uma bexiga lá no meio da roda e ela não pode cair. Então, vocês tem que pensar direitinho como é que vai fazer isso. Certo?” (PROF.^a ALINE, CENA1, 1)

Na fala da professora fica subentendido que os estudantes deveriam desenvolver estratégias para possibilitar a permanência da bexiga na superfície da teia a ser formada, contudo ela não apresentou maneiras para sua concretização. Essa particularidade na orientação da docente pode ser justificada pelo fato das SDA terem sido elaboradas pautadas nas atividades orientadoras de ensino propostas por Moura (1996); estruturadas de modo a permitir a interação dos sujeitos, com o intuito de solucionar coletivamente uma situação problema.

Por ser uma situação em que a construção da teia exija a participação de todos os integrantes do grupo, a interação e comunicação das crianças passam a ser ações imprescindíveis neste contexto de aprendizagem. É indispensável, como afirma Rubstov (1996, p. 136), “o planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum”. Isto porque as ações individuais são idealizadas com vistas à solução de uma tarefa particular proposta para o grupo como um todo, cujo resultado passa a ser uma conquista coletiva e não individual. Daí a importância da comunicação entre os pares e do planejamento das ações.

Diante da dinâmica proposta pela docente, ao iniciarem as ações, os estudantes se preocuparam em se apresentar e passar o barbante para o colega com quem matinham uma maior intimidade, sem se atentarem em formular uma estratégia para manter a bexiga no centro da teia. Como os participantes se posicionaram no círculo ao lado dos seus pares com maior ligação afetiva, desencadeou-se, com isso, uma abertura no centro da teia, pois o barbante não era passado com o intuito de perpassar o seu centro. Isaque, ao pronunciar “[...] ali o buraco” (ISAUQUE, CENA 1, 6), verbaliza a percepção da não conclusão do objetivo anteriormente proposto - construção da teia de forma a sustentar um balão.

Percebemos, diante da cena 1, que os estudantes não estavam em “atividade coletiva”, como proposto por Rubstov (1996). A falta de diálogo e de planejamento das ações,

com vista a alcançar um objetivo em comum, impossibilitou-lhes a solucionar a situação posta. A “atividade coletiva” não foi considerada pelos sujeitos durante suas ações, não sendo levada em conta nas suas ações individuais. No trecho a seguir, percebemos a tentativa da professora Aline de promover uma reflexão pautada nas ações dos educandos como grupo, destacando a falta de diálogo entre eles: “*Eu escutei gente falando assim oh: tô vendo que esse balão vai cair, mas eu não vi ninguém falando, dando sugestão, pra esse balão ficar em pé, pra esse balão ficar em cima, ou deu? [...]*” (PROF.^a ALINE, CENA 1, 3).

A reflexão coletiva, mediada pela ação docente, é uma etapa importante no processo, pois permite ultrapassar as limitações das ações individuais (RUBTSOV, 1996). Vale ressaltar que “é graças à reflexão que se estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação às suas ações, a fim de conseguir transformá-las, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho comum” (RUBTSOV, 1996, p. 136). Assim, os sujeitos se modificam ao agir e refletir no *espaço de aprendizagem*, se constituindo em indivíduos com uma nova qualidade.

As mediações, propostas pela professora, foram planejadas para possibilitar aos sujeitos o compartilhamento de ideias e saberes. A intencionalidade por meio da SDA era que surgisse a necessidade da “atividade coletiva” (RUBTSOV, 1996), nos estudantes, ao buscarem estratégias para solucionar o problema. Contudo, as crianças não agiram de forma coletiva no primeiro momento, resultando na não conclusão da situação, como podemos perceber na fala da professora: “[...] *(A professora se posicionou no centro da teia). Eu tô cabendo aqui dentro. E o balão? Não vai caber não? (Soltou o balão e ele caiu no chão)*” (PROF.^a ALINE, CENA 1, 3).

Ao indagar aos sujeitos sobre a não conclusão da SDA, o estudante Igor respondeu que foi devido à bagunça e o Isaque complementou ao apontar o buraco formado no centro da teia. Ao perceber o resultado de suas ações como grupo, os estudantes logo levantaram possibilidades para a resolução do problema ainda em aberto. A professora, ao indagar sobre como fazer para o balão permanecer sobre a teia, os estudantes responderam: “*Fechar (o buraco)*” (ESTUDANTES, CENA 1, FLASH 10).

Ao final da cena, Igor verbaliza a sua reflexão realizada perante o diálogo da professora com o grupo: “*Tinha que organizar melhor.*” (IGOR, CENA 1, FLASH 15). O estudante entendeu a falta de formulação de estratégias dos estudantes, diante da tentativa de solucionar a situação posta perante o coletivo. Percebeu que, para ocultar o “buraco” formado, não bastava simplesmente passar mais vezes, mas organizar melhor a transposição do barbante para o colega. Como afirma Sforni (2004), o desenvolvimento da criança é

desencadeado quando passa a participar de uma “atividade coletiva” que lhe traz novas necessidades e exige dela novos modos de ação.

A não conclusão da SDA pode ser justificada pelo não estabelecimento de vínculos entre as ações individuais (a passagem do barbante realizada por cada criança), as ações do coletivo (o resultado das ações de cada sujeito) e a construção da teia (não uma teia qualquer, mas uma teia que conseguisse manter uma bexiga em sua superfície). Cada ação das crianças tinha que ter sido tomada como uma ação de um todo, em que a “repartição das ações e das operações iniciais” (RUBTSOV, 1996, p. 136) resultariam nas “condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade”.

As crianças não realizaram as ações em busca de solucionar a SDA proposta pela professora Aline, pois a resolução do problema foi simplesmente considerada como uma resposta que os sujeitos trouxeram para um problema concreto e prático (RUBTSOV, 1996), o que implicou que a “atividade coletiva” fosse desprezada. A partir das reflexões pautadas nas ações anteriormente realizadas na tentativa de construção da teia, as crianças tiveram a oportunidade de ponderar os fatos e reiniciar a descoberta das relações que permitem adquirir a forma geral de completar as tarefas concretas (RUBTSOV, 1996).

Lopes (2004) corrobora com esta discussão ao ressaltar que certos conflitos no processo de aprendizagem possibilitam um processo de reflexão mais profundo. Com este intuito, as ações desenvolvidas foram colocadas em pauta nas discussões para possibilitar às crianças a oportunidade de reconstrução, reorganização e modificação dos esquemas de organização das ações individuais, “[...] levando-os à definição de uma melhor perspectiva comum de interação” (LOPES, 2004, p. 127).

Diante da solicitação das crianças de passar o barbante novamente com o intuito de obter uma nova oportunidade de reelaboração das ações, a cena 2, a seguir, busca mostrar indícios de um salto qualitativo com relação às ações e reflexões coletivas dos sujeitos ao se posicionarem diante da *Teia da cooperação*.

5.1.1.2 - Cena 2: A transformação das ações diante da busca pela solução da SDA no coletivo

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. PROF.^a ALINE: Vou começar pela Sara de novo. (A Sara pegou o barbante). Não precisa ser pra menina. A gente tem que pensar que a gente tem alguma coisa aqui pra fazer. O que é? Manter o balão onde? 2. BRUNO: Na corda. 3. PROF.^a ALINE: Aqui no meio, no cordão. Se eu passar só pro meu amigo aqui do meu lado vai resolver? 4. ESTUDANTES: Não. 5. PROF.^a ALINE: Então vamos pensar aí. Começa. |
|---|

6. **SARA:** Sara. (lançou o barbante para o colega em sua frente).
7. **BRUNO:** Bruno (lançou o barbante para o colega do lado oposto).
8. **DANILO:** Danilo (lançou o barbante para a colega do lado oposto).
9. **Murmúrios.**
10. **LARA:** Lara. (lançou o barbante para o colega do lado oposto).
11. **Murmúrios.**
12. **ESTER:** Ester.
13. **PROF.^a ALINE:** Você vai segurar, desenrolar e passar para o colega que você quer passar.
14. **ESTER:** Ester. Felipe.
15. **PROF.^a ALINE:** Deixa esticadinha assim.
16. **IGOR:** Segura.
17. **PROF.^a ALINE:** Aí. Tá melhorando?
18. **ESTUDANTES:** Tá.
19. **PROF.^a ALINE:** Tem chance do balão parar aí (teia) em cima?
20. **ESTUDANTES:** Tem.
21. **Murmúrios.**
22. **PROF.^a ALINE:** Mas deixa esticada aqui, oh. Aí. Esticada, se não o balão não vai parar porque (a teia) tá molenga.
23. **IGOR:** Igor para a Ana.
24. **PROF.^a ALINE:** Igor para a Ana. Tá ficando algum buraco (na teia)?
25. **BRUNO:** Não. Fez uma estrela, tia (se referindo à professora).
26. **PROF.^a ALINE:** Ah, então tá.
27. [...]
28. **ANA:** José. Ana. José.
29. **JOSÉ:** José. Isaque. (Passou para o colega do seu lado).
30. **IGOR:** Não, não, não. Pra Camila ou pra a Lara. (José alterou a pessoa escolhida e lançou para a Camila).
31. **BRUNO:** Agora é pro Isaque.
32. [...]
33. **CAMILA:** Meu nome é Camila. (Lançou o cordão para o colega do lado oposto, Isaque).
34. **IGOR:** Mas tem que voltar para a Sara.
35. **PROF.^a ALINE:** Isso. Aí volta para a Sara.
36. **ISAUQUE:** Meu nome é Isaque. (Lançou para a Sara).
37. **PROF.^a ALINE:** Segura (o barbante).

Esta cena inicia-se com uma intervenção da professora Aline, lembrando aos estudantes sobre a SDA a ser solucionada. As ações do docente também possuem um papel importante neste processo, pois são mediações intencionais concretizadas em momentos específicos com o intuito de motivar os estudantes à aprendizagem. Garnier, Bednarz e Ulanovskaya (1996) corroboram com essa discussão ao afirmarem que a intervenção docente deve suscitar a reflexão sobre a atividade de aprendizagem e não enfatizar a resposta ou o resultado.

O docente possui a intencionalidade de organizar o *espaço de aprendizagem* de modo a possibilitar aos estudantes reflexões sobre suas ações e momentos de planejamento de atos futuros, com vista à solução de um problema em comum. Como o foco não está na unicidade de uma resposta, nem em uma verdade absoluta, há a necessidade de questionamentos e de diálogos para permitir aos estudantes a manifestação dos seus saberes e de suas opiniões.

Durante as ações dos estudantes na construção da teia, a professora questionou os educandos com o intuito de levá-los à reflexão no decorrer da resolução da tarefa particular. Questionamentos como: “*Tem chance do balão parar aí (teia) em cima?*” (PROF. ALINE, CENA 2, 19), são momentos em que o papel orientador do docente permitiu às crianças coordenarem as suas ações para realizar juntos a SDA.

Nesta segunda oportunidade de realização da *Teia da cooperação*, podemos perceber uma modificação no modo de agir das crianças. As ações dos estudantes não foram concretizadas de forma individual, mas em função de todo o grupo em busca de um objetivo em comum, a construção da teia. A SDA, a reflexão dos sujeitos e as orientações da professora possibilitaram um salto qualitativo na organização das ações das crianças, pois se perceberam diante de uma necessidade do coletivo.

Como nosso intuito por meio dessa unidade de análise é analisar se a organização do ensino possibilitou aos estudantes estar em “atividade coletiva” como proposta por RUBTSOV (1996), os *flashes* propostos por Silva (2014) nos permitem destacar os instantes mais significativos dentro das cenas que demonstram indícios de transformação do pensamento ou das ações dos sujeitos tomando por premissa o coletivo.

No decorrer da cena 2, evidenciamos discursos das crianças que nos dão indícios de transformação das ações e reflexões para uma nova qualidade, quando confrontados à cena anterior. Durante a construção da teia, José passou o barbante para o colega posicionado próximo a ele, como podemos observar no trecho: “*José. Isaque. (Passou para o colega do seu lado)*” (JOSÉ, CENA 2, 29). Igor, ao observar a ação de José, se manifestou com o intuito do seu colega perceber que sua ação não era eficaz: “*Não, não, não. Pra Camila ou pra a Lara. (José alterou a pessoa escolhida e lançou para a Camila)*” (IGOR, CENA 2, FLASH 30).

O estudante José, ao escutar a fala de Igor, evidenciada no *flash* anterior, tem a oportunidade de refletir e reorganizar sua ação (LOPES, 2004), modificando o estudante para quem o barbante foi repassado. Bruno, ao perceber o posicionamento de Igor para auxiliar José na sua ação, percebeu-se também participante do processo quanto à manifestação verbal e pronunciou para a Camila, com o intuito de orientá-la: “*Agora é pro Isaque*” (BRUNO, CENA 2, FLASH 31). Camila, a criança que recebeu o barbante de José, refletiu sobre o discurso de Bruno, se apresentou e repassou para o Isaque: “*Meu nome é Camila (Lançou o cordão para o colega do lado oposto, Isaque)*” (CAMILA, CENA 2, 33).

Evidenciamos modificações no modo de ação das crianças na cena 2, quando relacionado à primeira tentativa de construção da teia, diante da necessidade de solucionar a

SDA. Os estudantes demonstraram a compreensão mútua proposta por Rubtsov (1996), o que permitiu relacionar a própria ação com as dos outros participantes.

De forma mais explícita, percebemos nesses *flashes* a comunicação das crianças em momentos propícios, assegurando que as ações de um integrante do grupo favorecesse toda a ação de um coletivo, por meio do planejamento e reflexão das ações individuais com vistas à obtenção de um resultado comum. Como foi perceptível no momento em que José foi passar o barbante para o Isaque e, diante da comunicação entre os pares e da reflexão de Igor, foi realizada a modificação da ação, no que resultou na passagem do barbante para Camila.

A figura 23, a seguir, ilustra a construção da segunda teia, a qual os estudantes realizaram modificações das suas ações quando deparados com o erro na primeira tentativa de solucionar a tarefa particular. Por meio da oportunidade de resolver o problema novamente, as crianças tiveram a possibilidade de reelaborar as estratégias e de refletir nas ações que não permitiram a elas alcançar o objetivo que lhes era comum – a construção da teia para sustentação do balão.



Figura 23: *Teia da cooperação* - a elaboração de estratégias com um objetivo em comum.

As crianças tiveram a oportunidade de transformar suas ações diante de uma mesma tarefa particular. Isto permitiu a reconstrução por parte dos estudantes do objeto estudado – a teia – e o exame dos seus princípios estruturais (RUBTSOV, 1996). Convém também evidenciarmos, nesta unidade de análise, desdobramentos da *Teia da cooperação* no modo de agir das crianças no decorrer do Clube de Matemática. Para isso, diante da impossibilidade de contemplar todas as SDA, escolhemos, para a próxima cena, a *Trilha dos desafios* como foco de nosso olhar.

A cena 3 é composta por um trecho de um diálogo concretizado na *Trilha dos desafios*. Esta SDA foi desenvolvida no terceiro encontro do Clube de Matemática e está

inserida no segundo módulo– o da *Linguagem* -, cujo conteúdo matemático selecionado é linguagem simbólica.

Nosso objetivo com a *Trilha dos desafios* era abordar diferentes formas de representação de objetos ou situações pelo meio simbólico. Com isso, almejamos abordar a necessidade de utilização de representações simbólicas em situações cotidianas e, mais especificamente, no conhecimento matemático.

O local escolhido para o desenvolvimento dessa SDA foi um quiosque construído dentro do pátio da escola. Este espaço foi propício, pois organizamos as mesas de modo que as crianças pudessem interagir e trocar ideias. Cada grupo ficou sentado ao redor de uma das três mesas que compunham o espaço. A figura 24 representa a organização do grupo escolhido para a análise da cena 3. Este grupo foi o selecionado por termos acesso a uma maior parte dos diálogos devido ao posicionamento da câmera.



Figura 24: *Trilha do desafio* - os estudantes durante o desenvolvimento da SDA

Os professores Fábio e Aline, para orientar as crianças sobre a tarefa particular deste encontro, explicaram a *Trilha dos desafios*. Organizaram as crianças em grupos e distribuíram as folhas de registros, bem como o material do primeiro momento – o kit 1, o tabuleiro de Goiânia até Aruanã e a tabela de quilometragem. Os estudantes, com isso, iniciaram as ações.

Apresentamos, a seguir, a cena 3 composta pelo diálogo das crianças durante a tentativa de percorrer a distância estabelecida no primeiro tabuleiro, cujo deslocamento vai de Goiânia até Aruanã.

5.1.1.3 - Cena 3: As interações dos estudantes durante a Trilha dos desafios

1. **IGOR:** Tia (professora), já que não tem nenhum (meio de locomoção) de 45 (km)... tem algum de 40?
2. **BRUNO:** Tem a moto e o paraquedas.
3. **IGOR:** A moto e o paraquedas..., então bora...
4. **ISAQUE:** Aqui ó.
5. **IGOR:** Ou senão uma bike... nó, tem um tanto..
6. **ISAQUE:** Que mané bike... olha aqui, ó.. aiaiaiaia... não vamos aqui mesmo, ó.. a moto e o para...
7. [...]
8. **IGOR:** Você está em Inhumas percorra mais 60 km até Itaberaí.
9. **ISAQUE:** É 60... só fazer 40 mais...
10. [...]
11. **PROF. FÁBIO:** Vocês já estão no segundo trajeto? [Os estudantes balançaram a cabeça positivamente e continuaram o diálogo]
12. **IGOR:** É 60 km, né... é 60!
13. [...]
14. **BRUNO:** 25 mais...
15. **IGOR:** Ah, tive uma ideia!
16. **PROF.^a ALINE:** Deu 60?
17. **IGOR:** Deu.
18. **PROF.^a ALINE:** Então coloca aí, mas mostra pros seus colegas pra ver se eles concordam.
19. **IGOR:** Vai ser dois andar e uma moto.
20. **BRUNO:** Andar, andar e uma moto, é?
21. **IGOR:** Dois andar e uma moto.
22. [...]
23. **IGOR:** Aqui, oh. Agora aqui. A gente já vai pro 3º Oh... você está em Itaberaí percorra 40 km para chegar na Cidade de Goiás (lendo o tabuleiro). Usando uma moto..
24. **ISAQUE:** De novo?
25. **IGOR:** É tem três motos.
26. **PROF.^a ALINE:** A moto anda 40.. só ela?
27. **IGOR:** Hãrãn (confirmou). Só ela anda 40.
28. **PROF.^a Aline:** Então tá.
29. **JOSÉ:** Você está na Cidade de Goiás. Percorra 175 km até Aruanã (lendo o tabuleiro).
30. **JOSÉ:** Esse é fácil.
31. **IGOR:** Rên... agora 175.. será que os dois vai dar isso?
32. **BRUNO:** Um helicóptero é quanto?
33. **IGOR:** 150.
34. **BRUNO** Um helicóptero e uma bicicleta.
35. **IGOR:** Pronto. Terminamos.
36. **PROF.^a ALINE:** Terminaram?
37. **IGOR:** Pronto! Aí ó, helicóptero e a bike!

Nesta cena percebemos as manifestações orais dos estudantes ao se depararem com o primeiro percurso do primeiro tabuleiro – a ida de Goiânia até Inhumas. A quilometragem a ser percorrida era de 45 km. Ao analisarem o kit 1 e perceberem que não tinha nenhum meio de locomoção que realizava os 45 km de uma vez, concluíram que teriam que utilizar mais de um meio de transporte neste percurso.

O kit 1 é composto por 3 motos, 1 helicóptero, 2 caminhar, 1 paraquedas e 1 bicicleta. Diante desse contexto, o Igor realizou uma ação que é comum no ambiente escolar: indagou a professora sobre sua dúvida, sem antes trocar ideias com seus pares. Ele lançou o seguinte questionamento: “Tia (professora), já que não tem nenhum (meio de locomoção) de

45 (km)... tem algum de 40?" (IGOR, CENA 3, FLASH 1). Bruno, seu companheiro no grupo, escutando a indagação, compartilhou sua ideia no seguinte *flash*: “*Tem a moto e o paraquedas*” (BRUNO, CENA 3, FLASH 2).

Diante da manifestação de Bruno, Igor percebeu que uma combinação de meios de transportes possível para realizar o percurso de Goiânia até Inhumas é justamente a compartilhada por Bruno: a moto e o paraquedas. Logo, o Igor não se direcionou mais à professora para sanar sua dúvida, pois seu colega esclareceu o ponto que antes era obscuro. Houve, nesta cena, o que Rubtsov (1996) caracteriza pela comunicação entre os sujeitos, o que possibilitou a troca de saberes e a compreensão mútua. Isto pode ser percebido no discurso de Igor, após este compartilhamento de ideias: “*A moto e o paraquedas... então bora*” (IGOR, CENA 3, FLASH 3).

É interessante observar a particularidade das características dos diálogos das crianças. Quando Igor levanta a hipótese de utilização de outros meios de locomoção diferentes da moto e do paraquedas, sendo um deles a bicicleta, seu companheiro Isaque refuta a ideia ao afirmar: “*Que mané bike... olha aqui, ó.. aiiaiaiaia... não vamos aqui mesmo, ó.. a moto e o para...*”(ISAQUE, CENA 3, FLASH 6). Esta forma de comunicação é característica do meio no qual as crianças estão inseridas, sendo natural a utilização de gírias para expressar seu pensamento. Após este diálogo, o grupo concordou com a primeira solução levantada, resultando na anotação dela na folha de registro, por todos integrantes desta equipe, do meio de locomoção escolhido anteriormente.

Assim que todos os estudantes desse grupo escreveram os meios de locomoção utilizados no percurso de Goiânia até Inhumas, eles passaram para o próximo – de Inhumas até Itaberaí, sendo no total 60 km. Ao refletir sobre a situação, Igor afirmou ter tido uma ideia, uma possível solução que resultava no valor desejado, os 60 km a serem completados. A professora, então, realiza a seguinte orientação: “*Então coloca aí, mas mostra pros seus colegas pra ver se eles concordam*” (PROF.^a ALINE, CENA 3, 18). As ações e reflexões da professora foram realizadas durante as ações e reflexões dos sujeitos, não com o intuito de facilitar a resolução da SDA, mas de modo a permitir que os educandos continuassem mobilizados.

A professora neste momento realizou outra orientação que difere das ações comumente concretizadas por docentes em sala de aula: a Aline não parou para escutar a solução encontrada pelo Igor para avaliar se estava adequada ao problema, ao contrário, ela orientou o estudante a anunciar a ideia para o restante do grupo para que o coletivo decidisse se estava ou não correta para aquele contexto. Neste instante percebemos a não hierarquização

dos sujeitos e dos seus conhecimentos, estando todos os indivíduos posicionados como sujeitos detentores de saberes a serem compartilhados, não restringindo somente ao professor.

No último percurso do tabuleiro, da Cidade de Goiás até Aruanã, as crianças realizaram o último diálogo desta cena 2. Quando José leu a distância a ser percorrida, Igor lançou a seguinte indagação para seus pares, “*Rên... agora 175.. será que os dois vai dar isso?*” (IGOR, CENA 3, *FLASH* 31), questionando sobre dois meios de locomoção. Neste momento, percebemos uma transformação na ação do estudante, pois ele dirigiu a dúvida aos seus pares, não mais à professora, como tínhamos percebido na *flash* 1, desta cena. Igor reconheceu seus companheiros como um grupo de pessoas capazes de auxiliá-lo em suas dúvidas.

Dando continuidade ao diálogo, Bruno, ao tentar responder a pergunta de Igor, lançou outro questionamento: “*Um helicóptero é quanto?*” (BRUNO, CENA 3, *FLASH* 32). Igor, então, respondeu “*150*” (IGOR, CENA 3, 33). Bruno conclui, com isso, que os meios de locomoção convenientes para o percurso eram: “*um helicóptero e uma bicicleta*” (BRUNO, CENA 3, *FLASH* 34). Igor, após a comunicação entre seu companheiro, compartilhou da mesma conclusão e anunciou: “*Pronto. Terminamos*” (IGOR, CENA 3, *FLASH* 35).

Na última fala de Igor, se nos atentarmos, ele considerou o coletivo do seu grupo até no seu discurso. Ele poderia ter anunciado para os professores que ele tinha terminado de realizar o percurso, sem levar em consideração o restante dos seus companheiros. Mas ao mencionar a finalização das ações planejadas pelos docentes naquele momento, ele afirmou: “*Terminamos*” (IGOR, CENA 3, *FLASH* 35). Isso demonstra a importância dos seus pares nas ações e reflexões coletivas da *Trilha dos desafios*, não só o estudante tomado individualmente.

Ao finalizar o percurso total, as crianças participaram da *roda de conversa*, na qual dialogaram com a pesquisadora sobre a SDA. Não vamos nos ater a mais detalhes desta tarefa particular, pois o nosso foco principal nesta análise são as ações e reflexões que demonstrem indícios da “atividade coletiva” (RUBTSOV, 1996) e, aprofundar implica abordar o conteúdo de linguagem algébrica simbólica.

Como a cena 3 é composta de um recorte dos diálogos de quatro crianças, em específico que buscavam encontrar os meios de locomoção adequados para cada percurso, a folha de registro é um instrumento que nos permite perceber o resultado final desse processo. Com isso, apresentamos a seguir a folha de registro do Igor (figura 25), sujeito participante da cena 3.

“TRILHA DOS DESAFIOS”

KIT 1


Você está em Inhumas. Percorra mais 60 Km até Itaberaí	2 andar 1 moto 60 km	Você está em Itaberaí. Percorra mais 40 Km até a Cidade de Goiás	moto 40 km	Você está na Cidade de Goiás. Percorra 175 Km até Aruanã
moto - 40 km povoado: queda 5 km	Alunos _____			
Você está em Goiânia! Percorra mais 45 Km até Inhumas				Helicóptero bicicleta 175
PARTIDA!!! Hoje você tem um desafio. Fazer a mesma rota que galera da Trilha Ecológica. Vamos ajudar a preservar a Natureza!!!			Aruaná CHEGADA!!!	

Figura 25: Registro do estudante Igor: *Trilha dos desafios* – 1º Momento.

O espaço no registro destinado à escrita do nome da criança participante do Clube de Matemática está em branco de forma proposital, como meio de resguardar a verdadeira identidade do sujeito. Apresentamos também a folha de registro do Bruno (figura 26), com o intuito de demonstrar que a comunicação entre estas crianças permitiu que as mesmas chegassem a um resultado comum, pois o objetivo que as mobilizou era o mesmo, resultando na mesma conclusão.

“TRILHA DOS DESAFIOS”

KIT 1


Você está em Inhumas. Percorra mais 60 Km até Itaberaí	ANDAR, ANDAR, moto 60 km	Você está em Itaberaí. Percorra mais 40 Km até a Cidade de Goiás	moto 40 km	Você está na Cidade de Goiás. Percorra 175 Km até Aruanã
moto e para quedas 40 km - 5 km	Alunos _____			
Você está em Goiânia! Percorra mais 45 Km até Inhumas				HELICÓPTE RO e bike 175 km
PARTIDA!!! Hoje você tem um desafio. Fazer a mesma rota que galera da Trilha Ecológica. Vamos ajudar a preservar a Natureza!!!			Aruaná CHEGADA!!!	

Figura 26: Registro do estudante Bruno: *Trilha dos desafios* – 1º Momento.

Destacamos que as conclusões foram idênticas, não porque um estudante copiou do registro do outro, mas porque dialogaram e chegaram a um ponto de concordância. As

soluções escritas foram a concretização do momento de troca de saberes e opiniões entre as crianças.

Na tentativa de evidenciarmos outros momentos durante o desenvolvimento do Clube de Matemática em que percebemos indícios de ações e reflexões coletivas das crianças diante das tarefas particulares, apresentamos a cena 4, a seguir, composta por um trecho do diálogo dos sujeitos durante o *Movimento certo*. A SDA foi desenvolvida no quinto encontro e está inserida no terceiro módulo, do *Desconhecido*.

O local escolhido para o desenvolvimento dessa SDA foi o quiosque da escola, pois é um espaço que favorece a organização das ações das crianças, por conter três mesas para sobreposição do material pedagógico. Utilizamos várias garrafas, organizadas conforme a descrição desta tarefa particular no capítulo anterior, um balde e três mesas. A ilustração da organização do espaço e do material está explicitada na figura 27, abaixo.



Figura 27: Organização do espaço de aprendizagem e do material.

Esta tarefa particular foi organizada de forma que propiciasse o desenvolvimento da ideia do princípio de equivalência. Para tanto, foram dispostas as garrafas em duas mesas (lados A e B) e um balde em apenas uma, de forma que existisse a mesma “quantidade de litros” de água nos dois lados. As crianças tinham que descobrir a capacidade do balde, pois era o único objeto que não explicitava essa informação.

O lado A era o que continha a mesa com as garrafas e o balde, sendo que nele as crianças podiam retirar apenas uma garrafa em cada jogada. O lado B era composto somente por garrafas, sendo que os estudantes podiam retirar quantas fossem necessárias para igualar às quantidades retiradas de ambas as mesas. Tinha uma mesa extra no espaço, colocada para que os sujeitos pudessem guardar as garrafas retiradas do lado A e B e, também, para fazer possíveis trocas de garrafas para facilitar as ações no *Movimento certo*.

Não vamos abordar nesta unidade se as crianças alcançaram ou não o objetivo especificado da SDA quanto ao conteúdo contemplado, pois nosso intuito é perceber indícios de ações e reflexões coletivas. Com isso, destacamos apenas um trecho do diálogo no decorrer do desenvolvimento do *Movimento certo* que percebermos ser pertinente para essa discussão.

5.1.1.4 - Cena 4: O desenvolvimento da comunicação e das ações coletivas dos estudantes durante o Movimento Certo

1. [...]
2. **PROF.^a ALINE:** O que que a gente tem que fazer? A gente tem que descobrir, na verdade, vocês tem que descobrir, quanto de água ou qual é a capacidade, não de água, qual é a capacidade, ou seja, quantos litros cabem ali naquele balde. Tem alguma coisa lá naquele balde dizendo quantos litros tem nele?
3. **ESTUDANTES:** Não.
4. **PROF.^a ALINE:** É o único que não tem, não é? É por isso que a gente vai ter que descobrir! "Mas professora, como que a gente vai descobrir?". Vocês em equipe, uma equipe só, não são duas equipes; em equipe vão descobrir. Vão tirar, por exemplo, é a vez do Isaque, aí o Isaque vai vir aqui, ele vai tirar uma garrafa aqui, supondo 1 litro; desse lado ele tem que tirar a mesma quantidade! 1 litro também. E se não tiver uma garrafa de 1 litro? Pode tirar duas de outra coisa?
5. **ANA:** Pode!
6. **PROF.^a ALINE:** Quantas?
7. **ANA:** duas de 50 ml.
8. **PROF.^a ALINE:** duas de 50?
9. **ANA:** 500!
10. **PROF.^a ALINE:** Duas de 500 ml. Então ele pega... desse lado aqui pode tirar apenas uma (no lado A)! Se tiver uma de 1 litro aqui (no lado B) é mais fácil ele tirar uma de 1 l ou duas de 500?
11. **ESTUDANTE NÃO IDENTIFICADO:** duas de 500.
12. **PROF.^a ALINE:** Por exemplo, eu venho aqui e pego 1 litro (no lado A). O que que é mais fácil? Eu vir aqui (no lado B) e pegar de 1 litro ou vir aqui e pegar duas de 500 e pôr aqui?
13. **ESTUDANTE NÃO IDENTIFICADO:** Qualquer uma!
14. **PROF.^a ALINE:** Qualquer um dos dois? O que vocês pensariam primeiro?
15. **ESTUDANTES:** A de 1 litro.
16. **PROF.^a ALINE:** A de 1 litro, claro né! Então, esse lado aqui só pode tirar uma, uma só, o lado A. No lado B pode tirar mais de uma, desde que tenha, porque as vezes você pensa assim "ah, eu vou tirar duas de 500", mas aqui não tem duas de 500, aí você vai ter que pensar em outra maneira de pensar, certo? Cada um de vocês vai ter que vir aqui, fazer essa retirada, lembrando que a retira é um desse lado (A), você vai tirar uma desse lado e vai por aqui (mesa extra) e vai tirar a mesma quantia, não é a mesma quantia de garrafa é a mesma quantia em litros ou ml desse lado daqui (B), certo? Até acabar as garrafas do lado A, até essas garrafas aqui todas acabarem. "Professora, se chegar no final ali, tiver uma garrafa lá (no lado A) e aqui (no lado B) não tiver como trocar?" Você pode vir aqui ó (na mesa extra)... que tão aqui em cima, e trocar as que tão lá por algumas dessa daqui de cima ó, tá bom? Dúvida?
17. **ALGUNS ESTUDANTES:** Não.
18. **PROF.^a ALINE:** E essa troca é assim. Essa troca tem que ser de maneira igual, por exemplo, se eu pego uma garrafa de um litro aqui (em A) e eu quero trocar por ml, lá eu posso pegar duas de 500 ml, ponho aqui e levo essa daqui pra lá, tá bom?... Quem vai ser o primeiro?...
19. [...]
20. (Após alguns estudantes já terem participado das ações desta SDA, Bruno levantou para retirar as garrafas de sua escolha do lado A e B. Como as demais crianças já tinham realizado muitas retiradas anteriormente, foi necessário que o Bruno iniciasse a jogada dele trocando garrafas por outras de mesmas capacidades, na mesa extra. Isso para possibilitar a continuidade da tarefa).
21. **PROF.^a ALINE:** Vocês estão pondo só as pequenininhas (garrafas de capacidade pequena) aí (lado A). Olha aqui (lado B), 3litros é muita coisa (Aline sugeriu para trocar a garrafa de 3 litros por outras cuja soma das capacidades resultasse na mesma quantia inicial).
22. **IGOR:** É... pega e troca ali... por de 2,5litros e de 50 ml.
23. **PROF.^a ALINE:** Não.

24. **BRUNO:** Não. 500.
25. **PROF.^a ALINE:** 50 vai dar 2550 ml. Tem 500?
26. **IGOR:** Tem 300.. aqui ó!
27. **DANILO:** Aqui tem 2 litros e meio.
28. **JOSÉ:** Deve ter né porque ali já tem... Gabriel, pega de 2 litros e meio não, pega as pequenininhas.
29. **DANILO:** Não, aqui é 1 litro e meio menino, pega 2 litros!
30. **PROF.^a ALINE:** Pega uma maior então. Vai lá e pega a maior então, não?
31. **IGOR:** Aqui ó Bruno, pega essa daqui: essa, essa, essa e essa!
32. **PROF.^a ALINE:** Quantos?
33. **IGOR:** 300, 400, 500 aí mais esses (mais outras garrafas) 2 litros e meio. Aqui dá 3 litros.
34. **PROF.^a ALINE:** Deu? Vamos ver aqui? Ele tá certo, ó: 2 litros e meio, aí mais 100, 300 com 100. (...) Aí!
35. **IGOR:** Quer que eu te ajude?
36. [...]
37. **BRUNO:** Ah, agora ficou fácil.
38. **PROF.^a ALINE:** Agora é só fazer as retiradas.
39. **IGOR:** Retira essa de 100 ml ali e de 100 ml aqui.
40. **BRUNO:** Eu sei!
41. **PROF.^a ALINE:** Então pegou 100 e 100 (Bruno realizou a troca e a professora chamou a próxima criança para dar continuidade às ações da SDA).

Iniciamos esta cena com a explicação da professora sobre a SDA a ser desenvolvida com as crianças. Aline indaga sobre qual o objetivo das crianças no *Movimento Certo* - “*O quê que a gente tem que fazer? A gente tem que descobrir, na verdade, vocês tem que descobrir, quanto de água ou qual é a capacidade, não de água, qual é a capacidade, ou seja, quantos litros cabem ali naquele balde*” (PROF.^a ALINE, CENA 4, 2) - e busca explicar quais as ações que os sujeitos deveriam realizar para concretizá-lo.

A intenção era criar uma situação que possibilitasse a partilha de significados e de saberes (MOURA, 2012). A professora ressaltou a importância das ações a serem realizadas no coletivo - “[...] *Vocês em equipe, uma equipe só, não são duas equipes; em equipe vão descobrir [...]*” (PROF. ALINE, CENA 4, 4) – e convidou as crianças a iniciarem sua participação na resolução da SDA.

Cada criança teve a oportunidade de realizar as retiradas das garrafas depositadas nas mesas, de modo que no final só houvesse o balde do lado A e algumas garrafas no lado B. O objetivo do docente era que as crianças compreendessem que a capacidade do balde correspondia à soma das garrafas restantes na outra mesa, já que desde o início ambas as mesas apresentavam a mesma soma das capacidades nos reservatórios. Ou seja, almejava-se desencadear, nos sujeitos, um tipo de pensamento respaldado no princípio de equivalência aditiva.

Não vamos nos deter sobre a conclusão desta tarefa particular, somente compreender que a retirada das garrafas com a mesma capacidade de ambos os lados era necessária no andamento da resolução. Para tanto, as crianças deviam desenvolver estratégias de solução quando não encontrassem possíveis combinações com as garrafas do lado A e B,

havendo a necessidade de selecionar garrafas e trocar por outras, na mesa extra, com vista à mesma capacidade final, composta pela soma de capacidades menores – "*Professora, se chegar no final ali, tiver uma garrafa lá (no lado A) e aqui (no lado B) não tiver como trocar?*" *Você pode vir aqui ó (na mesa extra)... que tão aqui em cima, e trocar as que tão lá por algumas dessa daqui de cima ó, tá bom?*" (PROF.^a ALINE, CENA 4, 16).

No momento em que Bruno realizou sua ação, já não havia mais combinações possíveis de serem feitas de forma direta no lado A e B. Isso acarretou na troca de garrafas por outras, na mesa extra, ato este executado antes da retirada das garrafas de mesma capacidade de ambos os lados. A professora Aline sugeriu, ao Bruno, que pegasse uma garrafa com a capacidade maior para realizar a troca por capacidades menores que unidas resultassem na mesma capacidade inicial – "[...] *Olha aqui (lado B), 3 litros é muita coisa [...]*" (PROF.^a ALINE, CENA 4, 21).

Diante da sugestão da Aline, as crianças começaram a se mobilizar com o intuito de auxiliar o Bruno em sua jogada, como podemos perceber no seguinte *flash*: "*É... pega e troca ali... por de 2,5 litros e de 50 ml*" (IGOR, CENA 4, *FLASH* 22). Igor, refletindo no discurso da professora, manifestou sua opinião em relação à ação a ser realizada por Bruno, mas se confundiu na capacidade da garrafa a ser utilizada na troca, ao invés de dizer 500 ml, ele falou 50 ml.

A docente, ao perceber a troca de valores por Igor, intervém enfaticamente: "*Não*" (PROF.^a ALINE, CENA 4, 23). Bruno, percebendo a confusão de Igor, não espera outro comentário da docente e já modifica a fala do colega "*Não. 500*" (BRUNO, CENA 4, 24). Danilo e José também manifestaram suas opiniões, com o objetivo de ajudar o Bruno. Ocorre, pois, a parceria entre os participantes e a busca comum de um mesmo resultado (MOURA, 2012).

Igor, com o intuito de auxiliar o Bruno a concluir a troca das garrafas, afirmou apontando para as garrafas: "*Aqui ó Bruno, pega essa daqui: essa, essa, essa e essa!*" (IGOR, CENA 4, *FLASH* 31). A professora indagou a Igor sobre as capacidades das garrafas indicadas e o mesmo anunciou com seus respectivos valores numérico, recebendo a confirmação da combinação pela professora: "*Deu? Vamos ver aqui? Ele tá certo, ó: 2 litros e meio, aí mais 100, 300 com 100. (...) Aí!*" (PROF. ALINE, CENA 4, 34).

Igor, além de ter buscado a troca de modos de ação, a comunicação e o planejamento das ações individuais por meio das reflexões juntamente com seus pares – Bruno, Danilo, José e a professora – durante todo este trecho explicitado acima, ainda questiona seu colega: "*Quer que eu te ajude?*" (IGOR, CENA 4, *FLASH* 35). Este

questionamento foi realizado no momento de conclusão do raciocínio das trocas das garrafas, Contudo, diante do compartilhamento dos saberes realizado pelos seus colegas anteriormente, Bruno já havia compreendido a ação a ser realizada: “*Ah, agora ficou fácil*” (BRUNO, CENA 4, *FLASH* 37).

O discurso de Bruno nos permite evidenciar que sua facilidade, encontrada neste momento final da cena, se justifica pelas orientações realizadas anteriormente por seus companheiros e pela docente. Este movimento é o que Vigotski (2009) nomeou por *processo de internalização*, no qual as relações intrapsíquicas (individual) são constituídas com base nas relações interpssíquicas (no coletivo).

Tal movimento explicitado por Vigotski (2009) é concretizado na relação singular-particular-universal, no qual as ações e reflexões coletivas do Clube de Matemática se constituem na particularidade do processo de desenvolvimento dos sujeitos, tomando o experimento didático como ponto de discussão; a singularidade contempla cada sujeito em sua individualidade, com vistas a alcançar a universalidade da genericidade humana por meio da apropriação dos saberes.

Nesta cena 4, percebemos que o Bruno não realizou as tomadas de decisões de forma individual, pois houve o diálogo entre os pares antes das ações do sujeito (a particularidade). Houve uma decisão tomada no coletivo, pois os estudantes buscaram resolver, juntos, a situação conflituosa existente naquele momento. Como afirma Moura (2012, p. 156), “para ser uma coletividade é preciso que haja um objetivo comum que una os sujeitos em busca de sua concretização”.

Para concluir, a professora afirmou “*agora é só fazer as retiradas*” (PROF.^a ALINE, CENA 4, 38). Assim, Bruno, ao iniciar a ação escuta a orientação de Igor: “*Retira essa de 100 ml ali e de 100 ml aqui*” (IGOR, CENA 4, *FLASH* 39). Igor, envolvido com o *Movimento certo* e percebendo-se um sujeito que participa juntamente com a ação do outro por meio da manifestação do seu pensamento, se posicionou em todos os momentos em que julgou conveniente. Contudo, quando Bruno percebeu sua aprendizagem diante da situação, demonstrou que já não necessitava mais da intervenção do colega: “*Eu sei!*” (BRUNO, CENA 4, 40).

Nesta cena percebemos uma nova qualidade nas ações e reflexões dos sujeitos, no coletivo, visto que as crianças se comunicaram durante toda a ação do Bruno como se fosse a vez deles de realizar a jogada. Perceberam que independentemente de quem esteja realizando a retirada da garrafa, esse indivíduo representa o grupo e, com isso, devem buscar o mesmo resultado.

Para concluir essa unidade de análise, organizamos uma última cena, que ocorreu no último encontro, na *Exposição final do Clube de Matemática*. Acreditamos que esse olhar durante momentos distintos do processo de desenvolvimento do projeto, propiciado pela seleção das cenas diversas, permite perceber o movimento das ações dos sujeitos. A tentativa de concretizar a dinâmica das ações e reflexões dos sujeitos, nas cenas, permite que o leitor vivencie este momento como se estivesse no *locus* da investigação.

A *Exposição final do Clube de Matemática* foi a última reunião dos professores com os estudantes do projeto. O intuito deste encontro foi a reflexão e a discussão de forma geral de todas as SDA desenvolvidas. As crianças assistiram a uma apresentação de *slides* composta pelas tarefas particulares desenvolvidas, com algumas fotos e vídeos para que os mesmos pudessem visualizar sua participação nas ações do projeto.

As ações desenvolvidas no último encontro foram realizadas no ambiente informatizado da escola, isto porque era propício para a projeção dos slides elaborados para apresentação. Neste dia, as crianças se mostraram bastantes agitadas ao relembrar as SDA e visualizar suas imagens a cada *slide*. A pesquisadora tomou a frente nas discussões, como forma de buscar indícios que demonstrassem apropriação das ideias intrínsecas ao projeto, tais como o trabalho colaborativo e os nexos conceituais algébricos.

Apresentamos a seguir a cena 5, composta por um recorte na discussão do último encontro do Clube de Matemática. Esta cena é composta por trechos das falas das crianças e da pesquisadora no momento em que abordaram as ações do dia da *Teia da cooperação*.

5.1.1.5 - Cena 5: Reflexões das crianças sobre as ações, durante o Clube de Matemática, que demonstram indícios de apropriação da ideia de trabalho colaborativo

1. **PESQUISADORA:** Alguém sabe que atividade foi essa?
2. **IGOR:** Teia da Cooperação.
3. **PESQUISADORA:** Teia da...
4. **ESTUDANTES:** Cooperação.
5. **PESQUISADORA:** Alguém lembra o que a gente fez nessa atividade?
6. **IGOR:** Tinha que segurar o balão...
7. **JOSÉ:** Tinha que fazer uma teia.
8. **PESQUISADORA:** Como é que vocês montaram essa teia, vocês lembram?
9. **CAMILA:** Eu lembro.
10. **PESQUISADORA:** Como Camila?
11. **CAMILA:** A gente tem que passar pra uma pessoa, aí a pessoa tem que falar o nome, segurar e passar pra outro.
12. **PESQUISADORA:** De qualquer jeito a gente ia passar?
13. **ANA:** Não.
14. **CAMILA:** Não!

15. **PESQUISADORA:** Como então?
16. [...]
17. **IGOR:** De uma forma que formasse uma teia e segurasse o balão.
18. **PESQUISADORA:** Qual que era a ideia que a professora Aline trouxe pra vocês nesse dia com essa atividade? (Ninguém respondeu). Vocês conseguiriam formar a teia sozinho?
19. **IGOR:** Não, precisava de todos.
20. **PESQUISADORA:** De todos né? Então qual que era a ideia da atividade?
21. **IGOR:** Cooperar.
22. **ISAQUE:** Trabalhar em grupo!
23. **PESQUISADORA:** Trabalhar em grupo, cooperar.

Diante das reflexões sobre as tarefas particulares, as crianças tiveram a oportunidade de discutir os pontos centrais concernentes a cada encontro vivenciado no Clube de Matemática. Especificamente, ao abordarmos a *Teia da cooperação*, os estudantes mencionaram o nome da situação desencadeadora de aprendizagem – “Teia da Cooperação” (IGOR, CENA 5, *FLASH* 2) -, o objetivo – “*Tinha que fazer uma teia*” (JOSÉ, CENA 5, *FLASH* 7) – e modo de ação – “De uma forma que formasse uma teia e segurasse o balão” (IGOR, CENA 5, *FLASH* 17).

De acordo com Rubtsov (1996), a atividade de aprendizagem é estruturada por dois elementos centrais: o problema e a ação. A resolução do problema se dá por modos de ação dos sujeitos, que segundo Rubtsov (1996, p. 133),

A resolução pede que um dado modelo de ação seja transformado em uma base, que constitui a orientação comum para completar as ações concretas relativas a uma classe de problemas; procedimento que resulta na transformação do aluno em si, através de uma autotransformação, uma vez que ele modifica, então, os modos de funcionamento e de regulação das suas próprias ações e adquire novos modos de orientação das suas ações no interior do sistema de situações que o cerca.

O modelo de ação que assumimos para ser transformado na base da resolução das tarefas particulares foi a “atividade coletiva” proposta por Rubtsov (1996). Esta base sustenta as ações e reflexões das crianças durante todas as SDA propostas no Clube de Matemática. Os novos modos de ação que passam a orientar as ações de cada um dos sujeitos perpassam pelas características principais da “atividade coletiva”: a repartição das ações, a troca de modos de ação, a compreensão mútua, a comunicação, o planejamento das ações individuais e a reflexão, como explicitados por Rubtsov (1996).

Relacionando novamente a cena 2, na nossa reflexão teórica, quando indagados sobre a ideia central da SDA, a pesquisadora buscou relacionar o modo de ação explícita pelas crianças – “*De uma forma que formasse uma teia e segurasse o balão*” (IGOR, CENA 5, *FLASH* 17) - com o modelo de ação intrínseco nas tarefas do Clube de Matemática – ações e reflexões coletivas. As crianças, no primeiro momento, ficaram receosas em se manifestar,

optando pelo silêncio. A pesquisadora, então, indagou sobre o modo de realização das ações durante a *Teia da cooperação*: “Vocês conseguiriam formar a teia sozinho?” (PESQUISADORA, CENA 5, 18). No trecho seguinte o Igor responde a indagação: “Não, precisava de todos” (IGOR, CENA 5, *FLASH* 19).

Com isso, a pesquisadora lança o último questionamento referente à *Teia da cooperação*: “Então qual que era a ideia da atividade?” (PESQUISADORA, CENA 5, 20). Dois estudantes mencionam os *flashes* a seguir: “Cooperar” (IGOR, CENA 5, *FLASH* 21) – “Trabalhar em grupo!” (ISAQUE, CENA 5, *FLASH* 22). Estes dois últimos *flashes* representam um dos princípios norteadores das ações dos sujeitos durante o Clube de Matemática.

Os *flashes* selecionados nos dão indícios da apropriação das ideias centrais vislumbradas no módulo um – *Conhecendo o Clube*. As crianças perceberam, por meio da orientação dos professores em momentos específicos, que havia um problema a ser resolvido e que era preciso formular estratégias para solucionar a SDA, pois como os sujeitos mesmos afirmaram, a construção da teia não podia ser feita de qualquer modo.

Para concluir, apresentamos um “recorte” de um trecho da avaliação do Clube de Matemática realizada pelo Isaque, sendo ele participante dos diálogos selecionados em algumas cenas contempladas nesta unidade de análise. Este trecho apresenta uma reflexão do Isaque concernente a sua aprendizagem no Clube de Matemática. Segue abaixo a figura 28:

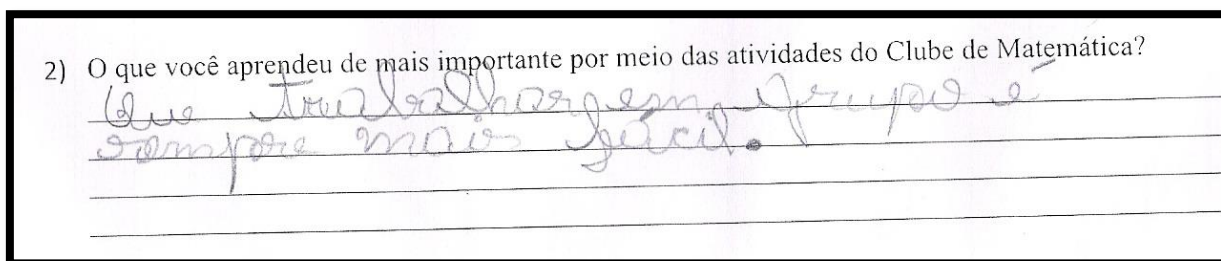


Figura 28: Recorte da avaliação do Clube de Matemática realizada por Isaque.

Ao responder a questão contida na avaliação do Clube de Matemática, Isaque respondeu “que trabalhar em grupo é sempre mais fácil” (ISAQUE, *FLASH* DA FIGURA 28). Concluimos que Isaque, diante das tarefas particulares contempladas durante o projeto, percebeu que, quando as ações e formulações de estratégias eram realizadas no coletivo, a busca pela solução se tornava mais fácil, devido às características intrínsecas à SDA, como

por exemplo, o compartilhamento de saberes e troca de opiniões em busca de um mesmo objetivo.

Podemos sintetizar as ideias centrais abordadas neste episódio no quadro 9, abaixo, lembrando que as cenas foram selecionadas com o objetivo de evidenciar indícios de “atividade coletiva” dos sujeitos participantes do Clube de Matemática, como proposto por Rubtsov (1996).

Episódio 1: As transformações nas ações coletivas dos sujeitos diante das SDA do Clube de Matemática		
Cenas	Ações e reflexões coletivas	Desdobramentos
Cena 1. Ações individualizadas dos sujeitos diante da busca pela solução da SDA – <i>Teia da cooperação</i> .	Ações individualizadas, sem ter como necessidade a construção da teia para sustentar o balão, resultando na não resolução da tarefa particular. A reflexão realizada pelo grupo acarretou na percepção da falta de organização na construção da teia.	As crianças solicitaram uma nova oportunidade para tentar reformular as estratégias para a construção da teia, com o objetivo de manter o balão na superfície diante das ações que abrangia o grupo de estudantes.
Cena 2. A transformação das ações diante da busca pela solução da SDA no coletivo: <i>Teia da cooperação</i> .	Modificação no modo de agir das crianças. As ações dos estudantes não foram concretizadas de forma individual, mas em função de todo o grupo, em busca de um objetivo em comum, a construção da teia.	Um salto qualitativo na organização das ações das crianças, pois os estudantes se perceberam diante de uma necessidade do coletivo.
Cena 3. As interações dos estudantes durante a <i>Trilha dos desafios</i> .	Compartilhamento de ideias e saberes em busca de um mesmo objetivo.	Resolução da <i>Trilha dos desafios</i> por meio da “atividade coletiva”, como proposta por Rubtsov (1996).
Cena 4. O desenvolvimento da comunicação e das ações coletivas dos estudantes durante o <i>Movimento Certo</i> .	Comunicação entre os pares nas tomadas de decisões concernentes às ações durante a tarefa particular.	Nova qualidade nas ações e nas reflexões dos sujeitos diante do coletivo, visto que as crianças se comunicaram durante toda a ação. Perceberam que independente de quem esteja realizando a ação, o indivíduo representa o grupo e busca um resultado comum.
Cena 5: Reflexões das crianças sobre as ações, durante o Clube de Matemática, que demonstram indícios de apropriação da ideia de trabalho colaborativo.	Reflexão sobre a <i>Teia da cooperação</i> realizada no módulo um – Conhecendo o Clube – e avaliação do projeto realizado pelos próprios sujeitos da pesquisa.	Compreensão do modo de ação que norteia as ações durante a realização das tarefas particulares do Clube de Matemática – a “atividade coletiva” – por meio da orientação da pesquisadora durante a <i>roda de conversa</i> .

Quadro 9: Síntese dos indícios de ações e reflexões coletivas do episódio 1, unidade 1.

A organização do ensino de modo a favorecer as ações e reflexões coletivas foi tomada como primordial em nosso experimento didático, pois almejamos uma educação que possibilite aos sujeitos se apropriar dos conhecimentos por meio da interação social, levando em conta sua realidade e os sujeitos do processo. É o meio de viabilizarmos a *educação humanizadora* que acreditamos possibilitar aos sujeitos o compartilhamento de ideias e saberes.

A organização do nosso experimento didático, por contemplar crianças dos anos iniciais, também almeja propiciar um *espaço de aprendizagem* que envolva o sujeito à aprendizagem. Este movimento é concretizado na ludicidade do ensino, aspecto que caracteriza as SDA desenvolvidas no Clube de Matemática. A próxima unidade foi estruturada de modo a analisar se o caráter lúdico favoreceu as ações dos estudantes na tentativa de resolução das tarefas particulares.

5.2 - Unidade 2: A ludicidade como característica na organização das situações desencadeadoras de aprendizagem

Esta segunda unidade de análise refere-se à ludicidade como uma das características principais na organização das SDA do Clube de Matemática. Buscamos compreender em que medida a ludicidade manifestada na organização das SDA envolveu as crianças à aprendizagem.

A ludicidade apresenta-se como uma das características das SDA, visto que as estruturamos de forma a contemplar também os nexos conceituais algébricos e as ações e reflexões coletivas. A análise concernente às ações e reflexões coletivas já foi realizada na primeira unidade, contudo isto não nos impossibilita de evidenciá-la em outros momentos deste texto. O enfoque referente aos indícios de apropriação do conteúdo abordado será dado na próxima unidade, por isso, neste momento nosso olhar se pautará na ludicidade como forma de envolver as crianças à aprendizagem.

A análise desta unidade buscou fundamentos teóricos no conceito de atividade proposto por Leontiev (1978, 1983, 1988), mais especificamente na compreensão dos motivos como elemento importante do processo de ensino e aprendizagem. Ao assumir a educação escolar como atividade, o professor ao estar na sua atividade principal – o ensino – age

intencionalmente objetivando um fim: “a aprendizagem do que é considerado relevante para aqueles que fazem parte da comunidade educativa” (MOURA, 2013, p. 88). Para tanto, organiza o ensino e estabelece objetivos para que os sujeitos possam se mobilizar, por meio de suas ações.

Atualmente, a justificativa apresentada para relevar a importância da escola diante da sociedade é o fato de a mesma preparar os indivíduos para o futuro. A educação, neste sentido, tem em vista o amanhã, sem levar em conta o presente e as reflexões sobre as ações pautadas no hoje (MOURA, 2013). Mas não devemos levar em conta o presente dos estudantes também neste processo? E as crianças dos anos iniciais, como envolvê-las à aprendizagem, levando em consideração o momento real que vivenciam? Quais são as situações ou as ações que poderíamos organizar no ensino para motivá-las de forma eficaz (LEONTIEV, 1988)?

Estas indagações surgem, não com o intuito de restringirmos o desenvolvimento das crianças somente para o presente, mas o levamos em consideração para possibilitar vivências pedagógicas, organizadas de forma intencional, que permitem a elas aprender hoje e se desenvolver para o amanhã: “é preciso dar condições para que os alunos partilhem os conhecimentos de hoje, para poderem adquirir os do futuro” (MOURA, 2013, p. 95). Por almejamos um modo de organizar o ensino para que os sujeitos, dos anos iniciais, encontrem nas SDA o seu objeto de estudo, convém então analisarmos suas ações, levando em conta o objetivo da tarefa particular.

O lúdico é tomado como o modo de organizar as SDA na tentativa de criar motivos de estudo para as crianças mediante a realidade que ainda lhes pertence, o brincar. Acreditamos que ao buscar soluções para as situações lúdicas planejadas pelo docente, o estudante terá a oportunidade de jogar e desenvolver o pensamento concomitantemente; “o lúdico é compreendido, por nós, como uma forma específica de o homem se relacionar com o mundo, uma forma específica de efetivar suas relações fundamentais de objetivação/apropriação” (NASCIMENTO; ARAÚJO; MIGUEIS, 2010, p. 127).

Nossa preocupação, nesta segunda unidade de análise, centrará nas ações dos sujeitos inseridos no Clube de Matemática. As ações desencadeadas, diante das tarefas particulares pautadas na ludicidade, possibilitaram, às crianças, alcançar os objetivos estipulados pelos professores? De que forma as SDA envolveram os estudantes na formulação de estratégias para solucionar os problemas postos?

Analisar as ações dos sujeitos nos possibilita compreender se eles alcançaram os resultados esperados e nos dá parâmetros “[...] para superar as aparências à procura do que

vem a ser a participação efetiva dos sujeitos que realizam a educação escolar” (MOURA, 2013, p. 90). Não estamos em busca de evidenciar se as crianças estavam em atividade, como proposta por Leontiev (1978, 1983, 1988), devido às limitações objetivas desta investigação, mas buscamos em tal autor a sua compreensão conceitual de motivo na tentativa de compreensão das ações das crianças como meio de solucionar um problema lúdico.

Diante disso, assumiremos que, se a criança estiver envolvida a solucionar uma situação proposta por meio da SDA, ela buscará realizar ações, orientada por objetivos, de forma intencional, por meio de ações planejadas (MOURA, 2013). Tomaremos as crianças no coletivo das ações para compreendermos o significado do ato e seu objetivo.

Analisaremos as ações das crianças, durante a realização do Clube de Matemática, na tentativa de compreender se a estruturação lúdica possibilitou às crianças organizar estratégias de modo a solucionar a tarefa particular proposta pelos professores. Para tanto, organizamos esta seção por meio de um episódio que nos possibilita visualizar o movimento das ações dos educandos durante as SDA específicas.

O episódio é composto por quatro cenas. As cenas 1 e 2 contemplam as ações de grupos distintos de crianças diante da *Trilha dos desafios*, sendo que cada coletivo apresentou qualidade diferente quanto às ações dos sujeitos envolvidos na SDA. Já as cenas 3 e 4 explicitam o posicionamento de diferentes estudantes, durante o *Movimento certo*, diante de uma situação conflituosa, necessitando uma tomada de decisão.

5.2.1 - Episódio 1: A ludicidade: modos de ação distintos diante de uma mesma tarefa particular

Iniciamos este episódio apresentando uma cena referente à *Trilha dos desafios*, SDA que também foi abordada na unidade de análise anterior. Esta tarefa particular foi desenvolvida no terceiro encontro do Clube de Matemática e está inserida no módulo da *Linguagem*, cujo conteúdo matemático é a linguagem simbólica.

O objetivo estabelecido por meio da *Trilha dos desafios* era que as crianças compreendessem as diferentes formas de representação de objetos ou situações por meio simbólico, mediante a resolução de uma tarefa particular. Para tanto, os sujeitos deveriam discutir, entre os pares, as possíveis estratégias e ações para solucionar o percurso estabelecido na situação lúdica proposta e, decidir no coletivo, os meios de transporte adequados a serem utilizados de acordo com a quilometragem.

Os professores Fábio e a Aline organizaram as crianças em três grupos para o desenvolvimento da *Trilha dos desafios*. Nesta cena focamos o agrupamento formado pelos estudantes Danilo, Ester, Solange e Sara, por percebermos indícios de ações não direcionadas ao objeto de estudo por parte de alguns deles.

O momento explicitado, na cena 1, foi o instante em que esse grupo buscava os meios de transporte utilizados em cada percurso da viagem de Goiânia até Aruanã, referentes ao primeiro tabuleiro.

5.2.1.1 - Cena 1: Ações não direcionadas ao objeto de estudo na Trilha dos desafios

1. [...]
2. (As crianças estavam desenvolvendo as ações referentes ao primeiro tabuleiro da *Trilha das leis*, com o kit 1. A Solange tomou a frente na tentativa de solucionar o percurso no tabuleiro e se orientou pelos instrumentos da SDA – o tabuleiro, a tabela de quilometragem e as cartas do kit 1. Solange encontrou os meios de transporte do primeiro percurso – Goiânia até Inhumas – escreveu em sua folha de registro. Sara e Ester cochicharam. Ester retirou a mão de Sara de cima da folha pra ver o que ela havia escrito e copiou. Sara olhou o que Solange escreveu e apagou o que havia escrito).
3. **SOLANGE:** Me empresta aí, Danilo (a tabela de quilometragem). Você está em Inhumas. Percorra mais 60 km até Itaberaí (leu a informação no tabuleiro, pegou a tabela e procurou por meios de transporte que correspondiam a 60 km. O Danilo e a Ester ficaram olhando, esperando a resposta). A moto mais os dois andar (pegou as cartinhas com as figuras e colocou sobre o tabuleiro no espaço do percurso. Sara registrou em sua folha de registro a escolha).
4. **DANILO:** Esses dois aqui? A moto e depois esse (indicou para umas figuras)?
5. **SOLANGE:** Não. A moto mais esses dois meninos aqui que vai dar sessenta. Coloca aí, a moto e... os dois homenzinho. O que que tá escrito aí?
6. **DANILO:** (O Danilo olhou na tabela de quilometragem) Andar.
7. **SOLANGE:** Dois andar.
8. **SARA:** Coloca aqui? (Indicou para a folha de registro do espaço reservado para anotar os meios de transporte utilizados para a quilometragem 60).
9. **SOLANGE:** É. Coloca moto e duas vezes do mesmo, andar, coloca andar. (A Sara indica o local para o registro para a Ester e, em seguida, escreve a orientação da Solange no seu registro. A Ester olha a da Sara e copia).
10. **DANILO:** Aqui. Aqui. (Fala para Ester ao vê-la tentando pegar a resposta de Sara). Uai, coloca moto e andar duas vezes. Aí, coloca 60 (km).
11. **SOLANGE:** Moto, 40 (se referindo ao terceiro percurso do tabuleiro).
12. **DANILO:** Tudo tem que usar moto aqui.
13. [...]
14. **SOLANGE:** Você está na cidade de Goiás. Percorra 175 quilômetros até Aruanã (Leu a informação no tabuleiro).
15. **DANILO:** 170?
16. **SOLANGE:** 175. (A Solange fica com a tabela de quilometragem na mão pensando e o Danilo orienta a Ester sobre a resposta. Ele dita a resposta).
17. **DANILO:** Aqui é moto. Aí você põe 40 (Km).
18. **SOLANGE:** Aqui, oh, é a bicicleta e o helicóptero (os outros participantes registram o que ela falou).

Esta cena se inicia após a explicação dos professores sobre a SDA. As crianças já estavam diante da tarefa particular e o que se esperava era que elas buscassem meios de transporte que pudessem ser utilizados em cada percurso de forma adequada, ou seja,

conforme a quilometragem especificada. Os docentes Aline e Fábio organizaram os sujeitos em grupos para possibilitar a comunicação entre os pares e permitir que todos buscassem ações na tentativa de solucionar o problema.

Contudo, já no primeiro percurso da viagem – Goiânia até Inhumas – percebemos que a Solange passa a desenvolver ações de forma individual, sem haver diálogo para a tomada de decisão no coletivo. Os seus companheiros ficam aquém à situação, esperando um resultado pronto para escrever na folha de registro, como podemos perceber:

[...] A Solange tomou a frente na tentativa de solucionar o percurso no tabuleiro e se orientou pelos instrumentos da SDA – o tabuleiro, a tabela de quilometragem e as cartas do kit 1. Solange selecionou os meios de transporte do primeiro percurso – Goiânia até Inhumas – escreveu em sua folha de registro. Sara e Ester cochicharam. Ester retirou a mão de Sara de cima da folha pra ver o que ela havia escrito e copiou. Sara olhou o que Solange escreveu e apagou o que havia escrito (CENA 1, FLASH 2).

As estudantes, Sara e Ester, não desenvolveram ações com o intuito de apreender o objeto de estudo. Elas almejaram simplesmente registrar uma resposta correta para entregar para os professores e finalizar uma “obrigação”. Ou seja, não desenvolveram diferentes ações para encontrar os meios de transporte adequados, simplesmente copiaram uma resposta já elaborada pela colega: “*[...] Ester tirou a mão de Sara de cima da folha pra ver o que ela havia escrito e copiou. Sara olhou o que Solange escreveu e apagou o que havia escrito*” (CENA 1, FLASH 2).

Ao contrário deste posicionamento, Solange realizou diferentes ações, “[...] sendo cada uma delas rumo ao seu objeto concreto” (LOPES, 2004, p. 78). Solange buscou nos instrumentos pedagógicos da *Trilha dos desafios* – o tabuleiro, a tabela de quilometragem e as cartas do kit 1 - meios para percorrer as distâncias determinadas e não reproduziu o comportamento de seus pares. Ao invés de esperar uma resposta para a obtenção de uma possível aprovação do professor no final da resolução da SDA, ela desenvolveu ações independentemente das suas dificuldades ou dos possíveis erros a serem cometidos.

Me empresta aí, Danilo (a tabela de quilometragem). Você está em Inhumas. Percorra mais 60 km até Itaberaí (leu a informação no tabuleiro, pegou a tabela e procurou por meios de transporte que correspondiam a 60 km. [...]) A moto mais os dois andar (pegou as cartinhas com as figuras e colocou sobre o tabuleiro no espaço do percurso) [...] (SOLANGE, CENA 1, FLASH 3).

Como evidenciamos durante a cena 1, não houve um diálogo dos sujeitos em uma busca comum dos transportes adequados a cada percurso a ser realizado, apesar de terem

alcançado um mesmo resultado, consequência das cópias dos sujeitos das respostas da folha de registro da Solange. Os integrantes deste coletivo não se valeram da comunicação, com o objetivo de planejar conjuntamente as ações, isto por apresentarem motivos diferentes diante de uma mesma tarefa particular. Como afirma Lopes (2004, p. 79), a qualidade dos atos depende dos motivos.

Vários podem ter sido os motivos (LOPES, 2014) que levaram as crianças a estar no Clube de Matemática. Por exemplo: neste espaço, iriam simplesmente brincar, sem a necessidade de desenvolver estratégias para resolução de tarefas particulares; simplesmente, vivenciar uma aula “diferente” em relação àquela que participavam regularmente com seus colegas de turma, como uma possibilidade de se ausentar do ato de estudar; ou vontade de aprender a Matemática por meio de brincadeiras, a ludicidade no ensino, pensamento este desencadeado diante da divulgação dos docentes do Clube de Matemática, anteriormente, ao seu desenvolvimento.

Pressupomos que, nos dois primeiros casos, as crianças poderiam simplesmente cumprir as etapas necessárias à organização do Clube de Matemática, desenvolvendo ações apenas para apresentar um resultado para o docente. Na última hipótese citada, o envolvimento seria no sentido de compartilhar saberes e aprender os conteúdos da SDA levando em conta a ludicidade no ensino.

Assumimos que simplesmente tomarmos as SDA, mediante a ludicidade para possibilitar às crianças motivos à aprendizagem, não é suficiente, dada a complexidade do processo de ensino e aprendizagem; o jogo é tido como uma forma didática de trabalhar com os conteúdos e conhecimentos (NASCIMENTO, ARAÚJO, MIGUEIS, 2010), não como a única faceta da organização do processo formativo.

Acreditamos que esse fato não desqualifica o seu potencial diante do ensino para os anos iniciais, somente nos permite concluir que existem outras facetas intrínsecas às questões sociais que devemos levar em conta quando analisamos o posicionamento de um sujeito diante de uma situação em específico (NASCIMENTO, ARAÚJO, MIGUEIS, 2010).

Assim, quando nos deparamos com uma mesma tarefa particular em que as crianças se posicionam de maneiras distintas, acreditamos que as particularidades das situações de vida destes sujeitos desencadearam olhares distintos dos indivíduos diante de uma mesma situação, construindo sua individualidade. Analisar o porquê das ações de cada sujeito na *Trilha dos desafios* mediante sua história de vida não é aqui nosso intuito, mas, sim, perceber quais ações propiciaram alcançar o objeto de estudo.

No *flash* seguinte: “[...] Coloca moto e duas vezes do mesmo, andar, coloca andar. (A Sara indica o local para o registro para a Ester e, em seguida, escreve a orientação da Solange no seu registro. A Ester olha a da Sara e copia)” (SOLANGE, CENA 1, *FLASH* 9), percebemos que os objetos que mobilizam as crianças são distintos. Enquanto a Solange desenvolveu ações para solucionar a *Trilha dos desafios*, a Sara e a Ester somente escreveram a resposta no registro, independente de qual fosse.

Danilo, ao entender que a Ester tinha o interesse somente nas respostas finais de cada percurso, passou a orientá-la com esse intuito: “Aqui. Aqui. (Fala para Ester ao vê-la tentando pegar a resposta de Sara). Uai, coloca moto e andar duas vezes. Aí, coloca 60 (km)” (DANILO, CENA 1, 10). Ele não buscou explicar o porquê da escolha de tais meios de transporte, somente falou a resposta como a estudante almejava. Enquanto isso, Solange buscou a solução para o próximo percurso – Itaberá até a Cidade de Goiás - de forma individual e anunciou para os seus pares: “Moto, 40 (se referindo ao terceiro percurso do tabuleiro)” (SOLANGE, CENA 1, 11).

No decorrer da cena 1, Solange continua com o mesmo posicionamento, desenvolvendo ações para finalizar o percurso até Aruanã, contudo o faz de forma individual e verbaliza para os seus companheiros: “Aqui, oh, é a bicicleta e o helicóptero (os outros participantes registram o que ela falou)” (SOLANGE, CENA 1, *FLASH* 18). Danilo, Ester e Sara concluíram o percurso ao mesmo tempo que Solange, mas com outra qualidade. Enquanto a Solange tentou solucionar a SDA, os outros integrantes simplesmente copiaram as respostas: “[...] os outros participantes registram o que ela falou [...]” (SOLANGE, CENA 1, *FLASH* 18).

Em contraposição a esta cena, selecionamos a cena 2 composta por um diálogo de outro grupo de estudantes diante da mesma SDA, *Trilha dos desafios*. Contudo, nesta cena percebemos indícios de ações com outra qualidade, quando tomamos como referência o grupo anteriormente analisado.

Esta cena está localizada no desenvolvimento da *Trilha dos desafios*, em instantes depois da cena 1. É composta pelo diálogo de outro grupo de estudantes, incluindo Isaque, Igor, Bruno e José, que se encontravam diante do segundo tabuleiro da tarefa particular, cuja viagem era de uma fazenda até a cidade do Rio de Janeiro. O professor Fábio entregou o material para as crianças e explicou o novo percurso a ser realizado.

Os instrumentos pedagógicos eram o tabuleiro, a tabela de quilometragem, que permaneceu a mesma independentemente do tabuleiro e do trajeto, e o kit 3 (apêndice 2).

Nesta etapa havia mais peças (cartas representando os meios de transportes) do que a quilometragem dos percursos, sobrando algumas na conclusão das ações.

5.2.1.2 - Cena 2: Sujeitos no movimento de apreensão do objeto de estudo na *Trilha dos desafios*

1. [...]
2. **PROF. FÁBIO:** Vamos lá... a última etapa do jogo. Vou ler pra vocês.. visita ao Rio de Janeiro. Vocês devem completar os espaços... utilizando os meios de transporte fornecidos. Hoje você tem um desafio. Sair da sua fazenda e ir conhecer o Rio de Janeiro. Durante a viagem você fará algumas paradas, conhecendo outros estados brasileiros (prof. Fábio leu as informações no tabuleiro e os estudantes prestaram atenção à explicação). Então, na partida, olha só, o rio tem 30 quilômetros de largura. Como você irá atravessá-lo? Então, vamos lá.
3. (Os estudantes se debruçaram sobre a mesa, perto do material pedagógico, e começam a formular estratégias juntos).
4. **PROF. FÁBIO:** Quais os meios de transporte vocês vão usar para andar 30 quilômetros? (Referindo-se ao percurso para atravessar o rio).
5. **BRUNO:** O nado e o barco.
6. **IGOR:** 10 e 20 km.
7. **BRUNO:** Tio (professor), o nado e o barco, oh (colocaram as cartas com as figuras dos meios de locomoção sobre o tabuleiro).
8. **PROF. FÁBIO:** Quanto que vale o nado? 10. E o barco? 20. Então tá certo.
9. **IGOR:** Também podia usar o paraquedas e a bike (pensando somente na quilometragem).
10. **PROF. FÁBIO:** A bike? Será que a bike vai...
11. **JOSÉ:** Vai andar em cima da água (risos).
12. **PROF. FÁBIO:** Andar na água?
13. **ISAQUE:** É, Igor.
14. **JOSÉ:** 220 (a próxima quilometragem a ser percorrida no tabuleiro).
15. **IGOR:** Peraí, tem um aqui de 220. Pega o trem e...
16. **JOSÉ:** O barco.
17. **IGOR:** Mas não tem água também. Oh, você está em Goiânia.
18. **JOSÉ:** Pega dois andar.
19. (Todos os quatro olharam para o tabuleiro e ficaram pensando).
20. **BRUNO** Pega o helicóptero.
21. **IGOR:** O helicóptero? Cadê? (O Bruno apontou) Não.
22. **BRUNO** O trem...
23. **IGOR:** E dois andar. O trem e dois andar. Agora é mil quilômetros. Nossa.
24. [...]

Nesta cena, o professor leu as instruções contidas no tabuleiro para que as crianças percebessem que o percurso iria de uma fazenda até a cidade do Rio de Janeiro. Fábio preocupou-se em enfatizar que no primeiro trajeto, desta última etapa da *Trilha dos desafios*, os estudantes teriam que “atravessar” um rio, não podendo escolher qualquer meio de transporte para locomoção.

Vamos lá... a última etapa do jogo. Vou ler pra vocês.. visita ao Rio de Janeiro. Vocês devem completar os espaços... utilizando os meios de transporte fornecidos. Hoje você tem um desafio. Sair da sua fazenda e ir conhecer o Rio de Janeiro. Durante a viagem você fará algumas paradas, conhecendo outros estados

brasileiros (prof. Fábio leu as informações no tabuleiro e os estudantes prestaram atenção à explicação). Então, na partida, olha só, o rio tem 30 quilômetros de largura. Como você irá atravessá-lo? Então, vamos lá. (PROF. FÁBIO, CENA 2, 2)

No início desta cena, visualizamos um posicionamento diferente deste grupo, quando confrontamos com a cena anterior. Os estudantes estavam todos atentos à explicação do professor para depois ter a possibilidade de buscar diferentes modos de ação a fim de solucionar o problema (LOPES, 2004): *“Os estudantes se debruçaram sobre a mesa, perto do material pedagógico, e começam a formular estratégias juntos”* (CENA 2, FLASH 3).

Fábio, ao notar a atenção dos estudantes, lançou uma indagação com o intuito de provocar os sujeitos ao estudo: *“Quais os meios de transporte vocês vão usar para andar 30 quilômetros? (Referindo-se ao percurso para atravessar o rio)”* (PROF. FÁBIO, CENA 2, 4). Diante disso, os estudantes iniciaram suas ações na busca da solução da situação apresentada pelo docente. Ao chegar a uma combinação de meio de transporte possível, o Bruno chamou o Fábio para mostrar a ação desenvolvida: *“Tio (professor), o nado e o barco oh (colocaram as cartas com as figuras dos meios de locomoção sobre o tabuleiro)”* (BRUNO, CENA 2, FLASH 7).

A ação das crianças para solucionar a SDA deve ser intencional e dirigida a um fim (MOURA, 2013). Como o objeto a ser concretizado, pelas crianças, é o estabelecimento de meios de transporte adequados à quilometragem especificada, deve haver a comunicação e troca de saberes entre as crianças, por ser um grupo que determina as ações que representam todos os sujeitos, não um conjunto de ações individuais desconexas, e pelas tomadas de decisões concretizarem as ações planejadas.

Ao refletir sobre a quilometragem desse percurso, desconsiderando o fato de ser um rio, Igor levantou outra hipótese de ação: *“Também podia usar o paraquedas e a bike (pensando somente na quilometragem)”* (IGOR, CENA 2, 9). O grupo, ao invés de desconsiderar o discurso do colega, direcionou suas atenções para mostrar para Igor que essa ação não era a mais adequada: *“Vai andar em cima da água (risos)”* (JOSÉ, CENA 2, 11) e *“É, Igor”* (ISAQUE, CENA 2, 13), manifestação de concordância com a afirmação de José para Igor.

No decorrer desta cena, os estudantes mantêm a comunicação e a busca pela escolha adequada dos outros meios de transporte, tendo como característica principal a tomada de decisão em comum acordo por todos os integrantes do grupo. Nenhum dos garotos ficou esperando a resposta ser enunciada para registrar, mas se envolveram para que a

resolução da SDA fosse feita por todos: “(Todos os quatro olharam para o tabuleiro e ficaram pensando)” (CENA 2, FLASH 19).

Podemos afirmar que a SDA mobilizou este grupo de crianças ao estudo, pois gerou nelas a elaboração de planos de ações para concretizar o objeto idealizado (MOURA, 2013) – a organização dos meios de transporte para cada percurso da viagem explicitado no tabuleiro. Esta tarefa particular de caráter lúdico, para este grupo de estudantes, diante da análise das suas ações, nos dá indícios de que estes sujeitos criaram motivos à aprendizagem.

Como evidenciamos nestas duas cenas iniciais, uma mesma SDA possibilitou manifestações de ações distintas nos sujeitos dos dois grupos analisados, pois a mesma tarefa particular não desencadeou os mesmos motivos nos sujeitos, diferenciando-se a qualidade dos atos (LOPES, 2004). Justificamos tal fato, por um lado, pelas condições sociais de vida dos indivíduos envolvidos no Clube de Matemática. O desenvolvimento das crianças depende das condições pessoais, sendo estas condicionadas às relações sociais e ao lugar que este ocupa nessas relações (LOPES, 2004).

As ações dos estudantes, diante das outras SDA, durante o desenvolvimento do Clube de Matemática, apresentaram um caráter semelhante ao exposto nas duas cenas iniciais deste episódio. Diante das limitações objetivas de mostrar as ações de todos os sujeitos durante todos os encontros, selecionamos mais duas cenas, 3 e 4, e duas crianças com maior destaque para compô-las, Camila e Igor. Estes sujeitos foram escolhidos por evidenciarem uma maior disparidade nas ações durante a realização do *Movimento certo*.

As cenas 3 e 4 estão inseridas no *Movimento certo*, no módulo do *Desconhecido*, desenvolvido no quinto encontro. As ações de Camila e de Igor são postas em análise por corroborar para a nossa discussão sobre as ações das crianças, como forma de compreender se a estruturação lúdica possibilitou a eles, e aos demais estudantes, organizarem estratégias de modo a solucionar a tarefa particular.

A próxima cena inicia-se no decorrer do desenvolvimento do *Movimento certo*, no qual algumas crianças já tinham realizado algumas retiradas de garrafas de ambos os lados das mesas A e B, com o intuito de descobrir a capacidade oculta do balde. Como todas as crianças do Clube de Matemática tinham que desenvolver ações durante a tarefa particular, o momento descrito foi quando Camila se direcionou para as mesas para realizar sua jogada.

5.2.1.3 - Cena 3: Ações desconexas com objeto de estudo

1. [...]
2. **PROF.^a ALINE:** 600 ml (Camila pega a garrafa de 600 ml e devolve logo em seguida, demonstrando indecisão) 1 litro (A Camila pegou a garrafa de 1 litro)... Lembrando que, se você quiser, você pode trocar! Por exemplo, aí no lado do balde tem garrafas com quantidades maiores. Você pode trocar por essas daqui que são menores, ó (mesa extra)! Se você quiser...
3. **IGOR:** Pega uma daí e leva pra lá (para a mesa extra para realizar a troca)...
4. **PROF.^a ALINE:** Desde que seja o mesmo tanto.
5. **BRUNO:** Ah, eu já sei!
6. **PROF.^a ALINE:** Você vai trocar quanto?
7. **CAMILA:** Pegar a garrafa de 600.
8. **PROF.^a ALINE:** 600... você vai trocar como?
9. (Camila troca a garrafa de 600 por uma de 500).
10. **PROF.^a ALINE:** Não... tem que ser da mesma quantidade.
11. **CAMILA:** Da mesma quantidade?
12. **PROF.^a ALINE:** Sim
13. (Camila troca a de 600 por outra de 600)
14. **PROF.^a ALINE:** Trocar uma de 600 por outra de 600 não adianta, né!?
15. **ESTUDANTES:** Não!!!
16. **CAMILA:** Ah não... mais de novo!
17. **IGOR:** Faz as contas aí. Somando até dar 600.
18. **PROF.^a ALINE:** Ah, você escutou o que eles estão falando! Você tem que juntar um tanto aí pra dá 600. Ajudem ela aqui, ó.. ela quer trocar uma de 600, ela pode trocar como?
19. **ANA:** Duas de 300.
20. **PROF.^a ALINE:** Tem duas de 300? (O Igor levanta para ajudar a Camila).
21. **IGOR:** Tem uma de 400 e uma de 200?
22. **PROF.^a ALINE:** Não tem duas de 300?
23. **CAMILA:** Não!
24. **PROF.^a ALINE:** Qual outra troca que ela pode fazer aqui?
25. **IGOR:** Uma de 350 e outra de 250.
26. **PROF.^a ALINE:** Tem uma de 250 e 350? Olha aí se tem.
27. **IGOR:** 350 tem!
28. **PROF.^a ALINE:** E 250?
29. **CAMILA:** Essa?
30. **PROF.^a ALINE:** Isso é 150!
31. **IGOR:** Pega essa de 150 aí.
32. **ISAQUE:** Pega mais uma de 100
33. **IGOR:** E pega mais uma de 100...
34. **PROF.^a ALINE:** Tem alguma de 100?
35. **SARA:** Tem!
36. **IGOR:** Pega uma de 100 e uma de 150.
37. **PROF.^a ALINE:** 150 né, o quê você disse?
38. **IGOR:** Mais uma de 150... Aí, agora deu 600!
39. **PROF.^a ALINE:** Deu 600? Certeza? 350 mais 150, dá quanto?
40. **IGOR:** 500.
41. **PROF.^a ALINE:** É? Todo mundo concorda ou todo mundo tá dormindo? (Os estudantes começaram a ficar dispersos). Bruno... eles tão fazendo uma troca ali ó. Eles pegaram uma garrafa de 600 lá daquele lado lá e tão trocando por essas três aqui ó: 350 mais 150, quanto que dá?
42. **BRUNO:** Quinhentos!
43. **PROF.^a ALINE:** 500! Mais 100?
44. **IGOR:** 600!
45. **PROF.^a ALINE:** Então deu, né?
46. **IGOR:** Então vai, agora...
47. **PROF.^a ALINE:** Agora pega elas e põe naquela mesa lá!
48. **CAMILA:** As três (garrafas)?
49. **PROF.^a ALINE:** As três, né.. você não trocou 600 por elas? Agora você pode trocar. Vê se tem alguma que dá...
50. **IGOR:** Pega a.... pega uma de (Bruno tampa a boca de Igor)
51. **PROF.^a ALINE:** Tem alguma aí q dá pra você trocar? Vê aí... Tem 100 do lado de cá (mesa B)..
52. **CAMILA:** Tem 350..
53. **PROF.^a ALINE:** Tem 350? Dos dois lados?

54. **IGOR:** Então tira as duas.

55. **PROF.^a ALINE:** Então retira elas e põe aqui. 350 e 350.

Nesta cena, nosso olhar pautou-se com uma maior ênfase nas ações da Camila. Ela iniciou sua participação no *Movimento certo*, escolhendo uma garrafa para retirar das mesas. Primeiramente pega uma de 600 mililitros, devolve-a e seleciona uma de um litro. A professora, percebendo que a Camila não teria como realizar uma combinação de garrafas com a mesma quantidade em ambos os lados A e B, aconselha a estudante: “[...] Lembrando que, se você quiser, você pode trocar! Por exemplo, aí no lado do balde tem garrafas com quantidades maiores. Você pode trocar por essas daqui que são menores, ó (mesa extra)! Se você quiser...” (PROF.^a ALINE, CENA 3, 2).

Aline aconselha Camila, mas não afirma qual é a ação referida que ela deve realizar, frisando no final da fala: “Se você quiser...” (PROF.^a ALINE, CENA 3, 2). Contudo, quando a professora mencionou a palavra “trocar”, a estudante entendeu que era um trocar por trocar, sem estabelecer um nexos, durante as suas ações. Como percebemos no momento em que Camila abandonou novamente a garrafa de um litro, pegou a de 600 mililitros e realizou a seguinte correspondência: “(Camila troca a garrafa de 600 por uma de 500)” (CENA 3, FLASH 9).

Aline intermediou a ação no mesmo instante, diante da troca indevida de Camila: “Não... tem que ser da mesma quantidade” (PROF.^a ALINE, CENA 3, 10). A resposta da estudante demonstra a sua falta de compreensão do significado de sua ação: “Da mesma quantidade?” (CAMILA, CENA 3, FLASH 11). Constatamos que a ação desencadeada pela estudante, neste instante, não condiz com os resultados esperados por meio da SDA.

A SDA, quando tomada de forma unilateral em nossa análise, desconsiderando os aspectos sociais e vivências desta criança, não desencadeou na Camila um plano de ação que lhe permitisse concretizar a troca de garrafas de mesmas quantidades. A estudante não se orientou pelos objetivos da tarefa particular, não agindo por meio de ações planejadas (MOURA, 2013).

Quando a professora confirmou que ela deveria trocar a garrafa por outra de mesma quantidade, a estudante realizou outra ação desconexa com relação ao objetivo da SDA: “(Camila troca a de 600 por outra de 600)” (CAMILA, CENA 3, FLASH 13). Por meio deste *flash* 13, constatamos que as ações de Camila eram efetivadas apenas para “cumprir” com a organização da SDA proposta pela docente, uma vez que todas as crianças deveriam participar das ações. Com isso, o motivo que impulsionou a estudante não era

descobrir a capacidade do balde, mas somente realizar a ação, da vez, como todos os demais realizaram.

A Aline explicou a SDA no início do encontro, vários outros estudantes tinham realizado as trocas e as retiradas, mediante as orientações da docente durante as ações e os registros. Contudo, a Camila aparentou estar dispersa a estas questões, haja vista não perceber que as trocas não seriam pela mesma garrafa, mas pela combinação de capacidades menores. Com isso, a Aline enfatizou: *“Trocar uma de 600 por outra de 600 não adianta, né!?”* (PROF.^a ALINE, CENA 3, 14), e os demais estudantes advertiram: *“Não”* (ESTUDANTES, CENA 3, 15).

A Camila não realizou a reconstrução, a reorganização e a modificação dos esquemas das ações, como contemplado por Lopes (2004), sendo necessária a orientação da professora e das outras crianças para que a estudante pudesse realizar ações adequadas ao objeto de estudo: *“Ahh, você escutou o que eles estão falando! Você tem que juntar um tanto aí pra dá 600. Ajudem ela aqui, ó.. ela quer trocar uma de 600, ela pode trocar como?”* (PROF.^a ALINE, CENA 3, 18). Diante do comentário da professora, os estudantes advertiram a Camila sobre as possíveis trocas de garrafas, mas mesmo assim ela demonstrou incompreensão das orientações sobre as ações.

Essa falta de compreensão da Camila, atribuída às suas ações, pode ser percebida no momento em que seus companheiros encontraram uma combinação de garrafas adequada para 600 mililitros que foi: 350, 150 e 100 ml. A professora então afirma: *“Agora pega elas e põe naquela mesa lá!”* (PROF.^a ALINE, CENA 3, 47), se referindo à troca a ser realizada pela estudante. A Camila então indaga: *“As três (garrafas)?”* (CAMILA, CENA 3, FLASH 48). Por mais que a professora orientasse e seus companheiros advertissem - *“Faz as contas aí. Somando até dar 600”* (IGOR, CENA 3, 17) -, a Camila ainda não apreendeu o significado de suas ações para a solução da SDA.

Concordamos com Rigon, Asbahr e Moretti (2010) que é da responsabilidade do professor organizar situações didáticas que favoreçam o desenvolvimento dos estudantes. No nosso caso, buscamos a concretização desse ideal por meio das SDA caracterizadas pela ludicidade. Por meio delas, almejamos proporcionar aos estudantes,

[...] um querer aprender, uma vez que esse não é um valor natural, mas construído historicamente. Construir o motivo de aprender é fundamentalmente uma função educativa que, diga-se de passagem, vem sendo menosprezada por grande parte dos educadores. No entanto, é evidente que muitos dos elementos envolvidos na construção do motivo de aprender ultrapassam o âmbito de atuação do educador (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 32).

Nesta cena e nas anteriores desta unidade de análise, evidenciamos que a ludicidade como característica nas SDA não é suficiente para elaboração de motivos para o estudo por todos os sujeitos, visto que o processo de ensino é complexo e muitos outros elementos sociais devem ser levados em consideração (RIGON, ASBAHR, MORETTI, 2010). Contudo, esta conclusão não inviabiliza a relevância da ludicidade como aspecto da organização educacional.

Acreditamos na relevância de tal fundamento organizacional perante trechos das cenas em que evidenciamos ações dos sujeitos direcionadas ao objeto de estudo – “*Dois de 300*” (ANA, CENA 3, 19), discurso de Ana para sugerir uma possível troca com uma garrafa de 600 mililitros. Embora o professor tenha limites na sua atuação (RIGON, ASBAHR, MORETTI, 2010, p. 32), “criar condições para que o estudante queira aprender deve ser um dos objetivos de sua atividade de ensino”.

Nesta perspectiva, na tentativa de buscar indícios que demonstrem que as condições elaboradas no experimento didático possibilitaram o desenvolvimento de um querer aprender em alguns estudantes, para concluir este episódio, apresentamos a última cena que o compõe. Em contraposição à cena anterior, destacamos as ações de Igor, estudante que demonstrou construir o motivo para o estudo em diversos momentos das cenas analisadas.

A cena 4 também está inserida no desenvolvimento do *Movimento Certo*, no momento final das ações das crianças. O Igor, ao perceber que os estudantes estavam tendo dificuldades para realizar as trocas favoráveis às retiradas das garrafas, na sua oportunidade de agir, realizou uma jogada com o intuito de ajudar o grupo. Ele poderia simplesmente ter retirado uma garrafa de cada mesa com o valor de 100 ml em cada (A e B), pois essa opção existia naquele momento, contudo preferiu organizar um esquema de ações individuais, com vista a uma melhor perspectiva comum de interação (LOPES, 2004).

5.2.1.4 - Cena 4: Indícios de construção do motivo para o estudo

1. [...]
2. **DANILO:** Ah não! Por que você não pega uma de 100 e uma 100 aqui logo (se referindo as garrafas das mesas A e B)? Trem mais fácil.
3. (Neste momento, as crianças já tinham realizado muitas retiradas e trocas de garrafas, o que desencadeou que o lado A (do balde) apresentava muitas garrafas com capacidades pequenas e o lado B com capacidades grandes o que não possibilitava a combinação de valores. Igor, ao perceber que este fato estava dificultando as ações de seus colegas do grupo, na sua oportunidade de realizar a jogada, buscou solucionar este problema).
4. **JOSÉ:** Pega a de 100 logo.
5. **IGOR:** Deixa eu (Igor estava parado, olhando para as garrafas da mesa extra e refletindo).

6. **PROF.^a ALINE:** Deixa ele fazer.
7. **DANILO:** Deixa ele trocar.
8. **IGOR:** É pra ficar mais daqui (lado B) que tem lá (lado A).
9. **PROF.^a ALINE:** Por qual que você vai trocar?
10. **IGOR:** Por essa aqui de 3 litros. Vê se tá certo (pegou as garrafas de troca e mostrou para a prof.^a Aline)
11. **BRUNO:** Pega a de três litros (para fazer a troca).
12. **IGOR:** 600, 1200, aí dá 1800. Mais essas duas aqui, aí já deu 3litros, né!
13. **PROF.^a ALINE:** Isso! Agora pega (troca) a de três litros. (Igor pega a garrafa de 3 litros e coloca na mesa extra). Agora faz a troca necessária lá! Agora melhorou, né, pra todo mundo!
14. **Igor:** É isso que eu tava querendo fazer faz tempo (Igor retirou uma garrafa de 600 ml de ambos os lados).
15. **PROF.^a ALINE:** 600 ml ele tirou, de um lado e do outro.
16. [...]

Almejamos explicitar que o jogo utilizado nos anos iniciais, de modo intencional, por meio da SDA lúdica, permite aos estudantes, não tomando-os em sua totalidade, diante de outros elementos sociais que influenciam as ações subjetivas de cada sujeito, relacionarem-se com o mundo de acordo com sua realidade momentânea, o ser criança, e desenvolver seu psiquismo. Segundo Nascimento, Araújo e Migueis (2010, p. 118),

Por meio de sua atividade principal, o jogo protagonizado, ela [a criança], ao mesmo tempo que se relaciona com este mundo (modos de produção), desenvolve funções psíquicas superiores que lhe permitirão assumir outro lugar no sistema de relações sociais, apropriando-se de outras esferas da vida, de outras atividades e de outras formas de conduta.

Neste sentido, destacamos as ações de Igor diante do *Movimento certo*, como modo de evidenciar, por meio dos *flashes* (SILVA, 2014), momentos chaves que demonstram indícios de desenvolvimento do pensamento da criança por meio de sua ação diante da SDA lúdica. Ao se deparar com a oportunidade de retirar as garrafas de ambas as mesas, Igor teve a possibilidade de mover 100 mililitros de cada lado (A e B) e finalizar sua ação, sem exigir muito esforço: “Ah não! Por que você não pega uma de 100 e uma 100 aqui logo (se referindo as garrafas das mesas A e B)? Trem mais fácil” (DANILO, CENA 4, 2).

Igor almejava ir além da simples ação de retirar as garrafas de 100 mililitros das duas mesas, queria ajudar os outros colegas nas ações posteriores, como pode ser compreendido no trecho a seguir:

(Neste momento, as crianças já tinham realizado muitas retiradas e trocas de garrafas, o que desencadeou que o lado A (do balde) apresentava muitas garrafas com capacidades pequenas e o lado B com capacidades grandes o que não possibilitava a combinação de valores. Igor, ao perceber que este fato estava dificultando as ações de seus colegas do grupo, na sua oportunidade de realizar a jogada, buscou solucionar este problema) (CENA 4, 3).

No momento inicial, os estudantes não compreenderam o intuito de Igor e passaram a questioná-lo quanto a sua demora e os instantes de reflexão. Contudo, isso não interferiu no plano de ação do estudante: “*Deixa eu (Igor estava parado, olhando para as garrafas da mesa extra e refletindo)*” (IGOR, CENA 4, FLASH 5). Com isso, Igor pegou a garrafa de 3 litros de uma mesa e trocou por três outras de valores menores que, unidas, resultavam no valor inicial: “*600, 1200, aí dá 1800. Mais essas duas aqui, aí já deu 3litros, né!*” (IGOR, CENA 4, FLASH 12).

O *flash* 12 nos dá indícios de que Igor superou a simples compreensão de que deveria retirar, em sua jogada, garrafas de ambos as mesas com a mesma capacidade. Percebeu que sua ação poderia facilitar as dos seus pares, demonstrando uma visão que contemplava a totalidade do jogo, tendo em conta as ações futuras. Acreditamos que a situação lúdica possibilitou, ao estudante, desenvolver ações que favoreceram o desenvolvimento do seu pensamento; formou-se, assim, a necessidade do conhecimento, o desejo ou a predisposição para tal (NASCIMENTO; ARAÚJO; MIGUEIS, 2010).

No discurso da professora, podemos evidenciar o salto qualitativo concernente à ação de Igor, quando contemplamos sua jogada diante da construção de uma ação coletiva: “*Isso! Agora pega (troca) a de três litros. (Igor pega a garrafa de 3 litros e coloca na mesa extra). Agora faz a troca necessária lá! Agora melhorou, né, pra todo mundo!*” (PROF.^a ALINE, CENA 4, FLASH 13). Ele almejou realizar uma ação que fosse além da retirada de garrafas, planejando a mesma em momentos que antecederam sua ação: “*É isso que eu tava querendo fazer faz tempo [...]*” (IGOR, CENA 4, 14).

Compartilhamos com Nascimento, Araújo e Migueis (2010, p. 119) da compreensão dos anos iniciais do ensino como uma fase formativa, no qual

A infância é um dos vários momentos de aprendizagem. Ela não é delimitada por faixas etárias rígidas e pelo processo de maturação, mas sim pela atividade principal que possibilita a modificação das funções psíquicas. Estas adquirem formas cada vez mais evoluídas, ampliando a compreensão e a atuação do sujeito no meio social. Para alcançar essas modificações das funções psíquicas na infância, nas quais os conceitos vão se articulando entre si, criando generalizações cada vez mais amplas e complexas, dando aos sujeitos maior agilidade de pensamento, maior liberdade intelectual e, conseqüentemente, a possibilidade de intervenções cada vez mais conscientes por parte desses sujeitos na sua realidade, reafirma-se que a aprendizagem escolar é extremamente importante.

As SDA lúdicas foram o meio que escolhemos para organizar o ensino na tentativa de construir a base necessária para o desenvolvimento do pensamento teórico. A concretização do conhecimento teórico é idealizada por meio de processos interativos em que

as concepções derivadas do senso comum possam ser transformadas em conceitos científicos (NASCIMENTO; ARAÚJO; MIGUEIS, 2010), mediante o processo de ensino e aprendizagem concretizado posteriormente ao desenvolvimento do Clube de Matemática. As tarefas particulares foram organizadas na tentativa de possibilitar às crianças o questionamento do senso comum diante da perspectiva de solucionadores de SDA.

Tendo em conta o que foi discutido, os anos iniciais do ensino são tidos como uma fase formativa, na qual buscamos o desenvolvimento do pensamento das crianças de forma a superar o pensamento empírico. Tomamos a realidade das crianças e, diante dela, buscamos o desenvolvimento dos sujeitos mediante as tarefas particulares.

Ao retornamos à análise das cenas deste episódio, observamos que Igor apresentou uma postura diferente da Camila, quando confrontado à cena anterior, pois apresentou predisposição à aprendizagem. Este fato nos permite concluir que uma mesma SDA lúdica desencadeia motivos diferentes para sujeitos diferentes, explicitando a complexidade de analisar a predisposição das crianças para o estudo somente tendo em conta os aspectos concernentes à escola.

Diante da limitação de tomar como referência os aspectos sociais e as vivências das crianças, nos limitamos a perceber que a ludicidade, quando tomada como característica basilar das SDA, permite à criança se relacionar com o mundo por meio do jogo e, ao mesmo tempo, desenvolver seu pensamento (NASCIMENTO; ARAÚJO; MIGUEIS, 2010). Não almejamos aqui generalizar e eleger a ludicidade como a estruturação pedagógica que possui o potencial de despertar em todas as crianças a necessidade do conhecimento, mas sim evidenciar sua contribuição para o modo de organizar o ensino para os anos iniciais no Ensino Fundamental.

As cenas contempladas neste episódio foram escolhidas de modo a mostrar que o processo de ensino e aprendizagem não é concretizado de forma linear por todos os sujeitos. Por mais que o experimento didático tenha sido estruturado, pautado por uma intencionalidade da pesquisadora e dos docentes do OBEDUC, na ludicidade, como possibilidade para a construção do motivo ao estudo, há as limitações das SDA como instrumento pedagógico. Por isso, elas serão analisadas na próxima unidade de análise, assim como os elementos envolvidos na organização social e econômica.

Sintetizamos as ideias centrais abordadas neste episódio no quadro 10, a seguir, lembrando que as cenas foram selecionadas com o objetivo de analisar as ações das crianças, durante a realização do Clube de Matemática, para a compreensão da estruturação lúdica

como possibilidade, das crianças, para organizar estratégias de modo a solucionar as tarefas particulares propostas pelos professores.

Episódio 1: A ludicidade: modos de ação distintos diante de uma mesma tarefa particular		
Cenas	Ações e reflexões	Desdobramentos
Cena 1. Ações não direcionadas ao objeto de estudo na <i>Trilha dos desafios</i>	Algumas crianças não desenvolveram ações com o intuito de apreender o objeto de estudo. Elas almejavam simplesmente registrar uma resposta correta para entregar para os professores e finalizar uma “obrigação”.	Manifestações de ações com qualidades distintas: enquanto uma estudante desenvolveu ações para percorrer o trajeto até Aruanã, de forma individual, os seus companheiros simplesmente copiaram as respostas registradas.
Cena 2. Sujeitos no movimento de apreensão do objeto de estudo na <i>Trilha dos desafios</i>	A SDA lúdica mobilizou este grupo de crianças ao estudo, pois gerou nelas a elaboração de planos de ações para concretizar o objeto idealizado (MOURA, 2013) – a organização dos meios de transporte para cada percurso da viagem explicitado no tabuleiro.	Comunicação e troca de saberes entre as crianças, caracterizada pelas tomadas de decisões coletivas como meio de concretizar as ações planejadas.
Cena 3. Ações desconexas com objeto de estudo	A estudante analisada não se orientou pelos objetivos da tarefa particular, não agindo por meio de ações planejadas (MOURA, 2013).	Dispersão da estudante, não percebendo a relação das trocas com a combinação de capacidades menores.
Cena 4. Indícios de construção do motivo para o estudo	O estudante analisado superou a simples compreensão das ações adequadas a um fim. Analisou o jogo em sua totalidade e não somente restrito à individualidade de sua ação.	A SDA lúdica possibilitou ao estudante desenvolver ações que favoreceram o desenvolvimento do seu pensamento; formou-se, assim, a necessidade do conhecimento, o desejo ou a predisposição para tal.

Quadro 10: Síntese do movimento das ações dos educandos durante SDA, tomando a ludicidade como elemento desencadeador da aprendizagem, episódio 1, unidade 2.

Diante das manifestações orais e escritas das crianças, explicitadas nas duas unidades iniciais, contemplamos a ludicidade nas SDA e as ações e reflexões coletivas durante o Clube de Matemática. Na busca pela apreensão do nosso objeto de pesquisa, nos direcionaremos, na última unidade de análise, a seguir, aos indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

5.3 - Unidade 3: Indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica

A terceira e última unidade de análise refere-se aos indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica. Analisamos as crianças, durante a resolução das SDA: se elas apreenderam o objeto de aprendizagem, perpassando por um processo de compreensão da necessidade de representação de uma linguagem algébrica simbólica para o início de um processo de generalização.

O processo de apropriação, segundo Leontiev (1978), possibilita ao homem criar aptidões novas, funções psíquicas novas. Consequentemente, possibilita transformações qualitativas no modo de agir e de refletir diante de situações concretas. O sujeito tem a possibilidade de reestruturar as ideias e organizar suas ações, com o intuito de solucionar um problema, ou apreender um objeto idealizado.

Levando em conta os pressupostos de Leontiev (1978), partimos da pressuposição de que as crianças, diante das SDA, do Clube de Matemática, apresentam indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos ao demonstrar novas aptidões, por meio de transformações qualitativas no modo de agir e refletir.

Tomaremos como suporte teórico, nesta última unidade de análise, as contribuições de Leontiev (1978), Davydov (1989), Sousa (2004), Ifrah (2005), Lanner de Moura e Sousa (2005). Sousa (2004), Ifrah (2005), Lanner de Moura e Sousa (2005), ao nos direcionarmos aos aspectos concernentes aos nexos conceituais da álgebra simbólica, e Leontiev (1978) e Davydov (1989), ao focarmos nos indícios de apropriação dos nexos conceituais por meio das tarefas particulares.

Tomaremos como parâmetro as manifestações orais e escritas das crianças, bem como suas ações durante o processo. Analisaremos as ações dos estudantes, ao buscar solucionar as SDA, na tentativa de perceber possíveis indícios de sua transformação para o que Leontiev (1978) nomeou por operações.

Tendo como referência os conceitos de ação e operação, explicitados por Leontiev (1978), tomamos o cuidado de ressaltar que não pressupomos que os estudantes estavam em atividade durante o Clube de Matemática, pois há singularidades deste conceito que nossa pesquisa não contempla para realizar tal afirmação. Tomamos as ideias intrínsecas ao conceito

de atividade, por almejarmos que os estudantes estejam em atividade, tendo em vista um objeto a ser apreendido.

Diante disso, adotaremos o conceito de ação e operação, tendo em conta que há um objeto a ser apreendido pelos sujeitos, e a resolução da SDA, cujos meios de concretização as crianças devem desenvolver. As ações são aqui compreendidas, tomando-se os pressupostos teóricos de Leontiev (1983), como o processo que se subordina à representação do resultado que se espera alcançar: é o processo sujeito a um objetivo. Já as operações são compreendidas como as formas de concretização das ações.

A operação, segundo Leontiev (1983), pode ser compreendida como a concretização da transformação da ação em, posteriormente, funções mecânicas. Tomaremos esse entendimento para analisar os indícios de apropriação dos nexos conceituais, na medida em que as ações podem se transformar em operações, evidenciando a apreensão do conceito. Visamos, pois, a manifestação de operações, como expressão de apropriação de aprendizagem no desenvolvimento das tarefas particulares.

Neste sentido, nosso movimento teórico, nessa última unidade de análise, direciona-se à apreensão do nosso objeto de pesquisa, a fim de responder a nossa pergunta de investigação: *Quais os indícios presentes nas manifestações escritas e orais dos estudantes participantes do Clube de Matemática que demonstram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica?*

Buscaremos por meio dos episódios e cenas selecionados, demonstrar movimentos dos estudantes, durante as ações no Clube de Matemática, que nos dão indícios de saltos qualitativos, desencadeados por meio das SDA, que perpassam da compreensão da necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal), para o processo de generalização.

Para tanto, contemplamos momentos distintos de estudantes durante tarefas particulares dos módulos que contemplam os nexos conceituais algébricos – *Linguagem, Desconhecido e Dependência*. Partimos do pressuposto de que as SDA, tomadas na sequência de seu desenvolvimento, desencadeiam a apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Vale lembrar que os módulos foram organizados de modo a contemplar os nexos conceituais algébricos elencados: necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal), ideia de variável, aspectos invariantes em contrastes com outros que variam, princípio de equivalência, relação de dependência entre as variáveis e o processo de

generalização. Cada módulo contemplou pelo menos um destes nexos conceituais, resultando na interligação dos mesmos durante o desenvolvimento de todos no processo.

Devido à limitação desta investigação, limitamo-nos a analisar um possível salto qualitativo concretizado no movimento de apropriação da representação de uma linguagem algébrica simbólica para o início de um processo de generalização. Lembramos que nossa preocupação conceitual não contemplou a representação simbólica com o rigor formal contemporâneo, com a utilização de “x” e “y”, representando as variações de quantidades, mas a representação da linguagem simbólica condizente ao ano escolar correspondente às crianças.

Com isso, em determinados momentos, durante o Clube de Matemática, ao solicitarmos a lei de formação de uma situação própria da SDA, não esperamos que fosse representada a linguagem algébrica da forma: $f(x) = x + 5$, mas, por exemplo, da seguinte maneira, o resultado é número mais cinco. Isto por buscarmos um processo de ensino e aprendizagem em que os sujeitos atribuam sentido e significado às ações desenvolvidas.

Ainda, nesta unidade, levaremos em conta as particularidades abarcadas nas unidades anteriores, o lúdico e as ações e reflexões coletivas. Isto, por que o processo formativo das crianças, como produto deste experimento didático, pode ser evidenciado, tomando-se em consideração os modos de organizar o processo de ensino e aprendizagem.

Nesta perspectiva, esta última unidade de análise foi estruturada em dois episódios. O primeiro busca contemplar os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, por estudantes do Clube de Matemática, por meios de suas manifestações orais e escritas, durante os módulos da *Linguagem, Desconhecido e Dependência*. Perpassa, pois, pela compreensão da necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal), pelos estudantes, para o processo de generalização.

No segundo episódio, adotamos a *situação-problema* elaborada para o experimento didático em questão. Lembramos que a mesma *situação-problema* foi desenvolvida em momentos distintos do Clube de Matemática, no início e no final. O foco se justifica por sua intencionalidade: no primeiro momento, é perceber alguns dos conhecimentos prévios dos estudantes; e, no segundo, analisar os possíveis saltos qualitativos no desenvolvimento conceitual algébrico durante o processo de ensino e aprendizagem.

Nos dois episódios, ao explicitarmos recortes das manifestações escritas, optamos por centrarmos nosso olhar sobre sujeitos específicos do Clube de Matemática, isto por não conseguirmos abranger todos eles nesta investigação. Contudo, durante as cenas, ao

contemplarmos as manifestações orais, abrangemos todos os estudantes envolvidos no diálogo destacado.

Os estudantes selecionados, em cada SDA, para evidenciarmos suas manifestações escritas, foram escolhidos diante das disparidades entre os mesmos, levando em conta o coletivo. Nossa tentativa é explicitarmos que, por mais que organizemos um mesmo ensino, de forma intencional, com o intuito de promover a apropriação, por todos, dos conhecimentos, cada sujeito se posicionará, levando em conta sua singularidade e desenvolvimento cognitivo. Pressupomos que o processo de ensino e aprendizagem não é linear e não promove a transformação, dos sujeitos, para uma mesma qualidade de pensamento.

5.3.1 - Episódio 1: Indícios de transformações na manifestação da linguagem algébrica: do simbólico à generalização

Iniciamos este episódio apresentando uma cena referente ao *Ludo monetário*, SDA que está inserida no módulo *Linguagem*. Não nos deteremos em explicitar a metodologia desta tarefa particular, pois já o fizemos no capítulo anterior.

O *Ludo monetário* foi desenvolvido no quarto encontro do Clube de Matemática, cujo conteúdo foi linguagem simbólica. O intuito, por meio desta SDA, foi possibilitar às crianças a percepção da necessidade e utilidade da linguagem simbólica em situações práticas e, diante disso, desencadear uma discussão sobre o simbolismo elaborado no conhecimento matemático.

No encontro do *Ludo monetário*, os professores Aline e Fábio organizaram quatro grupos de três estudantes em cada. Iniciaram a explicação da SDA, uma vez que o tabuleiro já estava afixado ao chão e os dados dispostos. As crianças foram assim agrupadas:

Grupo 1: Danilo, Sara e Ester;

Grupo 2: Solange, Isaque e Carlos;

Grupo 3: Igor, José e Ana;

Grupo 4: Bruno, Lara e Camila.

A primeira cena foi composta por três momentos distintos: no primeiro, a professora Aline explica o *Ludo Monetário* e a maneira como as crianças devem anotar os valores, durante a SDA, na folha de registro; o segundo se refere ao instante em que os grupos estavam reunidos para calcular o saldo final do mês, tomando por base os ganhos e perdas da

família; e, por fim, a *roda de conversa*, no qual a pesquisadora toma frente para direcionar a discussão com os estudantes.

5.3.1.1 – Cena 1: Indícios de percepção sobre a necessidade e utilidade da linguagem simbólica

1. [...]
2. **PROF.^a ALINE:** Tá vendo que ele tem cifrão mais (\$) e cifrão menos (\$-)?
3. **ESTUDANTES:** Sim.
4. **PROF.^a ALINE:** Sim. Porque igual eu falei pra vocês, é *Ludo Monetário*. Cada um desses grupos aqui é uma família. Na hora que você subir nessa casinha aqui (indicou uma localidade no tabuleiro), eu vou te dar um papelzinho falando quantos reais vocês têm pra passar um mês inteirinho. Vai ser uma quantia pro mês inteirinho. [...] Sabe o que que significa isso daqui (se referindo ao símbolo \$-)?
5. **IGOR:** Que você perdeu dinheiro.
6. **PROF.^a ALINE:** Que eu perdi dinheiro e eu vou gastar. Aí eu e o professor Fábio vamos trazer um papelzinho (um conjunto de cartões). Lá, você vai escolher (um) e lá vai estar escrito assim, oh: você gastou tantos reais em tal coisa. Aí sabe o que que você tem que fazer? Escrever assim, oh, você e o seu grupo, por exemplo, os três ali, eles vão escrever só do grupo deles. Aí vai escrever lá assim, oh: a Sara gastou quatro reais. Posso escrever o número quatro? Não. Sabe como que é o registro? Assim, oh, só palavra. Não pode usar nem mais, nem menos, nem cifrão, nem R de real, não pode usar nada de símbolo e nem número. Só letra, só palavras. Aí você vai registrar o seu e o do seu colega do seu grupo. Então na hora que você entra bem aqui, oh, você tem tantos reais pra gastar no mês, aí você vai por assim, oh, escrever lá: ganhei, um exemplo, trezentos reais. Vai escrever três, zero, zero?
7. **ESTUDANTES:** Não.
8. **PROF.^a ALINE:** Não. Vai escrever trezentos, por extenso, reais. Não pode escrever na forma R cifrão (R\$) não. Trezentos reais e os demais também. Ganhei trezentos reais. Só o primeiro que sai é que vai receber esse dinheiro aqui que vai ser pra família toda e pro mês inteiro. Não esqueçam de pôr o nome no registro.
9. [...]
10. **PROF.^a ALINE:** Professora, tem coisa que eu não sei escrever direito não. Tem problema não, escreve aí do jeito que você achar que é.
11. [...]
12. **PROF.^a ALINE:** (Momento do cálculo do gasto total do mês) Vocês têm que fazer o apanhado do mês. Vocês vai ter que saber quanto que sobrou de dinheiro e se sobrou, olhando nas anotações de vocês. Cada um vai pra sua casa (marcação no tabuleiro do grupo), lembrando que, oh, os meninos, aqui, oh, já tem um bônus, porque eles já colocaram uma pessoa lá dentro. Tá bom? Volta cada um pra sua casa, pra vocês fazer um apanhado do mês. O que que é o apanhado do mês?
13. **IGOR:** Quanto que nós ganhamos.
14. **PROF.^a ALINE:** Isso. Mas pode fazer conta com número?
15. **ESTUDANTES:** Não.
16. **PROF.^a ALINE:** Não, não pode.
17. **IGOR:** Na cabeça.
18. **PROF.^a ALINE:** Tem que ser. Não sei. Você que vai ter que decidir aí.
19. (Os estudantes se reuniram nos grupos e começaram a discutir).
20. **BRUNO:** Quinhentos e quarenta mais trinta. Quinhentos e quarenta, quinhentos e cinquenta, sessenta, setenta. Quinhentos e setenta.
21. **PROF.^a ALINE:** Já vai anotando aí. Anota aí com palavra, quinhentos e setenta. Pra vocês não perder.
22. (Conversas entre os estudantes).
23. **BRUNO:** Deixa eu ver. Quinhentos e setenta mais cinquenta. Quinhentos e setenta, oitenta, noventa, seiscentos, seiscentos e dez, seiscentos e vinte. Seiscentos e vinte.
24. **MURMÚRIOS.**
25. **IGOR:** Agora ganhei cento e cinquenta. Cento e cinquenta, agora de mil quinhentos e sessenta e três.
26. **JOSÉ:** Vai dar mil seiscentos e noventa e três.
27. **MURMÚRIOS.**

28. **IGOR:** Deu mil oitocentos e vinte e três.
29. [...]
30. (Roda de conversa com a pesquisadora)
31. **PESQUISADORA:** Eu queria que vocês falassem a opinião de vocês em relação, primeiro, à hora de registrar, de escrever. Qual a diferença que vocês perceberam na hora de registrar?
32. **IGOR:** Que a gente faz mais coisas. Que quando escreve (com palavras), escreve com mais letras e, com números, fica menos palavras.
33. **PESQUISADORA:** Alguém mais? Qual a diferença da forma de registrar que a professora Aline falou da forma de registrar que vocês usam normalmente?
34. **CARLOS:** Que escreve mais coisa.
35. **PESQUISADORA:** Escreve mais coisa? Como assim? Por que que escreve mais aqui, do jeito que a professora Aline falou?
36. **CARLOS:** Porque colocando número escreve mais pouco.
37. **PESQUISADORA:** Ah, tá. Como a professora Aline falou que não poderia colocar os símbolos dos números, vocês tinham que escrever com palavras, não é? Aí eu pergunto pra vocês: qual é mais prático, qual é o mais fácil, fazer anotações matemáticas com números ou com palavras?
38. **ESTUDANTES:** Números.
39. **PESQUISADORA:** Todo mundo concorda?
40. **ESTUDANTES:** Sim.
41. **PESQUISADORA:** Sim. E lá no finalzinho quando a professora Aline falou assim: vamos anotar os gastos ou ganhos do mês, no total final. Vocês acharam alguma dificuldade? Porque vocês anotaram com palavras, não foi com números, vocês tiveram que fazer os cálculos. Vocês acharam dificuldade em fazer os cálculos usando só palavras?
42. **IGOR:** Um pouco.
43. **ESTUDANTES:** Mais ou menos.
44. **PESQUISADORA:** Ou não teve diferença se tivesse número lá?
45. **DANILO:** Se tivesse (número) como seria melhor.
46. **PESQUISADORA:** A professora Aline falou: não pode usar o sinal de mais, não pode usar o sinal de menos, nem o número, é só a palavra. Na hora de calcular, o fato de ter só palavras dificultou um pouco?
47. **ISAQUE:** Dificultou.
48. **PESQUISADORA:** Por quê?
49. **ANA:** Porque as palavras se misturaram.
50. **ISAQUE:** Por que a gente tá acostumando a fazer a conta.
51. **PESQUISADORA:** Eu percebi que teve uma hora que o Igor foi lá e anotou o número (com algarismo), né Igor! Por que que você anotou? Lá no finalzinho, você colocou o número em algarismo. Por que que você não colocou ele por extenso.
52. **IGOR:** Eu não sei.
53. **PESQUISADORA:** Por que que vocês acham?
54. **ANA:** Por que é mais fácil da gente somar.
55. **PESQUISADORA:** É mais fácil de somar. Tá, agora a última perguntinha que eu vou fazer. Pra vocês qual é a importância do símbolo na matemática? Por quê? Deixa explicar a pergunta. Por que hoje em dia a gente usa símbolos. Antigamente utilizava palavras como vocês fizeram hoje. Antigamente, não existia os símbolos e só fazia os registros matemáticos com palavras. Hoje não. Hoje tem o símbolo. Pra que que serve o símbolo? Qual a importância dele? Levanta a mão que eu quero saber a opinião de vocês, por favor. Eu quero saber a opinião de vocês. Pensa aí e me fala. Qual a importância do símbolo na matemática?
56. **CAMILA:** Porque com o símbolo fica mais fácil pra gente aprender. É mais melhor do que escrever quatrocentos e setenta.
57. **PESQUISADORA:** Ah, muito bom o que ela falou. Alguém mais?
58. **ISAQUE:** Porque se não tivesse os símbolos, a gente ia fazer todas as contas de cabeça.
59. **PESQUISADORA:** De cabeça? Alguém mais? Vai lá Iara, o que que você pensa?
60. **LARA:** Os símbolos são importantes para a Matemática pra gente aprender a contar também.
61. [...]

A cena se inicia com a professora Aline explicando o *Ludo monetário*. Como o tabuleiro é composto por símbolos, houve a necessidade de a docente explicar o seu significado, tomando a compreensão de que os símbolos não são autoexplicativos (SOUSA,

2004), mas que há um significado: “[...] *Sabe o que que significa isso daqui (se referindo ao símbolo \$-)? [...] Que eu perdi dinheiro e eu vou gastar [...]*” (PROF.^a ALINE, CENA 1, 4 - 6).

Apesar de o tabuleiro conter símbolos para representar gastos (\$-) e ganhos (\$+), as crianças não puderam utilizar desse tipo de representação como um produto histórico, pois os professores almejavam justamente que as crianças percebessem a necessidade e utilidade da linguagem simbólica. Diante disso, a professora realizou o seguinte discurso concernente à forma de anotar na folha de registro: “[...] *Sabe como que é o registro? Assim oh, só palavra. Não pode usar nem mais, nem menos, nem cifrão, nem R de real, não pode usar nada de símbolo e nem número. Só letra, só palavras. Aí você vai registrar o seu e o do seu colega do seu grupo. [...]*” (PROF.^a ALINE, CENA 1, 6).

Esta regra foi estipulada na brincadeira por acreditarmos que as crianças iriam compreender a necessidade de representação de uma linguagem simbólica, já que a mesma já faz parte de sua realidade e contexto histórico. Assim, partimos do pressuposto de que, ao convidarmos os estudantes para anotar sem a utilização desta elaboração humana, eles achariam difícil e demorado o registro exclusivamente com o uso de palavras.

Durante o *Ludo Monetário*, o tempo, destinado ao desenvolvimento das ações do Clube de Matemática, não foi suficiente para o desenvolvimento desta SDA da forma como foi planejada. Assim, o período destinado para que cada família se organizasse, para que todos os integrantes percorressem todo o tabuleiro e chegassem ao seu centro, não foi o bastante.

Tivemos que encerrar a tarefa particular antes de os estudantes finalizarem as ações na brincadeira, diante do tempo delimitado para o projeto, o que acarretou que somente dois grupos conseguiram chegar ao final do percurso. No entanto, estas famílias só conseguiram que um estudante alcançasse a chegada, faltando os outros dois para alcançar o seu centro.

Diante disso, a professora decidiu premiar estas duas famílias no cálculo final do mês. Cada um desses dois grupos, que conseguiram chegar ao centro do tabuleiro, por meio de um colega, ganharam 100 reais a mais, como se fosse um lucro do mês. Assim, as crianças interromperam as ações, diante do aviso da Aline:

“(Momento do cálculo do gasto total do mês) Vocês têm que fazer o apanhado do mês. Vocês vai ter que saber quanto que sobrou de dinheiro e se sobrou, olhando nas anotações de vocês. Cada um vai pra sua casa (marcação no tabuleiro de cada grupo), lembrando que, oh, os meninos, aqui, oh, já têm um bônus, porque eles já colocaram uma pessoa lá dentro. Tá bom? Volta cada um pra sua casa, pra vocês fazer um apanhado do mês. [...]” (PROF.^a ALINE, CENA 1, 12).

Ao iniciar os cálculos do final do mês, as crianças levaram em consideração o alerta da professora de que não poderiam realizar as operações utilizando os símbolos. Contudo, eles estavam tão arraigados na realidade circundante, que os utilizam mentalmente nas representações: “*Deixa eu ver. Quinhentos e setenta mais cinquenta. Quinhentos e setenta, oitenta, noventa, seiscentos, seiscentos e dez, seiscentos e vinte. Seiscentos e vinte.*” (BRUNO, CENA 1, 23).

Para explicitar a forma de registrar dos estudantes, a figura 29, a seguir, apresenta as anotações de Igor, concernentes aos ganhos e perdas da sua família durante o *Ludo Monetário*. No balanço geral o estudante escreveu por extenso o valor resultante do cálculo das despesas e lucros durante o percurso no tabuleiro. Percebemos que o cálculo final não condiz com as anotações registradas sobre os gastos, o que nos permite evidenciar que os estudantes se confundiram no cálculo, utilizando como recurso somente as palavras.

The image shows a worksheet titled "LUDO MONETÁRIO" and "LUDO MONETÁRIO". It has a section for "MEMBROS DA FAMÍLIA:" which is blank. Below that is a section titled "REGISTRE OS GANHOS E AS DESPESAS DE SUA FAMÍLIA" with several lines of handwriting. The handwriting lists gains: "Ganhei quinhentos e quarenta reais, ganhei mil reais, ganhei trinta e sei reais, ganhei doze reais, Ganhei oitenta reais, Ganhei cento e cinquenta, ganhei cento e trinta." At the bottom, there is a section for "BALANÇO GERAL:" with the handwritten text "ficamos com mil novecentos e vinte e três reais."

Figura 29: Registro do estudante Igor: *Ludo monetário*.

Ao restringirmos as anotações dos estudantes ao uso de palavras, isto pode se apresentar como um obstáculo àquele que não se apropriou da escrita. A professora do Clube de Matemática, por ter consciência de que alguns estudantes estavam passando por monitoria

na escola devido à dificuldade em apreender a Língua Portuguesa, afirmou: “*Professora tem coisa que eu não sei escrever direito não. Tem problema não, escreve aí do jeito que você achar que é*” (PROF.^a ALINE, CENA 1, 10).

O intuito não era menosprezar a importância da aprendizagem concernente à Língua Portuguesa, mas focar na compreensão da necessidade de representações da linguagem simbólica do conhecimento matemático. Na figura 30, evidenciamos a dificuldade em registrar os valores por extenso por Danilo. Contudo, a dificuldade na escrita e na leitura não impediu o estudante de participar das ações do Clube de Matemática, pois ele manifestou seu raciocínio em vários momentos em que acreditou ser conveniente.

LUDO MONETÁRIO
“LUDO MONETÁRIO”

MEMBROS DA FAMÍLIA:

REGISTRE OS GANHOS E AS DESPESAS DE SUA FAMÍLIA

Ganhos: quites e quarede 5 quarede quarede
 Despesas: quarede quarede quarede 5 em carteira
 com o leite com a fruta e o rei 5 com o dinheiro Miguel

BALANÇO GERAL: Não tem dinheiro com dinheiro e quarede

Figura 30: Registro do estudante Danilo: *Ludo Monetário*.

Destacamos também a figura 31, a seguir, com o registro da Camila. Este registro foi explicitado devido à tentativa de a estudante realizar o cálculo do balanço geral do mês por meio das palavras. Ela realizou o cálculo mentalmente, agrupando duas quantidades de cada vez, e escreveu por extenso, na folha de registro, para continuar o processo, até finalizar o conjunto de ganhos e perdas registrados durante todo o percurso.

LUDO MONETÁRIO	
"LUDO MONETÁRIO"	
MEMBROS DA FAMÍLIA:	
REGISTRE OS GANHOS E AS DESPESAS DE SUA FAMÍLIA	
ganhou	Quinhentos e quarenta Reais
ganhou	trinta reais.
ganhou	cinquenta Reais.
perdeu	setenta reais.
ganhou	setenta Reais.
	quinhentos e setenta
	seiscentos e vinte
	quinhentos e noventa
	total seiscentos e cinquenta.
BALANÇO GERAL:	seiscentos e cinquenta

Figura 31: Registro do estudante Camila: *Ludo Monetário*.

A lógica utilizada por Camila foi: somou quinhentos e quarenta com trinta, os dois valores iniciais escritos na folha de registro, e escreveu, logo abaixo, quinhentos e setenta. Depois somou a esse resultado cinquenta, obtendo seiscentos e vinte. Ao perder setenta, o valor resultante era quinhentos e cinquenta, mas Camila registro quinhentos e noventa, o que implicou em um resultado final equivocado.

Pressupomos que os estudantes tiveram dificuldade em registrar o cálculo final, pois não lhes foi permitido utilizar a linguagem simbólica como recurso. A linguagem simbólica tem por objetivo auxiliar o pensamento na realização de tarefas (SOUSA, 2004), o que implica que, ao impedirmos sua utilização, desencadeamos uma dificuldade na solução de um problema.

A pesquisadora, ao tomar frente na discussão, durante a *roda de conversa*, indagou as crianças sobre o registro dos valores: “*Eu queria que vocês falassem a opinião de vocês em relação, primeiro, à hora de registrar, de escrever. Qual a diferença que vocês perceberam na hora de registrar?*” (PESQUISADORA, CENA 1, 31). Tal questionamento foi realizado para perceber se os estudantes compreenderam a necessidade de desenvolvimento de representações simbólicas. As crianças responderam de prontidão: “*Que a gente faz mais coisas. Que quando escreve (com palavras), escreve com mais letras e, com*

números, fica menos palavras” (IGOR, CENA 1, *FLASH* 32) e *“Que escreve mais coisa”* (CARLOS, CENA 1, *FLASH* 34).

A linguagem comum foi utilizada como recurso para que os estudantes percebessem a revolução propositada pela elaboração do símbolo; “a invenção da notação literal abriu uma era totalmente nova na história da matemática” (IFRAH, 2005).

A pesquisadora, ao direcionar a discussão para o modo de registrar com a ausência de simbologia, questionou: *“A professora Aline falou: não pode usar o sinal de mais, não pode usar o sinal de menos, nem o número, é só a palavra. Na hora de calcular, o fato de ter só palavras dificultou um pouco?”* (PESQUISADORA, CENA 1, 46). Ana, ao participar da *roda de conversa*, respondeu a indagação: *“Por que as palavras se misturaram”* (ANA, CENA 1, *FLASH* 49).

No discurso de Ana percebemos que a estudante compreendeu que as palavras apresentavam limitações diante das necessidades dos sujeitos. Elas foram deixadas para um segundo plano, no decorrer da história da humanidade, por serem ambíguas (SOUSA, 2004) e não conseguir abranger todo o conceito.

Ao finalizar a *roda de conversa*, a pesquisadora realiza o último questionamento ao grupo de estudantes:

[...] Tá, agora a última perguntinha que eu vou fazer. Pra vocês qual é a importância do símbolo na matemática? Por quê? Deixa explicar a pergunta. Por que hoje em dia a gente usa símbolos. Antigamente utilizava palavras como vocês fizeram hoje. Antigamente, não existia os símbolos e só fazia os registros matemáticos com palavras. Hoje não. Hoje tem o símbolo. Pra que que serve o símbolo? Qual a importância dele? Levanta a mão que eu quero saber a opinião de vocês, por favor. Eu quero saber a opinião de vocês. Pensa aí e me fala. Qual a importância do símbolo na matemática? (PESQUISADORA, CENA 1, 55).

Ao indagar sobre a importância da simbologia utilizada no conhecimento matemático, almejamos que os estudantes percebessem que este tipo de representação foi desenvolvido diante de uma necessidade de organizar e explicitar um pensamento por meio de uma linguagem comum para todos, em que a palavra não era o recurso mais adequado.

As crianças, nesse sentido, participaram da *roda de conversa*, com manifestações orais que demonstraram indícios de percepção da necessidade de uma representação, da linguagem, mais adequada que o uso de palavras, ou seja, a utilização dos símbolos: *“Porque com o símbolo fica mais fácil pra gente aprender. É mais melhor do que escrever quatrocentos e setenta”* (CAMILA, CENA 1, *FLASH* 56).

Neste *flash*, Camila destaca que o símbolo é um recurso que facilita no processo de aprendizagem, tendo em vista a compreensão da simbologia a ser registrada. Neste caso, as crianças deveriam compreender o significado dos símbolos contemplados, os algarismos, e o valor posicional dos mesmos, para daí concluir que o seu uso é melhor que escrever por extenso.

Isaque destaca que a simbologia facilita no movimento do pensamento: “*Porque se não tivesse os símbolos, a gente ia fazer todas as contas de cabeça*” (ISAQUE, CENA 1, FLASH 58). Pensamento este também compartilhado por Lara, ao afirmar que “*Os símbolos são importantes para a Matemática pra gente aprender a contar também*” (LARA, CENA 1, FLASH 60). Os estudantes reconhecem a praticidade da linguagem simbólica no cotidiano das pessoas, tanto em situações em que necessitam de realizar contagens, como no desenvolvimento do pensamento abstrato.

Ifrah (2005) corrobora com a discussão, ao afirmar que o uso de símbolos liberou a álgebra da escravidão do verbo, possibilitando o desenvolvimento de uma linguagem universal, compreendida sem equívocos por aqueles que apreendem seu significado. “Antes da descoberta da notação literal, qualquer proposição geral não passava de palavrório e continuava prisioneira das ambiguidades que comportam as línguas humanas” (IFRAH, 2005, p. 338).

O *Ludo monetário* está inserido no primeiro módulo que aborda os nexos conceituais algébricos. Percebemos que apesar de os professores terem realizado um estudo, no OBEDUC, concernente ao movimento lógico-histórico da álgebra, ao elaborarem as SDA, iniciaram o processo de ensino e aprendizagem deste conhecimento diretamente pela linguagem simbólica, que configura-se como “síntese da síntese de abstrações diversas” (LANNER de MOURA; SOUSA, 2005, p. 11).

A preocupação restringiu-se na reflexão sobre a necessidade de elaboração da representação simbólica, mas não em, também, perpassar pelos momentos históricos, não simbólicos, do conhecimento algébrico: álgebra retórica, sincopada e geométrica. Partimos do pressuposto de que, apesar da preocupação dos professores em organizar o ensino, partindo do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico, ainda não conseguiram abranger as etapas de seu desenvolvimento nas SDA.

Sousa (2004) afirma que, para que os estudantes possam compreender o pensamento algébrico, não podemos nos restringir somente ao estudo da variável-letra, pois isso se resumiria aos elementos perceptíveis da linguagem simbólica. Tal limitação nas SDA, percebida por meio desta investigação, nos dá indícios de restrições no processo de

apropriação, pelos docentes, do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico no ato de elaboração das tarefas particulares. Acreditamos que isto se justifica por estes sujeitos também estarem inseridos em um processo formativo.

Partiu-se de movimentos regulares, objetivando a generalização da linguagem simbólica algébrica, em uma perspectiva contrária da idealizada, do geral ao particular (DAVÍDOV, 1988). Contudo, apesar de as tarefas de estudos, terem sido concretizadas por meio de tarefas particulares, do particular ao geral, as SDA elaboradas possuíam uma intencionalidade pedagógica, possibilitar aos estudantes a apropriação dos nexos conceituais algébricos.

Diante disso, ao analisarmos o desenvolvimento do experimento didático, tomando como sujeitos as crianças, também evidenciaremos os aspectos pedagógicos a serem (re) avaliados pelo grupo do OBEDUC, como forma de possibilitar futuras elaborações de tarefas de estudos (DAVÍDOV, 1988). Esta reflexão torna-se necessária ao almejarmos construir a base do pensamento teórico nas crianças participantes do Clube de Matemática.

A análise centrar-se-á nos indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, diante das tarefas particulares propostas no Clube de Matemática. Com este intuito, apresentamos, na cena 2, a SDA *Na boca do balão*. Selecionamos esta para dar continuidade ao estudo do processo de ensino e aprendizagem, desencadeado no Clube de Matemática.

Na boca do balão foi a tarefa particular desenvolvida no sexto encontro do Clube de Matemática. Está inserida no módulo *Desconhecido*, cuja finalidade era que os estudantes percebessem aspectos invariantes em contraste com outros que variavam e que compreendessem o princípio de equivalência associado ao conceito de equação.

Neste dia, três estudantes faltaram ao Clube de Matemática: Solange, Danilo e Camila. A Solange não compareceu na escola, por motivo desconhecido; o Danilo e a Camila ficaram participando de aulas de reforço, de Português, com uma professora regente da instituição de ensino. Nas escolas municipais de Goiânia é comum a realização de agrupamentos de estudantes, por professores regentes, para sanar dificuldades de apreensão de conhecimento da Língua Portuguesa ou de Matemática.

Durante a brincadeira, *Na boca do balão*, a professora apresentou aos estudantes cartas compostas por representações de equações (apêndice 9). As crianças tiveram que encontrar uma possível solução para cada uma, por meio dos valores dispostos dentro dos balões, espalhados no ambiente escolar. Assim, cada criança teve a oportunidade de estourar

uma bexiga, pegar um possível valor no seu interior e anunciar para o grupo, para que todos verificassem se o valor era adequado.

Neste dia, os estudantes foram organizados em um único grupo, no qual tiveram a oportunidade de trocar ideias sobre as possibilidades de soluções para a SDA. Os professores espalharam balões por todo o local, entregaram a folha de registro e explicaram a tarefa particular, como segue.

5.3.1.2 – Cena 2: Do particular ao geral: operações envolvendo o princípio de equivalência

1. [...]
2. **PROF.^a ALINE:** Chama *Na Boca do Balão* a brincadeira. Então, aí vai ser assim, oh. Tá vendo que eu tô com umas fichas nas mãos. Cada ficha aqui tem... assim, oh.
3. **IGOR:** Um balão mais seis...(lendo o que estava escrito no cartão).
4. **PROF.^a ALINE:** Tem um balãozinho, tem um sinal de operação, números e sinal de igualdade. Tem uma coisa assim, cada um dos... Tá dando pra ver que cor é essa daqui? Não? Que tá ao redor.
5. **ESTUDANTES:** Amarelo.
6. **PROF.^a ALINE:** Todo mundo tá vendo que é amarelo? (Se referindo a cor dos balões correspondentes à ficha explicitada às crianças). Então, aí aqui vocês... Qual que é o objetivo do jogo? Eu vou mostrar pra vocês aqui (mostrou a ficha com a equação), aí o objetivo é a gente descobrir o que que tem que vir aqui no lugar de balão, desse balãozinho, pra isso aqui ser verdade. Então, aí o que que vocês vão fazer? O professor Fábio vai entregar os registros, aí vocês vão fazer um palpite. Eu mostrei já e vocês... cada um vai fazer o seu, não falem em voz alta. Cada um vai fazer o seu palpite, não vai esquecer de pôr o nome e depois que todo mundo fizer o palpite, falar assim: professora terminei o meu palpite. Aí o que que vai fazer? Cada um, começando assim, pode ser em sentido horário, começando lá no José. José vai lá no balão amarelo, vai estourar um balão amarelo e lá dentro vai ter um número. Aí o que que você vai fazer? (O professor Fábio entregou os registros e a professora Aline pediu um) Me empresta um (falou para o professor Fábio). O que que você vai fazer? (Direcionou novamente para as crianças). Tá vendo aqui? Primeiro você põe seu nome. Todo mundo pôs o nome?
7. **BRUNO:** Não.
8. **PROF.^a ALINE:** Então põe. Depois você vai pôr o seu palpite. O primeiro foi esse aqui: balão mais seis igual a quatorze. Então você vai pôr aí um palpite pra o que que vai ter que vir no lugar de balão. Oh, palpite é, oh, silenciosos, cada um põe o seu.
9. (A professora continuou o discurso, explicando a metodologia da SDA).
10. [...]
11. **PROF.^a ALINE:** Aqui, oh. Balão mais seis igual a catorze. Escrevam aí, ficha, balão mais seis igual a catorze. Pode escrever ou pode desenhar o balão, tanto faz. (O José se levantou e estourou um balão) E aí, que número que foi, José? Nove. Aqui, oh, balão um, põe nove. Agora você verifica se é nove mesmo. Faz o cálculo aí pra ver se é.
12. **BRUNO:** Ih, já sei que não é.
13. **PROF.^a ALINE:** Não vai ser? Depois eu quero que você me explica por que que você sabe que não é.
14. **ANA:** Já fiz.
15. **PROF.^a ALINE:** Já fez? Fez aí, meninas? Os cálculos. [...] Pronto? Todo mundo? Prontinho? Todo mundo já fez o cálculo? Então a Lara vai lá estourar outro balão... e lê em voz alta, tá, Lara.
16. **LARA:** Oito.
17. **PROF.^a ALINE:** Oito. Do mesmo jeito. O valor do balão você põe oito. É aqui, oh, balão dois, valor do balão (apontou para o registro).
18. **PROF. FÁBIO:** Agora faz a conta e vê se deu certo.
19. **PROF.^a ALINE:** Vê se deu certo. Pronto todo mundo? Sim? Do mesmo jeito que você fez esse, Sara... só que ao invés de ser nove vai ser quem? Oito. Prontinho? Pronto? Então agora é a vez da Ana. Vai lá Ana. [...]

20. **ANA:** Treze.
21. **PROF.^a ALINE:** Treze. Põe aí, valor do balão treze.
22. **PROF. FÁBIO:** Põe o treze e faz a conta.
23. (...)
24. **PROF.^a ALINE:** Por que que o balão um não pode?
25. **IGOR:** Porque ele passou um número.
26. **PROF.^a ALINE:** Deu quanto? Um a mais? É isso? Foi? Todo mundo passou um a mais no balão um? E no balão dois?
27. **ANA:** Deu certo.
28. **IGOR:** O balão dois deu o resultado correto.
29. **PROF.^a ALINE:** O balão três? Por que que ele não pode ser?
30. **IGOR:** Porque ele passou muito.
31. **PROF.^a ALINE:** Quem que é então? Qual que é o valor aqui? Ao invés de eu pôr balão eu posso pôr o que aqui, então? Que número?
32. **ESTUDANTES:** Oito.
33. [...]
34. **PROF.^a ALINE:** A última ficha. A última ficha eu tenho balão rosa. Eu tenho balão dividido por dois mais dois que vai dar dez. Copiem aí, oh, ficha quatro. Balão, esses dois pontinhos é de divisão, dividido por dois, mais dois igual a dez. Não esqueçam dos parênteses. Já deem o palpite quem já terminou de copiar. Dá o palpite aí. [...] Pronto? Podemos começar os estouros? Sim ou não?
35. **ESTUDANTES:** Sim.
36. **PROF.^a ALINE:** Vai lá José.
37. **JOSÉ:** Dezesesseis.
38. **PROF.^a ALINE:** Dezesesseis. Dezesesseis. Do mesmo jeito, oh. Dezesesseis, aí você vai dividir por dois e vai somar dois. Professora, eu não sei dividir por dois. Faz assim, oh, igual quando a gente vai entregar carta, eu entrego um pra você, um pra mim, um pra você, um pra mim. Então, você faz isso até você ter dezesesseis. Pronto? Oh, dezesesseis..., quando achou o resultado soma mais dois.
39. **ANA:** Já somei.
40. **Gabi:** Já somou? Todo mundo terminou? [...] Pronto? Agora a Lara. Vai falar o número que ela sorteou.
41. **LARA:** Vinte.
42. **PROF.^a ALINE:** Vinte. Aí vinte dividido por dois, mais dois que vai dar...
43. **BRUNO:** O número vezes dois que dá dez.
44. **PROF.^a ALINE:** Que dá dez?
45. **BRUNO:** Oh, que dá vinte.
46. **PROF.^a ALINE:** Pronto? O balão. (A Ana levantou para estourar). O último, tá só esperando você estourar. Oh...
47. **ANA:** Dez.
48. **PROF.^a ALINE:** Dez. Vai lá. Dez dividido por dois, mais dois.
49. **IGOR:** Terminei.
50. [...]
51. **PROF.^a ALINE:** Pronto? Qual balão que deu o resultado certo?
52. **ESTUDANTES:** O primeiro.
53. **PROF.^a ALINE:** O primeiro? O primeiro foi quanto?
54. **ESTUDANTES:** Dezesesseis.
55. **PROF.^a ALINE:** Dezesesseis. Dezesesseis dividido por dois dá quanto?
56. **ESTUDANTES:** Oito.
57. **PROF.^a ALINE:** Oito mais dois?
58. **ESTUDANTES:** Dez.
59. **PROF.^a ALINE:** Dez. Por que que o segundo não pode? (Discutiram sobre o cálculo do segundo e do terceiro balão com seus respectivos valores...). Então, qual que tem que ser o valor aí, onde eu vou escrever assim, oh, valor correto do balão, quanto que vai ser?
60. **ESTUDANTES:** Dezesesseis.
61. **PROF.^a ALINE:** Dezesesseis.
62. [...]

A professora inicia a SDA, já tomando posse da simbologia algébrica, por meio dos cartões que representavam as equações: “*Chama Na Boca do Balão a brincadeira. Então,*

aí vai ser assim oh. Tá vendo que eu tô com umas fichas nas mãos. Cada ficha aqui tem... assim, oh. [...] Tem um balãozinho, tem um sinal de operação, números e sinal de igualdade. [...]” (PROF.^a ALINE, CENA 2, 2-4). Esse processo foi realizado com muita naturalidade, como se as crianças já compreendessem essa relação de igualdade e a manipulação dos valores de ambos os lados da afirmação.

Apesar de a intenção dos professores do OBEDUC não ser o de reproduzir o ensino principiado pela representação e manipulação da notação formal da álgebra, este processo é concretizado no Clube de Matemática. Podemos evidenciar tal afirmação no discurso da professora:

[...] Qual que é o objetivo do jogo? Eu vou mostrar pra vocês aqui (mostrou a ficha com a equação), aí o objetivo é a gente descobrir o que que tem que vir aqui no lugar de balão, desse balãozinho, pra isso aqui ser verdade. Então, aí o que que vocês vão fazer? O professor Fábio vai entregar os registros, aí vocês vão fazer um palpite. Eu mostrei já e vocês... cada um vai fazer o seu, não falem em voz alta. Cada um vai fazer o seu palpite, não vai esquecer de pôr o nome e depois que todo mundo fizer o palpite, falar assim: professora terminei o meu palpite. Aí o que que vai fazer? Cada um, começando assim, pode ser em sentido horário, começando lá no José. José vai lá no balão amarelo, vai estourar um balão amarelo e lá dentro vai ter um número. Aí o quê que você vai fazer? [...] (PROF.^a ALINE, CENA 2, 6).

Por meio do discurso da professora, podemos perceber que esta SDA partiu de movimento regulares (SOUSA, 2004), modelada até que as crianças conseguissem efetuar as generalizações. Sousa (2004) afirma que o ensino deve contemplar também outros tipos de movimentos: irregular, fluência, interdependência, campo de variação e as diversas formas que a variável pode assumir.

Ao representar uma incógnita por uma figura de balão, como forma de evitar de imediato os símbolos x e y , os professores reproduziram a algebrização apresentada, em um primeiro momento, por Viète: “uma generalização da aritmética”, pois utilizaram o desenho para ilustrar “uma espécie de novo algarismo e representar um número ainda desconhecido. Poder-se-ia dizer que se trata de sinais à espera de um número” (IFRAH, 2005, p. 337).

Esse movimento pode ser vislumbrado no decorrer da cena 2. Ao finalizar a explicação da SDA para as crianças, a professora apresenta a primeira equação e o José se levanta para estourar o primeiro balão. Dentro desse balão havia um pedaço de papel com a escrita de um valor, que os estudantes analisaram para saber se este resultaria na validade da igualdade.

Aqui, oh. Balão mais seis igual a catorze. Escrevam aí, ficha, balão mais seis igual a catorze. Pode escrever ou pode desenhar o balão, tanto faz. (O José se levantou e

estourou um balão) E aí, que número que foi, José? Nove. Aqui, oh, balão um, põe nove. Agora você verifica se é nove mesmo. Faz o cálculo aí pra ver se é (PROF.^a ALINE, CENA 2, 11)

Como afirma Sousa (2004), de forma geral, os professores do Ensino Fundamental apresentam desafios para os estudantes, envolvendo a ideia de incógnita, com o intuito de encontrar os valores dos “quadrinhos”, ou nesse caso, do balão. “Há uma tendência em se priorizar um dos aspectos da variável, a incógnita” (SOUSA, 2004, p. 219).

Este movimento reproduz as ações comumente propostas nos livros didáticos (SOUSA, 2004), iniciando, por meio desses tipos de exercícios, estudantes dos anos iniciais, ao estudo da álgebra simbólica. O que diferencia, talvez, esta SDA dos exercícios propostos no livro é somente a utilização do balão como recurso pedagógico, mas as ações dos estudantes e as reflexões são pautadas sobre as mesmas ideias de resolução de exercícios, tendo em conta um valor desconhecido, uma incógnita.

Ao abrangermos as manifestações escritas de alguns estudantes, selecionamos os registros de Isaque e Ester, por apresentarem algumas diferenças nas anotações no decorrer da solução da SDA. Na figura 32, a seguir, apresentamos a ficha um, respondida por Isaque, correspondendo à equação “balão +6 = 14”.


Ficha 1:  +6=14		
Palpite para o valor do balão: 8		
Balão 1 Valor do balão: 2	Balão 2 Valor do balão: 8	Balão 3 Valor do balão: 13
2+6=15	8+6=14	13+6=19
Valor correto do balão: 8		

Figura 32: Registro da ficha 1, do estudante Isaque: *Na boca do balão.*

Isaque registrou a equação de forma idêntica como explicada por Aline; realizou o palpite, que coincidiu com o valor correto do balão; anotou o valor encontrado dentro de cada balão estourado pelos colegas e resolveu a equação, como orientado pela docente. Neste registro percebemos, por meio da repetição de casos particulares, indícios de compreensão do princípio de equivalência. Isto por ter assimilado o procedimento geral de solução deste tipo

de tarefa particular por meio da repetição do processo de resolução diversas vezes (DAVÍDOV, 1988).

Isaque manifestou, por meio do seu registro, que, para solucionar uma equação, basta buscar um valor para que a igualdade aconteça. Percebeu que o único termo que variava era o valor do balão, em contraste às constantes fixas na equação, pois no ato de resolução manteve os mesmos valores dos numerais.

Ao analisarmos o registro de Ester, figura 33, percebemos a similaridade com o do Isaque, neste primeiro momento, correspondendo às ações esperadas pela docente, diante da SDA.

Ficha 1: $9 + 6 = 14$		
Palpite para o valor do balão: 8		
Balão 1 Valor do balão: 9	Balão 2 Valor do balão: 8	Balão 3 Valor do balão: 13
$\begin{array}{r} 6 \\ + 9 \\ \hline 15 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ + 6 \\ \hline 14 \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ + 6 \\ \hline 19 \end{array}$
Valor correto do balão: 8		

Figura 33: Registro da ficha 1, da estudante Ester: *Na boca do balão.*

Ao explicar como verificar o valor do balão 1 na equação, os professores continuaram a explicação para outros valores das bexigas 2 e 3 (oito e treze): “Do mesmo jeito. O valor do balão você põe oito. É aqui, oh, balão dois, valor do balão (apontou para o registro)” (PROF.^a ALINE, CENA 2, 17); “Agora faz a conta e vê se deu certo” (PROF. FÁBIO, CENA 2, 18); “Treze. Põe aí, valor do balão treze” (PROF.^a ALINE, CENA 2, 21) e “Põe o treze e faz a conta” (PROF. FÁBIO, CENA 2, 18).

Estas ações de repetições de cálculos, tomando como base valores distintos, vão em encontro ao que Davydov (1988) nomeou por tarefas particulares; “os estudantes comparam os procedimentos de solução de muitas tarefas particulares, identificando certa generalização” (DAVÍDOV, 1988, p. 179, tradução nossa)³⁵. Segundo Davydov (1988), para que os estudantes, por meio das tarefas particulares, possam realizar a generalização da

³⁵ “los escolares comparan los procedimientos de solución de muchas tareas particulares, identificando cierta vía general” (DAVÍDOV, 1988, p. 179).

solução de uma tarefa, devem realizar várias situações análogas, perpassando do particular ao geral.

Neste primeiro momento, tomando como referencial as manifestações orais dos estudantes – “*O balão dois deu o resultado correto*” (IGOR, CENA 2, *FLASH* 28) - e os registros de Ester e Samuel, percebemos que as crianças encontraram o valor adequado para a equação analisada, possibilitado pelo princípio de equivalência, um nexos conceitual algébrico. “*Quem que é então? Qual que é o valor aqui? Ao invés de eu pôr balão eu posso pôr o que aqui, então? Que número?*” (PROF.^a ALINE, CENA 2, 31), os estudantes então responderam: “*Oito*” (ESTUDANTES, CENA 2, *FLASH* 32).

Ao analisarmos a última ficha, concluímos que as mesmas ações desenvolvidas perante a primeira ficha se repetiram, alterando somente a complexidade dos cálculos:

A última ficha. A última ficha eu tenho balão rosa. Eu tenho balão dividido por dois mais dois que vai dar dez. Copiem aí, oh, ficha quatro. Balão, esses dois pontinhos é de divisão, dividido por dois, mais dois igual a dez. Não esqueçam dos parênteses. Já deem o palpite quem já terminou de copiar. Dá o palpite aí. [...] Pronto? Podemos começar os estouros? Sim ou não? [...] Dezesseis. Dezesseis. Do mesmo jeito oh. Dezesseis, aí você vai dividir por dois e vai somar dois. Professora, eu não sei dividir por dois. Faz assim oh, igual quando a gente vai entregar carta, eu entrego um pra você, um pra mim, um pra você, um pra mim. Então, você faz isso até você ter dezesseis. Pronto? Oh dezesseis..., quando achou o resultado soma mais dois. (PROF.^a ALINE, CENA 2, 34 - 38)

Os parênteses surgiram na equação final, além da operação de divisão. Estes dois elementos dificultaram as ações de algumas crianças, pois as mesmas ainda não compreendiam o conceito desta operação e as regras de solução, diante dos parênteses. Foi por meio das orientações da professora Aline - “*Dezesseis, aí você vai dividir por dois e vai somar dois*” (PROF. ALINE, CENA 2, 38) – que os estudantes realizaram os cálculos, não se preocupando em representar os parênteses na solução da SDA.

Neste momento, percebemos que os estudantes passaram a realizar as ações de forma mecânica, repetindo os procedimentos até encontrar o valor adequado à equação. Passamos a compreender, diante disso, as ações das crianças como operações, evidenciando a aprendizagem dos métodos de solucionar uma equação por meio do princípio de equivalência.

Apresentamos, na figura 34, o registro de Isaque que realizou os cálculos da última ficha sem apresentar insegurança ou dificuldade. Ele seguiu a orientação da professora: realizou a divisão primeiramente e, por fim, somou dois ao resultado.

Ficha 4:		
$(10 \div 2) + 2 = 10$		
Palpite para o valor do balão:		
Balão 1 Valor do balão: <u>16</u>	Balão 2 Valor do balão: <u>20</u>	Balão 3 Valor do balão: <u>10</u>
$\begin{array}{r} 16 \overline{) 2} \\ 8 + 2 = 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2} \\ 10 + 2 = 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ 5 + 2 = 7 \end{array}$
Valor correto do balão:		
<u>16</u>		

Figura 34: Registro da ficha 4, do estudante Isaque: *Na boca do balão*.

Isaque realizou de forma mecânica a substituição do balão pelos valores 16, 20 e 10, desenvolvendo o algoritmo de divisão e de adição. Estas operações possibilitaram a ele desenvolver a ação de analisar se a igualdade prevaleceu diante do resultado final.

Na figura 35, a seguir, apresentamos o registro de Ester, que diferencia um pouco do de Isaque diante da resolução da divisão. Ester, ao se deparar com o conceito de divisão, operação para que ainda não apresentava domínio, quando relacionado ao seu algoritmo, desenvolveu algumas ações, tendo em vista a solução da equação.

Ester representou a operação de divisão por meio de figuras, o que coincidiu com a explicação da professora - “*Professora, eu não sei dividir por dois. Faz assim, oh, igual quando a gente vai entregar carta, eu entrego um pra você, um pra mim, um pra você, um pra mim. Então, você faz isso até você ter dezesseis*” (PROF.^a ALINE, CENA 2, 38) – como podemos visualizar na figura 35.

Ficha 4: $9 : 2) + 2 = 10$		
Palpite para o valor do balão:		
5		
Balão 1 Valor do balão: 16	Balão 2 Valor do balão: 20	Balão 3 Valor do balão: 10
$\begin{array}{r} 16 \overline{) 2} \\ + 8 \\ \hline 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2} \\ + 10 \\ \hline 30 \\ + 2 \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ + 5 \\ \hline 15 \\ + 2 \\ \hline 17 \end{array}$
Valor correto do balão: 16		




Figura 35: Registro da ficha 4, da estudante Ester: *Na boca do balão*.

Neste quarto momento, tomando como referencial as manifestações orais dos estudantes na parte final da cena 2 e os registros de Ester (figura 35) e Isaque (figura 34), percebemos que os estudantes conseguiram encontrar o valor adequado para a equação analisada, possibilitado pelo princípio de equivalência; diante da indagação “[...] Então, qual que tem que ser o valor aí, onde eu vou escrever assim, oh, valor correto do balão, quanto que vai ser?” (PROF.^a ALINE, CENA 2, 59) os estudantes responderam “Dezesseis” (ESTUDANTES, CENA 2, FLASH 60).

Para finalizar o encontro que contemplou a SDA *Na boca do balão*, os professores solicitaram aos estudantes que registrassem a conclusão do dia, relatando qual era o objetivo da brincadeira. Isaque resumiu sua resposta, figura 36, ao afirmar que era “achar o número certo das contas” (ISAUQUE, FLASH DA FIGURA 36), corroborando com a afirmação de Sousa (2004) concernente à valorização, no ensino, de forma geral, da variável como incógnita.

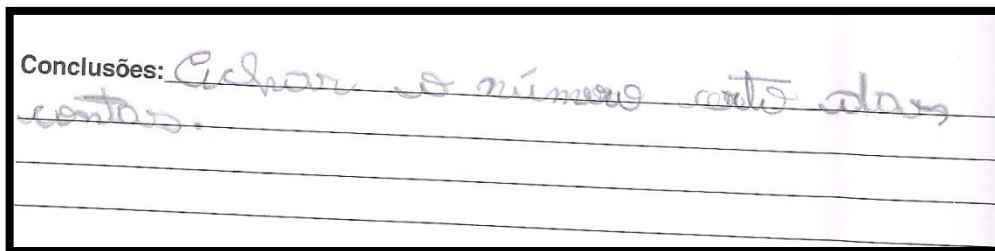


Figura 36: Registro da conclusão, do estudante Isaque: *Na boca do balão*.

Destacamos também a conclusão da Ester, figura 37, cujo raciocínio se assemelhou muito ao do Isaque. Ressaltamos que esta estudante é a que possui acompanhamento das professoras, concernente ao conhecimento da Língua Portuguesa. Apesar do não domínio das regras ortográficas, a estudante conseguiu registrar o seu raciocínio sobre a SDA.

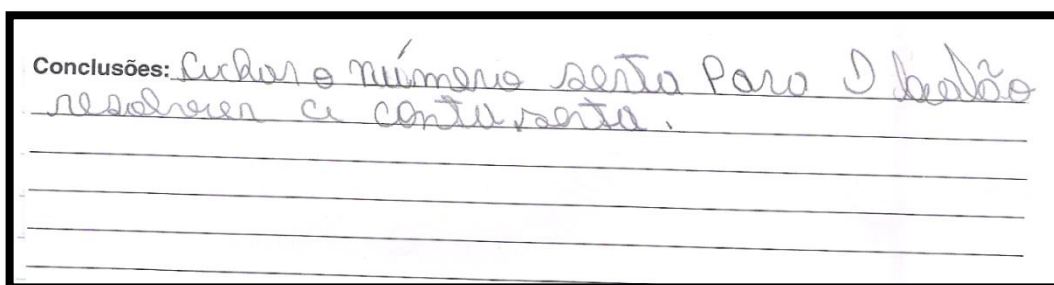


Figura 37: Registro da conclusão, da estudante Ester: *Na boca do balão*.

Concluimos que os estudantes compreenderam a SDA *Na boca do balão* como um conjunto de contas a serem solucionadas. Apesar do caráter lúdico almejado pelos professores, por meio da utilização dos balões como recurso, nem mesmo as crianças perceberam a situação como sendo direcionada à brincadeira, mas simplesmente *como “achar o número certo para o balão. Resolver a conta certa”* (ESTER, *FLASH DA FIGURA 37*).

Com o intuito de dar continuidade à análise dos indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos, perpassando por um processo de compreensão da necessidade de representação de uma linguagem algébrica simbólica para o início de um processo de generalização, destacamos a SDA nomeada por *Máquina mágica*.

A *Máquina mágica* é uma tarefa particular inserida no quarto módulo, *Dependência*, desenvolvida no oitavo dia do Clube de Matemática. O intuito, por meio desta, foi que os estudantes percebessem a ideia de variável e a relação de dependência entre as variáveis de uma função. Esperamos que as crianças estabelecessem as leis de formação das

funções envolvidas nesta SDA, com uma linguagem condizente aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Partimos do pressuposto de que esta SDA nos permitiria perceber possíveis indícios do início de um processo de generalização da linguagem simbólica algébrica, possibilitada pelo desenvolvimento das crianças diante das tarefas particulares do Clube de Matemática e concretizada em manifestações na *Máquina mágica*. Isto pelo fato de as crianças terem que esboçar uma lei geral de formação que leva em conta a relação de dependência entre as variáveis, por meio de um pensamento abstrato.

5.3.1.3 – Cena 3: Indícios de generalização da linguagem algébrica evidenciada mediante as manifestações orais e escritas das crianças

1. [...]
2. **PROF. FÁBIO:** Então é o seguinte pessoal, hoje a gente vai fazer uma atividade que a gente vai usar o computador. A atividade hoje chama *Máquina mágica*. Então, nós vamos usar o computador que vai ser a nossa *Máquina mágica*. E aí, ele (o computador) vai fazer algumas contas e a gente vai ter que descobrir qual que é essa mágica. Será que é mágica mesmo que está acontecendo ou tem alguma coisa por trás que tá fazendo aparecer os resultados que a gente vai colocar aqui. Como é que vai funcionar? Eu vou entregar pra vocês, pra cada um de vocês um crachá desse daqui. Então eu vou entregar e depois explicar como é que vocês vão trabalhar. A atividade vai ser colaborativa, todos vocês vão colaborar com os colegas. Então olha só. Vai funcionar da seguinte maneira. Cada crachá que vocês vão colocar no pescoço representa uma numeração. O amarelo vale um, o verde vale dois e o vermelho vale três. De novo, o amarelo vale um, o verde vale dois e o vermelho vale três. Então eu tenho alguns cartãozinho aqui que vão de cinco até quinze. O que que a gente vai fazer? Um de cada vez vai pegar esse cartãozinho aqui e vai sortear um número. Então vou sortear um número pra mim aqui. Sorteiei o número treze. Então o que que o colega da vez que no caso eu vou ter que fazer? Vou pegar alguns colegas, alguns de vocês e vou fazer uma sequência de cores aqui na frente de modo que a soma de cada um desses números que representam as cores dê treze. Então, se o vermelho vale três, vou pegar aqui um vermelho, três. Eu preciso somar mais dez, então vou pegar o amarelo, o verde, vou pegar várias cores de modo que a soma chega a treze. Certo? E aí, depois que a sequência for montada, a gente vai conferir pra ver se tá certo, se tiver certo, o que que você vai fazer? Você vai lá na máquina e vai digitar o número treze aqui. E aí no que você digitar o número treze aqui, vai aparecer um outro número. E aí é a mágica que a gente vai estar fazendo durante toda a atividade. Tudo bem?
3. **ESTUDANTES:** Tudo.
4. **PROF. FÁBIO:** Então tá bom. Vamos começar como? Vamos começar pela Ana.
5. [...]
6. **PROF. FÁBIO:** Então, a Ana tirou o número doze. Mostrem bem as cores dos crachás de vocês que ela vai escolher vocês pra montar a sequência aqui na frente. Oh, o número doze vocês vão anotar no lado esquerdo, tá bom? Aqui, oh. Aí depois, anotou o doze, esse doze vai lá pra dentro da máquina e vai sair outro número que vocês vão anotar aqui na frente, mas vamos esperar ela acertar a sequência. Então vai lá Ana, forma aí uma sequência de cores de forma que a soma inteira doze.
7. **ANA:** Solange (verde).
8. **PROF. FÁBIO:** Aí vai ficando aqui na frente. Mostra bem a cor do crachá.
9. **ANA:** Sara (verde), Ester (verde). Quem mais tem o verde?
10. **BRUNO:** Você tem verde.
11. **PROF. FÁBIO:** Lembrando que o verde vale quanto?
12. **ESTUDANTES:** Dois.
13. **ANA:** Dois, quatro, seis, oito (contando os valores das cores selecionadas).

14. **PROF. FÁBIO:** Você está usando você mesmo né? (A Ana confirmou).
15. **ANA:** Qual que é três?
16. **ESTUDANTES:** O vermelho.
17. **ANA:** José. Qual que é um (a cor)?
18. **ISAQUE:** Eu. (A Ana o chamou).
19. **PROF. FÁBIO:** O amarelo vale um.
20. **ANA:** Dois, quatro, seis, oito, onze, doze.
21. **PROF. FÁBIO:** Vamos conferir. (Conferiu a sequência formada por Ana. Ela acertou a combinação que resultou no valor doze). Então ela tem o direito de colocar o número doze na máquina. Então pode sentar os colegas que montaram a sequência (a Ana lançou o número no computador). Olha lá o que que aconteceu, hein?
22. **ESTUDANTES:** Sessenta?
23. **PROF. FÁBIO:** Sessenta. O número sessenta.
24. **BRUNO:** Doze vezes...
25. **PROF. FÁBIO:** Então o que será que aconteceu com o número doze que ele se transformou no sessenta, hein?
26. **BRUNO:** Multiplicou.
27. (O professor Fábio sugeriu para continuar a brincadeira, para ter a possibilidade de colocar outros valores no computador. Os estudantes continuaram o processo)
28. **PROF. FÁBIO:** [...] E aí, será que já tem uma ideia do que que...?
29. **BRUNO:** Ah sei. Já sei.
30. **ISAQUE:** Onze vezes cinco.
31. **PROF. FÁBIO:** O que que tá acontecendo?
32. **BRUNOS:** Já sei o número que tá multiplicando. O número é cinco. Cinco vezes onze dá cinquenta e cinco.
33. **PROF. FÁBIO:** Será que os outros funcionaram dessa maneira também, cinco vezes o número?
34. **BRUNO:** Ah. Foi. Foi.
35. **PROF. FÁBIO:** O que que aconteceu com o número? Isso que é lei. Lei é o quê que aconteceu com o número. O que que aconteceu com ele?
36. **BRUNO:** Foi multiplicado por cinco.
37. [...]
38. **CAMILA:** Parece mágica, mas não é mágica.
39. [...]

Essa cena se inicia com a explicação do professor sobre a *Máquina mágica*. Ao apresentar a SDA, Fábio chama a atenção das crianças para o recurso a ser utilizado, o computador, para envolver as crianças por meio da ludicidade: “[...] *A atividade hoje chama Máquina mágica. Então, nós vamos usar o computador que vai ser a nossa Máquina mágica [...]*” (PROF. FÁBIO, CENA 3, 2). Contudo, ao explicar a dinâmica das ações, esboça em seu discurso um ensino reduzido aos cálculos: “[...] *E aí, ele (o computador) vai fazer algumas contas e a gente vai ter que descobrir qual que é essa mágica. [...]*” (PROF. FÁBIO, CENA 3, 2).

Ao contextualizar a SDA, o professor não teve o cuidado de explicar qual era o objetivo do jogo, simplesmente afirmou para as crianças o uso do computador e as ações a serem realizadas durante este encontro: “[...] *depois que a sequência for montada, a gente vai*

conferir pra ver se tá certo, se tiver certo o que que você vai fazer? Você vai lá na máquina e vai digitar o número [...]” (PROF. FÁBIO, CENA 3, 2).

As crianças iriam digitar um número na máquina, resultado do sorteio de cartões numéricos e de sua combinação por meio de cartões coloridos, como explicado no capítulo anterior. Ao apertar o botão *enter* do teclado, um novo número surgiria na tela do computador, como se fosse uma mágica. O número seria resultado da utilização do *software excel*, no qual o professor programou uma lei de formação em seu sistema para que o *software* resolvesse a mesma, tomando o valor da variável inserida pelo estudante.

Essa situação permite, ao professor, realizar diversos questionamentos sobre a explicação do novo número que surge na tela, a fim de possibilitar, aos estudantes, a percepção da relação de dependência entre as variáveis da função e da sua lei de formação. Espera-se que as crianças percebam que não há mágica, mas uma explicação algébrica para a transformação dos valores. Partimos do pressuposto de que, caso as crianças perpassem por esse processo de análise, teremos indícios de generalização da linguagem simbólica algébrica.

Retornando à explicação da *Máquina mágica*, ao se preocupar em explicar a SDA de modo a envolver as crianças no processo de ensino e aprendizagem, o professor, em seu discurso, explicou a SDA como se os estudantes já compreendessem a conclusão almejada por meio da tarefa particular: “[...] *Será que é mágica mesmo que está acontecendo ou tem alguma coisa por trás que tá fazendo aparecer os resultados que a gente vai colocar aqui. Como é que vai funcionar? [...]”* (PROF. FÁBIO, CENA 3, 2).

Diante dessa explicação, as crianças realizaram as ações descritas pelo professor, cumprindo cada etapa: a escolha de um cartão numérico, a montagem da sequência dos cartões coloridos e a digitação do número no computador. A fala de Fábio confirma esta afirmação, ao discursar, após as ações de Ana na montagem da sequência de cores:

Vamos conferir. (Conferiu a sequência formada por Ana. Ela acertou a combinação que resultou no valor doze). Então ela tem o direito de colocar o número doze na máquina. Então, pode sentar os colegas que montaram a sequência (a Ana lançou o número no computador). Olha lá o que que aconteceu, hein? (PROF. FÁBIO, CENA 3, 21).

Ao perceber que o novo número que aparece na tela do computador foi sessenta, Bruno manifestou oralmente sua compreensão da transformação dos valores: “*Doze vezes...*” (BRUNO, CENA 3, *FLASH* 24). Ele iniciou a busca pela explicação do fenômeno, almejando uma possível justificativa para explicitar ao professor: “*Então o que será que aconteceu com o número doze que ele se transformou no sessenta, hein?*” (PROF. FÁBIO, CENA 3, 25).

Bruno reafirmou sua colocação: “multiplicou” (BRUNO, CENA 3, *FLASH* 26) e Isaque também contribuiu para a reflexão: “onze vezes cinco” (ISAUQUE, CENA 3, *FLASH* 30). Neste momento, percebemos que as crianças buscaram uma forma de explicar as transformações de valores apresentadas, por meio do computador, iniciando um processo de generalização do pensamento simbólico algébrico.

Partimos do pressuposto de que esta generalização é resultado da percepção de alguns atributos estáveis que se repetiram nos objetos, por meio desta tarefa particular. É o processo que Davydov (1982, 1988) compreendeu como generalização empírica.

A generalização empírica, compreendida sob a influência da lógica formal, é uma tentativa de descrição dos atributos de vários elementos ou fenômeno individualizados, levando em conta suas características estáveis. Fundamenta-se na observação dos objetos e sua comparação, em uma análise que perpassa do particular para o geral, resultando no destaque do comum por meio de palavras ou signos (DAVYDOV, 1988).

Como resultado desse processo, as crianças verbalizaram a generalização empírica por meio de palavras, ficando restritas aos aspectos sensoriais, priorizados na SDA. Este processo é possibilitado diante da repetição dos atributos estáveis dos objetos contemplados nas tarefas particulares.

Percebemos indícios desta generalização empírica no registro de Sara, figura 38, no qual a estudante anotou, diante de sua singularidade, as três primeiras leis de formação contempladas na *Máquina mágica*.

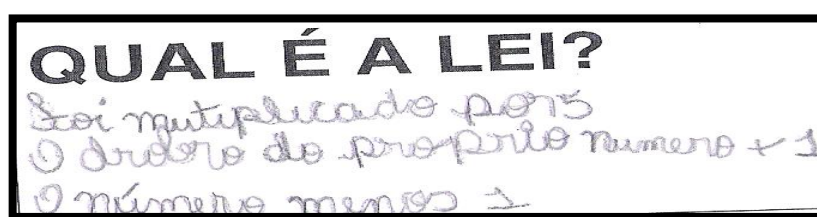


Figura 38: Registro de Sara concernente às leis de formação das funções da *Máquina mágica*.

Percebemos indícios de apreensão do objeto de estudo estipulado para essa tarefa particular, conseguindo solucionar a SDA por meio da formulação da lei que rege a função, evidenciando um processo de generalização empírico propiciado pela organização do ensino. As manifestações orais e escritas demonstram um ensino ainda pautado em empirismo, caracterizado pelo aspecto da lógica-formal.

A figura 39, a seguir, apresenta o registro de José, contemplando as leis de formação das três primeiras funções da *Máquina mágica*. As anotações de José se assemelham às de Camila, explicitadas na figura anterior.

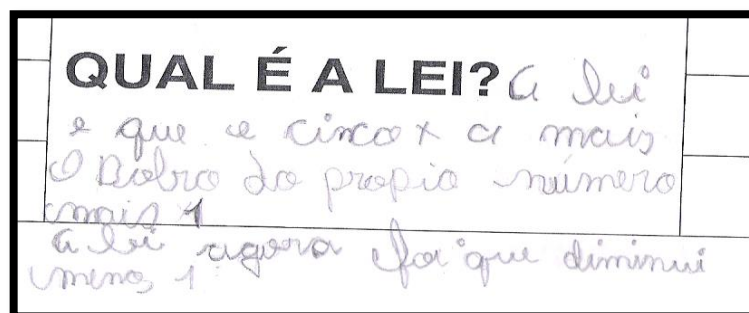


Figura 39: Registro de José concernente às leis de formação das funções da *Máquina mágica*.

Para concluir esta cena 3, apresentamos as conclusões de Camila e de José sobre a *Máquina mágica*. Camila restringiu o objetivo da SDA à busca pela lei de formação, desvinculado de qualquer ludicidade nas ações: “o objetivo era a lei” (CAMILA, FLASH DA FIGURA 40).

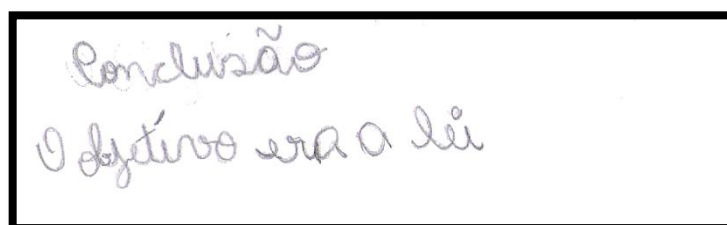
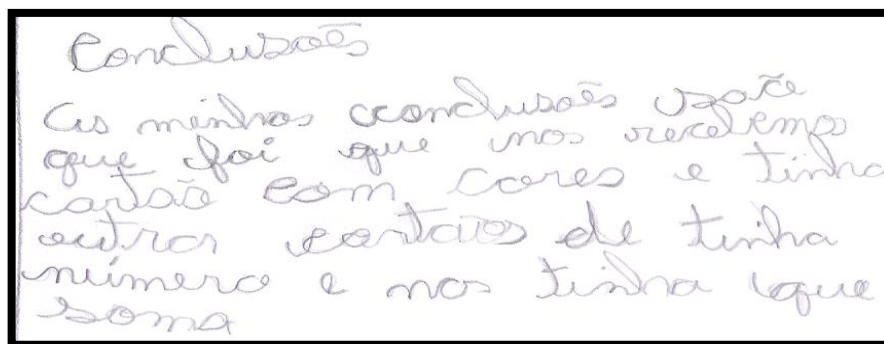


Figura 40: Conclusão de Camila sobre a *Máquina mágica*.

José, em sua conclusão, explicitada na figura 41, a seguir, inter-relacionou os outros aspectos também contemplados na *Máquina mágica*, não destacando a descoberta da lei de formação da função. Apesar de José os ter destacado na folha de registro, figura 39, concluiu como sendo mais significativas as ações envolvendo os cartões numéricos e os coloridos.



Conclusões
 As minhas conclusões são que foi que nos revelamos cartas com cores e tinha outras cartas de tinha número e nos tinha que soma

Figura 41: Conclusão de Camila sobre a Máquina mágica.

As cenas deste episódio foram escolhidas de forma a evidenciar indícios de apropriação dos nexos conceituais estabelecidos nos módulos do Clube de Matemática, pelas crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que contemplavam o conhecimento algébrico. Contudo, devemos levar em conta, nesta análise, a singularidade de cada criança inserida no processo e a organização do ensino, realizado pelos professores e a pesquisadora do OBEDUC.

Por mais que o experimento didático tenha sido estruturado mediante um estudo do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico, com uma intencionalidade pautada nos nexos conceituais algébricos, o produto desse processo constituiu-se em uma organização de ensino pautado em movimentos regulares, do particular ao geral (DAVÍDOV, 1988), que valorizou, de certa forma, aos processos de generalização e abstração pautados no empirismo.

Podemos sintetizar as ideias centrais abordadas neste primeiro episódio no quadro 11, abaixo.

Episódio 1: Indícios de transformações na manifestação da linguagem algébrica: do simbólica à generalização		
Cenas	Ações e reflexões	Desdobramentos
Cena 1. Indícios de percepção sobre a necessidade e utilidade da linguagem simbólica.	Os estudantes tiveram dificuldade em registrar o cálculo final, pois não lhes foi permitido utilizar a linguagem simbólica como recurso.	Reconhecimento, pelas crianças, da praticidade da linguagem simbólica no cotidiano das pessoas, tanto em situações em que necessitam de realizar contagens, como no desenvolvimento do pensamento abstrato.

<p>Cena 2: Do particular ao geral: operações envolvendo o princípio de equivalência.</p>	<p>Os estudantes encontraram o valor adequado para as equações analisadas, processo possibilitado pelo princípio de equivalência.</p>	<p>Apesar do caráter lúdico almejado pelos professores, por meio da utilização dos balões como recurso pedagógico, nem mesmo as crianças perceberam a ludicidade na SDA (<i>Na boca do balão</i>), resumindo-a a um conjunto de contas.</p>
<p>Cena 3: Indícios de generalização da linguagem algébrica evidenciada mediante as manifestações orais e escritas das crianças</p>	<p>As crianças verbalizaram generalizações empíricas por meio de palavras, ficando restritas aos aspectos sensoriais, priorizados na SDA. Este processo foi possibilitado diante da repetição dos atributos estáveis dos objetos contemplados na <i>Máquina mágica</i>.</p>	<p>Percepção de que, por mais que o experimento didático tenha sido estruturado mediante um estudo do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico, o produto desse processo constituiu-se em uma organização de ensino pautado em movimentos regulares.</p>

Quadro 11: Síntese das manifestações orais e escritas das crianças: do simbólico à generalização.

Para concluir a discussão contemplada nesta unidade de análise, recorreremos à *situação-problema* elaborada para essa investigação, com o intuito de perceber possíveis transformações na representação da linguagem simbólica dos estudantes, evidenciando indícios de generalização.

5.3.2 – Episódio 2: Indícios de generalização da linguagem simbólica diante do estudo no Clube de Matemática

O episódio 2 da segunda unidade de análise foi idealizado com o objetivo de evidenciar possíveis saltos qualitativos de alguns estudantes participantes do Clube de Matemática, ao perpassar por todas as SDA planejadas. Selecionamos três estudantes, entre os doze sujeitos, por percebemos transformações em suas manifestações escritas, quando comparados às manifestações anteriores ao desenvolvimento do Clube.

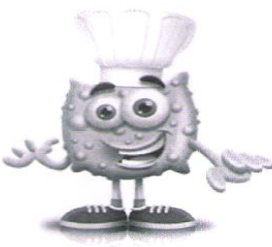
Para tanto, tomamos como recurso de análise a *situação-problema* desenvolvida no segundo e no décimo primeiro encontro. Ressaltamos que esta situação foi elaborada com a finalidade de perceber transformações, nas manifestações escritas das crianças, por meio da generalização da linguagem algébrica.

Organizamos esta seção da seguinte maneira: apresentamos os registros de três estudantes, realizados anteriormente ao desenvolvimento das SDA que contemplou os nexos conceituais algébricos. Posteriormente, expomos a cena 1, composta por diálogos dos sujeitos durante a *roda de conversa* do décimo primeiro dia. Por fim, o registro dos estudantes da

situação-problema, posteriormente ao desenvolvimento das tarefas particulares de álgebra do Clube de Matemática.

Primeiramente, apresentamos o registro de Danilo, figura 42. Ele teve dificuldade ao registrar seus pensamentos, por não ter domínio da Língua Portuguesa. Orientamo-lo que escrevesse da forma que considerasse correta, pois não estávamos interessados em avaliar a escrita, mas a compreensão do seu raciocínio matemático.

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.



**BANCA DE PASTEL DO
JOÃO**

1 pastel – 3 reais

2 pastéis – 6 reais

3 pastéis – 9 reais

4 pastéis – 12 reais

⋮

a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis? *9 reais*

b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais? *4*

c) E se uma pessoa compra 6 pastéis, qual será sua dívida? *18*

d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido? *12*

e) E se pensarmos em uma forma geral de calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representariamos esse raciocínio matematicamente? *na savouradora*


Figura 42: Registro do Danilo: anteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.

Percebemos, na figura 42, que Danilo procurou escrever poucas palavras no registro, utilizando-se mais dos algarismos para representar seu pensamento. Contudo, esta sua limitação não o impediu de envolver-se nas ações do Clube. Em vez disso, mostrou-se disposto a participar e aprender durante o desenvolvimento das SDA.

Ao responder as duas indagações iniciais, Danilo recorreu à tabela explicitada, a “Banca de Pastel do João”. A dificuldade centrou-se a partir da quarta questão, sendo que na última o estudante não conseguiu registrar uma forma geral que representasse o preço do pastel em função da quantidade comprada. Por não alcançar uma representação matemática, ele afirmou que seria possível por meio da calculadora.

Sara, por sua vez (registro explicitado na figura 43, abaixo), também conseguiu responder as duas primeiras perguntas, cujas respostas eram perceptíveis. A partir da terceira se confundiu ao anotar, mas escreveu uma resposta lógica na última indagação, como forma de finalizar esta ação.

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.



**BANCA DE PASTEL DO
JOÃO**

1 pastel – 3 reais
2 pastéis – 6 reais
3 pastéis – 9 reais
4 pastéis – 12 reais
⋮

a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis?
9 reais

b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais?
4 pastéis

c) E se uma pessoa compra 6 pastéis, qual será sua dívida?
7 reais

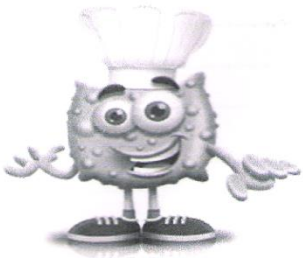
d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido?
12 Pastéis

e) E se pensarmos em uma forma geral de calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representaríamos esse raciocínio matematicamente?
Calcular toda a quantidade de Pastéis

Figura 43: Registro do Sara: anteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.

Por fim, apresentamos o registro de Ester, figura 44. Esta, dentre os estudantes escolhidos, foi a que apresentou uma maior dificuldade, no primeiro momento, em solucionar a *situação-problema*. Conseguiu responder somente a primeira indagação, o que demonstra a não compreensão das restantes.

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.



**BANCA DE PASTEL DO
JOÃO**

1 pastel – 3 reais
2 pastéis – 6 reais
3 pastéis – 9 reais
4 pastéis – 12 reais
⋮

a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis?
Pagará 9 R\$

b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais?
Pagará 4

c) E se uma pessoa compra 6 pastéis, qual será sua dívida?
Pagará 12

d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido?
Pagará 13

e) E se pensarmos em uma forma geral de calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representaríamos esse raciocínio matematicamente?

$$\begin{array}{r} 49 \\ +25 \\ +13 \\ \hline 713 \end{array}$$

} no mínimo cento
deu 713

Figura 44: Registro do Ester: anteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.

Ressaltamos que estes registros apresentados neste primeiro momento, figuras 42, 43 e 44, foram escritos anteriormente ao desenvolvimento das SDA que contemplou os nexos conceituais algébrico, na busca de identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes.

Por conseguinte, os módulos do Clube de Matemática foram desenvolvidos, a *situação-problema* proposta novamente e a *roda de conversa* realizada no final do décimo primeiro encontro.

Neste segundo momento deste episódio, apresentamos a cena 1, referente à discussão dos estudantes durante a *roda de conversa*. Esta foi realizada depois que os estudantes realizaram a *situação-problema*, no segundo momento. Concomitantemente à apresentação da reflexão, explicitamos os registros do segundo momento de Danilo, Sara e Ester, que expressam um salto qualitativo quando confrontados ao primeiro momento.

5.3.2.1 – Cena 1: O desenvolvimento da generalização da linguagem simbólica percebido mediante a *situação-problema*

1. (Roda de conversa)
2. **PESQUISADORA:** Vocês acharam mais facilidade de fazer isso daqui (a *situação-problema*) do que da outra vez? [...] Vocês acharam mais fácil ou mais difícil?
3. **Estudantes:** Mais fácil.
4. **PESQUISADORA:** O que pode ter ajudado?
5. **ISAQUE:** No dia lá da *Máquina Mágica*. Descobrir a mágica.
6. [...]
7. **ANA:** A da *Trilha das leis*.
8. **PESQUISADORA:** Então me fala qual era a lei?
9. **IGOR:** Somar de três em três.
10. **PESQUISADORA:** Somar de três em três ou...
11. **DANILO:** Ou multiplicar.
12. **PESQUISADORA:** Multiplicar por quanto?
13. **DANILO:** Então fala pra tia a lei pra achar o valor a ser pago pelo pastel.
14. **ISAQUE:** Multiplicar pelos pastéis?
15. **PESQUISADORA:** Multiplicar o que pelos pastéis?
16. **DANILO:** O três.
17. **IGOR:** Ou então somar de três em três.
18. **PESQUISADORA:** Ou então somar de três em três. Cada pastel custa três, por isso que soma de três em três, tá bom?

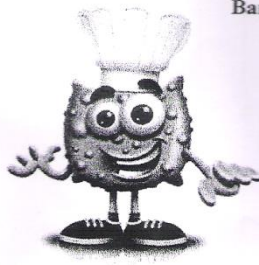
Esta cena se inicia com a pesquisadora questionando os estudantes sobre possíveis saltos qualitativos concernentes ao conhecimento algébrico quando confrontados ao primeiro momento de realização da *situação-problema*: “Vocês acharam mais facilidade de fazer isso daqui (a *situação-problema*) do que da outra vez? [...] Vocês acharam mais fácil ou mais difícil?” (PESQUISADORA, CENA 1, 2). Os estudantes responderam de prontidão: “Mais fácil” (ESTUDANTES, CENA 1, FLASH 3).

Percebemos esta facilidade nas manifestações dos estudantes diante da *situação-problema*, como é o caso do Danilo, figura 45. Quando confrontamos este registro com o anterior, identificamos que o estudante escreveu uma possível generalização da linguagem

algébrica. Ele superou a dificuldade em registrar a forma geral de representação do preço do pastel em função da quantidade comprada: “*multiplica por três os pastéis*” (DANILO, FLASH DA FIGURA 45).

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.

Banca de pastel do João



1 pastel – 3 reais
2 pastéis – 6 reais
3 pastéis – 9 reais
4 pastéis – 12 reais

a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis? *R=9*

b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais? *R=4*

c) E se uma pessoa comprar 6 pastéis, qual será a sua dívida? *R=18*

d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido? *64*

e) E se pensarmos em uma lei para calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representariamos esse raciocínio matematicamente? *multiplica por 3 o pastel*

Figura 45: Registro do Danilo: posteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.


Danilo percebeu que bastava multiplicar por três para calcular o preço do pastel em relação à quantidade comprada. Contudo, ao realizarmos um questionamento sobre a quantidade de pastéis adquiridos em relação a um preço dado a priori, o estudante realizou o mesmo procedimento, tentando multiplicar por três o valor 21, da letra *d* da *situação-problema*. Danilo escreveu 64 na resposta, confundindo o valor na multiplicação de 21 por três, que resultaria em 63. Ele não percebeu que o raciocínio era o inverso, resultando na divisão de 21 por 3, cujo resultado seria 7.

Dando continuidade à discussão, a pesquisadora indagou aos estudantes sobre o que, na avaliação deles, acreditavam ter possibilitado o salto qualitativo diante da busca pela solução da *situação-problema*: “*O que pode ter ajudado?*” (PESQUISADORA, CENA 1, 4). Os estudantes, diante disso, aderiram uma justificativa ao desenvolvimento possibilitado por meio de SDA anteriores: “*No dia lá da Máquina Mágica. Descobrir a mágica*” (ISAQUE, CENA 1, FLASH 5) e “*A da Trilha das leis*” (ANA, CENA 1, FLASH 7).

Houve, pois, indícios de um salto qualitativo nas manifestações escritas de Sara, figura 46, devido ao processo de ensino e aprendizagem possibilitado no Clube de Matemática.

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.

Banca de pastel do João



1 pastel – 3 reais
2 pastéis – 6 reais
3 pastéis – 9 reais
4 pastéis – 12 reais

a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis?
R= pagara nove reais.

b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais?
4 pastéis.

c) E se uma pessoa comprar 6 pastéis, qual será a sua dívida?
Ele terá que pagar 18 reais

d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido?
Ele comeu 07 pastéis.

e) E se pensarmos em uma lei para calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representáramos esse raciocínio matematicamente?
A gente tem que fazer uma multiplicação para descobrir quantos pastéis compramos.

Figura 46: Registro do Sara: posteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra.

Sara, ao realizar a *situação-problema*, posteriormente ao desenvolvimento das tarefas particulares de álgebra, nos permite perceber indícios do início de um processo de

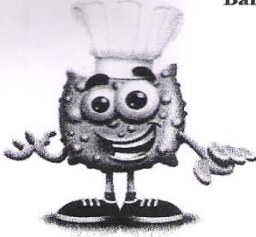
generalização. Ela não soluciona somente as duas primeiras indagações, como no primeiro momento, mas também as demais por meio da percepção da relação de dependência entre as duas variáveis.

Quando confrontamos este registro com o anterior, vemos que Sara representou a generalização da ideia da *situação-problema* por meio da linguagem algébrica. Ela superou a dificuldade em registrar a forma geral de representação do preço do pastel em função da quantidade comprada, nos dando indício de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica: “*a gente tem que fazer uma multiplicação para descobrir quantos pastéis compramos*” (SARA, *FLASH DA FIGURA 46*).

Em relação ao registro de Ester, também traz indícios de uma transformação nas manifestações da linguagem algébrica. Quando confrontamos com o primeiro momento, percebemos que Ester também apresentou indícios de apropriação de nexos conceituais algébricos. Ela resolveu de forma autônoma, a *situação-problema*, no segundo momento, concluindo o pensamento de forma coerente e satisfatória: “*é multiplicar três vezes a quantidade de pastéis*” (ESTER, *FLASH DA FIGURA 47*).

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.

Banca de pastel do João



1 pastel – 3 reais
 2 pastéis – 6 reais
 3 pastéis – 9 reais
 4 pastéis – 12 reais

a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis?
Pagará 9, Reais

b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais?
4 Pastéis

c) E se uma pessoa comprar 6 pastéis, qual será a sua dívida?
Pagará 18 Reais

d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido?
7 Pastéis

e) E se pensarmos em uma lei para calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representaríamos esse raciocínio matematicamente?
É multiplicar 3 reais a quantidade de Pastéis

Figura 47: Registro de Ester: posteriormente ao desenvolvimento das SDA envolvendo álgebra

Também percebemos indícios de generalização do pensamento concernente à ideia contemplada nesta *situação-problema*, pelos outros estudantes, diante da indagação da professora: “Então me fala qual era a lei?” (PESQUISADORA, CENA 1, 8). Igor manifestou seu pensamento: “Somar de três em três” (IGOR, CENA 1, FLASH 9) e “Ou multiplicar” (DANILO, CENA 1, FLASH 11).

As discussões desta terceira unidade de análise, referentes aos dois episódios, mostram que os estudantes apresentaram indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, seja por meio de manifestações orais ou escritas. Mesmo diante da valorização de movimentos regulares, possibilitada pela organização do ensino pelos professores e pela pesquisadora do OBEDUC, os estudantes demonstraram uma transformação na manifestação da linguagem algébrica.

Para dar continuidade à busca por um modo de ensino que possibilite aos estudantes vivenciar uma educação dita *humanizadora*, as conclusões desta investigação levam em consideração o grupo de sujeitos do OBEDUC a fim de buscar a transformação qualitativa do modo de organizar o ensino.

Partimos do pressuposto de que a intencionalidade didática e teórica dos docentes inseridos no OBEDUC ainda não foi suficiente para organizar o ensino de modo a construir as bases necessárias ao desenvolvimento do pensamento teórico. Contudo, Silva (2013) entende que eles apresentam mudanças na organização do ensino, com ações direcionadas para a concretização de uma educação em seu princípio humanizador.

Isso porque entendemos que somente o desenvolvimento do pensamento teórico fornece as condições necessárias para que a atitude criativa do homem se transforme em uma atividade real que lhe permita a apropriação dos bens culturais produzidos pela humanidade e, conseqüentemente, sua humanização em sentido genérico (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 79).

Sintetizamos as ideias centrais abordadas neste segundo episódio, no quadro 12, cuja cena foi selecionada com o objetivo de perceber indícios de saltos qualitativos nas manifestações dos estudantes.

Episódio 2: Indícios de generalização da linguagem simbólica diante do estudo no Clube de Matemática		
Cenas	Ações e reflexões	Desdobramentos
Cena 1. O desenvolvimento da generalização da linguagem simbólica percebido mediante a <i>situação-problema</i>	Representação, pelos estudantes, de generalização da ideia da <i>situação-problema</i> por meio da linguagem algébrica. Superaram a dificuldade em registrar a forma geral de representação do preço do pastel em função da quantidade comprada, nos dando indício de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.	Como modo de dar continuidade a busca por um modo de ensino que possibilite aos estudantes vivenciar uma <i>educação humanizadora</i> , as conclusões apresentadas por meio desta investigação devem ser tomadas em consideração pelo grupo de sujeitos do OBEDUC como forma de buscar a transformação qualitativa do modo de organizar o ensino.

Quadro 12: Indícios de generalização diante do estudo no Clube de Matemática.

Com o intuito de sintetizarmos os indícios de apreensão do nosso objeto de pesquisa, organizamos a seção seguinte em um movimento que contempla as três unidades de análise, explicitadas anteriormente, em um único momento. Abarcamos a ludicidade, as ações e reflexões coletivas e os indícios de apropriação do conhecimento algébrico

concomitantemente, como modo de demonstramos o modo singular de organização do processo de ensino e aprendizagem do Clube de Matemática, bem como o produto dessa trajetória, percebido por meio dos indícios de aprendizagem das crianças.

5.4 - O processo de ensino e aprendizagem no Clube de Matemática: indícios de aprendizagem do conhecimento algébrico

Diante do processo de ensino e aprendizagem contemplado no Clube de Matemática, analisar os indícios de apropriação do conhecimento algébrico pressupõe refletirmos também sobre a organização do ensino, realizado pelos professores do OBEDUC. Isto porque o produto das ações e reflexões desse conjunto de profissionais se constituiu no modo singular de estruturação do ensino nesse *espaço de aprendizagem*.

O modo de organização do Clube de Matemática, analisado nesse trabalho, quando vislumbrado tomando como baluartes a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade, nos permitiu elaborar as unidades de análise contempladas nessa investigação: as ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*, a ludicidade como característica na organização das SDA e os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Assim, ao nos atentarmos às ações e reflexões coletivas das crianças no Clube de Matemática, percebemos que o modo de organizar as SDA evidenciou-se, no decorrer dos encontros programados, como propício a desencadear ações colaborativas entre os pares, mesmo diante das singularidades de cada sujeito. Ao vislumbrar a individualidade de algumas crianças em determinados momentos, diante das tarefas particulares, o posicionamento dos professores constituiu-se como fundamental nesse processo, possibilitando a reflexão das crianças sobre as ações realizadas e a reformulação das estratégias, levando em conta os objetivos do grupo.

Nesse movimento, evidenciamos indícios de saltos qualitativos em que os sujeitos se perceberam diante de um coletivo, havendo o compartilhamento de ideias e saberes em busca de um mesmo objeto, a resolução da situação posta (RUBTSOV, 1996). Já ao

contemplarmos a ludicidade como modo de envolver os sujeitos, percebemos modos distintos dos estudantes, ao se depararem com as brincadeiras contempladas por meio das SDA.

Algumas crianças manifestaram modos de ação com o intuito de apreender o objeto de estudo em pauta, levando em consideração a ludicidade, outros esperaram simplesmente que outro colega lhes repassasse uma resposta pronta, com o objetivo de finalizar uma “obrigação escolar”. Essas evidências realçam a singularidade dos sujeitos inseridos no processo de ensino e aprendizagem, nos dando indícios de que um mesmo modo de organizar o ensino desencadeia modos distintos de envolvimento nos sujeitos.

Tomando posse desses dois aspectos centrais relacionados à organização do ensino, a ludicidade e ao trabalho coletivo, analisamos os indícios de aprendizagem das crianças, concernente ao conhecimento algébrico. Este movimento foi possível devido à organização, a priori, das SDA, levando em consideração o estudo do movimento lógico-histórico da álgebra. Segundo Medvediev (1996), a análise lógica do conhecimento algébrico é que permite extrair de seu conteúdo um sistema de conceitos de base e de laços que os unem. O objetivo, por meio desse processo, é a elaboração “de uma unidade de ensino, que reproduza a lógica da estrutura do conhecimento teórico, sempre tendo em vista o processo de aprendizagem” (MEDVIEDIEV, 1996, p. 170).

Tomando posse do produto do estudo do movimento lógico-histórico da álgebra, concretizado nas tarefas particulares, percebemos que as ações dos professores do OBEDUC, ao organizarem o ensino, se aproximaram mais de elaborações de problemas concretos e práticos (MEDVIEDIEV, 1996), do que das tarefas de estudo, conforme proposto por Davydov (1982). Isto porque ficaram restritas a movimentos regulares, não possibilitando a elaboração de um modo genérico de ação, perpassando do geral ao particular.

Apesar de a intencionalidade pedagógica centrar-se na construção da base teórica para o desenvolvimento do pensamento teórico nas crianças, os professores do OBEDUC também se encontravam em processo de formação, resultando na elaboração de um conjunto de SDA que evidenciaram sua compreensão momentânea do movimento lógico-histórico do conhecimento matemático.

Nesse sentido, como produto desse processo, a elaboração das SDA ficou restrita à contemplação exclusiva da última etapa de desenvolvimento do conhecimento algébrico, a álgebra simbólica. Essa ação talvez se justifique pelos resquícios da formação vivenciada durante todo o processo de aprendizagem escolar e acadêmica dos professores, mostrando-se arraigados, mesmo diante de um processo de formação que busque a transformação dessa visão epistemológica do conhecimento.

Diante disso, ressaltamos nossa compreensão do processo de formação dos profissionais da área não como um procedimento de estímulo e resposta, mas permeado por percalços nas ações didáticas e pela busca de sua superação, com vista às transformações qualitativas, que enveredam para a possibilidade de uma nova qualidade nas ações dos sujeitos. Assim, o produto momentâneo das ações dos professores do OBEDUC constituiu-se nas tarefas particulares do Clube de Matemática, em que os nexos conceituais estipulados para o desenvolvimento das tarefas particulares foram percebidos como elementos fundamentais que compõem a estrutura do conceito.

Deste modo, ao analisarmos o modo de organização das tarefas particulares, com o intuito de abarcar os nexos conceituais elencados e os objetivos explicitados em cada encontro, percebemos indícios de apropriação dos mesmos pelos aprendizes. O modo singular de compreensão do movimento lógico-histórico da álgebra pelos professores e sua concretização nas SDA nos possibilitaram evidenciar indícios de aprendizagem das crianças, contudo estas foram caracterizadas por procedimentos gerais de solução por meio da repetição de resolução de um mesmo modo particular, em um movimento do particular ao geral (DAVÍDOV, 1988).

Nesse sentido, os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos abarcados nesse trabalho ficaram restritos às condições objetivas das SDA, propostas no Clube de Matemática, caracterizadas por meio da comparação, pelos estudantes, de diversos procedimentos de solução de muitas tarefas particulares (DAVÍDOV, 1988), propiciando uma generalização empírica. Concluímos que, apesar de o experimento didático ter sido estruturado de modo a possibilitar a construção da base do pensamento teórico das crianças, este se constitui como uma organização de ensino pautado em movimentos regulares, aproximando-se do ensino empirista.

A necessidade do (re) começo...

O professor deve ser visto e se ver como aquele que aprende continuamente. Deste ponto de vista, muda, também, da dimensão do ensino escolar representada pelo professor que quer ensinar e o aluno que quer aprender para o professor que quer ensinar e aprender e o aluno que quer aprender e ensinar. Essa mudança nos permite considerar a formação do professor como sendo um contínuo, de modo que desta constituição tome parte o conjunto de fenômenos vivenciados e as ações empreendidas no sentido de entendê-los em busca de transformá-los em conteúdo de ensino (MOURA, 2000, p. 16-17).

Como analisar a organização do ensino e os indícios de apropriação dos conhecimentos, pelos estudantes, sem tomarmos também o professor, diante desse processo? Ele é a pessoa responsável por organizar o ambiente escolar para promover a aprendizagem dos indivíduos e, concomitantemente, é um sujeito em processo de desenvolvimento. Assumimos que o educador, assim como o estudante, é um sujeito que aprende, erra, inventa e recria (MOURA, 2000), recusando-nos a caracterizá-lo como profissional pronto e infalível (MOURA, 2000).

Ao considerarmos o professor como sujeito e profissional, em constante formação (MOURA, 2000), a avaliação de suas ações é possível diante das ponderações das ações dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. Elas revelam se o objetivo do docente está ou não sendo atingido e se os instrumentos utilizados são coerentes com a organização pedagógica idealizada (MOURA, 2000).

A avaliação das ações é inerente ao ato de planejar e desenvolver situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) com os estudantes (MORAES; MOURA, 2009). Este movimento possibilita a reflexão sobre o processo, pautada na organização do ensino e nos indícios evidenciados de apropriação dos conhecimentos contemplados, com a intencionalidade de promover o desenvolvimento do pensamento teórico por meio da elaboração de tarefas de estudo (DAVYDOV, 1988).

Neste sentido, ao investigarmos os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos, analisamos além das manifestações orais e escritas das crianças, as ações dos sujeitos durante o processo de ensino e aprendizagem, de modo a possibilitar, ao professor, avaliar se o ensino está ou não sendo organizado de forma adequada. Acreditamos que as evidências abarcadas permitem aos docentes do OBEDUC, envolvidos no processo de

elaboração das SDA, avaliar os percalços percebidos e refletir sobre as possibilidades de ações para transformar as tarefas particulares para uma nova qualidade.

Diante disso, ao contemplarmos essa discussão, levando em consideração as evidências percebidas nesta investigação, cabe aqui retomarmos a pergunta norteadora dessa pesquisa: *Quais os indícios presentes nas manifestações escritas e orais dos estudantes participantes do Clube de Matemática que demonstram apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica?* Assim, com o intuito de contemplarmos os ensaios, os resultados e as perspectivas pautadas nessa pesquisa acadêmica, como meio de possibilitar aos docentes a avaliação de suas ações consolidadas nas SDA do Clube de Matemática, organizamos essa reflexão em três momentos distintos: a singularidade do nosso experimento didático, as particularidades contempladas nas unidades de análise e a necessidade do (re) começo, a busca pelo ensino que possibilite a universalização do conhecimento.

A singularidade do nosso experimento didático

A concretização dessa pesquisa se deu mediante a inserção da pesquisadora no projeto Observatório de Educação (OBEDUC), em ações coletivas com os outros profissionais da educação, e, concomitantemente, no *locus* da investigação, o Clube de Matemática. O OBEDUC é um espaço formativo que nos permitiu a constituição dessa investigação por meio da definição da problemática da investigação, do objetivo geral e das ações metodológicas para apreender nosso objeto de pesquisa. Como afirma Moura (2013, p. 101), “o pesquisador deve estabelecer os objetivos de sua pesquisa individual. É parte de seu trabalho definir o problema sobre o qual deverá investigar e a metodologia de pesquisa que possa conduzi-lo à solução do problema que se propôs a resolver”.

Por termos como foco a análise do processo de ensino e aprendizagem de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, inseridos no Clube de Matemática, a metodologia de pesquisa escolhida foi o experimento didático. Ao assumirmos os pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, tornou-se possível estudar as particularidades do processo educacional (CEDRO; MOURA, 2010).

A partir disso, a definição dos instrumentos com os quais iríamos trabalhar, de modo a otimizar a objetividade da pesquisa (MOURA, 2013), foi necessária. Optamos por elaborar e desenvolver SDA, caracterizadas pela ludicidade, com o objetivo de colocar o pensamento das crianças em ação, por meio de situações que fossem relevantes (MOURA, 2010).

Buscamos, por meio das SDA, situações que promovessem a partilha de diferentes saberes e de significados de maneira coletiva, de modo a valorizar o trabalho colaborativo. A seleção do conteúdo foi, então, primordial, optando-se pela escolha do conhecimento algébrico, por ser essencial para o desenvolvimento psíquico das crianças (CEDRO, 2004) e por possibilitar aos sujeitos saltos qualitativo no processo de aprendizagem.

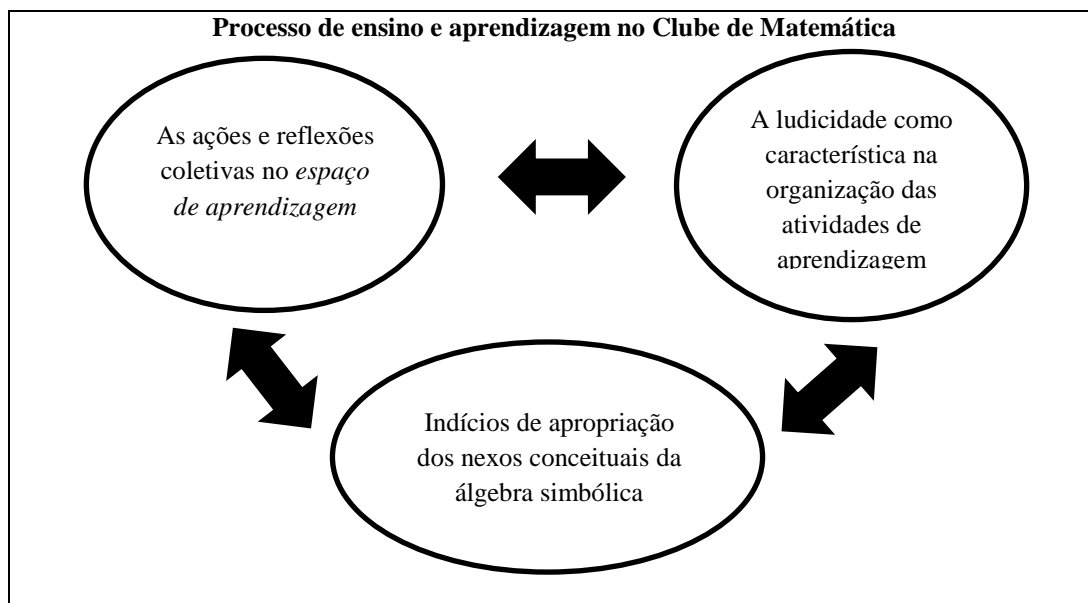
O experimento didático foi organizado em quatro módulos e estruturados de modo a abarcar o princípio norteador das tarefas particulares - o trabalho colaborativo - e os nexos conceituais algébricos estabelecidos – necessidade de representação de uma linguagem simbólica comum (universal), ideia de variável, aspectos invariantes em contraste com outros que variam, princípio de equivalência, relação de dependência entre as variáveis e o processo de generalização.

Ao escolhermos o método de análise, optamos pelas unidades de análise propostas por Vigotski (2010), por permitir a coerência entre a inter-relação da parte teórica de uma investigação com os dados empíricos obtidos na mesma. Com o intuito de analisarmos nosso objeto de pesquisa em seu movimento, elaboramos três unidades de análise: as ações e reflexões coletivas no *espaço de aprendizagem*; a ludicidade como característica na organização das situações desencadeadoras de aprendizagem; e os indícios de apropriação dos nexos conceituais algébricos da álgebra simbólica.

Estas unidades de análise foram escolhidas de acordo com a singularidade do nosso experimento didático, a fim de apreender o objeto de investigação. Propomos, a seguir, a discussão da síntese dessas unidades contempladas no processo de análise.

As particularidades contempladas nas unidades de análise

Dada a reflexão sustentada nos dados empíricos e na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, elaboramos um esquema, quadro 13, a seguir, buscando abarcar as três unidades de análise em seu movimento.



Quadro 13: Esquema das unidades de análise dessa pesquisa.

Essa conjuntura contemplada no quadro 13 é a tentativa de representar o modo particular como percebemos a organização do ensino no Clube de Matemática. O processo de ensino e aprendizagem constitui-se tendo em conta as ações e reflexões coletivas, a ludicidade e a evidência dos indícios de apropriação dos nexos conceituais. Percebemos cada um desses aspectos de forma inter-relacionada e interdependente para corroborar para a concretização do experimento didático, em sua singularidade, na tentativa de superar a análise por elementos.

Organizamos as unidades de análise de forma a compreender o objeto, na qual almejamos contemplar a particularidade de cada unidade na universalidade dos dados da investigação. Objetivamos perpassar pela relação singular-particular-universal, de tal forma que nos permitisse analisar os sujeitos em sua individualidade (singularidade) inseridos na coletividade de um *espaço de aprendizagem* (particularidade) com vista à apropriação de conceitos construídos historicamente (universalidade).

Deste modo, a primeira unidade apresentada referiu-se às ações e reflexões coletivas dos sujeitos durante o Clube de Matemática. Analisamos se a organização do ensino possibilitou aos estudantes o compartilhamento de saberes por meio de ações coletivas, como proposto por Rubtsov (1996). Constatamos que foi possível evidenciar ações individualizadas em determinadas situações contempladas nas SDA. Contudo, diante das reflexões em grupo, orientadas pelos professores, os estudantes tiveram a oportunidade de perceber a falta de comunicação e de formulação de estratégias no coletivo.

Estas circunstâncias possibilitaram aos sujeitos a reformulação das estratégias de solução da SDA, por meio do compartilhamento de ideias e da reelaboração das ações

individuais em prol de um objetivo comum. Diante disso, percebemos indícios de um salto qualitativo na organização das ações das crianças, uma nova qualidade, perante a percepção da necessidade do coletivo.

Na segunda unidade de análise, objetivamos compreender em que medida a ludicidade manifestada na organização das SDA envolveu as crianças com o estudo. Nossa preocupação centrou-se nas ações dos sujeitos inseridos no Clube de Matemática. Partimos do pressuposto de que se o estudante estivesse envolvido diante das SDA, este atuaria orientado por objetivos, de forma intencional, por meio de ações planejadas (MOURA, 2013).

Para explicitar a não linearidade do desenvolvimento dos sujeitos diante de um mesmo processo de ensino e aprendizagem, selecionamos diferentes sujeitos, de forma a contemplar diferentes ações, diante de uma mesma SDA. Nesta perspectiva, algumas das crianças, inseridas no Clube de Matemática, não apresentaram ações com o intuito de apreender o objeto de estudo, preocupando-se simplesmente em registrar uma resposta para entregar aos professores como símbolo de concretização de uma “obrigação escolar”.

Em contraposição, percebemos o envolvimento de outro grupo de estudantes diante da mesma SDA, apresentando planos de ações para concretizar o objeto idealizado – a solução da tarefa particular proposta. Evidenciamos, nestas crianças, a comunicação e a troca de saberes, caracterizada pelas tomadas de decisões coletivas como meio de concretizar as ações planejadas.

Concluímos que houve a manifestações de ações com qualidades distintas entre os participantes do Clube de Matemática: enquanto alguns não se orientaram pelos objetivos das tarefas particulares, não agindo por meio de ações planejadas, outros desenvolveram ações que favoreceram ao desenvolvimento do pensamento, por meio da formulação de uma predisposição direcionada à busca pelo conhecimento.

Por fim, na última unidade, analisamos as crianças, durante a resolução das SDA: se elas apreenderam o objeto de estudo, perpassando por um processo de compreensão da necessidade de representação de uma linguagem algébrica simbólica para o início de um processo de generalização.

Neste sentido, o experimento didático, apesar de estruturado mediante um estudo do movimento lógico-histórico do conhecimento algébrico, constituiu-se em uma organização de ensino pautada em movimentos regulares, do particular ao geral (DAVÍDOV, 1988), que valorizou, de certa forma, os processos de generalização e abstração pautados no empirismo.

Ao analisarmos os indícios de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, percebemos o reconhecimento, pelas crianças, da praticidade da linguagem

simbólica no cotidiano das pessoas, tanto em situações que pressupõem contagens, como no desenvolvimento do pensamento abstrato. Vislumbramos a verbalização de generalizações empíricas por meio de palavras, ficando restritas aos aspectos sensoriais, priorizados na SDA. Este processo foi possibilitado pela repetição dos atributos estáveis dos objetos contemplados nas tarefas particulares.

Em relação à representação de generalização por meio da participação das crianças no Clube de Matemática, houve indícios da superação da dificuldade em registrar uma forma geral de representação de um pensamento algébrico, nos dando indício de apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica.

Conscientes das limitações objetivas dessa investigação, apresentamos, a seguir, reflexões de modo a dar continuidade à busca por um modo de ensino que possibilite aos estudantes vivenciar uma *educação humanizadora* e desenvolver a base do pensamento teórico (DAVÍDOV, 1988).

A necessidade do (re) começo: a busca pelo ensino que possibilite a universalização do conhecimento

Explicitamos, ao longo desta investigação, nossa busca pela concretização por uma *educação humanizadora*, pautada na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, como forma de superação da organização educacional posta. Almejamos uma organização do ensino que possibilite aos sujeitos a apropriação dos nexos conceituais da álgebra simbólica, evidenciados por meio de indícios de transformações qualitativas em suas manifestações orais e escritas e em seu modo de ação diante das SDA.

Neste contexto, o Clube de Matemática se constituiu como espaço que nos possibilitou perceber uma nova qualidade, nos estudantes, no modo de agir, refletir e registrar a linguagem algébrica. Contudo, encontramos limitações na concretização da abordagem do movimento lógico-histórico nas SDA, restringindo-se a movimentos regulares no modo de ensino.

Os resultados de nossa análise nos deram indícios de que, ao buscarmos romper com o ensino algébrico baseado na manipulação de símbolos, consideramos como ponto de partida e chegada os movimentos regulares (SOUSA, 2004), objetivando sua generalização. Tomamos o aspecto perceptível do pensamento algébrico (SOUSA, 2004).

Como modo de dar continuidade ao processo de busca pela concretização de uma *educação humanizadora*, ressaltamos a necessidade de os professores participantes do

OBEDUC avaliarem o produto de sua elaboração, por meio da consideração teórica desse trabalho. Além disso, refletirem no (re) começo da busca pela concretização de um ensino que possibilite a consolidação de uma base psíquica para o desenvolvimento do pensamento teórico em crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O recomeço da organização do processo de ensino e aprendizagem deve principiar pela reconsideração do estudo do movimento lógico-histórico dos conhecimentos algébricos realizado, anteriormente, de modo a contemplar as etapas fundamentais de sua constituição e superar o ensino pautado por movimentos regulares. Pressupomos que é esse o caminho que possibilitará a elaboração de tarefas de estudos, pelos professores, de modo a possibilitar aos estudantes a apropriação de modos gerais de tarefas particulares (DAVÍDOV, 1988), em que o pensamento dos sujeitos perpassa do geral para o particular.

Ressaltamos a necessidade do desenvolvimento de futuras investigações que contemplem os indícios de apropriação de conhecimentos pelos estudantes. Acreditamos que esse é o movimento que possibilitará aos professores a avaliação de suas ações, a reflexão sobre a qualidade da SDA, redirecionando o planejamento das mesmas, de modo a superar os modelos educacionais cristalizados.

Por fim, destacamos que ao perpassarmos pelo movimento dessa investigação, nos posicionamos também como sujeitos em processo de formação. Ao nos apropriarmos dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, bem como dos demais referenciais teóricos abarcados nesse trabalho, construímos uma base teórica para analisarmos os dados empíricos e nos constituirmos, concomitantemente, como pesquisadores.

Ao contemplarmos o processo de elaboração desse trabalho, de forma singular, evidenciamos indícios de uma nova qualidade em nossas ações e reflexões como sujeitos inseridos na busca pela compreensão e pela transformação da realidade circundante, mais especificamente, do espaço escolar.

Uma análise como professores em processo de formação é intrínseca a essa reflexão, já que nos constituímos como pesquisadores e, concomitantemente, como professores, pessoas responsáveis pela organização do ensino. A compreensão dos fundamentos teóricos, a busca pela sua concretização por meio da práxis pedagógica, a análise das ações e reflexões das crianças e a nossa avaliação do modo singular de organizar o ensino, nos possibilitam desenvolver nossa atividade principal que é o ensino. Essas ações, realizadas de modo intencional, nos aproximam cada vez mais da concretização de um processo de ensino e aprendizagem que nos permitirá desenvolver o pensamento teórico dos sujeitos em formação.

Referências bibliográficas

ALEKSANDROV, A. D. *et. al. La matemática: su contenido, métodos y significado*. 9 ed. Madrid: Alianza Universidad, 1994.

BERNARDES, M. E. M. *O método de investigação na psicologia histórico-cultural e a pesquisa sobre o psiquismo humano*. Psicologia Política. vol 10. nº 20. pp.297-313. Jul. – Dez. 2010

CANÁRIO, R. *O que é a escola? Um “olhar” sociológico*. Porto: Porto Editora, 2005.

_____. *A escola tem futuro? [recurso eletrônico] das promessas às incertezas*. Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Artmed, 2007.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Gradiva, 1951.

CEDRO, W. L. *O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O Clube de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

_____. *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática: uma perspectiva histórico-cultural*. 2008, 242f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

CEDRO, W. L; MOURA, M. O. *Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino da álgebra: o clube de matemática como espaço de aprendizagem*. ZETETIKÉ- Cepem – FE – Unicamp – v.15, n.27 – jan/jun. – 2007.

_____. *Experimento didáctico: um caminho metodológico para la investigación em la educación matemática*. Unión: Revista Iberoamericana de Educacion Matemática – Número 22 – Páginas 53-63 - Junio de 2010.

DAVÍDOV, V. V. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental*. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÝDOV, V. V. *Tipos de generalización em la enseñanza*. Habana: Pueblo y Educación, 1982.

DUARTE, N. *Concepções afirmativas e negativas sobre o ato de ensinar*. Caderno CEDES, v.19, n.44, Campinas, abr., 1998.

ENGESTRÖM, Y. Non scolae sed vitae discimus: Como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: DANIELS, H. (org.). *Uma introdução a Vygotsky*. Trad Marcos Bagno. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a Educação algébrica elementar. **Pro-posições**, v. 4, n. 1 [10], p. 78-91, mar. 1993.

GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. A aprendizagem como atividade coletiva: escolha e organização das atividades segundo as correntes soviéticas e sócio-construtivista. In: GARNIER, C. et al (org.). *Após Vygostky e Piaget: perspectiva social e construtivista*. Escolas russas e ocidentais. Trad. Eunice Gruman. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GATTI, B. A. *Formação de professores no Brasil: características e problemas*. Educ. Soc., Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out.-dez, 2010.

IFRAH, G. *Os números: história de uma grande invenção*. Tradução de Stella Maria de Freitas Senra. São Paulo: Globo, 2005.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LAGE, M. C. *Os softwares tipo CAQDAS e a sua contribuição para a pesquisa qualitativa em educação*. ETD – Educ. Tem. Dig., Campinas, v.12, n.2, p.42-58, jan./jun. 2011.

LANNER de MOURA, A. R. *A medida e a criança pré-escolar*. Tese. Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Faculdade de Educação. (1995).

LANNER de MOURA, A. R; SOUSA, M. C. *O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes*. ZETETIKE – Cepem – FE – unicamp – v.13 – n.24 – jul./dez. 2005.

_____. *Dando movimento ao pensamento algébrico*. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do Psiquismo*. Lisboa: Livros horizontes, 1978.

_____. *Actividad, consciência, personalidade*. 2. ed. Habana: Pueblo y Educación, 1983.

_____. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L. S; LURIA, A. R; LEONTIEV, A. N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. Trad. Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone, 1988.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papyrus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

LOPES, A. R. L. V. *A aprendizagem docente no estágio compartilhado*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2004.

MEDVIDIEV, A. Aspectos lógicos, psicológicos e pedagógicos do ensino da Física. In: GARNIER, C. et al (org.). *Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista*. Escolas russas e ocidentais. Trad. Eunice Gruman. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MORAES, S. P. G.; MOURA, M. O. *Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural*. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº33, 2009, p. 97 a 116.

MOURA, M. O. *A construção do signo numérico em situação de ensino*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

_____. *A atividade de ensino como unidade formadora*. In: Bolema, nº 12 pp. 29 a 43, Rio Claro, UNESP, 1996.

_____. *O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública*. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

_____. et al (org.). *A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem*. In: MOURA, M. O. (org.) *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília: Liber livro, 2010.

_____. *A atividade de ensino como ação formadora*. In: CASTRO, A. D; CARVALHO, A. M. P. (orgs.) *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

_____. *A educação escolar: uma atividade?* In: SOUZA, N. (org.) *Formação continuada e as dimensões do currículo*. Campo Grande, MS: Editora UFMS, 2013.

MOURA, M. O; LANNER de MOURA, A. R. *Escola: um espaço cultural*. Matemática na Educação Infantil: conhecer, (re)criar – um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/Secel, 1998.

NASCIMENTO, C. P.; ARAÚJO, E. S.; MIGUEIS, M. R. O conteúdo e a estrutura da atividade de ensino na educação infantil: o papel do jogo. In: MOURA, M. O. (org.) *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília: Liber livro, 2010.

NERI DE SOUZA, F. N.; COSTA, A. P.; MOREIRA, A. *WebQDA: software de apoio à análise qualitativa*. Atas da 5ª Conferência Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação (CISTI2010), pp. 293-298, publicadas pela Associação Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação. Santiago de Compostela, Espanha, 16 a 19 de Junho, 2010.

NÚÑEZ, I. B. *Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos*. Brasília: Liber Livro, 2009.

OLIVEIRA, B. A dialética do singular-particular-universal. In: ABRANTES, A. A. ; SILVA, N. R.; MARTINS, S. F. *Método histórico-social na psicologia social*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

_____. Fundamentos Filosóficos marxistas da obra Vigotskiana: a questão da categoria de atividade e algumas implicações para o trabalho educativo. In: MENDONÇA, S. G. MILLER, S. (orgs.). *Vigotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas*. Araraquara, SP: Junqueira & Marin, 2010.

OLIVEIRA, D. C.; CEDRO, W. L. As concepções dos professores de Matemática do Programa Jornada Ampliada. In: DAÚDE, R. B. (org.) *Educação Matemática: perspectivas contemporâneas*. Goiânia: América, 2013.

PACHECO, J. A. *Currículo: teoria e práxis*. Porto: Porto editora, 2001.

PANOSSIAN, M. L. *Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PARO, V. H. *O currículo do ensino fundamental como tema de política pública: a cultura como conteúdo central*. Ensaio : aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.19, n. 72, p. 485-508, jul./set. 2011.

PINO, A. *As marcas do humano: às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev S. Vigotiski*. – São Paulo: Cortez, 2005.

REGO, T. C. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília: Liber livro, 2010.

ROSA, J. E.; MORAES, S. P.; CEDRO, W. L. As particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico na organização do ensino. In: MOURA, M. O. (org.) *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília: Liber livro, 2010.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C. et al (org.). *Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista*. Escolas russas e ocidentais. Trad. Eunice Gruman. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SAVIANI, D. *Trabalho e educação: fundamentos ontológicos e históricos*. Revista Brasileira de Educação, v. 12, n. 34 jan./abr. 2007.

_____. Educação socialista, pedagogia histórico-crítica e os desafios da sociedade de classes. In: LOMBARDI, J C.; SAVIANI, D. (orgs) *Marxismo e educação: debates contemporâneos*. Campinas, SP: Autores Associados: Histedr, 2008.

_____. *Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações*. Campinas, SP: Autores Associados, 2011. – (Coleção educação contemporânea)

SFORNI, M. S. F. *Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade*. Araraquara: JM Editora, 2004.

SILVA, R. S. *Os indícios de um processo de formação: a organização do ensino no Clube de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Federal de Goiás, 2013.

SILVA, M. M. *Estágio Supervisionado: o planejamento compartilhado como organizador da atividade docente*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Federal de Goiás, 2014.

SOUSA, M. C. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatadas de professores do ensino fundamental*. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2004.

_____. *Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógica-histórica*. *Bolema*, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 32, 2009, p. 83 a 99.

STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas*. Traduzido por João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva: 1989.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. (orgs.) *As ideias da álgebra*. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

VIGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução Paulo Bezerra. – 2º ed. – São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009. (Biblioteca pedagógica)

_____. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. – 7ª ed. - São Paulo: Martins Fontes, 2010. – (Psicologia e Pedagogia)

VYGOTSKI, L. S. *Obras escogidas II*. Madrid: Visor, 2001a.

VYGOTSKI, L. S. *Obras escogidas III*. Madrid: Visor, 2001b.

_____. *Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar*. In: VIGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. *Linguagem desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícoce: Editora da Universidade de São Paulo, 1988.

Apêndice


Apêndice 1 - Folha de registro da *situação-problema*

Desafio Matemático



Aluno (a): _____

João tem uma banca com uma faixa anunciando os preços de variadas quantidades de pastéis.



Banca de pastel do João³⁶

1 pastel – 3 reais

2 pastéis – 6 reais

3 pastéis – 9 reais

4 pastéis – 12 reais

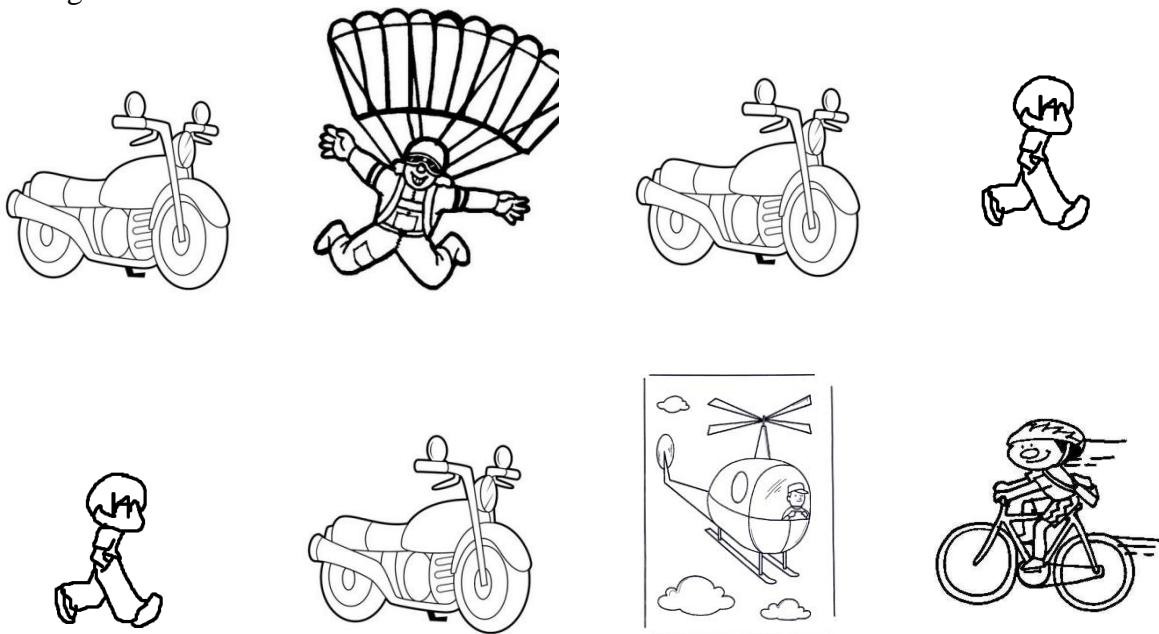
- a) Quantos reais pagará uma pessoa que comprar 3 pastéis?
- b) Quantos pastéis comprará uma pessoa que pagar 12 reais?
- c) E se uma pessoa comprar 6 pastéis, qual será a sua dívida?
- d) E se a pessoa pagar 21 reais, quantos pastéis ela terá adquirido?
- e) E se pensarmos em uma lei para calcular o preço a ser pago em função da quantidade de pastéis comprados? Como representaríamos esse raciocínio matematicamente?

³⁶ Imagem retirada da *internet*.

Apêndice 2 - Kits para a Trilha dos desafios

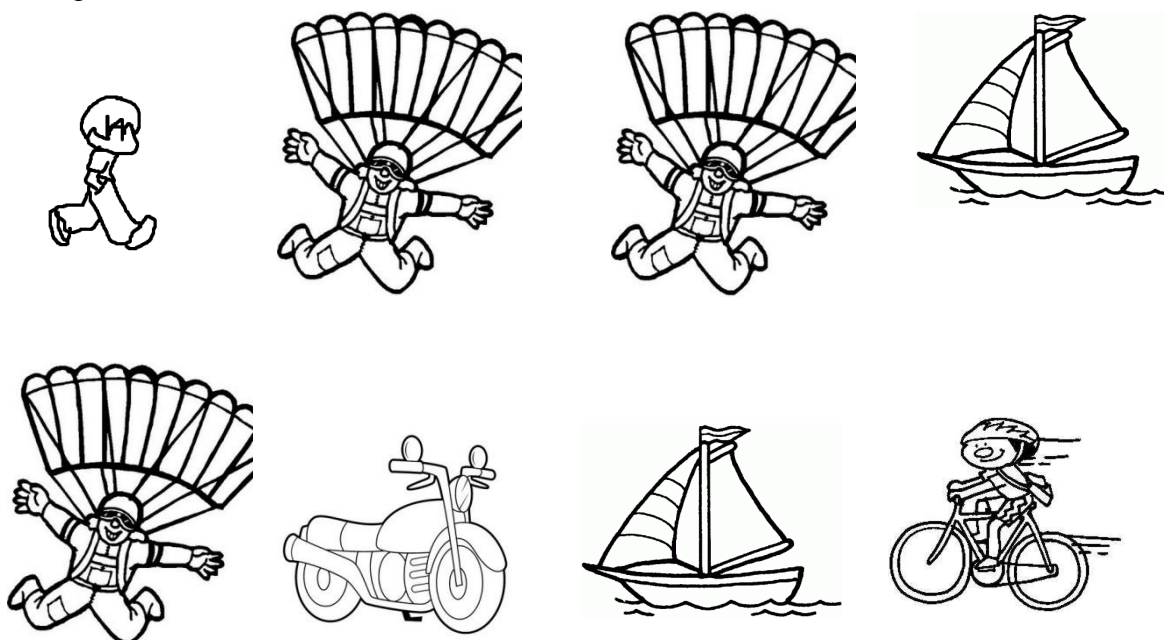
1º kit: 1 Trilha – Caminhada Ecológica

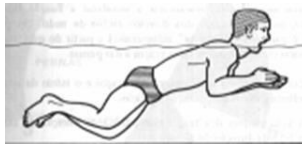
As figuras abaixo:



2º Kit: 1 Trilha – Caminhada Ecológica

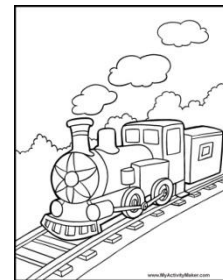
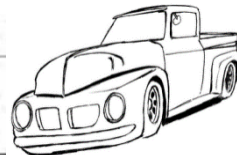
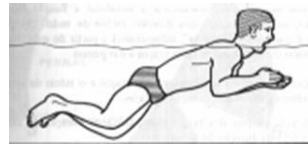
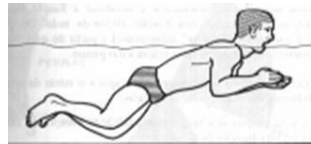
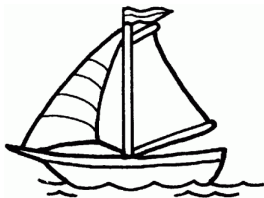
As figuras abaixo:

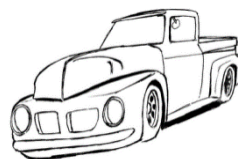
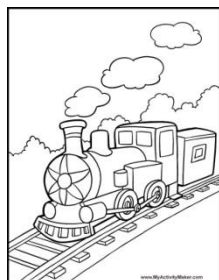
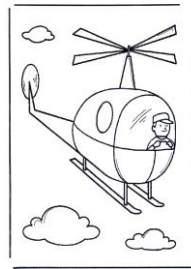
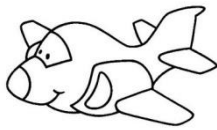
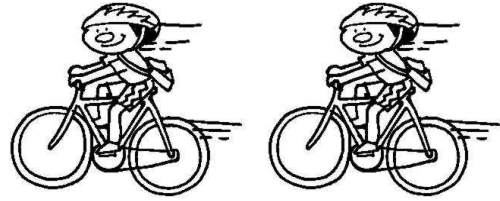
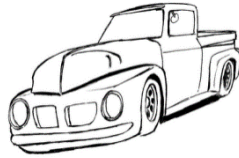




3º Kit: 1 Trilha – Conhecendo o Rio de Janeiro

As figuras abaixo:





Apêndice 3 - Tabela de Quilometragem dos meios de locomoção da *Trilha dos desafios*

TABELA DE QUILOMETRAGENS



CARRO

70 Km



BARCO

20 Km



AVIÃO

230 Km



BIKE

25 Km



NADO

10 Km



ANDAR

10 km



CAMINHONETE

100 Km



MOTO

40 Km



ONIBUS

120 Km



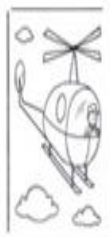
PARA-QUEDAS

5 Km



SUBMARINO

80 Km



HELICÓPTERO

150 Km



TREM


200 Km

Apêndice 4 - Folhas de registro da Trilha dos desafios

Trilha dos desafios




Kit 1 – Caminhada ecológica

<p>Você está em Inhumas. Percorra mais 60 Km até Itaberaí.</p>		<p>Você está em Itaberaí. Percorra mais 40 Km até a Cidade de Goiás.</p>		<p>Você está na Cidade de Goiás. Percorra 175 Km até Aruanã.</p>
<p>Alunos: _____ _____</p>				
<p>Você está em Goiânia! Percorra mais 45 Km até Inhumas. <u>PARTIDA!!!</u></p>				
<p>Hoje você tem um desafio... Fazer a mesma rota que galera da Trilha Ecológica. Vamos ajudar a preservar a Natureza!!!</p>				

Kit 2 – Caminhada Ecológica

<p>Você está em Inhumas. Percorra mais 60 Km até Itaberaí.</p>		<p>Você está em Itaberaí. Percorra mais 40 Km até a Cidade de Goiás.</p>		<p>Você está na Cidade de Goiás. Percorra 175 Km até Aruanã.</p>
<p>Alunos: _____ _____</p>				
<p>Você está em Goiânia! Percorra mais 45 Km até Inhumas. <u>PARTIDA!!!</u></p>				
<p>Hoje você tem um desafio... Fazer a mesma rota que galera da Trilha Ecológica. Vamos ajudar a preservar a Natureza!!!</p>				

Kit 3 – Conhecendo o Rio de Janeiro

	<p>Você já está em Brasília! Percorra mais 1000 km e chegue em São Paulo.</p>		<p>Você já está em São Paulo! Percorra mais 400 km e chegue no Rio de Janeiro.</p>
<p>Você já está em Goiânia! Percorra mais 220 km e chegue em Brasília.</p>	<p>Alunos: _____ _____</p>		
			
<p>O rio têm 30 km de largura. Como você irá atravessá-lo? Partida!!!</p>			<p>O Rio de Janeiro continua lindo! Chegada!!!</p>
<p>Hoje você tem um desafio... Sair da sua fazenda e ir conhecer o Rio de Janeiro. Durante a viagem você fará algumas paradas conhecendo outros estados brasileiros!</p>			

Apêndice 6 - Carta do ludo Monetário

Cartas

4 Cartas ficarão na casa de início.

O mês começa agora e você tem R\$ 540,00 para gastar. Boa sorte!

O mês começa agora e você tem R\$ 540,00 para gastar. Boa sorte!

O mês começa agora e você tem R\$ 540,00 para gastar. Boa sorte!

O mês começa agora e você tem R\$ 540,00 para gastar. Boa sorte!

Demais cartas:

Gastos:

É o dia de pagar a mensalidade da escola das crianças. Pague R\$ 200,00.

Hoje é dia de feira, e você gastou R\$ 20,00 comprando as verduras da semana.

Xiii, o cachorro ficou doente e você gastou R\$ 70,00 com o veterinário.

Você foi ao supermercado gastou R\$ 190,00 com as compras do mês.

Hoje vence o aluguel da casa. Pague R\$ 350,00.

A conta de energia venceu e você pagou R\$ 45,00.

A conta de água venceu e você pagou R\$ 50,00.

Xiii, o leite acabou e você teve que comprar uma caixa de leite por R\$ 24,00.

Os créditos do celular acabaram e você comprou um cartão de R\$ 18,00.

As fraldas do bebê acabaram e você comprou 58 fraldas por R\$ 36,00.

Dia de feira de novo, mas dessa vez você gastou R\$ 15,00.

Chegou o dia de pagar a conta da padaria. Pague R\$ 30,00 ao padeiro.

A prestação do carro venceu e você teve que pagar R\$ 270,00.

Você gastou R\$ 15,00 no salão de beleza.

Chegou o dia de pagar a conta do açougue. Pague R\$ 70,00 ao açougueiro.

Você saiu para comer fora e gastou R\$ 70,00.

Início de semana! Você colocou R\$ 50,00 de combustível no carro.

Início de semana! Você colocou R\$ 50,00 de combustível no carro.

Início de semana! Você colocou R\$ 50,00 de combustível no carro.

Você gastou R\$ 15,00 no salão de beleza.

Você gastou R\$ 15,00 no salão de beleza.

Você saiu para comer fora e gastou R\$ 70,00.	Hoje é dia de feira e você gastou R\$ 25,00 comprando as verduras da semana.	Os créditos do celular acabaram e você gastou R\$ 12,00.
---	--	--

Ganhos:

Hoje você recebeu R\$ 350,00 do consorcio que tinha feito.	Finalmente sua vizinha te pagou aqueles R\$ 70,00 que estava te devendo.	Você recebeu R\$ 30,00 pela faxina da semana passada.
Você acaba de achar R\$20,00 no meio da roupa suja.	Que sorte!!! Você achou R\$50,00 na rua...	Você acaba de ganhar R\$130,00 pelo bom desempenho no trabalho.
Você vendeu sua moto por R\$ 1000,00.	Você recebeu uma herança de R\$300,00!	Seu primo lhe pagou os R\$ 150,00 que devia...
Foi seu aniversário e você recebeu R\$200,00 do seu patrão.	Você recebeu um consórcio de R\$400,00!	Você recebeu R\$50,00 pela mala de roupa que passou.
Parabéns! Você recebeu uma gratificação de R\$ 200,00.	Parabéns! Você recebeu uma gratificação de R\$ 50,00.	Sua cadela pariu 4 filhotes e você vendeu por R\$30,00 cada.
Você vendeu um armário velho por R\$40,00.		




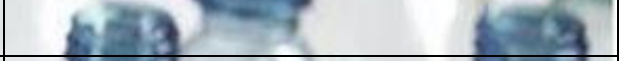
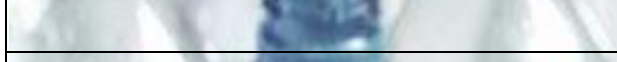



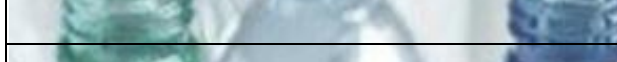
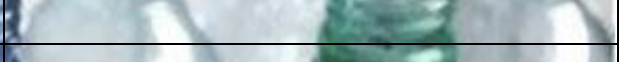


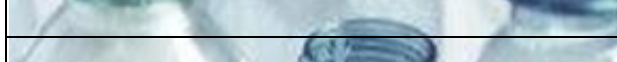
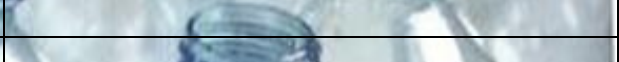






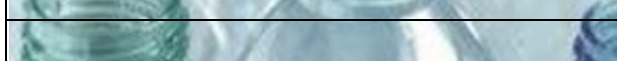



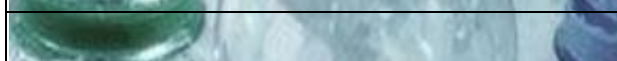
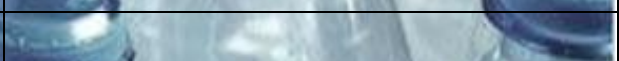
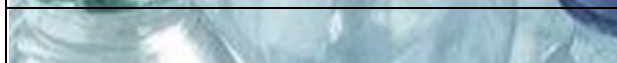
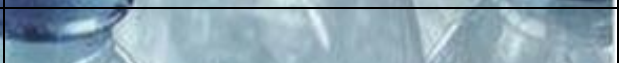


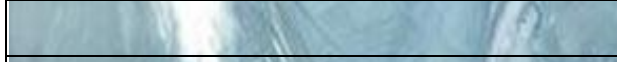

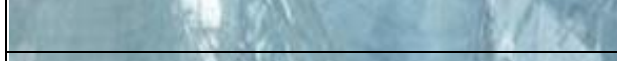
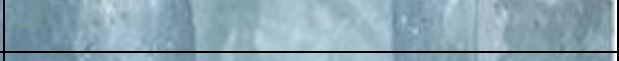


Apêndice 8 - Folha de registro do *Movimento certo*




Movimento certo

NOME: _____

REGISTRE OS VALORES EM ML DE CADA GARRAFA RETIRADA

LADO A	LADO B
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	

<p>QUANTO DE ÁGUA TEM NO BALDE?</p>	
--	---

Apêndice 9 - Equações e valores dos balões do Na boca do balão

Equações e valores dos balões de cada equação:

Equação 1

$$\text{balão} + 6 = 14$$

Possíveis soluções: 13, 8 e 9.

Equação 2

$$\text{balão} - 4 = 13$$


Possíveis soluções: 17, 9 e 23.

Equação 3

$$\left(\text{balão} : 2 \right) + 2 = 10$$

Possíveis soluções: 10, 20 e 16.

Equação 4

$$(4x \text{ ) - 3 = 13$$

Possíveis soluções: 1, 16 e 4.

Apêndice 10 - Folha de registro do *Na boca do balão*



Na boca do balão

Nome: _____

Ficha 1:		
Palpite para o valor do balão:		
Balão 1 Valor do balão: _____	Balão 2 Valor do balão: _____	Balão 3 Valor do balão: _____
Valor correto do balão:		

Ficha 2:		
Palpite para o valor do balão:		
Balão 1 Valor do balão: _____	Balão 2 Valor do balão: _____	Balão 3 Valor do balão: _____
Valor correto do balão:		

Ficha 3:		
Palpite para o valor do balão:		
Balão 1 Valor do balão: _____	Balão 2 Valor do balão: _____	Balão 3 Valor do balão: _____
Valor correto do balão:		

Ficha 4:		
Palpite para o valor do balão:		
Balão 1 Valor do balão: _____	Balão 2 Valor do balão: _____	Balão 3 Valor do balão: _____
Valor correto do balão:		

Conclusões: _____



Apêndice 11 - Folha de registro *Bolichê matemático*

Bolichê matemático – 1º momento



Alunos (grupo): _____

Nessa tabela você irá marcar os pontos dos seus grupos em cada rodada.

RODADA DO DOBRO		RODADA DO TRIPLO		RODADA DO QUÍNTUPLO	
Jogador 1	Pinos	Jogador 1	Pinos	Jogador 1	Pinos
Jogador 2	Pinos	Jogador 2	Pinos	Jogador 2	Pinos
Jogador 3	Pinos	Jogador 3	Pinos	Jogador 3	Pinos
Jogador 4	Pinos	Jogador 4	Pinos	Jogador 4	Pinos
Quantidade total de pinos		Quantidade total de pinos		Quantidade total de pinos	
Pontos totais da rodada		Pontos totais da rodada		Pontos totais da rodada	

Pontuação final do jogo: _____

Conclusões: _____

Boliche matemático – 2º momento

Alunos (grupo): _____



Nessa tabela você irá marcar a quantidade de pinos derrubados em cada rodada e escolher o valor de cada rodada (dobro, triplo ou quádruplo) para obter a pontuação final estipulada.

RODADA DO _____		RODADA DO _____		RODADA DO _____	
Jogador 1	Pinos	Jogador 1	Pinos	Jogador 1	Pinos
Jogador 2	Pinos	Jogador 2	Pinos	Jogador 2	Pinos
Jogador 3	Pinos	Jogador 3	Pinos	Jogador 3	Pinos
Jogador 4	Pinos	Jogador 4	Pinos	Jogador 4	Pinos
Quantidade total de pinos		Quantidade total de pinos		Quantidade total de pinos	
Pontos totais da rodada		Pontos totais da rodada		Pontos totais da rodada	

Pontuação final do jogo: _____

Pontuação final estipulada: 100 pontos

Conclusões: _____

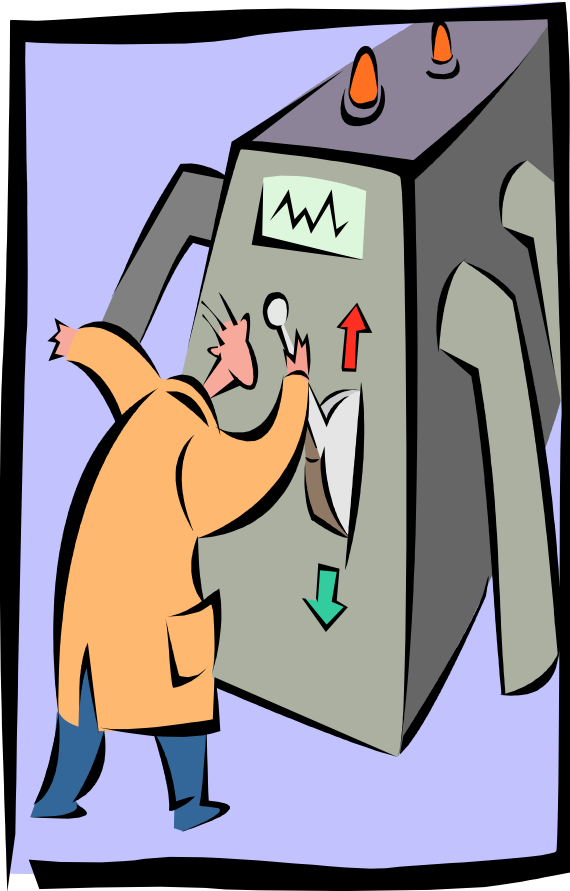
Apêndice 12 - Folha de registro *Máquina Mágica*

Máquina Mágica



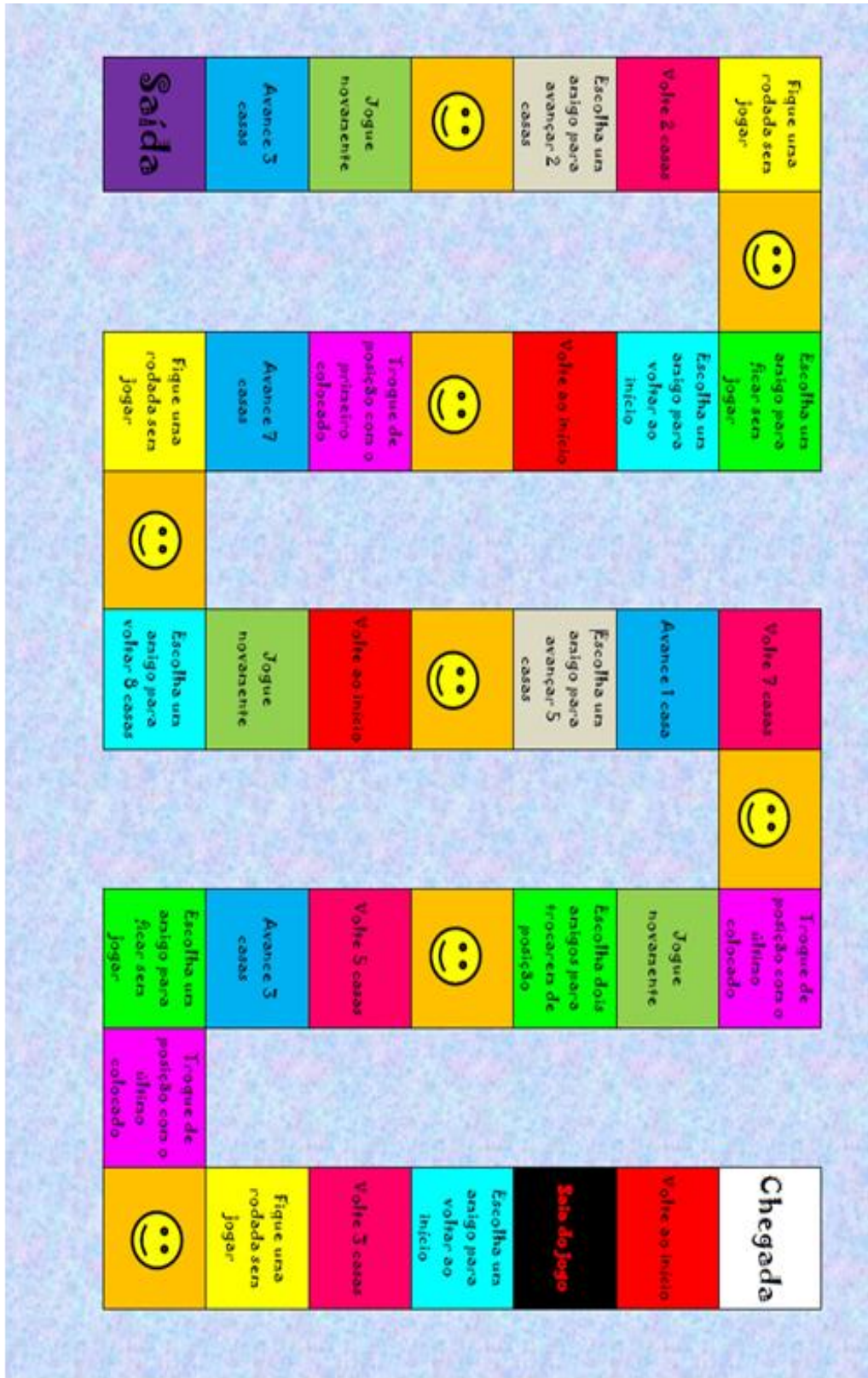
Nome: _____

A MÁQUINA MÁGICA



QUAL É A LEI?

Apêndice 13 - Tabuleiro da *Trilha das leis*



Apêndice 14 - Cartas da *Trilha das leis*

Ande o número de casas que você tirou mais uma!	Ande o número de casas que você tirou menos uma!	Ande o número de casas que você tirou!
Ande o dobro de casas que você tirou!	Ande o dobro de casas que você tirou menos uma!	Ande o dobro de casas que você tirou mais uma!
Ande o dobro de casas que você tirou menos duas!	Ande o dobro de casas que você tirou mais duas!	Ande o dobro de casas que você tirou mais três!
Ande o triplo de casas que você tirou menos três!	Ande o triplo de casas que você tirou menos duas!	Ande o triplo de casas que você tirou menos uma!
Ande o triplo de casas que você tirou!	Ande o triplo de casas que você tirou mais uma!	Ande o triplo de casas que você tirou mais duas!
Ande o quádruplo de casas que você tirou menos três!	Ande o quádruplo de casas que você tirou menos duas!	Ande o quádruplo de casas que você tirou menos uma!
Ande o quádruplo de casas que você tirou!	Ande o quádruplo de casas que você tirou menos quatro!	Ande o número de casas que você tirou mais uma!

Apêndice 15 - Folha de registro *Trilha das leis*

Trilha das leis

Jogador: _____



Número Sorteado nos Dados	Lei	Quantas casas andei ?



Conclusão:

Apêndice 17 - Folha de registro *Avaliação do Clube de Matemática*

Nome: _____



Avaliação do Clube de Matemática

Atividades desenvolvidas durante o Clube:

- Teia da cooperação;
- Tubarão;
- Trilha dos desafios;
- Ludo Monetário;
- Movimento certo;
- Na boca do balão;
- Boliche matemático;
- Máquina mágica;
- Trilha das leis;
- Batalha naval.

1) Qual atividade que você mais gostou? Por quê?

2) O que você aprendeu de mais importante por meio das atividades do Clube de Matemática?

3) Qual a sua opinião em relação à matemática após a participação no Clube de Matemática? Mudou alguma coisa em relação ao período antes de você participar do Clube de Matemática? Se sim, o quê?

4) Marque o rostinho³⁷ que representa a sua opinião com relação aos encontros do Clube de Matemática.



Ótimo



Ruim



Confuso



Péssimo



Tediante

³⁷ As imagens dos rostinhos foram retirados da *internet*.