



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO

VINÍCIUS MORAIS CALIXTO DOS SANTOS

Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistemas Trifásicos Desequilibrados com Geração Distribuída

GOIÂNIA

2026



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC n° 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

VINÍCIUS MORAIS CALIXTO DOS SANTOS

3. Título do trabalho

“ANÁLISE MODAL DA ESTABILIDADE DE TENSÃO EM SISTEMAS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA”

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Lina Paola Garces Negrete, Professora do Magistério Superior**, em 10/04/2026, às 04:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vinícius Moraes Calixto Dos Santos, Discente**, em 10/04/2026, às 14:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6114745** e o código CRC **AE303F12**.

VINÍCIUS MORAIS CALIXTO DOS SANTOS

Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistemas Trifásicos Desequilibrados com Geração Distribuída

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação.

Área de concentração: Engenharia Elétrica.

Orientadora: Profa. Dra. Lina Paola Garcés Negrete.

GOIÂNIA

2026

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Santos, Vinícius Morais Calixto dos
Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistemas Trifásicos
Desequilibrados com Geração Distribuída [manuscrito] / Vinícius Morais Calixto
dos Santos. - 2026.
114 f.: 2026

Orientadora: Prof(a). Dra. Lina Paola Garcés Negrete
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de
Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia, 2026.
Inclui: siglas, símbolos, tabelas, algoritmos, gráfico.

1. Análise Modal Estática. 2. Estabilidade de Tensão. 3. Geração
Distribuída. 4. Sistemas de Distribuição. 5. Fluxo de Potência.

I. Negrete, Lina Paola Garcés , orient. II. Título.

CDU 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 6 da sessão de Defesa de Dissertação de **VINÍCIUS MORAIS CALIXTO DOS SANTOS**, que confere o título de Mestre em **Engenharia Elétrica e de Computação**, na área de concentração em **Engenharia Elétrica**.

Aos **vinte e quatro dias do mês de março de dois mil e vinte e seis**, a partir das **07:00hrs**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **“ANÁLISE MODAL DA ESTABILIDADE DE TENSÃO EM SISTEMAS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA”**, em **formato híbrido**, com participação presencial na sala Caryocar Brasilienses da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação e participação remota por meio de link Google (meet.google.com/dwz-ysba-pab). Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora **Lina Paola Garces Negrete - (EMC/UFG)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor **Marcelo Escobar de Oliveira - (IF/Itumbiara)** membro titular externo, Professor Doutor **Igor Kopcak - (EMC/UFG)** membro titular externo, cujas participações ocorreram de forma híbrida: Presencial na sala Caryocar e Online (meet.google.com/dwz-ysba-pab). Registra-se, ainda, a participação do Professor Doutor Gelson Antonio Andréa Brigatto - (EMC/UFG), membro suplente externo da banca, que, mesmo nessa condição, contribuiu com suas explanações pertinentes ao trabalho durante a arguição. Após a arguição, os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **APROVADO** pelos seus membros. Proclamados os resultados pela Professora Doutora **Lina Paola Garces Negrete**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e quatro dias do mês de março de dois mil e vinte e seis.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Lina Paola Garces Negrete, Professora do Magistério Superior**, em 24/03/2026, às 09:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Kopcak, Professor do Magistério Superior**, em 24/03/2026, às 09:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Escobar de Oliveira, Usuário Externo**, em 24/03/2026, às 09:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6069146** e o código CRC **10D38387**.

Referência: Processo nº 23070.009500/2026-26

SEI nº 6069146

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e a Nossa Senhora por caminharem ao meu lado durante esta jornada, concedendo-me as virtudes necessárias para alcançar este título de mestre.

À minha esposa, Stefanny Ribeiro, e ao nosso filho que esperamos ansiosamente, dedico meu mais profundo agradecimento por serem meu porto seguro. Em meio aos desafios desta jornada, o apoio inabalável e o incentivo de vocês foram minha maior força, oferecendo-me o refúgio e a motivação necessários para seguir com os estudos e buscar sempre a minha melhor versão.

Aos meus pais, Lucia Beatriz e Alculano, e ao meu irmão Arthur, agradeço por serem meu alicerce. Sou profundamente grato por me manterem motivado e por acreditarem no meu potencial, oferecendo o amor e o incentivo necessários para que eu pudesse seguir em frente e concluir esta etapa fundamental da minha vida.

Aos professores que contribuíram para o meu aprendizado ao longo do mestrado, deixo minha gratidão. Em especial, à minha orientadora Lina Paola, que sempre esteve disponível para me instruir e orientar. Sua amizade e conselhos foram fundamentais para minha consistência e crescimento profissional.

Por fim, agradeço à Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás pelo excelente programa de pós-graduação e pela oportunidade de me qualificar, permitindo que eu possa retribuir à sociedade o desenvolvimento profissional que recebi.

RESUMO

O presente trabalho aborda o problema da estabilidade de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica, com foco na aplicação da análise modal estática. Tradicionalmente, essa metodologia é aplicada a sistemas modelados sob a hipótese de equilíbrio trifásico, o que simplifica os cálculos, mas negligencia a realidade operacional das redes de distribuição, frequentemente sujeitas a desequilíbrios significativos de carga e geração. Nesse contexto, este estudo propõe a aplicação da análise modal estática considerando explicitamente a condição trifásica desbalanceada, de modo a possibilitar uma avaliação mais precisa da vulnerabilidade das barras e da margem de estabilidade de tensão em cenários operacionais assimétricos. A metodologia foi desenvolvida a partir da solução do fluxo de carga em coordenadas polares e da análise da matriz Jacobiana reduzida, permitindo a identificação de autovalores críticos e a classificação das barras mais suscetíveis ao colapso de tensão por meio dos fatores de participação. Adicionalmente, investigou-se o impacto da inserção de geração distribuída (GD) nas margens de estabilidade e segurança de sistemas de distribuição desequilibrados, constituindo essa análise a principal contribuição do presente trabalho. A metodologia proposta foi implementada computacionalmente e testada nos sistemas IEEE 4-bus, IEEE 13-bus e IEEE 14-bus. Os resultados obtidos demonstram que a análise modal estática aplicada a sistemas trifásicos desbalanceados fornece diagnósticos mais representativos da operação real quando comparados aos modelos monofásicos equivalentes. Verificou-se, ainda, que a inserção de GD pode atuar como um recurso estratégico para o aumento da estabilidade de tensão, sendo particularmente benéfica em sistemas desbalanceados quando a potência gerada é distribuída de forma criteriosa entre as fases. Nesse contexto, a alocação da GD nas fases mais carregadas contribui para a compensação dos desequilíbrios sistêmicos, resultando no aumento da margem de carregamento e na redução da vulnerabilidade das barras críticas.

Palavras-Chave: Análise modal estática, Estabilidade de tensão, Geração Distribuída, Sistemas de distribuição, Fluxo de potência.

ABSTRACT

This work addresses the problem of voltage stability in electric power distribution systems, focusing on the application of static modal analysis. Traditionally, this methodology is applied to systems modeled under the assumption of three-phase balance, which simplifies the calculations but neglects the operational reality of distribution networks, often subject to significant load and generation unbalances. In this context, the present study proposes the application of static modal analysis explicitly considering unbalanced three-phase conditions, enabling a more accurate assessment of bus vulnerability and voltage stability margins under asymmetric operating scenarios. The methodology was developed based on the solution of the power flow in polar coordinates and the analysis of the reduced Jacobian matrix, allowing the identification of critical eigenvalues and the classification of the buses most susceptible to voltage collapse through participation factors. Additionally, the impact of distributed generation (DG) insertion on the stability and security margins of unbalanced distribution systems was investigated, constituting the main contribution of this work. The proposed methodology was computationally implemented and tested on the IEEE 4-bus, IEEE 13-bus, and IEEE 14-bus systems. The results demonstrate that static modal analysis applied to unbalanced three-phase systems provides diagnoses that are substantially more representative of real system operation when compared with equivalent single-phase models. Furthermore, it was observed that the integration of DG can act as a strategic resource for enhancing voltage stability, being particularly beneficial in unbalanced systems when the generated power is carefully distributed among the phases. In this context, allocating DG to the most heavily loaded phases contributes to compensating system imbalances, resulting in increased loading margins and reduced vulnerability of critical buses.

Keywords: Static modal analysis, Voltage stability, Distributed generation, Distribution systems, Power flow problem.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVAS	10
1.2	OBJETIVOS	11
1.3	CONTRIBUIÇÕES	12
1.4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
1.5	ESTRUTURA DO TEXTO	15
2	BASE TEÓRICA	16
2.1	ESTABILIDADE DE TENSÃO E MARGEM DE ESTABILIDADE DE TENSÃO	16
2.1.1	Estabilidade de Tensão	18
2.1.2	Margem de Estabilidade de Tensão via Curvas PV	19
2.2	FUNDAMENTOS DA ANÁLISE MODAL ESTÁTICA	21
2.3	GERAÇÃO DISTRIBUÍDA	24
2.3.1	Impactos da GD no Perfil e na Estabilidade de Tensão	24
2.3.2	O Desafio da Alocação e do Desequilíbrio de Fases	25
2.4	PROCEDIMENTOS DE DISTRIBUIÇÃO - PRODIST	25
2.4.1	O Módulo 8 e a Qualidade do Produto	26
2.4.2	Limites Normativos para o Desequilíbrio de Tensão	26
2.5	PROBLEMA DO FLUXO DE CARGA	27
2.5.1	Modelagem do Fluxo de Carga	27
2.5.1.1	Equações fundamentais em coordenadas polares	27
2.5.1.2	Estrutura do Método de Newton–Raphson	28
2.5.1.3	Elementos das submatrizes da Jacobiana	28
2.5.1.3.1	<i>Componentes fora da diagonal ($k \neq m$)</i>	28
2.5.1.3.2	<i>Componentes da diagonal ($k = m$)</i>	29
2.5.1.4	Algoritmo iterativo	29
2.5.2	Fluxo de Carga Trifásico em Coordenadas Polares	30
2.5.2.1	Formação da Matriz Admitância Nodal Trifásica	30
2.5.2.2	Estrutura matricial do subsistema	31
2.5.2.3	Equações de potência por fase	31
2.5.2.4	Elementos da Jacobiana	32
2.5.2.5	Algoritmo iterativo (Newton–Raphson trifásico)	33
2.6	ANÁLISE DE SISTEMAS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS	34
2.6.1	Componentes Simétricas e Desenvolvimento Matemático	34

2.6.2	Fator de Desequilíbrio de Tensão e Impacto na Estabilidade	35
2.6.3	Critérios de Conformidade de Tensão em Regime Permanente (PRODIST) .	36
3	METODOLOGIA	39
3.1	ANÁLISE MODAL ESTÁTICA MONOFÁSICA	39
3.1.1	Método de Análise Modal Estática Monofásica	40
3.1.2	Algoritmo Passo a Passo - Monofásico	41
3.2	ANÁLISE MODAL ESTÁTICA TRIFÁSICA	42
3.2.1	Método de Análise Modal Estática Trifásica	43
3.2.2	Elementos da Jacobiana Trifásica	44
3.2.3	Algoritmo Passo a Passo - Trifásico	44
4	RESULTADOS E ANÁLISES	47
4.1	SISTEMA DE TESTE 1: IEEE 14 BARRAS	48
4.1.1	Análise Modal - Monofásica: Sem GD	50
4.1.2	Análise Modal - Monofásica: Com GD	52
4.1.2.1	Caso 1: Inserção de 1 MW	52
4.1.2.2	Caso 2: Inserção de 5 MW	53
4.1.2.3	Caso 3: Inserção de múltiplas unidades de GD	54
4.2	SISTEMA DE TESTE 2: IEEE 4 BARRAS	55
4.2.1	Análise Modal - Trifásica: Sem GD	56
4.2.1.1	Avaliação das Margens Normativas e Limites Operacionais	60
4.2.1.2	Análise do Desequilíbrio no Ponto de Colapso	61
4.2.2	Análise Modal - Trifásica: Com GD	61
4.2.2.1	Caso 1: Inserção de 3 MW Equilibrados	61
4.2.2.1.1	<i>Inserção Equilibrada na Barra 2</i>	62
4.2.2.1.2	<i>Inserção Equilibrada na Barra 3</i>	65
4.2.2.2	Caso 2: Inserção de GD equilibrada na barra crítica	67
4.2.2.2.1	<i>Análise da Margem de Estabilidade</i>	67
4.2.2.2.2	<i>Limites Operativos e Normativos</i>	69
4.2.2.2.3	<i>Desequilíbrio no Limite da Estabilidade</i>	69
4.2.2.3	Caso 3: Inserção de GD bifásica na Barra Crítica (Desequilibrada)	70
4.2.2.3.1	<i>Análise da Margem de Estabilidade</i>	71
4.2.2.3.2	<i>Limites Operativos e Normativos</i>	72
4.2.2.3.3	<i>Desequilíbrio no Limite da Estabilidade</i>	74
4.2.2.4	Caso 4: Inserção de GD Monofásica na Barra Crítica (Fase A)	74
4.2.2.4.1	<i>Análise da Margem de Estabilidade</i>	75
4.2.2.4.2	<i>Limites Operativos e Normativos</i>	76
4.2.2.4.3	<i>Desequilíbrio no Limite da Estabilidade</i>	78
4.2.2.5	Caso 5: Inserção de GD Monofásica na Barra Crítica (Fase B)	78

4.2.2.5.1	<i>Análise da Margem de Estabilidade</i>	78
4.2.2.5.2	<i>Limites Operativos e Normativos</i>	80
4.2.2.5.3	<i>Desequilíbrio no Limite da Estabilidade</i>	81
4.2.2.6	Caso 6: Inserção de GD Monofásica na Barra Crítica (Fase C)	82
4.2.2.6.1	<i>Análise da Margem de Estabilidade</i>	82
4.2.2.6.2	<i>Limites Operativos e Normativos</i>	83
4.2.2.6.3	<i>Análise do Desequilíbrio</i>	85
4.2.2.7	Síntese Comparativa dos Cenários no Sistema IEEE 4 Barras	85
4.3	SISTEMA DE TESTE 3: IEEE 13 BARRAS	87
4.3.1	Análise Modal - Trifásica: Sem GD	90
4.3.1.1	Limites Operativos e Normativos	93
4.3.1.2	Análise do Desequilíbrio	95
4.3.2	Análise Modal - Trifásica: Com GD	95
4.3.2.1	Caso 1: Inserção de GD Equilibrada na Barra Crítica (Barra 11)	95
4.3.2.2	Caso 2: Inserção de GD Bifásica (Fases A e B) na Barra Crítica	96
4.3.2.3	Caso 3: Inserção de GD Monofásica (Fase A) na Barra Crítica	98
4.3.2.4	Caso 4: Inserção de GD Monofásica (Fase B) na Barra Crítica	99
4.3.2.5	Caso 5: Inserção de GD Monofásica (Fase C) na Barra Crítica	100
4.3.2.6	Síntese Comparativa dos Cenários no Sistema IEEE 13 Barras	101
5	CONCLUSÕES	104
5.1	PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS	105
	REFERÊNCIAS	107

1 INTRODUÇÃO

Um Sistema Elétrico de Potência (SEP) é um conjunto interligado de componentes projetados para gerar, transmitir e distribuir energia elétrica. Composto por geradores, linhas de transmissão, subestação e redes de distribuição, um SEP tem como objetivo entregar eletricidade de forma confiável para os consumidores. Com o passar do tempo, os SEP começaram a operar sobre uma condição crescente de estressamento devido ao aumento do consumo global de energia, tornando-se um desafio a manutenção de níveis aceitáveis de estabilidade de tensão (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992). Neste contexto, diferentes metodologias vêm sendo aplicadas para avaliar os limites de operação segura, mas ainda são majoritariamente baseadas na hipótese de equilíbrio trifásico ideal, um cenário que não representa adequadamente a realidade operacional dos sistemas de distribuição.

A estabilidade de tensão é definida como a habilidade de um sistema elétrico em preservar tensões estáveis em todos os seus barramentos, tanto em condições normais de operação quanto após a ocorrência de distúrbios (KOPCAK, 2003). Do ponto de vista matemático, o colapso de tensão está associado à perda de controlabilidade local ou global, ocorrendo tipicamente quando o sistema opera próximo ao ponto de bifurcação sela-nó (ponto de máximo carregamento), onde a matriz Jacobiana das equações de fluxo de potência torna-se singular (KUNDUR, 1994).

No entanto, a transposição direta desses conceitos clássicos para Redes de Distribuição (RDs) impõe desafios específicos. Diferentemente dos sistemas de transmissão, as RDs caracterizam-se por uma elevada relação R/X, inexistência de transposição de linhas e, crucialmente, pelo desequilíbrio estrutural de cargas. Nessas redes, a utilização de modelos de sequência positiva omite aspectos da natureza do problema, sob a premissa de que o colapso de tensão possa não se manifestar como um fenômeno simétrico, sendo possivelmente iniciado pela exaustão da capacidade de transporte da fase de maior carregamento. Nesse sentido, a omissão dos acoplamentos eletromagnéticos entre as fases e da tensão de deslocamento de neutro poderia resultar em diagnósticos superestimados acerca da real margem de segurança operativa do sistema.

A complexidade deste cenário é amplificada pela inserção massiva de Recursos Energéticos Distribuídos (REDs), especialmente a Geração Distribuída (GD). Embora a conexão de fontes renováveis próximas à carga possua o potencial de aliviar os alimentadores e postergar investimentos, sua interação com o desequilíbrio da rede é crítica (SILVA, 2015). A literatura recente e a prática operacional indicam que a injeção de potência ativa não é intrinsecamente benéfica para a estabilidade. Em redes desequilibradas, a estratégia de alocação da GD, se realizada de forma "cega" (equilibrada) ou concentrada em fases com menor carregamento, pode exacerbar a componente de sequência zero (V_0) e, paradoxalmente, reduzir a margem de estabilidade global

do sistema (ABREU, 2017).

Diante desse cenário, torna-se imperativo o desenvolvimento de metodologias que superem as simplificações tradicionais. A Análise Modal Estática, consagrada por sua capacidade de identificar as áreas de instabilidade através dos fatores de participação, pode se apresentar como a ferramenta ideal para esse diagnóstico, desde que estendida para considerar a matriz Jacobiana completa do sistema trifásico ($3N \times 3N$). Essa abordagem permite decompor os modos de instabilidade não apenas por barra, mas por fase, revelando vulnerabilidades ocultas aos métodos convencionais.

Portanto, a principal contribuição desta pesquisa consiste em propor e avaliar uma metodologia de análise modal estática voltada a sistemas de distribuição trifásicos desbalanceados, considerando diferentes estratégias de alocação de geração distribuída. Trata-se de uma abordagem inovadora, que amplia o escopo de aplicação da análise modal para capturar os efeitos das assimetrias e possibilita diagnósticos mais precisos em cenários próximos à realidade operacional.

1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVAS

A compreensão e a determinação dos limites de estabilidade de tensão surge como desafio crítico para a operação segura e eficiente dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP). Em um cenário onde as redes operam cada vez mais próximas aos seus limites físicos, a utilização de metodologias de análise robustas torna-se indispensável para indicar a margem de operação do sistema, representando o máximo carregamento suportável pelo sistema e seu limite de estabilidade. Além de quantificar essa margem, é imperativo utilizar ferramentas capazes de identificar as áreas críticas da rede, ou seja, aquelas com maior propensão ao colapso de tensão, permitindo o planejamento de medidas corretivas e preventivas que garantam níveis aceitáveis de segurança operacional.

Os estudos sobre a estabilidade de tensão são classicamente divididos em análises dinâmicas e análises estáticas. As análises dinâmicas estão associadas à categoria de grandes perturbações, caracterizadas por eventos transitórios severos, como a perda de grandes blocos de geração ou faltas nas linhas de transmissão. Por outro lado, a análise estática está relacionada a pequenas perturbações e variações incrementais lentas de carga. Essa abordagem permite uma modelagem matemática mais simples e computacionalmente eficiente, fundamentada nas equações de fluxo de potência em regime permanente, oferecendo diagnósticos precisos com menor esforço computacional (SENA; SANTOS, 2024). Mesmo restritos a fenômenos com resposta dinâmica lenta, os métodos estáticos são plenamente capazes de definir com confiabilidade as margens de estabilidade do sistema.

A principal motivação para o desenvolvimento deste trabalho reside na limitação das ferramentas estáticas convencionais quando aplicadas ao contexto real das redes de distribuição

modernas. As metodologias clássicas frequentemente assumem um equilíbrio perfeito entre as fases, utilizando modelos monofásicos equivalentes. Contudo, as redes de distribuição são inerentemente desequilibradas. A aplicação de modelos simplificados nesses cenários pode mascarar a realidade física: o sistema pode apresentar uma margem de estabilidade aparentemente segura na "média" das fases, enquanto uma fase específica, mais sobrecarregada, já opera perigosamente próxima ao colapso.

Adicionalmente, a inserção massiva de Geração Distribuída (GD) introduz variáveis de relevância operacional, alterando o paradigma das Redes de Distribuição (RDs). Tais sistemas deixam de ser puramente passivos e passam a ser caracterizados como redes ativas, visto que apresentam fluxo bidirecional de potência e exigem coordenação dinâmica entre a geração local e a demanda. Nesse cenário, torna-se fundamental compreender como a alocação da GD, seja de forma equilibrada ou assimétrica entre as fases, afeta os limites operacionais. Por conseguinte, ferramentas analíticas que não distinguem o comportamento individual das fases e os efeitos de acoplamento mostram-se insuficientes para o planejamento e operação dessas redes.

Dentre os métodos estáticos disponíveis para preencher essa lacuna, destaca-se a Análise Modal Estática. Este método envolve o cálculo de autovetores e autovalores críticos associados à matriz de estados do sistema (matriz Jacobiana), obtida por meio da resolução sucessiva dos fluxos de potência. Para a aplicação desse método, realiza-se o aumento proporcional da carga em todas as barras do sistema, mantendo o fator de potência constante, enquanto a geração se ajusta para suprir a demanda acrescida.

Ao contrário das curvas PV tradicionais, que geram apenas uma métrica global de distância até a instabilidade, a análise modal fornece informações qualitativas vitais. Ela permite não apenas identificar o ponto de perda de estabilidade, mas identificar com precisão as barras e áreas mais vulneráveis. Ao expandir essa formulação para o domínio trifásico, torna-se possível localizar não apenas a barra, mas a fase exata que liderará o colapso de tensão, fornecendo subsídios muito mais rigorosos para a melhoria do desempenho e segurança da rede.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver, implementar e validar uma metodologia de Análise Modal Estática Trifásica para a avaliação da estabilidade de tensão em sistemas de distribuição desequilibrados. A proposta central consiste em superar as limitações das abordagens monofásicas tradicionais, permitindo um diagnóstico preciso das margens de operação e das vulnerabilidades estruturais da rede frente à inserção de Geração Distribuída (GD).

Para alcançar este propósito, definem-se os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolvimento Computacional: Implementar um algoritmo de Fluxo de Carga Trifásico (método de Newton-Raphson) e estender a formulação da Análise Modal Estática para

manipular a matriz Jacobiana completa do sistema trifásico, capturando os acoplamentos mútuos e as assimetrias de rede.

- **Identificação de Criticidade:** Determinar não apenas as barras críticas, mas, de forma inédita, as fases críticas do sistema. O objetivo é demonstrar que o colapso de tensão em redes de distribuição é um fenômeno assimétrico, liderado pela fase mais carregada, e que ferramentas baseadas na média das tensões falham em detectar esse risco.
- **Avaliação do Impacto da GD:** Investigar quantitativamente como diferentes estratégias de conexão de GD (equilibrada versus monofásica) influenciam a Margem de Estabilidade de Tensão (MET). Busca-se provar que a alocação da geração deve ser coordenada com o desequilíbrio da carga para evitar a degradação da estabilidade causada pelo aumento da tensão de deslocamento de neutro.
- **Análise de Qualidade de Energia:** Correlacionar a proximidade do colapso de tensão (autovalores críticos) com indicadores de qualidade, especificamente o Fator de Desequilíbrio (FD%), estabelecendo o *trade-off* entre o aumento da capacidade de carregamento e a preservação da simetria das tensões.

A ferramenta computacional resultante visa fornecer subsídios técnicos para concessionárias de energia e planejadores de rede, auxiliando na tomada de decisões sobre onde e como conectar novos recursos distribuídos para garantir uma operação eficiente, segura e com o menor impacto negativo possível sobre a infraestrutura existente.

1.3 CONTRIBUIÇÕES

Esta dissertação pretende oferecer aportes significativos para o planejamento e a operação de sistemas de distribuição modernos, preenchendo lacunas metodológicas na avaliação da estabilidade de tensão em redes desequilibradas. As principais contribuições científicas e técnicas desenvolvidas neste trabalho são:

- **Extensão da Análise Modal para o Domínio Trifásico:** A formalização e implementação computacional da Análise Modal Estática utilizando a matriz Jacobiana completa do sistema trifásico ($3N \times 3N$). Diferentemente das abordagens convencionais baseadas em equivalentes monofásicos, esta metodologia captura explicitamente os acoplamentos mútuos entre fases e a influência da rede de neutro, permitindo identificar não apenas a barra crítica, mas a fase crítica que lidera o processo de colapso.
- **Diagnóstico do Impacto da Alocação da GD:** A demonstração inédita de que a inserção de Geração Distribuída não é intrinsecamente benéfica para a estabilidade em redes desequilibradas. O estudo indicou quantitativamente que a injeção de potência ativa em

fases incorretas (fases com menor carregamento) exacerba a tensão de deslocamento de neutro (V_0) e pode reduzir a Margem de Estabilidade de Tensão (MET), contrariando a intuição de que "geração sempre ajuda".

- **Proposição de Estratégia de Mitigação:** A identificação de que a injeção monofásica na fase crítica apresenta desempenho superior à injeção trifásica equilibrada para o aumento da margem de estabilidade. Os resultados evidenciam que esta estratégia atua simultaneamente no aumento da capacidade de carga e na redução do Fator de Desequilíbrio (FD%), oferecendo uma diretriz valiosa para o planejamento da conexão de novos acessantes.
- **Desenvolvimento de Ferramenta Computacional:** A criação de um algoritmo robusto e flexível em ambiente MATLAB, capaz de realizar o Fluxo de Carga Trifásico e a Análise Modal Estática para sistemas radiais ou malhados, com diferentes configurações de carga e geração. Esta ferramenta permite simular cenários realistas de operação, auxiliando concessionárias na tomada de decisão sobre o ponto ótimo de conexão de GD.

1.4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A fundamentação teórica da estabilidade de tensão em sistemas de potência encontra-se consolidada em obras clássicas como a de [Kundur \(1994\)](#), que define os mecanismos de colapso e a importância da capacidade de suporte de potência reativa. Historicamente, a análise estática via Curvas PV tem sido a ferramenta primária para determinar a Margem de Estabilidade de Tensão (MET), permitindo identificar o ponto de máximo carregamento antes da bifurcação sela-nó, conforme explorado detalhadamente em [Kopcak \(2003\)](#) e [Affonso, Silva e Silva \(2008\)](#).

No entanto, a aplicação direta dessas metodologias clássicas nos sistemas de distribuição modernos enfrenta desafios operacionais e matemáticos relevantes. ([PANDE; TELRANDDHE; NAIK, 2019](#)) destaca que a análise de fluxo de carga, tipicamente resolvida pelo método de Newton-Raphson (NR), é o pré-requisito essencial para qualquer estudo de estabilidade. Contudo, a grande maioria das abordagens disponíveis na literatura, incluindo as apresentadas em ([GAO; MORISON; KUNDUR, 1992](#)) e ([SHARMA; GANNESS, 2007](#)), aplica a Análise Modal Estática sob a premissa de sistemas perfeitamente equilibrados, utilizando modelos monofásicos equivalentes. Embora ([SENA; SANTOS, 2024](#)) tenha avançado ao aplicar a análise modal em coordenadas retangulares para melhorar o condicionamento numérico, o estudo ainda se restringiu à modelagem monofásica, o que invariavelmente mascara os fenômenos críticos de colapso em redes de distribuição reais.

A literatura especializada, como [Kersting \(2017\)](#), enfatiza que os sistemas de distribuição são inerentemente desequilibrados devido à não-transposição de condutores, ao traçado assimétrico e à conexão desigual de cargas monofásicas e bifásicas ao longo da rede. Nesse contexto de assimetria, [Barcelos \(2017\)](#) demonstra que a utilização de algoritmos de fluxo de potência trifásicos é absolutamente indispensável para capturar o efeito dos acoplamentos

eletromagnéticos mútuos e o surgimento de tensões de sequência zero. A insistência no uso de modelos simplificados na distribuição leva a diagnósticos otimistas e imprecisos sobre a real margem de estabilidade, negligenciando o fato de que uma única fase pode colapsar muito antes do sistema global.

Essa complexidade analítica eleva-se com a integração dos Recursos Energéticos Distribuídos (REDs). [Silva \(2015\)](#) e [Abreu \(2017\)](#) discutem a dualidade da Geração Distribuída (GD) na estabilidade, indicando que, a depender da topologia de conexão, a GD pode fornecer suporte reativo ou ampliar o estresse angular do sistema. Estudos aplicados ao alimentador IEEE 13 barras ([LIMA; MENDES; BATISTA, 2020](#)) demonstram que a elevada penetração de GD altera a margem de estabilidade, enquanto [Queiroz et al. \(2020\)](#) descreve variações de tensão decorrentes da geração fotovoltaica.

Para analisar esse paradigma operacional, a literatura recente foca nos impactos do desequilíbrio ativo. Trabalhos como o de [Valdez, García e Águila \(2024\)](#) avaliam os efeitos quase-dinâmicos da elevada penetração solar fotovoltaica na estabilidade de tensão e na qualidade da energia elétrica em redes desequilibradas. Na mesma linha, [Li et al. \(2024\)](#) investigam a necessidade de controles de tensão coordenados em redes de distribuição com GD e sistemas de armazenamento, indicando a demanda por ferramentas analíticas de maior granularidade.

Entretanto, ao analisar a evolução histórica do tema, observa-se que as ferramentas analíticas baseadas em autovalores e autovetores (Análise Modal) foram desenvolvidas e validadas predominantemente no âmbito dos sistemas de transmissão, conforme evidenciado nos trabalhos de [Gao, Morison e Kundur \(1992\)](#) e [Kundur \(1994\)](#). Essa aplicação inicial ocorreu pois as redes de transmissão foram consideradas, historicamente, o ponto crítico para o colapso de tensão. Por possuírem topologia malhada, predominância de reatância sobre a resistência (alta relação X/R) e linhas transpostas, a premissa de equilíbrio trifásico é recorrente nesses estudos. Consequentemente, a modelagem monofásica de sequência positiva mostrou-se adequada para prever o ponto de bifurcação nessas redes.

Em contrapartida, a aplicação dessas metodologias no nível de distribuição foi menos explorada na literatura técnica. Historicamente, essas redes foram modeladas como elementos passivos, em que o limitante operativo restringia-se aos níveis regulatórios de queda de tensão, e não ao colapso matemático. No entanto, com a integração dos Recursos Energéticos Distribuídos (REDs), a distribuição assumiu características de rede ativa, operando em condições de carregamento mais próximas aos limites de estabilidade ([LIMA; MENDES; BATISTA, 2020](#)). Devido a essa mudança de paradigma, pesquisas que adaptam a Análise Modal Estática para sistemas de distribuição ainda apresentam-se em estágio inicial. O desafio reside na elevada relação R/X e no desequilíbrio dessas redes, fatores que impedem o uso de equivalentes monofásicos. Observa-se uma lacuna de metodologias que integrem a Análise Modal diretamente à formulação do Fluxo de Carga Trifásico para a obtenção de fatores de participação por fase. O presente trabalho propõe preencher essa lacuna, fornecendo ferramentas para a análise de redes desequilibradas.

1.5 ESTRUTURA DO TEXTO

Este trabalho está organizado em cinco capítulos, estruturados da seguinte maneira:

- Capítulo 1 - Introdução: Apresenta a contextualização do problema de estabilidade de tensão em redes desequilibradas e a motivação para o uso da Análise Modal Estática. São definidos os objetivos gerais e específicos, as contribuições originais da pesquisa e a organização do documento.
- Capítulo 2 - Base Teórica: Fundamenta os conceitos essenciais para o desenvolvimento do trabalho, abordando a teoria da Estabilidade de Tensão, a modelagem matemática dos componentes de redes de distribuição, as formulações do Fluxo de Carga (Polar, Retangular e Trifásico) e os princípios da Análise Modal Estática via decomposição da matriz Jacobiana.
- Capítulo 3 - Metodologia Proposta: Detalha o desenvolvimento dos algoritmos computacionais implementados. Descreve-se o passo a passo para a execução do Fluxo de Carga Trifásico pelo método de Newton-Raphson e a extensão da Análise Modal para a matriz Jacobiana completa ($3N \times 3N$), incluindo os critérios de convergência e cálculo dos fatores de participação por fase.
- Capítulo 4 - Resultados e Análises: Apresenta os estudos de caso realizados nos sistemas IEEE 14 Barras (monofásico equivalente), IEEE 4 Barras e IEEE 13 Barras (trifásicos desequilibrados). Discute-se comparativamente o impacto da inserção de Geração Distribuída (equilibrada vs. desequilibrada) na Margem de Estabilidade de Tensão e nos indicadores de qualidade de energia.
- Capítulo 5 - Conclusão: Sintetiza as descobertas do estudo, com ênfase na eficácia da abordagem trifásica para o diagnóstico de instabilidades, e sugere diretrizes para trabalhos futuros na área de planejamento de redes ativas.

2 BASE TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento e a compreensão da metodologia proposta neste trabalho. A construção do conhecimento é estruturada de forma a conectar os conceitos clássicos de análise de sistemas de potência às especificidades das redes de distribuição modernas.

Inicialmente, são introduzidos os conceitos fundamentais de estabilidade de tensão e os métodos estáticos para a determinação da margem de carregamento, com ênfase nas limitações das tradicionais Curvas PV. Em seguida, detalha-se a formulação matemática do Problema do Fluxo de Carga, abordando a modelagem em coordenadas polares tanto para sistemas equivalentes monofásicos quanto para a representação de redes trifásicas completas.

A partir dessa base matemática, explora-se a teoria da Análise Modal Estática, demonstrando como a decomposição da matriz Jacobiana reduzida permite identificar não apenas o ponto de colapso, mas os modos e as barras críticas de instabilidade.

Por fim, o capítulo consolida a teoria necessária para a análise de cenários reais e assimétricos, abordando a modelagem da Geração Distribuída (GD) no fluxo de potência e as técnicas de tratamento de sistemas desequilibrados, incluindo a Redução de Kron e o método das Componentes Simétricas. Adicionalmente, apresentam-se os critérios regulatórios de conformidade de tensão estabelecidos pelo Módulo 8 do PRODIST.

2.1 ESTABILIDADE DE TENSÃO E MARGEM DE ESTABILIDADE DE TENSÃO

Compreender os limites da estabilidade de tensão constitui um desafio para a operação de sistemas elétricos de potência. Nesse contexto, a utilização de metodologias de análise torna-se fundamental para indicar a margem de operação do sistema, representando seu carregamento máximo e seu limite de estabilidade. Além disso, sistemas capazes de identificar as áreas críticas — as mais suscetíveis a colapsos de tensão — permitem propor medidas corretivas que assegurem níveis aceitáveis de segurança operacional.

Estudos sobre a estabilidade de tensão são realizados por meio de análises dinâmicas ou por meio de análises estáticas. Análises dinâmicas estão mais relacionadas a categoria de grandes perturbações, caracterizadas por perda de grandes blocos, falta em redes de transmissão, ou seja, distúrbios significativos. Já a análise estática está relacionada a pequenas perturbações, que permitem uma modelagem mais simplificada e mais fluida, em sua maioria tratando de fenômenos com resposta dinâmica lenta, (SENA; SANTOS, 2024). Mesmo restrito a este tipo

de resposta, os métodos estáticos permitem também a definição das margens de estabilidade do sistema.

Dentre os métodos estáticos do sistema se destaca o método de análise modal. Este método indica situações em que há a perda de estabilidade, possibilitando a indicação de ações corretivas e/ou preventivas capacitando uma melhora na segurança da operação. Este método envolve o cálculo de autovetores e autovalores críticos associados a matriz de estados do sistema (matriz Jacobiana reduzida), que por sua vez é obtida por meio da resolução dos fluxos de potência do sistema.

Do ponto de vista físico-matemático, os autovalores indicam a proximidade do sistema ao colapso: um autovalor tendendo a zero significa que o sistema esgotou sua capacidade de suporte de potência reativa, tornando a matriz singular. Os autovetores associados ao autovalor crítico fornecem informações sobre a natureza da instabilidade. O autovetor direito descreve a magnitude da variação de tensão nas barras do sistema para um determinado modo, identificando os barramentos mais vulneráveis à queda de tensão. Por outro lado, o autovetor esquerdo representa a sensibilidade do modo em relação às injeções de potência reativa, indicando os locais de maior eficácia para a aplicação de medidas de controle e suporte de tensão (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

Outro método, bastante utilizado e que faz parte dos estáticos, é aquele que utiliza as curvas PV para avaliar a margem de estabilidade de tensão. Com ele podem ser identificados os carregamentos em que o sistema pode encontrar uma operação estável, (KOPCAK, 2003). Essa curva PV representa a distância, em MW ou percentual, do ponto de operação base do sistema ao ponto de máximo carregamento, conhecido como o “nariz” da curva. A obtenção da curva PV se dá através de sucessivas soluções de fluxos de potência considerando um aumento de carga e geração. Obtida ou para o sistema como um todo, ou para determinadas áreas do sistema.

Para o primeiro método é realizado o aumento de carga em todas as barras de carga proporcionalmente, mantendo um fator de potência constante, com toda a geração do sistema se ajustando para suprir a demanda acrescida durante a resolução dos fluxos de potência. Este método gera uma margem de estabilidade única para todo o sistema.

No segundo método, as margens de estabilidade são obtidas para uma determinada área do sistema, resultando em diferentes margens ao longo da resolução dos fluxos de carga. A área selecionada recebe um acréscimo de carga seguindo o primeiro modo, mantendo o fator de potência constante, sendo que a carga adicional é suprida pela geração pertencente à própria área (AFFONSO; SILVA; SILVA, 2008).

Para o estudo de estabilidade de tensão é mais conveniente o uso do primeiro método, pois é capaz de identificar áreas mais vulneráveis a ocorrer um colapso de tensão.

Essas análises são usadas por agentes do setor elétrico já que possibilitam definir a capacidade de demanda máxima que o sistema estudado pode atender. O chamado “nariz” da

curva define o máximo carregamento, máxima demanda, que o sistema suporta, neste ponto a matriz Jacobiana do sistema se torna singular. Deste modo, a MET pode ser definida como o máximo de carga acrescida que o sistema em estudo pode suportar, sendo este a diferença entre o ponto de operação base até o ponto de instabilidade de tensão.

Estudos mais recentes também reforçam a necessidade de ampliar os métodos clássicos de avaliação da estabilidade de tensão. Em [Zhang et al. \(2024\)](#), é proposto um modelo baseado em índices de impedância para avaliar a estabilidade de sistemas de distribuição com integração de geração renovável, destacando a importância de métricas que capturem efeitos locais da rede. De forma complementar, [Kumari et al. \(2024\)](#) investiga a alocação ótima de geração distribuída e dispositivos de compensação (D-STATCOM) como estratégias para ampliar a margem de estabilidade de tensão, demonstrando como a combinação de GD com elementos de controle pode contribuir de maneira significativa para a operação segura. Uma visão mais abrangente é apresentada em [Ali et al. \(2025\)](#), que revisa os métodos mais recentes de monitoramento e melhoria da estabilidade em sistemas dominados por renováveis, apontando desafios práticos e tendências futuras. Esses estudos mostram que, embora a base conceitual da estabilidade de tensão esteja consolidada, há esforços crescentes em adaptá-la às novas condições operativas dos sistemas elétricos.

2.1.1 Estabilidade de Tensão

A estabilidade de tensão pode ser entendida como a capacidade de um sistema elétrico em manter níveis adequados de tensão em todas as barras sob condições normais de operação ou após a ocorrência de distúrbios ([KUNDUR et al., 2004](#)). A instabilidade caracteriza-se por uma queda progressiva e irreversível de tensão em uma ou mais barras, resultante, por exemplo, de aumento da carga, perda de linhas de transmissão ou perda de geração.

Esse fenômeno está relacionado à definição de estabilidade de Lyapunov, acrescida da exigência de que o sistema não precisa retornar ao valor pré-perturbação, mas deve alcançar um novo ponto de equilíbrio dentro de limites aceitáveis. Quando a rede não é capaz de atender suas demandas de potência ativa e reativa, ocorre o chamado colapso de tensão, processo de natureza lenta e dinâmico, associado principalmente ao comportamento de cargas de potência constante ([KOPCAK, 2003](#)).

Fisicamente, o colapso de tensão ocorre quando a transferência de potência elétrica através das linhas atinge o limite máximo suportado pelas impedâncias da rede. A partir deste ponto, qualquer tentativa da carga em consumir mais potência resulta em uma queda abrupta da tensão, pois o sistema perde a controlabilidade e a capacidade de fornecer a potência reativa necessária para sustentar o perfil de tensão.

A literatura classifica a estabilidade de tensão em dois grupos: (i) grandes perturbações, associadas a eventos significativos como faltas ou perdas de geração, usualmente analisadas por

simulações dinâmicas no tempo; e (ii) pequenas perturbações, decorrentes de variações graduais de carga, que permitem simplificações por meio de modelos linearizados (KOPCAK, 2003).

Quanto às metodologias de avaliação, destacam-se as análises dinâmicas, que oferecem maior precisão ao custo de maior esforço computacional, e as análises estáticas, mais práticas para estudos de planejamento e operação. Estas últimas permitem identificar margens de estabilidade de tensão e condições críticas de operação, uma vez que a singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de carga pode indicar um ponto de bifurcação do tipo sela-nó (KOPCAK, 2003).

Entre os métodos estáticos mais aplicados encontram-se as curvas PV, voltadas à determinação da margem de estabilidade global, e as curvas QV, que evidenciam deficiências locais de suporte reativo em barras ou áreas específicas.

2.1.2 Margem de Estabilidade de Tensão via Curvas PV

O método baseado nas curvas PV é amplamente reconhecido para a determinação da margem de estabilidade de tensão de um sistema (KUNDUR, 1994; KOPCAK, 2003). Essa curva, ilustrada na Figura 1, expressa a distância, em termos de potência ativa (MW) ou percentual, entre o ponto de operação base do sistema e o ponto de máximo carregamento, também denominado “nariz” da curva (KUNDUR, 1994; KOPCAK, 2003; SENA; SANTOS, 2024).

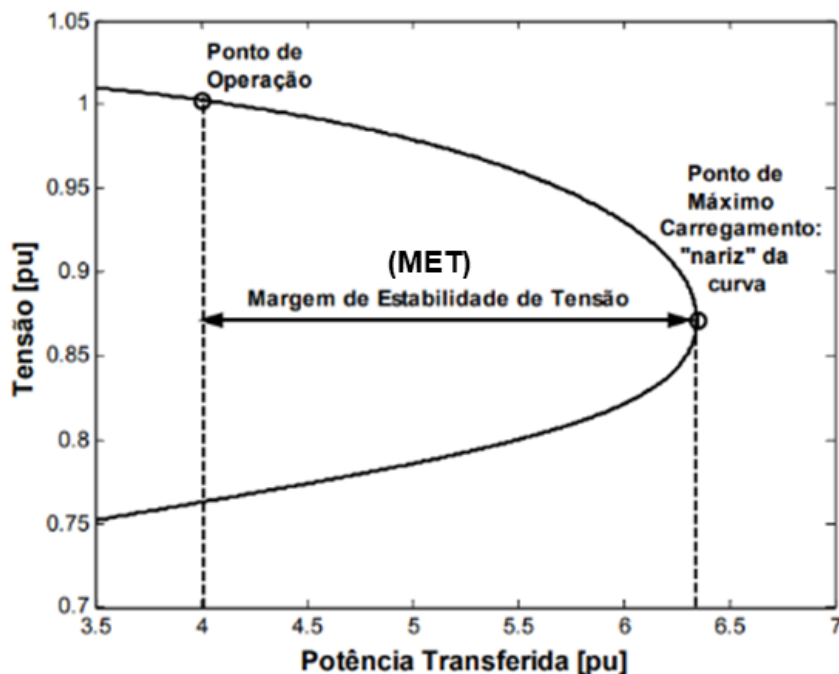


Figura 1 – Margem de estabilidade de tensão pelo método da curva PV. (KOPCAK, 2003)

A construção da curva PV é realizada pela solução sucessiva de fluxos de potência, considerando incrementos graduais de carga. Esses incrementos podem ser aplicados ao sistema como um todo ou a áreas específicas. No primeiro caso, a carga é aumentada proporcionalmente

em todas as barras de carga, mantendo o fator de potência constante e ajustando a geração global para atender à nova demanda. Já no segundo caso, as margens de estabilidade são obtidas por área, sendo que a carga acrescida é suprida apenas pela geração localizada na própria região estudada (KOPCAK, 2003; AFFONSO; SILVA; SILVA, 2008).

Embora o segundo método permita identificar áreas mais vulneráveis ao colapso de tensão, na prática, adota-se com maior frequência o incremento proporcional em todas as barras de carga do sistema. Isso porque a abordagem global fornece uma medida única e conservadora da margem de estabilidade, além de simplificar a análise (AFFONSO; SILVA; SILVA, 2008).

O ponto de máximo carregamento, representado pelo nariz da curva PV, corresponde à condição em que a matriz Jacobiana do fluxo de potência se torna singular. A partir disso, define-se a margem de estabilidade como o máximo acréscimo de carga que pode ser aplicado a partir do ponto base de operação até o ponto de instabilidade (KOPCAK, 2003; SENA; SANTOS, 2024).

Apesar de sua ampla utilização, o método tradicional de Newton-Raphson apresenta problemas de convergência quando a Jacobiana se aproxima da singularidade. Para contornar essa limitação, a literatura apresenta o Método da Continuação, que acrescenta o nível de carregamento do sistema como uma variável adicional no conjunto de equações não lineares do fluxo de carga. Esse método é estruturado em quatro etapas principais: previsão, correção, parametrização e controle de passo, conforme ilustrado na Figura 2 (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

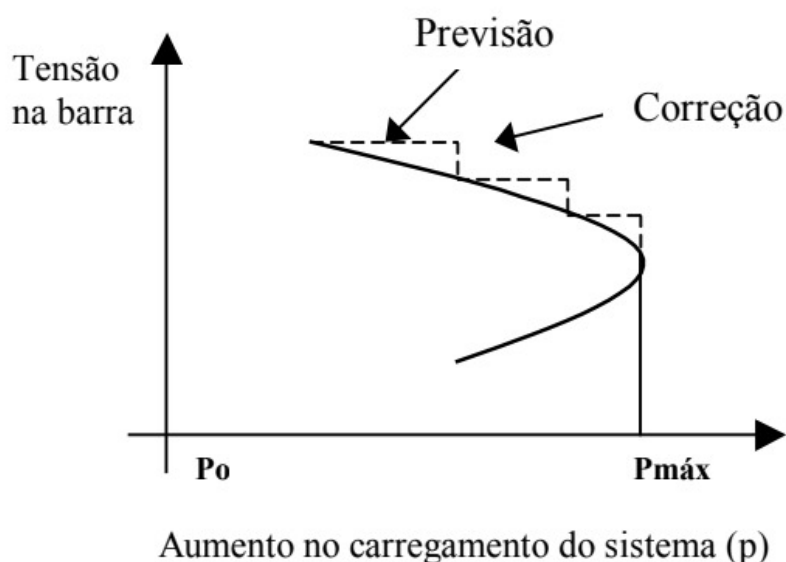
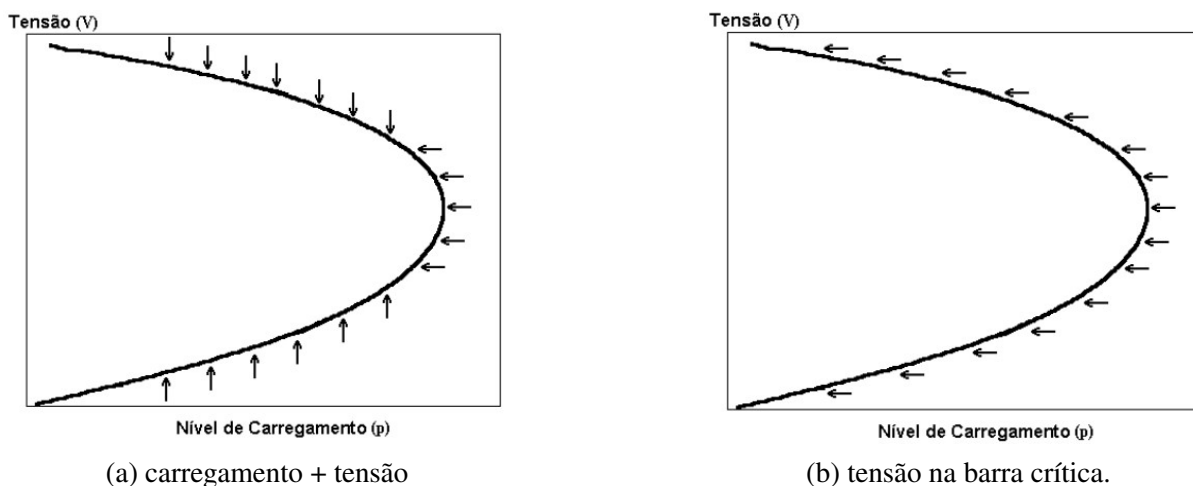


Figura 2 – Etapas de previsão e correção do Método da Continuação.

Na etapa de previsão, aplica-se um incremento de carga no sistema e estima-se o novo estado de operação. O resultado é então refinado pela etapa de correção, que ajusta o ponto previsto para a trajetória real da curva. A parametrização local assegura robustez na proximidade

da singularidade, sendo necessário definir um parâmetro de continuação. Esse parâmetro, cujas variações típicas são apresentadas na Figura 3, pode envolver o carregamento combinado com a tensão ou exclusivamente a tensão de uma barra crítica (KOPCAK, 2003; KUNDUR, 1994).

Figura 3 – Parâmetros de continuação (KOPCAK, 2003).



Finalmente, aplica-se o controle de passo, o qual ajusta o tamanho do incremento conforme a proximidade do ponto de máximo carregamento. Quando o número de iterações de correção é reduzido, o sistema opera em regime normal, permitindo passos maiores; já próximo ao nariz da curva, a convergência exige passos menores (KOPCAK, 2003).

Embora o método da continuação possibilite a construção completa da curva PV, esta técnica não foi implementada no presente trabalho. A metodologia aqui desenvolvida fundamenta-se na solução sucessiva do fluxo de carga pelo método de Newton-Raphson convencional, sendo a determinação da margem de estabilidade complementada pela aplicação da análise modal estática para a identificação de barras e fases críticas (AFFONSO; SILVA; SILVA, 2008; SENA; SANTOS, 2024).

2.2 FUNDAMENTOS DA ANÁLISE MODAL ESTÁTICA

Embora o método das curvas PV seja amplamente utilizado para avaliar a margem de estabilidade de tensão dos sistemas elétricos de potência, ele apresenta limitações relevantes. Em particular, esse método não fornece informações sobre quais barras ou áreas do sistema são mais vulneráveis sob a ótica da estabilidade de tensão, restringindo-se à obtenção do ponto de colapso, mas sem indicar os locais críticos para a aplicação de medidas de reforço (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992; KUNDUR, 1994).

A análise modal estática surge como alternativa para superar essa deficiência, permitindo identificar áreas críticas do sistema e, conseqüentemente, orientar estratégias de mitigação contra instabilidades. Essa abordagem baseia-se no estudo dos autovalores e autovetores da

matriz Jacobiana reduzida, fornecendo uma interpretação modal da estabilidade de tensão (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

A estabilidade de tensão está diretamente relacionada ao comportamento da rede elétrica frente às variações de potência ativa e reativa. Para modelar esse fenômeno, utiliza-se a relação incremental entre potências e tensões nodais, representada pela forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Nessa formulação:

- ΔP representa a variação incremental de potência ativa;
- ΔQ corresponde à variação incremental de potência reativa;
- $\Delta \theta$ é a variação incremental do ângulo de tensão;
- ΔV indica a variação incremental da magnitude da tensão nodal.

Os autovalores da Jacobiana revelam o grau de proximidade do sistema à instabilidade: valores positivos indicam condição estável, enquanto um autovalor nulo corresponde à singularidade da matriz, caracterizando o ponto de bifurcação sela-nó. Caso um autovalor se torne negativo, o sistema entra em instabilidade (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

A partir da decomposição da equação matricial, obtém-se:

$$\Delta P = J_{P\theta} \Delta \theta + J_{PV} \Delta V, \quad (2.2)$$

$$\Delta Q = J_{Q\theta} \Delta \theta + J_{QV} \Delta V. \quad (2.3)$$

Assumindo $\Delta P = 0$ em um ponto de operação, a estabilidade de tensão pode ser estudada apenas em função da potência reativa, levando à definição da Jacobiana reduzida:

$$\Delta Q = J_R \Delta V, \quad (2.4)$$

$$\Delta V = J_R^{-1} \Delta Q, \quad (2.5)$$

em que:

$$J_R = J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}. \quad (2.6)$$

Fisicamente, a matriz J_R representa a sensibilidade da tensão nodal face a injeções de potência reativa. A hipótese de $\Delta P = 0$ baseia-se no forte desacoplamento existente em redes

de potência, na qual a estabilidade de tensão é governada primordialmente pelo balanço de potência reativa. Quando J_R se aproxima da singularidade, a variação de tensão necessária para acomodar uma dada injeção de reativo tende para o infinito ($dV/dQ \rightarrow \infty$), configurando a perda de controlabilidade e o conseqüente colapso do sistema.

A análise das sensibilidades V–Q permite avaliar a resposta de tensão às injeções de potência reativa. Se a sensibilidade for positiva, o sistema é estável; se for negativa, indica instabilidade. Além disso, a estabilidade cresce à medida que a sensibilidade diminui, atingindo o limite quando J_R torna-se singular.

Contudo, a avaliação puramente pelas sensibilidades V–Q é limitada, pois a instabilidade de tensão não ocorre em uma barra isolada, mas sim em modos do sistema, nos quais cada barra participa com diferentes graus de influência. A análise modal estática permite superar essa limitação ao determinar autovalores e autovetores de J_R , fornecendo uma decomposição modal da estabilidade (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

Para o i -ésimo modo, tem-se:

$$\Delta v_i = \frac{1}{\lambda_i} \Delta q_i, \quad (2.7)$$

em que Δv_i e Δq_i representam as variações modais de tensão e potência reativa, respectivamente, e λ_i é o autovalor correspondente. Quanto menor a magnitude de λ_i , mais fraco é o modo e mais próximo o sistema está da instabilidade.

Os fatores de participação são calculados a partir dos autovetores esquerdo (v_{ki}) e direito (u_{ik}) associados ao autovalor λ_i :

$$FP_{ik} = u_{ik} v_{ki}. \quad (2.8)$$

A interpretação física dessa decomposição modal é fundamental para a elaboração de medidas mitigadoras na rede: o autovetor direito (u_i) define a componente geométrica do modo de instabilidade, indicando quais barras apresentam as maiores variações de tensão. Por sua vez, o autovetor esquerdo (v_i) representa a sensibilidade do modo em relação às alterações de potência reativa, identificando os barramentos onde a alocação de dispositivos de compensação ou Geração Distribuída apresenta maior eficácia para a prevenção do colapso (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

O Fator de Participação (FP_{ik}) fornece a contribuição relativa da barra k no modo de instabilidade i , permitindo identificar as áreas críticas do sistema. Em particular, quando J_R aproxima-se da singularidade, pequenas variações de potência reativa em determinadas barras podem conduzir ao colapso de tensão. A análise modal, portanto, constitui uma ferramenta para a identificação das barras mais vulneráveis e para o suporte a ações de controle, como a inserção de suporte reativo ou o alívio de carga (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992; KUNDUR, 1994; SENA; SANTOS, 2024).

Adicionalmente, na extensão desta formulação para os sistemas trifásicos desequilibrados, que constitui o cerne deste, a matriz J_R expande a sua dimensão para modelar explicitamente os acoplamentos mútuos. Nesse contexto, os Fatores de Participação passam a identificar não apenas a barra crítica, mas a *fase crítica* que lidera o colapso, demonstrando que a instabilidade em redes de distribuição reais é um fenômeno inerentemente assimétrico.

2.3 GERAÇÃO DISTRIBUÍDA

A Geração Distribuída (GD) representa uma mudança de paradigma no setor elétrico, caracterizando a transição do modelo tradicional centralizado e unidirecional para um modelo descentralizado e bidirecional, frequentemente denominado de *redes ativas de distribuição*. Essencialmente, a GD compreende as fontes de energia elétrica conectadas diretamente à rede de distribuição ou inseridas nas próprias instalações dos consumidores (VIVENZA; GOMES, 2022; DIAS, 2008).

Embora englobe diversas tecnologias, a expansão recente da GD é majoritariamente impulsionada por fontes renováveis, com destaque absoluto para a Geração Distribuída Fotovoltaica (GDFV). A inserção destas fontes nos sistemas de distribuição introduz uma dualidade operacional: se, por um lado, a geração próxima ao centro de carga pode reduzir perdas técnicas e postergar investimentos em infraestrutura, por outro lado, a alta penetração altera drasticamente o fluxo de potência. O impacto direto mais evidente ocorre no perfil e na estabilidade de tensão da rede.

2.3.1 Impactos da GD no Perfil e na Estabilidade de Tensão

A avaliação do impacto da GD na estabilidade de tensão não é trivial, pois seus efeitos variam significativamente de acordo com a potência injetada, a localização (barra de conexão) e a topologia da rede.

Estudos clássicos e recentes convergem na observação de que a GD possui um efeito de "faca de dois gumes" sobre a rede elétrica. Pesquisas aplicadas ao alimentador IEEE 13 barras (LIMA; MENDES; BATISTA, 2020) demonstram que, até determinado nível de penetração, a GD melhora a Margem de Estabilidade de Tensão (MET), elevando o ponto de máximo carregamento do sistema. Contudo, a injeção excessiva de potência ativa, especialmente em horários de carga leve e alta irradiação solar, provoca a inversão do fluxo de potência, resultando em sobretensões perigosas, sobretudo nos nós mais distantes da subestação (QUEIROZ et al., 2020).

Para além do perfil de tensão em regime permanente, a literatura mais atual tem focado intensamente na estabilidade em cenários de alta penetração intermitente. Em (ZHANG et al., 2024), propõe-se a utilização de modelos baseados em índices de impedância para monitorar a estabilidade em redes dominadas por renováveis, destacando que a variação de geração

fotovoltaica exige métricas espaciais rigorosas. Adicionalmente, [Ali et al. \(2025\)](#) ressalta que a estabilidade de tensão em sistemas com elevada penetração de GD constitui uma prioridade para o planejamento da operação, demandando abordagens de monitoramento condizentes com a nova dinâmica das redes.

2.3.2 O Desafio da Alocação e do Desequilíbrio de Fases

Um aspecto central discutido na literatura e que configura um desafio operativo contemporâneo reside na interação entre a GD e o desequilíbrio estrutural das redes de distribuição.

Em sistemas trifásicos reais, as cargas não são distribuídas simetricamente. Quando a alocação de unidades de GD ocorre de forma "cega" (distribuindo potência igualmente entre as fases) ou através de injeções puramente monofásicas em fases não otimizadas, o sistema pode sofrer degradação severa. Trabalhos recentes de otimização, como o apresentado em [\(KUMARI et al., 2024\)](#), sugerem que o aumento real da margem de estabilidade só é alcançado quando a alocação de GD é matematicamente coordenada, seja através de algoritmos de otimização ou do uso conjunto de dispositivos de compensação (como D-STATCOMs).

Neste contexto, a representação da GD em estudos estáticos de estabilidade exige rigor matemático. A injeção de potência ativa em uma fase com baixo carregamento exacerba a tensão de sequência zero (V_0) e a corrente de retorno pelo neutro, piorando o Fator de Desequilíbrio e precipitando o colapso de tensão nas fases mais carregadas da rede.

Portanto, o objetivo central das simulações desenvolvidas é avaliar quantitativamente se a geração descentralizada atua como benefício ou malefício para a estabilidade, modelando explicitamente a injeção e o estressamento fase a fase. Inicialmente, o problema é abordado por meio de modelos monofásicos equivalentes, estabelecendo um referencial de análise. Em seguida, a metodologia é estendida para a análise em coordenadas polares trifásicas, capturando os efeitos de assimetria que passam despercebidos nos modelos simplificados.

2.4 PROCEDIMENTOS DE DISTRIBUIÇÃO - PRODIST

Os Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional (PRODIST) constituem o conjunto de normas técnicas que disciplinam o relacionamento entre as distribuidoras de energia e os demais agentes, incluindo os consumidores e proprietários de Geração Distribuída. Sob a regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), o PRODIST é estruturado em módulos que padronizam desde o planejamento da expansão até os critérios de medição e faturamento ([ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021](#)).

A importância desses procedimentos reside na garantia de um padrão mínimo de desempenho do sistema elétrico. Enquanto a introdução da GD altera o perfil de carga e o fluxo de potência na rede, os módulos do PRODIST estabelecem os limites operacionais que devem ser

rigorosamente respeitados para que essa integração não comprometa a integridade física dos ativos e a qualidade do fornecimento de energia aos consumidores conectados.

2.4.1 **O Módulo 8 e a Qualidade do Produto**

Dentre a estrutura normativa, o Módulo 8 destaca-se neste trabalho por tratar especificamente da Qualidade do Fornecimento de Energia Elétrica. Ele é subdividido em áreas que abrangem a conformidade da tensão em regime permanente, a continuidade do serviço e a qualidade comercial.

No contexto de estudos de estabilidade de tensão em redes de distribuição, a Seção 8.1 do Módulo 8 fornece a base normativa para a classificação das tensões operacionais. O documento define a Tensão de Referência (T_R) e estipula os desvios máximos permitidos através de parâmetros de variação (Δ), classificando os níveis de atendimento em faixas adequadas, precárias e críticas.

Frente à análise de estabilidade, esta classificação impõe um marco conceitual importante: a distinção entre o limite físico e o limite normativo. O limite matemático de estabilidade (ponto de singularidade da Jacobiana) geralmente ocorre em níveis de tensão severamente baixos, muito inferiores àqueles aceitáveis na operação real. Na prática, a concessionária deve garantir que a rede opere estritamente dentro da faixa adequada estabelecida pelo PRODIST, cujo limite inferior para o subgrupo de média tensão (superior a 2,3 kV) é de 0,93 p.u. Tensões abaixo deste patamar já configuram operação em faixa precária, e valores inferiores a 0,90 p.u. caracterizam a faixa crítica, sujeitando a distribuidora a penalidades. Portanto, o estressamento do sistema e a inserção de recursos como a GD devem ser planejados de modo que o aumento do carregamento não provoque transgressões normativas antes mesmo de esgotar a margem de estabilidade teórica.

2.4.2 **Limites Normativos para o Desequilíbrio de Tensão**

Uma vez que este trabalho propõe a análise estática estendida para sistemas trifásicos desequilibrados, é imperativo observar as diretrizes regulatórias referentes às assimetrias entre fases. O Módulo 8 do PRODIST também estabelece parâmetros rigorosos para o Fator de Desequilíbrio de Tensão (FD%), quantificado primordialmente através da relação entre as componentes de sequência negativa e positiva.

O desequilíbrio de tensão é um fenômeno crítico de Qualidade de Energia Elétrica (QEE) que provoca o aquecimento anormal de máquinas rotativas e eleva as perdas nos transformadores e condutores. Conforme ([ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021](#)), o fator de desequilíbrio em barramentos de distribuição deve ser monitorado de perto, estipulando limites percentuais máximos permitidos para operação contínua.

A correlação entre o limite normativo do FD% e a Análise Modal Estática constitui um dos pilares da abordagem trifásica proposta nesta dissertação: a injeção assimétrica de potência

por unidades de GD, ou o carregamento desigual das fases, pode elevar o desequilíbrio acima dos padrões regulatórios de QEE muito antes de o sistema atingir a bifurcação sela-nó. Desta forma, a avaliação da estabilidade em redes ativas torna-se um problema restrito e acoplado, na qual a manutenção da margem de carregamento não pode ocorrer às custas da degradação do equilíbrio de fase estipulado pelo PRODIST.

2.5 PROBLEMA DO FLUXO DE CARGA

O Problema de Fluxo de Carga (PFC) é amplamente estudado dentro da análise de Sistemas Elétricos de Potência (SEP), pois sua resolução está relacionada a diversos outros temas, como otimização, estudos de curto-circuito, avaliação de contingências, além de aspectos de controle e estabilidade das redes (MONTICELLI, 1983).

De forma geral, o objetivo do PFC é identificar as condições operacionais de uma rede elétrica em regime permanente. A partir do conhecimento da topologia, dos parâmetros da rede e das condições de geração e demanda, busca-se determinar o perfil de tensão em cada barra, bem como outras variáveis não diretamente conhecidas, incluindo parte das potências geradas, transmitidas e as perdas existentes no sistema.

Para sua formulação, adota-se a hipótese de que o sistema possui comportamento estático, desconsiderando-se, assim, os efeitos transitórios. Além disso, assume-se que a rede se encontra em equilíbrio, permitindo a utilização de uma representação simplificada por meio do diagrama unifilar, no qual se consideram tensões de linha e potências totais.

2.5.1 Modelagem do Fluxo de Carga

O modelo clássico do problema do fluxo de carga (PFC) normalmente adota o estado das tensões nodais em coordenadas polares — isto é, cada tensão de barra k é caracterizada pelo seu módulo V_k e ângulo de fase θ_k . Nesta formulação as equações do balanço de potência ativa e reativa assumem forma trigonométrica e compõem o sistema não-linear cuja solução é obtida por métodos iterativos, como o método de Newton–Raphson (BRIGATTO, 2023). A formulação polar é a mais utilizada em estudos de sistemas de potência por oferecer interpretação física direta das variáveis (módulos e ângulos) e por ser a base das estratégias de decomposição em subsistemas amplamente discutidas na literatura.

2.5.1.1 Equações fundamentais em coordenadas polares

Conforme descrito em (MONTICELLI, 1983), a injeção líquida de potência complexa na barra k pode ser escrita, em função da matriz admitância nodal $Y = G + jB$, como :

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k e^{j\theta_k} \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} + jB_{km}) V_m e^{-j\theta_m},$$

em que Ω_k é o conjunto de barras conectadas à barra k , incluindo a própria barra k . Separando as partes real e imaginária obtêm-se as equações balanceadas de potência ativa e reativa em coordenadas polares:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}), \quad (2.9)$$

$$Q_k = \sum_{m \in \Omega_k} V_k V_m (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}), \quad (2.10)$$

com $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$.

2.5.1.2 Estrutura do Método de Newton–Raphson

O método de Newton–Raphson resolve o sistema não-linear construindo, a cada iteração, o vetor de resíduos

$$\Delta f = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{esp} - P^{calc} \\ Q^{esp} - Q^{calc} \end{bmatrix},$$

e atualizando o vetor de incógnitas

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \mathbf{V} \end{bmatrix},$$

por meio da resolução linear

$$[J] \Delta \mathbf{x} = \Delta f, \quad \mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \Delta \mathbf{x}, \quad (2.11)$$

em que a matriz Jacobiana $[J]$ possui a clássica partição em quatro submatrizes (MONTICELLI, 1983):

$$[J] = \begin{bmatrix} [H] & [N] \\ [M] & [L] \end{bmatrix}.$$

2.5.1.3 Elementos das submatrizes da Jacobiana

A formulação padrão dos elementos das submatrizes $[H]$, $[N]$, $[M]$, $[L]$ em coordenadas polares é dada por:

2.5.1.3.1 Componentes fora da diagonal ($k \neq m$)

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}), \quad (2.12)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}), \quad (2.13)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}), \quad (2.14)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}). \quad (2.15)$$

2.5.1.3.2 *Componentes da diagonal ($k = m$)*

Nas equações a seguir, a notação $m \in \Omega_k \setminus \{k\}$ indica que o somatório é realizado sobre o conjunto Ω_k de todas as barras conectadas à barra k , com a exclusão (*setminus*) da própria barra k .

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = - \sum_{m \in \Omega_k \setminus \{k\}} H_{km}, \quad (2.16)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = 2V_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k \setminus \{k\}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}), \quad (2.17)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = - \sum_{m \in \Omega_k \setminus \{k\}} M_{km}, \quad (2.18)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -2V_k B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k \setminus \{k\}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}). \quad (2.19)$$

2.5.1.4 *Algoritmo iterativo*

O algoritmo Newton–Raphson pode ser resumido como segue, (MONTICELLI, 1983; BRIGATTO, 2023).:

1. **Inicialização:** ler e normalizar dados; inicializar $\theta^{(0)}$ (*flat start*: $\theta_k = 0$) e $V^{(0)} = 1.0$ pu. Montar $[G]$, $[B]$ e vetor de potências especificadas.
2. **Cálculo das potências calculadas:** avaliar P_k^{calc} e Q_k^{calc} para o estado atual $(\theta^{(i)}, V^{(i)})$.
3. **Formação do vetor de resíduos:** calcular ΔP , ΔQ e montar Δf .
4. **Verificação de convergência:** se $\max |\Delta f| \leq \varepsilon$, aceitar a solução; caso contrário prosseguir.
5. **Montagem da Jacobiana:** computar as submatrizes $[H]$, $[N]$, $[M]$, $[L]$.
6. **Resolução do sistema linear:** resolver $[J]\Delta \mathbf{x} = \Delta f$ e atualizar $\theta^{(i+1)}$ e $V^{(i+1)}$.
7. Voltar ao **passo 2**.

Essa formulação em coordenadas polares, embora mais intensiva computacionalmente do que aproximações desacopladas, garante robustez numérica e é amplamente empregada como referência nos estudos de estabilidade e análise modal do sistema (MONTICELLI, 1983; BRIGATTO, 2023).

2.5.2 Fluxo de Carga Trifásico em Coordenadas Polares

A formulação trifásica do problema do fluxo de carga amplia a versão monofásica ao considerar explicitamente as três fases (a, b, c) de cada barra do sistema. Assim, cada barra k possui variáveis de estado por fase: o módulo $|V_k^p|$ e o ângulo θ_k^p da tensão na fase $p \in \{a, b, c\}$. Esta modelagem é essencial em redes de distribuição desequilibradas, pois incorpora os acoplamentos eletromagnéticos entre fases e entre barras vizinhas, aumentando drasticamente a precisão das análises (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; BARCELOS, 2017).

2.5.2.1 Formação da Matriz Admitância Nodal Trifásica

O primeiro passo para a resolução do fluxo de potência e subsequente análise de estabilidade é a construção da matriz admitância nodal (Y_{bus}), que consolida todas as informações topológicas e elétricas da rede. Em sistemas de distribuição, essa matriz assume uma estrutura em blocos. Diferentemente do equivalente monofásico, em que cada elemento resulta em um valor escalar, no sistema trifásico cada nó e ramo são representados por submatrizes de dimensão 3×3 , necessárias para englobar as admitâncias próprias de cada fase e as admitâncias mútuas (transversais) resultantes do acoplamento entre as fases.

De acordo com a metodologia de transformação linear descrita em (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010), a montagem estruturada da matriz Y_{bus} trifásica segue um procedimento sistemático composto por quatro etapas principais:

1. **Matriz de Incidência (A):** Esta matriz mapeia a topologia direcional da rede. Para cada elemento (linha ou transformador) conectado entre dois nós, atribui-se uma submatriz identidade U (de dimensão 3×3) para a barra de onde o fluxo diverge (saída) e $-U$ para a barra onde o fluxo converge (entrada). As demais posições são preenchidas com submatrizes nulas.
2. **Matrizes Primitivas ($[z_p]$ e $[y_p]$):** Constrói-se inicialmente a matriz impedância primitiva ($[z_p]$), que agrupa as impedâncias série próprias e mútuas de todos os elementos do sistema, respeitando a ordem estabelecida na matriz de incidência. Em seguida, a matriz admitância primitiva ($[y_p]$) é obtida pela inversão matricial direta de $[z_p]$:

$$[y_p] = [z_p]^{-1} \quad (2.20)$$

3. **Transformação Linear:** A matriz admitância nodal do sistema global interligado é obtida por meio da transformação linear matemática que relaciona a topologia da rede com suas características elétricas primitivas:

$$Y_{bus} = A^T [y_p] A \quad (2.21)$$

4. **Incorporação de Elementos *Shunt*:** Por fim, as contribuições transversais (como capacitâncias parasitas das linhas no modelo π e bancos de capacitores) são adicionadas

diretamente às submatrizes da diagonal principal (Y_{kk}) correspondentes às barras onde esses elementos estão fisicamente conectados.

O resultado desse processo é uma matriz esparsa onde o elemento genérico Y_{km} , que conecta a barra k à barra m , assume a seguinte forma matricial expandida:

$$Y_{km} = \begin{bmatrix} y_{km}^{aa} & y_{km}^{ab} & y_{km}^{ac} \\ y_{km}^{ba} & y_{km}^{bb} & y_{km}^{bc} \\ y_{km}^{ca} & y_{km}^{cb} & y_{km}^{cc} \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

onde os termos da diagonal principal (y_{km}^{pp}) representam as admitâncias próprias de cada fase, enquanto os termos fora da diagonal (y_{km}^{pl}) descrevem as admitâncias mútuas entre as fases.

2.5.2.2 Estrutura matricial do subsistema

O vetor de resíduos do método de Newton–Raphson trifásico reúne as equações de potência ativa e reativa por fase e pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_a \\ \Delta P_b \\ \Delta P_c \\ \Delta Q_a \\ \Delta Q_b \\ \Delta Q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial |V|} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial |V|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_a \\ \Delta \theta_b \\ \Delta \theta_c \\ \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

ou de forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

onde os blocos J_i correspondem diretamente às partições clássicas da Jacobiana, de forma que $J_1 = H$, $J_2 = N$, $J_3 = M$ e $J_4 = L$. Contudo, na formulação trifásica, cada bloco J_i tem dimensão compatível com as variáveis fase-a-fase, sendo composto por submatrizes 3×3 que incorporam as derivadas parciais iterativas do método de Newton-Raphson.

2.5.2.3 Equações de potência por fase

A potência complexa injetada na barra k e fase p tem a forma (representação matricial trifásica):

$$S_k^p = P_k^p + jQ_k^p = |V_k^p| e^{j\theta_k^p} \sum_{j \in \Omega_k} \sum_{q \in \{a,b,c\}} \left(G_{kj}^{pq} + jB_{kj}^{pq} \right) |V_j^q| e^{-j\theta_j^q}, \quad (2.25)$$

separando partes real e imaginária obtemos, para cada fase p :

$$P_k^p = \sum_{j \in \Omega_k} \sum_{q=1}^3 |V_k^p| |V_j^q| \left[G_{kj}^{pq} \cos(\theta_k^p - \theta_j^q) + B_{kj}^{pq} \text{sen}(\theta_k^p - \theta_j^q) \right], \quad (2.26)$$

$$Q_k^p = \sum_{j \in \Omega_k} \sum_{q=1}^3 |V_k^p| |V_j^q| \left[G_{kj}^{pq} \text{sen}(\theta_k^p - \theta_j^q) - B_{kj}^{pq} \cos(\theta_k^p - \theta_j^q) \right], \quad (2.27)$$

onde G_{kj}^{pq} e B_{kj}^{pq} são os elementos (condutância e susceptância) que relacionam a fase p da barra k com a fase q da barra j (matriz admitância trifásica) (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBIA, 2010).

2.5.2.4 Elementos da Jacobiana

As derivadas parciais de (2.26) e (2.27) determinam os elementos fora da diagonal das submatrizes H, N, M, L (exemplos compactos vistos em (BARCELOS, 2017)): para $k \neq j$ e fases p, q ,

Tabela 1 – Elementos fora da diagonal principal da matriz Jacobiana (forma compacta trifásica).

Elemento	Expressão
H	$\frac{\partial P_k^p}{\partial \theta_j^q} = - V_k^p V_j^q \left[G_{kj}^{pq} \text{sen}(\theta_k^p - \theta_j^q) - B_{kj}^{pq} \cos(\theta_k^p - \theta_j^q) \right]$
N	$ V_j^q \frac{\partial P_k^p}{\partial V_j^q } = V_k^p V_j^q \left[G_{kj}^{pq} \cos(\theta_k^p - \theta_j^q) + B_{kj}^{pq} \text{sen}(\theta_k^p - \theta_j^q) \right]$
M	$\frac{\partial Q_k^p}{\partial \theta_j^q} = - V_k^p V_j^q \left[G_{kj}^{pq} \cos(\theta_k^p - \theta_j^q) + B_{kj}^{pq} \text{sen}(\theta_k^p - \theta_j^q) \right]$
L	$ V_j^q \frac{\partial Q_k^p}{\partial V_j^q } = V_k^p V_j^q \left[G_{kj}^{pq} \text{sen}(\theta_k^p - \theta_j^q) - B_{kj}^{pq} \cos(\theta_k^p - \theta_j^q) \right]$

É usual apresentar formas compactas das derivadas da diagonal principal em termos das potências calculadas P_k e Q_k e dos termos auto-admitância (G_{kk}, B_{kk}). As expressões equivalentes (forma padrão) são:

Tabela 2 – Elementos da diagonal principal da matriz Jacobiana (forma compacta).

Elemento	Expressão
H	$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -Q_k - V_k ^2 B_{kk}$
N	$ V_k \frac{\partial P_k}{\partial V_k } = P_k + V_k ^2 G_{kk}$
M	$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = P_k - V_k ^2 G_{kk}$
L	$ V_k \frac{\partial Q_k}{\partial V_k } = Q_k - V_k ^2 B_{kk}$

Estas formas compactas resultam de agrupar os termos do somatório das derivadas (ver dedução em (BARCELOS, 2017)). Em implementação é comum usar as expressões fora da

diagonal e calcular as diagonais por soma (ou usar estas formas compactas quando P_k e Q_k calculados estão disponíveis).

2.5.2.5 Algoritmo iterativo (Newton–Raphson trifásico)

O procedimento iterativo adotado para a solução do sistema trifásico segue o mesmo fluxo lógico do caso monofásico, adaptado à dimensão por fase. Abaixo o algoritmo em passos:

1. **Inicialização:** Ler e normalizar os dados da rede. Inicializar os vetores de estado fase-a-fase $\{\theta_k^{p(0)}, |V_k^{p(0)}|\}$ (por exemplo flat start: $\theta_k^{p(0)} = 0, |V_k^{p(0)}| = 1.0$ pu). Montar as matrizes de admitância trifásica (G_{kj}^{pq}, B_{kj}^{pq}) e o vetor de potências especificadas $\{P_k^{p,esp}, Q_k^{p,esp}\}$.
2. **Cálculo das potências calculadas:** Avaliar $P_k^{p,calc}$ e $Q_k^{p,calc}$ para o estado atual $(\theta^{(i)}, |V|^{(i)})$ usando as Equações 2.26 e 2.27.
3. **Formação do vetor de resíduos:** Calcular os mismatch por fase $\Delta P_k^p = P_k^{p,esp} - P_k^{p,calc}$ e $\Delta Q_k^p = Q_k^{p,esp} - Q_k^{p,calc}$; montar $\Delta f = [\Delta P; \Delta Q]$.
4. **Verificação de convergência:** Se $\max|\Delta f| \leq \varepsilon$ (tolerância definida), aceitar $(\theta^{(i)}, |V|^{(i)})$ como solução; caso contrário prosseguir.
5. **Montagem da Jacobiana:** Calcular todos os elementos das submatrizes J_1, J_2, J_3, J_4 (elementos fora da diagonal por derivadas diretas; diagonais por soma ou pelas formas compactas da Tabela 2).
6. **Resolução do sistema linear:** Resolver o sistema linear

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix},$$

obtendo as correções $\Delta\theta$ e $\Delta|V|$.

7. **Atualização das variáveis de estado:** Atualizar

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \Delta\theta, \quad |V|^{(i+1)} = |V|^{(i)} + \Delta|V|.$$

Retornar ao passo 2 até a convergência.

Em síntese, a formulação trifásica em coordenadas polares (Eqs. 2.25–2.27) e a montagem explícita da Jacobiana (elementos fora e na diagonal — Tabela 2) fornecem a base para implementação do Newton–Raphson em redes desequilibradas e permitem análises de sensibilidade e estabilidade fase-a-fase (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBIA, 2010).

A formulação trifásica em coordenadas polares gera uma matriz Jacobiana de maior dimensão e densidade, já que cada barra adiciona variáveis para cada fase. Apesar do maior

custo computacional, este modelo é essencial para a análise precisa de sistemas de distribuição desequilibrados, fornecendo resultados mais realistas e servindo como base para análises de estabilidade de tensão e de sensibilidade (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBIA, 2010).

2.6 ANÁLISE DE SISTEMAS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS

A análise de redes de distribuição modernas exige ferramentas matemáticas capazes de lidar com o desequilíbrio inerente a esses sistemas. Diferentemente das redes de transmissão, os sistemas de distribuição operam sob forte assimetria estrutural e operacional. Esse fenômeno é causado pela inexistência de transposição dos condutores, pela presença de ramais monofásicos e bifásicos, pela distribuição desigual das cargas ao longo das fases e, de forma cada vez mais expressiva, pela integração não coordenada de unidades de Geração Distribuída (GD) monofásicas (KERSTING, 2017).

A utilização de modelos equivalentes monofásicos de sequência positiva, embora útil para análises globais simplificadas, falha em capturar os acoplamentos eletromagnéticos e as sobretensões localizadas causadas por esses desequilíbrios. Para uma avaliação rigorosa da estabilidade de tensão, é imprescindível a adoção de técnicas que decomponham e quantifiquem a assimetria da rede.

2.6.1 Componentes Simétricas e Desenvolvimento Matemático

O método das componentes simétricas, formulado originalmente por Charles L. Fortescue, fundamenta-se na transformação linear de um conjunto de fasores trifásicos desequilibrados em três sistemas independentes de fasores equilibrados, denominados sequências positiva, negativa e zero. Segundo Grainger e Stevenson (GRAINGER; STEVENSON, 1994), essa técnica é essencial para a análise de sistemas elétricos sob condições assimétricas, pois permite o desacoplamento matemático das equações de rede.

O método consiste em transformar um sistema de fasores de tensão desequilibrados ($\hat{V}_a, \hat{V}_b, \hat{V}_c$) em um sistema composto por fasores de sequência positiva (\hat{V}_+), negativa (\hat{V}_-) e zero (\hat{V}_0). Para tal, utiliza-se o operador fasorial de deslocamento a , definido como um número complexo de magnitude unitária e ângulo de 120° (KUNDUR, 1994):

$$a = 1 \angle 120^\circ = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

A relação intrínseca entre as tensões de fase e as suas respectivas componentes de sequência é estabelecida pela matriz de transformação de Fortescue (KERSTING, 2017):

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_0 \\ \hat{V}_+ \\ \hat{V}_- \end{bmatrix}$$

Invertendo-se a matriz de transformação, obtêm-se as equações fundamentais para o cálculo de cada componente de sequência a partir das tensões nodais extraídas do fluxo de carga trifásico (GRAINGER; STEVENSON, 1994; PILLAY; MANYAGE, 2001):

$$\hat{V}_0 = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + \hat{V}_b + \hat{V}_c) \quad (2.28)$$

$$\hat{V}_+ = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a\hat{V}_b + a^2\hat{V}_c) \quad (2.29)$$

$$\hat{V}_- = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a^2\hat{V}_b + a\hat{V}_c) \quad (2.30)$$

Fisicamente, a componente de sequência positiva (\hat{V}_+) representa a parcela equilibrada que produz o campo girante no sentido direto do sistema. As componentes de sequência negativa e zero surgem exclusivamente como resposta aos desequilíbrios da rede. A sequência negativa (\hat{V}_-) quantifica a assimetria geométrica e fasorial, sendo responsável por perdas térmicas adicionais e oscilações de torque em máquinas girantes (JOUANNE; BANERJEE, 1999).

Já a componente de sequência zero (\hat{V}_0), definida na Equação 2.28, assume um papel crucial em sistemas de distribuição a quatro fios (multiplamente aterrados). A existência de uma tensão \hat{V}_0 não nula atesta a ocorrência de deslocamento do ponto neutro e indica a circulação de corrente de retorno pela impedância do condutor neutro e pela terra ($\hat{I}_n = 3 \cdot \hat{I}_0$), revelando o estresse imposto ao sistema pelas conexões assimétricas (KERSTING, 2017).

2.6.2 Fator de Desequilíbrio de Tensão e Impacto na Estabilidade

A quantificação do desbalanceamento em sistemas de potência é expressa através do Fator de Desequilíbrio de Tensão (FD%). Embora existam aproximações algébricas (como a definição da NEMA baseada no desvio máximo em relação à média), a definição rigorosa e mais amplamente aceita na literatura científica e recomendada pela norma IEEE Std 1159 é a relação exata entre a magnitude da componente de sequência negativa e a componente de sequência positiva (PILLAY; MANYAGE, 2001):

$$FD\% = \frac{|\hat{V}_-|}{|\hat{V}_+|} \times 100[\%] \quad (2.31)$$

Esta definição vetorial é preferível em estudos de estabilidade e análise modal, pois captura as alterações angulares entre as fases que as definições baseadas apenas em magnitude (escalares) negligenciam (JOUANNE; BANERJEE, 1999).

Em redes de distribuição ativas, o monitoramento contínuo deste fator excede a mera verificação de conformidade com os Procedimentos de Distribuição (PRODIST). Níveis elevados de desequilíbrio afetam severamente a Margem de Estabilidade de Tensão (MET). Como o colapso de tensão é um fenômeno não linear, a assimetria estrutural e injeções desequilibradas de GD fazem com que o estressamento elétrico se concentre em uma fase específica. Consequentemente, a fase mais carregada aproxima-se de forma acelerada do ponto de bifurcação sela-nó, precipitando o colapso global da rede prematuramente em comparação com a previsão otimista de um modelo perfeitamente equilibrado.

Tais características fundamentam e justificam a necessidade do desenvolvimento da Análise Modal Estática Trifásica, permitindo identificar com precisão matemática qual fase lidera a instabilidade e como a GD influencia o Fator de Desequilíbrio.

2.6.3 Critérios de Conformidade de Tensão em Regime Permanente (PRODIST)

Para a avaliação da estabilidade e qualidade do produto no sistema de distribuição, este trabalho adota as diretrizes do Módulo 8 do PRODIST ([ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021](#)). A conformidade da tensão é verificada através da classificação das leituras de tensão eficaz no ponto de conexão em faixas de operação, baseadas na tensão de referência (T_R).

Para o nível de tensão em estudo (subgrupo de média tensão, superior a 2,3 kV e inferior a 69 kV), os limites em p.u. são definidos conforme os critérios estabelecidos no Anexo 8.A da Resolução Normativa nº 956/2021 ([ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021](#)), descritos a seguir:

- **Faixa Adequada:** Representa a operação normal do sistema, onde a tensão de leitura (T_L) situa-se no intervalo: $0,93 \cdot T_R \leq T_L \leq 1,05 \cdot T_R$.
- **Faixa Precária:** Caracteriza um estado de atenção por subtensão. Para esta classe de tensão, a faixa precária existe apenas no limite inferior: $0,90 \cdot T_R \leq T_L < 0,93 \cdot T_R$.
- **Faixa Crítica:** Representa transgressões severas que podem comprometer equipamentos e a estabilidade da rede, ocorrendo quando $T_L < 0,90 \cdot T_R$ ou $T_L > 1,05 \cdot T_R$.

Além da classificação instantânea, o PRODIST estabelece indicadores para monitorar a duração dessas transgressões ao longo de um período de observação (tipicamente 168 horas, correspondendo a 1.008 leituras de 10 minutos). São definidos os indicadores de Duração Relativa da Transgressão de Tensão Precária (DRP) e Crítica (DRC). Para que o sistema seja considerado em conformidade, os valores apurados não devem exceder os limites regulatórios de 3% para o DRP e 0,5% para o DRC. A violação destes limites implica na necessidade de

compensação financeira aos consumidores afetados (ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021).

A Tabela 3 sintetiza as faixas de operação adotadas, evidenciando que, para este subgrupo, não há previsão regulamentar para faixa precária superior, ocorrendo a transição direta da faixa adequada para a crítica ao ultrapassar 1,05 p.u. (ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021).

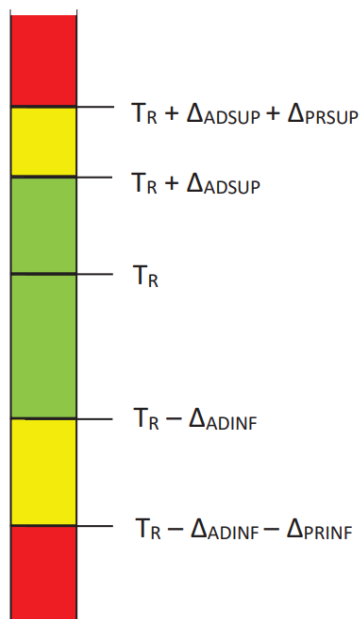
Tabela 3 – Faixas de classificação da tensão de atendimento (2,3 kV a 69 kV).

Classificação	Faixa de Variação da Tensão (T_L)
Adequada	$[0,93 \cdot T_R ; 1,05 \cdot T_R]$
Precária	$[0,90 \cdot T_R ; 0,93 \cdot T_R[$
Crítica	$T_L < 0,90 \cdot T_R$ ou $T_L > 1,05 \cdot T_R$

Neste trabalho, o monitoramento do sistema frente ao estressamento (incremento de carga) é balizado simultaneamente por dois critérios distintos: o limite físico-matemático e os limites normativos operacionais. O limite matemático é definido pelo ponto de bifurcação sela-nó, onde a matriz Jacobiana se torna singular, determinando a Margem de Estabilidade de Tensão (MET) teórica máxima (o ponto de colapso absoluto). Em paralelo, aplicam-se as restrições do PRODIST para definir a margem operativa: registra-se o nível de carregamento exato em que a tensão de qualquer barra atinge 0,93 p.u. (entrada na faixa precária) e 0,90 p.u. (entrada na faixa crítica). Dessa forma, a metodologia permite comparar o quanto o sistema suporta antes de colapsar fisicamente e o quanto ele suporta antes de violar a regulação vigente.

Adicionalmente, devido à natureza desequilibrada das redes estudadas e à modelagem trifásica proposta, os limites operativos — abrangendo tanto o ponto de bifurcação sela-nó quanto as violações de 0,93 e 0,90 p.u. (conforme as faixas de conformidade ilustradas na Figura 4) — são avaliados de forma independente para cada fase. Em um cenário assimétrico, é comum que a tensão em uma fase específica atinja a zona crítica ou lidere o processo de instabilidade, enquanto as demais permanecem em níveis adequados. O mapeamento dessas transgressões por fase constitui um instrumento quantitativo para fundamentar a alocação estratégica da Geração Distribuída (GD), visando o reequilíbrio do sistema e a postergação de violações normativas e de estabilidade.

Figura 4 – Representação das faixas de conformidade de tensão em relação à referência.

**Onde:**

T_R : Tensão de Referência;

Faixa Adequada de Tensão: intervalo entre $(T_R - \Delta_{ADINF})$ e $(T_R + \Delta_{ADSUP})$;

Faixas Precárias de Tensão: intervalo entre $(T_R + \Delta_{ADSUP})$ e $(T_R + \Delta_{ADSUP} + \Delta_{PRSUP})$ ou intervalo entre $(T_R - \Delta_{ADINF} - \Delta_{PRINF})$ e $(T_R - \Delta_{ADINF})$;

Faixas Críticas de Tensão: valores acima de $(T_R + \Delta_{ADSUP} + \Delta_{PRSUP})$ ou abaixo de $(T_R - \Delta_{ADINF} - \Delta_{PRINF})$.

Fonte: Adaptado de ANEEL (2021) ([ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021](#)).

3 METODOLOGIA

Este capítulo detalha a abordagem metodológica desenvolvida para a avaliação da estabilidade de tensão em redes de distribuição, bem como os parâmetros e critérios normativos adotados para a validação dos resultados. Para contemplar a complexidade do problema e identificar os efeitos do desequilíbrio, a pesquisa foi estruturada considerando duas modelagens:

- **Modelagem Monofásica Equivalente:** Nesta etapa inicial, aplica-se a Análise Modal Estática a sistemas equilibrados por meio do algoritmo de Fluxo de Carga. Conforme fundamentado em (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992), a metodologia é desenvolvida em coordenadas polares, garantindo a concordância matemática com a formulação do fluxo de carga trifásico apresentada nas seções subsequentes. Dessa forma, assume-se que toda a modelagem matemática deste trabalho baseia-se na representação polar das variáveis. Esta etapa estabelece um referencial de análise (cenário ideal) para avaliar quantitativamente a margem de estabilidade frente à integração de Recursos Energéticos Distribuídos (REDs).
- **Modelagem Trifásica Desequilibrada:** Na segunda etapa, a metodologia é estendida para sistemas trifásicos, permitindo evidenciar efeitos de assimetria que não aparecem nos modelos monofásicos simplificados. Essa etapa representa a principal contribuição técnica desta dissertação, ao expandir a Análise Modal Estática para sistemas inerentemente assimétricos. Por meio da implementação conjunta do Fluxo de Carga Trifásico, baseado em (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010), e da fundamentação da análise modal estática, a abordagem busca avaliar os impactos do desequilíbrio de carga e da alocação de Geração Distribuída (GD) na margem real de estabilidade de tensão do sistema.

3.1 ANÁLISE MODAL ESTÁTICA MONOFÁSICA

A Análise Modal Estática aplicada ao Problema do Fluxo de Carga (PFC) atua como a ferramenta analítica primária para a avaliação da estabilidade de tensão neste trabalho. A formulação polar (utilizando módulo $|V|$ e ângulo θ) é o padrão universalmente adotado para sistemas elétricos de potência devido à sua interpretação física direta, onde o fluxo de potência ativa está fortemente acoplado aos ângulos e o fluxo reativo às magnitudes de tensão. Por meio dessa abordagem, busca-se fornecer informações espaciais qualitativas, determinando quais barras estão mais vulneráveis à instabilidade de tensão e que podem comprometer a segurança do sistema elétrico.

A formulação clássica consiste em calcular a matriz Jacobiana do sistema a partir do fluxo de carga base. Em seguida, um multiplicador de carga (λ) é aplicado de forma incremental a todas as barras, utilizando a premissa da curva PV, até a obtenção do ponto de máximo

carregamento suportável (limite de estabilidade estática). Nesse processo iterativo, os autovalores da Jacobiana reduzida (J_R) são avaliados, e os autovetores associados permitem identificar o modo crítico do sistema. O autovalor real de menor magnitude (mais próximo de zero) é denominado *autovalor crítico*, e o produto de seus autovetores esquerdo e direito define os maiores fatores de participação, indicando de forma inequívoca a barra crítica do sistema.

A Análise Modal Estática é implementada com base na resolução sucessiva do fluxo de carga via método de Newton–Raphson. A cada incremento do fator de carregamento, os estados do sistema (módulo e ângulo) são atualizados até alcançar a condição limite, caracterizada pelo ponto de singularidade da matriz Jacobiana. A partir desse ponto limítrofe, realiza-se a decomposição espectral da Jacobiana reduzida, obtendo os autovalores e autovetores necessários para a emissão do diagnóstico de estabilidade.

3.1.1 Método de Análise Modal Estática Monofásica

O procedimento matemático e computacional para o sistema monofásico equivalente pode ser descrito em três etapas principais:

1. **Normalização e montagem da Matriz Admitância (Y_{bus}).** Os dados topológicos e elétricos do sistema teste são lidos e convertidos para o sistema por unidade (p.u.). Em seguida, formula-se a matriz de admitância nodal Y_{bus} , separada em condutância G e susceptância B , de forma que o elemento genérico conectando a barra k à barra m seja expresso por $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$. Esta matriz concentra as relações série das linhas e transformadores e as contribuições transversais (*shunt*).
2. **Iterações com multiplicador de carregamento (λ).** O cálculo do subsistema é inicializado tipicamente com a premissa de *flat start* (perfil plano de tensões, com $|V| = 1,0$ p.u. e $\theta = 0^\circ$). Em cada passo do estudo, aplica-se um incremento λ às potências ativa e reativa demandadas. Calcula-se o fluxo de potência determinando os resíduos (mismatches):

$$\Delta P_k^{(i)}, \quad \Delta Q_k^{(i)}$$

A matriz Jacobiana é atualizada, relacionando as variações de potência às variações de magnitude e ângulo ($\Delta|V|, \Delta\theta$), até que o sistema convirja ou atinja seu limite de singularidade (colapso).

3. **Cálculo modal e Fatores de Participação.** No último ponto de operação convergente (o "nariz" da curva PV), isola-se a matriz Jacobiana Reduzida (J_R), que relaciona exclusivamente a injeção de potência reativa com a magnitude da tensão ($\Delta Q = J_R \Delta V$). Realiza-se a decomposição espectral de J_R . O autovalor λ_i de menor magnitude indica o modo crítico de instabilidade. O cálculo do fator de participação, derivado dos autovetores esquerdo e direito associados a esse autovalor, determina, inquestionavelmente, a barra mais fraca (crítica) do sistema sob aquela trajetória de estressamento.

3.1.2 Algoritmo Passo a Passo - Monofásico

O processo de estressamento iterativo sucessivo até a detecção da singularidade da matriz Jacobiana pode ser sistematizado nos seguintes passos sequenciais:

1. Ler e normalizar os dados do sistema em p.u.; inicializar o vetor de estado com *flat-start* ($|V| = 1.0$, $\theta = 0$) e montar a matriz Y_{bus} ($G + jB$);
2. Incrementar o multiplicador de carga (λ) para as potências ativas e reativas base;
3. Calcular as potências injetadas e os respectivos resíduos $\Delta P_k^{(i)}$ e $\Delta Q_k^{(i)}$;
4. Avaliar a convergência. Se não convergir por falta de precisão numérica, recalculer os elementos da matriz Jacobiana (H, N, M, L);
5. Resolver o sistema linear para obter as correções $\Delta\theta$ e $\Delta|V|$ e atualizar os estados do sistema;
6. Repetir as etapas de 3 a 5 até o sistema convergir. Caso o método divirja definitivamente, assume-se que o limite de estabilidade (bifurcação sela-nó) foi ultrapassado.
7. Verificação de Convergência: Avalia-se o estado de convergência do fluxo de carga após o incremento de carga. Caso o algoritmo atinja a convergência dentro da tolerância estabelecida, retorna-se ao Passo 2 para um novo incremento de carga e atualização da matriz Jacobiana. Caso contrário, procede-se para o Passo 8.
8. Retornar ao último estado estável e calcular a matriz Jacobiana reduzida ($J_R = L - MH^{-1}N$);
9. Determinar o espectro de autovalores e autovetores (esquerdo e direito) da matriz J_R ;
10. Identificar o autovalor crítico (aquele de menor magnitude absoluta);
11. Computar os fatores de participação de barra para localizar espacialmente a região mais fraca do sistema.

Esse processo cíclico é repetido para mapear completamente a trajetória do sistema até a condição iminente de colapso de tensão. A metodologia permite incluir a inserção controlada de Geração Distribuída (GD) ou compensação reativa, de modo a avaliar quantitativamente a expansão da Margem de Estabilidade de Tensão (MET) frente a diferentes cenários operativos.

O procedimento completo para a avaliação da estabilidade de tensão encontra-se sintetizado no fluxograma da Figura 5. O diagrama ilustra o algoritmo, o qual inicia com o estressamento contínuo do sistema elétrico, viabilizando o traçado da curva PV e culminando no cálculo dos autovalores e autovetores a partir da última solução válida do fluxo de carga.

Ressalta-se que a precisão do diagnóstico depende intrinsecamente do passo de integração: caso o incremento do fator de carregamento seja suficientemente refinado, a matriz Jacobiana armazenada refletirá o estado suficientemente próximo ao "nariz" da curva. Isso permite identificar sem distorções o modo crítico de instabilidade e realizar a classificação de vulnerabilidade das barras. A não convergência do fluxo de carga atua como o critério de parada heurístico do algoritmo, denotando a região de singularidade da matriz. O número total de iterações varia diretamente de acordo com o passo selecionado e com a robustez inerente a cada rede, visto que sistemas distintos apresentam margens de estabilidade fundamentalmente diferentes. Para assegurar alta precisão na detecção do colapso neste trabalho, foi adotado um passo de estressamento rigoroso de 1×10^{-3} p.u.

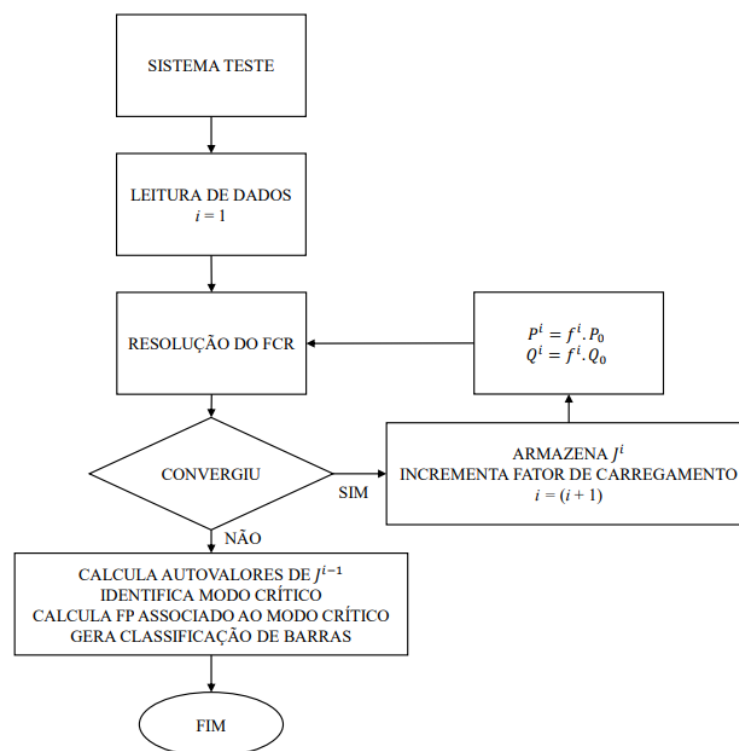


Figura 5 – Fluxograma da Análise Modal Estática Monofásica.

3.2 ANÁLISE MODAL ESTÁTICA TRIFÁSICA

A Análise Modal Estática trifásica aplicada ao Problema do Fluxo de Carga (PFC) representa um avanço significativo em relação aos métodos convencionais de estabilidade de tensão, ao incorporar explicitamente o desequilíbrio estrutural e operacional entre as fases da rede. Essa formulação ampliada permite avaliar de forma fidedigna e realista a vulnerabilidade de cada nó do sistema. A identificação das barras mais propensas ao colapso de tensão em cenários assimétricos torna-se fundamental para redes de distribuição modernas, caracterizadas por cargas desequilibradas, linhas não transpostas e, sobretudo, pela presença crescente de Geração Distribuída (GD) conectada de forma monofásica ou bifásica.

A modelagem matemática segue a estrutura conceitual da análise modal clássica, porém aplicada a um sistema de dimensão expandida $3n_b$, em que cada barra é rigorosamente representada por suas três fases (a, b, c). Inicialmente, a matriz de admitância nodal $[Y_{bus}]$ é construída em blocos 3×3 , incorporando não apenas as admitâncias próprias, mas todos os acoplamentos eletromagnéticos mútuos entre as fases. A partir do fluxo de carga trifásico resolvido via método de Newton–Raphson, calcula-se a matriz Jacobiana completa ($6n_b \times 6n_b$), que é posteriormente particionada nos quatro blocos fundamentais de sensibilidade (H, N, M, L). Com a aplicação da hipótese de variação nula de potência ativa ($\Delta P = 0$), obtém-se a matriz Jacobiana reduzida, cuja decomposição espectral viabiliza a identificação dos modos críticos de instabilidade.

3.2.1 Método de Análise Modal Estática Trifásica

O procedimento analítico e computacional é estruturado em três etapas principais:

1. **Normalização e cálculo da matriz $[Y_{bus}]$.** Os dados topológicos e elétricos de barras e ramos são lidos e normalizados em p.u. Para cada segmento da rede, formam-se as matrizes de impedância série ($[R] + j[X]$) e de susceptância *shunt* ($[B^{sh}]$), todas de ordem 3×3 . Estas submatrizes são agrupadas para compor a matriz de admitância nodal trifásica completa. Essa matriz é a base da precisão do modelo, pois captura os efeitos de auto-impedância da própria fase e a indutância mútua entre fases adjacentes.
2. **Estressamento iterativo com fator de carregamento.** A condição inicial do sistema é definida com os módulos e ângulos especificados para cada fase (V_a, V_b, V_c). Em cada iteração do algoritmo, um fator de carregamento escalar (λ) é aplicado sistematicamente sobre as potências ativas e reativas demandadas em cada fase. Calculam-se então os resíduos de potência fase a fase, organizados em um vetor de dimensão $2 \times 3n_b$, para a montagem da matriz Jacobiana trifásica de ordem $6n_b \times 6n_b$. O processo iterativo de resolução do fluxo de potência é repetido, incrementando-se a carga, até que o método não convirja, sinalizando o atingimento do ponto de singularidade (bifurcação sela-nó).
3. **Cálculo modal trifásico e Fatores de Participação.** No limite da estabilidade, a matriz Jacobiana trifásica é decomposta em seus quatro blocos de sensibilidade (H, N, M, L), permitindo a condensação matemática para a obtenção da Jacobiana reduzida (J_{red}) de dimensão $3n_b \times 3n_b$:

$$J_{red} = L - MH^{-1}N$$

A partir da matriz J_R , realiza-se a decomposição em autovalores e autovetores. O autovalor crítico (λ_{crit}) é identificado como o autovalor real de menor magnitude absoluta. Os autovetores esquerdo e direito associados a este modo crítico são multiplicados para compor os Fatores de Participação (FP). Diferentemente da modelagem monofásica, a formulação trifásica resulta em índices de participação específicos para cada fase (A, B e C).

em todos os barramentos do sistema. Essa abordagem permite identificar a vulnerabilidade individual de cada fase frente ao colapso de tensão, revelando que a instabilidade pode ser iniciada de forma assimétrica. A análise desses fatores por fase possibilita localizar o ponto exato da rede com menor margem de estabilidade, sem as simplificações impostas por métricas nodais médias.

3.2.2 Elementos da Jacobiana Trifásica

A formulação dos elementos da matriz Jacobiana trifásica é apresentada na Tabela 4, na qual são detalhadas as derivadas parciais da diagonal principal para uma barra k e uma fase específica ϕ , onde $\phi \in \{a, b, c\}$.

Tabela 4 – Elementos da diagonal principal da matriz Jacobiana trifásica (forma compacta).

Elemento	Expressão Matemática
H	$\frac{\partial P_{k,\phi}}{\partial \theta_{k,\phi}} = -Q_{k,\phi} - (V_{k,\phi})^2 B_{kk}^{\phi\phi}$
N	$\frac{\partial P_{k,\phi}}{\partial V_{k,\phi}} = \frac{P_{k,\phi}}{V_{k,\phi}} + G_{kk}^{\phi\phi} V_{k,\phi}$
M	$\frac{\partial Q_{k,\phi}}{\partial \theta_{k,\phi}} = P_{k,\phi} - G_{kk}^{\phi\phi} (V_{k,\phi})^2$
L	$\frac{\partial Q_{k,\phi}}{\partial V_{k,\phi}} = \frac{Q_{k,\phi}}{V_{k,\phi}} - B_{kk}^{\phi\phi} V_{k,\phi}$

Nesta formulação, os termos $G_{kk}^{\phi\phi}$ e $B_{kk}^{\phi\phi}$ representam, respectivamente, a condutância e a susceptância da diagonal própria da submatriz 3×3 de admitância da barra k . A diferença fundamental em relação à Tabela 2 (que trata dos elementos fora da diagonal) reside na natureza dos índices: enquanto a Tabela 4 descreve a variação da potência de uma fase em relação às suas próprias variáveis de estado ($V_{k,\phi}$ e $\theta_{k,\phi}$), os elementos fora da diagonal consideram o acoplamento mútuo entre diferentes fases ($\phi \neq \psi$) na mesma barra ou entre fases de barras distintas ($k \neq m$).

Os termos fora da diagonal da Jacobiana seguem a lógica de acoplamento eletromagnético, sendo definidos para cada par de barras (k, m) e cada combinação de fases (ϕ, ψ), com $\phi, \psi \in \{a, b, c\}$.

3.2.3 Algoritmo Passo a Passo - Trifásico

O processo iterativo completo para o rastreamento do colapso e avaliação modal trifásica é consolidado em dez passos algorítmicos:

1. Ler os dados trifásicos da rede (parâmetros de linhas, transformadores e cargas desequilibradas por fase) e normalizá-los;

2. Montar a matriz $[Y_{bus}]$ com seus sub-blocos 3×3 , contemplando os acoplamentos mútuos;
3. Definir as condições iniciais de perfil de tensão (módulos e defasagens angulares de 120°) para cada fase;
4. Aplicar o incremento estático do fator de carregamento (λ) sobre as potências especificadas P e Q de cada fase;
5. Calcular os resíduos iterativos $\Delta P_{k,\phi}$ e $\Delta Q_{k,\phi}$ e compor o vetor de *mismatches*;
6. Formar a matriz Jacobiana trifásica completa ($6n_b \times 6n_b$);
7. Atualizar as variáveis de estado de tensão por meio do método de Newton-Raphson;
8. Verificação de Convergência: Caso o algoritmo atinja a convergência dentro da tolerância estabelecida, retorna-se ao Passo 4 para um novo incremento de carga. Caso ocorra a divergência ou detecção de singularidade da Jacobiana, o processo de carregamento é encerrado, procedendo-se para o Passo 9;
9. Condensar as submatrizes em J_R e realizar a decomposição em autovalores e autovetores do sistema no último ponto de convergência;
10. Identificar o modo de instabilidade do sistema através do autovalor crítico;
11. Computar os fatores de participação individuais para cada fase (A, B e C) de todas as barras, identificando a fase e o barramento com maior contribuição para o colapso de tensão.

O fluxo de processamento detalhado na Figura 6 oferece um panorama diagnóstico com elevada resolução sobre o comportamento estático das redes de distribuição. A expansão trifásica da metodologia mitiga as imprecisões inerentes aos modelos monofásicos equivalentes, uma vez que a formulação proposta incorpora os efeitos de desbalanceamentos severos e acoplamentos mútuos. Dessa forma, a identificação dos fatores de participação por fase fornece subsídios para o planejamento e a alocação estratégica de Geração Distribuída (GD), visando a melhoria dos níveis de estabilidade do sistema.

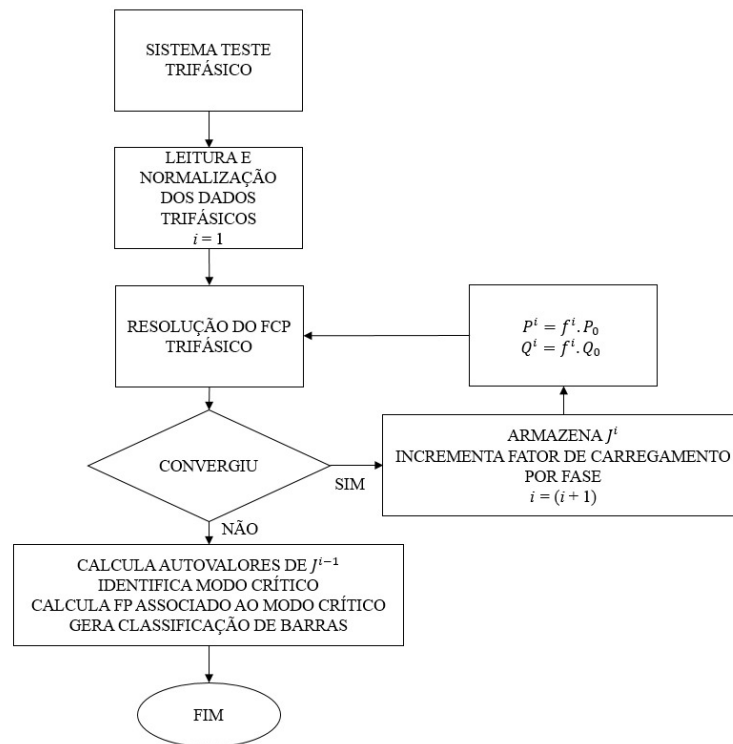


Figura 6 – Fluxograma da Análise Modal Estática Trifásica.

4 RESULTADOS E ANÁLISES

Para orientar a leitura e a compreensão estrutural deste trabalho, a Tabela 5 apresenta um resumo dos sistemas de teste empregados, o tipo de modelagem adotada e os respectivos cenários de inserção de Geração Distribuída (GD) que serão detalhados ao longo deste capítulo.

Tabela 5 – Roteiro de simulações e resumo dos casos de estudo analisados.

Sistema de Teste	Modelagem	Objetivo da Análise	Cenários de Inserção de GD Avaliados
IEEE 14 Barras	Monofásica Equivalente	Validação técnica inicial e avaliação do impacto da localização da GD.	<ul style="list-style-type: none"> • Caso Base (Sem GD) • 1 MW: Sensibilidade em todas as barras • 5 MW: Sensibilidade em todas as barras • 9 MW: Múltiplas unidades (Barras 2, 9 e 14)
IEEE 4 Barras	Trifásica Desequilibrada	Avaliação dos efeitos da injeção simétrica e assimétrica na barra mais crítica.	<ul style="list-style-type: none"> • Caso Base (Sem GD) • 3 MW Equilibrada: Barras 2, 3 e 4 • 3 MW Bifásica (Fases A e B) na Barra 4 • 3 MW Monofásica (Fases A, B e C isoladas) na Barra 4
IEEE 13 Barras	Trifásica Desequilibrada	Validação em topologia complexa radial e mitigação do Fator de Desequilíbrio.	<ul style="list-style-type: none"> • Caso Base (Sem GD) • 1 MW Equilibrada na Barra 11 • 1 MW Bifásica (Fases A e B) na Barra 11 • 1 MW Monofásica (Fases A, B e C isoladas) na Barra 11

Para a aplicação da metodologia, os algoritmos foram desenvolvidos no ambiente de programação Matlab, implementando computacionalmente tanto o problema do fluxo de carga quanto a análise modal estática.

Inicialmente, realizou-se a análise modal na presença de GD em redes monofásicas, com o objetivo de avaliar detalhadamente os aspectos técnicos da metodologia proposta e verificar seu desempenho em condições simplificadas. Para isso, o sistema IEEE 14 Barras foi considerado como caso de estudo, sendo testado em duas situações distintas: sem a inserção de GD, servindo como referência para o comportamento do sistema, e com a inserção de GD, permitindo observar

os impactos da geração descentralizada na estabilidade de tensão e nas margens de operação do sistema.

Na segunda etapa, o sistema IEEE 4 Barras foi utilizado para a análise modal de sistemas com cargas trifásicas desbalanceadas, com e sem inserção de GD, permitindo avaliar os efeitos das assimetrias na estabilidade do sistema. Em seguida, o sistema IEEE 13 Barras foi testado nas mesmas condições, com o objetivo de verificar a robustez da metodologia frente a diferentes níveis de desequilíbrio e à presença de geração distribuída.

4.1 SISTEMA DE TESTE 1: IEEE 14 BARRAS

O Sistema IEEE 14 barras, descrito em [Lima et al. \(2017\)](#) e [Nazifa et al. \(2021\)](#), e ilustrado na Figura 7, é um sistema de testes implementado na literatura fundamentalmente para análises em redes de transmissão de energia. Contudo, devido à sua topologia e características de fluxo, ele é amplamente adaptado em pesquisas recentes, como demonstrado por [Nazifa et al. \(2021\)](#), para representar o comportamento de redes de distribuição ativas, permitindo a validação da metodologia proposta em um cenário monofásico de média escala frente à penetração de Recursos Energéticos Distribuídos.

Nesta adaptação para o ambiente de distribuição, faz-se necessário um esclarecimento quanto à classificação topológica apresentada na Tabela 6. Embora as barras 2, 3, 6 e 8 sejam classificadas matematicamente como barras PV (onde o módulo da tensão e a potência ativa injetada são fixos), neste estudo de caso inicial elas não possuem unidades de geração síncrona acopladas ($P_{ger} = 0$). Na prática, no contexto da modelagem proposta, essas barras representam nós de compensação reativa ou de controle de tensão (como bancos de capacitores chaveados ou reguladores de tensão), mantendo o módulo de tensão especificado no caso base, antes da inserção da Geração Distribuída (GD) que será introduzida nos cenários subsequentes.

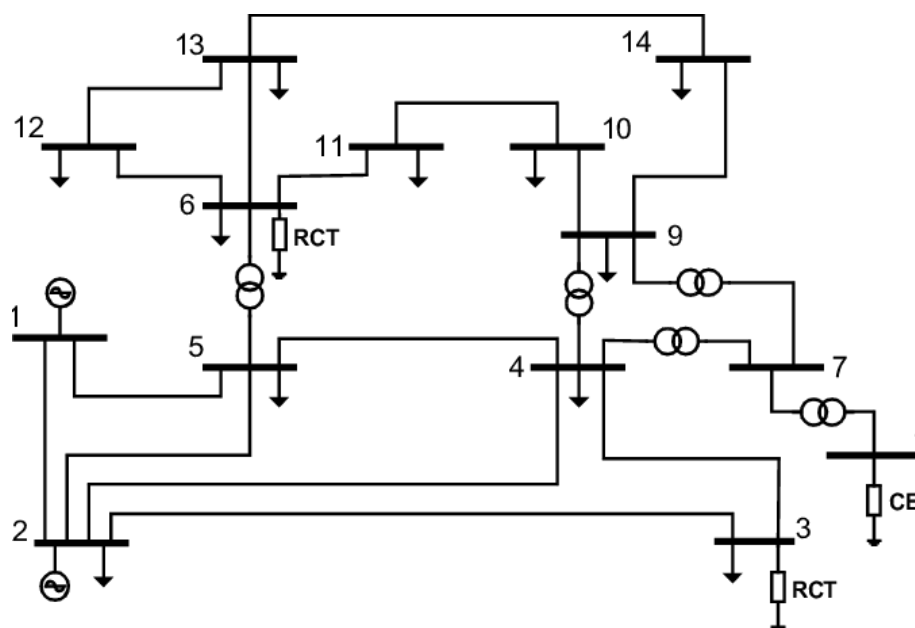


Figura 7 – Sistema IEEE 14 barras

Os dados completos de barra do sistema, considerando a adaptação descrita, são apresentados na Tabela 6. Os parâmetros de resistência e reatância dos ramos em porcentagem são mostrados na Tabela 7.

Tabela 6 – Dados de barras do sistema de teste

Barra	Tipo	V(pu)	P_c (MW)	Q_c (MVar)	Q_{shunt} (MVar)
1	$V\theta$	1,06	0,0	0,0	0,0
2	PV	1,045	21,7	0,0	0,0
3	PV	1,010	94,2	0,0	0,0
4	PQ	1,0	47,8	-3,9	0,0
5	PQ	1,0	7,6	1,6	0,0
6	PV	1,07	11,2	0,0	0,0
7	PQ	1,0	0,0	0,0	0,0
8	PV	1,0	0,0	0,0	0,0
9	PQ	1,0	29,5	16,6	19,0
10	PQ	1,0	9,0	5,8	0,0
11	PQ	1,0	3,5	1,8	0,0
12	PQ	1,0	6,1	1,6	0,0
13	PQ	1,0	13,5	5,8	0,0
14	PQ	1,0	14,9	5,0	0,0

Tabela 7 – Dados dos ramos do sistema de teste

Barra inicial	Barra final	R(%)	X(%)	b_{sh}	tap
1	2	1,940	5,92	5,28	1,000
1	5	5,403	22,30	4,92	1,000
2	3	4,699	19,80	4,38	1,000
2	4	5,811	17,63	3,74	1,000
2	5	5,695	17,39	3,40	1,000
3	4	6,701	17,10	3,46	1,000
4	5	1,335	4,21	1,28	1,000
4	7	0,000	20,91	0,00	1,023
4	9	0,000	55,62	0,00	1,032
5	6	0,000	25,20	0,00	1,073
6	11	9,498	19,89	0,00	1,000
6	12	12,291	25,58	0,00	1,000
6	13	6,615	13,03	0,00	1,000
7	8	0,000	17,61	0,00	1,000
7	9	0,000	11,00	0,00	1,000
9	10	3,181	8,45	0,00	1,000
9	14	12,711	27,04	0,00	1,000
10	11	8,205	19,21	0,00	1,000
12	13	22,092	19,99	0,00	1,000
13	14	17,093	34,80	0,00	1,000

4.1.1 Análise Modal - Monofásica: Sem GD

A análise de estabilidade de tensão do sistema de distribuição de teste foi obtida usando a metodologia proposta na Seção 3.1. Os estudos foram realizados em duas partes, sendo a primeira parte a verificação da estabilidade de tensão e da margem de estabilidade de tensão sem a inserção de geração distribuída na rede.

Para o traçado da curva PV e a determinação exata do ponto de colapso, o sistema foi submetido a um processo de estressamento contínuo. Esse estressamento ocorreu por meio do incremento gradativo e uniforme das potências ativa (P) e reativa (Q) demandadas em todas as barras de carga do sistema, assumindo a premissa de fator de potência constante. Matematicamente, a demanda de cada barra foi atualizada a cada iteração do algoritmo seguindo a relação $P = \lambda P_{base}$ e $Q = \lambda Q_{base}$.

O fator multiplicador de carga (λ) foi inicializado no valor 1,00 (representando 100% do carregamento base) e incrementado a uma taxa fixa de $\Delta\lambda = 0,001$ p.u. a cada passo de simulação. O problema de fluxo de carga foi resolvido iterativamente para cada nova condição de carga até a não convergência do método de Newton-Raphson, momento que foi assumido como sendo a singularidade da matriz Jacobiana e o limite de estabilidade estática do sistema (bifurcação sela-nó).

Seguindo essa parametrização numérica, inicialmente, obteve-se a margem de estabili-

dade do caso base por meio da curva PV, como mostrado na Figura 8.

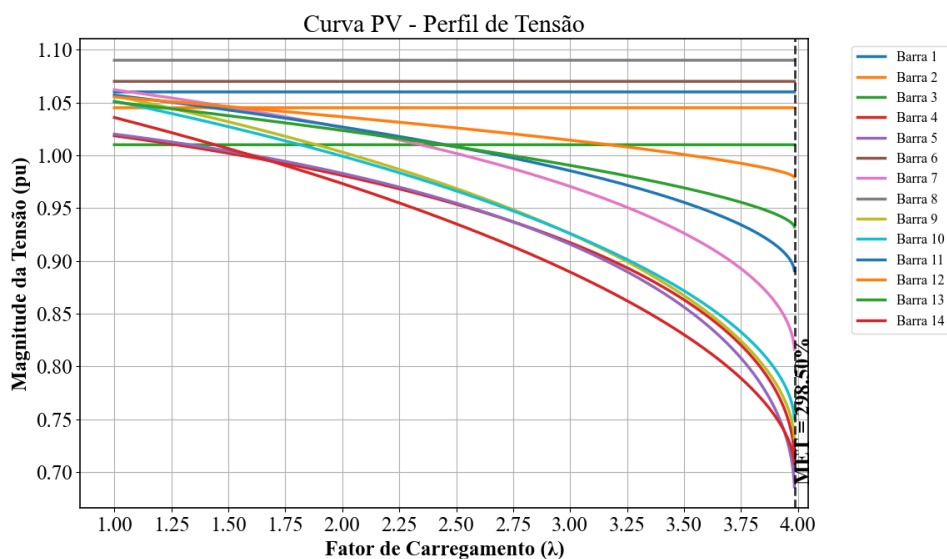


Figura 8 – Curva PV - IEEE 14 Barras - Sistema sem GD

Conforme a Figura 8, a margem de carregamento obtida foi de 298,50%, representando o ponto máximo de potência que o sistema é capaz de suportar. Após a determinação da curva PV e da Margem de Estabilidade de Tensão (MET), realizou-se a análise modal estática, na qual foram calculados o autovalor crítico e os respectivos autovetores associados a este modo. A classificação das barras decorre justamente da avaliação conjunta desses elementos: enquanto os autovalores fornecem a medida quantitativa da proximidade do sistema ao colapso de tensão, os autovetores associados indicam a contribuição relativa de cada barra nesse processo. Dessa forma, por meio do fator de participação (obtido da interação entre autovalores e autovetores), torna-se possível identificar as barras mais sensíveis às variações de tensão no modo crítico.

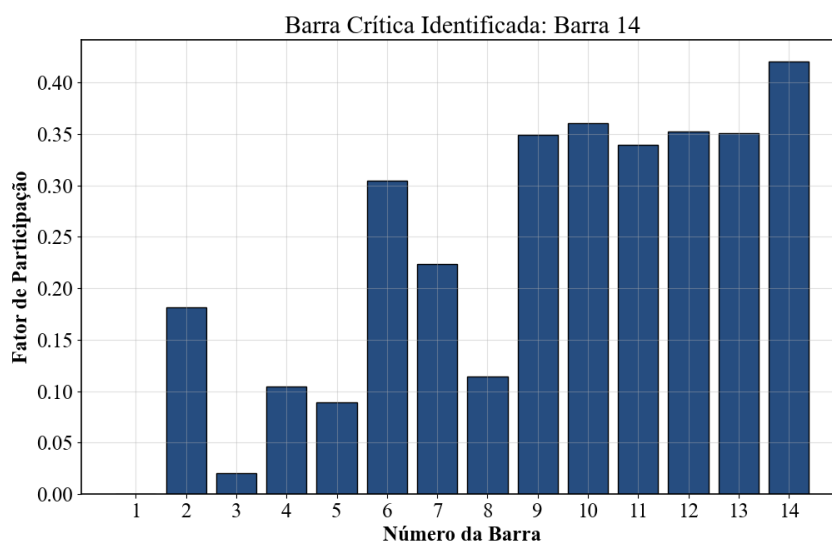


Figura 9 – Fatores de participação - Sistema IEEE 14 Barras - Sistema sem GD

Na Figura 9 é apresentada a classificação das barras em função de seus fatores de participação. Nota-se que a barra de número 14 se destaca com maior relevância no modo crítico, sendo assim classificada como a barra crítica do sistema, ou seja, a barra onde uma variação de potência mais impacta a estabilidade de tensão. Segue em conjunto a curva PV isolada apenas da barra crítica na Figura 10.

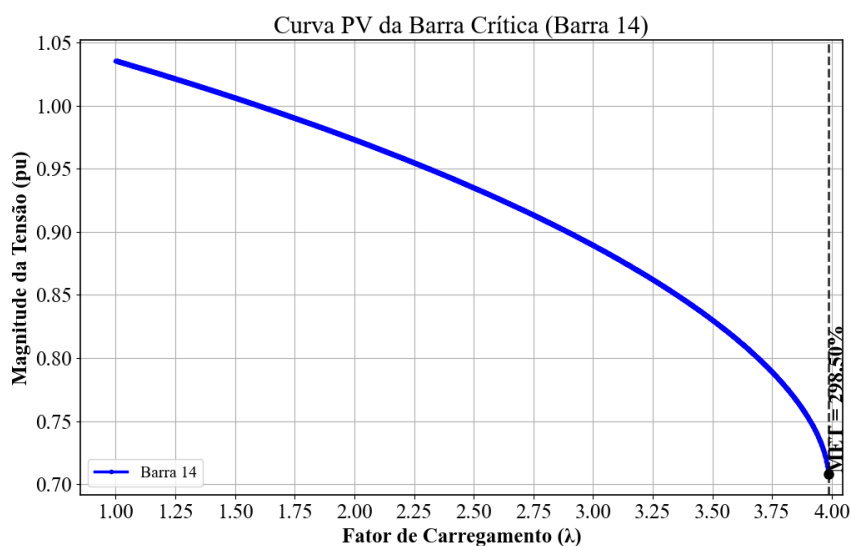


Figura 10 – Curva PV da Barra 14 - IEEE 14 Barras - Sistema sem GD

4.1.2 Análise Modal - Monofásica: Com GD

Nesta análise foi considerada uma geração advinda de GD. Foram estudados três casos, sendo a inserção de 1MW, 5MW e a inserção simultanea de geração em algumas barras do sistema, para a análise do comportamento da estabilidade e o impacto desta para o sistema.

4.1.2.1 Caso 1: Inserção de 1 MW

A inserção de 1 MW de Geração Distribuída (GD) foi processada de forma consecutiva e individual em cada barra do sistema. A Tabela 8 apresenta as Margens de Estabilidade de Tensão (MET) obtidas para cada configuração de conexão. A avaliação dos dados indica que todas as simulações resultaram em um incremento da MET em comparação ao cenário passivo.

Tabela 8 – Valores das Margens de Estabilidade para o Cenário de 1 MW de GD.

Barra	2	3	4	5	6	7
Margem	298,60%	298,80%	298,80%	298,80%	299,00%	299,00%
8	9	10	11	12	13	14
299,00%	299,10%	299,10%	299,00%	299,00%	299,10%	299,20%

Os resultados consolidam que a injeção de potência ativa atua na elevação do limite do ponto de máximo carregamento. A alocação de 1 MW em qualquer barra do sistema proporcionou um acréscimo na capacidade de carregamento em relação à MET de 298,50% registrada no caso base sem geração.

A magnitude do ganho de estabilidade demonstrou variação em função do nó de conexão. A injeção de potência na Barra 14, previamente identificada como a de maior sensibilidade modal, resultou na maior expansão da margem (299,20%). Este comportamento evidencia a correlação topológica entre a localização ótima do suporte ativo e a maximização da transferência de potência.

A Análise Modal Estática, processada nos respectivos pontos de colapso de tensão de cada cenário, atestou a manutenção da Barra 14 como a barra de maior Fator de Participação. O aporte de potência injetado estende o limite de carregamento até a singularidade matemática da matriz Jacobiana, contudo, não altera a hierarquia estrutural de vulnerabilidade das barras do alimentador.

4.1.2.2 Caso 2: Inserção de 5 MW

A avaliação subsequente contempla a inserção de 5 MW de Geração Distribuída (GD) alocada de maneira individual e sucessiva em cada barra do sistema. Os valores da Margem de Estabilidade de Tensão (MET) obtidos para cada cenário de conexão única estão detalhados na Tabela 9.

Tabela 9 – Valores das Margens de Estabilidade para o Cenário de 5 MW de GD.

Barra	2	3	4	5	6	7
Margem	298,80%	299,80%	300,10%	299,80%	300,80%	300,80%
8	9	10	11	12	13	14
300,80%	301,30%	301,40%	301,10%	301,00%	301,20%	302,10%

Os dados apresentados na Tabela 9 indicam um ganho superior na MET em comparação ao cenário de 1 MW, evidenciando a proporcionalidade entre a potência ativa injetada e o incremento da capacidade de carregamento da rede.

A correlação entre a alocação do suporte ativo e o limite de operabilidade reiterou-se neste cenário. A inserção da geração de 5 MW na Barra 14 resultou no maior aumento da MET (302,10%). Este comportamento fundamenta que a compensação no nó de maior sensibilidade modal maximiza o distanciamento até o ponto de colapso de tensão.

A Análise Modal Estática atestou que a Barra 14 manteve o maior Fator de Participação. A manutenção deste comportamento comprova que a injeção de GD atua na expansão da segurança operacional, mitigando a queda de tensão local, porém mantendo as características estruturais que definem o ponto de singularidade. Conclui-se que a hierarquia de vulnerabilidade

da rede permanece inalterada para os níveis de potência ativa de GD selecionados neste estudo, ressaltando-se que o deslocamento do nó crítico pode vir a ocorrer sob injeções de potências de maior magnitude.

4.1.2.3 Caso 3: Inserção de múltiplas unidades de GD

Neste cenário, avalia-se o impacto da operação simultânea de múltiplas unidades de GD no sistema. A inserção múltipla permite quantificar o efeito da injeção de potência ativa em diferentes pontos da rede. Foi considerada uma injeção total de 9 MW, distribuída de forma equitativa entre as Barras 2, 9 e 14.

A escolha das barras fundamenta-se na topologia da rede: a Barra 2 representa a injeção próxima à subestação, a Barra 9 atua como ponto intermediário de compensação, e a Barra 14 corresponde à extremidade do sistema. A Figura 11 apresenta as trajetórias de tensão obtidas para esta configuração.

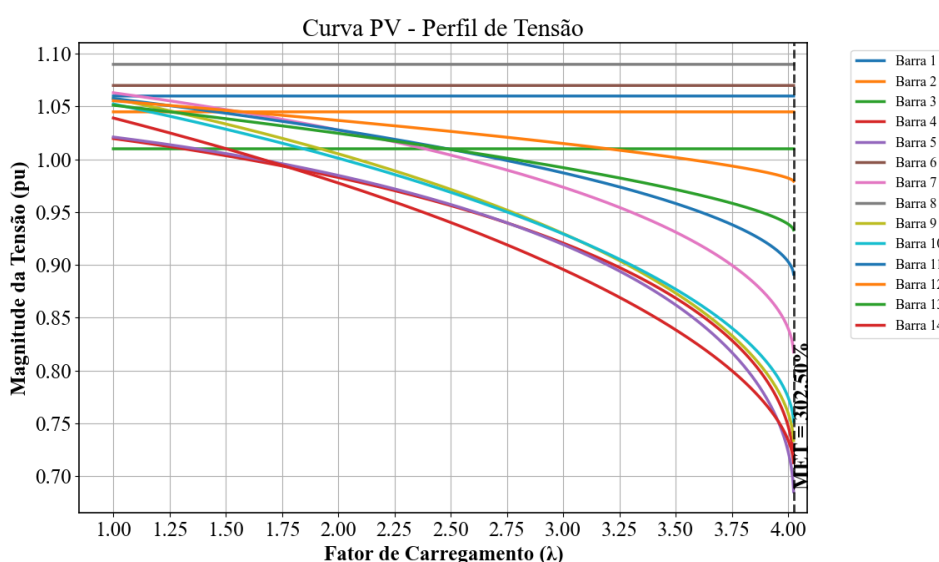


Figura 11 – Curva PV - Sistema IEEE 14 Barras - GD Mútua.

Conforme a Figura 11, a Margem de Estabilidade de Tensão (MET) alcançou o limite de 302,50%. A Análise Modal Estática indicou que a inserção simultânea de 9 MW proporciona incremento na capacidade de carregamento global; contudo, a hierarquia de sensibilidade nodal não sofreu alteração. A Barra 14 manteve o maior Fator de Participação no ponto de colapso de tensão.

Este resultado evidencia que a GD, sob operação múltipla, atua na expansão da MET, mas não altera as impedâncias longitudinais que definem o perfil modal restritivo da rede. Dessa forma, constata-se que a alocação de geração distribuída, de forma isolada, atua como suporte operacional, mas não posterga ou substitui a necessidade de investimentos estruturais de reforço e expansão na malha elétrica da rede de distribuição.

4.2 SISTEMA DE TESTE 2: IEEE 4 BARRAS

O sistema IEEE de 4 barras é uma rede trifásica de teste utilizada na literatura para a análise de fluxo de potência e estabilidade em sistemas de distribuição.

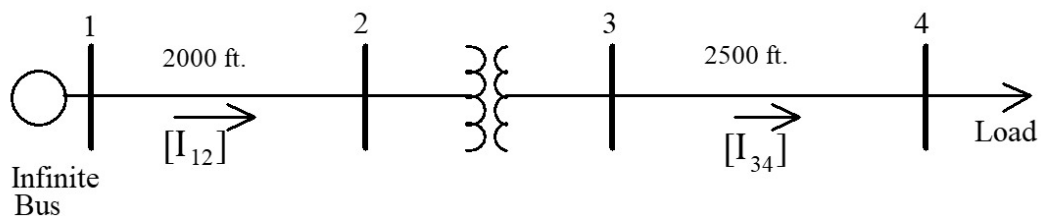


Figura 12 – Sistema IEEE 4 Barras.

O sistema apresenta as seguintes características estruturais:

- Uma barra de referência (slack);
- Uma barra PV;
- Duas barras PQ;
- Três ramos interligando as barras;
- Cargas distribuídas com consumos ativos e reativos desbalanceados.

Os dados de barra do sistema e os parâmetros de resistência e reatância dos ramos são representados na 10 conforme a modelagem proposta em ([Distribution System Analysis Subcommittee, 2006](#)).

Tabela 10 – Dados Completos do Sistema Teste IEEE 4 Barras (Desequilibrado).

Painel A: Dados de Barra e Carga

Bases do Sistema: $S_{base} = 6,0 \text{ MVA}$, $V_{base} = 12,47 \text{ kV}_{LL}$

Barra	Tipo	Fase	Tensão (p.u.)	Geração (kW)	Carga ($P + jQ$) [kVA]
1	Slack	A,B,C	$1,0 \angle 0^\circ, -120^\circ, 120^\circ$	-	-
2	Passo	A,B,C	$1,0 \angle 0^\circ, -120^\circ, 120^\circ$	-	-
3	Passo	A,B,C	$1,0 \angle 0^\circ, -120^\circ, 120^\circ$	-	-
4	Carga	A	$1,0 \angle 0^\circ$	-	$1275 + j750$
		B	$1,0 \angle -120^\circ$	-	$1800 + j900$
		C	$1,0 \angle 120^\circ$	-	$2375 + j1100$

Painel B: Dados de Ramos e Parâmetros de Linha

De	Para	Tipo	Comprimento	Configuração / Parâmetros
1	2	Linha Aérea	2000 ft	Matriz de Impedância Z
2	3	Transformador	-	$R = 0,01 \text{ p.u.}$, $X = 0,06 \text{ p.u.}$
3	4	Linha Aérea	2500 ft	Matriz de Impedância Z

Painel C: Matrizes de Configuração de Linha

Matriz de Resistência [Ω /milha]	Matriz de Reatância [Ω /milha]
$R_{abc} = \begin{bmatrix} 0,4013 & 0,0953 & 0,0953 \\ 0,0953 & 0,4013 & 0,0953 \\ 0,0953 & 0,0953 & 0,4013 \end{bmatrix}$	$X_{abc} = \begin{bmatrix} 1,4133 & 0,8515 & 0,7266 \\ 0,8515 & 1,4133 & 0,7802 \\ 0,7266 & 0,7802 & 1,4133 \end{bmatrix}$
Matriz de Susceptância Shunt [μS /milha]	
$B_{abc} = \begin{bmatrix} 5,699 & -1,08 & -1,69 \\ -1,08 & 5,180 & -0,66 \\ -1,69 & -0,66 & 5,425 \end{bmatrix}$	

4.2.1 Análise Modal - Trifásica: Sem GD

A análise de estabilidade de tensão do sistema IEEE 4 barras trifásico foi obtida aplicando-se a metodologia proposta na Seção 3.2.1. O caso de estudo foi realizado considerando, inicialmente, o sistema em seu estado passivo (sem a inserção de geração distribuída), com o objetivo de estabelecer um referencial analítico e avaliar o comportamento natural da rede frente ao aumento progressivo de carga.

Para a caracterização da operação, a curva de carregamento não foi limitada aos pontos de colapso teórico. A evolução das tensões nodais foi submetida ao mapeamento contínuo, tendo como balizadores os limites regulatórios do Módulo 8 do PRODIST ([ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, 2021](#)). O algoritmo de fluxo de carga não utiliza esses limites como critério de parada, mas como marcos de transição de qualidade. Dessa forma, a análise abrange o espectro operacional definindo os seguintes patamares de avaliação:

1. **Violação por Sobretensão (Faixa Crítica Superior):** Monitoramento do nível de carrega-

mento ou de injeção de GD em que a tensão de qualquer fase ultrapassa o limite máximo de 1,05 p.u.;

2. **Margem Adequada (PRODIST):** O carregamento máximo admissível, rastreado até o ponto em que a tensão da fase com menor magnitude decai abaixo do limite inferior da faixa adequada (0,93 p.u.);
3. **Margem Crítica (PRODIST):** O nível de estressamento limite antes que o sistema adentre a zona de tensão crítica inferior ($< 0,90$ p.u.);
4. **Margem de Estabilidade de Tensão (MET):** O avanço da simulação para além dos fatores normativos, culminando no ponto de bifurcação sela-nó (singularidade da Jacobiana), que define o limite matemático do sistema.

Adicionalmente aos níveis de tensão, foi monitorado continuamente o Fator de Desequilíbrio (FD%). Neste trabalho, este indicador não foi utilizado apenas para a verificação binária de conformidade com o limite de 2,0% estabelecido pela norma. Seu propósito analítico primário foi avaliar a correlação entre a injeção assimétrica de potência, a distorção do triângulo de tensões e a influência direta na corrente de neutro do sistema. A análise comparativa entre os cenários, sem geração e com a inserção de GD, permitiu quantificar numericamente como a alteração no fluxo de potência afeta a componente de sequência zero (V_0) e, conseqüentemente, modifica a circulação de corrente pelo condutor de retorno.

Seguindo a metodologia previamente apresentada na subseção 3.2.1, a margem de estabilidade é determinada graficamente e matematicamente a partir da construção da curva PV, conforme ilustrado na Figura 13.

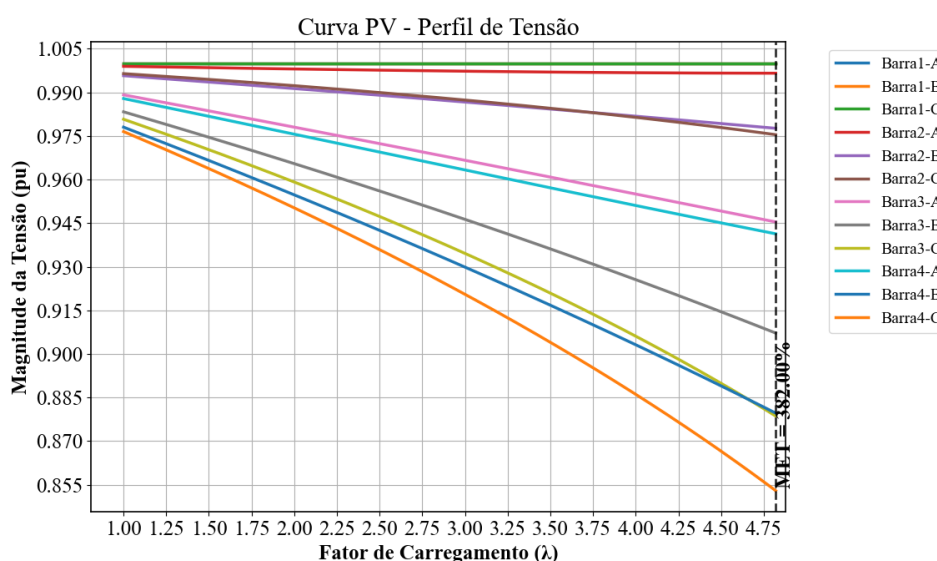


Figura 13 – Curva PV - Sistema IEEE 4 Barras sem GD

Conforme evidenciado na Figura 13, o sistema passivo atingiu uma margem de carregamento de 382,00%, representando o "ponto de nariz" da curva e o máximo de potência ativa que os barramentos podem suportar antes do colapso de tensão.

Após a extração da curva PV e a consolidação da MET, procedeu-se à Análise Modal Estática no ponto de singularidade. Nesta etapa, foram calculados os autovalores da matriz Jacobiana reduzida e seus respectivos autovetores associados ao modo dominante. A classificação de vulnerabilidade das barras decorre da interpretação conjunta desses elementos: o autovalor crítico (de menor magnitude real) fornece a medida quantitativa da proximidade do sistema ao colapso, enquanto os autovetores indicam a contribuição de cada nó nesse processo de instabilidade. Dessa forma, através da extração do Fator de Participação (produto vetorial entre os autovetores esquerdo e direito), torna-se possível identificar quais barras e quais fases específicas são mais sensíveis no modo crítico.

Na Figura 14 é apresentada a classificação das barras em função de seus fatores de participação. Nota-se que a barra de número 4 se destaca com maior relevância no modo crítico, sendo assim classificada como a barra crítica do sistema.

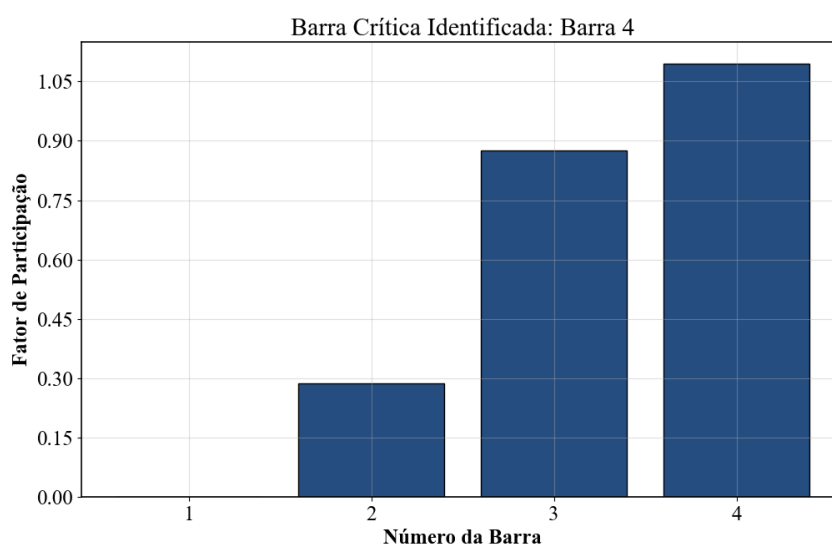


Figura 14 – Fatores de participação nodal - Sistema IEEE 4 Barras - Sem GD.

Entretanto, a principal contribuição da formulação trifásica proposta reside na capacidade de decupar essa criticidade nodal e avaliar o nível de estresse interno de cada barra. A Figura 15 apresenta a distribuição granular dos Fatores de Participação (FP) extraídos isoladamente para cada fase das quatro barras do sistema no momento exato do colapso de tensão ($\lambda_{max} = 4,82$).

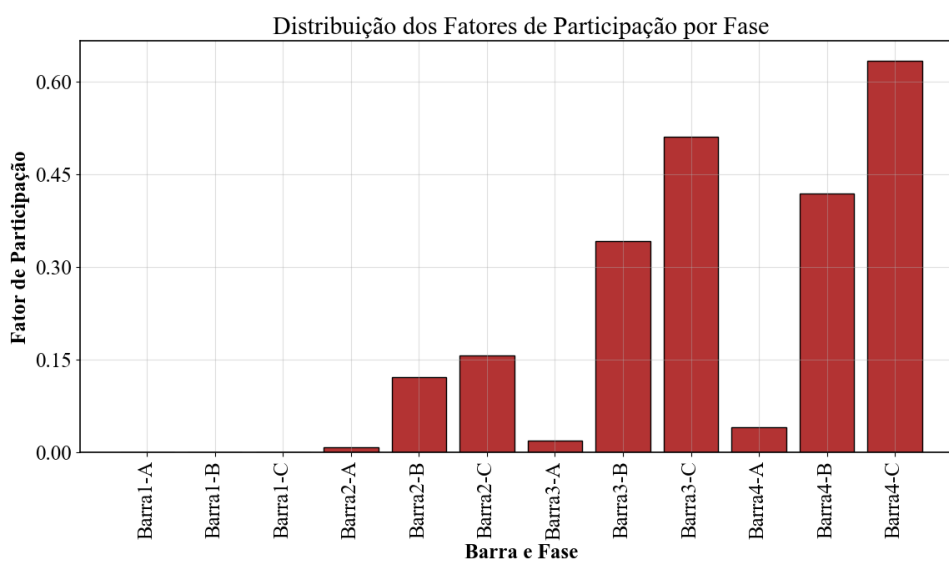


Figura 15 – Fatores de Participação por Fase - Sistema IEEE 4 Barras - Sem GD.

A análise da Figura 15 evidencia a natureza assimétrica da instabilidade. Na Barra 4 (identificada como crítica), observa-se que o Fator de Participação da Fase C é superior aos das Fases A e B. Este resultado demonstra matematicamente que a instabilidade atua de forma heterogênea e é conduzida primariamente pelo limite de capacidade da Fase C.

Para validar essa sensibilidade identificada pela Análise Modal e observar o comportamento da tensão, na Figura 16 é exibido as curvas PV individuais das três fases da Barra 4.

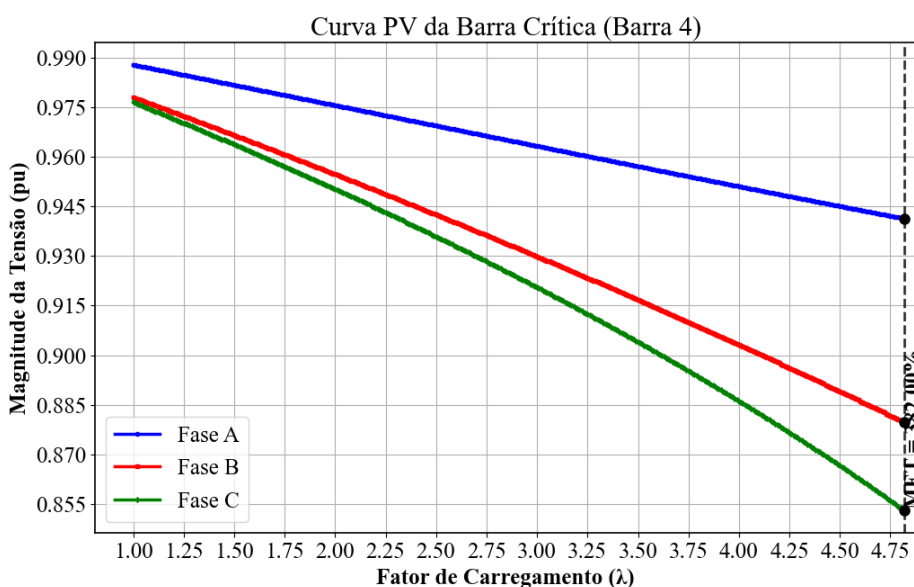


Figura 16 – Curvas PV trifásicas da Barra 4 (Barra Crítica) - IEEE 4 Barras - Sem GD.

As trajetórias de tensão confirmam o descolamento fasorial decorrente do desequilíbrio

estrutural. A Fase C apresenta o maior declínio de tensão em função do estressamento do sistema, o que valida a sua identificação como a fase limitante apontada pela análise modal.

4.2.1.1 Avaliação das Margens Normativas e Limites Operacionais

A determinação da margem operativa real requer a avaliação das restrições de qualidade do Módulo 8 do PRODIST, aplicadas sobre o barramento e a fase crítica identificados. A Tabela 11 apresenta as tensões nodais referentes ao limite adequado e ao limite crítico.

Tabela 11 – Valores das tensões nodais (p.u.) nos limites operativos - IEEE 4 Barras - Sem GD.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,69)			Limite Crítico (Carreg.: 3,61)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9975	0,9882	0,9890	0,9969	0,9837	0,9839
3	0,9702	0,9524	0,9426	0,9596	0,9339	0,9178
4	0,9671	0,9378	0,9302	0,9558	0,9138	0,9002

A Margem de Estabilidade Normativa (Adequada) foi registrada com um carregamento de 2,69 (169,00%), ponto em que a tensão da Fase C da Barra 4 atingiu o limite inferior da norma (0,9302 p.u.). A Figura 17 ilustra essa condição de operação.

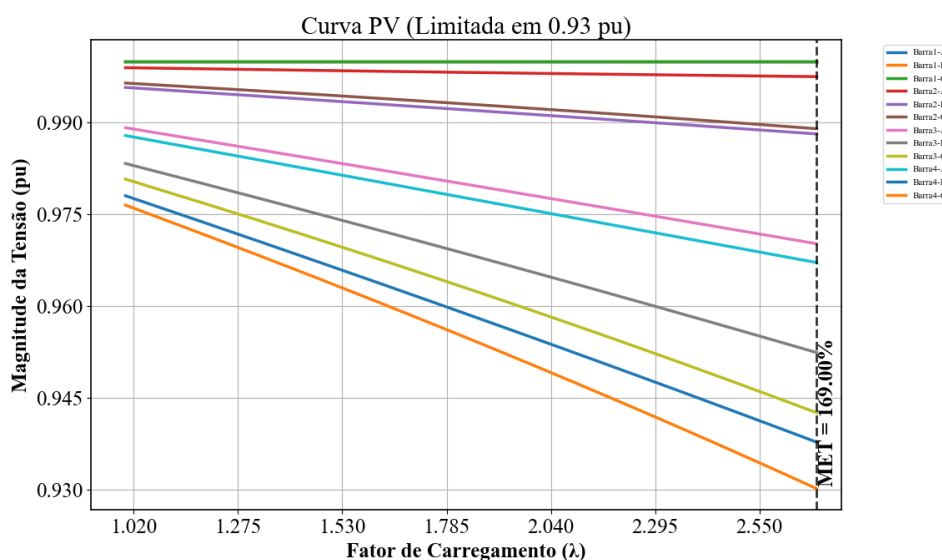


Figura 17 – Curva PV indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.) - IEEE 4 Barras - Sistema sem GD.

O limite da Margem Crítica (0,90 p.u.) ocorreu em um carregamento de 3,61 (261,00%), também restrito pela Fase C da Barra 4 (0,9002 p.u.), conforme a Figura 18. Observa-se uma margem restrita de operação contínua (169%) em relação à ocorrência do colapso matemático absoluto da rede (382%).

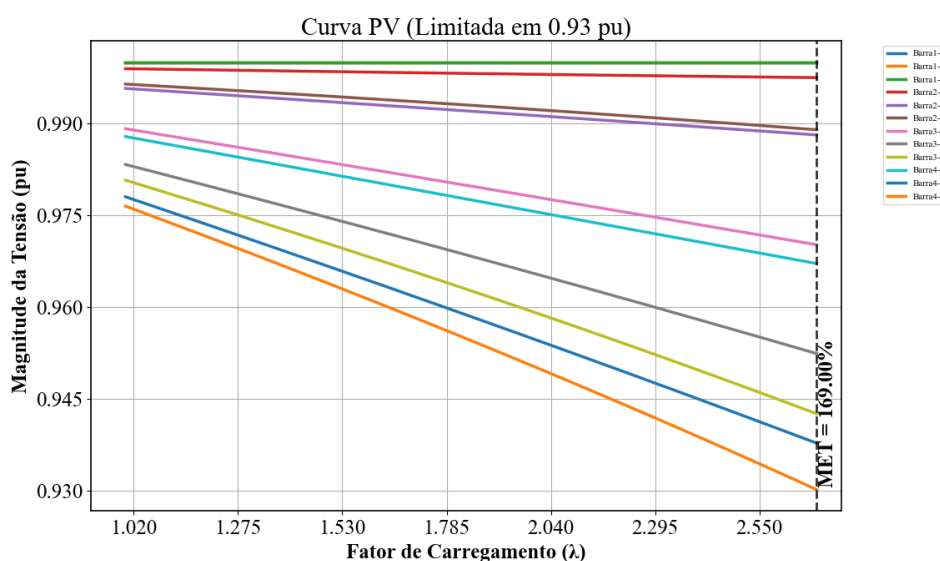


Figura 18 – Curva PV indicando o limite da faixa crítica (0,90 p.u.) - IEEE 4 Barras - Sem GD.

4.2.1.2 Análise do Desequilíbrio no Ponto de Colapso

No ponto de máximo carregamento, as componentes simétricas da tensão na Barra 4 apresentaram os seguintes valores:

- **Sequência Positiva (\hat{V}_1):** 0,8901 p.u. (Defasagem: $-6,61^\circ$)
- **Sequência Negativa (\hat{V}_2):** 0,0327 p.u. (Defasagem: $77,30^\circ$)
- **Sequência Zero (\hat{V}_0):** 0,0491 p.u. (Defasagem: $12,29^\circ$)

O Fator de Desequilíbrio de Tensão calculado foi de 3,68%, valor superior ao limite de 2,0% estabelecido pelo PRODIST. A presença da componente de sequência zero de 0,0491 p.u. indica a ocorrência de corrente de neutro e assimetria fasorial severa no momento do colapso de tensão.

4.2.2 Análise Modal - Trifásica: Com GD

Nesta etapa, expande-se a investigação para considerar a inserção de Geração Distribuída (GD) sob a ótica da análise modal trifásica. Diferente da abordagem monofásica, esta análise permite observar como a injeção de potência interage com o desequilíbrio entre as fases. Foram estudados cenários distintos de alocação e potência para quantificar a contribuição da GD na ampliação da Margem de Estabilidade de Tensão (MET) e na mitigação das assimetrias.

4.2.2.1 Caso 1: Inserção de 3 MW Equilibrados

Neste primeiro caso, investiga-se o impacto da inserção de Geração Distribuída (GD) operando de forma equilibrada, com uma potência ativa total fixada em **3 MW** (distribuída

igualmente como 1 MW por fase). A análise foi segmentada em dois cenários distintos para isolar a influência da localização da fonte de injeção na alteração da Margem de Estabilidade de Tensão (MET).

4.2.2.1.1 Inserção Equilibrada na Barra 2

Neste primeiro cenário, a unidade de GD de 3 MW (1 MW por fase) foi conectada à Barra 2. Eletricamente, este ponto situa-se próximo à subestação, caracterizando uma injeção de potência no trecho inicial do alimentador.

A Figura 19 apresenta a curva PV obtida para esta configuração. Observa-se que o ponto de máximo carregamento convergiu para $\lambda_{max} = 4,82$ (Margem de 382,00%). Diferentemente de outros cenários, não houve alteração na Margem de Estabilidade de Tensão (MET) global em comparação ao caso base sem GD. A injeção de potência neste ponto reduz o fornecimento da subestação no trecho inicial, mas não altera as quedas de tensão nos trechos a jusante (linhas 2-3 e 3-4) em magnitude suficiente para modificar o ponto de colapso.

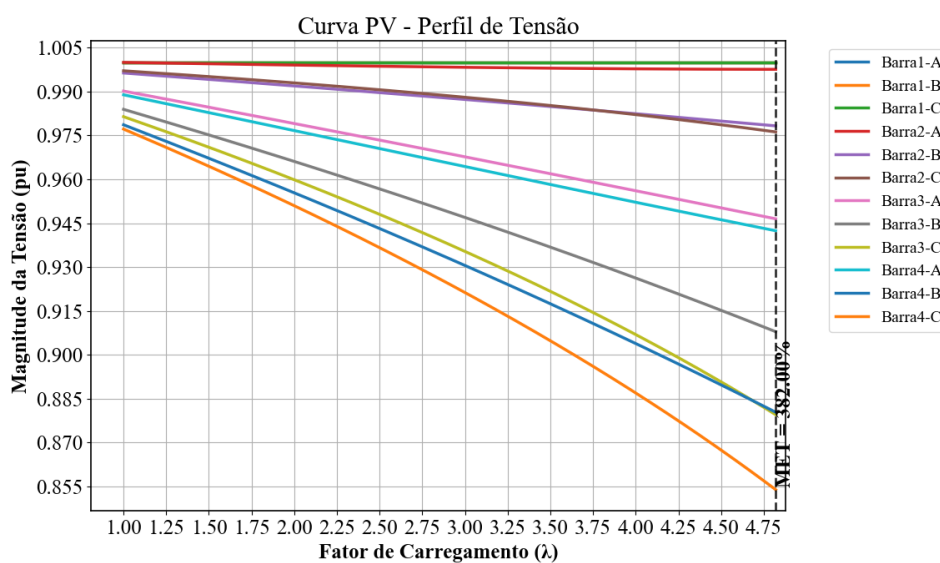


Figura 19 – Curva PV - Caso 1 - IEEE 4 Barras - Inserção de 3 MW na Barra 2

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: Para compreender a natureza da instabilidade, aplicou-se a Análise Modal Estática no exato momento da singularidade da matriz Jacobiana. A Figura 20 apresenta a distribuição dos Fatores de Participação (FP) extraídos individualmente para cada fase.

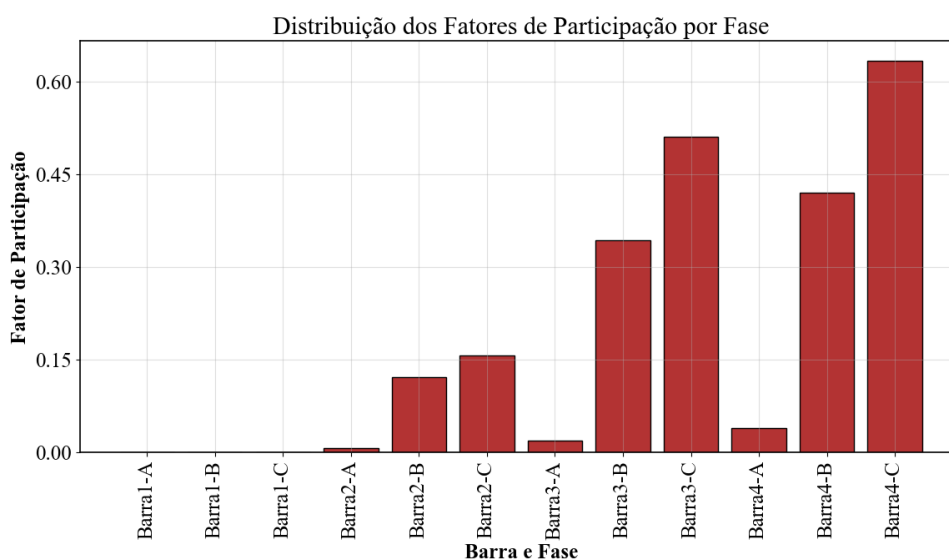


Figura 20 – Fatores de Participação por Fase - GD Equilibrada na Barra 2.

Os dados confirmam que a injeção de potência na Barra 2 não altera a hierarquia das fases no ponto de colapso. A Fase C da Barra 4 apresenta o maior Fator de Participação, indicativo idêntico ao observado no caso sem GD. Isso demonstra que a geração distante da carga não atua sobre a restrição de tensão na ponta do sistema no momento da bifurcação sela-nó.

Limites Operativos e Normativos: Apesar do ponto de máximo carregamento não ter se alterado, a aplicação dos critérios do PRODIST revelou uma variação na conformidade regulatória. A Tabela 12 detalha as tensões nodais limitantes. A margem adequada subiu para 172,00% (Carregamento 2,72), um incremento de 2 pontos percentuais em relação ao caso sem GD (170%).

Esse comportamento evidencia que a GD na Barra 2 atua na sustentação da tensão, o que posterga a violação dos limites normativos.

Tabela 12 – Tensões nodais (p.u.) - IEEE 4 Barras - GD na Barra 2 - Limites Operativos

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,72)			Limite Crítico (Carreg.: 3,63)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9985	0,9886	0,9895	0,9979	0,9843	0,9845
3	0,9709	0,9525	0,9425	0,9604	0,9341	0,9180
4	0,9678	0,9377	0,9300	0,9566	0,9140	0,9003

A Figura 21 ilustra o limite da faixa adequada para este cenário. Observa-se que a curva da fase C cruza o limite de 0,93 p.u. à direita do caso base, confirmando a variação da margem.



Figura 21 – Curva PV - IEEE 4 Barras - GD Barra 2 - Limite PRODIST (0,93 p.u.)

Para o limite crítico, apresentado na Figura 22, o sistema alcança um carregamento de 3,63. O perfil da curva da fase C neste ponto caracteriza a trajetória de decréscimo da tensão com o suporte de geração na barra 2.

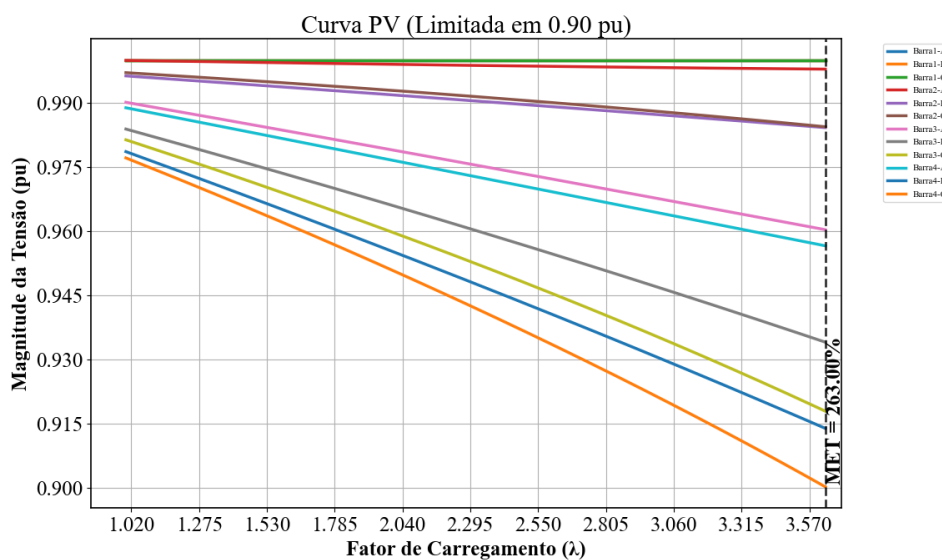


Figura 22 – Curva PV - IEEE 4 Barras - GD Barra 2 - Limite Crítico (0,90 p.u.)

Persistência do Desequilíbrio e Barra Crítica: A análise modal indicou que, com o acréscimo de geração, a Barra 4 permaneceu com a maior sensibilidade matemática (maior fator de participação). O Fator de Desequilíbrio computado no ponto de máxima carga foi de 3,67%, valor próximo ao registrado no caso sem geração. Esse indicador demonstra que a injeção equilibrada na fonte não atua diretamente sobre as assimetrias originadas pela carga.

4.2.2.1.2 Inserção Equilibrada na Barra 3

No segundo cenário, a potência de 3 MW foi alocada na Barra 3, um nó eletricamente intermediário no sistema.

A Figura 23 ilustra o comportamento da tensão. O ponto de máximo carregamento obtido na convergência elevou-se para $\lambda_{max} = 4,93$ (Margem de 393,00%), configurando um ganho de capacidade de transferência em relação à alocação na Barra 2.

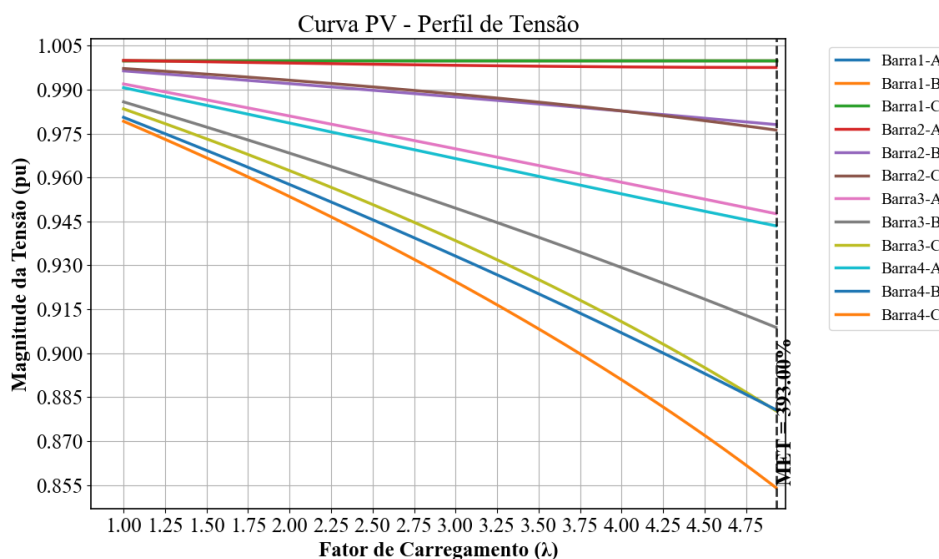


Figura 23 – Curva PV - Caso 1 - IEEE 4 Barras - Inserção de 3 MW na Barra 3.

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: Para avaliar o comportamento da instabilidade no novo ponto limite ($\lambda = 4,93$), a Análise Modal Estática foi processada. A Figura 24 exibe a distribuição dos Fatores de Participação (FP) discriminados por fase.

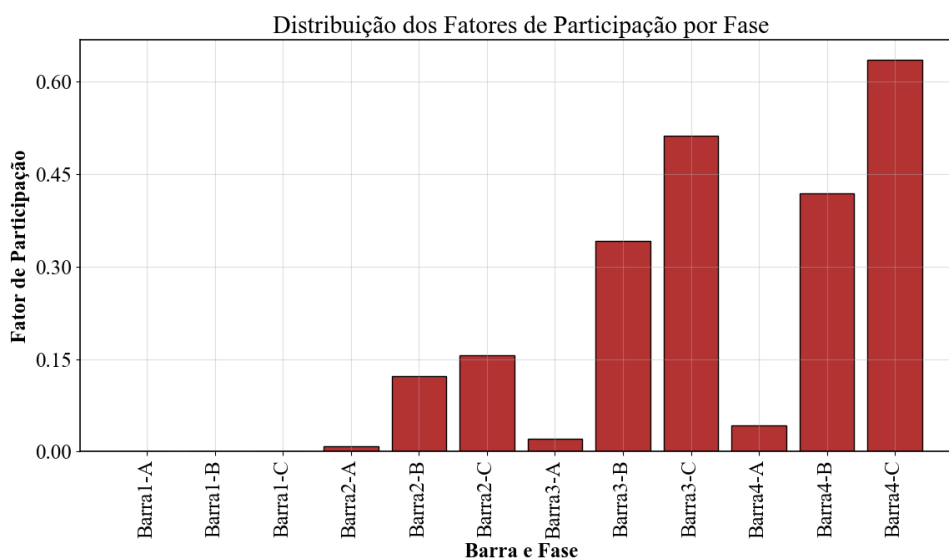


Figura 24 – Fatores de Participação por Fase - GD Equilibrada na Barra 3.

A análise da Figura 24 indica que a topologia de sensibilidade do sistema não foi alterada. A Fase C da Barra 4 continua registrando o maior fator de participação. O Fator de Desequilíbrio computado no colapso foi de 3,71%. Este comportamento demonstra que, embora a injeção equilibrada aumente a margem total de carregamento, ela não atua de forma direta na mitigação do desbalanceamento estrutural da carga responsável por ditar a fase limitante.

Limites Operativos e Normativos: O impacto da localização da geração refletiu-se nos limites regulatórios apresentados na Tabela 13. A margem adequada foi de 181,00% (Carregamento 2,81), um incremento de 11 pontos percentuais em relação ao caso base. Essa elevação decorre da injeção de potência mais próxima à carga, o que atenua a queda de tensão acumulada no trecho a montante (linha 2-3).

Tabela 13 – Tensões nodais (p.u.) - IEEE 4 Barras - GD na Barra 3 - Limites Operativos.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,81)			Limite Crítico (Carreg.: 3,74)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9984	0,9884	0,9894	0,9979	0,9840	0,9843
3	0,9719	0,9532	0,9432	0,9613	0,9347	0,9184
4	0,9688	0,9379	0,9302	0,9575	0,9139	0,9001

A Figura 25 ilustra o limite da faixa adequada para este cenário. Observa-se que a curva PV da Fase C se estende até o carregamento de 2,81 antes de cruzar o limite inferior de 0,93 p.u.

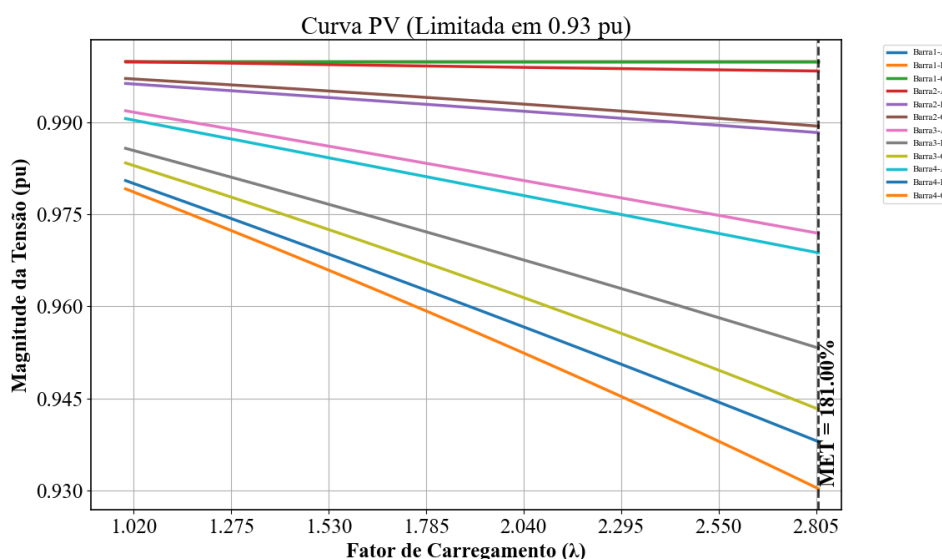


Figura 25 – Curva PV - IEEE 4 Barras - GD Barra 3 - Limite PRODIST (0,93 p.u.).

O limite crítico é alcançado em um carregamento de 3,74, momento no qual a Fase C atinge 0,9001 p.u., conforme apresentado na Figura 26.

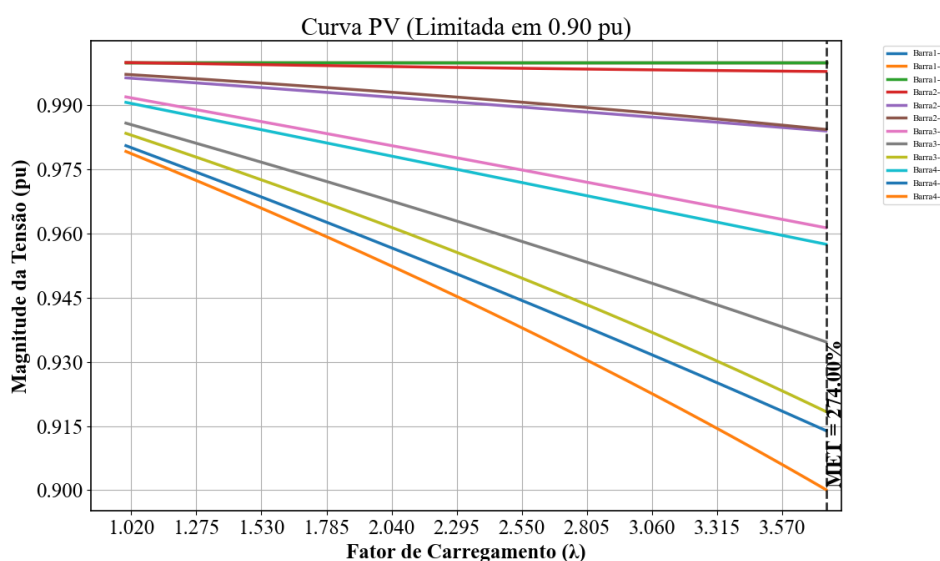


Figura 26 – Curva PV - IEEE 4 Barras - GD Barra 3 - Limite Crítico (0,90 p.u.).

4.2.2.2 Caso 2: Inserção de GD equilibrada na barra crítica

Neste cenário, a unidade de Geração Distribuída de 3 MW (1 MW por fase) foi alocada diretamente na Barra 4. Como esta barra concentra a maior parcela de carga do sistema e foi identificada nas análises de participação como o ponto mais restritivo da rede, a injeção de potência ativa localizada atua na redução das perdas de transmissão e do fluxo de corrente nas linhas a montante.

4.2.2.2.1 Análise da Margem de Estabilidade

A Figura 27 apresenta a curva PV obtida. O sistema convergiu para um carregamento máximo de $\lambda_{max} = 5,01$, estabelecendo uma Margem de Estabilidade de 401,00%.

Este resultado quantifica o efeito da localização da fonte de geração sobre a estabilidade: a injeção diretamente na Barra 4 apresentou uma margem superior aos resultados do sistema sem GD (382%), da alocação na Barra 2 (382%) e na Barra 3 (393%). Os dados demonstram que a compensação local de potência ativa no nó crítico maximiza a capacidade de transferência do alimentador como um todo.

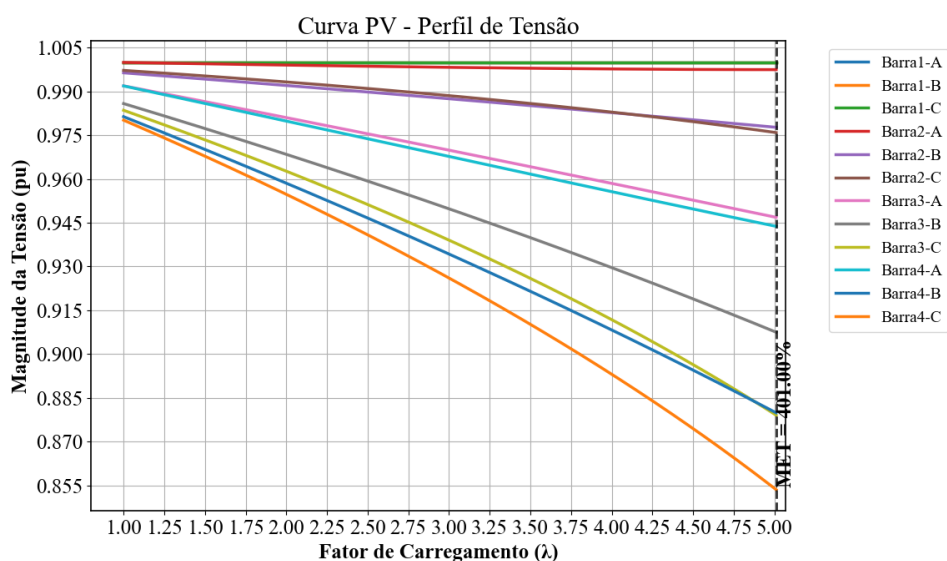


Figura 27 – Curva PV - Caso 2 - Inserção de 3 MW na Barra 4 (Barra Crítica).

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: A Análise Modal foi executada no ponto de singularidade matemática ($\lambda = 5,01$). A Figura 28 apresenta a distribuição dos Fatores de Participação (FP) discriminados por fase neste cenário de injeção local.

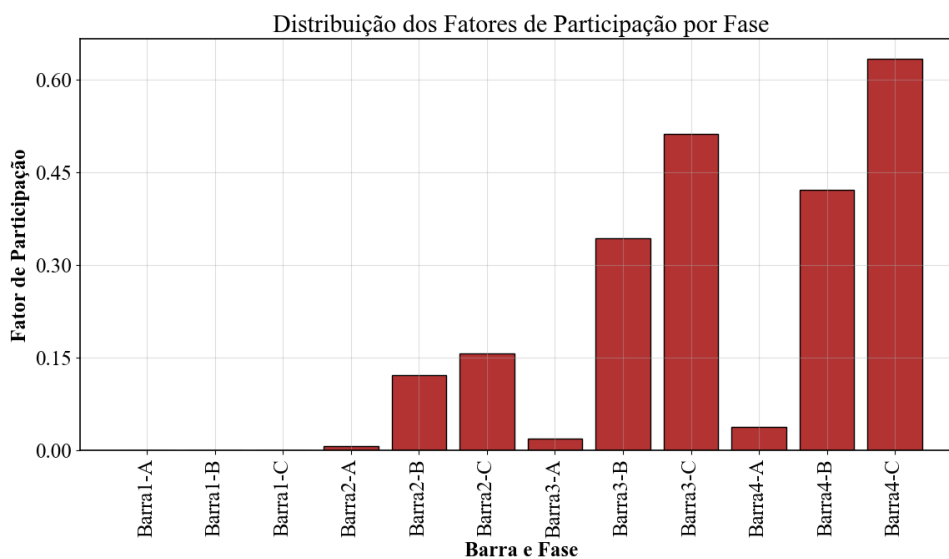


Figura 28 – Fatores de Participação por Fase - GD Equilibrada na Barra 4.

A distribuição ilustrada na Figura 28 evidencia que, a despeito do incremento substancial na margem de estabilidade, a hierarquia de vulnerabilidade das fases permanece inalterada. A Fase C mantém a classificação matemática como o elemento da instabilidade (maior fator de participação). Isso atesta que a injeção trifásica equilibrada amplia o suporte de tensão do conjunto, porém não corrige o desbalanceamento estrutural inerente originado pelo perfil da carga.

4.2.2.2.2 *Limites Operativos e Normativos*

A alocação de geração na barra crítica refletiu em incrementos nos indicadores de conformidade regulatória. A Tabela 14 detalha as tensões nodais sob estas restrições.

- **Margem Adequada (PRODIST):** Atingiu 186,00% (Carregamento 2,86). Em relação ao cenário base (170%), registra-se uma expansão da faixa operacional de 16 pontos percentuais. O suporte direto à carga permitiu a sustentação da tensão da fase crítica acima de 0,93 p.u. para patamares de carregamento mais elevados.
- **Margem Crítica:** O limite de segurança restritivo expandiu-se para 280,00% (Carregamento 3,80), ampliando o patamar de operação antes do ingresso do sistema na faixa de tensão crítica inferior ($< 0,90$ p.u.).

Tabela 14 – Tensões nodais com GD na Barra 4 - Caso 2 - Limites Operativos.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,86)			Limite Crítico (Carreg.: 3,80)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9984	0,9882	0,9893	0,9978	0,9837	0,9842
3	0,9715	0,9525	0,9425	0,9608	0,9338	0,9176
4	0,9694	0,9378	0,9303	0,9580	0,9136	0,9001

4.2.2.2.3 *Desequilíbrio no Limite da Estabilidade*

O Fator de Desequilíbrio (FD%) calculado no ponto de máxima carga ($\lambda = 5,01$) foi de 3,74%, acompanhado por uma componente de sequência zero (\hat{V}_0) de 0,0504 p.u. O acréscimo numérico nestes índices, em comparação com os cenários anteriores, reforça a premissa de que injetar potência ativamente em todas as fases, de maneira igualitária, não atua na mitigação das correntes residuais resultantes das assimetrias de fase.

As Figuras 29 e 30 ilustram as curvas PV com as marcações dos limites normativos referentes a este cenário.

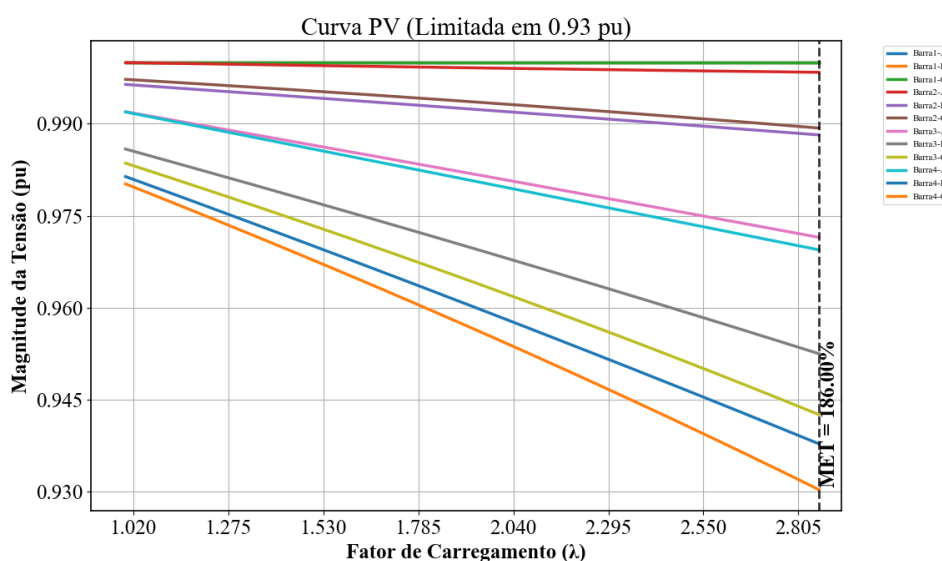


Figura 29 – Curva PV - Caso 2 - (GD Barra 4) indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.).

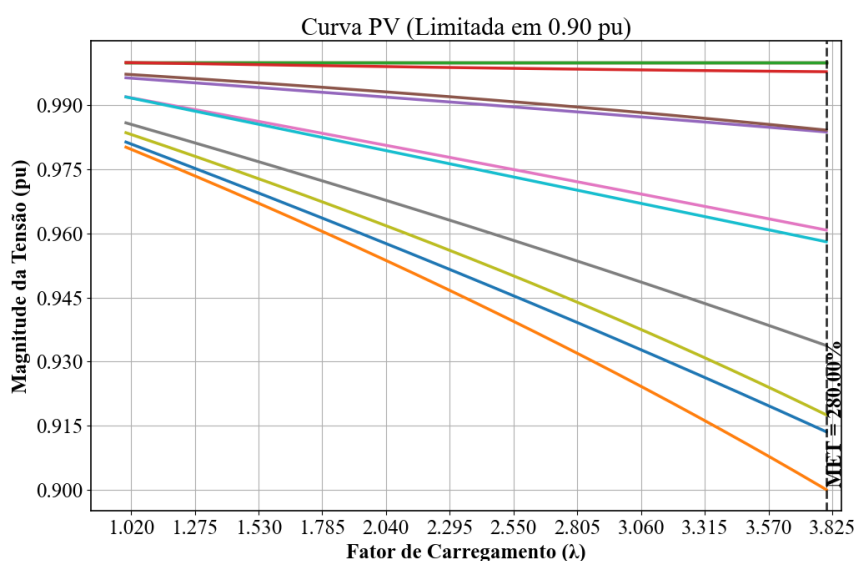


Figura 30 – Curva PV - Caso 2 - (GD Barra 4) indicando o limite da faixa crítica (0,90 p.u.).

4.2.2.3 Caso 3: Inserção de GD bifásica na Barra Crítica (Desequilibrada)

O terceiro cenário avalia o impacto de uma injeção de potência assimétrica. A unidade de GD foi configurada para operar com uma potência total de 3 MW, distribuída exclusivamente nas fases A e B (1,5 MW na Fase A e 1,5 MW na Fase B) da Barra 4. A Fase C, identificada nas análises de participação como a mais carregada do sistema, não recebeu injeção de potência ativa neste modelo.

Esta configuração visa representar situações operacionais nas quais a conexão de inversores distribuídos não ocorre de forma igualitária entre as fases, gerando vetores de injeção de corrente que não compensam a assimetria característica da carga local.

4.2.2.3.1 Análise da Margem de Estabilidade

A Figura 31 apresenta a curva PV obtida para este cenário. O sistema alcançou um carregamento máximo de $\lambda_{max} = 4,46$, resultando em uma Margem de Estabilidade de 346,00%.

O valor obtido é inferior à margem do caso base sem GD (382%). Os dados demonstram que a injeção de potência ativa, quando direcionada a fases menos carregadas (A e B) em detrimento da fase limitante (C), atua de forma a reduzir a estabilidade de tensão global do sistema de distribuição.

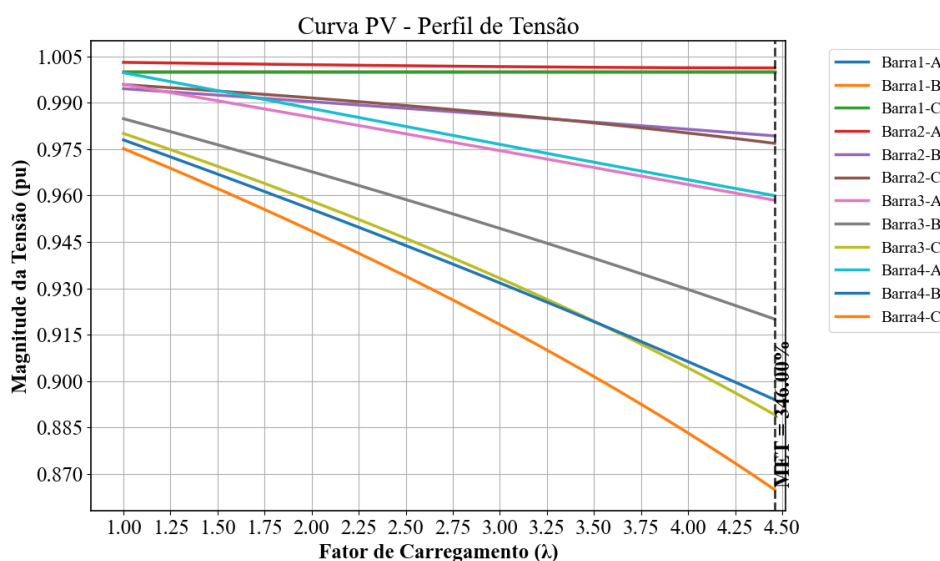


Figura 31 – Curva PV - Caso 3 - Inserção de GD Bifásica (1,5 MW nas fases A e B) na Barra 4.

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: Para fundamentar a redução na margem de estabilidade, a Análise Modal Estática foi processada no ponto de colapso ($\lambda = 4,46$). A Figura 32 exibe os Fatores de Participação (FP) correspondentes a cada fase.

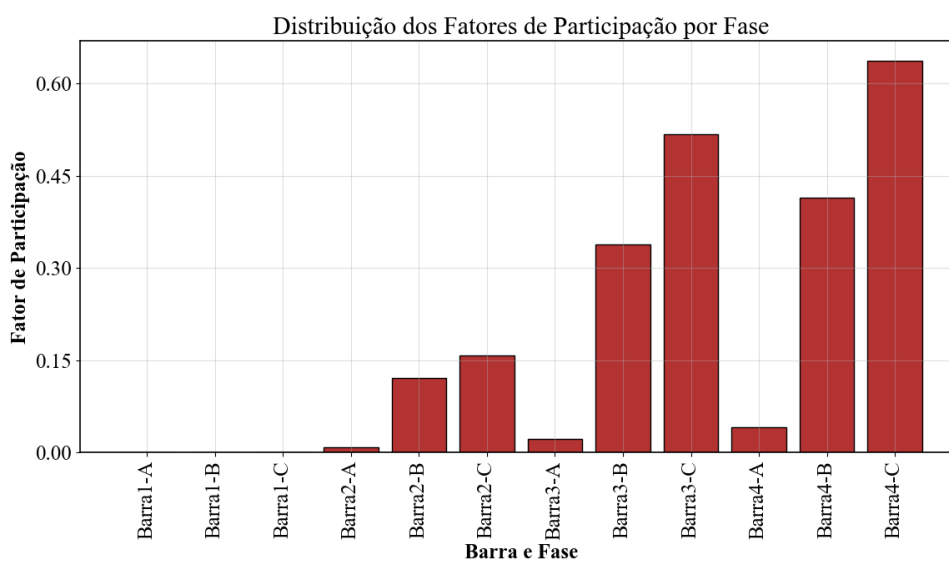


Figura 32 – Fatores de Participação por Fase - GD Bifásica na Barra 4.

A distribuição contida na Figura 32 comprova a manutenção da Fase C da Barra 4 como o vetor restritivo do sistema. A injeção bifásica modificou os perfis de tensão, porém a ausência de compensação na fase de maior estresse elétrico garantiu que a mesma continuasse ditando a ocorrência da bifurcação matemática da rede com um carregamento inferior ao verificado no sistema passivo.

4.2.2.3.2 Limites Operativos e Normativos

A assimetria induzida refletiu em decréscimos nos indicadores regulatórios do PRODIST. A Tabela 15 detalha as tensões nodais nas margens operativas.

- **Margem Adequada (PRODIST):** O máximo carregamento foi atingido em 162,00% (Carregamento 2,62). Este patamar é inferior ao caso base sem geração (170%), indicando que a injeção bifásica antecipou a violação dos limites regulatórios.
- **Margem Crítica:** A margem de segurança restritiva atingiu 254,00% (Carregamento 3,54), apresentando também uma redução frente ao cenário sem GD (262%).

Tabela 15 – Tensões nodais (p.u.) com GD Bifásica - Caso 3 - Limites Operativos.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,62)			Limite Crítico (Carreg.: 3,54)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0018	0,9876	0,9884	1,0014	0,9835	0,9832
3	0,9786	0,9565	0,9431	0,9686	0,9389	0,9182
4	0,9809	0,9409	0,9303	0,9703	0,9182	0,9001

A avaliação quantitativa das tensões nodais expõe o efeito vetorial da inserção desbalanceada de GD. Fica demonstrado que a Fase C, por não receber compensação ativa de potência, atua de forma incondicional como o limitante operacional. No carregamento correspondente ao limite adequado (2,62), a Fase A opera com um nível de tensão de 0,9809 p.u. na Barra 4, enquanto a Fase C cruza o limite normativo inferior de 0,9300 p.u.

O descolamento das trajetórias de tensão fasoriais acentua-se na progressão para o limite crítico (carregamento de 3,54), registrando uma diferença de 0,0702 p.u. entre as fases A (0,9703 p.u.) e C (0,9001 p.u.) no mesmo barramento. Esses valores corroboram que o aporte de geração em fases com menor demanda ativa induz um aumento do desbalanceamento, restringindo a faixa de operação permissível da rede em relação às exigências do PRODIST.

As Figuras 33 e 34 apresentam graficamente o distanciamento entre as curvas PV das fases, com a tendência à sustentação da tensão na Fase A e ao decréscimo prematuro da tensão na Fase C.

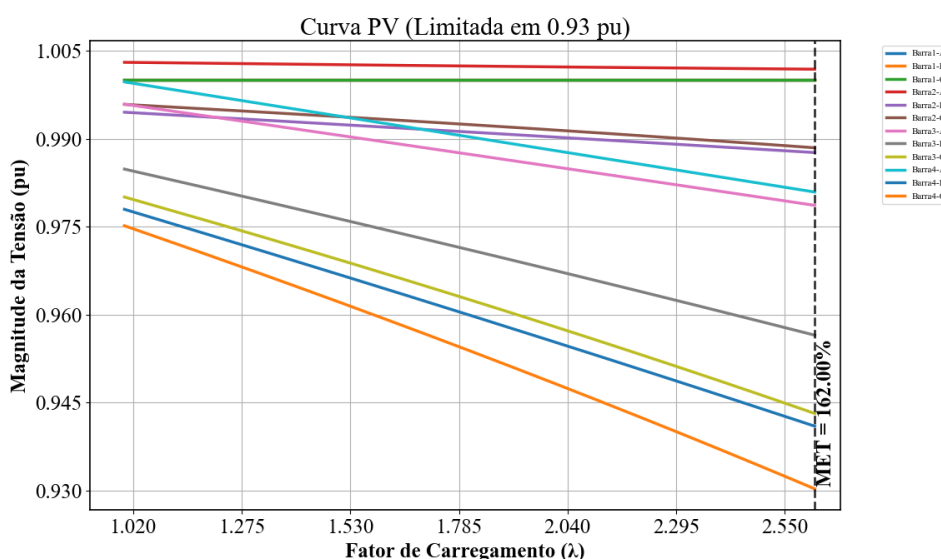


Figura 33 – Curva PV - Caso 3 - (GD Bifásica) indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.).

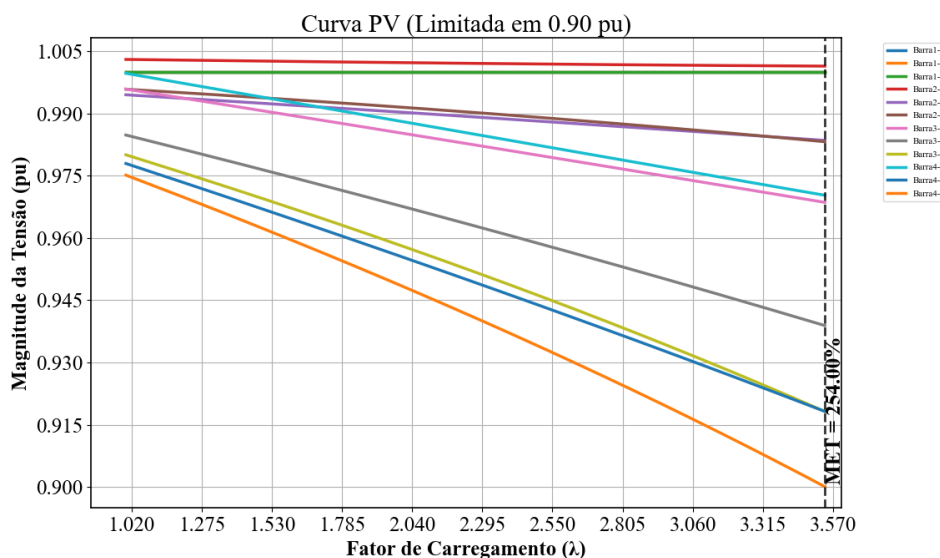


Figura 34 – Curva PV - Caso 3 - (GD Bifásica) indicando o limite da faixa crítica (0,90 p.u.).

4.2.2.3.3 Desequilíbrio no Limite da Estabilidade

A redução na Margem de Estabilidade de Tensão (MET) verificada neste cenário correlaciona-se com o Fator de Desequilíbrio (FD%), que atingiu 3,90% no ponto de singularidade matemática.

As componentes simétricas calculadas para o limite de instabilidade foram:

- **Sequência Positiva (V_1):** 0,9046 p.u., suportada pelo aporte de injeção nas fases A e B.
- **Sequência Zero (V_0):** 0,0577 p.u., comparado a 0,0491 p.u. do caso base sem geração.

O acréscimo numérico da componente de sequência zero evidencia a elevação da tensão de deslocamento do neutro. A injeção de 1,5 MW nas fases A e B aumenta vetorialmente a corrente residual de retorno. A queda de tensão resultante na impedância do condutor de neutro penaliza o nível de tensão de operação da fase não compensada (Fase C), antecipando seu ponto de colapso físico e, por conseguinte, de todo o alimentador trifásico.

4.2.2.4 Caso 4: Inserção de GD Monofásica na Barra Crítica (Fase A)

O quarto cenário avalia a injeção da potência total de 3 MW exclusivamente na Fase A da Barra 4. As fases B e C permaneceram sem injeção local de potência ativa.

Esta configuração simula um cenário desordenado de conexão monofásica, onde uma elevada capacidade de geração é alocada em uma única fase, submetendo o sistema a um estresse assimétrico elevado.

4.2.2.4.1 Análise da Margem de Estabilidade

A Figura 35 apresenta a curva PV obtida. O sistema convergiu para um carregamento máximo de $\lambda_{max} = 3,95$, resultando em uma Margem de Estabilidade de 295,00%.

Este resultado quantifica uma redução substancial na margem de estabilidade de tensão em comparação ao caso base sem GD (382%). Os dados demonstram que a injeção monofásica de alta potência, quando desalinhada com a fase limitante da rede, atua como um vetor de instabilidade. O escoamento de potência ativa na Fase A altera as quedas de tensão mútuas, penalizando o desempenho global do sistema.

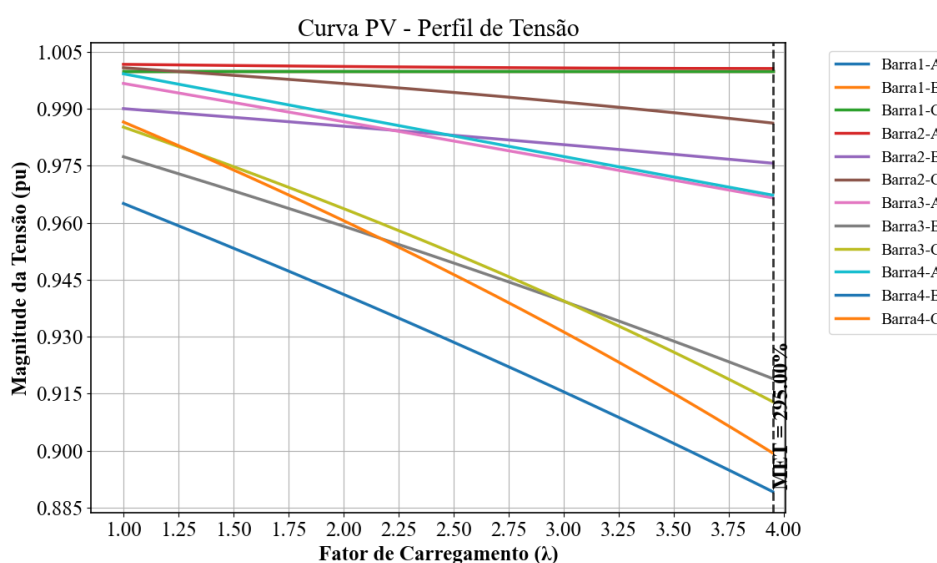


Figura 35 – Curva PV - Caso 4 - Inserção de GD Monofásica (3 MW na Fase A) na Barra 4.

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: Para fundamentar a alteração da estabilidade, a Análise Modal Estática foi processada no ponto de singularidade ($\lambda = 3,95$). A Figura 36 apresenta os Fatores de Participação (FP) extraídos para cada fase.

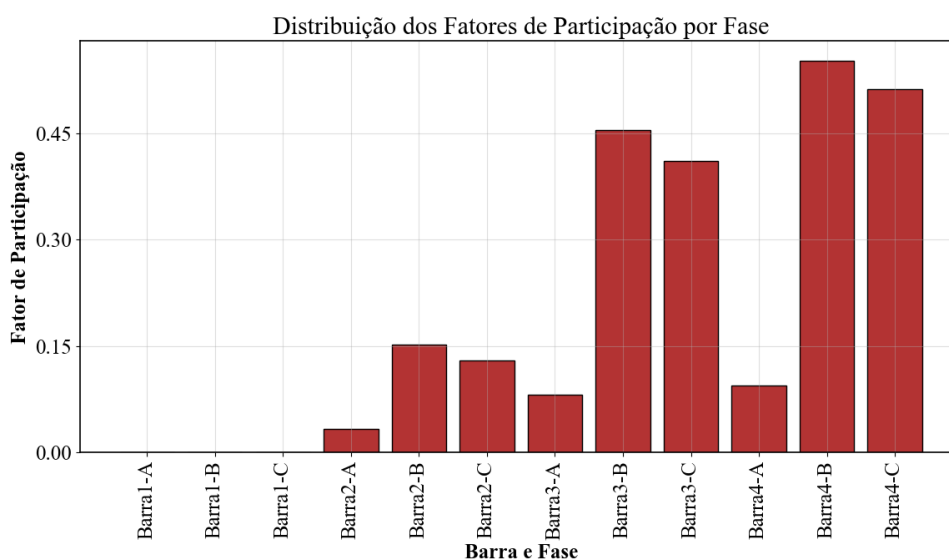


Figura 36 – Fatores de Participação por Fase - GD Monofásica (Fase A) na Barra 4.

A distribuição contida na Figura 36 revela uma mudança estrutural na dinâmica do colapso. Houve uma inversão da criticidade: o Fator de Participação da Fase B superou o da Fase C, tornando-se o elemento determinante para a perda de estabilidade. Este comportamento reflete o acoplamento mútuo e a alteração do balanço vetorial. A injeção na Fase A desloca o fasor de neutro, modificando a simetria dos triângulos de tensão e transferindo o limite de restrição operativa para a Fase B.

4.2.2.4.2 Limites Operativos e Normativos

A variação do ponto de neutro resultou em decréscimos nos indicadores regulatórios do PRODIST. A Tabela 16 consolida as tensões nodais referentes a esses limites.

- **Margem Adequada (PRODIST):** O máximo carregamento encerrou-se em 144,00% (Carregamento 2,44). Em comparação ao sistema original (170%), observa-se um decréscimo de 26 pontos percentuais na faixa de operação contínua normativa.
- **Margem Crítica:** A entrada na zona crítica ocorreu em 256,00% (Carregamento 3,56), valor inferior à margem de segurança do caso base (262%).

Tabela 16 – Tensões nodais (p.u.) com GD Monofásica - Caso 4 - Limites Operativos.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,44)			Limite Crítico (Carreg.: 3,56)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0010	0,9833	0,9946	1,0007	0,9777	0,9886
3	0,9822	0,9506	0,9534	0,9706	0,9275	0,9242
4	0,9835	0,9301	0,9481	0,9714	0,9002	0,9130

A avaliação dos dados nodais evidencia o efeito do deslocamento vetorial induzido pela injeção monofásica. A injeção exclusiva na Fase A altera o referencial de tensão do sistema, induzindo a ocorrência de violações em fases adjacentes. No limite adequado (carregamento de 2,44), a Fase A opera com tensão de 0,9835 p.u. na Barra 4, enquanto a Fase B atinge o limite normativo inferior de 0,9301 p.u.

No limite crítico (carregamento de 3,56), a disparidade atinge 0,0712 p.u. entre as fases A (0,9714 p.u.) e B (0,9002 p.u.) no barramento de conexão. Os dados demonstram que a injeção em uma fase não crítica sustenta o nível de tensão localmente, mas induz quedas de tensão por acoplamento nas demais fases, restringindo a conformidade da rede perante os critérios do PRODIST.

As Figuras 37 e 38 ilustram o distanciamento entre as curvas PV. Nota-se a tendência de elevação da curva da Fase A em contraposição ao declínio acentuado da curva da Fase B.

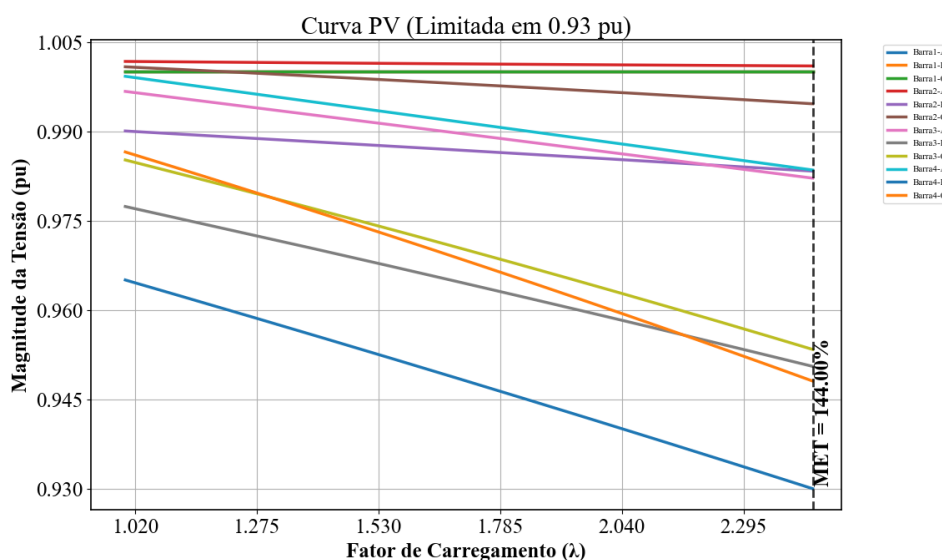


Figura 37 – Curva PV - Caso 4 - (GD Monofásica) indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.).

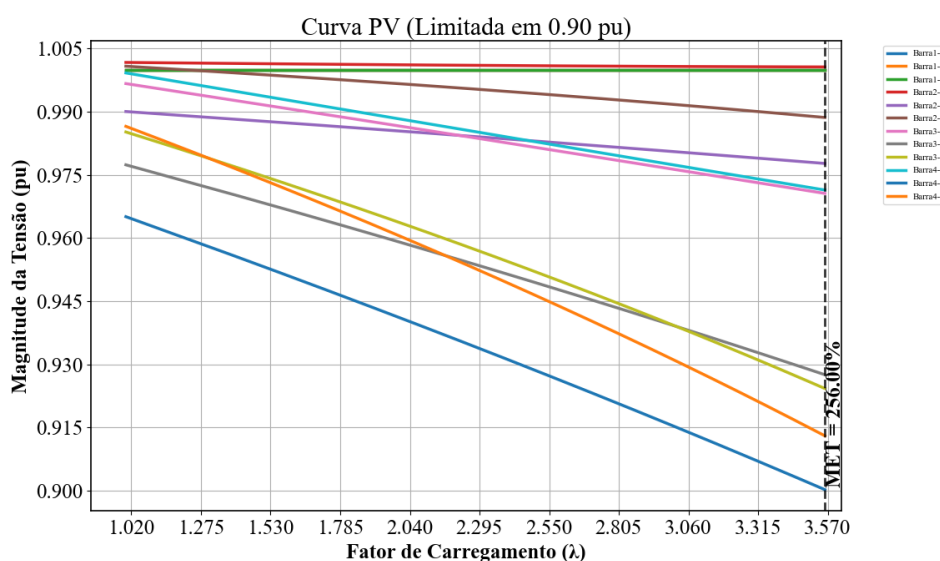


Figura 38 – Curva PV - Caso 4 - (GD Monofásica) indicando o limite da faixa crítica (0,90 p.u.).

4.2.2.4.3 Desequilíbrio no Limite da Estabilidade

A redução do desempenho da rede reflete-se nos parâmetros de qualidade de energia no ponto de bifurcação:

- **Fator de Desequilíbrio (FD %):** Atingiu 4,12%, o maior índice registrado neste sistema.
- **Seqüência Zero (V_0):** Registrou 0,0577 p.u. com um ângulo de $41,65^\circ$.

O deslocamento angular da componente de seqüência zero em relação aos cenários anteriores corrobora matematicamente a mudança da fase limitante (de C para B). A injeção de 3 MW monofásicos gerou uma corrente de neutro de elevada magnitude, cuja queda de tensão na impedância de aterramento comprometeu a operação fasorial do barramento, reduzindo a MET em 87 pontos percentuais na relação com a rede passiva.

4.2.2.5 Caso 5: Inserção de GD Monofásica na Barra Crítica (Fase B)

Neste cenário, a injeção de potência ativa de 3 MW foi alocada exclusivamente na Fase B da Barra 4. O objetivo é quantificar a sensibilidade da rede à injeção de recursos em uma fase adjacente à fase crítica, avaliando o efeito do acoplamento eletromagnético mútuo na estabilidade global.

4.2.2.5.1 Análise da Margem de Estabilidade

A Figura 39 apresenta a curva PV correspondente. O sistema obteve convergência até um carregamento máximo de $\lambda_{max} = 4,78$, configurando uma Margem de Estabilidade de 378,00%.

O valor registrado é inferior à margem estabelecida no caso base sem GD (382%). Este comportamento indica que o suporte monofásico na Fase B não atua em contraposição ao desequilíbrio estrutural da carga. A injeção assimétrica da geração nesta configuração reduziu a capacidade de transferência de potência ativa do alimentador.

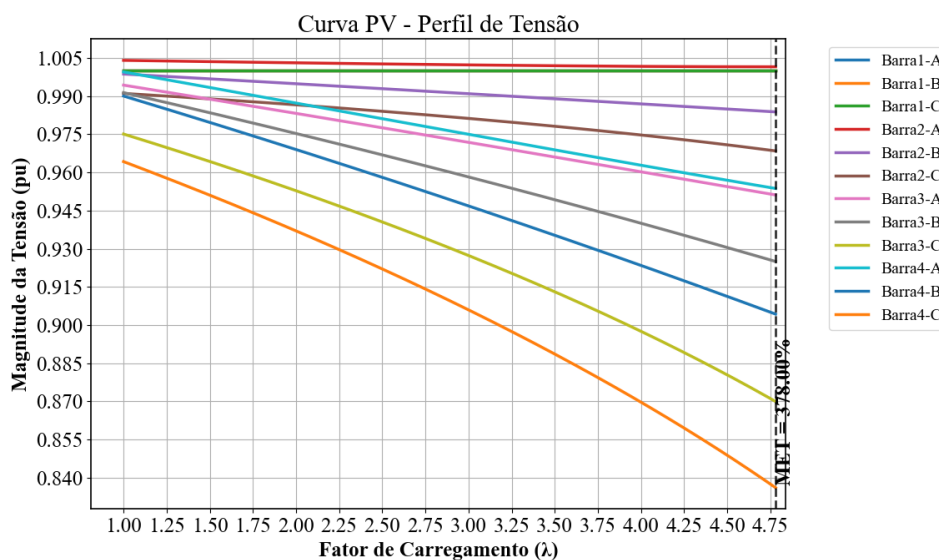


Figura 39 – Curva PV - Caso 5 - Inserção de GD Monofásica (3 MW na Fase B) na Barra 4.

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: Para identificar os vetores responsáveis pela restrição operativa, a Análise Modal Estática foi processada no ponto limite ($\lambda = 4,78$). A Figura 40 apresenta a distribuição dos Fatores de Participação por fase.

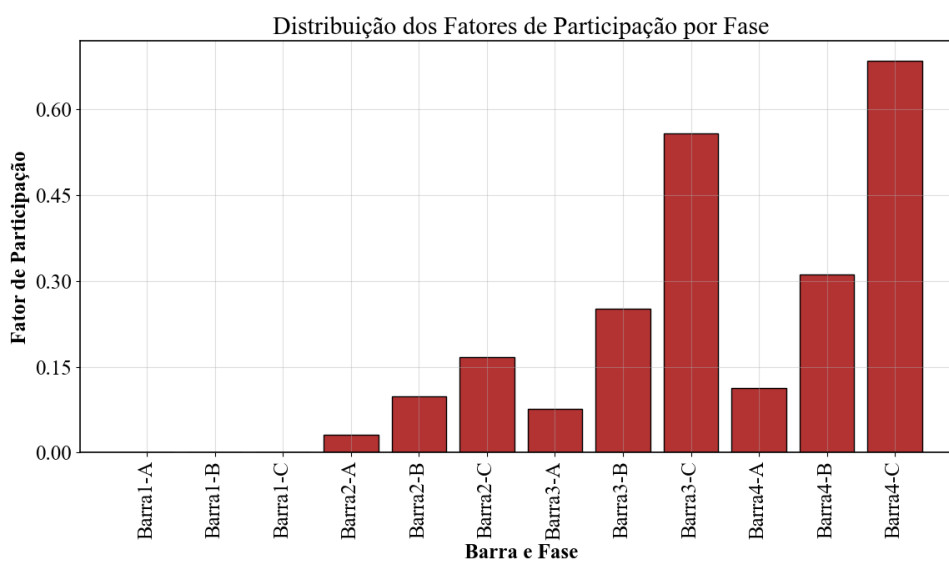


Figura 40 – Fatores de Participação por Fase - GD Monofásica (Fase B) na Barra 4.

A distribuição contida na Figura 40 aponta o retorno ao padrão de criticidade do sistema passivo: a Fase C, desprovida de geração local, registra o maior Fator de Participação. A injeção

na Fase B atua na sustentação da tensão local e, por acoplamento, influencia a Fase A. Contudo, o deslocamento do ponto de neutro resultante dessa injeção atua desfavoravelmente sobre a Fase C, precipitando o seu colapso elétrico e matemático de forma mais precoce em relação ao caso base.

4.2.2.5.2 Limites Operativos e Normativos

O impacto da injeção na Fase B nos limites regulatórios restringe significativamente a margem operativa da rede.

- **Margem Adequada (PRODIST):** O limite de 0,93 p.u. foi atingido em um carregamento de apenas 123,00% (Carregamento 2,23). O suporte de tensão restrito à Fase B combinado com a assimetria natural da carga propiciou que a Fase C atingisse o limite inferior de forma antecipada em comparação aos demais cenários avaliados.
- **Margem Crítica:** A entrada do sistema na zona crítica (0,90 p.u.) ocorreu com um carregamento de 217,00% (Carregamento 3,17), valor inferior à margem estabelecida no caso sem GD (262%).

A Tabela 17 consolida as tensões nodais nas margens operativas.

Tabela 17 – Tensões nodais (p.u.) com GD na Fase B - Caso 5 - Limites Operativos.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 2,23)			Limite Crítico (Carreg.: 3,17)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0029	0,9940	0,9855	1,0022	0,9903	0,9802
3	0,9806	0,9715	0,9473	0,9699	0,9552	0,9226
4	0,9844	0,9640	0,9303	0,9729	0,9429	0,9002

A avaliação dos dados revela que a alocação de potência ativa na Fase B reduz a margem de carregamento do sistema. Ao concentrar a geração em uma fase não crítica, o nível de estresse suportável até a limitação normativa recua para $\lambda = 2,23$. Neste ponto operativo, as Fases A e B operam com tensões de 0,9844 p.u. e 0,9640 p.u. na Barra 4, respectivamente, enquanto a Fase C decai até 0,9303 p.u. A elevação de tensão injetada na Fase B desloca o ponto de neutro, o que, devido à configuração trifásica do circuito, acentua a queda de tensão na Fase C.

O distanciamento entre as fases também é verificado no limite crítico (carregamento de 3,17), onde a Fase C atinge 0,9002 p.u. e a Fase B mantém-se em 0,9429 p.u. O comportamento das trajetórias de tensão é apresentado graficamente nas Figuras 41 e 42. A curva correspondente à Fase B apresenta um declínio mais atenuado, sustentada pela injeção local, enquanto a curva da Fase C apresenta um gradiente negativo superior ao do caso passivo.

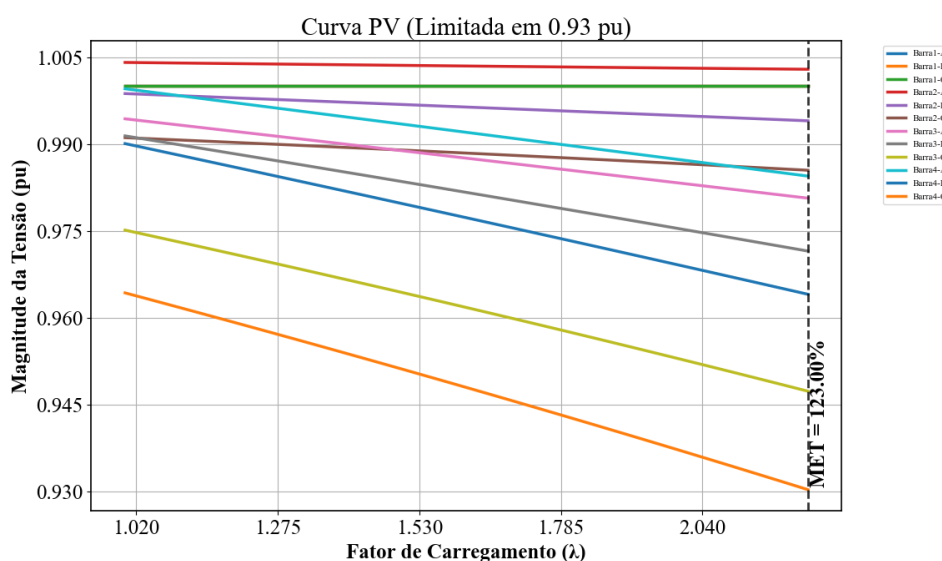


Figura 41 – Curva PV - Caso 5 - (GD Fase B) indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.).

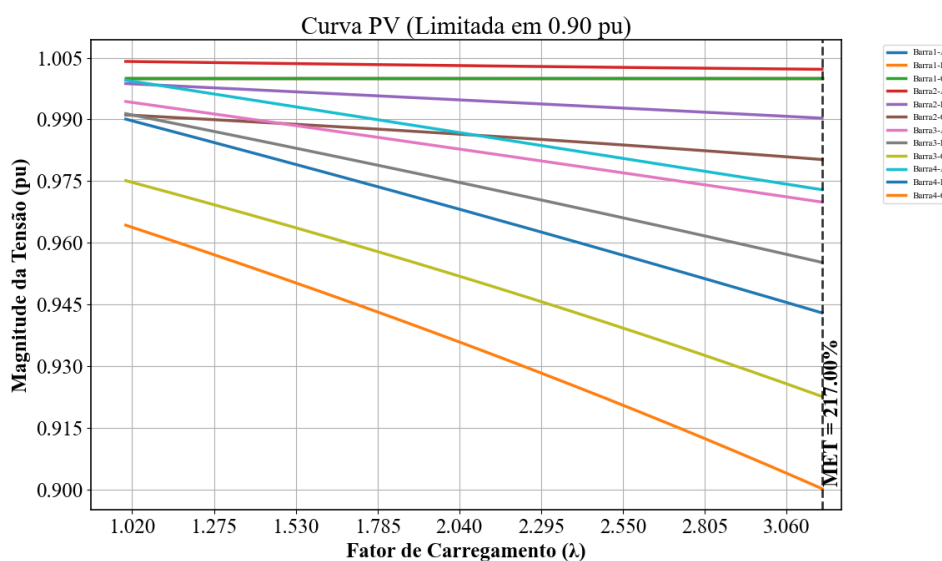


Figura 42 – Curva PV - Caso 5 - (GD Fase B) indicando o limite da faixa crítica (0,90 p.u.).

4.2.2.5.3 Desequilíbrio no Limite da Estabilidade

A análise das componentes simétricas no ponto de bifurcação fornece a justificativa matemática para a degradação das margens:

- **Fator de Desequilíbrio (FD%)**: Computado em 3,79%, mantendo-se acima do limite regulatório.
- **Sequência Zero (V_0)**: Attingiu a marca de 0,0687 p.u., representando a maior magnitude observada para esta variável no sistema.

O incremento no valor de V_0 em relação às injeções equilibradas e na Fase A indica que a inserção na Fase B interage com o arranjo de impedâncias da rede de modo a maximizar a tensão de sequência zero. O acréscimo da corrente residual impõe restrições adicionais de queda de tensão na fase subsequente (Fase C), caracterizando uma alocação que exacerba a vulnerabilidade topológica pré-existente.

4.2.2.6 Caso 6: Inserção de GD Monofásica na Barra Crítica (Fase C)

Neste cenário conclusivo, a potência de 3 MW foi injetada exclusivamente na Fase C da Barra 4. A escolha desta fase fundamenta-se nos resultados do Caso Base (sem GD), onde a Fase C foi identificada matematicamente como a mais estressada e a responsável por limitar a capacidade de transferência de potência do sistema. Portanto, este cenário avalia o impacto da compensação direta da fase crítica.

4.2.2.6.1 Análise da Margem de Estabilidade

A Figura 43 apresenta a curva PV correspondente. O sistema convergiu para um carregamento máximo de $\lambda_{max} = 6,05$, resultando em uma Margem de Estabilidade de 505,00%.

Este valor representa o maior desempenho entre todos os cenários simulados, superando o caso de GD Trifásica Equilibrada (401%).

Este resultado indica que, em redes de distribuição desequilibradas, a injeção monofásica alocada na fase de maior solicitação atua em oposição direta ao desbalanceamento da carga. A concentração da injeção de potência na fase de maior vulnerabilidade topológica proporcionou um ganho de estabilidade de tensão superior ao da distribuição da mesma potência de forma igualitária entre as três fases.

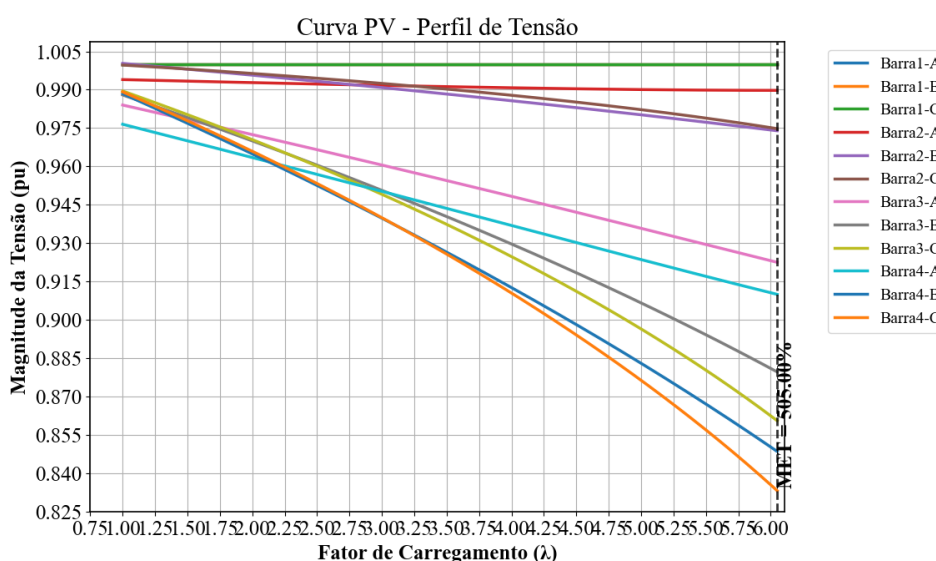


Figura 43 – Curva PV - Caso 6 - Inserção de GD Monofásica (3 MW na Fase C) na Barra 4.

Análise Modal Estática e Fatores de Participação por Fase: Para caracterizar o comportamento do sistema no novo ponto limite ($\lambda = 6,05$), a Análise Modal Estática foi processada. A Figura 44 apresenta os Fatores de Participação (FP) de cada fase.

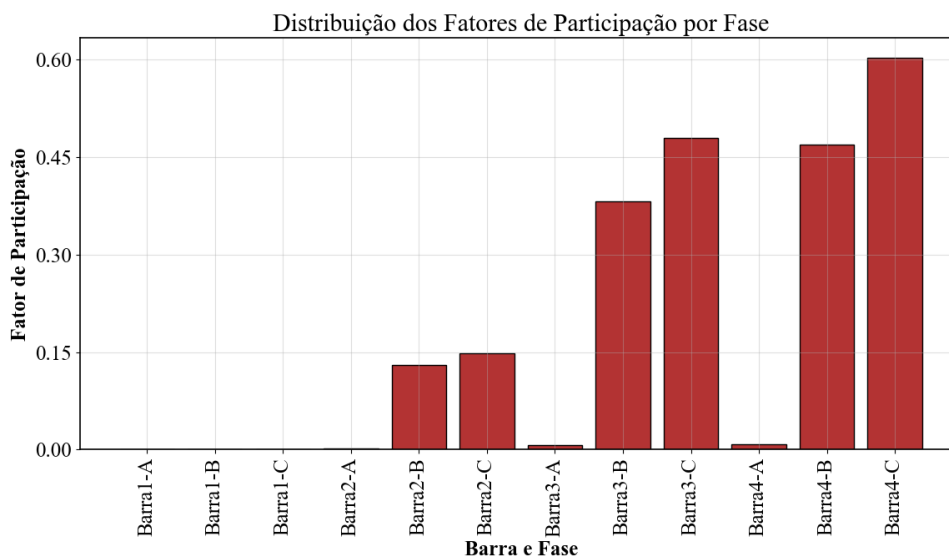


Figura 44 – Fatores de Participação por Fase - GD Monofásica (Fase C) na Barra 4.

A distribuição contida na Figura 44 demonstra que a compensação direta mitigou a assimetria na sensibilidade das fases. A injeção pontual elevou a tensão local da fase limitante, o que atenuou a discrepância dos fatores de participação entre as fases A, B e C, postergando a ocorrência da singularidade da Jacobiana para um nível de carregamento superior.

4.2.2.6.2 Limites Operativos e Normativos

A resposta desta configuração reflete-se na expansão dos indicadores de conformidade perante as normativas do PRODIST.

- **Margem Adequada (PRODIST):** O sistema operou na faixa adequada até o carregamento de 235,00% (Carregamento 3,35), ponto em que atingiu a restrição inferior de 0,93 p.u. Em relação ao caso base (170%), registra-se um incremento de 65 pontos percentuais de operação regulamentar.
- **Margem Crítica:** O limite operativo mínimo (0,90 p.u.) ocorreu em 332,00% (Carregamento 4,32), configurando a maior margem de segurança entre os modelos testados.

A Tabela 18 detalha as tensões nodais nos limites normativos.

Tabela 18 – Tensões nodais (p.u.) com GD na Fase C - Caso 6 - Limites Operativos.

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 3,35)			Limite Crítico (Carreg.: 4,32)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9913	0,9891	0,9909	0,9905	0,9840	0,9861
3	0,9563	0,9435	0,9409	0,9443	0,9225	0,9161
4	0,9456	0,9305	0,9300	0,9326	0,9034	0,9001

A análise quantitativa demonstra que a estratégia de alocação direcionada atuou no controle da assimetria do barramento. No limite crítico, a diferença máxima de magnitude de tensão entre as fases na Barra 4 reduziu-se a 0,0325 p.u. (0,9326 p.u. na Fase A e 0,9001 p.u. na Fase C), enquanto a Fase B operou em 0,9034 p.u. A compensação na fase de maior demanda reverteu o descolamento das tensões observado nas inserções monofásicas desordenadas (Fases A e B).

As Figuras 45 e 46 apresentam as curvas PV até os limites do PRODIST. A menor dispersão visual entre as três trajetórias caracteriza a homogeneização dos níveis de tensão ao longo do estressamento do alimentador.

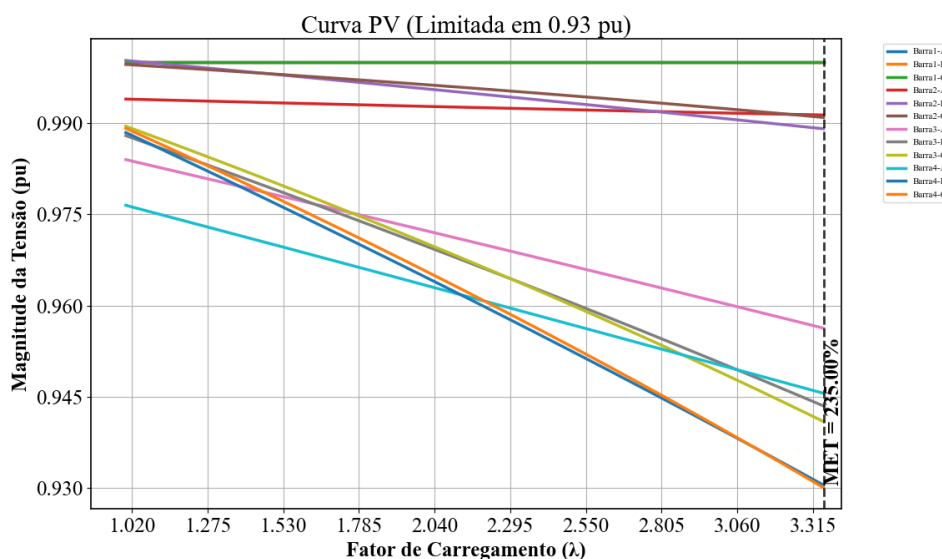


Figura 45 – Curva PV - Caso 6 - (GD Fase C) indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.).

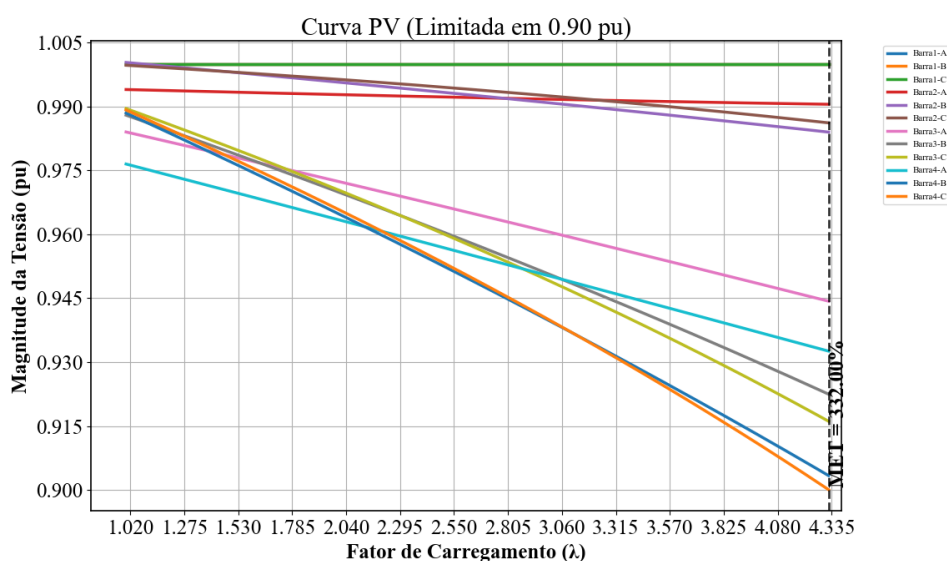


Figura 46 – Curva PV - Caso 6 - (GD Fase C) indicando o limite da faixa crítica (0,90 p.u.).

O comportamento ilustrado pelas curvas indica que as três fases apresentam decaimento de tensão de forma balanceada. Este cenário demonstra que a alocação de injeção ativa baseada na identificação prévia da fase crítica via Análise Modal Estática resulta na maximização da margem operativa em redes com desequilíbrio estrutural.

4.2.2.6.3 Análise do Desequilíbrio

Os parâmetros de qualidade de energia avaliados no ponto de bifurcação registraram os seguintes valores:

- **Fator de Desequilíbrio (FD %):** Reduziu-se para 3,55%. O valor é inferior ao Caso Base (3,68%) e aos cenários de alocação na Fase A e B, confirmando a mitigação da assimetria global.
- **Sequência Zero (V_0):** Apresentou o menor valor entre as injeções monofásicas simuladas, fixando-se em 0,0362 p.u.

A redução da componente de sequência zero evidencia que a corrente injetada pela GD na Fase C fluiu em oposição à corrente residual oriunda da carga, reduzindo a circulação no condutor de neutro e a queda de tensão em sua impedância de retorno. A injeção monofásica, neste caso, além de fornecer suporte ativo direto, alterou a composição das correntes de sequência, melhorando o perfil elétrico do alimentador e elevando a Margem de Estabilidade de Tensão.

4.2.2.7 Síntese Comparativa dos Cenários no Sistema IEEE 4 Barras

A Tabela 19 consolida os indicadores de desempenho obtidos para as diferentes estratégias de alocação de GD na Barra 4 (Barra Crítica), tomando como referência o Caso Base. Para

garantir a padronização na interpretação comparativa dos resultados, as métricas avaliadas foram organizadas nas seguintes colunas:

- **Cenário (Injeção na Barra 4):** Descreve a topologia de conexão da Geração Distribuída no nó de maior sensibilidade do sistema;
- **Margem de Estabilidade (MET):** Representa o carregamento máximo teórico (em porcentagem) suportado pela rede no ponto de bifurcação sela-nó;
- **Ganho/Perda Relativa:** Quantifica a variação da MET, em pontos percentuais (p.p.), utilizando o Caso 1 (Sem GD) como referencial;
- **Fator de Desequilíbrio (FD %):** Indica o nível de assimetria de tensão resultante no barramento no momento do colapso;
- **Sequência Zero (V_0):** Quantifica o módulo da componente de sequência zero no colapso, atuando como indicativo do deslocamento do ponto de neutro e da circulação de corrente residual;
- **Margem Adequada (PRODIST):** Assinala o nível de carregamento no qual a tensão da fase limitante atinge o limiar normativo inferior de 0,93 p.u.

Tabela 19 – Resumo Comparativo: Margem de Estabilidade x Qualidade de Energia (IEEE 4 Barras)

Cenário (Injeção na Barra 4)	MET	Varição Relativa	FD (%)	V_0 (p.u.)	Margem Adequada
1. Sem GD (Base)	382,00 %	-	3,68 %	0,0491	170,00 %
2. GD Equilibrada (3 MW)	401,00 %	+ 19 p.p.	3,74 %	0,0504	187,00 %
3. GD Bifásica (Fases A+B)	346,00 %	- 36 p.p.	3,90 %	0,0577	163,00 %
4. GD Monofásica (Fase A)	295,00 %	- 87 p.p.	4,12 %	0,0577	145,00 %
5. GD Monofásica (Fase B)	378,00 %	- 4 p.p.	3,79 %	0,0687	124,00 %
6. GD Monofásica (Fase C)	505,00 %	+ 123 p.p.	3,55 %	0,0362	236,00 %

A análise integrada dos resultados demonstra o comportamento dinâmico da rede frente às diferentes estratégias de injeção:

1. **Impacto da Injeção em Fases Não Críticas:** Os cenários de injeção nas Fases A (Caso 4), B (Caso 5) e Bifásica A+B (Caso 3) resultaram na redução da Margem de Estabilidade de Tensão. O aporte de potência ativa nas fases menos solicitadas exacerbou o desbalanço interno da rede. O Caso 4 caracterizou-se como a configuração de maior restrição, reduzindo a margem em 87 pontos percentuais e elevando o desequilíbrio para 4,12%.
2. **Comportamento da Injeção Equilibrada:** A alocação trifásica simétrica (Caso 2) proporcionou um incremento na MET global (401%) em virtude da compensação local de potência ativa. Contudo, essa topologia não atuou na correção da qualidade de energia,

mantendo os índices de FD% e V_0 ligeiramente superiores ao caso base. Isso indica que a mitigação de problemas assimétricos com fontes simétricas apresenta eficiência elétrica limitada.

3. **Correlação entre Sequência Zero (V_0) e Estabilidade de Tensão:** A inclusão da variável V_0 na síntese revela uma correlação fundamental identificada neste estudo: a magnitude da sequência zero é inversamente proporcional à capacidade de transferência de potência em regimes assimétricos. As injeções desordenadas (Casos 3, 4 e 5) intensificaram o deslocamento do neutro, registrando picos de V_0 entre 0,0577 e 0,0687 p.u. O aumento desta componente impõe quedas de tensão adicionais nas fases adjacentes através das impedâncias de retorno mútuas, precipitando o colapso da rede.
4. **Efeito da Compensação Direcionada à Fase Crítica:** O Caso 6 apresentou o desempenho analítico superior. Ao concentrar a injeção na fase de maior Fator de Participação, o sistema obteve uma MET de 505,00%. Esse resultado é sustentado matematicamente pela redução expressiva da componente V_0 para 0,0362 p.u. e do FD% para 3,55%. A injeção na fase crítica operou ativamente na restauração da simetria vetorial da rede, mitigando a corrente de neutro e maximizando o limite físico de operabilidade.
5. **Conformidade com os Limites Regulatórios:** A eficácia da alocação de GD reflete-se diretamente nos critérios normativos do PRODIST. Enquanto a injeção na Fase B retraiu a faixa de operação contínua para um carregamento de 124%, a alocação técnica na Fase C estendeu a margem de conformidade para 236%, postergando significativamente o instante em que a rede requer ações corretivas por subtensão.

O conjunto destes resultados comprova que, em alimentadores radiais desequilibrados, a Geração Distribuída deve ser abordada não apenas como um injetor escalar de potência ativa, mas como uma ferramenta vetorial de controle de tensão. A alocação orientada pela sensibilidade modal otimiza o uso da infraestrutura existente e previne a degradação cruzada entre as fases.

4.3 SISTEMA DE TESTE 3: IEEE 13 BARRAS

O segundo sistema utilizado para validação da metodologia proposta é o alimentador de teste IEEE 13 Barras. Este sistema é amplamente reconhecido na literatura por representar características típicas de redes de distribuição trifásicas de média tensão, operando em 4,16 kV.

O circuito caracteriza-se por uma topologia radial, alimentada por uma subestação, e apresenta um expressivo desequilíbrio de carga entre as fases. A rede é composta por linhas aéreas e subterrâneas, além de um transformador abaixador de tensão. Para a aplicação da análise de estabilidade de tensão trifásica, o sistema foi modelado considerando a representação completa das impedâncias de sequência e acoplamentos mútuos entre as fases em todos os trechos do alimentador.

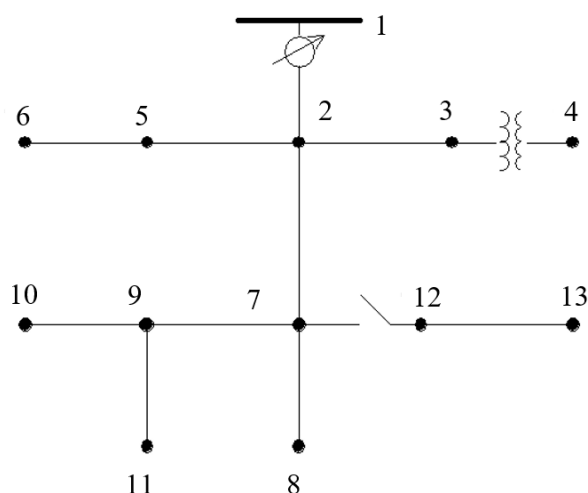


Figura 47 – Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 13 Barras.

As principais características do sistema modelado são:

- **Tensão Nominal:** 4,16 kV;
- **Potência Base:** 5,0 MVA;
- **Estrutura:** Rede trifásica a 4 fios (três fases + neutro);
- **Cargas:** Distribuídas de forma assimétrica, com potências ativas e reativas distintas para cada fase (A, B e C);
- **Linhas de Transmissão:** Modeladas por matrizes de impedância 3×3 , permitindo a análise detalhada das quedas de tensão e dos fluxos de potência em cada fase individualmente.

A Tabela 20 apresenta os dados de carga utilizados na simulação. Observa-se a heterogeneidade da demanda, onde determinadas barras possuem cargas conectadas apenas em uma ou duas fases, ou com valores díspares entre elas, o que submete a rede a uma condição natural de desequilíbrio de tensão.

Tabela 20 – Dados Completos de Carga do Sistema IEEE 13 Barras

Barra	ID Original	Tipo	Fase A (kW/kvar)	Fase B (kW/kvar)	Fase C (kW/kvar)
1	650	Slack	-	-	-
2	632	Carga	0 / 0	0 / 0	0 / 0
3	633	Carga	0 / 0	0 / 0	0 / 0
4	634	Carga	160 / 110	120 / 90	120 / 90
5	645	Carga	0 / 0	170 / 125	0 / 0
6	646	Carga	0 / 0	230 / 132	0 / 0
7	671	Carga	385 / 220	385 / 220	385 / 220
8	680	Carga	0 / 0	0 / 0	0 / 0
9	684	Carga	0 / 0	0 / 0	0 / 0
10	611	Carga	0 / 0	0 / 0	170 / 80
11	652	Carga	128 / 86	0 / 0	0 / 0
12	692	Carga	0 / 0	0 / 0	170 / 151
13	675	Carga	485 / 190	68 / 60	290 / 212

Quanto à infraestrutura física, os segmentos do alimentador são constituídos por condutores padronizados, cujos parâmetros elétricos — resistência, reatância e susceptância — derivam da geometria dos cabos e do espaçamento entre as fases. Para a modelagem trifásica completa, foram adotadas as configurações padrão IEEE: a configuração 601 para o tronco principal, a 602 para os ramais laterais e a 606 para os trechos subterrâneos. Essa caracterização assegura a fidelidade na representação das perdas e das quedas de tensão em todas as fases do sistema, cujos detalhes são apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 – Dados de Ramos e Parâmetros de Linha - IEEE 13 Barras

Painel A: Conectividade e Comprimento dos Ramos				
De	Para	Tipo	Comprimento (ft)	Configuração
1	2	Linha Aérea	2000	601 (Tronco)
2	5	Linha Aérea	500	602 (Ramal Trifásico)
5	6	Linha Aérea	300	602 (Ramal Trifásico)
2	3	Linha Aérea	500	601 (Tronco)
3	4	Transformador	-	XFM-1 (Subestação)
2	7	Linha Aérea	2000	601 (Tronco)
7	8	Linha Aérea	1000	601 (Tronco)
7	9	Linha Aérea	1100	601 (Tronco)
9	10	Linha Aérea	300	602 (Ramal Trifásico)
9	11	Linha Aérea	800	602 (Ramal Trifásico)
7	12	Subterrânea	500	606 (Cabo)
12	13	Subterrânea	500	606 (Cabo)

Painel B: Matrizes de Configuração de Linha (Ω/milha)					
Configuração 601 (Aérea - Tronco)					
$R_{601} =$	$\begin{bmatrix} 0,3465 & 0,1560 & 0,1580 \\ 0,1560 & 0,3375 & 0,1535 \\ 0,1580 & 0,1535 & 0,3414 \end{bmatrix}$	$X_{601} =$	$\begin{bmatrix} 1,0179 & 0,5017 & 0,4236 \\ 0,5017 & 1,0478 & 0,3849 \\ 0,4236 & 0,3849 & 1,0348 \end{bmatrix}$		
Configuração 602 (Aérea - Ramal)					
$R_{602} =$	$\begin{bmatrix} 0,7526 & 0,1580 & 0,1560 \\ 0,1580 & 0,7475 & 0,1535 \\ 0,1560 & 0,1535 & 0,7436 \end{bmatrix}$	$X_{602} =$	$\begin{bmatrix} 1,1814 & 0,4236 & 0,5017 \\ 0,4236 & 1,1983 & 0,3849 \\ 0,5017 & 0,3849 & 1,2112 \end{bmatrix}$		
Configuração 606 (Subterrânea)					
$R_{606} =$	$\begin{bmatrix} 0,7982 & 0,3192 & 0,2849 \\ 0,3192 & 0,7891 & 0,3192 \\ 0,2849 & 0,3192 & 0,7982 \end{bmatrix}$	$X_{606} =$	$\begin{bmatrix} 0,4463 & 0,0328 & -0,0143 \\ 0,0328 & 0,4041 & 0,0328 \\ -0,0143 & 0,0328 & 0,4463 \end{bmatrix}$		

Nota: Para o transformador (XFM-1), considerou-se $R = 1\%$ e $X = 8\%$ na base do sistema.

4.3.1 Análise Modal - Trifásica: Sem GD

Seguindo a metodologia aplicada ao sistema anterior, realizou-se a análise de estabilidade de tensão para o alimentador IEEE 13 Barras. O estudo inicial considera a rede em sua configuração passiva original, sem a presença de Geração Distribuída, submetendo-a ao crescimento progressivo de carga até a determinação do ponto de colapso de tensão e dos limites operativos regulatórios.

Na Figura 48 é apresentada a curva PV obtida para o sistema.

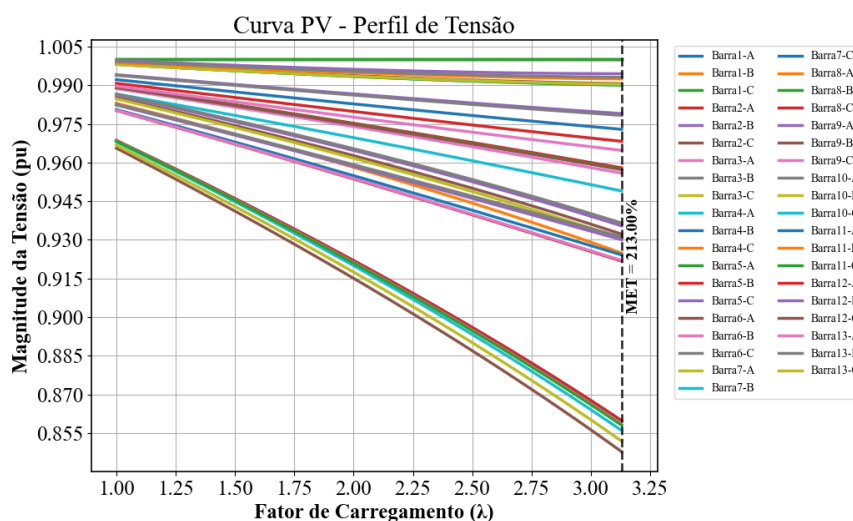


Figura 48 – Curva PV - Sistema IEEE 13 Barras sem GD

Observa-se que o sistema apresentou uma margem de estabilidade de tensão (MET) de 213,00% ($\lambda_{max} = 3,13$). Este valor é inferior ao observado no sistema de 4 barras, comportamento atribuído à maior complexidade topológica, impedâncias de linha mais elevadas e distribuição de carga heterogênea característica deste alimentador.

A Análise Modal Estática identificou a Barra 11 como a mais vulnerável do sistema, conforme a distribuição dos fatores de participação globais na Figura 49. É importante notar que, embora a Barra 12 apresente valores absolutos de tensão ligeiramente inferiores no ponto limite, a Barra 11 demonstrou maior sensibilidade vetorial às variações de potência reativa no modo crítico, sendo adotada como o ponto piloto para o monitoramento da estabilidade.

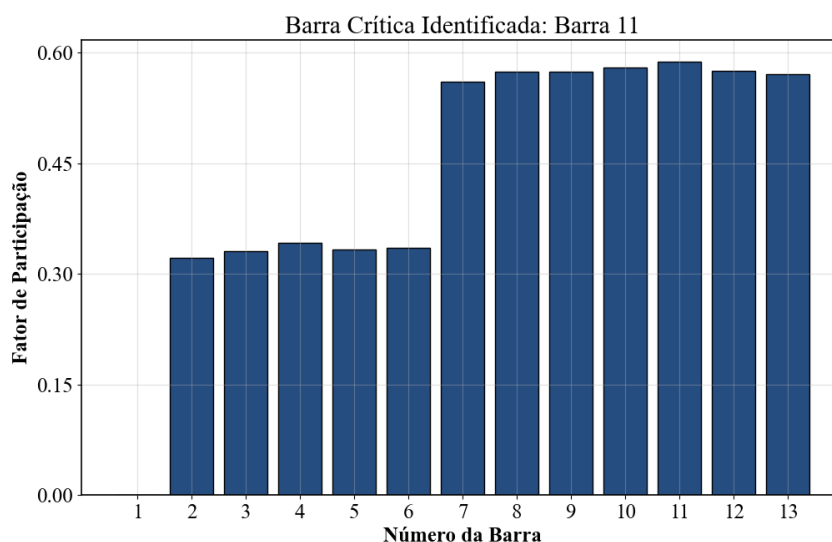


Figura 49 – Fatores de participação nodais - Sistema IEEE 13 Barras sem GD

A validação dessa sensibilidade é observada nas curvas P-V trifásicas individuais da Barra 11, apresentadas na Figura 50.

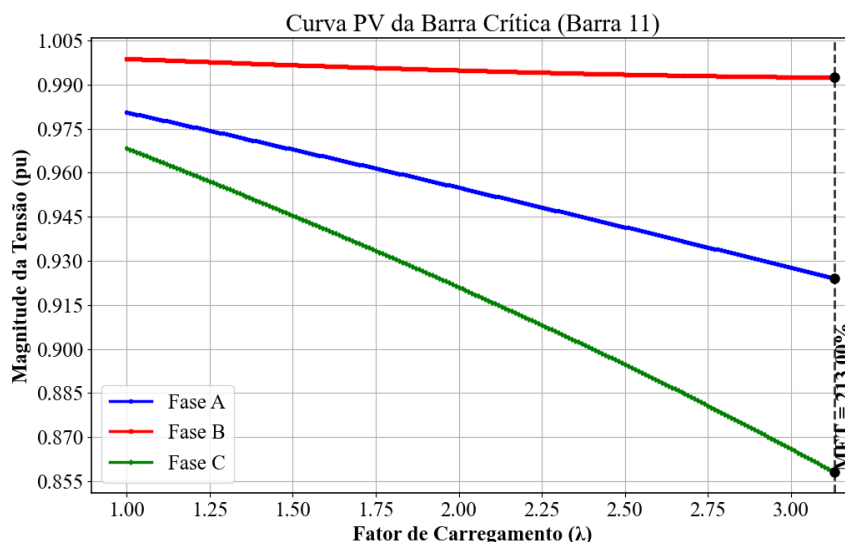


Figura 50 – Curvas P-V trifásicas da Barra 11 (Barra Crítica) - Sem GD

Para avaliar o comportamento da instabilidade em relação ao desequilíbrio das fases, os Fatores de Participação foram discriminados por fase no ponto de singularidade da matriz Jacobiana. A Figura 51 ilustra esta distribuição.

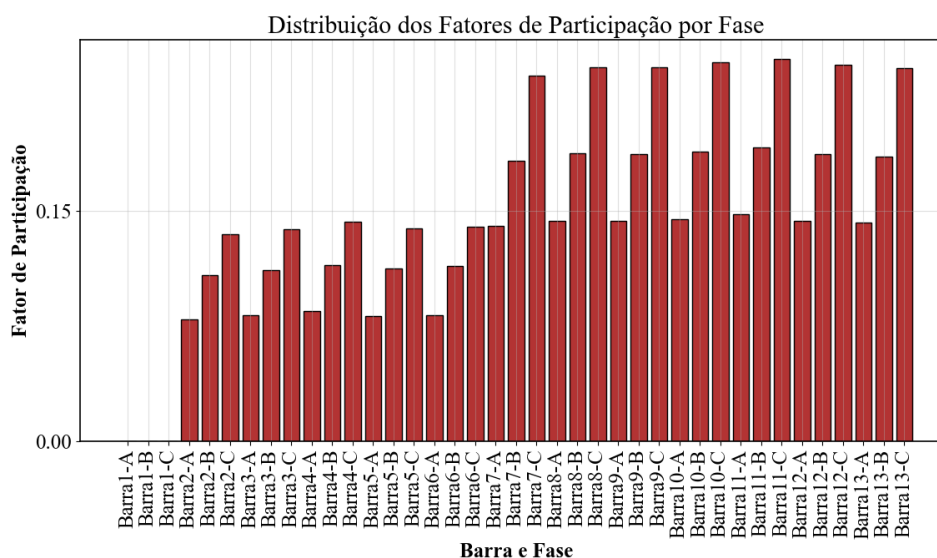


Figura 51 – Fatores de Participação por Fase - Sistema IEEE 13 Barras sem GD

A análise da Figura 51 indica a disparidade vetorial entre as fases. Na Barra 11 (crítica), o Fator de Participação da Fase C é substancialmente superior aos das demais fases. Este comportamento matemático demonstra que o limite de capacidade do sistema é ditado pelo esgotamento

da transferência de potência na Fase C. Observa-se que a Fase A apresenta participação reduzida devido à leveza de sua carga neste ramal específico, o que confirma a natureza heterogênea do colapso de tensão neste alimentador.

4.3.1.1 Limites Operativos e Normativos

A aplicação das restrições do Módulo 8 do PRODIST restringe a capacidade operacional do sistema em relação ao limite de bifurcação matemática.

- **Margem Adequada (0,93 p.u.):** O limite regulatório inferior foi atingido em um carregamento de 1,71 (Margem de 71,00%). Neste ponto de operação, a Fase C da Barra 12 atinge a restrição de 0,9299 p.u.
- **Margem Crítica (0,90 p.u.):** A transição para a zona crítica ocorre sob um carregamento de 2,27 (Margem de 127,00%), onde a Fase C restringe novamente a conformidade da rede.

A Tabela 22 consolida as tensões nodais correspondentes a esses cenários operacionais.

Tabela 22 – Tensões nodais (p.u.) nos limites operativos - IEEE 13 Barras - Sem GD

Barra	Limite Adequado (Carreg.: 1,71)			Limite Crítico (Carreg.: 2,27)		
	V_a	V_b	V_c	V_a	V_b	V_c
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9795	0,9888	0,9696	0,9713	0,9847	0,9560
3	0,9784	0,9884	0,9687	0,9698	0,9842	0,9548
4	0,9747	0,9855	0,9657	0,9649	0,9803	0,9508
5	0,9792	0,9830	0,9713	0,9709	0,9770	0,9583
6	0,9791	0,9811	0,9719	0,9708	0,9745	0,9591
7	0,9659	0,9947	0,9361	0,9523	0,9924	0,9082
8	0,9659	0,9947	0,9361	0,9523	0,9924	0,9082
9	0,9656	0,9949	0,9356	0,9519	0,9928	0,9073
10	0,9662	0,9947	0,9346	0,9526	0,9925	0,9058
11	0,9625	0,9959	0,9354	0,9477	0,9940	0,9071
12	0,9615	0,9971	0,9304	0,9462	0,9955	0,9002
13	0,9617	0,9964	0,9325	0,9464	0,9946	0,9030

A análise das tensões nodais evidencia o comportamento intrinsecamente assimétrico do sistema IEEE 13 Barras. O desequilíbrio estrutural (cargas distribuídas de forma desigual e trechos não transpostos) faz com que a Fase C opere sob restrição desde o estado base. No limite da faixa adequada (carregamento de 1,71), a Barra 12 desponta como o ponto mais sensível do alimentador, onde a Fase C atinge o limite de 0,9304 p.u. Curiosamente, neste mesmo instante e na mesma barra, a Fase B encontra-se inalterada, operando em 0,9971 p.u.

Por outro lado, ao submeter o sistema ao limite crítico (carregamento de 2,27), essa disparidade se intensifica. A Fase C atinge 0,9002 p.u. na Barra 12, enquanto a Fase B mantém-se em 0,9955 p.u. Tais resultados indicam que ferramentas de fluxo de carga baseadas em modelos de sequência positiva (equivalente monofásico) são insuficientes para prever o limite operativo desta rede, visto que a representação por valores médios ocultaria a restrição de tensão específica de uma fase.

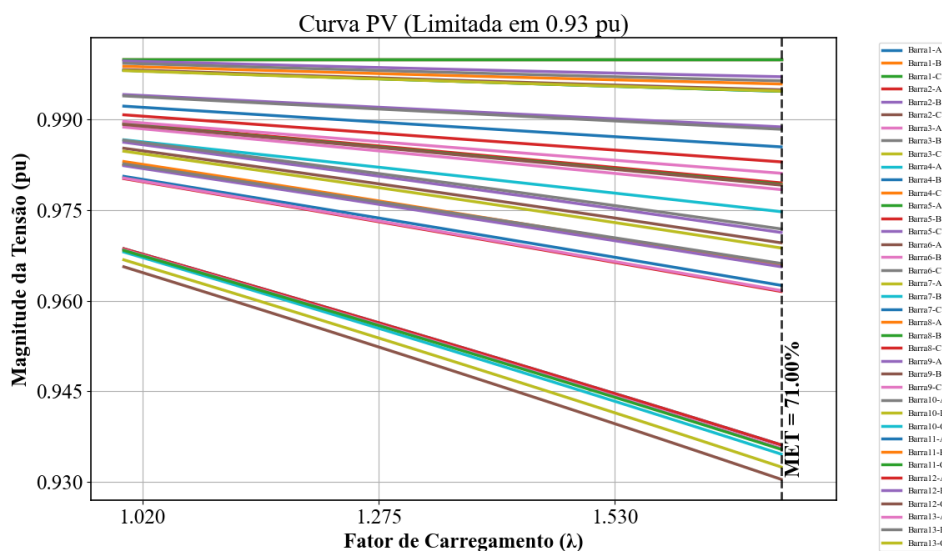


Figura 52 – Curva PV indicando o limite da faixa adequada (0,93 p.u.).

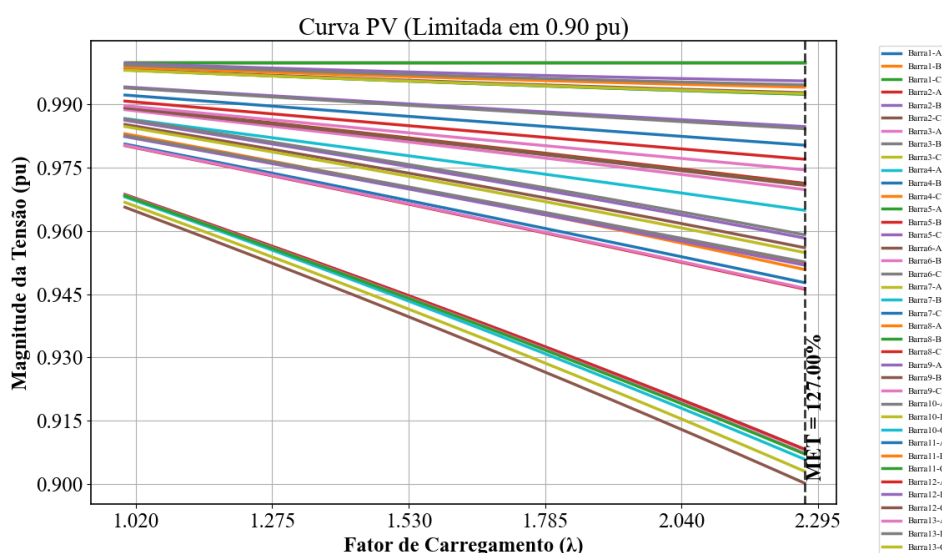


Figura 53 – Curva PV indicando o limite crítico (0,90 p.u.).

O comportamento ilustrado nas Figuras 52 e 53 traduz graficamente a assimetria discutida. Observa-se a dispersão fasorial conforme o fator de carregamento avança. A curva da Fase C demonstra um gradiente de tensão negativo contínuo, impondo a limitação global de transferência

ao alimentador. Em contrapartida, a curva da Fase B permanece plana durante o processo. Essa divergência visual fundamenta a aplicação de modelagens trifásicas para o monitoramento de margens em alimentadores de distribuição.

4.3.1.2 Análise do Desequilíbrio

A Análise das Componentes Simétricas na Barra 11 (Crítica) no ponto de colapso revelou:

- **Sequência Zero (V_0):** 0,0591 p.u.
- **Fator de Desequilíbrio (FD %):** 2,61%.

O Fator de Desequilíbrio de 2,61% ultrapassa o limite normativo estabelecido pelo PRO-DIST. A componente de sequência zero (V_0) atinge 0,0591 p.u., valor indicativo de deslocamento do referencial de neutro. A presença desta componente demonstra que a rede suporta correntes de retorno que acentuam a queda de tensão na fase de maior solicitação de potência, alterando a dinâmica de estabilidade em regime permanente.

4.3.2 Análise Modal - Trifásica: Com GD

Nesta etapa, a investigação é expandida para avaliar o impacto da inserção de Geração Distribuída (GD) no sistema IEEE 13 Barras. Em contraposição ao cenário passivo analisado anteriormente, a presença de fontes ativas altera o fluxo de potência e as tensões nodais do alimentador, modificando a Margem de Estabilidade de Tensão (MET) e o comportamento do desequilíbrio entre as fases.

Considerando a topologia do sistema e a identificação prévia da Barra 11 como o nó restritivo de estabilidade, este estudo analisa diferentes configurações de conexão. O objetivo é quantificar a contribuição da alocação da GD na mitigação da assimetria e na alteração da capacidade de transferência de potência da rede frente às restrições normativas do PRODIST.

4.3.2.1 Caso 1: Inserção de GD Equilibrada na Barra Crítica (Barra 11)

Neste cenário, investiga-se a conexão de uma unidade de Geração Distribuída trifásica equilibrada de 1 MW (0,333 MW por fase) na Barra 11, nó previamente identificado pela Análise Modal Estática como o de maior sensibilidade do sistema passivo. O objetivo é avaliar o impacto de uma injeção de potência simétrica sobre a estabilidade, os limites operativos e os indicadores de qualidade de energia de uma rede caracterizada por elevada assimetria estrutural.

A Tabela 23 compila os principais indicadores de desempenho obtidos na simulação deste cenário.

Tabela 23 – Resumo da Simulação - Caso 2 (GD Equilibrada na Barra 11).

Parâmetro de Avaliação	Valor Obtido
Margem de Estabilidade de Tensão (MET)	230,00%
Barra Crítica	Barra 11
Fase Crítica	Fase C
Maior Fator de Participação (Fase C da Barra 11)	0,2493
Fator de Participação das Fases A e B (Barra 11)	0,1436 / 0,1925
Fator de Participação Médio (Barra 11)	0,5854
Limite Operativo - Margem Adequada (0,93 p.u.)	1,80 (80,00%)
Limite Operativo - Margem Crítica (0,90 p.u.)	2,36 (136,00%)
Fator de Desequilíbrio (FD%) no Colapso	2,55%
Sequência Zero (V_0) no Colapso	0,0614 p.u.

A análise dos resultados sintetizados na Tabela 23 demonstra que a inserção da GD equilibrada resultou num incremento da capacidade de transferência de potência, elevando a MET de 213,00% (caso sem GD) para 230,00%. No entanto, a estratégia de injeção simétrica apresenta limitações claras em redes desequilibradas.

Os Fatores de Participação (FP) extraídos no ponto de bifurcação indicam que o vetor de instabilidade da rede não é alterado: a Fase C mantém o maior índice de sensibilidade (0,2493). A injeção de idêntica magnitude de potência (0,333 MW) nas Fases A e B atua de forma ineficiente, pois estas fases apresentam menor solicitação de carga e menores FPs (0,1436 e 0,1925, respetivamente).

Sob a ótica regulatória do PRODIST, a expansão dos limites operativos é restrita. A Margem Adequada é atingida num carregamento de 1,80, instante em que a Fase C da Barra 12 restringe a capacidade global do sistema ao atingir 0,9302 p.u. A mesma restrição ocorre para a Margem Crítica no carregamento de 2,36, evidenciando que a sustentação da tensão fornecida à Barra 11 não se propaga o suficiente para mitigar o esgotamento do nó a jusante.

O comportamento dos indicadores de desequilíbrio justifica a limitação da topologia equilibrada. Embora o Fator de Desequilíbrio (FD%) apresente uma redução marginal para 2,55%, regista-se um incremento na componente de sequência zero (V_0), que se eleva de 0,0591 p.u. (caso passivo) para 0,0614 p.u. A imposição de correntes simétricas numa rede assimétrica altera o fluxo residual, amplificando o retorno pelo condutor de neutro. Este deslocamento adicional do ponto de neutro impõe quedas de tensão transversais, fundamentando matematicamente a incapacidade da GD equilibrada em resolver a vulnerabilidade específica da fase limitante.

4.3.2.2 Caso 2: Inserção de GD Bifásica (Fases A e B) na Barra Crítica

Neste cenário, avalia-se a alocação de potência de 1 MW restrita de forma simétrica às Fases A e B (0,5 MW em cada) da Barra 11. A Fase C, previamente identificada como a mais crítica, não recebe injeção de potência ativa. O objetivo é quantificar a resposta de estabilidade e

de qualidade de energia do sistema frente à injeção de potência direcionada exclusivamente às fases com menores níveis de carregamento.

A Tabela 24 compila os principais indicadores de desempenho obtidos na simulação deste cenário.

Tabela 24 – Resumo da Simulação - Caso 3 (GD Bifásica nas Fases A e B da Barra 11).

Parâmetro de Avaliação	Valor Obtido
Margem de Estabilidade de Tensão (MET)	213,00%
Barra Crítica	Barra 11
Fase Crítica	Fase C
Maior Fator de Participação (Fase C da Barra 11)	0,2452
Fator de Participação das Fases A e B (Barra 11)	0,1404 / 0,2003
Fator de Participação Médio (Barra 11)	0,5860
Limite Operativo - Margem Adequada (0,93 p.u.)	1,64 (64,00%)
Limite Operativo - Margem Crítica (0,90 p.u.)	2,19 (119,00%)
Fator de Desequilíbrio (FD%) no Colapso	3,04%
Sequência Zero (V_0) no Colapso	0,0655 p.u.

A análise da Tabela 24 indica que a injeção confinada às Fases A e B não proporcionou expansão na fronteira de estabilidade do sistema, mantendo a MET em 213,00%, valor idêntico ao do Caso Base (sem geração).

Os Fatores de Participação extraídos no limite de convergência confirmam que o mecanismo de colapso permanece inalterado. A Fase C consolida-se como o vetor restritivo da capacidade de transferência da rede, registrando o maior índice de sensibilidade (0,2452). A injeção ativa mitigou a participação local das Fases A e B (0,1404 e 0,2003), mas foi ineficaz em alterar a trajetória de queda de tensão da fase crítica.

Sob a ótica dos limites regulatórios, a topologia bifásica resultou em restrição operativa. A Margem Adequada (0,93 p.u.) foi violada antecipadamente no carregamento de 1,64 (margem de 64,00%), configurando um decréscimo em relação aos 71,00% do Caso Base. O mesmo padrão repete-se para a Margem Crítica, atingida em 2,19 (margem de 119,00%). A capacidade operativa do alimentador demonstra ser estritamente limitada pela fase de maior solicitação elétrica.

A degradação dos limites operacionais é justificada matematicamente pelo comportamento das componentes simétricas. A injeção nas Fases A e B elevou o potencial destas fases, alterando a simetria vetorial da rede e acarretando um aumento do Fator de Desequilíbrio para 3,04%. Concomitantemente, a magnitude da componente de sequência zero (V_0) subiu para 0,0655 p.u. Este incremento na circulação de corrente residual exacerba o deslocamento do neutro, impondo quedas de tensão adicionais sobre a Fase C e fundamentando a redução de sua conformidade normativa perante os critérios do PRODIST.

4.3.2.3 Caso 3: Inserção de GD Monofásica (Fase A) na Barra Crítica

Neste cenário, avalia-se a alocação de 1 MW de potência ativa exclusivamente na Fase A da Barra 11. O objetivo desta injeção assimétrica é quantificar o impacto do suporte direcional em uma fase não crítica sobre a estabilidade de tensão, os limites operativos e os indicadores de simetria do sistema global.

A Tabela 25 compila os principais indicadores de desempenho obtidos na simulação deste cenário.

Tabela 25 – Resumo da Simulação - Caso 4 (GD Monofásica na Fase A da Barra 11).

Parâmetro de Avaliação	Valor Obtido
Margem de Estabilidade de Tensão (MET)	250,00%
Barra Crítica	Barra 11
Fase Crítica	Fase C
Maior Fator de Participação (Fase C da Barra 11)	0,2432
Fator de Participação das Fases A e B (Barra 11)	0,1336 / 0,2075
Fator de Participação Médio (Barra 11)	0,5844
Limite Operativo - Margem Adequada (0,93 p.u.)	1,95 (95,00%)
Limite Operativo - Margem Crítica (0,90 p.u.)	2,48 (148,00%)
Fator de Desequilíbrio (FD%) no Colapso	3,70%
Sequência Zero (V_0) no Colapso	0,0460 p.u.

A análise da Tabela 25 demonstra que a alocação monofásica na Fase A resultou na maior capacidade teórica de transferência de potência do estudo, elevando a MET para 250,00%. No entanto, a extração dos Fatores de Participação no ponto limite atesta que a hierarquia modal de instabilidade permaneceu inalterada. A Fase C consolidou-se como o elemento limitante do sistema, registrando o maior índice de sensibilidade (0,2432), enquanto a injeção local reduziu o Fator de Participação da própria Fase A para 0,1336.

Perante os limites normativos do PRODIST, a inserção estendeu a margem de operação admissível. A Margem Adequada foi atingida sob o carregamento de 1,95 (margem de 95,00%), instante em que a Fase C da Barra 12 restringe a operação por subtensão ao atingir o limite de 0,93 p.u. A Margem Crítica seguiu o mesmo comportamento de restrição pela Fase C, sendo alcançada em 2,48 (margem de 148,00%). Constata-se que a ausência de compensação direta na fase crítica faz com que esta atinja os patamares normativos inferiores de forma antecipada.

A avaliação das componentes simétricas revela um severo compromisso técnico associado a esta topologia. A injeção focada na Fase A atenuou significativamente a corrente residual de neutro, reduzindo a magnitude da sequência zero (V_0) para 0,0460 p.u., fato que justifica matematicamente o expressivo ganho de MET. Contudo, a assimetria de tensão imposta ao triângulo fasorial penalizou drasticamente a qualidade da energia elétrica. O Fator de Desequilíbrio (FD%) alcançou 3,70%, o maior índice registrado para o sistema IEEE 13 Barras, implicando em

violação regulatória. O comportamento comprova que a maximização unilateral da capacidade de transferência de potência sem coordenação modal eleva a componente de sequência negativa, inviabilizando a operação prática do alimentador por desrespeito às premissas normativas de assimetria.

4.3.2.4 Caso 4: Inserção de GD Monofásica (Fase B) na Barra Crítica

Neste cenário, avalia-se a alocação de 1 MW de potência ativa exclusivamente na Fase B da Barra 11. O objetivo é investigar a resposta do sistema frente à injeção de potência numa fase não crítica que já apresenta os maiores níveis de tensão natural e a menor solicitação de carga, verificando o impacto na estabilidade global e na conformidade regulatória da rede.

A Tabela 26 compila os principais indicadores de desempenho obtidos na simulação deste cenário.

Tabela 26 – Resumo da Simulação - Caso 5 (GD Monofásica na Fase B da Barra 11).

Parâmetro de Avaliação	Valor Obtido
Margem de Estabilidade de Tensão (MET)	177,00%
Barra Crítica	Barra 11
Fase Crítica	Fase C
Maior Fator de Participação (Fase C da Barra 11)	0,2455
Fator de Participação das Fases A e B (Barra 11)	0,1482 / 0,1941
Fator de Participação Médio (Barra 11)	0,5879
Limite Operativo - Margem Adequada (0,93 p.u.)	1,32 (32,00%)
Limite Operativo - Margem Crítica (0,90 p.u.)	1,91 (91,00%)
Fator de Desequilíbrio (FD%) no Colapso	2,91%
Sequência Zero (V_0) no Colapso	0,0861 p.u.

A análise da Tabela 26 evidencia que a alocação de potência ativa na Fase B reduziu drasticamente a capacidade operativa do alimentador. A MET decaiu para 177,00%, representando uma restrição significativa em relação à margem de 213,00% do sistema sem geração (Caso Base).

Os Fatores de Participação extraídos no ponto de colapso demonstram que a Fase C persiste como a restrição determinante para a transferência de potência, mantendo o maior índice de sensibilidade modal (0,2455). A injeção na Fase B (0,1941) elevou a magnitude de tensão local, mas não contribuiu para a mitigação da vulnerabilidade estrutural da fase crítica.

O impacto severo estende-se aos limites normativos do PRODIST. A Margem Adequada foi violada de forma prematura no carregamento de 1,32 (margem de 32,00%), configurando a pior condição operativa do estudo. Neste ponto, a Fase C da Barra 11 decaiu para 0,9302 p.u., em extrema oposição fasorial à Fase B, que atinge 1,0191 p.u. A transição para a zona crítica (0,90 p.u.) ocorre num carregamento de 1,91 (margem de 91,00%), confirmando a incapacidade da rede em suportar incrementos de demanda sob essa topologia de injeção.

A fundamentação matemática para a acentuada degradação da capacidade de carga reside nos indicadores de assimetria. A injeção unilateral na Fase B provocou o maior deslocamento do ponto de neutro de todas as simulações, culminando numa componente de sequência zero (V_0) de 0,0861 p.u. e elevando o Fator de Desequilíbrio para 2,91%. A intensificação da corrente de retorno pelo condutor de neutro impõe uma severa queda de tensão transversal sobre a Fase C, acelerando o seu decaimento. Este comportamento atesta que, em redes desbalanceadas, a inserção de geração ativa numa fase adjacente não crítica atua como um agente redutor da estabilidade de tensão sistêmica.

4.3.2.5 Caso 5: Inserção de GD Monofásica (Fase C) na Barra Crítica

Neste cenário, avalia-se a alocação de 1 MW de potência ativa exclusivamente na Fase C da Barra 11. Esta fase foi previamente identificada pela Análise Modal Estática como o vetor de restrição operativa do sistema em seu estado passivo. O objetivo é quantificar a resposta de estabilidade e de qualidade de energia da rede frente a uma compensação ativa direcionada especificamente ao elemento de maior solicitação de carga.

A Tabela 27 compila os principais indicadores de desempenho obtidos na simulação deste cenário.

Tabela 27 – Resumo da Simulação - Caso 6 (GD Monofásica na Fase C da Barra 11).

Parâmetro de Avaliação	Valor Obtido
Margem de Estabilidade de Tensão (MET)	245,00%
Barra Crítica	Barra 11
Fase Crítica	Fase C
Maior Fator de Participação (Fase C da Barra 11)	0,2549
Fator de Participação das Fases A e B (Barra 11)	0,1578 / 0,1721
Fator de Participação Médio (Barra 11)	0,5848
Limite Operativo - Margem Adequada (0,93 p.u.)	1,85 (85,00%)
Limite Operativo - Margem Crítica (0,90 p.u.)	2,69 (169,00%)
Fator de Desequilíbrio (FD%) no Colapso	1,43%
Sequência Zero (V_0) no Colapso	0,0749 p.u.

A análise da Tabela 27 demonstra que a injeção direcionada à Fase C atuou como um equalizador do estresse sistêmico, estabelecendo uma Margem de Estabilidade de Tensão (MET) de 245,00%. Este resultado quantifica um expressivo ganho de capacidade operativa em relação ao Caso Base (213,00%) e ao cenário de injeção equilibrada (230,00%).

A extração dos Fatores de Participação evidencia a mitigação da restrição localizada. Embora a Fase C mantenha o maior índice de sensibilidade (0,2549), a injeção ativa compensou o esgotamento prematuro dessa fase. Ocorreu uma redistribuição do perfil modal de tensão, fazendo com que a Fase A (0,1578) passasse a compartilhar a responsabilidade pela restrição de estabilidade, caracterizando um processo de estressamento mais homogêneo do alimentador.

A estratégia de compensação refletiu-se em ganhos substanciais nos indicadores de conformidade do PRODIST. O sistema operou dentro da Margem Adequada até o carregamento de 1,85 (margem de 85,00%), configurando um acréscimo em comparação ao Caso Base (71,00%). Neste ponto operativo, a restrição deixa de ser ditada exclusivamente pela Fase C e passa a ser demarcada de forma concorrente pela Fase A da Barra 11, que atinge 0,9302 p.u. O limite normativo inferior (Margem Crítica de 0,90 p.u.) foi postergado para o carregamento de 2,69 (margem de 169,00%).

A constatação técnica mais relevante desta topologia reside na otimização dos indicadores de desequilíbrio. Ao injetar corrente ativa na fase de maior solicitação de demanda, a geração operou em oposição vetorial ao desbalanço natural da rede. Essa atuação reduziu severamente a componente de sequência negativa (V_2), o que derrubou o Fator de Desequilíbrio (FD%) para 1,43%. Este é o menor índice verificado em todo o estudo do sistema IEEE 13 Barras, posicionando-se abaixo da referência normativa máxima de 2,00%. Embora a natureza monofásica da injeção resulte, inevitavelmente, numa componente de sequência zero (V_0) de 0,0749 p.u., a atenuação predominante da assimetria fasorial consagra a injeção guiada pela Análise Modal como a abordagem de maior eficiência para a maximização simultânea da capacidade de carga e da qualidade da energia elétrica.

4.3.2.6 Síntese Comparativa dos Cenários no Sistema IEEE 13 Barras

A Tabela 28 consolida os indicadores de desempenho obtidos para as estratégias de alocação de GD analisadas na Barra 11, tomando como referência o Caso Base. Para fundamentar a análise técnica dos impactos sistêmicos, as métricas avaliadas foram organizadas nas seguintes colunas:

- **Cenário (Injeção na Barra 11):** Descreve a configuração topológica e as fases escolhidas para a alocação da Geração Distribuída no nó de maior sensibilidade;
- **Margem de Estabilidade (MET):** Representa o limite máximo de carregamento (em porcentagem) suportado pelo sistema no ponto de colapso de tensão (bifurcação sela-nó);
- **Variação Relativa:** Quantifica, em pontos percentuais (p.p.), a alteração da MET, adotando o Caso 1 (Sem GD) como referencial;
- **Fator de Desequilíbrio (FD%):** Afere a assimetria vetorial de tensão resultante entre as fases no limite de estabilidade;
- **Sequência Zero (V_0):** Quantifica o módulo da componente de sequência zero no colapso, atuando como indicativo do nível de deslocamento do referencial de neutro;
- **Margem Adequada (PRODIST):** Indica o limite de carregamento no qual a tensão da fase mais restritiva atinge a restrição normativa inferior de 0,93 p.u.

Tabela 28 – Resumo Comparativo: Margem de Estabilidade e Qualidade de Energia na Barra 11 - IEEE 13 Barras.

Cenário (Injeção na Barra 11)	MET	Variação Relativa	FD (%)	V_0 (p.u.)	Margem Adequada
1. Sem GD (Caso Base)	213,00 %	-	2,61 %	0,0591	71,00 %
2. GD Equilibrada Trifásica	230,00 %	+ 17 p.p.	2,55 %	0,0614	80,00 %
3. GD Bifásica (Fases A+B)	213,00 %	0 p.p.	3,04 %	0,0655	64,00 %
4. GD Monofásica (Fase A)	250,00 %	+ 37 p.p.	3,70 %	0,0460	95,00 %
5. GD Monofásica (Fase B)	177,00 %	- 36 p.p.	2,91 %	0,0861	32,00 %
6. GD Monofásica (Fase C)	245,00 %	+ 32 p.p.	1,43 %	0,0749	85,00 %

A análise integrada dos dados consolidados permite extrair conclusões fundamentais sobre o comportamento dinâmico da rede IEEE 13 Barras frente a injeções assimétricas:

1. **Limitação da Injeção Equilibrada:** A estratégia de injeção trifásica simétrica (Caso 2) proporcionou um incremento na MET teórica para 230,00%. Contudo, a alocação de potência ativa em fases de menor solicitação manteve a restrição estrutural da rede. O Fator de Desequilíbrio permaneceu praticamente inalterado (2,55%), e observou-se uma elevação na sequência zero (V_0) para 0,0614 p.u., demonstrando eficiência limitada para mitigar o colapso de tensão.
2. **Efeito do Deslocamento de Neutro (Fase B):** A inserção de GD direcionada à Fase B (Caso 5) quantificou a restrição operativa de alocações não coordenadas. A MET decaiu para 177,00% em correlação direta com o pico da componente de sequência zero ($V_0 = 0,0861$ p.u.). O aporte de potência na fase não crítica acentuou o retorno de corrente pelo neutro, induzindo quedas de tensão adicionais que anteciparam o colapso do sistema.
3. **Correlação entre MET e Sequência Zero (Caso Fase A):** O Caso 4 (injeção na Fase A) estabeleceu a maior Margem de Estabilidade do estudo (250,00%). Este resultado contraria a hipótese inicial de que a compensação direta da fase crítica (C) resultaria compulsoriamente na maior capacidade de transferência absoluta. A justificativa analítica fundamenta-se na variável V_0 : a injeção exclusiva na Fase A atuou na minimização do deslocamento do referencial de neutro, registrando o menor valor de sequência zero entre todos os cenários (0,0460 p.u.). A redução das perdas associadas ao fluxo residual permitiu a maximização da curva PV. Entretanto, esse ganho de potência ativa foi obtido em detrimento da simetria angular das fases (aumento da componente de sequência negativa V_2), o que penalizou o Fator de Desequilíbrio, elevando-o ao nível máximo de 3,70%.
4. **Otimização dos Indicadores Qualitativos (Fase C):** O Caso 6 (injeção na Fase C) resultou em uma MET de 245,00%, ligeiramente inferior à do Caso 4, justificada por um V_0 superior (0,0749 p.u.). Contudo, este cenário atua como a solução técnica definitiva ao compatibilizar estabilidade e qualidade. Ao compensar diretamente a fase de maior solicitação, a injeção anulou a assimetria da corrente de carga, promovendo o menor Fator de Desequilíbrio do estudo (1,43%).

Conclui-se que, no alimentador IEEE 13 Barras, o ganho estrito de Margem de Estabilidade de Tensão (MET) apresenta correlação inversamente proporcional à magnitude da sequência zero (V_0). Todavia, o planejamento de expansão deve balizar o ganho de carregamento com a manutenção da conformidade regulatória. A injeção monofásica seletiva na fase limitante ditada pela Análise Modal Estática (Fase C) provou ser a configuração ótima, restabelecendo os níveis de desequilíbrio para dentro da norma do PRODIST ($< 2,0\%$) e maximizando a operação sistêmica.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e a aplicação de uma metodologia baseada na Análise Modal Estática para a avaliação da estabilidade de tensão em sistemas de distribuição, evoluindo de uma abordagem monofásica equivalente para uma modelagem trifásica completa. A metodologia foi validada através de simulações computacionais nos sistemas IEEE 14, 4 e 13 Barras, permitindo não apenas identificar os nós críticos, mas também quantificar o impacto da Geração Distribuída (GD) sob a ótica das Componentes Simétricas.

A análise inicial no sistema IEEE 14 Barras (Monofásico) confirmou a eficácia da ferramenta na detecção de fragilidades topológicas. Os resultados demonstraram que a inserção de GD contribui para o aumento da Margem de Estabilidade de Tensão (MET), contudo, a magnitude desse ganho é dependente da localização: a injeção de potência na barra crítica (Barra 14) proporcionou os melhores índices de desempenho. Observou-se, ainda, que o aumento da capacidade de geração (de 1 MW para 5 MW e injeção mútua) eleva a capacidade de carregamento do sistema, mas não altera a hierarquia de vulnerabilidade das barras, indicando que a GD atua como um suporte operacional de potência ativa, sem modificar as características estruturais da rede.

O avanço para a modelagem trifásica, com testes nos sistemas IEEE 4 e 13 Barras, revelou a contribuição principal deste trabalho: a constatação matemática de que, em redes desequilibradas, a estabilidade de tensão não é definida unicamente pela magnitude da potência ativa total injetada, mas pela sua distribuição fasorial.

As simulações evidenciaram os seguintes comportamentos operacionais:

- 1. Limitação da Abordagem Equilibrada:** A estratégia de conectar fontes trifásicas simétricas apresentou eficiência restrita em ambos os sistemas avaliados. Embora eleve a margem de carregamento global (de 382,00% para 401,00% no sistema IEEE 4 Barras e de 213,00% para 230,00% no IEEE 13 Barras), essa configuração não atuou na mitigação do Fator de Desequilíbrio (FD%), direcionando potência ativa para fases que não apresentam solicitação restritiva de suporte de tensão.
- 2. Impacto da Injeção em Fases de Menor Carregamento:** Os cenários de injeção nas fases com maior magnitude de tensão natural evidenciaram a dependência entre a MET e as componentes simétricas. No sistema IEEE 4 Barras, a injeção monofásica na Fase A reduziu a MET de 382,00% para 295,00% e elevou o Fator de Desequilíbrio para 4,12%, como consequência direta do aumento da tensão de deslocamento de neutro. No sistema IEEE 13 Barras, o comportamento apresentou divergências: a injeção na Fase A configurou-se como uma alocação favorável para o limite de carregamento, resultando

na maior MET do estudo (250,00%) ao minimizar a corrente de sequência zero (V_0). Contudo, essa maximização da transferência de potência impõe restrições operacionais de qualidade, visto que eleva a componente de sequência negativa (V_2) e resulta em um Fator de Desequilíbrio de 3,70%. Em contrapartida, a injeção na Fase B neste mesmo sistema reduziu a MET para 177,00% e limitou a margem normativa a 32,00%, devido à elevação expressiva da sequência zero (V_0). Tais resultados indicam o compromisso técnico entre a elevação da capacidade de carga e a manutenção dos critérios regulatórios de Qualidade de Energia Elétrica.

3. **Compensação Direcionada à Fase Crítica:** A injeção monofásica concentrada na fase de maior Fator de Participação (Fase C) estabeleceu-se como a estratégia de otimização sistêmica. No sistema IEEE 4 Barras, essa configuração proporcionou a maior capacidade operativa, atingindo uma MET de 505,00%, atrelada à mitigação do Fator de Desequilíbrio para 3,55% e à minimização da sequência zero. No sistema IEEE 13 Barras, esta mesma abordagem compatibilizou o aumento do carregamento (245,00%) com a melhoria da simetria fasorial, reduzindo o Fator de Desequilíbrio para 1,43% e restabelecendo-o para os limites normativos do PRODIST.

Conclui-se que a Análise Modal Estática trifásica é uma ferramenta aplicável ao planejamento de expansão de sistemas de distribuição. Em redes assimétricas, modelar a GD exclusivamente como um injetor escalar de potência ativa pode resultar em sobreposição de limites de desbalanceamento ou subaproveitamento de margens de estabilidade. A alocação da geração deve atuar de maneira coordenada com a demanda específica de cada fase, otimizando a infraestrutura instalada e postergando intervenções físicas de reforço de rede.

5.1 PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho estabeleceu uma base analítica para a avaliação de estabilidade em sistemas desequilibrados com presença de GD. Para dar continuidade a esta linha de pesquisa e expandir as formulações desenvolvidas, sugerem-se as seguintes extensões:

- **Análise da Correlação entre MET e Sequência Zero (V_0):** Aprofundar a formulação matemática e a investigação analítica sobre como o deslocamento do referencial de neutro e a elevação da componente de sequência zero (V_0) interferem diretamente no colapso de tensão e na capacidade máxima de transferência de potência ativa em redes com diferentes topologias de aterramento;
- **Aplicação em Sistemas de Grande Porte:** Validar a escalabilidade computacional da metodologia aplicando-a em sistemas de teste com centenas ou milhares de barras (como o IEEE 123 Barras ou o IEEE 8500 Nós), nos quais a dimensão matricial e o acoplamento eletromagnético entre as fases impõem maiores complexidades numéricas;

- **Algoritmo de Otimização para Alocação de GD:** Implementar métodos meta-heurísticos (como Algoritmos Genéticos ou Otimização por Enxame de Partículas) para determinar a barra e a distribuição fasorial ótima de potência (P_a, P_b, P_c) que maximizem a Margem de Estabilidade de Tensão (MET) e minimizem o Fator de Desequilíbrio de forma simultânea;
- **Análise com Inversores Inteligentes (Smart Inverters):** Expandir a modelagem computacional da GD para integrar a capacidade de injeção e absorção de potência reativa (Q). Investigar o impacto das funções de controle autônomo (como Volt-Var) na mitigação de sobretensões assimétricas e no suporte de tensão dinâmico;
- **Análise Temporal e Estocástica (Time-Series):** Transpor a avaliação estática orientada ao pior cenário para simulações temporais em ciclos diários, incorporando a variabilidade estocástica das fontes renováveis intermitentes (fotovoltaica e eólica) e o perfil dinâmico da carga, avaliando a estabilidade frente a rampas de demanda e flutuações de geração.

REFERÊNCIAS

ABREU, I. F. Análise do problema de máxima geração distribuída observando o critério estático de estabilidade de tensão. *Dissertação de Mestrado, UFRJ, Rio de Janeiro-RJ*, Março 2017. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 14.

AFFONSO, C. M.; SILVA, L. J.; SILVA, L. C. P. Avaliação da estabilidade de tensão do sistema brasileiro – um caso de estudo. *Revista Controle Automação*, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 13, 17, 20 e 21.

ALI, A. et al. Voltage stability monitoring and improvement in a renewable energy dominated deregulated power system: A review. *Energy Reports*, Elsevier, v. 11, p. 2128–2145, 2025. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 25.

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica. *Resolução Normativa nº 956, de 7 de dezembro de 2021*. Brasília, DF, 2021. Módulo 8 - Qualidade do Fornecimento de Energia Elétrica. Disponível em: <<https://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2021956.pdf>>. Citado 6 vezes nas páginas 25, 26, 36, 37, 38 e 56.

BARCELOS, R. P. *Fluxo de potência trifásico em redes de distribuição desbalanceadas utilizando Newton-Raphson*. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica)) — Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS, 2017. Orientador: Ghendy Cardoso Jr., Dr.Eng. Citado 3 vezes nas páginas 13, 30 e 32.

BRIGATTO, G. A. A. Teoria do problema do fluxo de carga - material didático. *Apostila da disciplina Tópicos em Sistemas Eletro-Eletrônicos, do Programa de Pós-Graduação da EMC/UFG*, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.

DIAS, M. V. X. Geração distribuída no Brasil: oportunidades e barreiras. *Dissertação de Mestrado em Engenharia de Energia, Universidade Federal de Itajubá*, 2008. Citado na página 24.

Distribution System Analysis Subcommittee. *IEEE 4 Node Test Feeder*. [S.l.], 2006. Revisado em 19 de setembro de 2006. Citado na página 55.

GAO, B.; MORISON, G. K.; KUNDUR, P. Voltage stability evaluation using modal analysis. *System Planning Division, Ontario, Canada*, November 1992. Citado 9 vezes nas páginas 9, 13, 14, 17, 20, 21, 22, 23 e 39.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. *Power System Analysis*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

JOUANNE, A. V.; BANERJEE, B. Assessment of voltage unbalance. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 4, p. 1325–1334, 1999. Citado na página 35.

KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. de; ROBBA, E. J. *Introdução a Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica*. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 30, 32, 33, 34 e 39.

KERSTING, W. H. *Distribution System Modeling and Analysis*. 4th. ed. [S.l.]: CRC Press, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 13, 34 e 35.

KOPCAK, I. Melhoria das margens de estabilidade de tensão no problema do pré-despacho da operação através de corte mínimo de carga. *Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP*, Março 2003. Citado 7 vezes nas páginas 9, 13, 17, 18, 19, 20 e 21.

KUMARI, R. et al. Voltage stability margin enhancement with optimal dg and d-statcom allocation in radial distribution system. In: *Smart Grid and Emerging Sustainable Technologies*. [S.l.]: Springer, 2024. p. 257–270. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 25.

KUNDUR, P. *Power System Stability and Control*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1994. Citado 7 vezes nas páginas 9, 13, 14, 19, 21, 23 e 34.

KUNDUR, P. et al. Definition and classification of power system stability ieeecigre joint task force on stability terms and definitions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 3, p. 1387–1401, 2004. Citado na página 18.

LI, X. et al. Research on coordinated voltage control in distribution networks based on photovoltaics and distributed energy storage. In: *2024 IEEE International Conference on Energy Internet (ICEI)*. [S.l.]: IEEE, 2024. Citado na página 14.

LIMA, C. M.; MENDES, M. A.; BATISTA, O. E. Estudo da estabilidade de tensão em sistemas de distribuição com alta penetração de geração distribuída. *Anais do Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, 2020. Disponível em: <<https://sba.org.br/2020/12/17/estudo-da-estabilidade-de-tensao-em-sistemas-de-distribuicao-com-alta-penetracao-de-geracao-distribuida/>>. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 24.

LIMA, D. A. C. et al. Estudo da estabilidade de tensão no modelo ieee 14 barras considerando a perda de elementos e a entrada de gd. In: *Anais da XXIV Jornada de Pesquisa*. Santa Maria, RS: [s.n.], 2017. Citado na página 48.

MONTICELLI, A. J. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. 1. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.

NAZIFA, S. et al. Analysis of the impact of pv penetration in distribution network: A case study in ieee 14 bus system. In: *2021 International Conference on Automation, Control and Mechatronics for Industry 4.0 (ACMI)*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1–6. Citado na página 48.

PANDE, S. S.; TELRANDDHE, S. T.; NAIK, S. D. Static voltage stability analysis of large bus power system. *Proceedings of the Third International Conference on Computing Methodologies and Communication (ICCMC)*, 2019. Citado na página 13.

PILLAY, P.; MANYAGE, M. Definitions of voltage unbalance. *IEEE Power Engineering Review*, v. 21, n. 5, p. 49–51, 2001. Citado na página 35.

QUEIROZ, L. G. O. et al. Variação de tensão em rede de distribuição de energia elétrica com alta penetração de geração distribuída fotovoltaica. *Anais do Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE)*, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 24.

SENA, K. L.; SANTOS, V. M. C. Análise modal estática aplicada ao problema de fluxo de carga em coordenada retangular para avaliação de estabilidade de tensão. *Trabalho de Conclusão de Curso, UFG, Goiânia-GO*, Fevereiro 2024. Citado 7 vezes nas páginas 10, 13, 16, 19, 20, 21 e 23.

SHARMA, C.; GANNESS, M. G. Determination of the applicability of using modal analysis for the prediction of voltage stability. *POWERENG 2007, Setubal, Portugal*, April 2007. Citado na página 13.

SILVA, J. V. Estudo da estabilidade de tensão em redes de distribuição com geração distribuída. *Trabalho de Conclusão de Curso, UTFPR, Pato Branco-PR*, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 14.

VALDEZ, J.; GARCÍA, E.; ÁGUILA, A. Quasi-dynamic evaluation of high solar pv penetration effects on voltage stability and power quality in unbalanced distribution networks. *Preprints.org*, 2024. Citado na página 14.

VIVENZA, S. D.; GOMES, M. F. Energy, distributed generation and the principle of legal certainty. research, society and development. *Research, Society and Development*, v. 11, n. 01, 2022. Citado na página 24.

ZHANG, Y. et al. Static-voltage-stability analysis of renewable energy-integrated distribution power system based on impedance model index. *Energies*, MDPI, v. 17, n. 5, p. 1028, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 24.