

Lucas Fiorini Cruz

**Uma nova abordagem baseada em autovalores
para a estimação de posições de fontes
cerebrais utilizando sinais eletroencefalográficos**

Goiânia

2018



**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Lucas Fiorini Cruz

Título do trabalho: Uma nova abordagem baseada em autovalores para a estimação de posições de fontes cerebrais utilizando sinais eletroencefalográficos

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento **SIM** **NÃO**¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:

Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 07 / 08 / 2018

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

Lucas Fiorini Cruz

**Uma nova abordagem baseada em autovalores para a
estimação de posições de fontes cerebrais utilizando
sinais eletroencefalográficos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, da Escola de Engenharia Elétrica Mecânica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação

Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos

Goiânia

2018

Lucas Fiorini Cruz

Uma nova abordagem baseada em autovalores para a estimação de posições de fontes cerebrais utilizando sinais eletroencefalográficos/ Lucas Fiorini Cruz. – Goiânia, 2018-

117 p. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás – UFG

Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, 2018.

1. EEG. 2. Autovalores 3. Estimação de Posição de Fontes I. Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos II. Universidade Federal de Goiás. III. Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação. IV. Mestrado



Ata de Defesa de Dissertação de Mestrado

Ata da sessão de julgamento da Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, área de concentração Engenharia Elétrica, do candidato **Lucas Fiorini Cruz** realizada em 18 de maio de 2018.

Aos dezoito dias do mês de maio de dois mil e dezoito, às 14:00 horas, na sala Caryocar Brasiliensis nas dependências da Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Universidade Federal de Goiás (UFG), reuniram-se os seguintes membros da Comissão Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação: os Doutores Rodrigo Pinto Lemos – Orientador (EMC/UFG), Marcus Fraga Vieira – EMC/UFG, Hugo Vinícius Leão e Silva - IFG, Anápolis e Flávio Henrique Teles Vieira - EMC/UFG para julgar a Dissertação de Mestrado de **Lucas Fiorini Cruz** intitulada "**Uma nova abordagem baseada em autovalores para a estimação de posições de fontes cerebrais utilizando sinais eletroencefalográficos**", apresentada pelo candidato como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre, em conformidade com a regulamentação em vigor. O Professor Doutor Rodrigo Pinto Lemos, Presidente da Comissão, abriu a sessão e apresentou o candidato que discorreu sobre seu trabalho, após o que, foi arguido pelos membros da Comissão na seguinte ordem: Prof. Dr. Marcus Fraga Vieira, Prof. Dr. Hugo Vinícius Leão e Silva e Prof. Dr. Flávio Henrique Teles Vieira. A parte pública da sessão foi então encerrada e a Comissão Examinadora reuniu-se em sessão reservada para deliberar. A Comissão julgou então que o candidato, tendo demonstrado conhecimento suficiente, capacidade de sistematização e argumentação sobre o tema de sua Dissertação, foi considerado **aprovado** e deve satisfazer as exigências listadas na Folha de Modificação, em anexo a esta Ata, no prazo máximo de 60 dias, ficando o professor orientador responsável por atestar o cumprimento dessas exigências. Os membros da Comissão Examinadora descreveram as justificativas para tal avaliação em suas respectivas Folhas de Avaliação, anexas a esta Ata. Nada mais havendo a tratar, o presidente da Comissão declarou encerrada a sessão. Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-graduação desta Universidade, a presente Ata foi lavrada, lida e, julgada conforme, segue assinada pelos membros da Comissão supracitados e pelo candidato. Goiânia, 18 de maio de 2018.

Comissão Examinadora designada:

Prof. Dr. Rodrigo Pinto Lemos – Orientador (EMC/UFG) (Avaliação: APROVADO)

Prof. Dr. Marcus Fraga Vieira – EMC/UFG (Avaliação: APROVADO)

Prof. Dr. Hugo Vinícius Leão e Silva - IFG, Anápolis (Avaliação: _____)

Prof. Dr. Flávio Henrique Teles Vieira – EMC/UFG (Avaliação: APROVADO)

Prof. Dr. Vinícius da Cunha Martins Borges - INF/UFG (Avaliação: _____)

Candidato


Lucas Fiorini Cruz

*Este trabalho é dedicado a todos aqueles que, de alguma forma,
depositam sua fé na ciência.*

Agradecimentos

Primeiramente a meus pais, Elizabeth Fiorini de Carvalho e Márcio José da Cruz, que sempre confiaram em mim e me deram condições para estudar e mudar.

Ao meu falecido avô, Geraldo de Carvalho, que, desde cedo, acreditou em mim e ajudou como pôde.

Ao meu orientador, Prof. Doutor Engenheiro Rodrigo Pinto Lemos, por sua confiança, por sua enorme paciência e pelas orientações certas.

Ao meu querido amigo e sempre professor, Prof. Mestre Fernando Soares Coutinho, que alimentou minha primeira chama de curiosidade pela ciência.

À minha namorada, Lana Carolina Barreto Mendonça, pela compreensão em momentos de cansaço e ausência.

A todo o grupo de pesquisa INCOMM/EMC/UFG, onde fiz amigos para toda uma vida, pelos momentos de trabalho e diversão.

“No rio, entramos e não entramos, somos e não somos”.
(Heráclito de Éfeso - 535 a.C. - 475 a.C.)

Resumo

Sinais de eletroencefalografia (EEG) são amplamente utilizados em análises clínicas e para fins de pesquisas devido ao seu caráter não invasivo e por possuírem informações sobre as atividades neurais ligadas às funções e anomalias cerebrais, incluindo a epilepsia. Nos casos relacionados à epilepsia parcial, intervenções cirúrgicas são recomendadas e a precisa localização da região epileptogênica é uma condição *sine qua non* para tal procedimento. Nesse sentido, para fins de controle, este trabalho se inicia com a proposta de um novo modelo matemático das atividades elétricas do cérebro que, quando comparado ao modelo Dipolo elétrico - encontrado na literatura - aproxima-se mais do real, apresentando diferentes características agregadas como refração e, especialmente, atenuação dependente da frequência da onda. Em outro plano, também é proposto um novo método que estima as posições das fontes elétricas cerebrais a partir de picos espectrais produzidos por autovalores da soma da matriz de covariância espacial do sinal EEG com uma matriz de covariância espacial relacionada a uma fonte simulada que, numericamente, é posicionada em pontos de diferentes camadas horizontais do cérebro. A chave para essa abordagem é selecionar os autovalores menos afetados pelo ruído e utilizá-los para construir o espectro de busca. Para analisar a robustez e acurácia do método, avalia-se o seu desempenho em relação à raiz do erro médio quadrático (REMQR) para diferentes valores de relação sinal-ruído (SNR), comparando-o ao algoritmo MUSIC (*Multiple Signal Classification*), baseado em subespaços ortogonais, e ao NSF (*Noise Subspace Fitting*), método baseado em “distância” entre subespaços (*subspace fitting*). Todos os resultados são gerados para o modelo de sinal usual e o proposto, com fim de avaliar a acurácia conferida a cada um destes. Posteriormente, os modelos de sinal são comparados quanto à filtragem espacial, buscando a determinação da forma de onda de uma fonte em particular. A abordagem proposta apresenta uma menor SNR de limiar de desempenho e uma maior acurácia sob condições ruidosas em todos os casos analisados e nos dois modelos. O novo modelo do sinal tornou a estimação DOA mais precisa em todos os casos estudados, além de ter conferido maior precisão à filtragem espacial, quando comparado ao modelo usual.

Palavras-chave: EEG, DOA EEG, Localização de fontes cerebrais, Localização de focos epileptogênicos.

Abstract

Electroencephalography (EEG) measurements are widely used in clinical assessments for research due to its noninvasive nature and for providing several informations on the neural activity associated to both neural functions and disorders, including epilepsy syndromes. In cases related with partial epilepsy, surgical interventions are recommended and the accurate location of the seizure becomes a *sine qua non* prerequisite for those procedures. Brain source position estimation can help in the selection and classification of brain spots. In this sense, for control purposes, this work begins with the development of a mathematical model that is more electromagnetically representative than the usual model, presenting different aggregate characteristics such as refraction and, especially, frequency dependent attenuation of the wave. We also propose a new method that estimates the source positions from spectral peaks produced by the eigenvalues of the sum of the spatial covariance matrix of the EEG signals and a spatial covariance matrix related to a simulated source that is numerically swept throughout every point on different horizontal layers of the brain. The key approach was to select the eigenvalues that were less affected by the noise and use them to produce the search spectrum. In order to assess the accuracy and robustness of the proposed method, we compared its RMSE (Root Mean Square Error) performance at different SNRs (Signal-to-Noise Ratio) to those of MUSIC (Multiple Signal Classification), a method based on orthogonal subspaces, and NSF (Noise Subspace Fitting), a method based on subspace fitting. The results were produced for both the usual and proposed signal model in order to evaluate their accuracy. Subsequently, the signal models were compared after spatial filtering, aiming the determination of the waveform of a particular source. The proposed approach presents the lowest threshold SNR and the highest accuracy under noisy conditions for all analyzed cases and for both models. The new approach for the signal model made the estimation more accurate in all the studied cases, besides providing greater accuracy on spatial filtering, when compared to the usual model.

Keywords: EEG, DOA EEG, Brain sources localization, Epileptogenic foci localization.

Sumário

1	Introdução	23
1.1	Motivação	24
1.2	Objetivos gerais	25
1.3	Objetivos específicos	25
1.4	Organização dos capítulos	25
2	Modelagem do sinal de EEG	27
2.1	Definição do problema	28
2.2	Observações gerais	29
2.3	Modelo do sinal - Dipolo elétrico	30
2.4	Proposta de modelo eletromagnético do sinal - Antena dipolo	33
2.4.1	Derivação do modelo	34
2.5	Considerações sobre o sinal	42
2.6	Matriz de covariância espacial	43
2.7	Medida de desempenho de métodos de estimação da posição de fontes	45
3	Métodos DOA e <i>beamforming</i>	46
3.1	O método MUSIC	46
3.1.1	Espectro unidimensional	48
3.1.2	Espectro bidimensional	50
3.2	O critério de distância entre subespaços de ruído - <i>NSF - Noise Subspace Fitting</i>	52
3.2.1	Espectro unidimensional	53
3.2.2	Espectro bidimensional	54
3.3	<i>Beamforming</i>	56
4	Análise de autovalores em estimação de posição de fontes cerebrais	58
4.1	Comportamento dos autovalores no modelo de sinal Dipolo	59
4.2	Comportamento dos autovalores no modelo de sinal proposto Antena Dipolo	61
4.3	Considerações	64
5	Proposta de método baseado em autovalores para estimação de posições de fontes cerebrais	65
5.1	Aplicação no modelo de sinal Dipolo	65
5.2	Aplicação no modelo de sinais proposto Antena Dipolo	67
5.3	Considerações sobre o método	69

6	Resultados e análises de desempenho de estimação, tempo de execução e <i>beamforming</i>	71
6.1	Avaliação da Acurácia da Estimação e sua Robustez ao Ruído	71
6.1.1	Estimação unidimensional	72
6.1.2	Estimação bidimensional	73
6.2	Análise de proximidade de fontes	75
6.2.1	Modelo dipolo	75
6.2.2	Modelo antena dipolo	76
6.3	Considerações quanto à densidade de pontos da varredura	77
6.4	Tempo de execução	78
6.4.1	Modelos de sinal	78
6.4.2	Estimadores	79
6.5	<i>Beamforming</i>	79
7	Conclusões	83
7.1	Conclusões sobre o método proposto	83
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	84
	Referências	85
	APÊNDICE A Campo de uma Antena Dipolo de comprimento finito	88
	APÊNDICE B Análise de autovalores	90
B.1	Comportamento dos autovalores no modelo de sinal Dipolo	90
B.1.1	Comportamento na ausência de ruído para $M = 2$ fontes	90
B.1.2	Comportamento na presença de ruído para $M = 2$ fontes	91
B.1.3	Comportamento na ausência de ruído para $M = 3$ fontes	93
B.1.4	Comportamento na presença de ruído para $M = 3$ fontes	93
B.2	Comportamento dos autovalores no modelo de sinal Antena Dipolo	95
B.2.1	Comportamento na ausência de ruído para $M = 2$ fontes	96
B.2.2	Comportamento na presença de ruído para $M = 2$ fontes	96
B.2.3	Comportamento na ausência de ruído para $M = 3$ fontes	98
B.2.4	Comportamento na presença de ruído para $M = 3$ fontes	99
	APÊNDICE C Análises de desempenho	101
C.1	Estimação unidimensional	101
C.1.1	Modelo Dipolo $M = 1$	101
C.1.2	Modelo Antena Dipolo $M = 1$	102
C.1.3	Modelo Dipolo $M = 2$	104
C.1.4	Modelo Antena Dipolo $M = 2$	105
C.1.5	Modelo Dipolo $M = 3$	106

C.1.6	Modelo Antena Dipolo $M = 3$	107
C.2	Estimação bidimensional	109
C.2.1	Modelo Dipolo $M = 1$	109
C.2.2	Modelo Antena Dipolo $M = 1$	110
C.2.3	Modelo Dipolo $M = 2$	112
C.2.4	Modelo Antena Dipolo $M = 2$	113
C.2.5	Modelo Dipolo $M = 3$	114
C.2.6	Modelo Antena Dipolo $M = 3$	115

Lista de abreviaturas e siglas

EEG	Eletroencefalografia
FE	Foco Epileptogênico
SNC	Sistema Nervoso Central
HFO	<i>High Frequency Oscillation</i>
DOA	<i>Direction Of Arrival</i>
NSF	<i>Noise Subspace Fitting</i>
MUSIC	<i>MUltiple Signal Classification</i>
SEAD	<i>SEArch of Direction by differential spectrum</i>
MPDR	<i>Minimum Power Distortionless Response</i>
MATLAB	<i>MATrix LABoratory</i>
SVD	<i>Single Value Decomposition</i>
REMQ	Raiz do Erro Médio Quadrático

Lista de símbolos

V	Potencial escalar
\vec{r}_s	Posição arbitrária de um sensor
\mathbf{V}_s	Matriz de dados de sinal
ξ	Matriz de ruído
\mathbf{V}	Matriz de sinal ruidoso
\vec{E}	Campo elétrico
\vec{B}	Campo magnético
\dot{A}	Potencial vetor
μ	Permeabilidade magnética
\dot{H}	Campo magnético irradiado
ϵ	Permissividade elétrica
\mathbf{R}	Matriz de covariância
\mathbf{A}	Matriz de relações de amplitude de sensores
σ^2	Variância de ruído
\mathbf{I}	Matriz identidade
\mathbf{P}	Matriz de correlação
K	Número de sensores
N	Número de amostras
M	Número de fontes
λ	Autovalor
$\hat{\mathbf{R}}$	Matriz \mathbf{R} estimada
P_{MU}	Função MUSIC
$\hat{\mathbf{R}}_\xi$	Subespaço de ruído de $\hat{\mathbf{R}}$

NSF	Função NSF
$\hat{\mathbf{R}}_s$	Matriz de busca
S	Função baseada em autovalores

Lista de ilustrações

Figura 2.1 –Simulador BESA [©] de EEG	27
Figura 2.2 –Sistema 10/20	28
Figura 2.3 – <i>Forward problem</i> e <i>Inverse problem</i>	29
Figura 2.4 –Vetor dipolo	30
Figura 2.5 –Modelo esférico	31
Figura 2.6 –Sinal EEG sem ruído.	32
Figura 2.7 –Sinal EEG com ruído.	33
Figura 2.8 –Antena Dipolo	35
Figura 2.9 –Distribuição de corrente em uma antena dipolo curto	35
Figura 2.10 –Sistema de coordenadas esféricas	36
Figura 2.11 –Refração de uma onda Eletromagnética	39
Figura 2.12 –Modelo de busca pelo θ_{best} . Inclinação de propagação sem considerar a refração.	40
Figura 2.13 –Modelo de busca pelo θ_{best} . Inclinação de propagação considerando a refração.	41
Figura 2.14 –Características de frequência de um EEG	43
Figura 3.1 –Disposição de sensores com padrão 10/20	48
Figura 3.2 –Intervalo de busca unidimensional representado pela reta preta e os discos coloridos são as fontes dispostas com fim ilustrativo.	49
Figura 3.3 –Fonte: (BESA, 2017)	49
Figura 3.4 –(a) Modelo Dipolo com duas fontes (b) Modelo Dipolo com três fontes. As curvas cinzas sobrepostas representam cada um dos 1000 experimentos e a curva preta corresponde ao espectro médio de todos os experimentos. As linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.	49
Figura 3.5 –(a) Modelo Antena Dipolo com duas fontes (b) Modelo Antena Dipolo com três fontes. As curvas cinzas sobrepostas representam cada um dos 1000 experimentos e a curva preta corresponde ao espectro médio de todos os experimentos. As linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.	50
Figura 3.6 –Intervalo de busca bidimensional representado pela área preta e os discos coloridos sendo as fontes, os vetores azul e amarelo representam as posições das fontes e o último gráfico suas representações cartesianas.	51
Figura 3.7 –Fonte: (BESA, 2017)	51

Figura 3.8 –Modelo Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativas na superfície média.	51
Figura 3.9 –Modelo Antena Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativas na superfície média.	52
Figura 3.10 –(a) Modelo Dipolo com duas fonte (b) Modelo Dipolo com três fontes - Curvas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos sobrepostos e a curva preta sendo a média de todos os experimentos, as linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.	54
Figura 3.11 –(a) Modelo Antena Dipolo com duas fonte (b) Modelo Antena Dipolo com três fontes - Curvas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos sobrepostos e a curva preta sendo a média de todos os experimentos, as linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.	54
Figura 3.12 –Modelo Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativa da superfície média.	55
Figura 3.13 –Modelo Antena Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativa da superfície média.	55
Figura 3.14 –Representação da irradiação <i>beamforming</i>	56
Figura 3.15 – <i>Beamforming</i>	57
Figura 4.1 –Espectros dos quatro maiores autovalores na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	59
Figura 4.2 –Espectros dos dois primeiros maiores autovalores e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte	60
Figura 4.3 –Espectros do terceiro, quarto, vigésimo e vigésimo primeiro autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	61
Figura 4.4 –Espectros dos dois maiores autovalores na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	62
Figura 4.5 –Espectros do terceiro e quarto maiores autovalores na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	62
Figura 4.6 –Espectros dos dois maiores autovalores e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	63
Figura 4.7 –Espectros do terceiro, quarto, vigésimo e vigésimo primeiro autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	63

Figura 5.1	–(a) $M = 1$ (b) $M = 2$ (c) $M = 3$ - Função S . Linhas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos, linha preta o seu comportamento médio e linhas pontilhadas verticais as posições das fontes.	66
Figura 5.2	–(a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 1$ fonte.	66
Figura 5.3	–(a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 2$ fontes.	67
Figura 5.4	–(a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 3$ fontes.	67
Figura 5.5	–(a) $M = 1$ (b) $M = 2$ (c) $M = 3$ - Função S . Linhas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos, linha preta o seu comportamento médio e linhas pontilhadas verticais as posições das fontes.	68
Figura 5.6	–(a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 1$ fonte.	68
Figura 5.7	–(a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 2$ fontes.	69
Figura 5.8	–(a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 3$ fontes.	69
Figura 6.1	–REM _Q versus SNR. Posição da fonte: $x_1 = 20$ mm.	72
Figura 6.2	–REM _Q versus SNR. Posições das 2 fontes: $x_1 = 20$ mm; $x_2 = -10$ mm	72
Figura 6.3	–REM _Q versus SNR. Posições das 3 fontes: $x_1 = -60$ mm; $x_2 = 0$ mm; $x_3 = 60$ mm	73
Figura 6.4	–REM _Q versus SNR. Posição da fonte em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (40$ mm, $90^\circ, 60^\circ)$	74
Figura 6.5	–REM _Q versus SNR. Posições das fontes em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (30$ mm, $90^\circ, -60^\circ)$; $\vec{r}_2 = (60$ mm, $90^\circ, 60^\circ)$	74
Figura 6.6	–REM _Q versus SNR. Posições das fontes em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (40$ mm, $90^\circ, -130^\circ)$; $\vec{r}_2 = (15$ mm, $90^\circ, 100^\circ)$; $\vec{r}_3 = (50$ mm, $90^\circ, 15^\circ)$	75
Figura 6.7	–Posição da segunda fonte \times SNR \times REM _Q para o Modelo Dipolo	76
Figura 6.8	–Posição da segunda fonte \times SNR \times REM _Q para o Modelo Antena Dipolo	77
Figura 6.9	–Modelo Dipolo - REM _Q versus SNR. Posições das fontes em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (20$ mm, $90^\circ, -100^\circ)$; $\vec{r}_2 = (25$ mm, $90^\circ, 100^\circ)$; $\vec{r}_3 = (60$ mm, $90^\circ, 15^\circ)$	77
Figura 6.10	–Densidade de pontos da grade de busca \times REM _Q a 20 dB	78
Figura 6.11	–Média normalizada dos sinais captados pelos sensores - Modelo Dipolo	80
Figura 6.12	–Média normalizada dos sinais captados pelos sensores - Modelo Antena Dipolo em módulo	80
Figura 6.13	–Fonte posicionada em 60 mm filtrada espacialmente pelo MPDR - Modelo Dipolo	81
Figura 6.14	–Fonte posicionada em 60 mm filtrada espacialmente pelo MPDR - Modelo Antena Dipolo	81
Figura B.1	–Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte	90

Figura B.2 –Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	91
Figura B.3 –Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	92
Figura B.4 –Espectros de cada autovalor na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	93
Figura B.5 –Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	94
Figura B.6 –Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	95
Figura B.7 –Espectros de cada autovalor na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	96
Figura B.8 –Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	96
Figura B.9 –Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	97
Figura B.10 Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	98
Figura B.11 Espectros de cada autovalor na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.	98
Figura B.12 Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	99
Figura B.13 Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte . . .	100
Figura C.1 –(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.	102
Figura C.2 –(a) SNR=10 dB (b) SNR=17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.	102
Figura C.3 –(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.	102
Figura C.4 –(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.	103
Figura C.5 –(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.	103
Figura C.6 –(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.	103
Figura C.7 –(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.	104

Figura C.8	–(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.	104
Figura C.9	–(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.	105
Figura C.10	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.	105
Figura C.11	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.	106
Figura C.12	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.	106
Figura C.13	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.	107
Figura C.14	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.	107
Figura C.15	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.	107
Figura C.16	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.	108
Figura C.17	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.	108
Figura C.18	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.	109
Figura C.19	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.	110
Figura C.20	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.	110
Figura C.21	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.	110
Figura C.22	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.	111
Figura C.23	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.	111
Figura C.24	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.	111
Figura C.25	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.	112
Figura C.26	(a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.	112

Figura C.27 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.	113
Figura C.28 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.	113
Figura C.29 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.	114
Figura C.30 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.	114
Figura C.31 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.	115
Figura C.32 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.	115
Figura C.33 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.	115
Figura C.34 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.	116
Figura C.35 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.	116
Figura C.36 (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.	117

Lista de tabelas

Tabela 2.1 –Características físicas dos meios	42
Tabela 6.1 –Tempo de geração dos sinais conforme os modelos de sinal tratados neste trabalho.	79
Tabela 6.2 –Tempo de execução dos métodos	79
Tabela C.1 –REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 1$	101
Tabela C.2 –REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 1$	103
Tabela C.3 –REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 2$	104
Tabela C.4 –REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 2$	105
Tabela C.5 –REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 3$	106
Tabela C.6 –REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 3$	108
Tabela C.7 –REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 1$	109
Tabela C.8 –REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 1$	111
Tabela C.9 –REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 2$	112
Tabela C.10 REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 2$	113
Tabela C.11 REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 3$	114
Tabela C.12 REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 3$	116

1 Introdução

O corpo humano produz diversos tipos de biopotenciais e entre eles estão os sinais eletroencefalográficos (EEG), provenientes da atividade elétrica do encéfalo. Pelas mãos do alemão Hans Berger, em 1929, nasceu a eletroencefalografia, dando início a diversos estudos e transformando o EEG em uma ferramenta para pesquisas e diagnósticos simples e ainda atual (VAID; SINGH; KAUR, 2015). A gama de frequências no EEG varia normalmente entre 1Hz e 80Hz, sendo os sinais divididos em diferentes ritmos: delta, theta, alfa e beta, relacionados ao estado da atividade cerebral do indivíduo e coletados em diferentes áreas do escalpo(KAUR; KAUR, 2015). Para essa coleta são distribuídos diversos eletrodos, com a quantidade e posições variáveis conforme as características dos sinais que se busca.

A necessidade de diagnósticos mais precisos está presente em uma variedade de doenças e uma dessas é a Epilepsia, relatada desde a Roma Antiga. Caracterizada como uma desordem neurológica, que atinge aproximadamente de um a dois por cento da população mundial (XIA et al., 2015), ela é diagnosticada normalmente por meios clínicos e com ajuda de exames de ressonância magnética, tomografia computadorizada ou eletroencefalografia.

A epilepsia pode ser descrita como um quadro clínico produzido por uma descarga elétrica súbita, anormal e desordenada dos neurônios. Tais descargas podem compreender uma, várias ou todas as categorias e níveis do sistema nervoso, gerando surtos psíquicos, motores, sensitivos, sensoriais e compreendendo descargas elétricas, todas as quais são expressão de epilepsia como patogenia e a constituem (GRAM, 1990, p-17).

Em caráter neurofisiológico, a epilepsia pode ser caracterizada como um fenômeno em geral breve e transitório. É uma crise cerebral que resulta numa descarga excessiva de um grupo mais ou menos vasto de células nervosas. Esse fenômeno é resultado de uma descarga síncrona, anormal e excessiva de um grupo de neurônios do sistema nervoso central (SNC) (DUMAS; GIORDANO, 1993, p-13).

Algumas das manifestações sintomáticas podem ser divididas como um fenômeno chamado de caráter positivo, compreendendo sintomas como abalos motores, posturas anormais e sensações anormais; ou de caráter negativo, como perda de consciência, hipotonia muscular, afasia ou uma combinação de ambos (GHERPELLI; MANREZA, 1995, p-681).

Várias pesquisas em diversos setores da medicina (psiquiatria e neurofisiologia) e da engenharia (automação) utilizam os sinais captados por EEG. Especialmente no diagnóstico de epilepsia descobriu-se o grande potencial do registro das oscilações em alta frequência (HFO), acima de 80 Hz, para caracterização de surtos e marcação de áreas cerebrais epileptogênicas (ZIJLMANS et al., 2012), sendo este último o foco deste trabalho.

1.1 Motivação

Existem dois tipos de epilepsia quanto às áreas do cérebro ativadas:

1. A Generalizada: os sintomas indicam que diferentes áreas do cérebro têm seus neurônios ativados. Embora o início do surto seja em uma região apenas, rapidamente outras áreas se envolvem, normalmente bilaterais;
2. A Parcial: os sintomas indicam a ativação inicial de um grupo localizado de neurônios. Na maioria dos casos as crises se manifestam de forma súbita e inesperada. O paciente pode ou não estar consciente do que está passando.

Mesmo com o vasto número de drogas anticonvulsivas atualmente disponíveis, entre 25 e 30% dos pacientes permanecem refratários ao tratamento, ou seja, apresentando crises mesmo sob uso de medicamentos. Essa refratariedade, que é normalmente mais presente nas epilepsias parciais do que nas generalizadas, causa um grande desconforto social e é de um grande prejuízo na qualidade de vida e autoestima. Tais fatos sugerem que uma intervenção cirúrgica seja necessária (BLUMER, 2002).

Apenas uma parte dos pacientes portadores de epilepsia refratária são candidatos a fazer cirurgia (CARREÑO; LÜDERS, 2007). Desses, a maior parte é portadora de epilepsia parcial (ROGER; BUREAU; DRAVET, 2005). Tanto a definição sobre a realização da cirurgia quanto a técnica a ser utilizada dependem da localização e do número de focos epileptogênicos (FEs), além do tipo de epilepsia (SCHUELE; LÜDERS, 2008). Portanto, pode-se concluir que a identificação dos FEs é uma condição indispensável para indicação cirúrgica (FILHO et al., 2014).

Objetivando a estimação de posições de fontes cerebrais, o algoritmo MUSIC (*MUltiple SIgnal Classification*), comumente utilizado em estimações DOA (*Direction Of Arrival*), é aplicado em (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013), utilizando de um modelo esférico da cabeça (MALMIVUO; PLONSEY, 1995). Outra abordagem para a estimação de posições de fontes vem pelo método NSF (*Noise Subspace Fitting*), apresentado em (OTTERSTEN; VIBERG; KAILATH, 1992), sendo aplicado neste trabalho pela primeira vez com o intuito de localização de fontes cerebrais. Contudo, os métodos citados possuem sua estimação prejudicada na presença de ruído e o modelo esférico adotado requer diversas simplificações.

Como resultado da estimação das posições, é possível, também, fazer um estudo de cada fonte separadamente, permitindo determinar de qual fonte parte o surto, elegendo, portanto, o(s) FE(s). No entanto, pra isso são necessárias técnicas de *beamforming*, utilizando um procedimento de filtragem espacial (TREES, 2004).

1.2 Objetivos gerais

Os objetivos gerais deste trabalho são:

- Desenvolver um novo modelo de sinal EEG baseado em uma antena dipolo propagando para meios com características distintas, levando em consideração fenômenos eletromagnéticos; e
- analisar a relação de autovalores com as posições das fontes, inspirando-se em (FERREIRA; LEMOS, 2005) e (KUNZLER et al., 2015), para propor um novo método para a estimação de fonte mais preciso e robusto.

1.3 Objetivos específicos

Pode-se dividir os objetivos nos seguintes tópicos:

- Propor um modelo baseado em uma antena dipolo e defini-lo matematicamente;
- Analisar os autovalores e suas relações com as posições das fontes que se deseja estimar;
- Definir um novo método a partir do estudo dos autovalores de uma matriz de covariância espacial de busca;
- Avaliar o desempenho de estimação do método proposto e compará-lo com os do MUSIC e do NSF;
- Avaliar o desempenho do método proposto quanto à aplicação de *beamforming* utilizando o algoritmo *Minimum Power Distortionless Response* (MPDR); e
- Comparar os métodos citados quanto aos seus tempos de execução.

1.4 Organização dos capítulos

Este trabalho está organizado de tal forma a fundamentar e definir modelos teóricos de sinais EEG, apresentar soluções com os métodos MUSIC e NSF para estimação de posição de fontes, definir o *beamformer* MPDR, analisar autovalores de uma matriz de covariância espacial de busca e propor um novo método baseado nos mesmos. Por fim, este capítulo traça conclusões a partir simulações e comparações em termos de acurácia, robustez e tempo de execução com os métodos da literatura.

O Capítulo 2 apresenta a definição do problema de estimação de parâmetros. Fundamenta e define o modelo esférico de sinal EEG baseado em dipolo e propõe um

novo modelo, também esférico, porém baseado em uma antena dipolo. Faz-se também um estudo do sinal e de operadores matemáticos importantes para a estimação e avaliação.

O Capítulo 3 apresenta métodos DOA relacionados à estimação de posições de fontes: MUSIC e NSF, e também descreve o método de *beamforming* MPDR.

O Capítulo 4 faz uma análise de cada um dos autovalores de uma matriz de covariância espacial em uma varredura por todo o espaço de busca, com o objetivo de relacionar as posições das fontes com variações nos espectros dos autovalores.

O Capítulo 5 utiliza de conclusões inferidas nas análises de autovalores de uma matriz de covariância espacial de busca para construir um novo espectro, mostrando como ele se comporta em diversas situações.

O Capítulo 6 compara os métodos discutidos quanto ao erro de estimação; tempo de execução de cada método e modelo e quanto ao *beamforming*.

O Capítulo 7 trata a análise do impacto das melhorias sobre o erro de estimação. Além disso, traz propostas para trabalhos futuros.

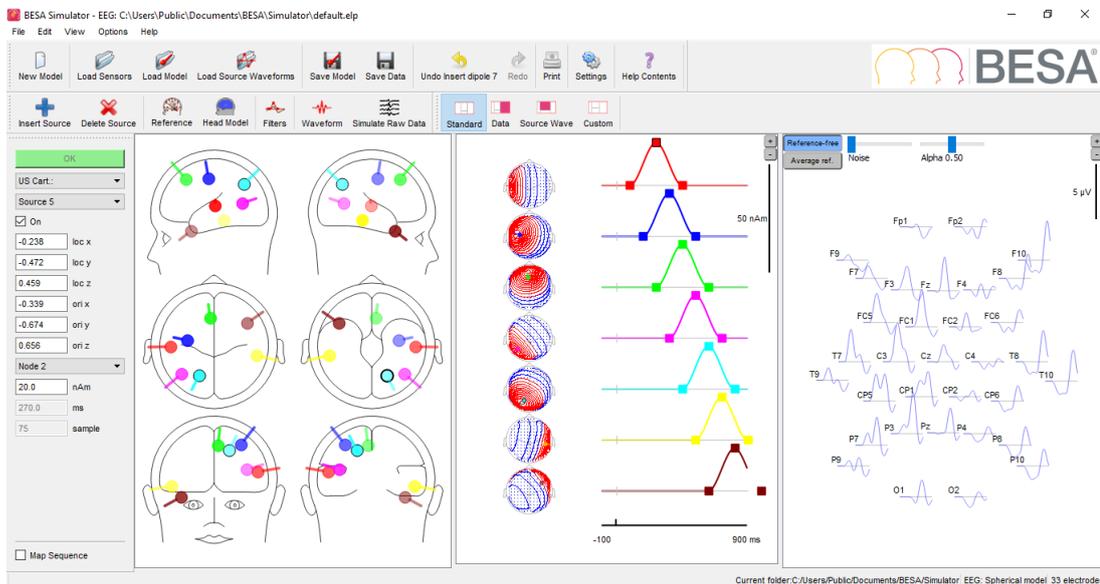
O Apêndice A faz uma demonstração matemática de um modelo mais completo do que os que serão mostrados no Capítulo 2. Os Apêndices B e C apresentam uma complementação das análises dos Capítulos 4 e 6, respectivamente.

2 Modelagem do sinal de EEG

Em processamento de sinais a modelagem matemática de um sistema é de suma importância, uma vez que o controle de variáveis de interesse nem sempre é possível em um sistema real. No caso de um EEG o modelo deve descrever a forma de onda incidente nos sensores e seu ruído aditivo, a partir de uma fonte com posição e amplitude conhecidas.

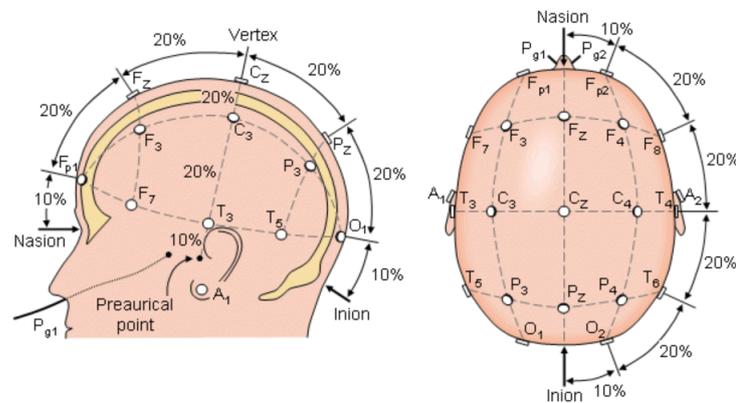
Inicialmente foi usado um simulador da empresa BESA[©] (BESA, 2017), apresentado na Figura 2.1. Esse *software* simula os sinais EEG a partir de fontes de sinal alocadas no encéfalo. O programa tem como entrada as posições das fontes (na aba a esquerda) dadas pelo usuário e suas formas de onda na opção *Waveform* - também ajustáveis pelo usuário. Sua saída consiste nas tensões que as fontes geram em 32 sensores dispostos no escalpo (à direita na Figura 2.1). Entretanto, o *software* apresenta limitações quanto à exportação de dados para o MATLAB[©], que é o *software* base das simulações deste trabalho; e as posições dos sensores são fixas, o que é um limitante, pois tem-se a intenção de utilizar o padrão internacional 10/20, como na Figura 2.2, surgindo a necessidade da busca por implementações de modelos matemáticos.

Figura 2.1 – Simulador BESA[©] de EEG



Fonte: (BESA, 2017)

Figura 2.2 – Sistema 10/20



Fonte: (CHB-MIT, 2017)

O padrão internacional 10/20 para a disposição dos sensores no escalpo se dá pela distribuição de 21 sensores espaçados um dos outros por 10° e 20° , sendo padrão neste trabalho em todas as simulações.

Vários modelos são utilizados para a representação matemática da onda incidente em sensores a partir de fontes elétricas cerebrais, sendo alguns exemplos: o modelo esférico, o método de elementos finitos e o método dos elementos de contorno (MALMIVUO; PLONSEY, 1995) (MURZIN; FUCHS; KELSO, 2011) (SALU et al., 1990). Neste trabalho, utiliza-se o modelo esférico (VERGALLO et al., 2012) (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013) (VERGALLO et al., 2014).

2.1 Definição do problema

Para se obter tal modelo do EEG é necessária a solução do chamado *Forward problem*, que consiste na estimação do sinal recebido por sensores em posições arbitrárias no escalpo a partir de fontes cerebrais, levando em consideração a posição das fontes e o meio de propagação em questão (MALMIVUO; PLONSEY, 1995) (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013).

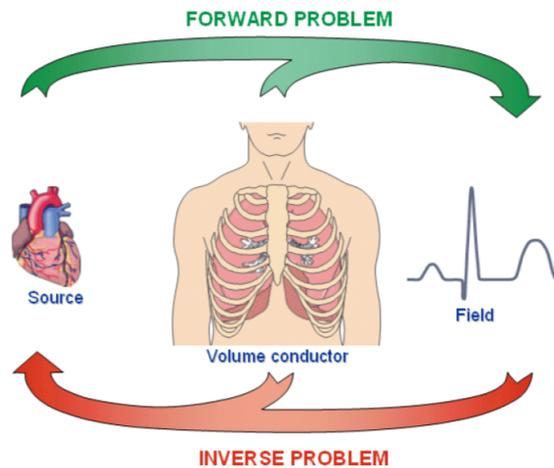
A solução do tipo *Forward Problem* é definida como o problema em que as características das fontes e dos meios condutores são conhecidas, porém o campo incidente nos sensores deve ser determinado (AKALIN; MAKEIG, 2013). Entretanto, esta solução não existe no meio clínico, uma vez que o campo pode ser medido na superfície do escalpo, mas as características das fontes são desconhecidas.

Já o *Inverse problem* é uma solução onde o campo e as características do volume condutor são conhecidas, mas a fonte é desconhecida é chamado de *Inverse problem* (VER-

GALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013). Esse, sim, é encontrado no meio clínico.

Após a solução do *Forward problem*, para se definir matematicamente o modelo de sinal do EEG, os próximos capítulos deste trabalho concentram-se na solução do *Inverse problem*.

Figura 2.3 – *Forward problem* e *Inverse problem*



Fonte: (MALMIVUO; PLONSEY, 1995)

2.2 Observações gerais

Importantes conceitos de antenas adaptativas e conformação de feixe podem ser utilizados para a localização de fontes cerebrais e suas análises. Antenas adaptativas são antenas dispostas em arranjos capazes de ajustar seus diagramas de irradiação em direções determinadas previamente, sendo normalmente nas direções dos sinais recebidos (LIBERTI; RAPPAPORT, 1999).

O diagrama de irradiação em campo distante (frente de onda plana) de um arranjo formado por sensores idênticos depende da configuração espacial do arranjo, da distância entre os sensores, das amplitudes de excitação de cada um deles, de suas fases de excitação e do padrão de irradiação de cada sensor (BALANIS, 1997). No EEG a fase é irrelevante, uma vez que o comprimento de onda do sinal é muito maior do que as dimensões do arranjo, porém a amplitude da onda que cada sensor recebe é de alta importância, pois são usadas relações de amplitude para se determinar as posições das fontes, que estão em um campo próximo.

Após determinada a localização da região de um surto, antenas adaptativas podem ser usadas na focalização do seu diagrama de irradiação para essa região seja analisada com maior resolução. Essa técnica é chamada de conformação de feixe (*beamforming*) e consiste

em aplicar pesos multiplicativos em cada uma das saídas das antenas para modelar o diagrama de irradiação do arranjo de tal forma a mitigar os sinais interferentes e evidenciar os sinais relevantes (VERGALLO et al., 2012). Com a aplicação dos pesos nos sinais medidos nos sensores, a saída do arranjo evidencia o sinal de determinada fonte, facilitando, por exemplo, a análise de surtos.

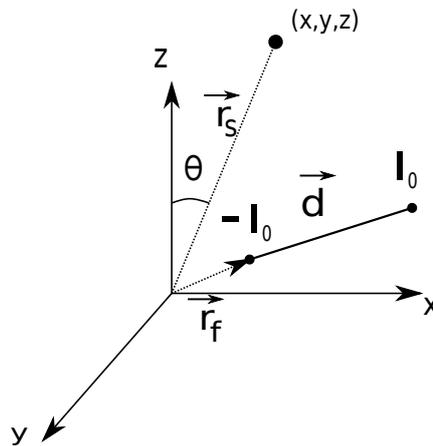
2.3 Modelo do sinal - Dipolo elétrico

Um dipolo é constituído por dois monopólos de mesmo módulo I_0 e de cargas contrárias, separados por uma pequena distância d , satisfazendo a lei de conservação de carga. A variável \vec{p} , apresentada na Equação 2.1, é definida como momento dipolo e é um vetor unitário que tem sentido do ponto negativo do dipolo ao positivo, \vec{a}_p , ou seja, no sentido de \vec{d} . Nesse sentido, o dipolo possui $d \rightarrow 0$ e $I_0 \rightarrow \infty$, com $\vec{p} = I_0 \vec{d}$ mantendo-se finito (MALMIVUO; PLONSEY, 1995):

$$\vec{p} = I_0 \vec{d} = I_0 d \vec{a}_p. \quad (2.1)$$

A orientação arbitrária do dipolo é apresentada na Figura 2.4, no qual o polo negativo do dipolo está na posição \vec{r}_f do espaço cartesiano.

Figura 2.4 – Vetor dipolo



O vetor direção do dipolo da Equação 2.1 pode ser decomposto em três coordenadas e escrito como na Equação 2.2:

$$\vec{d} = d_x \vec{a}_x + d_y \vec{a}_y + d_z \vec{a}_z. \quad (2.2)$$

Tal relação torna possível calcular o potencial V advindo de uma fonte dipolo localizada em \vec{r}_f , em qualquer ponto \vec{r}_s do espaço, como descreve a Equação 2.3:

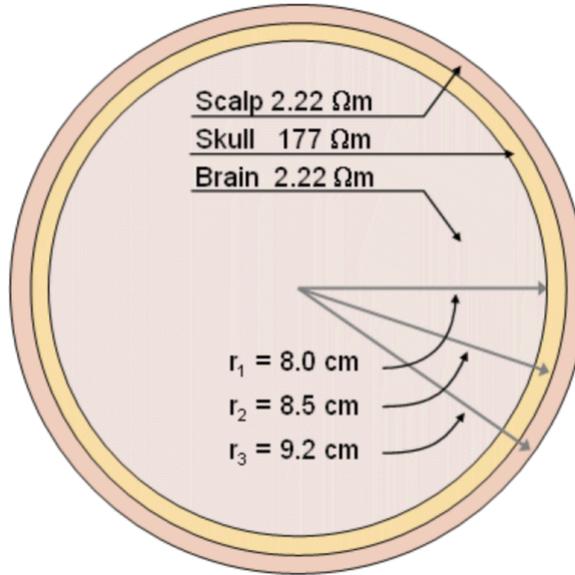
$$V(\vec{r}_s, \vec{r}_f, \vec{p}) = V(\vec{r}_s, \vec{r}_f, p_x \vec{a}_x) + V(\vec{r}_s, \vec{r}_f, p_y \vec{a}_y) + V(\vec{r}_s, \vec{r}_f, p_z \vec{a}_z). \quad (2.3)$$

O potencial gerado por um dipolo como o da Equação 2.1 em um condutor homogêneo de um modelo esférico é apresentado na Equação 2.4:

$$V(\vec{r}_s, \vec{r}_f, \vec{p}) = \frac{I_0 d}{4\pi\sigma |\vec{r}_s - \vec{r}_f|^2} \vec{a}_p \circ \left(\frac{\vec{r}_s}{|\vec{r}_s|} \right), \quad (2.4)$$

onde $|\cdot|$ é o operador módulo e o símbolo \circ representa o produto escalar entre vetores. O modelo esférico considera volumes homogêneos. Os valores das condutâncias e medidas da massa cerebral, osso e escalpo são especificados de acordo com a Figura 2.5.

Figura 2.5 – Modelo esférico



Fonte: (MALMIVUO; PLONSEY, 1995)

Como d é infinitesimal, temos que $d \rightarrow 0$ e $I_0 \rightarrow \infty$, mantendo o produto $I_0 d$ finito e igual a p . Conforme $d \rightarrow 0$, $\vec{a}_p \rightarrow \vec{a}_z$ (MALMIVUO; PLONSEY, 1995) (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013) e a Equação 2.4 se torna a Equação 2.5:

$$V(\vec{r}_s, \vec{r}_f, p) = \frac{p \cos(\theta)}{4\pi\sigma |\vec{r}_s - \vec{r}_f|^2}. \quad (2.5)$$

Fazendo-se p uma função de tempo discreto $p_i[n]$, $n = 1, \dots, N$, da i -ésima fonte, $i = 1, \dots, M$, localizada em $\vec{r}_{f,i}$ e sendo $\vec{r}_{s,j}$ a posição do j -ésimo sensor, $j = 1, \dots, K$,

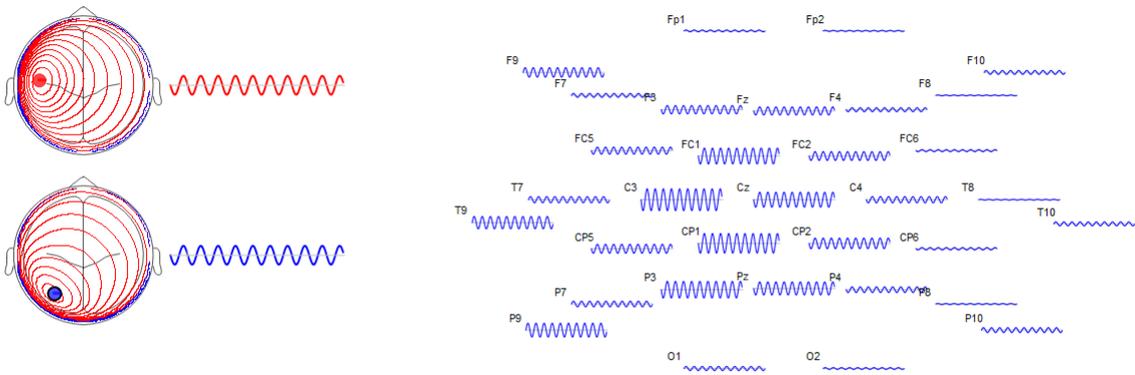
pode-se representar o potencial V , na ausência de ruído, por uma matriz V_s de dimensões $K \times N$, conforme a Equação 2.6:

$$\mathbf{V}_s = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \frac{p_i[0] \cos(\theta_{i,1})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,1}|^2} & \sum_{i=1}^M \frac{p_i[1] \cos(\theta_{i,1})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,1}|^2} & \cdots & \sum_{i=1}^M \frac{p_i[N-1] \cos(\theta_{i,1})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,1}|^2} \\ \sum_{i=1}^M \frac{p_i[0] \cos(\theta_{i,2})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,2}|^2} & \sum_{i=1}^M \frac{p_i[1] \cos(\theta_{i,2})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,2}|^2} & \cdots & \sum_{i=1}^M \frac{p_i[N-1] \cos(\theta_{i,2})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,2}|^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^M \frac{p_i[0] \cos(\theta_{i,K})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,K}|^2} & \sum_{i=1}^M \frac{p_i[1] \cos(\theta_{i,K})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,K}|^2} & \cdots & \sum_{i=1}^M \frac{p_i[N-1] \cos(\theta_{i,K})}{4\pi\sigma|\vec{r}_{f,i}-\vec{r}_{s,K}|^2} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

em que K é o número total de sensores, M é o número total de fontes e N a quantidade de instantes de medição ou *snapshots*. Essa matriz representa as saída do *software* mostrado na Figura 2.1, sendo cada linha uma representação matemática das formas de ondas à direita na figura. Os somatórios representam a influência de cada uma das fontes nos instantes de tempo, de forma que suas resultantes são as tensões em cada um dos sensores (linhas) em cada instante de tempo (colunas).

Para ilustrar a Equação 2.6, a Figura a seguir mostra duas fontes disposta aleatoriamente com formas de onda determinadas, produzindo tensão nos K sensores. Nesse exemplo, a figura mostra duas fontes dispostas no encéfalo, suas superfícies equipotenciais de propagação pelo escalpo e as formas de ondas de tensão geradas nos sensores.

Figura 2.6 – Sinal EEG sem ruído.



Fonte: (BESA, 2017)

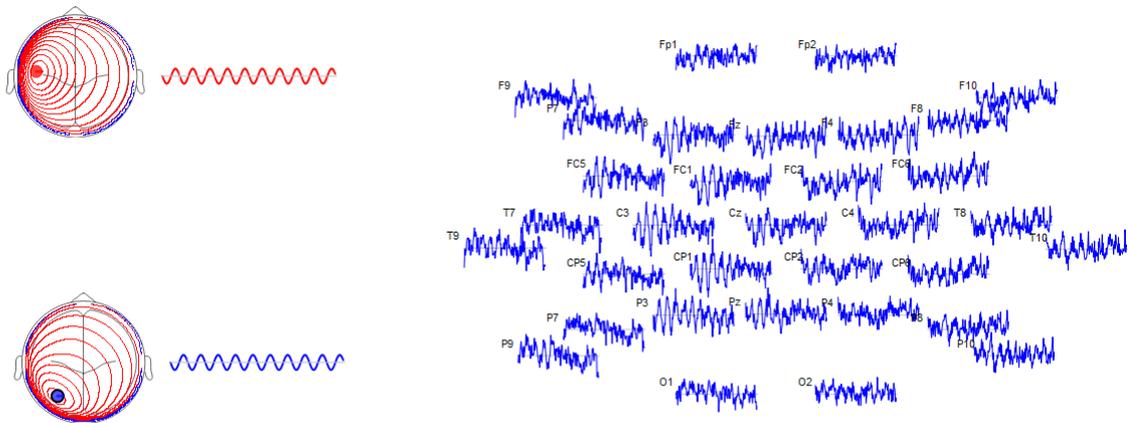
Neste trabalho, a dimensão da matriz V_s é 21×200 , pois é usado 21 sensores e 200 *snapshots* para as análises, como será apresentado nos capítulos posteriores.

Levando em consideração o ruído térmico nos sensores, os potenciais ruidosos de saída são descritos pela matriz \mathbf{V} :

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s + \xi, \quad (2.7)$$

em que \mathbf{V}_s é a matriz referente somente ao sinal e ξ é uma matriz de ruído aditivo, ambas de dimensões $K \times N$. A Figura a seguir mostra como o ruído influencia no sinal captado pelos sensores.

Figura 2.7 – Sinal EEG com ruído.



Fonte: (BESA, 2017)

O modelo Dipolo produz *snapshots* com informação das fontes e leva em consideração atenuação homogênea devido às condutâncias do meio. Entretanto, ele não leva em conta as perdas devidas à refração que o campo sofre na troca de meios e à atenuação variável com a frequência, uma vez que componentes senoidais de frequências diferentes são atenuadas distintamente conforme as permissividades elétricas e permeabilidades magnéticas dos materiais.

2.4 Proposta de modelo eletromagnético do sinal - Antena dipolo

Devido às limitações do modelo Dipolo, propõe-se um modelo do tipo Antena Dipolo Curto, levando em conta propriedades eletromagnéticas da antena e do meio de propagação, bem como a refração e atenuação em função da frequência.

O modelo proposto ainda faz algumas simplificações, como considerar apenas os volumes do cérebro e do osso, dispensando o volume do escalpo. Como será explicado mais adiante, tal consideração se deve à complexidade do cálculo dos pontos de refração da onda em dois meios finitos e curvos, partindo de um ponto fixo (fonte) e atingindo outro ponto fixo (sensor).

2.4.1 Derivação do modelo

A tensão V_s em um ponto do espaço \vec{r} gerado por uma fonte de campo elétrico \vec{E} é (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010):

$$V_s = \vec{E} \circ \vec{r}, \quad (2.8)$$

portanto, é de interesse a determinação do campo elétrico gerado por uma antena dipolo, para termos conhecimento da tensão na posição dos sensores.

A terceira Lei de Maxwell do eletromagnetismo mostra que o divergente (cujo operador é $\vec{\nabla} \circ$) do campo magnético \vec{B} é nulo (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010), como na Equação 2.9

$$\vec{\nabla} \circ \vec{B} = 0, \quad (2.9)$$

entretanto, pode-se também escrever \vec{B} como o rotacional de outro campo a partir da lei de Biot e Savard (Equação 2.10):

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{i \vec{dl} \times \vec{a}_r}{r^2}, \quad (2.10)$$

na qual r é a distância do elemento de percurso ao ponto de cálculo do campo, \vec{a}_r a direção unitária do elemento de percurso ao ponto de cálculo campo, \vec{dl} o elemento de percurso que a corrente percorre e μ a permeabilidade magnética do meio.

Considerando um sistema de coordenadas (x, y, z) para o cálculo do campo \vec{B} e seu divergente, e outro sistema de coordenadas (x', y', z') para a integração dos elementos de percurso por onde a corrente i atravessa, duas identidades são definidas:

$$\vec{\nabla} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \vec{a}_r \quad (2.11)$$

e

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{r} \vec{dl} \right) = \frac{1}{r} \vec{\nabla} \times \vec{dl} - \vec{dl} \times \vec{\nabla} \left(\frac{1}{r} \right). \quad (2.12)$$

A Equação 2.11 permite escrever a lei de Biot Savard da seguinte forma:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int i \vec{dl} \times -\vec{\nabla} \frac{1}{r} \quad (2.13)$$

Na relação 2.12, o sistema que localiza \vec{dl} é (x', y', z') , então seu rotacional é nulo, pois as derivadas do rotacional são em relação ao sistema (x, y, z) . Logo, cada \vec{dl} permanece constante. Daí, fazendo derivadas em torno do ponto em que se calcula \vec{B} :

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{r} \vec{dl} \right) = -\vec{dl} \times \vec{\nabla} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (2.14)$$

e substituindo na Equação 2.13 (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010):

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \left[\frac{\mu}{4\pi} \int \frac{i\vec{dl}}{r} \right] = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (2.15)$$

onde o Potencial Vetor \vec{A} é, finalmente, escrito como:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{i\vec{dl}}{r} \quad (2.16)$$

Tendo o potencial vetor equacionado, pode-se começar a definir a Antena Dipolo Curto. A sua definição usual, segundo (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010):

A antena mais simples é o dipolo, que é uma linha de transmissão em aberto com a extremidade, cujos fios fazem um ângulo de 90° com a linha. Para determinar a distribuição de corrente na antena é usual fazer-se a aproximação admitindo que a onda estacionária de corrente que existia na linha se mantenha ao dobrar o fio em 90° .

Uma antena dipolo como na Figura 2.8, é considerada como dipolo curto se $2l \ll \zeta$, em que ζ é o comprimento de onda. Nesse caso, a distribuição de corrente é apresentada na Figura 2.9.

Figura 2.8 – Antena Dipolo

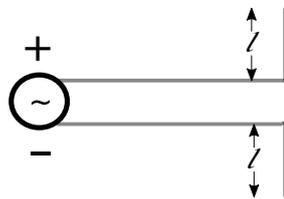
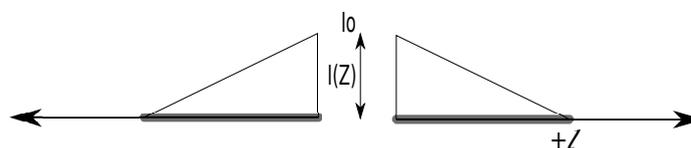
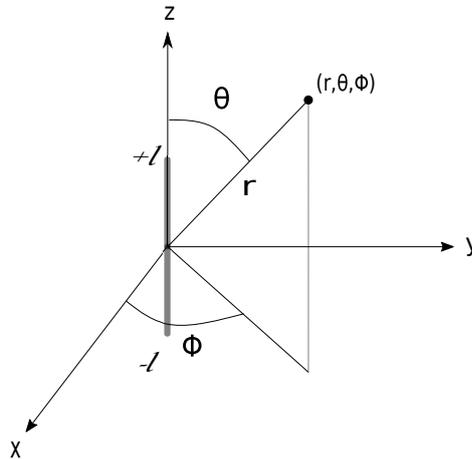


Figura 2.9 – Distribuição de corrente em uma antena dipolo curto



Utilizando tal distribuição de corrente, pode-se calcular o Potencial Vetor em torno do ponto (r, θ, ϕ) em um sistema de coordenadas esféricas.

Figura 2.10 – Sistema de coordenadas esféricas



A antena é um fio com uma seção de área S , que conduz uma corrente I , tendo sua densidade de corrente J dada por:

$$Jdv = \frac{I(z)}{S}dv = \frac{I(z)}{S}Sdz = I(z)dz, \quad (2.17)$$

de onde tem-se:

$$\dot{\vec{A}} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{I(z)}{r} e^{-jkr} dz \vec{a}_z, \quad (2.18)$$

em que $\dot{\vec{A}}$ é o fasor vetor potencial, k uma constante complexa de atenuação e atraso, que é definida mais a frente neste capítulo, e já levando em consideração que a orientação do dipolo é a mesma do eixo z (MALMIVUO; PLONSEY, 1995).

Um consideração da antena dipolo curto é que a distância r ao ponto de coordenadas (r, θ, ϕ) não varia ao longo da antena. Levando-se em conta a distribuição considerada na Figura 2.9, a integral da Equação 2.18 é o cálculo da área de dois triângulos:

$$\int I(z)dz = 2\frac{I_0l}{2} = I_0l. \quad (2.19)$$

A expressão do fasor vetor potencial passa a ser:

$$\dot{\vec{A}} = \frac{\mu}{4\pi r} I_0l e^{-jkr} \vec{a}_z. \quad (2.20)$$

Com o fasor vetor potencial definido, pode-se determinar seu rotacional para fins de cálculo do campo magnético emitido pela antena. A decomposição de $\dot{\vec{A}}$ em coordenadas esféricas é necessária para o equacionamento:

$$\begin{aligned}\dot{A}_\phi &= 0 \\ \dot{A}_r &= \dot{A} \cos \theta \\ \dot{A}_\theta &= -\dot{A} \sin \theta,\end{aligned}\tag{2.21}$$

levando a:

$$\vec{\nabla} \times \dot{\vec{A}} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (-r \dot{A} \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{A} \cos \theta) \right] \vec{a}_\phi,\tag{2.22}$$

e, portanto:

$$\vec{\nabla} \times \dot{\vec{A}} = \frac{I_0 l \mu}{4\pi} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jkr} \sin \theta \vec{a}_\phi\tag{2.23}$$

Resolvendo a Equação, tem-se que o campo magnético irradiado $\dot{\vec{H}}$ vale (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010):

$$\dot{\vec{H}} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \dot{\vec{A}}\tag{2.24}$$

$$= \frac{I_0 l}{4\pi} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jkr} \sin \theta \vec{a}_\phi\tag{2.25}$$

Utilizando a quarta equação de Maxwell (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010), pode-se obter o campo elétrico $\dot{\vec{E}}$, sendo ϵ a permissividade elétrica do meio:

$$\vec{\nabla} \times \dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon\dot{\vec{E}},\tag{2.26}$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular da onda.

O rotacional de $\dot{\vec{H}}$ é descrito como:

$$\vec{\nabla} \times \dot{\vec{H}} = \frac{1}{\sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{H}_\phi \sin \theta) \right] \vec{a}_r + \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial}{\partial r} (r \dot{H}_\phi) \right] \vec{a}_\theta\tag{2.27}$$

$$= \frac{I_0 l}{4\pi} e^{-jkr} \left[\left(\frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) 2 \cos \theta \vec{a}_r + \left(\frac{j^2 k^2}{r} + \frac{1}{r^3} + \frac{jk}{r^2} \right) \sin \theta \vec{a}_\theta \right]\tag{2.28}$$

Dividindo por $j\omega\epsilon$, tem-se as componentes do campo elétrico.

$$\dot{E}_r = \frac{I_0 l}{4\pi} \left(\frac{\eta}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right) e^{-jkr} 2 \cos \theta \quad (2.29)$$

$$\dot{E}_\theta = \frac{I_0 l}{4\pi} \left(\frac{\eta}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} + \frac{j\omega\mu}{r} \right) e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.30)$$

$$\dot{E}_\phi = 0 \quad (2.31)$$

em que $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ é a impedância característica de um dielétrico qualquer.

A origem do sistema de coordenadas se encontra no centro da esfera que modela a cabeça. Como a antena pode ser encontrada em qualquer local do cérebro, sua posição é representada como um vetor \vec{r}_f , e a distância r entre o dipolo e o ponto $\vec{r}_s = (r_s, \theta, \phi)$ o qual o campo é calculado será igual a $|\vec{r}_f - \vec{r}_s|$.

A parcela e^{-jkr} das equações se refere ao decaimento e ao atraso que cada dielétrico produz na onda. Como, de acordo com as aproximações que o modelo considera, existem dois dielétricos e a fonte está limitada ao volume da massa cerebral. O primeiro dielétrico, com índice 1, denota o cérebro e o segundo, com índice 2, o osso. Portanto, tem-se uma parcela $e^{-jk_1 r_{d,1}}$ e outra $e^{-jk_2 r_{d,2}}$, em que $r_{d,i}, i \in 1, 2$, é a distância qual a onda percorre dentro do meio respectivo. A constante k é definida como:

$$k = \alpha + j\beta \quad (2.32)$$

e

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} - 1 \right)} \quad (2.33)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right)} \quad (2.34)$$

onde fica evidente que as atenuações e atrasos dependem da frequência da onda.

Quando uma onda eletromagnética muda do i -ésimo para o $(i + 1)$ -ésimo meio de propagação, parte dela é refletida e parte é transmitida. A parcela transmitida, que é a de interesse, pode ser calculada como uma onda incidente multiplicada por um coeficiente de transmissão τ , dado pela Equação 2.35:

$$\tau_{i \rightarrow i+1} = \frac{2\eta_{i+1}}{\eta_i + \eta_{i+1}}, \quad (2.35)$$

onde o modelo implica em duas mudanças de meio: cérebro(1)-osso(2) e osso(2)-ar(3).

Considerando que $l \rightarrow 0$ e $I_0 \rightarrow \infty$, implicando $p = I_0 l$ (MALMIVUO; PLONSEY, 1995), além de todas as características dos dielétricos envolvidos e das mudanças de meio

pelas quais a onda eletromagnética passa, as equações que define o campo elétrico no ponto \vec{r}_s se tornam:

$$E_r(t) = \left[\frac{p}{4\pi} \left(\frac{\eta_1}{r_{d,1}^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r_{d,1}^3} \right) 2 \cos \theta e^{-jk_1 r_{d,1}} e^{-jk_2 r_{d,2}} \tau_{1-2} \tau_{2-3} \right] e^{-j\omega t} \quad (2.36)$$

$$E_\theta(t) = \left[\frac{p}{4\pi} \left(\frac{\eta}{r_{d,1}^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r_{d,1}^3} + \frac{j\omega\mu}{r_{d,1}} \right) \sin \theta e^{-jk_1 r_{d,1}} e^{-jk_2 r_{d,2}} \tau_{1-2} \tau_{2-3} \right] e^{-j\omega t} \quad (2.37)$$

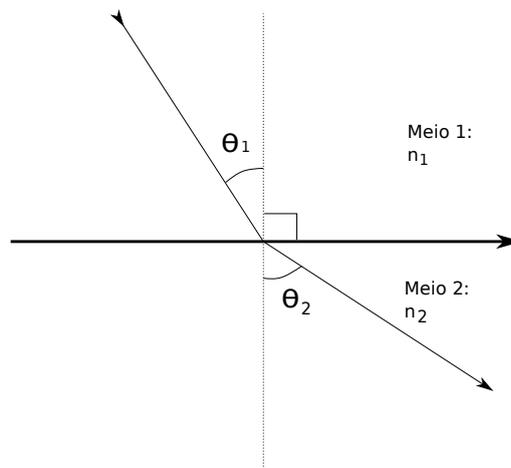
$$E_\phi(t) = 0 \quad (2.38)$$

em que $e^{-j\omega t}$ é a componente senoidal complexa dependente do tempo¹.

Ao mudar de meio, ondas eletromagnéticas podem sofrer refração. A refração é um fenômeno em que o ângulo de incidência da onda muda de acordo com as características do novo meio de propagação (QUEVEDO; QUEVEDO-LODI, 2010). Tal conceito implica em um problema para o modelo. Como a fonte e os sensores são fixos, a alteração de ângulo devido à refração torna o cálculo de $r_{d,1}$ e $r_{d,2}$ dependentes de uma varredura, uma vez que se deve determinar o ângulo de incidência θ_1 tal que a onda incidente a partir da fonte seja refratada e irradiada até o sensor.

Considere uma onda eletromagnética com ângulo de incidência inicial θ_1 em relação à normal. Quando ela se propaga de um meio com índice de refração n_1 para outro com índice n_2 , a onda passa a ter uma inclinação θ_2 devido ao fenômeno de refração, como na Figura 2.11.

Figura 2.11 – Refração de uma onda Eletromagnética



¹ No Apêndice A, faz-se uma demonstração das componentes do campo elétrico para um dipolo de comprimento d finito, levando em consideração sua disposição espacial.

A expressão matemática que relaciona os dois ângulos é:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2, \quad (2.39)$$

em que:

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad (2.40)$$

em que ϵ_0 e μ_0 representam a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética no vácuo, respectivamente.

Dado o modelo esférico, um vetor r_α é utilizado para encontrar o melhor ângulo, denominado θ_{best} , que leva o sinal da fonte ao sensor, sofrendo efeitos da refração, como nas Figuras 2.12 e 2.13.

Figura 2.12 – Modelo de busca pelo θ_{best} . Inclinação de propagação sem considerar a refração.

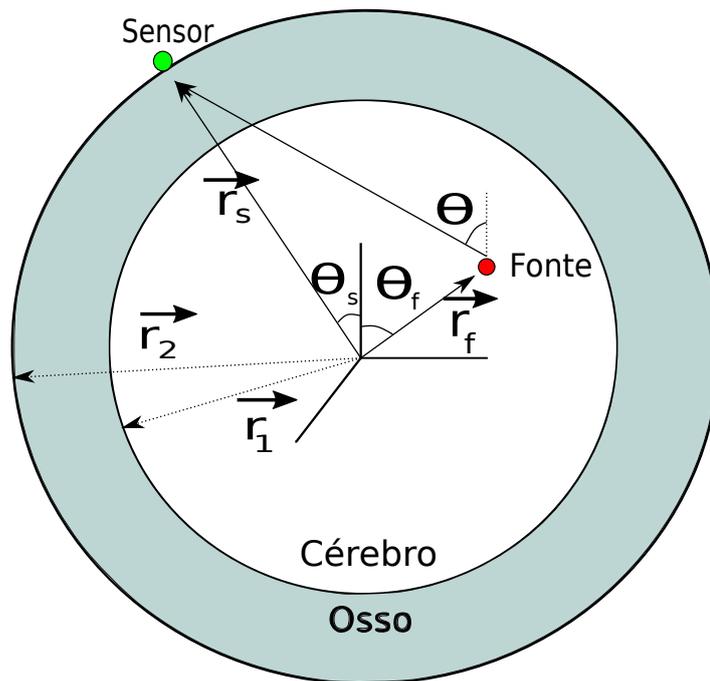
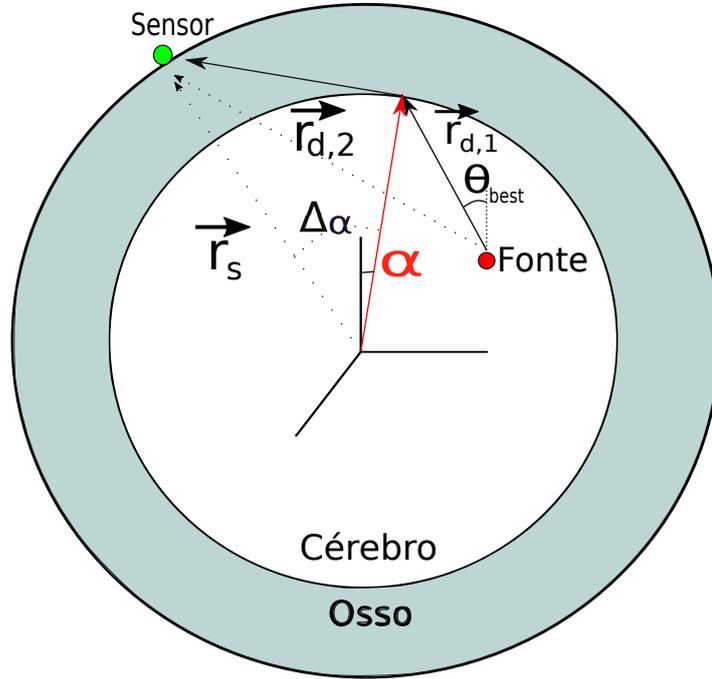


Figura 2.13 – Modelo de busca pelo θ_{best} . Inclinação de propagação considerando a refração.

Levando em consideração um desvio Δ_α em θ e mantendo o ângulo ϕ fixo, tem-se seguinte *loop*, :

-
- 1: $\Delta_\alpha = -5^\circ : 5^\circ$
 - 2: $\theta_{best} \leftarrow \theta_s$
 - 3: $\theta_i \leftarrow \theta_s$
 - 4: **para** $\Delta_\alpha = -5^\circ : 5^\circ$ **faça**
 - 5: $\hat{\alpha} \leftarrow \theta_s - \Delta_\alpha$
 - 6: $\vec{r}_\alpha \leftarrow [|\vec{r}_1| \sin \hat{\alpha} \cos \phi, |\vec{r}_1| \sin \hat{\alpha} \sin \phi, |\vec{r}_1| \cos \hat{\alpha}]$
 - 7: $\theta_1 \leftarrow \cos^{-1} \left(\frac{\vec{r}_{d,1} \circ \vec{r}_\alpha}{|\vec{r}_{d,1}| |\vec{r}_\alpha|} \right)$
 - 8: $\theta_{i+1} \leftarrow \cos^{-1} \left(\frac{\vec{r}_{d,1} \circ \vec{a}_z}{|\vec{r}_{d,1}|} \right)$
 - 9: $|\vec{r}_{d,2,i}| \leftarrow \frac{|\vec{r}_2| - |\vec{r}_1|}{\cos \theta_2(\theta_i)}$
 - 10: $\vec{r}_{d,2,i} \leftarrow [|\vec{r}_{d,2,i}| \sin(\hat{\alpha} + \theta_2(\theta_i)) \cos \phi, |\vec{r}_{d,2,i}| \sin(\hat{\alpha} + \theta_2(\theta_i)) \sin \phi, |\vec{r}_{d,2,i}| \cos(\hat{\alpha} + \theta_2(\theta_i))]$
 - 11: $|\vec{r}_{d,2,i+1}| \leftarrow \frac{|\vec{r}_2| - |\vec{r}_{1+1}|}{\cos \theta_2(\theta_i)}$
 - 12: $\vec{r}_{d,2,i+1} \leftarrow [|\vec{r}_{d,2,i+1}| \sin(\hat{\alpha} + \theta_2(\theta_{i+1})) \cos \phi, |\vec{r}_{d,2,i+1}| \sin(\hat{\alpha} + \theta_2(\theta_{i+1})) \sin \phi, |\vec{r}_{d,2,i+1}| \cos(\hat{\alpha} + \theta_2(\theta_{i+1}))]$
 - 13: **se** $\{|\vec{r}_s - (\vec{r}_\alpha - \vec{r}_{d,2,i+1})|\} < \{|\vec{r}_s - (\vec{r}_\alpha - \vec{r}_{d,2,i})|\}$ **então**
 - 14: $\theta_{best} \leftarrow \theta_{i+1}$
 - 15: **fim se**
 - 16: $\theta_{i+1} \leftarrow \theta_i$
 - 17: **fim para**
 - 18:
-

Transformando, assim, as equação Equações 2.36, 2.37 e 2.38 em:

$$E_r(t) = \left[\frac{p}{4\pi} \left(\frac{\eta_1}{r_{d,1}^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r_{d,1}^3} \right) 2 \cos \theta_{best} e^{-jk_1 r_{d,1}} e^{-jk_2 r_{d,2}} \tau_{1-2} \tau_{2-3} \right] e^{-j\omega t} \quad (2.41)$$

$$E_\theta(t) = \left[\frac{p}{4\pi} \left(\frac{\eta}{r_{d,1}^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r_{d,1}^3} + \frac{j\omega\mu}{r_{d,1}} \right) \sin \theta_{best} e^{-jk_1 r_{d,1}} e^{-jk_2 r_{d,2}} \tau_{1-2} \tau_{2-3} \right] e^{-j\omega t} \quad (2.42)$$

$$E_\phi(t) = 0 \quad (2.43)$$

Utilizando uma matriz de conversão de coordenadas esféricas para cartesianas (LEITHOLD, 1994), a Equação 2.8 é usada para montar uma matriz de dados com a mesma estrutura da Equação 2.6, porém, neste caso, complexa.

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s + \xi \quad (2.44)$$

em que \mathbf{V}_s e ξ são matrizes complexas de sinal e ruído, respectivamente.

Os valores dos parâmetros dos dielétricos e as espessuras do modelo tem suas aproximações encontradas em (MALMIVUO; PLONSEY, 1995) e (GABRIEL; GABRIELY; CORTHOUT, 1996). A permissividade elétrica no osso, para o intervalo de frequência de um EEG, não possui valores na literatura, sendo ajustado de acordo com a amplitude do modelo Dipolo. Os valores são apresentados na Tabela a seguir:

Tabela 2.1 – Características físicas dos meios

	Permissividade Elétrica	Permeabilidade Magnética	Admitância
Osso	$8.10^9 \cdot \epsilon_0$	μ_0	1/177
Cérebro	$5.10^8 \cdot \epsilon_0$	μ_0	1/2.22

O modelo proposto leva em conta características eletromagnéticas do sistema como atraso e atenuação dependentes da frequência da onda, refração e perda de potência na mudança de meios de propagação. Entretanto, mesmo com algumas considerações para simplificações de cálculos, a complexidade computacional se torna elevada em relação ao modelo Dipolo.

A agregação de mais características ao modelo de sinal é importante pois, quanto mais fiel o modelo for da realidade, melhor as análises poderão ser transferíveis para sistemas reais. O modelo proposto dá um caráter mais físico para o problema, levando em conta o impacto da condutividade dos diferentes meios nas ondas.

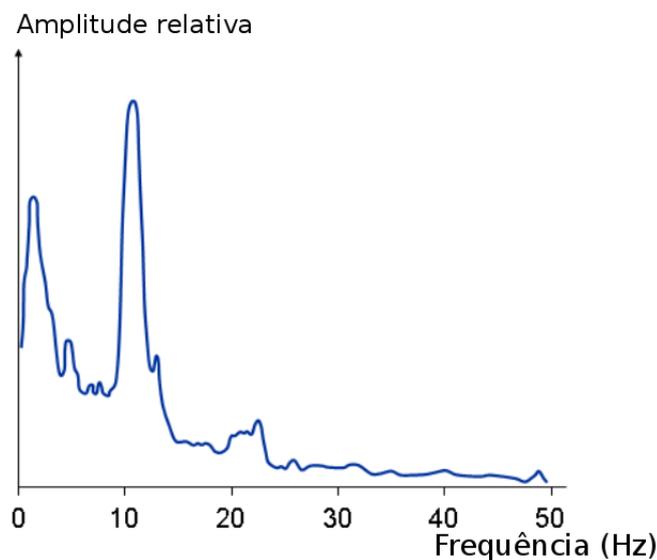
2.5 Considerações sobre o sinal

Os sinais utilizados nas simulações como amplitudes do dipolo são estacionários e ortogonais entre si, enquanto que o ruído tem natureza aditiva, gaussiana e de média nula.

Os sinais das fontes são ortogonais, pois, devido à distância entre os sensores ser pequena em comparação com os comprimentos de onda das fontes, o atraso de onda entre um sensor e outro é desprezível, tornando a localização da fonte semelhante a uma triangulação por meio da amplitude.

As características em frequência de um sinal de EEG sem alterações de frequência são apresentadas na Figura 2.14.

Figura 2.14 – Características de frequência de um EEG



Fonte: (CHB-MIT, 2017)

Nota-se, da figura, que existem frequências mais atenuadas - especialmente as mais altas - e frequências que se destacam mais.

2.6 Matriz de covariância espacial

O método de localização de fontes proposto neste trabalho utiliza a matriz de correlação espacial \mathbf{R} , de dimensão $K \times K$, em seu algoritmo, que pode ser determinada a partir dos *snapshots* fazendo-se (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013) (COLARES; ALVES; LOPES, 2001):

$$\begin{aligned}
\mathbf{R} &= E \left\{ \mathbf{V}(n) \mathbf{V}^H(n) \right\} \\
&= E \left\{ [\mathbf{V}_s(n) + \xi(n)] [\mathbf{V}_s(n) + \xi(n)]^H \right\} \\
&= E \left\{ \mathbf{V}_s(n) \mathbf{V}_s^H(n) \right\} + E \left\{ \xi(n) \xi^H(n) \right\} \\
&= \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

em que a matriz \mathbf{V}_s é a matriz de amplitudes dos sensores na ausência de ruído, a matriz \mathbf{A} descreve a relação entre as posições das fontes e as características de amplitude e defasamento dos sinais medidos em cada sensor, \mathbf{P} é a matriz de correlação entre os sinais, σ^2 é a potência do ruído e \mathbf{I} a matriz identidade.

A decomposição em autovalores e autovetores permite escrever a Equação 2.45 em termos de seus valores e vetores singulares.

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}_R \boldsymbol{\Sigma}_R \mathbf{U}_R^H = \sum_{k=1}^K \lambda_k \mathbf{u}_{R,k} \mathbf{u}_{R,k}^H \tag{2.46}$$

em que as colunas $\{\mathbf{u}_{R,1}, \dots, \mathbf{u}_{R,K}\}$, da matriz \mathbf{U}_R correspondem aos autovetores e os $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K\}$ aos respectivos autovalores de \mathbf{R} , ordenados de maneira decrescente na matriz diagonal $\boldsymbol{\Sigma}_R$ (HAYKIN, 1989).

Para M fontes de sinal captadas por um arranjo formado por K sensores, com $M < K$, tem-se, na ausência de ruído, que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M > \lambda_{M+1} = \dots = \lambda_K = 0$. Já na presença de ruído, os autovalores ficam da forma $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M > \lambda_{M+1} = \dots = \lambda_K = \sigma^2$, em que a potência do ruído é denotada por σ^2 .

Essa distinção entre os autovalores permite associar os $(K - M)$ menores autovalores exclusivamente ao ruído, enquanto que os M maiores ficam associados ao sinal ruidoso. Assim, pode-se descrever a matriz de covariância espacial em termos de uma parcela que contém apenas ruído e gera um subespaço de ruído, e de outra parcela que está associada ao sinal ruidoso e gera um subespaço de sinal:

$$\mathbf{R} = \sum_{k=1}^M \lambda_k \mathbf{u}_{R,k} \mathbf{u}_{R,k}^H + \sum_{k=M+1}^K \sigma^2 \mathbf{u}_{R,k} \mathbf{u}_{R,k}^H = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_\xi \boldsymbol{\Sigma}_\xi \mathbf{U}_\xi^H \tag{2.47}$$

em que os índices s e ξ representam os subespaços de sinal e o de ruído, respectivamente.

Essa equação é muito importante para este trabalho, pois como os autovetores $\{\mathbf{u}_{R,1}, \dots, \mathbf{u}_{R,K}\}$ são ortogonais entre si, conclui-se que há ortogonalidade entre os subespaços de ruído e de sinal (KNOCKAERT; BACKER; ZUTTER, 1999).

Na prática, para um número N de *snapshots* ou seja, $n = 1, 2, \dots, N$, a matriz de

covariância pode ser estimada à partir dos potenciais medidos nos sensores:

$$\widehat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{ \mathbf{V}(n) \mathbf{V}^H(n) \} \quad (2.48)$$

cuja a autodecomposição pode ser similarmente expressa por:

$$\widehat{\mathbf{R}} = \widehat{\mathbf{U}}_s \widehat{\mathbf{\Sigma}}_s \widehat{\mathbf{U}}_s^H + \widehat{\mathbf{U}}_\xi \widehat{\mathbf{\Sigma}}_\xi \widehat{\mathbf{U}}_\xi^H \quad (2.49)$$

sendo que, neste caso, devido ao número finito de *snapshots*, os autovalores de ruído não mais terão amplitude constante igual a σ^2 .

2.7 Medida de desempenho de métodos de estimação da posição de fontes

As medidas de desempenho são utilizadas como critério de comparação entre métodos, podendo eleger o método que melhor resolve um problema em determinada situação. Essas medidas são calculadas a partir de resultados de simulações, uma vez que se pode controlar todas as variáveis do sistema.

Como medida de desempenho para a estimação de posição de fontes, este trabalho adota a Raiz do Erro Médio Quadrático (REMQ), normalmente avaliada em função da SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) (BOCCATO et al., 2012). Tal medida será aplicada de diversas formas.

Considerando M fontes, a REMQ entre as estimativas $\vec{r}_{f,i}$ de suas localizações e suas posições verdadeiras $\vec{r}_{f,i}$, $i = 1, \dots, M$, é dada por:

$$REMQ = \sqrt{\frac{1}{N_e M} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{i=1}^M |\vec{r}_{f,(i,j)} - \widehat{\vec{r}}_{f,(i,j)}|^2} \quad (2.50)$$

Como o ruído é aleatório e a simulação é controlada, fazem-se N_e experimentos para cada potência de ruído com o intuito de se determinar o comportamento médio. Adicionalmente, o melhor estimador é elegido quando este possui o menor erro de estimação, ou seja, com a curva mais próxima de zero no eixo da REMQ.

3 Métodos DOA e *beamforming*

Um problema muito difundido é o de estimação de direção de chegada de frentes de onda - DOA (*Direction of Arrival*). Métodos DOA procuram determinar a direção em que uma onda plana incide em um arranjo de sensores (FERREIRA; LEMOS, 2005) e tais métodos podem ser aplicados na estimação de posição de fontes em determinadas condições.

A estimação DOA procura identificar as direções angulares de fontes fixas ou móveis de tal forma a melhorar a qualidade do sinal recebido nessas direções. Tal ganho é conseguido através do *beamforming* que enfatiza o diagrama de recepção/irradiação do arranjo de antenas nas direções de interesse. Assim, é possível ampliar a faixa de SNR de operação e o alcance de um determinado arranjo de antenas sem despendar mais potência na comunicação.

Devido à grande demanda na área de Telecomunicações que problemas relacionados a frentes de ondas incidentes em arranjos de sensores possuem, vários métodos foram e são desenvolvidos para buscar soluções em diversos cenários: diferentes geometrias de arranjo, faixas de SNR, complexidade computacional, correlação entre fontes e outros mais.

3.1 O método MUSIC

Os principais métodos DOA que surgiram nas últimas décadas, em geral, baseiam-se em conceitos distintos, sendo estes: máxima-verossimilhança, estimação via predição linear, estimação baseada em subespaços e critério de distância entre subespaços (COLARES; ALVES; LOPES, 2001). Esta seção tem o objetivo de mostrar como o algoritmo MUSIC, que é um método baseado em subespaços, pode ser aplicado à determinação de posições de fontes cerebrais a partir do modelo esférico da cabeça (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013).

O MUSIC foi proposto por R. Schimdt em 1986 e desde então vem sendo amplamente utilizado. Ele é um método de fácil implementação e de compreensão intuitiva, devido ao seu princípio baseado na ortogonalidade de subespaços. O MUSIC é classificado como um método paramétrico, pois utiliza um modelo baseado na matriz de covariância dos sinais de saída do arranjo para estimar parâmetros das ondas incidentes (ALVES A., 2007).

Considerando a decomposição da matriz \mathbf{R} na Equação 2.47, tal critério usa o fato de que os autovetores do subespaço de ruído, dados pelas colunas de \mathbf{U}_ξ , são ortogonais aos autovetores do subespaço de sinal, dados pelas colunas de \mathbf{U}_s . Considerando ainda que existam M fontes completamente ortogonais e em posições distintas, têm-se que as colunas

de \mathbf{V}_s são ortogonais aos autovetores do subespaço de ruído de \mathbf{R} (COLARES; ALVES; LOPES, 2001):

$$\mathbf{U}_\xi \mathbf{v}_s[n] = 0, \quad (3.1)$$

em que $\mathbf{v}_s(n)$ é uma coluna não nula de \mathbf{V}_s referente ao *snapshot* no instante n . O vetor $\mathbf{v}_s(n)$ pode ser escrito simplesmente como \mathbf{v}_s , uma vez que o único critério para a escolha de n é a não nulidade do vetor, de forma a manter as relações de amplitude entre os sensores.

Como a matriz de covariância espacial é estimada a partir dos sinais nos sensores, a Equação 3.1 pode ser aproximada por:

$$\widehat{\mathbf{U}}_\xi \mathbf{v}_s \approx 0, \quad (3.2)$$

sendo que $\widehat{\mathbf{U}}_\xi$ contém os autovetores correspondentes ao subespaço de ruído da matriz de covariância espacial estimada $\widehat{\mathbf{R}}$. Partindo-se da Equação 3.2 o problema de estimação das posições das fontes cerebrais pode ser formulado como:

$$\vec{r}_m = \arg \left\{ \min_{\vec{r}} \left| \widehat{\mathbf{U}}_\xi^H \mathbf{v}_s(\vec{r}) \right| \right\}, \quad (3.3)$$

para $m = 1, 2, \dots, M$, tal que \vec{r} representa a variável independente do processo de minimização, da qual tem-se controle através do modelo de sinal utilizado, e \vec{r}_m são as posições estimadas das fontes.

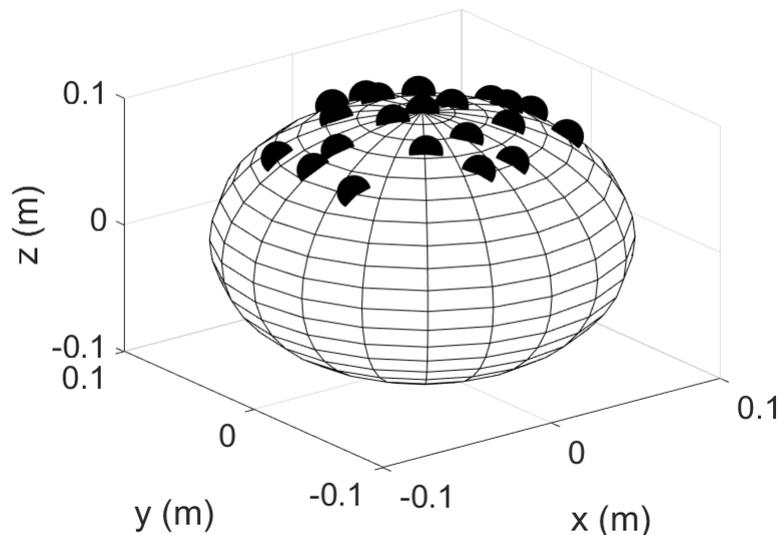
Ampliando este conceito para todo o subespaço de ruído e tendo como variável independente uma posição \vec{r} do espaço de varredura, pode-se escrever a equação do método MUSIC como (VERGALLO; LAY-EKUAKILLE, 2013):

$$P_{MU}(\vec{r}) = \frac{1}{\mathbf{v}_s(\vec{r}) \widehat{\mathbf{R}}_\xi \widehat{\mathbf{R}}_\xi^H \mathbf{v}_s^H(\vec{r})}, \quad (3.4)$$

em que $\widehat{\mathbf{R}}_\xi = \widehat{\mathbf{U}}_\xi \widehat{\mathbf{\Sigma}}_\xi \widehat{\mathbf{U}}_\xi^H$ é ortogonal ao subespaço de sinal. Quando a variável \vec{r} coincidir com a posição de qualquer uma das M fontes a serem estimadas, o denominador da Equação 3.4 será aproximadamente zero e a função de varredura P_{MU} será muito grande, produzindo um pico neste ponto. Portanto, durante uma varredura dentro do espaço de busca do modelo esférico, picos gerados no espectro P_{MU} corresponderão às posições das fontes a serem estimadas.

Apenas com intuito de expor espectros do método MUSIC, 21 sensores são dispostos da forma da Figura 3.1, de acordo com o padrão 10/20.

Figura 3.1 – Disposição de sensores com padrão 10/20



Todos os espectros serão apresentados a partir de simulações com SNR de 20 dB, frequência de amostragem de 200 Hz, com 200 *snapshots*, resultando em um segundo de aquisição. O modelo adota uma esfera com raio igual a 10 cm centrada na origem do espaço tridimensional.

3.1.1 Espectro unidimensional

Os sinais das fontes serão todos representados por cossenos com amplitude de 50 nAm e frequências diferentes entre si, para garantir a ortogonalidade entre elas. Como o ruído tem natureza aleatória, são feitos 1000 experimentos para cada caso. Por conveniência, os espectros são sempre normalizados, ou seja, seus valores são colocados no intervalo $[0,1]$.

Para melhor visualização do espectro MUSIC nas Figuras 3.4 e 3.5, faz-se uma busca unidimensional, fixando θ e ϕ . A varredura é feita no intervalo $[-80 \text{ mm}, 80 \text{ mm}]$ do eixo x , mantendo os valores dos eixos y e z em zero. Na Figura a seguir, a linha preta denota o intervalo de busca e os discos coloridos possíveis fontes.

Figura 3.2 – Intervalo de busca unidimensional representado pela reta preta e os discos coloridos são as fontes dispostas com fim ilustrativo.

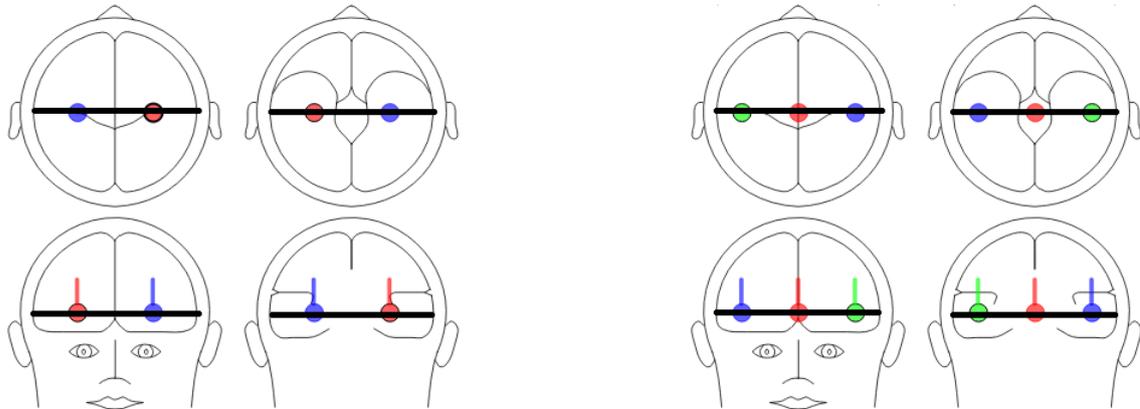


Figura 3.3 – Fonte: (BESA, 2017)

O intervalo é assim escolhido pois, na simulação realizada, considerou-se não existir massa cerebral além de 80 mm que pudesse conter fontes. As Figuras a seguir mostram como os espectros se comportam na varredura em x .

Figura 3.4 – (a) Modelo Dipolo com duas fontes (b) Modelo Dipolo com três fontes. As curvas cinzas sobrepostas representam cada um dos 1000 experimentos e a curva preta corresponde ao espectro médio de todos os experimentos. As linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.

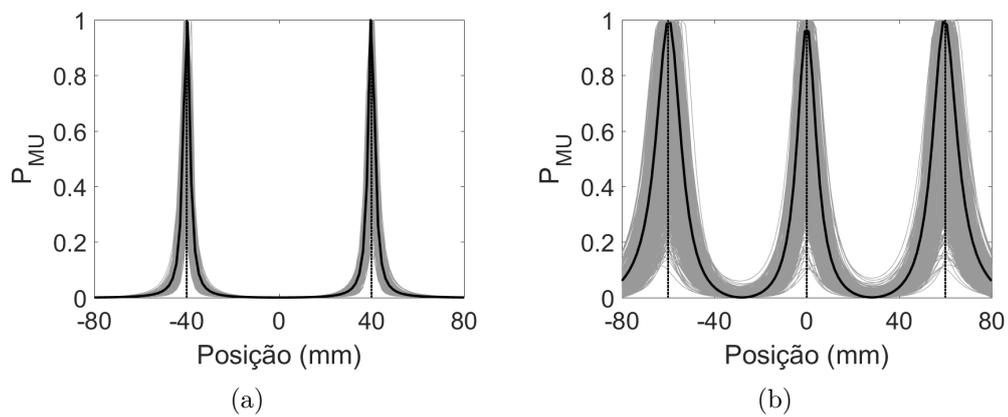
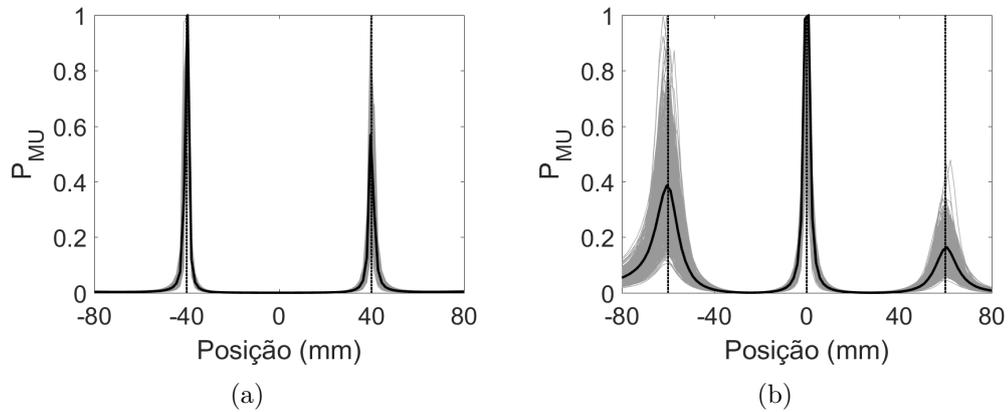


Figura 3.5 – (a) Modelo Antena Dipolo com duas fontes (b) Modelo Antena Dipolo com três fontes. As curvas cinzas sobrepostas representam cada um dos 1000 experimentos e a curva preta corresponde ao espectro médio de todos os experimentos. As linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.



As Figuras 3.4 e 3.5 mostram como os picos são coincidentes com as posições das fontes, sendo que para o caso $M = 2$ os experimentos se concentram mais em torno da indicação da posição real. Isso mostra como o número de fontes afeta na acurácia da estimativa. Também é possível notar que nas Figuras 3.4 os picos possuem amplitudes semelhantes, o que não acontece nas Figuras 3.5. Tal fato decorre da atenuação que o modelo Antena Dipolo confere às diferentes frequências das fontes, atenuando mais as de maior frequência e dificultando suas estimativas devido à redução da potência recebida nos sensores advindas dessas fontes.

É possível notar nas Figuras, em alguns experimentos, o deslocamento horizontal do pico em relação à posição verdadeira da fonte, resultando em um erro de estimação. Isso ocorre quando o número de fontes aumenta e a SNR diminui. O modelo Antena Dipolo apresenta experimentos menos dispersos quando comparado ao modelo Dipolo. Tal fato decorre da quantidade de informação agregada no modelo proposto, uma vez que quanto mais informação se tem do sinal, mais fácil sua análise se torna.

3.1.2 Espectro bidimensional

Em uma busca em duas dimensões, na qual o ângulo θ tem valor fixo em $\pi/2$, o espaço de busca varia da forma: $0 \leq r \leq 80$ mm e $-\pi \leq \phi < \pi$. Essa busca é mostrada pela Figura 3.6 e como o mapeamento em coordenadas esféricas é feito: o raio e o ângulo ϕ são varridos para encontrar as fontes de forma que suas posições possam ser representadas no plano cartesiano. Os espectros são feitos com 1000 experimentos e o que se apresenta é o comportamento médio. O espectro MUSIC e suas estimativas ficam na forma da Figuras 3.8 e 3.9.

Figura 3.6 – Intervalo de busca bidimensional representado pela área preta e os discos coloridos sendo as fontes, os vetores azul e amarelo representam as posições das fontes e o último gráfico suas representações cartesianas.

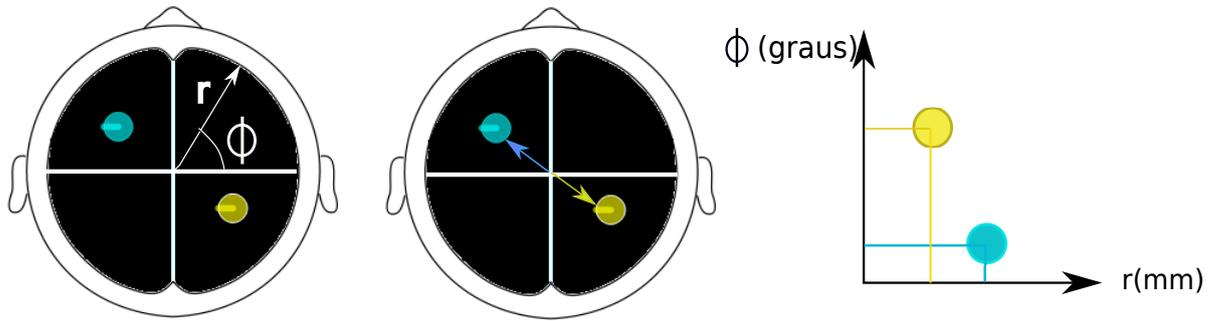


Figura 3.7 – Fonte: (BESA, 2017)

Figura 3.8 – Modelo Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativas na superfície média.

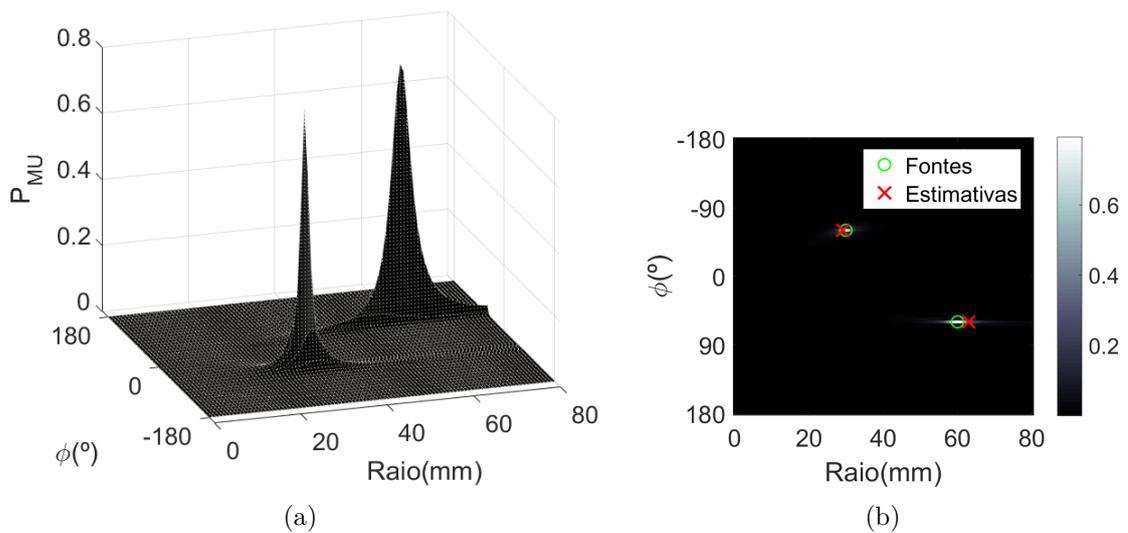
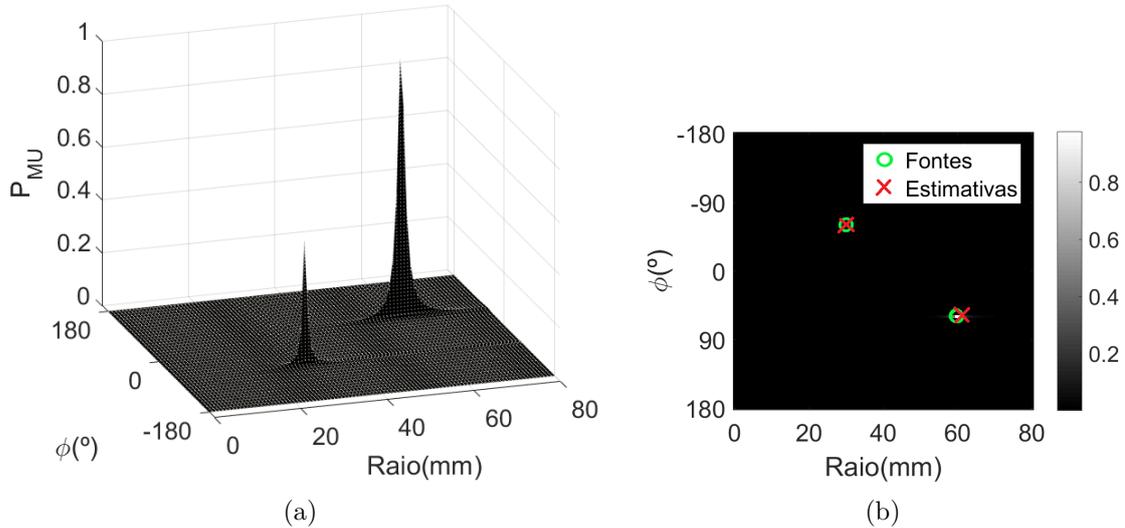


Figura 3.9 – Modelo Antena Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativas na superfície média.



Da mesma forma que na busca unidimensional, os picos, também coincidentes com as fontes, apresentam amplitudes semelhantes no modelo Dipolo e amplitudes diferentes no modelo Antena Dipolo, devido às características eletromagnéticas agregadas neste último.

O MUSIC é um método de fácil implementação, uma vez que sua estrutura depende apenas da separação dos subespaços de sinal e de ruído da matriz de dados medidos, além da multiplicação de matrizes.

Como visto, os picos do espectro coincidem com as fontes a serem determinadas, mostrando acurácia. Uma limitação aqui encontrada é a varredura, pois sua precisão depende de qual é o refinamento no intervalo de busca.

3.2 O critério de distância entre subespaços de ruído - *NSF - Noise Subspace Fitting*

Mais recente que os métodos baseados em critérios de ortogonalidade de subespaços, surgiu uma nova categoria de estimadores baseados no que se denominou como critério de distância entre subespaços (*Subspace Fitting*) (KRIM; VIBERG, 1996), (STOICA; SHARMAN, 1990), (OTTERSTEN; VIBERG; KAILATH, 1992), (VIBERG; OTTERSTEN; KAILATH, 1991). Uma forma de se medir a distância entre o subespaço de interesse e sua aproximação é pelo erro de aproximação entre duas matrizes (COLARES; ALVES; LOPES, 2001). Comparando-se as Equações 2.45, tem-se a relação:

$$\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{U}_s\mathbf{\Sigma}_s\mathbf{U}_s^H + \sigma^2\mathbf{U}_\xi\mathbf{U}_\xi^H \quad (3.5)$$

Multiplicando por \mathbf{U}_s à direita e rearranjando os termos, a Equação 3.5 torna-se:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{A}(\vec{r}_m)\mathbf{T}, \quad (3.6)$$

na qual $\mathbf{T} = \mathbf{P}\mathbf{A}^H\mathbf{U}_s(\boldsymbol{\Sigma}_\xi - \sigma^2\mathbf{I})^{-1}$. Visto que \vec{r}_m , para $m = 1, \dots, M$, e \mathbf{T} são desconhecidos, procura-se encontrar valores tais que satisfaçam a Equação 3.6. Se uma estimativa $\widehat{\mathbf{U}}_s$ de \mathbf{U}_s for utilizada, a solução não existirá. Neste caso, minimiza-se a distância entre $\widehat{\mathbf{U}}_s$ e $\mathbf{A}(\vec{r}_m)\mathbf{T}$ através da norma de Frobenius (VIBERG; OTTERSTEN; KAILATH, 1991).

$$(\vec{r}_m, \mathbf{T}) = \arg \left\{ \min_{\vec{r}_m, \mathbf{T}} \left\| \widehat{\mathbf{U}}_s - \mathbf{A}(\vec{r}_m)\mathbf{T} \right\|_F^2 \right\}. \quad (3.7)$$

A partir de $\widehat{\mathbf{U}}_s$, pode-se estimar \mathbf{T} fazendo (COLARES; ALVES; LOPES, 2001):

$$\widehat{\mathbf{T}} = \mathbf{A}^+\widehat{\mathbf{U}}_s, \quad (3.8)$$

sendo que o operador $(\cdot)^+$ denota a matriz pseudo-inversa. Substituindo a Equação 3.8 em 3.7 e utilizando a relação $\|\mathbf{M}\| = \text{Tr} \{ \mathbf{M}\mathbf{M}^H \}$, chega-se à função de custo:

$$J_{SF}(\vec{r}) = \text{Tr} \{ \Pi_{\bar{A}} \widehat{\mathbf{U}}_s \widehat{\mathbf{U}}_s^H \}, \quad (3.9)$$

em que $\Pi_{\bar{A}} = \mathbf{U}_\xi \mathbf{U}_\xi^H$.

Uma variação da Equação 3.9, que é a utilizada neste trabalho, é quando a estimativa ocorre quanto ao subespaço de ruído, sendo este método chamado NSF (*Noise Subspace Fitting*) (KRIM; VIBERG, 1996):

$$J_{NSF}(\vec{r}) = \text{Tr} \{ \Pi_A \widehat{\Pi}_{\bar{A}} \} \quad (3.10)$$

onde $\Pi_A = \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H$ e

$$\vec{r}_m = \arg \left\{ \min_{\vec{r}} \text{Tr} \{ \Pi_A(\vec{r}) \widehat{\Pi}_{\bar{A}} \} \right\}. \quad (3.11)$$

Portanto, define-se uma função $NFS(\vec{r})$ em que seus picos estarão representando as posições das fontes, na forma:

$$NFS(\vec{r}) = \frac{1}{\text{Tr} \{ \Pi_A(\vec{r}) \widehat{\Pi}_{\bar{A}} \}} \quad (3.12)$$

3.2.1 Espectro unidimensional

Com as mesmas condições da seção 3.1, espectros são apresentados como exemplo do método NSF unidimensionalmente nas Figuras a seguir.

Figura 3.10 – (a) Modelo Dipolo com duas fonte (b) Modelo Dipolo com três fontes - Curvas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos sobrepostos e a curva preta sendo a média de todos os experimentos, as linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.

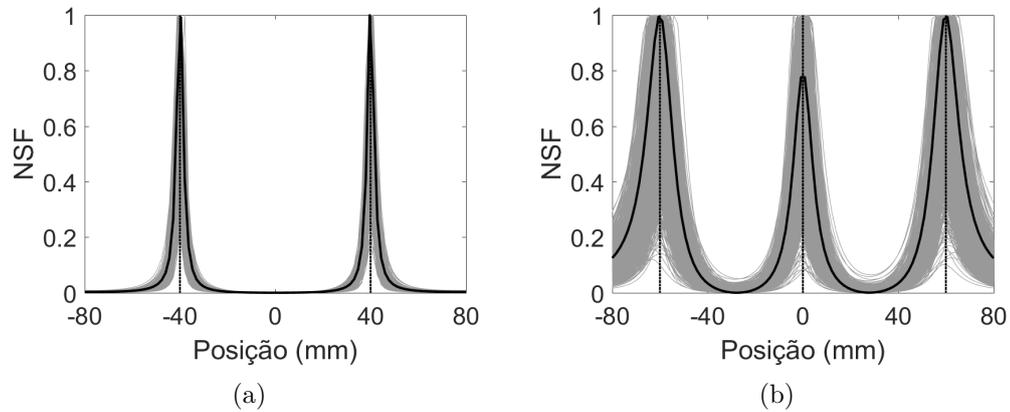
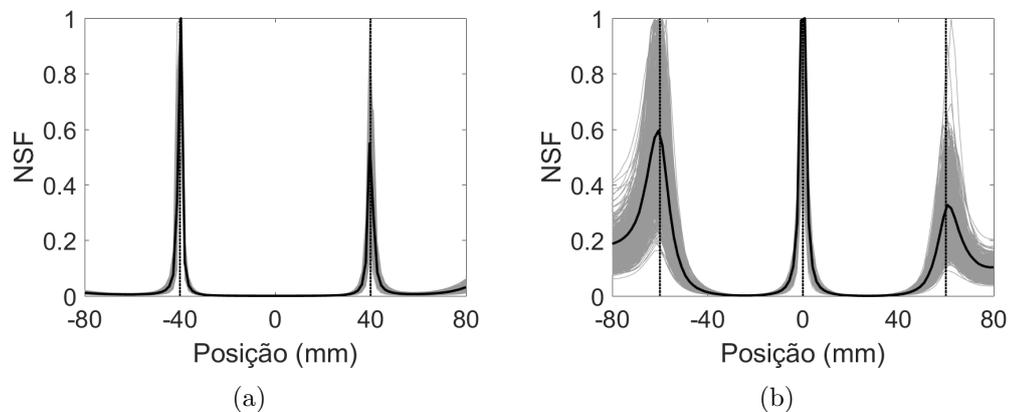


Figura 3.11 – (a) Modelo Antena Dipolo com duas fonte (b) Modelo Antena Dipolo com três fontes - Curvas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos sobrepostos e a curva preta sendo a média de todos os experimentos, as linhas verticais pontilhadas denotam as posições das fontes.



O comportamento do método NSF se assemelha com o do MUSIC. Apesar dos espectros das Figuras serem semelhantes, os picos do modelo Antena Dipolo para $M = 3$ são mais acentuados, em particular o da fonte localizada em 60 mm.

3.2.2 Espectro bidimensional

Em uma busca bidimensional, também nas mesmas condições da seção 3.1, tem-se as Figuras:

Figura 3.12 – Modelo Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativa da superfície média.

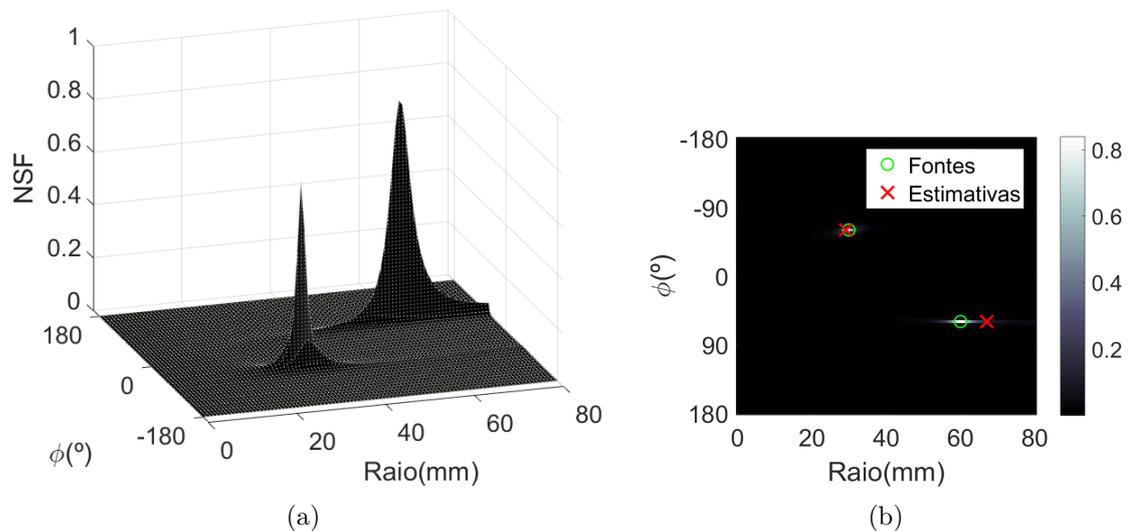
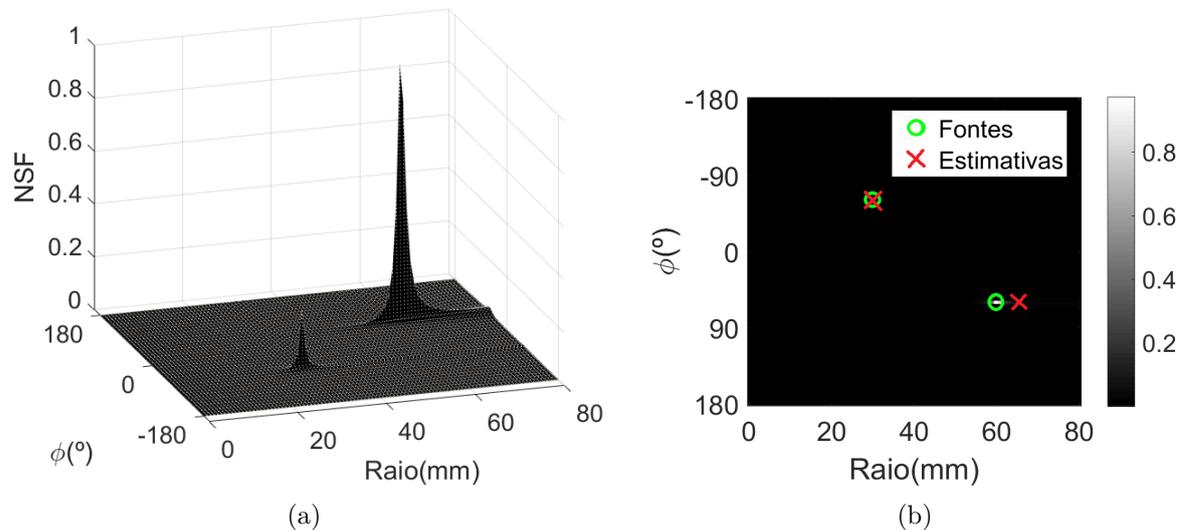


Figura 3.13 – Modelo Antena Dipolo para $M = 2$ fontes. (a) Superfície média (b) Estimativa da superfície média.



Os espectros denotam como os picos que coincidem com as posições das fontes mudam de um modelo para o outro. Conclui-se, a partir das Figuras de espectros, que tanto o MUSIC como o NSF sofrem uma alteração devido ao modelo e às características agregadas ao modelo Antena Dipolo.

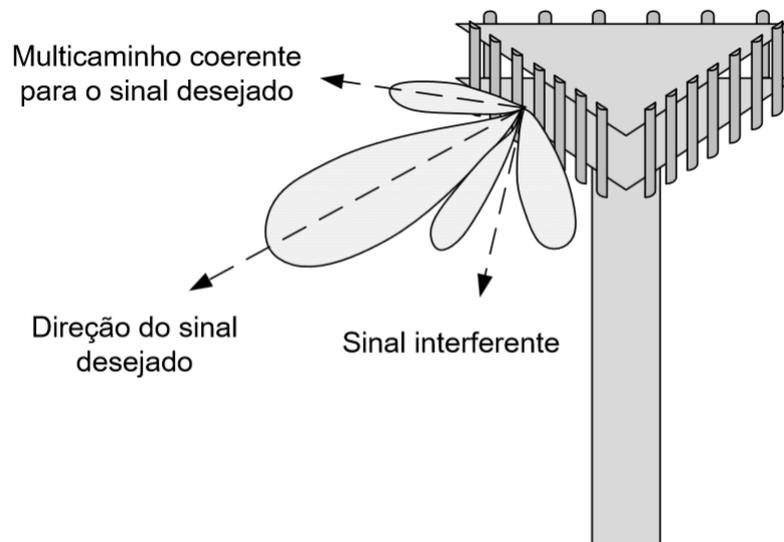
O critério de “distância” entre subespaços pode ser considerado uma generalização dos métodos baseados em ortogonalidade (COLARES; ALVES; LOPES, 2001). E, assim como o MUSIC, os picos do espectro coincidem com as fontes a serem determinadas, mostrando acurácia, e a dependência de varredura também reduz a precisão do método.

3.3 Beamforming

Em estudos de fontes de campo distante incidentes em arranjos de antenas, a estimação DOA é utilizada para, em um próximo passo, viabilizar a aplicação de técnicas de conformação de feixe (*beamforming*) - ou filtragem espacial.

O *beamforming* consiste em aplicar pesos multiplicativos a cada antena para combinadamente ajustar o diagrama de irradiação do arranjo, direcionando-o para as fontes de interesse e mitigando os sinais das fontes interferentes. Um arranjo de sensores pode ajustar seu padrão de irradiação para melhorar o sinal de interesse, mitigar a interferência ou aproveitar as parcelas refletidas do sinal de interesse para reforçar a recepção do mesmo (SILVA, 2009). Tal comportamento é ilustrado na Figura 3.14.

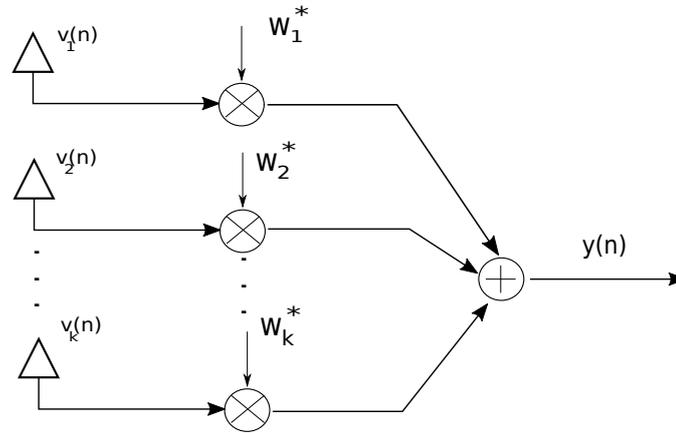
Figura 3.14 – Representação da irradiação *beamforming*



Fonte: (SILVA, 2009)

Para se obter o efeito exemplificado na Figura 3.14, a medida discreta no instante n de cada sensor b , $v_b(n)$, onde $b = 1, \dots, K$ é multiplicada pelo conjugado de um peso w_b , como na Figura 3.15 (TREES, 2004)(VERGALLO et al., 2012). A equação geral de um método *beamformer* é descrita pela Equação 3.13, a seguir.

$$y(n) = \sum_{b=1}^K w_b^* v_b(n) \quad (3.13)$$

Figura 3.15 – *Beamforming*

Existem diversos métodos para se chegar aos pesos de um *beamforming*, neste trabalho será utilizado o método MPDR.

Sendo \mathbf{v}_s o vetor que contém a relação de amplitude de cada um dos sensores para uma fonte em uma posição que se deseja focar com o MPDR e \mathbf{w} o vetor de pesos que se deseja otimizar, tem-se uma função a ser minimizada, advinda do multiplicador de Lagrange baseado na igualdade $\mathbf{w}^H \mathbf{v}_s = 1$ (TREES, 2004) da forma:

$$F = \mathbf{w}^H \widehat{\mathbf{R}} \mathbf{w} + \vartheta [\mathbf{w}^H \mathbf{v}_s - 1] + \vartheta^* [\mathbf{v}_s^H \mathbf{w} - 1]. \quad (3.14)$$

Resolvendo o gradiente complexo em relação a \mathbf{w} , tem-se:

$$\mathbf{w}_o^H = -\vartheta \mathbf{v}_s^H \widehat{\mathbf{R}}^{-1} \quad (3.15)$$

e

$$\vartheta = -[\mathbf{v}_s^H \widehat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{v}_s]^{-1}. \quad (3.16)$$

Para enfatizar os pesos otimizados, faz-se $\mathbf{w}_{mpdr} = \mathbf{w}_o^H$:

$$\mathbf{w}_{mpdr}^H = \frac{\mathbf{v}_s^H \widehat{\mathbf{R}}^{-1}}{\mathbf{v}_s^H \widehat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{v}_s} \quad (3.17)$$

onde o vetor \mathbf{w}_{mpdr} contém os pesos da Equação 3.13 que, ajustados em uma direção, neste caso, posição, filtram espacialmente o sinal recebido.

4 Análise de autovalores em estimação de posição de fontes cerebrais

Os métodos DOA descritos em (KUNZLER et al., 2015)(FERREIRA; LEMOS, 2005) utilizam autovalores para determinar a direção do ângulo de chegada de uma onda incidindo em um arranjo de sensores, através de uma fonte sintetizada numericamente somada à de interesse. Nessas abordagens, o espectro gerado por tais autovalores apresentam comportamentos indicativos das direções das fontes, sendo estas, então, localizadas. Nesse ínterim, um estudo é feito quanto aos autovalores objetivando a estimação das posições das fontes cerebrais, sendo inspirado pelos métodos dos trabalhos citados.

Autovalores e os seus respectivos autovetores formam subespaços ortogonais entre si, os quais compõem a matriz da qual foram extraídos. Uma definição formal é:

Seja $\mathbf{T} : \mathbf{G} \rightarrow \mathbf{G}$ um operador linear. Se existem $\mathbf{g} \in \mathbf{G}$, $\mathbf{g} \neq 0$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\mathbf{T}\mathbf{g} = \lambda\mathbf{g}$, λ é um autovalor de \mathbf{T} e \mathbf{g} um autovetor de \mathbf{T} associado a λ (BOLDRINI, 1986).

Se \mathbf{G} é uma matriz $K \times K$ da qual se deseja extrair os seus autovalores e possui a estrutura:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{1,1} & \cdots & g_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{K,1} & \cdots & g_{K,K} \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

seus autovalores podem ser calculados resolvendo o chamado polinômio característico com a forma:

$$P(\lambda) = \det[\mathbf{G} - \lambda\mathbf{I}] = \begin{vmatrix} g_{1,1} - \lambda & \cdots & g_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{K,1} & \cdots & g_{K,K} - \lambda \end{vmatrix}. \quad (4.2)$$

A matriz de interesse neste trabalho é a $\widehat{\mathbf{R}}_s$, chamada de matriz de busca em \vec{r} , definida como(FERREIRA; LEMOS, 2005):

$$\widehat{\mathbf{R}}_s(\vec{r}) = \widehat{\mathbf{R}} + \Phi(\vec{r}), \quad (4.3)$$

em que $\widehat{\mathbf{R}}$ é a matriz de covariância de dados medidos e Φ é a seguinte matriz:

$$\Phi(\vec{r}) = \mathbf{V}_s(\vec{r})\mathbf{V}_s^H(\vec{r}). \quad (4.4)$$

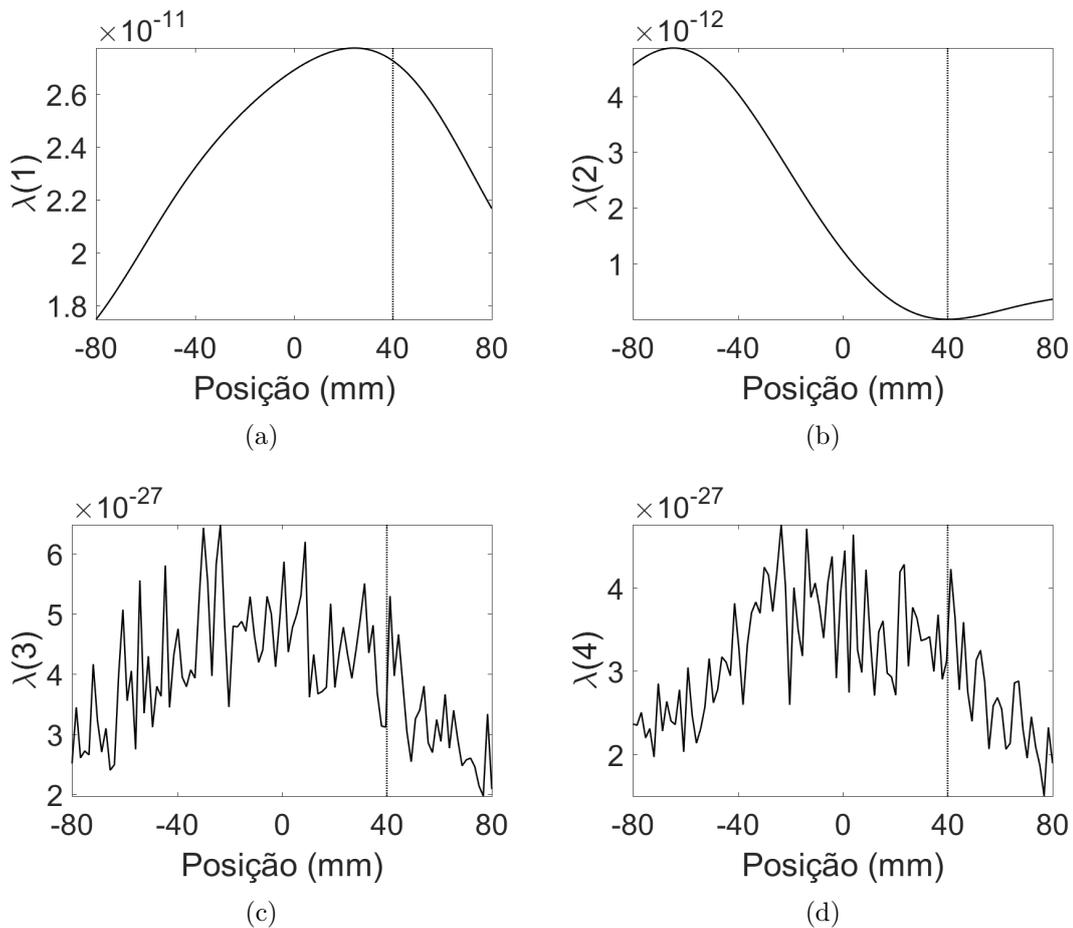
Como $\widehat{\mathbf{R}}_s$ depende de \vec{r} , que varia em apenas uma dimensão no intervalo $[-80 \text{ mm}, 80 \text{ mm}]$, seus autovalores $\widehat{\lambda}_1(\vec{r}), \widehat{\lambda}_2(\vec{r}), \dots, \widehat{\lambda}_K(\vec{r})$ partilham da mesma dependência.

Nas próximas seções, os autovalores são investigados de forma a determinar seu comportamento quando a variável \vec{r} coincidir com as posições das fontes a serem estimadas. Quando em situações ruidosas, $N_e = 1000$ experimentos são feitos. Todas as simulações são feitas com o padrão de sensores 10/20 da Figura 3.1. Os espectros são construídos com apenas $M = 1$ fonte situada em 40 mm. Tal fonte emite um sinal senoidal de 30 Hz. Aqui, a frequência de amostragem é de 200 Hz e são colhidas 200 amostras, totalizando um segundo de amostragem. Análises com duas e três fontes são feitas no Apêndice B.

4.1 Comportamento dos autovalores no modelo de sinal Dipolo

Utilizando o modelo de sinal da Seção 2.3, estuda-se, nas Figuras a seguir, o comportamento dos autovalores na ausência de ruído.

Figura 4.1 – Espectros dos quatro maiores autovalores na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



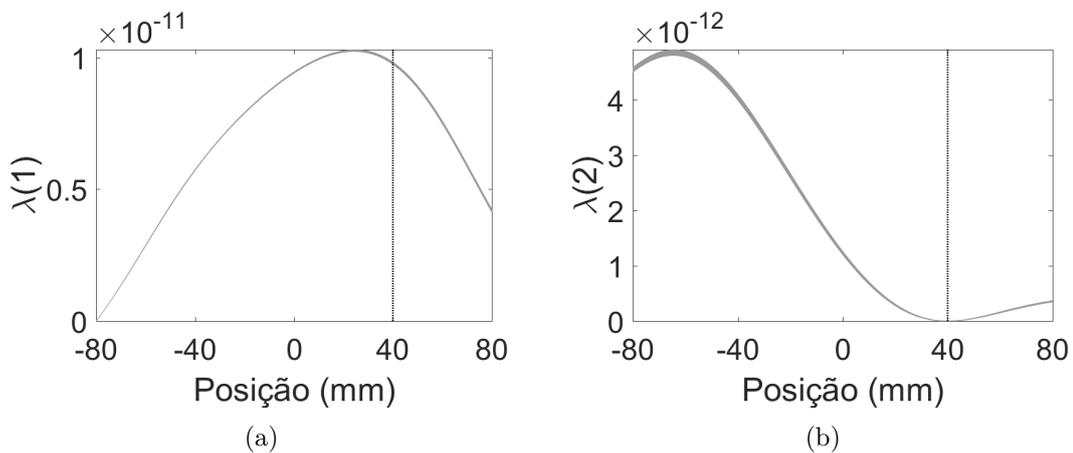
Como soma-se à fonte medida uma fonte sintética que varia por todo o espaço de

busca, o número de fontes total passa a ser $M + 1 = 2$, conferindo apenas aos dois primeiros autovalores uma energia relevante - mesmo que muito pequenos, devido à natureza do sinal. Os demais autovalores, pertencentes ao subespaço de ruído, em condições ideais ou não ruidosas, são nulos - não sendo necessário apresentar todos os K gráficos (Os apresentados mostram uma ordem de grandeza 10^{-27} , que tende à zero).

Quando as duas fontes coincidem, o número de fontes passa de $M + 1$ para M - pois o sinal parte do mesmo ponto - reduzindo a energia do segundo autovalor (Figura 2(b)). A redução da energia causa um vale no espectro do segundo autovalor, pois a energia se acumula no primeiro, havendo um deslocamento da mesma. Tal deslocamento deveria implicar em um pico no primeiro autovalor (Figura 2(a)) na mesma posição em que se tem um vale no segundo. Essa conclusão é falsa, pois cada ponto da busca confere ao sinal uma atenuação diferente devido às diferentes combinações de distâncias entre as fontes e os sensores, fazendo com que os sinais percorram diferentes comprimentos de meios atenuantes. Nesse sentido, uma distorção é feita no espectro do subespaço de sinal, que depende da posição da fonte e dos sensores, tornando-o inconclusivo.

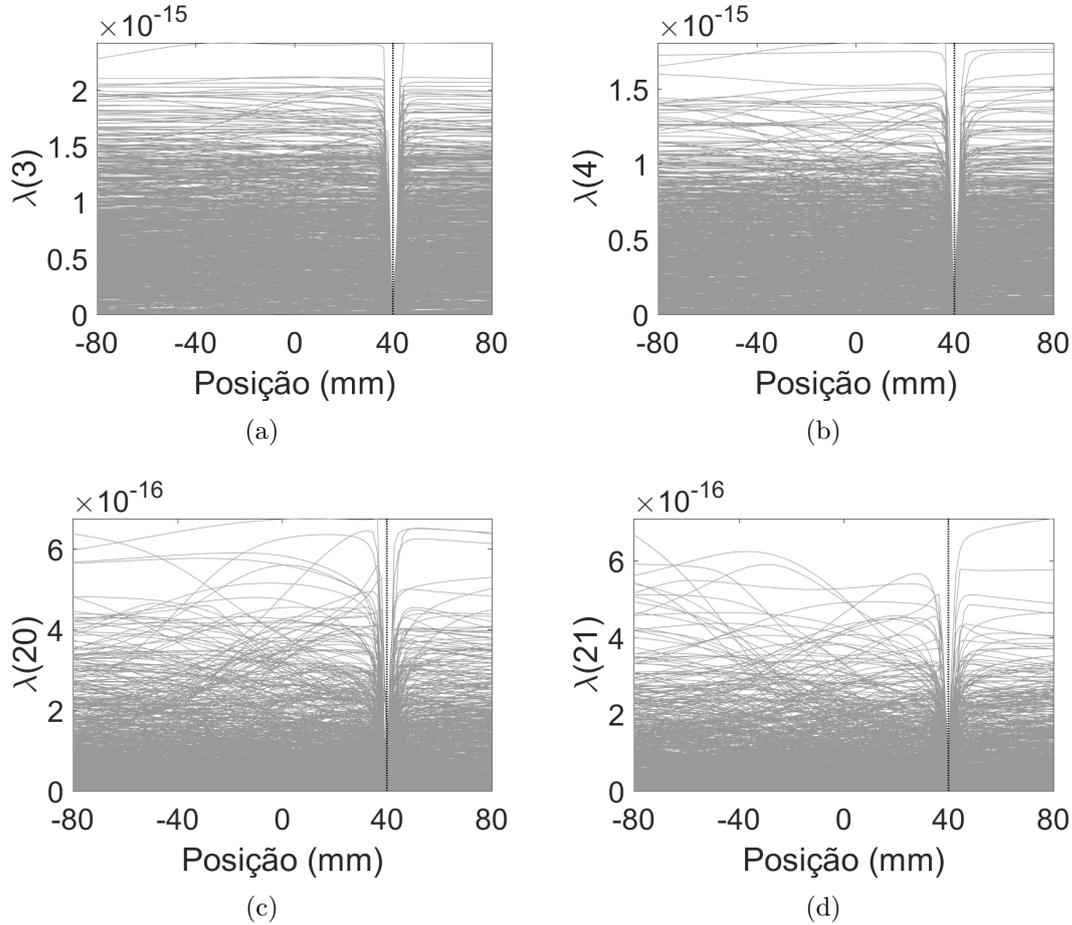
Diferentemente, adicionando ruído branco ao sinal com $\text{SNR} = 20$ dB, os autovalores passam a possuir o comportamento das Figuras a seguir.

Figura 4.2 – Espectros dos dois primeiros maiores autovalores e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte



Os dois maiores autovalores na presença de ruído com $\text{SNR} = 20$ dB, comportam-se de forma semelhante aos sem ruído, pois esse nível de distúrbio não é suficiente para alterar drasticamente seus espectros. Da mesma forma, o segundo autovalor apresenta um vale na posição da fonte, ou seja, quando há a redução do subespaço de sinal devido à coincidência das fontes. Nesse ponto o primeiro autovalor também é inconclusivo quanto à localização da fonte, uma vez que as diferentes atenuações são intrínsecas ao modelo.

Figura 4.3 – Espectros do terceiro, quarto, vigésimo e vigésimo primeiro autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.

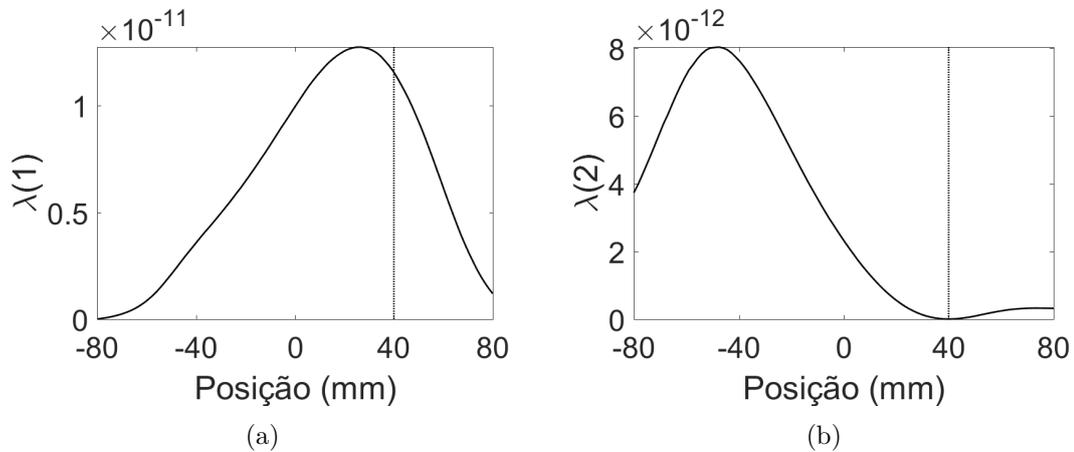


A Figura 4.3 mostra um comportamento tendencioso do $(M + 2)$ -ésimo maior autovalor em diante. O acúmulo de energia no subespaço de sinal faz com que todos os autovalores de ruído atinjam seus mínimos quando a fonte de varredura coincide com a fonte a ser determinada - ou seja, ocorre uma redução no subespaço de sinal, acumulando energia, e um aumento no de ruído, diluindo energia. Esse comportamento é observável pelos vales criados em cada um dos experimentos em cada gráfico do subespaço de ruído (Figura 4.3), coincidindo com a posição da fonte.

4.2 Comportamento dos autovalores no modelo de sinal proposto Antena Dipolo

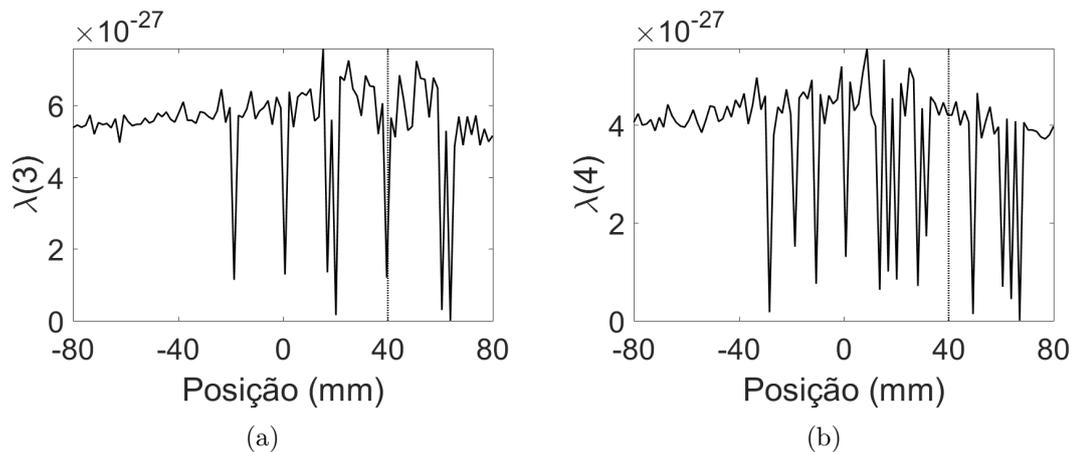
Utilizando o modelo de sinal da Seção 2.4, estuda-se, nas Figuras a seguir, o comportamento dos autovalores na ausência de ruído.

Figura 4.4 – Espectros dos dois maiores autovalores na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



Os gráficos das Figuras 4.4 apresentam comportamento semelhante ao do modelo Dipolo. O segundo autovalor tem um vale na posição da fonte, mostrando um deslocamento da energia para o primeiro autovalor. Esse, que representa o subespaço de sinal, semelhante ao modelo Dipolo, se mantém inconclusivo quanto à posição da fonte devido às diferentes atenuações por diferentes caminhos dentro dos meios condutores.

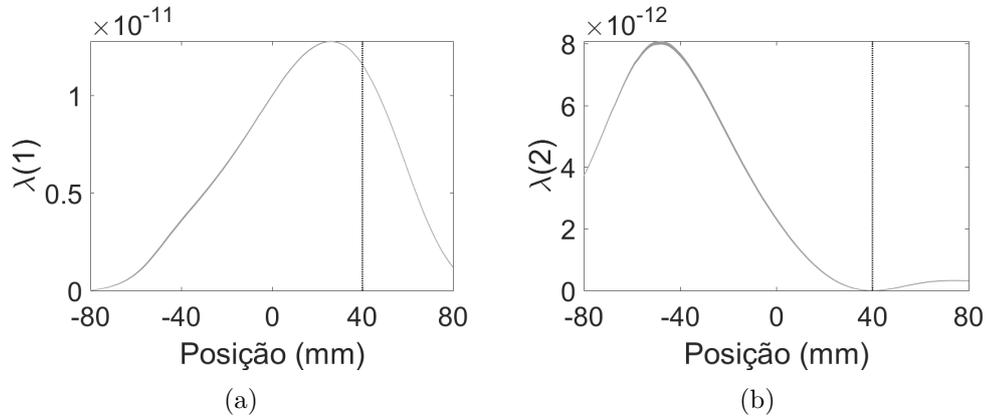
Figura 4.5 – Espectros do terceiro e quarto maiores autovalores na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



Como apenas a fonte medida e a fonte sintética estão presentes, é esperado que os autovalores menores que o primeiro e o segundo tendam a zero, como mostrado na Figura 4.5.

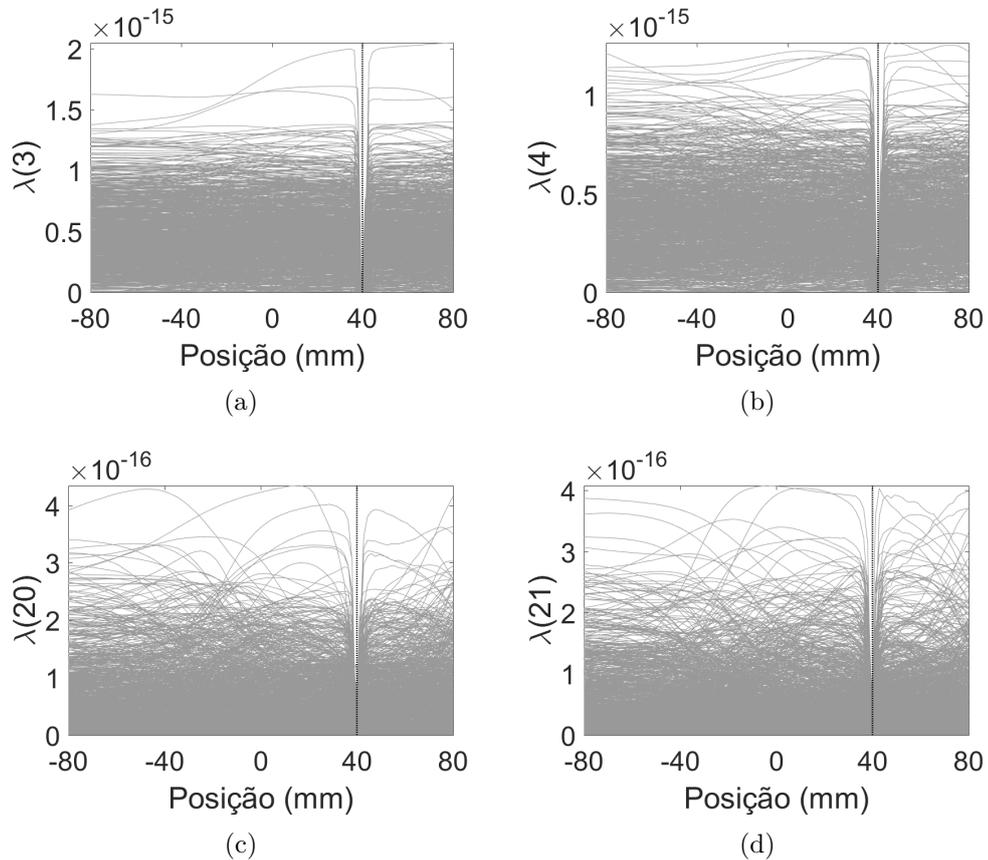
Em outra abordagem, adicionando ruído branco ao sinal com $\text{SNR} = 20$ dB, os autovalores passam a se comportar da forma mostrada nas Figuras a seguir.

Figura 4.6 – Espectros dos dois maiores autovalores e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



Os dois maiores autovalores do modelo Antena Dipolo (Figura 4.6), na presença de ruído, têm o mesmo comportamento dos sem ruído. Da mesma maneira que no modelo da literatura, esse nível de ruído não é suficiente para inferir grandes alterações nos $M + 1$ maiores autovalores.

Figura 4.7 – Espectros do terceiro, quarto, vigésimo e vigésimo primeiro autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



Os espectros das Figuras 4.7 mostram uma tendência dos $M+2$ menores autovalores a atingirem mínimos quando a fonte de varredura coincide com uma fonte a ser localizada. Tal comportamento é semelhante ao modelo Dipolo, inferindo que a análise se mantém a mesma para os dois modelos.

Diferentemente da estimação DOA, na estimação de posição de fonte a relação de amplitude da fonte nos sensores é a chave para a estimação. Na estimação DOA é levado em consideração a relação de atraso da onda nos diferentes sensores, sendo essa de campo distante. O modelo de sinal é feito de forma que todas as direções de onda tenham as mesmas condições de propagação, conferindo às ondas a mesma energia, independentemente do ângulo de incidência. Os métodos nos quais essa análise se baseia (KUNZLER et al., 2015)(FERREIRA; LEMOS, 2005) utilizam o subespaço de sinal para a estimação, uma vez que não há variação da condição de propagação e o espectro dos autovalores do subespaço de sinal não apresenta distorções causadas por atenuação.

4.3 Considerações

A análise de cada autovalor mostra como os espectros se comportam quando há uma fonte coincidente. Na condição de ausência de ruído se é esperado um comportamento de valores espúrios no subespaço de ruído, pois, teoricamente, deveria ser nulo. Os valores espúrios acontecem devido às limitações numéricas intrínsecas aos computadores, que possuem precisão finita. É notório que apenas o segundo autovalor (ou o primeiro autovalor do subespaço de ruído após a redução do subespaço de sinal), em ambos modelos, apresenta uma indicação de onde se encontra a fonte. Quando se é adicionado ruído, todos os espectros dos autovalores do subespaço de ruído passam a retornar indicações da posição da fonte. Todas essas indicações acontecem em formas de vales nos espectros citados.

Os resultados mostram que os autovalores de ruído, além de criarem vales nas posições das fontes, apresentam dispersão em todo seu espectro - observável nos gráficos com mil experimentos pela inconstância das linhas cinzas dos espectros quando se distanciam da posição da fonte a ser estimada. No próximo Capítulo uma combinação dos autovalores é proposta, objetivando um espectro estável para se obter estimativas com segurança.

5 Proposta de método baseado em autovalores para estimação de posições de fontes cerebrais

Para fontes não-correlacionadas, os $(M + 1)$ maiores autovalores de $\widehat{\mathbf{R}}_s(\vec{r})$ e seus autovetores correspondentes compõem o subespaço de sinal, enquanto os autovalores e autovetores restantes o subespaço de ruído. Se \vec{r} for variado ao longo de uma secção horizontal da cabeça, ou em uma reta nesta secção, e coincidir com a posição de uma fonte cerebral, a dimensão do subespaço de sinal reduz para M . Como consequência, mais energia é concentrada no subespaço de sinal e os autovalores de ruído $\widehat{\lambda}_{M+1}(\vec{r}), \dots, \widehat{\lambda}_K(\vec{r})$ atingem seus mínimos (As Figuras apresentadas no Capítulo 4 e do Apêndice B ilustram tal situação). Assim, este comportamento é explorado para se introduzir um novo espectro definido como:

$$S(\vec{r}) = \frac{1}{\prod_{i=M+1}^K \widehat{\lambda}_i(\vec{r})} \quad (5.1)$$

em que os picos indicam as posições das fontes cerebrais.

Devido à natureza do sinal, os autovalores de ruído possuem uma amplitude pequena, podendo gerar instabilidades numéricas por conta das limitações dos computadores. Esse problema pode ser evitado de duas formas: somando-se à função o menor valor da máquina ("eps") ou multiplicando o inverso de cada autovalor isoladamente, gerando números muito grandes a cada autovalor de ruído agregado.

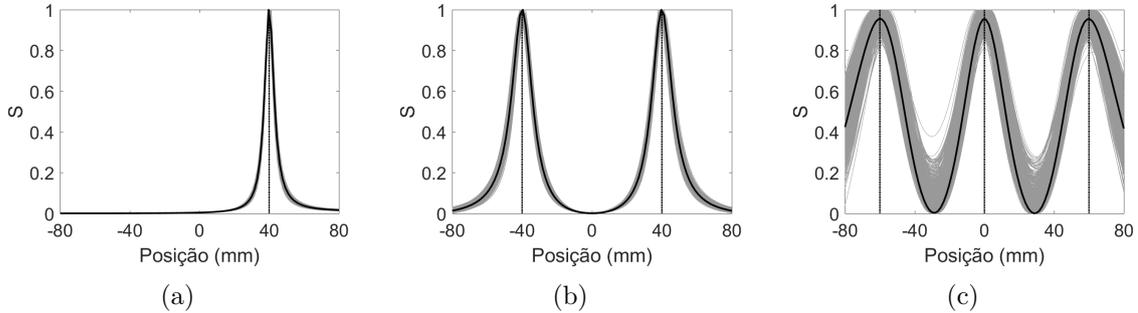
A Equação 5.1 é finita apenas em condições que se tem ruído, ou seja, em condições reais, uma vez que o ruído é sempre presente. O método proposto utiliza o subespaço de ruído, normalmente indesejado, a favor do objetivo que se quer atingir.

Nas Seções 5.1 e 5.2 a seguir, mostra-se a aplicação da função proposta para casos em que há $M = 1, 2$ e 3 fontes nas posições indicadas pelas figuras. Todas as fontes ortogonais entre si, taxa de amostragem de 200 Hz e com um segundo de aquisição de dados. Os sensores são dispostos no padrão 10/20. As buscas são feitas em uma e duas variáveis, com $\text{SNR} = 20$ dB.

5.1 Aplicação no modelo de sinal Dipolo

A Figura 5.1 apresenta espectros resultantes de uma varredura em uma dimensão no intervalo $[-80 \text{ mm}, 80 \text{ mm}]$ do modelo Dipolo, com $N_e = 1000$ experimentos.

Figura 5.1 – (a) $M = 1$ (b) $M = 2$ (c) $M = 3$ - Função S . Linhas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos, linha preta o seu comportamento médio e linhas pontilhadas verticais as posições das fontes.



A Figura 5.1 mostra como a função S apresenta picos coincidentes com as posições das fontes a serem localizadas, sendo, então, uma abordagem possível para o fim de estimação de posições de fontes. Nota-se que, assim como nos métodos MUSIC e NSF, com o aumento do número de fontes, uma maior dispersão dos experimentos - denotados pelas linhas cinzas. No caso em que $M = 3$, os 1000 experimentos possuem uma maior flutuação em torno do comportamento médio. Pode-se, então, concluir que o aumento do número de fontes também dificulta a estimação a partir do método baseado em autovalores.

As Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 mostram varreduras em duas dimensões nos intervalos $0 \leq r \leq 80$ mm e $-\pi \leq \phi < \pi$, com $N_e = 1000$ experimentos. Diferentemente dos espectros unidimensionais, as figuras a seguir apenas mostram o comportamento médio dos 1000 experimentos, pois a limitação gráfica impede apresentar todos os 1000 casos em uma só imagem. As estimativas das imagens também são estimativas médias.

Figura 5.2 – (a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 1$ fonte.

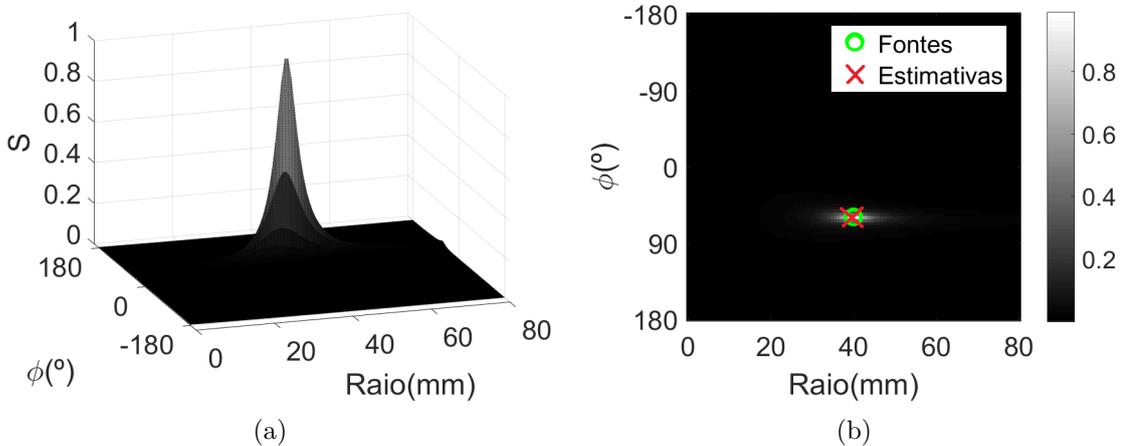


Figura 5.3 – (a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 2$ fontes.

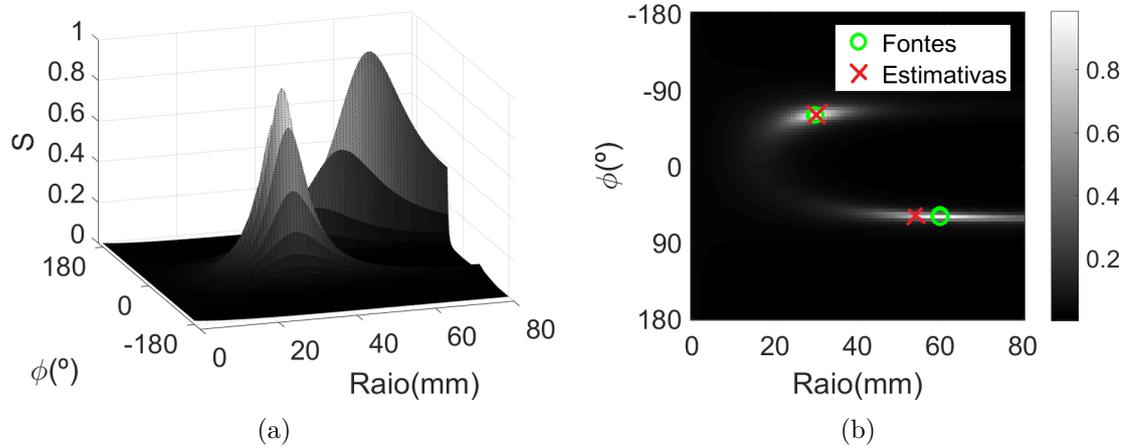
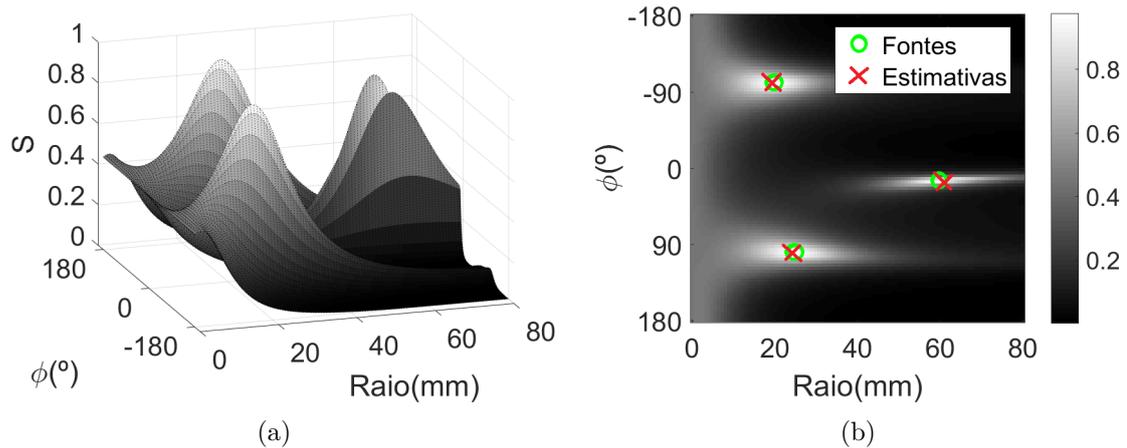


Figura 5.4 – (a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 3$ fontes.

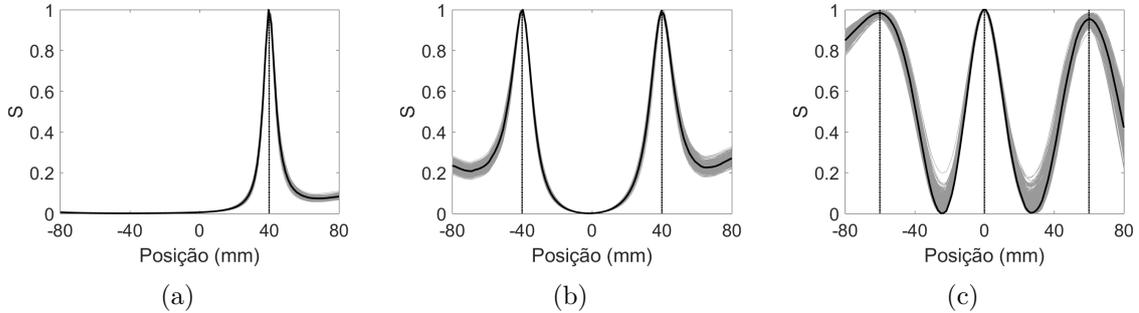


As Figuras 5.2 5.3 e 5.4 mostram como a função S se comporta em uma varredura bidimensional, tendo seus picos coincidentes com as posições das fontes. O método proposto cria picos mais largos (que ficam mais largos conforme o número de fontes aumenta) do que os métodos MUSIC e NSF, entretanto espera-se que o erro de estimação seja menor, o que será avaliado no próximo Capítulo deste trabalho.

5.2 Aplicação no modelo de sinais proposto Antena Dipolo

A Figura 5.5 apresenta espectros resultantes de uma varredura em uma dimensão no intervalo $[-80 \text{ mm}, 80 \text{ mm}]$ do modelo Antena Dipolo, com $N_e = 1000$ experimentos.

Figura 5.5 – (a) $M = 1$ (b) $M = 2$ (c) $M = 3$ - Função S . Linhas cinzas representando cada um dos 1000 experimentos, linha preta o seu comportamento médio e linhas pontilhadas verticais as posições das fontes.



As figuras mostram como a função S também é viável para a localização de fontes no modelo Antena Dipolo. É importante notar que o método baseado em autovalores não sofre redução dos picos mais atenuados pelo meio devido às diferentes frequências adotadas como no métodos MUSIC e NSF. Tal característica é importante pois quanto maior o pico, mais fácil torna-se sua estimação por algoritmos de busca. Espera-se, portanto, que o método proposto se sobressaia quanto à performance em relação aos citados.

As Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 mostram varreduras em duas dimensões nos intervalos $0 \leq r \leq 80$ mm e $-\pi \leq \phi < \pi$, com $N_e = 1000$ experimentos.

Figura 5.6 – (a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 1$ fonte.

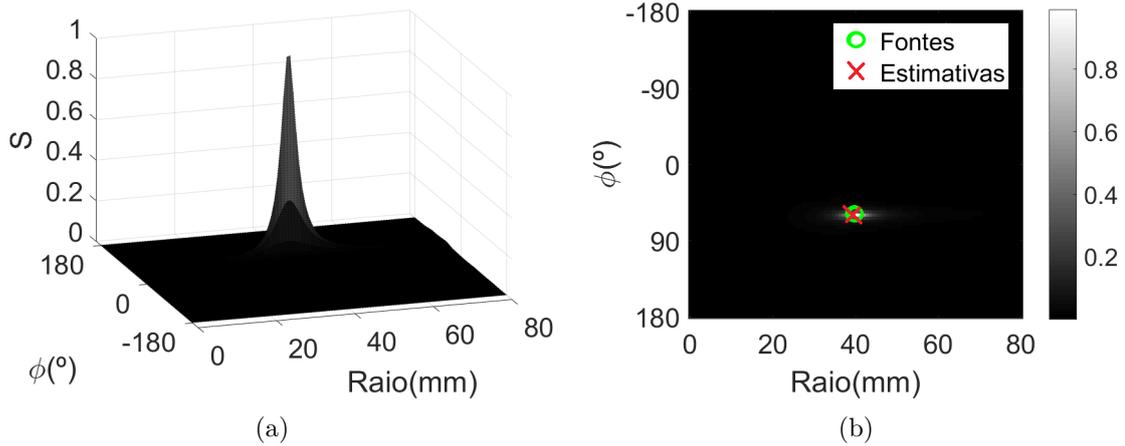


Figura 5.7 – (a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 2$ fontes.

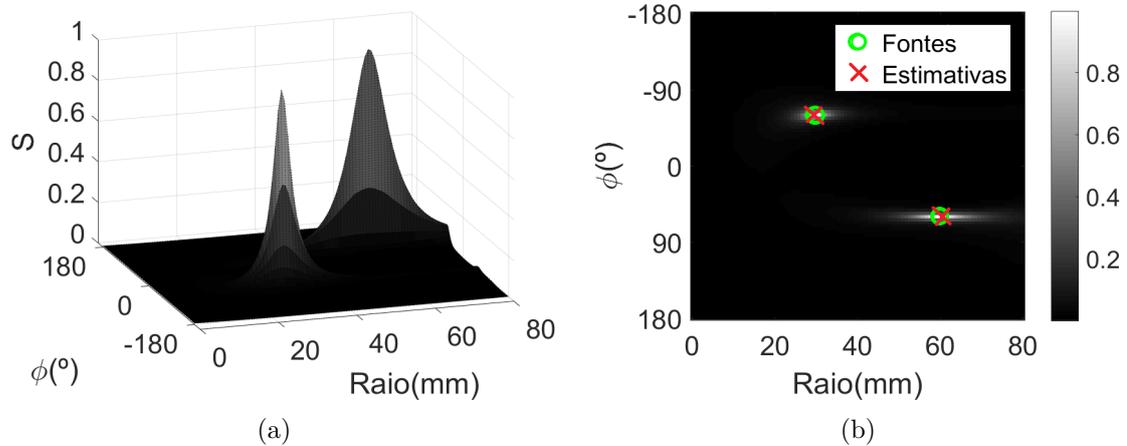
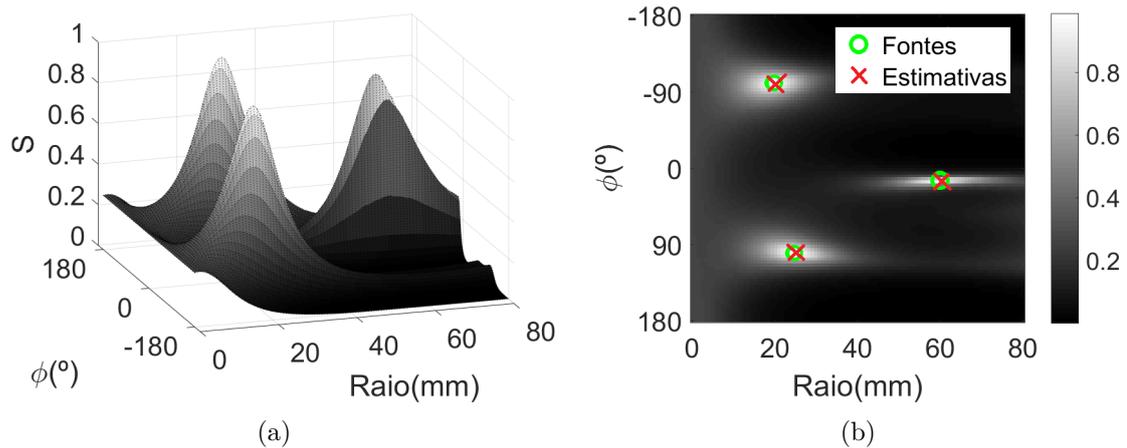


Figura 5.8 – (a) Função S média e (b) suas estimativas com $M = 3$ fontes.



Similarmente à busca unidimensional, os picos da função também mantêm amplitudes próximas, facilitando a localização das fontes.

5.3 Considerações sobre o método

O método proposto neste capítulo se mostra funcional quanto à estimação de fontes, uma vez que, como é apresentado nas Figuras, seus picos coincidem com as posições a serem determinadas. No Capítulo anterior, os espectros dos autovalores do subespaço de ruído mostraram-se com alta aleatoriedade no decorrer dos experimentos (denotado pela gama de linhas cinzas flutuantes), o que não acontece quando são combinados para formar o espectro proposto, uma vez que os mínimos dos espectros coincidem nas posições das fontes e se evidenciam quando multiplicados. Esse reforço no ponto de mínimo faz com que a função S tenha picos com pouca dispersão ao longo dos experimentos.

Para ambos modelos o espectro evidencia as fontes de interesse, apresentando uma diferença importante em relação ao MUSIC e NSF: os picos das fontes no modelo Antena Dipolo se mantêm com amplitudes próximas. Como o modelo é dependente da frequência, algumas fontes são atenuadas mais que outras, podendo ser um infortúnio quando componentes de maior frequência forem considerados. Nesse sentido, espera-se um melhor desempenho do método proposto em relação aos outros, sendo esta análise feita no próximo Capítulo.

6 Resultados e análises de desempenho de estimação, tempo de execução e *beamforming*

Para fins de comparação do método proposto com os já discutidos neste trabalho, três abordagens distintas são feitas: desempenho de estimação em termos da Equação 2.50, comparando o método baseado em autovalores com o MUSIC e o NSF; tempo de execução que cada um dos métodos e modelos requerem¹; e apresentação da filtragem espacial, utilizando o método do Capítulo 3.3, para os dois modelos.

As estimações dos picos na varredura unidimensional são feitas por um método simples que determina pontos da função cuja amplitude seja maior que o ponto anterior e que o próximo. Quando uma fonte não é encontrada se considera a estimação na origem, atribuindo ao erro o valor da posição fonte. A estimação dos picos em superfícies é feita através da adaptação do método de centroides usado, também, para encontrar picos de cores em imagens.

6.1 Avaliação da Acurácia da Estimação e sua Robustez ao Ruído

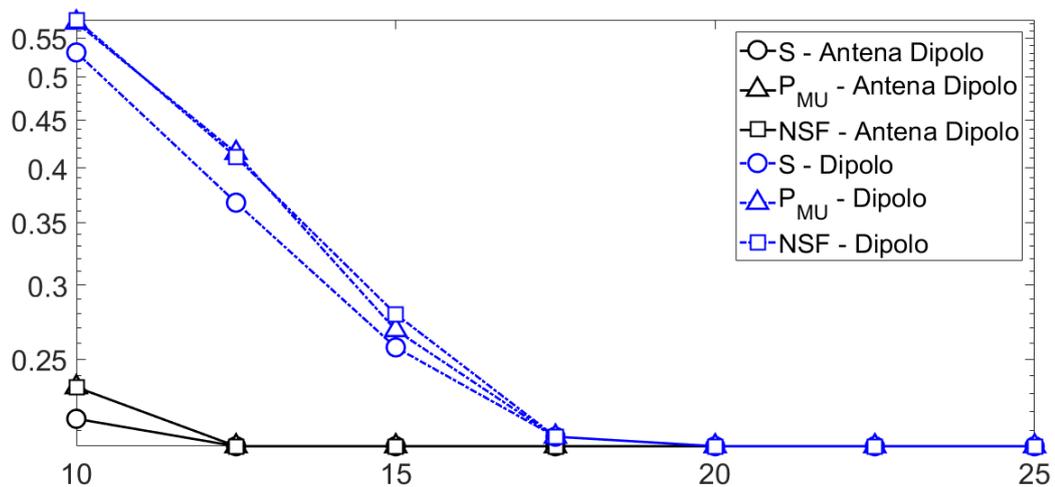
Os parâmetros frequência de amostragem de $F_s = 200$ Hz, arranjo de sensores com o padrão 10/20 e tempo de aquisição de um segundo, com $N = 200$ amostras, são comuns a todos os experimentos. Os sinais das fontes são ortogonais entre si. A SNR varia de 10 dB a 25 dB. Os intervalos de varredura são os mesmos da Seção 3.1 para diferentes números de fontes: $M = 1, 2, 3$. Os dois modelos do Capítulo 2 são analisados para cada um dos casos e o número de experimentos feitos para cada ponto de análise é $N_e = 1000$. (Análises ponto a ponto das curvas REMQ (mm) versus SNR(dB) são apresentadas no Apêndice C).

¹ O computador utilizado nas simulações possui as seguintes especificação: Processador Intel Core i5-3337U CPU 1.80GHz, Memória RAM de 6,00GB.

6.1.1 Estimação unidimensional

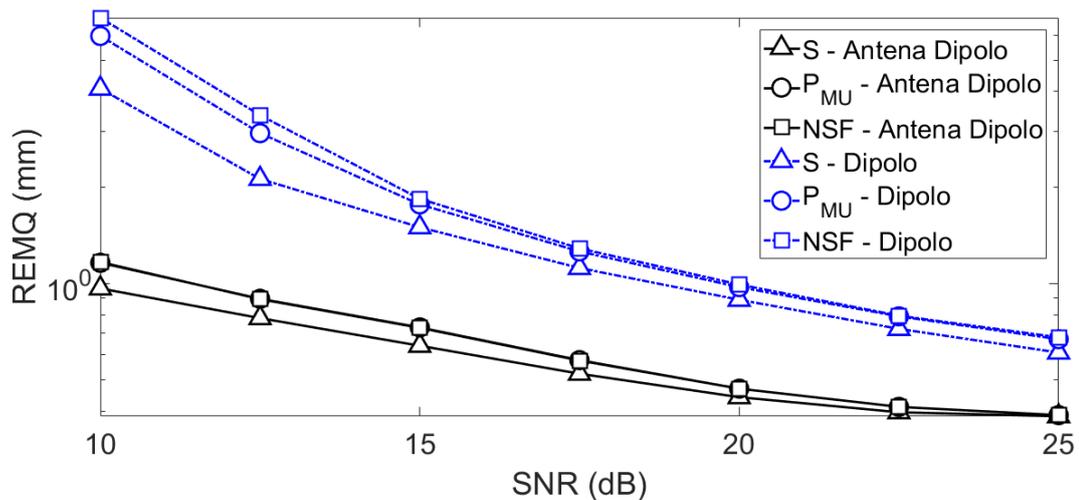
Primeiramente, faz-se uma análise em apenas um eixo do cérebro - para uma, duas e três fontes, nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3, respectivamente. Como o espaço de busca tem, de fato, três dimensões, a busca em apenas uma dimensão representa uma redução no problema de baixa resolução espacial intrínseca ao arranjo de sensores EEG. Dessa forma, os modelos e métodos são analisados juntamente para cada número de fontes, possibilitando uma comparação quanto à escala do erro.

Figura 6.1 – REMQ versus SNR. Posição da fonte: $x_1 = 20$ mm.



A Figura 6.1 apresenta não só um pequeno ganho da função S em relação aos outros, mas também da acurácia do modelo proposto em relação ao da literatura.

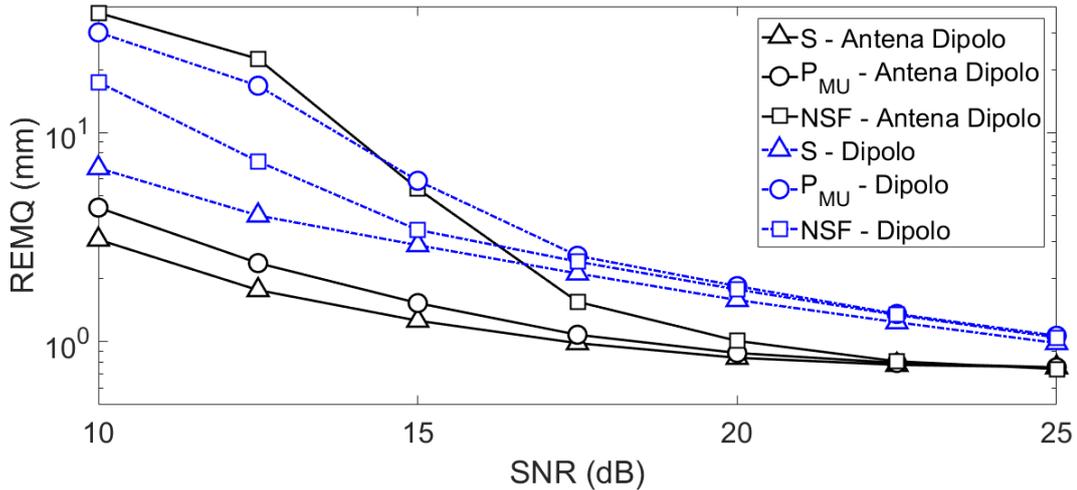
Figura 6.2 – REMQ versus SNR. Posições das 2 fontes: $x_1 = 20$ mm; $x_2 = -10$ mm



As curvas da Figura 6.2 mostram um ganho da função S e uma considerável diferença da acurácia entre os modelos. O modelo Antena Dipolo apresenta na SNR de 10

dB um nível de erro que o modelo Dipolo produz, aproximadamente, na SNR de 20 dB, ou seja, com o nível de ruído 10 vezes menor.

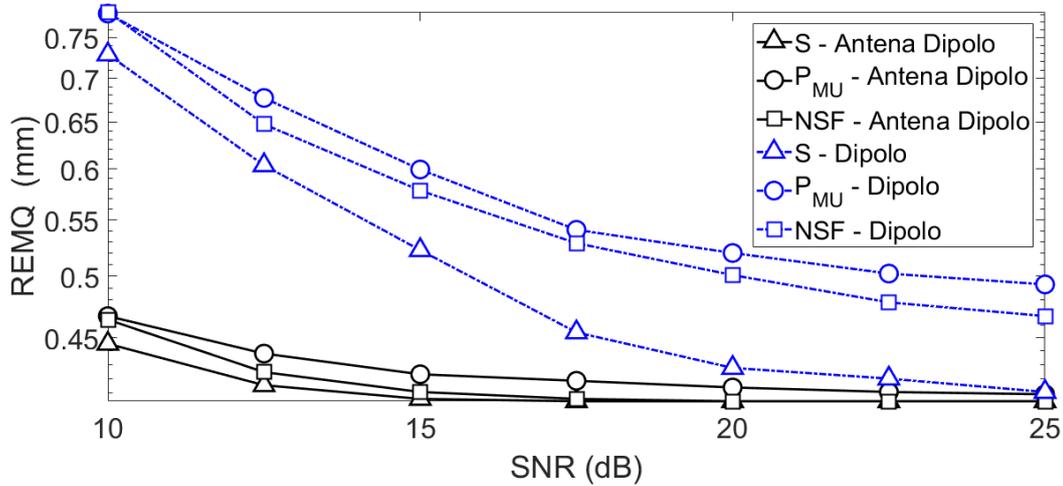
Figura 6.3 – REMQ versus SNR. Posições das 3 fontes: $x_1 = -60$ mm; $x_2 = 0$ mm; $x_3 = 60$ mm



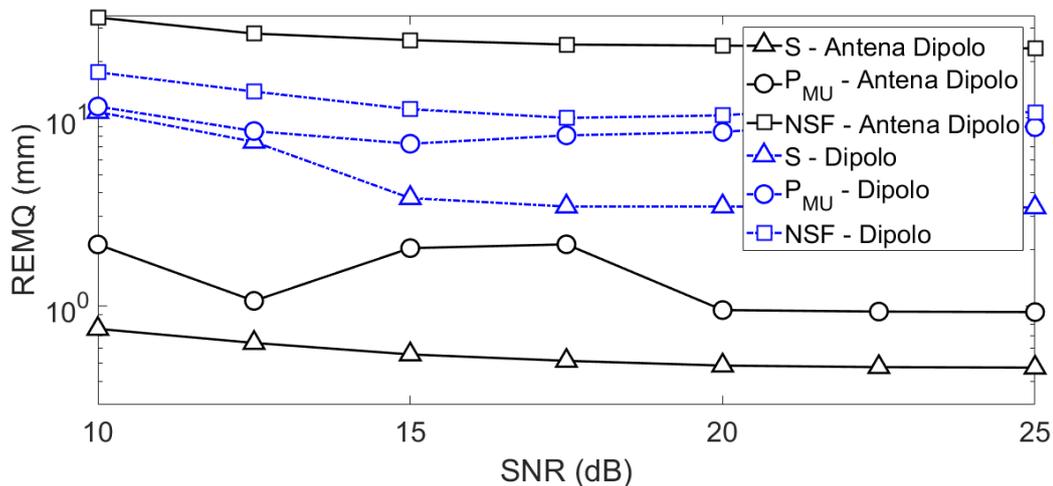
Para três fontes, a Figura 6.3 mostra, além de um ganho do método proposto, uma redução mais acentuada do erro conforme a SNR aumenta no modelo Antena Dipolo. Entretanto, o método NSF sofre degradação de performance no modelo proposto para SNRs menores que 12 dB. Isso não é, necessariamente, um problema. O modelo que mais representa o sistema real deve ser o adotado, mesmo que haja queda na acurácia da estimação.

6.1.2 Estimação bidimensional

Em outro plano, uma dimensão é adicionada à busca, agravando a baixa resolução espacial do arranjo. De forma semelhante à seção anterior, os modelos e métodos são comparados lado a lado.

Figura 6.4 – REMQ versus SNR. Posição da fonte em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (40 \text{ mm}, 90^\circ, 60^\circ)$


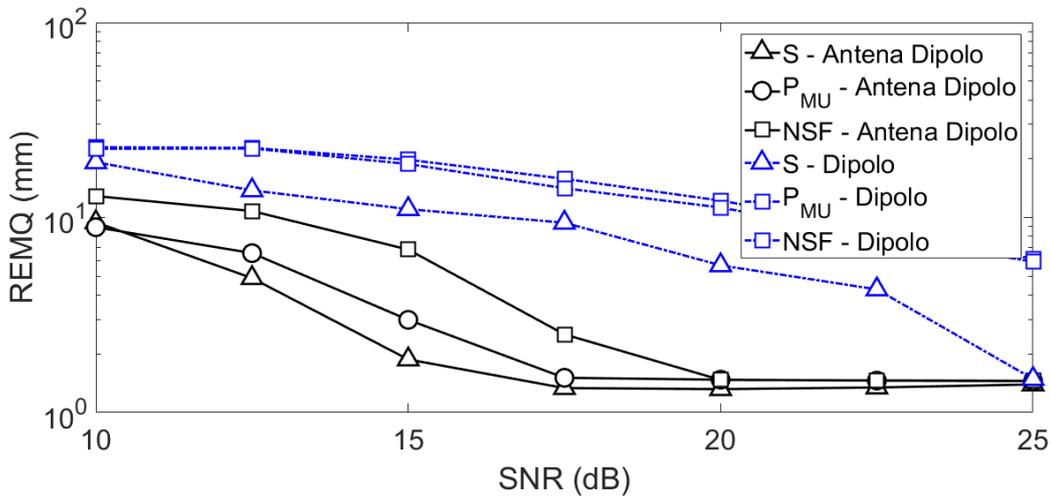
A redução da resolução espacial faz com que a diferença entre os métodos se acentue. Na Figura 6.4 o método baseado em autovalores se destaca em relação aos outros com maior expressividade. O modelo de sinal proposto mantém sua maior acurácia em relação ao Dipolo.

 Figura 6.5 – REMQ versus SNR. Posições das fontes em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (30 \text{ mm}, 90^\circ, -60^\circ)$; $\vec{r}_2 = (60 \text{ mm}, 90^\circ, 60^\circ)$


Para duas fontes, a Figura 6.5 mostra resultados expressivos quanto ao método proposto e ao modelo proposto. Comprando os métodos de estimação, a função S , no modelo Dipolo, estabiliza-se em um erro consideravelmente menor que as demais; no modelo Antena Dipolo, novamente, a função S se sobressai, uma vez que o MUSIC apresenta instabilidade e o NSF resulta em um alto erro de estimação. Quanto aos modelos, o desempenho de estimação apresentado no modelo Dipolo não se equipara ao do modelo

Antena Dipolo em todo o eixo de SNR; o modelo Antena Dipolo, desde 10 dB, apresenta uma baixa REMQ sendo, nesta SNR, uma ordem de grandeza menor, quando comparado ao modelo da literatura.

Figura 6.6 – REMQ versus SNR. Posições das fontes em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (40 \text{ mm}, 90^\circ, -130^\circ)$; $\vec{r}_2 = (15 \text{ mm}, 90^\circ, 100^\circ)$; $\vec{r}_3 = (50 \text{ mm}, 90^\circ, 15^\circ)$



Neste último caso, a Figura 6.6 mostra que o método baseado em autovalores apresenta uma maior robustez ao ruído, especialmente no modelo Dipolo, e que o modelo proposto permite uma redução mais acentuada da curva do erro conforme a SNR aumenta. A maior robustez ao ruído que o método proposto possui se deve a forma com que a informação da posição das fontes é extraída. A sobreposição da fonte simulada durante a varredura sobre as fontes a serem localizadas torna a análise dos subespaços de ruído, até um certo limite, bastante viável para a estimação. Os outros métodos são mais sensíveis ao ruído, uma vez que a ortogonalidade ou a distância entre os subespaços são mais afetados por baixas SNRs, como apresentados nos resultados anteriores.

6.2 Análise de proximidade de fontes

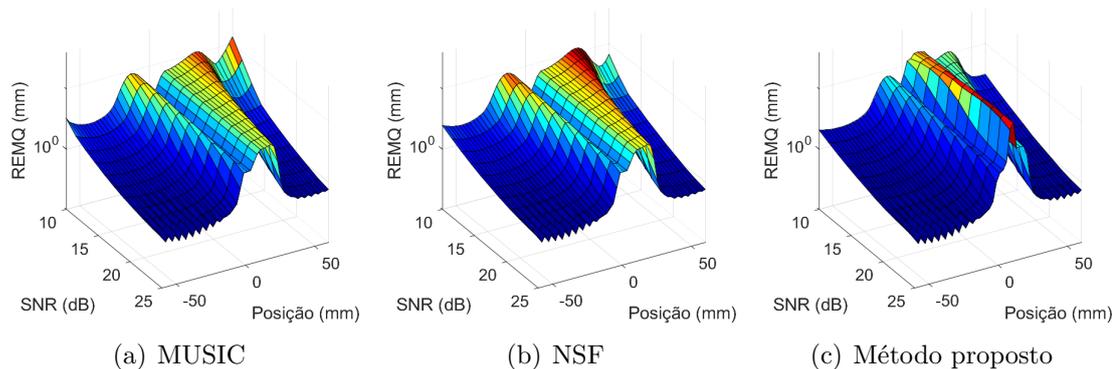
Para se avaliar a precisão dos métodos conforme fontes diferentes se aproximam, uma fonte é fixada no ponto $x_1 = 10 \text{ mm}$ em uma análise unidimensional, enquanto uma outra fonte se desloca em $-60 \leq x_2 \leq 60 \text{ mm}$ para várias situações de SNR. Em cada ponto do deslocamento da segunda fonte, uma curva REMQ versus SNR é feita, gerando uma superfície Posição da segunda fonte \times SNR \times REMQ.

6.2.1 Modelo dipolo

Para este tipo de análise é esperado um alto erro próximo à posição $x_1 = 10 \text{ mm}$, uma vez que as fontes tornam-se muito próximas, e uma perda de uma das fontes quando

elas coincidirem, uma vez que serão somadas. Quando a segunda fonte está distante da fonte fixa, espera-se um erro menor, pois não haverá problema de proximidade. Nesse sentido, quanto menor for a abertura em volta da posição da fonte fixa e quanto menor for o erro em outros pontos da superfície, melhor o método pode ser considerado quanto à acurácia e resolução.

Figura 6.7 – Posição da segunda fonte \times SNR \times REMQ para o Modelo Dipolo

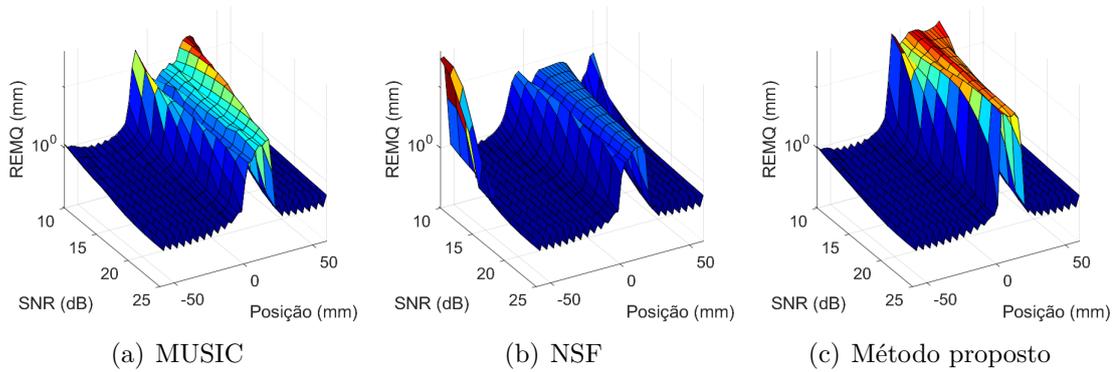


Na Figura 8(a), referente ao método MUSIC, nota-se um aumento do erro mesmo quando a fonte de posição variável está distante da fixa - posição indicada pela seta vermelha na figura. Esse problema se estende para o NSF, na Figura 8(b). Finalmente, a Figura 8(c) apresenta a superfície do método proposto, que mantém um baixo nível de erro quando as fontes estão distantes e apresenta uma menor abertura de erro quando as fontes estão próximas da sobreposição (situação indicada pela seta vermelha), apresentando uma maior resolução.

6.2.2 Modelo antena dipolo

Como a análise de proximidade segue o mesmo algoritmo para os dois modelos, espera-se, também, altos erros de estimação para quando as fontes estão muito próximas e erros baixos para quando as fontes estão distantes, e que a superfície seja descendente de acordo que a SNR aumente.

Figura 6.8 – Posição da segunda fonte \times SNR \times REMQ para o Modelo Antena Dipolo



A superfície gerada através do método NSF, Figura 9(b), mostra um nível alto de erro em fontes distantes, como indicado pelas setas vermelhas. As Figuras 9(a) e 9(c) mostram-se competitivas quanto aos níveis de erro no decorrer do deslocamento da segunda fonte, entretanto o método proposto apresenta uma menor abertura na superfície (situação indicada pela seta) quando as fontes estão próximas da sobreposição - inferindo que o método possui uma maior resolução de estimação para fontes próximas e mantém erros baixos em fontes distantes.

6.3 Considerações quanto à densidade de pontos da varredura

Como os métodos se baseiam em uma construção de espectros advindos de uma varredura uni ou bidimensional, a quantidade de pontos de busca que se usa tem influencia direta na precisão da estimativa. Para ilustrar tal problema, uma estimação de três fontes em r e ϕ é apresentada na Figura a seguir, seguindo por uma análise de como suas estimativas se comportam conforme a densidade de pontos é alterada.

Figura 6.9 – Modelo Dipolo - REMQ versus SNR. Posições das fontes em coordenadas esféricas: $\vec{r}_1 = (20 \text{ mm}, 90^\circ, -100^\circ)$; $\vec{r}_2 = (25 \text{ mm}, 90^\circ, 100^\circ)$; $\vec{r}_3 = (60 \text{ mm}, 90^\circ, 15^\circ)$

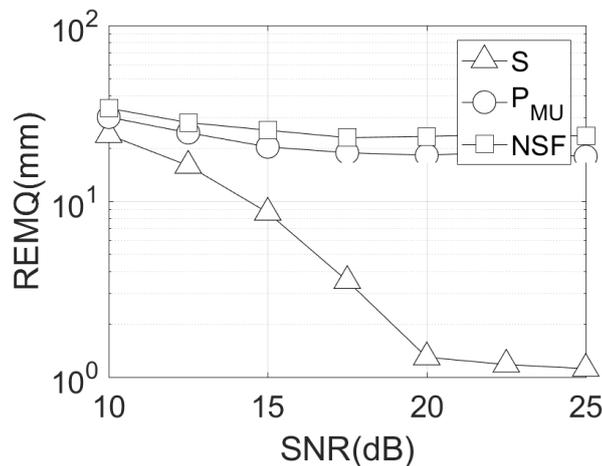
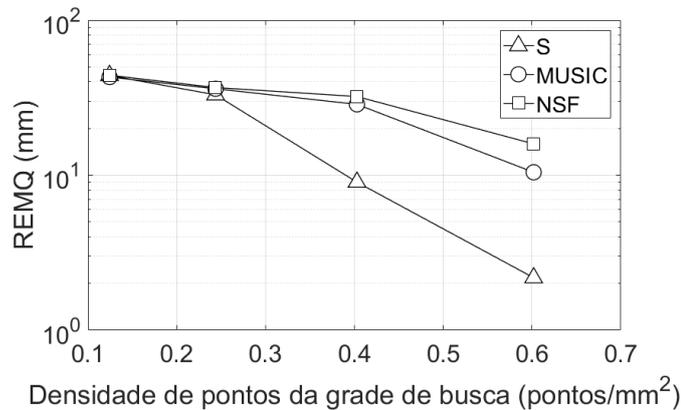


Figura 6.10 – Densidade de pontos da grade de busca \times REMQ a 20 dB

A Figura 6.10 apresenta uma queda na REMQ conforme a densidade aumenta, o que gera um problema, uma vez que o esforço computacional também aumenta conforme o número de pontos cresce. No próximo Capítulo, uma possível solução para tal problema é apresentada como tema para trabalhos futuros.

A densidade de pontos utilizada em todas as simulações deste trabalho é de 0,4974 pontos/mm².

6.4 Tempo de execução

Uma importante característica de qualquer método ou modelo é seu esforço computacional. Neste trabalho é analisado o tempo de execução de cada um dos métodos e modelos, separadamente. Em muitos cenários o tempo demandado para determinada abordagem ser executada a torna proibitiva, sendo, comumente, aplicações em tempo real. Para o objetivo de diagnóstico que é aqui tratado, tal característica não possui grande relevância, mas se trata de uma forma de comparação comum.

6.4.1 Modelos de sinal

Os modelos de sinal apresentados tendem a ter um crescente esforço computacional conforme o número de fontes aumenta, uma vez que as fontes são calculadas separadamente. Os tempos para o cálculo de um segundo de amostra de sinal, a 200 Hz de amostragem, para diferentes números de fontes, são apresentados na Tabela 6.1.

A Tabela 6.1 mostra como o modelo proposto é bem mais custoso computacionalmente quando comparado ao da literatura. Isso se deve à quantidade de cálculo a mais que o modelo Antena Dipolo faz para agregar mais características ao sistema. É importante notar que, mesmo sendo mais custoso, os valores são em mili segundos, não configurando um impedimento ou impossibilitando sua aplicação.

Tabela 6.1 – Tempo de geração dos sinais conforme os modelos de sinal tratados neste trabalho.

Número de fontes	1	2	3	4	5
Dipolo (ms)	0,30879	0,56344	0,80904	0,98257	1,2152
Antena Dipolo (ms)	89,573	177,43	267,09	337,62	411,3

6.4.2 Estimadores

Os algoritmos aqui utilizados não possuem um processo combinatorial para se selecionar as estimativas, mantendo o tempo de estimação constante quanto ao número de fontes cujas posições devem ser estimadas. Os tempos para a construção dos espectros são mostrados na Tabela 6.2. Como os espectros em duas dimensões são apenas diversos unidimensionais concatenados, a Tabela apresenta apenas o 1D.

Tabela 6.2 – Tempo de execução dos métodos

Modelo de sinal	Dipolo	Antena Dipolo	Diferença % em relação ao modelo Dipolo
S (ms)	0,0196	0,0288	43,96%
P_{MU} (ms)	0,0016	0,0018	12,50%
NSF (ms)	0,0229	0,0544	137,55%

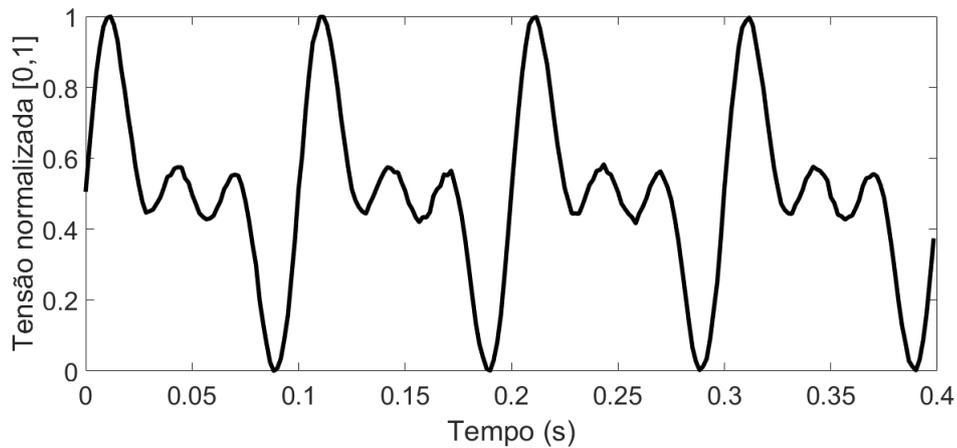
O aumento do tempo de construção de espectros do modelo antena dipolo em relação ao modelo dipolo é esperado, uma vez que no primeiro existe componente complexa no sinal.

6.5 Beamforming

A fim de ilustrar o funcionamento do *beamforming* em EEG, considera-se três fontes de mesma amplitude em $x_1 = -50$ mm, $x_2 = 10$ mm e $x_3 = 60$ mm, com frequências de 10, 20 e 30 Hz, respectivamente - com SNR de 20 dB. Utilizando-se do MPDR, a filtragem espacial é feita exatamente no ponto 60 mm, com o objetivo de demonstração do método. Os dois modelos são considerados.

A Figura 6.11 a seguir apresenta a média de sinais EEG normalizada do modelo Dipolo, partindo das fontes anteriormente citadas.

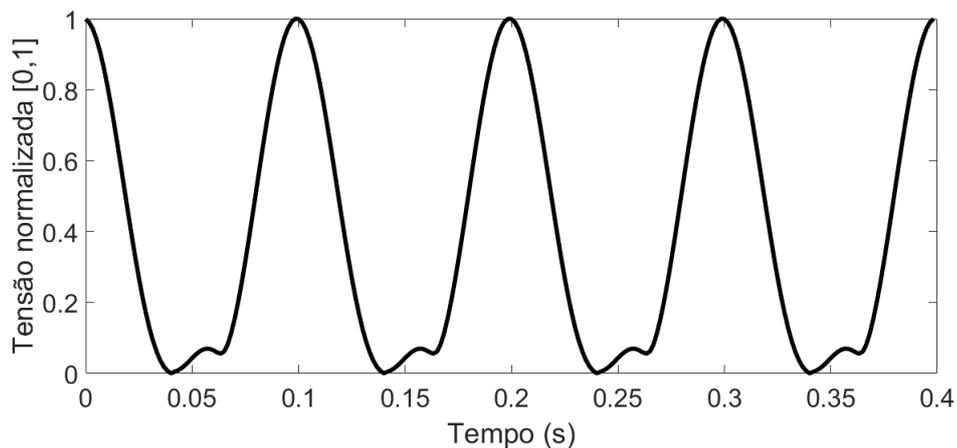
Figura 6.11 – Média normalizada dos sinais captados pelos sensores - Modelo Dipolo



É importante notar que o sistema do modelo Dipolo atenua as diferentes frequências da mesma forma, sendo possível notar visualmente a clara existência de várias frequências. Tal comportamento não representa o sistema real, uma vez que condutores atenuam frequências diferentes de formas diferentes.

A Figura 6.12 a seguir mostra a média de sinais EEG normalizadas em valor absoluto do modelo Antena Dipolo nas mesmas condições do modelo Dipolo.

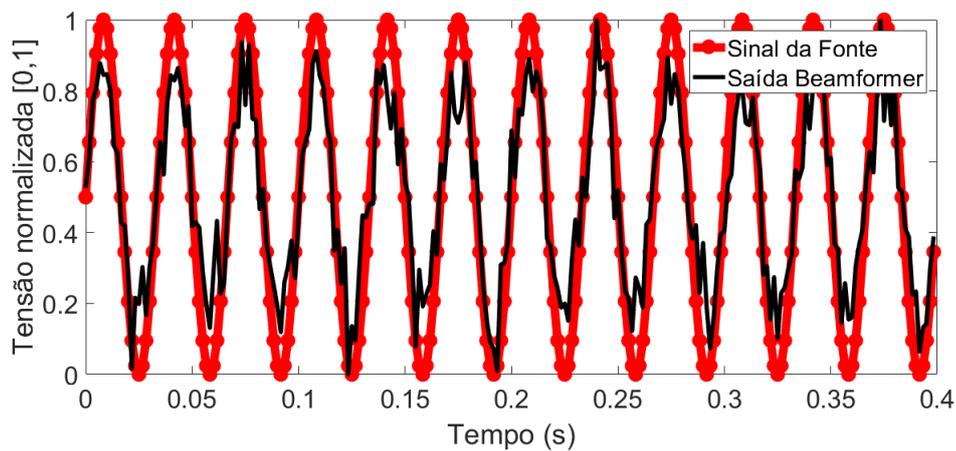
Figura 6.12 – Média normalizada dos sinais captados pelos sensores - Modelo Antena Dipolo em módulo



O modelo Antena Dipolo apresenta uma forte atenuação nas frequências mais altas, sendo a frequência de 10 Hz claramente dominante, como se nota na Figura 6.12. Essa atenuação para diferentes frequências mostra como o modelo proposto se aproxima mais da realidade. É também importante notar que em casos de surtos epiléticos as altas frequências sofrerão grandes atenuações, onde se destaca as vantagens de um modelo mais representativo.

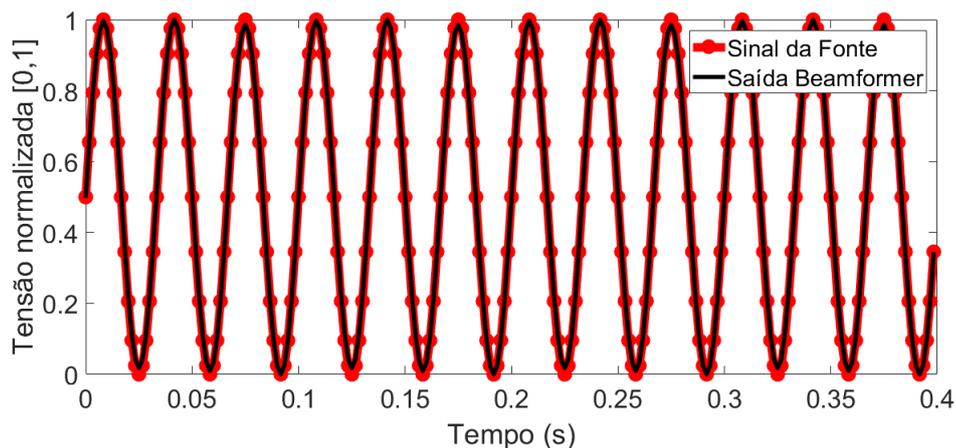
Partindo dos sinais simulados nos dois modelos, por meio do MPDR, faz-se a filtragem espacial na posição da fonte de 30 Hz para se extrair apenas a parcela do sinal emitida por esta, conforme as Figuras 6.13 e 6.14 a seguir.

Figura 6.13 – Fonte posicionada em 60 mm filtrada espacialmente pelo MPDR - Modelo Dipolo



A Figura 6.13 mostra como o sinal de saída do *beamforming* se aproxima do sinal verdadeiro da fonte, porém a filtragem distorce a forma de onda, apresentando componentes inexistentes no sinal real da fonte.

Figura 6.14 – Fonte posicionada em 60 mm filtrada espacialmente pelo MPDR - Modelo Antena Dipolo



A Figura 6.14 apresenta o resultado da filtragem espacial no modelo Antena Dipolo. É notável como a forma de onda de saída do *beamforming* se assemelha com o sinal da fonte real.

As Figuras adentam como o modelo Antena Dipolo se sobressai quanto à acurácia da filtragem. Tal fato se justifica pelas características eletromagnéticas levadas em consideração durante a montagem do sinal e por conta das suas componentes complexas, sendo

o MPDR comumente aplicado à estimação DOA que, por definição, é construída no plano complexo.

7 Conclusões

À estimação de posição de fontes é atribuída grande importância, uma vez que diagnósticos podem ser extraídos, auxiliando no controle da epilepsia em inúmeras pessoas. Por meio de tal detecção e da classificação da fonte como foco epileptogênico, uma intervenção pode ou não ser eleita, conferindo precisão ao diagnóstico. Além disso, toda o processo de estimação é feito de forma não invasiva, usando de sinais EEG.

Diante dessa perspectiva, o MUSIC é aplicado devido à sua fácil implementação e seu caráter paramétrico. Contudo, devido à baixa resolução espacial dos sensores EEG, as estimativas sofrem grandes distúrbios quando a relação sinal-ruído diminui. Também usa-se do método NSF, que apresenta uma estratégia de estimação diferente do MUSIC.

Em outro plano, a estimação DOA busca pelo ângulo o qual uma onda plana incide um arranjo de sensores - em que o MUSIC também é largamente utilizado. Métodos DOA, em geral, possuem grande robustez ao ruído e boa acurácia. Nesse sentido, buscou-se inspiração para o desenvolvimento de um novo algoritmo de estimação de posição de fontes.

Neste trabalho é apresentado um novo espectro que se baseia no método SEAD (*SEArch of Direction by differential spectrum*). Foi realizado um estudo dos autovalores de uma matriz de covariância espacial de busca, sendo tal matriz o resultado da soma de outras duas, uma estimada e outra simulada, em que a última é gerada a partir de modelos matemáticos. Anterior à proposta do espectro, uma nova abordagem de modelo de sinal EEG é feita, com a intenção de se aproximar cada vez mais da realidade eletromagnética do cérebro.

7.1 Conclusões sobre o método proposto

Nos resultados apresentados no Capítulos 6, buscas são feitas em uma dimensão e em uma fatia (duas dimensões) do cérebro, para o modelo matemático já existente e para o proposto, comparando os métodos quanto às suas performances. Em todas as situações, o método baseado em autovalores se sobressai quanto à robustez, especialmente para duas e três fontes na estimação em duas dimensões, como mostrado nas Figuras 6.5 e 6.6, respectivamente. Além do ganho do método de localização de fonte proposto, o mesmo aplicado ao novo modelo garante uma precisão maior do que a com o modelo encontrado na literatura. Posteriormente, constata-se um ganho em resolução e estabilidade, usando-se de uma avaliação em que se fixa uma fonte em um ponto e arrasta outra em direção à primeira, avaliando a performance em cada posição da segunda fonte.

Quanto ao tempo de execução, o método baseado em autovalores é mais custoso quando comparado ao MUSIC e mais vantajoso em relação ao NSF. A desvantagem perante o MUSIC, porém, é compensada pelo ganho na performance. O modelo matemático proposto também requer maior esforço computacional, o que se é esperado, uma vez que agrega mais característica ao sinal.

Por fim, uma comparação da aplicação do *beamforming* é apresentada para os dois modelos, como denotado pelas Figuras 6.13 e 6.14.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Ao longo do desenvolvimento do trabalho, algumas questões puderam ser levantadas quanto a tipos de possíveis análises futuras. Dessas se destacam a variação da performance dos métodos em função do número de sensores no escalpo e das posições dos mesmos. Pode-se usar, por exemplo, métodos heurísticos de minimização para se determinar uma melhor disposição dos sensores, mantendo fixa a quantidades deles caso a caso.

Ainda há espaço para uma redução do limiar de estimação quanto à potência do ruído, em que filtros adaptativos podem ser utilizados, uma vez que se conhece a predominância de frequência do sinal.

Por último, e não menos importante, pode-se utilizar métodos de busca local, como o de Newton ou Quasi-Newton, objetivando contornar o problema de discretização de grade de busca. Tal problema é um desafio importante, devido à relação direta entre o número de pontos e o esforço computacional. Estimadores DOA podem utilizar tal método não apenas para solucionar o problema da busca discreta, mas também para manter a curva do erro descendentes conforme a SNR cresce.

Referências

- AKALIN, Z.; MAKEIG, S. Effects of forward model errors on eeg source localization. *Brain Topography*, n. 26(3): 378–396, 2013. Citado na página 28.
- ALVES A., C. *Análise Teórica e Experimental de Métodos de Estimação de DOA e de Estimação de Frequência com Alta Resolução*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2007. Citado na página 46.
- BALANIS, C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. Second. [S.l.]: John Wiley Sons, 1997. Citado na página 29.
- BESA. 2017. Disponível em: <<http://www.besa.de/>>. Citado 6 vezes nas páginas 16, 27, 32, 33, 49 e 51.
- BLUMER, D. Psychiatric aspects of intractable epilepsy. *Adv Exp Med Biol*, n. 497, p. 133–47, 2002. Citado na página 24.
- BOCCATO, L. et al. Application of natural computing algorithms to maximum likelihood estimation of direction of arrival. *Signal Processing*, v. 92, n. 5, p. 1338–1352, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2011.12.004>>. Citado na página 45.
- BOLDRINI, J. *Algebra linear*. HARBRA, 1986. ISBN 9788529402024. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=M8CNGwAACAAJ>>. Citado na página 58.
- CARREÑO, M.; LÜDERS, H. *Textbook of epilepsy surgery*. London, UK: Informa Healthcare, 2007. Citado na página 24.
- CHB-MIT. *Electroencephalography*. 2017. Disponível em: <<http://www.bem.fi/book/13-/13.htm03>>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 43.
- COLARES, R. F.; ALVES, C. A.; LOPES, A. Descrição unificada dos métodos modernos para estimação DOA em arranjo de sensores. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, v. 16, n. 2, 2001. Citado 6 vezes nas páginas 43, 46, 47, 52, 53 e 55.
- DUMAS, M.; GIORDANO, C. L'épilepsie. *Hermann, éditeurs des sciences et des arts*, 1993. Citado na página 23.
- FERREIRA, Y. R.; LEMOS, R. P. A new DOA estimation algorithm based on differential spectrum. v. 1, p. 283–286, August 2005. Citado 4 vezes nas páginas 25, 46, 58 e 64.
- FILHO, O. C. et al. Um novo método para a localização intraoperatória de foco de epilepsia mediante utilização de gamaprobe. *Colégio Brasileiro de Radiologia e Diagnóstico por Imagem*, v. 47(1), p. 23–27, jan 2014. Citado na página 24.
- GABRIEL, C.; GABRIELY, S.; CORTHOUT, E. The dielectric properties of biological tissues: I. literature survey. *IOP Publishing Ltd*, 1996. Citado na página 42.
- GHERPELLI, J. L. D.; MANREZA, M. L. G. Tratamento da epilepsia. *Pediatria Moderna*, v. 31, n. 5, 1995. Citado na página 23.

GRAM, L. Crises e síndromes epilépticas. *Londres: The Lancet*, 1990. Citado na página 23.

HAYKIN, S. *Modern filters*. Macmillan Press, 1989. ISBN 9780023527500. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=1CdTAAAAMAAJ>>. Citado na página 44.

KAUR, J.; KAUR, A. A review on analysis of eeg signals. p. 957–960, March 2015. Citado na página 23.

KNOCKAERT, L.; BACKER, B. D.; ZUTTER, D. D. Svd compression, unitary transforms, and computational complexity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 10, p. 2724–2729, Oct 1999. ISSN 1053-587X. Citado na página 44.

KRIM, H.; VIBERG, M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 13, n. 4, p. 67–94, Jul 1996. ISSN 1053-5888. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

KUNZLER, J. et al. Further investigation on frobenius spectrum for doa estimation. In: *2015 IEEE 6th Latin American Symposium on Circuits Systems (LASCAS)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–4. Citado 3 vezes nas páginas 25, 58 e 64.

LEITHOLD, L. *Calculo com geometria analitica*. [S.l.]: Harbra, 1994. ISBN 9788529400945. Citado na página 42.

LIBERTI, J.; RAPPAPORT, T. *Smart antennas for wireless communications: IS-95 and third generation CDMA applications*. [S.l.]: Prentice Hall, 1999. (Prentice Hall communications engineering and emerging technologies series). Includes bibliographical references (pages 345-365) and index. ISBN 9780137192878. Citado na página 29.

MALMIVUO, J.; PLONSEY, R. *Bioelectromagnetism*. [S.l.]: Oxford University Press, 1995. Citado 8 vezes nas páginas 24, 28, 29, 30, 31, 36, 38 e 42.

MURZIN, V.; FUCHS, A.; KELSO, J. A. S. Anatomically constrained minimum variance beamforming applied to eeg. *Springer-Verlag*, 2011. Citado na página 28.

OTTERSTEN, B.; VIBERG, M.; KAILATH, T. Analysis of subspace fitting and ml techniques for parameter estimation from sensor array data. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 40, n. 3, p. 590–600, Mar 1992. ISSN 1053-587X. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 52.

QUEVEDO, C. P.; QUEVEDO-LODI, C. *Ondas Eletromagnéticas*. [S.l.]: Pearson Education, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 34, 35, 37 e 39.

ROGER, J.; BUREAU, M.; DRAVET, C. Epileptic syndromes in infancy, childhood, and adolescence. *Montrouge, France: John Libbey Eurotext*, 2005. Citado na página 24.

SALU, Y. et al. An improved method for localizing electric brain dipoles. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 37, n. 7, p. 699–705, July 1990. ISSN 0018-9294. Citado na página 28.

SCHUELE, S.; LÜDERS, H. Intractable epilepsy: management and therapeutic alternatives. *Lancet Neurol*, 2008. Citado na página 24.

- SILVA, H. V. L. Redução da complexidade computacional do método de estimação de ângulos de incidência através da diferença entre os valores singulares da matriz de covariância espacial. Universidade Federal de Goiás, 2009. Citado na página 56.
- STOICA, P.; SHARMAN, K. C. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 38, n. 7, p. 1132–1143, Jul 1990. ISSN 0096-3518. Citado na página 52.
- TREES, H. V. *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. Wiley, 2004. (Detection, Estimation, and Modulation Theory). ISBN 9780471463832. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=K5XJC_fmMAwC>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 56 e 57.
- VAID, S.; SINGH, P.; KAUR, C. Eeg signal analysis for bci interface: A review. p. 143–147, Feb 2015. ISSN 2327-0632. Citado na página 23.
- VERGALLO, P.; LAY-EKUAKILLE, A. Brain source localization: A new method based on multiple signal classification algorithm and spatial sparsity of the field signal for electroencephalogram measurements. *AIP Publishing*, 2013. Citado 7 vezes nas páginas 24, 28, 29, 31, 43, 46 e 47.
- VERGALLO, P. et al. Processing eeg signals through beamforming techniques for seizure diagnosis. In: *2012 Sixth International Conference on Sensing Technology (ICST)*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 497–501. ISSN 2156-8065. Citado 3 vezes nas páginas 28, 30 e 56.
- VERGALLO, P. et al. Spatial filtering to detect brain sources from eeg measurements. In: *2014 IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications (MeMeA)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–5. Citado na página 28.
- VIBERG, M.; OTTERSTEN, B.; KAILATH, T. Detection and estimation in sensor arrays using weighted subspace fitting. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 39, n. 11, p. 2436–2449, Nov 1991. ISSN 1053-587X. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.
- XIA, Y. et al. Seizure detection approach using s-transform and singular value decomposition. *Epilepsy Behavior*, Elsevier, v. 52, p. 187–193, 2015. Citado na página 23.
- ZIJLMANS, M. et al. High-frequency oscillations as a new biomarker in epilepsy. *Annals of Neurology*, American Neurological Association, v. 71, p. 169–178, 2012. Citado na página 23.

APÊNDICE A – Campo de uma Antena Dipolo de comprimento finito

Um modelo que se aproxima ainda mais da realidade pode ser descrito na forma de uma antena dipolo de comprimento finito e igual à d , diferente do já feito neste trabalho, cujo comprimento tendia a zero. Um neurônio, ou um grupo destes, possui uma extensão determinada, mesmo que seja muito pequena, fazendo com que o modelo que não considera esta extensão esteja incompleto. Nesse sentido, este apêndice propõe um modelo matematicamente mais completo.

O modelo em que o comprimento é aproximado de zero é mais interessante para o uso de métodos DOA, uma vez que quanto mais variáveis a serem determinadas, mais complexa fica a busca. Como a busca em várias dimensões não é o foco deste trabalho, justifica-se seu uso. Já em termos de análise e descrição de fenômenos, quanto mais o modelo descrever o sistema, melhor.

Pretende-se calcular, primeiro, o campo magnético no ponto $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$, como feito anteriormente. Aqui, o dipolo tem comprimento $d = l$, orientações esféricas θ_d e ϕ_d , e é fixo na origem, sendo deslocado por um vetor \vec{r}_f , posteriormente. Sendo assim, a orientação do dipolo é:

$$\vec{a}_d = [\cos(\phi_d - \phi) \cos(\theta - \theta_d)]\vec{a}_r + [-\sin(\theta - \theta_d)]\vec{a}_\theta + [\cos(\theta - \theta_d) \sin(\phi_d - \phi)]\vec{a}_\phi \quad (\text{A.1})$$

em relação aos vetores unitários das coordenadas esféricas. Assim, o fasor do Potencial vetor é escrito da forma

$$\dot{\vec{A}} = \frac{\mu}{4\pi r} I_0 l e^{-jkr} \vec{a}_d \quad (\text{A.2})$$

e as Equações 2.21 tornam-se:

$$\begin{aligned} \dot{A}_\phi &= \dot{A} \cos(\theta - \theta_d) \sin(\phi_d - \phi) \\ \dot{A}_r &= \dot{A} \cos(\phi_d - \phi) \cos(\theta - \theta_d) \\ \dot{A}_\theta &= -\dot{A} \sin(\theta - \theta_d) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

onde-se é interessante notar que, fazendo $\theta_d = 0$ e $\phi_d = \phi$, essas relações voltam a ser como as das Equações 2.21.

Como $\dot{\vec{H}} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \dot{\vec{A}}$, faz-se:

$$\vec{\nabla} \times \dot{\vec{A}} = \frac{\vec{a}_r}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{A}_\phi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} \dot{A}_\theta \right] + \frac{\vec{a}_\theta}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \dot{A}_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial \theta} (r \dot{A}_\phi) \right] + \frac{\vec{a}_\phi}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \dot{A}_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} \dot{A}_r \right] \quad (\text{A.4})$$

Assim, é possível calcular as componentes do campo magnético, resultando nas equações

$$\begin{aligned} \dot{H}_\phi &= \frac{I_0 l}{4\pi} \left(\frac{jk}{r} + \frac{\cos(\phi_d - \phi)}{r^2} \right) \sin(\theta - \theta_d) e^{-jkr} \\ \dot{H}_r &= \frac{I_0 l}{4\pi r^2} (\cotg \theta \cos(\theta - \theta_d) - \sin(\theta - \theta_d)) \sin(\phi_d - \phi) e^{-jkr} \\ \dot{H}_\theta &= \frac{I_0 l}{4\pi} \left(\frac{1}{r^2 \sin \theta} + \frac{jk}{r} \right) \cos(\theta - \theta_d) \sin(\phi_d - \phi) e^{-jkr} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

e, sendo $\Delta \times \dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon\dot{\vec{E}}$, o campo elétrico é descrito como

$$\dot{\vec{E}} = \frac{\vec{a}_r}{j\omega\epsilon r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{H}_\phi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} \dot{H}_\theta \right] + \frac{\vec{a}_\theta}{j\omega\epsilon r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \dot{H}_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial \theta} (r \dot{H}_\phi) \right] + \frac{\vec{a}_\phi}{j\omega\epsilon r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \dot{H}_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} \dot{H}_r \right] \quad (\text{A.6})$$

resultado nas componentes:

$$\begin{aligned} \dot{E}_\phi &= \frac{I_0 l \sin(\phi_d - \phi)}{j4\pi\omega\epsilon r^3} \left[\cos(\theta - \theta_d) + \sin(\theta - \theta_d) + \cotg \theta + \cos(\theta - \theta_d) \operatorname{cosec}^2 \theta \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos(\theta - \theta_d)}{\sin \theta} \right] e^{-jkr} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= \frac{I_0 l}{j4\pi\omega\epsilon r \sin \theta} \left[\left(\frac{jk}{r} + \frac{\cos(\phi_d - \phi)}{r^2} \right) (\cos \theta \sin(\theta - \theta_d) + \sin \theta \cos(\theta - \theta_d)) + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1}{r^2 \sin \theta} + \frac{jk}{r} \right) \cos(\theta - \theta_d) \cos(\phi - \phi_d) \right] e^{-jkr} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_\theta &= \frac{I_0 l}{j4\pi\omega\epsilon r^3} \left[\frac{\cos(\phi - \phi_d)}{\sin \theta} (\sin(\theta - \theta_d) - \cos(\theta - \theta_d) \cotg(\theta)) + \sin(\theta - \theta_d) \right. \\ &\quad \left. \cos(\phi - \phi_d) \right] e^{-jkr} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, para deslocar a fonte da origem, substitui-se r por $|\vec{r}_s - \vec{r}_f|$.

APÊNDICE B – Análise de autovalores

Este Apêndice tem como objetivo estender as análises feitas no Capítulo 4 para 2 e 3 fontes, observando os autovalores de cada modelo em condições ideais e ruidosas. Espera-se obter resultados semelhantes aos anteriores, com vales coincidentes com as posições das fontes, seguindo a mesma lógica do subespaço de sinal.

Todas as fontes são senoides com frequências diferentes, mantendo a ortogonalidade. A amplitude das senoides são de 50 nAm e a frequência de amostragem do sistema é de 200 Hz.

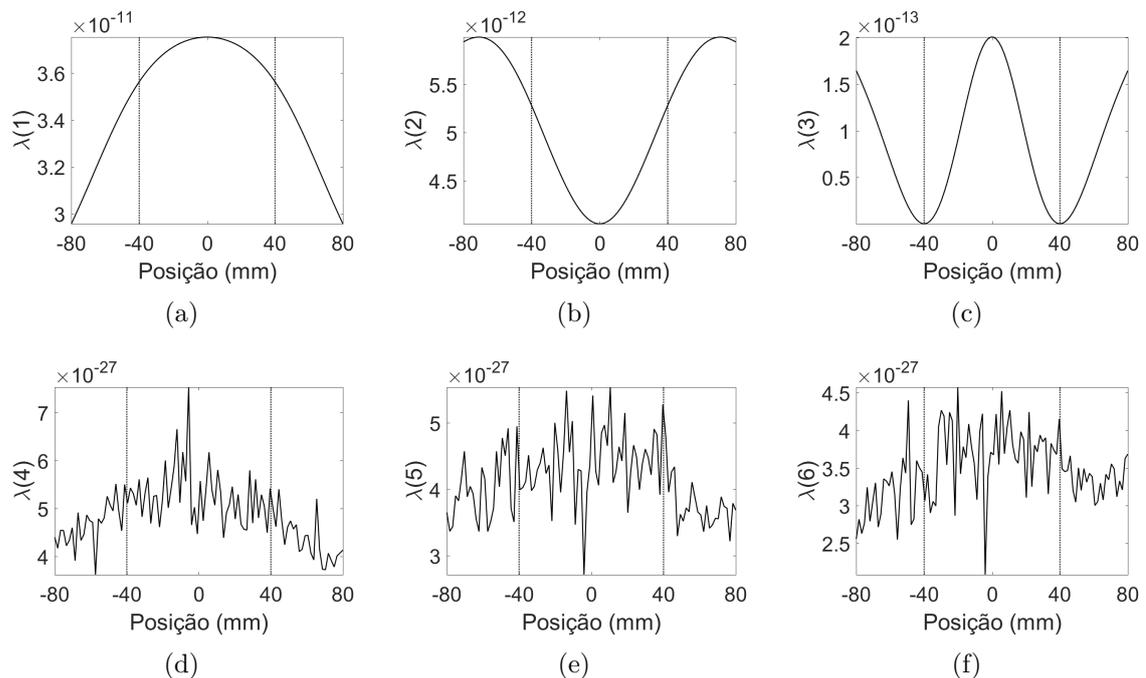
B.1 Comportamento dos autovalores no modelo de sinal Dipolo

Faz-se, primeiro, o espectro de cada autovalor para o modelo Dipolo, como se segue.

B.1.1 Comportamento na ausência de ruído para $M = 2$ fontes

As Figuras a seguir apresentam espectros de todos os K autovalores no decorrer da varredura para 2 fontes, na ausência de ruído.

Figura B.1 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte



Similarmente ao Capítulo 4, o primeiro autovalor de ruído - após a redução do subespaço de sinal - indica a posição das fontes, devido ao acúmulo de energia no subespaço de sinal.

B.1.2 Comportamento na presença de ruído para $M = 2$ fontes

Para averiguar o comportamento dos espectros quando o ruído é adicionado, as Figuras a seguir apresentam cada um dos K espectros.

Figura B.2 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte

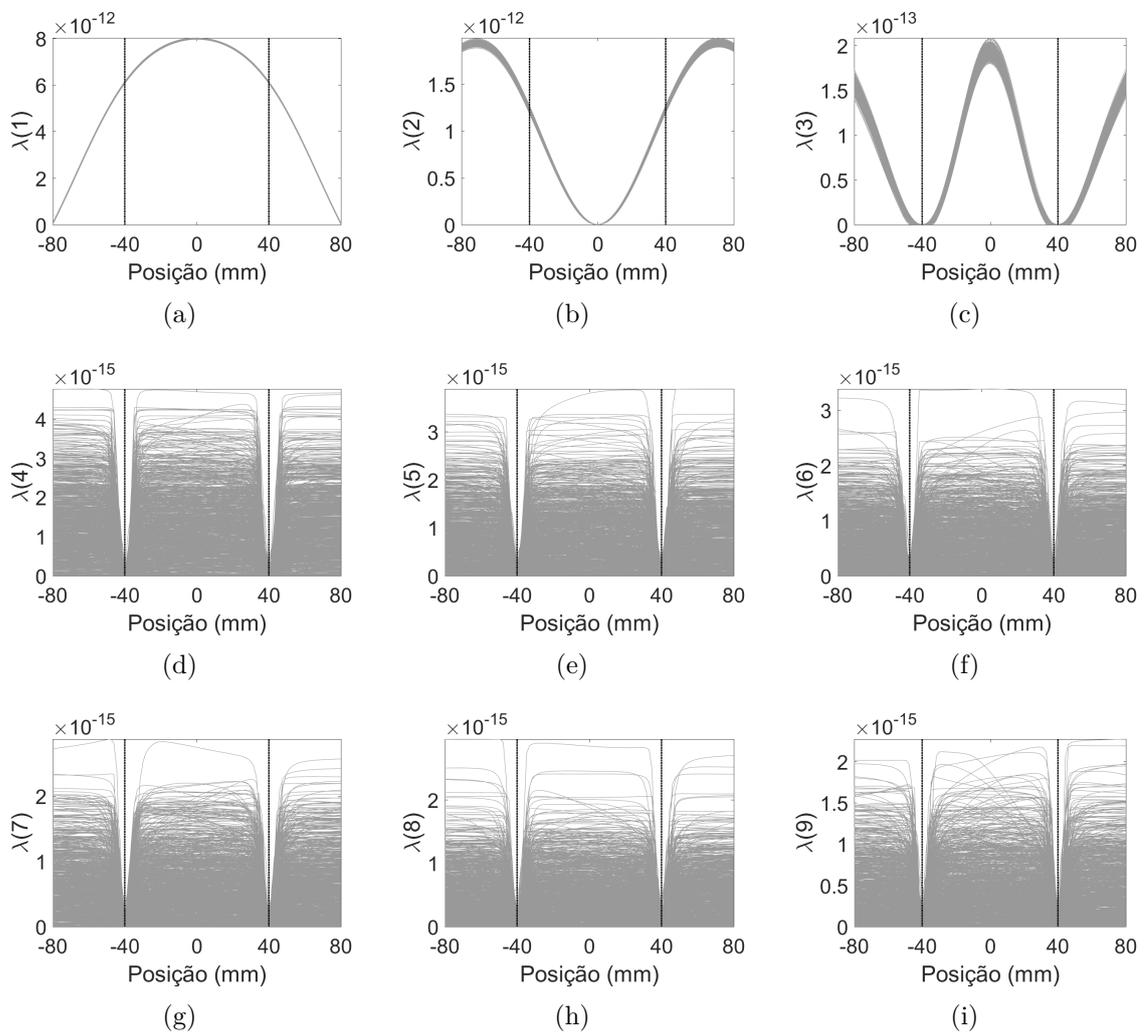
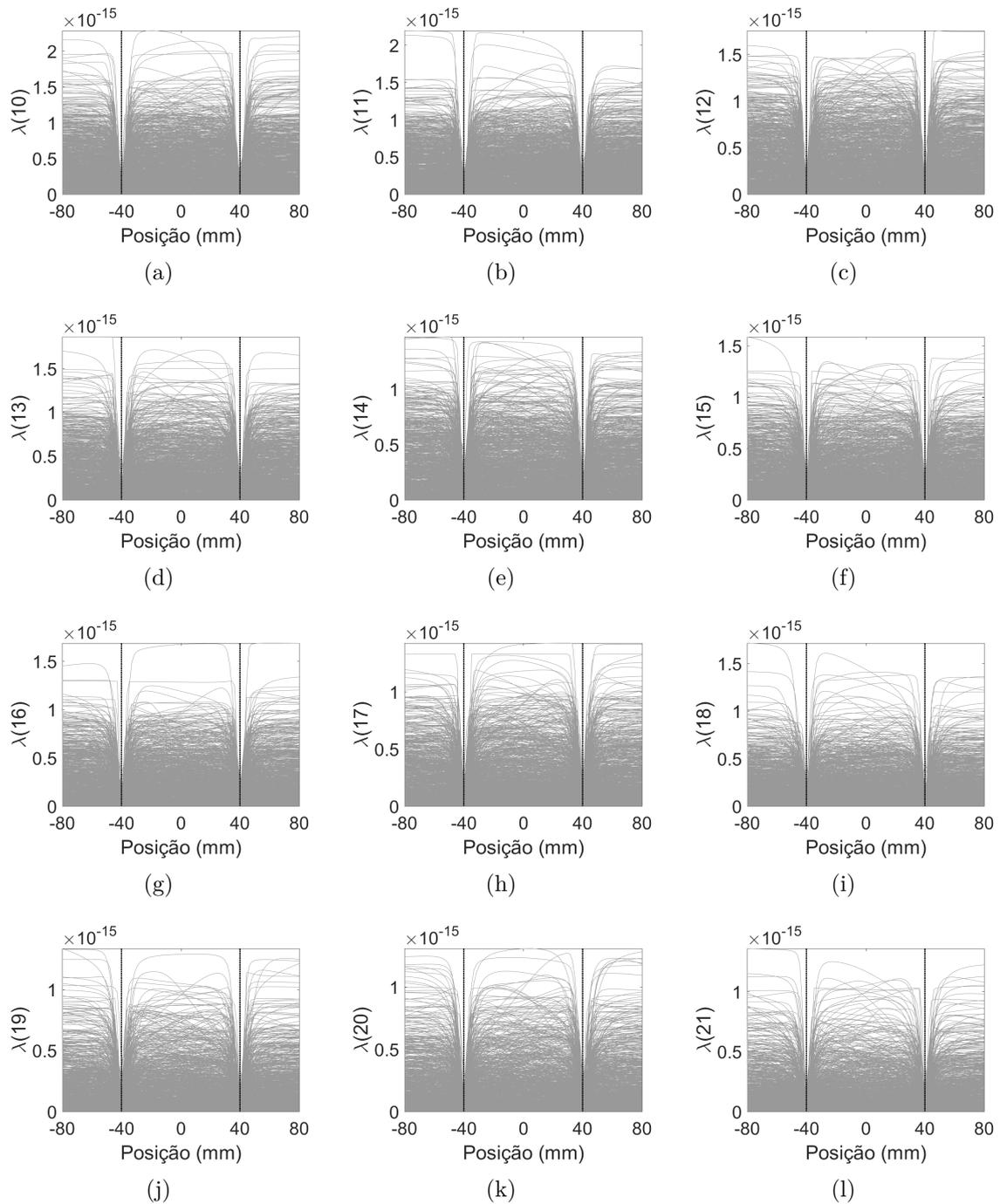


Figura B.3 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte

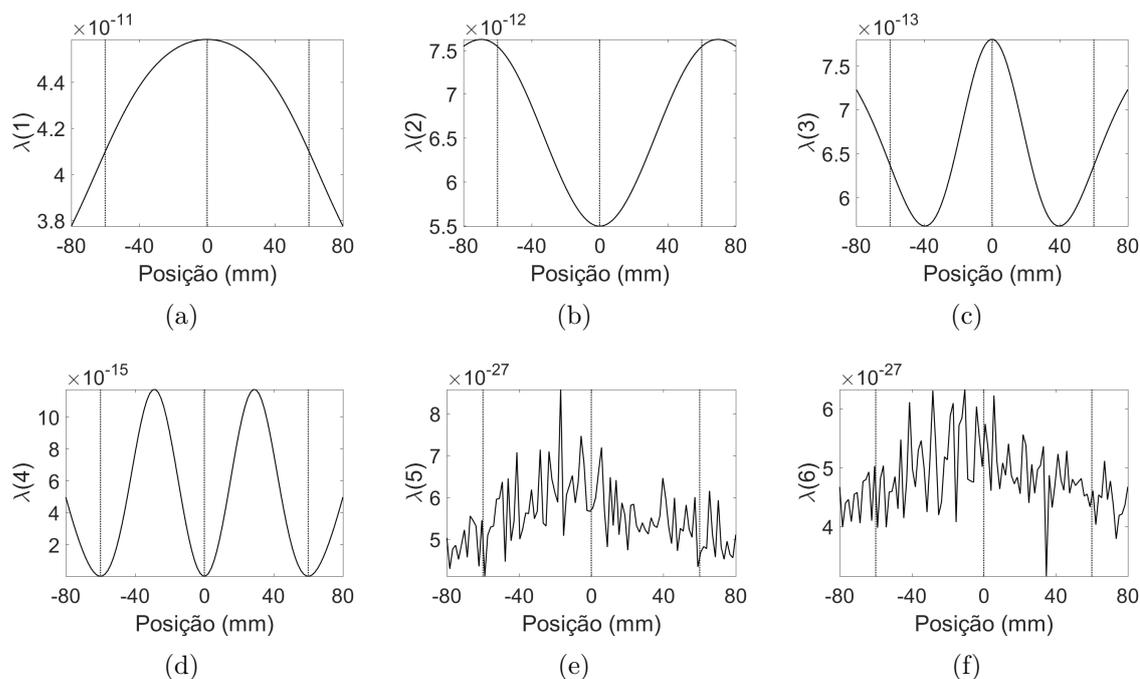


O comportamento do subespaço de ruído indica, como esperado, um acúmulo da energia no subespaço de sinal para as duas fontes. Tal fato estende o conceito anteriormente suposto, abrangendo a estimação de uma segunda fonte.

B.1.3 Comportamento na ausência de ruído para $M = 3$ fontes

Faz-se, nesta seção, a mesma análise, mas com 3 fontes. Os espectros das Figuras a seguir são feitas em condições ideais.

Figura B.4 – Espectros de cada autovalor na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



É possível notar que, de forma semelhante às análises anteriores, o primeiro autovalor do subespaço de ruído indica as posições das fontes.

B.1.4 Comportamento na presença de ruído para $M = 3$ fontes

Adicionando ruído à análise anterior, tem-se:

Figura B.5 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte

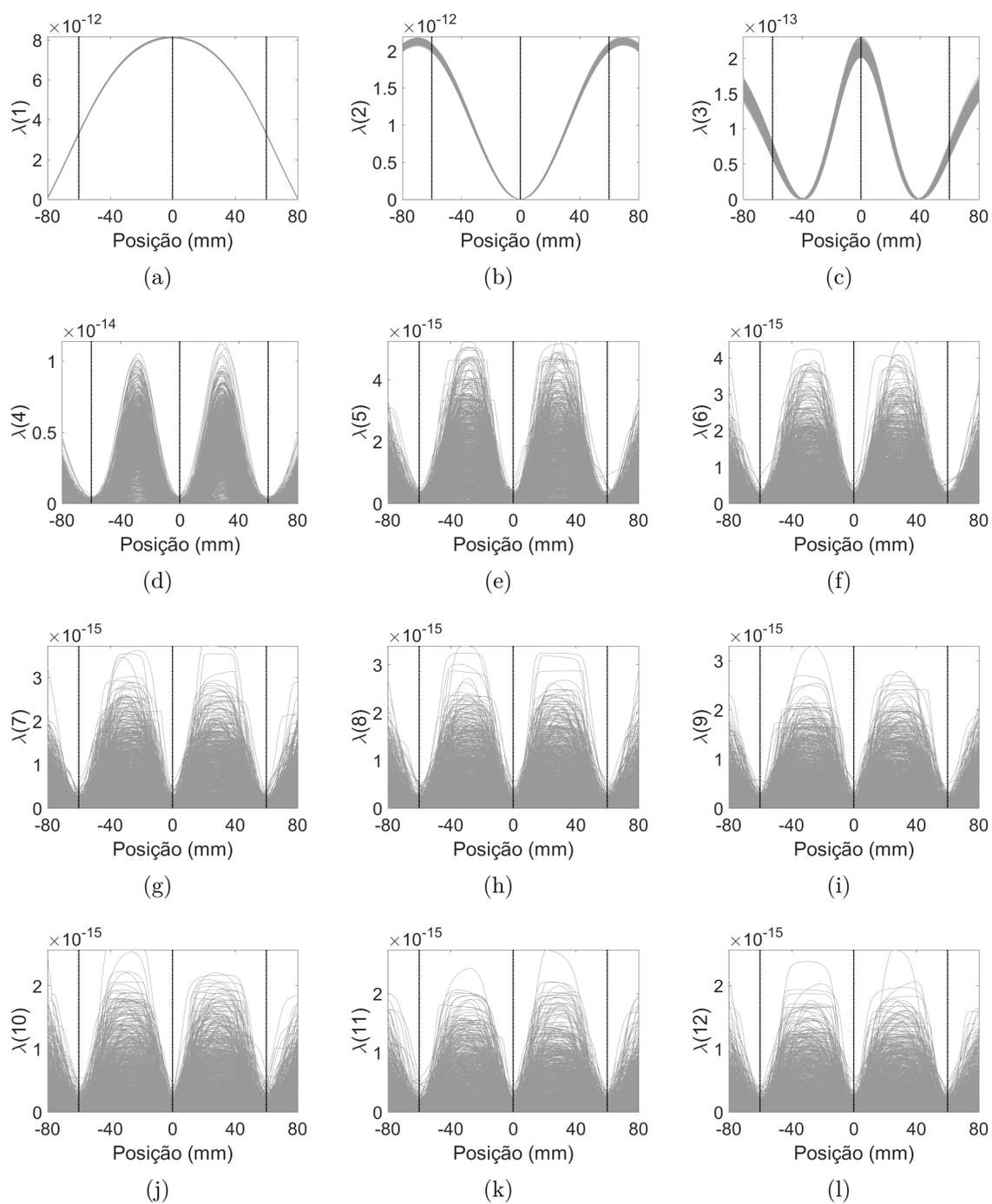
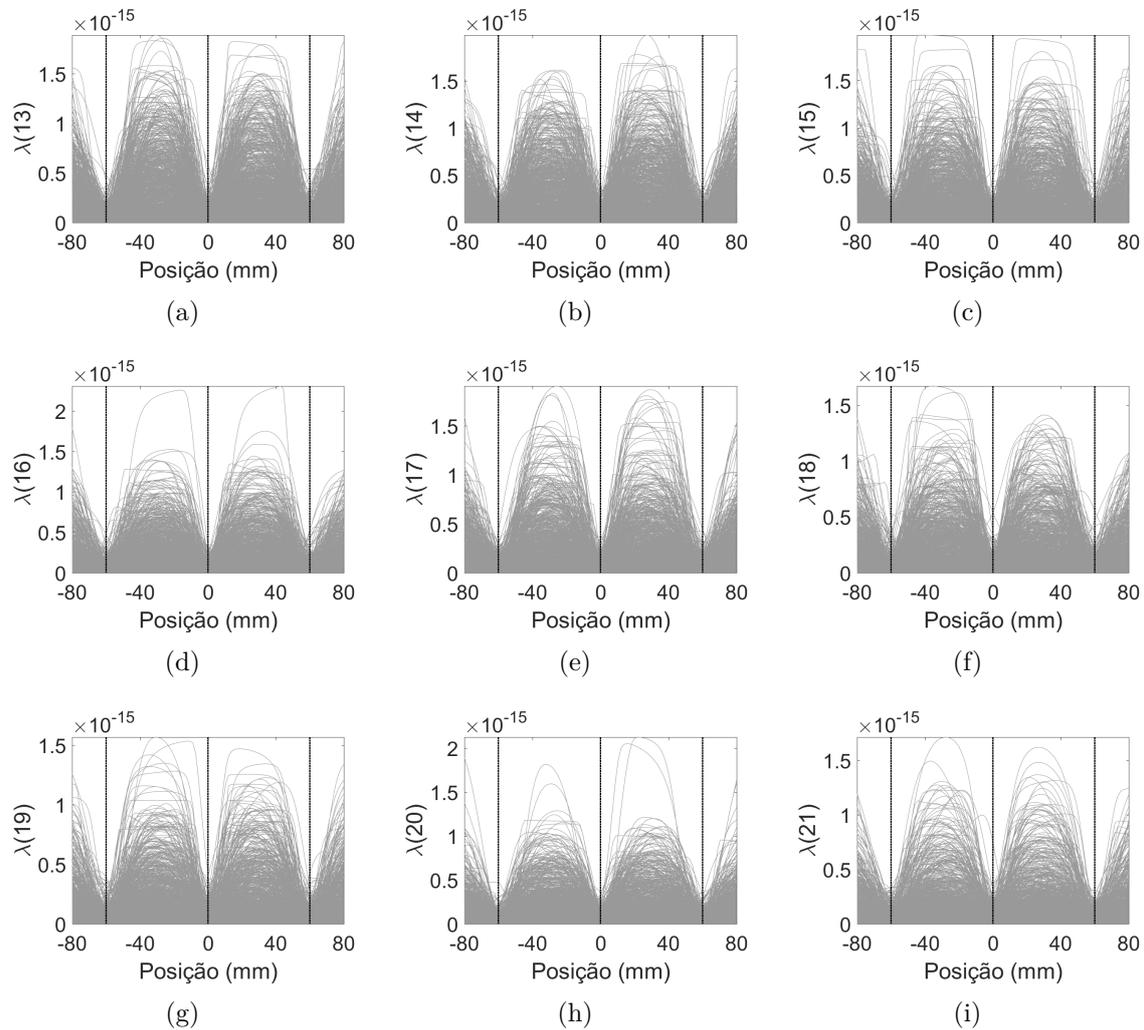


Figura B.6 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte



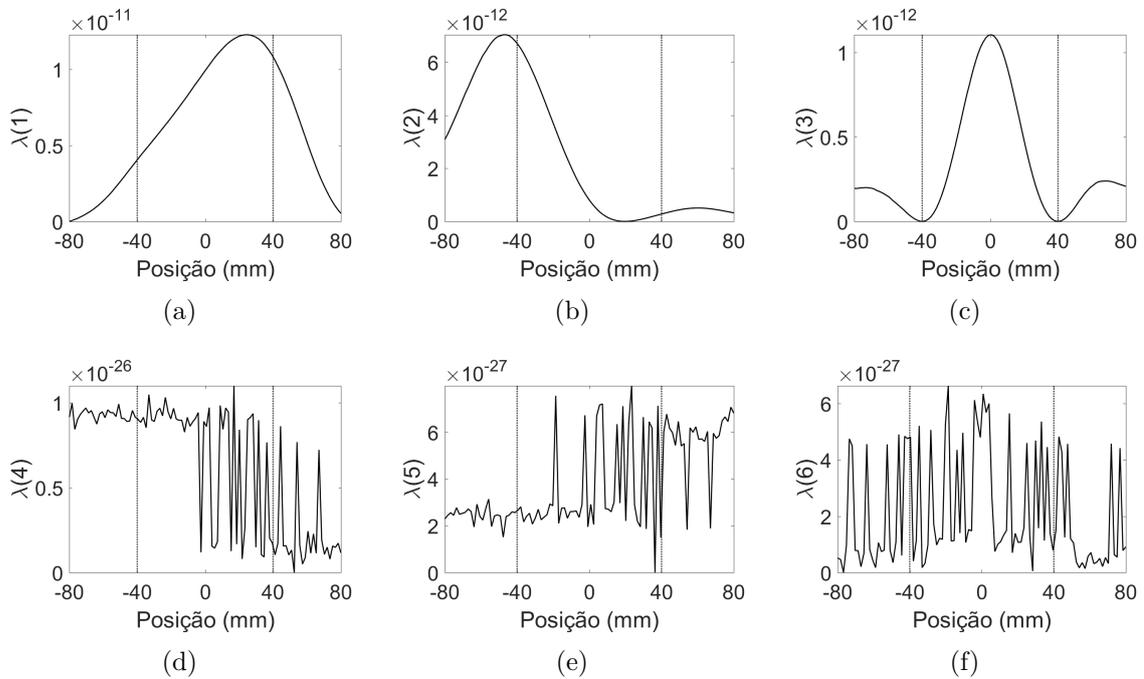
Novamente, é possível observar mínimos nos espectros dos autovalores referentes ao subespaço de ruído, coincidindo com as posições a serem estimadas. Tais mínimos são mais perceptíveis devido às suas larguras, quando comparados aos casos anteriores.

B.2 Comportamento dos autovalores no modelo de sinal Antena Dipolo

Similarmente, faz-se as análises para o modelo Antena Dipolo.

B.2.1 Comportamento na ausência de ruído para $M = 2$ fontes

Figura B.7 – Espectros de cada autovalor na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



B.2.2 Comportamento na presença de ruído para $M = 2$ fontes

Figura B.8 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte

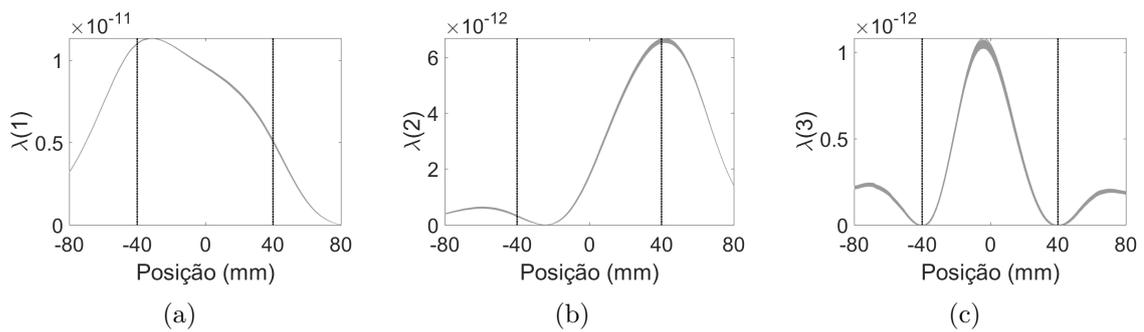


Figura B.9 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte

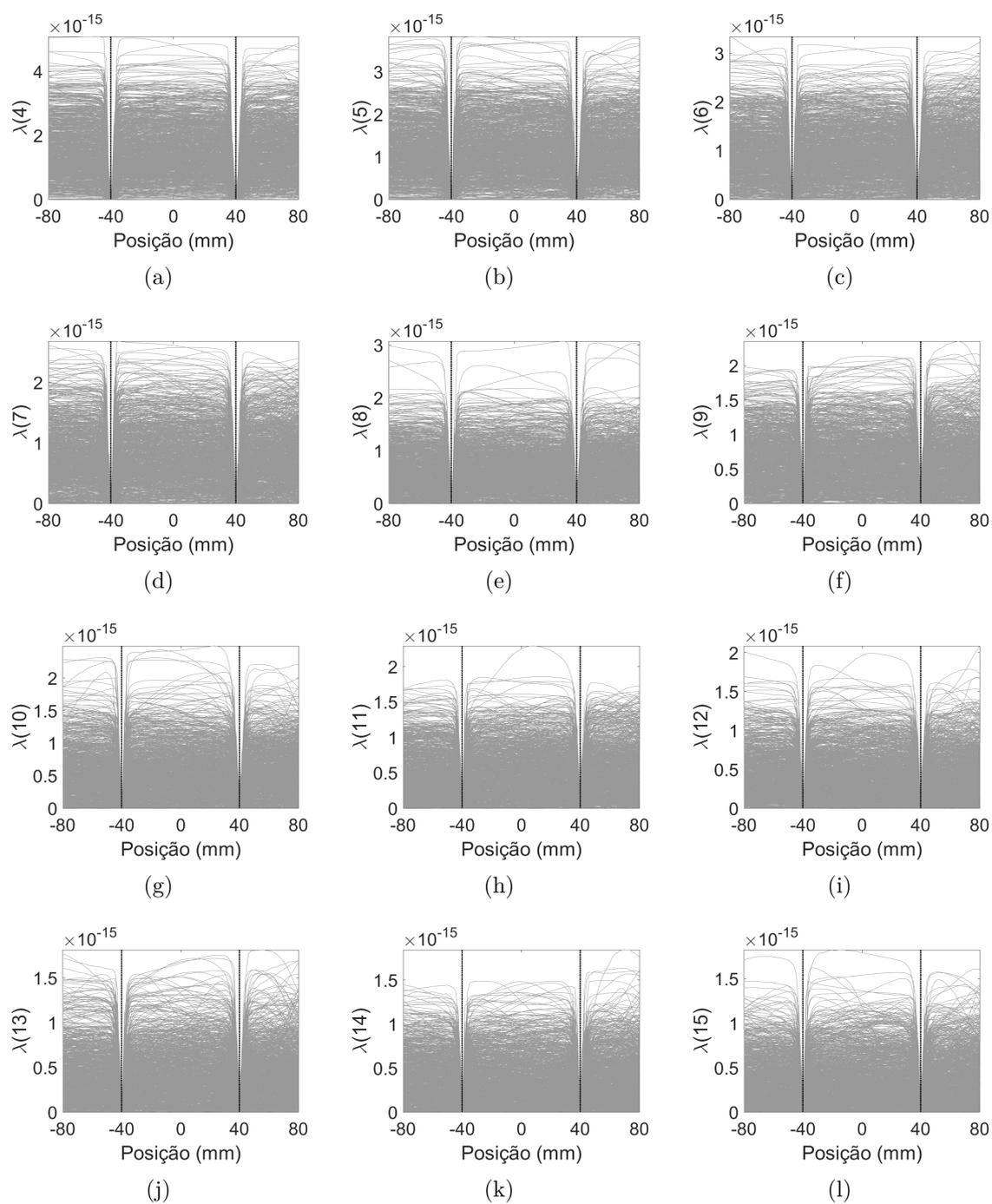
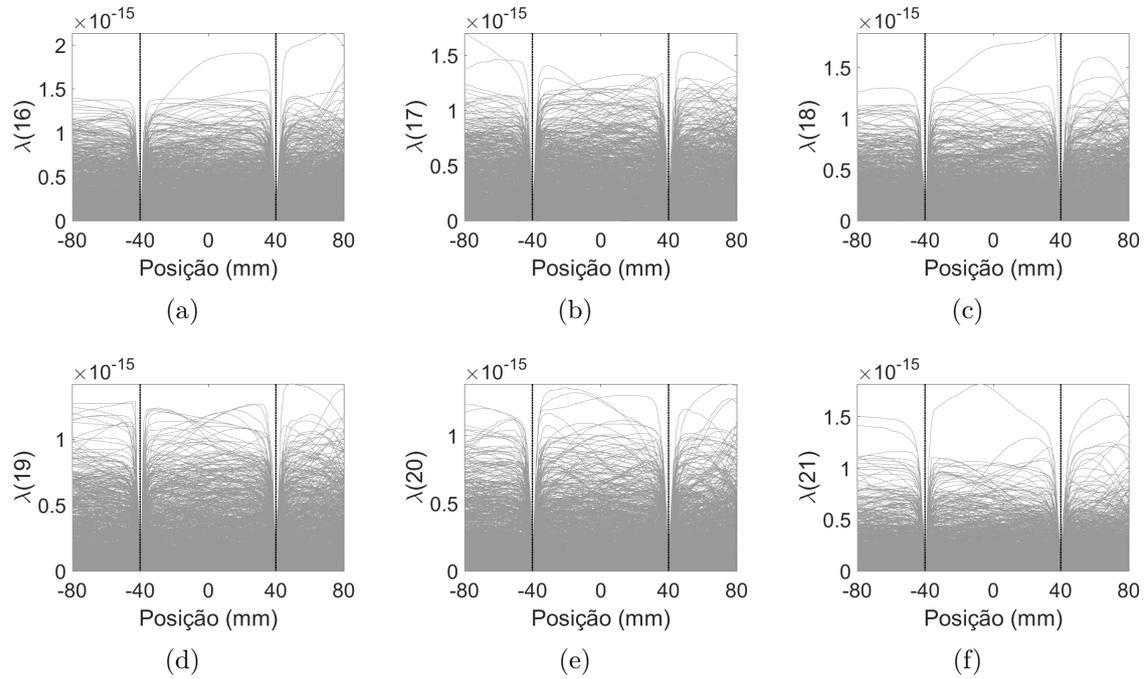
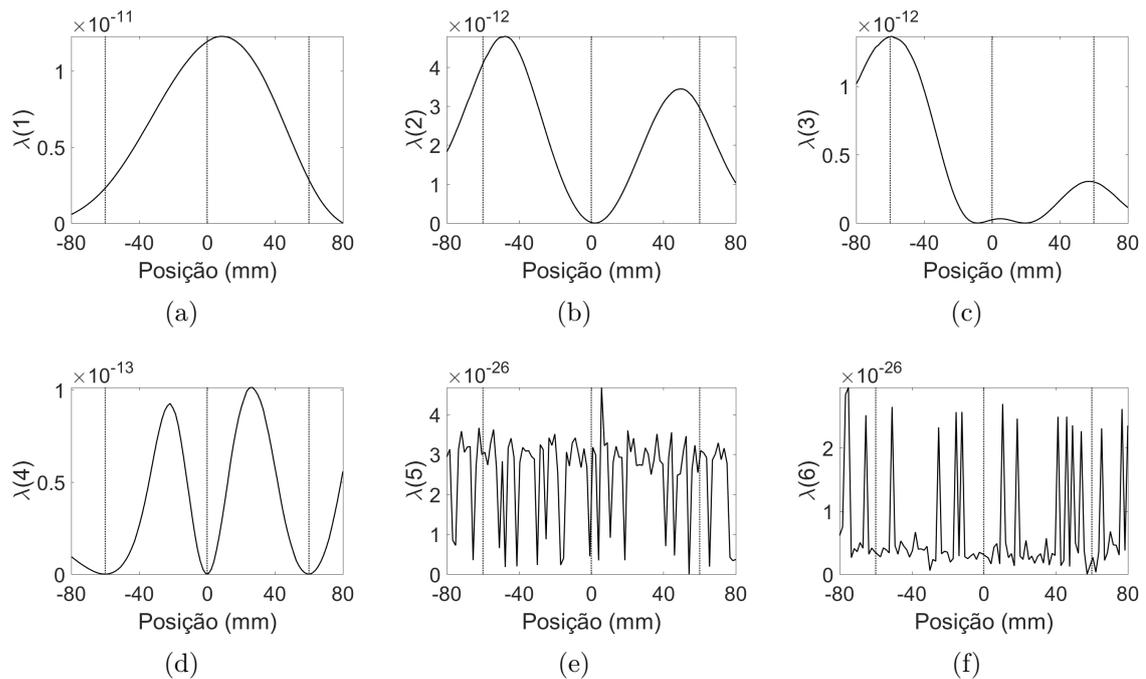


Figura B.10 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte



B.2.3 Comportamento na ausência de ruído para $M = 3$ fontes

Figura B.11 – Espectros de cada autovalor na ausência de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte.



B.2.4 Comportamento na presença de ruído para $M = 3$ fontes

Figura B.12 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte

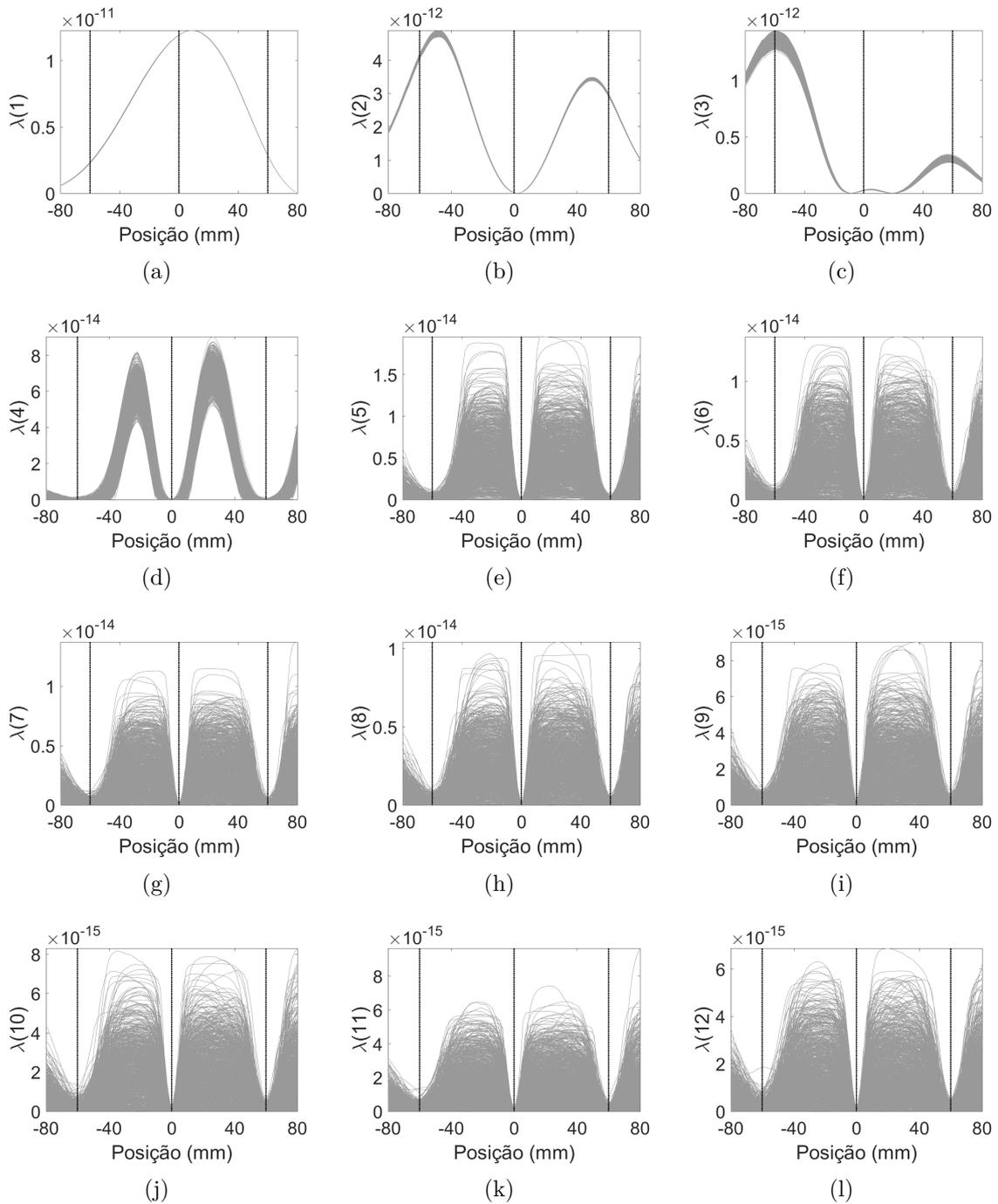
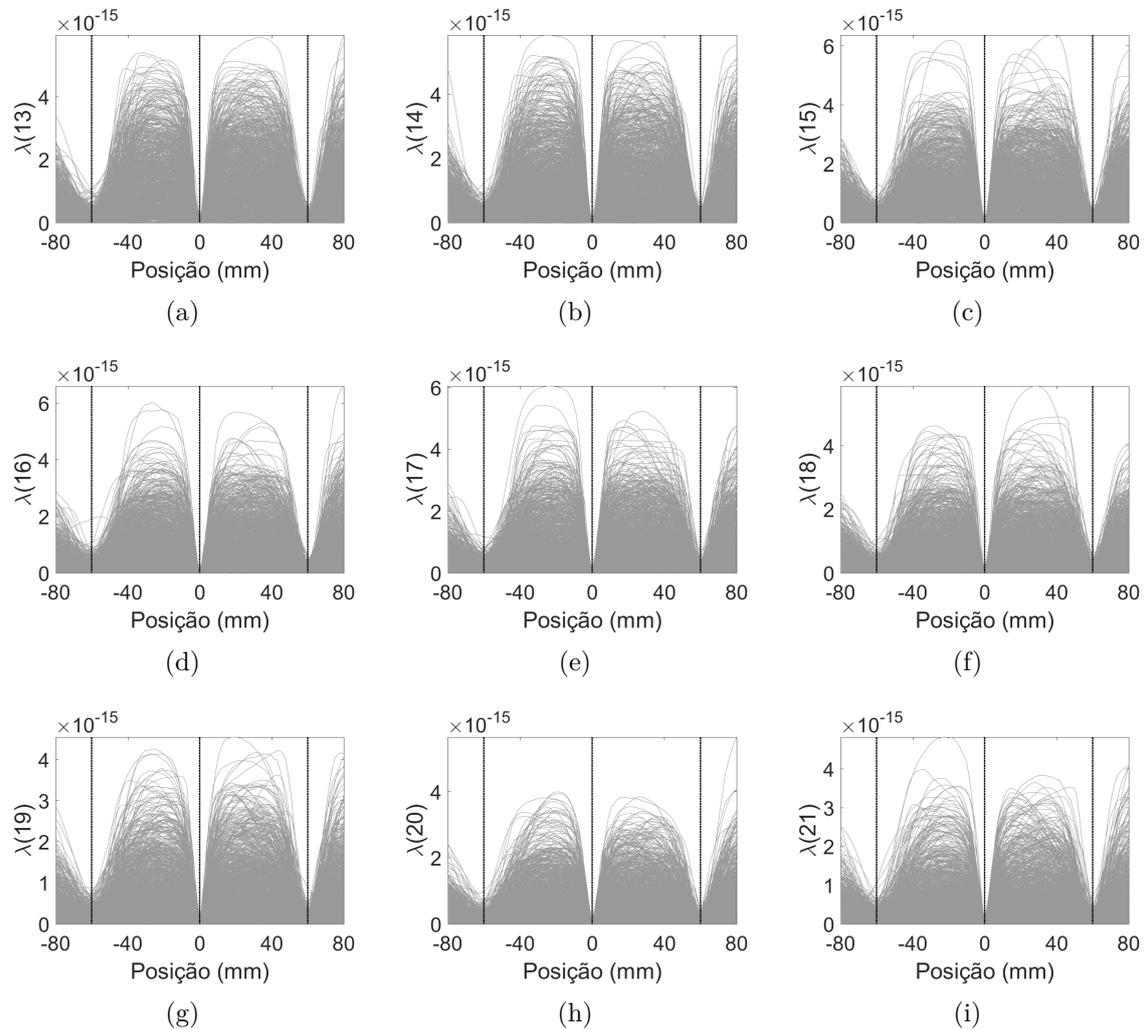


Figura B.13 – Espectros de cada autovalor e seus mil experimentos na presença de ruído. Linha pontilhada vertical representando a posição da fonte



Pode-se, então, concluir que o comportamento dos autovalores é análogo ao do Capítulo 4 para um número maior de fontes. Em todos os casos sem ruído, quando a fonte simulada coincide com uma fonte a ser determinada, sua energia é somada à coincidente e o primeiro autovalor do subespaço de ruído sofre uma redução de energia, formando um vale. Em condições ruidosas, essa redução na energia se estende para todos os outros autovalores do subespaço de ruído, gerando vales em seus espectros nas posições a serem determinadas.

APÊNDICE C – Análises de desempenho

Os gráficos de desempenho do Capítulo 6 são, neste Apêndice, melhores desenvolvidos. Objetivando uma comparação numérica, os pontos médios de REMQ são colocados, para cada caso -uni e bidimensional- em forma de tabela. Posteriormente, os espectros de cada experimento e seus comportamentos médios são apresentados para, desta forma, justificar o comportamento da curva de desempenho de cada método, podendo ser mais ou menos estáveis. Os gráficos espectrais tem a finalidade de mostrar o desenvolvimento dos métodos conforme a SNR varia.

C.1 Estimação unidimensional

Inicia-se, como no Capítulos 6, o estudo unidimensional.

C.1.1 Modelo Dipolo $M = 1$

Da Figura 6.1, tem-se:

Tabela C.1 – REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 1$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	0,53082	0,36721	0,25745	0,20681	0,20202	0,20202	0,20202
REMQ(P_{MU}) (mm)	0,57111	0,41481	0,26862	0,20681	0,20202	0,20202	0,20202
REMQ(NSF) (mm)	0,5751	0,41085	0,27934	0,20681	0,20202	0,20202	0,20202

Para o caso de uma fonte, a Tabela C.1 mostra apenas uma pequena diferença entre a REMQ entre os métodos, todos convergindo para um valor mínimo final. Isso ocorre devido a este ser o caso mais simples, onde os métodos apresentam picos com apenas pequenos desvios, como se nota nas Figuras a seguir.

Figura C.1 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.

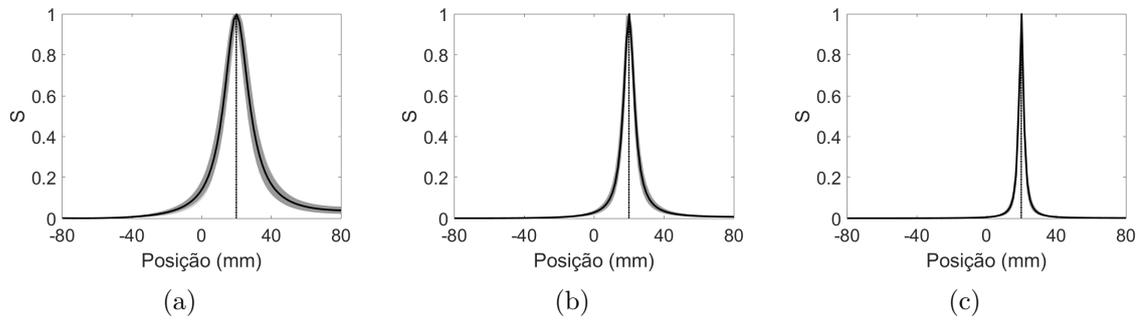


Figura C.2 – (a) SNR=10 dB (b) SNR=17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.

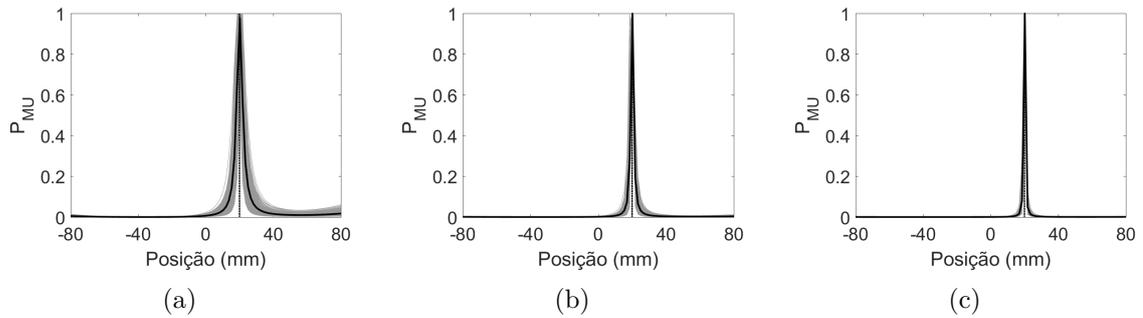
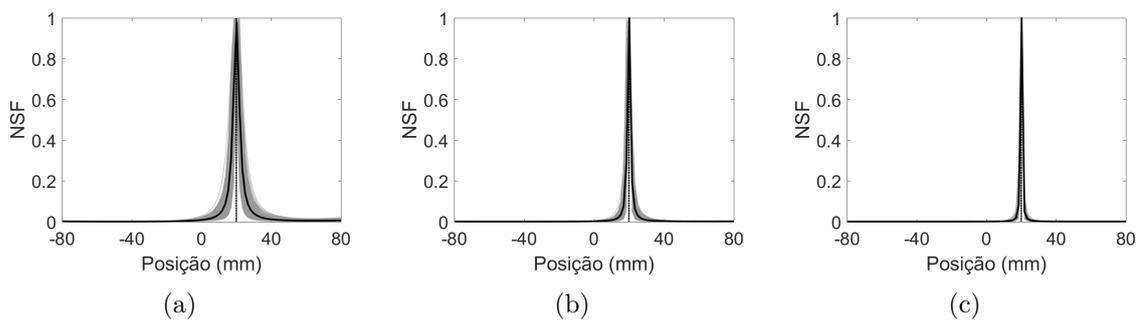


Figura C.3 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.



C.1.2 Modelo Antena Dipolo $M = 1$

Da Figura 6.1, tem-se:

Similar ao comportamento do modelo Dipolo, este caso apresenta pouca diferença entre os métodos, como nota-se na Tabela C.2. O desenvolvimento dos espectros de cada método são apresentados nas Figuras a seguir.

Tabela C.2 – REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 1$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	0,21608	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202
REMQ(P_{MU}) (mm)	0,23351	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202
REMQ(NSF) (mm)	0,23351	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202	0,20202

Figura C.4 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.

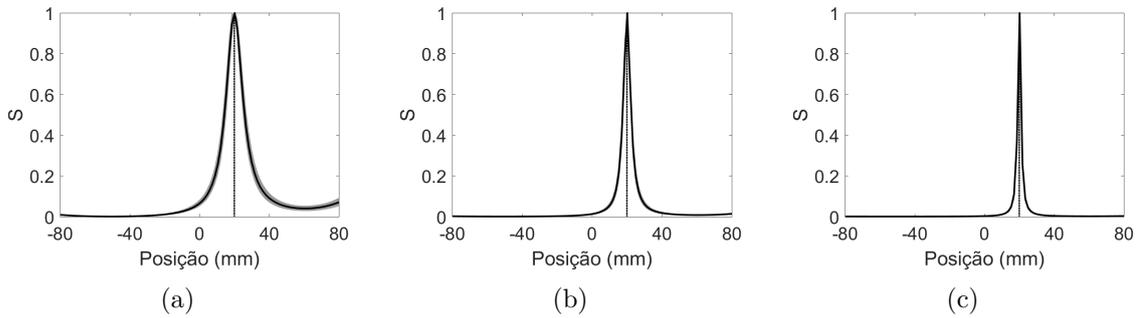


Figura C.5 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.

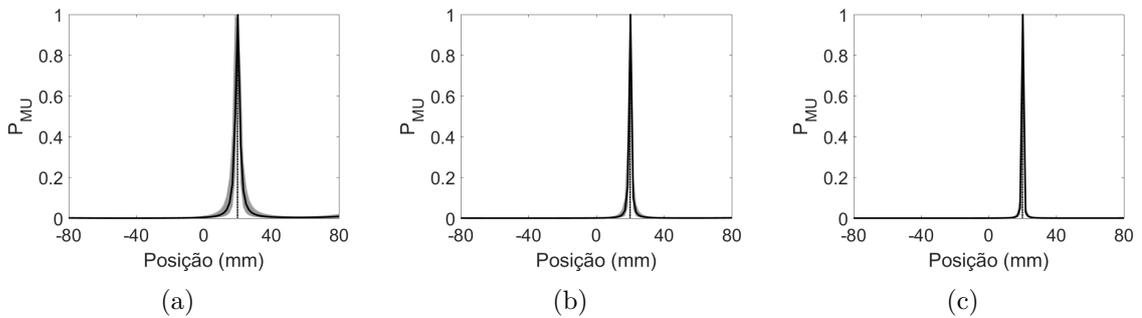
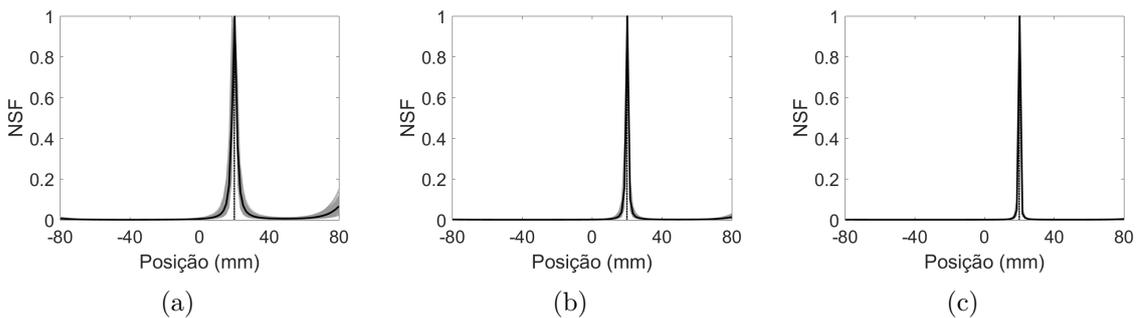


Figura C.6 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.



C.1.3 Modelo Dipolo $M = 2$

Da Figura 6.2, tem-se:

Tabela C.3 – REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 2$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	4,0739	2,1274	1,5023	1,1205	0,89148	0,7228	0,60945
REMQ(P_{MU}) (mm)	5,9531	2,9569	1,771	1,2624	0,97626	0,79106	0,67103
REMQ(NSF) (mm)	6,7885	3,366	1,8437	1,2902	0,99473	0,79487	0,68009

Da Tabela C.3 já pode-se inferir um ganho da função S em relação as outras, que se justifica pelas Figuras a seguir:

Figura C.7 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.

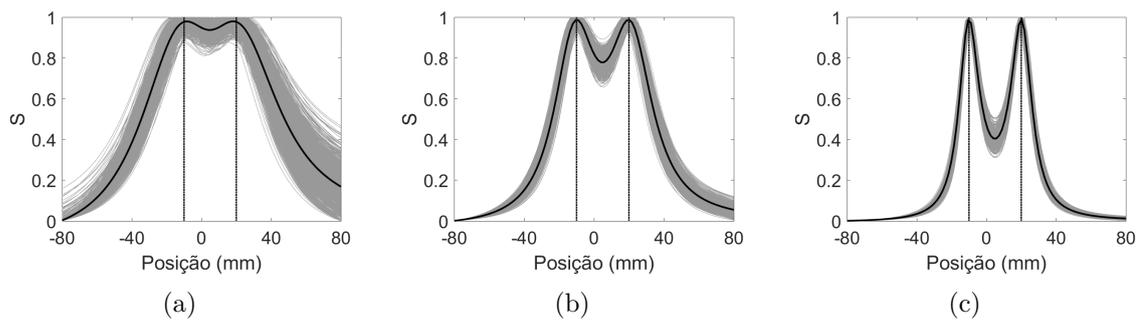


Figura C.8 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.

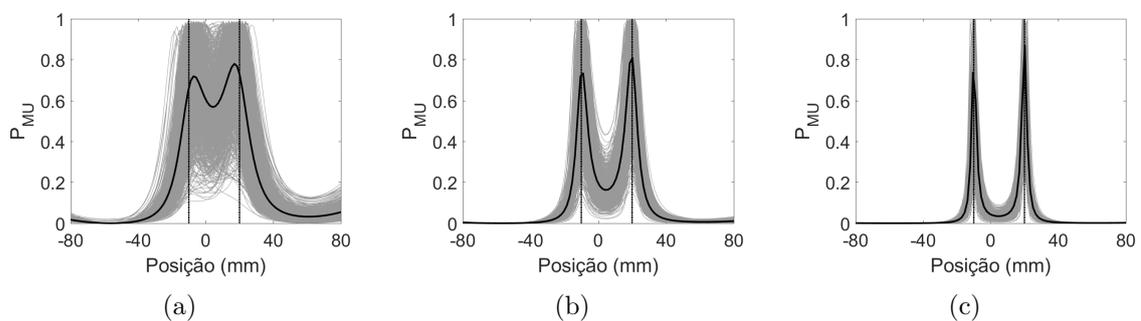
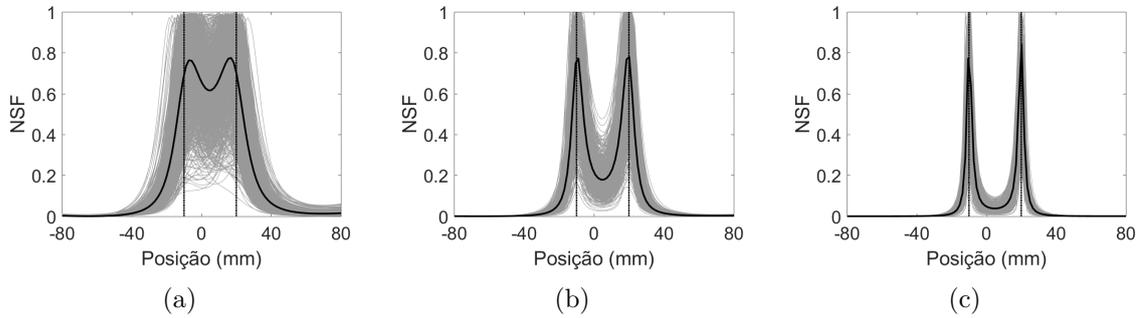


Figura C.9 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.



A função S mostra-se mais estável no decorrer dos 1000 experimentos, mantendo-se em torno das posição reais das fontes. Os outros métodos, especialmente na condição de 10 dB, apresentam elevadas irregularidades, o que gera erros de estimação.

C.1.4 Modelo Antena Dipolo $M = 2$

Da Figura 6.2, tem-se:

Tabela C.4 – REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 2$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	0,96711	0,78088	0,64015	0,52342	0,4421	0,39655	0,38527
REMQ(P_{MU}) (mm)	1,1633	0,89768	0,73032	0,57712	0,47002	0,41229	0,38844
REMQ(NSF) (mm)	1,1694	0,89495	0,72831	0,57542	0,47002	0,41229	0,38844

Similarmente ao modelo Dipolo, a Tabela C.6 confere à função S melhor desempenho. As Figuras a seguir mostram uma diferença comentada no Capítulo 5, onde o método proposto não gera picos com tamanhos diferentes, devido à natureza atenuante do meio para diferentes frequências.

Figura C.10 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.

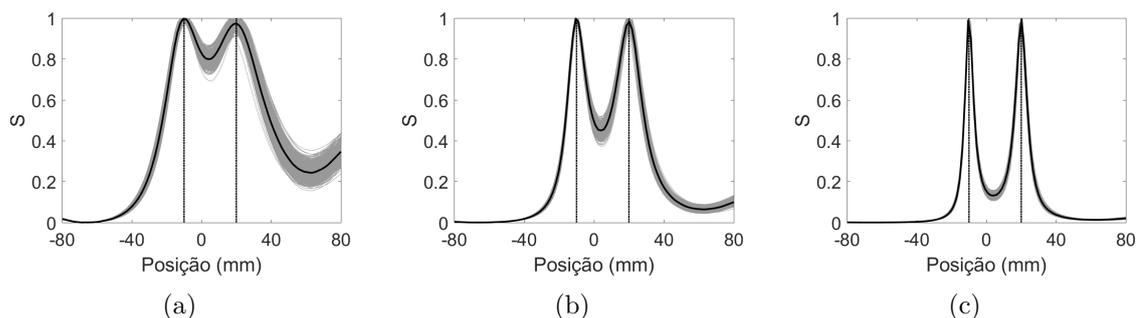


Figura C.11 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.

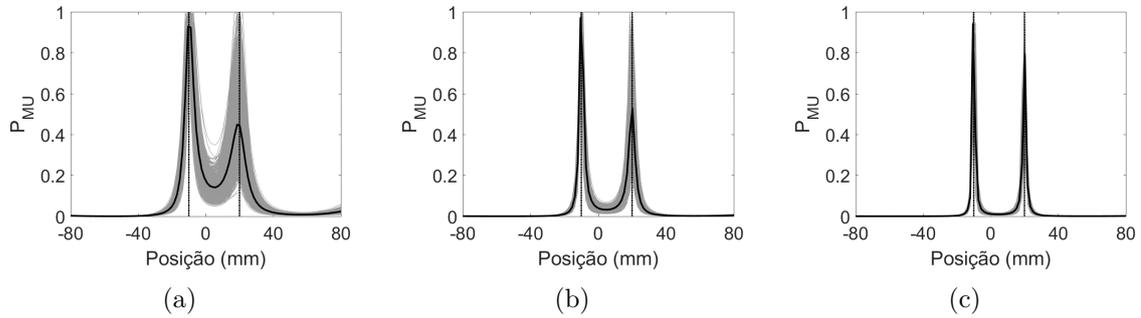
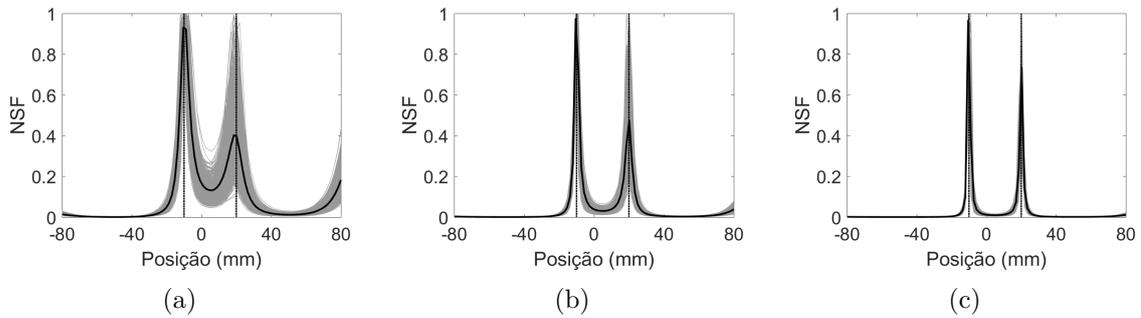


Figura C.12 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.



Como será visto mais a frente, o fato da atenuação em frequência afetar os métodos MUSIC e NSF, faz com que o número crescente de fontes e frequências se torne um problema.

C.1.5 Modelo Dipolo $M = 3$

Da Figura 6.3, tem-se:

Tabela C.5 – REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 3$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	6,7567	4,0124	2,8957	2,1215	1,585	1,2408	0,98705
REMQ(P_{MU}) (mm)	30,046	16,717	5,88	2,5775	1,8464	1,3592	1,0693
REMQ(NSF) (mm)	17,404	7,2704	3,4249	2,4168	1,7788	1,3445	1,0494

Os valores da Tabela C.5 justificam-se pelas Figuras a seguir, onde a instabilidade dos experimentos nos métodos MUSIC e NSF conferem erros às próprias estimativas.

Figura C.13 – (a) $SNR= 10$ dB (b) $SNR= 17,5$ dB (c) $SNR= 25$ dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.

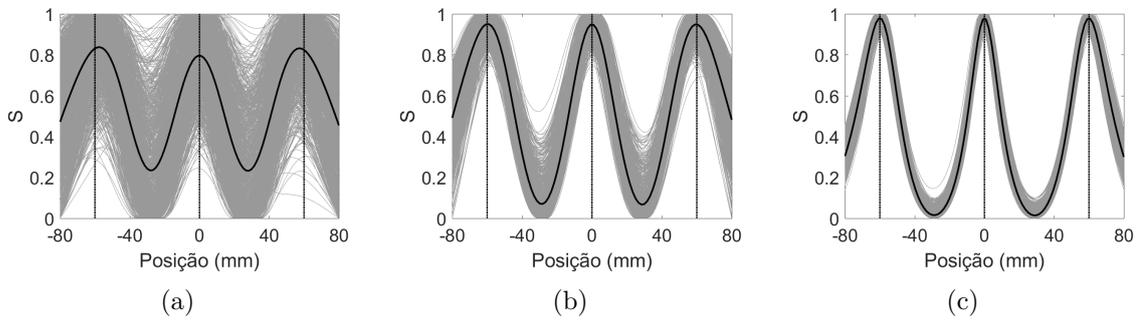


Figura C.14 – (a) $SNR= 10$ dB (b) $SNR= 17,5$ dB (c) $SNR= 25$ dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.

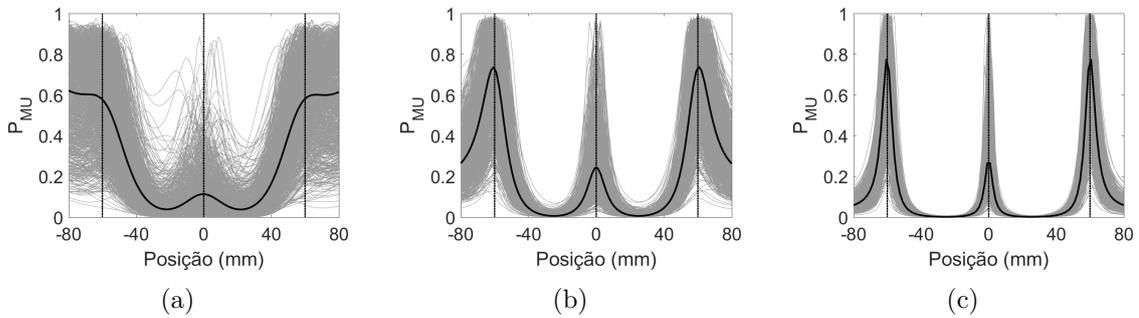
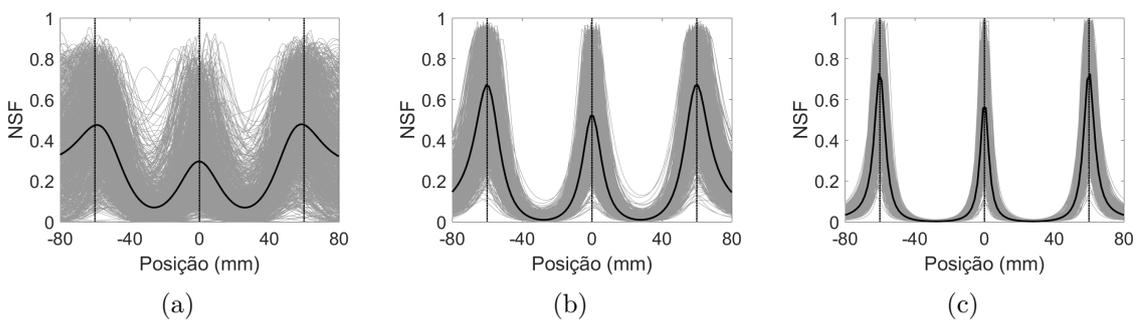


Figura C.15 – (a) $SNR= 10$ dB (b) $SNR= 17,5$ dB (c) $SNR= 25$ dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.



Especial em $SNR = 10$ dB, o método baseado em autovalores se sobressai devido à menor variação experimental, mostrando-se mais robusto em relação aos outros estudados neste trabalho.

C.1.6 Modelo Antena Dipolo $M = 3$

Da Figura 6.3, tem-se:

Tabela C.6 – REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 3$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	3,0787	1,7668	1,2619	0,98584	0,83913	0,77663	0,7556
REMQ(P_{MU}) (mm)	4,3764	2,3775	1,5319	1,0813	0,88484	0,79313	0,75575
REMQ(NSF) (mm)	37,259	22,454	5,3817	1,5551	1,0108	0,80714	0,7415

Para três fontes no modelo Antena Dipolo, uma das fontes sofre maior atenuação que as outras, pois possuem frequências diferentes. Os valores da Tabela C.6 justificam-se pelos espectros das Figuras a seguir.

Figura C.16 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método baseado em autovalores.

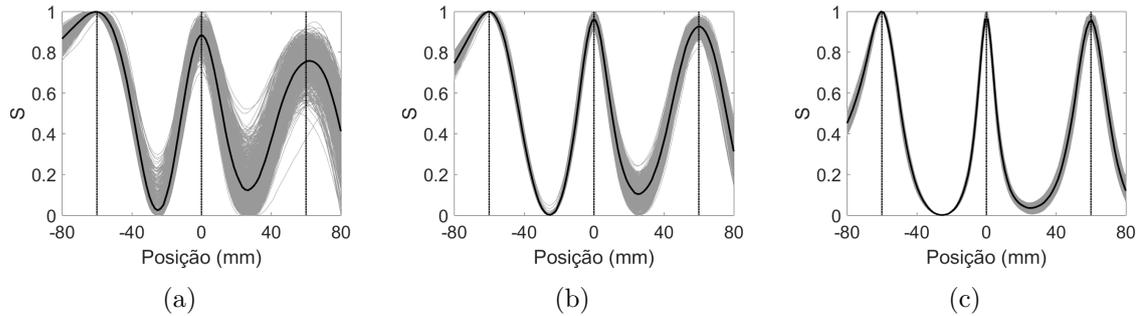


Figura C.17 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método MUSIC.

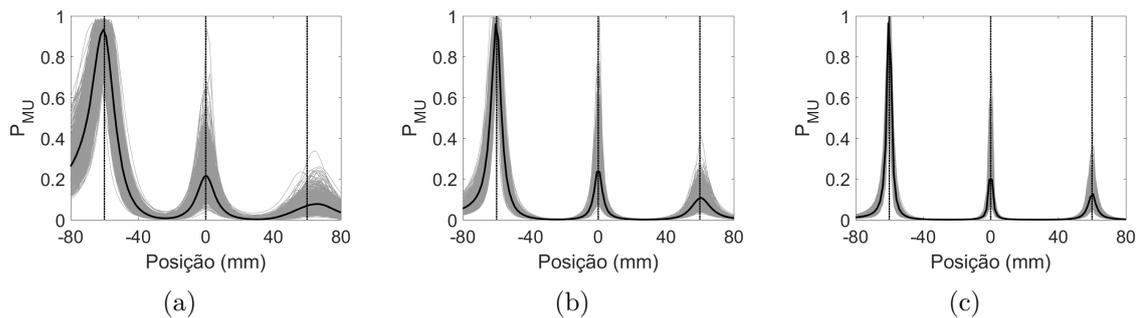
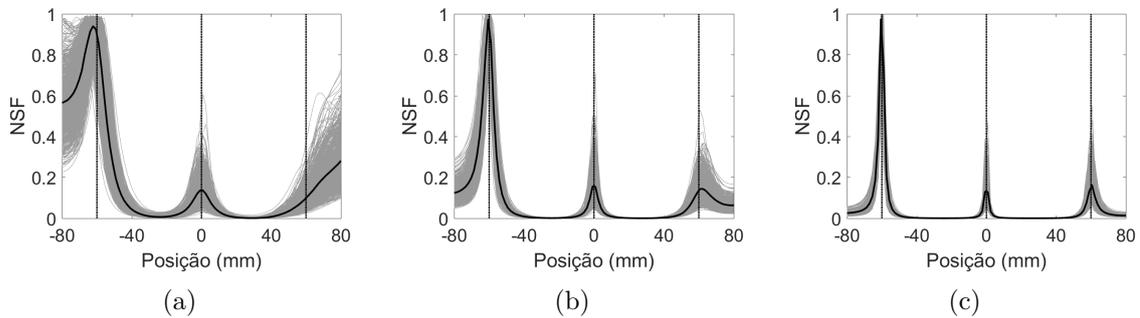


Figura C.18 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Curvas de 1000 experimentos e comportamento médio do método NSF.



As Figuras C.17 e C.18, em 10 dB, mostram como os métodos MUSIC e NSF, respectivamente, tendem a perder a fonte posicionada em 60 mm. Por outro lado, a Função S mantém os picos com alturas grandes o suficiente para haver detecção.

C.2 Estimação bidimensional

Posteriormente, faz-se a análise bidimensional, por meio de uma seção da cabeça na altura $z = 0$. O desenvolvimento dos espectros é apresentado apenas quanto aos seus comportamentos médios, uma vez que, visualmente, não é possível mostrar todos os experimentos.

C.2.1 Modelo Dipolo $M = 1$

Da Figura 6.4, tem-se:

Tabela C.7 – REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 1$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	0,72883	0,60363	0,52245	0,45425	0,4276	0,41989	0,41045
REMQ(P_{MU}) (mm)	0,7814	0,67685	0,59929	0,54087	0,51994	0,50205	0,49286
REMQ(NSF) (mm)	0,78373	0,64726	0,57822	0,52866	0,50075	0,47807	0,46701

A Tabela C.7 mostra um ganho em acurácia do método proposto, mesmo que pouco expressivo. As Figuras a seguir apresentam o comportamento de cada espectro bidimensional.

Figura C.19 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.

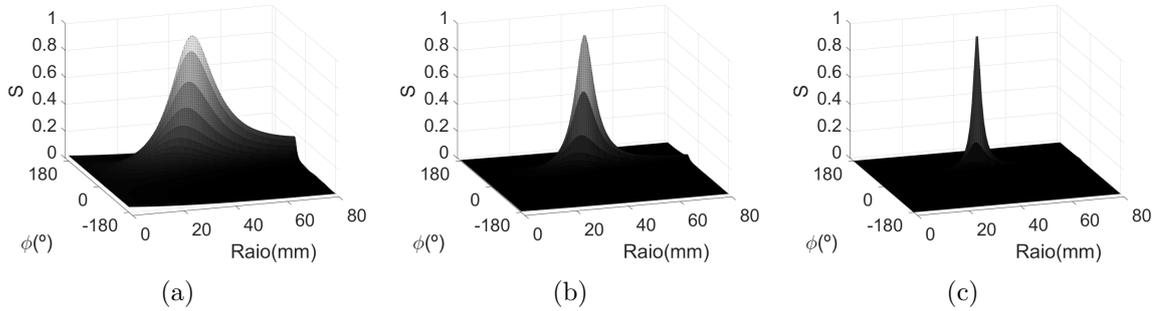


Figura C.20 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.

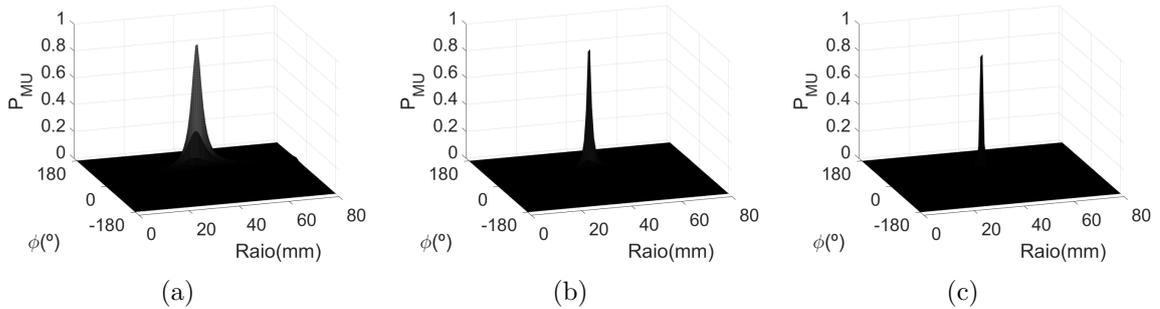
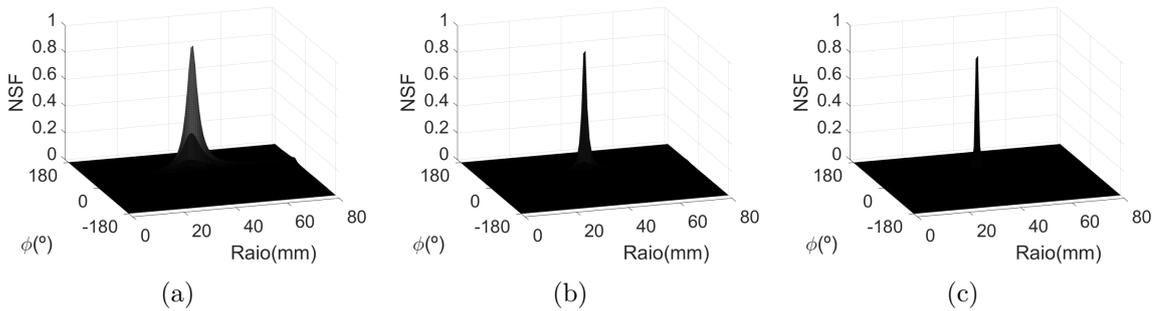


Figura C.21 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.



C.2.2 Modelo Antena Dipolo $M = 1$

Da Figura 6.4, tem-se:

Da mesma forma do modelo Dipolo, a Tabela C.8 mostra um ganho em acurácia, porém, devido ao baixo número de fontes, pouco expressivo. Por outro lado, a convergência do erro, aqui, acontece de forma mais rápida. Os desenvolvimentos dos espectros são apresentados nas Figuras a seguir.

Tabela C.8 – REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 1$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	0,44555	0,4152	0,40565	0,40404	0,40404	0,40404	0,40404
REMQ(P_{MU}) (mm)	0,46701	0,43816	0,42299	0,41833	0,41362	0,41045	0,40886
REMQ(NSF) (mm)	0,46421	0,42453	0,41045	0,40565	0,40404	0,40404	0,40404

Figura C.22 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.

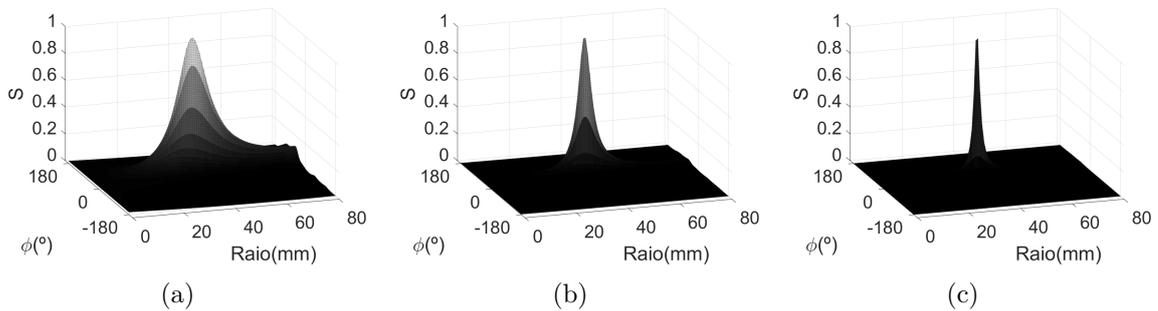


Figura C.23 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.

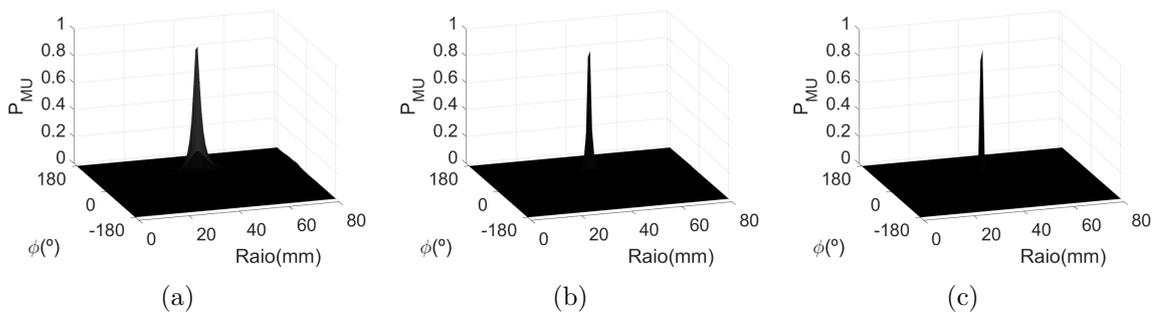
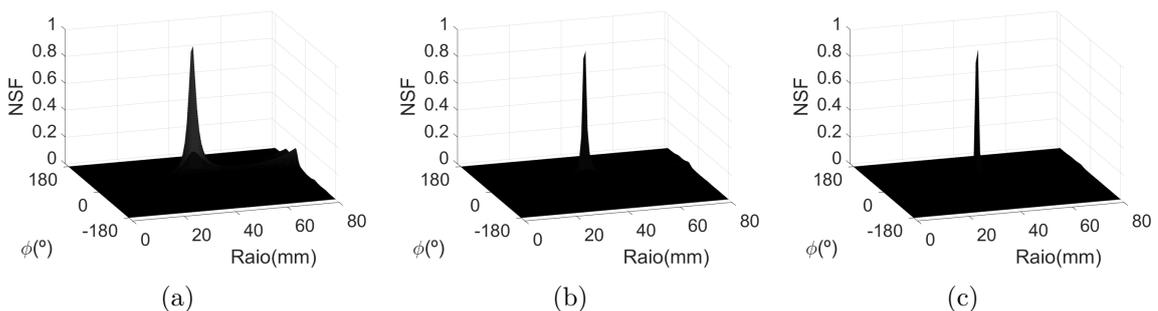


Figura C.24 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.



C.2.3 Modelo Dipolo $M = 2$

Da Figura 6.5, tem-se:

Tabela C.9 – REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 2$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	10,75	7,4657	3,7524	3,3841	3,3866	3,3504	3,349
REMQ(P_{MU}) (mm)	11,494	8,5135	7,2903	8,0757	8,4183	9,6286	8,9268
REMQ(NSF) (mm)	17,456	13,796	11,121	9,9976	10,313	11,637	10,667

Da Tabela C.9 é notado que o método proposto converge para um erro menor que os demais, onde, inclusive, apresentam certa instabilidade - uma vez que é esperado a redução ou a manutenção do nível de erro conforme a SNR cresce. As Figuras a seguir apresentam o desenvolvimento dos espectros médios.

Figura C.25 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.

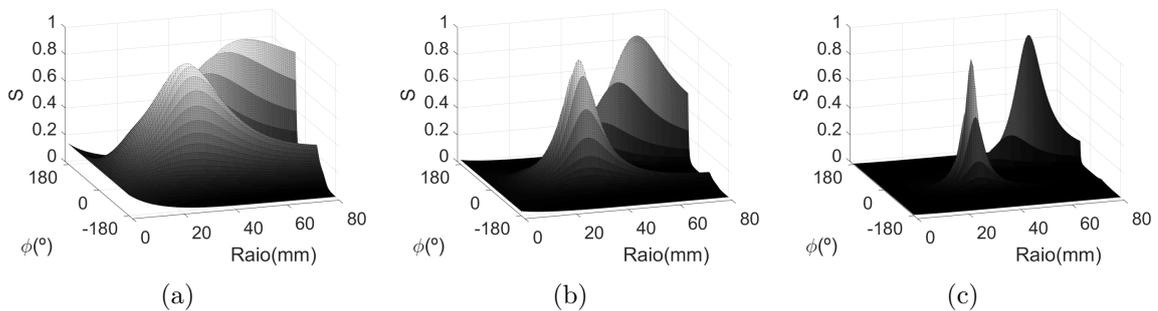


Figura C.26 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.

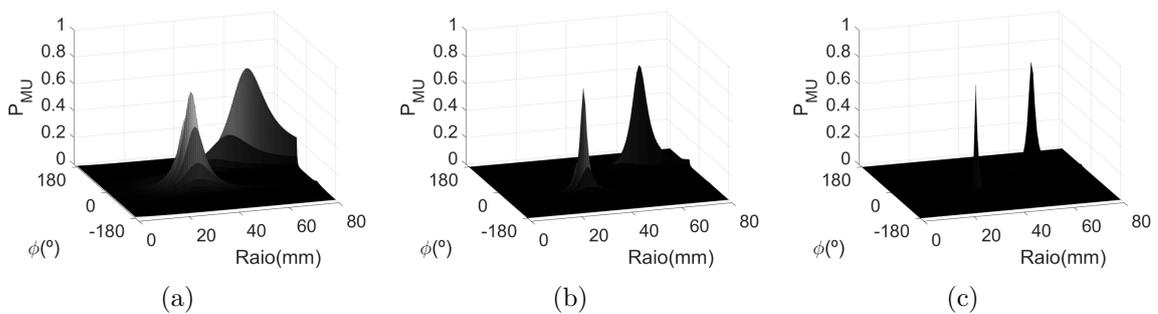
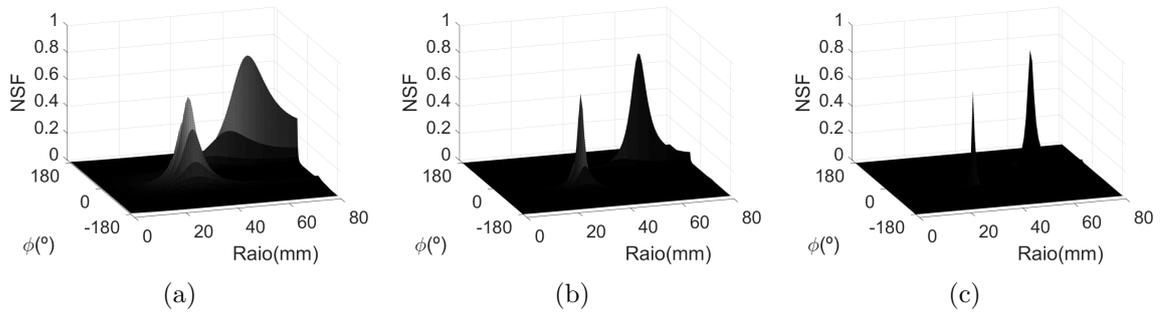


Figura C.27 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.



C.2.4 Modelo Antena Dipolo $M = 2$

Da Figura 6.5, tem-se:

Tabela C.10 – REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 2$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	0,75893	0,639	0,55521	0,51335	0,48455	0,47537	0,47253
REMQ(P_{MU}) (mm)	2,1293	1,0686	2,0355	2,1319	0,95483	0,93732	0,93151
REMQ(NSF) (mm)	34,082	28,001	25,856	24,5	24,192	23,825	23,371

Nesta caso, os resultados da Tabela C.10 são justificados pelo impacto da atenuação dependente da frequência em uma das fontes, fazendo com que os métodos MUSIC e NSF tenham dificuldades para estimá-las. O desenvolvimento dos espectros mostrados a seguir denota tal atenuação.

Figura C.28 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.

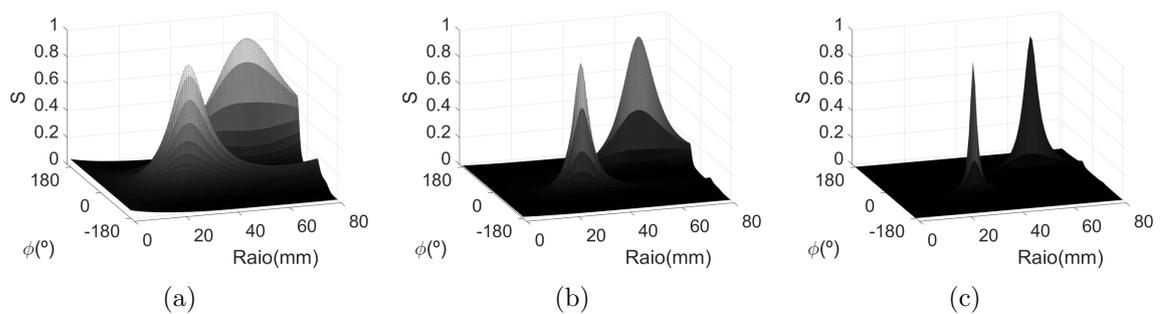


Figura C.29 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.

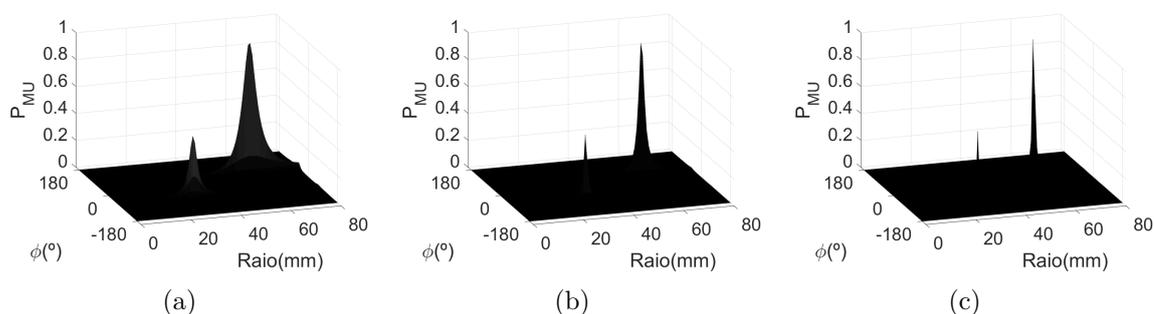
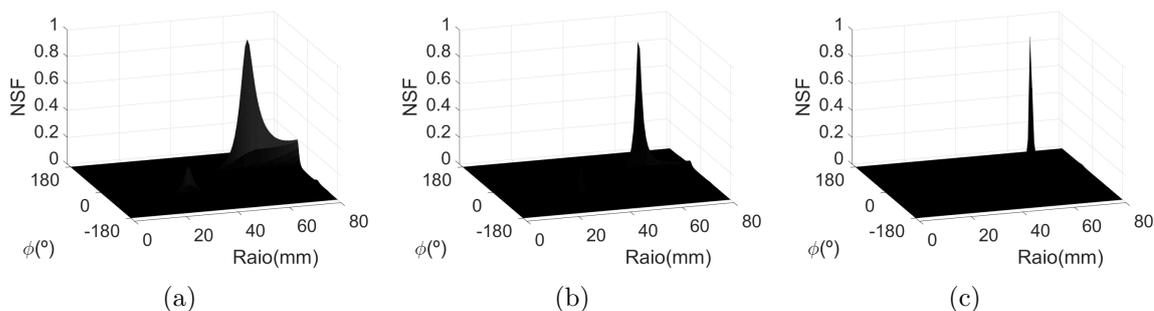


Figura C.30 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.



A considerável redução de um dos picos nos métodos MUSIC e NSF mostra como as diferentes atenuações podem dificultar a estimação, especialmente no NSF, que perde uma das fontes ao longo das SNRs.

C.2.5 Modelo Dipolo $M = 3$

Da Figura 6.6, tem-se:

Tabela C.11 – REMQ v SNR - Modelo Dipolo $M = 3$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	19,201	13,777	11,04	9,4033	5,6878	4,2824	1,4881
REMQ(P_{MU}) (mm)	22,924	22,751	19,778	15,79	12,209	8,7583	6,1426
REMQ(NSF) (mm)	22,503	22,596	18,798	14,123	11,252	8,0083	5,9448

A Tabela C.11 mostra como a Função S se sobressai em termos de acurácia, tenho ganho de até 5 dB, em relação aos outros métodos. As Figuras a seguir mostram o desenvolvimento do comportamento médios dos espectros.

Figura C.31 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.

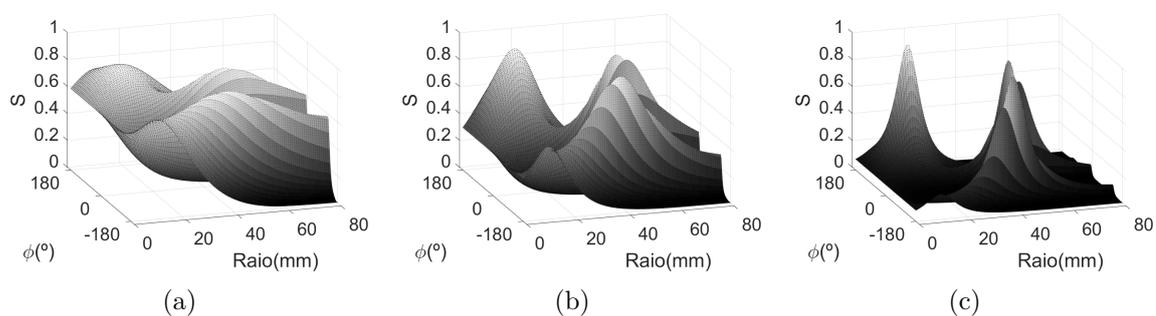


Figura C.32 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.

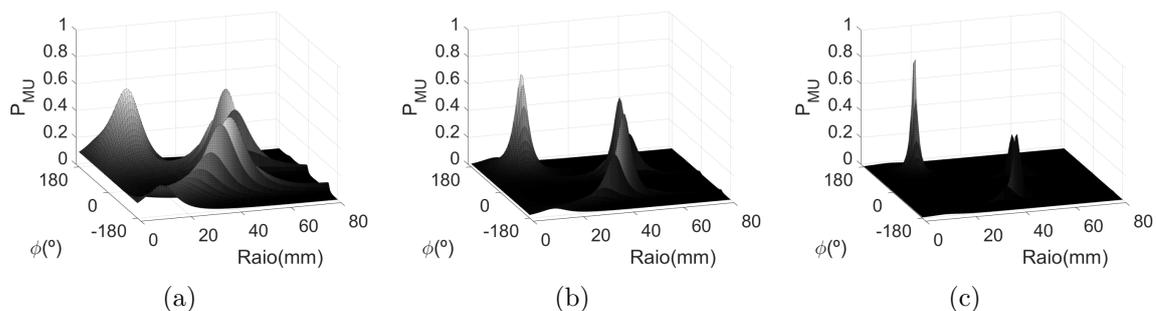
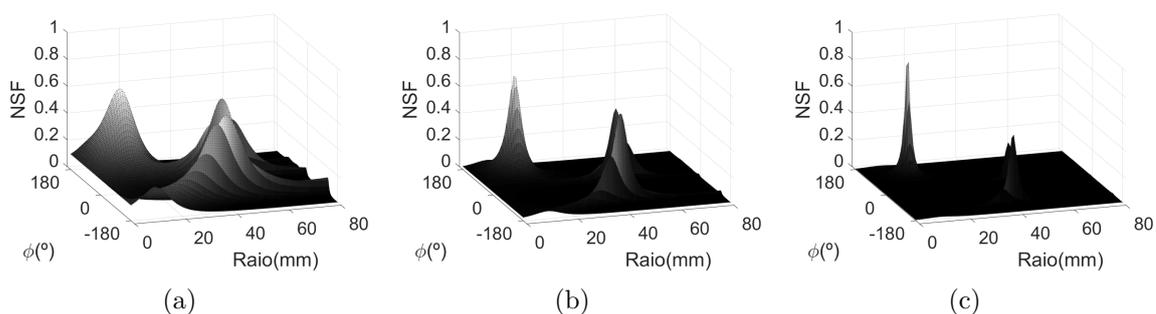


Figura C.33 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17, 5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.



Apesar dos picos mais estreitos que os métodos MUSIC e NSF apresentam, estes sofrem deslocamento, inferindo erros às estimativas. A função S mantém maior acurácia ao longo dos 1000 experimentos, garantindo uma menor REMQ, como visto.

C.2.6 Modelo Antena Dipolo $M = 3$

Da Figura 6.6, tem-se:

Tabela C.12 – REMQ v SNR - Modelo Antena Dipolo $M = 3$

SNR (dB)	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
REMQ(S) (mm)	9,4524	4,8916	1,8731	1,3362	1,3193	1,3453	1,3946
REMQ(P_{MU}) (mm)	8,92	6,5675	2,9892	1,5081	1,4747	1,4586	1,4502
REMQ(NSF) (mm)	12,883	10,797	6,8503	2,5187	1,4706	1,4631	1,4541

Nesta caso em específico, a Tabela C.12 mostra que, em 10 dB, o MUSIC tem um erro 0,532 mm menor que o método proposto. Já em 12,5 dB, a função S apresenta um erro de 4,8916 mm, enquanto o MUSIC e o NSF apresentam 6,5675 mm e 10,797 mm, respectivamente.

Figura C.34 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método baseado em autovalores.

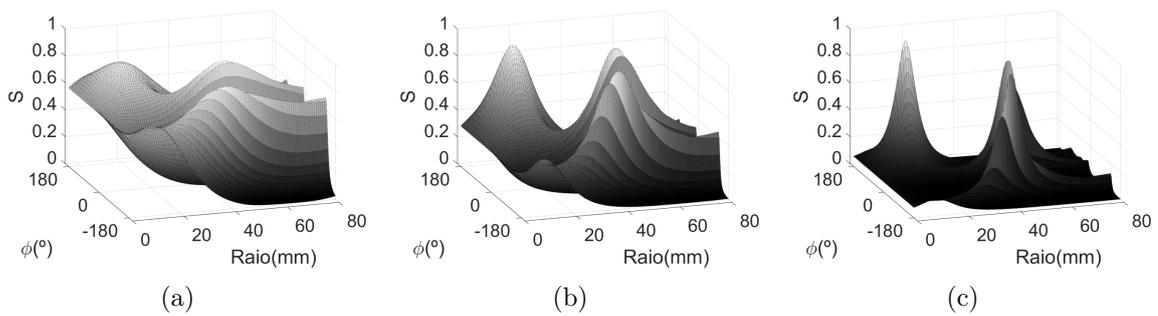


Figura C.35 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método MUSIC.

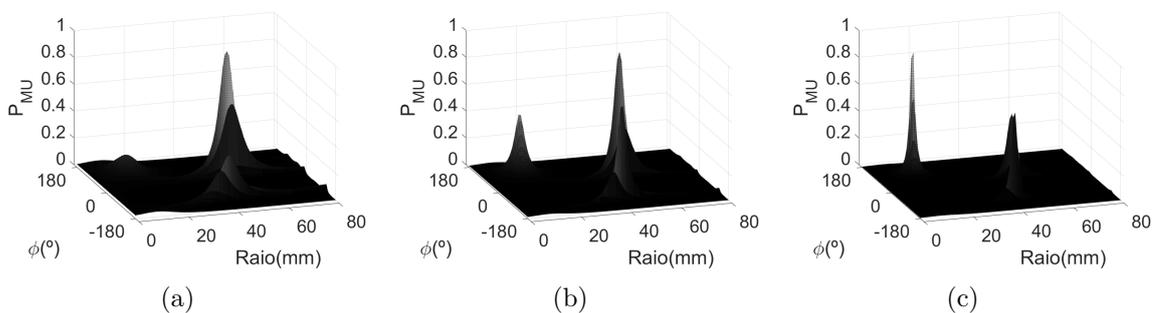
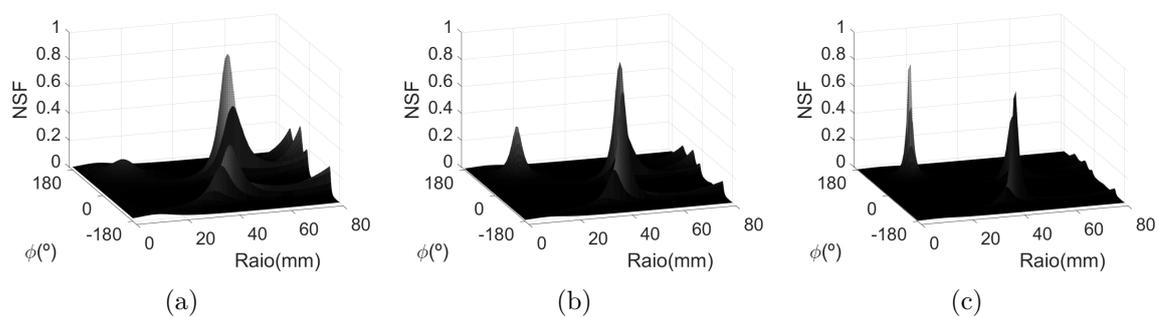


Figura C.36 – (a) SNR= 10 dB (b) SNR= 17,5 dB (c) SNR= 25 dB - Comportamento médio de 1000 experimentos do método NSF.



Os espectros mostram como os picos do MUSIC e do NSF se atenuam - dificultando a detecção - enquanto o método baseado em autovalores os mantêm.