

Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação

Évelynn Regina da Costa Rosa

**Alocação de Taxa de Transmissão Utilizando
Predição do Tráfego de Rede Baseada no
Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst**

Goiânia

2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

☒ [X] Dissertação ☐ [] Tese

2. Nome completo do autor

Évelynn Regina da Costa Rosa

3. Título do trabalho

“Alocação de Taxa de Transmissão Utilizando Predição do Tráfego de Rede Baseada no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst”

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento ☒ [X] SIM ☐ [] NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Flávio Geraldo Coelho Rocha, Professor do Magistério Superior**, em 02/04/2021, às 08:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **EVELYNN REGINA DA COSTA ROSA, Usuário Externo**, em 07/04/2021, às 14:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1980830** e o código CRC **B4E4D18B**.

Évelynn Regina da Costa Rosa

Alocação de Taxa de Transmissão Utilizando Predição do Tráfego de Rede Baseada no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação.

Área de concentração: Engenharia de Computação

Orientador: Prof. Dr. Flávio Geraldo Coelho Rocha

Orientador: Flávio Geraldo Coelho Rocha

Goiânia

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Rosa, Évelynn Regina da Costa

Alocação de Taxa de Transmissão Utilizando Predição do Tráfego de
Rede Baseada no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst
[manuscrito] / Évelynn Regina da Costa Rosa. - 2021.

CXLV, 145 f.: il.

Orientador: Prof. Flávio Geraldo Coelho Rocha.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Goiânia,
2021.

Bibliografia. Anexos.

Inclui gráfico, tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Teoria do Caos. 2. Expoente de Lyapunov. 3. Parâmetro de
Hurst. 4. Reconstrução do Espaço de Fase. 5. Predição de Tráfego e
Alocação Dinâmica de Taxa. I. Rocha, Flávio Geraldo Coelho, orient. II.
Título.

CDU 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA, MECÂNICA E DE COMPUTAÇÃO

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 02 da sessão de Defesa de Dissertação de **Évelynn Regina da Costa Rosa**, que confere o título de Mestra em **Engenharia Elétrica e de Computação**, na área de concentração em **Engenharia de Computação**.

Aos **vinte e cinco dias do mês de fevereiro de dois mil e vinte e um**, a partir das **14h30min.**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **“Alocação de Taxa de Transmissão Utilizando Predição do Tráfego de Rede Baseada no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst”**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor **Flávio Geraldo Coelho Rocha (EMC/UFG)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor **Flávio Henrique Teles Vieira (EMC/UFG)**, membro titular interno, Professor Doutor **Marcos Antonio de Sousa (EMC/UFG)**, membro titular externo e Professor Doutor **Alisson Assis Cardoso (IFG campus Anápolis)**, membro titular externo, **cuja participação ocorreu através de videoconferência**. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Flávio Geraldo Coelho Rocha, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e cinco dias do mês de fevereiro de dois mil e vinte e um.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Flavio Henrique Teles Vieira, Coordenador de Pós-graduação**, em 25/02/2021, às 17:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flávio Geraldo Coelho Rocha, Professor do Magistério Superior**, em 25/02/2021, às 17:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Antônio De Sousa, Professor do Magistério Superior**, em 25/02/2021, às 17:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **ALISSON ASSIS CARDOSO, Usuário Externo**, em 25/02/2021, às 17:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **EVELYNN REGINA DA COSTA ROSA, Discente**, em 16/03/2021, às 12:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1892539** e o código CRC **631DE24A**.

Referência: Processo nº 23070.007373/2021-16

SEI nº 1892539

*To gauge symmetries,
emergent at low energies.*

“All these bold birds who fly out into the wide, widest-open - it is true! At some point they will not be able to fly any farther and will squat down on some pylon or sparse crag - and very grateful for this accomodation to boot! But who would want to conclude from this that there was no longer a vast and prodigious trajectory ahead of them, that they had flown as far and wide as one could fly! All our great mentors and precursors have finally come to a stop, and it is hardly the noblest and most graceful of gestures with which fatigue comes to a stop: it will also happen to you and me! of what concern, however, is that to you and me! other birds will fly farther!”

F. Nietzsche - Dawn

Resumo

Este projeto descreve uma abordagem padronizada de análise de dados coletados de redes reais e de dados gerados sinteticamente, que apresentam características lineares e não-lineares, dentro do espectro da Teoria do Caos e seus procedimentos canônicos, avaliando o desempenho de uma gama de algoritmos. O objetivo principal deste trabalho consiste em propor um método de predição e alocação dinâmica de taxa de transmissão para servidores de rede com base no expoente de Lyapunov e no parâmetro de Hurst, tendo em vista a análise de uma variedade de amostras de tráfego e dados sintéticos, de forma a quantificá-los com o uso de métodos matemáticos que revelem suas particularidades intrínsecas. São descritos processos característicos tais como autossimilaridade, dependência de longa duração entre as amostras e comportamento multi-escala. Para isso, reconstrói-se o espaço de fase e o atrator com o atraso ideal τ , descrevendo métodos de cálculo do parâmetro; determina-se a dimensão de incorporação m e a dimensão de correlação D_2 ; calcula-se o expoente de Lyapunov λ e o parâmetro de Hurst H ; e analisam-se estatisticamente os componentes principais; para então prever o tráfego dentro do limite de máxima duração da predição delimitada pelo inverso do expoente de Lyapunov, e alocar dinamicamente a taxa de transmissão correspondente para os servidores de rede. As simulações realizadas comprovaram a eficiência da abordagem proposta, quanto à sequência seguida neste trabalho e a classificação da natureza dos dados, especialmente nos casos de comportamento misto entre aleatoriedade e determinismo.

Palavras-chave: Dimensão de Correlação. Reconstrução do Espaço de Fase. Expoente de Lyapunov. Parâmetro de Hurst. Predição de Tráfego. Alocação Dinâmica de Taxa.

Abstract

This project describes a standard approach to analyze and measure experimental and synthetic data, which display linear and non-linear characteristics, within the spectrum of Chaos Theory and its canonical procedures, evaluating the performance of several algorithms. The main goal of this work is to propose a method to predict traffic and perform a dynamic traffic rate allocation for the network servers based on the Lyapunov exponent and the Hurst parameter, considering the analysis of a range of traffic samples and synthetic data, in order to quantify them with the use of mathematical methods that reveal their intrinsic features. Some of the characteristic processes described are self-similarity, long-range dependency among samples and multiscale behavior. Thus, it is necessary to: reconstruct phase space and the attractor with the ideal delay τ , while describing a couple of methods to compute it; to determine embedding and correlation dimensions (m and D_2 , respectively); to calculate the Lyapunov exponent λ and Hurst parameter H ; to perform principal component analysis (*PCA*); to predict the traffic within the longest predictable duration constrained by the inverse of the Lyapunov exponent, and finally perform dynamic transmission rate allocation for the network servers. The simulations performed confirmed the efficiency of the proposed approach, regarding the sequence adopted in this work and the classification of data, especially in cases of mixed behavior between randomness and determinism.

Keywords: Correlation Dimension. Phase Space Reconstruction. Lyapunov Exponent. Hurst Parameter. Traffic Prediction. Dynamic Resource Allocation.

Trabalho Publicado

1. Rosa, É. e Rocha, F., Junho, 2020. Alocação de Taxa de Transmissão Utilizando Predição do Tráfego de Rede Baseada no Expoente de Lyapunov. Em Anais do XIX Workshop em Desempenho de Sistemas Computacionais e de Comunicação (pp. 73-84). SBC.

Lista de ilustrações

Figura 1.1 – O horizonte de predição como consequência da dependência sensível às condições iniciais (“efeito borboleta”) (STROGATZ, 2015)	21
Figura 2.1 – A independência das condições iniciais: para $x_0 = 0,5$ e $x_0 = 0,5678$. .	27
Figura 2.2 – A dependência sensível das condições iniciais: para $x_0 = 0,5$ e $x_0 = 0,5678$	28
Figura 2.3 – Função de autocorrelação da série Mackey-Glass Caótica da Figura 2.2	29
Figura 3.1 – Séries temporais $n=5001$	32
Figura 3.2 – Séries temporais $n=5001$ - séries de tempo entre as amostras	32
Figura 3.3 – A sequência seguida na reconstrução do espaço de fase	35
Figura 3.4 – Atrator de Lorenz	36
Figura 3.5 – Atrator de Rössler	37
Figura 3.6 – Atratores 3D, $n=5001$	39
Figura 3.7 – Atratores 3D, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	39
Figura 3.8 – Representações de atraso do eixo x (que nesse caso é referente à grandeza $\text{pacotes}(t)$) do Atrator de Lorenz (Equação $\frac{dx}{dt}$ da Figura 3.4). Para $\tau=1$ (3.8a) os dados estão próximos da diagonal uma vez que valores consecutivos são bastante similares. Para $\tau=5$ (Figura 3.8b) o laço começa ser desdobrado, para estar satisfatoriamente desembaraçado para um $\tau=11$ (Figura 3.8c). Para um $\tau=20$ o gráfico já está descenessariamente complexo (Figura 3.8d) (KANTZ; SCHREIBER, 2004)	41
Figura 3.9 – Função de autocorrelação, $n=5001$	43
Figura 3.10–Função de autocorrelação, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$.	44
Figura 3.11–Conjunto Cantor de dimensão topológica 0 (MANDELBROT, 1982) . .	45
Figura 3.12–Triângulo de Sierpinski de dimensão topológica 1	45
Figura 3.13–Curva Koch	46
Figura 3.14–Circunferência de raio ϵ (STROGATZ, 2015)	46
Figura 3.15–A inclinação da reta (STROGATZ, 2015)	47
Figura 3.16– $D_2 \times m$, $n=5001$	49
Figura 3.17– $D_2 \times m$, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	49
Figura 3.18–Integrais de correlação, $n=5001$	52
Figura 3.19–Integrais de correlação, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$. .	53
Figura 3.20–Fluxograma esquemático do processo completo seguido	54
Figura 3.21– $y(t) \times i\Delta t$, $n=5001$	57
Figura 3.22– $y(t) \times i\Delta t$, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	57
Figura 3.23–Movimento Browniano (Processo de Wiener) $x(t)$ em alta e baixa resolução (redução/ampliação por um fator de 20 em ambos eixos) . .	60
Figura 3.24–Variações do Parâmetro de Hurst	61

Figura 3.25–PCA, $n=5001$	66
Figura 3.26–PCA, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	66
Figura 4.1 – Predição <i>ARMA</i> , $n=5001$	69
Figura 4.2 – Predição <i>ARMA</i> - séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	70
Figura 4.3 – Predição <i>AR</i> , $n=5001$	71
Figura 4.4 – Predição <i>AR</i> - séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	71
Figura 4.5 – Predição <i>SMA</i> , $n=5001$	74
Figura 4.6 – Predição <i>SMA</i> - séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	74
Figura 4.7 – Predição <i>EMA</i> , $n=5001$	75
Figura 4.8 – Predição <i>EMA</i> , séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	76
Figura 4.9 – Predição descrita no Método <i>DRA</i> , $n=5001$	78
Figura 4.10–Predição descrita no Método <i>DRA</i> , séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	78
Figura 4.11–Predição proposta contrastada com n amostras futuras, $n=5001$	81
Figura 4.12–Predição proposta contrastada com n amostras futuras, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	81
Figura 4.13–Série original x método proposto x Método <i>DRA</i> , $n=5001$	85
Figura 4.14–Série original x método proposto x Método <i>DRA</i> , séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	85
Figura 5.1 – Esquema da alocação dinâmica de recursos (ROCHA; VIEIRA, 2013)	89
Figura 5.2 – Taxa Alocada <i>DRA</i> , $n=5001$	91
Figura 5.3 – Taxa Alocada <i>DRA</i> , séries de tempo entre as amostras, $n=5001$	91
Figura 5.4 – Taxa Alocada - método proposto, $n=5001$	94
Figura 5.5 – Taxa Alocada - método proposto, Séries de Tempo Entre as Chegadas, $n=5001$	94
Figura 5.6 – Série Original x método proposto x Método <i>DRA</i> , $n=5001$	96
Figura 5.7 – Série Original x método proposto x Método <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Chegadas $n=5001$	96
Figura 5.8 – Os principais componentes do tráfego de internet no ano de 2019 nos EUA (NCTA, 2019)	98
Figura 5.9 – Parâmetros Qualidade de Serviço, $n=5001$	99
Figura 5.10–Parâmetros Qualidade de Serviço, Séries de Tempo Entre as Chegadas, $n=5001$	99
Figura A.1 – Séries Temporais $n=1001$	109
Figura A.2 – Séries Temporais $n=1001$ - Séries de Tempo Entre Chegadas	109
Figura A.3 – Séries Temporais $n=3001$	110
Figura A.4 – Séries Temporais $n=3001$ - Séries de Tempo Entre Chegadas	110
Figura A.5 – Atratores 3D, $n=1001$	111
Figura A.6 – Atratores 3D, Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$	111

Figura A.7–Atratores 3D, $n=3001$	112
Figura A.8–Atratores 3D, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	112
Figura A.9– $D_2 \times m$, $n=1001$	113
Figura A.10– $D_2 \times m$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$	113
Figura A.11– $D_2 \times m$, $n=3001$	114
Figura A.12– $D_2 \times m$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	114
Figura A.13–Integrais de Correlação, $n=1001$	115
Figura A.14–Integrais de Correlação, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$	115
Figura A.15–Integrais de Correlação, $n=3001$	116
Figura A.16–Integrais de Correlação, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	116
Figura A.17– $y(t) \times i\Delta t$, $n=1001$	117
Figura A.18– $y(t) \times i\Delta t$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$	117
Figura A.19– $y(t) \times i\Delta t$, $n=3001$	118
Figura A.20– $y(t) \times i\Delta t$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	118
Figura A.21–PCA, $n=1001$	119
Figura A.22–PCA, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$	119
Figura A.23–PCA, $n=3001$	120
Figura A.24–PCA, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	120
Figura A.25–Predição <i>ARMA</i> , $n=1001$	121
Figura A.26–Predição <i>ARMA</i> - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$	121
Figura A.27–Predição <i>ARMA</i> , $n=3001$	122
Figura A.28–Predição <i>ARMA</i> - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=3001$	122
Figura A.29–Predição <i>AR</i> , $n=1001$	123
Figura A.30–Predição <i>AR</i> - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$	123
Figura A.31–Predição <i>AR</i> , $n=3001$	124
Figura A.32–Predição <i>AR</i> - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=3001$	124
Figura A.33–Predição <i>SMA</i> , $n=1001$	125
Figura A.34–Predição <i>SMA</i> - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$	125
Figura A.35–Predição <i>SMA</i> , $n=3001$	126
Figura A.36–Predição <i>SMA</i> - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=3001$	126
Figura A.37–Predição <i>EMA</i> , $n=1001$	127
Figura A.38–Predição <i>EMA</i> , Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$	127
Figura A.39–Predição <i>EMA</i> , $n=3001$	128
Figura A.40–Predição <i>EMA</i> , Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	128
Figura A.41–Predição <i>DRA</i> , $n=1001$	129
Figura A.42–Predição <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$	129
Figura A.43–Predição <i>DRA</i> , $n=3001$	130
Figura A.44–Predição <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$	130
Figura A.45–Taxa Alocada <i>DRA</i> , $n=1001$	131

Figura A.46–Taxa Alocada <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Amostras, n=1001 . . .	131
Figura A.47–Taxa Alocada <i>DRA</i> , n=3001	132
Figura A.48–Taxa Alocada <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Amostras, n=3001 . . .	132
Figura A.49–Predição Proposta, n=1001	133
Figura A.50–Predição Proposta, Séries de Tempo Entre as Amostras, n=1001	133
Figura A.51–Predição Proposta, n=3001	134
Figura A.52–Predição Proposta, Séries de Tempo Entre as Amostras, n=3001	134
Figura A.53–Taxa Alocada - Método Proposto, n=1001	135
Figura A.54–Taxa Alocada - Método Proposto, Séries de Tempo Entre as Chegadas, n=1001	135
Figura A.55–Taxa Alocada - Método Proposto, n=3001	136
Figura A.56–Taxa Alocada - Método Proposto, Séries de Tempo Entre as Chegadas, n=3001	136
Figura A.57–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , n=1001	137
Figura A.58–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre Chegadas, n=1001	137
Figura A.59–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , n=3001	138
Figura A.60–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Chegadas, n=3001	138
Figura A.61–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , n=1001	139
Figura A.62–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Chegadas n=1001	139
Figura A.63–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , n=3001	140
Figura A.64–Série Original x Método Proposto x Método <i>DRA</i> , Séries de Tempo Entre as Chegadas n=3001	140
Figura A.65–Tamanho Médio da Fila, n=1001	141
Figura A.66–Tamanho Médio da Fila, Séries de Tempo Entre as Amostras, n=1001 .	141
Figura A.67–Tamanho Médio da Fila, n=3001	142
Figura A.68–Tamanho Médio da Fila, Séries de Tempo Entre as Amostras, n=3001 .	142
Figura A.69–Probabilidade de Perda, n=1001	143
Figura A.70–Probabilidade de Perda, Séries de Tempo Entre as Amostras, n=1001 .	143
Figura A.71–Probabilidade de Perda, n=3001	144
Figura A.72–Probabilidade de Perda, Séries de Tempo Entre as Amostras, n=3001 .	144

Lista de tabelas

Tabela 3.1 – Intervalos utilizados nas análises	30
Tabela 3.2 – Intervalos utilizados nas análises - séries de tempo entre as amostras	31
Tabela 3.3 – Escalas de tempo das séries utilizadas nas análises	31
Tabela 3.4 – τ encontrado pelo método da autocorrelação	44
Tabela 3.5 – τ encontrado pelo método da autocorrelação para as séries de tempo entre as amostras	44
Tabela 3.6 – τ , D_2 , m , e tempo de reconstrução	51
Tabela 3.7 – τ , D_2 , m , e tempo de reconstrução, para as séries de tempo entre as amostras	51
Tabela 3.8 – Parâmetros do Método de Rosenstein e Expoente de Lyapunov λ	58
Tabela 3.9 – Parâmetros do Método de Rosenstein e Expoente de Lyapunov λ para as séries de tempo entre as amostras	58
Tabela 3.10–Parâmetro de Hurst	63
Tabela 3.11–Parâmetro de Hurst para as séries de tempo entre as amostras	64
Tabela 4.1 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Auto Regressão	72
Tabela 4.2 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Auto Regressão, Séries de Tempo Entre as Amostras	72
Tabela 4.3 – Parâmetros de controle retornados pelo algoritmo <i>arfit</i> (NEUMAIER; SCHNEIDER, 2001)	72
Tabela 4.4 – Parâmetros de controle retornados pelo algoritmo <i>arfit</i> (NEUMAIER; SCHNEIDER, 2001), séries de tempo entre as amostras	72
Tabela 4.5 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Simples	74
Tabela 4.6 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Simples, séries de tempo entre as amostras	75
Tabela 4.7 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Exponencial	76
Tabela 4.8 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Exponencial, séries de tempo entre as amostras	76
Tabela 4.9 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - predição descrita no Método <i>DRA</i>	79
Tabela 4.10–Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - predição descrita no Método <i>DRA</i> , séries de tempo entre as amostras	79
Tabela 4.11–Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - método proposto	82

Tabela 4.12–Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - método proposto, séries de tempo entre as amostras	82
Tabela 4.13–Erro Médio Quadrático Normalizado (<i>NMSE</i>)	83
Tabela 4.14–Erro Médio Quadrático Normalizado (<i>NMSE</i>), séries de tempo entre as amostras	83
Tabela 4.15–Erro Médio Quadrático da Predição - método proposto x predição descrita no Método <i>DRA</i>	86
Tabela 4.16–Erro Médio Quadrático Normalizado da Predição - método proposto x predição descrita no Método <i>DRA</i>	86
Tabela 4.17–Erro Médio Quadrático da predição - método proposto x predição descrita no Método <i>DRA</i>	86
Tabela 4.18–Erro Médio Quadrático Normalizado da predição - método proposto x predição descrita no Método <i>DRA</i>	86
Tabela 5.1 – Média e Variância das séries normalizadas	90
Tabela 5.2 – Média e Variância das séries normalizadas, séries de tempo entre as amostras	90
Tabela 5.3 – Erro Médio Quadrático - Predição e Alocação de Taxa, Método <i>DRA</i> .	92
Tabela 5.4 – Erro Médio Quadrático - Predição e Alocação de Taxa, Método <i>DRA</i> , séries de tempo entre as amostras	92
Tabela 5.5 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto	95
Tabela 5.6 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto - séries de tempo entre as amostras	95
Tabela 5.7 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto x Método Comparado	97
Tabela 5.8 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto x Método Comparado, séries de tempo entre as amostras	97

Sumário

1	Introdução	20
2	Sistemas Dinâmicos Caóticos	25
3	O Método de Análise	30
3.1	Reconstrução do Espaço de Fase	33
3.2	Atratores	35
3.2.1	Reconstrução dos Atratores	38
3.3	O atraso τ	40
3.3.1	O método da autocorrelação	41
3.4	Dimensão de Correlação	44
3.4.1	Cálculos da Dimensão de Correlação	49
3.5	Dimensão de Incorporação m	51
3.5.1	Cálculos da Dimensão de Incorporação	52
3.6	O Expoente de Lyapunov	54
3.7	O Método de Rosenstein - Small Data Sets	56
3.7.1	Cálculo do Expoente de Lyapunov	56
3.8	O Parâmetro de Hurst	59
3.8.1	$H < \frac{1}{2}$: Movimento Browniano Fracionário Antipersistente	62
3.8.2	$H > \frac{1}{2}$: Movimento Browniano Fracionário com Persistência de Longa Duração	62
3.8.3	Cálculos do Parâmetro de Hurst	63
3.9	Análise de Componentes Principais (PCA)	64
3.10	Resumo Sobre a Análise das Séries Considerando os Valores Obtidos Para os Parâmetros	66
4	Predição do Tráfego	68
4.1	Predição de uma sequência temporal caótica	68
4.1.1	Processos Estocásticos de Média Móvel Autoregressivos - (<i>ARMA</i>)	68
4.1.1.1	Processos Estocásticos Autorregressivos (<i>AR</i>)	70
4.1.1.2	Processos Estocásticos de Média Móvel Simples (<i>SMA</i>)	73
4.1.1.3	Processos Estocásticos de Móvel Exponencial (<i>EMA</i>)	74
4.2	Predição Através da Taxa Média de Tráfego e do Parâmetro de Hurst	77
4.3	Proposta Original de Predição Baseada no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst	79
4.3.1	O Erro Médio Quadrático	83
4.4	Resultados Comparados das Predições	85
5	Alocação de Taxa de Serviço Para os Servidores de Rede	88
5.1	Alocação Dinâmica de Taxa (<i>DRA</i>)	88

5.2	Alocação de Taxa a Partir do Método Original de Predição Baseado no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst	93
5.3	Resultados Comparados das Alocações de Taxa	94
5.4	Ocupação Média do Buffer	97
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	100

Referências	103
------------------------------	------------

Anexos	108
-------------------------	------------

ANEXO A Os gráficos para $n=1001$ e $n=3001$	109
A.1 As Séries Temporais	109
A.2 Os Atratores Reconstruídos:	111
A.3 A Dimensão de Incorporação m Para Cada Dimensão de Correlação D_2 : . .	113
A.4 As Integrais de Correlação Para r Variante:	115
A.5 Os Gráficos Usados no Cálculo do Expoente de Lyapunov:	117
A.6 Os Gráficos dos Autovetores Usados nas Análises de Componentes Principais (PCA):	119
A.7 A Predição $ARMA$:	121
A.7.1 A Predição AR :	123
A.7.2 A Predição SMA :	125
A.7.3 A Predição EMA :	127
A.8 Preditor Descrito no Método DRA :	129
A.8.1 A Taxa Alocada - Método DRA :	131
A.9 O Método Proposto de Predição Temporal:	133
A.9.1 A Taxa Alocada Para a Predição Pelo Método Proposto:	135
A.10 Predição Proposta Contrastada Com o a Predição Descrita no Método DRA : 137	
A.10.1 Alocação de Taxa Para o Método Proposto Contrastada Com a Alocação de Taxa da Predição Descrita no Método DRA :	139
A.11 Qualidade de Serviço (QoS)	141

1 Introdução

O comportamento caótico de processos dinâmicos tem sido examinado, ao longo das décadas, nas mais diversas áreas como a meteorologia (LORENZ, 1995), a química e filosofia (PRIGOGINE; STENGERS, 1984), o jornalismo (GLEICK, 1987), a física ((STROGATZ, 2012), a matemática (MANDELBROT; HUDSON, 2004), a construção de reservatórios (HURST, 1956), a previsão do tempo (LORENZ, 1963), os ciclos pluviais e a bolsa de valores ((MANDELBROT, 1968), (MANDELBROT, 1997), (ALVES; DUARTE; MOTA, 2018), (ALVES, 2019)), a topologia (TEMPELMAN; KHASAWNEH, 2020), e a coleta e processamento de dados ((TRINH; MIKI, 1999), (FENG; SHU; YANG, 2009), (ROCHA; VIEIRA, 2013), (LIU; ZHANG, 2016), (ALVES; DUARTE; MOTA, 2017), (TIAN, 2020)), de forma a salientar a necessidade de se compreender melhor os processos subjacentes presentes nestes sistemas cotidianos.

Redes de dados são, desta maneira, sistemas bastante complexos, nos quais estão presentes uma infinidade de variáveis, interagindo entre si e deste modo determinando o comportamento de sistemas locais, que por sua vez interagem com sistemas mais amplos, crescendo em escala para aglomerados formar sistemas globais. Comportamentos que podem parecer aleatórios numa análise superficial, mas que na verdade apresentam traços definidos de determinismo e memória, são analisados, quantificados e previstos através da teoria do caos como em (SOLIS, 2007), (FENG; SHU; YANG, 2009), (ROCHA; VIEIRA, 2013), (LIU; ZHANG, 2016).

Nas palavras de Einstein:

The grand aim of all science is to cover the greatest number of empirical facts by logical deduction from the smallest number of hypothesis or axioms (BARNETT; EINSTEIN, 2005).

Nestes sistemas, um pequeno número de parâmetros é suficiente para permitir que se verifiquem e comprovem o determinismo e autossimilaridade de processos aparentemente aleatórios. Um deles é o parâmetro de Hurst, que quantifica a memória (*persistência de longa duração*) de longo-prazo de um sistema e assim revela uma ordem oculta na desordem aparente, o padrão regular na irregularidade dos dados. Para um intervalo entre zero e um, sequências sem persistência de longa duração têm um expoente em torno de 0,5 enquanto sequências antipersistentes têm um expoente menor que 0,5. Sistemas caóticos têm um expoente maior que 0,5 (MANDELBROT, 1982), correspondendo aos sistemas que apresentam persistência de longa duração.

Outro aspecto característico dos sistemas caóticos, popularmente conhecido como o “efeito borboleta”, permite que se observe um comportamento singular que se manifesta

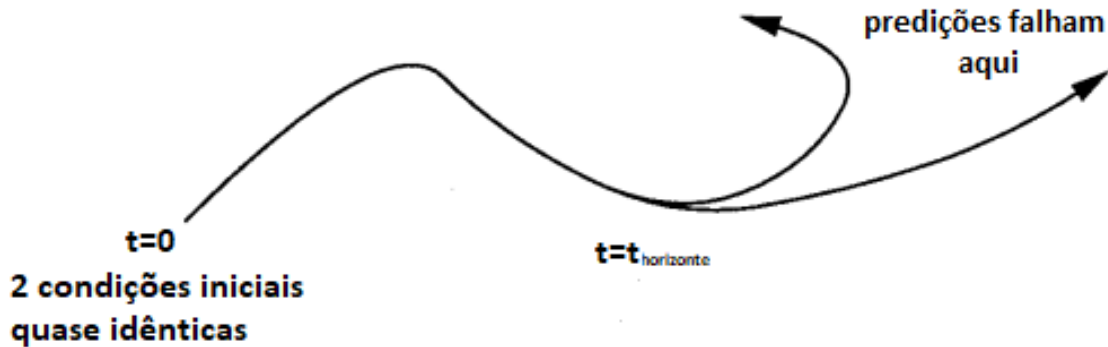


Figura 1.1 – O horizonte de predição como consequência da dependência sensível às condições iniciais (“efeito borboleta”) (STROGATZ, 2015)

nestes processos: a dependência sensível às condições iniciais, como ilustra a Figura 1.1. Como consequência deste fenômeno, processos derivados de condições iniciais praticamente idênticas se afastam exponencialmente de forma que estados próximos logo evoluam para órbitas distintas.

Esta dependência é, portanto, responsável pela imprevisibilidade do futuro em longo prazo de um sistema caótico apesar de sua evolução temporal determinística. Nestes sistemas, somente uma reprodução exata de algum evento pode gerar o mesmo resultado, e, contrariando a experiência cotidiana, causas similares produzirão efeitos distintos: qualquer erro ou imprecisão na especificação da condição inicial impedirá um conhecimento específico sobre a trajetória do sistema, e o levará para uma órbita diferente da original, de forma que erros serão amplificados a cada iteração. Esta imprecisão fundamental a respeito do estado momentâneo de um sistema caótico em sua totalidade é responsável pela impossibilidade de predições estatísticas de um futuro em longo-prazo (STROGATZ, 2015), (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (BERGE; POMEAU; VIDAL, 1987), (DEVANEY, 1992).

Deste modo, o expoente de Lyapunov oferece uma maneira de se medirem os efeitos de dilatação, contração e desdobramento no espaço de fase de um atrator, oferecendo uma imagem de todas as propriedades, de um sistema, responsáveis por comportamentos que refletem estabilidade ou instabilidade. Um expoente negativo indica contração, enquanto um expoente positivo indica expansão; pontos próximos um do outro se separam exponencialmente num futuro próximo (WOLF et al., 1985), (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993).

A interligação das redes de telefonia fixa e móvel é exemplo de um sistema complexo no qual estes fenômenos estão frequentemente presentes. Elas lentamente se incorporaram às redes de pacotes para formarem uma rede integrada ou multimídia, criando a necessidade de se implementar padrões de Qualidade de Serviço (QoS - *Quality of Service*) a fim de caracterizar e monitorar o tráfego, otimizar o roteamento e planejar a rede de forma

ampla. O tráfego proveniente de redes de computadores é outro exemplo, em conjunção com os tráfegos provenientes de diversas tecnologias de acesso às redes de dados. A imensidão e heterogeneidade do sistema não impedem sua compreensão estrutural desde que se saiba analisar as grandezas relevantes nesta infinidade de dados e variedade de comportamentos, e quantificá-los, pois a manutenção do desempenho pode ser realizada a partir do monitoramento de métricas de Qualidade de Serviço e da análise deste tráfego diante da contínua entrada e saída de fluxos (SOLIS, 2007), (ROCHA, 2011), (ROCHA et al., 2016).

O tráfego autossimilar tem um efeito perturbador nas redes uma vez que elas foram projetadas, inicialmente, com base em modelos de Markov e Poisson, que são caracterizados pela curta dependência entre as amostras, em contraste à longa dependência frequentemente observada. A autossimilaridade é responsável pelo aumento no tamanho das filas devido ao seu acúmulo gradual e lento decaimento decorrente dos efeitos da persistência de longa duração e da presença de rajadas de tráfego (*bursts*), de forma que ocorram congestionamentos e perdas de pacotes nas redes em consequência dos subdimensionamentos dos *buffers*, multiplicando os gargalos por toda a extensão dos percursos. As redes também estão susceptíveis aos picos de transmissão (rajadas de tráfego), ou seja, tráfego que não obedece uma taxa estável de transmissão, cujas implicações são profundas nos modelos matemáticos usados nas modelagens e nas descrições dos comportamentos das redes de transmissão (SOLIS, 2007), (ROCHA et al., 2016).

Para estes modelos, o tratamento analítico, ou seja, a obtenção de expressões matemáticas, é geralmente mais difícil do que para os modelos Markovianos, o que impõe limitações ao estudo e ao projeto relacionados ao atendimento de requisitos de QoS, dentre as quais pode-se citar a probabilidade de perda de dados (ROCHA et al., 2016).

Considerando o comportamento caótico, descrito acima, frequentemente observado em redes de dados, este trabalho propõe um método de alocação de taxa de transmissão para servidores de rede. Este processo é baseado em um preditor do tráfego que leva em consideração as características não lineares dos fluxos de tráfego com dependência de longa duração, as quais, por sua vez, são quantificadas pela dimensão de correlação, pelo expoente de Lyapunov, e pelo parâmetro de Hurst, por exemplo.

Portanto, se mostra necessário detalhar as ferramentas essenciais para a análise e classificação de séries temporais, e descrever os procedimentos essenciais para a compreensão dos dados e cálculo dos parâmetros de interesse. Para este fim, este trabalho aborda:

1. Os sistemas caóticos;
2. O espaço de fase;
3. Os atratores;

4. O atraso τ ;
5. O método da autocorrelação para o cálculo de τ ;
6. A dimensão de correlação;
7. A dimensão de incorporação;
8. O expoente de Lyapunov;
9. O método de Rosenstein para o cálculo do Expoente de Lyapunov;
10. O parâmetro de Hurst;
11. A persistência de longa duração;
12. Os movimentos brownianos anti-persistentes;
13. A análise de componentes principais
14. A predição do tráfego através do método de autoregressão (AR)
15. A predição do tráfego através dos métodos de média móvel simples e média móvel exponencial (SMA e EMA);
16. A predição do tráfego através do método de média móvel autoregressivo ($ARMA$)
17. A predição do tráfego descrita no método de alocação dinâmica de taxa (DRA);
18. A predição proposta do tráfego através do método que usa o expoente de Lyapunov e o parâmetro de Hurst;
19. A alocação de taxa com base no método DRA;
20. O cálculo do tamanho médio da fila no buffer.

Em sequência, os Capítulos estão organizados da seguinte maneira:

O Capítulo 2 descreve os sistemas dinâmicos caóticos de forma ampla, e o Capítulo 3 descreve o método específico de análise, partindo do processo de reconstrução do espaço de fase (Seção 3.1), para então descrever os atratores (Seção 3.2), o atraso τ (Seção 3.3), o método da autocorrelação para o cálculo do valor de τ (Seção 3.3.1), a dimensão de correlação D_2 (Seção 3.4), a dimensão de incorporação m (Seção 3.5), o expoente de Lyapunov λ (Seção 3.6) e o método (de Rosenstein) usado no seu cálculo (Seção 3.7), o parâmetro de Hurst (Seção 3.8), e a análise de componentes principais para caracterização estatística dos dados (Seção 3.9).

A predição de tráfego é então descrita no Capítulo 4, e simulada através dos métodos $ARMA$ (Seção 4.1.1), AR (Seção 4.1.1.1), SMA (Seção 4.1.1.2) e EMA (Seção 4.1.1.3);

através também da taxa média de tráfego e do parâmetro de Hurst (descrita no método *DRA* - Seção 4.2), sua respectiva alocação de taxa (Seção 5.1), e o método proposto de predição de tráfego baseado no expoente de Lyapunov e no parâmetro de Hurst (Seção 4.3), depois do qual se descreve a alocação de taxa subsequente (Seção 5.2).

2 Sistemas Dinâmicos Caóticos

De acordo com uma definição generalizada para aleatoriedade, uma sequência aleatória de eventos é aquela na qual qualquer evento possível pode ser o próximo evento, e portanto a probabilidade de um certo evento ocorrer no próximo instante é a mesma probabilidade de um evento similar ocorrer em qualquer instante seguinte (LORENZ, 1995).

Um exemplo trivial é o arremesso de uma moeda ou de um dado: no primeiro caso, todos os eventos possíveis, cara ou coroa, podem ocorrer; no segundo, qualquer face do dado é igualmente possível como próximo evento. Se o processo é verdadeiramente aleatório, a probabilidade de o evento ser cara no próximo arremesso é a mesma para qualquer moeda arremessada, ou seja, 50%, e assim sempre será a não ser que alguma mudança aconteça com a moeda em si (de modo que um evento se torne mais provável que outro em consequência da mudança das condições que influenciam a ocorrência de cada evento). Adicionalmente, saber a probabilidade do evento A não melhora a chance de se prever o que ocorrerá no próximo arremesso, pois ambos eventos continuarão igualmente com probabilidade de 50%, e a média de ocorrência de cada um destes eventos se aproximará de 0,5, para o caso da moeda, com o aumento da quantidade de eventos observados isto é, quanto maior a dimensão da amostra, mais assertiva é a estimativa da probabilidade de um evento obtida por meio do cálculo da frequência relativa, conforme a relação a seguir (LORENZ, 1995), (PAPOULIS; PILLAI, 2002):

$$P(A) \simeq \frac{n_A}{n}, \quad (2.1)$$

na qual n_A é quantidade de vezes que o evento A ocorre, n é a quantidade total de eventos observados, e $P(A)$ é a probabilidade de ocorrência do evento A (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

Portanto, ao se refinar a definição anterior para aleatoriedade é possível salientar que uma sequência aleatória é, simplesmente, aquela na qual qualquer uma das várias possibilidades pode ser o evento seguinte, mesmo que nem tudo que é possível ocorra no próximo instante, ou seja, o que é realmente possível no próximo instante depende então daquilo que acaba de ocorrer. Um exemplo disso é o ato de embaralhar cartas: o processo é aparentemente aleatório, contudo, mesmo que o embaralhador queira controlar precisamente cada movimento a fim de estabelecer um padrão que garanta que determinado evento ocorra, ele dificilmente será capaz de fazê-lo, salientando que o processo não é completamente aleatório mas depende de uma série de fatores relacionados à ocorrência do evento (LORENZ, 1995).

Uma sequência determinística, por outro lado, é aquela na qual apenas um evento pode ser o próximo, pois sua evolução é determinada por leis precisas, de modo que a aleatoriedade, no sentido mais amplo, pode ser definida simplesmente como a ausência de determinismo. E este é o tipo de aleatoriedade ao qual se fará referência ao se dizer que sistemas caóticos aparentam aleatoriedade (LORENZ, 1995).

O arremesso de uma moeda ou o embaralhamento de cartas de baralho são processos que se manifestam em instantes discretos, todavia, quantias que variam continuamente, como uma bola em movimento, não se manifestam da mesma forma; as possibilidades são bem mais restritas, pois o evento está distribuído ao longo de uma sequência temporal ao invés de estar manifesto em um único instante. Ainda assim pode-se usar o conceito de aleatoriedade se em um próximo instante existe a possibilidade de mais de um evento ocorrer. Também é possível inferir deste exemplo que, quanto mais próximo do evento presente um evento futuro estiver, menor será a quantidade de eventos possíveis, e consequentemente, quanto mais distantes do evento presente, maior será a quantidade de eventos possíveis associados a este evento presente. Este conceito será útil quando se usar o coeficiente de Lyapunov para limitar o horizonte dentro do qual previsões são possíveis num sistema caótico (LORENZ, 1995).

Com estes dois conceitos esboçados, parte-se para o caso dos sistemas caóticos - sistemas dinâmicos característicos, determinísticos, dos quais fazem parte o clima ou a bolsa de valores, mas também funções quando consideradas como sistemas dinâmicos (envolvendo iterações), como a quadrática $x^2 + c$, a logística $\lambda x(1 - x)$, a exponencial λe^x , ou a senoidal $\mu \sin x$, nas quais c , λ e μ são constantes (parâmetros). O conjunto de todos os pontos gerados através das iterações, partindo do valor x_0 , é denominado *órbita* de x_0 sob f . *Órbitas* contínuas dão origem às *trajetórias* (DEVANEY, 1992), (OPSTALL, 1998).

No caso de sistemas determinísticos empíricos, como o clima ou o fluxo de dados em uma rede de computadores, pode-se afirmar que o comportamento é determinístico, ou bem próximo disso, pois ocorre num sistema tangível que possui uma determinada intensidade de aleatoriedade, mas não parece determinístico. Contudo, o estado presente destes sistemas determina completamente ou quase completamente o seu estado futuro, mesmo que este determinismo não seja evidente (LORENZ, 1995).

De todo modo, apesar de não haver uma definição de caos que seja universalmente aceita, alguns traços marcantes podem ser destacados na caracterização destes sistemas: o comportamento determinístico e aperiódico de longo prazo, e a dependência sensível às condições iniciais (STROGATZ, 2015).

Determinístico significa que o sistema não tem parâmetros ou entradas aleatórias, e o comportamento irregular é decorrente somente da não-linearidade do sistema; o comportamento aperiódico em longo prazo diz respeito às trajetórias que não se estabilizam em pontos fixos, órbitas periódicas ou quasiperiódicas; a dependência sensível às condições

iniciais significa que as trajetórias adjacentes se afastam com rapidez exponencial, i.e. o sistema tem um coeficiente de Lyapunov positivo, de modo que a seguinte definição pode ser formulada (LORENZ, 1963), (DEVANEY, 1992), (STROGATZ, 2015):

*“**Chaos** is aperiodic long-term behavior in a deterministic system that exhibits sensitive dependence on initial conditions” (STROGATZ, 2015).*

Nos sistemas periódicos, primeiramente, todos os pontos de observação são pontos estáveis, ou seja, pequenas alterações no sistema não passam de transiências que eventualmente são dissipadas ou absorvidas espontaneamente, e o sistema volta ao seu estado de equilíbrio estacionário: sistemas não-caóticos são previsíveis, pelo menos em princípio. As fases da lua e as marés, as voltas em torno do Sol: estes sistemas são previsíveis pois pequenos distúrbios que porventura venham afetá-los não se propagam de maneira a causar erros significativos nas suas previsões. Para que se façam previsões, nestes sistemas, de comportamentos duas vezes mais distantes no futuro, por exemplo, é necessário que se analise o sistema nos momentos duas vezes mais distantes no passado, em direta proporção (STROGATZ, 2012), (STROGATZ, 2015).

A Figura 2.1 mostra o efeito da leve mudança das condições iniciais na série Mackey-Glass linear (Equação 2.2), para $a = 0,2$, $b = 0,1$, $\tau = 6$, $x_0 = 0,5$ e $x_0 = 0,5678$, $\delta_t = 0,1$ e $n = 2^{12}$;

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{ax(t-\tau)}{1+x(t-\tau)^n} - bx(t), \quad (2.2)$$

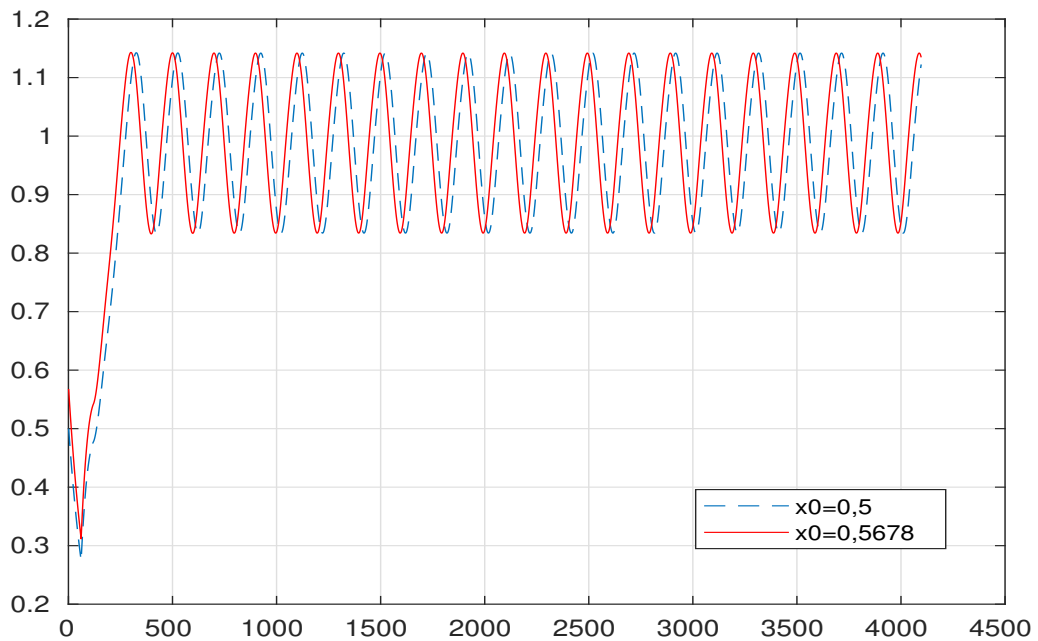


Figura 2.1 – A independência das condições iniciais: para $x_0 = 0,5$ e $x_0 = 0,5678$

Ao contrário do que é observado nos sistemas periódicos, no caos todos os pontos de observação são pontos de instabilidade, pois as consequências de um distúrbio na trajetória têm relevância devido à importância de três aspectos ausentes nos sistemas periódicos: o grau de incerteza da medida do estado inicial do sistema; o grau de incerteza da predição; a escala de tempo que delimita o horizonte de predição. Este grau de incerteza é determinado pelo inverso do expoente de Lyapunov λ , o qual, por sua vez, é dependente das dinâmicas inerentes ao próprio sistema (STROGATZ, 2012).

Qualquer predição além deste limite será inválida em consequência dos erros acumulativos referentes às imprecisões das medidas do estado inicial, de modo que o erro da predição atinja amplitudes que violam os patamares de tolerância: quanto maior a precisão das medidas, maior o período viável de predição. Uma diferença essencial dos demais sistemas é quanto a esta precisão: nos sistemas caóticos, para prever com a mesma precisão um tempo duas vezes mais distante no futuro, será necessária uma precisão *dez* vezes maior; para um tempo três vezes mais distante no futuro, será necessária uma precisão *cem* vezes maior, de maneira que a proporção cresce exponencialmente, e não linearmente, como nos sistemas periódicos (STROGATZ, 2012), (STROGATZ, 2015).

A Figura 2.2 mostra o efeito de propagação da dependência sensível das condições iniciais na série Mackey-Glass caótica (Equação 2.2), para $a = 0,2$, $b = 0,1$, $\tau = 21$, $x_0 = 0,5$ e $x_0 = 0,5678$, $\delta_t = 0,1$ e $n = 2^{12}$;

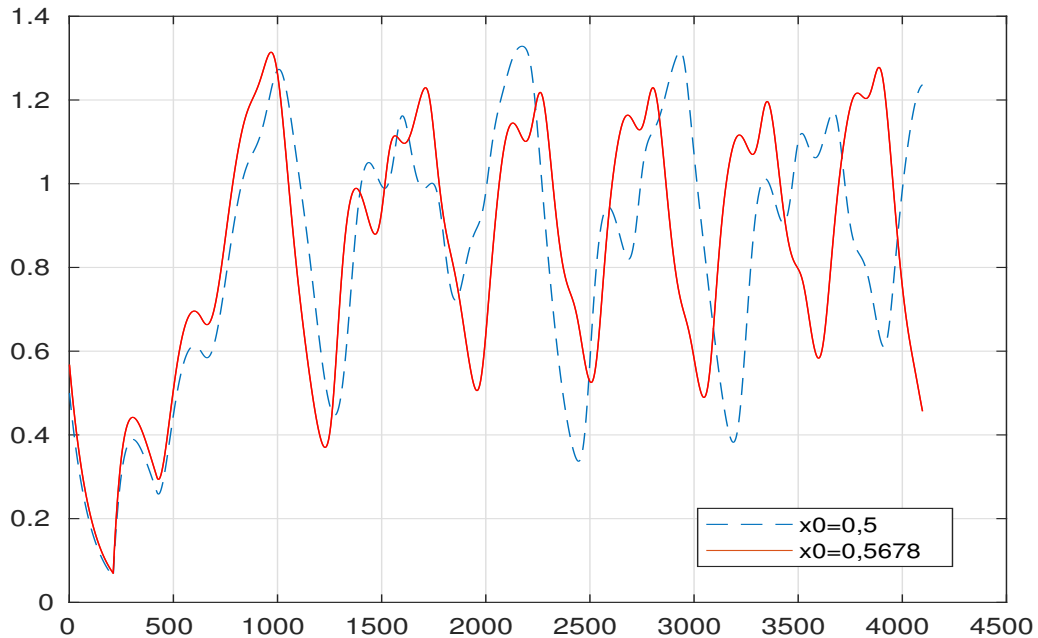


Figura 2.2 – A dependência sensível das condições iniciais: para $x_0 = 0,5$ e $x_0 = 0,5678$

Matematicamente, tem-se:

Definição 2.1 *Dependência Sensível das Condições Iniciais* - Um sistema dinâmico F depende sensivelmente de suas condições iniciais se há um $\beta > 0$ tal que para qualquer x e qualquer $\epsilon > 0$ há um y a uma distância máxima ϵ de x e um k tal que a distância entre $F^k(x)$ e $F^k(y)$ é pelo menos β (DEVANEY, 1992).

Não importa qual o valor inicial de x e quão pequena a região em torno de x se possa escolher, sempre é possível encontrar um y , nesta região, cuja órbita eventualmente se separa daquela de x por um valor de no mínimo β . Consequentemente, para cada x , há pontos arbitrariamente próximos cujas órbitas eventualmente estarão “distantes” da órbita de x (DEVANEY, 1992).

Além disso, a função de autocorrelação de uma função caótica tende a zero num tempo finito (Seção 3.3.1), longo, evidenciando a impossibilidade de prever sua evolução além de um horizonte temporal, depois do qual as previsões se tornam ineficientes. Este horizonte temporal é definido pelo inverso do expoente de Lyapunov (STROGATZ, 2015), (BERGE; POMEAU; VIDAL, 1987), (LIU; ZHANG, 2016). A série Mackey-Glass caótica em especial tem a função de autocorrelação com decaimento bastante lento, e isso se deve à sua alta correlação entre as amostras, como ilustra a Figura 2.3.

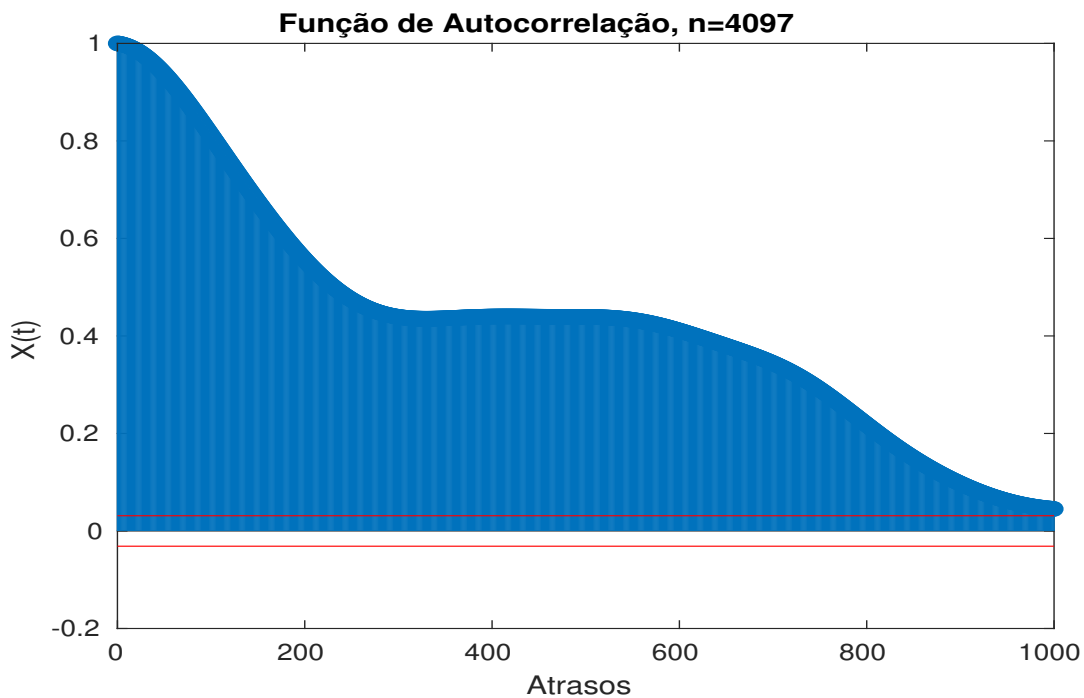


Figura 2.3 – Função de autocorrelação da série Mackey-Glass Caótica da Figura 2.2

O propósito dos capítulos seguintes é descrever uma série de procedimentos encadeados que facilitem o entendimento da análise de características das séries temporais e que possibilitem delimitar inferências acerca da natureza dos dados utilizados, de acordo com os comportamentos que os cálculos realizados revelam. O primeiro destes passos é descrever, na próxima Seção, o método de análise.

3 O Método de Análise

Há uma grande variedade de métodos de exame do comportamento caótico de um sistema: dimensão de correlação, expoente de Lyapunov, e parâmetro de Hurst são alguns deles. Estas medidas permitem que se quantifiquem as particularidades de um sinal, e que se transforme uma sequência de dados em um único número significativo que por sua vez reflete alguma propriedade intrínseca deste sinal, de modo que o resultado aumente o conhecimento a respeito do sistema subjacente em vez de simplesmente comprimir várias medidas em um único número (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Para as análises, as simulações foram feitas no MATLAB para $n=1001$, $n=2001$, $n=3001$, $n=4001$, e $n=5001$ amostras para acompanhar o desempenho dos algoritmos à medida que se aumentavam as quantidades de amostras, mas por questão de espaço estarão presentes os gráficos relativos a $n=1001$, $n=3001$ (ambos no Anexo, e cujas Figuras estão referidas no texto com o prefixo *A*) e $n=5001$ amostras. As séries também foram submetidas à normalização pela faixa de variação, de acordo com a seguinte equação:

$$X_{normalizado} = \frac{X - X_{mínimo}}{X_{máximo} - X_{mínimo}} \quad (3.1)$$

Todas as séries geradas sinteticamente (*WGN*, *two-torus*) foram geradas com 20000 amostras a fim de se eliminarem as primeiras 5000 amostras e assim desconsiderar o período transiente, como descrito em (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993) e (WOLF et al., 1985), e também fornecer aquelas que, não tendo sido usadas nos cálculos, serão utilizadas para comparar a predição obtida com amostras que estarão à frente, na série temporal, daquelas usadas nos cálculos. Essas amostras serão referidas como amostras futuras (Seção 4.3), em contraste com as amostras que serão usadas no treinamento do algoritmo ($n=1001$, $n=3001$ e $n=5001$).

As Tabelas 3.1 e 3.2 mostram todos os intervalos utilizados nas análises, e as Figuras A.1 a A.4, 3.1 e 3.2 mostram os gráficos correspondentes, para $n=1001$, $n=3001$ e $n=5001$.

	dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	WGN	two – torus
1001	1:1001	108000:109000	5000:6000	25000:26000	5000:6000	5000:6000
3001	1:3001	108000:111000	5000:8000	25000:28000	5000:8000	5000:8000
5001	1:5001	108000:113000	5000:10000	25000:30000	5000:10000	5000:10000

Tabela 3.1 – Intervalos utilizados nas análises

	BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	25000:26000	25000:26000	25000:26000
3001	25000:28000	25000:28000	25000:28000
5001	25000:30000	25000:30000	25000:30000

Tabela 3.2 – Intervalos utilizados nas análises - séries de tempo entre as amostras

As escalas temporais de cada série, como elas foram utilizadas nos cálculos e previsões, estão organizadas na Tabela 3.3. Observe que as séries em questão se tratam daquelas que medem quantidades de bytes por unidade do tempo, com exceção da série *final.anon*, que mede quantidade de pacotes por unidade de tempo, em contraste às três séries que medem tempo entre as amostras (BCpAug89, dec-pkt-2 e MultipathTCP).

escala	dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	WGN	two – torus
temporal	512 ms	1 s	100 ms	1 ms	1s	1s

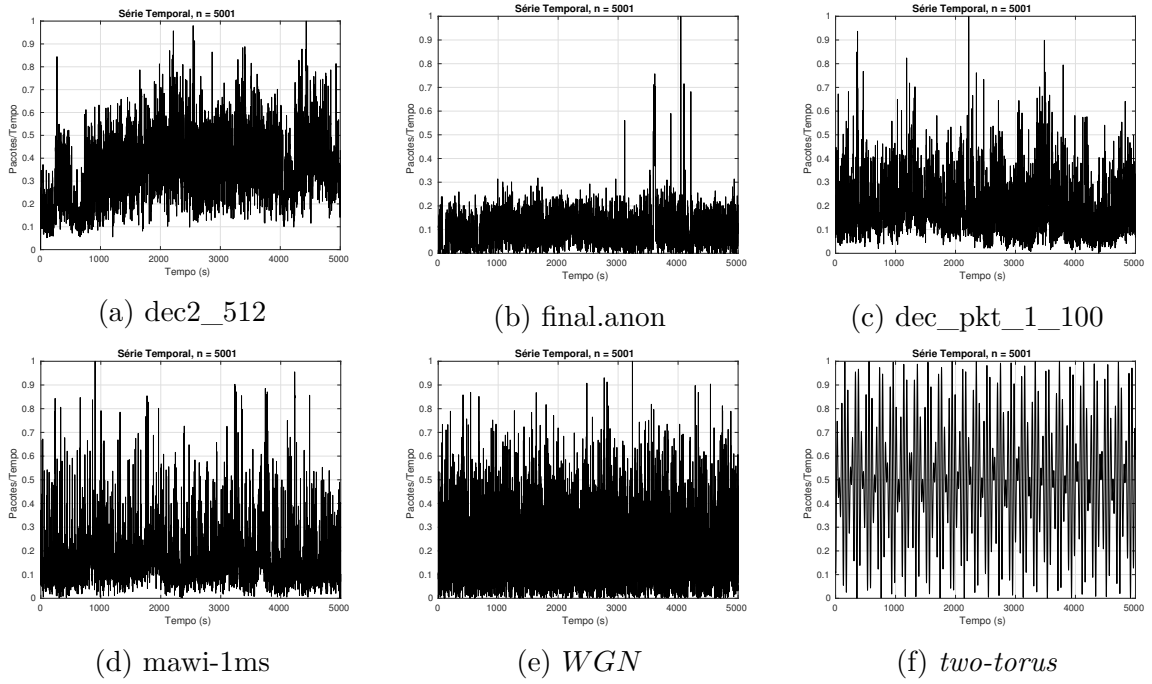
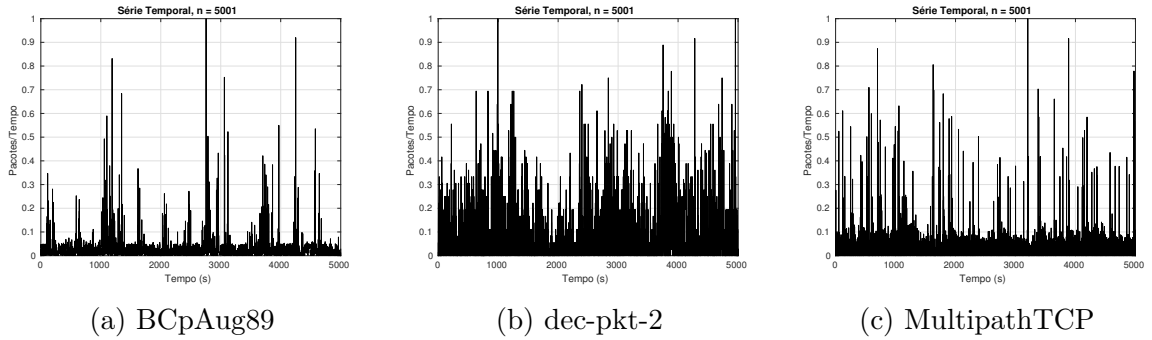
Tabela 3.3 – Escalas de tempo das séries utilizadas nas análises

A série *final.anon* está disponível em (TANG; BAKER, 2003), as séries *dec2_512* e *dec_pkt_1_100* estão disponíveis em (DANZIG et al., 2000), a série *mawi-1ms* está disponível em (PROJECT, 2020), e todas medem a quantidade de bytes por intervalo de tempo, com exceção da *final.anon*, que mede quantidade de pacotes por unidade de tempo. A intenção de usar essas séries parte do interesse em analisar o tráfego em escalas de tempo variadas, e no caso específico da *mawi-1ms*, analisar um tráfego mais recente.

As séries BCpAug89 e dec-pkt-2 são de tráfego *Ethernet* (da *Bellcore Morristown Research and Engineering* (DANZIG et al., 2000)) e a série MultipathTCP representa o tráfego de uma rede sem fio (*wireless*) que utiliza o protocolo Multipath TCP (CONINCK et al., 2016), esse, por sua vez, uma extensão do protocolo de controle de transmissão (*TCP - Transmission Control Protocol*). As três últimas são de intervalos entre as chegadas de pacotes, e foram escolhidas por estarem amplamente presentes na literatura ((Leland et al., 1994), (ROCHA et al., 2016), (SILVA, 2019)), possibilitando a comparação entre resultados (TIAN, 2020).

A série de ruído branco gaussiano *WGN* foi gerada no MATLAB com 20000 amostras e uma potência de 1 dBW de maneira que tivesse apenas valores positivos. A série *two-torus* foi gerada no MATLAB com 20000 amostras da maneira descrita em (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993), com frequências de $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$ e δt igual a 0,01.

De modo geral, a primeira coisa a se fazer com um conjunto de dados é observá-lo de diversas maneiras, uma das quais é plotando o gráfico do sinal em função do tempo, o que possibilita que se percebam possíveis problemas de estacionariedade como desvio, amplitudes ou escalas de tempo sistematicamente variantes, e eventos raros. Esta observação permite que se escolham partes que pareçam mais estacionárias, o que foi o

Figura 3.1 – Séries temporais $n=5001$ Figura 3.2 – Séries temporais $n=5001$ - séries de tempo entre as amostras

caso para as séries coletadas usadas como objeto de estudo (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Como exposto nas Figuras A.1 a A.4, no anexo, 3.1 e 3.2, para $n=1001$, e $n=3001$ amostras os tráfegos das séries coletadas de modo geral, apresentam rajadas suaves, e seus comportamentos estão contidos em um intervalo, de amplitudes, relativamente definido (Figuras A.1a a A.3a, A.1b a A.3b, A.1c a A.3c), com exceção das séries de intervalo entre chegadas, nas quais as rajadas são bastante acentuadas, como é possível observar nas Figuras A.2, A.4 e 3.2, e também nas Figuras A.1c, A.3c e 3.1c.

Para $n=5001$ amostras, fica evidente, na série final.anon (Figura 3.1b), a presença de rajadas significativas entre 3001 e 5001 amostras, como mostra a Figura 3.1b. O efeito destas rajadas poderá ser observado ao se analisarem os gráficos da dimensão de correlação D_2 em função da dimensão de incorporação m , na Seção 3.5, Figuras A.9 a A.12, 3.16 e 3.17.

Na análise de bancos de dados caóticos, primeiramente deve-se reconstruir o espaço de fase das séries analisadas, o que será descrito a seguir, na Seção 3.1. Esta reconstrução é um procedimento inicial padrão na análise de séries temporais não-lineares, ao longo do qual toma-se um espaço original multidimensional com o intuito de projetá-lo em um espaço reconstruído equivalente de dimensionalidade mais baixa.

3.1 Reconstrução do Espaço de Fase

O *espaço de fase* de um sistema é o espaço n -dimensional, ao qual os pontos de um sistema também n -dimensional pertencem, e a partir do qual o gráfico das trajetórias (*diagrama de fase*) é traçado. A reconstrução do espaço de fase parte da sequência temporal das amostras dos dados coletados, e visa projetar o tráfego de alta dimensão em um espaço de fase equivalente de menor dimensão, sendo assim um procedimento padrão inevitável na análise de séries temporais não-lineares, juntamente com a determinação da dimensão de incorporação m , se justificando no fato de não se esperar que a dinâmica dos sistemas de transmissão de dados seja de baixa dimensão apesar de as séries temporais coletadas geralmente só possuírem duas dimensões, por exemplo, a quantidade de bytes ou pacotes por uma unidade de tempo (OPSTALL, 1998).

Neste contexto, a dimensão de correlação D_2 quantifica a dimensão intrínseca do sistema, sendo um número não-inteiro, enquanto o expoente de Lyapunov λ caracteriza o comportamento de suas trajetórias, medindo a taxa média de divergência entre trajetórias adjacentes (LIU; ZHANG, 2016).

Esta reconstrução de um sistema dinâmico caótico a partir de uma sequência de observações do estado deste sistema preserva aquelas propriedades que não são alteradas em mudanças suaves de coordenadas, i.e. difeomorfismos, mas modifica o formato das estruturas num espaço de fase (PACKARD et al., 1980), (TAKENS, 1981). Para sistemas governados por um atrator, é possível reconstruir a dinâmica do espaço de fase completo a partir de medidas de apenas *uma* série temporal, pois esta única variável acumula informação suficiente a respeito de todas as outras, desconhecidas (STROGATZ, 2015).

Por exemplo, definamos um vetor bidimensional

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{B}(t), \mathbf{B}(t + \tau)), \quad (3.2)$$

para um atraso $\tau > 0$, de modo que a série temporal $\mathbf{B}(t)$ gere uma trajetória $\mathbf{x}(t)$ em um espaço de fase bidimensional. Se for definido um vetor tridimensional

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{B}(t), \mathbf{B}(t + \tau), \mathbf{B}(t + 2\tau)), \quad (3.3)$$

obtem-se um espaço de fase tridimensional, e assim sucessivamente.

Definamos então uma série temporal como a representação de uma sequência escalar de medidas de alguma quantidade que reflita o estado do sistema no instante de medida, coletadas em múltiplos de uma amostragem temporal fixa:

$$x_n = x(s(n\Delta t)) + \eta_n, \quad (3.4)$$

na qual s é a função de medida e η_n é o ruído inerente à medida. Uma reconstrução por atrasos em m dimensões, desconsiderando o ruído η_n , é então constituída pelos vetores $\mathbf{X}_n$, construídos da seguinte maneira:

$$\mathbf{X}_n = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}), \quad (3.5)$$

na qual τ é o atraso de reconstrução, m é a dimensão de incorporação, e $\mathbf{X}_n$ é o vetor m -dimensional. A trajetória reconstruída $\mathbf{X}$ pode então ser expressa como uma matriz na qual cada linha $\mathbf{X}_n$ é um vetor estado de fase de m atrasos, ou seja:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N)^T. \quad (3.6)$$

A diferença temporal em número de amostras τ (ou em unidade de tempo $\tau\Delta t$) entre componentes adjacentes dos vetores atraso é o atraso em si. O atrator formado por $\mathbf{X}_n$ será equivalente ao atrator no espaço desconhecido ao qual o sistema original pertence se a dimensão m do espaço de coordenadas de atraso for suficientemente alta (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

$\mathbf{X}$ será então uma matriz $N \times m$, e as constantes N , n , m e τ se relacionam da seguinte maneira:

$$N = n - (m - 1)\tau. \quad (3.7)$$

Portanto, a reconstrução do espaço de fase requer o cálculo de variáveis que determinam sua estrutura (Equação 3.7), como a dimensão de incorporação m , tratada na Seção 3.5. Ela é escolhida de maneira que

$$m > 2D_2 + 1, \quad (3.8)$$

na qual D_2 é a dimensão de correlação (Seção 3.4). Se todos esses requisitos forem cumpridos, então o espaço de fase reconstruído será equivalente ao original (TAKENS, 1981), (MAÑÉ, 1981).

Um fluxograma que esquematiza o processo de reconstrução do espaço de fase está ilustrado na Figura 3.3.

Depois da reconstrução do espaço de fase parte-se para a predição do tráfego e consequentemente a respectiva alocação de taxa de transmissão para os servidores de

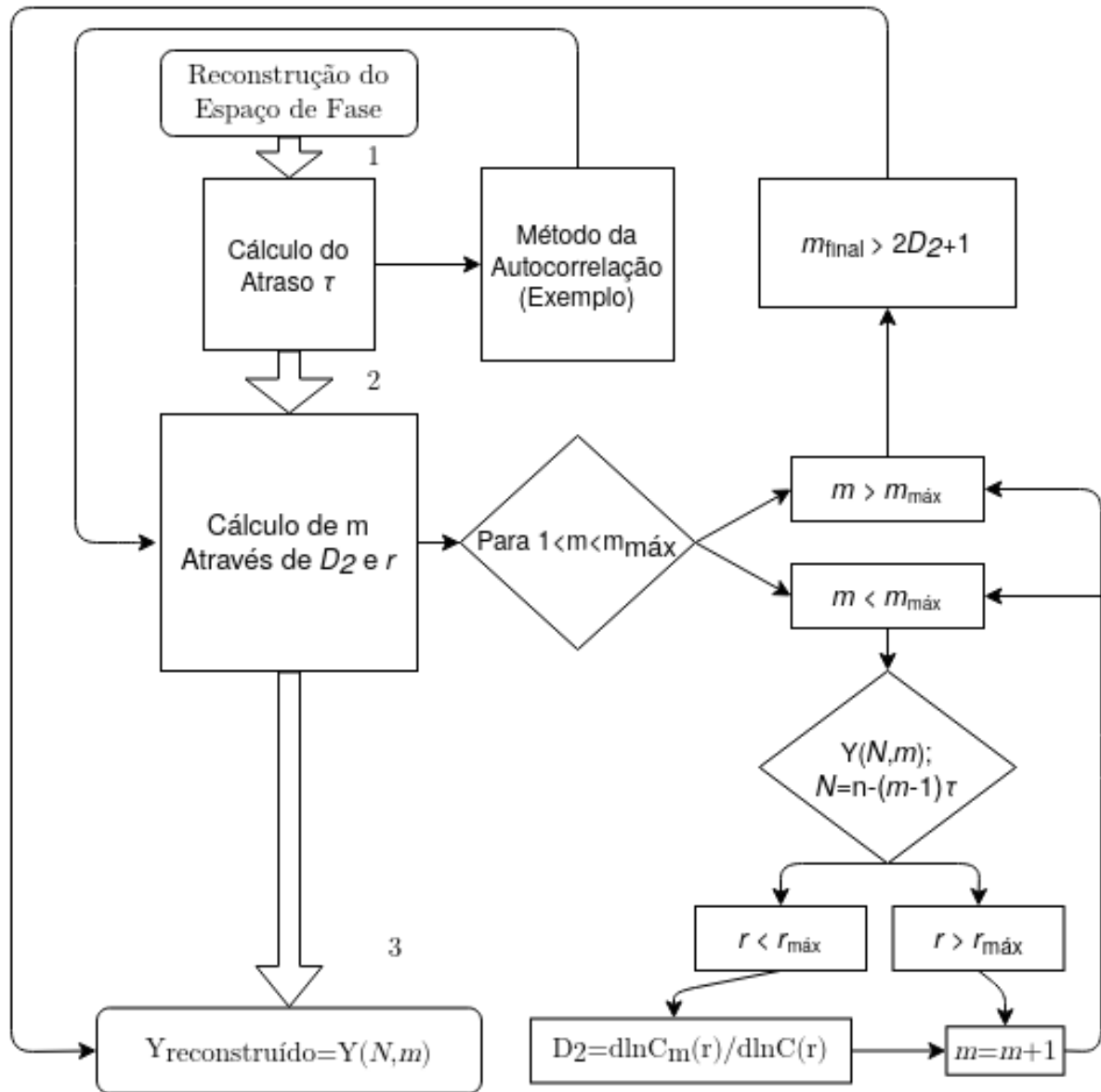


Figura 3.3 – A sequência seguida na reconstrução do espaço de fase

rede, mas primeiro é preciso descrever o atrator, uma vez que ele é a visualização da reconstrução do espaço de fase. Essa etapa está descrita na próxima Seção.

3.2 Atratores

“For all purposes, an attractor is strange when it is a fractal” (MANDELBROT, 1982).

Primeiro elaborado por Roux, Simoyi, Wolf e Swinney (SIMOYI; WOLF; SWINNEY, 1982) a fim de capturar qualquer dinâmica intrínseca que pudesse estar presente no sistema,

o (conceito de) atrator é primeiramente um subconjunto do espaço de estados do sistema, o que garante que o mapeamento de $\mathbf{X}$, a partir do vetor estado, de certo instante para a posição em um instante posterior, seja único. Esta garantia é fundamental para a incorporação do atraso (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (STROGATZ, 2015).

O nome “atrator estranho” se refere às suas incomuns propriedades, das quais uma é a sensibilidade às condições iniciais: trajetórias infinitesimalmente próximas eventualmente divergem entre si com amplificação exponencial. Desta forma, se um regime é representado por um atrator no qual trajetórias vizinhas divergem, então o regime é caótico (BERGE; POMEAU; VIDAL, 1987).

De modo geral, sistemas dinâmicos dissipativos são caracterizados pela atração, em direção a um objeto geométrico chamado “atrator”, de todas as trajetórias que passam por um certo domínio do espaço de fase. Nos casos de sistemas unidimensionais, pontos em direção aos quais as órbitas convergem (pontos fixos) são um caso especial de atrator. Nos espaços de dimensão mais alta, o atrator é definido por se formar a partir de uma única trajetória, constituída por trajetórias menores cujas separações entre si permanecem pequenas (OPSTALL, 1998).

Atrator de Lorenz

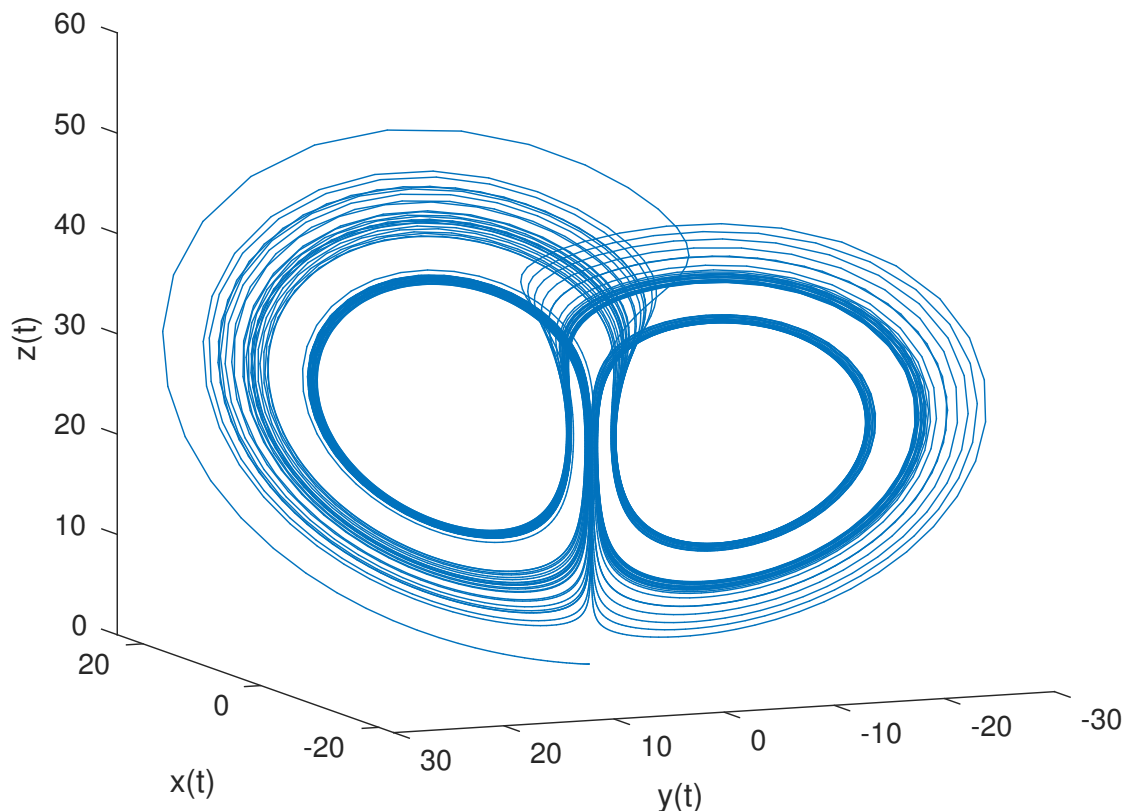


Figura 3.4 – Atrator de Lorenz

Um atrator estranho de Lorenz está ilustrado na Figura 3.4, assumindo os seguintes

valores para seus parâmetros: $\sigma=0,2$, $\rho=0,2$, e $\beta=5,7$, para valores iniciais $(1,1,1)$, obtido através de $n = 2^{12}$ iterações das seguintes Equações:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \quad (3.9)$$

$$\frac{dy}{dt} = \rho x - y - xz \quad (3.10)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z \quad (3.11)$$

Outro atrator bastante conhecido é o de Rössler, originalmente estudado por Otto Rössler. Assim como o atrator de Lorenz, ele é formado por três equações diferenciais que definem um sistema dinâmico em tempo contínuo, e esse sistema também é caracterizado por dinâmicas caóticas que estão associadas às características fractais do atrator (PEITGEN; RICHTER, 1986), (BERGE; POMEAU; VIDAL, 1987), (PEITGEN; JÜRGENS; SAUPE, 2006), (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

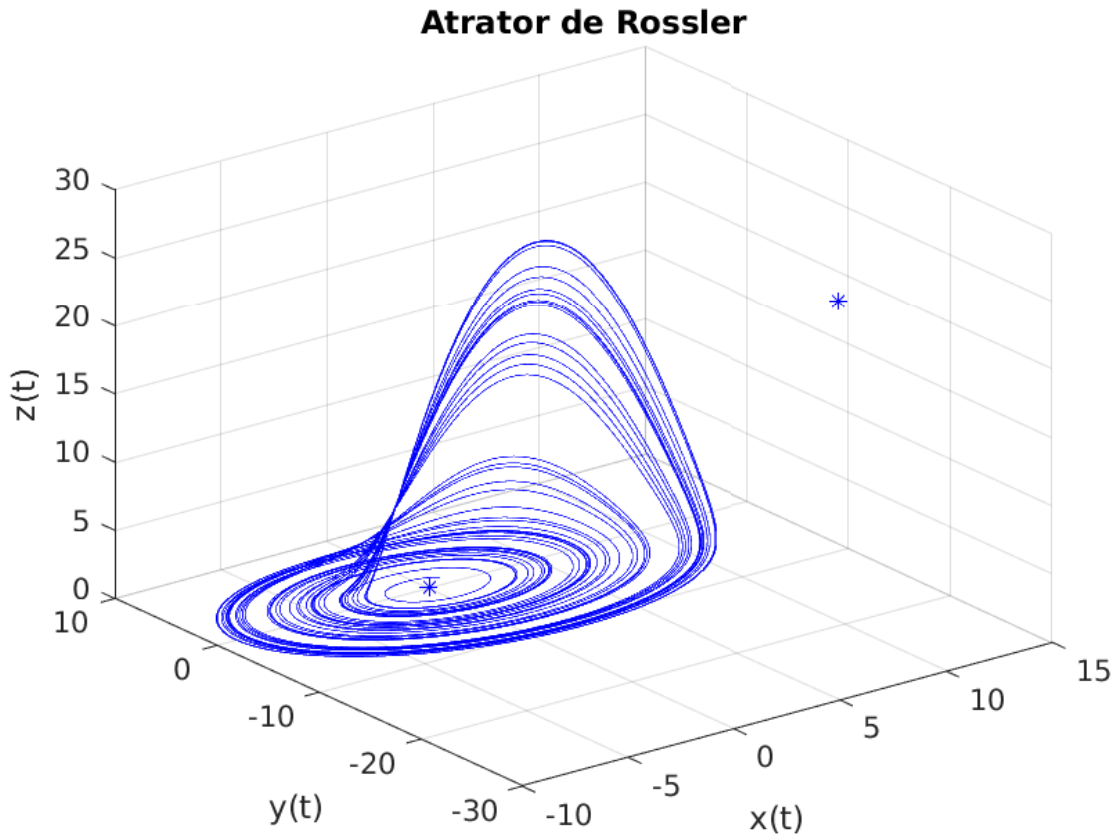


Figura 3.5 – Atrator de Rössler

A Figura 3.5 mostra um atrator de Rössler, assumindo os seguintes valores para seus parâmetros: $a = 0,2$, $b = 0,2$ e $c = 5,7$, para valores iniciais $(1,1,0)$ e obtido através

de $n = 2^{12}$ iterações das seguintes Equações:

$$\frac{dx}{dt} = -y - z \quad (3.12)$$

$$\frac{dy}{dt} = x + ay \quad (3.13)$$

$$\frac{dz}{dt} = b + z(x - c) \quad (3.14)$$

Os atratores ilustrados acima apresentam contornos bastante definidos pois são decorrentes de iterações sucessivas de funções determinísticas cujas variáveis estão precisamente definidas. No caso das séries coletadas, dificilmente o sistema apresentará um atrator com contorno visualmente homogêneo, pois esses sistemas estão sujeitos a influência de ruído e de imperfeições nos mecanismos de coleta em si, além de serem desconhecidas todas as características do sistema em questão. De toda forma, a visualização destes gráficos ainda sim é capaz de fornecer informações únicas a respeito do banco de dados analisado, favorecendo a identificação visual de semelhanças e diferenças que dificilmente seriam percebidas sem este auxílio, como ficará evidente na Seção 3.2.1.

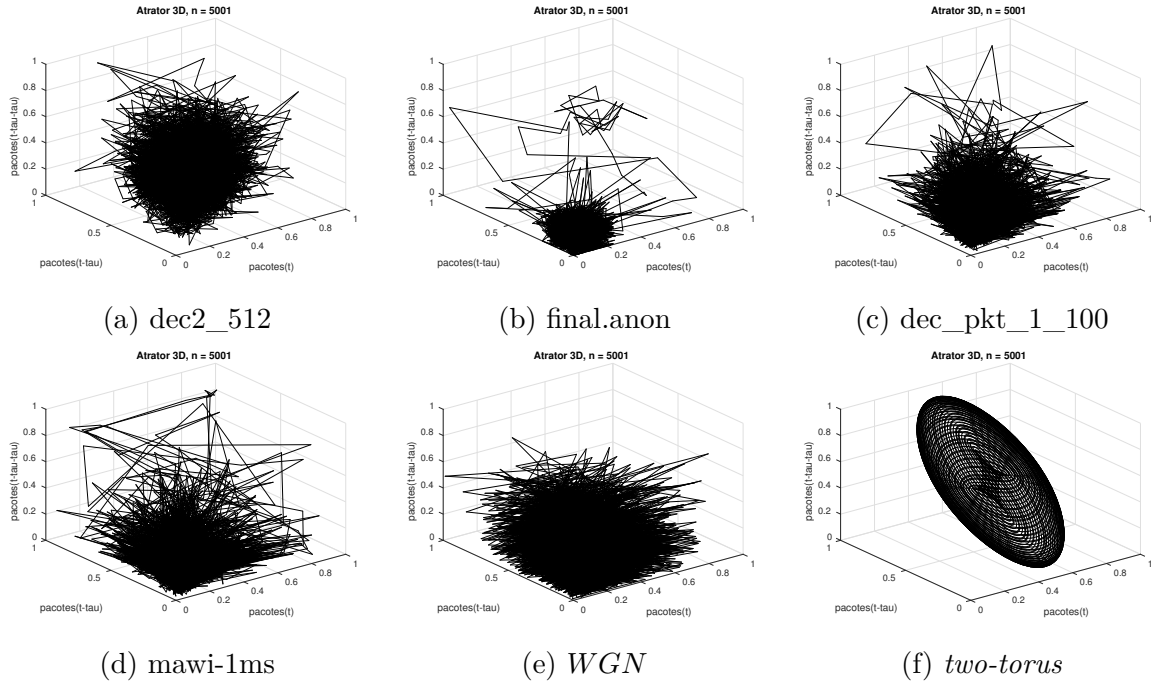
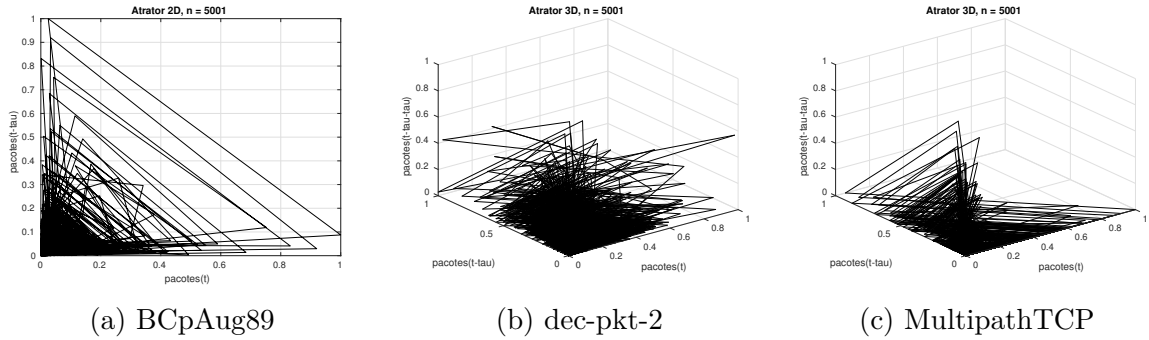
3.2.1 Reconstrução dos Atratores

A reconstrução de atratores possibilita que se diferencie o caos de baixa dimensão do ruído, pois ao se aumentar a dimensão de incorporação, a dimensão de correlação consequente se estabiliza para sistemas caóticos, enquanto que, para sistemas aleatórios como o ruído, ela aumenta indefinidamente (STROGATZ, 2015).

Os atratores em 3 dimensões estão representados nas Figuras A.5 a A.8, 3.6 e 3.7, com exceção da série BCpAug89 para $n=3001$ e $n=5001$ amostras (Figuras A.8a e 3.7a), pois sua dimensão de correlação D_2 se estabilizou na dimensão 2 (Tabela 3.7 e Figuras A.12a e 3.17a).

Ao se observarem os gráficos obtidos pode-se perceber a semelhança entre os atratores das séries dec2_512, final.anon, dec_pkt_1_100, mawi-1ms e WGN, o que indica presença de aleatoriedade e não periodicidade nas séries dec2_512, final.anon, dec_pkt_1_100, e mawi-1ms, semelhantes àquelas presentes na série de ruído branco gaussiano (Figuras A.5e, A.7e e 3.6e).

As séries de tempo entre as amostras apresentam atratores que diferem de todos os restantes, como fica evidente nas Figuras A.6, A.8 e 3.7. Seus contornos mostram maior definição em relação aos demais (com exceção do tórus), e suas rajadas apresentam maiores amplitudes.

Figura 3.6 – Atratores 3D, $n=5001$ Figura 3.7 – Atratores 3D, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

O atrator da série `dec_pkt_1_100` aponta a presença de rajadas características dos sistemas caóticos já para $n=1001$ amostras, como mostra a Figura A.5c, o que não era tão evidente no gráfico da Figura A.1c. No atrator da Figura A.7c as rajadas vão perdendo a intensidade em relação às amplitudes totais de todas as amostras, mas ainda estão presentes. Para $n=5001$ amostras, o atrator da série `final.anon` mostra nitidamente as rajadas observadas anteriormente, na Figura 3.1b, como mostra a Figura 3.6b.

Outro aspecto importante é a aparente alta dimensionalidade das séries coletadas (todas com exceção da *WGN* e *two-torus*, que são sintéticas), evidentes nos atratores através da sua semelhança ao atrator da série de ruído branco gaussiano, que tem dimensionalidade infinita. Estas dimensionalidades ficarão mais claras na Seção 3.4, como se encontra resumido na Tabela 3.6. Todas elas são significativamente maiores que 3, que é o valor limite para a visualização num gráfico que representa 3 dimensões (o atrator das Figuras A.5 a A.8, 3.6 e 3.7). O tórus, diferentemente, apresenta esperado determinismo e

periodicidade, visto que é composto de duas senóides de frequências distintas (i.e. $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$). Sua baixa dimensionalidade, como pode ser comprovada na Tabela 3.6, permite que a visualização do seu atrator seja definida num espaço de 3 dimensões.

Para a reconstrução do espaço de fase e do atrator é necessária a escolha do atraso τ . O método de cálculo deste valor está discutido na próxima Seção.

3.3 O atraso τ

A distância espacial entre as posições das medidas, necessária na reconstrução do espaço de fase, é denominada atraso τ , como mostram as equações 3.2, 3.3, e 3.5, e seu valor apropriado é usado na reconstrução do espaço de fase, havendo um dilema entre redundância e decorrelação entre as amostras da série temporal: a meta é diminuir a redundância enquanto se preserva a correlação uma vez que quanto menor a distância entre as amostras mais elas tendem a estar correlacionadas. Por outro lado, elas podem parecer completamente não-correlacionadas se estiverem muito distantes entre si (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Para dados reais, que sempre apresentam ruído, o valor ótimo está tipicamente em torno de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{2}$ do período orbital médio em torno do atrator. Para sinais com intensos componentes (quase-) periódicos, uma estimativa satisfatória para o atraso é aquela idêntica a $\frac{1}{4}$ do período. É possível também escolher o atraso através de inspeção visual ao se plotar o gráfico do sinal no espaço de fase reconstruído para diversos valores de τ , atentando para simetrias ou para uma representação mais útil dos dados, como está ilustrado na Figura 3.8 (FRASER; SWINNEY, 1986), (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (STROGATZ, 2015).

Se por um lado τ for pequeno demais, as coordenadas do espaço de fase resultante não serão independentes o bastante para produzir informações adicionais acerca da evolução do sistema, ou seja, os elementos sucessivos dos vetores atraso serão altamente correlacionados (redundância). Em contraste, se τ for grande demais, todas as informações relevantes para a reconstrução do espaço de fase serão perdidas, pois os elementos sucessivos estarão quase totalmente independentes, uma vez que trajetórias adjacentes divergem exponencialmente (STROGATZ, 2015), (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (FRASER; SWINNEY, 1986), (FENG; SHU; YANG, 2009).

O parâmetro τ , todavia, não possui relevância na estrutura matemática da teoria do caos uma vez que não está presente em teoremas de incorporação, não havendo deste modo um método rigoroso para se determinar seu valor otimizado. As propriedades que este valor deve ter também não são triviais. Existem inúmeros métodos para seu cálculo

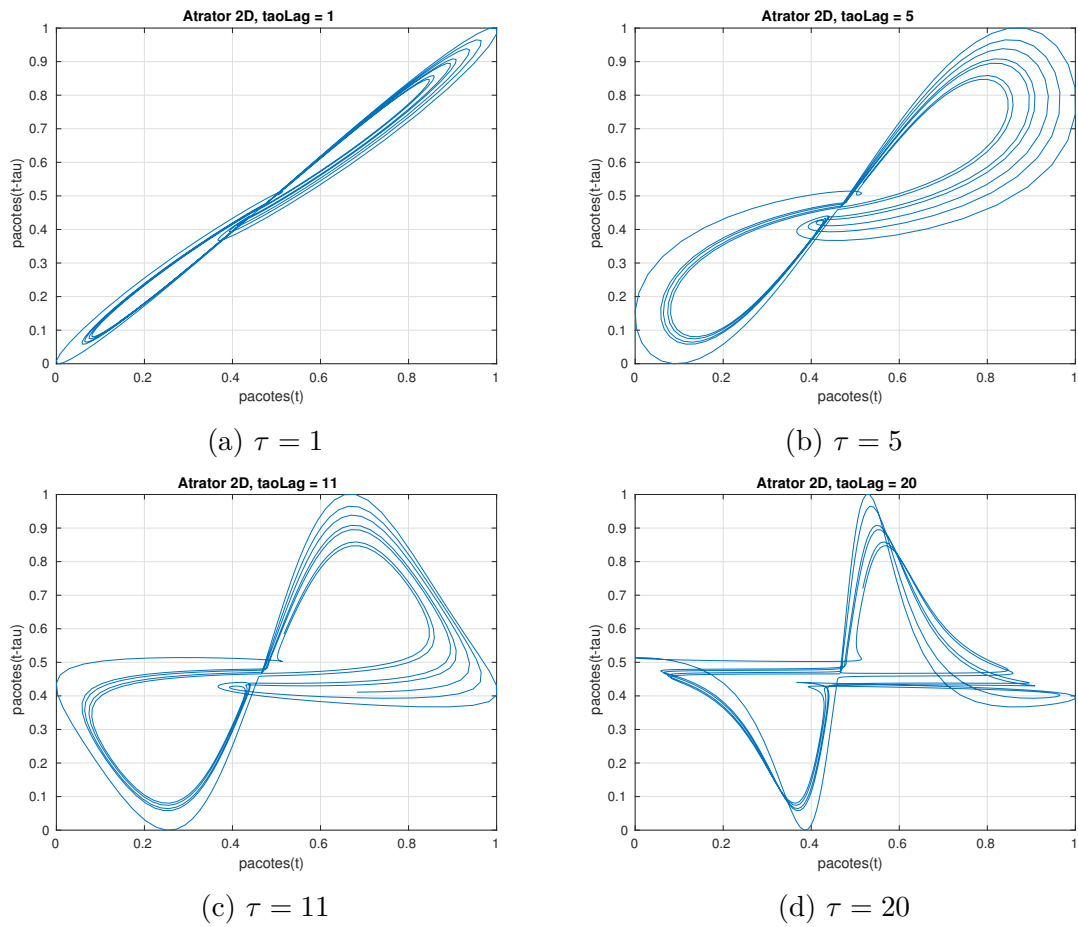


Figura 3.8 – Representações de atraso do eixo x (que nesse caso é referente à grandeza $\text{pacotes}(t)$) do Atrator de Lorenz (Equação $\frac{dx}{dt}$ da Figura 3.4). Para $\tau=1$ (3.8a) os dados estão próximos da diagonal uma vez que valores consecutivos são bastante similares. Para $\tau=5$ (Figura 3.8b) o laço começa ser desdobrado, para estar satisfatoriamente desembaraçado para um $\tau=11$ (Figura 3.8c). Para um $\tau=20$ o gráfico já está descenssariamente complexo (Figura 3.8d) (KANTZ; SCHREIBER, 2004)

descritos na literatura, mas todos eles produzem valores que mostram desempenho ótimo para alguns sistemas enquanto entregam desempenho mediano em outros. Reconhecendo, através de testes, que estes métodos produzem valores de magnitude similar, o método da autocorrelação foi escolhido por sua simplicidade e eficiência (ALBANO; PASSAMANTE; FARRELL, 1991), (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (FENG; SHU; YANG, 2009).

3.3.1 O método da autocorrelação

Para descrever o método da autocorrelação é importante ressaltar que, como descrito no Capítulo 1:

- o ruído inerente às medidas introduz aleatoriedade aos dados;

- a ausência de conhecimento definitivo acerca do estado inicial do sistema faz com que a observação deste seja um evento aleatório (precisão finita das medições);
- a instabilidade do movimento caótico permite uma descrição probabilística em termos de medidas invariantes (de acordo com a teoria da ergodicidade).

Logo, uma medida de estado s_n no tempo n de um processo estocástico pode ser considerada como derivada de uma distribuição probabilística subjacente, pois acompanha valores, ou sequências de valores, diferentes. Se as probabilidades deste processo estocástico se mantêm constantes ao longo do tempo então ele é chamado de *estacionário*: $p(s_n) = p(s)$ (HAYKIN, 1989b), (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Além disso, qualquer informação acerca de $p(s)$ pode ser inferida somente a partir da série temporal em si, uma vez que nada é conhecido, com antecedência, a respeito da natureza da distribuição de probabilidade $p(s)$ que caracteriza as medidas.

A média da distribuição de probabilidade $p(s)$, definida como

$$\langle s \rangle := \int_{-\infty}^{\infty} ds' s' p(s'), \quad (3.15)$$

pode ser estimada através da média da série temporal finita

$$\widehat{\langle s \rangle}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n, \quad (3.16)$$

na qual $\langle * \rangle_n$ denota a média temporal e N é o número total de medidas da série temporal. Para calcular a *variância* da distribuição de probabilidade, calcula-se a variância da série temporal:

$$\sigma^2 := \langle (s - \langle s \rangle)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} ds' (s' - \langle s \rangle)^2 p(s'), \quad (3.17)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{1 - N} \sum_{n=1}^N (s_n - \widehat{\langle s \rangle})^2 = \frac{1}{N - 1} \left(\sum_{n=1}^N s_n^2 - N \widehat{\langle s \rangle}^2 \right). \quad (3.18)$$

Contudo, estas duas grandezas são independentes do tempo e portanto não fornecem informação sobre a evolução temporal do sistema, a qual pode, consequentemente, ser obtida a partir das *autocorrelações* do sinal. Para um atraso τ , a função de autocorrelação é descrita da seguinte maneira:

$$c_\tau = \frac{1}{\sigma^2} \langle (s_n - \langle s \rangle)(s_{n-\tau} - \langle s \rangle) \rangle = \frac{\langle s_n s_{n-\tau} \rangle - \langle s \rangle^2}{\sigma^2}, \quad (3.19)$$

para uma variância σ^2 (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

A estimativa das autocorrelações a partir de uma série temporal é direta desde que o atraso τ seja pequeno em comparação ao tamanho total da série temporal, de modo que as estimativas $\hat{c}_\tau$ são razoáveis apenas para os casos nos quais $\tau \ll N$. Se os valores

s_n são plotados em relação aos valores correspondentes ao atraso fixado, $s_{n-\tau}$, então a autocorrelação c_τ quantifica como estes pontos estão distribuídos. Se eles estão dispersos de maneira uniforme pelo plano então $c_\tau=0$; se eles tendem a se acumular em torno da diagonal $s_n = s_{n-\tau}$ então $c_\tau>0$; se eles estão mais próximos à linha $s_n = -s_{n-\tau}$, tem-se que $c_\tau<0$ (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Para um sinal periódico no tempo, a função de autocorrelação é periódica no atraso τ . Por outro lado, processos estocásticos apresentam autocorrelações com decaimento cuja taxa depende das propriedades do processo, e sistemas caóticos determinísticos têm funções de autocorrelação que decaem exponencialmente com o aumento do atraso, mas de modo geral, autocorrelações não são funções características o bastante para serem capazes de distinguir sinais determinísticos caóticos de aleatórios (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Uma boa aproximação de τ é obtida, então, quando se toma o atraso que corresponde ao valor $1 - 1/e$, ($e = 2,7183$) do valor inicial da função de autocorrelação, o que pode ser feito com o uso da transformada de Fourier rápida, sendo necessários menos cálculos que o método de Libert e Schuster (LIEBERT; SCHUSTER, 1989). A transformada de Fourier estabelece uma correspondência do tipo um-para-um entre o sinal no domínio do tempo e a maneira através da qual algumas frequências contribuem para o sinal, e também na maneira através da qual as fases das oscilações estão relacionadas com as fases das outras oscilações no domínio da frequência (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993), (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (FENG; SHU; YANG, 2009).

Os gráficos das funções de autocorrelação plotadas estão ilustrados nas Figuras 3.9 e 3.10

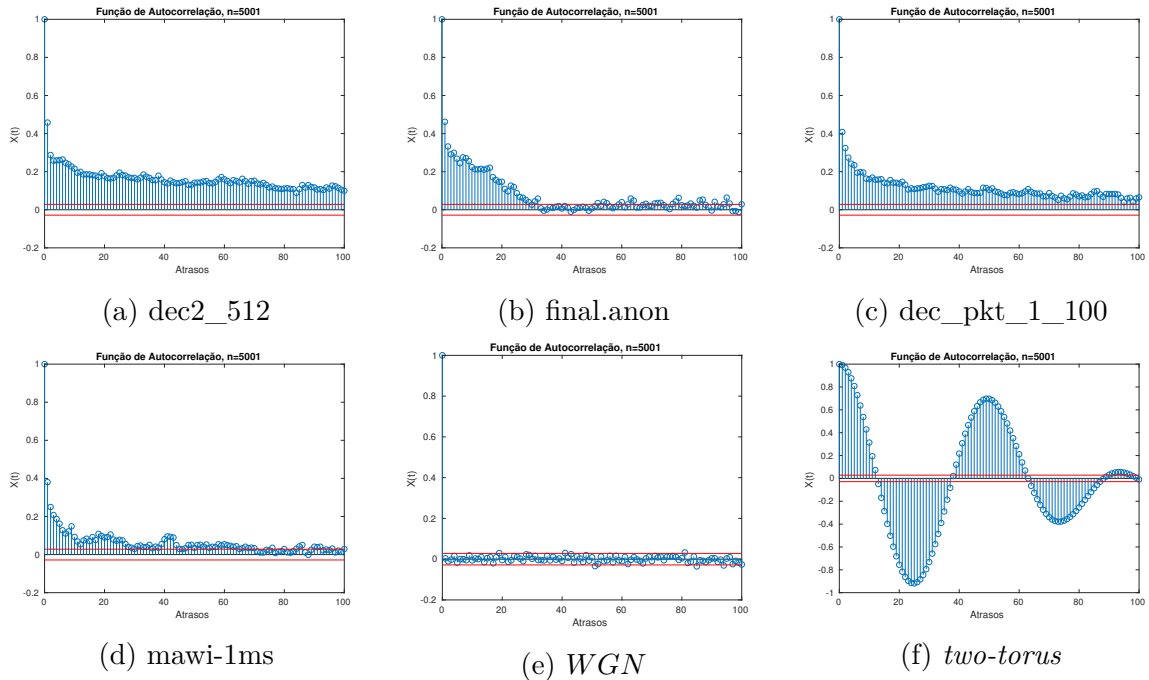
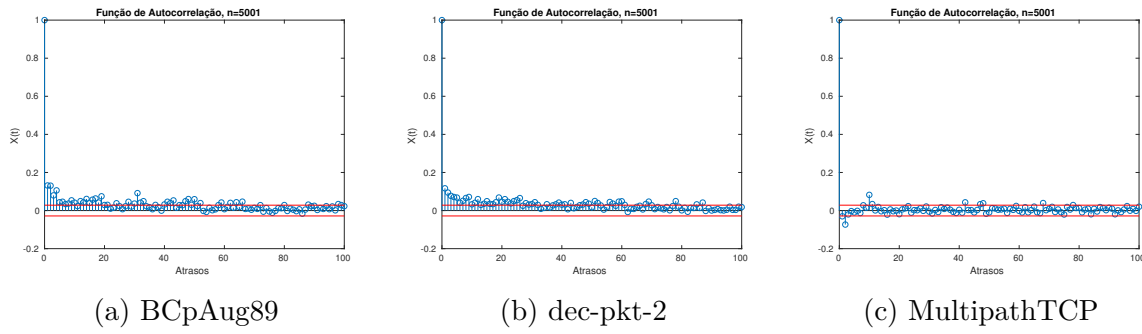


Figura 3.9 – Função de autocorrelação, $n=5001$

Figura 3.10 – Função de autocorrelação, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

Os valores de τ encontrados para todas as séries através do método da autocorrelação estão organizados na Tabela 3.4.

τ	dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi	WGN	two – torus
1001	2	2	2	1	1	8
3001	2	2	2	1	1	8
5001	2	2	2	2	1	8

Tabela 3.4 – τ encontrado pelo método da autocorrelação

τ	BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	1	1	1
3001	1	1	1
5001	1	1	1

Tabela 3.5 – τ encontrado pelo método da autocorrelação para as séries de tempo entre as amostras

Assim, a próxima Seção tratará da dimensão de correlação D_2 , outro valor numérico essencial para a reconstrução do atrator, pois a dimensão de incorporação m deve ser escolhida de acordo com a relação descrita pela Equação 3.8.

3.4 Dimensão de Correlação

Mais uma das maneiras de se quantificar a autossimilaridade de um objeto geométrico por meio de sua dimensão é através do conceito de dimensão de correlação, que foi inicialmente introduzido por Grassberger & Procaccia ((GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983b) e (GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983a)) e descreve como o objeto geométrico de interesse deve ser reconstruído a partir de uma amostra finita de dados pontuais, que certamente conterá erros (ruído).

Para definir de maneira generalizada, *dimensão* é a quantidade mínima de coordenadas necessárias para descrever todos os pontos do conjunto, por exemplo: linhas e curvas

suaves são unidimensionais, planos e superfícies suaves são bidimensionais, sólidos são tridimensionais e assim por diante. Todavia, ao tentarmos aplicar esta definição aos fractais, logo nos deparamos com paradoxos, como aquele encontrado ao se tentar determinar a dimensão da curva von Koch, ilustrada na Figura 3.13.

Para que fique claro o significado de autossimilaridade, primeiro é preciso delimitar o conceito de *dimensão topológica*.

Definição 3.1 *Dimensão Topológica 0* - Um conjunto S tem dimensão topológica 0 se cada ponto tem vizinhanças arbitrariamente pequenas cujas fronteiras não intersectam o conjunto (Figura 3.11) (DEVANEY, 1992).



Figura 3.11 – Conjunto Cantor de dimensão topológica 0 (MANDELBROT, 1982)

Definição 3.2 *Dimensão Topológica k* - Um conjunto S tem dimensão topológica k se cada ponto em S tem vizinhanças arbitrariamente pequenas cujas fronteiras encontram S num conjunto de dimensão $k - 1$, e k é o menor número não-negativo para o qual isso se sustenta (Figura 3.12) (DEVANEY, 1992).

Triângulo de Sierpinski para 6 iterações

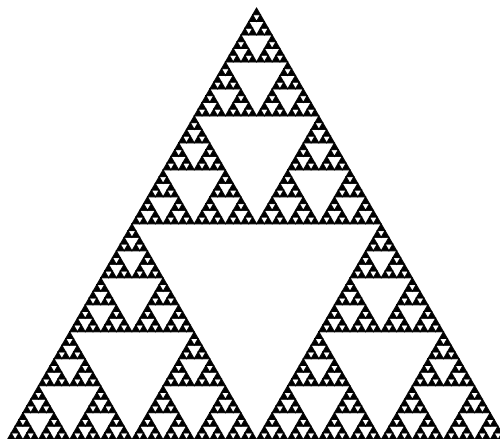


Figura 3.12 – Triângulo de Sierpinski de dimensão topológica 1

Definição 3.3 *Conjunto Autossimilar Afim* - Um conjunto S é autossimilar afim se S pode ser subdividido em k conjuntos congruentes, cada qual pode ser ampliado por um fator constante M para gerar todo o conjunto S , como na Figura 3.12 (DEVANEY, 1992).

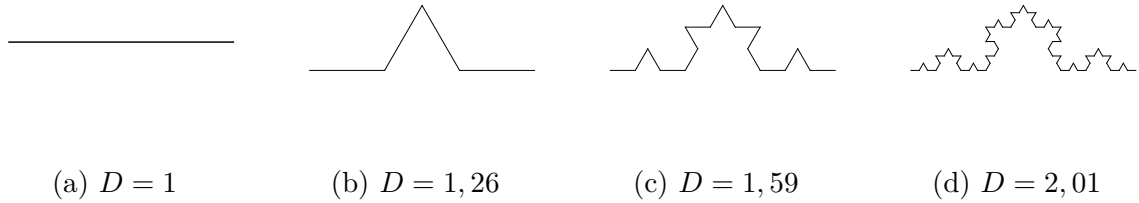


Figura 3.13 – Curva Koch

Definição 3.4 *Dimensão Fractal* - Suponha que o conjunto S autossimilar afim possa ser dividido em k partes congruentes, cada qual podendo ser ampliada por um fator M para gerar todo o conjunto S . Então a dimensão fractal D de S é:

$$D = \frac{\log(k)}{\log(M)}, \quad (3.20)$$

na qual k é o número de pedaços e M é o fator de ampliação (DEVANEY, 1992).

Com o conceito de dimensão fractal em mente, encontre um ponto $\mathbf{x}$ no atrator A (Figura 3.14). $N_{\mathbf{x}}(\epsilon)$ denotará a quantidade de pontos em A que passam dentro de uma circunferência de raio ϵ em torno de $\mathbf{x}$.

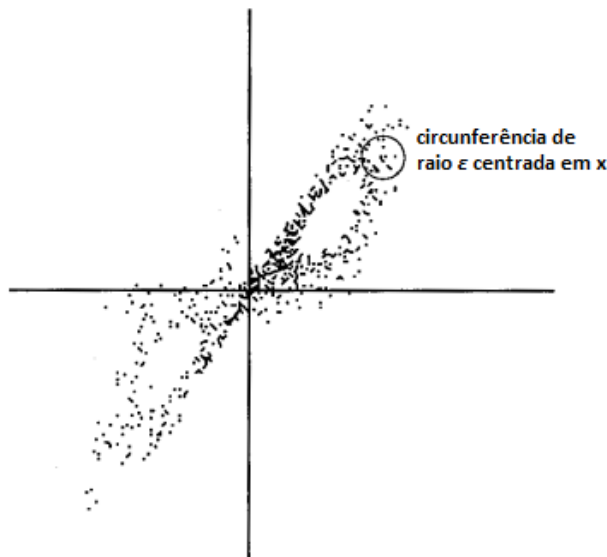


Figura 3.14 – Circunferência de raio ϵ (STROGATZ, 2015)

A maioria dos pontos dentro da circunferência não estão relacionados à porção imediata da trajetória de $\mathbf{x}$; eles pertencem à partes posteriores da trajetória que passam perto de $\mathbf{x}$. Portanto, $N_{\mathbf{x}}(\epsilon)$ mede a frequência com a qual as trajetórias típicas passam a uma distância de no máximo ϵ de $\mathbf{x}$ (STROGATZ, 2015).

À medida que ϵ aumenta, o número de pontos dentro da circunferência cresce tipicamente de acordo com a relação exponencial

$$N_{\mathbf{x}}(\epsilon) \propto \epsilon^d, \quad (3.21)$$

na qual d é a dimensão pontual em $\mathbf{x}$, a qual pode depender significativamente de $\mathbf{x}$ e ser menor em regiões mais esparsas do atrator. Para obter uma dimensão geral de A , calcula-se uma média de $N_{\mathbf{x}}(\epsilon)$ ao longo de vários valores de $\mathbf{x}$:

$$C(\epsilon) \propto \epsilon^d, \quad (3.22)$$

na qual d é a *dimensão de correlação*.

Para estimar d , plota-se $C(\epsilon)$ versus $\log(\epsilon)$. Se a relação $C(\epsilon) \propto \epsilon^d$ fosse válida para todo ϵ , o gráfico seria uma linha reta de inclinação d , mas na prática, esta lei de potência somente se manifesta num intervalo intermediário de valores de ϵ , como mostra a Figura 3.15, e a curva satura à medida que ϵ aumenta porque as circunferências de raio ϵ usadas na contagem de pontos que ocorrem em seu interior passam a conter o atrator inteiro, de modo que $N(\epsilon)$ não pode mais crescer, como mostra a Figura 3.14 (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (STROGATZ, 2015).

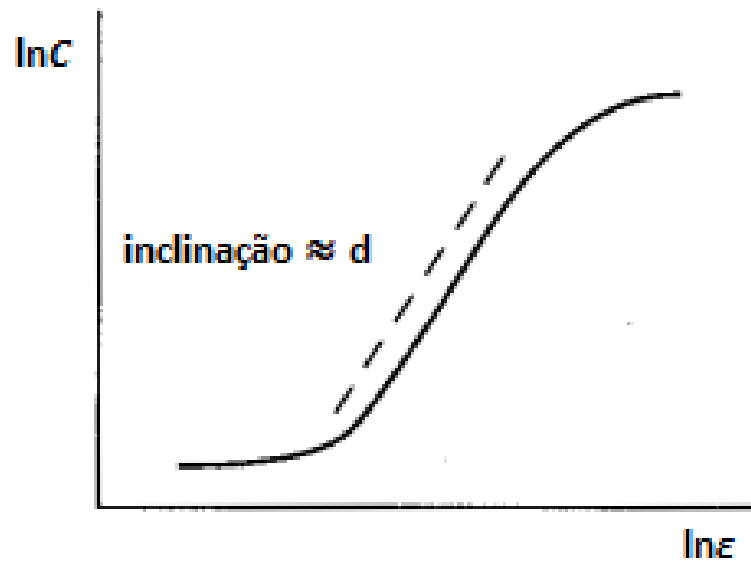


Figura 3.15 – A inclinação da reta (STROGATZ, 2015)

O somatório da correlação para uma coleção de pontos $\mathbf{x}_n$ em algum espaço vetorial é a fração de todos os possíveis pares de pontos que estão mais próximos que uma dada distância ϵ em um determinado padrão (KANTZ; SCHREIBER, 2004):

$$C(\epsilon) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \Theta(\epsilon - \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|), \quad (3.23)$$

na qual Θ é a função degrau de Heaviside, que estipula que $\Theta(x)=0$ se $x \leq 0$ e $\Theta(x) = 1$ se $x > 0$. O somatório conta os pares $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ cuja distância entre si é menor que ϵ . Para um N infinitamente grande ($N \rightarrow \infty$) e um ϵ infinitamente pequeno, espera-se que C apresente regiões de escala que obedecem uma proporção exponencial, $C(\epsilon) \propto \epsilon^D$, permitindo que se defina a dimensão de correlação como:

$$d(N, \epsilon) = \frac{\partial \ln C(\epsilon, N)}{\partial \ln \epsilon}, \quad (3.24)$$

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} d(N, \epsilon). \quad (3.25)$$

No entanto, em séries reais, N está limitado pelo tamanho da amostra, e ϵ está limitado pela acurácia finita dos dados e pela ausência inevitável de vizinhos próximos nas menores escalas, de maneira que a invariância à escala esteja ausente. Por isso, mesmo que a *dimensão de correlação* seja invariante, o somatório da correlação em uma dada escala ϵ_0 não é, e portanto, não é possível simplesmente usar $d(N, \epsilon_0)$ como uma estimativa para D . Ao se estabelecer um valor para D como a *dimensão de correlação* de um sistema, é preciso garantir que este valor seja robusto diante de variações razoáveis na técnica de medida e no processamento dos dados. Por outro lado, para valores extremamente pequenos de ϵ , o único ponto dentro da circunferência de raio ϵ será o próprio $\mathbf{x}$, de modo que a lei de potência será válida apenas na *região de escala* na qual:

$$(\text{mínima separação de pontos na região A}) \ll \epsilon \ll (\text{diâmetro de A}). \quad (3.26)$$

Uma solução bastante simples para este problema, a determinação da melhor escala para os cálculos, é a normalização da série temporal, de maneira que se possa dividir a amplitude total resultante, no caso a amplitude normalizada máxima, que é 1, em intervalos regulares de acordo com a quantidade de contagem desejada, ou seja, a quantidade de intervalos dentro dos quais realizar a contagem de amostras.

Os resultados encontrados na aplicação do método descrito acima estão descritos na Seção seguinte.

3.4.1 Cálculos da Dimensão de Correlação

Uma vez que os vetores de incorporação $\mathbf{X}_n$ são reconstruídos (Equações 3.5 e 3.6), a estimativa da dimensão de correlação poderá ser feita em dois passos: primeiramente deve-se calcular o somatório da correlação definida pela Equação 3.23, na faixa estipulada para ϵ e para várias dimensões de incorporação m , para então se inspecionar $C(m, \epsilon)$ a fim de que se verifique a presença de autossimilaridade: se for satisfatória, pode-se subsequentemente calcular um valor para a dimensão de correlação D_2 (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

A faixa de variação para os valores de ϵ utilizada nas simulações foi: $0,2 : 0,16 : 1$, pois todas as séries foram normalizadas antes dos cálculos, e os gráficos que mostram a dimensão de correlação D_2 em relação à de incorporação m estão ilustrados nas Figuras A.9 a A.12, 3.16, e 3.17.

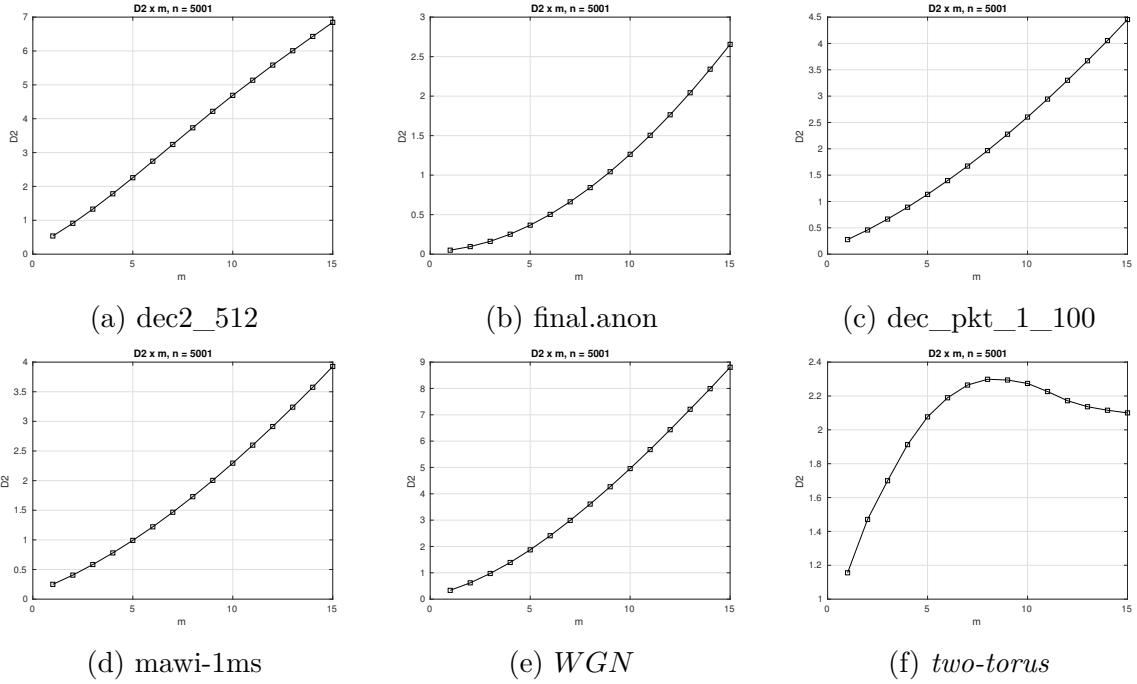


Figura 3.16 – $D_2 \times m$, $n=5001$

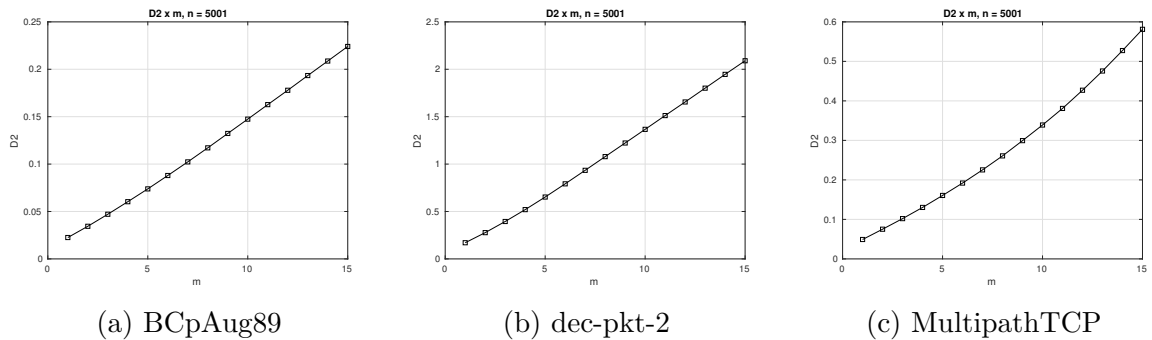


Figura 3.17 – $D_2 \times m$, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

Os gráficos das Figuras A.9 e A.10 mostram o valor calculado para D_2 para cada m no laço do algoritmo (Figura 3.3) para $n=1001$, ilustrando como ele alcança, de fato, estabilização para algumas séries (Figuras A.9b e A.9f) e não pra outras (Figuras A.9a, A.9c, A.9e e A.10).

É esperado que o ruído branco gaussiano não alcance uma estabilização num valor D_2 definido, pois sistemas aleatórios têm dimensionalidade infinita (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (STROGATZ, 2012). Esta ausência de estabilização indica alta dimensionalidade das séries dec2_512, dec_pkt_1_100 e mawi-1ms. As séries de tempo entre as amostras, todavia, não alcançam uma estabilização precisa apesar de suas dimensões de correlação permanecerem com valores finais bastante baixos (Figura A.10).

Este comportamento continua presente para $n=3001$ amostras: as séries dec2_512, dec_pkt_1_100, mawi-1ms e as séries de tempo entre as amostras seguem sem atingir um patamar de estabilização para D_2 à medida que se aumenta m (Figuras A.11a, A.11c, A.11d, e A.12), mas a série final.anon continua alcançando um patamar de estabilização à medida que m aumenta, evidenciando sua baixa dimensionalidade intrínseca, como mostra a Figura A.11b.

Pode-se inferir, portanto, que a série final.anon, neste aspecto, apresenta maior determinismo e ruído em menor intensidade que a dec2_512, dec_pkt_1_100, e mawi-1ms (FENG; SHU; YANG, 2009). As séries de tempo entre as amostras continuam apresentando baixas dimensionalidades intrínsecas para $n=3001$ (Figura A.12).

Para 5001 amostras, a série final.anon apresenta rajadas de tráfego entre $n=3001$ e $n=5001$ (Figura 3.1b) cujas amplitudes são significativamente maiores que qualquer outra dentro do intervalo considerado. Esta rajada influencia a estabilização de D_2 , como se pode perceber na Figura 3.16b, quando comparadas àquelas das Figuras relativas a $n=1001$ e $n=3001$ amostras. A rajadas aumentam a instabilidade da série final.anon para $n=5001$, introduzindo uma tendência crescente num espaço amostral que previamente apresentava visível tendência de estabilização, apesar de causar uma queda no valor de D_2 (de aproximadamente 6 em $n=3001$, Figura A.11b, para aproximadamente 3 em $n=5001$, Figura 3.16b).

A série de ruído branco gaussiano não se estabiliza à medida que se aumenta m , o que é esperado para uma série aleatória não determinística, de dimensionalidade infinita. A série tórus se estabiliza ao redor da dimensão 2, o que é esperado visto que ela tem duas frequências de oscilação.

Os valores de τ , D_2 e m para estas séries estão organizados nas Tabelas 3.6 e 3.7, e o valor de D_2 corresponde àquele encontrado de acordo com a Seção 3.5 para a última iteração ($m = 16$). As Tabelas também mostram o tempo, em minutos, do algoritmo para efetuar todos os cálculos da reconstrução do espaço de fase, $tempo(mins)$.

	n	τ	D_2	m	tempo (mins)
dec2_512	1001	2	3,85	9	11,9939
	3001	2	4,78	11	113,3165
	5001	2	6,84	15	359,8969
final.anon	1001	2	4,18	10	10,9804
	3001	2	8,12	18	100,1447
	5001	2	2,65	7	319,2078
dec_pkt_1_100	1001	2	4,62	11	11,0529
	3001	2	4,55	11	103,1019
	5001	2	4,45	10	282,8796
mawi	1001	1	3,70	9	12,1698
	3001	1	3,49	8	109,9280
	5001	2	3,93	9	304,3628
WGN	1001	1	10,02	22	10,1098
	3001	1	9,48	20	92,7773
	5001	1	8,80	19	257,9047
two – torus	1001	8	2,12	6	8,911
	3001	8	2,10	6	89,2373
	5001	8	2,10	6	251,6959

Tabela 3.6 – τ , D_2 , m , e tempo de reconstrução

	n	τ	D_2	m	tempo (mins)
BCpAug89	1001	1	0,95	3	11,6141
	3001	1	0,23	2	147,2346
	5001	1	0,22	2	308,3447
dec-pkt-2	1001	1	2,38	6	11,4514
	3001	1	1,93	5	123,2030
	5001	1	2,09	6	336,4840
MultipathTCP	1001	1	1,12	4	11,5268
	3001	1	0,87	3	107,9458
	5001	1	0,58	3	281,5549

Tabela 3.7 – τ , D_2 , m , e tempo de reconstrução, para as séries de tempo entre as amostras

Na próxima Seção define-se a dimensão de incorporação m , que é a quantidade de dimensões do atrator.

3.5 Dimensão de Incorporação m

Duas variáveis significantes na análise de um série temporal são o atraso τ e a dimensão de incorporação m , a qual, por sua vez, diz respeito à quantidade de amostras nos vetores atraso a serem reconstruídos para a matriz de reconstrução do espaço de fase (Equações 3.2, 3.3 e 3.5) (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (STROGATZ, 2015).

3.5.1 Cálculos da Dimensão de Incorporação

Os gráficos das integrais de correlação estão ilustrados nas Figuras A.13 a A.16, 3.18 e 3.19, computados com o uso do algoritmo de Grassberger-Procaccia ((GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983a), (GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983b)) para espaços de fase reconstruídos, com dimensões de incorporação variando entre $m = 2$ até $m = 16$, de cima para baixo nas retas dos gráficos (FENG; SHU; YANG, 2009).

Tecnicamente, é preciso que existam tantos atrasos quanto necessários para que o atrator subjacente possa ser nitidamente visualizado no espaço de fase, e por isso o procedimento usual é aumentar a dimensão de incorporação m a cada iteração e assim calcular as dimensões de correlação D_2 dos atratores resultantes. Neste trabalho, o valor de m foi sequencialmente incrementado a cada iteração, começando por $m = 2$ até a última iteração, na qual $m = 16$ (processo esquematizado na Figura 3.3).

Os valores de D_2 calculados aumentarão sucessivamente até que a dimensão de incorporação m atinja um valor alto o bastante, permitindo assim que o atrator e o valor estimado da dimensão de correlação D_2 se estabilizem em um valor “verdadeiro”, como pode ser observado na Figura 3.16a, pois escolher um valor alto demais para m adicionará redundância e conseqüentemente degradará o desempenho de algoritmos, como os de predição e de cálculo do expoente de Lyapunov (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (STROGATZ, 2015).

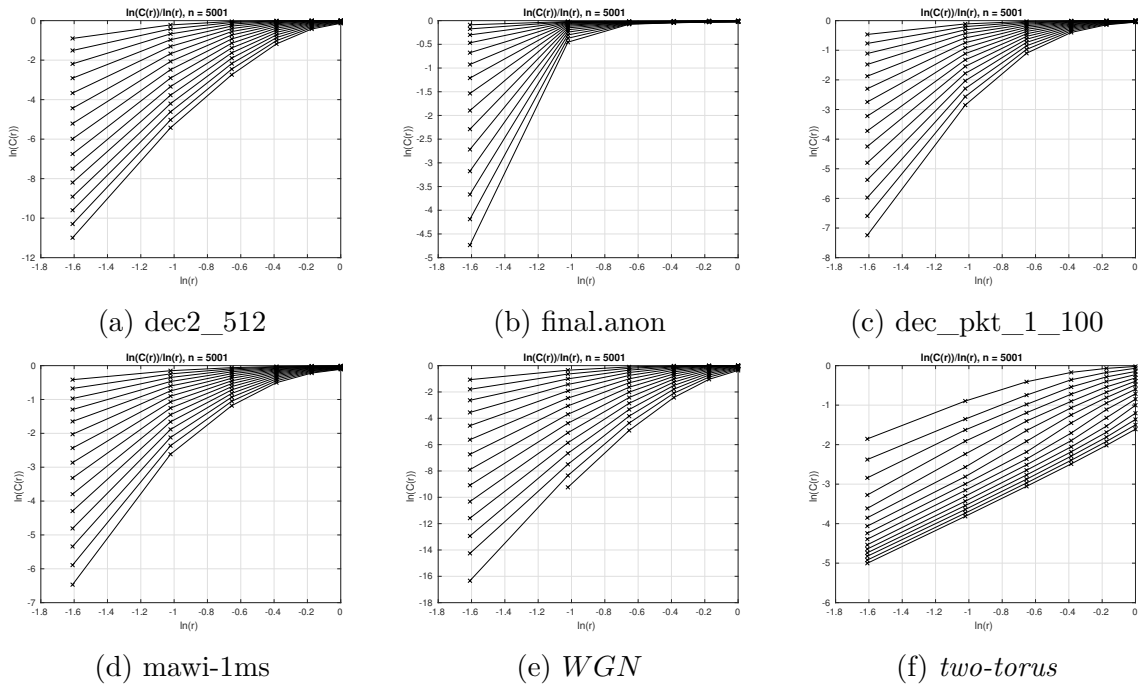


Figura 3.18 – Integrais de correlação, $n=5001$

A relação entre $C_m(r)$ e ϵ , mostrada nas Figuras A.13 a A.16, 3.18 e 3.19, indica

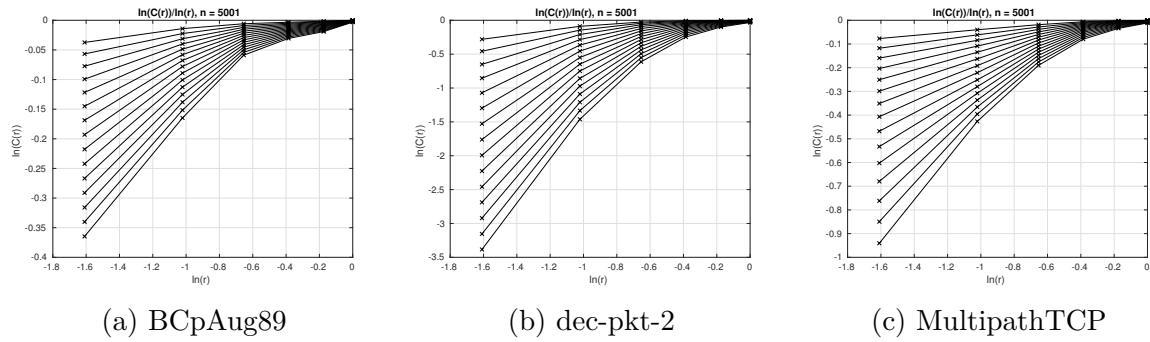


Figura 3.19 – Integrais de correlação, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

regiões de escala para todas as dimensões de incorporação usadas (com exceção das Figuras relativas ao *two – torus*) evidenciadas no afunilamento das retas, sinal de uma lei de potência presente, permitindo assim estimativas relativamente precisas das dimensões de correlação D_2 (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

As retas dos gráficos das séries de tempo entre as amostras mostram uma suavização das curvas à medida que se aumentam as quantidades de amostras, (Figuras A.14, A.16, e 3.19) ou seja, as diferenças entre os valores de pico e os valores médios vão diminuindo: as amostras se tornam cada vez mais relativamente homogêneas.

A série *WGN* também apresenta tal comportamento evidenciando sua semelhança, neste aspecto, às séries caóticas, o que não acontece com o tórus, que é periódico, comportamento que fica evidente nas Figuras A.13f, A.15f e 3.18f, cujas retas m são praticamente paralelas, evidenciando a ausência de uma lei de potência e ausência de comportamento em escalas. Ausência de comportamento em escalas significa que os valores de suas amostras têm homogeneidade relativa, assim pertencendo a somente uma faixa de variações (uma *escala* de valores) (FENG; SHU; YANG, 2009).

Depois da reconstrução do espaço de fase são calculados o Expoente de Lyapunov e o Parâmetro de Hurst, de modo a permitir uma classificação das séries quanto a sua natureza espacial e amostral (antipersistente, ruído aleatório e caótica) para então calcular a predição temporal através desses dois parâmetros. Um fluxograma esquemático, das próximas etapas a serem seguidas, está ilustrado na Figura 3.20.

O parâmetro que quantifica a expansão ou contração espacial do atrator é o expoente de Lyapunov, discutido na próxima Seção.

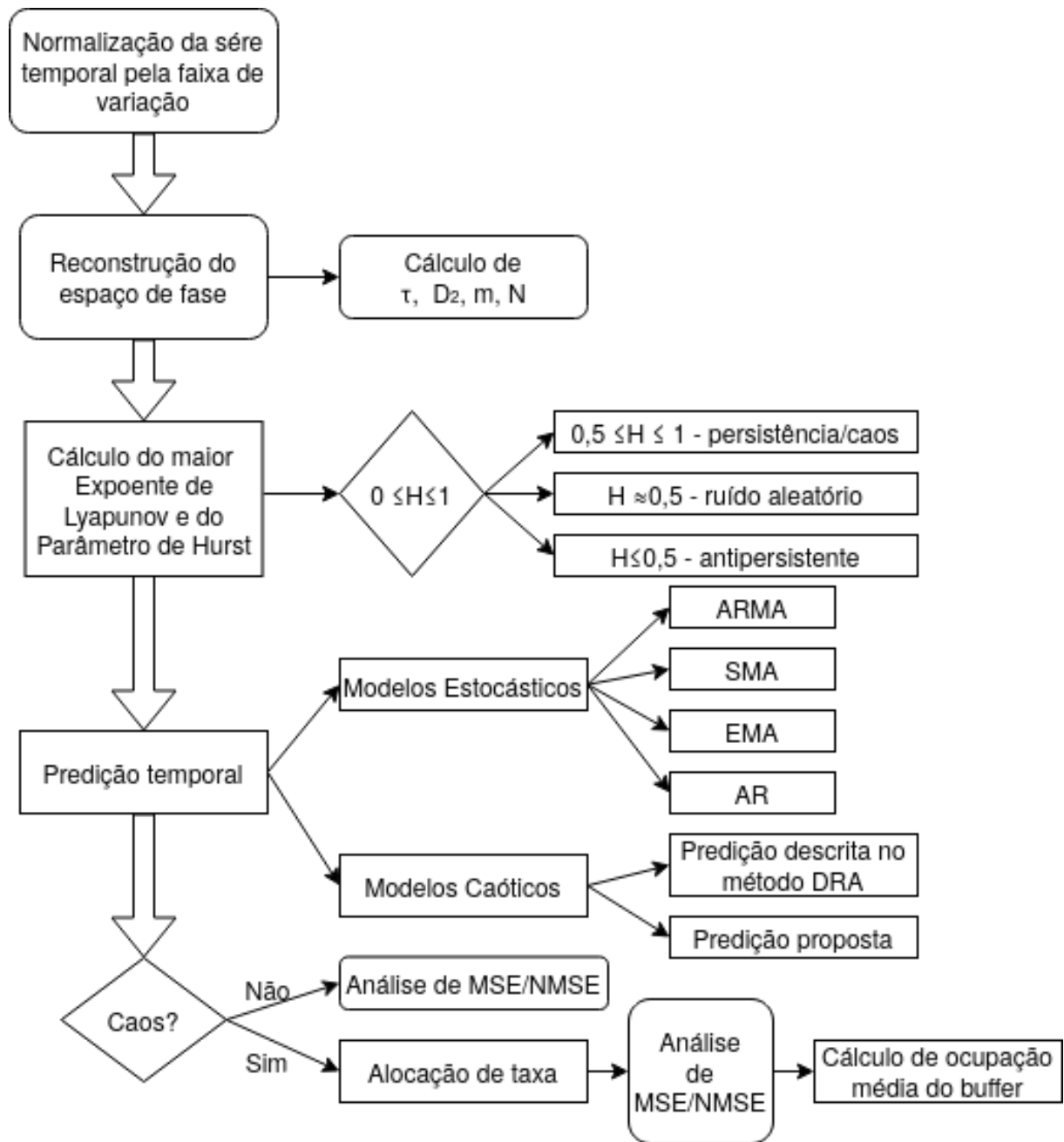


Figura 3.20 – Fluxograma esquemático do processo completo seguido

3.6 O Expoente de Lyapunov

Nos sistemas periódicos as trajetórias divergem predominantemente lentamente ao longo do tempo, mas nos sistemas caóticos esta separação é exponencialmente rápida. O valor médio deste aumento, o expoente de Lyapunov, é característico de cada sistema, e quantifica a intensidade do caos ao caracterizar a divergência das trajetórias à medida que o fluxo caótico flui (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (BERGE; POMEAU; VIDAL, 1987).

Considere um sistema dinâmico constituído de n -variáveis, em cujo ponto central está o centro de uma esfera de n dimensões. Esta esfera sofrerá deformação de modo que

se pareça com um elipsóide à medida que o tempo aumenta. No limite, à medida que o diâmetro inicial desta esfera se aproxima de zero, o tempo durante o qual esta imagem permanecerá indistinguível de um elipsóide se aproximará de infinito (LORENZ, 1995).

Os fatores médios de longo-prazo que são multiplicados pelos comprimentos dos eixos do elipsóide ao longo de uma iteração, no caso de mapeamentos, são chamados de números de Lyapunov, e seus respectivos logaritmos são chamados expoentes de Lyapunov: se um eixo aumenta ou diminui como o $e^{\lambda t}$, o expoente de Lyapunov correspondente é λ , de maneira que todos os expoentes relativos a estas medidas, ao longo da sequência em questão, possam ser enumerados em ordem decrescente, $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n$ (LORENZ, 1995).

Ou seja, o comportamento do sistema dinâmico, na verdade, pode revelar tantos expoentes de Lyapunov quanto o número de dimensões espaciais de fase, mas o expoente buscado é somente o maior deles, λ_1 , cujo conhecimento permite a determinação de invariantes adicionais como a dimensão fractal do atrator subjacente e sua entropia dinâmica.

Sejam $\mathbf{s}_{n1}$ e $\mathbf{s}_{n2}$ dois pontos no espaço de estados com uma distância $\|\mathbf{s}_{n1} - \mathbf{s}_{n2}\| = \delta_0 \ll 1$, e seja $\delta_{\Delta n}$ a distância Δ_n , num tempo futuro, entre duas trajetórias que emergem destes pontos, $\delta_{\Delta n} = \|\mathbf{s}_{n1+\Delta n} - \mathbf{s}_{n2+\Delta n}\|$. Então λ_1 pode ser determinado da seguinte maneira:

$$\delta_{\Delta n} \simeq \delta_0 e^{\lambda_1 \Delta n}, \quad \delta_{\Delta n} \ll 1, \quad \Delta_n \gg 1. \quad (3.27)$$

Se λ_1 é positivo, as trajetórias divergem exponencialmente, i.e. caos; em sistemas dissipativos o expoente máximo de Lyapunov é negativo e reflete a existência de um ponto fixo estável, e duas trajetórias que se aproximam deste ponto fixo também se aproximam entre si exponencialmente rápido (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

O cálculo deste expoente é o objetivo de dois algoritmos clássicos usados justamente para facilitar este processo: (WOLF et al., 1985) e (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993): o primeiro é amplamente usado mas susceptível a resultados errôneos, uma vez que ele não testa a presença de divergência exponencial, e apenas assume que ela esteja presente; o segundo testa diretamente a presença da divergência de trajetórias adjacentes permitindo assim que se decida se faz sentido calcular o expoente de Lyapunov para um determinado conjunto de dados (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

O método de Rosenstein, usado nos cálculos da Seção 3.7.1, é descrito na próxima Seção.

3.7 O Método de Rosenstein - Small Data Sets

Este método pode ser esquematizado da seguinte maneira:

- 1) Calcula-se o período médio P da série temporal;
- 2) Calcula-se a dimensão de correlação, e a dimensão de incorporação através do Teorema de Takens, ($m \geq 2D_2 + 1$) (TAKENS, 1981);
- 3) Reconstroi-se o espaço de fase;
- 4) Encontram-se os vizinhos mais próximos na trajetória:

$$d_j(0) = \min_{x_j} \| \mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j \|, \quad |i - j| > P. \quad (3.28)$$

- 5) Calcula-se o logaritmo de ambos os lados da equação considerando que os j -ésimos vizinhos mais próximos divergem a uma taxa aproximadamente igual ao expoente de Lyapunov:

$$d_j(i) \approx d_j(0)e^{\lambda_1 i}, \quad (3.29)$$

ou seja,

$$\ln d_j(i) \approx \ln d_j(0) + \lambda_1 i. \quad (3.30)$$

- 6) Estima-se o expoente de Lyapunov com o uso do método dos mínimos quadrados:

$$y(i) = \frac{1}{\Delta t} \langle \ln d_j(i) \rangle, \quad (3.31)$$

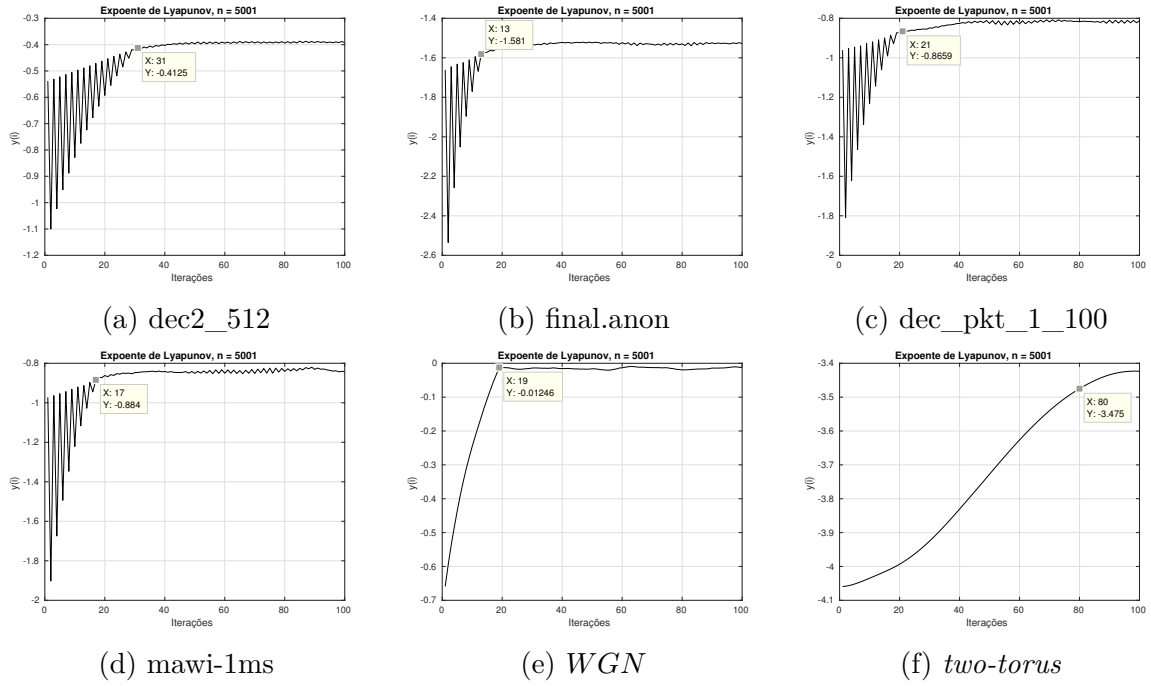
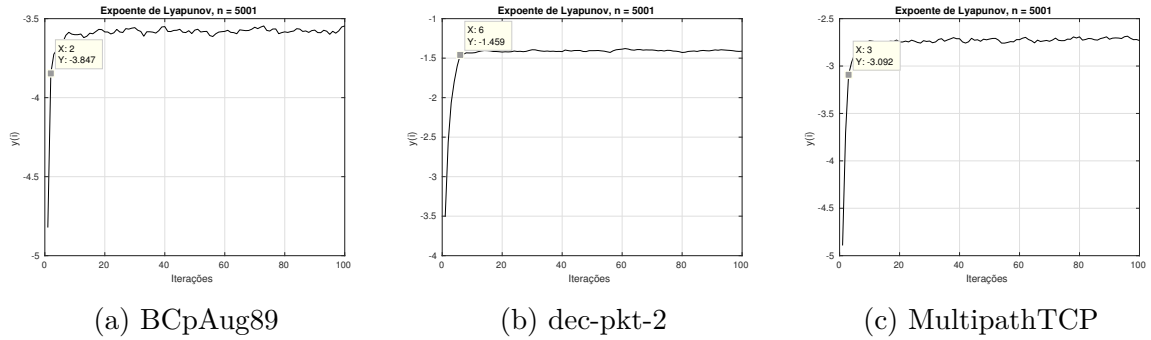
na qual $\langle * \rangle$ denota a média de todos os valores de j (FENG; SHU; YANG, 2009), (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993).

3.7.1 Cálculo do Expoente de Lyapunov

Os gráficos que mostram a evolução do sistema y ao longo das iterações t consideradas caso a caso estão ilustrados nas Figuras A.17 a A.20, 3.21, e 3.22, processo cujo *script* do MATLAB está disponível em (MIRWAIS, 2020).

O expoente de Lyapunov está, portanto, relacionado à dependência sensível das condições iniciais: ele quantifica o grau de expansão ou contração das órbitas do atrator, delimitando um horizonte temporal além do qual previsões aceitáveis se tornam impossíveis (STROGATZ, 2015).

Pode-se perceber, observando os gráficos, qual a faixa de valores necessária para o cálculo do expoente de Lyapunov, pois este está associado à inclinação da reta em

Figura 3.21 – $y(t) \times i\Delta t$, $n=5001$ Figura 3.22 – $y(t) \times i\Delta t$, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

sua parcela linear (FENG; SHU; YANG, 2009). Estes valores foram obtidos através de sucessivos testes baseados na análise dos próprios gráficos, Figuras A.17 a A.20, 3.21 e 3.22, e no valor de erro médio quadrático relativo ao método de predição proposto. A frequência de amostragem (fs) foi escolhida de modo a minimizar o MSE . Estes parâmetros, usados na calibração do algoritmo, estão resumidos nas Tabelas 3.8 e 3.9.

A escolha dos intervalos a partir dos gráficos tem influência direta no valor do expoente de Lyapunov: quanto maior o intervalo usado, maior o expoente. Por exemplo, a Tabela 3.9 mostra que para a Figura 3.22c, o intervalo considerado para o cálculo foi de 1 até 3 (ou seja, as primeiras 3 iterações no eixo *iterações*) para uma frequência de amostragem $fs = 0, 1$.

A variação na amostragem fs também influencia diretamente a amplitude do expoente, de maneira que estes valores sejam maleáveis. Se para o caso acima a frequência de amostragem fs fosse aumentada de 30 para 300, o expoente λ seria 10 vezes maior,

	n	iterações	tlinear	fs	λ
dec2_512	1001	100	1:19	30	0,7559
	3001	100	1:21	50	0,9253
	5001	100	1:31	70	0,9127
final.anon	1001	100	1:20	9	0,2224
	3001	100	1:35	15	0,1521
	5001	100	1:13	15	0,5505
dec_pkt_1_100	1001	100	1:21	2	0,0390
	3001	100	1:21	1	0,0219
	5001	100	1:21	20	0,4863
mawi	1001	100	1:9	1	0,1178
	3001	100	1:8	5	0,6970
	5001	100	1:17	15	0,4601
WGN	1001	100	1:22	1	0,0245
	3001	100	1:20	1	0,0307
	5001	100	1:19	1	0,0345
two – torus	1001	100	20:80	70	0,7712
	3001	100	20:80	150	0,7860
	5001	100	20:80	100	0,9313

Tabela 3.8 – Parâmetros do Método de Rosenstein e Expoente de Lyapunov λ

	n	iterações	tlinear	fs	λ
BCpAug89	1001	100	1:4	0,3	0,1145
	3001	100	1:2	1	0,9225
	5001	100	1:2	1	0,9753
dec-pkt-2	1001	100	1:6	0,01	0,0026
	3001	100	1:5	0,1	0,0558
	5001	100	1:6	0,1	0,0382
MultipathTCP	1001	100	1:4	0,1	0,0556
	3001	100	1:3	0,1	0,0862
	5001	100	1:3	0,1	0,0900

Tabela 3.9 – Parâmetros do Método de Rosenstein e Expoente de Lyapunov λ para as séries de tempo entre as amostras

ou seja: para a $n=1001$ da série dec2_512 e um $fs = 300$ considerando o mesmo $tlinear$ de 1 até 19, o expoente de Lyapunov encontrado seria $\lambda = 7,5590$, em contraste ao valor exposto na Tabela 3.8 (0,7559), para um $fs = 30$.

O aumento no tamanho da parcela linear considerada, $tlinear$, requer uma diminuição na taxa de amostragem fs para que o expoente permaneça na mesma escala. De modo geral, a taxa de amostragem fs influencia a escala do expoente, enquanto o comprimento da reta $tlinear$ influencia diretamente na amplitude.

A próxima Seção trata de outro valor importante na caracterização das séries temporais caóticas, o parâmetro de Hurst, que quantifica o grau de dependência de longa duração presente nas amostras.

3.8 O Parâmetro de Hurst

Com o propósito de construir um reservatório em Cairo, no Egito, Edwin Hurst contribuiu para o melhor entendimento de uma gama de fenômenos, através da formulação de um parâmetro que recebeu seu nome (HURST, 1956), o qual reflete correlações temporais. Estas correlações foram observadas nos mais diversos ambientes, fornecendo assim uma maneira de compreender comportamentos anteriormente considerados aleatórios: como os mercados funcionam, como as camadas de argila se acumulam nas margens de um lago na Criméia, o padrão anual de precipitação em Nova Iorque, os anéis de crescimento nas árvores do Pico Pike, no Colorado, como o padrão de bytes varia em uma rede de dados, como os preços de ações flutuam nas bolsas de valores, ou o preço de barris de petróleo, ou as fixações do ouro em Londres, e o mercado de eletricidade nos Estados Unidos (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (MANDELBROT; HUDSON, 2004).

Benoit Mandelbrot também se dedicou a este assunto e descreveu suas observações em artigos clássicos como (MANDELBROT, 1968) e (MANDELBROT, 1997), e em livros tais como (MANDELBROT, 1982) e (MANDELBROT; HUDSON, 2004).

Primeiramente é necessário definir um conceito relacionado a autossimilaridade, a *autoafinidade*, e para tal, considere um processo estocástico de difusão convencional (processo de Wiener), no qual uma partícula na posição $x(t)$ tem probabilidade, de se mover para a posição $x + \Delta x$ com passo temporal Δt , definida através da seguinte equação (KANTZ; SCHREIBER, 2004):

$$P(\Delta x, \Delta t) = \frac{e^{-\frac{\Delta x^2}{2D\Delta t}}}{\sqrt{2\pi D\Delta t}}, \quad (3.32)$$

na qual D é a dimensão de correlação, e a relação entre a variância dos incrementos espaciais e os intervalos de tempo obedecem a seguinte proporção (KANTZ; SCHREIBER, 2004):

$$\langle \Delta x^2 \rangle \propto \Delta t^{\frac{1}{2}}, \quad (3.33)$$

na qual $\langle * \rangle$ significa média entre todos os valores de $x(t)$. Em (HURST, 1956) e (MANDELBROT, 1968), esta proporção assume a seguinte configuração:

$$\frac{\mathbf{R}(d)}{\mathbf{S}(d)} \propto \sqrt{d}, \quad (3.34)$$

na qual $\mathbf{R}(d)$ é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo (ou seja, a capacidade otimizada do reservatório) de $\mathbf{X}^*(t)$, o fluxo acumulado de um rio no período de tempo definido pelo início do ano 0 e o fim do ano t (ajustado através da subtração da média amostral do fluxo entre os anos 0 e t), $\mathbf{S}(d)$ é um fator de escala, e d , o período total de tempo em consideração.

Assumindo precisão infinita em ambos tempo e espaço na plotagem do gráfico de tal função $\mathbf{x}(t)$, flutuações divergentes serão observáveis ao se aproximar a resolução (Figura 3.23a), uma vez que, neste gráfico, as inclinações de reta serão equivalentes a (KANTZ; SCHREIBER, 2004):

$$\frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{\Delta t} \propto \Delta t^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.35)$$

Inversamente, ao se distanciar a resolução (Figura 3.23b), reduzindo as escalas de tempo e espaço na mesma proporção, será possível observar uma curva quase suave, e, no limite mais alto da resolução (Figura 3.23a), o gráfico preenche o plano e tem dimensão 2, enquanto que, na direção oposta de limite, o gráfico degenera em direção a uma linha horizontal de dimensão 1 (Figura 3.23b): em ambos limites observa-se a autossimilaridade (Definição 3.4). Para encontrar uma visualização independente da escala, o fator de escala do espaço é reajustado pela raiz quadrada do fator de escala do tempo (como na Equação 3.34, formulada por Hurst), dando origem a objetos denominados *autoafins*, autossimilares somente dentro de certos limites (os *fatores de escala*) (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

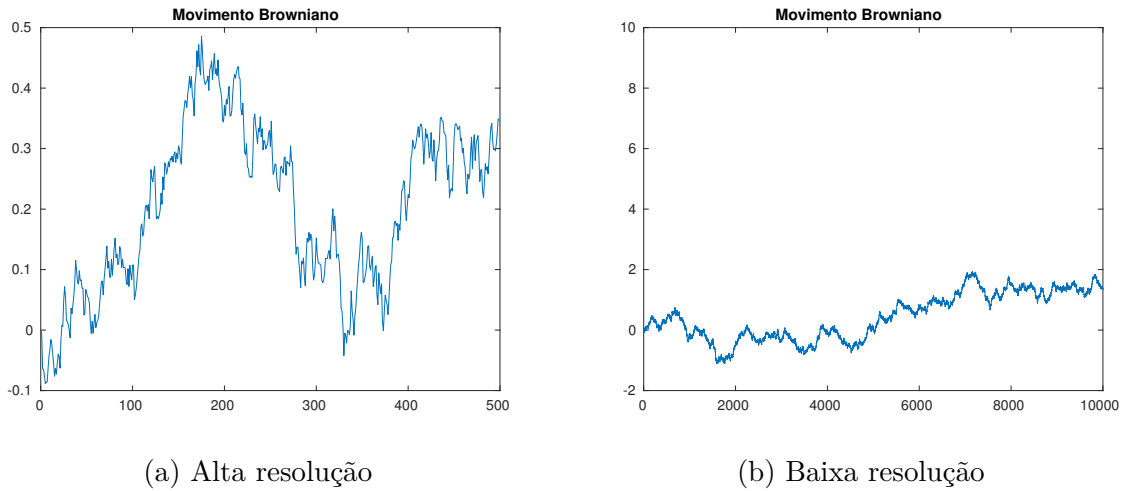


Figura 3.23 – Movimento Browniano (Processo de Wiener) $x(t)$ em alta e baixa resolução (redução/ampliação por um fator de 20 em ambos eixos)

Outro caso notável diz respeito às leis *anômalas* de difusão, para as quais o parâmetro de Hurst $H \neq \frac{1}{2}$, e segundo as quais a raiz quadrada da relação entre os incrementos no espaço e os intervalos de tempo (Equação 3.33) é substituída por relações exponenciais não-triviais com a seguinte estrutura:

$$\langle \Delta x^2 \rangle \propto \Delta t^{2H}. \quad (3.36)$$

Processos de Wiener (movimentos Brownianos) apresentam duas propriedades cruciais:

1. distribuição de incrementos espaciais Δx com variância finita para cada incremento temporal Δt determinado;

2. não-correlação entre os incrementos em passos temporais sucessivos;

Logo, para que a Equação 3.36 seja generalizada em direção a um $H \neq \frac{1}{2}$, uma destas duas propriedades será violada, ou seja, se os incrementos são não-correlacionados (propriedade Markoviana), é necessário considerar que terão variância irrestrita, mesmo que seja necessário que cada incremento permaneça finito com probabilidade 1. Assim, a distribuição de probabilidade de Δx em larga escala, para um $H \neq \frac{1}{2}$, terá persistência de longa duração e seguirá a seguinte estrutura, denominada *vôo de Lévy*, e será caracterizada por intensa difusão (KANTZ; SCHREIBER, 2004):

$$p(\Delta x) \propto \Delta x^{-\frac{1}{H}}, \quad \text{para } \frac{1}{2} \leq H \leq 1. \quad (3.37)$$

Um processo estocástico mais natural pode ser encontrado ao se considerarem correlações com memória infinita entre os incrementos, em cujo caso a variância dos incrementos permanece finita. Tal processo não-Markoviano é denominado *movimento Browniano fracionário* e origina expoentes que variam entre 0 e 1 ($0 < H < 1$). Neles, os efeitos de memória induzem correlações entre incrementos sucessivos: se elas são positivamente correlacionadas, a difusão é intensificada (persistência), se são anti-correlacionadas, a difusão é suprimida (anti-persistência) (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Em (MANDELBROT, 1997) e (MANDELBROT; HUDSON, 2004), o movimento Browniano é definido como o percurso de, por exemplo, uma partícula individual em relação ao ponto de partida. Este percurso pode ser observado a partir de um estado pontual no instante t , e como ele varia em relação ao ponto inicial de observação; ou a variação no preço de uma ação ao longo da raiz quadrada do tempo de observação. A Figura 3.24 exemplifica os 3 casos possíveis.

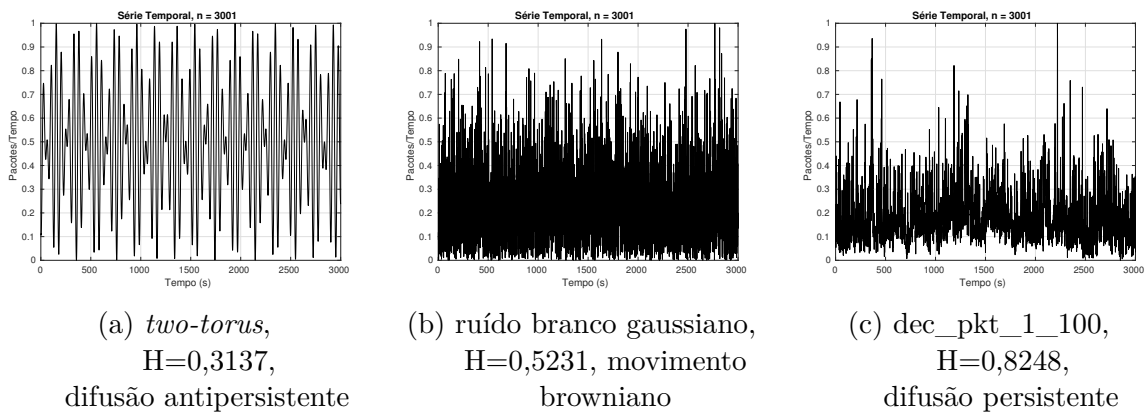


Figura 3.24 – Variações do Parâmetro de Hurst

Se $H < 0,5$ (Figura 3.24a), a partícula ou o preço da ação, mencionados no parágrafo anterior, sofrem menor variação no instante $t + \delta t$ em relação aos seus estados no instante t : cada passo tende a ser seguido por outro na direção contrária, e assim sucessivamente, como em um zigue-zague.

Para um $H > 0,5$ (Figura 3.24c), um movimento em determinada direção tem a tendência de continuar no instante seguinte, e mesmo que oscile nos próximos instantes, ainda sim apresentará, a longo prazo, a tendência de se distanciar cada vez mais do ponto de partida, que foi o que Hurst observou nos registros das enchentes no Nilo. Ele esperava encontrar um $H \approx 0,5$ mas encontrou um $H = 0,9$ (HURST, 1956), (MANDELBROT; HUDSON, 2004).

As relações de escala para níveis microscópicos são diretamente equivalentes aos níveis macroscópicos, ou seja, para incrementos $(x_t - x_{t_0})$ observados em intervalos temporais macroscópicos é possível encontrar

$$\langle (x_t - x_{t_0})^2 \rangle \propto (t - t_0)^{2H} \quad (3.38)$$

na qual $0 < H < 1$ no caso fracional Browniano e $\frac{1}{2} < H < 1$ para o vôo de Levy. Difusões ordinárias têm $H = \frac{1}{2}$, que era o que Hurst esperava encontrar nos seus estudos dos ciclos do Rio Nilo, quando na verdade observou o *vôo de Levy* (KANTZ; SCHREIBER, 2004), (MANDELBROT, 1982).

As próximas duas Seções resumem estes dois extremos do movimento Browniano fracionário de maneira mais precisa.

3.8.1 $H < \frac{1}{2}$: Movimento Browniano Fracionário Antipersistente

Os movimentos brownianos fracionários com $0 < H < \frac{1}{2}$ caracterizam funções e rotas antipersistentes. A antipersistência é caracterizada pela tendência a voltar constantemente em direção ao ponto de onde se partiu, e assim difundir-se mais lentamente quando comparados às contrapartes Brownianas (MANDELBROT, 1982).

3.8.2 $H > \frac{1}{2}$: Movimento Browniano Fracionário com Persistência de Longa Duração

Nestes casos, a propriedade vital da função $x(t)$ é que a persistência de seus incrementos se estende indefinidamente. No caso do estudo de Hurst sobre o padrão dos ciclos pluviais do rio Nilo ao longo do período analisado, a ligação entre o movimento Browniano fracionário e o fenômeno de Hurst sugere que a persistência encontrada nos registros de fluxos fluviais não estava limitada a curtos períodos de tempo, mas se estendia ao longo de séculos, e até milênios. A força da persistência é medida pelo parâmetro H , e comportamentos similares são frequentemente observados por exemplo, na economia: os

economistas têm o hábito de decompor conjuntos de dados em tendências, ciclos, e ruído, facilitando o entendimento de mecanismos subjacentes ([MANDELBROT, 1982](#)).

3.8.3 Cálculos do Parâmetro de Hurst

O parâmetro de Hurst é, portanto, usado para quantificar a tendência relativa, de uma série temporal, de regressar intensamente à média ou de se aglomerar em determinada região numérica. Ele mede assim a dependência de longo prazo destas medidas, e para este cálculo foi usado e o método adotado em ([ROCHA; VIEIRA, 2013](#)) e definido em ([TAQQU; TEVEROVSKY; WILLINGER, 1995](#)).

	n	Parâmetro de Hurst H
dec2_512	1001	0,9183
	3001	0,7371
	5001	0,8110
final.anon	1001	0,6968
	3001	0,7703
	5001	0,7759
dec_pkt_1_100	1001	0,7035
	3001	0,7036
	5001	0,7979
mawi-1ms	1001	0,6737
	3001	0,7353
	5001	0,7288
WGN	1001	0,5719
	3001	0,5521
	5001	0,5296
tórus	1001	0,4646
	3001	0,3516
	5001	0,3700

Tabela 3.10 – Parâmetro de Hurst

Os valores obtidos para o parâmetro de Hurst estão expostos nas Tabelas [3.10](#) e [3.11](#).

Resumidamente, valores do parâmetro de Hurst entre 0 e 0.5 indicam uma alternância entre valores altos e baixos (valores altos serão seguidos de valores baixos, e este comportamento tende a se repetir num futuro longínquo e assim sucessivamente), enquanto valores de H entre 0.5 e 1 indicam uma série temporal com autocorrelação positiva, ou seja, um valor alto tende a ser seguido por outro valor alto e valores num futuro longínquo tendem também ser altos.

	n	Parâmetro de Hurst H
BCpAug89	1001	0,6170
	3001	0,7009
	5001	0,6820
dec-pkt-2	1001	0,5374
	3001	0,7020
	5001	0,6893
MultipathTCP	1001	0.4719
	3001	0,5938
	5001	0,5685

Tabela 3.11 – Parâmetro de Hurst para as séries de tempo entre as amostras

Como mostrado nas Tabelas 3.10 e 3.11, as séries dec2_512, final.anon, dec_pkt_1_100, mawi-1ms, BCpAug89 e dec-pkt-2 apresentam autocorrelação positiva como esperado ($0.5 < H < 1$), a série *two-torus* apresenta anti-persistência/periodicidade ($H < 0.5$), e a série *WGN* apresenta aleatoriedade (amostras não correlacionadas) ($H \simeq 0.5$), como esperado.

O comportamento da série MultipathTCP varia entre aleatoriedade e leve dependência de longa duração. Aparentemente ela apresenta um comportamento misto entre aleatoriedade e determinismo, visto que sua dimensão de correlação permaneceu num valor bastante baixo ($D_2 > 1$ para $n=5001$) indicando um comportamento inverso àquele associado ao ruído (infinita dimensionalidade), mas seu parâmetro de Hurst permanece num patamar associado ao ruído aleatório ($0,4 < H < 0,6$).

Estes comportamentos ficam mais evidentes (o parâmetro de Hurst fica mais preciso) à medida que a quantidade de amostras aumenta, o que é esperado visto que este parâmetro qualifica o comportamento a longo prazo de uma série temporal, como pode ser observado na Tabela 3.10. Portanto, quanto maior a quantidade de amostras, maior será a precisão do valor encontrado para o parâmetro.

3.9 Análise de Componentes Principais (PCA)

Este método de análise estatística parte da intenção de caracterizar a série temporal a partir dos seus componentes mais importantes num espaço de incorporação de atraso $\mathbb{R}^m$, no qual m é provavelmente maior do que o estritamente necessário. A descrição abaixo é baseada na exposição de Holger Kantz & Thomas Schreiber em (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Ela parte do princípio de que dados referentes a fluxos coletados com alta taxa de amostragem são bastante redundantes devido às suas correlações lineares intensas.

Esta redundância geralmente tem um efeito indesejado nos cálculos que buscam investigar propriedades caóticas, por exagerar a quantidade de informação capturada a respeito de um espaço de intervalo comparativamente pequeno.

O conjunto de vetores atraso forma uma nuvem irregular em $\mathbb{R}^m$, e frequentemente, esta nuvem se expande apenas em algumas direções em detrimento de outras, e a Análise de Componentes Principais (*PCA*) permite o cálculo de uma série de subespaços unidimensionais ordenados a partir de suas relevâncias em relação à totalidade de dados.

Para isso, deve-se calcular a matriz de covariância:

$$C_{ij} = \langle (\mathbf{s}_i(\mathbf{s}_j)) \rangle = \frac{1}{N - m + 1} \sum_{n=1}^{N-m+1} s_{n-m+i} s_{n-m+j}, \quad (3.39)$$

na qual n e m dizem respeito às variáveis previamente relacionadas através da Equação 3.7, $\mathbf{s}$ é a função de medida da Equação 3.5, e i e j se referem às posições vetoriais.

Uma vez que C_{ij} é uma matriz simétrica real, seus autovalores são também reais, e seus autovetores são ortogonais. Os autovalores c_i são as distâncias quadradas dos semi-eixos da hiper-elipsóide que melhor representa a nuvem de dados pontuais, e os autovetores correspondentes representam as direções dos eixos.

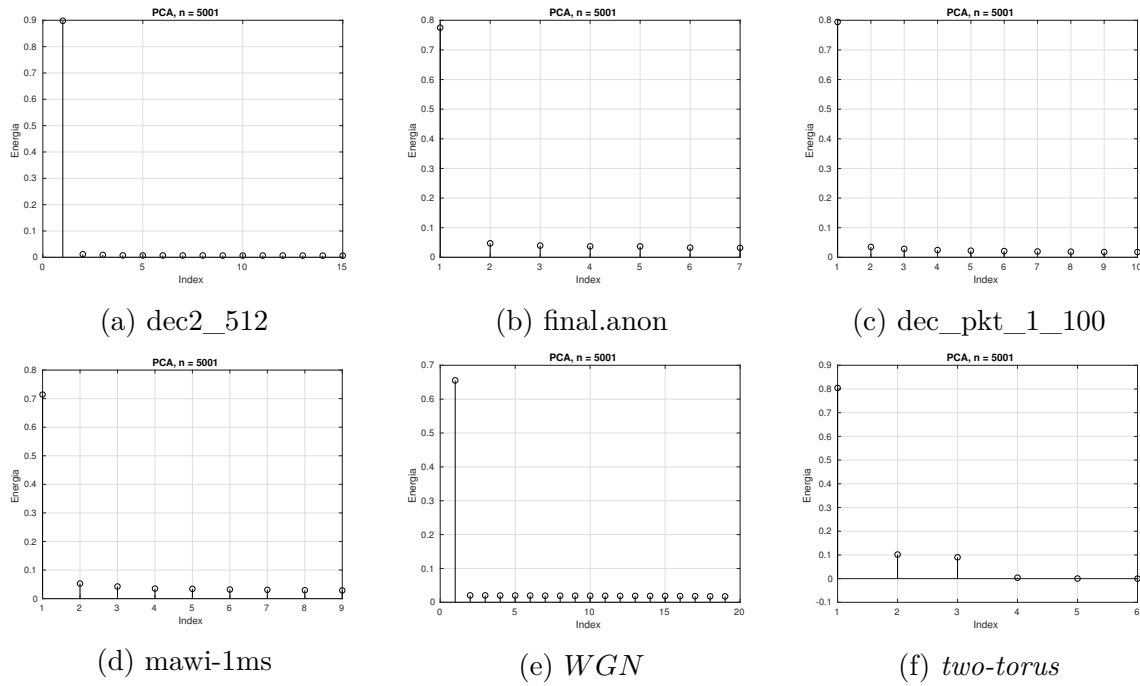
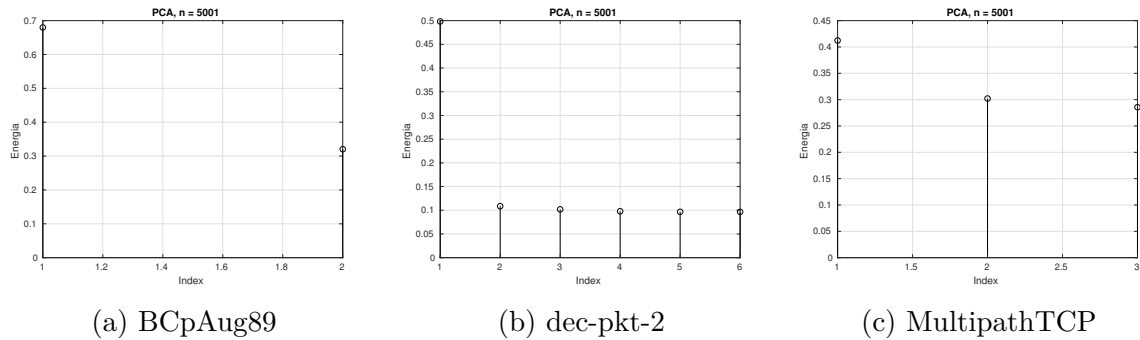
As direções mais relevantes no espaço são portanto aquelas correspondentes aos autovalores de maior amplitude, e os autovalores de valores significativamente menores correspondem àquelas direções que podem ser ignoradas.

Nesta análise, os dados são portanto representados por m vetores dimensionais. Se eles forem conhecidos, pode-se transformá-los nas autobases, ou seja, os componentes dos novos vetores serão as projeções dos vetores antigos nos autovetores.

Os gráficos que mostram os autovalores das séries temporais estão ilustrados nas Figuras A.21 a A.24, 3.25 e 3.26, usado por H. Feng (FENG; SHU; YANG, 2009) para verificar a presença de caos em séries temporais de tráfego de rede.

Eles foram traçados com a função *stem* do MATLAB e ilustram os autovalores em ordem decrescente. Nota-se em quase todos eles (exceto o gráfico da série MultipathTCP) a dominância de um autovalor, enquanto os demais autovalores se aproximam ou tendem a zero, mostrando que a nuvem de dados tende a se acumular em apenas uma direção: aquela apontada pelo autovetor cujos autovalores de maior amplitude estão nitidamente separados dos demais autovalores de amplitude menor nos gráficos (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

O artigo defende que, em uma série caótica, a informação intrínseca do sistema está acumulada no primeiro (ordem decrescente de amplitude) autovalor e nos autovalores mais próximos ao primeiro, o que foi comprovado pelas análises acima. A série MultipathTCP apresenta autovalores sem dominância, visto que todos eles têm amplitudes bastante similares. Esta informação é útil para se determinar que esta série definitivamente apresenta

Figura 3.25 – PCA, $n=5001$ Figura 3.26 – PCA, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

comportamento misto entre caos e aleatoriedade.

No gráfico do tórus esta dominância do primeiro autovalor é menos acentuada, e nem todos os demais autovalores são zero. A nuvem de dados está, portanto, centrada ao redor dos três primeiros autovalores, ao contrário do que acontece com as séries caóticas, nas quais a nuvem de dados está centrada ao redor do primeiro autovalor, de modo que os demais possam ser ignorados.

3.10 Resumo Sobre a Análise das Séries Considerando os Valores Obtidos Para os Parâmetros

De modo geral, todas as séries coletadas apresentaram pouca redundância entre as amostras próximas entre si, a qual foi medida através do parâmetro τ , o atraso ideal,

calculado por meio do método da autocorrelação na Seção 3.3. A discussão a seguir se refere aos dados organizados nas Tabelas 3.8 e 3.9, 3.10 e 3.11.

As séries *dec2_512*, *final.anon* e *dec_pkt_1_100* obtiveram um τ igual a 2, e o restante das séries coletadas obteve um τ igual a 1, com exceção da série *mawi-1ms* para $n=5001$ amostras (τ igual a 2), o que indica que as amostras sequenciais são pouco relacionadas entre si, mesmo sendo muito relacionadas em relação à nuvem amostral completa, pois todas essas séries apresentaram um parâmetro de Hurst bem acima de 0,5, o que é esperado para as séries caóticas. A série *two – torus*, obtida sinteticamente por meio do MATLAB, apresentou um τ igual a 8, indicando sua relativa redundância entre as amostras próximas entre si. A série *wgn*, obtida sinteticamente por meio do MATLAB, apresentou um τ igual a 1, indicando a pouca redundância existente entre as amostras próximas entre si.

A exceção em relação ao parâmetro de Hurst foi a série *MultipathTCP*, que apresentou um valor em torno de 0,5 ($0,4 < H < 0,6$). Todavia, esta série, ainda sim, foi considerada caótica por apresentar baixa dimensionalidade intrínseca, medida através da dimensão de correlação D_2 (pois seu valor permaneceu, para todos os intervalos de números de amostras, em torno de 1), tratada na Seção 3.4 e nas Tabelas 3.6 e 3.7, dessa forma se diferenciando do ruído aleatório, de dimensionalidade infinita.

Depois de quantificar todos os parâmetros de interesse do tráfego e reconstruir seu espaço de fase e atrator, é preciso fazer a predição do comportamento futuro destas amostras. O próximo capítulo discutirá este estágio do trabalho.

4 Predição do Tráfego

Neste capítulo propõe-se um modelo de predição de tráfego com base na dependência sensível das condições iniciais e nas correlações temporais. O primeiro é popularmente conhecido como efeito borboleta, termo cunhado em (LORENZ, 1972), que se quantifica através do expoente de Lyapunov. O segundo foi formulado inicialmente em (HURST, 1956) e diz respeito à intensidade de autossimilaridade de uma tendência estatística persistente nas amostras. É descrito também um método de predição baseado na taxa média de entrada de tráfego μ e no parâmetro de Hurst, descrito inicialmente em (TRINH; MIKI, 1999). São descritos também quatro métodos que podem ser utilizados para predição de amostra futura de um fluxo de tráfego de rede: Média Móvel Autorregressivo (*ARMA*), Autorregressivo (*AR*), Média Móvel Simples (*SMA*), e Média Móvel Exponencial (*EMA*). Todos os métodos foram realizados nas séries normalizadas, de acordo com a Equação 3.1.

4.1 Predição de uma sequência temporal caótica

Um sinal constante é facilmente previsível: a última amostra é uma predição perfeita da amostra seguinte; um sistema que muda periodicamente ao longo do tempo também é facilmente previsível desde que se tenha observado um período inteiro, ou seja, para prever estados futuros de sinais puramente determinísticos é necessário que se determine seu estado presente. Sinais caóticos, no entanto, não são periódicos. Todavia, eles contêm uma estrutura que pode ser analisada a fim de possibilitar o cálculo de previsões mais confiáveis. Para isso, estabelece-se um espaço vetorial para o sistema tal que o estado do sistema é definido ao se especificar um ponto nesse espaço (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

4.1.1 Processos Estocásticos de Média Móvel Autoregressivos - (*ARMA*)

Muitos processos aleatórios, empíricos, em tempo discreto, podem ser aproximados através de um modelo de sequência temporal ou um modelo de função de transferência no qual $\{x(t)\}$ é um processo estocástico constituído de uma sequência de entrada $v(t)$ e uma sequência de saída $x(t)$, relacionadas por meio da equação diferença que tem a seguinte estrutura, e em cujas equações a seguir tem ordem do processo *ARMA* igual a (P, Q)

(KAY, 1989), (OPPENHEIM; BUCK; SCHAFER, 1999), (PAPOULIS; PILLAI, 2002):

$$x(t) = - \sum_{k=1}^P a(k)x(t-k) + \sum_{k=1}^Q b(k)v(t-k), \quad (4.1)$$

conhecido como modelo *média móvel autoregressivo* (*ARMA*), cuja função de transferência tem a seguinte estrutura:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad (4.2)$$

na qual

$$A(z) = \text{transformada } z \text{ da parte } AR = \sum_{k=0}^P a(k)z^{-k} \quad (4.3)$$

e

$$B(z) = \text{transformada } z \text{ da parte } MA = \sum_{k=0}^Q b(k)z^{-k}, \quad (4.4)$$

ou seja, no domínio do tempo:

$$x(t) + a_1x(t-1) + \dots + a_Px(t-P) = v(t) + b_1v(t-1) + \dots + b_Qv(t-Q), \quad (4.5)$$

Com exceção de $x(t)$ do lado esquerdo e $v(t)$ no lado direito, todos os outros termos representam produtos internos (HAYKIN, 1989a), (OPPENHEIM; BUCK; SCHAFER, 1999), (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

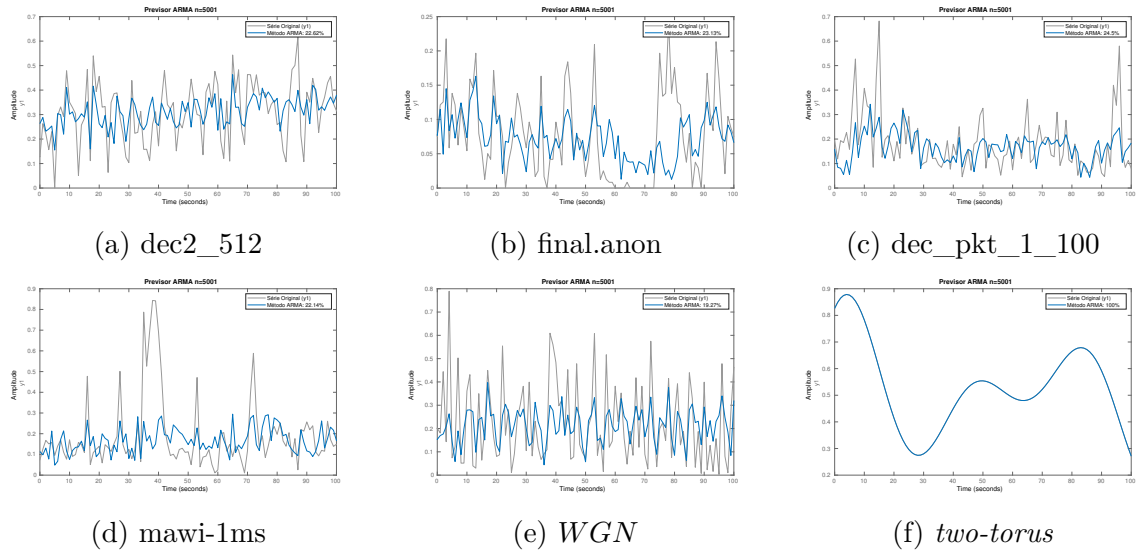


Figura 4.1 – Predição *ARMA*, $n=5001$

As previsões obtidas através do método Média Móvel Autorregressivo estão ilustradas nas Figuras A.25 a A.28, 4.1 e 4.2, para as primeiras 100 amostras a fim de facilitar a visualização e também para manter o padrão que será adotado nas Seções 4.2 e 4.3, como consequência da adoção da Equação 4.13 como passo inicial.

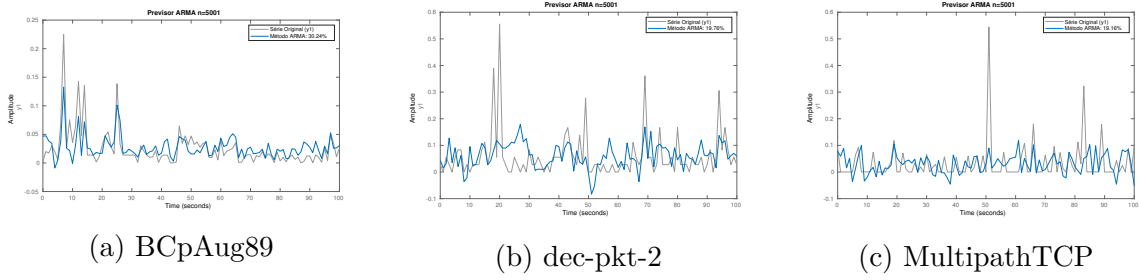


Figura 4.2 – Predição *ARMA* - séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

Percebe-se que o método é eficaz apenas para a série *two – torus* (Figuras A.25f, A.27f, e 4.1f). Para as demais séries seu desempenho tem eficácia reduzida, como determinam as legendas de cada gráfico.

4.1.1.1 Processos Estocásticos Autorregressivos (*AR*)

Para um processo puramente *AR*:

$$x(t) + a_1x(t-1) + \dots + a_Px(t-P) = v(t), \quad (4.6)$$

ou seja

$$x(t) = -a_1x(t-1) - \dots - a_Px(t-P) + v(t), \quad (4.7)$$

em cuja equação todos os coeficientes b_k , referentes aos zeros da Equação a diferenças 4.5, com exceção de $b_1=1$, são nulos, e a função de transferência $A_x(z)$, de média zero e variância σ^2 ;

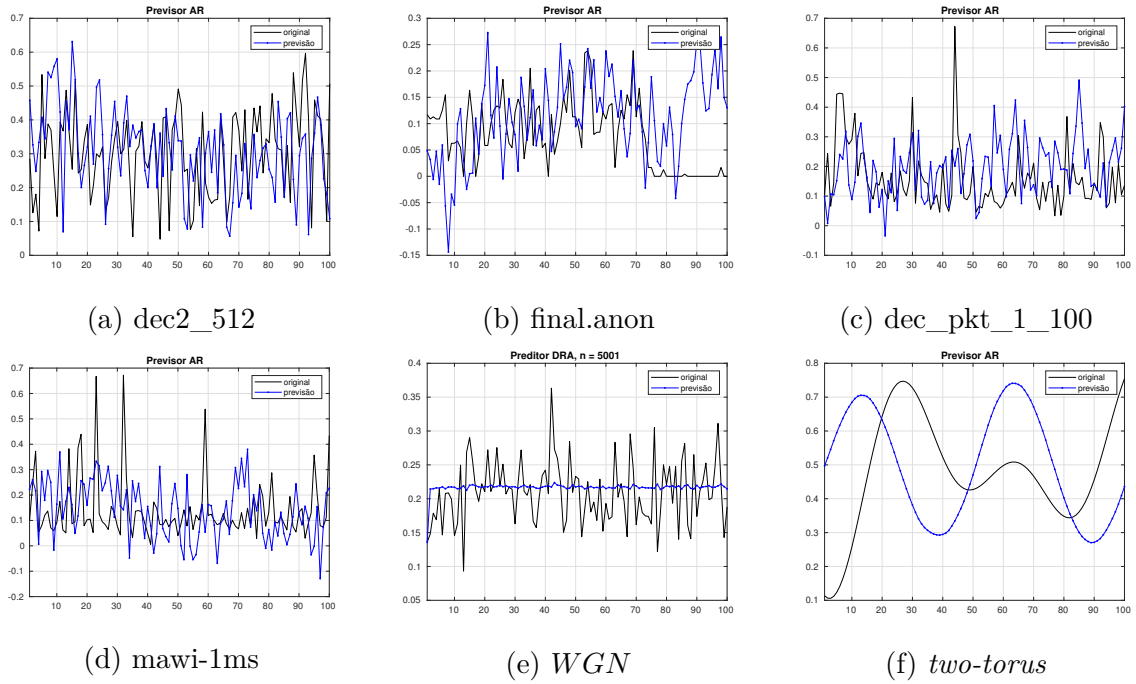
$$A_x(z) = \frac{\sigma^2}{\prod_{k=1}^P (1 - \alpha_k z^{-1})(1 - \alpha_k^* z)}, \quad (4.8)$$

é composta somente de pólos, e na qual $|\alpha_k| < 1$ para todo k (HAYKIN, 1989a), (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

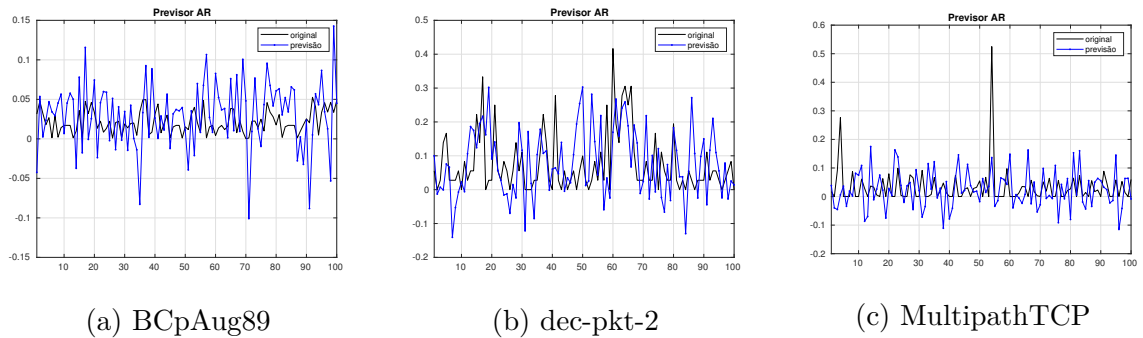
A Equação 4.7 define um *processo autorregressivo (AR) de ordem P*, no qual o valor atual, $x(t)$, é regressado a valores passados: $x(t-1)$, ..., $x(t-P)$. A ordem do processo autorregressivo, o valor P , é igual ao número de valores passados do processo, e os coeficientes da combinação linear, a_k , são os parâmetros do processo $\{x(t)\}$ (HAYKIN, 1989a), (HAYKIN, 1989b), (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

Desse modo, o valor atual $x(t)$ do processo é uma combinação linear desses valores passados, com exceção de $v(t)$, de variância σ^2 .

As previsões obtidas através do método Autorregressivo estão ilustradas nas Figuras A.29 a A.32, e 4.3 e 4.4.

Figura 4.3 – Predição AR , $n=5001$

Os valores de Erro Médio Quadrático (MSE) e Erro Médio Quadrático Normalizado ($NMSE$) relativos às simulações realizadas de acordo com o método AR estão organizados nas Tabelas 4.1 e 4.2, depois das quais estão as Tabelas 4.3 e 4.4, relativas aos valores de controle encontrados pelo algoritmo Arfit (NEUMAIER; SCHNEIDER, 2001). O parâmetro *siglev* reflete o valor da série temporal residual encontrado pelo algoritmo *arres*, e seu valor deve ser acima de 0,05 para que a simulação seja considerada satisfatória, e o parâmetro *popt* é a ordem otimizada encontrada pelo próprio algoritmo como sendo a mais apropriada no cálculo da predição temporal.

Figura 4.4 – Predição AR - séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

Como mostram os gráficos, de modo geral o método AR tem desempenho regular na predição temporal de todas as séries temporais, com valores altos de erro relativo para todas as séries e para todos os intervalos considerados, como mostram as Tabelas 4.3 e 4.4, nas quais os menores valores de erro, por intervalo e por série, estão em negrito.

AR		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	WGN	two – torus
1001	MSE	0,0348	0,0199	0,0286	0,0336	0,0628	0,0179
	NMSE	0,0089	0,0053	0,0077	0,0100	0,0091	0,0007
3001	MSE	0,0420	0,0759	0,0257	0,0266	0,0555	0,0516
	NMSE	0,0037	0,0032	0,0075	0,0079	0,0092	0,0020
5001	MSE	0,0282	0,0121	0,0199	0,0241	0,0444	0,0621
	NMSE	0,0026	0,0097	0,0053	0,0071	0,0085	0,0024

Tabela 4.1 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Auto Regressão

AR		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	MSE	0,0085	0,0158	0,0148
	NMSE	0,0158	0,0119	0,0227
3001	MSE	0,0021	0,0206	0,0088
	NMSE	0,0323	0,0155	0,0088
5001	MSE	0,0023	0,0204	0,0072
	NMSE	0,0352	0,0153	0,0144

Tabela 4.2 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Auto Regressão, Séries de Tempo Entre as Amostras

Parâmetros arfit		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi	WGN	two – torus
1001	siglev	0,0136	0,0008	0,2783	0,0749	0,9489	0
	popt	6	3	4	1	1	2
3001	siglev	0,0197	$1,4 \cdot 10^{-8}$	0,0043	0,0001	0,5530	0
	popt	6	4	5	4	1	2
5001	siglev	0,0607	$2,1 \cdot 10^{-6}$	0,0077	0,0016	0,7660	0
	popt	9	9	8	9	1	2

Tabela 4.3 – Parâmetros de controle retornados pelo algoritmo *arfit* (NEUMAIER; SCHNEIDER, 2001)

Parâmetros arfit		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	siglev	0,0399	0,5324	0,6003
	popt	2	2	1
3001	siglev	$5,5 \cdot 10^{-5}$	0,0001	0,0027
	popt	2	3	2
5001	siglev	$7,9 \cdot 10^{-6}$	$5,01 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$
	popt	4	5	2

Tabela 4.4 – Parâmetros de controle retornados pelo algoritmo *arfit* (NEUMAIER; SCHNEIDER, 2001), séries de tempo entre as amostras

4.1.1.2 Processos Estocásticos de Média Móvel Simples (*SMA*)

As médias móveis (simples e exponencial) suavizam os dados de modo a gerar um indicador seguidor de tendências, que não faz previsões quanto a direção das variações, pois, ao invés disso, define a direção atual de variação dos dados, apresentando um defasamento por ser baseada em valores passados. Apesar disso, as médias móveis auxiliam na suavização dos dados e filtragem de ruído (STOCKCHARTS, 2020).

Para um processo puramente *MA*:

$$x(t) = v(t) + b_1v(t-1) + \dots + b_Qv(t-Q), \quad (4.9)$$

em cuja equação a diferenças todos os coeficientes a_k dos pólos (Equação 4.5), com exceção de $a_1=1$, são iguais a zero, e a função de transferência $B_x(z)$, de média zero e variância σ^2 :

$$B_x(z) = \sigma^2 \prod_{k=1}^Q (1 - \beta_k z^{-1})(1 - \beta_k^* z), \quad (4.10)$$

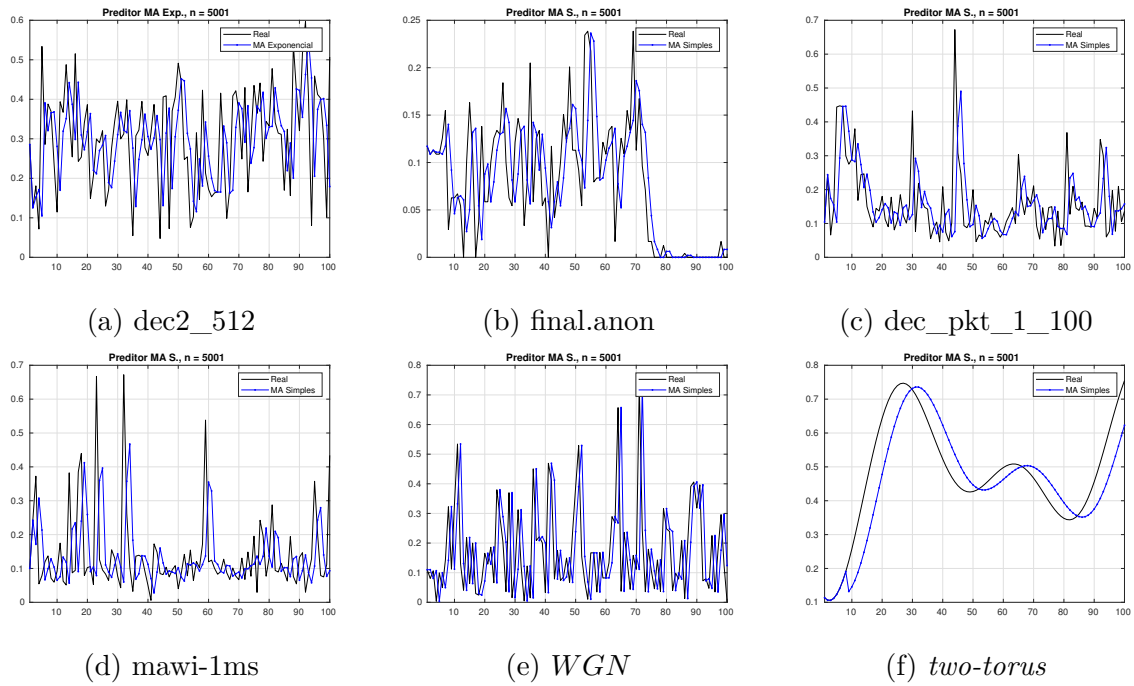
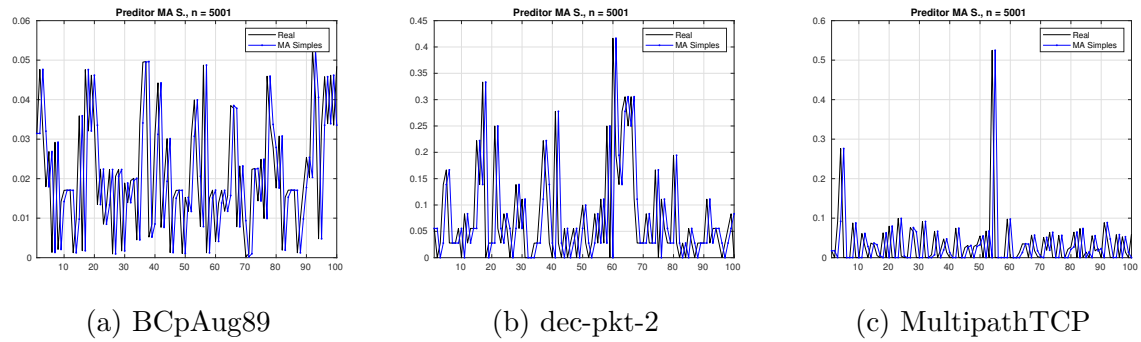
é composta somente de zeros, e na qual $|\beta_k| < 1$ para todo k (HAYKIN, 1989a), (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

A Equação 4.9 permite que se expresse o valor atual do processo $x(t)$ como uma combinação linear de valores presentes e passados: $v(t)$, $v(t-1)$, ... $v(t-Q)$. A ordem do processo de média móvel, o valor Q , é igual ao número de valores passados do processo, e os coeficientes da combinação linear, b_k , são os parâmetros do processo $\{x(t)\}$ (HAYKIN, 1989b), (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

De maneira geral, a média móvel simples calcula o n -ésimo valor de uma sequência de saída $x(t)$ através da média simples de valores provenientes da sequência de entrada $v(t)$.

Os gráficos das previsões das séries temporais obtidas através do método *SMA* estão ilustrados nas Figuras A.33 a A.36, 4.5 e 4.6, e os valores de *MSE* referentes às previsões contrastadas com a série original estão resumidos nas Tabelas 4.5 e 4.6.

Nesses gráficos é possível perceber a eficácia deste método na reprodução das séries originais. Contudo, todas as previsões apresentam um certo defasamento, cuja consequência direta é o alto valor de erro relativo para todas as séries e todas as variações de amostras, como mostram as Tabelas 4.5 e 4.6, nas quais os menores valores de erro, por intervalo e por série, estão em negrito.

Figura 4.5 – Predição *SMA*, $n=5001$ Figura 4.6 – Predição *SMA* - séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

<i>SMA</i>		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	WGN	two – torus
1001	MSE	0,0078	0,0132	0,0157	0,0272	0,0502	0,0061
	NMSE	0,0020	0,0036	0,0042	0,0081	0,0073	0,0003
3001	MSE	0,0245	0,0283	0,0136	0,0272	0,0438	0,0061
	NMSE	0,0022	0,0028	0,0040	0,0081	0,0072	0,0003
5001	MSE	0,0234	0,0029	0,0132	0,0215	0,0379	0,0061
	NMSE	0,0022	0,0028	0,0036	0,0069	0,0072	0,0003

Tabela 4.5 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Simples

4.1.1.3 Processos Estocásticos de Móvel Exponencial (*EMA*)

Os gráficos das previsões das séries temporais obtidas através do método *EMA* estão ilustrados nas Figuras A.37 a A.40, 4.7 e 4.8.

<i>SMA</i>		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	MSE	0,0027	0,0115	0,0116
	NMSE	0,0051	0,0086	0,0178
3001	MSE	0,0003	0,0115	0,0116
	NMSE	0,0051	0,0086	0,0178
5001	MSE	0,0003	0,0115	0,0089
	NMSE	0,0051	0,0086	0,0178

Tabela 4.6 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Simples, séries de tempo entre as amostras

A média móvel exponencial é um filtro de primeira ordem de resposta infinita ao impulso que usa pesos de decaimento exponencial, os quais nunca atingem zero. A série resultante pode ser calculada da seguinte maneira:

$$x(t) = \alpha \left[v(t) + (1 - \alpha)v(t - 1) + (1 - \alpha)^2v(t - 2) + \dots + (1 - \alpha)^k v(t - k) \right] + (1 - \alpha)^{k+1}x(t - (k + 1)), \quad (4.11)$$

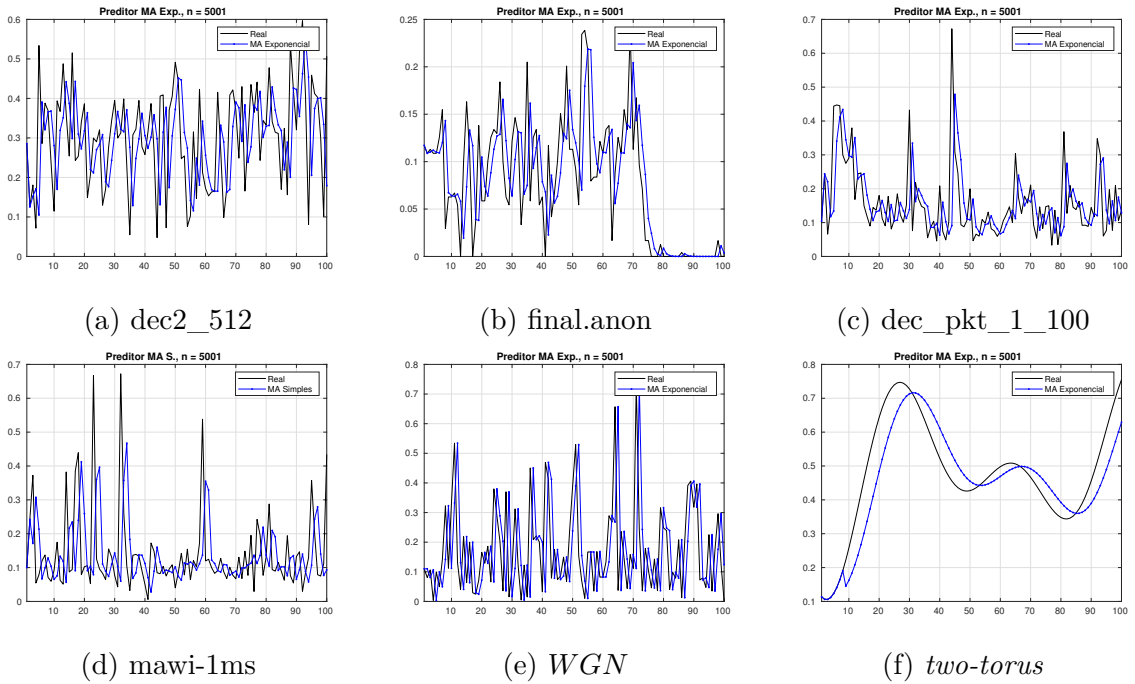
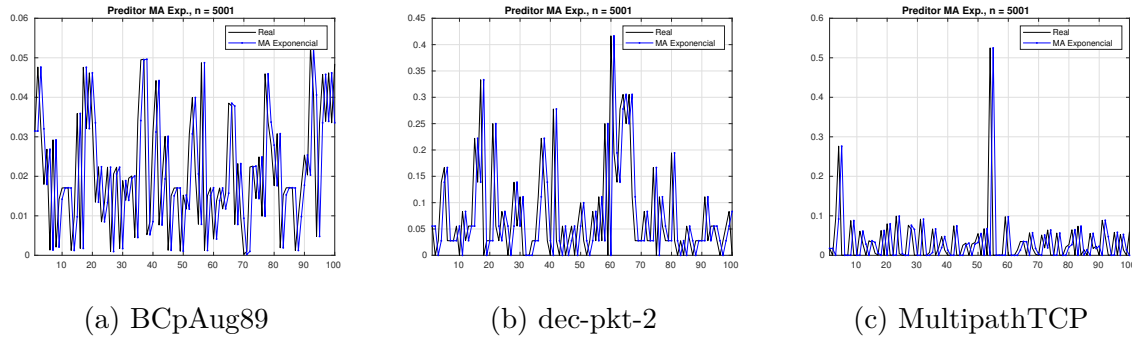


Figura 4.7 – Predição *EMA*, $n=5001$

para qualquer $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$, na qual: - α é o parâmetro de suavização, constante, que varia de 0 a 1. Valores mais altos de α descontam valores mais antigos mais rapidamente; - $v(t)$ é o valor da função no instante t ; - $x(t)$ é o valor da média móvel exponencial no instante t (HUNTER, 1986).

O ponto, de dados, genérico pode ser obtido através da seguinte fórmula:

$$v(t - i) = \alpha(1 - \alpha)^i. \quad (4.12)$$

Figura 4.8 – Predição *EMA*, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

As previsões obtidas através do método *EMA* estão ilustradas nas Figuras A.37 a A.40, e 4.7 e 4.8. Os valores de erro relativo referentes às previsões contrastadas com a série original estão resumidos nas Tabelas 4.7 e 4.8, nas quais os menores valores de erro, por intervalo e por série, estão em negrito.

Esses dois métodos de predição se mostram eficientes em reproduzir e prever o comportamento de todas as séries analisadas, apresentando um leve defasamento, o qual pode ser indesejável. O defasamento é consequência do fato de o método utilizar entradas passadas na predição, de modo que ele está diretamente ligado à ordem do processo: quanto maior a ordem do processo, maior o defasamento (FERNANDO, 2021).

A série BCpAug89 apresenta o menor *MSE* enquanto a série *WGN* apresenta o maior deles para ambos os métodos (Tabelas 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8, nas quais os menores valores de erro, por intervalo e por série, estão em negrito).

<i>EMA</i>		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	<i>WGN</i>	<i>two – torus</i>
1001	MSE	0,0439	0,0267	0,0149	0,0272	0,0729	0,0061
	NMSE	0,0026	0,0026	0,0040	0,0081	0,0085	0,0002
3001	MSE	0,0231	0,0260	0,0129	0,0272	0,0658	0,0061
	NMSE	0,0021	0,0026	0,0038	0,0081	0,0085	0,0003
5001	MSE	0,0221	0,0026	0,0126	0,0215	0,0658	0,0061
	NMSE	0,0021	0,0026	0,0034	0,0063	0,0085	0,0003

Tabela 4.7 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Exponencial

<i>EMA</i>		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	<i>WGN</i>	<i>two – torus</i>
1001	MSE	0,0070	0,0126	0,0149	0,0272	0,0502	0,0061
	NMSE	0,0018	0,0034	0,0040	0,0081	0,0073	0,0002
3001	MSE	0,0231	0,0260	0,0129	0,0272	0,0438	0,0061
	NMSE	0,0021	0,0026	0,0038	0,0081	0,0072	0,0003
5001	MSE	0,0221	0,0026	0,0126	0,0215	0,0379	0,0061
	NMSE	0,0021	0,0026	0,0034	0,0063	0,0072	0,0003

Tabela 4.8 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Média Móvel Exponencial, séries de tempo entre as amostras

A próxima seção descreve o método de predição, à partir da taxa média de tráfego μ e do parâmetro de Hurst H , descrito em (LIU; ZHANG, 2016), no qual o método original proposto neste trabalho é baseado.

4.2 Predição Através da Taxa Média de Tráfego e do Parâmetro de Hurst

Este método de predição é descrito em (TRINH; MIKI, 1999), sendo o passo inicial da alocação de taxa de transmissão descrita logo em seguida. De acordo com este método, a variável *processo de tráfego de dados* é definida em blocos da seguinte maneira:

$$Y_n^{(b)} = \frac{1}{b}(Y_{nb-b+1} + \dots + Y_{nb}), \quad (4.13)$$

na qual $b=1,2,\dots$, e $n=1,2,\dots$; b é o tamanho do bloco e n é o índice do bloco. Deste modo, o preditor para $X_n^{(b)}$ pode ser obtido da seguinte maneira:

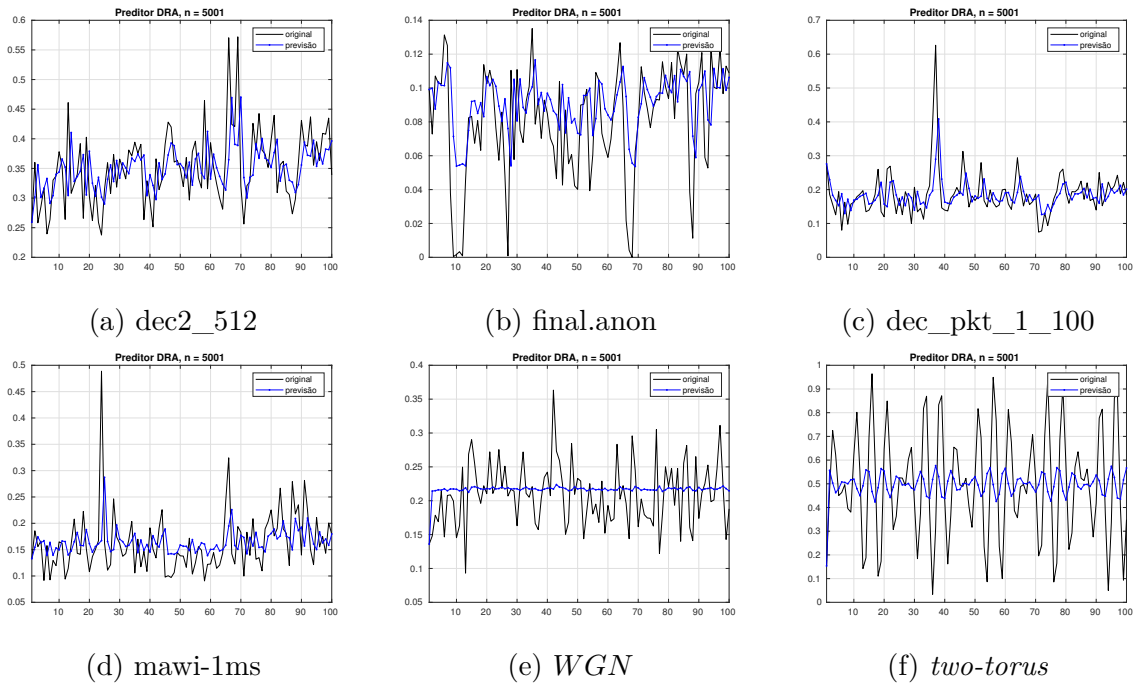
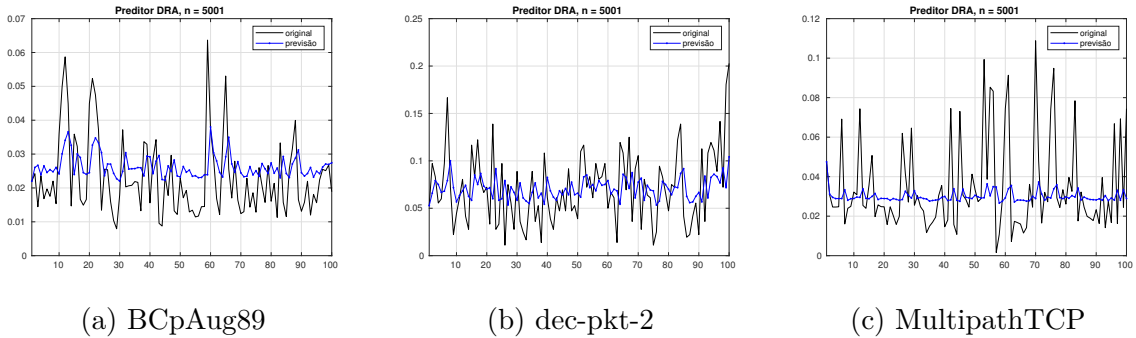
$$\hat{Y}_n^{(b)} = aY_{n-1}^{(b)} + (1-a)\mu, \quad (4.14)$$

na qual $a = (2^{2H} - 2)/2$, $a \in (0, 1)$, μ é a média, ou seja, $\mathbb{E}\{x(t)\} < \infty$, e H é o parâmetro de Hurst. O próximo passo deste método é a alocação dinâmica de taxa, tratada na Seção 5.1.

Os gráficos das previsões das séries temporais obtidas com o método de predição através da taxa média de tráfego e do parâmetro de Hurst (TRINH; MIKI, 1999) contrastadas com a série temporal original estão ilustrados nas Figuras A.41 a A.44, 4.9 e 4.10, nas quais o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a quantidade de pacotes ou bytes por unidade de tempo prevista. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o tempo, entre as amostras, previsto.

Para simplificar as legendas dos gráficos este método será referenciado como ‘método/predição DRA’ por estar associado a ele em (TRINH; MIKI, 1999). A série referenciada na legenda como ‘original’ diz respeito àquela obtida através da Equação 4.13, por isso a diferença entre as legendas dessa seção em relação às legendas das seções anteriores de predição.

Percebe-se, através dos gráficos, que este método mantém a predição em torno da média da série temporal, e desse modo seus valores de erro relativo permanecem bem reduzidos, como se pode constatar nas Tabelas 4.9 e 4.10. De modo geral, o método se

Figura 4.9 – Predição descrita no Método *DRA*, $n=5001$ Figura 4.10 – Predição descrita no Método *DRA*, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

mostra eficaz, com previsões cujo desempenho se mostra satisfatório desde que a série temporal apresente dependência de longa duração ($H > 0,5$ - Tabelas 3.10 e 3.11). Como se pode observar nos gráficos referentes às séries *WGN*, *two – torus* e *MultipathTCP* (Figuras A.41e, A.43e, 4.9e, A.41f, A.43f, 4.9f, A.42c, A.44c, e 4.10c), o predictor, nesses casos, apresenta desempenho menos satisfatório, apesar de os valores relativos de erro médio permanecerem baixos para as séries *WGN* e *MultipathTCP* (Tabelas 4.9 e 4.10). Os valores de erro relativo da série *two – torus*, todavia, são pelo menos dez vezes maiores que os demais.

Predição Descrita no Método <i>DRA</i>		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	WGN	two – torus
1001	MSE	0,0041	0,0037	0,0045	0,0032	0,0029	0,0557
	NMSE	0,0005	0,0010	0,0012	0,0011	0,0065	0,0019
3001	MSE	0,0039	0,0093	0,0039	0,0033	0,0025	0,0623
	NMSE	0,0003	0,0012	0,0011	0,0011	0,0004	0,0021
5001	MSE	0,0038	0,0010	0,0037	0,0033	0,0022	0,0612
	NMSE	0,0003	0,0013	0,0010	0,0011	0,0005	0,0020

Tabela 4.9 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - predição descrita no Método *DRA*

Predição Descrita no Método <i>DRA</i>		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	MSE	0,0010	0,0014	0,0007
	NMSE	0,0018	0,0022	0,0031
3001	MSE	0,0001	0,0014	0,0007
	NMSE	0,0019	0,0022	0,0031
5001	MSE	0,0001	0,0014	0,0006
	NMSE	0,0019	0,0022	0,0032

Tabela 4.10 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - predição descrita no Método *DRA*, séries de tempo entre as amostras

4.3 Proposta Original de Predição Baseada no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst

A proposta deste trabalho para a predição de uma série temporal utiliza o expoente de Lyapunov e o parâmetro de Hurst. Este método pode ser descrito da seguinte maneira:

Um vetor determinístico amostrado discretamente no espaço de estados pode ser descrito da seguinte forma:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_n), \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (4.15)$$

Entretanto, na análise de dados coletados, frequentemente a função $\mathbf{F}$ é desconhecida, tornando-se necessário que sejam feitas algumas suposições a respeito de suas propriedades, como por exemplo a continuidade do mapeamento de $\mathbf{F}$. Dessa maneira pode-se prever $\mathbf{x}_{n+1}$ em relação a $\mathbf{x}_n$, investigando todos os valores passados de $\mathbf{x}_n$ para um $n < N$ a fim de encontrar aquele mais próximo, de acordo com alguma norma específica. Se o estado no instante n_0 foi similar ao presente (e conseqüentemente próximo no espaço de fase), a continuidade de $\mathbf{F}$ garante que $\mathbf{x}_{n_0+1}$ também seja próximo de $\mathbf{x}_{N+1}$ (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Esse método, conhecido como *Lorenz’s method of analogues*, foi proposto por Edward Lorenz em seu artigo clássico “Deterministic Non-Periodic Flow”, de 1963 ((LORENZ, 1963)), no qual Rosenstein ((ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993)) baseou seu próprio

método de cálculo do expoente de Lyapunov, λ , usado na predição do tráfego da maneira a seguir.

Primeiramente, calcula-se a média por bloco do espaço de fase reconstruído (Leland et al., 1994):

$$Y_n^{(b)} = \frac{1}{b}(Y_{nb-b+1} + \dots + Y_{nb}), \quad (4.16)$$

na qual b é o tamanho do bloco e n o índice do bloco, para um horizonte de predição T_0 determinado pelo inverso do maior expoente de Lyapunov do sistema, λ_1 ,

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_1}. \quad (4.17)$$

Seja Y_j , no espaço de fase, o ponto central previsto, e Y_k o ponto mais próximo dele com a distância $d_j(0)$ de Y_j , que é a menor das distâncias entre os pontos do bloco num raio de T_0 (ROSENSTEIN; COLLINS; LUCA, 1993):

$$d_j(0) = \|Y_j - Y_k\|. \quad (4.18)$$

No próximo passo, Y_j e Y_k evoluem para Y_{j+1} e Y_{k+1} respectivamente. Se o expoente de Lyapunov mede a taxa de expansão das órbitas ao longo do tempo (LIU; ZHANG, 2016), então

$$\|Y_{j+1} - Y_{k+1}\| = \|Y_j - Y_k\| e^{\lambda_1} = d_j(0)e^{\lambda_1}. \quad (4.19)$$

Visto que o parâmetro de Hurst reflete as correlações temporais entre as amostras, no método proposto ajustam-se as amostras da predição para que possuam a mesma correlação do tráfego original:

$$\|Y_{j+1} - Y_{k+1}\| = (\|Y_j - Y_k\| e^{\lambda_1})^H = (d_j(0)e^{\lambda_1})^H. \quad (4.20)$$

O único ponto desconhecido será $x(t_{n+1})$, o último componente do ponto de fase Y_{j+1} , e poderá ser obtido a partir da seguinte equação:

$$Y_{j+1}(m) = Y_{k+1}(m) \pm \sqrt{((d_j(0)e^{\lambda_1})^H)^2 - \sum_{i=1}^{m-1} [Y_{j+1}(i) - Y_{k+1}(i)]^2}. \quad (4.21)$$

O valor previsto $\hat{x}(t_n + 1)$, usado como valor conhecido no vetor posterior, pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\hat{x}(t_{n+1}) = Y_{j+1}(m). \quad (4.22)$$

As previsões obtidas através do método proposto estão ilustradas nas Figuras A.49 a A.52, 4.11 e 4.12, nas quais o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a quantidade de pacotes ou bytes por unidade de tempo prevista. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o tempo, entre as amostras, previsto.

Todas as previsões foram feitas com blocos $b = 10$, pois variações nesse valor não causaram mudanças significativas nos resultados das previsões e alocações, para os dois métodos que se utilizaram desse artifício. Nestas previsões foram usadas $n=1001$, $n=3001$ e $n=5001$ amostras nos cálculos dos parâmetros, e nos gráficos foram incluídas, respectivamente, $n=1001$, $n=3001$, e $n=5001$ amostras à frente das utilizadas nos cálculos para comparar as simulações com o comportamento da série num tempo futuro em relação ao tempo considerado nos cálculos.

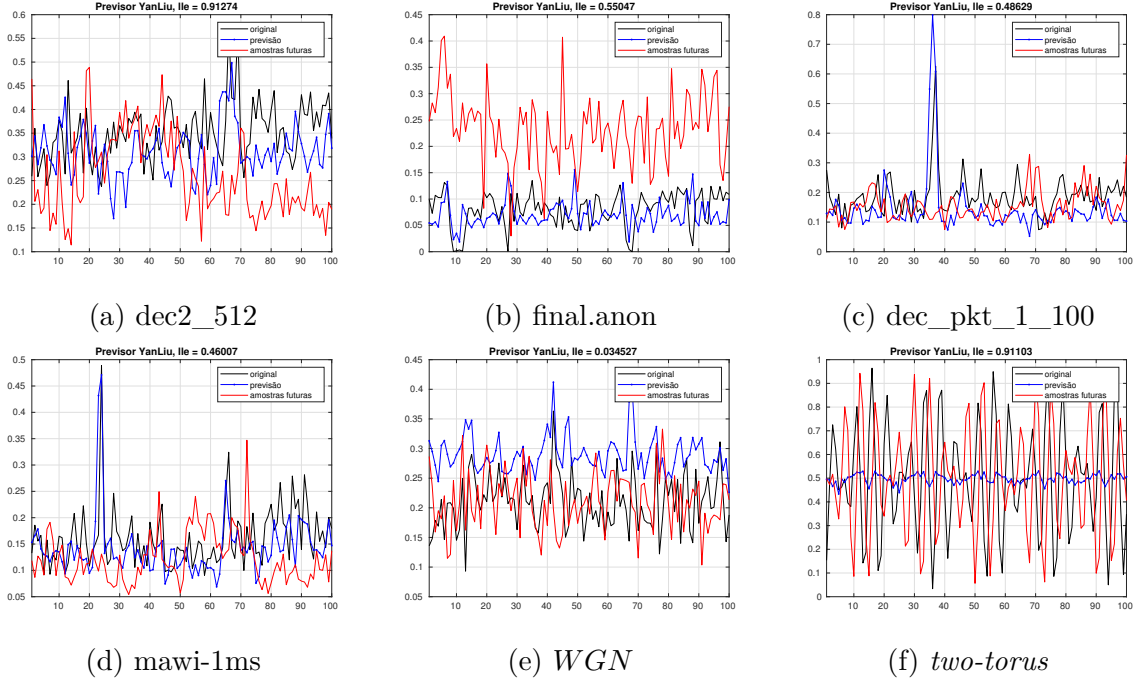


Figura 4.11 – Predição proposta contrastada com n amostras futuras, $n=5001$

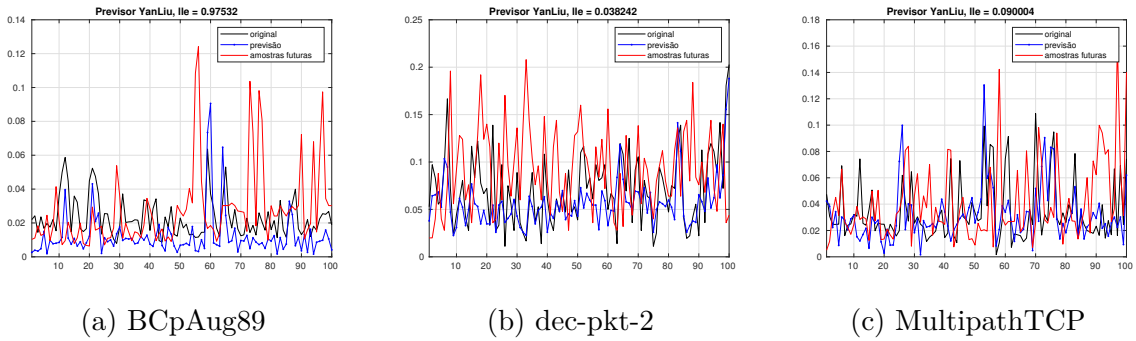


Figura 4.12 – Predição proposta contrastada com n amostras futuras, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

Como esse método leva em consideração duas características particulares de sistemas caóticos, medidas no Expoente de Lyapunov (Seção 3.6) e no Parâmetro de Hurst (Seção 3.8), ele tem melhor desempenho na predição das séries que se encaixam nesses padrões (dec2_512, final.anon, dec_pkt_1_100, mawi-1ms, BCpAug89, dec-pkt-2 e MultipathTCP). As duas séries que não fazem parte desse tipo de processo, (*WGN* e *two-torus*)

mostram que o algoritmo apresentou um desempenho inferior àquele observado nas séries com características caóticas.

Desse modo, para as séries periódicas, como o tórus, seu desempenho é menos eficiente. No caso do tórus, o método proposto apresenta um desempenho semelhante àquele mostrado pelo Método *DRA* de predição (como pode-se observar nas Figuras referentes ao Método *DRA*: A.41f, A.43f, e 4.9f, e nas referentes ao método proposto: A.49f, A.51f, e 4.11f): ele apresenta dificuldade em reproduzir o comportamento das séries temporais periódicas.

O método usa o expoente de Lyapunov, que mede a expansão e contração das órbitas do atrator de um sistema caótico, e o parâmetro de Hurst, que mede a correlação entre as amostras; como o tórus é uma série periódica, esse expoente encontrado no cálculo não reflete uma característica real do sistema, e sim um deslizamento relativo das órbitas do atrator, e essa incongruência se manifesta na incapacidade do método de reproduzir o comportamento de um tipo de sistema que não tem características em comum com o tipo de sistema para o qual ele foi elaborado. De modo semelhante ao Método *DRA* de predição, esse método é mais eficiente para os sistemas que têm o parâmetro de Hurst com valor acima de 0,5.

Os erros médios encontrados para este método estão dispostos nas Tabelas 4.11 e 4.12, nas quais os menores valores encontrados, por intervalo e por série, estão em negrito.

método proposto		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	WGN	two – torus
1001	MSE	0,0240	0,0076	0,0095	0,0033	0,0153	0,0631
	NMSE	0,0027	0,0015	0,0025	0,0012	0,0025	0,0020
3001	MSE	0,0107	0,0170	0,0059	0,0051	0,0095	0,0555
	NMSE	0,0007	0,0024	0,0014	0,0015	0,0018	0,0018
5001	MSE	0,0078	0,0019	0,0076	0,0031	0,0092	0,0557
	NMSE	0,0005	0,0025	0,0015	0,0010	0,0020	0,0019

Tabela 4.11 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - método proposto

método proposto		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	MSE	0,0012	0,0041	0,0047
	NMSE	0,0023	0,0066	0,0213
3001	MSE	0,0002	0,0014	0,0006
	NMSE	0,0023	0,0014	0,0024
5001	MSE	0,0003	0,0010	0,0005
	NMSE	0,0026	0,0012	0,0027

Tabela 4.12 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - método proposto, séries de tempo entre as amostras

Depois de prever o tráfego é necessário realizar a alocação de taxa a fim de garantir o funcionamento da rede dinâmica. O método escolhido para realizar essa tarefa será

discutido na seção 5.2.

4.3.1 O Erro Médio Quadrático

As Tabelas 4.13 e 4.14 organizam todos os erros médios quadráticos calculados para todas as séries temporais em relação às previsões de todos os métodos implementados:

<i>NMSE</i>	n	Predição Proposta	Predição Descrita no Método <i>DRA</i>	<i>SMA</i>	<i>EMA</i>	<i>AR</i>	<i>ARMA</i>
dec2_512	1000	0,0027	0,0005	0,0020	0,0018	0,0089	nos gráficos
	3000	0,0007	0,0003	0,0022	0,0021	0,0037	-
	5000	0,0005	0,0003	0,0022	0,0021	0,0026	-
final.anon	1000	0,0015	0,0010	0,0036	0,0034	0,0053	-
	3000	0,0024	0,0012	0,0028	0,0026	0,0032	-
	5000	0,0025	0,0013	0,0028	0,0026	0,0097	-
dec_pkt_1_100	1000	0,0025	0,0012	0,0042	0,0040	0,0077	-
	3000	0,0014	0,0011	0,0040	0,0038	0,0075	-
	5000	0,0015	0,0010	0,0036	0,0034	0,0053	-
mawi	1000	0,0012	0,0011	0,0081	0,0081	0,0100	-
	3000	0,0015	0,0011	0,0081	0,0081	0,0079	-
	5000	0,0010	0,0011	0,0069	0,0063	0,0071	-
<i>WGN</i>	1000	0,0025	0,0005	0,0073	0,0073	0,0091	-
	3000	0,0018	0,0004	0,0072	0,0072	0,0092	-
	5000	0,0020	0,0005	0,0072	0,0072	0,0085	-
<i>two – torus</i>	1000	0,0022	0,0019	0,0003	0,0002	0,0007	-
	3000	0,0018	0,0021	0,0003	0,0003	0,0020	-
	5000	0,0019	0,0020	0,0003	0,0003	0,0024	-

Tabela 4.13 – Erro Médio Quadrático Normalizado (*NMSE*)

<i>NMSE</i>	n	Predição Proposta	Predição Descrita no Método <i>DRA</i>	<i>SMA</i>	<i>EMA</i>	<i>AR</i>	<i>ARMA</i>
BCpAug89	1000	0,0023	0,0018	0,0051	0,0051	0,0158	nos gráficos
	3000	0,0023	0,0019	0,0051	0,0051	0,0323	-
	5000	0,0026	0,0019	0,0051	0,0051	0,0352	-
dec-pkt-2	1000	0,0066	0,0022	0,0086	0,0086	0,0119	-
	3000	0,0014	0,0022	0,0086	0,0086	0,0155	-
	5000	0,0012	0,0022	0,0086	0,0086	0,0153	-
MultipathTCP	1000	0,0213	0,0031	0,0178	0,0178	0,0227	-
	3000	0,0024	0,0031	0,0178	0,0178	0,0088	-
	5000	0,0027	0,0032	0,0178	0,0178	0,0144	-

Tabela 4.14 – Erro Médio Quadrático Normalizado (*NMSE*), séries de tempo entre as amostras

Pode-se observar que, para a série dec2_512, o erro é maior para uma quantidade menor de amostras, diminuindo à medida que se aumenta a quantidade de amostras no método proposto, no método *AR*, e também na predição descrita no Método *DRA*. Para

os métodos de média móvel (*SMA* e *EMA*) o erro aumenta com o aumento da quantidade de amostras.

Para a série final.anon o comportamento do *NMSE* não é unidirecional no método *AR* - ele não aumenta ou diminui com o aumento da quantidade de amostras, mas oscila - enquanto diminui com o aumento da quantidade de amostras para métodos de média móvel e aumenta com o aumento na quantidade de amostras no método proposto e na predição descrita no método *DRA*. A série dec_pkt_1_100, todavia, tem um *NMSE* descendente para todos os métodos de predição com exceção da predição proposta, na qual o erro diminui para então aumentar.

Na série mawi-1ms, o valor de *NMSE* oscila ao se aumentar a quantidade de amostras no método proposto, aumentando para $n=3001$ e logo em seguida diminuindo para $n=5001$, enquanto o valor de *NMSE* da predição descrita no método *DRA* permanece estável. Esse aumento no valor do erro médio quadrático pode ser atribuído ao aumento na quantidade de rajadas nesse intervalo específico, pois elas introduzem uma descontinuidade (não-linearidade) instantânea nas medidas discretas, o que por sua vez dificulta uma predição mais precisa nesse intervalo. Uma repentina intensificação na ocorrência de rajadas acentuadas em todas as séries caóticas é responsável pelo aumento do erro em todas essas séries. Em todos os outros métodos de predição o erro diminui com o aumento na quantidade de amostras.

As séries geradas sinteticamente, *WGN* de ruído branco e *two - torus*, apresentam erros com amplitudes bastante baixas pois foram geradas com baixa potência ou com baixas frequências. De modo geral, não existe relação entre redução do erro com o aumento da quantidade de amostras para o método proposto, para a predição descrita no método *DRA* e para o método *AR*, e o valor do *NMSE* oscila para ambas as séries em todos os métodos com exceção dos dois de média móvel. Para os métodos *SMA* e *EMA*, o erro permanece estável e com amplitude baixa. As séries de tempo entre as amostras apresentam *NMSE* reduzido com os métodos *DRA* e o método proposto.

No caso das séries de tempo entre chegadas o erro permanece estável nos métodos de média móvel, enquanto aumenta para a série BCpAug89 e MultipathTCP na predição descrita no método *DRA*, permanecendo estável na série dec-pkt-2. No método proposto, as séries dec-pkt-2 e MultipathTCP tem erros altos para $n=1001$. Na série BCpAug89 e dec-pkt-2 o erro diminui com o aumento da quantidade de amostras e na série Multipath o erro oscila pra baixo e pra cima com o aumento da quantidade de amostras. Esses comportamentos são reflexo da presença em menor ou maior grau das rajadas de tráfego: porções com maior quantidade de rajadas refletem no aumento do erro.

4.4 Resultados Comparados das Predições

Nessa Seção os resultados dos dois métodos comparados são apresentados em contraste com a série original, assim permitindo uma visualização mais precisa do desempenho dos dois algoritmos comparados. As Figuras A.57 a A.60, 4.13 e 4.14 ilustram essas comparações; nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a quantidade de pacotes ou bytes por unidade de tempo prevista. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o tempo, entre as amostras, previsto.

O método proposto foi comparado com o método *DRA* pois ambos são direcionados aos sistemas caóticos, enquanto os outros quatro (*ARMA*, *SMA*, *EMA*, e *AR*) não são.

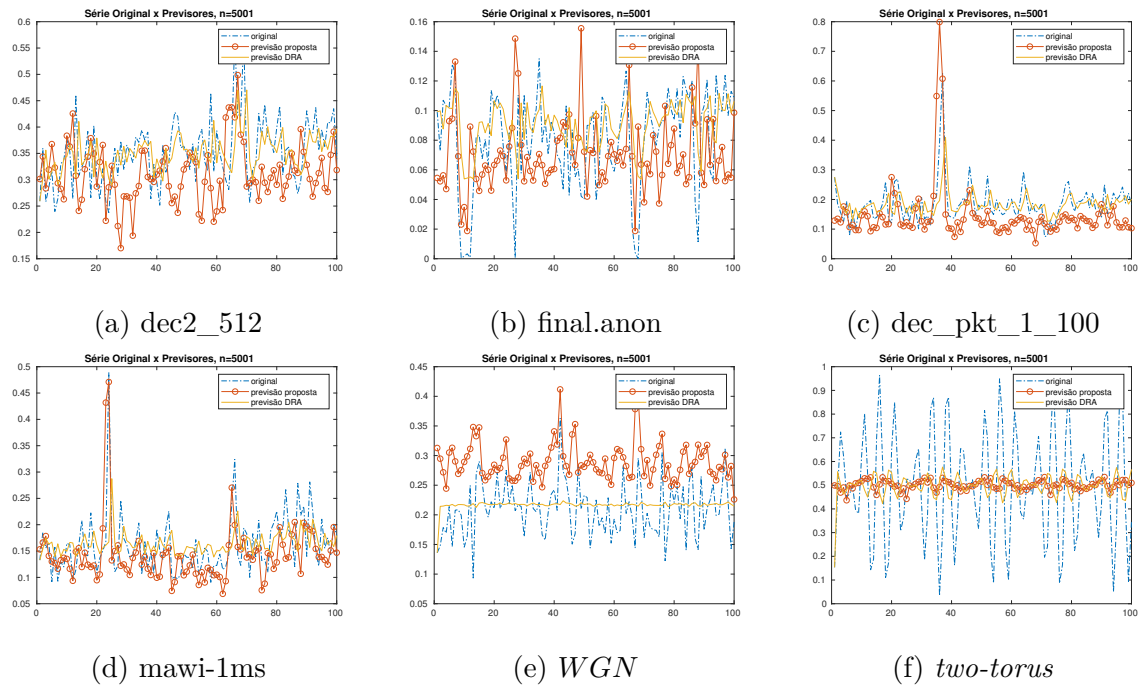


Figura 4.13 – Série original x método proposto x Método DRA, n=5001

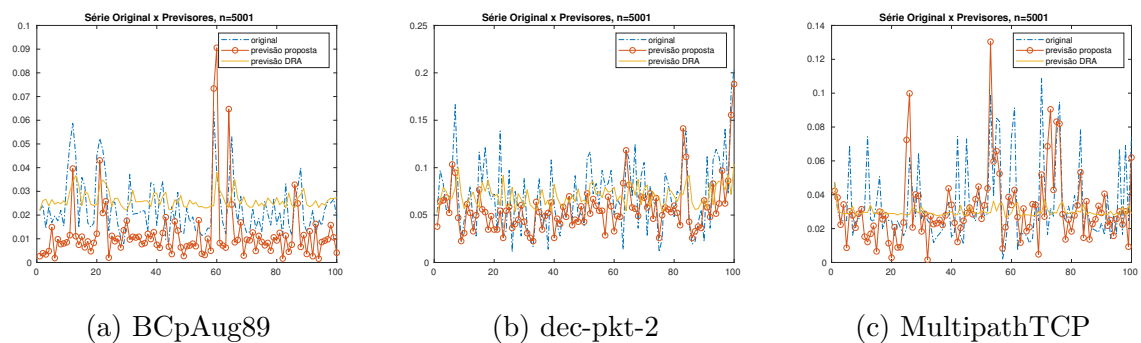


Figura 4.14 – Série original x método proposto x Método DRA, séries de tempo entre as amostras, n=5001

<i>MSE</i>		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	<i>WGN</i>	<i>two – torus</i>
1001	método proposto	0,0240	0,0076	0,0095	0,0033	0,0153	0,0631
	método comparado	0,0041	0,0037	0,0045	0,0032	0,0029	0,0557
3001	método proposto	0,0107	0,0170	0,0059	0,0051	0,0095	0,0555
	método comparado	0,0039	0,0093	0,0039	0,0033	0,0025	0,0623
5001	método proposto	0,0078	0,0019	0,0076	0,0031	0,0092	0,0557
	método comparado	0,0038	0,0010	0,0037	0,0033	0,0022	0,0612

Tabela 4.15 – Erro Médio Quadrático da Predição - método proposto x predição descrita no Método *DRA*

<i>NMSE</i>		dec2_512	final.anon	dec_pkt_1_100	mawi-1ms	<i>WGN</i>	<i>two – torus</i>
1001	método proposto	0,0027	0,0015	0,0025	0,0012	0,0025	0,0022
	método comparado	0,0005	0,0010	0,0012	0,0011	0,0005	0,0019
3001	método proposto	0,0007	0,0024	0,0014	0,0015	0,0018	0,0018
	método comparado	0,0003	0,0012	0,0011	0,0011	0,0004	0,0021
5001	método proposto	0,0005	0,0025	0,0015	0,0010	0,0020	0,0019
	método comparado	0,0003	0,0013	0,0010	0,0011	0,0005	0,0020

Tabela 4.16 – Erro Médio Quadrático Normalizado da Predição - método proposto x predição descrita no Método *DRA*

<i>MSE</i>		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	método proposto	0,0012	0,0041	0,0047
	método comparado	0,0010	0,0014	0,0007
3001	método proposto	0,0002	0,0014	0,0006
	método comparado	0,0001	0,0014	0,0007
5001	método proposto	0,0003	0,0010	0,0005
	método comparado	0,0001	0,0014	0,0006

Tabela 4.17 – Erro Médio Quadrático da predição - método proposto x predição descrita no Método *DRA*

<i>NMSE</i>		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	método proposto	0,0023	0,0066	0,0213
	método comparado	0,0018	0,0022	0,0031
3001	método proposto	0,0023	0,0014	0,0024
	método comparado	0,0019	0,0022	0,0031
5001	método proposto	0,0026	0,0012	0,0027
	método comparado	0,0019	0,0022	0,0032

Tabela 4.18 – Erro Médio Quadrático Normalizado da predição - método proposto x predição descrita no Método *DRA*

Percebe-se, nestas Figuras, a relação entre o comportamento dos métodos e a natureza dos dados: ambos métodos têm melhor desempenho nas séries que possuem dependência de longa duração ($H \gg 0,5$). As séries que não têm essa característica obtiveram previsões e alocações de taxa de menor eficácia, como por exemplo as Figuras 4.13e (aleatória - $H \approx 0,5$) e 4.13f (periódica $H \ll 0,5$), e nas Tabelas 4.16 e 4.18, nas quais os menores valores de erro encontrados, por intervalo e por série, estão em negrito.

Isto se justifica no fato de ambos os preditores (aquele relativo ao Método *DRA* e o método original proposto baseado no expoente de Lyapunov e no parâmetro de Hurst) usarem o parâmetro de Hurst em seus cálculos em um ambiente matemático relativo à teoria do caos, do qual estes dois tipos de dados citados acima não fazem parte. Também percebe-se que nestes dados não caóticos o desempenho dos algoritmos não melhora com o aumento da quantidade de amostras, o que de fato acontece para os dados caóticos, como se pode examinar nas Tabelas 4.15 e 4.17: as séries *WGN* e *two – torus* têm valores de *MSE* que permanecem relativamente nos mesmos patamares, enquanto as demais séries apresentam redução considerável em seus valores respectivos de erro médio à medida que a quantidade de amostras aumenta.

Essa redução nos valores de erro médio é particularmente notável no método proposto: a série *final.anon*, por exemplo, tem uma redução significativa no erro para $n=5000$ amostras quando comparado com aquele relativo à $n=1000$ amostras, e esse comportamento se repete a maioria das demais séries caóticas, inclusive aquelas de intervalos entre as chegadas. A diminuição do erro médio apresentou amortecimento para os casos nos quais a quantidade de rajadas se intensificou especialmente para $n=3000$ amostras.

Uma vantagem particular do método proposto é a classificação detalhada dos dados, levando em consideração uma gama de aspectos relevantes acerca do comportamento das amostras, como a dependência sensível das condições iniciais, a autossimilaridade, o determinismo, e a dimensionalidade intrínseca, por exemplo. Apesar de o estágio final da análise, a predição temporal, ainda apresentar eficácia reduzida, seu desempenho pode ser melhorado ao se aumentar a precisão das medidas, em adição a divisão do espaço amostral em subespaços cujos intervalos delimitam períodos de comportamento mais homogêneo.

No capítulo seguinte trata-se da alocação dinâmica de taxa para os servidores de rede, que parte da predição temporal da série.

5 Alocação de Taxa de Serviço Para os Servidores de Rede

A alocação dinâmica de taxa de serviço surge para otimizar o tráfego de sistemas mistos que são compostos inclusive de redes de usuários não controláveis do tipo ATM (Asynchronous Transfer Mode), de alta prioridade, cujas taxas de serviço são alocadas de acordo com a demanda, podendo portanto permanecer latentes por períodos indeterminados. Durante estes períodos de latência a banda de serviço pode permanecer alocada para os usuários controláveis dos serviços de prioridade baixa (TRINH; MIKI, 1999), (HU; PETR, 2000).

Neste capítulo descreve-se o modelo de Alocação Dinâmica de Taxa (*DRA*) (TRINH; MIKI, 1999), aplicado em (ROCHA; VIEIRA, 2013), para em seguida analisar seu desempenho.

5.1 Alocação Dinâmica de Taxa (*DRA*)

O método *DRA* (*Dynamic Resource Allocation*) calcula a alocação de taxa de transmissão considerando características monofractais do tráfego de rede, processando a predição do tráfego recebido a partir da estimativa de parâmetros tais quais o de Hurst e a taxa média de entrada de tráfego μ . Dessa forma, esse algoritmo é aplicado ao tráfego previsto a fim de controlar dinamicamente as taxas de transmissão nos links enquanto o preditor de tráfego e o estimador de parâmetros fornecem informações para o controlador de taxa, como representado na Figura 5.1 (ROCHA; VIEIRA, 2013).

Primeiramente é preciso definir *monofractal* e *multifractal*:

Definição 5.1 Um processo estocástico $Y(t)$ é *multifractal* se:

$$\mathbb{E}(|Y(t)|^q) = c(q)t^{\tau(q)+1}, \quad (5.1)$$

na qual $t \in T$, e $q \in Q$, T e Q são intervalos na reta real, e $\tau(q)$ e $c(q)$ são funções de domínio Q , $\tau(q)$ é a função de escala e $c(q)$ é o momento do processo multifractal. Doravante, será assumido que T e Q têm comprimentos positivos, e também que $0 \in T$ e $[0,1] \subseteq Q$ (VIEIRA et al., 2006).

Por meio da Equação 5.1 é possível descrever a multifractalidade em termos de momentos: se $\tau(q)$ é linear em q o processo é dito *monofractal*, e se é não-linear então ele é dito *multifractal*.

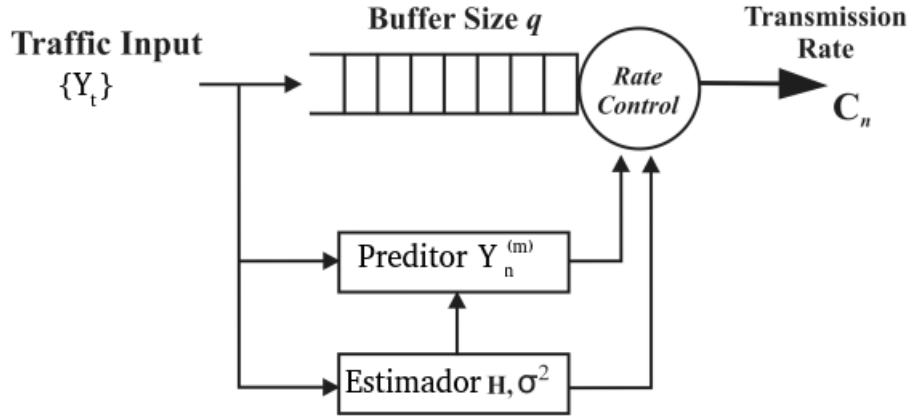


Figura 5.1 – Esquema da alocação dinâmica de recursos (ROCHA; VIEIRA, 2013)

Partindo da predição descrita da Seção 4.2, a taxa de alocação C para o bloco n é encontrada da seguinte maneira:

$$C_n = Y_n^{(b)} + \Delta C, \quad (5.2)$$

para um ΔC encontrado da seguinte maneira:

$$\Delta C \approx \left\{ \frac{-2\ln\epsilon + 2\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) y^{-1}\sigma(1-a)H^H(1-H)^{1-H}}{q^{1-H}} \right\}^{1/H}, \quad (5.3)$$

na qual ϵ é a probabilidade de transbordo do *buffer*, σ é o desvio padrão do tráfego correspondente e q é a capacidade do *buffer*. A variável y está relacionada à seguinte aproximação:

$$\epsilon \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} y^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right). \quad (5.4)$$

Esse método é baseado em parâmetros como o de Hurst, a variância, e a taxa média de tráfego μ , e ao se observar as Figuras A.41 a A.44, 4.9 e 4.10, e as Tabelas 3.10 e 3.11, que organizam os valores encontrados no cálculo do parâmetro de Hurst, percebe-se que o algoritmo tem melhor desempenho para os tráfegos nos quais existe uma tendência (dependência de longa duração), ou seja, $H > 0,5$, como a dec2_512, a final.anon, a dec_pkt_1_100, e a mawi-1ms (Figuras A.41a, A.41b, A.41c, A.41d, A.43a, A.43b, A.43c, A.43d; e 4.9a, 4.9b, 4.9c, 4.9d respectivamente). Para as séries com um $H \approx 0,5$, como as séries MultipathTCP e ruído branco gaussiano (Figuras A.42c e A.41e, A.44c e A.43e, 4.10c e 4.9e), ou um $H < 0,5$, como o tórus (Figuras A.41f, A.43f e 4.9f, respectivamente), o algoritmo tem um desempenho menos preciso.

Ao se observar a média e variância das séries originais e normalizadas, organizadas na Tabela 5.1, é possível perceber que não existe um padrão que possa ser inferido a

partir dessas medidas somente: a série com média normalizada mais alta é a referente ao tórus, seguida então pela *dec2_512*, e a *final.anon*. Mas a série referente ao tórus e a série *dec2_512* são de naturezas distintas, visto que uma é linear e periódica e a outra é não linear e aperiódica: não existe relação entre as duas que seja aparente através da análise da média somente.

Média e Variância		<i>dec2_512</i>	<i>final.anon</i>	<i>dec_pkt_1_100</i>	<i>mawi-1ms</i>	<i>WGN</i>	<i>two – torus</i>
1001	média	0,2815	0,2554	0,1810	0,1606	0,2407	0,4556
	variância	0,0240	0,0353	0,0152	0,0153	0,0344	0,0628
3001	média	0,3837	0,3048	0,1833	0,1606	0,2329	0,4996
	variância	0,0205	0,0352	0,0131	0,0138	0,0310	0,0626
5001	média	0,3514	0,1005	0,1810	0,1673	0,2177	0,4998
	variância	0,0203	0,0058	0,0135	0,0171	0,0271	0,0625

Tabela 5.1 – Média e Variância das séries normalizadas

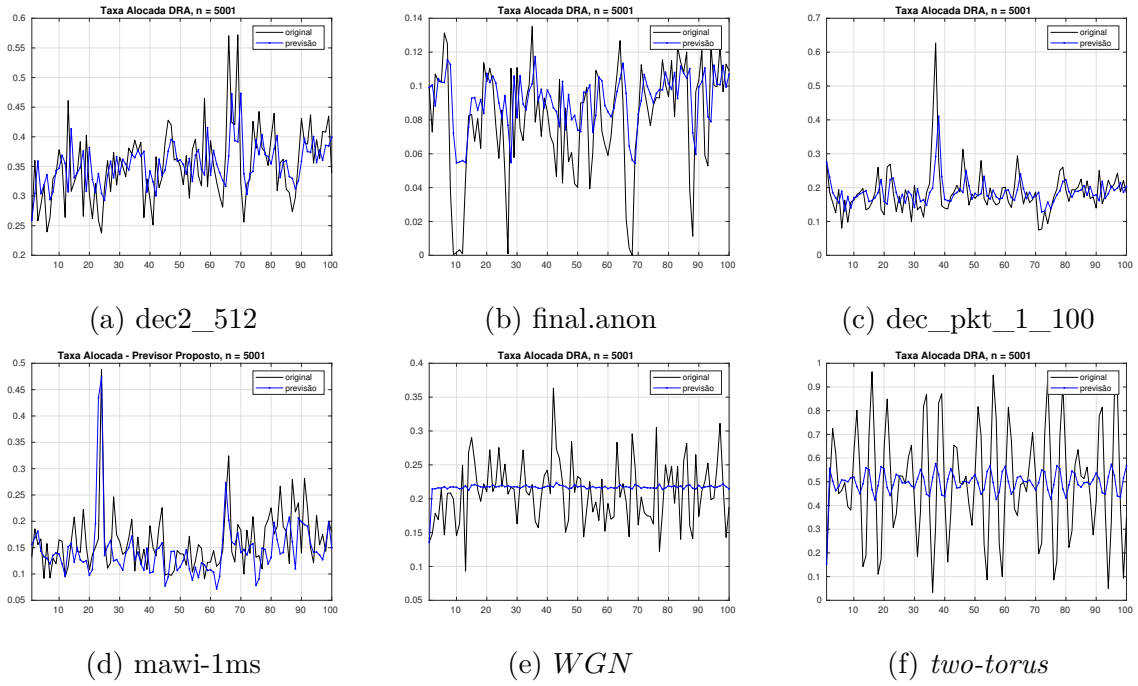
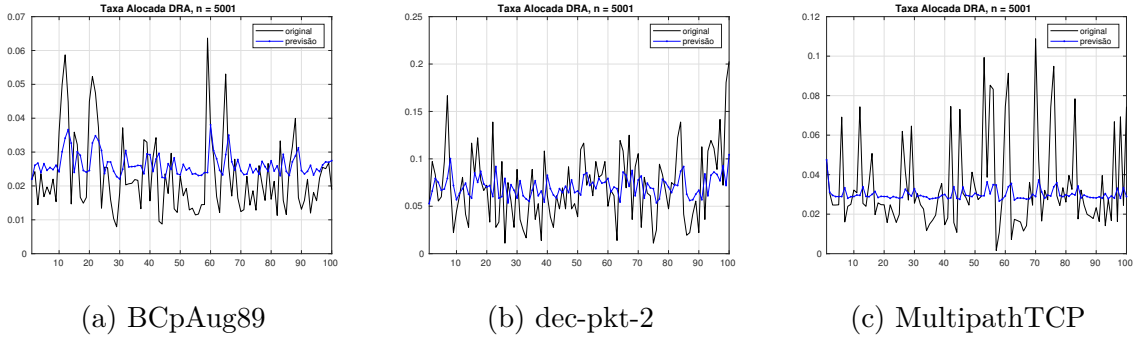
Média e Variância		BCpAug89	dec-pkt-2	MultipathTCP
1001	média	0,0661	0,0710	0,0395
	variância	0,0066	0,0097	0,0084
3001	média	0,0281	0,0683	0,0348
	variância	0,0021	0,0093	0,0064
5001	média	0,0277	0,0715	0,0294
	variância	0,0022	0,0101	0,0047

Tabela 5.2 – Média e Variância das séries normalizadas, séries de tempo entre as amostras

A série BCpAug89 tem a menor média normalizada entre todas elas (para $n=5001$), sendo ainda uma ordem de grandeza menor que a menor das séries que medem bytes por segundo, a *dec_pkt_1_100*), mas um problema similar ocorre: as duas séries não apresentam características em comum além disso, por medirem grandezas diferentes (uma mede quantidade de bytes por intervalo de tempo e a outra mede intervalo entre chegadas de bytes).

De maneira similar, essa ausência de padrão se torna evidente para todas as demais, e assim é necessário salientar que o preditor tem dificuldade de prever o tráfego das séries MultipathTCP, tórus e *WGN*. A única diferença entre essas três séries e as demais é de fato seus respectivos valores para o parâmetro de Hurst, que é usado no Método *DRA* de predição. Isso explica a maior dificuldade encontrada por esse método na predição de séries com $H < 0,5$. Quando aplicado às três séries com $H > 0,5$, que é o caso das séries caóticas, o método mostra um desempenho satisfatório.

Como todos os seus parâmetros são características intrínsecas de cada série em questão, tal como variância e parâmetro de Hurst, não é possível calibrar ou refinar esses parâmetros (como é possível no método proposto ao se variarem as iterações, fs ou $tlinear$), a fim de se conseguir uma predição mais precisa.

Figura 5.2 – Taxa Alocada *DRA*, $n=5001$ Figura 5.3 – Taxa Alocada *DRA*, séries de tempo entre as amostras, $n=5001$

Pode-se observar que o preditor *DRA* apresenta algumas limitações devido ao fato de considerar apenas a média como estatística para cada bloco de tráfego. Seu desempenho pode oferecer vantagens quando comparado àquele oferecido por um sistema de taxa fixa de serviço, mas seu algoritmo não será capaz de alocar taxas adequadas para um tráfego populado de rajadas (*bursts*), um fenômeno bastante comum em tráfegos autossimilares como é possível observar nas Figuras 3.1a, 3.1b, 3.1c, 5.3a e 5.3b. Os demais parâmetros usados nesse algoritmo, como o desvio padrão σ e o parâmetro de Hurst H são calculados para a série temporal inteira, ou seja, a resolução destes parâmetros poderia ser mais precisa caso fossem calculados para cada bloco de tráfego (TRINH; MIKI, 1999), (ROCHA; VIEIRA, 2013).

A alocação de taxa com base na predição obtida através do Método *DRA* ((TRINH; MIKI, 1999)) está ilustrada nas Figuras A.45 a A.48, 5.2 e 5.3, nas quais o tráfego original, referenciado na legenda das figuras, é obtido através da Equação 4.13. Nessas figuras o

eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a taxa alocada por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é a taxa de tempo, entre as amostras, prevista. Os erros médios quadráticos referentes a esses dois cálculos estão organizados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

MSE e $NMSE$	n	Predição		Alocação de Taxa	
		MSE	$NMSE$	MSE	$NMSE$
dec2_512	1001	0,0041	0,0005	0,0042	0,0005
	3001	0,0039	0,0003	0,0039	0,0003
	5001	0,0038	0,0003	0,0038	0,0003
final.anon	1001	0,0037	0,0010	0,0037	0,0010
	3001	0,0039	0,0012	0,0094	0,0013
	5001	0,0010	0,0013	0,0010	0,0013
dec_pkt_1_100	1001	0,0045	0,0012	0,0045	0,0012
	3001	0,0093	0,0011	0,0039	0,0011
	5001	0,0037	0,0010	0,0037	0,0010
mawi	1001	0,0032	0,0011	0,0032	0,0011
	3001	0,0033	0,0011	0,0033	0,0011
	5001	0,0033	0,0011	0,0033	0,0011
WGN	1001	0,0029	0,0005	0,0029	0,0005
	3001	0,0025	0,0004	0,0025	0,0004
	5001	0,0022	0,0005	0,0022	0,0005
two – torus	1001	0,0557	0,0019	0,0557	0,0019
	3001	0,0623	0,0021	0,0623	0,0021
	5001	0,0612	0,0020	0,0612	0,0020

Tabela 5.3 – Erro Médio Quadrático - Predição e Alocação de Taxa, Método *DRA*

MSE e $NMSE$	n	Predição		Alocação de Taxa	
		MSE	$NMSE$	MSE	$NMSE$
BCpAug89	1001	0,0010	0,0018	0,0010	0,0018
	3001	0,0001	0,0019	0,0001	0,0019
	5001	0,0001	0,0019	0,0001	0,0019
dec-pkt-2	1001	0,0014	0,0022	0,0014	0,0022
	3001	0,0014	0,0022	0,0014	0,0022
	5001	0,0014	0,0022	0,0014	0,0022
MultipathTCP	1001	0,0007	0,0031	0,0007	0,0031
	3001	0,0007	0,0031	0,0007	0,0031
	5001	0,0006	0,0032	0,0006	0,0032

Tabela 5.4 – Erro Médio Quadrático - Predição e Alocação de Taxa, Método *DRA*, séries de tempo entre as amostras

O desempenho da alocação de taxa obedece ao desempenho do método de predição, portanto percebe-se que, nos casos de desempenho satisfatório desse método, a alocação de taxa é satisfatória, ou seja, as séries caóticas, dec2_512, final.anon e dec_pkt_1_100, mawi-1ms, BCpAug89, e dec-pkt-2 têm alocação eficiente de taxa.

Para as séries MultipathTCP e *WGN*, aleatórias, e *two-torus*, periódica, a alocação de taxa não é eficiente pois o desempenho do preditor *DRA* também não é, e a maior dificuldade parece ser na predição da série de ruído branco gaussiano, *WGN*, como pode-se observar nas Figuras A.45e, A.47e, e 5.2e. A alocação de taxa para a série referente ao tórus parece estar numa escala inferior à necessária para emular o tráfego original (Figuras A.45f, A.47f e 5.2f)

No entanto, o algoritmo parece melhorar ligeiramente seu desempenho à medida que a quantidade de amostras aumenta, como se pode observar nas Figuras A.48 e 5.3, por exemplo.

5.2 Alocação de Taxa a Partir do Método Original de Predição Baseado no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst

Partindo da predição temporal descrita na Seção 4.3, a taxa de alocação C , para o tráfego previsto $X_n^{(b)}$ através do método proposto baseado no algoritmo de Rosenstein, é encontrada da seguinte maneira (TRINH; MIKI, 1999), (ROCHA; VIEIRA, 2013):

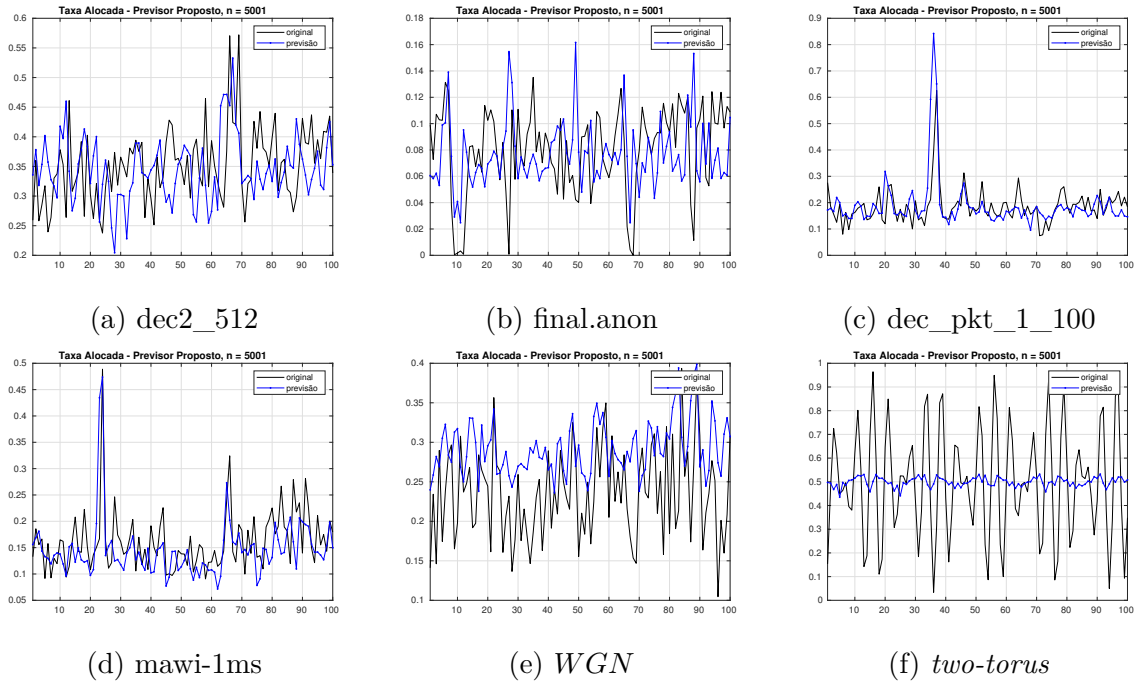
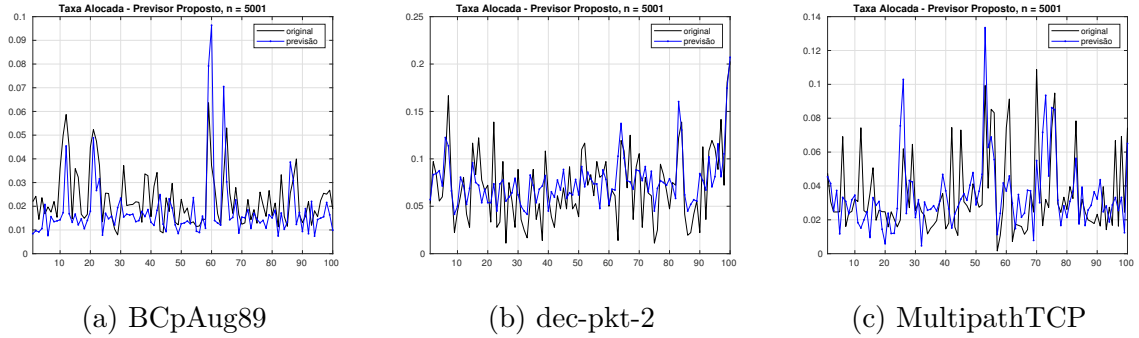
$$C_n = Y_n^{(b)} + \Delta C, \quad (5.5)$$

e ΔC e ϵ podem ser calculados de acordo com as Equações 5.3 e 5.4.

Uma vez que o método proposto parte da variável Y_n^b , que é obtida a partir do espaço de fase reconstruído, ele reconstrói um subconjunto a partir da série temporal original, através de cálculos cujo intuito é dimensionar as características mais importantes para a abordagem escolhida, ou seja, aquelas refletidas nos parâmetros de controle (Dimensão de Correlação D_2 Expoente de Lyapunov λ e Parâmetro de Hurst H), suavizando redundâncias e interferências de ruído, ao invés de considerar, além do Parâmetro de Hurst, apenas a média de tráfego μ e a variância, como o Método *DRA*.

A alocação de taxa proposta nesta seção está ilustrada nas Figuras A.53 a A.56, 5.4 e 5.5, nas quais o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a taxa alocada por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é a taxa de tempo, entre as amostras, prevista.

Seu desempenho obedece àquele do método proposto na Seção 4.3, portanto percebe-se que, nos casos de desempenho satisfatório desse método, a alocação de taxa é satisfatória, ou seja, as séries caóticas, dec2_512, final.anon, dec_pkt_1_100, e mawi-1ms têm alocação relativamente eficiente de taxa. As séries de tempo entre as amostras tem um desempenho que melhora à medida que a quantidade de amostras aumenta, como se pode observar nas Figuras A.54, A.56 e 5.5.

Figura 5.4 – Taxa Alocada - método proposto, $n=5001$ Figura 5.5 – Taxa Alocada - método proposto, Séries de Tempo Entre as Chegadas, $n=5001$

Para a série *WGN*, aleatória, e *two-torus*, periódica, o algoritmo apresenta desempenho menos eficiente, pois o desempenho do preditor proposto também teve dificuldade em prever o tráfego, especialmente no caso da série *two-torus*.

No entanto, o algoritmo tende a melhorar seu desempenho à medida que a quantidade de amostras aumenta, com exceção do *two-torus*, como mostram as Tabelas 5.5 e 5.6.

5.3 Resultados Comparados das Alocações de Taxa

Os resultados das alocações de taxa seguem o desempenho dos respectivos preditores, de modo que previsões com altos valores de *MSE* têm resultados semelhantes na etapa de alocação de taxa, especialmente para as séries não caóticas, como ilustram as Figuras 5.6e e 5.6f, por exemplo.

MSE e $NMSE$	n	Predição		Alocação de Taxa	
		MSE	$NMSE$	MSE	$NMSE$
dec2_512	1000	0,0240	0,0027	0,0129	0,0027
	3000	0,0107	0,0007	0,0097	0,0007
	5000	0,0078	0,0005	0,0078	0,0005
final.anon	1000	0,0076	0,0015	0,0060	0,0015
	3000	0,0170	0,0024	0,0094	0,0024
	5000	0,0019	0,0025	0,0019	0,0025
dec_pkt_1_100	1000	0,0095	0,0025	0,0095	0,0025
	3000	0,0059	0,0014	0,0050	0,0014
	5000	0,0076	0,0015	0,0060	0,0015
mawi	1000	0,0033	0,0012	0,0027	0,0010
	3000	0,0051	0,0015	0,0045	0,0015
	5000	0,0031	0,0010	0,0031	0,0010
WGN	1000	0,0153	0,0025	0,0153	0,0026
	3000	0,0095	0,0018	0,0095	0,0018
	5000	0,0092	0,0020	0,0093	0,0020
$two - torus$	1000	0,0631	0,0022	0,0632	0,0022
	3000	0,0551	0,0018	0,0555	0,0018
	5000	0,0557	0,0019	0,0557	0,0019

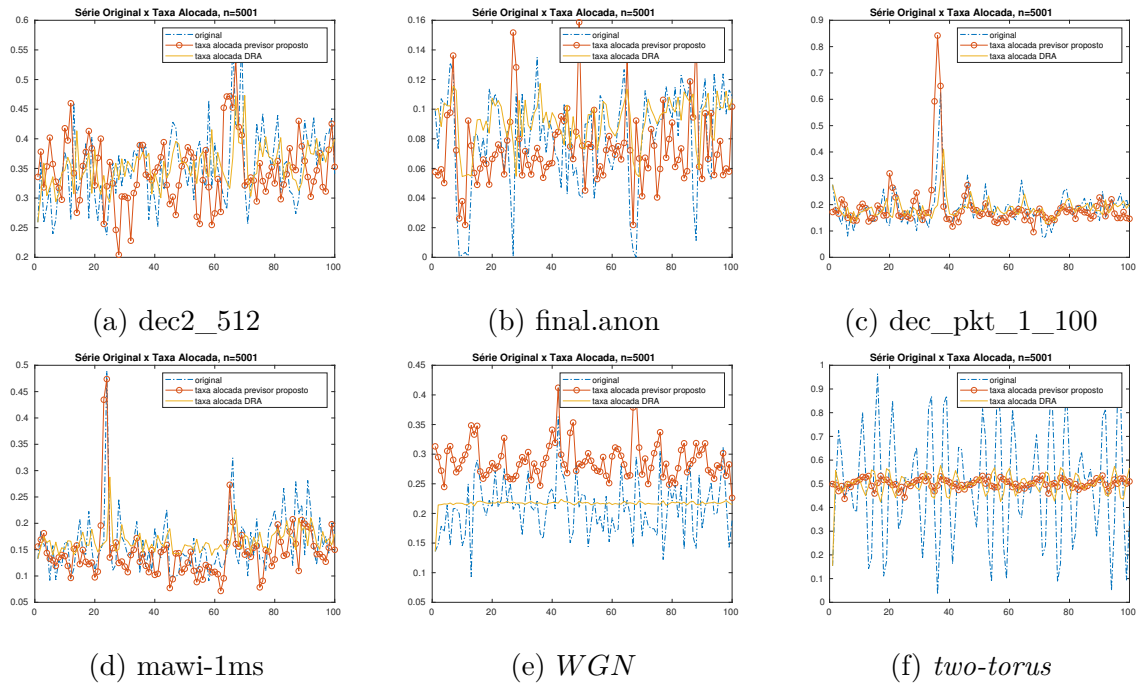
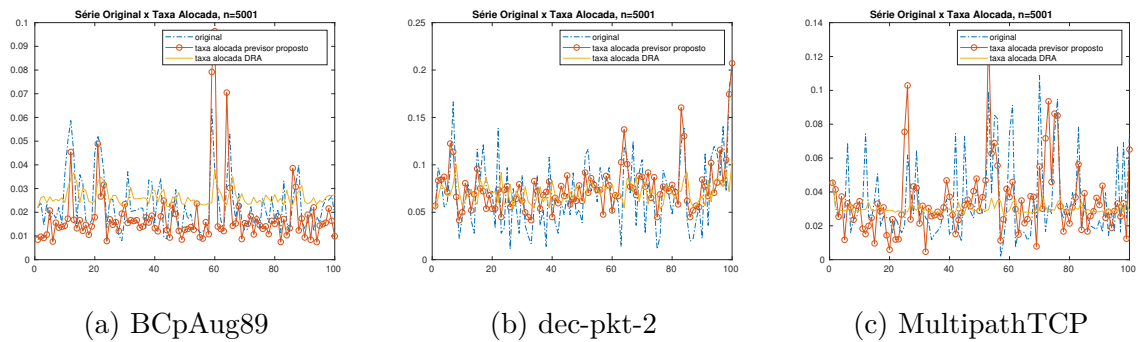
Tabela 5.5 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto

MSE e $NMSE$	n	Predição		Alocação de Taxa	
		MSE	$NMSE$	MSE	$NMSE$
BCpAug89	1000	0,0012	0,0023	0,0010	0,0019
	3000	0,0002	0,0023	0,0001	0,0023
	5000	0,0003	0,0026	0,0002	0,0026
dec-pkt-2	1000	0,0041	0,0066	0,0041	0,0066
	3000	0,0014	0,0014	0,0009	0,0014
	5000	0,0010	0,0012	0,0008	0,0012
MultipathTCP	1000	0,0047	0,0213	0,0047	0,0214
	3000	0,0006	0,0024	0,0005	0,0024
	5000	0,0005	0,0027	0,0005	0,0027

Tabela 5.6 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto - séries de tempo entre as amostras

No caso das séries caóticas, a alocação de taxa é, de maneira geral, responsável por uma melhora no desempenho do sistema, retornando valores de MSE menores que aqueles relativos às previsões, como por exemplo mostram as Figuras 4.14b e 5.7b, e como comprovam os valores respectivos de MSE das Tabelas 5.7 e 5.8.

Apesar de exibir valores mais altos de erro em relação ao método comparado, o método proposto apresenta desempenhos melhores com o aumento na quantidade de amostras analisadas, de modo que, ao se aperfeiçoar o cálculo do expoente de Lyapunov, e especialmente do parâmetro de Hurst, esse desempenho pode apresentar subseqüentes

Figura 5.6 – Série Original x método proposto x Método DRA, $n=5001$ Figura 5.7 – Série Original x método proposto x Método DRA, Séries de Tempo Entre as Chegadas $n=5001$

melhorias, visto que o parâmetro de Hurst é justamente uma medida do comportamento a longo prazo dos dados.

O desempenho do método proposto também apresenta valores menores de erro para as séries caóticas em relação à todos os outros quatro métodos tradicionais de predição (*ARMA*, *SMA*, *EMA*, e *AR*), o que é uma vantagem visto que esses métodos tradicionais carecem da definição da melhor ordem para realizar a predição, além de não fornecer informações adicionais sobre a natureza dos dados como o método proposto: o método *ARMA* necessita da definição de duas ordens diferentes - a ordem do processo *AR* e a do processo *MA*, e os métodos de média móvel apresentam defasagens irremediáveis pois suas saídas são dependentes de entradas anteriores.

Desse modo, o método proposto pode ainda ser refinado com um método preliminar de filtragem de ruído, de acordo com a necessidade, de maneira a produzir previsões com

MSE e $NMSE$	n	método proposto				Método Comparado			
		predição		alocação de taxa		predição		alocação de taxa	
		MSE	NMSE	MSE	NMSE	MSE	NMSE	MSE	NMSE
dec2_512	1001	0,0240	0,0027	0,0129	0,0027	0,0041	0,0005	0,0042	0,0005
	3001	0,0107	0,0007	0,0097	0,0007	0,0039	0,0003	0,0039	0,0003
	5001	0,0078	0,0005	0,0062	0,0005	0,0038	0,0003	0,0038	0,0003
final.anon	1001	0,0076	0,0015	0,0060	0,0015	0,0037	0,0010	0,0037	0,0010
	3001	0,0170	0,0024	0,0094	0,0024	0,0093	0,0012	0,0094	0,0013
	5001	0,0019	0,0025	0,0019	0,0025	0,0010	0,0013	0,0010	0,0013
dec_pkt_1_100	1001	0,0095	0,0025	0,0095	0,0025	0,0045	0,0012	0,0045	0,0012
	3001	0,0059	0,0014	0,0050	0,0014	0,0039	0,0011	0,0039	0,0011
	5001	0,0076	0,0015	0,0060	0,0015	0,0037	0,0010	0,0037	0,0010
mawi-lms	1001	0,0033	0,0012	0,0027	0,0010	0,0032	0,0011	0,0032	0,0011
	3001	0,0051	0,0015	0,0045	0,0015	0,0033	0,0011	0,0033	0,0011
	5001	0,0031	0,0010	0,0030	0,0010	0,0033	0,0011	0,0033	0,0011
WGN	1001	0,0153	0,0025	0,0153	0,0026	0,0029	0,0005	0,0029	0,0005
	3001	0,0095	0,0018	0,0095	0,0018	0,0025	0,0004	0,0025	0,0004
	5001	0,0092	0,0020	0,0093	0,0020	0,0022	0,0005	0,0022	0,0005
two – torus	1001	0,0631	0,0022	0,0632	0,0022	0,0557	0,0019	0,0557	0,0019
	3001	0,0555	0,0018	0,0555	0,0018	0,0623	0,0021	0,0623	0,0021
	5001	0,0557	0,0019	0,0557	0,0019	0,0612	0,0020	0,0612	0,0020

Tabela 5.7 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto x Método Comparado

MSE e $NMSE$	n	método proposto				Método Comparado			
		predição		alocação de taxa		predição		alocação de taxa	
		MSE	NMSE	MSE	NMSE	MSE	NMSE	MSE	NMSE
BCpAug89	1001	0,0012	0,0023	0,0010	0,0019	0,0010	0,0018	0,0010	0,0018
	3001	0,0002	0,0023	0,0001	0,0023	0,0001	0,0019	0,0001	0,0019
	5001	0,0003	0,0026	0,0002	0,0026	0,0001	0,0019	0,0001	0,0019
dec-pkt-2	1001	0,0041	0,0066	0,0041	0,0066	0,0014	0,0022	0,0014	0,0022
	3001	0,0014	0,0014	0,0009	0,0014	0,0014	0,0022	0,0014	0,0022
	5001	0,0010	0,0012	0,0008	0,0012	0,0014	0,0022	0,0014	0,0022
MultipathTCP	1001	0,0047	0,0213	0,0047	0,0214	0,0007	0,0031	0,0007	0,0031
	3001	0,0006	0,0014	0,0005	0,0024	0,0007	0,0031	0,0007	0,0031
	5001	0,0005	0,0027	0,0005	0,0027	0,0006	0,0032	0,0006	0,0032

Tabela 5.8 – Erro Médio Quadrático e Erro Médio Quadrático Normalizado - Predição e Alocação de Taxa, método proposto x Método Comparado, séries de tempo entre as amostras

erros ainda menores, além de permitir que cálculos preliminares sejam incorporados no algoritmo antes ou depois da predição temporal, e assim agregar grandezas adicionais de interesse relativas aos sistemas caóticos.

5.4 Ocupação Média do Buffer

De acordo com a Recomendação E.800 (09/08) da ITU-T (Setor de Normatização da União Internacional de Telecomunicações (ITU)), responsável pela coordenação de

padronizações), a Qualidade de Serviço é definida como:

“Totality of characteristics of a telecommunications service that bear on its ability to satisfy stated and implied needs of the user of the service” (ITU-T, 2008).

O tráfego da Internet, consituído predominantemente daquele proveniente de serviços de reprodução de vídeos (*video streaming* - mais de 65%) atinge frequentemente níveis de QoS inconsistentes e imprevisíveis. Isso se deve em grande parte aos congestionamentos causados pelo tráfego autossimilar, populado de rajadas cuja característica fundamental é a persistência de longa duração - sua função de autocorrelação decai lentamente. A Figura 5.8 mostra dados publicados pela Sandvine em seu *2019 Mobile Internet Report*, por exemplo (Reisslein; Ross; Rajagopal, 2002), (HARYADI, 2016), (NCTA, 2019), (SANDVINE, 2021).

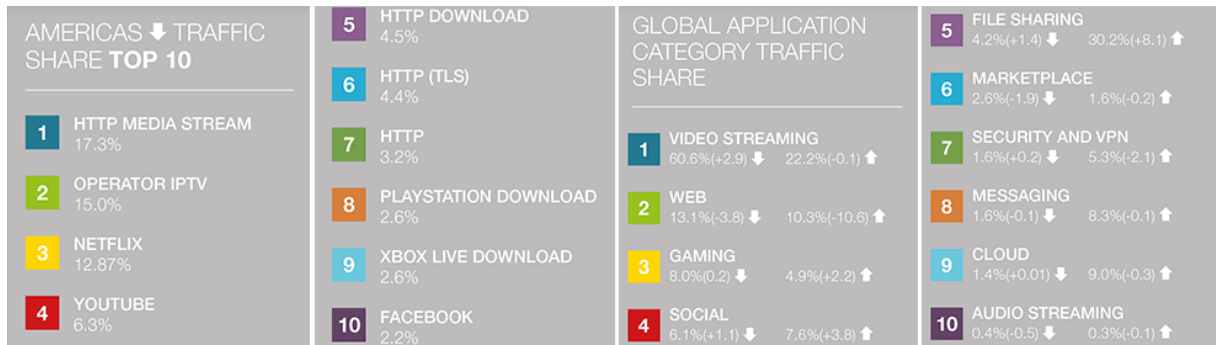


Figura 5.8 – Os principais componentes do tráfego de internet no ano de 2019 nos EUA (NCTA, 2019)

Desse modo se mostra relevante definir parâmetros de controle que permitam o supervisionamento das redes de modo a garantir padrões de qualidade, parâmetros os quais devem refletir grandezas referentes ao tráfego particular da rede cujo desempenho é necessário monitorar. Os gráficos relativos às análises das séries temporais se encontram nas Figuras A.65 a A.68, 5.9 e 5.10.

O eixo x representa a posição no vetor da taxa alocada para a série média calculada a partir da reconstrução do espaço de fase (Equação 4.16), enquanto o eixo y normalizado representa o percentual da ocupação média do *buffer*, para tamanho do *buffer* fixo em $Q = 2 \cdot 10^1$. O tráfego dessas séries está medido em bytes por unidade de tempo (Tabela 3.3), com exceção da série *final.anon*, em pacotes por unidade de tempo, das séries geradas sinteticamente (*WGN* e *two-torus*), que não refletem grandezas específicas além daquelas usadas para gerar as amostras (Seção 3.2.1), e das séries que medem intervalo de tempo entre as amostras (Figuras A.66, A.68, e 5.10).

Observando as Figuras A.65 a A.68, 5.9, e 5.10, percebe-se que a fila da grande maioria das séries atinge tamanho máximo para $Q = 2 \cdot 10^1$, o que indica que o *buffer*

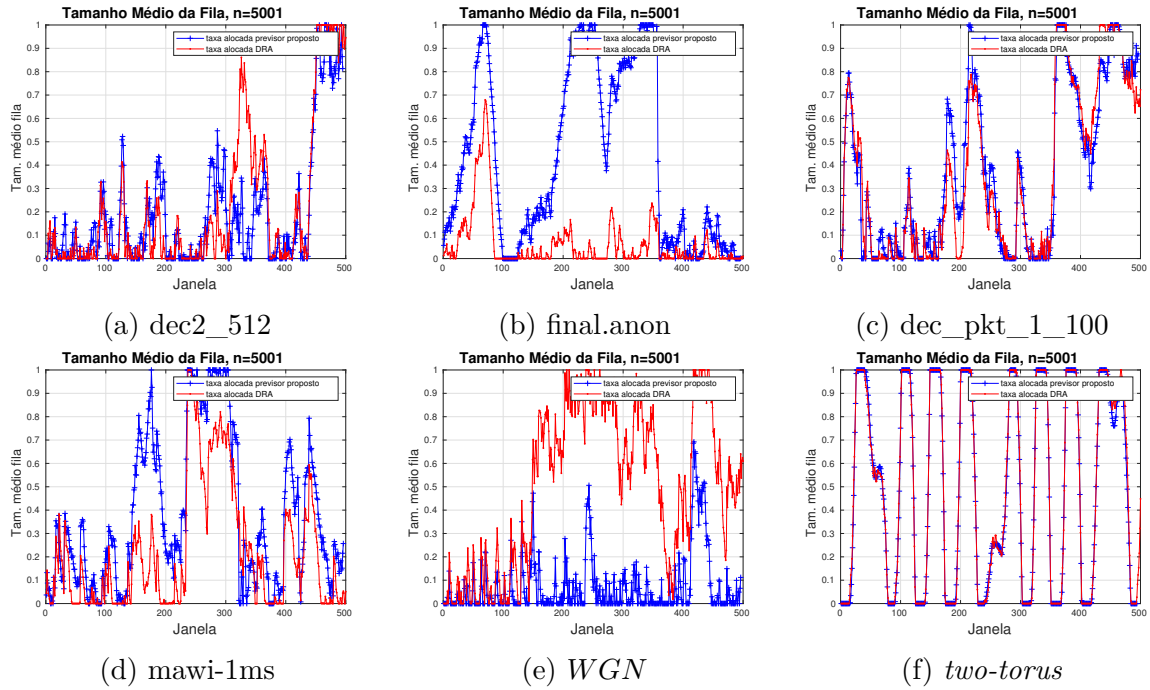


Figura 5.9 – Parâmetros Qualidade de Serviço, n=5001

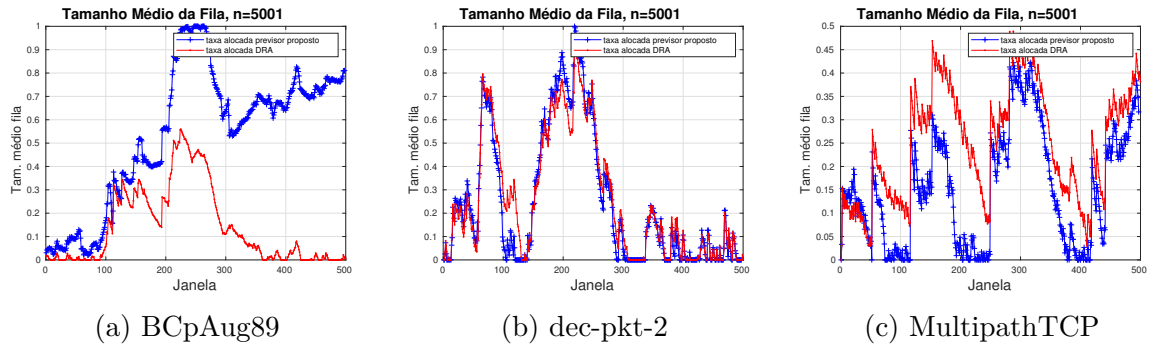


Figura 5.10 – Parâmetros Qualidade de Serviço, Séries de Tempo Entre as Chegadas, n=5001

opera no seu limite nesses pontos, ou seja, para a maioria das séries analisadas seria necessário que se utilizasse um buffer com maior capacidade de armazenamento.

A vantagem de um aumento na capacidade de armazenamento do *buffer* seria a redução da probabilidade de perdas de pacotes, uma vez que o tráfego é irregular, e rajadas de tráfego (alta taxa de bytes ou pacotes acumulados por unidade de tempo) podem ser seguidas de níveis mais baixos de pacotes ou bytes transmitidos homogenizando a taxa de chegadas com a taxa de saída do *buffer* - se ele tiver maior capacidade, há mais armazenamento de dados à espera de transmissão. Por outro lado, o tráfego fica mais lento em virtude da espera de desocupação da fila de acordo com a taxa de transmissão (saída) do *buffer*, de forma que um equilíbrio entre esses dois interesses deve ser atingido.

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, o objetivo foi propor um método de alocação de taxa de transmissão para servidores de rede que parte da previsão temporal a partir do Expoente de Lyapunov e do Parâmetro de Hurst, duas grandezas importantes para classificação do comportamento de sistemas determinísticos caóticos. O trabalho se propõe primeiramente a contextualizar parâmetros de quantificação dos sistemas caóticos, comparando séries coletadas com séries geradas sinteticamente, de naturezas diversas, e ressaltando suas diferenças e características comuns, a fim de classificá-las com precisão de maneira a assegurar que seu comportamento seja efetivamente capturado e emulado.

As séries caóticas analisadas apresentaram traços de semelhança com o ruído branco gaussiano, ou seja, aleatoriedade, evidenciada nos atratores e, no caso da `dec2_512`, `dec_pkt_100` e `mawi-1ms`, ao não alcançar um patamar de saturação quanto à dimensão de incorporação máxima delimitada em $m=16$, indicando alta dimensionalidade relativa. A série `MultipathTCP` revelou um comportamento diferente de todas as demais, apresentando características caóticas (baixa dimensionalidade relativa) e características aleatórias (Parâmetro de Hurst aproximadamente igual a 0,5 e autovalores com amplitudes praticamente iguais), além de um atrator diferente das demais.

A série caótica `final.anon` também apresentou características em comum com o tórus, uma série gerada sinteticamente e determinística, por estabilizar em um patamar de baixa dimensionalidade com o aumento da dimensão de incorporação m . De forma geral, assim como o ruído branco gaussiano, as séries caóticas têm baixa correlação, e seus valores para τ são 1 ou 2, enquanto que, para séries periódicas, esse valor geralmente é bem mais alto por essas séries serem periódicas, ou seja, elas possuem alta correlação e redundância, (como o *two-torus*).

Mas essa semelhança entre as séries caóticas reais e o ruído branco gaussiano desaparece com o uso do Parâmetro de Hurst, que mostra como o caos é diferente do ruído. As séries caóticas tem valores para H bem acima de 0,5, o que revela que não são aleatórias nem não-correlacionadas. Também diferem das séries periódicas, pois estas possuem Parâmetro de Hurst menor que 0,5, ou seja, os valores de suas amostras alternam entre valores altos e valores baixos e essa tendência se perpetua no tempo.

Outra realização foi perceber como os previsores caóticos tiveram dificuldade em emular séries não caóticas, como foi o caso do *DRA* e do método proposto. Ambos apresentaram desempenho regular na previsão de séries aleatórias e de séries periódicas. Os previsores de média móvel foram eficazes para todos os tipos de séries, apresentando apenas leve defasamento na sua previsão, e o predictor autorregressivo teve desempenho

regular, assim como o previsor de média móvel autorregressivo.

As estimativas são objetivas somente se a amostra finita usada é uma amostra de pontos não-correlacionados no espaço m -dimensional, de acordo com as medidas invariantes nesse espaço. Dados provenientes de uma série temporal são dinamicamente correlacionados e portanto violam essa exigência. Todavia, se a violação é fraca, como no caso de dados de um mapeamento altamente caótico, esse efeito indesejado será praticamente imperceptível, como foi o caso das séries temporais caóticas com τ de amplitude baixa (dec2_512, final.anon, dec_pkt_1_100 e mawi-1ms) (KANTZ; SCHREIBER, 2004).

Para os casos das séries com baixa correlação mas com Parâmetro de Hurst em torno de 0,5, os previsores projetados para séries caóticas mostraram grande dificuldade de realizar uma previsão satisfatória, visto que partem do princípio de que as séries são de fato determinísticas e possuem dependência de longa duração. Dessa forma, as previsões realizadas por esses métodos para a série de ruído branco gaussiano e a MultipathTCP mostraram um desempenho inferior ao esperado.

De todos os métodos analisados, o de média móvel apresentou o melhor desempenho, prevendo com acurácia todas as séries temporais analisadas não importando suas características intrínsecas. O método *DRA* apresentou desempenho satisfatório para séries com Parâmetro de Hurst acima de 0,5, e o método proposto apresentou um desempenho mediano para as séries caóticas coletadas e a série de ruído branco gaussiano, sendo incapaz de prever séries periódicas, como consequência da alta correlação destas.

A abordagem proposta é vantajosa uma vez que considera todos os possíveis comportamentos de um sistema: determinismo, aleatoriedade, lineariedade, não lineariedade, periodicidade e aperiodicidade, sequenciando uma série de análises necessárias para classificar de forma precisa a natureza de dados em seus mais abrangentes aspectos. Além disso, é proposto um algoritmo dinâmico de previsão e alocação de taxa de transmissão para servidores de rede, baseados no Expoente de Lyapunov e no Parâmetro de Hurst.

Como proposta futura de continuação deste trabalho pode-se citar o aperfeiçoamento do método proposto, que usa o expoente de Lyapunov e o parâmetro de Hurst, de forma que ele seja mais robusto, por exemplo sendo capaz de prever a série de Mackey-Glass caótica. Este intuito pode ser obtido, por exemplo, através da implementação de processos de *detrending*, ou seja, extração de tendências, afim de remover fenômenos ocorrentes ao longo do tempo, aproximando essas séries, desse modo, ao comportamento observado em séries estacionárias, para as quais a maioria dos métodos estatísticos são direcionados.

Esse aperfeiçoamento pode focar também no refinamento dos cálculos desses dois parâmetros de interesse, podendo ser implementado através da escolha de outros métodos para seus cálculos, ou da separação preliminar de blocos de tráfego em relação à demanda de banda, variante ao longo do dia, analogamente ao método utilizado nas redes de

transmissão de energia elétrica, de forma que durante o dia sejam delimitados expoentes relativos aos blocos específicos de tráfego respectivo às demandas variantes ao longo do dia, ou da semana, ou de alguma escala arbitrária de tempo que seja de interesse.

Também é possível implementar uma análise de padrões *QoS*, além de se considerar, em trabalhos futuros, a arquitetura de redes de maneira a harmonizar *hardware* e *software* de forma mais eficiente, não só nas medidas mas também no desempenho dos métodos propostos.

Referências

- ALBANO, A.; PASSAMANTE, A.; FARRELL, M. E. Using higher-order correlations to define an embedding window. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 54, n. 1, p. 85 – 97, 1991. Citado na página 41.
- ALVES, P. Chaos in historical prices and volatilities with five-dimensional euclidean spaces. *Chaos, Solitons & Fractals: X*, v. 1, p. 100002, 2019. ISSN 2590-0544. Citado na página 20.
- ALVES, P.; DUARTE, L.; MOTA, L. da. A new characterization of chaos from a time series. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 104, p. 323–326, 2017. ISSN 0960-0779. Citado na página 20.
- ALVES, P.; DUARTE, L.; MOTA, L. da. Detecting chaos and predicting in dow jones index. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 110, p. 232–238, 2018. ISSN 0960-0779. Citado na página 20.
- BARNETT, L.; EINSTEIN, A. *The Universe and Dr. Einstein*. [S.l.]: Dover Publications, 2005. Citado na página 20.
- BERGE, P.; POMEAU, Y.; VIDAL, C. *Order Within Chaos*. [S.l.]: Wiley, 1987. Citado 5 vezes nas páginas 21, 29, 36, 37 e 54.
- CONINCK, Q. et al. *CRAWDAD Community Resource for Archiving Wireless Data At Dartmouth*. 2016. Downloaded from <https://crawdad.org/uclouvain/mptcp_smartphone/20160304>. Traceset: combined. Citado na página 31.
- DANZIG, P. et al. *The internet traffic archive datasets*. 2000. Downloaded from <<ftp://ita.ee.lbl.gov/traces/>>. Traceset: combined. Último acesso em 02-02-2121. Citado na página 31.
- DEVANEY, R. L. *A first course in chaotic dynamical systems: theory and experiment*. [S.l.]: CRC Press, 1992. Citado 6 vezes nas páginas 21, 26, 27, 29, 45 e 46.
- FENG, H.; SHU, Y.; YANG, O. W. Nonlinear analysis of wireless lan traffic. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, v. 10, n. 2, p. 1021 – 1028, 2009. Citado 10 vezes nas páginas 20, 40, 41, 43, 50, 52, 53, 56, 57 e 65.
- FERNANDO, J. *Moving Average (MA)*. Investopedia, 2021. Disponível em: <<https://www.investopedia.com/terms/m/movingaverage.asp>-ÚltimoAcessoemMarço2021>. Citado na página 76.
- FRASER, A. M.; SWINNEY, H. L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 33, p. 1134–1140, Feb 1986. Citado na página 40.
- GLEICK, J. *Chaos: Making a New Science*. USA: Penguin Books, 1987. Citado na página 20.

- GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Characterization of strange attractors. In: . [S.l.: s.n.], 1983. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 52.
- GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, v. 9, p. 189, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 52.
- HARYADI, S. Telecommunication quality of service concept. In: _____. [S.l.: s.n.], 2016. p. 39. ISBN ISBN 976-602-18578-6-1. Citado na página 98.
- HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory (3rd Ed.)*. USA: Prentice-Hall, Inc., 1989. Citado 3 vezes nas páginas 69, 70 e 73.
- HAYKIN, S. *Modern filters*. [S.l.]: Macmillan Press, 1989. Citado 3 vezes nas páginas 42, 70 e 73.
- HU, R. Q.; PETR, D. W. A predictive self-tuning fuzzy-logic feedback rate controller. *IEEE/ACM transactions on networking*, IEEE, v. 8, n. 6, p. 697–709, 2000. Citado na página 88.
- HUNTER, J. S. The exponentially weighted moving average. *Journal of Quality Technology*, Taylor & Francis, v. 18, n. 4, p. 203–210, 1986. Citado na página 75.
- HURST, H. E. The problem of long-term storage in reservoirs. *Hydrological Sciences Journal*, Taylor & Francis, v. 1, n. 3, p. 13–27, 1956. Citado 4 vezes nas páginas 20, 59, 62 e 68.
- ITU-T. *E.800- Definitions of terms related to quality of service*. 2008. Acesso em 28/01/2021. Disponível em: <<https://www.itu.int/rec/T-REC-E.800-200809-I>>. Citado na página 98.
- KANTZ, H.; SCHREIBER, T. *Nonlinear time series analysis*. [S.l.]: Cambridge university press, 2004. v. 7. Citado 29 vezes nas páginas 12, 21, 30, 32, 34, 36, 37, 40, 41, 42, 43, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 68, 79 e 101.
- KAY, S. *Modern Spectral Estimation*. [S.l.]: Pearson Education, 1989. Citado na página 69.
- Leland, W. E. et al. On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version). *IEEE/ACM Transactions on Networking*, v. 2, n. 1, p. 1–15, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 80.
- LIEBERT, W.; SCHUSTER, H. G. Proper choice of the time delay for the analysis of chaotic time series. *Physics Letters A*, v. 142, n. 2-3, p. 107–111, Dec 1989. Citado na página 43.
- LIU, Y.; ZHANG, J. Predicting traffic flow in local area networks by the largest lyapunov exponent. *Entropy*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 18, n. 1, p. 32, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 20, 29, 33, 77 e 80.
- LORENZ, E. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atmospheric Sciences*, v. 20, n. 2, p. 130–148, 1963. Citado 3 vezes nas páginas 20, 27 e 79.
- LORENZ, E. *Predictability: does the flap of a butterfly's wing in Brazil set off a tornado in Texas?* [S.l.: s.n.], 1972. Citado na página 68.

- LORENZ, E. *The Essence Of Chaos*. [S.l.]: Taylor & Francis, 1995. (Jessie and John Danz lectures). Citado 4 vezes nas páginas 20, 25, 26 e 55.
- MANDELBROT, B. B. Noah, joseph, and operational hydrology. 1968. *Water resources research*. 4 (5) : 909-918 ; 1968. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 59.
- MANDELBROT, B. B. *The fractal geometry of nature*. San Francisco, CA: Freeman, 1982. Citado 7 vezes nas páginas 12, 20, 35, 45, 59, 62 e 63.
- MANDELBROT, B. B. The variation of certain speculative prices. In: *Fractals and scaling in finance*. [S.l.]: Springer, 1997. p. 371–418. Citado 3 vezes nas páginas 20, 59 e 61.
- MANDELBROT, B. B.; HUDSON, R. L. *The misbehaviour of markets: a fractal view of risk, ruin and reward*. London, UK: Profile, 2004. xxiv + 328 p. Citado 4 vezes nas páginas 20, 59, 61 e 62.
- MAÑÉ, R. On the dimension of the compact invariant sets of certain non-linear maps. *Lecture Notes in Mathematics, Berlin Springer Verlag*, v. 898, p. 230, 1981. Citado na página 34.
- MIRWAIS. *Largest Lyapunov Exponent with Rosenstein's Algorithm*. 2020.
- MATLAB Central File Exchange. Retrieved February 13, 2020. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38424-largest-lyapunov-exponent-with-rosenstein-s-algorithm>>. Citado na página 56.
- NCTA. *Report- Where Does the Majority of Internet Traffic Come From?* 2019. Acesso em 28/01/2021. Disponível em: <<https://www.ncta.com/whats-new/report-where-does-the-majority-of-internet-traffic-come>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 98.
- NEUMAIER, A.; SCHNEIDER, T. Estimation of parameters and eigenmodes of multivariate autoregressive models. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, ACM New York, NY, USA, v. 27, n. 1, p. 27–57, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 16, 71 e 72.
- OPPENHEIM, A. V.; BUCK, J. R.; SCHAFER, R. W. *Discrete-Time Signal Processing; 2nd ed.* [S.l.]: Prentice-Hall, 1999. (Prentice-Hall signal processing). Citado na página 69.
- OPSTALL, M. V. Quantifying chaos in dynamical systems with lyapunov exponents. *Furman University Electronic Journal of Undergraduate Mathematics*, v. 4, n. 1, p. 1–8, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 26, 33 e 36.
- PACKARD, N. H. et al. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 45, p. 712–716, Sep 1980. Citado na página 33.
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. Fourth. [S.l.]: McGraw Hill, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 25, 69, 70 e 73.
- PEITGEN, H.; RICHTER, P. *The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems*. [S.l.]: Springer, 1986. (The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems). Citado na página 37.

- PEITGEN, H.-O.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. *Chaos and fractals: new frontiers of science*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado na página 37.
- PRIGOGINE, I.; STENGERS, I. *Order Out of Chaos Man's New Dialogue with Nature /Ilya Prigogine and Isabelle Stengers ; Foreword by Alvin Toffler*. –. [S.l.]: Bantam Books, 1984, 1984. Citado na página 20.
- PROJECT, W. *MAWI Working Group Traffic Archive*. 2020. Último acesso em 5-01-2021. Disponível em: <<https://mawi.wide.ad.jp/mawi/>>. Citado na página 31.
- Reisslein, M.; Ross, K. W.; Rajagopal, S. A framework for guaranteeing statistical qos. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, v. 10, n. 1, p. 27–42, 2002. Citado na página 98.
- ROCHA, F. G. C. Modelagem multifractal aplicada à estimação de probabilidade de perda de dados e ao controle de fluxos de tráfego em redes. Universidade Federal de Goiás, 2011. Citado na página 22.
- ROCHA, F. G. C. et al. Alocação de recursos em redes sem fio ofdm multiusuário utilizando modelagem multifractal adaptativa. Universidade Federal de Goiás, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 31.
- ROCHA, F. G. C.; VIEIRA, F. H. T. Adaptive rate control based on loss probability estimation considering a cascade based multifractal model for the network traffic. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, World Scientific, v. 11, n. 03, p. 1350026, 2013. Citado 7 vezes nas páginas 13, 20, 63, 88, 89, 91 e 93.
- ROSENSTEIN, M. T.; COLLINS, J. J.; LUCA, C. J. D. A practical method for calculating largest lyapunov exponents from small data sets. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 65, n. 1, p. 117 – 134, 1993. ISSN 0167-2789. Citado 8 vezes nas páginas 21, 30, 31, 43, 55, 56, 79 e 80.
- SANDVINE. *2020 Mobile Internet Report*. 2021. Acesso em 28/01/2021. Disponível em: <<https://www.sandvine.com/phenomena>>. Citado na página 98.
- SILVA, M. R. P. d. Propostas de um modelo para o tráfego de redes de comunicações e de funções de janela para o filtro fir utilizado na tecnologia f-ofdm. Universidade Federal de Goiás, 2019. Citado na página 31.
- SIMOYI, R. H.; WOLF, A.; SWINNEY, H. L. One-dimensional dynamics in a multicomponent chemical reaction. *Physical Review Letters*, APS, v. 49, n. 4, p. 245, 1982. Citado na página 35.
- SOLIS, P. Uma metodologia de engenharia de tráfego baseada na abordagem auto-similar para a caracterização de parâmetros e a otimização de redes multimídia. 03 2007. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 22.
- STOCKCHARTS. *Moving averages: simple and exponential*. 2020. Último acesso em 09-18-2020. Disponível em: <https://school.stockcharts.com/doku.php?id=technical_indicators:moving_averages>. Citado na página 73.
- STROGATZ, S. *Sync: How Order Emerges From Chaos In the Universe, Nature, and Daily Life*. [S.l.]: Hyperion, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 20, 27, 28 e 50.

- STROGATZ, S. H. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. [S.l.]: CRC Press, 2015. Citado 15 vezes nas páginas 12, 21, 26, 27, 28, 29, 33, 36, 38, 40, 46, 47, 51, 52 e 56.
- TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence. *Lecture Notes in Mathematics, Berlin Springer Verlag*, v. 898, p. 366, 1981. Citado 3 vezes nas páginas 33, 34 e 56.
- TANG, D.; BAKER, M. *CRAWDAD dataset stanford/gates (v. 2003-10-16)*. 2003. Downloaded from <<https://crawdad.org/stanford/gates/20031016/combined>>. Traceset: combined. Citado na página 31.
- TAQQU, M. S.; TEVEROVSKY, V.; WILLINGER, W. Estimators for long-range dependence: an empirical study. *Fractals*, World Scientific, v. 3, n. 04, p. 785–798, 1995. Citado na página 63.
- TEMPELMAN, J. R.; KHASAWNEH, F. A. A look into chaos detection through topological data analysis. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 406, p. 132446, 2020. ISSN 0167-2789. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167278919300739>>. Citado na página 20.
- TIAN, Z. Chaotic characteristic analysis of network traffic time series at different time scales. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 130, p. 109412, 2020. ISSN 0960-0779. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077919303534>>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 31.
- TRINH, N. C.; MIKI, T. Dynamic resource allocation for self-similar traffic in atm network. *Fifth Asia-Pacific Conference on ... and Fourth Optoelectronics and Communications Conference on Communications*, v. 1, p. 160–165 vol.1, 1999. Citado 6 vezes nas páginas 20, 68, 77, 88, 91 e 93.
- VIEIRA, F. H. T. et al. Contribuições ao cálculo de banda e de probabilidade de perda para tráfego multifractal de redes. [sn], 2006. Citado na página 88.
- WOLF, A. et al. Determining lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 16, n. 3, p. 285 – 317, 1985. Citado 3 vezes nas páginas 21, 30 e 55.

Anexos

ANEXO A – Os gráficos para $n=1001$ e $n=3001$

Neste anexo se encontram os gráficos para $n=1001$ e $n=3001$.

A.1 As Séries Temporais

As Figuras A.1, A.2, A.3, e A.4 a seguir mostram as séries temporais para $n=1001$ e $n=3001$.

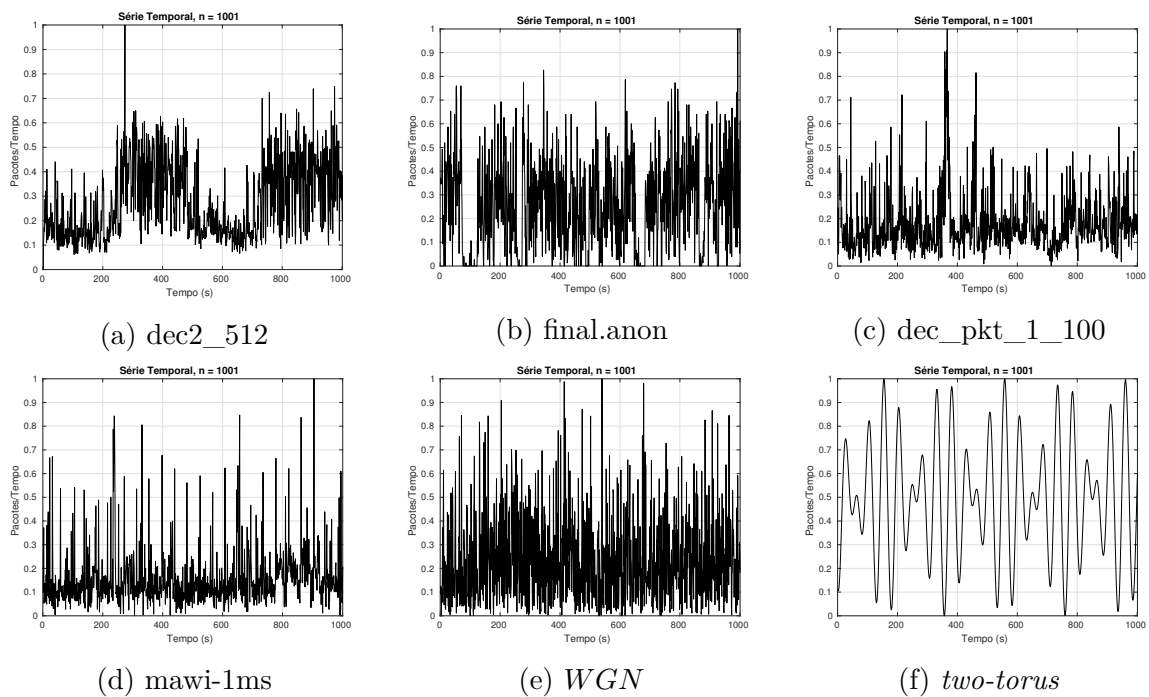


Figura A.1 – Séries Temporais $n=1001$

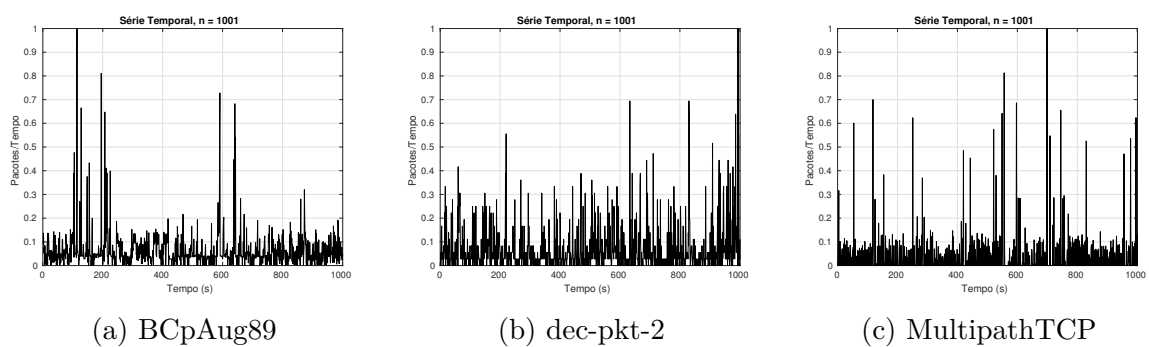
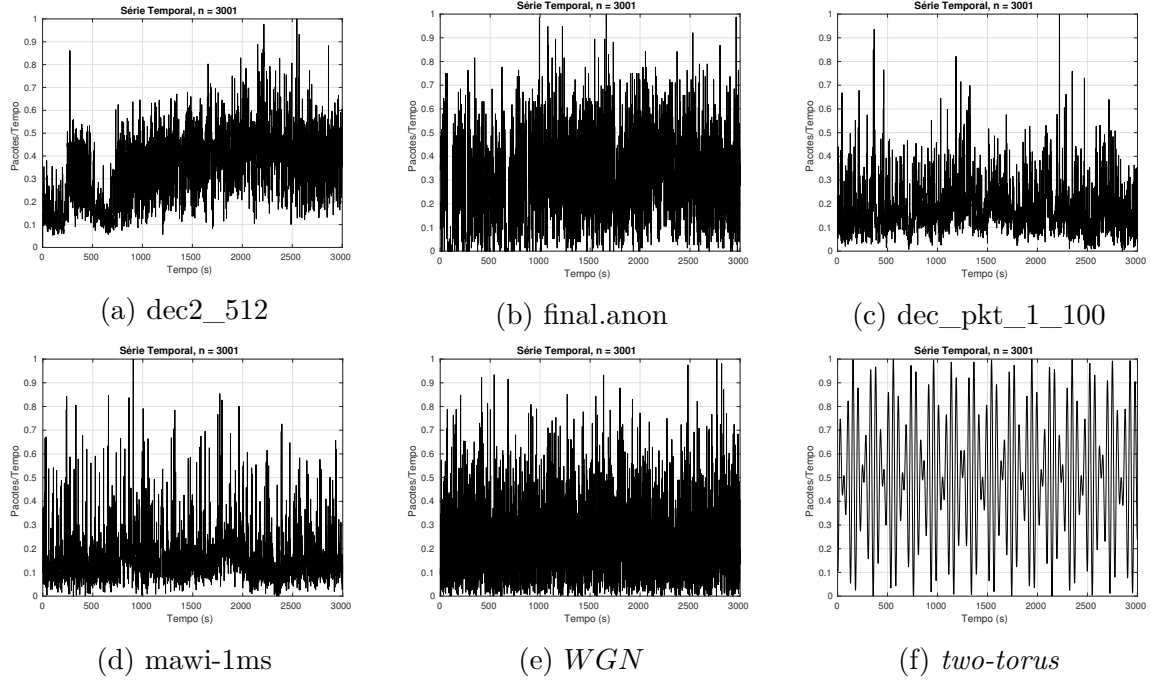
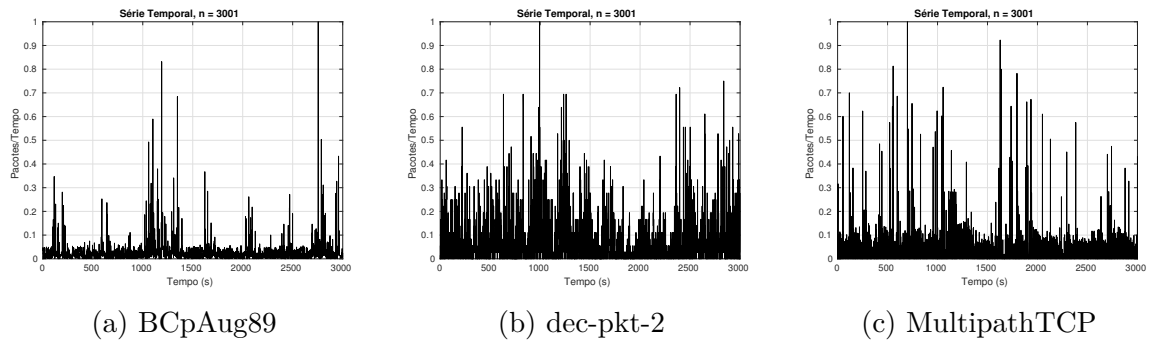


Figura A.2 – Séries Temporais $n=1001$ - Séries de Tempo Entre Chegadas

Figura A.3 – Séries Temporais $n=3001$ Figura A.4 – Séries Temporais $n=3001$ - Séries de Tempo Entre Chegadas

A.2 Os Atratores Reconstruídos:

As Figuras A.5, A.6, A.7, e A.8 a seguir ilustram os atratores reconstruídos das séries temporais para $n=1001$ e $n=3001$.

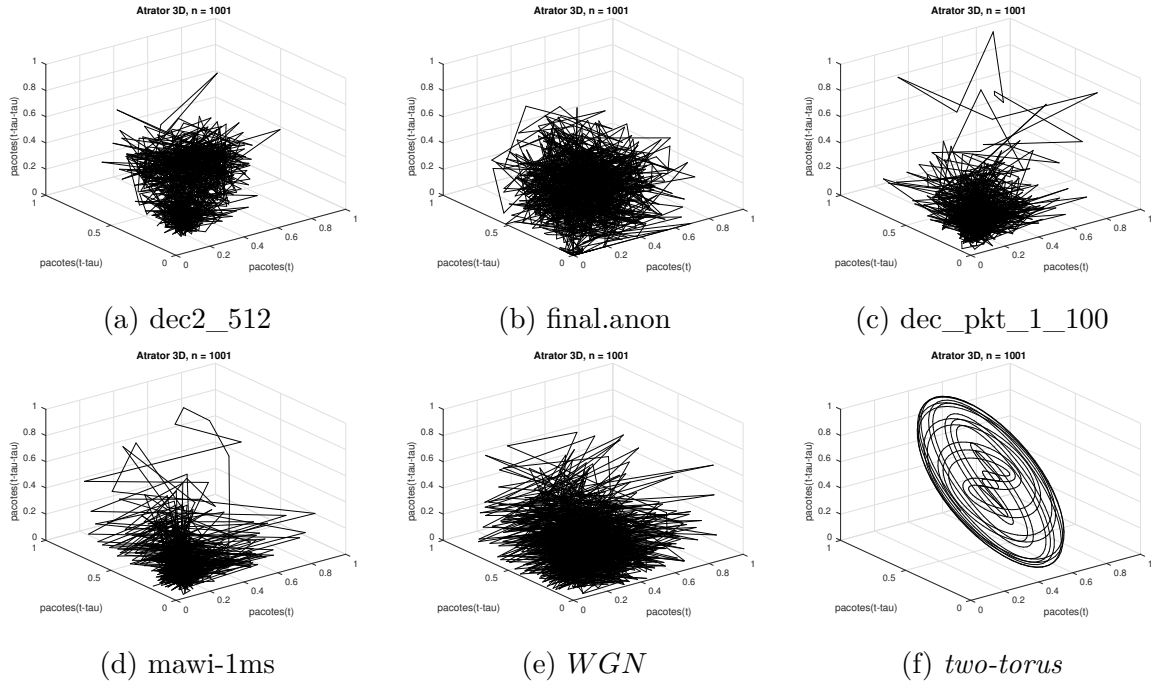


Figura A.5 – Atratores 3D, $n=1001$

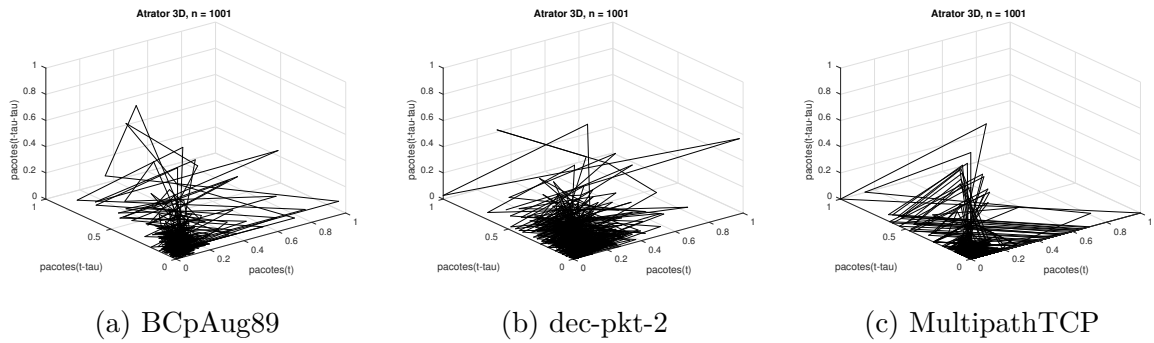
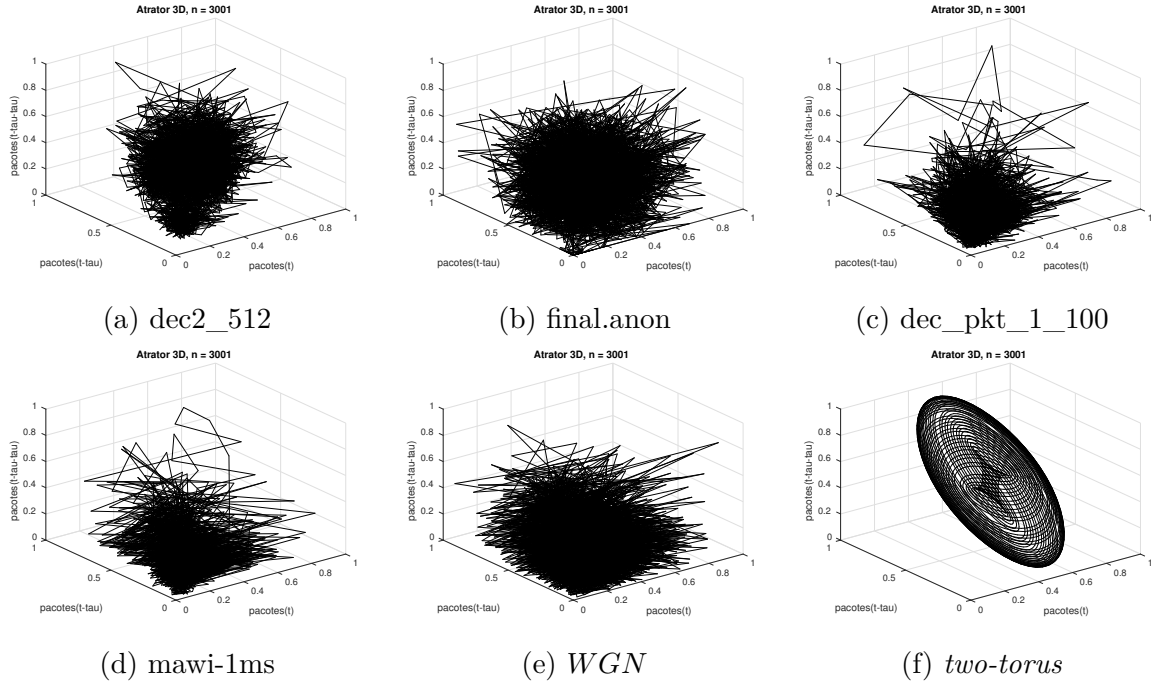
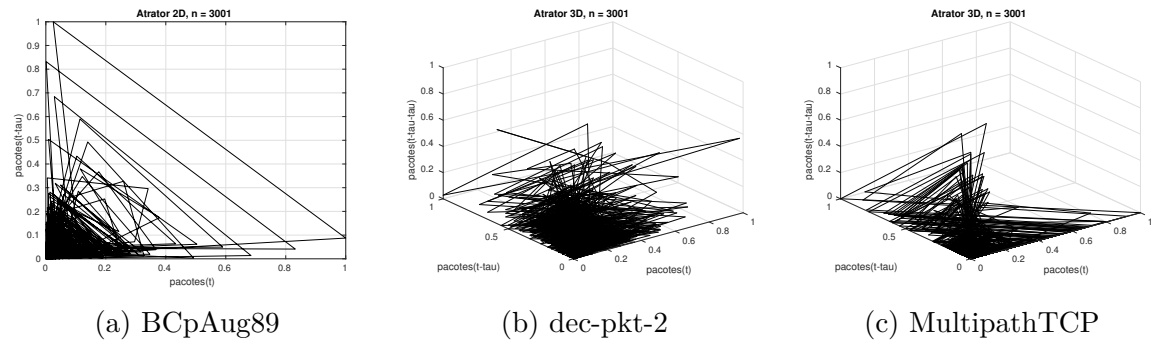


Figura A.6 – Atratores 3D, Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$

Figura A.7 – Atratores 3D, $n=3001$ Figura A.8 – Atratores 3D, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.3 A Dimensão de Incorporação m Para Cada Dimensão de Correlação D_2 :

As Figuras A.9, A.10, A.11, e A.12 a seguir ilustram os gráficos da dimensão de incorporação calculada para cada dimensão de correlação das séries temporais para $n=1001$ e $n=3001$.

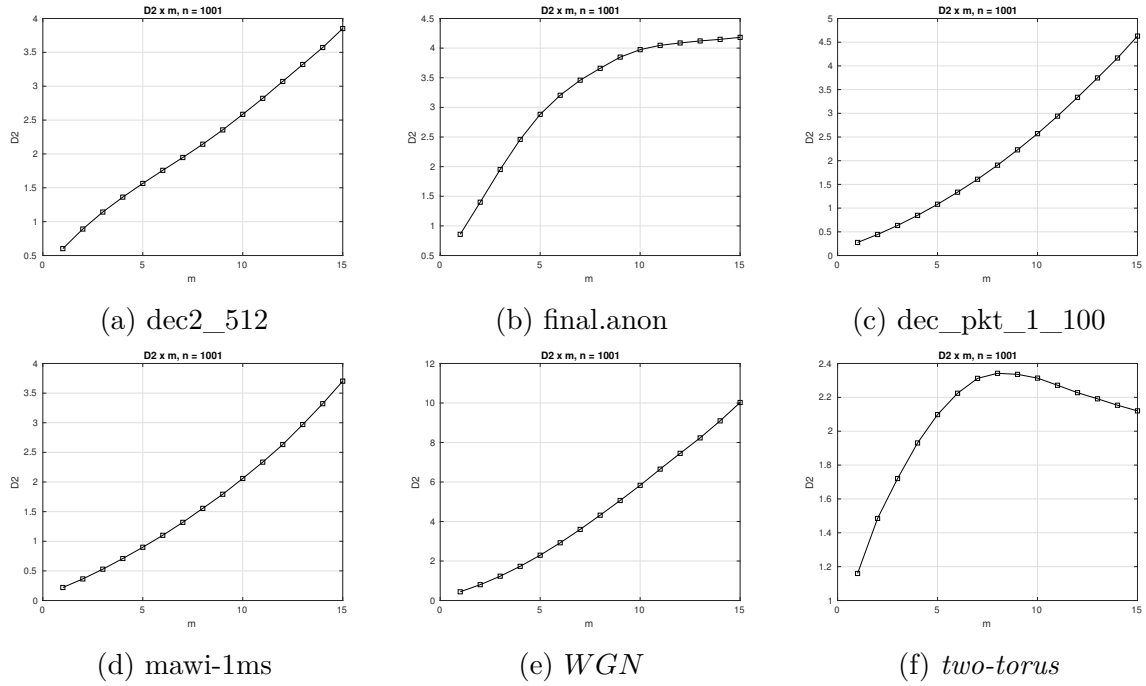


Figura A.9 – $D_2 \times m$, $n=1001$

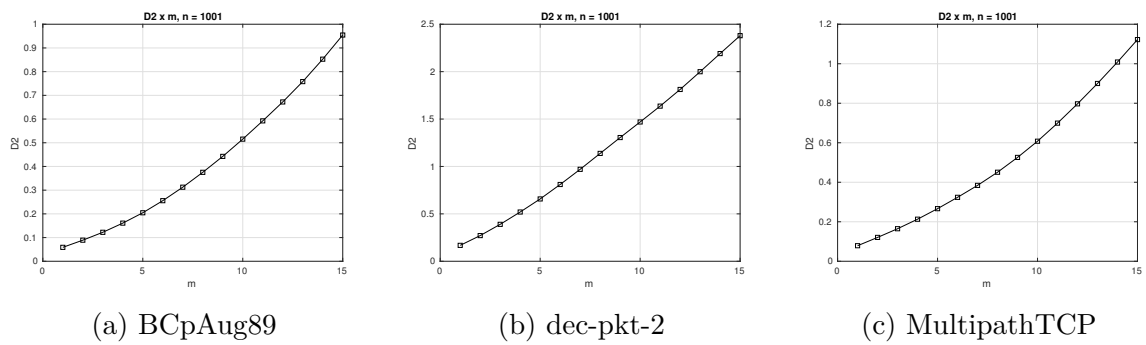
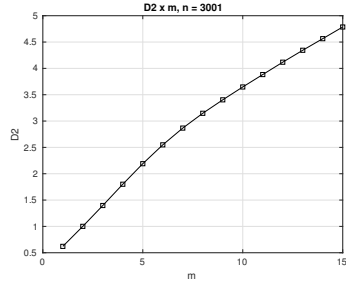
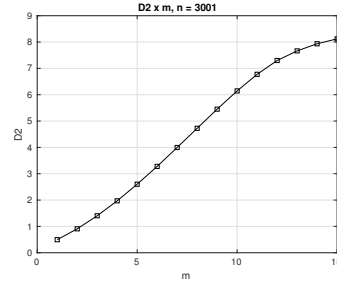


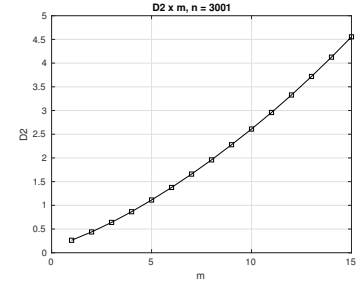
Figura A.10 – $D_2 \times m$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$



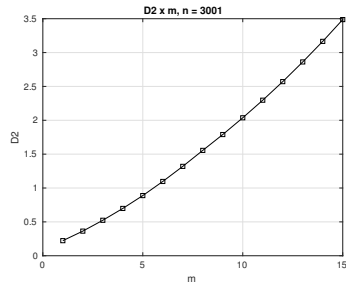
(a) dec2_512



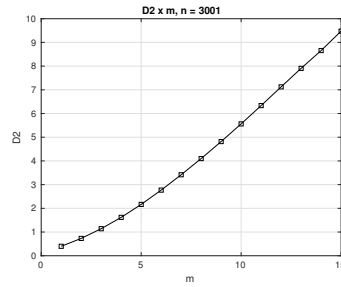
(b) final.anon



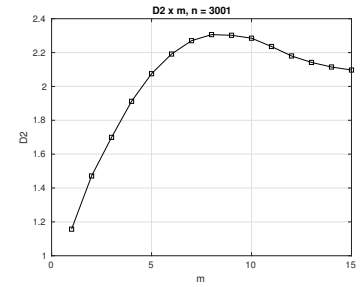
(c) dec_pkt_1_100



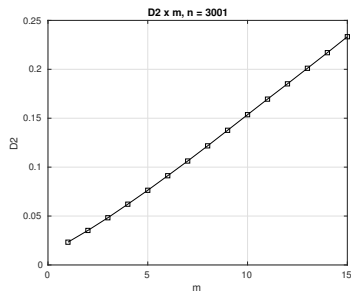
(d) mawi-1ms



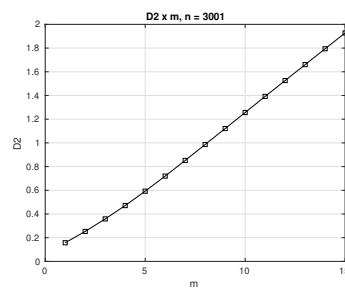
(e) WGN



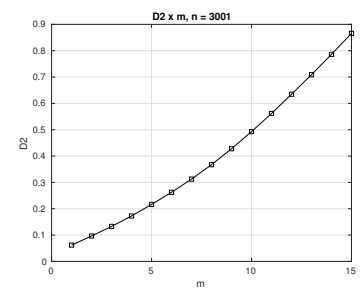
(f) two-torus

Figura A.11 – $D_2 \times m$, $n=3001$ 

(a) BCpAug89



(b) dec-pkt-2



(c) MultipathTCP

Figura A.12 – $D_2 \times m$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.4 As Integrais de Correlação Para r Variante:

As Figuras A.13, A.14, A.15, e A.16 a seguir ilustram os gráficos das integrais de correlação das séries temporais para $n=1001$ e $n=3001$.

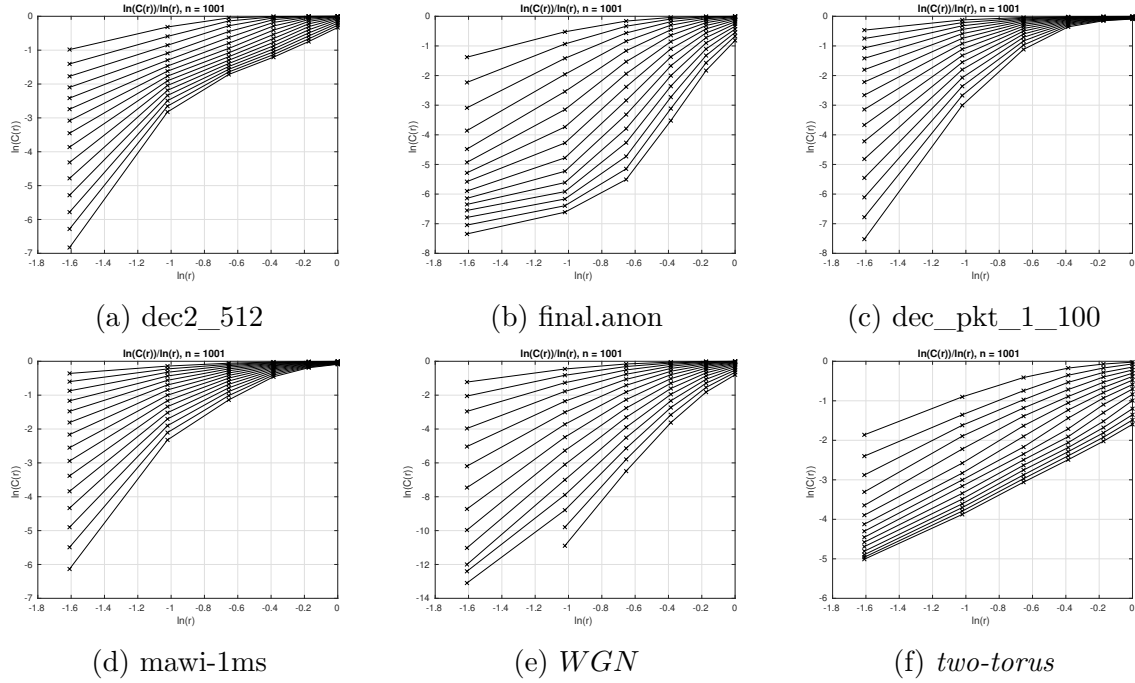


Figura A.13 – Integrais de Correlação, $n=1001$

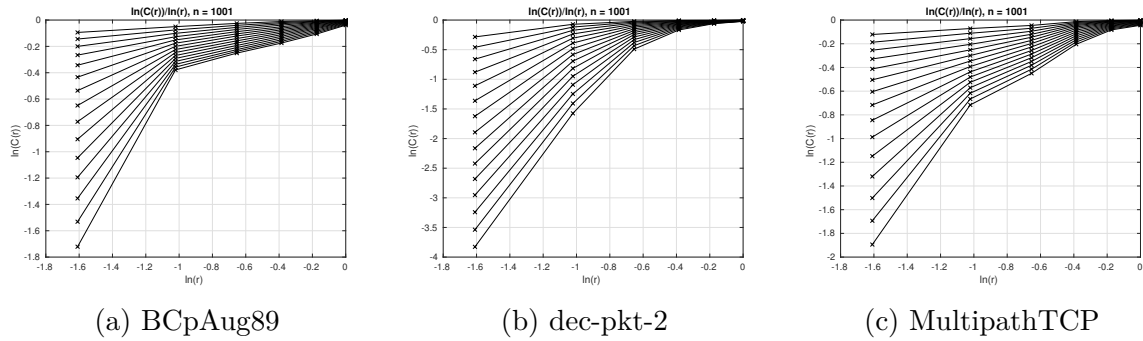
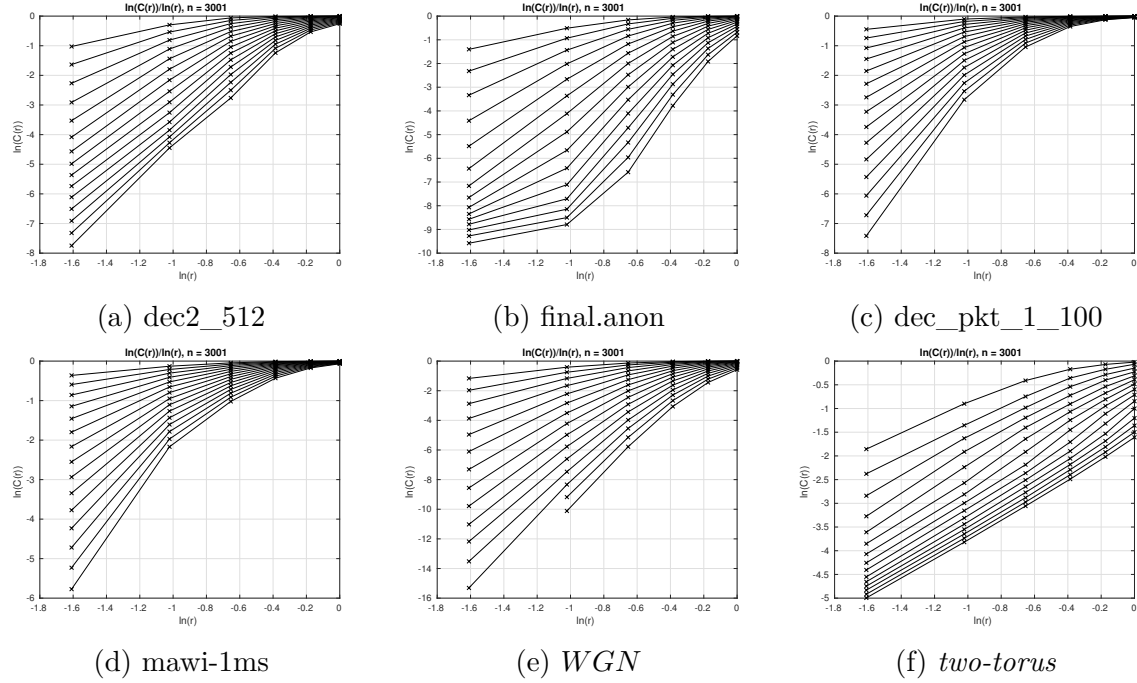
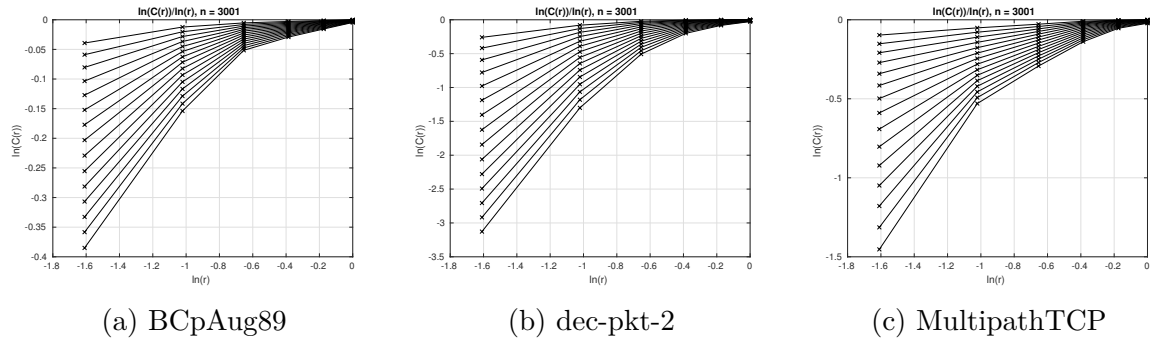


Figura A.14 – Integrais de Correlação, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.15 – Integrais de Correlação, $n=3001$ Figura A.16 – Integrais de Correlação, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.5 Os Gráficos Usados no Cálculo do Expoente de Lyapunov:

As Figuras A.17, A.18, A.19, e A.20 a seguir ilustram os gráficos usados nos cálculos do Expoente de Lyapunov das séries temporais para $n=1001$ e $n=3001$.

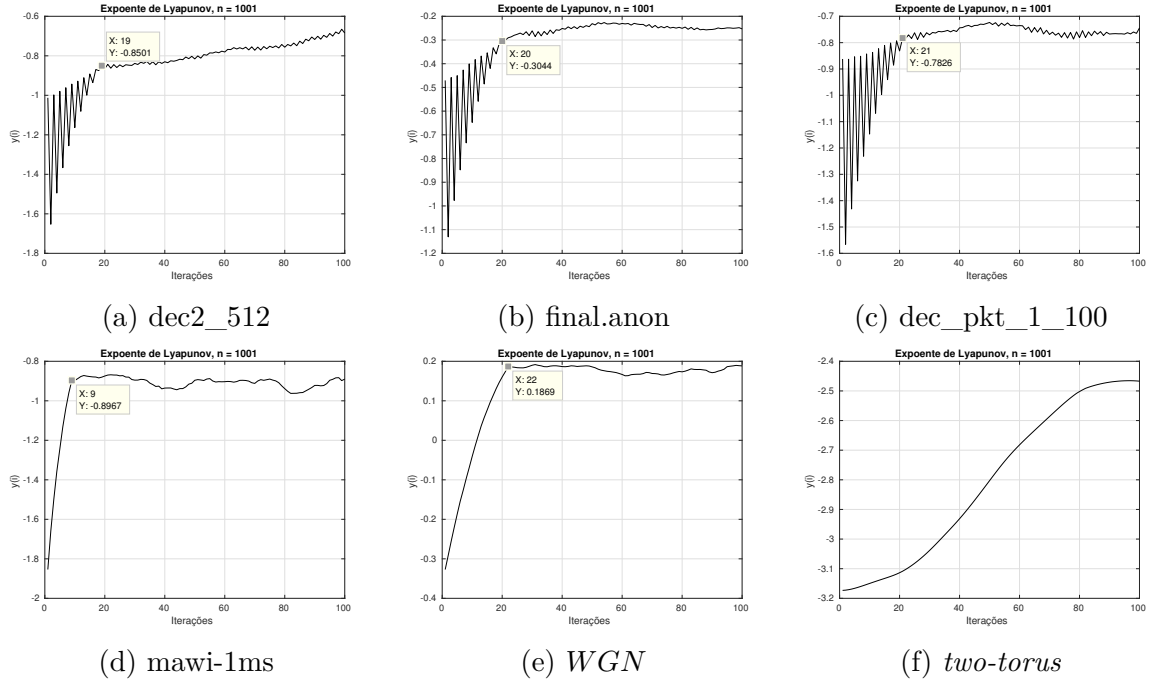


Figura A.17 – $y(t) \times i\Delta t$, $n=1001$

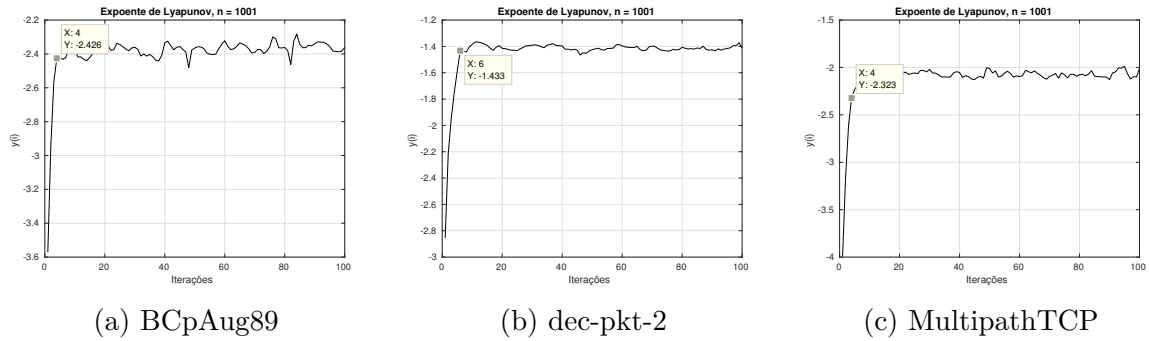
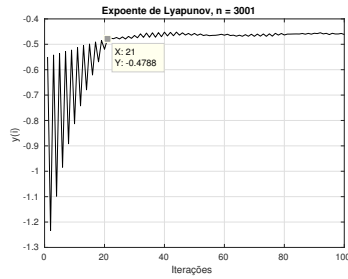
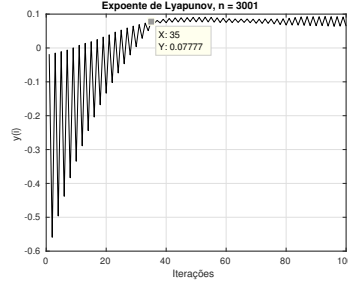


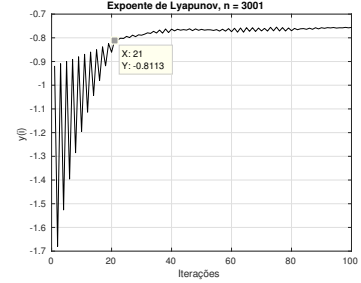
Figura A.18 – $y(t) \times i\Delta t$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$



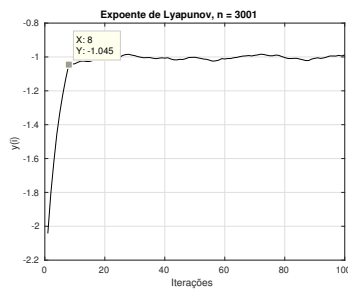
(a) dec2_512



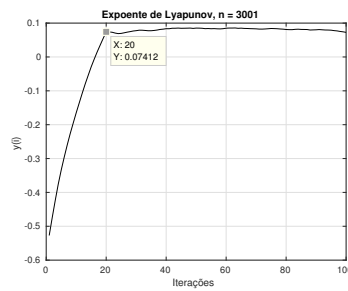
(b) final.anon



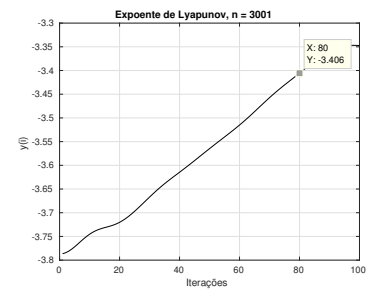
(c) dec_pkt_1_100



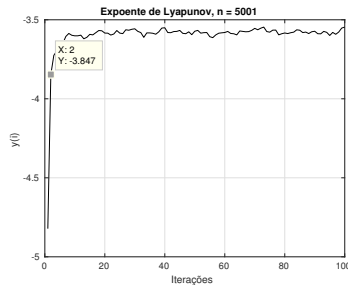
(d) mawi-1ms



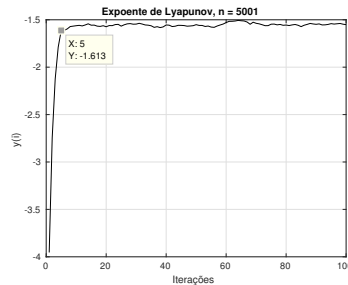
(e) WGN



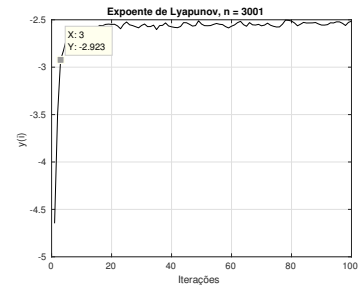
(f) two-torus

Figura A.19 – $y(t) \times i\Delta t$, $n=3001$ 

(a) BCpAug89



(b) dec-pkt-2



(c) MultipathTCP

Figura A.20 – $y(t) \times i\Delta t$, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.6 Os Gráficos dos Autovetores Usados nas Análises de Componentes Principais (PCA):

As Figuras A.21, A.22, A.23, e A.24 a seguir ilustram os gráficos dos autovetores calculados pelo método de Análise de Componentes Principais das séries temporais para $n=1001$ e $n=3001$.

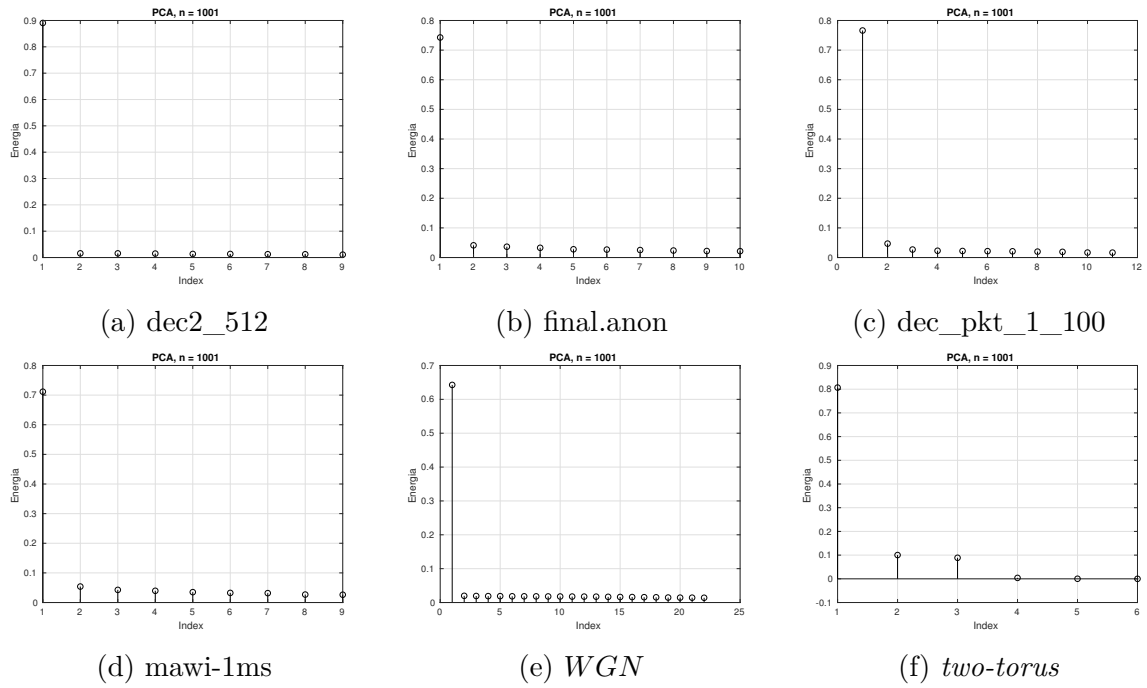


Figura A.21 – PCA, $n=1001$

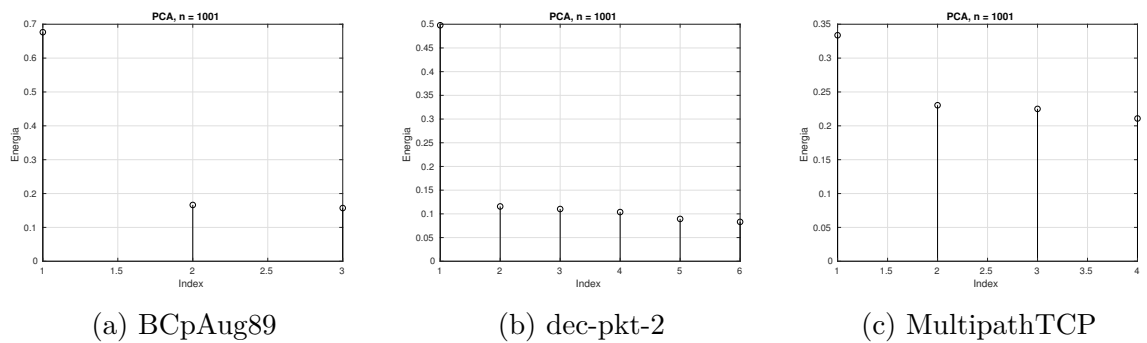
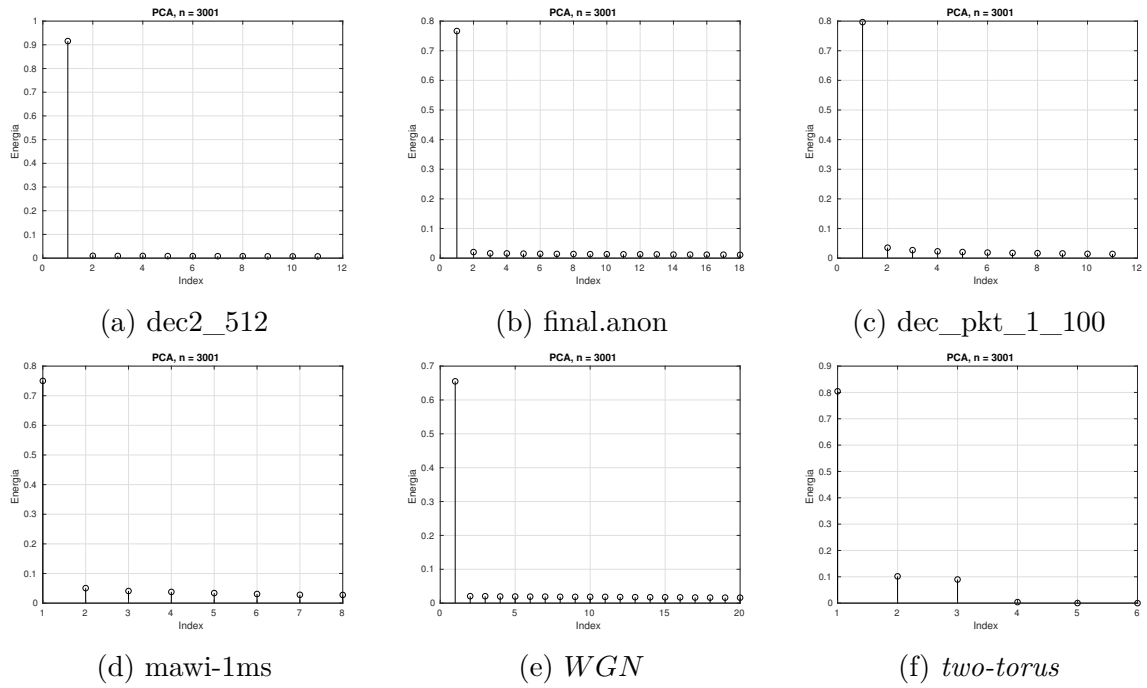
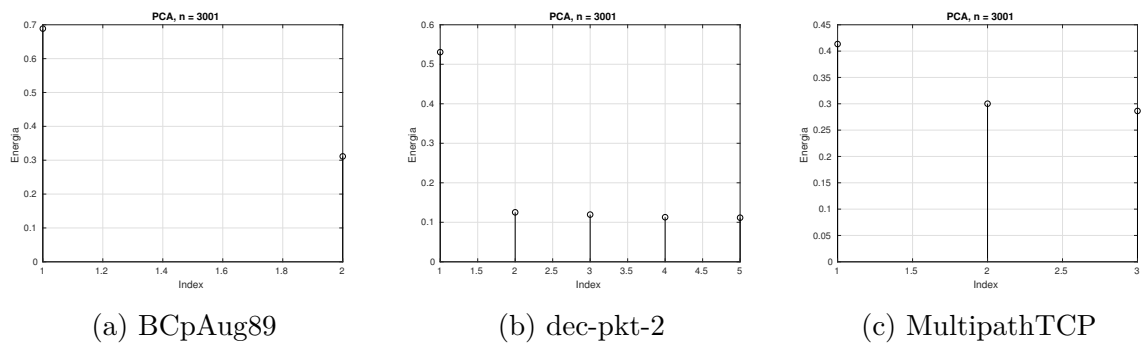


Figura A.22 – PCA, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.23 – PCA, $n=3001$ Figura A.24 – PCA, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.7 A Predição *ARMA*:

As Figuras A.25, A.26, A.27, e A.28 a seguir ilustram os gráficos das previsões temporais obtidas através do método *ARMA* contrastadas com as séries originais para $n=1001$ e $n=3001$.

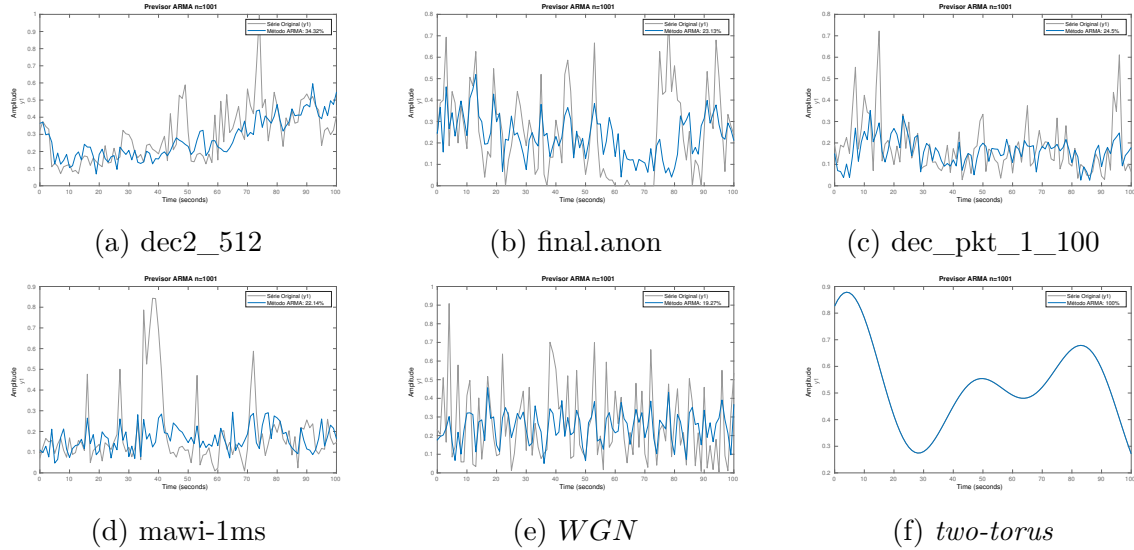


Figura A.25 – Predição *ARMA*, $n=1001$

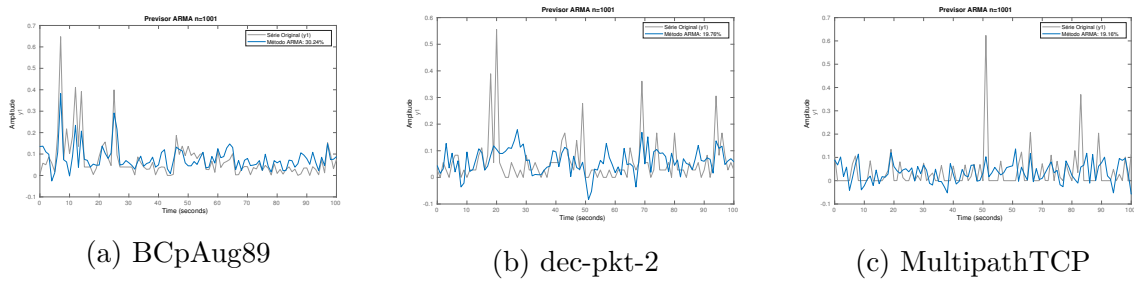
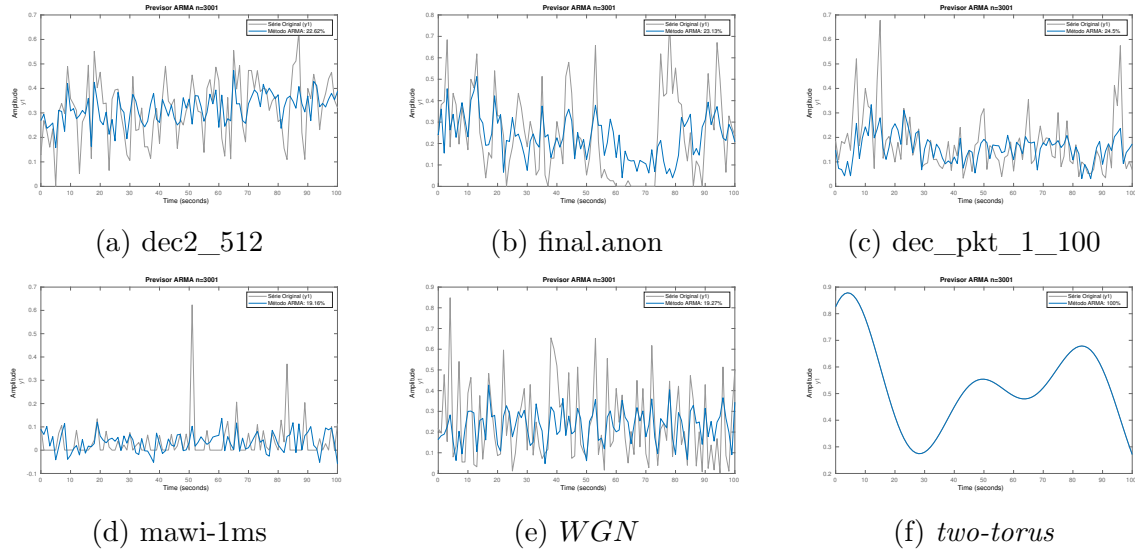
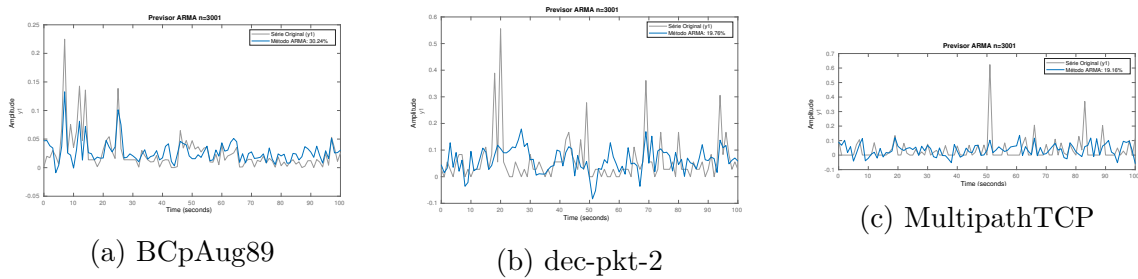


Figura A.26 – Predição *ARMA* - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$

Figura A.27 – Predição *ARMA*, $n=3001$ Figura A.28 – Predição *ARMA* - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=3001$

A.7.1 A Predição AR :

As Figuras A.29, A.30, A.31, e A.32 a seguir ilustram as previsões temporais obtidas através do método AR contrastadas com as séries originais para $n=1001$ e $n=3001$.

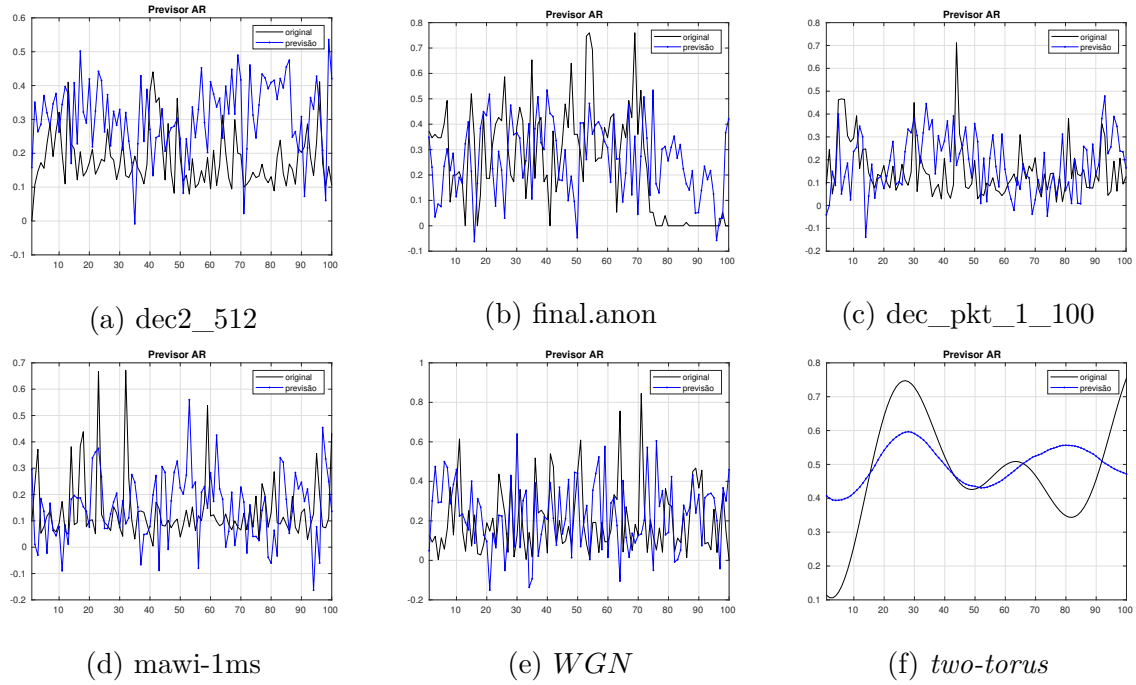


Figura A.29 – Predição AR , $n=1001$

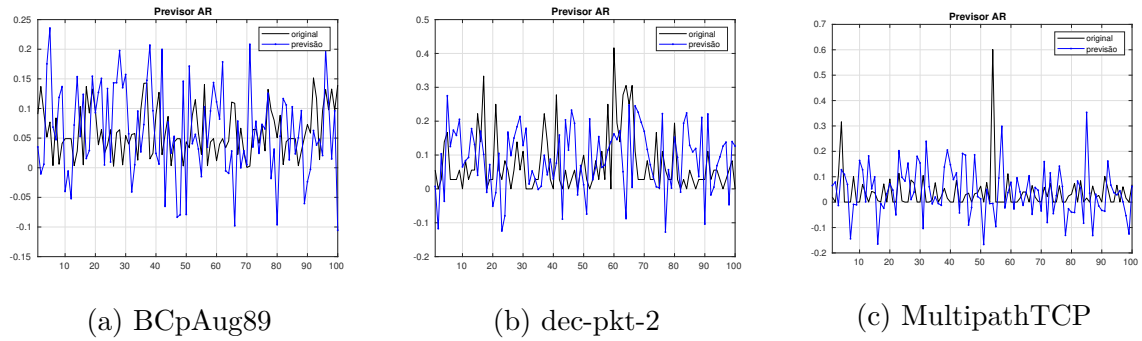
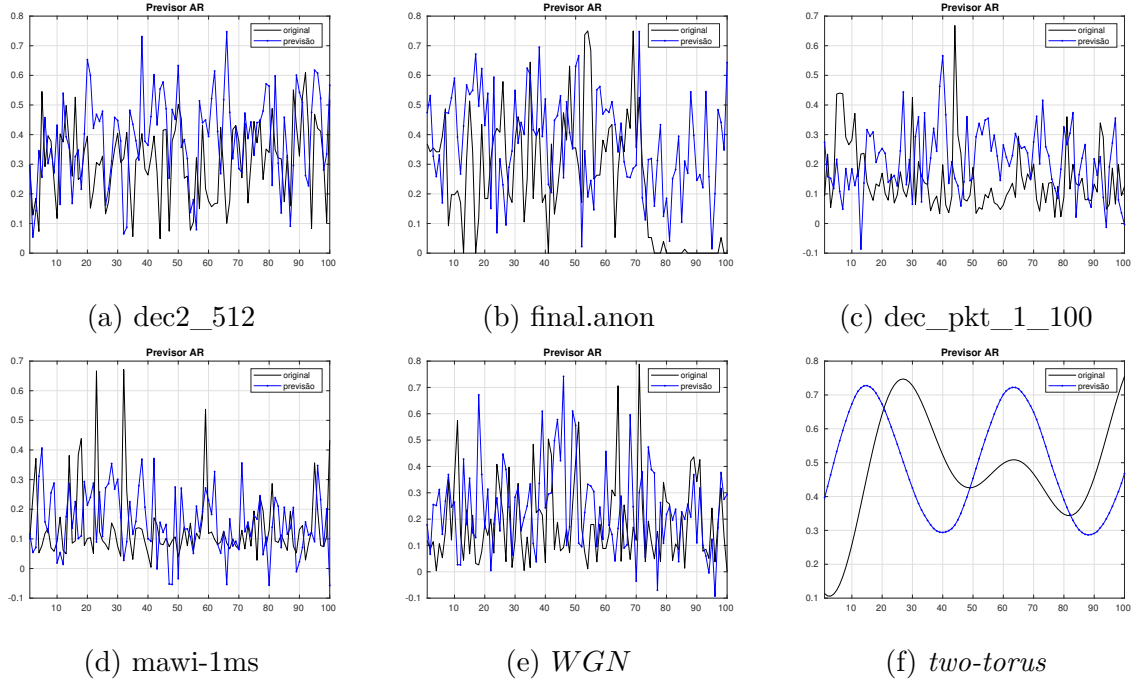
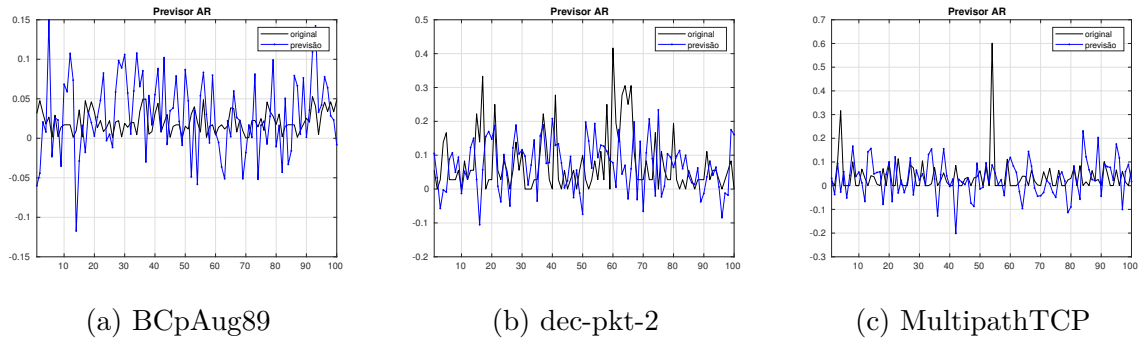


Figura A.30 – Predição AR - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$

Figura A.31 – Predição *AR*, $n=3001$ Figura A.32 – Predição *AR* - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=3001$

A.7.2 A Predição *SMA*:

As Figuras A.33, A.34, A.35, e A.36 a seguir ilustram os gráficos das previsões temporais obtidas através do método *SMA* contrastadas com as séries originais para $n=1001$ e $n=3001$.

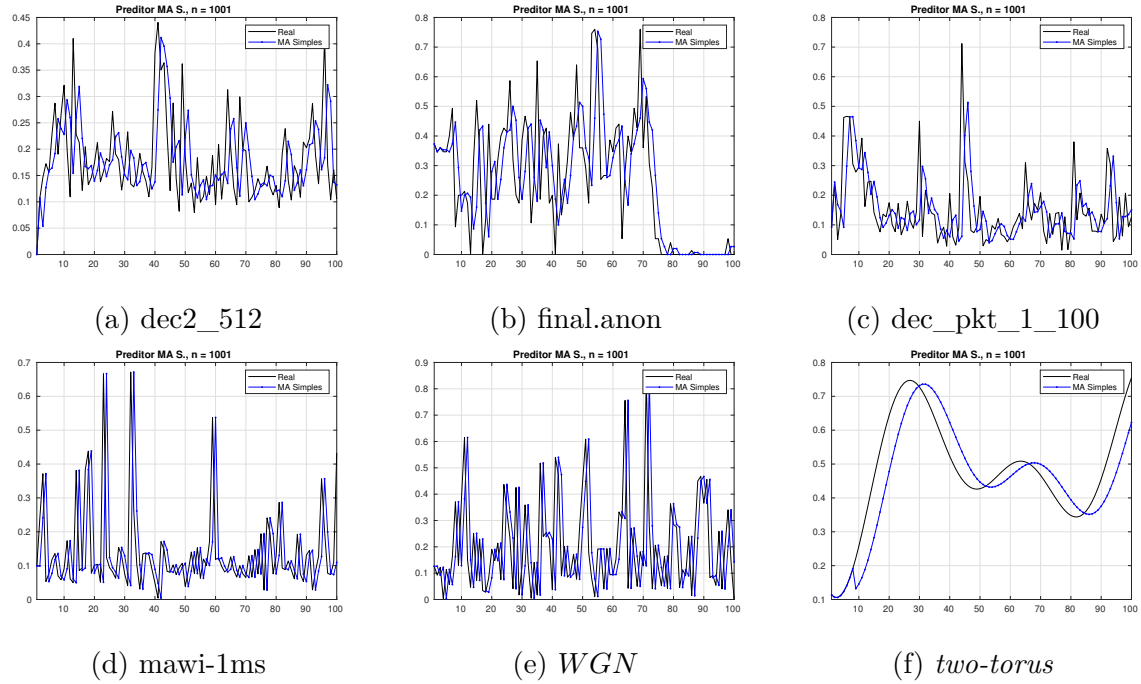


Figura A.33 – Predição *SMA*, $n=1001$

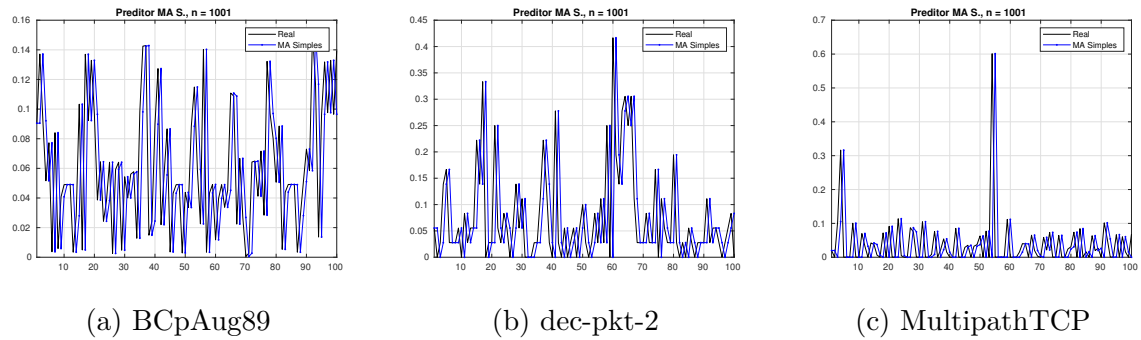
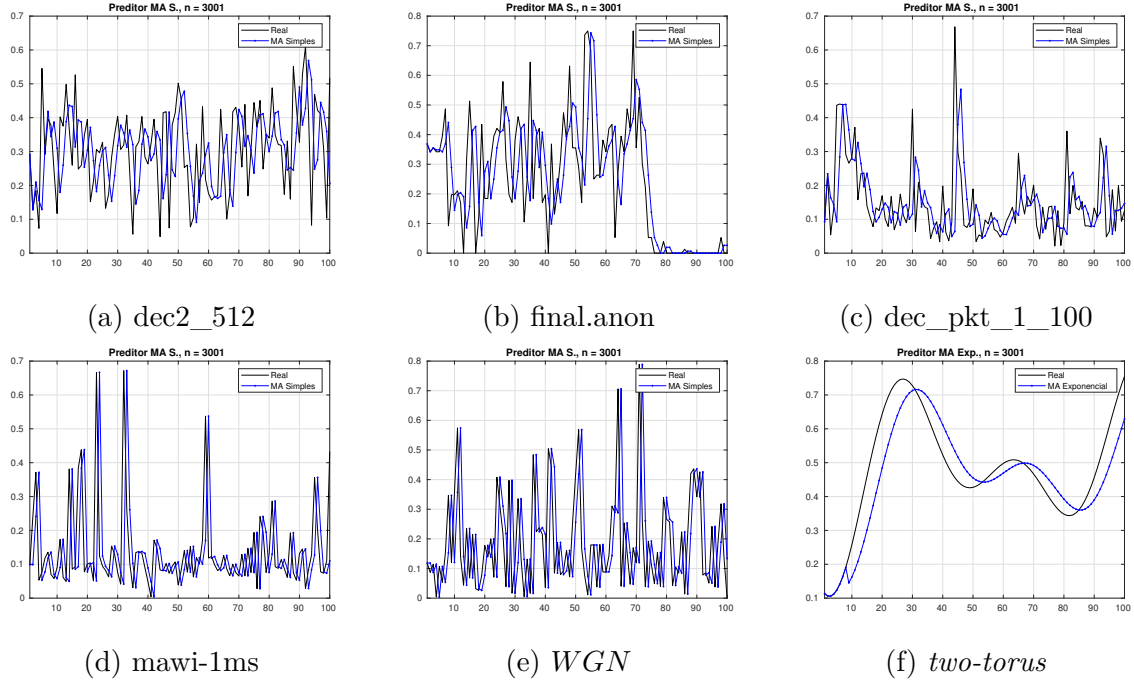
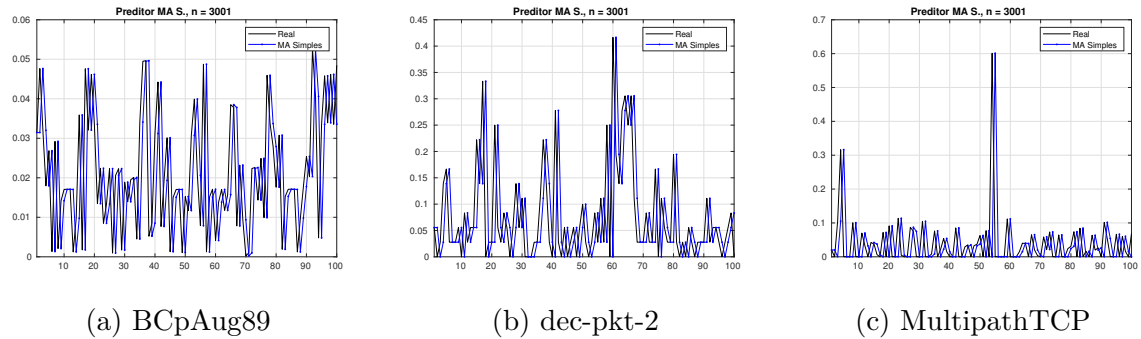


Figura A.34 – Predição *SMA* - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$

Figura A.35 – Predição *SMA*, $n=3001$ Figura A.36 – Predição *SMA* - Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=3001$

A.7.3 A Predição *EMA*:

As Figuras A.37, A.38, A.39, e A.40 a seguir ilustram os gráficos das previsões temporais obtidas através do método *EMA* contrastadas com a série original para $n=1001$ e $n=3001$.

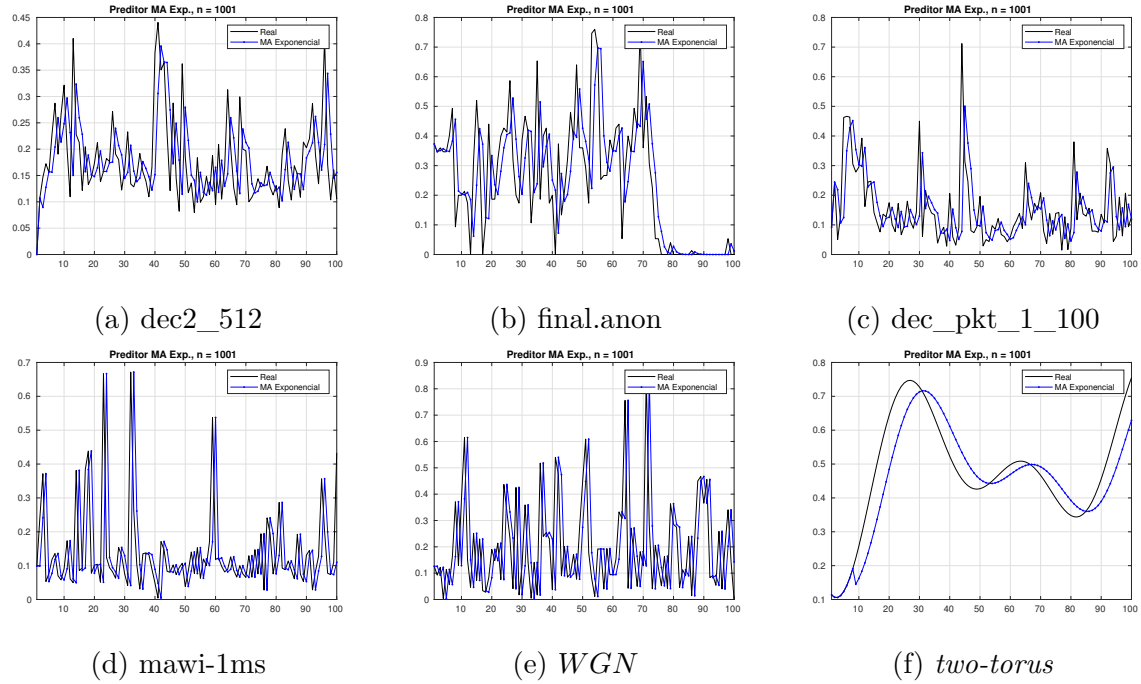


Figura A.37 – Predição *EMA*, $n=1001$

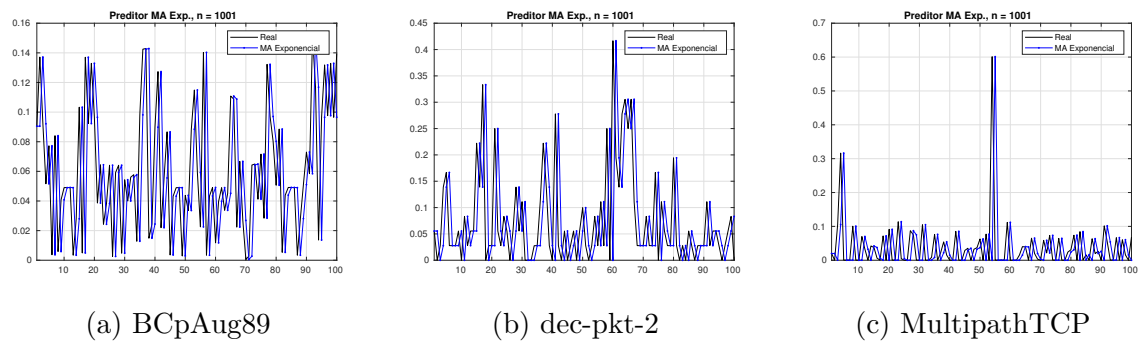
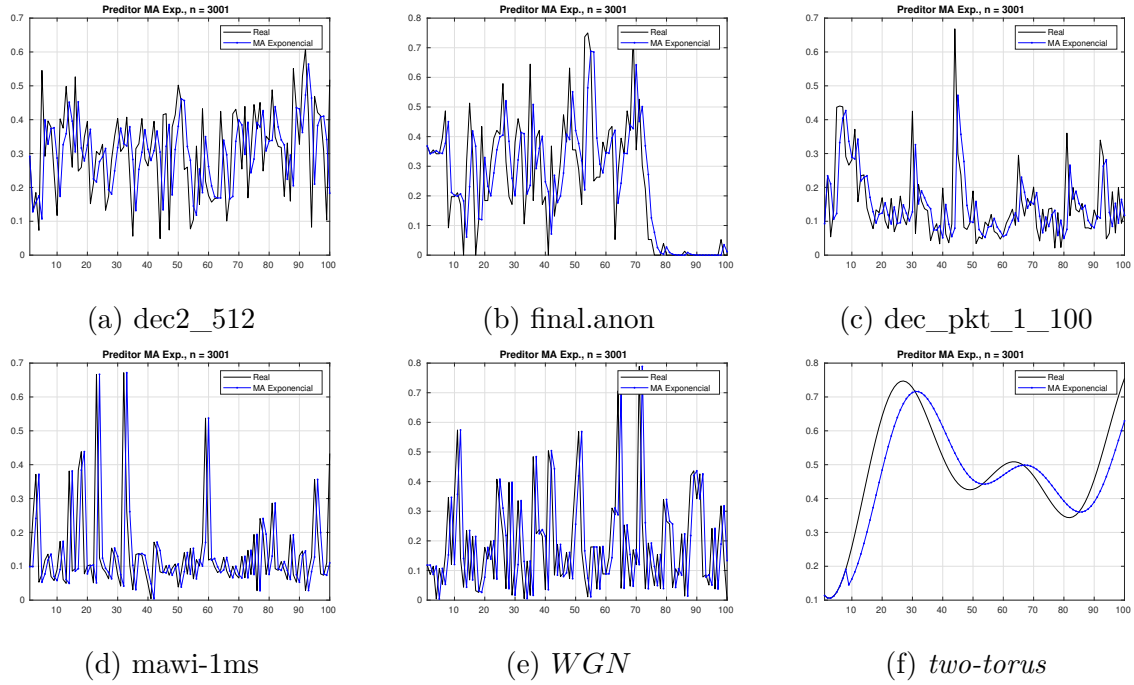
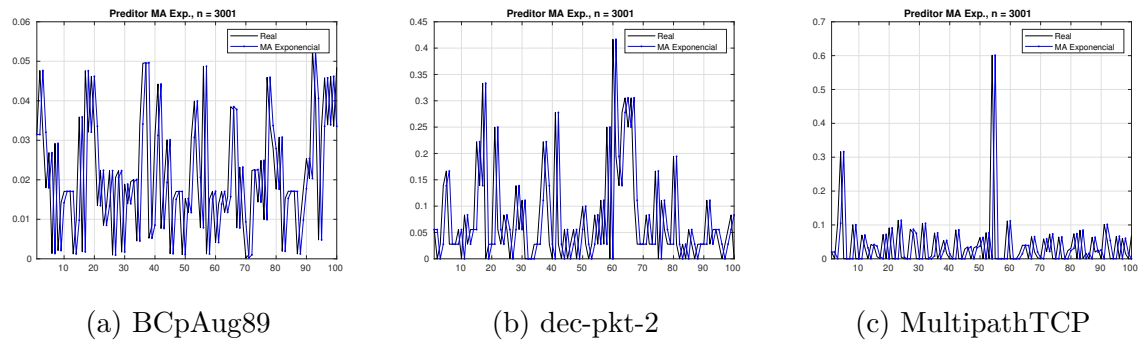


Figura A.38 – Predição *EMA*, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.39 – Predição *EMA*, $n=3001$ Figura A.40 – Predição *EMA*, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.8 Preditor Descrito no Método *DRA*:

As Figuras A.41, A.42, A.43, e A.44 a seguir ilustram os gráficos das previsões obtidas através do preditor descrito no método *DRA* contrastadas com as séries originais para $n=1001$ e $n=3001$. Nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a quantidade de pacotes ou bytes por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o tempo, entre as amostras, previsto.

A série referenciada na legenda como ‘original’ diz respeito àquela obtida através da Equação 4.13, por isso a diferença entre as legendas dessa seção em relação às legendas das seções anteriores de previsão.

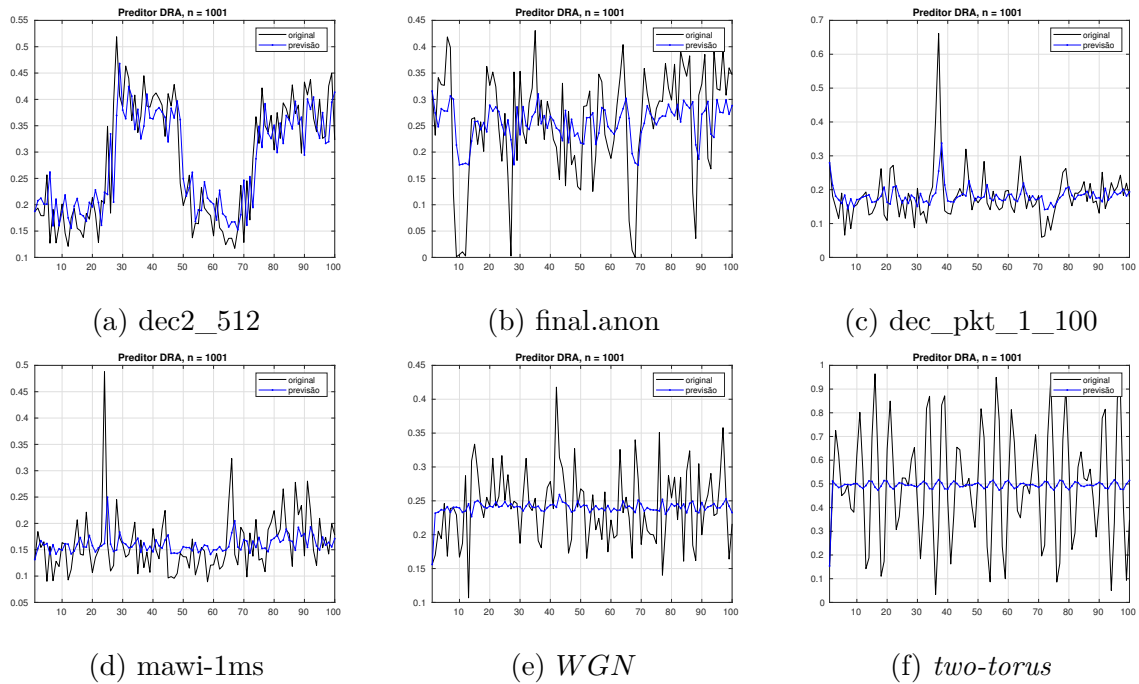


Figura A.41 – Predição *DRA*, $n=1001$

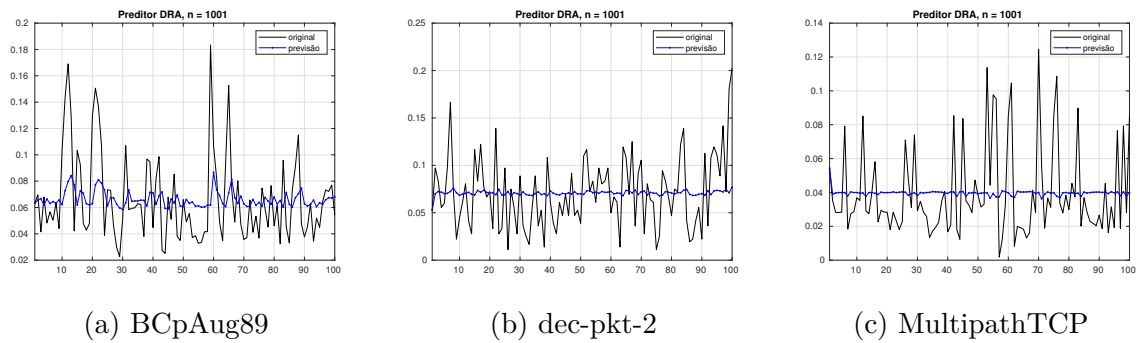
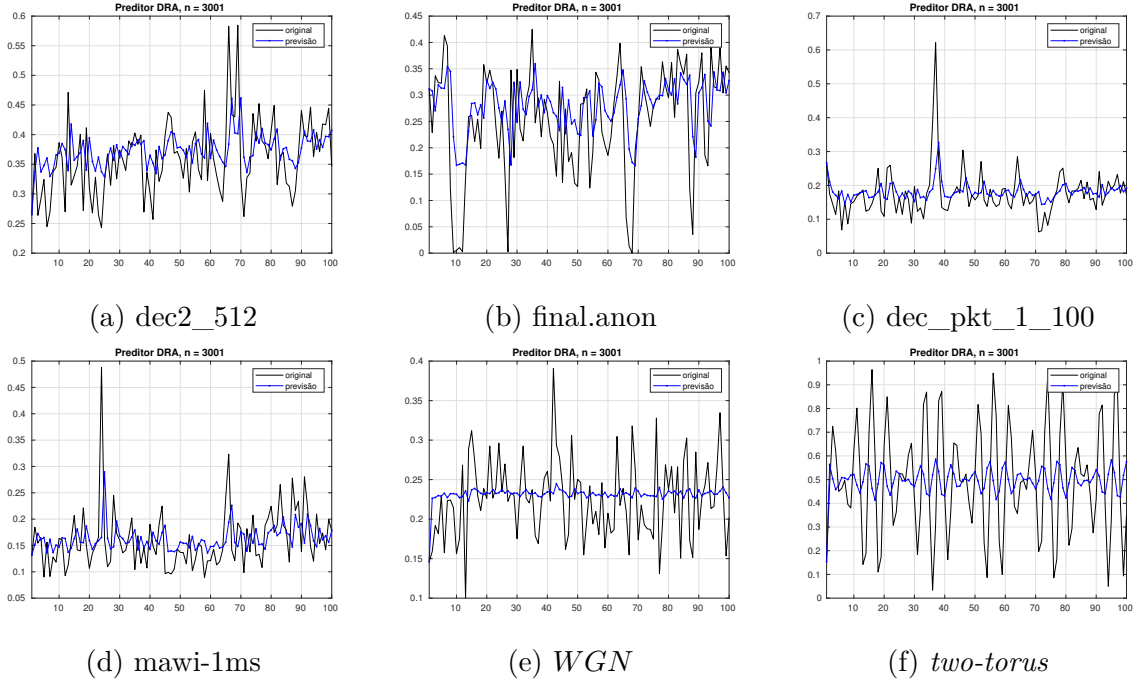
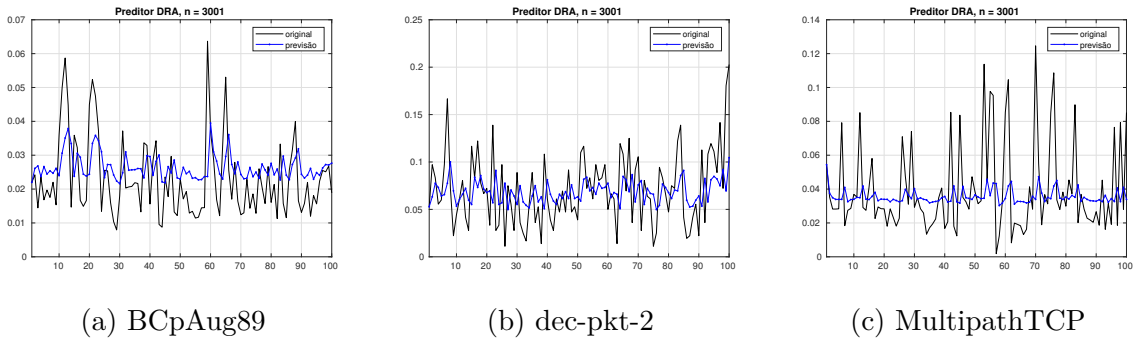


Figura A.42 – Predição *DRA*, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.43 – Predição *DRA*, $n=3001$ Figura A.44 – Predição *DRA*, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.8.1 A Taxa Alocada - Método *DRA*:

As Figuras A.45, A.46, A.47, e A.48 a seguir ilustram os gráficos das taxas alocadas obtidas através do método *DRA* contrastadas com as séries originais para $n=1001$ e $n=3001$. Nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a taxa alocada por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é a taxa de tempo, entre as amostras, prevista.

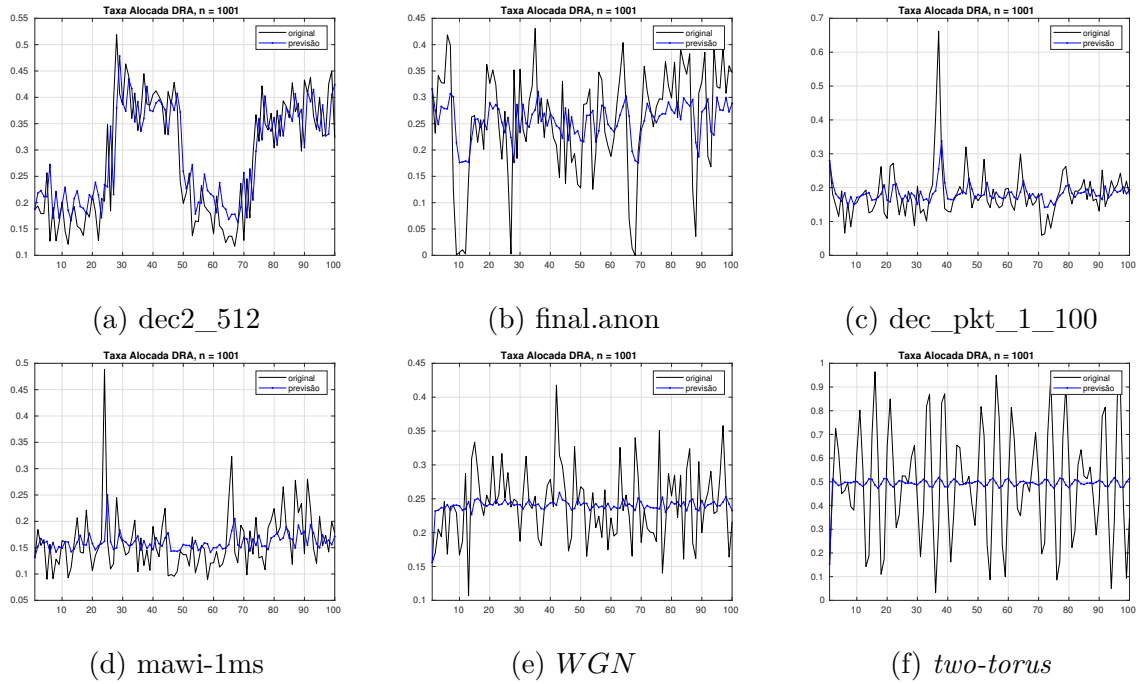


Figura A.45 – Taxa Alocada *DRA*, $n=1001$

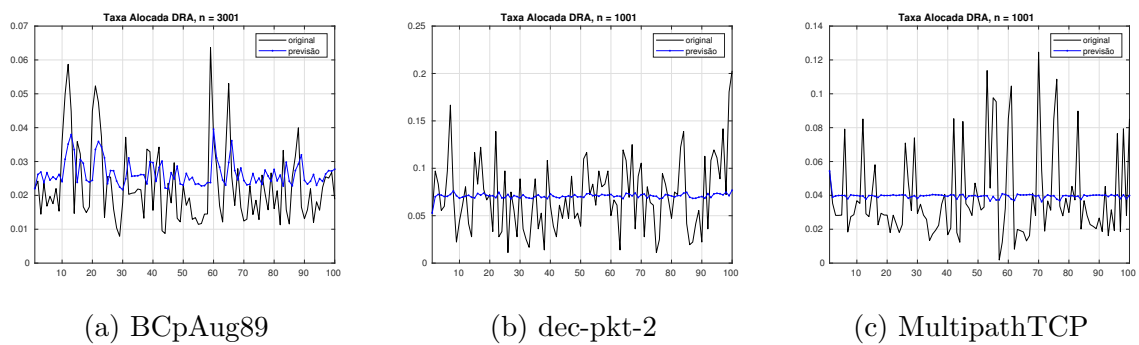
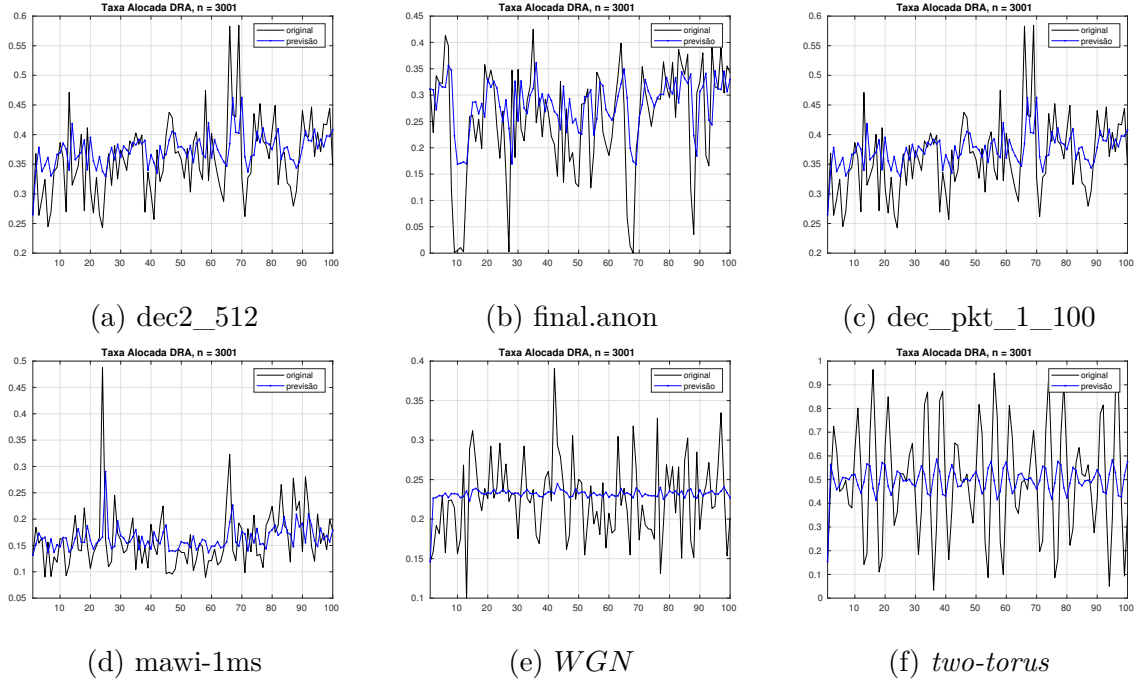
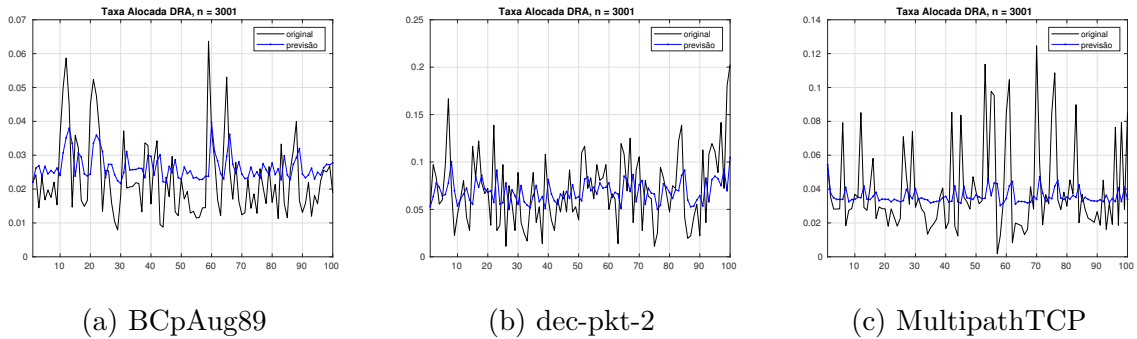


Figura A.46 – Taxa Alocada *DRA*, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.47 – Taxa Alocada DRA , $n=3001$ Figura A.48 – Taxa Alocada DRA , Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.9 O Método Proposto de Predição Temporal:

As Figuras A.49, A.50, A.51, e A.52 a seguir ilustram os gráficos das previsões temporais obtidas através do método proposto contrastadas com as séries originais e a série futura (não usada nos cálculos dos parâmetros) para $n=1001$ e $n=3001$. Nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a quantidade de pacotes ou bytes por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o tempo, entre as amostras, previsto.

A série referenciada na legenda como ‘original’ diz respeito àquela obtida através da Equação 4.13, por isso a diferença entre as legendas dessa seção em relação às legendas das seções anteriores de previsão.

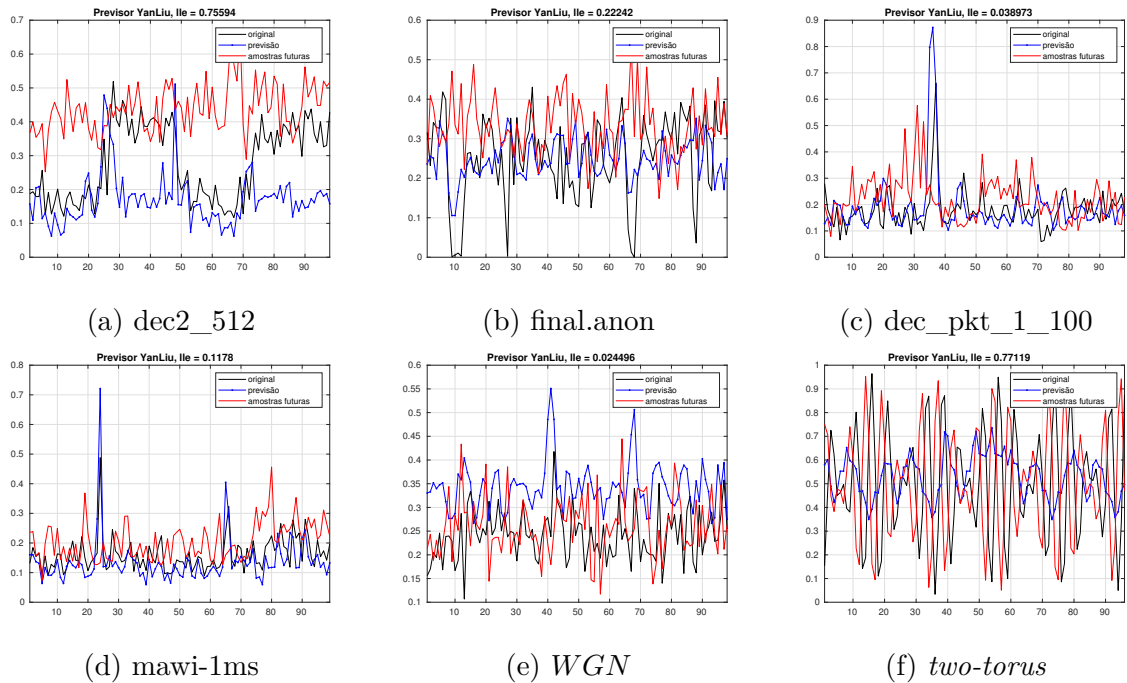


Figura A.49 – Predição Proposta, $n=1001$

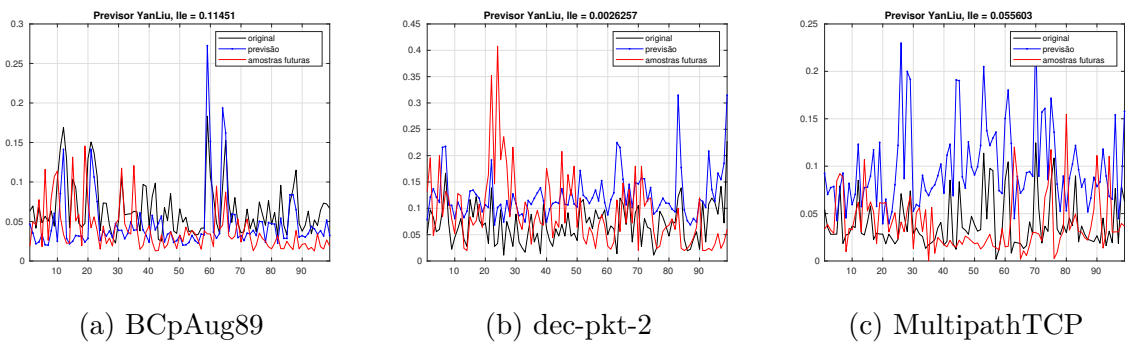
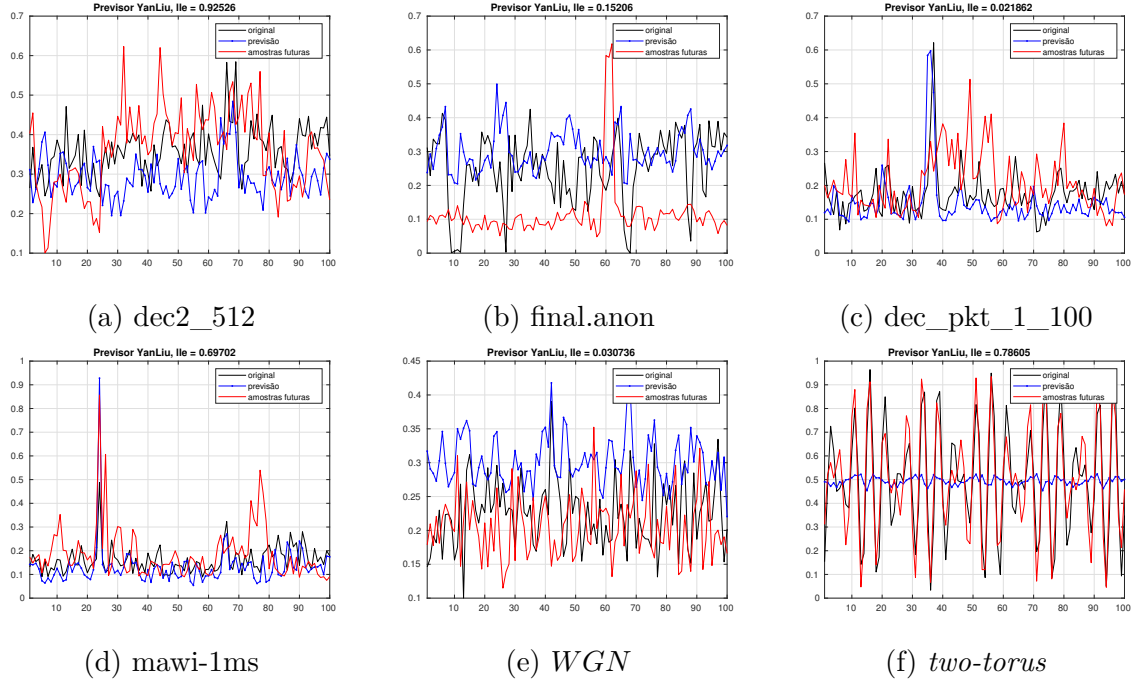
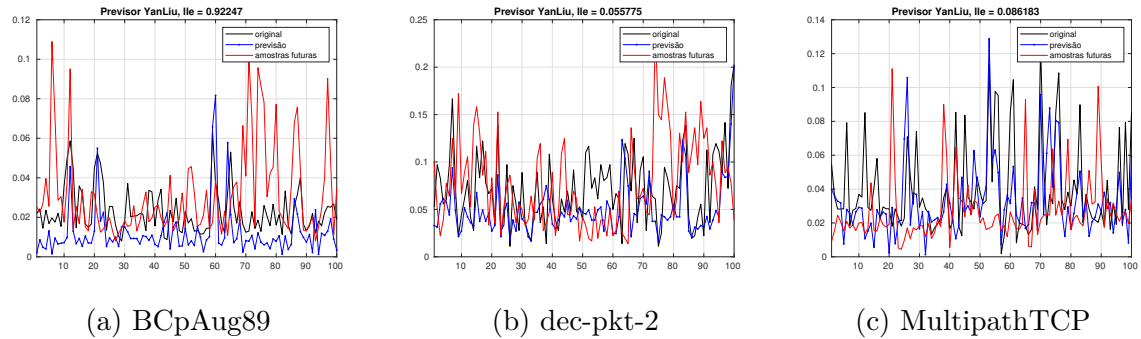


Figura A.50 – Predição Proposta, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.51 – Predição Proposta, $n=3001$ Figura A.52 – Predição Proposta, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

A.9.1 A Taxa Alocada Para a Predição Pelo Método Proposto:

As Figuras A.53, A.54, A.55, e A.56 a seguir ilustram os gráficos das taxas alocadas para as previsões temporais obtidas através do método proposto contrastadas com a série original e a série futura (não usada nos cálculos dos parâmetros) para $n=1001$ e $n=3001$. Nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a taxa alocada por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o taxa de tempo, entre as amostras, prevista.

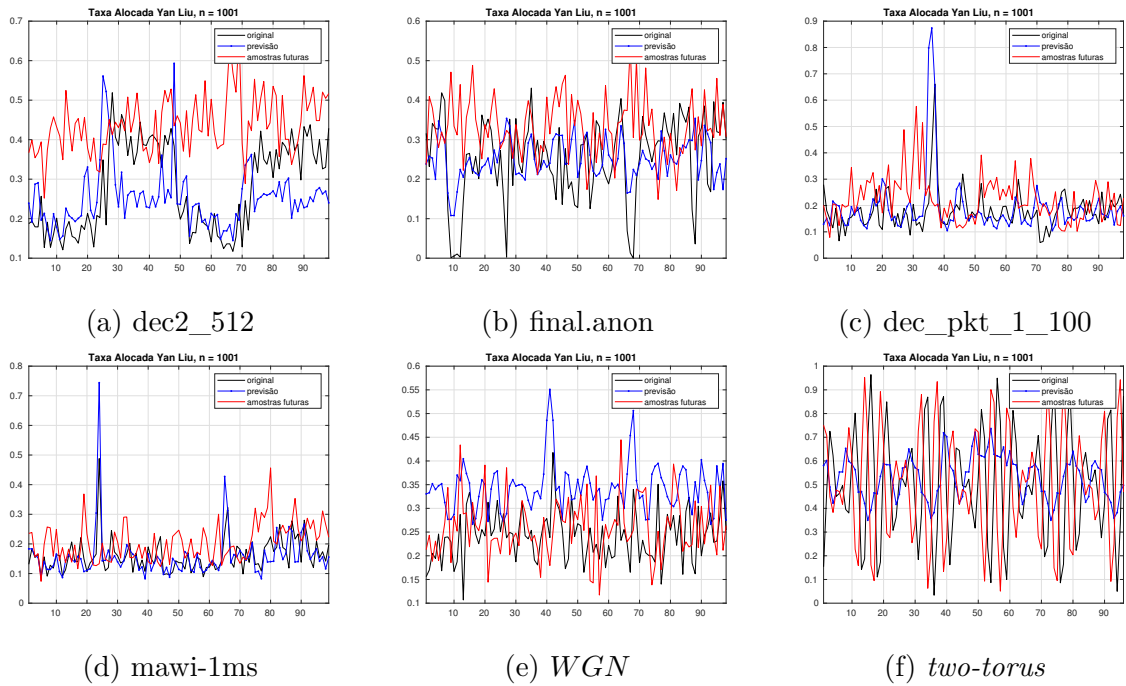


Figura A.53 – Taxa Alocada - Método Proposto, $n=1001$

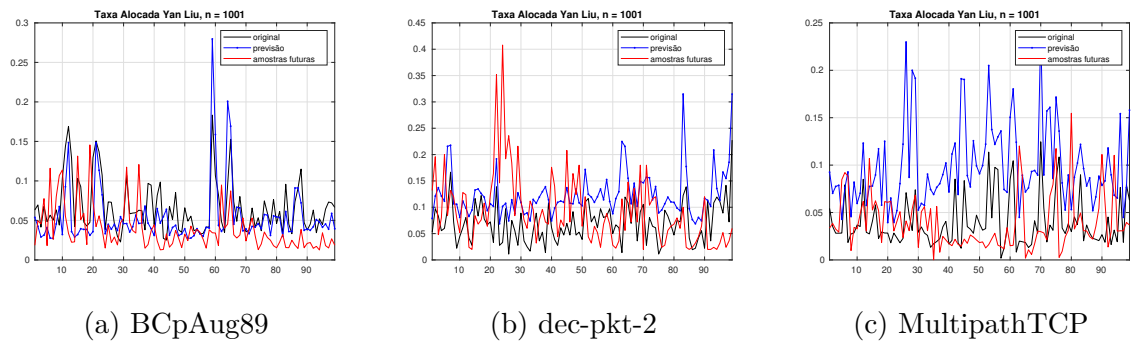
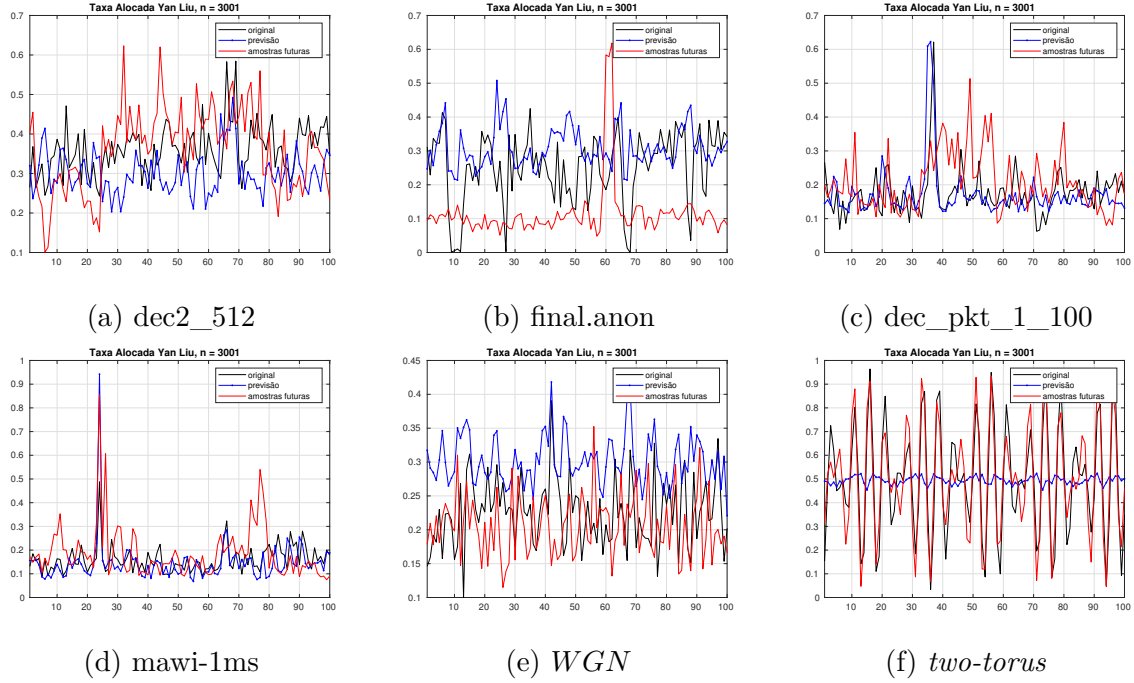
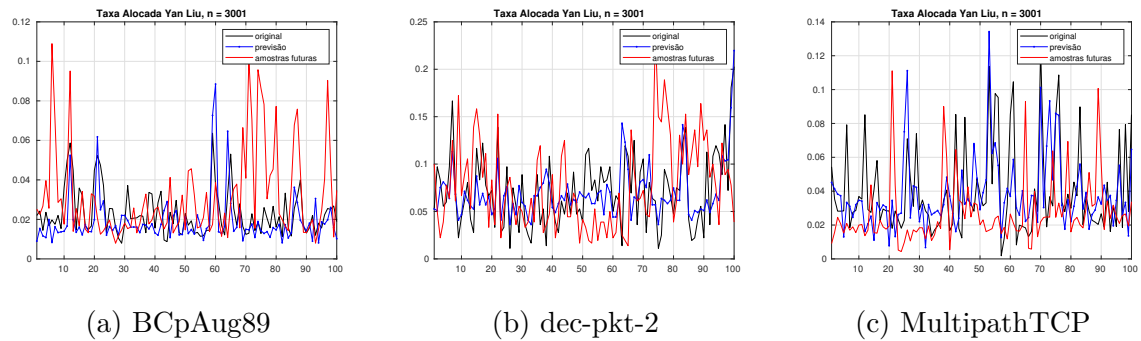


Figura A.54 – Taxa Alocada - Método Proposto, Séries de Tempo Entre as Chegadas, $n=1001$

Figura A.55 – Taxa Alocada - Método Proposto, $n=3001$ Figura A.56 – Taxa Alocada - Método Proposto, Séries de Tempo Entre as Chegadas, $n=3001$

A.10 Predição Proposta Contrastada Com o a Predição Descrita no Método *DRA*:

As Figuras A.57, A.58, A.59, e A.60 a seguir ilustram os gráficos das previsões obtidas através do método proposto contrastadas com aquelas obtidas através da predição descrita no método *DRA* para $n=1001$ e $n=3001$. Nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a quantidade de pacotes ou bytes por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é o tempo, entre as amostras, previsto.

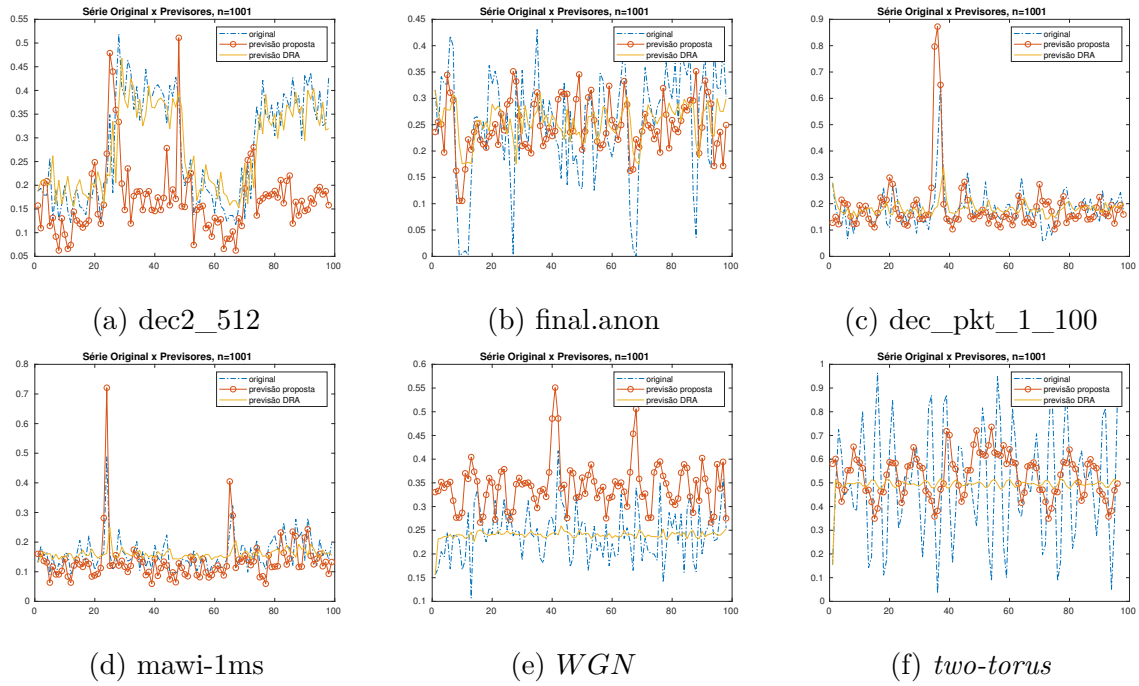


Figura A.57 – Série Original x Método Proposto x Método *DRA*, $n=1001$

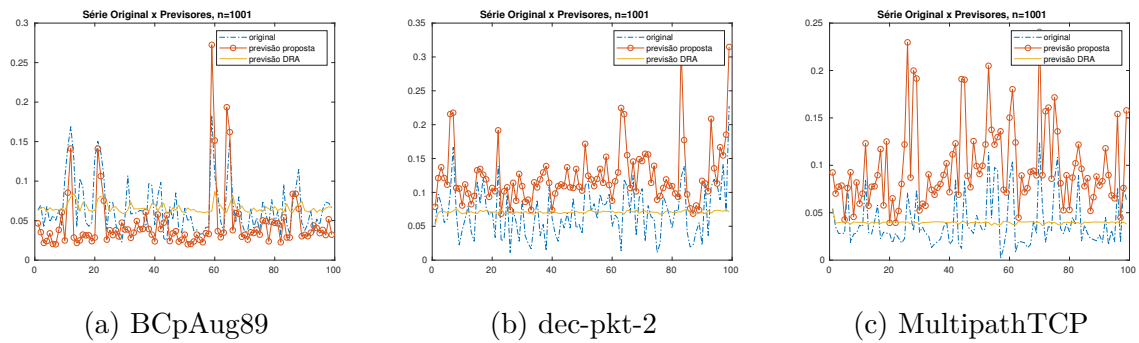
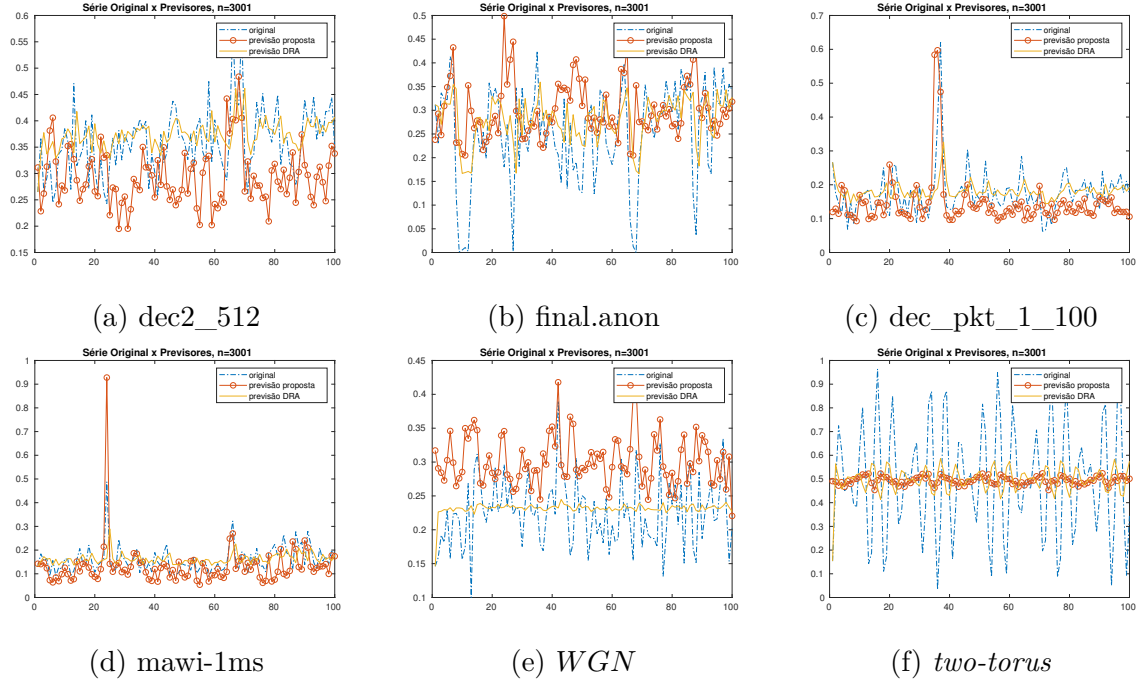
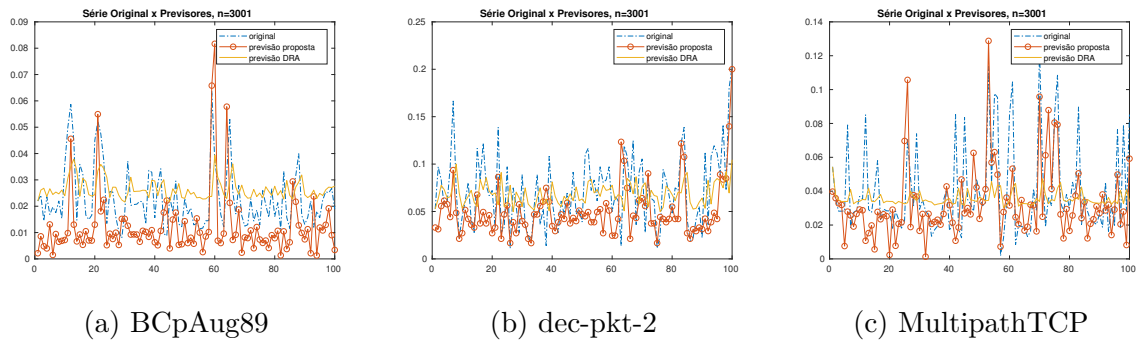


Figura A.58 – Série Original x Método Proposto x Método *DRA*, Séries de Tempo Entre Chegadas, $n=1001$

Figura A.59 – Série Original x Método Proposto x Método DRA, $n=3001$ Figura A.60 – Série Original x Método Proposto x Método DRA, Séries de Tempo Entre as Chegadas, $n=3001$

A.10.1 Alocação de Taxa Para o Método Proposto Contrastada Com a Alocação de Taxa da Predição Descrita no Método *DRA*:

As Figuras A.61, A.62, A.63, e A.64 a seguir ilustram os gráficos das alocações de taxa obtidas das previsões através do método proposto contrastadas com as alocações obtidas através do método *DRA* e as séries originais para $n=1001$ e $n=3001$. Nessas figuras o eixo x é o tamanho da janela enquanto o eixo y é a taxa alocada por unidade de tempo. Para as séries de tempo entre as amostras, o eixo y é a taxa de tempo, entre as amostras, prevista.

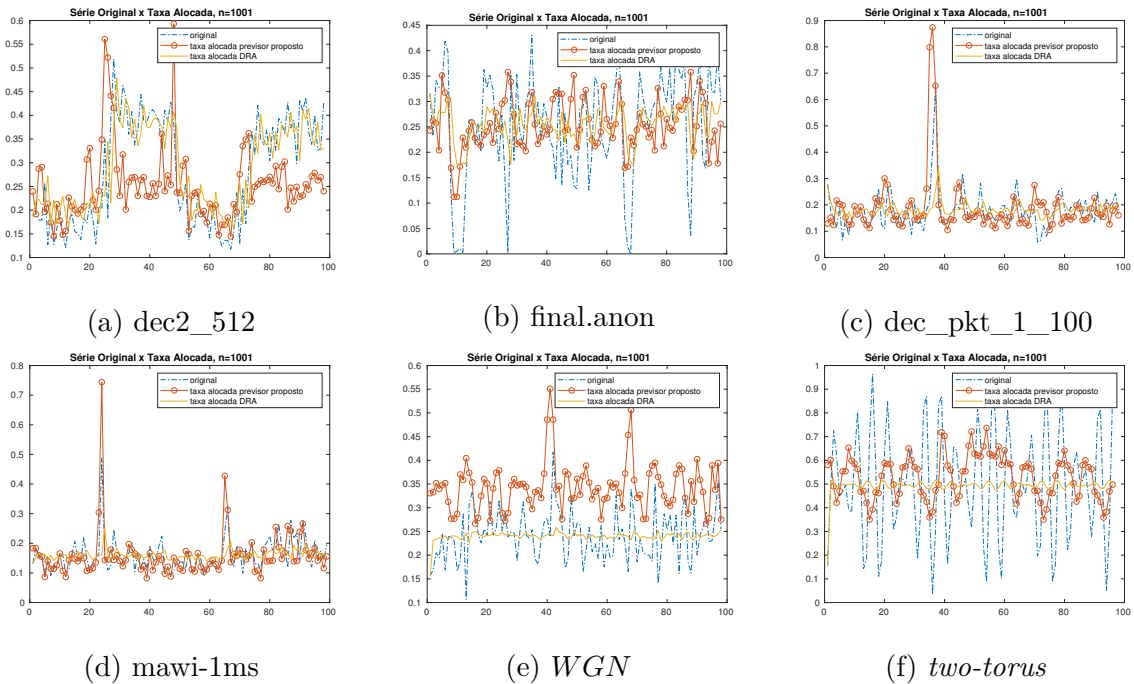


Figura A.61 – Série Original x Método Proposto x Método *DRA*, $n=1001$

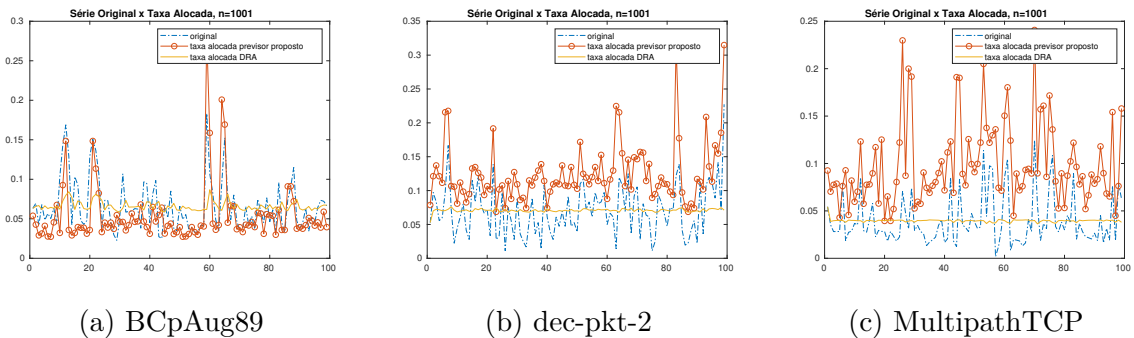
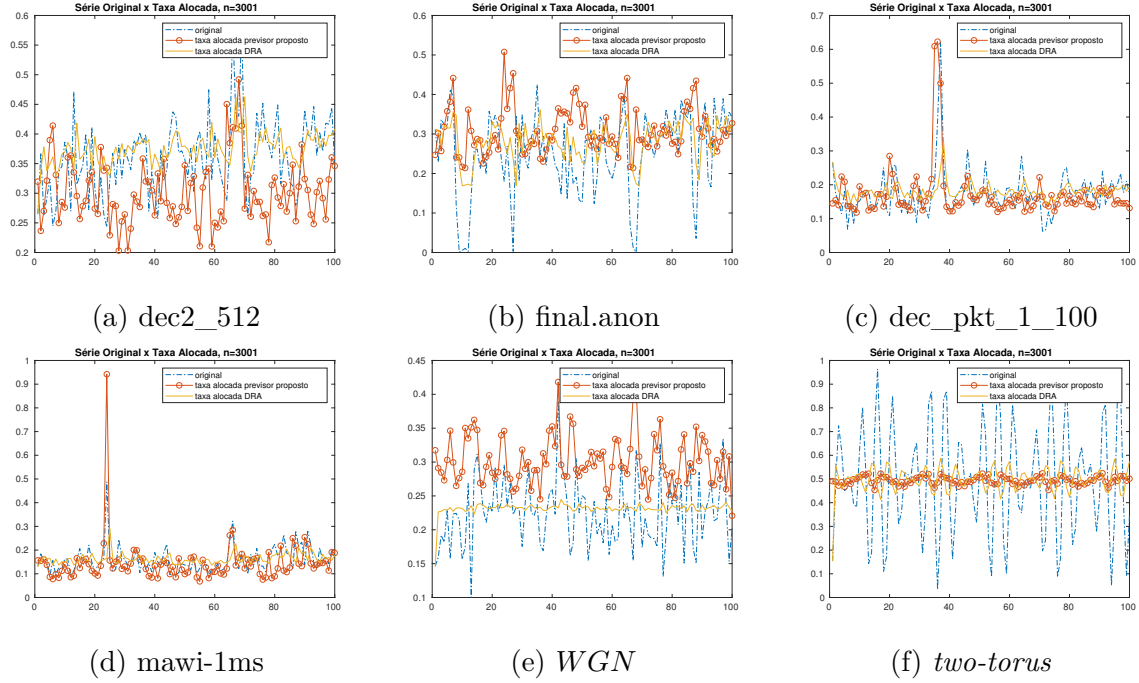
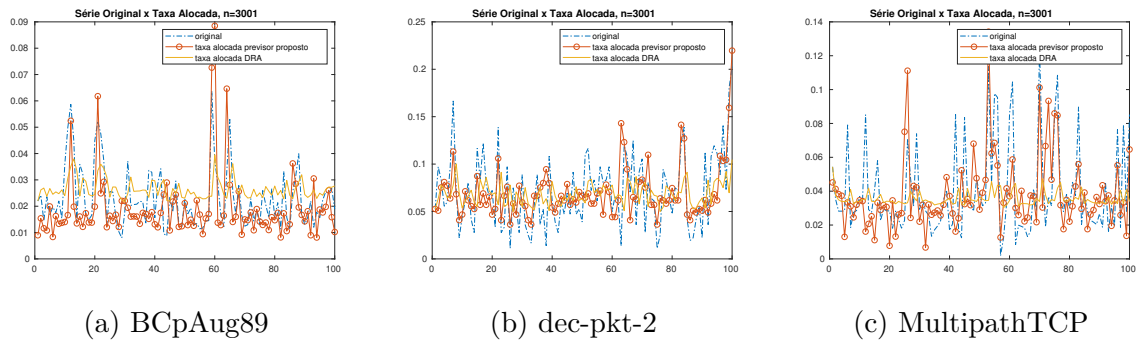


Figura A.62 – Série Original x Método Proposto x Método *DRA*, Séries de Tempo Entre as Chegadas $n=1001$

Figura A.63 – Série Original x Método Proposto x Método DRA, $n=3001$ Figura A.64 – Série Original x Método Proposto x Método DRA, Séries de Tempo Entre as Chegadas $n=3001$

A.11 Qualidade de Serviço (QoS)

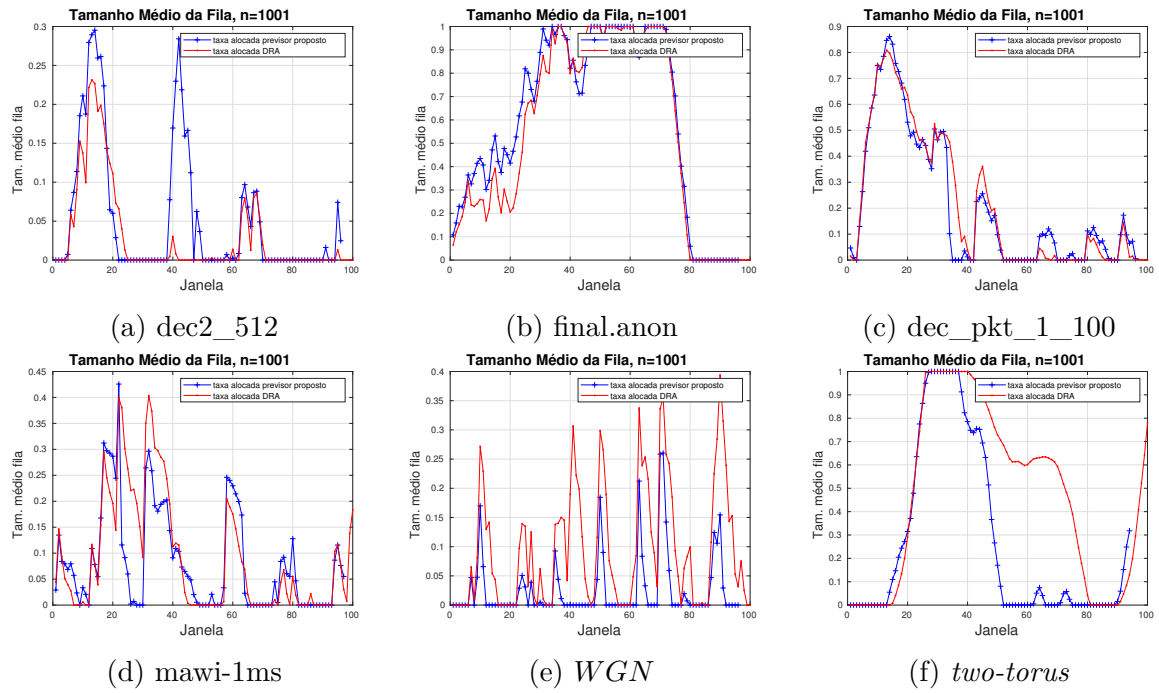


Figura A.65 – Tamanho Médio da Fila, $n=1001$

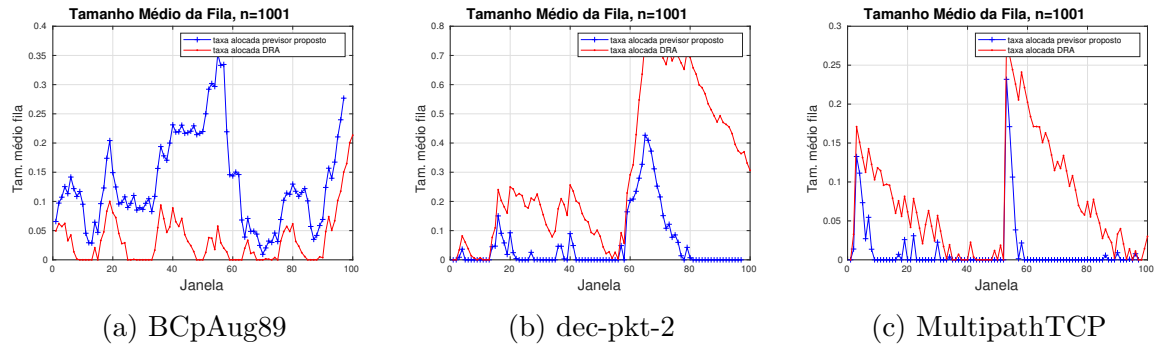
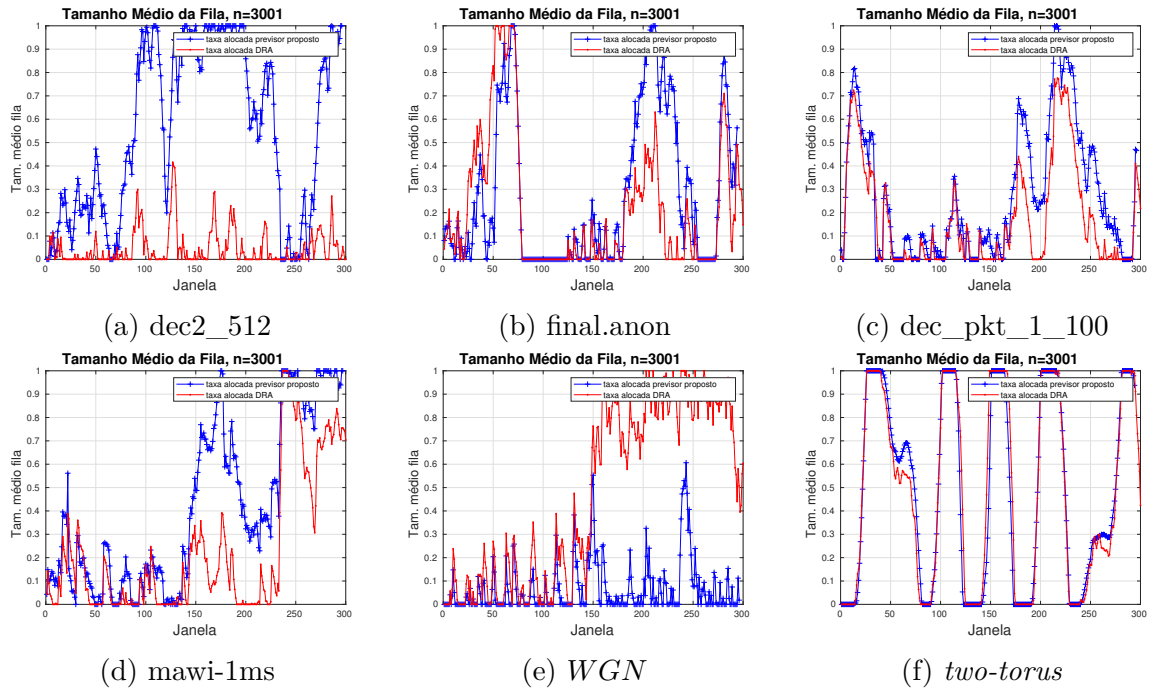
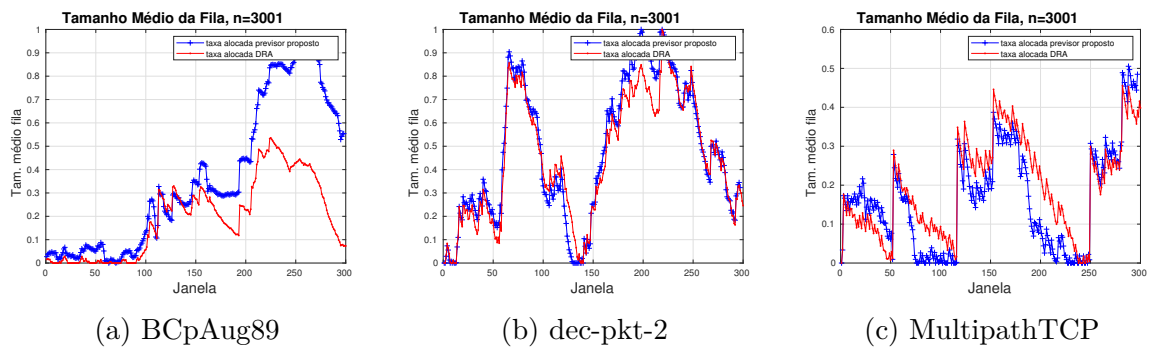
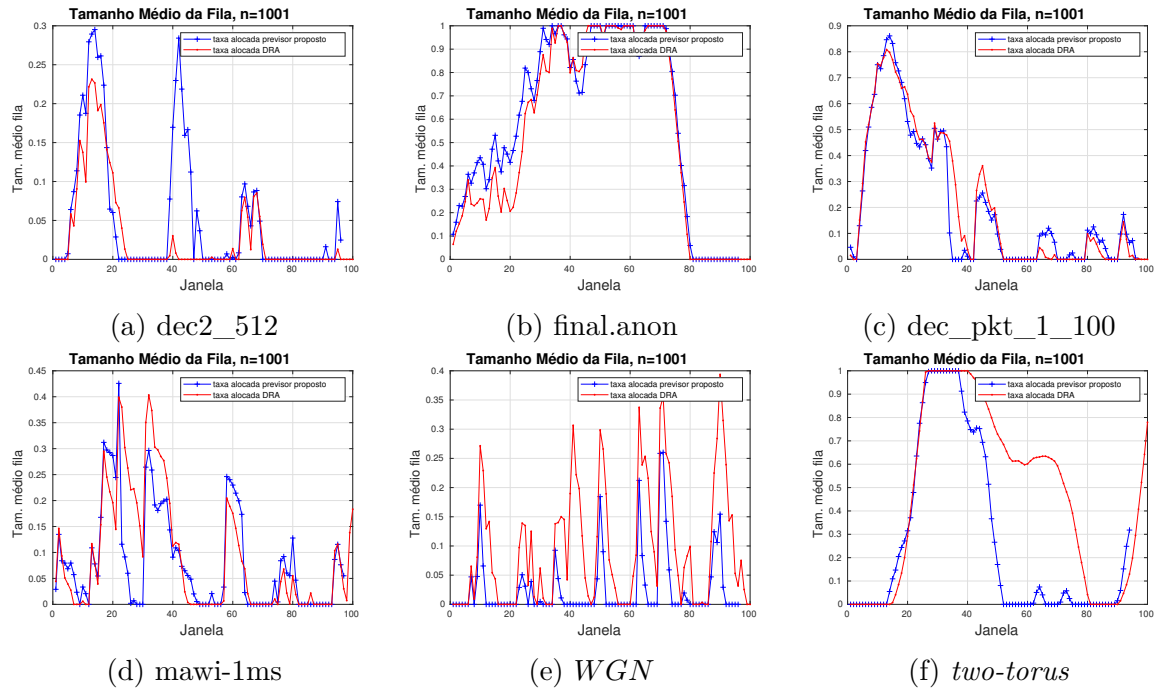
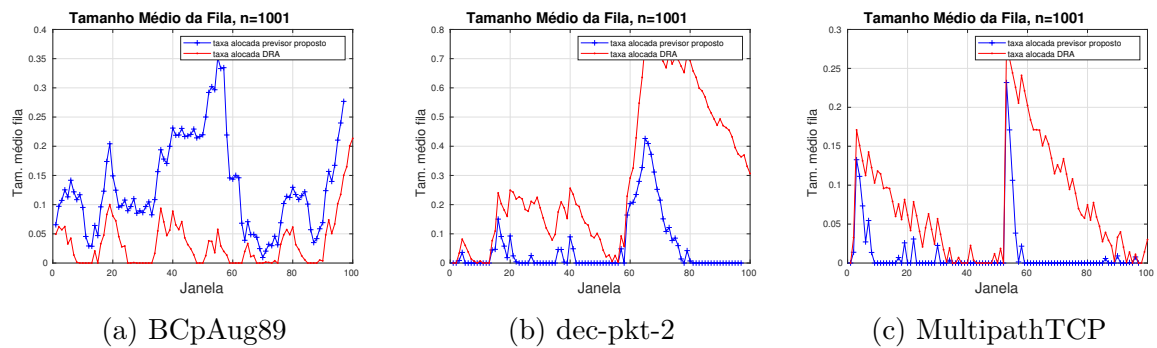
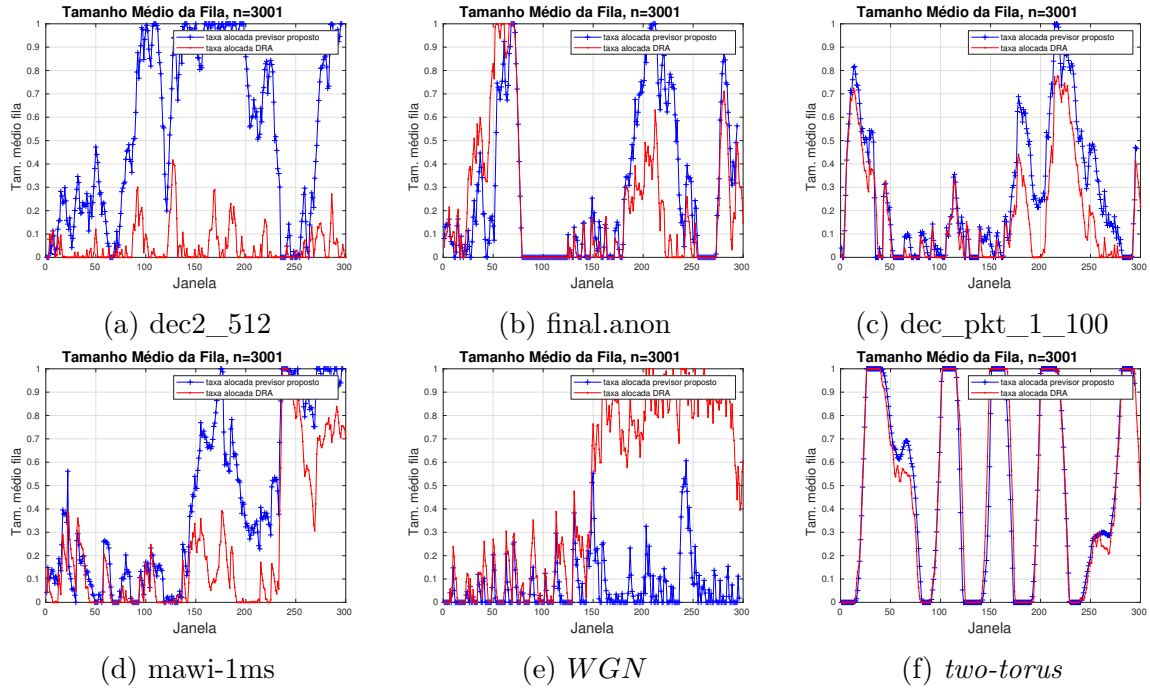
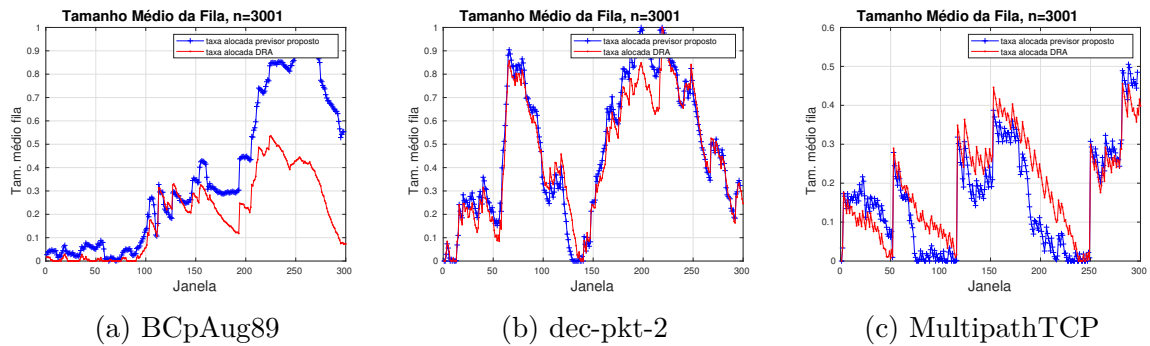


Figura A.66 – Tamanho Médio da Fila, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.67 – Tamanho Médio da Fila, $n=3001$ Figura A.68 – Tamanho Médio da Fila, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$

Figura A.69 – Probabilidade de Perda, $n=1001$ Figura A.70 – Probabilidade de Perda, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=1001$

Figura A.71 – Probabilidade de Perda, $n=3001$ Figura A.72 – Probabilidade de Perda, Séries de Tempo Entre as Amostras, $n=3001$