

Universidade Federal de Goiás
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL E
SANITÁRIA - PPGEAS

**MODELAGEM DO ESCOAMENTO TRANSCRÍTICO
SOB REGIMES PERMANENTE E TRANSIENTE EM
CANAIS**

THIAGO PIRES DE CARVALHO

ORIENTADOR: DR. KLEBBER TEODOMIRO MARTINS FORMIGA

COORIENTADOR: DR. THIAGO AUGUSTO MENDES

Goiânia/GO
Abril/2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese

2. Nome completo do autor

Thiago Pires de Carvalho

3. Título do trabalho

Modelagem do escoamento transcrito sob regime permanente e transiente em canais

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **THIAGO PIRES DE CARVALHO, Discente**, em 13/05/2021, às 09:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

Documento assinado eletronicamente por **Klebber Teodomiro Martins Formiga, Professor do Magistério Superior**, em 26/05/2021, às 14:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2065929** e o código CRC **985C43F6**.

Referência: Processo nº 23070.020558/2021-16

SEI nº 2065929

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL E
SANITÁRIA - PPGEAS**

MODELAGEM DE ESCOAMENTO TRANSCRÍTICO SOB REGIME PERMANENTE E TRANSIENTE EM CANAIS

THIAGO PIRES DE CARVALHO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Ambiental e Sanitária, área de concentração: Recursos Hídricos

Orientador: Dr. Klebber Teodomiro Martins Formiga

Coorientador: Dr. Thiago Augusto Mendes

Goiânia/GO

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Carvalho, Thiago Pires de
MODELAGEM DO ESCOAMENTO TRANSCRÍTICO SOB
REGIMES PERMANENTE E TRANSIENTE EM CANAIS [manuscrito]
/ Thiago Pires de Carvalho. - 2021.
94 f.

Orientador: Prof. Dr. Klebber Teodomiro Martins Formiga.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Civil e Ambiental (EECA), Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Ambiental e Sanitária, Goiânia, 2021.

Bibliografia. Anexos.

Inclui fotografias, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas,
algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. escoamento transcrito. 2. ressaltos hidráulicos. 3. modelagem
hidráulica. I. Formiga, Klebber Teodomiro Martins, orient. II. Título.

CDU 628.1



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 005/2021 da sessão de Defesa de Dissertação de **Thiago Pires de Carvalho**, que confere o título de Mestre em **Engenharia Ambiental e Sanitária**, na área de concentração em **Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental**.

Aos **vinte e sete dias do mês de abril de dois mil e vinte um**, a partir das **quatorze horas**, por meio de **videoconferência**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **“Modelagem do escoamento transcrito sob regime permanente e transiente em canais”**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor **Klebber Teodomiro Martins Formiga (PPGEAS/UFG)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor **Joel Roberto Guimarães Vasco (PPGEAS/UFG)**, membro titular interno; Professor Doutor **Alexandre Kepler Soares (UnB)**, membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor **Klebber Teodomiro Martins Formiga**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos **vinte e sete dias do mês de abril de dois mil e vinte um**.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

Modelagem do escoamento transcrito sob regimes permanente e transiente em canais



Documento assinado eletronicamente por **Klebber Teodomiro Martins Formiga, Professor do Magistério Superior**, em 27/04/2021, às 16:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Joel Roberto Guimarães Vasco, Professor do Magistério Superior**, em 27/04/2021, às 16:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Kepler Soares, Usuário Externo**, em 27/04/2021, às 18:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2023023** e o código CRC **B55F1F37**.

Abril/2021

RESUMO

A compreensão de fenômenos ligados à propagação de cheias em canais, principalmente em canais urbanos artificiais, tem adquirido a cada dia maior importância no sentido de evitar alagamentos e inundações em decorrência de precipitações intensas. Neste contexto, ainda existe grande dificuldade na modelagem de determinados fenômenos hidráulicos, como o ressalto hidráulico, que pode ocorrer durante o escoamento de uma onda de cheia em canais sob condições específicas que gerem alterações nos regimes de escoamento. Buscando melhor compreensão desse fenômeno, esse trabalho propõe o desenvolvimento de ferramentas computacionais que modelem, a partir de equacionamentos físicos e matemáticos, a propagação de escoamentos na qual ocorrem a transição de regime supercrítico para subcrítico, denominado escoamento transcrito. Foram desenvolvidos dois modelos computacionais para modelagem da superfície livre. O primeiro para regime permanente gradualmente variado, a partir do *Standard Step Method* como proposto por Akan (2011). O segundo para regime transiente, baseado na resolução das equações de Saint-Venant de forma híbrida, sendo a definição da curva supercrítica via Método de Diferenças Finitas (resolução explícita) conforme proposto por Chaudhry (2007), e para a curva subcrítica o Método de Preissmann (resolução implícita). A determinação do ponto de transição de escoamento foi via comparações das alturas conjugadas de cada curva de escoamento. Esses modelos foram validados a partir de ensaios físicos, realizados em canal experimental, simulando diferentes cenários de escoamento transcritos, possibilitando o monitoramento e medição da superfície livre por meio de régua graduada (ensaios em regime permanente gradualmente variado) e sensores ultrassônicos (regime transiente). Em particular, busca-se a modelagem do fenômeno do ressalto hidráulico, de extrema importância e relevância para intervenções em canais naturais e artificiais, afim de promover dissipações controladas de energia, regulando e estabilizando a propagação de cheias e mitigando impactos à jusante.

Palavras-chave: escoamento transcrito; ressalto hidráulico; modelagem hidráulica.

ABSTRACT

The understanding of phenomena related to floods propagation along open channels, especially in artificial urban ones, is becoming increasingly important to avoid flooding and inundation as a result of intense precipitations. In this context, there is still great difficulty in computational modeling certain hydraulic phenomena, such as hydraulic jump, which may occur during a flood wave flow along channels under specific conditions that generate changes in flow regimes.

Seeking a better understanding of this phenomenon, this work proposes the development of computational tools that simulate, through physique and mathematical equations, the propagation of flows that occur in the transition from supercritical to subcritical regimes, the so-called transcritical flow. Two computational models were developed for free-surface simulation. The first for the gradually varying permanent regime, through the *Standard Step Method*, as proposed by Akan (2011). The second one for the transient regime, based on solving the Saint-Venant equations in a hybrid way, where the supercritical curve was defined by the Finite Difference Method (explicit resolution) as proposed by Chaudhry (2007), and the subcritical curve was defined by the Preissmann Method (implicit resolution). Comparisons among the conjugate heights of each flow curve provided the flow transition point determination. These models were validated through laboratory tests, performed in an experimental channel, simulating different scenarios of transcritical flow, allowing the free-surface monitoring and measurement by means of a graduated ruler (experiments in gradually varying permanent regime) and ultrasonic sensors (transient regime).

In particular, we aim at computational modeling the hydraulic jump phenomenon, an approach of extreme importance and relevance for interventions in natural and artificial channels in order to promote controlled energy dissipation, regulating and stabilizing the propagation of floods and mitigating impacts downstream.

Keywords: transcritical flow; hydraulic jump; hydraulic model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Exemplo de obra de arte para controle de impactos à jusante.....	15
Figura 2.1 - Diagrama de energia específica para vazão constante. Fonte: adaptado de Akan (2011).....	17
Figura 2.2 – Perfis dos escoamentos em canais com declividade moderada. Fonte: adaptado de Akan (2011).....	19
Figura 2.3 – Perfis dos escoamentos em canais com forte declividade. Fonte: adaptado de Akan (2011).....	19
Figura 2.4 - Identificação das variáveis das equações de Saint-Venant. Fonte: adaptado de Aricó <i>et al.</i> (2007).....	24
Figura 2.5 - Malha computacional utilizada no método de diferenças finitas. Fonte: adaptado de Akan (2011).....	26
Figura 2.6 - Malha computacional para o esquema do método de Preissmann. Fonte: adaptado de Szymkiewicz (2009).....	27
Figura 2.7 - Condições de contorno para escoamento transcrito. Fonte: adaptado de Meselhe, Sotiropoulos e Holly Jr. (1997).....	29
Figura 2.8 - Valores do filtro LPI. Fonte: adaptado de Fread, Jin e Lewis (1996).....	32
Figura 3.1 - Equipamentos eletrônicos utilizados: a) sensor ultrassônico HC-SR04; b) placa Arduíno Mega 2560.....	34
Figura 3.2 - Sensor ultrassônico para Arduíno utilizado no monitoramento das cotas no canal artificial a) esquema físico, modelo HC-SR04; b) amostragem dos sensores para testes de precisão.....	35
Figura 3.3 - Gabarito implantado para teste dos sensores ultrassônicos para medição e monitoramento das alturas de lâmina d'água no canal artificial.....	35
Figura 3.4 – Instalação do sensor com suporte para medição do escoamento supercrítico.....	36
Figura 3.5 - Medidor de Vazão Eletromagnético utilizado nos ensaios.....	38
Figura 3.6 - Detalhe de posição do sensor ultrassônico e da régua milimetrada graduada instaladas no canal artificial.....	38
Figura 3.7 - Esquema do modelo físico para determinação da rugosidade do canal artificial.....	39
Figura 3.8 - Esquema de um vertedor de parede delgada.....	40

Figura 3.9 - Simulação em regime permanente gradualmente variado no canal artificial.....	43
Figura 3.10 – Esquema de distribuição dos sensores ao longo do canal.....	44
Figura 4.1 – Gráfico comparativo entre os resultados obtidos nos ensaios físicos e nas modelagens. a) 1° Ensaio/modelagem; b) 2° Ensaio/modelagem; c) 3° Ensaio/modelagem; d) 4° Ensaio/modelagem; e) 5° Ensaio/modelagem; f) 6°/Ensaio modelagem; g) 7° Ensaio/modelagem; h) 8° Ensaio/modelagem; i) 9° Ensaio/modelagem; j) 10° Ensaio/modelagem; k) 11° Ensaio/modelagem; l) 12° Ensaio/modelagem.....	58
Figura 4.2 - Gráfico comparativo entre os erros relativos obtidos entre os ensaios físicos e as modelagens. a) 1° Ensaio/modelagem; b) 2° Ensaio/modelagem; c) 3° Ensaio/modelagem; d) 4° Ensaio/modelagem; e) 5° Ensaio/modelagem; f) 6°/Ensaio modelagem; g) 7° Ensaio/modelagem; h) 8° Ensaio/modelagem; i) 9° Ensaio/modelagem; j) 10° Ensaio/modelagem; k) 11° Ensaio/modelagem; l) 12° Ensaio/modelagem.....	59
Figura 4.3 – Resultados do Ensaio 1, Simulação 1, Modelagem 1.1 (medido x calculado). a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	62
Figura 4.4 - Resultados do Ensaio 1, Simulação 2, Modelagem 1.2 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	63
Figura 4.5 - Resultados do Ensaio 2, Simulação 1, Modelagem 2.1 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	64
Figura 4.6 - Resultados do Ensaio 2, Simulação 2, Modelagem 2.2 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	65
Figura 4.7 - Resultados do Ensaio 3, Simulação 1, Modelagem 3.1 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	66
Figura 4.8 - Resultados do Ensaio 3, Simulação 2, Modelagem 3.2 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	67
Figura 4.9 - Resultados do Ensaio 4, Simulação 1, Modelagem 4.1 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	68
Figura 4.10 - Resultados do Ensaio 4, Simulação 2, Modelagem 4.2 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	69
Figura 4.11 - Resultados do Ensaio 5, Simulação 1, Modelagem 5.1 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	70
Figura 4.12 - Resultados do Ensaio 5, Simulação 2, Modelagem 5.2 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	71
Figura 4.13 - Resultados do Ensaio 6, Simulação 1, Modelagem 6.1 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	72

Figura 4.14 - Resultados do Ensaio 6, Simulação 2, Modelagem 6.2 (medido x calculado) a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.....	73
Figura 4.15 – Exemplo de dados medidos e dados filtrados para curvas: a) escoamento supercrítico – Sensor 2 do ensaio 6, simulação 1; b) escoamento subcrítico – Sensor 5 do ensaio 6, simulação 1.....	75
Figura 4.16 – Exemplo de dados filtrados e condições de contorno definidas – Sensor 1 do ensaio 6, simulação 1.....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Vazões registradas pelo medidor eletromagnético e médias para cada inclinação de ensaio.....	42
Tabela 3.2 – Vazões utilizadas nos ensaios em regime transiente.....	43
Tabela 3.3 - Posição dos sensores ultrassônicos ao longo da extensão do canal artificial.....	44
Tabela 4.1 – Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 50 mm.....	49
Tabela 4.2 - Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 200 mm.....	50
Tabela 4.3 - Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 400 mm.....	51
Tabela 4.4 - Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 600 mm.....	52
Tabela 4.5 – Resultados dos ensaios para calibração da rugosidade efetiva.....	53
Tabela 4.6 – Parâmetros da curva chave para seção de montante do canal.....	55
Tabela 4.7 - Parâmetros da curva chave para seção de jusante (vertedor) do canal.	55
Tabela 4.8 – Variáveis e valores de entrada singulares a todas as modelagens.....	56
Tabela 4.9 – Variáveis de entrada específicos para cada modelagem.....	57
Tabela 4.10 – Variáveis e valores de entrada singulares a todas as modelagens....	61
Tabela 4.11 – Tabela-resumo com os valores calculados de coeficiente de Nash-Sutcliffe na posição de cada sensor para cada ensaio.....	74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A	Área da seção transversal
α	Fator de redução dos termos de inércia
Δt	Discretização temporal
Δx	Discretização espacial no eixo x
Δy	Discretização espacial no eixo y
E	Energia específica
Fr	Número de Froude
g	Aceleração da gravidade
η	Propriedade intensiva
L	Comprimento característico
ν	Viscosidade cinemática
N	Propriedade extensiva
n	Coefficiente de rugosidade de Manning
NSE	Coefficiente de Nash-Sutcliffe
P	Perímetro molhado da seção
Q	Vazão
q	Vazão por unidade de largura
θ	Coefficiente de ponderação temporal
ρ	Massa específica
Re	Número de Reynolds
Rh	Raio Hidráulico
S0	Declividade longitudinal do canal
Sf	Declividade da linha de energia
V	Velocidade média na seção
y	Profundidade do escoamento
ψ	Coefficiente de ponderação espacial

Sumário

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO / OBJETIVO.....	13
1.1 Introdução.....	13
1.2 Objetivos.....	15
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1 Tipos e regimes de escoamento.....	16
2.1.1 Escoamentos subcrítico, supercrítico e crítico.....	16
2.2 Análise unidimensional de canais sob regime permanente.....	18
2.2.1 – Classificações de Canais para Escoamentos Gradualmente Variados.....	18
2.2.2 – Classificações dos Perfis de Escoamento.....	18
2.2.3 – Determinação do perfil da superfície livre de escoamentos gradualmente variados.....	20
2.3 Análise unidimensional de canais — equações de Saint-Venant.....	22
2.3.1 Resolução das equações de Saint-Venant.....	24
2.3.2 Escoamento transcrito e inconsistência no método de Preissmann.....	29
2.3.3 Soluções das equações que modelam o escoamento transcrito.....	30
CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA.....	33
3.1 Etapa experimental.....	33
3.1.1 Escolha, seleção e avaliação dos sensores ultrassônicos.....	34
3.1.2 Determinação do coeficiente de rugosidade do canal artificial.....	37
3.1.3 Determinação da equação curva chave dos extremos do canal artificial.....	40
3.1.4 Simulação do escoamento transcrito.....	41
3.2 Desenvolvimento do modelo computacional.....	44
3.2.1 Modelagem do escoamento transcrito em regime permanente gradualmente variado.....	45
3.2.2 Modelagem do escoamento transcrito em regime transiente.....	46
3.3 Análise dos resultados: Calculado x Medido.....	48
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	49
4.1 – Testes dos sensores ultrassônicos.....	49
4.2 – Determinação do coeficiente de rugosidade de Manning.....	53

4.3 – Calibração das curva chave de montante e jusante.....	54
4.4 – Modelagem do escoamento em regime permanente gradualmente variado....	56
4.5 Modelagem do escoamento em regime transiente.....	60
4.5.1 – Ensaio 1, simulação 1 / Modelagem 1.1.....	61
4.5.2 Ensaio 1, simulação 2 / Modelagem 1.2.....	62
4.5.3 Ensaio 2, Simulação 1 / Modelagem 2.1.....	63
4.5.4 – Ensaio 2, Simulação 2 / Modelagem 2.2.....	64
4.5.5 – Ensaio 3, Simulação 1 / Modelagem 3.1.....	65
4.5.6 – Ensaio 3, Simulação 2 / Modelagem 3.2.....	66
4.5.7 – Ensaio 4, Simulação 1 / Modelagem 4.1.....	67
4.5.8 – Ensaio 4, Simulação 2 / Modelagem 4.2.....	68
4.5.9 – Ensaio 5, Simulação 1 / Modelagem 5.1.....	69
4.5.10 – Ensaio 5, Simulação 2 / Modelagem 5.2.....	70
4.5.11 – Ensaio 6, Simulação 1 / Modelagem 6.1.....	71
4.5.12 – Ensaio 6, Simulação 2 / Modelagem 6.2.....	72
4.5.13 – Discussões gerais sobre os resultados para escoamento em regime transiente.....	73
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES.....	77
REFERÊNCIAS.....	79
ANEXO A.....	82
Anexo B.....	86

Capítulo 1

INTRODUÇÃO / OBJETIVO

1.1 Introdução

A modelagem do escoamento transcrito é de interesse de várias áreas do conhecimento e, especialmente, da Engenharia. Existem estudos que vão desde modelagem magnético-hidrodinâmico de braço de um espiral galáctico, como combinação de choque e ressalto hidráulico (MARTOS; COX, 1998) até avaliação de desempenho de OpenFOAM e FLOW3D na modelagem numérica de um ressalto hidráulico de baixo número de Reynolds (BAYON *et al.*, 2016).

Estudos que envolvam análise de métodos computacionais e numéricos para obtenção de soluções para problemas que envolvam escoamento transcrito também são bastante presentes na literatura. Djordjević *et al.* (2004) apresentaram implicações práticas e análises detalhadas de sensibilidade de métodos computacionais e comparações com soluções analíticas de escoamentos em tubos e canais sob regime transcrito. Khan e Steffler (1996), através da consideração da conservação da quantidade de movimento, propuseram um modelo incluindo um novo termo na equação da quantidade de movimento de Saint-Venant, trazendo melhor estabilidade numérica nas resoluções. Gharangik e Chaudrhry (1991) apresentaram modelos de resolução numérica a partir das equações de Boussinesq solucionadas por esquema de diferenças finitas explícita de MacCormack (precisão de segunda ordem no espaço e no tempo), concluindo que os termos de Boussinesq têm pouco efeito na determinação da localização do ressalto hidráulico. Federico *et al.* (2012) apresentaram um modelo bidimensional de Hidrodinâmica de Partículas

Suavizadas (SPH), para modelagem do ressalto hidráulico, investigando várias combinações de ressalto, variando dados de entrada e condições de ocorrência do fenômeno, com foco específico no campo de velocidades.

Existe uma diversidade de *softwares* aplicáveis para a modelagem hidrodinâmica, como: HEC-RAS - *US Army Corps of Engineers*, SWMM *Potsdam Institute for Climate Impact Research*, CCHE2D - *National Center for Computational Hydroscience and Engineering*, que possibilitam avaliar o comportamento de propagação do escoamento em diferentes áreas de estudo. Porém, em situações específicas de escoamento, como no caso transcrito em regime permanente e/ou transiente, esses *softwares* podem não representar adequadamente o fenômeno físico em regime transiente pois, possuem dificuldades de incorporar a representação das várias condições de contorno que descrevem esse tipo de escoamento. A representação de escoamentos transcritos em regime permanente e transiente são fundamentais para avaliação do comportamento do escoamento em canais, naturais ou artificiais, principalmente localizados em meios urbanos.

Transições de regime de escoamento subcrítico para supercrítico ou supercrítico para subcrítico ocorrem constantemente nos canais em meios urbanizados, possuindo grande dificuldade de modelagem hidrodinâmica e representação gráfica do comportamento da superfície livre durante o escoamento.

Nesse contexto, a presente pesquisa descreve o desenvolvimento de dois modelos computacionais com capacidade de simular o escoamento transcrito aplicado ao ressalto hidráulico para prever situações críticas e desfavoráveis das transições, bem como maior precisão no dimensionamento de obras de arte com finalidade de minimização e redução de impactos de jusante, como a exemplo, a implementação de ressaltos hidráulicos controlados em canais para dissipação de energia e controle do fluxo a jusante (Figura 1 .1).



Figura 1.1 – Exemplo de obra de arte para controle de impactos à jusante.

Fonte: Foto do autor.

1.2 Objetivos

Esta dissertação de mestrado tem por objetivo principal desenvolver dois modelos computacionais, capazes de realizar a modelagem unidimensional de escoamentos transcíticos, especialmente a simulação do fenômeno do ressalto hidráulico em canais retangulares, sendo um modelo para o regime de escoamento permanente gradualmente variado e outro modelo para regime transiente.

Os objetivos específicos da pesquisa incluem:

- Utilizar a técnica *Standard Step Method* para modelagem do escoamento transcítico sob regime permanente;
- Utilizar as equações de Saint-Venant em sua forma completa para modelagem de escoamentos transcíticos sob regime transiente;
- Realizar ensaios no canal existente no laboratório de hidráulica da Escola de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Goiás, submetendo o canal a condições de escoamento transcítico em regime permanente e transiente para validação dos modelos desenvolvidos.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Tipos e regimes de escoamento

Nesta seção serão abordados os tipos de regime de escoamento, os principais tipos de equações envolvidas e suas características para aplicações em projetos de Engenharia Hidráulica.

2.1.1 Escoamentos subcrítico, supercrítico e crítico

A classificação do escoamento em subcrítico, supercrítico e crítico está relacionado à relação entre as forças inercial e gravitacional. Essa relação é dada pelo número de Froude, apresentado na Equação (2.1):

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g.L}} \quad (2.1)$$

onde: Fr é o Número de Froude, v é a velocidade do escoamento [LT^{-1}], g a aceleração da gravidade [LT^{-2}] e L é o comprimento característico [L]. Quando a força inercial é menor que a força gravitacional, ou seja, $Fr < 1$, o escoamento é subcrítico ou fluvial. De forma contrária, quando a força inercial é maior que a força gravitacional, isto é $Fr > 1$, o escoamento é dito supercrítico ou torrencial. Quando a força inercial é igual a força gravitacional, $Fr = 1$, o escoamento é dito crítico.

Tais tipos de regime estão diretamente ligados à energia envolvida, sendo válida a análise a partir do diagrama de energia específica para vazão constante, conforme Figura 2.2.

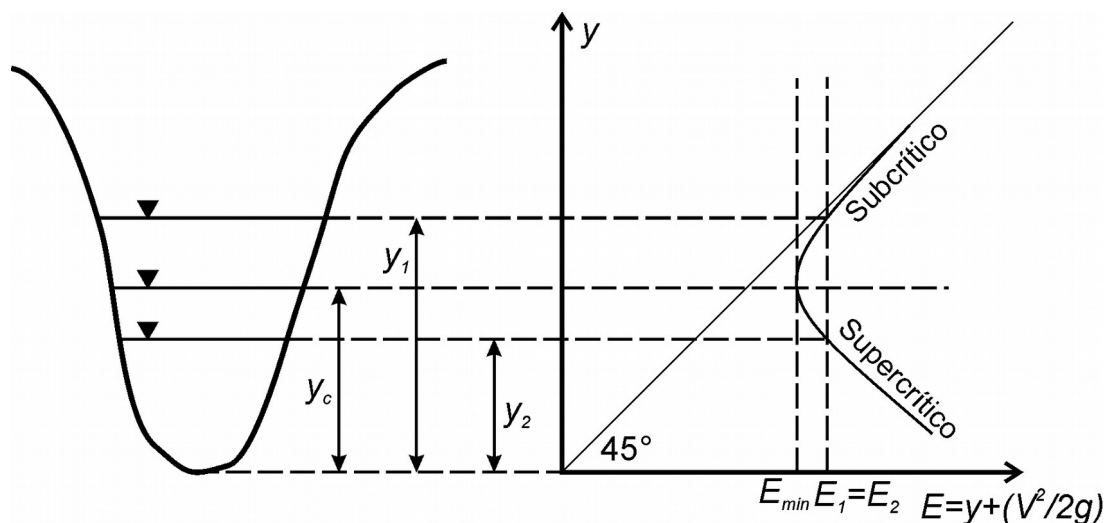


Figura 2.2 - Diagrama de energia específica para vazão constante. Fonte: adaptado de Akan (2011).

Na Figura 2.2, y_c é a profundidade crítica [L], ou seja, profundidade na qual o escoamento é crítico ($Fr = 1$), cuja energia específica é mínima (E_{min}), y_1 é a profundidade do escoamento para regime subcrítico, com energia específica E_1 , e y_2 é a profundidade do escoamento para regime supercrítico, com energia específica E_2 . A energia específica para as profundidades do escoamento em regime subcrítico e supercrítico são numericamente iguais, isto é $E_1 = E_2$. Desse modo, para uma mesma vazão, pode-se concluir que o escoamento subcrítico possui menor velocidade que o escoamento supercrítico. Embora não seja apresentado na Figura 2.2, há também a chamada profundidade normal, y_n [L], que é a profundidade na qual o escoamento é permanente e uniforme.

Quando em um determinado domínio de análise são observados os dois regimes de escoamento, ocorrendo a transição de subcrítico para supercrítico ou vice-versa, ocorre o chamado escoamento transcrito.

2.2 Análise unidimensional de canais sob regime permanente

O escoamento em canais em regime permanente pode ser dado em duas condições: uniforme e gradualmente variado. No escoamento permanente e uniforme, a velocidade média do escoamento não varia tanto no espaço e no tempo. No escoamento permanente gradualmente variado, a velocidade média do escoamento não varia no tempo, porém varia no espaço, fazendo com que os parâmetros hidráulicos variem de uma maneira progressiva ao longo da corrente (PORTO, 2006). Em ambas situações, a vazão que escoar no domínio de análise é constante.

2.2.1 – Classificações de Canais para Escoamentos Gradualmente Variados

Os canais para este tipo de escoamento são classificados como moderado, severo, críticos, horizontais e aclave. Para uma determinada vazão, se a profundidade normal do canal for maior que a profundidade crítica ($y_n > y_c$), o canal é dito como canal de declividade moderada. Se a profundidade normal for menor que a profundidade crítica ($y_n < y_c$), o canal é dito como de declividade severa. Para um canal de *declividade crítica*, a profundidade normal e a profundidade crítica são iguais ($y_n = y_c$). Se a declividade longitudinal do canal for igual a zero, o canal é dito como *horizontal* ($S_0 = 0$). Um canal é dito como sendo aclave se a inclinação do canal “subir” em direção ao fluxo ($S_0 < 0$) (AKAN, 2011).

2.2.2 – Classificações dos Perfis de Escoamento

Para canais com declividade moderada, pode-se dividir o canal em três zonas: M1, M2 e M3 (M de “*mild*”), conforme Figura 2.3.

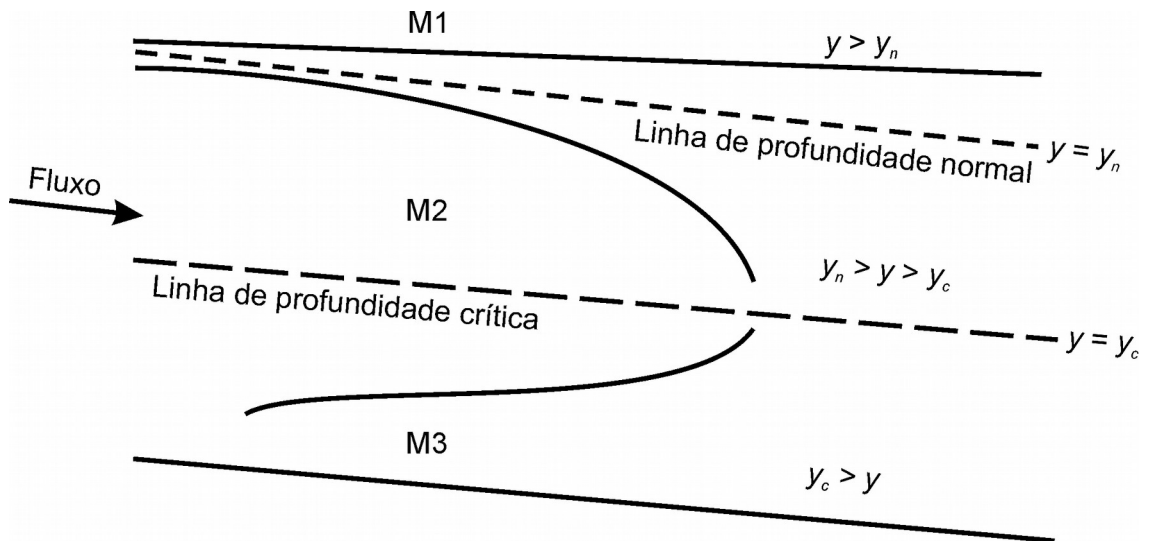


Figura 2.3 – Perfis dos escoamentos em canais com declividade moderada. Fonte: adaptado de Akan (2011).

Na zona M1, quando $y > y_n$, tem-se que $Fr < 1$. Na zona M2, $y_n > y > y_c$, ainda permanecendo $Fr < 1$, porém podendo Fr tender a 1 quando y tender a y_c . Na zona M3, $y_c > y$, sendo assim $Fr > 1$, também podendo tender a 1 quando y tende a y_c .

Para canais com declividade severa, tendo por definição que a profundidade crítica é maior que a profundidade normal ($y_c > y_n$), pode-se também dividir o canal em três zonas: S1, S2 e S3 (S de “steep”), conforme Figura 2.4.

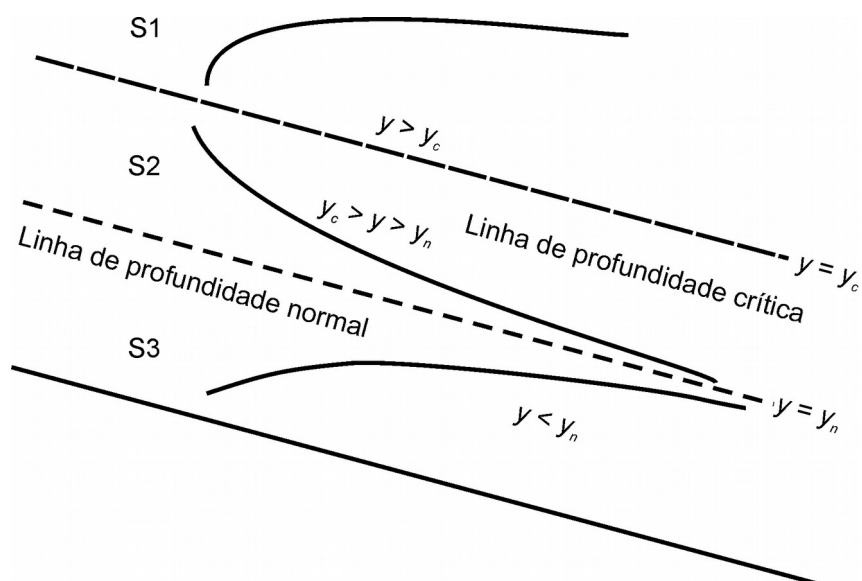


Figura 2.4 – Perfis dos escoamentos em canais com declividade severa. Fonte: adaptado de Akan (2011).

Na zona S1, $y > y_c$, sendo assim $Fr < 1$, podendo Fr tender a 1 quando y tender a y_c . Na zona S2, $y_c > y > y_n$, sendo assim $Fr > 1$, podendo Fr tender a 1 quando y tender a y_c . Na zona S3, $y < y_n$, sendo assim $Fr > 1$ para qualquer situação.

2.2.3 – Determinação do perfil da superfície livre de escoamentos gradualmente variados

Akan (2011) traz a descrição do perfil da superfície livre em escoamentos gradualmente variados. Dois métodos são descritos para resolução da Equação (2 .2, a fim de determinar a profundidade em escoamentos gradualmente variados em diferentes seções ao longo do canal, sendo:

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \quad (2.2)$$

onde: dE/dx é a variação da energia específica ao longo do eixo longitudinal do canal, S_0 a inclinação do canal e S_f a inclinação da linha de energia. A Equação (2 .2 é dita como a equação diferencial do escoamento gradualmente variado.

Para resolução da Equação (2 .2, deve-se definir as condições de contorno, onde para escoamento supercrítico é necessário condições de contorno de montante, e para escoamento subcrítico condições de contorno de jusante. Sendo assim, com as condições de contorno definidas, determina-se a profundidade do escoamento associada com uma vazão conhecida (AKAN, 2011).

2.2.3.1 – Direct Step Method

Partindo do princípio de que um determinado canal possui comprimento Δx , onde a seção de montante é denominada U e a seção de jusante denominada D , a Equação (2 .2 pode ser escrita como:

$$\Delta x = \frac{E_D - E_U}{S_0 - S_{fm}} = \frac{\left(y_D + \frac{V_D^2}{2g} \right) - \left(y_U + \frac{V_U^2}{2g} \right)}{S_0 - S_{fm}} \quad (2.3)$$

onde: y é a altura da superfície livre [L], V a velocidade de escoamento na seção [LT^{-1}], g a aceleração da gravidade [LT^{-2}], S_0 a inclinação do canal [LL^{-1}] e S_{fm} a inclinação da linha de energia média entre as seções U e D [LL^{-1}].

De resolução direta, por exemplo no escoamento supercrítico, onde o cálculo é realizado de montante para jusante, a partir da altura inicial y_D (condição de contorno montante), arbitra-se um valor para y_U e calcula-se o numerador da Equação (2.3). Com o valor médio da altura do escoamento no trecho entre as seções, calcula-se S_m pela fórmula de Manning e determina-se Δx . No processo numérico pode-se fixar em cada passo um valor constante de Δy para o cálculo dos correspondentes Δx (PORTO, 2006). Para o escoamento subcrítico o processo é o mesmo, porém a altura conhecida é da seção de jusante, y_U , visto no escoamento subcrítico o cálculo dá-se de jusante para montante.

2.2.3.2 – Standard Step Method

No método *Standard Step Method*, a profundidade do escoamento é calculada para uma determinada localização. Para maior facilidade, a Equação (2.3) é rearranjada para cada regime de escoamento.

Para regime subcrítico, estando definida a condição de contorno de jusante, tem-se:

$$y_U + \frac{V_U^2}{2g} - \frac{1}{2}(\Delta x) S_{fu} = y_D + \frac{V_D^2}{2g} + \frac{1}{2}(\Delta x) S_{fd} - (\Delta x) S_0 \quad (2.4)$$

Considerando a Equação (2.4), a partir de um valor atribuído a y_U , calcula-se V_U , S_{fu} , onde, a partir de iterações dos valores deve-se cumprir a condição abaixo:

$$\Delta y_k = \frac{(Eq_1)_k - (Eq_2)_k}{(1 - Fr_U^2 + 3\Delta x S_{fu} / 2Rh_U)_k} < Erro \quad (2.5)$$

onde: Eq_1 e Eq_2 são os lados esquerdo e direito, respectivamente, da Equação (2.4). O erro admissível é definido pelo usuário.

De forma semelhante, para o regime supercrítico, atribui-se valores a y_d , calcula-se V_d e S_{fd} , onde cumpre-se a condição da Equação (2.6):

$$\Delta y_k = \frac{(Eq_2)_k - (Eq_1)_k}{(1 - Fr_D^2 + 3\Delta x S_{fd} / 2Rh_D)_k} < Erro \quad (2.6)$$

2.3 Análise unidimensional de canais — equações de Saint-Venant

A propagação de vazões ao longo de um canal é alterada significativamente em virtude das condições locais e das características da superfície do meio de

condução. Sendo assim, é necessário um estudo mais detalhado da propagação da onda de cheia através de um canal, uma abordagem não permanente do escoamento (AKAN, 2011).

As equações propostas por Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant (SILVA, 2015), no século XIX, são amplamente utilizadas para modelagem de canais, para o regime de escoamento transiente e de superfície livre, deduzidas a partir do teorema de transporte de Reynolds, apresentado na Equação (2 .7, aplicado ao volume de controle em sua forma conservativa de conservação da massa e conservação de quantidade de movimento.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vc}} \eta \cdot \rho \cdot d\text{vol} + \int_{\text{sc}} \eta \cdot \rho \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (2.7)$$

onde: N é uma propriedade extensiva, η é uma propriedade intensiva, ρ a massa específica [ML^{-3}] e v a velocidade vetorial do escoamento [LT^{-1}]. O primeiro termo da Equação (2 .7 representa a variação temporal de N no sistema, o segundo termo representa a variação temporal de N no volume de controle e o terceiro representa o saldo líquido do fluxo de N na superfície de controle.

Saint-Venant baseia-se em quatro hipóteses: 1) a distribuição da pressão é hidrostática; 2) a velocidade é uniformemente distribuída ao longo da seção do canal; 3) a inclinação média do leito do canal é pequena e, portanto a profundidade do escoamento medida na vertical é considerada igual a medida perpendicularmente ao fundo do canal; e 4) o escoamento é homogêneo e incompressível (AKAN, 2011). A Equação (2 .8 é o teorema de transporte de Reynolds em que se adota $N = m$, em sua forma conservativa de massa no volume de controle, também denominado como balanço integral de massa, onde a partir das hipóteses adotadas por Saint-Venant pode-se chegar à Equação (2 .9:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vc}} \rho \cdot d\text{vol} + \int_{\text{sc}} \rho \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2.9)$$

A Equação (2 .9 é a primeira equação de Saint-Venant, também conhecida como Equação da Continuidade, a partir do balanço integral de massa sendo A a área da seção transversal [L^2], t o tempo [T], Q a vazão [L^3T^{-1}], x a distância na direção do fluxo principal [L] e q a vazão de contribuição lateral por unidade de comprimento [$\text{L}^2 \text{S}^{-1}$].

Ainda no teorema de transporte de Reynolds, adotando $N = m \cdot v$, tem-se o chamado Balanço Integral de Quantidade de Movimento, apresentado abaixo:

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \int_c \rho \cdot v \cdot dvol + \int_c v \cdot \rho \cdot v \cdot dA \quad (2.10)$$

Seguindo as hipóteses igualmente adotadas no Balanço Integral de Massa, efetuando o Balanço de Quantidade de Movimento em condições unidimensionais na direção x , tem-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \cdot A \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + g \cdot A \cdot (S_f - S_o) = 0 \quad (2.11)$$

A Equação (2 .11 é a segunda equação de Saint-Venant, também conhecida como equação da onda dinâmica ou equação do *momentum*, sendo A a área da seção transversal [L^2], t o tempo [T], Q a vazão [L^3T^{-1}], x a distância na direção do fluxo principal [L], g a aceleração da gravidade [LT^{-2}], S_f a inclinação da linha de energia [LL^{-1}], S_o a inclinação longitudinal do fundo [LL^{-1}].

A inclinação da linha de energia pode ser obtida pelas leis da resistência e equações condizentes ao regime permanente, como a fórmula de Manning e Chézy. Adotando a equação de Manning tem-se:

$$S_f = \frac{n^2 \cdot P^{4/3} \cdot Q \cdot |Q|}{A^{10/3}} \quad (2.12)$$

onde: n é o coeficiente de rugosidade de Manning [$LT^{-1/3}$] e P o perímetro molhado da seção transversal [L]. A Figura 2 .5 ilustra a disposição das variáveis das Equações (2 .9 e (2 .11 na seção transversal e longitudinal de um canal.

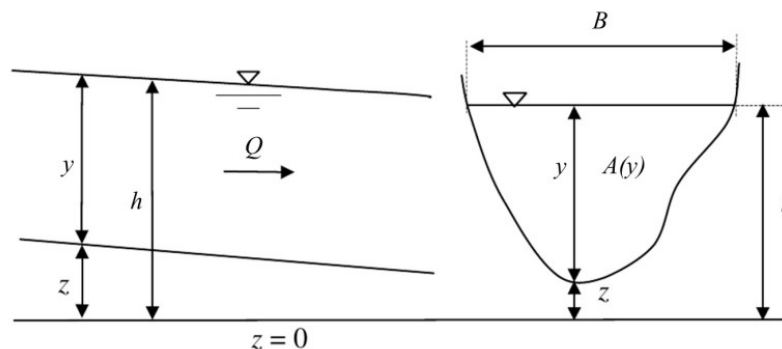


Figura 2.5 - Identificação das variáveis das equações de Saint-Venant. Fonte: adaptado de Aricó et al. (2007).

As equações de Saint-Venant, dependendo da precisão de análise e características do problema a ser analisado, podem sofrer simplificações, excluindo termos da equação da onda dinâmica, trazendo maior simplicidade na resolução das

equações. Na Equação (2.11), $\frac{\partial Q}{\partial t}$ é o termo de aceleração local, $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right)$ é o termo

de aceleração convectiva, $g \cdot A \cdot \frac{\partial y}{\partial x}$ é o termo da força de pressão e $g \cdot A \cdot (S_f - S_0)$ os

termos de ação gravitacional (CHOW; MAIDMENT; MAYS, 1988).

Para canais de alta declividade longitudinal, os termos de aceleração local e aceleração convectiva ficam menos expressivos, tendo menor relevância do que os termos de pressão e da força de atrito e gravitacional. Sendo assim, desprezar o termo inercia da equação da onda dinâmica, a torna conhecida como modelo da onda difusa.

Excluindo também os termos da força de pressão, tem-se o chamado modelo da onda cinemática, onde considera-se a declividade da linha de energia do escoamento igual à declividade do canal. Este modelo é de fácil resolução numérica, podendo ser utilizado, por exemplo, o método de Preissmann para sua resolução, bastante aplicado na análise de propagações de cheias em pequenas bacias hidrográficas.

2.3.1 Resolução das equações de Saint-Venant

As equações de Saint-Venant são classificadas como Equações Diferenciais Parciais (EDP) não lineares do tipo hiperbólicas, ou seja, parciais porque são equações que envolvem funções de várias variáveis independentes e dependentes de suas derivadas, e hiperbólica porque suas raízes são reais e distintas. Todas as variáveis do escoamento são em funções do tempo e da distância ao longo do canal. Em outras palavras, para um determinado ponto do domínio, a profundidade do escoamento, a vazão, e as outras variáveis do escoamento variam com o tempo (AKAN, 2011).

Não há solução analítica para as equações de Saint-Venant, sendo necessário a adoção de métodos numéricos para buscar as soluções do problema.

Entre os vários métodos existentes, os mais utilizados são os métodos das características, diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos.

No método das diferenças finitas é aplicado uma discretização do canal em malhas, onde a distância e o tempo são discretizados em intervalos infinitesimais. A resolução numérica deve ser consistente, convergente e estável para produzir resultados aceitáveis.

A Figura 2.6 exemplifica a discretização de um trecho de um canal, onde o eixo das ordenadas representa a variação espacial do canal e o eixo das abscissas representa sua variação temporal. As linhas verticais representam a variação no espaço distantes no intervalo de espaço Δx , e as linhas horizontais representam a variação temporal distantes no intervalo de tempo Δt . Os incrementos de espaço e tempo, Δx e Δt , não necessariamente possuem o mesmo valor, podendo variar seus valores em busca de melhor convergência dos resultados.

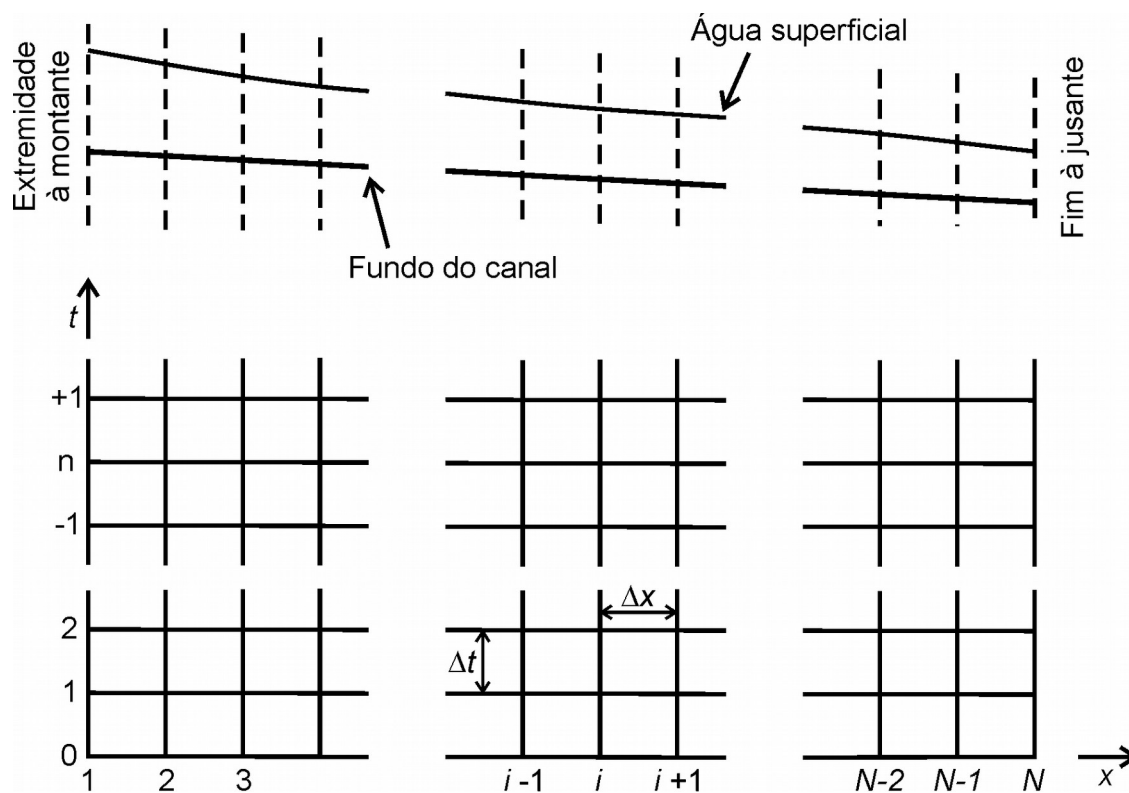


Figura 2.6 - Malha computacional utilizada no método de diferenças finitas. Fonte: adaptado de Akan (2011).

Pode-se ter soluções explícitas, ou seja, calcula-se o estado do sistema em um tempo posterior ao estado atual do sistema, e soluções implícitas, ou seja, encontra-se a solução resolvendo equações que envolva ambos os estados, atual e posterior do sistema.

Dentre as soluções implícitas, destaca-se o chamado método Preissmann, baseado em esquema de malhas irregulares, onde aplicam-se coeficientes de ponderação nas discretizações espaciais e temporais a fim de alcançar melhores resultados nas soluções.

O esquema clássico do método de Preissmann é dado pelas Equações (2 .13 a (2 .16:

$$f \approx \theta[\psi f_{j+1}^{n+1} + (1-\psi) f_j^{n+1}] + (1-\theta)[\psi f_{j+1}^n + (1-\psi) f_j^n] \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \psi \left(\frac{f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^n}{\Delta t} \right) + (1-\psi) \left(\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} \right) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \theta \left(\frac{f_{j+1}^{n+1} - f_j^{n+1}}{\Delta x} \right) + (1-\theta) \left(\frac{f_{j+1}^n - f_j^n}{\Delta x} \right) \quad (2.15)$$

$$\phi \frac{\partial f}{\partial x} \approx \theta \left[\psi \phi_{j+1}^{n+1} + (1-\psi) \phi_j^{n+1} \right] \left(\frac{f_{j+1}^{n+1} - f_j^{n+1}}{\Delta x} \right) + (1-\theta) \left[\psi \phi_{j+1}^n + (1-\psi) \phi_j^n \right] \left(\frac{f_{j+1}^n - f_j^n}{\Delta x} \right) \quad (2.16)$$

No método de Preissmann, f representa uma função qualquer, ψ e θ são coeficientes de ponderação espacial e temporal, respectivamente, Δt é o intervalo de tempo entre os instantes n e $n+1$ e Δx é a distância entre as seções j e $j+1$ (DJORDJEVIĆ *et al.*, 2004). A Figura 2.7 apresenta a malha computacional para o esquema do método de Preissmann.

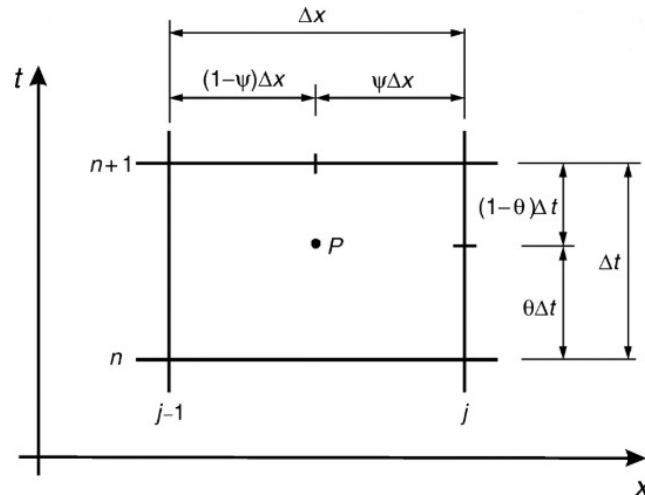


Figura 2.7 - Malha computacional para o esquema do método de Preissmann. Fonte: adaptado de Szymkiewicz (2009).

Cada termo das equações de Saint-Venant, a partir do método de Preissmann, são descritos abaixo:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{(Q_{i+1}^{n+1} + Q_i^{n+1}) - (Q_{i+1}^n + Q_i^n)}{2\Delta t} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{\theta(Q_{i+1}^{n+1} + Q_i^{n+1}) - (1-\theta)(Q_{i+1}^n + Q_i^n)}{\Delta x} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} \approx \frac{\theta \left[\left[\frac{(Q_{i+1}^{n+1})^2}{A_{i+1}^{n+1}} \right] - \left[\frac{(Q_i^{n+1})^2}{A_i^{n+1}} \right] \right]}{\Delta x} + \frac{(1-\theta) \left[\left[\frac{(Q_{i+1}^n)^2}{A_{i+1}^n} \right] - \left[\frac{(Q_i^n)^2}{A_i^n} \right] \right]}{\Delta x} \quad (2.19)$$

$$A \frac{\partial h}{\partial x} \approx \theta \frac{(A_{i+1}^{n+1} + A_i^{n+1})}{2} \frac{(h_{i+1}^{n+1} - h_i^{n+1})}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{(A_{i+1}^n + A_i^n)}{2} \frac{(h_{i+1}^n - h_i^n)}{\Delta x} \quad (2.20)$$

$$A \approx \theta \frac{(A_{i+1}^{n+1} + A_i^{n+1})}{2} + (1-\theta) \frac{(A_{i+1}^n + A_i^n)}{2} \quad (2.21)$$

$$AS_f \approx \theta \frac{(A_{i+1}^{n+1} + A_i^{n+1})}{2} \frac{((S_f)_{i+1}^{n+1} + (S_f)_i^{n+1})}{2} + (1-\theta) \frac{(A_{i+1}^n + A_i^n)}{2} \frac{((S_f)_{i+1}^n + (S_f)_i^n)}{2} \quad (2.22)$$

onde: o termo i é nó da discretização espacial, n é a discretização temporal, Q é a vazão [L^3T^{-1}], A é a área [L^2], h é a altura da superfície livre [L], S_f é a inclinação da linha de energia [LL^{-1}], θ é o coeficiente de ponderação temporal.

Substituindo as aproximações do Método de Preissmann nas Equações (2 .9 e (2 .11 após simplificações, temos:

$$\frac{(A_{i+1}^{n+1} + A_i^{n+1}) - (A_{i+1}^n + A_i^n)}{2\Delta t} + \frac{\theta(Q_{i+1}^{n+1} - Q_i^{n+1}) + (1-\theta)(Q_{i+1}^n - Q_i^n) + (1-\theta)(Q_{i+1}^n - Q_i^n)}{\Delta x} = 0 \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(Q_{i+1}^{n+1} + Q_i^{n+1}) - (Q_{i+1}^n + Q_i^n)}{2\Delta t} + \theta \frac{\left[\left[\frac{(Q_{i+1}^{n+1})^2}{A_{i+1}^{n+1}} \right] - \left[\frac{(Q_i^{n+1})^2}{A_i^{n+1}} \right] \right]}{\Delta x} \\ & + (1-\theta) \frac{\left[\left[\frac{(Q_{i+1}^n)^2}{A_{i+1}^n} \right] - \left[\frac{(Q_i^n)^2}{A_i^n} \right] \right]}{\Delta x} + g\theta \frac{(A_{i+1}^{n+1} + A_i^{n+1})}{2} \frac{(h_{i+1}^{n+1} - h_i^{n+1})}{\Delta x} \\ & + g(1-\theta) \frac{(A_{i+1}^n + A_i^n)}{2} \frac{(h_{i+1}^n - h_i^n)}{\Delta x} + g\theta \frac{(A_{i+1}^{n+1} + A_i^{n+1})}{2} \frac{(S_f)_{i+1}^{n+1} + (S_f)_i^{n+1}}{2} \\ & g(1-\theta) \frac{(A_{i+1}^n + A_i^n)}{2} \frac{(S_f)_{i+1}^n + (S_f)_i^n}{2} = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Os valores de θ variam de 0 a 1,00. A ponderação do fator $\theta = 1,00$ gera um esquema totalmente implícito (BALTZLER; LAI, 1968). O fator $\theta = 0$ gera um esquema totalmente explícito. Fatores entre $0,50 \leq \theta \leq 1,00$ tornam o esquema incondicionalmente estável, sendo que a precisão aumenta com valores escolhido próximo de 0,50 (LAI, 1986). Fread (1974) recomenda $\theta = 0,55$ para ondas de cheia. O coeficiente espacial ψ utilizado na maioria das soluções é igual a 0,50 (AKAN,2011).

A cada instante de tempo, solucionam-se as Eq. 2.23 e 2.24 por métodos numéricos não lineares, como o método de iteração de Newton (AKAN, 2011). O sistema de equações é representado por uma matriz esparsa podendo ser resolvido por inversão de matrizes pelo método de eliminação de Gauss.

2.3.2 Escoamento transcrito e inconsistência no método de Preissmann

Escoamento transcrito denota a existência de escoamentos subcríticos e supercríticos em um domínio de análise em um canal. Essa transição pode ocorrer do regime subcrítico para o supercrítico, também chamado de ponto sônico, como pode ser do supercrítico para o subcrítico, também chamado de ressalto hidráulico (FREITAG, 2003).

Várias pesquisas relacionadas à modelagem unidimensional de escoamentos transcritos via resolução das equações de Saint-Venant pelo método de Preissmann destacam que o método em sua forma clássica não traz resultados satisfatórios.

Freitag (2003) relata que o primeiro problema é que à medida que o limite crítico é aproximado, um dos autovalores se torna pequeno, fazendo com que o método numérico divirja. O método de Preissmann torna-se estável quando o escoamento crítico é encontrado. Portanto, qualquer erro não será amortecido. Em outras palavras, a estabilidade incondicional não será mais válida. Isso levará a uma solução altamente oscilante.

Meselhe, Sotiropoulos e Holly Jr. (1997) discutem que a falha no método de Preissmann ocorre em função das condições de contorno, tendo em vista que no método clássico necessita de duas condições de contorno, uma à montante e outra à jusante, porém no escoamento transcrito as condições de contorno podem variar de uma a três condições dependendo das características do domínio. A Figura 2.8 esquematiza a quantidade de condições de contorno para escoamento transcrito sobre diferentes regimes.

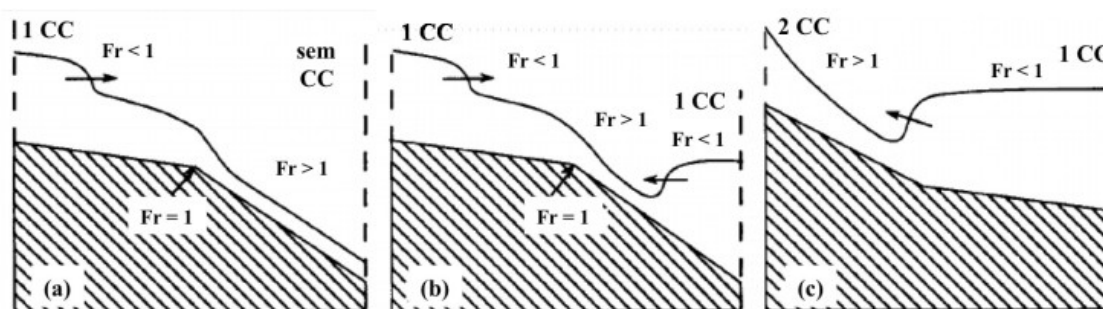


Figura 2.8 - Condições de contorno para escoamento transcrito. Fonte: adaptado de Meselhe, Sotiropoulos e Holly Jr. (1997).

Na Figura 2.8a, o escoamento transcrito inicia do regime subcrítico, $Fr < 1$, para o regime supercrítico, $Fr > 1$. Nessas condições, tem-se uma condição de contorno a montante e nenhuma a jusante. Sendo assim, com apenas uma condição de contorno à montante, o sistema de equações é representado por uma equação a menos, tornando-se indeterminado (MESELHE; SOTIROPOULOS; HOLLY JR., 1997). É possível incluir uma condição de contorno interna, onde seria o ponto exato para $Fr = 1$. Para tal, é necessário determinar o ponto exato onde acontece a transição. Esta metodologia, também chamada de Captura de Choque, é adotada por vários pesquisadores (NEGRÃO, 2015; SILVA, 2015).

Na Figura 2.8b, o escoamento inicia no regime subcrítico, transitando para o supercrítico e retomando ao subcrítico. Nessa condição, tem-se uma condição de contorno a montante e uma a jusante, podendo então aplicar o esquema de Preissmann. Porém, como nessas condições Fr transita em valores próximos a 1, o esquema de Preissmann perde a estabilidade (FREITAG, 2003).

Na Figura 2.8c, o escoamento inicia no regime supercrítico e transita para o subcrítico. Nestas condições tem-se duas condições de contorno a montante e uma a jusante. Dessa forma, no esquema de Preissmann, o sistema de equações torna-se superdeterminado, com mais equações do que incógnitas (MESELHE; SOTIROPOULOS; HOLLY JR., 1997).

2.3.3 Soluções das equações que modelam o escoamento transcrito

Para resolução de escoamentos transcritos, duas linhas de pesquisa vêm ganhando destaque: 1) os esquemas de captura de choque – desenvolvidos na

aerodinâmica e adaptados para escoamento em canais abertos e 2) a redução da influência dos termos inerciais da equação do momento (NEGRÃO, 2015).

Meselhe, Sotiropoulos e Holly Jr. (1997) trouxeram o *MESH SCHEME*, baseado em uma classe geral de esquemas desenvolvidos por Casier, Deconinck e Hirsch (1984) para resolver as equações de Euler para regimes transônicos compressíveis. Como as equações de Euler e Saint-Venant são sistemas hiperbólicos, o esquema desenvolvido para um conjunto de equações pode ser, em princípio, facilmente estendido. O esquema de Casier, Deconinck e Hirsch (1984), no entanto, requer modificações e melhorias antes que possa ser aplicado para simular escoamentos transcíticos em canais abertos. Em sua formulação original, por exemplo, o esquema não é adequado para simular fortes efeitos não lineares (MESELHE; SOTIROPOULOS; HOLLY JR., 1997). Sendo assim, o *MESH SCHEME* obtém melhores resultados para transições suaves, encontradas em canais para irrigação (NEGRÃO, 2015).

Freitag (2003) utilizou o sistema de simples e dupla varredura no método de iteração de Newton para resolução do sistema de equações. Dessa forma, utiliza-se o número de Froude para identificar o regime de escoamento no decorrer da análise e determinar o ponto de regime das transições, aplicando tratamento diferenciado nas regiões através das condições de contorno internos.

Já na vertente da diminuição dos termos inerciais da equação do balanço integral de quantidade de movimento, destacada por Fread, Jin e Lewis (1996), tem-se a introdução do filtro LPI (*Local Partial Inertia*). Essa técnica foi desenvolvida como uma opção dentro do modelo de roteamento dinâmico de Inundação FLDWAV do *National Weather Service* (NWS) para aprimorar a capacidade de modelar fluxos instáveis com regimes de fluxo misto subcrítico/supercrítico e interfaces móveis. Ao negligenciar porções variáveis dos termos inerciais da equação do balanço de quantidade de movimento para escoamentos instáveis de acordo com o número de Froude, aplica-se a técnica LPI mantendo a precisão essencial associada aos modelos dinâmicos e fornece soluções numéricas estáveis para escoamentos transcíticos para esquema numérico implícito (FREAD; JIN; LEWIS, 1996).

A técnica LPI consiste na aplicação do fator corretivo nos termos de inércia da equação do balanço da quantidade de movimento, onde a partir do número de Froude, calculado para situação local, o valor do fator corretivo é calculado e

aplicado. Essa solução não apresenta um sentido físico nas equações de Saint-Venant, porém traz maior estabilidade ao modelo com satisfatórios resultados.

A equação do momento adaptada para aplicação da técnica LPI fica da seguinte forma:

$$\alpha \left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) \right] + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gA(S_f - S_0) = 0 \quad (2.25)$$

onde o filtro LPI é dado por:

$$\alpha = \begin{cases} 1 - Fr^m, & \text{se } Fr \leq 1 \\ 0, & \text{se } Fr > 1 \end{cases} \quad (2.26)$$

onde: α é o valor do filtro LPI, Fr o Número de Froude e m uma constante específica determinada pelo usuário.

A Figura 2.9 apresenta a variação do filtro em função do número de Froude para diferentes valores de m . Quanto menor o número de Froude, menor é a interferência do filtro sobre os termos de inércia. Quando o número de Froude se aproxima de 1,0, a interferência do filtro tende a ser maior ou menor, dependendo do valor de m estipulado. Quanto maior o valor de m menos efeito o filtro terá sobre os termos de inércia, o que proporciona maior precisão de simulação (NEGRÃO, 2015).

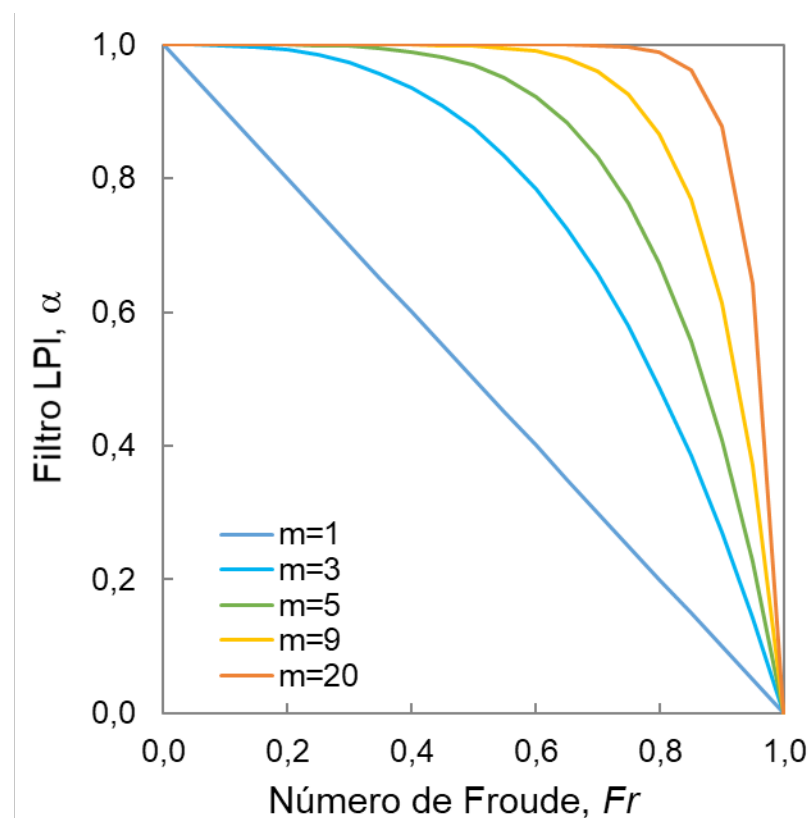


Figura 2.9 - Valores do filtro LPI. Fonte: adaptado de Fread, Jin e Lewis (1996).

Capítulo 3

METODOLOGIA

Neste capítulo, são apresentadas as etapas utilizadas na pesquisa em busca da obtenção de dados físicos para validação e verificação numérica, objetivo principal do trabalho. Assim, o trabalho foi dividido em etapa experimental e numérica.

3.1 Etapa experimental

Os ensaios foram realizados no canal artificial existente no Laboratório de Hidráulica da Escola de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Goiás. Foram simulados 24 ensaios de ressalto hidráulico, sendo 12 ensaios para regime permanente gradualmente variado e 12 ensaios para regime transiente, onde são seis condições diferentes de vazão e inclinação com duas simulações para cada ensaio. Em todos os casos foi utilizado vertedor para gerar o fenômeno do ressalto hidráulico. Também foram feitos 15 ensaios para calibração do Coeficiente de rugosidade de Manning e 12 ensaios para calibração das curvas-chaves de montante e jusante do canal experimental. As medidas das alturas da superfície livre em cada ensaio serão efetuadas com utilização de régua milimetrada e de sensores ultrassônicos do tipo Arduíno, sendo estes inicialmente passados por uma seleção prévia.

O canal experimental possui 4,0 m de comprimento útil, seção transversal retangular de 0,205 x 0,400 m, cujas paredes laterais são em vidro e o fundo em acrílico. No final do canal há o vertedor de soleira delgada sem contrações laterais na qual a altura será regulada para cada simulação de evento.

3.1.1 Escolha, seleção e avaliação dos sensores ultrassônicos

Sensores ultrassônicos servem para detectar obstáculos e determinar distâncias. Dependendo do fabricante e modelo, sua precisão pode variar, porém, boa parte admite pelo fabricante precisões na casa de três milímetros. Os sensores são compostos por emissores e receptores de frequência, onde é programado o pulso de cada emissão. As medidas de distância podem variar entre os diferentes modelos de sensores ultrassônicos, sendo que para o sensor HC-SR04 utilizado (Figura 3.10a), variam entre 2 cm e 4 m, possuindo frequência ultrassônica de 40 KHz e precisão de aproximadamente 0,3 cm. Na prática, um sensor ultrassônico é formado por um emissor (*trigger*) e um receptor (*echo*), em que o emissor emite uma onda sonora ultrassônica de alta frequência que salta de qualquer objeto, e o receptor a recebe como um eco. Esse eco é então processado pelo circuito de controle para calcular o tempo e a diferença entre o sinal do emissor e do receptor, podendo, subsequentemente, ser utilizado para medir a distância entre o sensor e o objeto refletivo (Bello *et al.*, 2018).

Para controle e armazenamento das medidas de níveis obtidas a partir do sensor, utilizou-se plataforma (placa) *open-source* Arduíno do tipo MEGA 2560, que possui microcontrolador *ATmega2560* embutido, 54 pinos de entradas e saídas digitais, 16 entradas analógicas e 4 portas de comunicação serial. A placa foi alimentada diretamente pela porta USB do computador, sem regulador de tensão.

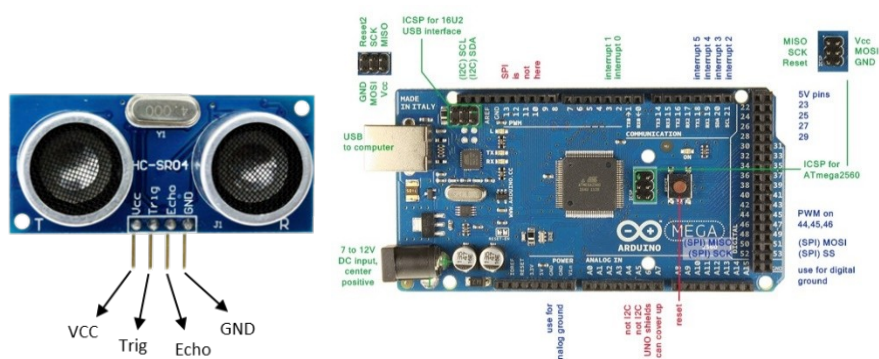


Figura 3.10 - Equipamentos eletrônicos utilizados: a) sensor ultrassônico HC-SR04; b) placa Arduíno Mega 2560.

Inicialmente, analisaram-se 32 sensores ultrassônicos (Figura 3.11b), identificados, enumerados e catalogados, onde por meio de teste individual em bancada, foi examinado precisão e acurácia de leitura.



Figura 3.11 - Sensor ultrassônico para Arduino utilizado no monitoramento das cotas no canal artificial a) esquema físico, modelo HC-SR04; b) amostragem dos sensores para testes de precisão.

Foi preparado gabarito sobre mesa plana, posicionando o sensor ultrassônico no ponto de referência de marco zero (Figura 3.12). Obstáculos a distâncias de 5, 20, 40 e 60 cm foram posicionados e as leituras foram efetuadas e armazenadas para avaliação de possíveis erros, interferências e/ou defeitos.

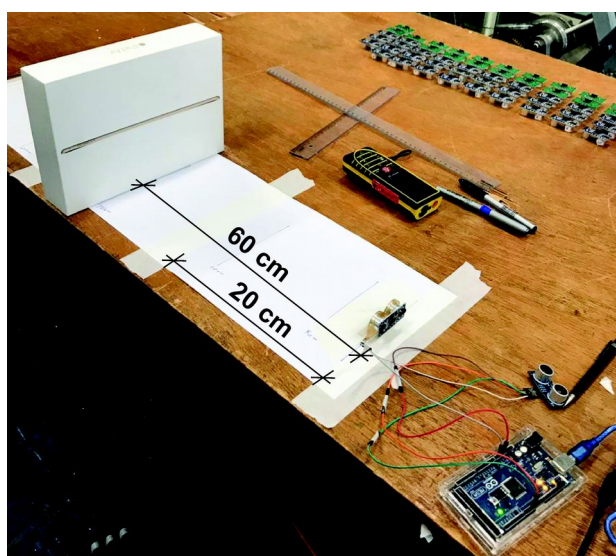


Figura 3.12 - Gabarito implantado para teste dos sensores ultrassônicos para medição e monitoramento das alturas de lâmina d'água no canal artificial.

Após efetuadas as medições e armazenamento dos dados de distância, avaliaram-se as precisões e acurácias de cada sensor através do desvio padrão, utilizando o modelo de distribuição gaussiana. Em seguida, realizou-se a avaliação

das leituras a partir do cálculo do erro absoluto e relativo, sendo estabelecido erro absoluto máximo de 3,0 mm (conforme o fabricante) e erro relativo de 5,0%.

No canal, posicionou-se cinco sensores ao longo de seu comprimento. Essa quantidade é em virtude de respeitar uma distância mínima entre os sensores para que o pulso de um não interfira no outro. O fabricante traz a informação de que o ângulo de abertura do pulso do sensor é de 15° (quinze graus). Esta angulação impacta não somente na influência de um sensor ao outro, como também influencia nas paredes de acrílico do canal que possui largura de 0,205 m. Em situações de escoamento onde a altura da superfície livre em relação ao fundo do canal é pequena (alturas inferiores a aproximadamente 0,083 m do fundo do canal) foi necessário, para eliminar o efeito das paredes laterais do canal, descer o sensor com auxílio de suportes conforme Figura 3.13.



Figura 3.13 – Instalação do sensor com suporte para medição do escoamento supercrítico.

O primeiro e o último sensor sempre são posicionados em relação à definição das condições de contorno de montante e de jusante. O primeiro sensor é posicionado após a saída do tanque do canal onde há visualmente uma

estabilização dos efeitos turbulentos provindos da saída do tanque. O último sensor está posicionado rente ao vertedor.

3.1.2 Determinação do coeficiente de rugosidade do canal artificial

A determinação da rugosidade efetiva do canal do laboratório foi estimada a partir das simulações de diferentes cenários de escoamento permanente e uniforme em regime supercrítico, medindo-se a altura da lâmina d'água pelos sensores ultrassônicos, necessária para determinação das variáveis existentes na fórmula de Manning, sendo:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot Rh^{2/3} \cdot S_o^{1/2} \quad (3.27)$$

onde: Q é a vazão [L^3T^{-1}], n é o coeficiente de rugosidade de Manning [$TL^{-1/3}$], A é a área molhada da seção [L^2], Rh é o raio hidráulico (relação da área e do perímetro molhado da seção) [L] e S_o a declividade do canal [LL^{-1}].

Nas simulações realizadas, foram adotadas cinco configurações diferentes de inclinações do canal, sendo: 0,0055, 0,0089, 0,0133, 0,0144 e 0,0288 $m\ m^{-1}$. As declividades adotadas foram aferidas e conferidas utilizando nível óptico *Topcon*, modelo AT-B4A, verificadas as leituras em uma distância horizontal de 0,90m.

Foram utilizados três valores de vazões, sendo: 10, 15 e 20 $L\ s^{-1}$. Esses valores foram ajustados regulando a vazão da bomba hidráulica do canal e monitorado o medidor de vazão eletromagnético (Figura 3.14). Como há pequena variação de vazão no medidor devido às oscilações da bomba, foram anotados valores mínimos e máximos disponibilizados pelo esquema eletrônico do medidor de vazão eletromagnético.



Figura 3.14 - Medidor de Vazão Eletromagnético utilizado nos ensaios.

As leituras da altura da superfície livre foram medidas de duas formas: a partir de régua graduada milimetrada (Figura 3 .15) e a partir de leituras e registros automáticos de distâncias utilizando sensores ultrassônicos para Arduíno (Figura 3 .15).



Figura 3.15 - Detalhe de posição do sensor ultrassônico e da régua milimetrada graduada instaladas no canal artificial.

O sensor ultrassônico utilizado foi posicionado à distância de 3,20 m da entrada do canal, conforme apresentado na Figura 3.16. Essa localização foi definida em observação ao ponto do canal que menos sofre influência da queda livre existente no final do canal e maior estabilidade do escoamento, caracterizando o escoamento permanente e uniforme.

Inicialmente, foi realizada uma leitura da distância do canal “seco”, sem escoamento, afim de obter a altura livre do canal sem fluido (topo ao fundo), denominado de Passo 1. Essas medições foram efetuadas para as inclinações de 0,0055, 0,0089, 0,0133, 0,0144, 0,0288 m m^{-1} . Posteriormente, foram efetuadas as leituras das distâncias da lâmina d’água no canal até o local de cada sensor ultrassônico, considerando os diferentes valores de vazão, inclinações e tipos de escoamentos, denominado de Passo 2. Para todos os ensaios foi calculada a média aritmética das leituras para os dois passos, sendo que a altura da lâmina d’água no canal artificial (superfície livre) foi determinada subtraindo a média aritmética das distâncias medidas no Passo 1 pelas medidas no Passo 2. A Figura 3.16 apresenta o esquema do modelo físico utilizado na determinação dos valores de rugosidade para o canal artificial estudado.

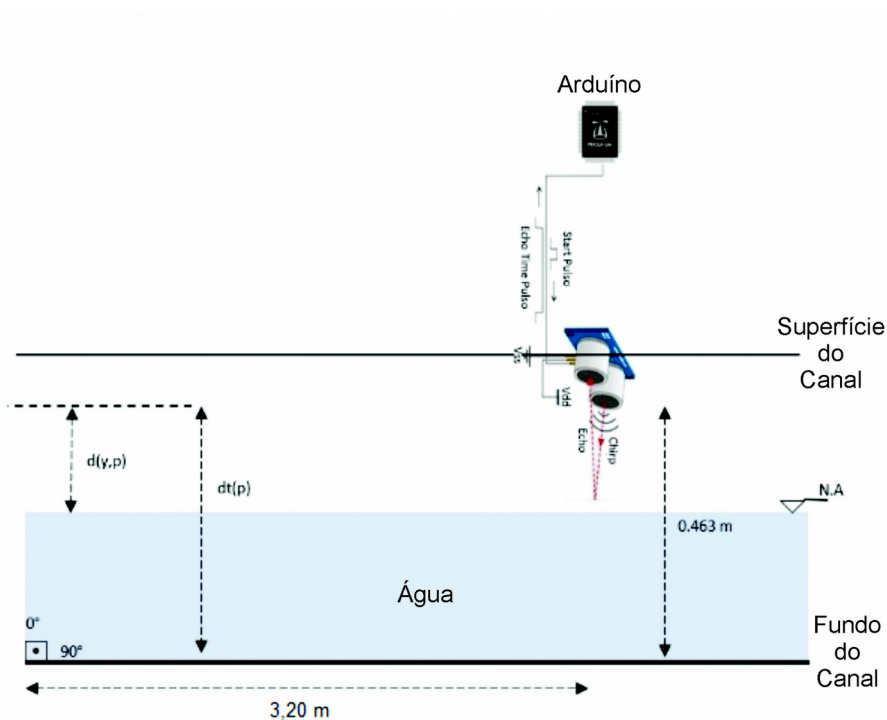


Figura 3.16 - Esquema do modelo físico para determinação da rugosidade do canal artificial.

3.1.3 Determinação da equação curva chave dos extremos do canal artificial

As equações curva chave dos extremos do canal (entrada e vertedor) foram definidas para serem utilizadas como condições de contorno na modelagem do escoamento em regime transiente.

O canal foi submetido a escoamentos em regime permanente gradualmente variado. Com a utilização de sensores ultrassônicos efetuaram-se leituras nos pontos definidos como montante (sensor 1) e jusante (sensor 5) do domínio de estudo a ser modelado. Para cada inclinação foram feitas quatro leituras correspondentes às vazões pré-definidas de 5, 10, 15 e 20 L s⁻¹. Especificamente no ponto de jusante há um vertedor de soleira delgada sem contrações laterais com altura de 10 cm (altura definida para todos os ensaios), conforme apresentado na Figura 3.17.

O posicionamento do sensor ultrassônico que efetuará a leitura da condição de contorno de montante foi definido de forma manual, visual, buscando o melhor ponto de estabilidade do escoamento. Fato esse justificado pelo fato de haver no início do canal, muita instabilidade da superfície livre provocada pela saída do tanque que direciona o fluxo para o canal artificial.

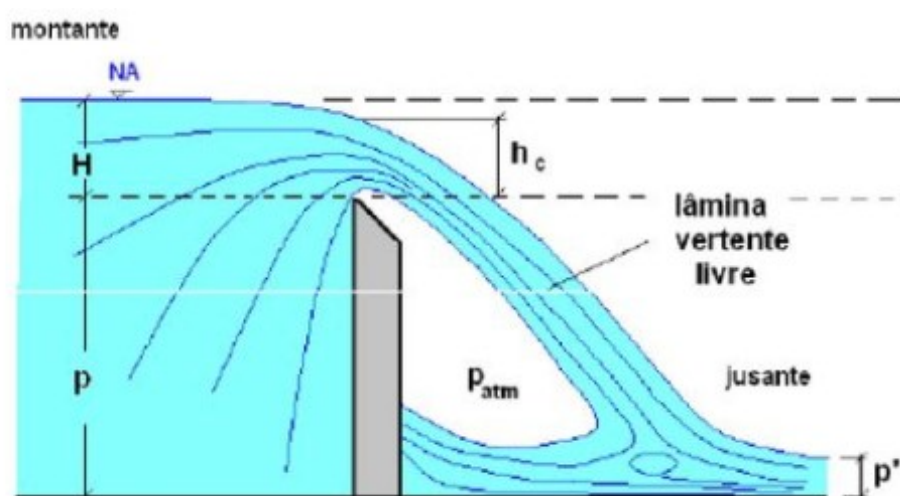


Figura 3.17 - Esquema de um vertedor de parede delgada.

Após a obtenção dos dados de leitura dos ensaios, foram calculadas a média aritmética das leituras e o desvio padrão. Quando o desvio apresenta valores maiores que 10 mm, considera-se a hipótese de haver erros de leitura ou ruídos do

sensor ultrassônico. Caso aconteça, o procedimento para a manipulação dos dados contará com uma filtragem dos dados, a partir da exclusão de leituras que estejam 10 mm acima ou abaixo da média aritmética inicial, repetindo o procedimento até a obtenção de desvio padrão abaixo de 10 mm.

Concluído a filtragem dos dados, utilizando o método de regressão não linear de Gauss-Newton, foi implementado um algoritmo no software MatLab R2014b para determinação dos parâmetros a e b da Equação (3.28, ou seja, a curva chave do canal.

$$Q = a \cdot y^b \quad (3.28)$$

onde: Q é a vazão [$L^3 T^{-1}$], y é a altura da lâmina d'água [L] nos pontos de montante e jusante e a e b são parâmetros a serem determinados.

Todo procedimento de calibração das curva chave foi feito para cada inclinação a ser empregada nos ensaios de escoamento transcrito em regime transiente.

A Equação (3.2 trata-se da vazão em função da altura. Por critérios de facilidade de programação também se calibrou para as condições de contorno de jusante, no vertedor, a curva chave com a altura y [L] em função da vazão Q [$L^3 s^{-1}$], apresentado na Equação (3.3.

$$y = a \cdot Q^b \quad (3.29)$$

3.1.4 Simulação do escoamento transcrito

Nos tópicos a seguir serão descritos a metodologia de simulação dos escoamentos, gerando o fenômeno em estudo em suas duas formas de escoamento.

3.1.4.1 Escoamento em regime permanente gradualmente variado

Para esse tipo de escoamento, as simulações foram realizadas utilizando quatro inclinações do canal: 0,0288, 0,03055, 0,0383, 0,0455 $m m^{-1}$. Todas as inclinações foram conferidas por meio de um nível óptico marca *Topcon*, modelo AT-B4A.

Para cada inclinação foram utilizadas as seguintes vazões: 10,00, 15,00 e 20,00 $L s^{-1}$ aproximadamente. Buscou-se regular a vazão da bomba hidráulica do

canal, observando o medidor de vazão eletromagnético. Esses valores exatos de vazões são de extrema dificuldade de obtenção em virtude da oscilação da bomba hidráulica do canal. Dessa forma, monitoraram-se os valores mínimos e máximos das vazões registradas no medidor de vazão, onde posteriormente, foi possível determinar a média aritmética da vazão adotada no modelo computacional a ser implementado, apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Vazões registradas pelo medidor eletromagnético e médias para cada inclinação de ensaio.

Nº Ensaio	i (mm ⁻¹)	Vazão de leitura		Q_{med} (m ³ s ⁻¹)
		Mínimo (L s ⁻¹)	Máximo (L s ⁻¹)	
1	0,02880	10,200	10,360	0,0103
2	0,02880	15,190	15,380	0,0153
3	0,02880	20,150	20,350	0,0203
4	0,03055	10,280	10,450	0,0103
5	0,03055	15,200	15,400	0,0153
6	0,03055	20,120	20,260	0,0202
7	0,03830	10,100	10,320	0,0102
8	0,03830	15,100	15,360	0,0152
9	0,03830	20,160	20,340	0,0203
10	0,04550	10,200	10,350	0,0103
11	0,04550	15,290	15,380	0,0153
12	0,04550	20,280	20,460	0,0204

Com a simulação em andamento, iniciou-se a etapa de leitura da altura da superfície livre em relação ao fundo do canal. Neste tipo de regime de escoamento, foi adotada a leitura via régua graduada, não havendo utilização do sensor ultrassônico. Esse procedimento garantiu maiores pontos de leitura ao longo do escoamento, se comparado com a utilização do sensor ultrassônico, pois há limitações de distâncias mínimas entre sensores para evitar influência e interferência de um em outro sensor vizinho. A Figura 3.18 apresenta uma foto do canal artificial durante a simulação do regime permanente gradualmente variado.

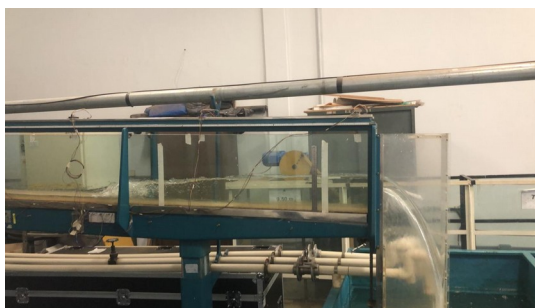


Figura 3.18 - Simulação em regime permanente gradualmente variado no canal artificial.

As leituras foram efetuadas a cada 20 cm ao longo do canal. O ponto de início do domínio a ser modelado, tomado como ponto “zero”, foi escolhido visualmente, observando o início de estabilidade do escoamento. Foram feitas leituras específicas na zona do ressalto, onde pode variar a posição em virtude da vazão e da inclinação do canal.

3.1.4.2 – Escoamento em regime transiente

As simulações em regime transiente foram efetuadas utilizando três inclinações do canal: 0,03055, 0,0383, 0,0455 $m m^{-1}$. Todas as inclinações foram conferidas por meio de nível óptico marca *Topcon*, modelo AT-B4A.

Foram feitas variações nas vazões a fim de simular as partes ascendentes e descendentes de um hidrograma. Na Tabela 3.2 são demonstradas as relações dos valores de vazão para cada inclinação utilizada.

Tabela 3.2 – Vazões utilizadas nos ensaios em regime transiente.

Nº Ensaio	i ($m m^{-1}$)	Vazões ($L s^{-1}$)		
		Inicial	Máxima	Final
1	0,03055	10,000	20,000	10,000
2		15,000	20,000	15,000
3	0,03830	10,000	20,000	10,000
4		15,000	20,000	15,000
5	0,04550	10,000	20,000	10,000
6		15,000	20,000	15,000

Para cada configuração de cenários (conjunto de dados de entrada adotados) característicos do ensaio, foram realizadas duas simulações, a fim de obter maior representatividade dos dados, para posterior verificação e validação do modelo computacional a ser desenvolvido.

As variações nas vazões foram feitas a partir do controle do registro hidráulico a qual serve a tubulação acoplada à bomba hidráulica do canal. Os valores foram monitorados pelo medidor de vazão eletromagnético existente também no canal. As medições da altura da superfície livre foram efetuadas com utilização dos sensores ultrassônicos do tipo Arduíno conforme descrito no item 3.1.1.

Na Figura 3.19 é apresentado o esquema do posicionamento dos sensores ao longo do comprimento do canal (eixo x de escoamento), como também descrito no Tabela 3.3. O sensor 1 foi padronizado como ponto “zero” do escoamento,

porém esse sensor será posicionado onde há estabilidade no escoamento em virtude da saída do reservatório de montante do canal.

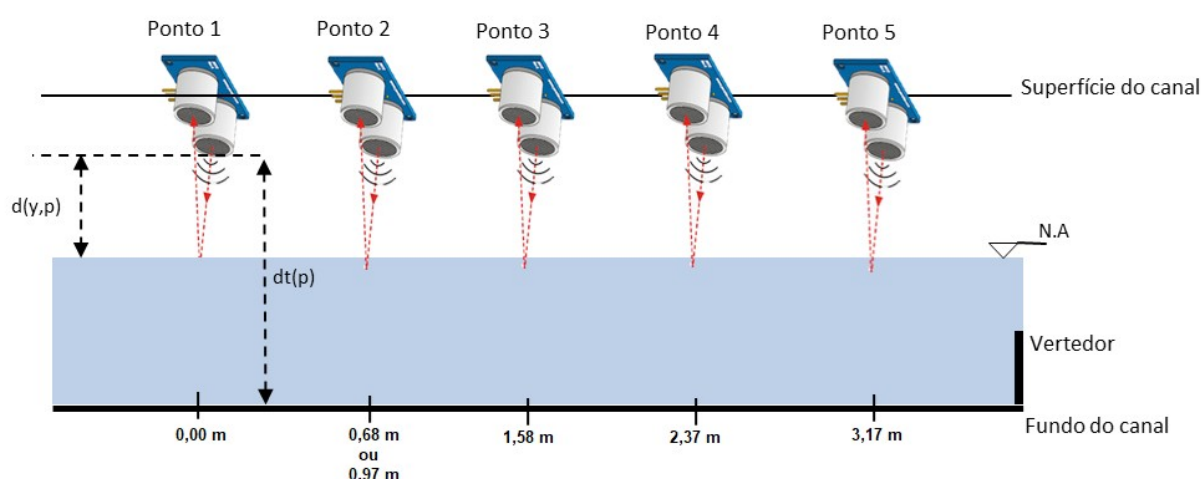


Figura 3.19 – Esquema de distribuição dos sensores ao longo do canal

Tabela 3.3 - Posição dos sensores ultrassônicos ao longo da extensão do canal artificial.

Ensaio	Posição dos sensores (m)				
	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4	Sensor 5
1	0,00	0,68	1,58	2,37	3,17
2	0,00	0,68	1,58	2,37	3,17
3	0,00	0,97	1,58	2,37	3,17
4	0,00	0,97	1,58	2,37	3,17
5	0,00	0,97	1,58	2,37	3,17
6	0,00	0,97	1,58	2,37	3,17

3.2 Desenvolvimento do modelo computacional

O desenvolvimento dos dois modelos computacionais para simulação do escoamento transcrito contou com a elaboração de dois algoritmos implementados no *software* MatLab R2014b, sendo que o primeiro se refere a modelagem do comportamento do escoamento transcrito em regime permanente gradualmente variado a partir do *Standard Step Method*, e o segundo, o escoamento transcrito em regime transiente, com resolução das equações de Saint-Venant pelo método Preissmann, com aplicação dos termos de inércia e a técnica LPI.

3.2.1 Modelagem do escoamento transcrito em regime permanente gradualmente variado

O modelo computacional teve como base de implementação a definição do perfil hidráulico do escoamento permanente gradualmente variado proposto por Akan (2011), utilizando o *Standard Step Method*, conforme descrito no Item 2.2.3.2. Inicialmente, para a utilização do modelo computacional desenvolvido, o usuário deve fornecer como dados de entrada para as simulações: a vazão, constante alfa do termo de inércia, coeficiente de Corolis, aceleração da gravidade, os dados geométricos do canal (largura e comprimento), rugosidade efetiva, inclinação do canal e altura do vertedor.

As condições de contorno de montante e de jusante também são dados de entrada, determinados via leitura nos ensaios do escoamento em regime permanente realizados no canal artificial.

As rotinas foram implementadas para cálculo do perfil hidráulico ao longo de todo canal, tanto da lâmina supercrítica (montante para jusante) quanto para a lâmina subcrítica (jusante para montante). Na sequência de cada passo da lâmina supercrítica, a cada altura determinada, determinou-se também a altura conjugada a partir da Equação (3 .30):

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right) \quad (3.30)$$

onde: y_1 e y_2 são as alturas da superfície livre de montante (curva supercrítica) e de jusante (curva subcrítica) respectivamente [L] e F_r o Número de Froude.

Para determinação do ponto de localização do ressalto hidráulico, comparou-se as alturas conjugadas definidas a partir do perfil supercrítico com as alturas do perfil subcrítico, sendo considerado como ponto do ressalto, o ponto onde se igualam as alturas do perfil supercrítico com o subcrítico

Como resultados da modelagem, obteve-se a indicação da posição do ressalto em relação ao comprimento do canal, o perfil da superfície livre do escoamento e as curvas supercrítica, alturas conjugadas e subcríticas do escoamento.

Para validação do modelo computacional, foram feitas simulações nas mesmas condições de escoamento (vazão e inclinação de canal) dos ensaios laboratoriais e comparados os resultados calculados pelos medidos.

3.2.2 Modelagem do escoamento transcrito em regime transiente

Conforme abordado no item 2.3.2, o método de Preissmann clássico não possui convergência para as soluções numéricas de escoamentos transcritos pelo fato das definições das condições de contorno. Em específico, no caso de ressalto hidráulico em que o escoamento inicialmente é supercrítico necessitando de duas condições de contorno, vazão e nível, o método de Preissmann não é recomendado. Dessa forma, o modelo foi implementado propondo metodologia híbrida de métodos que será descrita neste item.

Semelhantemente ao que foi adotado no item 3.2.1, a modelagem abrangeu as formas independentes para os trechos de escoamento supercríticos e subcríticos. Por meio das avaliações das alturas conjugadas para cada momento do escoamento, definiu-se a zona de transição e a posição do ressalto hidráulico.

Para definição do perfil da superfície livre no escoamento supercrítico, foi implementada a resolução das equações de Saint-Venant pelo método de diferenças finitas em um esquema explícito de resolução, utilizando o esquema difusivo conforme proposto por Chaudhry (2007). O diferencial desse método é que as equações de Saint-Venant não são escritas em sua forma mais clássica e sim, adotadas na forma binômio (altura x velocidade), conforme abaixo:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + D \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{q}{B} = 0 \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} + y \right) = g(S_0 - S_f) \quad (3.32)$$

onde: $B = dA/dy$ (base do canal) e $D = A/B$ (profundidade hidráulica do escoamento).

As resoluções das equações de Saint-Venant nesse método são de simples configuração e produz resultados satisfatórios em relação à análise unidimensional em canais para aplicações típicas de engenharia (CHAUDHRY, 2007). Nesse esquema as derivadas parciais são dadas por:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta x} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{k+1} - f_i^*}{\Delta t} \quad (3.34)$$

$$f^* = \frac{1}{2} (f_{i-1}^k + f_{i+1}^k) \quad (3.35)$$

$$D^* = \frac{1}{2} (D_{i-1}^k + D_{i+1}^k) \quad (3.36)$$

$$S_f^* = \frac{1}{2}(S_{f_{i-1}}^k + S_{f_{i+1}}^k) \quad (3.37)$$

Substituindo as equações das derivadas parciais nas Equações (3 .30 e (3 .31, após simplificação tem-se:

$$y_i^{k+1} = \frac{1}{2}(y_{i-1}^k + y_{i+1}^k) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} D_i^*(V_{i+1}^k - V_{i-1}^k) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} V_i^*(y_{i+1}^k - y_{i-1}^k) \quad (3.38)$$

$$V_i^{k+1} = \frac{1}{2}(V_{i+1}^k + V_{i-1}^k) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} g(y_{i+1}^k - y_{i-1}^k) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} V_i^*(V_{i+1}^k - V_{i-1}^k) + g\Delta t(S_0 - S_f^*) \quad (3.39)$$

Para a resolução do método numérico, define-se como as condições de contorno apenas a vazão e nível de montante, não tendo condição de contorno de jusante, pois no escoamento supercrítico não há influência de jusante. O nível é o resultado das medições realizadas pelo primeiro sensor ultrassônico de montante. A vazão é definida utilizando o mesmo nível, aplicado à equação da curva chave de montante definida nos ensaios.

Já na definição da curva do regime subcrítico, foi implementado a forma clássica do esquema de Preissmann, conforme descrito no item 2.3.1.

No esquema de Preissmann são necessárias duas condições de contorno, uma de montante e uma de jusante. A condição de contorno de montante é a vazão. Essa vazão é a mesma do resultado da modelagem do escoamento supercrítico no ponto de transição. Já a condição de contorno de jusante é a própria equação da curva chave definida para o vertedor, onde as alturas são os dados de entrada medidos pelo sensor ultrassônico posicionado próximo ao vertedor (a 3,17 m do início do domínio de análise).

Para a determinação da posição do ressalto hidráulico o procedimento foi o mesmo do utilizado no modelo computacional do item 3.2.1. Utilizando a Equação (3 .30), a cada passo de tempo, calculam-se as alturas conjugadas onde o momento em que o valor da altura conjugada na curva supercrítica for igual ao da curva subcrítica, obtendo a posição do ressalto hidráulico.

Não há rotina específica para o “aquecimento” do modelo numérico. Como toda simulação parte do regime permanente para posteriormente, ocorrer o efeito transiente, o “aquecimento” do modelo é feito com o próprio efeito permanente inicial a partir das condições de contorno de montante.

3.3 Análise dos resultados: Calculado x Medido

Após a finalização das etapas experimentais e numéricas, foram realizadas análises dos dados e as comparações entre os dados experimentais e os computacionais (numéricos).

Os dados medidos (leituras) dos sensores ultrassônicos para cada simulação de escoamento foram armazenados e o comportamento da superfície livre durante os escoamentos simulados avaliados. Espera-se a presença de dados inconsistentes de leituras das cotas em virtude do efeito da turbulência do escoamento. Para minimização desse efeito, foi realizada a exclusão manual de alguns dados, eliminando aqueles que não condizem com a curva de tendência dos ensaios.

Para o escoamento gradualmente variado, foi determinado o erro relativo entre valores medido e calculado. Para escoamento transiente, foi calculado o valor de Nash-Sutcliffe para cada posição de sensor ultrassônico, sendo que valores mais próximos de 1,0 representam maior precisão dos valores calculados perante os observados.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (E_{ob} - E_{cal})^2}{\sum_{t=1}^n (E_{ob} - E_m)^2} \quad (3.40)$$

onde: E_{ob} são os dados observados, E_{cal} são os dados calculados, E_m é a média dos dados observados.

Capítulo 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados e as discussões a respeito das etapas experimentais e numéricas.

4.1 – Testes dos sensores ultrassônicos

Realizado os testes para seleção dos sensores ultrassônicos, efetuou-se a avaliação das medições via erro admissível e erro relativo conforme descrito no Item 3.1.1. Os resultados dos ensaios e verificações são apresentados nas Tabela 4.4 a Tabela 4.7.

Tabela 4.4 – Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 50 mm.

Sensor	Média	Desvio Padrão	Diferença Absoluta	Avaliação
1	55,697	0,109	5,697	X
2	46,011	0,96	-3,989	X
3	51,128	0,234	1,128	O
4	51,82	0,045	1,82	O
5	53,753	0,039	3,753	X
6	53,781	0,543	3,781	X
7	48,273	0,136	-1,727	O
8	48,781	0,154	-1,219	O
9	55,203	0,064	5,203	X
10	52,36	0,098	2,36	O
11	48,251	0,142	-1,749	O
12	58,454	0,736	8,454	X
13	53,644	1,12	3,644	X
14	60,183	0,114	10,183	X
15	50,444	0,092	0,444	O
16	48,07	0,112	-1,93	O
17	50,809	0,164	0,809	O
18	47,87	0,144	-2,13	O

Sensor	Média	Desvio Padrão	Diferença Absoluta	Avaliação
19	53,696	0,022	3,696	X
20	58,344	1,054	8,344	X
21	52,123	0,045	2,123	O
22	X	X	X	X
23	57,818	0,107	7,818	X
24	50,419	0,067	0,419	O
25	51,241	0,186	1,241	O
26	51,573	0,069	1,573	O
27	55,641	0,066	5,641	X
28	51,794	0,847	1,794	O
29	49,935	0,065	-0,065	O
30	50,908	1,425	0,908	O
31	53,882	0,954	3,882	X
32	55,697	0,109	5,697	X

Tabela 4.5 - Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 200 mm.

Sensor	Média	Desvio Padrão	Diferença Absoluta	Avaliação
1	202,256	0,418	2,256	O
2	195,609	0,947	-4,391	X
3	200,217	0,196	0,217	O
4	201,584	0,787	1,584	O
5	200,516	0,935	0,516	O
6	202,373	0,089	2,373	O
7	197,873	0,29	-2,127	O
8	197,778	0,272	-2,222	O
9	199,896	0,366	-0,104	O
10	202,596	0,673	2,596	O
11	196,585	1,212	-3,415	X
12	211,149	0,977	11,149	X
13	200,038	0,331	0,038	O
14	208,752	0,406	8,752	X
15	202,97	1,07	2,97	O
16	198,178	0,827	-1,822	O
17	199,013	1,232	-0,987	O
18	198,646	1,283	-1,354	O
19	202,96	0,763	2,96	O
20	204,392	0,389	4,392	X
21	202,263	0,554	2,262	O
22	X	X	X	X
23	205,162	0,781	5,162	X
24	200,737	0,624	0,737	O
25	199,889	0,183	-0,111	O

Sensor	Média	Desvio Padrão	Diferença Absoluta	Avaliação
26	200,932	0,1	0,932	O
27	205,218	1,385	5,218	X
28	202,294	1,171	2,294	O
29	198,896	0,185	-1,104	O
30	200,049	0,753	0,049	O
31	199,271	0,561	-0,729	O
32	205,899	0,511	5,899	X

Tabela 4.6 - Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 400 mm.

Sensor	Média	Desvio Padrão	Diferença Absoluta	Avaliação
1	393,847	0,631	-6,153	X
2	390,662	0,797	-9,338	X
3	393,015	0,895	-6,985	X
4	395,23	0,726	-4,77	X
5	394,791	0,741	-5,209	X
6	395,379	1,028	-4,621	X
7	393,094	0,617	-6,906	X
8	393,194	0,243	-6,806	X
9	396,248	3,971	-3,752	X
10	395,247	1,242	-4,753	X
11	390,063	0,883	-9,937	X
12	400,437	0,836	0,437	O
13	396,558	0,691	-3,442	X
14	400,13	0,565	0,13	O
15	396,195	0,878	-3,805	X
16	393,115	1,753	-6,885	X
17	392,405	0,718	-7,595	X
18	394,09	0,858	-5,91	X
19	398,791	3,972	-1,209	O
20	397,554	1,39	-2,446	O
21	395,235	4,156	-4,765	X
22	X	X	X	X
23	399,826	0,696	-0,174	O
24	392,708	1,035	-7,292	X
25	392,462	0,798	-7,538	X
26	393,39	0,616	-6,61	X
27	397,031	1,023	-2,969	O
28	396,177	0,587	-3,823	X
29	394,146	0,539	-5,854	X
30	395,03	0,422	-4,97	X
31	394,581	0,614	-5,419	X
32	401,273	0,737	1,273	O

Tabela 4.7 - Resultado e avaliação dos sensores ultrassônicos para a medida de 600 mm.

Sensor	Média	Desvio Padrão	Diferença Absoluta	Avaliação
1	589,547	1,033	-10,453	X
2	586,729	0,59	-13,271	X
3	589,049	0,9	-10,951	X
4	589,261	0,64	-10,739	X
5	590,568	0,711	-9,432	X
6	590,968	0,748	-9,032	X
7	587,941	0,995	-12,059	X
8	589,332	0,958	-10,668	X
9	588,889	6,134	-11,111	X
10	589,805	6,154	-10,195	X
11	586,034	0,55	-13,966	X
12	595,31	1,23	-4,69	X
13	591,238	1,278	-8,762	X
14	594,243	1,003	-5,757	X
15	592,319	0,745	-7,681	X
16	587,107	1,08	-12,893	X
17	588,332	5,918	-11,668	X
18	590,066	0,631	-9,934	X
19	591,285	1,171	-8,715	X
20	592,709	6,159	-7,291	X
21	590,548	0,644	-9,452	X
22	X	X	X	X
23	595,555	0,623	-4,445	X
24	588,357	0,681	-11,643	X
25	588,606	0,576	-11,394	X
26	588,443	0,885	-11,557	X
27	594,059	1,096	-5,941	X
28	590,387	0,798	-9,613	X
29	588,649	0,804	-11,351	X
30	588,81	0,854	-11,19	X
31	587,918	0,864	-12,082	X
32	596,223	1,439	-3,777	X

Conforme resultados apresentados nas Tabelas 4.1 a 4.4, a maioria dos sensores ultrassônicos apresentaram erro absoluto maior que 3 mm. Observou-se que quanto maior distância do obstáculo, maior o erro de leituras, sendo que todos os sensores são reprovados para a distância de 600 mm do obstáculo ao sensor. Na análise dos erros relativos, admitiu-se valores de erro de 5,0%, diminuindo a

quantidade de sensores que obtiveram erro acima do determinado. Desta forma, optou-se por selecionar os sensores ultrassônicos com base no erro relativo, descartando cerca de 47% dos sensores.

4.2 – Determinação do coeficiente de rugosidade de Manning

A Tabela 4.8 contém os resultados dos ensaios para determinação do coeficiente de rugosidade efetiva do canal artificial, para cada ensaio efetuado, com inclinação, vazão e leituras da altura da superfície livre efetuadas em régua graduada e pelo sensor ultrassônico. O cálculo da rugosidade efetiva é expresso para os mínimos e máximos das vazões adotadas.

Tabela 4.8 – Resultados dos ensaios para calibração da rugosidade efetiva.

ENSAIO Nº	CANAL LIVRE					
	i (m m ⁻¹)	Q (L s ⁻¹)	h (m)		RUGOSIDADE	
			RÉGUA	SENSOR	RÉGUA	SENSOR
1	0,0055	10,18	0,075	0,071	0,01381	0,01280
		10,29			0,01367	0,01266
2	0,0055	15,04	0,085	0,0817	0,01111	0,01052
		15,15			0,01102	0,01044
3	0,0055	20,20	0,103	0,107	0,01071	0,01127
		20,50			0,01056	0,01110
4	0,0089	10,18	0,0408	0,0509	0,00735	0,01015
		10,29			0,00727	0,01004
5	0,0089	15,07	0,065	0,0652	0,00972	0,00976
		15,16			0,00966	0,00970
6	0,0089	20,50	0,083	0,0807	0,01003	0,00965
		20,64			0,00996	0,00959
7	0,0133	10,08	0,044	0,0449	0,01014	0,01044
		10,10			0,01012	0,01042
8	0,0133	15,22	0,059	0,0556	0,01026	0,00942
		15,40			0,01014	0,00931
9	0,0133	20,04	0,07	0,0687	0,00991	0,00966
		20,19			0,00984	0,00959
10	0,0144	10,25	0,039	0,0377	0,00868	0,00826
		10,43			0,00853	0,00811
11	0,0144	15,06	0,053	0,0474	0,00925	0,00787
		15,24			0,00914	0,00778
12	0,0144	20,05	0,067	0,0633	0,00970	0,00895
		20,20			0,00963	0,00889

ENSAIO N°	CANAL LIVRE					
	i (m m ⁻¹)	Q (L s ⁻¹)	h (m)		RUGOSIDADE	
			RÉGUA	SENSOR	RÉGUA	SENSOR
13	0,0288	10,06	0,034	0,0319	0,01019	0,00926
		10,17			0,01008	0,00916
14	0,0288	15,07	0,046	0,0442	0,01065	0,01004
		15,36			0,01045	0,00985
15	0,0288	20,36	0,056	0,0565	0,01047	0,01061
		20,42			0,01044	0,01058
MÉDIA					0,01008	0,00986
DESVIO PADRÃO					0,0013	0,0012

A média aritmética dos valores calculados para os valores de rugosidade efetiva foi de $0,01008 \text{ sm}^{-1/3}$ para as leituras efetuadas na régua milimetrada e de $0,00986 \text{ sm}^{-1/3}$ para as leituras efetuadas com o sensor ultrassônico. Os valores obtidos são próximos um do outro, tendo uma diferença apenas de $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ sm}^{-1/3}$ de um valor para outro, correspondendo a 2,23% do resultado para as leituras efetuadas em régua para as leituras efetuadas com o sensor ultrassônico.

Obteve-se também pequena variação nos valores dos desvios padrões calculados a partir da calibração da rugosidade, tendo obtido $0,0013 \text{ sm}^{-1/3}$ para leituras feitas com régua e $0,0012 \text{ sm}^{-1/3}$ para leituras feitas com o sensor ultrassônico. Os valores dos coeficientes de rugosidade obtidos nos mostram que para regimes de escoamento permanente e uniforme ambos os instrumentos utilizados para leitura da altura da superfície livre são eficazes.

4.3 – Calibração das curva chave de montante e jusante

As Tabela 4.9 e Tabela 4.10 ilustram os resultados da calibração da curva chave para implementação das condições de contorno de montante e de jusante do canal artificial a partir dos ensaios realizados.

Tabela 4.9 – Parâmetros da curva chave para seção de montante do canal.

i (mm ⁻¹)	Q (m ³ s ⁻¹)	$y_{\text{médio}}$ (m)	Desvio Padrão (mm)	a	b
0,03055	0,005	0,0188	6,16	0,4846	1,1526
	0,010	0,0349	4,43		
	0,015	0,0490	5,78		
	0,020	0,0626	7,42		
0,03830	0,005	0,0173	5,64	0,4036	1,0905
	0,010	0,0364	4,09		
	0,015	0,0485	7,16		
	0,020	0,0611	7,53		
0,04550	0,005	0,0194	7,18	0,7865	1,2869
	0,010	0,0351	5,27		
	0,015	0,0447	6,40		
	0,020	0,0577	6,98		

Tabela 4.10 - Parâmetros da curva chave para seção de jusante (vertedor) do canal.

i (mm ⁻¹)	Q (m ³ s ⁻¹)	$y_{\text{médio}}$ (m)	Desvio Padrão (mm)	$Q(y)$		$y(Q)$	
				a	b	a	b
0,03055	0,005	0,1505	3,35	6,2079	3,7203	0,5838	0,2574
	0,010	0,1757	5,53				
	0,015	0,1978	3,87				
	0,020	0,2142	6,19				
0,03830	0,005	0,1450	3,43	7,2147	3,7384	0,5652	0,2577
	0,010	0,1707	3,47				
	0,015	0,1916	5,65				
	0,020	0,2072	7,00				
0,04550	0,005	0,1474	6,55	7,1629	3,7775	0,5773	0,2582
	0,010	0,1751	4,67				
	0,015	0,1948	6,65				
	0,020	0,2111	6,62				

Nas Tabelas 4.6 e 4.7 são apresentados os resultados das médias aritméticas das leituras efetuadas na altura da superfície livre para cada vazão e cada inclinação correspondente. Também é apresentado o valor do desvio padrão calculado a partir das leituras efetuadas para cada vazão e inclinação. E por fim, as últimas colunas encontram-se os valores das constantes a e b calculadas pelo método de Regressão não-linear de Gauss-Newton. A Tabela 4.9 traz os resultados da calibração da curva chave a partir da Equação (3.28, onde a vazão é função da altura da superfície livre (isto é, $Q(y)$). Já a Tabela 4.10 contém os resultados da calibração da curva chave tanto para as Equações (3.28 e (3.29, sendo que para essa última a altura da superfície livre é função da vazão (isto é, $y(Q)$).

A boa calibração dos parâmetros a e b que definem as equações das curvas chave, tanto para montante quanto jusante, está diretamente ligada à precisão dos resultados das modelagens computacionais, visto que a partir dessas curvas, definem-se as condições de contorno de montante e de jusante do modelo para regime transiente.

No caso da modelagem da curva supercrítica, fez-se necessário duas condições de contorno de montante, para nível e vazão. Os níveis da superfície livre foram obtidos nos ensaios experimentais. Aplicando os valores obtidos de níveis na Equação (3.28), com os parâmetros apresentados na Tabela 4.9, obtém-se as vazões correspondentes para cada instante de tempo. Como a vazão não sofre efeitos de jusante a relação unívoca da curva chave se estabelece, tornando factível essa aplicação.

Já na modelagem da curva subcrítica é necessária uma condição de contorno de montante e uma de jusante. Na condição de contorno de montante tem-se a vazão e na jusante tem-se o nível, que é definido a partir dos resultados calibrados na Tabela 4.10 aplicados à Equação (3.29).

4.4 – Modelagem do escoamento em regime permanente gradualmente variado

Conforme descrito no item 3.1.4.1, foram realizados doze ensaios experimentais no canal artificial simulando o escoamento transcrito em regime permanente gradualmente variado. Da mesma forma, efetuaram-se doze simulações no modelo computacional elaborado, contemplando as mesmas condições de escoamento dos ensaios experimentais para validação. A Tabela 4.11 ilustra os valores das variáveis de entrada do modelo, sendo iguais para todos os ensaios.

Tabela 4.11 – Variáveis e valores de entrada iguais em todas as modelagens.

VARIÁVEL	VALORES
α	1,00
C_0	1,00
g	9,81 m/s ²
L (largura do canal)	0,205 m
N	$n_1 = 0,00986$ e $n_2 = 0,01008$

VARIÁVEL	VALORES
H (altura do vertedor)	0,10 m
Δx	0,01 m
$Z0$ (cota do canal no vertedor)	0,00
Erro admissível para <i>Standard Step Method</i>	0,0000001
Erro admissível para localização do ressalto hidráulico	0,001

Na Tabela 4 .12 são apresentados os valores de declividade, vazão, condição de contorno e comprimento utilizado para cada modelagem. A Figura 4 .20 apresenta o comparativo entre os resultados obtidos pelo ensaio físico e a modelagem numérica, e a Figura 4 .21 apresenta os erros relativos obtidos entre o físico e o numérico.

Tabela 4.12 – Variáveis de entrada específicos para cada modelagem numérica.

Modelagem	Declividade do canal ($m\ m^{-1}$)	Vazão média ($m^3\ s^{-1}$)	Condição de contorno (m)		Comprimento do canal (m)
			Montante	Jusante	
1	0,02880	0,0103	0,0470	0,1740	3,50
2	0,02880	0,0153	0,0620	0,1960	3,30
3	0,02880	0,0203	0,0730	0,2110	3,10
4	0,03055	0,0103	0,0455	0,1760	3,30
5	0,03055	0,0153	0,0575	0,1930	3,10
6	0,03055	0,0202	0,0730	0,2145	3,10
7	0,03830	0,0102	0,0430	0,1745	3,20
8	0,03830	0,0152	0,0560	0,1970	3,10
9	0,03830	0,0203	0,0665	0,2140	2,90
10	0,04550	0,0103	0,0410	0,1715	3,10
11	0,04550	0,0153	0,050	0,1940	2,90
12	0,0455	0,0204	0,0645	0,2150	2,90

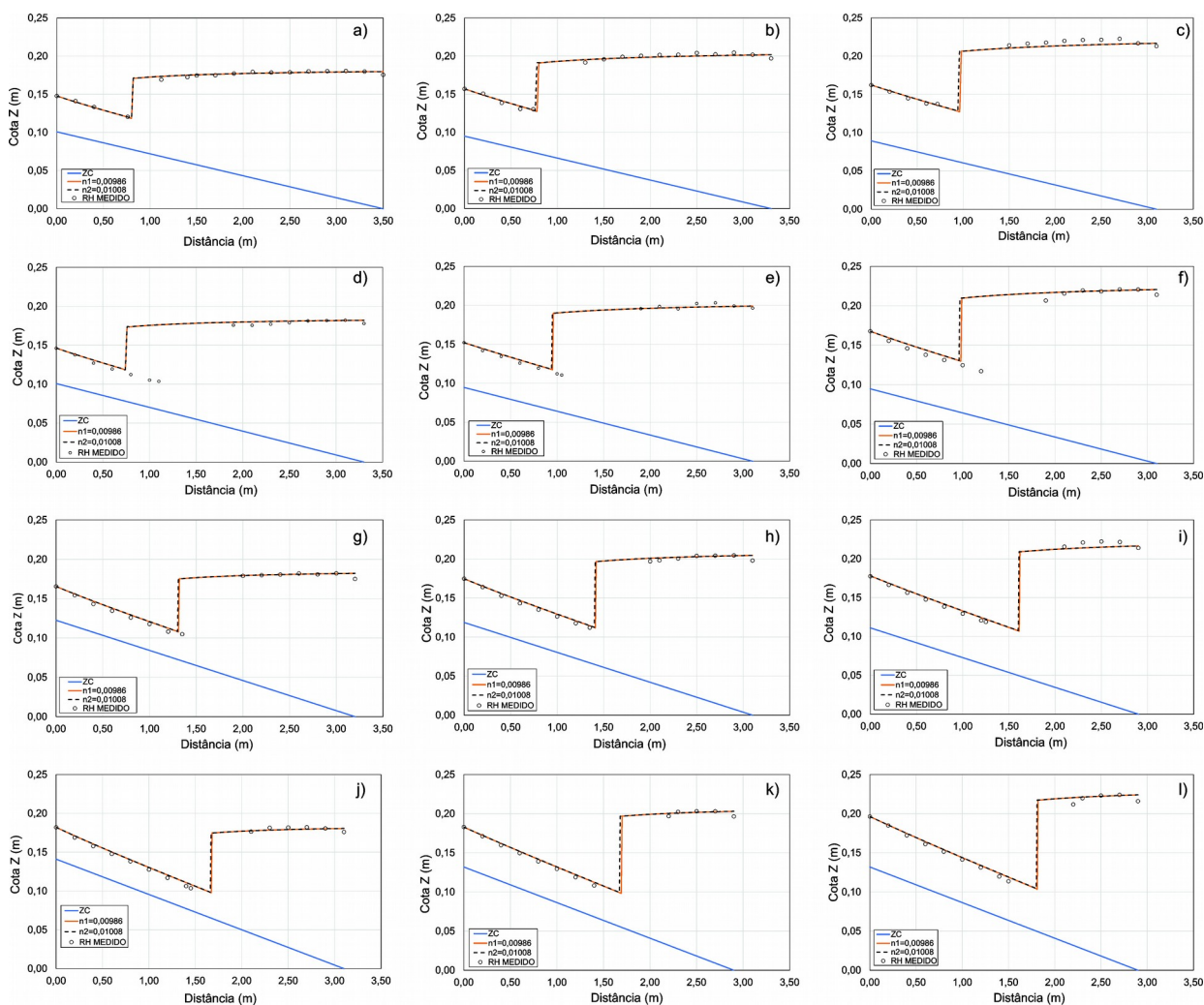


Figura 4.20 – Comparativo entre os resultados obtidos nos ensaios físicos e nas modelagens numéricas: a) 1º Ensaio; b) 2º Ensaio; c) 3º Ensaio;/ d) 4º Ensaio; e) 5º Ensaio; f) 6ºEnsaio; g) 7º Ensaio; h) 8º Ensaio; i) 9º Ensaio; j) 10º Ensaio; k) 11º Ensaio; l) 12º Ensaio.

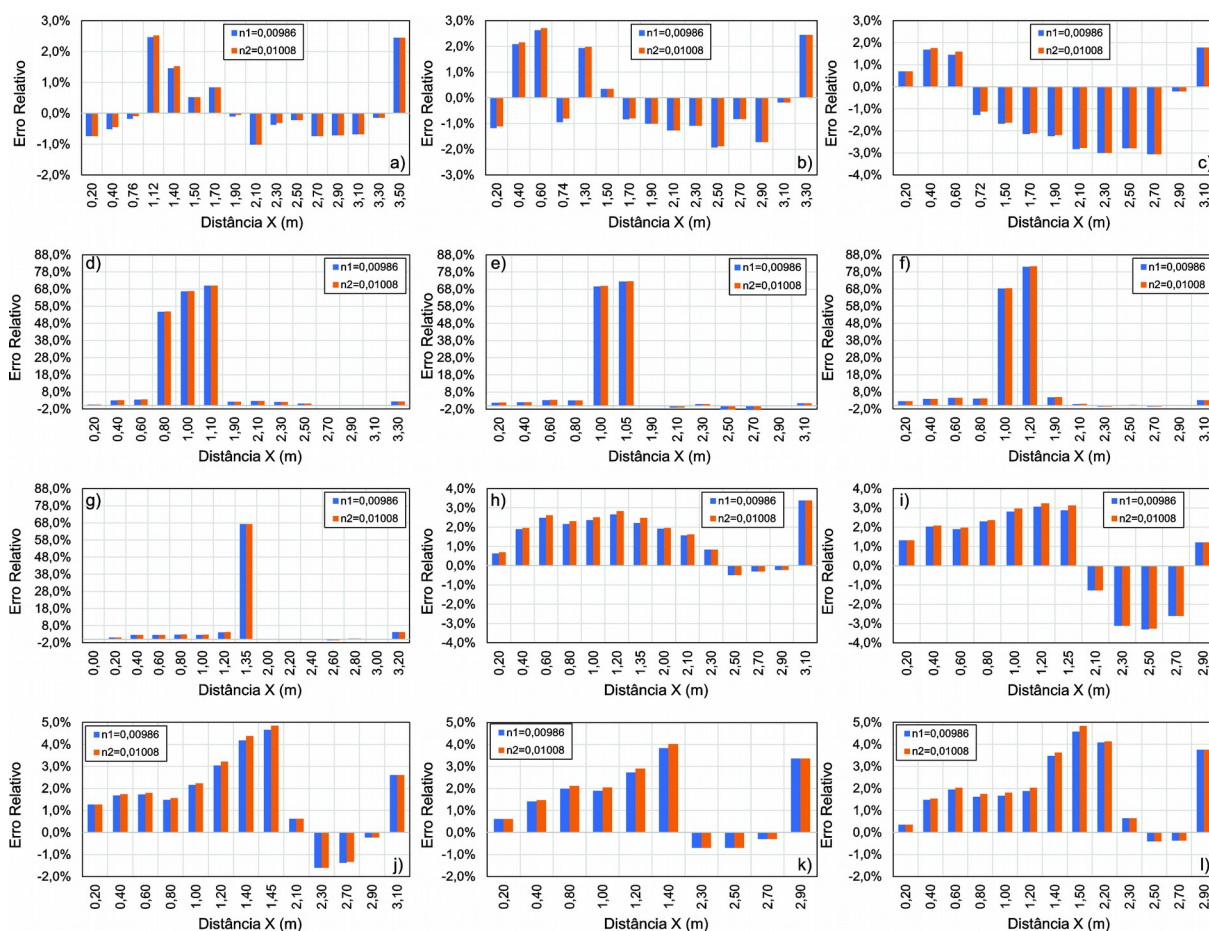


Figura 4.21 - Comparativo entre os erros relativos obtidos entre os ensaios físicos e as modelagens numéricas: a) 1° Ensaio; b) 2° Ensaio; c) 3° Ensaio; d) 4° Ensaio; e) 5° Ensaio; f) 6° Ensaio; g) 7° Ensaio; h) 8° Ensaio; i) 9° Ensaio; j) 10° Ensaio; k) 11° Ensaio; l) 12° Ensaio.

De forma geral, os resultados da modelagem computacional foram satisfatórios ao serem comparados com os resultados dos ensaios experimentais (Figura 4 .20 e Figura 4 .21), mostrando a eficiência do modelo e a boa performance. Fora das zonas de ressalto hidráulico, ou seja, onde existem as curvas de escoamento supercríticos e subcríticos, não foram obtidos erros relativos medidos pelos calculados maiores que 5,00%. Erros relativos maiores foram apresentados somente na zona do ressalto hidráulico, destacando que o modelo apenas localiza o ressalto, representando-o em um ponto, e não caracterizando o comprimento e nem o perfil hidráulico do ressalto, tornando os erros justificáveis e aceitáveis.

Nota-se que em todas as simulações, houve uma diferença maior dos valores medidos para os valores calculados no ponto do vertedor. Esse fato acontece, pois,

no vertedor há o efeito da queda livre do canal artificial, efeito não contemplado na modelagem utilizada pelo *Standard Step Method*. Outro fator que também influencia é o ajuste da condição de contorno de jusante. Apresentaram melhores resultados de modelagem perante os ensaios, as condições de contorno de jusante que aplicaram-se valores 20 cm à montante do vertedor, saindo do efeito de queda livre.

Em especial, nos Ensaios 4 (Figura 4 .20d e Figura 4 .21d), 5 (Figura 4 .20e e Figura 4 .21e) e 6 (Figura 4 .20f e Figura 4 .21f), grupo de ensaios com inclinação de $0,03055 \text{ m m}^{-1}$ (Tabela 4 .12), houve maior imprecisão na localização do ressalto. Em todos esses ensaios, os valores dos erros relativos foram maiores na modelagem da curva supercrítica, onde o modelo computacional estimou o local do ressalto à montante da posição do valor medido no ensaio físico. Essa imprecisão, embora não considerada alta, aconteceu apenas nessa condição de inclinação imposta ao canal artificial.

Como as modelagens foram realizadas e simuladas para dois valores de rugosidade, os resultados são praticamente iguais, havendo pequena diferença na posição do ressalto hidráulico, porém, condição que não impactou nos resultados de determinação do ponto do ressalto.

Por fim, há de considerar erros na própria leitura da superfície livre devido ao fato da turbulência na superfície livre. Em regiões próximas à zona de ressalto hidráulico, esses efeitos são mais intensos ainda. Outro fator que intensifica o efeito da turbulência é o aumento da vazão do escoamento bem como o aumento da inclinação do canal.

4.5 Modelagem do escoamento em regime transiente

Conforme descrito no item 3.1.4.2, efetuaram-se um total de doze ensaios, sendo seis configurações diferentes de vazões e inclinações (Tabela 3 .2). Para cada configuração de ensaio foram realizadas duas simulações. Essas duas simulações não necessariamente promoveram resultados idênticos, vistos que variáveis como ascensão e descida da vazão não foram em instante de tempos idênticos, uma vez que seus ajustes foram manuais. A Tabela 4 .13 apresenta os valores de entrada singulares à todas as modelagens numéricas.

Tabela 4.13 – Variáveis e valores de entrada singulares a todas as modelagens

VARIÁVEL	VALORES
g	9,81 m s ⁻²
B (base do canal)	0,205 m
L (comprimento do canal)	3,15 m
n	0,01008
H (altura do vertedor)	0,10 m
Δx	0,01 m
Δt	0,001
$Z0$ (cota do canal no vertedor)	0,00

As condições de contorno de montante foram definidas a partir do processamento dos dados medidos pelo primeiro sensor ultrassônico (altura da superfície livre) aplicados na Equação (3 .28) e os dados obtidos como calibração expostos na Tabela 4 .9. As condições de contorno de jusante são determinadas de forma automática pelo modelo computacional desenvolvido, apenas entrando com os dados de calibração apresentados nas Tabela 4 .9 e Tabela 4 .10, sendo que esta última foi utilizado os valores calibrados obtidos pela função $y(Q)$.

4.5.1 – Ensaio 1, simulação 1 / modelagem 1.1

Neste ensaio, a inclinação do canal foi de 0,03055 mm⁻¹ e a vazão inicial foi de 0,010792627 m³ s⁻¹.

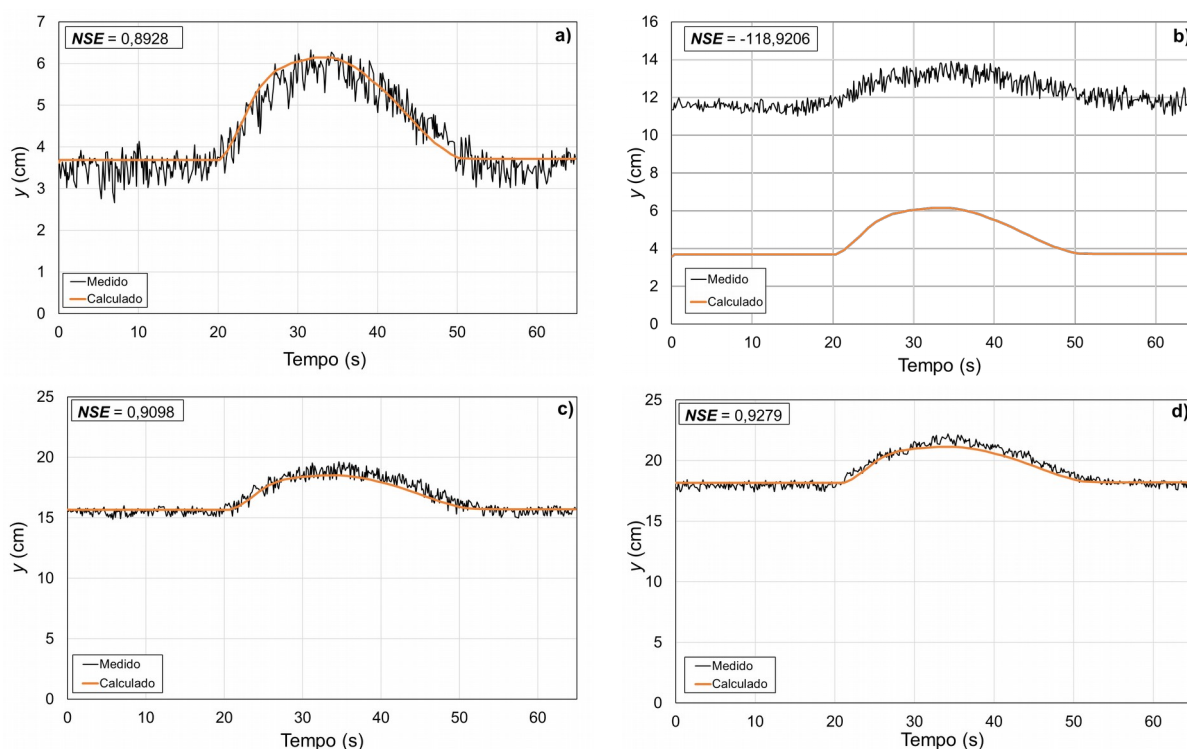


Figura 4.22 – Resultados do Ensaio 1, Simulação 1, Modelagem 1.1 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Na Figura 4.22 pode-se verificar que os valores do coeficiente de Nash-Sutcliffe (NSE) foram próximos de 1,0, atestando bom resultado medido pelo calculado para os Sensores 2, 4 e 5 (Figura 4.22a, Figura 4.22c e Figura 4.22d, respectivamente). No caso do Sensor 3 (Figura 4.22b), pelo fato de estar em zona de ressalto hidráulico, obteve-se resultados discrepantes, uma vez que o modelo computacional definiu o ponto de transição do ressalto hidráulico, mas não definiu o perfil hidráulico do ressalto (comprimento e perfil da superfície livre).

4.5.2 Ensaio 1, simulação 2 / modelagem 1.2

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,03055 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,010896214 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

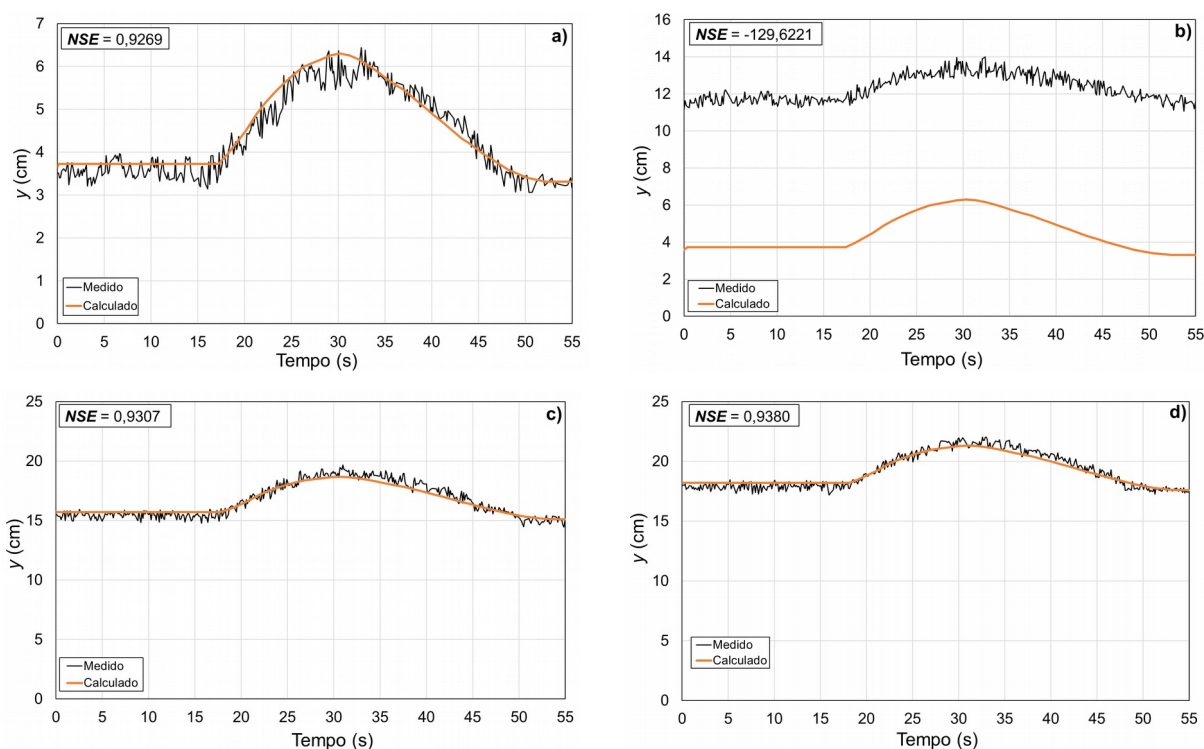


Figura 4.23 - Resultados do Ensaio 1, Simulação 2, Modelagem 1.2 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Acompanhando a tendência apresentado na Figura 4 .22, os valores do coeficiente de Nash-Sutcliffe na Figura 4 .23 foram próximos de 1,0, para os Sensores 2, 4 e 5. No Sensor 3 (Figura 4 .23b), ocorreu também o fato de distorção de resultados por encontrar-se na zona de ressalto hidráulico.

4.5.3 Ensaio 2, simulação 1 / modelagem 2.1

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,03055 \text{ mm}^{-1}$ e a vazão inicial de $0,01522 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

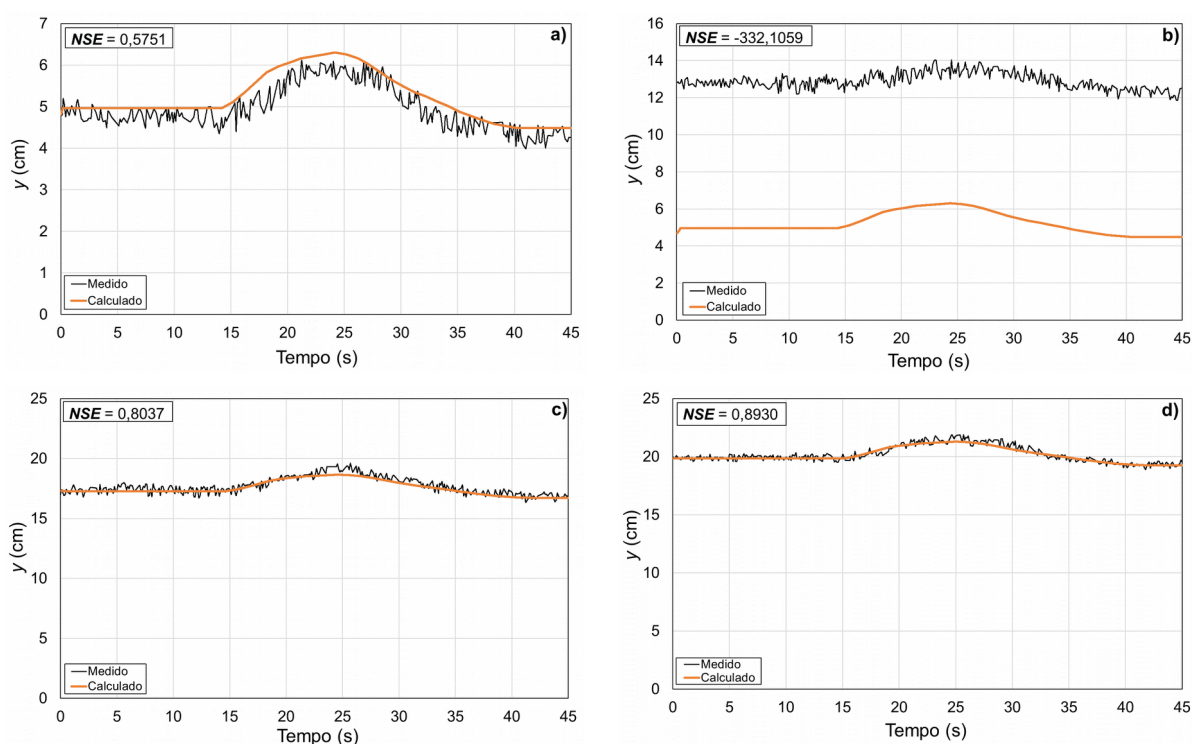


Figura 4.24 - Resultados do Ensaio 2, Simulação 1, Modelagem 2.1 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Os valores do coeficiente de Nash-Sutcliffe apresentados na Figura 4.24 apresentaram uma queda significativa para a modelagem da curva supercrítica e uma leve queda para a modelagem da curva subcrítica. O Sensor 3 (Figura 4.24b) continua apresentando maior discrepância entre os valores medidos fisicamente e calculados numericamente, devido ao posicionamento estar sobre a zona do ressalto hidráulico.

4.5.4 – Ensaio 2, simulação 2 / modelagem 2.2

Neste ensaio a inclinação do canal tem valor de $0,03055 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial de $0,015026391 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

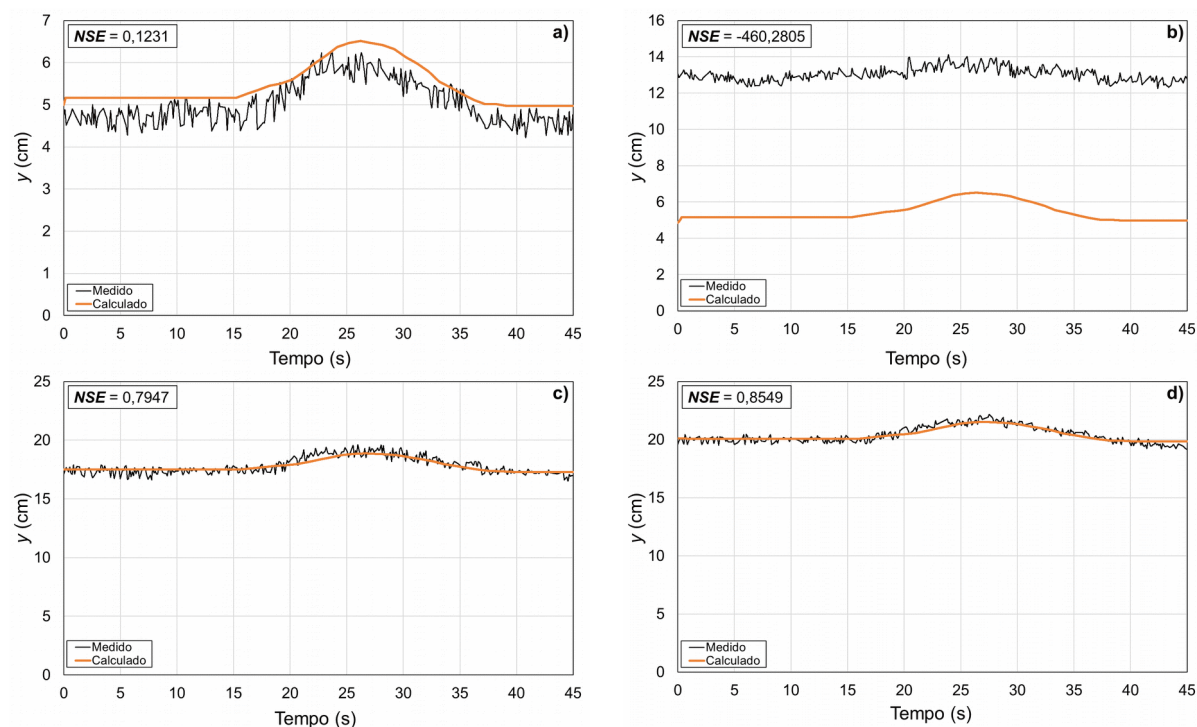


Figura 4.25 - Resultados do Ensaio 2, Simulação 2, Modelagem 2.2 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Na Figura 4.25 o valor do coeficiente de Nash-Sutcliffe para o Sensor 2 (Figura 4.25a) apresentou queda significativa comparado ao valor para o mesmo sensor no item 4.5.3 (Figura 4.24a), visto que ambos possuem valores de inclinação do canal iguais e condições de vazões semelhantes. A hipótese para este fato está no tratamento (filtragem) dos dados do ensaio físico e nas definições das condições de contorno. Os valores do coeficiente para os Sensores 4 e 5 (Figura 4.25c e Figura 4.25d) acompanharam a tendência dos valores apresentados nas Figura 4.24c e Figura 4.24d. O Sensor 3 (Figura 4.25b) novamente apresentou resultados discrepantes, com os motivos já elencados nos tópicos anteriores.

4.5.5 – Ensaio 3, simulação 1 / modelagem 3.1

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0383 \text{ mm}^{-1}$ e a vazão inicial foi de $0,0102459 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

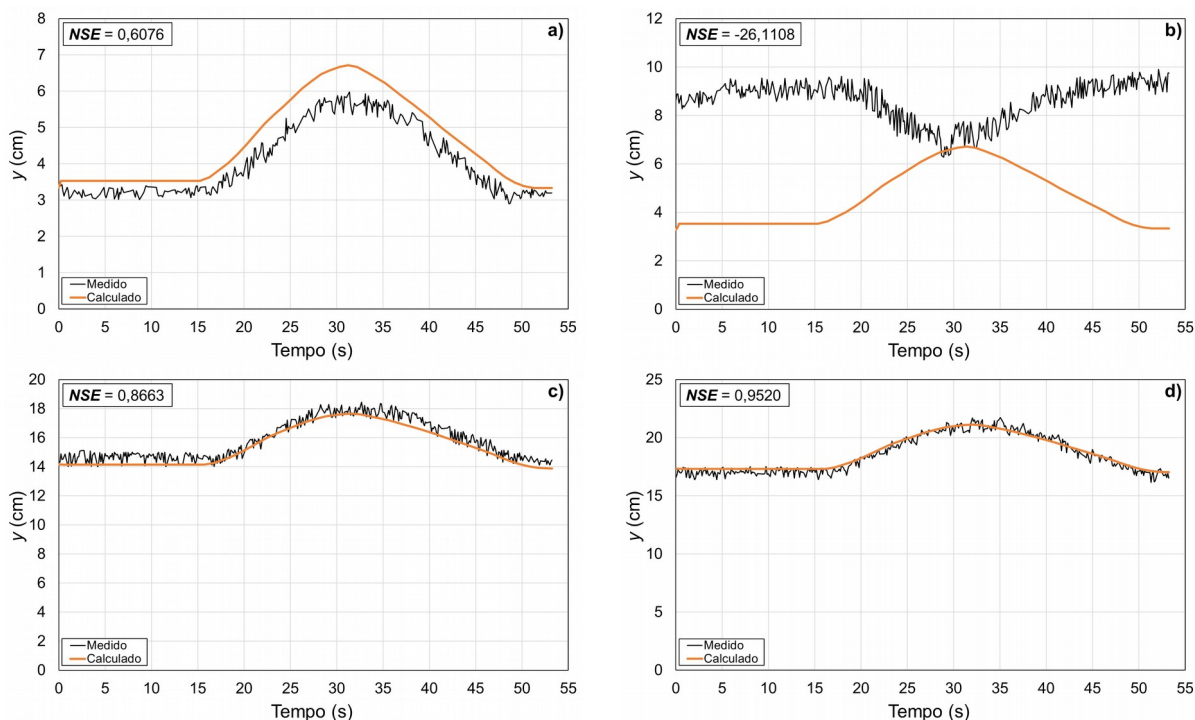


Figura 4.26 - Resultados do Ensaio 3, Simulação 1, Modelagem 3.1 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Na Figura 4.26 o valor coeficiente de Nash-Sutcliffe obtido para o Sensor 2 foi mediano, sendo os valores mais próximos de 1,0 para os Sensores 4 e 5 (Figura 4.26c e Figura 4.26d). Para a inclinação utilizada nesta modelagem, começa a ser evidente uma pequena distorção no início dos resultados calculados na modelagem da curva supercrítica, como é possível verificar na Figura 4.26a. Esta distorção é uma pequena inconsistência apresentada no cálculo numérico na definição da curva supercrítica.

4.5.6 – Ensaio 3, simulação 2 / modelagem 3.2

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0383 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,010205339 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

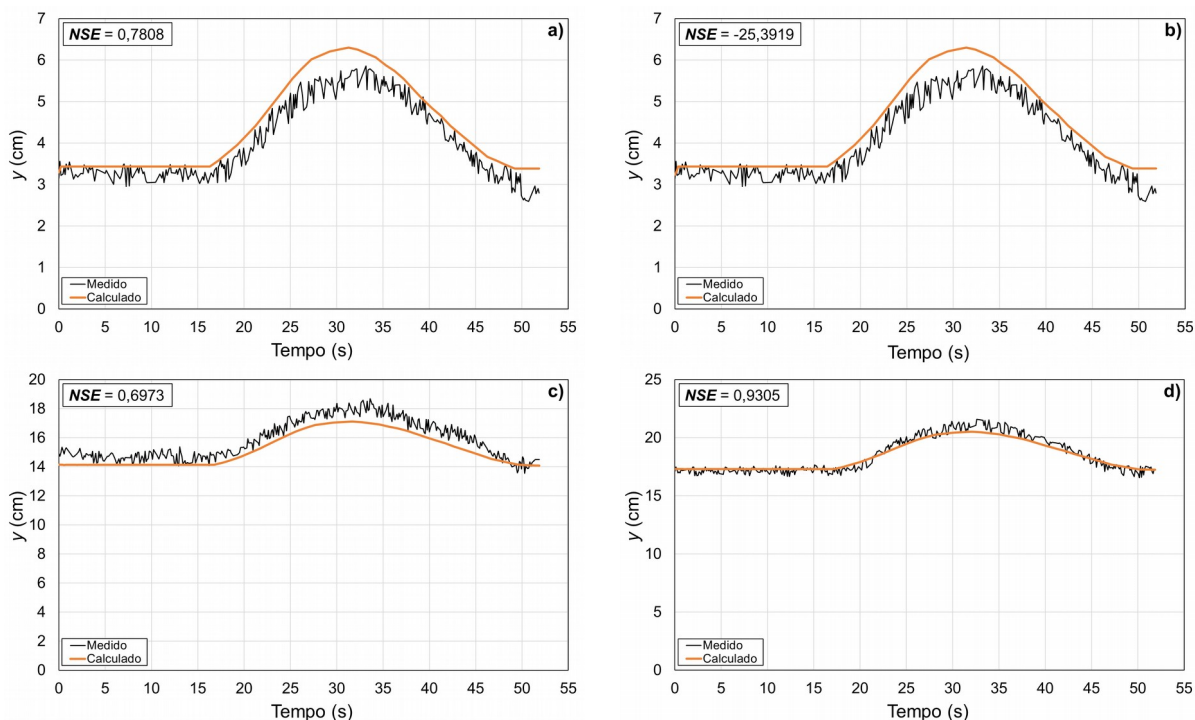


Figura 4.27 - Resultados do Ensaio 3, Simulação 2, Modelagem 3.2 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Para o Sensor 2 (Figura 4 .27a), obteve-se um aumento do valor calculado do coeficiente de Nash-Sutcliffe ao comparar com o resultado para o mesmo sensor para a primeira simulação do 3º Ensaio (Figura 4 .26a). Esse fato pode ser associado ao melhor ajuste nas condições de contorno de montante para definição da curva supercrítica. Como é possível ver na Figura 4 .27a, também apareceu a pequena distorção numérica nos resultados no início do escoamento para o Sensor 2. No caso do Sensor 4 (Figura 4 .27c), o valor do coeficiente apresentou uma queda ao comparar com a Figura 4 .26c, fato este que pode ser relacionado à filtragem dos dados obtidos no ensaio experimental. No Sensor 5 (Figura 4 .27d) obteve-se um valor próximo de 1,0 para o coeficiente de Nash-Sutcliffe.

4.5.7 – Ensaio 4, simulação 1 / modelagem 4.1

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0383 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,01504752 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

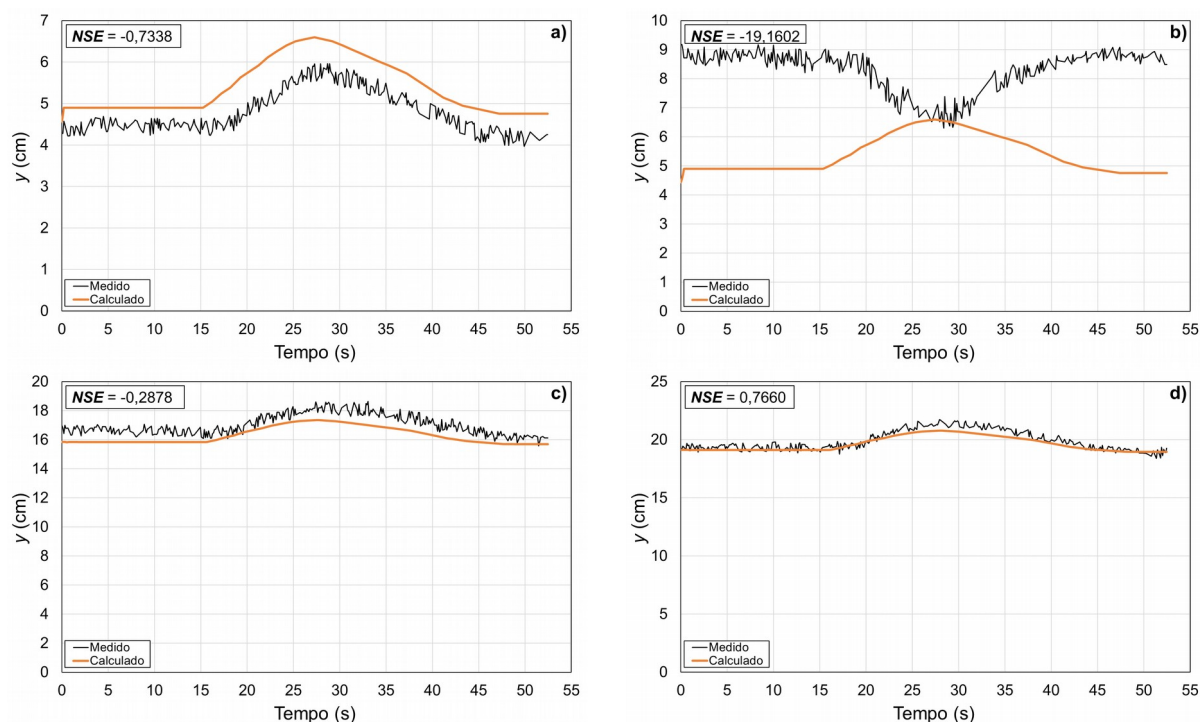


Figura 4.28 - Resultados do Ensaio 4, Simulação 1, Modelagem 4.1 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Conforme mostrado na Figura 4.28, somente o Sensor 5 (Figura 4.28d) obteve valor próximo de 1,0 para o coeficiente de Nash-Sutcliffe. Os demais sensores apresentaram resultados insatisfatórios. No caso dos Sensores 2 e 4 (Figura 4.28 e Figura 4.28c), a curva que representa os valores calculados geometricamente esta semelhante aos resultados medidos, porém há distorção nos valores, principalmente no Sensor 2, onde a distorção numérica no início da simulação apresentou-se mais intensa.

4.5.8 – Ensaio 4, simulação 2 / modelagem 4.2

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0383 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,015098279 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

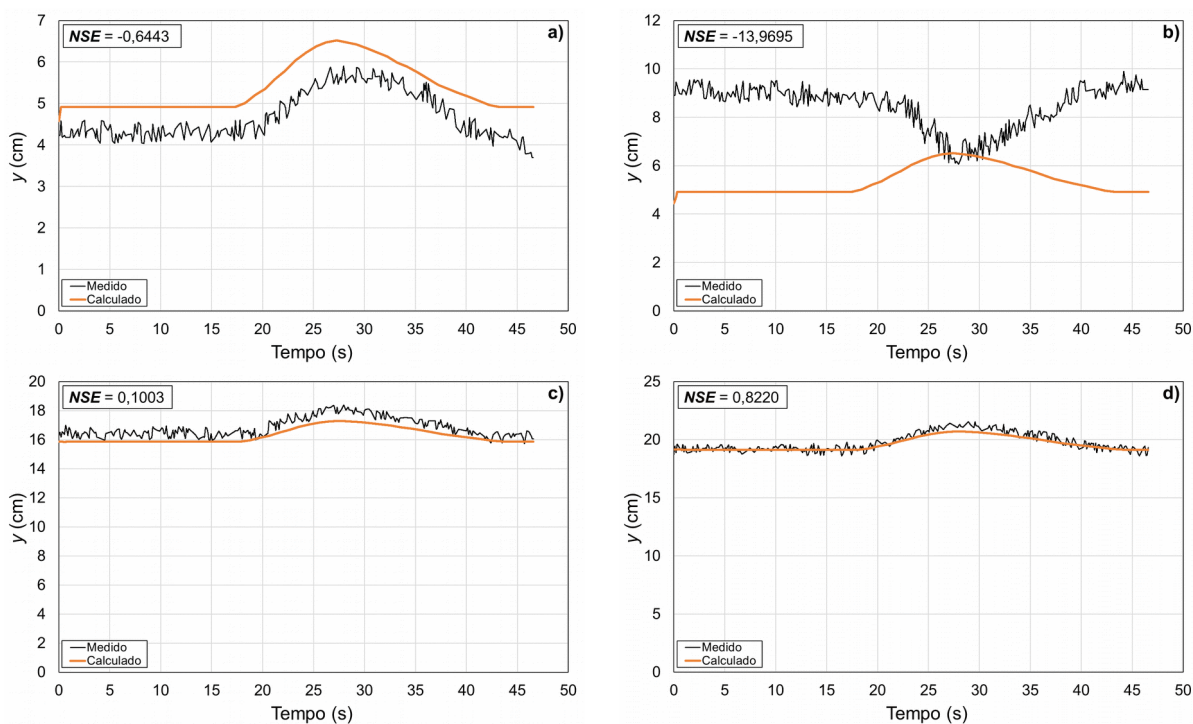


Figura 4.29 - Resultados do Ensaio 4, Simulação 2, Modelagem 4.2 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Os resultados apresentados na Figura 4.29 acompanharam a mesma tendência apresentada no item 4.5.7.

4.5.9 – Ensaio 5, Simulação 1 / Modelagem 5.1

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0455 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,010255867 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

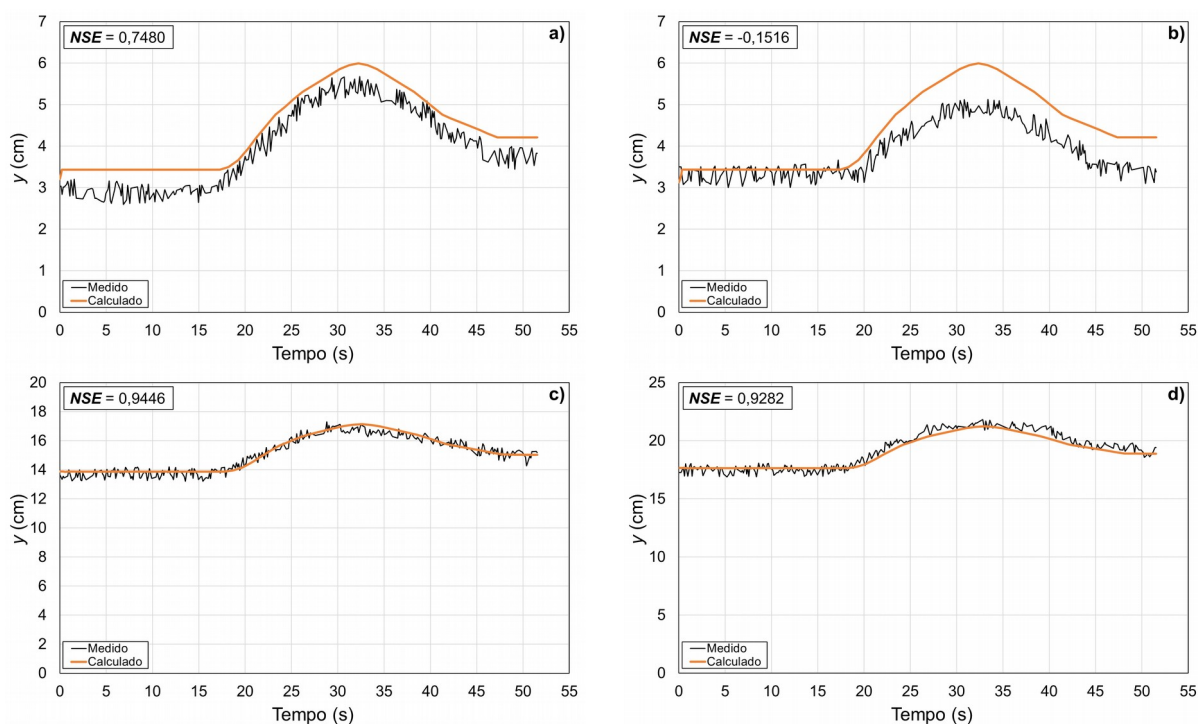


Figura 4.30 - Resultados do Ensaio 5, Simulação 1, Modelagem 5.1 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Na Figura 4 .30, os resultados para os coeficientes de Nash-Sutcliffe apresentaram valores mais próximos de 1,0 e valores maiores aos comparados com as Figura 4 .28 e Figura 4 .29. Para o Sensor 3 (Figura 4 .30b), pela primeira vez aparece maior semelhança no comportamento da curva dos resultados calculados com o resultado medido, porém ainda é inconclusivo a comparação entre os resultados medidos e calculados por ainda se encontrar na zona de ressalto hidráulico.

4.5.10 – Ensaio 5, simulação 2 / modelagem 5.2

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0455 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,010281838 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

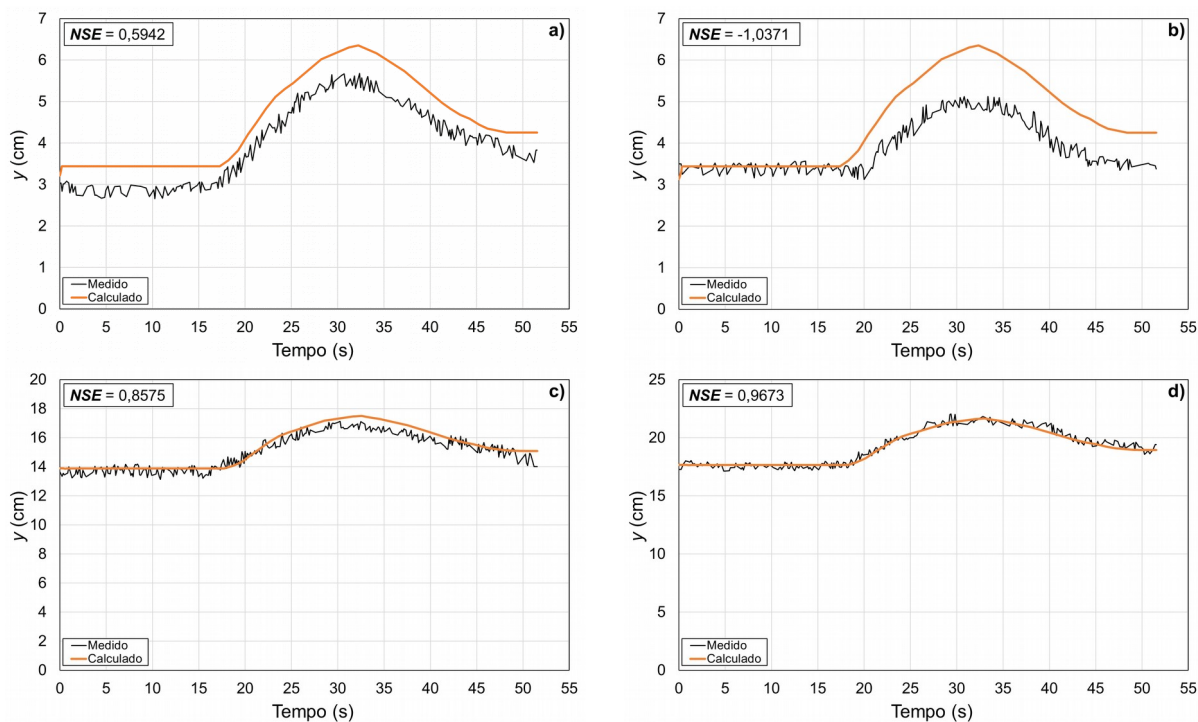


Figura 4.31 - Resultados do Ensaio 5, Simulação 2, Modelagem 5.2 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Na Figura 4.31, os resultados seguem as tendências apresentadas no Item 4.5.9 (Figura 4.30), sendo as considerações também validas para este Item.

4.5.11 – Ensaio 6, simulação 1 / modelagem 6.1

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0455 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,015019993 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

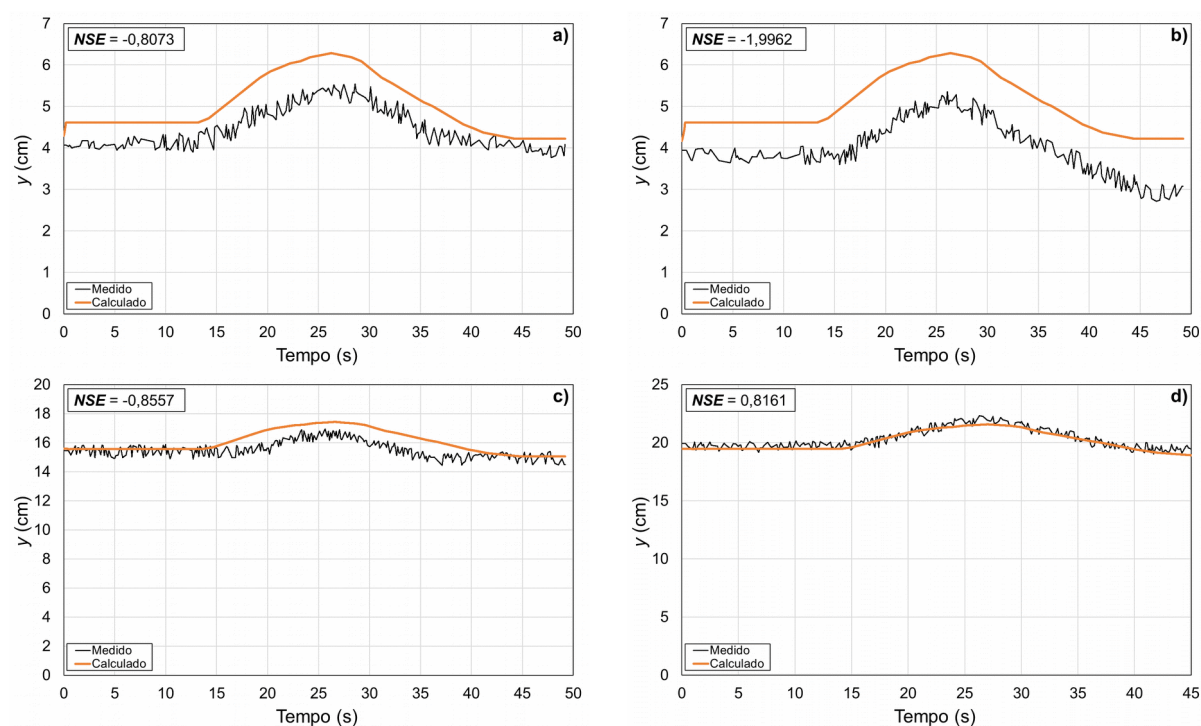


Figura 4.32 - Resultados do Ensaio 6, Simulação 1, Modelagem 6.1 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Dos resultados apresentados na Figura 4.32, somente o sensor 5 apresentou coeficiente de Nash-Sutcliffe próximo de 1,0, sendo que os demais apresentaram valores negativos. Conforme é possível verificar nas Figura 4.32a e Figura 4.32b, a distorção logo no início dos resultados calculados numericamente impactou no deslocamento da curva que define o perfil supercrítico de escoamento paralelamente para cima da curva dos resultados medidos experimentalmente. No entanto, nota-se que a forma geométrica da curva calculada é semelhante à dos resultados medidos. Na Figura 4.32c, nota-se que os resultados calculados fogem ligeiramente dos resultados medidos no momento do efeito transiente de escoamento, fato este não observado na Figura 4.32d.

4.5.12 – Ensaio 6, simulação 2 / modelagem 6.2

Neste ensaio a inclinação do canal foi de $0,0455 \text{ mm}^{-1}$ e vazão inicial foi de $0,015019993 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

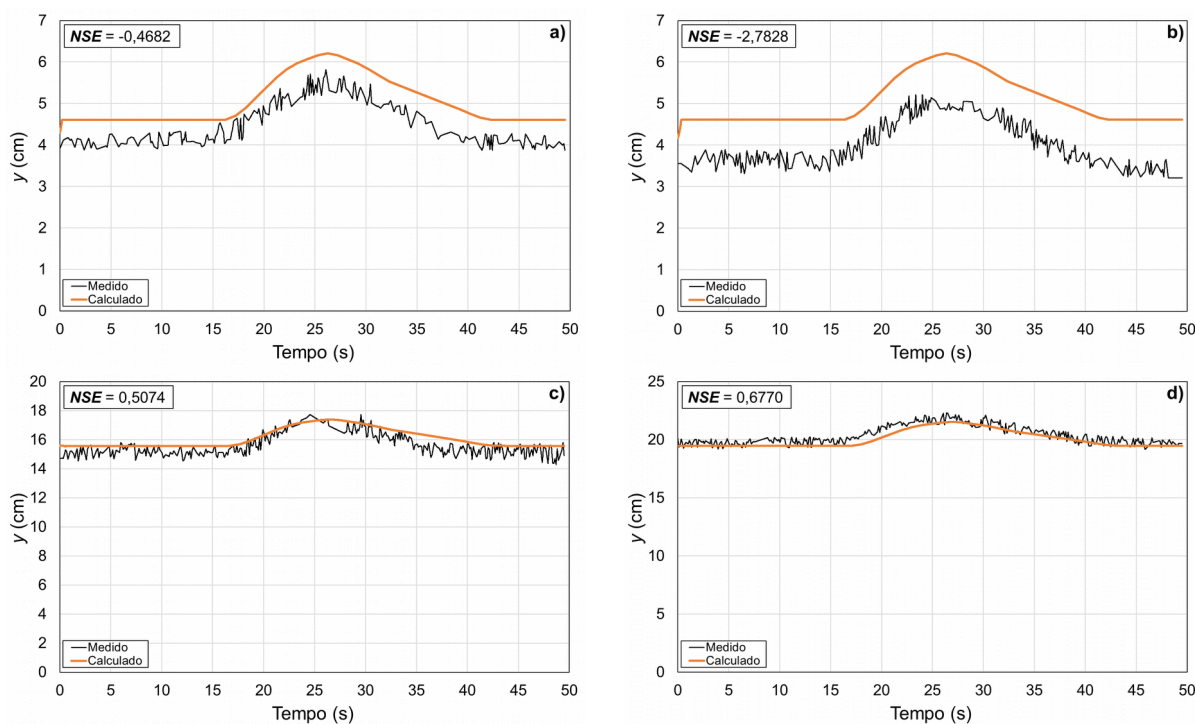


Figura 4.33 - Resultados do Ensaio 6, Simulação 2, Modelagem 6.2 (medido x calculado): a) Sensor 2; b) Sensor 3; c) Sensor 4; d) Sensor 5.

Na Figura 4.33, os resultados seguem a mesma tendência do item anterior (Figura 4.32), sendo as considerações também válidas para este item.

4.5.13 – Discussões gerais sobre os resultados para escoamento em regime transiente.

De forma geral os resultados das modelagens numéricas deram muito parecidos e próximos com os resultados físicos (experimentais) obtidos. O modelo computacional consegue representar bem os níveis para diferentes condições. A Tabela 4.14 traz de forma resumida os valores dos coeficientes de Nash-Sutcliffe para cada ensaio.

Tabela 4.14 – Tabela-resumo com os valores calculados de coeficiente de Nash-Sutcliffe na posição de cada sensor para cada ensaio.

ENSAIO	SIMULAÇÃO	COEFICIENTE DE NASH-SUTCLIFFE			
		SENSOR 2	SENSOR 3	SENSOR 4	SENSOR 5
1	1	0,89281	-118,92055	0,90984	0,92790
	2	0,92686	-129,62212	0,93068	0,93799
2	1	0,57511	-332,10595	0,80365	0,89295
	2	0,12308	-460,28049	0,79467	0,85487
3	1	0,60763	-26,11078	0,86627	0,95200
	2	0,78080	-25,39190	0,69731	0,93047
4	1	-0,73380	-19,16022	-0,28778	0,76603
	2	-0,64431	-13,96946	0,10031	0,82197
5	1	0,74797	-0,15161	0,94461	0,92817
	2	0,59421	-1,03708	0,85751	0,96729
6	1	-0,80734	-1,99616	-0,85569	0,81609
	2	-0,46816	-2,78275	0,50736	0,67701

O Sensor 1 não é apresentado pois seus resultados serviram para alimentar as definições de condições de contorno do modelo numérico computacional. O Sensor 2 encontra-se sobre a curva de característica supercrítica, enquanto o Sensor 3 encontra-se na zona de ressalto hidráulico e os Sensores 4 e 5 encontram-se sobre a curva de característica subcrítica.

No caso da curva supercrítica, os resultados mais satisfatórios foram para os ensaios 1 (simulação 1 e 2), 3 (simulação 2) e 5 (simulação 1), onde os valores do coeficiente de Nash-Sutcliffe mais se aproximaram de 1,0. Os ensaios 2 (simulação 1), ensaio 3 (simulação 1) e 5 (simulação 2) apresentaram valores medianos, por volta de 0,50. Para os demais ensaios, os resultados foram insatisfatórios.

Já no caso das curvas subcríticas, os resultados foram mais precisos, tendo apenas valores insatisfatórios do coeficiente nos ensaios 4 (simulação 1 e 2) e ensaio 6 (simulação 1), todos para o Sensor 4. Resultados de ordem mediana, com coeficientes em torno de 0,50, foram encontrados no Sensor 4 para os ensaios 3 (simulação 2) e 6 (simulação 2), e para o Sensor 5 apenas no ensaio 6 (simulação 2).

Efetivamente, os resultados obtidos para os coeficientes de Nash-Sutcliffe, observando na Tabela 4.14, são melhores para a curva subcrítica do que para a curva supercrítica. Dois fatores explicam tal fato: precisão de leitura dos sensores e definição das condições de contorno.

Durante a análise dos dados obtidos nos ensaios experimentais, observou-se uma grande diferença de precisão de leitura do escoamento por parte do sensor ultrassônico para os diferentes tipos de escoamento. No caso de leituras de escoamentos supercrítico, o nível de imprecisão e de ruídos foi muito maior do que nos casos de leitura de escoamento subcrítico. Esse fenômeno é possível observar nas Figura 4.34 e Figura 4.35. Essa maior imprecisão e maior quantidades de ruídos nas leituras das curvas supercríticas impactou diretamente na filtragem dos dados, que foi realizada de forma manual, e conseqüentemente na definição das condições de contorno de montante, que definem a curva supercrítica.

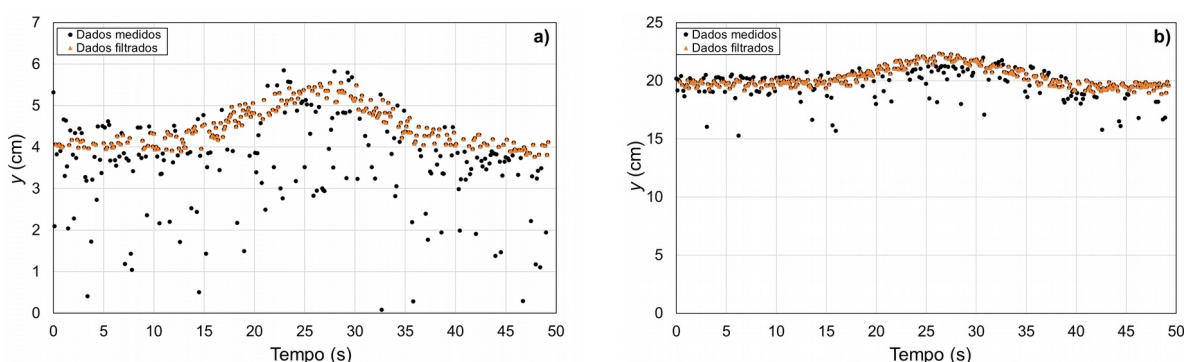


Figura 4.34 – Exemplo de dados medidos e dados filtrados para curvas: a) escoamento supercrítico – Sensor 2 do ensaio 6, simulação 1; b) escoamento subcrítico – Sensor 5 do ensaio 6, simulação 1.

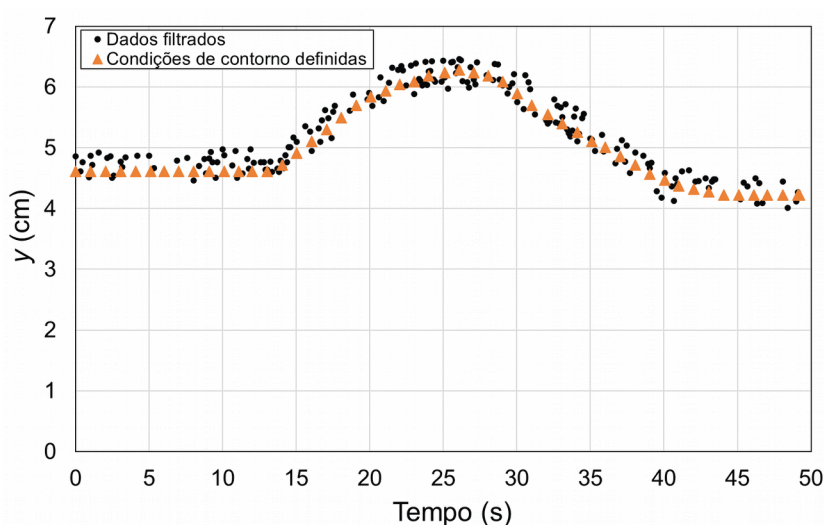


Figura 4.35 – Exemplo de dados filtrados e condições de contorno definidas – Sensor 1 do ensaio 6, simulação 1.

Conforme é possível observar na Figura 4 .35, mesmo após os dados filtrados, temos uma faixa de valores nas quais, para um mesmo instante de tempo, podemos ter valores diferentes de altura do escoamento. Ao adotar dentro dessa faixa de valores um único valor, assume-se um “erro”, imensurável inclusive pelas condições do ensaio. Esse erro propaga-se ao longo da simulação numérica, visto que há erros previstos de imprecisão de valores de vazão, uma vez que utiliza-se equações de curva chave e erros, também imensuráveis, por fatores difusivos dentro do próprio modelo numérico.

Há situações, como acontece no Sensor 2 do Ensaio 5 da simulação 2, na qual a forma geométrica da curva que desenha o perfil da superfície livre tem comportamento similar ao dos dados medidos, porém os resultados encontram-se distorcidos, apresentando valores medianos do coeficiente de Nash-Sutcliffe. Esse fato é perceptível graficamente na plotagem dos resultados da superfície livre. Como é possível observar nas Figura 4 .28a e Figura 4 .32a, ocorre no início da modelagem uma distorção nos valores, justificado pelo “aquecimento” do modelo.

É importante também destacar que o fato dos experimentos serem realizados em condições de pequena escala, com baixo valor de coeficiente de rugosidade ($0,01008 \text{ m s}^{-1/3}$), comparado a canais em concreto que há valores de rugosidade na ordem de $0,0016 \text{ m s}^{-1/3}$ (concreto) e $0,033 \text{ m.s}^{-1/3}$ (gabiões), faz com que a resolução numérica gere instabilidades, principalmente nos quesitos do “aquecimento” do modelo, já mencionado anteriormente.

Para o Sensor 3, também apresentado na Tabela 4 .14, em todos os ensaios e simulações os resultados não foram satisfatórios. Isto pelo fato do Sensor 3 encontrar-se posicionado na zona de ressalto hidráulico. Como o modelo computacional apenas determina o ponto do ressalto, porém não o modela, os resultados obtidos numericamente tornam-se imprecisos e ruins para esta posição no canal.

Capítulo 5

CONCLUSÕES

Ao longo de todo trabalho, o foco principal foi a elaboração de um modelo computacional com objetivo de modelar o comportamento de escoamentos transcíticos em regime permanente gradualmente variado e regime transiente, validados por meio de ensaios físicos, utilizando sensores ultrassônicos para medição da altura da lâmina de água em canal artificial.

A experiência obtida com a utilização de sensores ultrassônicos para medição de superfície livre em escoamentos em regime permanente e uniforme foi extremamente positiva e satisfatória. A adoção desses sensores em regime permanente e uniforme, onde foi utilizado para calibração da rugosidade do canal artificial, apresentou resultados excelentes comparados à utilização de outros instrumentos de medição (rugosidade de $0,01008 \text{ ms}^{-1/3}$ para ensaios com sensores ultrassônicos e $0,00986 \text{ ms}^{-1/3}$ para ensaios com régua graduada). As medições da superfície livre apresentaram pequenos ruídos e interferências as quais os dados são trabalhados de forma simples, via médias aritméticas e cálculo de desvio padrão e apresentaram bons resultados conforme apresentado no Item 4.2. Já a aplicação dos sensores ultrassônicos em regime transiente apresenta limitações, principalmente em efetuar leituras em curvas de escoamento de característica supercrítica. Isso pelo de fato de que nos ensaios em regime transiente, onde também há regime permanente gradualmente variado, os valores do coeficiente de Nash-Sutcliffe foram maiores para as curvas subcríticas do que as para curvas supercríticas.

Com relação a aplicação de curvas chaves calibradas em regime permanente gradualmente variado para simulações de regime transiente, obteve-se resultados satisfatórios, principalmente na observância dos valores do Coeficiente de Nash-Sutcliffe para o sensor 5 de todos os ensaios e simulações, sendo os melhores resultados obtidos do coeficiente, por conta da precisão na definição de contorno de jusante.

Sobre os modelos computacionais, ambos apresentaram resultados satisfatórios conforme discutidos nos itens 4.4 e 4.5. Na modelagem transcítica de escoamentos permanente gradualmente variados, a base física da equação diferencial do escoamento gradualmente variado alinhado com a resolução numérica do *Standard Step Method* mostrou-se extremamente aplicável às resoluções de problemas de engenharia que tenham essa característica de escoamento, conforme descrito no Item 4.4 e Anexo A desta dissertação.

Sobre a modelagem transcítica de escoamentos em regime transiente, a base híbrida adotada, conforme descrito no Item 3.2.2, utilizou-se para modelagens de curvas supercríticas o método de diferenças finitas de resolução explícita para resolução das equações de Saint-Venant proposta por Chaudhry (2007), definindo bem o perfil da superfície livre em escoamentos supercríticos, assim como o método implícito de Preissmann, trazendo ótimos resultados para resolução das equações de Saint-Venant para escoamentos subcríticos, conforme apresentado no Item 4.5. Observa-se que os casos nos quais os resultados foram medianos ou não satisfatórios estão mais relacionados às definições das condições de contorno, tornando necessário melhor aperfeiçoamento do método empregado.

REFERÊNCIAS

- AKAN, A. O. **Open channel hydraulics**. EUA: Elsevier, 2011.
- BALTZER, R. A.; LAI, C. Computer simulation of unsteady flows in waterways. **Journal of the Hydraulics Division**, 1968.
- BAYON, A.; VALERO, D.; GARCÍA-BARTUAL, R.; VALLÉS-MORÁN, F. J.; LÓPEZ-JIMÉNEZ, P. A. Performance assessment of OpenFOAM and FLOW-3D in the numerical modeling of a low Reynolds number hydraulic jump. **Environmental Modelling & Software**, v. 80, p. 322-335, 2016.
- BELLO, M. I.; GANA, S. M.; FARUK, M. I.; UMAR, M. J. Autonomous Ultrasonic Based Water Level Detection and Control System. **Nigerian Journal of Technology (NIJOTECH)**, Vol. 37, No. 2, pp. 508 – 513, 2018.
- CASIER, F.; DECONINCK, H.; HIRSCH, C. A class of bidiagonal schemes for solving the Euler equations. **AIAA journal**, v. 22, n. 11, p. 1556-1563, 1984.
- CHAUDHRY, M. H. **Open-channel flow**. EUA: Springer Science & Business Media, 2007.
- CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R.; MAYS, L. W. **Applied Hydrology**. [S.l.]: McGraw-Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering, 1988.
- DJORDJEVIĆ, S.; PRODANOVIĆ, D.; WALTERS, G. A. Simulation of transcritical flow in pipe/channel networks. **Journal of hydraulic engineering**, v. 130, n. 12, p. 1167-1178, 2004.
- FEDERICO, I.; MARRONE, S.; COLAGROSSI, A.; ARISTODEMO, F.; ANTUONO, M. Simulating 2D open-channel flows through an SPH model. **European Journal of Mechanics-B/Fluids**, v. 34, p. 35-46, 2012.
- FREAD, D. L. **Numerical properties of implicit four-point finite difference equations of unsteady flow**. NOAA Technical Memorandum NWS HYDRO-18. 1974.

FREAD, D. L.; JIN, M.; LEWIS, J. M. An LPI numerical implicit solution for unsteady mixed-flow simulation. In: **North American Water and Environment Congress & Destructive Water**. ASCE, 1996. p. 322-327.

FREITAG, M. **Transcritical flow modelling with the Box Scheme**. 2003. 71 f. Dissertação de Mestrado. University of Bath, UK, 2002-2003.

GHARANGIK, A. M.; CHAUDHRY, M. H. Numerical simulation of hydraulic jump. **Journal of hydraulic engineering**, v. 117, n. 9, p. 1195-1211, 1991.

KHAN, A. A.; STEFFLER, P. M. Physically based hydraulic jump model for depth-averaged computations. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 122, n. 10, p. 540-548, 1996.

LAI, C. **Numerical modeling of unsteady open-channel flow**. In: Advances in hydroscience. Elsevier, 1986. p. 161-333.

MARTOS, M. A.; COX, D. P. Magnetohydrodynamic modeling of a galactic spiral arm as a combination shock and hydraulic jump. **The Astrophysical Journal**, v. 509, n. 2, p. 703, 1998.

MESELHE, E. A.; SOTIROPOULOS, F.; HOLLY JR, F. M. Numerical simulation of transcritical flow in open channels. **Journal of hydraulic engineering**, v. 123, n. 9, p. 774-783, 1997.

NEGRÃO, A. C. **Modelagem hidrodinâmica unidimensional da passagem de onda de cheia em um córrego urbano considerando escoamento transcrito**. 173 p. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

PORTO, R. M. **Hidráulica Básica**. 2ª Edição. São Carlos: EESC-USP, Projeto REENGE, 2006.

SILVA, J. D. Notas sobre o Princípio de Saint-Venant. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 3, n. 2, 2015.

SILVA, N. D. P. **Aplicação de esquemas numéricos em escoamentos com ondas de choque em bocais do tipo convergente-divergente**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, 2015.

SZYMKIEWICZ, A. Approximation of internodal conductivities in numerical simulation of one-dimensional infiltration, drainage, and capillary rise in unsaturated soils. **Water Resources Research**, v. 45, n. 10, 2009.

ANEXO A

CÓDIGO FONTE DO MODELO COMPUTACIONAL – REGIME PERMANENTE

```
clear
clc

%DADOS DE ENTRADA DO MODELO

%DADOS DO ESCOAMENTO
Q = 0.025; %VAZÃO EM M³/S
ALFA = 1; %CONSTANTE ALFA DO TERMO DE ENERGIA
C0 = 1; %COEFICIENTE DE COROLIS
g = 9.81; %ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE EM M/S²

%DADOS DO CANAL
LC = 4.00; %COMPRIMENTO ÚTIL DO CANAL
BC = 0.205; %LARGURA ÚTIL DO CANAL
HC = 0.40; %ALTURA ÚTIL DO CANAL
nc = 0.016; %RUGOSIDADE EFETIVA DO CANAL
S0 = 0.1; %INCLINAÇÃO DO CANAL
HV = 0.1; %ALTURA DO VERTEDOR

%DADOS PARA DISCRETIZAÇÃO E SIMULAÇÃO NUMÉRICA
dx = 0.05; %DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL NO EIXO X
vtx = [0:dx:LC]; %VETOR DA DISCRETIZAÇÃO EM X A MONTANTE
N = size(vtx,2); %NÚMERO DE NÓS

%ERROS ADMISSÍVEIS
ESTM = 0.0000001; %ERRO ADMISSÍVEL PARA STANDAR STEP METHOD
ELHS = 0.001; %ERRO ADMISSÍVEL PARA LOCALIZAÇÃO DO RESSALTO

%DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

%CONDIÇÕES DE CONTORNO DE MONTANTE
YCM=0.040; %DADO DE ENTRADA DO USUÁRIO

%CONDIÇÕES DE CONTORNO DE JUSANTE
YCJ = (Q/(1.838*BC))^(2/3)+HV; %ALTURA TEÓRICA NO VERTEDOR POR EQUAÇÃO DE
FRANCIS

%STANDARD STEP METHOD MONTANTE -
```

```

YMON(1,1)=YCM;
AMON(1,1)=YCM*BC;
PMON(1,1)=BC+2*YCM;
RHMON(1,1)= AMON(1,1)/PMON(1,1);
VMON(1,1) = Q/AMON(1,1);
FRMON(1,1) = VMON(1,1)/(g*YMON(1,1))^0.5;
SFMON(1,1) = nc^2*VMON(1,1)^2/(C0^2*RHMON(1,1)^(4/3));
HCONJ(1,1) = YMON(1,1)/2*((1+8*FRMON(1,1)^2)^0.5-1);
LHS(1,1) = YMON(1,1)+VMON(1,1)^2/(2*g)-0.5*dx*SFMON(1,1);
dy = 0.01;
p=1;
for i=2:N

```

```

    YJ=YMON(i-1,1);
    dy = 0.01;
    while abs(dy)>ESTM
        AJ = BC*YJ;
        PJ=BC+2*YJ;
        RHJ=AJ/PJ;
        VJ=Q/AJ;
        FRJ=VJ/(g*YJ)^0.5;
        SFJ=nc^2*VJ^2/(C0^2*RHJ^(4/3));
        RHS=YJ+VJ^2/(2*g)+0.5*dx*SFJ-dx*S0;
        dy=(RHS-LHS(i-1,1))/(1-FRJ^2-3*dx*SFJ/(2*RHJ));
        YJ=YJ-dy;
        p=p+1;

```

```

    end
    YMON(i,1)=YJ;
    LHS(i,1) = YJ+VJ^2/(2*g)-0.5*dx*SFJ;
    YCONJ(i,1) = 0.5*YJ*((1+8*FRJ^2)^0.5-1);
end

```

%STANDARD STEP METHOD JUSANTE -

```

YJUS(N,1)=YCJ;
AJUS(N,1)=YCJ*BC;
PJUS(N,1)=BC+2*YCJ;
RHJUS(N,1)= AJUS(N,1)/PJUS(N,1);
VJUS(N,1) = Q/AJUS(N,1);
FRJUS(N,1) = VJUS(N,1)/(g*YJUS(N,1))^0.5;
SFJUS(N,1) = nc^2*VJUS(N,1)^2/(C0^2*RHJUS(N,1)^(4/3));
RHSJ(N,1) = YJUS(N,1)+VJUS(N,1)^2/(2*g)+0.5*dx*SFJUS(N,1)-dx*S0;
p=1;
for i=N-1:-1:1

```

```

    YM=YJUS(i+1,1);
    dyj = 10;
    while abs(dyj)>ESTM
        AM = BC*YM;
        PM=BC+2*YM;
        RHM=AM/PM;
        VM=Q/AM;
        FRM=VM/(g*YM)^0.5;
        SFM=nc^2*VM^2/(C0^2*RHM^(4/3));
        LHSJ=YM+VM^2/(2*g)-0.5*dx*SFM;
        dyj=(LHSJ-RHSJ(i+1,1))/(1-FRM^2+3*dx*SFM/(2*RHM));
        YM=YM-dyj;

```

```

    end
    YJUS(i,1)=real(YM);

```

```

RHSJ(i,1) = YM+VM^2/(2*g)+0.5*dx*SFM-dx*S0;

end

%ORGANIZAÇÃO DOS RESULTADOS

%VETOR DE COTAS DO CANAL
for i=1:N
    ZC(i,1)= LC*S0-vtx(i)*S0;
end

%ALTURAS EFETIVAS DO CANAL

for i=1:N
    HMON(i,1)=YMON(i,1)+ZC(i,1);
    HJUS(i,1)=YJUS(i,1)+ZC(i,1);
    HCONJ(i,1)=YCONJ(i,1)+ZC(i,1);
end

%LOCALIZAÇÃO DO RESSALTO HIDRÁULICO

cont=0;

for t=1:N
    dres(t)=HCONJ(t,1)-HJUS(t,1);
    cont=cont+1;
    if dres(t)< 0
        break
    end
end

%PERFIL DO RESSALTO DO RESSALTO HIDRÁULICO

for w=1:cont-1
    RESHID(w,1)=HMON(w,1);
end

for p=cont:N
    RESHID(p,1)=HJUS(p,1);
end

%plot(vtx(:),HMON(:,1),'-b',vtx(:),HJUS(:,1),'r',vtx(:),HCONJ(:,1),'-
g',vtx(:),ZC(:,1),'-black')
%title('DETERMINAÇÃO DO RESSALTO HIDRÁULICO')
%xlabel('L (m)')
%ylabel('h (m)')
%legend('CURVA - SUPERCRÍTICO','CURVA - SUBCRÍTICO','ALTURAS
CONJUGADAS','FUNDO DO CANAL')

plot(vtx(:),RESHID(:,1),'-b',vtx(:),HCONJ(:,1),'-r',vtx(:),ZC(:,1),'-
black')
title('PERFIL HIDRÁULICO DO RESSALTO HIDRÁULICO')
xlabel('L (m)')
ylabel('h (m)')
legend('PERFIL HIDRÁULICO','ALTURAS CONJUGADAS','FUNDO DO CANAL')
fprintf('POSIÇÃO DO RESSALTO (m) = %8.3f \n',cont*d

```


ANEXO B

CÓDIGO FONTE DO MODELO COMPUTACIONAL – REGIME TRANSIENTE

```
%%% Versão 06.01.2021
```

```
clear;  
clc;
```

```
%% Dados do canal  
Soo=.0455;  
Qoo = 0.015026391;  
hvert = 0.1 % Altura do vertedor  
nn = .01008;  
dt=0.001;  
Evento_6_2;
```

```
dx=.01;          % discretização espacial  
BB=0.205;       % largura do canal  
l=3.15;         % Comprimento
```

```
%% Inicialização das variáveis  
Nivel = Dados(:, [1 2]);  
Vaz_Ini = Dados(:, [1 3]);
```

```
HIDO=Hidrograma(Nivel,dt);
```

```
QO=Hidrograma(Vaz_Ini,dt);
```

```
% Modelo Hidrodinâmico 1d resolvido pelo método de Preissmann  
% Para Canal Retangular  
% Considerando entrada como níveis observados
```

```
% Dados de Entrada
```

```
k=1;  
g=9.81;  
HID=HIDO;
```

```
% Define as características do escoamento de Montante  
ymon(1,1) = HIDO(1,2);  
Amon(1,1) = ymon(1,1) * BB;  
Pmon(1,1) = 2*ymon(1,1) + BB;
```

```

Rmon(1,1) = Amon/Pmon;

M=size(HID,1);

% Definição dos vetores inclinação(So), n de Manning e largura (B)
% Se o canal mudar não precisa

N=round(l/dx)+1; %Definição do número de nós

%% Definindo Geometria do Canal
for i=1:N
    So(i,1)=Soo;
    n(i,1)=nn;
    B(i,1)=BB;
end

% Definição das cotas de fundo

z(N,1)=0;

for i=N-1:-1:1
    z(i,1)=(N-i)*dx*So(i+1,1);
end

% Criando as variáveis de Saída

%% Valores Iniciais - resolução para um canal em regime permanente -

%% Condição de Jusante de Queda Livre
%
%
%% Simula o escoamento Supercrítico
hmon(1,1)=ymon(1,1)+z(1,1);
for i=2:1:N
    Q(i,1)=Qoo;
    [ymon(i,1), Amon(i,1), Pmon(i,1), Sfmon(i,1), Rmon(i,1),
Fr(i,1), yconj(i,1) ]=step_jus(Q(i,1),n(i),B(i),So(i),ymon(i-1,1),dx,k,g);
    hmon(i,1)=ymon(i,1)+z(i,1);
end

%% Considera a simulação do escoamento na canal como subcrítico
% for i=1:N
%     y(i,1) = ymon(i);
%     A(i,1) = Amon(i);
%     P(i,1) = Pmon(i);
%     Sf(i,1) = Sfmon(i);
%     R(i,1) = Rmon(i);
%     h(i,1) = hmon(i);
% end

%% Simula escoamento Supercritico Transiente
[Yout_1 Qout_1 Vout_1 Fr_1 yconj] =
Supercritico(HIDO,QO,ymon,dx,N,M,nn,BB,Soo,g);

```

```

for i = 1:size(Yout_1,2)
    Hout_1(:,i) = Yout_1(:,i) + z;
end

z1 = z;

% Define o perfil de escoamento

Versão em que a condição de contorno de montante Ã© a vazão e não a lamina
% dagua

%% Condições Iniciais do Escoamento Subcritico

st = 180; % Seção de Transição - Contando do inicio do canal calculado
dt=0.01;
nn = 0.01008;
l=(N-st-1)/100;      % Comprimento do trecho subcritico

Qout=zeros(N,M);
Hout=zeros(N,M);

teta=1; % MÉTODO PREISSMAN

k=1;
g=9.81;

clear HID Qout Yout Vout Hout h y Q A V P R Sf So n B z

M=size(Qout_1,2);
N=round(l/dx)+1;

%% Definindo Geometria do Canal
for i=1:N
    So(i,1)=Soo;
    n(i,1)=nn;
    B(i,1)=BB;
end

% Definição das cotas de fundo

z(N,1)=0;

for i=N-1:-1:1
    z(i,1)=(N-i)*dx*So(i+1,1);
end
HID(:,2) = Qout_1(138,:)' ;

y(N,1)=0.5773*Qoo^0.2582; % y da queda - definido por equação
Q(N,1)=Qoo;
A(N,1)=B(N,1)*y(N,1); % Área Jusante
V(N,1)=Q(N,1)/A(N,1); % Velocidade Jusante
P(N,1)=B(N,1)+2*y(N,1); % Perimetro Molhado Jusante
R(N,1)=A(N,1)/P(N,1); % Raio Hidraulico Jusante
Sf(N,1)=(V(N,1)*n(N,1))^2/R(N,1)^(4/3); %Dec da Linha de Energia Jusante

```

```
h(N,1)=y(N,1)+z(N,1);
```

```
% Simula o escoamento Subcritico para a condição inicial;
```

```
for i=N-1:-1:1
    Q(i,1)=Q00;
    [y(i,1), A(i,1), P(i,1), Sf(i,1), R(i,1) ]
=step(Q(i,1),n(i),B(i),So(i),y(i+1,1),dx,k,g);
    h(i,1)=y(i,1)+z(i,1);
end
```

```
Qout(:,1)=Q;
Hout(:,1)=h;
Aout(:,1)=A;
Sfout(:,1)=Sf;
Yout(:,1)=y;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% % Início das iterações do método %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
J=sparse(zeros(2*N,2*N));
J=zeros(N+1,N+2);
J=sparse(J);
```

```
for t=2:M
```

```
    % Definição dos Valores Iniciais das iterações
```

```
    Qo=Qout(:,t-1);
    ho=Hout(:,t-1);
    Ao=Aout(:,t-1);
    Sfo=Sfout(:,t-1);
```

```
    dr=2;
```

```
    iter=0;
```

```
    while dr>1e-5
        iter=iter+1;
```

```
        % Cálculo das Derivadas Dependentes
```

```
        for i=1:N
```

```
            dAdh(i)=B(i);
```

```
            dPdh(i)=2;
```

```
            dSdQ(i)=2*n(i)^2*P(i)^(4/3)*(abs(Q(i,1)))/(A(i)^(10/3))/k^2;
```

```
        dSdh(i)=n(i)^2*(Q(i,1)*abs(Q(i,1)))/(A(i)^(20/3)*k^2)*(4/3*P(i)^(1/3)*A(i)^(10/3)*dPdh(i)-10/3*A(i)^(7/3)*dAdh(i)*P(i)^(4/3));
```

```
        end
```

```
        % Cálculo dos Resíduos
```

```
        % Condição de Montante
```

```

r(1,1)= Q(1)-HID(t,2);

% Condições Internas
for i=1:N-1
    r(2*i,1)=((A(i+1)+A(i))-((Ao(i+1)+Ao(i))))/(2*dt)+
    ((teta)*(Q(i+1)-Q(i)))+(1-teta)*(Qo(i+1)-Qo(i)))/dx;

    r(2*i+1,1)=((Q(i+1)+Q(i))- (Qo(i+1)+Qo(i)))/(2*dt) + ...
    teta*(Q(i+1)^2/A(i+1)-Q(i)^2/A(i))/dx + ...
    (1-teta)*(Qo(i+1)^2/Ao(i+1)-Qo(i)^2/Ao(i))/dx +
    ...
    g*teta*((A(i+1)+A(i))*(h(i+1)-h(i)))/(2*dx) + ...
g*(1-teta)*((Ao(i+1)+Ao(i))*(ho(i+1)-ho(i)))/(2*dx) + ...
    g*teta*((A(i+1)+A(i))*(Sf(i+1)+Sf(i)))/(2*2) + ...
g*(1-teta)*((Ao(i+1)+Ao(i))*(Sfo(i+1)+Sfo(i)))/(2*2);
end

% Condições de Jusante

r(2*N)=h(N)-(0.5773*(Q(N))^(0.2582)); % Precisa Mudar aqui
- PRECISA DETERMINAR A EQUAÇÃO DE JUSANTE

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Montagem da Matriz Jacobiana %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Condições de contorno

% Montante

J(1,1)=0; % Derivada de h(i+1)-HID em relação a h
J(1,2)=1; % Derivada de h(i+1)-HID em relação a h

% Jusante - Queda Livre

J(2*N,2*N-1)= 1; % Derivada de h(N)-
((Q(N)/.461)^(2/3)+hvert) em relação a h
J(2*N,2*N)= -7452943/(50000000*Q(N)^(3709/5000)); %
Derivada de h(N)-(0.5773 * Q(N) ^ .2582) em relação a Q

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Precisa Mudar quando mudar a equação%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Pontos Interiores

for i=1:N-1

    % Consevação de Massa
    J(2*i,2+2*(i-1))=-teta/dx;
    J(2*i,1+2*(i-1))=1/(2*dt)*dAdh(i);
    J(2*i,4+2*(i-1))=teta/dx;
    J(2*i,3+2*(i-1))=1/(2*dt)*dAdh(i);

    % Consevação Qte Movimento

```

```

        J(2*i+1, 2+2*(i-1))=1/(2*dt)-2*teta*Q(i)/(A(i)*dx)
+g*teta*(A(i+1)+A(i))*dSdQ(i)/4;

        J(2*i+1, 1+2*(i-1))=teta/dx*(Q(i)/A(i))^2*dAdh(i)-
g*teta*(A(i+1)+A(i))/(2*dx)+g*teta*(h(i+1)-h(i))*dAdh(i)/(2*dx)+...

g*teta*(Sf(i+1)+Sf(i))*dAdh(i)/4+g*teta*(A(i+1)+A(i))*dSdh(i)/4;

        J(2*i+1, 4+2*(i-1))=1/(2*dt)+2*teta*Q(i+1)/(A(i+1)*dx)
+g*teta*(A(i+1)+A(i))*dSdQ(i+1)/4;

J(2*i+1, 3+2*(i-1))=-teta/dx*(Q(i+1)/A(i+1))^2*dAdh(i+1)+g*teta*(A(i+1)+A(i)
)/(2*dx)+g*teta*(h(i+1)-h(i))*dAdh(i+1)/(2*dx)+...

g*teta*(Sf(i+1)+Sf(i))*dAdh(i+1)/4+g*teta*(A(i+1)+A(i))*dSdh(i+1)/4;

    end

    % Resolução do Sistema

    dR=J\(-r);

    % Atualização dos Valores

    htemp=h;

    for i=1:N
        Q(i)=Q(i)+dR(2*i);
        h(i)=h(i)+dR(2*i-1);
    end

    y=h-z;
    A=B.*y;
    V=Q./A;
    P=B+2*y;
    R=A./P;
    %Sf=(V.*n/k).^2./R.^(4/3)
    Sf=n.^2.*P.^(4/3).*Q.*abs(Q)./(k^2.*A.^(10/3));

    %         J=full(J);

    dr=max(abs(h-htemp)./h);

end

t*dt;

Qout(:,t)=Q;
Hout(:,t)=h;
Aout(:,t)=A;
Sfout(:,t)=Sf;
Yout(:,t)=y;
Vout(:,t)=V;

```

```

%     plot(h);
%     F(t-1)=getframe;

end

save('Saida_6_2.mat')

% Separação dos gráficos

%% Definição da parte supercritica

clear;
clc;

load('Saida_6_2.mat')
Dados_6_2;

N1= size(Hout_1,1);
T= size(Hout_1,2);

H_final = zeros(N1,T);
Y_final = zeros(N1,T);

H_final(1:st,:) = Hout_1(1:st,:);
Y_final(1:st,:) = Yout_1(1:st,:);

%% Definição da zona de transição
Hout_2 = Hout_1(st+1:end,:); % Converte a parte supercritica para o
comprimento do trecho subcritico
Yout_2 = Yout_1(st+1:end,:); % Converte a parte supercritica para o
comprimento do trecho subcritico
yconj_2 = yconj(st+1:end,:); % Converte a parte supercritica para o
comprimento do trecho subcritico

%% Separação dos escoamentos
k = st + 1;

for x = 1:N
    for t = 1:T
        if Yout(x,t) < yconj_2(x,t)
            H_final(k,t) = Hout_2(x,t);
            Y_final(k,t) = Yout_2(x,t);
        else
            H_final(k,t) = Hout(x,t);
            Y_final(k,t) = Yout(x,t);
        end
    end
    k = k + 1
end

X = 1:size(Y_final);
X=X';

```

```

%% Prepara os dados observados

Obs_2 = Obs(:, [1 2]);
Obs_3 = Obs(:, [1 3]);
Obs_4 = Obs(:, [1 4]);
Obs_5 = Obs(:, [1 5]);

% Cocloda os dados no tempo observado
OBS_2=Hidrograma(Obs_2, dt);
OBS_3=Hidrograma(Obs_3, dt);
OBS_4=Hidrograma(Obs_4, dt);
OBS_5=Hidrograma(Obs_5, dt);

% Sensor 2 (Localizado na seção 97)
X_2=98
H_OBS_2 = OBS_2(:,2)/100 + z1(X_2);

% Sensor 3 (Localizado na seção 158)
X_3=159
H_OBS_3 = OBS_3(:,2)/100 + z1(X_3);

% Sensor 4 (Localizado na seção 158)
X_4=237
H_OBS_4 = OBS_4(:,2)/100 + z1(X_4);

% Sensor 5 (Localizado na seção 315)
X_5=315
H_OBS_5 = OBS_5(:,2)/100 + z1(X_5);

%% Video dos Graficos
c = 1;
for t = 1:T
    figure(1);
    hold on
        plot(X,z1, 'black', 'Linewidth',5)
        ylim([0 0.25])
        plot(X,H_final(:,t), 'red');
        plot(X_2,H_OBS_2(t), 'o');
        plot(X_3,H_OBS_3(t), 'o');
        plot(X_4,H_OBS_4(t), 'o');
        plot(X_5,H_OBS_5(t), 'o');
        F(c) = getframe(gcf) ;
        c=c+1
        drawnow
        clf(figure(1))
    hold off
end

% create the video writer with 100 fps
writerObj = VideoWriter('myVideo1.avi');
writerObj.FrameRate = 100;
% set the seconds per image
% open the video writer

open(writerObj);

```

```
% write the frames to the video
for i=1:length(F)
    % convert the image to a frame
    frame = F(i) ;
    writeVideo(writerObj, frame);
end
% close the writer object
close(writerObj);
```