



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA
COMPUTAÇÃO

ENNIO WILLIAN LIMA SILVA

Visualização do Espaço de Solução:
Uma análise exploratória em problemas de otimização

Goiânia
2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE INFORMÁTICA

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES
E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação Tese Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Ennio Willian Lima Silva

3. Título do trabalho

Visualização do Espaço de Solução: Uma análise exploratória em problemas de otimização

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
- b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Hugo Alexandre Dantas Do Nascimento, Professor do Magistério Superior**, em 10/11/2025, às 15:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ennio Willian Lima Silva, Discente**, em 10/11/2025, às 16:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5777456** e o código CRC **EA706C6A**.

ENNIO WILLIAN LIMA SILVA

Visualização do Espaço de Solução:

Uma análise exploratória em problemas de otimização

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Instituto de Informática da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação.

Área de concentração: Ciência da Computação.

Linha de Pesquisa: Sistemas Inteligentes e Aplicações.

Orientador: Prof. Dr. Hugo Alexandre Dantas do Nascimento

Co-Orientadora: Profa. Dra. Juliana Paula Felix

Goiânia
2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Silva, Ennio Willian Lima

Visualização do Espaço de Solução [manuscrito] : Uma análise exploratória em problemas de otimização / Ennio Willian Lima Silva. - 2025.

CLII, 152 f.

Orientador: Prof. Dr. Hugo Alexandre Dantas do Nascimento; co orientadora Dra. Juliana Paula Felix.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Informática (INF), Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Goiânia, 2025.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Visualização de Informação. 2. Problemas de Otimização. 3. Espaço de Solução. I. do Nascimento, Hugo Alexandre Dantas, orient. II. Título.

CDU 004



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE INFORMÁTICA

ATA DE DEFESA DE TESE

Ata nº **21** da sessão de Defesa de Tese de **Ennio Willian Lima Silva**, que confere o título de Doutor em Ciência da Computação, na área de concentração em Ciência da Computação.

Aos catorze dias do mês de outubro de dois mil e vinte e cinco, a partir das oito horas e trinta minutos, via sistema de webconferência da RNP, realizou-se a sessão pública de Defesa de Tese intitulada “**Visualização do Espaço de Solução: Uma análise exploratória em problemas de otimização**”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Hugo Alexandre Dantas do Nascimento (INF/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora Juliana Paula Felix (INF/UFG), coorientadora; Professor Doutor Celso Gonçalves Camilo Junior (INF/UFG), membro titular interno; Professora Doutora Joelma de Moura Ferreira (IPOG), membra titular externa; Professor Doutor Dario José Aloise (DI/UERN), membro titular externo; Professor Doutor Gilberto Corso (DBF/CB-UFRN), membro titular externo. A realização da banca ocorreu por meio de videoconferência. Durante a arguição os membros da banca não fizeram sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Tese, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Hugo Alexandre Dantas do Nascimento, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos catorze dias do mês de outubro de dois mil e vinte e cinco.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Celso Gonçalves Camilo Junior, Professor do Magistério Superior**, em 14/10/2025, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Hugo Alexandre Dantas Do Nascimento, Professor do Magistério Superior**, em 14/10/2025, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Juliana Paula Felix, Usuário Externo**, em 14/10/2025, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Joelma de Moura Ferreira, Usuário Externo**, em 14/10/2025, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Dario José Aloise, Usuário Externo**, em 14/10/2025, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gilberto Corso, Usuário Externo**, em 14/10/2025, às 12:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ennio Willian Lima Silva, Discente**, em 14/10/2025, às 15:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5662053** e o código CRC **5009289E**.

Referência: Processo nº 23070.047587/2025-59

SEI nº 5662053

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador(a).

Ennio Willian Lima Silva

Graduou-se em Ciência da Computação na Universidade Federal do Tocantins (UFT) e fez mestrado em Informática na Universidade de Brasília (UnB). Atuando na docência desde 2013, atualmente é professor e pesquisador no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins.

Dedico este trabalho à minha esposa, meus filhos e meus pais.

Agradecimentos

Quero agradecer, primeiramente, a Deus, pela dádiva da vida e pela Sua graça, que me sustentou em cada etapa desta jornada.

À minha família, em especial à minha esposa Renália Machado e aos meus pais, Antonio Carlos e Elda, pelo amor, incentivo e apoio ao longo de todo o processo de doutoramento. Sem esse apoio, eu jamais teria chegado até aqui.

Ao meu orientador, professor Hugo Nascimento, deixo minha eterna gratidão. Foram dias, noites e até madrugadas de orientação. Apesar da agenda cheia, sempre esteve presente e me ajudou em todas as etapas desse trabalho. Obrigado pelo compromisso, paciência e humanidade. Aprendi muito com o senhor ao longo dos últimos anos. Em um mundo cético, as pessoas falam muito sobre o acaso, mas eu acredito na maneira como Deus dirige os nossos passos e eu creio que Ele mesmo escreveu essa história, colocando o senhor como meu orientador. Mais uma vez, muito obrigado.

À minha coorientadora, professora Juliana Felix, pela ajuda e dedicação empreendida nos trabalhos desenvolvidos ao longo do doutorado. Mesmo conciliando as demandas do trabalho e da maternidade, sempre encontrou tempo para me auxiliar, dando ideias e apontando um caminho.

Por fim, expresso minha gratidão ao Laboratório Multiusuário de Computação de Alto Desempenho (LaMCAD) da UFG pelo apoio durante a execução desta pesquisa. Sou também profundamente grato ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO) pelo afastamento integral concedido e pelo suporte financeiro através da bolsa pró-qualificar durante todo o período deste doutorado.

Tudo quanto te vier à mão para fazer, faze-o conforme as tuas forças.

Eclesiastes 9.10,
Bíblia Sagrada.

Resumo

Silva, Ennio Willian Lima. **Visualização do Espaço de Solução**. Goiânia, 2025. 152p. Tese de Doutorado . Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás.

Problemas de otimização complexos do mundo real geralmente envolvem muitas variáveis, funções multi-objetivo e restrições conflitantes, podendo até depender de aspectos subjetivos. Nesse sentido, a interação humano-computador tem sido uma alternativa empregada na resolução de tais problemas. Essa união de recursos humanos com algoritmos é frequentemente utilizada em sistemas de suporte à decisão, nos quais os usuários podem interagir, melhorando a solução encontrada. Uma característica comum nos processos de otimização interativa é a existência de ferramentas de Visualização de Informação para auxiliar o usuário na tomada de decisão. Dentro do contexto de problemas de otimização, a visualização do espaço de solução é de extrema importância para compreender quão difícil é a resolução de um problema, quão efetivos são os algoritmos existentes para a exploração do espaço e quão próximo o usuário está de uma solução ótima. Nessa perspectiva, o objetivo deste trabalho é sistematizar o conhecimento sobre a visualização do espaço de solução e, a partir dessa análise, apresentar um *framework* de otimização interativa que demonstre a eficácia dessa abordagem na resolução de problemas. Para alcançar o objetivo proposto, foi realizada uma revisão sistemática da literatura sobre a visualização do espaço de soluções em problemas de otimização. Os artigos identificados a partir dessa revisão serviram de insumo para o desenvolvimento de uma ferramenta que permite a exploração interativa da produção científica sobre o tema. Adicionalmente, construiu-se uma taxonomia para classificar ações interativas sobre o espaço de solução e propôs-se um *framework* para otimização interativa baseada em sua visualização. Como prova de conceito, um sistema interativo baseado em uma adaptação desse *framework* foi implementado e aplicado em um estudo de caso sobre o problema de inversão sísmica, demonstrando a viabilidade da abordagem. A pesquisa apresenta contribuições em múltiplas frentes, evidenciando que a visualização do espaço de solução melhora o entendimento do problema e auxilia na tomada de decisões, guiando o usuário no processo de otimização.

Palavras-chave

Visualização de Informação, Problemas de Otimização, Espaço de Solução

Abstract

Silva, Ennio Willian Lima. **Solution Space Visualization: An exploratory analysis in optimization problems**. Goiânia, 2025. 152p. Pre-defence PhD. Thesis . Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás.

Complex real-world optimization problems often involve numerous variables, multi-objective functions, and conflicting constraints, and may even depend on subjective aspects. In this context, human-computer interaction (HCI) has been an alternative employed for solving such problems. This combination of human capabilities and algorithms is frequently utilized in decision support systems (DSS), where users can interact to improve the resulting solution. A common feature of interactive optimization processes is the use of Information Visualization tools to assist users in decision-making. In the context of optimization problems, visualizing the solution space is crucial for understanding the difficulty of solving a problem, the effectiveness of existing algorithms in exploring the space, and the user's proximity to an optimal solution. From this perspective, the objective of this work is to systematize knowledge regarding solution space visualization and, based on this analysis, propose an interactive optimization framework that demonstrates the effectiveness of this approach in problem-solving. To achieve this objective, a systematic literature review (SLR) was conducted on the visualization of solution spaces in optimization problems. The articles identified in this review served as input for developing a tool that enables the interactive exploration of scientific literature on the subject. Additionally, a taxonomy was developed to classify interactive actions within the solution space, and a framework for interactive optimization based on its visualization was proposed. As a proof of concept, an interactive system based on an adaptation of this framework was implemented and applied in a case study on the seismic inversion problem, demonstrating the feasibility of the approach. The research provides contributions on multiple fronts, demonstrating that solution space visualization enhances problem understanding and aids in decision-making, thereby guiding the user through the optimization process.

Keywords

Information Visualization, Optimization Problems, Solution Space

Conteúdo

Lista de Figuras	15
Lista de Tabelas	18
1 Introdução	19
1.1 Objetivos	20
1.2 Metodologia	21
1.3 Contribuições do trabalho	22
1.4 Organização da tese	24
2 Fundamentação Teórica	25
2.1 Visualização de Informações	25
2.1.1 Técnicas de visualização	26
2.2 Redução de Dimensionalidade	28
2.3 Otimização	28
2.3.1 Espaço de solução	32
2.3.2 Métodos de otimização	33
2.3.3 Otimização interativa	34
3 Revisão Bibliográfica	38
3.1 Planejamento	38
3.1.1 Questões de pesquisa	38
3.1.2 Palavras-chave, sinônimos e estratégia de busca	39
3.1.3 Critérios de inclusão e exclusão	39
3.1.4 Avaliação de qualidade	40
3.2 Condução	40
3.3 Relatório	41
3.4 Objetivos das interações e visualizações	50
3.5 Outros trabalhos relacionados	50
3.6 Considerações gerais	52
4 SSV Explorer - <i>Solution Space Visualization Explorer</i>	54
4.1 Introdução	54
4.2 Visão principal	55
4.3 Painel Lateral	56
4.4 Cabeçalho e rodapé	59
4.5 Explorando a literatura	60
4.5.1 Entendendo a base de dados	60
4.5.2 Identificando trabalhos mais antigos e mais novos	61

4.5.3	Filtrando trabalhos por tipo de problema abordado	61
4.5.4	Encontrando um trabalho relacionado	62
4.6	Considerações gerais	64
5	Uma taxonomia para análise e exploração interativa do espaço de solução de problemas de otimização	65
5.1	Introdução	65
5.2	Taxonomia proposta	66
5.3	Exemplo de uso da Taxonomia	68
5.4	Considerações gerais	71
6	SSVHints - <i>Solution Space Visualization Hints</i>	72
6.1	Introdução	72
6.2	Estrutura do SSV Hints	73
6.3	Ações interativas	75
6.4	Funções de qualidade	77
6.5	Métodos de otimização	77
6.6	Ferramenta de visualização	77
6.7	Considerações gerais	78
7	Seismic Inversion Hints – Uma aplicação para Inversão Sísmica	80
7.1	Fundamentação sobre Inversão Sísmica	80
7.2	Adaptação do SSV Hints para o problema de inversão sísmica	83
7.2.1	Definição da Solução	84
7.2.2	Visualizações	85
	Cálculo da distância entre soluções	86
	Redução de Dimensionalidade	87
	Normalização das Coordenadas	88
	Interpolação Espacial	88
	Renderização	89
	Exemplo	89
7.2.3	Ações interativas	90
	Criação de soluções	90
	Comparação entre soluções	91
	Interpolação entre soluções	91
	Projeção sob soluções	92
	Média entre soluções	92
	Suavização de solução	92
	Perturbação de solução	93
	Modificação manual da solução	94
	Foco e Execução de Métodos de Otimização	94
7.2.4	Métodos de otimização	94
	Algoritmo evolucionário	95
	Algoritmo baseado da descida do gradiente	97
7.2.5	Agente de melhor solução	98
7.3	O sistema Seismic Inversion Hints	98
7.4	Experimentos	100
7.5	Resultados	103

7.5.1	Modelo em Camadas	103
	Exploração do espaço	105
7.5.2	Camembert	118
	Exploração do Espaço	121
7.5.3	Marmousi	130
	Exploração do Espaço	133
7.6	Considerações gerais	141
8	Conclusões	144
	Bibliografia	146

Lista de Figuras

1.1	Etapas da metodologia	21
2.1	Modelo de referência para visualização de informações	25
2.2	Exemplos de técnicas de visualização para diferentes dimensões.	27
2.3	Classificação dos problemas de otimização.	30
	(a) Gráfico de pizza	30
	(b) Gráfico de dispersão	30
	(c) Gráfico de superfície	30
	(d) Gráfico de Coordenadas Paralelas	30
2.4	Classificação das técnicas de otimização	31
2.5	Principais componentes e fluxo de informação na otimização interativa.	34
2.6	Framework User Hints	36
3.1	Número de artigos publicados ao longo dos anos.	42
3.2	Quantidade de publicações por país.	44
3.3	Visão do sistema.	46
3.4	Diferentes visões do espaço de solução	46
3.5	Seleção de uma região para interação com o algoritmo	47
3.6	Zoom e interação com as soluções	47
3.7	Espaço de trabalho na abordagem discreta	48
3.8	Espaço de trabalho na abordagem contínua	49
4.1	Visão principal do SSV Explorer.	56
4.2	Ação do mouse sobre a miniatura.	57
4.3	Visualização de detalhes de um trabalho selecionado.	57
4.4	Abas do painel lateral.	58
4.5	Janela do sumário.	59
4.6	Janela para adição de um novo artigo.	60
4.7	Encontre o artigo mais relevante de um trabalho selecionado.	63
4.8	Detalhes do artigo de maior similaridade.	63
5.1	Taxonomia baseada nas ações interativas sobre o espaço de solução e seus objetivos.	67
6.1	Estrutura do <i>SSV Hints</i> .	74
7.1	Modelo de aquisição sísmica terrestre e marítima.	80
	(a) Aquisição sísmica terrestre	80
	(b) Aquisição sísmica marítima	80
7.2	Processo iterativo do FWI	82

7.4	Pipeline para geração da visualização do espaço de solução.	86
7.5	Representação do espaço de solução	89
7.6	Tela principal do Seismic Inversion Hints	99
7.7	Modelos de velocidade escolhidos para os experimentos.	100
	(a) Camadas	100
	(b) Camembert	100
	(c) Marmousi	100
7.8	Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade - Camadas	104
7.9	Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os sismogramas - Camadas	104
7.10	Interpolação linear entre a solução 50 (homogênea) e a solução real - Camadas	105
7.11	Configuração inicial do espaço de solução - Camadas	106
7.12	Espaço de solução após a 1ª interação: Criação de solução	107
7.13	Espaço de solução após a 2ª interação: Criação de solução	107
7.14	Espaço de solução após a 3ª interação: Criação de solução	108
7.15	Espaço de solução após a 4ª interação: Perturbação	109
7.16	Interpolação entre as soluções de ID 261 e 274.	109
7.17	Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após algumas ações interativas.	110
7.18	Espaço de solução após a 12ª interação: Perturbação	111
7.19	Espaço de solução após a 13ª e 14ª interação: Gradiente	112
7.20	Espaço de solução baseada na diferença entre os sismogramas após a 13ª e 14ª interação: Gradiente.	112
7.21	Espaço de solução final baseado na diferença entre os modelos de velocidade com a solução ótima - Camadas	113
7.22	Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade com a solução ótima (Zoom)	114
7.23	Espaço de solução final baseado na diferença entre os sismogramas acrescido da solução ótima	115
7.24	Espaço de solução final baseado na diferença entre os sismogramas acrescido da solução ótima (Zoom)	115
7.25	Evolução do misfit ao longo do processo de otimização	116
7.26	Curva de convergência das melhores soluções	117
7.27	Resultado final do problema em camadas.	118
7.28	Comparação do resultado final do problema em camadas.	118
7.29	Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade - Camembert	119
7.30	Espaço de solução baseado na diferença entre os sismogramas - Camembert	120
7.31	Interpolação linear entre a solução 50 (homogênea) e a solução real (camembert)	120
7.32	Configuração inicial do espaço de solução - Camembert	121
7.33	Espaço de solução após a 1ª interação: Criação	122
7.34	Espaço de solução após a 2ª interação: Criação	122
7.35	Espaço de solução após a 3ª interação: Criação	123

7.36	Espaço de solução após a 4ª interação: Criação	123
7.37	Espaço de solução após a 5ª interação: Perturbação	124
7.38	Espaço de solução após a 6ª interação: Interpolação	125
7.39	Espaço de solução baseado na diferença entre os sismogramas para análise de região promissora	125
7.40	Espaço de solução após a 7ª interação: Gradiente	126
7.41	Espaço de solução final baseado na diferença entre os modelos	126
7.42	Espaço de solução final baseado na diferença entre os sismogramas	127
7.43	Evolução do misfit ao longo do processo de otimização	128
7.44	Curva de convergência das melhores soluções	128
7.45	Resultado final do problema Camembert	129
7.46	Comparação do resultado final do problema Camembert	130
7.47	Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade - Marmousi	131
7.48	Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os sismogramas - Marmousi	132
7.49	Interpolação linear entre a solução 50 (homogênea) e a solução real (marmousi)	132
7.50	Configuração inicial do espaço de solução - Marmousi	133
7.51	Espaço de solução após a 1ª interação: Gradiente	134
7.52	Espaço de solução ampliado após a 1ª interação: Gradiente	134
7.53	Espaço de solução ampliado após a 2ª interação: Gradiente	135
7.54	Espaço de solução ampliado após a 3ª interação: Suavização	136
7.55	Espaço de solução ampliado após a 4ª interação: Gradiente	136
7.56	Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos	137
7.57	Espaço de solução baseado na diferença entre os sismogramas	138
7.58	Evolução do misfit ao longo do processo de otimização	139
7.59	Curva de convergência das melhores soluções	139
7.60	Resultado final do problema Marmousi	140
7.61	Comparação do resultado final do problema Marmousi	141

Lista de Tabelas

3.1	Número de artigos analisados na RSL.	40
3.2	Países líderes em quantidade de publicações.	43
3.3	Principais veículos de comunicação baseado na quantidade de publicações.	44
4.1	Atributos extraído dos artigos e suas relações com o filtro e cálculo de similaridade.	57
5.1	Ações e objetivos abordados nos trabalhos analisados.	70
7.1	Parâmetros de configuração para a geometria de aquisição e modelagem numérica.	102

Introdução

Problemas de otimização complexos do mundo real geralmente envolvem muitas variáveis, funções multi-objetivo e restrições conflitantes, podendo até, conforme apontam alguns pesquisadores (CIBULSKI et al., 2020), depender de aspectos subjetivos. Não raro, a interação humana combinada com algoritmos de otimização rápidos é obrigatória para encontrar uma solução adequada para tais problemas em tempo razoável (NASCI-MENTO; EADES, 2005; KLAU et al., 2010). Essa união de recursos humanos com algoritmos para auxiliar na resolução de problemas de otimização geralmente é implementada em sistemas de suporte à decisão. Tais sistemas são, assim, comuns em diversas áreas do conhecimento, como no design (PU; LALANNE, 2000), nas engenharias (RAFIQ; BECK; PACKHAM, 2006; BLASCO et al., 2008) e na robótica (JORNOD et al., 2015).

Neste contexto, alguns *frameworks* têm sido propostos para auxiliar no desenvolvimento de sistemas de otimização interativa. Klau et al. (2002), por exemplo, apresentam um *framework* denominado *Human-Guided Search (HuGS)* que possui uma abordagem geral de otimização interativa dividida em duas tarefas principais, realizadas por duas entidades diferentes – o computador e o usuário. O computador fica responsável por encontrar o mínimo local, enquanto o usuário trabalha para escapar desse mínimo, guiando o algoritmo para encontrar melhores soluções.

Em Nascimento (2003), o autor propõe o *framework User Hints*, que emprega dicas do usuário para refinar o problema de otimização e ajudar na convergência para uma solução ótima. Entre as dicas definidas, encontram-se ações que possibilitam ajustar a função objetivo e restrições, focalizar um método de otimização e realizar alterações manuais na solução.

Uma característica comum dos processos de otimização interativa é a existência de ferramentas de Visualização de Informação (VI) para apresentar uma solução do problema e permitir ações que melhorem a qualidade dessa solução. De fato, a maioria das aplicações de VI na área de otimização se concentra na criação de representações visuais que podem destacar as forças e as deficiências de uma solução quando avaliada de acordo com a(s) função(ões)-objetivo do problema e seu conjunto de restrições.

Há, no entanto, outro tipo de VI que é de grande importância para os processos

de otimização: a visualização do *espaço de solução* (*solution space*). Em termos gerais, o espaço de solução de um problema de otimização é o conjunto de todas as suas soluções viáveis (KHOSROW-POUR, 2015). Ele pode ser finito e limitado, pequeno ou extremamente grande, ou infinito e ilimitado, entre outras classificações (HERNANDEZ; POLLMAN, 2021). O espaço de solução também é chamado de *espaço de busca* (*search-space*) em alguns trabalhos, embora este último termo possa se referir mais especificamente ao conjunto de todas as configurações possíveis de valores das variáveis do problema de otimização, do que a soluções viáveis propriamente ditas.

Ao visualizar o espaço de solução de um problema de otimização, o objetivo não é apenas ver uma solução de forma individual, mas compreender alguns outros aspectos como: quão difícil é resolver esse problema, quão efetivos são os algoritmos existentes na exploração do espaço de busca em direção ao ótimo, e quão próximo desse ótimo o usuário já se encontra dadas as soluções produzidas até o momento. Assim, a percepção visual interativa do espaço de solução mostra-se uma estratégia importante na resolução de problemas de otimização de elevada complexidade.

Apesar da existência de diversos trabalhos que propõem técnicas de visualização aplicadas ao espaço de solução de problemas de otimização, observa-se uma carência de estudos que ofereçam uma visão mais ampla e estruturada dessa área. A maioria das contribuições concentra-se em abordagens específicas, com variações quanto às metáforas visuais adotadas e aos tipos de interação humano-computador suportados. No entanto, ainda são escassos os trabalhos de natureza sistemática, como revisões abrangentes ou *surveys*, que consolidem esse conhecimento de forma organizada.

Sem uma estrutura conceitual clara, muitos estudos em otimização deixam de incorporar técnicas de visualização que poderiam ampliar significativamente o entendimento sobre a dinâmica do espaço de solução e potencializar a eficácia dos métodos adotados. Compreender como diferentes abordagens de visualização têm sido aplicadas, quais são suas características estruturais, seus modos de interação e suas contribuições para a resolução de problemas de otimização é essencial para fortalecer essa área de pesquisa. Assim, este trabalho propõe-se a preencher essa lacuna, oferecendo uma visão ampla e estruturada das visualizações do espaço de solução, ao mesmo tempo em que discute seu potencial exploratório e seu papel como ferramenta de apoio em processos de otimização complexos.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é sistematizar o conhecimento sobre visualização do espaço de solução e, a partir dessa análise, apresentar um *framework* de otimização interativa que demonstre a eficácia dessa abordagem na resolução de problemas.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- realizar um estudo bibliográfico sobre as técnicas de visualização de informação aplicadas à visualização do espaço de solução de problemas de otimização;
- disponibilizar dados do estudo bibliográfico para a comunidade acadêmica de forma intuitiva e interativa;
- propor uma taxonomia para análise e exploração interativa do espaço de solução de problemas de otimização;
- propor um *framework* de otimização interativa baseado na visualização do espaço de solução; e
- demonstrar os benefícios do uso *framework* proposto na resolução de um problema relevante.

1.2 Metodologia

Para atingir os objetivos supracitados, a metodologia utilizada neste trabalho foi dividida em quatro etapas, conforme o esquema representado na Figura 1.1.

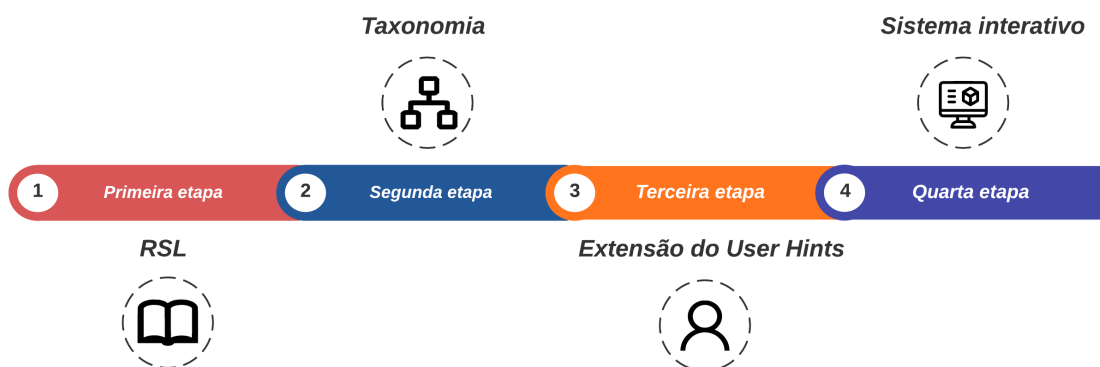


Figura 1.1: Etapas da metodologia.

A primeira etapa consistiu na realização de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) a fim de identificar técnicas de visualização de informação, ferramentas e/ou métodos para compreensão do espaço de solução de problemas de otimização. Como parte dessa etapa, foi desenvolvido o sistema web interativo denominado SSV Explorer para consulta, filtragem e comparação de características dos principais trabalhos identificados na revisão sistemática.

Na segunda etapa, foi criada uma taxonomia com base nos trabalhos selecionados na RSL, que permitiu identificar, classificar e correlacionar as ações interativas apoiadas pela visualização do espaço de solução. Na terceira etapa, foi realizada a extensão do *framework* *User Hints*, adaptando-o para o contexto de visualização do espaço de solução.

Por último, na quarta etapa, o *framework* proposto foi experimentado aplicando-o a um problema de otimização específico por intermédio de um sistema interativo. Para este cenário, adotou-se o problema de inversão sísmica devido às suas características particulares: trata-se de um problema contínuo, de alta dimensionalidade, mal-posto e para o qual, até o momento, não foram encontrados trabalhos que utilizem técnicas de otimização interativa em sua resolução, muito menos abordagens que explorem a visualização do seu espaço de solução.

1.3 Contribuições do trabalho

Este trabalho apresenta contribuições em diferentes frentes que estão organizadas de acordo com sua natureza teórica, científica e tecnológica.

Contribuições Teóricas e Metodológicas

- **Mapeamento da Área de Pesquisa:** Por meio de uma revisão sistemática da literatura, foi realizada uma análise sistemática que revelou a evolução histórica do campo, suas lacunas e principais tendências, servindo como um guia para futuros pesquisadores.
- **Proposição de uma Taxonomia:** Foi desenvolvida uma taxonomia para a análise de sistemas interativos focados na visualização do espaço de solução, estabelecendo um modelo conceitual, uma linguagem comum e um guia para o desenvolvimento de novas ferramentas.

Principal Contribuição Científica

- **Framework SSV Hints:** Uma abordagem flexível e adaptável para a construção de sistemas de otimização interativa baseados na visualização do espaço de solução.

Contribuições Tecnológicas e de Software

- **Ferramenta SSV Explorer:** Um sistema interativo que materializa a revisão sistemática, permitindo que a comunidade acadêmica explore o estado da arte de forma dinâmica.
- **Seismic Inversion Hints:** Uma implementação do *framework SSV Hints* que serve como prova de conceito para o problema de inversão sísmica. A ferramenta demonstra a viabilidade da abordagem e está disponível para a comunidade como software de código aberto.

A relevância dessas contribuições foi validada e compartilhada com a comunidade científica ao longo do desenvolvimento da pesquisa. Como resultado desse processo, o trabalho gerou as publicações listadas abaixo:

- **SILVA, ENNIO W. L.**; DO NASCIMENTO, HUGO A. D.; FELIX, JULIANA P.; LONGO, HUMBERTO J.; SCHEUERMANN, BERND. Literature Review of Solution-Space Visualization Approaches in the Context of Optimization Problems. In: 2022 26th International Conference Information Visualisation (IV), 2022, Vienna. (Qualis B1)
- **SILVA, ENNIO W. L.**; Felix J. P.; LONGO, HUMBERTO J.; NASCIMENTO, H. A. D. Uma abordagem interativa baseada na visualização do espaço de solução para o problema de inversão sísmica. Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão (CONPEEX), 2023, Goiânia. CONPEEX - 20º Congresso de pesquisa, ensino e extensão, 2023.
- **SILVA, ENNIO W. L.**; DO NASCIMENTO, HUGO A. D. ; FELIX, JULIANA P.; LONGO, HUMBERTO J.; SCHEUERMANN, BERND. Uma taxonomia para análise e exploração interativa do espaço de solução de problemas de otimização. ANAIS DO LV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, São José dos Campos - SP, 2023.
- **SILVA, ENNIO W. L.**; DO NASCIMENTO, HUGO A. D.; FELIX, JULIANA P.; LONGO, HUMBERTO J.; SCHEUERMANN, BERND; FOULDS, LES. Search Space Visualizations in the Context of Optimization Problems: A Literature Review. Studies in Computational Intelligence. 01ed.: Springer Nature Switzerland, 2024, v. 1126, p. 205-222.
- **SILVA, ENNIO W. L.**; ALEXANDRE DANTAS DO NASCIMENTO, HUGO; JOSE LONGO, HUMBERTO; PAULA FELIX, JULIANA. SSV Hints: Um framework de otimização interativa baseado na visualização do espaço de busca. ANAIS DO LVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, Fortaleza - CE, 2024. (Qualis A4)
- **SILVA, ENNIO W. L.**; ALEXANDRE DANTAS DO NASCIMENTO, HUGO; FELIX, JULIANA P.; KERREN, ANDREAS; SCHREIBER, FALK. SSVExplorer – A system to explore the scientific literature related to Search-Space Visualization (Em processo de submissão)

1.4 Organização da tese

O restante deste documento está organizado em seis capítulos. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica necessária para a compreensão integral do trabalho. Nele, discutem-se as áreas de visualização de informação e otimização, bem como o conceito de espaço de solução e suas principais características. A revisão sistemática da literatura sobre visualização do espaço de solução em problemas de otimização é abordada no Capítulo 3. No Capítulo 4 é apresentado o *SSV Explorer*, suas principais características e a maneira como pode ser utilizado. Uma taxonomia para análise e exploração interativa do espaço de solução de problemas de otimização é proposta e discutida no Capítulo 5. O Capítulo 6 descreve e detalha o *SSV Hints*, o *framework* de otimização interativa baseado na visualização do espaço de solução proposto neste trabalho. Em seguida, o Capítulo 7 apresenta e analisa a aplicação *Seismic Inversion Hints*, desenvolvida dentro de um estudo de caso. Por fim, o Capítulo 8 traz as considerações finais do trabalho, destacando suas contribuições, limitações e possibilidades para pesquisas futuras.

Fundamentação Teórica

Este capítulo tem como objetivo apresentar a fundamentação teórica necessária para o pleno entendimento dos conceitos e abordagens que permeiam este trabalho. A compreensão dos tópicos discutidos ao longo deste capítulo é essencial para contextualizar a pesquisa, estabelecendo as bases que sustentam as análises e as discussões subsequentes.

2.1 Visualização de Informações

Visualização de Informações (VI) é um campo de estudo focado na construção de representações visuais a partir de dados abstratos (LIU et al., 2014). A Figura 2.1 ilustra um modelo de referência apresentado por (CARD et al., 1999) que permite a identificação dos componentes essenciais dentro de um processo de visualização de informações.

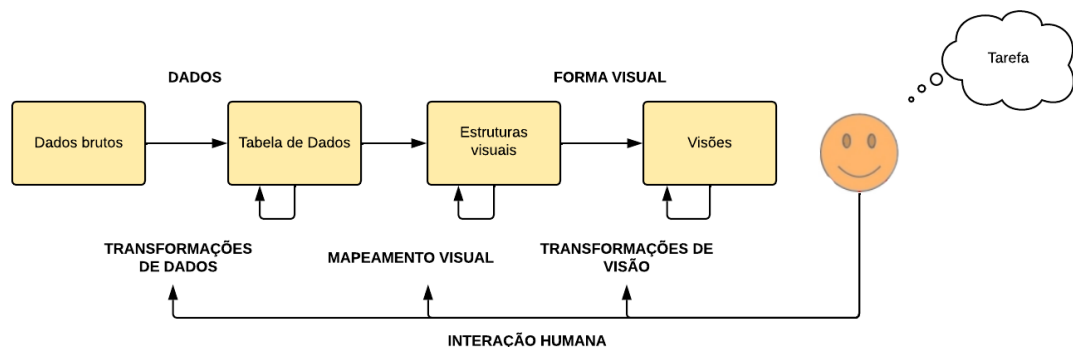


Figura 2.1: Modelo de referência para visualização de informações, adaptado de (CARD et al., 1999).

Na primeira etapa deste modelo, denominada *Transformação de Dados*, um conjunto de dados brutos é processado e organizado de forma estruturada. Apesar de essa representação ser normalmente em forma de uma ou mais tabelas, dependendo da aplicação, os dados podem ser representados em outros tipos de estrutura. No decorrer

dessa etapa, pode ocorrer a filtragem de dados, a eliminação de dados redundantes, bem como a inserção de novas informações oriundas de análises estatísticas dos dados brutos (ARRUDA, 2017).

A segunda etapa, o *Mapeamento Visual*, consiste na escolha de estruturas visuais para representar os dados da(s) tabela(s) anteriormente criada(s). Essas estruturas visuais podem ser divididas em três partes: (1) substrato espacial, que caracteriza o espaço para a visualização; (2) marcas visuais, em outras palavras, os símbolos gráficos para representar os itens de dados; e (3) propriedades gráficas, que consistem nos atributos visíveis que caracterizam as marcas visuais, tais como forma, cor, tamanho, área, orientação, textura, etc. Esta etapa preocupa-se em estabelecer como cada dado e atributo de dado será representado, ou seja, como eles são mapeados, levando em consideração as marcas visuais e suas propriedades gráficas, as características dos dados a serem representados e a interface humano-computador envolvida no processo.

Na última etapa do modelo, *Transformações de Visão*, operações podem ser realizadas sobre as representações visuais criadas e exibidas na etapa anterior, mudando, por exemplo, o ponto de observação, realizando manipulação geométrica ou indicando uma determinada região de interesse (FREITAS et al., 2001). Incorporando aspectos de interação humano-computador, esta etapa do modelo permite que os usuários explorem, compreendam e analisem informações de forma intuitiva e interativa. Essa abordagem não só facilita a interpretação das informações, mas também promove a descoberta de novos conhecimentos (FREITAS et al., 2001; NASCIMENTO; FERREIRA, 2011).

Neste sentido, a visualização de informações apresenta-se como uma ferramenta que possui a capacidade de traduzir informações complexas em representações gráficas intuitivas. Os recursos visuais simplificam a análise das informações, facilitam a identificação de padrões e relacionamentos, bem como ajudam os usuários nas tomadas de decisão baseadas nos *insights* gerados pela visualização.

2.1.1 Técnicas de visualização

O processo de visualização, de forma geral, está inserido dentro de uma metodologia de análise visual-exploratória e descoberta de conhecimento, na qual as técnicas de visualização desempenham um papel fundamental. Segundo Nascimento e Ferreira (2011), existem dois principais critérios para o estudo e a classificação das técnicas de VI.

O primeiro critério concentra-se no modo como a visualização explora o substrato visual, ou seja, a combinação entre eixos de referência, marcas visuais e suas propriedades. Técnicas enquadradas neste critério dedicam-se a manipular cor, forma, tamanho, orientação e textura. Esses recursos visuais têm como meta facilitar a percepção

e diminuir o esforço para que o usuário identifique imediatamente as informações mais importantes.

O segundo critério fundamenta-se nas características intrínsecas dos dados a serem representados. Aqui, a dimensão e a estrutura dos conjuntos informacionais tornam-se determinantes. No que diz respeito às dimensões de um substrato espacial, existem técnicas adequadas para o domínio unidimensional (1D), bidimensional (2D), tridimensional (3D) e n-dimensional (nD).

Assim, dados com uma ou duas dimensões podem ser visualizados através de técnicas conhecidas como gráfico de linhas, pizza, barra ou dispersão. Dados com três dimensões são mais comumente representados por meio de gráficos de dispersão tridimensionais, superfícies ou pela combinação de técnicas de visualização 2D e a representação de uma terceira dimensão através da forma, tamanho ou cor. Os dados n-dimensionais ou multi-dimensionais, por sua vez, também podem utilizar essa estratégia de representação. Entretanto, à medida que as dimensões aumentam, prioriza-se o uso de técnicas mais elaboradas ou métodos de redução de dimensionalidade. Dentre as técnicas utilizadas neste cenário, destacam-se as Coordenadas Paralelas e a *Glyphs*. A Figura 2.2 ilustra quatro técnicas básicas para visualização de informação com dimensões diferentes: (a) um gráfico de pizza como um exemplo para o domínio unidimensional; (b) um gráfico de dispersão para uma representação no domínio bidimensional; (c) um gráfico de superfície para a ilustração de uma função tridimensional e, por último, (d) a técnica de coordenadas paralelas aplicada a dados n-dimensionais.



Figura 2.2: Exemplos de técnicas de visualização para diferentes dimensões.

2.2 Redução de Dimensionalidade

A redução de dimensionalidade consiste em um conjunto de técnicas e algoritmos estatísticos que visam transformar um espaço de dados de alta dimensionalidade em um espaço de menor dimensão (NAJIM, 2014). O objetivo principal é simplificar a representação dos dados, preservando, na medida do possível, a estrutura intrínseca e as relações subjacentes contidas no conjunto original (JYOTHSNA et al., 2024). Segundo Espadoto et al. (2021), ao transformar conjuntos de dados de alta complexidade em espaços de menor dimensão (2D ou 3D), ela não apenas viabiliza a representação gráfica, mas também revela padrões, agrupamentos e relações que, de outra forma, permaneceriam “escondidos”.

Existem diversas técnicas para a redução de dimensionalidade, e estas são classificadas, basicamente, em dois grupos: lineares e não-lineares. Entre as técnicas lineares, destacam-se o PCA (do inglês, *Principal Components Analysis*) e o MDS (do inglês, *Multidimensional Scaling*). Já dentre as técnicas não-lineares, destacam-se: Isomap, *Sammon Mapping*, *Stochastic Neighbor Embedding* (SNE) e o *t-Distributed Stochastic Neighbor Embedding* (t-SNE).

Neste trabalho, a técnica de MDS foi aplicada em dois contextos distintos, sendo fundamental, mesmo que de forma simplificada, compreender seu funcionamento. O MDS consiste em uma técnica de análise exploratória de dados que visa gerar uma representação visual de objetos com base em suas semelhanças ou diferenças ((KRUSKAL; WISH, 1978)). Em síntese, o MDS recebe como entrada uma matriz de similaridades ou dissimilaridades entre objetos. Essa matriz pode representar, por exemplo, a semelhança entre produtos, a distância entre cidades ou a similaridade entre pessoas. Em seguida, busca-se criar uma configuração de pontos no espaço de baixa dimensão – tipicamente bidimensional (2D) ou tridimensional (3D) – de modo que a distância entre esses pontos reflita as dissimilaridades originais. Dessa forma, objetos semelhantes ficam mais próximos no espaço reduzido, enquanto objetos diferentes estão mais afastados. Por fim, o resultado é uma representação visual dos dados que facilita a identificação de padrões, agrupamentos e relações subjacentes entre os objetos.

2.3 Otimização

A otimização é uma área da matemática que se preocupa com o estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função por meio da escolha de variáveis, considerando um conjunto de restrições (LEAL, 2017). É possível encontrar problemas de otimização nas mais diversas áreas do conhecimento, tais como economia, administração, engenharia, geofísica, biologia e várias outras. Independentemente do pro-

blema de otimização a ser resolvido, a primeira etapa para a sua solução é a modelagem matemática, a qual depende da definição das variáveis, restrições e função objetivo.

As variáveis do problema dizem respeito às decisões que devem ser tomadas no processo de otimização na construção de uma solução. De forma geral, podem assumir valores discretos e/ou contínuos, o que depende das características do problema.

As restrições do problema, por sua vez, expressam uma ou várias condições desejáveis para a solução do problema. Geralmente modeladas por meio de igualdades e/ou desigualdades, as restrições delimitam o espaço de busca, a região onde se encontram as soluções para o problema.

A função objetivo, que se deseja minimizar ou maximizar, consiste na formulação matemática da medida de eficiência definida no problema de otimização e sofre influência das variáveis. Sob este aspecto, a função objetivo que sofre influência de apenas uma variável é dita unidimensional; e, no caso em que várias variáveis influenciam a função objetivo, esta é denominada multidimensional. De forma análoga, o problema que é representado matematicamente por apenas uma função é considerado um problema mono-objetivo, enquanto aquele que utiliza duas ou mais funções é dito multiobjetivo.

Formalmente, segundo [Narino \(2015\)](#), um problema de otimização pode ser definido como

$$\arg \min/\max f_{\text{objetivo}}(x), \quad (2-1)$$

tal que:

$$g_i(x) \leq 0 \text{ para } i = 1, \dots, n_g, \quad (2-2)$$

$$h_j(x) = 0 \text{ para } j = 1, \dots, n_h, \quad (2-3)$$

$$lb_k(x) \leq x_k \leq ub_k \text{ para } k = 1, \dots, n_x, \quad (2-4)$$

onde f_{objetivo} é a função objetivo; $g_i(x)$ é a i -ésima restrição de desigualdade; n_g é o número de restrições de desigualdade; $h_j(x)$ é a j -ésima restrição de igualdade; n_h é o número de restrições de igualdade; x_k é o k -ésimo elemento do vetor de variáveis do problema; n_x é o número de variáveis de projeto; e lb_k e ub_k são os limites inferior e superior da variável de projeto. Dependendo do problema de otimização, as restrições podem ser opcionais.

De forma geral, os problemas de otimização podem ser classificados de acordo com o número de variáveis, o número de funções objetivo, a presença ou a ausência de restrições, o tipo de variáveis, as características das restrições e da função objetivo, e

a natureza das variáveis e dos dados de entrada. [Sahab e Gandomi \(2013\)](#) realizaram a classificação dos problemas de acordo com esses critérios, conforme ilustra a [Figura 2.3](#). De acordo com os autores, quanto ao número de variáveis, o problema pode possuir uma única variável ou muitas variáveis, as quais são consideradas multivariáveis. Em relação ao número de funções objetivo, o problema pode ser considerado mono-objetivo quando se tem apenas uma função-objetivo, ou multiobjetivo quando há duas ou mais funções objetivo. Essas funções objetivo, por sua vez, podem ser classificadas como lineares ou não-lineares, dependendo da particularidade do problema em si. No que diz respeito às restrições, um problema pode ou não ter restrições. E, por último, a natureza das variáveis e dos dados de entrada define se o problema é determinístico ou probabilístico.

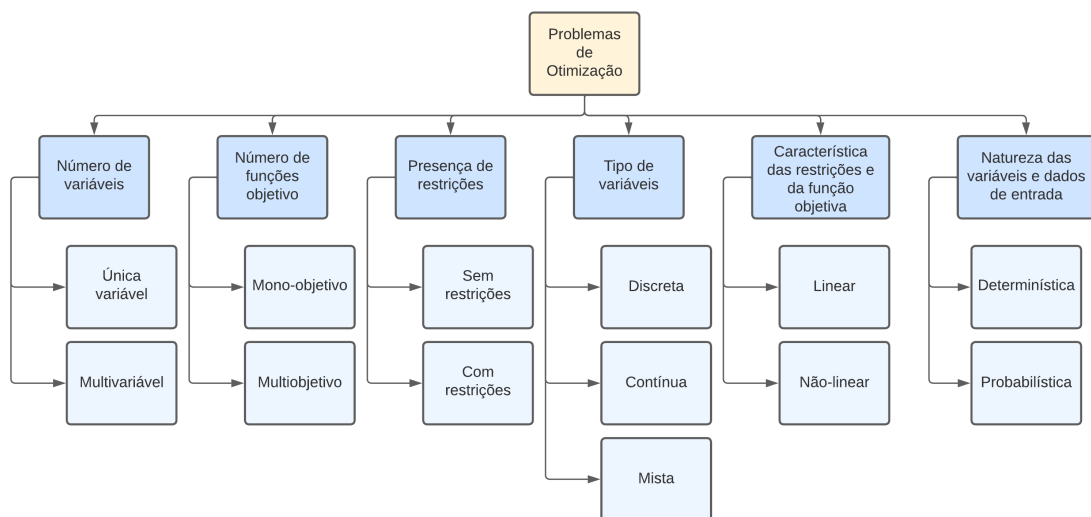


Figura 2.3: *Classificação dos problemas de otimização, adaptado de [Sahab e Gandomi \(2013\)](#).*

Os mesmos autores relacionaram os possíveis métodos de otimização de acordo com as características dos problemas, por meio de um fluxograma como o ilustrado na [Figura 2.4](#). Um fato interessante que pode ser identificado é a presença das meta-heurísticas como possíveis técnicas para a solução tanto de problemas de natureza discreta quanto contínua. Percebe-se ainda uma grande quantidade de classificações relacionadas à abordagem contínua e poucas associadas à discreta; este fato pode estar associado ao direcionamento do foco dado aos autores do artigo. Ressalta-se que há uma grande quantidade de métodos que não foram citados nesta síntese.

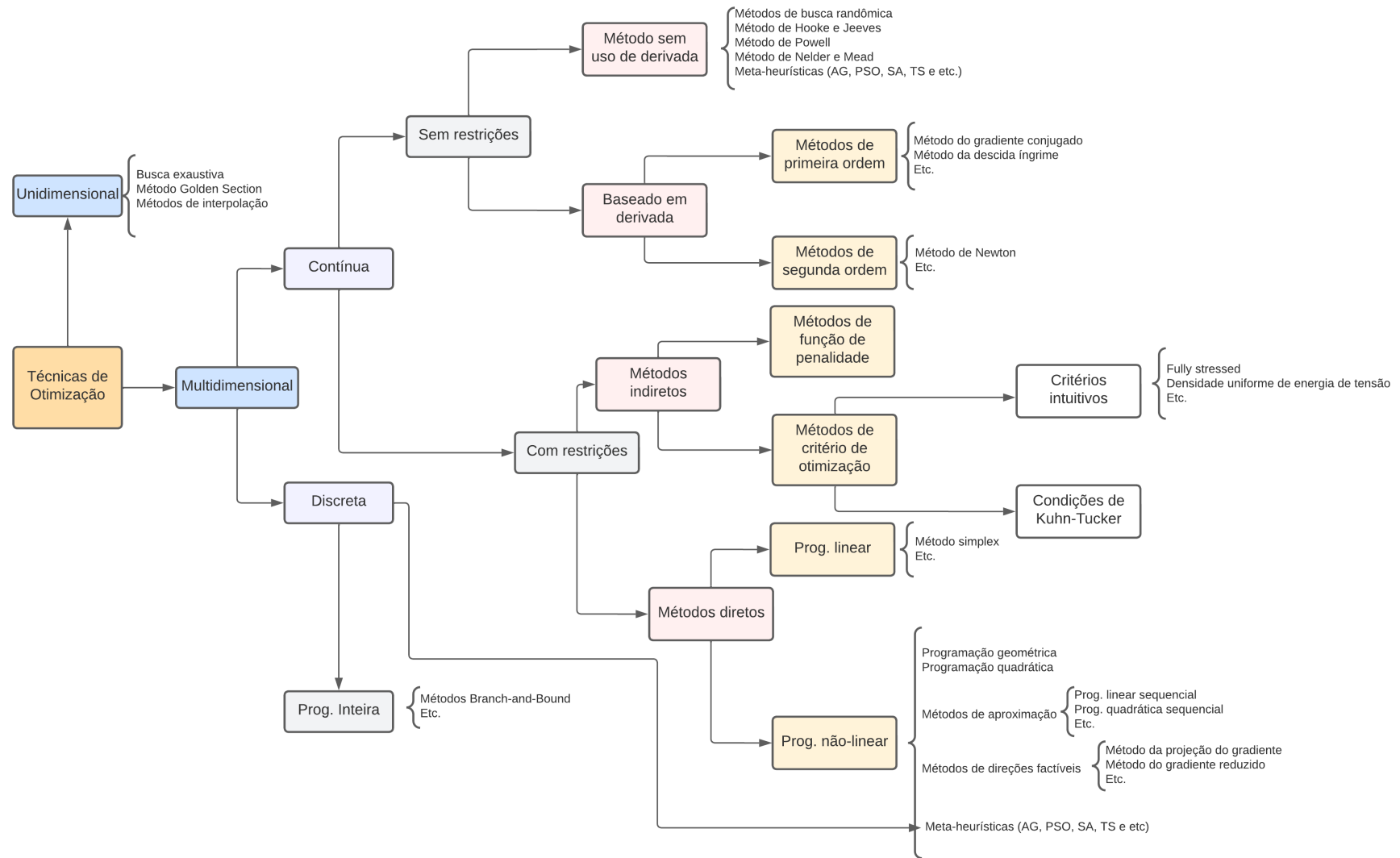


Figura 2.4: Classificação das técnicas de otimização, adaptado de (SAHAB; GANDOMI, 2013).

2.3.1 Espaço de solução

De forma geral, o espaço de solução de um problema de otimização consiste no conjunto de todas as soluções viáveis para este determinado problema (KHOSROW-POUR, 2015). Para Nocedal e Wright (2006), o espaço de solução pode ser definido matematicamente como um conjunto de pontos em um espaço n -dimensional, onde n é o número de variáveis de decisão do problema, e cada ponto consiste em uma solução possível. Por outro lado, em alguns trabalhos, o espaço de solução é apresentado como *espaço de busca*, mesmo que este último consista no conjunto de todas as configurações possíveis de valores das variáveis do problema de otimização, não representando necessariamente somente soluções viáveis.

O espaço de solução de problemas de otimização possui características que, entre outras, incluem:

- **Dimensão** – o espaço de solução tem um número finito de variáveis que precisam ser otimizadas. O número de variáveis pode variar de problema para problema.
- **Continuidade** – o espaço de solução pode ser contínuo ou discreto. Se o espaço de solução for contínuo, isso significa que pequenas mudanças nas variáveis resultarão em pequenas mudanças no valor da função objetivo. Se o espaço de solução for discreto, as mudanças nas variáveis resultarão em saltos discretos no valor da função objetivo.
- **Convexidade** – o espaço de solução pode ser convexo ou não-convexo. Se o espaço de solução for convexo, isso significa que todas as soluções viáveis formam um conjunto convexo e que o mínimo global pode ser encontrado facilmente, caso o problema seja contínuo e linear. Por outro lado, problemas de otimização que possuem espaço de solução não-convexo, em geral, são mais difíceis de resolver, uma vez que podem ter muitos mínimos locais e encontrar a melhor solução localmente não garante a melhor solução global.
- **Restrições** – o espaço de solução pode ter restrições que limitam as soluções viáveis. Essas restrições podem ser expressas como desigualdades lineares ou não-lineares.
- **Multiplicidade** – pode haver múltiplas soluções ótimas, o que significa que há mais de uma solução que maximiza ou minimiza a função objetivo.

A compreensão dessas características é de extrema importância na formulação e resolução do problema estudado, uma vez que podem impactar significativamente o processo de busca de uma solução ótima. Neste contexto, é igualmente relevante considerar a topologia do espaço de solução, que pode ser entendida como a forma pela qual as soluções estão distribuídas e conectadas no espaço n -dimensional. Uma analogia recorrente é a de uma superfície ou paisagem, na qual picos representam regiões de

máximo local ou global, vales representam mínimos locais ou globais e platôs denotam regiões de soluções de valor semelhante. Em termos práticos, compreender a topologia significa entender o terreno que o algoritmo deverá percorrer, identificando se ele é suave e bem estruturado ou irregular e fragmentado, o que orienta a escolha de estratégias mais adequadas de exploração e intensificação.

Dessa forma, uma percepção visual e interativa do espaço de solução mostra-se como uma ferramenta importante para auxiliar na resolução de problemas de otimização de alta complexidade, possibilitando não apenas a interpretação das características do espaço, mas também uma compreensão mais clara da topologia que rege sua estrutura.

2.3.2 Métodos de otimização

Os algoritmos utilizados para a resolução de um problema de otimização podem ser classificados com determinísticos ou probabilísticos.

Os métodos determinísticos conseguem chegar à uma solução ótima por meio de uma sucessão de passos, saindo de um ponto inicial e avançando no espaço de soluções por meio de um vetor direção que, normalmente, é obtido pelo uso da derivada da função objetivo. As técnicas determinísticas, em geral, possuem uma rápida convergência para uma solução ótima, que não é necessariamente o ótimo global. Dependendo do ponto de início ou referência, podem convergir para um ótimo local e, por isso, não apresentam bom desempenho em funções que possuem múltiplos ótimos locais. Dentre os métodos determinísticos destacam-se: Máxima Descida, Método de Newton, Método de Quase-Newton, Gradiente Conjugado, Método de *Levenberg-Marquadt* e Método Simplex.

Os métodos probabilísticos, por sua vez, incorporam parâmetros estocásticos no processo de otimização e utilizam apenas a avaliação da função objetivo. Esse caráter estocástico possibilita que o algoritmo explore melhor o espaço de solução em busca do ótimo global. Bastos (2004) identifica algumas vantagens dos algoritmos probabilísticos em relação aos determinísticos: (a) não é necessário que a função objetivo seja contínua ou diferenciável; (b) trabalham de modo adequado com parâmetros contínuos e discretos, ou ambos; e (c) não demandam formulações complexas ou reformulações para o problema.

Apesar das vantagens dos algoritmos probabilísticos, estes demandam um grande número de iterações de avaliação da função objetivo para encontrar resultados satisfatórios. Vários métodos com viés estocástico têm sido utilizados e propostos na literatura. Dentre eles estão o GRASP (do inglês, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), Busca Tabu, PSO (do inglês, *Particle Swarm Optimization*), Recozimento Simulado (SA, do inglês *Simulated Annealing*) e o Algoritmo Genético (AG).

2.3.3 Otimização interativa

Problemas de otimização complexos do mundo real geralmente envolvem muitas variáveis, possuem funções multi-objetivo e restrições conflitantes. Neste contexto, muitas vezes é necessário considerar aspectos mais subjetivos dentro do processo de otimização, e a interação humana torna-se um fator essencial. A principal premissa para a interação humano-computador é que problemas complexos podem ser melhor resolvidos aproveitando as forças de cada parte (NASCIMENTO; EADES, 2005).

Segundo Cajot et al. (2019), a otimização interativa consiste em quatro componentes principais que são combinados para formar um sistema de interação humano-computador: um usuário, uma interface gráfica de usuário (GUI, do inglês *Graphical User Interface*), um gerador de soluções e um analista, conforme ilustra a Figura 2.5.

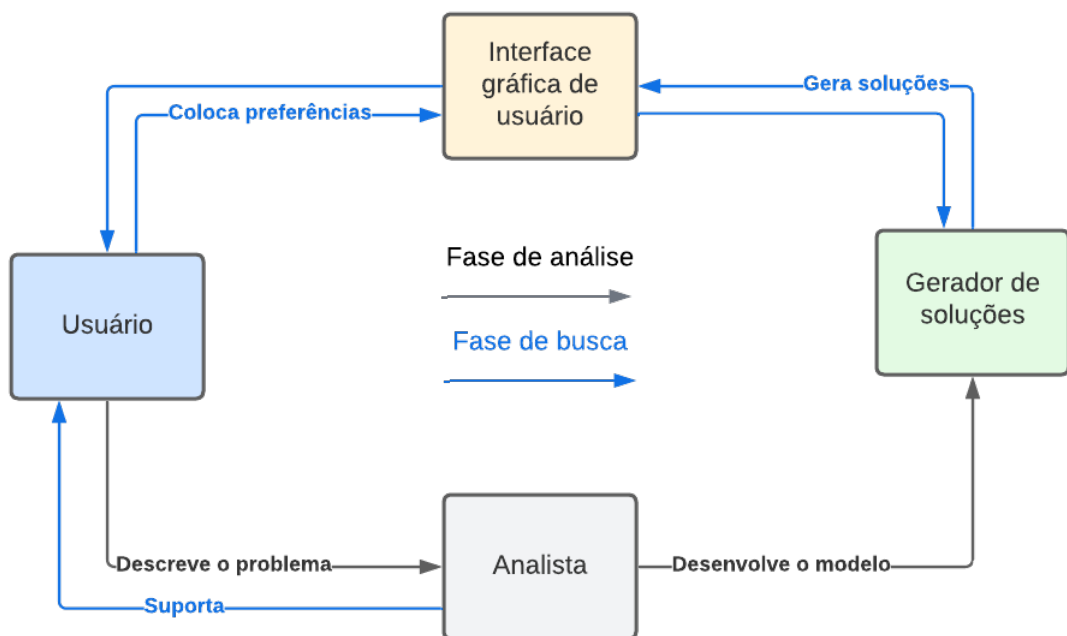


Figura 2.5: Principais componentes e fluxo de informação na otimização interativa - Adaptado de (CAJOT et al., 2019).

Neste cenário, em uma fase preliminar, o usuário descreve o problema e seus critérios, e o analista, então, desenvolve o modelo. Dado o modelo, a fase de busca se inicia e, durante essa fase, o usuário solicita a geração de soluções por meio da interface. Normalmente, o processo começa gerando e apresentando uma ou várias soluções para que o usuário possa explorá-las. Nesta etapa, o usuário pode interagir com as soluções, expressando sua opinião por meio de interações com a interface gráfica do usuário (GUI). Essas interações são usadas para direcionar os cálculos subsequentes para as áreas

desejadas do espaço de busca. Esse processo irá se repetir até o momento em que o usuário esteja satisfeito com a solução encontrada.

Em uma abordagem mais generalista, alguns *frameworks* tem sido propostos para auxiliar o desenvolvimento de sistemas de otimização interativa. Klau et al. (2002) desenvolveram o *framework* HuGS (*Human-Guided Search*). No que se refere as abordagens interativas, os autores conseguiram trazer várias ideias, como as modificações manuais, a avaliação humana de forma ativa e o controle do tempo de execução do método de busca. Essas ações foram avaliadas na resolução do problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Janela de Tempo (CVRTW, do inglês *Capacitated Vehicle Routing with Time Windows*), e os experimentos mostraram que a orientação humana, usando métodos simples de melhoria local, pôde fornecer soluções melhores do que uma busca não guiada.

Nascimento (2003) apresenta um *framework* denominado *User Hints*, que combina características das áreas de interação humano-computador, otimização combinatória e visualização de informação. Com uma abordagem generalista, o *framework* possui dois objetivos principais: refinar o problema de otimização e ajudar na convergência para soluções ótimas.

Com o primeiro objetivo, a ideia é permitir que o usuário inclua conhecimento de domínio no sistema, de maneira a especificar melhor o problema em termos de reformulação da função objetivo e das restrições. Para o segundo objetivo, pretende-se guiar os algoritmos na obtenção e produção de melhores soluções de forma mais rápida.

O *User Hints* é formado por 9 elementos:

1. Usuário especialista do domínio;
2. Conjunto de funções objetivo;
3. Conjunto de restrições;
4. Módulo com os métodos de otimização
5. Solução corrente que está sendo também denominada solução de trabalho;
6. Função de qualidade;
7. Agente de melhor solução;
8. Ferramenta de visualização;
9. Visualização da solução de trabalho.

A Figura 2.6 ilustra as conexões e possíveis interações entre diferentes elementos do *User Hints*. É importante ressaltar que o elemento função de qualidade está inserido no Agente de melhor solução.

Definidos os objetivos e as restrições do problema, o processo de otimização do *User Hints* pode ser dividido nos seguintes passos:

1. Uma solução inicial é criada e o Agente de melhor solução a salva como a melhor solução. A Ferramenta de Visualização é, então, inicializada, proporcionando uma

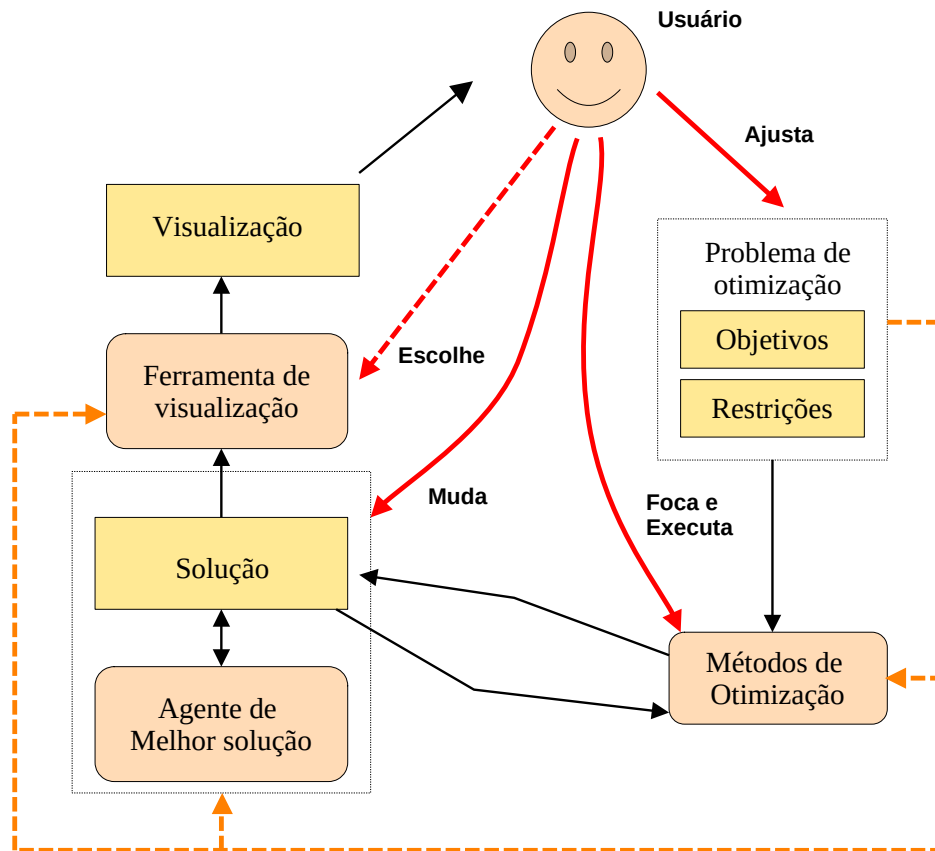


Figura 2.6: *Framework User Hints - Adaptado de (do Nascimento; EADES, 2005).*

visualização da solução de trabalho para o usuário, juntamente com as informações a respeito de sua qualidade.

2. O sistema aguarda uma ação do usuário, que pode interagir com a ferramenta de visualização ou fornecer dicas durante o processo de otimização. Nesse sentido, qualquer alteração realizada na solução de trabalho, na função objetivo ou nas restrições aciona o Agente de melhor solução, bem como a ferramenta de visualização. O Agente de melhor solução verificará a qualidade da solução atual, comparando-a com a melhor solução, e realizará a atualização desta, caso seja necessário. A ferramenta de visualização, por sua vez, mostrará a solução atual.
3. No final do processo de otimização, a melhor solução é considerada a solução final do problema.

As dicas mencionadas no Passo 2 consistem nas ações do usuário durante o processo de otimização e estão alinhadas diretamente com os objetivos gerais do framework: refinar o problema e ajudar na convergência para soluções ótimas. O framework sugere

três tipos de dicas:

- Ajuste do objetivo e das restrições, no qual o usuário pode alterar a função objetivo, adicionar novas restrições ou remover uma já existente;
- Foco em um método de otimização que permite ao usuário selecionar um subconjunto das variáveis de definição do problema para a execução de um método de otimização focado somente nelas.
- Modificações manuais que possibilitam ao usuário alterar pontualmente a solução do problema.

Além disso, o framework possibilita ao usuário recuperar a melhor solução, salvar a solução de trabalho como a melhor solução, escolher (dentre os disponíveis) qual método de otimização utilizar, bem como ativar ou interromper manualmente sua execução.

Revisão Bibliográfica

Esse capítulo detalha a revisão sistemática da literatura realizada neste trabalho. O objetivo consistiu em investigar técnicas e/ou ferramentas voltadas à visualização do espaço de solução em problemas de otimização, analisando seu potencial para ampliar a compreensão do problema e melhorar o processo da busca por uma boa solução. A investigação resultou em duas publicações: um artigo completo intitulado *A Systematic Literature Review of Solution-Space Visualization Approaches in the Context of Optimization Problems* apresentado na *26th International Conference on Information Visualization* (Qualis B2) (SILVA et al., 2022) e o capítulo *Search Space Visualizations in the Context of Optimization Problems: A Literature Review*, incluído no livro *Artificial Intelligence and Visualization: Advancing Visual Knowledge Discovery*, da Springer (SILVA et al., 2024). Em conformidade com as diretrizes de Kitchenham e Charters (2007), a revisão foi estruturada em três fases — planejamento, condução e elaboração do relatório — cujos procedimentos e resultados são detalhados nas seções subsequentes.

3.1 Planejamento

A primeira etapa consistiu na definição de: questões de pesquisa; palavras-chave, sinônimos e estratégia de busca; critérios de inclusão e exclusão para seleção dos estudos; e uma lista de verificação para avaliação da qualidade dos estudos.

Os passos são detalhados a seguir. A plataforma Parsifal (<https://parsif.al/>) foi utilizada para apoiar todo o processo desta revisão.

3.1.1 Questões de pesquisa

As questões de pesquisa para guiar esta RSL foram as seguintes:

- Quais técnicas de visualização de informação tem sido utilizadas para o entendimento do espaço de solução?
- Como a área de pesquisa tem evoluído, em termo do número de publicações, ao longo dos anos?

- Quais são as interfaces entre a visualização do espaço de solução e outras áreas de pesquisa e como elas mudaram ao longo do tempo?
- Quais problemas têm sido investigados com as técnicas de visualização do espaço de solução?
- Os problemas de otimização investigados são mono ou multiobjetivos?
- Quais países têm investigado a respeito da visualização do espaço de solução?
- Quais as principais conferências e periódicos onde se tem publicado artigos relacionados à visualização do espaço de solução?
- Que tipos de interação foram suportados pela técnicas de visualização de informação?
- Que sistemas que foram implementados estão disponíveis para teste e utilização?
- Quais trabalhos trazem uma abordagem mais integrada de visualização e algoritmos de otimização que, potencialmente, podem ser utilizados para resolução de diversos problemas?

3.1.2 Palavras-chave, sinônimos e estratégia de busca

Para definir as palavras-chave, foram realizadas consultas sucessivas no Google Acadêmico, combinando diferentes termos e analisando os artigos encontrados para validar a *string* de busca. Usando alguns artigos de controle para validar as consultas, a *string* de busca base foi definida como: (“search-space” OR “search space” OR “space of solution” OR “space of search” OR “solution space” OR “design space”) AND (“visualization” OR “visualisation” OR “graphic representation” OR “visual representation” OR “dimensional reduction” OR “dimension reduction”).

A estratégia utilizada para realizar a consulta nas diferentes bases de dados consistiu em aplicar a *string* de busca apenas nos campos “título”, “palavras-chave” e “resumo” das bases de dados, usualmente referenciados como TAK (do inglês, *Title, Abstract e Keywords*). Em algumas bases de dados, a pesquisa por TAK não estava disponível e, portanto, a consulta foi aplicada primeiramente ao texto completo. Em seguida, foi desenvolvido um *script* python que analisa o arquivo bibtex, possibilitando recuperar dessas bases de dados apenas os artigos que satisfazem a *string* de busca nos campos título, palavras-chave e resumo.

3.1.3 Critérios de inclusão e exclusão

Quanto ao critério de inclusão, foram aceitos trabalhos em que técnicas de visualização de informação são aplicadas para a compreensão ou exploração do espaço de solução de um problema de otimização. Por outro lado, os seguintes critérios de exclusão foram adotados neste estudo:

- O trabalho não está relacionado à problemas de otimização.
- O trabalho não apresenta uma abordagem para compreensão do espaço de solução.
- O trabalho não possui artigo completo disponível.
- O trabalho não está escrito em inglês, português ou alemão.

3.1.4 Avaliação de qualidade

Para realizar a etapa de avaliação da qualidade, foram consideradas as respostas SIM, TALVEZ e NÃO, com suas respectivas pontuações: 2, 1 e 0. A avaliação final de cada artigo foi baseada nas respostas às seguintes questões:

- Q1:** “Visualization” e “solution space” ou seus sinônimos aparecem no título ou resumo?
- Q2:** O artigo foi publicado em uma conferência ou periódico de Visualização de Informação?
- Q3:** O artigo foi publicado em uma conferência ou periódico conhecido?
- Q4:** O problema de otimização está explícito no título ou resumo?
- Q5:** O problema de otimização é bem conhecido?

3.2 Condução

Nesta etapa, a *string* de busca foi aplicada às bibliotecas digitais escolhidas. Posteriormente, os artigos encontrados foram exportados no padrão “.bib” e importados para o software Parsifal. Em seguida, os trabalhos passaram pelo processo de seleção, conforme os critérios explicados na seção anterior.

A Tabela 3.1 resume o número de artigos recuperados em cada base de dados, o número de estudos aceitos, rejeitados e duplicados após a etapa de seleção.

Tabela 3.1: Número de artigos analisados na RSL.

Base de dados	Total	Aceitos	Rejeitados	Duplicados
ACM Digital Library	51	6	37	8
Elsevier	937	2	849	86
IEEE Digital Library	284	8	254	22
Springer Link	10	1	3	6
Google Scholar	153	19	91	43
ISI Web of Science	352	9	63	280
arXiv	138	98	1	39
Snowballing	369	88	252	29

Após a remoção dos artigos duplicados, 264 estudos permaneceram e passaram para a etapa de avaliação da qualidade. Levando em conta a grande quantidade de trabalhos selecionados, foi criado um Filtro de Performance (FP) que considera a pontuação obtida pelo trabalho após passar pela avaliação de qualidade. No FP, apenas os artigos com pontuação maior ou igual a 8 passaram para a fase de extração. Neste sentido, é importante enfatizar que esta revisão foi dividida em dois momentos. No primeiro, realizou-se a extração e análise de 65 artigos que passaram no FP, observando-se para estes uma parte das questões de pesquisa. Essa divisão se deu em função do tempo para publicação e recebimento de um *feedback* mais rápido da comunidade científica sobre o trabalho. Ao mesmo tempo, já se tem um destaque dos melhores estudos da área, de acordo com os parâmetros estabelecidos nesta pesquisa.

Dessa forma, os resultados presentes na parte de relatório deste documento estão relacionados com 65 dos 264 estudos que atenderam ao critério de inclusão. Uma síntese está disponível publicamente em material suplementar¹, e uma análise da extração de dados realizada é comentada na Seção 3.3.

3.3 Relatório

Nesta seção, são descritas as descobertas para uma parte das questões de pesquisa listadas na Seção.

Q1. *Quais técnicas de visualização de informação tem sido utilizadas para o entendimento do espaço de solução?*

Como forma de responder a essa pergunta, foram identificadas as técnicas de visualização da informação presentes nos artigos e respectivamente classificadas por dimensão - bidimensional (2D) ou tridimensional (3D). As representações 2D representam a maioria das técnicas de visualização, sendo 86% dos artigos. Nesta categoria, destaca-se a aplicação do *Scatterplot* (gráfico de dispersão), aparecendo em 26 estudos (por exemplo, (ANG; CHONG; LI, 2002; MACH; ZETAKOVA, 2002; GRESH; KELTON, 2003; PACKHAM et al., 2005; BLASCO et al., 2008)), seguido por Coordenadas Paralelas, usada em 11 artigos, como (KHEMKA; JACOB, 2010; BERGER; PIRINGER, 2010; SANTOS et al., 2019), *Graph Drawing* (11 artigos, como em (BRODLIE et al., 1993; ANDERSON et al., 1999; KLAU et al., 2002)), *Heatmap* (10, por exemplo (WALKER; FIELDSEND; EVERSON, 2012; LEE; KIM, 2019; URQUHART; GUCKERT;

¹Link para o material suplementar: <<https://drive.google.com/drive/folders/1iEbEDJEEBJw76tNZiytWjhOndEaEVs>>

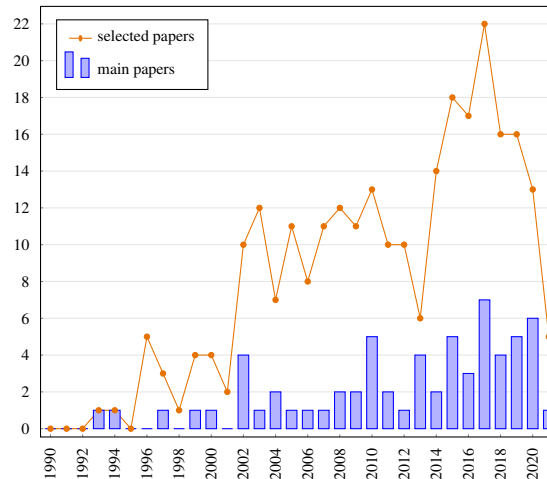


Figura 3.1: Número de artigos publicados ao longo dos anos.

POWERS, 2019)), Gráfico de linhas (9 (JORNOD et al., 2015; CULLY; DEMIRIS, 2018)) e Gráfico de Barras (7 (VOLKE et al., 2015; PU; MELISSARGOS, 1997)). Entre as técnicas 3D, Scatterplot 3D (3 artigos, como em (PAN et al., 2020; NASSERSHARIF; ENCE; AU, 1994)) e Superfície 3D (2 artigos, como em (RASKU; KÄRKKÄINEN; HOTOKKA, 2013; GERMAN; FEIGH; DASKILEWICZ, 2013)) foram os mais usados. Apesar de existirem menos ocorrências 3D do que as representações 2D citadas acima, elas apresentam potencial promissor de uso em ambientes interativos imersivos, sobretudo, devido a popularização de equipamentos de realidade virtual e/ou aumentada.

Q2. *Como a área de pesquisa tem evoluído, em termo do número de publicações, ao longo dos anos?*

Para uma análise mais aprofundada do número de publicações ao longo dos anos, apresenta-se a Figura 3.1. O número total de estudos publicados por ano é representado em um gráfico de linhas, e o número de artigos que permaneceram após o Filtro de Desempenho (PF) é ilustrado em um gráfico de barras. De acordo com a Figura 3.1, é possível identificar um crescimento considerável no número de publicações ao longo dos anos, o que mostra que o tema tem despertado o interesse da comunidade científica. Por outro lado, a queda em 2021 coincide com o fim das consultas às bases de dados e a importação de artigos no Parsifal, que ocorreu em agosto/2021.

Q3. *Quais problemas têm sido investigados com as técnicas de visualização do espaço de solução?*

Para uma melhor compreensão desta questão, os problemas de otimização foram

classificados e divididos em três categorias: Função Benchmark (FB), Problema Clássico (PC) e Problema Específico (PE). A categoria FB correspondeu a 37% do total de problemas. Os principais problemas de otimização (PO) identificados para este conjunto foram a Função *Rosenbrock*, a Função *Rastrigin* e a classe DTLZ (por exemplo, os estudos presentes em (RASKU; KÄRKKÄINEN; HOTOKKA, 2013; HE; YEN, 2016; HE; YEN, 2017; KOOCHAKSARAEI et al., 2017; FIELDSSEND; EVERSON, 2013; LOTIF, 2014)). Foram identificados 34 problemas pertencentes à categoria PC, que corresponde a 30% do total. Neste conjunto, destacam-se o Problema de Roteamento de Veículos (VRP), o Problema do Caixeiro Viajante (TSP) e o Problema de *Graph Layout* (KLAU et al., 2010; KONG; SCHUNN, 2007; DANESHPAJOUH; ZAKARIA, 2017). Por fim, foram encontrados 37 problemas associados à categoria PE, representando 32% do total. *Arena Design*, *Conceptual Design*, *Car Design* e *Material Design* são exemplos desta categoria (como em (PAN et al., 2020; PU; LALANNE, 2000; PEERLESS et al., 2020; AKLE; MINEL; YANNOU, 2017)).

Q4. Quais países têm investigado a respeito da visualização do espaço de solução?

Para esta questão, os trabalhos foram agrupados por país, conforme mostrado na Tabela 3.2. Devido ao uso do FP, apenas 24 países são apresentados. Nesse cenário, os Estados Unidos (com 16 artigos), o Reino Unido (14) e a Alemanha (6) são os países que contêm os maiores números de publicações. É importante destacar que existem trabalhos que são realizados em parcerias entre diferentes universidades em vários países. Nesses casos, fizemos a separação adequada para realizar a síntese. A Figura 3.2 permite visualizar melhor quais países ou regiões vêm estudando este campo ao redor do mundo.

Tabela 3.2: Países líderes em quantidade de publicações.

País	Quantidade de publicações
EUA	16
Reino Unido	14
Alemanha	6
Suíça	5
Brasil, Canadá	4
Áustria, China, França, Polônia	3
Austrália, Holanda, República da Coreia	2
Finlândia, Grécia, Índia, Irlanda, Itália, Malásia, Portugal, Singapura, Eslováquia, Espanha	1

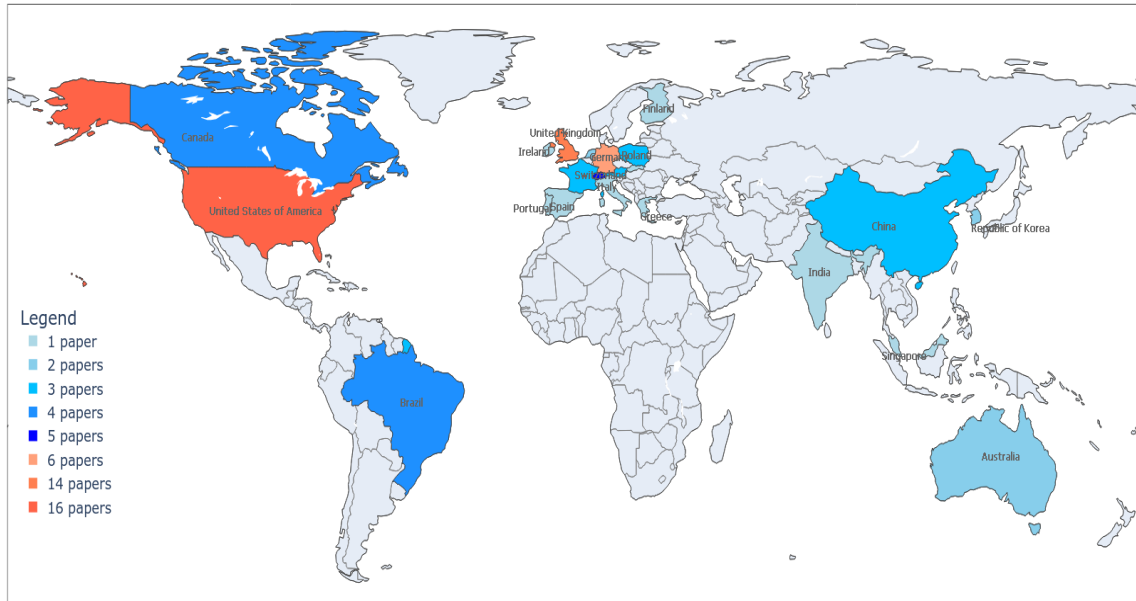


Figura 3.2: Quantidade de publicações por país.

Q5. *Quais as principais conferências e periódicos onde se tem publicado artigos relacionados à visualização do espaço de solução?*

A Tabela 3.3 mostra as conferências ou periódicos com o maior número de publicações com base nos artigos extraídos. Do total de artigos analisados, observamos que 32 foram publicados em congressos, 24 em periódicos, e houve um total de 9 artigos publicados em diferentes veículos, como arXiv ou livros, por exemplo. Dentre esses veículos, foi observado que 31% estão relacionados à Computação Evolutiva, enquanto 21% estão diretamente associados à VI ou Computação Gráfica e 45% vinculados a outras áreas. Este fato implica que muitos trabalhos que envolvem técnicas de visualização da informação para entender o espaço da solução são encontrados em veículos de publicação que não estão diretamente relacionados à Visualização da Informação.

Tabela 3.3: Principais veículos de comunicação baseado na quantidade de publicações.

Conferência/Revista	Quantidade de publicações
The Genetic and Evolutionary Computation Conference	8
IEEE Congress of Evolutionary Computation	5
IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics	4
IEEE Congress on Evolutionary Computation	4
arXiv	3

Q6. *Que tipos de interação foram suportados pelas técnicas de visualização de informação?*

Dos 65 artigos analisados, 37 estudos utilizaram formas interativas de visualização. Essas ações incluem ajustar o nível de detalhe (como aumentar/diminuir o zoom) até métodos de otimização mais avançados para orientar a resolução de problemas.

Por exemplo, no trabalho de [Pu e Melissargos \(1997\)](#), os usuários podem selecionar a solução, ampliar/diminuir o substrato espacial, bem como fazer a inclusão e exclusão de modelos de visualização. Em [Rasku, Kärkkäinen e Hotokka \(2013\)](#) os autores implementaram uma ferramenta que permite o exame interativo com rotação livre em torno das visualizações.

Em relação a interações mais avançadas que envolvem ações de exploração, o sistema desenvolvido em [Packham et al. \(2005\)](#) permite aos usuários aplicar uma ferramenta de agrupamento para identificar regiões contendo soluções de alta aptidão. No mesmo contexto, em [Berger e Piringer \(2010\)](#), os autores criam uma ferramenta na qual o usuário pode interagir com as visualizações para restringir a otimização a partes viáveis dos dados ou a recursos locais.

Q7. *Quais trabalhos trazem uma abordagem mais integrada de visualização e algoritmos de otimização que, potencialmente, podem ser utilizados para a resolução de diversos problemas?*

Dentre os trabalhos analisados, dois se destacam em relação à uma abordagem interativa mais integrada entre visualização e algoritmos de otimização. A saber, [Packham et al. \(2005\)](#) no trabalho intitulado *Interactive visualisation for decision support and evaluation of robustness—in theory and in practice*, apresentam um sistema de visualização interativa para resolução de um problema de projeto de engenharia. O sistema utiliza um algoritmo genético para gerar uma grande quantidade de soluções e provê uma interface que permite ao usuário interagir com os dados gerados. A Figura 3.3 ilustra uma visão geral do sistema desenvolvido, na qual é possível verificar a possibilidade de visualizar os dados em diferentes perspectivas, seja 2D ou 3D.

Várias abordagens interativas são propostas neste trabalho. Uma delas diz respeito à seleção de uma área para: (a) identificar *clusters*; (b) focar o algoritmo na região selecionada ou fora dela; ou (c) observar mais detalhadamente uma região por meio do zoom. Nas Figuras 3.3 e 3.4 é possível notar a identificação de *clusters* em diferentes técnicas de visualização, dando ao usuário uma visão mais ampla dos agrupamentos em relação ao espaço de solução.

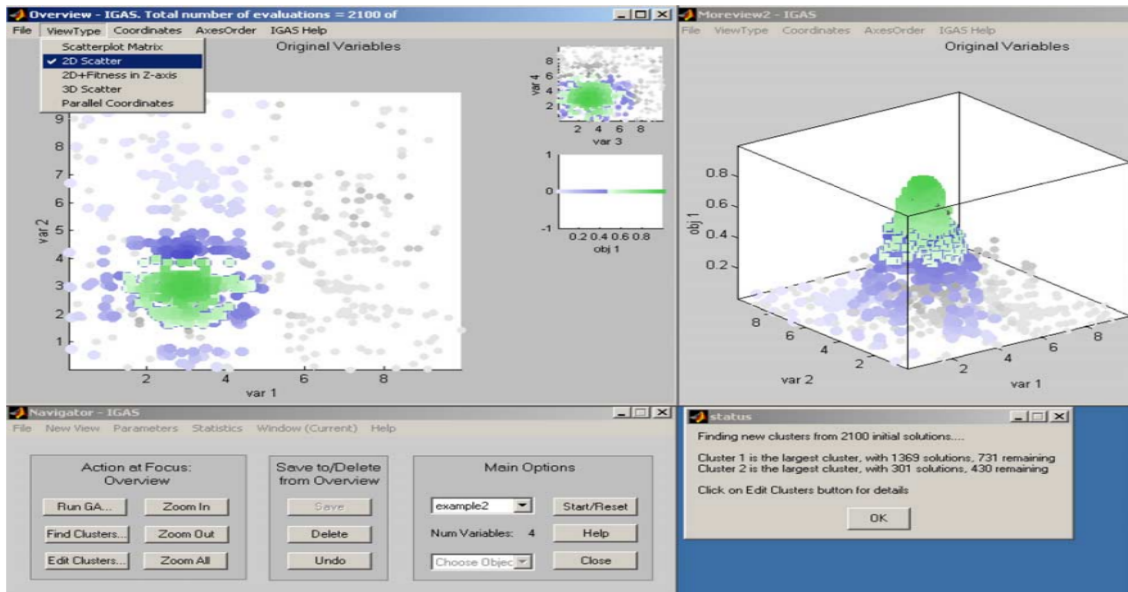


Figura 3.3: Visão do sistema (PACKHAM et al., 2005).

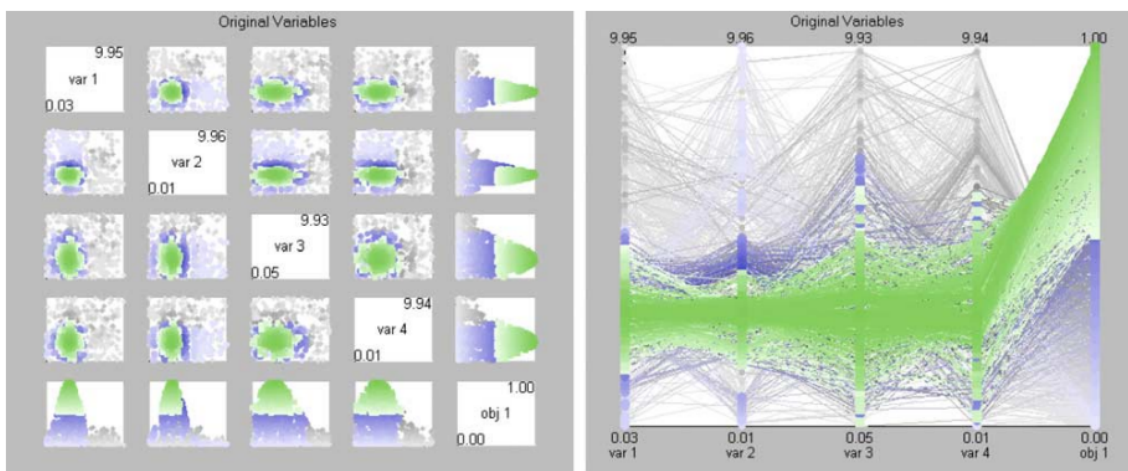


Figura 3.4: Diferentes visões do espaço de solução (matriz de scatterplots e coordenadas paralelas, respectivamente) (PACKHAM et al., 2005).

A Figura 3.5 exemplifica a seleção de uma região para interação com o algoritmo genético. Neste cenário, o algoritmo genético pode produzir soluções tanto dentro quanto fora da área selecionada, o que fica a critério do usuário. Essa estratégia foi utilizada pelos autores como forma de os usuários explorarem novas soluções sob diferentes aspectos.

Por último, na Figura 3.6 nota-se a utilização do zoom para uma observação mais aproximada de uma região específica, assim como a seleção das soluções para comparação entre si.

German, Feigh e Daskilewicz (2013) também apresentam um sistema interativo para problemas de otimização de projeto de engenharia. Entretanto, trabalham tanto em uma abordagem discreta quanto contínua do espaço de solução.

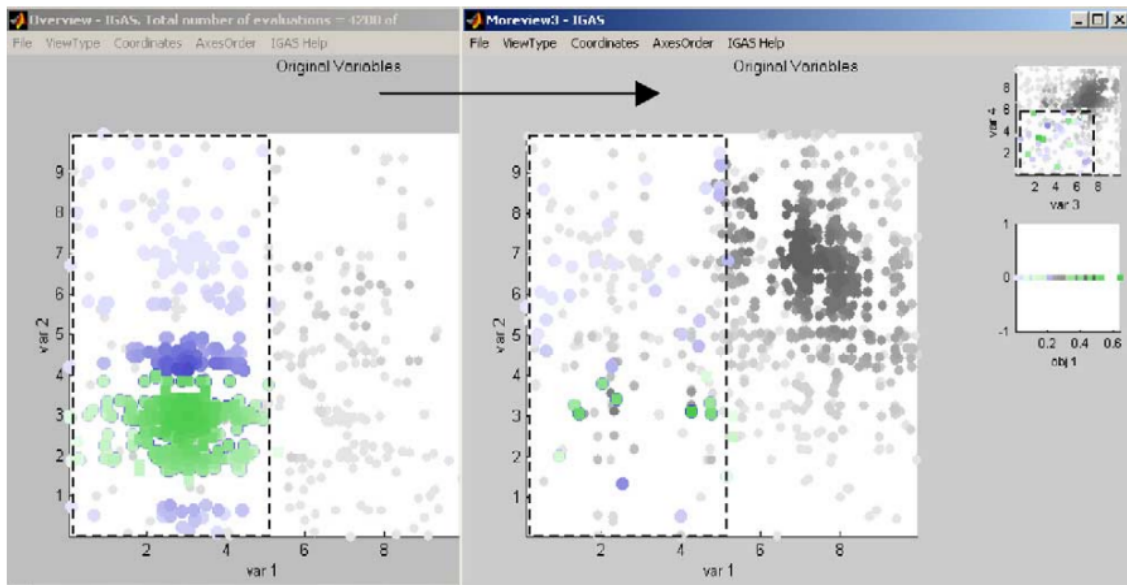


Figura 3.5: Seleção de uma região para interação com o algoritmo (PACKHAM et al., 2005).

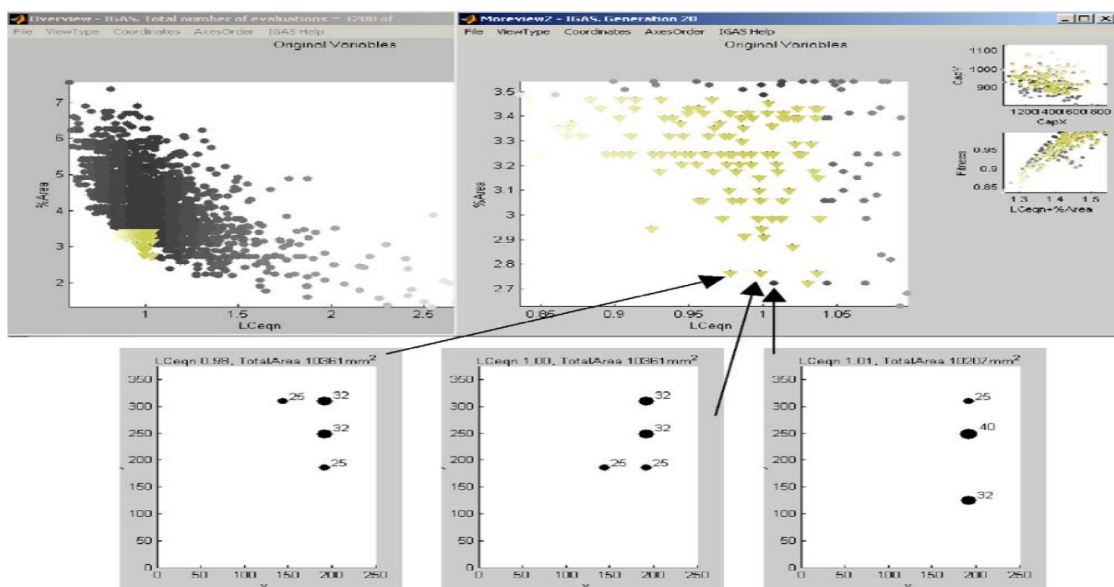


Figura 3.6: Zoom e interação com as soluções (PACKHAM et al., 2005).

Para uma análise da abordagem discreta, os autores criaram um espaço de trabalho, no qual se tem uma visão ampla do espaço de solução através de diferentes técnicas de visualização: um gráfico de coordenadas paralelas permite ao usuário filtrar as soluções de acordo com a modificação dos limites das variáveis de decisão; os diferentes gráficos de dispersão trazem uma análise relacional entre duas variáveis e caso seja 3D, pode ser rotacionado para visualização em diferentes ângulos; e o histograma é utilizado para mostrar a distribuição das soluções ao longo do espaço de acordo com a variável de decisão e seu respectivo valor.

A Figura 3.7 ilustra o espaço de trabalho para uma abordagem discreta apresentada pelos autores. Dentre outras ações interessantes, tem-se a possibilidade de selecionar uma solução para a análise dos valores (através da tabela ao lado do gráfico de coordenadas paralelas) e/ou várias soluções para trocar a cor dos marcadores.

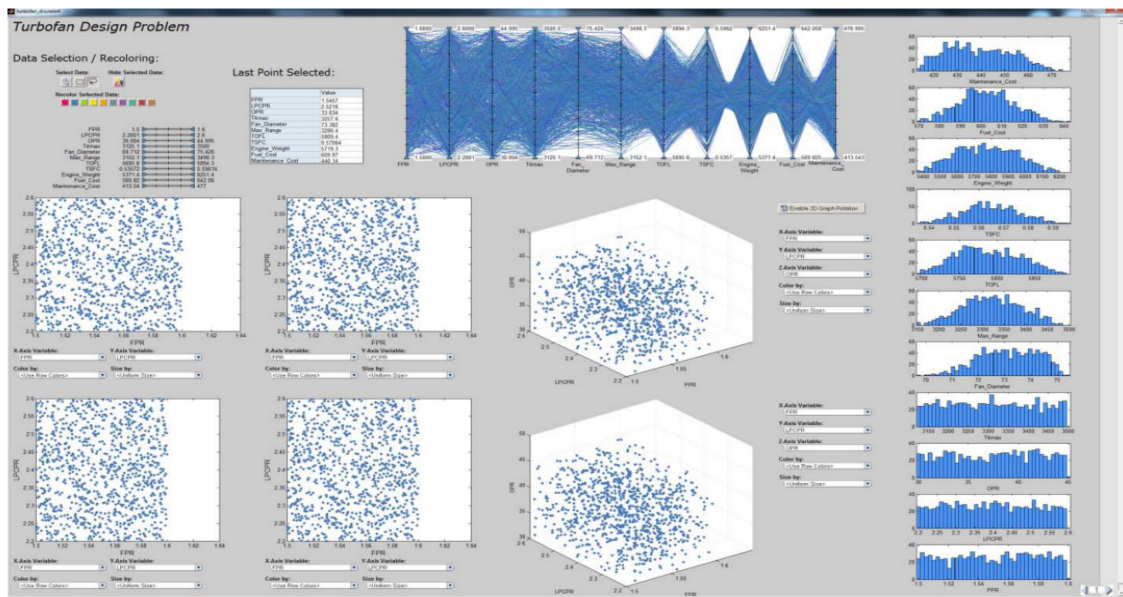


Figura 3.7: Espaço de trabalho na abordagem discreta (GERMAN; FEIGH; DASKILEWICZ, 2013)

Por outro lado, sob uma abordagem contínua, os autores propuseram a interface ilustrada na Figura 3.8, na qual se percebe o uso de diversas técnicas de visualização de informação que estão integradas entre si. Um *slider* para cada uma das variáveis da solução permite ao usuário ajustar as soluções, e todos os gráficos são atualizados de acordo com essa modificação. A matriz de gráfico de linhas evidencia a sensibilidade das variáveis da solução em relação a cada uma das métricas avaliadas na solução. Dois gráficos de superfície mostram os efeitos de quaisquer duas variáveis da solução em uma métrica. Controles à direita permitem ao usuário selecionar as variáveis da solução (eixos x e y) e uma métrica (eixo z) para visualizá-las. O usuário também pode colorir a superfície de acordo com uma segunda métrica de projeto para ver como as duas métricas

se relacionam. A barra de cores é mostrada à direita do gráfico de superfície e as setas azuis desenhadas na superfície e na barra de cores indicam a localização da solução atual.

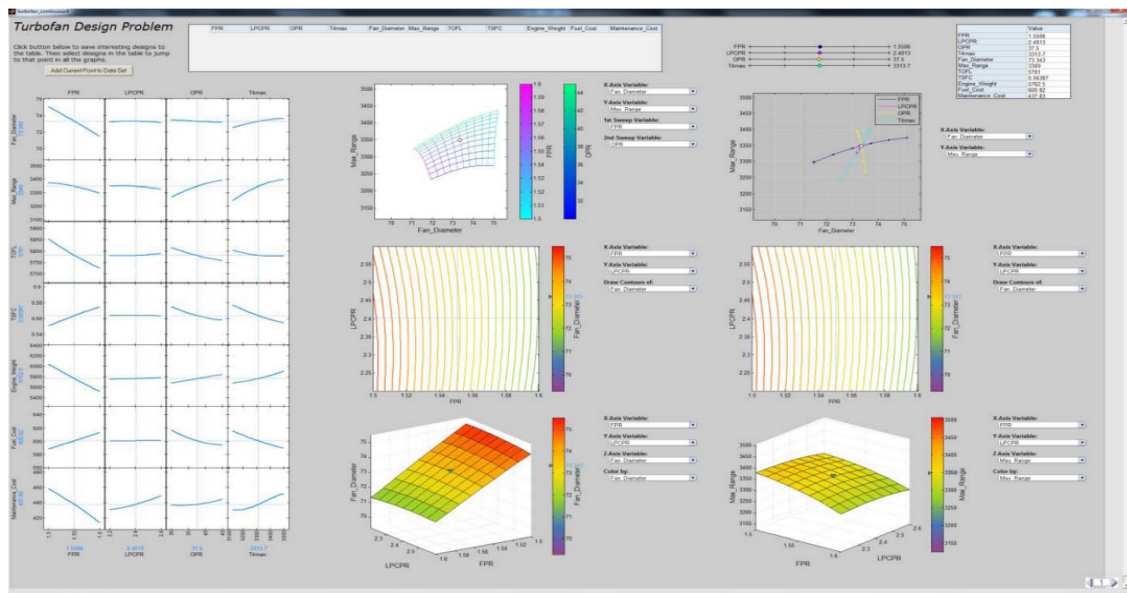


Figura 3.8: Espaço de trabalho na abordagem contínua (GER-MAN; FEIGH; DASKILEWICZ, 2013).

Q8. Que sistemas que foram implementados estão disponíveis para teste e utilização?

Para esta questão, o interesse está em identificar sistemas desenvolvidos para testar conceitos de exploração do espaço de soluções com o suporte das técnicas de visualização de informação que foram disponibilizadas e que possam ser reutilizadas em estudos futuros.

De todos os trabalhos analisados, apenas três artigos disponibilizaram o código fonte de seus sistemas. Em [Jornod et al. \(2015\)](#), por exemplo, os autores criaram uma visualização chamada SwarmViz. Nesse sistema, os usuários podem configurar experimentos de otimização de enxame de partículas por meio de funções de *benchmark* canônicas ou dados de entrada externos. Em [Park et al. \(2021a\)](#), os autores descreveram um sistema de análise visual baseado na web denominado *HyperTendrill*, que permite aos usuários refinar o espaço de solução e obter *insights* sobre o comportamento complexo dos algoritmos de busca de hiperparâmetros, bem como diagnosticar suas configurações. Por fim, em [Thole e Ramu \(2020\)](#), os autores apresentam um algoritmo de mapa auto-organizado modificado que permite aos usuários selecionar regiões de interesse no espaço de design, utilizando como exemplos uma análise não linear de referência, bem como problemas de projeto de engenharia.

3.4 Objetivos das interações e visualizações

Após a leitura e abstração dos artigos, foi possível identificar um conjunto de metas gerais para as quais as interações e visualizações foram propostas. Dentro de um objetivo maior, que é ajudar o algoritmo na convergência para soluções ótimas, destacam-se as seguintes metas:

- entender a complexidade do problema por meio da compreensão da estrutura do espaço de solução;
- entender como os algoritmos são eficazes e eficientes na resolução de problemas, analisando o histórico das soluções; e
- perceber e analisar a qualidade das soluções já obtidas.

Como ações interativas de alto nível para atingir as metas, foram identificadas:

- interpolação do espaço de solução;
- definição de região do espaço de solução para foco dos algoritmos;
- comparação entre soluções;
- obtenção de detalhes de uma solução;
- troca de técnica de visualização ou união de diferentes técnicas;
- redução da dimensão do problema (quantidade de variáveis); e
- troca da função objetivo.

Por outro lado, como ações interativas de baixo nível, pode-se considerar:

- aplicação de zoom in/zoom out;
- rotação de gráfico ou imagem;
- destaque de uma ou várias soluções; e
- filtro para manter as soluções desejadas.

3.5 Outros trabalhos relacionados

Nesta seção, são apresentados trabalhos relacionados que, embora não tenham sido identificados durante a revisão sistemática da literatura, possuem relevância para o tema da pesquisa. A inclusão desses trabalhos tem como objetivo oferecer uma visão mais abrangente das estratégias adotadas, complementando a análise realizada e contribuindo para um maior entendimento do espaço de solução de problemas de otimização.

A análise das propriedades do espaço de solução em problemas de otimização é fundamental para entender como diferentes características podem impactar a performance dos algoritmos utilizados. Nesse contexto, [Mersmann et al. \(2011\)](#) analisam problemas

de otimização, especialmente no que diz respeito à identificação de características que podem influenciar a performance dos algoritmos de otimização. Os autores destacam a necessidade de entender melhor as propriedades desses espaços para escolher o algoritmo mais adequado para diferentes tipos de problemas, uma vez que muitos problemas são mal compreendidos e exigem abordagens automáticas para seleção de algoritmos. A principal contribuição do trabalho é a introdução da Análise Exploratória da Paisagem (ELA, do inglês, *Exploratory Landscape Analysis*), que utiliza características de baixo custo computacional para caracterizar o espaço de solução de maneira eficiente, sem a necessidade de realizar uma grande quantidade de avaliações da função objetivo.

[Kerschke et al. \(2017\)](#) investigam problemas de otimização multiobjetivo com foco na multimodalidade do espaço de soluções, que surge devido à interação das funções objetivo. A motivação dos autores para visualizar o espaço de solução veio da complexidade introduzida pela multimodalidade, onde múltiplas soluções locais ótimas podem existir, o que torna a análise e a compreensão do comportamento dos algoritmos desafiadores. Para isso, os autores desenvolveram um gerador de problemas multimodais que permite a construção de cenários com características definidas, facilitando a análise dos diferentes tipos de frentes de Pareto locais e globais. A visualização do espaço de solução ajudou na compreensão do comportamento dos algoritmos, permitindo a comparação entre métodos de busca local e baseados em gradiente, como o *Hypervolume Indicator Gradient Ascent* (HIGA-MO) e o *Stochastic Local Search* (SLS). A principal contribuição do trabalho foi a formalização da multimodalidade na otimização multiobjetivo e a criação de métricas para avaliar a eficácia dos algoritmos na detecção das frentes de Pareto.

[Izzatullah, Leeuwen e Peter \(2019\)](#) no seu trabalho intitulado “Visualizing the Misfit Landscape for Full Waveform Inversion”, abordaram a visualização do espaço de solução no contexto da inversão sísmica, particularmente no problema da Inversão de forma de onda completa (FWI - do inglês, *Full Waveform Inversion*). A priori, eles investigaram a visualização de funções objetivo em problemas de otimização não lineares e, posteriormente, focaram na função objetivo utilizada no FWI. No estudo, os autores utilizaram a análise de componentes principais (PCA) permitindo a visualização das trajetórias de otimização em um espaço de baixa dimensão. A principal motivação dos autores para a visualização do espaço de solução foi entender a estrutura da função objetivo, que pode ser altamente não convexa, com múltiplos mínimos locais, o que dificulta a análise direta. Usando o modelo de referência *Marmousi* como exemplo, foi possível visualizar a trajetória do algoritmo de otimização, capturando as variações dominantes no caminho de descida e na curvatura do modelo. As principais contribuições do estudo incluem a adaptação do PCA para explorar o espaço de solução em problemas de alta dimensão e a comparação qualitativa de diferentes trajetórias de otimização.

Mais recentemente, [Dahshan et al. \(2024\)](#) propuseram uma abordagem para a visualização e análise de ensembles de simulações espaciais de alta dimensão. Os ensembles, nesse contexto, referem-se a conjuntos de simulações geradas a partir de diferentes condições iniciais ou parâmetros, representando a variabilidade e as incertezas nos modelos utilizados. Neste contexto, os autores desenvolveram uma ferramenta que permite a exploração interativa e intuitiva desses ensembles. A proposta de colaboração humano-computador, utilizando técnicas de visualização de informação, permitiu que os usuários visualizassem as interações e a variabilidade entre diferentes membros da simulação de forma mais acessível e compreensível. A visualização não apenas facilitou a análise dos dados complexos, mas também permitiu aos usuários identificar padrões, explorar diferentes cenários e compreender a distribuição das variáveis simuladas de maneira intuitiva.

3.6 Considerações gerais

Este capítulo oferece uma síntese das Visualizações de Espaços de Busca (SSVs) aplicadas a problemas de otimização. A partir de uma revisão bibliográfica, identificaram-se diversos estudos que utilizam técnicas de Visualização da Informação para facilitar a compreensão e a exploração desses espaços. Entre os pontos abordados, estão: a evolução temporal das SSVs em número de publicações, países e áreas de aplicação; a diversidade de técnicas empregadas para lidar com alta dimensionalidade e representar a estrutura dos espaços de busca; e a predominância de visualizações 2D – destacadamente gráficos de dispersão e coordenadas paralelas. Visualizações 3D foram pouco frequentes, mas tendem a ganhar espaço à medida que dispositivos de Realidade Virtual (RV) e Realidade Aumentada (RA) se popularizam.

Para distinguir SSVs voltadas a problemas de objetivo único e multiobjetivo, realizou-se uma análise detalhada das técnicas de visualização mais recorrentes nos artigos examinados. A maioria dos estudos recorreu a funções de *benchmark*, como a Função de *Rastrigin* e o conjunto de problemas DTLZ, bem como a problemas clássicos, como o Problema de Roteamento de Veículos (VRP) e o Problema do Caixeiro Viajante (TSP). Uma avaliação dos veículos de publicação indicou uma concentração de trabalhos em conferências e periódicos de Computação Evolutiva. Adicionalmente, analisaram-se as formas de interação oferecidas e a disponibilidade pública das soluções propostas.

O crescimento constante do número de artigos confirma a expansão do campo. Pesquisadores de várias regiões – com destaque para os Estados Unidos, o Reino Unido e a Alemanha – vêm liderando investigações sobre a visualização de espaços de solução. Apesar desse avanço, observa-se a escassez de bibliotecas e ferramentas de programação específicas, pois poucos estudos divulgaram códigos-fonte.

A visualização do espaço de solução também se mostra valiosa para análise visual e descoberta de conhecimento, ao possibilitar a exploração de dados complexos, a identificação de padrões e relações e a geração de novos *insights*. Ferramentas de visualização fornecem uma compreensão mais profunda do espaço de solução e podem apoiar a tomada de decisão e a solução de problemas baseadas em processos de otimização.

No período de janeiro de 2025 a maio de 2025, foi realizada uma ampliação do levantamento bibliográfico por meio de uma estratégia de *snowballing*, resultando na inclusão de mais 43 artigos relevantes. Essa abordagem foi adotada com o intuito de garantir uma cobertura mais abrangente e atualizada do tema em questão, permitindo a identificação de estudos que, embora não tenham sido inicialmente encontrados nos bancos de dados consultados, possuem relevância para a pesquisa.

SSV Explorer - *Solution Space Visualization Explorer*

Esse capítulo apresenta o SSV Explorer, uma ferramenta que permite a exploração interativa da produção científica sobre a visualização do espaço de solução de problemas de otimização. Para tanto, é realizada uma introdução à temática e são apresentados os principais módulos da ferramenta implementada. É importante ressaltar que um estudo proveniente desta ferramenta está em processo de submissão a um periódico.

4.1 Introdução

Com o propósito de compreender melhor a forma como as técnicas de visualização de informação têm sido empregadas na representação do espaço de solução em problemas de otimização, uma revisão sistemática da literatura foi realizada e detalhada no Capítulo 3. O levantamento inicial reuniu 264 artigos, dos quais 65 foram considerados mais pertinentes e, portanto, selecionados para análise detalhada quanto aos tipos de problemas abordados, as técnicas de visualização adotadas, entre outras características e/ou propriedades.

Embora essa filtragem ofereça um panorama consistente, ainda persistem desafios para comparar as diferentes abordagens, identificar estudos com características semelhantes e acompanhar a evolução da área de estudo de forma mais dinâmica e interativa. Além disso, a base bibliográfica demanda uma manutenção contínua a fim de sustentar pesquisas subsequentes e garantir a atualização do conhecimento.

Com o intuito de suprir essas lacunas, foi criado o SSV Explorer, um sistema web que possibilita a exploração interativa da produção científica sobre visualização do espaço de solução de problemas de otimização. Baseado no sistema BioVis (KERREN *et al.*, 2017), originalmente projetado para o domínio das biociências, o SSV Explorer foi adaptado para o contexto da otimização e oferece múltiplos recursos interativos que permitem realizar buscas por critérios específicos, análises estatísticas da base de dados e identificar tendências e lacunas na área. Outrossim, o sistema possibilita a

expansão colaborativa da base bibliográfica por meio de um formulário que permite a submissão de novos artigos por parte da comunidade científica. Atualmente, o SSV Explorer disponibiliza informações detalhadas sobre 108 artigos, com base na versão mais recente da revisão sistemática.

O SSV Explorer, que foi implementado em JavaScript, encontra-se disponível no endereço <<https://ivato.inf.ufg.br/index.php/ssvexplorer/>>. A Figura 4.1 mostra sua interface gráfica. Ela consiste em quatro partes: visão principal, painel lateral esquerdo, cabeçalho e rodapé. Cada uma dessas partes é detalhada a seguir.

4.2 Visão principal

A área central do sistema consiste em um gráfico de dispersão bidimensional dos artigos da revisão sistemática, onde cada artigo é representado pela miniatura de uma de suas figuras. As posições dessas miniaturas são calculadas por um processo que se inicia com a criação de uma matriz de dissimilaridade entre todos os pares de artigos. Esta matriz é calculada usando uma soma ponderada de diferentes métricas: para dados categóricos (como autores e tipos de problema) é utilizada a Distância de Jaccard, e para dados numéricos (como o ano) é usada uma diferença normalizada. Esta matriz final é então reduzida a duas dimensões por meio do *Multidimensional Scaling*. Antes de exibir o resultado, um algoritmo de resolução de colisão baseado em Quadtree ajusta as posições para evitar sobreposição, de modo que a distância no gráfico reflita, de forma aproximada, a dissimilaridade ponderada entre os artigos.

A visualização é interativa e possibilita ao usuário explorar os artigos de várias formas. A título de exemplo, ao passar o cursor sobre uma miniatura, o SSV Explorer exibe um *tooltip* com o título e o ano do artigo (Figura 4.2). O sistema também realça os trabalhos que possuem o maior grau de semelhança com o artigo analisado. Isso é feito por meio de linhas que conectam esses trabalhos. Sob cada artigo relacionado, surge um valor de similaridade entre 0 e 1,0; a forma de calcular esse valor será explicada mais adiante.

A tela principal da visualização também oferece suporte a operações de panorâmica e zoom (ampliar e reduzir). Sempre que o usuário altera o enquadramento padrão, o botão *Center* aparece no canto superior direito da tela, permitindo restaurar a visualização para sua configuração original de posição e escala.

Ao clicar com o botão esquerdo em qualquer miniatura, uma janela se abre com os detalhes do artigo selecionado (Figura 4.3). Nessa janela, a imagem relacionada ao trabalho aparece ampliada, acompanhada de título, autores e ícones que resumem seus atributos registrados na base bibliográfica. Há também um link para o arquivo BibTeX, que pode ser utilizado para citação. Na parte inferior, uma lista mostra os artigos mais

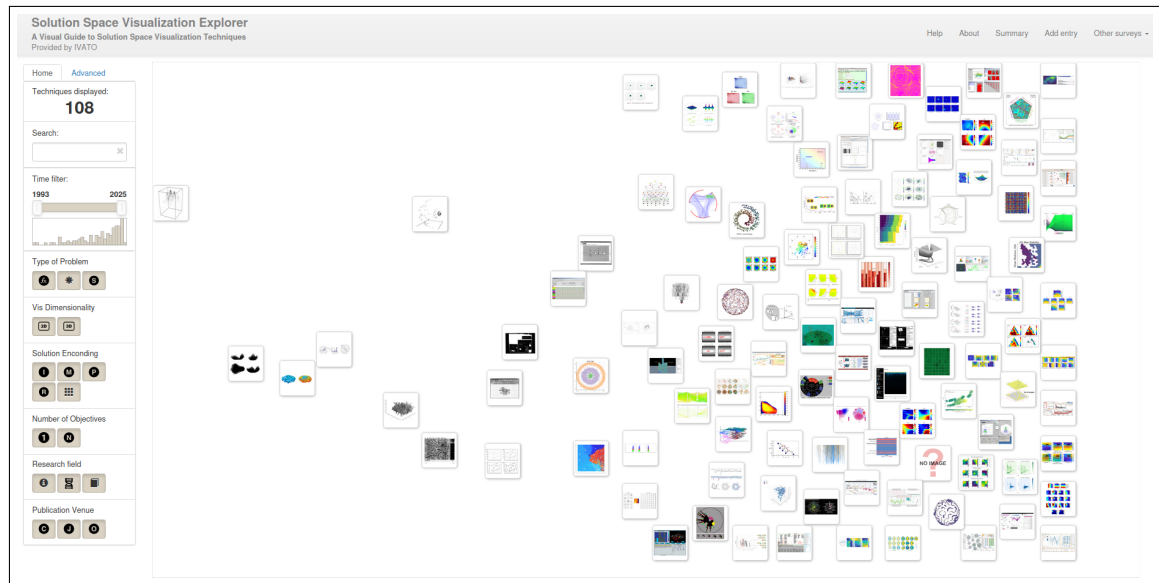


Figura 4.1: Visão principal do SSV Explorer.

semelhantes, ordenados pelos respectivos valores de similaridade, o que possibilita a exploração dos artigos relacionados sem a necessidade de voltar à tela anterior.

4.3 Painel Lateral

O painel lateral reúne funcionalidades interativas adicionais, distribuídas em duas abas. A primeira, intitulada **Home**, permite filtrar artigos com base nos atributos extraídos durante a revisão bibliográfica. O segundo, denominado **Advanced** e ilustrado na Figura 4.4, disponibiliza controles deslizantes que ajustam o peso atribuído a cada atributo empregado no cálculo de similaridade. A Tabela 4.1 relaciona os atributos utilizados para filtragem ou para o cálculo de similaridade, observando que apenas alguns servem para ambas as tarefas.

No SSV Explorer, a similaridade entre dois artigos é definida como o inverso de seu valor de dissimilaridade. Este, por sua vez, é obtido pela soma ponderada das distâncias entre os respectivos atributos (aqueles ilustrados na Figura 4.4 ou marcados como “sim” na coluna “Similaridade”). Atributos não numéricos são tratados como conjuntos — possivelmente vazios ou contendo um ou mais elementos — e, nesses casos, a distância entre dois conjuntos de um mesmo atributo é calculada por meio do índice de Jaccard.

A filtragem de artigos no sistema é organizada em oito seções. As alterações feitas em qualquer uma delas refletem-se imediatamente no painel *Home*, atualizando o número total de registros, ajustando a faixa cinza do histograma temporal ao novo intervalo de datas e destacando as miniaturas correspondentes na área principal. A primeira seção possibilita a busca por palavras-chave nos metadados dos artigos; a

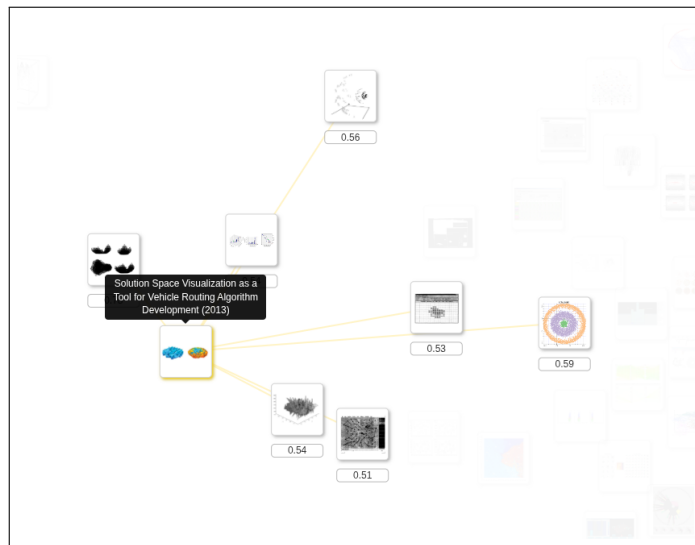
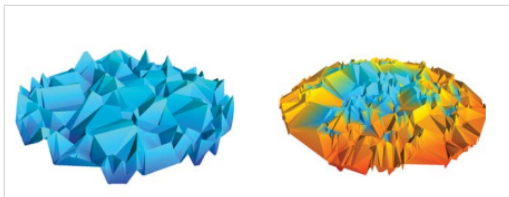


Figura 4.2: Ação do mouse sobre a miniatura.



Solution Space Visualization as a Tool for Vehicle Routing Algorithm Development (2013)

by Jussi Rasku, Tommi Karkkainen and Pekka Hotokka

✖

Reference: Jussi Rasku, Tommi Karkkainen and Pekka Hotokka. Solution Space Visualization as a Tool for Vehicle Routing Algorithm Development. Proceedings of the Finnish Operations Research Society 40 th Anniversary Workshop – FOR540, 2013

Institution: University of Jyväskylä - Department of Mathematical Information Technology, University of Jyväskylä - Finland

URL: Not found

Problem(s): VRP, TSP - **Area:** Optimization

Technique(s): MDS,3D Surface

Findings: We can observe the nature of the problem instance landscape and visualize the search trajectory of algorithms on the landscape. This approach can helps to understand the exploitation and exploration of the search algorithms.

[BibTeX](#)

Similar papers:

1. Techniques and Tools for Local Search Landscape Visualization and Analysis (2009) (similarity: 0.78)
2. A Visual Method for Analysis and Comparison of Search Landscapes (2015) (similarity: 0.59)
3. Visualizing High Dimensional Objective Spaces for Multi-objective Optimization : A Virtual Reality Approach (2007) (similarity: 0.56)
4. 2D and 3D representations of solution spaces for CO problems (2004) (similarity: 0.54)
5. An explainable visualisation of the evolutionary search process (2022) (similarity: 0.54)
6. The HuGS platform: a toolkit for interactive optimization (2002) (similarity: 0.53)

Figura 4.3: Visualização de detalhes de um trabalho selecionado.

Tabela 4.1: Atributos extraído dos artigos e suas relações com o filtro e cálculo de similaridade.

Atributo	Descrição	Filtro	Similaridade
Ano	Ano de publicação do artigo	Sim	Sim
Título	Título do artigo	Sim	Não
Autores	Autores do artigo	Sim	Sim
Tipo de Problema	Funções Benchmark, Problemas clássicos, Domínio Específico	Sim	Sim
Dimensão da visualização	2D ou 3D	Sim	Sim
Codificação da solução	Tipos de variáveis usadas para representar uma solução para o problema de otimização. Os valores possíveis são: Vetor Inteiro, Vetor Misto, Vetor de Permutação, Número Real e Outros.	Sim	Sim
Número de objetivos	Caracterização do problema como mono-objetivo ou multi-objetivo	Sim	Não
Área de Pesquisa	Área de pesquisa abordada no artigo. Os valores disponíveis são: Visualização da Informação, Computação Evolutiva e Outros.	Sim	Não
Veículo de publicação	Mídia em que o trabalho foi publicado. As opções são: Anais de Congresso, Periódico e Outros.	Sim	Não

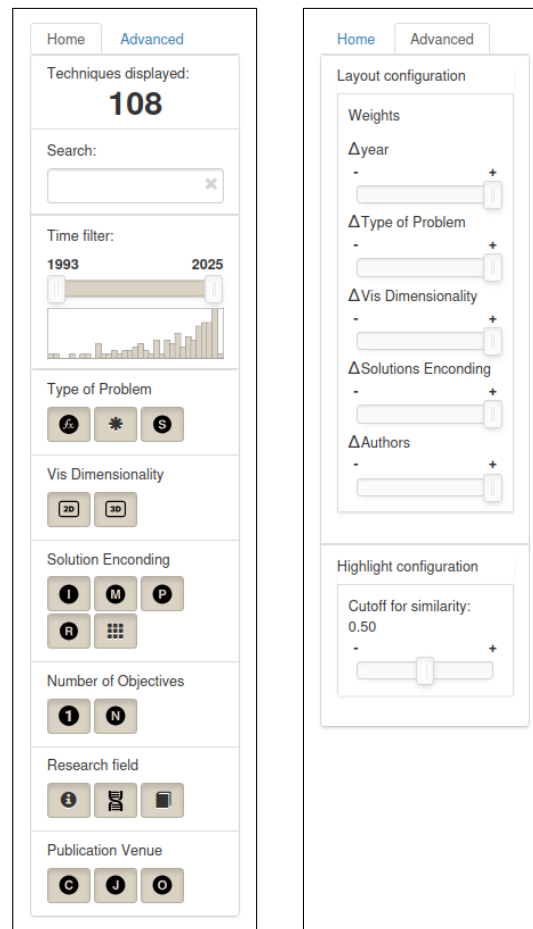


Figura 4.4: Abas do painel lateral.

segunda permite delimitar o período de publicação por meio de um filtro de tempo. As seis seções subsequentes possibilitam a inclusão de artigos com base em atributos adicionais, conforme descrito na Tabela 4.1. A interseção de todos os filtros define o conjunto resultante, ao passo que, dentro de cada uma das últimas seções, as opções selecionadas são combinadas por disjunção. Quando todas as opções permanecem ativas, o sistema exibe os 108 artigos disponíveis.

A aba *Advanced* reúne duas seções. Em *Layout configuration*, controles deslizantes permitem atribuir pesos diferenciados aos atributos, modulando sua influência no cálculo de similaridade; mover um controle totalmente para a esquerda (valor 0) exclui esse atributo da métrica. Já em *Highlight configuration*, outro controle deslizante define o limiar de similaridade: valores elevados impõem critérios mais estritos, restringindo a correspondência a artigos que compartilham numerosos atributos, enquanto valores mais baixos tornam o critério mais permissivo. Qualquer ajuste — seja nos pesos dos atributos, seja no limiar — repercute no posicionamento das miniaturas e nas relações de similaridade entre os artigos.

4.4 Cabeçalho e rodapé

O cabeçalho da interface apresenta informações gerais sobre o SSV Explorer e disponibiliza um menu com cinco opções. A opção *Help* direciona o usuário a uma página que contém um breve tutorial de utilização do sistema, enquanto *About* exibe os pesquisadores e as instituições responsáveis pelo projeto. Já a opção *Summary* abre a janela ilustrada na Figura 4.5, na qual são exibidas duas análises complementares: (i) uma caracterização quantitativa da literatura revisada, estruturada a partir dos atributos extraídos, e (ii) uma tabela que sintetiza os atributos de cada artigo por meio de notação simbólica.



Figura 4.5: Janela do sumário.

A opção *Add Entry* exibe um formulário que permite solicitar a inclusão de novas obras, conforme ilustrado na Figura 4.6. Após o preenchimento, o texto gerado deve ser

enviado por e-mail ao endereço ennio.silva@ifto.edu.br.

Add entry x

If you are an author of a peer-reviewed that presents a contribution missing in our survey, please feel free to submit an entry. If you wish to do so, please use the form below to generate a JSON entry, save it as a file and send it to [IVATO Research Group](#) together with

- a 100x100 px PNG thumbnail of your visualization, and
- a BibTeX reference file.

The publication URL provided in the form should preferably point to a DOI. You can also specify a separate URL for the software implementation or the online tool corresponding to your visualization technique, if applicable. Also, please acknowledge the fact that by submitting an entry, you provide us with permissions to use your image on this resource and in related publications.

Note: if you have trouble seeing the resulting entry after clicking the "Process" button, please check your Adblock settings (and add this website to the whitelist).

Short title	<input type="text" value="e.g., My New BioVis Technique"/>
Year	<input type="text" value="2017"/>
First author	<input type="text" value="e.g., John Doe"/>
Authors	<input type="text" value="e.g., John Doe and Jane Doe"/>
Problems	<input type="text" value="e.g., TSP, CRP"/>
Search Fields(s)	<input type="text" value="e.g., Physics, Engineering"/>
Techniques	<input type="text" value="e.g., ScatterPlot, Treemap"/>
Categories	<p>Type of Problem</p> <p>Vis Dimensionality</p> <p>Solution Encoding</p> <p>Number of Objectives</p> <p>Research field</p> <p>Publication Venue</p>
Reference	<input type="text" value="e.g., John Doe and Jane Doe. Great Long Title. Proceedings of a famous conference, pp. 100-105, 2017."/>
Institution	<input type="text" value="e.g., John Doe"/>
Research Group	<input type="text" value="e.g., Human-computer Interaction Group"/>
Country(ies)	<input type="text" value="e.g., USA, UK"/>
PubMed ID (PMID)	<input type="text" value="e.g., 123456789"/>
URL (publication)	<input type="text" value="e.g., http://dx.doi.org/0"/>
URL (implementation)	<input type="text" value="e.g., http://mysoftwareimplementation.org/"/>

Figura 4.6: Janela para adição de um novo artigo.

4.5 Explorando a literatura

Nesta seção, discutem-se e apresentam-se três casos de uso para a exploração da literatura por meio do SSV Explorer.

4.5.1 Entendendo a base de dados

Para obter uma visão geral das 108 referências, auxiliando na compreensão de suas características e diferenças comuns, podemos usar a seção superior do Resumo do SSV Explorer, mostrada na Figura 4.5. Ela informa, por exemplo, que 49 artigos do banco de dados foram apresentados em conferências, enquanto 45 foram publicados em periódicos e 14 em outros locais. Do conjunto total de artigos, apenas 19 eram estritamente na

área de visualização de informação; 33 deles estavam fortemente relacionados à computação evolutiva e a maioria (56) focava em outras áreas de pesquisa.

Mais quatro aspectos podem ser analisados usando as Janelas de Resumo, embora descrevam conjuntos não disjuntos. Um desses aspectos é a dimensionalidade da visualização. Como seria de se esperar, visualizações 2D são muito mais comuns (apareceram em 99 artigos) do que visualizações 3D (presentes em 26 artigos). Como a soma dessas quantidades é maior que o total de trabalhos, e cada artigo precisa estar em uma categoria, há trabalhos que utilizaram visualizações 2D e 3D. De fato, 17 artigos correspondem a essa condição. Eles podem ser identificados usando a tabela inferior da Janela de Resumo, buscando linhas nas quais as colunas 2D e 3D estão destacadas.

4.5.2 Identificando trabalhos mais antigos e mais novos

Para encontrar os artigos mais antigos e mais recentes no sistema SSV Explorer, os usuários podem interagir com o Filtro de Tempo, localizado na aba *Home*. Seu controle deslizante varia de 1993 a 2025, abrangendo todo o período da versão atual do banco de dados bibliográfico. Ajustando o controle deslizante direito para o valor mínimo, os usuários podem isolar e visualizar o estudo mais antigo incluído no banco de dados, que é “GRASPARC – A problem solving environment integrating computation and visualization” (1993). Por outro lado, movendo o controle deslizante esquerdo para o ano máximo, o sistema exibe as publicações mais recentes no momento – “A novel visualization enabled decision support framework for data-driven integrated design space exploration” (2025). A filtragem dinâmica pode ser restrita a qualquer outra janela temporal específica.

O filtro de tempo desempenha um papel muito importante no processo exploratório suportado pelo SSV Explorer, pois permite aos pesquisadores traçar o desenvolvimento histórico das técnicas de visualização do espaço de solução, observar tendências na frequência de publicações e identificar padrões temporais na adoção de métodos ou focos de pesquisa específicos. Isso é particularmente importante na área de visualização de informações aplicada a problemas de otimização, onde as técnicas evoluem rapidamente e novas publicações frequentemente refletem os desafios dessa área.

4.5.3 Filtrando trabalhos por tipo de problema abordado

O SSV Explorer permite filtrar os artigos com base no tipo de problema abordado. Essa categorização é feita em três tipos (benchmark, clássico e específico) e é realizada através do botão que representa a categoria no painel lateral esquerdo. Ao clicar na categoria desejada, o sistema mostra somente os trabalhos que foram classificados segundo o tipo de problema selecionado. Essa ação é de grande importância, pois permite

ao usuário identificar rapidamente estudos que tratam de problemas com características similares, facilitando a comparação das abordagens utilizadas. Ao agrupar artigos com base no tipo de problema, a ferramenta reduz a complexidade da busca e torna o processo de exploração mais direcionado e eficaz.

Além disso, o usuário pode identificar padrões e compreender melhor os desafios específicos de cada categoria de problema, facilitando a identificação de lacunas no conhecimento e a adaptação de abordagens de visualização, oferecendo, assim, um recurso valioso para pesquisadores que buscam aprofundar-se no campo da otimização e visualização de informação.

4.5.4 Encontrando um trabalho relacionado

Entre outras funcionalidades, o SSV Explorer oferece também a possibilidade de encontrar trabalhos semelhantes e/ou relacionados. A exemplo disso, ao passar o mouse sobre o artigo *A new visualization method in many-objective optimization with chord diagram and angular mapping* (2017), conforme ilustrado na Figura 4.7, é possível identificar quais artigos estão conectados a ele e qual o índice/grau de similaridade com cada um. A indicação de similaridade entre artigos pode ser mantida permanentemente visível por meio de um clique com o botão direito do mouse sobre a miniatura em foco. Dessa forma, as linhas de similaridade são destacadas na cor verde. Um segundo clique com o botão direito na mesma miniatura desativa essa visualização, enquanto clicar com o botão direito em outra miniatura redefine o artigo de referência, atualizando as conexões com base na nova seleção.

Considerando que o posicionamento das miniaturas é gerado para todo o conjunto de artigos, algumas das miniaturas destacadas que representam trabalhos semelhantes podem estar posicionadas distantes, o que pode levar a uma identificação enganosa da similaridade baseada apenas na distância espacial.

Não obstante, o objetivo dessa ação pode ser facilmente alcançado clicando na miniatura do artigo selecionado. Como ilustrado na Figura 4.8, o artigo mais semelhante tem um valor de similaridade de 0,76 e é intitulado “*Fitness Landscape Analysis of Genetic Programming Search Spaces with Local Optima Networks*(2023)”.

A importância dessa funcionalidade pode ser destacada principalmente pela exploração da base de dados de forma simples e eficaz, fornecendo rapidamente artigos relevantes que, de outra forma, poderiam ser difíceis de encontrar por meio de buscas tradicionais.

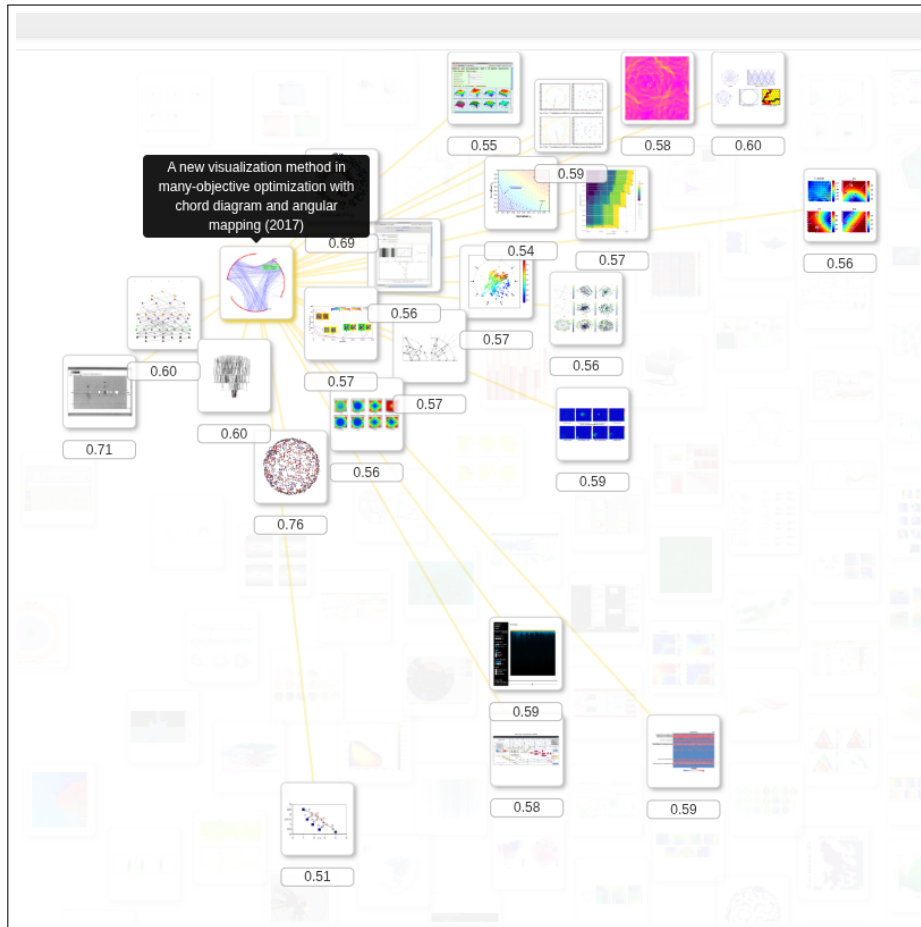
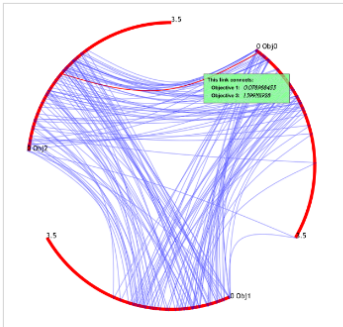


Figura 4.7: *Encontre o artigo mais relevante de um trabalho selecionado.*



A new visualization method in many-objective optimization with chord diagram and angular mapping (2017)

by Roozbeh Haghazari Koochaksaraei , Ivan Reinaldo Meneghini, Vitor Nazário Coelho and Frederico Gadelha Guimarães

Reference: Roozbeh Haghazari Koochaksaraei , Ivan Reinaldo Meneghini, Vitor Nazário Coelho and Frederico Gadelha Guimarães. A new visualization method in many-objective optimization with chord diagram and angular mapping. Journal Knowledge-Based Systems, 2017

Institution: Universidade Federal Fluminense, Universidade Federal de Minas Gerais - Institute of Computer Science, Universidade Federal Fluminense Department of Electrical Engineering, Universidade Federal de Minas Gerais

URL: <https://doi.org/10.1016/j.knsys.2017.09.035>

Problem(s): DTLZ - **Area:** Optimization

Technique(s): Chord Diagram

Findings: The proposed framework is able to map the individuals from Cartesian coordinate system to the arcs in circular layout. This mapping gives the ability of visualizing the high dimensional spaces in 2-D forms without any need to objective reduction.

[BibTeX](#)

Similar papers:

1. Fitness Landscape Analysis of Genetic Programming Search Spaces with Local Optima Networks (2023) (similarity: 0.76)
2. Visualising genetic algorithms: A way through the labyrinth of search space (2002) (similarity: 0.71)
3. Solution Space Visualization (2016) (similarity: 0.69)
4. Comparison of visualization approaches in many-objective optimization (2017) (similarity: 0.60)
5. Semantic Evolutionary Visualization (2017) (similarity: 0.60)
6. Modelling genetic improvement landscapes with local optima networks (2017) (similarity: 0.60)

Figura 4.8: *Detalhes do artigo de maior similaridade.*

4.6 Considerações gerais

Este capítulo apresenta o SSV Explorer, um sistema interativo que possibilita explorar e analisar estudos sobre visualização de espaços de busca. Baseado em uma revisão sistemática da literatura, o sistema permite que pesquisadores vejam os metadados dos estudos, encontrem tendências e façam análises estatísticas sobre como a visualização de informações é utilizada em problemas de otimização. Hoje, o banco de dados reúne informações de 108 estudos e permite que os próprios usuários adicionem novos dados.

Com isso, o SSV Explorer torna a literatura sobre o tema mais fácil de acessar e analisar. Assim, ele pode auxiliar os pesquisadores a navegar por um campo que ainda é fragmentado. A ferramenta possibilita encontrar trabalhos relacionados, ver como a área evolui e pode até orientar a criação de novas técnicas de otimização baseadas em visualização.

Uma taxonomia para análise e exploração interativa do espaço de solução de problemas de otimização

Este capítulo apresenta um estudo conceitual sobre técnicas de interação humano-computador voltadas para a análise e a exploração do espaço de solução no contexto de problemas de otimização. Uma nova taxonomia para a área é proposta, e uma discussão ampla a respeito dos objetivos relacionados às ações interativas possíveis é apresentada. Esse estudo possibilitou a apresentação do trabalho intitulado *Uma taxonomia para análise e exploração interativa do espaço de solução de problemas de otimização* no LV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.

5.1 Introdução

A seleção de uma técnica de visualização constitui uma etapa muito importante no desenvolvimento de qualquer sistema de apoio à decisão, pois depende diretamente da natureza dos valores a serem representados, da dimensionalidade do domínio e, sobretudo, das ações interativas que se pretende oferecer ao usuário. Nesse cenário, as taxonomias cumprem um papel decisivo ao organizar o conjunto de representações e interações, permitindo que projetistas e/ou desenvolvedores avaliem as vantagens e limitações de cada alternativa de forma sistemática. A contribuição de [Shneiderman \(1996\)](#), ao enumerar sete operações — visão geral, zoom, filtro, detalhe por demanda, relacionar, histórico e extrair — desloca o foco da discussão do “como” visualizar para o “o que” o usuário pode fazer durante a exploração de seus dados. Ainda assim, essa classificação permanece centrada no nível da tarefa, não contemplando sutilezas relacionadas às características intrínsecas dos próprios dados.

Nesse ponto, a taxonomia proposta por [Tory e Möller \(2002\)](#) adiciona uma perspectiva complementar ao categorizar técnicas segundo o modelo de conjunto de dados, explicitando diferenças fundamentais entre domínios contínuos e discretos e entre

variados graus de dimensionalidade. Ao associar a estrutura dos dados às possibilidades de representação visual, o esquema dos autores torna-se um guia prático para a escolha de técnicas ao projetar aplicações que exigem rigor na correspondência entre dado e forma de visualização. A integração dessas duas abordagens, focada, de um lado, nas ações do usuário e, de outro, na estrutura dos dados, constitui uma boa oportunidade para o delineamento de taxonomias mais abrangentes que consigam orientar tanto o desenho da interação quanto a seleção de representações visuais adequadas.

Quando se avança do campo geral da visualização de informação para o domínio particular da otimização interativa, essa necessidade de articulação torna-se ainda mais evidente. Em geral, as pesquisas reportadas na literatura que envolvem a participação humana no processo de otimização permitem a interação do usuário no aperfeiçoamento de uma única solução por vez. Uma alternativa que vem sendo explorada por outros autores consiste em ampliar essa interação, permitindo ao usuário ver e interagir com o espaço de solução do problema. Desta forma, permite-se ao usuário compreender a complexidade do problema, bem como identificar formas e ações que possam ser mais efetivas para resolvê-lo. Apesar das contribuições significativas nesta área, ainda não há um trabalho que traga um estudo mais amplo e estruturado das ações interativas sobre o espaço de solução de problemas de otimização. Isso evidencia a necessidade de uma compreensão mais ampla das inúmeras possibilidades de técnicas de interação que podem ser utilizadas para auxiliar na análise e exploração do espaço de solução como um todo. Dessa forma, este trabalho visa reduzir essa lacuna ao propor uma taxonomia de ações e objetivos voltados à análise e à exploração do espaço de solução no contexto de problemas de otimização.

5.2 Taxonomia proposta

A taxonomia proposta identifica ações interativas e fornece um conjunto de diretrizes que auxiliam na escolha das melhores interações para análise e exploração do espaço de solução. Os elementos dela foram delineados como uma generalização dos diferentes propósitos ou metas das interações contidas nos diversos trabalhos analisados e discutidos em [Silva et al. \(2020\)](#).

Para tanto, a taxonomia contém dois grupos principais de elementos: *ações* e *objetivos*. As ações interativas são categorizadas em dois níveis: *baixo* e *alto*. As ações de baixo nível sustentam as de alto nível e estas, por sua vez, são responsáveis por apoiar os *objetivos específicos*, os quais são meios para atingir um *objetivo geral*. A Figura 5.1 ilustra as camadas de dependência entre ações e objetivos na taxonomia proposta. Os elementos da taxonomia são analisados a seguir no sentido inverso, do objetivo geral para as ações de baixo nível.

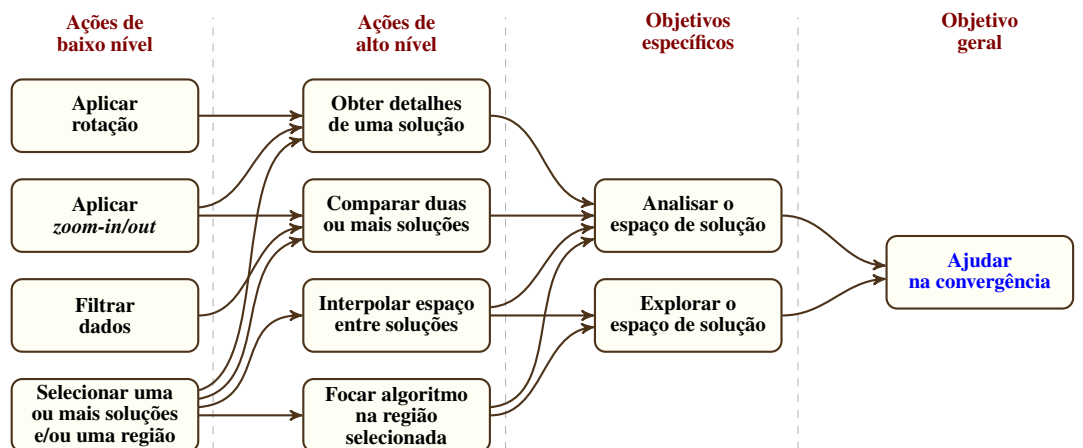


Figura 5.1: Taxonomia baseada nas ações interativas sobre o espaço de solução e seus objetivos.

O objetivo geral da taxonomia consiste em “Melhorar a convergência” do processo de otimização, ou seja, contribuir para encontrar uma solução de qualidade aceitável em um tempo razoável. Um aspecto importante neste ponto é entender a diferença entre os objetivos específicos, os quais incluem “Analisar o espaço de solução” e “Explorar o espaço de solução”. Analisar um espaço de solução implica estudar a estrutura do problema, identificando propriedades relevantes, como limites de viabilidade, convexidade e topologia do espaço. Essa análise pode fornecer percepções valiosas sobre possíveis formas de resolver o problema. Por outro lado, explorar um espaço de solução consiste em procurar melhores soluções por meio de algoritmos de busca. Esse processo de exploração normalmente envolve uma abordagem mais empírica, na qual a ideia é experimentar diferentes ações interativas para encontrar uma solução de melhor qualidade. Ambos os objetivos específicos são importantes e complementares na busca por uma boa convergência do processo de otimização interativa.

Já como ações interativas de alto nível, voltadas ao alcance dos objetivos específicos, encontram-se: “Obter detalhes de uma solução”, “Comparar duas ou mais soluções”, “Interpolador espaço entre soluções” e “Focar o algoritmo na região selecionada”. Essas ações estão detalhadas a seguir.

A obtenção de detalhes de uma solução mostra os valores das suas variáveis e como eles afetam a qualidade dessa solução, ao passo que a comparação entre duas ou mais soluções, apoiada pelo seu detalhamento, ajuda a identificar o que faz uma solução ter uma qualidade melhor ou pior do que a outra. Juntas, essas ações contribuem para o entendimento do porquê de algumas soluções estarem longe ou próximas uma das outras no espaço de solução e o que faz com que elas tenham a qualidade apresentada, permitindo, assim, uma compreensão da topologia do espaço de solução. Isso possibilita também “imaginar” novas soluções para o problema, as quais possivelmente levariam a regiões ainda não mapeadas do espaço de solução.

A interpolação entre soluções é uma ação que pode ser útil tanto para a análise quanto para a exploração do espaço de solução. Ela consiste em gerar um conjunto de soluções intermediárias para pares de soluções selecionadas, o que pode ser realizado, por exemplo, por meio de uma interpolação linear dos valores de suas variáveis. Esse processo ajuda a entender a relação entre as variáveis e a qualidade da solução, na medida em que as primeiras mudam gradualmente. Além disso, a interpolação produz novas soluções que refinam o espaço de solução, trazendo mais clareza sobre a função objetivo.

A ação de focar um algoritmo de otimização em uma região específica do espaço de solução, por sua vez, permite concentrar o processo de busca em áreas que podem ser promissoras, possibilitando uma exploração mais eficiente e efetiva do espaço de solução. Essa ação pode ajudar também a compreender melhor a topologia do espaço de solução, já que, como no caso da interpolação, leva a novas soluções que acabam por refinar a função objetivo na região escolhida.

Por fim, as interações de baixo nível referem-se às ações realizadas diretamente sobre a interface gráfica de um sistema de otimização interativa baseada em espaço de solução. As duas primeiras ações representadas na Figura 5.1, rotação (em visualizações 3D) e *zoom-in/out*, são destinadas a melhorar a percepção visual do espaço de solução. A ação de filtragem tem por objetivo possibilitar ao usuário o controle de quais variáveis e faixas de valores de variáveis vão ser estudadas, restringindo assim o espaço de solução. Essas três ações taxonomia proposta são importantes para fornecer uma visualização mais clara e detalhada do espaço de solução, permitindo ao usuário explorar e analisar de forma mais eficiente as soluções disponíveis, além de encontrar as melhores ações interativas propostas para ajudar na convergência do algoritmo. A última ação de baixo nível, seleção de uma solução, é base para as ações interativas que realizam algum processamento com base em soluções selecionadas.

Algumas outras ações interativas também são comuns em abordagens que trazem o elemento humano no processo de otimização (KLAU et al., 2002; NASCIMENTO, 2003). Por exemplo, certas abordagens permitem que o operador humano crie ou modifique uma solução manualmente, ou que relaxe momentaneamente as restrições do problema de forma a torná-lo mais fácil de ser resolvido pelos algoritmos de otimização. Todas essas ações são auxiliares ao processo de estudar e de resolver um problema de otimização, mas foram omitidas da taxonomia proposta porque não tratam diretamente da estrutura do espaço de solução.

5.3 Exemplo de uso da Taxonomia

Nesta seção, é mostrado como a taxonomia pode ser utilizada na classificação de trabalhos que empregam ações interativas por meio da visualização do espaço de solução

para a resolução de problemas de otimização. São apresentados seis trabalhos extraídos do conjunto de estudos revisados em [Silva et al. \(2022\)](#) que efetivamente construíram abordagens interativas e que fizeram uso de ações de baixo e de alto nível descritas na taxonomia proposta. A escolha dos trabalhos aqui apresentados levou em consideração os diferentes tipos de problemas de otimização e as abordagens utilizadas para resolvê-los ao longo dos últimos anos.

No primeiro trabalho, [Kollat e Reed \(2007\)](#) propuseram um *framework* de visualização interativa baseado na análise e na exploração do espaço de solução por meio de gráficos de dispersão 3D. Denominado *Visually Interactive Decision-making and Design using Evolutionary Multi-objective Optimization* (e abreviado como VIDEO), o *framework* foi testado com um problema de monitoramento de águas subterrâneas de longo prazo. As abordagens interativas propostas nesse trabalho permitem que os usuários realizem a navegação visual em grandes conjuntos de soluções multiobjetivos, auxiliando os tomadores de decisão na identificação de um ou mais projetos ideais. Por meio de algumas ações de baixo nível e da visualização, é possível obter detalhes de uma solução, comparar duas ou mais soluções e realizar ações que contribuam na análise e na exploração do espaço.

O segundo trabalho analisado, desenvolvido por [Rafiq \(2012\)](#), apresenta um sistema de otimização interativa que utiliza computação evolucionária para a resolução de um problema de design de barras de armadura para pilares biaxiais. Adotando gráficos de dispersão bi e tridimensionais, algumas ações de baixo nível que podem ser efetuadas no espaço de solução incluem: a rotação, o *zoom-in/out* e a seleção de uma ou mais soluções ou regiões. Essas ações, por sua vez, possibilitam ao usuário a obtenção dos detalhes de uma solução através de uma representação visual, a comparação de duas ou mais soluções, e o foco de um algoritmo genético em uma região selecionada, gerando novas soluções.

No terceiro trabalho, [Rasku, Kärkkäinen e Hotokka \(2013\)](#) construíram uma ferramenta de visualização do espaço de solução baseada na técnica MDS. Com o intuito de examinar uma superfície completa da função objetivo de instâncias do VRP (*Vehicle Routing Problem*) e do TSP (*Travelling Salesman Problem*), a ferramenta permite a exploração interativa com *zoom-in/out*, rotação e análise da trajetória das soluções em um espaço tridimensional de soluções. Os resultados apresentados neste estudo demonstram que a ferramenta pode ajudar os designers na modelagem de algoritmos de roteamento, especialmente no que se refere à busca local na vizinhança de soluções.

No trabalho desenvolvido por [Wesner \(2017\)](#), quarto trabalho aqui explanado, o autor apresenta um método de otimização multiobjetivo que permite ao usuário selecionar as soluções de sua preferência, utilizando gráficos de dispersão, sendo um gráfico para cada subconjunto de critérios a ser avaliado. Após essa seleção, um diagrama de Venn é gerado para permitir identificar a quantidade de soluções selecionadas que são únicas ou

Tabela 5.1: *Ações e objetivos abordados nos trabalhos analisados.*

Ações e Objetivos		Referência					
		1	2	3	4	5	6
Ações de baixo nível	Rotação	X	X	X		X	
	Zoom-in/out	X	X	X		X	
	Filtragem de dados					X	X
	Selecionar uma ou mais soluções e/ou região	X	X		X	X	X
Ações de alto nível	Obter detalhes de uma solução	X	X	X	X	X	X
	Comparar duas ou mais soluções	X	X		X	X	X
	Interpolar espaço entre soluções						
	Focar algoritmo na região selecionada		X			X	X
Objetivos específicos	Analisar o espaço de solução	X		X	X	X	X
	Explorar o espaço de solução	X	X			X	X

1: (KOLLAT; REED, 2007); 2: (RAFIQ, 2012); 3: (RASKU; KÄRKKÄINEN; HOTOKKA, 2013); 4: (WESNER, 2017); 5: (CAJOT et al., 2019); 6: (PARK et al., 2021b).

comuns a mais de um gráfico. Dado que se deseja analisar o espaço de solução, as ações que possibilitam atingir esse objetivo consistem na seleção de uma ou mais soluções e/ou regiões, na obtenção de detalhes de uma solução e na comparação entre duas ou mais soluções.

No quinto trabalho, Cajot et al. (2019) propuseram uma metodologia de suporte à decisão aplicada a um problema de planejamento urbano. A abordagem apresentada possibilita ao usuário utilizar coordenadas paralelas como um meio de explorar e direcionar o processo de geração de soluções. Além disso, gráficos de dispersão em 3D são utilizados para analisar os *trade-offs* das soluções obtidas. As ações que possibilitaram as interações incluem todas as de baixo nível e alto nível presentes na taxonomia, exceto a interpolação do espaço entre soluções. Essas ações estão relacionadas aos objetivos específicos de analisar e explorar o espaço de solução.

Por último, no sexto trabalho Park et al. (2021b) apresentam uma plataforma *web* de análise visual que simplifica o processo de ajuste de hiperparâmetros de redes neurais profundas. Utilizando um procedimento interativo e iterativo, por meio de diferentes técnicas de visualização como coordenadas paralelas e gráficos de dispersão, a plataforma permite aos usuários aperfeiçoar os espaços de busca com base em suas próprias observações. As ações de baixo nível, como filtrar e selecionar, permitem ao usuário obter detalhes, comparar soluções e focar o algoritmo em uma região do espaço de solução. Em um ambiente que não depende de um modelo específico, por meio da ferramenta desenvolvida, é possível entender os comportamentos intrínsecos de diversos algoritmos de busca e avaliar seus resultados, guiando o usuário na escolha de uma boa solução.

Na Tabela 5.1, são identificados quais objetivos específicos e ações foram abor-

dados por cada um dos trabalhos analisados. Pode-se perceber que esses trabalhos abordam um subconjunto dos elementos da taxonomia. No que diz respeito às ações de baixo nível, apenas [Cajot et al. \(2019\)](#) implementou todas elas e disponibilizou três das quatro ações de alto nível. Os demais trabalhos focaram principalmente na seleção de uma ou mais soluções e/ou região. Analisando as ações de alto nível, nota-se que todos os trabalhos abordaram a obtenção de detalhes de uma solução e a comparação entre duas ou mais soluções, demonstrando a preocupação dos pesquisadores na análise da qualidade das soluções observadas. Uma percepção interessante é que nenhum dos trabalhos analisados trouxe a ação de interpolar o espaço entre soluções. Portanto, tal ação poderia ser implementada em versões futuras dos sistemas desenvolvidos nessas pesquisas.

5.4 Considerações gerais

Com a taxonomia proposta e a partir da análise de trabalhos na literatura, percebe-se que é possível realizar uma classificação das ferramentas e sistemas interativos existentes por meio da identificação das ações e objetivos que implementam. Além disso, a taxonomia mostra-se como um importante instrumento para auxiliar na construção de novos sistemas interativos de suporte à decisão, fornecendo uma estrutura para entender os vários tipos de ações destinadas à análise e exploração do espaço de solução em problemas de otimização.

Como resultado, este estudo representa um passo importante para o aprimoramento da otimização interativa sobre o espaço de solução e para a expansão de seu uso em diferentes problemas.

SSVHints - *Solution Space Visualization Hints*

O presente capítulo tem como objetivo apresentar o SSV Hints, um *framework* de otimização interativa baseado na visualização do espaço de solução. Além disso, são explanados os componentes que definem sua estrutura e as ações interativas previstas dentro do processo de otimização. É importante frisar que o *framework* foi bem recebido pela comunidade científica e foi publicado como artigo completo intitulado *SSV Hints: Um framework de otimização interativa baseado na visualização do espaço de busca* (SILVA et al., 2024) no LVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO (Qualis A4).

6.1 Introdução

Por anos, a comunidade científica tem se dedicado ao estudo da otimização interativa para lidar com problemas altamente complexos. Utilizando as vantagens proporcionadas pelas técnicas de visualização de informação, diversos estudos têm sido conduzidos, apresentando sistemas ou *frameworks* para a resolução desses tipos de problemas. Rafiq (2012), por exemplo, apresenta um sistema de otimização interativa que utiliza computação evolucionária para a resolução de um problema de design de barras de armadura para pilares biaxiais. O trabalho apresenta gráficos de dispersão bidimensionais e tridimensionais que permitem ações interativas, como rotação, *zoom* e seleção de soluções, possibilitando ao usuário obter detalhes e comparar as soluções. Com o intuito de examinar uma superfície completa da função objetivo de instâncias do VRP (*Vehicle Routing Problem*) e do TSP (*Travelling Salesman Problem*), Rasku, Kärkkäinen e Hottokka (2013) construíram uma ferramenta de visualização do espaço de solução baseada na técnica *Multidimensional Scaling* (MDS). Em outro estudo, Wesner (2017) apresenta um método de otimização multiobjetivo que permite ao usuário selecionar as soluções de sua preferência, utilizando gráficos de dispersão e diagramas de Venn. Cajot et al. (2019) propuseram uma metodologia de suporte à decisão aplicada a um problema de planejamento urbano, utilizando coordenadas paralelas e gráficos de dispersão 3D para analisar os *trade-offs* das soluções obtidas. Mais recentemente, Park et al. (2021b) apresentaram

uma plataforma *web* de análise visual que simplifica o processo de ajuste de hiperparâmetros de redes neurais profundas, utilizando técnicas de visualização, como coordenadas paralelas e gráficos de dispersão, para permitir que os usuários aperfeiçoem o espaço de solução.

Independentemente do tipo de interação propiciada pelas abordagens existentes, há uma predominância de trabalhos que focam em uma aplicação específica, limitando-se à interação com uma única solução, à quantidade de variáveis de decisão ou à apresentação de interações voltadas a aspectos particulares do problema abordado. Verifica-se, assim, a necessidade de um *framework* que ofereça uma abordagem mais geral e flexível, capaz de ser adaptada a diferentes tipos de problemas e cenários. Nesse sentido, o presente trabalho contribui para a área ao apresentar um *framework* de otimização interativa denominado *Search-Space Visualization Hints* (ou *SSV Hints*, como uma extensão do *framework User Hints* proposto por [do Nascimento e Eades \(2005\)](#)). Um diferencial da abordagem é permitir a navegação tanto no espaço de busca (frequentemente mais amplo) quanto no espaço de soluções (geralmente mais restrito), adaptando-se às características do problema. Além disso, o *SSV Hints* incorpora ações interativas que permitem ao usuário criar novas soluções, compará-las, visualizá-las, e entender melhor a topologia do espaço de solução do problema estudado.

6.2 Estrutura do SSV Hints

O *SSV Hints*, *framework* proposto neste trabalho, é ilustrado na Figura 6.1. Comparativamente ao *User Hints* (Figura 2.6), ele é formado por 10 elementos: (1) um usuário que é especialista no domínio, (2) um conjunto de funções objetivo, (3) um conjunto de restrições, (4) um módulo com os métodos de otimização, (5) um conjunto de soluções (incluindo soluções inviáveis) que é modificado a partir de ações interativas ou dos métodos de otimização, (6) um módulo de registro de mudanças que é acionado a cada modificação no conjunto de soluções, (7) um conjunto de funções de qualidade, (8) um agente de melhor solução, responsável por guardar a melhor solução ou o conjunto de soluções não-dominadas, (9) uma ferramenta de visualização encarregada de realizar todo o pipeline de construção da estrutura topológica do espaço de solução e (10) um módulo composto pela representação visual do espaço de solução, das soluções individualmente com seus detalhes e do histórico de criação das soluções.

As principais diferenças em relação ao *framework* original, *User Hints*, são a manipulação de um conjunto de soluções ao invés de uma única solução por vez, a inclusão de um módulo de visualizações mais complexo (que apresenta não apenas a visualização de uma solução, mas do seu histórico de criação e do espaço de busca) e

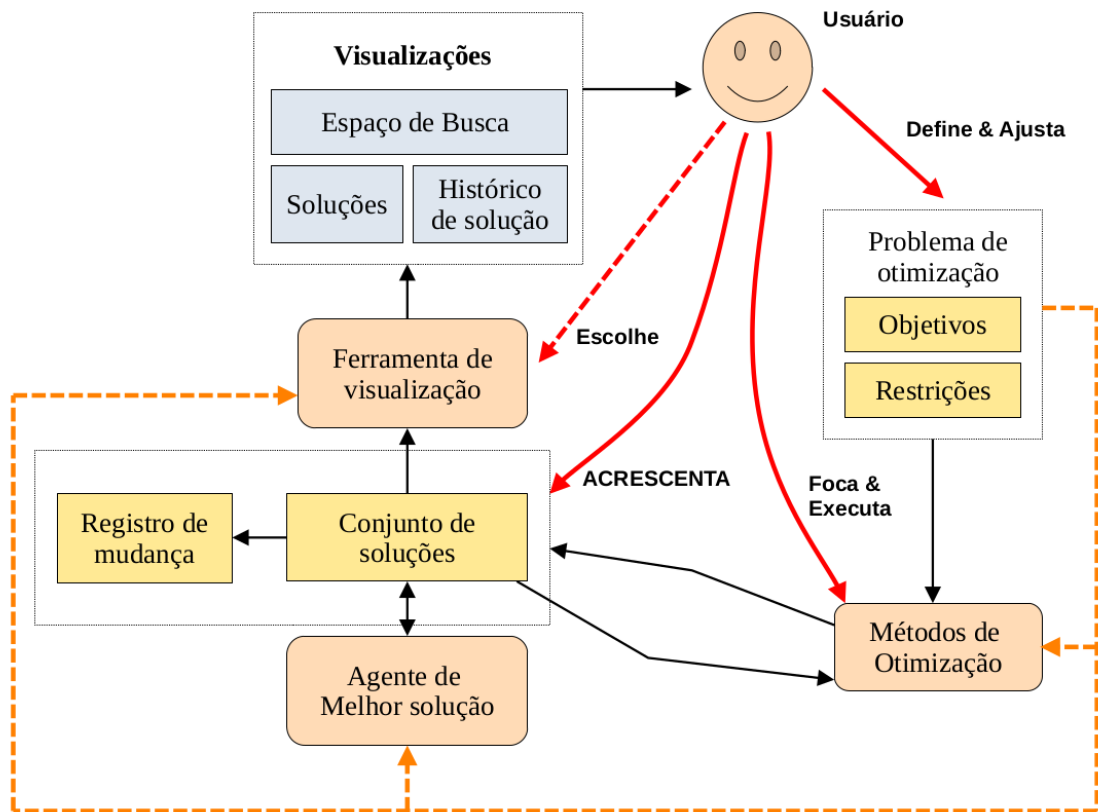


Figura 6.1: Estrutura do SSV Hints.

adaptações de outros elementos do sistema para lidar com a avaliação e a interação com múltiplas soluções.

Para a utilização do *SSV Hints*, é necessário definir primeiramente a(s) função(ões) objetivo e as restrições que caracterizam o problema de otimização. Em seguida, o processo de otimização é realizado em etapas como descrito abaixo:

- (i) Um conjunto de soluções iniciais é gerado manualmente pelo usuário ou por métodos computacionais. Cada uma dessas soluções tem sua qualidade avaliada;
- (ii) O agente de melhor solução é ativado. Caso o problema seja mono-objetivo, esse agente guarda a melhor solução; caso o problema seja multi-objetivo, uma ou mais soluções não-dominadas são armazenadas.
- (iii) A ferramenta de visualização gera a estrutura topológica para representação visual do espaço de solução para o usuário, destacando a(s) melhor(es) solução(ões). Ele também produz visões focadas nas soluções e do histórico de sua criação.
- (iv) O sistema espera as interações do usuário, que podem, de modo básico, se dá na forma de comunicação com todos os elementos do *framework*. Por exemplo, o usuário pode acionar um método de otimização para criar uma nova solução ou pode manualmente trabalhar sobre o conjunto de soluções para produzir novas. O desejável é que, mesmo que não representado na Figura 6.1, essa interação

se dê por meio da manipulação direta das visualizações de informação criadas. Assim, a interação humana utiliza a ferramenta de visualização para entrada de dados como também a aciona para gerar *feedback*. Essa interação ocasiona ainda uma ação do agente de melhor solução quando a definição do problema ou o conjunto de soluções é modificado. As mudanças no conjunto de soluções refletem na modelagem e na representação visual do espaço de solução. É importante frisar, além disso, que toda alteração no conjunto de soluções deve ser anotada no registro de mudança, para fins de rastreamento da sua evolução temporal.

- (v) A ação interativa do usuário pode ser repetida diversas vezes até que ele esteja satisfeito com as melhores soluções encontradas ou com o entendimento obtido do espaço de solução.

A seguir, são detalhadas as ações possíveis a serem executadas pelo usuário e o funcionamento dos demais elementos do *framework*.

6.3 Ações interativas

Na representação do *SSV Hints* na Figura 6.1, é possível verificar, por meio das setas vermelhas, as ações interativas que o usuário pode realizar durante o processo de otimização, sendo estas:

Define & ajusta – permite ao usuário alterar a função objetivo e adicionar/remover restrições. Desta forma, o usuário pode inserir conhecimentos de domínio do problema e explorar diferentes tipos de solução.

Foca & executa – ‘focar’ significa aplicar um método a partir de uma solução ou mais soluções do conjunto de soluções, produzindo novas soluções. Por outro lado, ‘executar’ significa escolher um algoritmo e parametrizá-lo de acordo com as preferências do usuário para a construção de novas soluções.

Acrescenta – conjunto de ações interativas que o usuário pode utilizar para a criação e adição de soluções no Conjunto de Soluções e, conseqüentemente, para a exploração do espaço de solução do problema a ser resolvido. As ações disponíveis são descritas a seguir.

- **Criação de soluções** – o usuário pode criar uma quantidade específica de soluções, parametrizando-as de acordo com sua preferência. Essa ação pode ser realizada na produção de soluções iniciais e também durante o processo de otimização.
- **Interpolação entre soluções** – consiste em gerar um conjunto de soluções intermediárias para pares de soluções selecionadas, o que pode ser realizado, por exemplo, por meio de uma interpolação linear dos valores de suas variáveis.

Esse processo ajuda a entender a relação entre as variáveis e a qualidade da solução, na medida em que as primeiras mudam gradualmente. Além disso, a interpolação produz novas soluções que refinam o espaço de solução, trazendo mais clareza sobre a função objetivo.

- **Combinação linear entre soluções** – esta ação pode ser realizada entre duas ou mais soluções. Quando realizada, um parâmetro escalar pode ser definido para potencializar elementos de uma solução em detrimento de outra. Assim como a interpolação, a combinação linear entre soluções tem como objetivo explorar áreas do espaço ainda desconhecidas.

As ações de criação, interpolação e combinação entre soluções aqui descritas criam novas soluções e modificam o conjunto de soluções. Toda modificação realizada no conjunto de soluções gera um registro de mudança. Esse registro guarda a data/hora em que a solução foi criada, qual método e/ou ação gerou essa solução e, caso existam, as soluções utilizadas para a criação dessa nova solução. A ideia é permitir a rastreabilidade das soluções durante o processo iterativo e interativo da otimização. Nesse contexto, o agente de melhor solução será responsável por identificar, durante a criação de novas soluções, as soluções de melhor qualidade. Se o problema em questão for multiobjetivo, há a possibilidade de apresentar um conjunto de soluções não dominadas.

Escolhe – o usuário pode interagir com a ferramenta e escolher uma forma diferente de visualizar ou obter mais detalhes a respeito do espaço ou das soluções nele contidas.

Dentre as interações possíveis, há ações interativas de baixo nível, filtragem de dados e seleção de soluções ou regiões específicas. No que diz respeito às ações interativas de baixo nível, a aplicação de rotação e *zoom-in/out* são operações naturais em vários tipos de representação visual. Através dessas ações, permite-se que o usuário explore diferentes ângulos e escalas da visualização, desde uma visão geral de uma grande seção do espaço de solução até um nível de detalhe mais fino. Dessa forma, possibilita-se a identificação de padrões ou estruturas desse espaço.

A filtragem de dados e a seleção de uma ou mais soluções e/ou de uma região do espaço fazem sentido tanto em uma visualização bi e tridimensional. O filtro, por exemplo, pode ser baseado na qualidade (valor da função objetivo) e ser implementado por meio de um *slider*, um controle deslizante que permita ao usuário ajustar um valor em um intervalo. Já o processo de seleção de uma ou mais soluções pode ser efetuado por meio de cliques com o ponteiro do *mouse* sob as representações das soluções, ocasionando a mudança de suas respectivas cores a fim de indicar a efetividade da ação.

A seleção de uma solução também pode ser adotada como base para as ações de alto nível, como obter e mostrar informações mais descritivas de uma solução ou apoiar as ações de comparação. A obtenção de detalhes de uma solução mostra os valores de suas

variáveis e como elas afetam a qualidade dessa solução, ao passo que a comparação entre duas ou mais soluções, apoiada pelo seu detalhamento, ajuda a identificar o que faz uma solução ter uma qualidade melhor ou pior do que outra. Juntas, essas ações contribuem para o entendimento do porquê de algumas soluções estarem longe ou próximas uma das outras no espaço de solução e o que faz com que elas tenham a qualidade apresentada, permitindo, assim, uma compreensão da topologia do espaço de solução. Isso possibilita também “imaginar” novas soluções para o problema, as quais possivelmente levariam a regiões ainda não mapeadas do espaço de solução.

6.4 Funções de qualidade

Funções de qualidade fazem parte, implicitamente, do *framework* e são utilizadas para calcular o atendimento de uma solução aos objetivos e às restrições do problema de otimização. Soluções que violam mais restrições normalmente recebem uma qualidade inferior quando comparadas àquelas que não o fazem. Para soluções viáveis, a sua qualidade pode ser definida pelo objetivo do problema (quando mono-objetivo) ou pela relação de dominância entre os elementos do conjunto de soluções. O *SSV Hints* prevê que o usuário pode alterar a definição do problema de otimização em tempo de execução, o que faz com que a qualidade de todas as soluções já construídas deva ser recalculada quando isso acontece.

6.5 Métodos de otimização

Diversos métodos de otimização podem ser adotados no *framework*, incluindo métodos que constroem soluções com base na definição do problema e métodos que criam novas soluções a partir da modificação de uma ou mais soluções já existentes, indo de métodos exatos (possivelmente focados em uma subparte do problema) a métodos aproximativos, heurísticos ou meta-heurísticos. As novas soluções criadas são sempre acrescentadas ao conjunto de soluções, e as modificações são anotadas no registro de modificação.

6.6 Ferramenta de visualização

A ferramenta de visualização é responsável por todo o *pipeline* que gera a representação visual do espaço de solução, o detalhamento de solução, bem como do seu histórico (vindo do registro de mudanças). Dependendo da maneira de implementação do sistema interativo e/ou problema estudado, essas três visualizações podem ser realizadas

de maneira conjunta ou separada. O histórico de solução pode ser usado, inclusive, para demonstrar como os métodos de otimização e a ação humana permitem navegar pelo espaço de solução, escapando de mínimos locais e explorando regiões promissoras.

Para construir a topologia do espaço de solução e sua visualização, é necessário seguir uma sequência de passos detalhados. Primeiro, deve-se determinar uma medida de distância entre as soluções (usando suas variáveis), o que pode variar de acordo com o tipo de problema. Em seguida, calcula-se a qualidade de cada solução com base na definição do problema, atribuindo um valor que reflete seu desempenho ou adequação.

Para a visualização dessa topologia, se o problema envolver muitas variáveis, pode-se aplicar uma redução de dimensionalidade (utilizando técnicas como a Análise de Componentes Principais ou *t-Distributed Stochastic Neighbor Embedding*), projetando as soluções em um plano ou espaço 3D de menor dimensão. O próximo passo é a normalização dos dados, ajustando todas as dimensões e medidas para uma escala que promova uma representação visual consistente e comparável. Por fim, pode-se realizar também uma interpolação espacial, como a *krigagem*, para gerar uma região contínua que represente uma possível distribuição das qualidades das soluções na região do espaço desconhecida. Essa interpolação, combinada com uma representação visual da qualidade usando cores ou o atributo de altura de marcas visuais (em visualizações 3D), oferece uma percepção intuitiva da possível topologia do espaço de solução.

Assim, uma sequência de passos para a construção da topologia do espaço de solução para sua visualização pode ser: (1) cálculo da diferença entre as soluções, (2) cálculo da qualidade de cada solução, (3) redução de dimensionalidade, (4) normalização ou escalonamento, e (5) interpolação espacial.

6.7 Considerações gerais

O SSV Hints representa uma contribuição significativa ao campo da otimização interativa, destacando-se pela sua abordagem baseada na visualização do espaço de solução e na integração de ações interativas. Seu design permite que o usuário não apenas visualize as soluções de forma intuitiva, mas também participe ativamente do processo de exploração do espaço de soluções, criando, modificando e avaliando soluções com base em seu conhecimento especializado. A flexibilidade proporcionada pelo *framework* é um dos seus pontos fortes, permitindo adaptações a uma variedade de problemas de otimização e a inclusão de diferentes métodos de otimização e interações, o que o torna uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas complexos. A adequação do SSV Hints a um novo problema de otimização consiste em definir os elementos do *framework* conforme descritos na Seção 6.2, particularmente nos itens das Seções 6.4, 6.5 e 6.6. Por fim, a rastreabilidade das modificações realizadas durante o processo de otimização é um

recurso essencial para garantir a transparência e um entendimento mais aprofundado da evolução das soluções.

Seismic Inversion Hints – Uma aplicação para Inversão Sísmica

Este capítulo apresenta o problema da Inversão Sísmica, explica a aplicação *Seismic Inversion Hints*, que adapta os conceitos do SSV Hints a este contexto e, por fim, apresenta os resultados de sua utilização.

7.1 Fundamentação sobre Inversão Sísmica

Um dos principais desafios da indústria de petróleo e gás é a exploração de novos campos de hidrocarbonetos e, por isso, vários métodos são empregados no estudo do subsolo terrestre com o objetivo de analisar a viabilidade da exploração, estimando os potenciais reservatórios e projetando a perfuração de poços (MEDEIROS, 2005; ROCHA, 2013).

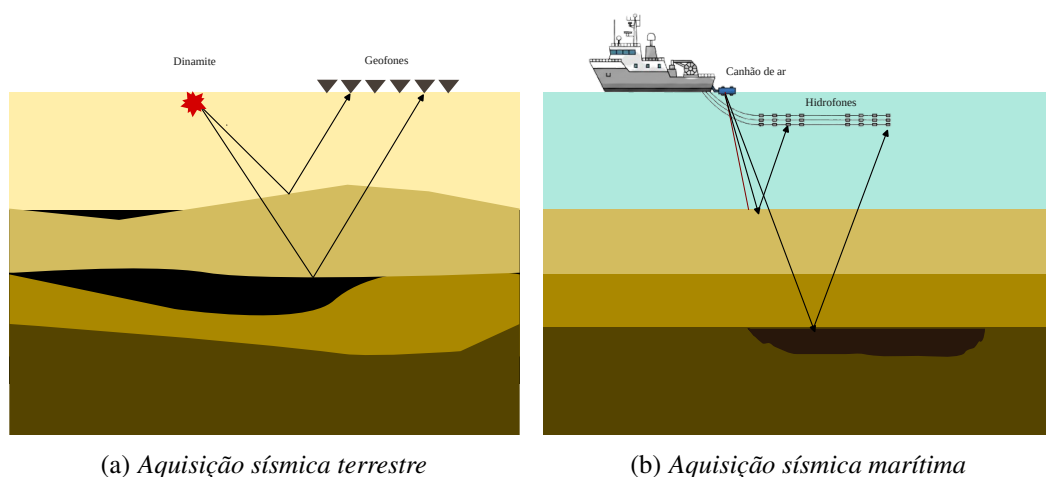


Figura 7.1: Modelo de aquisição sísmica terrestre e marítima.

Neste contexto, o método de reflexão sísmica tem sido amplamente empregado devido à sua capacidade de gerar uma imagem da subsuperfície (REVELO; SANTOS;

LADINO, 2018). A técnica básica consiste em gerar ondas sísmicas por meio de explosivos, canhões de ar comprimido ou outra fonte sísmica e coletar as reflexões associadas às diversas interfaces na subsuperfície (refletores) usando receptores geofones ou hidrofones. A Figura 7.1 ilustra o exemplo de duas aquisições sísmicas: uma terrestre e outra marítima. É possível perceber os diferentes tipos de técnicas utilizadas para gerar ondas sísmicas e os diferentes sensores para coletar os sinais reflexivos resultantes.

O conjunto de dados obtidos é formado pelo tempo que cada onda levou entre a fonte e a captação pelos receptores, e a sua respectiva amplitude. Os tempos de chegada de cada reflexão são relacionados às velocidades de propagação da onda em cada camada; a amplitude, por sua vez, está associada ao contraste de impedância acústica (MATOS, 2004). Juntamente com outros dados geofísicos, os dados sísmicos podem fornecer informações sobre a estrutura e a distribuição dos tipos de rocha, permitindo o imageamento da subsuperfície analisada na forma de modelos de velocidade, entre outros tipos de dados. De modo geral, este é o processo da Inversão Sísmica: transformar os dados sísmicos em parâmetros que permitam modelar as estruturas de uma subsuperfície (ROCHA, 2013).

O problema de inversão sísmica caracteriza-se por ser contínuo, mal posto e complexo, dada sua elevada quantidade de variáveis (alta dimensionalidade) e a ausência de todas as informações necessárias para se encontrar com exatidão a estrutura da subsuperfície (REVELO; SANTOS; LADINO, 2018; SIQUEIRA; BARTOLO; SOUZA, 2019). Diversas abordagens já foram apresentadas na literatura para enfrentar esse desafio, entre as quais a Inversão de Forma de Onda Completa (FWI, *Full Waveform Inversion*) se sobressai como uma das mais relevantes. Proposta por (TARANTOLA, 1984), o FWI tem como objetivo a obtenção de um modelo de velocidade (ou um par de modelos de velocidade e densidade) que seja o mais próximo possível do real. Consiste em um processo iterativo de minimização do erro entre os dados obtidos a partir da simulação do problema de propagação de ondas (dados sintéticos) e os dados experimentais (dados observados).

Essa simulação envolve a resolução da equação da onda acústica que, em uma versão simples para um modelo 3D, pode ser definida como:

$$\frac{1}{c^2(x, y, z)} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 u(x, y, z, t) = F(x, y, z, t), \quad (7-1)$$

onde $u(x, y, z, t)$ representa o campo de pressão no qual se formam ondas que propagam com velocidade $c(x, y, z)$ em cada posição (x, y, z) ao longo do tempo t , $\nabla^2 u$ é o laplaciano e $F(x, y, z, t)$ indica o sinal da fonte sísmica na referida posição. O sinal da fonte é geralmente pontual. Ou seja, $F(x, y, z, t) = 0$ para as posições (x, y, z) em que não há fonte sísmica.

Conforme ilustra o fluxograma na Figura 7.2, o processo de inversão sísmica

geralmente inicia-se com a aquisição de dados sísmicos e a geração de um sismograma observado. Em seguida, constrói-se um modelo de velocidade inicial que passará por uma modelagem direta, a qual permitirá a obtenção de um sismograma calculado. É, então, realizada a comparação entre o sismograma observado e o sismograma calculado. A diferença entre esses sismogramas refere-se à medida de *desajuste* (ou, no inglês, de *misfit*) do modelo avaliado e evidencia a qualidade da solução representada por esse modelo.

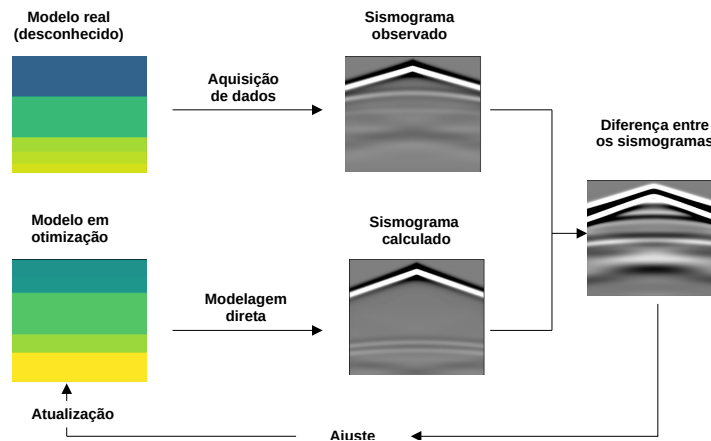


Figura 7.2: Processo iterativo do FWI.

Há diversas maneiras de calcular o desajuste, sendo uma baseada na Norma L2, expressa na Equação (7-2), a mais comumente utilizada.

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(d_i^{\text{observado}} - d_i^{\text{calculado}} \right)^2, \quad (7-2)$$

onde Φ é a função de *misfit*, $d_i^{\text{observado}}$ e $d_i^{\text{calculado}}$ são os dados dos sismogramas observados e calculados, respectivamente, no ponto i , e n é o número total de pontos de dados. Após o cálculo do desajuste, realiza-se uma modificação/atualização no modelo em otimização, e o processo continua até que o desajuste atinja o valor mínimo determinado pelo algoritmo de otimização.

Há, essencialmente, duas categorias de métodos para a solução deste problema: os métodos determinísticos e os estocásticos. Os métodos determinísticos, tradicionalmente, utilizam técnicas baseadas em derivadas para otimizar a função objetivo, o que demanda um alto custo computacional¹. Apresentam, ainda, precisão limitada a mínimos locais. Estes métodos são interessantes, pois convergem rapidamente para um mínimo.

¹Métodos baseados em derivadas comumente realizam uma modelagem direta seguida de uma modelagem inversa que retro-propaga erros, integrando, então, os dois resultados. Isso significa que eles precisam guardar o campo de propagação de onda no tempo (o que consome na casa de Terabytes para matrizes 3D de grande dimensão) ou têm que recalculá-los alguns desses campos de onda em tempo de execução.

Entretanto, eles precisam de um modelo inicial de boa qualidade para encontrar o mínimo global (COSTA et al., 2019).

Os métodos estocásticos, por sua vez, efetuam buscas no espaço global de modelos e, por isso, podem estimar um bom modelo mesmo sem ter uma estimativa inicial próxima ao mínimo global. Revelo, Santos e Ladino (2018) demonstraram a eficácia dos métodos estocásticos, como o Algoritmo Genético (GA) e a Otimização por Enxame de Partículas (PSO) obtendo boas soluções mesmo com um número elevado de parâmetros. No entanto, essa abordagem exige muitas iterações para a convergência, o que limita sua aplicação em inversões mais complexas. Por outro lado, essa abordagem geralmente necessita de muitas iterações para a convergência, fato que dificulta sua aplicação em inversões com muitos parâmetros.

Uma alternativa promissora aos métodos determinísticos ou estocásticos para o problema de inversão sísmica é o uso de abordagens híbridas, que buscam combinar o melhor das duas abordagens: a capacidade de exploração global dos algoritmos estocásticos e a rapidez de convergência das técnicas determinísticas baseadas em gradiente. Esse equilíbrio permite mitigar a dependência de um modelo inicial próximo da solução real e, ao mesmo tempo, evitar a convergência prematura para mínimos locais, ampliando o potencial de recuperação precisa das propriedades da subsuperfície, mesmo em cenários complexos. Nesse contexto, Moura et al. (2020) propõem um método híbrido para *Full Waveform Inversion* (FWI) que combina *Particle Swarm Optimization* modificada com busca local via gradiente, aliado a uma estratégia de inversão progressiva por camadas, eliminando a necessidade de um modelo inicial próximo do real. Testado no modelo sintético Marmousi 2D, o método recuperou com boa precisão as estruturas do subsolo, apresentando melhor definição nas partes profundas em comparação ao FWI tradicional, mesmo quando este utilizou um modelo inicial desafiador. Entretanto, pôde-se notar uma dificuldade do método em inverter o modelo em grandes profundidades.

7.2 Adaptação do SSV Hints para o problema de inversão sísmica

O foco desta seção é a apresentação do *Seismic Inversion Hints*, uma adaptação do *framework* SSV Hints para a resolução do problema de inversão sísmica. Nesse sentido, as próximas subseções são dedicadas a descrever cada um dos componentes que estruturam essa abordagem.

7.2.1 Definição da Solução

No contexto do problema de inversão sísmica, a solução buscada é a representação da subsuperfície que melhor explica os dados sísmicos observados. Essa solução é caracterizada pelo modelo de velocidade, que quantifica a distribuição espacial das velocidades de propagação das ondas sísmicas. O modelo de velocidade, por sua vez, descreve a variação espacial da velocidade de propagação das ondas sísmicas no meio e a forma mais comum de representá-lo é através de uma matriz (1D, 2D ou 3D), na qual cada célula contém o valor da velocidade (V_p) naquele ponto específico do espaço.

A estrutura do modelo pode assumir diferentes dimensões de representação, dependendo do nível de detalhamento e da complexidade requerida. Modelos unidimensionais (1D) consideram apenas a variação da velocidade com a profundidade, sendo úteis para estudos iniciais e simplificados. Modelos bidimensionais (2D) incorporam variações verticais e laterais. Já os modelos tridimensionais (3D) permitem capturar uma representação espacial mais completa, aproximando-se de forma mais fiel da realidade.

Para o escopo deste trabalho, a representação da subsuperfície é realizada por meio de um modelo de velocidade bidimensional. A escolha por esta dimensionalidade justifica-se por oferecer um balanço vantajoso entre a realidade e o custo computacional. Um modelo com essa dimensão é capaz de capturar variações laterais de velocidade, essenciais para a interpretação de estruturas complexas, ao mesmo tempo que mantém a carga computacional em um nível compatível com as exigências de um sistema de análise interativo.

No que se refere à qualidade da solução, esta é calculada e analisada sob duas perspectivas. Na primeira, adota-se a medida de desajuste (*misfit*) entre os sismogramas observados e os sismogramas calculados a partir da simulação da propagação sísmica no modelo de velocidade que representa a solução. Esse desajuste quantifica o quanto a solução reproduz o experimento real, servindo como indicador primário de progresso e diagnóstico de convergência. Na prática, utiliza-se a função objetivo descrita na Equação 7-2.

A segunda perspectiva consiste na análise de dominância da solução. Esta abordagem representa uma inovação dentro do contexto do problema, pois eleva a avaliação da qualidade da solução para além de uma métrica de erro total, como o erro L_2 agregado. Nesse contexto, a inversão é tratada como um problema de otimização multiobjetivo, onde os objetivos são definidos como os erros (desajustes) em cada instante de tempo da simulação. Contudo, em vez de aplicar a dominância de Pareto padrão, o *framework* adota uma abordagem sequencial que estabelece uma hierarquia de importância entre os objetivos.

O processo de comparação de dominância inicia-se com a obtenção da matriz de diferença para cada solução. Esta matriz representa o desajuste entre o sismograma calculado da solução e o sismograma observado, onde cada linha corresponde a um

instante de tempo (t) e cada coluna a um receptor ou tiro específico. Conforme ilustrado pela Figura 7.3, a comparação é realizada de forma sequencial, começando pela primeira linha ($t = 0$). É realizada uma espécie de “competição” ponto a ponto entre a Matriz de Diferença da Solução A e a da Solução B para a linha $t = 0$. Para que a Solução A seja considerada vencedora no instante $t = 0$, ela deve dominar a Solução B naquela linha. Isso ocorre se, para todos os pontos da linha $t = 0$, o desajuste de A for menor ou igual ao de B, e em pelo menos um ponto for estritamente menor. O resultado dessa comparação em $t = 0$ define o fluxo: 1) Se A domina B em $t = 0$: A Solução A é declarada dominante no geral e a análise termina; 2) Se B domina A em $t = 0$: A Solução B é declarada dominante e a análise termina; 3) Se nenhuma domina a outra em $t = 0$: Isso acontece se A é melhor em alguns pontos e B é melhor em outros. Neste caso, o sistema as considera “equivalentes” nesta etapa e passa para a próxima linha ($t = 1$) para decidir o desempate. Este processo é repetido para $t = 1$, $t = 2$, e assim por diante. Se o sistema varrer todas as linhas da matriz e nenhuma solução dominar a outra, elas são consideradas iguais no que diz respeito a esta análise de dominância.

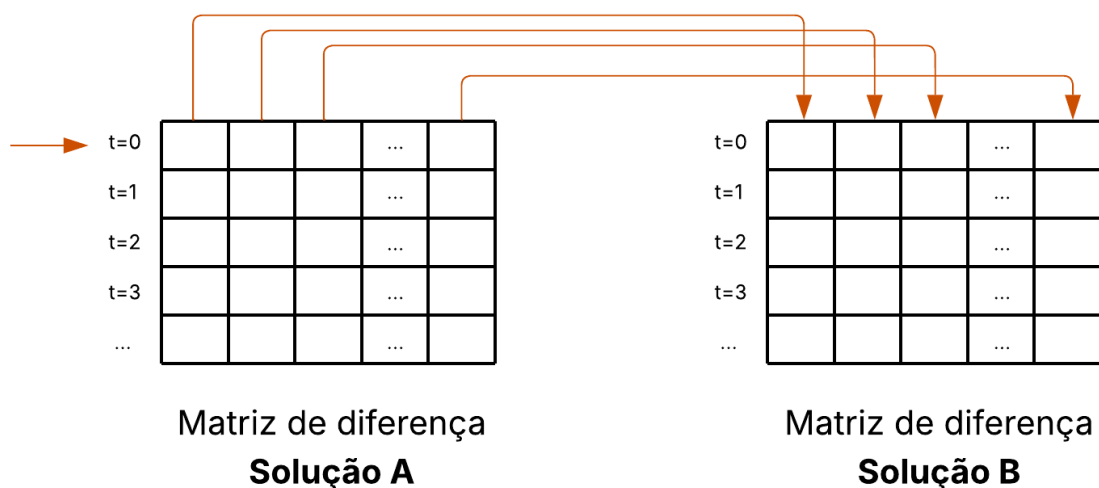


Figura 7.3: Representação de cálculo de dominância entre duas soluções a partir da diferença entre sismograma observado e calculado.

No contexto do problema estudado, o espaço de solução representa o conjunto de todos os possíveis modelos de velocidade que podem ser considerados para explicar os dados sísmicos observados. Cada ponto neste espaço corresponde a um modelo geofísico.

7.2.2 Visualizações

O framework proposto incorpora um componente de Visualizações, projetado para oferecer ao usuário diferentes perspectivas sobre os resultados do processo de otimização. Reconhecendo que uma única representação visual não é suficiente para abranger

a complexidade do problema, este componente é estruturado em três visualizações complementares: espaço de solução, solução e o respectivo histórico da solução.

Para a representação visual do espaço de solução, este trabalho propõe um *pipeline* composto por cinco etapas sequenciais. Este processo tem como objetivo transformar o espaço de soluções de alta dimensionalidade em uma representação visual bidimensional intuitiva que permite identificar padrões, agrupamentos, regiões promissoras, bem como a relação de proximidade entre as diferentes soluções. O *pipeline* que sintetiza esse processo é representado na Figura 7.4.

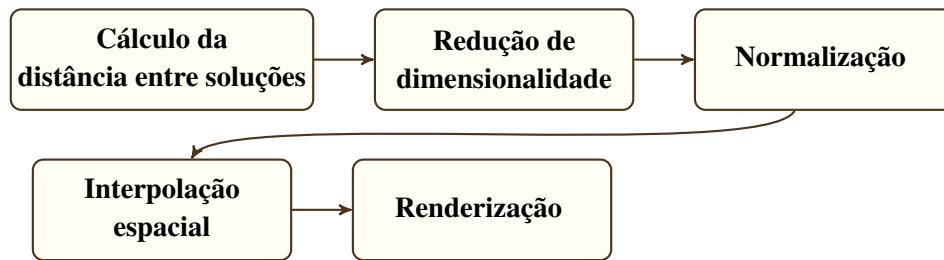


Figura 7.4: Pipeline para geração da visualização do espaço de solução.

Cálculo da distância entre soluções

O ponto de partida para a construção da representação visual do espaço de solução é o Cálculo da distância entre as soluções, que estabelece numericamente a dissimilaridade entre cada par de soluções. Neste trabalho, duas abordagens são consideradas para a dissimilaridade, uma baseada na diferença entre os modelos de velocidade e outra na diferença entre os sismogramas. A primeira é calculada a partir da Equação 7-3 para cada par de solução.

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n ((\mathbf{M}_1)_{ij} - (\mathbf{M}_2)_{ij})^2} \quad (7-3)$$

em que $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ são matrizes reais de mesma dimensão que representam os modelos de velocidade; m e n denotam, respectivamente, o número de linhas e de colunas; $(\mathbf{M}_1)_{ij}$ e $(\mathbf{M}_2)_{ij}$ representam os elementos na i -ésima linha e j -ésima coluna de \mathbf{M}_1 e \mathbf{M}_2 .

A segunda abordagem, leva em consideração a quantidade de sismogramas no contexto do problema e é dada pela Equação 7-4.

$$D = \sqrt{\sum_{s=1}^{N_s} \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{t=1}^{N_t} (D_{1,s,kt} - D_{2,s,kt})^2} \quad (7-4)$$

onde N_s representa o número total de sismogramas associados a um único modelo. Um sismograma individual, $\mathbf{D}_{i,s}$, é uma matriz com N_k traços (receptores) e N_t amostras de

tempo. Os índices s , k e t percorrem, respectivamente, os sismogramas (de 1 a N_s), os traços (de 1 a N_k) e as amostras de tempo (de 1 a N_t). Finalmente, $D_{i,s,kt}$ representa o valor de amplitude do sismograma do modelo i , para o sismograma s , no traço k e na amostra de tempo t .

Ao final do processo de cálculo de distância entre todos os pares de soluções, o resultado é consolidado em uma matriz de distância (ou de dissimilaridade), aqui denotada por MD . Esta é uma matriz quadrada de dimensões $N \times N$, onde N é o número total de soluções a serem analisadas. Cada elemento MD_{ij} da matriz armazena o valor escalar da distância calculada entre a solução i e a solução j . Por definição, esta matriz possui propriedades fundamentais: é simétrica, com $D_{ij} = D_{ji}$, e sua diagonal principal é composta por zeros, dado que a distância de uma solução para si mesma é nula ($D_{ii} = 0$). Esta matriz de distância encapsula a estrutura de relacionamento de todo o conjunto de soluções e serve como a entrada principal para a etapa subsequente de redução de dimensionalidade.

Redução de Dimensionalidade

A redução de dimensionalidade neste trabalho é realizada pelo método de Escalonamento Multidimensional (MDS). A escolha do MDS é justificada por sua capacidade de operar diretamente sobre a matriz de dissimilaridades, calculada na etapa anterior. Diferentemente de outros métodos que exigem os vetores de dados originais, o MDS utiliza como entrada unicamente as distâncias relativas entre as soluções, buscando encontrar uma configuração de pontos no espaço de baixa dimensão que preserve ao máximo essas distâncias originais. Isso se alinha perfeitamente ao objetivo de visualizar a topologia do espaço de soluções, onde a relação de proximidade entre as soluções é uma informação muito importante.

Contudo, um desafio inerente à aplicação do MDS em contextos dinâmicos, nos quais novas soluções são progressivamente adicionadas ao conjunto de análise, é a instabilidade da projeção. Como o MDS busca uma solução global ótima para o arranjo dos pontos, a introdução de um novo elemento e a consequente modificação da matriz de distância podem resultar em uma reconfiguração completa das coordenadas, incluindo rotações e reflexões de todo o mapa. Essa modificação, embora matematicamente válida por preservar as distâncias relativas, pode alterar radicalmente o mapeamento visual, dificultando a análise comparativa e a construção de um mapa mental consistente do espaço de solução.

Para mitigar esta instabilidade e preservar a consistência do mapa visual ao longo do tempo, foi implementada uma técnica de estabilização baseada em pontos de âncora com o auxílio da Análise Procrustes. O procedimento consiste em, primeiramente, selecionar um subconjunto de soluções iniciais para servirem como pontos de âncora, armaze-

nando suas coordenadas (x,y) na projeção original como uma configuração de referência. À medida que novas soluções são inseridas, uma nova projeção MDS é calculada para o conjunto expandido. Em seguida, a Análise Procrustes é utilizada para encontrar a transformação geométrica ótima que melhor alinha as novas coordenadas dos pontos de âncora com a sua configuração de referência armazenada. A transformação resultante é então aplicada a todas as soluções da nova projeção, efetivamente rotacionando e transladando o novo mapa para que ele se encaixe no sistema de coordenadas original.

Como resultado desta etapa, para cada solução do problema de otimização, obtém-se um par de coordenadas (x,y) que não apenas representa sua posição relativa no espaço de soluções de baixa dimensão, mas que também se mantém estável em relação a um referencial fixo. Estas coordenadas servirão como a base geométrica para as etapas subsequentes de normalização, interpolação e plotagem do *pipeline*.

Normalização das Coordenadas

Após a redução de dimensionalidade pelo MDS, as coordenadas (x,y) resultantes podem ocupar um intervalo arbitrário de valores, dependendo da escala das distâncias originais. Para padronizar a visualização e facilitar a interpolação, aplica-se uma etapa de normalização. Isso garante que a visualização não seja distorcida por escalas discrepantes e prepara os dados para a etapa seguinte de interpolação.

Interpolação Espacial

O resultado das etapas anteriores é um conjunto de pontos distribuídos em um plano 2D. Embora a posição desses pontos seja importante, a efetividade da visualização pode ser ampliada pela criação de uma superfície contínua que represente uma propriedade de interesse gerada por meio de interpolação espacial. Para esta finalidade, a metodologia empregada foi a interpolação por Função de Base Radial (RBF).

A RBF é um técnica estatística estabelecida para interpolar dados esparsos e multivariados e constrói uma superfície suave que passa exatamente pelos pontos conhecidos. A ideia central é que o valor interpolado em um ponto qualquer do espaço é uma combinação linear de funções de base radial, onde cada função está centrada em um dos pontos de dados originais. A influência de cada ponto de dado diminui com a distância.

No contexto deste *pipeline*, a interpolação pode ser usada para visualizar a distribuição do valor da função objetivo ao longo do espaço de soluções projetado. As coordenadas 2D de cada solução servem como pontos de controle, e o valor da função objetivo associado a cada solução é o valor a ser interpolado. O resultado é um mapa de cores contínuo, onde as cores representam o quão boa pode ser cada região do espaço de

solução. Por exemplo, cores frias indicam regiões de baixo *misfit* (boas soluções) e cores quentes podem indicar regiões de alto *misfit* (soluções piores).

Renderização

A etapa final do *pipeline* diz respeito à Renderização do Mapeamento Visual, que permite sintetizar as informações de posição, qualidade e classificação das soluções em uma única representação gráfica. Neste sentido, o fundo do mapa pode, por exemplo, exibir a superfície da função objetivo, gerada a partir da interpolação. Sobre este plano, as soluções podem ser representadas como pontos em um gráfico de dispersão (*scatter plot*), com a posição de cada ponto sendo precisamente determinada por suas coordenadas (x, y) resultantes da etapa de normalização. Para garantir a rastreabilidade e permitir uma análise aprofundada, cada ponto pode ser anotado com seu respectivo Identificador (ID). A fim de facilitar a interpretação, a visualização pode destacar as soluções mais relevantes. A título de exemplo, a solução de melhor desempenho pode ser renderizada com uma cor distinta, enquanto o conjunto de soluções não dominadas pode ser representado com um marcador distinto, diferenciando-o visualmente das demais soluções.

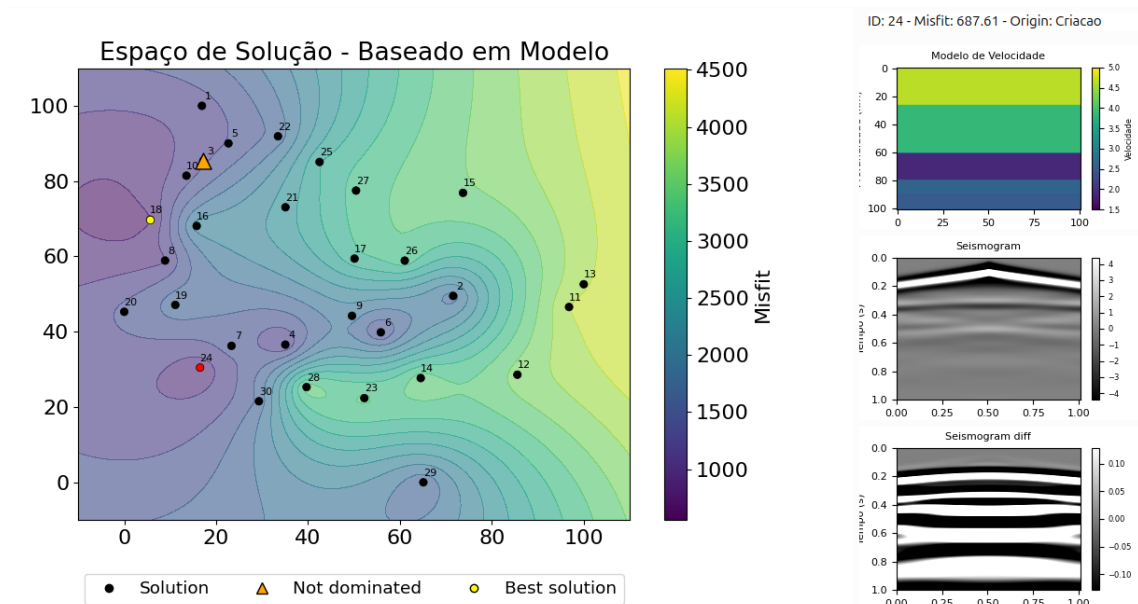


Figura 7.5: Representação do espaço de solução.

Exemplo

A Figura 7.5 exibe a representação visual do espaço de soluções, resultado da aplicação do pipeline proposto a uma instância do problema de inversão sísmica. O mapa principal, no painel esquerdo, contextualiza cada solução em uma paisagem da função objetivo. Nesta paisagem, a superfície de fundo interpolada através do RBF

indica a qualidade das regiões, com cores frias representando baixo erro e cores quentes alto erro. As soluções são representadas por pontos pretos, cuja localização reflete sua dissimilaridade mútua, conforme determinado pelas coordenadas (x,y) obtidas nas etapas de redução de dimensionalidade e normalização.

A visualização destaca, ainda, soluções de interesse particular. A solução de menor desajuste (ID 18) é realçada com a cor amarela, e uma solução não-dominada (ID 3) é diferenciada pelo uso de um marcador triangular. A capacidade de rastreabilidade do mapa, garantida pela anotação do ID em cada ponto, é demonstrada no painel à direita, que exhibe as informações detalhadas da solução selecionada — neste caso, a de ID 24. Este detalhamento permite uma análise aprofundada por meio de três gráficos: o modelo de velocidade, que é a representação da solução, o sismograma, que mostra a resposta sísmica daquele modelo no espaço dos dados, e a diferença entre o sismograma calculado e o sismograma observado.

Este painel apresenta não apenas os dados da solução, mas também seu histórico, fornecendo informações textuais que apresentam o valor de *misfit* e a origem da solução. O registro da origem permite classificar se uma solução foi gerada na criação inicial de soluções, se é resultado da interpolação ou projeção entre soluções, ou de uma perturbação aleatória ou qualquer outro método ou ação que gere novas soluções.

A visualização oferece um conjunto de funcionalidades interativas, permitindo uma navegação intuitiva e eficaz. O usuário pode utilizar *zoom-in* e *zoom-out*, realizar *panning* e obter o valor da velocidade em um ponto específico do modelo de velocidade. Além disso, existem várias outras ações que podem ser utilizadas para análise e a exploração detalhada deste espaço e são detalhadas na Seção 7.2.3.

7.2.3 Ações interativas

Esta abordagem de visualização possibilita a análise e exploração interativa do espaço de soluções. Neste sentido, um conjunto de ações foi projetado para este fim e as subseções a seguir detalham cada uma dessas ações.

Criação de soluções

A ação interativa para Criação de soluções permite criar n soluções, escolhendo entre diferentes tipos de modelo de velocidade, como:

- **Homogêneo:** Um modelo com um valor de velocidade constante.
- **Camadas:** Um modelo com um número de camadas horizontais, onde se pode especificar a velocidade mínima e máxima.
- **Gradiente:** Um modelo com um gradiente de velocidade linear.

- **Camembert:** Um modelo de referência com duas velocidades aleatórias distintas para o círculo e para o fundo.

Para todos os tipos, é possível definir uma faixa de valores de velocidade (mínima e máxima) que os modelos podem assumir. É importante destacar que essa ação é comumente realizada no início do processo de otimização, mas pode ser utilizada a qualquer momento. A criação das soluções impacta diretamente o conjunto de soluções e, conseqüentemente, a renderização por parte da Ferramenta de Visualização, que atualiza o espaço de solução.

Comparação entre soluções

A comparação entre soluções pode ser realizada a partir da escolha de duas ou mais soluções de interesse no espaço. Para cada solução escolhida para essa ação, uma visualização detalhada é gerada, permitindo uma análise lado a lado da matriz do modelo de velocidade, matriz do sismograma calculado e a matriz da diferença entre o sismograma calculado e o observado.

Interpolação entre soluções

A operação de interpolação é realizada a partir da escolha de duas soluções de referência e a especificação de um número de pontos intermediários a serem criados. A partir destes dados, novos modelos de velocidade são gerados, resultando em modelos uniformemente espaçados.

A função matemática para gerar cada modelo interpolado é dada pela equação 7-5,

$$M_{interp}(\alpha) = (1 - \alpha)M_1 + \alpha M_2, \quad (7-5)$$

onde, M_1 e M_2 representam os modelos de velocidade selecionados e α é um fator de ponderação que varia entre 0 e 1. O valor de α é sistematicamente modificado para gerar as n novas soluções, conforme a equação 7-6,

$$\alpha_i = \frac{i}{N + 1}, \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n. \quad (7-6)$$

Dessa forma, a interpolação linear cria uma série de modelos que são médias ponderadas dos dois modelos originais. O parâmetro α controla a proximidade do modelo resultante a cada um dos modelos originais de tal forma que: se α está próximo de 0, o modelo resultante será muito semelhante a M_1 ; se α está próximo de 1, o modelo resultante será parecido com M_2 ; e, se $\alpha = 0.5$, então o resultado é exatamente a média entre os dois modelos.

Projeção sob soluções

Para executar esta ação, são escolhidas duas soluções de referência, designadas como M_1 e M_2 . Adicionalmente, é necessário definir um parâmetro escalar, denominado θ . Com base nessas entradas, o sistema calcula um novo modelo de velocidade, M_{proj} , aplicando uma função de projeção linear. A operação matemática que define o novo modelo é dada pela equação 7-7:

$$M_{res} = M_1 \cdot (1 + \theta) - M_2 \cdot \theta \quad (7-7)$$

A equação gera um novo modelo M_{proj} que parte do modelo M_1 e se desloca no espaço de soluções. O deslocamento ocorre ao longo da direção definida pelo vetor de diferença entre os modelos M_1 e M_2 , ou seja, $M_1 - M_2$. A magnitude e o sentido desse deslocamento são controlados pelo parâmetro θ .

Assim, o comportamento da função varia conforme o valor de θ , de tal forma que: se $\theta > 0$, a operação resulta em uma extrapolação. A nova solução se afasta de M_1 na direção de M_2 , intensificando as características de M_2 que são diferentes de M_1 . Se o valor de θ estiver entre -1 e 0, a operação realiza uma interpolação, posicionando a nova solução no segmento de reta entre M_1 e M_2 . Um valor de $\theta < -1$ resultaria em uma extrapolação na direção oposta, ou seja, afastando-se de M_2 na direção de M_1 .

Média entre soluções

A execução desta ação inicia-se com a escolha de duas ou mais soluções. O modelo de velocidade gerado é o resultado da média aritmética dos modelos de velocidade das soluções selecionadas, conforme a Equação 7-8,

$$M_{media} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k M_i. \quad (7-8)$$

A função calcula um novo modelo de velocidade M_{media} no qual o valor em cada posição da matriz é a média aritmética dos valores encontrados nas mesmas posições de todas as matrizes dos modelos selecionados. A operação é, portanto, uma média elemento a elemento, garantindo que o modelo resultante seja uma combinação estrutural direta dos modelos selecionados para tal operação.

Suavização de solução

O processo é iniciado com a seleção de um ou mais modelos de velocidade da população atual. Para cada modelo selecionado, o sistema aplica um algoritmo de filtragem gaussiana que atenua as variações abruptas e os detalhes de alta frequência. De forma análoga a desfocar levemente uma imagem, esta operação remove ruídos e

transições ‘serrilhadas’ entre áreas de diferentes velocidades. O sistema pode também introduzir um elemento de aleatoriedade no processo, aplicando diferentes intensidades de suavização. Isso significa que, a partir de um único modelo, é possível gerar múltiplas variantes suavizadas, cada uma com um grau de simplificação distinto, o que enriquece a diversidade das soluções. Por fim, cada modelo suavizado é adicionado ao conjunto de soluções como um novo candidato, podendo ser utilizado para guiar a otimização em direção a modelos menos complexos ou para servir como um ponto de partida mais estável para explorações futuras.

Perturbação de solução

A ação interativa de Perturbação de Solução permite a geração de um novo modelo de velocidade a partir da modificação estrutural de uma solução selecionada e o procedimento é detalhado no Algoritmo 1. A principal característica desta abordagem é a modificação de uma **região** em vez de pontos isolados, buscando introduzir variações estruturais que possuam maior plausibilidade geológica.

Algorithm 1 Perturbação de Solução Baseada em Região.

Entrada: *Modelo* V_{min} V_{max}

Saída : *NovoModelo*

NovoModelo \leftarrow Cópia(*Modelo*)

(*NZ*, *NX*) \leftarrow ObterDimensões(*NovoModelo*)

PontoY \leftarrow InteiroAleatório(0, *NZ* - 1)

PontoX \leftarrow InteiroAleatório(0, *NX* - 1)

CoordenadasDaRegiao \leftarrow FloodFill(*NovoModelo*, *PontoX*, *PontoY*)

NovaVelocidade \leftarrow RealAleatório(V_{min} , V_{max})

for cada coordenada (*y*, *x*) **em** *CoordenadasDaRegiao* **do**

\lfloor *NovoModelo*[*y*, *x*] \leftarrow *NovaVelocidade*

return *NovoModelo*

O algoritmo inicia recebendo como entrada um *Modelo* de velocidade e os limites de velocidade permitidos, V_{min} e V_{max} . A primeira ação executada é a criação de uma cópia do modelo original, uma etapa importante para garantir que a solução que serviu de base para a perturbação permaneça inalterada. Em seguida, as dimensões do modelo (altura *NZ* e largura *NX*) são obtidas.

O processo de seleção da região a ser modificada começa com a escolha de um ponto de partida (*PontoX*, *PontoY*) de forma aleatória dentro dos limites da matriz. Este ponto serve como “semente” para o algoritmo *FloodFill*, que é invocado para identificar

todas as células espacialmente conectadas que possuem um valor de velocidade similar ao da célula inicial. O resultado é um conjunto de coordenadas, *CoordenadasDaRegiao*, que efetivamente delimita uma área a ser perturbada.

Uma vez definida a região, um novo valor de velocidade (*NovaVelocidade*) é gerado aleatoriamente dentro do intervalo válido $[V_{min}, V_{max}]$. Na sequência, um laço de repetição percorre todas as coordenadas da região identificada, atribuindo a *NovaVelocidade* a cada uma dessas células no *NovoModelo*. Finalmente, o *NovoModelo*, agora contendo a perturbação regional, é retornado como saída do algoritmo.

Modificação manual da solução

A modificação manual da solução representa a forma mais direta de intervenção no processo de otimização. Durante a análise visual de uma determinada solução, é possível interagir diretamente com a matriz do modelo de velocidade associado. A interação consiste em demarcar uma região retangular em qualquer área de interesse do modelo. Após a seleção, é solicitada a entrada de um novo valor de velocidade, que é então atribuído a todos os pontos contidos dentro dos limites do retângulo demarcado. É importante notar que esta ação não altera a solução original; em vez disso, o modelo modificado serve como base para a criação de uma solução inteiramente nova.

Foco e Execução de Métodos de Otimização

Esta funcionalidade permite concentrar os esforços computacionais do processo de otimização em uma região de interesse. A partir de um subconjunto de soluções selecionadas no mapa visual, é possível executar diferentes algoritmos de otimização, cujos principais parâmetros podem ser ajustados para adequar a intensidade e a natureza da busca. Os detalhes e as implementações dos algoritmos de otimização disponíveis para esta ação são apresentados na Seção 7.2.4.

7.2.4 Métodos de otimização

Esta seção apresenta os métodos de otimização empregados para a exploração do espaço de solução do problema estudado. Foram adotadas duas abordagens distintas: um Algoritmo Evolucionário, responsável pela exploração global e diversificada do espaço de soluções, e um algoritmo baseado em Gradiente, utilizado para o refinamento local e a convergência em regiões de interesse. As subseções seguintes detalham a concepção e a implementação de cada um desses algoritmos, explicando como foram projetados e parametrizados para os objetivos deste trabalho.

Algoritmo evolucionário

Iniciando o detalhamento da estratégia de otimização, o primeiro método apresentado é o Algoritmo Evolucionário (AE). Esta abordagem é responsável pela exploração global e diversificada do espaço de soluções. Inspirado na teoria da evolução natural, o AE opera sobre uma população de soluções candidatas que evolui ao longo de gerações. Através da aplicação iterativa de operadores genéticos como seleção, cruzamento e mutação, o algoritmo busca refinar a qualidade média da população, guiando a busca em direção a regiões promissoras. A implementação específica deste algoritmo é formalizada no Algoritmo 2 e detalhada em seguida.

Algorithm 2 Algoritmo Evolucionário.

Entrada: $P_{inicial}$ (Pop. inicial) N_{ger} (número de gerações) N_{pop} (tamanho da população) p_m (taxa de mutação) σ_m (escala da mutação) $UsaElitismo$ (booleano para elitismo)

Saída : P_{nova}

$P \leftarrow P_{inicial}$

$F \leftarrow \text{AvaliarPopulacao}(P)$

$MelhorSolucao \leftarrow P[\arg \min(F)]$

for $g \leftarrow 1$ **até** N_{ger} **do**

if $UsaElitismo$ **then**

$P_{nova} \leftarrow \{MelhorSolucao\}$

else

$P_{nova} \leftarrow \emptyset$

while $|P_{nova}| < N_{pop}$ **do**

$pai_1 \leftarrow \text{SelecaoPorTorneio}(P, F)$

$pai_2 \leftarrow \text{SelecaoPorTorneio}(P, F)$

$filhos \leftarrow \text{Cruzamento}(pai_1, pai_2)$

$filhos \leftarrow \text{Mutacao}(filhos, p_m, \sigma_m)$

$P_{nova} \leftarrow P_{nova} \cup filhos$

$P \leftarrow P_{nova}$

$F \leftarrow \text{AvaliarPopulacao}(P)$

$MelhorSolucao \leftarrow P[\arg \min(F)]$

return P_{nova}

A execução do algoritmo inicia-se a partir de uma população inicial, $P_{inicial}$, que

é fornecida como entrada e atribuída à população de trabalho corrente. Esta população é, então, avaliada pela função de avaliação para calcular a qualidade de cada solução (indivíduo). A melhor solução encontrada nesta população inicial é identificada e armazenada para uso posterior em uma estratégia de elitismo.

Após a inicialização, o algoritmo entra em seu laço principal, que se repete por um número pré-definido de N_{ger} gerações. Em cada geração, uma nova população, P_{nova} , é construída do zero. Se a estratégia de elitismo estiver ativa, a melhor solução identificada na fase de inicialização é diretamente inserida em P_{nova} , garantindo sua preservação. O restante da nova população é, então, preenchido iterativamente através da aplicação sequencial de operadores genéticos: primeiramente, dois pais são escolhidos da população corrente por meio de uma estratégia de torneio; em seguida, o operador de cruzamento os combina para gerar um filho; e, por fim, o operador de mutação introduz variações aleatórias neste filho para manter a diversidade. Uma vez completa, a P_{nova} substitui inteiramente a população anterior P , e todos os seus indivíduos são avaliados para calcular a sua respectiva qualidade. Este ciclo repete-se a cada iteração, e ao final do número estipulado de gerações, o algoritmo retorna a última população gerada, P_{nova} , que integrará o conjunto de soluções do espaço de solução.

O operador de cruzamento implementado neste trabalho não se baseia em uma única técnica, mas sim em uma abordagem híbrida e probabilística. A cada evento de cruzamento entre dois pais, um de três métodos distintos é selecionado aleatoriamente com probabilidade uniforme (1/3). Esta estratégia foi projetada para promover um balanço dinâmico entre a intensificação e a exploração, aumentando a robustez do algoritmo.

Os três operadores de cruzamento empregados são:

- **Cruzamento por Interpolação:** Este é um operador aritmético que gera um filho por meio da combinação linear dos dois modelos pais. O novo modelo de velocidade é, em essência, uma média ponderada dos modelos parentais, resultando em uma solução que se localiza no segmento de reta entre eles no espaço de parâmetros. Este método tem um caráter de intensificação, pois refina soluções em uma vizinhança promissora, em vez de criar estruturas radicalmente novas.
- **Cruzamento de Ponto Único Horizontal:** Este operador adapta o cruzamento de ponto único clássico à estrutura 2D dos modelos de velocidade. Um ponto de corte horizontal (uma linha da matriz) é selecionado aleatoriamente. O modelo filho é então construído combinando todas as linhas acima do ponto de corte de um dos pais com todas as linhas abaixo do ponto de corte do outro pai. Esta é uma técnica de *exploração*, pois permite a recombinação de grandes blocos estruturais (por exemplo, a parte rasa de um modelo com a parte profunda de outro).
- **Cruzamento de Dois Pontos Horizontais:** De forma análoga ao anterior, este operador seleciona dois pontos de corte horizontal aleatórios. O filho é gerado

herdando a seção superior e a seção inferior de um dos pais e a seção central (entre os dois pontos de corte) do outro. Este método também promove a exploração, permitindo a transferência de uma “fatia” estrutural de um modelo para o outro, o que possibilita recombinações ainda mais complexas e a criação de uma maior diversidade na população.

A seleção aleatória entre estes três operadores a cada geração garante que o algoritmo não dependa de uma única forma de recombinação. A busca pode, a um momento, realizar um refinamento sutil através da interpolação e, no momento seguinte, dar um salto exploratório ao recombinar grandes partes dos pais, tornando o processo de otimização mais versátil e menos suscetível à estagnação em mínimos locais.

Algoritmo baseado na descida do gradiente

O segundo pilar da estratégia de otimização adotada neste trabalho é um algoritmo de busca local baseado na Descida do Gradiente. Este método clássico de otimização fundamenta-se no princípio de que a direção do gradiente de uma função aponta para a sua máxima diminuição local. Ao calcular iterativamente o gradiente do *misfit* em relação aos parâmetros do modelo, o algoritmo realiza passos sucessivos nesta direção, buscando convergir de forma eficiente para um mínimo da função objetivo. O Algoritmo 3 formaliza a aplicação deste método para o refinamento de modelos de velocidade.

Algorithm 3 FWI via Descida do Gradiente.

Entrada: $Modelo_{inicial}$ (matriz 2D de velocidades) N_{iter} (número de iterações)

V_{min}, V_{max} (velocidades mínima e máxima)

Saída : $Modelo_{final}$ (matriz 2D de velocidades refinada)

$Modelo \leftarrow Modelo_{inicial}$

for $i \leftarrow 1$ **até** N_{iter} **do**

$(\phi, Direcao) \leftarrow \text{CalcularGradiente}(Modelo)$

$\alpha \leftarrow \text{DefinirTamanhoDoPasso}(Direcao)$

$Modelo_{atualizado} \leftarrow Modelo + \alpha \cdot Direcao$

$Modelo \leftarrow \text{AplicarLimites}(Modelo_{atualizado}, V_{min}, V_{max})$

return $Modelo$

A abordagem de busca local, projetada para refinar iterativamente um modelo de velocidade inicial, fazendo-o convergir em direção a um mínimo local, atua como a componente de intensificação da estratégia de otimização. O processo inicia-se com um $Modelo_{inicial}$ de velocidade, que serve como ponto de partida para a busca. A partir daí, o algoritmo entra em um laço que se repete por um número pré-definido de iterações, N_{iter} .

Em cada iteração, a primeira etapa é a chamada à função *CalcularGradiente*, que avalia o misfit (ϕ) e determina a *Direcao* de máxima diminuição local do erro, correspondente ao gradiente negativo. Em seguida, é definido um tamanho de passo α , que controla a magnitude da atualização do modelo nesta direção. Com a direção e o passo definidos, o modelo é atualizado seguindo a fórmula clássica da descida do gradiente. Finalmente, para garantir que os novos valores de velocidade não saiam da faixa permitida, a função *AplicarLimites* projeta o modelo atualizado no espaço de soluções viáveis, ajustando quaisquer valores que extrapolem os limites V_{min} e V_{max} . Este ciclo de cálculo de gradiente, atualização e projeção repete-se até que o critério de parada seja atingido, e ao final do laço, o algoritmo retorna o modelo final otimizado.

7.2.5 Agente de melhor solução

A arquitetura do *framework* inclui um componente denominado **Agente de Melhor Solução**, cuja responsabilidade é manter o registro da melhor solução encontrada durante o processo de otimização. Além disso, o agente também armazena e atualiza o conjunto de soluções não-dominadas e cataloga o histórico completo das soluções avaliadas.

7.3 O sistema Seismic Inversion Hints

O sistema *Seismic Inversion Hints* é um sistema de otimização interativa criado para o estudo e análise do problema de inversão sísmica. Foi implementado em Python na versão 3.8 com auxílio da biblioteca Pyside 6 para a construção da interface de usuário e da API Devito desenvolvida por (LOUBOUTIN et al., 2019). Ele incorpora todas as características da adaptação do SSV Hints descritas na seção anterior, porém ainda não utiliza tudo o que foi previsto na taxonomia proposta. A tela principal do sistema, ilustrada na Figura 7.6, é dividida em 4 partes: (1) Representação do Espaço de Solução, (2) Detalhes da solução, (3) Barra de ferramentas e (4) Detalhes do projeto.

A representação visual do Espaço de solução (1) foi delineada a partir da estrutura topológica construída com base nas soluções existentes no Conjunto de Soluções e renderizada pela Ferramenta de Visualização. Nessa representação, os pontos pretos simbolizam as soluções, o ponto em amarelo representa a melhor solução, o triângulo destaca a solução não dominada, e o(s) ponto(s) vermelho(s) representam a(s) solução(ões) em destaque para a obtenção de detalhes ou a realização de alguma ação interativa. Para a construção deste espaço, o sistema permite a utilização de duas medidas de distância: uma baseada na diferença entre os modelos de velocidade e outra baseada na diferença entre os sismogramas. O espaço não amostrado foi interpolado por meio da técnica RBF,

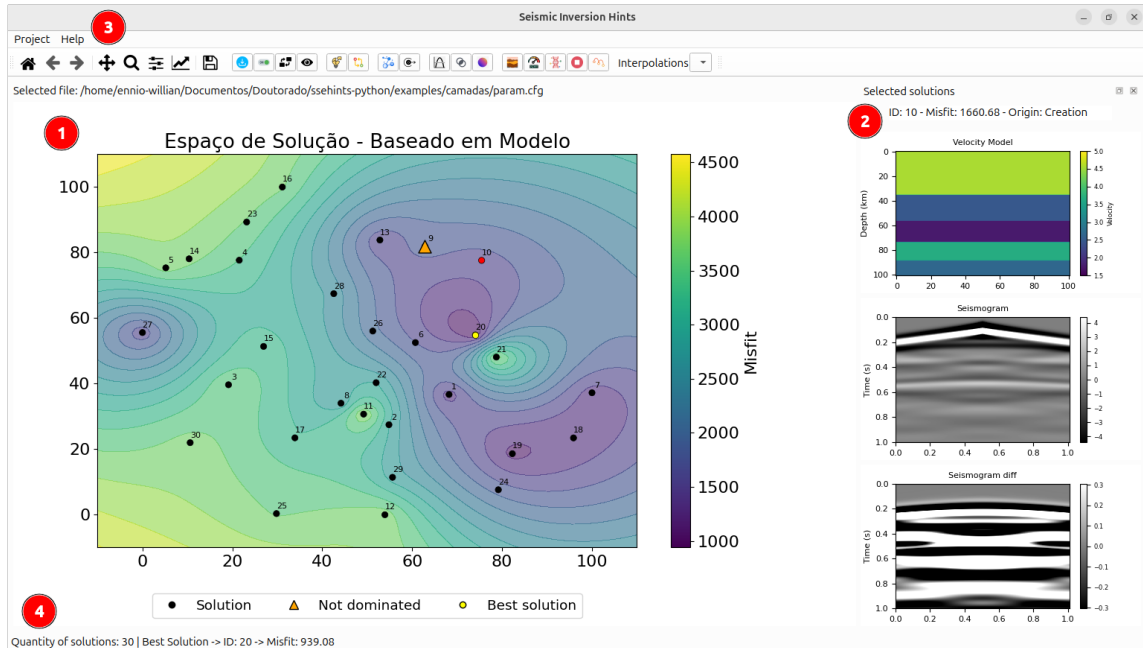


Figura 7.6: Tela principal - Seismic Inversion Hints.

sendo que áreas mais escuras do espaço representam regiões que podem conter soluções com um menor *misfit*. Por outro lado, as áreas mais claras representam regiões com um maior *misfit*. O fato é que, por se tratar de um problema de minimização, na inversão sísmica, o objetivo é encontrar soluções com o menor desajuste possível e, por isso, as regiões escuras neste problema são mais promissoras.

Os detalhes da solução (2) são observados na área lateral direita, com a visualização do modelo de velocidade, do sismograma e da diferença entre o sismograma calculado e o sismograma observado. Esse recurso permite ao usuário verificar as soluções de maneira visual e analisar quão distante elas estão da solução ideal.

A barra de ferramentas (3) do sistema contém diversos botões que possibilitam as seguintes ações interativas:

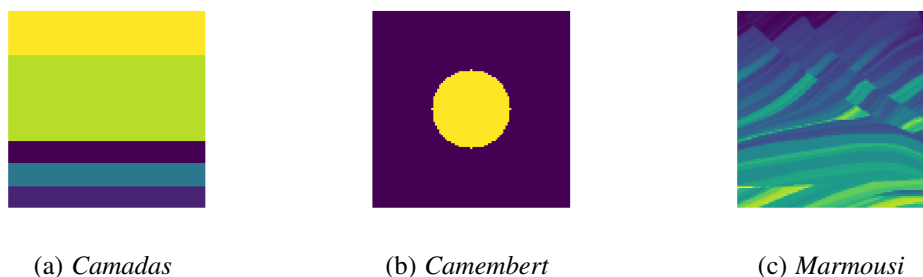
- importação de soluções,
- troca de abordagem de visualização (baseada em modelos ou sismogramas),
- visibilidade dos IDs das soluções,
- criação de soluções,
- comparação entre soluções,
- interpolação entre soluções,
- projeção entre soluções,
- média entre soluções,
- interseção entre soluções,
- suavização de soluções,
- perturbação de solução,

- modificação manual da solução,
- execução de algoritmo evolucionário e
- execução de algoritmo baseado na descida do gradiente.

Por último, na área do projeto (4), existem informações referentes ao quantitativo de soluções dentro do espaço, bem como o ID e o *misfit* da melhor solução até o momento.

7.4 Experimentos

Com o objetivo de validar a abordagem interativa proposta, esta seção apresenta um estudo de análise e exploração do espaço de solução para três modelos de velocidade. A seleção dos modelos de velocidade foi embasada pela necessidade de abranger um espectro de complexidade geológica, permitindo uma análise gradual e aprofundada do comportamento do problema de inversão. Foram escolhidos três modelos, cada um representando um desafio distinto para os algoritmos de inversão e para a visualização do espaço de solução. A Figura 7.7 ilustra os modelos utilizados.



(a) *Camadas*

(b) *Camembert*

(c) *Marmousi*

Figura 7.7: Modelos de velocidade escolhidos para os experimentos.

Neste cenário, o Modelo de Camadas representa a estrutura geológica mais simples, composta por camadas horizontais e homogêneas com diferentes velocidades. Este é um bom modelo para validar a capacidade do sistema em resolver estruturas bem definidas. O Modelo Camembert, por sua vez, introduz uma complexidade intermediária. Caracteriza-se por uma anomalia de velocidade circular inserida em um meio com velocidade constante. A presença de bordas curvas e uma anomalia isolada torna-o um excelente caso de teste para avaliar como o método lida com heterogeneidades localizadas e estruturas não planares. Por último, o Marmousi retrata um modelo de velocidade 2D complexo e realista, baseado em um perfil geológico da Bacia de Cuanza, em Angola. Ele contém uma variedade de desafios estruturais, como falhas, dobras, fortes gradientes de velocidade laterais e verticais. Sua alta complexidade o estabeleceu como um padrão de referência (*benchmark*) na comunidade geofísica para testar e validar novos algoritmos de imageamento e inversão sísmica. Sua utilização permite avaliar a performance do sistema

em um cenário que se aproxima da complexidade encontrada em dados sísmicos reais. É importante ressaltar aqui que, para essa aplicação em específico, foi utilizado um recorte do modelo de referência do Marmousi.

Para o problema abordado, as restrições são definidas pelos parâmetros da geometria de aquisição e da modelagem física que estão detalhados na Tabela 7.1. Nesta pesquisa, optou-se por tratar exclusivamente de soluções viáveis, ou seja, aquelas que aderem estritamente a essas restrições pré-definidas. Essa abordagem foi fundamental para permitir que a análise e a exploração interativa se concentrassem inteiramente na topologia do espaço de solução. Todos os parâmetros de configuração da geometria de aquisição e modelagem do problema foram centralizados em um arquivo de configuração. Este arquivo define as restrições principais utilizadas: as dimensões da malha (nx e nz), os limites de velocidade (v_{min} e v_{max}), as características da fonte sísmica, o arranjo de fontes e receptores, e as especificações para o processo de inversão.

O domínio do modelo foi discretizado em uma malha 2D com 101 x 101 pontos, com um espaçamento de 10 metros em ambas as direções, resultando em uma área física de 1.01 x 1.01 km. Para mitigar reflexões espúrias das bordas do modelo, foi implementada uma camada de borda absorvente com 80 pontos de espessura. A simulação da propagação da onda foi executada por um período total de 1000 milissegundos (1 segundo), com um passo de tempo de 1.0 ms, utilizando um propagador de diferenças finitas de quarta ordem espacial.

A geometria de aquisição foi configurada com 5 fontes sísmicas posicionadas a uma profundidade de 30 metros. Para cada disparo, os dados foram registrados por 101 receptores a uma profundidade de 20 metros. A fonte sísmica utilizada foi do tipo *Wavelet Ricker* com uma frequência de pico de 10 Hz (0.010 kHz), um valor comum em estudos de exploração sísmica.

A estratégia de execução desta etapa do trabalho foi conduzida sob duas perspectivas complementares e sequenciais: a análise da topologia do espaço de soluções e, em seguida, sua exploração. O objetivo foi primeiro obter informações referentes às características do espaço de soluções, para depois utilizar as ações interativas para navegar e explorar esse espaço em busca de melhores soluções.

Na perspectiva da análise, o esforço inicial concentrou-se em mapear a estrutura do espaço de soluções para cada modelo de referência (Camadas, Camembert e Marmousi). Para isso, foram realizadas duas abordagens distintas. A primeira consistiu em uma amostragem ampla e diversificada, na qual foi criado um conjunto de 100 modelos candidatos iguais para cada problema. Este conjunto era composto por três tipos de modelos de velocidade: 25 do tipo homogêneo (com velocidades variando entre o mínimo e o máximo), 25 do tipo camadas (com número e espessura de camadas aleatórios) e 25 do tipo Camembert (com parâmetros geométricos e de velocidade aleatórios). A propagação

Tabela 7.1: *Parâmetros de configuração para a geometria de aquisição e modelagem numérica.*

Parâmetro	Valor	Descrição
<i>Parâmetros da Malha e Domínio</i>		
<code>nx, nz</code>	101, 101	Número de pontos na malha nas direções x e z.
<code>spacing</code>	(10.0, 10.0)	Espaçamento da malha em metros (x, z).
<code>origin</code>	(0.0, 0.0)	Coordenada da origem.
<code>nbl</code>	80	Num. de pontos da camada de borda absorvente.
<code>min_velocity</code>	1.5	Velocidade mínima do modelo em km/s.
<code>max_velocity</code>	5.0	Velocidade máxima do modelo em km/s.
<i>Parâmetros de Simulação e Fonte</i>		
<code>t0, tn</code>	0.0, 1000.0	Tempo inicial e final da simulação em ms.
<code>dt</code>	1.0	Passo de tempo da simulação em ms.
<code>f0</code>	0.010	Frequência de pico da fonte em kHz. do modelo em km/s.
<code>space_order</code>	4	Ordem espacial do propagador de diferenças finitas.
<i>Parâmetros de Aquisição</i>		
<code>n_shots</code>	5	Número de fontes (disparos).
<code>n_receivers</code>	101	Número de receptores por disparo.
<code>src_depth</code>	30.0	Profundidade das fontes em metros.
<code>rec_depth</code>	20.0	Profundidade dos receptores em metros.
<i>Parâmetros de Inversão e Execução</i>		
<code>path</code>	"examples/camembert/"	Diretório do experimento.
<code>real_solution_type</code>	"camembert"	Identificador do modelo de referência.

de cada modelo, seguida do cálculo do seu respectivo *misfit*, possibilitou a construção do *input* necessário para a construção da representação topológica do espaço de solução. A segunda abordagem de análise aprofundou essa investigação ao examinar a evolução do *misfit* ao longo de um caminho, realizando uma interpolação linear desde um modelo homogêneo único até o modelo correto. Este processo gerou uma curva unidimensional da função de custo, revelando a complexidade do caminho direto para a solução e a possível existência de mínimos locais.

Fundamentada nos *insights* obtidos na fase de análise, a exploração consistiu no uso ativo das ações interativas do framework para testar hipóteses, refinar e investigar regiões inexploradas do espaço. O objetivo foi demonstrar como a busca guiada pela visualização pode levar à descoberta de soluções com *misfit* inferior àquelas da amostragem inicial. Neste cenário, são apresentados os resultados da aplicação sequencial das principais funcionalidades interativas desenvolvidas. Para cada fase da exploração, são detalhados três elementos-chave: a hipótese por trás da tomada de decisão, a ação interativa

correspondente e o resultado gerado no espaço de soluções.

Por último, com o objetivo de avaliar o desempenho da abordagem interativa proposta neste trabalho sob um aspecto objetivo, foi realizada uma comparação direta com uma metodologia tradicional, baseada unicamente no algoritmo de gradiente descendente. Para estabelecer uma base de comparação justa em termos de custo computacional, definiu-se uma equivalência. Considerando que cada iteração do algoritmo baseado no gradiente exige duas propagações de onda (direta e reversa), duas iterações de qualquer outra ação interativa são equivalentes a uma iteração do algoritmo baseado em gradiente em termos de tempo computacional. Ao final, são apresentados os resultados objetivos das duas abordagens e realizada a comparação visual das soluções obtidas.

7.5 Resultados

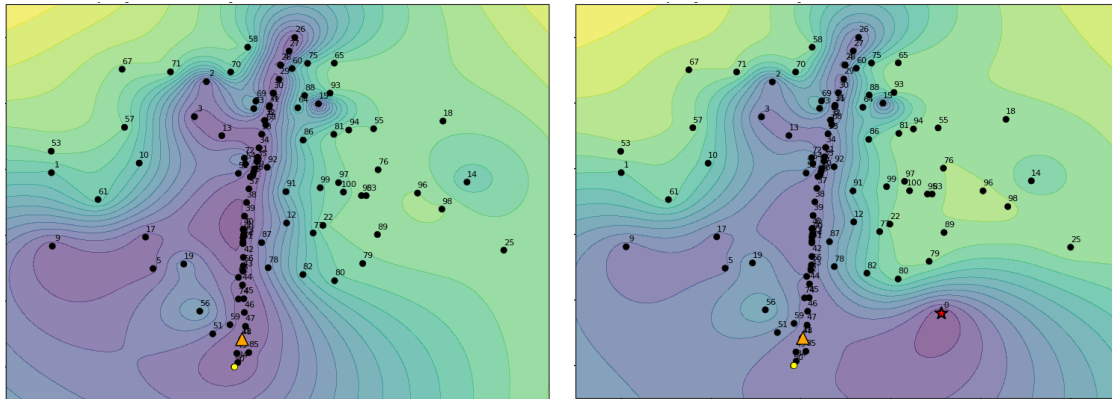
Esta seção apresenta os resultados obtidos a partir da estratégia de execução descrita na Seção 7.4. A análise está organizada de forma sequencial para cada um dos três modelos de velocidade de referência utilizados no estudo: Camadas, Camembert e Marmousi. Para cada caso, é apresentado o mapeamento topológico do espaço de solução com e sem a solução real, baseado na diferença entre os modelos de velocidade e na diferença entre os sismogramas calculados, bem como a curva de *misfit* ao longo de uma interpolação linear entre um modelo homogêneo e a solução real; além disso, é realizada uma avaliação da eficácia das ações interativas na exploração deste espaço e do desempenho dos métodos de otimização na busca da solução ótima.

7.5.1 Modelo em Camadas

A análise topológica do espaço de solução, a partir da Figura 7.8, revela a natureza não-convexa e multimodal do problema de inversão sísmica. Em vez de uma bacia única e suave, a topologia é complexa, caracterizada por múltiplos vales, incluindo um vale principal, mais profundo e alongado, e outros secundários, como o que se observa ao redor da solução representada pelo ID 14. Essa estrutura confirma a grande dificuldade dos problemas de inversão, pois a existência de múltiplos mínimos locais representa um desafio significativo para os algoritmos de otimização. De fato, um algoritmo baseado em gradiente, se iniciado em uma região inadequada, como perto do ponto 96, poderia convergir para o mínimo local próximo ao ponto 14 e ficar “preso”, sem poder encontrar a melhor solução global.

Percebe-se ainda a existência de uma possível região de mínimo local bem definida, que contém a melhor solução encontrada na amostragem (ID 40). O fato de muitos modelos iniciais terem caído dentro ou nas encostas deste vale principal sugere

que há uma região consideravelmente grande que orienta a busca em direção à solução ótima. Entretanto, ao se observar o espaço de solução com a solução ótima, pode-se notar que essa bacia levará a um mínimo local e não global. O conjunto inicial de 100 soluções, apesar de bem distribuído ao longo do espaço, não conseguiu identificar o vale da solução ótima. Essa separação fica evidente na Figura 7.8, que (conforme descrito na Seção 7.3) destaca a melhor solução (ponto amarelo) e a solução não-dominada (triângulo laranja) em uma região distinta da solução ótima (estrela vermelha).

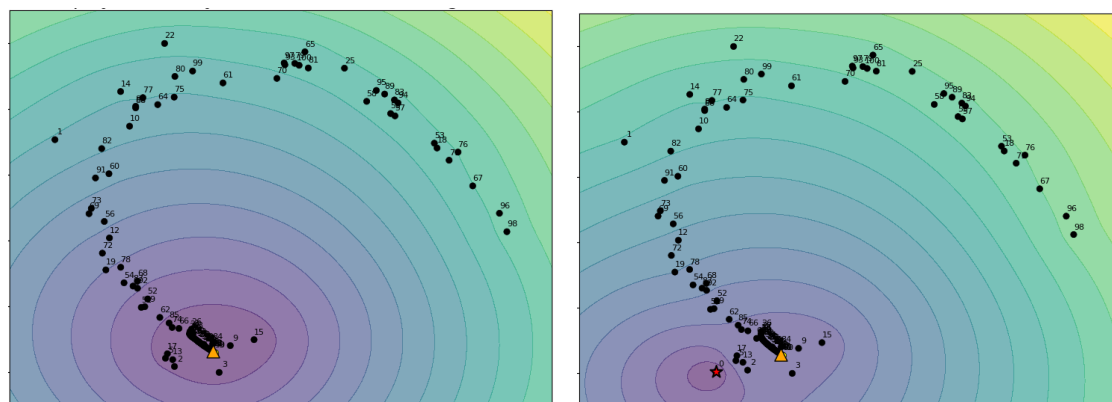


(a) Espaço formado pelo conjunto inicial

(b) Espaço acrescido da solução ótima

Figura 7.8: Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade - Camadas.

A comparação entre as duas visualizações do espaço de soluções revela uma mudança drástica na topologia. Enquanto a representação baseada no modelo exibe um espaço complexo e multimodal, o espaço de soluções baseado nos sismogramas (Figura 7.9) mostra-se mais simples, assemelhando-se a uma grande bacia convexa e suave, com um único mínimo bem definido.



(a) Espaço formado pelo conjunto inicial

(b) Espaço acrescido da solução ótima

Figura 7.9: Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os sismogramas - Camadas.

Após a análise da topologia do espaço de solução a partir de uma perspectiva bidimensional, que nos forneceu um mapeamento de suas principais características, a investigação agora se torna mais focada. A análise concentra-se em observar detalhadamente o comportamento do *misfit* ao longo de uma trajetória específica entre dois modelos específicos.

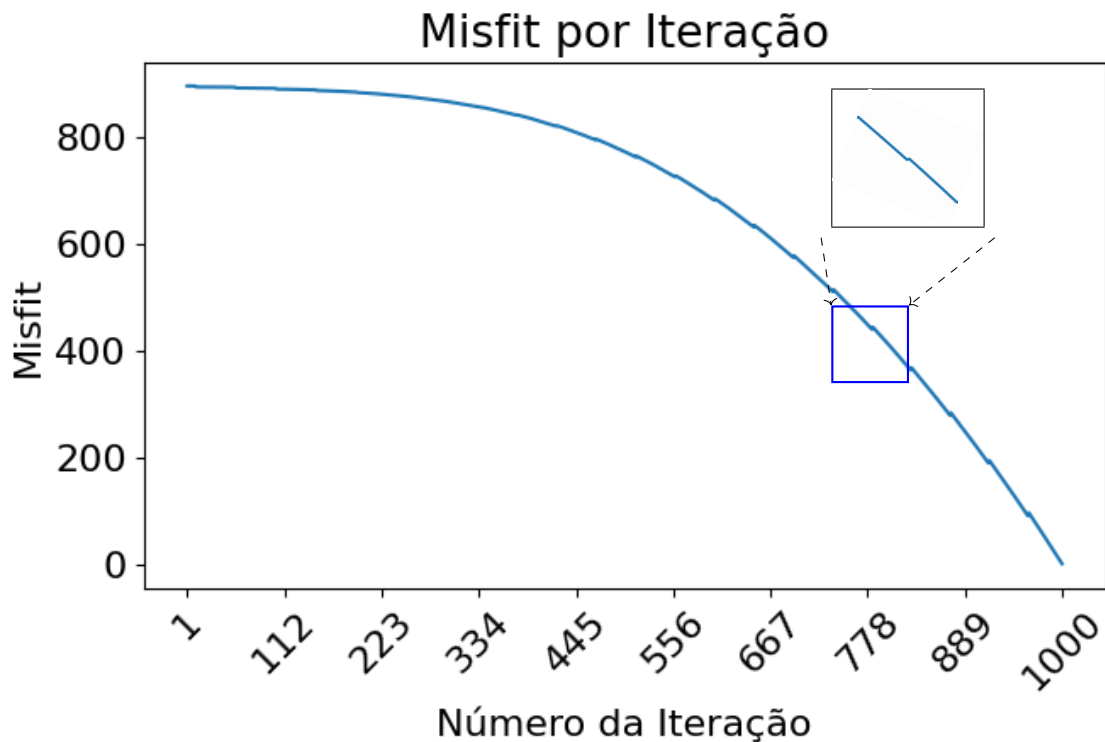


Figura 7.10: Interpolação linear entre a solução 50 (homogênea) e a solução real (camadas).

A Figura 7.10 ilustra a trajetória do *misfit* ao longo de um caminho de interpolação linear, partindo da solução homogênea (ID 50) em direção à solução real. Nota-se alguns pontos de alta ao longo da trajetória, mas há uma descida acentuada e consistente. Este comportamento expõe a existência de algumas barreiras na topologia do espaço, mesmo em um caminho direcionado para o mínimo global, isso representa um desafio a ser superado.

Exploração do espaço

A exploração teve como ponto de partida a configuração inicial do espaço ilustrada na Figura 7.11, na qual é destacada a melhor solução até o momento pela seta vermelha.

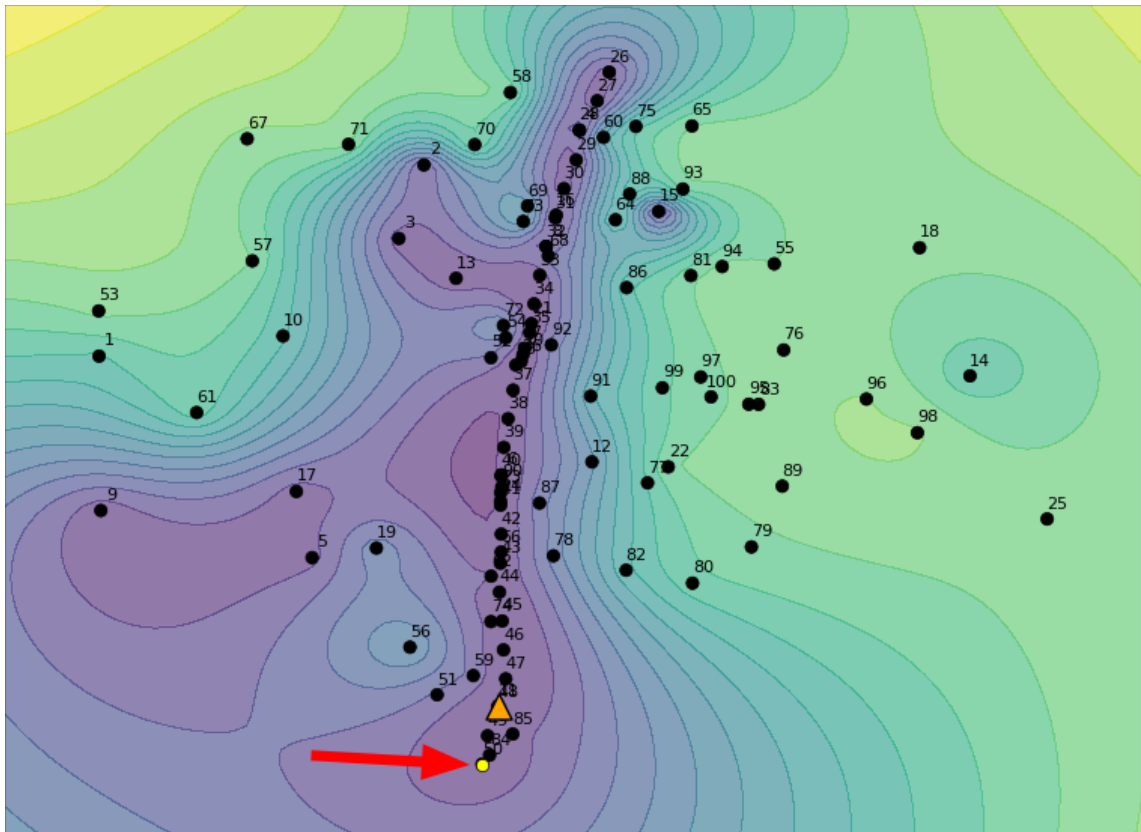


Figura 7.11: *Configuração inicial do espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade (destaque para a melhor solução).*

A partir da análise deste espaço, a **hipótese** levantada foi a de que uma amostragem mais densa poderia revelar uma estrutura de mínimos locais mais perceptível. Para testar isso, a ação de **criação de solução** foi executada em três passos sequenciais. A primeira execução gerou 50 modelos de velocidade com 3 camadas, resultando no mapa apresentado na Figura 7.12. A segunda execução adicionou mais 50 modelos, desta vez com 4 camadas, evoluindo o espaço para a configuração vista na Figura 7.13. Finalmente, a terceira execução completou a fase de amostragem com a adição de 50 modelos de 5 camadas, resultando no mapa consolidado da Figura 7.14. Em todos os casos, as camadas possuíam espessura e valores de velocidade aleatórios, contidos entre os limites mínimo e máximo predefinidos.

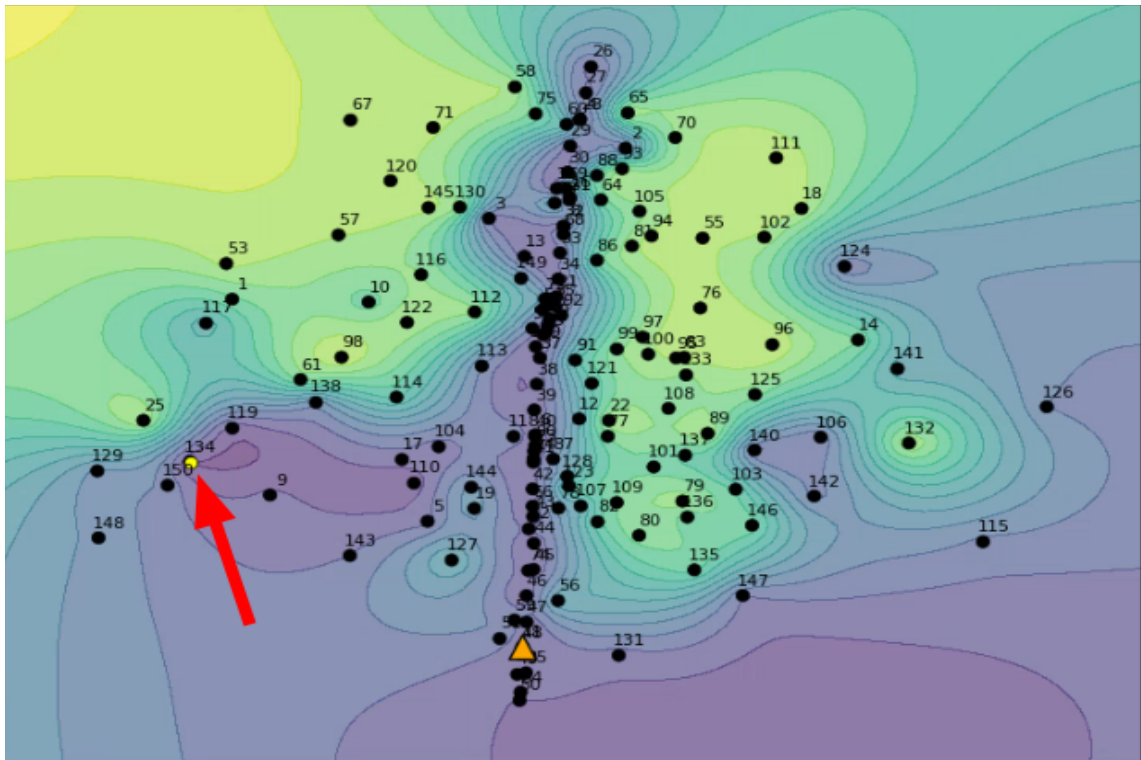


Figura 7.12: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 1ª interação: Criação de solução (destaque para a melhor solução).

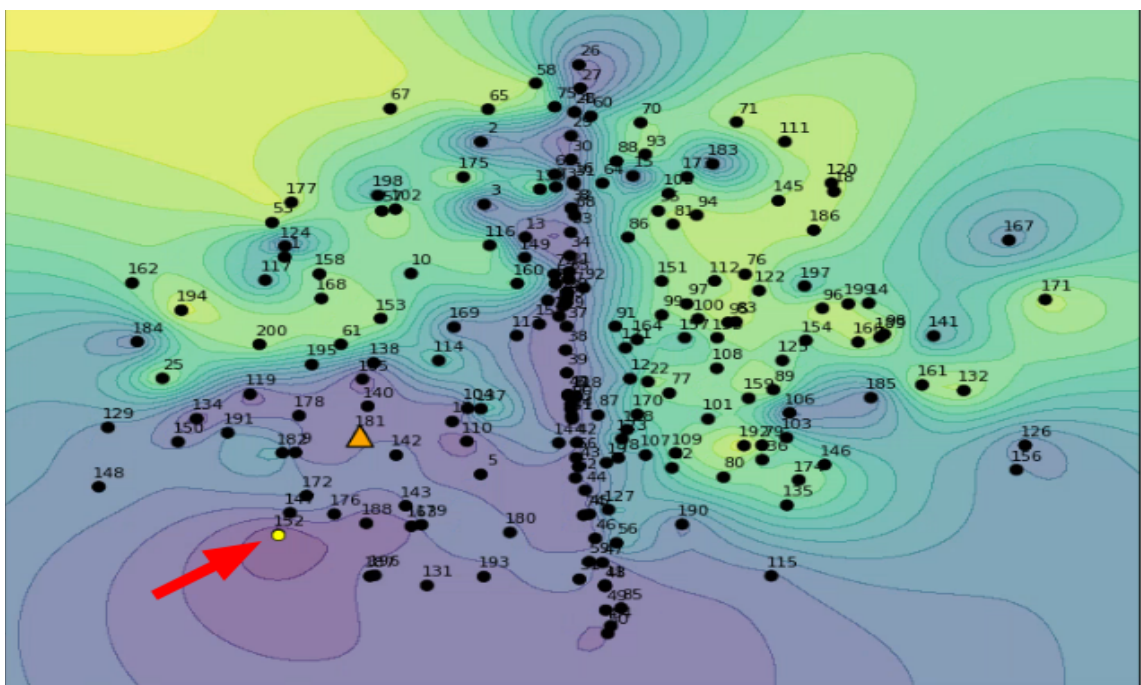


Figura 7.13: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 2ª interação: Criação de solução (destaque para a melhor solução).

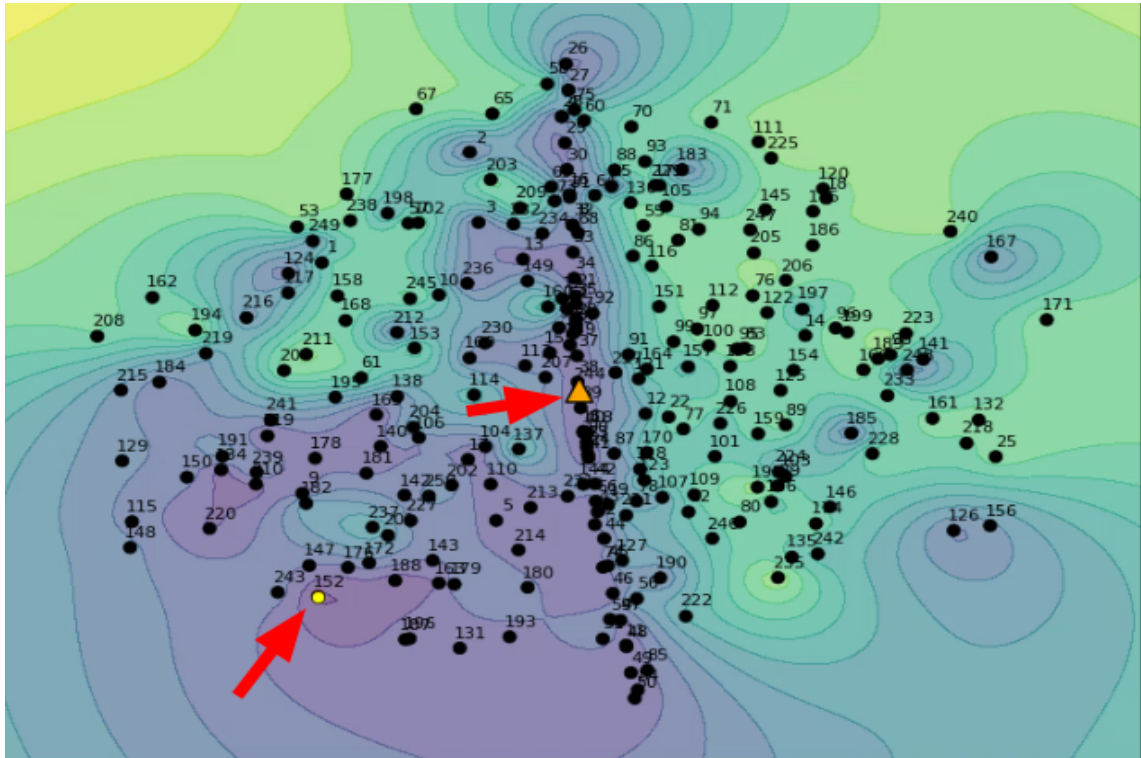


Figura 7.14: Espaço de solução após a 3ª interação: Criação de solução (destaque para a melhor solução e a solução não-dominada).

É possível perceber, através da Figura 7.12, que, além do aumento da densidade, já na primeira interação foi encontrada uma solução de melhor qualidade, representada pelo ID 134. No entanto, a solução não-dominada permaneceu a mesma. A segunda interação, ilustrada na Figura 7.13, possibilitou encontrar uma melhor solução quando comparada à anterior, e houve uma mudança na solução não-dominada, destacadas pelas setas vermelhas. Na terceira e última interação nesta fase, a melhor solução permaneceu a mesma; entretanto, a solução não-dominada foi alterada, conforme representado pela Figura 7.14

Após analisar a melhor solução (ID 152) encontrada no último passo do processo de exploração, a **hipótese** foi de que região em volta dela poderia conter boas soluções. Neste sentido, a ação de **perturbação** foi utilizada como forma de exploração local. O resultado desta operação gerou 20 novas soluções, dentre as quais uma nova melhor solução e uma outra solução não dominada, conforme ilustra a Figura 7.15.

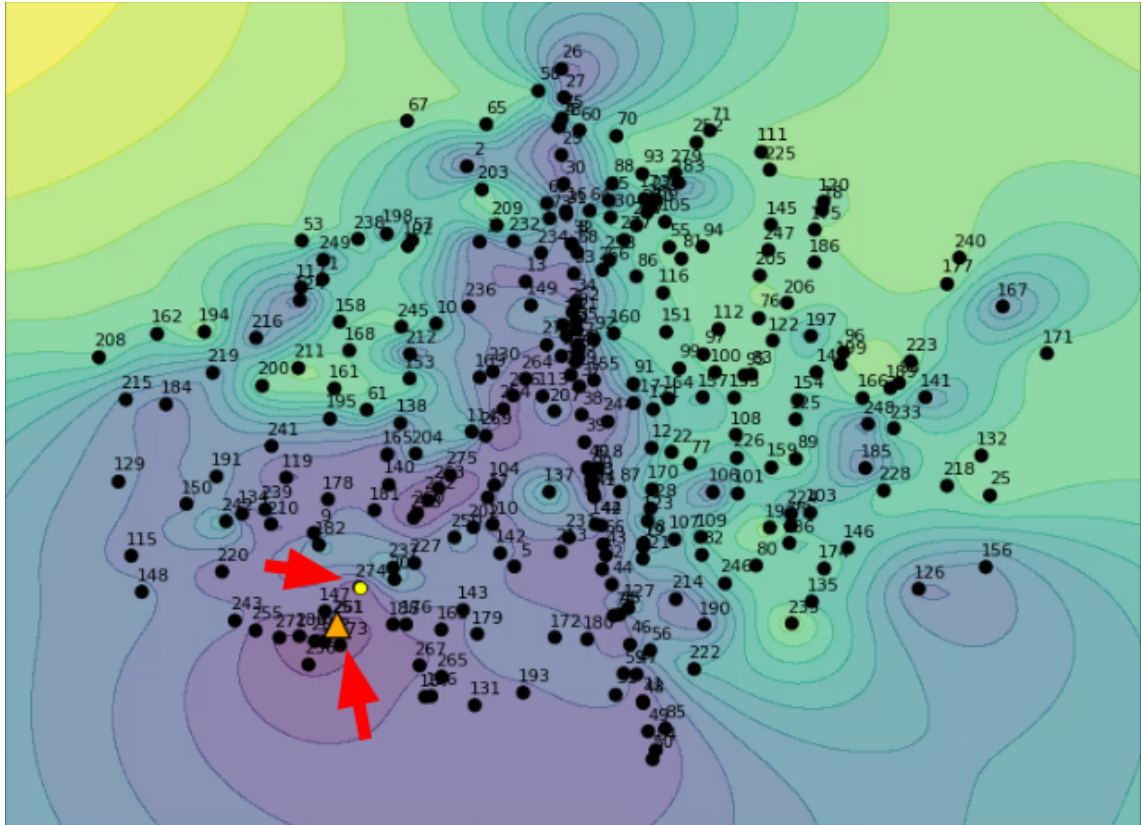
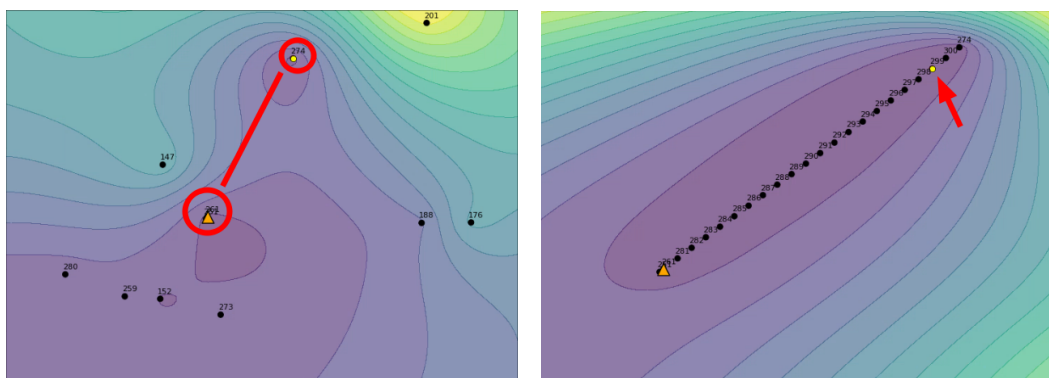


Figura 7.15: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 4ª interação: Perturbação (destaque para a melhor solução e a solução não-dominada).

Ao realizar um **zoom** na região da nova melhor solução e da nova solução não-dominada, a **hipótese** foi de que no espaço entre essas duas soluções poderia conter uma solução melhor. Dessa forma, foi executada uma ação de **interpolação** para a geração de 20 novas soluções intermediárias.

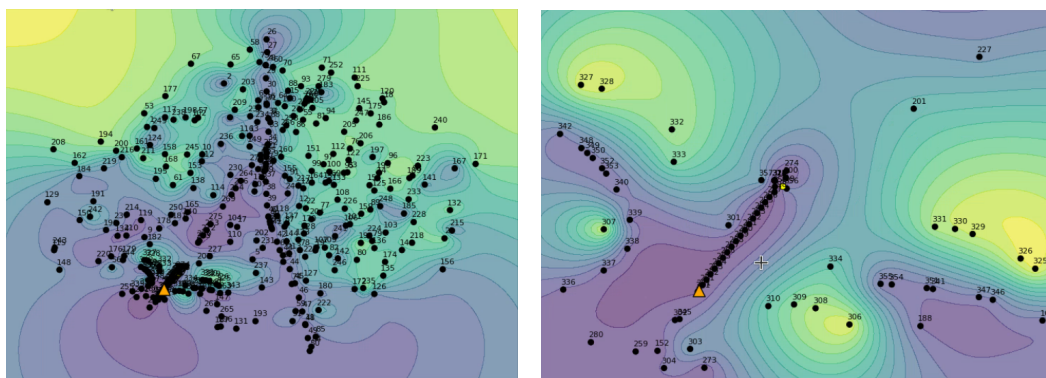


(a) Soluções candidatas para interpolação (b) Resultado da interpolação entre as soluções

Figura 7.16: Interpolação entre as soluções de ID 261 e 274.

A Figura 7.16(a) ilustra a visão ampliada da região em que se encontram a melhor solução atual e a solução não-dominada. Já a Figura 7.16(b) apresenta o resultado da interpolação linear entre essas duas soluções. Percebe-se nesta última que uma nova melhor solução foi encontrada através desta operação.

Posteriormente, com base nos *insights* da visualização do espaço, foi executado um conjunto de ações com o objetivo de explorar novas regiões de busca. Entre as ações realizadas, destacam-se a aplicação do método do gradiente em soluções consideradas promissoras, a execução do algoritmo evolucionário e a geração de novas soluções por meio da interpolação, projeção e cálculo de média entre soluções existentes. Ainda que nenhuma dessas tentativas tenha levado a uma solução com uma melhor qualidade, o processo se beneficiou da exploração do espaço ainda não conhecido. O resultado destas operações resultou na geração do espaço de solução ilustrado na Figura 7.17(a) e, por intermédio do *zoom-in* na região da melhor solução, como mostra a Figura 7.17(b), é possível notar que há uma alta densidade de soluções próximas à melhor solução e à solução não-dominada.



(a) Espaço de solução

(b) Zoom aplicado na região da melhor solução e solução não dominada

Figura 7.17: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após algumas ações interativas.

Partiu-se, então, da **hipótese** de que a vizinhança do melhor resultado obtido até o momento poderia conter outros exemplares de alta qualidade. Para validar essa premissa, foi aplicada uma **perturbação** sobre este modelo e, a partir dela, foram gerados 30 novos candidatos. Dentre os resultados, obteve-se um novo ponto que apresentou qualidade superior, com um *misfit* ainda menor e é destacado pela seta vermelha na Figura 7.18.

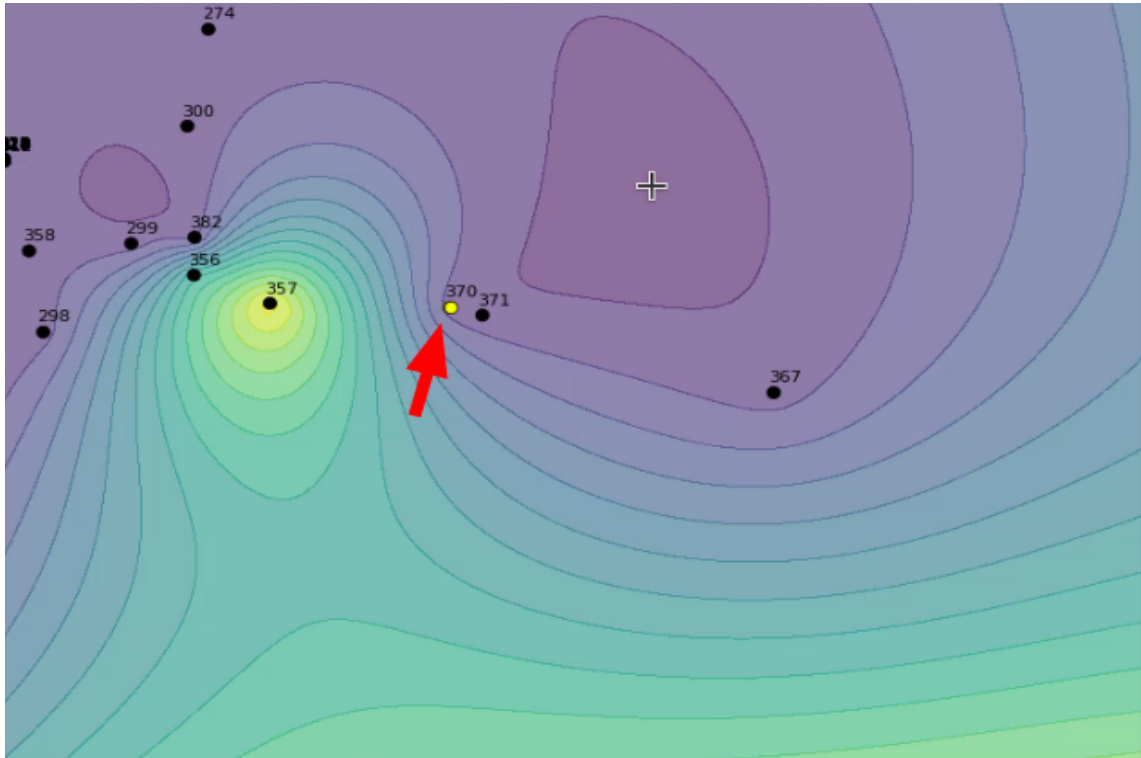
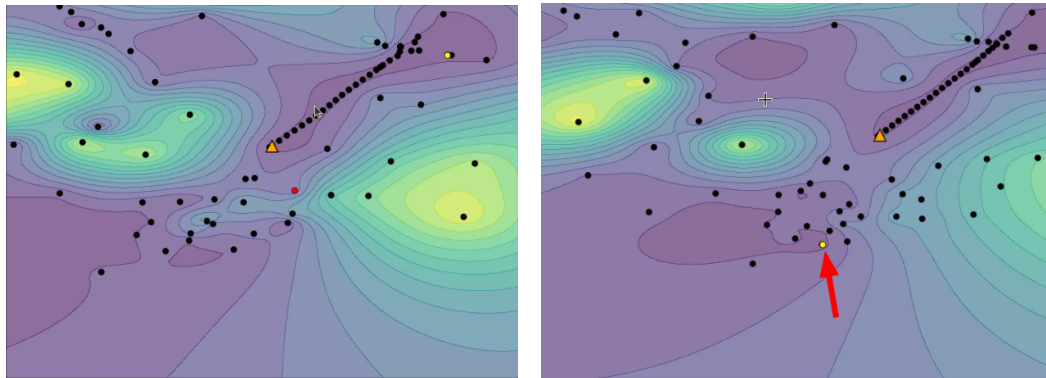


Figura 7.18: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 12^a interação: Perturbação (destaque para a melhor solução).

A busca, então, foi intensificada localmente por meio do método de gradiente descendente aplicado à melhor solução, mas o resultado não foi interessante. Dessa forma, a análise passou a se concentrar na região próxima à solução não-dominada. Observando uma das soluções desta região, representada pelo ponto vermelho na Figura 7.19(a), sob a **hipótese** de que seria uma boa solução, foi realizado novamente o **método do gradiente descendente** sobre ela. Essa abordagem produziu um modelo melhor e, como etapa de refinamento, um filtro de **suavização** foi utilizado, gerando uma melhoria adicional no resultado, conforme ilustra a Figura 7.19(b).

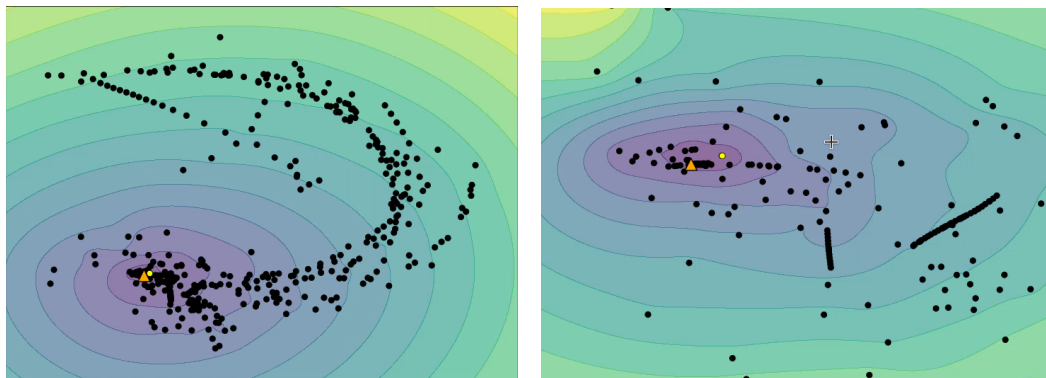


(a) Solução selecionada para aplicação do gradiente

(b) Solução obtida após o gradiente

Figura 7.19: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 13^a e 14^a interação: Gradiente.

Em uma etapa de exploração mais focada, algumas operações locais foram testadas. A partir destas operações, mais especificamente de uma projeção, foi encontrada uma melhor solução. No intuito de olhar o espaço de outra perspectiva, alterou-se a sua visualização para a abordagem baseada na diferença entre os sismogramas, conforme ilustra a Figura 7.20.



(a) Espaço de solução

(b) Zoom aplicado na região da melhor solução e solução não dominada

Figura 7.20: Espaço de solução baseada na diferença entre os sismogramas após a 13^a e 14^a interação: Gradiente.

A partir da análise do espaço sob esta perspectiva, optou-se por aplicar um algoritmo evolucionário. A população inicial foi formada por soluções próximas tanto do melhor resultado conhecido quanto da solução não-dominada. A estratégia foi bem-sucedida e levou à descoberta de um novo modelo com melhor qualidade. Contudo, após esse ponto, novas tentativas de refinamento com métodos de gradiente, suavização e

interpolação mostraram-se ineficazes. Como não houve mais progresso, o processo foi encerrado para que o resultado final pudesse ser analisado.

Após a finalização do processo de otimização guiado, a análise do espaço de solução oferece uma compreensão sobre a natureza do problema e o desempenho da abordagem interativa. São apresentadas duas visualizações distintas: as Figuras 7.21 e 7.22 representam o espaço de solução baseado na diferença entre os próprios modelos em um panorama geral e específico, respectivamente; as Figuras 7.23 e 7.24 ilustram o mesmo espaço a partir da diferença entre os sismogramas gerados.

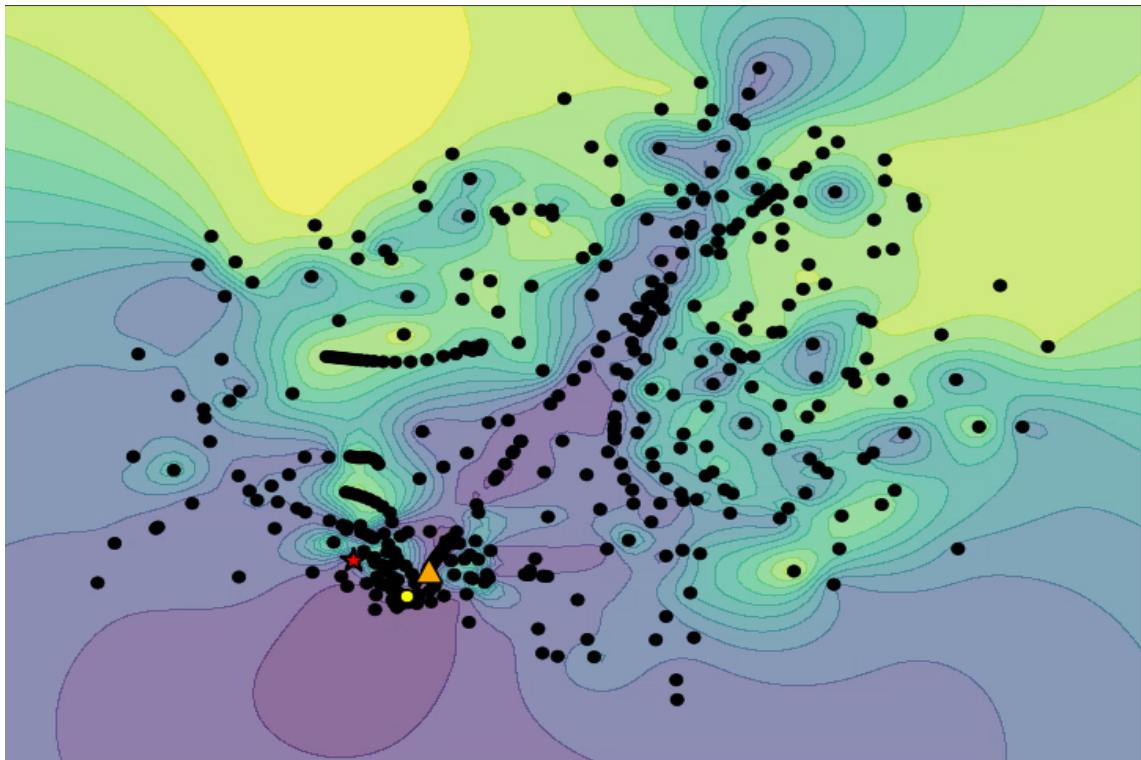


Figura 7.21: Espaço de solução final baseado na diferença entre os modelos de velocidade acrescido da solução ótima.

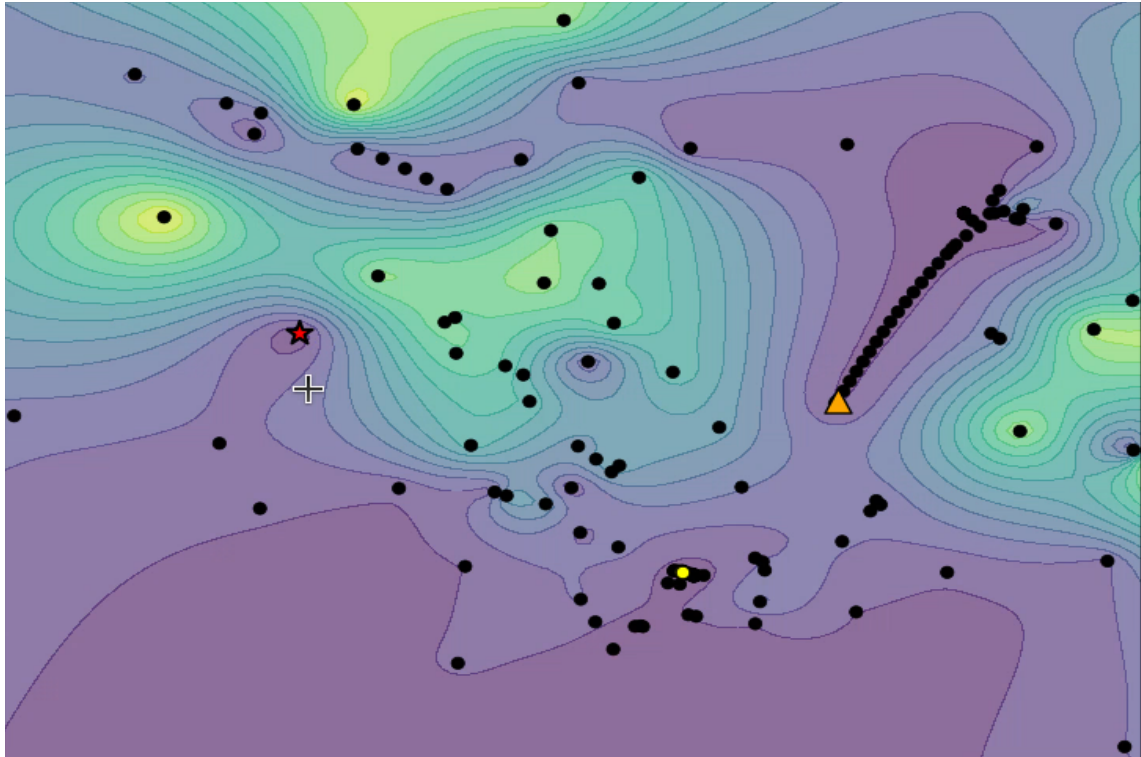


Figura 7.22: Espaço de solução final baseado na diferença entre os modelos de velocidade acrescido da solução ótima (Zoom).

A perspectiva do espaço baseado na diferença entre os modelos revela imediatamente um cenário de alta complexidade e multimodalidade, com diversos pontos que representam mínimos locais. Mesmo nesse cenário desafiador, a distribuição dos pontos indica que as ações interativas exploraram uma área ampla, mas souberam concentrar a busca em regiões promissoras, um indicativo da eficiência da abordagem guiada. O bom desempenho do processo é evidenciado pela proximidade entre a melhor solução encontrada e o modelo real.

Em contraste, a análise do espaço baseada em sismogramas oferece uma visão bem diferente. A paisagem suave, dominada por uma única e grande região de convergência, na qual a melhor solução encontrada e o modelo real estão mais próximos.

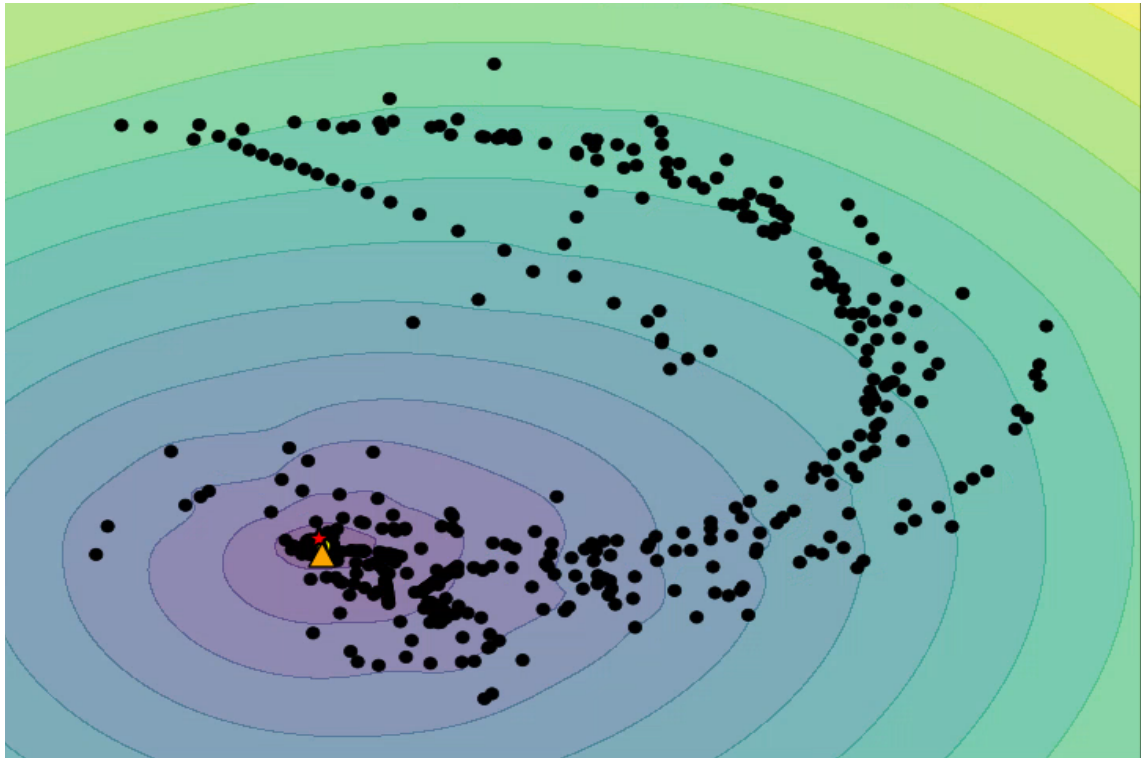


Figura 7.23: Espaço de solução final baseado na diferença entre os sismogramas acrescido da solução ótima.

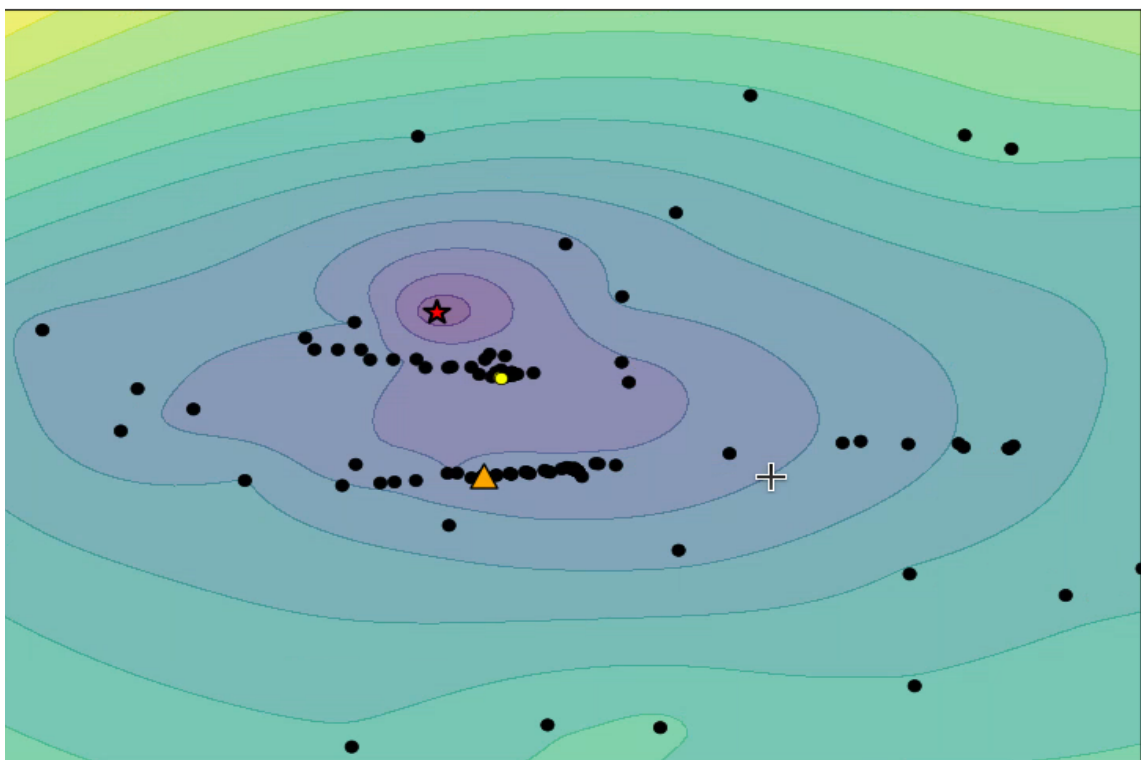


Figura 7.24: Espaço de solução baseado na diferença entre os sismogramas acrescido da solução ótima (Zoom).

A Figura 7.25 detalha o histórico completo da exploração do espaço de soluções ao longo do tempo. O eixo vertical representa o *misfit* e o eixo horizontal mostra o tempo de execução. Cada ponto no gráfico corresponde a uma solução gerada, sendo que sua forma e cor indicam o método ou ação interativa utilizada para criá-la. É notável a grande dispersão de valores, especialmente no início do processo, o que demonstra uma ampla busca na tentativa de encontrar soluções promissoras logo no começo do processo. Este gráfico oferece uma visão transparente de todo o trabalho realizado, registrando tanto as tentativas que resultaram em melhorias significativas quanto aquelas que não apresentaram bons resultados.

A Figura 7.26 sintetiza, por sua vez, o progresso da otimização, exibindo apenas a curva de convergência das melhores soluções encontradas. Este gráfico conecta sequencialmente apenas os pontos que representaram uma melhoria em relação à melhor solução anterior. A trajetória da curva ilustra claramente uma rápida queda inicial no valor do *misfit*, indicando um avanço considerável nas primeiras etapas, seguida por uma fase de estabilização, na qual as melhorias se tornam mais graduais e difíceis de alcançar. Ao identificar qual método gerou cada novo marco de qualidade, o gráfico destaca as ações mais eficazes que guiaram o processo rumo à solução de menor *misfit*. Neste sentido, a melhoria da qualidade das soluções ao longo do tempo não dependeu de um único método, mas sim de várias das ações utilizadas no processo.

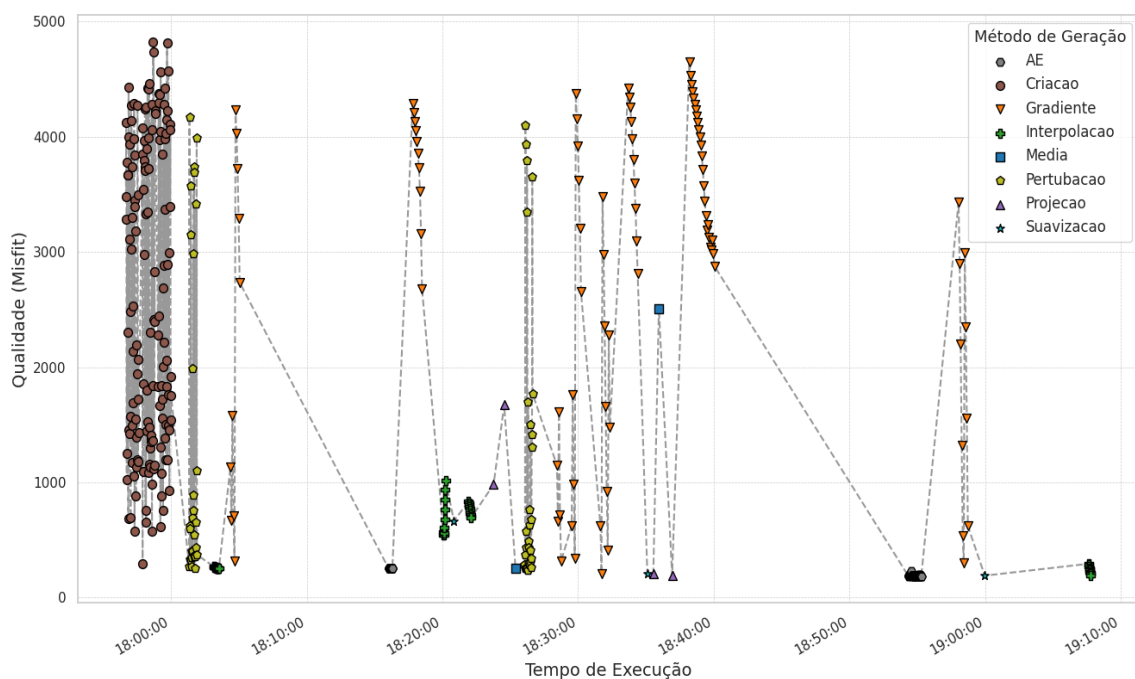


Figura 7.25: Evolução do misfit ao longo do processo de otimização.

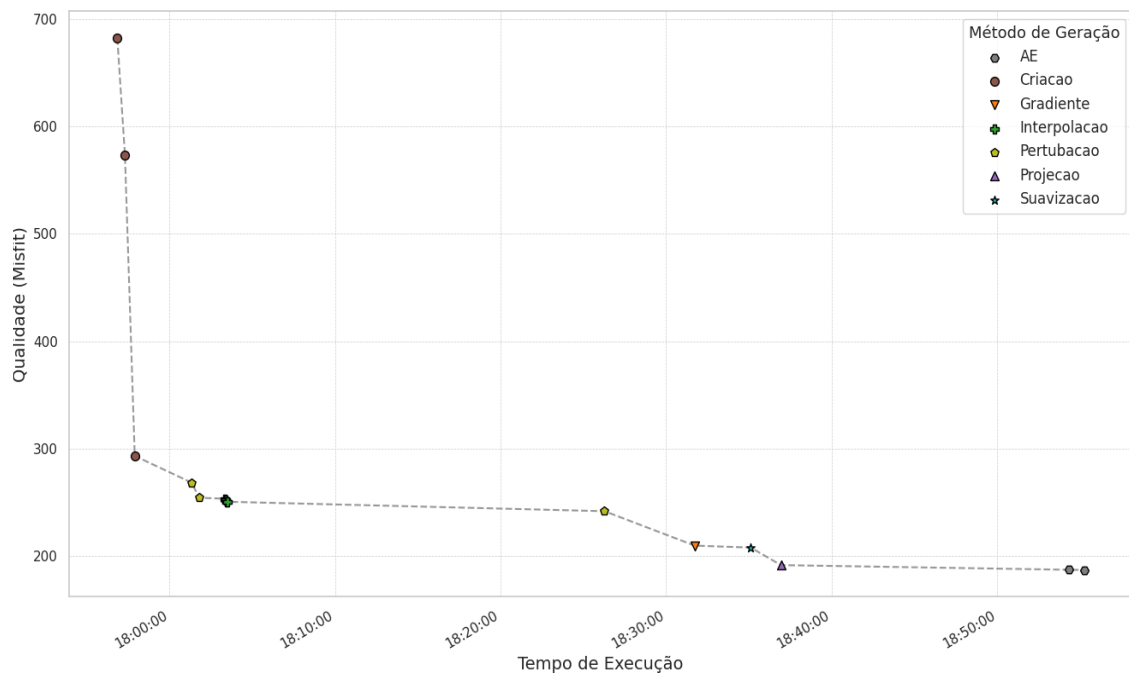


Figura 7.26: Curva de convergência das melhores soluções.

Ao comparar a solução obtida no processo de otimização com o modelo real (ver Figura 7.27), observa-se que a estrutura geral em camadas profundas foi bem representada, com o posicionamento das interfaces principais sendo adequadamente estimado na porção inferior. Em contrapartida, as duas camadas superiores do modelo de referência são representadas no resultado como uma única camada mais espessa e com características homogêneas. Nota-se também que as transições entre as diferentes propriedades, que no modelo real são abruptas e bem definidas, apresentam-se de forma suavizada no modelo otimizado, com a interface caracterizada por uma zona de gradiente suave. Este é um resultado muito promissor, pois o modelo acertou bem a estrutura geral e a localização correta das camadas mais profundas. Mesmo que os detalhes e as divisões entre as camadas ainda precisem de ajustes, o resultado já serve como uma ótima base para continuar o trabalho e refinar o modelo.

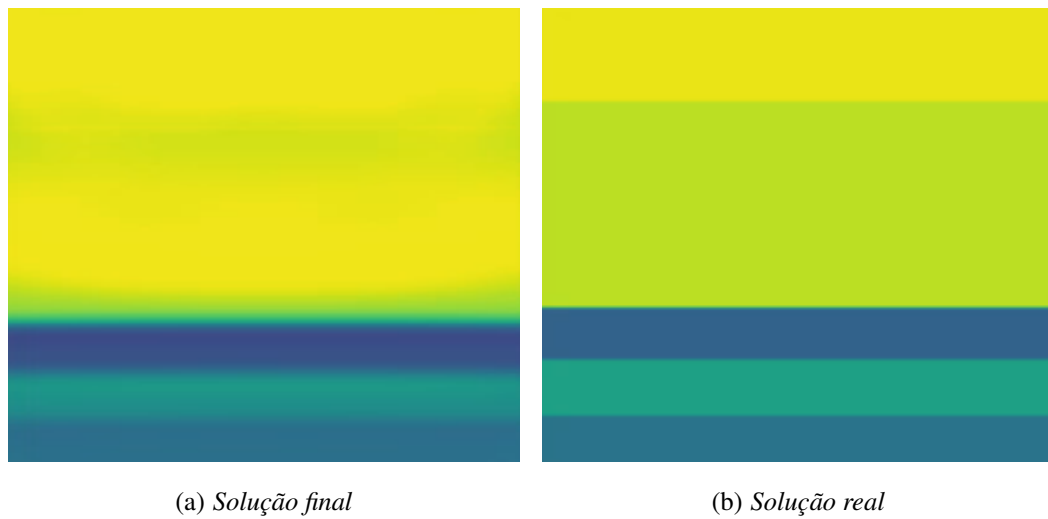


Figura 7.27: Resultado final do problema em camadas.

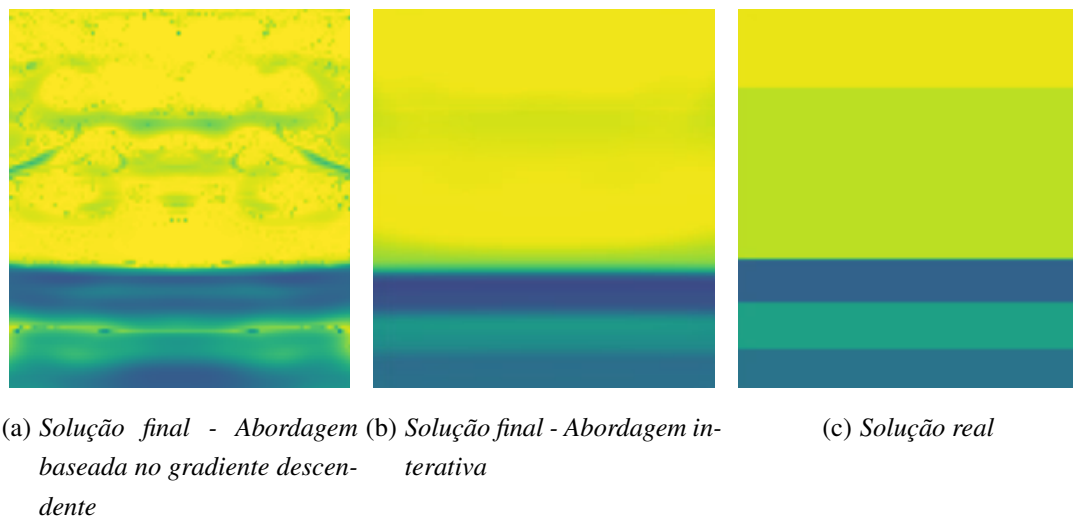


Figura 7.28: Comparação do resultado final do problema em camadas.

Por fim, a análise comparativa, ajustada pelo custo computacional, revela um desempenho superior da abordagem iterativa. Enquanto o método de gradiente descendente, após 256 iterações, obteve um *misfit* de 320,49, a abordagem iterativa obteve um *misfit* de 187,05. A comparação visual, representada na Figura 7.28, ratifica este fato.

7.5.2 Camembert

A análise do espaço de solução para o modelo Camembert, quando observada inicialmente sem a presença da solução ótima, revela uma topologia que, a priori, parece relativamente simples. A Figura 7.29(a) ilustra esse espaço dominado por uma região de possível mínimo local na porção direita do mapa, com um mínimo claro e bem definido

ao redor da solução de número 96. Com base apenas nesta amostragem inicial, o usuário seria levado a crer que a solução para o problema de inversão se encontra nesta região e que um algoritmo de otimização, partindo de qualquer ponto próximo, convergiria para este mínimo local.

No entanto, a introdução da solução ótima (ponto 0, marcado com a estrela vermelha) ilustrada na Figura 7.29(b) modifica essa interpretação e expõe a verdadeira complexidade do problema. A inclusão deste ponto revela a existência de uma outra região promissora, desta vez isolada na porção superior direita do mapa. Ela representa a região de convergência para o mínimo global. A comparação entre as duas figuras oferece um *insight* sobre o perigo da subamostragem e a natureza enganosa dos espaços de solução altamente não convexos.

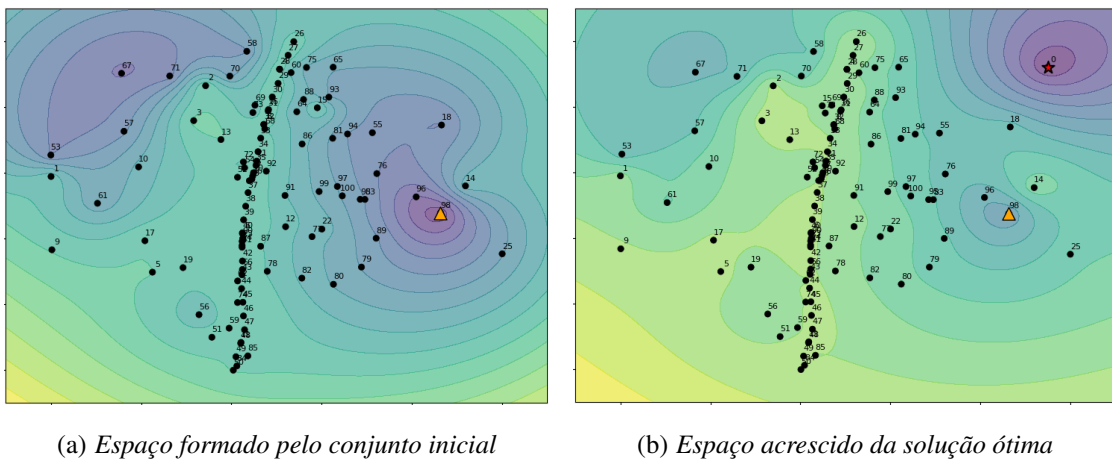


Figura 7.29: Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade - Camembert.

Uma análise mais detalhada da visualização do espaço de soluções, especialmente a baseada na diferença entre os sismogramas, revela outros *insights* interessantes sobre a natureza do problema de inversão. A noção de proximidade entre duas soluções é diferente quando se compara o espaço baseado na diferença entre os modelos e o espaço baseado na diferença entre os sismogramas. Um excelente exemplo disso são as soluções representadas pelos pontos de ID 67 e 96. Na visualização baseada no modelo (Figura 7.29), esses pontos estão em posições muito distantes, sugerindo que as estruturas dos seus modelos de velocidade são bastante distintas. Contudo, na visualização baseada nos sismogramas, conforme ilustra a Figura 7.30, eles se mostram muito próximos, ambos situados dentro da mesma região em torno do ponto 98. Este fato é uma poderosa ilustração do problema da não unicidade, onde modelos com parâmetros estruturalmente diferentes podem gerar dados sísmicos semelhantes.

Outro ponto a ser comentado é a trajetória da busca pela solução ótima. A imagem que inclui a melhor solução sugere que, no caso do Camembert, a busca pela

solução, mesmo quando converge para o mínimo local (ID 98), move-se na direção geral correta dentro do espaço de soluções. Ou seja, a transição das soluções de alto *misfit* (majoritariamente à esquerda no mapa) para a região do mínimo local (à direita) posiciona a busca no quadrante correto onde a solução ótima também reside, ainda que em uma região de convergência separada e mais profunda. Este comportamento difere do observado no modelo em camadas, no qual a solução ótima estava em outra direção.

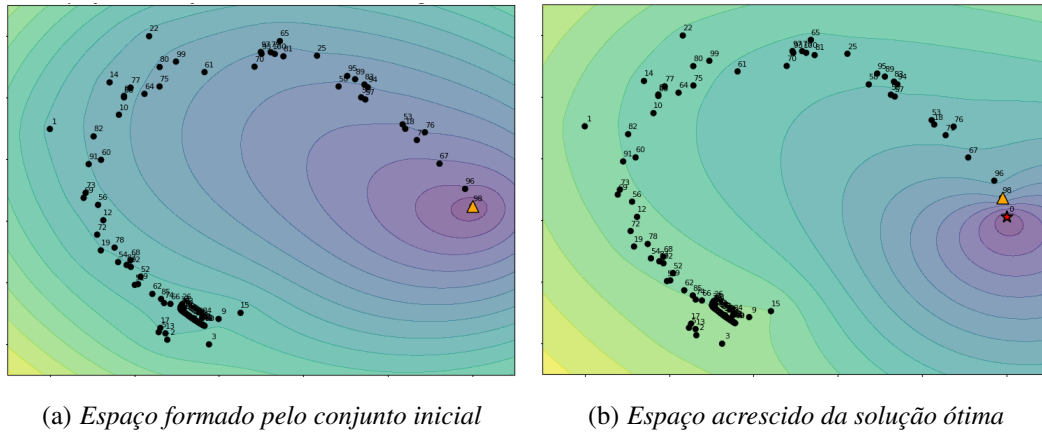


Figura 7.30: Espaço de solução baseado na diferença entre os sismogramas - Camembert.

A Figura 7.31 ilustra a trajetória do *misfit* ao longo do caminho de interpolação linear, partindo da solução homogênea (ID 50) em direção à solução real. Observa-se uma descida suave e monotônica, com o *misfit* diminuindo de aproximadamente 4500 na iteração 1 para valores próximos de zero na iteração 1000. Apesar da convergência direta neste caminho de interpolação, é necessário enfatizar que ele representa apenas uma rota específica. O processo de otimização real, contudo, pode encontrar topologias mais complexas e obstáculos no espaço de solução.

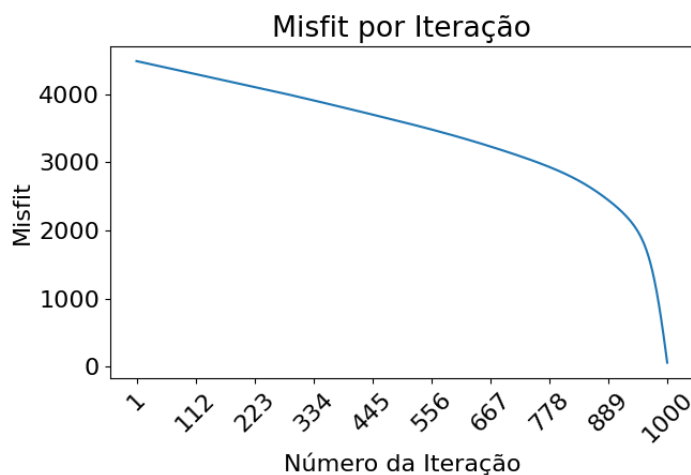


Figura 7.31: Interpolação linear entre a solução 50 (homogênea) e a solução real (camembert).

Exploração do Espaço

A partir da análise do espaço de solução inicial do problema, ilustrado na Figura 7.32, optou-se por ampliar o conhecimento do espaço aumentando o número de soluções. O processo, então, ocorreu em duas fases distintas. Primeiro, foram gerados três conjuntos de 50 modelos baseados na estrutura em camadas. Em um segundo momento, a abordagem mudou para a criação de 100 novas soluções aleatórias do tipo camembert, buscando introduzir uma variedade estrutural diferente. Essa sequência resultou na adição de 250 novos modelos, criando um conjunto de soluções mais diversificado para as etapas seguintes da otimização.

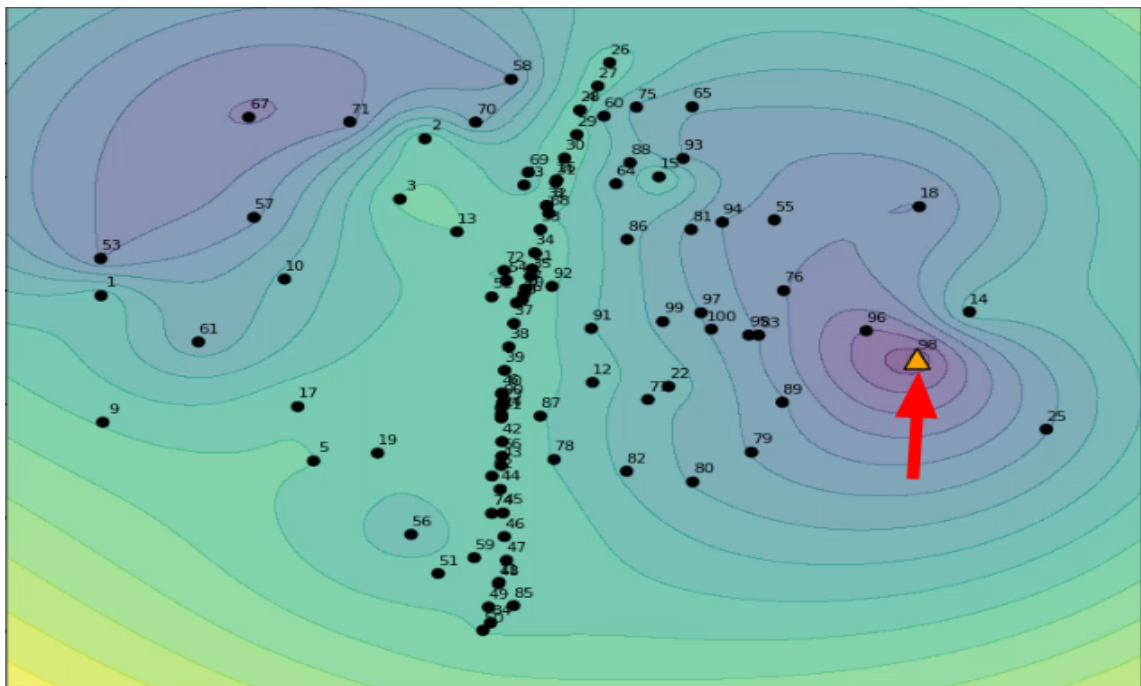


Figura 7.32: Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade (destaque para a melhor solução/não-dominada).

Comparando as Figuras 7.32 e 7.33 – nas quais a melhor solução (também não-dominada) é destacada pela seta vermelha – é possível perceber que a primeira interação gerou soluções principalmente na lateral direita do espaço, formando novas regiões de mínimo. No entanto, mas a melhor solução (que, neste caso, também é uma solução não-dominada) permaneceu a mesma.

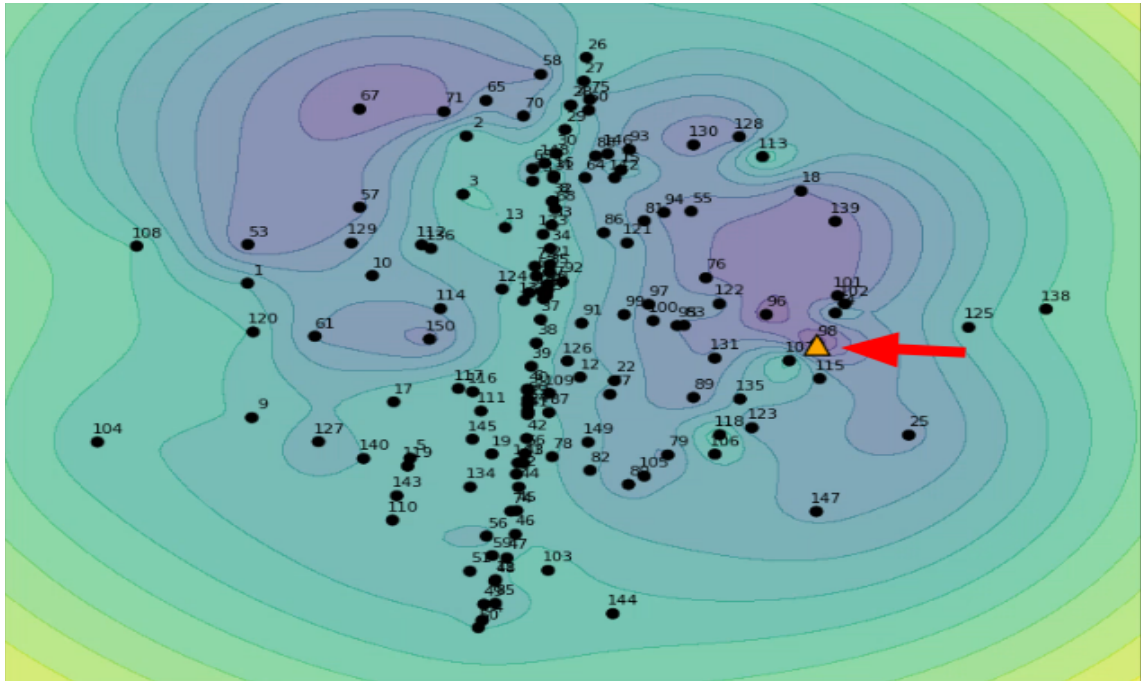


Figura 7.33: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 1ª interação: Criação (destaque para a melhor solução/não-dominada).

O resultado da segunda interação, ilustrado na Figura 7.34, nota-se que uma nova melhor solução (não dominada) foi encontrada e uma região do espaço que ainda não havia sido explorada, o que denota a capacidade de expansão do espaço a partir da ação interativa de criação de soluções.

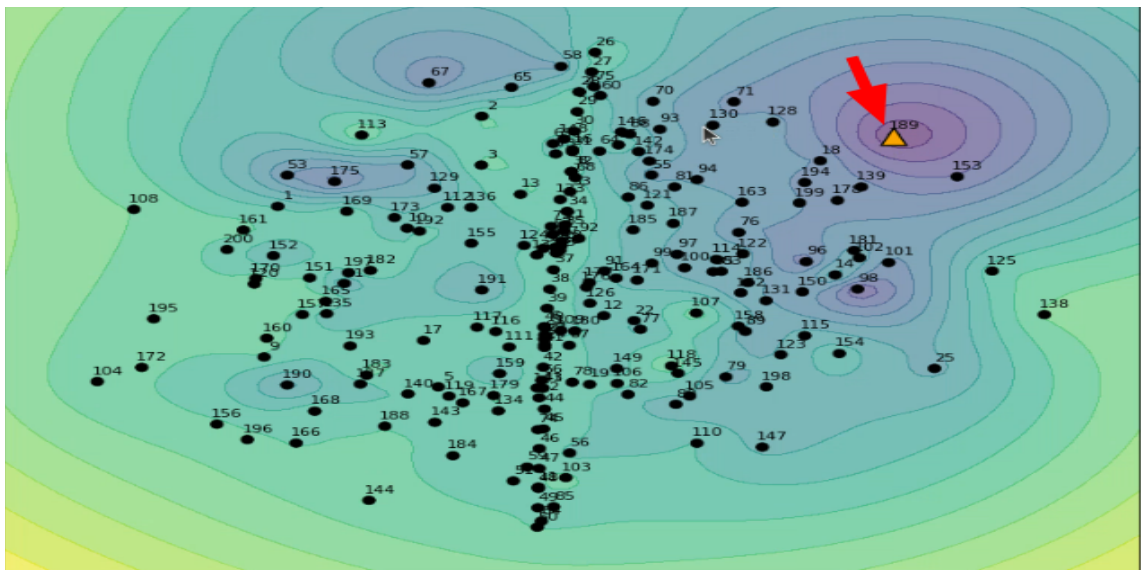


Figura 7.34: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 2ª interação: Criação (destaque para a melhor solução/não-dominada).

Como ilustrado na Figura 7.35, a terceira interação não produziu soluções melhores, e a melhor solução permaneceu a mesma. Entretanto, a quarta interação, na qual foram criadas 100 soluções do tipo camembert, conseguiu gerar uma nova melhor solução, bem como uma nova solução não-dominada, conforme apontado pelas setas vermelhas na Figura 7.36.

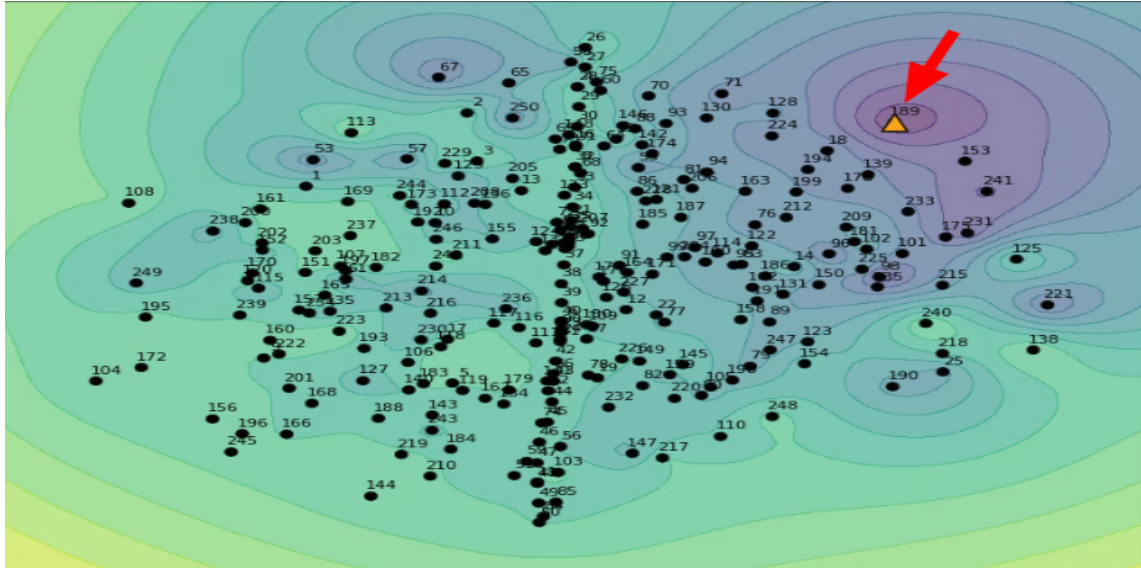


Figura 7.35: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 3ª interação: Criação (destaque para a melhor solução/não-dominada).

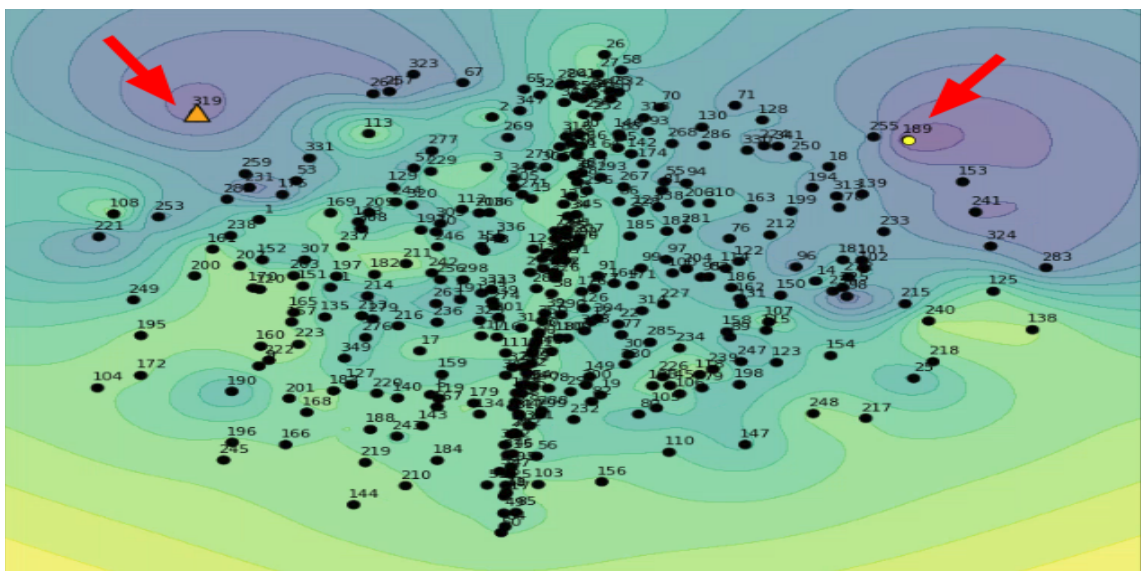


Figura 7.36: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 4ª interação: Criação (destaque para a melhor solução e solução não-dominada).

Então, analisando a região em torno e sob a **hipótese** de que se tratava de uma região promissora, decidiu-se **perturbar** a melhor solução. Essa ação resultou na criação de uma nova solução melhor e uma nova solução não-dominada, como é mostrado na Figura 7.37.

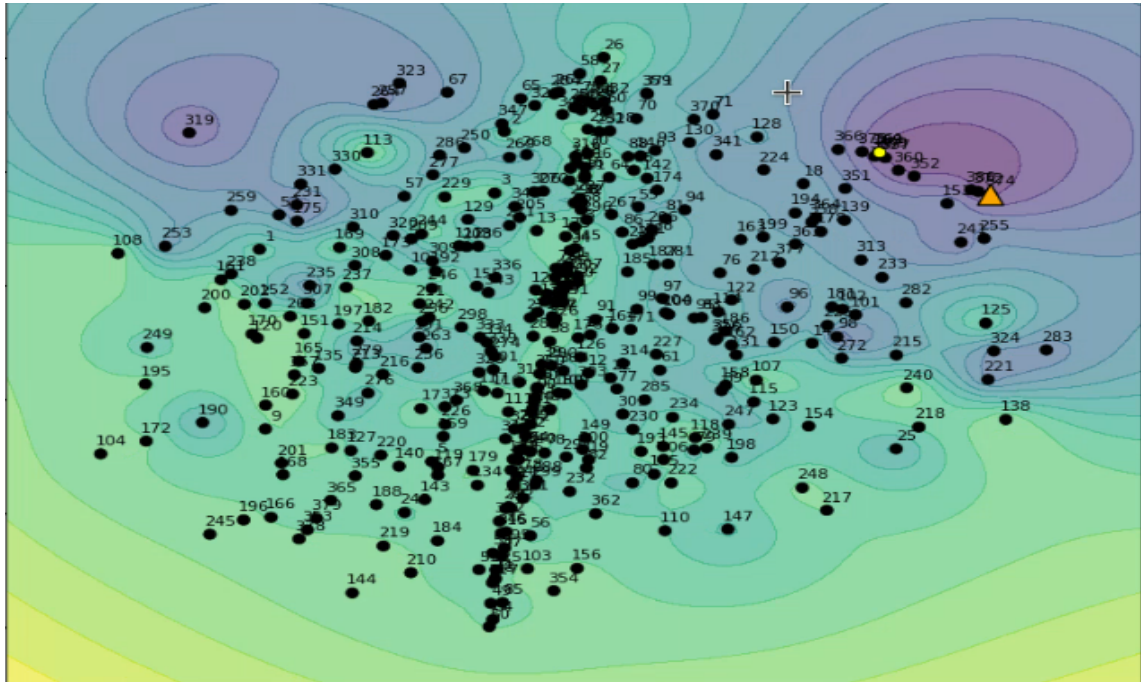
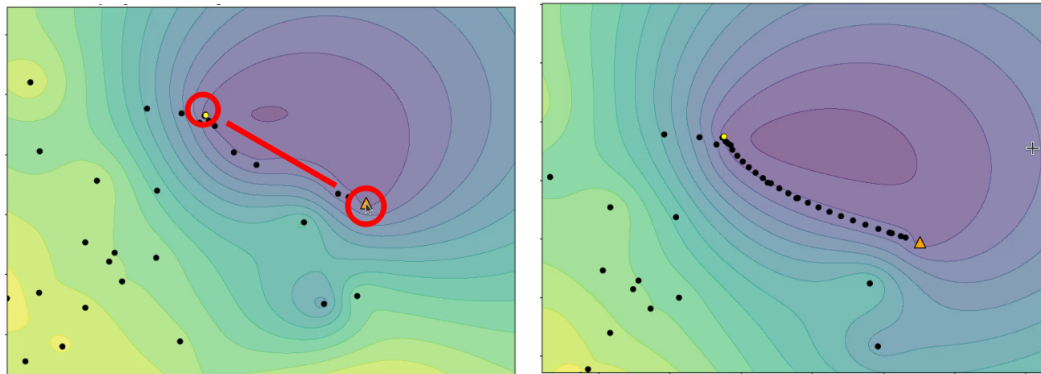


Figura 7.37: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 5ª interação: Perturbação.

Focando na região da melhor solução e da solução não-dominada, como ilustra a Figura 7.38, acreditou-se haver entre estas duas, alguma solução intermediária que pudesse ter um ganho de qualidade. Dessa forma, optou-se por fazer uma interpolação linear entre elas, conforme mostrada na Figura 7.38(a). O resultado desta operação, representado pela Figura 7.38(b), mostra que não houve nenhuma melhoria.

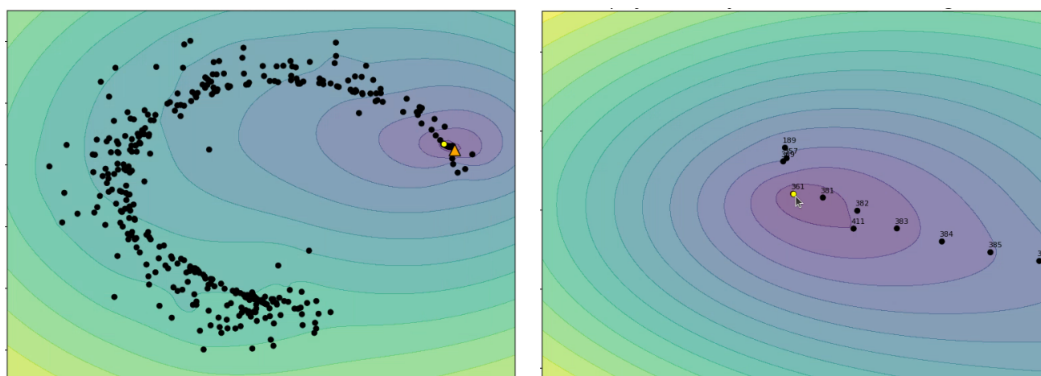


(a) Soluções candidatas para interpolação

(b) Resultado da interpolação

Figura 7.38: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 6ª interação: Interpolação.

Sob outra perspectiva, analisou-se o espaço na abordagem baseada na diferença entre os sismogramas, ilustrado na Figura 7.39(a), com região de interesse ampliada na Figura 7.39(b). Em uma **hipótese** de que uma busca local poderia encontrar ali soluções com uma maior qualidade, foi aplicado o gradiente descendente sobre a melhor solução.



(a) Espaço de solução

(b) Região da melhor solução (Zoom)

Figura 7.39: Espaço de solução baseado na diferença entre os sismogramas para análise de região promissora.

A partir da aplicação do gradiente descendente, gerou-se uma nova melhor solução e uma nova solução não-dominada e estas são apresentadas em um foco de *zoom* do espaço de solução apresentado na Figura 7.40.

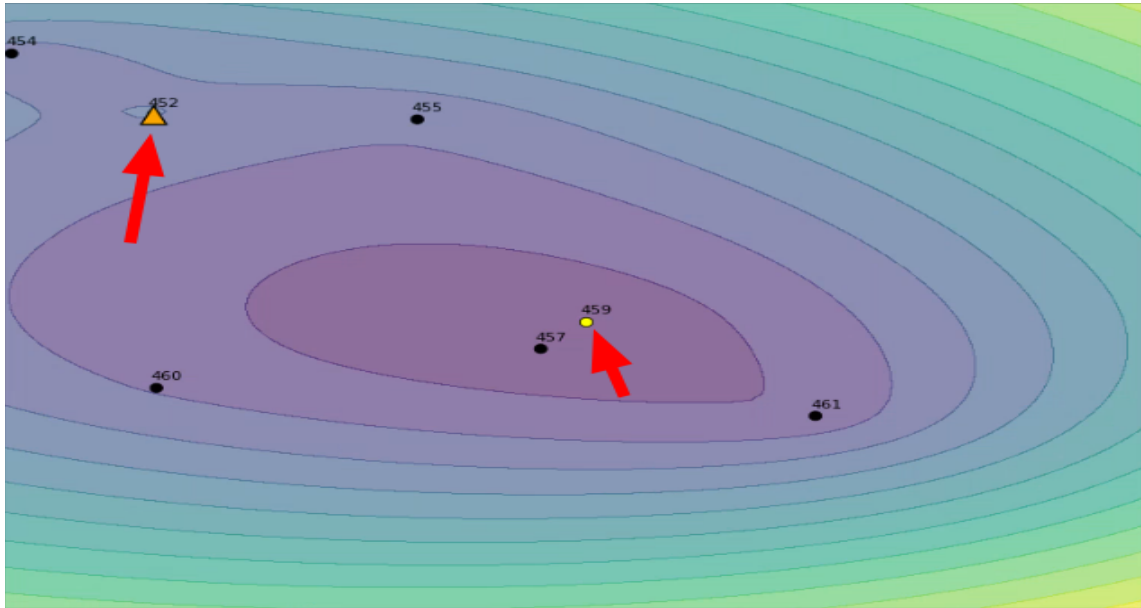


Figura 7.40: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 7ª interação: Gradiente.

As etapas subsequentes do processo de otimização foram realizadas em um ciclo dinâmico de exploração e refinamento, guiado pelos *insights* da visualização. O trabalho continuou com o uso de exploração do espaço a partir da perturbação e do uso do gradiente descendente nas soluções consideradas promissoras. Foram utilizadas ainda as ações de projeção e interpolação, além do algoritmo evolucionário. Esse conjunto de operações foi executado e o espaço de solução final é representado nas Figuras 7.41 e 7.42.

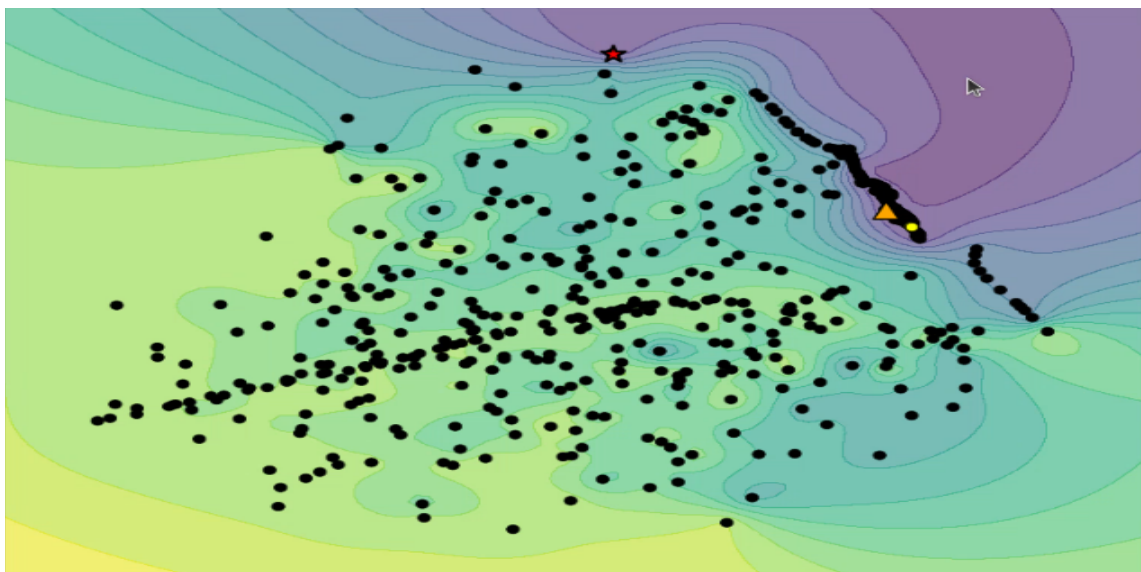


Figura 7.41: Espaço de solução final baseado na diferença entre os modelos.

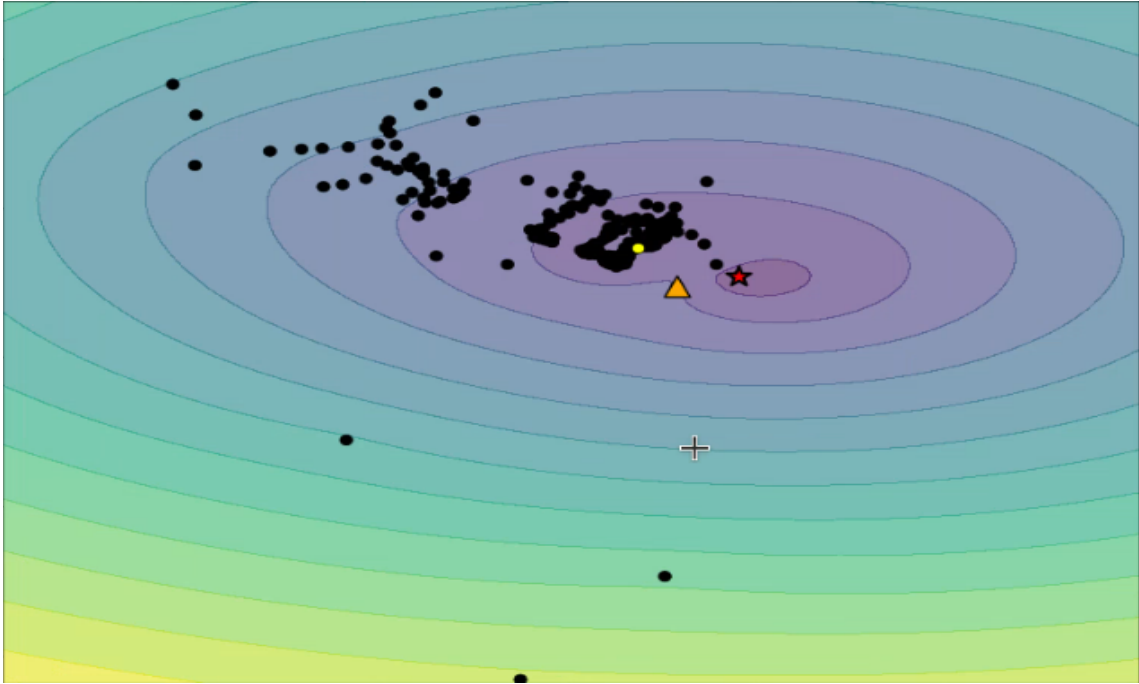


Figura 7.42: Espaço de solução final baseado na diferença entre os sismogramas.

O que se pode perceber ao observar as Figuras 7.41 e 7.42 é que a solução ótima no espaço baseado em modelo está bastante distante da melhor solução, enquanto no espaço baseado no sismograma, as soluções de referência (melhor solução, não-dominada e ótima) estão próximas uma das outras. Isso mostra *misfit* obteve um grande decréscimo ao longo do processo de otimização, mas o modelo ainda permaneceu um pouco distante do real.

Em uma análise mais analítica, os gráficos expressos nas Figuras 7.43 e 7.44 apresentam a evolução do *misfit* das soluções ao longo do processo de otimização e a curva de convergência das melhores soluções. A partir destas ilustrações, é possível verificar que grande parte das ações interativas utilizadas para gerar novas soluções conseguiu boas ou melhores soluções. Neste cenário, destacam-se os próprios métodos de otimização do gradiente descendente e do AE, bem como as ações de criação, perturbação e projeção.

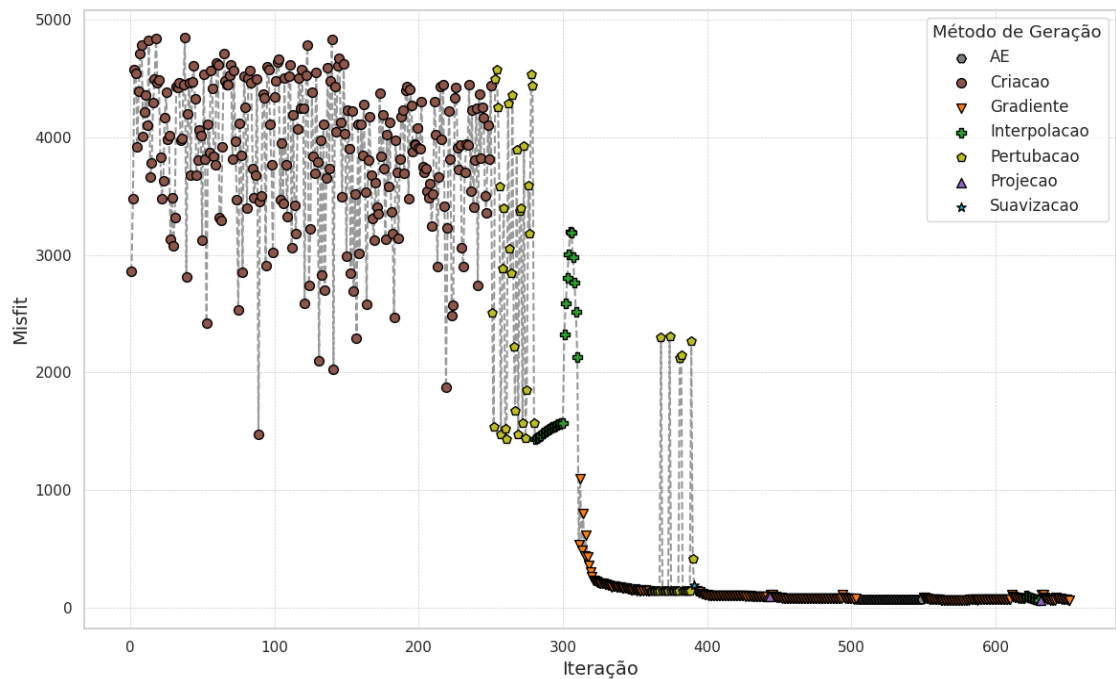


Figura 7.43: Evolução do misfit ao longo do processo de otimização.

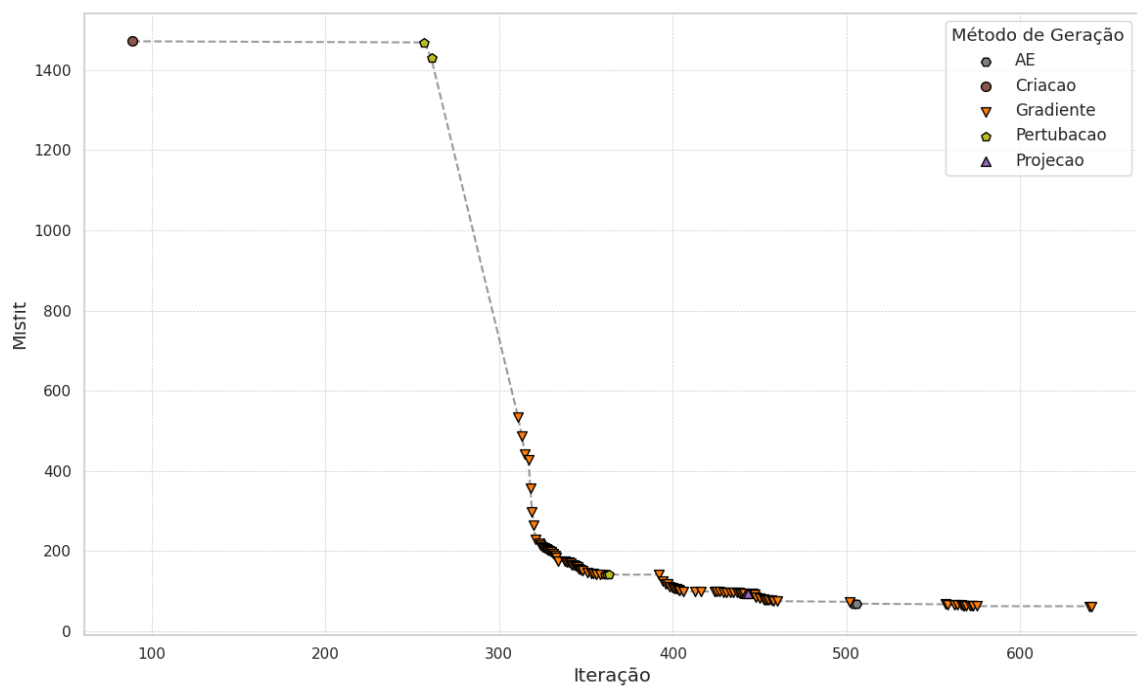
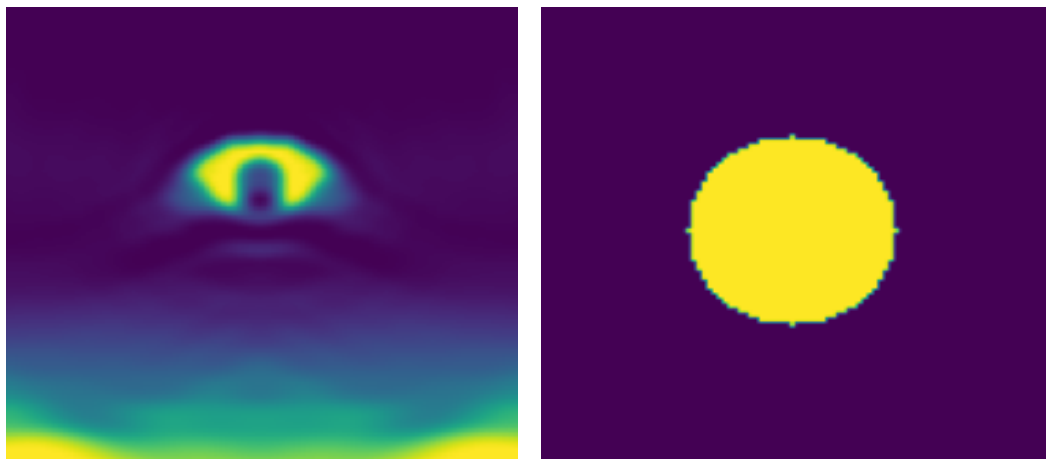


Figura 7.44: Curva de convergência das melhores soluções.

A análise dos resultados para o modelo Camembert revela um cenário complexo. Como aspecto positivo, o algoritmo demonstrou ser capaz de localizar com sucesso a posição geral da anomalia central, bem como o contraste de propriedades entre ela

e o meio circundante. Essa localização correta indica que a otimização caminhou na direção certa. Contudo, a geometria do modelo real não foi recuperada. Em vez de um círculo com contornos nítidos, o resultado apresenta uma estrutura em forma de arco, com bordas suaves e difusas, além de gerar outros artefatos de baixa amplitude no restante do modelo. Este resultado é uma forte evidência de que o algoritmo de gradiente descendente convergiu para um mínimo local. Ou seja, o processo encontrou uma solução que reduz o *misfit* até um ponto satisfatório, mas que não corresponde ao ótimo global, que seria o modelo circular verdadeiro. Durante o processo iterativo, apesar das diferentes abordagens testadas, não foi possível encontrar uma estratégia que permitisse ao algoritmo superar essa barreira de mínimo local e evoluir para a solução correta, evidenciando uma limitação das estratégias de busca para este problema.

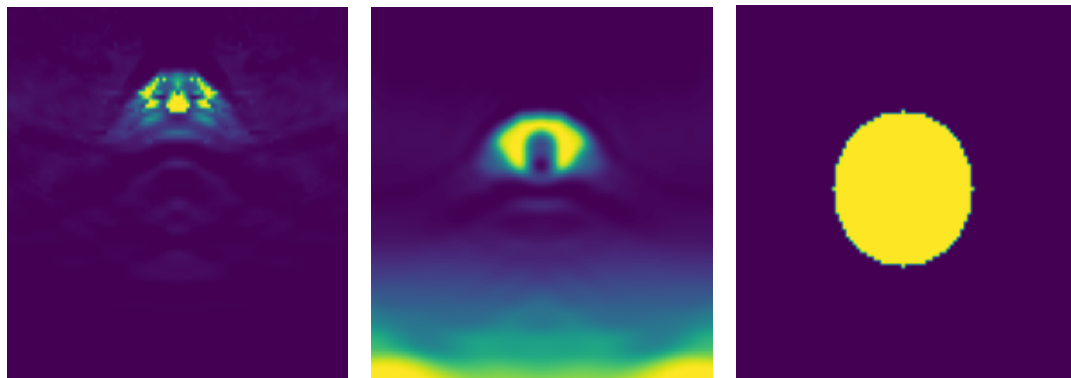


(a) Solução final

(b) Solução real

Figura 7.45: Resultado final do problema Camembert.

Quando comparada com o método baseado puramente na descida do gradiente, levando em consideração a equivalência estabelecida na Seção 7.4, a abordagem interativa demonstrou um melhor desempenho. Com um total de 650 iterações (251 geradas pelo método baseado no gradiente e 399 por outras ações), a abordagem interativa obteve um *misfit* igual a 64,67. O método baseado puramente no gradiente, para o qual foi estabelecido um total de 450 iterações, teve sua execução interrompida na iteração 181, alcançando um valor de *misfit* de 173,75. A interrupção pode ter ocorrido devido à incapacidade do algoritmo em encontrar um tamanho de passo que garantisse a minimização contínua do *misfit*. A Figura 7.46 ilustra a comparação visual do resultado obtido nas duas abordagens.



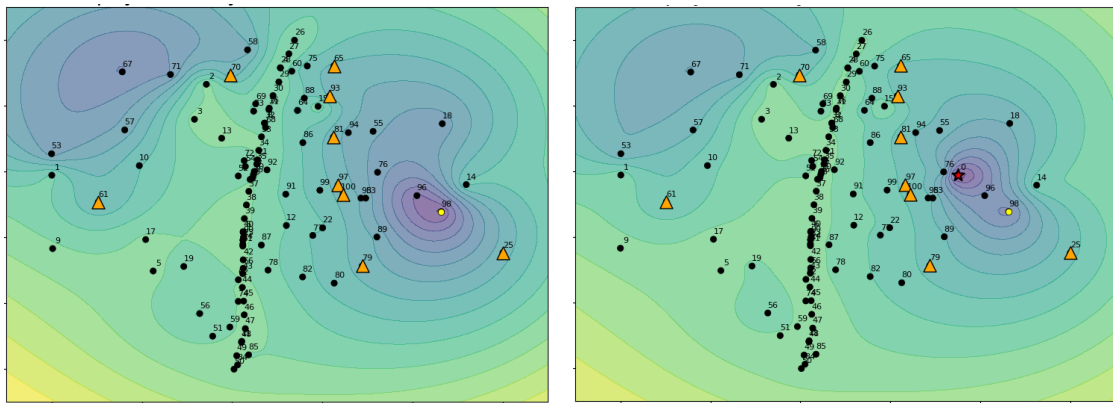
(a) Solução final - Abordagem baseada no gradiente descendente (b) Solução final - Abordagem iterativa (c) Solução real

Figura 7.46: Comparação do resultado final do problema Camembert.

7.5.3 Marmousi

Semelhantemente aos demais modelos observados, o espaço de solução do modelo Marmousi apresenta uma curvatura complexa com alguns vales e/ou mínimos locais. Uma perspectiva focada na distribuição espacial da amostragem inicial permite extrair outras conclusões sobre o espaço de soluções do Marmousi e também dos outros modelos. Observando a Figura 7.47(a), é notável a formação de um eixo de alta densidade de soluções, alinhado verticalmente próximo ao meio do espaço. Esta concentração sugere que uma parte significativa da amostragem gerou modelos que, embora diferentes entre si, compartilham uma característica estrutural comum, formando um caminho bem definido no espaço de soluções. As soluções fora deste eixo, como as da bacia em torno da solução representada pelo ID 96, representam modelos com características diferentes. Um aspecto importante e distinto em relação aos outros modelos é a grande quantidade de soluções não-dominadas, representadas pelos triângulos da cor laranja, que existem dentro do espaço, formando uma espécie de linha vertical ao lado da “coluna principal” de soluções.

A introdução da solução ótima, ilustrada na Figura 7.47(b), gera um *insight* interessante sob esta nova ótica. A solução real não apenas se encontra fora desta “espinha dorsal”, mas encontra-se em uma possível região de mínimo local (próximo a 96) que representa uma classe diferente de modelos. Isso mostra que a região mais intensamente investigada pela amostragem inicial pode não ser um bom caminho. Este cenário mostra a importância da exploração das áreas pouco exploradas do espaço.



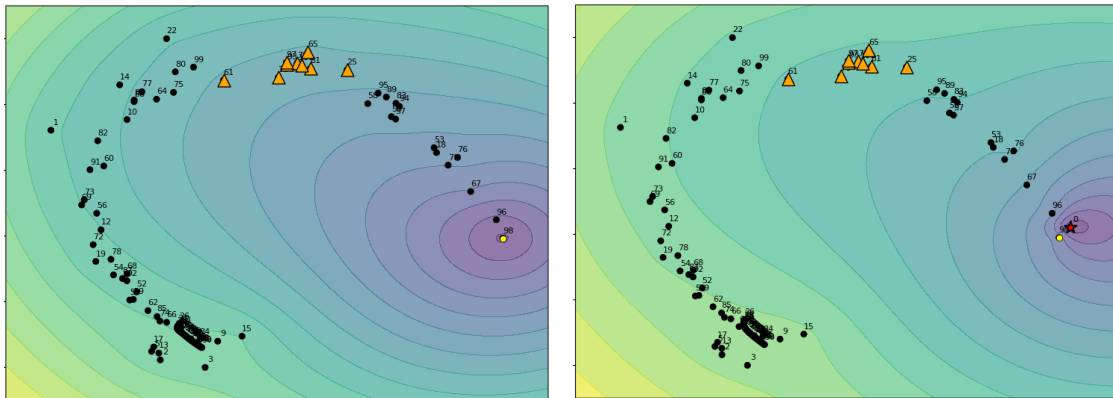
(a) Espaço formado pelo conjunto inicial

(b) Espaço acrescido da solução ótima

Figura 7.47: Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os modelos de velocidade - Marmousi.

No que diz respeito a representação do espaço de solução sob a perspectiva da diferença entre os sismogramas (Figura 7.48(a)), a primeira observação, consistente com os outros casos, é o efeito de suavização que a passagem do espaço do modelo para o espaço dos dados impõe à topologia. O espaço acidentado e multi-modal visto na análise baseada no modelo dá lugar a uma estrutura muito mais simples e suave. Neste sentido, o espaço do Marmousi revela apenas uma possível região de mínimo local, grande e bem definida, embora com uma forma irregular e alongada. A melhor solução inicial (ID 98), conforme ilustra a Figura 7.48(b), já se encontra próxima a este vale. Nesta representação em específico, fica entendido que não necessariamente as soluções não-dominadas estão próximas à solução ótima.

Para o problema do Marmousi, o maior desafio é a busca global inicial para encontrar a região mais promissora dentro do espaço. Um algoritmo de otimização eficiente, partindo do ponto correto, teria um caminho contínuo e sem obstáculos para chegar à solução global.



(a) Espaço formado pelo conjunto inicial

(b) Espaço acrescido da solução ótima

Figura 7.48: Espaço de solução inicial baseado na diferença entre os sismogramas - Marmousi.

A Figura 7.49 mostra o desempenho do misfit ao longo de um caminho de interpolação linear, estabelecido entre a solução homogênea (ID 50) e o modelo real. O gráfico revela uma redução de erro ininterrupta, partindo de um valor inicial de aproximadamente 4.500 (na primeira iteração) até atingir um patamar próximo de zero (na iteração 1.000). A característica monotônica da curva, que não apresenta picos de erro, indica que esta rota específica oferece um caminho de convergência excepcionalmente suave. No entanto, é prudente destacar que esta trajetória ideal não é representativa da complexidade do problema analisado.

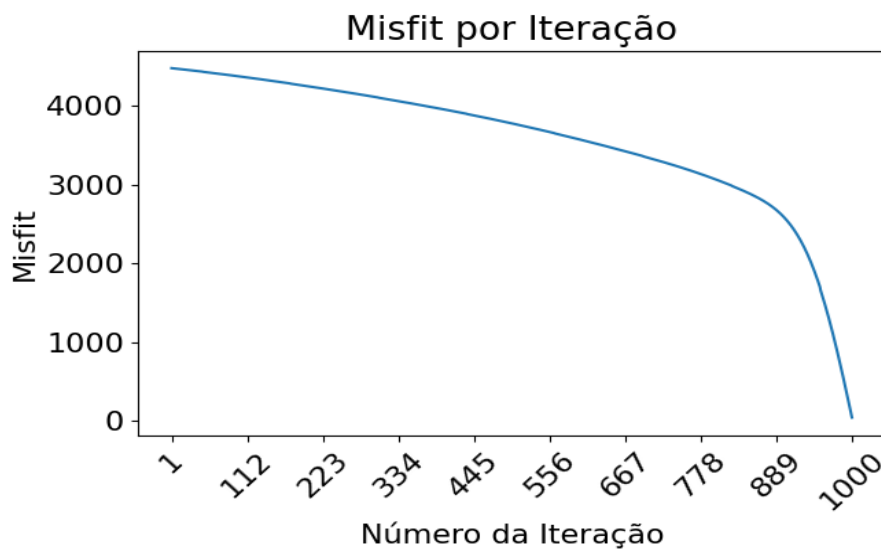


Figura 7.49: Interpolação linear entre a solução 50 (homogênea) e a solução real (marmousi).

Exploração do Espaço

O espaço de solução inicial representado na Figura 7.50 é muito diferente das outras instâncias discutidas anteriormente. A saber, contém várias soluções não-dominadas espalhadas pelo espaço. A predominância dos triângulos na parte lateral direita pode indicar uma região promissora. Neste sentido, seguindo a **hipótese** supracitada, a primeira ação interativa foi a aplicação do algoritmo baseado no gradiente descendente sobre a melhor solução. Esta operação melhorou a qualidade da melhor solução e criou diversas novas soluções não-dominadas, como ilustra a Figura 7.51.

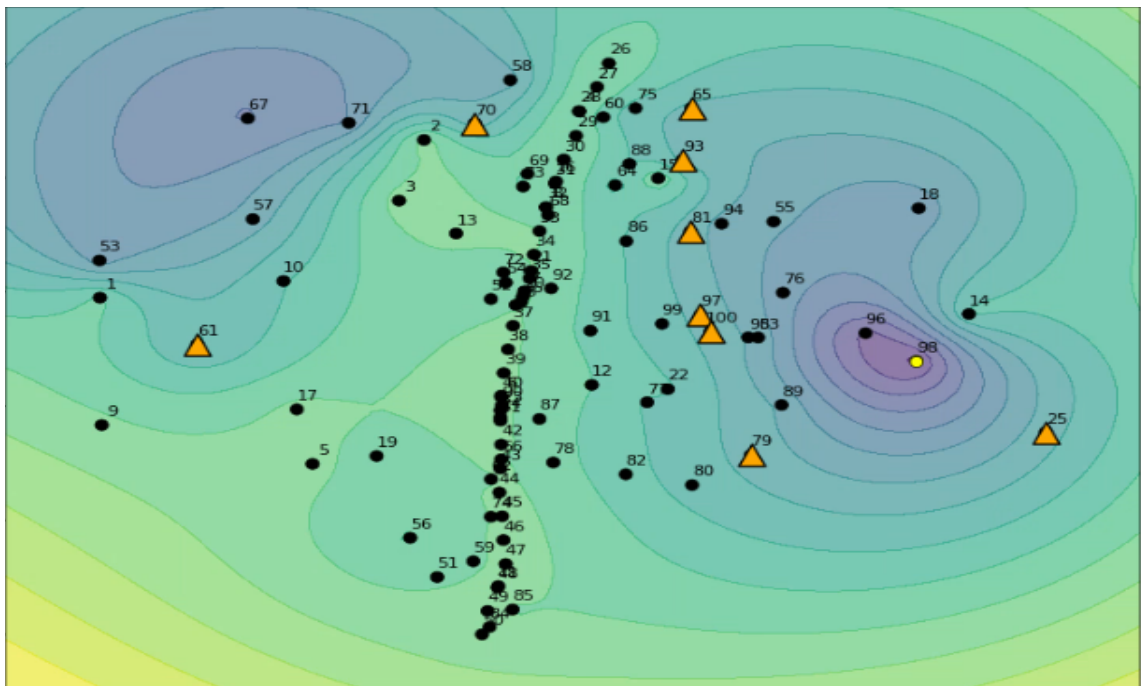


Figura 7.50: Configuração inicial do espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade.

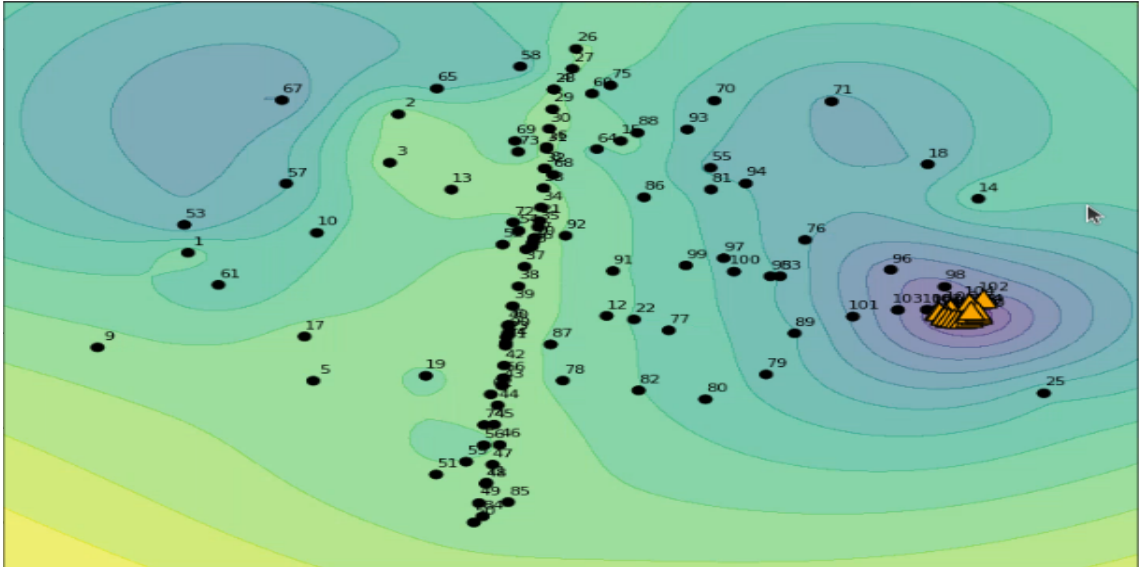


Figura 7.51: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 1ª interação: Gradiente.

A partir de uma visão ampliada sobre a região da melhor solução, tal como mostra a Figura 7.52, nota-se com mais facilidade o conjunto de soluções não-dominadas criado a partir da primeira interação. A solução destacada pela seta vermelha representa, aqui, a melhor solução até o momento. Analisando as soluções produzidas, resolveu-se aplicar novamente o algoritmo baseado no gradiente sobre a melhor solução para poder refinar melhor a região e verificar o caminho traçado pelo método de otimização.

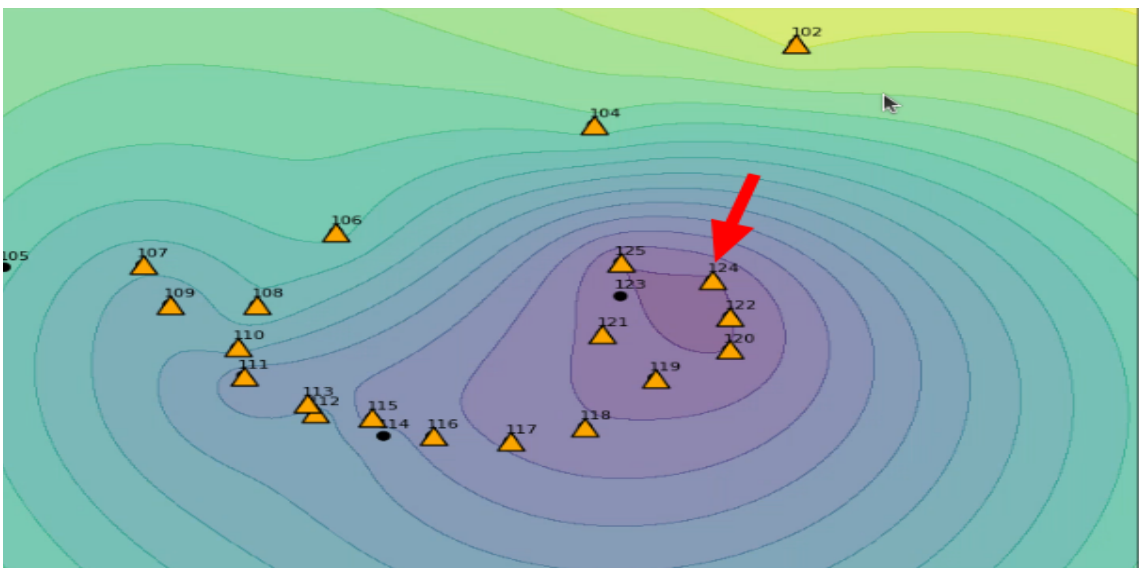


Figura 7.52: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 1ª interação: Gradiente (Zoom).

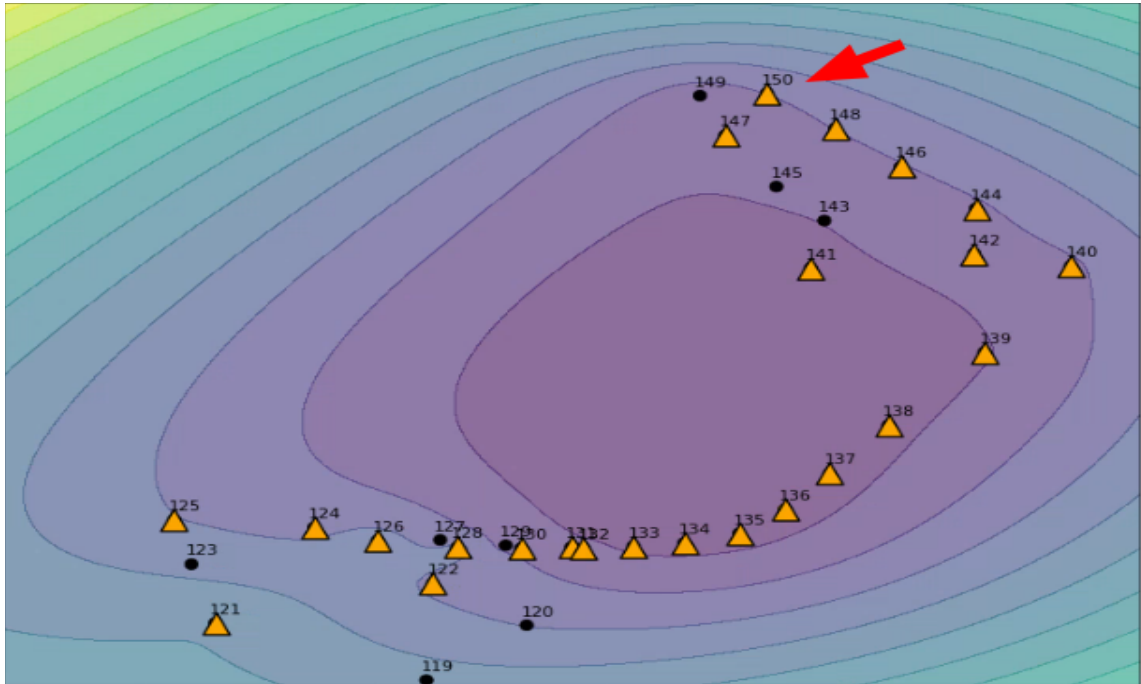


Figura 7.53: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 2ª interação: Gradiente (Zoom).

Analisando as soluções não-dominadas da região do espaço ilustrada na Figura 7.53, decidiu-se, então, utilizar a ação de **suavização** na solução de ID 147 na **hipótese** de refinamento da solução. Este processo gerou uma nova solução melhor destacada pela seta vermelha. Esta última foi submetida ao método de otimização baseado na descida do gradiente, refinando o espaço e encontrando uma nova melhor solução, como ilustrado na Figura 7.55.

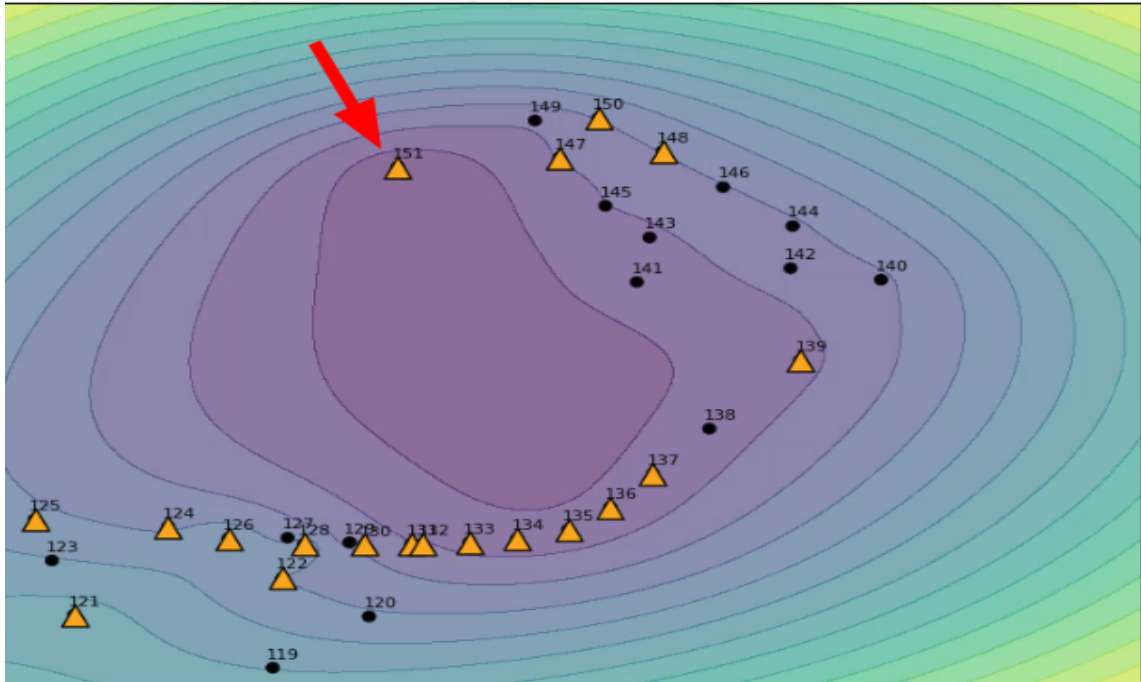


Figura 7.54: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 3ª interação: Suavização (Zoom).

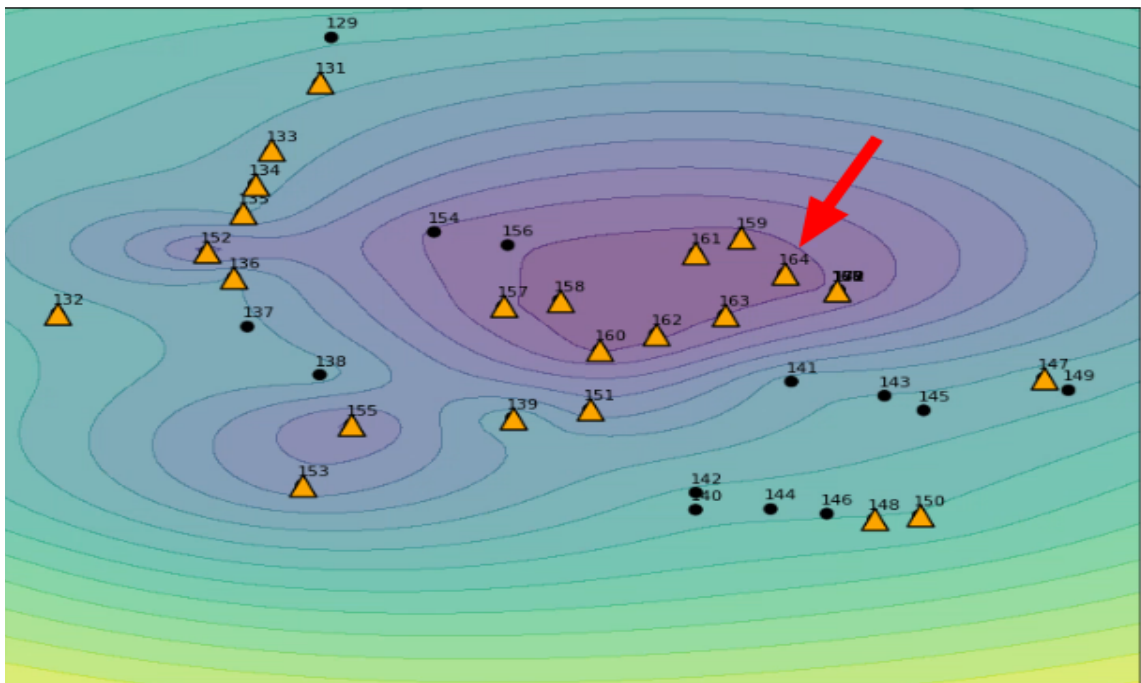


Figura 7.55: Espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade após a 4ª interação: Gradiente (Zoom).

A partir desse ponto, o processo de otimização foi conduzido através de uma

série de ações interativas com o objetivo de refinar as soluções enquanto se explorava o espaço de solução. As principais ações envolveram a suavização de soluções, a projeção entre soluções existentes com diferentes fatores de ponderação, a interpolação linear, perturbação de solução, a execução do método baseado no gradiente descendente e o AE. As operações realizadas durante a otimização interativa permitiram mapear o espaço de solução final obtido, conforme ilustram as Figuras 7.56 e 7.57. Em ambas representações, é possível notar o caminho (seta azul representa o ponto de partida e a seta vermelha a chegada) realizado pelas soluções geradas ao longo do processo de otimização e a maneira como ele está aparentemente indo ao encontro da solução ótima (destacada com seta verde). Um aspecto interessante encontrado na representação do espaço de solução baseado na diferença entre os modelos de velocidade é a proximidade de uma das soluções (indicada pela seta verde) em relação à solução ótima, que mesmo estando perto na perspectiva do modelo, está longe no que diz respeito a qualidade.

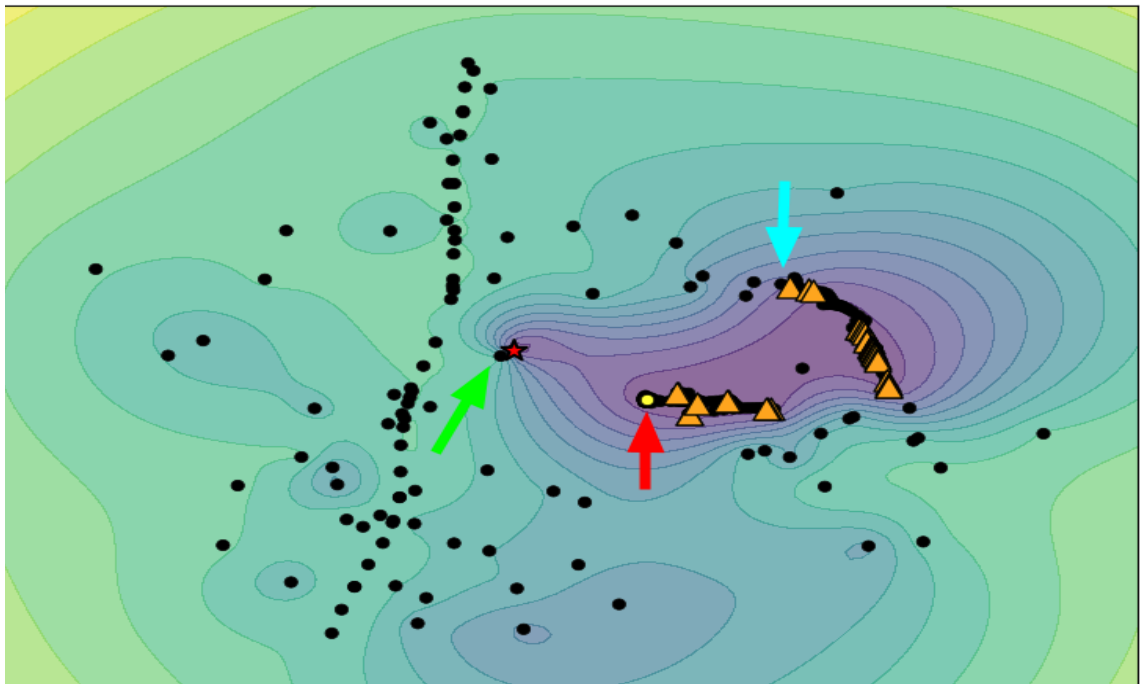


Figura 7.56: Espaço de solução final baseado na diferença entre os modelos de velocidade.

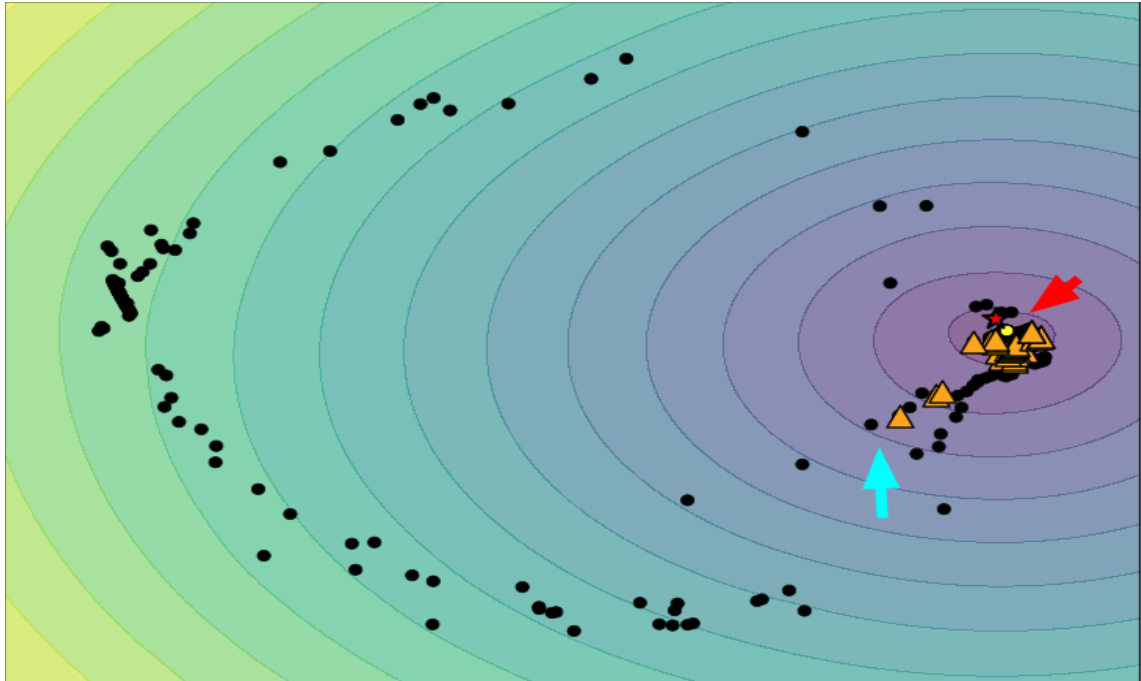


Figura 7.57: Espaço de solução final baseado na diferença entre os sismogramas.

No que diz respeito ao processo de otimização como um todo para esta instância de problema, a convergência das soluções e o desempenho dos métodos são visualizados nas Figuras 7.58 e 7.59, que ilustram, respectivamente, a evolução do *misfit* de todas as soluções e a curva de convergência das melhores soluções encontradas. A análise destes gráficos confirma que a maior parte das ações interativas implementadas resultou em um ganho na qualidade da solução. O progresso da otimização, neste cenário, se deu principalmente pelo uso do método baseado na descida do gradiente. As ações interativas de perturbação, projeção e suavização acabaram sendo utilizadas como tentativas de fugir de um mínimo global. O AE, por sua vez, conseguiu melhorar um pouco a qualidade já no final do processo.

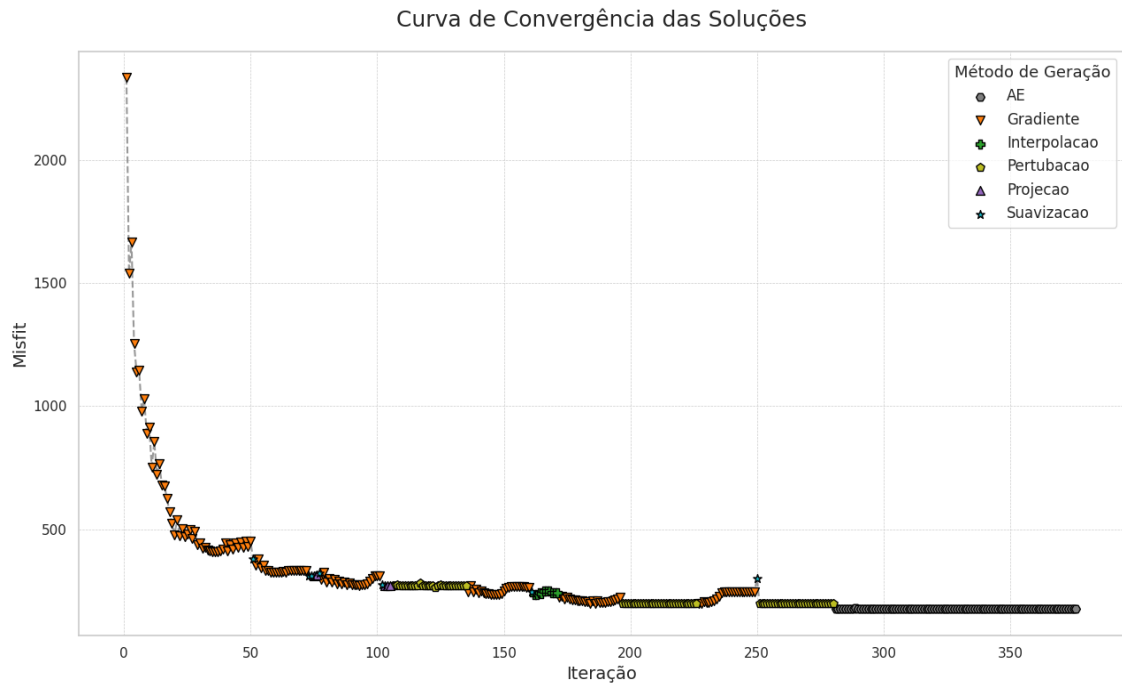


Figura 7.58: Evolução do misfit ao longo do processo de otimização.

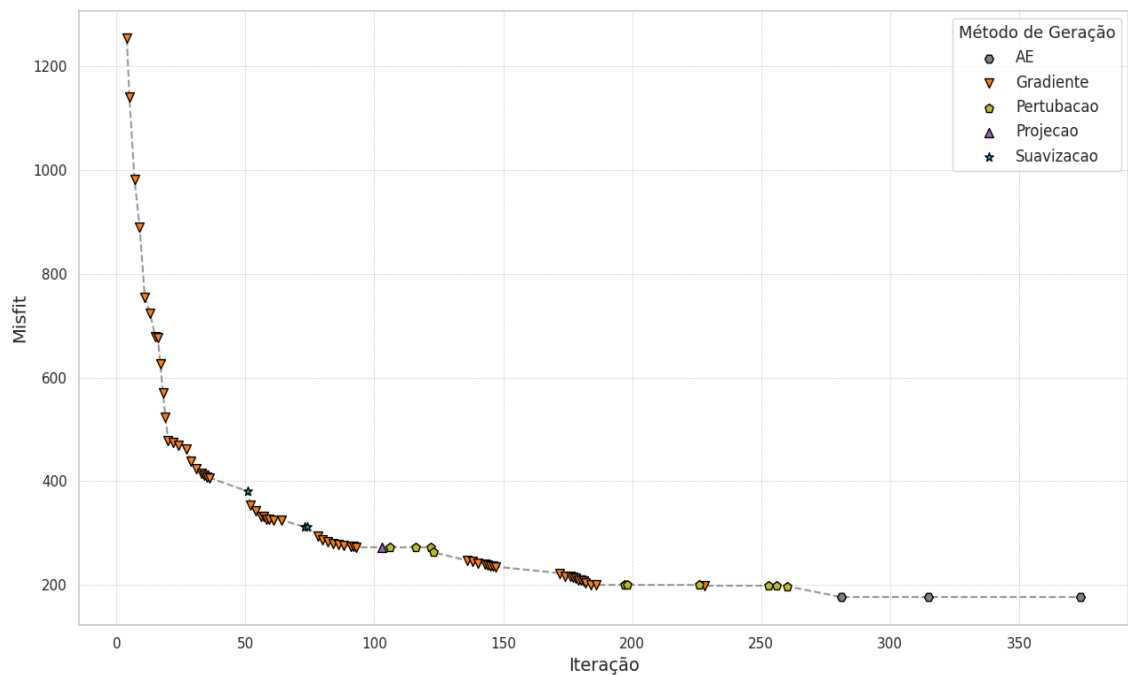


Figura 7.59: Curva de convergência das melhores soluções.

O modelo final obtido através do processo de otimização guiada (Figura 7.60(a)) demonstra ter capturado as macroestruturas do modelo real do Marmousi, o que é um aspecto positivo. Contudo, em termos de resolução e detalhe, o resultado final apresenta

algumas limitações, caracterizadas pela suavização excessiva e pela perda de feições finas e inclinadas que são notórias no modelo real. Neste sentido, percebe-se a falta de uma ação dentro da abordagem interativa que explore a alta frequência como um recurso para melhorar a solução, haja vista a necessidade de distinguir as estruturas dentro do modelo.

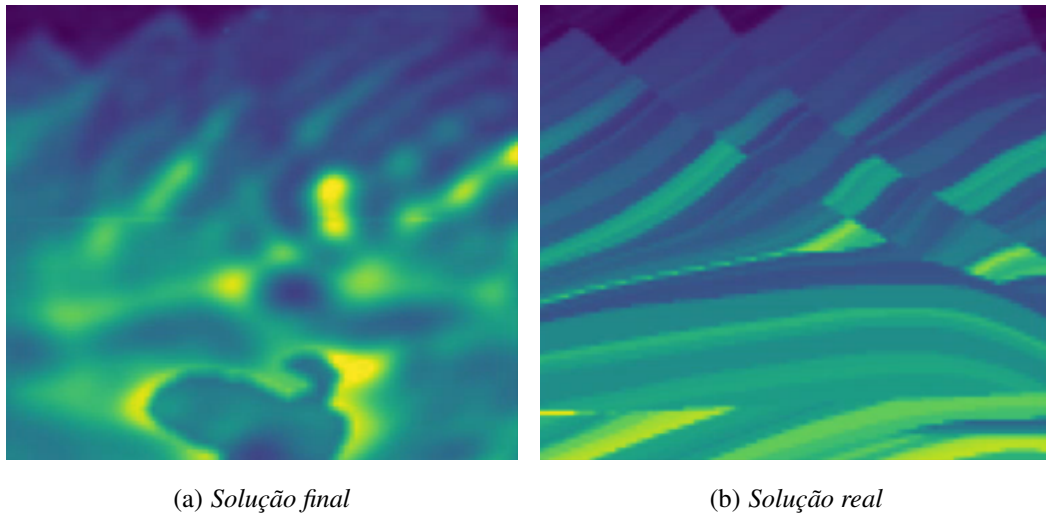


Figura 7.60: Resultado final do problema Marmousi.

Em uma análise mais objetiva, levando em consideração a equivalência estabelecida na Seção 7.4, a abordagem interativa demonstrou um desempenho melhor quando comparada à abordagem baseada puramente na descida do gradiente. Com um total de 376 iterações (168 geradas pelo método baseado no gradiente e 208 por outras ações), a abordagem interativa obteve um *misfit* igual a 176,59. Já o método baseado puramente no gradiente, para o qual foi estabelecido um total de 275 iterações, teve sua execução interrompida na iteração 22, alcançando um valor de *misfit* de 773,38. A interrupção pode ter ocorrido devido à incapacidade do algoritmo de encontrar um tamanho de passo que garantisse a minimização contínua do *misfit*. Essa estagnação, que indica um provável aprisionamento em um mínimo local, é agravada pela quantidade reduzida de apenas cinco tiros utilizados no processo de propagação. Essa configuração pode, de certa forma, limitar a robustez e a informação do gradiente, destacando um problema inerente à abordagem puramente baseada no gradiente e enfatizando a vantagem da abordagem híbrida para superar tais desafios em espaços de solução complexos. A Figura 7.61 ilustra a comparação visual do resultado obtido nas duas abordagens.

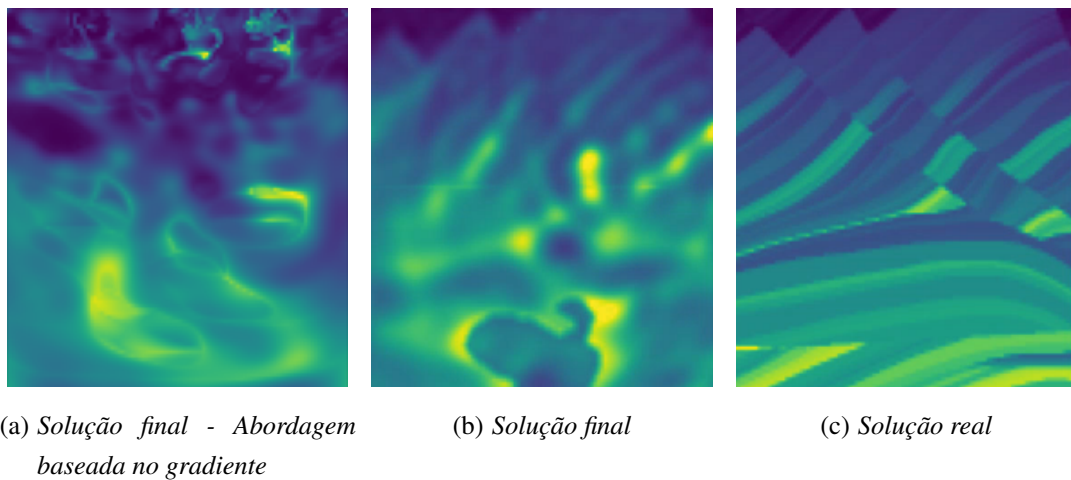


Figura 7.61: Comparação do resultado final do problema Marmousi.

7.6 Considerações gerais

Através de um estudo de caso no contexto da inversão sísmica, pretendeu-se ilustrar como a combinação de visualização de informação, ações interativas e métodos computacionais pode facilitar a análise e exploração do espaço de solução de um problema de otimização. A aplicação prática apresentada por meio do sistema denominado *Seismic Inversion Hints*, implementado sob uma adaptação do *framework framework SSV Hints*, permitiu não apenas navegar pelo espaço de solução, mas também entender as nuances do problema. A principal contribuição da visualização do espaço de solução, neste sentido, foi simplificar o entendimento do problema complexo através de uma representação visual e intuitiva. Essa abordagem permitiu identificar características que seriam muito difíceis de serem identificadas no espaço n -dimensional, bem como caracterizar cada modelo estudado: a estrutura relativamente simples do modelo em camadas, o desafio do mínimo global no Camembert, e a extrema complexidade do Marmousi. Compreender essas características de antemão é fundamental para saber o quão difícil será o problema, quais ações interativas utilizar e como projetar os algoritmos de otimização.

Além de ajudar a compreender o problema, a visualização provou ser uma ferramenta poderosa para a tomada de decisões. A visualização do espaço de soluções ajudou a responder pelo menos três perguntas importantes: “Onde devemos começar a busca?”, “Quais ações interativas devo usar?” e “Qual método de otimização vou usar?”. A resposta para a primeira pergunta torna-se visual, pois é possível escolher uma região promissora. Para a segunda pergunta, a maneira como as soluções estão dispostas no espaço e a qualidade delas podem guiar o usuário na escolha das ações. Por exemplo, se o espaço não possui soluções suficientes que representam com fidelidade a topologia, é

possível criar novas soluções a fim de explorar regiões ainda desconhecidas. Para a última pergunta, a topologia do espaço vai direcionar qual método de otimização o usuário irá utilizar. Cada modelo de velocidade possui características próprias e, por isso, a solução real pode estar em diferentes regiões, sendo necessários métodos diferentes de otimização, podendo ser de busca local ou global, ou a combinação das duas.

Outrossim, a comparação entre as duas visões – uma baseada no modelo e outra nos sismogramas – mostrou-se importante, pois ajudou a enxergar o problema sob duas perspectivas diferentes, ajudando na tomada de decisão. Pôde-se notar que as ações interativas como os instrumentos permitiram uma exploração efetiva do espaço de solução. A discussão subsequente é, portanto, dedicada a analisar a importância de algumas dessas ações, demonstrando como elas permitiram navegar e aprimorar soluções com base nos *insights* obtidos pela visualização.

A criação de soluções se mostrou como uma etapa muito importante no processo de otimização interativa. A capacidade de gerar um conjunto diversificado de modelos iniciais permitiu estabelecer uma base ampla para a análise do espaço e obter uma visão mais abrangente das possibilidades. Essa diversidade inicial é o ponto de partida para que se possa comparar, combinar e refinar soluções, guiando o sistema em direção a regiões mais promissoras do espaço de solução. Ao longo do processo de otimização, a criação de soluções pôde auxiliar também no aumento da diversidade de soluções e na exploração de regiões ainda não conhecidas, evidenciando o seu caráter exploratório.

No que se refere à interpolação entre soluções, esta mostrou-se uma ação de extrema importância para análise e exploração refinada do espaço de solução. Primeiramente, ela permitiu a exploração de trajetórias promissoras. Quando identificadas duas soluções promissoras, é natural questionar se a solução ótima não estaria em um ponto intermediário, e a interpolação investiga essa trajetória que as conecta. Isso aumenta a densidade da busca em uma região que se julgou ser de grande interesse, possibilitando a descoberta de ótimos locais que poderiam ser perdidos por algoritmos mais dispersos. Adicionalmente, esta ação possibilitou uma análise da topologia do espaço de solução. Ao gerar uma sequência de modelos e calcular o *misfit* para cada um, pôde-se visualizar como a qualidade da solução se comporta ao se mover de uma ponta a outra, permitindo entender se o caminho é um vale suave, se existe uma barreira de erro ou se há um mínimo local melhor entre os pontos. Por fim, a interpolação também atuou na criação de soluções híbridas, gerando modelos que representam uma transição gradual entre duas estruturas distintas. Em muitos casos, essa combinação pode ser benéfica, servindo para construir novas hipóteses que mesclam características de modelos já conhecidos.

Durante o processo interativo, a projeção foi uma das ações utilizadas para uma navegação controlada e direcional pelo espaço de solução. Essa capacidade de ajuste fino permitiu testar hipóteses e guiar ativamente a busca em direções que pareciam

promissoras. Em algumas interações ela conseguiu gerar bons resultados e em outras não. O fator α escolhido no momento da operação é determinante neste contexto.

A ação de suavização gerou uma discreta mas consistente redução no *misfit* das soluções. Além disso, funcionou também como um filtro sobre o modelo, removendo detalhes que poderiam atrapalhar o processamento dos algoritmos de otimização.

A perturbação se destacou como uma das ações interativas mais importantes, sendo utilizada extensivamente ao longo da otimização. Esta estratégia foi empregada para realizar uma exploração focada na vizinhança de uma solução de interesse, uma abordagem que se mostrou muito produtiva. Como resultado prático, a aplicação de perturbações levou consistentemente a uma redução no *misfit*, demonstrando sua capacidade de refinar modelos e descobrir ótimos locais próximos a uma solução já considerada boa.

A aplicação do algoritmo evolucionário foi uma estratégia eficaz, pois em todas as instâncias do problema conseguiu gerar novas melhores soluções. No entanto, para aprimorar ainda mais os resultados, acredita-se que uma análise mais aprofundada das operações de cruzamento e a mutação poderia garantir a exploração de novas áreas sem descaracterizar soluções já consideradas boas. Portanto, um melhor balanceamento desses dois operadores pode ser o caminho para gerar uma população com maior diversidade, aumentando a robustez do processo e a probabilidade de se descobrir melhores soluções.

A utilização do método baseado no gradiente descendente como etapa de refinamento no processo de otimização gerou resultados positivos, demonstrando sua força na otimização local. A partir de uma solução considerada promissora, o algoritmo foi capaz de convergir eficientemente para uma solução de *misfit* inferior. Entretanto, conforme evidenciado na Seção 7.5, essa convergência não garantiu a obtenção do ótimo global, uma vez que o método pode ficar retido em mínimos locais. Para mitigar esse risco, um ajuste mais fino da estratégia é necessário. Isso inclui um estudo detalhado sobre os parâmetros do algoritmo, como a taxa de aprendizado e implementação de técnicas mais robustas.

Em suma, os resultados obtidos reforçam que a combinação de diferentes métodos, guiada por uma abordagem interativa, é uma estratégia que pode ser mais efetiva para a resolução do problema do que a aplicação de um método isolado, inclusive o de gradiente. A proposta desta abordagem não reside apenas na hibridização, mas na capacidade de identificar onde e como aplicar cada técnica de maneira mais assertiva. Essa interação guiada, portanto, abre um caminho para a criação de novos algoritmos. O desafio subsequente consiste em desenvolver métodos que possam automatizar a percepção humana demonstrada neste trabalho, aprendendo a interpretar o espaço de solução e a aplicar as ferramentas de otimização de forma mais inteligente e dinâmica. A concretização dessa ideia representaria um avanço significativo, culminando em algoritmos de inversão mais autônomos e eficazes.

Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo geral sistematizar o conhecimento sobre a visualização do espaço de solução e, a partir dessa análise, apresentar um *framework* de otimização interativa que demonstre a eficácia dessa abordagem na resolução de problemas. A premissa principal foi que a interação humana com algoritmos de otimização, intermediada por meio da visualização do espaço de solução, pode auxiliar no entendimento e na resolução de problemas complexos.

O primeiro passo deste estudo foi realizar uma revisão bibliográfica sistemática (RSL) sobre o tema. A partir dessa pesquisa, foi possível, entre outras questões, verificar como a área tem evoluído em termos de publicação ao longo dos anos, quais as principais técnicas de visualização de informação têm sido utilizadas para a representação do espaço de solução e quais problemas têm sido investigados. O conhecimento gerado através deste estudo resultou em duas publicações importantes: um artigo completo apresentado na *26th International Conference on Information Visualization* (Qualis B2) e um capítulo no livro *Artificial Intelligence and Visualization: Advancing Visual Knowledge Discovery* da Springer.

Em seguida, o trabalho propôs a criação do SSV Explorer, uma ferramenta interativa que facilita a exploração da produção científica sobre visualização do espaço de solução de problemas de otimização. Com 108 estudos reunidos até o momento, a plataforma permite que os pesquisadores explorem metadados, identifiquem tendências e realizem análises estatísticas sobre como a visualização de informação tem sido aplicada. Essa ferramenta se apresenta como uma grande contribuição, promovendo uma busca interativa e dinâmica por trabalhos na área.

A criação de uma taxonomia para a análise e exploração interativa do espaço de solução foi outra importante contribuição do trabalho. Esta taxonomia categoriza ferramentas e sistemas interativos existentes, identificando as ações e os objetivos que eles implementam. Esse modelo contribui para a compreensão dos diferentes tipos de interações possíveis na exploração do espaço de solução, tornando-se uma ferramenta promissora para a classificação e construção de novos sistemas interativos de apoio à decisão. A proposta de taxonomia é um passo importante no aprimoramento da otimização interativa,

promovendo uma maior aplicabilidade e expansão de seu uso em diversos contextos de otimização.

O SSV Hints foi desenvolvido como um *framework* de otimização interativa baseado na visualização do espaço de solução. A estrutura e funcionamento desse *framework* foram reconhecidos pela comunidade científica, com sua publicação no LVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO) (Qualis A4). Sua adaptabilidade a diferentes problemas de otimização e a inclusão de múltiplos métodos de otimização e interações são pontos fortes que o tornam uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas complexos.

Por fim, como aplicação prática das ideias desenvolvidas no SSV Hints, foi criado o *Seismic Inversion Hints*, um sistema de otimização interativa baseado na visualização do espaço de solução, aplicado especificamente ao problema de inversão sísmica. Através de técnicas de visualização de informação e das ações interativas, foi possível analisar e explorar o espaço de soluções, ajudando o usuário a compreender a complexidade do problema, a tomar decisões e a avaliar a qualidade das soluções obtidas.

Embora os objetivos do trabalho tenham sido cumpridos, algumas limitações devem ser mencionadas. O SSV Explorer ainda não suporta uma filtragem de interseção, o que restringe consultas mais refinadas. O *framework* SSV Hints foi construído sob uma abordagem generalista, mas foi demonstrado em um único estudo de caso. Embora isso forneça uma prova de conceito, é importante avaliar a aplicabilidade em outras áreas, uma vez que a complexidade dos problemas pode variar entre diferentes domínios, o que pode exigir adaptações.

Para os futuros trabalhos, destaca-se a ampliação da base de dados do SSV Explorer, incorporando mais estudos e ampliando o escopo de metadados para uma busca mais refinada. Pretende-se, ainda, explorar a aplicação do SSV Hints em outros campos, como bioinformática, engenharia, transporte e logística, para validar sua versatilidade e identificar possíveis ajustes necessários. Como um aprimoramento central da própria ferramenta de exploração, planeja-se a implementação de uma visualização 3D interativa do espaço de solução, permitindo operações como rotação, zoom e seleção dinâmica de regiões de interesse. Adicionalmente, estudos focados na usabilidade do *framework*, incluindo esta nova modalidade de visualização e a experiência do usuário, poderiam fornecer *insights* valiosos para melhorias. A integração de técnicas de aprendizado de máquina para aprimorar as sugestões interativas e a personalização do sistema com base no perfil do usuário também é um caminho promissor para expandir a aplicabilidade e eficácia do SSV Hints.

Bibliografia

AKLE, A. A.; MINEL, S.; YANNOU, B. Information visualization for selection in Design by Shopping. **Res. Eng. Design**, v. 28, p. 99–117, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00163-016-0235-2>>.

ANDERSON, D. et al. Human-Guided Simple Search: Combining Information Visualization and Heuristic Search. In: **Proceedings of the 1999 Workshop on New Paradigms in Information Visualization and Manipulation in Conjunction with the Eighth ACM International Conference on Information and Knowledge Management**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1999. (NPIVM '99), p. 21–25. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/331770.331778>>.

ANG, K. H.; CHONG, G.; LI, Y. Visualization technique for analyzing non-dominated set comparison. In: **Proceedings of the 4th Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution and Learning (SEAL'02)**. [s.n.], 2002. v. 1, p. 36–40. Disponível em: <<https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.79.5617&rep=rep1&type=pdf>>.

ARRUDA, L. V. **UMA AVALIAÇÃO DE PROPOSTAS GRÁFICAS BASEADAS NA TEORIA DE VISUALIZAÇÃO DA INFORMAÇÃO PARA TRATAMENTO DE DADOS DE UMA FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO COM A FINALIDADE DE PRIORIZAR CASOS DE TESTE**. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ, Fortaleza, CE, Agosto 2017.

BASTOS, E. **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Outubro 2004.

BERGER, W.; PIRINGER, H. Interactive visual analysis of multiobjective optimizations. In: **2010 IEEE Symposium on Visual Analytics Science and Technology**. [s.n.], 2010. p. 215–216. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/VAST.2010.5651694>>.

BLASCO, X. et al. A new graphical visualization of n-dimensional Pareto front for decision-making in multiobjective optimization. **Information Sciences**, v. 178, n. 20, p. 3908–3924, 2008. Special Issue on Industrial Applications of Neural Networks. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.06.010>>.

BRODLIE, K. et al. GRASPARC-A problem solving environment integrating computation and visualization. In: **Proceedings Visualization '93**. [s.n.], 1993. p. 102–109. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/VISUAL.1993.398857>>.

CAJOT, S. et al. Interactive optimization with parallel coordinates: Exploring multidimensional spaces for decision support. **Frontiers in ICT**, v. 5, 2019. ISSN 2297-198X. Disponível em: <<https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fict.2018.00032>>.

CARD, S. K. et al. **Readings in Information Visualization: Using Vision to Think**. [S.l.]: Academic Press, 1999. (Morgan Kaufmann Series in Interactive Technologies). ISBN 978-1558605336.

CIBULSKI, L. et al. Paved: Pareto front visualization for engineering design. **Computer Graphics Forum**, v. 39, n. 3, p. 405–416, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/cgf.13990>.

COSTA, F. et al. Inversão do campo de onda completo (fwi) ao modelo conceitual do campo de búzios. In: **16th International Congress of the Brazilian Geophysical Society**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–6.

CULLY, A.; DEMIRIS, Y. Quality and Diversity Optimization: A Unifying Modular Framework. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 22, n. 2, p. 245–259, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2017.2704781>.

DAHSHAN, M. et al. Human-machine collaboration for the visual exploration and analysis of high-dimensional spatial simulation ensembles. In: **Proceedings of the 19th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications**. [S.l.: s.n.], 2024. p. 678–689.

DANESHPAJOUH, H.; ZAKARIA, N. A Clustering-based Visual Analysis Tool for Genetic Algorithm. In: **Proceedings of the 12th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications**. [s.n.], 2017. p. 233–240. Disponível em: <https://doi.org/10.5220/0006135902330240>.

do Nascimento, H. A.; EADES, P. User Hints: a framework for interactive optimization. **Future Generation Computer Systems**, v. 21, n. 7, p. 1177–1191, 2005. ISSN 0167-739X. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.future.2004.04.005>.

ESPADOTO, M. et al. Toward a quantitative survey of dimension reduction techniques. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, IEEE, v. 27, p. 2153–2173, 2021. Disponível em: <https://dblp.uni-trier.de/db/journals/tvcg/tvcg27.html#EspadotoMKHT21>.

FIELDSEND, J.; EVERSON, R. Visualising high-dimensional pareto relationships in two-dimensional scatterplots. In: SPRINGER. **International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. 2013. p. 558–572. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-642-37140-0_42.

FREITAS, C. M. D. S. et al. Introdução à visualização de informações. **Revista de Informática Teórica e Aplicada**, v. 8, p. 143–158, 2001. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/19398/000300210.pdf>.

GERMAN, B. J.; FEIGH, K. M.; DASKILEWICZ, M. J. An Experimental Study of Continuous and Discrete Visualization Paradigms for Interactive Trade Space Exploration. **Journal of Computing and Information Science in Engineering**, v. 13, p. 021004–1 – 021004–12, 2013. ISSN 1530-9827. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.4023857>.

GRESH, D. L.; KELTON, E. I. Visualization, optimization, business strategy: a case study. In: **IEEE Visualization, 2003. VIS 2003**. [s.n.], 2003. p. 531–538. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/VISUAL.2003.1250416>.

HE, Z.; YEN, G. G. An improved visualization approach in many-objective optimization. In: **2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [s.n.], 2016. p. 1618–1625. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/CEC.2016.7743982>>.

HE, Z.; YEN, G. G. Comparison of visualization approaches in many-objective optimization. In: **2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [s.n.], 2017. p. 357–363. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/CEC.2017.7969334>>.

HERNANDEZ, A.; POLLMAN, A. Bounding the solution space of complex systems in terms of non-numeric and/or uncontrollable scenario variables. **Systems**, v. 9, n. 4, 2021. ISSN 2079-8954. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/systems9040089>>.

IZZATULLAH, M.; LEEUWEN, T. van; PETER, D. Visualizing the misfit landscape for full waveform inversion. In: **SEG Technical Program Expanded**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1460–1464.

JORNOD, G. et al. Swarmviz: An open-source visualization tool for particle swarm optimization. In: **2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [s.n.], 2015. p. 179–186. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/CEC.2015.7256890>>.

JYOTHSNA, V. et al. Visual data analysis and inference through dimensionality reduction techniques. *Informa*, p. 21 – 68, 2024.

KERREN, A. et al. Biovis explorer: A visual guide for biological data visualization techniques. **PLOS ONE**, Public Library of Science, v. 12, n. 11, p. 1–14, 11 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0187341>>.

KERSCHKE, P. et al. Towards analyzing multimodality of multiobjective landscapes: Ppsn 2016 best paper award. **ACM SIGEVOLUTION**, v. 9, p. 14–14, 2017.

KHEMKA, N.; JACOB, C. VISPLORE: Exploring Particle Swarms by Visual Inspection. In: _____. **Agent-Based Evolutionary Search**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. p. 255–284. ISBN 978-3-642-13425-8. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-13425-8_12>.

KHOSROW-POUR, M. **Encyclopedia of information science and technology**. [S.l.]: Information Science Reference, 2015.

KITCHENHAM, B. A.; CHARTERS, S. **Guidelines for performing Systematic Literature Reviews in Software Engineering**. [S.l.], 2007. Disponível em: <https://www.elsevier.com/_data/promis_misc/525444systematicreviewsguide.pdf>.

KLAU, G. W. et al. The HuGS Platform: A Toolkit for Interactive Optimization. In: **Proceedings of the Working Conference on Advanced Visual Interfaces**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2002. (AVI '02), p. 324–330. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/1556262.1556314>>.

KLAU, G. W. et al. Human-guided search. **J. Heuristics**, v. 16, n. 3, p. 289–310, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10732-009-9107-5>>.

KOLLAT, J. B.; REED, P. A framework for visually interactive decision-making and design using evolutionary multi-objective optimization (video). **Environmental Modelling & Software**, Elsevier, v. 22, n. 12, p. 1691–1704, 2007.

KONG, X.; SCHUNN, C. D. Global vs. Local Information Processing in Visual/Spatial Problem Solving: The Case of Traveling Salesman Problem. **Cogn. Syst. Res.**, v. 8, n. 3, p. 192—207, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cogsys.2007.06.002>>.

KOOCHAKSARAEI, R. H. et al. A new visualization method in many-objective optimization with chord diagram and angular mapping. **Knowledge-Based Systems**, v. 138, p. 134–154, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.knosys.2017.09.035>>.

KRUSKAL, J. B.; WISH, M. **Multidimensional Scaling**. [S.l.]: SAGE Publications, 1978. (Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07-011).

LEAL, P. C. **Um estudo sobre otimização de funções reais de várias variáveis: teoria e aplicações**. Tese (Doutorado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, 2017.

LEE, H.-C.; KIM, Y.-H. Visualizing swarm behavior with a particle density map. In: **Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2019. (GECCO '19), p. 415–416. ISBN 9781450367486. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3319619.3321903>>.

LIU, S. et al. A survey on information visualization: recent advances and challenges. **The Visual Computer**, Springer Berlin Heidelberg, v. 30, p. 1373 – 1393, 2014. Disponível em: <http://www.cad.zju.edu.cn/home/ycwu/Files/infovis_survey.pdf>.

LOTIF, M. Visualizing the population of meta-heuristics during the optimization process using self-organizing maps. In: **2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. [s.n.], 2014. p. 313–319. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/CEC.2014.6900265>>.

LOUBOUTIN, M. et al. Devito (v3.1.0): an embedded domain-specific language for finite differences and geophysical exploration. **Geoscientific Model Development**, v. 12, n. 3, p. 1165–1187, 2019. Disponível em: <[10.5194/gmd-12-1165-2019](https://doi.org/10.5194/gmd-12-1165-2019)>.

MACH, M.; ZETAKOVA, Z. Visualising genetic algorithms: A way through the Labyrinth of search space. **Intelligent Technologies – Theory and Applications**, p. 279–285, 2002.

MATOS, M. C. d. **Reconhecimento de Padrões Sísmicos Utilizando Análises Tempo-Frequência**. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

MEDEIROS, S. C. D. **Inversão de Parâmetros em Dados Sísmicos por Algoritmos Genéticos**. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

MERSMANN, O. et al. Exploratory landscape analysis. In: **Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO'11**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 829–836.

MOURA, F. A. et al. Progressive matching optimisation method for fwi. **Journal of Geophysics and Engineering**, v. 17, n. 2, p. 357–364, 02 2020. ISSN 1742-2132. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/jge/gxz121>>.

NAJIM, S. A. Information visualization by dimensionality reduction: a review. **Journal of Advanced Computer Science and Technology**, v. 3, n. 2, p. 101–112, 2014.

NARINO, G. A. R. **Otimização de Risers em Catenária com Amortecedores Hidrodinâmicos**. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.

NASCIMENTO, H. A.; EADES, P. User hints: a framework for interactive optimization. **Future Generation Computer Systems**, v. 21, n. 7, p. 1177–1191, 2005. ISSN 0167-739X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.future.2004.04.005>>.

NASCIMENTO, H. A. D. **User Hints for Optimization Processes**. Tese (Doutorado) — The University of Sydney, 2003.

NASCIMENTO, H. A. D. do; FERREIRA, C. B. R. Uma introdução à visualização de informações. **Visualidades (UFG)**, v. 9, 2011.

NASSERSHARIF, B.; ENCE, D.; AU, M. Visualization of Evolution of Genetic Algorithms. In: **Proceedings of World Congress on Neural Networks WCNN'94**. Hillside, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates, 1994. v. 1, p. 560–565.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. [S.l.]: Springer New York, NY, 2006.

PACKHAM, I. S. J. et al. Interactive visualisation for decision support and evaluation of robustness – in theory and in practice. **Adv. Eng. Informatics**, v. 19, p. 263–280, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.aei.2005.07.006>>.

PAN, W. et al. Design exploration of quantitative performance and geometry typology for indoor arena based on self-organizing map and multi-layered perceptron neural network. **Automation in Construction**, v. 114, p. 103163, 2020. ISSN 0926-5805. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.autcon.2020.103163>>.

PARK, H. et al. Hypertendril: Visual analytics for user-driven hyperparameter optimization of deep neural networks. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 27, n. 2, p. 1407–1416, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TVCG.2020.3030380>>.

PARK, H. et al. Hypertendril: Visual analytics for user-driven hyperparameter optimization of deep neural networks. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 27, n. 2, p. 1407–1416, 2021. Disponível em: <[10.1109/TVCG.2020.3030380](https://doi.org/10.1109/TVCG.2020.3030380)>.

PEERLESS, J. S. et al. Design space visualization for guiding investments in biodegradable and sustainably sourced materials. **MRS Communications**, Cambridge University Press, v. 10, n. 1, p. 18–24, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1557/mrc.2020.5>>.

- PU, P.; LALANNE, D. Interactive problem solving via algorithm visualization. In: **IEEE Symposium on Information Visualization 2000. INFOVIS 2000. Proceedings**. [s.n.], 2000. p. 145–153. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/INFVIS.2000.885103>>.
- PU, P.; MELISSARGOS, G. Visualizing resource allocation tasks. **IEEE Computer Graphics and Applications**, v. 17, n. 4, p. 6–9, 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/38.595258>>.
- RAFIQ, M. Y.; BECK, M.; PACKHAM, I. Interactive visualisation systems for conceptual building design: A practical approach. In: PANDEY, M.; XIE, W.-C.; XU, L. (Ed.). **Advances in Engineering Structures, Mechanics & Construction**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2006. p. 595–606. ISBN 978-1-4020-4891-3.
- RAFIQ, Y. A practical approach to optimum biaxial column design and detailing using evolutionary computing. In: _____. **Structures Congress 2012**. American Society of Civil Engineers, 2012. p. 2073–2083. Disponível em: <[10.1061/9780784412367.182](https://doi.org/10.1061/9780784412367.182)>.
- RASKU, J.; KÄRKKÄINEN, T.; HOTOKKA, P. Solution Space Visualization as a Tool for Vehicle Routing Algorithm Development. In: **Proceedings of the Finnish operations research society 40th anniversary workshop (FORS40)**. [S.l.: s.n.], 2013. v. 13, p. 9–12.
- REVELO, D. E.; SANTOS, R. S.; LADINO, O. M. Fwi estocástico: Inversão da forma de onda com os métodos ga e pso. **VIII Simpósio Brasileiro de Geofísica**, 2018.
- ROCHA, M. S. Q. **Inversão do Traço Sísmico: O método e sua aplicação em Amberjack, Golfo do México**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal Fluminense, 2013.
- SAHAB, V. V. T. M. G.; GANDOMI, A. H. A review on traditional and modern structural optimization: Problems and techniques. In: GANDOMI, A. H. et al. (Ed.). **Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures**. [S.l.]: Elsevier, 2013. v. 1, cap. 2, p. 25–41.
- SANTOS, Y. S. R. N. D. et al. Data Visualization Scenarios for the Analysis of Computational Evolutionary Techniques. In: **Proceedings of the International Conference on Information Visualisation**. [s.n.], 2019. v. 2019-July, p. 292–299. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/IV.2019.00056>>.
- SHNEIDERMAN, B. The eyes have it: a task by data type taxonomy for information visualizations. In: **Proceedings 1996 IEEE Symposium on Visual Languages**. [S.l.: s.n.], 1996. p. 336–343.
- SILVA, E. W. L. et al. Ssv hints: Um framework de otimização interativa baseado na visualização do espaço de busca. In: **ANAIS DO XVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL**. [S.l.: s.n.], 2024.
- SILVA, E. W. L. et al. A systematic literature review of solution-space visualization approaches in the context of optimization problems. In: **2022 26th International Conference Information Visualisation (IV)**. [S.l.: s.n.], 2022. p. 48–53.

SILVA, E. W. L. et al. Search space visualizations in the context of optimization problems: A literature review. In: _____. **Artificial Intelligence and Visualization: Advancing Visual Knowledge Discovery**. Cham: Springer Nature Switzerland, 2024. p. 205–222. ISBN 978-3-031-46549-9. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-46549-9_6>.

SILVA, S. L. E. F. da et al. Full-waveform inversion based on kaniadakis statistics. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 101, p. 053311, May 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.101.053311>>.

SIQUEIRA, R. L.; BARTOLO, L. D.; SOUZA, B. de. Um tutorial de implementação da fwi e avaliação da influência do uso da diagonal da pseudo-hessiana. **16th International Congress of the Brazilian Geophysical Society**, 2019.

TARANTOLA, A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. **Geophysics**, v. 49, n. 8, p. 1259–1266, 08 1984. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1441754>>.

THOLE, S. P.; RAMU, P. Design space exploration and optimization using self-organizing maps. **Struct. Multidiscip. Optim.**, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, v. 62, n. 3, p. 1071–1088, sep 2020. ISSN 1615-147X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00158-020-02665-6>>.

TORY, M.; MÖLLER, T. A model-based visualization taxonomy. **School of Computing Science, Simon Fraser University**, Citeseer, p. 39, 2002.

URQUHART, N.; GUCKERT, M.; POWERS, S. Increasing trust in meta-heuristics by using map-elites. In: **Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2019. (GECCO '19), p. 1345–1348. ISBN 9781450367486. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3319619.3326816>>.

VOLKE, S. et al. A visual method for analysis and comparison of search landscapes. In: **Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2015. (GECCO '15), p. 497–504. ISBN 9781450334723. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/2739480.2754733>>.

WALKER, D.; FIELDSEND, J.; EVERSON, R. Visualising Many-Objective Populations. In: **Proceedings of the 14th Annual Conference Companion on Genetic and Evolutionary Computation**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2012. (GECCO'12), p. 451—458. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/2330784.2330853>>.

WESNER, N. Multi-objective optimization via visualization. **Economics Bulletin**, v. 37, n. 2, p. 1226–1233, 06 2017.